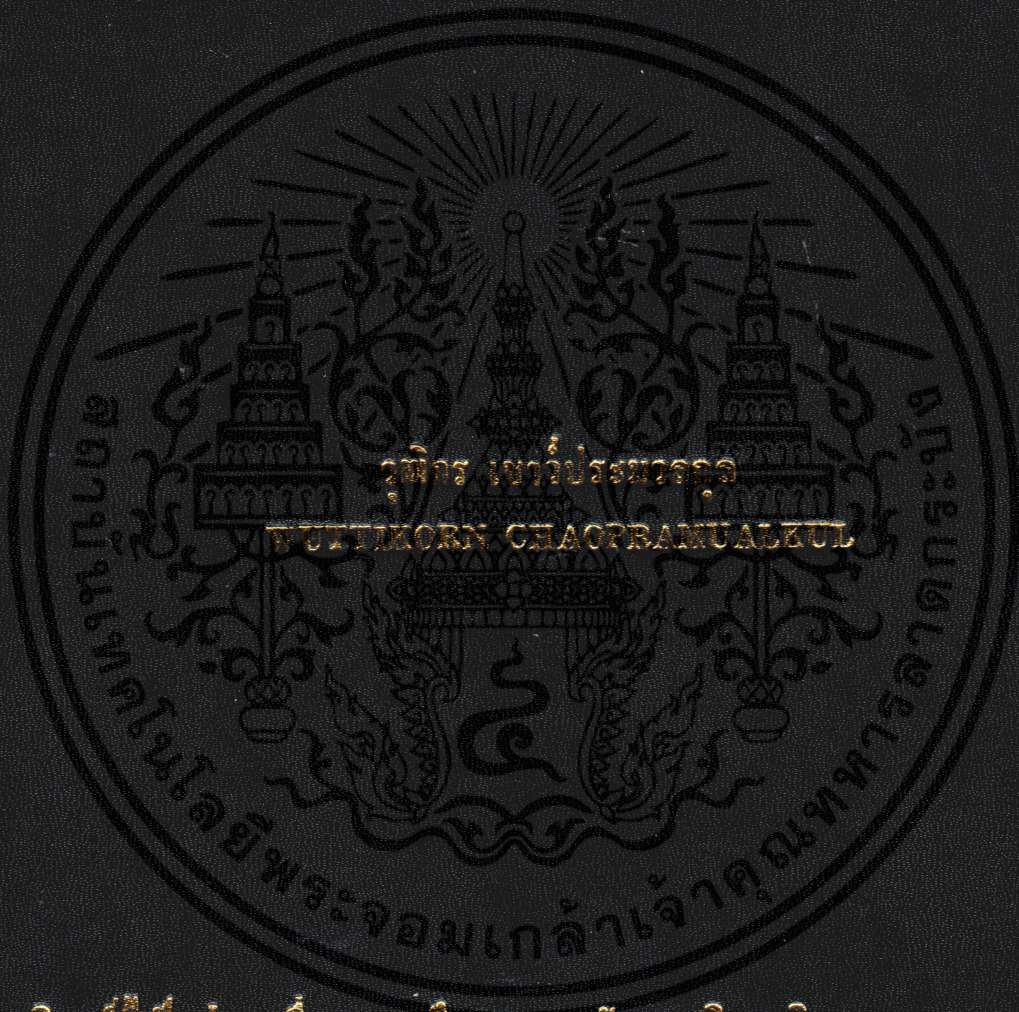


การชดเชยความไม่สมดุลเชิงกลของเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง
โดยใช้ตัวควบคุมปรับตัวได้แบบคงทน

UNBALANCED MECHANICAL EFFECT COMPENSATION
OF CT-SCANNER GANTRY
USING ROBUST ADAPTIVE CONTROLLER



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาคณะศึกษาศาสตร์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2544

ISBN 974-648-952-8

การชดเชยความไม่สมดุลเชิงกลของเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง
โดยใช้ตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน

UNBALANCED MECHANICAL EFFECT COMPENSATION
OF CT-SCANNER GANTRY
USING ROBUST ADAPTIVE CONTROLLER



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
บัณฑิตวิทยาลัย
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ.2544

ISBN 974-648-352-8

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 40115
วัน, เดือน, ปี 15 ส.ค. 2544

b.....
i.....

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**UNBALANCED MECHANICAL EFFECT COMPENSATION
OF CT-SCANNER GANTRY
USING ROBUST ADAPTIVE CONTROLLER**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2001

ISBN 974-648-352-8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2001

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การชดเชยความไม่สมดุลเชิงกลของเครื่องถ่ายภาพตัดขวางโดยใช้ตัวควบคุม
ปรับค่าได้แบบคงทน
UNBALANCED MECHANICAL EFFECT COMPENSATION OF
CT-SCANNER GANTRY USING ROBUST ADAPTIVE CONTROLLER

ชื่อนักศึกษา นายวุฒิกกร เชาวน์ประมวลกุล



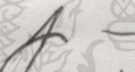

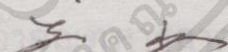
รหัสประจำตัว 42061081

ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.จงกล งามวิวิทย์

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ร่วม ดร.สุธี ผู้เจริญชนะชัย

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
รศ.ดร.วันชัย	วีรรุจา	
รศ.วิพันธ์	ปรีชาพานิช	
รศ.สุเชิธร	เกียรติสุนทร	
ดร.สุธี	ผู้เจริญชนะชัย	
รศ.ดร.จงกล	งามวิวิทย์	

วัน/เดือนปี ที่สอบ 23 พฤษภาคม 2544 เวลา 11.00 – 12.00 น.

สถานที่สอบ ณ อาคาร 12 ชั้น ชั้น 4 (ห้อง E12-403)



บัณฑิตวิทยาลัยรับรองแล้ว
(รศ.ดร.บุญวัฒน์ อึ้งตู่)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่..... 9เดือน..... พฤษภาคม..... พ.ศ..... 2544.....

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การชดเชยความไม่สมดุลเชิงกลของเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง
นักศึกษา	โดยใช้ตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน
รหัสประจำตัว	วุฒิกร เขาว่าประมวลกุล
ปริญญา	42061081
สาขาวิชา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
พ.ศ.	วิศวกรรมไฟฟ้า
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	2544
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ร่วม	รศ.ดร. จงกล งามวิวิทย์
	ดร. สุธี ผู้เจริญชนะชัย

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอ ตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทนสำหรับการควบคุมแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง ซึ่งเป็นระบบไม่เชิงเส้นที่ไม่รู้ค่าพารามิเตอร์ที่แน่นอน เพื่อให้เกิดการติดตามสัญญาณอ้างอิงได้อย่างแม่นยำ ในการออกแบบตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทนนี้ จึงต้องพิจารณาผลของความไม่สมดุลเชิงกลของอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่ติดตั้งอยู่บนตัวแทนหมุน นอกเหนือจากการพิจารณาผลของแรงเสียดทานเพียงอย่างเดียว ในวิทยานิพนธ์นี้จะแสดงให้เห็นว่า คุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้นที่เกิดจากความไม่สมดุลเชิงกลสามารถถูกลดรูปลง เพื่อให้ง่ายต่อการหากฎการปรับค่าและกฎการควบคุม เนื่องจากตัวควบคุมดังกล่าวได้รวมเอาความสามารถในการเรียนรู้ระบบของตัวควบคุมแบบปรับค่าได้ และความสามารถในการจัดการกับความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบคงทนเข้าด้วยกัน จึงทำให้ผลตอบสนองของระบบให้ดียิ่งขึ้น และทำให้ความผิดพลาดของผลตอบสนองเข้าสู่ศูนย์ในขณะที่ยังคงรักษาเสถียรภาพของระบบปิดได้ โดยผลของการทดลองหมุนจริงและการจำลองเลียนแบบจะแสดงให้เห็นถึงสมรรถนะ ที่ดีกว่าการควบคุมระบบแทนหมุนด้วยตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้

Thesis Title	Unbalanced Mechanical Effect Compensation of CT-Scanner Gantry Using Robust Adaptive Controller
Student	Mr. Wuttikorn Chaopramuakul
Student ID.	42061081
Degree	Master of Engineering
Programme	Electrical Engineering
Year	2001
Thesis Advisor	Assoc.Prof.Dr.Jongkol Ngamwiwit
Thesis Co-Advisor	Dr.Suthee Phoojaruenchanachi

ABSTRACT

This thesis presents an integrated robust adaptive control methodology, which is developed for the control of nonlinear uncertainties of CT-scanner gantry system. In order to achieve high precision tracking, the influence of unbalanced mechanical load hanging on the gantry is taken into account besides those of frictions. It is shown that the nonlinearity can be simply parameterized into the compact form, which is suitable for adaptation. The proposed approach possesses the advantages of both adaptive control and robust control, and eliminates the disadvantages of each. It has ability to learn like an adaptive controller and ability to handle various uncertainties and reject disturbances like a robust controller. Transient performance is improved by this approach when compared with PD adaptive controller. Furthermore, the resulting robust adaptive control law makes tracking error converge to zero while maintaining global stability of the closed-loop system. In addition, simulation and experimental result of real-time control are performed to show better result.

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.จกมล งามวิวิทย์ ที่ให้คำแนะนำ ช่วยเหลือขัดเกลาและตรวจสอบความถูกต้องเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สามารถสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ขอขอบพระคุณ ดร.สุธี ผู้เจริญขณะชัย ผู้ให้คำแนะนำทางด้านหัวข้อวิทยานิพนธ์ จัดหาทุน วัสดุ และอุปกรณ์ ตลอดจนดูแลเอาใจใส่ข้าพเจ้าเสมอมาในทุกๆเรื่อง

ขอขอบพระคุณ คุณอดิศักดิ์ แข็งสารกิจ ผู้ให้คำแนะนำทางด้านเทคนิคและทฤษฎีการควบคุม

ขอขอบพระคุณ คุณวิโรจน์ แสงรงทอง ผู้ให้คำแนะนำทางทฤษฎีในการควบคุมเพื่อใช้เป็นข้อมูลเบื้องต้นสำหรับวิทยานิพนธ์เล่มนี้

ขอขอบคุณ คุณสุนทร ฝ่ายหมื่นไวย์ เพื่อนเก่าเพื่อนแก่ที่ให้ยืม PRINTER ในการพิมพ์วิทยานิพนธ์เล่มนี้

ขอขอบพระคุณ CTLAB สำนักวิจัยและบริการคอมพิวเตอร์ ที่เอื้อเฟื้อสถานที่ในการทำวิจัย และอำนวยความสะดวกจนสามารถทำวิทยานิพนธ์เล่มนี้เสร็จสิ้นได้

ขอขอบคุณเพื่อนสนิทมิตรสหายทุกท่าน ซึ่งเป็นกำลังใจที่ดีและเป็นเรี่ยวแรงสำคัญในการทำวิทยานิพนธ์เล่มนี้

ขอขอบคุณแอนผู้เป็นที่รักยิ่งของข้าพเจ้า ซึ่งเป็นผู้ที่คอยเอาใจใส่ดูแลข้าพเจ้าในทุกๆเรื่องและเป็นกำลังใจให้ข้าพเจ้าเสมอมา ตลอดจนครอบครัวของแอนทุกคน สำหรับทุกมือเย็นที่ทำให้ข้าพเจ้ามีชีวิตอยู่จนสามารถทำวิทยานิพนธ์สำเร็จลุล่วงไปได้

และที่ลืมเสียมิได้คือ ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ ที่เคารพรักยิ่ง ตลอดจนถึงญาติผู้ใหญ่ และพี่น้อง ที่ให้การสนับสนุนและเป็นกำลังใจที่ยิ่งใหญ่ตลอดการทำวิทยานิพนธ์นี้

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ สถาบันบัณฑิตวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีไทย สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ(สวทช.) ที่ได้สนับสนุนเงินทุนในการทำวิจัย

วุฒิกกร เซาว์ประมวลดกุล

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญรูป.....	VI
สารบัญตาราง.....	VII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความสำคัญของปัญหาและความเป็นมาในการพัฒนาเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง.....	1
1.2 แนวทางการแก้ปัญหา.....	2
1.2.1 การแก้ปัญหาคอมพิวเตอร์ไม่สมดุลเชิงกลของระบบแท่นหมุน.....	2
1.2.2 การแก้ปัญหาคอมพิวเตอร์เรียนรู้ค่าพารามิเตอร์ไม่ดีพอในช่วงแรกของการควบคุม.....	3
1.3 ขั้นตอนการวิจัย.....	3
1.4 หลักการทำงานพื้นฐานและจุดมุ่งหมายในการควบคุมของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง.....	3
1.5 เนื้อหาของวิทยานิพนธ์.....	6
บทที่ 2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง.....	8
2.1 บทนำ.....	8
2.2 ส่วนประกอบเชิงกลของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง.....	8
2.3 แบบจำลองของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง.....	10
2.3.1 ความไม่สมดุลเชิงกลและการลดรูปของความไม่สมดุลเชิงกล.....	11
2.3.2 แรงเสียดทานและแบบจำลองของแรงเสียดทาน.....	12
บทที่ 3 การออกแบบตัวควบคุม.....	17
3.1 บทนำ.....	17
3.2 การปรับเกนของส่วนป้อนกลับด้วยวิธีการควบคุมที่ดีที่สุด.....	17
3.3 แนวความคิดและตัวอย่างพื้นฐานในการออกแบบตัวควบคุมแบบปรับค่าได้.....	20

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
3.4 การออกแบบตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน	23
3.5 การตรวจสอบเสถียรภาพและการได้มาของกฎการปรับค่าของระบบปิด.....	26
บทที่ 4 ผลการทดลองและการวิเคราะห์ผลการทดลอง.....	30
4.1 บทนำ.....	30
4.2 สัญญาณอ้างอิงที่ใช้ในการควบคุมระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง.....	30
4.3 การทดลองและผลการทดลอง.....	32
บทที่ 5 บทสรุปและแนวทางในการพัฒนาต่อ.....	33
5.1 สรุปผลการทดลอง.....	38
5.2 แนวทางในการพัฒนาต่อ.....	39
เอกสารอ้างอิง.....	40
ภาคผนวก ก บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาวาลัด.....	43
ก.1 คุณสมบัติเชิงอะซิมโทติกของฟังก์ชัน.....	43
ก.2 บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาวาลัด.....	44
ก.3 การพิสูจน์บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาวาลัด.....	52
ก.4 การประยุกต์ใช้บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาวาลัดในการตรวจสอบเสถียรภาพ.....	54
ภาคผนวก ข ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์.....	55
ภาคผนวก ค ข้อมูลจำเพาะของวงจรขับเคลื่อนและมอเตอร์ที่ใช้งาน.....	64
ค.1 ข้อมูลจำเพาะของวงจรขับเคลื่อนที่ใช้งาน.....	64
ค.2 ข้อมูลจำเพาะของมอเตอร์กระแสตรงแบบแม่เหล็กถาวรที่ใช้งาน.....	66
ประวัติผู้เขียน.....	67

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
1.1 แสดงหลักการพื้นฐานของการใช้รังสีเอกซ์ถ่ายภาพตัดขวาง.....	4
1.2 แสดงตำแหน่งของหลอดรังสีเอกซ์ ตัวรับรังสีเอกซ์ และบริเวณที่ต้องการถ่ายภาพตัดขวาง.....	5
2.1 ภาพถ่ายด้านหน้าของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง.....	8
2.2 แสดงส่วนประกอบเชิงกลในระบบแท่นหมุน.....	9
2.3 บล็อกไดอะแกรมของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง.....	10
2.4 แสดงกรณีที่พิจารณาหลอดจำนวน 3 ชั้น.....	11
2.5 เครื่องถ่ายภาพตัดขวางทั่วไป.....	12
2.6 แสดงแบบจำลองของแรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานจลน์ที่ใช้งาน.....	16
3.1 แสดงระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์.....	20
3.2 โครงสร้างของระบบวงปิดที่ใช้ตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน.....	24
3.3 กราฟของฟังก์ชันไฮเปอร์โบลิกแทนเจนต์.....	27
4.1 แสดงรูปแบบของสัญญาณอ้างอิงที่ใช้งาน.....	31
4.2 ความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมซึ่งได้จากการจำลองเลียนแบบ.....	33
4.3 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุม(IAE)ที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมซึ่งได้จากการจำลองเลียนแบบ.....	33
4.4 ความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมซึ่งได้จากการควบคุมจริง.....	34
4.5 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุม(IAE)ที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมซึ่งได้จากการควบคุมจริง.....	34
4.6 เปรียบเทียบความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมที่ได้จากการจำลองเลียนแบบ.....	36
4.7 เปรียบเทียบความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุม(IAE)ที่ได้จากการจำลองเลียนแบบ.....	36
4.8 เปรียบเทียบความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมที่ได้จากการควบคุมจริง.....	37
4.9 เปรียบเทียบความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุม(IAE)ที่ได้จากการควบคุมจริง.....	37
ค.1 แสดงการเชื่อมต่อของส่วนย่อยต่างๆ ในวงจรขับเคลื่อน.....	64

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
4.1 ค่าเกณฑ์ K_p และ K_d ที่คำนวณได้จากสมการรีดักต์ติ.....	32
ค.1 ข้อมูลจำเพาะและพิกัดของวงจรถับเคลื่อนที่ใช้งาน.....	65
ค.2 ข้อมูลจำเพาะและพิกัดของมอเตอร์ที่ใช้งาน.....	66



บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญของปัญหาและความเป็นมาในการพัฒนาเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้การคำนวณด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ (Computerized Tomography: CT) เพื่อแสดงภาพของรายละเอียดภายในวัตถุหรือสิ่งมีชีวิตที่ถูกถ่ายนั้น ค้นพบครั้งแรกโดยเฮิร์ซฟีลด์ (G.H. Housefield) เมื่อปี ค.ศ. 1967 [17] วิธีดังกล่าวได้ถูกพัฒนาอย่างต่อเนื่องจนสามารถนำไปประยุกต์และทำเป็นผลิตภัณฑ์ที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวางในวงการแพทย์ปัจจุบัน ภาพที่ได้จากอุปกรณ์ถ่ายภาพตัดขวางจะช่วยให้แพทย์ทำการวินิจฉัยโรคได้ถูกต้องและแม่นยำยิ่งขึ้นกว่าการมองและวินิจฉัยโรคจากฟิล์มรังสีเอกซ์ธรรมดา เพราะภาพที่ได้จะไม่เกิดการทับซ้อนของเนื้อเยื่อ

สิ่งที่ทราบกันอยู่แล้วว่า อุปกรณ์การแพทย์นั้นเป็นสิ่งจำเป็น เพราะเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับความเจ็บป่วยและความอยู่รอดของชีวิตมนุษย์ แต่เนื่องจากเทคโนโลยีทางด้านอุปกรณ์การแพทย์ในประเทศเรานั้น ไม่ได้ได้รับการพัฒนามากเท่าที่ควร อุปกรณ์ทางการแพทย์ส่วนใหญ่จึงได้มาจากการนำเข้าจากต่างประเทศ ทำให้ประเทศไทยสูญเสียเงินตราให้แก่ต่างประเทศเป็นจำนวนมาก นอกจากนั้น ปัญหาที่ตามมาควบคู่ไปกับการสั่งซื้อเครื่องมือแพทย์ที่มีราคาแพงก็คือ การขาดแคลนบุคลากรที่จะมาทำหน้าที่ดูแลและบำรุงรักษาเครื่อง บ่อยครั้งที่ต้องอาศัยเจ้าหน้าที่จากต่างประเทศ นับตั้งแต่การติดตั้ง การแนะนำการใช้เครื่อง และการซ่อมแซมต่างๆ ซึ่งเป็นค่าใช้จ่ายที่สูงเช่นกัน ด้วยเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นจึงทำให้เห็นถึงความจำเป็นในการพัฒนาอุปกรณ์ทางด้านเครื่องมือแพทย์รวมทั้งบุคลากรที่มีความรู้ความสามารถ เพื่อลดการสูญเสียเงินตราจำนวนมากของประเทศ

ในการสร้างและพัฒนาระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางนั้น จะแบ่งออกเป็นการพัฒนาด้านการประมวลผลภาพ[1][2]และการพัฒนาตัวควบคุมที่ใช้ในระบบแทนหมุน ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้จะอยู่ในส่วนของการพัฒนาตัวควบคุม มีจุดประสงค์หลักเพื่อทำให้ตัวแทนหมุนหรือวงล้อเหล็ก หมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมและตำแหน่งเชิงมุมที่มีขนาดเท่ากับอัตราเร็วเชิงมุมและตำแหน่งเชิงมุมของสัญญาณอ้างอิง ด้วยอัตราเร็วเชิงมุมและตำแหน่งเชิงมุมดังกล่าวจะส่งผลให้ข้อมูลดิบที่ได้ในแต่ละองศาของการหมุนมีความถูกต้องเพื่อนำมาสร้างเป็นภาพตัดขวางในส่วนของการประมวลผลภาพต่อไป ในส่วนของการพัฒนาตัวควบคุมที่ผ่านมา จะเริ่มต้นจากการใช้ตัวควบคุมพีไอดี(PID)แบบดั้งเดิมควบคุมการหมุนของระบบแทนหมุนให้มีอัตราเร็วเชิงมุมคงที่ในขณะที่ถ่ายภาพตัดขวาง แต่เนื่องจากตัวควบคุมพีไอดีแบบดั้งเดิมไม่สามารถชดเชยคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้นของแรงเสียดทานได้ จึงทำให้ผลตอบสนองในการติดตามสัญญาณอ้างอิงไม่ดี ต่อมาได้มีการเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ (adaptive PD controller) เป็นแบบแรก[3]เพื่อชดเชยแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นในระบบ ผลจากการชดเชยทำให้ระบบแทนหมุนมีผลตอบสนองของอัตราเร็วเชิงมุมและตำแหน่งเชิงมุมใกล้เคียงกับสัญญาณอ้างอิงมาก เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ยิ่งขึ้น ต่อมาได้มีการเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้เป็นแบบที่สอง[4] ซึ่งนำเสนอโดย Slotine และ Li เพื่อลดผลของสัญญาณรบกวนที่เกิดจากการใช้อัตราเร่งเชิงมุมจริงที่ได้จากการหาอนุพันธ์เชิงเลขอันดับสองของตำแหน่งเชิงมุมเทียบกับเวลา(สัญญาณรบกวนจะถูกขยายในขั้นตอนดังกล่าว)และข้อจำกัดในการใช้งานที่เกิดจากการใช้ส่วนกลับของโมเมนต์ความเฉื่อย ซึ่งเป็นปัญหาของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แบบแรก แต่เมื่อพิจารณาจากโครงสร้างของระบบแทนหมุนและผลตอบสนองของระบบแทนหมุนที่ควบคุมด้วยตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้แล้ว จะพบว่ายังมีปัญหาค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ดีพอได้แก่ ปัญหาของความไม่สมดุลเชิงกล และปัญหาการเรียนรู้ค่าพารามิเตอร์ไม่ดีพอในช่วงแรกของการควบคุม เป็นต้น ซึ่งจะกล่าวในหัวข้อต่อไป

1.2 แนวทางในการแก้ปัญหา

เมื่อพิจารณาการควบคุมระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง โดยใช้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้[4] ที่มีการนำเสนอในงานก่อนหน้านี้ จะเห็นได้ว่า ผลตอบสนองในการติดตามสัญญาณอ้างอิงในช่วงแรกของการควบคุมมีค่าความผิดพลาดมากกว่าช่วงอื่นๆ ซึ่งเป็นผลมาจากตัวควบคุมเรียนรู้ค่าพารามิเตอร์ของระบบยังไม่ดีพอ ทำให้การชดเชยคุณลักษณะที่เป็นเชิงเส้นและคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้นของระบบไม่ดีไปด้วย นอกจากนี้ เมื่อพิจารณาถึงโครงสร้างหรือแบบจำลองของระบบแทนหมุน จะพบว่า ความไม่สมดุลเชิงกลที่เกิดจากอุปกรณ์จำนวนมากที่แขวนบนตัวแทนหมุน ซึ่งเป็นสาเหตุหนึ่งที่ทำให้เกิดความผิดพลาดในการติดตามสัญญาณอ้างอิงของตัวควบคุม ดังนั้น วิทยานิพนธ์นี้จะนำเสนอแนวทางในการแก้ไขปัญหาค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ดีพอและความไม่สมดุลเชิงกลที่เกิดขึ้นจริงในระบบ ซึ่งมีแนวทางดังนี้

1.2.1 การแก้ปัญหาค่าพารามิเตอร์ที่ไม่ดีพอและความไม่สมดุลเชิงกลของระบบแทนหมุน

จากปัญหาของความไม่สมดุลเชิงกลที่เกิดขึ้นจริงในระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง วิทยานิพนธ์นี้ ได้เสนอแนวทางในการแก้ปัญหา ด้วยการให้ตัวควบคุมที่มีส่วนการเรียนรู้ค่าพารามิเตอร์ เช่นเดียวกับตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ โดยพิจารณาเทอมของความไม่สมดุลเชิงกลที่ถูกลดรูปสมการแล้ว เข้าไปในกฎการควบคุม ซึ่งทำให้ตัวควบคุมที่ได้ สามารถชดเชยผลที่เกิดจากความไม่สมดุลเชิงกล นอกจากนั้น การกำหนดกฎการควบคุม การได้มาของกฎการปรับค่า และแนวทางในการวิเคราะห์เสถียรภาพ สามารถกระทำได้ โดยใช้แนวทางการออกแบบของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้

ในส่วนของการลดรูปสมการ จะแสดงรายละเอียดในบทที่ 2 ซึ่งการลดรูปสมการของความไม่สมดุลเชิงกลดังกล่าว จะทำให้การออกแบบตัวควบคุมง่ายขึ้น ตลอดจนการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาในส่วนของกฎการปรับค่าสามารถกระทำได้ในเวลาสั้น

1.2.2 การแก้ปัญหาตัวควบคุมเรียนรู้ค่าพารามิเตอร์ไม่ดีพอในช่วงแรกของการควบคุม

ในวิทยานิพนธ์นี้ ได้เสนอแนวทางการปรับปรุงผลตอบสนองของระบบแทนหมุน ในช่วงแรกของการควบคุม ด้วยการเพิ่มส่วนของตัวควบคุมแบบคงทนเข้าไปในกฎการควบคุม โดยจุดเด่นของตัวควบคุมแบบคงทนที่นำเสนอนี้ คือ การมีค่าเกินของตัวควบคุมแบบคงทนที่เป็นฟังก์ชันของค่าความผิดพลาดของพารามิเตอร์ นั่นคือ ส่วนของตัวควบคุมแบบคงทนจะมีผลในการควบคุมระบบเฉพาะในช่วงที่ค่าความผิดพลาดของพารามิเตอร์ไม่เป็นศูนย์(โดยเฉพาะในช่วงแรกของการควบคุม) และการเลือกใช้ฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์(hyperbolic tangent function) ที่มีความเรียบและความต่อเนื่องในการควบคุม มากกว่าการใช้ฟังก์ชันไซน์(sign function) และฟังก์ชันอิ่มตัว(saturate function) ซึ่งจะส่งผลกระทบต่อสนองของระบบแทนหมุนในช่วงดังกล่าวดีขึ้น[9][12]

1.3 ขั้นตอนของการวิจัย

สำหรับขั้นตอนในการวิจัยนี้สามารถแสดงได้ดังนี้

1. ศึกษาถึงโครงสร้างและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง ที่พิจารณาผลของความไม่สมดุลเชิงกลและแรงเสียดทาน
2. ศึกษาถึงวิธีการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ และตัวควบคุมแบบคงทน
3. นำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง มาออกแบบตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน
4. หาค่าเกินของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม ด้วยวิธีการควบคุมที่ดีที่สุด(optimal control)
5. นำค่าเกินพีดีที่ทำได้ในข้อ 4 ไปทดลองควบคุมการหมุนจริงและควบคุม โดยการจำลองเลียนแบบเพื่อเลือกค่าเกินชุดที่ดีที่สุด ไปเป็นส่วนป้อนกลับของตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน
6. ทดสอบสมรรถนะในการควบคุมระบบแทนหมุนของตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทนและนำผลตอบสนองที่ได้ เปรียบเทียบกับผลตอบสนองของระบบแทนหมุนที่ควบคุมด้วยตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้
7. วิเคราะห์และสรุปผลการทดลอง

1.4 หลักการทำงานพื้นฐานและจุดมุ่งหมายในการควบคุมระบบแทนหมุน

เครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

ในการสร้างภาพตัดขวางของอวัยวะภายในของร่างกายมนุษย์ จะต้องผ่านขั้นตอนที่สำคัญสองขั้นตอนคือ ขั้นตอนการเก็บข้อมูลดิบและขั้นตอนการประมวลผลภาพ โดยขั้นตอนแรกเกี่ยวข้องกับ การควบคุมตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมของระบบแทนหมุน ทั้งยังเป็นขั้นตอนที่ต้องคำนึงถึงเป็นอันดับแรก เพราะถ้าขั้นตอนนี้สามารถเก็บข้อมูลที่มีความถูกต้องในทุกๆ ตำแหน่งของการเคลื่อนที่

ซึ่งกำหนดในสัญญาอ้างอิงแล้ว ภาพตัดขวางอวัยวะภายในที่ผ่านขั้นตอนการประมวลผลภาพก็จะมี ความคมชัดและถูกต้องด้วย การเก็บข้อมูลดิบจะเริ่มต้นจากการกำหนดให้หลอดรังสีเอกซ์และตัวรับ รังสีเอกซ์ที่ถูกยึดติดอยู่ตรงกันข้ามกัน หมุนไปรอบๆ ตัวกลางพร้อมกัน ซึ่งแสดงได้ดังรูปที่ 1.1 ในขณะที่ เกิดการหมุน หลอดรังสีเอกซ์จะฉายรังสีไปที่วัตถุที่ต้องการจะถ่ายภาพตัดขวาง เนื่องจากรังสีเอกซ์มี อำนาจในการทะลุทะลวงตัวกลางทุกชนิด และที่ตำแหน่งต่างๆ ภายในวัตถุหรืออวัยวะภายในร่างกาย มีการดูดกลืนและลดทอนรังสีเอกซ์ไม่เท่ากัน ทำให้รังสีเอกซ์ที่ทะลุผ่านตัวกลางแล้วตกกระทบบน ระนาบของตัวรับรังสีเอกซ์ ที่ตำแหน่งต่างๆ จะมีค่าความเข้มไม่เท่ากัน เมื่อตัวรับรังสีเอกซ์แปลงความ เข้มของรังสีทุกตำแหน่งบนระนาบไปเป็นข้อมูลดิบดิจิทัลครบทุกตำแหน่งแล้ว ตัวรับรังสีเอกซ์จะส่งชุด ข้อมูลดิบดิจิทัลดังกล่าวให้กับเครื่องคอมพิวเตอร์เพื่อเก็บรวบรวมต่อไป กระบวนการแปลงความเข้ม ของรังสีไปเป็นข้อมูลดิบดิจิทัลให้กับคอมพิวเตอร์จะเกิดขึ้นทุกๆ การหมุน หนึ่งองศาหรือครึ่งองศาซึ่ง ขึ้นอยู่กับความละเอียดของภาพที่ต้องการ ดังนั้น ข้อมูลดิบที่ได้จะมีทั้งหมด 360 ชุด (หรือ 720 ชุด) ซึ่ง จะนำไปผ่านการประมวลผลภาพซึ่งเป็นขั้นตอนหลัง



