

การแยกประเภท 3 มิติของ MRI ส่วนสมองโดย

พีชชีมีนแบบประมาณค่า

3D SEGMENTATION OF MRI BRAIN SECTION BASED ON
AFCM CLUSTERING



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2544

ISBN 974-648-293-9

การแยกแยะภาพ 3 มิติของ MRI ส่วนสมองโดย
พีชซีซีมีนแบบประมาณค่า

3D SEGMENTATION OF MRI BRAIN SECTION BASED ON
AFCM CLUSTERING



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2544

ISBN 974-648-293-9

เลขที่.....
เลขทะเบียน..... 40000
เดือน, ปี 20 ก.ค. 2544

b.....
i.....

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

3D SEGMENTATION OF MRI BRAIN SECTION BASED ON AFCM CLUSTERING



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

2001

ISBN 974-648-293-9



COPYRIGHT 2001

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

บัณฑิตวิทยาลัย
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การแยกแยะภาพ 3 มิติของ MRI ส่วนสมองโดยพีซซีซีมีนแบบประมาณค่า
3D SEGMENTATION OF MRI BRAIN SECTION BASED ON AFCM
CLUSTERING


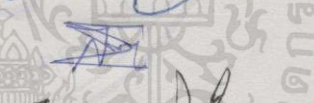
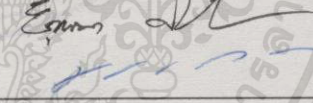
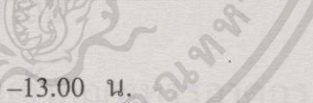

ชื่อนักศึกษา นายประเสริฐ อัสวรุ่งสกุล

รหัสประจำตัว 41061018

ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.มนัส สัจจวรศิลป์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์	ลายมือชื่อ
ดร.กิตติพล ชิตสกุล	
ผศ.ประภากร สุวรรณะ	
ผศ.ดร.สุรพันธ์ เอื้อไพบูรณ์	
ดร.บุษยามา คัดใจเดียว	
รศ.ดร.มนัส สัจจวรศิลป์	

วัน/เดือน/ปี ที่สอบ 12 เมษายน 2544 เวลา 12.00-13.00 น.

สถานที่สอบ ณ อาคาร 12 ชั้น 4 (ห้อง E12-404)

บัณฑิตวิทยาลัยรับรองแล้ว

(รศ.ดร.บุญวัฒน์ อัจตะ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่.....เดือน.....พ.ศ. 2544

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การแยกแยะภาพ MRI ส่วนสมองโดยฟัซซีซีมีนแบบประมาณค่า
นักศึกษา	นายประเสริฐ อัครรุ่งสกุล
รหัสประจำตัว	41061018
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
พ.ศ.	2544

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.มนัส สังวรศิลป์

บทคัดย่อ

ปัจจุบันภาพถ่ายทางการแพทย์มีส่วนสำคัญต่อการวิเคราะห์โรคของแพทย์ ภาพถ่ายเอ็มอาร์ไอ (Magnetic Resonance Image หรือ MRI) เป็นเทคนิคในการถ่ายภาพซึ่งนิยมใช้กับส่วนสมอง วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำวิธีฟัซซีซีมีน (Fuzzy C-means หรือ FCM) มาเพื่อแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อแต่ละชนิดจากภาพถ่ายเอ็มอาร์ไอส่วนสมองและเพิ่มความเร็วโดยวิธีฟัซซีซีมีนแบบประมาณค่า (Approximate fuzzy C-means หรือ AFCM) นอกจากนี้ยังเสนอวิธีการคำนวณค่าเริ่มต้นโดยอาศัยฮิสโตแกรมแบบ 3 มิติ (3D histogram) และหลักการของกลุ่มข้อมูลที่ติดกันซึ่งช่วยให้การแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อโดยวิธีฟัซซีซีมีนและวิธีฟัซซีซีมีนแบบประมาณค่าลู่ออกอย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้นเทียบกับวิธีที่นำมาเปรียบเทียบ ผลที่ได้จากการวิธีที่เสนอทำให้จำนวนการวนซ้ำของวิธีฟัซซีซีมีนและวิธีฟัซซีซีมีนลดลงอย่างมากในขณะที่คุณภาพของผลที่ได้จากการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อยังมีคุณภาพเหมือนเดิม การทดลองได้ใช้กับภาพถ่ายเอ็มอาร์ไอแบบปกติและไม่ปกติ (เช่น มีเนื้องอก) ซึ่งได้ผลการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อที่ถูกต้อง

Thesis Title	Segmentation of MRI Brain Section based on AFCM Clustering
Student	Mr. Prasert Assavarungsakul
Student ID	41061018
Degree	Master of Engineering
Year	2001
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Dr. Manas Sangworasil

ABSTRACT

Nowadays MR images are widely used in medical diagnosis especially brain section. Segmentation of image of normal and abnormal tissue, however still need the experts. This thesis purposes the technique of automatic segmentation based on fuzzy c-means (FCM) clustering and approximate fuzzy c-means (AFCM) clustering. To improve computation time compared to reference algorithm. This technique uses initial prototypes obtained from a 3D histogram and a connected data block, which reports efficient convergence of FCM and AFCM for MRI brain section. The net effect of the proposed algorithm, the number of iterations is reduced while apparently preserving the quality of terminal clusters produced. Normal and abnormal volunteers are tested in the experiments and the results are correct.

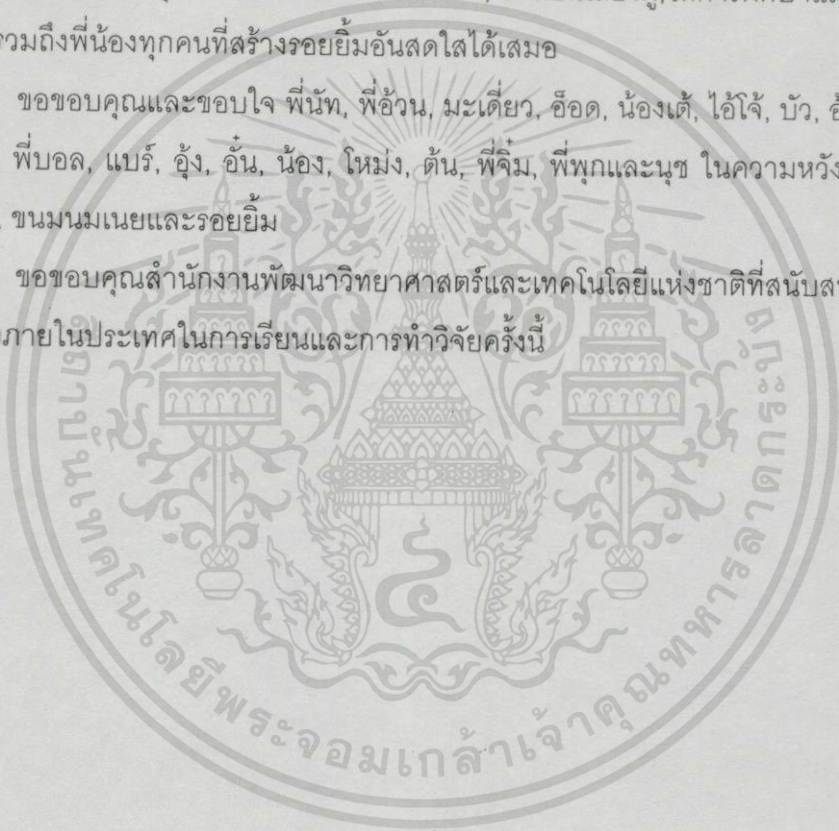
กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ รศ. ดร. มนัส สังวรศิลป์ ที่ประสิทธิประสาทวิชาความรู้และให้ข้อคิดในการทำงาน ขอขอบคุณ น.พ. รามเมศร์ วัชรสินธุ์ ภาควิชารังสีวิทยา ร.พ. รามาธิบดี และ น.พ. นรินทร์ คุณกิตติ ร.พ. พระมงกุฎ ที่ได้ให้ความรู้และคำปรึกษาในเรื่องภาพเอ็มอาร์ไอ ขอขอบคุณคำสั่งสอนและความช่วยเหลือต่างๆ ของ อ.เทอดศักดิ์ ลีว่าททอง, อ.ยุทธนา คิดใจเดียว, ผศ. ดร. สุรพันธ์ เอื้อไพบูลย์, ดร. สุพันธ์ ตั้งจิตกุศลมัน, เจ้าหน้าที่ธุรการภาควิชาอิเล็กทรอนิกส์และเจ้าหน้าที่ประจำ ReCCIT ทุกท่าน

ขอขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่ให้กำเนิด, สั่งสอนเลี้ยงดู, ให้การศึกษาและให้กำลังใจอันมีค่ายิ่ง รวมถึงพี่น้องทุกคนที่สร้างรอยยิ้มอันสดใสได้เสมอ

ขอขอบคุณและขอบใจ พี่นัท, พี่อ้วน, มะเดี่ยว, อี๊ด, น้องเต้, ไล้ไล้, บัว, อ้อม, วี, เอ้, โมทย์, เจอร์, พี่บอล, แบร์, อั้ง, อั้น, น้อง, โหม่ง, ต้น, พี่จิม, พี่ทุกและนุช ในความหวังดี, ความเอื้อเฟื้อเผื่อแผ่, ขนมนมเนยและรอยยิ้ม

ขอขอบคุณสำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติที่สนับสนุนทุนโครงการบัณฑิตภายในประเทศในการเรียนและการทำวิจัยครั้งนี้



สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญตาราง	IX
สารบัญรูป	X
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา	2
1.3 สมมุติฐานของการศึกษา	2
1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย	3
1.5 ขอบเขตการวิจัย	4
1.6 ขั้นตอนการศึกษา	6
บทที่ 2 ทบทวนทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	7
2.1 การวิเคราะห์กลุ่มข้อมูล	8
2.1.1 ทฤษฎีเบื้องต้นของพีชชี	8
2.1.2 การแบ่งกลุ่มที่มีพื้นฐานบนฟังก์ชันโคที่เรียของข้อมูล	8
2.1.3 การวิเคราะห์การลู่เข้าของการแบ่งกลุ่มแบบพีชชี	11
2.1.4 การแบ่งกลุ่มที่มีพื้นฐานบนแง่มุมอื่นๆของข้อมูล	12
2.1.5 การวิเคราะห์ความถูกต้องของกลุ่มข้อมูล	13
2.2 ระบบพีชชีและโครงข่ายประสาทเทียมในงานด้านรู้จำรูปแบบ	15
2.3 การแบ่งกลุ่มภาพเอ็มอาร์ไอส่วนสมอง	17
2.4 การประยุกต์ใช้งานขั้นสูง	19
บทที่ 3 แบบโครงสร้างพีชชีสร้างสำหรับการรู้จำรูปแบบ	22
3.1 เซตพีชชีและฟังก์ชันสมาชิกภาพ	22
3.2 โครงสร้างของความไม่แน่นอน : ความน่าจะเป็นและความคลุมเครือ	27

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

3.3 การรู้จำรูปแบบ : โครงสร้างแบบต่างๆและการใช้งาน.....	29
3.3.1 การอธิบายขบวนการ.....	32
3.3.1.1 การรู้จำรูปแบบเชิงไวยากรณ์.....	33
3.3.1.2 การใช้สภาพแวดล้อมและกฎ.....	33
3.3.1.3 ข้อมูลเชิงตัวเลข.....	34
3.3.2 การวิเคราะห์ลักษณะ.....	35
3.3.2.1 ฟรีโปรเซสซิ่ง.....	35
3.3.2.2 การเอ็กแทรกและการแสดง 2 มิติ.....	36
3.3.3 การวิเคราะห์กลุ่มข้อมูล.....	36
3.3.4 การออกแบบตัวแยกแยะ.....	40
3.3.5 การประมวลผลภาพ.....	43
3.3.6 โครงข่ายประสาทเทียม.....	44
3.4 สรุป.....	48
บทที่ 4 พืชซีซีมีนแบบประมาณค่า.....	49
4.1 ฮาดพาทิซันและพืชซีซีพาทิซัน.....	49
4.2 การแบ่งกลุ่มข้อมูลด้วยวิธีฮาดซีมีนและพืชซีซีมีน.....	51
4.2.1 อัลกอริธึมฮาดซีมีน.....	51
4.2.2 อัลกอริธึมพืชซีซีมีน.....	53
4.3 พืชซีซีมีนแบบประมาณค่า.....	56
4.3.1 การประมาณค่า.....	57
4.3.1.1 การประมาณค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูล.....	57
4.3.1.2 การประมาณค่าสมาชิกภาพ.....	57
4.3.2 การสร้างตาราง.....	58
4.3.2.1 สมการระยะทางยูคลิเดียน.....	58
4.3.2.2 สมการค่าสมาชิกภาพ.....	59
4.3.2.3 สมการค่าจุดศูนย์กลางกลุ่ม.....	61
4.3.3 ฟังก์ชันย่อยอัลกอริธึมพืชซีซีมีนแบบประมาณค่า.....	62

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

4.4 สรุป	64
บทที่ 5 การวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูล	65
5.1 การวัดแบบไคเร็ก	66
5.2 ดัชนีของ Davies-Bouldin	67
5.3 ดัชนีของ Dunn	68
5.4 การวัดแบบอินไคเร็กสำหรับกลุ่มข้อมูลพีซี	72
5.5 การนอมอลไลซ์ดัชนีแบบอินไคเร็ก	79
5.6 สรุป	82
บทที่ 6 การแบ่งกลุ่มข้อมูลภาพเิมอาร์ไอส่วนตมอง	83
6.1 ข้อมูลภาพเิมอาร์ไอ	83
6.2 การแบ่งกลุ่มข้อมูลภาพเิมอาร์ไอบนพื้นฐานอัลกอริธึมพีซีซีมีน	85
6.2.1 ฟรีโปรเซสซิง	87
6.2.2 จำนวนกลุ่มข้อมูล (c)	88
6.2.3 ค่าเวจเอ็กโปเน้น (m)	89
6.2.4 ค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้ (ϵ)	89
6.2.5 ความเร่ง	90
6.2.6 การกำหนดค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้น	90
6.2.6.1 การคำนวณจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลเริ่มต้นจากชุดข้อมูล	92
6.2.7 การดีพีซีฟาย	94
6.2.8 การโพสโปรเซสซิง	94
6.3 การแบ่งกลุ่มข้อมูลภาพเิมอาร์ไอด้วยพีซีซีมีนแบบประมาณค่า	95
6.4 สรุป	96
บทที่ 7 การทดลองและผลการทดลอง	97
7.1 ข้อกำหนดในการทดลอง	97
7.1.1 ระบบที่ใช้ทดลอง	97

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
7.1.2 ข้อมูลที่นำมาทดลอง	97
7.1.2.1 ข้อมูลชุดที่ 1	98
7.1.2.2 ข้อมูลชุดที่ 2	98
7.1.2.3 ข้อมูลชุดที่ 3	99
7.1.2.4 ข้อมูลชุดที่ 4	99
7.1.2.5 ข้อมูลชุดที่ 5	99
7.1.3 จุดประสงค์ของการทดลอง	100
7.2 การทดลองและผลการทดลอง	100
7.2.1 การทดลองกับภาพสมองแบบปกติ	100
7.2.2 การทดลองกับภาพสมองแบบไม่ปกติ	104
7.3 สรุปผลการทดลอง	106
บทที่ 8 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	109
8.1 สรุปผลการวิจัย	109
8.2 ข้อเสนอแนะ	110
เอกสารอ้างอิง	112
ภาคผนวก ก. ทฤษฎีพื้นฐานของภาพเอ็มอาร์ไอ	120
ประวัติผู้เขียน	159

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3.1 ฮาดพาทิซันและพีซซีพาทิซันของข้อมูลวัตถุในรูปที่ 3.13	40
4.1 สรุปตารางทั้ง 6 ตารางของพีซซีซีมีนแบบประมาณค่า	62
5.1 ชนิดของดัชนีการวัดความถูกต้อง	66
5.2 ตารางประกอบตัวอย่างที่ 5.1	69
5.3 ตารางประกอบตัวอย่างที่ 5.2	70
5.4 ตารางประกอบตัวอย่างที่ 5.3	75
5.5 ตารางประกอบตัวอย่างที่ 5.4	76
5.6 ตารางประกอบตัวอย่างที่ 5.5	78
7.1 การเปรียบเทียบเวลาและจำนวนรอบของการแบ่งเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 1 ด้วยวิธีพีซซีซีมีนและวิธีพีซซีซีมีนแบบประมาณค่า	103
7.2 การเปรียบเทียบค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้นของการแบ่งเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 1 ด้วยวิธีปกติ [31] และวิธีในหัวข้อ 6.2.6.1	103
7.3 การเปรียบเทียบเวลาและจำนวนรอบของการแบ่งเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 1 ด้วยพีซซีซีมีนแบบประมาณค่าที่เริ่มต้นด้วยวิธีการเริ่มต้นแบบปกติ [31] และวิธีการเริ่มต้นในหัวข้อ 6.2.6.1	104
ก.1 ตัวแปรและผลของตัวแปรต่อความแรงของสัญญาณคลื่นแม่เหล็ก	123
ก.2 คุณภาพของภาพและตัวแปรของสัญญาณพัลส์	132
ก.3 ความสัมพันธ์ของอาร์กับที่ 1 และที่ 2	157

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า	
3.1	ฟังก์ชันสมาชิกภาพของเซตย่อยฮาดและฟังก์ชันของ \mathcal{H}	23
3.2	เซตฟังก์ชันคือฟังก์ชันสมาชิกภาพ	24
3.3	ฟังก์ชันสมาชิกภาพของตัวอย่างที่ 3.1	25
3.4	ฟังก์ชันสมาชิกภาพของตัวอย่างที่ 3.2	25
3.5	รูปประกอบตัวอย่างที่ 3.3	27
3.6	ระบบการรู้จำรูปแบบเชิงตัวเลข	31
3.7	ระบบการรู้จำรูปแบบระดับที่ 1 (ระดับราก)	32
3.8	Process description ระดับที่ 2	32
3.9	Process Description ระดับที่ 3	35
3.10	Feature analysis ระดับที่ 1, 2 และ 3	35
3.11	การแบ่งกลุ่มตามโคที่เรียต่างๆ	38
3.12	การวิเคราะห์กลุ่มข้อมูล ระดับที่ 1 ถึง 7	38
3.13	การวิเคราะห์กลุ่มข้อมูล	39
3.14	ฮาดและฟังก์ชันเวกเตอร์ (กรณี $c = 3$)	41
3.15	การออกแบบตัวแยกแยะแบบฮาด	42
3.16	การออกแบบ ระดับที่ 1 ถึง 7	43
3.17	โครงข่ายประสาทจริงและเทียม	45
3.18	นิเวศแบบคณิตศาสตร์	47
4.1	รูปประกอบตัวอย่างที่ 4.2	53
4.2	ค่าสมาชิกจากตัวอย่างที่ 4.2 โดยใช้อัลกอริทึมฟังก์ชันที่มีน	56
4.3	ชยุโดโคคของฟังก์ชันย่อยอัลกอริทึมฟังก์ชันที่มีนแบบประมาณค่า	63
5.1	ชุดข้อมูล X_{30} ประกอบตัวอย่างที่ 5.1	69
5.2	รูปประกอบตัวอย่างที่ 5.1	70
5.3	รูปประกอบตัวอย่างที่ 5.2	71
5.4	ชุดข้อมูล X_{43} ประกอบตัวอย่างที่ 5.5	78
6.1	ระนาบการถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอ	84
6.2	ภาพเอ็มอาร์ไอระนาบซากิตตอล	84
6.3	ภาพเอ็มอาร์ไอส่วนสมองแบบปกติและไม่ปกติ	85

สารบัญญรูป (ต่อ)

รูปที่		หน้า
6.4	โฟลวชาร์ทการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อในภาพเอ็มอาร์ไอด้วยพีซีทีมีน	86
6.5	คอนทราสต์ฟอโลวริง	87
6.6	การใช้คอนทราสต์ฟอโลวริงกับภาพเอ็มอาร์ไอ	88
6.7	การใช้ดัชนีวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูลเพื่อหาจำนวนกลุ่มข้อมูลที่เหมาะสม	88
6.8	ภาพเอ็มอาร์ไอสีจริง	92
6.9	การกระจายตัวของข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอแบบสีจริง	92
6.10	การแบ่งบล็อกข้อมูลเพื่อคำนวณค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้น	93
6.11	การพิจารณาบล็อกข้อมูลที่ติดกัน	93
6.12	ตัวอย่างการหาค่าสมาชิกภาพมากสุดในแต่ละจุดข้อมูล	94
6.13	การวิเคราะห์คอมพิวเตอร์เน้นที่ติดกัน	95
6.14	การแบ่งข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอด้วยพีซีทีมีนแบบประมาณค่า	95
7.1	โครงสร้างทางชีววิทยาของภาพเอ็มอาร์ไอแบบปกติ	97
7.2	ข้อมูลชุดที่ 1	98
7.3	ข้อมูลชุดที่ 2	98
7.4	ข้อมูลชุดที่ 3	99
7.5	ข้อมูลชุดที่ 4	99
7.6	ผลจากการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 1 ด้วยวิธีพีซีทีมีน	99
7.7	ผลจากการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 1 ด้วยวิธีพีซีทีมีนแบบประมาณค่า	100
7.8	การลดลงของ J_m ของวิธีพีซีทีมีนและวิธีพีซีทีมีนแบบประมาณค่า	101
7.9	การลู่เข้าของจุดศูนย์กลางกลุ่มของการแบ่งเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 1	101
7.10	ผลจากการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 2 ด้วยวิธีพีซีทีมีนแบบประมาณค่า	103
7.11	ผลจากการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 3 ด้วยวิธีพีซีทีมีนแบบประมาณค่า	104
7.12	ผลจากการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 4 ด้วยวิธีพีซีทีมีนแบบประมาณค่า	104
7.13	ผลจากการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 4 ด้วยวิธีพีซีทีมีนแบบประมาณค่า	105
7.14	ผลจากการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 5 ด้วยวิธีพีซีทีมีนแบบประมาณค่า	106
ก.1	ภาพตัวอย่างการเน้นเฉพาะ	122
ก.2	ค่าน้ำหนักของภาพตามฟังก์ชันของทีอาร์และทีอีสำหรับภาพสปีนเอ็กโค	123
ก.3	ผลจากการเปลี่ยนแปลงทีอีและทีอาร์	124

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่		หน้า
ก.4	ภาพ <i>metastatic liver disease</i>	125
ก.5	ผลจากการเพิ่มจำนวนครั้งการถ่าย	127
ก.6	ตัวอย่างภาพที่ทิวอาร์ต่างกันและที่อีเท่ากัน	128
ก.7	ตัวอย่างภาพที่ทีอีต่างกันและที่อาร์เท่ากัน	128
ก.8	ภาพซากิตตอลของกระดูกสันหลังจากขดลวด	129
ก.9	ตัวอย่างภาพที่ความหนาสไลด์ต่างๆกัน	130
ก.10	การใช้เกดตั้งเพื่อทำให้ภาพชัดเจขึ้น	131
ก.11	การเคลื่อนที่ของอะตอม	134
ก.12	การหมุนของสนามแม่เหล็กต่างๆ	134
ก.13	การสั้นของส่วนกลับของสนามแม่เหล็กผู้ป่วยต่อขดลวดทำให้เกิดกระแสที่ความถี่ มอ	136
ก.14	การปลดปล่อยที่และการปลดปล่อยที่2	138
ก.15	กระแสในขดลวดต่อเวลา	138
ก.16	สนามแม่เหล็กผู้ป่วยย่อยและสนามแม่เหล็กผู้ป่วยรวม	139
ก.17	การทำงานของสปินเอ็กโค	140
ก.18	การทำงานของเกรเดียนเอ็กโค	141
ก.19	การทำงานของขดลวดเกรเดียน	143
ก.20	การเข้ารหัสและการถอดรหัส	144
ก.21	รอบวงสปินเอ็กโคและเกรเดียนเอ็กโค	145
ก.22	การถ่ายที่ละหลายสไลด์	146
ก.23	สัญญาณพัลส์สปินเอ็กโค	148
ก.24	สภาวะก่อนที่ผู้ป่วยจะเข้าไปในเครื่องถ่ายเอ็มอาร์ไอ สนามแม่เหล็กหลัก B_0 ตามแกน Z	149
ก.25	สภาวะผู้ป่วยอยู่ในเครื่องถ่ายเอ็มอาร์ไอ สนามแม่เหล็กผู้ป่วย (โปรตอน) M_0 ตามแกน Z	149
ก.26	สภาวะใส่พัลส์ 90 องศา M_0 ย้ายจากแกน Z ไปที่แกน Y	149

สารบัญญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
ก.27 สภาวะเกิดการปลดปล่อย การปลดปล่อยสปิน-แลททิส (ที่1) ทำให้สนามแม่เหล็กเพิ่มไปตามแกน Z การปลดปล่อยสปิน-สปิน (ที่2) ทำให้สนามแม่เหล็กแตกเฟสออกในระนาบ X-Y	150
ก.28 สภาวะใส่พัลส์ 180 องศา ทุกๆเวกเตอร์ชี้ไปในทิศตรงข้าม เวกเตอร์สนามแม่เหล็กเกิดการเรียงเฟสใหม่ในระนาบ X-Y เอ็กโคกำลังถูกสร้าง	150
ก.29 สภาวะสนามถูกเรียงเฟสใหม่อย่างสมบูรณ์ในระนาบ X-Y และชี้ไปตามแกน Y ทำให้จุดสูงสุดของเอ็กโค	150
ก.30 สภาวะการปลดปล่อยกระทำต่อไป เวกเตอร์แม่เหล็กแตกเฟสในระนาบ X-Y ในขณะที่เพิ่มตามแกน Z อีกครั้ง	151
ก.31 สภาวะการปลดปล่อยกระทำต่อไป ไม่มีเวกเตอร์ในระนาบ X-Y และเพิ่มขึ้นในแกน Z ซึ่งเป็นสภาวะก่อนพัลส์ 90 องศา	151
ก.32 การเลือกสไลด์ในร่างกาย	152
ก.33 การแบ่งเป็นลูกบาศก์เล็กๆเรียกว่าว็อกเซล	152
ก.34 การปลดปล่อยของที่1และที่2	153
ก.35 การปลดปล่อยที่2ของเนื้อเยื่อสองชนิด	153
ก.36 การปลดปล่อยที่1ของเนื้อเยื่อสองชนิด	153

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในอดีตการวิเคราะห์อาการผิดปกติที่เกิดขึ้นภายในร่างกายจะใช้การสัมผัสจากภายนอกหรือศึกษาจากรูปวาดทางสรีระวิทยา หากต้องทำการรักษาด้วยการผ่าตัดจะมีข้อจำกัดในการวางแผนที่ดีทำให้ผู้ป่วยเกิดความเสียหาย ซึ่งปัญหานี้คือที่มาของการพัฒนาสู่การวิเคราะห์โรคแบบใหม่โดยการนำเอาเทคโนโลยีเข้ามามีส่วนร่วมทั้งในรูปของสัญญาณและภาพ

เทคโนโลยีเกี่ยวกับสัญญาณ เช่น การวัดคลื่นสัญญาณไฟฟ้าหัวใจ (Electrocardiogram หรือ ECG) และการวัดคลื่นสัญญาณไฟฟ้าสมอง (Electroencephalogram หรือ EEG) ทำให้แพทย์ทราบสมมุติฐานของอาการเจ็บป่วยจากลักษณะของสัญญาณได้ซึ่งเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการรักษาโรคเช่น โรคหัวใจต่างๆหรือโรคที่เกี่ยวกับการทำงานที่ผิดปกติของสมอง เป็นต้น

เทคโนโลยีเกี่ยวกับภาพ เช่น การถ่ายภาพเอ็กซเรย์ (X-Ray), อัลตราซาวด์ (Ultrasound), ซีที (Computer Tomography หรือ CT), เอ็มอาร์ไอ (Magnetic Resonance Image หรือ MRI) และพีอีที (Positron Emission Tomography หรือ PET) เป็นต้น ซึ่งภาพเหล่านี้มีความเหมาะสมในลักษณะที่ต่าง ๆ กัน เช่น อัลตราซาวด์สามารถแสดงภาพทารกในครรภ์มารดา, ภาพซีทีสามารถแสดงกระดูกได้ชัดเจนหรือภาพเอ็มอาร์ไอสามารถแสดงอวัยวะที่มีความซับซ้อนมากๆได้ เป็นต้น

ปัญหาการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อหรืออวัยวะต่างๆเป็นขั้นตอนที่สำคัญยิ่งในการวิเคราะห์โรคจากภาพถ่ายเนื้อเยื่อและการแบ่งกลุ่มด้วยตาเปล่าจำเป็นต้องอาศัยผู้เชี่ยวชาญเช่น แพทย์ และอาจเกิดข้อผิดพลาดได้ (Human errors) จึงเป็นที่มาของงานวิจัยนี้ โดยสังเขปแล้วคือการนำวิธีทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อส่วนสมอง

จากที่ได้กล่าวมาจะเห็นถึงการพัฒนาของการวิเคราะห์โรคและความสำคัญของสัญญาณ โดยเฉพาะการแบ่งกลุ่มชนิดเนื้อเยื่อหรืออวัยวะต่างๆทั้งสำหรับการรักษาผู้ป่วยและเพื่อการศึกษา การแบ่งกลุ่มที่ดีจะต้องสามารถแยกอวัยวะส่วนต่างๆได้ถูกต้อง ปัจจุบันได้มีการพัฒนาศาสตร์ทางด้านปัญญาประดิษฐ์ซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหานี้ได้ นอกจากนี้การแบ่งกลุ่มอวัยวะนี้ยังเป็นพื้นฐานที่สำคัญต่อเทคโนโลยีภาพถ่ายทางการแพทย์ในอนาคตเช่น การสร้างภาพ 3 มิติ (3D Reconstruction), การสร้างภาพ 4 มิติ (4D Rendering), ระบบเสมือนจริง (Virtual reality) และการวัดปริมาตรเพื่อดูการเปลี่ยนแปลงของเนื้อเยื่อ (Volume measurement) เป็นต้น

1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา

จากความสำคัญของการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของภาพเอ็มอาร์ไอส่วนสมอง ความมุ่งหมายของงานวิจัยคือการที่สามารถแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของสมองได้อย่างถูกต้องทั้งในสมองที่มีลักษณะปกติและในสมองที่มีลักษณะไม่ปกติ

สมองที่มีลักษณะปกติคือ สมองของมนุษย์ที่มีสุขภาพแข็งแรง ไม่ได้ป่วยเป็นโรคอะไร โดยปกติแล้วการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อในลักษณะนี้ทำเพื่อการศึกษา เช่น การศึกษาอวัยวะภายในของนักศึกษาแพทย์

สมองที่มีลักษณะไม่ปกติคือ สมองของมนุษย์ที่มีการผิดปกติของเนื้อเยื่อหรือการมีเนื้อเยื่อแปลกปลอมเช่น เนื้องอก ซึ่งในปัจจุบันมีผู้ป่วยเป็นโรคทางสมองมากขึ้นทุกปี

จากสมองทั้งสองลักษณะ การแบ่งกลุ่มชนิดเนื้อเยื่อจึงมีความสำคัญมาก งานวิจัยจึงมีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาวิธีการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อแบบอัตโนมัติโดยใช้ไมโครคอมพิวเตอร์เป็นหลัก

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

จากการศึกษาทฤษฎีการวัดของสมองที่มีลักษณะปกติและไม่ปกติพบว่าสมองที่มีลักษณะปกติควรจะสามารถแบ่งกลุ่มชนิดเนื้อเยื่อได้ 3 หรือ 4 ชนิด และสมองที่มีลักษณะไม่ปกติควรจะสามารถแบ่งกลุ่มชนิดเนื้อเยื่อได้มากกว่า 3 หรือ 4 ชนิด ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับระดับของภาพในศึระะด้วย เช่น ระดับบนของศึระะจะมีจำนวนเนื้อเยื่อน้อยลง เป็นต้น ผลการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อสมองทั้งสองลักษณะควรถูกต้องตามการวินิจฉัยของผู้เชี่ยวชาญ ทั้งสามข้อนี้เป็นสมมติฐานสำหรับงานวิจัยนี้

ภาพสมองที่มีลักษณะปกตินี้ควรแบ่งเนื้อเยื่อได้ 4 ชนิดคือ *white matter*, *gray matter*, *CSF* และผิวหนังหรือไขมัน

ภาพสมองที่มีลักษณะไม่ปกตินี้ควรแบ่งชนิดเนื้อเยื่อได้มากกว่า 4 ชนิดคือ 4 ชนิดในลักษณะปกติรวมกับเนื้อเยื่อแปลกปลอม

ผลการแบ่งกลุ่มชนิดเนื้อเยื่อควรถูกต้องตามการวินิจฉัยของแพทย์หรืออยู่ในสภาวะที่ยอมรับได้ซึ่งผลการแบ่งกลุ่มชนิดเนื้อเยื่อขึ้นอยู่กับวิธีการแบ่งกลุ่มที่นำมาใช้ การแบ่งกลุ่มสามารถแบ่งเป็นสองชนิดหลักคือ ระบบที่ไม่ต้องการผู้เชี่ยวชาญ (*Unsupervised clustering*) และระบบที่ต้องการผู้เชี่ยวชาญ (*Supervised clustering*) ซึ่งมีทั้งข้อดีและข้อเสียต่างๆกันและจะได้กล่าวต่อไป

สมมติฐานเหล่านี้จำเป็นต้องอาศัยความรู้ของผู้เชี่ยวชาญในการพิสูจน์และร่างกายมนุษย์เป็นสิ่งที่อ่อนไหวเป็นอย่างมาก ทำให้ผลอาจไม่ครอบคลุมและมีความสามารถเท่ากับผู้เชี่ยวชาญทั้งร้อยเปอร์เซ็นต์ แต่สมมติฐานนี้ก็ช่วยอำนวยความสะดวกในการวินิจฉัยโรคได้และเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาและการศึกษาในอนาคต

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย

ทฤษฎีการแบ่งกลุ่มข้อมูล (Data clustering) มีการพัฒนาจากแบบดั้งเดิม (Classical) เช่น การใช้เทรชโฮลด์ (Threshold) ในแบบต่างๆ มาเป็นแบบสมัยใหม่ซึ่งมีการนำเอาทฤษฎีทางด้านปัญญาประดิษฐ์ (Artificial intelligent) มาประยุกต์ร่วมเช่น ตรรกศาสตร์ฟัซซี (Fuzzy logic), โครงข่ายประสาทเทียม (Computational Neural network) เป็นต้น การแบ่งกลุ่มชนิดข้อมูลแบ่งตามหลักการได้สองหลักการคือ ระบบที่ไม่ต้องการผู้เชี่ยวชาญและระบบที่ต้องการผู้เชี่ยวชาญ ในงานวิจัยนี้ใช้ทฤษฎีปัญญาประดิษฐ์ด้านตรรกศาสตร์ฟัซซี โดยอาศัยหลักการในลักษณะระบบที่ไม่ต้องการผู้เชี่ยวชาญซึ่งจะกล่าวถึงความเหมาะสมต่อไป

การแบ่งกลุ่มชนิดข้อมูลแบบดั้งเดิมค่อนข้างจะมีข้อจำกัดอยู่มาก โดยเฉพาะกับข้อมูลที่มีความซับซ้อนคลุมเครือมากหรือเป็นปัญหาไม่เชิงเส้น (Nonlinear problem) เนื่องจากวิธีเหล่านั้นไม่มีการปรับตัวและไม่มีการเรียนรู้ ทำให้ไม่เหมาะสมกับข้อมูลที่มีความซับซ้อนมาก ๆ อย่างภาพสมอง

การแบ่งกลุ่มชนิดข้อมูลแบบสมัยใหม่ที่มีการนำเอาปัญญาประดิษฐ์มาใช้ ทั้งตรรกศาสตร์ฟัซซีและโครงข่ายประสาทเทียมก็ใช้ได้กันอย่างแพร่หลายในงานหลายๆด้านรวมถึงการแบ่งกลุ่มข้อมูลด้วย วิธีเหล่านี้สามารถใช้ได้ดีทั้งปัญหาเชิงเส้น (Linear problem) และปัญหาไม่เชิงเส้นเนื่องจากมีการปรับตัวและการเรียนรู้ จาก [31] กล่าวว่า การแบ่งกลุ่มโดยฟัซซี (Fuzzy clustering) มีความเหมาะสมกับการแบ่งกลุ่มชนิดเนื้อเยื่อสมองมากกว่าโครงข่ายประสาทเทียมรวมถึงผู้ทำวิจัยเองเคยมีประสบการณ์เกี่ยวกับระบบควบคุมแบบฟัซซี (Fuzzy logic control) จึงได้เลือกทฤษฎีทางฟัซซีมาใช้ในการวิจัย

ระบบที่ต้องการผู้เชี่ยวชาญคือ การแบ่งกลุ่มชนิดข้อมูลโดยต้องอาศัยผู้เชี่ยวชาญเช่น การสอน (Training) ให้ระบบเกิดการเรียนรู้จากตัวอย่าง (Database) เช่น วิธีแบ็กโพรพาเกชัน (Back propagation) ในโครงข่ายประสาทเทียม เป็นต้น ระบบในลักษณะนี้มีข้อดีคือ ระบบได้เรียนรู้จากตัวอย่างจริงๆซึ่งทำให้ระบบมีความยืดหยุ่นมากขึ้น แต่ก็จำเป็นต้องอาศัยฐานข้อมูลจำนวนมากเช่นกันกว่าที่ระบบจะมีความเสถียร

ระบบที่ไม่ต้องการผู้เชี่ยวชาญคือ การแบ่งกลุ่มชนิดข้อมูลโดยไม่ต้องอาศัยผู้เชี่ยวชาญ โดยระบบจะทำการปรับตัวให้มีความผิดพลาดน้อยที่สุด ระบบแบบนี้มีข้อดีคือ ไม่สิ้นเปลืองเวลาในการสอนระบบให้เรียนรู้ อีกทั้งยังไม่ต้องใช้ฐานข้อมูลขนาดใหญ่ด้วย แต่ก็มีข้อเสียเช่นกันคือ ไม่ยืดหยุ่นในทุกกรณี

จากที่ได้กล่าวไว้ว่าทฤษฎีที่นำมาใช้ในการวิจัยคือการแบ่งกลุ่มโดยฟัซซี ได้เลือกเอาวิธีฟัซซีซีมีน (Fuzzy c-means หรือ FCM) มาเป็นพื้นฐานซึ่งเป็นวิธีแบบไม่ต้องการผู้เชี่ยวชาญโดยมีหลักการคือ "การกำหนดจำนวนกลุ่มข้อมูลที่ต้องการจะแบ่งและกำหนดจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้น วิธี

พีซีซีมีนจะกำหนดเมตริกชั่วคราวของแต่ละกลุ่มและค่อยใช้ค่าเหล่านี้กับข้อมูลภาพในการปรับปรุงจุดศูนย์กลางของแต่ละกลุ่ม ซึ่งจะวนซ้ำจนได้ผลการแบ่งกลุ่มที่น่าพอใจ"

ข้อมูลที่น่ามาใช้ในการวิจัยคือข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอโดยใช้ภาพทั้ง 3 ชนิดคือ โปรตอนเดนซิติ (Proton density), ที1เวจ (T1-weight) และที2เวจ (T2-weight) ภาพเอ็มอาร์ไอเป็นภาพที่ค่อนข้างยืดหยุ่นโดยเจ้าหน้าที่ที่สามารถปรับตัวแปรได้หลายตัวเช่น ทีอี (Echo time หรือ TE), ทีอาร์ (Repetition time หรือ TR), ลำยัญญานพัลส์ (Pulse sequence), ความหนาสไลด์ (Thickness), ระยะห่าง (Gap), ะนาบการถ่าย (Orientation) และขนาดเมตริก (Matrix size) เป็นต้น ตัวแปรเหล่านี้มีผลต่อคุณภาพและลักษณะของภาพทั้งสิ้น (ซึ่งได้กล่าวโดยละเอียดในภาคผนวก ก. และ[80]) แต่งานวิจัยนี้จะไม่ได้จำกัดช่วงของตัวแปรเหล่านี้แต่ยังคงมีพื้นฐานอยู่บนความเหมาะสมที่สามารถใช้งานได้จริงโดยแพทย์ผู้เชี่ยวชาญได้

วิธีที่น่ามาเป็นพื้นฐานในงานวิจัยนี้คือ พีซีซีมีน ซึ่งงานวิจัยนี้ได้นำมาประยุกต์ใช้งานกับภาพทางการแพทย์คือเอ็มอาร์ไอส่วนสมอง โดยได้ทำการปรับปรุงประสิทธิภาพและความเร็วในการแบ่งกลุ่มชนิดข้อมูลซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการช่วยเหลือแพทย์ในการวิเคราะห์โรคและช่วยส่งเสริมเทคโนโลยีในอนาคตต่อไป

1.5 ขอบเขตการวิจัย

ขอบเขตของการวิจัยนี้คือ การแบ่งกลุ่มภาพเอ็มอาร์ไอของเนื้อเยื่อสมองทั้งในลักษณะปกติและไม่ปกติได้ผลถูกต้องตามที่แพทย์ให้การยอมรับได้ อีกทั้งมีประสิทธิภาพในด้านความเร็วเพื่อช่วยลดค่าใช้จ่ายในการต้องการระบบที่มีความเร็วสูง และสามารถเป็นพื้นฐานกับงานด้านอื่นๆ

ภาพเอ็มอาร์ไอที่น่ามาใช้ประกอบไปด้วยภาพสามภาพคือ โปรตอนเดนซิติ, ที1เวจและที2เวจ เนื่องจากในการวิเคราะห์โรคของแพทย์โดยทั่วไปจะถ่ายภาพในแต่ละระดับจำนวนสามภาพดังกล่าวและนำมาใช้วินิจฉัยร่วมกัน ดังนั้นการแบ่งกลุ่มชนิดเนื้อเยื่อสมองจึงใช้ภาพทั้งสามภาพนี้เพื่อให้มีข้อมูลในการวิเคราะห์มากพอและเกิดความถูกต้องที่สุด

ผลการแบ่งกลุ่มชนิดเนื้อเยื่อสมองทั้งในลักษณะปกติและไม่ปกติจะถูกตั้งตามความรู้พื้นฐานของแพทย์ ซึ่งในงานวิจัยจะมีการวัดผลการยอมรับจากแพทย์ผู้เชี่ยวชาญ ระบบที่ใช้กับวิธีที่นำเสนอควรเป็นระบบพื้นฐานที่แพทย์โดยทั่วไปสามารถมีใช้ได้ งานวิจัยได้เพิ่มประสิทธิภาพทางด้านความเร็วเพื่อให้สามารถใช้ได้กับคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (Personal computer) รวมไปถึงระบบยูนิกซ์ (Unix system) เมื่อต้องการเสถียรภาพ

งานวิจัยนี้จะพื้นฐานกับงานด้านอื่นๆเช่น การศึกษาอวัยวะภายในของนักศึกษาแพทย์, การสร้างภาพ 3 มิติ, การสร้างภาพ 4 มิติและระบบเสมือนจริง เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากขอบเขตที่ได้กล่าวมาและเนื่องจากศาสตร์การแพทย์มีความซับซ้อน ดังนั้นวิธีที่นำเสนอจะเป็นการชี้นำมิใช่การชี้ชัด เพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์โรคของแพทย์ผู้เชี่ยวชาญต่อไป โดยรายละเอียดภายในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ถูกจัดแบ่งเนื้อหาออกเป็น 8 บท ซึ่งแต่ละบทจะมีหัวข้อและเนื้อหาดังต่อไปนี้

บทที่ 1 บทนำ

กล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญ, วัตถุประสงค์ของการศึกษา, สมมติฐาน, แนวคิดที่ใช้ในการวิจัย, ขอบเขตการวิจัย รวมถึงขั้นตอนการศึกษาเพื่อให้ทราบโครงร่างคร่าวๆของวิทยานิพนธ์นี้

บทที่ 2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

กล่าวถึงงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในหลายๆด้าน ทั้งที่เป็นทฤษฎีเบื้องต้นต่างๆ, การรู้จำรูปแบบ, การแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อส่วนสมองโดยทฤษฎีต่างๆ รวมถึงงานวิจัยที่เป็นการประยุกต์ขั้นสูง

บทที่ 3 แบบโครงสร้างพีซีซีสร้างสำหรับการรู้จำรูปแบบ

กล่าวถึงการใช้แบบโครงสร้างพีซีซีเพื่องานทางด้านการรู้จำรูปแบบ ซึ่งอธิบายในลักษณะขั้นตอนการออกแบบและส่วนประกอบต่างๆของระบบ นอกจากนี้ยังกล่าวถึงโครงข่ายประสาทเทียมซึ่งนิยมใช้ในงานด้านการรู้จำรูปแบบเช่นกัน

บทที่ 4 พีซีซีที่มีนแบบประมาณค่า

กล่าวถึงอัลกอริธึมฮาร์ดซีมีน (Hard C-means), พีซีซีซีมีนและพีซีซีซีมีนแบบประมาณค่า (Approximate fuzzy C-means) ซึ่งใช้สำหรับการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อต่างๆของสมองในวิทยานิพนธ์นี้

บทที่ 5 การวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูล

กล่าวถึงการวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูลชนิดต่างๆ รวมถึงการใช้ประโยชน์การวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูลกับงานด้านการแบ่งกลุ่ม เช่น การหาจำนวนกลุ่มที่เหมาะสมที่สุดหรือการวัดความถูกต้องของผลที่ได้จากการแบ่งกลุ่มข้อมูล เป็นต้น

บทที่ 6 การแบ่งกลุ่มข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอส่วนสมอง

กล่าวถึงขั้นตอนต่างๆของวิธีที่เสนอในการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อต่างๆของสมอง รวมถึงความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆของระบบกับการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อเพื่อให้ทราบถึงผลของตัวแปรดังกล่าว

บทที่ 7 การทดลองและผลการทดลอง

กล่าวถึงขั้นตอนต่างๆในการทดลองและผลการทดลองในแง่มุมต่างๆซึ่งจะทำให้เห็นประโยชน์ของวิธีที่เสนอในการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของสมองทั้งแบบปกติและไม่ปกติ

บทที่ 8 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

กล่าวถึงผลสรุปของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ซึ่งเป็นการชี้ให้เห็นข้อดีและข้อเสียต่างๆของระบบทั้งหมด นอกจากนี้ยังกล่าวถึงข้อเสนอแนะและแนวทางที่น่าสนใจเพื่อการวิจัยในอนาคต

1.6 ขั้นตอนการศึกษา

ขั้นตอนการศึกษาสามารถแบ่งได้ดังนี้คือ การศึกษาทฤษฎีพื้นฐานของภาพเอ็มอาร์ไอ, การศึกษาทฤษฎีการแบ่งกลุ่มชนิดข้อมูลแบบต่างๆ, การศึกษาวิธีพีชชีมินโดยละเอียด, การศึกษาการปรับปรุงประสิทธิภาพ

ทฤษฎีพื้นฐานของภาพเอ็มอาร์ไอมีความซับซ้อนเป็นอย่างมาก ซึ่งเป็นศาสตร์ที่ผู้ทำวิจัยไม่คุ้นเคยจึงจำเป็นต้องศึกษาโดยละเอียด การศึกษานี้เป็นประโยชน์ต่อการเข้าใจปัจจัยที่สำคัญต่อคุณภาพของภาพเอ็มอาร์ไอที่นำมาทดลอง

การศึกษาทฤษฎีการแบ่งกลุ่มชนิดข้อมูลแบบต่างๆทำให้ทราบถึงปัญหาและการพัฒนาเพื่อแก้ไขปัญหานั้นอย่างเป็นขั้นตอน รวมไปถึงความเหมาะสมของวิธีต่างๆในงานวิจัยที่ผ่านมา

การศึกษาวิธีพีชชีมินซึ่งเป็นวิธีพื้นฐานที่นำมาใช้งาน ทำให้ทราบถึงหลักการทำงานของวิธีดังกล่าว รวมไปถึงข้อดีข้อเสียและประสิทธิภาพของวิธีพีชชีมิน ซึ่งทำให้ผู้วิจัยเกิดแนวความคิดในการปรับปรุงให้เกิดประสิทธิภาพมากขึ้น

การวัดความถูกต้องก็มีความสำคัญเช่นกัน จึงมีการศึกษาทฤษฎีการวัดความถูกต้องของผลที่แบ่งกลุ่มได้ รวมไปถึงจำนวนกลุ่มข้อมูลที่เหมาะสมกับกลุ่มข้อมูลนั้น ทฤษฎีเหล่านี้มีความสำคัญมากในการตอบคำถามว่าจำนวนกลุ่มเท่าใดจึงเหมาะสมกับข้อมูลที่กำลังวิเคราะห์อยู่

การศึกษาที่ได้กล่าวมาทั้งหมดทำให้งานวิจัยมีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้นและเป็นพื้นฐานที่สำคัญต่อผู้ทำวิจัยเองรวมถึงผู้อื่นที่สนใจ

ทบทวนทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

การแบ่งกลุ่มภาพทางการแพทย์ (Medical image clustering) เป็นงานที่มีความสำคัญมากการนำเอาคอมพิวเตอร์ (Computer) มาช่วยงานทางการแพทย์ทั้งในด้านการศึกษาหรือการวิเคราะห์โรคกับผู้ป่วยจริงๆเนื่องจากเกี่ยวข้องกับมนุษย์จึงต้องการความถูกต้องสูง ภาพทางการแพทย์มีอยู่มากมายหลายชนิดเช่น เอกเรย์ (X-Ray), ซีที (Computed Tomography หรือ CT), เอ็มอาร์ไอ (Magnetic Resonance Image หรือ MRI) และ พีอีที (Positron Emission Tomography หรือ PET) เป็นต้น ข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์จากภาพดังกล่าวในทางวิศวกรรมก็คือค่าความเข้มหรือค่าระดับเทา (Gray level) ของภาพเนื่องจากภาพทางการแพทย์ดังกล่าวจะเก็บเป็นระดับเทาทั้งในแบบ 8 บิต (Bit) ซึ่งมี 256 ระดับเทาและแบบ 12 บิตซึ่งมี 4096 ระดับเทา วิธีในการแบ่งกลุ่มข้อมูล (Data clustering) มีอยู่หลายหลักการจากอดีตเช่น การประมวลผลภาพระดับต่ำ (Low level image processing), การประมวลผลภาพระดับกลาง (Intermediate level image processing), การวิเคราะห์ทางสถิติ (Statistical analysis) หรือการใช้ทฤษฎีทางความน่าจะเป็น (Probability) เข้ามาช่วย ในปัจจุบันได้มีการนำเอาปัญญาประดิษฐ์ (Artificial intelligent) มาช่วยในการแบ่งกลุ่มข้อมูลเช่น ทฤษฎีฟัซซี (Fuzzy theory), โครงข่ายประสาทเทียม (Computational neural networks หรือ CNN) และอัลกอริธึมเจเนติก (Genetic Algorithm หรือ GA) นอกจากนี้ยังมีการ “แต่งงาน” ของศาสตร์ต่างๆเช่น การนำเอาทฤษฎีฟัซซีและโครงข่ายประสาทเทียมมาใช้ร่วมกันเรียกว่า “นิวโรฟัซซี” (Neuro-fuzzy) หรือการนำใช้งานร่วมกับทฤษฎีอื่นๆซึ่งมีมากมายเกินจะกล่าวได้ แต่ก็ยังมีศาสตร์ที่เกิดใหม่และมีความสำคัญในอนาคตด้วยการนำเอาทฤษฎีฟัซซี, โครงข่ายประสาทเทียมและอัลกอริธึมเจเนติกมาใช้งานร่วมกันเรียกว่า นิวโร-ฟัซซีและการคำนวณแบบอ่อน (Neuro-fuzzy and soft computing) ซึ่งจะกล่าวแนะนำในบทนี้ต่อไป การพิจารณาข้อมูลสามารถพิจารณาได้สามแบบคือ เติงพื้นที่ (Region based), เติงขอบเขต (Edge based) และเติงพิกเซล (Pixel based) ส่วนการนำมาใช้งาน (Implementation) สามารถแบ่งได้สองลักษณะคือ อนุกรม (Serial) และขนาน (Parallel) ที่กล่าวมาทั้งหมดอาจมีงานวิจัยบางชิ้นที่นำหลายลักษณะมาใช้ร่วมกันซึ่งจะเรียกว่าแบบไฮบริด (Hybrid)

ส่วนงานที่เกี่ยวข้องในลักษณะการประยุกต์เช่น การสร้างภาพ 3 มิติจากภาพชุด 2 มิติ (3 Dimension reconstruction) ทั้งแบบพื้นผิว (Surface rendering) และแบบปริมาตร (Volume rendering), การทำแผนที่การแพทย์ (Medical atlas) และการประยุกต์ภาพการแพทย์กับการผ่าตัด (Image guide surgery) ซึ่งจะมีความสำคัญอย่างมากในอนาคต

เนื่องจากงานวิจัยนี้ได้เสนอการนำเอาทฤษฎีทางฟัซซีมาใช้ในการแบ่งกลุ่มข้อมูลภาพการแพทย์หรือก็คือการแบ่งกลุ่มแบบฟัซซี (Fuzzy clustering) โดยวิธีฟัซซีซีมีน (Fuzzy c-means) ดังนั้นในบทนี้จึงเน้นงานที่เกี่ยวข้องทางด้านฟัซซีทั้งในทางทฤษฎีพื้นฐานและการประยุกต์ใช้กับการแพทย์ ทฤษฎีพื้นฐานในการวิเคราะห์ห้กลุ่มข้อมูล (Cluster analysis) เช่น ทฤษฎีเบื้องต้นของฟัซซี, การแบ่งกลุ่มข้อมูลบนพื้นฐานต่างๆ, การลู่เข้า (Convergence) ของอัลกอริทึมการแบ่งกลุ่มข้อมูล, และการวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูล (Cluster validity) รวมถึงการนำทฤษฎีฟัซซีและโครงข่ายประสาทเทียมมาประยุกต์ร่วมกัน

2.1 การวิเคราะห์ห้กลุ่มข้อมูล

ในหัวข้อนี้เน้นถึงการแบ่งกลุ่ม (Clustering) หรือที่รู้จักกันในชื่อว่า การเรียนรู้แบบไม่อาศัยผู้เชี่ยวชาญ (Unsupervised learning) หรือระบบจัดตัวเอง (Self-organization) ซึ่งจะกล่าวโดยละเอียดในบทที่ 3 งานวิจัยในการวิเคราะห์ห้กลุ่มข้อมูลนี้สามารถแบ่งได้เป็น 5 ด้านใหญ่ๆ

2.1.1 ทฤษฎีเบื้องต้นของฟัซซี

[1] เป็นงานดั้งเดิมของ Zadeh ซึ่งได้แนะนำระบบฟัซซีขึ้นเป็นครั้งแรก ส่วน [2] Zadeh ได้แนะนำหลักการของตัวแปรฟัซซีซึ่งได้งานต่างๆในปัจจุบันเช่น ระบบควบคุม (Control system) และการรู้จำรูปแบบ (Pattern recognition) ก็อยู่บนพื้นฐานของตัวแปรเหล่านี้ ทั้งสองงานวิจัยนี้มีความสำคัญต่องานชิ้นต่อๆมา

2.1.2 การแบ่งกลุ่มที่มีพื้นฐานบนฟังก์ชันโคทีเรียของข้อมูล

ให้ c เป็นจำนวนเต็มโดย $1 < c < n$ และให้ $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ เป็นเซต (Set) ข้อมูลดิบที่อยู่ใน \mathbb{R}^p กล่าวได้ว่าเซตย่อยแบบฟัซซีจำนวน (c) เซตย่อย $\{u_i : X \rightarrow [0,1]\}$ คือ ฟัซซีพาร์ติชันของ X (Fuzzy c -partitions ของ X) โดยมีจำนวน (cn) ค่า $\{u_{ik} = u(x_k), 1 \leq k \leq n, 1 \leq i \leq c\}$ เป็นไปตามเงื่อนไขตาม (2.1)

$$0 \leq u_{ik} \leq 1 \quad \text{สำหรับทุกๆ } i, k; \quad (2.1ก)$$

$$\sum u_{ik} = 1 \quad \text{สำหรับทุกๆ } k; \quad (2.1ข)$$

$$0 \leq \sum u_{ik} \leq n \quad \text{สำหรับทุกๆ } i; \quad (2.1ค)$$

วิธีในการสร้างเมตริก M_{fcn} หรือฟังก์ชันที่พหุชั้นของข้อมูลดิบ บางครั้งเรียกว่าอัลกอริทึมการแบ่งกลุ่ม (Partitional clustering algorithm) ใน [3] Ruspini ได้แนะนำ M_{fcn} ซึ่งแสดงในสมการที่ (2.2) ซึ่ง $U = [u_{ik}]$ เป็นเมตริกขนาด $(c \times n)$

$$M_{fcn} = \{U \in \mathcal{R}^{cn} / u_{ik} \text{ เป็นไปตาม (2.1)}\} \quad (2.2)$$

Ruspini ได้สร้างฟังก์ชันวัตถุประสงค์แบบฟัซซี (Fuzzy objective function) ตัวแรกเพื่อสร้างฟังก์ชันที่พหุชั้นของข้อมูลที่ต้องการจะแบ่งกลุ่ม ฟังก์ชันที่ Ruspini เสนอนั้นมีพื้นฐานอยู่บนข้อมูลสัมพันธ์ (Relational data) รูปแบบความสัมพันธ์ดังกล่าวจะได้กล่าวถึงในบทที่ 3 ซึ่ง Ruspini ใช้หลักการวัดความไม่เหมือนกันของข้อมูล ดังนั้นวิธีนี้สามารถนำไปใช้กับข้อมูลใดๆก็ได้ซึ่งการแบ่งกลุ่มแบบฟัซซี (Fuzzy clustering) ส่วนใหญ่มีพื้นฐานอยู่บนแนวคิดของ Ruspini

งานวิจัย [4] ของ Gitman และ Levine คืองานแรกที่เสนอการแบ่งกลุ่มข้อมูลที่รวมกันอยู่โดยใช้ฟัซซีเซต (Fuzzy sets) แนวความคิดของพวกเขาไม่ได้เกี่ยวข้องกับการแยกข้อมูลแบบสถิติพื้นฐานที่สำคัญของ [4] ก็คือ การวัด "ความสำคัญ" ของแต่ละเวกเตอร์ลักษณะ (Feature vector) และจากนั้นแยกข้อมูลด้วยข้อมูลที่วัดมารวมเป็นส่วนหนึ่งของข้อมูลต้นฉบับ แม้ว่างานวิจัยหลายๆ จะไม่ได้นำมาใช้เท่าใดนัก แต่งานวิจัยนี้ก็ยังคงเป็นการแนะนำการขยายความข้อมูลต้นฉบับด้วยตัวเลขที่แสดงถึงคุณลักษณะของข้อมูลต้นฉบับ

ฟังก์ชันวัตถุประสงค์ของการแบ่งกลุ่มข้อมูลที่แพร่หลายที่สุดคือ ฟังก์ชันผลรวมของค่าความผิดพลาด (Sum of square error function) ดังสมการที่ (2.3)

$$J_1(U, v; X) = \sum_i \sum_k u_{ik} (\|x_k - v_i\|)^2 \quad (2.3)$$

ซึ่ง $v = (v_1, v_2, \dots, v_c)$ เป็นเวกเตอร์ของจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูล $v_i \in \mathcal{R}^p$ สำหรับ $1 \leq i \leq c$ และ U เป็นฮาร์ดพหุชั้นของ X (Hard c -partitions ของ X) U^* คือ U ที่ดีที่สุดของ X จะได้จากคู่ (U^*, v^*) ซึ่งให้ค่า J_1 ที่น้อยที่สุด (Local minimizes) Dunn ใน [5] ได้เสนอสมการที่ (2.3) ในลักษณะมาตรฐานเมื่อ $m = 2$ (สมการที่ (2.4)) ซึ่งเป็นฟังก์ชันค่าความผิดพลาดน้อยสุด (Least square error function) ซึ่งมีความสำคัญต่องานรู้จำรูปแบบโดยฟัซซี (Fuzzy pattern recognition) เป็นอย่างมาก Dunn ได้ทดลองกับข้อมูลหลายๆชุดเพื่อดูการแบ่งกลุ่มและรายงานผลด้วยฟังก์ชันวัดความถูกต้อง Bezdek ได้แปลง (2.1) ให้อยู่ในรูปอินฟินิตี้ของฟัซซีซีมีน (Fuzzy c -means หรือ FCM) เขียนได้ดังนี้

$$J_m(U, v; X) = \sum_i \sum_k u_{ik}^m (\|x_k - v_i\|_A)^2 \quad (2.4)$$

ซึ่ง $m \in [1, \infty)$ คือ เอกโปเนนซ์น้ำหนัก (Weighting exponent) ของแต่ละสมาชิกภาพฟัซซี (Fuzzy membership) A คือ ข้อมูลเมตริกขนาด $p \times p$ ที่มีค่าเป็นบวก และ $\|x_k - v_i\|_A = (x_k - v_i)_A^T (x_k - v_i)$ คือ ระยะทาง (ใน A -นอม (A -norm)) จาก x_k ไป v_i พื้นฐานของฟัซซีที่มีนคือ เมื่อได้ค่า J_m น้อยที่สุดแสดงว่าเมตริก U คือกลุ่มที่แบ่งได้เหมาะสมที่สุดกับข้อมูลนั้น มีการศึกษาหลายงานเกี่ยวกับจะหา U, v ที่ทำให้ J_m น้อยที่สุดได้อย่างไร วิธีที่นิยมมากที่สุดคือฟัซซีที่มีนหรือฟัซซีไอโซดาต้า (Fuzzy ISODATA) ซึ่งจะขึ้นกับการวนซ้ำเข้าสู่สภาวะที่ต้องการโดยจะสามารถตั้งค่าลากรางเจียน (Lagrangian) ของเกรเดียน (Gradient) ของ J_m เป็น 0 ฟังก์ชันนี้มีการค้นคว้าอย่างมากเพื่องานด้านการรู้จำรูปแบบ ประเมินว่ามีหลายร้อยงานวิจัยที่ได้เขียนถึงวิธีดังกล่าวในแง่ต่างๆ ดังนั้นแนวคิดของ Dunn จึงสำคัญต่องานด้านการแบ่งกลุ่มแบบฟัซซีที่เป็นอย่างมาก

งานวิจัย [6] เป็นหนึ่งในความพยายามที่จะสร้างระบบรู้จำรูปแบบที่มีพื้นฐานบนแบบโครงสร้างฟัซซี (Fuzzy model) เช่นเดียวกับ Ruspini โดย Roubens ได้เสนอการปรับฟังก์ชันวัตถุประสงค์ให้ดีที่สุดสำหรับฟัซซีพาร์ติชัน (Fuzzy partition) นอกจากนี้ [6] ยังกล่าวถึงดัชนีความคลุมเครือ (Indices of fuzziness) ซึ่งอยู่ในเรื่องการวัดความถูกต้อง

วิธีฟัซซีที่มีนสามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงแบบโลคอลของส่วนย่อยข้อมูล (Substructure) หรือก็คือการเปลี่ยนรูปร่างทางเรขาคณิตของกลุ่มข้อมูลได้ 2 วิธี วิธีที่หนึ่งคือ การปรับนอม มีการศึกษาถึงผลการเปลี่ยน A ใน (2.4) บนสมมุติฐานว่าทุกๆกลุ่มข้อมูลใน X มีลักษณะทางเรขาคณิตของ A -นอมค่อนข้างไม่เหมือนกัน ในงานวิจัย [7] Gustafan และ Kessel เสนอแนวคิดใหม่ในการจับคู่รูปร่างในลักษณะโลคอล (Localized shape matching) โดยนอมของแต่ละกลุ่มซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง พวกเขาได้เสนอให้เมตริก A ของ J_m ใน (2.4) กลายเป็นตัวแปร 3 กลุ่ม โดยให้ $A = \{A_1, A_2, \dots, A_c\}$ และให้ J_m คือฟังก์ชันของ $(U, v, A; X)$ แนวคิดสำคัญในที่นี้คือ กลุ่มที่ i ใน U อาจจะเข้ากันได้ดีกับรูปร่างวงรีที่สร้างโดยเมตริก A_i แนวคิดที่ว่า "ส่วนย่อยต่างๆสามารถจับคู่แบบโลคอลพร้อมๆกันโดยส่วนต่างๆกันของฟังก์ชันวัตถุประสงค์เดียวกัน" ยังคงมีการศึกษาต่ออย่างกว้างขวาง [28, 29]

วิธีที่สองคือ การเปลี่ยนแบบการเคลื่อนที่ของจุดศูนย์กลางกลุ่ม (Fitting prototypes) $\{v_i\}$ ใน (2.4) ซึ่งก็เหมือนกับวัตถุในแกนลักษณะ (Feature space) ที่ควบคุมรูปร่างให้เปลี่ยนโดยสืบทอดจากตัวมันเอง (ไม่ขึ้นกับลักษณะของเซตที่ถูกควบคุมโดยฟังก์ชันนอมซึ่งเคยใช้วัดความไม่เหมือนกันของ J_m) เป็นรูปแบบมาตรฐานของการฟิตเส้นโค้ง (Curve fitting) คือข้อมูล X จะถูกฟิตพร้อมๆกันโดยซีโปรโตไทป์ (c-prototype) Bezdek ได้แนะนำและวิเคราะห์การใช้ฟังก์ชันวัตถุ

ประสงค์หลายๆแบบและรวมเอาข้อดีของพวกมันโดยการแทนที่ $\{v_i\}$ ใน (2.4) ด้วย $\{P_i\}$ (Linear varieties) [29,30] Krishnapuram และ Dave ได้เสนอแนวคิดเพิ่มเติมคือ การพิตจำนวน c กลุ่มกับไฮเปอร์ควอดริก (Arbitrary hyperquadrics) ซึ่งแต่ละอันใช้นอมของมันเอง (นั่นคือการรวมทั้งสองวิธีที่กล่าวมาเข้าด้วยกัน) [28] ในข้อมูลที่ซับซ้อนมากๆผลที่ได้จะดีกว่าวิธีอื่นๆเช่น บีสไปไลน์ (B-splines) หรือการแปลงเฮ้าส์ (Hough transforms)

งานวิจัย [8] Windham ได้เสนอการแบ่งกลุ่มข้อมูลโดยอาศัยรูปร่างทางเรขาคณิตโดยได้เสนอการจับคู่ลักษณะทางเรขาคณิตของข้อมูลเพื่อให้พันธข้อจำกัดของแบบโครงสร้างพีชชี (แต่ยังมีจุดมุ่งหมายเดียวกับนักวิจัยเกี่ยวกับพีชชีอยู่) มีอีกหลายงานวิจัยได้แนวคิดจาก [5-8] ตัวอย่างเช่น การใช้ นอมแบบนอนอินเนอร์โปรดัก (Non-inner-product norm) [33], การเยาะเยาะแบบพีชชีที่มีพื้นฐานบนฟังก์ชันวัตถุประสงค์ที่ประยุกต์กับข้อมูลสัมพันธ์ [34,35] และ [36] เป็นบทวิจารณ์งานด้านรู้จำรูปแบบโดยพีชชี

แม้ว่าจะไม่มีการงานวิจัยที่รวมเอาแนวคิดการใช้การแบ่งกลุ่มแบบพีชชีกับทฤษฎีทางสถิติ (Statistical) แต่ก็มีการศึกษาถึงความเป็นได้ทั้งสองทฤษฎี การแบ่งกลุ่มแบบพีชชีลักษณะนี้เริ่มต้นจากงานของ Bezdek และ Dunn ในปี 1975 [37] และใช้งานได้ดีจากงานของ Sabin [11] ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนผสม (Mixture) และแบบโครงสร้างพีชชีที่ถูกกล่าวถึงอยู่ในงานของ Gitman และ Levine และม้งานที่พยายามอธิบายความสัมพันธ์ดังกล่าวอีกมาก ใน [37,38] เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของการเยาะเยาะแบบพีชชีกับการวิเคราะห์ส่วนผสม (Mixture analysis)

2.1.3 การวิเคราะห์การลู่เข้าของการแบ่งกลุ่มแบบพีชชี

งานวิจัย [9-11] ต่างก็เกี่ยวกับการลู่เข้าของพีชชีซิมีน ใน [9] มีความสำคัญมากเพราะได้แนะนำการใช้ทฤษฎีการลู่เข้าของ Zangwill เพื่อกำหนดลักษณะการลู่เข้าซึ่งทุกๆการวนซ้ำ $\{U, v, \}$ ของพีชชีซิมีนจะลู่เข้าจุดต่ำสุดโลคอล (Local minima) ของ J_m โดยเริ่มต้นจากจุดใดๆใน $M_{fcn} \in \mathbb{R}^p$ อย่างไรก็ตามข้อบกพร่องของ [9] คือ การลู่เข้าจุดต่ำสุดในโลคอลไม่สามารถพิสูจน์ได้ โดย Windham เป็นคนแรกที่กล่าวถึงเรื่องนี้ นอกจากนี้ตัวเลขบางส่วนของผลไม่ถูกต้องและมีการแก้ไขให้ถูกต้องใน [10] ซึ่งก็สามารถให้ผลการลู่เข้าจุดต่ำสุดโลคอลได้ดี

[9,10] คือการลู่เข้าโดยการทำให้จำนวนการวนซ้ำ (Number of iterations) l ของอัลกอริธึมลดลง ส่วน [11] ของ Sabin ทำให้การลู่เข้าของพีชชีซิมีนดีขึ้นโดยการทำให้อาจวนข้อมูล (Number of samples) n เข้าหาอินฟินิตี้ (Infinity) ภายได้สมมุติฐานเกี่ยวกับคุณสมบัติทางสถิติของข้อมูล Sabin ได้แสดงว่าพีชชีซิมีนได้แสดงการกระจายของข้อมูลจากการทดลอง (Empirical distribution) ได้ดีเท่ากับการกระจายจริงๆของข้อมูล (True distribution) ซึ่ง [9-11] ต่างก็สามารถลู่เข้าได้อย่างไม่มีปัญหา เหตุผลที่ทำให้งาน [9-11] มีความสำคัญคือพวกเขาได้แสดงให้เห็น

เห็นว่าอัลกอริธึมการรู้จำรูปแบบโดยฟัซซีสามารถถูกวิเคราะห์และพิสูจน์ได้เช่นเดียวกับคณิตศาสตร์สาขาอื่นๆ บางครั้งผู้อ่านบางท่านอาจนึกว่าแนวคิดของฟังก์ชันสมาชิกภาพ (Membership function) ที่มีพื้นฐานบนการหาคำตอบหลายๆคำตอบแล้วเลือกคำตอบที่ดีที่สุดโดยแบบโครงสร้างฟัซซีไม่สามารถพิสูจน์ได้ด้วยคณิตศาสตร์ได้ [39-41] เกี่ยวกับการลู่เข้าหลายๆแบบของการแบ่งกลุ่มแบบฟัซซี [42] เกี่ยวกับการวิเคราะห์การลู่เข้าทั่วยุโรปซึ่งเป็นประโยชน์ต่องานวิจัยต่อมา

2.1.4 การแบ่งกลุ่มที่มีพื้นฐานบนแง่มุมอื่นๆของข้อมูล

[12] Zadeh ได้เสนอการรู้จำแบบฟัซซีสาขาอื่นๆโดย Zadeh ได้เสนอแนวคิดความสัมพันธ์ความคล้ายแบบฟัซซี (Fuzzy similarity relation) ซึ่งเป็นการขยายจากความสัมพันธ์ความเหมือนแบบฮาร์ด (Hard equivalence relation) โดย Zadeh ได้เขียนความสัมพันธ์ความเหมือนแบบฟัซซีเป็นยูเนียน (Union) ของค่านำหนักของความสัมพันธ์ความเหมือนแบบฮาร์ดและพิสูจน์ว่าความสัมพันธ์ความคล้ายแบบฟัซซีใดๆสามารถแยกย่อยเป็นลำดับของความสัมพันธ์ความเหมือนแบบฮาร์ด สำหรับการแบ่งกลุ่มข้อมูลก็หมายความว่าความสัมพันธ์ความคล้ายแบบฟัซซีสามารถแยกย่อยเป็นลำดับของฮาร์ดพาร์ติชัน (Hard partition) ของข้อมูล แต่ละลำดับจะมีระดับความสำคัญบอกอยู่ อย่างไรก็ตาม สิ่งที่อยู่ในนั้นสำคัญกว่า Zadeh ได้เสนอการแปลงฟัซซี (Fuzzy transitivity) เป็นครั้งแรก แนวคิดที่วันนี้คือ วัตถุ p และวัตถุ q เกี่ยวข้องกันโดย R และวัตถุ q และวัตถุ r เกี่ยวข้องกันโดย R เช่นกัน ตัวอย่างเช่น $pRq = 1$ และ $qRr = 1$ ดังนั้น $pRr = 1$ (คือวัตถุ p เชื่อมกับ r ผ่านวัตถุ q) แต่จะเกิดอะไรขึ้นถ้า $pRq = 0.8$ และ $qRr = 0.6$ (นั่นคือ q เชื่อมเพียงบางส่วนจาก p กับ r เท่านั้นหรือ?) Zadeh ได้เสนอการใช้ทฤษฎีดีคอมโพสิชัน (Decomposition) ซึ่งก็คือการแปลงแบบ max-min (Max-min transitivity) ดังนั้น $pRr = \min\{0.6, 0.8\} = 0.6$

ถึงจุดนี้ก็เป็นจุดเริ่มต้นของสาขาใหม่ซึ่งปัจจุบันเรียกว่าการใช้เหตุผลแบบฟัซซี (Fuzzy approximate reasoning) การแปลงแบบ max-min ได้มีการพัฒนาต่ออีกหลายด้าน จริงๆแล้วงานวิจัยส่วนมากด้านนี้ที่มีการใช้ตัวกระทำคอนจังชัน (Conjunction operator) และตัวกระทำดีสจังชัน (Disjunction operator) สำหรับการให้เหตุผลแบบฟัซซีในงานรู้จำรูปแบบและระบบควบคุม มีต้นกำเนิดจาก [12] นอกจากนี้ Zadeh ได้เพิ่มแนวคิดเกี่ยวกับการแปลงแบบปิด (Transitive closure) ของความสัมพันธ์แบบฟัซซีและแนวคิดนี้กลายเป็นสิ่งสำคัญต่อทางด้านรู้จำรูปแบบและด้านอื่นๆ ในปัจจุบันยังมีการศึกษาการแปลงฟัซซีแบบปิดต่อไป [43]

[13] Tamura ได้เสนอการใช้อัลกอริธึมดีคอมโพสิชันที่ได้กล่าวมาข้างต้นกับงานด้านการแบ่งกลุ่มข้อมูล Zadeh ได้เสนอการคำนวณการแปลง max-min แบบปิดของความสัมพันธ์แบบ

พืชที่ R โดยใช้การคูณเมตริกธรรมดาๆ นั้นคือวิธี $\sigma(n^4)$ โดย n คือจำนวนข้อมูลในความสัมพันธ์ Tamura ได้เสนอแบบแก้ไขซึ่งมีผลกับวิธีดังกล่าวบางส่วนระหว่าง $\sigma(n^3)$ และ $\sigma(n^3 \log_2 n)$ มากกว่านั้น [13] มีตัวอย่างการใช้ขบวนการเหล่านี้กับการแบ่งกลุ่มข้อมูล ไม่กี่ปีต่อมา Dunn [14] ได้เสนอการคำนวณการแปลงแบบปิดบนพื้นฐานของ Prim's maximal spanning tree และได้แสดงว่ามันคือ $\sigma(n^2)$ ที่สำคัญคือ Dunn ได้สังเกตว่าลำดับขั้นของกลุ่มข้อมูลที่สร้างโดยวิธีนี้ คล้ายกับกลุ่มข้อมูลที่สร้างจากวิธี ซิงเกิลลิงค์เกต (Single linkage clustering) ซึ่งไม่ใช่ลักษณะ พืชที่ไม่กี่เดือนต่อมา Kandel และ Yelowitz [15] ได้เสนอวิธี $\sigma(n^3)$ สำหรับการคำนวณการแปลง max-min แบบปิดของความสัมพันธ์ความคล้ายแบบพืช วิธีของพวกเขา มีพื้นฐานมากจาก อัลกอริทึมของ Warshall ซึ่งเคยถูกใช้เพื่อคำนวณความสัมพันธ์แบบฮาดมาเป็นเวลาหลายปี งานวิจัยทั้งสาม [13-15] ต่างก็เกี่ยวข้องกันคือการนำเอาการแบ่งกลุ่มแบบดีคอมพิวเตอร์ขั้นมาใช้กับความสัมพันธ์แบบพืช

