

การกำจัดรีโซแนนซ์การบิดในระบบ 2 มวล  
โดยใช้เทคนิคการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโร

TORSIONAL RESONANCE SUPPRESSION IN 2-MASS SYSTEM  
BY POLE-ZERO PLACEMENT TECHNIQUE



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

บัณฑิตวิทยาลัย

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2543

ISBN 974-622-768-8

การกำจัดรีโซแนนซ์การบิดในระบบ 2 มวล  
โดยใช้เทคนิคการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโร

TORSIONAL RESONANCE SUPPRESSION IN 2-MASS SYSTEM  
BY POLE-ZERO PLACEMENT TECHNIQUE



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า  
บัณฑิตวิทยาลัย  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
พ.ศ. 2543

ISBN 974-622-768-8

พิมพ์.....  
ทะเบียน..... 35951  
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
, เดือน, ปี - 3 ก.ค. 2543

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**TORSIONAL RESONANCE SUPPRESSION IN 2-MASS SYSTEM  
BY POLE-ZERO PLACEMENT TECHNIQUE**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING  
SCHOOL OF GRADUATE STUDIES  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

**2000**

**ISBN 974-622-768-8**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



**COPYRIGHT 2000**

**SCHOOL OF GRADUATE STUDIES**

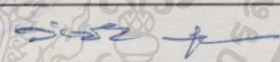
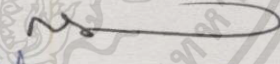
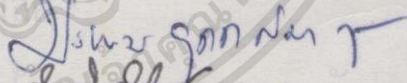
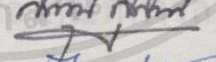
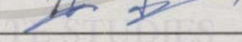
**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บัณฑิตวิทยาลัย  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การกำจัดริโซแนนซ์การบิดในระบบ 2 มวล โดยใช้เทคนิคการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโร  
TORSIONAL RESONANCE SUPPRESSION IN 2-MASS SYSTEM BY POLE-ZERO PLACEMENT TECHNIQUE

ชื่อนักศึกษา นายชัชชัย อุทัยสิน  
รหัสประจำตัว 37061186  
ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า  
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.จنگล งามวิวิทย์  
อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ร่วม รศ.ดร.โยธิน เปรมปราณีรัชต์  
รศ.ดร.สรารุณี สุจิตจร

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์	ลายมือชื่อ
รศ.ดร.วันชัย วีระจจา	
รศ.กิตติ ศิริเศรษฐ	
ผศ.ประภาส อุกกภิมาพันธุ์	
รศ.ดร.สรารุณี สุจิตจร	
รศ.ดร.จنگล งามวิวิทย์	

วัน/เดือน/ปี ที่สอบ 3 พฤษภาคม 2543 เวลา 11.00-12.00 น.

สถานที่สอบ ณ ห้องสอบวิทยานิพนธ์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ ตึก 12 ชั้น 4 ห้อง (E12-403)

บัณฑิตวิทยาลัยรับรองแล้ว  
  
(รศ.ดร.มนัส ตั้งวรศิลป์)  
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ 31 เดือน พฤษภาคม พ.ศ. 2543

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การกำจัดรีโซแนนซ์การบิดในระบบ 2 มวลโดยใช้เทคนิค  
การกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโร

นักศึกษา

นาย ชัชชัย อุทัยวสิน

รหัสประจำตัว

37061186

ปริญญา

วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา

วิศวกรรมไฟฟ้า

พ.ศ.

2543

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์

รศ.ดร. จงกมล งามวิวิทย์

อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ร่วม

รศ.ดร. โยธิน เปรมปราณีรัชต์

รศ.ดร. สราวุธ สัจจิตจร

### บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนอการออกแบบและสร้างตัวชดเชยด้วยการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโร โดยใช้เทคนิคพีชคณิตเชิงเส้น เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์การกำจัดรีโซแนนซ์การบิดในระบบ 2 มวลที่ต่อคู่ควบกันด้วยเพลาขั้วระหว่างมอเตอร์กับโหลด ซึ่งทำให้ระบบควบคุมเป็นโครงสร้าง 2 ระดับขั้นของความถี่ ตัวชดเชยได้ถูกออกแบบจากแบบจำลองของระบบ 2 มวลที่ได้จากวิธีการหาแบบจำลองระบบโดยใช้วิธีการหาเอกลักษณ์ของระบบ และตัวชดเชยจะถูกสังเคราะห์ขึ้นโดยใช้วงจรถอดไอควด จากผลการจำลองระบบด้วยคอมพิวเตอร์และผลการทดลองที่นำเสนอไว้ จะพบว่าตัวชดเชยสามารถชดเชยระบบให้มีผลตอบสนองในสถานะชั่วคราวได้อย่างรวดเร็วตามตำแหน่งโพลที่กำหนด สามารถกำจัดรีโซแนนซ์ของผลตอบสนอง และกำจัดสัญญาณรบกวนภายนอกได้โดยไม่มีค่าผิดพลาดในสถานะอยู่ตัว และแสดงการตรวจสอบเสถียรภาพคงทนของระบบเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของระบบโดยใช้วิธีเซกเมนต์ CB

<b>Thesis Title</b>	Torsional Resonance Suppression in 2-Mass System by Pole-Zero Placement Technique
<b>Student</b>	Mr. Chatchai Uthaiwasin
<b>Student ID.</b>	37061186
<b>Degree</b>	Master of Engineering
<b>Programme</b>	Electrical Engineering
<b>Year</b>	2000
<b>Thesis Advisor</b>	Assoc.Prof.Dr. Jongkol Ngamwiwit
<b>Thesis Co-Advisor</b>	Assoc.Prof.Dr. Yothin Prempraneerach Assoc.Prof.Dr. Sarawut Sujitjorn

## ABSTRACT

This thesis describes the reduction of torsional resonance in a 2-mass system via pole-zero placement technique. The system consists of a motor coupled to an inertia load via a long shaft. The proposed compensation is of 2-DOF type. The design of the compensators uses the system model obtained from nonparametric identification. Implementation of the compensators uses op-amp technology. The compensators' structure is biquad circuit plus PI-element. Simulation and experimental results confirm the effectiveness of this approach. The torsional resonance can be reduced dramatically with fast transient obtained. Disturbance rejection is also achieved. The compensated response shows infinitesimal steady-state error. The robust stability of the system is confirmed through the test based on the CB segment method.

# กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ มหาวิทยาลัยเอเชียอาคเนย์ (มออ.) ที่ได้อนุญาตให้ข้าพเจ้าลาศึกษาต่อศึกษาในระดับปริญญาโท

ขอขอบคุณ ศูนย์เครื่องมือวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (ศคทว.) มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี (มทส.) ที่เอื้ออำนวยสถานที่ปฏิบัติงานวิจัย และเครื่องมือในการวิจัย แก่ข้าพเจ้า

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร. โยชิน เปรมปราณีรัชต์ ในฐานะอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ร่วมของข้าพเจ้า ที่ได้มอบหมายงานวิจัยอันเป็นประโยชน์และคอยให้คำปรึกษา แนะนำแนวความคิดด้วยความเมตตาแก่ศิษย์เสมอมา

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.สราวุฒิ สุจิตจร ในฐานะอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ร่วมของข้าพเจ้า ที่ได้อุทิศความรู้ สติปัญญา ความสามารถ ตลอดจนความเมตตาแก่ศิษย์เสมอมา และได้สอนให้ข้าพเจ้าได้รู้จักความเข้มแข็ง ความอดทน ความบากบั่น อีกทั้งยังให้โอกาสข้าพเจ้าสอนวิชาปฏิบัติการที่ มทส.

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.จิงกล งามวิวิทย์ ในฐานะอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ของข้าพเจ้า ที่ได้แนะนำงานวิจัยให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น และกรุณาตลอดเวลาตรวจสอบและแนะนำการเขียนวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ทำให้วิทยานิพนธ์มีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณ คุณชาติรี ชวนะนรเศรษฐ์ ที่ได้ให้คำแนะนำและความอนุเคราะห์ทางภาคปฏิบัติตลอดช่วงเวลาที่ข้าพเจ้าทำงานวิจัยที่ มทส.

ชัชชัย อุทัยสิน

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญรูป.....	VII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์.....	1
1.3 ขอบเขตของการวิจัย.....	1
1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน.....	2
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย.....	2
1.6 การจัดรูปเล่มวิทยานิพนธ์.....	2
บทที่ 2 รีโซแนนซ์การบิดของระบบควบคุมการเคลื่อนที่.....	4
2.1 บทนำ.....	4
2.2 ผลกระทบของรีโซแนนซ์การบิดบนผลตอบสนองของระบบ.....	5
2.3 รีโซแนนซ์แรงบิดในระบบ 2 มวล.....	7
2.4 เทคนิคพื้นฐานสำหรับลดผลกระทบของรีโซแนนซ์.....	11
2.5 สรุป.....	14
บทที่ 3 การหาแบบจำลองระบบ.....	15
3.1 บทนำ.....	15
3.2 การวิเคราะห์แบบจำลองของระบบ 2 มวล.....	15
3.3 การหาแบบจำลองระบบ.....	17
3.3.1 แบบจำลอง 'ARX' และวิธีการประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยที่สุด.....	17
3.3.2 เงื่อนไขในการเลือกคาบเวลาการสุ่มสัญญาณเพื่อนำมาประมวลผล.....	21
3.3.3 การแปลงฟังก์ชันถ่ายโอนจากระบบเวลาไม่ต่อเนื่องเป็นระบบเวลาต่อเนื่อง.....	21
3.3.4 การลดอันดับแบบจำลอง.....	23

# สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
3.4 ผลการทดสอบ.....	26
3.5 สรุป.....	34
<b>บทที่ 4 การออกแบบตัวชดเชยกำหนดตำแหน่ง โพล-ซีโร.....</b>	<b>35</b>
4.1 บทนำ.....	35
4.2 ผลของโพลและซีโรต่อผลตอบสนองในโดเมนเวลา.....	35
4.3 ตัวชดเชยกำหนดตำแหน่ง โพล-ซีโร แบบคงทน.....	36
4.3.1 ทฤษฎีการออกแบบตัวชดเชย.....	36
4.3.2 การออกแบบตัวชดเชย.....	40
4.4 ผลการจำลองระบบด้วยคอมพิวเตอร์สำหรับระบบที่มีตัวชดเชย.....	44
4.4.1 ผลการจำลองระบบโดยใช้ตัวชดเชยที่นำเสนอเปรียบเทียบกับตัวกรองนอทธิ ในโดเมนเวลา.....	45
4.4.1.1 ผลตอบสนองของระบบเมื่อสัญญาณอินพุตเป็นขั้นบันได.....	45
4.4.1.2 ผลตอบสนองของระบบเมื่อสัญญาณรบกวนเป็นขั้นบันได.....	45
4.4.1.3 ความคงทนต่อความไม่แน่นอนของแบบจำลองพลาตันในโดเมนเวลา.....	45
4.4.2 ผลการจำลองระบบในโดเมนความถี่.....	46
4.5 สรุป.....	49
<b>บทที่ 5 การสร้างตัวชดเชยและผลการทดลอง.....</b>	<b>50</b>
5.1 บทนำ.....	50
5.2 เทคนิคการสร้างตัวชดเชยแบบอนาล็อก.....	50
5.3 การสร้างตัวชดเชยตามรูปแบบไปควอด.....	51
5.4 ผลการจำลองตัวชดเชยด้วยคอมพิวเตอร์.....	58
5.5 ผลการทดลอง.....	60
5.5.1 ผลการทดลองสมรรถนะระบบเชิงติดตามอินพุต.....	62
5.5.2 ผลการทดลองสมรรถนะระบบเชิงคุมค่า.....	62
5.6 สรุป.....	63

# สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
บทที่ 6 การตรวจสอบความคงทนของเสถียรภาพ.....	64
6.1 บทนำ.....	64
6.2 เสถียรภาพของระบบและทฤษฎีบทของคาร์โทนอนอฟ.....	64
6.3 เสถียรภาพคงทนของพลาเน็ตเป็นช่วง .....	66
6.3.1 วิธีเชกเมนต์ CB .....	66
6.3.2 การตรวจสอบเสถียรภาพคงทนในระบบ 2 มวลโดยใช้วิธีเชกเมนต์ CB.....	68
6.4 สรุป.....	71
บทที่ 7 สรุปและข้อเสนอแนะ .....	72
7.1 บทนำ.....	72
7.2 สรุป.....	72
7.3 ข้อเสนอแนะ.....	73
เอกสารอ้างอิง.....	74
ภาคผนวก ก. ค่าพารามิเตอร์และการจำลองระบบ 2 มวล.....	77
ภาคผนวก ข. การออกแบบตัวกรองนอทช์.....	83
ภาคผนวก ค. ชุดฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบเปิดและวงรอบปิด $G_{CB}^1(s)$ และ $G_{CB}^2(s)$ รวมถึงโพล ของชุดพหุนามคุณลักษณะวงรอบปิด.....	85
ภาคผนวก ง. บทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ขณะศึกษา.....	93
ประวัติผู้เขียน.....	104

# สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ระบบการเคลื่อนที่อินคริเมนทอล .....	6
2.2 รูปคลื่นของระบบการเคลื่อนที่อินคริเมนทอล.....	6
2.3 การสั้นของเอาต์พุตทาโคมิเตอร์เป็นสาเหตุมาจากกรีโซแนนซ์การบิด.....	6
2.4 ระบบ 2 มวล.....	7
2.5 การแทนค่าโพล-ซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนในระนาบ $s$ .....	11
2.6 วงจรกรอนทอซ.....	12
2.7 วงจรกรอนทอซสำหรับสัญญาณความเร็วที่ได้มาผ่านตัวกรอง.....	13
3.1 แบบจำลองทางกายภาพของระบบ 2 มวล.....	15
3.2 แบบจำลองทางพลวัตของระบบ 2 มวล.....	16
3.3 บล็อกไดอะแกรมของระบบ 2 มวล.....	16
3.4 บล็อกไดอะแกรมการหาแบบจำลองระบบ.....	17
3.5 โครงสร้างของแบบจำลอง 'ARX'.....	18
3.6 บริเวณที่เสถียรในระนาบ $s$ และบริเวณที่เสถียรในระนาบ $z$ .....	22
3.7 แรงดันอินพุตของตัวขับเป็นสัญญาณแบบขั้นบันได.....	27
3.8 ความเร็วของโพล(แรงดันเอาต์พุตทาโคมิเตอร์).....	28
3.9 สเปกตรัมของความเร็วของโพล.....	28
3.10 เปรียบเทียบความเร็วของโพลที่ได้จากการทดสอบกับแบบจำลองอันดับ 25.....	30
3.11 เปรียบเทียบความเร็วของโพลของแบบจำลองอันดับ 25 กับแบบจำลองอันดับ 5.....	31
3.12 เปรียบเทียบความเร็วของโพลของแบบจำลองอันดับ 25 กับแบบจำลองอันดับ 3.....	32
3.13 เปรียบเทียบผลตอบสนองในโดเมนความถี่ของแบบจำลองอันดับ 25 (เส้นทึบ) กับ แบบจำลองอันดับ 3 (o).....	32
3.14 แรงดันอินพุตของตัวขับเป็นสัญญาณแบบสี่เหลี่ยม.....	33
3.15 เปรียบเทียบความเร็วของโพลที่ได้จากการทดสอบ(เส้นทึบ) กับแบบจำลองอันดับ 3(เส้นประ).....	33
4.1 โครงสร้างแบบ 2 ระดับขั้นของความเสรี(2-DOF).....	37
4.2 เปรียบเทียบความเร็วของโพลที่ได้จากการทดสอบกับแบบจำลองอันดับ 3 มีซีโร.....	41
4.3 เปรียบเทียบความเร็วของโพลที่ได้จากการทดสอบกับแบบจำลองอันดับ 3 ตัดซีโร.....	41

# สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.4 ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างความเร็วของโพลที่ได้จากการทดสอบกับ แบบจำลองอันดับ 3 มีซีโร.....	42
4.5 ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างความเร็วของโพลที่ได้จากการทดสอบกับ แบบจำลองอันดับ 3 ตัดซีโร.....	42
4.6 ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้ตัวชดเชยที่นำเสนอ.....	46
4.7 ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้ตัวกรองนอทซ์.....	46
4.8 ผลตอบสนองของเอาต์พุตต่อสัญญาณรบกวนเมื่อใช้ตัวชดเชยที่นำเสนอ.....	47
4.9 ผลตอบสนองของเอาต์พุตต่อสัญญาณรบกวนเมื่อใช้ตัวกรองนอทซ์.....	47
4.10 ผลตอบสนองของระบบเมื่อสัญญาณอินพุตเป็นขั้นบันได.....	48
4.11 ผลตอบสนองของระบบเมื่อสัญญาณรบกวนเป็นขั้นบันได.....	48
4.12 ผลตอบสนองของระบบในโดเมนความถี่.....	49
5.1 วงจรไบควอดใช้อปแอมป์ 3 ตัว.....	52
5.2 วงจรอปแอมป์สำหรับการสร้างฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับหนึ่ง (วงจรถีไอ).....	54
5.3 วงจรไบควอดต่อร่วมกับวงจรถีไอ ที่สังเคราะห์ขึ้น เป็นการสร้างตัวชดเชย $G_{FF}(s)$ .....	56
5.4 วงจรไบควอดต่อร่วมกับวงจรถีไอ ที่สังเคราะห์ขึ้น เป็นการสร้างตัวชดเชย $G_{FB}(s)$ .....	58
5.5 สัญญาณการชดเชยแรงดันของตัวชดเชยอินพุต $G_{FF}(s)$ .....	59
5.6 สัญญาณการชดเชยแรงดันของตัวชดเชยป้อนกลับ $G_{FB}(s)$ .....	59
5.7 รูปคลื่นของสัญญาณควบคุม $u(t)$ .....	60
5.8 แสดงระบบ 2 มวลที่จัดสร้างขึ้นและส่วนประกอบต่างๆที่ใช้ในการทดลอง.....	61
5.9 ผลการทดลองที่เกิดรีโซแนนซ์ในระบบ 2 มวล.....	61
5.10 ผลการทดลองเมื่อมีสัญญาณรบกวนภายนอกเข้ามาในระบบ 2 มวล.....	61
5.11 ผลการทดลองเชิงติดตามอินพุต.....	62
5.12 ผลการทดลองเชิงคุมค่า.....	63
6.1 ระบบป้อนกลับ.....	65
6.2 โพลของพหุนามคุณลักษณะวงรอบปิด.....	71
ก.1 ภาพตัวเชื่อมต่อ.....	78
ก.2 แสดงโพล-ซีโรจากฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ 2 มวล.....	80

# สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
ก.3 ผลตอบสนองความเร็วของโหนดของระบบ 2 มวล จากการจำลองระบบด้วย โปรแกรม MATLAB.....	81
ก.4 ผลตอบสนองความเร็วของโหนดของระบบ 2 มวลจากการทดสอบระบบด้วยอินพุตแบบ ขั้นบันได.....	81
ข.1 ระบบที่ใช้ตัวกรองนอทซ์.....	83



# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในวงการอุตสาหกรรม ระบบเชิงกลที่มีความยืดหยุ่นนั้น โดยเฉพาะในงานที่ต้องการความเร็วในการตอบสนองสูง มักประสบปัญหาเนื่องมาจากริโซแนนซ์การบิด(torsional resonance) อันอาจเป็นเหตุให้เกิดความเสียหายต่อโครงสร้างทางกลและส่งผลเสียต่อเสถียรภาพของระบบ

ริโซแนนซ์การบิดเป็นปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นกับระบบเชิงกลที่การต่อคู่ควบภายในไม่สามารถจับโหนดได้อย่างสมบูรณ์แบบ ริโซแนนซ์การบิดมักเกิดขึ้นกับทุกระบบหมุนที่แหล่งกำเนิดพลังงานกับโหนดต่อคู่ควบกันด้วยเพลายาว ความยืดหยุ่นของเพลายาวจะส่งผลให้เกิดการบิดของเพลลาและการสั่นของระบบ ซึ่งอาจก่อให้เกิดความเสียหายแก่การเชื่อมต่อและโครงสร้างทางกลได้ นอกจากนี้ ความยืดหยุ่นของเพลลาและผลกระทบจากการสั่นจะมีผลต่อลักษณะการควบคุมความเร็วของโหนดด้วย

ในระบบเชิงกล พารามิเตอร์ของระบบจะถูกออกแบบให้มีค่าตายตัวซึ่งเป็นการยากที่จะไปเปลี่ยนแปลงหรือแก้ไข วิธีการหนึ่งซึ่งสามารถแก้ไขปัญหาดังกล่าวคือ ทำการชดเชยระบบโดยไม่ต้องเปลี่ยนแปลงหรือแก้ไขโครงสร้างทางกลและการเชื่อมต่อ เนื่องจากเป็นการยากที่จะกำหนดรายละเอียดทางเทคนิคให้ได้ค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการ ในงานวิจัยนี้ใช้เทคนิคการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโรในการออกแบบและสร้างตัวชดเชยเสริมระบบเดิม การออกแบบอาศัยเทคนิคพีชคณิตเชิงเส้น เพื่อให้ได้ระบบที่มีเสถียรภาพและสมรรถนะในโดเมนเวลาตามต้องการ

### 1.2 วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาถึงสาเหตุการเกิดริโซแนนซ์การบิดในระบบ 2 มวล
2. เพื่อค้นคว้าหาเทคนิคการออกแบบตัวชดเชยด้วยการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโรที่สามารถกำจัดริโซแนนซ์การบิดในระบบ 2 มวล
3. เพื่อค้นคว้าหาเทคนิคการสร้างตัวชดเชยแบบออนไลน์ ที่สามารถกำจัดริโซแนนซ์การบิดในระบบ 2 มวลได้อย่างรวดเร็ว (real-time)
4. เพื่อศึกษาเสถียรภาพคงทนในระบบ 2 มวล เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของระบบ

### 1.3 ขอบเขตการวิจัย

1. จัดสร้างระบบ 2 มวล ประกอบด้วยมอเตอร์และโหนดที่ต่อคู่ควบด้วยเพลายาวซึ่งระบบมีลักษณะเป็นริโซแนนซ์เชิงกล ทำให้เกิดการแกว่งได้ง่าย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไปก่อประโยชน์อื่น สิ่งนี้ยังหมายถึงผู้ดูแลระบบ และต้องแจ้งถึงเจ้าของเอกสารและผู้มีอำนาจไปใช้

2. หาแบบจำลองของระบบ 2 มวล
3. ออกแบบและสร้างตัวชดเชยด้วยการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโร เพื่อกำจัดรีโซแนนซ์การบิดในระบบ 2 มวล
4. ตรวจสอบเสถียรภาพคงทนในระบบ 2 มวล

#### 1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน

1. ศึกษาและจัดสร้างระบบ 2 มวล
2. ศึกษาและทำการหาแบบจำลองระบบ 2 มวล โดยใช้ System Identification Toolbox และ MATLAB<sup>TM</sup> จากนั้นทำการลดอันดับแบบจำลอง และแปลงฟังก์ชันถ่ายโอนของแบบจำลองในโดเมน  $z$  ไปเป็นโดเมน  $s$
3. ศึกษาและออกแบบตัวชดเชยด้วยการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโร และแสดงผลการจำลองระบบด้วยคอมพิวเตอร์
4. สร้างและทดสอบตัวชดเชยแบบอนาล็อก จากนั้นทำการทดสอบสมรรถนะของระบบ
5. ตรวจสอบความคงทนของเสถียรภาพในระบบ 2 มวล

#### 1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับการวิจัย

1. สามารถแก้ไขปัญหาการเกิดรีโซแนนซ์การบิดในระบบเชิงกล
2. สามารถประยุกต์วิธีการหาแบบจำลองของระบบกับงานทางวิศวกรรมได้
3. สามารถนำวิธีการออกแบบตัวชดเชยที่มีความคงทนของเสถียรภาพประยุกต์ใช้ได้โดยมีประสิทธิภาพ
4. สามารถสร้างตัวชดเชยแบบอนาล็อกให้แก้ปัญหาคือการเกิดรีโซแนนซ์การบิดได้อย่างมีประสิทธิภาพ ด้วยอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ที่มีราคาถูก ขนาดเล็ก และน้ำหนักเบา

#### 1.6 การจัดรูปเล่มวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ประกอบด้วย 7 บท และ 1 ภาคผนวก

บทที่ 1 เป็นบทนำ กล่าวถึงความจำเป็นและความสำคัญของปัญหา วัตถุประสงค์ของการวิจัย ขั้นตอนการดำเนินงานและประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับการวิจัย รวมทั้งแนะนำเนื้อหาโดยสังเขปที่เป็นองค์ประกอบของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

บทที่ 2 กล่าวถึงปรากฏการณ์รีโซแนนซ์ ผลกระทบของรีโซแนนซ์การบิดที่มีต่อผลตอบสนองของระบบ และรีโซแนนซ์การบิดของระบบ 2 มวล อีกทั้งยังกล่าวถึงวิธีการลดรีโซแนนซ์ของระบบอย่างง่าย และพิจารณาการแก้รีโซแนนซ์การบิดด้วยการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3 กล่าวถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ 2 มวล การหาแบบจำลองระบบ รวมทั้งแบบจำลอง 'ARX' วิธีการประมาณแบบกำลังสองน้อยที่สุด เงื่อนไขสำคัญในการหาลักษณะสมบัติของระบบ การแปลงฟังก์ชันถ่ายโอนโดเมน  $z$  เป็นโดเมน  $s$  และการลดอันดับฟังก์ชันถ่ายโอน ซึ่งเป็นประโยชน์ในการออกแบบและสร้างตัวชดเชย

บทที่ 4 กล่าวถึงผลของโพลและซีโรต่อผลตอบสนองในโดเมนเวลา การออกแบบตัวชดเชยด้วยการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโรแบบคงทนที่มีโครงสร้างแบบ 2 ระดับขั้นของความเสรี (2-degree-of-freedom : 2-DOF) โดยใช้เทคนิคพีชคณิตเชิงเส้น และแสดงผลการจำลองระบบด้วยคอมพิวเตอร์เปรียบเทียบการใช้ตัวกรองนอทซ์และสรุป

บทที่ 5 กล่าวถึงการสร้างตัวชดเชยแบบอนาล็อก ผลการทดลองสมรรถนะของระบบเชิงติดตามินพุต และเชิงควมค่า พร้อมทั้งสรุป

บทที่ 6 กล่าวถึงทฤษฎีบทของคาร์โทนอฟ วิเคราะห์เมนต์ CB และการตรวจสอบเสถียรภาพคงทนในระบบ 2 มวล พร้อมทั้งสรุป

บทที่ 7 เป็นบทสรุป และข้อเสนอแนะ

ภาคผนวก ก. คำพารามิเตอร์และการจำลองระบบ 2 มวล

ภาคผนวก ข. การออกแบบตัวกรองนอทซ์

ภาคผนวก ค. ชุดฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบเปิดและวงรอบปิด  $G_{CB}^1(s)$  และ  $G_{CB}^2(s)$  รวมถึงโพลของชุดพหุนามคุณลักษณะวงรอบปิด

