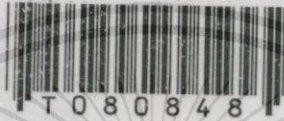


สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

**การทำนายการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อน
ในช่องขนานที่มีครีป**

**PREDICTION OF TURBULENT FLOW AND HEAT TRANSFER
IN A CHANNEL WITH RIBS**



ยุทธนา พลอยฉาย

YUTTANA PLOYCHAY

เลขหาญ.....
เลขทะเบียน..... 80848
วัน,เดือน,ปี..... 23 พ.ศ. 2551

.b.....
.i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2544

ISBN 974-648-242-4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**PREDICTION OF TURBULENT FLOW AND HEAT TRANSFER
IN A CHANNEL WITH RIBS**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING OF MECHANICAL ENGINEERING
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2001

ISBN 974-648-242-4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2001

SCHOOL OF GRADUATE STUDIES

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บัณฑิตวิทยาลัย
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การทำนายนการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อนในช่องขนาน
ที่มีครีป
PREDICTION OF TURBULENT FLOW AND HEAT TRANSFER IN
A CHANNEL WITH RIBS
ชื่อนักศึกษา นายอุษรนา พลอยฉาย
รหัสประจำตัว 41062015
ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.พงษ์เจต พรหมวงค์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
รศ.ดร. มงคล	มงคลวงศ์โรจน์	
ดร.ชินรัชย์	เชิษรพงษ์	
ดร.จินดา	เจริญพรพาณิชย์	
รศ.ดร.พงษ์เจต	พรหมวงค์	

วัน/เดือน/ปี ที่สอบ 21 พฤษภาคม 2544 เวลา 11.00 – 12.00 น.

สถานที่สอบ ณ อาคาร 12 ชั้น ชั้น 4 (ห้อง E12-404)

บัณฑิตวิทยาลัยรับรองแล้ว



วันที่..... 30เดือน..... พ.ศ..... 2544

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การทำนายการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อน ในช่องขนานที่มีครีบ
นักศึกษา	นายยุทธนา พลอยฉาย
รหัสประจำตัว	41062015
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
พ.ศ.	2544
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์	รศ.ดร. พงษ์เจต พรหมวงศ์

บทคัดย่อ

การทำนายการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครีบ ได้นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ โดยการประยุกต์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม (finite volume method) ร่วมกับแบบจำลองความปั่นป่วน two equation $k - \epsilon$ turbulence model โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในพฤติกรรมของการไหลที่เกิดขึ้นจริง รวมทั้งศึกษาอิทธิพลของตัวแปรต่างๆ ที่ส่งผลกระทบต่อพฤติกรรมที่แปรเปลี่ยนในสภาวะการไหลแบบปั่นป่วน เช่น ความเร็วเฉลี่ยตามแนวแกน, อุณหภูมิ, ผลของค่า blockage ratio, ผลของค่า pitch ratio เป็นต้น ผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้รูปแบบผลต่างของอนุพันธ์ลำดับที่หนึ่งซึ่งคือ upwind และ hybrid ได้นำมาเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้รูปแบบผลต่างของอนุพันธ์ลำดับที่สอง คือ quadratic upstream interpolation for convective kinematics (QUICK) เพื่อศึกษาอิทธิพลของการแพร่กระจายหรือความผิดพลาดเชิงตัวเลขต่อผลลัพธ์ที่คำนวณได้ ในการศึกษาการไหลในช่องขนานที่มีครีบนี้ ได้แยกออกเป็น 2 กรณีคือ พิจารณาเงื่อนไข computational domain แบบสมมาตร (symmetry) และแบบไม่สมมาตร (asymmetry) ตามแนวแกน ผลลัพธ์ของการทำนายรูปร่างของความเร็วได้นำมาเปรียบเทียบกับข้อมูลจากการทดลองโดย laser doppler velocimeter (LDV) ที่ทำมาก่อนหน้านี้ ผลจากการคำนวณแสดงให้เห็นว่าการทำนายการไหลโดยใช้ first order scheme ทำนายได้ดีกว่า second order scheme ให้ผลการทำนายเกินเลยไป (over-predict) โดยเฉพาะในตำแหน่งการไหลผ่านครีบ สำหรับทั้งสองกรณีการศึกษา นอกจากนี้ยังพบว่าความสามารถในการทำนายของแบบจำลอง $k - \epsilon$ ไม่เหมาะสมกับการไหลที่มีความซับซ้อนในช่วงที่เกิดกระแสการไหลปั่นป่วนสูงๆ เช่น ในตำแหน่งการไหลผ่านด้านหลังครีบ เป็นต้น

Thesis Title	Prediction of Turbulent Flow and Heat Transfer in a Channel with Ribs
Student	Mr. Yuttana Ploychay
Student ID.	41062015
Degree	Master of Engineering
Programme	Mechanical Engineering
Year	2001
Thesis Advisor	Assoc.Prof. Dr. Pongjet Promvonge

ABSTRACT

The thesis presents the prediction of turbulent flow and heat transfer in a channel with ribs. A staggered finite volume method with the $k - \varepsilon$ turbulence model was used in order to provide an understanding of the physical behavior of the flow. Effects of various parameters such as temperature, blockage ratios, pitch ratio etc on flow characteristics are extensively investigated. To study the influence of numerical diffusion on the predicted results, a second-order differencing scheme, namely, the quadratic upstream interpolation for convective kinematics (QUICK) was employed to compare with the first-order upwind and hybrid schemes. Two different cases of channel flow with ribs were considered in the simulation: one is an axisymmetric flow while the other is asymmetric one. The predicted results from both cases are compared with available LDV measurements. The computations showed that predicted results generally are in good agreement with the measurements. However, use of the first-order scheme leads to more accurate results than that of the second-order scheme in comparison with measurements. Besides, use of the $k - \varepsilon$ model may be inappropriate in predicting complex flows, such as flow behind the ribs.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้อย่างดี ด้วยคำสั่งสอน, คำแนะนำ, คำปรึกษา และความกรุณาของ รศ.ดร. พงษ์เจต พรหมวงศ์ ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์จากท่านและขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ให้แก่ลูกศิษย์คนนี้ กราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบคุณ นายปัญญา แดงวิไลลักษณ์, นายนิวัฒน์ นาคะโยธินสกุล, นายปริญญา รวมภักดีกุล, นายสมชาย ศรีพัฒนะพิพัฒน์, นายสมิทธิ เอี่ยมสะอาด, นายสมศักดิ์ โพธิ์ถวิลเกียรติ, นายสุภชัย เลื่อนลอย, นายกิตติพงษ์ จันทรมณี และเพื่อนนักศึกษาศรีอยุธยาโททุกท่านที่ช่วยให้คำแนะนำ ค้นคว้าข้อมูลและเป็นกำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ขอแสดงความขอบคุณต่อบัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังเป็นอย่างสูง ที่ได้ให้การสนับสนุนเงินทุนวิจัยการทำวิทยานิพนธ์

สุดท้ายนี้ขอขอบพระคุณ บิดามารดา ของผู้วิจัยเป็นอย่างยิ่งที่เฝ้าเลี้ยงดู, อบรมสั่งสอนและเป็นกำลังใจตั้งแต่เริ่มต้นจนสำเร็จสมความตั้งใจในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ถ้าปราศจากบุคคลเหล่านี้แล้ว วิทยานิพนธ์ฉบับนี้คงไม่สามารถสำเร็จลุล่วงได้ด้วยดีเช่นนี้ ซึ่งคุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน ขออำนาจของคุณพระศรีรัตนตรัยช่วยพรความสุขสวัสดิ์แด่ทุกท่าน

บุษณา พลอยฉาย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VIII
สารบัญรูป.....	IX
รายการสัญลักษณ์.....	XI
รายการคำย่อ.....	XIV
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 สมมุติฐานของการศึกษา.....	2
1.4 ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย.....	2
1.5 ขอบเขตการวิจัย.....	3
1.6 ขั้นตอนการศึกษา.....	3
1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	3
บทที่ 2 วรรณกรรมปริทรรศน์.....	4
2.1 บทนำ.....	4
2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	4
2.2.1 กลุ่มงานวิจัยของ Liou <i>et. al.</i> (1988).....	4
2.2.2 กลุ่มงานวิจัยของ Han <i>et. al.</i> (1984).....	6
2.2.3 กลุ่มงานวิจัยอื่นๆ.....	8
บทที่ 3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	10
3.1 บทนำ.....	10
3.2 แบบจำลองกลศาสตร์ของไหล.....	10
3.2.1 การไหลของอากาศพลศาสตร์.....	10
3.2.2 สมการการไหลแบบปั่นป่วน.....	12

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

หน้า

3.3 แบบจำลองความปั่นป่วน.....	12
3.3.1 Reynolds Stress Model (RSM).....	13
3.3.2 The Standard $k - \varepsilon$ Model.....	14
3.3.2.1 Boussinesq Approximation.....	14
3.3.2.2 สมการ Turbulent Kinetic Energy (k).....	14
3.3.2.2.1 Model ของ The Turbulent Diffusion Term บนสมการ k	15
3.3.2.2.2 Model ของ The Isotropic Turbulent Dissipation Rate Term บนสมการ k	16
3.3.2.3 สมการ Dissipation Rate (ε).....	16
3.3.2.3.1 Model ของเทอมต่างๆ บนสมการ ε	17
3.4 แบบจำลองการถ่ายเทความร้อน.....	17
3.5 สรุป.....	18
บทที่ 4 การประยุกต์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลข.....	19
4.1 บทนำ.....	19
4.2 การประยุกต์โดยวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม.....	19
4.2.1 The staggered grid.....	20
4.2.2 The convection term.....	21
4.2.2.1 The upwind differencing scheme.....	22
4.2.2.2 The hybrid differencing scheme.....	22
4.2.2.3 The QUICK differencing scheme.....	23
4.2.3 The diffusion term.....	23
4.2.4 The source term.....	24
4.3 บทสรุปจาก discretised สมการควบคุม.....	24
4.4 เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition).....	25
4.4.1 Inlet boundary conditions.....	26
4.4.2 Outlet boundary conditions.....	26
4.4.3 Symmetry and Asymmetry conditions.....	26
4.4.4 Wall boundary conditions.....	26

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
4.5 กระบวนการหาคำตอบ (Solution Procedure)	29
4.5.1 Solution of the discretised equations using TDMA.....	29
4.5.2 The SIMPLE algorithm	30
4.6 บทสรุป	32
บทที่ 5 การจำลองการไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนานที่มีครีป	33
5.1 บทนำ.....	33
5.2 เงื่อนไข Computational domain แบบสมมาตรตามแนวแกน.....	33
5.2.1 งานวิจัยของ Liou and Kao (1988).....	33
5.2.2 งานวิจัยของ Liou <i>et. al.</i> (1990).....	39
5.3 เงื่อนไข Computational domain แบบไม่สมมาตรตามแนวแกน	46
5.3.1 งานวิจัยของ Durst and Rastogi (1980).....	46
5.3.2 งานวิจัยของ Durst <i>et. al.</i> (1988).....	51
5.4 สรุปและวิเคราะห์ผล.....	57
5.4.1 ผลของ numerical differencing schemes.....	57
5.4.2 ผลความแตกต่างภายใต้เงื่อนไข computation domain ทั้ง 2 ชนิด.....	57
บทที่ 6 การทำนายการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครีป	59
6.1 บทนำ.....	59
6.2 ลักษณะของปัญหา.....	59
6.2.1 ผลจากการจำลองการไหล.....	61
6.2.2 ผลจากการทำนายการถ่ายเทความร้อน.....	64
6.3 สรุปและวิเคราะห์ผล.....	66
บทที่ 7 สรุปผลงานวิจัยและข้อเสนอแนะ	67
7.1 สรุปผลงานวิจัย.....	67
7.2 ข้อเสนอแนะในการศึกษาวิจัยต่อไป	67
บรรณานุกรม	68
ภาคผนวก.....	71

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
ภาคผนวก ก. โครงสร้างโปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณ	72
ภาคผนวก ข. บทความที่ได้รับการตีพิมพ์	74
ประวัติผู้เขียน	82



สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3.1 สรุปลสมการของแบบจำลองต่างๆ	18
4.1 ค่าสมการควบคุมสำหรับ $k - \epsilon$ turbulence model	20
4.2 Inlet Boundary Conditions	26



สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ชุดทดลองของ Liou <i>et. al.</i> (1988)	5
2.2 ลักษณะ turbine blade ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ.....	6
3.1 ลักษณะของความเร็วในการไหลแบบปั่นป่วน	11
4.1 ลักษณะการวาง cell แบบ staggered grid.....	21
4.2 ลักษณะของปริมาตรควบคุมสำหรับ scalar-cell	24
4.3 ลักษณะโดเมนที่เงื่อนไขขอบเขต	25
5.1 ลักษณะช่องขนานของ Liou and Kao (1988)	33
5.2 ผลของความเป็นอิสระของกริดต่อความเร็วตามแนวแกน	34
5.3 กราฟเปรียบเทียบผลของความเร็วตามแนวแกนจากการคำนวณกับผลการทดลอง	35
5.4 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย upwind scheme	36
5.5 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme	36
5.6 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย QUICK scheme.....	36
5.7 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย upwind scheme	37
5.8 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme	37
5.9 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย QUICK scheme.....	37
5.10 ลักษณะช่องขนานของ Liou <i>et. al.</i> (1990).....	39
5.11 กราฟการเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแนวแกน สำหรับ PR=5	40
5.12 กราฟการเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแนวแกน สำหรับ PR=10	41
5.13 กราฟการเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแนวแกน สำหรับ PR=15	42
5.14 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ PR=5.....	43
5.15 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ PR=10.....	43
5.16 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ PR=15.....	43
5.17 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ PR=5.....	44
5.18 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ PR=10.....	44
5.19 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ PR=15.....	44
5.20 ลักษณะช่องขนานของ Durst and Rastogi (1980)	46
5.21 กราฟเปรียบเทียบผลของความเร็วตามแนวแกนจากการคำนวณกับผลการทดลอง	47
5.22 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย upwind scheme	49
5.23 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme.....	49

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.24 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย QUICK scheme.....	49
5.25 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย upwind scheme	50
5.26 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme	50
5.27 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย QUICK scheme.....	50
5.28 ลักษณะช่องขนานของ Durst <i>et. al.</i> (1988)	52
5.29 กราฟการเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแนวแกน สำหรับ BR=0.24.....	53
5.30 กราฟการเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแนวแกน สำหรับ BR=0.48.....	53
5.31 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ BR=0.24	55
5.32 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ BR=0.48	55
5.33 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ BR=0.24	56
5.34 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ BR=0.48	56
6.1 แสดงลักษณะของปัญหาการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครีป.....	60
6.2 กราฟแสดงผลความเป็นอิสระของกริดของ (ก) ความเร็วตามแนวแกน (ข) ความเร็ว ตามแนวขวาง เทียบกับผลการทดลอง	61
6.3 กราฟการเปลี่ยนแปลงของ (ก) ความเร็วตามแนวแกน (ข) ความเร็วตามแนวขวาง เทียบกับผลการทดลอง	62
6.4 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme.....	63
6.5 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme.....	63
6.6 กราฟแสดงค่า Nusselt number ที่ตำแหน่ง downstream หลังจากไหลผ่านครีป	65
6.7 กราฟแสดงผลต่างของอุณหภูมิเฉลี่ย ที่ตำแหน่ง downstream หลังจากไหลผ่านครีป	65
ผ.ก.1 แสดง flowchart ที่อธิบายขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมหลัก	73

รายการสัญลักษณ์

a	สัมประสิทธิ์ในสมการ discretization
A	พื้นที่ (area)
BR	blockage ratio ($= H/D$)
C	convection flux
C_p	pressure coefficient
D	diffusion flux , ความกว้างของผนังแผ่นเรียบ
D_h	duct hydraulic diameter
\bar{D}'_j	the turbulent diffusion term ของสมการ k
\bar{D}_ε	the turbulent diffusion term ของสมการ ε
\bar{D}'_{ijk}	the turbulent diffusion term
E	wall roughness parameter
h, H	convection heat transfer coefficient, ความสูงของครีบบ
k, K	turbulent kinetic energy (TKE), thermal conductivity of fluid
l	length scale, ตำแหน่งการวางครีบบเริ่มต้น
L	characteristic length, ความยาวของช่องขนาน
Nu	local Nusselt number ($\equiv hD_h/K$)
P	pressure, main grid location
Pe	Peclet number
P_i	pitch length
PR	pitch ratio ($= P_i/H$)
\bar{P}	the turbulent production term ของสมการ k
\bar{P}_ε	the production term ของสมการ ε
\bar{P}_{ij}	the turbulent production term
\dot{q}''	heat transfer rate
T	temperature
Re_D	Reynolds number ($\equiv \rho U_{ref} D_h / \mu$)
Re_h	Reynolds number based on obstacle height ($\equiv \rho U_{ref} H / \mu$)
S	source term
S_{ij}	strain tensor

รายการสัญลักษณ์ (ต่อ)

t	เวลา (time)
u	ความเร็วตามแนวแกน (axial mean velocity)
u_τ	friction velocity
u_i, u_j	velocity fluctuation in tensor notation
U	normalized velocity
U_{av}	average velocity
U_i, U_j	mean velocity in tensor notation
U_{ref}	reference mean velocity (U_{av})
v	ความเร็วตามแนวขวาง (transverse mean velocity)
V	ปริมาตร
W	ความกว้างของกริ๊บ
x	axial co-ordinate
y	transverse co-ordinate
y_p	ระยะที่วัดจากผนัง
ϕ	ตัวแปรอิสระใดๆ
σ_{ij}	deviatoric part ของ viscous stress tensor
σ_ϕ	Schmidt or Prantl numbers for scalar ϕ ($\equiv \frac{\mu C_p}{K}$)
$\tau_{ij}, \overline{u_i' u_j'}$	second-moment, Reynolds Stress
δ_{ij}	kronecker delta tensor
Π_{ij}	the pressure-strain rate correlation term
Φ_ε	the destruction term ของสมการ ε
ρ	ความหนาแน่น (density)
μ	ความหนืด (viscosity)
ν	ความหนืดจลน์ (kinetic viscosity)
ε	isotropic dissipation rate
ε_{ij}	local dissipation rate term
κ	Von Karman constant
\mathcal{S}	fluctuating momentum equation
Γ	diffusion coefficient

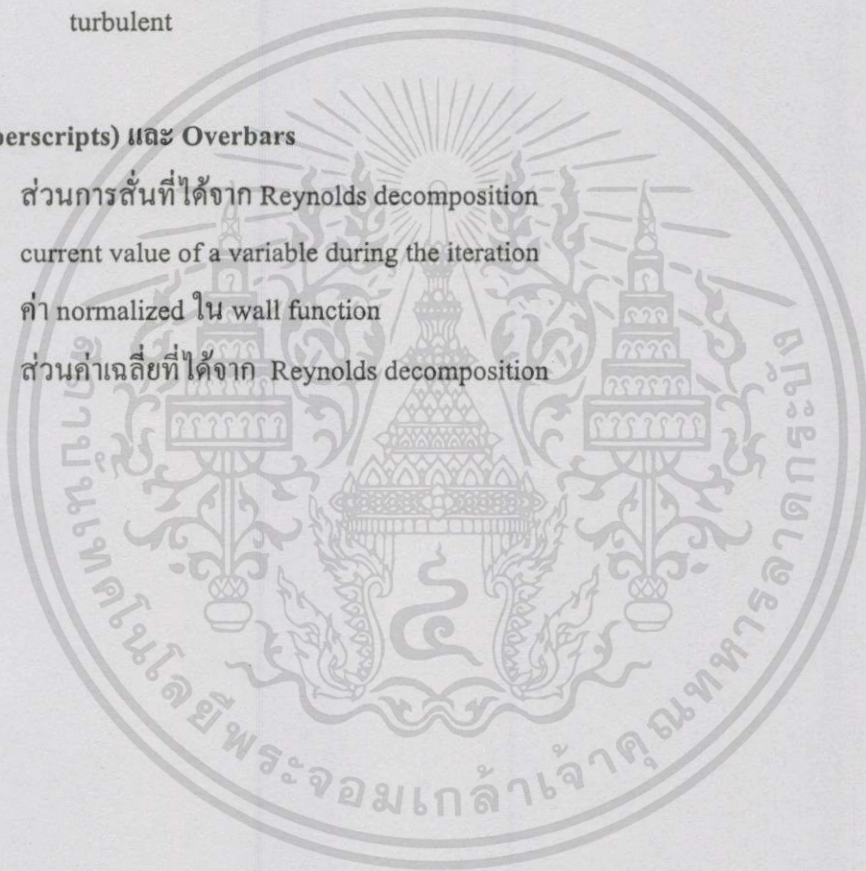
รายการสัญลักษณ์ (ต่อ)

ตัวห้อย (Subscripts)

e, w, n, s	control volume face ระหว่าง P และ E, P และ W, P และ N และ P และ S
E, W, N, S	จุดที่อยู่ข้างเคียงบน east, west, north และ south
i, j, k	cartesian indices
nb	จุดต่อที่อยู่ข้างเคียง
ref, o	reference point
t	turbulent

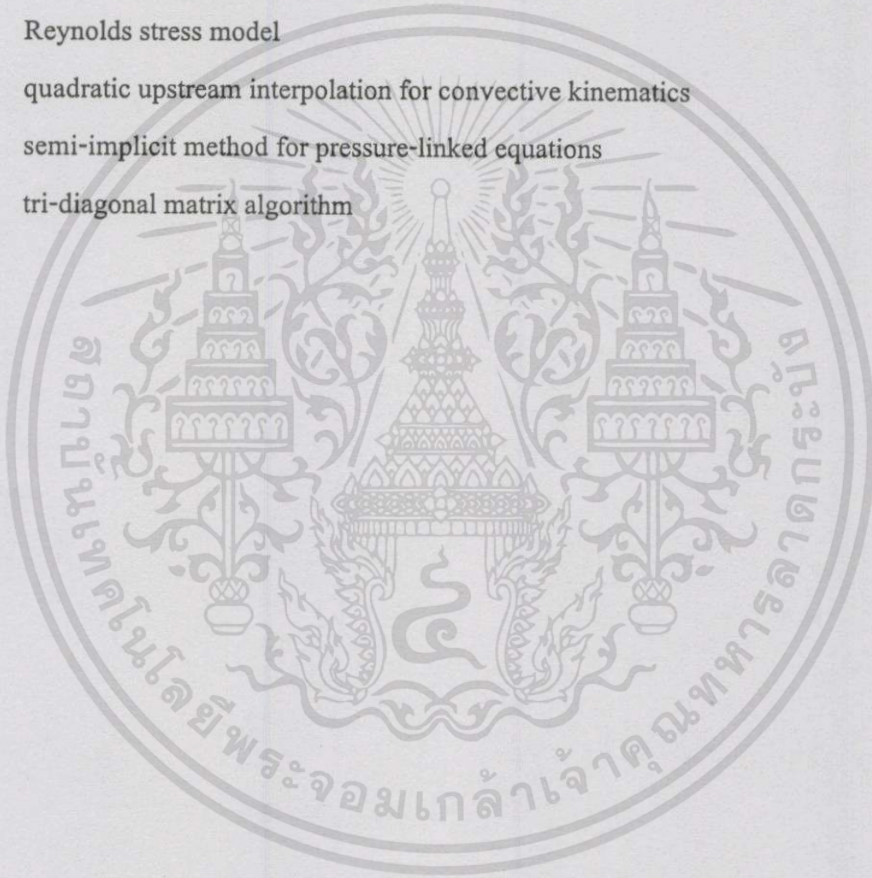
ตัวยก (Superscripts) และ Overbars

'	ส่วนการสั่นที่ได้จาก Reynolds decomposition
*	current value of a variable during the iteration
+	ค่า normalized ใน wall function
-	ส่วนค่าเฉลี่ยที่ได้จาก Reynolds decomposition



รายการคำย่อ

ASM	algebraic stress model
CFD	computational fluid dynamics
HWA	hot-wire anemometer
LDV	laser doppler velocimeter
LHI	laser holographic interferometry
RANS	Reynolds-averaged Navier-Stokes equation
RSM	Reynolds stress model
QUICK	quadratic upstream interpolation for convective kinematics
SIMPLE	semi-implicit method for pressure-linked equations
TDMA	tri-diagonal matrix algorithm



บทที่ 1

บทนำ

ความก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ตลอดระยะเวลา 20 ปีที่ผ่านมา นำไปสู่การสร้างวิธีการหาคำตอบของสมการทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนด้วยวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลข โดยเฉพาะพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ (Computational Fluid Dynamics; CFD) นี้ ได้รับความสนใจมาโดยตลอด เพื่อทำนายการเคลื่อนที่ของของไหลทั้งการไหลแบบภายในและภายนอก (internal and external flow) การแก้ปัญหาโดยใช้เทคนิค CFD จึงเป็นหัวใจสำคัญในการศึกษาของนักวิจัย ซึ่งผลของการวิจัยสามารถช่วยให้การทำงานของวิศวกรมีประสิทธิภาพและมีความสะดวกในการวิเคราะห์และออกแบบผลิตภัณฑ์ใหม่ หรือเข้าใจปรากฏการณ์ธรรมชาติที่เกิดขึ้นอย่างแท้จริง

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

พื้นฐานของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ถูกพัฒนาขึ้นจากการทดลอง แต่ในการทดลองบางครั้งเหตุการณ์ที่ต้องการศึกษานั้นในธรรมชาติอาจมีความยุ่งยากและซับซ้อนมาก ด้วยเหตุนี้การศึกษาและคิดค้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ต้องอยู่บนพื้นฐานที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากที่สุด และสามารถทำนายพฤติกรรมที่เกิดขึ้นจริงได้อย่างถูกต้อง เมื่อได้แบบจำลองที่ถูกต้องแล้วสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในปัญหานั้น ๆ หรือ ปัญหาที่คล้ายคลึงกันในกรณีการศึกษาต่าง ๆ ทำให้สามารถประหยัดเวลาและงบประมาณได้ อย่างไรก็ตามแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ยังต้องมีการปรับปรุง เพื่อให้มีประสิทธิภาพที่ดียิ่งขึ้นไป ทำให้การคำนวณโดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีความถูกต้องมากขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดลอง

ในงานทางวิศวกรรม ปัญหาเกี่ยวกับการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครีปเป็นปัญหาที่ได้รับความสนใจเพราะมีการนำไปใช้กับงานทางด้านอุตสาหกรรมเป็นจำนวนมาก เช่น การระบายความร้อนภายใน turbine blade ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ, การถ่ายเทความร้อนของวงจรรีเส็กทรอนิกส์ในคอมพิวเตอร์, การถ่ายเทความร้อนในเตาปฏิกรณ์นิวเคลียร์ และอุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนต่างๆ ซึ่งในภาคอุตสาหกรรม ระบบการถ่ายเทความร้อนในเครื่องจักรกลที่ดีมีผลต่ออายุการใช้งานและลดความเสียหายของชิ้นส่วนอุปกรณ์ในเครื่องจักรกล ซึ่งในงานวิจัยนี้มุ่งไปสู่การทำนายพฤติกรรมที่เกิดขึ้นจริงของการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครีป ดังนั้นเมื่อเราสามารถทำนายพฤติกรรมการไหล, การถ่ายเทความร้อนได้ก็สามารถนำข้อมูลเหล่านี้ไปช่วยในการออกแบบได้

1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. ทำการทำนายการไหลแบบปั่นป่วน และการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครีบโดยวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลข ซึ่งเป็นการประยุกต์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม
2. ทำการศึกษาผลของ numerical differencing schemes ที่มีผลต่อความแม่นยำในการทำนายการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครีบ
3. ศึกษาอิทธิพลของตัวแปรต่างๆ ที่ส่งผลกระทบต่อพฤติกรรมที่แปรเปลี่ยนในสภาวะการไหลแบบปั่นป่วน

1.3 สมมุติฐานของการศึกษา

1. เป็นการไหลแบบอัดตัวไม่ได้ (incompressible flow)
2. เป็นการไหลหนืด (viscous flow)
3. เป็นการไหลแบบคงที่ (steady flow)
4. เป็นการไหลแบบปั่นป่วน (turbulent flow)
5. พิจารณาการไหลผ่านปริมาตรควบคุม (control volume) แบบ 2 มิติ ภายในช่องขนาน (channel)
6. กรณีพิจารณาการถ่ายเทความร้อนคิดเพียงแต่การพาความร้อน (force convection heat transfer) เท่านั้น

1.4 ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย

1. พฤติกรรมของการไหลแบบปั่นป่วนสามารถแบ่งคุณสมบัติการไหลออกเป็น 2 ส่วน (Reynolds decomposition) คือ ส่วนที่เป็นค่าเฉลี่ยที่ไม่ขึ้นกับเวลา กับส่วนที่แทนผลของการสั่นที่ขึ้นอยู่กับเวลา
2. ใช้หลักการเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง (time-averaging) ทำให้ส่วนที่แทนผลของการสั่นนั้นมียุทธศาสตร์ค่าเป็นศูนย์ ซึ่งทำให้เกิดเทอมใหม่เพิ่มขึ้นมาในสมการอนุพันธ์โมเมนตัมซึ่งถูกเรียกว่า Reynolds stress
3. แต่เนื่องจากในเทอมของ Reynolds stress มีตัวแปรที่ไม่สามารถหาค่าได้มากกว่าจำนวนสมการที่มีอยู่ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องอาศัยแบบจำลองความปั่นป่วน (turbulence model) มาช่วยในการคำนวณ

1.5 ขอบเขตการวิจัย

1. สร้างแบบจำลองในการทำนายลักษณะการไหลแบบปั่นป่วน และการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครีบ การประยุกต์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขด้วยวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม (finite volume method)
2. สมการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้เป็นแบบจำลองความปั่นป่วน (turbulence models) ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ คือ two equation $k - \epsilon$ turbulence model
3. ทำการศึกษาผลของ numerical differencing schemes ทั้งหมด 3 วิธี คือ upwind, hybrid และ QUICK schemes
4. ศึกษา computational domain โดยใช้เงื่อนไขแบบสมมาตร (symmetry) และแบบไม่สมมาตร (asymmetry) ตามแนวแกน

1.6 ขั้นตอนการศึกษา

1. ทำการศึกษาทฤษฎีเกี่ยวกับพฤติกรรมและลักษณะการไหลแบบปั่นป่วน, การถ่ายเทความร้อน รวมถึง แบบจำลองความปั่นป่วน
2. ศึกษาวิธีการแก้ปัญหาเชิงตัวเลข โดยการประยุกต์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม
3. รวบรวมเอกสารที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย รวมถึงโปรแกรมที่จะนำมาประยุกต์ใช้
4. ศึกษาโครงสร้างของโปรแกรม, เลือกปัญหาที่จะนำมาสร้างแบบจำลอง พร้อมทั้งเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่จะนำมาประยุกต์ใช้กับแบบจำลองเพิ่มเติม
5. ทำการคำนวณและเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณกับข้อมูลที่ได้จากการทดลอง (experimental) ที่อ้างอิงไว้

1.7 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. สามารถทำนายพฤติกรรมการไหลแบบปั่นป่วนที่เกิดขึ้นจริงได้อย่างถูกต้อง เพียงพอที่จะนำผลที่ได้จากการวิจัย ไปใช้ประโยชน์ในกระบวนการออกแบบต่อไป
2. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อนในช่องขนาน
3. เป็นโปรแกรมพื้นฐานในการพัฒนาต่อไปสู่งานทางด้าน การไหล, การถ่ายเทความร้อนภายในท่อ เกี่ยวกับงานอุตสาหกรรม

บทที่ 2

วรรณกรรมปริทรรศน์

2.1 บทนำ

การศึกษาปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครีบนี เป็นปัญหาที่ได้รับความสนใจอย่างต่อเนื่อง ซึ่งได้มีการศึกษาโดยวิธีการทดลองจริงและการจำลองการไหลโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อศึกษาพฤติกรรมของการไหลที่เกิดขึ้นจริงได้อย่างถูกต้องจากประโยชน์ที่ได้รับสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับงานทางวิศวกรรมด้านต่างๆ เช่น การออกแบบช่องระบายความร้อนของใบพัดแก๊สเทอร์ไบต์, การออกแบบการถ่ายเทความร้อนของวงจรรีเล็กทรอนิกส์ภายในคอมพิวเตอร์ และอื่นๆ อีกมากมาย ซึ่งจากการค้นคว้า ได้รวบรวมผลงานวิจัยจากนักวิจัยหลายๆ ท่านที่ศึกษาปัญหานี้ในหลายประเทศทั่วโลก สามารถแบ่งแยกออกเป็นกลุ่มๆ ดังจะได้กล่าวต่อไป ดังนี้คือ

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

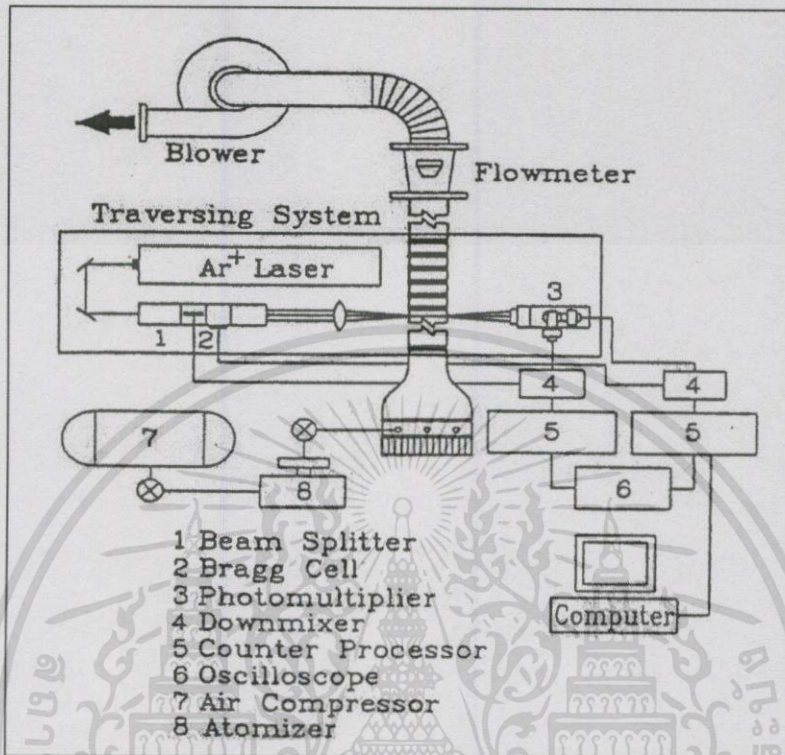
2.2.1 กลุ่มงานวิจัยของ Liou et al. (1988)

งานวิจัยของ Liou และคณะ ได้ทำการศึกษาและสร้างชุดทดลองขึ้น ณ LDV-Combustion Laboratory ที่ National Tsing Hua University โดยทำการทดลองด้วยวิธี Laser Doppler Velocimetry (LDV) สำหรับวัดค่าความเร็วของอากาศภายในท่อ ดังรูปที่ 2.1