งานวิจัยสุดท้ายในหัวข้อนี้ [16] กล่าวถึงกรแปลงพืชที่ได้เปลี่ยนจากลักษณะ max-min ไปเป็น max-star (Max-star transitivity) ซึ่ง star คือหนึ่งในหลายๆ ความสัมพันธ์แบบไบนารี (Binary relation) บน $[0,1] \times [1,0]$ ในทางปฏิบัติ [16] ได้แสดงและวิเคราะห์การแปลงพืชสำหรับตัวกระทำคอนจังก์ชัน $T(x, y) = \max\{0, x + y - 1\}$ ซึ่งเรียกว่า T_1 -นอมและได้แสดงว่าทุกๆ การแปลง max- T_1 (Max- T_1 transitivity) ความสัมพันธ์แบบพืชที่จะทำให้เกิด Pseudometric บนข้อมูล (Zadeh ได้เคยแสดงแนวคิดที่คล้ายๆ กันนี้ก่อนแล้วใน [12] ซึ่งใช้ได้กับความสัมพันธ์ความคล้ายแบบ max-min (หรือ max- T_3) ซึ่งทำให้เกิดอัลตราเมตริก (Ultrametrics) กับข้อมูล) [16] ได้พิจารณาความสัมพันธ์แบบฮาดและเสนอการเยะเยะบนพื้นฐานของการดีคอมพิวเตอร์ขั้นแบบคอนเวกซ์ (Convex decomposition) กับความสัมพันธ์ลักษณะนี้ งานวิจัยหลายชิ้น [43,44] ได้ใช้ผลจาก [12-16] ซึ่งการแปลงพืชชนิดต่างๆ ก็ให้ผลต่างกันต่อการให้เหตุผลแบบพืช

2.1.5 การวิเคราะห์ความถูกต้องของกลุ่มข้อมูล

ปัญหาเกี่ยวกับความถูกต้องของการแบ่งกลุ่มคือเราจะทราบได้อย่างไรว่าผลลัพธ์พหิตขั้นที่ได้จากวิธีใดๆ ถูกต้อง เพราะทุกวิธีการแบ่งกลุ่มข้อมูลจะสร้างพหิตขั้นและเกือบทุกวิธีจะให้ผลต่างกัน ข้อมูลชุดเดียวกัน เหตุผลที่ทำให้แบบโครงสร้างพืชที่เหมาะสมกับงานด้านรู้จำรูปแบบ เพราะขอบเขตที่ยืดหยุ่นได้ แต่ขอบเขตที่ยืดหยุ่นนี้ก็ให้โทษด้วยเหมือนกันคือมันค่อนข้างอ่อนไหวมากต่อการรบกวน Ruspini [3] มีการกล่าวถึง "จำนวนกลุ่มที่ถูกต้อง" อย่างสั้นๆ และกล่าวถึงการใช้ฟังก์ชันที่มีลักษณะคล้ายฟังก์ชันเอนโทรปีของ Shannon (Shannon's entropy function) เพื่อตอบปัญหาจำนวนกลุ่มที่เหมาะสม Deluca และ Termini [45] กล่าวว่าการใช้ฟังก์ชันเอนโทรปีก็เหมือนการวัดปริมาณความคลุมเครือ (Fuzziness) การวัดความถูกต้องของพืชพหิตขั้นของข้อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มูลค่าที่เรียกว่าค่าสัมประสิทธิ์ของพาทิชัน (Partition coefficient) ของ U ถูกแนะนำ,วิเคราะห์และถูกใช้โดย Dunn [5] โดย Dunn ได้กำหนดดัชนีการแบ่งแยก (Indices of separation) สำหรับกลุ่มข้อมูลแบบฮาดของข้อมูล ความแตกต่างที่สำคัญระหว่างงานของ Dunn และงานของ Bezdek [46] คือดัชนีของ Dunn วัด "คุณสมบัติของข้อมูล" (Properties of the data) ในขณะที่ค่าสัมประสิทธิ์ของพาทิชันจะวัดคุณสมบัติของ U ที่ได้จากอัลกอริทึมที่กระทำกับข้อมูล ค่าสัมประสิทธิ์ของพาทิชันปรากฏครั้งแรกในงานของ Bezdek [46] ในเวลาต่อมาเอนโทปีของพาทิชันของ U ก็เกิดขึ้น [47] และตัวแปรทางสถิติ (Statistical parameter) ของค่าสัมประสิทธิ์ทั้งสองแบบก็เกิดขึ้น [48]

สิ่งนี้ที่เราพูดถึงสำคัญคือการวัดความถูกต้องขึ้นอยู่กับคุณสมบัติของข้อมูลเอง มีงานวิจัยทางด้านการเรียนรู้โดยไม่อาศัยผู้เชี่ยวชาญ (Unsupervised learning) จำนวนมากที่พยายามจะรวมแนวคิดระหว่างแนวคิดที่ว่าผลจากอัลกอริทึมการแบ่งกลุ่มสามารถบอกถึงโครงสร้างของข้อมูลได้บ้างและแนวคิดความเชื่อเกี่ยวกับคุณสมบัติทางสถิติของข้อมูลคือจะมีการกระจายในทางใดทางหนึ่ง ส่วนการวัดความถูกต้องที่ Windham [17] เสนอนั้นใช้ฟังก์ชันข้อมูลแบบยูนิฟอร์ม (Uniform data function หรือ UDF) โดยได้นำเอาแนวคิดสองอันนี้รวมกันเป็นครั้งแรกเพื่องานการแบ่งกลุ่มแบบฟuzzy แม้ว่า [17] จะเน้นเฉพาะกับการแบ่งกลุ่มด้วยวิธีฟuzzyที่มินเท่านั้นแต่ก็สามารถนำไปใช้กับการแบ่งกลุ่มแบบฟuzzyทั่วไปได้ด้วย

[18] Backer และ Jain ได้เสนอวิธีการจัดอันดับ (Ranking) ของความเหมาะสมของการแบ่งกลุ่มข้อมูลวิธีต่างๆโดยใช้หลักการ "เปรียบเทียบเป้าหมายโดยตรง" (Goal directed comparison) แทนที่จะใช้การคำนวณกับพาทิชันของข้อมูลหรือตัวข้อมูลเองโดยตรง

[19] Gate และ Geva ได้เสนอแนวคิดที่น่าสนใจสามประการ ข้อที่หนึ่งคือการวัดประสิทธิภาพที่มีพื้นฐานบนความหนาแน่น (Density) ข้อที่สองคือการรวมวิธีฟuzzyที่มินกับวิธีฟuzzyแมกซิมัมไลคิลูด (Fuzzy maximum likelihood) ซึ่งเป็นการผสมผสานระหว่างแบบโครงสร้างฟuzzyและแบบโครงสร้างความน่าจะเป็น (Probabilistic model) และข้อสามคือการกำหนดจำนวนกลุ่มข้อมูลจะถือว่าไม่มีความรู้ใดๆเกี่ยวกับข้อมูลมาก่อน (Non-priori) แม้ว่าวิธีที่กล่าวมาจะไม่ใช่ไดนามิก (Dynamic) เต็มตัวคือจำนวนกลุ่มข้อมูลจะเพิ่มขึ้นได้เพียงอย่างเดียวระหว่างการคำนวณ แต่ก็ป็นขั้นตอนที่ทำให้สมาชิกภาพเป็นไดนามิกแบบเต็มตัวเพื่อให้ได้จำนวนกลุ่มข้อมูลที่เหมาะสมที่สุด

[20] Xie และ Beni ได้เสนอดัชนีอื่นสำหรับการวัดความถูกต้องซึ่งมีพื้นฐานมาจากการงานของ Dunn [5] การคำนวณใน Xie และ Beni เหมือนกับของ Gate และ Geva คือเป็นไดนามิกในการเลือกจำนวนกลุ่มข้อมูล ความน่าสนใจของงานนี้คือมีการทดลองใช้กับปัญหาจริงๆคือการแยก (Segment) รูปสี่จรัสของแผ่นเวเฟอร์ (Wafer) ของวงจรรเพื่อหาของเสีย งานอื่นๆเกี่ยวกับการวัดความถูกต้องอยู่ใน [49,50]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2 ระบบฟัซซีและโครงข่ายประสาทเทียมในงานด้านรู้จำรูปแบบ

หัวข้อนี้เป็นการนำเอาระบบฟัซซีมาใช้กับโครงข่ายประสาทเทียมซึ่งค่อนข้างใหม่ แม้ว่างานวิจัยในวิทยานิพนธ์นี้จะเน้นการใช้งานแบบโครงสร้างฟัซซีแต่ก็มียานวิจัยอีกจำนวนมากที่มีการนำทฤษฎีสองแขนงประยุกต์เข้าด้วยกันโดยเฉพาะงานทางด้านระบบควบคุม

[21,22] ไม่มีการอ้างอิงถึงเซตฟัซซีแต่เป็นการกล่าวถึงโครงข่ายประสาทเทียมโดยทั่วไป โดยเฉพาะการใช้งานทางด้านการรู้จำรูปแบบ Lippman ได้อธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างโครงข่ายประสาทเทียมกับอัลกอริธึมดั้งเดิมที่แพร่หลายและการรู้จำรูปแบบโดยหลักสถิติ (Statistical pattern recognition) ตัวอย่างเช่นความสัมพันธ์ระหว่างโครงข่ายการแบ่งกลุ่มแบบโคโฮเนน (Kohonen clustering networks) กับอัลกอริธึมฮาดซีมีน หลังจากที่ [21,22] ได้ตีพิมพ์ไม่นานก็มีงานที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างฟัซซีซีมีนและโครงข่ายของโคโฮเนน สิ่งเหล่านี้ได้กล่าวอีกครั้งใน [27] หนังสือเล่มแรกที่กล่าวถึงความเป็นไปได้ที่จะใช้โครงข่ายประสาทเทียมกับแบบโครงสร้างฟัซซี (และในทางกลับกัน) [51,52]

[22] กล่าวถึงระบบที่ไม่ใช่ฟัซซีซึ่งเกี่ยวข้องอย่างมากกับการใช้โครงข่ายประสาทเทียมกับการรู้จำรูปแบบ ที่สำคัญ Ruck ได้แสดงให้เห็นว่าโครงข่ายประสาทเทียมแบบฟีดฟอเวด (Feed-forward CNN) สามารถทำงานได้โดยการทำให้อัลกอริธึมแบบฮาดซีมีน c กลุ่มมีความผิดพลาดน้อยสุด (นั่นคือการสอนโดยข้อมูลที่ระบุแล้วกับตัวแบ่งกลุ่มแบบฮาดซี) เหมือนกับ Bayes posterior probability โดย Lippman [21] ไม่ได้กล่าวถึงความสัมพันธ์นี้ โครงข่ายประสาทเทียมลักษณะนี้ (เพอเซปตรอนแบบหลายเลเยอร์ (Multilayered perceptrons หรือ MLPs)) คล้ายกับ k-nearest neighbor (k-nn) ความสำคัญของ [22] นี้มีอยู่สามข้อ ข้อหนึ่งคือได้อธิบายว่าทำไมงานวิจัยหลายชิ้นเกี่ยวกับเพอเซปตรอนแบบหลายเลเยอร์จึงรายงานว่าการตรวจสอบความผิดพลาดของโครงข่ายประสาทเทียมและ k-nn จึงใกล้เคียงกันและมีการกล่าวถึงการลู่เข้า เนื่องจากทุกวิธีรวมถึงวิธีที่เสนอสามารถใช้กับข้อมูลใดก็ได้ ดังนั้นผลเหล่านี้ไม่ได้แสดงว่า k-nn ซึ่งใช้งาน (Implement) ได้ง่ายกว่าจะให้ผลดีเท่าเพอเซปตรอนแบบหลายเลเยอร์เสมอไป แล้วมันบอกถึงอะไร? มันบอกว่าเพอเซปตรอนแบบหลายเลเยอร์สามารถประมาณ Bayes posterior ได้ดีเหมือนที่ k-nn ทำ ข้อสองคือได้กล่าวถึงความแตกต่างของโครงข่ายประสาทเทียมกับวิธีดั้งเดิมและข้อสามคือได้กล่าวถึงการขยายไปสู่ฟัซซีเพอเซปตรอนแบบหลายเลเยอร์ (Fuzzy MLPs) ในอนาคต เช่น [25] นอกจากนี้ยังอาจพัฒนาไปรวมกับการรู้จำรูปแบบโดยหลักสถิติซึ่งจะทำให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

[23] ของ K.S.Fu (ประธานของ North American Fuzzy Information Processing Society) ค่อนข้างง่ายต่อการเข้าใจโดยเกี่ยวกับการรู้จำรูปแบบโดยฟัซซีรวมไปถึงการเรียนรู้ของโครงข่ายประสาทเทียมด้วย โดยวิสัยทัศน์ของเขามีอิทธิพลต่องานวิจัยต่อมา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

[24] กล่าวถึงการประยุกต์ใช้แบบโครงสร้างนิวรอนของ McCullouch-Pitts (McCullouch-Pitts neuron model) [22] กับงานด้านฟัซซีเซ้น ฟัซซีนิวรอน (Fuzzy neuron) และได้ให้รายละเอียดเกี่ยวกับโครงข่ายฟัซซีนิวรอน (Fuzzy neuron network) รวมถึงหลักการฟัซซีออโตมาต้า (Fuzzy automata) ซึ่งได้กล่าวถึงใน [23] ตัวอย่างเช่น Lee และ Lee ได้แสดงว่าภายใต้สภาวะที่เหมาะสม ฟัซซีออโตมาต้า n ระดับ (n state fuzzy automata) สามารถทำได้โดยโครงข่ายของฟัซซีนิวรอนจำนวน m ตัว

[25] Keller และ Hunt ได้เสนอการใช้ฟังก์ชันสมาชิกภาพกับเพอเซปตรอนแบบดั้งเดิมโดยได้แนะนำแนวคิดที่สำคัญสองข้อ ข้อหนึ่งคือการใช้ฟังก์ชันสมาชิกภาพที่เคยใช้กับการเยะเยะแบบฟัซซีมาใช้กับฟังก์ชันโคที่เรียของเพอเซปตรอน (Perceptron criterion function) และพิสูจน์ว่าสามารถเข้าสู่ได้ถ้าข้อมูลที่ใช้สอนแยกจากกัน ข้อสองคือ Keller และ Hunt ได้แสดงวิธีการฟัซซีฟาย (Fuzzification) ข้อมูลที่ใช้สอนหรือก็คือการแปลงข้อมูลที่เป็นแบบฮาร์ด (Hard label) ใน N_c ไปเป็นข้อมูลแบบฟัซซี (Fuzzy label) ใน N_c ก่อนการสอน [25] เป็นงานแรกๆที่แนะนำการใช้การรู้จำรูปแบบโดยฟัซซีโดยเน้นที่การออกแบบตัวแบ่งกลุ่มด้วยเพอเซปตรอน

[26] ได้ไปในทิศทางที่ต่างออกไป Pedrycz ได้แนะนำความสัมพันธ์แบบฟัซซี (Fuzzy relation) (รายละเอียดเพิ่มเติมในบทที่ 3) กับโครงสร้างโครงข่ายประสาทเทียม (CNN framework) การใช้ข้อมูลแบบมีความสัมพันธ์นี้ถูกนำไปใช้กับโครงข่ายประสาทเทียมน้อยกว่าใช้กับเวกเตอร์ลักษณะ หนึ่งในแนวคิดที่สำคัญคือการใช้ตัวกระทำอินเดอเรกชันและยูเนียนของฟัซซีกับการเรียนรู้ในโครงข่ายประสาทเทียมซึ่งแนวคิดนี้ได้แพร่หลายในปัจจุบัน

[27] เน้นการฟัซซีฟายของโคโฮเนนสำหรับการเรียนรู้โดยไม่อาศัยผู้เชี่ยวชาญ (Unsupervised learning) แนวคิดที่สำคัญคือการแทนอัตราการเรียนรู้ (Learning rate (α)) ซึ่งปกติจะอยู่กฎการอัปเดต (Update) สำหรับเวกเตอร์น้ำหนัก (Weight vector) ของโคโฮเนนในคอมเพทิทีฟเลเยอร์ (Competitive layer) ด้วยค่าสมาชิกภาพฟัซซีของโหนด (Node) ของแต่ละกลุ่ม (Class) ตัวอย่างเช่น ถ้ากฎการอัปเดตของโคโฮเนนคือ $v_{new,i} = v_{old,i} + \alpha(x_k - v_{old,i})$ [27] ได้เสนอให้ใช้ $v_{new,i} = v_{old,i} + u_{ik}(x_k - v_{old,i})$ แทนซึ่ง u_{ik} คือค่าสมาชิกภาพของ x_k ในกลุ่มข้อมูล i (หมายเหตุ v ในที่นี้ไม่ใช่จุดศูนย์กลางกลุ่มเหมือนใน (2.3) และ (2.4)) ผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าโครงข่ายโคโฮเนนให้ผลที่ใกล้เคียงกับฟัซซีซิมินซึ่งงานวิจัยนี้เป็นครั้งแรกที่พยายามเชื่อมโยงการแบ่งกลุ่มโดยโคโฮเนนกับฟัซซีซิมิน

อัลกอริทึมการแบ่งกลุ่มด้วยโครงข่ายประสาทเทียมกลุ่มอื่นๆที่มีพื้นฐานจากทฤษฎีอแดปทีฟเรโซแนนซ์ (Adaptive resonance theory หรือ ART) ของ Grossberg หลายงานได้เคยเขียนเกี่ยวกับอแดปทีฟเรโซแนนซ์แต่มีน้อยมากที่เป็นอแดปทีฟเรโซแนนซ์แบบฟัซซี (และในทางกลับกัน) โดยคาดว่าจะมีเพิ่มขึ้นในอนาคต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 การแบ่งกลุ่มภาพเอ็มอาร์ไอส่วนสมอง

จากที่ได้กล่าวถึงพัฒนาการที่สำคัญของทฤษฎีการแบ่งกลุ่มแบบฟัซซีและเรื่องต่างๆที่เกี่ยวข้อง เช่น การวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูลที่แบ่งได้, การลู่เข้าของอัลกอริธึมการแบ่งกลุ่ม เป็นต้น รวมถึงการนำเอาทฤษฎีฟัซซีไปประยุกต์ใช้งานร่วมกับทฤษฎีโครงข่ายประสาทเทียมและพัฒนาการของมัน ทำให้สามารถเห็นภาพโดยรวมของวิธีการแบ่งกลุ่มต่างๆได้ สำหรับการนำเอาทฤษฎีดังกล่าวมาประยุกต์กับการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อจากภาพเอ็มอาร์ไอส่วนสมองนั้นมีการพัฒนากันอย่างมากมาในช่วงทศวรรษที่ผ่านมา เนื่องจากเป็นประตูที่สำคัญต่อการพัฒนาไปเป็นภาพ 3 มิติทั้งเพื่อการรักษาผู้ป่วยและการศึกษาของผู้ที่สนใจ การพัฒนาของวิธีต่างมีตั้งแต่การใช้การประมวลผลภาพระดับต่ำ, การนำเอาการรู้จำรูปแบบมาใช้, การใช้การแบ่งกลุ่มแบบฟัซซี, การใช้การแบ่งกลุ่มโดยโครงข่ายประสาทเทียม, การใช้ฐานความรู้ (Knowledge based) มาประยุกต์ร่วม ซึ่งไม่สามารถจะกล่าวได้หมด การแบ่งกลุ่มภาพมีทั้งลักษณะ 2 มิติและ 3 มิติรวมไปถึงการนำผลการแบ่งกลุ่มที่ได้ไปสร้างภาพ 3 มิติซึ่งเป็นประโยชน์อย่างมากต่อวงการแพทย์

การแบ่งกลุ่มภาพโดยการประมวลผลระดับต่ำนั้นปัจจุบันไม่เป็นที่แพร่หลายแล้ว แต่ก็ยังเป็นจุดสำคัญของการพัฒนาเช่นกัน [53] เสนอการใช้กฎ (Rule based) ในการแบ่งกลุ่มโดยจะนำภาพโปรตอนเดนซิตี (Proton density) และที2เวจ (T2-weighted) มาทำการแบ่งกลุ่มร่วมกัน ในปัจจุบันก็ยังมีการใช้การประมวลผลระดับต่ำอยู่แต่จะเป็นการใช้งานกับกระบวนการอื่นๆมากกว่าจะใช้เดี่ยวๆเนื่องจากจะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพมากขึ้น

การนำเอาการรู้จำรูปแบบมาใช้ในงานด้านนี้ได้มีการบรรยายใน [54,55] และเนื่องจากการรู้จำรูปแบบนั้นสามารถแบ่งโดยการเรียนรู้ได้สองลักษณะคือ ระบบที่ไม่ต้องการการเรียนรู้ (Unsupervised pattern recognition) และระบบที่ต้องการการเรียนรู้ (Supervised pattern recognition) โดยใน [55] เป็นการเปรียบเทียบสองระบบนี้ในการแบ่งกลุ่มภาพเอ็มอาร์ไอ ต่อมาได้มีการนำเอาทฤษฎีปัญญาประดิษฐ์มาประยุกต์ใช้ ใน [56] เป็นการนำเอาทฤษฎีโครงข่ายประสาทเทียมมาใช้ในการเซกเมนต์ (Segmentation) ภาพเอกเรย์, ภาพซีที, ภาพเอ็มอาร์ไอและภาพพีอีทีโดยแบบโครงสร้างที่ใช้คือระบบจัดตัวเองของโคโฮเนน (Kohonen's self-organizing feature map)

[31] ได้แสดงการเปรียบเทียบระหว่างวิธีการแบ่งกลุ่มแบบฟัซซีกับโครงข่ายประสาทเทียม โดยแบบฟัซซีคือวิธีฟัซซีซิมินซึ่งเป็นระบบที่ไม่ต้องการการเรียนรู้และแบบโครงข่ายประสาทเทียมคือฟีดฟอเวคแคสเคดคอร์เรลชัน (Feed forward cascade correlation) ซึ่งเป็นระบบที่ต้องการการเรียนรู้ และได้ทำการทดลองกับภาพเอ็มอาร์ไอทั้งภาพปกติ (ผู้ถูกถ่ายมิได้ป่วย) และภาพไม่ปกติ (ผู้ถูกถ่ายมีอาการป่วยคือมีเนื้องอกในสมอง) ผลที่ได้คือในภาพปกติวิธีฟัซซีซิมินให้ผลที่ดีกว่าวิธีฟีดฟอเวคแคสเคดคอร์เรลชันมาก และในภาพไม่ปกติฟัซซีซิมินให้ผลที่ดีกว่าวิธีฟีดฟอเวคแคสเคด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คอร์เลชันเล็กน้อย จากงานวิจัยนี้อาจกล่าวได้ว่าเป็นเหตุผลหลักที่ผู้ทำวิจัยได้เสนอการประยุกต์ใช้พีชชีซึ่งมีกับวิทยานิพนธ์นี้ แต่ยังมีอีกกล่าวได้ว่าการแบ่งกลุ่มโดยพีชชีจะดีกว่าการแบ่งกลุ่มโดยโครงข่ายประสาทเทียมเสมอในทุกกรณีเนื่องจากยังขึ้นกับแบบโครงสร้างที่ใช้ด้วย เนื่องจากข้อมูลภาพการแพทย์ส่วนใหญ่มีขนาดใหญ่มาก [32] จึงเสนอการเพิ่มประสิทธิภาพของการแบ่งกลุ่มแบบพีชชีโดยการใช้หลักการประมาณค่าโดยสามารถลดเวลาที่ใช้ในการคำนวณได้ การทดลองได้ทดลองกับภาพถ่ายทางอากาศซึ่งผลที่มีคุณภาพดั้งเดิมโดยลดเวลาคำนวณได้มาก

แม้ว่าการแบ่งกลุ่มภาพเอ็มอาร์ไอส่วนใหญ่จะกระทำในลักษณะ 2 มิติคืออาจจะกระทำกับภาพบางภาพหรือทั้งสามภาพคือ โปรตอนเดนซิตี, ที1เวจ และที2เวจ แต่เนื่องจากการแบ่งกลุ่มภาพเอ็มอาร์ไอส่วนใหญ่ทำเพื่อนำไปสร้างเป็นภาพ 3 มิติอีกทีหนึ่ง ดังนั้นเนื้อเยื่อที่แบ่งกลุ่มได้แต่ละชนิดของทุกๆสไลด์ (Slice) ควรจะมีขอบ (Contour) ที่ต่อเนื่องกันเพื่อที่จะนำไปสร้างเป็นภาพ 3 มิติ ดังนั้นจึงอาจมีการนำเอาการกระทำมอร์โฟโลยี (Morphological operations) ซึ่งสามารถใช้ได้กับภาพที่เป็นไบนารี (Binary) และภาพระดับเทาเพื่อมาปรับปรุงขอบของเนื้อเยื่อที่แบ่งกลุ่มได้ให้เกิดความต่อเนื่องกัน การนำเอาข้อมูลเนื้อเยื่อที่แยกได้แล้วมาสร้างภาพ 3 มิตินั้นสามารถสร้างได้ทั้งแบบภาพ 3 มิติเชิงพื้นผิว เช่น วิธีมาซซิงคิง [62] และภาพ 3 มิติเชิงปริมาตร [63] หรืออาจเป็นการประยุกต์การแสดงทั้งสองชนิดรวมกัน ส่วนใหญ่แล้วการใช้มอร์โฟโลยีนั้นจะขึ้นกับการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญเนื่องจากเป็นการกระทำแบบกึ่งอัตโนมัติ (Semiautomatic) คือผู้เชี่ยวชาญจะเป็นผู้กำหนดภาพผลที่พอใจ แต่ก็มีบางงานวิจัยที่เสนอการกระทำมอร์โฟโลยีแบบอัตโนมัติ [57] เป็นการใช้วิธีการแบ่งกลุ่มแบบเคมีน (K-means clustering) และใช้ตัวกระทำมอร์โฟโลยีเพื่อปรับปรุงขอบของเนื้อเยื่อที่แบ่งได้อีกครั้งและยังได้นำเอาฐานความรู้มาพิจารณาประกอบด้วยทำให้ถูกต้องมากขึ้นกว่าการใช้ผู้เชี่ยวชาญเนื่องจากลดการเกิดความผิดพลาดจากมนุษย์ (Human errors) และยังเป็นแบบอัตโนมัติ (Automatic) อีกด้วย

อย่างไรก็ตามนอกจากการแบ่งกลุ่มจะกระทำกับข้อมูลภาพ 2 มิติแล้วยังมีแนวทางการแบ่งกลุ่มแบบ 3 มิติหรืออาจเรียกว่าการเซกเมนต์เชิงปริมาตร (Volume segmentation) คือนำข้อมูลทั้งปริมาตรมาประมวลผลร่วมกัน [58] เป็นการเสนอการใช้ตัวกระทำมา-ฮิลดริท (Marr-Hildreth operator) ในการเซกเมนต์ภาพเอ็มอาร์ไอส่วนสมองในลักษณะ 3 มิติ นอกจากนี้ยังมีการใช้การกระทำมอร์โฟโลยีในการปรับปรุงพื้นผิวที่ได้ (เนื่องจากเป็นลักษณะ 3 มิติ) ส่วนการระบุชนิดเนื้อเยื่อ (Tissue labeling) นั้นทำแบบอินเตอแอกทีฟ (Interactive) คือจำเป็นต้องมีผู้เชี่ยวชาญมาช่วยพิจารณาและชี้แจงภาพ 3 มิติด้วยวิธีเกรเดียนต์ระดับเทา (Gray level gradient) [61] นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยที่เป็นไปตามลักษณะนี้อีกเช่น [59] เป็นลักษณะกึ่งอัตโนมัติคือเมื่อทำการเซกเมนต์ข้อมูลภาพเชิงปริมาตรแล้วก็จะสร้างภาพ 3 มิติขึ้นมา จากนั้นกระทำมอร์โฟโลยีกับข้อมูล 3 มิตินั้นเลยเพื่อได้ภาพ 3 มิติอันใหม่จนกว่าจะพอใจ ซึ่งกระบวนการนี้ยังมีข้อบกพร่องอยู่บ้าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คืออาจเกิดความผิดพลาดจากมนุษย์ได้ [60] เสนอการเชกเมนต์และการอินเทอร์โพลชัน (Interpolation) เพื่อการสร้างภาพสมองในลักษณะ 3 มิติ การเชกเมนต์แบ่งเป็นสามขั้นตอนคือ การตัดเทรชโฮลด์ (Threshold), การพิจารณาความต่อเนื่องในลักษณะ 3 มิติแบบโกลบอล (Global 3D connectivity algorithm) และการพิจารณาความต่อเนื่องในลักษณะ 3 มิติแบบโลคอล (Local 3D connectivity algorithm) จากนั้นใช้การกระทำมอโฟโลจีเพื่ออินเทอร์โพลชันช่องว่างระหว่างแต่ละสไลด์และนำไปสร้างภาพ 3 มิติ

2.4 การประยุกต์ใช้งานขั้นสูง

วิทยาศาสตร์การแพทย์ก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในทศวรรษที่ผ่านมาและมีบทบาทสำคัญต่อชีวิตมนุษย์เช่นทำให้ลดความเสี่ยงในการรักษา, เพิ่มความสะดวกสบายของแพทย์ในการรักษาผู้ป่วยและเป็นประโยชน์ต่อการศึกษา ซอฟต์แวร์ (Software) ที่ช่วยในการวิเคราะห์สมองมีอยู่มากมายหลายชนิดเช่น การสร้างภาพ 3 มิติทางการแพทย์, การสร้างแผนที่สมอง (Brain atlas) เพื่อการศึกษาและการช่วยแพทย์วิเคราะห์และวางแผนการผ่าตัดด้วยภาพ (Image guide surgery) เป็นต้น ในอนาคตซอฟต์แวร์ต่างๆเหล่านี้จะถูกพัฒนาให้มีความสามารถถึงขั้นช่วยในการวิเคราะห์และรักษาโรคได้ต่อไป

การสร้างภาพ 3 มิติทางการแพทย์ถือเป็นประตูสำคัญไปสู่การพัฒนาซอฟต์แวร์ประยุกต์ทางการแพทย์ขั้นสูงเนื่องจากทำให้แพทย์สามารถมองเห็นอวัยวะต่างๆของผู้ป่วยในลักษณะ 3 มิติ จากที่ได้กล่าวแล้วว่ากรสร้างภาพ 3 มิตินั้นมีอยู่สองลักษณะคือ การสร้างภาพเชิงพื้นผิวและการสร้างภาพเชิงปริมาตร อาจมีบางเทคนิคที่ใช้หลักการสร้างภาพทั้งสองร่วมกันซึ่งเรียกว่าการสร้างภาพแบบไฮบริด การสร้างเชิงพื้นผิวคือการแสดงภาพ 3 มิติเฉพาะผิวไม่สามารถจะมองทะลุเข้าไปด้านในได้ การแสดงภาพ 3 มิติทางการแพทย์ในลักษณะนี้จะต้องรู้ขอบเขต (Edge) ที่แน่นอนของอวัยวะที่นำมาแสดงจึงทำให้นิยมใช้กับอวัยวะที่หาขอบเขตได้ง่ายเช่น ผิวหนังและกระดูก เป็นต้น แต่ถ้าสามารถหาขอบเขตของเนื้อเยื่อที่ค่อนข้างคลุมเครือได้เช่น *white matter*, *gray matter* และ *CSF* ก็สามารถนำมาประยุกต์ใช้กับการแสดงภาพเชิงพื้นผิวได้เช่นกัน ข้อดีของการแสดงภาพเชิงพื้นผิวคือการแสดงและการหมุนภาพทำได้รวดเร็วเนื่องจากข้อมูลมีขนาดไม่ใหญ่มาก (เนื่องจากแสดงเฉพาะผิว) และมีประโยชน์ต่อการรักษาจริงๆเนื่องจากเราสามารถคำนวณปริมาตรของข้อมูลอวัยวะ 3 มิตินั้น (เนื่องจากข้อมูลมีขอบเขตที่แน่นอน) แต่การแสดงภาพเชิงพื้นผิวนี้อาจมีข้อเสียด้วยเช่นกันคือการแสดงภาพไม่เหมือนจริงเท่าที่ควรเนื่องจากไม่สามารถกำหนดความทึบแสง (Opacity) ของอวัยวะนั้นๆได้ [61] ได้สำรวจวิธีการสร้างภาพเชิงพื้นผิวต่างๆในการแสดงข้อมูลภาพการแพทย์เช่น วิธีแอดบัพเฟอร์เกรเดียน (Z-buffer gradient), วิธีเกรเดียนระดับเทา (Gray-level gradient), วิธีเกรเดียนระดับเทาแบบปรับปรุง (Adaptive gray-level gradient) และวิธีมาซ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งคือ การสร้างภาพ 3 มิติแบบที่สองคือ การสร้างภาพเชิงปริมาตรซึ่งเป็นการแสดงข้อมูลทั้งปริมาตรในลักษณะ 3 มิติ กล่าวคือสามารถที่จะมองเห็นทะลุผ่านเข้าไปถึงอวัยวะที่อยู่ด้านในได้ซึ่งจุดนี้เป็นข้อดีของการแสดงภาพเชิงปริมาตร แต่การสร้างภาพ 3 มิติในลักษณะนี้จะต้องทราบถึงความทึบแสงของอวัยวะแต่ละส่วนหรือในทางการเขียนโปรแกรมคือ การกำหนดค่าความทึบแสงให้แก่แต่ละช่วงของค่าระดับเท่านั้นเอง นั่นคือแต่ละช่วงระดับเทาก็คืออวัยวะเดียวกันหรือใกล้เคียงกัน การกำหนดในลักษณะนี้ไม่ค่อยจะถูกต้องเท่าที่ควรเนื่องจากขึ้นกับการตัดสินใจของแพทย์ผู้เชี่ยวชาญซึ่งอาจทำให้เกิดความผิดพลาดจากมนุษย์ แต่ก็มีประโยชน์ในด้านความสวยงามและความเสมือนจริง ข้อเสียของการแสดงภาพเชิงปริมาตรคือข้อมูลมีขนาดใหญ่มากทำให้การสร้างภาพแต่ละครั้งใช้เวลานานและใช้ทรัพยากรมาก [63] เป็นงานวิจัยแรกๆและมีความสำคัญต่อทางด้านนี้มาก จะเห็นว่าทั้งการแสดงภาพเชิงพื้นผิวและการแสดงภาพเชิงปริมาตรต่างก็มีข้อดีข้อเสียต่าง ๆ กัน การนำมาประยุกต์ทางกรแพทย์นั้นขึ้นกับปัจจัยหลายๆอย่างเช่น วัตถุประสงค์, ความเหมาะสม, ความเร็วและสมรรถนะเครื่องคอมพิวเตอร์ เป็นต้น [64] ได้สำรวจทั้งวิธีการแสดงภาพเชิงพื้นผิวและการแสดงภาพเชิงปริมาตรรวมถึงผลการเปรียบเทียบ ในปัจจุบันการสร้างภาพ 3 มิติ นั้นยังมีการพัฒนาต่อเนื่องอย่างแพร่หลายซึ่งเป็นประโยชน์ต่อวิทยาศาสตร์การแพทย์ต่อไป

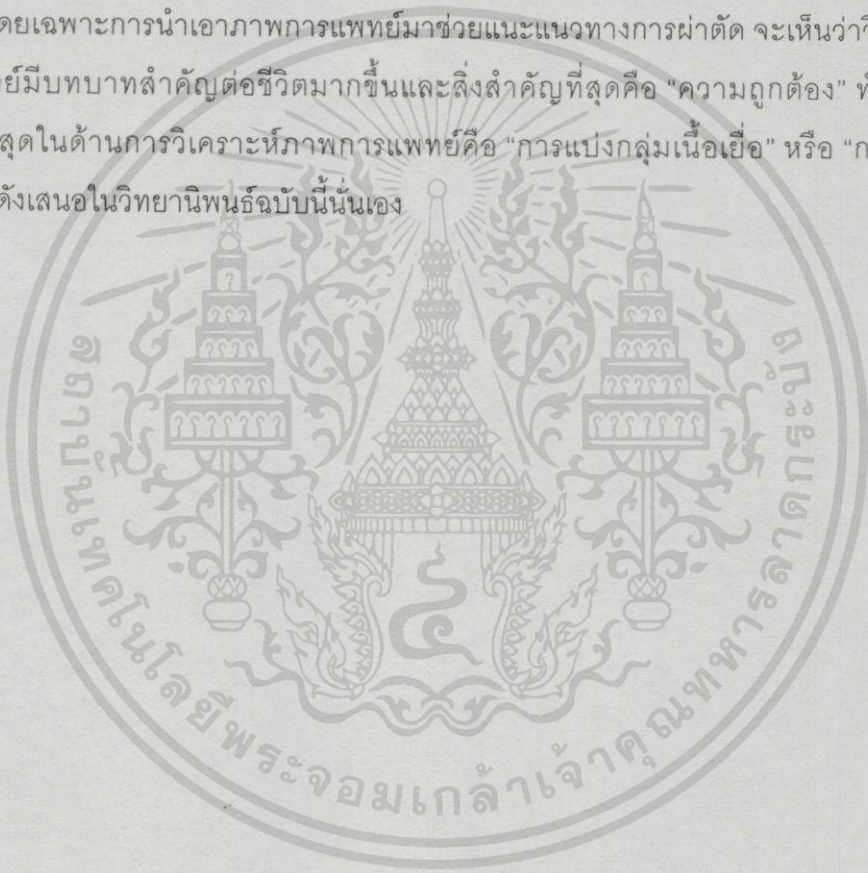
การสร้างแผนที่ทางการแพทย์ถือเป็นก้าวสำคัญในการศึกษาเรียนรู้ งานด้านนี้ค่อนข้างทำได้ยากเนื่องจากไม่สามารถทำได้สำเร็จได้โดยนักวิทยาศาสตร์เพียงสาขาเดียวแต่จำเป็นต้องรวมถึงแพทย์ด้วย (หรือก็คือต้องการฐานความรู้นั่นเอง) เนื่องจากจะต้องบอกถึงอวัยวะหรือเนื้อเยื่อต่างๆได้ถูกต้องทั้งในเรื่องของขอบเขตของเนื้อเยื่อ, สี, ความทึบแสงและตำแหน่ง เป็นต้น โดยเฉพาะเนื้อเยื่อสมองที่ได้จากภาพเอ็มอาร์ไอจะมีความยากยิ่งขึ้นไปอีกเนื่องจากเป็นอวัยวะที่ละเอียดและซับซ้อนมาก [65,66] ใช้การแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อทั้งแบบอาศัยผู้เชี่ยวชาญและไม่อาศัยผู้เชี่ยวชาญ การระบุชนิดเนื้อเยื่อใช้ฐานความรู้ที่เกี่ยวกับระบบประสาทสมองและใช้การแสดงภาพ 3 มิติแบบการสร้างภาพเชิงพื้นผิว ปัจจุบันนักศึกษาแพทย์ในหลายๆประเทศได้มีการศึกษากับระบบแผนที่ในลักษณะนี้

การนำเอาภาพการแพทย์มาแนะนำแนวทางการผ่าตัดนั้นถือว่าเป็นสาขาที่ใหม่มากโดยเพิ่งจะแพร่หลายในช่วงห้าปีที่ผ่านมานี้ เนื่องจากเกี่ยวข้องกับชีวิตมนุษย์และจำเป็นต้องรอความพร้อมของงานวิจัยด้านอื่นๆเช่น ความถูกต้องในการแบ่งกลุ่มและความถูกต้องในการสร้างภาพ 3 มิติ เป็นต้น ซอฟต์แวร์ทางด้านนี้จำเป็นต้องมีการทดสอบเป็นเวลานานจากแพทย์ผู้เชี่ยวชาญถึงความถูกต้องของระบบ ทำให้การใช้งานกับผู้ป่วยจริงๆยังน้อยอยู่แต่ก็เริ่มมีการรักษาในแนวทางนี้แล้ว [67-70] ได้แสดงถึงการนำภาพการแพทย์ 3 มิติมาช่วยในการผ่าตัดเนื้องอกในสมอง โดยวิธีที่ได้เสนอจะสามารถหาแนวและทิศทางการผ่าตัดซึ่งทำให้เกิดความเสี่ยงน้อยที่สุดเช่น การหลบหลีกเส้นเลือด (Angiographies) และการหลบหลีกเส้นประสาทหลักที่สำคัญ (Nerve) เป็นต้น แพทย์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สามารถผ่าตัดผู้ป่วยจริงพร้อมกับการมองภาพ 3 มิติดังกล่าวเพื่อยืนยันระยะการผ่าและทิศทางในขณะนั้นๆ ทำให้การผ่าตัดถูกต้องแม่นยำมาก อีกทั้งยังสามารถนำไปประยุกต์เข้ากับอวัยวะส่วนอื่นๆ ได้อีกด้วย ปัจจุบันงานวิจัยด้านนี้ยังไม่ได้เกิดขึ้นในประเทศไทย แต่คาดว่าจะ เป็นแนวทางการรักษาที่สำคัญต่อคนไทยในอนาคต

จากที่ได้กล่าวมาทั้งหมดทั้งในหัวข้อการวิเคราะห์กลุ่มข้อมูลซึ่งเป็นการสำรวจทฤษฎีพื้นฐานต่างๆ ที่เกี่ยวข้องและเป็นพื้นฐานที่สำคัญต่อทฤษฎีในอนาคต หัวข้อการแบ่งกลุ่มภาพเอ็มอาร์ไอซึ่งเป็นการสำรวจวิธีการแยกแยะต่างๆ กับภาพเอ็มอาร์ไอทั้งในวิธีดั้งเดิมและวิธีทางปัญญาประดิษฐ์ หัวข้อสุดท้ายคือการประยุกต์ในระดับสูงเป็นทิศทางของงานวิจัยด้านนี้ในปัจจุบันและอนาคต โดยเฉพาะการนำเอาภาพการแพทย์มาช่วยแนะแนวทางการผ่าตัด จะเห็นว่าวิทยาศาสตร์การแพทย์มีบทบาทสำคัญต่อชีวิตมากขึ้นและสิ่งสำคัญที่สุดคือ "ความถูกต้อง" ทำให้สาขาที่สำคัญที่สุดในด้านการวิเคราะห์ภาพการแพทย์คือ "การแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อ" หรือ "การแบ่งกลุ่มอวัยวะ" ดังเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้นั่นเอง



แบบโครงสร้างฟัซซีสำหรับการรู้จำรูปแบบ

เซตฟัซซี (Fuzzy set) ได้มีการแนะนำเมื่อปี ค.ศ. 1965 โดย Lotif Zadeh [1] ซึ่งใช้สำหรับอธิบายความคลุมเครือที่เกิดขึ้นเป็นประจำในชีวิตประจำวันโดยเซตฟัซซีนี้มีพื้นฐานคล้ายทฤษฎีเซตดั้งเดิม การรู้จำรูปแบบ (Pattern recognition) ถือเป็นส่วนสำคัญทำให้แบบโครงสร้างฟัซซี (Fuzzy model) ได้รับการพัฒนาเพราะการจัดการข้อมูลที่มีโครงสร้างแบบฟัซซี (คือมีความคลุมเครือ) นั้นค่อนข้างสอดคล้องกับความจริงของธรรมชาติและสามารถนำมาใช้กับปัญหาหลายๆแบบ

3.1 เซตฟัซซีและฟังก์ชันสมาชิกภาพ

“เดี๋ยวอีกสักพักค่อยไปก็ได้”, “วันนี้อากาศค่อนข้างหนาว” หรือ “ฉันรักเขามากเหลือเกิน” คำพูดเหล่านี้ค่อนข้างยากต่อการเข้าใจและปฏิบัติเนื่องจากมีความคลุมเครือ ความไม่แน่นอนของรายละเอียด (ข้อมูล) นี้มี 2 แบบคือ แบบมีความเป็นสถิติ (Statistical) (เช่น ผลลัพธ์ของการโยนเหรียญซึ่งมีสองคำตอบคือหัวและก้อย) และแบบไม่มีความเป็นสถิติ (Nonstatistical) (เช่น รับประทานเร็วเข้า) ซึ่งความไม่แน่นอนในแบบหลังเรียกว่าความคลุมเครือ (Fuzziness)

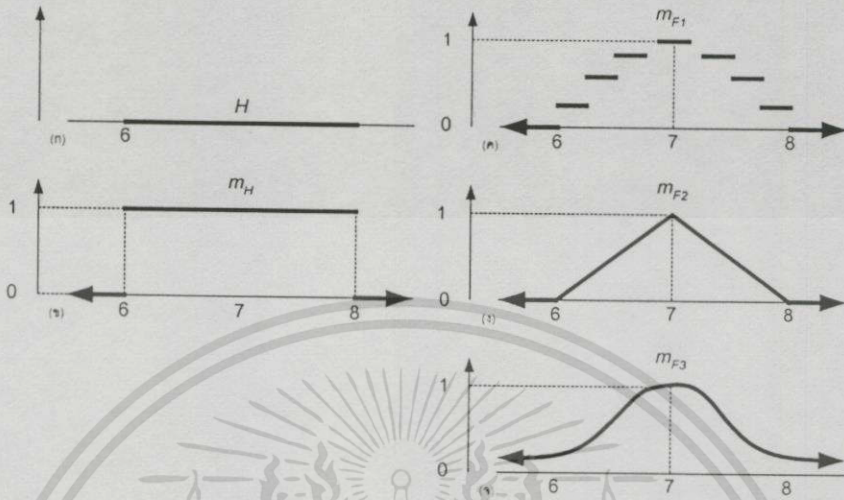
เราต่างได้เรียนรู้คำสั่งและคำพูดที่เป็นแบบฟัซซีตั้งแต่เป็นเด็ก เช่น “เข้านอนประมาณ 10 โมงนะลูก” ดังนั้นแบบโครงสร้างในการคำนวณ (Computational models) ก็ควรจะจัดการได้ทั้งความไม่แน่นอนแบบฟัซซีและแบบสถิติ แบบโครงสร้างสถิติ (Statistical model) จะเกี่ยวข้องกับการเกิดเหตุการณ์แบบสุ่มในขณะที่แบบโครงสร้างฟัซซี (Fuzzy model) จะพยายามไม่สุ่มความไม่แน่นอนนี้

ฮาร์ดเซต (Hard set หรือ Crisp set) ประกอบด้วยค่าสมาชิกภาพที่มีคุณสมบัติที่แน่นอน เช่น เซตของ H จากค่า 6 ถึง 8 เป็นฮาร์ดเซต จะสามารถเขียนได้ว่า $H = \{r \in \mathbb{R} / 6 \leq r \leq 8\}$ หรือเขียนด้วยฟังก์ชันสมาชิกภาพ (Membership function) ของมันได้ (m_H)

$$m_H(r) = \begin{cases} 1; & 6 \leq r \leq 8 \\ 0; & \text{อื่น ๆ} \end{cases} \quad (3.1)$$

ฮาร์ดเซตของ H และกราฟของ m_H แสดงในรูปที่ 3.1(ก) และ (ข) ตามลำดับ เนื่องจาก m_H จะแปลงทุกๆจำนวนจริง $r \in \mathbb{R}$ ไปบนจุดสองจุด $\{0,1\}$ ดังนั้นฮาร์ดเซตแสดงตรรกะสองตัวคือ

“ใช่” กับ “ไม่ใช่” หรือก็คือ 1 กับ 0 ตามลำดับเช่นถามว่า “ r อยู่ใน H หรือไม่” คำตอบคือ “ใช่” ถ้า $m_H(r) = 1$ และ “ไม่ใช่” เมื่อ $m_H(r) \neq 1$



รูปที่ 3.1 ฟังก์ชันสมาชิกภาพของเซตย่อยขาดและฟังก์ชันของ \mathbb{R}

เซตฟuzzy จะแสดงออกมาในรูปแบบของระดับ ตัวอย่างเช่น เซตของตัวเลข F ที่ “ใกล้กับ 7” ใน [1] ของ Zadeh ได้เสนอการแปลง F โดยใช้ฟังก์ชันสมาชิกภาพเรียกว่า m_F ซึ่งแปลงตัวเลขไปอยู่ในช่วง $[0, 1]$ ดังรูปที่ 3.2 ค่า $m_F(r)$ เรียกว่าค่าสมาชิกภาพของ r ใน F หรืออาจกล่าวได้ว่าเป็นสีเทากระหว่างสีดำ (=1) และสีขาว (=0)

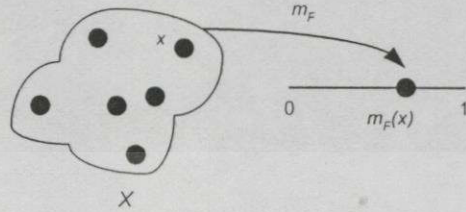
เนื่องจากคุณสมบัติ “ใกล้กับ 7” คือฟuzzy ซึ่งไม่มีฟังก์ชันสมาชิกภาพที่แน่นอน ดังนั้นมันจึงขึ้นกับคุณสมบัติที่ผู้ออกแบบต้องการ (จะกล่าวในหัวข้อ 3.2) คุณสมบัติโดยทั่วไปจะมีดังนี้

1. นอมอลิตี้ (Normality) เช่น $m_F(7) = 1$
2. โมโนโทนิซิตี (Monotonicity) เช่น ถ้า r ใกล้กับ 7 มากกว่าแล้ว $m_F(r)$ จะใกล้ 1 มากกว่าและในทางกลับกัน
3. สมมาตร (Symmetry) เช่น เลขที่ห่างจาก 7 ทั้งซ้ายและขวาเท่าๆกัน ควรจะมีค่าสมาชิกภาพเท่ากัน

คุณสมบัติเหล่านี้แสดงในรูปที่ 3.1 (ค), (ง) และ (จ) คือกราฟแบบขั้นบันได (m_{F1}) ซึ่งเป็นแบบดิสคริต (Discrete), สามเหลี่ยม (m_{F2}) และระฆังคว่ำ (m_{F3}) ซึ่งเป็นแบบต่อเนื่อง (Continuous) ตามลำดับ

เราสามารถใช้ตัวเลขที่ “ใกล้กับ 7” ในชีวิตจริงได้เช่นกล่าวว่า “มันราคาเท่าไร” แล้วตอบว่า “ประมาณ 7 บาท” สมมุติว่าตัวเลขใน H และ F คือตัวเลขความสูงของนักกีฬาบาสเกตบอล (p) ถ้าบางคนบอกว่า $m_H(p) = 1$ เราสามารถทราบว่ นักกีฬา p สูงระหว่าง 6 ถึง 8 ฟุต ใน

ขณะที่ถ้ากล่าวว่ $m_F(p) = 0.98$ สามารถบอกได้ว่านักกีฬา "สูงใกล้เคียงมาก" กับ 7 ฟุต จะเห็นได้ว่าให้รายละเอียดที่ดีกว่า เป็นการแสดงว่าชนิดข้อมูลแบบฮาดและฟัซซีแตกต่างกันทั้งปริมาณและคุณภาพ



รูปที่ 3.2 เซตฟัซซีคือฟังก์ชันสมาชิกภาพ

เพื่อที่จัดการกับเซตฟัซซี จำเป็นต้องมีการกระทำ (Operation) Zadeh ได้เสนอการกระทำแบบดั้งเดิมใน [1] สามารถแสดงการกระทำเหล่านี้ในรูปของ $\mathfrak{I}(X)$ เท่ากับทุกๆเซตย่อยฟัซซีของ X นั่นคือ $m \in \mathfrak{I}(X) \Leftrightarrow m: X \rightarrow [0,1]$

ให้เซตฟัซซี $m_A, m_B \in \mathfrak{I}(X)$ โดย $\forall x \in X$

$$(=) \text{ เท่ากัน (Equality) } A = B \Leftrightarrow m_A(x) = m_B(x) \quad (3.2)$$

$$(C) \text{ คอนเทนเมนต์ (Containment) } A \subset B \Leftrightarrow m_A(x) \leq m_B(x) \quad (3.3)$$

$$(\sim) \text{ คอมพลีเมนต์ (Complement) } m_{\bar{A}}(x) = 1 - m_A(x) \quad (3.4)$$

$$(\cap) \text{ อินเตอร์เซกชัน (Intersection) } m_{A \cap B}(x) = \min\{m_A(x), m_B(x)\} \quad (3.5)$$

$$(\cup) \text{ ยูเนียน (Union) } m_{A \cup B}(x) = \max\{m_A(x), m_B(x)\} \quad (3.6)$$

ตัวอย่างที่ 3.1 ให้ $P = \{\text{นักกีฬา}, p\}$, $x = h(p) = \text{ความสูงของ } p \in P$ และให้

$X = h[P] = \{\text{ความสูงของ } p \in P\} = [0,11]$ รูปที่ 3.3 แสดงฟังก์ชันสมาชิกภาพของเซตฟัซซี 2 เซตซึ่งมีลักษณะต่างดังนี้

$$m_A \in \mathfrak{I}(X) = \{\text{(ความสูง) ใกล้เคียง 7 ฟุต}\}$$

$$m_B \in \mathfrak{I}(X) = \{\text{(ความสูง) ใกล้เคียง 3 ฟุต}\}$$

$$(m_A \circ h) \in \mathfrak{I}(P) = \{\text{(นักกีฬา) สูงใกล้เคียง 7 ฟุต}\}$$

$$(m_B \circ h) \in \mathfrak{I}(P) = \{\text{(นักกีฬา) สูงใกล้เคียง 3 ฟุต}\}$$

$$m_A(3) = 3/7 = \text{นักกีฬาที่ 3 สูงประมาณ 7 ฟุต}$$

$$m_{\bar{A}}(3) = 1 - (3/7) = 4/7 = \text{นักกีฬาที่ 3 ไม่สูงประมาณ 7 ฟุต}$$

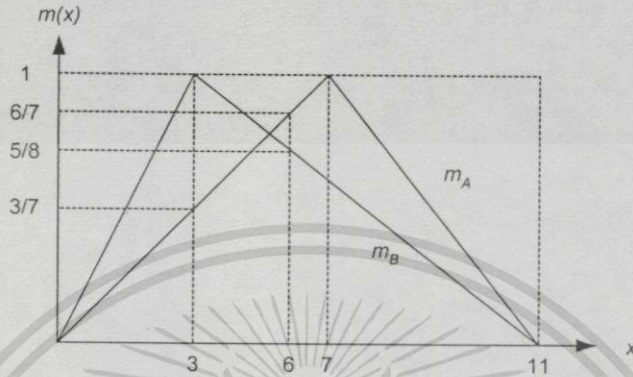
$$m_A(6) = 6/7 = \text{นักกีฬาที่ 6 สูงประมาณ 7 ฟุต}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$m_B(6) = 5/8 = \text{นักกีฬาที่ 6 สูงประมาณ 3 ฟุต}$$

$$m_{A \cap B}(6) = \min\{6/7, 5/8\} = 5/8 = \text{นักกีฬาที่ 6 สูงประมาณ 3 และ 7 ฟุต}$$

$$m_{A \cup B}(6) = \max\{6/7, 5/8\} = 6/7 = \text{นักกีฬาที่ 6 สูงประมาณ 3 หรือ 7 ฟุต}$$



รูปที่ 3.3 ฟังก์ชันสมาชิกภาพของตัวอย่างที่ 3.1

ตัวอย่างที่ 3.2 ให้ $X = [a, b]$ และสมมติว่า $m_N(x) = 0.5$ สำหรับทุก x ใน X (รูปที่ 3.4)

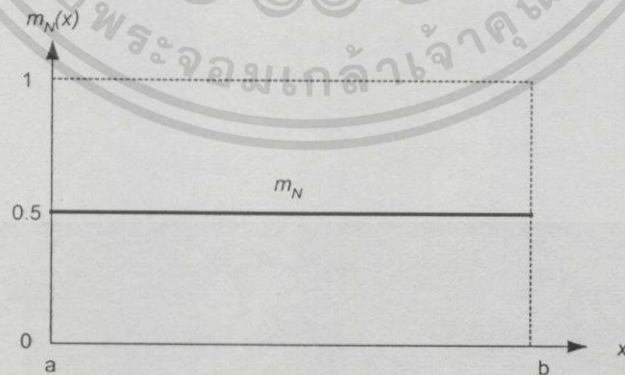
$m_N(x) = 0.5$ ดังนั้นจาก (3.4) ถึง (3.6) จะได้

$$m_{\tilde{N}}(x) = 1 - (0.5) = 0.5 \text{ สำหรับทุก } x \text{ ใน } X$$

$$m_{N \cap \tilde{N}}(x) = \min\{0.5, 0.5\} = 0.5 \text{ สำหรับทุก } x \text{ ใน } X$$

$$m_{N \cup \tilde{N}}(x) = \max\{0.5, 0.5\} = 0.5 \text{ สำหรับทุก } x \text{ ใน } X$$

ดังนั้นเซตฟัซซีนี้ $N = \tilde{N} = N \cap \tilde{N} = N \cup \tilde{N}$ โดยเฉพาะยูเนียนของ N กับคอมพลีเมนต์เป็นเซตย่อยของ X



รูปที่ 3.4 ฟังก์ชันสมาชิกภาพของตัวอย่างที่ 3.2

คำถามที่พบบ่อยในเรื่องของแบบโครงสร้างฟัซซีมีดังนี้

คำถามที่ 3.1 ค่าสมาชิกภาพคืออะไร?

จากรูปที่ 3.1 แสดงคำตอบได้เป็นอย่างดี $m_{F_2}(q) = 0.98$ บอกถึงความสูงของ q "ใกล้มากๆ" กับ 7 หรือกล่าวได้ว่า 0.98 เป็นการวัดความคล้ายของวัตถุ q กับวัตถุอื่นๆใน X ซึ่งแสดงโดย m_{F_2} สังเกตว่าไม่ได้แปลความว่า "ความน่าจะเป็นที่ q ใกล้กับ 7 เท่ากับ 0.98" ความแตกต่างนี้จะกล่าวถึงต่อไปในหัวข้อ 3.2

เนื่องจากเซตฟัซซีมีพื้นฐานจากทฤษฎีเซตดั้งเดิมคือเป็นการใช้แบบโครงสร้างมาตรฐาน ในลักษณะที่กว้างขึ้นทำให้เซตฟัซซีมีความยืดหยุ่นสูงต่อการจัดการความไม่สมบูรณ์ของข้อมูล ใดๆ อาจกล่าวอีกทางได้ว่าฟังก์ชันสมาชิกภาพควบคุม "ความยืดหยุ่น" (Elasticity)

คำถามที่ 3.2 ฟังก์ชันสมาชิกภาพมาจากไหน?

ฟังก์ชันสมาชิกภาพมีที่มาจาก 2 ที่คือ ข้อมูล (Data) และประชากร (People) ซึ่งจะเห็นว่าคล้ายกับความน่าจะเป็น คำถามนี้เป็นคำถามที่สำคัญมากเนื่องจากเกี่ยวข้องกับที่มาของฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (Probability density function) ซึ่งก็มีที่มาเดียวกับฟังก์ชันสมาชิกภาพ ตัวอย่างเช่น ข้อมูลที่ใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ของค่าเฉลี่ย (Mean) และความแปรปรวน (Covariance) ของความหนาแน่นของวัตถุในการกระจายแบบนอมอล (Normal distribution) เหมือนกับข้อมูลที่ถูกใช้หาฟัซซีพาร์ติชัน (Fuzzy partition) ของอัลกอริทึมการแบ่งกลุ่มแบบฟัซซีซีมีน (Fuzzy c-means clustering) แต่อะไรคือการกระจายแบบนอมอล มันเป็นแค่การ "ปรับปรุง" ฟังก์ชัน m_{F_2} เท่านั้นหรือ? คำตอบคือ "ไม่ใช่" การกระจายแบบนอมอลนี้มาจากเกาส์ (Gauss) ซึ่งเข้ากันได้ดีกับธรรมชาติของโลก ดังนั้นฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นและฟังก์ชันสมาชิกภาพจึงมาจากแหล่งเดียวกัน

คำถามที่ 3.3 แบบโครงสร้างฟัซซีเข้ากันกับแบบโครงสร้างอื่นๆได้อย่างไร?

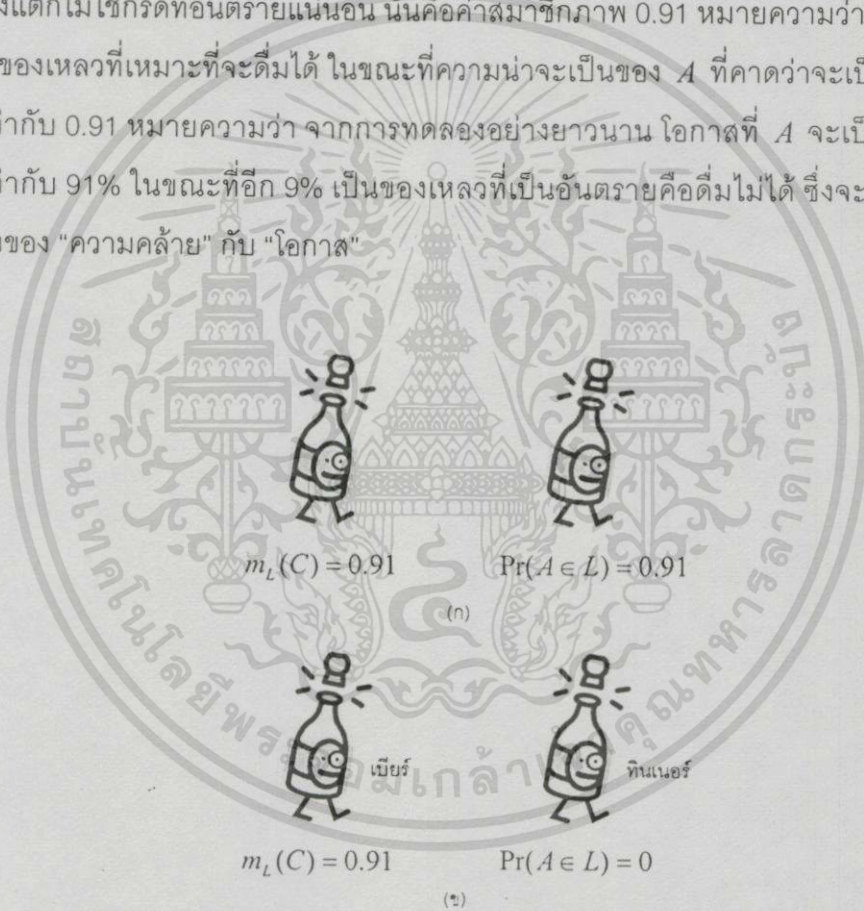
ตัวอย่างสำหรับคำถามนี้คือ ทุกคนต่างเห็นด้วยว่าการกระจายแบบไบโนเมียล (Binomial distribution) เหมาะสมที่สุดกับการทดสอบโยนเหรียญ ความจริงแบบโครงสร้างฟัซซีก็สามารถใช้กับการโยนเหรียญได้แต่ผลอาจจะไม่เป็นที่น่าพอใจในแง่ความเป็นธรรมชาติของเหรียญ อีกตัวอย่างคือถ้าเราใช้แบบโครงสร้างสถิติกับตัวเลข "ใกล้ 7 มากๆ" จะเห็นว่าให้ผลน่าพอใจน้อยกว่าแบบโครงสร้างฟัซซีเพราะโอกาสบางอย่างโอกาสได้หายไปจากขอบวนการที่ไม่ครอบคลุม ยังมีตัวอย่างเพิ่มเติมในหัวข้อ 3.3

จากมุมมองการใช้งานที่ต่างกันไป แนวคิดการฝัง (Embed) ทฤษฎีเซตมาตรฐานกับเซตฟัซซีก็เหมือนกับแนวคิดการฝังค่าจำนวนจริง (Real) ในแกนคอมเพล็กซ์ (Complex plane) ดังนั้นแนวคิดของฟัซซีก็คือ "การทำให้สมบูรณ์" ไม่ใช่ "การแทนที่"

3.2 โครงสร้างของความไม่แน่นอน : ความน่าจะเป็นและความคลุมเครือ คำถามที่ 3.4 พืชที่คือความน่าจะเป็นที่ฉลาดขึ้นไหมหรือ?

คำถามนี้เป็นที่สงสัยกันอย่างมากและถึงแม้ว่าจะมีเซตพืชที่อยู่ในบร้อยชนิดแต่คำตอบก็คือ "ไม่ใช่" ซึ่งสามารถอธิบายได้ด้วยตัวอย่างที่ 3.3

ตัวอย่างที่ 3.3 ให้ L เป็นเซตของของเหลวทุกชนิดและให้เซตย่อยพืชที่ $\ell = \{\text{ของเหลวที่ดื่มได้}\}$ สมมติว่าเราอยู่ในทะเลทรายและไม่ได้ดื่มน้ำเป็นเวลานาน เมื่อเราได้รับของเหลวสองชนิดคือ C และ A ในรูปที่ 3.5(ก) จากประสบการณ์พวกเราส่วนมากจะเลือก C ซึ่งถึงแม้ว่าจะจะเป็นน้ำจากหนองบึงแต่ก็ไม่ใช้กรดที่อันตรายแน่นอน นั่นคือค่าสมาชิกภาพ 0.91 หมายความว่า C ใกล้เคียงมากกับของเหลวที่เหมาะสมที่จะดื่มได้ ในขณะที่ความน่าจะเป็นของ A ที่คาดว่าจะจะเป็นของเหลวที่ดื่มได้เท่ากับ 0.91 หมายความว่า จากการทดลองอย่างยาวนาน โอกาสที่ A จะเป็นของเหลวที่ดื่มได้เท่ากับ 91% ในขณะที่อีก 9% เป็นของเหลวที่เป็นอันตรายคือดื่มไม่ได้ ซึ่งจะเห็นถึงความแตกต่างของ "ความคล้าย" กับ "โอกาส"



รูปที่ 3.5 รูปประกอบตัวอย่างที่ 3.3

จากตัวอย่างที่ 3.3 สามารถแสดงในแง่มุมมองอื่นได้คือ "การสังเกต" (Observation) สมมติว่าเราตรวจสอบของเหลว C และ A และพบว่าเป็นไปดังรูปที่ 3.5(ข) ขอย้ำว่า "หลังจากการสังเกต" ค่าสมาชิกภาพสำหรับ C จะไม่เปลี่ยนในขณะที่ A จะตกลงจาก 0.91 เป็น 0.0

ตัวอย่างที่ 3.3 ได้แสดงให้เห็นว่าโครงสร้างทั้งสองแบบควบคุมข้อมูลต่างชนิดกันคือ ค่าสมาชิกภาพแสดงถึงความคล้ายของวัตถุต่อคุณสมบัติที่พิจารณา ความน่าจะเป็นบอกถึงความสัมพันธ์ของความถี่ที่จะเกิดขึ้น

คำถามที่ 3.5 เซตฟัซซีที่มีความคลุมเครืออย่างไร?

ค่าสมาชิกภาพบอกถึงว่าเซตฟัซซีที่มีความคลุมเครือมากเพียงใด คำถามนี้เกี่ยวข้องกับคำถามอื่นๆที่คล้ายกันเช่น "ในข้อความต้องมีข้อมูลมากแค่ไหน?" สำหรับเซตฟัซซีที่ปริมาณความไม่แน่นอนขึ้นอยู่กับขอบเขตของวัตถุครอบคลุมหรือไม่ครอบคลุมคุณสมบัติที่แสดงโดยฟัซซี ตัวอย่างเช่นพิจารณาเซตฟัซซี "นักกีฬาฟุตบอลที่ดี" ซึ่งมีสมาชิก 20 ตัวโดย $m(x)$ แสดงระดับความดีของนักกีฬา x ถ้า $m(x) = 1$ หรือ 0 จะไม่มีความคลุมเครือในการบอกว่านักกีฬาดีหรือไม่ ในอีกกรณีถ้า $m(x) = 0.5$ (เช่น ถ้า x คือจุดตัด (Crossover point) ของฟังก์ชัน m) การบอกถึงนักกีฬาดีหรือไม่ในกรณีนี้ไม่แน่นอนอย่างยิ่ง ดังนั้นความไม่แน่นอนที่เกี่ยวข้องกับนักกีฬาแต่ละคนจะเพิ่มขึ้นแบบโมโนโทนิคอลลี (Monotonically) ในช่วง $[0,0.5]$ และลดลงแบบโมโนโทนิคอลลีในช่วง $[0.5,1.0]$ จากตัวอย่างสามารถเฉลี่ย 20 ค่าของ $m(x)$ ในเซตฟัซซีนี้เพื่อหาปริมาณความไม่แน่นอนของเซตฟัซซีนี้

การวัดความคลุมเครือ (ความไม่แน่นอน) หลายวิธีได้ถูกเสนอในช่วงสองทศวรรษที่ผ่านมา ตัวอย่างเช่น ฟัซซีเนส (Fuzziness), คริสป์เนส (Crispness), เอนโทรปี (Entropy), เซตติจูด (Certitude), แอมบิกลิตี (Ambiguity) และ บีลีฟ (Belief) [45,71,72] บางวิธีในนี้มีพื้นฐานมาจากความรู้สึกตามความเป็นจริงเช่น ระยะทางระหว่างเซตฟัซซีกับฮาร์ดเซตที่ "ใกล้ที่สุด", ระยะทางระหว่างเซตฟัซซีกับคอมพลิเมนต์ของมันหรือฟังก์ชันแบบดั้งเดิมของ Shannon โดยปกติการวัดเหล่านี้มีคุณสมบัติหลายอย่าง เช่น มีค่าน้อยสุดเมื่อ m เป็นฮาร์ดสำหรับ x และมากที่สุดเมื่อ $m(x) = 0.5$ สำหรับทุกๆ x ถ้าทำให้กราฟฟังก์ชันสมาชิกภาพ "คมขึ้น" คือการเพิ่มความแตกต่างรอบๆค่า 0.5 (ทำให้ฟังก์ชันสมาชิกภาพสูงขึ้นในบริเวณนี้) จะทำให้ความคลุมเครือลดลง

การวัดความคลุมเครือของเซตฟัซซีแบบโกลบอล (Global measure) ไม่เพียงพอเสมอไป เช่น ถ้ามีทีมซึ่งมีผู้เล่น 12 คนโดยจะถูกเลือกแบบสุ่มจากคน 20 คน จะเรียกทีมนี้ว่า "ดี" หรือไม่? และจะวัดค่าเฉลี่ยความคลุมเครือในการเลือกนี้อย่างไร?