ภาคผนวก ง. เป็นบทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ในขณะศึกษา

## บทที่ 2

# รีโซแนนซ์การบิดในระบบควบคุมการเคลื่อนที่

### 2.1 บทนำ

ระบบการเคลื่อนที่อินคริเมนทอลที่มีสมรรถนะสูง(high-performance incremental motion system)ใช้ในระบบที่เกณฑ์สมรรถนะเป็นกุญแจสำคัญในเวลากการเคลื่อนที่อย่างรวดเร็วและสมรรถภาพสลูว์(slew)ที่ความเร็วสูง ระบบดังกล่าวต้องมีอัตราขยาย-แบนด์วิดท์สูง เพื่อให้เวลากการได้ระดับ(rise time)เท่ากับ 1 msec เนื่องจากการประยุกต์ระบบต่างๆสอดคล้องกับวงรอบความเร็วปิด(closed velocity loop) และวงรอบความเร็วส่งผลต่อเสถียรภาพ ปัญหาการออกแบบระบบควบคุมความเร็วแก้ปัญหาก็ได้โดยการเลือกมอเตอร์ที่มีค่าคงที่เวลาทางเชิงกลสั้น(short mechanical time constant)

การปรากฏของรีโซแนนซ์การบิด (torsional resonance) นั้น เกิดระหว่างมอเตอร์ ดีซีทาโคมิเตอร์และโหลดที่ถูกขับ รีโซแนนซ์เกิดขึ้นจากเพลามอเตอร์มีความยืดหยุ่น(stiffness)ที่ถูกจำกัด ทำให้เพลากเกิดการบิดตัวเมื่อแรงบิดส่งผ่านเพลาก การบิดตัวของเพลากทำให้การหมุนในตำแหน่งเชิงมุม(angular position) มีความแตกต่างตลอดแนวเพลาก ตำแหน่งเชิงมุมที่เกิดขึ้นนั้นขึ้นกับความถี่ที่กระตุ้นและพารามิเตอร์ของระบบ และบางความถี่อาจเกิดมุมของการบิดตัวเป็นเฟสตรงข้ามกัน เส้นใยนี้อาจเกิดขึ้นในระบบเชิงกลที่เก็บสะสมพลังงานจลน์ (kinetic energy) และเป็นผลให้เพิ่มขนาดของการบิดตัว ปรากฏการณ์นี้เรียกว่า รีโซแนนซ์การบิด และความถี่ที่เกิดขึ้นเรียกว่า ความถี่รีโซแนนซ์ (resonance frequency)

ปรากฏการณ์รีโซแนนซ์ จะถูกนำมาเสนอในแบบจำลองของมอเตอร์[1-3] โดยสมมุติว่ามวลของระบบรวมที่จุดหนึ่ง ซึ่งสอดคล้องกับสมมุติฐานความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งเชิงมุม  $\theta$  และแรงบิดที่กำเนิด  $T_g$  ถูกกำหนดโดย

$$T_g = J \frac{d^2\theta}{dt^2} + B \frac{d\theta}{dt} \quad (2.1)$$

โดยที่  $J$  เป็นแรงเฉื่อยของระบบ และ  $B$  เป็นสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดสีคอสม สมการ(2.1) สามารถเขียนด้วยสมการความแตกต่าง ด้วยความเร็วเชิงมุม  $\omega$  :

$$T_g = J \frac{d\omega}{dt} + B\omega \quad (2.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$  และสามารถแสดงด้วยฟังก์ชันถ่ายโอน

$$\frac{\Omega(s)}{T_g(s)} = \frac{1}{sJ + B} \quad (2.3)$$

โดยที่  $\Omega(s)$  และ  $T_g(s)$  เป็นการแปลงลาปลาซของ  $\omega(t)$  และ  $T_g(t)$  ตามลำดับ

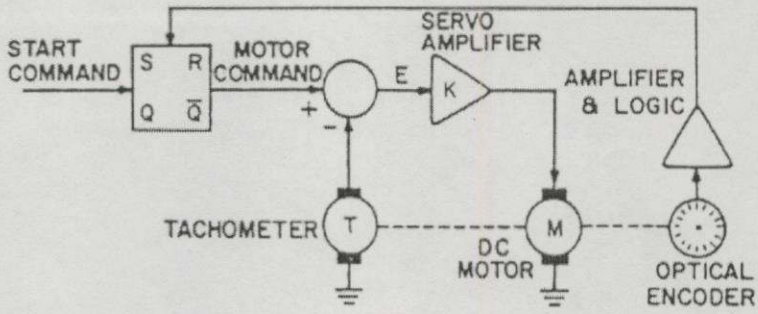
รีโซแนนซ์การบิดจะแปรผันตามฟังก์ชันถ่ายโอนของมอเตอร์ และเพิ่มอุปสรรคต่อเสถียรภาพของวงรอบ(loop) ผลที่ได้จะมีแนวโน้มใกล้เคียงกับการแกว่ง(oscillation) ทำให้จำกัดสมรรถนะเซอร์โว (servo performance) และอาจเป็นสาเหตุให้เกิดความเสียหายต่อการเชื่อมต่อและโครงสร้างทางกล ด้วยเหตุนี้จึงมีผลกระทบต่อความเชื่อถือของระบบ

## 2.2 ผลกระทบของรีโซแนนซ์การบิดบนผลตอบสนองของระบบ [1,2]

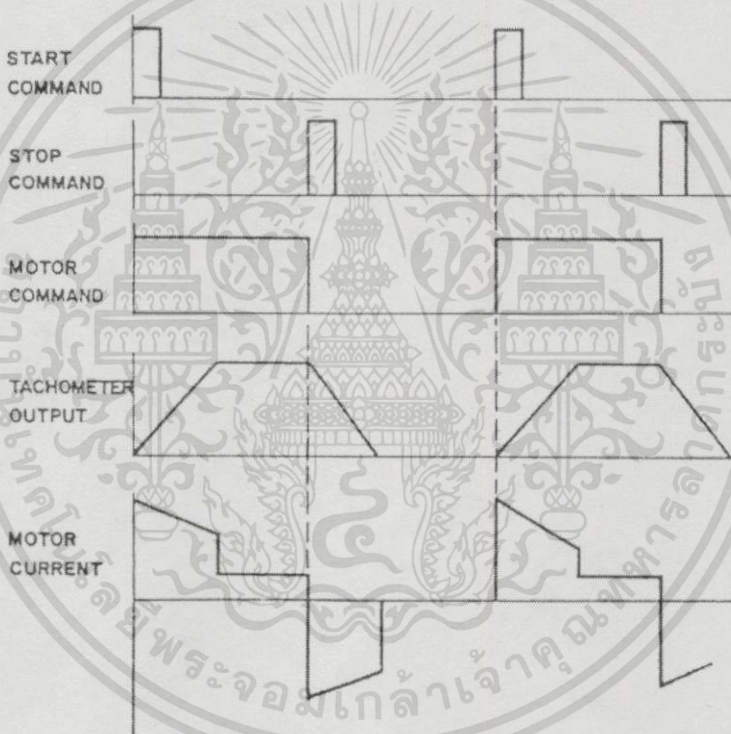
พิจารณาระบบควบคุมแสดงในรูปที่ 2.1 ระบบนี้ถูกออกแบบให้กำเนิดรูปความเร็วสี่เหลี่ยมคางหมู(trapezoidal velocity profile) สำหรับมอเตอร์ รูปที่ 2.2 แสดงให้เห็นรูปคลื่น(waveform) ของระบบ

เมื่อคำสั่งเริ่มต้น(start command) เริ่มในระบบ แสดงในรูปที่ 2.1 พลิกฟลอปจะสั่งให้มอเตอร์เริ่มหมุนและสัญญาณค่าผิดพลาด (error signal) เป็นค่าสูงสุดชั่วขณะหนึ่ง ที่เวลานี้กระแสและแรงดันมอเตอร์เป็นค่าสูงสุด ผลที่ได้มอเตอร์จะมีความเร่งเริ่มต้นทำให้เกิดความเร็วก่อนกำหนดขึ้นกับความต้องการระยะการขจัด(displacement) เมื่อความเร็วดwell (dwell velocity) เพิ่มขึ้น มอเตอร์จะหมุนด้วยความเร็วนี้นานเท่ากับคำสั่งมอเตอร์คือสถานะ "1" และเมื่อคำสั่งหยุด(stop command) ถูกกำเนิด ทำให้คำสั่งมอเตอร์ตกลงสู่สถานะ "0" (ขึ้นกับความต้องการระยะการเคลื่อนที่จากสัญญาณพัลส์ของเอ็น โค้ดเดอร์จะรีเซทฟลิปฟลอป ซึ่งมีผลต่อคำสั่งมอเตอร์จะไปที่สถานะ "0" ) สัญญาณอินพุตของเซอร์โวจะเป็นการกำหนดโดยขนาดของแรงดันเอาต์พุตทาโคมิเตอร์ เมื่อแรงดันนี้เป็นลบ แรงดันขับจะเป็นลบสูงสุดเป็นสาเหตุให้มอเตอร์ชะลอจนหยุด ไซเคิลนี้จะกระทำซ้ำในเวลาเริ่มคำสั่งเริ่มต้น (start command) ต่อไป

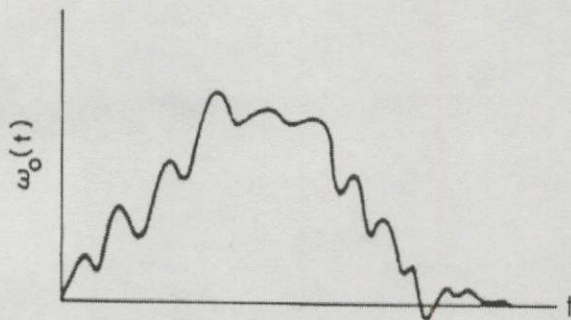
ความสำคัญของการเพิ่มอัตราขยายของวงรอบ (loop gain) ในระบบการเคลื่อนที่ให้เพิ่มขึ้น จะปรับปรุงการคุมค่า(regulation)ความเร็ว การเพิ่มอัตราขยายให้แบนด์วิดท์ของระบบกว้างขึ้น ทำให้ยอมรับผลตอบสนองอย่างรวดเร็วตามคำสั่ง แต่จะเกิดปรากฏการณ์รีโซแนนซ์ ผลจากการทดลองนี้เป็นการสั่นสะเทือนแบบไซน์(sinusoidal vibration) ที่ความถี่รีโซแนนซ์ ดังแสดงในรูปที่ 2.3 ถ้ามีการเพิ่มขึ้นของอัตราขยายของวงรอบ จะทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพ



รูปที่ 2.1 ระบบการเคลื่อนที่อินคริเมนทอล(incremental motion system)



รูปที่ 2.2 รูปคลื่นของระบบการเคลื่อนที่อินคริเมนทอล(incremental motion system)

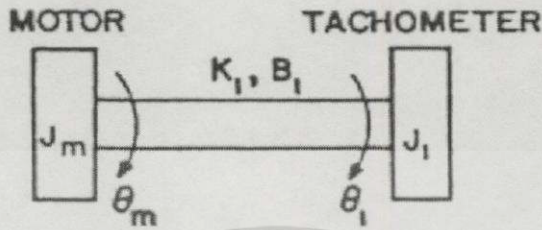


รูปที่ 2.3 การสั่นของเอาต์พุตทาคอไมเตอร์เป็นสาเหตุมาจากกรีซันซ์การบิด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของวิศวกรรมเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ใช้เห็นว่าไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.3 รีโซแนนซ์การบิดในระบบ 2 มวล [2,3]

พิจารณาโครงสร้างเชิงกลแสดงในรูปที่ 2.4 เป็นการแทนมอเตอร์และทาโคมิเตอร์



รูปที่ 2.4 ระบบ 2 มวล

โดยที่  $J_m$  เป็น โมเมนต์แรงเฉื่อยของมอเตอร์ ( $Kg-m-sec^2$ )

$J_1$  เป็น โมเมนต์แรงเฉื่อยของทาโคมิเตอร์ ( $Kg-m-sec^2$ )

(สำหรับเฟลาเชื่อมต่อ 2 มวล สมมุติให้มีโมเมนต์แรงเฉื่อยเท่ากับ  $0 Kg-m-sec^2$ )

$B_1$  เป็นการหน่วงของแรงฝืดที่กำหนดความเร็วเชิงมุมระหว่างมอเตอร์กับเฟลา ( $Kg-m-sec$ )

$B_m$  เป็นการหน่วงของแรงฝืดวิสกอสที่กำหนดความเร็วเชิงมุมมอเตอร์ ( $Kg-m-sec$ )

$K_1$  เป็นความแข็งตึง (stiffness) ของเฟลา ( $N-m/rad$ )

$\theta_m$  เป็นตำแหน่งเชิงมุม (angular position) ของมอเตอร์และทาโคมิเตอร์ ( $rad$ )

$\theta_1$  เป็นตำแหน่งเชิงมุม (angular position) ของมอเตอร์และทาโคมิเตอร์ ( $rad$ )

เราสามารถเขียนสมการพลวัตของระบบ ให้แรงบิดที่กำเนิดโดยมอเตอร์เป็น  $T_g$  และแรงบิดที่ประยุกต์ใช้กับเฟลาเป็น  $T_1$  สมการพลวัตแสดงได้ดังนี้

$$T_g = J_m \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m + T_1 \quad (2.4)$$

$$T_1 = J_1 \ddot{\theta}_1 \quad (2.5)$$

แรงบิด  $T_1$  เกิดจากเฟลาหันเห การหันเหจะถูกกำหนดโดย

$$T_1 = B_1 (\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_1) + K_1 (\theta_m - \theta_1) \quad (2.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำสมการ(2.5) แทนลงในสมการ (2.4) และ (2.6) จะได้

$$T_g = J_m \ddot{\theta}_m + B_m \dot{\theta}_m + J_1 \ddot{\theta}_1 \quad (2.7)$$

$$J_1 \ddot{\theta}_1 = B_1 (\dot{\theta}_m - \dot{\theta}_1) + K_1 (\theta_m - \theta_1) \quad (2.8)$$

เมื่อแปลงลาปลาซของสมการ(2.7)และ(2.8) โดยมีเงื่อนไขเริ่มต้นเป็นศูนย์

$$T_g(s) = (s^2 J_m + s B_m) \Theta_m(s) + s^2 J_1 \Theta_1(s) \quad (2.9)$$

$$s^2 J_1 \Theta_1(s) = (s B_1 + K_1) \Theta_m(s) - (s B_1 + K_1) \Theta_1(s) \quad (2.10)$$

นำสมการ (2.9) และ (2.10) รวมสมการเข้าด้วยกัน จะได้  $T_g(s)$  ดังนี้

$$T_g(s) = \left[ \frac{(s^2 J_m + s B_m)(s^2 J_1 + s B_1 + K_1) + s^2 J_1}{s B_1 + K_1} \right] \Theta_1(s) \quad (2.11)$$

กำหนดให้  $\Omega_1(s)$  เป็นการแปลงลาปลาซของ  $\omega_1$  ดังนั้น

$$\Omega_1(s) = s \Theta_1(s) \quad (2.12)$$

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอนระหว่างแรงบิด  $T_g(s)$  และความเร็วเชิงมุม  $\Omega_1(s)$  แสดงดังนี้

$$\frac{\Omega_1(s)}{T_g(s)} = \left[ \frac{s B_1 + K_1}{(s J_m + B_m)(s^2 J_1 + s B_1 + K_1) + s^2 J_1 (s B_1 + K_1)} \right] \quad (2.13)$$

โพลของระบบเป็นรากของพหุนามคุณลักษณะ ซึ่งได้มาโดยนำตัวหารของสมการ(2.13) เท่ากับ 0 นั่นคือ

$$(s J_m + B_m)(s^2 J_1 + s B_1 + K_1) + s^2 J_1 (s B_1 + K_1) = 0 \quad (2.14)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรรมใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รากของพหุนามคุณลักษณะ (2.14) มี 3 รากคือ รากที่ 1 เป็นผลของโพลเชิงกลซึ่งมีขนาดเล็ก ส่วนอีก 2 รากเป็นสาเหตุของรีโซแนนซ์การบิดซึ่งมีขนาดใหญ่

พิจารณารากที่ 1 ที่ความถี่ต่ำ  $K_1$  มีขนาดใหญ่กว่าขนาดของ  $s^2 J_1$  หรือ  $sB_1$  ดังนั้นเราสมมุติให้

$$K_1 \gg |sB_1| \quad (2.15)$$

และ

$$K_1 \gg |s^2 J_1| \quad (2.16)$$

จากสมการ(2.15) และ(2.16) เราสามารถประมาณพหุนามคุณลักษณะ (2.14) ได้ดังนี้

$$(sJ_m + B_m)K_1 + sJ_1 K_1 = 0 \quad (2.17)$$

รากของพหุนามคุณลักษณะ (2.17) เป็น โพลทางกลเท่ากับ

$$P_1 = \frac{B_m}{J_m + J_1} \quad (2.18)$$

พิจารณาโพลรีโซแนนซ์ เราสมมุติว่า  $B_m$  มีขนาดเล็กมากสัมพันธ์กับขนาดของ  $sJ_m$  ที่ความถี่ใกล้ความถี่รีโซแนนซ์ นั่นคือ

$$|sJ_m| = B_m \quad (2.19)$$

แล้วเราสามารถประมาณพหุนามคุณลักษณะ (2.14) ได้ดังนี้

$$sJ_m(s^2 J_1 + sB_1 + K_1) + sJ_1(sB_1 + K_1) = 0 \quad (2.20)$$

หารสมการ(2.20) ด้วย  $s$  จะได้

$$s^2 J_m J_1 + sB_1(J_m + J_1) + K_1(J_m + J_1) = 0 \quad (2.21)$$

เมื่อกำหนดให้แรงเฉื่อยสมมูลเป็น  $J_e$

$$J_e = \frac{J_m J_I}{J_m + J_I} \quad (2.22)$$

แทนสมการ(2.22) ลงในสมการ(2.21) จะได้

$$s^2 J_e + s B_I + K_I = 0 \quad (2.23)$$

รากของพหุนามคุณลักษณะ (2.23) ซึ่งเป็นโพลีโชนเนนซ์ มีค่าเท่ากับ

$$P_{2,3} = \frac{-B_I \pm \sqrt{B_I^2 - 4K_I J_e}}{2J_e} \quad (2.24)$$

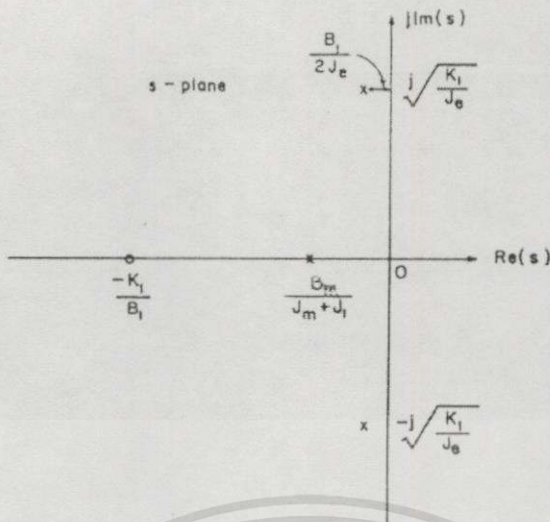
เมื่อให้

$$4K_I J_e \gg B_I^2 \quad (2.25)$$

เราสามารถประมาณค่าโพลีโชนเนนซ์ของพหุนามคุณลักษณะ (2.24)

$$P_{2,3} = -\frac{B_I}{2J_e} \pm j \sqrt{\frac{K_I}{J_e}} \quad (2.26)$$

จะเห็นได้จากสมการ(2.26) ว่าสองโพลสุดท้ายเป็นโพลเด่นเชิงซ้อน(complex dominant pole)หรือโพลีโชนเนนซ์ กล่าวได้ว่าค่าบนแกนจินตภาพจะบ่งบอกความถี่โชนเนนซ์ซึ่งถูกกำหนดโดยค่าความแข็งตึง  $K_I$  และโมเมนต์แรงเฉื่อยสมมูล  $J_e$  ส่วนค่าบนแกนจริงลบของโพลมีค่าน้อยมาก ซึ่งมีความสำคัญต่อเสถียรภาพของระบบ เนื่องจากค่าจริงลบถูกกำหนดด้วยปริมาณการหน่วงร่วมกับโพล ตำแหน่งของโพล-ซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 การแทนค่าโพล-ซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนในระนาบ s

2.4 เทคนิคพื้นฐานสำหรับลดผลกระทบของรีโซแนนซ์

วิธีการพื้นฐานต่าง ๆ เหล่านี้ใช้ลดผลกระทบของรีโซแนนซ์ในระบบได้ แสดงดังต่อไปนี้

2.4.1 การเพิ่มเส้นผ่านศูนย์กลางเพลลา

พิจารณาสมการ (2.27) สำหรับ โพลของระบบ แสดงถึงความถี่รีโซแนนซ์มีรูปแบบทั่วไปคือ  $\sqrt{K_I/J_e}$  โดยที่  $K_I$  คือค่าความแข็งตั้งของเพลลา และ  $J_e$  คือ โมเมนต์ของแรงเฉื่อยสมมูล เราสามารถแสดงค่าความแข็งตั้งของเพลลาทรงกระบอกตรงคือ  $K_I = GJ_p/L$  โดยที่  $G$  เป็น โมดูลัสแรงเฉือนของวัสดุ  $J_p$  เป็น โมเมนต์เชิงขั้ว (polar) ของแรงเฉื่อย และ  $L$  เป็น ระยะทางระหว่างส่วนของแรงเฉื่อย และสามารถแทน  $J_p$  ด้วย  $\pi d^4/32$  ซึ่ง  $d$  เป็นเส้นผ่าศูนย์กลางเพลลา เราได้สมการสำหรับความถี่รีโซแนนซ์ดังนี้

$$\sqrt{\frac{K}{J_e}} = \sqrt{\frac{\pi d^4 G}{32 L J_e}} = d^2 \sqrt{\frac{\pi G}{32 L J_e}} \tag{2.28}$$

สมการ(2.28)แสดงให้เห็นพารามิเตอร์ที่มีนัยสำคัญในการกำหนดความถี่รีโซแนนซ์ นั่นคือเส้นผ่าศูนย์กลางของเพลลา ถ้าเส้นผ่าศูนย์กลางเพิ่มขึ้น 20% ความถี่จะเพิ่มขึ้นถึง 44%[1]

2.4.2 การลดความยาวระหว่างส่วนของแรงเฉื่อย

พิจารณาสมการ(2.28) ความยาว  $L$  จะกำหนดความถี่รีโซแนนซ์ ถ้าความยาวลดลง 20% ความถี่จะเพิ่มขึ้น 10%[1] แต่วิธีนี้จะมีผลนัยสำคัญบนรีโซแนนซ์น้อยกว่าการเพิ่มเส้นผ่าศูนย์กลาง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้กับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้เผยแพร่โดยไม่เสียค่าใช้จ่าย การนำข้อความนี้ไปใช้โดยไม่ได้รับอนุญาตถือว่าผิดกฎหมาย และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.4.3 การลดแรงเฉื่อยของระบบ

พิจารณาสมการ(2.28) การลดโมเมนต์ของแรงเฉื่อยจะมีผลนัยสำคัญบนความถี่รีโซแนนซ์น้อย ถ้าลดโมเมนต์ของแรงเฉื่อยสมมูล  $J_e$  จะเพิ่มความถี่รีโซแนนซ์[1]

### 2.4.4 ใช้คำสั่งความเร็วแรมป์กระตุ้นมอเตอร์

พิจารณาการแปลงฟูเรียร์ของฟังก์ชันแบบขั้นบันได ปรากฏว่าปริมาณความถี่ของฟังก์ชันแบบขั้นบันไดของกว้างมาก เมื่อฟังก์ชันแบบขั้นบันไดประยุกต์ใช้กับมอเตอร์ทำให้กระตุ้นโหมดรีโซแนนซ์การบิด ถ้าใช้ฟังก์ชันแรมป์แทนฟังก์ชันแบบขั้นบันไดจะทำให้ผลของรีโซแนนซ์การบิดลดลง เพราะว่าปริมาณความถี่ของฟังก์ชันแรมป์แคบลง ข้อเสียของเทคนิคนี้คือ การเร่งและการชะลอความเร็วถูกควบคุมให้อยู่ใกล้เคียงกัน อาจเป็นเหตุให้เกิดเวลาประวิง(delay)ในผลตอบสนองความเร็ว[1]

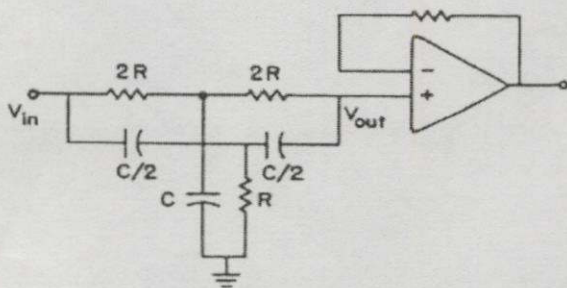
### 2.4.5 ใช้วงจรกรองนอทช์(notch filter)

การแก้ปัญหารีโซแนนซ์เป็นการพิจารณารูท-โพล โดยการเพิ่มซีโรให้ตัด(cancel)โพลออก เมื่อเพิ่มซีโรก็ต้องเพิ่มโพล เราเลือกซีโรเป็นค่าจินตภาพและโพลให้เป็นค่าจริงลบ วงจรกรองที่สามารถกำหนดโพลและซีโรเรียกว่า วงจร“กรองนอทช์”สามารถออกแบบด้วยการเปลี่ยนค่า RC ได้ ฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรกรองนอทช์ ดังรูปที่ 6 คือ

$$\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{s^2 R^2 C^2 + 1}{s^2 R^2 C^2 + s4RC + 1} \quad (2.29)$$

วงจรกรองนอทช์มีซีโรและโพลดังนี้

$$Z_{1,2} = \pm j \frac{1}{RC}, \quad P_1 = -\frac{0.27}{RC}, \quad P_2 = -\frac{3.37}{RC}$$



### รูปที่ 2.6 วงจรกรองนอทช์

เราสามารถเลือกค่าของ RC ที่สัมพันธ์กับความถี่ของซีโรร่วมกับความถี่ของโพลรีโซแนนซ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ไม่ว่ากรรมใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.4.6 ใช้สัญญาณความเร็วที่ได้มาผ่านตัวกรอง

ในระบบแรงฟีดแบ็ค การกรองรีโซแนนซ์สามารถทำได้โดยการรวมแรงดันป้อนกลับของ ทาโคมิเตอร์กับสัดส่วนแรงดันต่อกระแสมอเตอร์ แรงดันป้อนกลับของสัญญาณความเร็วนี้จะถูก กรองโดยตัวเก็บประจุ แสดงในรูปที่ 2.7 แรงดัน  $V_T$  เป็นสัดส่วนกับความเร็ว

$$V_T = K_g \omega \tag{2.30}$$

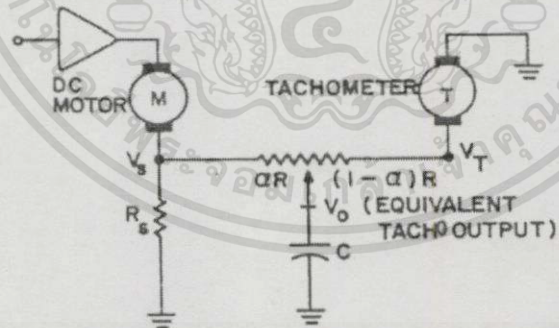
โดยที่  $K_g$  เป็นค่าคงที่ของทาโคมิเตอร์

เมื่อแรงฟีดแบ็คถูกละเลย กระแสมอเตอร์เป็นสัดส่วนกับความเร็ว เราอาจเขียน  $V_S$  ได้ดังนี้

$$V_S = A \frac{d\omega}{dt} \tag{2.31}$$

กำหนดให้  $A$  เป็นค่าคงที่

$$A = \frac{R_S J}{K_T} \tag{2.32}$$



รูปที่ 2.7 วงจรกรองสำหรับสัญญาณความเร็วที่ได้มาผ่านตัวกรอง

สมการปม(node)ในการแปลงลาปลาซ สำหรับวงจรกำหนดให้ปม  $V_o$  เป็นดังนี้

$$\frac{V_S(s) - V_o(s)}{aR} + \frac{V_T(s) - V_o(s)}{(1-a)R} - sCV_o(s) = 0 \tag{2.33}$$