Liou and Kao (1988) ได้ทำการศึกษาเชิงทดลองร่วมกับการจำลองการไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนานที่มีครีบบนผนังทั้งสองด้านจำนวน 1 ตำแหน่ง โดยใช้โปรแกรม TEACH-2EF code เพื่อหาค่าความเร็วตามแนวแกน และปริมาณความปั่นป่วน โดยการทดลองยังได้ศึกษาผลจากการเปลี่ยนแปลงค่า Reynolds number, ความสูงของครีบบน, ความกว้างของครีบบน และผลของ boundary layer thickness ซึ่งผลจากการเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรต่างๆ มีอิทธิพลต่อพฤติกรรมของไหลที่เกิดขึ้น โดยผลจากการทดลองกับการจำลองการไหล ปรากฏว่ามีความถูกต้องและสอดคล้องกันดี

Liou et al. (1990) ผลจากการศึกษาในปี 1988 คณะผู้วิจัยได้เพิ่มเติมกรณีศึกษาการไหลในช่องขนานที่มีครีบบนผนังทั้งสองด้าน จำนวน 2 ตำแหน่ง เพื่อทำนายผลการไหลเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่า pitch ratio ด้วยวิธีการทดลอง และการจำลองการไหลโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ร่วมกับแบบจำลองความปั่นป่วน $k-\epsilon$ turbulence models จากการคำนวณนั้นสามารถทำนายผลการไหลที่เกิดขึ้นได้ชัดเจนมากขึ้น ผลของการเกิด recirculation ที่แตกต่างกันเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าตัวแปรดังกล่าว แต่เกิดความผิดพลาดในการคำนวณบ้างในบางตำแหน่ง เช่น เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บริเวณการไหลผ่านระหว่างครีบทึ่ทั้งสอง เนื่องจากเป็นช่วงที่เกิดกระแสการไหลแบบปั่นป่วนสูง ซึ่งผลที่เกิดขึ้นนี้ สาเหตุหนึ่งเป็นเพราะความสามารถของแบบจำลองความปั่นป่วนนั่นเอง



รูปที่ 2.1 ชุดทดลองของ Liou *et. al.* (1988)

Liou *et. al.* (1993) จากการทดลองในปี 1993 ได้เพิ่มเติมจากการศึกษาในปี 1990 ทำการวัดค่าความเร็วเฉลี่ย, ปริมาณความปั่นป่วนและการกระจายของอุณหภูมิสำหรับการไหลแบบ periodic ในช่องขนานผ่านครีบ ร่วมกับการจำลองการไหลโดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วน 2 ชนิดคือ $k - \epsilon$ model และ $k - \epsilon - A$ model ในการศึกษาครั้งนี้ยังทำนายผล secondary flow ที่เกิดขึ้น

ในปีต่อมา Liou and Hwang (1994) ทำการทดลองเพื่อศึกษาการไหลและการถ่ายเทความร้อนภายในช่องขนานที่มีครีบซึ่งได้เจาะรูพูนไว้บริเวณครีบ การศึกษากระทำโดยเพิ่มพื้นที่ในการถ่ายเทความร้อน และใช้ Laser holographic interferometry (LHI) สำหรับการวัดอัตราการถ่ายเทความร้อน และ Hwang (1998) ได้ทำการศึกษาเพิ่มเติมโดยเจาะช่องการไหล (slot) ภายในครีบ ซึ่งพบว่าผลดังกล่าวช่วยในการเพิ่มประสิทธิภาพในการถ่ายเทความร้อน

Liou and Wang (1995) ได้เพิ่มกรณีการศึกษาโดยการไหลแบบ periodic เพื่อทำนายการถ่ายเทความร้อนโดยใช้ LHI ซึ่ง thermocouple ที่เลือกนำมาใช้เป็นแบบ T type และในงานวิจัยนี้ยังได้เคลื่อนตำแหน่งการวางครีบห่างจากผนังเพิ่มขึ้นในปีเดียวกัน Liou *et. al.* (1995) เป็นการศึกษาเพิ่มเติม โดยในการทดลองครั้งนี้ ได้ศึกษาผลของการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนช่องว่างระหว่างครีบบ

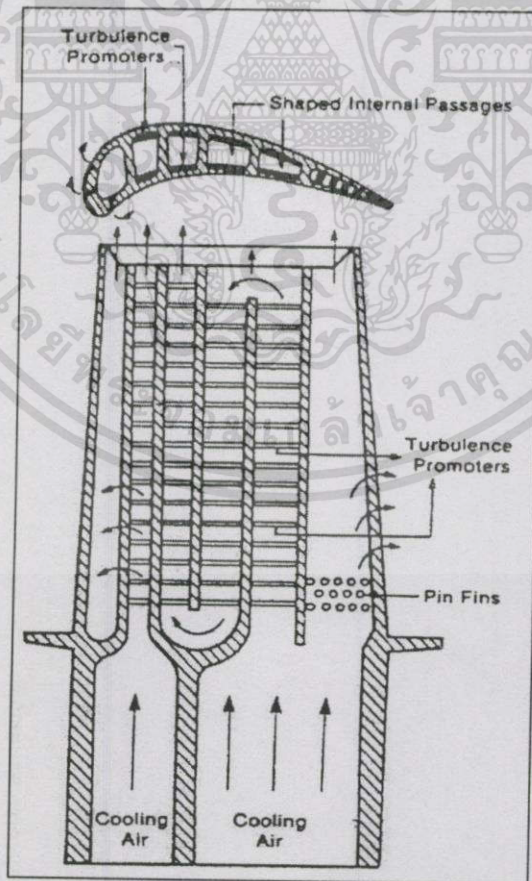
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผนัง (clearance ratio), Reynolds number , อัตราการถ่ายเทความร้อน และ ค่า friction factor ในช่องขนานที่มีครีบริบ พิจารณาการวางครีบริบเพียงด้านเดียว โดยการไหลที่นำมาใช้เป็นแบบ periodic เช่นเดิม

Liou *et. al.* (1997) ทำการทดลอง โดยศึกษาผลของความเร็วเฉลี่ย, ปริมาณความปั่นป่วน และ ค่า Reynolds stress ซึ่งเป็นการไหลแบบ periodic ในช่องขนานผ่านหมู่ครีบริบที่วางในแนวกึ่งกลางของช่องขนาน โดยมีอัตราส่วนความกว้างต่อความสูงของครีบริบเท่ากับ 2 ที่ Reynolds number เท่ากับ 20,000 ในปีต่อมา Liou and Chen (1998) ได้เพิ่มการจำลองการไหลโดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วน $k-\epsilon$ model ในการทำนายการไหล ผลจากการทำนายผลทำให้ความสอดคล้องกันดีกับการทดลอง

2.2.2 กลุ่มงานวิจัยของ Han *et. al.* (1984)

งานวิจัยของ Han และคณะ ได้ทำการศึกษาการออกแบบช่องระบายความร้อนของใบพัดแก๊สเทอร์ไบน์ ทำการศึกษาต่อเนื่องมาจนปัจจุบัน ซึ่งผลงานวิจัยดังกล่าวได้ทุนวิจัยจาก NASA โดยได้แยกกรณีการศึกษาต่างๆ ดังต่อไปนี้



รูปที่ 2.2 ลักษณะ turbine blade ของเครื่องยนต์กังหันก๊าซ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Han (1984) ทำการศึกษาเชิงทดลองวัดความเร็วเฉลี่ยการไหลของอากาศภายในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส(square duct) ซึ่งมีการวางครีบบีบติดกับผนัง 3 ลักษณะดังนี้คือ ก). เป็นท่อราบเรียบ (smooth duct) ข). มีครีบบีบติดอยู่กับผนังทั้ง 4 ด้าน (four-sided duct) และ ค). มีครีบบีบติดกับผนัง 2 ด้าน (two opposite ribbed duct) โดยศึกษาผลของการเปลี่ยนค่า ความสูงของครีบต่อขนาดของท่อเท่ากับ 0.021, 0.042 และ 0.063 รวมทั้งระยะพิชต์ต่อความสูงของครีบเท่ากับ 10, 20 และ 40 ตามลำดับ ที่ส่งผลต่อค่า friction factor และค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน รวมทั้งค่าความดันสถิตย์ที่ผนัง (wall static pressure) ซึ่งมีการเปลี่ยนค่า Reynolds number ในช่วง 7,000 ถึง 90,000 ที่ค่าองศาการวางครีบที่มุม 90 องศา ผลจากการทดลองสังเกตพบว่ารูปร่างลักษณะในการวางครีบบีบมีอิทธิพลต่อการไหลที่เปลี่ยนแปลงไปซึ่งผลที่ได้เปรียบเทียบกับสมการที่ได้จากทฤษฎี ปรากฏว่าให้ผลสอดคล้องกันดี ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้นำไปสู่การออกแบบการหล่อเป็นภายใน turbine blade ต่อไป

Han et. al. (1985) ผลจากการศึกษาในปี 1984 ของคณะผู้วิจัยที่ได้ทำมาอย่างต่อเนื่อง ส่วนในงานนี้ได้ศึกษา ผลจากการปรับมุมการวางครีบที่วางในแนวขวางภายในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส(square duct) ซึ่งแยกออกเป็น มุม 90, 60, 45 และ 30 องศา ตามลำดับ

Han and Park (1988) ผลจากการปรับมุมการวางครีบ และอัตราส่วนความสูงต่อขนาดท่อ เพื่อศึกษาผลกระทบต่อค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนภายในท่อสี่เหลี่ยมผืนผ้า (rectangular duct) และยังศึกษาผลจากการปรับค่า Reynolds number ในช่วง 10,000 ถึง 60,000 เมื่อเปลี่ยนค่าองศาการวางครีบที่มุม 90, 60, 45 และ 30 องศา ตามลำดับ

Han (1988) ในปีเดียวกัน คณะผู้วิจัยได้เพิ่มกรณีศึกษา โดยในงานนี้ได้ศึกษาผลของการเปลี่ยนขนาดของท่อ ที่มีผลต่อค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน ในท่อสี่เหลี่ยมหลายขนาด ที่มีครีบบีบติดไว้ที่ผนังทั้งสองข้าง โดยทำการศึกษาในช่วง Reynolds number เท่ากับ 10,000 ถึง 60,000 อัตราส่วนของความกว้างต่อความสูงของท่อการไหลเท่ากับ $1/4$, $1/2$, 1, 2 และ 4 ท่อทดสอบที่ใช้ได้ให้ความร้อนผ่าน stainless steel foil บางๆ ที่บีบติดกับผนังและครีบตลอดท่อทดสอบ

Han et. al. (1988) ทำการทดลองโดยศึกษาผลของ mass transfer โดยปรับมุมของตำแหน่งครีบเท่ากับ 180° ในแนวขวาง โดยใช้ naphthalene sublimation technique โดยทำการศึกษาผลจากการปรับความสูงของครีบต่อ hydraulic diameter เท่ากับ 0.063 และ 0.094, ระยะพิชต์ต่อความสูงของครีบเท่ากับ 10 และ 20 ในช่วง Reynolds number เท่ากับ 15000, 30000 และ 60000 ตามลำดับ

Han (1991) ผลของมุมการวางครีบที่วางในแนวขวางภายในท่อสี่เหลี่ยมผืนผ้า (rectangular duct) ในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาการปรับมุมของครีบเป็น 9 ลักษณะ ดังนี้ คือ 1). 90° rib 2). 60° parallel rib 3). 60° crossed rib 4). 60° \vee -shaped ribs 5). 60° \wedge -shaped ribs 6). 45° parallel rib 7). 45° crossed rib 8). 45° \vee -shaped ribs 9). 45° \wedge -shaped ribs

2.2.3 กลุ่มงานวิจัยอื่นๆ

Durst and Rastogi (1980) ทำการวัดค่าความเร็วเฉลี่ย, ปริมาณความปั่นป่วน และ การกระจายของอุณหภูมิสำหรับการไหลของน้ำในช่องขนานผ่านครีบซึ่งวางอยู่ติดกับผนังด้านหนึ่งจำนวน 1 ตำแหน่ง โดยทำการทดลองด้วยวิธี LDV measurement ร่วมกับการจำลองการไหลโดย $k-\epsilon$ model ต่อมาในปี 1988 Durst และคณะ ทำการศึกษาเพิ่มเติมโดยเปลี่ยนของไหลเป็นอากาศและเปลี่ยนค่า Reynolds number และค่า blockage ratio เปรียบเทียบผลการทำนายจากการใช้รูปแบบผลต่างอนุพันธ์อันดับหนึ่ง (hybrid) กับผลต่างอนุพันธ์อันดับสอง (QUICK) ผลจากการคำนวณแสดงให้เห็นว่า hybrid ทำนายได้ดีกว่า ในขณะที่ QUICK ให้ผลการทำนายเกินเลยไป (over-predict) โดยเฉพาะในตำแหน่งการไหลผ่านครีบ

Acharya *et. al.* (1998) ได้ทำการทดลองร่วมกับการจำลองการไหลสำหรับปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครีบ จำนวน 1 ตำแหน่งวางอยู่ติดกับผนังด้านล่าง ภายใต้เงื่อนไขที่ผนังแบบ uniform heat flux โดยพิจารณาตั้งแต่ตำแหน่งการไหลผ่านครีบไป ซึ่งใช้แบบจำลองความปั่นป่วนทั้งหมด 3 ชนิดดังนี้คือ standard $k-\epsilon$ model, nonlinear $k-\epsilon$ model และ algebraic stress model (ASM) รวมทั้งศึกษาผลของ wall functions ที่เลือกนำมาใช้ทั้งหมด 3 แบบ คือ WF I, WF II และ WF III ซึ่งเป็นของ Launder and Spalding, Chieng and Launder และ Johnson and Launder ตามลำดับ ผลจากการวัดความเร็วโดย LDV รวมทั้งศึกษาผลจากการเปลี่ยนแปลงค่าการกระจายอุณหภูมิ และค่า Nusselt number โดยผลของ wall functions ของ WF I และ WF II ให้ผลการทำนายค่า Nusselt number ต่ำเกินไป (underpredicted) และทำนายการกระจายอุณหภูมิสูงเกินไป (overpredicted) นอกจากนี้ยังพบว่าการทำนายโดยใช้ ASM มีสมรรถนะในการทำนายการไหลและการถ่ายเทความร้อนได้ดีที่สุด โดยเฉพาะที่ high Reynolds number

Jubran and Al-Salaymeh (1998) ทำการทดลองโดยการฉีดของไหลทำมุมเอียง (secondary air injection) ที่ค่า θ เท่ากับ 45, 60 และ 90 องศา บริเวณผนังด้านล่างเข้าสู่ช่องขนานผ่านครีบที่วางอยู่ในแนวเดียวกันจำนวน 5 แถว ซึ่งจำลองการไหลผ่านวงจรรีโอดิเล็คทอนิก โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อเพิ่มกระแสการไหลปั่นป่วนในการระบายความร้อนออกจากครีบ โดยใช้ Reynolds number เท่ากับ 8,000 ถึง 20,000 ศึกษาสมรรถนะของการระบายความร้อน, สนามความเร็วในการฉีดของไหลที่ฉีดทำมุมเอียงกับผนังด้านล่าง และ pressure drop พบว่า secondary air ที่ฉีดเข้าสู่ช่องขนานทำมุมเอียง 45 องศา กับผนังด้านล่างเพิ่มประสิทธิภาพการถ่ายเทความร้อนสูงสุด 54 เปอร์เซ็นต์ในตำแหน่ง downstream

Martinuzzi and Havel. (2000) ศึกษาสนามการไหลโดยใช้ Hot-Wire Anemometer (HWA) ตรวจวัดการไหลของ fluctuating velocity สำหรับการไหลแบบ periodic ผ่านครีบ ซึ่งวางอยู่ในแนวเดียวกันจำนวน 2 ตำแหน่งและใช้ Laser Doppler Velocimetry (LDV) ตรวจวัด mean velocity ทั้ง 3 แนวแกนที่ Reynolds number เท่ากับ 22,000 โดยทำการทดลองเพื่อศึกษาผลของ laminar

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

boundary layer จากผนังซึ่งอาศัย Flow Visualization วัดตำแหน่ง reattachment และ zero surface shear ด้วย oil-film visualization technique จากการเปลี่ยนค่าระยะพิชต์ และใช้ smoke-wire techniques ตรวจจับพฤติกรรมการไหลปะทะครีบ พบว่าผลลัพท์ซึ่งวัดค่าความเร็วเฉลี่ยที่ได้จาก measurements และ visualization experiments ที่ใช้ร่วมกันนั้น ให้ผลที่ไม่ต่างกัน



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

3.1 บทนำ

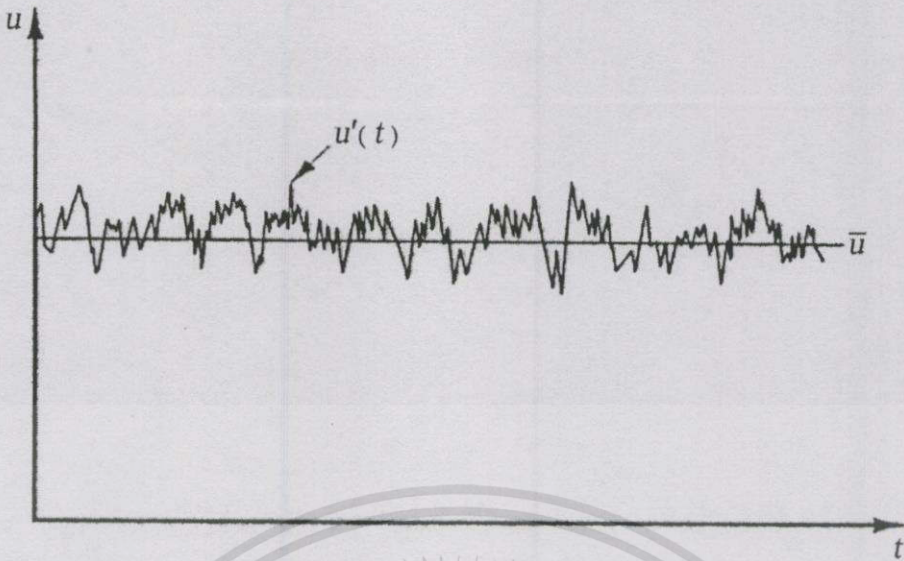
แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นแบบจำลองที่กล่าวถึงสมการพื้นฐานซึ่งอยู่ในรูปพีชคณิต โดยพิจารณาของไหลเป็นปริมาตรเล็กๆ หรือเรียกว่า “ การวิเคราะห์เชิงปริมาตรควบคุม (control volume analysis) ” กล่าวคือ เป็นการศึกษาการเคลื่อนที่ของของไหลหนึ่งๆ โดยพัฒนาสมการพื้นฐานอยู่ในรูปอินทิกรัล เนื่องจากของไหลนั้น สามารถเปลี่ยนแปลงรูปร่างอย่างต่อเนื่องตลอดเวลา จึงยากต่อการกำหนดและติดตามมวลของไหลอันเดียวกันนั้นได้ตลอดเวลา ในการวิเคราะห์จึงคิดถึงการเปลี่ยนแปลงของมวล (mass flux) ที่เข้าไปและออกจากปริมาตรควบคุม (control volume) ซึ่งในบทนี้ได้กล่าวถึงแบบจำลองต่างๆ ที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

3.2 แบบจำลองกลศาสตร์ของไหล

3.2.1 การไหลของอากาศพลศาสตร์

เนื่องจากการไหลโดยทั่วไปในธรรมชาติมีพฤติกรรมการไหลแบบปั่นป่วน (turbulent flow) จะมีลักษณะขึ้นกับทิศทาง (non-isotropic) และการไหลจะมีการสั่นอยู่ตลอดเวลา ฉะนั้นในการวิเคราะห์ปัญหา จึงต้องเริ่มด้วยการทำการเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง (time average) เพื่อตัดผลของการสั่นซึ่งค่าที่ได้จะอยู่ในรูปของค่าเฉลี่ย แต่ผลจากการทำการเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง (time average) นั้นทำให้เกิดเทอมใหม่เพิ่มขึ้นในสมการอนุกรมน์โมเมนต์ซึ่งถูกเรียกว่า Reynolds stress ซึ่งเป็นเทอมที่แบ่งแยกการไหลระหว่าง การไหลแบบราบเรียบ (laminar flow) และการไหลแบบปั่นป่วน (turbulent flow) แต่เนื่องจากในเทอมของ Reynolds stress มีตัวแปรที่ไม่สามารถหาค่าได้มากกว่าจำนวนสมการที่มีอยู่ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องอาศัยแบบจำลองความปั่นป่วน (turbulence model) มาช่วยในการคำนวณซึ่งจะได้กล่าวไว้ในภายหลัง

โดยปรกติแล้วในการไหลแบบปั่นป่วนนั้น มีผลทำให้คุณสมบัติต่างๆ สั่นแบบไม่แน่นอนและขึ้นกับเวลา (unsteady) ดังแสดงในรูปที่ 3.1 ทำให้ยากต่อการหาคำตอบ ฉะนั้นจึงคิดว่าคุณสมบัติต่างๆ ที่สนใจนั้นสามารถแบ่งออกเป็น 2 ส่วน (Reynolds decomposition) คือส่วนที่เป็นค่าเฉลี่ยที่ไม่ขึ้นกับเวลา \bar{u} กับส่วนที่แทนผลของการสั่นที่ขึ้นกับเวลา u' ซึ่งทั่วไปแล้วในการคำนวณทำได้โดยแบ่งคุณสมบัติทั้งหมดที่สนใจออกเป็นค่าเฉลี่ย ($\bar{u}, \bar{v}, \bar{p}, \bar{T}, etc$) และส่วนที่แทนผลของการสั่น (u', v', p', T', etc)



รูปที่ 3.1 ลักษณะของความเร็วในการไหลแบบปั่นป่วน

ในวิชานี้ได้ทำการจำลองการไหลแบบปั่นป่วนภายใต้สมมติฐานที่ว่า การไหลเป็นแบบอัดตัวไม่ได้, มีความหนืด และเป็นการไหลแบบคงที่ ซึ่งจากสมมติฐานทั้งหมดมีสมการที่เกี่ยวข้อง คือ สมการอนุรักษ์มวล (continuity equation) และสมการอนุรักษ์โมเมนตัม (momentum equation) ที่เขียนในรูป tensor เป็น

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.1)$$

$$\rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (3.2)$$

เมื่อ σ_{ij} เป็น deviatoric part ของ viscous stress tensor และหาได้จากความสัมพันธ์ของของไหลแบบ newtonian ซึ่งมีค่าเป็น

$$\sigma_{ij} = 2\mu S_{ij} \quad (3.2 ก)$$

โดยที่ ρ เป็นค่าความหนาแน่น, u_i เป็นความเร็วของของไหล, p เป็นค่าความดัน, μ เป็นค่าความหนืด และ $S_{ij} = \frac{1}{2}(\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i)$ เป็นค่า strain rate tensor

จาก Reynolds decomposition ทุกค่าตัวแปรในการไหลสามารถแบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือส่วนที่เป็นค่าเฉลี่ยและส่วนที่แทนผลของการสั่น

$$f = \bar{f} + f' \quad (3.3)$$

จากนั้นทำการเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง (time-averaging) เป็น

$$\overline{f(x)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} f(x, t) dt \quad (3.3ก)$$

เมื่อ f คือฟังก์ชันของ (u, v, p, T, etc) ซึ่งเมื่อทำการเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง (time-averaging) ส่วนที่แทนผลของการสั่นนั้นมีค่าเป็นศูนย์ ($\overline{f'} = 0$) และการเฉลี่ยเชิงเวลาของผลคูณสองตัวแปรจะมีค่าเป็น $\overline{fg} = \overline{f} \overline{g} + \overline{f'g'}$

3.2.2 สมการการไหลแบบปั่นป่วน

หากทำการเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง (time-averaging) กับสมการอนุรักษ์มวล (continuity equation) และสมการการอนุรักษ์โมเมนตัม (momentum equation) สำหรับของไหลที่มีคุณสมบัติคงตัวได้เป็นดังสมการ

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.4)$$

$$\bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \quad (3.5)$$

สมการ (3.4) และ (3.5) เรียกว่า สมการ Reynolds-Averaged Navier-Stokes equation (RANS) ซึ่งสมการที่ (3.5) นี้มีรูปสมการเหมือนกับในสมการ (3.2) ยกเว้นเพียงเทอม second-moment หรือ correlation tensor ($\tau_{ij} \equiv \overline{u'_i u'_j}$) ที่เพิ่มขึ้นมา ซึ่งเป็นเทอมที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากการไหลเป็นแบบปั่นป่วนและสมการนี้ไม่สามารถหาค่าได้เนื่องจากจำนวนของตัวแปรมากกว่าสมการ

3.3 แบบจำลองความปั่นป่วน

ประวัติของ turbulence model นั้นสามารถหารายละเอียดได้ใน Wilcox (1993) และ Launder *et. al.* (1975) turbulence model ที่ถูกใช้ในการจำลองการไหลแบบปั่นป่วนประกอบด้วย

- the standard $k - \epsilon$ model, a modified $k - \epsilon$ model (Sloan *et. al.*, 1986), a non-linear $k - \epsilon$ model (Speziale, 1987), the $k - \omega$ model (Wilcox, 1993)

- the different Reynolds stress transport equation model (Launder *et. al.*; 1975 and Wilcox, 1993)

ในวิทยานิพนธ์นี้ใช้ standard $k-\varepsilon$ model โดยได้กล่าวถึง turbulence model อย่างสรุป ซึ่งสำหรับรายละเอียดของ turbulence model สามารถหาได้จากในบรรณานุกรม (Sloan *et. al.*, 1986; Gatski, 1996 and Wilcox, 1993)

3.3.1 Reynolds Stress Model (RSM)

วิธีที่ใช้ในการหาค่า τ_{ij} คือ การสร้างสมการเพื่อหาค่าของ τ_{ij} โดยตรง ซึ่งจุดเริ่มต้นในการสร้าง second moment หรือ Reynolds stress transport equation คือ fluctuating momentum equation ซึ่งหาได้จากการนำสมการ (3.2) ที่ทำ Reynolds decomposition (3.3) ลบกับสมการ (3.5) แล้วได้ fluctuating momentum equation ของ u'_i

$$\mathcal{N}u'_i = \bar{u}_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + u'_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma'_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (3.6)$$

และทำ second moment (Speziale, 1991; Wilcox, 1993)

$$\overline{u'_i \mathcal{N}u'_j} + \overline{u'_j \mathcal{N}u'_i} = 0 \quad (3.7)$$

จะได้ transport equation เป็น

$$\bar{u}_k \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_k} = \bar{P}_{ij} + \bar{\Pi}_{ij} + \frac{\partial \bar{D}'_{ijk}}{\partial x_k} - \varepsilon_{ij} + \nu \frac{\partial^2 \tau_{ij}}{\partial x_k \partial x_k} \quad (3.8)$$

โดยที่เทอมด้านขวามือของสมการ (3.8) แทนอัตราการเปลี่ยนแปลงของ τ_{ij} ซึ่งประกอบด้วยเทอม turbulent production \bar{P}_{ij} , เทอม pressure-strain rate correlation $\bar{\Pi}_{ij}$, เทอม turbulent diffusion \bar{D}'_{ijk} , เทอม turbulent dissipation rate ε_{ij} และเทอม molecular diffusion ตามลำดับ ซึ่งเทอมเหล่านี้มีค่าเป็น

$$\bar{P}_{ij} = -\tau_{ik} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} - \tau_{jk} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \quad (3.8 ก)$$

$$\Pi_{ij} = \overline{p' \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)} \quad (3.8 \text{ ข})$$

$$\overline{D'_{ijk}} = - \left[\overline{u'_i u'_j u'_k} + \frac{p'}{\rho} (u'_i \delta_{jk} + u'_j \delta_{ik}) \right] \quad (3.8 \text{ ค})$$

$$\varepsilon_{ij} = 2\nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}} \quad (3.8 \text{ ง})$$

สมการเหล่านี้แทนส่วนประกอบ tensor ที่เป็นอิสระต่อกันใน 6 ทิศทาง ซึ่งอยู่ใน Reynolds stress transport equation และพบว่า Π_{ij} , $\overline{D'_{ijk}}$ และ ε_{ij} ไม่สามารถหาค่าได้โดยตรง จำเป็นต้อง model เทอมเหล่านี้

3.3.2 The Standard $k - \varepsilon$ Model

Two-equation turbulence model ที่ได้รับความนิยมใช้มากที่สุด คือ $k - \varepsilon$ model ซึ่งถูกคิดขึ้นโดย Chou and Davidov (1961) และ Harlow and Nakayama (1968) แต่ที่ได้รับความนิยมกลับเป็นของ Jones and Launder (1972) ซึ่งถูกเรียกว่าเป็น standard $k - \varepsilon$ model

3.3.2.1 Boussinesq Approximation

โดยปรกติแล้วใน $k - \varepsilon$ model นั้นใช้ Boussinesq approximation ในการหาค่าของ Reynolds stress ซึ่ง Boussinesq approximation กำหนด Reynolds stress เป็นความสัมพันธ์ระหว่าง turbulent stress และ mean strain rate tensor ($\overline{S'_{ij}}$) ดังต่อไปนี้ (Speziale, 1991; Gaski, 1996; Wilcox, 1993)

$$\tau_{ij} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - 2\nu_T \overline{S'_{ij}} \quad (3.9)$$

$$\text{เมื่อ } \overline{S'_{ij}} = \frac{1}{2} (\partial \overline{u}_i / \partial x_j + \partial \overline{u}_j / \partial x_i)$$

3.3.2.2 สมการ Turbulent Kinetic Energy (k)

Turbulent kinetic energy (k) คือ พลังงานจลน์ต่อหน่วยมวลของ turbulent fluctuation ซึ่งหาได้จาก

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (3.10)$$

จากสมการ (3.8) สามารถนำมาใช้หา transport equation ของ turbulent kinetic energy (k) ได้ โดยกำหนดให้ $i = j$ ในสมการ (3.8) จากนั้นคูณด้วย $1/2$ ทำให้สอดคล้องกับสมการ (3.10) ได้ (Gaski, 1996)

$$\bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \bar{P} + \frac{\partial \bar{D}'_j}{\partial x_j} - \varepsilon + \nu \frac{\partial^2 k}{\partial x_j \partial x_j} \quad (3.11)$$

เมื่อด้านขวามือของสมการ (3.11) แทนอัตราการเปลี่ยนแปลงที่ตำแหน่งใดๆของ k ซึ่งประกอบด้วยเทอม turbulent production term $\bar{P} \equiv \bar{P}_{ii}/2$, เทอม turbulent diffusion $\bar{D}'_j \equiv \bar{D}'_{ijk}/2$, เทอม isotropic turbulent dissipation rate $\varepsilon \equiv \varepsilon_{ij}/2$ และ เทอม viscous diffusion ตามลำดับ ซึ่งเทอมเหล่านี้มีค่าเป็น

$$\bar{P} = -\tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \quad (3.12 ก)$$

$$\bar{D}'_j = - \left[\frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i u'_j} + \frac{p' u'_i}{\rho} \delta_{ij} \right] \quad (3.12 ข)$$

$$\varepsilon = \nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \quad (3.12 ค)$$

โดยค่า \bar{D}'_j และ ε นั้นไม่สามารถหาค่าได้จำเป็นต้องใช้ model

3.3.2.1 Model ของ The Turbulent Diffusion Term บนสมการ k

จากสมการ (3.12 ข) the turbulent diffusion (\bar{D}'_j) ถูก model เป็น (Gaski, 1996)

$$\bar{D}'_j = \frac{\nu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (3.12 ง)$$

เมื่อ ν = laminar kinematic viscosity, $\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ = turbulent kinematic viscosity โดยที่

$$C_\mu = 0.09 \text{ และ } \sigma_k = 1.0$$

3.3.2.2 Model ของ The Isotropic Turbulent Dissipation Rate Term

บนสมการ k

ใน transport equation ของ turbulent kinetic energy นี้ เทอม the isotropic turbulent dissipation rate (ε) ถูกหาโดย transport equation ของ dissipation rate (ε) ซึ่งได้แสดงในหัวข้อถัดไป

3.3.3 สมการ Dissipation Rate (ε)

สมการ transport equation ของ dissipation rate (ε) นั้นสามารถหาได้จาก fluctuating momentum equation โดย (Speziale, 1991)

$$2v \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial (\overline{Su'_i})}{\partial x_j} = 0 \quad (3.13)$$

ได้เป็น

$$\overline{u'_i} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = \overline{P_\varepsilon} - \Phi_\varepsilon + \overline{D_\varepsilon} + v \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x_i \partial x_i} \quad (3.14)$$

เมื่อด้านขวามือของสมการ (3.14) แทนอัตราการเปลี่ยนแปลงของ ε โดยประกอบด้วย the production term $\overline{P_\varepsilon}$, destruction term Φ_ε , turbulent diffusion term $\overline{D_\varepsilon}$ และ viscous diffusion term ตามลำดับ ซึ่งเทอมเหล่านี้มีค่าเป็น

$$\begin{aligned} \overline{P_\varepsilon} = & -2v \frac{\partial u'_k}{\partial x_i} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_j} - 2v \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u'_j}}{\partial x_j} \\ & - 2v \frac{\partial u'_k}{\partial x_i} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} - 2v u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial^2 \overline{u'_i}}{\partial x_j \partial x_k} \end{aligned} \quad (3.15 ก)$$

$$\Phi_\varepsilon = 2v^2 \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_k} \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_j \partial x_k} \quad (3.15 ข)$$

$$\overline{D_\varepsilon} = -2v \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial p'}{\partial x_i} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) - v \frac{\partial}{\partial x_j} \left(u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \right) \quad (3.15 ค)$$

โดยเทอม $\overline{P_\varepsilon}$, Φ_ε และ $\overline{D_\varepsilon}$ นั้นไม่สามารถหาค่าได้โดยตรงจำเป็นต้องทำการ model

3.3.3. 1 Model ของเทอมต่างๆ บนสมการ ϵ

จากแนวคิดของ isotropic dissipation rate สามารถ model เทอมต่างๆได้เป็น (Speziale, 1991; Gaski, 1996)

$$\overline{P}_\epsilon = -C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} \tag{3.15 ง}$$

$$\Phi_\epsilon = C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \tag{3.15 จ}$$

$$\overline{D}_\epsilon = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{v_T}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right) \tag{3.15 ฉ}$$

โดยที่ $C_{\epsilon 1} = 1.44, C_{\epsilon 2} = 1.92$ และ $\sigma_\epsilon = 1.3$

3.4 แบบจำลองการถ่ายเทความร้อน

สมการการถ่ายเทพลังงาน สามารถหาจากการเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง (time-averaging) เช่นเดียวกับสมการอนุพันธ์มวล และสมการการอนุรักษ์โมเมนตัม ที่เขียนอยู่ในรูป tensor

$$\overline{u}_j \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{u'_j \Phi'}}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{\sigma_\phi} \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right) \tag{3.16}$$