คำถามแรกเกี่ยวข้องกับการเลือก ตัวอย่างเช่น ถ้า $m(x)$ แสดงถึงความสามารถของสมาชิก x ดังนั้นความสามารถรวมของทีมในขณะนั้นหาได้โดย $\max\{m(x)\}$ เพราะถ้าหนึ่งในสมาชิกดี ทีมก็จะดีด้วย ในอีกกรณี สมมุติว่านักว่ายน้ำกลุ่มหนึ่งถูกเลือกเข้าไปในทีม ดังนั้นทุกๆคนจะตกลงถ้ามีใครคนใดคนหนึ่งตกลง ในสถานการณ์นี้ ถ้า $m(x)$ คือเสถียรภาพของสมาชิก x เป็น $\min\{m(x)\}$ ส่วนคำตอบของคำถามที่สอง ตัวอย่างวิธีหนึ่งในการประมาณค่าเฉลี่ยความ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความคลุมเครือในกรณีนี้คือการคำนวณ r th order entropy H^r ของเซตพีชชี [73] ซึ่งเป็นการวัดค่าเฉลี่ยความคลุมเครือในการคำตัดสินในเลือกเซตย่อยที่มีจำนวน r เอลเมนต์ (Element) ความสำคัญของการวัดนี้ในงานด้านการรู้จำรูปแบบและการประมวลผลภาพกล่าวใน [73]

การวัดความคลุมเครือของเซตพีชชีแบบอื่นๆ เรียกว่าไฮบริดเอนโทรปี (Hybrid entropy, H_{hy}) แสดงถึงความยากในการตัดสินใจในการตัดสินว่าเอลเมนต์นั้นเป็นของเซตพีชชีหรือไม่ (หรือควบคุมคุณสมบัติความแน่นอนของพีชชีนั่นเอง) โดยการคาดเดาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้น การวัดนี้ไม่ได้ให้เฉพาะกับความคลุมเครือของเซตพีชชีเท่านั้นแต่ยังใช้ได้กับโครงสร้างความน่าจะเป็นด้วย ความสำคัญของไฮบริดเอนโทรปีในงานการเอนแฮนซ์ภาพ (Image enhancement) และการลดสัญญาณรบกวน (Noise reduction) ซึ่งกล่าวถึงใน [73]

3.3 การรู้จำรูปแบบ : โครงสร้างแบบต่างๆและการใช้งาน

การรู้จำรูปแบบคืออะไร? มีอยู่หลายขียนิยามแต่นิยามที่เข้าใจมากที่สุดคือ "การค้นหาโครงสร้างในข้อมูล" เนื่องจากเป็นไปตามธรรมชาติของมนุษย์ เหตุที่ทำให้การรู้จำรูปแบบมีความสำคัญในงานวิจัยในปัจจุบันทั้งด้านวิทยาศาสตร์, เทคโนโลยีและสังคม คือ

- ความจำเป็นของมนุษย์ในการสื่อสารกับเครื่อง (Machine) ด้วยภาษาธรรมชาติ (Natural language)
- นักวิทยาศาสตร์และวิศวกรมีแนวคิดในการออกแบบออโตมาตา (Automata) หรือเครื่องที่มีความฉลาด (Intelligent machine) ซึ่งมีความสามารถเทียบได้กับมนุษย์

การประยุกต์ใช้งานการรู้จำรูปแบบเช่น

- การสื่อสารระหว่างมนุษย์และเครื่อง เช่น การรู้จำเสียงพูด (Speech recognition), การเข้าใจภาพ (Image understanding), การประมวลผลภาษาธรรมชาติ เป็นต้น
- การป้องกัน เช่น การค้นหาเป้าหมายอัตโนมัติ (Automatic target recognition) เป็นต้น
- การแพทย์ เช่น การวิเคราะห์การแพทย์ (Medical diagnosis), การแบ่งกลุ่มโรค (Disease classification) เป็นต้น
- ยานยนต์ เช่น ยานยนต์อัตโนมัติ (Automobile), การควบคุมเครื่องบิน (Airplane controller) เป็นต้น
- ตำรวจและการสืบสวน เช่น การค้นหาผู้ร้ายจากเสียงพูด, ลายมือ, ลายนิ้วมือและรูปถ่าย (Criminal detection from speech, handwriting, fingerprint and photograph) เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

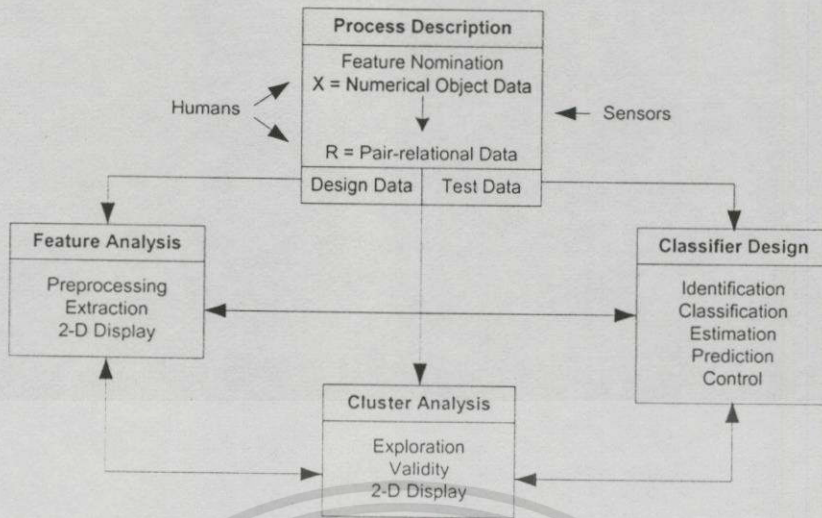
- การศึกษาทรัพยากรธรรมชาติ (Natural resource study) เช่น เกษตรกรรม (Agriculture), ธรณีวิทยา (Geology) เป็นต้น
- อุตสาหกรรม เช่น ระบบแคด/แคม (CAD/CAM), การควบคุมคุณภาพ (Quality control) เป็นต้น

การใช้หลักสถิติและพีชคณิตมาออกแบบระบบการรู้จำรูปแบบเชิงตัวเลข (Numerical pattern recognition systems หรือ PRSs) มีอยู่อย่างมากมาย นอกจากนี้ยังมีการรู้จำรูปแบบสาขาอื่นที่มีความสำคัญมากคือ การรู้จำรูปแบบเชิงไวยากรณ์ (Syntactic pattern recognition หรือ Structural pattern recognition) [74,75]

ระบบการรู้จำรูปแบบเชิงตัวเลขสามารถแบ่งได้เป็น 4 ส่วนใหญ่ รูปที่ 3.6 แสดงความสัมพันธ์ของทั้ง 4 ส่วนนี้

ขั้นตอนการพัฒนาการรู้จำรูปแบบเชิงตัวเลขโดยย่อๆมีดังนี้

1. มนุษย์กำหนดข้อมูลที่ต้องการค้นหา
2. เก็บข้อมูลโดยมนุษย์หรือเซนเซอร์ (Sensor) ข้อมูลสำหรับการรู้จำรูปแบบเชิงตัวเลขสามารถเป็นได้ทั้งข้อมูลวัตถุ (Object data), ความคล้าย (Similarities) หรือ ความต่าง (Dissimilarities) ซึ่งสองอย่างหลังนี้เป็นข้อมูลสัมพันธ์ (Relational data)
3. ค้นหาโครงสร้างที่ต้องการในข้อมูล ซึ่งสมมติฐานถูกสร้างโดยการแสดงขบวนการในลักษณะสมการ, กฎหรืออัลกอริธึมซึ่งอาจเรียกว่าเป็นโครงสร้างของระบบ
4. ถ้าเป็นไปได้ ควรจะวิเคราะห์โครงสร้างดังกล่าวในหลายๆด้านเช่น ความเป็นเชิงเส้น (Linearity), ความต่อเนื่อง (Continuity) และเสถียรภาพ (Stability)
5. ส่วนใหญ่แบบโครงสร้างจะถูกสอน (Train) ด้วยข้อมูลที่ระบุแล้ว (Labeled data) (คือพารามิเตอร์ของระบบโดยการใช้ตัวอย่างคำตอบที่ถูกต้อง) การใช้งานอาจจะใช้งานพร้อมกับการเรียนรู้ (Learning) (Discussion-direct learning) หรือรอให้เรียนรู้เสร็จแล้วค่อยใช้งานก็ได้
6. แบบโครงสร้างจะถูกทดสอบด้วยข้อมูลที่ระบุแล้ว เมื่อใช้ได้แล้วจึงลองทดสอบกับแบบโครงสร้างอื่นๆ (ในงานอย่างเดียวกัน) ทั้งด้านความอ่อนไหวต่ออินพุต (Input), พารามิเตอร์, อัตราความผิดพลาดและเวลา เป็นต้น (การออกแบบแบ่งกลุ่มที่ดีคือใช้ข้อมูลในการเรียนรู้ให้น้อย และสามารถทำงานได้ดี)



รูปที่ 3.6 ระบบการรู้จำรูปแบบเชิงตัวเลข

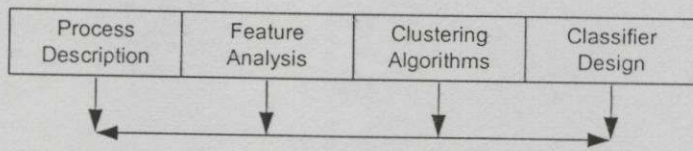
ความไม่แน่นอนของข้อมูลอาจจะมาจากหลายสาเหตุ ตัวอย่างเช่นความผิดพลาดของเครื่องมือวัดหรือสัญญาณรบกวนทำให้ลดความน่าเชื่อถือได้ นอกจากนี้ยังอาจเกิดขึ้นตอนการแยกเอาลักษณะที่สำคัญ (Feature extraction) ออกจากข้อมูลตั้งนั้นอาจมีข้อมูลที่สำคัญบางส่วนหายไป จากเหตุผลเหล่านี้การใช้ตัวแปรและขอบเขตของตัวแปร (เช่น น้อย, กลาง, มาก, ใหญ่ และเล็ก เป็นต้น) เพื่อที่จะบรรยายลักษณะต่างๆจึงเป็นวิธีที่สะดวกและได้ผลดี ดังนั้นจึงควรแสดงรายละเอียดที่ไม่แน่นอนนี้ด้วยเซตย่อยฟัซซี

ความไม่แน่นอนในการแบ่งกลุ่มรูปแบบอาจเกิดจากการคาบเกี่ยวกันระหว่างหลายๆกลุ่มข้อมูล ตัวอย่างเช่น กำมะถันที่ไม่มีรูปร่างจะไม่มีขอบเขตอุณหภูมิที่แน่นอนซึ่งเป็นการคาบเกี่ยวกันอย่างแท้จริง โดยปกติเทคนิคการแบ่งกลุ่มแบบดั้งเดิมจะสมมุติได้ว่ารูปแบบสามารถเป็นของหนึ่งกลุ่มหรือหลายๆกลุ่มได้ซึ่งไม่จำเป็นต้องแสดงลักษณะทางกายภาพหรือคณิตศาสตร์ได้ ดังนั้นเขตเตอร์ลักษณะสามารถมีระดับของสมาชิกภาพมากกว่าหนึ่งกลุ่มได้

ในลักษณะคล้ายๆกัน เมื่อพิจารณาปัญหาการกำหนดขอบเขตกลุ่มข้อมูลจากจุดทดลอง (Sample point) วิธีแบบดั้งเดิมพยายามที่จะประมาณรูปร่างที่แน่นอนของกลุ่มข้อมูลที่ต้องการโดยกำหนดขอบเขตซึ่งประกอบด้วยจุดทดลองบางจุดหรือทุกจุด อย่างไรก็ตาม คุณสมบัตินี้ไม่ได้จำเป็นสำหรับภาพจริงๆ ตัวอย่างมันจำเป็นที่จะขยายขอบเขตออกไปเพื่อแสดงส่วนที่คลุมเครือที่ไม่ได้แสดงในจุดทดสอบ ส่วนที่ขยายออกควรจะมีค่าสมาชิกภาพต่ำกว่าส่วนที่ชัดเจนอยู่แล้วขนาดของส่วนขยายควรลดลงเมื่อจุดตัวอย่างเพิ่มขึ้น

จากตัวอย่างเหล่านี้ จะเห็นว่าแนวคิดของเซตฟัซซีสามารถใช้เพื่อแสดงอาร์เรย์ของค่าสมาชิกภาพซึ่งบอกถึงระดับของความคล้ายกับคุณสมบัติที่ต้องการหรือในการแบ่งกลุ่มก็คือการ

แสดงค่าสมาชิกภาพที่วัตถุจะอยู่ในกลุ่ม ดังนั้นทฤษฎีฟัซซีเซตสามารถใช้วัดความไม่แน่นอนในหลายๆขั้นตอนของการรู้จำรูปแบบเชิงตัวเลข

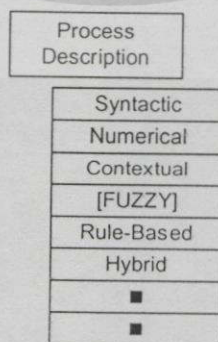


รูปที่ 3.7 ระบบการรู้จำรูปแบบระดับที่ 1 (ระดับราก)

รูปที่ 3.7 แสดงขั้นตอนต่างๆตามรูปที่ 3.6 ในลักษณะเมนู (Menu) ของโปรแกรมเพื่อใช้ในการออกแบบระบบการรู้จำรูปแบบเชิงตัวเลข เมนูราก (Root menu) ทั้งสี่อันไม่ขึ้นแก่กัน การเลือกเมนูย่อย (Sub menu) ในเมนูรากใดๆอาจจะเกี่ยวพันกันกับเมนูย่อยของเมนูรากอีก 3 อันที่เหลือก็ได้ ระบบการรู้จำรูปแบบเชิงตัวเลขที่ดีจะพัฒนาโดยการวนซ้ำในแต่ละขั้นตอนในรูปที่ 3.6 จนกว่าระบบจะเสถียร ถ้ามองว่าควรจะมีเมนูราก "แบบโครงสร้างฟัซซี" เพิ่มอีกอันหรือไม่ คำตอบคือ "ไม่" เนื่องจากแบบโครงสร้างฟัซซีสร้างจากเมนูรากทั้งสี่นั่นเอง

3.3.1 การอธิบายขบวนการ

การอธิบายขบวนการ (Process description) เป็นขั้นตอนแรกของผู้ออกแบบระบบ ต้องคำนึงถึงกล่าวคือเป็นวิธีที่แสดงขบวนการที่เราสนใจ รูปที่ 3.8 แสดงเมนูบาร์ (Menu bar) ของ "Process description" บางครั้งขั้นตอนนี้ถูกละเลยโดยนักวิจัยที่สนใจแต่อัลกอริธึมหรือแบบโครงสร้างเท่านั้น ในงานการรู้จำรูปแบบโดยปกติขบวนการจะถูกอธิบายโดยวัตถุหลายๆตัวและความสัมพันธ์ระหว่างพวกมัน วิธีที่แพร่หลายมากที่สุดคือการแสดงวัตถุเหล่านั้นในขบวนการโดย(เซตของ)ตัวเลข



รูปที่ 3.8 Process description ระดับที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3.1.1 การรู้จำรูปแบบเชิงไวยากรณ์

คืออัลกอริธึมที่สามารถแยก (Decompose) และประกอบ (Reconstitute) วัตถุโดยอาศัยความสัมพันธ์ทางโครงสร้างระหว่างหลายๆส่วนของวัตถุซึ่งเป็นพฤติกรรมเดียวกับมนุษย์ [75] การรู้จำรูปแบบเชิงไวยากรณ์นี้คือการใช้โครงสร้างของ ประโยค (Sentence), ไวยากรณ์ และอโตมาต้า การค้นหาข้อมูลใดๆทำได้โดยวิธีภาค (Parsing) หลากๆชนิด การรู้จำรูปแบบในลักษณะนี้ได้ผสมการใช้เซตฟัซซีในสองระดับคือ ระดับแรกคือรูปแบบแรกเริ่มจะถูกพิจารณาเป็นเซตฟัซซี ระดับที่สองคือความสัมพันธ์ของโครงสร้างระหว่างรูปแบบย่อยอาจจะคลุมเครือ ดังนั้นหลักไวยากรณ์จะถูก “ฟัซซีฟาย” (Fuzzified) โดยกฎการโปรดักชันน้ำหนัก (Weight production rule) และระดับของสมาชิกภาพหาได้โดยคอปโพลีชันแบบ max-min (Min-max composition) ของระดับของโปรดักชันที่ใช้ การตั้งไวยากรณ์ฟัซซี (Fuzzy grammar) คือปัญหาของการตั้งโปรดักชัน เช่นเดียวกับน้ำหนักของกฎเหล่านี้จากภาษาฟัซซี การรู้จำรูปแบบเชิงไวยากรณ์แบบดั้งเดิม (ไม่เป็นฟัซซี (Non-fuzzy)) ให้ผลไม่ดีเท่าที่ควร เนื่องจากทฤษฎีของมันถูกพัฒนาไปมากกว่าการประยุกต์ ดังนั้นจึงไม่น่าแปลกใจที่แบบโครงสร้างฟัซซีสำหรับการรู้จำวัตถุโดยการแยกและการประกอบโครงสร้างใหม่จึงไม่โดดเด่น

3.3.1.2 การใช้สภาพแวดล้อมและกฎ

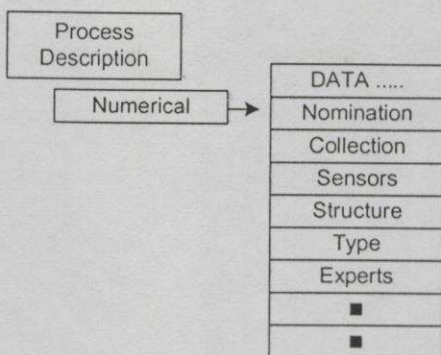
การใช้สภาพแวดล้อม (Context) และกฎ (Rule base) เป็นการพยายามเพิ่มสภาพแวดล้อมและฐานความรู้ผู้เชี่ยวชาญ (Expert knowledge based) เข้าในขอบข่ายเพื่อใช้ความเชี่ยวชาญของมนุษย์ช่วยจำรูปแบบ นั่นคือแบบโครงสร้างในลักษณะนี้พยายามที่จะใช้ฟังก์ชันระดับสูงซึ่งเปรียบได้กับระบบทางชีววิทยา (เช่น สมองของมนุษย์) ตัวอย่างเช่นการเดาอักษรโดยอาศัยจากสภาพแวดล้อมเช่น “ส_อง” คำตอบจะเป็น “ม” ถ้าประโยคเกี่ยวกับความคิด และคำตอบอาจเป็น “ย” ถ้าเป็นประโยคที่เกี่ยวกับผี อย่างไรก็ตามระบบที่กล่าวถึงอยู่นี้โดยปกติจะเป็นระบบระดับต่ำ (Low level system) เพราะขอบข่ายส่วนใหญ่เกี่ยวข้องกับข้อมูลตัวเลขที่ได้จากเซนเซอร์ Pao [51] ได้แสดงการประมวลผลเชิงลักษณะ (Symbolic processing) ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญของปัญญาประดิษฐ์ (Artificial intelligent) ในปัจจุบันและเป็นการพยายามสร้างระบบการรู้จำระดับสูงด้วย นอกจากนี้ Pao ยังได้แนะนำการเชื่อมการประมวลผลระดับต่ำกับกลางเข้าด้วยกันหรือก็คือการใช้การรู้จำรูปแบบเชิงฟัซซี (Fuzzy pattern recognition) กับโครงข่ายประสาทเทียม (Computational neural networks หรือ CNNs) สำหรับระบบผู้เชี่ยวชาญ (Expert system)

3.3.1.3 ข้อมูลเชิงตัวเลข

กล่าวได้ว่ามีโครงสร้างข้อมูลอยู่ 2 แบบที่ใช้ในระบบการรู้จำรูปแบบเชิงตัวเลขคือ "ข้อมูลวัตถุ" เช่น ค่าระดับเทา (Gray level) เป็นต้น และ "ข้อมูลสัมพันธ์" (Relational data) เช่น ความคล้าย เป็นต้น ข้อมูลวัตถุคือเซตของตัวเลขซึ่งแสดงในรูปของ $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ วัตถุลำดับที่ j คือเวกเตอร์ x_j และ x_{jk} คือลักษณะลำดับที่ k ของวัตถุ j

ในบางครั้งแทนที่จะใช้ข้อมูลวัตถุเซต X ตามที่กล่าวมาข้างต้น เราใช้เซตของความสัมพันธ์เชิงตัวเลข (Numerical relationships) จำนวน (n^2) ตัว โดย $\{r_{jk}\}$ ระหว่างคู่ของวัตถุ นั่นคือ r_{jk} คือความสัมพันธ์ระหว่างวัตถุ j และ k ในรูปแบบความสัมพันธ์แบบไบนารี (Binary relation) p ถ้าวัตถุ (n) ตัวสัมพันธ์กันโดย p ถูกเรียกว่า $O = \{o_1, o_2, o_3, \dots, o_n\}$ ดังนั้น $p: O \times O \rightarrow \mathfrak{R}$ การแสดงความสัมพันธ์นี้ในรูปแบบอาร์เรย์ $(n \times n)$ จะสะดวกขึ้นคือ $R = [r_{jk}] = [p(o_j, o_k)]$ นั่นคือ R ประกอบด้วยเซตของข้อมูลความสัมพันธ์เชิงตัวเลข จากรูปที่ 3.6 มีข้อมูลสัมพันธ์อยู่สองแบบคือ เนเชอรอล (Natural) และอินดิวซ์ (Induced) คุณสมบัติทั่วไปของ R มีดังนี้ วัตถุ $O = \{o_j\}$ สามารถเป็นอะไรก็ได้ ในทางปฏิบัติพวกมันอาจจะเป็นวัตถุกายภาพ (Physical object) ซึ่งสร้างข้อมูลวัตถุ X ที่กล่าวมาข้างบนหรือมันอาจจะเป็น X เองก็ได้ บ่อยครั้งที่วัตถุ $\{o_j\}$ บอกโดยนัยคือเป็นเมตริก R ของความสัมพันธ์ กรณีที่มีบ่อยๆคือวิทยาศาสตร์เกี่ยวกับการแบ่งประเภทเช่น สายพันธุ์ (Species), ครอบครัว (Family) และอื่นๆถูกทำให้เป็นตัวเลขโดยผู้เชี่ยวชาญ กล่าวคือ $R = R(O; \eta)$ นั่นคือ $[r_{jk}] = [\eta(o_j, o_k)]$ เราเรียก η ว่าเป็นความสัมพันธ์แบบเนเชอรอลซึ่งแตกต่างจากแหล่งอื่นๆของ R กล่าวคือ R ที่มีมาจาก X โดยฟังก์ชันความคล้าย/ความต่าง ((Dis)Similarity function) $\sigma = \mathfrak{R}^p \times \mathfrak{R}^p \rightarrow \mathfrak{R}, R = R(X; \sigma)$ นั่นคือ $[r_{jk}] = [n(o_j, o_k)]$ ในกรณีนี้ R จะถูกอินดิวซ์บน O โดย σ ดังนั้นเราเรียกมันว่าความสัมพันธ์แบบอินดิวซ์ หลากๆฟังก์ชัน (σ) จะแปลง X ไปเป็นข้อมูลสัมพันธ์ของชนิดนี้ ตัวอย่างเช่น ทุกเมตริก d บน $\mathfrak{R}^p \times \mathfrak{R}^p$ สร้างเมตริกความคล้าย/ความต่าง $R(X; d)$ ซึ่งเราให้ ($\sigma = d$) ปัจจุบันลักษณะข้อมูลสัมพันธ์ทั้งแบบเนเชอรอลและแบบอินดิวซ์นี้มีใช้ในงานวิจัยหลายๆแบบรวมถึงแบบโครงสร้างพีชชีในการรู้จำรูปแบบด้วย

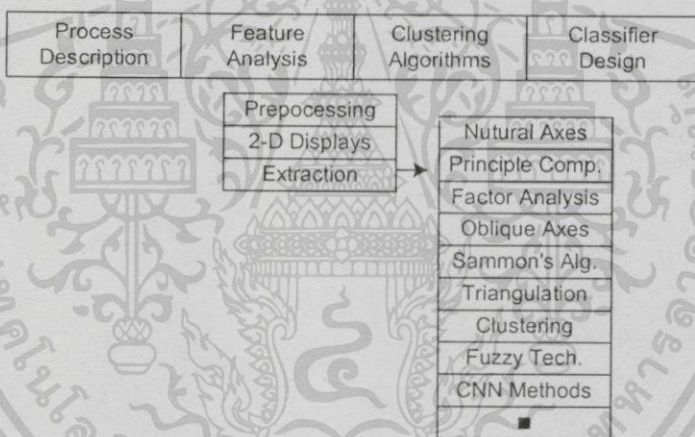
ในรูปที่ 3.8 และรูปที่ 3.9 แสดงเมนูย่อยระดับที่ 2 "Numerical" และระดับที่ 3 ของ "Process description" ตามลำดับ ประสิทธิภาพของระบบการรู้จำรูปแบบเชิงตัวเลขขึ้นอยู่กับข้อมูลที่ให้กับระบบดังนั้นการเลือกในขั้นตอนี้จะมีผลต่อประสิทธิภาพในขั้นตอนต่อไป



รูปที่ 3.9 Process Description ระดับที่ 3

3.3.2 การวิเคราะห์ลักษณะ

การวิเคราะห์ลักษณะ (Feature analysis) คือวิธีในการสำรวจและปรับปรุงข้อมูลดิบ (Raw data) รูปที่ 3.10 แสดงเมนูย่อยระดับที่ 2 และ 3 ของ "Feature analysis"



รูปที่ 3.10 Feature analysis ระดับที่ 1, 2 และ 3

3.3.2.1 프리프로세싱

ฟรีโปรเซสซิง (Preprocessing) เป็นการกระทำเช่น การสเกล (Scaling), การนอมอลไลซ์ (Normalization), การทำให้เรียบ (Smoothing) และเทคนิคอื่นๆ บางครั้งแบบโครงสร้างพีซีก็ถูกใช้สำหรับฟรีโปรเซสซิงเช่นกันโดยเฉพาะงานด้านการประมวลผลภาพตัวอย่าง เช่นปัญหาด้าน ความพลา้มัว (Blurring), สัญญาณรบกวน, ความแตกต่างของความเข้มน้อย (Low contrast) เป็นต้น การทำฟรีโปรเซสซิงมีส่วนสำคัญอย่างมากต่อขบวนการการรู้จำรูปแบบ เนื่องจากจะทำให้ขั้นตอนต่อๆมาทำงานได้ง่ายขึ้น

3.3.2.2 การเอ็กแทรกและการแสดง 2 มิติ

การเอ็กแทรก (Extraction) คือฟังก์ชันใดที่กระทำกับ X โดยมีคุณสมบัติ $f_E: \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^q$ โดย $p \geq q$ กล่าวคือ $Y = f_E[X]$ หรือก็คือ "การเลือก" ลักษณะเด่นซึ่งเป็นการเลือกเซตย่อยของข้อมูลต้นฉบับ ทำได้โดยใช้ f_E โพรเจกชันไปบนพิกัดของ \mathbb{R}^p

แนวคิดของการเอ็กแทรกลักษณะเด่น (Feature extraction) ก็คือ การกำจัด, การเลือก หรือการแปลงลักษณะที่ไม่สำคัญหรือมีมากเกินไป (ขึ้นอยู่กับปัญหา) ถ้า $p \gg q$ จะสามารถลดความซับซ้อนของอัลกอริทึมลงได้ เทคนิคการเอ็กแทรกสามารถแบ่งเป็นแบบ เชิงวิเคราะห์ / เชิงอัลกอริทึม เป็นเชิงเส้น (Linear) / ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear) รูปที่ 3.10 แสดงวิธีการเอ็กแทรกที่สำคัญๆ

การแสดง 2 มิติคือการแสดงข้อมูล d มิติในระนาบการมองซึ่งใช้ในการสำรวจโครงสร้างของข้อมูลและหาความคิด (Idea) เกี่ยวกับข้อมูลนั้น วิธีการแสดง 2 มิติมีสองแบบคือ การแสดงการกระจายของข้อมูล (Scatterplots) และการแสดงรูปภาพ (Pictorial) เมื่อ $q = 2$ เซตข้อมูลที่ผ่านการเอ็กแทรกแล้ว Y สามารถแสดงเป็นการกระจายของข้อมูลเพื่อดูด้วยสายตา ทุกๆวิธีในรูปที่ 3.10 สามารถใช้แสดงการกระจายของข้อมูลแบบ 2 มิติโดยให้ $q = 2$ ถ้าข้อมูลมีมากกว่า 2 มิติ จะแสดงโดยการแสดง 2 มิติได้อย่างไร? ตัวอย่างเช่น การจัดตัวเองแบบโคโฮเนน (Kohonen's self organization feature map) ซึ่งเป็นเทคนิคการแสดง 2 มิติสามารถทำให้เราเห็นว่าข้อมูลมีโครงสร้างอย่างไรและเกิดแนวคิดแบบโครงข่ายประสาทเทียม อัลกอริทึมของโคโฮเนนนี้คล้ายกับอัลกอริทึมฮาดและฟัชซีไอโซด้าด้า (Hard and fuzzy ISODATA) หรืออีกชื่อว่าฮาดและฟัชซีซีมีน (Hard and fuzzy c-means) ISODATA มาจาก คำว่า *Iterative, Self-organization Data Analysis Techniques A*

3.3.3 การวิเคราะห์กลุ่มข้อมูล

ให้ X เป็นเซตข้อมูล การแบ่งกลุ่มข้อมูล (Data clustering) คือการระบุกลุ่มข้อมูลต่างๆใน X ปัญหาด้านนี้เรียกว่า การเรียนรู้แบบไม่อาศัยผู้เชี่ยวชาญ (Unsupervised learning) คำว่า "การเรียนรู้" คือการเรียนรู้เพื่อที่จะระบุกลุ่มได้ "ดี" กล่าวคือกลุ่มข้อมูลที่ได้ควรตอบคำถามต่างๆได้ จุดประสงค์ในการแบ่ง X เป็นจำนวน c กลุ่มคือการทำให้แต่ละข้อมูลในเซตย่อยมีความคล้ายกันมากที่สุดและต่างจากเซตย่อยอื่นมากที่สุด จำนวนกลุ่ม (c) จะกำหนดไว้ก่อนหรือหาโดยคณิตศาสตร์ก็ได้ เนื่องจากเทคนิคการแบ่งกลุ่มเป็นแบบไม่อาศัยผู้เชี่ยวชาญ (เช่น เราไม่มีตัวอย่างโครงสร้างกลุ่มข้อมูลหรือตัวอย่างกลุ่มข้อมูลที่แบ่งแล้ว) ที่พยายามแบ่ง X บนพื้นฐานของสมมุติฐานและ/หรือไคทีเรีย (Criteria) ผลของอัลกอริทึมอาจจะหรืออาจจะไม่ให้ผลที่น่าพอใจ การประยุกต์ใช้งานเช่น การประมวลผลภาพ, การวิเคราะห์ภาพถ่ายทางอากาศ (Remote

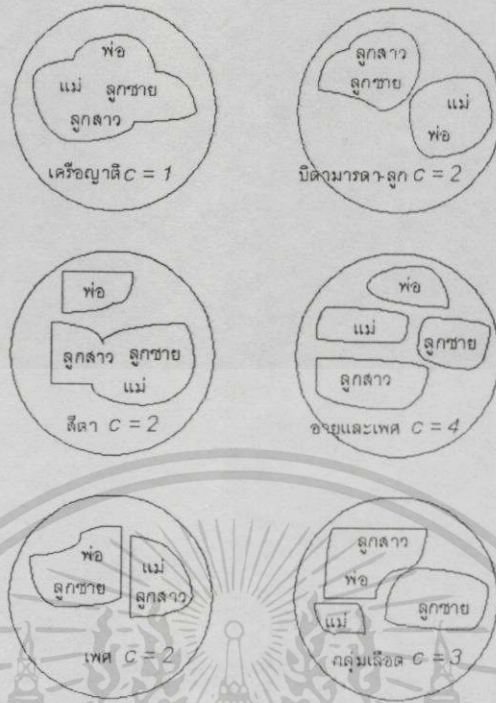
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

sensing) ผลพาทิชั้น (Partition) รวมถึงจำนวนกลุ่มข้อมูล (c) และโครงสร้างกลุ่มข้อมูลขึ้นกับโคไคที่เรียกใช้ควบคุมอัลกอริทึมการแบ่งกลุ่ม

ตัวอย่างที่ 3.4 ให้ $X = \{\text{พ่อ, แม่, ลูกชาย, ลูกสาว}\}$ สมมติว่าเซตข้อมูลนี้ พ่อมีตาสีน้ำตาล แม่, ลูกชายและลูกสาวมีตาสีฟ้า แม่มีเลือดกลุ่ม A พ่อและลูกสาวมีเลือดกลุ่ม O ลูกชายมีเลือดกลุ่ม B การระบุกลุ่มข้อมูลขึ้นกับโคไคที่เราใช้โดยรูปที่ 3.11 แสดงกลุ่มข้อมูลที่แบ่งได้หลายๆแบบตามโคไคที่เรียกใช้

มีหลายอัลกอริทึมที่ใช้การแบ่งแบบฮาร์ดดังรูปที่ 3.11 จะเห็นว่าอัลกอริทึมที่มีนได้สมมุติว่ารู้ c แล้วซึ่งในกรณีที่ใช้ไฮโซดาต้าจะไม่รู้ c ทั้งสองวิธีต่างก็ใช้การวนซ้ำ ฮาร์ดซีมีนมีพื้นฐานบนการลดดัชนีประสิทธิภาพ (Performance index) ให้น้อยที่สุด (เช่น ผลรวมของระยะทางจากทุกจุดในฮาร์ดพาทิชั้น (Hard partition) ไปยังจุดศูนย์กลางกลุ่ม (Cluster center) ของเซตย่อยนั้น) อัลกอริทึมไฮโซดาต้ามีพื้นฐานจากการรวมกันของประสบการณ์จากการทดลองและฟังก์ชันโคไคเรียของฮาร์ดซีมีน ประสิทธิภาพของทั้งสองอัลกอริทึมขึ้นอยู่ กับ ค่า c , จุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้นและลำดับของข้อมูลที่เป็นอินพุต (Input), การวัดระยะทางและคุณสมบัติทางเรขาคณิตของข้อมูล การแบ่งกลุ่มที่ดีคือได้กลุ่มข้อมูลที่แยกจากกันอย่างชัดเจน (Well separate) และอยู่แน่นภายในกลุ่ม (Compact) แต่ในทางปฏิบัติจำเป็นต้องมีการทดลองและวัดค่าความผิดพลาดกับหลายๆค่าของตัวแปรที่ๆได้กล่าวมาเพื่อหาผลที่ "ดี"

อัลกอริทึมการแบ่งกลุ่มเชิงตัวเลข (Numerical clustering algorithm) มีอยู่มากมายหลายชนิด รูปที่ 3.12 แสดงการเลือกจากขั้นตอนที่ 1 ถึง 7 และที่แรงเงาอยู่คือตัวอย่างการเลือกซึ่งเป็นการแบ่งกลุ่มด้วยวิธีพีซีซีมีน



รูปที่ 3.11 การแบ่งกลุ่มตามโคที่เรียต่างๆ

Process Description	Feature Analysis	Clustering Algorithms	Classifier Design
Model Type		Deterministic	Statistical
Data Type		Relational	Object
Criterion Domain		Global	Local
Criterion Type		Objective Fcn	Graph-Theory
Algorithm Type		Constructive	Decomposition
Architecture		Serial	Parallel
			Iterative
			Hybrid

รูปที่ 3.12 การวิเคราะห์กลุ่มข้อมูล ระดับที่ 1 ถึง 7

ให้ c เป็นจำนวนเต็มโดย $1 < c < n$ และให้ $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ เป็นเซตข้อมูลดิบที่อยู่ใน \mathbb{R}^p กล่าวได้ว่าเซตย่อยแบบฟัซซีจำนวน (c) เซตย่อย $\{u_i : X \rightarrow [0,1]\}$ คือฟัซซีพาร์ติชันของ X (Fuzzy c -partitions ของ X) โดยมีจำนวน (cn) ค่า $\{u_{ik} = u(x_k), 1 \leq k \leq n, 1 \leq i \leq c\}$ เป็นไปตามเงื่อนไขตาม (3.7)

$$0 \leq u_{ik} \leq 1 \quad \text{สำหรับทุก } i, k; \tag{3.7n}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\sum u_{ik} = 1 \quad \text{สำหรับทุกๆ } k; \quad (3.7\text{ข})$$

$$0 \leq \sum u_{ik} \leq n \quad \text{สำหรับทุกๆ } i; \quad (3.7\text{ค})$$

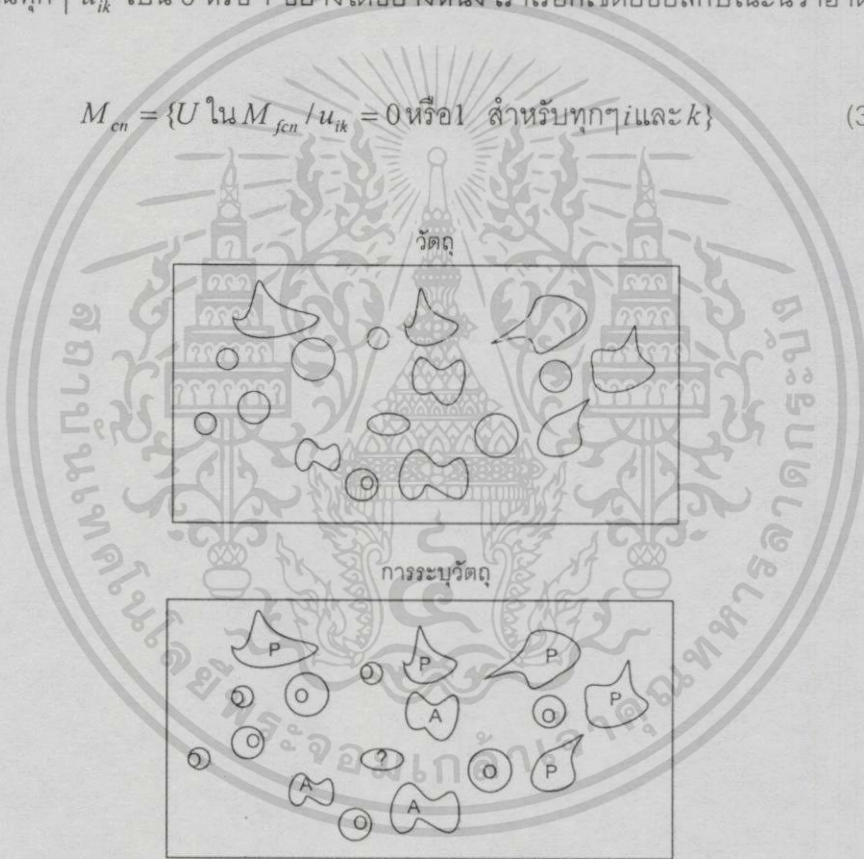
แต่ละเซตมีจำนวน (cn) ค่าซึ่งอยู่ในเงื่อนไข (7ก-ค) ซึ่งแสดงได้โดยอาร์เรย์ขนาด ($c \times n$)

$U = [u_{ik}]$ เซตของทุกๆเมตริกเรียกว่าพีชชีซีฟาทีชั่น

$$M_{fcn} = \{U \in \mathcal{H}^{cn} / u_{ik} \text{ เป็นไปตาม (7)}\} \quad (3.8)$$

และในกรณีทุกๆ u_{ik} เป็น 0 หรือ 1 อย่างใดอย่างหนึ่ง เราเรียกเซตย่อยลักษณะนี้ว่าฮาดซีฟาทีชั่นของ X

$$M_{cn} = \{U \text{ ใน } M_{fcn} / u_{ik} = 0 \text{ หรือ } 1 \text{ สำหรับทุกๆ } i \text{ และ } k\} \quad (3.9)$$



รูปที่ 3.13 การวิเคราะห์กลุ่มข้อมูล

Ruspini ได้แนะนำ M_{fcn} ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญของสาขานี้ M_{cn} คือเซตย่อยของ M_{fcn} นั่นคือฮาดซีฟาทีชั่นของ X เป็นพีชชีแต่ในทางกลับกันไม่ใช่ เหตุผลที่เซตพวกนี้ถูกเรียกว่าฟาทีชั่นมาจากการแปลความ u_{ik} เป็นค่าสมาชิกภาพของ x_{ik} ในเซตย่อยลำดับที่ i ข้อมูลลำดับที่ k M_{fcn} มีความสอดคล้องกับธรรมชาติมากกว่า M_{cn} ดังนั้นจึงจัดการกับข้อมูลได้ครอบคลุมกว่าทำให้อัลกอริทึมการแบ่งกลุ่มข้อมูลมักจะใช้เมตริกในรูป M_{fcn} ส่วนใหญ่จะสมมุติว่ารู้จำนวนกลุ่มข้อมูล เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มูล (c) แล้ว ส่วนกรณีที่ไม่รู้จะเรียกปัญหาลักษณะนี้ว่าการวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูล (Cluster validity)

สิ่งที่สำคัญสองสิ่งในปัญหาการแบ่งกลุ่มคือ ข้อหนึ่งคือการวัดความคล้าย (ทั้งทางตรงและทางอ้อม) ระหว่างกลุ่ม (โดยปกติเป็นคู่ของเวกเตอร์วัตถุ) ข้อสองคือโคที่เรียที่ควบคุมการแบ่งกลุ่ม รูปที่ 3.13 แสดงรูปภาพของการแบ่งกลุ่มโดยมีลักษณะเป็นฮาดกล่าวคือ แอปเปิ้ล (A, Apple), ส้ม (O, Orange) และสาลี่ (P, Pear) ยกเว้นวัตถุ (?) ที่ยังไม่ได้ระบุเช่น อาจจะเป็นมะนาวก็ได้ ฮาดและพืชที่พาติชั้นทั้ง 3 พาติชั้นของวัตถุในรูปที่ 3.13 แสดงในตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 ฮาดพาติชั้นและพืชที่พาติชั้นของข้อมูลวัตถุในรูปที่ 3.13

	ฮาด U ใน M_{cn}	?	พืชที่ U ใน M_{fcn}	?
A	111 00000000 00000	0	1...0.95 0.0...0 0.0.1...0	0.15
O	000 11111111 00000	1	0...0.05 0.8...1 0.0.2...0	0.60
P	000 00000000 11111	0	0...0.00 0.2...0 1.0.7...1	0.25

วัตถุ (?) ในกรณีฮาดจะให้ค่าสมาชิกภาพ (ที่อาจผิดพลาดสูง) กับหนึ่งในสามของพาติชั้นเซตย่อย จากตารางที่ 3.1 กรณีฮาดวัตถุ (?) ถูกระบุว่าเป็นส้มซึ่งอาจจะเป็นเพราะว่ามันรูปร่างเหมือนส้มมากที่สุด พืชที่พาติชั้นสามารถอัลกอริธึมหลีกเลี่ยงความผิดพลาดเหล่านั้นได้ (บางครั้ง) กรณีพืชที่ระบุว่าเป็นส้มด้วยค่ามากที่สุดคือ 0.60 แต่ยังคงระบุค่าสมาชิกภาพที่เหลือให้กับสาลี่และแอปเปิ้ลด้วย ลักษณะดังกล่าวของพืชที่พาติชั้นเป็นสัญญาณที่ให้ลองพิจารณาเป็นครั้งที่สองซึ่งฮาดพาติชั้นไม่สามารถทำแบบนี้ได้ จะเห็นว่าบางคอลัมน์ของพืชที่พาติชั้นยังคงเป็นฮาดซึ่งเป็นการแสดงว่าครอบคลุมกว่า นอกจากนี้ได้กล่าวมายังมีการแบ่งกลุ่มโดยหลักสถิติ (Statistical clustering algorithm) หลายๆอันที่ใช้ M_{fcn} เช่น แมกซิมัมไลค์ลิฮูด (Maximum likelihood) [76] เป็นต้น การใช้หลักสถิติอาจมีการแก้ไข (3.7ข) คือผลรวมของค่าสมาชิกภาพ (หรือความน่าจะเป็น) ไม่จำเป็นต้องเท่ากับ 1 ซึ่งเป็นการทำขยายโครงสร้าง M_{fcn} ให้กว้างขึ้น ดังนั้นวัตถุ (?) ในตารางที่ 3.1 อาจมีค่าสมาชิกภาพ 0.6, 0.4 และ 0.4 ตามลำดับ การรู้จำรูปแบบกับข้อมูลสัมพันธ์คือการแบ่งกลุ่มกลุ่มของดัชนีในเมตริกข้อมูลสัมพันธ์แต่การแบ่งกลุ่มข้อมูลสัมพันธ์กับแบบโครงสร้างพืชที่มีการศึกษาน้อยกว่าแบบข้อมูลวัตถุ

3.3.4 การออกแบบตัวแยกแยะ

ความแตกต่างระหว่างการแบ่งกลุ่ม (Clustering) และการแยกแยะ (Classification) คือ อัลกอริธึมการแบ่งกลุ่มเป็นการระบุเซตข้อมูลที่ $X \subset \mathcal{X}^n$ ในขณะที่การแยก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

X (ที่ระบุแล้วหรือยังไม่ระบุ) ใน \mathcal{R}^p เมื่อได้โปรโตไทป์ $\{v_k\}$ แล้วเราสามารถใช้กำหนดตัวแยกแยะแบบฮาดได้ดังนี้

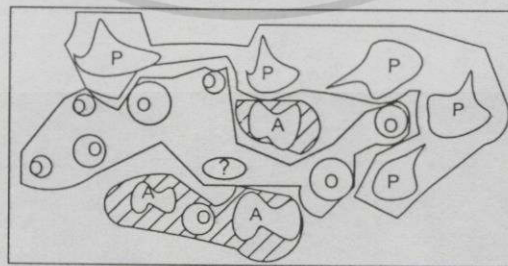
$$x \in i \Leftrightarrow e_i = \underline{D}(e, x) \Leftrightarrow \|x - v_i\| \leq \|x - v_k\| : 1 \leq k \leq c \quad (3.12)$$

(3.12) เป็นตัวแยกแยะแบบฮาดแม้ว่าพารามิเตอร์ของมันมาจากอัลกอริธึมทางพีชคณิต ถ้าไม่ระวังบางครั้งอาจเผลอเรียก (3.12) ว่าตัวแยกแยะแบบพีชคณิตเพราะ (3.12) สามารถถูกสร้างและมีโครงสร้างเรขาคณิตเหมือนกันซึ่งก็คือการใช้เซตของโปรโตไทป์ $\{v_k\}$ จากอัลกอริธึมการแบ่งกลุ่มใดๆที่สร้างมัน ตัวอย่างเช่น $\{v_k\}$ สามารถเป็นเวกเตอร์น้ำหนัก (Weight vectors) ของโหนดในเลเยอร์แข่งขัน (Competitive layer) ของโครงข่ายการแบ่งกลุ่มแบบโคโฮเนนหรือพวกมันสามารถเป็นค่าประมาณหรือสามารถเป็นค่าประมาณของเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย (Mean vector) จำนวน c เวกเตอร์ $\{u_{ik}\}$ ตัวอย่างเช่น การประมาณแม็กซ์ิมัมไลลิตีสุดจากการใช้ทฤษฎีสถิติ (Statistical mixture theory) กับข้อมูลที่ยังไม่ระบุหรืออาจเป็นจุดศูนย์กลางหรือข้อมูลที่ระบุแล้วแบบฮาด

เนื่องจากงานด้านการรู้จำรูปแบบจำเป็นต้องมีการระบุแบบฮาดกับวัตถุ ดังนั้นแนวคิดของพีชคณิตก็จำเป็นเช่นกัน ดังจะพบจากงานวิจัยส่วนใหญ่จะมีขั้นตอนดีฟัซซี่ฟาย (Defuzzify) ตัวพีชคณิตเวกเตอร์ ดังนั้นการออกแบบตัวแยกแยะแบบพีชคณิตโดยปกติก็หมายถึงตัวแยกแยะแบบฮาดดัง (3.12) แต่ใช้แนวคิดของความคลุมเครือนั่นเอง

รูปที่ 3.15 แสดงวัตถุเช่นเดียวกับเซตในรูปที่ 3.13 บริเวณที่แรเงาแสดงถึงขอบเขตของข้อมูลที่ระบุแล้วแบบฮาดซึ่งจะเห็นว่าวัตถุ (?) อยู่ในบริเวณของส้ม จะเห็นว่าแอปเปิ้ลอยู่ใน 2 บริเวณที่ไม่ติดกัน จากรูปที่ 3.15 ปรากฏว่ามีส้มอยู่ในบริเวณแอปเปิ้ล (อันล่าง) ตัวอย่างนี้แสดงว่าตัวแยกแยะแบบฮาดมีความผิดพลาดเพราะส้มได้รับการระบุว่าเป็นว่าเป็นแอปเปิ้ลทั้งที่ไม่ควรอยู่

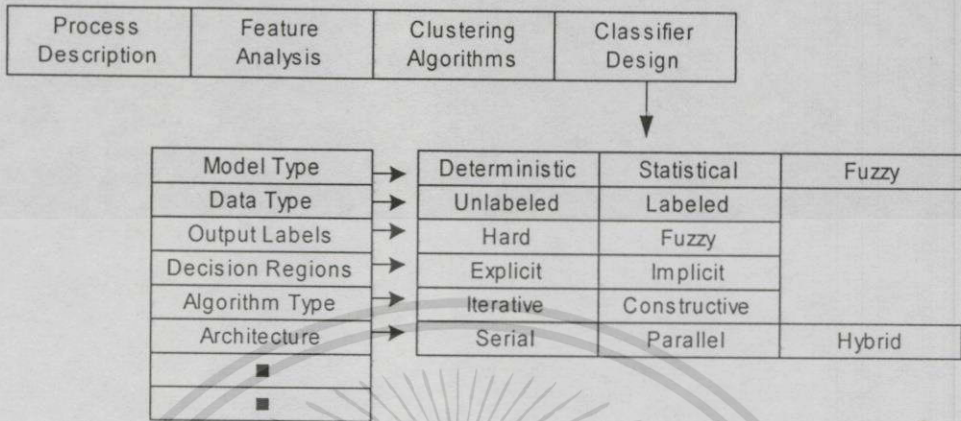
การตัดสินใจแบบฮาดจากบริเวณ



รูปที่ 3.15 การออกแบบตัวแยกแยะแบบฮาด

การออกแบบตัวแยกแยะก็มีหลายชนิดเช่นเดียวกับการออกแบบการแบ่งกลุ่ม รูปที่ 3.16 แสดงขั้นตอนแรกๆในการออกแบบตัวแยกแยะโดยจะทำการเลือก (แรเงา) เพื่อเลือกคุณสมบัติเอกสารนี้เป็นเอกสารที่ส่งวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ต่างๆของตัวแยกแยะ จุดสำคัญของการเลือกนี้คือสร้างฟังก์ชันตัวแยกแยะ D ที่ต่าง ๆ กันเพื่อแก้ไข ปัญหาที่ต่าง ๆ กัน



รูปที่ 3.16 การออกแบบ ระดับที่ 1 ถึง 7

3.3.5 การประมวลผลภาพ

นอกจากงานประยุกต์ของเซตฟัซซีที่เน้นทางด้าน การแยกแยะและการแบ่งกลุ่ม ข้อมูลยังสามารถใช้กับการประมวลผลภาพที่คลุมเครือได้ด้วยซึ่งมีพื้นฐานมาจากการวิเคราะห์ ภาพ (เช่น ขอบ, มุมและความสัมพันธ์ระหว่างบริเวณ เป็นต้น) หัวข้อนี้จะกล่าวถึงลักษณะของ ปัญหาในงานประยุกต์และพวกมันเกี่ยวข้องกับแบบโครงสร้างฟัซซีอย่างไร เมื่ออินพุตคือภาพ ระดับเทา (Gray level image) การประมวลผลภาพเช่น เอนแฮนเมนต์ (Enhancement), ฟิลเตอร์ (Filter), การลดสัญญาณรบกวน, การเซกเมนต์ (Segmentation), การหาคอนทัวร์ (Contour extraction) และการหาโครงร่าง (Skeleton extraction) เพื่อที่จะหาลักษณะที่สำคัญจากภาพ (เคยกล่าวถึงในหัวข้อ 3.3.3) ที่กล่าวมาในหัวข้อนี้คือการประมวลผลภาพ จุดประสงค์ก็เพื่อให้ ระบบเข้าใจ, รู้จำและแปลความข้อมูลในภาพได้ ระบบการรู้จำ/แปลความเรียกว่าระบบการมอง (Vision system) ซึ่งประกอบด้วย 3 ระดับคือ ระดับต่ำ, ระดับกลางและระดับสูง

ภาพระดับเทามีความคลุมเครืออยู่ในพิทเชลเพราะระดับความสว่างมีหลายระดับคือไม่สามารถระบุได้ว่าเป็นสีขาวหรือสีดำ การวิเคราะห์และการรู้จำภาพแบบดั้งเดิม [77] ประกอบด้วย การประมวลผลภาพที่กล่าวมาข้างต้นซึ่งในระบบดั้งเดิมตัวกระทำเหล่านี้เป็นการตัดสินใจแบบฮาด (เช่น ใช่/ไม่ใช่, ดำ/ขาว) แต่เนื่องจากภาพไม่ใช่ลักษณะเป็นฮาดเสมอไป ความไม่แน่นอนเกิดขึ้นใน ทุกๆส่วนดังที่กล่าวมาดังนั้นการตัดสินใจใดๆในที่นี่จะมีผลต่อขั้นตอนต่อไปด้วย การรู้จำของ ระบบการมองควรมีการจัดการกับความไม่แน่นอนทุกๆขั้นตอนดังนั้นระบบต้องมีข้อมูลมากพอที่จะช่วยให้เอาท์พุตของระบบจะมีความไม่แน่นอนน้อยลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่วิจารณ์ใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

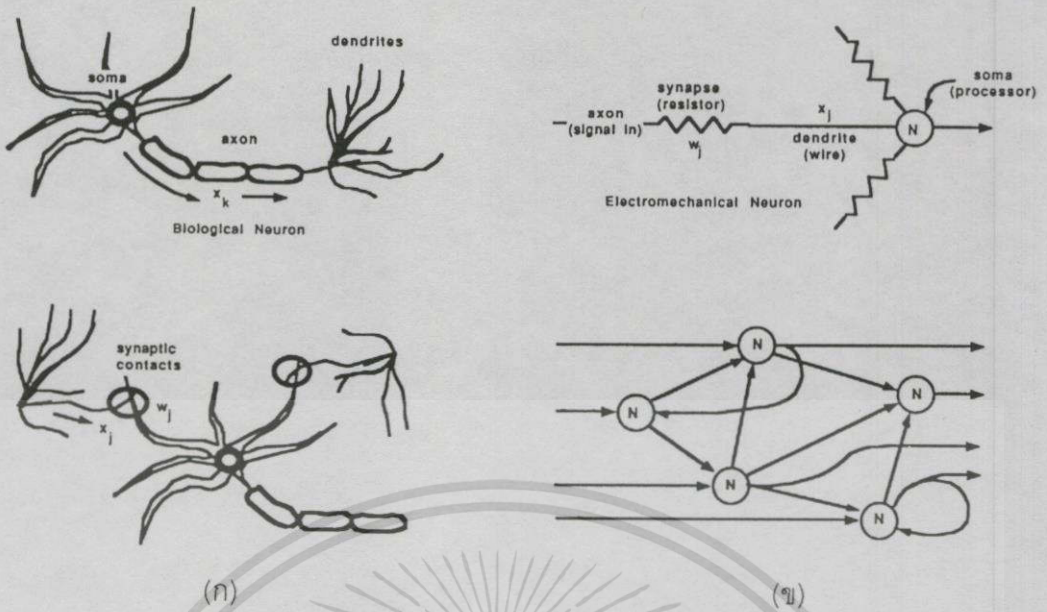
ตัวอย่างเช่นปัญหาการเอ็กแทรกวัตถุจากภาพ คำถามคือจะระบุบริเวณวัตถุอย่างแน่นอนได้อย่างไรถ้าขอบเขตของมันไม่ชัดเจน? การทำเทรชโฮล (Threshold) แบบฮาดกับวัตถุจะทำให้ความไม่แน่นอนแพร่ไปสู่ขั้นตอนต่อไป (เช่น ทินนิง (Thinning), การเอ็กแทรกโครงร่างและการเลือกพริมีทีฟ เป็นต้น) ดังนั้นการหลีกเลี่ยงการตัดสินใจแบบฮาดโดยให้เซกเมนต์, โครงร่างหรือคอนทัวร์เป็นเซตย่อยฟัซซีของภาพ เซตย่อยนี้แสดงถึงระดับที่แต่ละพิกเซลเป็นของพวกมัน ในลักษณะที่คล้ายๆกันสำหรับการแปลความรายละเอียดโครงสร้างที่ระบุได้ยากเช่น การกำหนดพริมีทีฟ (เส้น, จุดมุมและเส้นคั่ง เป็นต้น) และความสัมพันธ์ระหว่างมันโดยเซตฟัซซี

ภาพ X ขนาด $M \times N$ ซึ่งมีระดับเทา L ระดับแสดงด้วย $\{x_{ij}\}$ สามารถพิจารณาเป็นอาร์เรย์ของฟัซซี แต่ละอันมีค่าสมาชิกภาพที่บอกถึงระดับของความสัมพันธ์ความสว่าง $\lambda, \lambda = 1, 2, \dots, L-1$ เราใช้ $\{m_x(x_{ij})/x_{ij} \in X\}$ เมื่อ $0 \leq m_x(x_{ij}) \leq 1$ บอกถึงแต่ละพิกเซลมีคุณสมบัติ m_x (เช่น ความสว่าง, ความคมและความเรียบ) หรือระดับของการอยู่ในเซตย่อยบางอัน (เช่น วัตถุ, โครงร่างและคอนทัวร์) ของแต่ละพิกเซล x_{ij} หรืออาจกล่าวได้ว่าเซตย่อยฟัซซี m ของภาพ X คือการแปลง m จาก X ไป $[0,1]$

เราสามารถใช้อัลกอริทึมแบบโกลบอลและโลคอลในภาพอย่างใดอย่างหนึ่งเพื่อกำหนดฟังก์ชันสมาชิกภาพที่บอกถึงคุณสมบัติของภาพ ตัวอย่างเช่น ฟังก์ชันสมาชิกภาพของความสว่างหรือความมืดสามารถถูกกำหนดโดยค่าระดับเทาของมันเองได้ ฟังก์ชันสมาชิกภาพของส่วนขอบหรือลักษณะพื้นผิวจำเป็นต้องอาศัยข้อมูลเพื่อนบ้าน (Neighborhood) เป็นต้น

3.3.6 โครงข่ายประสาทเทียม

ความสัมพันธ์ระหว่าง 4 ส่วนหลักของการรู้จำรูปแบบเชิงตัวเลข ("Process description", "Feature analysis", "Clustering" และ "Classifier design") และ โครงข่ายประสาทเทียมยังไม่เป็นที่เข้าใจนักว่าโครงข่ายประสาทเทียมสามารถและไม่สามารถทำอะไรได้บ้าง [51,52,78] กล่าวถึงพื้นฐานของโครงข่ายประสาทเทียมรวมถึงความสัมพันธ์กับแบบโครงสร้างฟัซซี ข้อที่ควรคำนึงถึงเช่น ผลกระทบของประสิทธิภาพของการรู้จำรูปแบบ? เมื่อไร, ที่ไหน, อย่างไรและทำไมที่โครงข่ายประสาทเทียมสามารถเป็นส่วนหลักในระบบที่ใช้เทคนิคการรู้จำรูปแบบโดยฟัซซี? ปัญหาการรู้จำรูปแบบลักษณะใดที่เหมาะสมกับการใช้ฟัซซีร่วมกับโครงข่ายประสาทเทียมมากที่สุด? เป็นไปได้หรือไม่ที่โครงข่ายประสาทเทียมจะปรับปรุงให้แก้ปัญหาในลักษณะเดียวกับฟัซซีได้? และสุดท้าย เราสามารถคาดการณ์ได้หรือไม่ว่าโครงข่ายประสาทเทียมจะแก้ไขปัญหาที่วิธีดั้งเดิมและฟัซซีแก้ไขไม่ได้?



รูปที่ 3.17 โครงข่ายประสาทจริงและเทียม (ก) โครงข่ายประสาทจริง (ข) โครงข่ายประสาทเทียม

แนวคิดพื้นฐานของโครงข่ายประสาทเทียมมาจากโครงข่ายประสาทจริง (Biological neural networks หรือ BNN) ซึ่งเป็นหนึ่งในระบบที่ทำให้สิ่งมีชีวิต (โดยเฉพาะมนุษย์) สามารถรู้จำรูปแบบเชิงชีววิทยา (Biological pattern recognition) ได้ โครงข่ายประสาทจริงหากแปลตามคำแล้วหมายถึง โครงข่ายของหน่วยประสาทซึ่งมี *axon* (ตัวกำเนิดพัลส์), *soma* (ตัวจ่ายพัลส์), *dendrites* (ตัวรับพัลส์) และ *synapses* (ตัวเชื่อมต่อ) ที่มีความต้านทานหรือน้ำหนัก (Weight: w_x) มากกระทำกับข้อมูล (สัญญาณไฟฟ้าเคมี x_x) ตลอดโครงข่ายดังรูปที่ 3.17(ก) ซึ่งหวังว่าคอมพิวเตอร์จะสามารถเลียนแบบโครงข่ายนี้ได้

รูปที่ 3.17(ข) แสดงส่วนประกอบแบบฮาร์ดแวร์และซอฟต์แวร์ที่เลียนแบบโครงข่ายประสาทเทียม ในรูปที่ 3.17(ข) ค่อนข้างจะใช้กันมากคือมีทั้ง ฟีดฟอเวด (Feed forward), ฟีดแบ็คเวด (Feed backward) และการวนซ้ำระหว่างโหนด (Node) ซึ่ง "N" ก็คือโหนดนั่นเองและในทางชีววิทยาคือ *soma* คำนิยามของโครงข่ายประสาทเทียมคือ "ระบบที่ประกอบด้วยหน่วยประมวลผลหลายๆอันเชื่อมต่อกัน กระทำในลักษณะขนานกันซึ่งฟังก์ชันกำหนดโดยโครงสร้างของโครงข่าย" การเชื่อมต่อในคำนิยามนี้คือค่าน้ำหนัก $\{w_j\}$ ซึ่งเชื่อว่าค่าน้ำหนักนี้มีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา ซึ่งเป็นหนึ่งในสาเหตุที่ทำให้สมองมีการ "ปรับตัว" (Adaptive) เพื่อเปลี่ยนระบบประมวลผลของมัน (เช่น เปลี่ยนความต้องการอินพุต/เอาต์พุต) สมองสามารถทำการปรับตัวนี้ในลักษณะเวลาจริง (Real time) ซึ่งยังเป็นระบบที่ยังไม่มีเข้าใจกันนัก

จากแนวคิดของโครงข่ายประสาทจริงในเรื่อง "การปรับตัว" เมื่อนำมาใช้กับโครงข่ายประสาทเทียมก็คือ ความสามารถที่จะเปลี่ยนพารามิเตอร์โคดอลและรูปร่างโดยรวมของระบบให้

เหมาะสมโดยปราศจากการแทรกแซงการประมวลผลที่ทำอยู่ซึ่งการคำนวณนี้ควรถูกเรียกว่า การคำนวณแบบปรับตัว (Computationally adaptive) สรุปประโยชน์ของโครงข่ายประสาทเทียมคือ

- ความสามารถในการปรับตัวเมื่อมีข้อมูลใหม่
- จำนวนในลักษณะขนานกัน
- ทนทานต่อความสับสนและการรบกวน
- ความสามารถในการกำหนดอัตราความผิดพลาดในระบบ

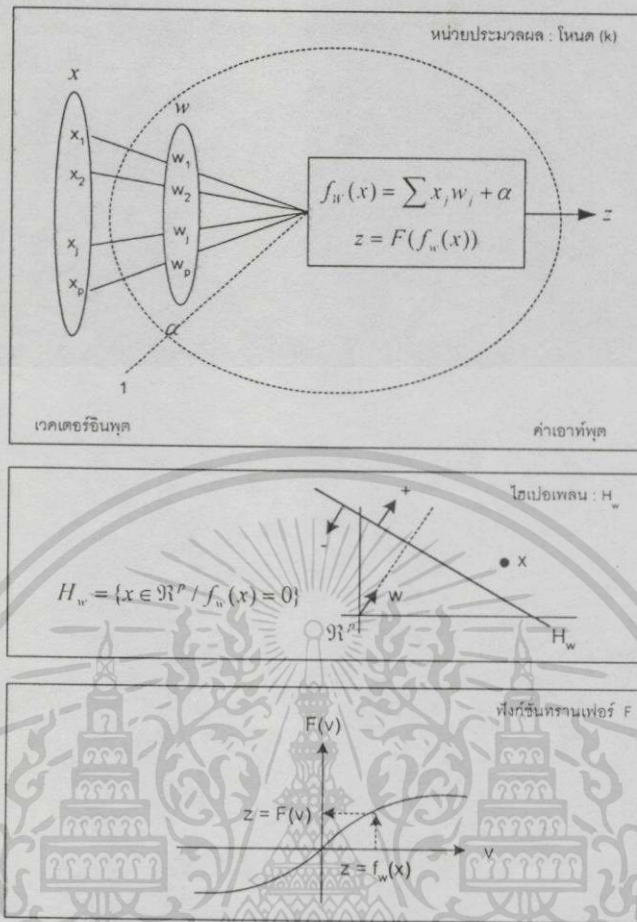
จากคุณสมบัติที่กล่าวมายังมีคำถามที่เกี่ยวข้องอยู่คือ เหตุผลอะไรที่บอกว่าโครงข่ายประสาทเทียมดีกว่าอัลกอริธึมอื่นๆ? และ โครงข่ายประสาทเทียมมีความสามารถในการเลียนแบบความสามารถระดับสูงของโครงข่ายประสาทจริงได้หรือไม่ (เช่น การแพร่ (Perception), การจดจำ (Memory), การใช้เหตุผล (Reasoning) และการรู้ (Recognition)) ซึ่งยังไม่ใครทราบที่โครงข่ายประสาทจริงทำได้อย่างไร อย่างไรก็ตามก็มีความพยายามที่จะเลียนแบบเช่น ตัวแยกแยะเบย์เซียน (Bayesian classifier) ซึ่งมีพื้นฐานมาจากการประมาณพารามิเตอร์กล่าวคือ แมกซิมัมไลลิสติดสามารถใช้ข้อมูลที่ระบุแล้วมาสอนใหม่ได้ถ้ามีข้อมูลมากขึ้น ดังนั้นพวกมันจึงมีการ "ปรับตัว" อีกตัวอย่างคือกฎ k-NN (k-nearest neighbor rule) ซึ่งสามารถปรับตัวได้เมื่อมีข้อมูลมาเพิ่ม

รูปที่ 3.18 แสดงแนวคิดในการประมวลผลที่โหนดคือมีฟังก์ชันสองฟังก์ชันในแต่ละโหนด ฟังก์ชันอินทิเกรเตอร์ (Integrator function) f ทำหน้าที่รวมค่าน้ำหนัก $\{w_j\}$ กับอินพุต $\{x_j\}$ ที่โหนด โดยปกติ f คืออินเนอร์โปรดัก (Inner product) เช่น ยูคลิเดียนโปรดักในรูปที่ 3.18 กล่าวคือ $v = f_w(x) = \langle w, x \rangle$ สำหรับเวกเตอร์ w ของน้ำหนัก f_w กำหนดไฮเปอเพลน H_w ซึ่งเป็นออร์ทอกอนอล (Orthogonal) กับเวกเตอร์น้ำหนัก $w = \{w_1, w_2, \dots, w_p\}$ โดย H_w จะแบ่ง \mathbb{R}^n เป็นครึ่งวงและครึ่งลบนั่นคือ f_w เป็นบวกหรือลบ และ f_w เป็นศูนย์บน H_w เทอม $1 \cdot \alpha = \alpha$ เรียกว่าออฟเซต (Offset) หรือไบแอส (Bias) ของโหนดนี้ จากรูปที่ 3.18 การจัดเรียงนี้เรียกว่า หน่วยประสาทออเดอร์ที่ 1 (First order neuron) เพราะว่าติดต่อกับอินพุตโดยตรง ส่วนออเดอร์ที่สูงกว่านี้เกิดเมื่อแทนที่อินเนอร์โปรดัก f_w ด้วยฟังก์ชันที่ซับซ้อนกว่านี้ (เช่น ออเดอร์ที่ 2 เกิดเมื่อแทน f_w ด้วยควอดราติก (Quadratic) กล่าวคือแทนที่ $x^T W x$ ใน x)

การกระทำที่ f_w แต่ละโหนดก็คือใช้ฟังก์ชันทรานเฟอร์ (Transfer function) F กับฟังก์ชันอินทิเกรเตอร์ที่อินพุตของมัน F ถูกใช้เพื่อตัดสินใจว่าโหนดควรจะ "กระตุ้น" (Fire) หรือไม่และถ้ากระตุ้นควรจะกระตุ้นแรง (Charge) เท่าไร ควรจะกระจายออกไปด้วยสัญญาณอะไร ตัวอย่าง F เช่น ฟังก์ชันลอจิสติก (Logistic function หรือ Sigmoidal function) $F(v) = F(f_w(x)) = (1/(1 + e^{-v}))$ หรือฟังก์ชันไฮเปอโบลิคแทนเจนท์ (Hyperbolic tangent)

$$F(v) = \tanh(v)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารทบทวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.18 นิวรอนแบบคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์ที่สำคัญอีกอันของโครงข่ายประสาทเทียมคือ กฎการอัปเดต (Update rule) โดยทำหน้าที่แปลงเซตของน้ำหนักที่ทุกๆ โหนดไปเป็นค่าใหม่ กฎการอัปเดต (หรือก็คือการเรียนรู้ นั่นเอง) สามารถเขียนเป็น $w_{t+1} = U(w_t)$ ซึ่ง $w_t = \{w_1, \dots, w_M\}$ คือโครงข่ายน้ำหนักที่การวนซ้ำ t กฎการเรียนรู้ซึ่งมีอยู่หลายหลักการถูกนำมาใช้กับสถาปัตยกรรมโครงข่าย (ลักษณะของโหนดที่มีการเชื่อมต่อกัน) ส่วนใหญ่ใช้หลักการพิจารณาความคลาดเคลื่อนระหว่างเป้าหมายและเอาต์พุตที่ได้ โครงข่ายประสาทเทียมที่แพร่หลายที่สุดในปัจจุบันคือ ฟีดฟอเวด, แบ็กโพรพาเกชัน (Feed forward, Back propagation หรือ FFBP)

การรวมกันของการรู้จำรูปแบบโดยฟัชซีและโครงข่ายประสาทเทียมมีอยู่ 2 ลักษณะ ลักษณะแรกคือการใช้โครงข่ายประสาทเทียมสำหรับการคำนวณหลายๆ อย่างในเฟรมเวิร์กของแบบ โครงสร้างฟัชซี ตัวอย่างเช่น การสร้างฟังก์ชันสมาชิกภาพด้วยโครงข่ายประสาทเทียมและใช้ตัว กระทำของฟัชซีเช่น ยูเนียน, อินเตอร์เซกชันและอื่นๆ นอกจากนี้ยังมีความพยายามที่จะใช้โครงข่าย

ประสาทเทียมสร้างกฎสำหรับตัวควบคุมแบบฟัซซี (Fuzzy controller) หรือเพื่อปรับฟังก์ชันสมาชิกภาพอย่างอัตโนมัติซึ่งใช้ในงานการรู้จำรูปแบบและระบบควบคุม เป็นต้น

อาจกล่าวได้ว่ามีนักวิจัยหลายท่านได้พยายามสร้าง “ฟัซซี โครงข่ายประสาทเทียม” (Fuzzy CNNs) โดยการรวมฟัซซี “ใน” เฟรมเวิร์คของโครงข่ายประสาทเทียมซึ่งตรงข้ามกับการใช้โครงข่ายประสาทเทียม “ใน” เฟรมเวิร์คของแบบโครงสร้างฟัซซี ตัวอย่างเช่น เอาท์พุทเป้าหมายของโครงข่ายประสาทเทียมระหว่างการเรียนรู้สามารถเป็นเวกเตอร์ฟัซซีได้ (จุดภายในสามเหลี่ยม N_{fc} ในรูปที่ 3.14) ในกรณีนี้ ตัวโครงข่ายประสาทเทียมเองเปรียบเสมือนฟังก์ชันตัวแยกแยะแบบฟัซซี D บน N_{fc} ส่วนการใช้ฟัซซีในโครงข่ายประสาทเทียมในลักษณะอื่นๆ เช่น การเปลี่ยนฟังก์ชันอินติเกรเตอร์/ฟังก์ชันทรานเฟอร์ที่แต่ละโหนด

เป็นที่ทราบกันว่าโครงข่ายประสาทเทียมที่แพร่หลายส่วนใหญ่มีคุณสมบัติที่คล้ายพัฒนาเพิ่มจากอัลกอริธึมดั้งเดิมที่มีชื่อเสียง ตัวอย่างเช่น ฟีดฟอเวด, แบ็กโพรพาคเกชันได้ถูกพิสูจน์ว่าคล้ายการประมาณเวกเตอร์เบย์ (Bayes posterior vector) ในตัวแยกแยะโดยสถิติ [79] ผลที่น่าสนใจนี้แสดงถึง “ความสอดคล้อง” ของโครงข่ายประสาทเทียมกับแบบโครงสร้างในการรู้จำรูปแบบโดยสถิติซึ่งมีความสำคัญมาก เพราะทำให้เราไม่สับสนไปกับสาขาใหม่นี้

3.4 สรุป

จากที่ได้กล่าวมาทำให้ได้ทราบถึงความเหมาะสมของแบบโครงสร้างฟัซซีกับการใช้งานด้านการรู้จำรูปแบบโดยได้อธิบายหลักการของฟัซซีเบื้องต้น ความแตกต่างระหว่างความน่าจะเป็นและความคลุมเครือซึ่งเป็นหลักการพื้นฐานของแบบโครงสร้างฟัซซี ขั้นตอนต่างๆ ในการตัวแยกแยะซึ่งค่อนข้างซับซ้อนและยังรวมไปถึงการออกแบบตัวแยกแยะด้วย จะเห็นว่าแบบโครงสร้างจำเป็นต้องถูกออกแบบให้เหมาะสมกับจุดประสงค์ของงาน ส่วนการประมวลผลภาพนี้จะเห็นว่าคล้ายกับขบวนการในการรู้จำรูปแบบเนื่องจากเป็นงานที่คาบเกี่ยวกันอยู่ เช่น การทำฟรีโปรเซสซึ่ง เป็นต้น ท้ายสุดเป็นการแนะนำทฤษฎีทางปัญญาประดิษฐ์อีกแขนงที่น่าสนใจคือโครงข่ายประสาทเทียม โดยได้กล่าวแนะนำอย่างคร่าวๆ เพื่อเป็นแนวทางในการประยุกต์ใช้กับผู้ที่สนใจ ทั้งยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับแบบโครงสร้างฟัซซีได้อีกด้วย

ฟัซซีซีมีนแบบประมาณค่า

จากบทที่ 2 และ 3 ได้กล่าวถึงฮาร์ดและฟัซซีซีพาทิชัน (Hard and fuzzy c-partition) ฮาร์ดและฟัซซีซีมีน (Hard and fuzzy c-means) อย่างคร่าวๆ และ จะพบว่าการใช้พาทิชันเหล่านี้ช่วยให้แก้ไขปัญหาที่มีความซับซ้อนได้ ในบทนี้จะกล่าวถึงการแบ่งกลุ่มด้วยวิธีฟัซซีซีมีนและการเพิ่มประสิทธิภาพด้านความเร็วด้วยฟัซซีซีมีนแบบประมาณค่าซึ่งจะช่วยลดทรัพยากรและเวลาในการคำนวณลงได้มากโดยคุณภาพของผลพาทิชันยังคงเดิม

4.1 ฮาร์ดพาทิชันและฟัซซีซีพาทิชัน

ให้ $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ เป็นข้อมูลดิบซึ่ง n เป็นจำนวนข้อมูลที่ต้องการจะแบ่งกลุ่มและ x_k เป็น x ใดๆ โดย $x_k \in \mathbb{R}^p$ (จำนวนจริงมีมิติเท่ากับ p) ให้ $P(x)$ คือเพาเวอร์เซต (Power set) ของ x หรือก็คือเซตของเซตย่อย (Subset) ทุกอันที่เป็นไปได้ของ x จะได้ฮาร์ดพาทิชันของ X คือ $\{A_i \in P(x); 1 \leq i \leq c\}$ ซึ่งหมายความว่า A_i เป็นเซตของข้อมูลที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันและ c คือจำนวนกลุ่มข้อมูลที่ต้องการจะแบ่ง ในกรณีของฮาร์ดพาทิชันสามารถเขียนฟังก์ชันสมาชิกภาพ (Membership function) ของ x_k ใน A_i ดังใน (4.1) โดย u_{ik} คือค่าสมาชิกภาพ (Membership value) ซึ่งใช้บอกระดับความเป็นสมาชิกของ x_k ในเซต A_i

$$u_{ik} = \begin{cases} 1, & x_k \in A_i \\ 0, & x_k \notin A_i \end{cases} \quad (4.1)$$

ในกรณีของฮาร์ดพาทิชัน x_k จะต้องเป็นสมาชิกของกลุ่มข้อมูลเพียงกลุ่มเดียวเท่านั้น ให้ $x_k \in X$, $A_i \in P(x)$, $i = 1, 2, \dots, c$ และ $k = 1, 2, \dots, n$ จะสามารถเขียนเป็นสมการ (4.2) และ (4.3)

$$u_{ik} \in \{0, 1\}, \quad 1 \leq i \leq c, \quad 1 \leq k \leq n \quad (4.2)$$

$$\sum_{i=1}^c u_{ik} = 1, \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (4.3)$$

เนื่องจากกลุ่มข้อมูลแต่ละกลุ่มจะต้องมีสมาชิกอย่างน้อย 1 ตัวและไม่เกินจำนวนข้อมูลดิบทั้งหมด สามารถเขียนเป็น (4.4)

$$0 < \sum_{k=1}^n u_{ik} < n, \forall i \in \{1, 2, \dots, c\} \quad (4.4)$$

นิยาม 4.1 ฮาดซีฟาที่ชั้น กำหนดให้ $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ เป็นเซตของข้อมูลดิบและ V_{cn} คือเซตของเมตริกจำนวนจริง $U = [u_{ik}]$ ขนาด $c \times n$ แสดงดังสมการ (4.5) และ c เป็นเลขจำนวนเต็มซึ่งมีค่าอยู่ในช่วง $2 \leq c \leq n$ หรือก็คือจำนวนกลุ่มข้อมูลที่ต้องการจะแบ่งต้องมากกว่า 1 กลุ่มและต้องไม่เกินจำนวนข้อมูลดิบทั้งหมด ดังนั้นเซตฮาดซีฟาที่ชั้นสำหรับ X แสดงดังสมการ (4.6)

$$V_{cn} = \{U_1, U_2, \dots, U_m / u_{ik} \in \{0, 1\} \text{ และ (4.3) เป็นจริง}\} \quad (4.5)$$

$$M_c = \{U \in V_{cn}\} \quad (4.6)$$

ตัวอย่างที่ 4.1 ให้ X เป็นเซตของรถ 3 คัน $X = \{x_1 = \text{Ford}, x_2 = \text{Toyota}, x_3 = \text{Chrysler}\}$ ถ้าต้องการแบ่งเป็น 2 กลุ่มข้อมูล ($c = 2$) จาก (2.2-2.3) จะได้ฮาดซีฟาที่ชั้นของ X 3 ดังนี้

$$U_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad U_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad U_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

ถ้าโคที่เรีย (Criteria) ของการแบ่งกลุ่มข้อมูลเป็นการแบ่งกลุ่มข้อมูลระหว่างรถอเมริกาและญี่ปุ่นแล้ว U_3 น่าจะเป็นพาที่ชั้นที่เหมาะสมที่สุดในความเป็นจริงขอบเขตของรถอเมริกาและรถญี่ปุ่นไม่แน่นอนเพราะอุปกรณ์บางส่วนของรถอเมริกาเป็นของญี่ปุ่นและอุปกรณ์บางส่วนของรถญี่ปุ่นเป็นของอเมริกา ดังนั้นการแก้ปัญหาคือให้ u_{ik} มีค่าอยู่ในช่วง $[0, 1]$ หรือเป็นแบบฟัซซีนั่นเองซึ่งสามารถเขียนนิยามของฟัซซีพาที่ชั้นได้ดังนี้

นิยามที่ 4.2 ฟัซซีพาที่ชั้น ให้ X และ c เป็นไปตามนิยามที่ 4.1

$$V_{cn} = \{U_1, U_2, \dots, U_m / u_{ik} \in [0, 1] \text{ และ (4.3) เป็นจริง}\} \quad (4.7)$$

$$M_{fc} = \{U \in V_{cn}\} \quad (4.8)$$

ดังนั้นจากตัวอย่างที่ 4.1 จะสามารถเขียนในรูปแบบฟัซซีพาที่ชั้นได้เป็น

$$U_1 = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.2 & 0.9 \\ 0.1 & 0.8 & 0.1 \end{bmatrix}$$

4.2 การแบ่งกลุ่มข้อมูลด้วยวิธีฮาดซีมีนและพีชชีซีมีน

จากตัวอย่างที่ 4.1 ทำให้ทราบว่าพีชชีซีพาทิชั่นมีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาหากว่าฮาดซีพาทิชั่นซึ่งทำให้การแบ่งกลุ่มข้อมูลด้วยวิธีพีชชีซีมีนก็มีความยืดหยุ่นมากกว่าวิธีฮาดซีมีนเช่นกัน แต่วิธีฮาดซีมีนก็เป็นพื้นฐานของวิธีพีชชีซีมีนและก็ยังเป็นประโยชน์ในปัญหาที่ไม่ซับซ้อน อีกทั้งยังลู่เข้าไปเร็วกว่าวิธีพีชชีซีมีน ในหัวข้อนี้จึงกล่าวถึงทั้งวิธีฮาดซีมีนและวิธีพีชชีซีมีน

4.2.1 อัลกอริธึมฮาดซีมีน

การเลือกใช้พาทิชั่นจากฮาดซีพาทิชั่นและพีชชีซีพาทิชั่นมีอยู่ 3 วิธีคือ วิธีไฮเออราซิคัล (Hierarchical), วิธีทฤษฎีกราฟ (Graph theoretic) และวิธีฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective function) ซึ่งการใช้ฟังก์ชันวัตถุประสงค์เป็นวิธีที่แพร่หลายมากที่สุด สมการที่นิยมใช้เรียกว่า Over all within-group sum of square errors (4.9)

$$J_w(U, V) = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^c u_{ik} \|x_k - v_i\|^2 \quad (4.9)$$