รูปที่ 1.1 แสดงหลักการพื้นฐานของการใช้รังสีเอกซ์ถ่ายภาพตัดขวาง

การถ่ายภาพตัดขวางของร่างกายผู้ป่วยในทางปฏิบัติ จะทำได้โดยการจัดร่างกายคนไข้ให้อยู่ใน ท่านอนหงายหรือนอนคว่ำบนเตียงคนไข้ ต่อมาจึงเลื่อนเตียงคนไข้ให้บริเวณของอวัยวะที่ผิดปกติภายใน ร่างกายหรือบริเวณที่ต้องการถ่ายภาพตัดขวางมีตำแหน่งตรงกับตำแหน่งของหลอดรังสีเอกซ์และตัว รับรังสีเอกซ์ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 1.2 จากนั้นหมุนหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์รอบตัวคนไข้ใน แนวโค้งหนึ่งรอบเพื่อฉายรังสีเอกซ์และเก็บข้อมูลดิบ ลำดับสุดท้ายคือการหมุนหลอดรังสีเอกซ์และตัว รับรังสีเอกซ์ย้อนกลับหนึ่งรอบซึ่งเกิดจากสายไฟป้อนกำลังของหลอดรังสีเอกซ์และสายส่งข้อมูลดิบ ดิจิทัลของตัวรับรังสีเอกซ์มีความยาวจำกัด แต่ในบางครั้งผู้วินิจฉัยโรคมีความจำเป็นต้องการถ่ายภาพตัด ขววงหลายภาพตลอดศีรษะหรือตลอดลำตัวของคนไข้ นั่นคือก่อนการเลื่อนเตียงเพื่อถ่ายภาพตัดขวาง เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะต้องแบ่งบริเวณที่ต้องการถ่ายภาพตัดขวางทั้งหมดออกเป็นส่วนๆ แต่ละส่วนจะมีระยะห่างเท่ากัน เช่น อาจจะมีระยะห่าง 1 เซนติเมตร(แต่ละส่วนหนา 1 เซนติเมตร) ขั้นตอนต่อไปคือการเลื่อนเตียงให้ส่วนแรกที่อยู่ใกล้ตำแหน่งการถ่ายภาพมากที่สุด มีตำแหน่งตรงกับตำแหน่งของหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์ จากนั้นหมุนหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์รอบๆส่วนแรกให้ครบหนึ่งรอบเพื่อถ่ายภาพต่อมาหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์หมุนย้อนกลับหนึ่งรอบพร้อมกับคอมพิวเตอร์ทำการประมวลผลสร้างภาพและแสดงภาพตัดขวางของส่วนแรก ลำดับต่อไปคือการเลื่อนเตียงให้ส่วนที่สองซึ่งอยู่ถัดจากส่วนแรก อยู่ในตำแหน่งของการถ่ายภาพและเริ่มทำขั้นตอนการเก็บข้อมูลดิบ ซึ่งเป็นเช่นนี้เรื่อยไปในส่วนที่สาม ส่วนที่สี่จนครบหมดทุกส่วนตามลำดับ ดังนั้น หลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์จะหมุนเพื่อถ่ายภาพตัดขวาง หยุดหมุน และหมุนย้อนกลับหลายรอบติดต่อกัน เป็นผลให้หลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์ข้างต้นจะต้องหมุนให้ครบรอบพอดีทุกครั้ง เพื่อความสะดวกรวดเร็วในการถ่ายภาพตัดขวางของผู้ป่วยและขจัดปัญหาเรื่องความยาวของสายไฟไปจนถึงกับหลอดรังสีเอกซ์และสายส่งข้อมูลดิบดิจิทัลให้กับคอมพิวเตอร์มีความยาวจำกัด นั่นคือไม่เสียเวลาในการปรับตำแหน่งเชิงมุมหยุดหมุนของหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์ให้ตรงกับตำแหน่งเชิงมุมเริ่มต้นการหมุน



รูปที่ 1.2 แสดงตำแหน่งของหลอดรังสีเอกซ์ ตัวรับรังสีเอกซ์ และบริเวณที่ต้องการถ่ายภาพตัดขวาง

นอกจากการหมุนวงล้อเหล็กให้ครบรอบพอดีและหยุดหมุนได้ตรงตำแหน่งแล้ว วงล้อเหล็กจะต้องหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมที่ไม่เกิน 1.746 เรเดียนต่อวินาที(เก็บข้อมูล 360 ชุด) หรือ 0.873 เรเดียนต่อวินาที(เก็บข้อมูล 720 ชุด) เพราะในกระบวนการแปลงความเข้มของรังสีเอกซ์ที่ตกกระทบบนระนาบของตัวรับรังสีเอกซ์ ไปเป็นข้อมูลดิจิทัล 1ชุด แล้วส่งข้อมูลดังกล่าวให้คอมพิวเตอร์ ใช้เวลาทั้งหมด 0.01 วินาที ดังนั้น ถ้าวงล้อเหล็กหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมที่มากกว่า อัตราเร็วเชิงมุมที่กำหนดไว้ จะทำให้ได้รับจำนวนชุดข้อมูลดิจิทัลไม่ครบ(360 ชุดหรือ 720 ชุด)ในการสร้างภาพ แต่ถ้าหมุนด้วย

อัตราเร็วเชิงมุมที่น้อยกว่าค่าที่กำหนดไว้ จะทำให้กระบวนการแปลงความเข้มของรังสีเอกซ์ เป็นข้อมูลดิจิทัลแล้วส่งให้คอมพิวเตอร์ใช้เวลาน้อยกว่า 0.01 วินาที ส่วนเวลาที่เหลือตัวรับรังสีเอกซ์จะรอกนกว่าหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์หมุนถึงตำแหน่งเชิงมุมถัดไป ซึ่งเป็นผลให้ได้รับข้อมูลดิจิทัลครบจำนวน อย่างไรก็ตาม การหมุนจากตำแหน่งเชิงมุมหนึ่งไปยังตำแหน่งเชิงมุมถัดไปควรใช้เวลาให้ใกล้เคียงกับค่า 0.01 วินาที เพื่อที่จะไม่ทำให้คนไข้ได้รับรังสีเป็นเวลานานเกินไป จนทำให้เกิดอันตราย

1.4 เนื้อหาของวิทยานิพนธ์

เนื้อหาในวิทยานิพนธ์เรื่อง การชดเชยความไม่สมดุลเชิงกลของเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง โดยใช้ตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน จะประกอบด้วยบทต่างๆ ดังนี้

บทที่ 1 บทนำ กล่าวถึง ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหาในการควบคุมระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง การพัฒนาตัวควบคุมที่ใช้ในควบคุมระบบแทนหมุนตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน ปัญหาที่พบตลอดจนแนวทางในการแก้ปัญหา หลักการทำงานพื้นฐานและจุดมุ่งหมายในการควบคุมระบบแทนหมุน และเนื้อหาในบทต่างๆ ของวิทยานิพนธ์นี้

บทที่ 2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง กล่าวถึงส่วนประกอบเชิงกลของระบบแทนหมุน แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางที่พิจารณาผลของความไม่สมดุลเชิงกลและแรงเสียดทาน ตลอดจนอธิบายถึงความไม่สมดุลเชิงกลและการลดรูปของความไม่สมดุลเชิงกล แรงเสียดทานและแบบจำลองของแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นจริงในระบบแทนหมุน

บทที่ 3 การออกแบบตัวควบคุม กล่าวถึง การหาค่าเกณฑ์ของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม ด้วยวิธีการควบคุมที่ดีที่สุด แนวความคิดและตัวอย่างในการออกแบบตัวควบคุมแบบปรับค่าได้ ของระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์ จากนั้น นำหลักการที่ได้ไปออกแบบตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทนเพื่อใช้ในการควบคุมระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง การกำหนดกฎการปรับค่าจากเงื่อนไขที่ทำให้ระบบปิดเกิดเสถียรภาพ ด้วยทฤษฎีเสถียรภาพของเลียปูนอฟ(Lyapunov stability theory) และการพิสูจน์เสถียรภาพเชิงอะซิมโทติก(Asymptotically stable)ของระบบปิด โดยใช้บทวิเคราะห้ของบาราลัด(Barbalat's lemma) ที่เสนอไว้ในภาคผนวก ก.

บทที่ 4 ผลการทดลองและการวิเคราะห์ผลการทดลอง กล่าวถึง การทดลองควบคุมระบบแทนหมุนด้วยตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมเพื่อเลือกค่าเกณฑ์ให้สมรรถนะในการควบคุมที่ดีที่สุดไปเป็นส่วนป้อนกลับของตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน จากนั้น จะทดสอบสมรรถนะในการควบคุมระบบของตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทนเปรียบเทียบกับตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ ซึ่งจะแบ่งออกเป็นการควบคุมการหมุนจริงและการควบคุมโดยการจำลองเลียนแบบ และการนำผลการทดลองที่ได้จากการควบคุมจริงและการจำลองเลียนแบบมาวิเคราะห์ถึงสมรรถนะของตัวควบคุมต่อไป

บทที่ 5 บทสรุปและแนวทางในการพัฒนาต่อ กล่าวถึง สรุปผลการทดลองซึ่งเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบปิดที่ควบคุมด้วยตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน กับผลตอบสนองของระบบปิดที่ควบคุมด้วยตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ และแนวทางในการพัฒนาต่อ

ภาคผนวก ก. กล่าวถึง คุณสมบัติเชิงอะซิมโทคของฟังก์ชัน คำจำกัดความของบวมทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาบาลัต เงื่อนไขเพิ่มเติมของฟังก์ชันที่มีขนาดจำกัด การพิสูจน์บวมทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาบาลัตและการประยุกต์ใช้บวมทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาบาลัตในการตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิด

ภาคผนวก ข. กล่าวถึง ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์

ภาคผนวก ค. กล่าวถึง ข้อมูลจำเพาะของวงจรขับเคลื่อนและมอเตอร์ที่ใช้งาน

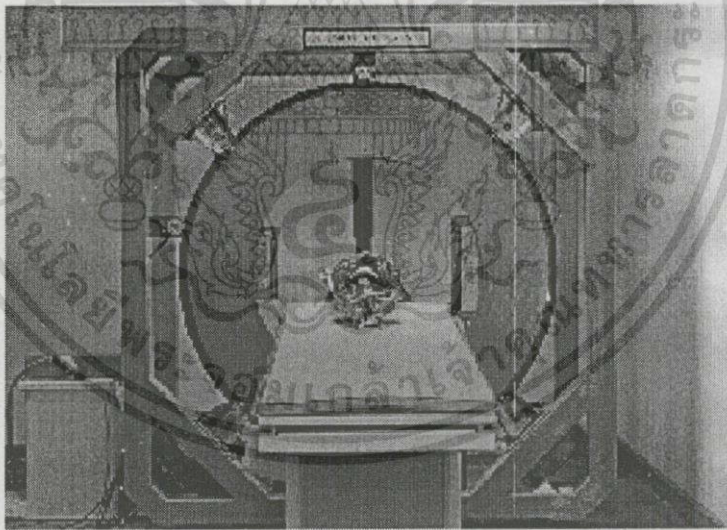


บทที่ 2

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ ระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

2.1 บทนำ

ในการควบคุมระบบเชิงกลโดยใช้ตัวควบคุมปรับค่าได้ (adaptive controller) นั้น จะต้องรู้โครงสร้างหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบเชิงกลที่จะถูกควบคุม เพื่อที่จะเรียนรู้ค่าพารามิเตอร์เหล่านั้นและนำไปชดเชยระบบควบคุมซึ่งอยู่ในส่วนป้อนล่วงหน้าของกฎการควบคุม นอกจากนั้น เมื่อนำตัวควบคุมดังกล่าวมาควบคุมระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางเพื่อให้เกิดการทำงานที่มีความเที่ยงตรงสูง จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องพิจารณาผลที่เกิดจากความไม่สมดุลเชิงกลและแรงเสียดทาน ดังนั้น ในขั้นตอนต่อไปจะอธิบายถึงส่วนประกอบเชิงกลของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง จากนั้นจะแสดงถึงการหาของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแท่นหมุนที่พิจารณาผลของแรงเสียดทานและความไม่สมดุลเชิงกล

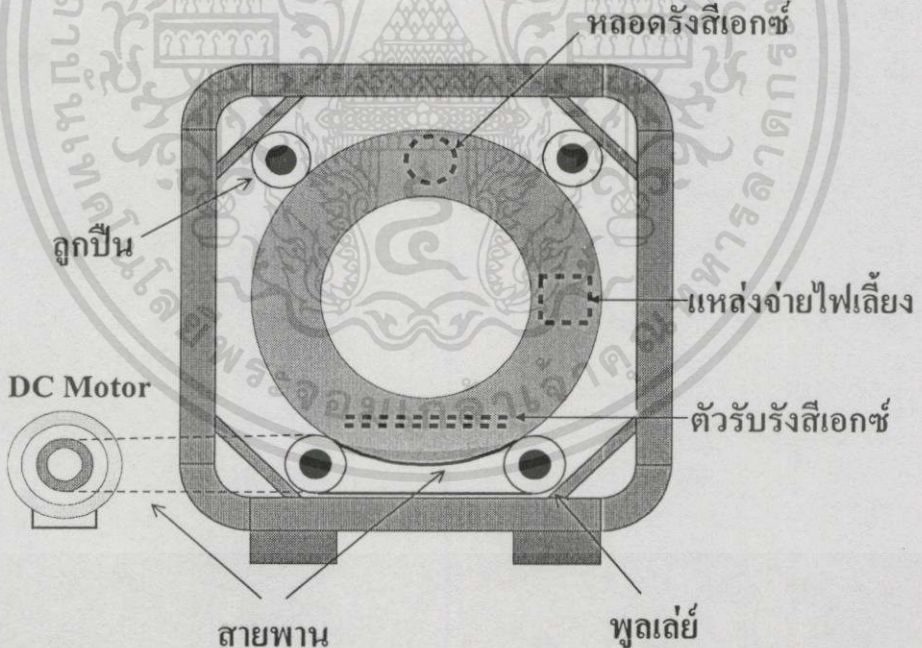


รูปที่ 2.1 ภาพถ่ายด้านหน้าของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

2.2 ส่วนประกอบเชิงกลของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

ระบบแท่นหมุน (gantry) จะแบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนที่อยู่กับที่และส่วนที่เคลื่อนที่ได้ ซึ่งแสดงได้ในรูปที่ 2.1 และรูปที่ 2.2 ในส่วนที่เคลื่อนที่ได้นี้จะประกอบด้วย วงล้อเหล็ก ลูกปืน สายพาน พูลเลย์ (pulley) และมอเตอร์กระแสตรง วงล้อเหล็กมีลักษณะเป็นวงแหวนโลหะเหล็กชิ้นเดียวซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางวงนอกเท่ากับ 150 เซนติเมตร เส้นผ่านศูนย์กลางวงในของวงล้อเหล็กเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เท่ากับ 90 เซนติเมตร และความหนาเท่ากับ 1.8 เซนติเมตร รวมถึงตัววงล้อเหล็กมีน้ำหนักประมาณ 153 กิโลกรัม หลอดรังสีเอกซ์(x-ray tube)และตัวรับรังสีเอกซ์(x-ray flat detector) ซึ่งมีน้ำหนักรวมกันประมาณ 30 กิโลกรัม จะถูกยึดติดเข้ากับวงล้อเหล็ก เพื่อให้หมุนรอบวัตถุหรือร่างกายคนไข้ในแนวตั้งพร้อมกันได้ ร่างกายของคนไข้จะถูกจัดอยู่ในท่านอนและเลื่อนศีรษะเข้าโดยผ่านวงล้อเหล็กรอบใน ซึ่งจะทำให้ตำแหน่งที่ต้องการถ่ายภาพตัดขวางอยู่ระหว่างหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์พอดี ลูกปืนทำหน้าที่รับน้ำหนักของวงล้อเหล็กและพวงวงล้อเหล็กให้ตั้งอยู่ในแนวตั้ง เพื่อให้วงล้อเหล็กหมุนครบรอบได้โดยไม่ล้ม สายพานทำหน้าที่ขับวงล้อเหล็กให้หมุน พูลเลย์ทำหน้าที่เป็นตัวครอบสายพานเพื่อให้เกิดการขยายขนาดของทอร์กที่ใช้ขับโหลดหรือวงล้อเหล็กได้มากขึ้น และมอเตอร์ทำหน้าที่เป็นตัวขับเคลื่อน(actuator)ให้สายพานเคลื่อนที่ ซึ่งสายพานดังกล่าวจะขับให้วงล้อเหล็กหมุนอีกทอดหนึ่ง สำหรับในส่วนที่อยู่กับที่จะเป็นโครงเหล็กจับยึดอุปกรณ์ซึ่งมีลักษณะรูปร่างเป็นท่อนเหล็กเชื่อมติดกันเป็นโครง ด้านหน้าของโครงเหล็กจะจับยึดลูกปืนในตำแหน่งที่รองรับวงล้อเหล็กได้ ฐานของโครงเหล็กจะทำหน้าที่รับน้ำหนักของวงล้อเหล็ก หลอดรังสีเอกซ์ และตัวรับรังสีเอกซ์ ด้านลึกของโครงเหล็กจะถ่วงน้ำหนักด้านหน้า ทำให้ระบบแทนหมุนตั้งวางอยู่ได้โดยไม่ล้มพลิกคว่ำในขณะที่วงล้อเหล็กหมุน



รูปที่ 2.2 แสดงส่วนประกอบเชิงกลในระบบแทนหมุน

2.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

ในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแท่นหมุนที่ประกอบด้วย วงจรขับ ดีซีมอเตอร์และวงล้อเหล็ก ที่พิจารณาผลของความไม่สมดุลเชิงกลและแรงเสียดทาน สามารถทำได้โดยใช้กฎข้อที่สองของนิวตันดังแสดงในสมการที่ 2.1 และสามารถแสดงบล็อกไดอะแกรมของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางได้ดังรูปที่ 2.3

$$M\ddot{x} + f_v\dot{x} + f_m + h = u \quad (2.1)$$

โดยที่ M คือ โมเมนต์ความเฉื่อยรวมของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

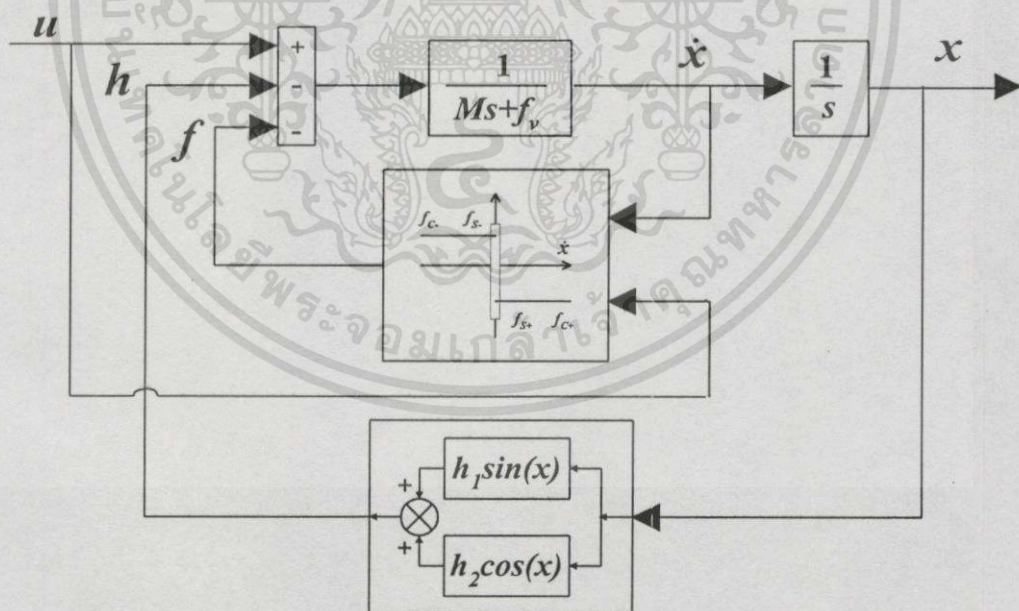
f_v คือ สัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานหนืด

u คือ สัญญาณอินพุตที่ป้อนเข้าวงจรขับ

x คือ ตำแหน่งเชิงมุมของแท่นหมุน (เรเดียน)

f_m คือ แรงเสียดทานรวมระหว่างแรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานโคลอมป์ที่เกิดขึ้นในระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

h คือ ความไม่สมดุลเชิงกลที่เกิดขึ้นในระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

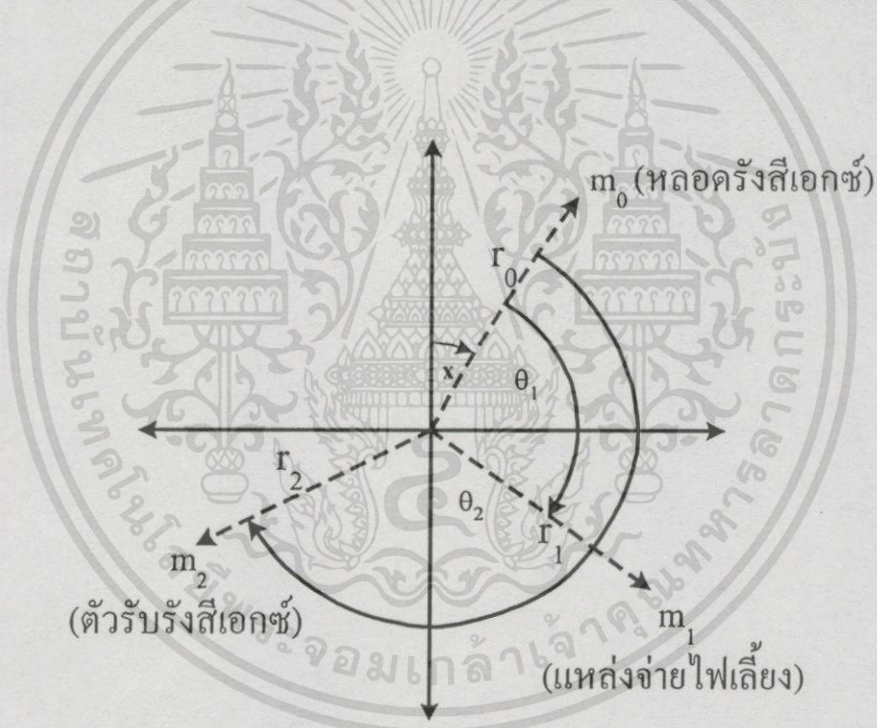


รูปที่ 2.3 บล็อกไดอะแกรมของระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

2.3.1 ความไม่สมดุลเชิงกลและการลดรูปของความไม่สมดุลเชิงกล

เนื่องจากระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางเป็นระบบที่ประกอบด้วยอุปกรณ์จำนวนมากมายาวอยู่บนตัวแท่นหมุน โดยอุปกรณ์ดังกล่าวมีน้ำหนักไม่เท่ากันและแรงที่เกิดจากมวลของอุปกรณ์แต่ละชิ้นภายใต้แรงโน้มถ่วงของโลก จะเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดความไม่สมดุลเชิงกล ซึ่งเป็นคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้นขึ้นในระบบ มีลักษณะเป็นสัญญาณไซน์ซออยคอด(sinusoidal) และเป็นฟังก์ชันของตำแหน่งเชิงมุมที่เปลี่ยนไปของตัวแท่นหมุน นอกจากนี้ ในขณะที่ตัวแท่นหมุนเกิดการเคลื่อนที่ ความไม่สมดุลเชิงกลจะเข้ามารบกวนระบบ ทำให้ผลตอบสนองในการติดตาม (tracking) สัญญาณอ้างอิงของตัวควบคุมให้ผลออกมาไม่ดีเท่าที่ควร

ในลำดับต่อไปจะแสดงขั้นตอนการหาแบบจำลองของความไม่สมดุลเชิงกลและการลดรูปสมการของความไม่สมดุลเชิงกล โดยจะเริ่มพิจารณาจากกรณีที่มีโหลดแขวนบนแท่นหมุนจำนวน 3 ชิ้นก่อน จากนั้นจึงนำหลักการที่ได้นี้ไปใช้ในกรณีที่มีโหลดจำนวน n ชิ้นแขวนบนแท่นหมุนต่อไป



รูปที่ 2.4 แสดงกรณีที่พิจารณาโหลดจำนวน 3 ชิ้น

จากรูปที่ 2.4 สามารถหาแบบจำลองของระบบที่พิจารณาผลที่เกิดจากแรงเสียดทานและความไม่สมดุลเชิงกล โดยใช้กฎข้อที่ 2 ของนิวตันได้ดังนี้

$$M\ddot{x} + f_v\dot{x} + f_m + m_0gr_0 \sin(x) + m_1gr_1 \sin(x + \theta_1) + m_2gr_2 \sin(x + \theta_2) = u \quad (2.2)$$

จากคุณสมบัติทางตรีโกณมิติ $\sin(A+B) = \cos(A)\sin(B) + \sin(A)\cos(B)$ จะได้ว่า

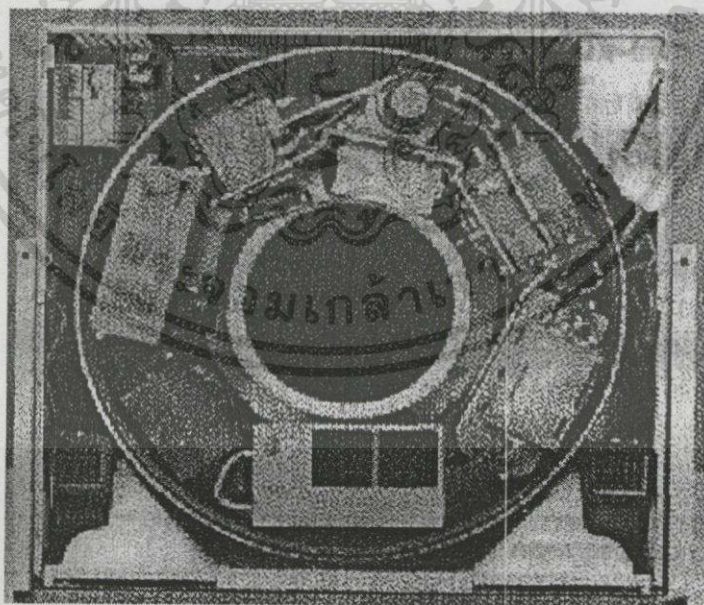
$$\begin{aligned} M\ddot{x} + f_v\dot{x} + f_m + m_0gr_0 \sin(x) \\ + m_1gr_1[\sin(x)\cos(\theta_1) + \sin(\theta_1)\cos(x)] \\ + m_2gr_2[\sin(x)\cos(\theta_2) + \sin(\theta_2)\cos(x)] = u \end{aligned} \quad (2.3)$$

จากนั้นจัดรูปสมการที่ 2.3 ใหม่โดยพิจารณารวมเทอมที่มี $\sin(x)$ เข้าด้วยกันและเทอมที่มี $\cos(x)$ เข้าด้วยกันจะได้

$$\begin{aligned} M\ddot{x} + f_v\dot{x} + f_m + \sin(x)[m_0gr_0 + m_1gr_1 \cos(\theta_1) + m_2gr_2 \cos(\theta_2)] \\ + \cos(x)[m_1gr_1 \sin(\theta_1) + m_2gr_2 \sin(\theta_2)] = u \end{aligned} \quad (2.4)$$

เมื่อกำหนดให้ $h = h_1 \sin(x) + h_2 \cos(x) = H^T P_2$, $H = [\sin(x) \quad \cos(x)]^T$, $P_2 = [h_1 \quad h_2]^T$, $h_1 = m_0gr_0 + m_1gr_1 \cos(\theta_1) + m_2gr_2 \cos(\theta_2)$ และ $h_2 = m_1gr_1 \sin(\theta_1) + m_2gr_2 \sin(\theta_2)$ จะทำให้สมการที่ 2.4 ลดรูปสมการได้ดังนี้

$$M\ddot{x} + f_v\dot{x} + f_m + h = u \quad (2.5)$$



รูปที่ 2.5 เครื่องถ่ายภาพตัดขวางต่างๆไป

สำหรับเครื่องถ่ายภาพตัดขวางต่างๆ ไปดังแสดงในรูปที่ 2.5 จะเห็นได้ว่ามีอุปกรณ์จำนวนมากที่แขวนอยู่บนแท่นหมุน ซึ่งในกรณีนี้จะพิจารณาว่ามีจำนวนเป็น n ชั้น จากนั้น ใช้วิธีการข้างต้นหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$M\ddot{x} + f_v\dot{x} + f_m + m_0gr_0 \sin(x) + g \sum_{i=1}^{n-1} m_i r_i \sin(x + \theta_i) = u \quad (2.6)$$

ซึ่งจะสามารถใช้หลักการข้างต้น ลดรูปสมการได้ดังสมการที่ 2.5 แต่ค่า h_1 และ h_2 จะมีค่าดังนี้

$$h_1 = m_0gr_0 + g \sum_{i=1}^{n-1} m_i r_i \cos(\theta_i) \quad (2.7)$$

$$h_2 = g \sum_{i=1}^{n-1} m_i r_i \sin(\theta_i)$$

จากกรณีที่พิจารณาไหลดจำนวน n ชั้น ที่แขวนอยู่บนแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง จะเห็นได้ว่า ระบบแท่นหมุนสามารถลดรูปสมการในส่วนของความไม่สมดุลเชิงกลให้เหลือเพียงสองเทอมได้ คือ $h_1 \sin(x)$ และ $h_2 \cos(x)$ ซึ่งจะส่งผลให้ สามารถออกแบบตัวควบคุมได้ง่ายยิ่งขึ้น ตลอดจนการประมาณค่าพารามิเตอร์ของระบบแบบแปรตามเวลา ในส่วนของกฎการปรับค่าสามารถกระทำได้ในเวลาสั้น เนื่องจากจำนวนเทอมที่พิจารณาในแบบจำลอง มีเพียงไม่กี่เทอม