สมการ (3.16) เรียกว่า สมการการถ่ายเทของปริมาณสเกลาร์ โดยพิจารณาค่า $(\Phi = T)$ ซึ่งจากการเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง (time-averaging) จะมีเทอมของ scalar fluxes, $(\overline{u'_j \Phi'})$ เพิ่มขึ้นมา

ซึ่งเทอมที่เพิ่มขึ้นเป็นผลจากการไหลแบบปั่นป่วนอาจจะแสดงในรูปคล้ายกับกรณีของโมเมนตัมได้ดังนี้

$$-\overline{u'_j \Phi'} = \frac{\mu_t}{\sigma_{\phi,t}} \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \tag{3.17}$$

ซึ่ง σ_ϕ คือ Prandtl number ของการไหลแบบราบเรียบและ

$\sigma_{\phi,t}$ คือ Prandtl number ของการไหลแบบปั่นป่วน

3.5 สรุป

จากเนื้อหาทั้งหมดที่กล่าวไปแล้วในข้างต้นสามารถสรุปสมการที่จำเป็นต้องใช้ดังนี้

ตารางที่ 3.1 สรุปสมการของแบบจำลองต่างๆ

Name	Equation
Continuity Equation	$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0$
Momentum Equation	$\bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j}$
Turbulent Kinetic Energy Equation	$\bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \bar{P} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]$
Dissipation Rate Equation	$\bar{u}_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = -C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\nu + \frac{\nu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right]$
Scalar Transport Equation	$\bar{u}_j \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{u'_i \Phi'}}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu}{\sigma_\phi} \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right)$
Boussinesq Approximation	$\tau_{ij} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - 2\nu_T \bar{S}_{ij}$

เมื่อ $\bar{P} = -\tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$, $\nu_T = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$, $C_\mu = 0.09$, $\sigma_k = 1.0$, $C_{\varepsilon 1} = 1.44$,

$$C_{\varepsilon 2} = 1.92, \sigma_\varepsilon = 1.3, \bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

บทที่ 4

การประยุกต์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

โดยวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลข

4.1 บทนำ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวไปแล้วในบทที่ผ่านมาข้างต้น จะพบว่าสมการทั้งหมดจะอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ที่ผูกพันกันอยู่ และเป็นสมการไม่เชิงเส้น ซึ่งมีความซับซ้อนและไม่สามารถที่หาคำตอบได้โดยวิธีตรง ในบทนี้จะได้นำเสนอการแก้ปัญหาโดยวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลข (numerical method) ด้วยวิธีปริมาตรสืบเนื่อง (finite volume method) ซึ่งเป็นวิธีการหนึ่งที่ได้รับคามนิยมในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับของไหล รูปแบบทั่วไปโดยการประยุกต์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย แบ่งกริด (grid) แล้ว discretise ค่าสัมประสิทธิ์ในแต่ละสมการ ลงบนจุด (node) ภายในปริมาตรควบคุม (control volume) แบบ staggered grid ซึ่งถูกเสนอโดย Patankar (1980) รวมทั้งทำการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต (boundary condition) สำหรับแต่ละปัญหาในกรณีการศึกษาต่างๆ หลังจากนั้นใช้ SIMPLE algorithm ในการเคาค่าเริ่มต้นของความเร็วตามแนวแกนและความดันเพื่อหาผลลัพธ์แทนลงในสมการอนุรักษ์มวลและสมการอนุรักษ์โมเมนตัม แล้วจึงใช้วิธี TDMA แบบ line-by-line ในการแก้สมการซึ่งเป็นกระบวนการสุดท้ายในการหาคำตอบจนกว่าคำตอบจะลู่เข้า

4.2 การประยุกต์โดยวิธีปริมาตรสืบเนื่อง

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่ประกอบไปด้วยเทอม convection, diffusion และ source สำหรับการไหลในสองมิติได้ดังต่อไปนี้

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi)}_{C(\text{convection})} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_{\phi x} \frac{\partial \phi}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_{\phi y} \frac{\partial \phi}{\partial y}\right)}_{D(\text{diffusion})} = \underbrace{S_{\phi}}_{S(\text{source})} \quad (4.1)$$

โดยที่ ϕ เป็นตัวแปรที่พิจารณา, Γ_{ϕ} เป็นสัมประสิทธิ์ของการแลกเปลี่ยน และ S_{ϕ} เป็นเทอมของ source สำหรับรายละเอียดของค่าต่างๆ ได้แสดงในตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 ค่าสมการควบคุมสำหรับ $k-\varepsilon$ turbulence model

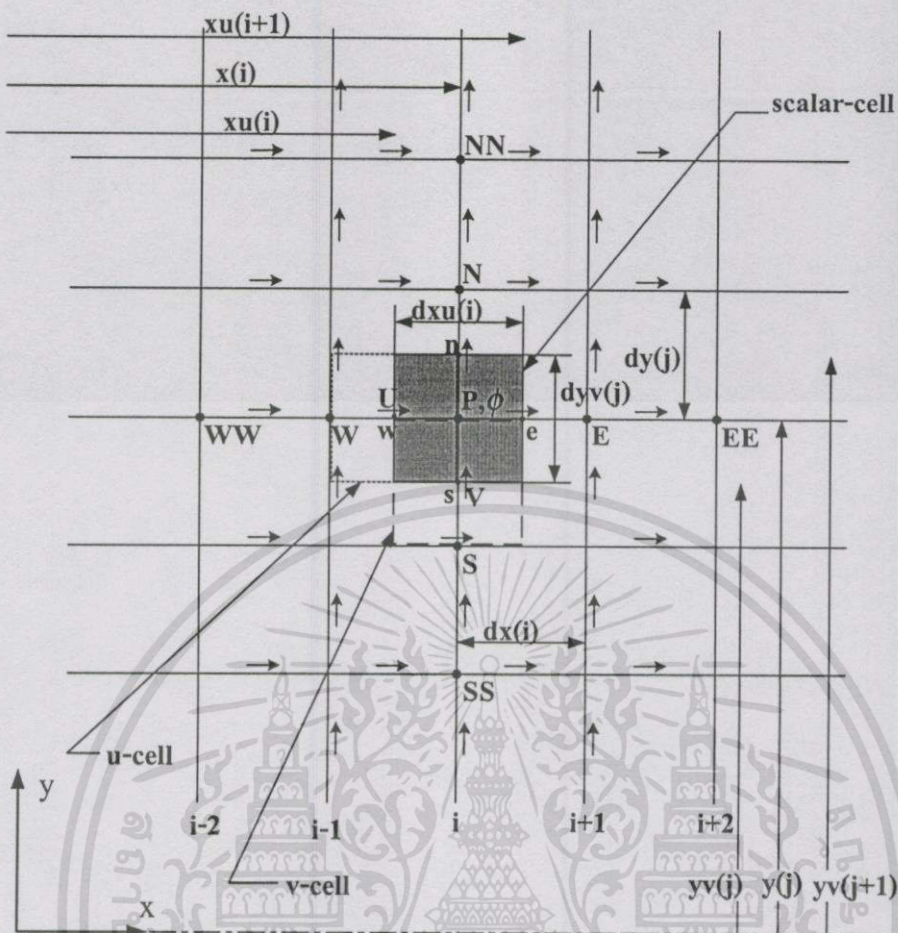
Conservation of	ϕ	$\Gamma_{\phi x}$	$\Gamma_{\phi y}$	S_ϕ
Mass	1	0	0	0
x-momentum	u	μ_e	μ_e	$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_e \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu_e \frac{\partial v}{\partial x} \right]$
y-momentum	v	μ_e	μ_e	$-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_e \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu_e \frac{\partial v}{\partial y} \right]$
Turbulent kinetic energy	k	μ_e / σ_k	μ_e / σ_k	$G - \rho \varepsilon$
TKE dissipation rate	ε	$\mu_e / \sigma_\varepsilon$	$\mu_e / \sigma_\varepsilon$	$(C_{\varepsilon 1} G) \frac{\varepsilon}{k} - (C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) \frac{\varepsilon}{k}$
Temperature	T	μ_e / σ_E	μ_e / σ_E	0

โดยที่ $\sigma_E = 1.0$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$, $C_{\varepsilon 1} = 1.44$, $C_{\varepsilon 2} = 1.92$, $\mu_e = \mu_t + \mu$

$$G = \mu_t \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right]$$

4.2.1 The staggered grid

การแบ่งกริดภายในปริมาตรควบคุมเป็นแบบ staggered grid ซึ่งแบ่งความเร็วออกมาคิดที่บริเวณระหว่างจุดต่อสเกลลาร์ ดังแสดงอยู่ในรูปที่ 4.1 โดยเริ่มจากการอินทิเกรตสมการเชิงอนุพันธ์ตลอดทั้งปริมาตรควบคุม แล้ว discretise ค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ ที่พิจารณา ลงบนจุดต่อ (node) ต่างๆ โดยสามารถแยกเทอมของความเร็วตามแนวแกนกับความดันได้เป็น u-cell, v-cell และ scalar cell เพื่อให้สอดคล้องกับ continuity equation ในการแก้ปัญหาการเกิด checker-board อันเป็นผลก่อให้เกิดความผิดพลาดในการคำนวณเชิงตัวเลข



รูปที่ 4.1 ลักษณะการวาง cell แบบ staggered grid

4.2.2 The convection term

Discretisation ของ convection term ทำได้โดยการอินทิเกรตตลอดทั้งปริมาตรควบคุมสำหรับตัวแปร ϕ ได้เป็น

$$C = C_e \phi_e - C_w \phi_w + C_n \phi_n - C_s \phi_s \quad (4.2)$$

โดยที่ convection flux คือ

$$C_e = \rho_e u_e A_e$$

$$C_w = \rho_w u_w A_w$$

$$C_n = \rho_n v_n A_n$$

$$C_s = \rho_s v_s A_s$$

โดย ϕ_e, ϕ_w, ϕ_n และ ϕ_s เป็นองค์ประกอบของค่า ϕ ที่ผนังของเซลล์ ซึ่งหาได้โดยวิธีการประมาณค่า จึงจำเป็นที่ต้องอาศัย schemes เข้ามาช่วยในการประมาณค่าที่บริเวณผิวของปริมาตรควบคุม

ซึ่งในที่นี้นำเสนออยู่ 3 schemes คือ upwind, hybrid และ QUICK schemes ซึ่งใช้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ในเทอมของ convection เพื่อแทนลงไปในการเชิงอนุพันธ์ข้างต้น

4.2.2.1 The upwind differencing scheme

โดยใช้การประมาณค่า ϕ ที่ตำแหน่งผิวของปริมาตรควบคุมใดๆ โดยใช้ค่าที่ตำแหน่ง upstream ที่อยู่ข้างเคียง โดยยกตัวอย่างเฉพาะที่ตำแหน่ง e เท่านั้นคือ

$$\phi_e = \begin{cases} \phi_P & \text{if } C_e > 0 \\ \phi_E & \text{if } C_e < 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

ที่ตำแหน่งอื่นๆจะทำในทำนองเดียวกัน

4.2.2.2 The hybrid differencing scheme

Scheme นี้ถูกนำเสนอโดย Spalding (1972) มีความแม่นยำที่อนุพันธ์อันดับหนึ่ง เป็นวิธีที่รวมข้อดีของ central และ upwind scheme มารวมไว้ด้วยกัน โดยใช้ค่า Peclet number (Pe) เป็นตัวกำหนดช่วงในการใช้ ขณะที่ Pe หาได้จากสัดส่วนของ convection flux ต่อ diffusion flux ของ ϕ ภายในปริมาตรควบคุม

$$Pe = \frac{C}{D} = \frac{\rho u_i}{\Gamma / dx_i} = \frac{\rho u_i dx_i}{\Gamma} \quad (4.4)$$

โดย dx_i เป็นระยะระหว่างจุดต่อที่ตำแหน่ง i กับ $i + 1$ และ Γ คือ diffusion coefficient ในที่นี้ ยกตัวอย่างสำหรับการประมาณค่าที่ตำแหน่ง ϕ_e ได้เป็น

$$\phi_e = \begin{cases} \phi_P & Pe > 2 \\ \frac{\phi_E + \phi_P}{2} & -2 \leq Pe \leq 2 \\ \phi_E & Pe < -2 \end{cases} \quad (4.5)$$

ส่วนที่ตำแหน่งอื่นๆ ก็ทำในทำนองเดียวกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2.2.3 The QUICK differencing scheme

QUICK scheme ถูกเสนอโดย Leonard (1979) เป็น scheme ที่ใช้การประมาณค่ารูปของสมการกำลังสอง ซึ่งจำเป็นต้องใช้ upstream 2 จุด และ downstream 1 จุด ในการประมาณค่าจุดประสงค์เพื่อเพิ่มความแม่นยำในการประมาณค่า convection term ซึ่งได้เพิ่มจุดในการพิจารณาอีก 4 จุด รอบตำแหน่งที่เราสนใจเป็น EE, WW, NN และ SS ดังในรูปที่ 4.1 สามารถประมาณค่าได้เป็น

$$\phi_e = \begin{cases} \phi_P + \frac{1}{4} \left(\frac{2x_1 + x_2}{x_1 + x_2} \phi_E - \frac{2x_1 - x_2}{x_1} \phi_P - \frac{x_2 x_2}{x_1(x_1 + x_2)} \phi_W \right) & \text{if } C_e > 0 \\ \phi_E + \frac{1}{4} \left(\frac{2x_3 + x_2}{x_3 + x_2} \phi_P - \frac{2x_3 - x_2}{x_3} \phi_E - \frac{x_2 x_2}{x_3(x_3 + x_2)} \phi_{EE} \right) & \text{if } C_e < 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

โดยที่ $x_1 = dx_{p-w}$, $x_2 = dx_{p-e}$ และ $x_3 = dx_{ee-e}$ เป็นระยะระหว่างจุด ส่วนที่ตำแหน่งอื่นๆ ก็ทำในทำนองเดียวกัน

4.2.3 The diffusion term

ในเทอม diffusion term ของตัวแปร ϕ ในปริมาตรควบคุมสามารถประมาณค่าได้จาก central differencing scheme โดย

$$D = -D_e(\phi_E - \phi_P) + D_w(\phi_P - \phi_W) - D_n(\phi_N - \phi_P) + D_s(\phi_P - \phi_S) \quad (4.7)$$

ที่ซึ่ง

$$D_e = \frac{\Gamma_P + \Gamma_E}{2} \frac{A_e}{dx_{p-e}}$$

$$D_w = \frac{\Gamma_P + \Gamma_W}{2} \frac{A_w}{dx_{p-w}}$$

$$D_n = \frac{\Gamma_P + \Gamma_N}{2} \frac{A_n}{dy_{p-n}}$$

$$D_s = \frac{\Gamma_P + \Gamma_S}{2} \frac{A_s}{dy_{p-s}}$$

และ dx, dy เป็นระยะระหว่างจุดโนด บนแกน x และ y ตามลำดับ

4.2.4 The source term

Source term เป็นเทอมที่เหลือจากการ discretised สมการ ในปริมาตรควบคุมซึ่งสามารถหาได้จาก

$$S = S_\phi V \tag{4.8}$$

โดยที่ V เป็นพื้นที่ภายในปริมาตรควบคุมและ S_ϕ สามารถแยกเป็น 2 ส่วนได้เป็น

$$S_\phi = S_C + S_P \phi_P \tag{4.9}$$

ที่ซึ่ง S_P มีค่าเป็นลบ

4.3 บทสรุปจาก discretised สมการควบคุม

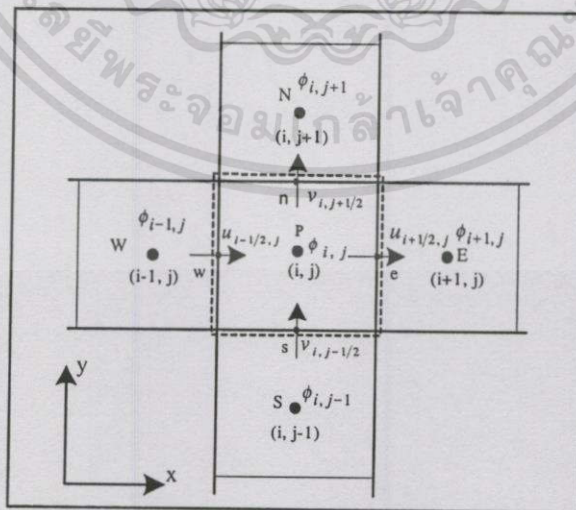
ผลจากการ discretised สมการเชิงอนุพันธ์ เมื่อพิจารณาภายในปริมาตรควบคุม ซึ่งสามารถแยกออกเป็น convection, diffusion และ source term ตลอดทั้งปริมาตรควบคุม รอบๆจุด P ดังในรูปที่ 4.2 จัดอยู่ในรูปพีชคณิต ดังนี้

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + S_C \tag{4.10 ก}$$

โดยที่

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \tag{4.10 ข}$$

และ a เป็นสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการรวมผล convection และ diffusion ที่ผิวของปริมาตรควบคุม



รูปที่ 4.2 ลักษณะของปริมาตรควบคุมสำหรับ scalar-cell

สัมประสิทธิ์ a ของ hybrid scheme จะได้เป็น

$$a_E = \max(|0.5C_e|, D_e) - 0.5C_e \quad (4.11 ก)$$

$$a_w = \max(|0.5C_w|, D_w) + 0.5C_w \quad (4.11 ข)$$

$$a_n = \max(|0.5C_n|, D_n) - 0.5C_n \quad (4.11 ค)$$

$$a_s = \max(|0.5C_s|, D_s) + 0.5C_s \quad (4.11 ง)$$

สัมประสิทธิ์ a ของ upwind scheme จะได้เป็น

$$a_E = \max(-C_e, 0) + D_e \quad (4.12 ก)$$

$$a_w = \max(C_w, 0) + D_w \quad (4.12 ข)$$

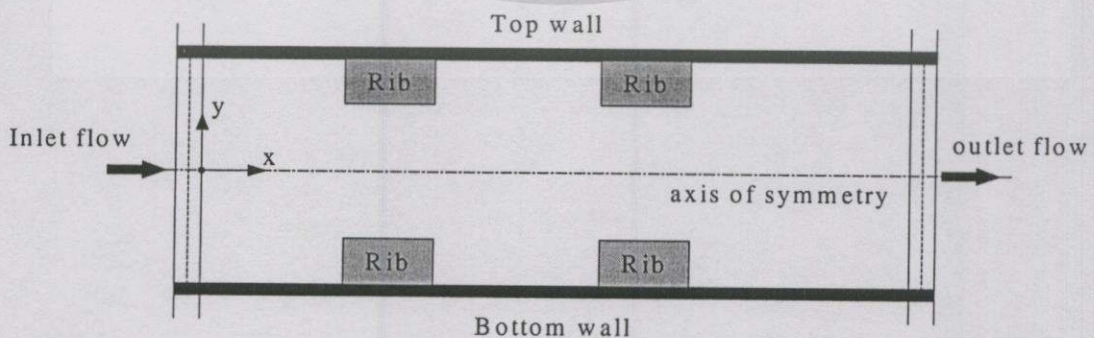
$$a_N = \max(-C_n, 0) + D_n \quad (4.12 ค)$$

$$a_s = \max(C_s, 0) + D_s \quad (4.12 ง)$$

สำหรับ QUICK scheme นั้น ค่าสัมประสิทธิ์ a จะเหมือนกับในเทอมของ upwind scheme แต่เทอมส่วนที่เหลือได้ถูกรวมไว้ใน source term

4.4 เงื่อนไขขอบเขต (Boundary Condition)

จากการประยุกต์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยวิธีปริมาตรสืบเนื่อง ที่ได้กล่าวไปแล้วในข้างต้น แต่รูปแบบการไหลสามารถกำหนดได้ด้วย boundary condition ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญสำหรับปัญหาที่ต่างไปโดยการประยุกต์รูปแบบของปัญหาที่คล้ายคลึงกันในกรณีการศึกษาต่างๆ ซึ่งจะประกอบด้วย inlet boundary condition, outlet boundary condition, symmetry and asymmetry conditions และ wall boundary conditions ดังในรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 ลักษณะโดเมนที่เงื่อนไขขอบเขต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4.1 Inlet Boundary Conditions

ในการศึกษานี้ ได้ใช้ข้อมูลจากผลการทดลอง ซึ่งสรุปไว้ในตารางที่ 4.2 ด้านล่างดังนี้ คือ

ตารางที่ 4.2 Inlet Boundary Conditions

Variable	Expression	Note
u	-	ข้อมูลจากผลการทดลอง
v	-	-
k	$\frac{1}{2}(U_{ref} T_i)^2$	T_i : turbulence intensity
ε	$C_\mu^{1/2} \frac{k^{3/2}}{l}$	$l = 0.03L$ $L = \text{characteristic length } (\frac{d}{2})$
T	-	ข้อมูลจากผลการทดลอง $T = \text{gas temperature at inlet, K}$

4.4.2 Outlet Boundary Conditions

เงื่อนไขที่ทางออกนั้น โดยปกติแล้วจะไม่ทราบค่า ซึ่งสำหรับตัวแปรทั่วไปได้ถูกกำหนดให้ว่า ไม่มีการเปลี่ยนแปลง (zero gradient) ยกเว้นแต่ค่า u ที่ทางออกเท่านั้นที่ถูกนำไปปรับค่าเพื่อให้สอดคล้องกับกฎสมมูลมวล

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{exit} = 0 \quad (4.13)$$

4.4.3 Symmetry and Asymmetry Conditions

สำหรับเงื่อนไขที่แกนสมมาตรในวิทยานิพนธ์นี้ได้ศึกษาเงื่อนไข computational domain ออกเป็น 2 ส่วน ดังนี้ คือ เงื่อนไขแบบสมมาตร (symmetry) และแบบไม่สมมาตร (asymmetry) ตามแนวแกน ซึ่งเนื่องจากในกรณีสมมาตร จะพิจารณา computational domain เพียงครึ่งเดียวเท่านั้น และตัวแปรต่างๆ ตัวได้ถูกกำหนดให้ไม่มีการเปลี่ยนแปลง (zero gradient) หรือกำหนดให้เป็นศูนย์ ในส่วนกรณีไม่สมมาตร คัด computational domain เต็มพื้นที่ของขนาดความกว้างของผนังแผ่นเรียบและในส่วนขอบผนังด้านล่าง ใช้หลักของ law of the wall ซึ่งเป็นขอบ boundary ด้านล่าง

4.4.4 Wall Boundary Conditions

เงื่อนไขขอบเขตของผนัง สามารถแบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนที่เป็นผนัง ค่าความเร็วในแนวแกน u และ v มีค่าเป็นศูนย์ แต่สำหรับบริเวณใกล้ผนังค่าความเร็วขึ้นอยู่กับ boundary layer โดยใช้สมมติฐานตาม wall function ซึ่งถูกเสนอโดย Versteeg and Malalasekera (1995) กล่าวคือ

- 1) ค่า shear stress ของของไหลที่บริเวณใกล้ผนังมีค่าเท่ากับ shear stress ที่ผนัง
- 2) ค่า convection และ diffusion ที่บริเวณใกล้ผนังถือว่ามีค่าน้อยมากทำให้ production term ของ k เท่ากับ dissipation term

กำหนดให้ y^+ คือ ตัวแปรไร้มิติแทนระยะใน boundary layer สามารถเขียนได้ดังนี้

$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y_p}{\mu} \quad (4.14)$$

โดยที่ y_p เป็นระยะที่วัดจากผนัง และ u_τ คือ friction velocity เป็น

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (4.15)$$

ซึ่ง τ_w คือ ค่า wall shear stress และ boundary layer ใกล้ผนังสามารถแบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ

- 1) $0 < y^+ < 11.63$ เป็นช่วง laminar sub-layer ซึ่ง molecular diffusion มีอิทธิพลสูง ($\mu \gg \mu_t$) และสมมติฐานการไหลเป็นแบบ Newtonian
- 2) $11.63 < y^+ < 300$ เป็นช่วง turbulent sub-layer ซึ่ง turbulent diffusion มีอิทธิพลสูง ($\mu_t \gg \mu$)

จากที่กล่าวมาแล้วข้างต้น เงื่อนไขที่ขอบผนังสำหรับสมการอนุกรมโมเมนต์เป็นดังนี้

$$\tau_w = \begin{cases} \mu \frac{du}{dy} & 0 < y^+ \leq 11.63 \\ \rho C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} \frac{\kappa u_p}{\ln(Ey^+)} & 11.63 < y^+ \leq 300 \end{cases} \quad (4.16)$$

ที่ κ เป็น Von Karman constant เท่ากับ 0.4 และ E เป็นค่า friction ของความขรุขระของผนัง สำหรับผนังเรียบ (smooth wall) เป็น 0.9

สำหรับสมการ turbulent kinetic energy และสมการ turbulent dissipation rate ที่บริเวณใกล้ผนังมีค่าดังนี้

$$k = C_\mu^{-1/2} \frac{\tau_w}{\rho} \quad (4.17)$$

จะแสดงในรูปของ source term ได้เป็น

$$S_k = \left(\tau_w - C_\mu \rho^2 \frac{k^2}{\tau_w} \right) \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4.18)$$

turbulent dissipation rate ที่บริเวณใกล้ผนังจะมีค่าเท่ากับ

$$\varepsilon_p = C_\mu^{3/4} \frac{k^{3/2}}{\kappa y_p} \quad (4.19)$$

ในส่วนของ wall function ของสมการอนุรักษ์พลังงาน บริเวณใกล้ผนัง สามารถหาได้ในทำนองเดียวกับสมการอนุรักษ์โมเมนตัม ภายใต้เงื่อนไข ฟลักซ์ความร้อนคงที่ (constant heat flux) บริเวณชั้นซิดผิว (boundary layer) สามารถหาได้ดังนี้

$$\dot{q}'' = (\Gamma + \Gamma_t) C_p \frac{dT}{dy} = \dot{q}_w'' \quad (4.20 ก)$$

หรือ

$$\frac{\dot{q}_w''}{\dot{q}_w''} = \left[\frac{\Gamma}{\mu} + \frac{\Gamma_t}{\mu_t} \right] \frac{dT^+}{dy^+} = 1 \quad (4.20 ข)$$

เมื่อ \dot{q}_w'' เป็นค่าฟลักซ์ความร้อนตลอดผิวผนัง กำหนดให้ T^+ คือ ตัวแปรไร้มิติแทนระยะใน boundary layer สามารถเขียนได้ดังนี้

$$T^+ = \frac{\rho u_\tau C_p (T_w - T)}{\dot{q}_w''} \quad (4.21)$$

ซึ่งค่าฟลักซ์ความร้อน บริเวณใกล้ผนัง สามารถแยกคิดออกเป็น 2 ส่วน คือ

1) $0 < y^+ < 11.63$ เป็นช่วง laminar sub-layer ซึ่ง molecular diffusion มีอิทธิพลสูง ($\Gamma \gg \Gamma_t$) ดังนั้นจะได้ $T^+ = \frac{C_p T}{\Gamma} y^+ = \sigma_\phi y^+$ ซึ่ง σ_ϕ คือ Prandtl number ของการไหลแบบราบเรียบ

2) $11.63 < y^+ < 300$ เป็นช่วง turbulent sub-layer ซึ่ง turbulent diffusion มีอิทธิพลสูง ($\Gamma_t \gg \Gamma$) ดังนั้นจะได้ $T^+ = \sigma_{\phi,t} \left[u^+ + P \left(\frac{\sigma_\phi}{\sigma_{\phi,t}} \right) \right]$ ซึ่ง $\sigma_{\phi,t}$ คือ Prandtl number ของการไหลแบบปั่นป่วน

เมื่อสมการ (4.22) แทนความต้านทานของการถ่ายเทความร้อน

$$P \left(\frac{\sigma_\phi}{\sigma_{\phi,t}} \right) = 9.29 \left[\frac{\sigma_\phi^{3/4}}{\sigma_{\phi,t}} + 1 \right] \quad (4.22)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากที่กล่าวมาแล้วข้างต้น เงื่อนไขที่ขอบผนังสำหรับสมการอนุพันธ์พลังงาน เป็นดังนี้

$$\dot{q}_w'' = \begin{cases} \frac{\mu C_p (T_w - T)}{\sigma_\phi y_p} & 0 < y^+ \leq 11.63 \\ \frac{\rho u_\tau C_p (T_w - T)}{\sigma_{\phi,s} \left(u^+ + P \left(\frac{\sigma_\phi}{\sigma_{\phi,s}} \right) \right)} & 11.63 < y^+ \leq 300 \end{cases} \quad (4.23)$$

4.5 กระบวนการหาคำตอบ (Solution Procedure)

การคำนวณสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยซึ่งถูกแก้สมการโดยอาศัยวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลข ด้วยวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม ผลที่ได้สมการจะจัดอยู่ในรูปของเมทริกซ์ซึ่งจะใช้เทคนิคของวิธีการ TDMA แบบ line – by – line มาช่วยในการแก้สมการ แต่เนื่องจากในเทอมของสมการอนุพันธ์โมเมนตัม มีเทอมของความดันเข้ามาเกี่ยวข้อง ดังนั้นจึงจำเป็นต้องหาวิธีที่ใช้ในการแยกความสัมพันธ์ที่มีต่อความดันกับความเร็วด้านแนวแกน จึงขอแนะนำ Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equation (SIMPLE algorithm) มาช่วยในการแก้ปัญหาดังกล่าว

4.5.1 Solution of the Discretised Equations Using TDMA

พิจารณา computational domain พบว่ามีลักษณะเป็นเส้นๆ ประกอบกัน และในแต่ละเส้นถูกแก้หาคำตอบโดยใช้วิธี TDMA โดยสมมุติว่าทราบค่าบริเวณจุดต่อข้างเคียง จากนั้นใช้วิธีการทำซ้ำจนกว่าคำตอบจะเข้า

จากสมการพีชคณิต (4.10 ก) ซึ่งเป็นจุดหนึ่งบนเส้นตัวอย่าง สามารถจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + (a_N \phi_N + a_S \phi_S + S_C) \quad (4.24)$$

เทอมที่อยู่ในวงเล็บสมมุติว่าเป็นค่าคงที่ จากสมการข้างต้นสามารถแสดงได้เป็น

$$D_i \phi_i = A_i \phi_{i+1} + B_i \phi_{i-1} + C_i \quad (4.25)$$

เมื่อ i เป็นตำแหน่งของจุดต่อบนกริด ในแนวแกน x หรือ y
ยกตัวอย่างในแนวแกน x

$$A_i = a_E$$

$$B_i = a_w$$

$$C_i = (a_N \phi_N + a_S \phi_S + S_C)$$

$$D_i = \sum a_{nb} - S_P \quad (nb = \text{จุดต่อที่อยู่ข้างเคียง})$$

จากกระบวนการทำซ้ำโดยแทนไปข้างหน้าแล้วจัดรูปจะได้

$$\phi_i = A'_i \phi_{i+1} + C'_i \quad (4.26)$$

ที่ซึ่ง A'_i และ C'_i ได้จากการจัดจากกระบวนการทำซ้ำโดยแทนไปข้างหน้า

$$A'_i = \frac{A_i}{D_i - B_i A'_{i-1}}$$

$$C'_i = \frac{C_i + C'_{i-1} B_i}{D_i - B_i A'_{i-1}}$$

ถ้าค่า $A'_i = 0, C'_i = \phi_i$ ซึ่งจะสอดคล้องกับ(4.26) ที่จุดเริ่มต้นของเส้น ค่า A'_i และ C'_i จะหาได้ตลอดที่ทุกๆ ตำแหน่ง i และค่า ϕ_i สามารถหาได้จากสมการ (4.26)

4.5.2 The SIMPLE algorithm

รายละเอียดของ SIMPLE algorithm สามารถหาได้จาก Patankar (1980) และ Versteeg และ Malalasekera (1995) SIMPLE algorithm เป็นวิธีการที่มีพื้นฐานจากการเริ่มแก้สมการอนุพันธ์โมเมนตัมสำหรับเดาค่าความดัน p^* และความเร็วในแนวแกน u^*, v^* จากนั้นแทนค่าที่เดาลงใน Navier-Stoke equations และ continuity equation โดยคำตอบที่ได้จะถูกนำมาปรับค่าที่เริ่มเดาจนกว่าคำตอบจะลู่เข้า

จากการ discretisation สมการ u -momentum ในปริมาตรควบคุม ดังแสดงในรูปที่ 4.1 สามารถเขียนได้เป็น

$$a_w u_w = \sum a_{nb} u_{nb} + A_{ew} (p_w - p_p) + b_{u,w} \quad (4.27)$$

ค่าความเร็ว u^* นี้อยู่บนพื้นฐานของค่า p^* และควรจะสอดคล้องกับ Navier-Stoke equations จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$a_w u_w^* = \sum a_{nb} u_{nb}^* + A_{ew} (p_w^* - p_p^*) + b_{u,w} \quad (4.28)$$

จากนั้นลบสมการ (4.28) จาก (4.27) และตัดเทอม $\sum a_{nb} (u_{nb} - u_{nb}^*)$ เราจะได้สมการ velocity-correction เป็น

$$u_w = u_w^* + d_w (p_w' - p_p') \quad (4.29)$$

ที่ $d_w = \frac{A_w}{a_w}$ และ $p' = p - p^*$

ในการทำงานเดียวกันที่ผิวอื่นของปริมาตรควบคุมจะเขียนได้เป็น

$$u_e = u_e^* + d_e (p_p' - p_e') \quad \text{ที่} \quad d_e = \frac{A_e}{a_e}$$

$$u_n = u_n^* + d_n (p_p' - p_n') \quad \text{ที่} \quad d_n = \frac{A_n}{a_n}$$

$$u_s = u_s^* + d_s (p_p' - p_s') \quad \text{ที่} \quad d_s = \frac{A_s}{a_s}$$

สำหรับ v -momentum นั้นสามารถหาได้เช่นเดียวกับ u -momentum

สมการ pressure-correction นั้นจะหาได้จาก continuity equation โดยการแทนสมการ velocity-correction ลงไป แล้วจัดรูปจะได้เป็น

$$a_p p_p' = a_e p_e' + a_w p_w' + a_n p_n' + a_s p_s' + b_m \quad (4.30)$$

ที่

$$a_e = \rho_e d_e A_e$$

$$a_w = \rho_w d_w A_w$$

$$a_n = \rho_n d_n A_n$$

$$a_s = \rho_s d_s A_s$$

$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s - S_p$$

และ $b_m = \rho_w u_w^* A_w - \rho_e u_e^* A_e + \rho_s v_s^* A_s - \rho_n v_n^* A_n + S_c$