ซึ่ง $U = [u_{ik}] \in M_c$ หรือ M_{nc} , $V = (v_1, v_2, \dots, v_c)$ ซึ่ง v_i เป็นจุดศูนย์กลางของกลุ่มข้อมูล A_i แสดงดังสมการ (4.10)

$$v_i = \frac{\sum_{k=1}^n u_{ik} x_k}{\sum_{k=1}^n u_{ik}} \quad (4.10)$$

หรือ v_i คือค่าเฉลี่ย (ของฮาดซีพาทิชั่น) หรือค่าเฉลี่ยน้ำหนัก (ของพีชชีซีพาทิชั่น) ของทุกจุดข้อมูลใน A_i สมมติว่า $x_k, v_i \in \mathcal{R}^p$ ซึ่ง U คือฮาดซีพาทิชั่น ดังนั้น $J_w(U, V)$ จาก (4.9) เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$J_w(U, V) = \sum_{i=1}^c \left(\sum_{x_k \in A_i} \|x_k - v_i\|^2 \right) \quad (4.11)$$

จาก (4.11) ที่ได้ชื่อว่า Over all within-group sum of square errors ซึ่ง $u_{ik} \|x_k - v_i\|^2$ ก็คือค่าความผิดพลาดกำลังสอง (Square errors) ที่เกิดขึ้นระหว่าง x_k กับ v_i โดยค่า $J_w(U, V)$ ควรจะน้อยถ้าจุดข้อมูลนั้นอยู่ในกลุ่มข้อมูลแบบฮาด A_i ที่มีจุดศูนย์กลางที่ v_i สามารถเขียนได้ดังสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(4.12) ดังนั้นทั้งอัลกอริทึมฮาดซีมีนและพีซซีมีนก็คือการวนซ้ำเพื่อหาค่า $J_w(U, V)$ ที่ดีที่สุดหรือน้อยที่สุดนั่นเอง

$$\text{ถ้า } (M_c = U_m M_{fc} = U_m) \text{ แล้ว } (J_w(U_m, V_m) = \min(\forall J_m(U, V))) \quad (4.12)$$

อัลกอริทึมการแบ่งกลุ่มแบบฮาดซีมีน

1. สมมุติว่าข้อมูล n จุดข้อมูล $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ซึ่ง $x_i \in \mathbb{R}^p$ โดย $2 \leq c \leq n-1$ และเริ่มต้นให้ $U^{(0)} \in M_c$
2. ให้ $l = 0, 1, 2, \dots$ เป็นตัวบอกจำนวนรอบจะได้เวกเตอร์ซีมีน (C-means vectors) (4.13)

$$v_i^{(l)} = \frac{\sum_{k=1}^n u_{ik}^{(l)} x_k}{\sum_{k=1}^n u_{ik}^{(l)}} \quad (4.13)$$

3. ทำการอัปเดต (Update) ค่าสมาชิกภาพจาก $U^{(l)} \rightarrow U^{(l+1)}$ โดยใช้ (4.14)

$$u_{ik}^{(l+1)} = \begin{cases} 1 & \|x_k - v_i^{(l)}\| = \min_{1 \leq j \leq c} (\|x_k - v_j^{(l)}\|) \\ 0 & \text{อื่นๆ} \end{cases} \quad (4.14)$$

4. เปรียบเทียบ $U^{(l)}$ กับ $U^{(l+1)}$ ดังนี้
ถ้า $\|U^{(l+1)} - U^{(l)}\| < \varepsilon$ (ค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้)
แล้ว จบการทำงาน
มิฉะนั้น $l = l + 1$ และกลับไปทำในขั้นตอนที่ 2 ซ้ำอีกครั้ง

จากอัลกอริทึมการแบ่งกลุ่มแบบฮาดซีมีนมีอยู่ 4 ขั้นตอนหลักซึ่งสามารถอธิบายได้ดังนี้คือ กำหนดจำนวนกลุ่มข้อมูลที่ต้องการจะแบ่งและเมตริกค่าสมาชิกภาพเริ่มต้น, หาจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลหรือเวกเตอร์ซีมีน, อัปเดตค่าสมาชิกภาพจากสมการค่าความผิดพลาดกำลังสองน้อยสุดระหว่างจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลและจุดข้อมูลและขั้นตอนสุดท้ายคือหยุดเมื่อค่าความผิดพลาดอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ถ้าไม่แล้วให้กลับไปทำขั้นตอนที่ 2 ซ้ำอีกครั้ง

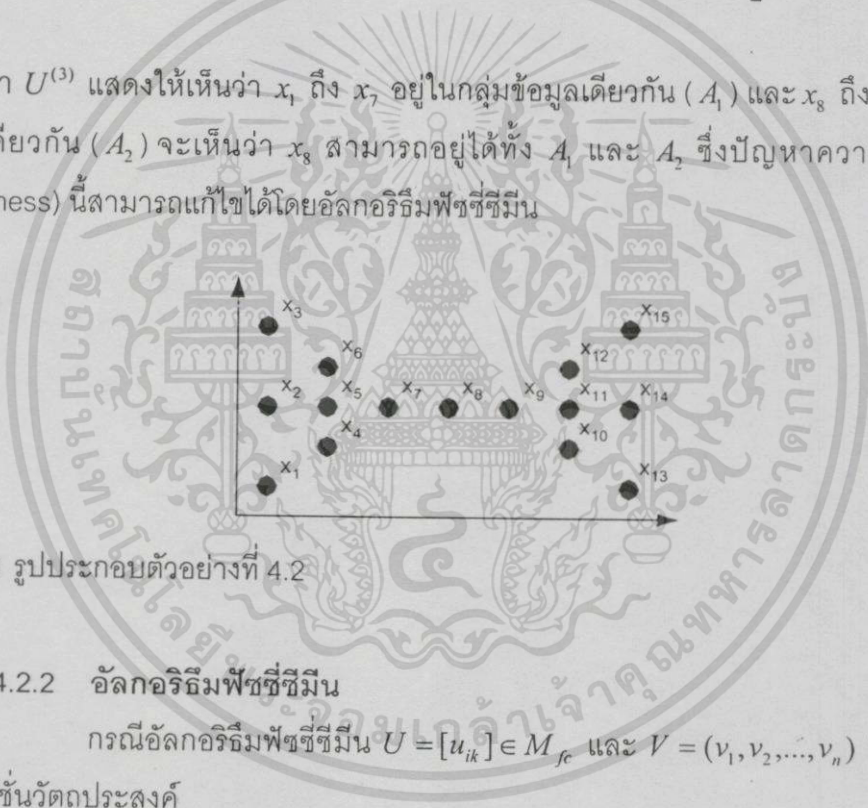
ตัวอย่างที่ 4.2 สมมติว่า X ประกอบด้วยจุดข้อมูล 15 จุดแสดงดังรูปที่ 4.1 จะเห็นว่ามีลักษณะคล้ายรูปผีเสื้อซึ่ง x_1 ถึง x_7 อยู่ทางฝั่งซ้ายและ x_9 ถึง x_{15} อยู่ทางฝั่งซ้ายโดยมี x_8 อยู่ตรงกลาง ถ้าต้องการแบ่งข้อมูลนี้ออกเป็น 2 กลุ่ม ($c = 2$) โดยใช้โคที่เรียงด้านระยะห่างและค่าสมาชิกภาพเริ่มต้นดังนี้

$$U^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

ใช้อัลกอริทึมแบบฮาดซีมีนซึ่งจากการทดลองจะหยุดอยู่ที่ $l = 3$ โดยมีค่าสมาชิกภาพดังนี้

$$U^{(3)} = U^{(4)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

จะเห็นว่า $U^{(3)}$ แสดงให้เห็นว่า x_1 ถึง x_7 อยู่ในกลุ่มข้อมูลเดียวกัน (A_1) และ x_8 ถึง x_{15} อยู่กลุ่มข้อมูลเดียวกัน (A_2) จะเห็นว่า x_8 สามารถอยู่ได้ทั้ง A_1 และ A_2 ซึ่งปัญหาความไม่แน่นอน (Vagueness) นี้สามารถแก้ไขได้โดยอัลกอริทึมฟัชซีซีมีน



รูปที่ 4.1 รูปประกอบตัวอย่างที่ 4.2

4.2.2 อัลกอริทึมฟัชซีซีมีน

กรณีอัลกอริทึมฟัชซีซีมีน $U = [u_{ik}] \in M_{fc}$ และ $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ ซึ่ง $v_i \in \mathbb{R}^p$ จะมีฟังก์ชันวัตถุประสงค์

$$J_w(U, V) = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^c (u_{ik})^m \|x_k - v_i\|^2 \quad (4.15)$$

โดย m คือค่าเอกโปเน้นน้ำหนัก (Weight exponent) ซึ่งเป็นค่าจำนวนจริงที่อยู่ในช่วง $m \in (1, \infty)$

ทฤษฎีที่ 2.1 ให้ข้อมูล $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ซึ่ง $x_i \in \mathcal{R}^p$ โดย $2 \leq c \leq n$ และ $m \in (1, \infty)$ และสมมุติว่า $\|x_k - v_i\| \neq 0$ สำหรับ $1 \leq k \leq n, 1 \leq i \leq c$ ดังนั้น $U = [u_{ik}]$ และ $V = (v_1, v_2, \dots, v_c)$ ค่าต่ำสุดแบบโลคอลล (Local minimum) ของ $J_w(U, V)$ เมื่อ

$$u_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{\|x_k - v_i\|}{\|x_k - v_j\|} \right)^{\frac{m}{m-1}}}, 1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq n \quad (4.16)$$

$$v_i = \frac{\sum_{k=1}^n (u_{ik})^m x_k}{\sum_{k=1}^n (u_{ik})^m}, 1 \leq i \leq c \quad (4.17)$$

(4.16-4.17) สามารถพิสูจน์ได้ด้วยวิธีการคูณแบบลากรองจ์ (Lagrange multiplier) ซึ่งไม่นำมาแสดงในที่นี้

อัลกอริทึมการแบ่งกลุ่มแบบพีซีซีมิน

1. สมมุติว่าข้อมูล n จุดข้อมูล $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ซึ่ง $x_i \in \mathcal{R}^p$ โดย $2 \leq c \leq n-1$ และเริ่มต้นให้ m และ $U^{(0)} \in M_{fc}$
2. ให้ $l = 0, 1, 2, \dots$ เป็นตัวบอกจำนวนรอบจะได้เวกเตอร์ซีมิน (C-means vectors) (4.18)

$$v_i^{(l)} = \frac{\sum_{k=1}^n (u_{ik}^{(l)})^m x_k}{\sum_{k=1}^n (u_{ik}^{(l)})^m}, 1 \leq i \leq c \quad (4.18)$$

3. ทำการอัปเดต (Update) ค่าสมาชิกภาพจาก $U^{(l)} \rightarrow U^{(l+1)}$ โดยใช้ (4.19)

$$u_{ik}^{(l+1)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{\|x_k - v_i^{(l)}\|}{\|x_k - v_j^{(l)}\|} \right)^{\frac{m}{m-1}}}, 1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq n \quad (4.19)$$

4. เปรียบเทียบ $U^{(l)}$ กับ $U^{(l+1)}$ ดังนี้

$$\text{ถ้า } \|U^{(l+1)} - U^{(l)}\| < \varepsilon \text{ (ค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แล้ว จบการทำงาน

มีฉะนั้น $l = l + 1$ และกลับไปทำในขั้นตอนที่ 2

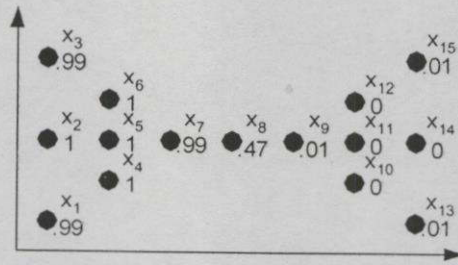
จากอัลกอริทึมฟัซซีซิมินจะพบว่ามีพารามิเตอร์ (Parameter) ที่มากกว่าอัลกอริทึมฮาดซีมีนอยู่หนึ่งตัวคือค่าคงที่น้ำหนัก m ที่มีค่าอยู่ในช่วง $m \in (1, \infty)$ ซึ่งค่า m จะควบคุมความคลุมเครือ (Fuzziness) ของการประมวลผลทั้งหมด ถ้า m เข้าใกล้ 1 มากๆ ($m \rightarrow 1$) จะทำให้อัลกอริทึมฟัซซีซิมินมีความใกล้เคียงกับอัลกอริทึมฮาดซีมีนมาก (คือเกือบทำให้ค่าสมาชิกภาพเป็นเพียง 1 หรือ 0 เท่านั้น) ถ้า m เข้าใกล้ ∞ มากๆ ($m \rightarrow \infty$) จะทำให้ค่า J_m เข้าใกล้ 0 มากๆ ($J_m \rightarrow 0$) เนื่องจากค่าสมาชิกภาพอยู่ในช่วง $[0, 1]$ เมื่อยกกำลังด้วยลำดับที่สูงขึ้นจะมีค่าเข้าใกล้ 0 มากขึ้นหรือแปลความได้ว่าเมื่อค่า m มีค่าสูงขึ้น การแบ่งค่าสมาชิกภาพของข้อมูลนั้นไปให้กับแต่ละกลุ่มข้อมูลจะมีความละเอียดมากขึ้น สรุปได้ว่าค่าคงที่น้ำหนัก m จะควบคุมขอบเขตของค่าสมาชิกภาพของข้อมูลนั้นๆ ในแต่ละกลุ่มข้อมูล ซึ่งถ้ากำหนดให้พารามิเตอร์ทุกตัวในอัลกอริทึมคงที่ เมื่อเพิ่มค่า m จะทำให้ J_m ลดลงและทำให้เวลาในการลู่เข้า (Convergence) นานขึ้นด้วย มิงงานวิจัยหลายๆงานได้ทดสอบการเลือก m ค่าต่างและผลที่เกิดขึ้นซึ่งได้กล่าวในบทที่ 2 และ 3 อย่างไรก็ตามยังไม่มีทฤษฎีในการเลือกค่าคงที่น้ำหนักที่แน่นอน การลู่เข้าของระบบแสดงดังสมการ (4.20) ซึ่งการพิสูจน์จะไม่นำมาแสดงในที่นี้

$$J_m(U^{(l+1)}, V^{(l+1)}) \leq J_m(U^{(l)}, V^{(l)}) \quad (4.20)$$

จากตัวอย่างที่ 4.2 ถ้าใช้พารามิเตอร์ของอัลกอริทึมฟัซซีซิมินดังนี้ $c = 2, m = 1.25, \varepsilon = 0.01$ และกำหนดค่าสมาชิกเริ่มต้นดังนี้

$$U^{(0)} = \begin{bmatrix} 0.854 & 0.146 & 0.854 & \dots & 0.854 \\ 0.146 & 0.854 & 0.146 & \dots & 0.146 \end{bmatrix}_{2 \times 15}$$

ซึ่งจากการทดลอง อัลกอริทึมฟัซซีซิมินจะหยุดเมื่อ $l = 5$ และค่าสมาชิกภาพ $U^{(5)}$ แสดงดังรูปที่ 4.3 ซึ่งจะเห็นว่า x_8 มีค่าสมาชิกภาพใน A_1 เท่ากับ 0.47 แสดงว่า x_8 อยู่ในทั้งสองกลุ่มข้อมูลโดยมีค่าสมาชิกภาพใกล้เคียงกันซึ่งตรงกับความเป็นจริงว่า x_8 สามารถอยู่ได้ทั้งสองกลุ่มข้อมูล



รูปที่ 4.2 ค่าสมาชิกจากตัวอย่างที่ 4.2 โดยใช้อัลกอริทึมฟัซซีซีมีน

4.3 ฟัซซีซีมีนแบบประมาณค่า

จากที่ได้กล่าวถึงอัลกอริทึมฟัซซีซีมีนจะเห็นว่าใช้ทรัพยากร (Resources) สูงทั้งทางด้านหน่วยความจำและเวลาในการคำนวณเนื่องจากการแบ่งกลุ่มข้อมูลจะใช้ข้อมูลทุกๆจุดมาประมวลผลประกอบกับใช้หลักการวนซ้ำ (Iterative) ทำให้สิ้นเปลืองทรัพยากรมาก ตัวอย่างข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอ (Magnetic resonance image หรือ MRI) ส่วนผสมที่ใช้ในงานวิจัยนี้คือ

- n เป็นจำนวนจุดข้อมูลซึ่งมีขนาด 256×256 ($n = 65536$)
- p เป็นมิติของข้อมูลซึ่งในข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอจะมี 3 มิติคือ ภาพที1เวจ (T1 weight), ภาพที2เวจ (T2 weight) และภาพโปรตอนเดนซิตี (Proton density) ซึ่งกล่าวถึงที่มาโดยละเอียดในภาคผนวก ก. ($p = 3$)
- c เป็นจำนวนกลุ่มข้อมูลที่ต้องการจะแบ่งซึ่งจากสมมุติฐานที่ได้กล่าวในบทที่ 1 มีสมมุติฐานว่าสมองแบบปกติจะมีจำนวนกลุ่มข้อมูล 5 กลุ่ม ($c = 5$)

จากพารามิเตอร์ที่ได้กล่าวมาจะเห็นว่ามีความที่ค่อนข้างใหญ่มากเช่น ข้อมูลอินพุต $[x]$ มีขนาด $n \times p$ นอกจากนี้ยังต้องพิจารณาชนิดของข้อมูลซึ่งมีขนาดต่างกัน พารามิเตอร์หลายๆตัวใน อัลกอริทึมฟัซซีซีมีนเป็นจำนวนจริง (Real) ซึ่งมีขนาด 4 ไบต์ (Byte) เช่นค่าสมาชิกภาพ $[u]$ มีขนาด $c \times n$ ซึ่งมีค่าอยู่ในช่วง $[0.0, 1.0]$ และค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูล $[v]$ มีขนาด $c \times p$ ซึ่งมีค่าอยู่ในช่วง $[0.0, 255.0]$ อีกทั้งยังต้องทำการคำนวณใหม่ (อัปเดต) ทุกการวนซ้ำในอัลกอริทึมจากที่กล่าวมาข้างต้นเป็นเหตุผลที่ทำให้มีการพัฒนาอัลกอริทึมเพื่อลดเวลาในการประมวลผลรวมถึงลดการใช้ทรัพยากรเรียกว่าอัลกอริทึมฟัซซีซีมีนแบบประมาณค่า (Approximated fuzzy c-means หรือ AFKM) อัลกอริทึมนี้ประกอบด้วยหลักการหลักสองหลักการคือ การประมาณค่าและการสร้างตาราง (Lookup table) โดยการประมาณค่าทำเพื่อให้ตัวแปรต่างๆใช้ขนาดหน่วยความจำน้อยลง ในที่นี้จะประมาณค่าตัวแปรสามตัวคือ ค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูล, ค่าสมาชิกภาพและค่าระยะทางยูคลิดีเนียน (Euclidian distance) คือจาก $(v, u, \{dk\})$ จากอัลกอริทึมฟัซซีซีมีนไปเป็น

$(\bar{v}, \bar{u}, \{dk\})$ ของอัลกอริทึมพีซีซีมีนแบบประมาณค่าซึ่งเป็นการกำหนดเป็น $([V],[U],[DK])$ ตามลำดับ ส่วนการสร้างตารางนั้นทำเพื่อลดจำนวนครั้งในการคำนวณลงโดยใช้หลักการคำนวณเก็บเป็นตารางไว้ก่อน เมื่อต้องการใช้อีกครั้งก็สามารถนำมาใช้ได้โดยไม่ต้องคำนวณซ้ำอีกครั้ง หลักการโดยละเอียดจะกล่าวในหัวข้อย่อยอีกครั้ง

4.3.1 การประมาณค่า

การประมาณค่าสมาชิกภาพ (u) และค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูล (v) มีวิธีดังนี้

4.3.1.1 การประมาณค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูล

เนื่องจากค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลในอัลกอริทึมพีซีซีมีนมีค่าเป็นจำนวนจริงในช่วง $[0.0,255.0]$ (เนื่องจากข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอเป็นภาพระดับเทา (Gray level image) แบบ 8 บิต (Bit) ซึ่งมี 256 ระดับ) การที่จะทำให้อัลกอริทึมพีซีซีมีนแบบประมาณค่าสามารถเปลี่ยนจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลให้ใส่เข้าได้นั้นมีนวลเหมือนอัลกอริทึมพีซีซีมีนนั้นจำเป็นต้องมีการประมาณค่าที่เหมาะสม (คือไม่มากเกินไปหรือน้อยเกินไป) ในที่นี้ใช้การคูณ 10 คือเอาทศนิยม 1 ตำแหน่งและปิดเป็นจำนวนเต็ม (Integer) ที่ใกล้เคียงนั่นเอง ดังนั้นจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลใหม่สามารถเขียนได้เป็น $[V]_{cxn}$ ซึ่งเป็นจำนวนเต็มขนาด 2 ไบต์ ทำให้ได้ \bar{v} อยู่ในช่วง $[0,2550]$ จากตรงนี้จะพบว่าถ้าคิดทศนิยม 2 ตำแหน่งคือเอาไปคูณด้วย 100 จะได้ \bar{v} อยู่ในช่วง $[0,25500]$ ซึ่งก็ยังเป็นจำนวนเต็มขนาด 2 ไบต์อยู่ดีและยังได้ความละเอียดมากขึ้นด้วย แต่ทั้งนี้การเลือกใช้ก็ขึ้นอยู่กับความละเอียดที่ต้องการ (ในงานวิจัยนี้จะใช้การประมาณค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลด้วยทศนิยม 1 ตำแหน่ง)

4.3.1.2 การประมาณค่าสมาชิกภาพ

เนื่องจากค่าสมาชิกภาพในอัลกอริทึมพีซีซีมีนเป็นค่าจำนวนจริงอยู่ในช่วง $[0.0,1.0]$ อัลกอริทึมพีซีซีมีนแบบประมาณค่าจะประมาณค่าสมาชิกภาพนี้โดยการคูณด้วย 1000 หรือก็คือการคิดทศนิยม 3 ตำแหน่งและปิดเป็นจำนวนเต็มที่ใกล้เคียง ดังนั้นสามารถเขียนค่าสมาชิกภาพใหม่เป็น $[U]_{cxn}$ ซึ่งเป็นจำนวนเต็มขนาด 2 ไบต์ทำให้ได้ \bar{u} อยู่ในช่วง $[0,1000]$ จากตรงนี้มีลักษณะคล้ายกับหัวข้อการประมาณค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มคือถ้าคิดทศนิยม 4 ตำแหน่งคือคูณด้วย 10000 จะได้ \bar{u} อยู่ในช่วง $[0,10000]$ ซึ่งก็ยังเป็นจำนวนเต็มขนาด 2 ไบต์ (ในงานวิจัยนี้จะใช้การประมาณค่าสมาชิกภาพด้วยทศนิยม 1 ตำแหน่ง)

4.3.2 การสร้างตาราง

เนื่องจากการวนซ้ำของอัลกอริทึมพีซีซีมีนทำให้ต้องใช้จำนวนครั้งในการคำนวณมาก ตัวอย่างเช่น สมการในการหาจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูล (4.18) จะเห็นว่าในแต่ละรอบของการวนซ้ำตัวเศษต้องทำการคูณ $c \times p \times n$ ครั้งจากนั้นต้องทำการหารกับตัวส่วนอีก $c \times p$ ครั้ง จากตัวอย่างนี้จะเห็นว่าจำนวนครั้งในการคำนวณมีมาก ดังนั้นอัลกอริทึมพีซีซีมีนแบบประมาณค่าจะสร้างตารางสำหรับสมการ 3 สมการคือ สมการค่าระยะทางยูคลิเดียน (d_{ik}), สมการค่าสมาชิกภาพ (u_{ik}) และสมการค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูล (v_i) โดยจุดมุ่งหมายในการสร้างตารางคือการลดจำนวนการคูณและจำนวนการหาร หลักการคือการใช้ตารางลอการิทึม (Logarithm) และตารางแอนติลอการิทึม (Anti-logarithm) เช่น ถ้าต้องการเอา 11 คูณ 7 ในการคูณในทางดิจิตอล (Digital) คือการเอา 11 มาบวกกัน 7 ครั้ง แต่ในหลักการตารางลอการิทึมและแอนติลอการิทึมจะแสดงได้ดังนี้

$$\text{anti log}(\log 11 + \log 7) = \text{คำตอบ}$$

จะเห็นว่าวิธีนี้สามารถคำนวณได้เร็วกว่าเนื่องจากการคำนวณตารางลอการิทึมและตารางแอนติลอการิทึมไว้ก่อนเพื่อที่จะนำมาใช้ในการคำนวณครั้งต่อๆมา แต่ทั้งนี้การที่จะทำเช่นนี้ได้จำเป็นต้องรู้ธรรมชาติของข้อมูลและขอบเขตของข้อมูลเพื่อกำหนดขอบเขตที่แน่นอนของตาราง โดยตารางในอัลกอริทึมพีซีซีมีนแบบประมาณค่าสามารถแบ่งได้ 6 ตารางดังนี้

- ตารางที่ให้ผลเป็นจำนวนเต็มขนาด 2 ไบต์จำนวน 2 ตาราง
- ตารางที่ให้ผลเป็นจำนวนเต็มขนาด 4 ไบต์จำนวน 2 ตาราง
- ตารางที่ให้ผลเป็นจำนวนจริงขนาด 4 ไบต์จำนวน 2 ตาราง

4.3.2.1 สมการระยะทางยูคลิเดียน

จากสมการระยะทางยูคลิเดียน (4.21) เป็นสมการที่ใช้หาระยะทางระหว่างจุดข้อมูลใดๆกับจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูล

$$d_{ik} = \sqrt{\sum_{l=1}^p (x_{kl} - v_{il})^2} \quad (4.21)$$

จาก (4.21) การวนซ้ำในแต่ละรอบใช้การถอดราก (Square root) จำนวน $c \times n$ ครั้ง ซึ่งในแต่ละครั้ง (4.21) จะต้องใช้การลบ p ครั้ง, การยกกำลัง p ครั้งและการบวก $p-1$ ครั้งซึ่งอัลกอริทึมพีซีซีมีนแบบประมาณค่าแทน (4.21) โดยใช้ตาราง 2 ตาราง

$$TABLEA[i,l,y] = 0.01 \times ((10 \times y) - V[i,l])^2 \quad (4.22)$$

โดย $1 \leq i \leq c, 1 \leq l \leq p, 0 \leq y \leq 255$

โดย y คืออินพุตของ $TABLEA$ ซึ่งก็คือ x_{kl} นั้นเอง จาก (4.22) x_{kl} จะต้องเอาไปคูณด้วย 10 เนื่องจาก v_{il} ได้ถูกประมาณค่าโดยการคูณ 10 แล้ว ดังนั้นผลลัพธ์ที่เป็นไปได้จากตาราง $TABLEA$ คือ ค่าจำนวนจริงขนาด 4 ไบต์ [0.0,65025.0] และ $TABLEA$ จะต้องมีการคำนวณใหม่ทุกรอบของการวนซ้ำเนื่องจากในแต่ละรอบมีการคำนวณจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลทุกครั้ง จากนั้นก็เอาผลรวมของ $TABLEA$ ในทุก l มาใส่ใน $TABLEB$ ดังสมการ (4.23) ($round(x)$ คือการทำให้ x เป็นจำนวนเต็ม)

$$TABLEB[y] = round(10\sqrt{y}) \quad (4.23)$$

โดย $0 \leq y \leq 65025$

ดังนั้นผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของ $TABLEB$ คือ ค่าจำนวนเต็มขนาด 2 ไบต์ [0,2550] ดังนั้นสมการระยะทางยูคลิเดียน (4.21) สามารถเขียนใหม่โดยใช้ $TABLEA$ และ $TABLEB$ เป็น (4.24)

$$DK[i] = TABLEB \left[\frac{\sum_{l=1}^p TABLEA[i,l,x[k,l]]}{p} \right] \quad (4.24)$$

$$= \frac{10 \sqrt{\sum_{l=1}^p (x[k,l] - v[i,l])^2}}{\sqrt{p}} \quad (4.25)$$

4.3.2.2 สมการค่าสมาชิกภาพ

จากสมการค่าสมาชิกภาพ (4.19) สามารถเขียนในรูปของระยะทางยูคลิเดียนดังสมการ (4.26)

$$u_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{d_{ik}}{d_{jk}} \right)^{\frac{2}{m-1}}} \quad (4.26)$$

อัลกอริทึมพีซีซีมีนแบบประมาณค่ากำหนด $TABLEC$ ซึ่งเป็นสมการลอการิทึมและ $TABLED$ เป็นสมการแอนตี้ลอการิทึมดังสมการ (4.27) และ (4.28) ตามลำดับ

$$TABLEC[y] = \text{round} \left[\frac{20000}{m-1} \times \log(0.1 \times y) \right] \quad (4.27)$$

โดย $0 \leq y \leq 2550$

$$TABLED[y] = 10^{(0.0001 \times y)} \quad (4.28)$$

สามารถเขียนสมการค่าสมาชิกภาพ (4.26) โดยให้ $TABLEC$ และ $TABLED$ ได้ดัง (4.29)

$$U[i,k] = \frac{1000}{\sum_{j=1}^c TABLED[TABLEC[DK[i]] - TABLEC[DK[j]]]} \quad (4.29)$$

$$= \frac{1000}{\sum_{j=1}^c 10^{0.0001 \times \log \left(\frac{0.1 \times DK[i]}{0.1 \times DK[j]} \right)^{\frac{20000}{m-1}}} } \quad (4.30)$$

$$= 1000 \times \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{0.1 \times DK[i]}{0.1 \times DK[j]} \right)^{\frac{20000}{m-1}}} \quad (4.31)$$

ดังนั้น $U[i,k] = 1000 \times \overline{u_{ik}}$ โดย $1 \leq i \leq c, 1 \leq k \leq n$

สมมติว่าให้ $m \geq 1.01$ แล้ว $TABLEC$ จะมีค่าน้อยสุดเป็น -2000000 และค่ามากที่สุดเป็น 4813030 ดังนั้น $TABLEC$ จะให้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มขนาด 4 ไบต์ซึ่งค่าที่ได้สามารถเป็นได้ถึงหลักล้าน (10^6) ซึ่งค่าที่ได้จาก $TABLEC$ จะต้องนำไปใช้กับ $TABLED$ ซึ่งจะทำให้ขนาดของ $TABLED$ ใหญ่มาก แต่ในการใช้งานจริงไม่จำเป็นเนื่องจากจุดประสงค์ของการนำเอา $TABLEC$ และ $TABLED$ มาใช้ก็เพื่อคำนวณแทนสมการ (4.26) ซึ่งจะเห็นว่าถ้าค่าที่ใส่เข้าไปใน $TABLED$ (ค่าที่ได้จาก $TABLEC$) มีค่าน้อยมาก ๆ ก็จะมีผลทำให้ u_{ik} มีค่าน้อยมากจนสามารถให้ u_{ik} เท่ากับ 0 ได้ กล่าวโดยสรุปคือค่า y ใน $TABLED$ สามารถมีค่าอยู่ในช่วง $-30000 \leq y \leq 30000$ หรือคือ $-10000 \log(1000) \leq y \leq 10000 \log(1000)$ ดังนั้นผลลัพธ์ที่ได้จาก $TABLED$ จะเป็นจำนวนจริง 4 ไบต์

4.3.2.3 สมการค่าจุดศูนย์กลางกลุ่ม

จากสมการค่าจุดศูนย์กลางกลุ่ม (4.18) อัลกอริทึมพีซีที่มีนแบบประมาณค่าจะใช้ *TABLEE* และ *TABLEF* ดังแสดงในสมการ (4.32) และ (4.33) ตามลำดับ

$$\begin{aligned} TABLEE[y] &= \text{round}((10000 \times m) \times \log(0.001 \times y)) \\ \text{โดย } 1 \leq y \leq 1000 \end{aligned} \quad (4.32)$$

แต่ในความเป็นจริงแล้วค่า y ซึ่งก็คือค่า u_{ik} สามารถเป็น 0 ได้ ดังนั้นในกรณีที่ u_{ik} เป็น 0 ก็คิดเหมือนกับว่าค่า u_{ik} เป็น 1 ซึ่งสามารถประมาณเช่นนี้ได้เนื่องจากทั้งสองค่านี้ใกล้เคียงกันและผลลัพธ์จาก *TABLEE* เป็นจำนวนเต็ม 4 ไบต์ $[-30000 m, 0]$

$$\begin{aligned} TABLEF[y] &= \text{round}((10000) \times \log(y)) \\ \text{โดย } 1 \leq y \leq 255 \end{aligned} \quad (4.33)$$

แต่ในความเป็นจริงแล้วค่า y ซึ่งก็คือค่า x_{ik} สามารถเป็น 0 ได้ ดังนั้นในกรณีที่ x_{ik} เป็น 0 ก็คิดเหมือนว่าค่า x_{ik} เป็น 1 ซึ่งสามารถประมาณเช่นนี้ได้เนื่องจากทั้งสองค่านี้ใกล้เคียงกันและผลลัพธ์จาก *TABLEF* เป็นจำนวนเต็ม 2 ไบต์ $[0, 24065]$

จากสมการ *TABLEE* และ *TABLEF* สามารถเขียนแทนสมการ (4.18) ได้ดัง (4.34)

$$V[i, l] = \frac{10 \sum_{k=1}^n TABLED[TABLEE[U[i, k]] + TABLEF[X[k, l]]]}{\sum_{k=1}^n TABLED[TABLEE[U[i, k]]]} \quad (4.34)$$

$$= \frac{10 \sum_{k=1}^n 10^{0.0001(\log((0.001 \times U[i, k])^{10000m}) + \log(X[k, l]^{10000}))}}{\sum_{k=1}^n 10^{0.0001(\log((0.001 \times U[i, k])^{10000m}))}} \quad (4.35)$$

$$= \frac{10 \sum_{k=1}^n (0.001 \times U[i, k])^m X[k, l]}{\sum_{k=1}^n (0.001 \times U[i, k])^m} \quad (4.36)$$

แต่เนื่องจาก $U[i, k] = 1000 \times \overline{u_{ik}}$ ดังนั้นสามารถเขียนใหม่ได้ดังสมการ (4.37) และ (4.38)

$$V[i, k] = \frac{10 \sum_{k=1}^n (\overline{u_{ik}})^m X_{kl}}{\sum_{k=1}^n (\overline{u_{ik}})^m} \quad (4.37)$$

$$= 10 \times \overline{v_{il}} \quad (4.38)$$

จากตารางทั้ง 6 ตารางสามารถสรุปได้ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 สรุปตารางทั้ง 6 ตารางของพีชชีมีนแบบประมาณค่า

ตาราง	อินพุต y	เอาต์พุต
$TABLEA[i, l, y] = 0.01 \times ((10 \times y) - V[i, l])^2$	[0,255] จำนวนเต็ม 2 ไบต์	[0,65025.0] จำนวนจริง 4 ไบต์
$TABLEB[y] = \text{round}(10\sqrt{y})$	[0,65025] จำนวนเต็ม 2 ไบต์	[0,2550] จำนวนเต็ม 2 ไบต์
$TABLEC[y] = \text{round}\left[\frac{20000}{m-1} \times \log(0.1 \times y)\right]$	[0,2550] จำนวนเต็ม 2 ไบต์	อยู่ในหน่วย 10^6
$TABLED[y] = 10^{(0.0001 \times y)}$	[-30000,30000] จำนวนเต็ม 2 ไบต์	[0.001,1000.0] จำนวนจริง 4 ไบต์
$TABLEE[y] = \text{round}((10000 \times m) \times \log(0.001 \times y))$	[1,1000] จำนวนเต็ม 2 ไบต์	[-30000 m , 0] จำนวนเต็ม 4 ไบต์
$TABLEF[y] = \text{round}((10000) \times \log(y))$	[1,255] จำนวนเต็ม 2 ไบต์	[0,24065] จำนวนเต็ม 2 ไบต์

4.3.3 ฟังก์ชันย่ออัลกอริทึมพีชชีมีนแบบประมาณค่า

จากที่ได้กล่าวถึงหลักการสำคัญสองหลักการในอัลกอริทึมพีชชีมีนแบบประมาณค่าคือ การประมาณค่าตัวแปร (การประมาณค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลและค่าสมาชิกภาพ) และการสร้างตาราง (การลดจำนวนครั้งในการคำนวณของสมการระยะทางยูคลิเดียน, สมการค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มและสมการค่าสมาชิกภาพด้วยตาราง 6 ตาราง) สามารถเขียนเป็นซิวโดโคด (Pseudocode) ดังรูปที่ 4.3

```

Procedure afcm(  $X$  : array of data; var  $V$  : array of cluster centers; var  $U$  : array of fuzzy membership;  $m$  : real;  $n, c, p, \varepsilon$  : integer)
Begin
  Initial  $TABLEB, TABLEC, TABLED, TABLEE, TABLEF$  ;
   $iter := 1$ ;
  Repeat
    {Update the  $U$  matrix}
    Initialize  $TABLEA$  for current set of cluster center;
    For  $k := 0$  to  $n$  do begin
       $numik := 0$ ;
      For  $i := 1$  to  $c$  do begin
         $DK[i] := TABLEB[\text{round}(\text{sum}(TABLEA[i,l], X[k,l]), 1 \leq l \leq p) / p)$ ;
        If  $DK[i] = 0$  then  $numik := numik + 1$ ;
      End;
      If  $numik \neq 0$  then
        For  $i := 1$  to  $c$  do begin
          If  $DK[i] = 0$  then  $U[i,k] := \text{round}(1000 / numik)$ ;
          Else  $U[i,k] := 0$ ;
        End
      Else
        For  $i := 1$  to  $c$  do begin
           $U[i,k] := \text{round}(10000 / \text{sum}(TABLED[TABLEC[DK[i]]] - TABLEC[DK[j]], 1 \leq j \leq c))$ ;
        End
      End;
    {Compute cluster centers on all but first iteration}
    For  $i := 1$  to  $c$  do begin
       $sumu := \text{sum}(TABLED[TABLEE[U[i,k]]], 1 \leq k \leq n)$ ;
      For  $l := 1$  to  $p$  do begin
         $sumx := \text{sum}(TABLED[TABLEE[U[i,k]] + TABLEF[X[k,l]]], 1 \leq k \leq n)$ ;
         $V[i,l] := \text{round}(10.0 \cdot sumx / sumu)$ ;
      End
    End;
    End;
    {Check  $U(l)$  and  $U(l+1)$ }
     $iter := iter + 1$ ;
  Until  $(|U(l) - U(l+1)| < \varepsilon)$ 
End;

```

รูปที่ 4.3 ซยูโดโคดของฟังก์ชันย่อยอัลกอริทึมฟuzzyที่มีนแบบประมาณค่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.3 จะเห็นว่าการทำงานของฟังก์ชันย่อยอัลกอริทึมพีซีซีมีนแบบประมาณค่าจะต้องกำหนดจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลเริ่มต้นหรือค่าสมาชิกภาพเริ่มต้นซึ่งอาจหาได้จากการใช้อัลกอริทึมพีซีซีที่มีมาก่อนได้ ส่วนการตรวจสอบการลู่เข้าของอัลกอริทึมสามารถตรวจโดยใช้ (4.38) และ (4.39)

$$\|\tilde{U}^{(l)} - \tilde{U}^{(l+1)}\| = \max_{ik} \{|\tilde{u}_{ik}^{(l)} - \tilde{u}_{ik}^{(l+1)}|\} \quad (4.38)$$

$$\|\tilde{U}^{(l)} - \tilde{U}^{(l+1)}\| \leq \varepsilon \quad (4.39)$$

นอกจากนี้ยังอาจจะใช้จุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลในการตรวจสอบการลู่เข้าของอัลกอริทึมแทนได้ดังสมการ (4.40) ซึ่งจะทำให้ตรวจสอบได้เร็วมากขึ้นคือจากจำนวน $c \times n$ รอบเป็น $c \times p$ รอบ แต่ก็อาจทำให้ผลลัพธ์ที่ได้ต่างไปจากเดิมซึ่งในเรื่องนี้ยังไม่มีข้อพิสูจน์ที่แน่นอน

$$\|\tilde{V}^{(l)} - \tilde{V}^{(l+1)}\| = \max_n \{|\tilde{v}_n^{(l)} - \tilde{v}_n^{(l+1)}|\} \leq \varepsilon \quad (4.40)$$

4.4 สรุป

จากที่กล่าวมาจะพบว่าการใช้วิธีพีซีซีมีนมีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา มากกว่าวิธีฮาดซีมีนซึ่งพีซีซีมีนจำเป็นจะต้องมีการกำหนดพารามิเตอร์ให้เหมาะสมกับงานและลักษณะข้อมูล เช่น การกำหนดจำนวนกลุ่มข้อมูล, ค่าเอ็กโพเนนเชียล, ค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้และค่าเริ่มต้นของพาทิชัน การกำหนดค่าพารามิเตอร์เหล่านี้มีความสำคัญมากทั้งด้านความเร็วและคุณภาพซึ่งจะได้กล่าวโดยละเอียดในบทการแบ่งกลุ่มภาพเอ็มอาร์ไอส่วนสมอง และเนื่องจากข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอเป็นข้อมูลขนาดใหญ่ การนำพีซีซีมีนแบบประมาณค่ามาใช้จะช่วยทำให้สามารถแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อต่างๆได้เร็วขึ้นโดยคุณภาพดั้งเดิม

การวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูล

จากที่ได้กล่าวในบทที่ 3 ว่าอัลกอริทึมการแบ่งกลุ่มข้อมูล (Clustering algorithms, C_j) ใด ๆ จะ ทำ การ ส ร ้าง พ า ทิ ช ั้น (Partition, p) หล า ย ๆ พ า ทิ ช ั้น ใ ห้ $p = \{C_j(X) = U_j \in M_{pcn} : 1 \leq j \leq N\}$ (ซึ่งพาทิชั้นแบบความน่าจะเป็น (pcn หรือ Possibilistic c -partition)) ซึ่ง j บอกถึงสิ่งต่างๆสามสิ่งคือ การแบ่งกลุ่มข้อมูล X ด้วยจำนวนกลุ่มข้อมูล หลา ย ๆ ค่า, การแบ่งกลุ่มข้อมูล X ด้วยพารามิเตอร์ (Parameter) หลา ย ๆ แบบของ C_j และการใช้ วิธีการแบ่งกลุ่มข้อมูลหลา ย ๆ แบบกับข้อมูล X การวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูล (Cluster validity) คือการประเมินและวิเคราะห์ U ที่ต่าง ๆ กันใน p การคำนวณมีพื้นฐานอยู่บนฟังก์ชันวัด ความถูกต้อง (Validity function, \mathcal{V}) $\mathcal{V} : D_{\mathcal{V}} \rightarrow \mathbb{R}$ โดย $D_{\mathcal{V}}$ บอกถึงโดเมนของ \mathcal{V} และแต่ละ $U_i \in p$

อาจมีข้อสงสัยว่าถ้าฟังก์ชันวัตถุประสงค์ (Objective function, J) ไม่สามารถสร้างกลุ่ม ข้อมูลได้อย่างที่ต้องการ ทำไมไม่optimize ตัวฟังก์ชันวัดความถูกต้องโดยตรงเลย? เหตุผลคือไม่มีแบบโครงสร้าง (Model) การวัดความถูกต้องที่สามารถวัดคุณสมบัติของกลุ่มข้อมูล ที่ "ดี" ได้ครบถ้วน เช่น คุณสมบัติความแน่น (Compactness), ความแยกจากกัน (Isolation), ความเป็นฮาร์ดมากที่สุด (Maximal crispness), เกรเดียนความหนาแน่น (Density gradient) และ อื่นๆ การใช้ดัชนีความถูกต้อง (Validity indices) ก็เหมือนการเพิ่มความเชื่อมั่นหลังการแบ่งกลุ่ม ข้อมูลนั่นเอง

อัลกอริทึมการแบ่งกลุ่มข้อมูลสามารถมองได้ 2 ลักษณะคือ ลักษณะที่หนึ่งคือมอง C เป็น วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ (Parametric estimation method) U รวมถึงพารามิเตอร์อื่นๆ เช่น B ในแบบโครงสร้างซีมีนและซีเชล (C-means and c-shell models) ในกรณีนี้ \mathcal{V} ถูกมอง เป็นการวัดการฟิต (Fit) เข้ากับของพารามิเตอร์ที่ประมาณได้นี้ การแปลความนี้โดยปกติ (แต่ไม่ เสมอไป) เป็นการวัดความถูกต้องของการแบ่งกลุ่มข้อมูลเชิงความน่าจะเป็น (Probabilistic clustering) ลักษณะที่สองคือแง่การวิเคราะห์สำรวจข้อมูล เมื่อ \mathcal{V} ประเมิน U ตัวเดียว (แม้ว่า การวัดอาจเกี่ยวข้องกับพารามิเตอร์อื่นๆเช่น B) คือ \mathcal{V} ถูกแปลเป็นการวัดคุณภาพของ U ในแง่ ของการแบ่งกลุ่มเพื่อหาโครงสร้างย่อย (Substructure) ในข้อมูลซึ่งในลักษณะนี้เป็นหัวข้อส่วน ใหญ่ที่กล่าวถึงในบทนี้

เมื่อ $D_{\mathcal{V}} = M_{hcn}$ (ฮาร์ดซีพาทิชั้น (hcn หรือ Hard c -partition)) เราเรียก \mathcal{V} ลักษณะนี้ เป็นการวัดแบบไคเร็ก (Direct measure) เพราะเป็นการประเมินคุณสมบัติของกลุ่มข้อมูลแบบ ฮาร์ดหรือเซตย่อยใน X มิฉะนั้นจะเป็นการวัดแบบอินไดเร็ก (Indirect measure) เมื่อ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$D_{\nu} = M_{hcn} \times$ พารามิเตอร์ แล้ว \mathcal{V} ก็ยังคงเป็นแบบไดเร็ก แต่การเพิ่มพารามิเตอร์อื่นๆเป็นการเปลี่ยนแปลงที่สำคัญเพราะพารามิเตอร์เหล่านี้บ่อยครั้งที่ประกอบด้วยข้อมูลเกี่ยวกับเรขาคณิตของกลุ่มข้อมูล (Cluster geometry) (ตัวอย่างเช่น การวัดที่ประเมินว่าโปรโตไทป์ (Prototype) B เข้ากันกับรูปร่างของกลุ่มข้อมูลได้ดีเท่าไร) เราเรียกดัชนีชนิดนี้ว่าดัชนีแบบไดเร็กพารามิตริก (Direct parametric) กรณี U ไม่ใช่ฮาด การวัดความถูกต้องจะกระทำกับส่วนที่แยก (Algorithmic derivative) หรือได้มาจาก X ดังนั้นมันจึงถูกเรียกว่าการวัดแบบอินไดเร็กซึ่งมีทั้งแบบอินไดเร็กและอินไดเร็กพารามิตริก (Indirect parametric)

สุดท้ายคือมีการวัดความถูกต้องหลายวิธีที่ใช้ X พวกมันใช้เวกเตอร์ของ X ระหว่างการคำนวณ ν หรือไม่? การที่ \mathcal{V} ขึ้นกับ X โดยตรงจะมีการเพิ่มคำว่า "Data" และให้ Ω แสดงถึงพารามิเตอร์ของ B ตารางที่ 5.1 แสดงชนิดของฟังก์ชันวัดความถูกต้อง 6 ชนิดบนพื้นฐานของโดเมนของพวกมัน

ตารางที่ 5.1 ชนิดของดัชนีการวัดความถูกต้อง

ชนิดของดัชนี	ตัวแปร	โดเมน D_{ν} ของ \mathcal{V}
Direct	U	M_{hcn}
Direct Parametric	(U, B)	$M_{hcn} \times \Omega$
Direct Parametric Data	(U, B, X)	$M_{hcn} \times \Omega \times \mathbb{R}^p$
Indirect	U	$(M_{pcn} - M_{hcn})$
Indirect Parametric	(U, B)	$(M_{pcn} - M_{hcn}) \times \Omega$
Indirect Parametric Data	(U, B, X)	$(M_{pcn} - M_{hcn}) \times \Omega \times \mathbb{R}^p$

คำจำกัดความของการวัดความถูกต้องโดยปกติแล้วหมายถึง "จำนวนกลุ่มข้อมูล c ที่ดีที่สุด" แต่ในหลายๆกรณี c ไม่ได้ปรากฏอยู่ด้านขวาของสมการ \mathcal{V} ในตารางที่ 5.1 X ถูกกำหนดไว้แต่ U และ B ขึ้นกับอัลกอริทึมการแบ่งกลุ่มข้อมูล ดังนั้นดัชนีใดๆที่ใช้กับตัวแปรเหล่านี้เป็นฟังก์ชันโดยนัย (Implicit function) ของ C เช่นเดียวกัน ในบทนี้จะกล่าวถึงดัชนีการวัดความถูกต้องหลักๆหลายแบบ

5.1 การวัดแบบไดเร็ก

ถ้า $U \in M_{hcn}$ คือเป็นฮาด มีฟังก์ชันวัดความถูกต้องหลายแบบที่สามารถใช้เพื่อประเมิน U ชนิดนี้ได้ ดัชนีวัดความถูกต้องส่วนใหญ่มีพื้นฐานบนหลักสถิติ (Statistical) และเรขาคณิต (Geometric) ดัชนีที่ใช้หลักสถิติคล้ายการประมาณว่ากลุ่มข้อมูลนั้นเหมือนกับสมมติฐานของการเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กระจายที่ตั้งไว้แค่นั้น โดยปกติกลุ่มข้อมูลจะถูกสมมติเป็นการกระจายแบบยูนิฟอร์ม (Uniform) หรือแบบสุ่ม (Random) และดัชนีตามหลักสถิติจะวัดการแตกกลุ่ม (Departure) ของเซตของกลุ่มข้อมูลจากสมมติฐานนี้ ส่วนดัชนีที่ใช้หลักเรขาคณิตมีพื้นฐานบนคุณสมบัติเช่น ปริมาตรกลุ่มข้อมูล (Cluster volume), ความหนาแน่นในกลุ่มข้อมูล (Cluster density) และการแยกจากกันระหว่างกลุ่มข้อมูล (หรือจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูล)

5.2 ดัชนีของ Davies-Bouldin

Davies-Bouldin [81] เสนอดัชนีที่เป็นฟังก์ชันของอัตราส่วนของผลรวมการกระจายภายในกลุ่มข้อมูล (Within-cluster scatter) ต่อการแยกจากกันระหว่างกลุ่มข้อมูล (Between-cluster separation) ให้ $U = \{X_1, X_2, \dots, X_c\}$ เป็นซีพาร์ทิชัน (C-partition) ของ X เนื่องจากเมตริกตัวส่วนขึ้นกับเรขาคณิต ดังนั้นดัชนีชนิดนี้จึงมีทั้งหลักสถิติและเรขาคณิต

$$V_{DB,q}(c) = \left(\frac{1}{c} \right) \sum_{i=1}^c \left[\max_{j, j \neq i} \left\{ \frac{(\alpha_{i,t} + \alpha_{j,t})}{(\| \bar{v}_i - \bar{v}_j \|_q)} \right\} \right] ; t, q \geq 1 \quad (5.1ก)$$

$$\alpha_{i,t} = \left(\frac{\sum_{x \in X_i} \|x - \bar{v}_i\|^t}{|X_i|} \right)^{1/t} ; i = 1, \dots, c, t \geq 1 \quad (5.1ข)$$

$$\bar{v}_i = \frac{\sum_{x \in X_i} x}{|X_i|} ; i = 1, \dots, c \quad (5.1ค)$$

จำนวนเต็ม q และ t สามารถกำหนดได้อิสระ ใน (5.1ก) $\| \cdot \|_q$ เป็นมินคอฟสกี q นอม (Minkowski q -norm) และใน (5.1ข) $\| \cdot \|$ คือยูคลิดีเนียนนอม (Euclidean norm) กำลังลำดับที่ t กรณีที่ $p = q = 2$ Davies และ Bouldin ได้กำหนดว่าเทอม $(\alpha_{i,2} + \alpha_{j,2}) / (\| \bar{v}_i - \bar{v}_j \|_2)$ คือ การวัดความแยกจากกันของ x_i และ x_j ตามแบบดั้งเดิมของ Fisher รายละเอียดเพิ่มเติมใน [76] อย่างไรก็ตามมันมีความแตกต่างจากโคที่เรียของ Fisher คือมีการใช้การถดถอยที่สองในแต่ละเทอมของตัวเศษและการใช้จำนวนเอลเมนต์ของกลุ่มข้อมูลแบบฮาดในตัวส่วน ในกรณีทั่วไป โคที่เรียทั้งสองแบบนี้มีลักษณะทางเรขาคณิตคล้ายกัน

$V_{DB,q}$ ที่ $c=1$ ไม่ถูกกำหนดและที่ $c=n$ มีค่าเท่ากับ 0 และเนื่องจากสิ่งที่ต้องการคือการกระจายภายในกลุ่มข้อมูล (ตัวเศษ) น้อยสุดและการแยกจากกันระหว่างกลุ่มข้อมูล (ตัวส่วน) มากสุด ซึ่งค่า $V_{DB,q}$ ที่น้อยๆหมายถึงกลุ่มข้อมูลที่ดี จากตารางที่ 5.1 $V_{DB,q}$ คือดัชนีแบบ

“Direct Parametric Data” นั่นคือ $\mathcal{V}_{DB,q}$ สามารถเขียนได้ว่า $\mathcal{V}_{DB,q}(U, V, X)$ แต่เพื่อให้ง่ายจะเขียนเป็น $\mathcal{V}_{DB,q}(c)$ แทน

Araki [82] ได้ปรับปรุง $\mathcal{V}_{DB,q}$ เพื่อการแบ่งกลุ่มข้อมูลโดยฟัซซี (Fuzzy clustering) สำหรับ $U_{FCM} \in M_{fcn}$ (ฟัซซีซีพาร์ทิชัน (*fcn* หรือ Fuzzy c-partition)) และโปรโตไทป์ V ที่ค่า $m > 1$ โดยการกำหนด

$$\hat{\alpha}_{i,t} = \left(\frac{\sum_{k=1}^n u_{ik}^m \|x_k - v_i\|^2}{\sum_{k=1}^n u_{ik}^m} \right) \text{ และ } v_i = \left(\frac{\sum_{k=1}^n u_{ik}^m x_k}{\sum_{k=1}^n u_{ik}^m} \right); i = 1, \dots, c$$

สังเกตว่ารากที่สองไม่เหมือน (5.1) สำหรับที่ $t = 2$ มากกว่านั้น Araki ยังใช้ $q = 2$ ใน (5.1) โดยไม่มีรากที่สองด้วยการแทน $\hat{\alpha}_{i,t}$ และ v_i ใน $\alpha_{i,t}$ และ v_i ตามลำดับใน (5.1) Araki ทำให้เกิด $\mathcal{V}_{DB,22}^{ANW}$ ซึ่งเป็นดัชนีแบบ “Indirect Parametric Data” แม้ว่า $\mathcal{V}_{DB,22}^{ANW}$ จะเป็นการปรับปรุง $\mathcal{V}_{DB,q}$ เพื่อฟัซซีแต่ก็ไม่ถูกเรียกว่าดัชนี Davies-Bouldin แบบฟัซซีเนื่องจากมันขึ้นกับวิธีฟัซซีซีพาร์ทิชัน (Fuzzy c-means หรือ FCM) โดยตรงมากกว่านั้น $\mathcal{V}_{DB,22}^{ANW}$ ยังไม่ถูกลดเป็น $\mathcal{V}_{DB,q}$ เมื่อ U เป็นฮาด

Araki ได้ใช้ $\mathcal{V}_{DB,22}^{ANW}$ กับฟัซซีซีพาร์ทิชันโดยเพิ่มการวนซ้ำภายนอกจาก $c = 2$ ถึง $c = c_{\max}$ จุดสิ้นสุดคือเมื่อผล (U, V) ของฟัซซีซีพาร์ทิชันให้ค่า $\mathcal{V}_{DB,22}^{ANW}$ น้อยที่สุด

5.3 ดัชนีของ Dunn

Dunn [5] ได้เสนอดัชนีที่มีพื้นฐานจากการพิจารณาเรขาคณิตซึ่งคล้ายกับ $\mathcal{V}_{DB,q}$ ในทั้งการออกแบบเพื่อระบุปริมาตรกลุ่มข้อมูลที่แน่นและแยกจากกลุ่มอื่นๆ ให้ S และ T เป็นเซตย่อยใน \mathcal{R}^p และให้ $\delta: \mathcal{R}^p \times \mathcal{R}^p \rightarrow \mathcal{R}^+$ เป็นเมตริกใดๆ เส้นผ่านศูนย์กลาง (Diameter) Δ_1 ของ S และระยะทาง $\hat{\delta}_1$ ระหว่างเซต S และ T เขียนได้ดังนี้

$$\Delta_1(S) = \max_{x,y \in S} \{\delta(x,y)\} \quad (5.2ก)$$

$$\hat{\delta}_1 = \min_{\substack{x \in S \\ y \in T}} \{\delta(x,y)\} \quad (5.2ข)$$

Dunn ได้กำหนดดัชนีการแยกจากกันสำหรับฮาดซีพาร์ทิชัน

$$\mathcal{V}_D(U; X) = \min_{1 \leq i \leq c} \left\{ \min_{\substack{1 \leq i \leq c \\ j \neq i}} \left\{ \frac{\hat{\delta}_1(X_i, X_j)}{\max_{1 \leq k \leq c} \{\Delta_1(X_k)\}} \right\} \right\} \quad (5.3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

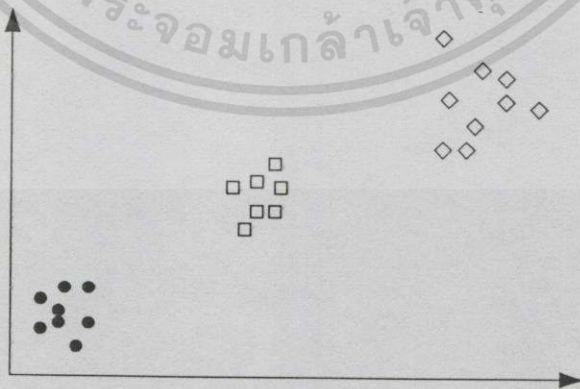
ปริมาณ $\delta(X_i, X_j)$ ในตัวเศษ \mathcal{V}_D คล้ายกับ $\|v_i - v_j\|_q$ ในตัวส่วนของ $\mathcal{V}_{DB,q}$ ตัว $\delta(X_i, X_j)$ เป็นการวัดระยะทางระหว่างจุดศูนย์กลางกลุ่มซึ่ง $\|v_i - v_j\|_q$ ก็เป็นระยะทางระหว่างจุดศูนย์กลางกลุ่มเช่นกัน การใช้ $\Delta_1(X_k)$ ในตัวส่วนของ \mathcal{V}_D คล้ายกับ $\alpha_{k,i}$ ในตัวเศษของ $\mathcal{V}_{DB,q}$ ทั้งสองอันเป็นการวัดปริมาตรของกลุ่มข้อมูล X_k ดังนั้นเป้าหมายของ \mathcal{V}_D และ $\mathcal{V}_{DB,q}$ คือ ลักษณะทางเรขาคณิตเช่นเดียวกัน นั่นคือระยะทางระหว่างกลุ่มข้อมูล (Intercluster) มากสุดและภายในกลุ่มข้อมูล (Intracluster) น้อยสุด เนื่องจากการวัดการแยกจากกันและการเน้นใน \mathcal{V}_D กลับกันกับ $\mathcal{V}_{DB,q}$ นั่นคือ ค่า \mathcal{V}_D ที่มากแสดงถึงกลุ่มข้อมูลที่ดี

ทั้งความแน่นและความแยกจากกันนั้นสัมพันธ์กับเมตริก δ กล่าวคือ ถ้าทุกๆ s, q และ r ที่ $q \neq r$ คู่จุดข้อมูลใดๆ $x, y \in X_s$ ใกล้กันมากกว่าคู่ u, v ใดๆ ที่ $u \in X_q$ และ $v \in X_r$ Dunn ได้พิสูจน์ว่า X สามารถถูกแบ่งกลุ่มเป็นสี่พาทิชั้นที่แน่นและแยกจากกันได้ถ้า $\max_{U \in M_{len}} \{\mathcal{V}_D(c)\} > 1$ จากตารางที่ 5.1 ดัชนีของ Dunn เป็นดัชนีแบบ "Direct Data"

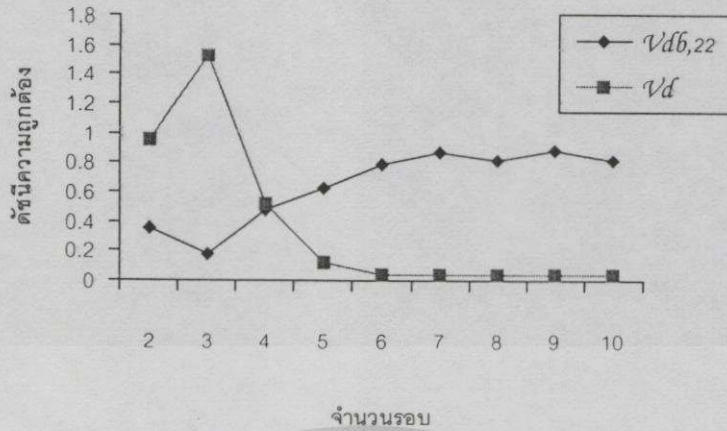
ตัวอย่างที่ 5.1 ตารางที่ 5.2 แสดงค่าของ $\mathcal{V}_{DB,22}$ และ \mathcal{V}_D ที่ใช้กับผลพาทิชั้นของ X_{30} (รูปที่ 5.1) ที่สร้างโดยฮาดซีมีนที่ c ตั้งแต่ 2 ถึง 10 ส่วนที่แรงเงาคือผลดัชนีที่ดีที่สุดของแต่ละวิธี

ตารางที่ 5.2 ตารางประกอบตัวอย่างที่ 5.1

c	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\mathcal{V}_{DB,22}$	0.35	0.18	0.48	0.63	0.79	0.87	0.82	0.88	0.82
\mathcal{V}_D	0.96	1.53	0.52	0.12	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04



รูปที่ 5.1 ชุดข้อมูล X_{30} ประกอบตัวอย่างที่ 5.1



รูปที่ 5.2 รูปประกอบตัวอย่างที่ 5.1

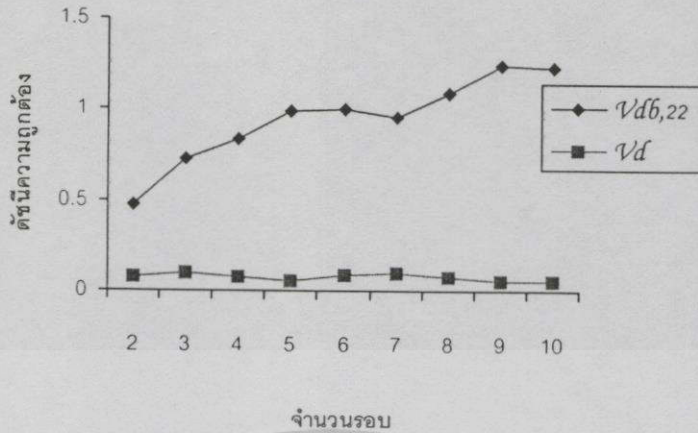
จะเห็นว่า $V_{DB,22}$ ตอบว่า $c = 3$ โดยค่าต่ำสุด 0.18 และ V_D ก็ได้คำตอบเดียวกันคือ $c = 3$ รูปที่ 5.2 คือกราฟของตารางที่ 5.2 ในตัวอย่างนี้ถ้ามีการเปลี่ยนวิธีการแบ่งกลุ่มข้อมูลหรือเปลี่ยนค่าเริ่มต้น อาจจะให้ผลไม่เหมือนเดิมรวมไปถึงคำตอบจำนวนกลุ่มที่ดีที่สุดด้วย

ในตัวอย่างต่อไปแสดงการใช้ฮาดซีมีนกับข้อมูล Iris ของ Anderson ในปี 1935 ซึ่งเป็นชุดข้อมูลที่นิยมใช้ทดลองในงานวิจัยในหัวข้อการวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูล

ตัวอย่างที่ 5.2 ชุดข้อมูล Iris มีจำนวน 150 จุดข้อมูลที่แสดงถึงกลุ่มข้อมูลจำนวน 3 กลุ่ม (50 จุดต่อ 1 กลุ่ม) ชุดข้อมูล Iris มาจากกวางลึงเกดที่ข 50 ชนิดจากสายพันธุ์ต่างๆกัน 3 สายพันธุ์ แต่ในการแสดงข้อมูลมีกลุ่มข้อมูล 2 ใน 3 กลุ่มที่ทับซ้อนกันในขณะที่กลุ่มที่ 3 แยกตัวจากกลุ่มอื่น จากเหตุผลที่กล่าวมามีนักวิจัยหลายท่านได้ถกเถียงว่าควรจะแบ่งเป็น 2 กลุ่มข้อมูลและฟังก์ชันวัดความถูกต้องที่ดีควรจะได้อาตอบเป็น $c = 2$ ตารางที่ 5.3 แสดงค่าของ $V_{DB,22}$ และ V_D ของวิธีฮาดซีมีน รูปที่ 5.3 แสดงกราฟของตารางที่ 5.2

ตารางที่ 5.3 ตารางประกอบตัวอย่างที่ 5.2

c	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$V_{DB,22}$	0.47	0.73	0.84	0.99	1.00	0.96	1.09	1.25	1.23
V_D	0.08	0.10	0.08	0.06	0.09	0.10	0.08	0.06	0.06



รูปที่ 5.3 รูปประกอบตัวอย่างที่ 5.2

ดัชนีของ Davies-Bouldin ได้คำตอบว่า $c=2$ อย่างชัดเจน ในขณะที่ดัชนีของ Dunn ได้เท่ากับ $c=3$ และ $c=7$ จากทศนิยม 4 ตำแหน่ง (ซึ่งไม่ได้แสดงในที่นี้) ที่ $c=3$ มีค่ามากกว่าเล็กน้อย ดังนั้นดัชนีของ Dunn จึงตอบว่า $c=3$ (อย่างไม่ค่อยชัดเจน) อะไรคือส่วนสำคัญที่ทำให้ดัชนีทั้ง 2 แบบให้คำตอบต่างกัน? ทั้งตัวเลขและตัวส่วนของ V_D ต่างอ่อนไหวต่อการเปลี่ยนแปลงในโครงสร้างกลุ่มข้อมูล δ_i สามารถเปลี่ยนแปลงโดยการเพิ่มจุดใน S และ T อย่างใดอย่างหนึ่ง ตัวส่วนก็มีปัญหาในลักษณะเดียวกัน ตัวอย่างเช่นการเพิ่มจุดหนึ่งจุดใน S สามารถสเกล $\Delta_i(S)$ ได้โดยลำดับของขนาด นั่นหมายความว่า V_D สามารถถูกอิทธิพลจากจุดข้อมูลรบกวนใน X

เพื่อแก้ไขปัญหานี้ Bezdek และ Pal [83] ได้ปรับ V_D โดยใช้เพิ่มคำนิยามเกี่ยวกับเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 นิยามและระยะทางระหว่างเซตอีก 5 นิยาม ให้ $\hat{\Delta}$ เป็นฟังก์ชันเส้นผ่านศูนย์กลางใดๆบน $P(\mathcal{X}^p)$ (พาวเวอร์เซตของ \mathcal{X}^p) และให้ $\hat{\delta}$ เป็นฟังก์ชันระยะทางระหว่างเซตบน $P(\mathcal{X}^p) \times P(\mathcal{X}^p)$ รูปทั่วไปของ V_D ที่ใช้ $\hat{\Delta}$ และ $\hat{\delta}$ คือ

$$V_{\hat{\Delta}}(U; X) = V_{\hat{\Delta}}(c) = \min_{1 \leq i \leq c} \left\{ \min_{\substack{1 \leq j \leq c \\ j \neq i}} \left\{ \frac{\hat{\delta}(X_i, X_j)}{\max_{1 \leq k \leq c} \{\hat{\Delta}(X_k)\}} \right\} \right\} \quad (5.4)$$

ดัชนีใน (5.4) ให้ผลดีกว่า V_D ซึ่งสามารถจำแนก $V_{\hat{\Delta}}$ ตามตารางที่ 5.1 เป็นดัชนีแบบ "Direct Data" คือ พวกมันใช้ U และ X และมีหลายวิธีที่ใช้ V ด้วย

5.4 การวัดแบบอินโดเร็กสำหรับกลุ่มข้อมูลฟัซซี

ถ้า $U \in (M_{pcn} - M_{hcn})$ ไม่ใช่ฮาด มีการวัดความถูกต้องอยู่ 2 แนวทาง แนวทางแรกคือ การทำให้ U เป็นฮาดและใช้การวัดแบบโดเร็กเช่น $\mathcal{V}_{DB,q}$ และ \mathcal{V}_D ซึ่งสามารถใช้กับฮาดพาทิชันใด ๆ ก็ได้ การทำให้เป็นฮาดอาจทำได้ด้วยการดีฟัซซีฟาย (Defuzzification) ซึ่งมีอยู่หลายแบบเพื่อฮาดพาทิชันที่ต่างกันได้ แนวทางที่สองคือการใช้ฟังก์ชันกับฟัซซีพาทิชัน, X และอาจรวมไปถึงพารามิเตอร์อื่นๆจาก C

ดัชนีแบบอินโดเร็กก็คือการประมาณความคลุมเครือใน U ซึ่งไม่สามารถประเมินคุณสมบัติเรขาคณิตของกลุ่มข้อมูลได้ การวัดความคลุมเครือแบบแรกคือการวัดระดับของการแยกจากกันระหว่างเซตฟัซซี 2 เซต $U_{(1)}$ และ $U_{(2)}$ ที่มีจำนวน n เอลเมนต์ Zadeh [1] ใน (5.5) ซึ่งสามารถใช้ได้กับทั้งฮาดและฟัซซีพาทิชัน $(u_{1k} + u_{2k}) = 1$

$$\rho(U_{(1)}, U_{(2)}) = 1 - \left[\bigvee_{k=1}^n (u_{1k} \wedge u_{2k}) \right] \quad (5.5)$$

Bezdek ได้นำเอาการวัดความคลุมเครือมาใช้ในการวัดความถูกต้องโดยเสนอการใช้ ρ กับเซตฟัซซี c เซต (จำนวนแถวของ U ใน M_{fcn}) (5.6)

$$\rho_c(U \in M_{fcn}) = 1 - \left[\bigvee_{k=1}^n \left(\bigwedge_{i=1}^c u_{ik} \right) \right] \quad (5.6)$$

ρ_c สามารถถูกมองเป็น 1 - "ปริมาณ" การทับซ้อนกันของเซตฟัซซี c เซต แต่ยังไม่เพียงพอต่อการวัดความถูกต้อง ลองพิจารณากรณีที่ n เป็นเลขคู่

$$\rho_1 \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & \dots & 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 & \dots & 0.5 & 1 \end{bmatrix} = \rho_2 \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 & 0.5 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0.5 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} = 0.5$$

จะเห็นว่าใน ρ_1 มีค่าสมาชิกภาพ 0.5 มีอยู่จำนวน $2(n-2)$ ครั้ง ในขณะที่ ρ_2 มีเพียง 2 ครั้งแต่ได้ค่า ρ_c เท่ากันซึ่งไม่สมเหตุสมผลเนื่องจากโครงสร้างของทั้งสองพาทิชันต่างกันมาก ซึ่งจะเห็นว่า ρ_1 ควรมีความแยกจากกันน้อยกว่า ρ_2 จากข้อผิดพลาดของ ρ_c ดังที่ได้กล่าวมานำไปสู่การวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูลแบบอินโดเร็ก 2 แบบแรกคือ พาทิชันโคเอฟิเชียน (Partition Coefficient) และพาทิชันเอนโทรปี (Partition Entropy) โดย Bezdek [46]

$$\mathcal{V}_{PC}(U, c) = \frac{1}{n} \left(\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^c u_{ik}^2 \right) = \frac{\|U\|^2}{n} = \frac{\text{tr}(UU^T)}{n} \quad \text{และ} \quad (5.7\text{ก})$$

$$\mathcal{V}_{PE}(U, c, a) = -\frac{1}{n} \left(\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^c [u_{ik} \ln_a(u_{ik})] \right) \quad (5.7\text{ข})$$

ใน (5.7) $a \in (1, \infty)$ คือเลขฐานของลอการิทึม (Logarithm) คุณสมบัติของดัชนีทั้ง 2 ชนิดนี้ได้ถูกศึกษาและสามารถสรุปได้ดังนี้

$$\mathcal{V}_{PC}(U) = 1 \Leftrightarrow \mathcal{V}_{PE}(U) = 0 \Leftrightarrow U \in M_{hc} \quad \text{เป็นฮาด; และ} \quad (5.8\text{ก})$$

$$\mathcal{V}_{PC}(U) = \frac{1}{c} \Leftrightarrow \mathcal{V}_{PE}(U) = \ln_a(c) \Leftrightarrow U = \left[\frac{1}{c} \right] = \bar{U} \quad (5.8\text{ข})$$

(5.8) แสดงถึง \mathcal{V}_{PC} มากสุด (และ \mathcal{V}_{PE} น้อยสุด) บนทุกๆ ฮาดที่พหิชั้นของ X และที่น่าสนใจคือ \mathcal{V}_{PC} ได้ค่าน้อยสุด (และ \mathcal{V}_{PE} มากสุด) ที่จุดศูนย์กลาง $U = \left[\frac{1}{c} \right] = \bar{U}$ ของ M_{fcn} นั่นคือ \bar{U} คือพหิชั้นที่คลุมเครือมากที่สุดเนื่องจากมันกำหนดทุกๆ จุดใน X ด้วยค่า $\frac{1}{c}$

(5.8ก) คือการวัดความถูกต้องเพื่อหาว่า U ไหน "ดีที่สุด" คำว่า "ดีที่สุด" นี้หมายความว่าใกล้เคียงกับฮาดพหิชั้นในแง่ของนอมของ U ซึ่งจะเห็นว่าเป็นแนวทางที่ไม่ดี เหตุผลข้อแรกคือ มีพหิชั้นที่พหิชั้นมากมายที่สามารถได้ค่า \mathcal{V}_{PC} ในช่วง $(1/c, 1)$ หรือ \mathcal{V}_{PE} ในช่วง $(0, \ln_a c)$ เพราะฟังก์ชันทั้ง 2 วิธีสามารถใช้เพื่อกำหนดทรงกลมใน \mathbb{R}^n จุดศูนย์กลางที่ $[1/c] = \bar{U}$ และมีรัศมีเท่ากับค่า \mathcal{V} ผลที่ตามมาคือทุกๆ ฮาดพหิชั้นของ X ที่จุดเวกเตอร์ของพหิชั้นเซต M_{fcn0} จะมีระยะทางเท่ากับระยะทางจากผิวของทรงกลม ดังนั้นดัชนีทั้ง 2 ชนิดนี้คือ การวัดความคลุมเครือที่สัมพันธ์กับพหิชั้นที่ให้ผลดัชนีค่าอื่นๆ เหตุผลข้อสองคือมีฮาดพหิชั้นจำนวน $(c^n/c!)$ ใน M_{hc} ที่ทำให้ \mathcal{V}_{PC} มีค่าเป็น 1 (\mathcal{V}_{PE} มีค่าเป็น 0) ตัวอย่างเช่น

$$U_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, U_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, U_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, U_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

จะเห็นว่า U_1 มี $c=3$ ส่วน U_2, U_3 และ U_4 มี $c=1$ เท่านั้น จะเห็นว่ามีพหิชั้นที่ต่างกันถึง 4 แบบสำหรับข้อมูลที่มี $n=3$ แต่มันต่างก็ถูกต้องในสายตาของ \mathcal{V}_{PC} และ \mathcal{V}_{PE} เนื่องจากได้ $\mathcal{V}_{PC} = 1$ ($\mathcal{V}_{PE} = 0$) สำหรับทุก U ใน M_{fcn} ซึ่งจะเห็นว่าไม่ถูกต้องเพราะพวกมันควรได้ค่าต่างกัน

ในแง่การวัดความถูกต้องได้แสดงอย่างชัดเจนว่าเมื่ออัลกอริทึมการแบ่งกลุ่มข้อมูลสร้างพาทิชั่น U ที่ใกล้เคียงกับ \bar{U} ซึ่งหมายถึงการแบ่งกลุ่มข้อมูลไม่ได้กำลังหากกลุ่มข้อมูลที่ต่างกัน สิ่งนี้อาจเป็นข้อผิดพลาดของอัลกอริทึมการแบ่งกลุ่มหรือข้อมูลเองอาจไม่มีกลุ่มข้อมูลย่อยในนั้น ผลที่ตามมาคือค่าที่ใกล้ค่าน้อยสุดของ \mathcal{V}_{PC} (มากที่สุดของ \mathcal{V}_{PE}) จะเป็นประโยชน์ในการรู้ว่าจะไม่สามารถหากกลุ่มข้อมูลพบหรือไม่มีกลุ่มข้อมูลย่อยนั่นเอง มีนักวิจัยบางคนได้เสนอดัชนีแบบอินไดเรกอื่น ๆ เช่น โปรพรอชัน เอ็กพอนเน้น (Proportion exponent) โดย Windham [17,49] และ Roubens [6]