แทนสมการ(2.30) และ (2.31) ลงในสมการ (2.33) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$V_O(s) = \frac{sA(1-a) + aK_g}{a(1-a)sRC + 1} \Omega(s) \quad (2.34)$$

$V_O$  เป็นสัดส่วนกับ  $\omega$  ทั้งโพลและซีโรในสมการ(2.34) ต้องมีค่าเท่ากัน จะได้

$$a^2 = \frac{A}{K_g RC} = \frac{R_S J}{K_g K_T RC} \quad (2.35)$$

จากสมการ(2.35) สามารถแทนการปรับโพเทนชิโอมิเตอร์ และค่า  $a$  ถูกกำหนดโดยสมการ (2.35) สมการ(2.34) กลายเป็นดังนี้

$$V_O(s) = aK_g \Omega(s) \quad (2.36)$$

จากสมการ(2.36) แรงดัน  $V_O$  เป็นสัดส่วนกับความเร็วเชิงมุม  $\omega$  และการใช้สัญญาณความเร็วที่ได้ มามีข้อดีในการรวมสัญญาณทาคิเมตรกับกระแสมอเตอร์ทำให้มีแนวโน้มลดผลของรีโซแนนซ์ การบิด ข้อเสียในการป้อนกลับสัญญาณไม่เป็นสัดส่วนกับความเร็ว อาจมีผลเสียต่อการคุมค่า (regulation) ความเร็ว

## 2.5. สรุป

ระบบเซอร์โวที่มีอัตราขยายสูง สามารถลดความไวของระบบต่อสิ่งรบกวนภายนอกและการเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ ทำให้แบนด์วิดท์ของระบบกว้างขึ้น ซึ่งมีแนวโน้มที่จะขาดเสถียรภาพได้ง่ายและอาจเกิดปรากฏการณ์รีโซแนนซ์การบิดได้ ระบบที่ยากจะทำการชดเชยคือ ระบบที่มีโพลเด่นสังยุคเชิงซ้อน(complex conjugate dominant pole) อยู่ใกล้กับแกนจินตภาพ ดังรูปที่ 2.5 แหล่งที่ทำให้เกิดโพลเด่นเชิงซ้อน มักเกิดจากรีโซแนนซ์ของการบิดระหว่างมอเตอร์กับทาคิเมตร (โพล) โพลเด่นสังยุคเชิงซ้อนมีเส้นทางเดินของรากเคลื่อนเข้าไปในฝั่งขวาของระนาบ  $s$  ซึ่งจะทำให้ผลตอบสนองเป็นการหน่วงเกิน(overdamped)เมื่ออัตราขยายมีค่าต่ำ และผลตอบสนองจะไม่มีเสถียรภาพเมื่ออัตราขยายมีค่าสูง ดังนั้นผลตอบสนองของระบบนี้ใช้งานไม่ได้ ต้องมีการชดเชยเพื่อเปลี่ยนเส้นทางเดินของรากของโพลเด่นสังยุคเชิงซ้อน ด้วยวิธีการกำหนดตำแหน่งของโพล-ซีโร (pole-zero assignment) ให้อยู่ในตำแหน่งที่เหมาะสม ซึ่งจะกล่าวต่อไปในบทที่ 4

# บทที่ 3

## การหาแบบจำลองของระบบ 2 มวล

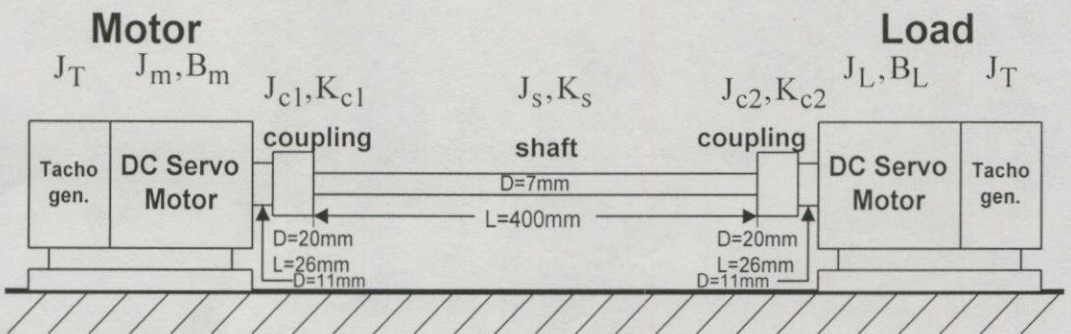
### 3.1 บทนำ

การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ 2 มวล เป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่ง เพราะจะเป็นตัวบ่งบอกพฤติกรรมทางพลวัตของระบบ อีกทั้งยังเป็นพื้นฐานของการออกแบบตัวควบคุมที่อาศัยเทคนิควิธีการแบบดั้งเดิม(classical method) ซึ่งอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ 2 มวล ในรูปของสมการอนุพันธ์หรือฟังก์ชันถ่ายโอนในโดเมน  $s$  [4,5]

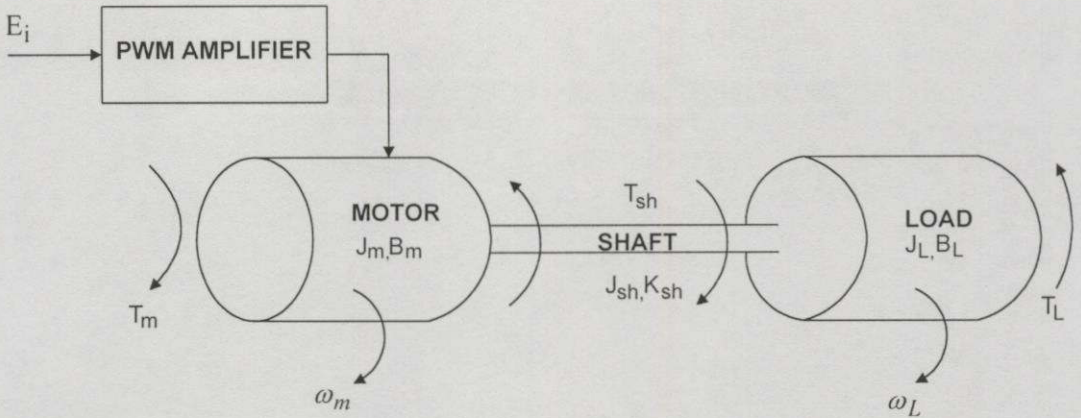
ในวิทยานิพนธ์นี้ได้ทำการวิเคราะห์แบบจำลองของระบบ 2 มวล(2-mass model analysis) เป็นอันดับ 5 แต่เราไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ที่แน่นอนและถูกต้องของระบบ ดังนั้นจึงได้พิจารณาการหาแบบจำลองของระบบ (system modelling) โดยใช้วิธีการหาเอกลักษณ์ของระบบ (system identification) และวิธีการหาเอกลักษณ์ของระบบนี้ ทำให้ได้แบบจำลองที่ใกล้เคียงกับระบบ 2 มวล

### 3.2 การวิเคราะห์แบบจำลองของระบบ 2 มวล

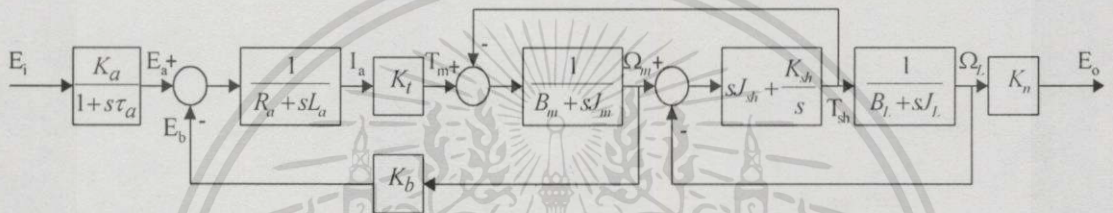
ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงระบบ 2 มวล ซึ่งประกอบด้วยมวล 2 มวลที่ต่อกันด้วยเพลาขาคที่มีความยืดหยุ่น รูปที่ 3.1 เป็นแบบจำลองทางกายภาพซึ่งบ่งบอกส่วนประกอบต่างๆของระบบ 2 มวล รูปที่ 3.2 เป็นแบบจำลองทางพลวัตซึ่งอธิบายทิศทางของแรงบิดและการหมุนในส่วนต่างๆของระบบ 2 มวล และสามารถแทนด้วยบล็อกไดอะแกรมของระบบ 2 มวลดังแสดงในรูปที่ 3.3 ในวิทยานิพนธ์นี้ได้ใช้ซีซีเซอร์โรมอเตอร์ 2 ตัว (ตัวหนึ่งทำหน้าที่เป็นมอเตอร์ และอีกตัวหนึ่งทำหน้าที่เป็นโหลด) ของ บริษัท ซันโย เดนกิ (Sanjo Denki Co., Ltd) รุ่น U178T ซึ่งมีทาโคมิเตอร์(tachometer) ต่อกันอยู่ภายใน ผนวกกับตัวขับ (driver) รุ่น PDT-203-30 ของบริษัทเดียวกัน [6,7]



รูปที่ 3.1 แบบจำลองทางกายภาพของระบบ 2 มวล



รูปที่ 3.2 แบบจำลองทางพลวัตของระบบ 2 มวล



รูปที่ 3.3 บล็อกไดอะแกรมของระบบ 2 มวล[4,5]

จากรูปที่ 3.3 ระบบมีค่าฟังก์ชันถ่ายโอนจากสัญญาณอินพุตของตัวขับเคลื่อนแบบขั้นบันได  $E_i(s)$  ไปยังเอาต์พุตทาคอไมเตอร์ (ความเร็วของโหลด)  $E_o(s)$  เป็น

$$G = \frac{K_a K_t K_n (J_{sh} s^2 + K_{sh})}{r_5 s^5 + r_4 s^4 + r_3 s^3 + r_2 s^2 + r_1 s + r_0} \tag{3.1}$$

โดยที่

$$r_5 = \tau_a L_a [J_m (J_L + J_{sh}) + J_L J_{sh}]$$

$$r_4 = \tau_a [J_L J_{sh} R_a + (J_L + J_{sh}) J_m R_a + (J_L + J_{sh}) B_m L_a + (J_m + J_{sh}) B_L L_a] + L_a [J_m (J_L + J_{sh}) + J_L J_{sh}]$$

$$r_3 = \tau_a [J_{sh} B_L R_a + (J_m + J_L) K_{sh} L_a + (J_L + J_{sh}) B_m R_a + (J_L + J_{sh}) K_t K_b + B_L (J_m R_a + B_m L_a)] + [J_L J_{sh} R_a + (J_L + J_{sh}) J_m R_a + (J_L + J_{sh}) B_m L_a + (J_m + J_{sh}) B_L L_a]$$

$$r_2 = \tau_a [(B_m R_a + K_t K_b) B_L + (J_m + J_L) K_{sh} R_a + (B_m + B_L) K_{sh} L_a] + [J_{sh} B_L R_a + (J_m + J_L) K_{sh} L_a + (J_L + J_{sh}) B_m R_a + (J_L + J_{sh}) K_t K_b + B_L (J_m R_a + B_m L_a)]$$

$$r_1 = \tau_a K_{sh} (B_L R_a + B_m R_a + K_t K_b) + [(B_m R_a + K_t K_b) B_L + (J_m + J_L) K_{sh} R_a + (B_m + B_L) K_{sh} L_a]$$

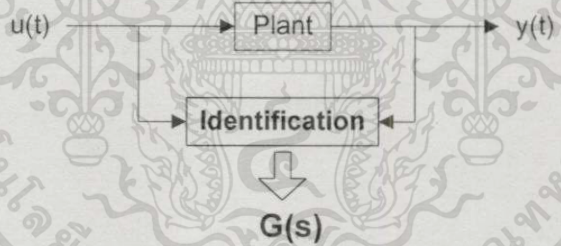
$$r_0 = K_{sh} (B_L R_a + B_m R_a + K_t K_b)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในวิทยานิพนธ์นี้ ได้ทำการจำลองระบบด้วยโปรแกรม MATLAB ดังแสดงในรูปที่ ก.3 เปรียบเทียบกับผลการทดสอบ ดังแสดงในรูปที่ ก.4 (รายละเอียดการคำนวณค่าพารามิเตอร์ การจำลองระบบ 2 มวล และการทดสอบระบบ 2 มวล สามารถศึกษาได้จากภาคผนวก ก.) จะเห็นได้ว่ามีความแตกต่างกัน ซึ่งบ่งบอกได้ว่าผลการจำลองระบบ ยังไม่แม่นยำพอ ดังนั้นจึงใช้วิธีการหาแบบจำลองระบบ 2 มวลที่มีความแม่นยำมากกว่าการวิเคราะห์แบบจำลอง อันจะเอื้อประโยชน์ต่อการออกแบบและสร้างตัวชดเชย ซึ่งจะกล่าวถึงรายละเอียดในบทที่ 4 และ 5 ต่อไป

### 3.3 การหาแบบจำลองของระบบ 2 มวล

การหาแบบจำลองของระบบ(System modelling) โดยใช้วิธีการหาเอกลักษณ์ของระบบทำได้โดยการป้อนสัญญาณด้านเข้าของระบบเพื่อไปกระตุ้นระบบที่เราต้องการหาแบบจำลอง จากนั้นจึงนำเอาข้อมูลของสัญญาณด้านเข้าและสัญญาณด้านออกของระบบมาประมวลผล ด้วยแบบจำลองที่ใช้ในการประมวลผลแบบต่าง ๆ อาทิ เช่น แบบจำลอง 'ARX' (autoregressive with exogenous variables) โดยจะใช้แบบจำลองใดนั้นขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของระบบ ซึ่งในการประมวลผลทำให้เราสามารถทราบค่าพารามิเตอร์ของระบบได้ บล็อกไดอะแกรมการหาแบบจำลองระบบแสดงดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 บล็อกไดอะแกรมการหาแบบจำลองระบบ

#### 3.3.1 แบบจำลอง 'ARX' และ วิธีการประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยที่สุด[9]

ในการหาแบบจำลองระบบ  $G(s)$  นั้น เราจำเป็นต้องที่จะต้องกำหนดแบบจำลองของระบบที่เราจะทำการประมาณค่าเสียก่อน เมื่อพิจารณาถึงอินพุตและฟังก์ชันพหุนาม(polynomail function) ของแบบจำลอง 'ARX' แล้ว เห็นว่ามีความเหมาะสมกับระบบ 2 มวล เนื่องจากเป็นแบบจำลองที่ง่ายไม่ซับซ้อน

แบบจำลอง 'ARX' สามารถอธิบายได้โดยสมการความแตกต่างเชิงเส้น(linear difference equation) ดังนี้ คือ

$$y(t) + a_1y(t-1) + \dots + a_ny(t-n_a) = b_1u(t-1) + \dots + b_nu(t-n_b) + e(t) \quad (3.2)$$

เมื่อเรากำหนดให้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

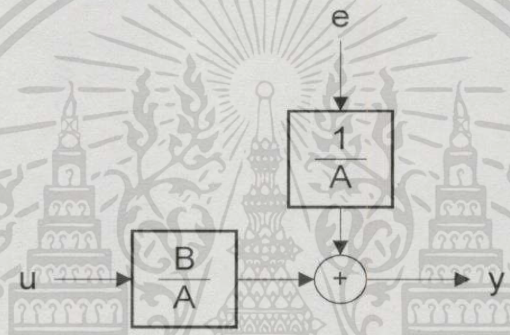
$$A(z) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{n_a} z^{-n_a}$$

$$B(z) = b_1 z^{-1} + \dots + b_{n_b} z^{-n_b}$$

โดยที่  $z, z^{-1}$  คือตัวดำเนินการเลื่อนข้อมูลไปหน้าและย้อนหลังตามลำดับ เราจะสามารถเขียนสมการโครงสร้างของแบบจำลอง 'ARX' ได้ดังนี้

$$A(z)y(t) = B(z)u(t) + e(t) \quad (3.3)$$

และเราสามารถเขียนโครงสร้างของแบบจำลอง 'ARX' ได้ดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 โครงสร้างของแบบจำลอง 'ARX'

จากสมการ (3.2) เราสามารถที่จะคำนวณค่าทำนายของ  $y(t)$  สำหรับค่า  $\theta$  ใดๆ ได้ดังนี้คือ

$$\hat{y}(t|\theta) = B(z)u(t) + [1 - A(z)]y(t) \quad (3.4)$$

โดยที่  $\theta = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{n_a} \ b_1 \ \dots \ b_{n_b}]^T$  จากสมการ (3.4) เราสามารถจัดรูปใหม่ ซึ่งเราเรียกว่าแบบจำลองการถดถอยเชิงเส้น (linear regression) ได้ดังสมการต่อไปนี้คือ

$$\hat{y}(t|\theta) = \varphi^T(t)\theta \quad (3.5)$$

โดยกำหนดให้  $\varphi$  คือเวกเตอร์ของตัวถดถอย (regressor) มีค่าความสัมพันธ์กับโครงสร้างของแบบจำลอง 'ARX' ในสมการ (3.2) ดังนี้

$$\varphi(t) = [-y(t-1) \ -y(t-2) \ \dots \ -y(t-n_a) \ u(t-1) \ \dots \ u(t-n_b)]^T \quad (3.6)$$

ดังนั้น เราจะได้ว่าค่าผิดพลาดจากการทำนาย (prediction error) จะมีค่าเป็นดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพียงการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ใช้ได้เห็นว่าไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\varepsilon(t, \theta) = y(t) - \varphi^T(t)\theta \quad (3.7)$$

สำหรับวิธีการประมวลผลที่เราจะนำมาใช้กับแบบจำลอง 'ARX' จะเป็นวิธีการประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยที่สุด (least squares) ซึ่งเป็นวิธีการที่เหมาะสมสำหรับแบบจำลองการถดถอยเชิงเส้นสถิต และเราจะได้เกณฑ์ในการประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยที่สุด (least squares criterion) สำหรับแบบจำลองการถดถอยเชิงเส้นจะเป็นดังนี้

$$V_n(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{1}{2} [y(t) - \varphi^T(t)\theta]^2 \quad (3.8)$$

จากสมการ (3.8) เราสามารถวิเคราะห์หาค่าทำนายของ  $\theta$  โดยวิธีการประมวลผลแบบการประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยที่สุดได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\hat{\theta}_N^{LS} = \arg \min V_N(\theta) = \left[ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi^T(t) \right]^{-1} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t)y(t) \quad (3.9)$$

โดยที่  $\operatorname{argmin} f(x)$  คือ ค่าของ  $x$  ที่ทำให้  $f(x)$  มีค่าน้อยที่สุด (minimize)  
 $N$  คือ คาบเวลาของสัญญาณ/เวลาในการสุ่มตัวอย่าง

จากสมการ (3.9) แสดงให้เห็นว่า ถ้าเราทราบถึงข้อมูลของสัญญาณด้านเข้า  $u(t)$  และสัญญาณด้านออก  $y(t)$  แล้ว เราสามารถที่จะทำนายค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบได้ และเราสามารถที่จะเขียนสมการ(3.9) ได้ใหม่ ในกรณีที่ป้อนสัญญาณด้านเข้าเป็นสัญญาณแบบคาบเวลาเป็น  $T$  เพื่อกระตุ้นระบบเป็นดังนี้

$$\hat{\theta}^{LS} = \arg \min \int_0^T [\hat{y}(t|\theta) - y(t)]^2 dt = \arg \min \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{y}(t|\theta) - y(t)]^2 dt \quad (3.10)$$

จากสมการ (3.3) เรากำหนดให้สัญญาณรบกวน  $e(t) = 0$  เราจะได้ว่า

$$y(t) = \frac{B(z)}{A(z)} u(t) = \frac{B(z)}{1 + A'(z)} u(t) \quad (3.11)$$

โดยที่

$$A(z) = 1 + A'(z)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และเราจะได้ความสัมพันธ์ของระบบที่ประมาณได้เป็นดังนี้ คือ

$$\begin{aligned} \hat{y}(t|\theta) &= \begin{bmatrix} \hat{B}(z) & -\hat{A}'(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{B}(z) & -\hat{A}'(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ \frac{B(z)}{A(z)} \end{bmatrix} u(t) \\ &= \begin{bmatrix} \hat{B}(z) - \hat{A}'(z) \frac{B(z)}{A(z)} \end{bmatrix} u(t) = \frac{B(z)}{A(z)} u(t) + \begin{bmatrix} A(z)\hat{B}(z) - \hat{A}'(z)B(z) \\ A(z) \end{bmatrix} u(t) \end{aligned} \quad (3.12)$$

จากสมการ (3.11) และ (3.12) เราจะได้ว่าค่าผิดพลาดในการทำนายเป็นดังนี้

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= \begin{bmatrix} A(z)\hat{B}(z) - \hat{A}'(z)B(z) \\ A(z) \end{bmatrix} u(t) = \begin{bmatrix} \hat{B}(z) - \frac{B(z)}{A(z)} \\ \hat{A}'(z) \end{bmatrix} \hat{A}(z) u(t) \\ &= [\hat{G}(z) - G(z)] \hat{A}(z) u(t) \end{aligned} \quad (3.13)$$

จากสมการ(3.10) และ (3.13) เมื่อเราพิจารณาหาความสัมพันธ์เชิงเวลา (time domain) และเชิงความถี่ (frequency domain) ของการประมวลผล โดยวิธีการประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยสุด โดยใช้หลักความสัมพันธ์ของ Parseval's equality จะได้ค่า  $\hat{\theta}$  เป็นดังนี้

$$\begin{aligned} \hat{\theta}^{LS} &= \arg \min \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{Y}(j\omega) - Y(j\omega)]^2 d\omega \\ &= \arg \min \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{G}(j\omega) - G(j\omega)|^2 |\hat{A}(j\omega)|^2 |U(j\omega)|^2 d\omega \end{aligned} \quad (3.14)$$

จากสมการ (3.14) จะเห็นได้ว่าฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (weighting function) ของการประมวลผล คือ สเปกตรัมของ  $\hat{A}(z)$  คู่กับสเปกตรัมของสัญญาณด้านเข้า แต่เนื่องจากเราไม่สามารถที่จะควบคุมสเปกตรัมของ  $\hat{A}(z)$  ได้ ดังนั้น สเปกตรัมของสัญญาณที่ป้อนเข้า เพื่อกระตุ้นระบบจะมีความสำคัญต่อการประมวลผล โดยวิธีการประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยสุด กล่าวคือ ถ้าสัญญาณด้านเข้ามีพลังงานของสเปกตรัมค่อนข้างสูงในบริเวณแถบความถี่หลักของ  $G(s)$  จะทำให้เราสามารถประมวลผลหาค่าประมาณของ  $\hat{G}(s)$  ได้ใกล้เคียงกับค่าจริง

### 3.3.2 เงื่อนไขในการเลือกคาบเวลาของการสุ่มสัญญาณเพื่อนำมาประมวลผล

คาบเวลาของการสุ่มสัญญาณจะเป็นตัวกำหนดแถบความถี่ที่เราจะพิจารณา เนื่องจากเวลาของการสุ่มสัญญาณ ( $T_s$ ) จะเป็นค่าที่กำหนดความถี่ในควิสต์ดังความสัมพันธ์ตามสมการ(3.15) ดังนี้คือ

$$f_{nyquist} = \frac{1}{2T_s} \quad (3.15)$$

เนื่องจากข้อมูลในแถบความถี่ที่สูงกว่าความถี่ในควิสต์ ก่อให้เกิดความผิดพลาดเพราะผลจากความเคลือบแฝง (aliasing) ดังนั้น ความถี่ในควิสต์จึงเป็นตัวกำหนดถึงแถบความถี่ที่เราจะพิจารณาได้ โดยแถบความถี่ที่เราจะพิจารณาได้จะมีค่าอยู่ในช่วงความถี่ที่ต่ำกว่าความถี่ในควิสต์ การเลือกใช้คาบเวลาในการสุ่มสัญญาณจึงจำเป็นต้องคำนึงถึงว่าเราได้แถบความถี่ที่เราจะพิจารณาได้นั้น มีค่ามากกว่าแถบความถี่หลักของระบบ 2 มวลที่เราพิจารณา

$$f_{nyquist} > f_{resonant} \quad (3.16)$$

### 3.3.3 การแปลงฟังก์ชันถ่ายโอนในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องมาเป็นเวลาต่อเนื่อง[10]

วิธีการแปลงเชิงเส้นคู่ (bilinear transformation method) สามารถเรียกชื่ออื่นว่า วิธีการอินทิเกรตสี่เหลี่ยมคางหมู (trapezoidal integration method) หรือ วิธีการแปลงทუსติน (Tustin transformation method) เป็นวิธีที่มีข้อดีมาก ซึ่งสามารถยอมรับการเบี่ยงเบนของฟังก์ชันถ่ายโอนได้ เราสามารถแปลง  $G(s)$  ไปเป็น  $G(z)$  โดยอาศัยความสัมพันธ์สมการ(3.17) ด้วยการแทนค่า  $s$  ใน  $G(s)$  จะได้  $G(z)$

$$s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \quad (3.17)$$

โดยที่  $T =$  คาบเวลาของการสุ่มสัญญาณ(sec) ซึ่งความถี่ของการสุ่มสัญญาณ (sampling frequency)  $f_s = 1/T$  Hz จะต้องสูงกว่าแถบความถี่หลักของระบบ 2 มวล ประมาณ 10 เท่าขึ้นไป [11]

โดยความหมายของสมการ (3.17) พิจารณาครึ่งซ้ายของระนาบ  $s$  [ $\text{Re}(s) < 0$ ] เป็นการส่ง (map) ภายในบริเวณ

$$\text{Re}\left(\frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right) = \text{Re}\left(\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1}\right) < 0 \quad (3.18)$$

เมื่อ  $T > 0$ , สามารถเขียนเป็นอสมการอย่างง่ายได้ดังนี้

$$\operatorname{Re}\left(\frac{z-1}{z+1}\right) < 0 \quad (3.19)$$

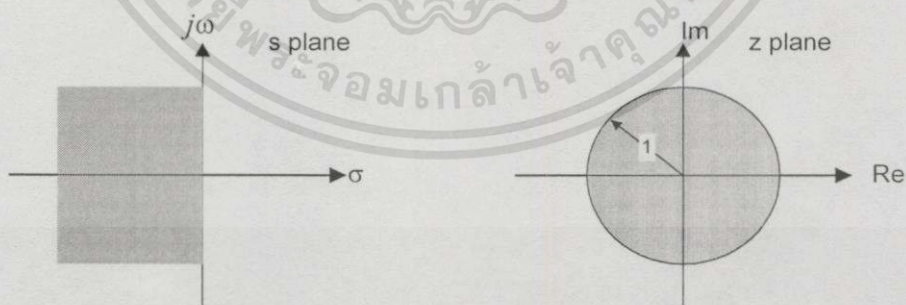
จากสมการ (3.19) กำหนดให้  $z = \sigma + j\omega$  จะได้สมการ (3.20) ดังนี้

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\left(\frac{z-1}{z+1}\right) &= \operatorname{Re}\left(\frac{\sigma + j\omega - 1}{\sigma + j\omega + 1}\right) \\ &= \operatorname{Re}\left(\frac{(\sigma - 1 + j\omega)(\sigma + 1 - j\omega)}{(\sigma + 1 + j\omega)(\sigma + 1 - j\omega)}\right) \\ &= \operatorname{Re}\left(\frac{\sigma^2 - 1 + \omega^2 + j2\omega}{(\sigma + 1)^2 + \omega^2}\right) < 0 \\ &\sigma^2 - 1 + \omega^2 < 0 \\ &\sigma^2 + \omega^2 < 1^2 \end{aligned} \quad (3.20)$$