การปรับค่าของความดันนั้น บางครั้งจะมีการ under relaxation ได้เป็น

$$p = p^* + \alpha_p p' \quad (4.31)$$

ที่ α_p เป็น under relaxation factor สำหรับความดัน

สรุปลำดับการทำงานของ SIMPLE algorithm เป็น

1. เค้าค่าเริ่มต้น p^*
2. ทำการแก้สมการ (4.28) จะได้ค่า u^* และเช่นเดียวกันจะได้ค่า v^*
3. ทำการแก้สมการ (4.30) เพื่อหาค่า p'
4. ปรับค่า p โดยใช้สมการ (4.31) และค่า u, v ด้วยสมการ (4.29)
5. จากนั้นทำการแก้สมการที่เหลือ คือ k, ε และ T
6. กำหนดให้ค่า p ในข้อ 3 เท่ากับค่า p^* แล้วจึงย้อนกลับไปทำข้อที่ 2 จนกว่าคำตอบจะลู่เข้า

4.6 บทสรุป

การคำนวณสมการเชิงอนุพันธ์ซึ่งถูกแก้สมการโดยอาศัยการประยุกต์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขด้วยวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยมได้ถูกอธิบายไว้ในบทนี้ โดยพิจารณาปริมาตรควบคุมเป็นแบบ staggered grid รวมทั้งทำการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต (boundary condition) สำหรับแต่ละปัญหาในกรณีการศึกษาต่างๆ ซึ่งใช้เทคนิคของวิธีการ TDMA แบบ line-by-line มาช่วยในการแก้สมการและเทคนิคในการแยกความสัมพันธ์ที่มีต่อความดันกับความเร็วในการหาคำตอบด้วยวิธี SIMPLE algorithm

บทที่ 5

การจำลองการไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนานที่มีครีบริบ

5.1 บทนำ

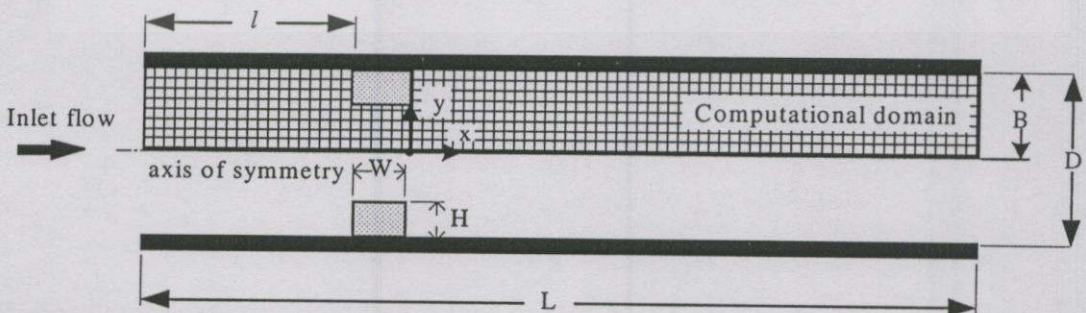
การจำลองการไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนานที่มีครีบริบนี้ โดยพิจารณาการไหลผ่านครีบริบที่อยู่ติดกับผนังจำนวน 1 ตำแหน่งและ 2 ตำแหน่ง ภายใต้เงื่อนไข computational domain แบบสมมาตร (symmetry) และแบบไม่สมมาตร (asymmetry) ตามแนวแกน ภายใต้สมมติฐานไม่คิดผลของการถ่ายเทความร้อน ซึ่งแยกศึกษาออกเป็นส่วนๆ ตามหัวข้อที่จะได้กล่าวต่อไป

5.2 เงื่อนไข Computational domain แบบสมมาตรตามแนวแกน

5.2.1 งานวิจัยของ Liou and Kao (1988)

จากการทดลองของ Liou and Kao (1988) โดยวิธี LDV measurements สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนานที่มีครีบริบที่อยู่ติดกับผนังทั้งสองด้านจำนวน 1 ตำแหน่ง ซึ่งพบว่ามีความถูกต้อง, แม่นยำ และเหมาะสมในการเลือกมาจำลองการไหลนี้ ซึ่งลักษณะของช่องขนานที่นำมาจำลองการไหล ภายใต้เงื่อนไข computational domain แบบสมมาตรตามแนวแกน ฉะนั้น computational domain จึงใช้เพียงครึ่งเดียวเท่านั้น ดังแสดงในรูปที่ 5.1 โดยที่ความยาวของช่องขนาน (L) เท่ากับ 1715 mm และความกว้างของผนังแผ่นเรียบ (D) เท่ากับ 30 mm โดยตำแหน่งการวางครีบริบเริ่มต้นที่ (l) เท่ากับ 250 mm ความสูงของครีบริบ (H) เท่ากับ 4 mm และความกว้างของครีบริบ (W) เท่ากับ 15 mm ซึ่งมีความเร็วเฉลี่ยทางเข้าแบบสม่ำเสมอ U_{av} เท่ากับ 15.6 m/s ที่ $Re_D = 3.9 \times 10^4$

การจำลองการไหล อาศัยแบบจำลองความปั่นป่วน $k-\epsilon$ turbulence model ร่วมกับ numerical differencing schemes ทั้งหมด 3 วิธีคือ upwind, hybrid และ QUICK schemes ซึ่งผลการทำนายค่าความเร็วการไหลได้นำมาเปรียบเทียบกับผลจากการทดลอง ทั้งหมด 10 จุด ที่ตำแหน่ง

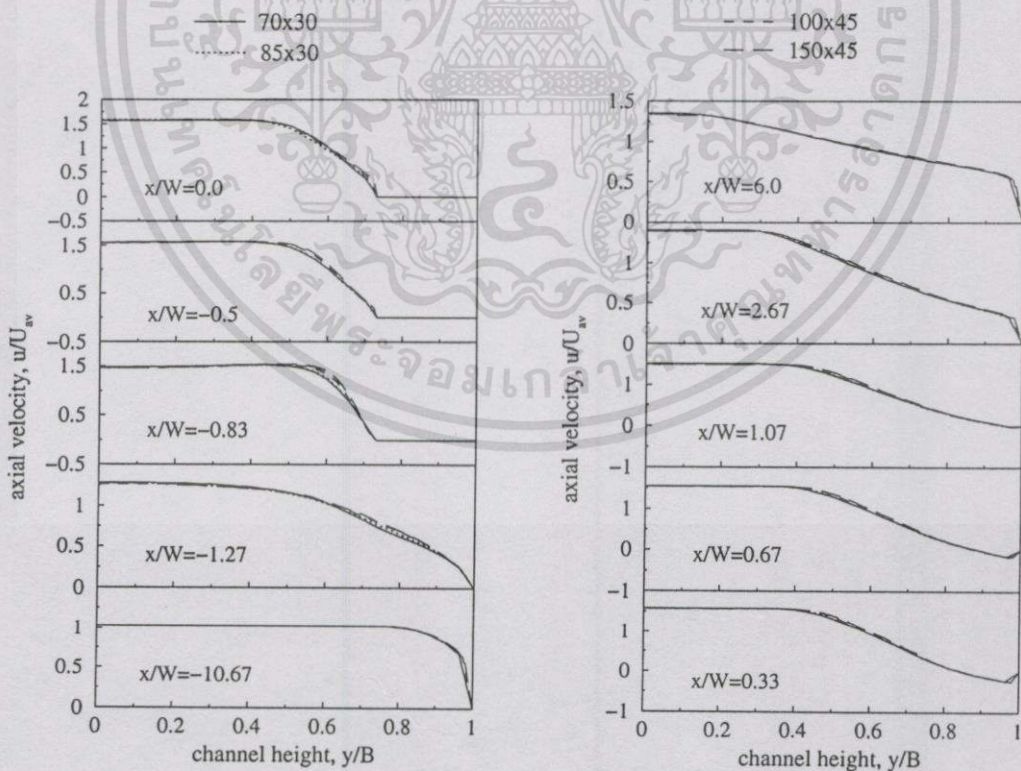


รูปที่ 5.1 ลักษณะช่องขนานของ Liou and Kao (1988)

$x/W = -10.67, -1.27, -0.83, -0.5, 0.0, 0.33, 0.67, 1.07, 2.67$ และ 6.0 ตามลำดับ โดยมีเงื่อนไขในการคำนวณดังต่อไปนี้

- ความเร็ว u และ v ตามผนังทั้งสองด้านมีค่าเป็นศูนย์
- ของไหลที่พิจารณาเป็นอากาศที่อุณหภูมิ $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ ซึ่งมีค่า $\mu = 1.85 \times 10^{-5}\text{ N.s/m}^2$ และ $\rho = 1.2\text{ kg/m}^3$

ในการคำนวณพิจารณาการแบ่งกริดภายใน computational domain แบบ non-uniform grid โดยศึกษาผลความเป็นอิสระของกริด (grid independent) ต่อผลการทำนาย ได้แสดงในรูปที่ 5.2 การหาจำนวนกริดที่เหมาะสมในการจำลองการไหลนี้ ได้เลือกวิเคราะห์การคำนวณที่จำนวนกริดเท่ากับ $70 \times 30, 85 \times 30, 100 \times 45$ และ 150×45 จุดต่อ จากรูปทำการเปรียบเทียบความเร็วตามแนวแกน โดยเลือกใช้ hybrid scheme สังเกตได้ว่าจำนวนกริดที่ใช้ในการคำนวณไม่มีผลต่อความแม่นยำของปัญหา แต่ก็พบความผิดพลาดเล็กน้อยในบางตำแหน่ง โดยเฉพาะบริเวณการไหลผ่านครีบ ซึ่งเป็นจุดที่เกิดการไหลซึ่งมีการเปลี่ยนรูปร่างของความเร็วที่มีลักษณะซับซ้อน การประมาณค่าจึงเกิดความผิดพลาดบ้างในการคำนวณ แต่ในภาพรวมจำนวนกริดไม่มีผลต่อการทำนาย ดังนั้นจึงเลือกจำนวนกริดที่ใช้ในการคำนวณเท่ากับ 100×45 จุดต่อ (100 ตามแนวแกน x และ 45 ตามแนวแกน y)



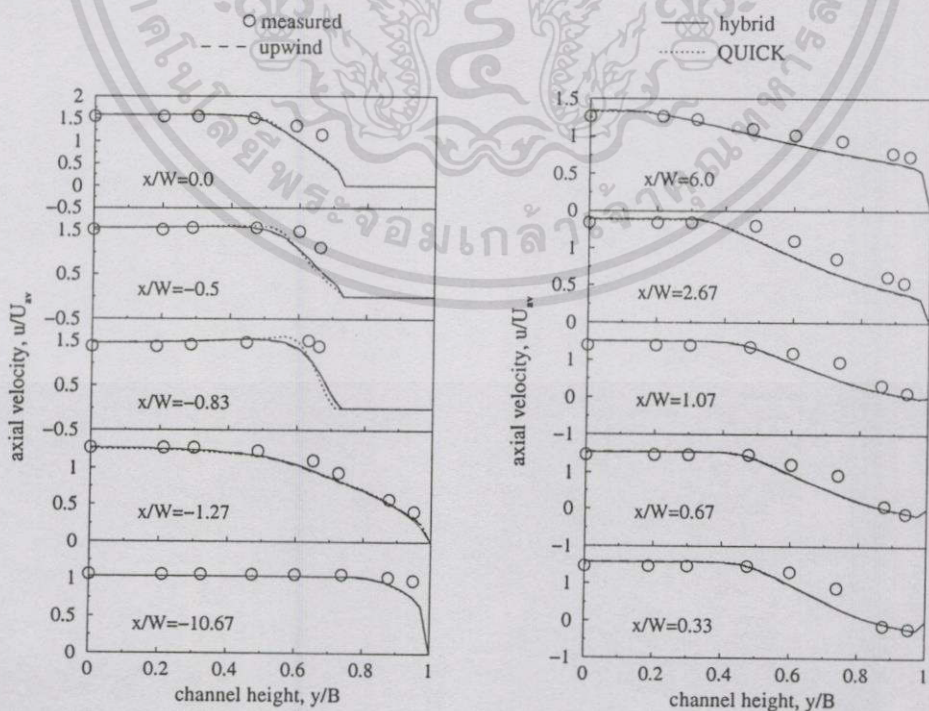
รูปที่ 5.2 ผลของความเป็นอิสระของกริดต่อความเร็วตามแนวแกน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลของการจำลองการไหล

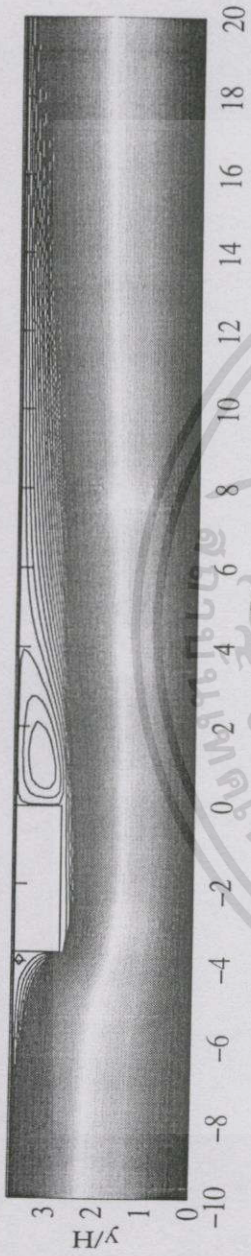
การจำลองลักษณะการไหลโดย $k-\epsilon$ model ร่วมกับ schemes ต่างๆ ผลที่ได้ถูกแสดงในรูปของความเร็วดตามแนวแกน รวมถึง contour plot และ vector plot

ผลของความเร็วดตามแนวแกนที่ได้จากการคำนวณนำมาแสดงผลเปรียบเทียบกับผลจากการทดลองดังแสดงในรูปที่ 5.3 ซึ่งสามารถอธิบายได้ดังต่อไปนี้ จากรูป 5.3 แสดงการเปลี่ยนแปลงความเร็วดตามแนวแกนที่เขียนอยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติ u/U_{av} (U_{av} เป็นความเร็วเฉลี่ยรวมในช่องขนาน) ต่อความสูงของช่องขนานซึ่งเขียนอยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติ $y/B = 0.0$ ถึง 1.0 เช่นกัน ที่อยู่ในตำแหน่ง $x/W = -10.67$ ถึง 6.0 ซึ่งเมื่อพิจารณาจากรูปพบว่าที่ตำแหน่ง $x/W = -10.67$ และ -1.27 ค่าความเร็วดที่ได้จากทั้ง 3 schemes ให้ผลใกล้เคียงกันมากและยังมีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลองด้วย โดยสังเกตได้ว่าความเร็วดทางเข้า เป็นแบบสม่ำเสมอ แต่เนื่องจากผลของความหนืดที่บริเวณผนัง จึงทำให้รูปร่างของความเร็วดเปลี่ยนไป ซึ่งสังเกตได้ที่ตำแหน่ง $x/W = -1.27$ เมื่อพิจารณาที่ตำแหน่ง $x/W = -0.83$ ซึ่งเป็นตำแหน่งที่ไหลผ่านครีบ จะพบว่าความเร็วดที่ได้จาก upwind และ hybrid schemes มีค่าใกล้เคียงกัน และมีค่าแตกต่างจากผลการทดลองไม่มากนัก ส่วนความเร็วดที่ได้จาก QUICK scheme จะมีค่าที่แตกต่างมากกว่าสังเกตได้จากที่ตำแหน่ง $y/B \approx 0.48$ ถึง 0.7 โดยคาดคะเนสูงเกินไปในช่วง $y/B \approx 0.48$ ถึง 0.63 และคาดคะเนต่ำเกินไปในช่วง $y/B \approx 0.63$ ถึง 0.7 ซึ่งผลที่ได้เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองให้ค่าแตกต่างกันบ้างในช่วงบริเวณใต้ครีบใกล้ผนังในทุกตำแหน่งของการทำนาย โดยที่ตำแหน่ง $x/W = -0.5$ ก็เช่นกัน พฤติกรรมดังกล่าวปรากฏให้เห็นในช่วงการไหลผ่านครีบ



รูปที่ 5.3 กราฟเปรียบเทียบผลของความเร็วดตามแนวแกนจากการคำนวณกับผลการทดลอง

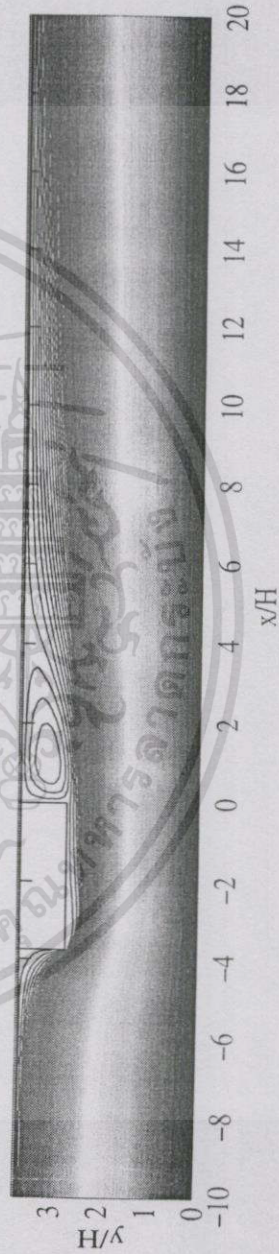
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



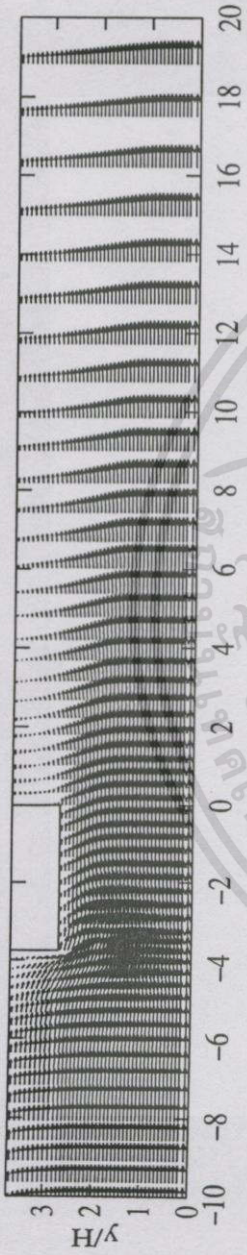
รูปที่ 5.4 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย upwind scheme



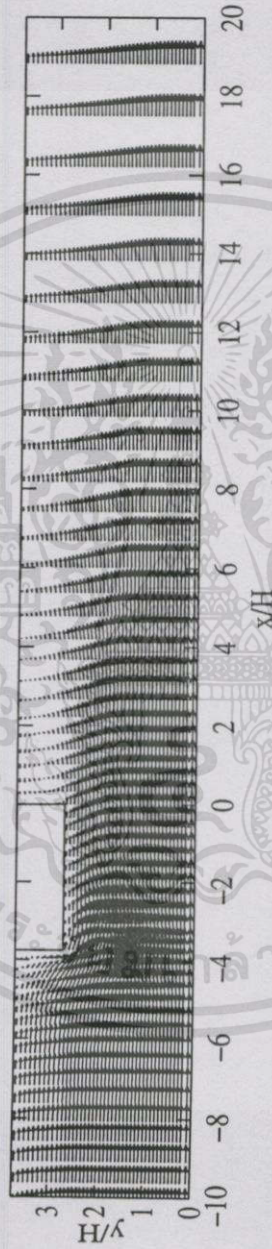
รูปที่ 5.5 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme



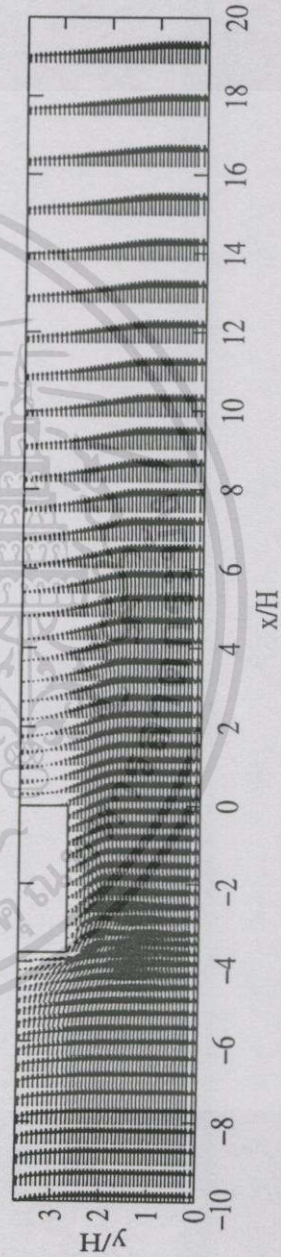
รูปที่ 5.6 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย QUICK scheme



รูปที่ 5.7 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย upwind scheme



รูปที่ 5.8 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme



รูปที่ 5.9 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย QUICK scheme

แต่เมื่อพิจารณาที่ตำแหน่งการไหลผ่านครีบไปแล้ว สังเกตว่า จะเกิดการไหลหมุนวนบ้างในบางตำแหน่ง ดังนี้คือ ที่ตำแหน่ง $x/W = 0.33$ และ 0.67 ในช่วง $y/B \approx 0.85$ ถึง 1.0 ความเร็วจะติดลบ อันเป็นผลมาจากการหมุนวน (recirculation) ซึ่งหลังจากผ่านตำแหน่งนี้ไป การไหลก็ปรับตัวเข้าสู่การไหลแบบปรับตัวเต็มที่ (fully developed) โดยมีค่าความเร็วการไหลสูงสุดอยู่ที่ตำแหน่งกึ่งกลางของผนังแผ่นเรียบ $y/B = 0.0$ เนื่องมาจากโดเมนที่ใช้ในการคำนวณ คัดแบบสมมาตร แบ่งออกมาคิดกึ่งหนึ่ง ซึ่งพบว่าความเร็วสูงสุด ณ ตำแหน่ง $x/W = 6.0$ มีค่า $u/U_{av} \approx 1.3$ ซึ่งเมื่อเทียบกับผลการทดลองตั้งแต่ที่ตำแหน่ง $x/W = 0.33$ ถึง 6.0 ผลการทำนายให้ค่าที่ต่ำกว่าข้อมูลที่ได้จากการทดลอง ซึ่งอาจสรุปได้ว่า ที่ผลเป็นเช่นนั้น สาเหตุอาจจะเกิดจากการใช้ $k - \epsilon$ model ในการทำนาย

Contour plot ของ stream function ได้แสดงผลเปรียบเทียบระหว่าง numerical differencing schemes ทั้ง 3 วิธี ดังรูปที่ 5.4, 5.5 และ 5.6 ซึ่งได้จากการทำนายโดย upwind, hybrid และ QUICK schemes ตามลำดับ ซึ่งแสดงผลในช่วง $x/H = -10.0$ ถึง 20.0 กับ $y/H = 0.0$ ถึง 3.75 จากรูป 5.4 และ 5.5 ซึ่งทำนายโดย upwind และ hybrid schemes ผลที่ได้ไม่แตกต่างกันมากนัก จะพบว่า เกิดการหมุนวน ใน 2 ตำแหน่ง คือ การหมุนวนขนาดใหญ่โดยมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $x/H \approx 1.1$ กับ $y/H \approx 3.2$ และการหมุนวนขนาดเล็ก ซึ่งอยู่บริเวณด้านหน้ามุมบนของครีบ แต่เมื่อเปรียบเทียบกับ QUICK scheme ผลการทำนายแตกต่างกันบ้างในบางจุดเช่น การเกิดการหมุนวนเกิดขึ้นเพียงตำแหน่งเดียว และมีขนาดเล็กกว่าผลที่ได้จากการทำนายของ schemes อื่นๆ

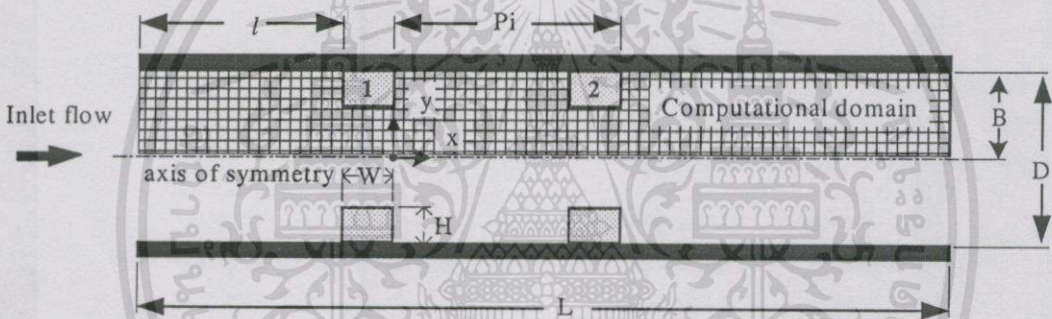
จากรูป vector plot ได้แสดงผลเปรียบเทียบกับ schemes ต่างๆ เช่นเดียวกับ contour plot ซึ่งจากรูปที่ 5.7 และ 5.8 ซึ่งเป็นการทำนายโดยใช้ upwind และ hybrid schemes ตามลำดับ ซึ่งแสดงผลในช่วง $x/H = -10.0$ ถึง 20.0 กับ $y/H = 0.0$ ถึง 3.75 เช่นกัน โดยสังเกตว่า ตำแหน่งของ reattachment (เป็นตำแหน่งที่ความเร็วของของไหลมีค่าเป็นบวก ณ บริเวณใกล้ผนัง หลังจากเกิดการหมุนวนเมื่อไหลผ่านครีบ) ปรากฏที่ตำแหน่ง $x/H \approx 4.2$ ซึ่งให้ผลการทำนายแตกต่างจาก QUICK scheme โดยมีค่าการทำนายที่ต่ำกว่าที่ตำแหน่ง $x/H \approx 3.9$ ดังในรูป 5.9 โดยในภาพรวมผลของ numerical differencing schemes ทั้ง 3 วิธี ให้ผลการทำนายไม่แตกต่างกันมากนัก ซึ่งสังเกตได้จาก เมื่อของไหลไหลผ่านครีบจะเกิดการหมุนวน โดยมีขนาดที่แตกต่างกันเล็กน้อย ถึงกระทั่งหลังจากช่วง $x/H \approx 6.0$ รูปร่างของความเร็วจะให้ผลการทำนายแทบไม่แตกต่างกันเลย

จึงสรุปได้ว่าจากการทำนายโดย $k - \epsilon$ model ซึ่งทำการเปรียบเทียบความสามารถของ numerical differencing scheme ทั้งหมด 3 วิธี คือ upwind, hybrid และ QUICK schemes ให้ผลการทำนายที่ไม่ต่างกันมากนัก นอกจากบางตำแหน่ง คือ บริเวณที่การไหลผ่านครีบ QUICK scheme ให้ผลการทำนายเกินเลยไป (over-predict) บ้าง รวมถึงความผิดพลาดจากการทำนายเมื่อเทียบกับการทดลองในบริเวณผนังใต้ครีบ และช่วงการเกิดการหมุนวนหลังจากการไหลผ่านครีบ อันเป็นผลมาจากข้อจำกัดของ $k - \epsilon$ model ซึ่งไม่เหมาะสมกับปัญหาที่มีการไหลแบบซับซ้อน

5.2.2 งานวิจัยของ Liou *et. al.* (1990)

ในการจำลองการไหลนี้ยังคงใช้เงื่อนไข computational domain แบบสมมาตรตามแนวแกน (axisymmetric) โดยใช้ $k-\varepsilon$ turbulence model ร่วมกับ numerical differencing scheme ทั้งหมด 3 วิธี คือ upwind, hybrid และ QUICK schemes ศึกษาผลของการไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนานที่มีครีบบนผนัง ซึ่งอยู่ติดกับผนังทั้ง 2 ด้าน จำนวน 2 ตำแหน่ง ผลการทำนายค่าความเร็วการไหลได้นำมาเปรียบเทียบกับผลจากการทดลอง โดยใช้ LDV measurements

จากรูปที่ 5.10 แสดงลักษณะของช่องขนานและ computational domain ที่นำมาจำลองการไหล โดยที่ความยาวของช่องขนาน (L) เท่ากับ 1715 mm และความกว้างของผนังแผ่นเรียบ (D) เท่ากับ 30 mm โดยมีตำแหน่งครีบบริเวณที่ (1) เท่ากับ 100 mm ความสูงของครีบบริเวณที่ (1) เท่ากับ 4 mm และความกว้างของครีบบริเวณที่ (1) เท่ากับ 4 mm และเปลี่ยนค่าระยะพิทช์ (Pi) เท่ากับ 20 mm, 40 mm และ 60 mm ตามลำดับ โดยมีความเร็วเฉลี่ยทางเข้าแบบสม่ำเสมอ U_{av} เท่ากับ 16.4 m/s ที่ $Re_D = 4.2 \times 10^4$



รูปที่ 5.10 ลักษณะช่องขนานของ Liou *et. al.* (1990)

โดยมีเงื่อนไขในการคำนวณดังต่อไปนี้

- ความเร็ว u และ v ตามผนังทั้งสองด้านมีค่าเป็นศูนย์
- ของไหลที่พิจารณาเป็นอากาศที่อุณหภูมิ 25°C ซึ่งมีค่า $\mu = 1.85 \times 10^{-5} \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ และ $\rho = 1.2 \text{ kg}/\text{m}^3$

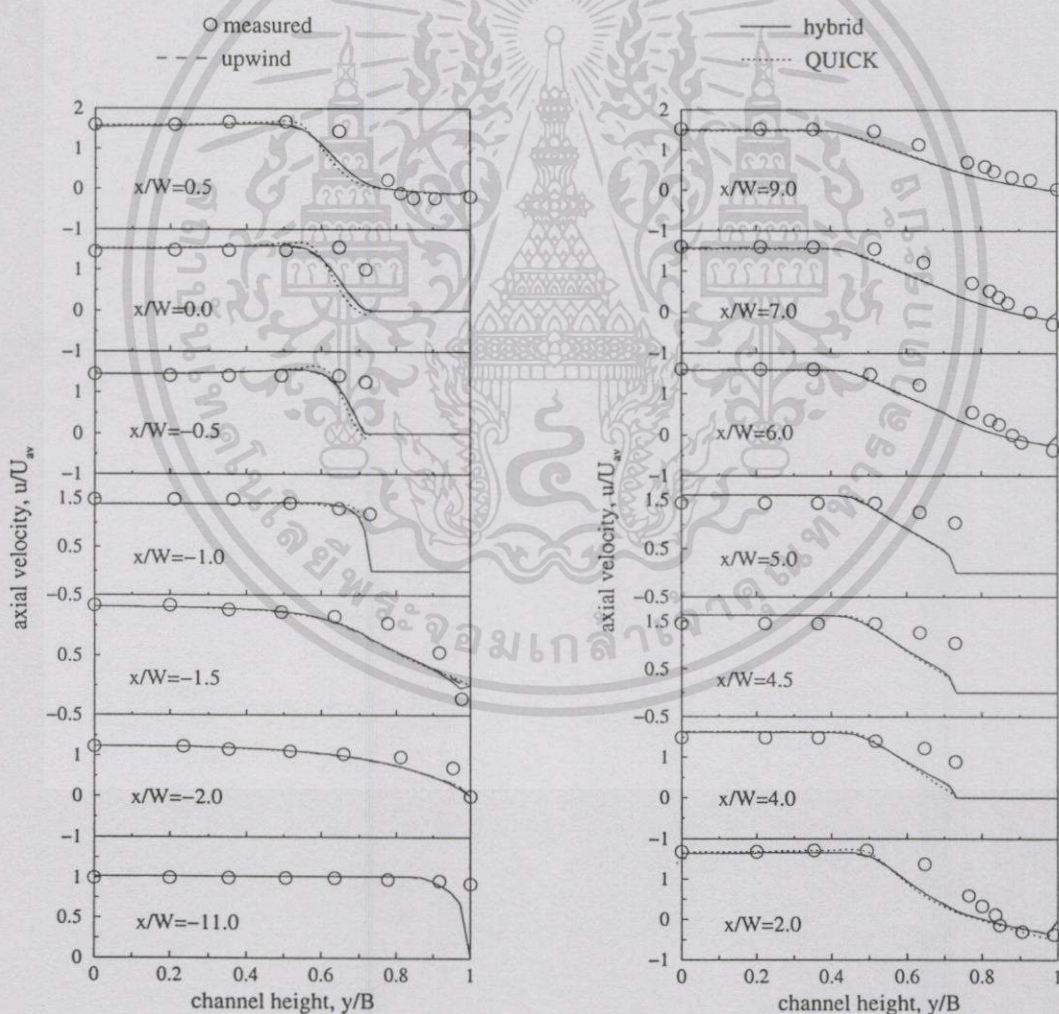
ในการคำนวณพิจารณาการแบ่งกริดภายใน computational domain แบบ non-uniform grid โดยวิเคราะห์ออกเป็น 150×45 จุดต่อ (150 ตามแนวแกน x และ 45 ตามแนวแกน y)

ผลของการจำลองการไหล

ผลการวิเคราะห์พฤติกรรมของการไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนานที่มีครีบบนผนังโดย $k-\varepsilon$ model ร่วมกับ schemes ต่างๆ ที่กล่าวในข้างต้น ผลการคำนวณได้ถูกนำมาแสดงในรูปของความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วตามแนวแกนที่ตำแหน่งต่างๆ เทียบกับสัดส่วนความสูงของครีบบริเวณที่ (1) รวมทั้ง contour plot และ vector plot