จากที่กล่าวมา \mathcal{V}_{PC} และ \mathcal{V}_{PE} จำเป็นต้องวัดระยะห่าง U จากฮาดโดยการวัดความคลุมเครือในแถวของ U การนอมอลไลซ์ (Normalization) ดัชนีทั้ง 2 ชนิดเพื่อสเกล (Scaling) ช่วงของมันจะกล่าวถึงในหัวข้อต่อไป

ซีพารเช้น โคเอพทิเียน (Separation coefficient) ของ Gunderson [84] คือ ดัชนีแบบอินไดเรกอันแรกที่ใช้พารามิเตอร์ 3 ตัว $(U, V; X)$ ซึ่ง $U \in M_{fcn}$ และ V เวกเตอร์ของซีโปรโตไทป์ของกลุ่มข้อมูล เมื่อเทียบกับตารางที่ 5.1 จะเห็นว่าเป็นดัชนีแบบ "Indirect Parametric Data" อันแรกนั่นเอง ดัชนีที่อยู่ในกลุ่มนี้ได้แก่ Fukuyama-Sugeno [85] และ Xie-Beni [20] ซึ่งดัชนีของ Xie-Beni แสดงดัง (5.9)

$$\mathcal{V}_{XB}(U, V; X) = \frac{\sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n U_{ik}^2 \|x_k - v_i\|^2}{n \left\{ \min_{i \neq j} \left\{ \|v_i - v_j\|^2 \right\} \right\}} = \left(\frac{\begin{matrix} \sigma \\ n \end{matrix} \right)}{sep(V)} \quad (5.9)$$

Xie และ Beni ได้แปลความดัชนีของพวกเขาโดยเขียนเป็นอัตราส่วนของ "ความแปรปรวนรวม" (Total variation) σ ของ (U, V) และความแยกจากกัน $sep(V)$ ระหว่างเวกเตอร์ใน V

$$\sigma(U, V; X) = \sum_{i=1}^c \left(\sum_{k=1}^n u_{ik}^2 \|x_k - v_i\|^2 \right) \quad (5.10ก)$$

$$sep(V) = \min_{i \neq j} \left\{ \|v_i - v_j\|^2 \right\} \quad (5.10ข)$$

คู่ (U, V) ควรสร้างค่า σ น้อยๆ เพราะ u_{ik} ถูกคาดว่าจะสูงเมื่อ $\|x_k - v_i\|$ ต่ำและการแยกจากกันที่ดี V จะสร้าง $sep(V)$ ที่สูง ดังนั้นเมื่อ $\mathcal{V}_{XB}(U_1, V_1; X) < \mathcal{V}_{XB}(U_2, V_2; X)$ สามารถสันนิษฐานได้ว่าพาทิชั่น U_1 ดีกว่า U_2 นั่นคือพาทิชั่นที่เราต้องการคือที่ \mathcal{V}_{XB} น้อยสุด วิธีนี้ค่อนข้างใช้ได้เพราะลักษณะทางเรขาคณิตและสถิติของ \mathcal{V}_{XB} คล้ายกับดัชนีของ Davies-Bouldin มากคือ ตัวเศษของทั้ง 2 วิธีเป็นฟังก์ชันของระยะทางยูคลิเดียน $\|x_k - v_i\|$ และตัวส่วนคือการวัดความแยกจากกัน $\|v_i - v_j\|$ ระหว่างจุดศูนย์กลางกลุ่ม

ตัวอย่างที่ 5.3 ตารางที่ 5.4 แสดงค่าจากดัชนี 5 ชนิดที่ได้กล่าวมาแล้วกับการแบ่งกลุ่มข้อมูลวิธีพีชชีที่มีนกับชุดข้อมูล X_{30} ในรูปที่ 5.1 พารามิเตอร์ต่างๆ $m = 2$ และ $\varepsilon = 0.001$ และกำหนดค่าเริ่มต้นโดยการสุ่ม ค่า V_D และ $V_{DB,22}$ ในตารางที่ 5.4 แยกต่างเล็กน้อยจากตาราง 5.2 เพราะการทำพาทิชันจากพีชชีที่มีนให้เป็นฮาดที่ $c > 4$ ได้ผลต่างกันเล็กน้อย ซึ่งผลจากดัชนีทั้ง 5 ชนิดให้ผลตรงกันและตรงตามที่คาดการไว้คือ $c = 3$

ตารางที่ 5.4 ตารางประกอบตัวอย่างที่ 5.3

c	$V_{DB,22}$	V_D	V_{PC}	V_{PE}	V_{XB}
2	0.35	0.96	0.91	0.18	0.70
3	0.18	1.53	0.97	0.08	0.02
4	0.48	0.52	0.92	0.15	0.05
5	0.65	0.13	0.86	0.25	0.41
6	0.77	0.13	0.83	0.77	0.13
7	0.70	0.10	0.80	0.38	0.53
8	0.65	0.18	0.79	0.41	0.23
9	0.54	0.18	0.79	0.41	0.21
10	0.54	0.18	0.77	0.46	0.21

ตัวอย่างที่ 5.4 เหมือนกับตัวอย่างที่ 5.3 ทุกประการยกเว้นใช้ชุดข้อมูล Iris แทน X_{30} ลองเปรียบเทียบ 2 คอลัมน์แรกของตารางที่ 5.5 กับค่าในแถวของตารางที่ 5.3 ที่ $c = 2$ ถึง 6 จะเห็นว่า 3 คู่แรกจาก 10 คู่เท่านั้นที่เท่ากัน ที่เป็นเช่นนี้เพราะว่าพาทิชันจากพีชชีที่มีนที่ถูกทำเป็นฮาดของ Iris ค่อนข้างแตกต่างจากฮาดพาทิชันที่ได้จากฮาดที่มีนโดยตรง จากตารางที่ 5.5 ดัชนี 4 ใน 5 ชนิดตอบเหมือนกันคือ $c = 2$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง มีเพียงดัชนีของ Dunn เท่านั้นที่ตอบ $c = 3$

มีหลายงานวิจัยที่ได้ศึกษาดัชนีของ Xie-Beni ในช่วงหลายปีที่ผ่านมาเช่น Pal และ Bezdek [86] ($V_{XB,m}^{FCM}$) ได้วิเคราะห์คุณสมบัติดัชนีดังกล่าวกับกับค่าสมาชิกภาพที่ $m > 1$ ที่ได้จาก FCM Bensaid [87] ได้เสนอดัชนีที่คล้ายกับ V_{XB} คือ

$$V_{XC}(U, V; X) = \sum_{i=1}^c \left[\sum_{k=1}^n u_{ik}^m \|x_k - v_i\|_A^2 / \left(\left(\sum_{k=1}^n u_{ik} \right) \left(\sum_{j=1}^c \|v_i - v_j\|_A^2 \right) \right) \right]$$

โดยพวกเขาได้ใช้กับการแบ่งกลุ่มแบบโปรเกรสซีฟ (Progressive clustering) (คือมีการปรับตัวของแต่ละกลุ่มข้อมูลระหว่างการประมวลผล) กับภาพเอ็มอาร์ไอ (Magnetic Resonance Image หรือ MRI) ส่วนมอง

ตารางที่ 5.5 ตารางประกอบตัวอย่างที่ 5.4

c	$V_{DB,22}$	V_D	V_{PC}	V_{PE}	V_{XB}
2	0.47	0.08	0.89	0.20	0.04
3	0.76	0.10	0.78	0.39	0.09
4	1.03	0.04	0.68	0.58	0.57
5	1.07	0.05	0.62	0.71	0.30
6	1.07	0.06	0.59	0.80	0.27
7	1.15	0.08	0.55	0.91	0.50
8	1.21	0.08	0.52	1.05	0.38
9	1.37	0.08	0.48	1.11	0.33
10	1.41	0.08	0.45	1.18	0.63

ดัชนีแบบสุดท้ายในหัวข้อนี้คือของ Gath และ Geva [19] ซึ่งได้แนะนำดัชนีแบบ "Indirect Parametric Data" 3 แบบ ดัชนีเหล่านี้จะใช้เขตผลจากการแบ่งกลุ่มข้อมูลมากกว่าดัชนีที่เคยกล่าวมาแล้วหนึ่งเขตคือเขตที่สร้างโดยอัลกอริทึมเช่น GK (Gustafson-Kessel), FCV (Fuzzy c-varieties), GMD (Gaussian mixture decomposition) และ FMLE (Fuzzy maximum likelihood estimation) ซึ่งเป็นการสร้างโปรโตไทป์ V , พิกซ์พีทาพิช U และเมตริกโควาเรียน (Covariance) $\{C_i\}$ ถ้าจะกล่าวตามลำดับการเกิดดัชนีที่จะกล่าวถึงนี้ควรอยู่ก่อนดัชนีของ Xie-Beni แต่ที่นำมากล่าวถึงที่นี่ (ก่อนการวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูลแบบเชล (Shell cluster)) เนื่องจากพวกมันใช้เขตเพิ่มขึ้นอีกหนึ่งเขตและมีบทบาทสำคัญในการวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูลแบบเชล Gath และ Geva [19] กำหนดพิกซ์ไฮเปอร์โวลุ่ม (Fuzzy hypervolume) $U \in M_{fcn}$ ดัง (5.11)

$$V_{HV}(C) = \sum_{i=1}^c \sqrt{\det(C_i)} \quad (5.11)$$

$$C_i = \frac{\sum_{k=1}^n u_{ik}^m (x-v)(x-v)^T}{\sum_{k=1}^n u_{ik}^m}, 1 \leq i \leq c; m \geq 1 \quad (5.12)$$

โดย $C = \{C_1, \dots, C_c\} \in \mathcal{R}^{(p \times p)}$ เป็นเซตของเมตริกพิกซ์โควาเรียน (5.12) ที่ $m=1$ จะเห็นว่า C เป็นฟังก์ชันของ (X, U, V) แต่เฉพาะ C ที่อยู่ฝั่งซ้ายของ (5.11) ดังนั้นเมื่อเทียบกับตารางที่ 5.1

ดัชนีชนิดนี้เป็นดัชนีแบบ "Indirect" ซึ่ง \mathcal{V}_{HV} ที่น้อยแสดงถึงกลุ่มข้อมูลมีความแน่นมากซึ่งเป็นกลุ่มข้อมูลที่ตีนั้นเอง

Gath และ Geva [19] ได้กล่าวถึงดัชนีแบบ "Indirect Parametric Data" ด้วยโดยพวกเขาเรียกว่าความหนาแน่นเฉลี่ยของพาทิชัน (Average partition density) $\bar{\mathcal{V}}_{PD}$ ของ $U \in M_{fcn}$ ดัง (5.13)

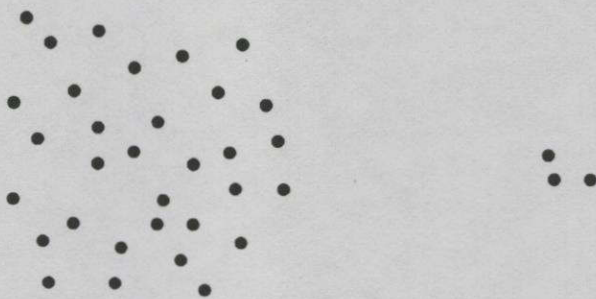
$$\bar{\mathcal{V}}_{PD}(U, \mathbf{C}) = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^c \left(\frac{\sum_{x_i \in \omega_i} u_{ik}}{\sqrt{\det(C_i)}} \right) \quad (5.13)$$

โดย $\omega_i = \{x \in \mathbb{R}^p : \|x - v_i\|_{C_i}^2 < 1\}, i = 1, \dots, c$ คือทรงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่ V_i รัศมีเท่ากับ 1 ซึ่งมาจากพีชชีมาฮาลานอบิส-นอม (Fuzzy Mahalanobis norm) $\|x - v_i\|_{C_i}^2$ ดัชนีชนิดนี้วัดความแน่นของจุดข้อมูลในแต่ละกลุ่มข้อมูลซึ่งหนาแน่นในส่วนใจกลาง คือมีจุดข้อมูลมากภายใน ω_i ค่าที่มากกว่าจะเป็น $\bar{\mathcal{V}}_{PD}$ ดังนั้นดัชนีชนิดนี้ควรจะได้ค่ามากที่สุด ท้ายสุดพวกเขาได้กำหนดความหนาแน่นของพาทิชัน (Partition density) \mathcal{V}_{PD} ของ $U \in M_{fcn}$ ดัง (5.14)

$$\mathcal{V}_{PD}(U, \mathbf{C}) = \frac{\sum_{i=1}^c \left(\sum_{x_i \in \omega_i} u_{ik} \right)}{\mathcal{V}_{HV}(\mathbf{C})} \quad (5.14)$$

(5.13) และ (5.14) สามารถจัดเป็นชนิด "Indirect Parametric" \mathcal{V}_{PD} ควรจะมีค่ามากที่สุดเมื่อกลุ่มข้อมูลมีลักษณะ "ดี" ดัชนี \mathcal{V}_{PD} นี้มีลักษณะเรขาคณิตคล้ายกับดัชนีของ Dunn (และตรงข้ามกับดัชนีของ Davies-Bouldin) Gath และ Geva ได้ทดลองกับข้อมูลหลายๆชุด ตัวอย่าง \mathcal{V}_{HV} และ \mathcal{V}_{PD} ต่างก็ตอบว่า $c = 3$ สำหรับชุดข้อมูล Iris ซึ่งก็ตรงกับลักษณะทางกายภาพของข้อมูล

ตัวอย่างที่ 5.5 ตัวอย่างนี้เป็นการรวมอัลกอริธึมการแบ่งกลุ่มข้อมูลของ Gath และ Geva [19] เรียกว่า FMLE และการวัดความถูกต้องทั้ง 3 แบบของพวกเขา (5.11)-(5.14) เมื่อเร็ว ๆ นี้งานวิจัยของพวกเขาได้รวม FMLE กับดัชนีการวัดความถูกต้องทั้ง 3 แบบเรียกว่า UOFC (Unsupervised Optimal Fuzzy Clustering) ข้อมูลที่นำมาทดลองในตัวอย่างนี้คือ X_{43} คือมีจุดข้อมูล 40 จุดอยู่ทางด้านซ้ายและอีก 3 จุดอยู่ด้านขวาดังรูปที่ 5.4 นั่นคือ c ควรเท่ากับ 2 ซึ่ง FMLE ใช้ $m = 2$



รูปที่ 5.4 ชุดข้อมูล X_{43} ประกอบด้วยตัวอย่างที่ 5.5

ตารางที่ 5.6 แสดงค่าของ \mathcal{V}_{HV} , $\bar{\mathcal{V}}_{PD}$ และ \mathcal{V}_{PD} ที่ได้จาก c ตั้งแต่ 2 ถึง 5 จะเห็นว่า \mathcal{V}_{HV} ตอบว่า $c=3$ ซึ่งผิดอย่างชัดเจนถือเป็นดัชนีที่น่าเชื่อถือได้น้อยที่สุดของทั้ง 3 ดัชนี ส่วน $\bar{\mathcal{V}}_{PD}$ ตอบว่า $c=4$ ซึ่งก็ผิดเช่นกัน ในขณะที่ \mathcal{V}_{PD} ตอบว่า $c=2$ ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง จากตัวอย่างนี้แสดงให้เห็นว่าการใช้ดัชนีเพียง 1 ดัชนีในการทำงานค่อนข้างอันตราย

ตารางที่ 5.6 ตารางประกอบด้วยตัวอย่างที่ 5.5

c	2	3	4	5
$1/\mathcal{V}_{HV}$	0.00045	0.00049	0.00040	0.00044
$\bar{\mathcal{V}}_{PD}$	0.0025	0.0015	0.0036	0.0027
\mathcal{V}_{PD}	0.0050	0.0044	0.0047	0.0043

ค่าสมาชิกภาพของ FMLE ของกลุ่มข้อมูลด้านขวาที่ $c=2$

จุดข้อมูล	ซ้าย : u_{1k}	ขวา : u_{2k}
x_{41}	0.000310	0.999690
x_{42}	0.000221	0.999729
x_{43}	0.000053	0.999947

ที่ $c=2$ ผลพาทิขึ้นจาก FMLE ของ X_{43} มีค่าสมาชิกภาพที่เป็นฮาดจำนวน 3 หรือ 4 จุดข้อมูลใน 40 จุดข้อมูลที่อยู่ในกลุ่มข้อมูลด้านซ้าย ด้านล่างของตารางที่ 5.6 แสดงค่าสมาชิกภาพของกลุ่มข้อมูลด้านขวา ผลจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลที่ $c=2$ คือ $v_{left}^{FMLE} = (44.8, 44.8)$ และ $v_{right}^{FMLE} = (91, 49)^T$ ซึ่งปรากฏว่าค่าเฉลี่ยศูนย์กลางของกลุ่มข้อมูลทั้งสองใน X_{43} ก็เท่ากับค่านี้จริงๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อสังเกต จากการทดลองใช้ดัชนีทั้ง 3 ชนิดของ Gath และ Geva กับชุดข้อมูล X_{30} ในรูปที่ 5.1 ปรากฏว่าได้คำตอบเป็น $c = 2$ ทั้งหมดซึ่งเป็นคำตอบที่ผิด (อาจเป็นเพราะจำนวนข้อมูลในกลุ่มข้อมูลทั้ง 3 กลุ่มใน X_{30} มีจำนวนน้อยซึ่งไม่เป็นไปตามรูปร่างของเกาส์เลียน 2 มิติ (2D Gaussians)) ซึ่งแสดงให้เห็นว่าไม่มีดัชนีวัดความถูกต้องใดที่ได้พิสูจน์ว่าเชื่อถือได้กับชุดข้อมูล, อัลกอริทึมการแบ่งกลุ่มข้อมูลหรือพาทิชันหลายๆชนิด

5.5 การนอมอลไลซ์ดัชนีแบบอินไดเร็ก

จากที่ได้กล่าวถึงดัชนีแบบอินไดเร็ก เช่น \mathcal{V}_{PC} และ \mathcal{V}_{PE} มีปัญหาอย่างน้อย 4 ข้อ ข้อแรกคือ พวกมันเชื่อมต่อบนอินไดเร็กกับข้อมูล ข้อสองคือ เหตุสลับส่นของการใช้งานส่วนใหญ่มาจากผลการทดลอง ตัวอย่างเช่น U_1 ดีกว่า U_2 เพราะ U_1 เป็น "ขาด" มากกว่า U_2 ซึ่งอาจจะไม่ถูกต้องก็ได้ ข้อสามคือ ดัชนีแบบอินไดเร็กหลายๆอันเป็นโมโนโทนิค (Monotonic) กับ c คือไม่มีการเปลี่ยนแปลงตาม c ข้อสุดท้ายคือ ช่วงของมันบางครั้งเป็นฟังก์ชันของ c เองซึ่งคุณสมบัติข้อสุดท้ายนี้ทำให้การใช้การวัดความถูกต้องมีปัญหา

ตัวอย่าง (5.8) แสดงว่า $1/c \leq \mathcal{V}_{PC}(U) \leq 1$ สำหรับทุกๆ $U \in M_{fcn}$ ดังนั้นเมื่อ c เพิ่มจาก 2 ถึง $n-1$ ช่วงของ \mathcal{V}_{PC} จะเพิ่มขึ้นดังนี้ $c=2 \Rightarrow \mathcal{V}_{PC} \in \left[\frac{1}{2}, 1\right], c=n-1 \Rightarrow \mathcal{V}_{PC} \in \left[\frac{1}{n-1}, 1\right]$ ในขณะที่ \mathcal{V}_{PE} ก็มีปัญหาลักษณะเดียวกันโดยช่วงของ \mathcal{V}_{PE} เป็นฟังก์ชันของลอการิทึมฐาน a จะเห็นว่าช่วงดังกล่าวทำให้แปลความ \mathcal{V}_{PC} และ \mathcal{V}_{PE} ยากเนื่องจากพวกมันไม่ได้อ้างอิงกับสเกลที่แน่นอน ข้อสำคัญคือตัวอย่าง $\mathcal{V}_{PE}(U) = 0.04$ เมื่อ $c \approx n-1$ ไม่สูงมากเมื่อเทียบกับที่ $c \ll n$ เพราะการเปลี่ยนแปลงของช่วงของ \mathcal{V}_{PE} มากกว่านั้น $\mathcal{V}_{PE} = 0$ ที่ $\mathbf{1}_{1 \times 1} = [1, 1, \dots, 1]$ ที่ $c=1$ และที่ $\mathbf{I}_{n \times n}$ สำหรับที่ $c=n$ ดังนั้นการทำให้ \mathcal{V}_{PE} น้อยที่สุดถูกอยู่ในขอบเขต $c \in \{2, 3, \dots, n-1\}$

นักวิจัยหลายท่านได้พยายามที่จะแก้ไขปัญหานี้ด้วยการนอมอลไลซ์ดัชนี การนอมอลไลซ์แบบแรกแนะนำโดย Bezdek [88] ซึ่งแปลงดัชนีพาทิชันเอนโทรปี \mathcal{V}_{PE} โดยการสเกล ดังนั้นดัชนีที่นอมอลไลซ์แล้วจะอยู่ในช่วงยูนิท (Unit) 1 หน่วย

$$\tilde{\mathcal{V}}_{PE,B}(U) = \frac{\mathcal{V}_{PE}(U)}{\ln_a c}, U \in M_{fcn} \quad (5.15)$$

ข้อจำกัดของ \mathcal{V}_{PE} ใน (5.8) ให้ผลดังนี้

$$\tilde{\mathcal{V}}_{PE,B}(U) = 0 \Leftrightarrow \mathcal{V}_{PE}(U) = 0 \Leftrightarrow U \in M_{hcn} \text{ เป็นขาด; และ} \quad (5.16)$$

$$\tilde{\mathcal{V}}_{PE,B}(U) = 1 \Leftrightarrow \mathcal{V}_{PE}(U) = \ln_a(c) \Leftrightarrow U = \bar{U} \quad (5.17)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การสเกลนี้จะกำหนดช่วงของ $\hat{\mathcal{V}}_{PE,B}$ ดังนั้น $\hat{\mathcal{V}}_{PE,B}(U) \in [0,1]$ อีสระจาก c ทำให้เกิดการเปรียบเทียบค่าของ $\hat{\mathcal{V}}_{PE,B}$ ที่ค่าจำนวนกลุ่มต่างๆกันว่าดีกว่าการใช้ $\hat{\mathcal{V}}_{PE}$ โดยตรง Roubens [6] ได้เสนอการนอมอลไลซ์ที่คล้ายๆกับพาทิชั่นโคเอฟิเซียน

$$\hat{\mathcal{V}}_{PC,R}(U) = \left(\frac{c\hat{\mathcal{V}}_{PC}(U) - 1}{c - 1} \right), U \in M_{jcn} \quad (5.17)$$

เปรียบเทียบ (5.17) กับ (5.8) จะได้

$$\hat{\mathcal{V}}_{PE,R}(U) = 1 \Leftrightarrow \mathcal{V}_{PC}(U) = 1 \Leftrightarrow U \in M_{hcn} \text{ เป็นฮาด; และ} \quad (5.18n)$$

$$\hat{\mathcal{V}}_{PE,R}(U) = 0 \Leftrightarrow \mathcal{V}_{PC}(U) = \frac{1}{c} \Leftrightarrow U = \bar{U} \quad (5.18x)$$

ผลที่ตามมาคือการนอมอลไลซ์ของ Roubens สเกลช่วงของมัน $\hat{\mathcal{V}}_{PE,R}(U) \in [0,1]$ สำหรับค่า c ใดๆ ในกรณีใดๆผลของ $\hat{\mathcal{V}}_{PE,B}$ และ $\hat{\mathcal{V}}_{PE,R}$ มีลักษณะคล้ายกัน ดัชนีที่กล่าวมานี้ก็สามารถแก้ปัญหาข้อที่สี่ที่กล่าวมาข้างต้นคือปัญหาช่วงของตัวแปร

Dunn [89] ได้แนะนำการนอมอลไลซ์ของดัชนีแบบอินโดเร็กเป็นครั้งแรกโดยอ้างอิงต่อโครงสร้างย่อยในข้อมูลเช่น โครงสร้างย่อยในข้อมูลถูกอธิบายโดยตรงมากขึ้น

$$\hat{\mathcal{V}}_{PE,D}(U) = \frac{\mathcal{V}_{PE}(U)}{\mathcal{V}_{PE,0}(U)} \approx \left(\frac{n\mathcal{V}_{PE}(U)}{n-c} \right), U \in M_{jcn} \quad (5.19)$$

การนอมอลไลซ์แบบกึ่งสถิติ (Quasi-statistical) นี้เป็นการประมาณอัตราส่วนของ $\mathcal{V}_{PE}(U)$ ต่อค่า $\mathcal{V}_{PE,0}(U)$ โดย Dunn ใช้พีชชีซีมีนกับเซต X_0 ที่มีเวคเตอร์ n ตัวกระจายอย่างเป็นระเบียบใน \mathfrak{R}^p เพื่อประมาณ $\mathcal{V}_{PE,0}(U)$ ซึ่งเขาประมาณค่าเท่ากับ $(n-c)/n$ แนวคิดของ Dunn คือถ้า X ประกอบด้วยกลุ่มข้อมูลที่มีความแน่นและแยกจากกันจำนวน c กลุ่ม ค่า $\mathcal{V}_{PE}(U)$ ของพาทิชั่น U ของ X ควรจะต่ำเมื่อเทียบกับ $\mathcal{V}_{PE,0}(U)$ บน X_0 หรืออาจกล่าวได้ว่า $\hat{\mathcal{V}}_{PE,D}$ เป็นรูปแบบการทดสอบอัตราอินเวลิไลฮูด (Inverse likelihood ratio) ดังนั้น $\hat{\mathcal{V}}_{PE,D}$ ที่น้อยสุดแสดงถึงโอกาสมากที่สุดที่ X ประกอบด้วยโครงสร้างย่อย

การทดลองโดย Dunn แสดงว่า $\hat{\mathcal{V}}_{PE,D}$ เป็นการปรับปรุง $\hat{\mathcal{V}}_{PE}$ ที่ใช้ได้ดี อย่างไรก็ตามการแทน $U = \bar{U}$ ใน (5.19) ด้วยขอบเขตบนสำหรับ $\mathcal{V}_{PE}(U)$ ใน (5.8x) ทำให้ได้ขอบเขตบน (ค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้) $\hat{\mathcal{V}}_{PE,D}(\bar{U}) = \left(\frac{n\mathcal{V}_{PE}(\bar{U})}{n-c} \right) = \left(\frac{n \log_a c}{n-c} \right)$ ที่พาทิชั่นของ X ซึ่งก็ยังคงเป็นฟังก์ชัน

ของ c อยู่ แสดงว่าการนอมอลไลซ์ของ Dunn ไม่ได้ช่วยแก้ปัญหาช่วงของตัวแปรแต่เป็นการอ้างเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อิง (แบบประมาณ) ดัชนีแบบอินไดเร็ก \mathcal{V}_{PE} กับคุณสมบัติที่เป็นที่ต้องการสำหรับแสดงลักษณะข้อมูลในกลุ่มข้อมูล กล่าวคือข้อมูลซึ่งโครงสร้างกลุ่มข้อมูลเป็นการกระจายแบบไม่ยูนิฟอร์ม (Non-uniform) ใน \mathbb{R}^p

Bezdek [90] ได้เสนอการสแตนด์ดาร์ด (Probabilistic standardization) สำหรับทั้ง \mathcal{V}_{PC} และ \mathcal{V}_{PE} บนพื้นฐานการแปลงแบบเชิงเส้น (Linear transformation) $Y = \frac{X - u_X}{\sigma_X}$ ของตัวแปรสุ่ม X ด้วยค่าเฉลี่ย (Mean) และค่าเดอวิเอชันมาตรฐาน (Standard deviation) คือ $(u_Y, \sigma_Y) = (0, 1)$ สมมติฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์ดัชนีการวัดความถูกต้องคือ การกระจายแบบยูนิฟอร์มของตัวแปรสุ่มบนดีเจเนอเรตฟัซซีพาร์ติชัน (Degenerate fuzzy c-partition) M_{fc0} ของ X สิ่งนี้มีความจำเป็นเพราะว่าเดอวิเอชันจะถูกกระทำที่หนึ่งคอลัมน์ของ U ดังนั้นมันจำเป็นที่ต้องมีคอลัมน์ที่อิสระเพื่อรวมผลทั้งหมดของพาร์ติชันของ X พวกเขาสร้างค่าเฉลี่ยและค่าเดอวิเอชันมาตรฐานของ \mathcal{V}_{PC} และ \mathcal{V}_{PE} ภายใต้สมมติฐานนี้ พวกเขาได้พิสูจน์ว่า $U \in M_{fc0}$ ค่าที่คาดหวังไว้ (Expect value, E) และค่าวาเรียน (Variance, var) ของ \mathcal{V}_{PC} และ \mathcal{V}_{PE} คือ

$$E(\mathcal{V}_{PC}(U)) = \left(\frac{1}{c+1} \right) \quad (5.20n)$$

$$\text{var}(\mathcal{V}_{PC}(U)) = \left(\frac{4(c-1)}{n(c+1)^2(c+2)(c+3)} \right) \quad (5.20ข)$$

$$E(\mathcal{V}_{PE}(U)) = \sum_{k=2}^c \frac{1}{k} \quad (5.21n)$$

$$\text{var}(\mathcal{V}_{PE}(U)) = \frac{1}{n} \left(\left(\sum_{k=2}^c \frac{1}{k^2} \right) - \left(\frac{(c-1)}{(c+1)} \right) \left(\frac{\pi^2}{6} - 1 \right) \right) \quad (5.21ข)$$

ผล (5.20) สามารถใช้กับ $Y = \frac{X - u_X}{\sigma_X}$ เพื่อการสแตนด์ดาร์ด \mathcal{V}_{PC} , $\hat{\mathcal{V}}_{PC,R}$ และผล (5.21)

สามารถใช้กับการสแตนด์ดาร์ด \mathcal{V}_{PE} , $\hat{\mathcal{V}}_{PE,B}$ และ $\hat{\mathcal{V}}_{PE,D}$ ในลักษณะเดียวกัน

สำหรับ n ที่มากๆ ทฤษฎีลิมิตบอกเราว่าตัวแปรสุ่มที่สแตนด์ดาร์ดสามารถประมาณเป็นการกระจายแบบนอมอล (Normal distribution) (ในเกาท์เซียน) ที่ถูกประมาณด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และค่าวาเรียนเท่ากับ 1 นั่นเอง เขียนได้เป็น $N(0, 1)$ ตัวอย่างเช่นเมื่อ $u \in N_{fc}$ ถูกกระจายแบบยูนิฟอร์มบนเวกเตอร์ฟัซซี N_{fc} และเพราะ $M_{fcn} \in M_{fc0}$ จะได้การสแตนด์ดาร์ดดัง (5.22)

$$\mathcal{V}_{PC}^*(U) = \left(\frac{n(c+2)(c+3)}{c-1} \right)^{0.5} \left(\frac{(c+1)\mathcal{V}_{PC}(U) - 2}{2} \right) \approx N(0, 1) \quad (5.22n)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\mathcal{V}_{PE}^*(U) = \frac{\mathcal{V}_{PE}(U) - \left(\sum_{k=2}^c \frac{1}{k} \right)}{\left(\sum_{k=2}^c \left(\frac{1}{nk^2} \right) - \left(\frac{c-1}{c+1} \right) \left(\frac{\pi^2 - 6}{6n} \right) \right)^{0.5}} \approx N(0,1) \quad (5.22ข)$$

เนื่องจากปกติแล้ว X จะเป็นไฟไนท์ (Finite) ซึ่งเป็นการกระจายจริงๆของการสแตนด์ดาร์ด เช่นพวกมันสามารถห่างจากการกระจายแบบนอมอลได้

5.6 สรุป

ในบทนี้ได้แสดงถึงพัฒนาการของการวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูลซึ่งสามารถแบ่งเป็น 6 ชนิดตามตารางที่ 5.1 แต่ละชนิดต่างมีข้อดีและข้อเสียต่างกัน การเลือกดัชนีใดมาใช้นั้นจำเป็นต้องคำนึงถึงสภาพแวดล้อมอื่นด้วยเช่น โค้ดที่เรียกของข้อมูล, อัลกอริทึมในการแบ่งกลุ่มข้อมูล เป็นต้น ดัชนีวัดความถูกต้องส่วนใหญ่สามารถใช้กับอัลกอริทึมในการแบ่งกลุ่มข้อมูลใดๆได้โดยสามารถแบ่งความถูกต้องเป็น 2 ลักษณะคือ การหาจำนวนกลุ่มที่เหมาะสมที่สุด (อัลกอริทึมการแบ่งกลุ่มเดียวกันแต่ต่าง c) และการวัดความถูกต้องของผลพาทิชั่นที่ได้ (c เดียวกันแต่ต่างอัลกอริทึมการแบ่งกลุ่ม) และเนื่องจากดัชนีวัดความถูกต้องส่วนใหญ่ไม่มีช่วงค่าดัชนีที่แน่นอนจึงได้มีการพัฒนาการนอมอลไลซ์เพื่อให้พิจารณาได้ง่ายขึ้นดังในหัวข้อ 5.5 ในปัจจุบันงานวิจัยทางด้าน การวัดความถูกต้องยังคงมีการพัฒนาต่อไปและมีความสำคัญต่องานวิจัยทางด้านวิทยาศาสตร์การแพทย์ด้วย

การแบ่งกลุ่มข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอส่วนสมอง

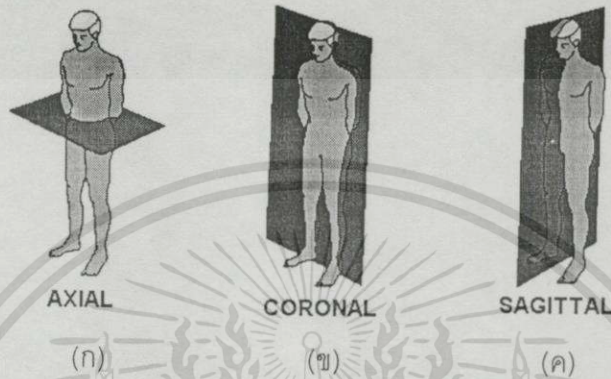
ในบทนี้กล่าวถึงการทดลองในวิทยานิพนธ์โดยประกอบด้วยข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอ (Magnetic Resonance Image หรือ MRI) ที่นำมาใช้ในการทดลอง, การแบ่งกลุ่มข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอด้วยพีซีซีทีมีนและพีซีซีทีมีนแบบประมาณค่า ข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอจะกล่าวถึงลักษณะของไฟล์ (File), ระยะเวลาการถ่ายและลักษณะของผู้ป่วย ส่วนการแบ่งกลุ่มข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอจะกล่าวถึงขั้นตอนต่างๆในขบวนการ รวมไปถึงเทคนิคการกำหนดค่าพารามิเตอร์ (Parameter) ซึ่งมีความสำคัญต่ออัลกอริทึม (Algorithm) เป็นอย่างมาก

6.1 ข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอ

จากที่ได้กล่าวมาแล้วว่าข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอคือภาพที่มีประโยชน์ในการวิเคราะห์โรคมากมายโดยเฉพาะในส่วนสมอง ภาพเอ็มอาร์ไอสามารถถ่ายได้ในหลายๆมุมทำให้สะดวกต่อการวิเคราะห์ โดยส่วนใหญ่แพทย์จะใช้การถ่ายภาพและฉายลงบนแผ่นฟิล์มเพื่อส่งกับแสง ปัจจุบันได้มีการบันทึกเป็นรูปแบบไฟล์ (File format) มาตรฐานทางการแพทย์ชื่อว่า ไดคคอม (Digital Imaging and Communication in Medicine หรือ DICOM) ซึ่งทำให้สะดวกในการใช้งานมากขึ้น อีกทั้งยังเป็นการประหยัดอีกด้วย ไฟล์ไดคคอมนี้เป็นรูปแบบไฟล์ที่ได้รับการยอมรับทั่วโลกซึ่งภาพที่นำมาใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ก็ไฟล์ในรูปแบบดังกล่าว

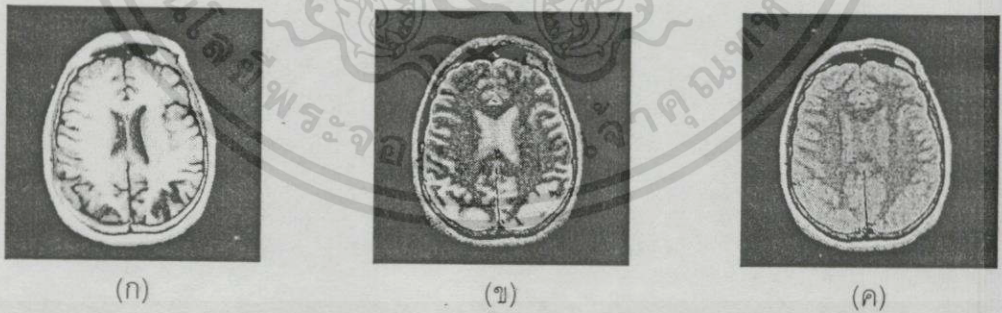
ภาพเอ็มอาร์ไอที่นำมาใช้ในวิทยานิพนธ์นี้ได้รับการเอื้อเฟื้อจากโรงพยาบาลรามธิบดีและโรงพยาบาลพระมงกุฎ นอกจากนี้บางส่วนยังนำมาจากฐานข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอบนอินเทอร์เน็ต (Internet) เช่น <http://www.med.harvard.edu/AANLIB/home.html> โดยภาพไดคคอมนี้มีใช้เป็นเพียงข้อมูลภาพเพียงอย่างเดียว แต่รวมถึงประวัติผู้ป่วย, ค่าต่างๆที่ใช้ในการถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอ และโปรโตคอล (Protocol) การส่งข้อมูลซึ่งซับซ้อนมาก ในปัจจุบันรูปแบบของไฟล์ไดคคอมยังมีการพัฒนาต่อไปเรื่อยๆโดยการประชุมประจำปีที่จัดโดยหน่วยงานต่างๆเช่น Radiological Society of North America หรือ RSNA โดยส่วนใหญ่เครื่องถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอจะเชื่อมต่อกับระบบยูนิกซ์ (Unix system) ซึ่งเมื่อถ่ายออกมาแล้วจะเป็นภาพระดับเทา (Gray level image) ขนาด 512×512 ว็อกเซล (Voxel) (แต่ในการแบ่งกลุ่มข้อมูล (Data clustering) สามารถมองเป็นพิกเซล (Pixel) ได้) โดยเป็นแบบ 12 บิต (Bit) ต่อพิกเซล เมื่อนำมาแสดงและใช้งานจะทำการแปลงเป็นภาพระดับเทาขนาด 256×256 พิกเซลและเป็นแบบ 8 บิตต่อพิกเซลโดยการนำไปหารด้วย 16 นั่นเองเพื่อให้สะดวกต่อการคำนวณ

ประโยชน์ข้อหนึ่งของการถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอคือสามารถถ่ายในระนาบใดก็ได้ แต่โดยปกติแล้วแพทย์จะนิยมถ่ายใน 3 ระนาบหลักคือ แอ็กเซียล (Axial), โคโรนอล (Coronal) และซากิตตอล (Sagittal) ดังรูปที่ 6.1 แต่ทั้งนี้การถ่ายภาพในระนาบใดนั้นขึ้นอยู่กับการวินิจฉัยของแพทย์ว่าที่ระนาบใดจะทำให้การวิเคราะห์ง่ายที่สุด



รูปที่ 6.1 ระนาบการถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอ (ก) แอ็กเซียล (ข) โคโรนอล (ค) ซากิตตอล

โดยส่วนใหญ่จะถ่ายในระนาบแอ็กเซียลซึ่งจะเข้าใจง่ายที่สุดและในวิทยานิพนธ์นี้ก็เลือกใช้ภาพในแนวแอ็กเซียลในการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อต่างๆ โดยภาพที่นำมาใช้คือ ที1เวจ (T1 weight), ที2เวจ (T2 weight) และโปรตอนเดนซิตี (Proton density) ดังรูปที่ 6.2 การนำทั้ง 3 ภาพมาประมวลผลพร้อมกันทำให้ผลถูกต้องมากขึ้นซึ่งจะได้กล่าวถึงต่อไป

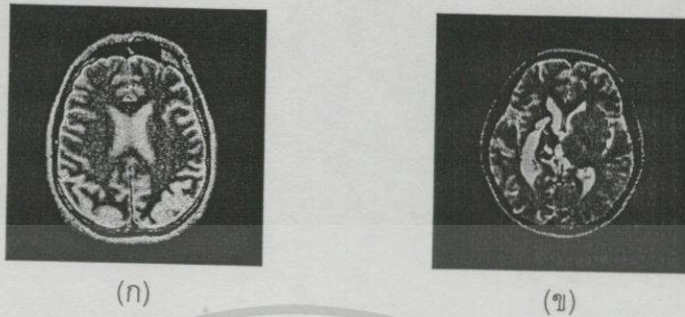


รูปที่ 6.2 ภาพเอ็มอาร์ไอระนาบแอ็กเซียล (ก) ที1เวจ (ข) ที2เวจ (ค) โปรตอนเดนซิตี

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสนอการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อภาพเอ็มอาร์ไอส่วนสมอง ข้อมูลที่นำมาทดลองมีอยู่ 2 ประเภทคือชุดข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอของคนปกติ (Normal) (คือไม่มีอาการป่วย) และคนไม่ปกติ (Abnormal) (คือมีอาการป่วย) เนื่องจากโรคทางสมองมีอยู่มากมาย ในกรณีที่ป่วยเป็นโรคนี้จะเน้นเฉพาะกรณีที่มีเนื้อเยื่อแปลกปลอมเท่านั้นเช่น เนื้องอก (Tumor), อาการบวมน้ำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(Edema) และบริเวณที่เนื้อเยื่อตาย (Necrosis) ในรูปที่ 6.3 แสดงตัวอย่างภาพสมองของคนปกติ และไม่ปกติตามลำดับ



รูปที่ 6.3 ภาพเอ็มอาร์ไอส่วนสมองแบบปกติและไม่ปกติ (ก) ปกติ (ข) ไม่ปกติ

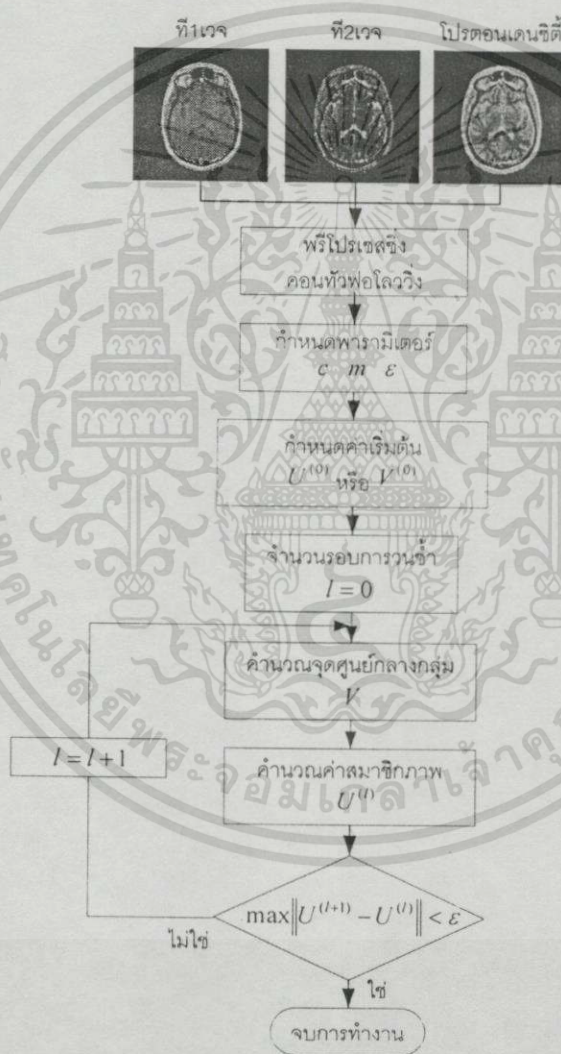
จากที่ได้กล่าวในสมมุติฐานของการทดลองคือในภาพสมองของคนปกติสามารถแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อได้ 4 กลุ่มคือ *white matter*, *gray matter*, *CSF* และกระดูก/ไขมัน ส่วนภาพสมองของคนไม่ปกติจะสามารถแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อได้มากกว่าหรือเท่ากับ 4 กลุ่มคือ นอกจากกลุ่มในคนปกติแล้วยังมีกลุ่มของเนื้อเยื่อที่ผิดปกติด้วย แต่ก็ขึ้นอยู่กับปัจจัยอื่นๆด้วยเช่น ระดับของภาพบนศีรษะ เป็นต้น จะเห็นว่าการกำหนดจำนวนกลุ่มข้อมูลนี้จำเป็นต้องอาศัยฐานความรู้เกี่ยวกับชีววิทยา ส่วนสมองอยู่บ้าง จึงจำเป็นต้องได้รับการแนะนำจากแพทย์ผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งในปัจจุบันได้มีการใช้การวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูล (Cluster validity) เพื่อหาจำนวนกลุ่มข้อมูลที่เหมาะสมกับชุดข้อมูลนั้น แต่ยังไม่มียวิธีที่สามารถนำมาใช้กับหาจำนวนเนื้อเยื่อที่เหมาะสมในภาพเอ็มอาร์ไอได้ถูกต้องจนเป็นที่ยอมรับ ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงใช้วิธีการระบุจำนวนกลุ่มโดยอาศัยผู้เชี่ยวชาญ อย่างไรก็ตามคาดว่าในอนาคตจะมีการพัฒนาการวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูลที่มีโคตีเรีย (Criteria) เหมาะสมกับโครงสร้างของข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอ

ข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอค่อนข้างมีความหลากหลายมาก การเลือกมาใช้งานก็ขึ้นอยู่กับความเหมาะสม นอกจากนี้ยังมีการพัฒนาเทคโนโลยีใหม่ๆทั้งด้านการถ่ายเช่น เอฟเอ็มอาร์ไอ (Functional Magnetic Resonance Image หรือ fMRI) หรือด้านการบันทึก เป็นต้น ผู้ใช้จำเป็นต้องติดตามข่าวสารของการพัฒนาต่อไป ด้านการใช้ซอฟต์แวร์ (Software) มาช่วยในการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อจากภาพเอ็มอาร์ไอส่วนสมองค่อนข้างเป็นงานที่ละเอียดซึ่งการอาศัยความเห็นและความรู้ของแพทย์ผู้เชี่ยวชาญยังเป็นสิ่งจำเป็นอยู่ ทฤษฎีภาพเอ็มอาร์ไอโดยละเอียดอยู่ในภาคผนวก ก.

6.2 การแบ่งกลุ่มข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอบนพื้นฐานอัลกอริธึมฟัซซีซีมีน

ในบทที่ 4 ได้กล่าวถึงการแบ่งกลุ่มข้อมูลด้วยอัลกอริธึมฮาร์ดซีมีน (Hard c-means), ฟัซซีซีมีน (Fuzzy c-means) และฟัซซีซีมีนแบบประมาณค่า (Approximated fuzzy c-means) ซึ่งเป็นเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาตเห็นแก่ประโยชน์ในการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การเพิ่มประสิทธิภาพทางด้านทรัพยากรและความเร็วในการประมวลผล จะเห็นว่าอัลกอริทึมฟัซซีที่มีขึ้นขึ้นอยู่กับปัจจัยหลายอย่างคือ การเลือกพารามิเตอร์, การเลือกชนิดของนอม (Norm), การกำหนดค่าเริ่มต้น, การกำหนดจุดสิ้นสุด (หรือก็คือการกำหนดค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้) และการลู่เข้า (Convergence) ซึ่งแสดงให้เห็นว่าวิธีฟัซซีที่มีขึ้นที่เป็นพื้นฐานในวิทยานิพนธ์นี้มีความยืดหยุ่นมาก ทำให้เข้ากับปัญหาได้หลายด้านซึ่งเป็นข้อดี อย่างไรก็ตาม ความยืดหยุ่นนี้ก็ทำให้เกิดข้อควรระวังมากมายเช่น การกำหนดค่าเริ่มต้นที่ไม่เหมาะสมอาจทำให้การแบ่งกลุ่มข้อมูลทำได้ช้าและอาจไม่ลู่เข้าเลย (คือตกลงไปค่าเอ็กตรีมาแบบโลคอล (Local extrema)) เป็นต้น



รูปที่ 6.4 โฟลวชาร์ทการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อในภาพเอ็มอาร์ไอด้วยฟัซซีซีมีน

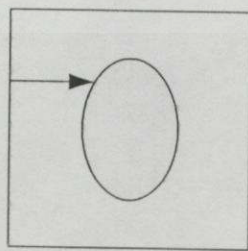
รูปที่ 6.4 แสดงโฟลวชาร์ท (Flow chart) การใช้ฟัซซีซีมีนในการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อในภาพเอ็มอาร์ไอส่วนสมองระนาบแอกเซียล ที่1เวจ, ที่2เวจและโปรตอนเดนซิตี จากรูปที่ 6.4 ค่าระดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

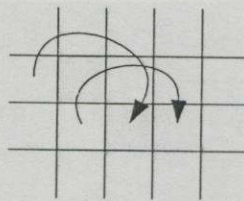
เทาของภาพอินพุตซึ่งเป็นภาพ 3 ภาพคือ ที่1เวจ, ที่2เวจและโปรตอนเดนซิตี คือ $X_{[65536][3]}$ (เนื่อง จากภาพมีขนาด $256 \times 256 = 65536$) จะเห็นว่าขั้นตอนแรกจะต้องกำหนดพารามิเตอร์ 3 ตัวคือ จำนวนกลุ่มข้อมูล (c), ค่าเวจเอ็กโปเน้น (Weight exponent, m) และค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้ (ε) จำนวนกลุ่มข้อมูลที่ต้องการจะบอกถึงว่าอัลกอริธึมการแบ่งกลุ่มข้อมูลจะแบ่งกลุ่มข้อมูลอินพุตเป็นกี่กลุ่ม โดยจะแสดงผลลัพธ์ออกมาเป็นเซตค่าสมาชิกภาพจำนวน c เซตเช่น ถ้าให้ $c = 5$ แสดงด้วย $U_{[65536][5]}$ จำนวนกลุ่มข้อมูลที่เหมาะสมนี้เป็นปัญหาที่กล่าวถึงอย่างมากตั้งแต่อดีตถึงปัจจุบันเพราะส่วนใหญ่จะอ้างอิงจากผลการทดลอง ค่าเวจเอ็กโปเน้นแสดงถึงความเป็น พืชซึ่งว่ามีเท่าใดโดยจะกล่าวละเอียดในหัวข้อ 6.2.3 ค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้นี้จะมีส่วนในการ กำหนดความถูกต้องของพาทิชัน (Partition) รวมถึงจำนวนรอบการวนซ้ำ นอกจากพารามิเตอร์ 3 ตัวที่ได้กล่าวมาแล้ว อัลกอริธึมพืชซึ่งมีนยังต้องการการกำหนดค่าสมาชิกภาพเริ่มต้น ($U^{(0)}$) หรือ อาจเป็นค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้น ($V^{(0)}$) ก็ได้ ซึ่งค่าเริ่มต้นนี้เป็นสิ่งสำคัญต่ออัลกอริธึมมาก

6.2.1 프리โปรเซสซิ่ง

จากที่ได้กล่าวมาแล้วว่าภาพเอ็มอาร์ไอที่นำมาใช้ทดลองมีขนาด 256×256 คือ มีขนาด 65536 จุดข้อมูล จะเห็นว่ามีขนาดใหญ่มาก จากการสังเกตลักษณะของภาพพบว่าใน ภาพส่วนใหญ่จะเป็นส่วนพื้นหลังอยู่เกือบครึ่งหนึ่งของภาพ ซึ่งจุดประสงค์ของวิทยานิพนธ์นี้คือ การแบ่งชนิดเนื้อเยื่อตั้งนั้นจึงสร้างส่วนฟรีโปรเซสซิ่ง (Preprocessing) ก่อนการแบ่งเนื้อเยื่อเพื่อ ลดจำนวนข้อมูลที่ต้องประมวลผล ในที่นี้ได้นำคอนทัวฟอโลวริง (Contour following) มาใช้โดย แสดงได้ดังรูปที่ 6.5 อัลกอริธึมจะทำการค้นหาจากขอบด้านใดด้านหนึ่งของส่วนของศีรษะ จากนั้นจะเริ่มวิ่งวนเพื่อหาคอนทัวจนกลับมาบรรจบที่จุดเริ่มต้นอีกครั้ง รูปที่ 6.6 แสดงการทำคอน ทัวฟอโลวริงกับภาพเอ็มอาร์ไอโดยรูปที่ 6.6(ก) คือภาพเอ็มอาร์ไอและรูปที่ 6.6(ข) คือผลจากการ ทำคอนทัวฟอโลวริง ซึ่งตัวอย่างในรูปที่ 6.6 นี้จะทำให้เหลือข้อมูลที่พิจารณาจริงเพียง 29029 จุด ข้อมูลเท่านั้น (จาก 65536 จุดข้อมูล)

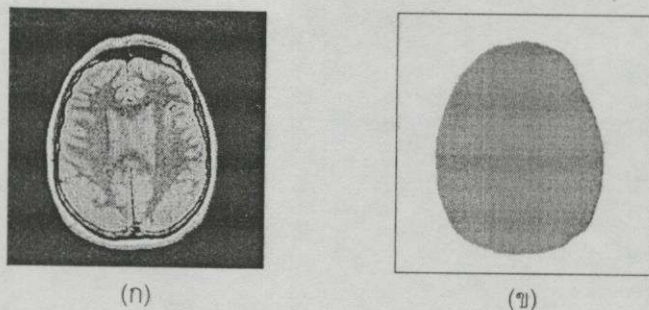


(ก)



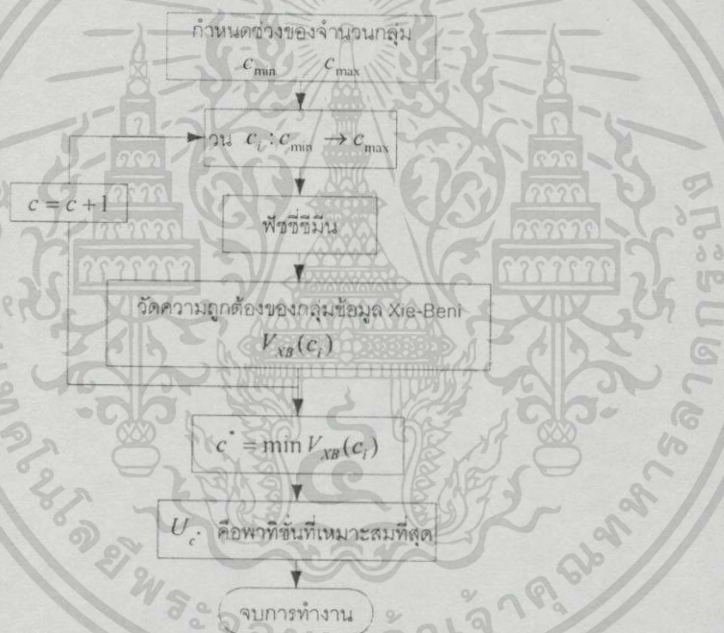
(ข)

รูปที่ 6.5 คอนทัวฟอโลวริง (ก) การค้นหาจุดเริ่มต้นของคอนทัว (ข) การหมุนวนเพื่อหาจุดต่อไป



รูปที่ 6.6 การใช้คอนทราสต์ฟลอว์ริงกับภาพเอ็มอาร์ไอ (ก) ภาพเอ็มอาร์ไอต้นฉบับ (ข) ผลจากการทำคอนทราสต์ฟลอว์ริง

6.2.2 จำนวนกลุ่มข้อมูล (c)



รูปที่ 6.7 การใช้ดัชนีวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูลเพื่อหาจำนวนกลุ่มข้อมูลที่เหมาะสม

เนื่องจากอัลกอริธึมการแบ่งกลุ่มข้อมูลแบบไม่ใช้ผู้เชี่ยวชาญ (Unsupervised) จำเป็นต้องมีการระบุจำนวนกลุ่มข้อมูลที่ต้องการจะแบ่งก่อนซึ่งรวมถึงวิธีฟัซซีซึ่มินด้วย ดังนั้นจะทราบได้อย่างไรว่าจำนวนกลุ่มเท่าไรจึงจะเหมาะสมกับชุดข้อมูล การวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูลถูกนำมาใช้แก้ปัญหาที่ 5 จากการศึกษาและทดลอง วิธีของ Xie-Beni มีความน่าเชื่อถือที่สุด เพราะเป็นดัชนีวัดความถูกต้องที่คำนวณจากผลพหุคูณและคำนึงถึงโครงสร้างของข้อมูลเองด้วย รูปที่ 6.7 แสดงการใช้ดัชนีของ Xie-Beni กับข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอ การวนซ้ำแบ่งกลุ่มข้อมูลด้วยจำนวนกลุ่มต่างๆกันและเปรียบเทียบเพื่อหาจำนวนกลุ่มที่ให้ค่าดัชนีที่ดีที่สุด (ในที่นี้ดัชนีของ Xie-

Beni พิจารณาที่น้อยที่สุด) จากการทดลองพบว่าจำนวนกลุ่มที่ตอบยังไม่เสถียรเท่าที่ควร อาจเนื่องจากปริมาณข้อมูลมาก, ความซับซ้อนของข้อมูลและความอ่อนไหวของข้อมูล สิ่งต่างๆเหล่านี้เป็นอุปสรรคต่อการคำนวณดังกล่าวทั้งสิ้น จากเหตุดังกล่าวจึงไม่มีการนำการวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูลมาใช้ในแง่การหาจำนวนเนื้อเยื่อในวิทยานิพนธ์นี้ อย่างไรก็ตาม หากมีการพัฒนาการวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูลให้มีโคที่เรียให้เหมาะสมกับโครงสร้างข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอก็อาจทำให้สามารถระบุจำนวนเนื้อเยื่อในสมองด้วยการหาดัชนีได้

นอกจากการใช้ประโยชน์จากการวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูลเพื่อหาจำนวนกลุ่มข้อมูลแล้ว ยังมีการนำไปใช้ตรวจผลพาทิชัน (Partition) ว่าถูกต้องเพียงใด (เช่นการตรวจผลพาทิชันที่ได้จากวิธีการแบ่งกลุ่มข้อมูลหลายวิธีที่จำนวนกลุ่มเดียวกัน)

ในหัวข้อเรื่องการใช้ประโยชน์จากการวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูลนี้ ผู้ทำวิทยานิพนธ์มีความเห็นว่ามีความเป็นไปได้ทั้ง 2 แนวทางในการใช้กับข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอ อย่างไรก็ตาม วิทยานิพนธ์นี้ใช้ผู้เชี่ยวชาญในการกำหนดจำนวนกลุ่มเนื้อเยื่อเนื่องจากเป็นวิธีที่ปลอดภัยและได้รับการยอมรับมากที่สุดทั้งจากแพทย์และผู้ป่วยรวมถึงนักวิจัยทั่วโลกด้วย

6.2.3 ค่าเวจเอ็กโปเนน (m)

จากบทที่ 4 ได้กล่าวถึงอัลกอริธึมฮาดซีมีนและฟัชซีซีมีน จะเห็นว่าฟัชซีซีมีนมีพารามิเตอร์เหมือนกับฮาดซีมีนและยังมีเพิ่มอีก 1 ตัวคือ m จากตรงนี้อาจกล่าวรวบรวบได้ว่า m คือค่าที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงจากฮาดไปเป็นฟัชซีซีมีนหรือค่าที่แยกความเป็นฮาด/ฟัชซีซีมีนเอง การเลือกค่า m นี้เป็นงานที่ท้าทายมาก ฟัชซีซีมีนจะสร้างพาทิชันที่ใกล้ $U = [I/c]$ เมื่อ m มากขึ้น ในทางทฤษฎี สิ่งนี้จะเกิดขึ้นเมื่อ $m \rightarrow \infty$ แต่ในทางปฏิบัติ ถ้า m เข้าใกล้ 1 จากค่ามากๆ แล้ว ฟัชซีซีมีนจะเข้าใกล้ฮาดซีมีนมากขึ้นและผลพาทิชันจะคล้ายเป็นฮาดมากขึ้น ดังนั้น m คือการควบคุมระดับความคลุมเครือ (Fuzziness) ที่แสดงในขอบเขตของ U นักวิจัยส่วนใหญ่ใช้ m อยู่ในช่วง $[1, 1.5]$ โดยที่ $m = 2$ คือค่าที่ใช้อย่างแพร่หลายที่สุด ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เลือกใช้ค่า $m = 2$ และจากการทดลองพบว่าให้ผลที่ดี

6.2.4 ค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้ (ϵ)

การเลือก ϵ คือ การควบคุมจำนวนการวนซ้ำและคุณภาพ สังเกตจากรูปที่ 6.4 ว่าอัลกอริธึมจะสิ้นสุดการทำงานเมื่อ $\max\|U^{(i)} - U^{(i+1)}\|$ ต่างกันน้อยกว่าค่า ϵ คือ ความแตกต่างค่อยๆ ลดลงหรือก็คือเริ่มลู่อเข้าแล้วนั่นเอง นั่นคือถ้า ϵ น้อย การวนซ้ำอาจนานเกินไป นักวิจัยส่วนใหญ่รายงานว่าค่า ϵ ในช่วง $[0.01, 0.001]$ ใช้งานได้ดี

นอกจากการเปรียบเทียบค่าสมาชิกภาพ U แล้วยังสามารถใช้การเปรียบเทียบค่าจุดศูนย์กลางกลุ่ม V ได้ด้วย ดังตอนท้ายในบทที่ 4 ซึ่งจะช่วยให้ประหยัดหน่วยความจำและช่วยเพิ่มความเร็วในการเปรียบเทียบ เนื่องจาก V มีจำนวนน้อยกว่านั่นเอง อย่างไรก็ตามยังไม่สามารถพิสูจน์ได้ว่าการใช้ V ในการเปรียบเทียบแทน U จะสามารถให้ผลที่เหมือนกันทุกประการ

6.2.5 ความเร่ง

เนื่องจากเมื่อนำพีชชีซีมีนมาใช้กับภาพเอ็มอาร์ไอจะพบว่าปริมาณการคำนวณสูงมาก จึงได้มีการเสนอพีชชีซีมีนแบบประมาณค่าเพื่อช่วยลดปริมาณการคำนวณซึ่งได้กล่าวในบทที่ 4 และจะกล่าวถึงในการนำมาใช้กับภาพเอ็มอาร์ไอในหัวข้อที่ 6.3 อย่างไรก็ตามนอกจากแนวคิดพีชชีซีมีนแบบประมาณค่าแล้วยังมีการใช้ความถี่ของการเกิดของแต่ละค่าระดับเทาเช่น ถ้าภาพเอ็มอาร์ไอเป็นภาพขนาด 8 บิต (256 ระดับ) ให้จำนวนพิกเซลที่ค่าระดับเทา q เป็น f_q พิกเซลเหล่านี้ทั้งหมดจะมีค่าสมาชิกภาพเดียวกันในทุกกลุ่มข้อมูล (c กลุ่ม) ให้ u_{iq} เป็นค่าสมาชิกภาพของทุกๆพิกเซลที่มีค่าระดับเทา q สำหรับกลุ่มข้อมูล i , $1 \leq i \leq c$ เมื่อมาพิจารณาการคำนวณจะสามารถเปลี่ยนสมการการคำนวณจุดศูนย์กลางกลุ่มเมื่อภาพมีขนาด $256 \times 256 = 65536$ ได้ดัง $v_i = \frac{\sum_{k=1}^{65536} u_{ik}^m x_k}{\sum_{k=1}^{65536} u_{ik}^m} = \frac{\sum_{q=0}^{255} f_q u_{iq}^m x_k}{\sum_{q=0}^{255} f_q u_{iq}^m}$ ซึ่งก็เป็นอีกแนวทางที่ทำให้การคำนวณมีประสิทธิภาพเช่นกัน

อย่างไรก็ตาม วิทยานิพนธ์นี้ใช้พีชชีซีมีนแบบประมาณค่าเพียงอย่างเดียวเนื่องจากคำนึงถึงว่าการใช้ความถี่ดังกล่าวจะไม่คุ้มค่ากับการนำมาใช้กับพีชชีซีมีนแบบประมาณค่า อีกทั้งก่อนเข้าขบวนการแบ่งกลุ่มข้อมูลได้มีการทำพร็อบเรเซสซึ่ง (คอนทราสต์ฟอโลวอิง) แล้วซึ่งทำให้ช่วยลดปริมาณข้อมูลได้มากและความเร็วเป็นที่น่าพอใจ

6.2.6 การกำหนดค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้น

เนื่องจากการใช้งานอัลกอริธึมพีชชีซีมีนจำเป็นต้องมีการกำหนดค่าสมาชิกภาพเริ่มต้น ($U^{(0)}$) หรือการกำหนดค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้น ($V^{(0)}$) ซึ่งจะมีผลต่อการทำงานของอัลกอริธึมเป็นอย่างมาก ปัจจุบันทฤษฎีเกี่ยวกับการกำหนดค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้นกำลังเป็นหัวข้อวิจัยที่แพร่หลาย มีการใช้หลายๆหลักการมาประยุกต์เช่น การใช้เจเนติกอัลกอริธึม (Genetic algorithm) เป็นต้น

ค่าเริ่มต้นที่ดีจะช่วยลดเวลาในการคำนวณลงได้คือ ลู่เข้าเร็วขึ้นนั่นเอง แต่นอกจากเรื่องของความเร็วแล้วค่าเริ่มต้นที่แตกต่างกันจะทำให้ได้ผลพาทิชั่นที่ต่างกันด้วย โดยค่าเริ่มต้นที่ดีจะได้ผลพาทิชั่นที่ดีว่าในเทอมของ J ซึ่งอาจหรืออาจไม่ดีกว่าอย่างเห็นได้ชัด

ผลพาทิขั้นที่ได้นั้นขึ้นอยู่กับตัวชุดข้อมูลโดยตรงคือ เกือบทุกชุดข้อมูลจะมีจุดเอ็กตรีมาแบบโลคอลซึ่งอาจมาน้อยต่างๆกันไป การกำหนดค่าเริ่มต้นที่ดีจะช่วยลดการตกลงเอ็กตรีมาแบบโลคอลได้

วิธีพื้นฐานในการกำหนดจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้นที่แพร่หลายอยู่ 3 วิธี คือ

1. ใช้ข้อมูล c จุดแรก (ที่ค่าต่างกัน) จาก X
2. ใช้ข้อมูล c จุดที่สุ่มจาก X
3. ใช้ข้อมูล c จุดที่กระจายแบบยูนิฟอรม์ตลอด X

นอกจากนี้ยังมีนักวิจัยบางท่านกำหนดค่าเริ่มต้นให้พีชชีมีนจากฮาดชีมีน จากการทดลองมีข้อควรระวังคือ ไม่ควรเริ่มต้นด้วยค่าแถวที่เท่ากันใน $U^{(0)}$ หรือจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลที่เท่ากันใน $V^{(0)}$ เพราะการวนซ้ำจะไม่สามารถอัปเดต (Update) ตัวมันเองได้ จากการทดลองการกำหนดค่าเริ่มต้นด้วย 3 วิธีที่กล่าวมาให้ผลไม่ดีเท่าที่ควร ใน [31] ได้มีการแนะนำให้เริ่มต้น $U^{(0)}$ ด้วย (6.1)

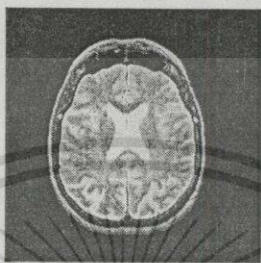
$$U^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & 1 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 & 0 & 0 & \dots \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

โดยใช้ค่าเริ่มต้นนี้กับชุดข้อมูลใดๆซึ่งความจริงก็คือ การกำหนดค่าเริ่มต้นนี้อาจไม่เหมาะสมกับชุดข้อมูลที่ต้องการจะแบ่งก็ได้ นอกจากนี้จุดเริ่มต้นดังกล่าวยังไม่สามารถอธิบายที่มาได้ เพราะมาจากการทดลอง จากเหตุผลที่กล่าวมา ในวิทยานิพนธ์นี้จึงได้เสนอการกำหนดจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลเริ่มต้นที่คำนวณจากชุดข้อมูลนั่นเอง [92] เพื่อความเหมาะสมกับชุดข้อมูล โดยใช้หลักการฮิสโตแกรมแบบ 3 มิติ (3D histogram) และหลักการบล็อกข้อมูลที่ติดกัน (Connected block) ซึ่งจะช่วยในการลู่อู่เข้าของอัลกอริธึมเร็วขึ้น

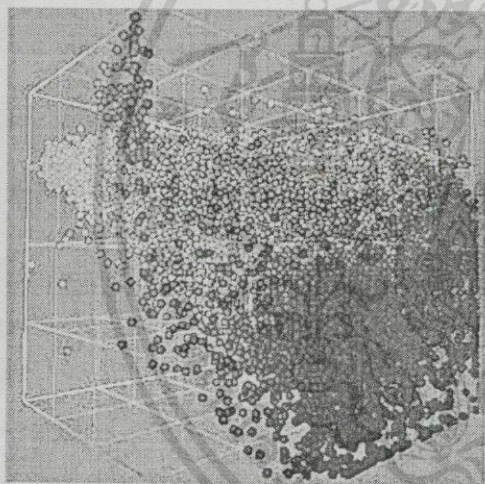
หมายเหตุ การกำหนดค่าเริ่มต้นนี้จะกำหนดค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มหรือค่าสมาชิกภาพก็ได้ เนื่องจากเมื่อเข้าขบวนการพีชชีมีนรอบแรกก็จะทำการคำนวณค่าอีกค่าเช่นกัน นั่นคือถ้ากำหนดค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้นก็ให้คำนวณค่าสมาชิกภาพก่อน ในทางกลับกันถ้ากำหนดค่าสมาชิกภาพเริ่มต้นก็ให้คำนวณค่าจุดศูนย์กลางกลุ่ม

6.2.6.1 การคำนวณจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลเริ่มต้นจากชุดข้อมูล

การกำหนดค่าเริ่มต้นที่เหมาะสมจำเป็นต้องคำนวณจากชุดข้อมูลเอง ภาพเอ็มอาร์ไอทั้ง ที่1เวช, ที่2เวชและโปรตอนเดนซิติ์ในรูปแบบที่ 6.2 สามารถนำมารวมเป็นภาพสีจริง (Color image) โดยให้ ที่1เวชเป็นสีแดง, ที่2เวชเป็นสีเขียวและโปรตอนเดนซิติ์เป็นสีน้ำเงินดังรูปที่ 6.8 ซึ่งสามารถนำมาแสดงเป็นการกระจายตัวของข้อมูล [91] ดังรูปที่ 6.9



รูปที่ 6.8 ภาพเอ็มอาร์ไอสีจริง



รูปที่ 6.9 การกระจายตัวของข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอแบบสีจริง

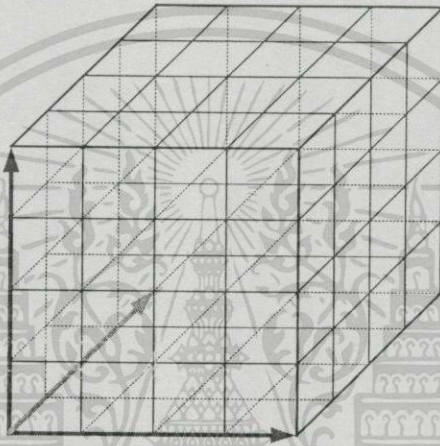
ขั้นตอนในการกำหนดจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลเริ่มต้น

- ขั้นตอนที่ 1 แบ่งการกระจายข้อมูลเป็น $b \times b \times b$ บล็อกดังรูปที่ 6.10
- ขั้นตอนที่ 2 นำจำนวนข้อมูลในแต่ละบล็อก N_{bbb} (ฮิสโตแกรม 3 มิติ)
- ขั้นตอนที่ 3 กำหนดค่าเทรชโฮลด์ (Threshold) T และตรวจสอบหาบล็อกที่มีข้อมูลมากกว่า T
- ขั้นตอนที่ 4 นำบล็อกจากขั้นตอนที่ 3 มาตรวจหากลุ่มของบล็อกที่ติดกันดังรูปที่ 6.11
- ขั้นตอนที่ 5 จัดลำดับกลุ่มตามจำนวนข้อมูลในแต่ละกลุ่ม N_c และเลือกกลุ่ม c ลำดับแรก
- ขั้นตอนที่ 6 คำนวณค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลเริ่มต้นโดย (6.2)

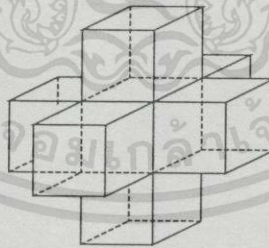
$$v_{G,T1} = \frac{\sum_{k=0}^{N_G} X_{k,T1}}{N_G}, \quad 0 \leq G \leq c \quad (6.2ก)$$

$$v_{G,T2} = \frac{\sum_{k=0}^{N_G} X_{k,T2}}{N_G}, \quad 0 \leq G \leq c \quad (6.2ข)$$

$$v_{G,PD} = \frac{\sum_{k=0}^{N_G} X_{k,PD}}{N_G}, \quad 0 \leq G \leq c \quad (6.2ค)$$



รูปที่ 6.10 การแบ่งบล็อกข้อมูลเพื่อคำนวณค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้น



รูปที่ 6.11 การพิจารณาบล็อกข้อมูลที่ติดกัน

จากอัลกอริทึมการคำนวณค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้นที่นำเสนอจะเห็นว่าค่าเริ่มต้นได้ถูกคำนวณจากชุดข้อมูลจริงๆทำให้มั่นใจได้ว่าจะเหมาะสมกับชุดข้อมูลและจะทำให้การลู่อู่เข้าทำได้เร็วขึ้น เนื่องจากจะสามารถกำหนดได้ใกล้เคียงกับจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลที่ลู่อู่เข้าแล้ว

6.2.7 การตีพีชชีฟาย

จากโฟลวชาร์ทในรูปที่ 6.4 และรูปที่ 6.14 จะพบว่าผลของโฟลวชาร์ทดังกล่าวเป็นชีฟาทิชั่น ของค่าสมาชิกภาพซึ่งยังคงเป็นจำนวนจริงในช่วง $[0,1]$ การแปลความเพื่อนำมาสร้างเป็นภาพไบนารี (Binary image) เนื่องจากจุดข้อมูลใดๆจะอยู่ในกลุ่มข้อมูลได้เพียงกลุ่มใดกลุ่มหนึ่งเท่านั้น ดังนั้นจึงใช้การเปรียบเทียบค่าสมาชิกภาพของจุดข้อมูลนั้นๆว่าที่กลุ่มใดมีค่ามากที่สุด ก็จะถือว่าจุดข้อมูลอยู่ในกลุ่มข้อมูลนั้น เมื่อได้พาทิชั่นที่เป็นฮาร์ด (Hard) แล้วก็นำมาระบุสีและสร้างเป็นภาพไบนารีดังรูปที่ 6.12

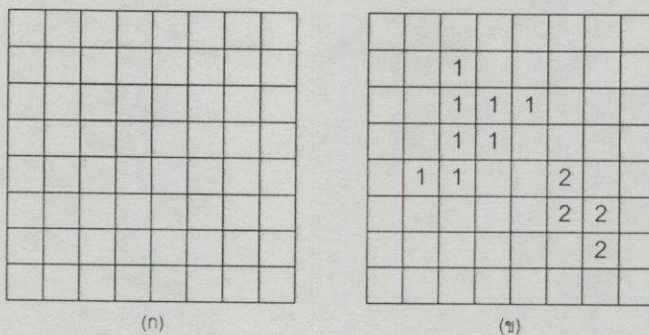
$$\begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0.4 & 0.4 \\ 0.1 & 0.8 & 0.5 & 0.2 \\ 0.3 & 0 & 0.1 & 0.2 \\ 0.5 & 0.2 & 0 & 0.2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{กลุ่มที่ 1} \\ \text{กลุ่มที่ 2} \\ \text{กลุ่มที่ 3} \\ \text{กลุ่มที่ 4} \end{array}$$