2.3.2 แรงเสียดทานและแบบจำลองของแรงเสียดทาน

เนื่องจากวงล้อเหล็กและล้อครึ่งสี่เหลี่ยมมีน้ำหนักมาก ทำให้เกิดแรงกดที่ตำแหน่งรองรับวงล้อเหล็กหรือจุดรับน้ำหนักซึ่งประกอบไปด้วย พูลเลย์ สายพาน และลูกปืน แรงกดดังกล่าวเป็นสาเหตุของการเกิดแรงเสียดทานที่จุดสัมผัส หรือผิวสัมผัสของส่วนประกอบเชิงกลที่เคลื่อนที่ได้ เช่น หน้าสัมผัสระหว่างขอบวงล้อเหล็กกับลูกปืน หน้าสัมผัสระหว่างขอบวงล้อเหล็ก สายพานกับพูลเลย์ แรงเสียดทานที่กล่าวถึงนี้ จะมีคุณสมบัติด้านการเคลื่อนที่หรือด้านการหมุนของวงล้อเหล็ก ทำให้การควบคุมตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมของวงล้อเหล็กให้ผลผิดพลาดไปจากสัญญาณอ้างอิง ดังนั้น ในวิทยานิพนธ์เล่มนี้จะพิจารณาผลที่เกิดจากแรงเสียดทาน 3 ประเภท คือ แรงเสียดทานสถิตย์(static friction) แรงเสียดทานคูลอมป์(Coulomb friction) และแรงเสียดทานหนืด(viscous friction) [11][14] ดังนี้

ก. แรงเสียดทานสถิตย์ เป็นแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรงที่กระทำต่อวัตถุมีขนาดน้อยกว่าแรงเสียดทานสถิตย์สูงสุด (f_s) และในขณะที่เกิดแรงเสียดทานสถิตย์วัตถุจะหยุดนิ่งหรือมีความเร็วสัมพัทธ์เป็นศูนย์ ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$F_s = [f_{s+} \operatorname{sgn}(u) + f_{s-} (1 - \operatorname{sgn}(u))] \delta(\dot{x}) \quad (2.8)$$

โดยที่ f_{s+} เป็นแรงเสียดทานสถิตย์ที่เกิดขึ้นในทิศทางบวกของการเคลื่อนที่ ซึ่งมีขนาดเท่ากับแรงพยายาม แต่จะมีขนาดไม่เกินแรงเสียดทานสถิตย์สูงสุด ($f_{s+, \max}$) ในทิศทางเดียวกัน f_{s-} เป็นแรงเสียดทานสถิตย์ที่เกิดขึ้นในทิศทางลบของการเคลื่อนที่ ซึ่งมีขนาดเท่ากับแรงพยายาม แต่จะมีขนาดไม่เกินแรงเสียดทานสถิตย์สูงสุด ($f_{s-, \max}$) ในทิศทางเดียวกัน

$$\operatorname{sgn}(u) = \begin{cases} 1, & u \geq 0 \\ -1, & u < 0 \end{cases} \quad \text{คือตัวระบุเลือกทิศทางของแรงเสียดทานสถิตย์}$$

$$\delta(\dot{x}) = \begin{cases} 1, & \dot{x} = 0 \\ 0, & \dot{x} \neq 0 \end{cases} \quad \text{คือตัวระบุเลือกแรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานคลอมป์}$$

ข. แรงเสียดทานคลอมป์ เป็นแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นที่บริเวณผิวหน้าสัมผัสในขณะที่วัตถุมีการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสัมพัทธ์ไม่เท่ากับศูนย์และเป็นสัดส่วนกับแรงที่ตั้งฉากกับหน้าสัมผัส ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$F_c = [f_{c+} \operatorname{sgn}(\dot{x}) + f_{c-} (1 - \operatorname{sgn}(\dot{x}))] (1 - \delta(\dot{x})) \quad (2.9)$$

โดยที่ $f_{c+} = \mu |f_{n+}|$ เป็นแรงเสียดทานคลอมป์ที่เกิดขึ้นในทิศทางบวกของการเคลื่อนที่ $f_{c-} = \mu |f_{n-}|$ เป็นแรงเสียดทานคลอมป์ที่เกิดขึ้นในทิศทางลบของการเคลื่อนที่ f_{n+} คือ แรงที่ตั้งฉากกับหน้าสัมผัส เมื่อแทนหมุนเคลื่อนที่ในทิศทางบวก f_{n-} คือ แรงที่ตั้งฉากกับหน้าสัมผัส เมื่อแทนหมุนเคลื่อนที่ในทิศทางลบ μ คือ สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

$$\operatorname{sgn}(\dot{x}) = \begin{cases} 1, & \dot{x} \geq 0 \\ -1, & \dot{x} < 0 \end{cases} \quad \text{คือตัวระบุเลือกทิศทางของแรงเสียดทานคลอมป์}$$

ค. แรงเสียดทานหนืด เป็นแรงเสียดทานที่เกิดจากความหนืดของของเหลวที่สัมผัสกับพื้นผิวของแข็งและมีขนาดเป็นสัดส่วนโดยตรงกับความเร็ว เมื่อกำหนดให้ f_v คือสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานหนืด จะสามารถแสดงสมการของแรงเสียดทานหนืดได้ดังนี้

$$F_v = f_v \dot{x} \quad (2.10)$$

จากแรงเสียดทานทั้ง 3 ประเภทดังที่กล่าวมาข้างต้นที่ประกอบด้วย แรงเสียดทานหนืด แรงเสียดทานสถิตย์ และแรงเสียดทานคูลอมป์ สามารถเขียนเป็นสมการที่รวมแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นในระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางได้ดังนี้

$$F_v + f_m = f_v \dot{x} + [f_{c+} \operatorname{sgn}(\dot{x}) + f_{c-} (1 - \operatorname{sgn}(\dot{x}))](1 - \delta(\dot{x})) + [f_{s+} \operatorname{sgn}(u) + f_{s-} (1 - \operatorname{sgn}(u))]\delta(\dot{x}) \quad (2.11)$$

เมื่อ f_m คือแรงเสียดทานรวมระหว่างแรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานคูลอมป์ที่เกิดขึ้นในระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

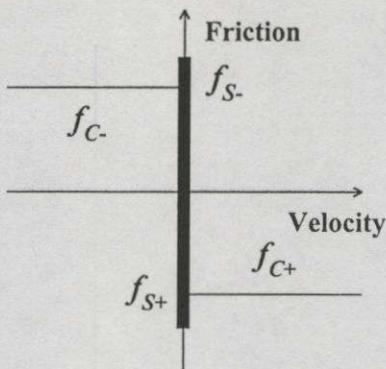
$$f_m = [f_{c+} \operatorname{sgn}(\dot{x}) + f_{c-} (1 - \operatorname{sgn}(\dot{x}))](1 - \delta(\dot{x})) + [f_{s+} \operatorname{sgn}(u) + f_{s-} (1 - \operatorname{sgn}(u))]\delta(\dot{x}) = F^T P_1 \quad (2.12)$$

โดยที่

$$P_1 = [f_{c+} \quad f_{c-} \quad f_{s+} \quad f_{s-}]^T$$

$$F = [\operatorname{sgn}(\dot{x})(1 - \delta(\dot{x})) \quad (1 - \operatorname{sgn}(\dot{x}))(1 - \delta(\dot{x})) \quad \operatorname{sgn}(u)\delta(\dot{x}) \quad (1 - \operatorname{sgn}(u))\delta(\dot{x})]^T$$

จากสมการที่ 2.12 ซึ่งเป็นสมการรวมระหว่างแรงเสียดทานคูลอมป์และแรงเสียดทานสถิตย์จะได้ว่า ในช่วงระยะเวลาที่โหลดเริ่มต้นเคลื่อนที่ออกจากจุดหยุดนิ่ง แรงเสียดทานคูลอมป์จะเกิดขึ้นที่บริเวณผิวหน้าสัมผัสของวัตถุทั้งสองซึ่งเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสัมพัทธ์ไม่เท่ากับศูนย์ และแรงเสียดทานดังกล่าวมีขนาดคงที่ไม่สัมพันธ์กับความเร็วสัมพัทธ์ข้างต้น และในขณะที่โหลดยังไม่เคลื่อนที่ จะได้ว่า มีแรงเสียดทานสถิตย์กระทำต่อโหลดในทิศทางตรงกันข้ามกับแรงพยายาม แรงเสียดทานสถิตย์มีขนาดเท่ากับแรงพยายาม ถ้าแรงพยายามมีขนาดเพิ่มขึ้นมากกว่าแรงเสียดทานสถิตย์สูงสุด โหลดจะเริ่มเคลื่อนที่และแรงเสียดทานสถิตย์จะไม่มีผลต่อการเคลื่อนที่ เพราะในขณะนี้แรงเสียดทานคูลอมป์เกิดขึ้นแทนที่แรงเสียดทานสถิตย์ นอกจากนี้ แรงเสียดทานรวมระหว่างแรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานคูลอมป์สามารถแสดงแบบจำลองได้ดังนี้



รูปที่ 2.6 แสดงแบบจำลองของแรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานคูลอมบ์ที่ใช้งาน

การควบคุมระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางด้วยตัวควบคุมแบบปรับค่าได้ จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องทราบถึงโครงสร้างหรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ และเพื่อที่จะทำให้เกิดการทำงานที่มีความเที่ยงตรงสูง จึงได้มีการพิจารณาผลของความไม่สมดุลเชิงกลและแรงเสียดทานเข้าไปในระบบ ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้นี้สามารถหาได้โดยใช้กฎข้อที่สองของนิวตัน ในส่วนของความไม่สมดุลเชิงกลที่เกิดจากการพิจารณาโหลดหรืออุปกรณ์ต่างๆ มากมายที่ติดตั้งอยู่บนแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง ก็สามารถลดรูปให้เหลือเพียงสองเทอมคือ $h_1 \sin(x)$ และ $h_2 \cos(x)$ ซึ่งจะส่งผลให้การออกแบบตัวควบคุมง่ายขึ้น ตลอดจนการประมาณค่าพารามิเตอร์ของระบบสามารถกระทำได้ในเวลาอันสั้น เนื่องจากจำนวนเทอมที่พิจารณามีเพียงไม่กี่เทอม

สำหรับส่วนของแรงเสียดทานนั้น ในวิทยานิพนธ์นี้ได้พิจารณาผลของแรงเสียดทานสามประเภท คือ แรงเสียดทานสถิตย์ที่เกิดขึ้นเมื่อระบบเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสัมพัทธ์ที่เท่ากับศูนย์ แรงเสียดทานคูลอมบ์ที่เกิดขึ้นเมื่อระบบเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสัมพัทธ์ที่ไม่เท่ากับศูนย์และเป็นสัดส่วนกับแรงที่ตั้งฉากกับหน้าสัมผัส และแรงเสียดทานหนืดซึ่งเป็นแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นเมื่อระบบเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสัมพัทธ์ที่ไม่เท่ากับศูนย์เช่นเดียวกับแรงเสียดทานคูลอมบ์ แต่จะมีขนาดเป็นสัดส่วนกับความเร็วสัมพัทธ์ดังกล่าว ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้จะถูกนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมในลำดับต่อไป

บทที่ 3

การออกแบบตัวควบคุม

3.1 บทนำ

บทนี้จะกล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทนเพื่อใช้ในการควบคุมระบบ แทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง ซึ่งเป็นระบบที่มีคุณลักษณะไม่เป็นเชิงเส้นของแรงเสียดทาน และความไม่สมดุลเชิงกลอยู่ด้วย โดยตัวควบคุมดังกล่าวได้รับการปรับปรุงโครงสร้างจากตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้[4] จุดเด่นของตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทนที่ออกแบบนี้คือกฎการควบคุมของตัวควบคุมมีส่วนชดเชยแรงเสียดทานและความไม่สมดุลเชิงกลที่เกิดขึ้นจริงในระบบ และใช้อัตราเร่งเชิงมุมที่ต้องการของสัญญาณอ้างอิง เป็นข้อมูลส่วนหนึ่งของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาในกฎการปรับค่า แทนความเร่งที่ได้จากการคำนวณอนุพันธ์เชิงเลขอันดับสองของตำแหน่งเชิงมุม ทำให้ลดผลของสัญญาณรบกวนซึ่งถูกขยายขนาดจากการคำนวณแบบเชิงเลข โดยไม่ต้องใช้อุปกรณ์ตรวจวัดปริมาณความเร่งของผลตอบสนองที่มีราคาแพง เพื่อให้งานควบคุมตำแหน่งและความเร็วในระบบเซอร์โวมีความแม่นยำสูง นอกจากนี้ กฎการควบคุมยังประกอบด้วย ส่วนของตัวควบคุมแบบคงทนซึ่งจะช่วยชดเชยการควบคุมระบบของตัวควบคุมแบบปรับค่าได้ใน ช่วงแรกของการควบคุมที่ตัวควบคุมแบบปรับค่าได้ยังไม่สามารถเรียนรู้ค่าพารามิเตอร์ได้ดีพอ

ในขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุม จะเริ่มต้นจากการกำหนดกฎการควบคุมที่สอดคล้องกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง การหาสมการระบบปิด การกำหนดฟังก์ชันลียาปูนอฟ ที่ใช้ตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิด การหาเงื่อนไขที่ทำให้เกิดเสถียรภาพพร้อมกับการหากฎการปรับค่า และการใช้บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาราลัดพิสุจน์เสถียรภาพของระบบปิด สำหรับแนวความคิดและขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ตลอดจนตัวอย่างพื้นฐาน จะกล่าวในหัวข้อต่อไป

3.2 การปรับค่าเกนของส่วนป้อนกลับด้วยวิธีการควบคุมที่ดีที่สุด

เนื่องจากตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทนที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ มีส่วนป้อนกลับที่เป็นตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม ดังนั้น ในการปรับค่าเกนของส่วนป้อนกลับของตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทนจึงสามารถใช้วิธีการควบคุมที่ดีที่สุดได้ โดยเริ่มต้นจากการพิจารณาแบบจำลองของระบบแทนหมุนที่ไม่รวมผลของความไม่สมดุลเชิงกลและแรงเสียดทานซึ่งเกิดขึ้นในระบบ จากนั้นจัดรูปสมการของแบบจำลองของระบบแทนหมุน ให้อยู่ในรูปสมการปริภูมิสถานะ(state space equation) ที่มีความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมและความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมเป็นตัวแปรสถานะ โดยสมมุติว่าสัญญาณอ้างอิงที่ใช้งานมีความเรียบ(smooth)เพียงพอ จากนั้น กำหนดให้เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สัญญาณอินพุตของระบบเปิดคือสัญญาณเอาต์พุตของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิม และใช้สมการรีกคัตติค่านวนหาค่าเกนพีดีของตัวควบคุม[6] ซึ่งเป็นค่าเกนที่ให้สมรรถนะ(performance)ในการควบคุมที่ดีที่สุดของการถ่วงน้ำหนักระหว่างการลู่เข้าหาสัญญาณอ้างอิงของผลตอบสนองและการประหยัดพลังงาน ในส่วนของฟังก์ชันถ่ายโอนของแบบจำลองเชิงเส้นของระบบแทนหมุน จะถูกเขียนได้ดังนี้

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{1}{s(Ms + f_v)} = \frac{\alpha}{s(s + \beta)} \quad (3.1)$$

โดยที่ $\alpha = 1/M$ และ $\beta = f_v/M$ ซึ่งค่าพารามิเตอร์ M และ f_v เป็นค่าคงที่ จากนั้นทำการแปลงลาปลาซผกผัน สมการที่ (3.1) ให้อยู่ในรูปสมการอนุพันธ์จะได้

$$\ddot{x}(t) + \beta\dot{x}(t) = \alpha u(t) \quad (3.2)$$

จากนั้นจัดสมการที่(3.2) ให้อยู่ในรูปสมการปริภูมิสถานะที่อธิบายตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมของผลตอบสนองเป็นตัวแปรสถานะ ซึ่งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3.3)$$

โดยที่ $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\beta \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \end{bmatrix}$ และ $x(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}$

เมื่อพิจารณาความผิดพลาดของผลตอบสนองซึ่งอยู่ในรูปเวกเตอร์ จะเขียนได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}(t) \\ \ddot{\tilde{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{x}_d(t) \\ \ddot{x}_d(t) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

จากนั้น แทนค่าสมการที่(3.4) ลงในสมการที่(3.3) จะได้

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}(t) \\ \ddot{\tilde{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \end{bmatrix} u(t) - \begin{bmatrix} \dot{x}_d(t) \\ \ddot{x}_d(t) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

เนื่องจาก $x(t) = \tilde{x}(t) + x_d(t)$ และ $\dot{x}(t) = \dot{\tilde{x}}(t) + \dot{x}_d(t)$ ผลจากการแทนค่าลงในสมการที่ (3.5) และจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}(t) \\ \ddot{\tilde{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ \dot{\tilde{x}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \alpha \end{bmatrix} u(t) - \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \dot{x}_d(t) + \ddot{x}_d(t) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

เพื่อให้ง่ายต่อการหาค่าเกณฑ์ดีของตัวควบคุม ในการควบคุมการหมุนของระบบปิดจะสมมุติว่าสัญญาณอ้างอิงมีความเรียบเพียงพอที่ทำให้อัตราการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณดังกล่าวเทียบกับเวลามีค่าเท่ากับศูนย์ นั่นคือ $\beta \dot{x}_d(t) + \ddot{x}_d(t) = 0$ จากนั้น กำหนดให้สัญญาณควบคุม $u(t)$ มีสมการเป็น

$$u(t) = -K\tilde{x}(t) \quad (3.7)$$

โดยที่ $K = [K_p \quad K_d]$ และเป็นผลเฉลยของปัญหาการควบคุมที่ดีที่สุด

$$J = \int_0^{\infty} (\tilde{x}^T Q \tilde{x} + u^T R u) dt \quad (3.8)$$

เมื่อ Q, R เป็นเมตริกซ์ชนิด Positive Definite และถ้าปัญหาการควบคุมที่ดีที่สุด มีผลเฉลย K แล้วด้วยค่า K ดังกล่าวจะส่งผลให้ $\tilde{x}(t)$ เข้าสู่ศูนย์ได้ เมื่อพิจารณาโครงสร้างของระบบจะสามารถวิเคราะห์ได้ว่าเป็นระบบที่สามารถควบคุมได้ ซึ่งเป็นเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับการมีอยู่ของ K ที่ต้องการ สำหรับค่า K นั้นสามารถหาได้จากสูตร

$$K = R^{-1} B^T P \quad (3.9)$$

โดยที่เมตริกซ์ P เป็นเมตริกซ์สมมาตร ที่ได้จากการแก้สมการริคคัตติ (Riccati equation)

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (3.10)$$

จากสมการที่ (3.7) ซึ่งสัญญาณควบคุม $u(t)$ ที่ได้จะอยู่ในรูป

$$u(t) = -\{K_p \tilde{x}(t) + K_d \dot{\tilde{x}}(t)\} \quad (3.11)$$

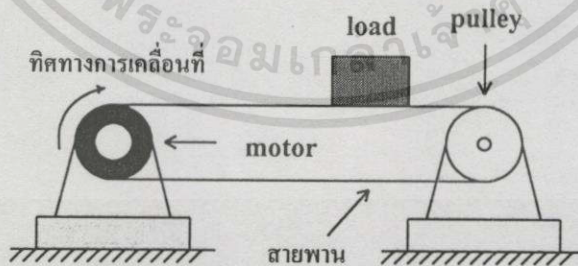
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งจะอยู่ในรูปแบบของตัวควบคุมพีดีนั่นเอง และในขั้นตอนต่อไปจะเป็นการกำหนดเมตริกซ์ Q และ R เพื่อใช้ในการหาค่าเกณฑ์ดี ตลอดจนนำค่าเกณฑ์ดีชุดต่างๆ ที่หาได้มาทดสอบกับระบบ แทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางและนำค่าเกณฑ์ดีชุดที่ให้ผลตอบสนองที่ดีที่สุด ไปใช้ในส่วน ป้อนกลับของตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน ซึ่งรายละเอียดจะแสดงในบทที่ 4

3.3 แนวความคิดและตัวอย่างพื้นฐานในการออกแบบตัวควบคุมแบบปรับค่าได้

เนื่องจากทฤษฎีและความรู้ต่างๆ ในสาขาระบบควบคุมนั้น ส่วนใหญ่จะถูกคิดขึ้นมา สำหรับระบบแบบเป็นเชิงเส้น แต่ในความเป็นจริงแล้ว ระบบที่มีอยู่มักจะเป็นระบบแบบไม่เป็นเชิงเส้น ซึ่งจะส่งผลให้ทฤษฎีและความรู้ดังกล่าว ไม่สามารถนำมาใช้ให้เกิดประสิทธิภาพได้ ฉะนั้นวิธีการหนึ่งในการแก้ปัญหา ก็คือการศึกษาถึงคุณลักษณะต่างๆ ของระบบที่ต้องการจะควบคุม จากนั้น นำความรู้ที่ได้จากการศึกษาคุณลักษณะของระบบดังกล่าวมาชดเชย เพื่อที่จะทำให้ระบบแบบไม่เป็นเชิงเส้นถูกประมาณให้เป็นระบบแบบเป็นเชิงเส้น ซึ่งความสามารถในการเรียนรู้ดังกล่าวจะมีในตัวควบคุมแบบปรับค่าได้[5][7][8][10][11]

ตัวควบคุมแบบปรับค่าได้ เป็นตัวควบคุมที่มีความสามารถในการเรียนรู้ค่าพารามิเตอร์ของระบบที่มีโครงสร้างหรือสามารถเขียนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ โดยพารามิเตอร์เหล่านี้จะมีการปรับค่าในระหว่างการควบคุม ในลำดับต่อไปเป็นตัวอย่างในการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐานสำหรับระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์ที่พิจารณาผลของแรงเสียดทานหนืด จากนั้นจะนำแนวคิดในการออกแบบตัวควบคุมดังกล่าว ไปใช้กับระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง โดยมีการปรับปรุงโครงสร้างของกฎการควบคุมด้วยการเพิ่มส่วนของตัวควบคุมแบบคงทนเข้าไป ซึ่งรายละเอียดจะกล่าวในหัวข้อ 3.4 ต่อไป



รูปที่ 3.1 แสดงระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์

จากระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์ที่พิจารณาผลของแรงเสียดทานหนืด จะสามารถเขียนเป็นสมการระบบเปิดได้ดังนี้

$$M\ddot{x} + f_v\dot{x} = u \quad (3.12)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- เมื่อ M คือ มวลรวมของระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์
 f_v คือ สัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานหนืดที่เกิดขึ้นในระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์
 u คือ สัญญาณอินพุตที่ป้อนเข้าวงจรขับ
 x คือ ตำแหน่งของโหลด

เนื่องจากผลตอบสนองของตำแหน่งที่ได้จากการควบคุมการเคลื่อนที่ของโหลดที่วางอยู่บนสายพานของระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์ จะเกิดความผิดพลาดเมื่อเปรียบเทียบกับสัญญาณอ้างอิง ซึ่งความผิดพลาดดังกล่าวจะเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\tilde{x} = x - x_d \quad (3.13)$$

โดยที่ x_d คือตำแหน่งของโหลดที่ต้องการ (desired position) และ \tilde{x} คือความผิดพลาดของผลตอบสนองทางตำแหน่งของโหลด

จุดมุ่งหมายในการควบคุมระบบการลำเลียงผลิตภัณฑ์ ก็คือ การทำให้ผลตอบสนองของตำแหน่งและอัตราเร็วของ โหลดที่อยู่บนสายพาน มีทิศทางสู่เข้าหาตำแหน่งและอัตราเร็วของสัญญาณอ้างอิงพร้อมกันตามลำดับ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือการควบคุมให้ความผิดพลาดของผลตอบสนองของตำแหน่งและอัตราเร็วเข้าสู่ศูนย์พร้อมกัน ดังนั้น ระบบดังกล่าวจะมีเส้นทางการเลื่อน (sliding line) E ดังนี้

$$E = \dot{\tilde{x}} + \lambda \tilde{x} \quad (3.14)$$

โดยที่ $\lambda > 0$ จากนั้นแทน \tilde{x} ด้วย $\dot{x} - \dot{x}_d$ จะได้

$$E = \dot{x} - \dot{x}_d + \lambda \tilde{x} = \dot{x} - x_r \quad (3.15)$$

โดยที่ $x_r = \dot{x}_d - \lambda \tilde{x}$ คือ สัญญาณอ้างอิงเทียม (virtual reference trajectory) เมื่อมาหาอนุพันธ์ของสมการที่ 3.15 เทียบกับเวลา และนำตัวแปร \tilde{x} ที่ได้ไปแทนในสมการที่ 3.12 พร้อมกับจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$M\dot{E} + f_v E = u - M\dot{x}_r - f_v x_r \quad (3.16)$$

จากนั้น เลือกฎการควบคุมที่มีพารามิเตอร์ทุกตัวถูกประมาณค่าแบบแปรตามเวลา และสอดคล้องกับเทอมทุกเทอมทางด้านขวามือของสมการที่ 3.16 จะได้ดังนี้

$$u = \hat{M}\dot{x}_r + \hat{f}_v x_r - K_d E \quad (3.17)$$

แทนกฎการควบคุม ลงในสมการระบบเปิด(สมการที่ 3.12)จะได้สมการระบบปิดดังนี้

$$M\ddot{x} + f_v \dot{x} = \hat{M}\dot{x}_r + \hat{f}_v x_r - K_d E \quad (3.18)$$

ลบทั้งสองข้างของสมการที่ 3.18 ด้วย $\hat{M}\dot{x}_r + \hat{f}_v x_r$ แล้วจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$ME + (f_v + K_d)E = Y^T \tilde{p} \quad (3.19)$$

โดยที่ $Y = [\dot{x}_r \quad x_r]^T$ เป็นเวกเตอร์ของปริมาณที่สามารถวัดค่าได้

$\tilde{p} = [\tilde{M} \quad \tilde{f}_v]^T$ เป็นเวกเตอร์ของค่าความผิดพลาดในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลา

$\tilde{M} = \hat{M} - M$ และ $\tilde{f}_v = \hat{f}_v - f_v$ เป็นค่าความผิดพลาดในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลา ของ โมเมนต์ความเฉื่อยและแรงเสียดทานหนืดตามลำดับ

ขั้นตอนต่อไปเป็นการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบวงปิดและการสร้างกฎการปรับค่าที่สอดคล้องกับทฤษฎีเสถียรภาพของลียาปูนอฟ ซึ่งจะเริ่มต้นจากการกำหนดฟังก์ชันของลียาปูนอฟที่ใช้ในการตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิดได้ดังนี้

$$V = \frac{1}{2} ME^2 + \frac{1}{2} \tilde{p}^T \Gamma^{-1} \tilde{p} \geq 0 \quad (3.20)$$

โดยที่ Γ^{-1} คือเมตริกซ์สมมาตรที่มีคุณสมบัติจำกัดบวก(positive definite) จากนั้นทำการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันลียาปูนอฟในสมการที่ 3.20 เทียบกับเวลา นั่นคือ

$$\begin{aligned} \dot{V} &= ME\dot{E} + \tilde{p}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{p}} \\ &= \{-(f_v + K_d)E + Y^T \tilde{p}\} E + \tilde{p}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{p}} \\ &= -(f_v + K_d)E^2 + \tilde{p}^T (YE + \Gamma^{-1} \dot{\tilde{p}}) \end{aligned} \quad (3.21)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และเพื่อให้ระบบปิดมีเสถียรภาพตามทฤษฎีเสถียรภาพของเลียปูนอฟ กล่าวคือ $V \geq 0$ และ $\dot{V} \leq 0$ ดังนั้น จึงกำหนดให้เทอมที่สองของสมการที่ 3.21 มีค่าเท่ากับศูนย์ ทำให้ได้อนุพันธ์ของฟังก์ชันเลียปูนอฟที่ถูกลดรูปสมการและกฎการปรับค่าดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \dot{V} &= -(f_v + K_d)E^2 \leq 0 \\ \dot{p} &= -\Gamma YE \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

เมื่อกำหนดให้ $\Gamma = \text{diag}[\gamma_1 \quad \gamma_2]$ เป็นเมตริกซ์ของค่าเกนในกฎการปรับค่า จะสามารถขยายสมการของกฎการปรับค่า ($\dot{p} = -\Gamma YE$) ให้อยู่ในรูปของอนุพันธ์ของพารามิเตอร์ที่ถูกประมาณค่าแบบแปรตามเวลาดังสมการที่ 3.23 ซึ่งจะเป็นสมการที่ถูกนำไปใช้ในการหาพารามิเตอร์ของส่วนป้อนล่วงหน้าในลำดับต่อไป

$$\left. \begin{aligned} \dot{M} &= \dot{\hat{M}} = -\gamma_1 \dot{x}_r E \\ \dot{f}_v &= \dot{\hat{f}}_v = -\gamma_2 x_r E \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

3.4 การออกแบบตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน

จากขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้พื้นฐานที่ได้นำเสนอในข้างต้นนั้น จะถูกนำมาประยุกต์ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน ดังสมการที่ 3.24

$$\begin{aligned} u(t) &= \hat{M}\dot{x}_r + \hat{f}_v x_r + \hat{f}_m + \hat{h} - K_d E - \rho \tanh[(a+bt)E] \\ &= Y^T \hat{p} - K_d E - \rho \tanh[(a+bt)E] \end{aligned} \quad (3.24)$$

เมื่อเทอม $Y^T \hat{p}$ เป็นส่วนป้อนล่วงหน้า[15]ซึ่งทำหน้าที่ชดเชยคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น และคุณลักษณะที่เป็นเชิงเส้นของระบบแทนหมุน เทอม $K_d E$ เป็นส่วนของตัวควบคุมป้อนกลับแบบเป็นเชิงเส้น ซึ่งในที่นี้จะทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมเพราะ

$$\begin{aligned} K_d E &= K_d (\dot{x} + \lambda \bar{x}) \\ &= K_d \dot{x} + K_d \lambda \bar{x} \end{aligned} \quad (3.25)$$