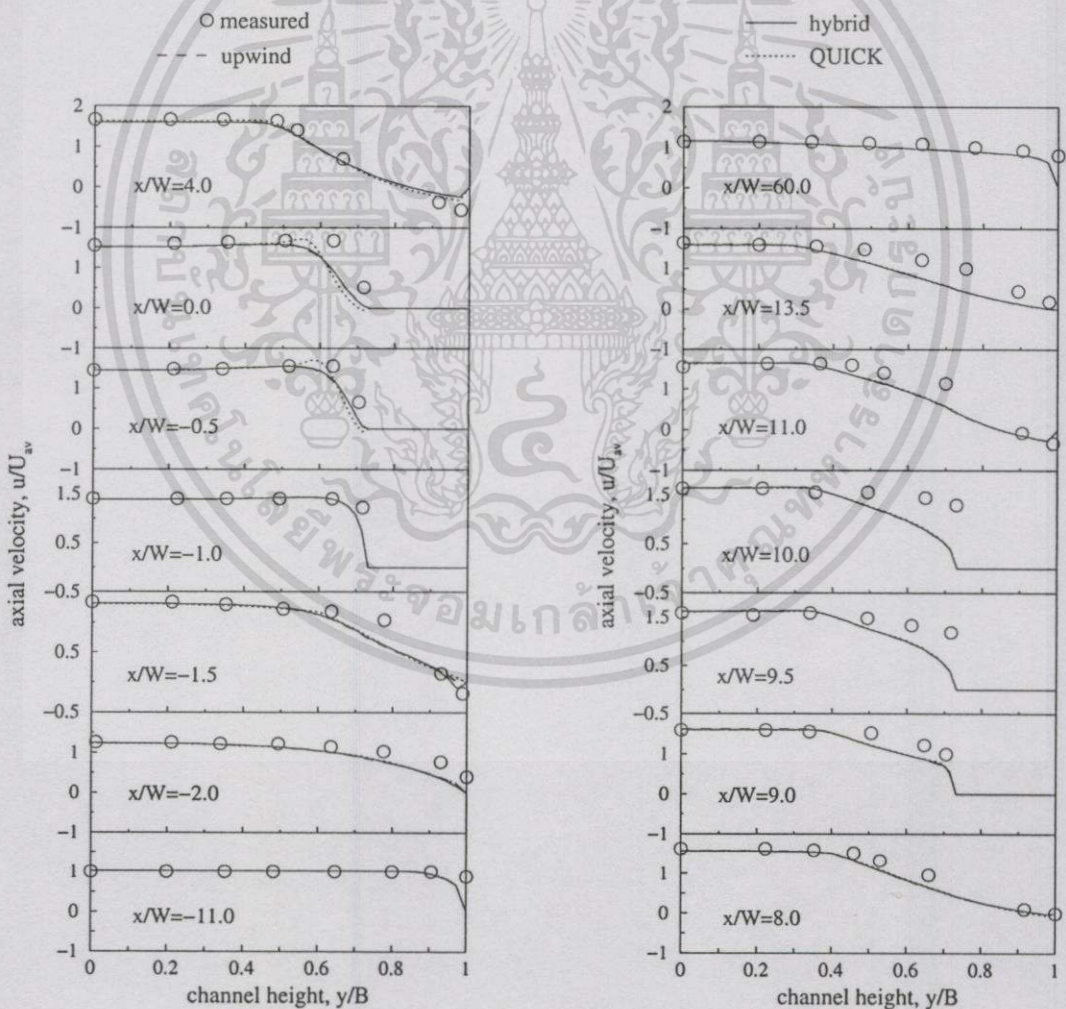
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะในรูปแบบใดทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การจำลองในหัวข้อนี้ได้พิจารณาการเปลี่ยนค่า อัตราส่วนของระยะพิชต์ต่อความสูงของครีป pitch ratio $PR = (Pi/H)$ เท่ากับ 5, 10 และ 15 โดยที่ตำแหน่งของการนำผลไปเปรียบเทียบสำหรับ $PR=5$ ทั้งหมด 14 จุด คือ $x/W = -11.0, -2.0, -1.5, -1.0, -0.5, 0.0, 0.5, 2.0, 4.0, 4.5, 5.0, 6.0, 7.0$ และ 9.0 ตามลำดับดังแสดงในรูปที่ 5.11 โดยแสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของความเร็วมตามแนวแกน ซึ่งเขียนอยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติ u/U_{av} จากรูปพบว่าทั้ง 3 schemes ให้ผลการทำนายไม่แตกต่างกันมากนัก แต่โดยรวม upwind และ hybrid schemes ให้ผลการทำนายได้ดีกว่า QUICK scheme บางเล็กน้อยในบางตำแหน่ง เช่น ที่บริเวณของไหลไหลผ่านครีป QUICK scheme ให้ผลการทำนายเกินเลยไป (over-predict) บ้าง ในบางตำแหน่ง ซึ่งดูได้จาก $x/W = -0.5$ ถึง 4.0 แต่เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง ให้ผลการทำนายที่แตกต่างกันบางในช่วงใกล้ผนัง โดยจากการจำลองการไหลทำนายต่ำกว่าที่ได้จากการทดลองในช่วง $y/B \approx 0.5$ ถึง 1.0 ในทุกๆตำแหน่งการจำลองการไหล



รูปที่ 5.11 กราฟการเปลี่ยนแปลงของความเร็วมตามแนวแกน สำหรับ $PR=5$

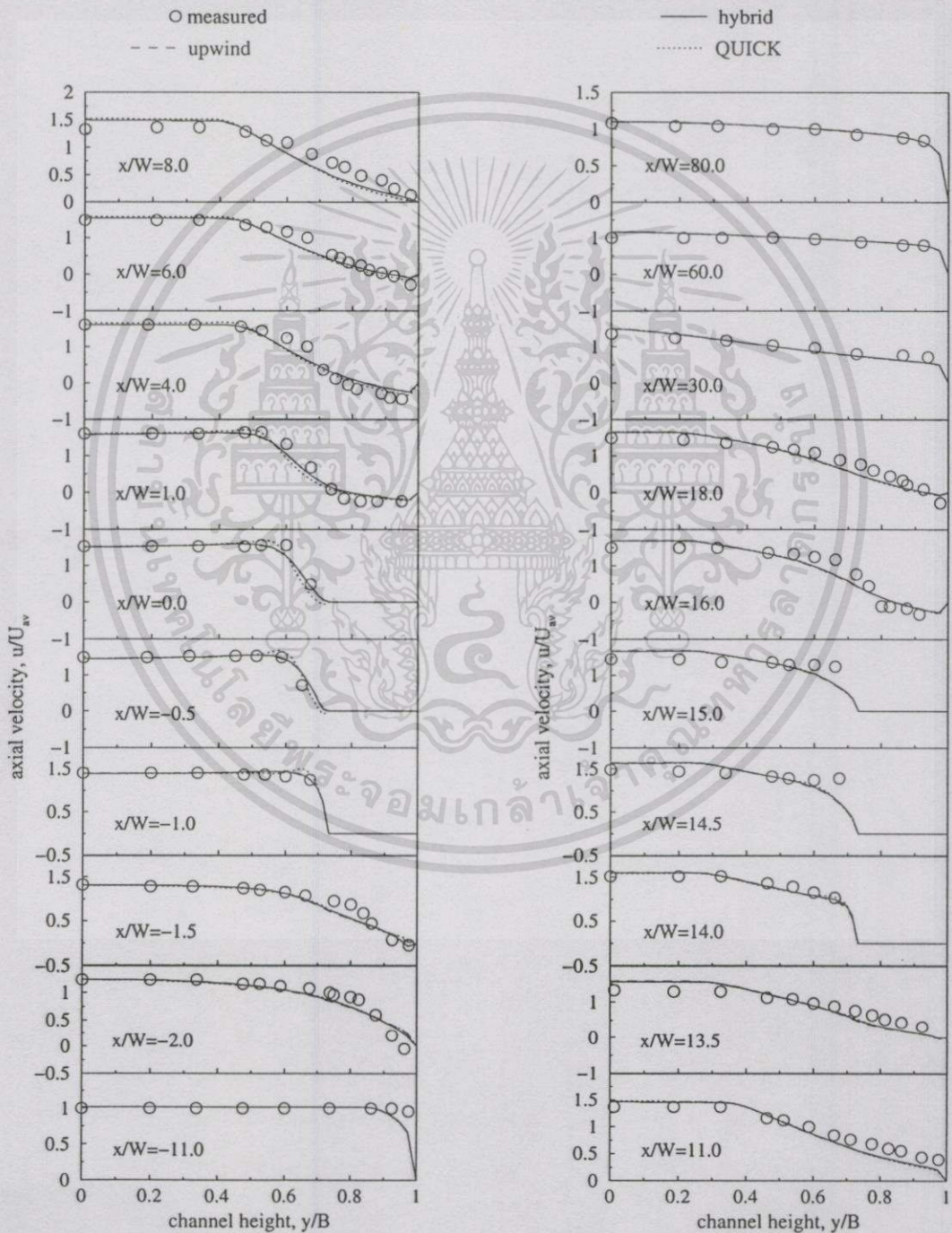
ในรูปที่ 5.12 เป็นกรณี PR=10 แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างความเร็วตามแนวแกน ซึ่งเขียนในรูปตัวแปรไร้มิติ u/U_{av} เปรียบเทียบที่ตำแหน่ง x/W ทั้งหมด 14 จุด คือ $x/W = -11.0, -2.0, -1.5, -1.0, -0.5, 0.0, 4.0, 8.0, 9.0, 9.5, 10.0, 11.0, 13.5$ และ 60.0 ตามลำดับ ผลที่ได้เมื่อเปรียบเทียบกับกรณี PR=5 ในช่วงไหลผ่านครีบบั๊วทั้งสอง ผลจาก PR= 10 ให้การทำนายใกล้เคียงกับผลการทดลองมากกว่ากรณี PR=5 ซึ่งสังเกตได้จากตำแหน่ง $x/W = -0.5$ ถึง 9.0 ซึ่งเป็นตำแหน่งในช่วงระหว่างการไหลผ่านครีบบั๊ว และเป็นช่วงการเกิดกระแสการไหลปั่นป่วนอย่างสูง หลังจากผ่านครีบบั๊วที่ตำแหน่งที่ 2 ไป ผลการทำนายให้ผลใกล้เคียงกับการทดลองเช่นเดียวกับกรณี PR=5 ความเร็วของไหลมีค่าสูงสุด ณ ตำแหน่งจุดกึ่งกลาง $y/B = 0.0$ เนื่องจากโดเมนที่ใช้ในการคำนวณ คัดแบบสมมาตร แบ่งออกมาคิดกึ่งหนึ่ง ซึ่งพบว่าความเร็วสูงสุดมีค่า $u/U_{av} \approx 1.65$ ในตำแหน่งผ่านครีบบั๊วที่ 2 โดยกระแสการไหลแบบปั่นป่วน ก็ปรับตัวเป็นการไหลแบบเต็มที (fully developed)



รูปที่ 5.12 กราฟการเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแนวแกน สำหรับ PR=10

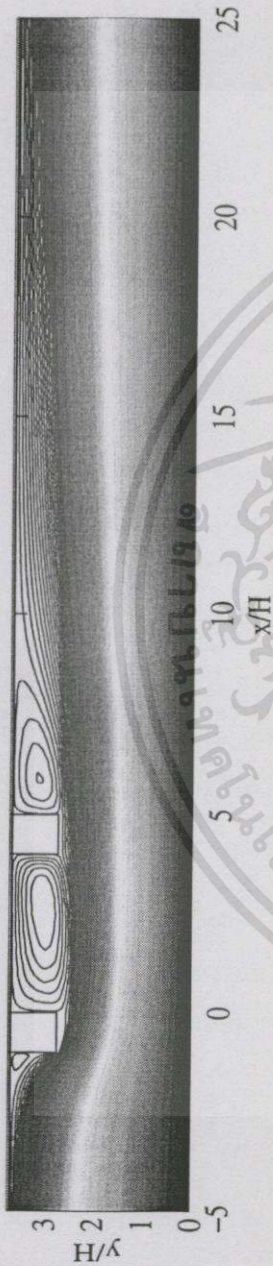
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยในกรณีสุดท้ายพิจารณา PR=15 เปรียบเทียบทั้งหมด 20 จุดคือ $x/W = -11.0, -2.0, -1.5, -1.0, -0.5, 0.0, 1.0, 4.0, 6.0, 8.0, 11.0, 13.5, 14.0, 14.5, 15.0, 16.0, 18.0, 30.0, 60.0$ และ 80.0 ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 5.13 เป็นการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของความเร็วเฉลี่ยในแนวแกน ซึ่งเขียนให้อยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติ u/U_{av} ซึ่งพบว่าผลจากการทำนายเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง ในทุกๆ ตำแหน่ง ให้ผลใกล้เคียงกันมาก จากการทำนายทั้ง 3 schemes



รูปที่ 5.13 กราฟการเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแนวแกน สำหรับ PR=15

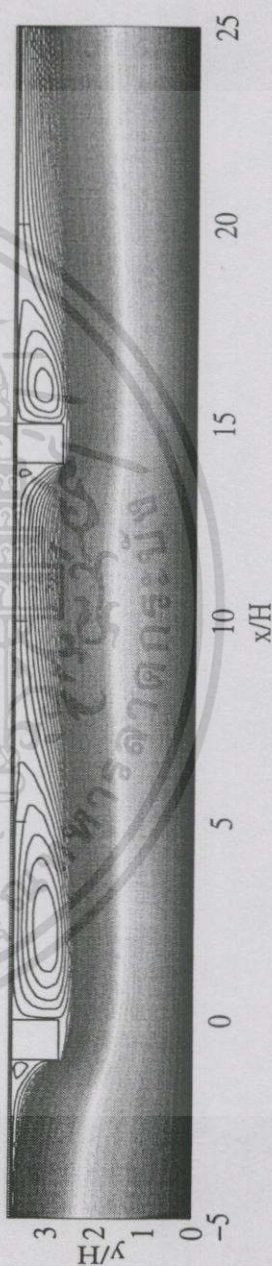
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.14 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ PR=5



รูปที่ 5.15 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ PR=10



รูปที่ 5.16 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ PR=15

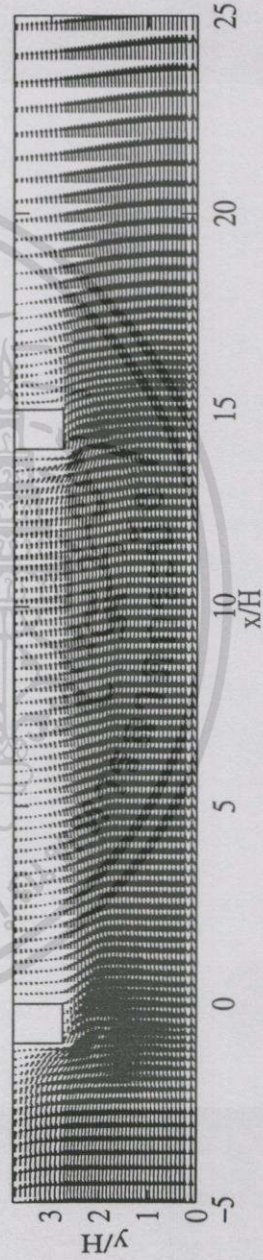
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับบริการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ในการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.17 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ PR=5



รูปที่ 5.18 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ PR=10



รูปที่ 5.19 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ PR=15

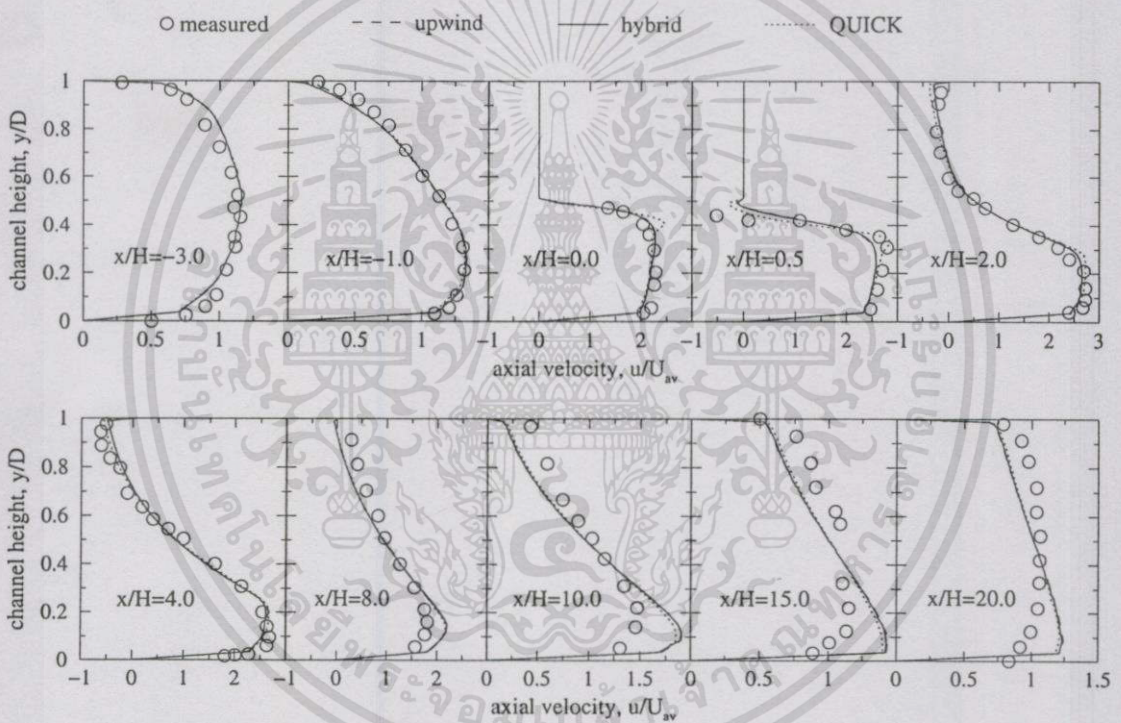
Contour plot ของ stream function จากผลการคำนวณที่ได้จากการเปลี่ยนค่า อัตราส่วนระยะพิชต์ต่อความสูงของครีบ $PR = 5, 10$ และ 15 ซึ่งทำนายโดย hybrid scheme ได้แสดงในรูปที่ 5.14, 5.15 และ 5.16 ตามลำดับ จากรูป 5.14 พบว่ามีการหมุนวน (recirculation) ที่สังเกตได้ 3 ตำแหน่ง คือ ในตำแหน่งที่เกิดการหมุนวนขนาดเล็กอยู่บริเวณด้านหน้าครีบแรก และในการหมุนวนขนาดใหญ่ ในตำแหน่ง ด้านหลังครีบทั้งสอง โดยมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ตำแหน่ง $x/H = 3.5$ และ 6.0 กับ $y/H = 3.25$

Contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ $PR = 10$ ได้แสดงในรูปที่ 5.15 ซึ่งพบการหมุนวนที่สังเกตได้ 4 ตำแหน่งด้วยกันคือ การหมุนวนขนาดใหญ่ในตำแหน่งด้านหลังของครีบแรก และครีบที่สอง ซึ่งมีจุดศูนย์กลางของการหมุนวนอยู่ที่ตำแหน่ง $x/H = 2.5$ และ 11.0 ตามลำดับ กับ $y/H = 3.25$ ซึ่งจากการสังเกตการหมุนวนเล็กที่เกิดขึ้นในตำแหน่งมุมบนด้านหน้าครีบทั้งสอง ซึ่งพบว่า การหมุนวนเล็กที่เกิดขึ้นด้านหน้าครีบที่สองจะมีกระแสการไหลที่ปั่นป่วนมากกว่าในตำแหน่งแรก เนื่องจากอิทธิพลการไหลผ่านครีบในตำแหน่งซึ่งมีผลต่อการเกิดการหมุนวนที่ตำแหน่งด้านหน้าครีบที่สอง ส่วนรูปที่ 5.16 เป็นกรณี $PR = 15$ ซึ่งแตกต่างกับกรณี $PR = 10$ บ้างเล็กน้อย โดยสังเกตได้จากการหมุนวนที่เกิดขึ้นด้านหน้าครีบที่สอง จะมีขนาดเล็กกว่า เนื่องจากไม่ได้รับผลของการหมุนวนที่ไหลผ่านครีบที่เกิดขึ้นในตำแหน่งแรก

Vector plot ของความเร็วที่ได้จากการทำนายโดย hybrid scheme ได้แสดงไว้ดังในรูปที่ 5.17, 5.18 และ 5.19 สำหรับ $PR = 5, 10$ และ 15 ตามลำดับ โดยจะแสดงอยู่ในช่วง $x/H = -5.0$ ถึง 25.0 และ $y/H = 0.0$ ถึง 3.75 เช่นเดียวกับ contour plot ของ stream function ซึ่งใน vector plot ของความเร็วนี้ แสดงถึงลักษณะความแตกต่างที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนค่าอัตราส่วนของระยะพิชต์ต่อความสูงของครีบที่ต่างกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งที่ตำแหน่งด้านหลังของครีบ จากรูปที่ 5.17 ที่ตำแหน่งด้านหลังของครีบแรกไม่ปรากฏ reattachment เนื่องจาก ช่วงของการเกิดการหมุนวนยังอยู่ในตำแหน่งของครีบที่สองอยู่ โดยตำแหน่งของ reattachment ของครีบที่สองอยู่ที่ตำแหน่ง $x/H = 9.5$ ส่วนในรูปที่ 5.18 สังเกตตำแหน่ง reattachment ด้านหลังครีบแรก อยู่ที่ตำแหน่ง $x/H = 7.0$ เช่นเดียวกับกรณี $PR = 15$ ในรูปที่ 5.19 แต่จะแตกต่างกันในตำแหน่ง reattachment ด้านหลังครีบที่สอง เนื่องจากผลของระยะพิชต์ที่ต่างกัน

จากการวิเคราะห์ผลการทำนายพบว่าลักษณะการไหลแบบปั่นป่วน เมื่อไหลผ่านครีบ ซึ่งมีค่าอัตราส่วนของระยะพิชต์ต่อความสูงของครีบที่ต่างกัน พบว่า numerical differencing schemes ทั้ง 3 แบบ ให้ผลทำนายไม่ต่างกันมากนัก จากการสังเกตยังพบความไม่เหมาะสมของการใช้ $k - \epsilon$ turbulence model ในช่วงที่เกิดกระแสการไหลปั่นป่วนมากๆ ดูได้จากกรณี $PR = 5$ จะเกิดความผิดพลาดในการทำนายบางเล็กน้อย

รูปที่ 5.21 เป็นการแสดงการเปลี่ยนแปลงความเร็วตามแนวแกน ที่อยู่ในช่วง $x/H = -3.0$ ถึง 20.0 และ $y/D = 0.0$ ถึง 1.0 ซึ่งเมื่อพิจารณาจากรูปพบว่าที่ตำแหน่ง $x/H = -3.0$ และ -1.0 ค่าความเร็วที่ได้จากทั้ง 3 schemes มีค่าใกล้เคียงกันมากและยังมีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลองอีกด้วย เมื่อพิจารณาที่ตำแหน่ง $x/H = 0.0$ ซึ่งเป็นตำแหน่งที่ครีบบางอยู่ พบว่าความเร็วที่ได้จากการใช้ upwind และ hybrid schemes มีค่าที่ใกล้เคียงกัน และมีค่าที่แตกต่างจากผลการทดลองไม่มากนัก ส่วนความเร็วที่ได้จาก QUICK scheme มีค่าที่แตกต่างจากผลการทดลองมากกว่าที่ได้จาก upwind และ hybrid schemes โดยคาดคะเนสูงเกินไปในช่วง $y/D \approx 0.3$ ถึง 0.5 และทำนายต่ำกว่าในช่วง $y/D \approx 0.0$ ถึง 0.3 เมื่อเทียบกับผลการทดลอง



รูปที่ 5.21 กราฟเปรียบเทียบผลของความเร็วตามแนวแกนจากการคำนวณกับผลการทดลอง

ที่ตำแหน่งของ $x/H = 0.5$ มีลักษณะของความเร็วในทำนองเดียวกันกับ $x/H = 0.0$ และสังเกตได้ว่าความเร็วที่ตำแหน่ง $y/D \approx 0.5$ ของทั้ง upwind และ hybrid schemes มีค่าความเร็วเพียง $1/4$ ของความเร็วที่ได้จากผลการทดลอง ส่วน QUICK scheme จะปรากฏการไหลวนกลับบริเวณใต้ครีบบวกกว่า 2 schemes ที่เหลือ และยังมีปรากฏค่าความเร็ว overshoot ในตำแหน่งใต้ครีบบวกกับในช่วง $x/H = 0.0$ ส่วนในตำแหน่ง $x/H = 2.0$ และ 4.0 ค่าความเร็วที่ได้จาก upwind, hybrid และ QUICK schemes มีค่าแตกต่างจากผลการทดลองเล็กน้อยในช่วง $y/D \approx 0.3$ ถึง 1.0 และพบว่าความเร็วที่ได้จาก QUICK scheme มีค่าแตกต่างจากผลการทดลองมากกว่า upwind และ hybrid schemes ในช่วง $y/D \approx 0.0$ ถึง 0.3 ที่ตำแหน่ง $x/H = 8.0$ ผลของ numerical differencing schemes ที่

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3 วิธี ทำนายได้ค่าที่ใกล้เคียงกัน แต่เมื่อเทียบกับผลการทดลองจะปรากฏค่าความแตกต่างบ้าง ส่วนที่ตำแหน่ง $x/H = 10.0, 15.0,$ และ 20.0 ปรากฏว่าค่าความเร็วที่คำนวณได้ มีความแตกต่างจากผลการทดลองอย่างมากในทุกตำแหน่ง

Contour plot ของ stream function ได้จากการคำนวณโดยใช้ numerical differencing schemes ต่างๆ ได้แสดงในช่วง $x/H = -2.0$ ถึง 12.0 และ $y/H = 0.0$ ถึง 2.0 ดังแสดงในรูปที่ 5.22, 5.23 และ 5.24 ซึ่งเมื่อพิจารณาจากรูปพบว่าเมื่อใช้ upwind scheme ตามรูปที่ 5.22 จะพบการหมุนวน (recirculation zone) ที่สังเกตได้ 3 ตำแหน่ง คือการหมุนวนใหญ่ที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ตำแหน่ง $x/H \approx 3.6$ กับ $y/H \approx 1.45$ ซึ่งเกิดขึ้นหลังการไหลผ่านครีบและมีขนาดใหญ่เมื่อเปรียบเทียบกับ การหมุนวนสองตำแหน่งที่เหลือที่ตำแหน่ง $x/H \approx -0.15$ กับ $y/H \approx 1.85$ และ $x/H \approx 0.2$ กับ $y/H \approx 0.95$ ซึ่งเกิดขึ้นที่มุมบนด้านหน้าของครีบและด้านล่างบริเวณใต้ครีบตามลำดับ

Contour plot ของ stream function จากการคำนวณโดยใช้ hybrid scheme ได้แสดงในรูปที่ 5.23 ซึ่งจะพบการหมุนวนที่สังเกตได้ 3 ตำแหน่งด้วยกันเช่นเดียวกันกับ upwind scheme คือการหมุนวนใหญ่ที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ตำแหน่ง $x/H \approx 3.5$ กับ $y/H \approx 1.5$ ซึ่งเป็นเกิดขึ้นหลังการไหลผ่านครีบและการหมุนวนที่เหลืออีกสองตำแหน่งคือ $x/H \approx -0.2$ กับ $y/H \approx 1.8$ และ $x/H \approx 0.35$ กับ $y/H \approx 0.95$ ซึ่งเกิดขึ้นที่มุมบนด้านหน้าของครีบซึ่งมีขนาดใหญ่กว่าการทำนายโดย upwind scheme และด้านล่างบริเวณใต้ครีบเช่นกัน

Contour plot ของ stream function ได้จากการใช้ QUICK scheme ซึ่งแสดงในรูปที่ 5.24 จะพบการหมุนวนที่สังเกตได้เพียง 2 ตำแหน่งด้วยกัน คือการหมุนวนใหญ่ที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ตำแหน่ง $x/H \approx 3.5$ กับ $y/H \approx 1.44$ ซึ่งเป็นเกิดขึ้นหลังการไหลผ่านครีบ กับ การหมุนวนที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ตำแหน่ง $x/H \approx 0.2$ กับ $y/H \approx 0.95$ ซึ่งเกิดขึ้นที่บริเวณด้านใต้ของครีบซึ่งเป็นปรากฏการณ์หมุนวนซึ่งมีขนาดใหญ่ เมื่อเทียบกับ 2 schemes ที่เหลือ ในตำแหน่งเดียวกัน

รูปที่ 5.25, 5.26 และ 5.27 แสดง vector plot ของความเร็วที่ได้มาจากการใช้ upwind, hybrid และ QUICK schemes ตามลำดับในการคำนวณ โดยจะแสดงอยู่ในช่วง $x/H = -2.0$ ถึง 12.0 และ $y/H = 0.0$ ถึง 2.0 เช่นเดียวกับ contour plot ของ stream function ซึ่งใน vector plot ของความเร็วนี้สามารถสังเกตเห็นถึงลักษณะของการหมุนวน(recirculation) และจุดศูนย์กลางของการหมุนวนที่ตำแหน่งต่างๆ ทั้งก่อนหน้าและหลังจากการไหลผ่านครีบได้อย่างชัดเจน โดยเฉพาะอย่างยิ่งที่ตำแหน่งด้านหลังของครีบ จากรูปที่ 5.25 จะพบว่าตำแหน่งที่เกิด reattachment ของ upwind scheme อยู่ที่ตำแหน่ง $x/H \approx 7.8$ ส่วน reattachment ของ hybrid scheme ดังแสดงในรูปที่ 5.26 อยู่ที่ตำแหน่ง $x/H \approx 7.4$ และรูปที่ 5.27 ที่แสดงตำแหน่ง reattachment ของ QUICK scheme ที่ $x/H \approx 7.0$ นอกจากนี้เมื่อลองสังเกตจาก vector plot จะพบการหมุนวนอีกตำแหน่งหนึ่งที่มีขนาดเล็กมากอยู่ในตำแหน่งหลังครีบ



รูปที่ 5.22 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย upwind scheme

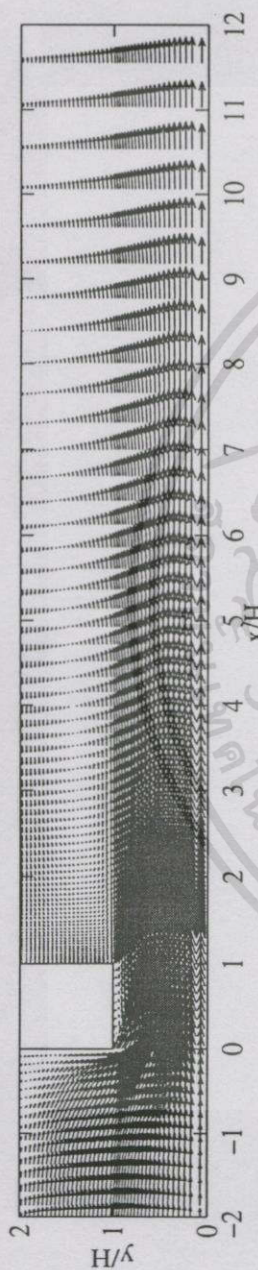


รูปที่ 5.23 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme

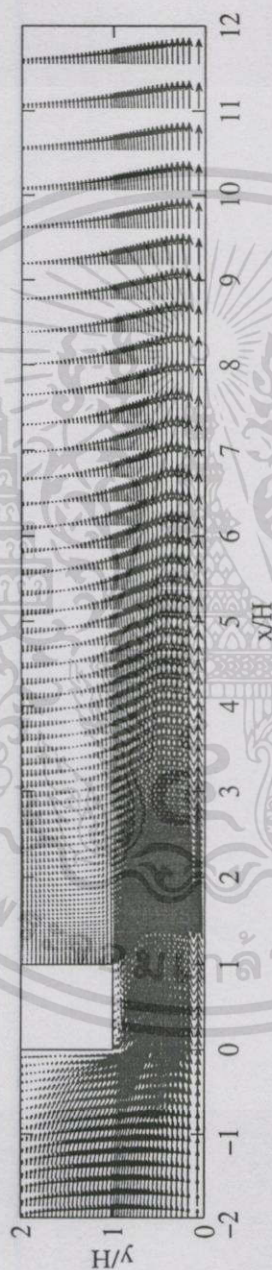


รูปที่ 5.24 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย QUICK scheme

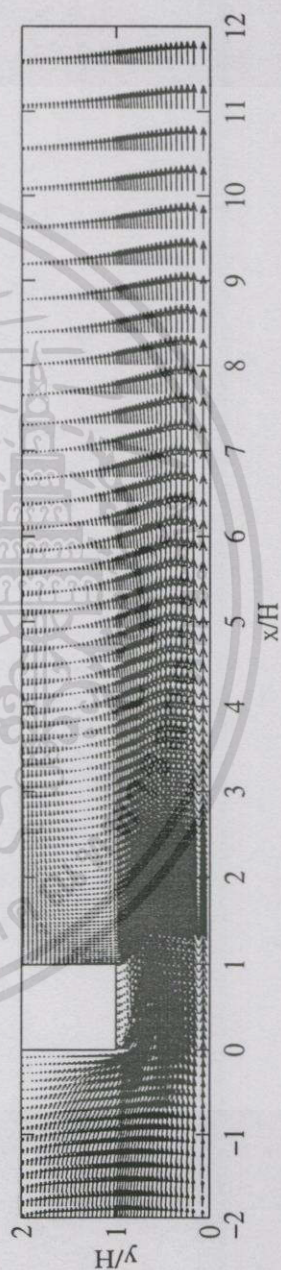
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับบริการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ การค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.25 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย upwind scheme



รูปที่ 5.26 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme



รูปที่ 5.27 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย QUICK scheme

จากการจำลองการไหลพบว่า สมรรถนะของ numerical differencing schemes ทั้ง 3 วิธี คือ upwind, hybrid และ QUICK schemes ให้ผลการทำนายที่แตกต่างกันบ้าง โดยเฉพาะการทำนายในช่วงที่มีกระแสการไหลปั่นป่วนสูงๆ และในตำแหน่งการไหลผ่านครีบ QUICK scheme ให้ผลการทำนายที่ดีกว่า upwind และ hybrid schemes เนื่องจากรูปแบบของสมการที่นำมาใช้ในการประมาณแตกต่างกัน โดย upwind และ hybrid schemes เป็นสมการเชิงเส้น และ QUICK scheme เป็นสมการลำดับที่สอง ซึ่งมีโอกาสที่เกิด over-shoot ขึ้นในการคำนวณ ดังแสดงในช่วงตำแหน่งที่ไหลผ่านครีบ ดังกล่าวข้างต้น

เมื่อเปรียบเทียบผลการจำลองการไหลโดยใช้ $k-\epsilon$ turbulence model กับการทดลองยังพบความผิดพลาดบ้างในบางตำแหน่ง โดยเฉพาะในตำแหน่งการไหลผ่านครีบเป็นต้นไป โดยจะเกิดการหมุนวนขนาดใหญ่ จนกระทั่งการไหลจะปรับตัวเข้าสู่การไหลแบบเต็มที่ (fully developed) ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า แบบจำลองความปั่นป่วน $k-\epsilon$ turbulence model ไม่เหมาะสมกับการทำนายการไหลที่มีความซับซ้อน

5.3.2 งานวิจัยของ Durst et al. (1988)

จากการทำนายการไหลภายในช่องขนานผ่านครีบที่กล่าวมาข้างต้น ได้ทำการจำลองการไหลภายใต้เงื่อนไขของ computational domain ทั้ง 2 แบบ และพิจารณาตำแหน่งของการวางครีบ จำนวน 1 ตำแหน่ง และ 2 ตำแหน่ง ของ เงื่อนไขแบบสมมาตร (axis of symmetry) ตามแนวแกนมาแล้ว สำหรับในหัวข้อนี้จะทำนายการไหลผ่านครีบ 2 ตำแหน่งภายใต้เงื่อนไขแบบไม่สมมาตร (axis of asymmetry) ตามแนวแกน โดยใช้ $k-\epsilon$ turbulence model ร่วมกับ numerical differencing scheme ทั้งหมด 3 วิธี คือ upwind, hybrid และ QUICK schemes ซึ่งผลการทำนายได้นำมาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดลองของ Durst et al. (1988) โดยใช้ LDV measurements สำหรับทำนายค่าความเร็วของของไหลที่ตำแหน่งต่างๆ