ซึ่งเท่ากับ

หรือ

ซึ่งมีลักษณะเหมือนกับภายในวงกลมหนึ่งหน่วยในระนาบ  $z$  การแปลงเชิงเส้นคู่ส่งจากครึ่งซ้ายของระนาบ  $s$  ไปในวงกลมหนึ่งหน่วยกับจุดศูนย์กลางที่จุดกำเนิด (origin) ของระนาบ  $z$  (ซึ่งเป็นบริเวณเสถียรภาพในระนาบ  $z$ ) ดังนั้นการแปลงเชิงเส้นคู่ผลิตฟังก์ชันถ่ายโอนเวลาไม่ต่อเนื่องที่เสถียรภาพ สำหรับฟังก์ชันถ่ายโอนเวลาต่อเนื่องที่เสถียรภาพ ดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 บริเวณที่เสถียรในระนาบ  $s$  และบริเวณที่เสถียรในระนาบ  $z$

จากสมการ (3.17) เมื่อจัดรูปใหม่จะได้การส่งจากระนาบ  $z$  เป็นระนาบ  $s$  [12] เราสามารถแปลง  $G(z)$  ไปเป็น  $G(s)$  โดยอาศัยความสัมพันธ์สมการ (3.21) ด้วยการแทนค่า  $z$  ใน  $G(z)$  จะได้  $G(s)$

$$z = \frac{1 + \frac{sT}{2}}{1 - \frac{sT}{2}} \quad (3.21)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.3.4 การลดอันดับแบบจำลอง

การลดอันดับแบบจำลองมีความสำคัญในการวิเคราะห์และสังเคราะห์ระบบพลวัตอันดับสูง (high-order dynamic system) แบบจำลองอันดับสูงมีโพลไม่สำคัญ (insignificant pole) ซึ่งมีผลเล็กน้อยในสถานะชั่วคราว ทำให้เราสามารถลดอันดับแบบจำลองเป็นอันดับต่ำได้ เพื่อนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุม ในงานวิจัยนี้เราพิจารณาแบบจำลองของระบบ 2 มวล ซึ่งมีอันดับ 3 เป็นอย่างน้อย การลดอันดับแบบจำลองใช้วิธีการลดสถานะแบบจำลอง (model state reduction) เพื่อทำการกำจัดแกรมเมียน (gramian) ที่มีค่าเล็กน้อย และกระทำอยู่ในรูปปริภูมิสถานะ (state-space) โดยแกรมเมียนที่ได้เป็นผลมาจากการแปลงแบบสมดุล (balancing transformations)

#### 3.3.4.1 การแปลงแบบสมดุล [13]

การแปลงแบบสมดุลสามารถคำนวณโดยอัลกอริทึมที่มีประสิทธิภาพ [14] และนำเสนอในบริบทของระบบไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาเชิงเส้น (linear time invariant system)

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \quad ; \quad x(0) = x_0 \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \tag{3.22}$$

โดยที่  $x(t) \in \mathbf{R}^{n \times 1}, u(t) \in \mathbf{R}^{m \times 1}, y(t) \in \mathbf{R}^{r \times 1}$  สมมติให้ คู่  $(A, B)$  สามารถควบคุมได้ (controllable) คู่  $(C, A)$  สามารถสังเกตได้ (observable) ซึ่งเป็นตัวกำหนดแกรมเมียนความควบคุมได้ (controllability gramian) และแกรมเมียนความสังเกตได้ (observability gramian) แสดงดังสมการ (3.23) และ (3.24) ตามลำดับ

$$w_c(t) = \int_0^t e^{\tau A} B B^T e^{\tau A^T} d\tau \tag{3.23}$$

$$w_o(t) = \int_0^t e^{\tau A} C C^T e^{\tau A^T} d\tau \tag{3.24}$$

สำหรับเวลา  $t$  จำกัด แกรมเมียนความควบคุมได้  $w_c(t)$  สามารถคำนวณได้ โดยกำหนดให้

$$\begin{aligned} \exp t \cdot \begin{bmatrix} -A & B B^T \\ 0 & A^T \end{bmatrix} &:= \begin{bmatrix} E_1(t) & E_2(t) \\ 0 & E_3(t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} e^{-tA} & \int_0^t e^{-(t-\tau)A} B B^T e^{\tau A^T} d\tau \\ 0 & e^{tA^T} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.25}$$

เมื่อ  $w_c(t) = E_3(t)^T E_2(t)$  และการคำนวณ  $w_o(t)$  มีลักษณะเช่นเดียวกับ  $w_c(t)$  [15]

สมมติให้  $A$  เสถียร และพิจารณาเวลา  $t = +\infty$  ,  $w_c(t)$  และ  $w_o(t)$  สอดคล้อง(satisfy) กับสมการเลียปูนอฟพีชคณิต (algebraic Lyapunov equations)

$$AW_c + W_c A^T + BB^T = 0 \quad (3.26)$$

$$AW_o + W_o A^T + CC^T = 0 \quad (3.27)$$

พิจารณาการแปลงคล้าย(similar transformation) ตามวัตถุประสงค์ของสมการ(3.26) และ (3.27) ภายใต้การเปลี่ยนแปลงโคออร์ดิเนต  $X(t) = P\hat{x}(t)$  ;  $P \in \mathbf{R}^{n \times n}$  เป็นเมตริกซ์มิใช่เอกฐาน (nonsingular matrix) เมื่อ  $\hat{A} = P^{-1}AP$  ,  $\hat{B} = P^{-1}B$  ,  $\hat{C} = CP$  ,  $\hat{W}_c = P^{-1}W_c P^{-T}$  และ  $\hat{W}_o = P^T W_o P$

บทนิยาม : การแปลง  $P$  สำหรับ  $\hat{W}_c$  และ  $\hat{W}_o$  เป็นเมตริกซ์เฉียง(diagonal matrix) เรียกว่า การแปลงแบบสมมูลคอนทรากรเดียนต์(contragredient balancing transformation)

จากนิยาม  $\hat{W}_c$  และ  $\hat{W}_o$  ไม่เป็นลบ (non-negative) ดังนั้นจึงเป็นจุดอ่อนของสมมุติฐาน ความควบคุมได้และความสังเกตได้ รวมถึงความเสถียรภาพได้และความตรวจจับได้(stabilizability and detectability) เราจะสร้าง 3 การแปลงคอนทรากรเดียนต์ของระบบเชิงทฤษฎีเป็นส่วนๆ ดังนี้

1) เมื่อ  $W_c = W_c^T > 0$  และ  $V_c$  เป็นเมตริกซ์เชิงตั้งฉาก (orthogonal matrix) ดังนั้น

$$V_c^T W_c V_c = \Lambda_c^2 \quad (3.28)$$

โดยที่  $\Lambda_c$  เป็นเมตริกซ์เฉียงที่มีค่าบวก ในทำนองเดียวกัน  $V_o$  เป็นเมตริกซ์เชิงตั้งฉากและ  $\Lambda_o$  เป็นเมตริกซ์เฉียงที่มีค่าบวก ดังนั้น

$$V_o^T W_o V_o = \Lambda_o^2 \quad (3.29)$$

2) เมื่อ  $U$  เป็นเมตริกซ์เชิงตั้งฉาก และ  $\Lambda$  เป็นเมตริกซ์ที่มีค่าบวก ดังนั้น

$$U^T [(V_c \Lambda_c)^T W_o (V_c \Lambda_c)] U = \Lambda^2 \quad (3.30)$$

## พิจารณาการแปลง

$$T_k = V_c \Lambda_c U \Lambda^{-k} \quad (3.31)$$

โดยที่  $k=0, 1/2$  และ  $1$  สำหรับ  $T_k$  เป็นการแปลงคอนทราเกรเดียนต์ซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวกันกับมัวร์ [14] ค่า  $k$  ทั้ง 3 ตัวเป็นการตรวจสอบ  $T_k$  ที่เรียกว่า อินพุตปกติ (input-normal) :  $\hat{W}_c = I, \hat{W}_o = \Lambda^2$  การสมดุลภายใน(internally balanced) :  $\hat{W}_c = \Lambda = \hat{W}_o$  และเอาต์พุตปกติ (output-normal) :  $\hat{W}_c = \Lambda^2, \hat{W}_o = I$  ตามลำดับ

เราสามารถสังเกตได้ว่า  $Z$  เป็นเมตริกซ์เชิงตั้งฉาก และ  $\Gamma (= \Lambda)$  เป็นเมตริกซ์เฉียงที่มีค่าบวก ดังนั้น

$$Z^T \left[ (V_o \Lambda_o)^T W_c (V_o \Lambda_o) \right] Z = \Gamma^2 \quad (3.32)$$

โดยที่  $T_k = V_o \Lambda_o^{-1} Z \Gamma^k$  และ  $k=0, 1/2, 1$  เรียกว่า อินพุตปกติ การสมดุลภายใน และเอาต์พุตปกติ ตามลำดับ

รายละเอียดต่างๆ แสดงได้ว่าสมาชิกของเมตริกซ์เฉียง  $\Lambda^2$  เป็นค่าเจาะจง(eigenvalues) ของ  $W_c W_o$  เมื่อ  $T_k^{-1} W_c W_o T_k = \Lambda^2$

3) เราสามารถแสดงได้ว่า ค่าเจาะจงของเมตริกซ์เฉียง  $\Lambda$  เป็นค่าเอกฐาน(singular values) ของ  $H = \Lambda_o V_o^T V_c \Lambda_c$  [14] ซึ่งเป็นโหมดอันดับ 2(second-order mode) ของมุลติสและโรเบิร์ต [16] แสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \{\sigma_i(H)\} &= \{\lambda_i^{1/2}(H^T H)\} = \{\lambda_i^{1/2}(\Lambda_c V_c^T V_o \Lambda_o^2 V_o^T V_c \Lambda_c)\} \\ &= \{\lambda_i^{1/2}((V_o \Lambda_o^2 V_o^T)(V_c \Lambda_c^2 V_c^T))\} \\ &= \{\lambda_i^{1/2}(W_o W_c)\} \\ &= \{\lambda_i^{1/2}(\Lambda^2)\} \\ &= \{\lambda_i(\Lambda)\} \end{aligned} \quad (3.33)$$

ทฤษฎีบทเกี่ยวกับการคำนวณของการแปลงแบบสมดุล สามารถสรุปได้ดังนี้

**ทฤษฎีบท 1:** กำหนดให้  $F = F^T > 0$  และ  $G = G^T > 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนดให้  $F = LL^T$  ( $L$  เป็นสามเหลี่ยมล่าง) เป็นการแยกโคเลสกี (Cholesky decomposition) ของ  $F$  และสมมติให้  $U^T(L^TGL)U = \Lambda^2$  โดยที่  $U$  เป็นเมตริกซ์เชิงตั้งฉากและ  $\Lambda > 0$  เป็นเมตริกซ์เชิง เมื่อ  $T = LUA^{-1/2}$  เป็นการแปลงแบบสมมูลคอนทราเกรเดียนต์ ดังเช่น  $T^{-1}FT^{-T} = \Lambda$  และ  $T^TGT = \Lambda$  ดังนั้นค่าเจาะจงของ  $\Lambda^2$  เท่ากับค่าเจาะจงของ  $FG$  สมมติฐาน  $F$  และ  $G$  อาจเป็นจุดอ่อนของ นิยามไม่เป็นลบ

### 3.3.4.2 การลดอันดับแบบจำลองโดยการกำจัดสถานะแบบจำลอง[14,17]

การลดอันดับแบบจำลองปริภูมิสถานะ (state-space models order reduction) เป็นการกำจัดสถานะความถี่สูงและตอบสนองเร็ว (fast high frequency state) หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งได้ว่าเป็น การกำจัดระบบย่อยที่อ่อนแอ ซึ่งรักษาความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตและเอาต์พุตที่สถานะอยู่ตัว สำหรับระบบไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาเชิงเส้น แบบจำลองปริภูมิสถานะเต็มรูปแบบ แสดงได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_R & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_R \\ B_2 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} C_R & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + Du \end{aligned} \quad (3.34)$$

โดยที่  $A_R, B_R$  และ  $C_R$  เป็นระบบย่อยมีเมตริกซ์ผลตอบสนองอิมพัลส์เหมือนแบบจำลองเต็มรูปแบบ ทำการจัดรูปเวกเตอร์สถานะ  $x_1$  ใหม่ และกำจัด  $x_2$  ทำให้อ่อนพัวสถานะ  $x_2$  เป็นศูนย์ และสามารถ แก่สมการ(3.34) โดยใช้  $x_1$  การลดอันดับแบบจำลองแสดงได้ดังนี้

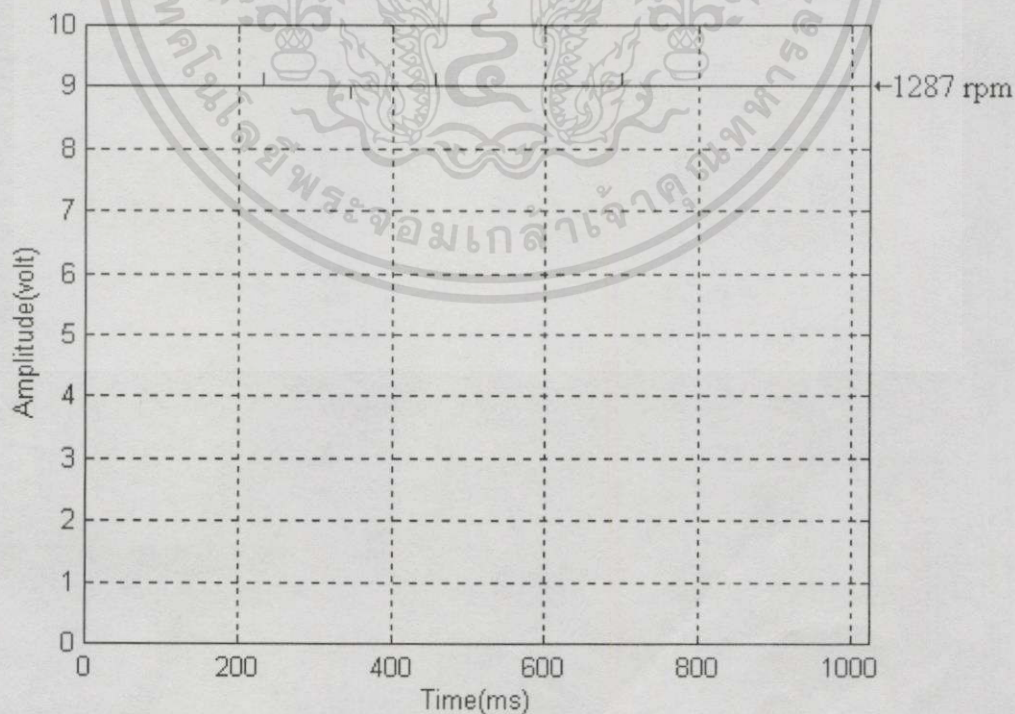
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \left[ A_R - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21} \right] x_1 + \left[ B_R - A_{12}A_{22}^{-1}B_2 \right] u \\ y &= \left[ C_R - C_2A_{22}^{-1}A_{21} \right] x_1 + \left[ D - C_2A_{22}^{-1}B_2 \right] u \end{aligned} \quad (3.35)$$

## 3.4 ผลการทดสอบ

การหาแบบจำลองของระบบ 2 มวลที่สร้างขึ้น เพื่อใช้ในการออกแบบตัวชดเชย สามารถ ดำเนินการได้ดังนี้ นำเอาข้อมูลของสัญญาณด้านเข้าและสัญญาณด้านออกของระบบ 2 มวล คืออิน พุตของตัวขับและความเร็วของโหลด ตามลำดับมาประมวลผล โดยใช้แบบจำลอง 'ARX' ซึ่งผลจาก ประมวลผลจะทำให้เราทราบถึงฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ เราจะพิจารณาถึงผลของความเร็วของ โหลดที่ได้จากการทดสอบเปรียบเทียบกับแบบจำลองและมุ่งเน้นถึงการหาแบบจำลองของระบบใน แล้วยังความถี่ที่กรอบคลุมความถี่เรโซแนนซ์ของระบบ โดยใช่วิธีการประมวลผลแบบการ

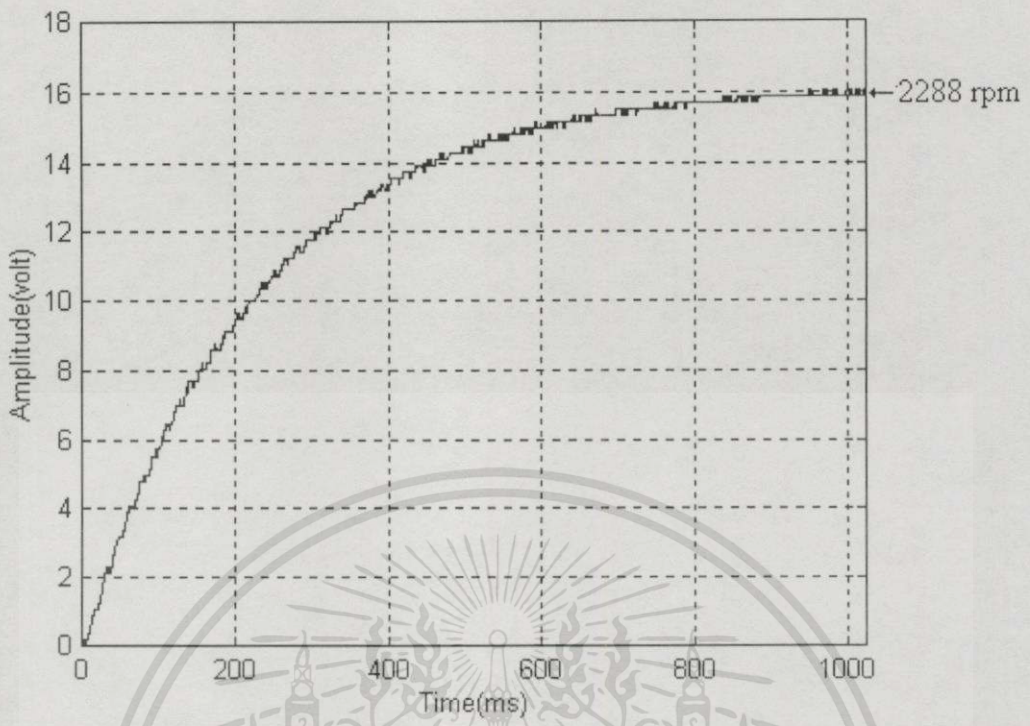
ประมาณค่ากำลังสองน้อยสุดที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 3.3.1 โดยจะให้ค่าความผิดพลาดระหว่างระบบที่ประมาณได้กับระบบจริงน้อยที่สุด ดังแสดงในสมการ(3.14) จะเห็นได้ว่าสเปกตรัมของสัญญาณด้านเข้าเป็นเสมือนฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักของสมการในการประมวลผล ดังนั้น เมื่อเราใช้สัญญาณด้านเข้าที่มีพลังงานของสเปกตรัมค่อนข้างสูงในบริเวณแถบความถี่หลักของระบบ  $G(s)$  จะทำให้เราสามารถประมวลผลหาค่าประมาณของ  $\hat{G}(s)$  ได้ใกล้เคียงกับค่าจริง แต่ในที่นี้ เราไม่สามารถใช้สัญญาณด้านเข้าที่มีสเปกตรัมค่อนข้างสูงในบริเวณแถบความถี่หลักของระบบ  $G(s)$  ได้ เนื่องจากถ้าความถี่ที่กระตุ้นระบบเข้าใกล้(เท่ากับ)ความถี่รีโซแนนซ์ของระบบ 2 มวล อาจทำให้ระบบเกิดการเสียหายต่อการเชื่อมต่อทางเชิงกล เราจึงจำเป็นต้องหลีกเลี่ยงการใช้สัญญาณที่มีความถี่เพื่อกระตุ้นระบบ ดังนั้น จึงใช้สัญญาณด้านเข้าแบบจั้นบันได จากนั้นจึงนำเอาสัญญาณด้านเข้าคูณด้วยสัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีความถี่เท่ากับความถี่รีโซแนนซ์และสัญญาณด้านออกคูณด้วยสัญญาณรูปคลื่นซายน์ที่มีความถี่เท่ากับความถี่รีโซแนนซ์ เพื่อให้สอดคล้องกับสัญญาณด้านเข้าและสัญญาณด้านออกของระบบ 2 มวลจริงที่มีความถี่รีโซแนนซ์ 63.5 Hz และเปรียบเสมือนฟังก์ชันน้ำหนักตามสมการ(3.14)

**การทดสอบ** เมื่อป้อนแรงดันให้อินพุตตัวขับเป็นสัญญาณแบบจั้นบันไดขนาด 9 V ให้กับระบบ 2 มวล โดยใช้เวลากการสุ่มตัวอย่างเป็น 0.5 ms จะได้ผลการทดสอบดังแสดงในรูปที่ 3.7 ถึง 3.8 และทำการวิเคราะห์หาค่าสเปกตรัมของความถี่รีโซแนนซ์ที่เกิดขึ้นในระบบ 2 มวลดังแสดงในรูปที่ 3.9 จะเห็นได้ว่าระบบ 2 มวลมีความถี่รีโซแนนซ์ 63.5 Hz

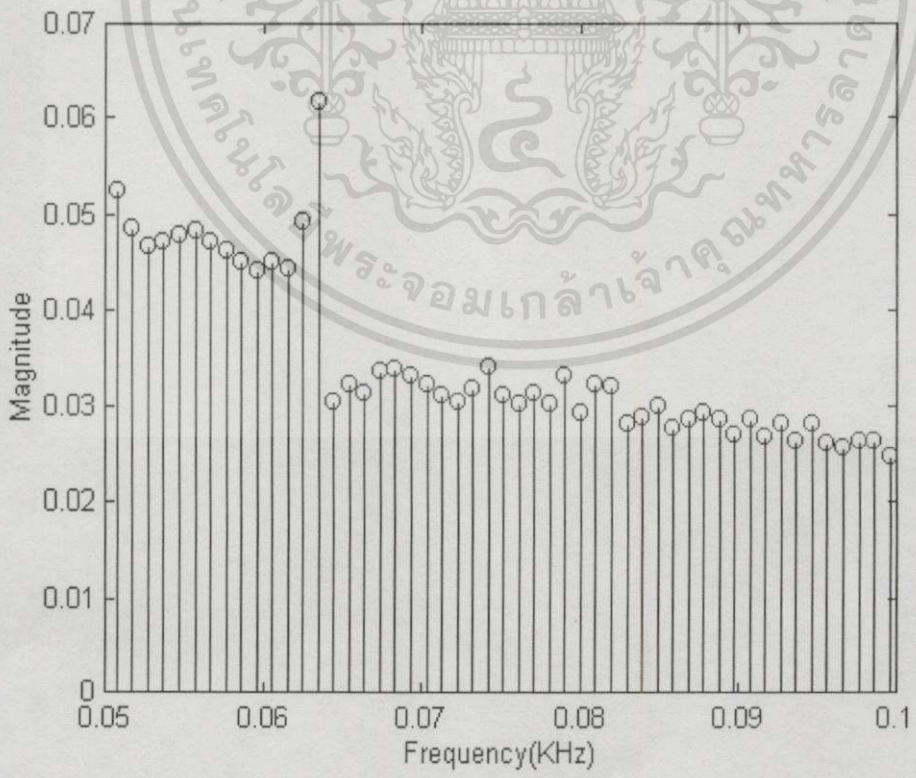


รูปที่ 3.7 แรงดันอินพุตของตัวขับเป็นสัญญาณแบบจั้นบันได

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.8 ความเร็วของโหลด(แรงดันเอาต์พุตทาโคมิเตอร์)



รูปที่ 3.9 สเปกตรัมของความเร็ของโหลด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการประมวลผลใช้โปรแกรม MATLAB/SYSTEM IDENTIFICATION TOOLBOX

[18] จะได้แบบจำลองที่ประมาณได้ ซึ่งมีค่าฟังก์ชันถ่ายโอนในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องเป็น

$$G(z) = \frac{num(z)}{den(z)} \tag{3.36}$$

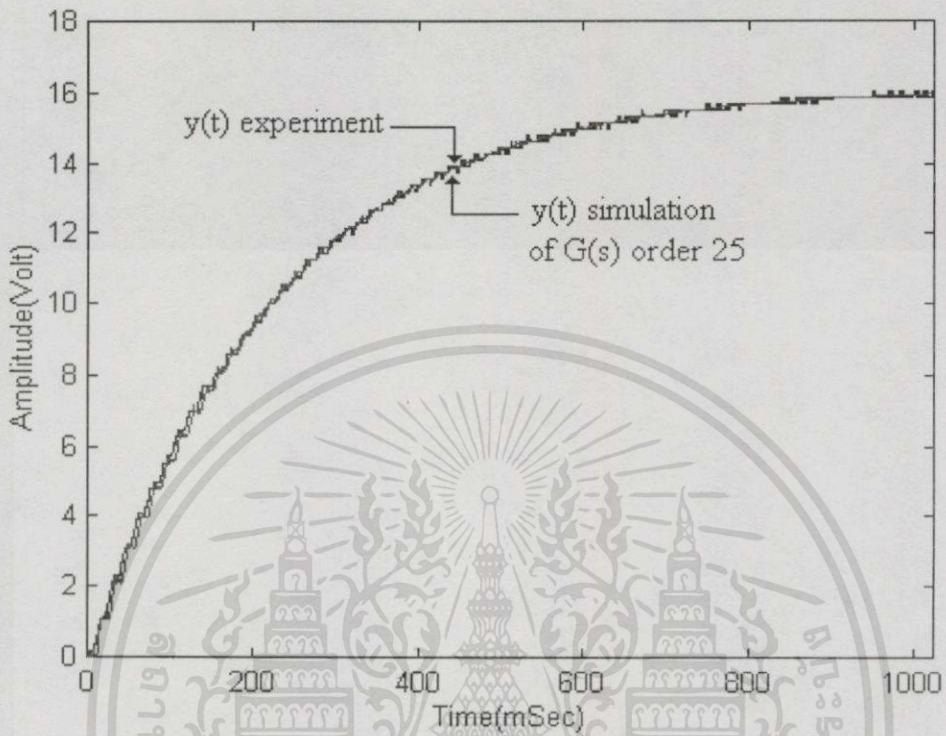
$$\begin{aligned}
 num(z) = & 0.0026z^{17} + 0.0039z^{16} - 0.0026z^{15} + 0.0015z^{14} + 0.005z^{13} - 0.0035z^{12} - 0.0015z^{11} \\
 & - 0.006z^{10} - 0.0019z^9 - 0.0033z^8 - 0.0051z^7 + 0.001z^6 + 0.0114z^5 - 0.0005z^4 \\
 & + 0.0109z^3 + 0.0081z^2 + 0.0051z \\
 den(z) = & z^{25} - 0.3719z^{24} - 0.308z^{23} - 0.1674z^{22} - 0.1127z^{21} - 0.0135z^{20} - 0.0272z^{19} + 0.0798z^{18} \\
 & + 0.0534z^{17} + 0.0984z^{16} + 0.0967z^{15} + 0.0252z^{14} - 0.0247z^{13} - 0.0556z^{12} - 0.0424z^{11} \\
 & - 0.1345z^{10} - 0.0798z^9 + 0.0359z^8 + 0.0892z^7 + 0.1091z^6 + 0.0737z^5 + 0.0520z^4 \\
 & + 0.0289z^3 - 0.0318z^2 - 0.1432z - 0.2158
 \end{aligned}$$