เมื่อ $K_p = K_d \lambda$ และ $K_D = K_d$ เป็นเกนของตัวควบคุมพีดีตามลำดับ และ $\rho \tanh[(a+bt)E]$ [13]เป็นส่วนของตัวควบคุมแบบคงทน กำหนดให้ a และ b เป็นค่าคงที่บวก สำหรับ $\rho \geq 0$ เป็นฟังก์ชันขอบเขตบน (upper bounding function) ของตัวควบคุมแบบคงทน โดยที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\rho = |Y|^T \tilde{p}^*$$

$$|Y| = \begin{bmatrix} |\dot{x}_r| & |\dot{x}_r| & |\operatorname{sgn}(\dot{x})| & |1 - \operatorname{sgn}(\dot{x})| & |\sin(x)| & |\cos(x)| \end{bmatrix}^T$$

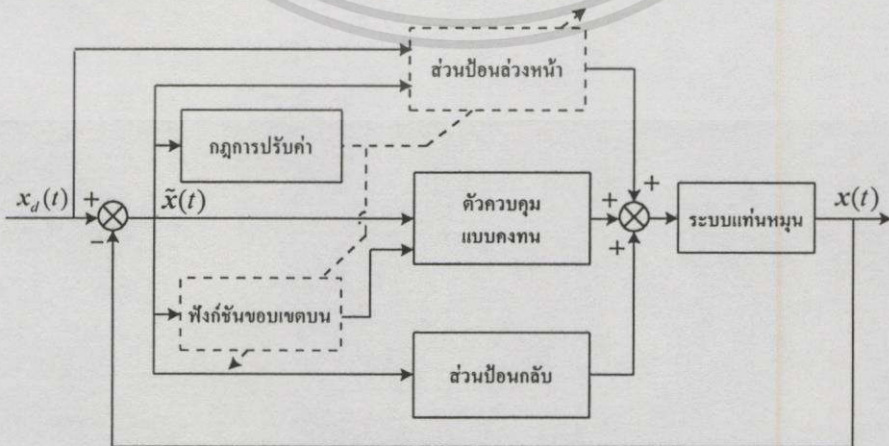
$$\tilde{p}^* = \begin{bmatrix} \tilde{M}^* & \tilde{f}_v^* & \tilde{f}_{c+}^* & \tilde{f}_{c-}^* & \tilde{h}_1^* & \tilde{h}_2^* \end{bmatrix}^T \quad (3.26)$$

$$\tilde{M}^* > |\tilde{M}|, \tilde{f}_v^* > |\tilde{f}_v|, \tilde{f}_{c+}^* > |\tilde{f}_{c+}|,$$

$$\tilde{f}_{c-}^* > |\tilde{f}_{c-}|, \tilde{h}_1^* > |\tilde{h}_1|, \tilde{h}_2^* > |\tilde{h}_2|$$

จากสมการที่ 3.26 ถ้า $\tilde{p}^* = 0 \rightarrow \rho = 0$ ด้วย ซึ่งหมายความว่า ถ้าค่าพารามิเตอร์ของระบบที่ได้จากการประมาณค่าแบบแปรตามเวลา มีค่าเข้าใกล้ค่าจริงของพารามิเตอร์มากเท่าใด ค่า ρ ก็จะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์มากเท่านั้น

เนื่องจากในส่วนป้อนล่วงหน้าของตัวควบคุมแบบปรับค่าได้ มีการเรียนรู้ค่าพารามิเตอร์ของระบบเพื่อใช้ในการชดเชยคุณลักษณะที่เป็นเชิงเส้นและคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น แต่ในช่วงแรกของการควบคุมนั้น ตัวควบคุมแบบปรับค่าได้มีการเรียนรู้ค่าพารามิเตอร์ยังไม่ดีพอ กล่าวคือค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าแบบแปรตามเวลามีค่าต่างจากพารามิเตอร์จริงของระบบเป็นค่าที่มาก ดังนั้น ผลตอบสนองในการติดตามสัญญาณอ้างอิงของระบบปิดในช่วงนี้ จึงไม่ดีเท่าที่ควร และเมื่อพิจารณาเพิ่มส่วนของตัวควบคุมแบบคงทนเข้าไปในกฎการควบคุม ซึ่งตัวควบคุมแบบคงทนที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ จะให้สัญญาณควบคุมที่มีขนาดใหญ่เมื่อความผิดพลาดในการประมาณค่าของพารามิเตอร์มีค่ามาก จะทำให้ตัวควบคุมแบบคงทนเข้าไปเสริมความสามารถในการควบคุมระบบของตัวควบคุมแบบปรับค่าได้ ในช่วงที่ยังเรียนรู้ค่าพารามิเตอร์ยังไม่ดีพอและเมื่อความผิดพลาดในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลามีค่าลดลง (ตัวควบคุมแบบปรับค่าได้มีการเรียนรู้พารามิเตอร์ได้ดีขึ้น) ความสามารถในการควบคุมระบบจะลดลงด้วยเพราะค่าเกนของตัวควบคุมแบบคงทนเป็นฟังก์ชันของค่าความผิดพลาดในการประมาณค่าพารามิเตอร์ ดังแสดงในสมการที่ 3.26



รูปที่ 3.2 โครงสร้างของระบบวงปิดที่ใช้ตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนต่อไปเป็นการหาสมการระบบปิดของระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง ดังแสดงในรูปที่ 3.2 ซึ่งสามารถทำได้โดยการนำกฎการควบคุมในสมการที่ 3.24 แทนลงในสมการระบบเปิด(สมการที่ 2.1)จะได้

$$M\ddot{x} + f_v\dot{x} + f_m(x, \dot{x}) + h = \hat{M}\ddot{x}_r + \hat{f}_v\dot{x}_r + \hat{f}_m(x, \dot{x}) + \hat{h} - K_d E - \rho \tanh[(a + bt)E] \quad (3.27)$$

จากนั้นลบทั้งสองข้างของสมการที่ 3.27 ด้วย $M\ddot{x}_r + f_v\dot{x}_r$ แล้วจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$M\dot{E} + f_v E + K_d E + \rho \tanh[(a + bt)E] = Y^T \tilde{p} \quad (3.28)$$

โดยที่ $Y = [\dot{x}_r \quad x_r \quad F^T(x, \dot{x}) \quad H^T(x)]^T$ เป็นเวกเตอร์ของปริมาณที่สามารถวัดค่าได้
 $\tilde{p} = [\tilde{M} \quad \tilde{f}_v \quad \tilde{P}_1^T \quad \tilde{P}_2^T]^T$ เป็นเวกเตอร์ของค่าความผิดพลาดในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลา

เนื่องจากการออกแบบตัวควบคุมดังกล่าว มีจุดประสงค์เพื่อให้ผลตอบสนองของตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมเข้าสู่ตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมที่ต้องการของสัญญาณอ้างอิงตามลำดับ โดยใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของระบบแบบแปรตามเวลา ในขณะเดียวกัน วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ข้างต้น จะต้องสอดคล้องกับการรักษาเสถียรภาพของระบบปิด ดังนั้น การตรวจสอบเสถียรภาพ จะพิจารณาถึงการเข้าสู่หาศูนย์ของความผิดพลาดผลตอบสนองที่กล่าวถึง และความจำเป็นของการเข้าสู่หาศูนย์หรือการเข้าสู่หาค่าคงที่ใดๆของความผิดพลาดในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาซึ่งจะกล่าวถึงในหัวข้อต่อไป

3.5 การตรวจสอบเสถียรภาพและการได้มาของกฎการปรับค่าของระบบปิด

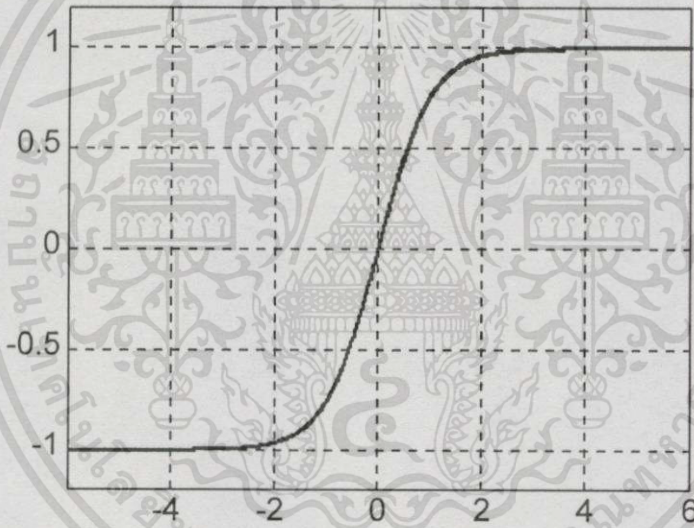
นอกจากจุดประสงค์ในการควบคุมให้ระบบมีสมรรถนะที่ดีแล้ว เสถียรภาพของระบบปิดก็เป็นสิ่งสำคัญอันดับแรกที่เราควรพิจารณา เพราะในการนำตัวควบคุมไปใช้งาน หากตัวควบคุมดังกล่าวไม่สามารถรับประกันเสถียรภาพของระบบปิดได้ จะทำให้ไม่สามารถนำตัวควบคุมไปใช้งานกับระบบต่างๆไปได้ กล่าวคือสามารถใช้กับบางระบบที่มีเสถียรภาพอยู่แล้วเท่านั้นและก็จะให้ช่วงการทำงานที่แคบ สำหรับการตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิดของระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง ซึ่งนำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ สามารถแสดงได้ดังนี้

กำหนดให้พลังงานเสมือนหรือฟังก์ชันลียาปูนอฟ ที่ใช้ในการตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิด จากสมการที่ 3.28 (สมการระบบปิด) ได้ดังนี้

$$V = \frac{1}{2}ME^2 + \frac{1}{2}\tilde{p}^T\Gamma^{-1}\tilde{p} \geq 0 \quad (3.29)$$

จากนั้น ทำการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันลียาปูนอฟในสมการที่ 3.29 เทียบกับเวลา นั่นคือ

$$\begin{aligned} \dot{V} &= ME\dot{E} + \tilde{p}^T\Gamma^{-1}\dot{\tilde{p}} \\ &= E\left\{-(f_v + K_D)E - \rho \tanh[(a+bt)E] + Y^T\tilde{p}\right\} + \tilde{p}^T\Gamma^{-1}\dot{\tilde{p}} \\ &= -(f_v + K_D)E^2 - \rho E \tanh[(a+bt)E] + \tilde{p}^T(YE + \Gamma^{-1}\dot{\tilde{p}}) \end{aligned} \quad (3.30)$$



รูปที่ 3.3 กราฟของฟังก์ชันไฮเปอร์โบลิกแทนเจนต์

เนื่องจาก เรนจ์(range)และ โดเมน(domain)ของฟังก์ชัน ไฮเปอร์โบลิกแทนเจนต์ (hyperbolic tangent) จะมีเครื่องหมายเหมือนกันเสมอ ดังแสดงในรูปที่ 3.3 ทำให้เทอมที่สองของสมการที่ 3.30 มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์เท่านั้น และเพื่อให้ระบบปิดมีเสถียรภาพตามทฤษฎีเสถียรภาพของลียาปูนอฟ กล่าวคือ $V \geq 0$ และ $\dot{V} \leq 0$ ดังนั้น จึงกำหนดให้เทอมที่สามของสมการที่ 3.30 มีค่าเท่ากับศูนย์ ซึ่งทำให้ได้อนุพันธ์ของฟังก์ชันลียาปูนอฟที่ถูกลดรูปสมการ(สมการที่ 3.31) และกฎการปรับค่า(สมการที่ 3.32) ดังนี้

$$\dot{V} = -(f_v + K_D)E^2 - \rho E \tanh[(a + bt)E] \leq 0 \quad (3.31)$$

$$\dot{p} = -\Gamma YE \quad (3.32)$$

และมีอัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังเสมือนเทียบกับเวลาดังนี้

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -2(f_v + K_d)E\dot{E} - \rho\dot{E} \tanh[(a + bt)E] \\ & - \rho E \left\{ (1 - \tanh^2[(a + bt)E]) \cdot ((a + bt)\dot{E} + Eb) \right\} \end{aligned} \quad (3.33)$$

ขั้นตอนต่อไป เป็นการแสดงให้เห็นว่า ความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุม และอัตราเร็วเชิงมุม ลู่เข้าหาศูนย์ เมื่อเวลาผ่านไป ($t \rightarrow \infty$) โดยจะวิเคราะห์จากตัวแปร E เพราะ ถ้าตัวแปร E ลู่เข้าหาศูนย์แล้ว จะทำให้ $\dot{x} \rightarrow 0$ และ $\dot{x} \rightarrow 0$ ด้วย

การลู่เข้าหาศูนย์ของตัวแปร E จะเกิดจากอนุพันธ์อันดับหนึ่งในสมการที่ 3.31 มีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ($\dot{V} \rightarrow 0$) นั่นคือ ถ้าสามารถพิสูจน์ได้ว่า เมื่อเวลาผ่านไป ($t \rightarrow \infty$) \dot{V} มีค่าลู่เข้าหาศูนย์แล้ว ตัวแปร E ก็จะลู่เข้าหาศูนย์ และเมื่ออ้างอิงบทวิเคราะห์ของบาราลต์และความจริงข้อที่ 3 ของคุณสมบัติเชิงอะซิมโทติกของฟังก์ชัน จะได้ว่าเงื่อนไขที่ทำให้ \dot{V} มีค่าลู่เข้าหาศูนย์คือ

1. ฟังก์ชันลียาปูนอฟ $V(t)$ มีขอบล่าง
2. อนุพันธ์ของฟังก์ชันลียาปูนอฟ $\dot{V}(t)$ มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ตลอดเวลา
3. อนุพันธ์ของฟังก์ชันลียาปูนอฟ $\dot{V}(t)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป ตลอดช่วงระยะเวลาของการควบคุม ซึ่งคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูปดังกล่าวเกิดจากอัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังเสมือน ($\dot{V}(t)$) มีขนาดจำกัดตลอดช่วงระยะเวลาข้างต้น

จากสมการที่ 3.33 ถ้าตัวแปร E และ ตัวแปร \dot{E} มีขนาดจำกัด จะทำให้อัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังเสมือนเทียบกับเวลา มีขนาดจำกัดด้วย และการแสดงให้เห็นว่า ตัวแปร E และ ตัวแปร \dot{E} มีขนาดจำกัด จะเริ่มจากการพิจารณาพลังงานเสมือนในสมการที่ 3.29 เนื่องจากพลังงานเสมือนมีเทอมทางด้านขวามือของสมการประกอบด้วยกำลังสองของตัวแปร E และกำลังสองของความผิดพลาดในการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลา ($\tilde{p}^T \Gamma^{-1} \tilde{p}$) จะทำให้พลังงานเสมือนมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับศูนย์ตลอดเวลา นั่นคือ พลังงานเสมือนมีขอบเขตล่าง

เมื่อพิจารณาพลังงานเสมือนที่มีขอบเขตล่างและกำลังเสมือนในสมการที่ 3.31 พร้อมกัน จะได้ว่า พลังงานเสมือนมีขนาดจำกัดตลอดเวลา ซึ่งสอดคล้องกับความจริงข้อที่สามของคุณสมบัติเชิงอะซิมโทติกของฟังก์ชันสเกลลาร์ในภาคผนวก ก. และส่งผลให้ ตัวแปร E และ $\|\tilde{p}\|$ มีขนาดจำกัด

เนื่องจาก $\lambda > 0$ จะได้ว่าตัวแปร E มีคุณสมบัติของเสถียรภาพแบบสัญญาณอินพุตและสัญญาณเอาต์พุตที่มีขอบเขตจำกัด และมีเสถียรภาพเชิงอะซิมโทติก[15] นั่นคือ เมื่อตัวแปร E มีขนาดจำกัด จะทำให้ความผิดพลาดของผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุม (\tilde{x}) และอัตราเร็วเชิงมุม ($\dot{\tilde{x}}$) มีขนาดจำกัดกล่าวคือ E มีขนาดจำกัด และ $\lambda > 0$ แล้ว \tilde{x} และ $\dot{\tilde{x}}$ มีขนาดจำกัด

เนื่องจากสัญญาณอ้างอิงที่ใช้ (x_d, \dot{x}_d และ \ddot{x}_d) มีขนาดจำกัดเป็นผลให้สัญญาณอ้างอิงเทียบ (x_r และ \dot{x}_r) มีขนาดจำกัด(ทำให้เวกเตอร์ Y มีขนาดจำกัดด้วย) ซึ่งจากสมการระบบปิด(สมการที่ 3.28) เมื่อตัวแปร E Y และ $\|\tilde{p}\|$ มีขนาดจำกัด จะส่งผลให้ \dot{E} มีขนาดจำกัด

นั่นคือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของกำลังเสมือน $\dot{V}(t)$ มีขนาดจำกัด (กำลังเสมือน $\dot{V}(t)$ มีคุณสมบัติความต่อเนื่องแบบเอกรูป) ดังนั้น เมื่อเวลาผ่านไป ($t \rightarrow \infty$) กำลังเสมือนจะลู่เข้าหาศูนย์ ($\dot{V} \rightarrow 0$) ซึ่งเป็นไปตามบทวิเคราะห์ของบาวาลิต และเป็นผลให้ตัวแปร E ลู่เข้าหาศูนย์เช่นเดียวกัน ($E \rightarrow 0$) รวมถึงความผิดพลาดของผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุม จะลู่เข้าหาศูนย์พร้อมกัน ($\tilde{x} \rightarrow 0$ และ $\dot{\tilde{x}} \rightarrow 0$) ในขณะเดียวกันพลังงานเสมือนจะลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่ง ($V \rightarrow c$) เป็นผลให้ความผิดพลาดของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลาจะลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่ง

เมื่อกำหนดให้ $\Gamma = \text{diag}[\gamma_1 \ \gamma_2 \ \gamma_3 \ \gamma_3 \ \gamma_4 \ \gamma_5]$ เป็นเมตริกซ์ของค่าเกนในกฎการปรับค่า จะสามารถขยายสมการของกฎการปรับค่า ($\dot{\tilde{p}} = -\Gamma Y E$) ให้อยู่ในรูปของอนุพันธ์ของพารามิเตอร์ที่ถูกประมาณค่าแบบแปรตามเวลาดังสมการที่ 3.34 ซึ่งจะเป็นสมการที่ถูกนำไปใช้ในการหาพารามิเตอร์ของส่วนป้อนล่วงหน้าในลำดับต่อไป

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{M}} &= \dot{\hat{M}} = -\gamma_1 \dot{\tilde{x}}_r E \\ \dot{\hat{f}}_v &= \dot{\hat{f}}_v = -\gamma_2 \dot{x}_r E \\ \dot{\hat{f}}_{c+} &= \dot{\hat{f}}_{c+} = -\gamma_3 \text{sgn}(\dot{\tilde{x}}) E \\ \dot{\hat{f}}_{c-} &= \dot{\hat{f}}_{c-} = -\gamma_3 (1 - \text{sgn}(\dot{\tilde{x}})) E \\ \dot{\hat{h}}_1 &= \dot{\hat{h}}_1 = -\gamma_4 \sin(x) E \\ \dot{\hat{h}}_2 &= \dot{\hat{h}}_2 = -\gamma_5 \cos(x) E \end{aligned} \right\} \quad (3.34)$$

โดยที่ $\dot{\hat{M}} = 0$, $\dot{\hat{f}}_v = 0$, $\dot{\hat{f}}_{c+} = 0$, $\dot{\hat{f}}_{c-} = 0$, $\dot{\hat{h}}_1 = 0$ และ $\dot{\hat{h}}_2 = 0$ จากนั้นเขียนสมการที่ 3.34 ให้อยู่ในรูปอินทิเกรตได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned}
 \hat{M}(t) &= \hat{M}(0) - \gamma_1 \int_0^t \dot{x}_r(\tau) E(\tau) d\tau \\
 \hat{f}_v(t) &= \hat{f}_v(0) - \gamma_2 \int_0^t x_r(\tau) E(\tau) d\tau \\
 \hat{f}_{c+}(t) &= \hat{f}_{c+}(0) - \gamma_3 \int_0^t \text{sgn}(\dot{x}(\tau)) E(\tau) d\tau \\
 \hat{f}_{c-}(t) &= \hat{f}_{c-}(0) - \gamma_3 \int_0^t (1 - \text{sgn}(\dot{x}(\tau))) E(\tau) d\tau \\
 \hat{h}_1(t) &= \hat{h}_1(0) - \gamma_4 \int_0^t \sin(x(\tau)) E(\tau) d\tau \\
 \hat{h}_2(t) &= \hat{h}_2(0) - \gamma_5 \int_0^t \cos(x(\tau)) E(\tau) d\tau
 \end{aligned} \right\} (3.35)$$

โดยที่ $\hat{M}(0)$, $\hat{f}_v(0)$, $\hat{f}_{c+}(0)$, $\hat{f}_{c-}(0)$, $\hat{h}_1(0)$ และ $\hat{h}_2(0)$ คือค่าเริ่มต้นของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบแปรตามเวลา และสมการ 3.35 จะถูกใช้ในการคำนวณหาส่วนป้อนล่วงหน้า เพื่อชดเชยคุณลักษณะที่เป็นเชิงเส้นและคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้นของการควบคุมระบบแทนหมุน

ผลการทดลองและการวิเคราะห์ผลการทดลอง

4.1 บทนำ

เมื่อได้ออกแบบตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน เพื่อชดเชยคุณลักษณะที่เป็นเชิงเส้นและคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น (แรงเสียดทานและความไม่สมดุลเชิงกล) ของการหมุนในระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางแล้ว ขั้นตอนต่อไปคือการนำตัวควบคุมดังกล่าวทดสอบใช้งานจริงแล้วนำผลตอบสนองของระบบปิดที่ได้เปรียบเทียบกับผลตอบสนองของระบบปิดที่เกิดจากการใช้งานตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ การทดสอบตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน จะแบ่งออกเป็นสองขั้นตอนคือ การจำลองเลียนแบบควบคุมการหมุนของระบบปิดในทางทฤษฎีและการทดลองควบคุมการหมุนจริงของระบบปิดในทางปฏิบัติ

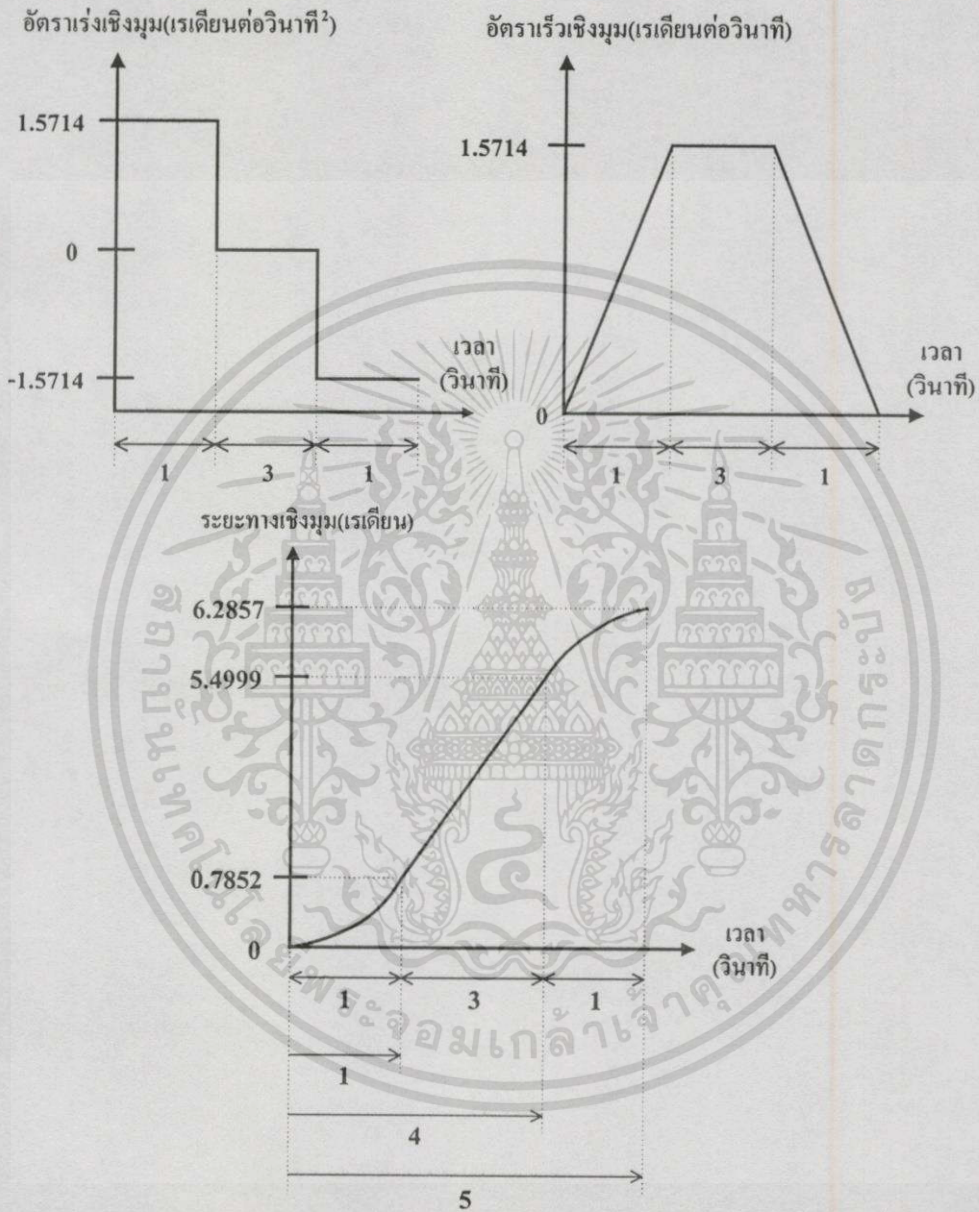
ขั้นตอนการใช้งานตัวควบคุมทั้งสองแบบ จะเริ่มต้นจากการนำตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมเชื่อมต่อเข้ากับระบบแทนหมุนให้เป็นระบบปิด เพื่อทดลองหมุนจริงโดยใช้ค่าเกนพีดีทั้ง 3 ชุดที่ได้จากการคำนวณหาค่าตอบของสมการรีกัลคูลี แล้วเลือกค่าเกนพีดีชุดที่ให้ผลตอบสนองของระบบปิดซึ่งมีสมรรถนะดีที่สุด เป็นค่าเกนของส่วนป้อนกลับในตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้และตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน จากนั้น นำตัวควบคุมทั้ง 2 มาควบคุมระบบแทนหมุน แล้วเปรียบเทียบสมรรถนะในการติดตามสัญญาณอ้างอิงของระบบปิด สำหรับสัญญาณอ้างอิงที่ใช้ในการทดลองควบคุมการหมุนจริงและการจำลองเลียนแบบจะแสดงรายละเอียดในหัวข้อต่อไป

4.2 สัญญาณอ้างอิงที่ใช้ในการควบคุมระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

เนื่องจากระยะทางเชิงมุม ระยะเวลาที่ใช้ในการแปลงความเข้มของรังสีเอกซ์ เป็นข้อมูลดิบดิจิทัลขนาด 12 บิตของตัวรับรังสีเอกซ์ ขีดจำกัดการสร้างความเร็วของมอเตอร์ ช่วงของแรงดันที่ใช้งานของสัญญาณควบคุมซึ่งป้อนให้แก่วงจรขับเคลื่อนในการควบคุมระบบปิด และการกระตุ้น โหมดค้ำท่าตอนที่ไม่วางอยู่ในแบบจำลองของระบบแทนหมุน (unmodeled dynamics) ซึ่งเกิดจากความยืดหยุ่นของสายพานนั้น เป็นเงื่อนไขที่ต้องนำมาพิจารณาเพื่อกำหนดอัตราเร่งมุมและอัตราเร็วเชิงมุมสูงสุด ในวิทยานิพนธ์นี้ได้กำหนด สัญญาณอ้างอิงที่สอดคล้องกับเงื่อนไขข้างต้นเป็นสัญญาณที่มีความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วเชิงมุมและเวลาให้เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมูมาตรฐาน (standard trapezoidal profile) ดังแสดงได้ในรูปที่ 4.1

เนื่องจากชุดข้อมูลดิบที่ต้องการประมวลผลสร้างภาพตัดขวาง มีจำนวนเท่ากับ 360 ชุด ซึ่งเกิดจากตัวรับรังสีเอกซ์เก็บข้อมูลในแต่ละหนึ่งองศาของการหมุน เป็นผลให้วงล้อเหล็กหมุนด้วยระยะทางเชิงมุมเท่ากับ 1 รอบหรือ 2π เรเดียน (46,250 counts) ส่วนช่วงระยะเวลาทั้งหมดของเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การหมุนหลอดรังสีเอกซ์และตัวรับรังสีเอกซ์ครบหนึ่งรอบ จะถูกเลือกให้เท่ากับ 5 วินาที ซึ่งเป็นช่วงระยะเวลาที่ไม่มากกว่าเวลาของการผลิตลำรังสีเอกซ์ได้อย่างต่อเนื่องของหลอดรังสีเอกซ์[19][20][21]



รูปที่ 4.1 แสดงรูปแบบของสัญญาณอ้างอิงที่ใช้งาน

การคำนวณอัตราเร่งเชิงมุม อัตราเร็วเชิงมุมสูงสุด และอัตราท่วงเชิงมุมของการหมุนวงล้อเหล็ก จะทำได้โดยการแบ่งช่วงระยะเวลาทั้งหมด ออกเป็น 3 ช่วงดังนี้ ช่วงแรก คือ ช่วงเวลาที่หลอดเริ่มหมุนจากสภาพหยุดนิ่งด้วยอัตราเร่งเชิงมุมคงที่มีค่าเท่ากับ 1 วินาที ช่วงที่สอง คือ ช่วงระยะเวลาที่หลอดหมุนด้วยอัตราเร็วเชิงมุมสูงสุดคงที่ (อัตราเร่งเชิงมุมเท่ากับศูนย์) มีค่าเท่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กับ 3 วินาที และช่วงสุดท้าย คือ ช่วงระยะเวลาที่โหลดหมุนด้วยอัตราหนึ่งวงเชิงมุมคงที่จนเกิดการหยุดหมุน มีค่าเท่ากับ 1 วินาที ดังนั้น อัตราเร่งเชิงมุมและอัตราหนึ่งวงเชิงมุมที่ได้จะมีค่าประมาณ 1.5714 rad/sec^2 และอัตราเร็วเชิงมุมสูงสุดที่ได้จะมีค่าประมาณ 1.5714 rad/sec ซึ่งเป็นตัวเลขที่กำหนดให้วงล้อเหล็ก(ตัวรับรังสีเอกซ์) หมุนอย่างต่อเนื่องทุกระยะทางเชิงมุมหนึ่งองศา โดยใช้เวลามากกว่า 0.01 วินาที นั่นคือการขับเคลื่อนโหลด ให้สัมพันธ์กับสัญญาณอ้างอิงที่ได้จากการเขียนโปรแกรมจะไม่เกิดปัญหาเรื่องการอิ่มตัว(saturation)ของสนามแม่เหล็กที่ใช้สร้างแรงบิดในมอเตอร์กระแสตรง เวลาขาขึ้น(rise time)ของผลตอบสนองระบบปิดที่สั้นมากเมื่อเทียบกับคาบการสุมของตัวควบคุม โหมดกำหนด(resonant mode)ที่เกิดขึ้นในสายพาน และการเก็บข้อมูลดิบที่ไม่ครบจำนวนของตัวรับรังสีเอกซ์ในการหมุนหนึ่งรอบ