รูปที่ 5.28 แสดงลักษณะของช่องขนานและ computational domain ที่นำมาจำลองการไหลโดยที่ความยาวของช่องขนาน (L) เท่ากับ 1000 mm และความกว้างของผนังแผ่นเรียบ (D) เท่ากับ 10 mm โดยมีตำแหน่งครีบเริ่มต้นที่ (1) เท่ากับ 28.4 mm ระยะพิทซ์ (Pi) เท่ากับ 51.6 mm ความกว้างของครีบ (W) เท่ากับ 1.6 mm และเปลี่ยนค่าความสูงของครีบ (H) เท่ากับ 2.4 mm และ 4.8 mm ตามลำดับ

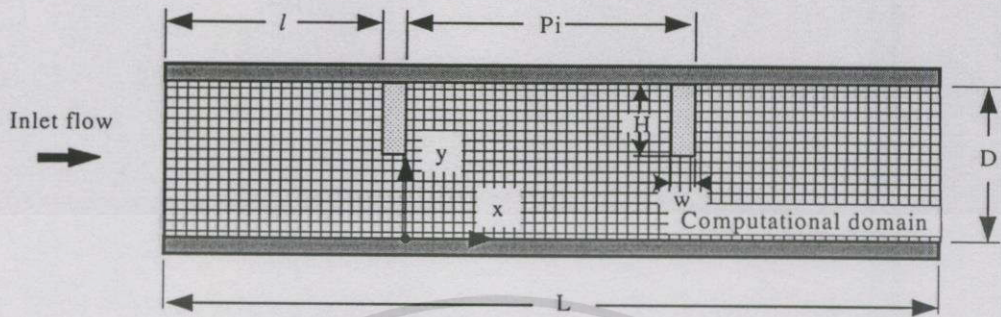
การจำลองในหัวข้อนี้ยังพิจารณาการเปลี่ยนค่าอัตราส่วนของความสูงของครีบต่อความกว้างของผนังแผ่นเรียบ Blockage Ratio (BR) เท่ากับ 0.24 และ 0.48 โดยมีความเร็วทางเข้าแบบ ตามค่าจากการทดลองซึ่งความเร็วเฉลี่ย U_{av} เท่ากับ 4.87 และ 3.07 m/s ที่ $Re_h = 507$ และ 617 ตามลำดับ

โดยมีเงื่อนไขในการคำนวณดังต่อไปนี้

ความเร็ว u และ v ตามผนังทั้งสองด้านมีค่าเป็นศูนย์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ของไหลที่พิจารณาเป็นอากาศที่อุณหภูมิ $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ ซึ่งมีค่า $\mu = 1.85 \times 10^{-5}\text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ และ $\rho = 1.2\text{ kg}/\text{m}^3$



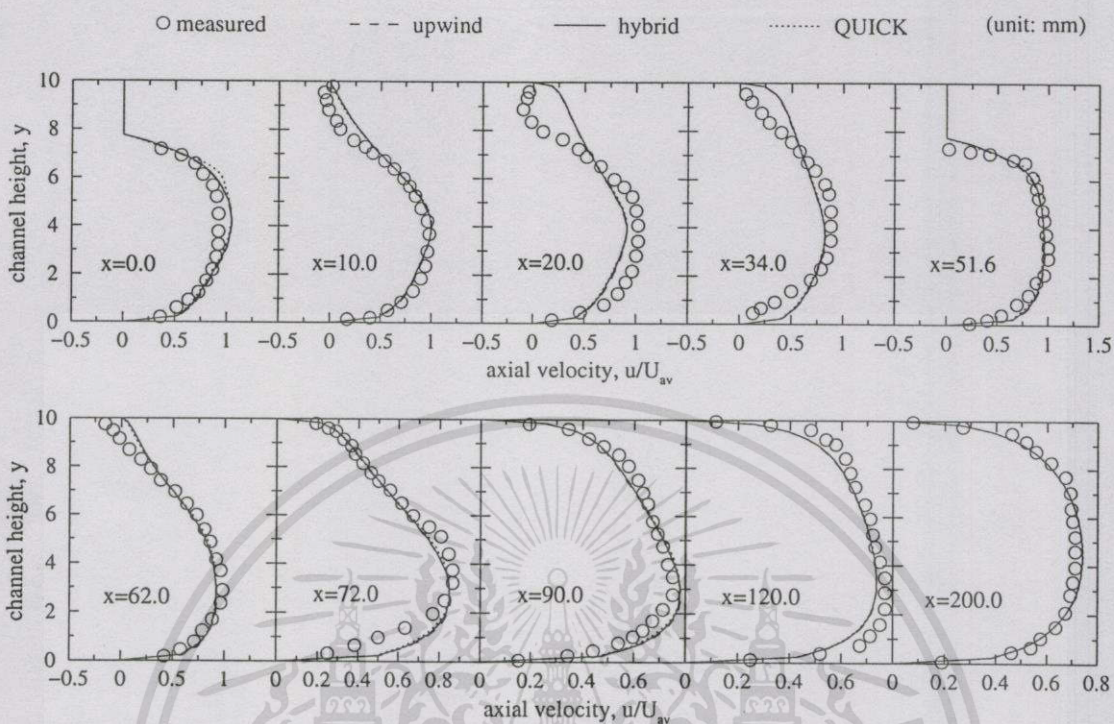
รูปที่ 5.28 ลักษณะช่องขนานของ Durst et. al. (1988)

ผลของการจำลองการไหล

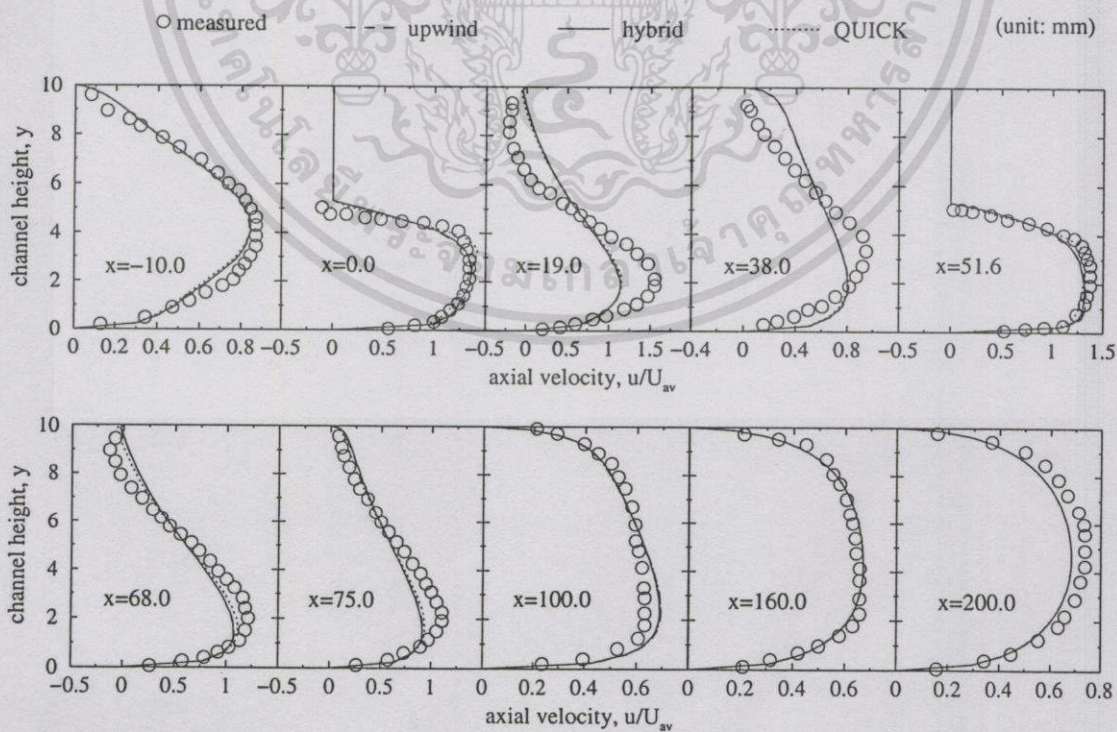
ผลจากการจำลองการไหลโดยใช้ $k-\varepsilon$ model ร่วมกับ schemes ต่างๆ ที่กล่าวในข้างต้น ผลการคำนวณได้ถูกนำมาแสดงในรูปของความเร็วตามแนวแกน, contour plot ของ stream function และ vector plot

รูปที่ 5.29 เป็นกราฟการเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแนวแกน สำหรับ $BR=0.24$ ทั้งหมด 10 จุด ที่ตำแหน่ง $x=0.0, 10.0, 20.0, 34.0, 51.6, 62.0, 72.0, 90.0, 120.0$ และ 200.0 mm ตามลำดับ ผลจากการทำนายทั้ง 3 schemes พบว่า แนวโน้มของความเร็วที่ได้ให้ผลการทำนายไม่แตกต่างกันเลย แต่พบความผิดพลาดบ้างในบางตำแหน่งเช่น บริเวณการไหลผ่านครีบ ซึ่ง QUICK scheme ให้ผลการทำนายเกินเลยไปบ้างเล็กน้อย แต่เมื่อเปรียบเทียบกับผลจากการทดลองพบว่า ในช่วง $x=10.0$ ถึง 34.0 mm เป็นช่วงที่อยู่ในตำแหน่งการไหลผ่านระหว่างครีบทั้งสอง จะเกิดกระแสการไหลปั่นป่วนสูง ซึ่งจากการทำนายให้ค่าผิดพลาดค่อนข้างมาก โดยที่ตำแหน่ง $x=10.0\text{ mm}$ ผลที่ได้จากการทำนายไม่ปรากฏการหมุนวน แต่ผลจากการทดลองเกิดการหมุนวนเล็กน้อย ซึ่งที่ตำแหน่ง $x=20.0\text{ mm}$ ก็เช่นกัน แต่ในตำแหน่งนี้ทำนายได้ผิดพลาดมากกว่าในตำแหน่ง $x=10.0\text{ mm}$ ได้อย่างชัดเจน โดยผลจากการทำนายการไหลที่ $y \approx 7.0$ ถึง 10.0 mm จะคาดคะเนสูงเกินไป และในช่วง $y \approx 0.0$ ถึง 7.0 mm ให้ผลการคาดคะเนต่ำกว่าผลที่ได้จากการทดลอง ซึ่งลักษณะเช่นนี้จะปรากฏที่ตำแหน่ง $x=34.0\text{ mm}$ เช่นกัน อันเป็นผลมาจากความผิดพลาดเนื่องจากความสามารถของ $k-\varepsilon$ model นั้นเอง

แต่เมื่อไหลผ่านตำแหน่งดังกล่าวไป ความสามารถในการทำนาย ให้ผลใกล้เคียงกับการทดลองเป็นอย่างดีซึ่งความเร็วสูงสุดในการไหลผ่านครีบนี้จะปรากฏที่ตำแหน่งบริเวณการไหลผ่านครีบในตำแหน่งที่ 2 ซึ่งมีค่า $u/U_{av} \approx 1.0$ หลังจากการไหลผ่านตำแหน่งนี้ไปจะเกิดการหมุนวนในช่วง



รูปที่ 5.29 กราฟการเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแนวแกน สำหรับ BR=0.24



รูปที่ 5.30 กราฟการเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแนวแกน สำหรับ BR=0.48

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ด้านหลังครีบเล็กน้อย จากนั้นความเร็วก็ปรับตัวเข้าการไหลแบบเต็มที่ เช่นเดียวกับความเร็วทางเข้าที่ได้มาจากการทดลอง และรูป 5.30 เป็นกราฟการเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแนวแกนสำหรับ $BR = 0.48$ เปรียบเทียบค่าทั้งหมด 10 จุด ที่ตำแหน่ง $x = -10.0, 0.0, 19.0, 38.0, 51.6, 68.0, 75.0, 100.0, 160.0$ และ 200.0 mm ตามลำดับ ลักษณะการไหลคล้ายคลึงกับกรณีแรก แต่สังเกตว่า ในกรณีนี้ได้เปลี่ยนค่าอัตราส่วนของความสูงของครีบต่อความกว้างของผนังแผ่นเรียบ Blockage Ratio (BR) โดยที่ความกว้างของผนังแผ่นเรียบคงที่ ความสูงของครีบเปลี่ยนไป โดยมีขนาดความสูง H เท่ากับ 4.8 mm และค่าความเร็วเฉลี่ยทางเข้าต่างกัน ซึ่งในกรณีนี้ ความเร็วน้อยกว่ากรณีแรก ซึ่งผลที่สังเกตได้ ที่ตำแหน่งการไหลผ่านครีบแรก ความเร็ว ณ. ตำแหน่งนี้ เมื่อเปรียบเทียบกับทั้งสองกรณี ซึ่งเขียนอยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติ u/U_{av} ในกรณี $BR = 0.24$ มีค่าความเร็วสูงสุดเท่ากับ 1.0 ซึ่งมีค่าน้อยกว่ากรณี $BR = 0.48$ โดยมีค่าความเร็วสูงสุดที่ตำแหน่งนี้เท่ากับ 1.35

เมื่อไหลผ่านครีบในตำแหน่งที่ 2 ความเร็วสูงสุดมีค่า u/U_{av} เท่ากับ 1.25 โดยมีค่าลดลงไปบ้าง อันเป็นผลมาจากการไหลปะทะครีบ จึงทำให้เกิดการหมุนวนในช่วงระหว่างครีบ เป็นผลทำให้ค่าความเร็วลดลงไปเล็กน้อย แต่เมื่อไหลผ่านตำแหน่งนี้ไป ด้านหลังครีบจะปรากฏการหมุนวนซึ่งมีขนาดใหญ่ เป็นการไหลย้อนกลับ ($u/U_{av} \leq 0$) ซึ่งสังเกตได้จากที่ตำแหน่ง $x = 68.0$ mm แต่หลังจากตำแหน่งนี้ พฤติกรรมการไหลก็ปรับตัวเข้าสู่การไหลแบบปกติ

Contour plot ของ stream function จากผลการทำนายที่ได้จากการเปลี่ยนค่า อัตราส่วนของความสูงของครีบต่อความกว้างของผนังแผ่นเรียบ Blockage Ratio (BR) เท่ากับ 0.24 และ 0.48 ซึ่งทำนายโดย hybrid scheme ดังแสดงในรูปที่ 5.31 และ 5.32 ตามลำดับ จากรูป 5.31 เป็นกรณี $BR = 0.24$ จะพบว่าการหมุนวนขนาดใหญ่ที่สังเกตได้ 2 ตำแหน่งคือ บริเวณด้านหลังครีบทั้งสอง โดยมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ตำแหน่ง $x \approx 3.5$ และ 54.0 mm ตามลำดับเมื่อพิจารณากรณี $BR = 0.48$ ดังในรูป 5.32 ซึ่งทำนายโดย hybrid scheme เช่นกัน สังเกตการหมุนวนที่เกิด 4 ตำแหน่งด้วยกันคือ ที่บริเวณมุมบนด้านหน้าครีบและด้านหลังครีบทั้งสอง ซึ่งรูปร่างลักษณะที่เกิดขึ้นจากการไหลผ่านครีบ มีความคล้ายคลึงกันมาก เพียงแต่แตกต่างกันที่ขนาดของลักษณะการไหลวนที่เกิดด้านหลังครีบที่ 2 จะเล็กกว่าเพียงเล็กน้อย ซึ่งจุดศูนย์กลางการหมุนวน เมื่อของไหลไหลผ่านครีบที่ตำแหน่งที่ 1 และ 2 ปรากฏที่ $x \approx 6.5$ และ 56.5 mm ตามลำดับ

จากรูป 5.33 และ 5.34 แสดง vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ $BR = 0.24$ และ 0.48 ตามลำดับ โดยจะแสดงอยู่ในช่วง $x = -10.0$ ถึง 80.0 mm และ $y = 0.0$ ถึง 10.0 mm สังเกตว่า ผลของความสูงของครีบมีอิทธิพลต่อการไหลมาก ซึ่งพิจารณาจากรูป 5.33 การหมุนวนที่เกิดด้านหลังของครีบทั้งสอง จะพบตำแหน่งที่เกิด reattachment อยู่ที่ตำแหน่ง $x \approx 9.5$ และ 60.0 mm ที่ตำแหน่งครีบที่ 1 และ 2 ตามลำดับ แต่สำหรับ $BR = 0.48$ ดังรูป 5.34 ตำแหน่ง reattachment ปรากฏที่ตำแหน่ง $x \approx 19.5$ และ 68.0 mm ที่ตำแหน่งครีบที่ 1 และ 2 ตามลำดับ ซึ่งจะ

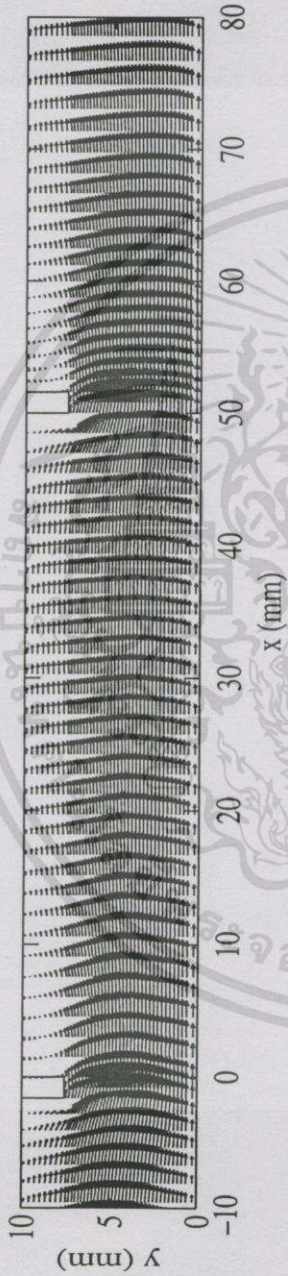


รูปที่ 5.31 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ $BR=0.24$

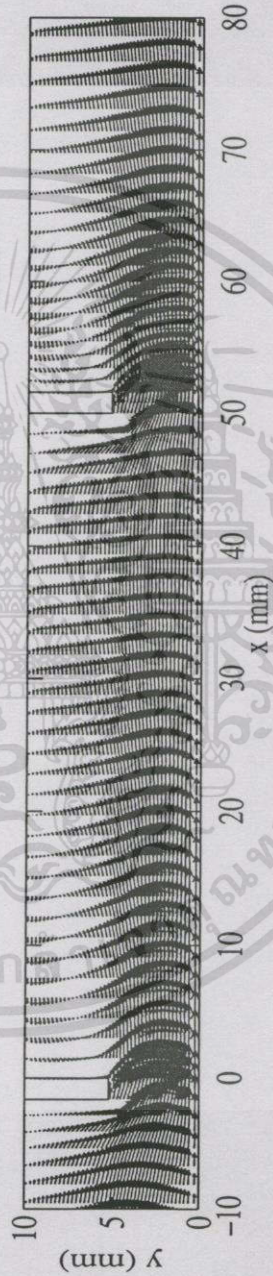


รูปที่ 5.32 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ $BR=0.48$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานในการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.33 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ $BR=0.24$



รูปที่ 5.34 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ $BR=0.48$

พบว่าความสูงของครีบบีผลต่อความเร็ว โดยสังเกตได้จาก ค่า reattachment จากตำแหน่งครีบบีที่ 2 ลดลงบ้างเมื่อเทียบกับตำแหน่งแรก

จากการทำนายพบว่าผลของ numerical differencing schemes ทั้ง 3 วิธี ให้ผลการทำนายได้ใกล้เคียง แต่เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลอง พบว่าความสามารถในการทำนายโดย $k-\epsilon$ model ให้ผลผิดพลาดบ้างพอสมควร ในช่วงที่เป็นเกิดกระแสการไหลปั่นป่วนสูงๆ ซึ่งสาเหตุหนึ่ง ก็อาจจะเกิดมาจากผลของ boundary layer ที่ผิวผนัง ตามเงื่อนไข computation domain แบบไม่สมมาตรซึ่งสังเกตได้จากช่วงระหว่างการไหลผ่านครีบบีทั้งสอง แต่เมื่อไหลผ่านช่วงนี้ไป ความสามารถในการทำนายได้ผลดีระดับหนึ่งเมื่อเทียบกับผลการทดลอง

ผลของความสูงของครีบบี มีผลต่อพฤติกรรมของการไหลที่เกิดขึ้น กล่าวคือ เมื่อเพิ่มระยะความสูงของครีบบี ความเร็วในตำแหน่งการไหลผ่านครีบบีจะมีค่าสูง ณ ตำแหน่งแรก และจะเกิดการหมุนวนที่มีขนาดใหญ่ขึ้นตามความสูงของครีบบี

5.4 สรุปและวิเคราะห์ผล

ผลการทำนายการไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนานที่มีครีบบี โดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วน $k-\epsilon$ model สามารถสรุปผลจากการทำนายได้ดังต่อไปนี้

5.4.1 ผลของ numerical differencing schemes

จากผลการคำนวณ ซึ่งให้เห็นถึงความสามารถในการจำลองลักษณะการไหลปั่นป่วนที่ใช้ 3 schemes ที่แตกต่างกันคือ upwind, hybrid และ QUICK schemes จากการจำลองได้แสดงถึงผลของประสิทธิภาพของ scheme ว่า upwind scheme และ hybrid scheme ซึ่งเป็น first order accurate มีความสามารถในการทำนายได้ใกล้เคียงและทำนายได้ใกล้เคียงกับผลการทดลองมากกว่า QUICK scheme ซึ่งเป็น second order accurate ในช่วงที่เกิดการไหลปั่นป่วนแบบหมุนวน ซึ่งสังเกตได้ในตำแหน่งบริเวณใต้ครีบบี ซึ่ง QUICK scheme จะเกิดความผิดพลาดในการคำนวณมากกว่า 2 schemes ที่เหลือ

5.4.2 ผลความแตกต่างภายใต้เงื่อนไข computation domain ทั้ง 2 ชนิด

จากการทำนายการไหลได้พิจารณาเงื่อนไข computation domain ทั้ง 2 ชนิดซึ่งสามารถสรุปผลความแตกต่างจากการทำนายได้ดังนี้คือ

1. ผลของเงื่อนไข computational domain แบบสมมาตรให้ผลการทำนายได้ดี เมื่อเทียบกับการทดลอง แต่ก็เกิดความผิดพลาดบ้างในบริเวณใกล้ผนัง โดยเฉพาะผนังใต้ครีบบี
2. การทำนายภายใต้เงื่อนไข computational domain แบบไม่สมมาตรให้ผลการทำนายได้ดีในระดับหนึ่ง ซึ่งอาจจะเกิดมาจากผลของ boundary layer ที่ผิวผนัง โดยสังเกตได้จากเมื่อของไหลไหลผ่านครีบบีในช่วงการเกิดกระแสการไหลปั่นป่วนสูงๆ ให้ผลการทำนายผิดพลาด

บ้างพอสมควร จนกระทั่งการไหลปรับตัวเข้าสู่การไหลแบบเต็มๆ จึงให้ผลการทำนายใกล้เคียงกับการทดลอง

นอกจากนี้ยังแสดงให้เห็นความไม่เหมาะสมของแบบจำลองความปั่นป่วน $k-\epsilon$ turbulence model ที่นำมาใช้ ไม่เหมาะสมกับการไหลที่มีความซับซ้อน ซึ่งสามารถแก้ไขได้โดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วน ในลำดับที่สูงกว่านี้



บทที่ 6

การทำนายการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครีบริบ

6.1 บทนำ

จากการจำลองการไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนานที่มีครีบริบดังที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ผ่านมาข้างต้น ได้ศึกษาพฤติกรรมของการไหลที่เกิดขึ้นจริง ผลดังกล่าวนำมาสู่การศึกษาลักษณะการถ่ายเทความร้อนที่เกิดขึ้นในช่องขนานที่มีครีบริบภายใต้สมมติฐานเป็นการพาความร้อนแบบบังคับ (force convection heat transfer) ดังนี้

6.2 ลักษณะของปัญหา

จากผลการทดลองของ Acharya *et. al.* (1998) โดยวิธี LDV measurements สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครีบริบซึ่งอยู่ติดกับผนังด้านล่างจำนวน 1 ตำแหน่ง โดยการจำลองการถ่ายเทความร้อนนี้ได้ใช้เงื่อนไข computational domain แบบไม่สมมาตรตามแนวแกน ซึ่งใช้ $k-\epsilon$ turbulence model ร่วมกับ numerical differencing schemes ทั้งหมด 3 วิธี คือ upwind, hybrid และ QUICK schemes โดยที่ความยาวของช่องขนาน (L) เท่ากับ 1016 mm และความกว้างของผนังแผ่นเรียบ (D) เท่ากับ 61 mm, hydraulic diameter (D_h) เท่ากับ 101.6 mm โดยที่ตำแหน่งครีบริบเริ่มต้นที่ (1) เท่ากับ 95.25 mm ความสูงของครีบริบ (H) เท่ากับ 6.35 mm และความกว้างของครีบริบ (W) เท่ากับ 6.35 mm ซึ่งความเร็วเฉลี่ย U_{av} เท่ากับ 3.6 m/s ที่ $Re_D = 2.37 \times 10^4$ โดยมีความเร็วทางเข้าเป็นตามสมการดังนี้คือ

$$\frac{u}{U_{av}} = \left(\frac{y}{\delta_u}\right)^{1/5.6} \quad \text{ถ้า } y/\delta_u < 1 \quad \text{และ } y/\delta_u > \left(\frac{D}{\delta_u} - 1\right)$$
$$\frac{u}{U_{av}} = 1 \quad \text{ถ้า } 1 \leq y/\delta_u \leq \left(\frac{D}{\delta_u} - 1\right)$$

โดยที่ boundary layer thickness δ_u ซึ่งมีค่าเท่ากับ $3.3H$ ได้เลือกการทำนายการถ่ายเทความร้อนภายใต้เงื่อนไขที่ผนังแบบ uniform heat flux $\dot{q}_w'' = 280 \text{ W/m}^2$ ตลอดผนังด้านล่างหลังจากตำแหน่งครีบริบ

โดยมีเงื่อนไขในการคำนวณดังต่อไปนี้

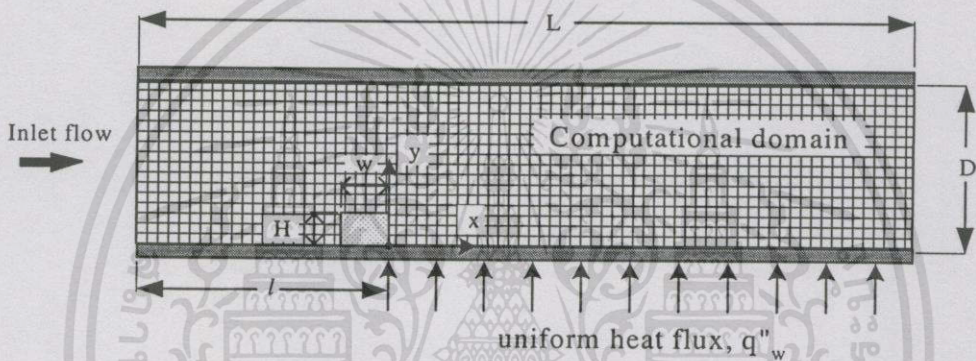
- ความเร็ว u และ v ตามผนังทั้งสองด้านมีค่าเป็นศูนย์
- สำหรับบริเวณใกล้ผนังค่าความเร็วขึ้นอยู่กับ boundary layer โดยใช้สมมติฐานตาม wall

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ของไหลที่พิจารณาเป็นอากาศที่อุณหภูมิ $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ ซึ่งมีค่า $\mu = 1.85 \times 10^{-5}\text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ และ $\rho = 1.2\text{ kg}/\text{m}^3$
- ในตำแหน่งผนังร้อนกำหนดเงื่อนไขที่ขอบผนังมีการพาความร้อน (convection surface condition) พิจารณาสมดุลย์พลังงานที่ผิวตามสมการดังนี้

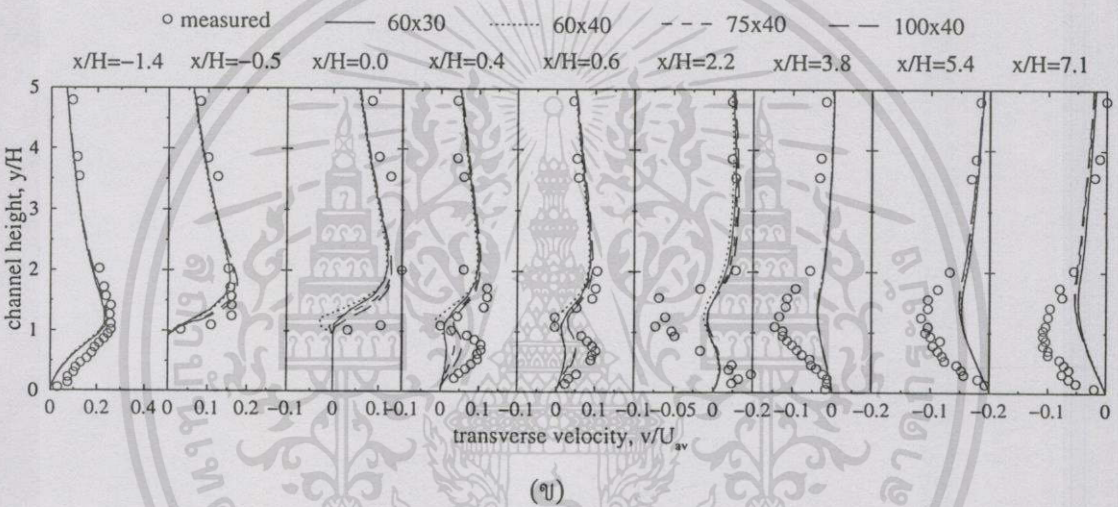
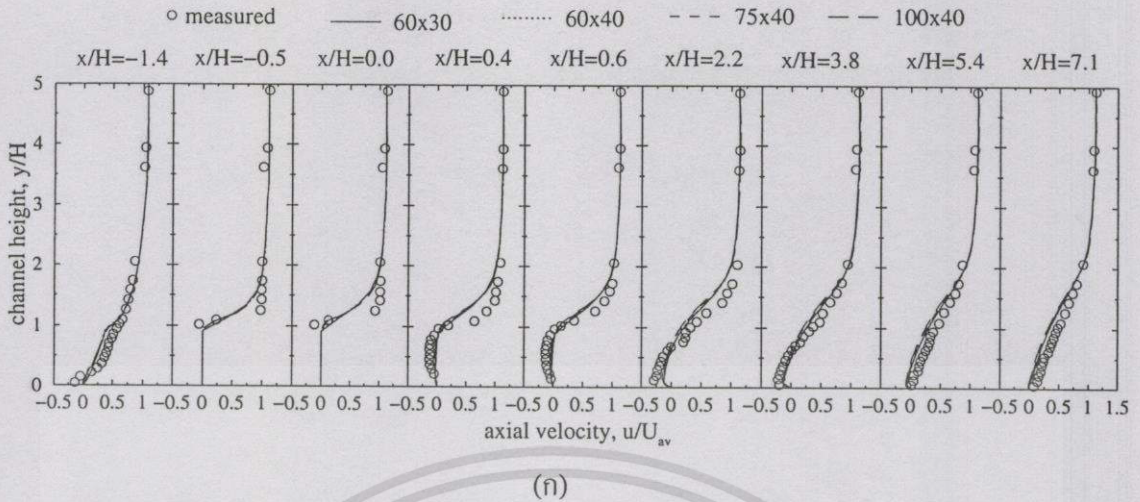
$$\dot{q}'' = h(T_w - T_{\infty})$$

โดยที่ \dot{q}'' เป็นค่าฟลักซ์ความร้อนระหว่างของไหลกับผิวผนังต่อที่จุดใดๆ และ h เป็นสัมประสิทธิ์การพาความร้อนที่ตำแหน่งใดๆ



รูปที่ 6.1 แสดงลักษณะของปัญหาการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครีบ

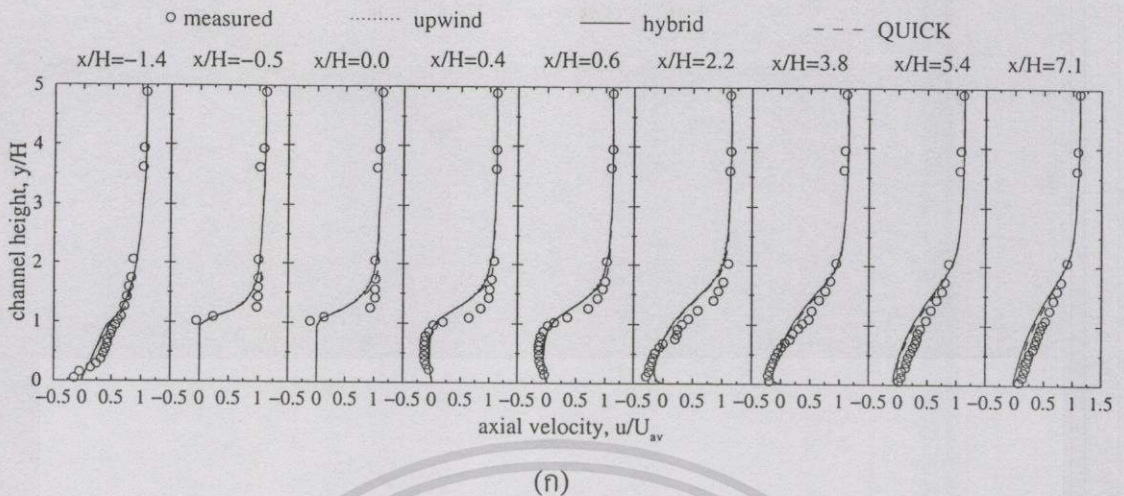
ในการคำนวณพิจารณาการแบ่งกริดภายใน computational domain แบบ non-uniform grid โดยศึกษาผลความเป็นอิสระของกริด (grid independent) ต่อการทำนาย ได้แสดงในรูปที่ 6.2 การหากริดที่เหมาะสมในการจำลองการไหลนี้ ได้เลือกวิเคราะห์การคำนวณที่จำนวนกริดเท่ากับ 60×30 , 60×40 , 75×40 , 100×40 จากรูปทำการเปรียบเทียบความเร็วตามแนวแกน และความเร็วตามแนวขวาง ซึ่งเขียนในรูปตัวแปรไร้มิติ u/U_{av} และ v/U_{av} ตามลำดับ เทียบกับสัดส่วนความสูงของครีบ y/H โดยเลือกใช้ hybrid scheme สังเกตได้ว่าจำนวนกริดที่ใช้ในการคำนวณไม่มีผลต่อความแม่นยำของปัญหา แต่ก็พบความผิดพลาดเล็กน้อยในบางตำแหน่ง โดยเฉพาะบริเวณการไหลผ่านครีบ ซึ่งเป็นจุดที่เกิดการไหลซึ่งมีการเปลี่ยนรูปร่างของความเร็วที่มีลักษณะซับซ้อน การประมาณค่าจึงเกิดความผิดพลาดบ้างในการคำนวณ แต่ในภาพรวมจำนวนกริดไม่มีผลต่อการทำนาย ดังนั้นจึงเลือกจำนวนกริดที่ใช้ในการคำนวณเท่ากับ 100×40 จุดต่อ (100 ตามแนวแกน x และ 40 ตามแนวแกน y)