การแปลงฟังก์ชันถ่ายโอนในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องให้อยู่ในระบบเวลาต่อเนื่อง โดยใช้โปรแกรม MATLAB/CONTROL SYSTEM TOOLBOX [17] จะได้แบบจำลองที่ประมาณได้ ซึ่งมีค่าฟังก์ชันถ่ายโอนในระบบเวลาต่อเนื่องอันดับ 25 เป็น

$$G(s) = \frac{num(s)}{den(s)} \tag{3.37}$$

$$\begin{aligned}
 num(s) = & 1.914 \times 10^{-2} s^{25} - 1.099 \times 10^3 s^{24} + 3.152 \times 10^7 s^{23} - 6.493 \times 10^{11} s^{22} + 9.987 \times 10^{15} s^{21} \\
 & - 1.124 \times 10^{20} s^{20} + 1.024 \times 10^{24} s^{19} - 8.468 \times 10^{27} s^{18} + 6.417 \times 10^{31} s^{17} - 4.295 \times 10^{35} s^{16} \\
 & + 2.46 \times 10^{39} s^{15} - 1.129 \times 10^{43} s^{14} + 3.616 \times 10^{46} s^{13} - 4.674 \times 10^{49} s^{12} - 2.863 \times 10^{53} s^{11} \\
 & + 2.546 \times 10^{57} s^{10} - 1.193 \times 10^{61} s^9 + 4.043 \times 10^{64} s^8 - 1.067 \times 10^{68} s^7 + 2.257 \times 10^{71} s^6 \\
 & - 3.807 \times 10^{74} s^5 + 4.989 \times 10^{77} s^4 - 4.944 \times 10^{80} s^3 + 3.360 \times 10^{83} s^2 - 1.149 \times 10^{86} s + 2.375 \times 10^{88} \\
 den(s) = & s^{25} + 8.266 \times 10^4 s^{24} + 5.012 \times 10^9 s^{23} + 1.253 \times 10^{14} s^{22} + 3.476 \times 10^{18} s^{21} + 4.548 \times 10^{22} s^{20} \\
 & + 7.797 \times 10^{26} s^{19} + 6.347 \times 10^{30} s^{18} + 7.567 \times 10^{34} s^{17} + 4.098 \times 10^{38} s^{16} + 3.613 \times 10^{42} s^{15} \\
 & + 1.335 \times 10^{46} s^{14} + 9.019 \times 10^{49} s^{13} + 2.272 \times 10^{53} s^{12} + 1.201 \times 10^{57} s^{11} + 2.01 \times 10^{60} s^{10} \\
 & + 8.410 \times 10^{63} s^9 + 8.823 \times 10^{66} s^8 + 2.9474 \times 10^{70} s^7 + 1.7102 \times 10^{73} s^6 + 4.6129 \times 10^{76} s^5 \\
 & + 1.1303 \times 10^{79} s^4 + 2.4785 \times 10^{82} s^3 + 1.612 \times 10^{84} s^2 + 2.927 \times 10^{87} s + 1.31 \times 10^{88}
 \end{aligned}$$

การเปรียบเทียบความเร็วของโพลด์ที่ได้จากการทดสอบกับแบบจำลองอันดับ 25 ตามสมการ(3.37) ดังแสดงในรูปที่ 3.10



รูปที่ 3.10 เปรียบเทียบความเร็วของโพลด์ที่ได้จากการทดสอบกับแบบจำลองอันดับ 25

จะเห็นได้ว่า ผลตอบสนองทั้งสองมีความใกล้เคียงกันมาก แต่ในกรณีวิเคราะห์แบบจำลองในหัวข้อ 3.2 ได้แบบจำลองอันดับ 5 และในการออกแบบตัวชดเชย จะต้องใช้แบบจำลองอันดับ 3 เพื่อความสะดวกและง่ายต่อการออกแบบตัวชดเชย จึงลดอันดับแบบจำลองโดยใช้โปรแกรม MATLAB/CONTROL SYSTEM TOOLBOX [17] จะได้แบบจำลองอันดับ 5 และอันดับ 3 ซึ่งมีค่าฟังก์ชันถ่ายโอน ตามลำดับ ดังนี้

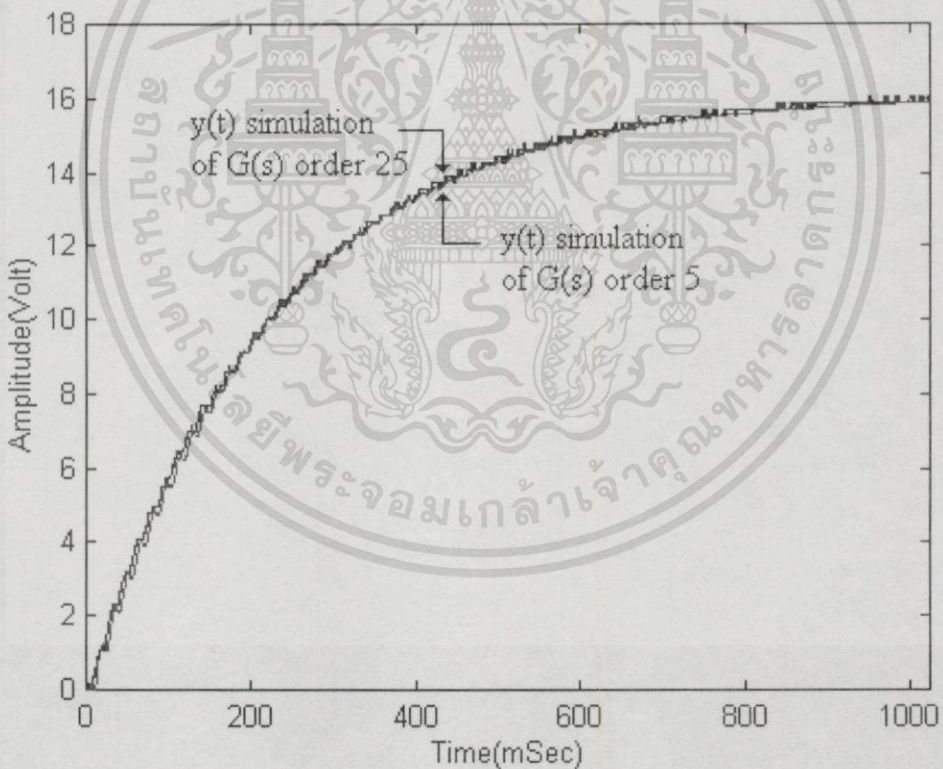
$$G_5(s) = \frac{num(s)}{den(s)} \quad (3.38)$$

$$num(s) = -6.94 \times 10^{-3} s^5 + 17.47 s^4 - 21.71 \times 10^3 s^3 + 14.92 \times 10^6 s^2 - 5.06 \times 10^9 s + 9.71 \times 10^{11}$$

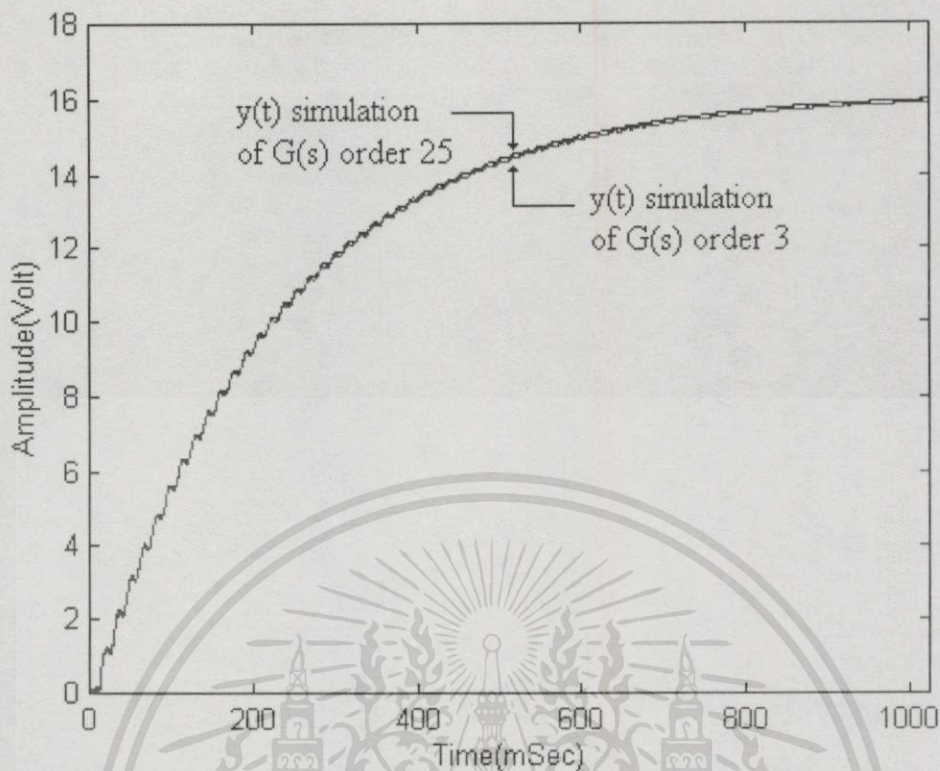
$$den(s) = s^5 + 78.19 s^4 + 8.97 \times 10^5 s^3 + 21.16 \times 10^6 s^2 + 1.19 \times 10^{11} s + 5.36 \times 10^{11}$$

$$G_3(s) = \frac{-2.61 \cdot 10^{-2} s^3 + 19.058 s^2 - 7.029 \cdot 10^3 s + 1.325 \cdot 10^6}{s^3 + 13.38 s^2 + 16.297 \cdot 10^4 s + 73.117 \cdot 10^4} \quad (3.39)$$

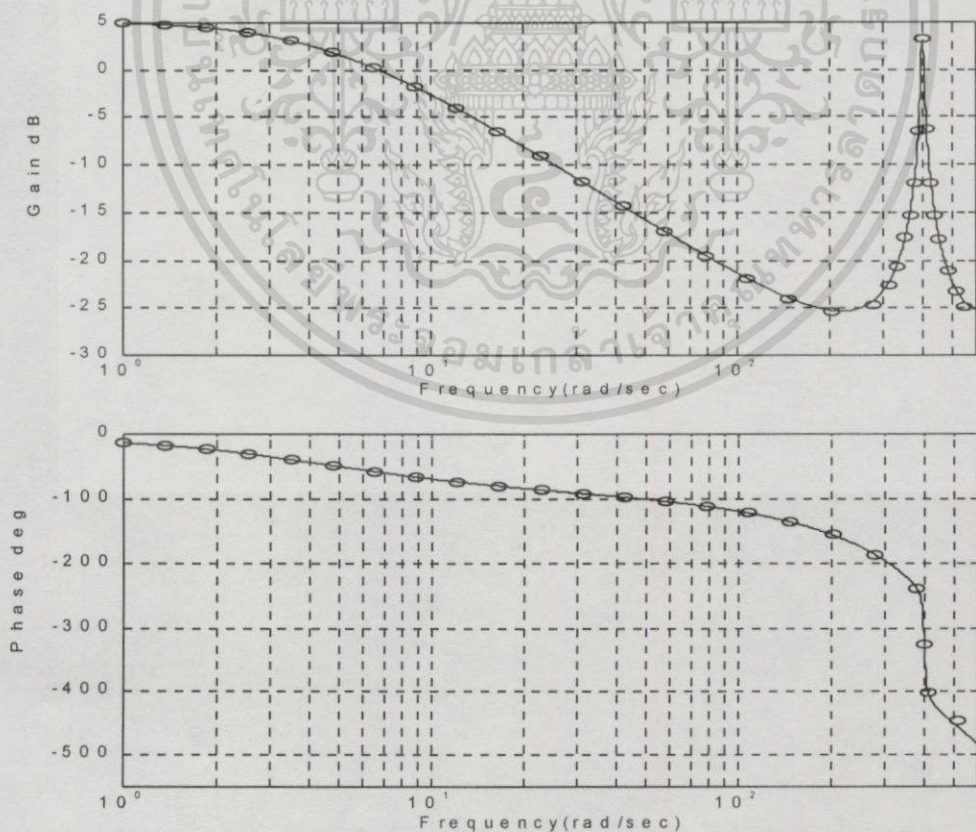
เพื่อเป็นการยืนยันแบบจำลองอันดับ 5 และอันดับ 3 ที่ได้จากการลดอันดับ ดังแสดงในสมการ(3.38) และ (3.39) จะแสดงการเปรียบเทียบความเร็วของโพลของแบบจำลองอันดับ 25 กับแบบจำลองอันดับ 5 เปรียบเทียบความเร็วของโพลของแบบจำลองอันดับ 25 กับแบบจำลองอันดับ 3 และเปรียบเทียบผลตอบสนองในโดเมนความถี่ของแบบจำลองอันดับ 25 กับแบบจำลองอันดับ 3 ดังแสดงในรูปที่ 3.11 3.12 และ 3.13 ตามลำดับ และเพื่อเป็นการตรวจสอบแบบจำลองอันดับ 3 ว่ามีความแม่นยำและถูกต้อง จึงทำการทดสอบโดยป้อนแรงดันอินพุตของตัวขับเป็นสัญญาณแบบสี่เหลี่ยมขนาด 1 V ความถี่ 63.5 Hz เพื่อกระตุ้นระบบ 2 มวล โดยใช้เวลาการสุ่มตัวอย่างเป็น 0.5 ms ได้ผลการทดสอบดังรูปที่ 3.14 และ 3.15 ตามลำดับ



รูปที่ 3.11 เปรียบเทียบความเร็วของโพลของแบบจำลองอันดับ 25 กับแบบจำลองอันดับ 5



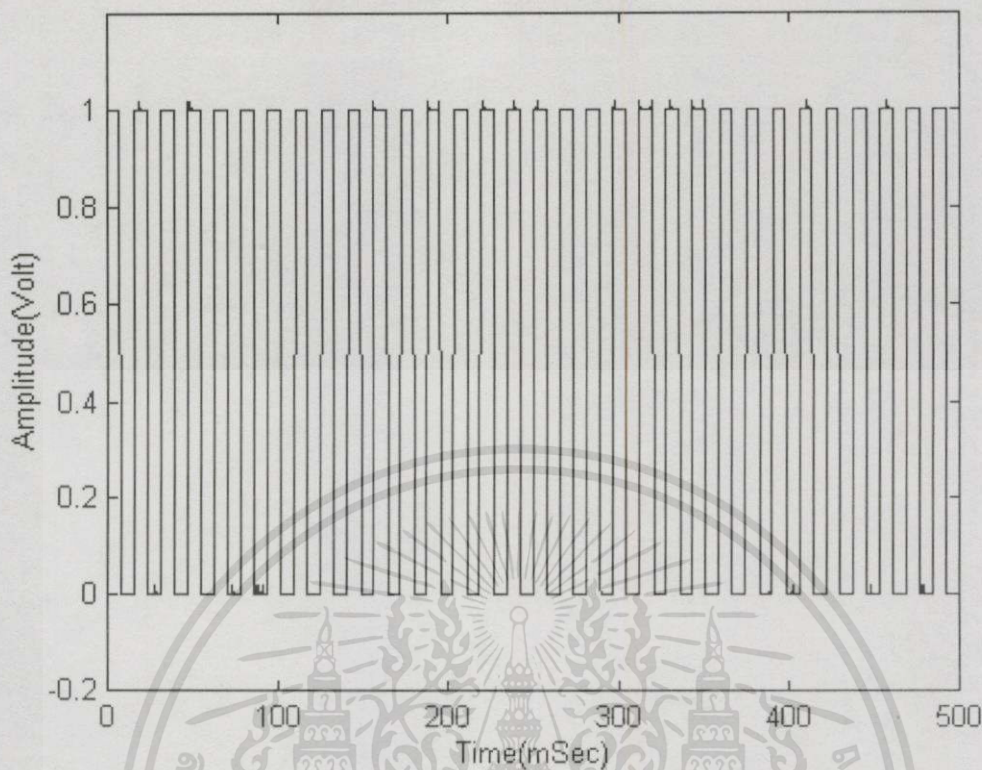
รูปที่ 3.12 เปรียบเทียบความเร็วของโพลของแบบจำลองอันดับ 25 กับแบบจำลองอันดับ 3



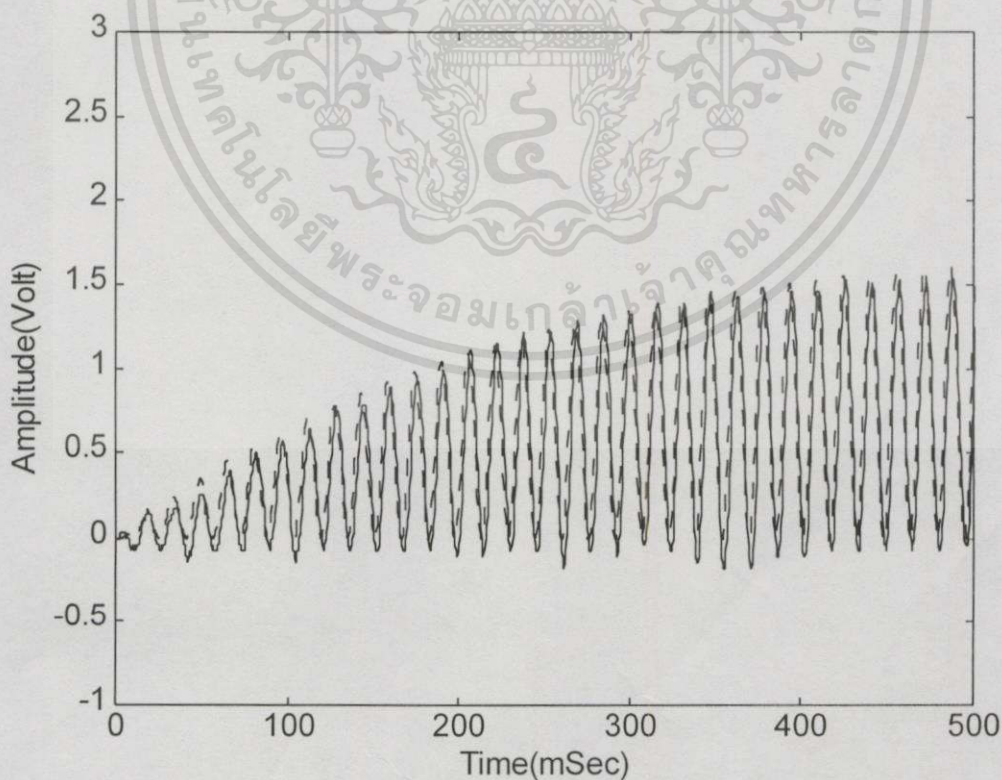
รูปที่ 3.13 เปรียบเทียบผลตอบสนองในโดเมนความถี่ของแบบจำลองอันดับ 25 (เส้นทึบ) กับ

แบบจำลองอันดับ 3 (o)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.14 แรงดันอินพุตของควัทซ์เป็นสัญญาณแบบสี่เหลี่ยม



รูปที่ 3.15 เปรียบเทียบความเร็วของโหนดที่ได้จากการทดสอบ (เส้นทึบ) กับแบบจำลองอันดับ 3

(เส้นประ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.5 สรุป

ในบทที่ 3 ได้กล่าวถึงการวิเคราะห์แบบจำลอง ในกรณีที่ไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของระบบ และการหาแบบจำลองของระบบ 2 มวล โดยใช้วิธีการหาเอกลักษณ์ของระบบ ในกรณีที่ไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของระบบ เพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาพฤติกรรมทางพลวัต และใช้ประโยชน์ในการออกแบบและสร้างตัวชดเชย ซึ่งจะกล่าวในบทต่อไป รวมทั้งแสดงผลการทดสอบความเร็วของโพลต์ต่อสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดเปรียบเทียบกับแบบจำลองอันดับ 25 อันดับ 5 และอันดับ 3 และสุดท้ายแสดงผลการทดสอบความเร็วของโพลต์ต่อสัญญาณอินพุตแบบสี่เหลี่ยมเปรียบเทียบกับแบบจำลองอันดับ 3 เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองอันดับ 3 ซึ่งผลการทดสอบโดยรวมอยู่ในระดับที่น่าพึงพอใจ



## การออกแบบตัวชดเชยด้วยการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโร

### 4.1 บทนำ

ในบทที่ 4 จะกล่าวถึงผลของโพลและซีโรต่อผลตอบสนองในโดเมนเวลา เพื่อเป็นแนวทางในการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโร การออกแบบตัวชดเชยด้วยการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโรแบบคงทนที่มีโครงสร้างแบบ 2 ระดับขั้นของความเสรี(2-degree-of-freedom : 2-DOF) โดยใช้เทคนิคพีชคณิตเชิงเส้น ซึ่งจะได้ตัวชดเชยในวิธีป้อนกลับ(feedback compensator) มีผลในการกำหนดตำแหน่งโพลและรักษาเสถียรภาพของระบบ และตัวชดเชยในวิธีป้อนไปหน้าหรืออาจเรียกว่า ตัวชดเชยอินพุต(input compensator) หรือพรีฟิลเตอร์(prefilter) มีผลต่อการปรับปรุงสมรรถนะหรือผลตอบสนองของระบบตามต้องการ จากนั้นทำการจำลองระบบด้วยคอมพิวเตอร์เปรียบเทียบการใช้ตัวกรองนอกร์ เพื่อแสดงให้เห็นว่าตัวชดเชยที่ออกแบบไว้สามารถกำจัดรีโซแนนซ์ กำจัดสัญญาณรบกวนภายนอกได้ คนและมีสมรรถนะคงทนต่อการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของพลานต์ ตัวชดเชยที่ได้จากการออกแบบจะถูกนำมาสังเคราะห์เป็นวงจรอนาล็อกแบบไบลวด ซึ่งในส่วนนี้จะกล่าวในบทที่ 5

### 4.2 ผลของโพลและซีโรต่อผลตอบสนองในโดเมนเวลา

ในระบบควบคุม เราทราบกันมานานแล้วว่าโพลของฟังก์ชันถ่ายโอนมีผลต่อการตอบสนองในสภาวะชั่วคราว(transient response) ส่วนซีโรของฟังก์ชันถ่ายโอนมิได้ส่งผลใดๆต่อสภาวะชั่วคราว แต่มีผลต่อขนาดของการตอบสนองโดยตรง ในภาพรวมเราอาจพิจารณาว่าโพลเกี่ยวพันกับความถี่รีโซแนนซ์(resonance frequency) ซีโรเกี่ยวพันกับความถี่แอนติรีโซแนนซ์(anti-resonance frequency)

ซีโรที่อยู่ใกล้โพลเด่นสังยุคเชิงซ้อน\*(complex conjugate dominant pole) มีผลต่อขนาดของการตอบสนองในสภาวะชั่วคราว แต่ไม่มีผลกระทบต่อโหมด(modc)การตอบสนอง โพลแต่ละตัวล้วนส่งผลต่อโหมดของการตอบสนอง เพียงแต่มีผลมากหรือน้อยแตกต่างกันไป โพลเด่นสังยุคเชิงซ้อนส่งอิทธิพลต่อการตอบสนองในโดเมนเวลามากที่สุด ขณะที่โพลซึ่งอยู่ห่างแกน  $j\omega$  ออกไปทางฝั่งซ้ายของระนาบ  $s$  ที่เรียกว่า โพลด้อย\*(non-dominant pole) ส่งอิทธิพลน้อยลงๆ ตามลำดับ [19,20] หมายเหตุ\*โพลเด่นสังยุคเชิงซ้อนคือโพลเด่นที่มีค่าสังยุคเชิงซ้อนและไม่มีโพลที่มีค่าสังยุคเชิงซ้อนคู่ใดๆ ที่อยู่ทางด้านซ้ายของโพลเด่น ทำให้โพลเด่นดังกล่าวมีผลมากที่สุดต่อการตอบสนองของระบบ \*โพลด้อยคือโพลค่าจริง(real pole) ที่อยู่ห่างจากฝั่งซ้ายมากเกิน 5 เท่าของค่าจริงของ

จากที่กล่าวมาข้างต้น เป็นการกล่าวถึงผลของซีโรที่อยู่ฝั่งซ้ายของระนาบ  $s$  เท่านั้น (LHS) เมื่อระบบมีซีโรทางฝั่งขวามือของระนาบ  $s$  (RHS) ก่อให้เกิดเฟสล่าช้าแก่ผลตอบสนองในโดเมนความถี่ โดยไม่เปลี่ยนแปลงอัตราขยายเลย จึงรู้จักกันอีกชื่อหนึ่งว่า "ซีโรแบบเฟสไม่ต่ำสุด"(non-minimum phase zero) ส่งผลให้เกิดการกำจัดย่านความถี่ที่ระบบจะตอบสนองได้ให้แคบลง และทำให้ผลตอบสนองของระบบที่เวลาเริ่มต้นมีทิศทางที่ตรงข้ามกับผลตอบสนองในสภาวะอยู่ตัว เรียกว่า การพุ่งทางลบ(undershoot)[20]

### 4.3 ตัวชดเชยกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโรแบบคงทน

#### 4.3.1 ทฤษฎีการออกแบบตัวชดเชย[21,23]

การออกแบบตัวชดเชยใน โครงสร้างแบบ 2 ระดับขั้นของความเสียดังรูปที่ 4.1 พิจารณา พลาเน็ต(ระบบ 2 มวล)โดยอาศัยฟังก์ชันถ่ายโอน

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (4.1)$$

โดยที่ ดีกรี  $N(s) <$  ดีกรี  $D(s) = n$  และฟังก์ชันถ่ายโอนจาก  $R(s)$  ไปยัง  $Y(s)$  คือ

$$G_M(s) = \frac{R(s)}{Y(s)} = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{L(s)N(s)}{A(s)D(s) + M(s)N(s)} \quad (4.2)$$

เมื่อ  $Q(s)$  และ  $P(s)$  หมายถึง พหุนามตัวตั้งและพหุนามตัวหาร ตามลำดับ

โดยที่ ดีกรี  $P(s) -$  ดีกรี  $Q(s) \geq$  ดีกรี  $D(s) -$  ดีกรี  $N(s)$

- ขั้นตอนการออกแบบ

ตัวคุมค่าเชิงเส้น(linear regulator)สามารถแสดงได้ดังนี้

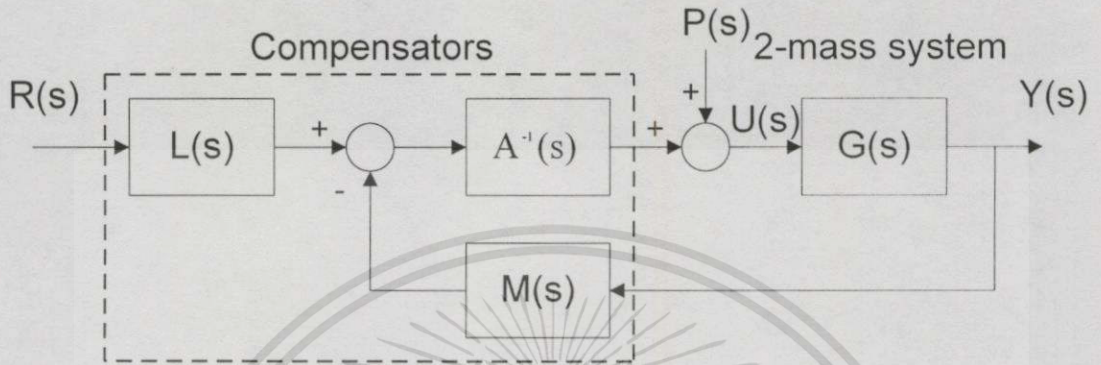
$$U(s) = \frac{L(s)}{A(s)} R(s) - \frac{M(s)}{A(s)} Y(s) \quad (4.3)$$