4.3 การทดลองและผลการทดลอง

ขั้นตอนต่อไป เป็นการนำตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทนที่ได้ออกแบบแล้ว มาควบคุมระบบแทนหมุนเพื่อทดสอบสมรรถนะในการติดตามสัญญาณอ้างอิงของระบบควบคุม และนำผลการทดสอบที่ได้ เปรียบเทียบกับกรณีที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ ซึ่งการทดสอบดังกล่าวมีขั้นตอนต่อไปนี้

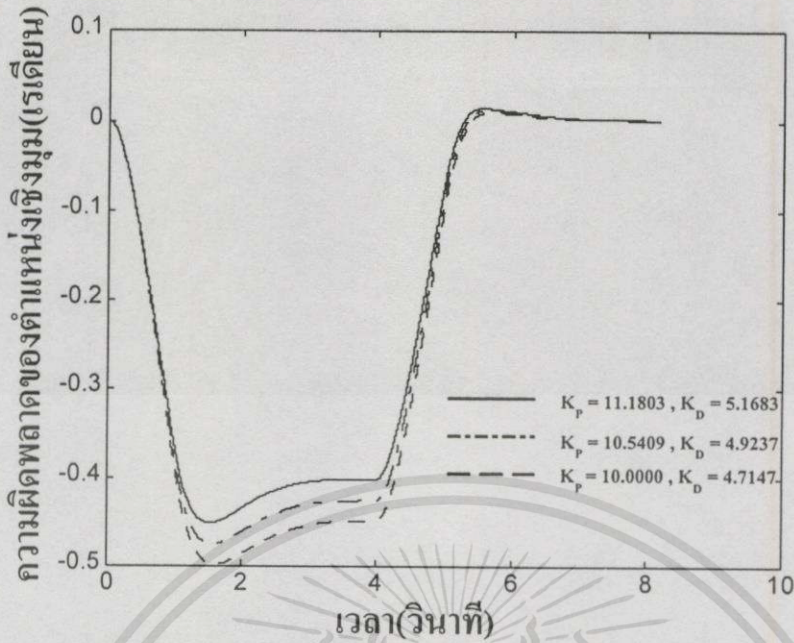
1. การปรับหาค่าเกนของส่วนป้อนกลับ และส่วนป้อนล่วงหน้าของตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทนและตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ เป็นงานที่สามารถทำแยกอิสระออกจากกันได้ ดังนั้นในขั้นตอนนี้ จะเป็นการนำค่าเกนของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมแต่ละชุดที่หาด้วยวิธีการควบคุมที่ดีที่สุดดังแสดงใน ภาคผนวก ข. มาทดลองเพื่อเลือกค่าเกนชุดที่ให้ผลตอบสนองดีที่สุดไปเป็นส่วนป้อนกลับของตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทนและตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ ในการทดลองจะกำหนดให้ $Q = \text{diag}[100 \ 10]$ และค่า R จะมีค่าเป็น 1, 0.9 และ 0.8 ตามลำดับ จะทำให้ได้ค่าเกนพีดี 3 ชุด ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4.1 ค่าเกน K_p และ K_d ที่คำนวณได้จากสมการรีดักต์ดี

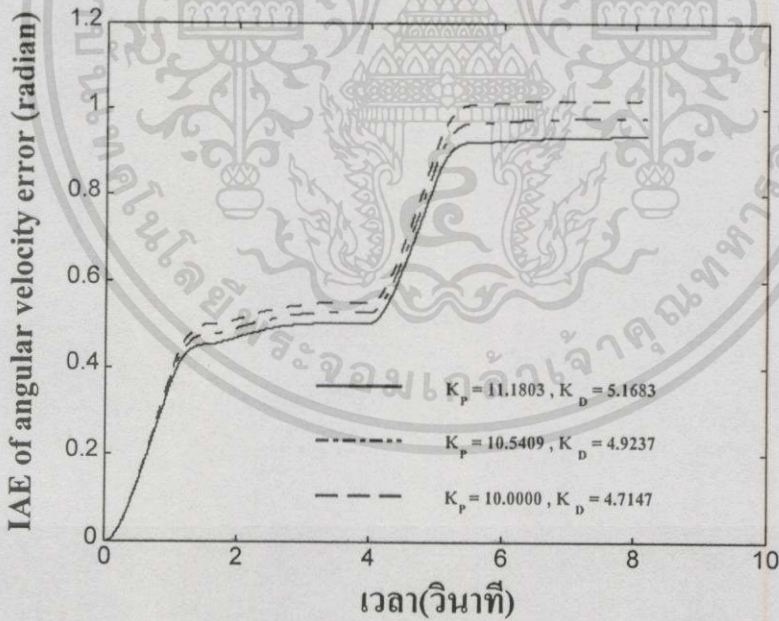
R	K_p	K_d	$\lambda = K_p/K_d$
1	10	4.7147	2.1210
0.9	10.5409	4.9237	2.1409
0.8	11.1803	5.1683	2.1632

จากนั้น นำตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมที่มีค่าเกนทั้ง 3 ชุด ดังในตารางที่ 4.1 ควบคุมระบบแทนหมุน เครื่องถ่ายภาพตัดขวาง ผลที่ได้จากการจำลองเลียนแบบ จะแสดงในรูปที่ 4.2 และ 4.3 ส่วนผลการควบคุมจริง จะแสดงในรูปที่ 4.4 และ 4.5 ตามลำดับ

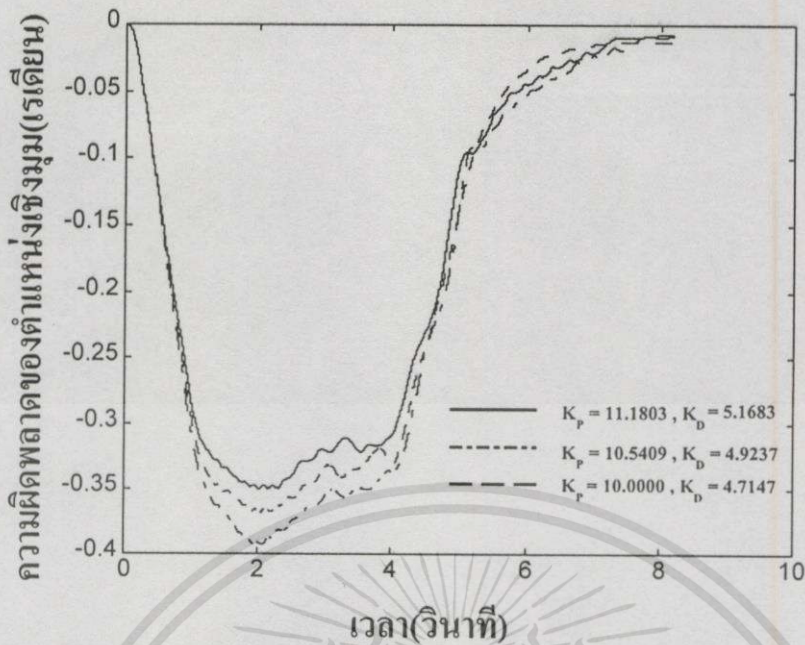
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



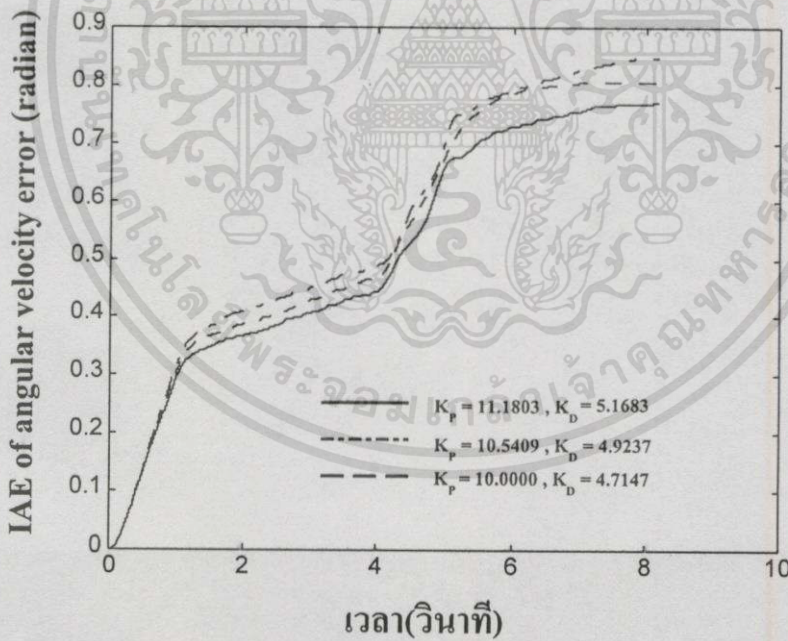
รูปที่ 4.2 ความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมซึ่งได้จากการจำลองเลียนแบบ



รูปที่ 4.3 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุม(IAE)ที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมซึ่งได้จากการจำลองเลียนแบบ



รูปที่ 4.4 ความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมซึ่งได้จากการควบคุมจริง



รูปที่ 4.5 ความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุม(IAE)ที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมซึ่งได้จากการควบคุมจริง

จากผลตอบสนองของความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุม (รูปที่ 4.2 และ 4.4) และความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมในรูปของ $\int_0^t |\dot{x}(\tau)| d\tau$ (IAE) ที่เทียบกับเวลา (รูปที่ 4.3 และ 4.5)

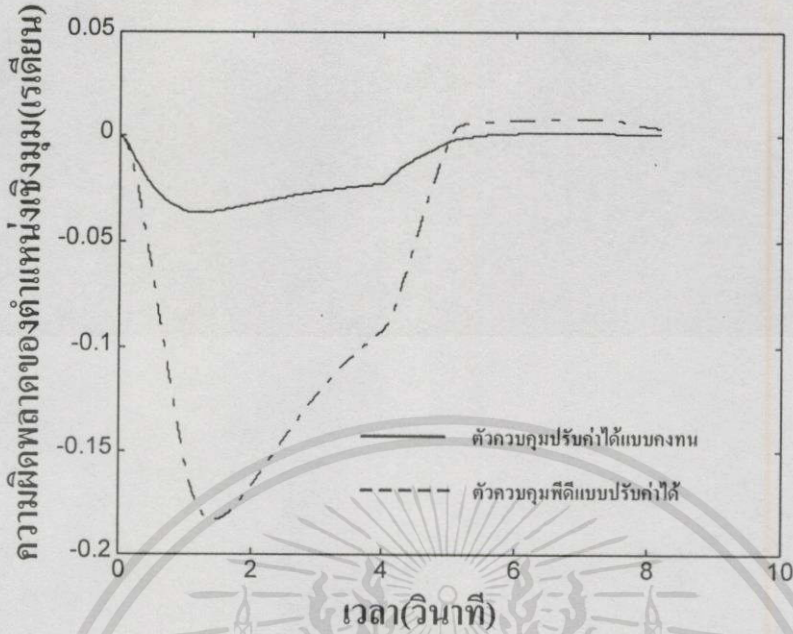
จะเห็นได้ว่า เมื่อ $R = 0.8$ ค่าเกณฑ์ที่ได้จากการคำนวณ ที่มีค่าเกณฑ์เท่ากับ $K_d = 5.1683$ และ $K_p = 11.1803$ ($\lambda = 2.1632$) เป็นค่าเกณฑ์ของตัวควบคุมพีดีแบบดั้งเดิมที่ให้ผลตอบสนองในการติดตามสัญญาณอ้างอิงได้ดีที่สุด ดังนั้น ค่าเกณฑ์นี้จะถูกนำไปเป็นค่าเกณฑ์ของส่วนป้อนกลับในตัวควบคุมทั้ง 2 ชนิดต่อไป

2. การเลือกค่าเกณฑ์ของส่วนป้อนล่วงหน้า (บางครั้งอาจเรียกว่า เกณฑ์ของกฎการปรับค่า) จะพยายามเลือกให้มีค่ามากที่สุด เพื่อให้ขนาดของพารามิเตอร์ของระบบแทนหมุนที่ได้จากการประมาณค่ามีขนาดเพิ่มขึ้นจากค่าเริ่มต้น จนมีขนาดมากพอที่จะชดเชยพารามิเตอร์จริงของระบบในเวลาอันสั้นได้ แต่การเพิ่มค่าเกณฑ์ดังกล่าวต้องไม่ทำให้สัญญาณควบคุมที่ป้อนเข้าวงจรจับ มีขนาดใหญ่จนอยู่นอกช่วงการใช้งานหรือเกิดการอิ่มตัว และวงล้อเหล็กต้องหมุนได้อย่างต่อเนื่องโดยไม่เกิดการกระตุกในระหว่างเคลื่อนที่ ซึ่งค่าเกณฑ์ของกฎการปรับค่า ($\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ และ γ_5) ที่ใช้ มีดังนี้ $\gamma_1 = 0.37016, \gamma_2 = 0.52576, \gamma_3 = 0.06816, \gamma_4 = 0.0005$ และ $\gamma_5 = 0.005$

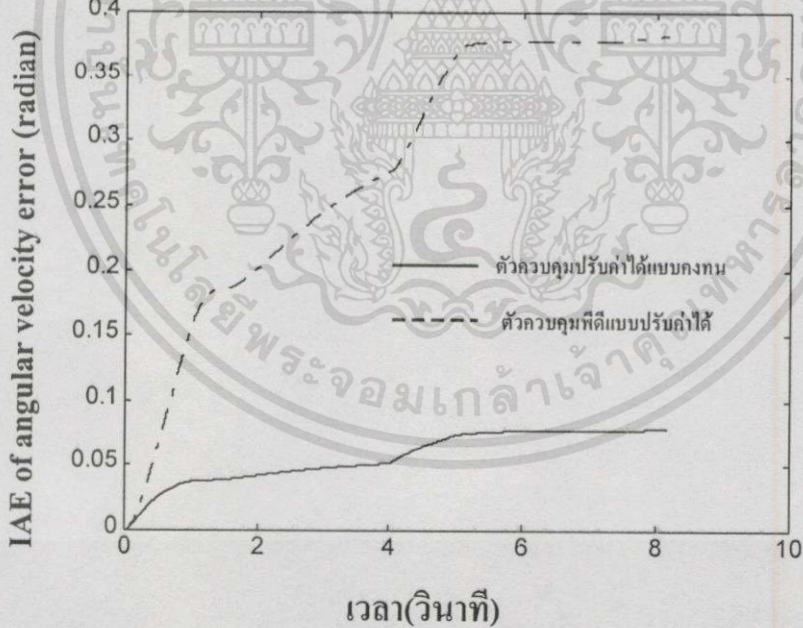
3. เมื่อได้เกณฑ์ของส่วนป้อนล่วงหน้าและส่วนป้อนกลับแล้ว ขั้นตอนต่อไปจะทดสอบสมรรถนะในการติดตามสัญญาณอ้างอิงของตัวควบคุมทั้ง 2 ชนิด โดยจะแบ่งการทดลองออกเป็น การจำลองเลียนแบบ และการควบคุมการหมุนจริง ซึ่งผลการทดลองที่ได้จากการจำลองเลียนแบบ จะแสดงใน รูปที่ 4.6 และ 4.7 ส่วนผลการทดลองที่ได้จากการควบคุมการหมุนจริง จะแสดงในรูปที่ 4.8 และ 4.9 ตามลำดับ

เมื่อเปรียบเทียบความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุม ที่แสดงในรูปที่ 4.6 และ รูปที่ 4.8 จะเห็นได้ว่า ตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน มีสมรรถนะในการติดตามสัญญาณอ้างอิงได้ดีกว่าตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ โดยเฉพาะในช่วงแรกของการควบคุม ซึ่งส่วนป้อนล่วงหน้าของตัวควบคุมทั้ง 2 ชนิด ไม่สามารถเรียนรู้ค่าพารามิเตอร์ของระบบแทนหมุนได้ดีพอ ตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทนจะให้ผลตอบสนองทางตำแหน่งใกล้เคียงสัญญาณอ้างอิงมากกว่าตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้อย่างเห็นได้ชัด ในส่วนของผลตอบสนองของอัตราเร็วเชิงมุมจะแสดงในรูปแบบของค่า IAE ของความเร็วดังแสดงในรูปที่ 4.7 และรูปที่ 4.9 จะเห็นได้ว่า กรณีที่ใช้ตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทนควบคุมระบบแทนหมุนจะให้ค่าความผิดพลาดโดยรวมน้อยกว่ากรณีที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้

ผลการทดลองที่ได้จากการจำลองเลียนแบบ

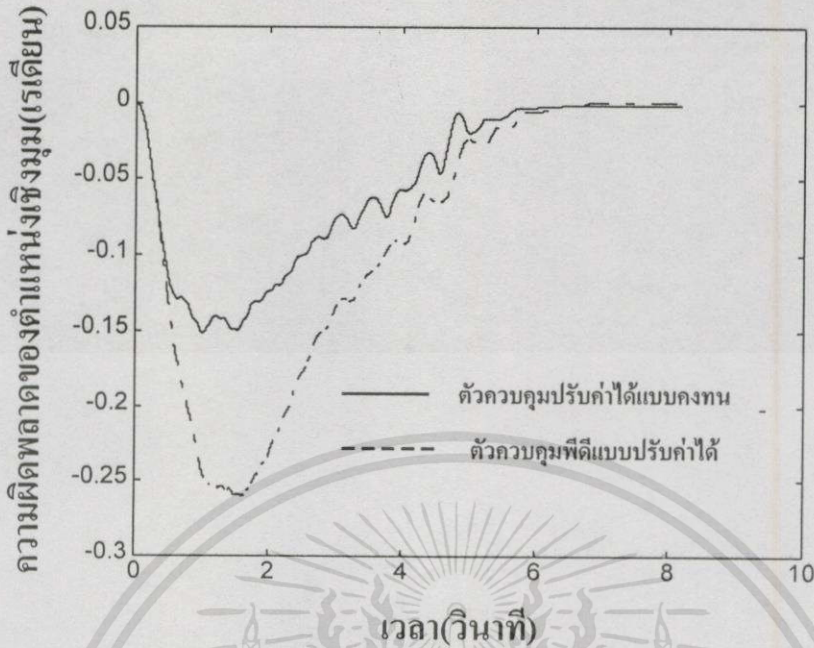


รูปที่ 4.6 เปรียบเทียบความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมที่ได้จากการจำลองเลียนแบบ

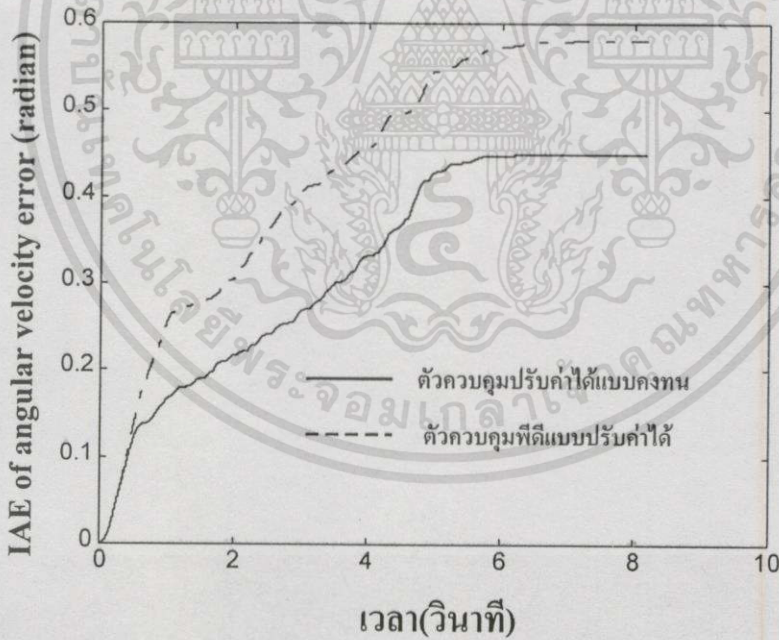


รูปที่ 4.7 เปรียบเทียบความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุม(IAE)ที่ได้จากการจำลองเลียนแบบ

ผลการทดลองที่ได้จากการควบคุมจริง



รูปที่ 4.8 เปรียบเทียบความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมที่ได้จากการควบคุมจริง



รูปที่ 4.9 เปรียบเทียบความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุม(IAE)ที่ได้จากการควบคุมจริง

บทที่ 5

บทสรุปและแนวทางในการพัฒนาต่อ

5.1 บทสรุป

ในการสร้างภาพตัดขวางให้มีความถูกต้องเมื่อเปรียบเทียบกับตัวกลางที่ถูกถ่ายนั้น การเก็บข้อมูลในทุกๆองศา ด้วยตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมที่กำหนดไว้ในสัญญาอ้างอิงเป็นจุดประสงค์หลักในการออกแบบตัวควบคุม แต่เนื่องจากปัญหาความไม่สมดุลเชิงกลและตัวควบคุมเรียนรู้ค่าพารามิเตอร์ไม่ดีพอในช่วงแรกของการควบคุม ทำให้ระบบแทนหมุนที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้[4], [5] มีผลตอบสนองของตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมผิดพลาดไปจากตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมที่กำหนดไว้ในสัญญาอ้างอิง ดังนั้น วิทยานิพนธ์นี้จึงได้นำเสนอแนวทางการแก้ปัญหา โดยใช้ตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน(สมการที่ 3.24 และรูปที่ 3.2) ซึ่งประกอบด้วย การพิจารณาความไม่สมดุลเชิงกลที่ถูกลดรูปสมการแล้ว ($h_1 \sin(x)$ และ $h_2 \cos(x)$) เข้าไปในส่วนป้อนล่วงหน้าของกฎการควบคุม และการปรับปรุงผลตอบสนองของระบบแทนหมุนในช่วงแรกของการควบคุม ด้วยการเพิ่มส่วนของตัวควบคุมแบบคงทนเข้าไปในกฎการควบคุม จากนั้น นำตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทนที่ออกแบบแล้วไปควบคุมระบบแทนหมุนเพื่อทดสอบสมรรถนะในการติดตามสัญญาอ้างอิง และนำผลตอบสนองที่ได้ เปรียบเทียบกับผลตอบสนองที่ได้จากการควบคุมด้วยตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ ซึ่งจากการทดลองที่แสดงในรูปที่ 4.6 และ รูปที่ 4.8 จะเห็นได้ว่า ค่าความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมที่ควบคุมด้วยตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน จะมีความผิดพลาดน้อยกว่ากรณีที่ควบคุมระบบแทนหมุนด้วยตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ สำหรับผลตอบสนองของอัตราเร็วเชิงมุมจะแสดงในรูปแบบของค่า IAE ของความเร็วดังแสดงในรูปที่ 4.7 และรูปที่ 4.9 จะเห็นได้ว่า กรณีที่ใช้ตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทนควบคุมระบบแทนหมุน จะให้ค่าความผิดพลาดโดยรวม(ในรูปของค่า IAE)น้อยกว่ากรณีที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ จากผลการทดลองดังกล่าวสามารถสรุปผลได้ว่า แนวทางการแก้ปัญหาของความไม่สมดุลเชิงกลและตัวควบคุมเรียนรู้ค่าพารามิเตอร์ไม่ดีพอในช่วงแรกของการควบคุม ให้ผลตอบสนองในการติดตามสัญญาอ้างอิงได้ดีขึ้น ซึ่งส่งผลให้การเก็บข้อมูลดิบที่ใช้ในการสร้างภาพตัดขวางมีความถูกต้องมากยิ่งขึ้นด้วย

5.2 แนวทางในการพัฒนาต่อ

สำหรับแนวทางในการพัฒนาต่อ สามารถแสดงได้ดังนี้

1. พัฒนาในส่วนป้อนกลับของกฎการควบคุม (สมการที่ 3.24) โดยการเปลี่ยนจากตัวควบคุมพีดีเป็นตัวควบคุมพีไอดี ซึ่งจะสามารถนำไปใช้กับระบบที่มีค่าความผิดพลาดที่สถานะคงตัวได้

โดยตัวควบคุมที่มีการพัฒนาในส่วนป้อนกลับสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$u(t) = \underbrace{Y^T \hat{p}}_1 - \underbrace{K_d E - K_i \int_0^t Edz}_{2} - \underbrace{\rho \tanh[(a+bt)E]}_3 \quad (5.1)$$

โดยที่ เทอมที่ 1 เป็นส่วนป้อนล่วงหน้าของตัวควบคุมปรับค่าได้แบบคงทน

เทอมที่ 2 เป็นส่วนป้อนกลับที่ได้ปรับปรุงโครงสร้างแล้ว และมีค่า K_d และ K_i เป็นคงที่

เทอมที่ 3 เป็นส่วนของตัวควบคุมแบบคงทน

และสามารถเลือกใช้ฟังก์ชันของลียาปูนอฟ เพื่อตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิดได้ดังนี้

$$V = \frac{1}{2} ME^2 + \frac{1}{2} K_i \left(\int_0^t Ed\tau \right)^2 + \frac{1}{2} \tilde{p}^T \Gamma^{-1} \tilde{p} \geq 0 \quad (5.2)$$

2. พัฒนาความสามารถในการจัดการกับสัญญาณรบกวนของตัวควบคุม โดยการเพิ่มส่วนของตัวควบคุมแบบคงทนอีกหนึ่งเทอมเข้าไปในกฎการควบคุม ซึ่งสามารถแสดงสมการของตัวควบคุมแบบคงทนได้ดังนี้

$$u(t) = -\rho_0 \tanh[(a+bt)E] \quad (5.3)$$

เมื่อ ρ_0 เป็นค่าคงที่บวก

3. พัฒนาส่วนป้อนล่วงหน้าของตัวควบคุม ด้วยการพิจารณาเพิ่มคุณลักษณะตัวอื่นของระบบเข้าไปในกฎการปรับค่า (สมการที่ 3.32)

4. นำหลักการและแนวทางการแก้ปัญหาของความไม่สมดุลเชิงกล ไปใช้กับระบบอื่น เช่น ป้อมมีดของเครื่องกัด เป็นต้น

5. พัฒนาในส่วนตัวควบคุมแบบคงทน โดยเลือกใช้ฟังก์ชันอื่นที่ให้ผลคล้ายกับฟังก์ชันไฮเปอร์โบติกแทนเจนต์ ซึ่งมีความเรียบและความต่อเนื่องของสัญญาณ เช่น ฟังก์ชันที่เลือกใช้อาจสร้างจากตัวควบคุมแบบฟิชชี เป็นต้น

6. พัฒนาวิธีการเลือกค่าเกณฑ์ของส่วนป้อนล่วงหน้าที่สะดวกและรวดเร็ว ตลอดจนให้ผลตอบสนองของระบบวงปิดที่มีค่าผิดพลาดจากสัญญาณอ้างอิงเป็นค่าที่ยอมรับได้

7. การใช้แนวคิดของตัวควบคุมแบบฟิชชีในการปรับค่าเกณฑ์ของส่วนป้อนกลับ

เอกสารอ้างอิง

- [1] อัครินทร์ คุณกิตติ. “การพัฒนาและสร้างอุปกรณ์ถ่ายภาพตัดขวาง.” วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. 2537.
- [2] สมชาย เกียรติอารีกุล. “การประมวลข้อมูลโพเจกซ์ขึ้นเพื่อการปรับปรุงภาพตัดขวางรังสีเอกซ์.” วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. 2538.
- [3] อติศักดิ์ แจ็งสาริกิจ. “การออกแบบระบบควบคุมแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง.” วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. 2540.
- [4] วิโรจน์ แสงธงทอง. “การออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้สำหรับระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง.” วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. 2542.
- [5] วิโรจน์ แสงธงทอง, โยธิน เปรมปราณีรัชต์ และสุธี ผู้เจริญชะชัย. “การออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้สำหรับระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง.” หน้า 580-585. ใน การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 20. กรุงเทพฯ : ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. พฤศจิกายน 2540.
- [6] อติศักดิ์ แจ็งสาริกิจ และสุธี ผู้เจริญชะชัย. “การออกแบบระบบควบคุมแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง.” หน้า 436-440. ใน การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 17. กรุงเทพฯ : คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ. ธันวาคม 2537.
- [7] วุฒิกร เซาว์ประมวลกุล, จงกลงามวิวิทย์, “ การออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้คงทนสำหรับระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง. ” หน้า 577-580. ใน การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 23. เชียงใหม่ : 23-24 พฤศจิกายน 2543.
- [8] วุฒิกร เซาว์ประมวลกุล, จงกลงามวิวิทย์, วิโรจน์ แสงธงทอง, สุธี ผู้เจริญชะชัย, “ การชดเชยความไม่สมดุลทากลในการควบคุมแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง. ” หน้า 191-194. ใน การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 22. กรุงเทพฯ : 2-3 ธันวาคม 2542.
- [9] Gangbing Song and Ranjan Mukherjee, “A Comparative Study of Conventional Nonsmooth Time-Invariant and Smooth Time-Varying Robust Compensators,” IEEE Trans. Control System Technology, Vol. 6, No. 4, July 1998, pp. 571-576

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [10] Romeo Ortega and Mark W. Spong, “ Adaptive Motion Control of Rigid Robots : A Tutorial,” in Proc. IEEE Int. Conf. Decision and Control, December 1988, pp.1575-1584.
- [11] S. S. Ge, T. H. Lee and S. X. Ren, “ Adaptive Friction Compensation of Servo Mechanisms, ” in Proc. IEEE Int. Conf. Control Applications, Aug. 22-27, 1999, pp. 1175-1180
- [12] Lilong Cai and Ahmad Abdalla, “ Smooth Robust Tracking Controllers for Uncertain Robot Manipulator, ” IEEE Int., 1993, pp. 83-88
- [13] G. Song, R. W. Longman and R. Mukherjee, “ Integrated Sliding-mode Adaptive-Robust Control, ” in Proc. IEEE Int. Conf. Control Theory Appl. Vol. 146. No. 4, July 1999, pp. 341-347
- [14] Li W. and Cheng X. “Adaptive High-Precision Control of Positioning Tables – Theory and Experiments.” IEEE Transactions on Control Systems Technology. Vol. 2, No. 3, September 1994. pp. 265-270.
- [15] Slotine J.E. and Li W. **Applied Nonlinear Control**. International Edition. New Jersey : Prentice-Hall International, Inc. 1991
- [16] Spong M.W. and Vidyasagar M. **Robot Dynamics and Control**. Singapore : John Wiley & Sons, Inc. 1989.
- [17] Kak, Avinash C. and Slaney Malcolm, “Principle of Computerized Tomographic Imagig”, New York, NY:IEEE., 1988
- [18] Toshiba Corporation. “Operation Manual for X-Ray Generator – 125 kV, 320 mA - Model KXO-12R.” Tokyo, Japan : Toshiba Corporation. No. 2B312-044E*A. 1990.
- [19] Toshiba Corporation. “Rotating Anode X-Ray Tube Housing Assembly (Rotanode™ DRX-1603B).” Tokyo, Japan : Toshiba Corporation. Electron Tube Device & Equipment, Technical Data. July 16, 1982.
- [20] Thomson Tubes Electroniques. “TH9512 Interface Package for X-Ray Linear Detector with PC AT Imaging Board.” Moirans, France : Departement Tubes Intensificateurs D’Images, Thomson Tubes Electroniques. Installation and Operation Manual Version 2.0. March 1993.
- [21] Thomson Tubes Electroniques. “TH9559 X-Ray Linear Detector (12 bits – 0.45 mm).” Moirans, France : Departement Tubes Intensificateurs D’Images, Thomson Tubes Electroniques. Installation and Operation Manual.