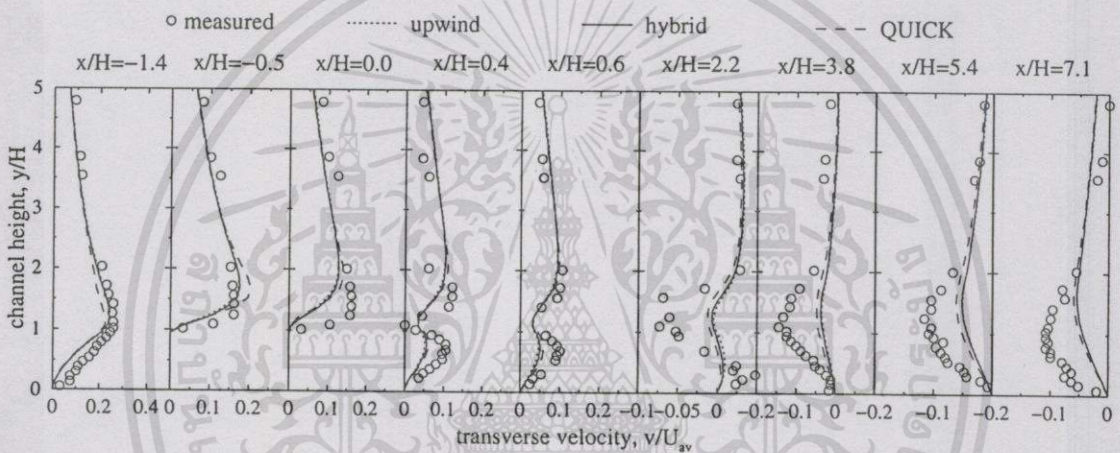
รูปที่ 6.2 กราฟแสดงผลความเป็นอิสระของกริดของ (ก) ความเร็วตามแนวแกน (ข) ความเร็วตามแนวขวาง เทียบกับผลการทดลอง

6.2.1 ผลจากการทำนายการไหล

การจำลองการไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนานที่มีกริด โดยอาศัยวิธีการเชิงตัวเลขร่วมกับแบบจำลองความปั่นป่วน ได้นำผลจากการทำนายมาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดลองโดย LDV measurements ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วตามแนวแกนและความเร็วตามแนวขวางในรูปตัวแปรไร้มิติ u/U_{av} และ v/U_{av} ตามลำดับ เทียบกับสัดส่วนความสูงของกริด y/H โดยพิจารณาที่ตำแหน่ง $-1.4 \leq x/H \leq 7.1$ ดังแสดงในรูปที่ 6.3 รวมถึง contour plot และ vector plot ในรูปที่ 6.4 และ 6.5 ตามลำดับ ซึ่งจะได้อธิบายต่อไป



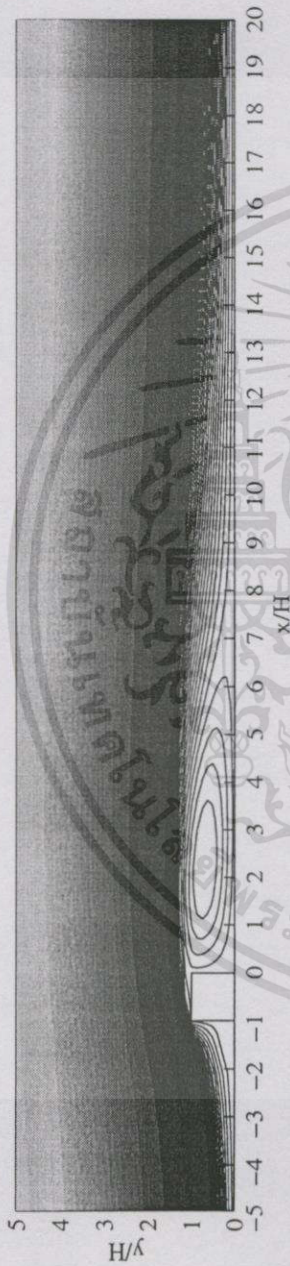
(ก)



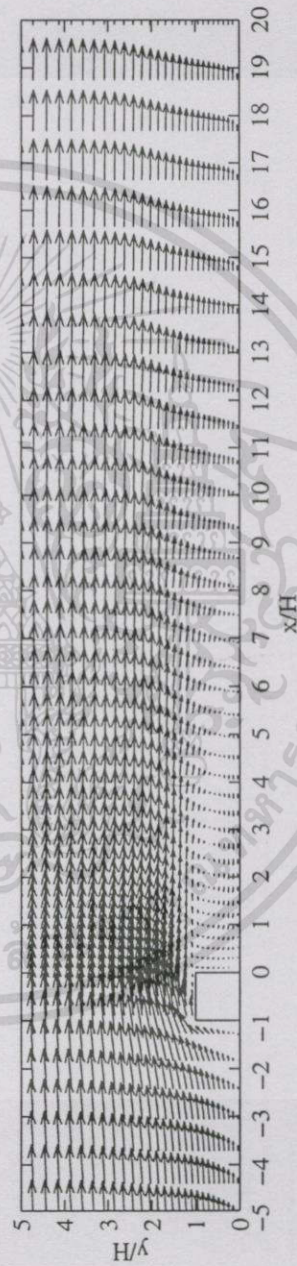
(ข)

รูปที่ 6.3 กราฟการเปลี่ยนแปลงของ (ก) ความเร็วตามแนวแกน (ข) ความเร็วตามแนวขวาง เทียบกับผลการทดลอง

ผลของความเร็วมตามแนวแกนและความเร็วมตามแนวขวาง ได้แสดงในรูปที่ 6.3(ก) และ 6.3(ข) ซึ่งจากรูปแสดงให้เห็นการเปลี่ยนแปลงของความเร็วจากระยะกึ่งกลางของช่องขนานถึงผนังด้านล่าง $0 \leq y/H \leq 5$ ที่ตำแหน่ง $x/H = -1.4, -0.5, 0.0, 0.4, 0.6, 2.2, 3.8, 5.4$ และ 7.1 ตามลำดับ จากรูป 6.3(ก) ค่าความเร็วที่ได้จากทั้ง 3 schemes มีค่าใกล้เคียงกันมากและยังมีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลองอีกด้วย เมื่อพิจารณาที่ตำแหน่ง $x/H = -0.5$ และ 0.0 ซึ่งเป็นตำแหน่งที่ครีบบางอยู่ จะพบว่าความเร็วที่ได้จากการใช้ upwind และ hybrid schemes มีค่าที่ใกล้เคียงกัน ส่วนความเร็วที่ได้จาก QUICK scheme มีค่าที่แตกต่างจาก upwind และ hybrid schemes บ้างเล็กน้อยแต่ผลที่ได้จากทั้ง 3 schemes ให้ผลที่แตกต่างจากผลการทดลองบ้างในช่วง $y/H = 1.0$ ถึง 2.0 โดยผลที่ได้จากการทำนายให้ผลการทำนายดำเนินไปเมื่อเทียบกับผลการทดลอง



รูปที่ 6.4 Contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme



รูปที่ 6.5 Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่ตำแหน่งของ $x/H = 0.4$ ถึง 7.1 ซึ่งเป็นตำแหน่งการไหลผ่านครีบไปแล้ว ปรากฏว่าผลจากความเร็วที่ได้จากการทำนายทั้ง 3 schemes ให้ผลการทำนายที่ไม่แตกต่างกัน จะมีบ้างในบางจุดที่ QUICK scheme ให้ผลการทำนายผิดพลาดไปบ้าง แต่ในภาพรวมผลที่ได้เมื่อเปรียบเทียบกับ การทดลองให้ผลการทำนายได้ระดับหนึ่งซึ่งสังเกตได้จากเมื่อการไหลผ่านพื้นตำแหน่งที่ปรากฏการหมุนวนไป การไหลก็จะปรับตัวเข้าสู่การไหลแบบเต็มที่ตั้งซึ่งให้ผลสอดคล้องกับการทดลอง

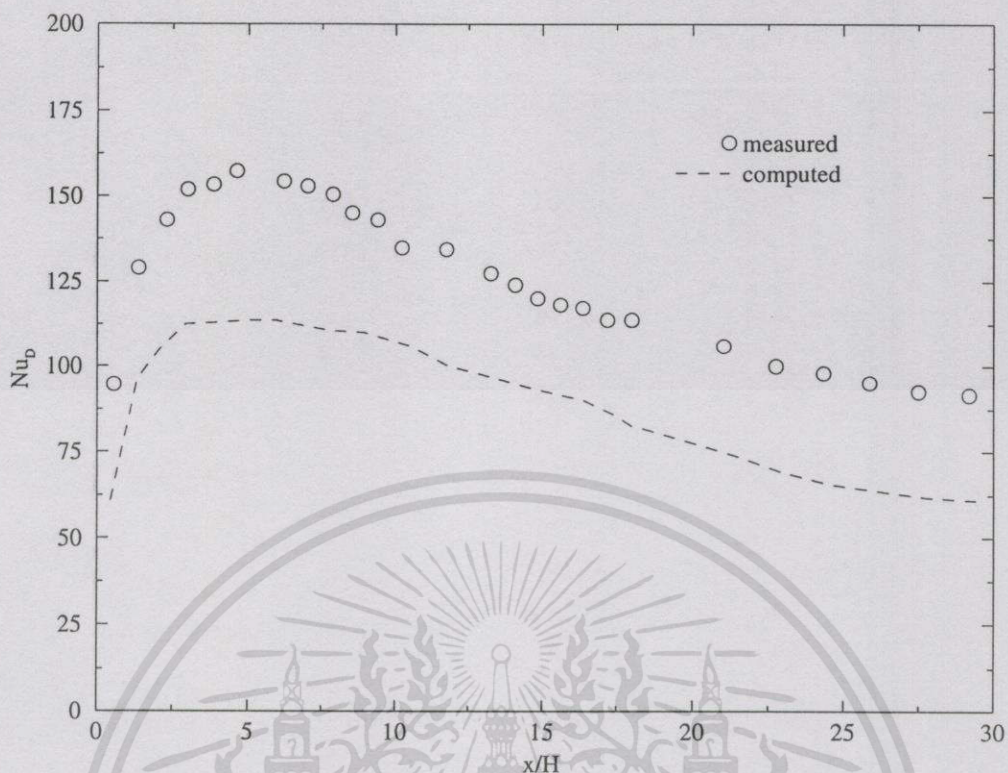
รูป 6.3(ข) แสดงกราฟการเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแนวขวาง v/U_{av} เทียบกับสัดส่วนความสูงของครีบ y/H จากการทำนายของทั้ง 3 schemes มีลักษณะเดียวกับการทำนายค่าความเร็วเร็วตามแนวแกน โดยที่ upwind และ hybrid schemes จะทำนายได้ใกล้เคียงกันเมื่อเทียบกับ QUICK scheme ในทุกๆ ตำแหน่งการไหล สังเกตว่าค่า transverse velocity, v/U_{av} ในช่วงก่อนการไหลผ่านครีบที่ตำแหน่ง $-1.4 \leq x/H \leq 0.0$ ผลจากการทำนายความเร็วสูงสุดอยู่ที่ $v/U_{av} \approx 0.2$ ณ ตำแหน่ง $x/H = 0.0$ ความเร็วหลังจากผ่านตำแหน่งนี้ไปจะเกิดการหมุนวนซึ่งทำให้เกิดการแกว่งของค่าความเร็วในแนวขวางในช่วงดังกล่าว และเมื่อเปรียบเทียบผลจากการทำนายกับการทดลอง จะพบความผิดพลาดค่อนข้างมากหลังจากตำแหน่งการไหลผ่านครีบไป ซึ่งเกิดจากกระแสความปั่นป่วนเมื่อของไหลไหลผ่านตำแหน่งนี้

Contour plot ของ stream function และ vector plot ที่ทำนายโดย hybrid scheme ซึ่งได้เลือกนำมาแสดงในที่นี้ ได้แสดงในรูปที่ 6.4 และ 6.5 ตามลำดับ โดยพิจารณาในช่วงตำแหน่ง $x/H = -5.0$ ถึง 20.0 และ $y/H = 0.0$ ถึง 5.0 จากระยะกึ่งกลางของช่องขนานถึงผนังด้านล่าง เพื่อแสดงพฤติกรรมของการไหลในช่วงผ่านครีบอย่างชัดเจนยิ่งขึ้น สังเกตพบว่าเกิด recirculation ในตำแหน่งหลังครีบซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $x/H \approx 2.2$ เช่นเดียวกับ vector plot จะพบตำแหน่งที่เกิด reattachment อยู่ที่ตำแหน่ง $x/H \approx 7.5$ ซึ่งหลังจากผ่านตำแหน่งนี้ไปผลของความเร็วก็จะปรับตัวเข้าสู่การไหลแบบเต็มที่

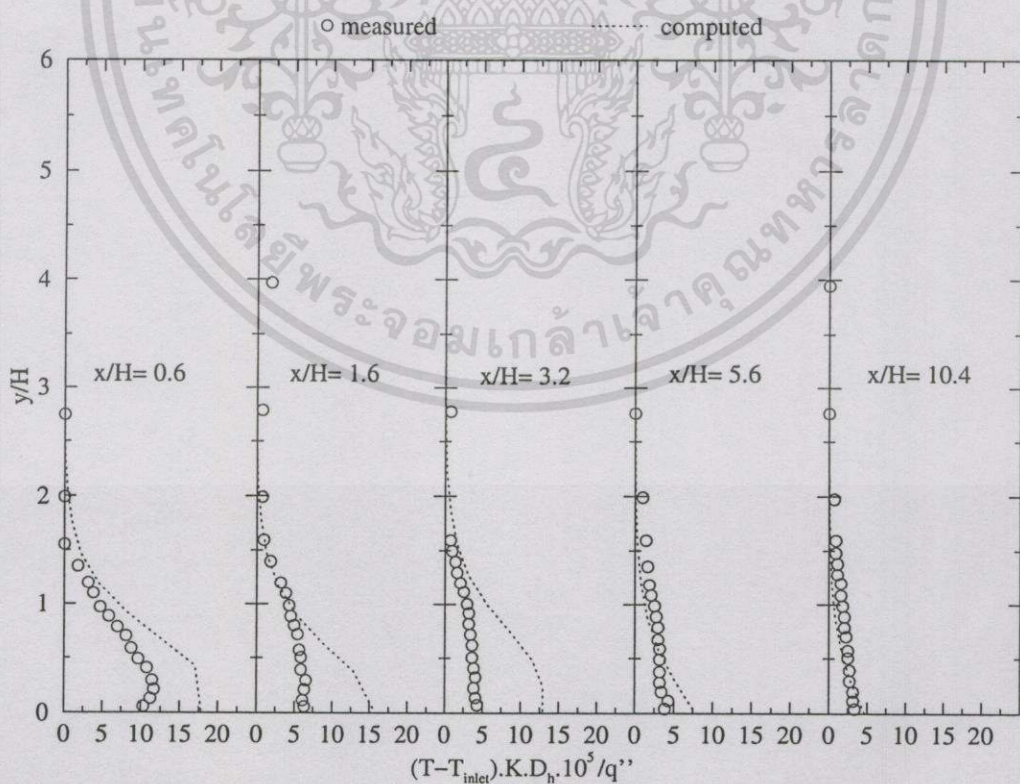
การจำลองการไหลโดย $k-\epsilon$ model ซึ่งเปรียบเทียบสมรรถนะของ scheme ต่างๆ คือ upwind, hybrid และ QUICK scheme สรุปได้ว่า QUICK ให้ผลการทำนายผิดพลาดมากกว่า 2 schemes ที่เหลือ โดยเฉพาะผลที่ได้จากการทำนายค่าความเร็วตามแนวขวาง transverse velocity, v/U_{av} แสดงผลความผิดพลาดได้ชัดเจน

6.2.2 ผลจากการทำนายการถ่ายเทความร้อน

จากรูป 6.6 เป็นกราฟแสดงค่า Nusselt number ที่ตำแหน่ง downstream หลังจากการไหลผ่านครีบ โดยเลือกใช้ hybrid scheme ในการทำนายซึ่งค่า Nusselt number สามารถหาค่าได้จากสมการ $Nu = \dot{q}'' D_h / (K(T_w - T_\infty))$, K เป็นค่า thermal conductivity ซึ่งเท่ากับ 0.0259 W/m.K ผลจากการทำนายพบว่าในช่วงตำแหน่ง $x/H = 2.5$ ถึง 5.0 มีค่า Nusselt number สูงสุดประมาณ 112 เมื่อเทียบกับผลการทดลองมีค่าสูงสุดประมาณ 155 ค่าที่ได้จากการทำนายต่ำเกินไป (underpredict) ในทุกๆ ตำแหน่ง แต่ลักษณะรูปร่างของกราฟ มีแนวโน้มใกล้เคียงกัน จากสมการพบว่าเงื่อนไขที่



รูปที่ 6.6 กราฟแสดงค่า Nusselt number ที่ตำแหน่ง downstream หลังจากไหลผ่านครีบ



รูปที่ 6.7 กราฟแสดงผลต่างของอุณหภูมิเฉลี่ย ที่ตำแหน่ง downstream หลังจากไหลผ่านครีบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขอบผนังร้อนเป็นแบบ uniform heat flux $\dot{q}'' = 280 \text{ W/m}^2$ ตลอดผนังด้านล่างหลังจากตำแหน่งครีป ซึ่งค่าที่เปลี่ยนแปลงคือค่าอุณหภูมิที่ผนัง (T_w) จึงสรุปได้ว่าผลจากการไหลผ่านครีปทำให้เกิดกระแสการไหลปั่นป่วนสูง ซึ่งในตำแหน่งนี้มีค่าความเร็วและมีความสัมพันธ์ต่อการพาความร้อนได้ดี

จากรูป 6.7 แสดงผลต่างของอุณหภูมิเฉลี่ยที่อยู่ในรูปของสมการ $(T - T_{inlet}) \cdot K \cdot D_h \cdot 10^5 / \dot{q}''$ โดยที่ ($T_{inlet} = 298 \text{ °K}$) ตำแหน่ง downstream หลังจากไหลผ่านครีป เปรียบเทียบผลทั้งหมด 5 จุดที่ตำแหน่ง $x/H = 0.6, 1.6, 3.2, 5.6$ และ 10.4 ตามลำดับ จากการทำนายได้แสดงผลที่ระยะกึ่งกลางของช่องขนานถึงผนังด้านล่างในช่วง $0 \leq y/H \leq 6$ ผลการทำนายพบว่าผลต่างของอุณหภูมิที่บริเวณใกล้ผนังในตำแหน่งหลังจะมีการถ่ายเทร้อนสูงสุด และจะมีค่าลดลงจนกระทั่งผลต่างอุณหภูมิที่บริเวณใกล้ผนังกับอุณหภูมิที่กึ่งกลางขนานมีค่าเท่ากัน รวมถึงเมื่อการไหลห่างจากครีปไปการถ่ายเทความร้อนก็จะน้อยลง ซึ่งสังเกตที่ตำแหน่ง $x/H = 10.4$ เมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองพบว่า การทำนายค่าผลต่างของอุณหภูมิในทุกๆ ตำแหน่งให้ผลทำนายเกินเลยไป (overpredict)

6.3 สรุปและวิเคราะห์ผล

จากการทำนายการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครีปนี้ โดยใช้เงื่อนไข computational domain แบบไม่สมมาตรตามแนวแกน ซึ่งได้เปรียบเทียบผลการทำนายการไหลที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วตามแนวแกนและความเร็วตามแนวขวางในรูปตัวแปรไร้มิติ u/U_{av} และ v/U_{av} ตามลำดับ ผลของ numerical differencing scheme ต่างๆ ที่ใช้พบว่า upwind และ hybrid schemes ทำนายความเร็วตามแนวแกนและความเร็วตามแนวขวาง ดีกว่าการใช้ QUICK scheme ในทุกๆ ตำแหน่ง โดยเฉพาะในตำแหน่งการไหลผ่านครีปให้ผลทำนายเกินเลยไป (overpredict) และในตำแหน่งหลังการไหลผ่านครีปซึ่งเกิดกระแสการไหลปั่นป่วนสูงให้ผลการทำนายต่ำเกินไป (underpredict) ซึ่งจะเห็นได้เด่นชัดจากผลการทำนายค่าความเร็วตามแนวขวาง

ผลจากการถ่ายเทความร้อนที่ผนังภายใต้เงื่อนไข uniform heat flux ในตำแหน่งหลังครีปพบว่าที่ตำแหน่งการไหลผ่านครีปซึ่งมีความเร็วสูงสุด จะส่งผลทำให้การพาความร้อนในบริเวณใกล้ครีปติดผนังด้านล่างได้ดีกว่า ในตำแหน่งที่ห่างจากครีป ซึ่งเป็นผลมาจากกระแสการไหลปั่นป่วนที่ช่วยในการถ่ายเทความร้อนจากผนัง

สรุปผลงานวิจัยและข้อเสนอแนะ

7.1 สรุปผลงานวิจัย

ผลจากการจำลองการไหลโดยวิธีการประยุกต์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลข ร่วมกับแบบจำลองความปั่นป่วน $k-\epsilon$ model ในการทำนายพฤติกรรมกรไหลแบบปั่นป่วนในกรณีศึกษาต่างๆ พบว่า ผลของ schemes ทั้งหมด 3 วิธีคือ upwind, hybrid และ QUICK ให้ผลการทำนายไม่แตกต่างกันมากนัก แต่จะมีบางตำแหน่งเท่านั้นที่ QUICK scheme ทำนายค่าเกินเลยไปบ้าง เช่นที่ตำแหน่งการไหลผ่านครีบ ซึ่งเป็นผลมาจาก QUICK scheme เป็นการประมาณค่าสมการกำลังสอง แต่ในภาพรวมให้ผลการทำนายใกล้เคียงกัน ส่วนผลเปรียบเทียบจากการจำลองการไหลกับผลจากการทดลองโดยใช้ LDV measurements พบว่าในตำแหน่งที่เกิดกระแสการไหลปั่นป่วนสูงๆ จะเกิดความผิดพลาดบ้างในบางตำแหน่ง อันเป็นผลมาจากแบบจำลองความปั่นป่วน $k-\epsilon$ model ที่นำมาใช้เป็นแบบจำลองที่ไม่เหมาะสมกับปัญหาที่ซับซ้อน สังเกตได้จากผลที่ได้จากการจำลองการไหล โดยใช้เงื่อนไข computational domain แบบไม่สมมาตรตามแนวแกน ซึ่งสามารถแก้ไขได้โดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วนที่สูงกว่านี้

ส่วนในการจำลองการไหลแบบปั่นป่วนและการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานที่มีครีบซึ่งเป็นผนังร้อนในตำแหน่งหลังครีบ โดยเปรียบเทียบผลของ schemes ทั้งหมด 3 วิธีคือ upwind, hybrid และ QUICK schemes สามารถสรุปได้ดังนี้

1. ผลของ scheme สำหรับการทำนายค่าความเร็วตามแนวแกน (axial velocity) และความเร็วตามแนวขวาง (transverse velocity) พบว่า upwind และ hybrid schemes ทำนายความเร็วตามแนวแกนและความเร็วตามแนวขวาง ดีกว่าการใช้ QUICK scheme
2. การทำนายค่า Nusselt number (Nu) เมื่อเทียบกับผลการทดลองให้ผลทำนายค่าเกินไป (underpredict) ในทุกๆตำแหน่ง หลังการไหลผ่านครีบ
3. ผลของความเร็วที่เกิดกระแสการไหลปั่นป่วนสูงๆ เมื่อไหลผ่านตำแหน่งด้านหลังครีบช่วยเพิ่มความสามารถให้การถ่ายเทความร้อนออกจากผนัง

7.2 ข้อเสนอแนะในการศึกษาวิจัยต่อไป

1. ควรทำการศึกษาเปรียบเทียบรูปร่างของการไหลในช่องขนานผ่านครีบที่มีการเจาะรูพรุน เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการถ่ายเทความร้อน
2. ควรทำการศึกษาและเปรียบเทียบผลการทำนายโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สูงกว่า

นี่ เช่น algebraic stress model (ASM) และ Reynolds stress model (RSM) ข้อควรระวังในการนำข้อเสนอแนะไปใช้
 เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ขอสงวนสิทธิ์ในเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

- Acharya, S. *et. al.* 1998. "Heat Transfer in Turbulent Flow Past a Surface-Mounted Two-Dimensional Rib." **Trans. ASME J. of Heat Transfer**. Vol. 120 : 724-734.
- Durst, F. and Rastogi, A.K. 1980. "Theoretical and Experimental Investigations of Turbulent Flows with Separation." **Turbulent Shear Flows 2.** : 208-219.
- Durst, F. *et. al.* 1988. "Experimental and Computational Investigation of the Two-Dimensional Channel Flow Over Two Fences in Tandem." **Trans. ASME J. of Fluids Engineering**. Vol. 110 : 48-54.
- Gaski, T.B. *et. al.* 1996. **Simulation and Modelling of Turbulent Flows**. New York. : Oxford University Press.
- Gaski, T.B. and Peyret, R. Editor. 1986. **Handbook of Computational Fluid Mechanics**. London. : Academic Press Ltd.
- Gosman, A.D. and Ideriah, F.J.K. 1976. **TEACH-T** A General Computer Program for Two-Dimensional, Turbulent, Recirculating Flows.
- Gosman, A.D. *et. al.* 1980. "The Calculation of Two-Dimensional Turbulent Recirculating Flows." **Turbulent Shear Flows 2.** : 237-255.
- Gosman, A.D. 1985. **Computer-Aided Engineering Heat Transfer and Fluid Flow**. England.
- Han, J.C. 1984. "Heat Transfer and Friction in Channels with Two Opposite Rib-Roughened Walls." **Trans. ASME J. of Heat Transfer**. Vol. 106 : 774-781.
- Han, J.C. *et. al.* 1985. "Heat Transfer Enhancement in Channels with Turbulence Promoters." **Trans. ASME J. of Eng. for Gas Turbines and Power**. Vol. 107 : 628-635.
- Han, J.C. and Park, J.S. 1988. "Developing Heat Transfer in Rectangular Channels with Rib Turbulators." **Int. J. Heat Mass Transfer**. Vol. 31 : 183-195.
- Han, J.C. *et. al.* 1988. "Local Heat/Mass Transfer Distributions Around Sharp 180 deg Turns in Two-Pass Smooth and Rib-Roughened Channels." **Trans. ASME J. of Heat Transfer**. Vol. 110 : 91-98.
- Han, J.C. 1988. "Heat Transfer and Friction Characteristics in Rectangular Channels with Rib Turbulators." **Trans. ASME J. of Heat Transfer**. Vol. 110 : 321-328.

- Han, J.C. 1991. "Augmented Heat Transfer in Square Channels with Parallel, Corroded, and V-Shaped Angled Ribs." *Trans. ASME J. of Heat Transfer*. Vol. 113 : 590-598.
- Joseph A. Schetz. 1993. **Boundary Layer Analysis** New Jersey. : Prentice – Hall , Inc.
- Jubran, B. A. and Al-Haroun, M. S. 1998. "Heat Transfer Enhancement in Electronic Modules Using Various Secondary Air Injection Hole Arrangements." *Trans. ASME J. of Heat Transfer*. Vol. 120 : 342-347.
- Lauder, B.E. and Spalding, D.B. 1974. "The Numerical Computation of Turbulent Flows." **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 3**. North-Holland Publishing Company. : 269-289.
- Lauder, B.E. *et. al.* 1975. "Progress in the Development of a Reynold Stress Turbulence Closure." *J. of Fluid Mechanics*. Vol. 68 : 537-566.
- Liou, T.M. and Kao, C.F. 1988. "Symmetric and Asymmetric Turbulent Flows in a Rectangular Duct with a Pair of Ribs." *Trans. ASME J. of Fluids Engineering*. Vol. 110 : 373-379.
- Liou, T.M. *et. al.* 1990. "Experimental and Computational Study of Turbulent Flows in a Channel with Two Pairs of Turbulence Promoters in Tandem." *Trans. ASME J. of Fluids Engineering*. Vol. 112 : 302-310.
- Liou, T.M. *et. al.* 1993. "LDV Measurements of Periodic Fully Developed Main and Secondary Flows in a Channel with Rib-Disturbed Walls." *Trans. ASME J. of Fluids Engineering*. Vol. 115 : 109-114.
- Liou, T.M. and Hwang, J.J. 1994. "Augmented Heat Transfer in a Rectangular Channel with Permeable Ribs Mounted on the Wall." *Trans. ASME J. of Heat Transfer*. Vol. 116 : 912-920.
- Liou, T.M. and Wang, W.B. 1995. "Laser Holographic Interferometry Study of Developing Heat Transfer in a Duct with a Detached Rib Array." *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 38. No. 1 : 91-100.
- Liou, T.M. *et. al.* 1995. "Holographic Interferometry Study of Spatially Periodic Heat Transfer in a Channel with Ribs Detached from One Wall." *Trans. ASME J. of Heat Transfer*. Vol.117 : 32-39.
- Liou, T.M. *et. al.* 1997. "LDV Measurements of Spatially Periodic Flow Over a Detached Solid-Rib Array." *Trans. ASME J. of Fluid Engineering*. Vol. 119: 383-389.

- Liou, T.M. and Chen, S.H. 1998. "Turbulent Flow Past an Array of Bluff Bodies Aligned Along the Channel Axis." **Trans. ASME J. of Fluid Engineering.** Vol. 120: 520-530.
- Patankar, S.V. 1980. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow.** Washington D.C. : Hemisphere.
- Robert J.Martinuzzi and Brian Havel. 2000. "Turbulent Flow Around Two Interfering Surface-Mounted Cubic Obstacles in Tandem Arrangement." **Trans. ASME J. of Fluid Engineering.** Vol. 122 : 24-31.
- Sloan, D.G. *et. al.* 1986. "Modeling of Swirl in Turbulent Flow System." **Progr. Energy Combust. Sci.** Vol. 12 : 163-250.
- Speziale, C.G. 1987. "On Non-Linear $k-l$ and $k-\epsilon$ models of Turbulence." **J. of Fluid Mechanics.** Vol. 178: 459-475.
- Speziale, C.G. 1991. "Annual Review of Fluid Mechanics." **Annual Review Inc.** Vol. 23 : 107-157.
- Vedat S. Arpaci and Poul S. Larsen. 1984. **Convection Heat Transfer.** New Jersey. : Prentice – Hall , Inc.
- Verteeg, H.K. and Malalasekera, W. 1995. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method.** English. : Longman Scientific & Technical, Longman Group Limited.
- Willcox, C.D. 1993. **Turbulence Modelling for CFD.** California. : DCW Industries Inc.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

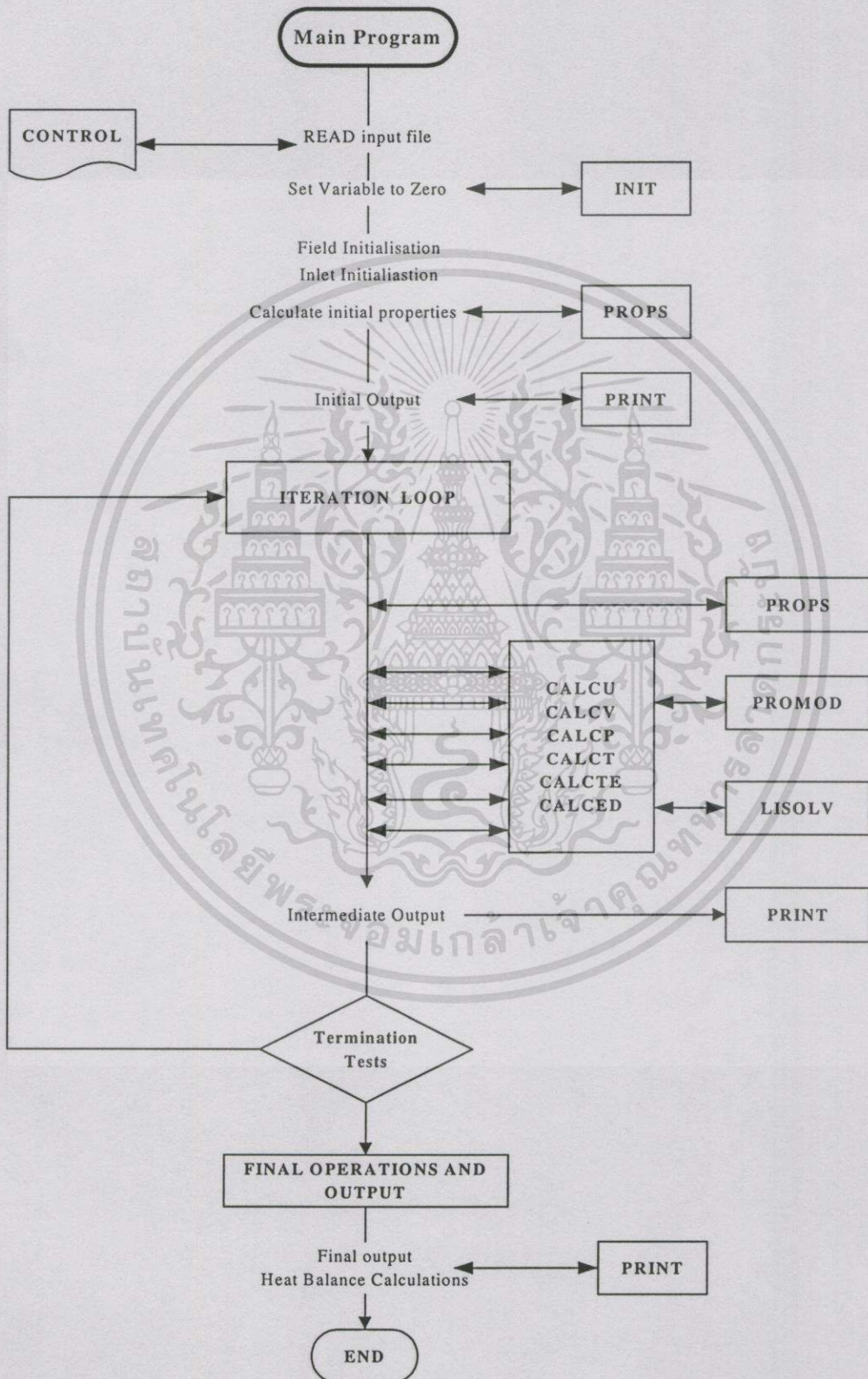
ภาคผนวก ก.