ตัวชดเชยป้อนกลับมีฟังก์ชันถ่ายโอน ดังนี้

$$G_{FB}(s) = \frac{M(s)}{A(s)} \quad (4.4)$$

และตัวชดเชยอินพุตมีฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$G_{FF}(s) = \frac{L(s)}{A(s)} \quad (4.5)$$



รูปที่ 4.1 โครงสร้างแบบ 2 ระดับขั้นของความถี่ (2-DOF)

กำหนดให้ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบรวมทั้งหมดคือ

$$G_o(s) = \frac{N_o(s)}{D_o(s)} = \frac{L(s)N(s)}{A(s)D(s) + M(s)N(s)} \quad (4.6)$$

เราต้องการหาตัวชดเชยอินพุต  $\frac{L(s)}{A(s)}$  และ ตัวชดเชยป้อนกลับ  $\frac{M(s)}{A(s)}$  ที่เหมาะสมดังนี้

ขั้นที่ 1 นำ  $N(s)$  หาร  $G_o(s)$

$$\frac{G_o(s)}{N(s)} = \frac{N_o(s)}{D_o(s)N(s)} = \frac{N_p(s)}{D_p(s)} \quad (4.7)$$

ถ้า  $N_o(s) = N(s)$  ดังนั้น  $D_p(s) = D_o(s)$  และ  $N_p = 1$  แทนในสมการ(4.7) เราสามารถเขียนสมการ (4.6) ใหม่ได้ดังนี้

$$G_o(s) = \frac{N_p(s)N(s)}{D_p(s)} = \frac{L(s)N(s)}{A(s)D(s) + M(s)N(s)} \quad (4.8)$$

ขั้นที่ 2 เลือกพหุนามเซอร์วิทซ์  $\bar{D}_p$  ควรให้อยู่ในย่านการตัดโพล-ซีโรออก (pole-zero cancellation region) [21] ดังนั้น ดีกรี  $D_p(s)\bar{D}_p(s) = 2n - 1$  (อย่างน้อยที่สุด) ถ้า ดีกรี  $D_p(s) = p$  จะได้ ดีกรี  $\bar{D}_p(s) = 2n - 1 - p$  (อย่างน้อยที่สุด) จากการใช้หลักการแบบจำลองภายใน (internal model principle)[21,22] ทำให้ต้องเพิ่มดีกรี  $\bar{D}_p(s) = 2n - p$  เพื่อให้ระบบสามารถติดตามอินพุตแบบคงทน(robust tracking)

ขั้นที่ 3 เขียนสมการ (4.8) ใหม่ได้ดังนี้

$$G_o(s) = \frac{N(s)N_p(s)}{D_p(s)} = \frac{N(s)[N_p(s)\bar{D}_p(s)]}{D_p(s)\bar{D}_p(s)} = \frac{N(s)L(s)}{A(s)D(s) + M(s)N(s)} \quad (4.9)$$

จะได้

$$L(s) = N_p(s)\bar{D}_p(s) \quad (4.10)$$

กำหนดสมการไดโอแฟนไทน์ (Diophantine equation) เพื่อหาพหุนาม  $M(s)$  และ  $A(s)$

$$A(s)D(s) + M(s)N(s) = D_p(s)\bar{D}_p(s) =: F(s) \quad (4.11)$$

เราสามารถเขียนพหุนาม  $A(s)$   $M(s)$  และ  $F(s)$  ได้ดังนี้

$$A(s) = A_m s^m + \dots + A_1 s + A_0 \quad (4.12)$$

$$M(s) = M_m s^m + \dots + M_1 s + M_0 \quad (4.13)$$

$$F(s) = D_p(s)\bar{D}_p(s) = F_{n+m} s^{n+m} + \dots + F_1 s + F_0 \quad (4.14)$$

ซึ่ง  $m \geq n - 1$  แล้ว  $A(s)$  และ  $M(s)$  ในสมการ(4.11) สามารถแก้สมการได้จากสมการพีชคณิตเชิงเส้น ดังนี้

$$\begin{bmatrix} D_0 & N_0 & 0 & 0 & \vdots & \vdots & 0 & 0 \\ D_1 & N_1 & D_0 & N_0 & \vdots & \vdots & M_0 & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & 0 & A_1 & \\ D_n & N_n & D_{n-1} & N_{n-1} & \cdots & D_0 & N_0 & M_1 \\ 0 & 0 & D_n & N_n & \vdots & D_1 & N_1 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & A_m \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & D_n & N_n & M_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_{n+m} \end{bmatrix} \tag{4.15}$$

จากสมการพีชคณิตเชิงเส้น(4.14) และสมการ(4.15) จะได้ตัวชดเชยอินพุต  $\frac{L(s)}{A(s)}$  และตัวชดเชย

ป้อนกลับ  $\frac{M(s)}{A(s)}$  ที่เหมาะสม(proper)

- เสถียรภาพของระบบ[23]

เงื่อนไขสำหรับเสถียรภาพกำหนดโดยทฤษฎีบทดังต่อไปนี้

ทฤษฎีบทที่1 :พิจารณาตัวคุมค่า(regulator)ได้มาโดยการออกแบบด้วยวิธีกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโรจากแบบจำลองเสถียร  $G(s)=N(s)/D(s)$  จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบปิด  $G_M(s)=Q(s)/P(s)$  เมื่อตัวคุมค่าควบคุมระบบให้เสถียร จะทำให้ระบบดังกล่าวมีฟังก์ชันถ่ายโอน  $G_a(s)$  ระบบวงรอบปิดจะเสถียร ก็ต่อเมื่อ

$$|G(s) - G_a(s)| < \left| \frac{N(s)P(s)L(s)}{D(s)Q(s)M(s)} \right| = \left| \frac{G(s)}{G_M(s)} \right| \cdot \left| \frac{G_{FF}(s)}{G_{FB}(s)} \right| \tag{4.16}$$

เมื่อ  $G(s)$  คือฟังก์ชันถ่ายโอนของแบบจำลอง

และ  $G_a(s)$  คือฟังก์ชันถ่ายโอนรวมความไม่แน่นอนหรือระบบจริง

สมการ(4.16) เรียกว่า เกณฑ์เสถียรภาพคงทน(robust stability criterion) ซึ่งสามารถตรวจสอบเสถียรภาพคงทนต่อความไม่แน่นอนของแบบจำลอง ความแตกต่างระหว่างแบบจำลองและระบบจริงที่เรียกว่าความไม่แน่นอนสามารถแบ่งเป็น 2 กลุ่มดังนี้

- 1) ความไม่แน่นอนจากการละเลยส่วนพลวัต(unmodelled dynamic uncertainty) เกิดจากการละเลยพลวัตของแบบจำลองในย่านความถี่สูง
- 2) ความไม่แน่นอนอิงตัวแปรเสริม(parametric uncertainty) เกิดจากการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ เนื่องจากสภาวะการทำงานของระบบเปลี่ยนไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในสมการ(4.16)จะกล่าวถึงความไม่แน่นอนจากการละเลยส่วนพลวัตของแบบจำลอง โดยส่วนใหญ่สนใจเกี่ยวกับคุณสมบัติขนาด(magnitude) ของ  $|G(s) - G_o(s)|$  ดังนี้

- 1) มีขนาดเล็กที่ความถี่ต่ำ สำหรับแบบจำลองของพลานต์ที่เราทราบ
- 2) มีขนาดใหญ่ที่ความถี่สูง สำหรับแบบจำลองของพลานต์ที่ไม่แน่นอนเสมอ

เพื่อให้ง่ายต่อการตรวจสอบเสถียรภาพและสมรรถนะคงทน เราจะรวมความไม่แน่นอนทั้ง 2 กลุ่มนี้ โดยพิจารณาแบบจำลองของพลานต์เป็นช่วง(interval plant model)จะแสดงความคงทนของผลตอบสนองในโดเมนเวลา และแสดงการตรวจสอบเสถียรภาพคงทนในบทที่ 6 โดยนิยามเสถียรภาพและสมรรถนะคงทน[24,25] มีดังต่อไปนี้

**เสถียรภาพคงทน** หมายถึงการประกันว่าระบบจะยังมีเสถียรภาพ สำหรับทุกค่าความไม่แน่นอนที่มีขอบเขตจำกัด

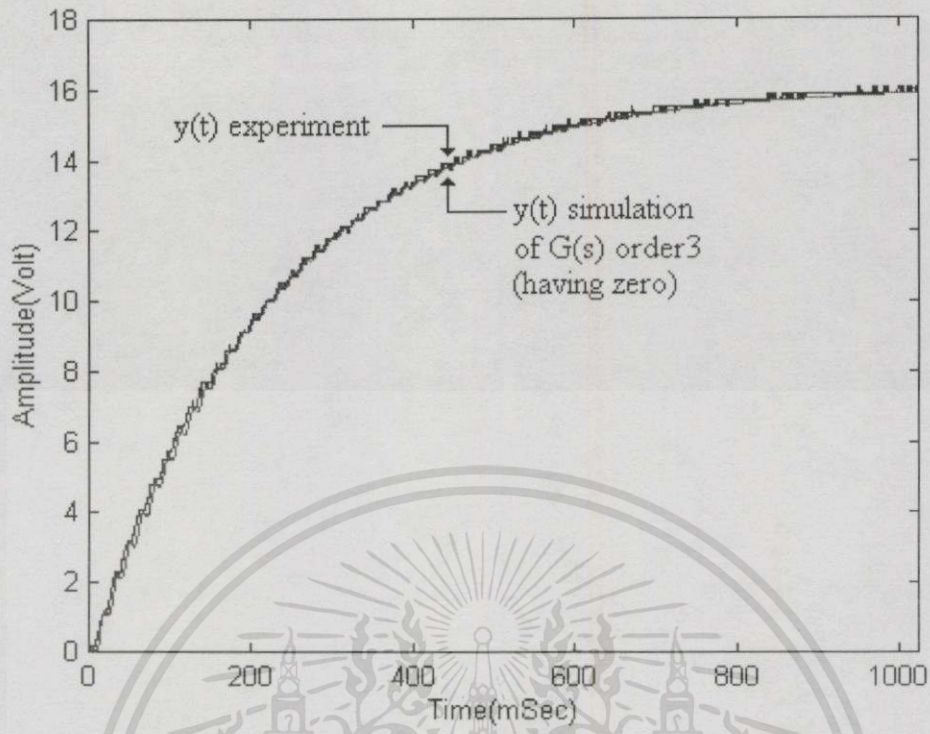
**สมรรถนะคงทน** หมายถึงการประกันสมรรถนะของระบบที่มีเสถียรภาพคงทน สำหรับทุกค่าความไม่แน่นอนที่มีขอบเขตจำกัด

#### 4.3.2 การออกแบบตัวชดเชย

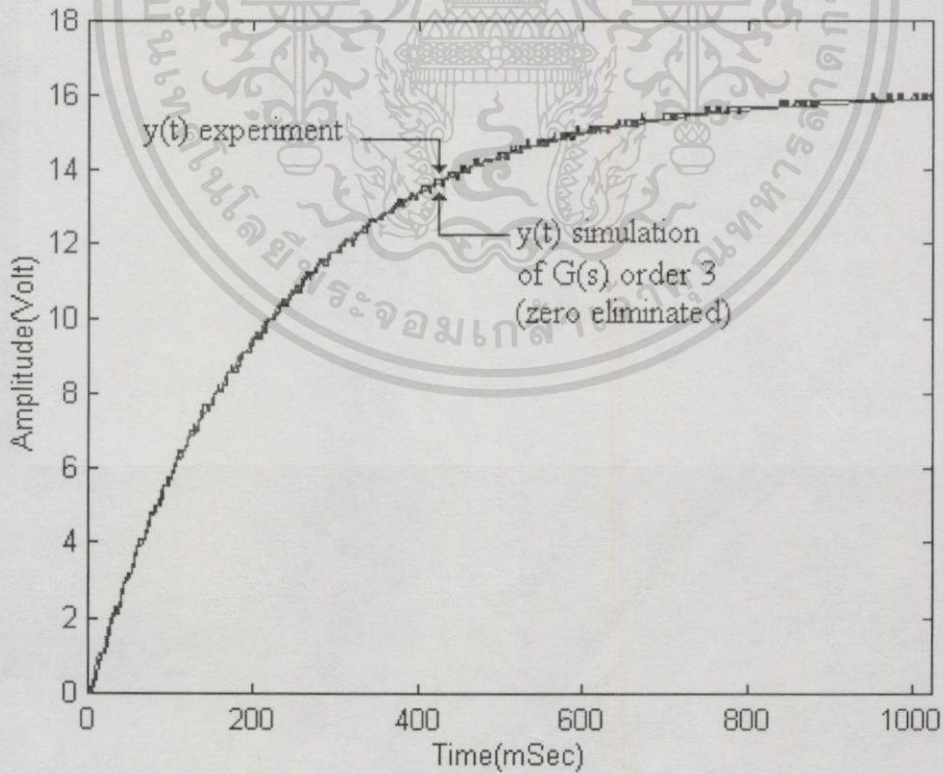
ในการออกแบบตัวชดเชย บนพื้นฐานแบบจำลองอันดับ 3 ด้วยวิธีการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโร มีข้อกำหนดว่าโพลต้องมากกว่าซีโร[21] จึงจำเป็นต้องตัดซีโรจากแบบจำลองอันดับ 3 ซึ่งฟังก์ชันถ่ายโอน  $G_R$  มีซีโรที่อยู่ทางฝั่งขวาของระนาบ  $s$  (RHS) ส่งผลให้เกิดเวลาประวิง(delay time) ของการตอบสนองในโดเมนเวลาต่อสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันได[20] ผลในผลตอบสนองที่ได้จากการทดสอบไม่มีเวลาประวิง ดังนั้นจึงตัดซีโรที่อยู่ทางฝั่งขวาของระนาบ  $s$  และคงค่าอัตราขยาย(gain)ของผลตอบสนอง โดยที่ค่าความคลาดเคลื่อนไม่เปลี่ยนแปลงจากเดิมมากนัก จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของพลานต์ที่ระบุ (nominal plant) ดังนี้

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{1.325 \times 10^6}{s^3 + 13.388s^2 + 16.297 \times 10^4 s + 73.117 \times 10^4} \quad (4.17)$$

เพื่อเป็นการยืนยันแบบจำลองอันดับ 3 ที่ได้จากการตัดซีโรตามสมการ(4.17) จะแสดงการเปรียบเทียบความเร็วของโพลที่ได้จากการทดสอบกับแบบจำลองอันดับ 3 มีซีโรและตัดซีโร และแสดงค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างความเร็วของโพลที่ได้จากการทดสอบกับแบบจำลองอันดับ 3 มีซีโรและตัดซีโร ดังแสดงในรูปที่ 4.2 ถึง 4.5 ตามลำดับ

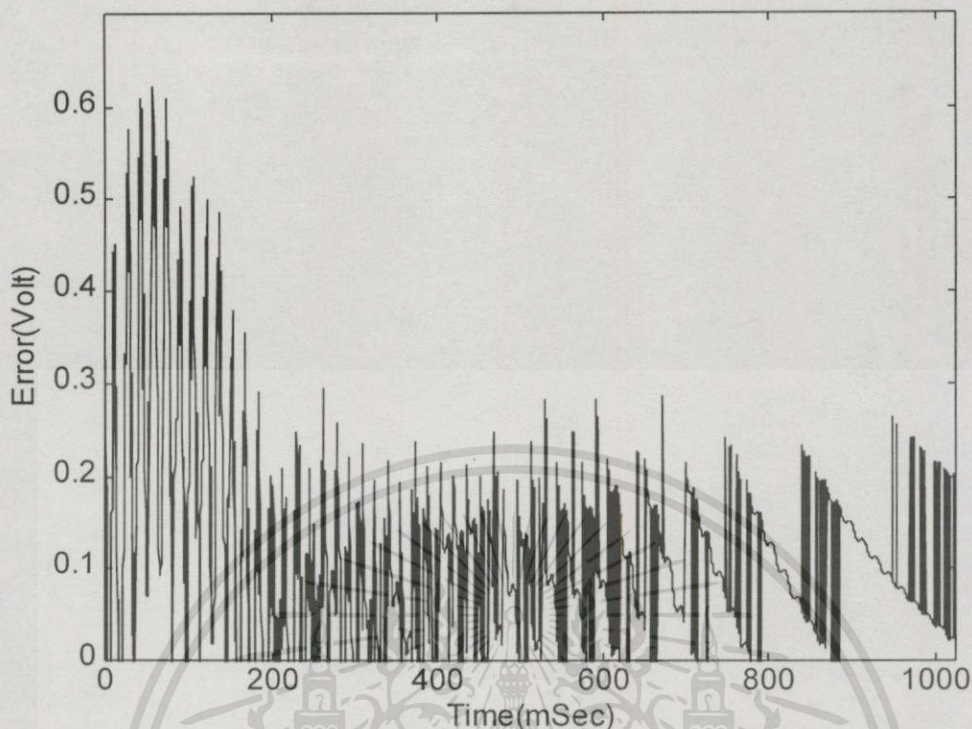


รูปที่ 4.2 เปรียบเทียบความเร็วของโพลด์ที่ได้จากการทดสอบกับแบบจำลองอันดับ 3 มีซีโร

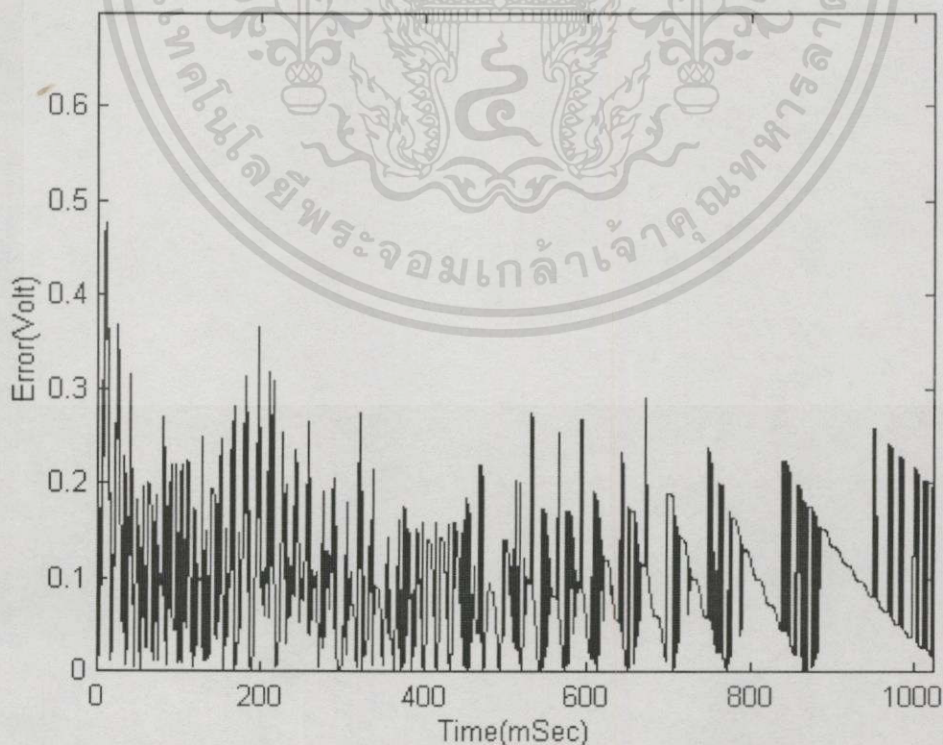


รูปที่ 4.3 เปรียบเทียบความเร็วของโพลด์ที่ได้จากการทดสอบกับแบบจำลองอันดับ 3 ตัดซีโร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.4 ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างความเร็วของโหลดที่ได้จากการทดสอบกับแบบจำลอง  
อันดับ 3 มีซีโร



รูปที่ 4.5 ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างความเร็วของโหลดที่ได้จากการทดสอบกับแบบจำลอง  
อันดับ 3 ตัดซีโร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ขั้นตอนการออกแบบตัวชดเชย

พิจารณาระบบ 2 มวล จากสมการ (4.17) มีดีกรี  $N(s) <$  ดีกรี  $D(s) = 3$  เรากำหนดฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบรวมทั้งหมด ซึ่งใช้แนวคิดของโพลเด่น ต้องการให้มีโพลค้อย (non-dominant pole) และโพลเด่น (dominant pole) อยู่ที่  $-1000, -100-j100, 100+j100$  ทำให้อัตราการหน่วง (damping ratio)  $\zeta = 0.707$  เวลาไต่ระดับ 20 msec เปอร์เซนต์ค่าพุ่งเกิน (percent overshoot) = 4 % และเวลาอยู่ตัว 60 msec โดยใช้รูปแบบดังนี้

$$G_o(s) = \frac{N_o(s)}{D_o(s)} = \frac{2 \times 10^7}{s^3 + 12 \times 10^2 s^2 + 22 \times 10^4 s + 2 \times 10^7} \quad (4.18)$$

ขั้นที่ 1 นำ  $N(s)$  หาร  $G_o(s)$

$$\frac{G_o(s)}{N(s)} = \frac{N_p(s)}{D_p(s)} = \frac{15.093}{s^3 + 12 \times 10^2 s^2 + 22 \times 10^4 s + 2 \times 10^7} \quad (4.19)$$

ขั้นที่ 2 เลือกพหุนามเสอร์วิทซ์

$$\bar{D}_p = (s + 2000)^3 \quad (4.20)$$

ขั้นที่ 3 จากสมการ (4.10) จะได้

$$L(s) = N_p(s) \bar{D}_p(s) = 15.093(s + 2000)^3 \quad (4.21)$$

สมการไดโอแฟนทีน (Diophantine equation) แสดงดังนี้

$$\begin{aligned} D_p(s) \bar{D}_p(s) &= A(s)D(s) + M(s)N(s) \\ &= s^6 + 7.2 \times 10^3 s^5 + 1.942 \times 10^7 s^4 + 2.374 \times 10^{10} s^3 + 1.236 \times 10^{13} s^2 + 2 \times 10^{15} s + 1.6 \times 10^{17} \end{aligned} \quad (4.22)$$

แก้สมการไดโอแฟนทีน เพื่อหาพหุนาม  $M(s)$  และ  $A(s)$  โดยอาศัย MATLAB จะได้

$$M(s) = 16.837 \times 10^3 s^3 + 69.669 \times 10^5 s^2 + 14.987 \times 10^8 s + 12.074 \times 10^{10} \quad (4.23)$$

$$A(s) = s^3 + 7.186 \times 10^3 s^2 + 19.160 \times 10^6 s \quad (4.24)$$

ดังนั้นตัวชดเชยอินพุตและตัวชดเชยป้อนกลับที่ออกแบบไว้ แสดงได้ดังนี้

$$G_{FF}(s) = \frac{L(s)}{A(s)} = 15.093 \frac{s^3 + 6 \times 10^3 s^2 + 1.2 \times 10^7 s + 8 \times 10^9}{s^3 + 7.186 \times 10^3 s^2 + 19.160 \times 10^6 s} \quad (4.25)$$

$$G_{FB}(s) = \frac{M(s)}{A(s)} = \frac{16.84 \times 10^3 s^3 + 69.67 \times 10^5 s^2 + 14.98 \times 10^8 s + 12.07 \times 10^{10}}{s^3 + 7.18 \times 10^3 s^2 + 19.16 \times 10^6 s} \quad (4.26)$$

ฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบปิดแบบติดตามอินพุต(tracking) และแบบคุมค่า/ขจัดสัญญาณรบกวนภายนอก(regulating/disturbance rejection) มีรูปแบบตามลำดับ ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1.325 \times 10^6 \times 15.093 (s^3 + 6 \times 10^3 + 12 \times 10^6 + 8 \times 10^9)}{D_Y(s)} \quad (4.27)$$

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = \frac{1.325 \times 10^6 (s^3 + 7.186 \times 10^3 s^2 + 19.160 \times 10^6 s)}{D_Y(s)} \quad (4.28)$$

โดยที่

$$D_Y(s) = s^6 + 7.2 \times 10^3 s^5 + 19.42 \times 10^6 s^4 + 23.74 \times 10^9 s^3 + 12.36 \times 10^{12} s^2 + 20 \times 10^{14} s + 16 \times 10^{16} \quad (4.29)$$

ทำการจำลองระบบด้วยคอมพิวเตอร์ โดยใช้สมการ(4.27)และ(4.28) ซึ่งจะกล่าวต่อไป ในหัวข้อ 4.4

#### 4.4 ผลการจำลองระบบด้วยคอมพิวเตอร์สำหรับระบบที่มีตัวชดเชย

ในหัวข้อนี้จะแสดงให้เห็นว่าตัวชดเชยที่ออกแบบไว้สามารถกำจัดรีโซแนนซ์ กำจัดสัญญาณรบกวนภายนอกได้ดี และความคงทนต่อความไม่แน่นอนของแบบจำลองพลาเน็ต ดังแสดงการจำลองระบบด้วยโปรแกรม MATLAB และเปรียบเทียบกับการใช้ตัวกรองนอทช์[4] ซึ่งมีฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้ (รายละเอียดการออกแบบตัวกรองนอทช์ สามารถศึกษาได้จากภาคผนวก ข.)

$$G_{notch}(s) = \frac{s^2 + 8.9s + 1.63 \times 10^5}{s^2 + 36.62 \times 10^3 s + 1.63 \times 10^5} \quad (4.30)$$

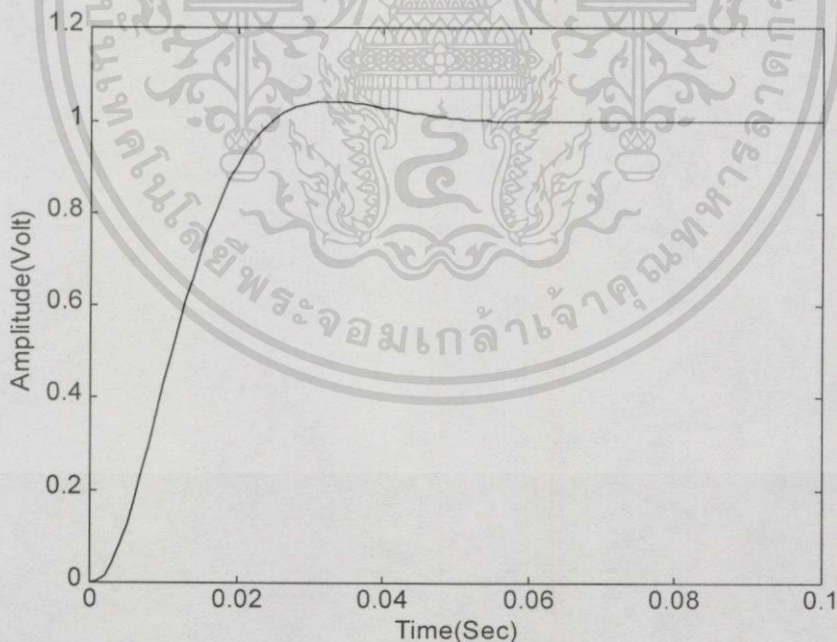
#### 4.4.1 ผลการจำลองระบบโดยใช้ตัวชดเชยที่นำเสนอเปรียบเทียบกับตัวกรองนอทซ์