รูปที่ 6.12 ตัวอย่างการหาค่าสมาชิกภาพมากที่สุดในแต่ละจุดข้อมูล

เนื่องจากผลพาทิชั่นที่ได้ เราไม่สามารถทราบได้ว่ากลุ่มที่ 1, กลุ่มที่ 2, ..., ..., กลุ่มที่ c คือเนื้อเยื่ออะไร เพราะในการประมวลผลแต่ละครั้งอาจออกมาสลับกันอย่างไรก็ได้ ดังนั้นการระบุชนิดเนื้อเยื่อ (Tissue registration) จำเป็นต้องอาศัยผู้เชี่ยวชาญอีกครั้งหนึ่ง อย่างไรก็ตามมีการประยุกต์ทฤษฎีหลายๆแบบเพื่อระบุชนิดเนื้อเยื่อเช่น การใช้ฐานความรู้ (Knowledge based) [93] เป็นต้น

6.2.8 การโพลีโพรเซสซิง

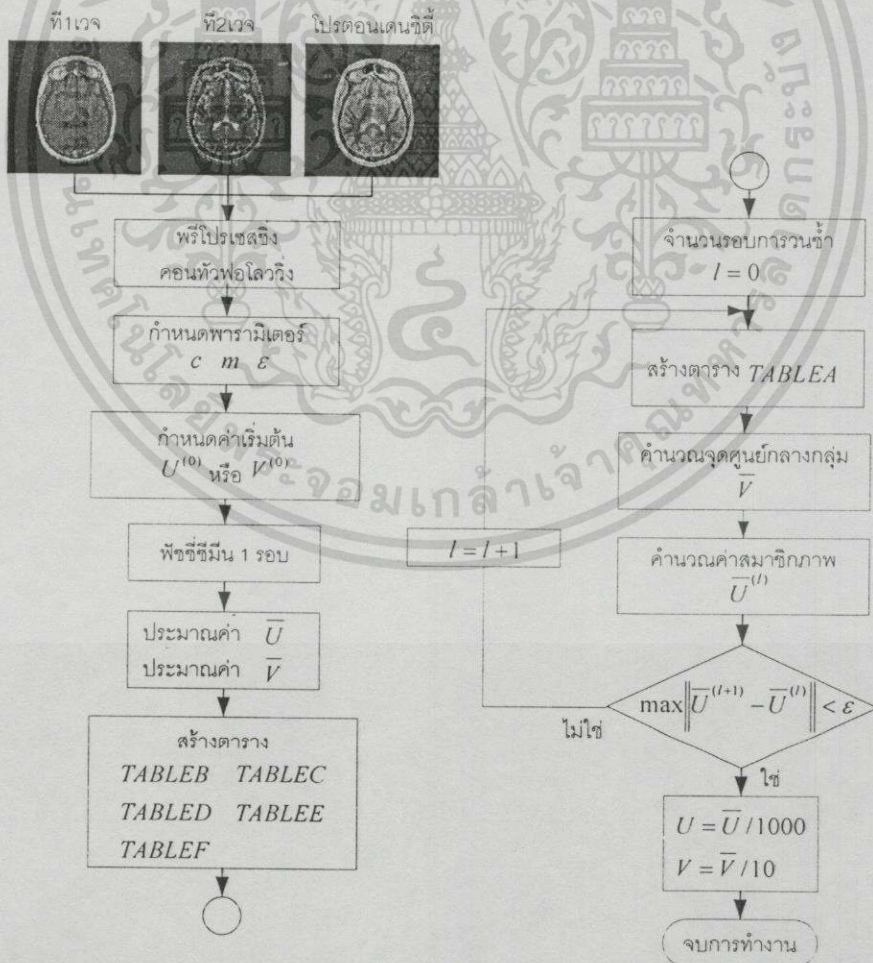
เนื่องจากผลจากการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อต่างๆของสมอง บางครั้งอาจมีเนื้อเยื่อต่างชนิดแต่ได้รับการแบ่งกลุ่มให้อยู่กลุ่มเดียวกันเนื่องจากการมีค่าจุดข้อมูลใกล้เคียงกันเช่น Edema ก็คือ CSF ที่ไปตั้งอยู่ในบริเวณสมองดังนั้นจึงแบ่งกลุ่มข้อมูลได้อยู่ในกลุ่มเดียวกันกับ CSF ที่อยู่ใน ventricle เป็นต้น จึงต้องมีการโพลีโพรเซสซิง (Post processing) ด้วยการวิเคราะห์คอมโพเนนที่ติดกัน (Connected component analysis) โดยใช้การพิจารณาภาพไบนารี (Binary) ดังรูปที่ 6.13(ก) จากนั้นค้นหาจุดข้อมูลที่ติดกันเพื่อระบุเป็นกลุ่มคอมโพเนนเดียวกันดังรูปที่ 6.13(ข)



รูปที่ 6.13 การวิเคราะห์คอมพิวเตอร์ที่ติดกัน (ก) ภาพไบนารี (ข) ผลการวิเคราะห์กลุ่มคอมพิวเตอร์

6.3 การแบ่งกลุ่มข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอด้วยพีซีซีมีนแบบประมาณค่า

เนื่องจากข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอ 3 ภาพรวมกันมีขนาดใหญ่มาก ($256 \times 256 = 65536$) ดังที่กล่าวในบทที่ 4 วิธีพีซีซีมีนแบบประมาณค่าจะช่วยลดการคำนวณอีกทั้งช่วยประหยัดหน่วยความจำ เมื่อนำมาประยุกต์กับการแบ่งกลุ่มข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 6.14

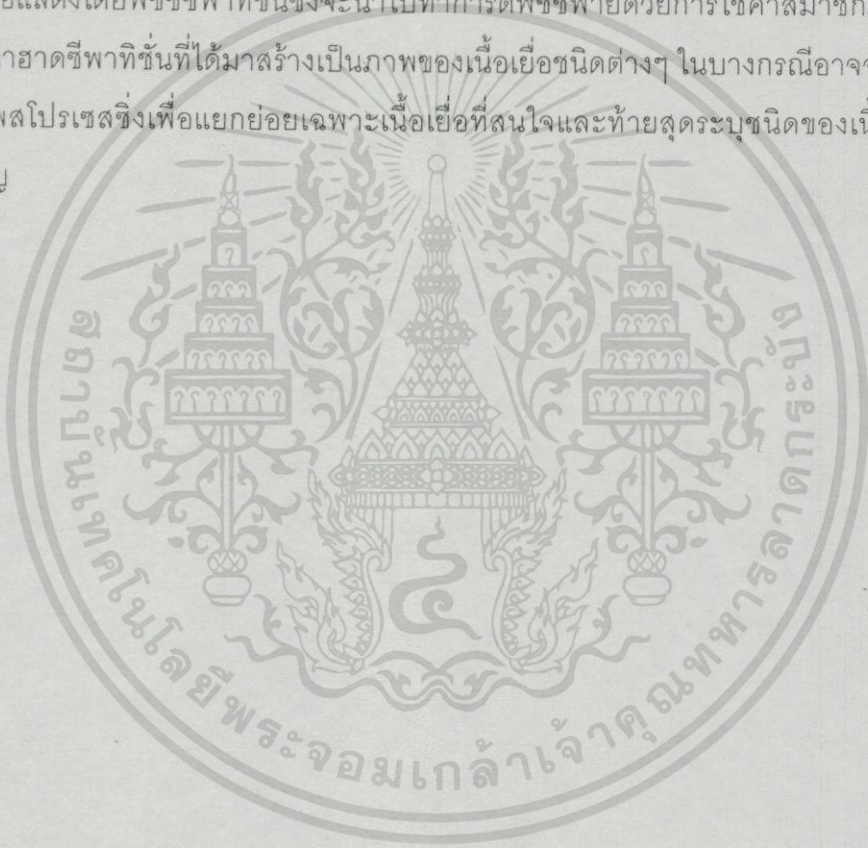


รูปที่ 6.14 การแบ่งข้อมูลภาพเอ็มอาร์ไอด้วยพีซีซีมีนแบบประมาณค่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.4 สรุป

ขั้นตอนที่ได้เสนอประกอบด้วย การทำโพโรเซสซึ่งด้วยคอนทราฟโฟลวริงเพื่อลดจำนวนข้อมูลที่สามารถลดลงได้ประมาณครึ่งหนึ่งในรูปผลมองส่วนใหญ่ จากนั้นกำหนดพารามิเตอร์ต่างๆ ของอัลกอริทึมพีซีซีทีมีนดังที่ได้กล่าวในหัวข้อ 6.2 ซึ่งการกำหนดจำนวนกลุ่มเนื้อเยื่อจำเป็นต้องใช้ผู้เชี่ยวชาญในการกำหนด พารามิเตอร์ต่างๆนี้มีความสำคัญต่อทั้งการลู่เข้าของอัลกอริทึมและความถูกต้องของผล การกำหนดค่าจุดศูนย์กลางเริ่มต้นด้วยวิธีในหัวข้อ 6.2.6.1 ซึ่งใช้หลักการฮิสโตแกรม 3 มิติและบล็อกข้อมูลที่ติดกัน ทำให้ได้ค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้นใกล้เคียงกับจุดศูนย์กลางกลุ่มที่ลู่เข้าแล้วซึ่งมีผลให้ช่วยลดจำนวนรอบในการลู่เข้า ผลการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของภาพเอ็มอาร์ไอแสดงโดยพีซีซีทีพาทิชั่นซึ่งจะนำไปทำการดีพีซีซีฟายด้วยการใช้ค่าสมาชิกภาพมากที่สุดท้ายสุดนำฮาดซีพาทิชั่นที่ได้มาสร้างเป็นภาพของเนื้อเยื่อชนิดต่างๆ ในบางกรณีอาจจำเป็นต้องมีการทำโพโรเซสซึ่งเพื่อแยกย่อยเฉพาะเนื้อเยื่อที่สนใจและท้ายสุดระบุชนิดของเนื้อเยื่อด้วยผู้เชี่ยวชาญ



การทดลองและผลการทดลอง

ในบทนี้กล่าวถึงการทดลองและผลการทดลองโดยแบ่งเป็น 3 หัวข้อใหญ่คือข้อกำหนดต่างๆในการทดลอง, ผลการทดลองและสรุปผลการทดลองตามลำดับ ข้อกำหนดต่างๆประกอบด้วย ระบบที่ใช้ทดลอง, ข้อมูลที่นำมาทดลองและจุดประสงค์ของการทดลอง การทดลองและผลการทดลองจะแสดงตามจุดประสงค์ที่จะกล่าวในหัวข้อ 7.1.3 ซึ่งในบทนี้จะทำให้ทราบถึงประโยชน์ของวิธีที่ได้นำเสนอกับการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อสมอง

7.1 ข้อกำหนดในการทดลอง

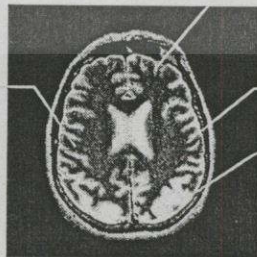
7.1.1 ระบบที่ใช้ทดลอง

ระบบที่นำมาใช้ในการทดลองนี้คือ เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (Personal computer) เพนเทียมทรี (Intel Pentium III) 500 เมกกะเฮิรตซ์ (MHz) หน่วยความจำขนาด 128 เมกกะไบต์ (MB) โดยใช้ระบบปฏิบัติการวินโดวส์ 2000 โพรเฟสชันนอล (Windows 2000 professional) โดยการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาซีบนตัวพัฒนา Microsoft Visual C++ 6.0

7.1.2 ข้อมูลที่นำมาทดลอง

ในการทดลองได้ทดลองกับภาพเอ็มอาร์ไอ (Magnetic resonance image หรือ MRI) ทั้งที่ได้จากโรงพยาบาลและจากฐานข้อมูลบนอินเทอร์เน็ต (Internet) ซึ่งจะทดลองกับทั้งภาพเอ็มอาร์ไอแบบปกติและไม่ปกติ โดยจะเป็นภาพแนวเอกเซียล (Axial) เท่านั้น เพื่อให้สามารถทราบความแตกต่างของภาพเอ็มอาร์ไอแบบปกติและไม่ปกติ จะแนะนำโครงสร้างทางชีววิทยาของภาพเอ็มอาร์ไอแบบปกติ

ผิวหนังและไขมัน



CSF

White matter

Gray matter

รูปที่ 7.1 โครงสร้างทางชีววิทยาของภาพเอ็มอาร์ไอแบบปกติ

รูปที่ 7.1 แสดงภาพเอ็มอาร์ไอแบบปกติซึ่งจะระบุเนื้อเยื่อสำคัญๆ ในการแบ่งกลุ่มข้อมูล จะสามารถแบ่งเนื้อเยื่อของภาพเอ็มอาร์ไอแบบปกติได้เป็น 4 กลุ่มคือ *White matter*, *Gray matter*, *CSF* และผิวหนัง/ไขมัน

ข้อมูลที่นำมาทดลองมี 4 ชุดโดยชุดที่ 1 และ 2 เป็นภาพเอ็มอาร์ไอแบบปกติ ชุดที่ 3, 4 และ 5 เป็นภาพเอ็มอาร์ไอแบบไม่ปกติ

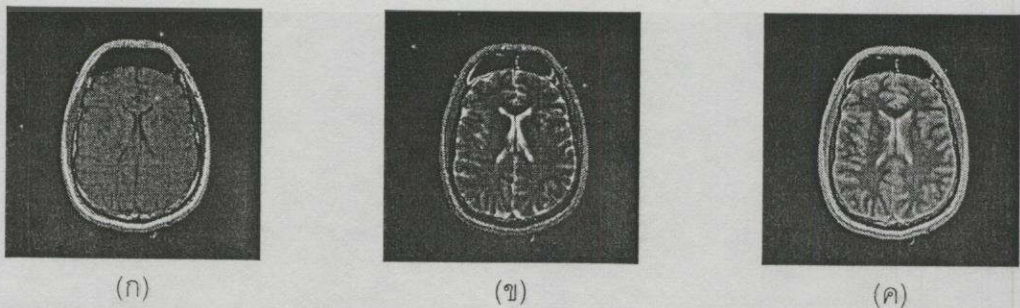
ข้อมูลชุดที่ 1 (รูปที่ 7.2) คือ ภาพเอ็มอาร์ไอแบบปกติขนาด 256×256 พิกเซล (Pixel) ข้อมูลชุดที่ 2 (รูปที่ 7.3) คือภาพเอ็มอาร์ไอแบบปกติขนาด 256×256 พิกเซลจากฐานข้อมูล Visible human ข้อมูลชุดที่ 3, 4 และ 5 คือ ภาพเอ็มอาร์ไอแบบไม่ปกติขนาด 256×256 พิกเซล (รูปที่ 7.4, รูปที่ 7.5 และรูปที่ 7.6 ตามลำดับ) โดยเป็นของผู้ป่วยคนเดียวกัน จะเห็นว่ามีบริเวณเนื้องอกซึ่งเรียกว่า *Sarcoma* ซึ่งผู้ป่วยเป็นชายอายุ 22 ปี โดยมีระดับชั้นของภาพสูงชันทางด้านบนของศีรษะตามลำดับ ข้อมูลชุดที่ 3 และ 5 จะมีส่วนที่ไม่ปกติคือ *Edema* ส่วนข้อมูลชุดที่ 4 สังเกตว่ามีทั้งเนื้องอกและ *Edema* (โรคเนื้องอกส่วนใหญ่จะมีบริเวณที่เป็น *Edema* อยู่รอบๆ ด้วย)

7.1.2.1 ข้อมูลชุดที่ 1



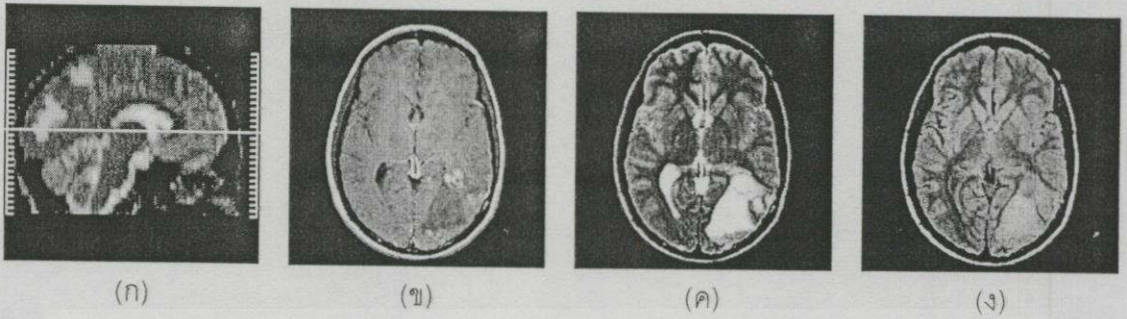
รูปที่ 7.2 ข้อมูลชุดที่ 1 (ก) ภาพระดับแนวซากิตตอล (ข) ที่1เวจ (ค) ที่2เวจ (ง) โปรตอนเดนซิตี

7.1.2.2 ข้อมูลชุดที่ 2



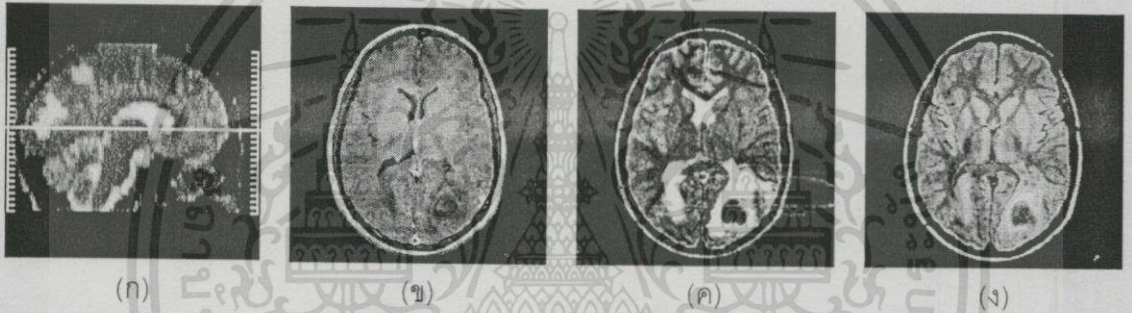
รูปที่ 7.3 ข้อมูลชุดที่ 2 (ก) ที่1เวจ (ข) ที่2เวจ (ค) โปรตอนเดนซิตี

7.1.2.3 ข้อมูลชุดที่ 3



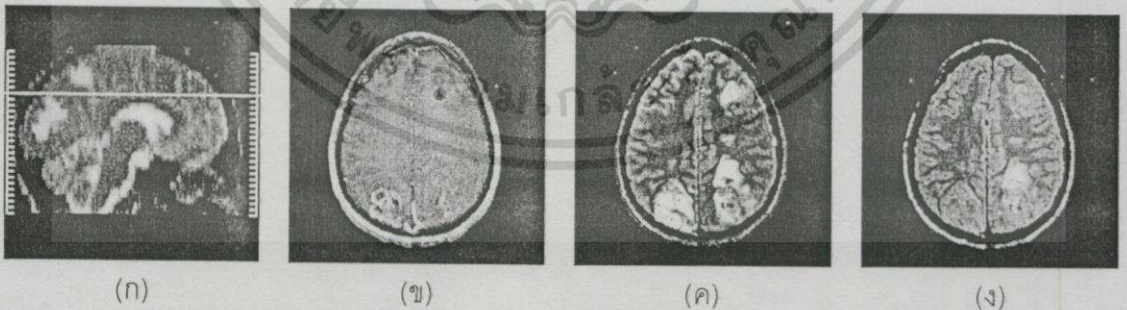
รูปที่ 7.4 ข้อมูลชุดที่ 3 (ก) ภาพระดับแนวซากิตตอล (ข) ที1เวจ (ค) ที2เวจ (ง) โปรตอนเดนซิติ

7.1.2.4 ข้อมูลชุดที่ 4



รูปที่ 7.5 ข้อมูลชุดที่ 4 (ก) ภาพระดับแนวซากิตตอล (ข) ที1เวจ (ค) ที2เวจ (ง) โปรตอนเดนซิติ

7.1.2.5 ข้อมูลชุดที่ 5



รูปที่ 7.6 ข้อมูลชุดที่ 5 (ก) ภาพระดับแนวซากิตตอล (ข) ที1เวจ (ค) ที2เวจ (ง) โปรตอนเดนซิติ

7.1.3 จุดประสงค์ในการทดลอง

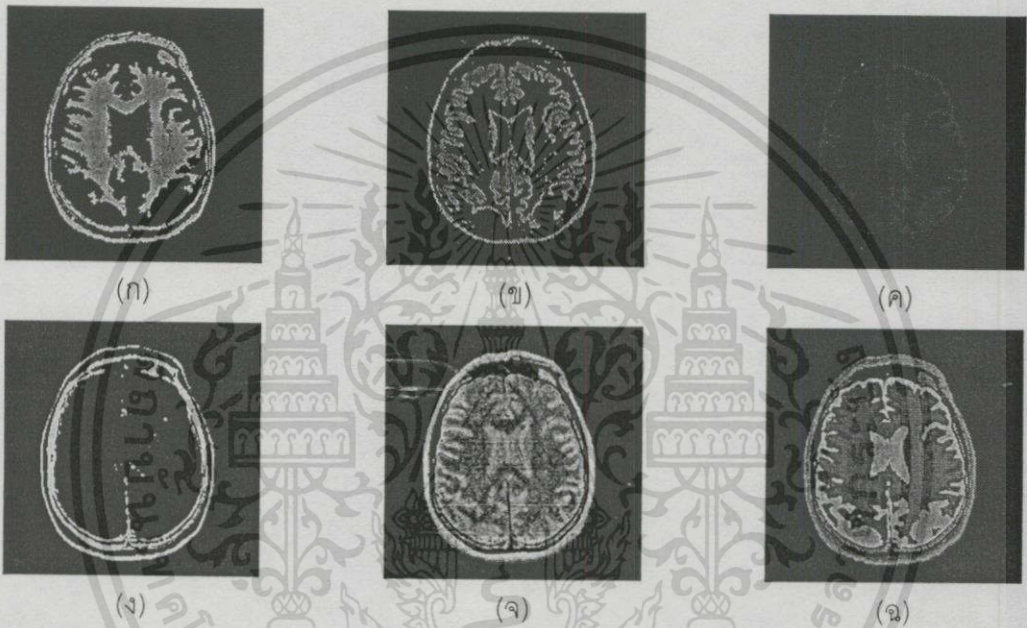
จุดประสงค์ในการทดลองมี 3 ข้อคือ

1. เพื่อการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของภาพเอ็มอาร์ไอส่วนสมองในกรณีปกติและไม่ปกติโดยไม่ขึ้นกับการตั้งค่าพารามิเตอร์ (Parameters) ของเครื่องถ่ายเช่น ทีอี (TE) และทีอาร์ (TR) เป็นต้น เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. เพื่อแสดงว่าวิธีฟัซซีซีมีนแบบประมาณค่า (Approximate fuzzy c-means หรือ AFCM) เมื่อเปรียบเทียบกับวิธีฟัซซีซีมีน (Fuzzy c-means หรือ FCM) จะช่วยลดการคำนวณลง
3. เพื่อแสดงให้เห็นถึงประโยชน์ของการกำหนดค่าเริ่มต้นด้วยหัวข้อ 6.2.6.1

7.2 การทดลองและผลการทดลอง

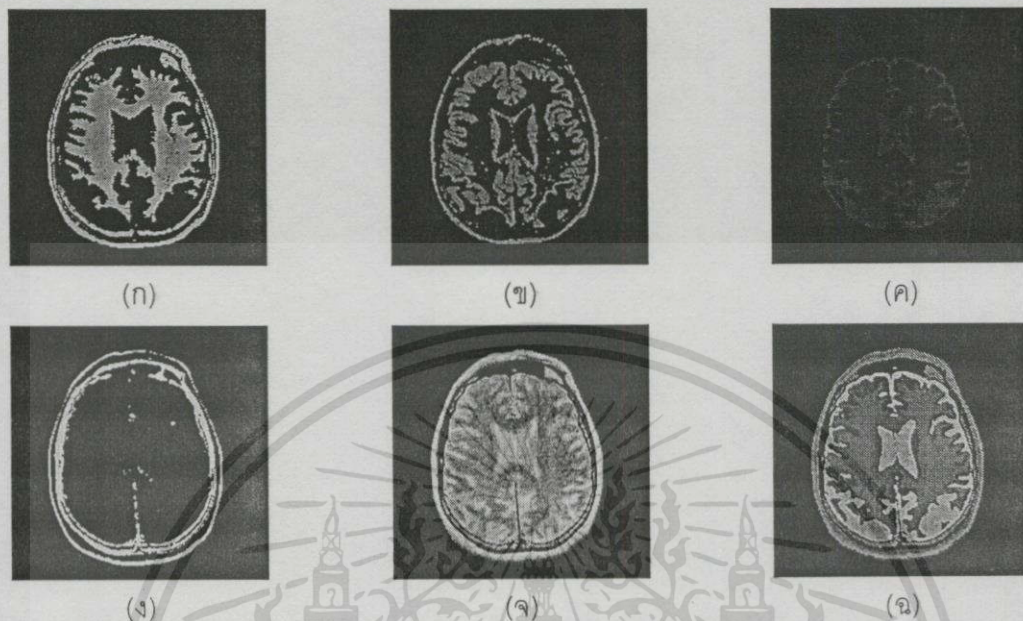
7.2.1 การทดลองกับภาพสมองแบบปกติ



รูปที่ 7.7 ผลจากการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 1 ด้วยวิธีฟัซซีซีมีน (ก) *White matter* (ข) *Gray matter* (ค) *CSF* (ง) ไขมันและผิวหนัง (จ) ภาพสีจริง (ฉ) ภาพที่แบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อแล้ว

รูปที่ 7.7 และ 7.8 คือการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 1 ด้วยวิธีฟัซซีซีมีนและวิธีฟัซซีซีมีนแบบประมาณค่าตามลำดับ เมื่อทำพรีโพรเซสซิง (Preprocessing) ด้วยคอนทัวฟอโลวริง (Contour following) จะเหลือจุดข้อมูลอยู่ 29029 จุดข้อมูลและใช้โปรโตคอล (Protocol) ดังนี้ $c = 4$, $m = 2$ และ $\varepsilon = 0.001$ ใช้การกำหนดค่าเริ่มต้นด้วยวิธีปกติ [31] จะพบว่าให้ผลการ O แบ่งกลุ่มที่เหมือนกัน (อาจต่างกันเล็กน้อยในเมื่อพิจารณาค่าอ็อปเจ็คทีฟฟังก์ชัน (Objective function, J_m) แต่เมื่อนำผลฟัซซีซีพาร์ติชัน (Fuzzy C-partition) มาสร้างเป็นภาพแล้วจะให้ผลเหมือนกันทุกประการ) ดังรูปที่ 7.9 แสดงการลดลงของ J_m ระหว่างวิธีฟัซซีซีมีนและวิธีฟัซซีซีมีน

แบบประมาณค่า ตารางที่ 7.1 แสดงการเปรียบเทียบทั้งเวลาและจำนวนรอบที่ใช้ในการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 1 ระหว่างวิธีฟัซซีที่มีนและวิธีฟัซซีที่มีนแบบประมาณค่า



รูปที่ 7.8 ผลจากการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 1 ด้วยวิธีฟัซซีที่มีนแบบประมาณค่า (ก) White matter (ข) Gray matter (ค) CSF (ง) ไขมันและผิวหนัง (จ) ภาพสีจริง (ฉ) ภาพที่แบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อแล้ว



รูปที่ 7.9 การลดลงของ J_m ของวิธีฟัซซีที่มีนและวิธีฟัซซีที่มีนแบบประมาณค่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 7.1 การเปรียบเทียบเวลาและจำนวนรอบของการแบ่งเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 1 ด้วยวิธี ฟัชชีซีมีนและวิธีฟัชชีซีมีนแบบประมาณค่า

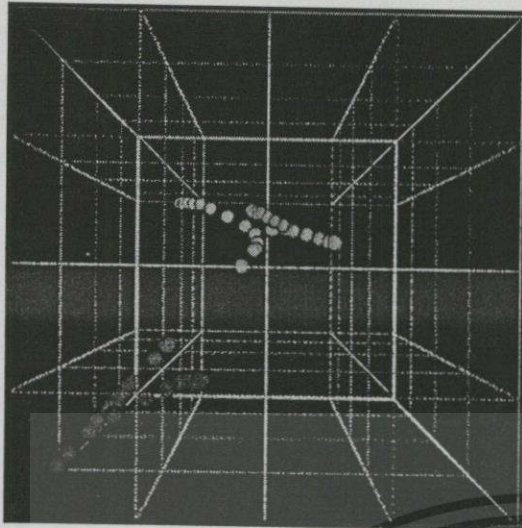
	ฟัชชีซีมีน	ฟัชชีซีมีนแบบประมาณค่า	ความแตกต่าง (%)
จำนวนรอบ	36	35	2.7
เวลา (วินาที)	92	20	78.2

จากผลข้างต้นจะเห็นว่าวิธีฟัชชีซีมีนแบบประมาณค่าประมวลผลได้เร็วกว่าวิธีฟัชชีซีมีน การกำหนดค่าเริ่มต้นที่เหมาะสมก็จะช่วยให้ลู่เข้าได้เร็วขึ้นด้วย ตารางที่ 7.2 เป็นการเปรียบเทียบวิธีการกำหนดค่าเริ่มต้นสำหรับฟัชชีซีมีนและวิธีฟัชชีซีมีนแบบประมาณค่าด้วยวิธีปกติ [31] กับวิธีในหัวข้อ 6.2.6.1 ($b = 5, T = 1000$) โดยแสดงในรูปของค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้นและระยะทางยูคลิเดียน (Euclidean distance) จากจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้นไปจุดศูนย์กลางกลุ่มลู่เข้า รูปที่ 7.10 แสดงการลู่เข้าของการกำหนดจุดเริ่มต้นทั้ง 2 วิธี อย่างไรก็ตามเวลาที่ใช้ในการคำนวณจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้นด้วยวิธีในหัวข้อ 6.2.6.1 ใช้เวลาน้อยกว่า 1 วินาที ดังนั้นจึงจะไม่พิจารณาค่าเวลาดังกล่าว

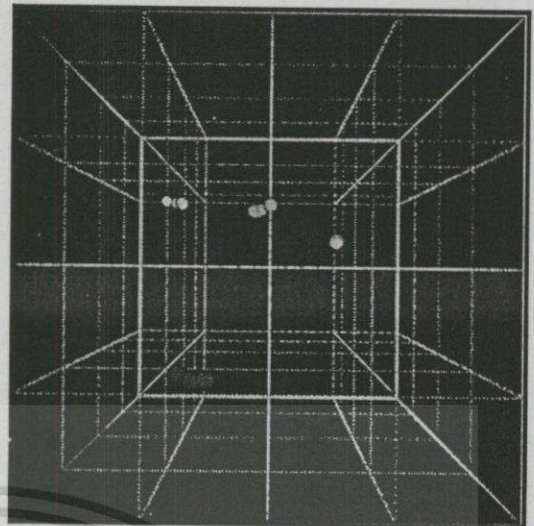
ตารางที่ 7.2 การเปรียบเทียบค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้นของการแบ่งเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 1 ด้วยวิธีปกติ [31] และวิธีในหัวข้อ 6.2.6.1

	จุดศูนย์กลางกลุ่มลู่เข้า			วิธีการเริ่มต้นแบบปกติ [31]				วิธีการเริ่มต้นในหัวข้อ 6.2.6.1			
	T1	T2	PD	T1	T2	PD	DK	T1	T2	PD	DK
v_1	79.2	177.2	149.4	167.3	99.1	130.1	119.3	73.2	182.0	136.3	15.52
v_2	150.9	108.1	144.9	168.3	99.9	131.0	23.73	175.0	121.5	165.1	29.07
v_3	202.8	87.8	139.7	168.4	99.5	131.2	37.31	195.8	80.9	130.7	13.32
v_4	201.1	63.6	106.5	168.1	99.2	130.3	54.06	210.0	71.1	102.4	12.33

จากตารางที่ 7.2 และรูปที่ 7.10 จะเห็นว่าการกำหนดจุดเริ่มต้นที่เสนอในหัวข้อ 6.2.6.1 สามารถลู่เข้าได้เร็วกว่า ดังนั้นเมื่อนำวิธีดังกล่าวไปใช้กับการแบ่งกลุ่มข้อมูลด้วยวิธีฟัชชีซีมีนแบบประมาณค่าจะช่วยให้เพิ่มความเร็วได้ดังตารางที่ 7.3



(ก)



(ข)

รูปที่ 7.10 การลู่เข้าของจุดศูนย์กลางกลุ่มของการแบ่งเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 1 (ก) วิธีการเริ่มต้นแบบปกติ [31] (ข) วิธีการเริ่มต้นในหัวข้อ 6.2.6.1

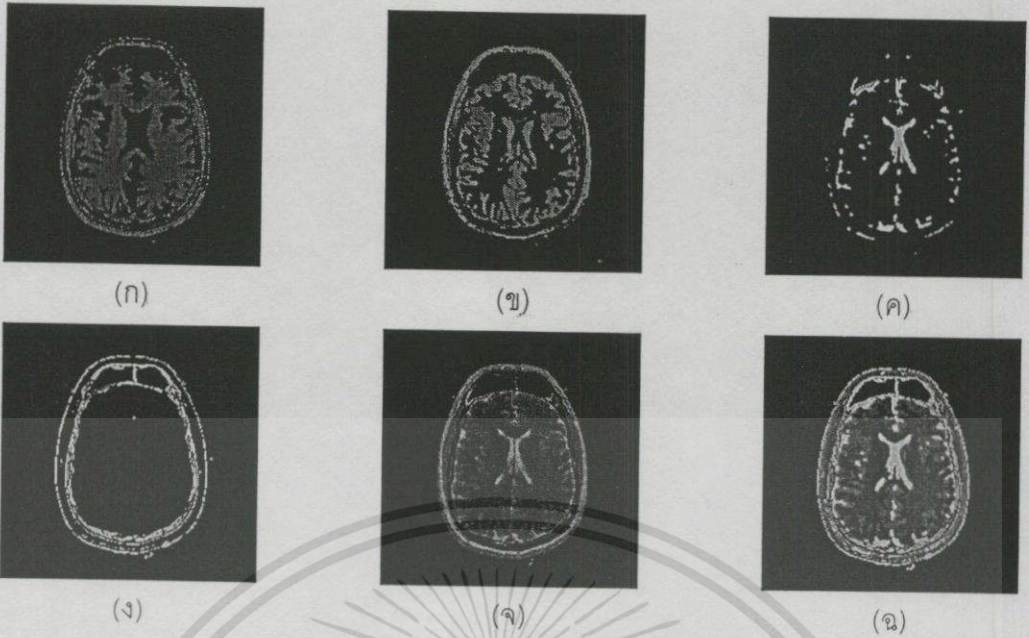
ตารางที่ 7.3 การเปรียบเทียบเวลาและจำนวนรอบของการแบ่งเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 1 ด้วยวิธีพีซีซีที่มีนแบบประมาณค่าที่เริ่มต้นด้วยวิธีการเริ่มต้นแบบปกติ [31] และวิธีการเริ่มต้นในหัวข้อ 6.2.6.1

	วิธีการเริ่มต้นแบบปกติ [31]	วิธีการเริ่มต้นในหัวข้อ 6.2.6.1	ความแตกต่าง (%)
จำนวนรอบ	35	20	42.85
เวลา (วินาที)	20	11	45

จากการทดลองแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 1 จะเห็นว่าการใช้วิธีพีซีซีที่มีนแบบประมาณค่ากับการกำหนดค่าเริ่มต้นในหัวข้อ 6.2.6.1 จะช่วยทำให้การคำนวณทำได้รวดเร็วขึ้น และใช้จำนวนรอบในการลู่เข้าจุดสุดท้ายน้อยลง การทดลองต่อไปเป็นการทดลองกับข้อมูลชุดที่ 2

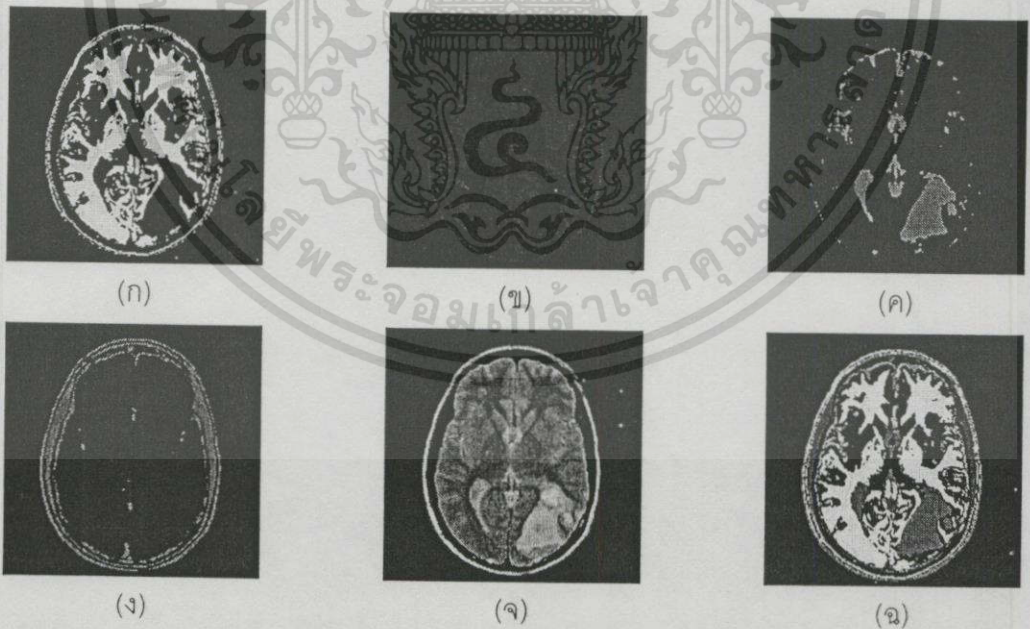
รูปที่ 7.11 แสดงการแบ่งเนื้อเยื่อของกลุ่มข้อมูลชุดที่ 2 ซึ่งเมื่อทำฟรีโปรเซสซิ่งด้วยคอนทิวฟอโลววิงจะเหลือจุดข้อมูลอยู่ 29029 จุดข้อมูล และใช้โปรโตคอลดังนี้ $c = 4$, $m = 2$ และ $\varepsilon = 0.001$ ใช้การกำหนดค่าเริ่มต้นด้วยวิธีใน 6.2.6.1 ($b = 5, T = 1000$) โดยใช้การคำนวณ 18 รอบ 11 วินาที การทดลองนี้แสดงให้เห็นว่าการแบ่งกลุ่มข้อมูลบนพื้นฐานของวิธีพีซีซีที่มีนสามารถแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อที่มาจากภาพเอ็มอาร์ไอที่ถ่ายที่พารามิเตอร์ต่างๆกันได้ โดยในข้อมูลชุดที่ 2 นี้ใช้เวลาที่น้อยกว่าและที่อาร์ต่างจากข้อมูลชุดที่ 1 (สังเกตว่าภาพข้อมูลชุดที่ 2 จะมีลักษณะที่มีดีกว่าภาพข้อมูลชุดที่ 1)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าการณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.11 ผลจากการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 2 ด้วยวิธีฟัซซี่ที่มีนแบบประมาณค่า (ก) *White matter* (ข) *Gray matter* (ค) *CSF* (ง) ไขมันและผิวหนัง (ฉ) ภาพสีจริง (จ) ภาพที่แบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อแล้ว

7.2.2 การทดลองกับภาพสมองแบบไม่ปกติ



รูปที่ 7.12 ผลจากการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 3 ด้วยวิธีฟัซซี่ที่มีนแบบประมาณค่า (ก) *White matter* (ข) *Gray matter* (ค) *CSF* บริเวณ *ventricle* และ *Edema* ที่คั่งในสมอง (ง) ไขมันและผิวหนัง (ฉ) ภาพสีจริง (จ) ภาพที่แบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อแล้ว

จากการทดลองแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อกับภาพสมองแบบปกติจะเห็นว่าสามารถแยกกลุ่มเนื้อเยื่อชนิดต่างๆได้อย่างถูกต้อง หัวข้อนี้เป็นการทดลองกับภาพสมองแบบไม่ปกติ รูปที่ 7.12 แสดงการแบ่งเนื้อเยื่อของกลุ่มข้อมูลชุดที่ 3 ด้วยวิธีพีชชีที่มีนแบบประมาณ การทำฟรีโปรเซสซึ่งด้วยคอนทราสต์ฟอโลววิ้งจะเหลือจุดข้อมูลอยู่ 30529 จุด การแบ่งกลุ่มใช้โปรโตคอลดังนี้ $c = 4$, $m = 2$ และ $\varepsilon = 0.001$ และใช้การกำหนดค่าเริ่มต้นด้วยวิธีใน 6.2.6.1 ($b = 5, T = 1000$) โดยใช้การคำนวณ 15 รอบ 11 วินาที

ผลการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อในรูปที่ 7.12 จะพบว่าสามารถแบ่งกลุ่ม *Edema* แสดงดังรูปที่ 7.12(ค) ซึ่งเป็นส่วนที่เราสนใจในกรณีที่เป็นภาพสมองแบบไม่ปกติ โดย *Edema* ดังกล่าวได้กินบริเวณเข้าไปใน *White matter* และ *Gray matter* บางส่วนซึ่งสามารถพิจารณาความถูกต้องได้จากการเปรียบเทียบรูปสี่จริง (รูปที่ 7.12(จ)) และรูปที่แบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อแล้ว (รูปที่ 7.12(ฉ))



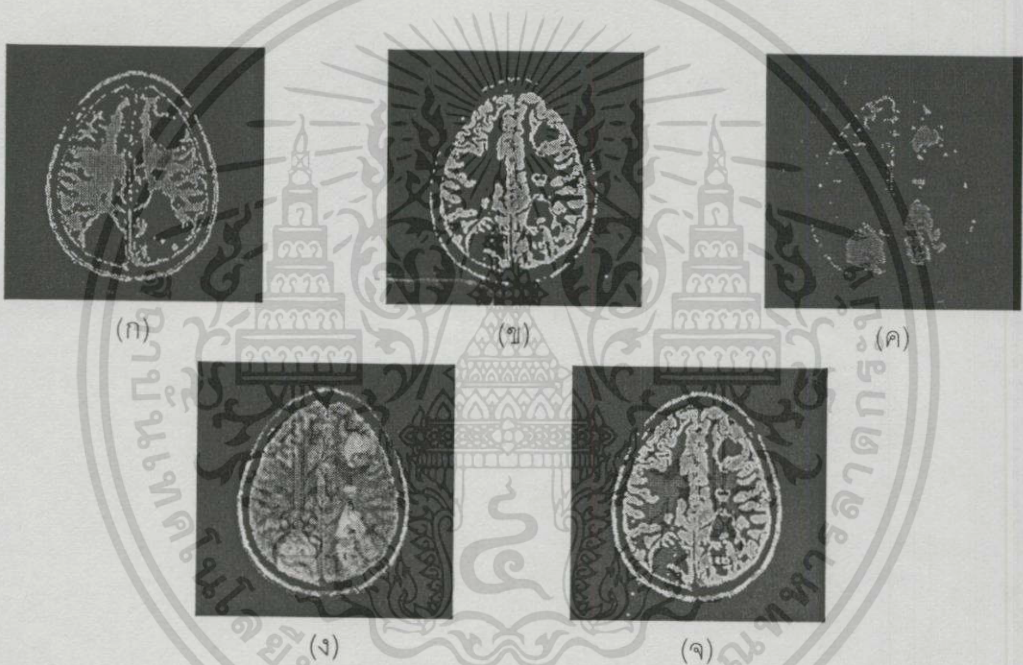
รูปที่ 7.13 ผลจากการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของกลุ่มข้อมูลชุดที่ 4 ด้วยวิธีพีชชีที่มีนแบบประมาณค่า (ก) *White matter* และเนื้อออก (ข) *Gray matter* (ค) *CSF* บริเวณ *ventricle* และ *Edema* ที่คั่งในสมอง (ง) ภาพสี่จริง (จ) ภาพที่แบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อแล้ว (ฉ) เนื้อออก

รูปที่ 7.13 แสดงการแบ่งเนื้อเยื่อของกลุ่มข้อมูลชุดที่ 4 ด้วยวิธีพีชชีที่มีนแบบประมาณ การทำฟรีโปรเซสซึ่งด้วยคอนทราสต์ฟอโลววิ้งจะเหลือจุดข้อมูลอยู่ 27044 จุด การแบ่งกลุ่มใช้โปรโตคอลดังนี้ $c = 3$, $m = 2$ และ $\varepsilon = 0.001$ ซึ่งเมื่อทำให้การกำหนดค่าเริ่มต้นด้วยวิธีใน 6.2.6.1 ($b = 5, T = 1000$) โดยใช้การคำนวณ 12 รอบ 9 วินาที จากรูปที่ 7.13(ก) จะเห็นว่ามี 2 กลุ่มเนื้อเยื่อร่วมกันคือ *White matter* และเนื้อออก ดังนั้นถ้าจึงจำเป็นต้องมีการโพสโปรเซสซึ่งด้วยการ

วิเคราะห์คอมโพเนนต์ที่ติดกัน (Connected component analysis) ซึ่งจะสามารถแยกกลุ่มเนื้อออกออกมาอย่างเดียวดังรูปที่ 7.13(ข)

รูปที่ 7.14 แสดงการแบ่งเนื้อเยื่อของกลุ่มข้อมูลชุดที่ 5 ด้วยวิธีฟัซซีที่มีนแบบประมาณการทำพรีโปรเซสซึ่งด้วยคอนทราสต์ฟิวเจอร์จะเหลือจุดข้อมูลอยู่ 22589 จุด การแบ่งกลุ่มใช้โปรโตคอลดังนี้ $c=3$, $m=2$ และ $\varepsilon=0.001$ ซึ่งเมื่อทำให้การกำหนดค่าเริ่มต้นด้วยวิธีใน 6.2.6.1 ($b=5, T=700$) โดยใช้การคำนวณ 14 รอบ 8 วินาที

การแบ่งเนื้อเยื่อของภาพสมองในรูปที่ 7.14 จะทำการแบ่งเป็น 3 กลุ่มข้อมูลเท่านั้นเนื่องจากภาพสมองที่ระดับค่อนข้างบนของศีรษะ (รูปที่ 7.6(ก)) จะไม่มีเนื้อเยื่อ CSF ดังนั้นจะมีเพียง *White matter*, *Gray matter* และ *Edema* เท่านั้น



รูปที่ 7.14 ผลจากการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของข้อมูลชุดที่ 5 ด้วยวิธีฟัซซีที่มีนแบบประมาณค่า (ก) *White matter* (ข) *Gray matter* (ค) *Edema* (ง) ภาพสีจริง (จ) ภาพที่แบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อแล้ว

7.3 สรุปผลการทดลอง

การทดลองในบทนี้ได้แสดงให้เห็นถึงประโยชน์ในแต่ขั้นตอนที่ได้เสนอ การทำพรีโปรเซสซึ่งด้วยคอนทราสต์ฟิวเจอร์จะช่วยลดจำนวนจุดข้อมูลที่จะประมวลผลลงได้ถึงเกือบครึ่งในภาพสมองส่วนใหญ่ การใช้วิธีฟัซซีที่มีนแบบประมาณค่ากับการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อภาพเอ็มอาร์ไอส่วนสมองสามารถช่วยประหยัดทรัพยากรทั้งด้านหน่วยความจำและการคำนวณได้มากกว่าวิธีฟัซซีที่มีนโดยให้ผลที่มีคุณภาพเช่นเดียวกับฟัซซีที่มีน การทดลองกับข้อมูลชุดที่ 1 ซึ่งเป็นภาพเอ็มอาร์ไอแบบ

ปกติแสดงผลดังรูปที่ 7.7 และรูปที่ 7.8 สังเกตว่าผลการระบุเนื้อเยื่อต่างๆของทั้งสองวิธีได้ผลไม่ต่างกันและเมื่อทดสอบโดยละเอียดด้วยการวัดค่าอ็อบเจกทีฟฟังก์ชันพบว่าให้ค่าที่ใกล้เคียงกันมากดังแสดงในรูปที่ 7.9 จะเห็นว่าในแต่ละรอบอาจแตกต่างกันเล็กน้อยแต่ก็จะลู่เข้าค่า J_m ที่ต่ำที่สุดใกล้เคียงกัน ซึ่งหลักการของพีชชีมีนก็คือการวนซ้ำเพื่อหา J_m ที่น้อยที่สุดนั่นเอง ส่วนจำนวนรอบที่ใช้ในการลู่เข้าต่างกันเล็กน้อยดังแสดงในตารางที่ 7.1 จะเห็นว่าเวลาที่ใช้ต่างกันอย่างเห็นได้ชัดเนื่องจากในแต่ละรอบพีชชีมีนแบบประมาณค่าที่ใช้หลักการประมาณค่าและการสร้างตารางใช้เวลาคำนวณน้อยกว่าพีชชีมีนมาก จึงทำให้แบ่งกลุ่มได้เร็วกว่าถึง 78 เปอร์เซ็นต์

จากบทที่ 4 ได้แสดงให้เห็นว่าพีชชีมีนจำเป็นต้องมีการกำหนดค่าพารามิเตอร์หลายค่าคือ c, m และ ε ซึ่งต่างก็สำคัญต่อทั้งความเร็วและแนวโน้มของผลพหุคูณที่ได้ และในบทที่ 6 ได้กล่าวถึงเทคนิคการเลือกค่าพารามิเตอร์เหล่านี้แล้ว จึงขอสรุป ณ ที่นี้อีกครั้งหนึ่งอย่างย่อๆคือ การทดลองใช้การกำหนด c จากผู้เชี่ยวชาญ, $m = 2$ และ $\varepsilon = 0.001$ และใช้นอม (Norm) เป็นยูคลิเดียนนอม (Euclidean norm) ตลอดการทดลองกับข้อมูลทั้ง 4 ชุด

การกำหนดค่าเริ่มต้น ไม่ว่าจะเป็นการกำหนดค่าสมาชิกภาพเริ่มต้นหรือการกำหนดค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มข้อมูลเริ่มต้นก็เป็นพารามิเตอร์อีกตัวที่มีความสำคัญต่อพีชชีมีนโดยจะมีผลต่อทั้งความเร็วและผลพหุคูณด้วย วิธีการกำหนดค่าเริ่มต้นที่เสนอ (หัวข้อ 6.2.6.1) ซึ่งใช้หลักการฮิสโตแกรม 3 มิติและบล็อกข้อมูลที่ติดกันสามารถกำหนดค่าเริ่มต้นที่ใกล้เคียงจุดศูนย์กลางกลุ่มที่ลู่อเข้าแล้วได้ดีกว่าวิธีใน [31] ดังแสดงในตารางที่ 7.2 และในลักษณะ 3 มิติในรูปที่ 7.10 จะเห็นว่าวิธีดังกล่าวช่วยประหยัดเวลาในการลู่เข้าเป็นอย่างมากและผลการลู่เข้ายังคงเดิมดังแสดงผลเปรียบเทียบเวลาและจำนวนรอบดังตารางที่ 7.3

จากที่กล่าวมาจะเห็นว่าการรวมเอาพีชชีมีนแบบประมาณค่าและการกำหนดค่าเริ่มต้นในหัวข้อ 6.2.6.1 จะช่วยให้การลู่เข้าและการประมวลผลเร็วขึ้น ดังนั้นในการทดลองต่อมา (กับชุดข้อมูลที่ 2,3 และ 4) จึงใช้ระบบนี้รูปที่ 7.11 เป็นอีกการทดลองกับภาพเอ็มอาร์ไอแบบปกติซึ่งจะเห็นว่าได้ผลถูกต้องแม้ว่าข้อมูลชุดที่ 2 จะมีลักษณะมีดกว่าข้อมูลชุดที่ 1 เนื่องจากค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการถ่าย

การทดลองกับภาพเอ็มอาร์ไอแบบปกติปรากฏว่าให้ผลเป็นที่น่าพอใจทั้งด้านความเร็วในการแบ่งเนื้อเยื่อและความถูกต้อง การทดลองกับภาพเอ็มอาร์ไอแบบไม่ปกติ (ข้อมูลชุดที่ 3, 4 และ 5) มีความซับซ้อนและน่าสนใจมากขึ้น ทั้งในเรื่องการกำหนดจำนวนกลุ่มเนื้อเยื่อเนื่องจากผู้เชี่ยวชาญต้องมีความรู้เกี่ยวกับเนื้อเยื่อที่ผิดปกติดังกล่าวด้วย และความถูกต้องของผลที่ได้โดยเฉพาะกลุ่มของเนื้อเยื่อที่ผิดปกติ

ในการทดลองกับชุดข้อมูลที่ 3 ซึ่งเป็นภาพเอ็มอาร์ไอของผู้ป่วยเป็นเนื้องอกที่เรียกว่า *Sarcoma* โดยที่ระดับขั้นนี้ยังไม่มีเนื้องอก แต่จะสังเกตเห็น *Edema* คั่งอยู่ในสมอง การแบ่งกลุ่ม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อมูลชุดนี้ใช้จำนวนกลุ่ม (c) เท่ากับ 4 กลุ่มเนื่องจากในกลุ่มของ CSF และ Edema จะอยู่ในกลุ่มเดียวกันเพราะในเนื้อออกก็คือ CSF มาคั่งนั่นเอง ส่วนกลุ่มอื่นๆคือ White matter, Gray matter และไขมัน/ผิวหนังยังคงเหมือนเดิม ผลการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อแสดงดังรูปที่ 7.12 ซึ่งจะเห็นว่าสามารถแยกกลุ่มเนื้อออกออกมาได้ถูกต้อง

การทดลองกับข้อมูลชุดที่ 4 ซึ่งเป็นผู้ป่วยคนเดียวกันแต่ที่ระดับศีรษะต่างกัน ซึ่งที่ระดับนี้มีทั้งเนื้อออกและ Edema อยู่บริเวณรอบๆ การแบ่งกลุ่มใช้จำนวนกลุ่ม (c) เท่ากับ 3 กลุ่มจากการกำหนดของผู้เชี่ยวชาญ ซึ่งเมื่อทำการแบ่งเนื้อเยื่อแล้วจะเห็นว่า White matter และเนื้อออกอยู่ในกลุ่มเดียวกัน การใช้การวิเคราะห์คอมโพเนนต์ที่ติดกันช่วยให้สามารถแยกกลุ่มเนื้อออกได้อย่างชัดเจน ส่วน Gray matter และ CSF และ Edema ก็สามารถแยกได้อย่างชัดเจนดังรูปที่ 7.13

การทดลองกับข้อมูลชุดที่ 5 ซึ่งเป็นผู้ป่วยคนเดียวกันแต่ที่ระดับศีรษะต่างกัน จะพบว่าในระดับนี้ไม่มี CSF ใน Ventricle จึงกำหนดจำนวนกลุ่ม (c) เท่ากับ 3 กลุ่มเท่านั้นคือ White matter, Gray matter และ Edema ซึ่งจะเห็นว่าสามารถแยกกลุ่มเนื้อออกได้อย่างชัดเจนดังรูปที่ 7.14

จากผลการทดลองที่กล่าวมาแสดงให้เห็นว่าการประยุกต์ใช้พีชคณิตที่มีนัยแบบประมาณค่าและการกำหนดค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้นในหัวข้อ 6.2.6.1 สามารถแก้ไขปัญหาด้านทรัพยากรและความเร็วได้ อีกทั้งยังสามารถแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อของภาพเอ็มอาร์ไอส่วนสมองทั้งแบบปกติและไม่ปกติได้อย่างถูกต้อง ซึ่งกรณีปกติก็จะมีประโยชน์ต่อการศึกษาและกรณีไม่ปกติจะมีประโยชน์ต่อการวิเคราะห์โรคเพื่อกำหนดแนวทางในการรักษาต่อไป

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

8.1 สรุปผลการวิจัย

การวิจัยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นการแก้ไขปัญหาการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อที่ซับซ้อนของภาพเอ็มอาร์ไอ (Magnetic Resonance Image หรือ MRI) ส่วนผสมด้วยการใช้ทฤษฎีทางปัญญาประดิษฐ์คือทฤษฎีทางฟัซซีโดยได้นำเอาวิธีฟัซซีซีมีน (Fuzzy c-means) ซึ่งเป็นวิธีการแบ่งกลุ่มข้อมูลแบบไม่อาศัยผู้เชี่ยวชาญ (Unsupervised clustering) มาประยุกต์ใช้ วิธีฟัซซีซีมีนได้รับความนิยมเป็นอย่างมากจากอดีตถึงปัจจุบัน ในงานวิจัยนี้ได้เสนอการปรับปรุงในหลายๆด้านดังต่อไปนี้

1. การแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อส่วนผสมโดยใช้วิธีฟัซซีซีมีนทำให้เกิดความยืดหยุ่นเนื่องจากไม่ต้องมีการเรียนรู้ (Training) และสามารถพัฒนาได้อย่างรวดเร็ว
2. การทำพรีโพรเซสซิง (Preprocessing) ด้วยคอนทัวร์ฟอลโลวิง (Contour following) ช่วยลดจำนวนจุดข้อมูลที่ต้องประมวลผลลงได้มาก
3. การใช้ฟัซซีซีมีนแบบประมาณค่า (Approximate fuzzy c-means หรือ AFCM) ช่วยลดทรัพยากรทั้งด้านหน่วยความจำและการคำนวณลงได้คือ จำนวนรอบในการคำนวณใกล้เคียงกันแต่เวลาที่ใช้ต่อรอบ วิธีฟัซซีซีมีนใช้น้อยกว่ามาก ทำให้สามารถประมวลผลได้เร็วกว่าอย่างชัดเจนและผลการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อที่ได้ยังมีคุณภาพดีดังเดิม
4. การกำหนดค่าพารามิเตอร์ (Parameters) ต่างๆของวิธีฟัซซีซีมีน (เช่นเดียวกันในวิธีฟัซซีซีมีนแบบประมาณค่า) เช่น ค่าเอ็กโปเนนซ์น้ำหนัก (m), ค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้ (ϵ) มีความสำคัญซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้ได้ทดสอบค่าดังกล่าวในหลายๆช่วงและสรุปถึงข้อดีและผลกระทบต่างๆดังแสดงบทที่ 6
5. การกำหนดจำนวนกลุ่มข้อมูลกับวิธีการแบ่งกลุ่มข้อมูลแบบไม่อาศัยผู้เชี่ยวชาญมีความสำคัญซึ่งในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ให้ผู้เชี่ยวชาญในการกำหนดจำนวนกลุ่มเนื้อเยื่อในสมองทั้งในกรณีปกติและไม่ปกติเนื่องจากเป็นวิธีที่ปลอดภัยและได้รับการยอมรับที่สุด
6. ค่าเริ่มต้นสำหรับวิธีฟัซซีซีมีน (เช่นเดียวกันในวิธีฟัซซีซีมีนแบบประมาณค่า) ก็มีความสำคัญ วิทยานิพนธ์นี้ได้เสนอการคำนวณค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้นจากชุดข้อมูลเองโดยใช้หลักการฮิสโตแกรม 3 มิติ (3D histogram) และบล็อกข้อมูลที่ติดกันซึ่งช่วยให้ออกมาค่าจุดศูนย์กลางกลุ่มเริ่มต้นได้ใกล้เคียงกับจุดศูนย์กลางกลุ่มที่ลู่ออกแล้วทำให้จำนวนรอบในการลู่ออกลดลง

7. การนำเอาการกำหนดค่าเริ่มต้นที่เสนอมาใช้ร่วมกับพีชชีมีนแบบประมาณค่าช่วยให้ลดทั้งจำนวนรอบที่ใช้และปริมาณการคำนวณต่อรอบลงได้ ทำให้การแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อสมองจากภาพเอ็มอาร์ไอทั้ง 3 ภาพ (ที่ 1 เวก (T1 weight), ที่ 2 เวก (T2 weight) และโปรตอนเดนซิตี (Proton density)) ซึ่งมีปริมาณข้อมูลมากสามารถทำได้รวดเร็วเป็นที่น่าพอใจ
8. การทำโพสโพรเซสซิง (Post processing) ด้วยการพิจารณาคอมโพเนนต์ที่ติดกัน (Connected component analysis) เพื่อเลือกเฉพาะเจาะจงลงไปอีกเช่น การเลือกเฉพาะ Ventricle จาก CSF หรือการเอาขอบศีรษะออกจากกลุ่มเนื้อเยื่อ White matter และ Gray matter เป็นต้น ทำให้สามารถเจาะจงบริเวณเล็กๆ ที่สนใจได้
9. ผลการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อทั้งกรณีปกติและไม่ปกติ ระบบที่ได้เสนอนี้สามารถแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อต่างๆ ได้อย่างถูกต้องดังผลการทดลองในบทที่ 7 ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อทั้งการศึกษาและการวิเคราะห์โรค

8.2 ข้อเสนอแนะ

จากที่ได้กล่าวถึงประโยชน์ต่างๆ ของระบบการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อภาพเอ็มอาร์ไอส่วนสมองในหัวข้อ 8.1 จะเห็นว่าสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้จริงกับการรักษาผู้ป่วยในโรงพยาบาลอย่างไรก็ตามยังสามารถถูกพัฒนาต่อไปได้ในหลายๆ แนวทางดังต่อไปนี้

1. การทำโพสโพรเซสซิงเพื่อเลาะเอาเพียงบริเวณสมองเท่านั้น เนื่องจากการใช้คอนทราสต์ฟลูออโรสโคปสามารถเอาส่วนที่ไม่ใช่พื้นหลังของภาพออกมาได้เท่านั้น ดังนั้นจึงติดส่วนผิวหนัง/ไขมันซึ่งไม่ใช่ส่วนที่สนใจในการวิเคราะห์โรค การนำเฉพาะส่วนสมองออกมาพิจารณาจะมีประโยชน์หลายทางเช่น จำนวนจุดข้อมูลน้อยลง, การกำหนดจำนวนกลุ่มข้อมูลทำได้ง่ายขึ้น เป็นต้น
2. ภาพที่นำมาแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อควรมีจำนวนเท่าใดก็ได้ เนื่องจากในวิทยานิพนธ์นี้ใช้ภาพเอ็มอาร์ไอทั้ง 3 ภาพคือ ที่ 1 เวก, ที่ 2 เวก และโปรตอนเดนซิตีเพื่อความถูกต้องสูงสุด แต่ในการวิเคราะห์ทางการแพทย์จริงๆ ไม่จำเป็นต้องถ่ายทั้ง 3 ภาพโดยทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความต้องการของแพทย์ ดังนั้นจึงควรปรับปรุงให้ใช้ภาพน้อยลงโดยคุณภาพคงเดิม นอกจากนี้บางครั้งแพทย์จะทำการฉีดสี (Gadolinium) เข้าไปบริเวณเนื้อเยื่อที่สนใจเช่น เนื้องอก ทำให้บริเวณดังกล่าวเกิดความแตกต่างอย่างชัดเจนเมื่อถ่ายภาพ การนำภาพดังกล่าว (MR-Gad) มาประมวลผลน่าจะ สามารถได้กลุ่มเนื้องอกที่ชัดเจนยิ่งขึ้นซึ่งเป็นอีกแนวทางหนึ่งในการพัฒนา
3. การกำหนดจำนวนกลุ่มเนื้อเยื่อที่จะแบ่งควรมีพัฒนาต่อให้เป็นกึ่งอัตโนมัติ (Semiautomatic) หรืออัตโนมัติเต็มตัว (Automatic) โดยอาศัยทฤษฎีต่างๆ เช่น การวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อ

มูล (Cluster validity) ซึ่งได้กล่าวในบทที่ 5 หรือระบบฐานความรู้ (Knowledge based system) เป็นต้น

4. ควรมีการวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูลในลักษณะตัวเลขซึ่งที่จริงแล้วก็สามารถทำได้โดยทฤษฎีทางการวัดความถูกต้องของกลุ่มข้อมูล แต่ยังไม่ได้รับการยอมรับในการใช้กับการแบ่งกลุ่มเนื้อเยื่อสมองเนื่องจากยังต้องปรับปรุงไคทีเรีย (Criteria) ให้เหมาะสม ที่ผ่านมาในงานวิจัยต่างประเทศใช้การเปรียบเทียบกับผลจากผู้เชี่ยวชาญโดยตรงหรือการวัดจากแฟนทอม (Phantom) โดยตรง
5. ควรมีการโพสโปรเซสซึ่งด้วยวิธีอื่นๆ เช่น การใช้ตัวกระทำมอโฟโลจี้ (Morphological operation) เพื่อทำการปรับปรุงผลเนื้อเยื่อที่แบ่งได้เช่น ทำให้เกิดความต่อเนื่องมากขึ้นหรือเพื่อให้แยกจากกันมากขึ้น เป็นต้น
6. การนำเอาระบบที่เสนอไปประยุกต์กับส่วนอื่นๆ ของร่างกายซึ่งอาจต้องทำการปรับปรุงส่วนพรีโปรเซสซึ่งและโพสโปรเซสซึ่งให้เหมาะสมกับอวัยวะนั้นๆ

ที่กล่าวมาทั้งหมดในหัวข้อสรุปผลการวิจัยและหัวข้อเสนอแนะคือแนวคิดที่ได้ทำมาและแนวคิดที่น่าจะพัฒนาต่อไป ในอนาคตคาดว่าจะมีแนวทางในการพัฒนาใหม่ๆ อย่างไรก็ตามวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้สรุปและเสนอพื้นฐานที่สำคัญต่องานวิจัยด้านนี้ซึ่งหวังว่าจะเป็นประโยชน์ต่อผู้ที่สนใจทั่วไป

เอกสารอ้างอิง

- [1] L. A. Zadeh. "Fussy Sets." *Inform. Control*, vol. 8, 1965, pp. 338-353.
- [2] L. A. Zadeh. "Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processed." *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. SMC-3, no. 1, January 1973, pp. 28-44.
- [3] E. H. Ruspini. "A New Approach to Clustering" *Inform. Control.*, vol. 15, no. 1, July 1969, pp. 22-32.
- [4] I. Gitman and M. D. Levine. "An Algorithm for Detecting Unimodal Fuzzy Sets and Its Application as a Clustering Technique." *IEEE Trans. Comput.*, vol. C-19, no. 7, July 1970, pp. 583-593.
- [5] J. C. Dunn. "A Fuzzy Relative of the ISODATA Process and Its Use in Detecting Compact Well-Separated Clusters." *J. Cybernetics.*, vol. 3, no. 3, 1973, pp. 32-57.
- [6] M. Roubens. "Pattern Classification Problems and Fuzzy Sets." *Fuzzy Sets and Systems.*, vol. 1, 1978, pp. 239-253.
- [7] D. E. Gustafson and W. C. Kessel. "Fuzzy Clustering with a Fuzzy Covariance Matrix." *IEEE CDC, San Diego.*, CA, January 10-12, 1979, pp. 761-766.
- [8] M. P. Windham. "Geometrical Fuzzy Clustering Algorithms." *Fuzzy Sets and Systems.*, Vol. 10, 1983, pp. 271-279.
- [9] J. C. Bezdek. "A Covariance Theorem for the Fuzzy ISODATA Clustering Algorithms" *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-2, no. 1, January 1980, pp. 1-8.
- [10] J. C. Bezdek, R. J. Hathaway, M. J. Sabin and W. T. Tucker. "Convergence Theory for Fuzzy c-Means: Counterexamples and Repairs." *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. SMC-17, no. 5, September/October 1987, pp. 873-877.
- [11] M. J. Sabin. "Convergence and Consistency of Fuzzy c-means/ISODATA Algorithms." *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-9, no. 5, September 1987, pp. 661-668.
- [12] L. A. Zadeh. "Similarity Relations and Fuzzy Orderings." *Inform. Sci.*, vol. 3, 1971, pp 177-200.

- [13] S. Tamura, S. Higuchi and K. Tanaka. "Pattern Classification Based on Fuzzy Relations." *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. SMC-1, no. 1, January 1971, pp. 61-66.
- [14] J. C. Dunn. "A Graph Theoretic Analysis of Pattern Classification via Tamura's Fuzzy Relation." *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. SMC-4, no. 3, May 1974, pp. 310-313.
- [15] A. Kandel and L. Yelowitz. "Fuzzy Chains." *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. SMC-4, no. 5, September 1974, pp. 472-475.
- [16] J. C. Bezdek and J. D. Harris. "Fuzzy Partitions and Relations: An Axiomatic Basis for Clustering." *Fuzzy Sets and Systems.*, vol. 1, 1978, pp. 111-127.
- [17] M. P. Windham. "Cluster Validity for the Fuzzy c-Means Clustering Algorithm." *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-4, no. 4, July 1982, pp. 357-363.
- [18] E. Backer and A. K. Jain. "A Clustering Performance Measure Based on Fuzzy Set Decomposition." *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-3, no. 1, January 1981, pp. 66-75.
- [19] I. Gath and A. B. Geva. "Unsupervised Optimal Fuzzy Clustering." *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-11, no. 7, July 1989, pp. 773-781.
- [20] X. L. Xie and G. Beni. "A Validity Measure for Fuzzy Clustering." *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-13, no. 8, August 1991, pp. 841-847.
- [21] R. P. Lippmann. "An Introduction to Computing with Neural Nets." *IEEE ASSP Magazine.*, April 1987, pp. 4-22.
- [22] D. W. Ruck, S. K. Rogers, M. Kabrisky, M. E. Oxley and B. W. Suter. "The Multilayer Perceptron as an Approximation to a Bayes Optimal Discriminant Function." *IEEE Trans. Neural Networks.*, vol. 1, no. 4, December 1990, pp. 296-298.
- [23] W. G. Wee and K. S. Fu. "A Formulation of Fuzzy Automata and its Application as a Model of Learning System." *IEEE Trans. Syst. Sci. & Cybern.*, vol. SSC-5, 1969, pp. 215-223.
- [24] S. C. Lee and E. T. Lee. "Fuzzy Neural Networks." *Mathematical Biosciences.*, vol. 23, 1975, pp. 151-177.
- [25] J. M. Keller and D. J. Hunt. "Incorporating Fuzzy Membership Functions into the Perceptron Algorithm." *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-7, no. 6, November 1985, pp. 693-699.

- [26] W. Pedrycz. "Nerocomputations in Relational Systems." *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-13, no. 3, March 1991, pp. 289-297.
- [27] T. L. Huntsberger and P. Ajjimarangsee. "Parallel Self-Organizing Feature Maps for Unsupervised Pattern Recognition." *Int'l. J. General Systems.*, vol. 16, no. 4, 1990, pp. 357-372.
- [28] R. Krihnapuram, H. Frigui and O. Nasaraoui. "New Fuzzy Shell Clustering Algorithms for Boundary detection and Pattern Recognition." *Proc. SPIE Conference on Intelligent Robotics and Computer Vision X.*, 1991.
- [29] J. C. Bezdek, C. Coray, R. Gunderson and J. Watson. "Detection and Characterization of Cluster Substructure: I. Linear Structure: Fuzzy c-lines." *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 40, no. 2, 1981, pp. 339-357.
- [30] J. C. Bezdek, C. Coray, R. Gunderson and J. Watson. "Detection and Characterization of Cluster Substructure: II. Fuzzy c-varieties and Convex Combinations Thereof." *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 40, no. 2, 1981, pp. 358-372.
- [31] L. O. Hall, A. M. Bensaid, L. P. Clake, R. P. Velthuizen, M. S. Silbiger and J. C. Bezdek. "A Comparison of Neural Networks and Fuzzy Clustering Techniques in Segmenting Magnetic Resonance Images of the Brain." *IEEE Trans. Neural Networks.*, vol. 3, no. 5, September 1992, pp. 672-682.
- [32] R. L. Cannon, J. V. Dave and J. C. Bezdek. "Efficient Implement of the Fuzzy c-Means Clustering Algorithms." *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-8, no. 2, March 1986, pp. 248-255.
- [33] L. Bobrowski and J. C. Bezdek. "c-Means Clustering with the Λ_1 and Λ_2 Norms." *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. SMC-21, no. 3, 1991, pp. 545-554.
- [34] J. C. Bezdek and R. Hathaway. "Relational Duals of The c-means Clustering Algorithms." *Pattern Recognition*, vol. 22, no. 2, 1989, pp. 205-212.
- [35] J. C. Bezdek, R. Hathaway and M. Windham. "Numerical Comparison of the RFCM and AP Algorithms for Clustering Relational Data." *Pattern Recognition*, vol. 24, no. 8, 1991, pp. 783-791.
- [36] W. Pedrycz. "Fuzzy Sets in Pattern Recognition: Methodology and Methods." *Pattern Recognition*, vol. 23, no. 1, 1990, pp. 121-146.

- [37] J. C. Bezdek and J. C. Dunn. "Optimal Fuzzy Partitions: A Heuristic for Estimating the Parameters in a Mixture of Normal Distributions." *IEEE Trans. Comp.*, vol. 24, no. 8, 1975, pp. 835-838.
- [38] S. Peleg and A. Rosenfeld. "A Note in the Evaluation of Probabilistic Labelings." *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. SMC-11, no. 2, 1981, pp. 176-179.
- [39] R. Hathaway and J. C. Bezdek. "Local Convergence of the Fuzzy c-means Algorithms." *Pattern Recognition*, vol. 19, no. 6, 1986, pp. 477-480.
- [40] M. A. Ismail and S. A. Selim. "On the Local Optimality of the Fuzzy ISODATA Clustering Algorithm." *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-8, no. 2, 1986, pp. 284-288.
- [41] R. Hathaway and J. C. Bezdek. "Recent Convergence Result for the Fuzzy c-means Clustering Algorithms." *J. Classification*, vol. 5, no. 2, 1988, pp. 237-247.
- [42] J. C. Bezdek, R. Hathaway, R. Howard, M. Windham and C. Wilson. "Local Convergence Analysis of a Grouped Variable Version of Coordinate Descent." *J. Optimization Theory and Appl.*, vol. 54, no. 3, 1987, pp. 471-477.
- [43] H. Larsen and R. Yager. "Efficient Computation of Transitive Closures." *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 38, 1989, pp. 81-90.
- [44] S. Y. Li. "The Simplest Method of Ascending Value to Find Fuzzy Transitive Closures." *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 38, 1989, pp. 91-96.
- [45] A. DeLuca and S. Termini. "A Definition of a Non-probabilistic entropy in the setting of fuzzy set theory." *Inform. Control*, vol. 20, 1972, pp 301-312.
- [46] J. C. Bezdek. *Fuzzy Mathematics in Pattern Classification*. PhD Thesis, Cornell University, 1973.
- [47] J. C. Bezdek. "Cluster Validity with Fuzzy Sets." *J. Cyber.*, vol. 3, no. 3, 1974, pp. 58-72.
- [48] J. C. Bezdek, M. Windham and R. Ehrlich. "Statistical Parameters of Fuzzy Cluster Validity Functionals." *Int. J. Comp. and Inf. Sci.*, vol. 9, no. 4, 1980, pp. 232-336.
- [49] M. Windham. "Cluster Validity for Fuzzy Clustering Algorithms." *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 5, 1981, pp. 177-185.
- [50] E. Trauwaert. "On the Meaning of Dunn's Partition Coefficient for fuzzy Clusters." *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 25, 1988, pp. 217-242.