[22] Baldor. "Direct Current Motors." Arkansas, U.S.A. : Baldor. Catalog E-104. March 1, 1991.

[23] Control Techniques. "4Q2 0.55-7.5 kW D.C. Motor Regenerative Speed Controller." Control Techniques. Instruction Manual (Ref DCA 4/88 Code 0176-7004).



ภาคผนวก ก

บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาบาลัต

ก.1 คุณสมบัติเชิงอะซิมโทตของฟังก์ชัน

ความจริงข้อที่หนึ่ง ถ้า $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$ ไม่ได้หมายความว่าฟังก์ชัน $f(t)$ จะลู่อู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่ง ในขณะที่ตัวแปร $t \rightarrow \infty$ [19]

ตัวอย่าง กำหนดให้ฟังก์ชัน $f(t) = \sin[\ln(t)]$ ซึ่งฟังก์ชันดังกล่าวมีอนุพันธ์อันดับหนึ่งเป็น $f'(t) = \frac{\cos[\ln(t)]}{t}$ เมื่อตัวแปร $t \rightarrow \infty$ จะได้ว่า $f(t) \rightarrow 0$ ในขณะที่ฟังก์ชัน $f(t)$ เกิดการแกว่งซาลงซึ่งเทียบกับการเพิ่มค่าขึ้นของตัวแปร t นั่นคือฟังก์ชัน $f(t)$ จะไม่ลู่อู่เข้าหาค่าคงที่ค่าใดค่าหนึ่ง

ตัวอย่าง กำหนดให้ฟังก์ชัน $f(t) = \sqrt{t} \sin[\ln(t)]$ ซึ่งฟังก์ชันดังกล่าวมีอนุพันธ์อันดับหนึ่งเป็น $f'(t) = \frac{2\cos[\ln(t)] + \sin[\ln(t)]}{2\sqrt{t}}$ เมื่อตัวแปร $t \rightarrow \infty$ จะได้ว่า $f(t) \rightarrow 0$ ในขณะที่ฟังก์ชัน $f(t)$ มีขนาดเพิ่มขึ้นแต่เกิดการแกว่งซาลงซึ่งเทียบกับการเพิ่มค่าขึ้นของตัวแปร t นั่นคือฟังก์ชัน $f(t)$ จะไม่ลู่อู่เข้าหาค่าคงที่ค่าใดค่าหนึ่งเช่นเดียวกัน

ความจริงข้อที่สอง ถ้า $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) \rightarrow c$ โดยที่ c คือค่าคงที่ ไม่ได้หมายความว่าอนุพันธ์ $f'(t) \rightarrow 0$ ในขณะที่ตัวแปร $t \rightarrow \infty$ [19]

ตัวอย่าง กำหนดให้ฟังก์ชัน $f(t) = e^{-t} \sin(e^{2t})$ ซึ่งฟังก์ชันดังกล่าวมีอนุพันธ์อันดับหนึ่งเป็น $f'(t) = 2e^t \cos(e^{2t}) - e^{-t} \sin(e^{2t})$ เมื่อตัวแปร $t \rightarrow \infty$ จะได้ว่าฟังก์ชัน $f(t) \rightarrow 0$ แต่ในขณะเดียวกันอนุพันธ์ $f'(t)$ มีขนาดเพิ่มขึ้นและแกว่งถี่ขึ้นตามการเพิ่มขึ้นของตัวแปร t นั่นคืออนุพันธ์ $f'(t)$ มีค่าไม่ลู่อู่เข้าหาศูนย์

ตัวอย่าง กำหนดให้ฟังก์ชัน $f(t) = e^{-t} \sin^2(e^{2t})$ ซึ่งฟังก์ชันดังกล่าวมีอนุพันธ์อันดับหนึ่งเป็น $f'(t) = 4e^t \sin(e^{2t}) \cos(e^{2t}) - e^{-t} \sin^2(e^{2t})$ เมื่อตัวแปร $t \rightarrow \infty$ จะ

ได้ว่าฟังก์ชัน $f(t) \rightarrow 0$ แต่ในขณะเดียวกันอนุพันธ์ $f'(t)$ มีขนาดเพิ่มขึ้นและแกว่งถี่ขึ้นตามการเพิ่มขึ้นของตัวแปร t นั่นคืออนุพันธ์ $f'(t)$ มีค่าไม่ลู่เข้าหาศูนย์

ความจริงข้อที่สาม ถ้าฟังก์ชันสเกลลาร์ (scalar function) $f(t)$ มีขอบเขตล่างและมีขนาดลดลงหรือเท่ากับค่าเดิม ในขณะที่ตัวแปร $t \rightarrow \infty$ ซึ่งเกิดจากอนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชันดังกล่าวมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์ ($f'(t) \leq 0$) ตลอดช่วงของตัวแปร $t \in [0, \infty)$ จะได้ว่าฟังก์ชัน $f(t)$ มีขนาดลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่งหรือมีค่าจำกัด แต่ความจริงข้างต้นไม่ได้มีความหมายว่าอนุพันธ์ $f'(t) \rightarrow 0$ นอกจากนี้ความจริงข้อที่สาม จะมีประโยชน์ในการพิจารณาฟังก์ชัน $f(t)$ ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปร t อย่างไม่แน่ชัด กล่าวคือไม่สามารถเขียนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร t และฟังก์ชัน $f(t)$ ให้อยู่ในรูปสมการได้ รวมถึงการประยุกต์ใช้ความจริงข้อที่สามในการตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิด [19]

$$f(t) \text{ มีขอบเขตล่าง และ } f'(t) \leq 0 \Rightarrow f(t) \text{ มีค่าจำกัด}$$

ก.2 บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาวาลัด

ถ้าฟังก์ชัน $g(t)$ มีค่าจำกัด ในขณะที่ตัวแปร $t \rightarrow \infty$ และมีอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t)$ ซึ่งมีความสัมพันธ์ของความต่อเนื่องแบบเอกรูป จะได้ว่าอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ มีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ($\dot{g}(t) \rightarrow 0$) ในขณะที่ตัวแปร $t \rightarrow \infty$ [19]

$$g(t) \text{ มีค่าจำกัด และ } \dot{g}(t) \text{ ต่อเนื่องแบบเอกรูป} \Rightarrow \dot{g}(t) \rightarrow 0$$

เงื่อนไขที่ทำให้อนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t)$ มีความสัมพันธ์ของความต่อเนื่องแบบเอกรูปหรือมีความเรียบในช่วงพิจารณา $[0, \infty)$ คือ $\forall R > 0, \exists \eta(R) > 0, \forall t_1 \geq 0, \forall t \geq 0$

$$\text{เมื่อสมมุติให้ } |t - t_1| < \eta(R) \Rightarrow |\dot{g}(t) - \dot{g}(t_1)| < R$$

นั่นคือ การแสดงให้เห็นว่า η และ R มีความสัมพันธ์กัน เป็นการระบุว่าอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ มีความสัมพันธ์ของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \alpha e^{-\beta t}$ โดยที่ค่าคงที่ $\beta > 0$

ในกรณีที่ค่าคงที่ $\alpha > 0$ และ $t_1 = t + \eta$ เมื่อแทนอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ ลงในเงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบความต่อเนื่องแบบเอกรูป จะเขียนได้ดังนี้

$$\alpha e^{(-\beta t)} - \alpha e^{(-\beta t_1)} = R \quad (ก.1)$$

จากนั้นแทนค่า t_1 ลงในสมการที่(ก.1) และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{\alpha}{\alpha - R e^{\beta t}} \right) \quad (ก.2)$$

ในกรณีที่ค่าคงที่ $\alpha < 0$ และ $t_1 = t + \eta$ จะเขียนเงื่อนไขดังกล่าวได้ดังนี้

$$\alpha e^{(-\beta t_1)} - \alpha e^{(-\beta t)} = R \quad (ก.3)$$

ต่อมาแทนค่า t_1 ลงในสมการที่(ก.3) และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{\alpha}{\alpha + R e^{\beta t}} \right) \quad (ก.4)$$

ในกรณีที่ค่าคงที่ $\alpha > 0$ และ $t_1 = t - \eta$ เงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบความต่อเนื่องแบบเอกรูปของกรณีนี้คือสมการที่(ก.3) เมื่อแทนค่า t_1 และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = \frac{1}{\beta} \ln \left(1 + \frac{R}{\alpha} e^{\beta t} \right) \quad (ก.5)$$

และในกรณีที่ค่าคงที่ $\alpha < 0$ และ $t_1 = t - \eta$ เงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบข้างต้นคือสมการที่(ก.1) เมื่อแทนค่า t_1 และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = \frac{1}{\beta} \ln \left(1 - \frac{R}{\alpha} e^{\beta t} \right) \quad (ก.6)$$

ดังนั้นอนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \alpha e^{(-\beta t)}$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \alpha t^2$

ในกรณีที่ค่าคงที่ $\alpha > 0$ และ $t_1 = t + \eta$ เมื่อแทนอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ ลงในเงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบความต่อเนื่องแบบเอกรูป จะเขียนได้ดังนี้

$$\alpha t_1^2 - \alpha t^2 = R \quad (\text{ก.7})$$

จากนั้นแทนค่า t_1 ลงในสมการที่(ก.7)และหาคำตอบของสมการกำลังสองให้อยู่ในรูปความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = -t + \sqrt{t^2 + \frac{R}{\alpha}} \quad (\text{ก.8})$$

ในกรณีที่ค่าคงที่ $\alpha < 0$ และ $t_1 = t + \eta$ จะเขียนเงื่อนไขดังกล่าวได้ดังนี้

$$\alpha t^2 - \alpha t_1^2 = R \quad (\text{ก.9})$$

ต่อมาแทนค่า t_1 ลงในสมการที่(ก.9)และหาคำตอบของสมการกำลังสองให้อยู่ในรูปความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = -t + \sqrt{t^2 - \frac{R}{\alpha}} \quad (\text{ก.10})$$

ในกรณีที่ค่าคงที่ $\alpha > 0$ และ $t_1 = t - \eta$ เงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบความต่อเนื่องแบบเอกรูปของกรณีนี้คือสมการที่(ก.9) เมื่อแทนค่า t_1 และหาคำตอบของสมการกำลังสองให้อยู่ในรูปความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = t - \sqrt{t^2 - \frac{R}{\alpha}} \quad (\text{ก.11})$$

และในกรณีที่ค่าคงที่ $\alpha < 0$ และ $t_1 = t - \eta$ เงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบข้างต้นคือสมการที่(ก.7) เมื่อแทนค่า t_1 และหาคำตอบของสมการกำลังสองให้อยู่ในรูปความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = t - \sqrt{t^2 + \frac{R}{\alpha}} \quad (\text{ก.12})$$

ดังนั้นอนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \alpha t^2$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \rho \ln(t)$

ในกรณีที่ค่าคงที่ $\rho > 0$ และ $t_1 = t + \eta$ เมื่อแทนอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ ลงในเงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบความต่อเนื่องแบบเอกรูป จะเขียนได้ดังนี้

$$\rho \ln(t_1) - \rho \ln(t) = R \quad (\text{ก.13})$$

จากนั้นแทนค่า t_1 ลงในสมการที่(ก.13) และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = t(e^{R/\rho} - 1) \quad (\text{ก.14})$$

ในกรณีที่ค่าคงที่ $\rho < 0$ และ $t_1 = t + \eta$ จะเขียนเงื่อนไขดังกล่าวได้ดังนี้

$$\rho \ln(t) - \rho \ln(t_1) = R \quad (\text{ก.15})$$

ต่อมาแทนค่า t_1 ลงในสมการที่(ก.15)และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = t(e^{(-R/\rho)} - 1) \quad (\text{ก.16})$$

ในกรณีที่ค่าคงที่ $\rho > 0$ และ $t_1 = t - \eta$ เงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบความต่อเนื่องแบบเอกรูปของกรณีนี้คือสมการที่(ก.15) เมื่อแทนค่า t_1 และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$\eta = t(1 - e^{(-R/\rho)}) \quad (\text{ก.17})$$

และในกรณีที่กำลังค่าที่ $\rho < 0$ และ $t_1 = t - \eta$ เงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบข้างต้นคือสมการที่(ก.13) เมื่อแทนค่า t_1 และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้ว่า

$$\eta = t(1 - e^{R/\rho}) \quad (\text{ก.18})$$

ดังนั้นอนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \rho \ln(t)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = A_m \sin(\omega t + \phi)$ โดยที่ค่าคงที่

$$A_m > 0 \text{ และ } \omega > 0$$

เมื่อแทนอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ ลงในเงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบความต่อเนื่องแบบเอกรูป จะเขียนได้ดังนี้

$$|A_m \sin(\omega t_1 + \phi) - A_m \sin(\omega t + \phi)| = R \quad (\text{ก.19})$$

จากนั้นแทนค่า $t_1 = t \pm \eta$ ลงในสมการที่(ก.19) และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้ว่า

$$\sqrt{2} A_m \sqrt{1 - \cos(\omega \eta)} |\sin(\omega t + \phi \pm \theta)| = R \quad (\text{ก.20})$$

$$\text{โดยที่ } \theta = \tan^{(-1)} \left(\frac{\sin(\omega \eta)}{\cos(\omega \eta) - 1} \right)$$

และมีความหมายว่าค่าของตัวแปร η จะกำหนดค่าของตัวแปร R ดังนั้นอนุพันธ์ $\dot{g}(t) = A_m \sin(\omega t + \phi)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = e^{(-kt)} \sin(\omega t + \phi)$ โดยที่ค่าคงที่

$$k > 0 \text{ และ } \omega > 0$$

เมื่อแทนอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ ลงในเงื่อนไขที่ใช้ตรวจสอบความต่อเนื่องแบบเอกรูป จะเขียนได้ดังนี้

$$\left| e^{(-kt_1)} \sin(\omega t_1 + \phi) - e^{(-kt)} \sin(\omega t + \phi) \right| = R \quad (ก.21)$$

ต่อมาแทนค่า $t_1 = t + \eta$ ลงในสมการที่(ก.21) และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$e^{(-kt)} \sqrt{e^{(-2k\eta)} + 1 - 2e^{(-k\eta)} \cos(\omega\eta)} |\sin(\omega t + \phi + \theta)| = R \quad (ก.22)$$

โดยที่ $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{e^{(-k\eta)} \sin(\omega\eta)}{e^{(-k\eta)} \cos(\omega\eta) - 1} \right)$

จากนั้นแทนค่า $t_1 = t - \eta$ ลงในสมการที่(ก.21)เช่นเดียวกัน และจัดรูปสมการใหม่ให้อยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่าง η และ R จะได้

$$e^{(-kt)} \sqrt{e^{2k\eta} + 1 - 2e^{k\eta} \cos(\omega\eta)} |\sin(\omega t + \phi - \theta)| = R \quad (ก.23)$$

โดยที่ $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{e^{k\eta} \sin(\omega\eta)}{e^{k\eta} \cos(\omega\eta) - 1} \right)$

ซึ่งมีความหมายว่าค่าของตัวแปร η จะกำหนดค่าของตัวแปร R ดังนั้นอนุพันธ์ $\dot{g}(t) = e^{(-kt)} \sin(\omega t + \phi)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ในกรณีที่อนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชันมีความซับซ้อน การหาเงื่อนไขของความต่อเนื่องแบบเอกรูปดังกล่าว จะเป็นขั้นตอนที่ยากและไม่สะดวก ดังนั้นการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นจะทำได้โดยการพิจารณาอนุพันธ์อันดับสองของฟังก์ชัน $g(t)$ เพราะฟังก์ชันใดๆที่มีอนุพันธ์อันดับหนึ่ง ($\dot{g}(t)$) ที่มีความต่อเนื่องแบบเอกรูปในช่วงของตัวแปร $t \in [0, \infty)$ อนุพันธ์อันดับสองของฟังก์ชันเดียวกัน ($\ddot{g}(t)$) จะมีขนาดจำกัดตลอดช่วงของตัวแปร $t \in [0, \infty)$ เช่นเดียวกัน นั่นคือถ้าอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t)$ มีขนาดจำกัด การตรวจสอบโดยใช้ทฤษฎีผลต่างจำกัด (finite difference theorem) จะเป็นจริง [19] ซึ่งเขียนได้ดังนี้

$\dot{g}(t)$ ต่อเนื่องแบบเอกรูป $\Rightarrow \ddot{g}(t)$ มีขนาดจำกัด
 $\ddot{g}(t)$ มีขนาดจำกัด, $\forall t, \forall t_1$ และ $t_2 \in (t_1, t) \Rightarrow \dot{g}(t) - \dot{g}(t_1) = \ddot{g}(t_2)(t - t_1)$

และจะได้ความสัมพันธ์ว่า $\eta = R/|\ddot{g}(t_2)|$ เนื่องจากผลต่างของอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t) - \dot{g}(0)$ ที่เวลา t ใดๆคือพื้นที่ใต้กราฟของอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t)$ ในช่วงระยะเวลา 0 ถึง t และผลต่างของอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t_1) - \dot{g}(0)$ ที่เวลา t_1 คือพื้นที่ใต้กราฟของอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t)$ ในช่วงระยะเวลา 0 ถึง t_1 จะได้ว่าผลต่างของ $\dot{g}(t) - \dot{g}(t_1)$ คือพื้นที่ใต้กราฟของอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t)$ ในช่วงระยะเวลา t_1 ถึง t ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\dot{g}(t) - \dot{g}(t_1) = \int_{t_1}^t \ddot{g}(\tau) d\tau \quad (\text{ก.24})$$

นั่นคือ $\frac{\int_{t_1}^t \ddot{g}(\tau) d\tau}{t - t_1}$ เป็นค่าเฉลี่ยของอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t)$ ทุกค่าที่อยู่ในช่วงของตัวแปร t_1 ถึง t ซึ่งค่าเฉลี่ยดังกล่าวจะเท่ากับค่าของอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t)$ บางค่าในช่วงของตัวแปร t_1 ถึง t ช่วงเดียวกัน สมมุติว่ามีตัวแปร $t_2 \in (t_1, t)$ ที่ทำให้ค่าของอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t)$ เท่ากับค่าเฉลี่ยข้างต้น ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\frac{\dot{g}(t) - \dot{g}(t_1)}{t - t_1} = \frac{\int_{t_1}^t \ddot{g}(\tau) d\tau}{t - t_1} = \ddot{g}(t_2) \quad (\text{ก.25})$$

ดังนั้น ถ้าอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป ตัวแปร $t_2 \in (t_1, t)$ ในสมการที่(ก.25) จะถูกคำนวณหาค่าได้ หรือถ้าแสดงให้เห็นว่าตัวแปร t, t_1 อนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t), \dot{g}(t_1)$ และอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t_2)$ มีความสัมพันธ์กันซึ่งอยู่ในรูปของสมการที่(ก.25) รวมถึงถ้าตัวแปร $t_2 \in (t_1, t)$ ถูกคำนวณหาค่าได้ จะสรุปได้ว่าอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t)$ มีขนาดจำกัด และอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือ ถ้าฟังก์ชัน $g(t)$ มีค่าจำกัด ในขณะที่ตัวแปร $t \rightarrow \infty$ และอนุพันธ์อันดับสอง $\ddot{g}(t)$ มีขนาดจำกัด ตลอดช่วง $t \in [0, \infty)$ จะได้ว่าอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t)$ มีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ($\dot{g}(t) \rightarrow 0$) ในขณะที่ตัวแปร $t \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} \dot{g}(t) - \dot{g}(t_1) &= \ddot{g}(t_2)(t - t_1) \Rightarrow \ddot{g}(t) \text{ มีขนาดจำกัด} \\ \ddot{g}(t) \text{ มีขนาดจำกัด} &\Rightarrow \dot{g}(t) \text{ ต่อเนื่องแบบเอกรูป} \\ g(t) \text{ มีค่าจำกัด และ } \ddot{g}(t) \text{ มีขนาดจำกัด} &\Rightarrow \dot{g}(t) \rightarrow 0 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \alpha e^{(-\beta t)}$ โดยที่ค่าคงที่ $\beta > 0$ เมื่ออ้างอิงถึงสมการที่(ก.25) ตัวแปร t_2 จะถูกคำนวณหาค่าได้จาก

$$t_2 = \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{\beta(t_1 - t)}{e^{(-\beta t)} - e^{(-\beta t_1)}} \right) \quad (\text{ก.26})$$

นั่นคืออนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \alpha e^{(-\beta t)}$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \alpha t^2$ เมื่ออ้างอิงถึงสมการที่(ก.25) ตัวแปร t_2 จะถูกคำนวณหาค่าได้จาก

$$t_2 = \frac{t + t_1}{2} \quad (\text{ก.27})$$

นั่นคืออนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \alpha t^2$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \rho \ln(t)$ เมื่ออ้างอิงถึงสมการที่(ก.25) ตัวแปร t_2 จะถูกคำนวณหาค่าได้จาก

$$t_2 = \frac{t - t_1}{\ln(t) - \ln(t_1)} \quad (\text{ก.28})$$

นั่นคืออนุพันธ์ $\dot{g}(t) = \rho \ln(t)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = A_m \sin(\omega t + \phi)$ โดยที่ค่าคงที่

$$A_m > 0 \text{ และ } \omega > 0$$

เมื่ออ้างอิงถึงสมการที่(ก.25) ตัวแปร t_2 จะถูกคำนวณหาค่าได้จาก

$$\cos(\omega t_2 + \phi) = \frac{2 \sin\left(\omega \frac{t-t_1}{2}\right) \cos\left(\omega \frac{t+t_1}{2} + \phi\right)}{\omega(t-t_1)} \quad (\text{ก.29})$$

นั่นคืออนุพันธ์ $\dot{g}(t) = A_m \sin(\omega t + \phi)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ตัวอย่าง กำหนดให้อนุพันธ์ $\dot{g}(t) = e^{-kt} \sin(\omega t + \phi)$ โดยที่ค่าคงที่

$$k > 0 \text{ และ } \omega > 0$$

เมื่ออ้างอิงถึงสมการที่(ก.25) ตัวแปร t_2 จะถูกคำนวณหาค่าแบบเชิงเลขได้จาก

$$\frac{e^{(-kt)} \sin(\omega t + \phi) - e^{(-kt_1)} \sin(\omega t_1 + \phi)}{(t-t_1)\sqrt{k^2 + \omega^2}} = e^{(-kt_2)} \cos(\omega t_2 + \phi + \theta) \quad (\text{ก.30})$$

โดยที่ $\theta = \tan^{-1}(k/\omega)$

นั่นคืออนุพันธ์ $\dot{g}(t) = e^{-kt} \sin(\omega t + \phi)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป

ก.3 การพิสูจน์บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาบาลัต

ในการพิสูจน์บทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาบาลัต[17][18][19] จะสมมติให้ผลลัพธ์ของบทวิเคราะห์ฟังก์ชันดังกล่าวไม่เป็นความจริง(contradiction) กล่าวคือ ถ้าฟังก์ชัน $g(t)$ มีค่าจำกัด ในขณะที่ตัวแปร $t \rightarrow \infty$ และมีอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t)$ ซึ่งมีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป จะได้ว่าอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ มีค่าลู่ออกตัวเลขใดๆที่ไม่ใช่ศูนย์ นั่นคือ

$$\exists \varepsilon_0 > 0, \forall t_i > 0 \text{ และ } t_i \rightarrow \infty \Rightarrow |\dot{g}(t_i)| \geq \varepsilon_0$$

เนื่องจากอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ มีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบเอกรูป จะได้ว่า $\forall R_0 > 0, \exists \eta(R_0) > 0, \forall t \geq 0$ และ

$$|t - t_i| < \eta(R_0) \Rightarrow |\dot{g}(t) - \dot{g}(t_i)| < R_0$$

เลือก $R_0 = \varepsilon_0/2$ จะทำให้ $\exists \eta(\varepsilon_0) > 0, \exists t \geq 0$ และ

$$|t - t_i| < \eta(\varepsilon_0) \Rightarrow |\dot{g}(t) - \dot{g}(t_i)| < \frac{\varepsilon_0}{2}$$

ซึ่งหมายความว่าอนุพันธ์ $\dot{g}(t)$ และ $\dot{g}(t_i)$ เป็นตัวเลขที่มีค่ามากกว่าศูนย์เหมือนกันหรือน้อยกว่าศูนย์เหมือนกัน(constant sign) ตลอดช่วง $t_i - \eta < t < t_i + \eta$ เมื่อพิจารณา $|\dot{g}(t)|$ ในช่วงของตัวแปร $t_i - \eta < t < t_i + \eta$ ช่วงเดียวกัน จะคำนวณค่าได้ดังนี้

$$|\dot{g}(t)| = |\dot{g}(t_i) - (\dot{g}(t_i) - \dot{g}(t))|$$

$$|\dot{g}(t)| \geq |\dot{g}(t_i)| - |\dot{g}(t_i) - \dot{g}(t)|$$

$$|\dot{g}(t)| > \varepsilon_0 - \frac{\varepsilon_0}{2} = \frac{\varepsilon_0}{2}$$

นั่นคือผลลัพธ์ค่าสัมบูรณ์ของการอินทิเกรตในช่วงที่พิจารณา จะเขียนได้ดังนี้

$$\left| \int_{t_i - \eta}^{t_i + \eta} \dot{g}(t) dt \right| = \int_{t_i - \eta}^{t_i + \eta} |\dot{g}(t)| dt > \frac{\varepsilon_0}{2} (2\eta) = \varepsilon_0 \eta$$

เนื่องจาก

$$\int_0^{t_i + \eta} \dot{g}(\tau) d\tau = \int_0^{t_i - \eta} \dot{g}(\tau) d\tau + \int_{t_i - \eta}^{t_i + \eta} \dot{g}(\tau) d\tau$$

เป็นผลให้ เมื่อตัวแปร $t_i \rightarrow \infty$ ในกรณีที่ $\int_{t_i - \eta}^{t_i + \eta} \dot{g}(\tau) d\tau > \varepsilon_0 \eta$ จะได้ว่า

$$\int_0^{t_i + \eta} \dot{g}(\tau) d\tau > \int_0^{t_i - \eta} \dot{g}(\tau) d\tau + \varepsilon_0 \eta$$

และในกรณีที่ $\int_{t_i - \eta}^{t_i + \eta} \dot{g}(\tau) d\tau < -\varepsilon_0 \eta$ จะได้ว่า

$$\int_0^{t_i+\eta} \dot{g}(\tau) d\tau < \int_0^{t_i-\eta} \dot{g}(\tau) d\tau - \varepsilon_0 \eta$$

ดังนั้น $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \dot{g}(\tau) d\tau = g(t) - g(0)$ โดยที่ $g(0)$ เป็นค่าคงที่ จะมีค่าไม่จำกัด

หรือไม่ลู่เข้าหาค่าคงที่ ซึ่งขัดแย้งกับการกำหนดให้ $\lim_{t \rightarrow \infty} g(t)$ มีค่าจำกัดในลำดับแรก

ก.4 การประยุกต์ใช้บทวิเคราะห์ของบาวาลัดในการตรวจสอบเสถียรภาพ

เนื่องจากพลังงานเสมือนหรือฟังก์ชันเลียปูนอฟ ($V(t)$) ที่ใช้ตรวจสอบเสถียรภาพของระบบปิดแบบไม่เชิงเส้น มีความสัมพันธ์กับเวลาอย่างไม่แน่ชัด กล่าวคือความสัมพันธ์ระหว่างเวลาและปริมาณของพลังงานเสมือนจะไม่ถูกเขียนเป็นสมการได้ ซึ่งเกิดจากการไม่สามารถหาคำตอบหรือผลตอบสนองของสมการระบบปิดโดยวิธีการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ แต่การหาคำตอบดังกล่าว จะทำได้โดยการคำนวณแบบเชิงเลข รวมถึงการตรวจสอบเสถียรภาพข้างต้นคือการแสดงให้เห็นว่า เมื่อเวลาผ่านไป ($t \rightarrow \infty$) ค่าพลังงานเสมือนจะมีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ($\dot{V}(t) \rightarrow 0$) และเป็นผลให้พลังงานเสมือนมีค่าลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่งหรือมีค่าจำกัด ($V(t) \rightarrow c$) ดังนั้นการตรวจสอบเสถียรภาพที่กล่าวถึงจะมีขั้นตอนเดียวกับการแสดงให้เห็นว่า เมื่อตัวแปร $t \rightarrow \infty$ ฟังก์ชัน $g(t)$ มีค่าลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่งและอนุพันธ์อันดับหนึ่ง $\dot{g}(t) \rightarrow 0$ โดยใช้ความจริงข้อที่สามของคุณสมบัติเชิงอะซิมโทติกของฟังก์ชันสเกลลาร์และบทวิเคราะห์ฟังก์ชันของบาวาลัดตามลำดับ เพื่อแก้ปัญหาความสัมพันธ์ที่ไม่แน่ชัดระหว่างเวลาและพลังงานเสมือน

ถ้าพลังงานเสมือน $V(t)$ มีคุณสมบัติดังต่อไปนี้

1.) พลังงานเสมือน $V(t)$ มีขอบเขตล่าง

2.) $\dot{V}(t) \leq 0$ ตลอดระยะเวลาของการควบคุม (semi-negative definite function)