##### ในโดเมนเวลา

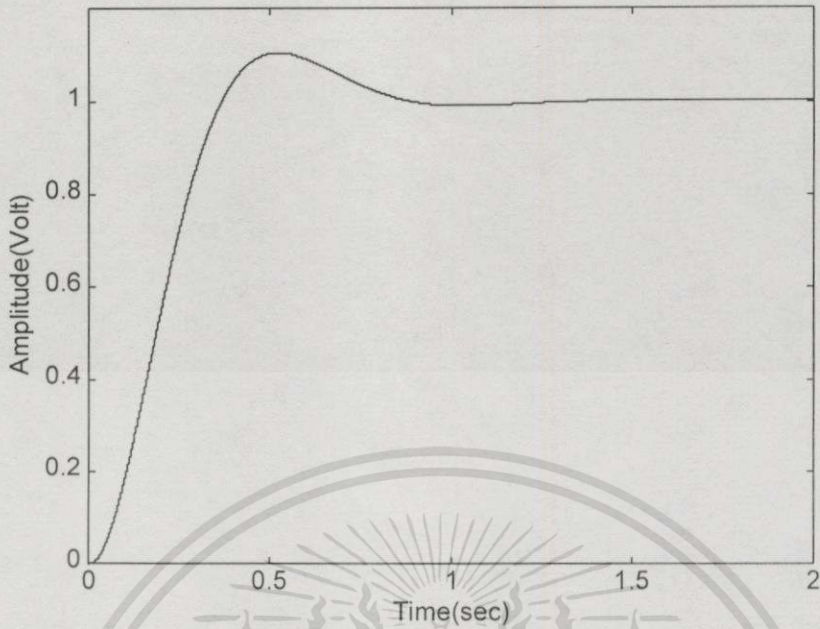
ในหัวข้อนี้ จะแสดงให้เห็นว่าระบบที่ใช้ตัวชดเชยที่นำเสนอมีผลตอบสนองดีกว่าระบบที่ใช้ตัวกรองนอทซ์ นั่นคือจะให้ผลตอบสนองในสภาวะชั่วคราวที่เร็วกว่าและสามารถกำจัดสัญญาณรบกวนได้อย่างรวดเร็ว

##### 4.4.1.1 ผลตอบสนองของระบบเมื่ออินพุตเป็นสัญญาณแบบขั้นบันได

ผลตอบสนองชั่วคราวและผลตอบสนองสถานะอยู่ตัวของระบบที่ใช้ตัวชดเชยที่นำเสนอ เมื่ออินพุตเป็นสัญญาณขั้นบันไดขนาดหนึ่งหน่วย ดังแสดงในรูปที่ 4.6 มีเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกิน(PO) ประมาณ 4% ค่าเวลาไต่ระดับ (rise time) ประมาณ 20 msec ค่าเวลาอยู่ตัว (setting time) ประมาณ 70 msec และเปรียบเทียบกับการใช้ตัวกรองนอทซ์ ดังแสดงในรูปที่ 4.7 มีเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินประมาณ 10% ค่าเวลาไต่ระดับประมาณ 0.31 sec ค่าเวลาอยู่ตัวประมาณ 1.4 sec ซึ่งจะเห็นได้ว่าตัวชดเชยที่นำเสนอเปรียบเทียบกับการใช้ตัวกรองนอทซ์มีค่าพุ่งเกิน  $< 2.5$  เท่า ค่าเวลาไต่ระดับ  $< 15$  เท่า และเวลาอยู่ตัว  $< 20$  เท่า



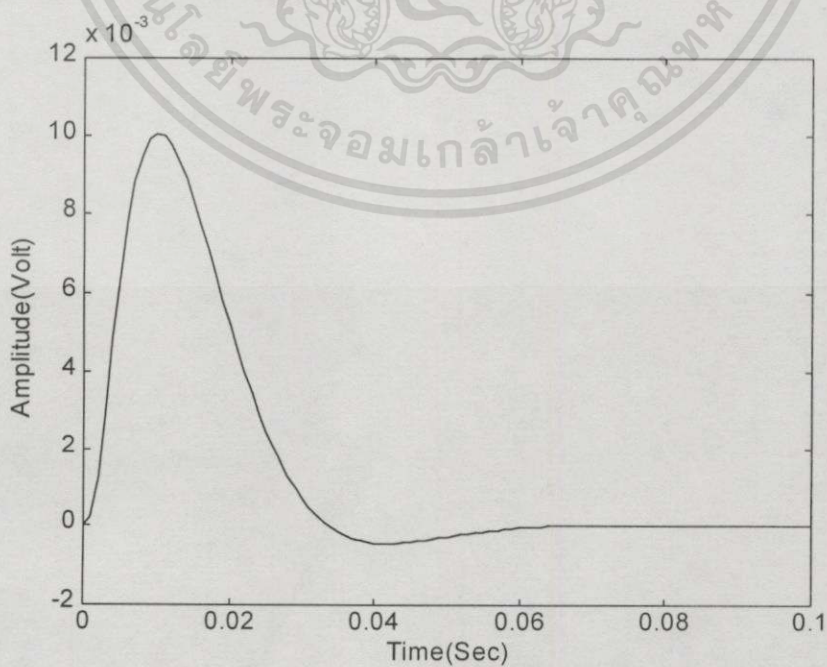
รูปที่ 4.6 ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้ตัวชดเชยที่นำเสนอ



รูปที่ 4.7 ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้ตัวกรองนอทซ์

#### 4.4.1.2 ผลตอบสนองของระบบเมื่อสัญญาณรบกวนเป็นขั้นบันได

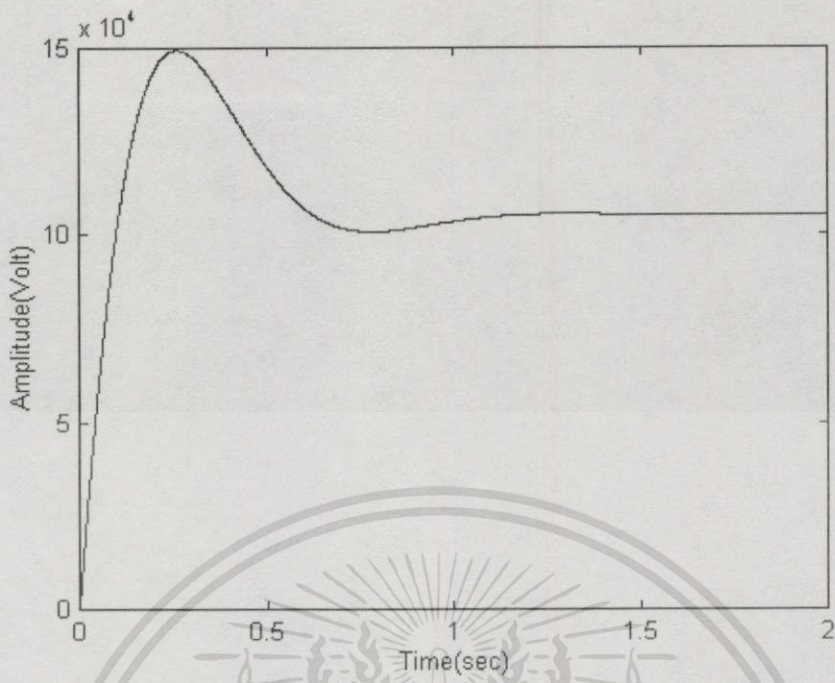
ผลตอบสนองเมื่อสัญญาณรบกวนภายนอก  $p(s)$  เป็นขั้นบันไดขนาดหนึ่งหน่วย พิจารณา รูปที่ 4.8 จะเห็นผลของสัญญาณรบกวนถูกกำจัดภายในเวลาประมาณ 65 msec โดยไม่มีค่าความคลาดเคลื่อนในสภาวะอยู่ตัว เมื่อเปรียบเทียบกับการใช้ตัวกรองนอทซ์ ดังแสดงในรูปที่ 4.9 เห็นได้ว่าระบบไม่สามารถกำจัดสัญญาณรบกวนได้



รูปที่ 4.8 ผลตอบสนองของเอาต์พุตต่อสัญญาณรบกวนเมื่อใช้ตัวชดเชยที่นำเสนอ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.9 ผลตอบสนองของเอาต์พุตต่อสัญญาณรบกวนเมื่อใช้ตัวกรองนอทช์

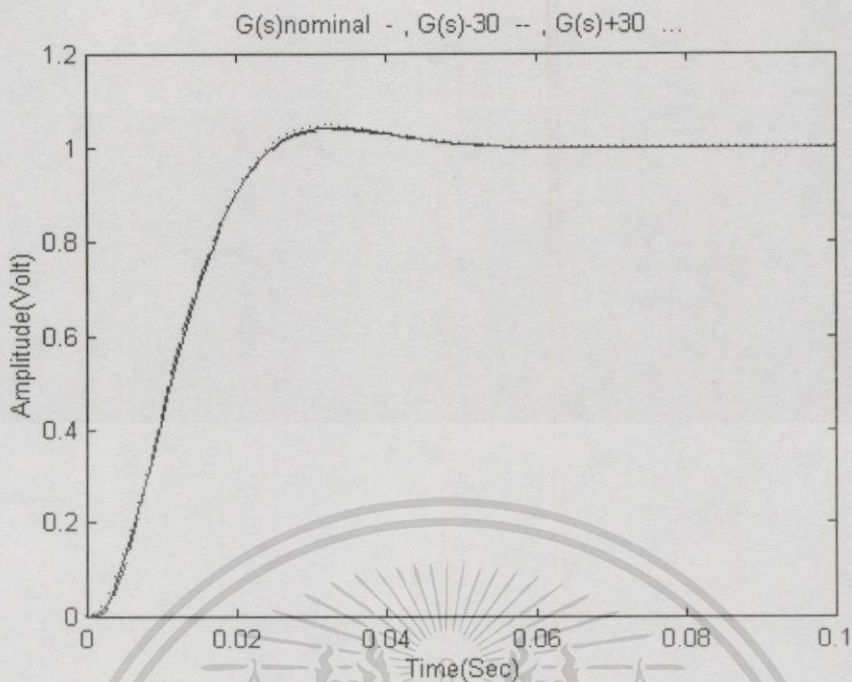
4.4.1.3 ความคงทนต่อความไม่แน่นอนของแบบจำลองพลาตันในโดเมนเวลา

เมื่อพารามิเตอร์ของพลาตันเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้น 30 % และเปลี่ยนแปลงลดลง 30% จากพลาตันที่ระบุ ตามลักษณะของพลาตันแบบช่วง(interval plant) จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอน G(s) มีลักษณะเป็น โมนิค(monic) ตามลำดับ ดังนี้

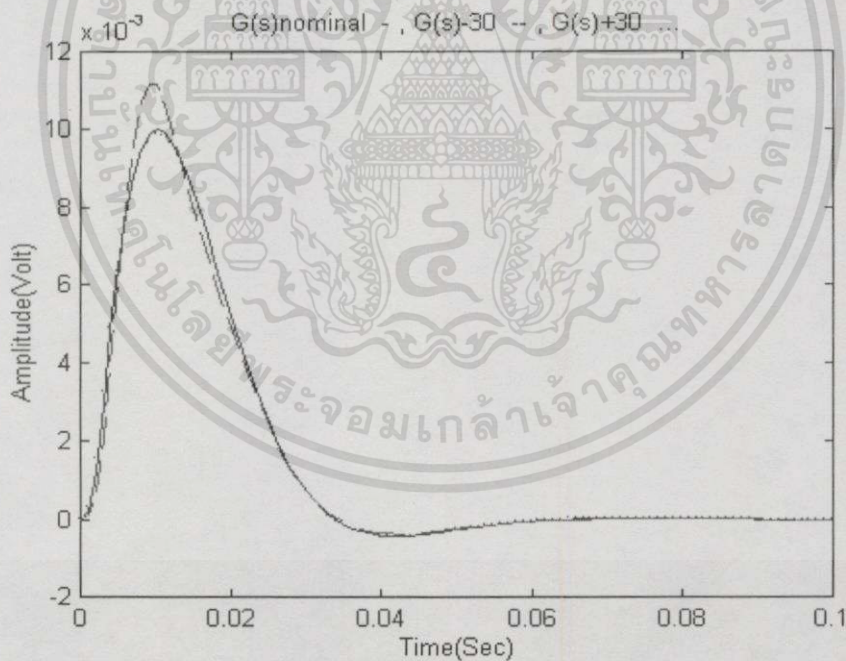
$$G^+(s) = \frac{1722.50 \times 10^3}{s^3 + 17.394s^2 + 211.861 \times 10^3 s + 950.521 \times 10^3}$$

$$G^-(s) = \frac{927.50 \times 10^3}{s^3 + 9.366s^2 + 114.079 \times 10^3 s + 511.819 \times 10^3}$$

จากรูปที่ 4.10 ผลตอบสนองของระบบเมื่อสัญญาณอินพุตเป็นขั้นบันไดไม่เปลี่ยนแปลงจากเดิมมากนัก เมื่อพารามิเตอร์ของพลาตันเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้น และลดลง 30 % ส่วนรูปที่ 4.11 ผลตอบสนองของระบบเมื่อสัญญาณรบกวนเป็นขั้นบันไดเปลี่ยนแปลงจากเดิมเล็กน้อย เมื่อพารามิเตอร์ของพลาตันเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้น 30% และไม่เปลี่ยนแปลงจากเดิมมากนัก เมื่อพารามิเตอร์ของพลาตันเปลี่ยนแปลงลดลง 30 %



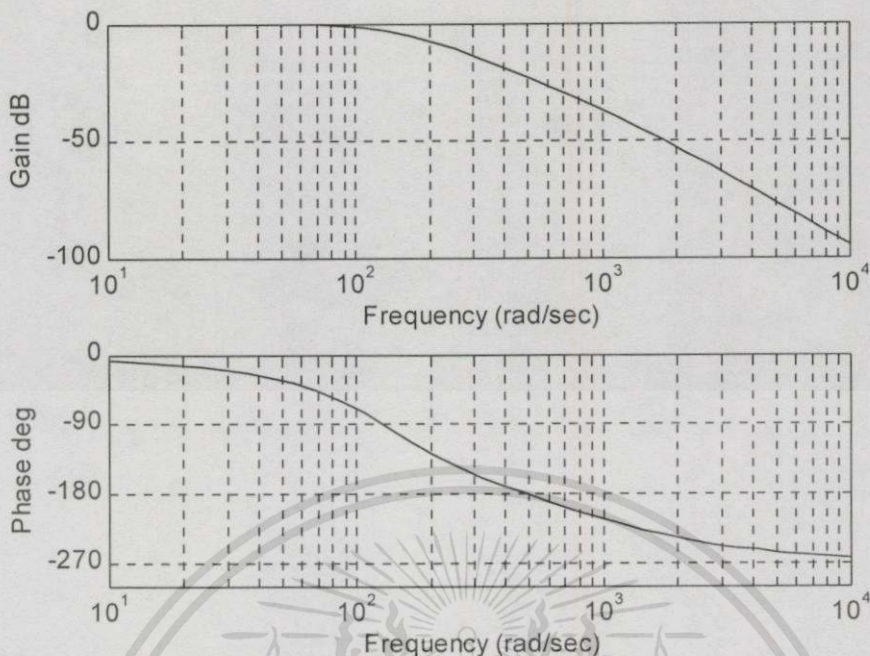
รูปที่ 4.10 ผลตอบสนองของระบบเมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณแบบขั้นบันได



รูปที่ 4.11 ผลตอบสนองของระบบเมื่อสัญญาณรบกวนเป็นขั้นบันได

#### 4.4.2 ผลการจำลองระบบในโดเมนความถี่

ระบบโดยรวมที่มีการชดเชยแล้ว มีสมรรถนะในโดเมนความถี่ ดังแสดงในรูปที่ 4.12 ระบบมีแบนด์วิดท์เท่ากับ 150 rad/sec ที่ 3 dB รีโซแนนซ์ของระบบ 2 มวลถูกกำจัดอย่างสิ้นเชิง



รูปที่ 4.12 ผลตอบสนองของระบบในโดเมนความถี่

#### 4.5 สรุป

จากผลการจำลองระบบด้วยโปรแกรม MATLAB เมื่อพิจารณาผลตอบสนองของระบบเมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณแบบขั้นบันได ผลตอบสนองของระบบเมื่อสัญญาณรบกวนเป็นขั้นบันได ทำให้เราทราบได้ว่าตัวชดเชยกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโรที่ออกแบบตามโครงสร้าง 2 ระดับขั้นของความอิสระ สามารถควบคุมระบบให้มีสมรรถนะที่ดี นั่นคือ ให้ผลตอบสนองในสภาวะชั่วคราวอย่างรวดเร็วตามตำแหน่งโพลที่กำหนด สามารถกำจัดรีโซแนนซ์ได้ด้วยตัวควบคุมที่นำเสนอ และกำจัดสัญญาณรบกวนภายนอกได้ดีกว่าการใช้ตัวกรองนอกรี โดยไม่มีค่าความคลาดเคลื่อนในสภาวะอยู่ตัว อีกทั้งยังมีความคงทนต่อความไม่แน่นอนในแบบจำลองพลาเน็ต และการตรวจสอบเสถียรภาพคงทน(robust stability) ของระบบ จะกล่าวต่อไป ในบทที่ 6

## การสร้างตัวชดเชยและผลการทดลอง

### 5.1 บทนำ

หลังจากที่ได้ออกแบบตัวชดเชย(compensator) แล้ว ก็จะต้องดำเนินการสร้างให้เป็นอุปกรณ์สำหรับการใช้งานจริงในระบบควบคุม ในทางปฏิบัติด้วยเทคโนโลยีปัจจุบันที่ทันสมัย อุปกรณ์ตัวชดเชยอาจสร้างขึ้นด้วยชิ้นส่วนอนาล็อกอิเล็กทรอนิกส์หรือ โพรเซสเซอร์พร้อมด้วยโปรแกรมการควบคุม ในบทที่ 5 นี้ กล่าวถึง แนวทางหลักที่ได้ผ่านการกลั่นกรองแล้วว่าเหมาะสมต่อการสร้างตัวชดเชยแบบอนาล็อก พร้อมทั้งแสดงขั้นตอนการสร้างตัวชดเชย  $G_{FF}(s)$  และ  $G_{FB}(s)$  ที่เป็นผลมาจากการออกแบบดังที่แสดงรายละเอียดไว้ในบทที่ 4 เพื่อให้สามารถประกันได้ว่า ระบบควบคุมที่ได้รับการพัฒนาขึ้นในวิทยานิพนธ์ มีสมรรถนะเป็นที่น่าพึงพอใจและเชื่อถือได้ในขอบเขตการทำงานที่กำหนด

### 5.2 เทคนิคการสร้างตัวชดเชยแบบอนาล็อก

เทคนิคการสร้างตัวชดเชยแบบอนาล็อกนั้น มีรากฐานมาจากการสังเคราะห์โครงข่ายไฟฟ้า ซึ่งอาจเป็นโครงข่ายแบบพาสซีฟ(passive network) หรือแบบแอคทีฟ(active network) ในระบบควบคุมมักนิยมใช้แบบแอคทีฟ เนื่องจากมีความเหมาะสมกว่าแบบพาสซีฟ

"ไม่ว่าจะเป็นการสร้างตัวชดเชยรูปแบบใด ฟังก์ชันถ่ายโอนถือเป็นหัวใจของการสร้างตัวชดเชย และจะต้องมีคุณสมบัติโดยทั่วไป"[20] ดังต่อไปนี้

- เป็นฟังก์ชันที่สมจริงของ  $s$  (rational function) ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นค่าจริง
- โพลและซีโร หากเป็นเชิงซ้อนต้องปรากฏเป็นคู่สังยุค (conjugate pair)
- ต้องไม่มีโพลปรากฏทางฝั่งขวาของระนาบ  $s$
- หากปรากฏโพลบนแกน  $j\omega$  จะต้องไม่เป็นโพลซ้ำๆ กัน

ในการสร้างอุปกรณ์ตัวชดเชยขึ้นใช้งานจริง ยังต้องคำนึงถึงความไม่สมบูรณ์แบบของออปแอมป์ และสถานะการใช้งาน ที่มีผลต่อสมรรถนะการทำงานโดยรวมของตัวชดเชย เช่น ปัญหาด้านสัญญาณรบกวน พิกัดสลูว์(slew rate) ของออปแอมป์ ความไว(sensitivity)ของสมรรถนะที่มีต่อผลคูณอัตราขยาย-แบนด์วิดท์(gain- bandwidth product) ที่ส่งผลต่อการจำกัดแบนด์วิดท์การทำงานของตัวชดเชย[26,27]

การสร้างตัวชดเชยด้วยการสังเคราะห์โครงข่ายแอคทีฟ อาจทำได้หลายรูปแบบ แต่ในที่นี้ได้พิจารณาถึงข้อดีและข้อด้อยของแต่ละรูปแบบแล้ว[20] จึงเลือกโครงสร้างแบบไบควอด ซึ่งมีข้อดีหลายประการ ดังต่อไปนี้ [26,28]

- สามารถใช้กับการสร้างตัวชดเชย/ตัวควบคุม/ตัวกรองความถี่ได้ทุกแบบ รวมทั้งที่  
ต้องการค่า  $Q$  สูงๆ ด้วย ( $Q > 5$ )

- ง่าย ใ้ได้ง่าย แมื่อนำมาต่อพวงกันหลายระยะ
- มีความไวต่อการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ของวงจร
- พารามิเตอร์ส่วนใหญ่ของวงจรปรับค่าได้ง่าย โดยใช้ความต้านทานเท่านั้น
- สามารถสร้างได้ง่าย ด้วยอุปกรณ์ที่มีราคาถูก ขนาดเล็ก และน้ำหนักเบา
- สามารถใช้สร้างอุปกรณ์มัลติฟิลเตอร์ได้ด้วย

ดังนั้นเราจึงให้ความสนใจในรายละเอียดการสร้างตัวชดเชยด้วยรูปแบบไบควอด และนำเสนอการสร้างตัวชดเชยที่เป็นผลจากการออกแบบในบทที่ 4

### 5.3 การสร้างตัวชดเชยตามรูปแบบไบควอด

การสร้างตัวชดเชยสำหรับฟังก์ชันถ่ายโอน ที่มีกำลังสองทั้งเศษและส่วน อาจใช้วงจรอิเล็กทรอนิกส์ที่มีโครงสร้างหลักเป็นออปแอมป์ 3 ตัว ดังรูปที่ 5.1 เราสามารถวิเคราะห์ห้วงจรนี้โดยอาศัยเทคนิคการวิเคราะห์ที่แบบปม (node) ดังรายละเอียดต่อไปนี้

$$\text{สมการปม } x : -\left(\frac{1}{R_1} + sC_1\right)V_1 - \frac{1}{R_3}V_3 = \frac{1}{R_4}V_{in} \quad (5.1)$$

$$\text{สมการปม } y : -\frac{1}{R_7}V_1 - \frac{1}{R_8}V_2 = \frac{1}{R_6}V_{in} \quad (5.2)$$

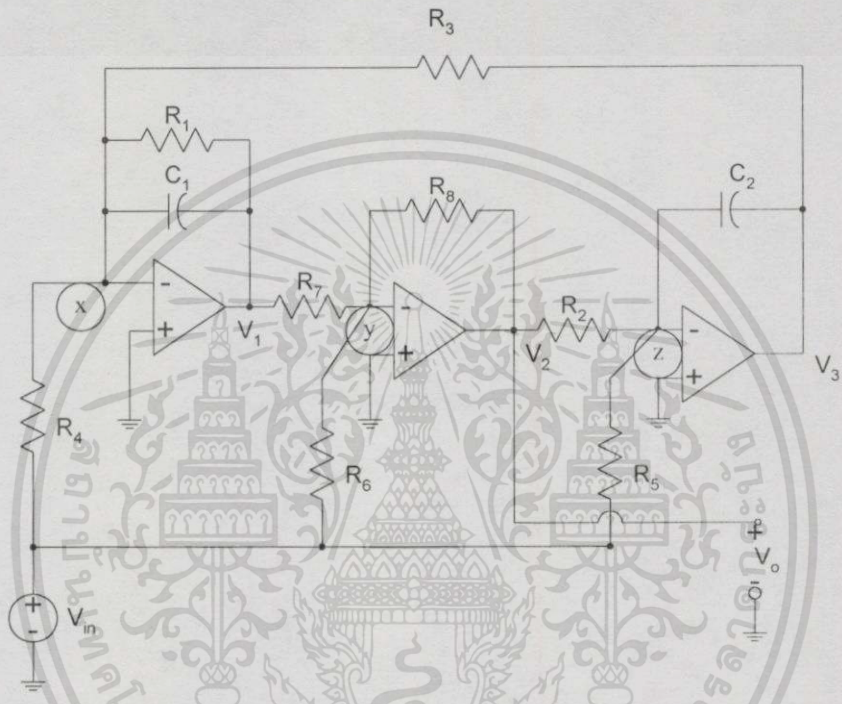
$$\text{สมการปม } z : -\frac{1}{R_2}V_2 - sC_2V_3 = \frac{1}{R_5}V_{in} \quad (5.3)$$

หรือแสดงในรูปเมทริกซ์  $[Z][V] = [B]V_{in}$  ซึ่งมี

$$[Z] = \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{R_1} + sC_1\right) & 0 & -\frac{1}{R_3} \\ -\frac{1}{R_7} & -\frac{1}{R_8} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_2} & -sC_2 \end{bmatrix}, [V] = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \text{ และ } [B] = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_4} \\ \frac{1}{R_6} \\ \frac{1}{R_5} \end{bmatrix}$$

ฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรไบควอดแสดงได้ดังนี้

$$\frac{V_0}{V_{in}}(s) = \left(-\frac{R_8}{R_6}\right) \frac{s^2 + s\left(\frac{1}{R_1C_1} - \frac{1}{R_4C_1} \frac{R_6}{R_7}\right) + \frac{R_6}{R_7} \frac{1}{R_3R_5C_1C_2}}{s^2 + s\left(\frac{1}{R_1C_1}\right) + \frac{R_8}{R_7} \frac{1}{R_2R_3C_1C_2}} \quad (5.4)$$



รูปที่ 5.1 วงจรไบควอดใช้ออปแอมป์ 3 ตัว [26]

เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบกับสมการ(5.4) กับฟังก์ชันไบควอดคราติกทั่วไปดังสมการ(5.5) โดยละความสำคัญของเครื่องหมายลบที่ปรากฏ

$$T(s) = K \frac{s^2 + cs + d}{s^2 + as + b} \quad (5.5)$$

จะสังเกตเห็นว่า หากเราเลือกขนาดของความต้านทานและคาปาซิเตอร์บางตัวเสียก่อน กล่าวคือ

$$C_1 = C_2 = 1, R_2 = R_3 = R \quad \text{และ} \quad R_7 = R_8 = R$$

จะเห็นได้ว่าความต้านทานที่เหลือในวงจร คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$R_1 = \frac{1}{a}$$

$$R_2 = R_3 = \frac{1}{\sqrt{b}}$$

$$R_4 = \frac{1}{K(a-c)}$$

$$R_5 = \frac{\sqrt{b}}{Kd}$$

$$R_6 = \frac{1}{K\sqrt{b}}$$

$$R_7 = R_8 \frac{1}{\sqrt{b}}$$

(5.6)

วงจรไบควอดนั้นเป็นอันดับสอง ในวิทยานิพนธ์นี้เราใช้ตัวชดเชยอันดับสูงกว่า ดังนั้นเราสามารถสังเคราะห์วงจรอันดับหนึ่งหลายๆ ชุดมาต่อร่วมกับวงจรอันดับสอง เพื่อสร้างฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับสูงๆ ดังความสัมพันธ์

$$T(s) = T_1(s)T_2(s) \dots T_n(s)$$

(5.7)

ที่สามารถปฏิบัติได้เช่นนี้เพราะ เอาต์พุตอิมพีแดนซ์ของวงจรอันดับสองที่สังเคราะห์ขึ้นนั้นมีค่าต่ำ เมื่อนำวงจรเหล่านั้นมาต่อเรียงกันก็จะไม่เกิดสภาวะการดึงพลังงานต่อกันมากนัก[27] อย่างไรก็ตามการต่อวงจรไบควอดเข้าด้วยกันแบบต่อเรียง(cascade) ควรปฏิบัติดังข้อแนะนำ[27] ต่อไปนี้