- [51] Y. H. Pao. *Adaptive Pattern Recognition and Neural Networks.*, Reading, MA: Addison-Wesley, 1989.
- [52] B. Kosko. *Neural Networks and Fuzzy Systems: A Dynamical Approach to Machine Intelligence.*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1991.
- [53] S. P. Raya. "Low-level Segmentation of 3D Magnetic Resonance Brain Images-A Rule-based System." *IEEE Trans. Med. Imaging.*, vol. 9, no. 3, September 1990.
- [54] M. W. Vannier, C. M. Speidal and D. L. Rickman. "Magnetic Resonance Imaging Multi Spectral Tissue Classification." *NIPS.*, vol. 3, August 1991.
- [55] L. P. Clarke *et al.* "Comparison of Supervised Pattern Recognition Techniques and Unsupervised Methods for MRI Segmentation." presented at Medical Imaging VI, Newport Beach, CA, Feb. 1992.
- [56] W. Lin, E. Tsao, C. Chen and Y. Feng. "Neural Networks for Medical Image Segmentation." Northwestern University, Electrical Engineering and Computer Science.
- [57] C. W. Chen, J. Luo and K. J. Parker. "Image Segmentation via Adaptive K-Mean Clustering and Knowledge-Based Morphological Operations with Biomedical Applications." *IEEE Trans. Image Processing.*, vol. 7, no. 12, December 1998, pp. 1673-1683.
- [58] M. Bomans, K. H. Hohne, U. Tiede and M. Riemer. "3D Segmentation of MR Images of the Head for 3D Display." *IEEE Trans. Med. Imaging.*, vol. 9, no. 2, June 1990, pp. 177-183.
- [59] K. H. Hohne and W. A. Hanson. "Interactive 3D Segmentation of MRI and CT Volumes using Morphological Operations." *J. Comp. Assist. Tomogr.*, 16(2), 1992, pp.285-294.
- [60] M. Joliot and B. M. Mazoyer. "Three-Dimensional Segmentation and Interpolation of Magnetic Resonance Brain Images." *IEEE Trans. Med. Imaging.*, vol. 12, no. 2, June 1993, pp. 269-277.
- [61] U. Tiede, K. H. Hohne, M. Bomans, A. Pommert, M. Riemer and G. Wiebecke. "Surface Rendering: Investigation of Medical 3D-Rendering Algorithms." *IEEE Com. Grap. & Appl.*, March 1990, pp. 41-53.
- [62] W. E. Lorensen and H. E. Cline. "Marching Cubes: A High Resolution 3D Surface Construction Algorithm." *Computer Graphics.*, vol. 21, no. 4, July 1987, pp. 163-169.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [63] R. Drebin, L. Carpenter and P. Hanrahan. "Volume Rendering." *Computer Graphics.*, vol. 22, no. 4, August 1988, pp. 65-74.
- [64] T. T. Elvins. "A Survey of Algorithms for Volume Visualization." *Computer Graphics.*, vol. 26, no. 3, August 1992, pp. 194-201.
- [65] K. H. Hohne, M. Bomans, M. Riemer, R. Schubert, U. Tiede and W. Lierse. "A Volume-based Anatomical Atlas." *IEEE Com. Grap. & Appl.*, July 1992, pp. 72-77.
- [66] R. Kikinis, M. E. Shenton, D. V. Losifescu, R. W. McCarley, P. Saiviroonporn, H. H. Hokama, A. Robatino, D. Metcalf, C. G. Wible, C. M. Portas, R. M. Donnino and F. A. Jolesz. "A Digital Brain Atlas for Surgical Planning, Model-Driven Segmentation, and Teaching." *IEEE Trans. Visual. and Comp. Graph.*, vol. 2, no. 3, September 1996, pp. 232-241.
- [67] R. Yoshida, T. Miyazawa and A. Doi. "Clinical Planning Support System-ClipSS." *IEEE Com. Grap. & Appl.*, November 1993, pp. 76-84.
- [68] T. Peters, B. Davey, P. Munger, R. Comeau, A. Evans and A. Olivier. "Three-Dimensional Multimodal Image-Guidance for Neurosurgery." *IEEE Trans. Med. Imaging.*, vol. 15, no. 2, April 1996, pp. 121-128.
- [69] W. E. L. Grimson, G. J. Ettinger, S. J. White, T. Lozano-Perez, W. M. Wells III and R. Kikinis. "An Automatic Registration Method for Frameless Stereotaxy, Image Guided Surgery, and Enhanced Reality Visualization." *IEEE Trans. Med. Imaging.*, vol. 15, no. 2, April 1996, pp. 129-140.
- [70] W. Eric, L. Grimson, R. Kikinis, F. A. Jolesz and P. McL Black. "Image-Guided Surgery." *Scientific American.*, June 1999, pp. 54-61.
- [71] S. K. Pal. "Fuzzy Tools for the Management of Uncertainty in Pattern Recognition, Image Analysis, Vision and Expert Systems." *Int. J. Syst. Sci.*, vol. 22, no. 3, 1991, pp. 511-549.
- [72] B. Kosko. "Fuzzy Entropy and Conditioning." *Inform. Sci.*, vol. 40, 1986, pp. 165-174.
- [73] N. R. Pal and S. K. Pal. "Higher Order Fuzzy Entropy and Hybrid Entropy of a Set." *Inform. Sci.*, vol. 61, no. 3, 1992, pp. 211-231.
- [74] T. Pavlidis. *Structural Pattern Recognition.*, New York: Springer-Verlag, 1977.

- [75] K. S. Fu. *Syntactic Pattern Recognition with Applications.*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1982.
- [76] R. Duda and P. Hart. *Pattern Classification and Scene Analysis.*, New York: Wiley Interscience, 1973.
- [77] A. Rosenfeld and A. C. Kak. *Digital Image Processing, 2nd ed.*, New York: Academic Press, 1987.
- [78] R. Lippman. "An Introduction to Neural Computing." *IEEE ASSP Mag.*, April 1987, pp. 4-22.
- [79] D. Ruck, S. Rogers, M. Kabrisky, M. Oxley and B. Suter. "The Multi-layer Perceptron as an Approximation to a Bayes Optimal Distance Function." *IEEE Trans. Neural Networks.*, vol. NN-1, 1990, pp. 296-298.
- [80] B. R. Friedman, J. P. Jones, G. Chaves-Munoz, A. P. Salmon and C. R. B. Merritt. *Principles of MRI.*, McGraw-Hill, 1989.
- [81] D. L. Davies and D. W. Bouldin. "A Cluster Separation Measure." *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 1(4), 1979, pp. 224-227.
- [82] S. Araki, H. Nomura and N. Wakami. "Segmentation of Thermal Images using the Fuzzy c-means Algorithm." *Proc. IEEE Int. Conf. On Fuzzy Syst.*, IEEE Press, Piscataway, NJ, 1993, pp. 719-724.
- [83] J. C. Bezdek and N. R. Pal. "Some New Indices for Cluster Validity." *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. SMC-28, no. 3, 1998, pp. 301-315.
- [84] R. Gunderson. "Applications of Fuzzy ISODATA Algorithms to Star-tracker Printing Systems." *Proc. Trainual World IFAC Congress.*, 1978, pp. 1319-1323.
- [85] Y. Fukuyama and M. Sugeno. "A New Method of Choosing the Number of Clusters for the Fuzzy c-means Method." *Proc. 5-th Fuzzy Syst. Symp. (in Japanese).*, 1989, pp. 247-256.
- [86] N. R. Pal and J. C. Bezdek. "On Cluster Validity for the Fuzzy c-means Model." *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, 3(3), 1995, pp. 370-379.
- [87] A. M. Bensaid, L. O. Hall, J. C. Bezdek, L. P. Clarke, M. Silbiger, J. Arrington and R. Murtagh. "Validity-Guide (Re)Clustering for Image Segmentation." *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, 4(2), 1996, pp. 112-123.

- [88] J. C. Bezdek. "Numerical Taxonomy with Fuzzy Sets." *J. Math. Bio.*, 1(1), 1974, pp. 57-71.
- [89] J. C. Dunn. "Indices of Partition Fuzziness and the Detection of Clusters in Large Data Sets." *Fuzzy Automata and Decision Processes.*, ed. M.M. Gupta, Elsevier, NY, 1977.
- [90] J. C. Bezdek. "A Convergence Theorem for the Fuzzy ISODATA Clustering Algorithms." *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-2, no. 1, 1980, pp. 1-8.
- [91] T. Leauhatong, P. Ausavarungsakul, K. Chitsakul, M. Sangwarasilp and S. Kondo. "Data Scattering Algorithm for Very Large Multivariable Data Visualization." *The 1998 IEEE Asia-Pacific Conference on Circuits and Systems*, Nov. 24-27, 1998, pp. 591-594.
- [92] P. Ausavarungsakul, M. Sangwarasilp, Y. Kitjaidure and M. Matsuo. "Efficient Convergence of FCM and AFCM for MRI Brain Section Clustering." *1999 IEEE International Symposium on Intelligence Signal Processing and Communication Systems*, December 8-10, 1999, pp. 657-660.
- [93] M. C. Clark, L. O. Hall, D. M. Goldgof, R. Velthuisen, F. R. Murtagh and M. S. Silbiger. "Automatic tumor segmentation using knowledge-based techniques." *IEEE Trans. Med. Imaging.*, vol. 17, no. 2, April 1998, pp. 187-201.

ภาคผนวก ก

ทฤษฎีพื้นฐานของภาพเอ็มอาร์ไอ

ภาพเอ็กซเรย์ (X-Ray) และ ภาพซีที (Computed Tomography หรือ CT) เป็นภาพทางการแพทย์ที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในการวิเคราะห์โรคโดยมีหลักการพื้นฐานคือ การตอบสนองของเนื้อเยื่อต่างๆในร่างกายกับเอ็กซเรย์โปรตอน (X-Ray proton) แต่เนื่องจากภาพทั้งสองแบบนี้ยังไม่สามารถให้รายละเอียดที่ซับซ้อนได้เช่น เนื้อเยื่อสมอง เป็นต้น จึงได้มีภาพถ่ายทางการแพทย์แบบใหม่คือ ภาพเอ็มอาร์ไอ (Magnetic Resonance Image หรือ MRI) ซึ่งสามารถแสดงเนื้อเยื่อที่ซับซ้อนได้แต่ในขณะเดียวกันการถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอก็มีตัวแปรมากมายซึ่งมีผลต่อคุณภาพของภาพที่ได้ การจะถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอได้ตรงตามวัตถุประสงค์นั้นจำเป็นต้องเข้าใจถึงตัวแปรต่างๆเหล่านี้

ก.1 คุณสมบัติของภาพเอ็มอาร์ไอ

ก.1.1 ความแตกต่างของความเข้ม

เนื่องจากค่าความสว่าง (Brightness) ของภาพซีทีที่เป็นฟังก์ชันของการดูดกลืนเอ็กซเรย์โปรตอนหรืออัลตราซาวด์ (Ultrasound) ในขณะที่ค่าความสว่างของภาพเอ็มอาร์ไอถูกกำหนดจากขนาดของสัญญาณความถี่วิทยุ (Radio frequency signal) ที่สะท้อนกลับจากเนื้อเยื่อที่มีการแผ่สัญญาณคลื่นแม่เหล็กเข้าไป ดังนั้นความแตกต่างของความเข้ม (Tissue Contrast) จึงเกิดจากการสะท้อนจากเนื้อเยื่อที่ต่าง ๆ กันซึ่งสามารถใช้เพื่อแสดงความแตกต่างของเนื้อเยื่อปกติ (Normal tissue) และ ไม่ปกติ (Abnormal tissue) ได้ด้วย ตัวแปรที่เกี่ยวข้องได้แก่ชนิดอะตอมของสัญญาณคลื่นแม่เหล็ก, คุณสมบัติการปลดปล่อยที่ 1 (T1 relaxation characteristic), คุณสมบัติการปลดปล่อยที่ 2 (T2 relaxation characteristic) และ การไหล (Flow) ความสัมพันธ์ของค่าต่างๆเหล่านี้มีผลต่อสัญญาณคลื่นแม่เหล็กที่เครื่องปล่อยออกมาหรือก็คือลักษณะของสัญญาณพัลส์ (Pulse sequence) การเลือกสัญญาณพัลส์ที่เหมาะสมจะทำให้เห็นความแตกต่างของเนื้อเยื่อได้อย่างชัดเจน ดังนั้นสิ่งที่สำคัญในการถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอก็คือการจัดการตัวแปรต่างๆเหล่านี้ให้เหมาะสม

ก.1.2 ที่มาของข้อมูล

ในปัจจุบันภาพทางการแพทย์เกือบทุกชนิดมีพื้นฐานจากไฮโดรเจน (Hydrogen) ของเนื้อเยื่อซึ่งเปลี่ยนแปลงตามการเปลี่ยนแปลงของ T1 และ T2 เนื่องจากเนื้อเยื่อเกือบทุกส่วนประกอบด้วยไฮโดรเจนในรูปของน้ำและไขมัน ดังนั้นทุกๆเนื้อเยื่อจึงสามารถเป็นข้อมูลภาพได้ แต่มีบางส่วนที่ยกเว้นคือ โครงสร้างที่มีโปรตอนน้อย (โปรตอนก็คือไฮโดรเจนนิวเคลียส) เช่น กระดูก

และอากาศในปอด, ท้อง เป็นต้น ความหนาแน่นของโปรตอน, ที1, ที2 และการไหล ไม่ใช่มีอิทธิพลต่อการสร้างข้อมูลภาพจากเนื้อเยื่อเท่านั้น ยังรวมไปถึงวิธีในการสร้างภาพเอ็มอาร์ไอหรือก็คือสัญญาณพัลส์อีกด้วย บางครั้งการถ่ายเพียงชุดเดียวไม่สามารถวิเคราะห์โรคได้ แพทย์ส่วนใหญ่จึงใช้ภาพเอ็มอาร์ไอหลายชุดในการวิเคราะห์โรคคือ โปรตอนเดนซิตี (Proton density), ที1เวจ (T1 weight) และ ที2 (T2 weight)

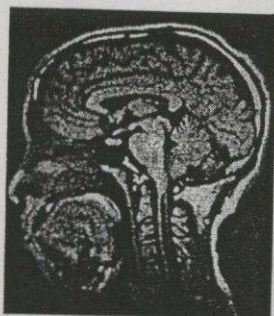
ก.1.3 คุณสมบัติอื่นๆ

เครื่องถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอมีความยืดหยุ่นในการเลือกทิศทางการถ่ายคือสามารถถ่ายได้ทุกทิศทางโดยไม่ต้องเคลื่อนย้ายคนไข้ซึ่งยืดหยุ่นกว่าเครื่องถ่ายภาพซีที โดยระนาบที่นิยมถ่ายได้แก่ แอ็กเซียล (Axial), ซากิตตอล (Sagittal) และโคโรนอล (Coronal) นอกจากนี้เครื่องถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอยังอนุญาตให้เลือกความหนาของภาพได้ตั้งแต่น้อยกว่า 1 มิลลิเมตรถึงหลายเซนติเมตร สุดท้ายคือเครื่องถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอไม่มีการแผ่ประจุและรังสี (Ionizing radiation)

ก.1.4 ความอ่อนไหวและการเน้นเฉพาะ

รายละเอียดต่างๆของภาพเอ็มอาร์ไอค่อนข้างที่จะอ่อนไหว (Sensitivity) ต่อเทคนิคที่ใช้ในการถ่ายและสามารถเน้นเฉพาะ (Specificity) บางส่วนให้เด่นชัดได้หรือก็คือการทำให้มีความแตกต่างของความเข้มบริเวณเนื้อเยื่อที่สนใจมีมาก ในรูปที่ ก.1(ก) เป็นภาพผู้ป่วยที่คาดว่าจะมี *multiple sclerosis* แม้ว่าส่วนสมองและส่วนกระดูกสันหลังดูแล้วจะไม่มีสิ่งที่น่าสงสัย แต่ส่วน *upper cervical cord* พบว่ามีการลดลงของสัญญาณซึ่งบอกถึง *syringomyelia* ซึ่งในรูปที่ ก.1(ก) เป็นตัวอย่างการเน้นเฉพาะ *demyelination* ทำให้สามารถกันส่วน *multiple sclerosis* ออกไปได้ ในรูปที่ ก.1(ข) ภาพที2เวจของ *cavernous hemangioma* ของตับ สังเกตส่วนที่สว่างมากๆเป็นผลจากการเน้นเฉพาะ *hemangioma* นั้นเอง

บางครั้งเนื้อเยื่อที่ไม่ปกติก็มีความแตกต่างของความเข้มต่างจากปกติเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ถึงแม้ว่าการถ่ายเอ็มอาร์ไอจะสามารถเน้นเฉพาะได้แต่บางครั้งก็ยังไม่ชัดเจนพอ การเลือกสัญญาณพัลส์, เวลา, ความหนาสไลด์, ระนาบการถ่ายและช่องว่างระหว่างสไลด์มีผลต่อการเน้นเฉพาะ



(ก)



(ข)

รูปที่ ก.1 ภาพตัวอย่างการเน้นเฉพาะ (ก) ภาพซากิตตอลที่1เวชของผู้ป่วยที่คาดว่าจะเป็น *multiple sclerosis* (ข) ภาพที่2เวชของ *cavernous hemangioma* ของตับ

ก.2 คุณภาพของภาพ

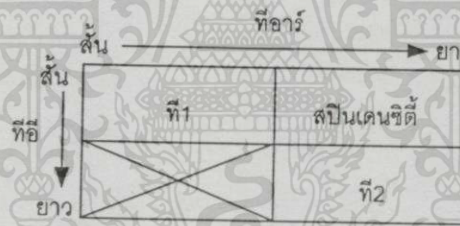
ภาพทางการแพทย์ที่ดีจะต้องมีรายละเอียดมากพอที่จะตอบคำถามต่างๆของแพทย์ได้ เนื่องจากความสัมพันธ์ของความแตกต่างของความเข้มและขนาดของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal to noise ratio) มีส่วนสำคัญต่อคุณภาพของภาพ จึงจำเป็นต้องเข้าใจว่าค่าความเข้มบนภาพเกิดได้อย่างไร เกี่ยวข้องกับคุณสมบัติของเนื้อเยื่อและสัญญาณพัลส์ที่เครื่องถ่ายใช้อย่างไร สัญญาณที่แรงจะเป็นจุดสีขาว (Bright pixel) และสัญญาณที่ค่อยจะเป็นสีดำ (Dark pixel) ตัวแปรในการกำหนดความแรงของสัญญาณคลื่นแม่เหล็กแสดงในตารางที่ ก.1

ตารางที่ ก.1 ตัวแปรและผลของตัวแปรต่อความแรงของสัญญาณคลื่นแม่เหล็ก

คุณสมบัติของเนื้อเยื่อ	คุณสมบัติของชุดภาพ
ความหนาแน่นของไฮโดรเจน (Hydrogen density)	ชนิดของสัญญาณพัลส์ เช่น สปินเอ็กโค (Spin echo), อินเวอร์ชัน รีโคเวอรี (Inversion recovery) เป็นต้น
เวลาการปลดปล่อยที่1 (T1 relaxation time)	เวลา TR, TE
เวลาการปลดปล่อยที่2 (T2 relaxation time)	ความหนาสไลด์, ระยะห่างระหว่างสไลด์ และทิศทาง การถ่าย
การไหลผ่านพิกเซล (Flow through the pixel)	ทิศทางของการอ่านเกรเดียน (Gradient) ทิศทางของเฟสเกรเดียน การชดเชยการเคลื่อนที่โดยใช้เกรเดียนสวิตชิง

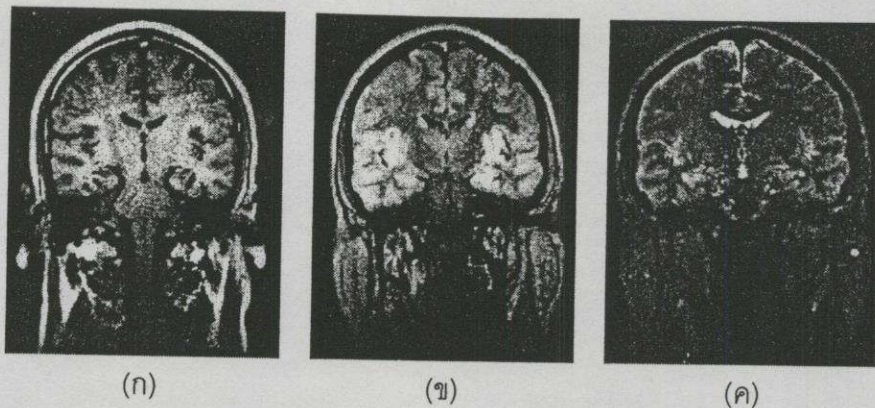
ก.2.1 ค่าทีอี, ทีอาร์และความแตกต่างของความเข้ม

เมื่อผู้ป่วยอยู่ในสนามแม่เหล็กที่เข้มขึ้นในเครื่องถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอ โปรตอนในร่างกายจะถูกจัดใหม่ตามทิศทางของสนามแม่เหล็ก จากนั้นร่างกายจะแผ่สัญญาณความถี่วิทยุและถูกนำไปสร้างเป็นภาพ คลื่นความถี่วิทยุมีผลมาจากสัญญาณพัลส์ สัญญาณพัลส์ที่ใช้กันมากที่สุดคือ สัญญาณพัลส์แบบสปินเอ็กโค (Spin echo) ในการส่งสัญญาณพัลส์แบบสปินเอ็กโคพัลส์จะถูกส่งซ้ำหลายๆ ครั้ง ระยะเวลาของแต่ละครั้งเรียกว่า ทีอาร์ (Repetition time หรือ TR) และระยะเวลาระหว่างแต่ละครั้งเรียกว่า ทีอี (Echo time หรือ TE) ค่าทีอาร์และทีอีเป็นตัวแปรหลักต่อความแตกต่างของความเข้ม การเลือกทีอาร์และทีอีที่ดี ภาพจะแสดงความแตกต่างของความเข้มต่างๆกันไปในโปรตอนเดนซิตี, เวลาการปลดปล่อยที่1 (T1 relaxation time) หรือเวลาการปลดปล่อยที่2 (T2 relaxation time) ของเนื้อเยื่อ ค่าทีอาร์ควบคุมความแตกต่างของความเข้มเกี่ยวกับความแตกต่างของเนื้อเยื่อที่1 รูปนี้เรียกว่าที1เวจ ในขณะที่ค่าทีอีควบคุมความแตกต่างของความเข้มเกี่ยวกับความแตกต่างของเนื้อเยื่อที่2 รูปนี้เรียกว่าที2เวจ ถ้าค่าทีอาร์และทีอีถูกเลือกจะทำให้ทั้งค่าทีอาร์และทีอีมีผลน้อยมาก รูปนี้เรียกว่า สปินเดนซิตี (Spin density) หรือโปรตอนเดนซิตี ลักษณะของเวจ (Weight) แสดงในรูปที่ ก.2



รูปที่ ก.2 คำนวณน้ำหนักของภาพตามฟังก์ชันของทีอาร์และทีอีสำหรับภาพสปินเอ็กโค

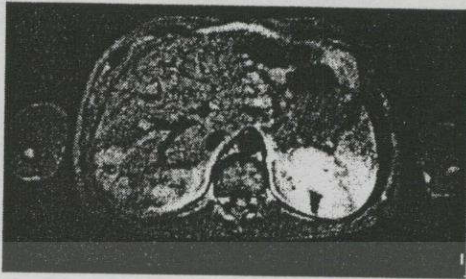
สำหรับสัญญาณพัลส์แบบอื่นๆเช่น อินเวอร์ชัน รีโคเวอรี (Inversion recovery) หรือ เกรเดียนเอ็กโค (Gradient echo) ค่าทีอาร์และทีอีจะมีผลแบบเดียวกับแบบสปินเอ็กโคแต่จะมีตัวแปรอื่นๆอีก เช่น มุมเอียง (Tip angle) ซึ่งมีอิทธิพลต่อ ที1, ที2 และ สปินเดนซิตี ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงแต่สัญญาณพัลส์แบบสปินเดนซิตีเท่านั้น โดยทั่วไปถ้าค่าทีอาร์และค่าทีอีสั้น ความแตกต่างของความเข้มจะถูกเน้นโดยผลของที1 ถ้าค่าทีอีสั้นและทีอาร์ยาวจะมีผลให้ภาพสปินเดนซิตีถูกเน้นขึ้นมา และถ้าทีอาร์และทีอียาว ความแตกต่างของความเข้มจะถูกเน้นโดยผลจากที2



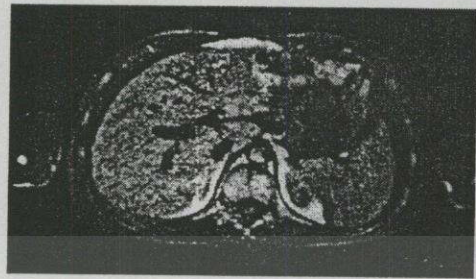
รูปที่ ก.3 ผลจากการเปลี่ยนแปลงทีอีและทีอาร์ (ก) ทีอาร์เท่ากับ 0.5 วินาที ทีอีเท่ากับ 15 มิลลิวินาที (ข) ทีอาร์เท่ากับ 2.5 วินาที ทีอีเท่ากับ 17 มิลลิวินาที (ค) ทีอาร์เท่ากับ 2.5 วินาที ทีอีเท่ากับ 100 มิลลิวินาที

คำว่า “ยาว” และ “สั้น” ในรูปที่ ก.2 บอกถึงความสัมพันธ์ของค่าต่างๆมากกว่าค่าจริงๆ ของมัน คำว่า “สั้น” หมายถึงเวลาที่อาร์ซึ่งประมาณเท่ากับที1ที่น้อยที่สุดที่สนใจ หรือทีอีที่น้อยที่สุดที่เป็นไปได้ ในการตั้งค่าต่างๆนี้คำว่า “มาก” คือค่าที่มากกว่า “สั้น” สามเท่า จากรูปที่ ก.3 ภาพของสมองที่ 0.5 เทลล่า รูปที่ ก.3(ก) ภาพที่1เวจถูกสร้างโดยทีอาร์สั้น (500 มิลลิวินาที) ซึ่งมีผลให้ที1 ยาวและการใช้ทีอีสั้น (15 มิลลิวินาที) ซึ่งทำให้ที2 น้อย ความสัมพันธ์ของที1 ที่ยาวกับ *cerebrospinal fluid (CSF)* มีผลทำให้สัญญาณของเนื้อเยื่อส่วนน้อยอ่อน ทำให้ได้ภาพส่วน *ventricle* เป็นสีดำ ในทางกลับกันความสัมพันธ์ของที1สั้นกับเนื้อเยื่อ *scalp* (หนังหัว) ทำให้สัญญาณส่วนนี้แรง แม้ว่าความแรงของสัญญาณจากเนื้อเยื่อเกิดจากความแตกต่างของที1 แต่ยังมีปัจจัยอื่นอีกที่มีผลต่อความแตกต่างของความเข้มของภาพ เช่น สัญญาณอ่อนๆใน *petrous bone* ซึ่งเกิดจากการที่มีโปรตอนเดนซิตีต่ำ (ไม่ใช่เกิดจากความแตกต่างของที1 เสมอไป) ในรูปที่ ก.3(ข) ทีอาร์มาก (2500 มิลลิวินาที) และทีอีน้อย (17 มิลลิวินาที) มีผลทำให้สปินเดนซิตีเป็นปัจจัยหลักในการกำหนดความแตกต่างของความเข้มของภาพ คำอธิบายก็คือ ทีอาร์มากๆจะลดผลของที1และทีอีน้อยๆจะลดผลของที2 ทำให้ผลของโปรตอนเดนซิตีเด่นชัดขึ้น (จะเห็นว่าความแตกต่างของสัญญาณจาก *gray matter* และ *white matter* กลับกันในรูปที่ ก.3(ก) และ 3(ข) และสัญญาณที่แรงกว่าส่วนอื่นจาก *cerebrospinal fluid* ในภาพสปินเดนซิตีเวจ รูปที่ ก.3(ข)) ที่2เวจถูกสร้างเมื่อใช้ทีอาร์มากและทีอีมาก ค่าทีอาร์มากจะลดผลของที1และค่าทีอีมากจะเพิ่มผลของที2 ในรูปที่ ก.3(ค) ภาพที่2เวจเปรียบเทียบกับรูปที่ ก.3(ข) ภาพโปรตอนเดนซิตีเวจ จะเห็นว่าทั้งสองรูปมีทีอาร์เท่ากันแต่รูปสปินเดนซิตีมีทีอีสั้นกว่า (17 มิลลิวินาที) ในตัวอย่างนี้ค่าทีอาร์มากจะทำให้เนื้อเยื่อที่มีที2น้อยจะมีสัญญาณน้อย ในขณะที่สัญญาณจากเนื้อเยื่อซึ่งที2มากๆยังคงอยู่ ดังนั้น

cerebrospinal fluid ซึ่งมีที่ 2 มากๆ จะสว่างในภาพที่ 2 เวก (รูปที่ ก.3(ค)) ขณะที่ทั้ง gray matter และ white matter ของสมอง ซึ่งมีที่ 2 สั้นกว่า cerebrospinal fluid จะเห็นมืดกว่า



(ก)



(ข)

รูปที่ ก.4 ภาพ metastatic liver disease (ก) ที่อาร์ยาว, ที่อีสั้น (ที่อาร์เท่ากับ 1.6 วินาที ที่อีเท่ากับ 35 มิลลิวินาที) (ข) ที่อาร์สั้น, ที่อีสั้น (ที่อาร์เท่ากับ 0.5 วินาที ที่อีเท่ากับ 35 มิลลิวินาที)

ความสำคัญของการเปลี่ยนแปลงความแตกต่างของความเข้มมีผลมาจากการเปลี่ยนคทีอีและทีอาร์ซึ่งได้แสดงในรูปที่ ก.4 ในรูปที่ ก.4 ที่อาร์ยาว (1.6 วินาที) และที่อีสั้น (35 มิลลิวินาที) ภาพของดับแสดงให้เห็นจุดเล็กๆหลายจุดซึ่งมีความเข้มสัญญาณเพิ่มขึ้นเกิดจากสภาวะหยุดนิ่งใน ส่วนหลังของ hepatic bone ด้านขวา ในขณะที่ 4(ข) ซึ่งถ่ายที่ส่วนเดียวกันแต่ใช้ทีอีและทีอาร์สั้นกว่า (0.5 มิลลิวินาทีและ 35 มิลลิวินาทีตามลำดับ) กลับไม่แสดงสิ่งที่คาดว่าจะเห็น นั่นเป็นเพราะที่ทีอีและทีอาร์สั้นๆนี้ ความแตกต่างของความเข้มของ hepatic bone กับเนื้องอก (Tumor) มีไม่เพียงพอ ในตัวอย่างนี้แสดงถึงความสำคัญของการใช้สัญญาณพัลส์ที่ช่วยเพิ่มความแตกต่างของความเข้มได้ แต่เราก็ไม่สามารถรู้ได้เสมอไปว่าค่าใดจะสร้างความแตกต่างของความเข้มออกมาดีที่สุด ดังนั้นภาพที่ 1 เวกและที่ 2 เวกจึงถูกนำมาใช้มากที่สุด (ข้อพิจารณาสำคัญในการถ่ายที่ 1 เวกและที่ 2 เวกคือ การเลือกสัญญาณพัลส์ที่ทำให้เกิดการกลับกันของความแตกต่างของความเข้มระหว่างเนื้อเยื่อที่สนใจ ตัวอย่างเช่นรูปที่ ก.3(ก) และ 3(ข) gray matter และ CSF มีความแตกต่างของความเข้มกลับกัน)

ก.2.2 สัญญาณ, สัญญาณรบกวน, ความละเอียดและเวลา

จากที่กล่าวมาเราได้เห็นความแตกต่างของความเข้มของภาพมีผลจากทีอีและทีอาร์อย่างไร นอกจากนี้เราต้องพิจารณาตัวแปรที่มีผลต่อสัญญาณและสัญญาณรบกวนในภาพ (อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน), ความละเอียดภาพ (Spatial resolution), ความเพี้ยน (Artifact) และระยะเวลาในการถ่ายภาพ ตัวแปรเหล่านี้รวมถึงขนาดของเมตริก (Image matrix),

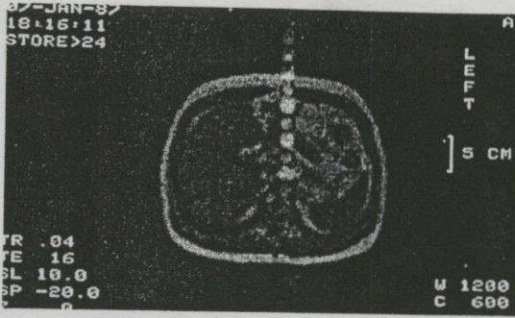
จำนวนครั้งการถ่าย (Acquisition averaged), ทีอาร์, ทีอี, ความหนาของสไลด์ (Slice thickness), ทิศทางการถ่ายภาพ (Orientation), ช่องว่างระหว่างสไลด์ (Gap) และการไหล (Flow) เป็นต้น

ก.2.3 ขนาดเมตริก

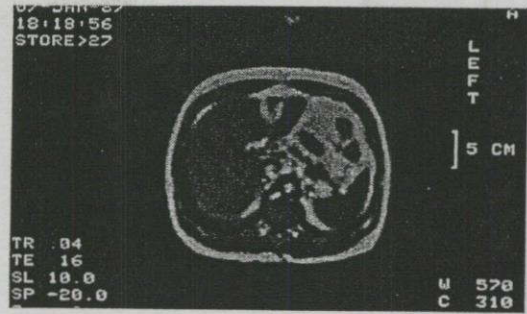
ภาพเอ็มอาร์ไอมีความแตกต่างจากระบบถ่ายโดยคลื่นวิทยุ (Radiographic) ทางด้าน ระยะเวลาการถ่ายภาพ (Image acquisition time), อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน และความละเอียด เวลาเป็นสิ่งที่สำคัญสำหรับการถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอเพราะอุปกรณ์และการบำรุงรักษามีราคาแพง การรักษาคอนไซ์ที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดคือให้ผลมากที่สุดในเวลาอันน้อยสุด เวลาที่ใช้ในการถ่ายเป็นฟังก์ชันของตัวแปรต่างๆรวมถึงขนาดของเมตริก, ทีอาร์ และจำนวนครั้งการถ่าย เมื่อนำมาคูณกันจะได้เวลาในการสร้างภาพ ในทางปฏิบัติ ทีอาร์จำนวน 256 ครั้งใช้สร้างข้อมูลขนาด 256×256 หน่วย ตัวอย่างเช่น เมตริกขนาด 256 ชั้นของเฟสที่เข้ารหัส (Phase encoding (TR) step) ถ้าทีอาร์เท่ากับ 2 วินาที ดังนั้นจะต้องใช้เวลาถ่ายทั้งหมด 17 นาทีที่จะเห็นว่าใช้เวลาค่อนข้างนานเราจึงพยายามเปลี่ยนตัวแปรเหล่านี้เพื่อลดเวลา หลักการของเมตริกคล้ายกับในภาพซีทีคือ ถ้าขนาดเมตริก (เช่นจำนวนของพิกเซล (Pixel)) เพิ่มขึ้น ความละเอียดจะดีขึ้นเพราะแต่ละพิกเซลเล็กลง แต่ก็จะมีการลดจำนวนของสัญญาณในแต่ละพิกเซลทำให้อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนลดลง นอกจากนี้ยังต้องใช้เวลาในการถ่ายมากขึ้นด้วยเนื่องจากจำนวนพิกเซลมากขึ้น ในทางกลับกันถ้าใช้ขนาดเมตริกน้อยลง เราสามารถถ่ายใช้เวลาอันน้อยลงกับอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนเพิ่มขึ้นแต่ความละเอียดลดลง

ก.2.4 จำนวนครั้งการถ่าย

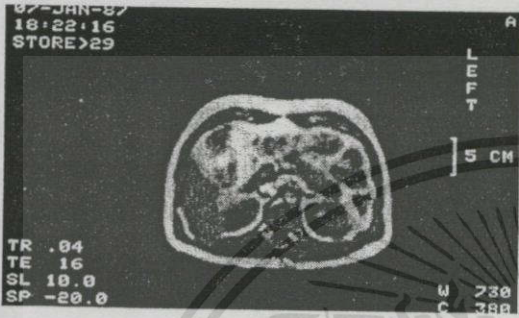
ผลของจำนวนจำนวนครั้งการถ่าย (Number of Averages) ควรจะชัดเจน ถ้าจำนวนครั้งการถ่ายเพิ่มขึ้นจะทำให้อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนดีขึ้นแต่ก็ทำให้ต้องสแกนนานและสิ้นเปลือง กรณีจำนวนครั้งการถ่ายลดลงจะใช้เวลาสแกนน้อยแต่อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนจะลดลงด้วย นั่นคืออัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนจะดีขึ้นเป็นสัดส่วนกับรากของจำนวนครั้งการถ่าย ดังนั้นการเพิ่มขึ้นของจำนวนครั้งการถ่ายจึงไม่ใช่การปรับปรุงอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่มีประสิทธิภาพ ผลของการเพิ่มจำนวนครั้งการถ่ายแสดงในรูปที่ ก.5 จะเห็นถึงการลดลงของสัญญาณรบกวนเนื่องจากการหายใจ (มีการเคลื่อนที่ของตับ)



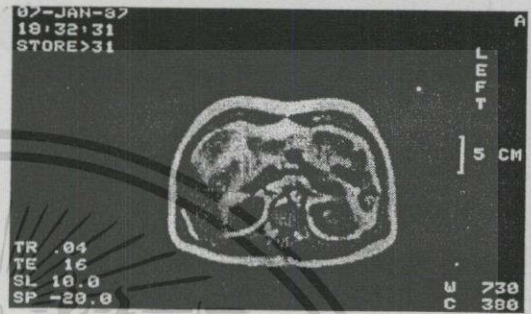
(ก)



(ข)



(ค)



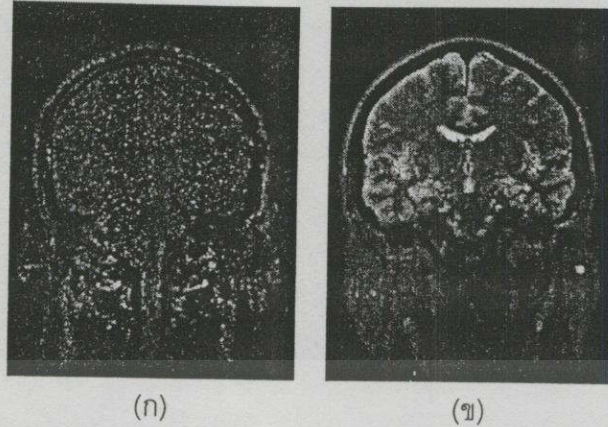
(ง)

รูปที่ ก.5 ผลจากการเพิ่มจำนวนครั้งการถ่าย (ก) 1 ครั้ง, 5 วินาที (ข) 8 ครั้ง, 41 วินาที (ผู้ป่วยกลับหายใจเพื่อทดสอบ) แสดงถึงอัตราสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่ดีขึ้น (ค) 32 ครั้ง, 2.75 นาที (ง) 128 ครั้ง, 11 นาที (ผู้ป่วยหายใจปกติ) แสดงถึง 32 ครั้งยังไม่เพียงพอต่อการลดความเสียหายจากการหายใจแต่ 128 ให้ผลที่น่าพอใจ

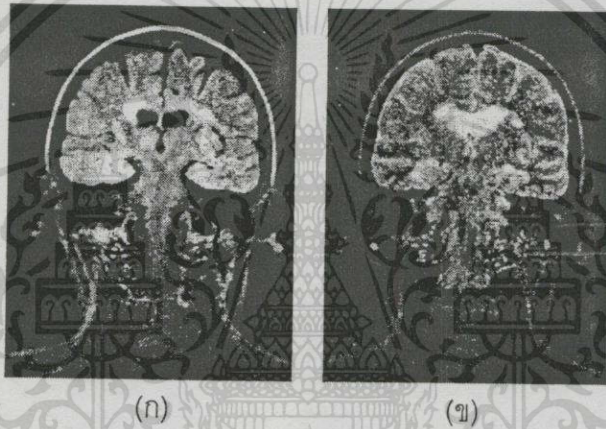
ก.2.5 ทีอีและทีอาร์

เวลาที่อาร์และทีอีในการถ่ายภาพมีความสำคัญต่อคุณภาพของภาพเป็นอย่างมาก ถ้าทีอาร์เพิ่มอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนจะดีขึ้น แต่จะใช้เวลานานในการรับข้อมูล มากกว่านั้นสามารถใช้กับเนื้อเยื่อที่มีปริมาตรมากขึ้นได้ เนื่องจากสามารถทำได้ทีละหลายสไลด์ (เพราะว่าส่วนใหญ่เป็นการถ่ายภาพโดยสัญญาณพัลส์มาตรฐาน) ข้อมูลจากหลายๆสไลด์จะถูกเก็บระหว่างทีอาร์และจำนวนสไลด์ที่ทำได้จะเท่ากับอัตราส่วนของทีอาร์ต่อเวลาที่ใช้ในการดึงข้อมูลแต่ละสไลด์) นอกจากนี้ ถ้าทีอาร์ลดลงอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนจะลดลงและใช้เวลาถ่ายน้อย การเปลี่ยนของทั้งอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนและเวลาในการถ่ายก็คือการเปลี่ยนแปลงความแตกต่างของความเข้มของภาพ (จากหัวข้อที่ได้กล่าวไปแล้ว) รูปที่ ก.6 คือตัวอย่างของการเปลี่ยนทีอาร์ ทั้งรูปที่ ก.6(ก) และ 6(ข) กำหนดทีอีเท่ากับ 100 มิลลิวินาที ในรูปที่ ก.6(ก) ทีอาร์เท่ากับ 500 มิลลิวินาทีและรูปที่ ก.6(ข) ทีอาร์เท่ากับ 1500 มิลลิวินาที เวลาในการถ่ายรูปที่ ก.6(ก) เป็นหนึ่งในสามของรูปที่ ก.6(ข) อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนของทั้งสองรูปนี้เห็นได้อย่างชัดเจน คือรูปที่ ก.6(ก) มีค่าน้อยมากๆ (คุณภาพของภาพไม่ดี) นั่นคือทั้งความแตกต่างของความเข้มและทีอาร์มีความสัมพันธ์กัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ก.6 ตัวอย่างภาพที่ทีอาร์ต่างกันและทีอีเท่ากัน (ก) 0.5 วินาที (ข) 1.5 วินาที



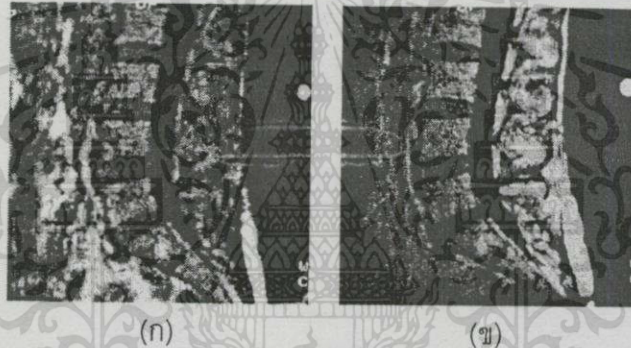
รูปที่ ก.7 ตัวอย่างภาพที่ทีอีต่างกันและทีอาร์เท่ากัน (ก) 17 มิลลิวินาที (ข) 100 มิลลิวินาที

แม้ว่าการเปลี่ยนทีอีจะไม่มีผลต่อเวลาในการถ่าย แต่มันมีผลสำคัญต่ออัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน ค่าทีอีที่น้อยลงมีผลทำให้อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนดีขึ้น การเปลี่ยนทีอียังทำให้เปลี่ยนความแตกต่างของความเข้ม (จากหัวข้อที่ได้กล่าวมา) ในรูปที่ ก.7 แสดงการเปลี่ยนค่าทีอี รูปที่ ก.7(ก) ทีอีเท่ากับ 17 มิลลิวินาทีและรูปที่ ก.7(ข) ทีอีเท่ากับ 100 มิลลิวินาที จะเห็นว่ารูปที่ ก.7(ข) มีสัญญาณรบกวนมากกว่ารูปที่ ก.7(ก) นั่นคือทีอีมีผลต่อความแตกต่างของความเข้ม มากกว่านั้นการเพิ่มทีอียังทำให้เวลาในการถ่ายเพิ่มขึ้นด้วย

ก.2.6 ความละเอียด

นอกจากตัวแปรที่ได้กล่าวมาแล้ว ความละเอียด (Resolution) ก็เป็นอีกตัวแปรหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน ตัวอย่างให้ชัดเจน (Coil) ขนาด 50 เซนติเมตรกับการแสดงภาพเมตริกขนาด 256×256 พิกเซล แต่ละพิกเซลมีขนาด 1.95×1.95

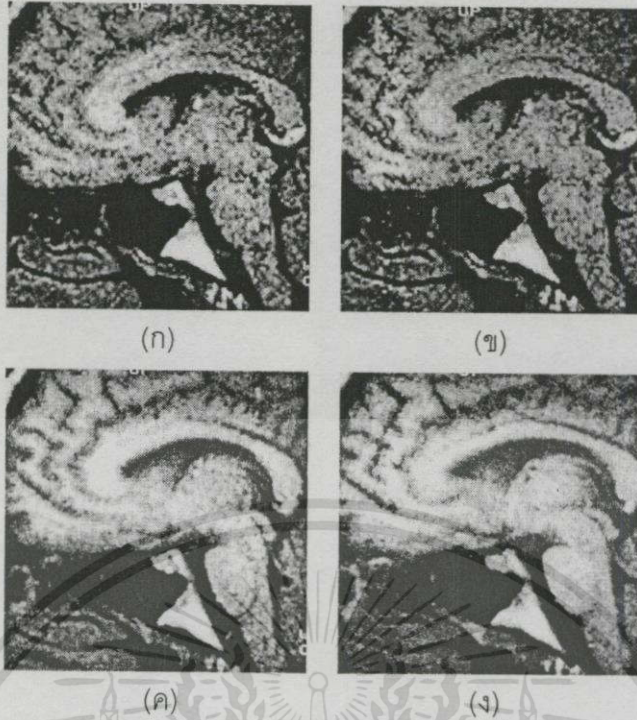
มิลลิเมตร มีวิธีในการปรับปรุงความละเอียดหลายวิธี วิธีที่ชัดเจนที่สุดคือ การใช้พิกเซลขนาดเล็ก โดยใช้ขนาดเมตริกให้ใหญ่ขึ้นแต่ก็จะมีผลทำให้อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนลดลง ด้วย เพราะว่าสัญญาณจำนวนเท่าเดิมแต่ต้องแปลงให้จำนวนพิกเซลมากขึ้น อีกวิธีคือ การซูมภาพ (Zoom) ซึ่งทำให้มุมที่สามารถมองได้ลดลงไปดังนั้นเนื้อเยื่อที่สามารถแสดงได้จะลดลงไปด้วย ในขณะที่มีพิกเซลมากขึ้น แต่อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนจะลดลง การใช้ขดลวดพื้นผิว (Surface coil) คือวิธีที่มีประสิทธิภาพที่สุดในการปรับปรุงความละเอียดโดยไม่มีผลกระทบต่ออัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน ในรูปที่ ก.8 รูปซากิตตอลของกระดูกสันหลัง (Spine) ถูกแสดงด้วยขดลวดมาตรฐานในรูปที่ ก.8(ก) และขดลวดพื้นผิวในรูปที่ ก.8(ข) เห็นได้ชัดว่าความละเอียดของทั้งสองภาพแตกต่างกัน ขดลวดพื้นผิวสามารถทำให้เน้นเฉพาะเจาะจงได้ ทั้งยังรักษาอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนไว้ได้ ขณะเดียวกันก็ไม่ทำให้เวลาในการถ่ายเพิ่มขึ้น (เพราะเมตริกขนาดเดิมสามารถใช้ได้)



รูปที่ ก.8 ภาพซากิตตอลของกระดูกสันหลังใช้ (ก) ขดลวดมาตรฐาน (ข) ขดลวดพื้นผิว

ความละเอียดยังมีในลักษณะอื่นๆอีกเช่น ความหนาของสไลด์ สไลด์ที่หนากว่ามีความโน้มที่จะทำให้ภาพไม่เห็นวัตถุขนาดเล็กๆได้ การใช้สไลด์ที่บางอาจช่วยแก้ไขปัญหานี้แต่อาจมีผลให้อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนลดลง เหมือนกับผลของสัญญาณน้อยๆต่อพิกเซลในสไลด์บางๆ โดยทั่วไปเมื่อความหนาสไลด์เพิ่มขึ้นจะได้อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่ดีขึ้นรวมไปถึงปริมาตรเนื้อเยื่อใหญ่ขึ้น แต่ความละเอียดจะลดลง ในทางกลับกัน สไลด์ที่บางจะทำให้เราเห็นวัตถุที่เล็กลงแต่จะครอบคลุมปริมาตรน้อยลงด้วยและอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนลดลง ในรูปที่ ก.9 แสดงผลของความหนาสไลด์ รูปที่ ก.9(ก) 2 มิลลิเมตร, รูปที่ ก.9(ข) 3 มิลลิเมตร, รูปที่ ก.9(ค) 5 มิลลิเมตรและรูปที่ ก.9(ง) 7 มิลลิเมตร จะเห็นว่าเมื่อความหนาสไลด์เพิ่มขึ้นจะทำให้เราเห็นวัตถุเล็กๆได้น้อยลงแต่ลักษณะพื้นผิวและความละเอียดของความแตกต่างของความเข้มจะดีขึ้นอย่างเห็นได้ชัด การเลือกความหนาสไลด์ที่ถูกต้องขึ้นอยู่กับชนิดของข้อมูลที่ต้องการจะได้และระดับของอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนที่ยอมรับได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ก.9 ตัวอย่างภาพที่ความหนาสไลด์ต่างกัน (ก) 2 มิลลิเมตร (ข) 3 มิลลิเมตร (ค) 5 มิลลิเมตร (ง) 7 มิลลิเมตร

ก.2.7 ปริมาตรภาพ

ถ้าปริมาตรของเนื้อเยื่อที่จะตรวจในการวิเคราะห์โรคสามารถถ่ายได้ในการถ่ายหนึ่งครั้งจะทำให้ประหยัดเวลาได้มากขึ้น ปริมาตรของเนื้อเยื่อมีผลมาจากความหนาสไลด์, จำนวนสไลด์ที่กำหนดโดยสัญญาณพัลส์, ช่องว่างระหว่างแต่ละสไลด์, ระนาบของภาพ (Image plane) ที่เลือกใช้ การเลือกที่อาร์มีผลต่อจำนวนสไลด์ที่สามารถถ่ายได้ ในการถ่ายที่หลายๆสไลด์ (Mutislice acquisition) จำนวนสไลด์จะเพิ่มขึ้นจะเป็นสัดส่วนกับที่อาร์ นอกจากนี้การเลือกระนาบการถ่าย (Imaging plane) อาจจะมีผลต่อการปริมาตรของภาพด้วย ความยืดหยุ่นในการเลือกระนาบการถ่ายเป็นความสามารถที่สำคัญของเครื่องถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอ การถ่ายแนวโคโรนอลและซาคิตตอลทำให้ถ่ายภาพเสร็จเร็วขึ้นเนื่องจากได้ปริมาตรของเนื้อเยื่อที่ใหญ่

ก.2.8 การเคลื่อนที่ของผู้ป่วย

ปัญหาเนื่องจากการเคลื่อนที่ของผู้ป่วย (Temporal resolution) (ทั้งภายในและภายนอก) เป็นปัญหาที่สำคัญเนื่องจากการถ่ายต้องใช้เวลานานที่ วิธีการแก้ปัญหาความเพี้ยนจากการเคลื่อนที่มีหลายวิธีเช่น ความร่วมมือของผู้ป่วย, การใช้เกตติง (Gating) เพื่อลบค้างผลของการเต้นของหัวใจ (Cardiac pulsation), การใช้จำนวนครั้งการถ่ายหลายๆช่วยลดความเพี้ยนดังกล่าวได้ดังแสดงในรูปที่ ก.5 เนื่องจากความเพี้ยนจากการเคลื่อนที่นี้แสดงอยู่บนเกรเดี่ย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

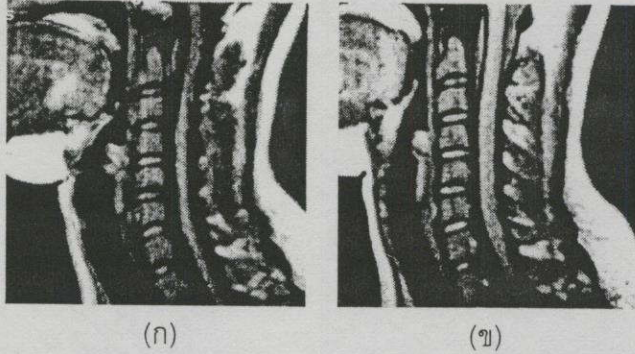
นของการเข้ารหัสเฟส (Phase encoding gradient) จึงเป็นไปได้ที่จะเลือกมุมการถ่ายของเกรเดียนของการเข้ารหัสเฟสเพื่อให้ฉายความเพี้ยนนี้ออกไปจากพื้นที่ที่สนใจ ในรูปที่ ก.10 แสดงการใช้เกดติงเพื่อปรับปรุงคุณภาพของภาพ รูปที่ ก.10(ก) ภาพซากิตตอลของ cervical spine ที่ไม่มีเกดติงจะเห็นว่าส่วน cervical cord ที่ไม่ชัดเจนเป็นผลมากจากการเต้นของหัวใจ ในขณะที่รูปที่ ก.10(ข) ใช้เกดติงกับหัวใจ จะเห็นว่าคุณภาพของภาพดีขึ้น

ตารางที่ ก.2 คุณภาพของภาพและตัวแปรของสัญญาณพัลส์

	อัตราส่วน สัญญาณต่อ สัญญาณรบ กวน	ความแตก ต่างของที1	ความแตก ต่างของที2	ความ ละเอียด	จำนวน สไลด์	เวลาใน การถ่าย
ทีอาร์เพิ่ม	++	--	0	0	++	++
ทีอีเพิ่ม	--	0	++	0	-	0
ขนาด เมตริก เพิ่ม	--	0	0	++	0	++
ซูมใกล้ มากขึ้น	--	0	0	++	0	0
จำนวน ครั้งการ ถ่ายมาก ขึ้น	+	0	0	0	0	++
สไลด์หนา ขึ้น	++	0	0	0	0	0
ขาดลวด พื้นผิว	++	0	0	++	0	0
เกดติง	0	- ถึง 0	0	0	0	+ ถึง 0

หมายเหตุ ++ หมายถึง เพิ่มอย่างเห็นได้ชัด, + หมายถึง เพิ่มขึ้นเล็กน้อย, 0 หมายถึง ไม่มีผลอะไร, - หมายถึง ลดลงเล็กน้อย, -- หมายถึง ลดลงอย่างเห็นได้ชัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ก.10 การใช้เกตติ่งเพื่อทำให้ภาพชัดเจขึ้น (ก) ไม่ใช้เกตติ่งทำให้การเดินของ CSF ทำให้ cervical spine ไม่ชัดเจ (ข) ใช้เกตติ่งทำให้ชัดเจขึ้น

ตารางที่ ก.2 สรุปความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆที่มีผลต่อคุณภาพของภาพและต่อลักษณะสัญญาณพัลส์ ความแตกต่างของที่1และความแตกต่างของที่2แสดงแยกจากกันเพื่อให้เห็นถึงผลของเวชของภาพ ข้อมูลในตารางนี้อาจจะไม่ตรงในทุกๆกรณี ตัวอย่างเช่น ข้อมูลในตารางบอกว่าเมื่ออาร์เพิ่มจะทำให้ความแตกต่างของที่1ลดลง ข้อมูลนี้เป็นจริงเมื่ออาร์เพิ่มจาก 0.5 เป็น 1.5 แต่การเพิ่มที่อาร์จาก 0.1 เป็น 0.2 อาจจะทำให้ผลตรงกันข้าม

ก.3 การทำงานของเครื่องถ่ายเอ็มอาร์ไอ

การถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอใช้หลักการของความไม่เสถียรของสนามแม่เหล็กของผู้ป่วยซึ่งสามารถแบ่งเป็น 4 ขั้นตอนหลักดังนี้

1. การจัดเตรียมสนามแม่เหล็กของผู้ป่วย
2. การรบกวนสนามแม่เหล็กของผู้ป่วยโดยการหมุนมันออกจากจุดสมดุล (ใช้คลื่นวิทยุในความถี่ต่างๆ)
3. ทำการวัดเมื่อมีการจัดเรียงตัวใหม่เข้าสู่จุดสมดุลอีกครั้ง (วัดคลื่นความถี่วิทยุที่สะท้อนกลับ)
4. เข้ารหัสข้อมูลตำแหน่ง (ใช้เกรเดียนของแม่เหล็ก (Switchable magnetic gradient) เพื่อเข้ารหัสตำแหน่งของสัญญาณและใช้การวิเคราะห์ฟูเรียร์ (Fourier analysis) เพื่อถอดรหัสข้อมูลนั้นและสร้างเป็นภาพ)

ก.3.1 การสร้างสนามแม่เหล็กของผู้ป่วย

โดยทั่วไปแต่ละอะตอม (Atom) มีสนามแม่เหล็กของตัวเองและอาจถือได้ว่าเป็นแท่งแม่เหล็กเล็กๆ ซึ่งประกอบด้วยนิวเคลียส (Nucleus) และอิเล็กตรอน (Electron) รอบๆ นิวเคลียส ผลรวมของทั้งสองสิ่งนี้อาจจะทำมุมอย่างไรก็ได้หรืออาจจะตรงข้ามกันก็ได้ ในอะตอมส่วนใหญ่อิเล็กตรอนจะมีความแรงกว่านิวเคลียสซึ่งจะกำหนดคุณสมบัติของสารนั้น สารส่วน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะโดยที่สิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

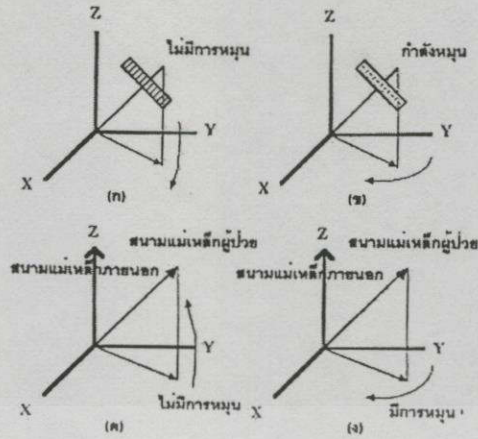
ส่วนใหญ่อิเล็กตรอนจะมีความแรงกว่านิวเคลียสซึ่งจะกำหนดคุณสมบัติของสสารนั้น สสารส่วนใหญ่จะไม่มีสนามแม่เหล็กแบบถาวรเพราะสนามแม่เหล็กของพวกมันอ่อนกว่าแรงจากอะตอมอื่น สิ่งนี้ทำให้เกิดการจัดเรียงอะตอมแบบสุ่ม

เมื่อผู้ป่วยอยู่ในสนามแม่เหล็กจากภายนอก ทั้งนิวเคลียสและอิเล็กตรอนของอะตอมของผู้ป่วยจะมีการตอบสนองต่อมัน ซึ่งอิเล็กตรอนมีแนวโน้มที่จะเรียงตัวในทิศตรงข้ามกับสนามแม่เหล็กจากภายนอกและเนื่องจากอิเล็กตรอนแรงกว่านิวเคลียสทำให้ทั้งหมดชี้ไปในทิศทางตรงข้ามกับสนามแม่เหล็กภายนอก ดังนั้นในเกือบทุกส่วนของร่างกายผู้ป่วยจะถูกกำหนดเหมือนเป็นสสารแบบไดอะแมกเนติก (Diamagnetic substance) หมายความว่าสนามแม่เหล็กของผู้ป่วยชี้ไปตรงข้ามกับสนามแม่เหล็กภายนอก ในโลหะที่อิเล็กตรอนแล้วนิวเคลียสเรียงตัวในทิศเดียวกันสนามแม่เหล็กภายนอก สสารแบบนี้เรียกว่าพาราแมกเนติก (Paramagnetic material) ในแง่ความแรงของสนามแม่เหล็ก สสารไดอะแมกเนติกจะอ่อนกว่าเล็กน้อย มีสสารพาราแมกเนติกบางชนิดมีสนามแรงกว่าเป็นล้านๆเท่า สสารแบบนี้เรียกว่าเฟอร์โรแมกเนติก (Ferromagnetic) และสสารเฟอร์โรแมกเนติกบางชนิดเป็นแม่เหล็กถาวรซึ่งจะรักษาสภาพของตัวเองไว้หลังจากหยุดการแผ่สนามแม่เหล็กภายนอก

ก.3.2 การหมุนสนามแม่เหล็กของผู้ป่วย

สนามแม่เหล็กผู้ป่วยจะอยู่ในสถานะสมดุลกับสนามแม่เหล็กภายนอกเนื่องจากสนามแม่เหล็กผู้ป่วยอ่อนกว่าสนามแม่เหล็กภายนอกเป็นล้านๆเท่า ในการวัดโดยปราศจากการแทรกแซงจากสนามแม่เหล็กภายนอก สนามของผู้ป่วยจะถูกบดบังในบางทิศทางซึ่งเกิดจากปรากฏการณ์เรโซแนนซ์ (Resonance) ซึ่งมีคำนิยามดังนี้ "ถ้าระบบมีการเคลื่อนที่หมุนวนแบบธรรมชาติ (Natural cyclic motion) และแรงหมุนวนจากภายนอก (External cyclic force) ที่ความถี่ธรรมชาติจะมีผลตอบสนองมากกว่าที่ความถี่อื่นๆของแรงวนจากภายนอก"

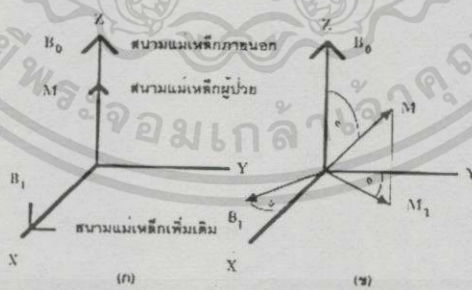
การหมุนแบบลามอ (Larmor precession) คือการเคลื่อนที่ของอะตอมในแรงดึงดูดของโลก ถ้าอะตอมทำมุมกับพื้นและไม่ได้กำลังหมุนอยู่ มันจะตกลงมานั่นคือการจัดเรียงตัวใหม่ตามแรงโน้มถ่วงของโลก (รูปที่ ก.11) แต่ถ้าอะตอมกำลังหมุนอยู่ มันจะไม่ตกโดยมันจะหมุนรอบๆแรงดึงดูดของโลกและสนามแม่เหล็กของมันจะไม่เรียงตัวกับสนามแม่เหล็กภายนอก อัตราของการหมุนนี้เรียกว่าความถี่ลามอ (Larmor frequency) ซึ่งขึ้นอยู่กับตัวแปรสองตัวคือ ความแรงของสนามแม่เหล็กภายนอกและคุณสมบัติการหมุนของอะตอม (ซึ่งต่างจากสนามของอิเล็กตรอนและนิวเคลียส)



รูปที่ ก.11 การเคลื่อนที่ของอะตอม

จากรูปที่ ก.11 ใน (ก) และ (ค) ไม่มีกระแสหมุน ดังนั้นจะตกทันทีเมื่อปล่อยโดยตกตามแนวของสนามแม่เหล็กภายนอกซึ่งแรงกว่า ใน (ข) และ (ง) กำลังหมุนรอบแรงโน้มถ่วงโลกเหมือนสนามที่หมุนแบบลามอรอบสนามแม่เหล็กภายนอก

แรงหมุนวนเกิดจากสนามแม่เหล็กที่กำลังหมุน (Rotating field) ที่ความถี่เท่ากับความถี่ลามอและตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กภายนอก (รูปที่ ก.12) นั่นคือสนามแม่เหล็กผู้ป่วยจะอยู่ภายใต้การหมุนแบบลามอ 2 อันในเวลาเดียวกันโดยอันหนึ่งอยู่รอบสนามแม่เหล็กภายนอกที่คงที่ อีกอันอยู่รอบสนามที่กำลังหมุนอยู่ เน้นว่าเรโซแนนซ์จะเกิดเฉพาะเมื่อสนามที่หมุนอยู่หมุนที่ความถี่ลามอ ถ้าหมุนเร็วกว่าหรือช้ากว่าหรือในทิศทางที่ผิด ผลรวมของการหมุนทั้งสองตัวจะทำให้มุมเอียงไม่อยู่เหนือสนามแม่เหล็กผู้ป่วยโดยสนามแม่เหล็กผู้ป่วยจะส่ายรอบๆสนามที่คงที่แทน



รูปที่ ก.12 การหมุนของสนามแม่เหล็กต่างๆ

จากรูปที่ ก.12 สปินเกิดจากการรวมของสนามแม่เหล็กเพิ่มเติมกับสนามแม่เหล็กผู้ป่วยและการหมุนที่ความถี่ลามอของสนามแม่เหล็กภายนอก (ก) สนามแม่เหล็กเพิ่มเติมในแกน X หมุนสนามแม่เหล็กผู้ป่วยลงในแกน Y ในเวลาต่อมา (ข) แสดงสนามแม่เหล็กผู้ป่วยหมุนลงระนาบ

X-Y และหันไปทางแกน X ในระหว่างนั้นสนามแม่เหล็กเพิ่มเติมหมุนจะหมุนจากแกน X ไปที่แกน Y ด้านลบซึ่งจะตั้งฉากกับสนามแม่เหล็กผู้ป่วย M และ M_T (ตรงข้ามกับ M)

เนื่องจากการเอียง (Tipping) ของสนามแม่เหล็กผู้ป่วยเป็นการหมุนแบบลามอเช่นเดียวกัน มันมีความถี่ลามอของตัวเองซึ่งเป็นสัดส่วนกับความแรงของสนามที่หมุนอยู่ ดังนั้นมุมเอียง (Tipping angle) ขึ้นกับความแรงของสนามที่หมุนอยู่และระยะเวลาที่มันทำงาน เมื่อได้มุมเอียงที่ต้องการแล้วสนามที่หมุนอยู่จะถูกกำจัดโดยการปิดเครื่องส่ง (Transmitter) ตัวอย่างเช่น เพื่อหมุนไป 90 องศา สนามที่หมุนอยู่จะถูกรักษาให้ยาวพอที่จะหมุนสนามแม่เหล็กผู้ป่วยไป 90 องศาและจากนั้นปิดเครื่องส่ง ซึ่งการที่จะกำหนดว่าเป็น 90 องศาได้อย่างไรนั้นจะกล่าวต่อไป

สังเกตว่าในสนามแม่เหล็กภายนอกที่แรง ความถี่ลามอจะเปลี่ยนแปลงถ้าสนามนั้นคือ นิวเคลียสและอิเล็กตรอน (ความถี่ของอิเล็กตรอนมากกว่า 1000 เท่า) และจากอะตอมหนึ่งไปอะตอมอื่นๆตามลำดับของขนาดสนามแม่เหล็ก ตัวอย่างเช่น การหมุน 90 องศาที่ความถี่ลามอสำหรับสนามแม่เหล็กของนิวเคลียสของไฮโดรเจนอะตอมทำโดยการหมุนพวกมันไป 90 องศาแต่จะมีผลจากสนามของนิวเคลียสและสนามอิเล็กตรอนอื่นๆซึ่งไม่ต้องการ ดังนั้นการจัดเรียงตัวใหม่ การเลือกเฉพาะเจาะจงสนามแม่เหล็กของนิวเคลียสหรือสนามอิเล็กตรอนที่ต้องการ

ไม่ใช่ทุกอะตอมที่สามารถเอียงเหนือค่าเฉลี่ยเหล่านี้ได้แต่เฉพาะพวกที่หมุนแบบลามอเท่านั้น ส่วนหลักๆในเนื้อเยื่อประกอบด้วยไฮโดรเจน, โซเดียม (Sodium), ฟอสฟอรัส (Phosphorus) และฟลูออไรน (Fluorine) ทั้งหมดนี้มีการหมุนและสามารถอ่านโดยเครื่องถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอได้ ส่วนคาร์บอน (Carbon), ออกซิเจน (Oxygen) และแคลเซียม (Calcium) ไม่มีการหมุนดังนั้นพวกนี้จึงไม่สามารถใช้การหมุนแบบลามอได้และไม่มีปฏิกิริยาต่อเครื่องถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอ

ค่าของความถี่ลามอสำหรับกลุ่มสารใดๆไม่สามารถสืบทอดกันได้ ดังนั้นค่าของความถี่ลามอต่อหนึ่งหน่วยของความแรงของสนามแม่เหล็ก (เรียกว่าอัตราไจโรแมกเนติก (Gyromagnetic ratio)) จะต้องถูกวัดในห้องแล็บ

1. อัตราไจโรแมกเนติกของนิวเคลียส ส่วนใหญ่อยู่ในช่วง 1 ถึง 50 เมกกะเฮิร์ตซ์ต่อหนึ่งหน่วยเวลา (MHz/T) ซึ่งอยู่ในช่วงความถี่คลื่นวิทยุ (ต่ำกว่าเอฟเอ็ม (FM))
2. อัตราไจโรแมกเนติกของอิเล็กตรอน ส่วนใหญ่มีค่ามากกว่าประมาณ 1000 เท่าซึ่งอยู่ในช่วงความถี่ไมโครเวฟ

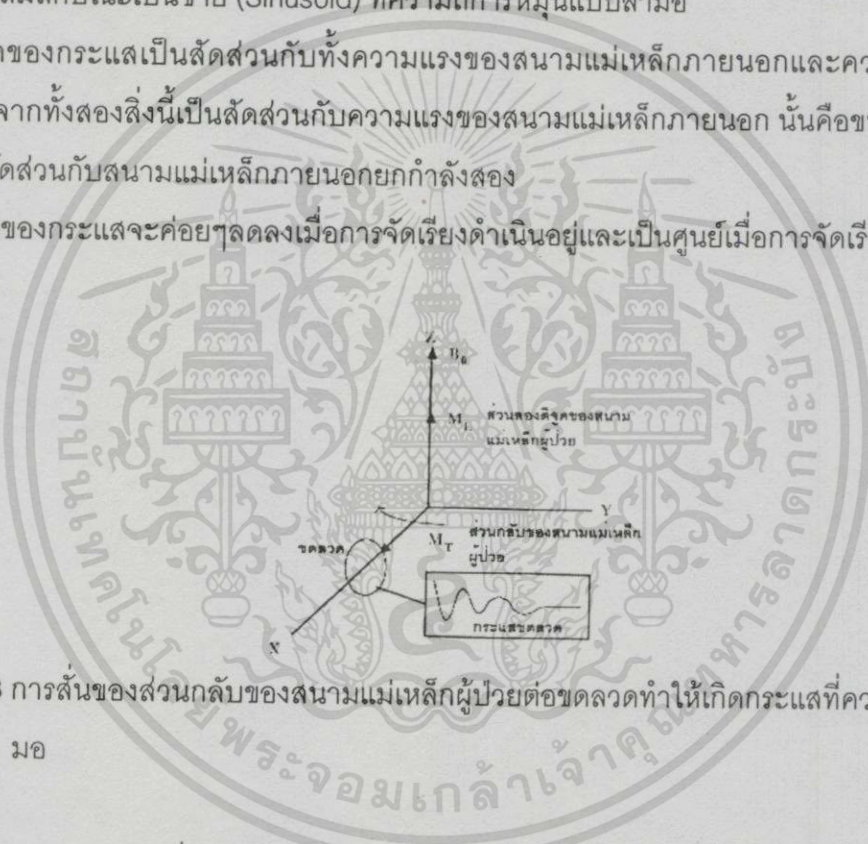
เอ็นเอ็มอาร์ (Nucleus magnetic resonance หรือ NMR) อ้างอิงถึงสนามแม่เหล็ก นิวเคลียส ในขณะที่อีพีอาร์ (Electron paramagnetic resonance หรือ EPR) และ อีเอสอาร์ (Electron spin resonance หรือ ESR) อ้างอิงถึงสนามแม่เหล็กอิเล็กตรอน เครื่องถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอไม่ใช่เรโซแนนซ์ของแม่เหล็กนิวเคลียสด้วยหลายๆเหตุผลเช่น เนื้อเยื่อดูดซับไมโครเวฟ (Microwave) ได้มากกว่าคลื่นวิทยุ เครื่องถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอเกือบทุกเครื่องถ่ายโดยใช้ไฮโดรเจนใน

เนื้อเยื่อเนื่องจากมีผลตอบสนองดี ภาพที่เกิดจากโซเดียมและฟอสฟอรัสสามารถทำได้แต่ต่างก็มีข้อจำกัดของสัญญาณ

ก.3.3 การวัดสนามแม่เหล็กของผู้ป่วย

การจัดเรียงตัวใหม่หรือการบิด (Flip) สนามแม่เหล็กผู้ป่วยหมุนแบบลามอเมื่อมันเรียงตัวใหม่ตามสนามจากภายนอก ขดลวดจะถูกวางโดยให้จุดศูนย์กลางขนานกับสนามแม่เหล็กภายนอก ดังนั้นทิศกลับของสนามแม่เหล็กของผู้ป่วยจะกวาดผ่านหน้าขดลวด (รูปที่ ก.13) การกวาดนี้จะทำให้เกิดกระแสไฟฟ้าไหลในขดลวดซึ่งมีคุณสมบัติดังนี้

1. กระแสมีลักษณะเป็นซาย (Sinusoid) ที่ความถี่การหมุนแบบลามอ
2. ขนาดของกระแสเป็นสัดส่วนกับทั้งความแรงของสนามแม่เหล็กภายนอกและความถี่ลามอ เนื่องจากทั้งสองสิ่งนี้เป็นสัดส่วนกับความแรงของสนามแม่เหล็กภายนอก นั่นคือขนาดกระแสเป็นสัดส่วนกับสนามแม่เหล็กภายนอกยกกำลังสอง
3. ขนาดของกระแสจะค่อยๆ ลดลงเมื่อการจัดเรียงดำเนินอยู่และเป็นศูนย์เมื่อการจัดเรียงสมบูรณ์



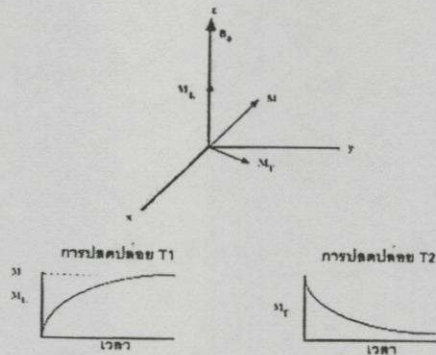
รูปที่ ก.13 การสั้นของส่วนกลับของสนามแม่เหล็กผู้ป่วยต่อขดลวดทำให้เกิดกระแสที่ความถี่ลามอ

โดยปกติเจ้าหน้าที่ถ่ายภาพเอ็มอาร์ไอจะใช้เครื่องรับคลื่นวิทยุซึ่งตั้งรับที่ความถี่ลามอของนิวเคลียสที่กำลังถ่ายเป็นภาพ เหมือนกับวิทยุที่กำหนดความถี่สถานีเพื่อฟัง การกำหนดนี้ขึ้นกับความนำไฟฟ้า (Conductivity) ของผู้ป่วยและปฏิกริยาระหว่างขดลวดกับผู้ป่วย (เรียกว่าการคับปลิง (Coupling) ระหว่างขดลวดกับผู้ป่วย) ดังนั้นขนาดและตำแหน่งขดลวด, ขนาดและตำแหน่งผู้ป่วย, ลักษณะผิว, ความนำไฟฟ้าของผผ (เช่น การฉีตสเปร์ย์ เป็นต้น) และอื่นที่เป็นโลหะเช่น หัวเข็มขัด เป็นต้น จะมีผลต่อการกำหนดความถี่นี้ มิฉะนั้นการวัดสนามแม่เหล็กผู้ป่วยจะเหมือนวิทยุที่กำหนดคลื่นของสถานีไม่ตรง

การปรับความถี่เรโซแนนซ์ของทั้งเครื่องส่งและเครื่องรับ (RF receiver) ให้เท่ากับความถี่ลามอเป็นขั้นตอนหนึ่งในการปรับ แต่การปรับทุกๆพัลส์เพื่อสร้างมุมเอียงที่ถูกต้องก็จำเป็นเช่นเดียวกัน จากเรขาคณิตของขดลวด (รูปที่ ก.13) เห็นได้ชัดว่าพัลส์ 90 องศาจะหมุนแรงแม่เหล็กลองติจูด (Longitudinal magnetization) ไปในระนาบที่กลับกัน ในทางกลับกันพัลส์ 180 องศาจะทำให้ไม่มีอะไรบนระนาบที่กลับกัน (Transverse plane) ดังนั้นพัลส์ 90 องศาเป็นการสร้างสัญญาณขนาดใหญ่ในขณะที่พัลส์ 180 องศาจะสร้างสัญญาณขนาดเล็ก (ตามอุดมคติเท่ากับศูนย์) และมุมเอียงขนาดปานกลางจะใช้กับสัญญาณขนาดปานกลาง การกำหนดมุมเอียงที่ถูกต้องทำได้โดยให้เครื่องถ่ายเอ็มอาร์ไอส่งพัลส์ความถี่วิทยุซ้ำๆที่กำลังส่งต่างๆกันในช่วงมุมจาก 90 ถึง 180 องศาและคำนวณหามุมที่ได้ระดับกำลังใกล้เคียงกับพัลส์ 90 องศาและพัลส์ 180 องศามากที่สุด การกำหนดนี้จะถูกต้องเมื่อผู้ป่วยและขดลวดไม่มีการเคลื่อนที่ ดังนั้นจึงไม่ต้องปรับเครื่องส่งทุกครั้งที่ทำกรถ่าย