3.) ในช่วงระยะเวลา t ถึง t_1 ใดๆ สมมติว่ามีเวลา $t_2 \in (t_1, t)$ และมีเงื่อนไขที่ทำให้

สมการ $\frac{\dot{V}(t) - \dot{V}(t_1)}{t - t_1} = \ddot{V}(t_2)$ เป็นจริง ซึ่งหมายความว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่าพลังงานเสมือน ($\ddot{V}(t)$) ที่เทียบกับเวลา มีขนาดจำกัด หรือค่าพลังงานเสมือนมีคุณสมบัติของความต่อเนื่องแบบ

เอกรูป [19]

จะได้ว่า เมื่อเวลา $t \rightarrow \infty$ พลังงานเสมือนมีค่าลู่เข้าหาค่าคงที่ค่าหนึ่ง ($V(t) \rightarrow c$) และค่าพลังงานเสมือนมีค่าลู่เข้าหาศูนย์ ($\dot{V}(t) \rightarrow 0$) พร้อมกัน

$$V(t) \text{ มีขอบเขตล่าง, } \dot{V}(t) \leq 0 \text{ และ } \ddot{V}(t) \text{ มีขนาดจำกัด} \Rightarrow \dot{V}(t) \rightarrow 0$$

ภาคผนวก ข

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์

บทความที่ 1 ได้รับการตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 23 วันที่ 23-24

พฤศจิกายน 2543 ที่มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ ในชื่อเรื่อง

การออกแบบตัวควบคุมพีดีปรับค่าได้แบบคงทนสำหรับระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

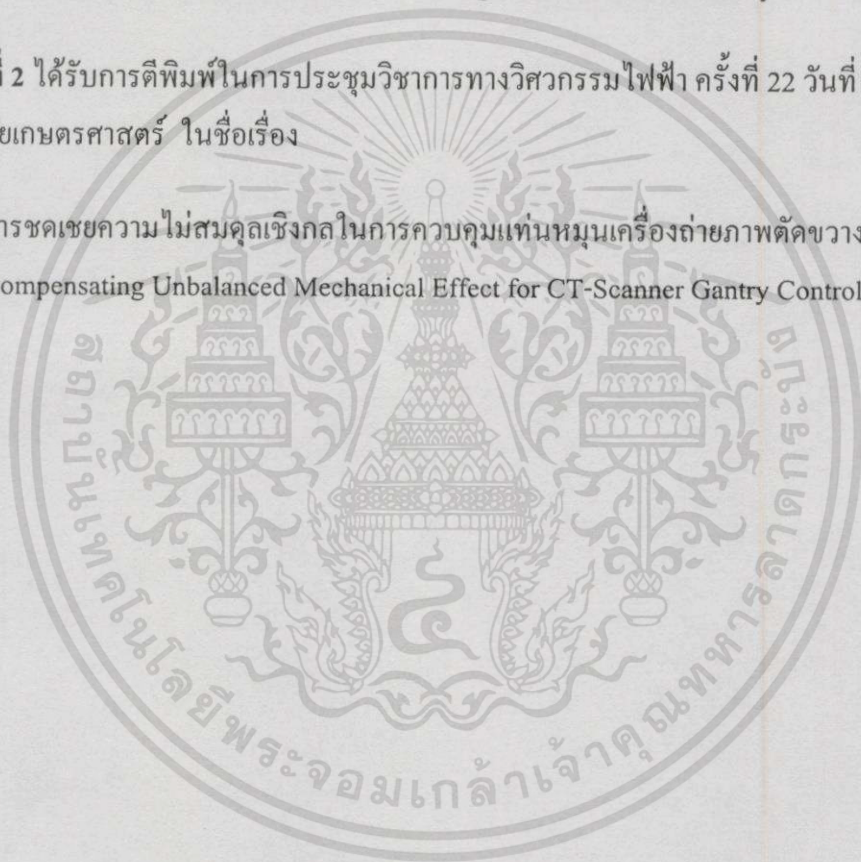
Adaptive PD-robust controller Design for CT-Scanner Gantry

บทความที่ 2 ได้รับการตีพิมพ์ในการประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 22 วันที่ 2-3 ธันวาคม

2542 ที่มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ในชื่อเรื่อง

การชดเชยความไม่สมดุลเชิงกลในการควบคุมแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

Compensating Unbalanced Mechanical Effect for CT-Scanner Gantry Control



การออกแบบตัวควบคุมที่ดีปรับค่าได้แบบคงทนสำหรับระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง

Adaptive PD-robust controller Design for CT-Scanner Gantry

วุฒิกร เซว้ประมวลกุล จงกล งามวิวิทย์

คณะวิศวกรรมศาสตร์และสำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

สุธี ผู้เจริญนะชัย

หน่วยปฏิบัติการวิจัยเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์และระบบอัตโนมัติ ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ

สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ

โทร(02)942-6028(EXT:531) โทรสาร (02)942-8083 E-mail: suthee@notes.nectec.or.th

บทคัดย่อ

บทความนี้ได้นำเสนอ ตัวควบคุมที่ดีปรับค่าได้แบบคงทน ซึ่งอยู่บนพื้นฐานโหมคการเลื่อนไถล สำหรับการควบคุมแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางซึ่งเป็นระบบไม่เชิงเส้นที่ไม่รู้ค่าพารามิเตอร์ที่แน่นอน โดยวิธีการควบคุมดังกล่าวจะรวมเอาความสามารถในการเรียนรู้ระบบของตัวควบคุมแบบปรับค่าได้และความสามารถในการจัดการกับความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบคงทนเข้าด้วยกัน ซึ่งจะช่วยปรับปรุงสมรรถนะของระบบให้ดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับตัวควบคุมที่ดีปรับค่าได้ นอกจากนี้กฎการควบคุมดังกล่าว จะทำให้ความผิดพลาดของผลตอบสนองเข้าสู่ศูนย์ในขณะที่ยังคงรักษาเสถียรภาพของระบบปิดได้ โดยผลของการทดลองหมุนจริงและการจำลองเลียนแบบจะแสดงให้เห็นถึงสมรรถนะที่ดีกว่า

คำสำคัญ : ความไม่เป็นเชิงเส้น, ความเสียดทาน, ตัวควบคุมแบบปรับค่าได้, ตัวควบคุมแบบคงทน

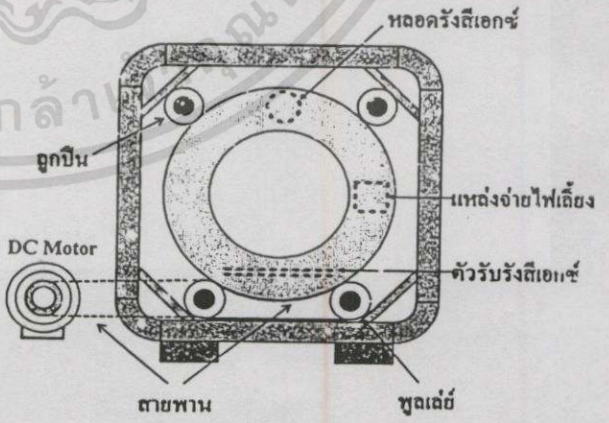
Abstract

This paper presents an integrated adaptive-robust control methodology based on the sliding mode, which is developed for the control of nonlinear uncertainties of CT-scanner gantry system. The proposed approach possesses the advantages of both adaptive control and robust control, and eliminates the disadvantages of each. It has ability to learn like an adaptive controller and ability to handle various uncertainties and reject disturbances like a robust controller. Transient performance is improved by this approach when compared with PD adaptive controller. Furthermore, the resulting adaptive-robust control law makes tracking error converge to zero while maintaining global stability of the closed-loop system. In addition, simulation and experimental result of real-time control are performed to show better result.

Keywords : Nonlinearity, Friction, Adaptive controller, Robust controller

1. บทนำ

ระบบแทนหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางซึ่งเป็นระบบที่มีแรงเสียดทาน จะประกอบด้วยส่วนที่เป็นอุปกรณ์เชิงกลต่างๆ ดังแสดงในรูปที่ 1 แรงเสียดทานดังกล่าว จะมีคุณลักษณะไม่เป็นเชิงเส้นและเป็นพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่าแน่นอนในทางปฏิบัติ จึงมีการนำตัวควบคุมที่ดีแบบปรับค่าได้ (PD adaptive controller)[1],[5] มาใช้เพื่อให้ผลตอบสนองผู้เข้าหาสัญญาณอ้างอิงมากขึ้น แต่เนื่องจากในช่วงแรกของการควบคุมระบบแทนหมุน ซึ่งเป็นช่วงที่ยังไม่สามารถชดเชยคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้นของแรงเสียดทานได้คือพอ จึงทำให้ผลตอบสนองในช่วงนั้นไม่ดีไปด้วย จึงมีความคิดที่จะนำตัวควบคุมที่ดีปรับค่าได้แบบคงทน ซึ่งการออกแบบจะอยู่บนพื้นฐานโหมคการเลื่อนไถล(sliding mode) เพื่อทำให้ผลตอบสนองทางตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมของระบบปิด ผู้เข้าหาสัญญาณอ้างอิงได้มากขึ้นทั้งในสภาวะชั่วขณะ(transient state)และสภาวะคงตัว(steady state)



รูปที่ 1 ส่วนประกอบเชิงกลของระบบแทนหมุน

2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแท่นหมุน

ในการหาแบบจำลองของระบบแท่นหมุนที่ประกอบด้วยวงจรรีบ ดีซีมอเตอร์ และวงล้อเหล็ก ซึ่งเป็นระบบมีการเคลื่อนที่สามารถกำหนดแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแท่นหมุนเป็นไปตามกฎข้อที่สองของนิวตันดังนี้

$$M\ddot{x} + d\dot{x} = u + f \tag{1}$$

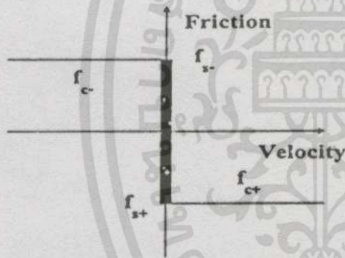
โดยที่ M คือ โมเมนต์ความเฉื่อยรวมของระบบ

d คือ สัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานหนืด

u คือ สัญญาอินพุตที่ป้อนเข้าวงจรรีบ (โวลต์)

x คือ ตำแหน่งเชิงมุมของวงล้อเหล็ก (เรเดียน)

f คือ แรงเสียดทานรวมระหว่างแรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานกลูอมบ์ที่เกิดขึ้นในระบบแท่นหมุน ซึ่งเรียก M, d และ f ว่าพารามิเตอร์จริงของระบบแท่นหมุน ในส่วนของแรงเสียดทานรวมของระบบแท่นหมุน คือ แรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานกลูอมบ์จะเขียนเป็นสมการได้ดังนี้



รูปที่ 2 แบบจำลองของแรงเสียดทาน

$$f = [f_{c+}\eta + f_{c-}(1-\eta)](1-\xi) + [f_{s+}\mu + f_{s-}(1-\mu)]\xi \tag{2}$$

การเกิดแรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานกลูอมบ์จะมีเงื่อนไขดังนี้

$$\eta = 1(\dot{x} \geq 0); \xi = 1(\dot{x} = 0); \mu = 1(u \geq 0)$$

$$\eta = 0(\dot{x} < 0); \xi = 0(\dot{x} \neq 0); \mu = 0(u < 0)$$

3. การออกแบบตัวควบคุม

การออกแบบตัวควบคุมในงานวิจัยนี้ จะสามารถกระทำได้ในทำนองเดียวกับตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ในงานวิจัย[1] เพียงพิจารณาเพิ่มส่วนของตัวควบคุมแบบคงทนเข้าไป ซึ่งการออกแบบตัวควบคุมสามารถทำได้ดังนี้

กำหนดกฎการควบคุมที่ป้อนปริมาณที่ถูกคำนวณได้ให้กับวงจรรีบเคลื่อนดังนี้

$$u = \dot{M}(t)\dot{x}_r + \dot{d}(t)x_r - \hat{f}_{c-}(t)(1-\eta) - \hat{f}_{c+}(t)\eta - K_D E - \rho \tanh[(a+bt)E] \tag{3}$$

โดยที่ $\dot{M}(t), \dot{d}(t), \hat{f}_{c+}(t)$ และ $\hat{f}_{c-}(t)$ คือค่าพารามิเตอร์ของระบบแท่นหมุนที่ได้จากการประมาณค่าแบบแปรตามเวลา ในส่วนของเทอม $K_D E$ คือตัวควบคุมพีดีแบบคั้งเดิมเพราะ

$$E = \dot{\tilde{x}} + \tilde{x} \tag{4}$$

โดยที่ $\tilde{x} = x - x_d$ เมื่อ x_d คือตำแหน่งเชิงมุมที่ต้องการของสัญญาณอ้างอิง นั่นคือ K_D และ $K_D \lambda$ คือค่าเกนพีดีของตัวควบคุมพีดีแบบคั้งเดิมตามลำดับ และที่ $E=0$ สมการที่ 4 จะทำหน้าที่เป็นพื้นผิวเลื่อนไถล(sliding surface) นอกจากนี้ x_r คือสัญญาณอ้างอิงเทียมซึ่งเขียนได้ดังนี้

$$x_r = \dot{x}_d - \tilde{x} \tag{5}$$

หาสมการระบบปิด โดยการนำกฎการควบคุม(สมการที่3) แทนลงในสมการระบบเปิด(สมการที่1)จะได้

$$M\dot{E} + (K_D + d)E = Y\dot{p} - \rho \tanh[(a+bt)E] \tag{6}$$

โดยที่ $Y = \begin{bmatrix} \dot{x}_r & x_r & -\eta & -(1-\eta) \end{bmatrix}$
 $\dot{p} = \begin{bmatrix} \dot{M}(t) & \dot{d}(t) & \dot{\hat{f}}_{c+}(t) & \dot{\hat{f}}_{c-}(t) \end{bmatrix}^T$
 $\dot{M}(t) = \dot{M}(t) - M, \dot{d}(t) = \dot{d}(t) - d$
 $\dot{\hat{f}}_{c+}(t) = \dot{\hat{f}}_{c+}(t) - \dot{f}_{c+}, \dot{\hat{f}}_{c-}(t) = \dot{\hat{f}}_{c-}(t) - \dot{f}_{c-}$
 a และ b เป็นค่าคงที่บวก สำหรับ ρ คือฟังก์ชันขอบเขต

บนของตัวควบคุมพีดีปรับค่าได้แบบคงทนและมีค่าเป็นบวก โดยที่

$$\rho = |Y| \tilde{p}^* \\ |Y| = \begin{bmatrix} |\dot{x}_r| & |x_r| & |-\eta| & |-(1-\eta)| \end{bmatrix} \\ \tilde{p}^* = \begin{bmatrix} |\dot{M}| & |\dot{d}| & |\dot{\hat{f}}_{c+}| & |\dot{\hat{f}}_{c-}| \end{bmatrix}^T \tag{7}$$

จากสมการที่ 7 ถ้า $\tilde{p}^* = 0 \rightarrow \rho = 0$ ล้ว ซึ่งหมายความว่า ถ้าค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่าเข้าใกล้ค่าจริงมากเท่าใด ค่า ρ ก็เข้าใกล้ศูนย์มากเท่านั้น

เมื่อพิจารณาสมการระบบปิดที่แสดงในสมการที่ ๖ จะสามารถเลือกฟังก์ชันลิยาปูนอฟที่ไว้ตรวจสอบเสถียรภาพของระบบได้ดังนี้

$$V = \frac{1}{2}ME^2 + \frac{1}{2}\tilde{p}^T \Gamma \tilde{p} \geq 0 \quad (8)$$

โดยที่ Γ คือเมทริกซ์สมมาตรที่มีคุณสมบัติจำกัดบวก
 หอนุพันธ์ของฟังก์ชันลิยาปูนอฟในสมการที่ 8 เทียบกับเวลา นั่นคือ

$$\begin{aligned} \dot{V} &= M\dot{E}\dot{E} + \tilde{p}^T \Gamma \dot{\tilde{p}} \\ &= -(K_D + d)E^2 - \rho E \tanh[(a + bt)E] \\ &\quad + \tilde{p}^T (Y^T E + \dot{\Gamma} \tilde{p}) \end{aligned} \quad (9)$$

เนื่องจากเรนจ์(range) และ โดเมน(domain) ของฟังก์ชันไฮเพอร์โบลิกแทนเจนต์ (hyperbolic tangent) จะมีเครื่องหมายเหมือนกันเสมอ ดังนั้น เทอมที่สองในสมการที่ 9 จะมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์เท่านั้น และเมื่อพิจารณาเงื่อนไขที่ทำให้เกิดเสถียรภาพ $\dot{V} \leq 0$ จะทำให้ได้กฎการปรับค่าและอนุพันธ์ของฟังก์ชันลิยาปูนอฟที่ถูกลดรูปสมการตามลำดับดังนี้

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -(K_D + d)E^2 \\ &\quad - \rho E \tanh[(a + bt)E] \leq 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\dot{\tilde{p}} = \dot{\tilde{p}} = -\Gamma^{-1} Y^T E \quad (11)$$

เนื่องจากในช่วงแรกของการควบคุม $E \neq 0$ ทำให้ฟังก์ชันลิยาปูนอฟเริ่มมีค่าลดลง เมื่อเวลาผ่านไป ($t \rightarrow \infty$) ฟังก์ชันลิยาปูนอฟจะมีค่าลดลงจากเดิมอย่างต่อเนื่อง เป็นผลให้ตัวแปร E มีขนาดเข้าสู่ศูนย์ ซึ่งหมายความว่า ความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมมีขนาดเข้าสู่ศูนย์พร้อมๆ กันเพราะ $\lambda > 0$

เมื่อกำหนดให้ $I^n = \text{diag}[\gamma, \gamma, \gamma, \gamma]$ โดยที่ γ_r, γ_r และ γ_c คือค่าเกนของกฎการปรับค่า(adaptation gain)ซึ่งมีค่าเป็นบวก จากนั้นจะขยายกฎการปรับค่าได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \dot{M} &= \dot{M} = -\gamma_1 \dot{x}_r E, \quad \dot{d} = \dot{d} = -\gamma_2 x_r E, \\ \dot{f}_{c+} &= \dot{f}_{c+} = \gamma_3 E \eta \quad \text{และ} \quad \dot{f}_{c-} = \dot{f}_{c-} = \gamma_3 E (1 - \eta) \end{aligned} \quad (12)$$

ข้อดีของตัวควบคุมในงานวิจัยนี้คือ การเพิ่มส่วนของตัวควบคุมแบบคงทนเข้าไป โดยจะช่วยให้ผลตอบสนองในช่วงสภาวะชั่วคราว ซึ่งพารามิเตอร์ของระบบยังปรับเข้าหาค่าจริงไม่ผิด มีผลตอบสนองที่ดีขึ้น

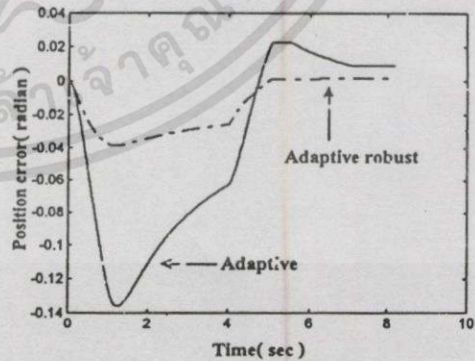
4. ผลการทดลอง

ในการทดลองจะแบ่งออกเป็นสองกรณี คือ กรณีที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้อย่างเดียวและกรณีที่ใช้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ที่มีการเพิ่มส่วนของตัวควบคุมแบบคงทนเข้าไป จากนั้นเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบที่ได้จากการใช้ตัวควบคุมทั้งสองกรณี โดยในการทดลองได้กำหนดค่าเกน $K_D, \lambda, \gamma_1, \gamma_2$ และ γ_3 เป็น 5.1683, 2.1632, 0.37016, 0.52576 และ 0.06816 ตามลำดับ

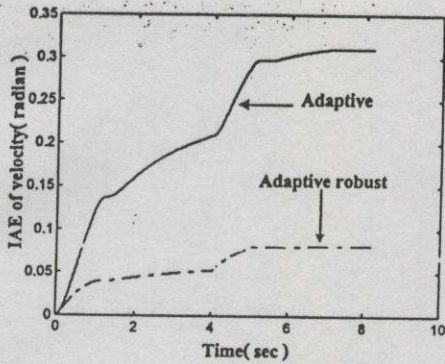
ในส่วนของทางเลือกค่าเกน γ_1, γ_2 และ γ_3 จะพยายามเลือกให้มีค่ามากที่สุดเพื่อให้พารามิเตอร์ของระบบแทนหมุนที่ได้จากการประมาณค่ามีขนาดเพิ่มขึ้นจากค่าเริ่มต้นที่ศูนย์ จนมีขนาดมากพอที่จะชดเชยพารามิเตอร์จริงของระบบในเวลาอันสั้นได้ แต่การเพิ่มค่าเกนดังกล่าวต้องไม่ทำให้สัญญาณอินพุตที่ป้อนเข้าวงจรจับ มีขนาดใหญ่จนอยู่นอกช่วงการใช้งานหรือเกิดการอิ่มตัว(saturation) และวงล้อเหล็กต้องหมุนได้อย่างต่อเนื่องโดยไม่เกิดการกระตุกในระหว่างเคลื่อนที่ สำหรับการทดลองนั้นจะมีทั้งผลที่ได้จากการจำลองเลียนแบบ(simulation)และผลที่ได้จากการทดลองจริง เพื่อเปรียบเทียบผลตอบสนองของการใช้ตัวควบคุมทั้งสองกรณี ดังนี้

4.1 การจำลองเลียนแบบ

สำหรับการจำลองเลียนแบบนั้น จะกำหนดให้ค่า a และ b มีค่าเป็น 5 และ 8 ซึ่งการเปรียบเทียบความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมและค่า IAE ของความเร็วจะแสดงได้ดังรูปที่ 3 และรูปที่ 4 ตามลำดับ



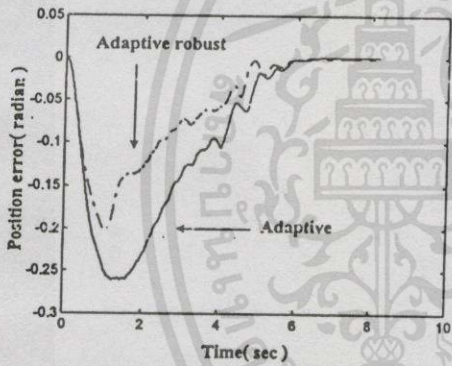
รูปที่ 3 ความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมที่ได้จากการจำลองเลียนแบบ



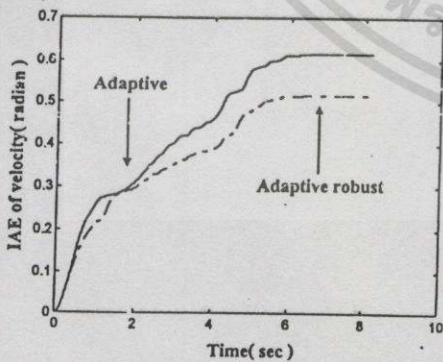
รูปที่ 4 ค่า IAE ของความเร็วที่ได้จากการจำลองเชิงแบบ

4.2 การควบคุมจริง

สำหรับการควบคุมจริงนั้น จะกำหนดให้ค่า a และ b มีค่าเป็น 0.5 และ 3 ซึ่งการเปรียบเทียบความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุม และค่า IAE ของความเร็วจะแสดง ได้ดังรูปที่ 5 และรูปที่ 6 ตามลำดับ



รูปที่ 5 ความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมที่ได้จากการหมุนจริง



รูปที่ 6 ค่า IAE ของความเร็วที่ได้จากการหมุนจริง

เมื่อเปรียบเทียบความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมดังแสดงในรูปที่ 3 และรูปที่ 5 จะเห็นได้ว่าในช่วงที่สัญญาณอ้างอิงมีความเร็วคงที่ ตัวควบคุมที่มีการเพิ่มส่วนคงที่เข้าไปจะให้ความผิดพลาดน้อยกว่ากรณีที่ไม่มีส่วนคงที่ และเนื่องจากผลตอบสนองของอัตราเร็วเชิงมุมที่ได้จากทั้งสองกรณีเป็นสัญญาณที่ไม่เรียบ ทำให้การเปรียบเทียบโดยตรงกระทำได้ยาก ดังนั้นจึงนำความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมที่ได้จากทั้งสองกรณีไปหาค่า IAE แล้วนำมาเขียนกราฟดังในรูปที่ 4 และรูปที่ 6 จะได้ว่ากรณีที่ที่มีการเพิ่มส่วนคงที่เข้าไปจะให้ความผิดพลาดโดยรวมน้อยกว่ากรณีที่ไม่มีส่วนคงที่

5. สรุปผลการทดลอง

จากการทดลองจะเห็นได้ว่า ตัวควบคุมที่คิดปรับค่าได้แบบคงที่ในงานวิจัยนี้ สามารถนำไปควบคุมแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวางซึ่งเป็นระบบที่มีแรงเสียดทานได้ โดยผลการทดลองจริงและการจำลองเชิงแบบแสดงให้เห็นว่า ผลตอบสนองที่ได้ในช่วงสภาวะชั่วขณะของตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมเมื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัย[1]แล้ว จะมีค่าใกล้เคียงกับสัญญาณอ้างอิงมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้ตัวควบคุมในงานวิจัยนี้ยังสามารถแก้ไขปัญหาความไม่สมดุลเชิงกลในงานวิจัย[2] ซึ่งจะทำให้ระบบมีผลตอบสนองดียิ่งขึ้นได้

6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ คุณอดิศักดิ์ แซ่สารกิจ จาก NECTEC/NSTDA ที่ให้คำแนะนำทางด้านเทคนิค สำนักวิจัยและบริการคอมพิวเตอร์ที่เอื้อต่อสถานที่ในการทดลอง และ สถาบันบัณฑิตวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีไทยที่ได้ให้ทุนในการทำวิจัย

เอกสารอ้างอิง

- [1] วิโรจน์ แสงธงทอง, " การออกแบบตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ สำหรับระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง ",ประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 20, 13-14 พฤศจิกายน 2540, หน้า 580-585.
- [2] วุฒิกร เขาว์ประมวลกุล, "การชดเชยความไม่สมดุลเชิงกลในการควบคุมแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง",ประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 22, 2-3 ธันวาคม 2542, หน้า 191-194.
- [3] Mark W.Spong, M. Vidyasagar, "Robot Dynamic and Control", Jonh Wiley & Sons, 1989, pp.301-309.
- [4] G. Song, R.W.Longman and R.Mukherjee, "Integrated sliding-mode adaptive -- robust control", IEE Proc.-Control Theory Appl., Vol.146, No.4 July 1999, pp. 341-347.
- [5] Slotine J.E. and Li W., "Applied Nonlinear Control", Prentice-Hall International, Inc 1991.