โครงสร้างโปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณ

โดยที่ลักษณะโครงสร้างของโปรแกรมที่นำมาประยุกต์ใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ชื่อโปรแกรม TEACH-T (Teaching Elliptic Axisymmetry Characteristics Heuristically–Turbulence) ซึ่งเป็นของ (Gosman, A.D. and Ideriah, F.J.K. , 1976) จาก Imperial College's โดยโครงสร้างของโปรแกรม ประกอบด้วยโปรแกรมหลัก (Main Program) และ โปรแกรมย่อย (Sub Routine) ต่างๆ ดังนี้

- โปรแกรมหลัก (Main Program) ทำหน้าที่จัดลำดับการทำงานของ Sub Routine ต่างๆ ให้ทำงานตามขั้นตอน
- โปรแกรมย่อย (Sub Routine) ทำหน้าที่คำนวณค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ต้องใช้ประกอบด้วย
 - CONTROL ทำหน้าที่ Input File ซึ่งเก็บค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ไว้ในตัวแปรที่กำหนดคั้งขึ้น
 - INIT ทำหน้าที่กำหนดค่าของตัวแปรที่ใช้ในการคำนวณให้มีค่าเป็นศูนย์ก่อนเริ่มการคำนวณ
 - PROPS ทำหน้าที่คำนวณความหนืดของของไหล
 - CALCU ทำหน้าที่คำนวณความเร็วในทิศตามความยาวของท่อ (x-direction)
 - CALCV ทำหน้าที่คำนวณความเร็วในทิศตามความกว้างของท่อ (y-direction)
 - CALCP ทำหน้าที่คำนวณค่าความดัน และ แก๊สค่าของความเร็วในทิศทาง (x-direction) และ (y-direction) ด้วยวิธี SIMPLE algorithm
 - CALCT ทำหน้าที่คำนวณค่าอุณหภูมิ (Temperature) ภายในท่อ
 - CALCTE ทำหน้าที่คำนวณค่าพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน (k) ภายในท่อ
 - CALCED ทำหน้าที่คำนวณค่าการสลายตัวของความปั่นป่วน (ϵ) ภายในท่อ
 - PROMOD ประกอบด้วย MODU, MODV, MODP, MODT, MODTE และ MODED โดยทำหน้าที่ แก๊สหรือกำหนดเงื่อนไขขอบเขต (Boundary condition) ซึ่งจะประกอบด้วย Inlet boundary condition, Outlet boundary condition, Symmetry and Asymmetry conditions และ Wall boundary conditions
 - LISOLV หน้าที่แก้สมการซึ่งผลที่ได้สมการจะจัดอยู่ในรูปของเมตริกซ์ โดยอาศัย Tri- Diagonal Matrix Algorithm แบบ line – by – line
 - PRINT ทำหน้าที่สร้าง Output File ที่ได้จากการคำนวณ

ซึ่งลำดับการทำงาน โครงสร้างของ Main Program นี้สามารถแสดงในรูปที่ ผ.ก. 1 แสดง Flowchart ที่อธิบายขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมหลัก



รูปที่ ผ.ก. 1 แสดง Flowchart ที่อธิบายขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมหลัก ให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาคผนวก ข.

บทความที่ได้รับการตีพิมพ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



วารสารพระจอมเกล้าลาดกระบัง

JOURNAL OF KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

ISSN 0858-8430 Vol. 8 No. 3 December 2000 ปีที่ 8 ฉบับที่ 3 เดือนธันวาคม 2543 **2543**

บทความวิจัย

การทำนายการไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนานที่มีครีบ.....	1
พงษ์เจต พรหมวงศ์ อุทธนา พลอยถาย	
การศึกษาการถ่ายเทความร้อนของถังผสมแบบไม่เดิมอากาศและหอดเดิมอากาศ.....	7
ราชศักดิ์ เจริญเพชร พงษ์เจต พรหมวงศ์	
การศึกษาเชิงตัวเลขของการไหลหมุนวนแบบปั่นป่วนในเตาเผา.....	13
ปริญญา รวมภักดีกุล นิยม ศรีศิริสิทธิกุล พงษ์เจต พรหมวงศ์	
การศึกษาเชิงทดลองของการกระจายอุณหภูมิในเตาเผาแลกเปลี่ยนแบบวอร์เทค.....	19
พงษ์เจต พรหมวงศ์ นีวีดิ พิริยะรุ่งโรจน์ สมศักดิ์ โพธิ์ฉวีเกียรติ์	
ชนิดและวิธีการให้ความร้อนต่อส่วนประกอบทางเคมีในของเสียจากการฟักไข่.....	25
อนุชา แสงโสภณ วิชัย สุกลักษณ์ กนกรัตน์ ศรีกิจเกษมวัฒน์	
ระบบสารสนเทศภูมิศาสตร์: การประยุกต์ใช้เพื่อการจัดการ และบริหารพื้นที่เพาะเลี้ยงกุ้งกุลาดำ ในเขตจังหวัดฉะเชิงเทรา.....	31
วัฒน์ชัย พงษ์นาค สุนทร พูนพิพัฒน์	

บทความวิชาการ

การแยกส่วนค่าโคสแควร์จากตารางแจกแจงสองทาง.....	38
อุมาพร จันทกร	
ความสำคัญของอิทธิพลตัวแบบเชิงบวกในแผนการทดลอง.....	45
สิทธิชัย เจริญเศรษฐศิลป์	
อิทธิพลของระดับคาร์บอนไดออกไซด์ต่อคุณภาพและอายุการเก็บรักษาผลน้อยหน่าพันธุ์หนึ่งสีทอง.....	50
สมชาย กล้าหาญ อภิรัตน์ เพ็ชรดี	
Zinc in Human Nutrition.....	57
Tyanrung Lursinsap	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การทำนายการไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนานที่มีครีบ

Prediction of Turbulent Flow in a Channel with Ribs

พงษ์เจต พรหมวงศ์
ผู้ช่วยศาสตราจารย์

ยุทธนา พลอยฉาย
นักศึกษาปริญญาโท

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการทำนายการไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนานที่มีครีบ โดยศึกษาการเปลี่ยนค่าอัตราส่วนของระยะพิชต์ต่อความสูงของครีบ, (PR) ที่ 5, 10 และ 15 วิธีการปริมาตรสืบเนื่องร่วมกับแบบจำลองความปั่นป่วน $k-\epsilon$ turbulence model ได้ถูกนำมาใช้ โดยของไหลที่ศึกษาเป็นแบบอัดตัวไม่ได้และเป็นการไหลแบบคงที่ ในการคำนวณมีการตรวจสอบผลของ numerical schemes 3 แบบด้วยกันคือ upwind, hybrid และ QUICK schemes นอกจากนี้ยังนำผลการคำนวณที่ได้ไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองซึ่งพบว่ามีความสอดคล้องกันดี

Abstract

The paper presents the simulation of a turbulent flow in a channel with ribs at the pitch ratio (PR) of 5, 10 and 15. A finite volume method with the $k-\epsilon$ turbulence model for steady incompressible flow was used to carry out all computations. To investigate effects of numerical schemes on the predicted results, upwind, hybrid and QUICK schemes are employed. The obtained results are in good agreement with available experimental data.

คำสำคัญ: แบบจำลองความปั่นป่วน, วิธีปริมาตรสืบเนื่อง, การไหลแบบปั่นป่วน, การไหลในช่องขนาน

Keywords: turbulence model, finite volume method, turbulent flow, channel flow

สัญลักษณ์

C_1, C_2	ค่าคงที่ใน dissipation rate equation	v	ความเร็วเฉลี่ยในแกน y
C_μ	ค่าคงที่ใน $k-\epsilon$ turbulence model	x	พิกัดในแนวนอน
G	stress generation	y	พิกัดในแนวตั้ง
k	kinetic energy of turbulence		สัญลักษณ์กรีก
B	ความกว้างครึ่งหนึ่งของผนังแผ่นเรียบ	ϵ	dissipation of turbulent kinetic energy
D	ความกว้างของผนังแผ่นเรียบ	ϕ	ตัวแปรที่พิจารณา
H	ความสูงของครีบ	μ	ความหนืด
P	ความดันเฉลี่ย	Γ_ϕ	สัมประสิทธิ์ของการแลกเปลี่ยน
Pi	ระยะพิชต์ระหว่างครีบ	ρ	ความหนาแน่น
PR	อัตราส่วนของระยะพิชต์ต่อความสูงของครีบ (Pi/H)	σ	turbulent Prandtl number
S	general source term		ตัวห้อย
Re	ค่าเรย์โนลด์นัมเบอร์	m	ค่าเฉลี่ย
u	ความเร็วเฉลี่ยในแกน x	t	turbulent

1. บทนำ

ความก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ตลอดระยะเวลา 20 ปีที่ผ่านมา นำไปสู่การสร้างวิธีการหาคำตอบของสมการทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนด้วยวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขโดยเฉพาะพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ (Computational Fluid Dynamics; CFD) นี้ ได้รับความสนใจมาโดยตลอด เพื่อทำนายการไหลทั้งการไหลแบบภายในและภายนอก (Internal and External Flow) การแก้ปัญหาโดยใช้เทคนิค CFD จึงเป็นหัวใจสำคัญในการศึกษาของนักวิจัยเพื่อทำนายพฤติกรรมกรไหลที่เกิดขึ้นจริง สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนานที่มีครีบนี้ เป็นงานที่นำมาประยุกต์ใช้กับงานทางด้านกระบวนการความร้อนในพัดของกังหันก๊าซ, งานทางด้านกระบวนการระบายความร้อนในวงจรรีเลกทรอนิกส์ (IC) ของคอมพิวเตอร์ และอื่นๆ อีกมากมาย

ในบทความนี้ได้ทำการวิเคราะห์ลักษณะพฤติกรรมกรไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนานที่มีครีบ โดยในการจำลองการไหลนี้ ได้ศึกษาผลของความเร็วเฉลี่ยจากการเปลี่ยนค่าอัตราส่วนของระยะพิชต์ต่อความสูงของครีบ, PR ที่แตกต่างกัน 3 ค่า คือ 5, 10 และ 15 นอกจากนี้เพื่อเพิ่มความแม่นยำในการทำนาย ยังได้ศึกษาผลของ numerical schemes ทั้งหมด 3 ชนิด คือ upwind, hybrid และ QUICK schemes ผลลัพธ์ที่ได้ยังนำไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Liou *et.al.* ซึ่งวัดโดย Laser doppler velocimeter, LDV

2. ทฤษฎี

2.1 สมการการไหลแบบปั่นป่วน

การวิเคราะห์การไหลในที่นี้ ภายใต้สมมติฐานที่ว่า การไหลเป็นแบบอัดตัวไม่ได้, มีความหนืด และเป็นกรไหลแบบคงที่ ซึ่งจากสมมติฐานดังกล่าวจะประกอบด้วย สมการอนุรักษ์มวล (continuity equation) และสมการอนุรักษ์โมเมนตัม (momentum equation) ที่เขียนอยู่ในรูป tensor เป็น

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \tag{1}$$

$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\sigma}_{ji}}{\partial x_j} - \frac{\partial (\overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} \tag{2}$$

เมื่อ $\bar{\sigma}_{ji}$ เป็น deviatoric part ของ viscous stress tensor ที่ได้จากความสัมพันธ์ของของไหล แบบ newtonian fluid มีค่าเป็น

$$\bar{\sigma}_{ji} = 2\mu \bar{S}_{ij} \tag{3}$$

โดยที่ ρ เป็นค่าความหนาแน่น, u_i เป็นค่าความเร็วเฉลี่ยของของไหล, \bar{p} เป็นค่าความดัน, μ เป็นค่าความหนืดและ $\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2}(\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i)$ เป็นค่า strain tensor ผลจากการทำเฉลี่ยในช่วงเวลาหนึ่ง (time averaging) ทำให้เทอมของ Reynolds stress $(\tau_{ij}) = \overline{u'_i u'_j}$ เพิ่มขึ้น ซึ่งเป็นเทอมที่เกิดขึ้นเนื่องจากการไหลแบบปั่นป่วน และสมการที่มีไม่สามารถหาค่าได้ เนื่องจากจำนวนของตัวแปรมากกว่าสมการ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องอาศัยแบบจำลองความปั่นป่วนมาช่วยในการแก้สมการทางคณิตศาสตร์ของการไหลแบบปั่นป่วน

2.2 แบบจำลองความปั่นป่วน

แบบจำลองความปั่นป่วนที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ คือ Two equation $k-\epsilon$ turbulence model [2,4] โดยอาศัยแบบจำลองดังกล่าวหาค่า turbulent eddy viscosity เพื่อที่จะนำไปแทนค่ากลับในสมการอนุรักษ์โมเมนตัม โดยที่ μ_t คือ turbulent eddy viscosity ซึ่งมีความสัมพันธ์กับค่าของพลังงานจลน์ของความปั่นป่วน (turbulent kinetic energy, k) และอัตราการสลายตัวแบบปั่นป่วน (TKE dissipation rate, ϵ) วิเคราะห์ได้จากสมการ

$$\mu_t = \rho C_\mu k^2 / \epsilon \tag{4}$$

โดยที่ $C_\mu = 0.09$

สมการของพลังงานจลน์แบบปั่นป่วนจะอยู่ในรูป

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_e}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G - \rho \epsilon \tag{5}$$

ในการทำงานเดียวกัน สมการของอัตราการผลิตของความปั่นป่วน จะเป็น

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_e}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) + \frac{\epsilon}{k} (C_{\epsilon 1} G - C_{\epsilon 2} \rho \epsilon) \quad (6)$$

โดยที่ $G = \mu_e \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right]$ (7)

ซึ่ง σ_ϵ คือ Prandtl / Schmidt number สำหรับอัตราการผลิต และ $\sigma_k, \sigma_\epsilon, C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}$ คือค่าคงที่ของการจำลอง ซึ่งได้กล่าวไว้ท้ายตารางที่ 1

2.3 รูปแบบโดยทั่วไปของสมการควบคุม

สมการเชิงอนุพันธ์ที่กล่าวมาข้างต้นทุกสมการสามารถเขียนในรูปแบบมาตรฐานที่ประกอบไปด้วยเทอม convection, diffusion และ source สำหรับการไหลในสองมิติได้ดังต่อไปนี้

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V \phi) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = S_\phi \quad (8)$$

รายละเอียดของค่า Γ_ϕ และ S_ϕ ที่ค่า ϕ ต่างๆแสดงในตารางที่ 1

2.4 กระบวนการหาคำตอบ

การคำนวณสมการเชิงอนุพันธ์ซึ่งถูกแก้สมการโดยอาศัยวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลข ด้วยวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม ผลที่ได้จากสมการจะจัดอยู่ในรูปของเมตริกซ์ซึ่งจะใช้เทคนิคของวิธีการ TDMA แบบ line – by – line มาช่วยในการแก้สมการ โดยพิจารณาปริมาตรควบคุมเป็นแบบ staggered grid ซึ่งแบ่ง

ความเร็วออกมาคิดที่บริเวณระหว่างจุดต่อสเกลลาร์ แต่เนื่องจากในเทอมของสมการอนุพันธ์โมเมนต์มีเทอมของความดันเข้ามาเกี่ยวข้อง ดังนั้นจึงจำเป็นต้องหาวิธีที่ใช้ในการแยกความสัมพันธ์ที่มีต่อความดันกับความเร็วในแนวแกน จึงใช้ SIMPLE algorithm [3, 5] มาช่วยในการแก้ปัญหาดังกล่าว

3. ลักษณะของปัญหา

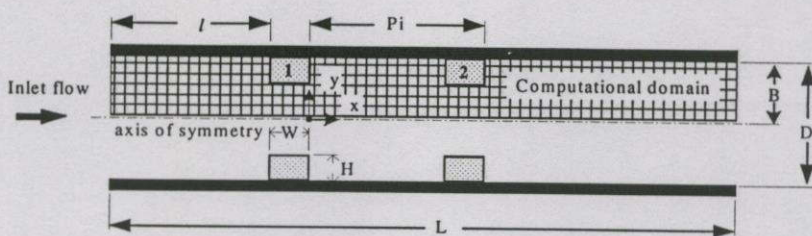
ปัญหาที่นำมาวิเคราะห์นี้ได้มาจากการทดลองของ Liou et. al [1] เป็นการทดลองโดยใช้ LDV measurements สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนานที่มีครีบบ อยู่ติดกับผนังทั้ง 2 ด้านจำนวน 2 ตำแหน่ง ซึ่งตำแหน่งเริ่มต้นที่ 1 เท่ากับ 30 mm และมีระยะพิดซ์ระหว่างครีบบทั้งสองจากการเปลี่ยนค่าพิดซ์ Pi เท่ากับ 20, 40 และ 60 mm ดังแสดงในรูปที่ 1. ซึ่งกำหนดให้ความสูงของครีบบ H เท่ากับ 4 mm และความกว้างของครีบบ w เท่ากับ 4 mm โดยที่ความยาวของช่องขนาน L เท่ากับ 1275 mm และความกว้างของผนังแผ่นเรียบ D เท่ากับ 30 mm ซึ่งมีความเร็วเฉลี่ยทางเข้า U_m เท่ากับ 16.40 m/s ที่ $Re_D = 4.2 \times 10^4$ ดังแสดงในเอกสารอ้างอิง [1] และมีเงื่อนไขในการคำนวณดังต่อไปนี้

- ความเร็ว u และ v ตามผนังทั้งสองด้านมีค่าเป็นศูนย์
- สำหรับบริเวณใกล้ผนังค่าความเร็วขึ้นอยู่กับ boundary layer โดยใช้สมมติฐานตาม wall function
- ของไหลที่พิจารณาเป็นอากาศที่อุณหภูมิ 25 °C มีค่า μ เท่ากับ $1.85 \times 10^{-5} N \cdot s/m^2$ และ ρ เท่ากับ $1.2 kg/m^3$

ตารางที่ 1. ค่าสรุปของสมการควบคุม

Conservation of	ϕ	$\Gamma_{\phi x}$	$\Gamma_{\phi y}$	S_ϕ
Mass	1	0	0	0
x-momentum	u	μ_e	μ_e	$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_e \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu_e \frac{\partial v}{\partial x} \right]$
y-momentum	v	μ_e	μ_e	$-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_e \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu_e \frac{\partial v}{\partial y} \right]$
Turbulent kinetic energy	k	μ_e / σ_k	μ_e / σ_k	$G - \rho \epsilon$
TKE dissipation rate	ϵ	μ_e / σ_k	μ_e / σ_k	$(C_{\epsilon 1} G) \frac{\epsilon}{k} - (C_{\epsilon 2} \rho \epsilon) \frac{\epsilon}{k}$

โดยที่ $\sigma_k = 1.0, \sigma_\epsilon = 1.3, C_{\epsilon 1} = 1.44, C_{\epsilon 2} = 1.92, \mu_e = \mu + \mu_t$ และ $G = \mu_t \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right]$



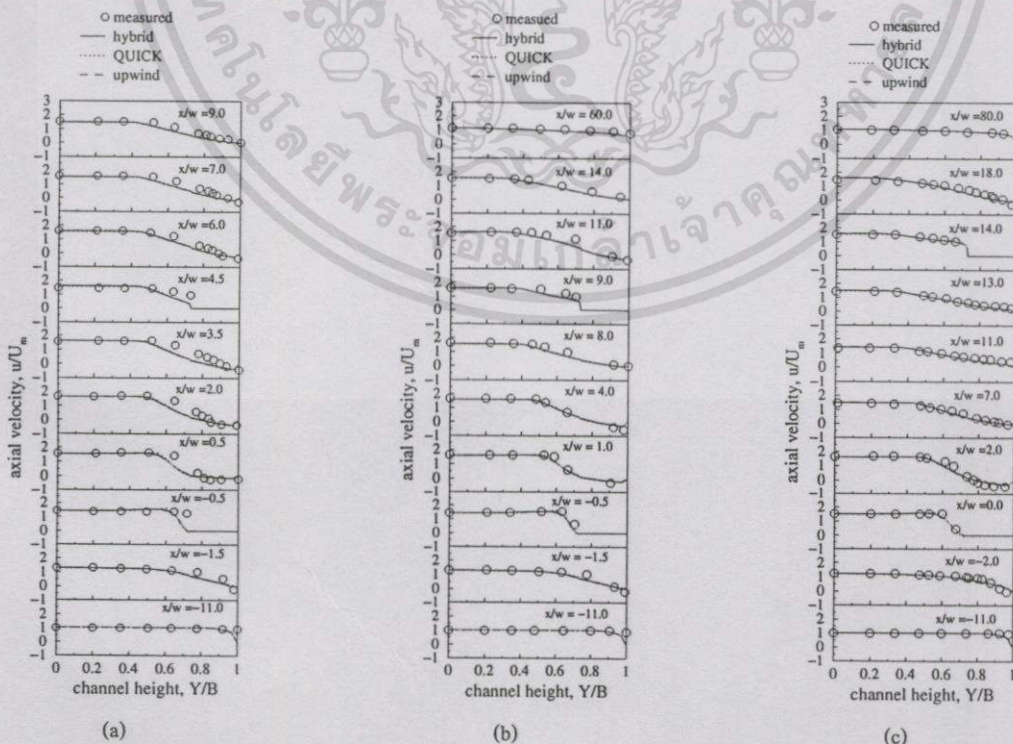
รูปที่ 1. ลักษณะของช่องขนานที่ใช้ในการวิเคราะห์

ในการคำนวณพิจารณา computational domain แบบสมมาตรตามแนวแกน (Symmetrical axis) ซึ่งคิดเพียงครึ่งหนึ่งของความกว้างผนังแผ่นเรียบโดยแบ่งกริดที่ทำกริดวิเคราะห์ออกเป็น 150×45 จุดต่อ (150 ตามแนวแกน x และ 45 ตามแนวแกน y)

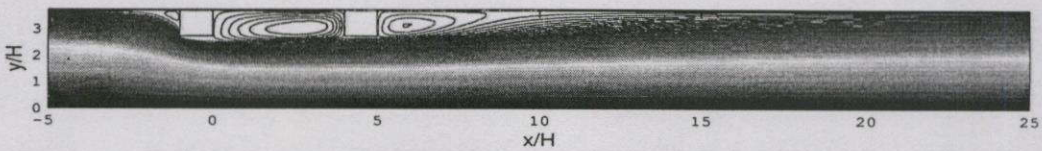
4. ผลการคำนวณและการวิเคราะห์

ผลการวิเคราะห์พฤติกรรมการไหลแบบปั่นป่วนในช่องขนานที่มีครีบ โดยอาศัยวิธีการเชิงตัวเลขร่วมกับ $k-\epsilon$ turbulence model ดังที่ได้กล่าวข้างต้น นำมาแสดงโดยเขียนอยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วเฉลี่ยในแนวแกน x ที่ตำแหน่งต่างๆเทียบกับระยะความสูงของครีบ ดังแสดงในรูปที่ 2 รวมถึง contour plot และ vector plot ในรูปที่ 3 และ 4

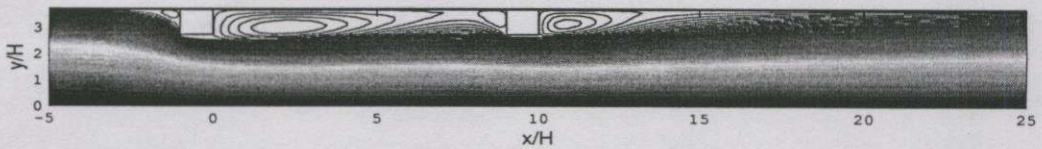
ผลของความเร็วจลี่ย ได้ถูกแสดงไว้ในรูปที่ 2 ซึ่งแสดงการเปลี่ยนแปลงการไหลที่เปลี่ยนค่า อัตราส่วนของระยะพิชต์ต่อความสูงของครีบ (PR) ที่ต่างกัน โดยในรูปที่ 2(a) เป็นกรณี $PR=5$ โดยแสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของความเร็วเฉลี่ยในแนวแกน x ซึ่งเขียนให้อยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติ u/U_m ที่ตำแหน่ง $x/w = -11.0, -1.5, -0.5, 0.5, 2.0, 3.5, 4.5, 6.0, 7.0$ และ 9.0 จากรูปพบว่าทั้ง 3 schemes ให้ผลการทำนาย ไม่แตกต่างกันมากนัก ในช่วง y/B ประมาณ 0.0 ถึง 0.5 และมีค่าสอดคล้องกับผลการทดลองด้วย แต่สำหรับตำแหน่ง y/B ประมาณ 0.5 ถึง 1.0 จะเกิดความผิดพลาดในการทำนาย เมื่อเทียบกับ ผลการทดลองบ้างเล็กน้อย ลักษณะเช่นนี้สามารถพบได้ในตำแหน่ง $x/w = -0.5$ เป็นต้นไป



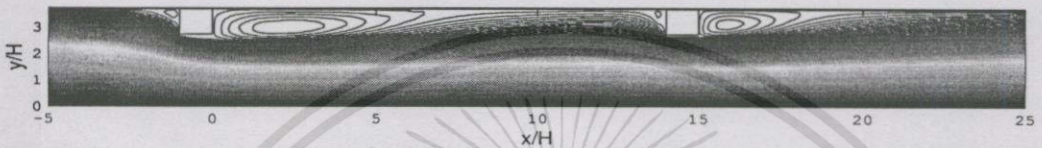
รูปที่ 2. รูปร่างความเร็วในแนวแกน (a) กรณี ($PR=5$) (b) กรณี ($PR=10$) (c) กรณี ($PR=15$)



รูปที่ 3(a) contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ (PR = 5)



รูปที่ 3(b) contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ (PR = 10)



รูปที่ 3(c) contour plot ของ stream function ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ (PR = 15)

ในรูปที่ 2(b) เป็นกรณี $PR=10$ แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของความเร็วเฉลี่ยในแนวแกน x ซึ่งเขียนให้อยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติ u/U_m ที่ตำแหน่ง $x/w = -11.0, -1.5, -0.5, 1.0, 4.0, 8.0, 9.0, 11.0, 14.0$ และ 60.0 จากการสังเกตที่ตำแหน่ง $x/w = -0.5$ และ $x/w = 9.0$ ซึ่งเป็นตำแหน่งการไหลผ่านครีบ ความเร็วการไหลจะมีค่าสูงสุด ณ ตำแหน่งจุดกึ่งกลาง $y/B = 0.0$ เนื่องจากโดเมนที่ใช้ในการคำนวณ คิดแบบสมมาตร แบ่งออกมามีจุดกึ่งหนึ่ง ซึ่งจะพบว่าความเร็ว $u/U_m \approx 1.65$ เมื่อผ่านครีบที่สองไปแล้วกระแสการไหลแบบปั่นป่วนก็จะปรับตัวเป็นการไหลแบบเต็มที่ (fully developed)

ในรูปที่ 2(c) เป็นกรณี $PR=15$ แสดงการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของความเร็วเฉลี่ยในแนวแกน x ซึ่งเขียนให้อยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติ u/U_m ที่ตำแหน่ง $x/w = -11.0, -2.0, -0.0, 2.0, 7.0, 11.0, 13.0, 14.0, 18.0$ และ 80.0 ซึ่งพบว่าผลจากการทำนายเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองในทุกๆ ตำแหน่ง ให้ผลใกล้เคียงกันมาก จากการทำนายทั้ง 3 schemes

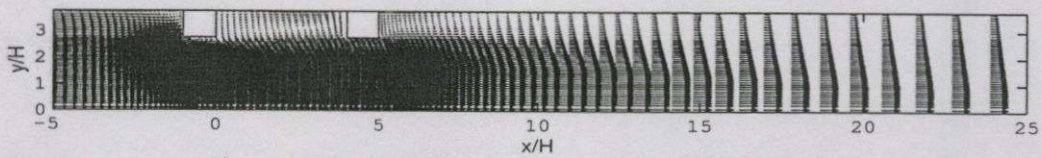
contour plot ของ stream function จากผลการคำนวณที่ได้จากการเปลี่ยนค่า อัตราส่วนของระยะพิชต์ต่อความสูงของครีบ $PR = 5, 10$ และ 15 ซึ่งทำนายโดย hybrid scheme ดังแสดงในรูปที่ 3(a), 3(b), และ 3(c) ตามลำดับ จะพบว่า การหมุนวน (recirculation) ขนาดใหญ่ที่สังเกตได้ 2 ตำแหน่งคือ ในตำแหน่ง ด้านหลังครีบทั้งสอง โดยมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ตำแหน่ง $x/H = 3.5$ และ 6 กับ $y/H = 3.25$ และการหมุนวน

ขนาดเล็ก อีก 1 ตำแหน่งโดยอยู่บริเวณมุมบนของครีบในตำแหน่งแรก

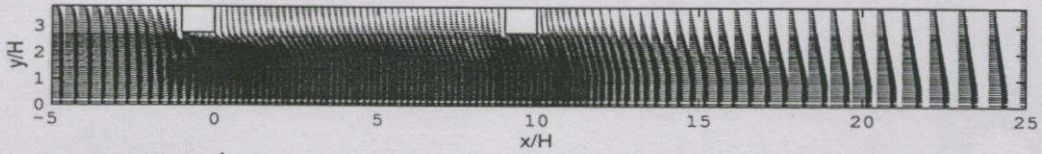
contour plot ของ stream function จากผลการทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ $PR = 10$ ซึ่งแสดงในรูปที่ 3(b) จะพบการหมุนวนที่สังเกตได้ 4 ตำแหน่งด้วยกันคือ การหมุนวนใหญ่ในตำแหน่งด้านหลังของครีบแรก และครีบที่สอง ซึ่งมีจุดศูนย์กลางของการหมุนวนอยู่ที่ตำแหน่ง $x/H = 2.5$ และ 11 ตามลำดับ กับ $y/H = 3.25$ ซึ่งจากการสังเกตการหมุนวนเล็กที่เกิดขึ้นในตำแหน่งมุมบนด้านหน้าครีบทั้งสอง ซึ่งจะพบว่า การหมุนวนเล็กที่เกิดขึ้นด้านหน้าครีบที่สองจะมีกระแสการไหลที่ปั่นป่วนมากกว่าในตำแหน่งแรก เนื่องมาจากอิทธิพลการไหลผ่านครีบในตำแหน่งซึ่งมีผลต่อการเกิดการหมุนวนที่ตำแหน่งด้านหน้าครีบที่สอง ส่วนรูปที่ 3(c) เป็นกรณี $PR=15$ ซึ่งแตกต่างกับกรณี $PR=10$ บ้างเล็กน้อยโดย สังเกตได้จากการหมุนวนที่เกิดขึ้นด้านหน้าครีบที่สอง จะมีขนาดเล็กกว่า เนื่องจากไม่ได้รับผลของการหมุนวนที่ไหลผ่านครีบที่เกิดขึ้นในตำแหน่งแรก

vector plot ของความเร็วที่ได้จากการทำนายโดย hybrid scheme ได้แสดงไว้ดังในรูปที่ 4(a), 4(b) และ 4(c) สำหรับ $PR = 5, 10$ และ 15 ตามลำดับ โดยจะแสดงอยู่ในช่วง $x/H = -5$ ถึง 25 และ $y/H = 0$ ถึง 3.75 เช่นเดียวกับ contour plot ของ stream function ซึ่งใน vector plot ของความเร็วนี้ แสดงถึงลักษณะความแตกต่างที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนค่าอัตราส่วน

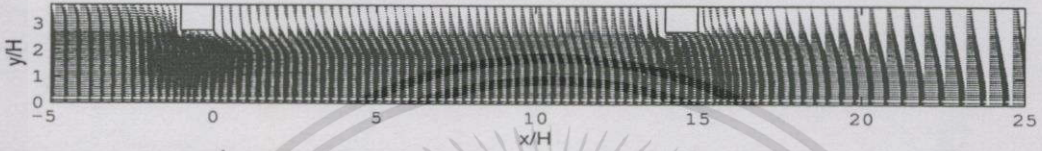
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า



รูปที่ 4(a) Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ (PR = 5)



รูปที่ 4(b) Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ (PR = 10)



รูปที่ 4(c) Vector plot ของความเร็ว ทำนายโดย hybrid scheme สำหรับ (PR = 15)

ของระยะพิชต์ต่อความสูงของครีบ ที่ต่างกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งที่ตำแหน่งด้านหลังของครีบ จากรูปที่ 4(a) ที่ตำแหน่งด้านหลังของครีบแรกจะไม่ปรากฏ reattachment เนื่องจาก ช่วงของการเกิดการหมุนวนยังอยู่ในตำแหน่งของครีบที่สองอยู่ โดยตำแหน่งของ reattachment ของครีบที่สองอยู่ที่ตำแหน่ง $x/H = 9.5$ ส่วนในรูปที่ 4(b) สังเกตตำแหน่ง reattachment ด้านหลังครีบแรก อยู่ที่ตำแหน่ง $x/H = 7.0$ เช่นเดียวกับกรณี $PR=15$ ในรูปที่ 4(c) แต่จะแตกต่างกันในตำแหน่ง reattachment ด้านหลังครีบที่สอง เนื่องจากผลของระยะพิชต์ที่ต่างกัน

5. สรุป

จากการทำนายพบว่าลักษณะการไหลแบบปั่นป่วน เมื่อไหลผ่านครีบ ซึ่งมีค่าอัตราส่วนของระยะพิชต์ต่อความสูงของครีบที่ต่างกัน พบว่า numerical schemes ทั้ง 3 แบบ ให้ผลทำนายไม่ต่างกันมากนัก จากการสังเกตรยังพบความไม่เหมาะสมของการใช้ $k-\epsilon$ turbulence model ในช่วงที่เกิดกระแสการไหลปั่นป่วนมากๆ ดูได้จากกรณี $PR=5$ จะเกิดความผิดพลาดในการทำนายบ้างเล็กน้อย เนื่องจากแบบจำลองความปั่นป่วนที่นำมาใช้ ไม่เหมาะสมกับการไหลที่มีความซับซ้อน ซึ่งอาจสามารถแก้ไขได้โดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วนในลำดับที่สูงกว่านี้

กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอแสดงความขอบคุณต่อสำนักงานกองทุนสนับสนุนงานวิจัย (สกว.) เป็นอย่างสูง ที่ได้ให้การสนับสนุนเงินทุนแก่งานวิจัยนี้

เอกสารอ้างอิง

[1] Liou, T.M., et al., Experimental and Computational Study of Turbulent Flows in a channel with Two Pairs of Turbulence Promoters in Tandem., *Tran. ASME J. of Fluids Engineering.*, Vol. 112 . pp. 302-310., 1990.

[2] Wilcox C.D., *Turbulent Modelling for CFD.* DCW Industries Inc., California, 1993.

[3] Patankar S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow.* Hemisphere., Washington D.C., 1980.

[4] Gatski T.B., *Turbulent Flows: Model Equations and Solution Methodology.* in *Handbook of Computational Fluid Mechanics*, Edited by Roger Peyret, Academic Press Ltd., London, 1986.

[5] Versteeg H.K. and Malalasekera W., *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method.* Longman Scientific & Technical, Longman Group Limited., England, 1995.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ประวัติผู้เขียน

นายยุทธนา พลอยฉาย เกิดเมื่อวันที่ 25 กันยายน พ.ศ. 2519 ที่จังหวัดกรุงเทพฯ สำเร็จการศึกษา ระดับปริญญาตรี คณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิศวกรรมเครื่องกล จากมหาวิทยาลัยสยาม ปีการศึกษา 2540 และในปีการศึกษา 2541 ได้เข้ารับการศึกษาระดับปริญญาโท คณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิศวกรรมเครื่องกล สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้