ก.3.4 การปลดปล่อย

การจัดเรียงตัวใหม่หนึ่งครั้ง สนามแม่เหล็กผู้ป่วยไม่ต้องหมุนแบบลามอตลอดไป ปฏิกิริยาระหว่างอะตอมเช่น การชน, การสั่นและอื่นๆ เป็นสาเหตุให้สนามแม่เหล็กผู้ป่วยเริ่มต้น ขบวนการจัดเรียงตัวใหม่หรือที่เรียกว่าการปลดปล่อย ขอเน้นว่าการปลดปล่อยนี้ไม่ใช่สิ่งตรงข้ามกับการหมุน ความจริงแล้วมันต่างกันมากโดยการปลดปล่อยจะหมดเมื่อการหมุนเริ่มต้นขึ้น ระหว่างการหมุนสนามแม่เหล็กผู้ป่วยจะรักษาคงที่เอาไว้ ระหว่างการปลดปล่อยขนาดของมันจะเปลี่ยนอย่างเห็นได้ชัด มันจะพยายามรักษาสภาวะของมัน การรักษาสภาวะทั้งสองส่วนของมัน (แรงแม่เหล็กลองติจูดและแรงแม่เหล็กกลับทิศ (Transverse magnetization) ในรูปที่ ก.14) ระหว่างการปลดปล่อย สนามทางลองติจูดจะขยับไปทางสภาวะสุดท้ายที่มันสมดุลในอัตราที่แปรผันตามระยะทางจากมันไปจุดสมดุลและแปรผกผันกับเวลาคงที่ที่ 1 (Time constant T1) สนามในทิศกลับจะค่อยลดลงเท่ากับศูนย์ในอัตราที่แปรผันตามความแตกต่างจากศูนย์และแปรผกผันกับเวลาคงที่ที่ 2 (Time constant T2) การปลดปล่อยที่ 1 และการปลดปล่อยที่ 2 จะดีที่สุดเมื่อขบวนการทั้งหมดไม่เกี่ยวข้องกันเพราะในความเป็นจริง ที่ 1 และที่ 2 ไม่ค่อยเท่ากัน โดยปกติแล้วที่ 1 จะมากกว่าที่ 2 ตั้งแต่ 2 ถึง 10 เท่า การปลดปล่อยนี้เป็นปัจจัยที่สำคัญสำหรับความแตกต่างของความเข้มในภาพเอ็มอาร์ไอซึ่งจะกล่าวต่อไป

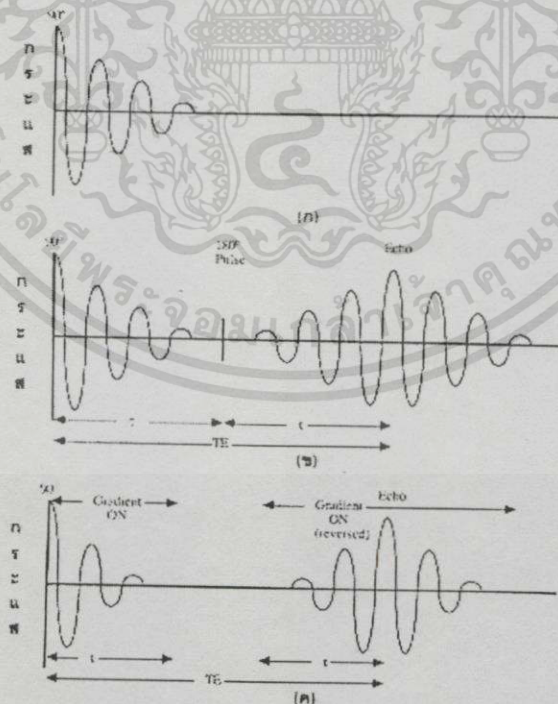


รูปที่ ก.14 การปลดปล่อยทีและการปลดปล่อยที2

ก.3.5 การสร้างสัญญาณสะท้อน

จากพัลส์ 90 องศา ส่วนที่หมุนของสนามแม่เหล็กผู้ป่วยลดลงเป็นศูนย์อย่างสม่ำเสมอทำให้เกิด การเนี่ยวนำให้สัญญาณลดลง (Free induction decay หรือ FID) ดังรูปที่ ก.15(ก) การวัดการลดลงนี้ทำได้ยากเพราะ

1. มันลดลงเร็วเกินไป
2. แต่ละผู้ป่วยไม่ได้มีการลดลงในลักษณะเดียวกัน
3. ค่อนข้างอ่อนไหวต่อเกรเดียนท์ที่ใช้สำหรับการเข้ารหัส



รูปที่ ก.15 กระแสในขดลวดต่อเวลา (ก) กระแสที่ขดลวดต่อเวลาของ FID (ข) สปินเอ็กโคและ (ค) เกรเดียนเอ็กโค

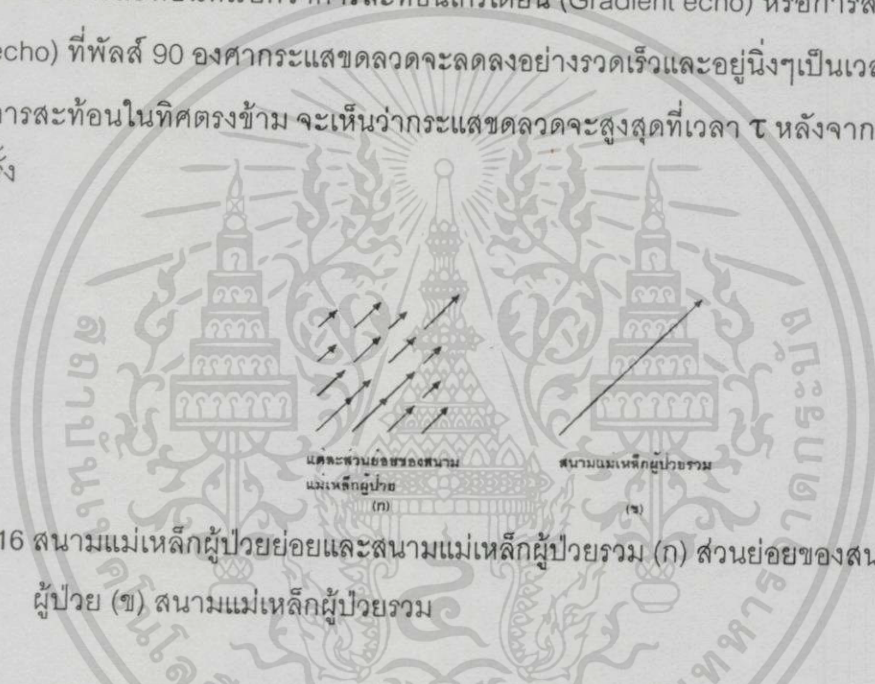
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทางเลือกก็คือการสร้างและวัดการหนึ่ยวนำให้สัญญาณลดลงในรูปที่ ก.15(ข) ที่เวลา T หลังจากพัลส์ 90 องศา, พัลส์ 180 องศาจะถูกส่งออกมา กระแสที่ขดลวดจะเริ่มเพิ่มขึ้นเหมือนเป็นการลดลงของสัญญาณที่สะท้อนกลับ (Echo) และสูงสุดที่เวลา $2T$ จากนั้นจึงตกลงอีกครั้ง

การสะท้อนนี้เรียกว่าการสะท้อนสปิน (Spin echo) มีประโยชน์หลายๆด้านคือให้การวัดสามารถทำได้สะดวกขึ้น

1. ขนาดของมันสามารถทำสำเนาจากผู้ป่วยหนึ่งไปอีกผู้ป่วยหนึ่งได้
2. มันสูงสุดที่เวลาที่เรารู้คืออยู่ระหว่างพัลส์ 90 องศาและพัลส์ 180 องศา

การสะท้อนสปินนี้ไม่ใช่แบบเดียวกับการสะท้อนในเครื่องถ่ายเอ็มอาร์ไอ รูปที่ ก.15(ค) แสดงผลของการสะท้อนที่เรียกว่าการสะท้อนเกรเดียน (Gradient echo) หรือการสะท้อนสนาม (Field echo) ที่พัลส์ 90 องศากระแสขดลวดจะลดลงอย่างรวดเร็วและอยู่นิ่งๆเป็นเวลา T จากนั้นจะเกิดการสะท้อนในทิศตรงข้าม จะเห็นว่ากระแสขดลวดจะสูงสุดที่เวลา T หลังจากนั้นมันจะลดลงอีกครั้ง



รูปที่ ก.16 สนามแม่เหล็กผู้ป่วยย่อยและสนามแม่เหล็กผู้ป่วยรวม (ก) ส่วนย่อยของสนามแม่เหล็กผู้ป่วย (ข) สนามแม่เหล็กผู้ป่วยรวม

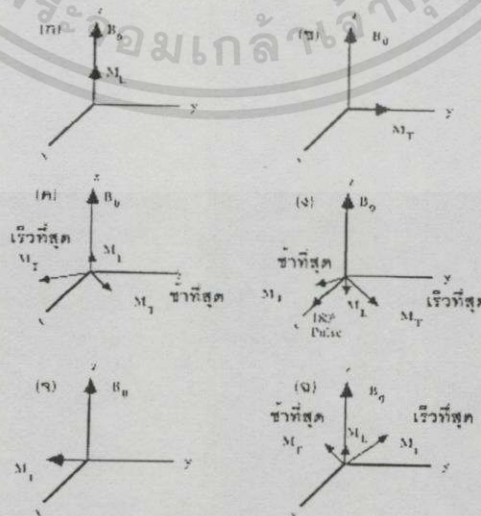
แม้ว่าการสะท้อนสปินและการสะท้อนเกรเดียนมีลักษณะคล้ายๆกัน แต่ก็มี ความแตกต่างที่สำคัญคือ การสะท้อนเหล่านี้ถูกสร้างได้อย่างไร หลักการสร้างการสะท้อนก็คือ “ส่วนที่หมุนของสนามแม่เหล็กผู้ป่วยเท่ากับผลรวมของสนามเล็กๆที่คล้ายกัน” แสดงดังในรูปที่ ก.16 ดังนั้นสนามที่กำลังหมุนอยู่ทั้งหมดคือ ผลรวมของสนามย่อยที่กำลังหมุนอยู่ การทำให้สนามที่กำลังหมุนอยู่นี้ค่อยๆลดลงมีสองวิธีคือ

1. ค่อยๆลดแต่ละสนามที่หมุน
2. หมุนแต่ละสนามในอัตราที่ต่างกันเพื่อให้สนามเหล่านี้หักล้างกันเองได้ผลรวมเป็นศูนย์

การลดลงของแต่ละสนามรู้จักกันในชื่อว่าการลดลงที่แท้จริงของที2 (True T2 decay) หรือการลดลงของที2 (T2 decay) มันเกิดจากปฏิกิริยาระหว่างอะตอมและขึ้นอยู่กัสภาพทางเคมีของสสาร ในความเป็นจริงการสะท้อนเกิดจากการเรียงเฟสใหม่ (Rephase) ของสปินที่มีเฟส

กลับกันก่อนหน้านั้น รูปที่ ก.17 แสดงผลของการสะท้อนสปิน ที่พัลส์ 90 องศาสปินที่กำลังหมุนอยู่ เรียงเฟสใหม่อย่างรวดเร็วเพราะความไม่เป็นรูปแบบของสนามแม่เหล็กภายนอก (สปินที่แรงกว่า สนามแม่เหล็กภายนอกจะหมุนเร็วกว่าส่วนอื่นๆ ทำให้กลุ่มของสปินกระจายออก, เรียงเฟสใหม่ และหักล้างกันเอง) พัลส์ 180 องศาเป็นสาเหตุให้สปินหมุน 180 องศาซึ่งจะวางสปินตัวที่เร็วที่สุดไว้ข้างหลังของกลุ่มและสปินที่ช้าที่สุดไว้ข้างหน้าของกลุ่ม เมื่อเวลาผ่านไปสปินที่เร็วขึ้นจะไล่ตามตัวที่ช้ากว่าทัน การลดลงของการเรียงเฟสใหม่เป็นศูนย์ที่จุดสูงสุดของการสะท้อน หลังจากนั้นการเรียงเฟสใหม่จะต่อเนื่องเพื่อสร้างการเหนี่ยวนำให้สัญญาณตัวอื่นๆลดลง ขบวนการนี้สามารถทำซ้ำไปเรื่อยๆโดยพัลส์ 180 องศาอื่นๆเพื่อสร้างการสะท้อนตัวอื่นๆจนกระทั่งว่าการลดลงที่แท้จริงของที่ 2 ทำให้สปินเล็กมาก ซึ่งจะไม่มีอะไรเหลือแล้วสำหรับพัลส์ 180 องศาที่กลับทิศ จุดสูงสุดของแต่ละการสะท้อนจะลดลงโดยการลดลงที่แท้จริงของที่ 2 เท่านั้น ในขณะที่การเหนี่ยวนำให้สัญญาณลดลงส่วนใหญ่ไม่มีรูปแบบ (Nonuniformities) ดังนั้นพัลส์ 180 องศาจะกำจัดผลของแม่เหล็กที่ไม่มีรูปแบบ (Magnet nonuniformities) อย่างสมบูรณ์ ในความเป็นจริงพัลส์ 180 องศาจะกำจัดค่าคงที่ที่ไม่มีรูปแบบ (Constant nonuniformities) ด้วย

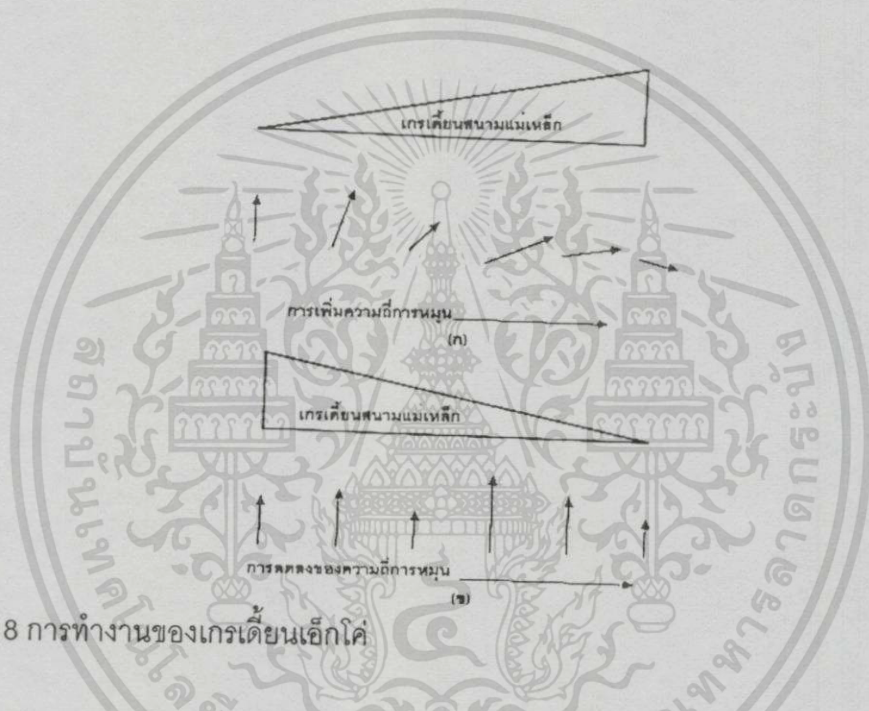
การคำนวณง่ายๆจะแสดงว่าความไม่มีรูปแบบมีผลต่อสัญญาณอย่างไร สมมติว่าสปินถูกหมุนที่ 10 เมกะเฮิร์ตซ์ (หมุน 10 ล้านรอบต่อวินาที) และสปินข้างๆหมุนที่ 10.1 เมกะเฮิร์ตซ์ซึ่งมีความแตกต่างกัน 1 เปอร์เซ็นต์ ดังนั้นในเวลาเพียง 5 ไมโครวินาที (μs) สนามที่ช้าที่สุดจะหมุนได้ 50 รอบ ในขณะที่สนามที่เร็วที่สุดจะหมุนไป 50.5 รอบพวกมันต่างเฟสกัน 180 องศาและหักล้างกัน ในเครื่องถ่ายเอ็มอาร์ไอจริงๆความถี่จะอยู่ที่ประมาณ 50 เมกะเฮิร์ตซ์และมีสนามที่ไม่มีรูปแบบอยู่ประมาณ 10 ส่วนต่อ 1 ล้านส่วน (0.001 เปอร์เซ็นต์) ซึ่งหมายความว่าสองสปินที่ห่างกัน 180 องศาจะห่างกัน 1 มิลลิวินาที



รูปที่ ก.17 การทำงานของสปินเอ็กโค

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ ก.17 (ก) ส่วนลงติจุดสนามแม่เหล็กผู้ป่วย (ข) พัลส์ 90 องศาทำให้สนามแม่เหล็กผู้ป่วยทั้งหมดกลับด้าน เนื่องจากสนามแม่เหล็กมีความไม่แน่นอนทำให้ส่วนกลับบางอันเร็วกว่าอันอื่น (ค) แสดงตำแหน่งอันที่เร็วที่สุดและช้าที่สุด (ง) แสดงผลของพัลส์ 180 องศาตามแกน X สปินจะหมุนรอบๆแกนนี้ เนื่องจากอันที่เร็วที่สุดยังคงเร็วอยู่ทำให้สปินเคลื่อนที่เข้าใกล้กันเรื่อยๆ และมีการเรียงเฟสสมบูรณ์ดังแสดงใน (จ) (ฉ) เกิดการแตกเฟสเกิดขึ้นอีกครั้งหนึ่ง พัลส์ 180 องศา มีผลต่อส่วนลงติจุดด้วย ใน (ข) เป็นศูนย์และมีเพิ่มเล็กน้อยดังแสดงใน (ค) และกลับทิศในโดยพัลส์ 180 องศาใน (ง) และเป็นศูนย์อีกครั้งใน (จ) สุดท้าย (ฉ) เข้าสู่เสถียรภาพ



รูปที่ ก.18 การทำงานของเกรเดียนเอ็กโค

จากรูปที่ ก.18 สนามแม่เหล็กที่ความถี่ล้ามจะปรับไปที่ความแรงสนามแม่เหล็กที่หมุนอยู่รอบๆเสมอ ใน (ก) เกรเดียนสนามแม่เหล็กด้านซ้ายจะอ่อนกว่าด้านขวาทำให้สปินด้านซ้ายหมุนช้ากว่าด้านขวา เกรเดียนนี้ต่อมาจะกลับทิศโดยให้สปินที่ช้าที่สุดของ (ก) มาอยู่ที่สนามที่แรงที่สุดและสปินที่เร็วที่สุดอยู่ในสนามที่อ่อนที่สุด ถ้าเกรเดียนที่กลับทิศเหลือเพียงพอ สปินจะเรียงเฟสใหม่สร้างเอ็กโค

รูปที่ ก.18 แสดงการสะท้อนเกรเดียน สนามแม่เหล็กเกรเดียนจะนำการลดลงของที2 เพราะว่าตัวเกรเดียนเองมีความไม่มีรูปแบบอย่างมากซึ่งเปลี่ยนแปลงเป็นเชิงเส้นกับตำแหน่ง (รูปที่ ก.19) อย่างไรก็ตามเมื่อเกรเดียนถูกกลับทิศ การเริ่มหมุนของสปินในสนามที่มีความแรงกว่าก็จะอ่อนแรงลงและในทางกลับกันก็เช่นกัน ดังนั้นสปินจะเรียงเฟสใหม่และสร้างการสะท้อนและเรียงเฟสใหม่อีกครั้งหนึ่ง ความแตกต่างที่สำคัญของการสะท้อนนี้คือมันมีผลกระทบของที2จาก

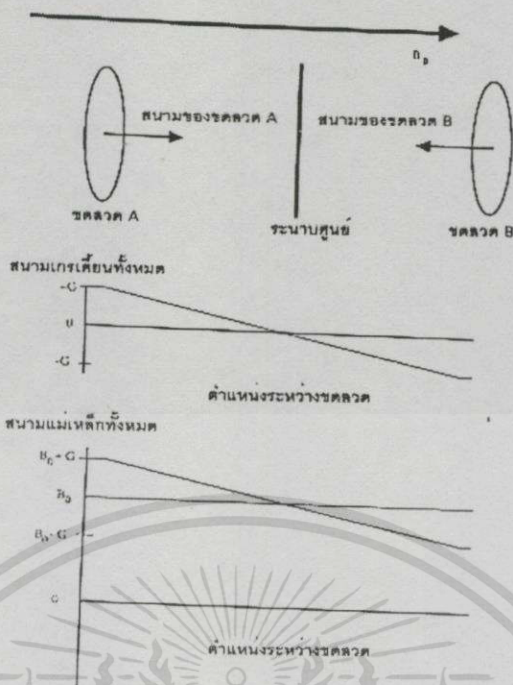
สนามจากภายนอกที่ไม่เป็นระเบียบ (External field inhomogeneities) การกลับทิศของเกรเดียนต์ ถูกต้องเฉพาะเกรเดียนต์ปัจจุบันเท่านั้น คู่เกรเดียนต์ที่ตรงข้ามกันหลายๆคู่สามารถทำให้การสะท้อนลดลงแบบถาวรได้ แต่มีข้อจำกัดคือควรจะทำกรเห็นยวนำให้สัญญาณลดลงโดยไม่ต้องกลับทิศ

ทั้งการสะท้อนแบบสปินและการสะท้อนแบบเกรเดียนต์มีประโยชน์อย่างมาก ในเครื่องถ่ายเอ็มอาร์ไอส่วนใหญ่ใช้การสะท้อนแบบสปิน หัวเข็มขัด, ซิป และวัตถุที่เป็นแม่เหล็กอื่นๆเป็นสาเหตุให้เกิดความเพี้ยนในสปิน ส่วนการสะท้อนแบบเกรเดียนต์ใช้กันน้อยเนื่องจากค่อนข้างอ่อนไหวง่ายต่อวัตถุเหล่านี้และการออกแบบให้เชื่อถือได้ทำได้ยาก อย่างไรก็ตามความอ่อนไหวนี้ก็เอามาใช้เป็นประโยชน์ได้ในกรณีการตรวจหา cerebral AVMs ซึ่งเนื้อเยื่อที่ผิดปกตินี้จะสร้างสนามแม่เหล็กขนาดเล็กและการสะท้อนแบบเกรเดียนต์สามารถตรวจหาได้

ก.3.6 การเข้ารหัสและการถอดรหัส

สัญญาณที่สร้างและวัดด้วยการสะท้อนแบบสปินและการสะท้อนแบบเกรเดียนต์ จะถูกจัดการเพื่อสร้างเป็นภาพ สัญญาณมาจากทุกสปินในปริมาตรเนื้อเยื่อซึ่งมีผลตอบสนองต่อพัลส์เริ่มต้น (พัลส์ 90 องศา) สัญญาณที่วัดได้คือสัญญาณรวมของทุกๆสปิน ดังนั้นการเข้ารหัส (Spatial encoding) และถอดรหัส (Spatial decoding) จะหาว่าแต่ละพิกเซลในสไลด์สร้างสัญญาณรวมเท่าไร

หลักการพื้นฐานของการเข้ารหัสคือ ความถี่การหมุนลามอเป็นสัดส่วนกับความแรงของสนามแม่เหล็กที่กำลังหมุนอยู่รอบๆ นั่นคือเมื่อจัดการสนามแม่เหล็กนี้ความถี่ลามอจะเปลี่ยนแปลงตาม วิธีหนึ่งในการทำอย่างนี้คือ การเพิ่มกลุ่มขดลวดซึ่งสร้างสนามแม่เหล็กตามทิศสนามแม่เหล็กหลัก ขดลวดที่เพิ่มเข้าไปนี้เรียกว่า "เกรเดียนต์" ซึ่งสามารถเปิดปิดได้อย่างรวดเร็วตลอดเวลา มากกว่านั้น สนามที่ถูกสร้างโดยขดลวดนี้เปลี่ยนแปลงเป็นเชิงเส้นกับระยะทางระหว่างพวกมัน (ขดลวดที่เพิ่มเข้าไป) กับจุดที่อยู่อีกด้านของจุดศูนย์กลาง (รูปที่ ก.19) สนามเกรเดียนต์ที่เล็กกว่าถูกทับบนสนามจากภายนอกเมื่อเกรเดียนต์ถูกเปิดและเป็นศูนย์เมื่อเกรเดียนต์ถูกปิด



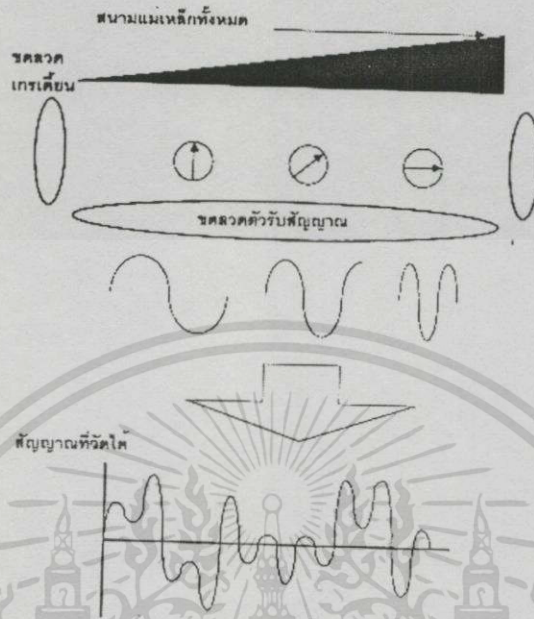
รูปที่ ก.19 การทำงานของขดลวดเกรเดียนท์

จากรูปที่ ก.19 ขดลวดเกรเดียนท์สร้างสนามในทิศตรงข้ามและหักล้างกันที่ระนาบศูนย์ (Null plane) เมื่อเพิ่มเข้ากับสนามหลักจะทำให้เฉพาะระนาบศูนย์ของอะตอมจะอยู่ในสนามที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลง

มีคุณสมบัติพื้นฐานที่น่าสนใจ 3 ข้อ การเลือกสไลด์ เกรเดียนท์จะถูกเปิดก่อนที่สปินใดๆจะบิดตัว จากนั้นจะส่งความถี่วิทยุเพื่อตอบสนองต่อทุกสไลด์ ระหว่างที่พิจารณาสปินที่บิดตัวนี้ ความหนาของสไลด์ที่มีสปินนี้ขึ้นอยู่กับว่าสนามเกรเดียนท์สูงเท่าใด (เกรเดียนท์ที่สูงกว่าจะให้สไลด์ที่บางกว่า) และยิ่งขึ้นกับช่วงความถี่ (Bandwidth) ของคลื่นวิทยุ ดังนั้นการเปิดเกรเดียนท์ในครั้งแรกคลื่นความถี่วิทยุจะมีการจำกัดมุมเอียงให้สไลด์เดียวซึ่งทั้งความหนาสไลด์และตำแหน่งถูกควบคุมโดยช่วงความถี่ของคลื่นวิทยุ, ความแรงของเกรเดียนท์และจุดศูนย์กลางของความถี่คลื่นวิทยุ เนื่องจากเจ้าหน้าที่เครื่องเอ็มอาร์ไอจะบรรจขดลวดเกรเดียนท์ตามทิศทางสามแกนคือ X,Y และ Z ดังนั้นการจัดเรียงสไลด์จึงทำได้ง่าย

แต่ละสไลด์ต้องการการถอดรหัสจากสองมิติไปเป็นค่าความเข้มภาพของแต่ละพิกเซลหนึ่งมิติสามารถหาได้โดยการเข้ารหัสความถี่ซึ่งเกรเดียนท์ถูกใช้หลังจากการหมุนแบบลามอกกำลังกระทำอยู่ รูปที่ ก.20 แสดงอาร์เรย์เชิงเส้น (Linear array) ของสปินในสไลด์ที่พิจารณาอยู่ซึ่งการจัดเรียงสไลด์อยู่ในระนาบกระดาด การเปิดเกรเดียนท์ทำให้สปินไปทางด้านซ้ายเพื่อหมุนช้าลงเพราะสนามรวมจะเล็กลง ซึ่งสามารถบันทึกข้อมูลนี้ลงเครื่องคอมพิวเตอร์ (Computer) เพื่อ

วิเคราะห์ต่อไป คำว่า "ภาพ" หมายถึงขนาดสัญญาณของแต่ละความถี่ เกรเดียนจะเข้ารหัสตำแหน่งไปเป็นความถี่ และการถอดรหัสต้องการวิธีในการหาค่าความเข้มของแต่ละความถี่ภาพ



รูปที่ ก.20 การเข้ารหัสและการถอดรหัส

จากรูปที่ ก.20 เมื่อการหมุนแบบลามอกำลังเกิดอยู่ เกรเดียนถูกกลับเพื่อสร้างความถี่ลามอกซึ่งเปลี่ยนแปลงเป็นเชิงเส้นกับตำแหน่ง (น้อยสุดอยู่ด้านซ้ายและมากที่สุดอยู่ด้านขวา) แต่ละสปินสร้างสัญญาณของตนเองในขดลวดแต่สัญญาณที่วัดได้คือผลรวมของสัญญาณที่ความถี่ต่างๆ ในการวิเคราะห์ฟูเรียร์ สัญญาณที่วัดได้ถูกใช้คำนวณความเข้มของแต่ละความถี่ซึ่งจะได้เป็นความเข้มของแต่ละพิกเซล

การถอดรหัสที่จำเป็นคือการวิเคราะห์ฟูเรียร์นั่นเองเพื่อคำนวณสเปกตรัม (Spectrum) ของสัญญาณนั่นคือ ความเข้มของแต่ละความถี่ในสัญญาณจะถูกวัดออกมา แต่ละความถี่จะทำการแปลงฟูเรียร์และค่าความเข้มจะสามารถคำนวณได้โดยคณิตศาสตร์จะไม่กล่าวถึงในที่นี้ โดยทั่วไปการวิเคราะห์ฟูเรียร์ไม่สามารถหาความถี่ต่างๆในสัญญาณได้ แต่ถ้าเรารู้ความแรงของเกรเดียน เราสามารถคำนวณช่วงของความถี่และใช้การวิเคราะห์ฟูเรียร์เพื่อคำนวณแต่ละสเตป (Step) ในช่วงนี้อีกที

เรายังคงเหลืออีกหนึ่งมิติในการเข้ารหัส แต่จะไม่ใช้การเข้ารหัสทางความถี่เพราะจะได้เป็นความถี่ช่วงเดิม (ทุกสนามเกรเดียนมีพื้นฐานตามรูปที่ ก.19) ในที่นี้จะใช้การเข้ารหัสเฟส (Phase encoding) ซึ่งคล้ายกับการเข้ารหัสความถี่กเว้นการวัดสัญญาณไม่ทำระหว่างกรเข้ารหัส วิธีนี้คือการเปิดการเข้ารหัสเฟสเกรเดียน (Phase encoding gradient) หลังจากการเลือกส

โลดและจากนั้นปิดมัน ในขณะที่เกรเดียนถูกเปิดอยู่สปินจะถูกเข้ารหัสทางความถี่ แต่เมื่อเกรเดียนถูกปิดสปินนั้นจะหมุนกลับในความถี่เดิม อย่างไรก็ตามเนื่องจากพวกมันถูกหมุนที่อัตราต่างๆกัน พวกมันจึงชี้ในทิศต่างๆกันในระนาบแต่ละสปินมีมุมเฟสของตนเอง ดังนั้นจึงสามารถที่จะเข้ารหัสเฟสของแต่ละพิกเซลได้

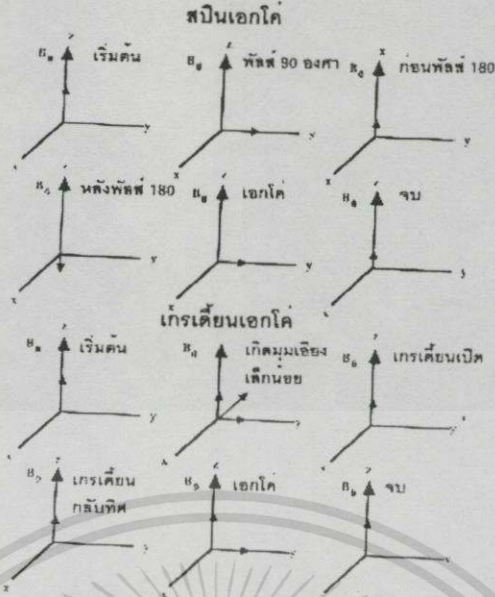
การคำนวณค่าความเข้มของแต่ละพิกเซลไม่เป็นปัญหาของการวิเคราะห์ฟูเรียร์ แม้ว่ากรวิเคราะห์ฟูเรียร์จะอ่อนไหวต่อเฟสแต่ก็มีจำกัดเช่นกัน การวัดสัญญาณประกอบด้วย 256 ความถี่และแต่ละความถี่ก็มี 256 เฟสรวมเป็นเมตริกขนาด 256×256 แต่การวิเคราะห์ฟูเรียร์จะวิเคราะห์ได้เพียง 1 เฟส ต่อ 1 ความถี่ดังนั้นจะต้องสร้างค่าเฟสเฉลี่ย (Average phase) ที่มากขึ้นในแต่ละความถี่ ตรงนี้จะต้องซ้ำถึง 256 ครั้งหรือก็คือ 256 เฟสที่ต่างกันซึ่งจะทำให้การวิเคราะห์ฟูเรียร์คำนวณค่าความเข้มของแต่ละพิกเซลได้ เวลาที่ใช้ในการวัดแต่ละเฟสเรียกว่าทีอาร์และแน่นอนว่าทีอาร์จำนวน 256 ทีอาร์จะถูกใช้เพื่อสร้างเป็นภาพ จะเห็นว่าค่อนข้างช้าเพราะต้องทำทั้งที่ 1 และที่ 2 ที่เกิดระหว่างแต่ละทีอาร์และทีอาร์จะประมาณ 0.5 ถึง 3.0 วินาที

วิธีการถ่ายนี้ใช้กันแพร่หลายในปัจจุบันและเรียกว่าการแปรฟูเรียร์ 2 มิติ (2 Dimensions Fourier transform หรือ 2DFT) คือ ตำแหน่ง 2 ตำแหน่งในสไลด์จะถูกเข้ารหัสเป็นความถี่และเฟสของสัญญาณซึ่งเฟสจะกระโดดทีละทีอาร์

เนื่องจากเวลาเป็นสิ่งสำคัญในการถ่ายเอ็มอาร์ไอ มีวิธีในการเพิ่มประสิทธิภาพการถ่ายหลายวิธี เช่น

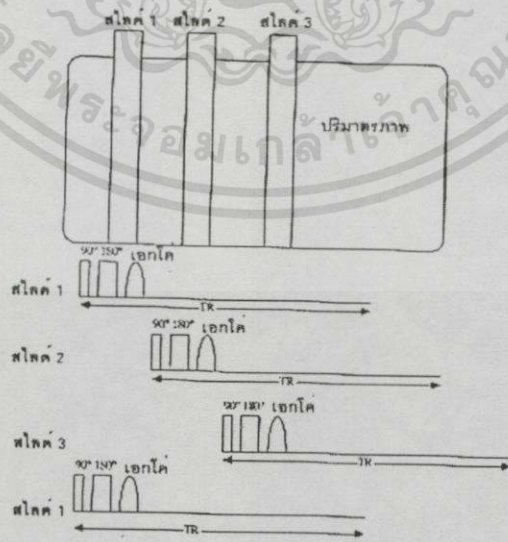
1. การทำให้ทีอาร์สั้นลง
2. ที่จุดเดียวกันของแต่ละสไลด์ที่ขนานกันสามารถทำได้ในทีอาร์ครั้งเดียวกัน
3. หาข้อมูลเฉพาะส่วนที่จำเป็นต้องวัด ส่วนที่เหลือใช้เทคนิคการอินเตอร์โพลชัน (Interpolation) และเอ็กตราโพลชัน (Extrapolation)

วิธีที่ใช้ทีอาร์สั้นโดยปกติใช้กับการสะท้อนเกรเดียนมากกว่าการสะท้อนสปิน จากรูปที่ ก.21 แสดงการสะท้อนสปินที่เวลาที่อาร์สั้นซึ่งสัญญาณขนาดเล็กมาก พัลส์ 90 องศาไปลบส่วนลองติจูดของสนามแม่เหล็กผู้ป่วย ในขณะที่พัลส์ 180 องศาจะกลับส่วนลองติจูดให้ปรากฏอีกครั้งหนึ่ง ส่วนการสะท้อนเกรเดียนเมื่อใช้กับมุมเอียงที่น้อยกว่า 90 องศาจะเหลือส่วนลองติจูดไว้ตอนจบของแต่ละทีอาร์ในขณะที่การเปิดปิดเกรเดียนไม่ได้กลับมันซึ่งหมายความว่ากรสะท้อนเกรเดียนสร้างสัญญาณใหญ่กว่าการสะท้อนสปิน



รูปที่ ก.21 รบวงสปินเอ็กโคและเกรเดียนเอ็กโค

จากรูปที่ ก.21 สองแถวบนคือรูปของสนามแม่เหล็กผู้บ่วยในหนึ่งรอบวงของสปินเอ็กโค (จากซ้ายไปขวา) ผลรวมของส่วนลงติจุดในตอนบอบอกถึงขนาดสัญญาณที่จะได้ในรอบวงต่อไป สำหรับสปินเอ็กโคนั้นจะขึ้นกับการดีเรย์ (Delay) ว่าเพียงพอจากเอ็กโคถึงตอนจบของรอบวง สำหรับเกรเดียนเอ็กโค (สองแถวล่าง) มุมเอียงเล็กน้อยนั้นไม่ลบส่วนลงติจุดและการเปิดปิดของเกรเดียนไม่กลับทิศทาง ดังนั้นส่วนลงติจุดจะอยู่ต่อไปในรอบวงหน้าถ้าเวลาจากเอ็กโคถึงตอนจบสั้นมาก ๆ



รูปที่ ก.22 การถ่ายทีละหลายสไลด์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ ก.22 หลังจากเกิดเอ็กโคจากสไลด์ที่ 1 จะไม่มีอะไรทำกับสไลด์ที่ 1 จนกระทั่งหมดเวลาที่อาร์ สัญญาณใหม่จะเริ่มที่สไลด์ที่ 2 (โดยการเปลี่ยนความถี่) และเป็นเช่นนี้เรื่อยๆจนกระทั่งได้จำนวนสไลด์ที่ต้องการหรือที่อาร์ของสไลด์ที่ 1 หมด เมื่อที่อาร์นี้หมดก็เกิดลักษณะเดิมอีกตลอดทุกสไลด์ สังเกตว่าแม้ว่าเวลาต่อรอบจะน้อยกว่าสองเท่าของที่อาร์ (2 TR) แต่เวลาจากแถวใดๆในรอบนี้ไปถึงแถวเดิมในรอบหน้ายังคงเป็นที่อาร์และเวลาในการถ่าย 256 แถวจะไม่เกิน 257 ที่อาร์ จะเห็นว่าทำให้เราไม่จำเป็นต้องถ่ายแยกและยังสามารถถ่ายเรียงลำดับยังงี้ก็ได้ มากกว่านั้นแต่สไลด์ยังไม่จำเป็นขนานกันก็ได้

วิธีการถ่ายที่ละหลายๆสไลด์จะใช้เวลาคุ่มค่ากว่าการถ่ายที่ละสไลด์ เทคนิคแสดงในรูปที่ ก.22 หลังจากการส่งคลื่นวิทยุและการวัดการสะท้อนของสไลด์แรก จากนั้นรอให้เวลาผ่านไปทีอาร์ ก่อนที่จะเริ่มเฟสต่อไป การถ่ายที่ละหลายๆสไลด์จะใช้เวลาที่เว้นว่างนี้ในการเริ่มสัญญาณใหม่ที่ตำแหน่งสไลด์อื่นๆ ดังนั้นภาพจากหลายๆสไลด์จะถูกถ่ายโดยใช้เวลาเท่ากับหนึ่งสไลด์

วิธีการหาข้อมูลเฉพาะบางส่วนใช้เทคนิคเช่น ฟูเรียร์ครึ่งหนึ่ง (Half Fourier) แนวความคิดคือ การจัดข้อมูลภาพเป็นเฟสต่างๆที่สมมาตรกัน (Symmetrical phase step) ดังนั้นเฉพาะครึ่งหนึ่งของทั้งหมดเท่านั้นที่จะคิดหรือก็คือการเก็บเฉพาะเฟสเว้นเฟสและอินเตอร์โพลเดมัน ปัญหาที่ต้องพบคือเรื่องความละเอียดของภาพ เนื่องจากไม่มีวิธีการอินเตอร์โพลเซชันและเอ็กตราโพลเซชันใดจะให้ผลถูกต้องเท่าข้อมูลจริงๆ จึงมีคำถามว่าแบบใดดีที่สุด

ก.4 สัญญาณพัลส์

ขั้นตอนส่วนใหญ่ที่ได้กล่าวไปแล้วกำหนดโดยโรงงานผู้ผลิตแล้วและรายละเอียดบางอย่างถูกจัดเรียงโดยผู้ใช้ (เช่น ที่อาร์, ขนาดเมตริก, ความหนาสไลด์, ช่องว่าง, ระบายและตำแหน่ง) ตัวแปรนี้ส่วนใหญ่จะมีผลต่อตัวมันเองเท่านั้นแต่การเลือกที่อาร์และตัวแปรเวลาอื่นๆจะมีผลหลายๆอย่างโดยเฉพาะเรื่องความแตกต่างของความเข้มซึ่งจำเป็นต้องเข้าใจเรื่องสัญญาณพัลส์

ก.4.1 แบบมาตรฐาน

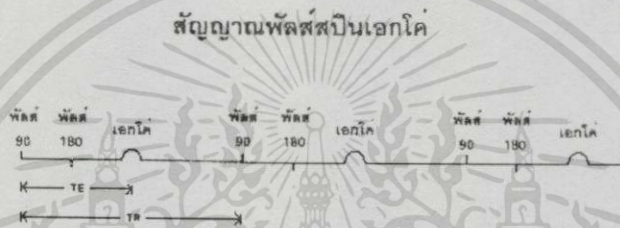
สัญญาณเอ็มอาร์ไอขึ้นอยู่กับชนิดและเวลาของแต่ละพัลส์ นอกจากนี้ยังขึ้นกับเกรเดียนของสนามแม่เหล็ก ตัวพัลส์เองสามารถเปรียบเป็นพลังงานก้อนเล็กๆได้ สัญญาณพัลส์ส่วนใหญ่ใช้เฉพาะพัลส์ 90 องศาและ 180 องศาแม้ว่าอาจมีที่ใช้ นอกเหนือจากนี้อยู่บ้าง

สัญญาณพัลส์ที่ใช้กันมากที่สุดคือสัญญาณพัลส์แบบสปินเอ็กโค (Spin echo sequence) ประโยชน์ของมันคือใช้ได้หลายๆภาวะ สัญญาณพัลส์แบบสปินเอ็กโคสามารถสร้างภาพที่เน้นการปลดปล่อยที่ 1 (ภาพที่ 1 เวจ), การปลดปล่อยที่ 2 (ภาพที่ 2 เวจ) และโปรตอนเดนซิตี ส่วน

สัญญาณแบบอื่นๆสามารถได้บางสถานะเช่น อินเวอร์ชัน รีโคเวอร์รี ประโยชน์ของมันคือสามารถสร้างภาพที่เป็นเน้นที่1อย่างมากได้

สัญญาณพัลส์สามารถปรับโดยการควบคุมชนิดและเวลาเช่น การยิงส่ง (Firing) ของเกรตเตอร์สนามแม่เหล็ก แม้ว่าพัลส์ของมมเอียงสามารถนำมาใช้ได้แต่สัญญาณพัลส์ส่วนใหญ่ใช้ 90 องศาและ 180 องศาเนื่องจากเพียงพอต่อการวิเคราะห์แล้วและซาย (Sine) และโคซาย (Cosine) ที่ 90 องศาและ 180 องศาเป็นศูนย์และหนึ่ง ดังนั้นจะสามารถคำนวณได้ง่ายขึ้น สัญญาณสปินเอ็กโคคือเวลาตามรูปที่ ก.23

พัลส์ 90 --- รอเวลาสั้น --- พัลส์ 180 องศา --- รอเวลาสั้น --- สะท้อน --- รอเวลายาว



รูปที่ ก.23 สัญญาณพัลส์สปินเอ็กโค

จากรูปที่ ก.23 เส้นเวลาแสดงถึงลักษณะสัญญาณพัลส์สปินเอ็กโค แต่ละรอบ (พัลส์ 90 - พัลส์ 180 - เอ็กโค) ใช้เวลาที่อาร์จะถูกวนซ้ำไปเรื่อยๆ จำนวนรอบกำหนดโดยขนาดเมตริก เวลา ระหว่างพัลส์ 90 องศาและเอ็กโคคือทีอี มากกว่านั้นสัญญาณที่ใช้ในการสร้างภาพมาจากตัวเอ็กโคเอง

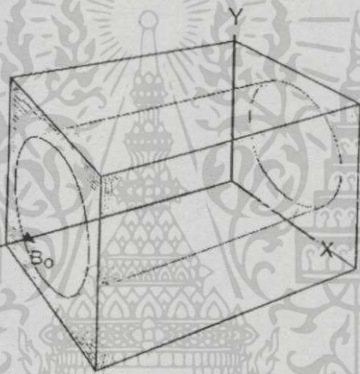
เหตุการณ์นี้ถูกวนซ้ำหลายรอบซึ่งที่อาร์แสดงถึงเวลาที่มันใช้สำหรับสัญญาณทั้งหมด นั่นเป็นสาเหตุให้เวลานี้ชื่อว่าที่อาร์ (Repetition time หรือ TR)

ทีอีแสดงถึงเวลาระหว่างพัลส์ 90 องศาและจุดกึ่งกลางของเอ็กโค สำหรับสัญญาณสปินเอ็กโคใดๆสามารถเปลี่ยนความแตกต่างของความเข้มระหว่างแต่ละเนื้อเยื่อได้ง่ายโดยการควบคุมเวลาระหว่างพัลส์ 90 องศาและ 180 องศา

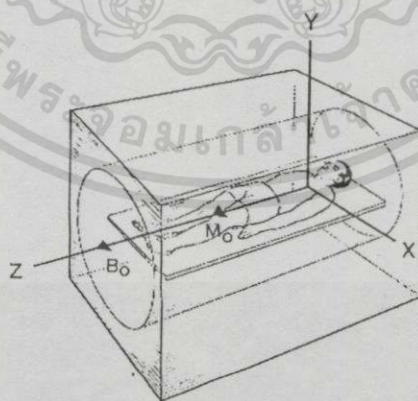
ก.4.2 ภาพประกอบ

รูปต่อไปนี้เป็นรูปจำลองผู้ป่วยและเครื่องถ่ายเอ็มอาร์ไอ รูปที่ ก.24 แสดงลักษณะแกนในแม่เหล็กและรูปที่ ก.25 แสดงผลของสนามแม่เหล็กผู้ป่วยในระบบแกน รูปที่ ก.26 แสดงตำแหน่งของสนามแม่เหล็กหลังจากพัลส์ 90 องศา รูปที่ ก.27 แสดงที่2ที่ลดลงจากนั้นจึงเริ่มที่1ที่กลับคืนมา จากนั้นพัลส์ 180 องศาจะกลับทิศของส่วนลองติจูดและส่วนทรานเวส (Transverse magnetization) รอบๆแกน X ในรูปที่ ก.28 ส่วนลองติจูดจะกลับคืนมาใหม่ในขณะที่ส่วนทรานเวส เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

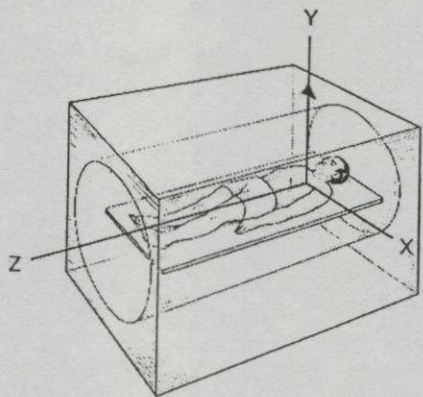
จะเริ่มเรียงเฟสใหม่ ในเวลาต่อมาส่วนทรวงเวสจะถูกเรียงเฟสใหม่โดยสมบูรณ์ในรูปที่ ก.29 และ ส่วนลองติจูดจะโตขึ้นเรื่อยๆ ที่จุดนี้เอ็กโคจะมีค่ามากที่สุดและถูกวัดเป็นสัญญาณเอ็มอาร์ไอ จากนั้นการปลดปล่อยจะทำต่อไปพร้อมกับส่วนทรวงเวสจะมีเฟสต่างๆกันไปมากขึ้นเรื่อยๆและส่วน ลองติจูดยังคงเพิ่มขึ้นโดยที่ที่กลับคืนมาดังรูปที่ ก.30 ถ้ารอนานพอสมควร (อย่างน้อยเป็นสาม เท่าของที1) ส่วนทรวงเวสจะค่อยๆลดลงและส่วนลองติจูดจะกลับคืนเป็นค่าเดิมอย่างสมบูรณ์และ พร้อมสำหรับที่อาร์ต่อไป (รูปที่ ก.31) ถ้ารอไม่นานมาก (ประมาณเท่ากับที1) ส่วนทรวงเวสจะ กำลังลดลงแต่ส่วนลองติจูดจะไม่กลับคืนอย่างสมบูรณ์ ดังนั้นเมื่อที่อาร์สั้นลงหรือที1มากขึ้น ผล รวมสัญญาณทั้งหมดจะน้อยเพราะลองติจูดน้อยในการนำจากที่อาร์ปัจจุบันไปที่อาร์ต่อไป ความ แรงของสัญญาณที2และที่อาร์เกี่ยวพันกันโดยตรงมากขึ้น ทีอีสั้นหรือที่อาร์ยาว ส่วนทรวงเวสจะ ใช้ในการเรียงเฟสใหม่ที่เอ็กโคนั้นมากขึ้น (รูปที่ ก.29)



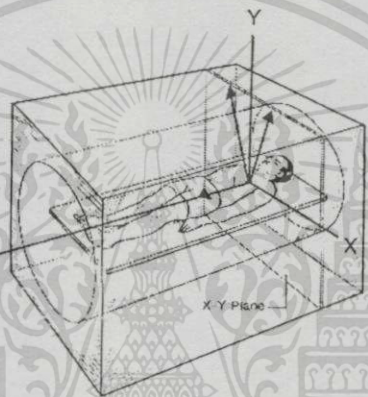
รูปที่ ก.24 สภาวะก่อนที่ผู้ป่วยจะเข้าไปในเครื่องถ่ายเอ็มอาร์ไอ สนามแม่เหล็กหลัก B_0 ตามแกน Z



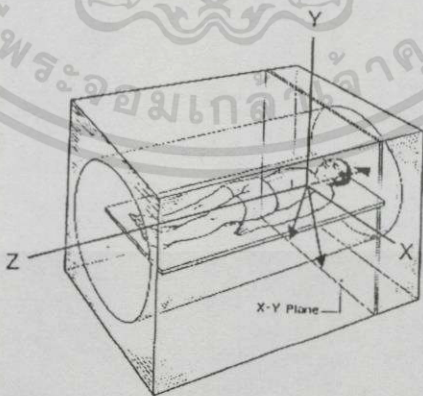
รูปที่ ก.25 สภาวะผู้ป่วยอยู่ในเครื่องถ่ายเอ็มอาร์ไอ สนามแม่เหล็กผู้ป่วย (โปรตอน) M_0 ตามแกน Z



รูปที่ ก.26 สภาวะใส่พัลส์ 90 องศา M_0 ย้ายจากแกน Z ไปที่แกน Y

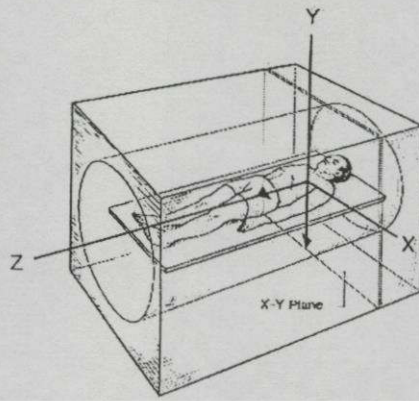


รูปที่ ก.27 สภาวะเกิดการปลดปล่อย การปลดปล่อยสปิน-แลททิส (ที่1) ทำให้สนามแม่เหล็กเพิ่มไปตามแกน Z การปลดปล่อยสปิน-สปีน (ที่2) ทำให้สนามแม่เหล็กแตกเฟสออกในระนาบ X-Y

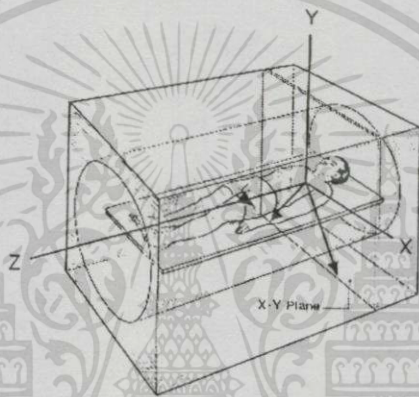


รูปที่ ก.28 สภาวะใส่พัลส์ 180 องศา ทุกๆเวกเตอร์ที่ไปในทิศตรงข้าม เวกเตอร์สนามแม่เหล็กเกิดการเรียงเฟสใหม่ในระนาบ X-Y เอ็กโคกำลังถูกสร้าง

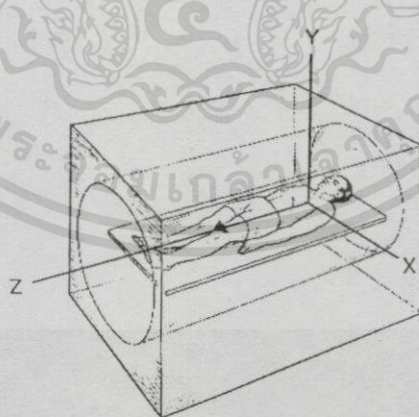
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ก.29 สภาวะสนามถูกเรียงเฟสใหม่อย่างสมบูรณในระนาบ X-Y และชี้ไปตามแกน Y ทำให้จุดสูงสุดของเอ็กโค



รูปที่ ก.30 สภาวะการปลดปล่อยกระทำต่อไป เวกเตอร์แม่เหล็กแตกเฟสในระนาบ X-Y ในขณะที่เพิ่มตามแกน Z อีกครั้ง



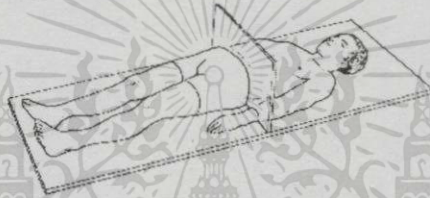
รูปที่ ก.31 สภาวะการปลดปล่อยกระทำต่อไป ไม่มีเวกเตอร์ในระนาบ X-Y และเพิ่มขึ้นในแกน Z ซึ่งเป็นสภาวะก่อนพัลส์ 90 องศา

ก.4.3 การเข้ารหัส

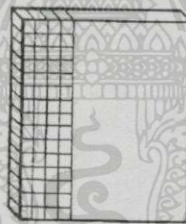
การเข้ารหัสจะคล้ายกับเรขาคณิตของแม่เหล็กผู้ป่วย ชั้นแรกพัลส์ 90 องศาและ 180 องศาจะต้องถูกระบุตำแหน่งในพิกัดด้วยการยิงในขดลวดเกรเดียนซึ่งเครื่องถ่ายจะใช้สนามแม่เหล็กในการกำหนดตำแหน่งภายในภาพ

เกรเดียนของสนามแม่เหล็กมีอยู่สามแบบคือ เกรเดียนการเลือกสไลด์ (Slice selection gradient) ก็เหมือนการกำหนดสไลด์ในร่างกาย, เกรเดียนการเข้ารหัสเฟส (Phase encoding gradient) ก็คือการจัดสไลด์เป็นชั้นยาวๆ และเกรเดียนรีดเอาต์ (Readout gradient) ก็คือการตัดชั้นยาวๆ นั้นเป็นลูกบาศระเล็กๆ ผลสุดท้ายของการยิงของเกรเดียนเหล่านี้ก็คือร่างกายถูกแบ่งเป็นลูกบาศระเล็กๆ เรียกว่าว็อกเซล (Voxel)

รูปที่ ก.32 การเลือกสไลด์ในร่างกาย



รูปที่ ก.33 การแบ่งเป็นลูกบาศก์เล็กๆ เรียกว่าว็อกเซล



เกรเดียนสนามแม่เหล็กเป็นส่วนที่จำเป็นมากเพราะเป็นการบอกว่าเครื่องจะหาตำแหน่งในร่างกายได้อย่างไร เกรเดียนนี้ถูกทับเหนือสนามแม่เหล็กคงที่และจะเป็นเกรเดียนแยกกันสำหรับแต่ละมิติ

ฟังก์ชันของเกรเดียนการเลือกสไลด์สามารถมองเป็นการที่เจ้าหน้าที่กำหนดสไลด์ในร่างกาย (รูปที่ ก.32) และฟังก์ชันของเกรเดียนการเข้ารหัสเฟสสามารถมองเป็นการที่เจ้าหน้าที่แบ่งชั้นยาวเป็นว็อกเซล (รูปที่ ก.33)

การกำหนดความหนาของสไลด์สามารถทำได้โดยความชันของเกรเดียนการเลือกสไลด์ หรือก็คือการปรับความกว้างช่วงสัญญาณพัลส์ความถี่วิทยุ ส่วนความละเอียดควบคุมโดยการเลือกขนาดเมตริกที่เหมาะสมนั้นก็คือเกรเดียนการเข้ารหัสเฟสและเกรเดียนรีดเอาต์ เช่น เมตริก

ขนาด 128×128 หมายความว่าภาพถูกตัดเป็น 128 ช่องจากซ้ายไปขวาและ 128 ช่องจากบนลงล่าง การเลือกขนาดเมตริกที่ใหญ่ขึ้นก็จะทำให้มีความละเอียดมากขึ้นด้วยแต่ก็ใช้เวลาถ่ายมากขึ้นด้วย เช่นขนาด 256×256 ใช้เวลาถ่ายเป็นสองเท่าของ 128×128

ก.4.4 การปลดปล่อย

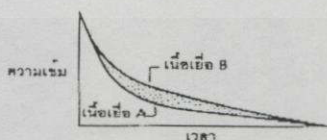
การปลดปล่อยมีผลต่อลักษณะความแตกต่างของความเข้มของภาพโดยมีการปลดปล่อยสองอย่างที่ จะพิจารณา การหายไปของแม่เหล็กจากระนาบ X-Y เรียกว่า สปิน-สปิน (Spin-spin) หรือการปลดปล่อยที่ 2 การเพิ่มขึ้นอีกครั้งของเหล็กตามแกน Z เรียกว่า สปิน-แลตทิส (Spin-lattice) หรือการปลดปล่อยที่ 1 (รูปที่ ก.34)



รูปที่ ก.34 การปลดปล่อยของที1และที2

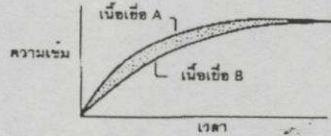
คำว่า สปิน-สปิน มาจากหลักความเป็นจริงว่าสิ่งที่กำลังหมุนอยู่ (โดยปกติจะเป็นโปรตอน) จะแลกเปลี่ยนพลังงานระหว่างพวกมันเอง คำว่า สปิน-แลตทิส มาจากความเป็นจริงว่าสิ่งที่กำลังหมุนอยู่จะแลกเปลี่ยนพลังงานด้วยแลตทิส (แลตทิสคือ ทุกอย่างรอบๆโปรตอนซึ่งตัวมันไม่ใช่โปรตอน) ขบวนการปลดปล่อยทั้งสองอันนี้เกิดขึ้นพร้อมๆกันแต่ไม่ขึ้นต่อกัน

การปลดปล่อย สปิน-สปิน เกิดขึ้นในบางเนื้อเยื่อเร็วกว่าเนื้อเยื่ออื่น (รูปที่ ก.35) ถ้าการปลดปล่อยเกิดขึ้นอย่างรวดเร็วหมายความว่าเนื้อเยื่อนั้นมีที2สั้น ในทางกลับกันถ้าเนื้อเยื่อนั้นใช้เวลานานในการปลดปล่อยหมายความว่าเนื้อเยื่อนั้นมีที2ยาว ตัวอย่างเช่น CSF และไขมันพบว่าไขมันมีที1สั้นกว่า CSF



รูปที่ ก.35 การปลดปล่อยที2ของเนื้อเยื่อสองชนิด

จากรูปที่ ก.35 ทั้งเนื้อเยื่อ A และ B กำลังปลดปล่อยอยู่ เนื้อเยื่อ A เข้าหาเส้นศูนย์รัศมีเร็วกว่าเนื้อเยื่อ B ดังนั้นเนื้อเยื่อ A มีที่ 2 ลึกลงกว่า ในการเน้นความแตกต่างของความเข้มข้นที่ 2 ต้องพยายามทำให้ทั้งสองเส้นกราฟต่างกันมากที่สุด



รูปที่ ก.36 การปลดปล่อยที่ 1 ของเนื้อเยื่อสองชนิด

จากรูปที่ ก.36 เนื้อเยื่อ A ไปถึงจุดสูงสุดได้เร็วกว่าเนื้อเยื่อ B ดังนั้นเนื้อเยื่อ A มีที่ 1 ลึกลงกว่า ในการเน้นความแตกต่างของความเข้มข้นจะต้องทำให้ทั้งสองเส้นกราฟต่างกันมากที่สุด

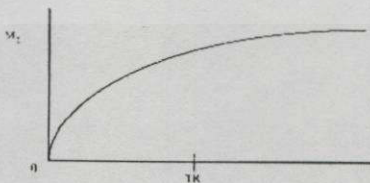
การปลดปล่อย สปิน-แลททิส ขึ้นอยู่กับความแรงของสนาม (ในขณะที่ สปิน-สปิน ไม่ขึ้นกับสนาม) หมายความว่าที่ 1 ของคนละเนื้อเยื่อเปลี่ยนความแรงของสนามต่างกัน มากกว่านั้นอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนเพิ่มเมื่อความแรงสนามเพิ่มขึ้น

ที่ 1 ซึ่งเป็นคุณสมบัติประจำตัวของเนื้อเยื่อมีผลที่ถูกควบคุมโดยทีอาร์ ดังนั้นทีอาร์จะต้องถูกปรับที่ความแรงสนามต่างกัน เช่นกันที่ 2 เป็นคุณสมบัติประจำตัวของเนื้อเยื่อและเกี่ยวข้องกับทีอี อย่างไรก็ตาม ไม่มีการเปลี่ยนแปลงสำหรับความแรงที่ต่างกันของสนาม

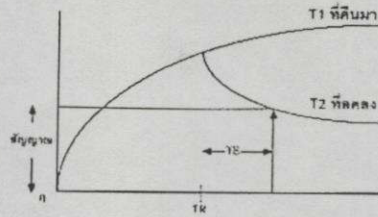
ก.4.5 ลักษณะความแตกต่างของความเข้มข้นกับสัญญาณพัลส์

กราฟของที่ 1 ที่กลับคืนมาและที่ 2 ที่ลดลงของสัญญาณแบบสปินเอ็กโคสามารถแสดงได้ดังนี้

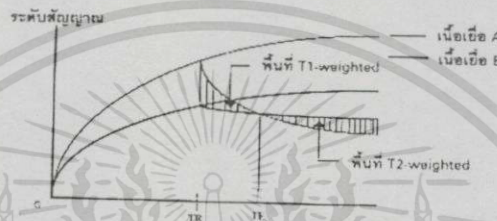
1. เนื่องจากที่ 1 ที่กลับคืนมา กำหนดขนาดสัญญาณสูงสุดที่เป็นไปได้ที่ทีอาร์ ชั้นแรกกำหนดค่าทีอาร์บนกราฟที่ 1 ที่กลับคืนมา



2. เชื่อมกราฟของที่ 2 ที่ลดลงกับกราฟที่ 1 ที่ค่าทีอาร์นี้



รูปนี้บอกเราว่าทีอีจะเริ่มวัดจากทีอาร์และสัญญาณจะถูกอ่านจากที2ที่ลดลงทีอีที่เราพิจารณา สำหรับทีอีอื่นๆจะต้องหากกราฟที2ที่ลดลงอีกครั้งและรวมกับกราฟที1ที่คืนมาที่ค่าทีอาร์ใหม่ ความแตกต่างของความเข้มและเวจสามารถแสดงด้วยกราฟสองเส้นนี้

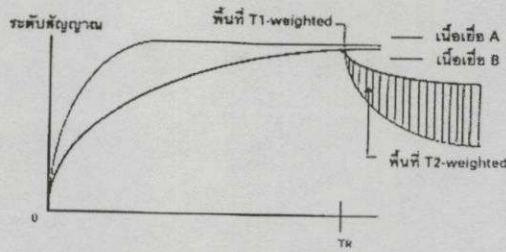


จากกราฟนี้ เนื้อเยื่อ A มีที1สั้น, ที2สั้นและสปีนเดนซิตีเท่ากับเนื้อเยื่อ B จุดทีอีจุดตัด (TE crossover หรือ TE_c) ไม่มีความแตกต่างของความเข้มระหว่างเนื้อเยื่อเหล่านี้เพราะทั้งสองเนื้อเยื่อ มีระดับสัญญาณเท่ากัน ปฏิกิริยานี้เกิดขึ้นเพราะความแตกต่างของที1เกิดที่ทีอีเท่ากับศูนย์ถูกหักล้างโดยความแตกต่างของที2ที่ทีอีเท่ากับทีอีจุดตัด สำหรับค่าทีอีที่สั้นกว่าทีอีจุดตัด ความแตกต่างของที1จะมากกว่าความแตกต่างของที2และเรียกภาพนี้ว่า "ที1เวจ" สำหรับทีอีที่มากกว่าทีอีจุดตัด ความแตกต่างของที2จะมากกว่าความแตกต่างของที1และเรียกภาพนี้ว่า "ที2เวจ"

สมมุติว่าเนื้ออกสว่างกว่าเนื้อเยื่อบริเวณรอบๆ ถ้าภาพนี้คือภาพที1เวจสามารถสรุปได้ว่าเนื้ออกนั้นมีที1สั้นกว่าเนื้อเยื่อบริเวณรอบๆ แม้ว่าเราอาจจะไม่รู้จะอะไรเกี่ยวกับที2เลยก็ตาม ในทางกลับกันถ้าภาพนี้เป็นภาพที2สามารถสรุปว่าเนื้ออกนั้นมีที2ยาวกว่าบริเวณรอบๆ ในการรักษาจริงๆ เราจำเป็นต้องกำหนดเวจที่แท้จริงของภาพ

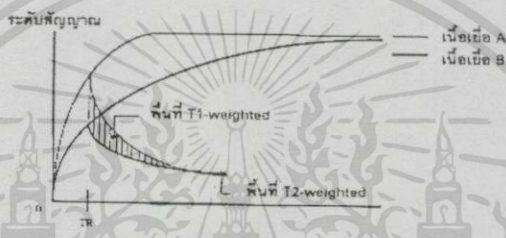
แต่การกำหนดเวจจริงๆของสัญญาณภาพเป็นไปได้ แต่ถ้าเรามีภาพสองภาพที่ทีอาร์เดียวกันแต่ทีอีต่างกันก็จะกำหนดเวจของแต่ละภาพได้ จากที่ผ่านมาเราได้สังเกตเห็นว่าความแตกต่างของความเข้มของเนื้ออกเปลี่ยนแปลงไปอย่างไรเมื่อทีอีเพิ่มขึ้น จากกราฟจะเห็นว่าเมื่อทีอีเพิ่ม ถ้าความแตกต่างของความเข้มนี้ลดลงโดยไม่มีการกลับคิณดังนั้นทั้งสองภาพคือที1เวจ ถ้าความแตกต่างของความเข้มนี้เพิ่มขึ้นโดยไม่มีการกลับคิณดังนั้นทั้งสองภาพคือที2เวจ

ทีอาร์มีผลคล้ายๆกับเวจแต่เข้าใจง่ายกว่า กราฟที1ทั้งยาวและสั้นแสดงได้ดังนี้



กรณีทีอาร์ยาว บริเวณที่1เวจหายไปในขณะที่บริเวณที่2เวจขยายขึ้น ดังนั้นในขณะที่ภาพที่เวจเป็นไปได้ในหลักการแต่ในทางปฏิบัติทีอาร์จะสั้นเกินไป

กรณีที่อาร์สั้นจะเกิดการกลับด้าน



บริเวณที่1เวจถูกขยายในขณะที่ที่2เวจเล็กลงมาก ภาพที่2เวจเป็นไปได้ในหลักการแต่ในทางปฏิบัติภาพจะมีสัญญาณรบกวนมากเกินไป

สรุปผลของทีอาร์ดังตารางที่ ก.3

ตารางที่ ก.3 ความสัมพันธ์ของทีอาร์กับที่1และที่2

ช่วงทีอาร์	ช่วงที่1เวจ	ช่วงที่2เวจ
สั้นกว่า 0.6	มาก	เล็กน้อย
ประมาณ 1	ปานกลาง	ปานกลาง
มากกว่า 1.5	เล็กน้อย	มาก

ดังนั้นทีอาร์สั้นจะทำให้ภาพที่1เวจมาก ทีอาร์ปานกลางทำให้ภาพที่1เวจปานกลางหรือภาพที่2ปานกลางและค่าทีอาร์มากจะได้ภาพที่2เวจมากแต่การที่เวจไม่มากจะทำให้ความเฉพาะเจาะจงน้อยลงซึ่งจำเป็นต่อการวินิจฉัยโรค

เมื่อภาพสองภาพที่ทีอาร์เดียวกันแต่ที่อาร์ต่างกันสามารถถูกใช้เพื่อพิจารณาเวจของแต่ละภาพ ดังนั้นภาพสองภาพที่อาร์เดียวกันแต่ทีอาร์ต่างกันก็สามารถใช้ได้เช่นกัน ถ้าความแตกต่างของความเข้มเพิ่มขึ้นเมื่อทีอาร์เพิ่มทั้งสองภาพจะเป็นภาพที่2เวจ ถ้าความแตกต่างของความเข้มลดลง

โดยไม่กลับด้านทั้งสองภาพจะเป็นภาพที่ 1 เวก ในขณะที่การกลับความแตกต่างของความเข้ม หมายถึงภาพที่ที่อาร์สั้นกว่าคือ ภาพที่ 1 เวกและภาพที่ที่อาร์ยาวกว่าคือ ภาพที่ 2 เวก เทคนิคการ กำหนดให้สองภาพมีค่าที่อาร์เท่ากันหรือให้ที่อีเท่ากันนี้เป็นประโยชน์ต่อการวิเคราะห์โรคมากแต่ก็ มีข้อจำกัดพื้นฐานดังนี้

1. สัญญาณเป็นแบบสปินเอ็กโค
2. ไม่พิจารณาผลของการไหลทั้งหมด
3. เนื้อเยื่อที่มีที่ 1 ยาวจะมีที่ 2 ยาวด้วย
4. เนื้อเยื่อทั้งสองชนิดมีสปินเดนซิตีเท่ากัน

ถ้าข้อใดข้อหนึ่งผิดจะทำให้การกำหนดเวกผิดพลาดได้

ข้อจำกัดเบื้องต้นของสัญญาณพัลส์แบบสปินเอ็กโคคือสัญญาณทั้งหมดเป็นบวกซึ่งเพิ่ม ตามการเพิ่มที่อาร์และลดตามการเพิ่มที่อี นอกจากนี้สัญญาณแบบสปินเอ็กโคแล้วยังมีแบบอื่นๆอีก ที่เป็นไปตามลักษณะนี้เช่น อินเวชัน รีโคเวอร์, อินเวส รีโคเวอร์ เป็นต้น ดังนั้นแนวความคิดการใช้ จุดตัดของที่ 1 และที่ 2 สามารถประยุกต์ใช้ได้กับสัญญาณหลายๆแบบ

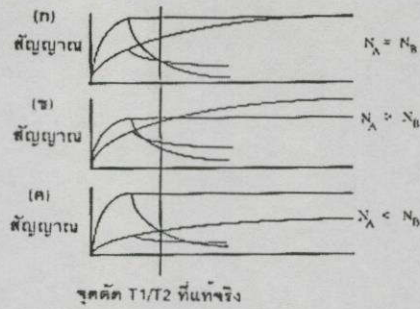
ส่วนข้อสรุปอีกข้อที่ว่าเนื้อเยื่อที่มีที่ 1 ยาวจะมีที่ 2 ยาวด้วย เรื่องนี้สามารถพิสูจน์ได้โดยการ สร้างกราฟของกรณีเนื้อเยื่อที่มีที่ 1 สั้นแต่มีที่ 2 ยาว

จะค้นสัญญาณ



จะเห็นได้ว่าทุกผลรวมของที่อาร์และที่อี ความแตกต่างของที่ 1 และที่ 2 จะเสริมกันแทนที่จะ หักล้างกัน ดังนั้นขณะที่ภาพมีความแตกต่างของความเข้มมากๆ เราไม่สามารถบอกได้ว่ามันเกิด จากความแตกต่างของที่ 1 หรือที่ 2 ในทางปฏิบัติ เนื้อเยื่อผิดปกติของผู้ป่วยมากกว่า 99 เปอร์เซ็นต์ มีที่ 2 ยาวจะมีที่ 1 ยาวด้วยและที่มีที่ 2 สั้นจะมีที่ 1 สั้นด้วย จะมียกเว้นบางเนื้อเยื่อเช่น *resolving hematomas* และ *giant cell tumor* บางชนิด

ข้อสรุปข้อสุดท้ายคือทุกเนื้อเยื่อมีสปินเดนซิตีเท่ากัน ซึ่งอาจจะไม่จริงได้เพราะบ่อยครั้งที่ จะต่างกัน 10 ถึง 20 เปอร์เซ็นต์ (เป็นที่น่าสนใจว่าเหตุใดจึงแตกต่างกันในเมื่อปริมาณไฮโดรเจน เปลี่ยนแปลงเล็กน้อย) ความแตกต่างของที่ 1 ตรงข้ามกับความแตกต่างของที่ 2 สปินเดนซิตีจะอยู่ ด้านใดด้านหนึ่ง การเคลื่อนที่ของจุดตัดไปทางซ้ายหรือขวาแสดงดังนี้



จุดตัดของที1และที2ที่แท้จริงคือ จุดซึ่งความแตกต่างของที1และความแตกต่างของที2เท่ากันและเป็นจุดตัดของสัญญาณด้วยถ้าสปินเดนซิติ์เท่ากัน (กราฟ(ก)) ในกราฟ(ข) เนื้อเยื่อ ข มีสปินเดนซิติ์มากกว่าซึ่งเคลื่อนจุดตัดไปทางด้านซ้ายของจุดตัดที่ที1ที2 ในกราฟ(ค) เนื้อเยื่อ ก มีสปินเดนซิติ์มากกว่าซึ่งดันจุดตัดไปทางด้านขวา ความไม่แน่นอนของเวจนี้ใกล้กับจุดตัดนี้ทำให้มีประโยชน์ในการทำงานที่จุดไกลจากจุดตัดเท่าที่เป็นไปได้ ซึ่งจะได้ภาพที่มีที1เวจมากๆหรือภาพที่มีที2เวจมากๆ ในหลักการสปินเดนซิติ์อาจจะมากจนทำให้เกิดปัญหาแต่ในทางปฏิบัติไม่เป็นปัญหา

สรุปทั้งหมดดังนี้

1. ภาพที1เวจ สังเกตความแตกต่างของสัญญาณเนื่องจากความแตกต่างของที1
2. ภาพที2เวจ สังเกตความแตกต่างของสัญญาณเนื่องจากความแตกต่างของที2
3. ภาพสปินเดนซิติ์คือ ภาพที่มีความแตกต่างของที1และที2น้อยมากแต่ความแตกต่างของสปินเดนซิติ์มีมากกว่า
4. เวจของภาพเดียวไม่สามารถกำหนดได้ด้วยตัวมันเองได้
5. ภาพสองภาพที่มีทีอาร์หรือทีอีเท่ากัน (และอีกตัวต่างกัน) เวจของทั้งสองภาพสามารถหาได้ถ้ามีความแตกต่างของความเข้มที่กลับด้าน
6. ถ้าไม่มีความแตกต่างของความเข้มที่กลับด้านก็จะหาเวจได้ยาก
7. เวจที1และที2ที่มากๆ โดยปกติจะไม่พิจารณาถึงความแตกต่างของโปรตอนเดนซิติ์
8. ภาพที่มีทีอาร์ปานกลางให้ทั้งภาพที1เวจและที2เวจ

ประวัติผู้เขียน

นายประเสริฐ อัครรุ่งสกุล เกิดเมื่อวันที่ 27 กันยายน 2520 ที่จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาชั้นประถมจากโรงเรียนผดุง ปีการศึกษา 2531 ชั้นมัธยมศึกษาจากโรงเรียน ทวีธาภิเษก ปีการศึกษา 2537 และวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาอิเล็กทรอนิกส์ ปีการศึกษา 2541