การชดเชยความไม่สมดุลเชิงกลในการควบคุมตำแหน่งหุ่นเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง Compensating Unbalanced Mechanical Effect for CT-Scanner Gantry Control

วุฒิกร เชาวน์ประมวลกุล จงกล งามวิวิทย์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

วิโรจน์ แสงธงทอง

สำนักวิจัยและบริการคอมพิวเตอร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

สุธี ผู้เจริญชนะชัย

หน่วยปฏิบัติการวิจัยเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์และระบบอัตโนมัติ ศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ

สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ

โทร (02)942-6028(EXT:531) โทรสาร (02)942-8083 E-mail:suthee@notes.nectec.or.th

บทคัดย่อ

ในบทความนี้ จะพิจารณาคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้นซึ่งมีผลกระทบนอกการควบคุมการหมุนของระบบเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง และเนื่องให้เกิดการดำเนินงานที่มีความเที่ยงตรงสูงจึงจำเป็นต้องพิจารณาผลของ ความไม่สมดุลเชิงกล ของอุปกรณ์ต่างๆ ที่ติดตั้งอยู่บนตำแหน่งนอก แกนเพื่อไปลดการพิจารณาผลของแรงเสียดทานเพียงอย่างเดียว ในบทความนี้ยังแสดงให้เห็นว่า คุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้น ที่เกิดจากความไม่ สมดุลเชิงกล สามารถลดรูปให้กระทัดรัดเหมาะสำหรับการหากฎการ ควบคุม และกฎการควบคุมได้ ซึ่งกฎการควบคุมดังกล่าว จะทำให้ความผิดพลาดของผลตอบสนองเข้าสู่ศูนย์ในขณะที่ยังคงรักษาเสถียรภาพ ของระบบได้ โดยผลของการทดลองหมุนจริงจะแสดงให้เห็นถึง ความเร็วที่เร็วกว่า กรณีที่ไม่มีการชดเชยความไม่สมดุลเชิงกล

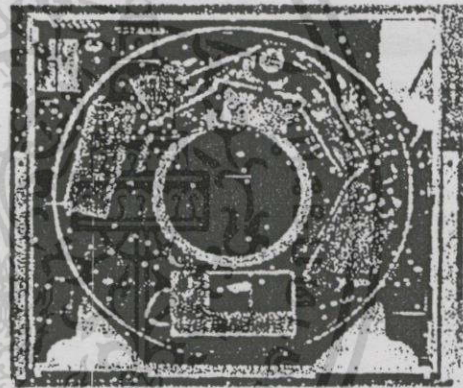
Abstract

In this paper, we investigate nonlinearity effects in tracking control of CT-scanner gantry. To achieve high precision tracking, influence of unbalance mechanical load hanging on the gantry is taken into account besides those of frictions. It is shown that the nonlinearity can be simply parameterized into the compact form which is suitable for adaptation. The resulting adaptive control law makes tracking error converge to zero while maintains global stability of the closed-loop system. Real-time control experiment is performed to show better result

1. บทนำ

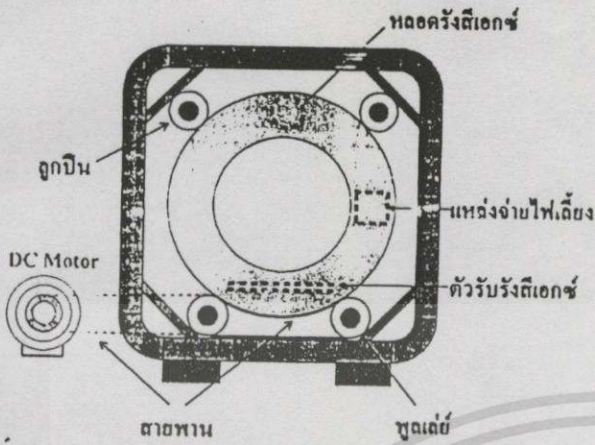
ระบบหุ่นยนต์เครื่องถ่ายภาพตัดขวางที่ใช้กันอยู่ทั่วไปใน ปัจจุบัน ประกอบด้วยอุปกรณ์จำนวนมากที่ติดตั้งบนตำแหน่ง

รูปที่ 1 ส่งผลให้เกิดความไม่สมดุลเชิงกลขึ้นมารบกวนการหมุนของ ระบบเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง



รูปที่ 1 เครื่องถ่ายภาพตัดขวางทั่วไป

ระบบหุ่นยนต์เครื่องถ่ายภาพตัดขวางต้นแบบที่ใช้งานวิจัยนี้ จะมีอุปกรณ์ของระบบเอกซเรย์ที่ถูกยึดติดเข้ากับวงล้อเหล็กซึ่งประกอบ ไปด้วยหลอดรังสีเอกซ์ ตัวรับรังสีเอกซ์ที่ถูกยึดติดในตำแหน่งตรงกัน ข้าม และแหล่งจ่ายไฟเลี้ยงให้กับตัวรับรังสีเอกซ์ที่ถูกยึดติดอยู่ระหว่าง หลอดรังสีและตัวรับรังสี ดังแสดงในรูปที่ 2 เนื่องจากอุปกรณ์ทั้ง 3 มีน้ำหนักไม่เท่ากัน จึงทำให้เกิดความไม่สมดุลเชิงกลเกิดขึ้น และในขณะที่ หมุน จะเกิดแรงเสถียรภาพการหมุนหรือด้านการหมุนซึ่งสัมพันธ์กับตำแหน่ง เจริญมุมของอุปกรณ์ทั้ง 3 ที่อยู่บนแกนเดียวกัน เป็นผลให้เกิดตัวรบกวน ในการสร้างแรงขับเคลื่อนโหลดของมอเตอร์ นั่นคือตัวรบกวนดังกล่าว จะเป็นสาเหตุที่ทำให้ตัวควบคุมที่ออกแบบปรับค่าได้ในงานวิจัย[1] ไม่ สามารถชดเชยคุณลักษณะที่เกิดขึ้นได้ครบหมดทุกส่วน จึงมีแนวคิดใน การขยายโครงสร้างของตัวควบคุมข้างต้นให้มีส่วนชดเชยความไม่สมดุล เชิงกลที่ถูกปรับค่าพารามิเตอร์ได้ เพื่อให้ผลตอบสนองทางตำแหน่ง เจริญมุมและอัตราเร็วเจริญมุมของระบบป้อนเข้าหาสัญญาณทราเจ็คทอรีได้ มากขึ้น



รูปที่ 2 ส่วนประกอบเชิงกลของระบบแท่นหมุน

2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแท่นหมุน

ในการหาแบบจำลองของระบบแท่นหมุนที่ประกอบด้วย วงจรขับ ดีซีมอเตอร์ และวงล้อเหล็ก ซึ่งเป็นระบบที่มีการเคลื่อนที่สามารถกำหนดแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบแท่นหมุนเป็นไปตามกฎข้อที่สองของนิวตันดังนี้

$$M\ddot{x} + d\dot{x} = u + f - m_T g r_T \sin(x) - m_D g r_D \sin(x + \theta_1) - m_P g r_P \sin(x + \theta_2) \quad (1)$$

โดยที่ M คือโมเมนต์ความเฉื่อยรวมของระบบ
 d คือสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานหนืด
 f คือแรงเสียดทานรวมระหว่างแรงเสียดทานสถิตย์และแรงเสียดทานจลน์ที่เกิดขึ้นในระบบ
 m_T คือมวลของหลอดรังสีเอกซ์, m_D คือมวลของตัวรับรังสีเอกซ์,
 m_P คือมวลของแหล่งจ่ายไฟเลี้ยง

g คือความเร่งที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงของโลก
 x คือตำแหน่งเชิงมุมของวงล้อเหล็ก(เรเดียน)
 θ_1 คือมุมระหว่างหลอดรังสีเอกซ์กับตัวรับรังสีเอกซ์(เรเดียน)
 θ_2 คือมุมระหว่างหลอดรังสีเอกซ์กับแหล่งจ่ายไฟเลี้ยง(เรเดียน)
 r และ R คือสัญญาณอินพุตที่ป้อนเข้าวงจรถับเคลื่อน(โวลต์)
 เมื่อพิจารณาเทอมที่มีฟังก์ชันไซน์ในสมการที่(1) สมการดังกล่าวจึงเป็นสมการระบบเกิดจะถูกลดรูปลงเหลือ

$$M\ddot{x} + d\dot{x} = u + f - \alpha \sin(x) - \beta \cos(x) \quad (2)$$

โดยที่ $\alpha = (m_T r_T + m_D r_D \cos \theta_1 + m_P r_P \cos \theta_2)g$
 $\beta = (m_D r_D \sin \theta_1 + m_P r_P \sin \theta_2)g$

นั่นคือเทอม $\alpha \sin(x)$ และ $\beta \cos(x)$ คือตัวรบกวนที่กล่าวถึง สำหรับกรณีที่มีโหลด n ชิ้น ดังที่แสดงในรูปที่1 สามารถเขียนแบบจำลองของแท่นหมุนได้ดังนี้

$$M\ddot{x} + d\dot{x} = u + f - m_T r_T g \sin(x) - g \sum_{i=1}^n m_i r_i \sin(x + \theta_i) \quad (3)$$

ซึ่งสามารถลดรูปลงเหลือดังแสดงในสมการที่(2)ได้โดยที่ $\alpha = (m_T r_T + \sum_{i=1}^n m_i r_i \cos(\theta_i))g$, $\beta = g \sum_{i=1}^n m_i r_i \sin(\theta_i)$

นั่นคือ ไม่ว่าจะระบบแท่นหมุนจะประกอบด้วยโหลดกี่ชิ้นก็ตาม ผลสุดท้ายก็จะลดรูปลงเหลือเพียงสองเทอมคือ $\alpha \sin(x)$ และ $\beta \cos(x)$ ซึ่งจะส่งผลให้การออกแบบตัวควบคุมง่ายขึ้น ตลอดจนการประมาณค่าพารามิเตอร์ของระบบสามารถกระทำได้ไว้อัตนขึ้น เนื่องจาจำนวนเทอมที่พิจารณาามีเพียงไม่กี่เทอม

เนื่องจากโหลดมีน้ำหนักมาก จึงมีแรงเสียดทานสถิตย์(f_s) และแรงเสียดทานจลน์(f_c)เกิดขึ้นในบริเวณที่เป็นส่วนสัมผัสการเคลื่อนที่ของส่วนประกอบอะไหล่เชิงกลต่างๆ รวมถึงเงื่อนไขของการเกิดแรงเสียดทานในทิศทางต่างๆดังแสดงในงานวิจัย[1]

3. การออกแบบตัวควบคุม

ในการออกแบบตัวควบคุมที่ดีแบบปรับค่าได้ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ จะมีรูปแบบของกฎการควบคุม กฎการปรับค่า ฟังก์ชันลियाปูนอฟอนุพันธ์ของฟังก์ชันลियाปูนอฟ และเงื่อนไขที่ทำให้เกิดเสถียรภาพของระบบปิด เหมือนกับโครงสร้างของตัวควบคุมที่ดีแบบปรับค่าได้ในงานวิจัย[1] แต่เพิ่มเทอมที่ทำหน้าที่ชดเชยความไม่สมดุลเชิงกลของระบบแท่นหมุนในกฎการควบคุม การออกแบบตัวควบคุมสามารถทำได้ดังนี้ กำหนดกฎการควบคุมที่ป้อนปริมาณที่ถูกคำนวณได้ให้กับวงจรถับเคลื่อนดังนี้

$$u = M\dot{x}_r + \dot{x}_r - \hat{f}_c + \eta - \hat{f}_c - (1 - \eta) + \hat{\alpha} \sin(x) + \hat{\beta} \cos(x) - K_D E \quad (4)$$

โดยที่ $\dot{M}(t)$, $\dot{d}(t)$, $\hat{f}_c + (t)$, $\hat{f}_c - (t)$, $\hat{\alpha}(t)$ และ $\hat{\beta}(t)$ คือค่าพารามิเตอร์ของระบบแท่นหมุนที่ได้จากการประมาณค่าแบบแปรตามเวลา ในส่วนของเทอม $K_D E$ คือตัวควบคุมที่ดีแบบดั้งเดิม เพราะ

$$E = \ddot{x} + \lambda \dot{x} \quad (5)$$

โดยที่ $\tilde{x} = x - x_d$ เมื่อ x_d คือตำแหน่งเชิงมุมที่ต้องการของสัญญาณทราเจกทอรี นั่นคือ K_D และ $K_D\lambda$ คือค่าเกนพีดีของตัวควบคุมพีดีแบบคั้งเคิมตามลำดับ นอกจากนี้ x_r คือสัญญาณอ้างอิงเทอมซึ่งเขียนได้ดังนี้

$$x_r = \dot{x}_d - \lambda \tilde{x} \quad (6)$$

หาสมการระบบปิด ซึ่งเกิดจากการนำกฎการควบคุม(4) แทนลงในสมการระบบเปิด (2)จะได้

$$ME + (K_D + d)E = Y\tilde{p} \quad (7)$$

โดยที่ $Y = [\dot{x}_r \quad x_r \quad -\eta \quad -(1-\eta) \sin(x) \quad \cos(x)]$

$$\tilde{p} = [\tilde{M} \quad \tilde{d} \quad \tilde{f}_{c+} \quad \tilde{f}_{c-} \quad \tilde{\alpha} \quad \tilde{\beta}]^T$$

$$\tilde{M}(t) = \hat{M}(t) - M, \quad \tilde{d}(t) = \hat{d}(t) - d,$$

$$\tilde{f}_{c+}(t) = \hat{f}_{c+}(t) - f_{c+}, \quad \tilde{f}_{c-}(t) = \hat{f}_{c-}(t) - f_{c-},$$

$$\tilde{\alpha}(t) = \hat{\alpha}(t) - \alpha \quad \text{และ} \quad \tilde{\beta}(t) = \hat{\beta}(t) - \beta$$

เมื่อพิจารณาสมการระบบปิดคั้งแสดงในสมการที่(7)จะได้อาการตรวจสอบเสถียรภาพของระบบสามารถกระทำได้เช่นเคียวงานวิจัย [1] คั้งนี้เลือกฟังก์ชันลียาปูนอฟที่ใช้ตรวจสอบเสถียรภาพคั้งสมการที่(8)

$$V = \frac{1}{2}ME^2 + \frac{1}{2}\tilde{p}^T\Gamma\tilde{p} \geq 0 \quad (8)$$

โดยที่ Γ คือเมตริกซ์สมมาตรที่มีคุณสมบัติจាក់บวก

หาอนุพันธ์ของฟังก์ชันลียาปูนอฟในสมการที่(8)เทียบกับ

เวลานันคือ

$$\dot{V} = -(K_D + d)E^2 + \tilde{p}^T(Y^TE + \Gamma\dot{\tilde{p}}) \quad (9)$$

เมื่อพิจารณาเงื่อนไขที่ทำให้เกิดเสถียรภาพ จะได้กฎการปรับค่าและอนุพันธ์ของฟังก์ชันลียาปูนอฟที่ถูกลดรูปสมการตามลำดับคั้งนี้

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -(K_D + d)E^2 \leq 0 \\ \dot{\tilde{p}} &= \dot{\tilde{p}} = -\Gamma^{-1}Y^TE \end{aligned} \quad (10)$$

เมื่อกำหนดค่าให้ $\Gamma^{-1} = \text{diag}[\gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \gamma_3 \quad \gamma_3 \quad \gamma_4 \quad \gamma_5]$ โดยที่ $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ และ γ_5 คือค่าเกนของกฎการปรับค่า(Adaptation gain) ซึ่งมีค่าเป็นบวก จากนั้นจะขยายสมการที่(10)ได้เป็น

$$\begin{aligned} \dot{M} &= \dot{M} = -\gamma_1 \dot{x}_r E, \quad \dot{d} = \dot{d} = -\gamma_2 x_r E, \\ \dot{f}_{c+} &= \dot{f}_{c+} = \gamma_3 E \eta, \quad \dot{f}_{c-} = \dot{f}_{c-} = \gamma_3 E (1 - \eta), \\ \dot{\alpha} &= \dot{\alpha} = -\gamma_4 \sin(x) E \quad \text{และ} \quad \dot{\beta} = \dot{\beta} = -\gamma_5 \cos(x) E \end{aligned} \quad (11)$$

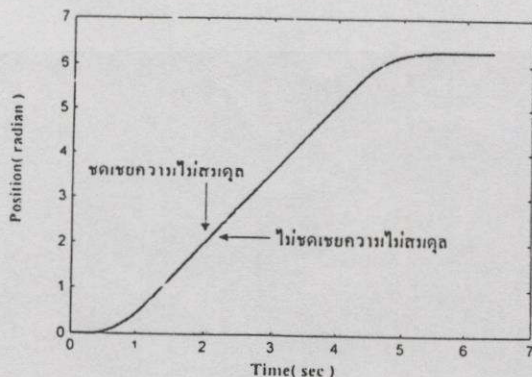
ข้อดีของตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ในงานวิจัยนี้คือการมีกฎการควบคุม และกฎการปรับค่าที่สามารถชดเชยความไม่สมดุลเชิงกลของระบบแทนหมุนได้ เป็นผลให้ตัวควบคุมข้างต้นประยุกต์ใช้งานกับระบบอื่นได้กว้างขวางมากขึ้น ตลอดจนความง่ายของการออกแบบตัวควบคุมซึ่งสามารถกระทำได้ในทำนองเดียวกับงานวิจัย[1]

4. ผลการทดลอง

การทดลองควบคุมการหมุนของวงล้อเหล็ก จะใช้ตัวควบคุมพีดีแบบปรับค่าได้ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 กรณี คือมีการชดเชยความไม่สมดุลเชิงกล และไม่มีมีการชดเชยความไม่สมดุลเชิงกล เพื่อเปรียบเทียบผลตอบสนองของการใช้ตัวควบคุมทั้ง 2 โดยในการทดลองได้กำหนดค่าเกน K_D และ λ เป็น 5.1683, 2.1632 ตาม

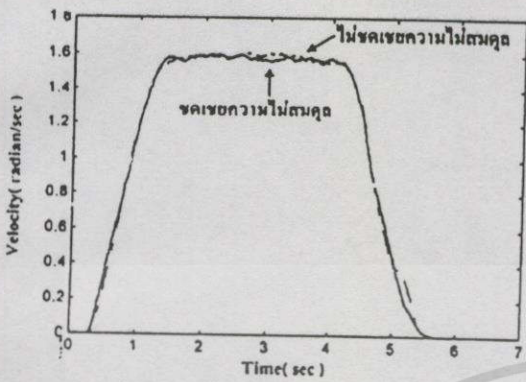
ในส่วนของตัวควบคุมแบบปรับค่าได้จะพยายามเลือกค่าเกน $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ และ γ_5 ให้มากที่สุดเพื่อให้หามีเคียวของระบบแทนหมุนที่ได้จากการประมาณมีขนาดเพิ่มขึ้นจากค่าเริ่มต้นที่ศูนย์จนมีขนาดมากพอที่จะชดเชยหามีเคียวจริงของระบบในเวลาอันสั้นได้ แต่การเพิ่มค่าเกนคั้งกล่าวคั้งนี้ไม่ทำให้สัญญาณอินพุตที่ป้อนเข้าวงจรมีขนาดใหญ่นอกช่วงการใช้งานหรือเกิดการอิ่มตัว (saturation) และวงล้อเหล็กต้องหมุนได้อย่างต่อเนื่องโดยไม่เกิดการกระตุกในระหว่างเคลื่อนที่

จากการทดลองในกรณีที่ไม่มีมีการชดเชยความไม่สมดุลเชิงกลเลือกใช้ค่า $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ และ γ_5 เท่ากับ 0.0005, 0.0005, 0.025, 0 และ 0 ตามลำดับ กรณีที่มีการชดเชยความไม่สมดุลเชิงกลเลือกใช้ค่า $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ และ γ_5 เท่ากับ 0.0005, 0.0005, 0.025, 0.0015 และ 0.002 ตามลำดับ ผลตอบสนองของตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมจะแสดงในรูปที่ 3 และรูปที่ 4 ตามลำดับ



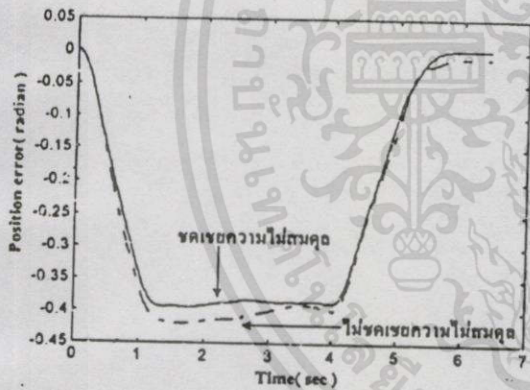
รูปที่ 3 ผลตอบสนองของตำแหน่งเชิงมุม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดคั้งทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

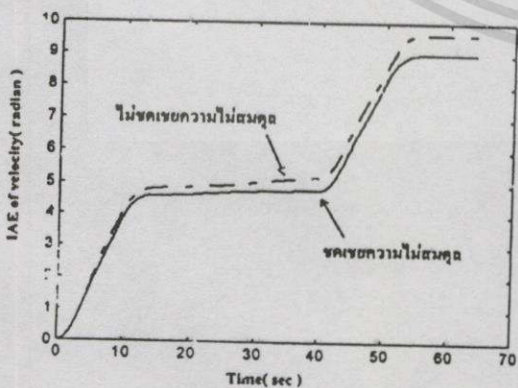


รูปที่ 4 ผลตอบสนองของอัตราเร็วเชิงมุม

เมื่อเปรียบเทียบความผิดพลาดของตำแหน่งเชิงมุมระหว่างสองกรณี ดังในรูปที่ 5 จะได้ว่าช่วงที่สัญญาณอ้างอิงมีความเร็วที่ตัวควบคุมแบบปรับค่าได้ในกรณีชดเชยความไม่สมดุลเชิงกลจะให้ความผิดพลาดน้อยกว่ากรณีไม่ชดเชยความไม่สมดุลเชิงกล โดยเฉพาะที่สภาวะคงตัว กรณีชดเชยความไม่สมดุลเชิงกลจะให้ผลตอบสนองที่เข้าสู่หาสัญญาณอ้างอิงมากกว่า



รูปที่ 5 เปรียบเทียบความผิดพลาดของตำแหน่ง



รูปที่ 6 เปรียบเทียบ IAE ของความเร็ว

เนื่องจากผลตอบสนองของอัตราเร็วเชิงมุมที่ได้จากทั้งสองกรณีเป็นสัญญาณที่ไม่เรียบ ดังในรูปที่ 4 ทำให้เปรียบเทียบกัน โดยตรงได้ยาก ดังนั้นจึงนำความผิดพลาดของอัตราเร็วเชิงมุมที่ได้จากทั้งสองกรณีไปหาค่า IAE แล้วนำมาเขียนกราฟดังในรูปที่ 6 จะได้ว่ากรณีชดเชยความไม่สมดุลเชิงกลจะให้ความผิดพลาดโดยรวมน้อยกว่ากรณีไม่ชดเชยความไม่สมดุลเชิงกล

5. สรุป

จากผลการทดลองจะเห็นได้ว่าการชดเชยความไม่สมดุลเชิงกลในการควบคุมระบบเครื่องถ่ายภาพตัดขวางจะทำให้ผลตอบสนองของตำแหน่งเชิงมุมและอัตราเร็วเชิงมุมมีค่าใกล้เคียงกับสัญญาณอ้างอิงมากขึ้น โดยสามารถพิจารณาไหลคหรืออุปกรณ์ต่างๆ มากมายที่ติดตั้งบนแท่นหมุนให้ลดรูปเหลือเพียงสองเทอมซึ่งจะง่ายต่อการหาสูตรปรับค่า และกฎการควบคุม เพียงพิจารณาเพิ่มอีก 2 เทอม ในงานวิจัย [1] จะสามารถออกแบบตัวควบคุมที่มีสมรรถนะที่ดียิ่งขึ้นได้

6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ คุณอดิศักดิ์ แข็งสารกิจ จาก NECTEC/NSTDA ที่ช่วยให้คำแนะนำทางด้านเทคนิค สำนักวิจัยและบริการคอมพิวเตอร์ที่เอื้อต่อสถานที่ในการทดลอง และ สถาบันบัณฑิตวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีไทยที่ได้ให้ทุนในการทำวิจัย

เอกสารอ้างอิง

- [1] วิโรจน์ แสงขงทอง, "การออกแบบตัวควบคุมแบบปรับค่าได้สำหรับระบบแท่นหมุนเครื่องถ่ายภาพตัดขวาง", ประชุมทางวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 20, 13-14 พฤศจิกายน 2540
- [2] Mark W.Spong, M.Vidyasagar, "Robot Dynamics and Control", John Wiley & Sons, 1989
- [3] Weiping Li and Xu Cheng, "Adaptive High-Precision Control of Positioning Tables - Theory and Experiment", IEEE Transaction on Control System Technology, Vol. 2 No.3, September 1994
- [4] Euclid Seeram, "Computer Tomography", W.B.Saunders Company, 1977

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

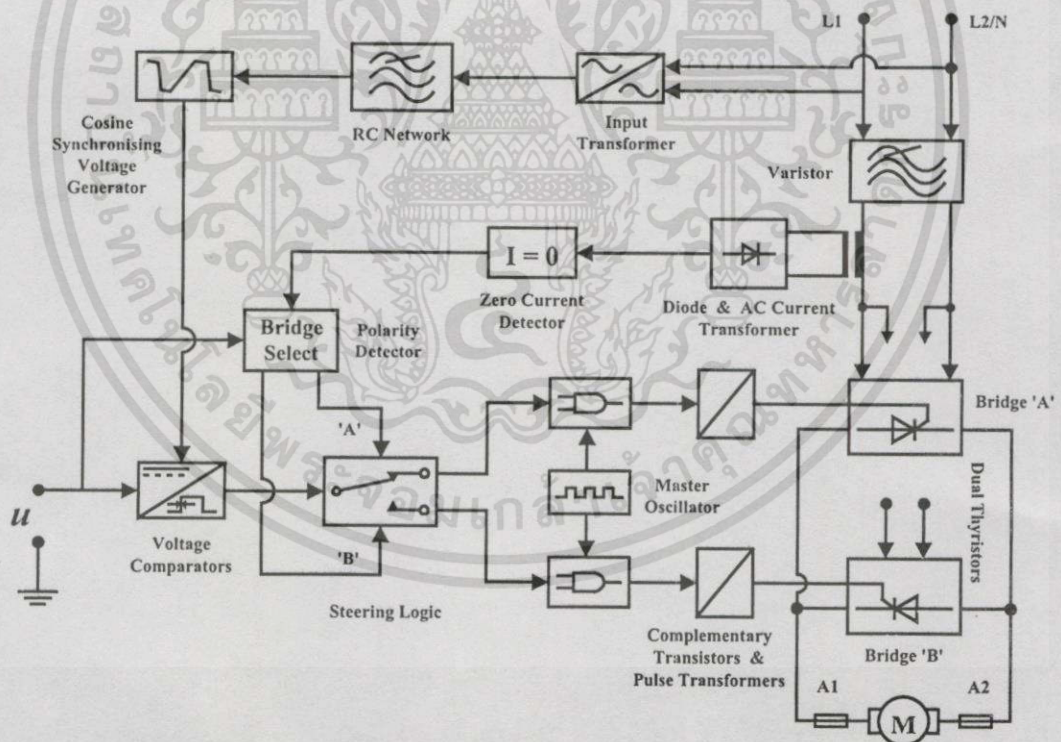
ไม่ว่ากรณีใดทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ค

ข้อมูลจำเพาะของวงจรขับเคลื่อนและมอเตอร์ที่ใช้งาน

ค.1 ข้อมูลจำเพาะของวงจรขับเคลื่อนที่ใช้งาน

เมื่อพิจารณาวงจรขับเคลื่อนดังกล่าวที่แสดงในรูปที่ ค.1 จะมีส่วนประกอบย่อยคือ โมดูลของไทรสเตอร์คู่ จำนวน 4 โมดูลซึ่งถูกเชื่อมต่อเข้าด้วยกันเป็นบริดจ์ ส่วนสร้างสัญญาณทริกขาเกต เพื่อควบคุมการนำกระแสไฟฟ้าของอุปกรณ์ไทรสเตอร์โดยมีตำแหน่งเริ่มต้นจากเฟสของศักดากระแสสลับซึ่งสัมพันธ์กับขนาดของ n ส่วนเลือกบริดจ์ของโมดูลไทรสเตอร์ข้างต้นโดยการตรวจสอบขั้วของศักดาต่ำ n และการลดลงจนมีขนาดเป็นศูนย์ของกระแสไฟฟ้าสลับที่ถูกป้อนให้กับอุปกรณ์ไทรสเตอร์ เพื่อกลับทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าอาร์เมเจอร์ที่ถูกจ่ายให้กับมอเตอร์ ซึ่งเป็นการกลับทิศทางการหมุนของมอเตอร์ และส่วนการสร้างศักดาซิงโครไนซ์ เพื่อเปรียบเทียบกับขนาดของศักดาต่ำ n จะได้สัญญาณทริกขาเกต



รูปที่ ค.1 แสดงการเชื่อมต่อของส่วนย่อยต่างๆในวงจรขับเคลื่อน

ตารางที่ ค.1 ข้อมูลจำเพาะและพิกัดของวงจรขับเคลื่อนที่ใช้งาน

กระแสไฟฟ้าอาร์เมเจอร์เฉลี่ยสูงสุดที่จ่ายให้กับมอเตอร์	30 แอมแปร์(DC)
กระแสไฟฟ้าสลับสูงสุดที่ถูกป้อนจากแหล่งจ่ายไฟ	60 แอมแปร์(RMS)
ขนาดของฟิวส์ที่ใช้งานเพื่อป้องกันกระแสไฟฟ้าเกิน	80 แอมแปร์
พิกัดสูงสุดของมอเตอร์เมื่อใช้แหล่งจ่ายไฟกระแสสลับ 220/240 โวลต์	4.5 กิโลวัตต์
กำลังสูญเสียเปล่า	100 วัตต์
ศักดาอาร์เมเจอร์เมื่อใช้แหล่งจ่ายไฟกระแสสลับ 220/240 โวลต์	180 โวลต์(DC)

แหล่งจ่ายไฟกระแสสลับที่ป้อนกำลังให้กับวงจรขับเคลื่อน จะต้องมิตัดค่าเท่ากับ 220/240 โวลต์(RMS) \pm 10% และมีความถี่เท่ากับ 50/60 Hz.

วงจรขับเคลื่อนดังกล่าวมีสถานะโหลดเกินสูงสุดในการนำกระแสไฟฟ้าอาร์เมเจอร์เฉลี่ย 45 แอมแปร์อย่างต่อเนื่องตลอดช่วงระยะเวลาเท่ากับ 15 วินาทีเท่านั้น

อุณหภูมิรอบๆ วงจรขับเคลื่อนในขณะที่ทำงาน ควรจะอยู่ในช่วง -10 ถึง 40 องศาเซลเซียส และที่อุณหภูมิ 40 องศาเซลเซียส ความชื้นของอากาศโดยรอบไม่ควรมากกว่า 85% R.H. นอกจากนี้ต้องไม่มีการควบแน่นเกิดหยดน้ำ

วงจรขับเคลื่อนข้างต้นใช้อุปกรณ์ไทรสเตอร์คู่(dual thyristor)ซึ่งถูกเชื่อมต่อเข้าด้วยกันเป็นบริดจ์และใช้สัญญาณทริกขาเกตแบบควบคุมเฟส ในการควบคุมจ่ายกำลังหรือกระแสไฟฟ้าให้กับมอเตอร์

แผงวงจรขับเคลื่อน แผ่นระบายความร้อน และอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ต่างๆบนแผงวงจร มีน้ำหนักรวมกันประมาณ 3.6 กิโลกรัม

ค.2 ข้อมูลจำเพาะของมอเตอร์กระแสตรงแบบแม่เหล็กถาวรที่ใช้งาน

ตารางที่ ค.2 ข้อมูลจำเพาะและพิกัดของมอเตอร์ที่ใช้งาน

กำลังเฉลี่ยที่ใช้ขับโหลดได้สูงสุด	1.5 กิโลวัตต์
ความเร็วรอบของเพลาหมุนในสถานะที่ไม่มีโหลด	1750 รอบต่อนาที
ศักดาอาร์เมเจอร์ที่ปลายขั้ว	180 โวลต์(DC)
กระแสไฟฟ้าเฉลี่ยอาร์เมเจอร์ในสถานะที่มีโหลดเต็มพิกัด	9.6 แอมแปร์(DC)
แรงบิดขับเคลื่อนในสถานะที่มีโหลดเต็มพิกัด	8.16 นิวตัน.เมตร
กระแสไฟฟ้าอาร์เมเจอร์สูงสุดชั่วขณะ	51 แอมแปร์
ความต้านทานปลายขั้วที่อุณหภูมิ 20 องศาเซลเซียส	1.109 โอห์ม
ความเหนี่ยวนำอาร์เมเจอร์	12.4 มิลลิเฮนรี่
โมเมนต์ความเฉื่อยของแกนเพลาหมุน	0.0118 กิโลกรัม.ตารางเมตร
อุณหภูมิรอบๆมอเตอร์ในสถานะที่มีโหลดเต็มพิกัด	40 องศาเซลเซียส

ข้อมูลเพิ่มเติมของผู้ผลิต

Specific Number : 35P251Z170

Motor Frame : D90D

Motor Type : 3548P

Wound : PM

Enclosure : TEFC(totally enclosed fan cooled)

Class : F

Duty : CONT

Supply : K

Series Number : W2 - 90

ประวัติผู้เขียน

นายวุฒิกร เชาวน์ประมวลกุล เกิดเมื่อวันที่ 26 กันยายน 2519 ที่อำเภอท่าบ่อ จังหวัดหนองคาย สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนท่าบ่อ ในปี พ.ศ. 2535 . และปี พ.ศ. 2538 ตามลำดับ จากนั้น เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาตรีที่คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง โดยผ่านโครงการรับนักศึกษาจากต่างจังหวัดเข้าศึกษาต่อในกรณีพิเศษ(โควต้า) และสำเร็จการศึกษาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต(เกียรตินิยม อันดับ 2) สาขาวิศวกรรมระบบควบคุมในปี 2542 ปัจจุบันได้เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาโท ที่คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง โดยได้รับทุนจาก สถาบันบัณฑิตวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีไทย สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ(สวทช.)