1. การพิจารณาพิสัยทางพลวัต(dynamic range) : เพื่อให้สามารถใช้งานวงจรต่อเรียงกันด้วยพิสัยทางพลวัตได้สูงสุด ควรจะต้องสังเคราะห์วงจรสำหรับฟังก์ชันถ่ายโอนย่อยๆ ให้มีอัตราขยายสูงสุดของแต่ละวงจรเท่ากับอัตราขยายสูงสุดของวงจรตัวชดเชยที่สมบูรณ์ด้วย

2. การพิจารณาอัตราส่วนของแรงดันต่อสัญญาณรบกวน(signal-to-noise ratio) : เพื่อให้ได้อัตราส่วนของแรงดันต่อสัญญาณรบกวนของตัวชดเชยที่สมบูรณ์มีค่าสูงสุด ควรจะต้องสังเคราะห์ให้วงจรย่อยๆ ที่จะนำมาต่อเรียงกัน โดยมีขนาดของสัญญาณในย่านความถี่ผ่านได้(passband) และให้มีความราบเรียบมากที่สุด และควรจัดให้วงจรที่มีค่าอัตราขยายสูงอยู่ในระยะต้นๆ ของวงจรสมบูรณ์ จะช่วยลดทอนและบรรเทาปัญหาด้านสัญญาณรบกวนได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

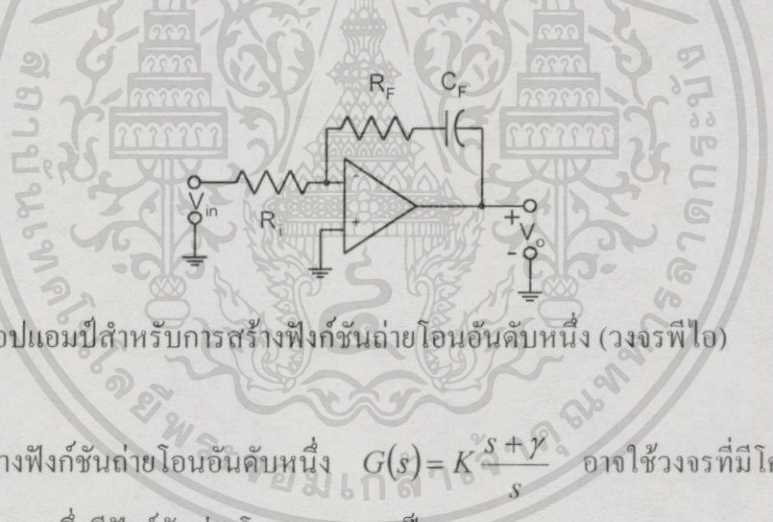
3. หากสามารถสังเคราะห์ห้วงจรย่อยให้เป็นแบนด์พาสส์(band pass) ได้ทั้งหมด จะสะดวกต่อการจูนหรือปรับแต่งวงจรมาก

4. หากจำเป็นต้องใช้วงจรวอร์พาสส์(LP) ไฮพาสส์(HP) และแบนด์พาสส์(BP) ผสมผสานกัน ต้องจัดเรียงวงจร ดังต่อไปนี้

- การจัดวงจร LP หรือ BP ตรงจุดที่จะรับอินพุตของวงจรสมบูรณ จะช่วยลดองค์ประกอบความถี่สูงของสัญญาณและช่วยหลีกเลี่ยงการเกิดสลูว์(slewing) ในระยะถัดๆ ไปของวงจรสมบูรณด้วย

- การจัดวงจร HP หรือ BP ไว้ที่จุดเอาต์พุตของวงจรสมบูรณ จะสามารถลดการกระเพื่อมในย่านความถี่ต่ำ (low-frequency ripple) หรือ ดิซีออฟเซทได้ดี

แม้ว่าในตอนี้ จะกล่าวถึงวงจรไบควอดเพื่อสร้างฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับสองเป็นส่วนนำ หากมีความต้องการสร้างฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับหนึ่ง หรือสร้างค่าอัตราขยาย ก็สามารถปฏิบัติได้ง่ายโดยใช้วงจรรอปแอมป์ ซึ่งเป็นสิ่งที่ทราบกันดีอย่างกว้างและนำมาเสนอเพื่อความสมบูรณ์ของเนื้อหาอีกครั้งหนึ่ง ในที่นี้แสดงวงจรพีไอ เพื่อให้ตรงกับวิทยานิพนธ์



รูปที่ 5.2 วงจรรอปแอมป์สำหรับการสร้างฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับหนึ่ง (วงจรพีไอ)

การสร้างฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับหนึ่ง  $G(s) = K \frac{s + \gamma}{s}$  อาจใช้วงจรที่มีโครงสร้างตามแผนภาพ ดังรูปที่ 5.2 ซึ่งมีฟังก์ชันถ่ายโอนของวงจรเป็น

$$G(s) = -\frac{R_F}{R_i} \frac{s + \frac{1}{R_F C_F}}{s} \tag{5.8}$$

ในทำนองเดียวกันกับการสร้างวงจรไบควอด เราจะละเครื่องหมายลบไว้และกำหนดให้  $C_F = 1$  ดังนั้น ขนาดของความต้านทาน  $R_F$  จะใช้เป็นตัวเลือกกำหนดค่า  $\gamma$  และ  $R_F, R_i$  จะใช้เป็นตัวเลือกกำหนดค่า  $K$  กล่าวคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\gamma = \frac{1}{R_F} \quad \text{และ} \quad K = \frac{R_F}{R_1} \quad (5.9)$$

เพื่อเป็นการแสดงรายละเอียดการสร้างตัวชดเชย ในอันดับแรกเราพิจารณา  $G_{FF}(s)$  ตามสมการ (4.25) มีรายละเอียดดังนี้

$$\begin{aligned} G_{FF}(s) &= 15.093 \times 10^{-3} \frac{s^3 + 6 \times 10^3 s^2 + 1.2 \times 10^7 s + 8 \times 10^9}{s^3 + 7.186 \times 10^3 s^2 + 19.160 \times 10^6 s} \\ &= 15.093 \frac{(s^2 + 4 \times 10^3 s + 4 \times 10^6)}{(s^2 + 7.186 \times 10^3 s + 19.160 \times 10^6)} \cdot 10^{-3} \frac{(s + 2000)}{s} \end{aligned}$$

ฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับสอง  $G_{FF}^1(s)$  ใช้งานจริง ไบควอด และฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับหนึ่ง  $G_{FF}^2(s)$  ใช้งานจริงพีไอ

$$G_{FF}^1(s) = 15.093 \frac{(s^2 + 4 \times 10^3 s + 4 \times 10^6)}{(s^2 + 7.186 \times 10^3 s + 19.160 \times 10^6)}$$

ซึ่งจะเห็นว่า  $K = 15.093$ ,  $a = 7.186 \times 10^3$ ,  $b = 19.160 \times 10^6$ ,  $c = 4 \times 10^3$  และ  $d = 4 \times 10^6$

เราสามารถคำนวณขนาดของขนาดความต้านทานต่างๆ ได้ดังต่อไปนี้

$$R_1 = \frac{1}{a} = 0.1391 \times 10^{-3} \Omega, \quad R_2 = R_3 = \frac{1}{\sqrt{b}} = 0.2284 \times 10^{-3} \Omega$$

$$R_4 = \frac{1}{K(a-c)} = 0.02079 \times 10^{-3} \Omega, \quad R_5 = \frac{\sqrt{b}}{Kd} = 0.0725 \times 10^{-3} \Omega$$

$$R_6 = \frac{1}{K\sqrt{b}} = 0.01513 \times 10^{-3} \Omega \quad \text{และ} \quad R_7 = R_8 = \frac{1}{\sqrt{b}} = 0.2284 \times 10^{-3} \Omega$$

ทั้งนี้ เมื่อ  $C_1 = C_2 = 1$  และหากเราทำการปรับสัดส่วนขนาดขององค์ประกอบ (impedance scaling) ด้วยค่า  $10^8$  เราจะได้องค์ประกอบที่มีขนาดสมจริง ดังต่อไปนี้

$$C_1 = C_2 = 0.01 \mu F, \quad R_1 = 13.91 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = R_3 = R_7 = R_8 = 22.84 \text{ k}\Omega, \quad R_6 = 1.51 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = 2.079 \text{ k}\Omega \quad \text{และ} \quad R_5 = 7.25 \text{ k}\Omega$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

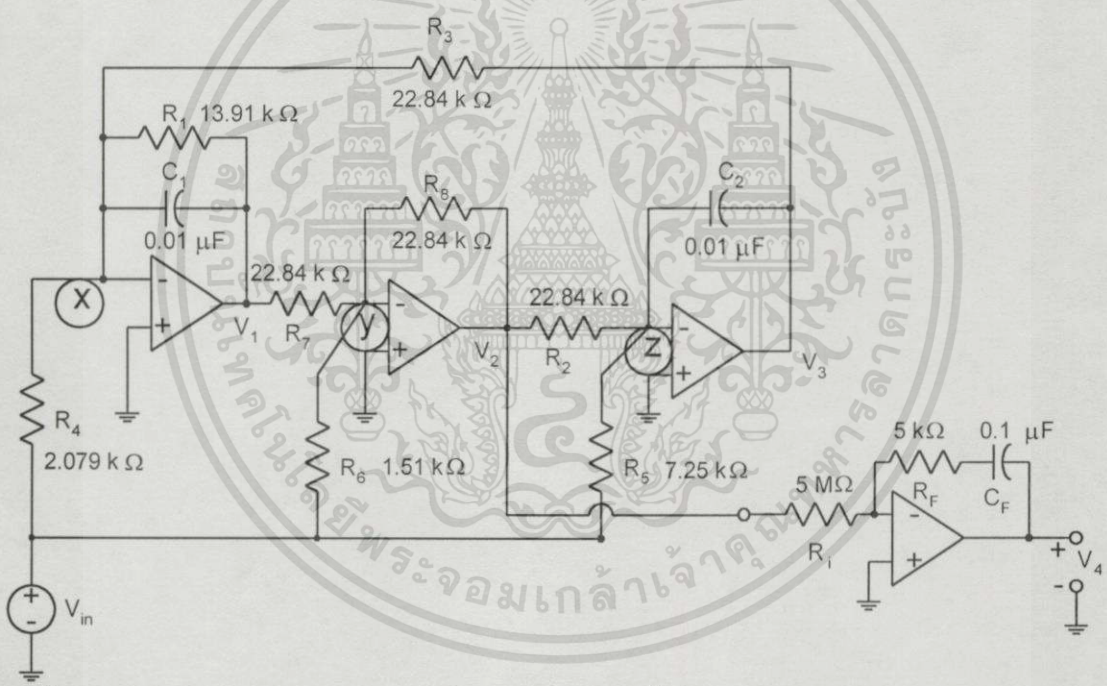
เราจะทำการสร้างฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับหนึ่ง  $G_{FF}^2(s)$  ใช้วงจรพีไอ

$$G_{FF}^2(s) = 10^{-3} \frac{(s + 2000)}{s} \quad (\text{คูณ } 10^{-3} \text{ เพื่อลดทอนขนาดสัญญาณ})$$

จะเห็นว่าค่า  $\gamma = 2000$  ขณะที่  $K = 10^{-3}$  ดังนั้น เมื่อ  $C_1 = 1F$  จะได้  $R_F = 1/\gamma = 0.0005 \Omega$  และ  $R_i = 1/K\gamma = 0.5 \Omega$  เมื่อทำการปรับสัดส่วนขนาดขององค์ประกอบด้วยค่า  $10^7$  เราจะได้ องค์ประกอบต่างๆ ดังนี้

$$C_1 = 0.1\mu F, \quad R_F = 5 k\Omega, \quad R_i = 5 M\Omega$$

เราจะได้อุปกรณ์ของตัวขดเชย ดังรูปที่ 5.3



รูปที่ 5.3 วงจรไบควอดคอร์ดร่วมกับวงจรพีไอ ที่สังเคราะห์ขึ้น เป็นการสร้างตัวขดเชย  $G_{FF}(s)$

ในอันดับที่สอง เราจะทำการสร้าง  $G_{FB}(s)$  ตามสมการ (4.26) มีรายละเอียดดังนี้

$$G_{FB}(s) = \frac{16.84 \times 10^3 s^3 + 69.67 \times 10^5 s^2 + 14.98 \times 10^8 s + 12.07 \times 10^{10}}{s^3 + 7.18 \times 10^3 s^2 + 19.16 \times 10^6 s}$$

$$= 10^{-3} \times 16.83 \times 10^3 \frac{(s^2 + 2.714 \times 10^2 s + 5.037 \times 10^4)}{(s^2 + 7.186 \times 10^3 s + 19.160 \times 10^6)} \frac{(s + 142.36)}{s}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับสอง  $G_{FB}^1(s)$  ใช้งานจริงไปควอด และฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับหนึ่ง  $G_{FB}^2(s)$  ใช้งานจริงพีไอ

$$G_{FB}^1 = 10^{-3} \times 16.83 \times 10^3 \frac{(s^2 + 2.714 \times 10^2 s + 5.037 \times 10^4)}{(s^2 + 7.186 \times 10^3 s + 19.160 \times 10^6)} \quad (\text{คูณ } 10^{-3} \text{ เพื่อลดทอนสัญญาณ})$$

ซึ่งจะเห็นว่า  $K = 16.83$ ,  $a = 7.186 \times 10^3$ ,  $b = 19.160 \times 10^6$ ,  $c = 2.714 \times 10^2$  และ  $d = 5.037 \times 10^4$   
เราสามารถคำนวณขนาดของความต้านทานต่างๆ ได้ดังต่อไปนี้

$$R_1 = \frac{1}{a} = 0.1391 \times 10^{-3} \Omega, \quad R_2 = R_3 = \frac{1}{\sqrt{b}} = 0.2284 \times 10^{-3} \Omega$$

$$R_4 = \frac{1}{K(a-c)} = 0.008588 \times 10^{-3} \Omega, \quad R_5 = \frac{\sqrt{b}}{Kd} = 5.1611 \times 10^{-3} \Omega$$

$$R_6 = \frac{1}{K\sqrt{b}} = 0.0135 \times 10^{-3} \Omega \quad \text{และ} \quad R_7 = R_8 = \frac{1}{\sqrt{b}} = 0.2284 \times 10^{-3} \Omega$$

ทั้งนี้ เมื่อ  $C_1 = C_2 = 1$  และหากเราทำการปรับสัดส่วนขนาดขององค์ประกอบด้วยค่า  $10^8$  เราจะได้องค์ประกอบที่มีขนาดสมจริง ดังต่อไปนี้

$$C_1 = C_2 = 0.01 \mu F, \quad R_1 = 13.91 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = R_3 = R_7 = R_8 = 22.84 \text{ k}\Omega, \quad R_6 = 1.35 \text{ k}\Omega$$

$$R_4 = 858.8 \Omega \quad \text{และ} \quad R_5 = 516.11 \text{ k}\Omega$$

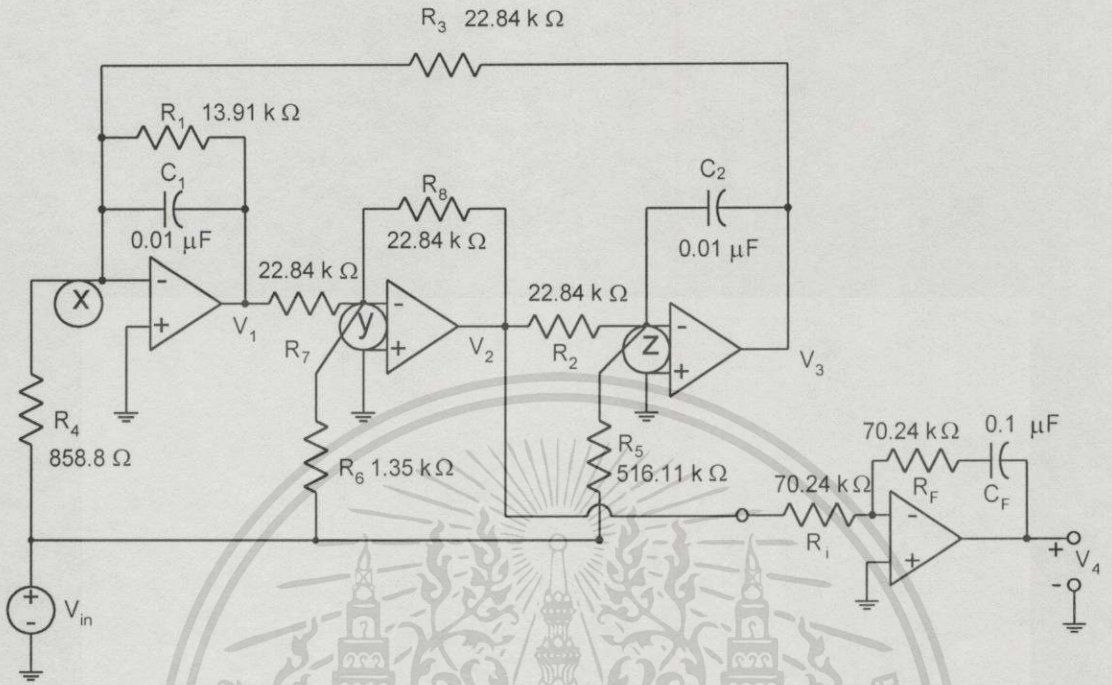
เราจะทำการสร้างฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับหนึ่ง  $G_{FB}^2(s)$  ใช้งานจริงพีไอ

$$G_{FB}^2(s) = \frac{(s + 142.36)}{s}$$

จะเห็นว่าค่า  $\gamma = 142.36$  ขณะที่  $K = 1$  ดังนั้น เมื่อ  $C_1 = 1 F$  จะได้  $R_F = 1/\gamma = 0.007024 \Omega$   
และ  $R_i = 1/K\gamma = 0.007024 \Omega$  เมื่อทำการปรับสัดส่วนขนาดขององค์ประกอบด้วยค่า  $10^7$  เราจะได้องค์ประกอบต่างๆ ดังนี้

$$C_1 = 0.1 \mu F, \quad R_F = 70.24 \text{ k}\Omega, \quad R_i = 70.24 \text{ k}\Omega$$

เราจะได้อำนาจของตัวชดเชยดังรูปที่ 5.4



รูปที่ 5.4 วงจรไบควอดต่อกับวงจรพีไอ ที่สังเคราะห์ขึ้น เป็นการสร้างตัวชดเชย  $G_{FB}(s)$

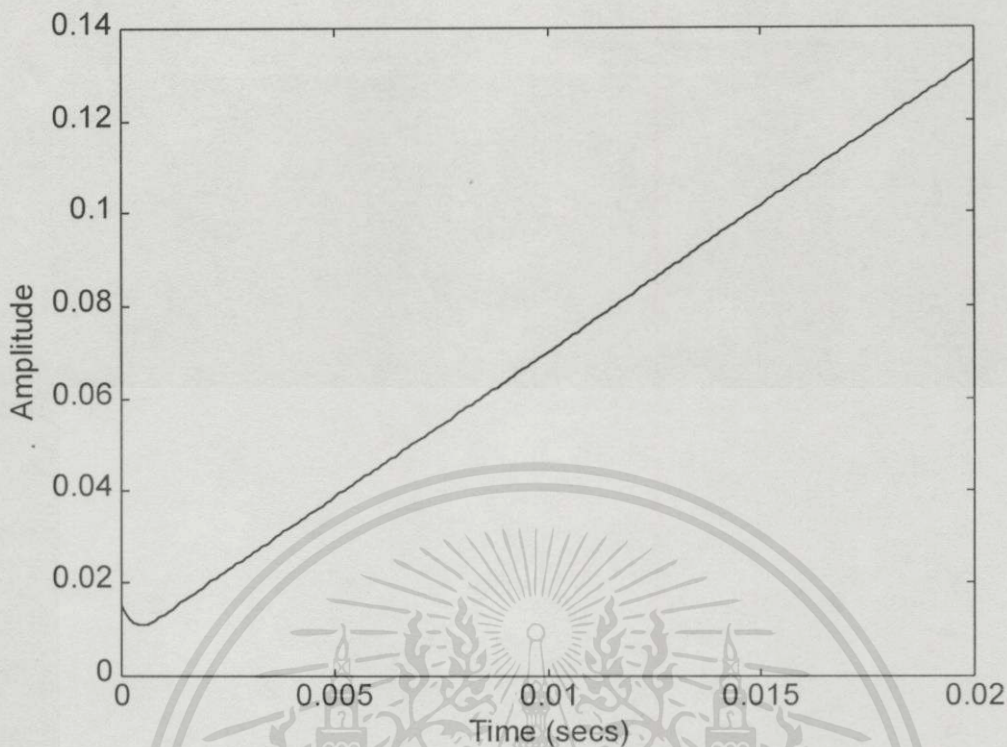
5.4 ผลการจำลองตัวชดเชยด้วยคอมพิวเตอร์

การจำลองตัวชดเชยอินพุต  $G_{FF}(s)$  ตัวชดเชยป้อนกลับ  $G_{FB}(s)$  และสัญญาณควบคุม  $u(t)$  (ดูรูปที่ 4.1) ด้วยโปรแกรม MATLAB<sup>TM</sup> เพื่อศึกษาการตอบสนองต่ออินพุตแบบขั้นบันไดหนึ่งหน่วย มีผลการจำลองดังแสดงในรูปที่ 5.5 5.6 และ 5.7 ตามลำดับ

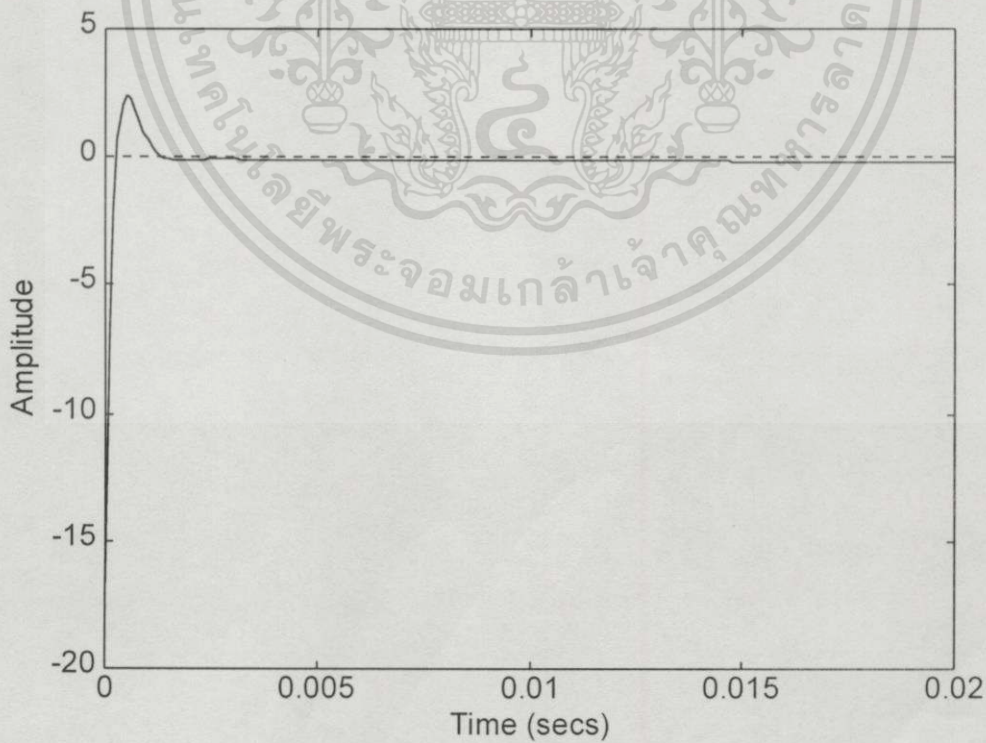
รูปที่ 5.5 ในช่วงเวลา 0-0.7ms เป็นรูปคลื่นของสัญญาณที่ได้จากวงจรไบควอด (Biquad) มีลักษณะคล้ายสโปลาลง และในช่วงเวลา 0.7-20 ms เป็นสัญญาณพีไอ (PI) มีลักษณะคล้ายสโปลขาขึ้น

รูปที่ 5.6 ในช่วงเวลา 0-1.2 ms เป็นรูปคลื่นของสัญญาณที่ได้จากวงจรไบควอด (Biquad) มีลักษณะคล้ายค่าพุ่งเกิน และในช่วงเวลา 1.2-20 ms เป็นการเริ่มต้นของสัญญาณพีไอ (PI)

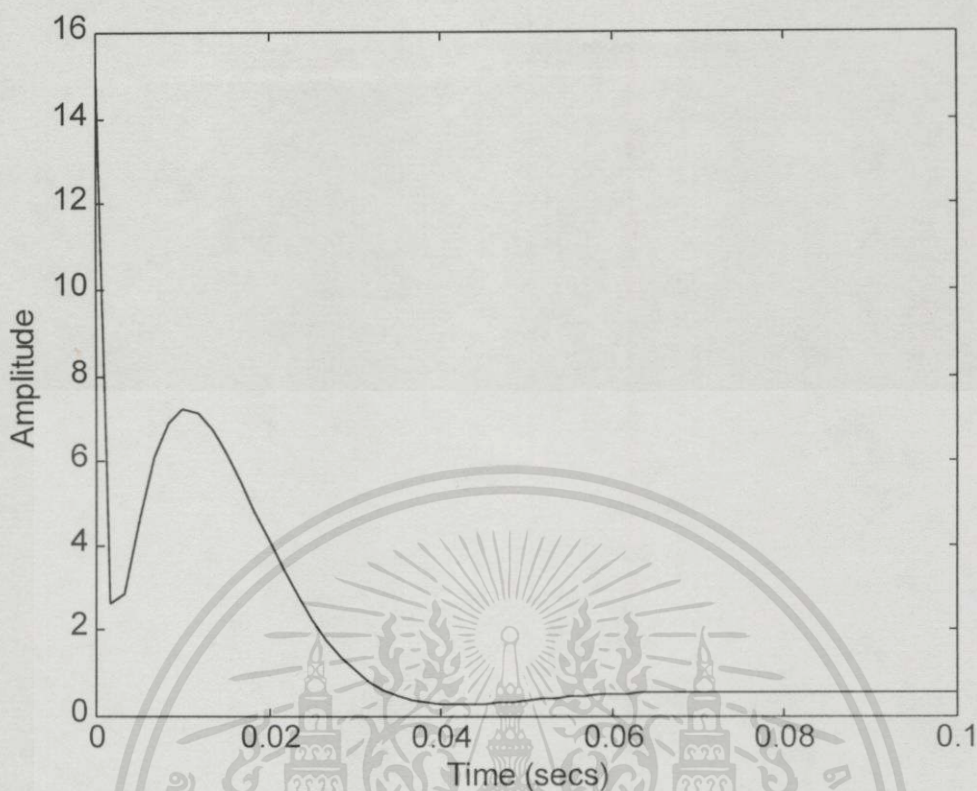
รูปที่ 5.7 เป็นรูปคลื่นของสัญญาณควบคุม  $u(t)$  กรณีที่  $G_{FF}(s)$  มีอินพุตเป็นสัญญาณแบบขั้นบันไดหนึ่งหน่วย และ  $G_{FB}(s)$  มีอินพุตเป็นสัญญาณป้อนกลับจากพลาเน็ต ในช่วงเวลา 0-2 ms มีลักษณะเป็นยอดแหลมขนาด 15 v และในช่วง 2-40 ms มีลักษณะเป็นเส้นโค้งคล้ายพาราโบลาคว่ำ ซึ่งลักษณะดังกล่าว สามารถที่จะกำจัดรีโซแนนซ์การบิดได้ และยังผลให้อาการตอบสนองของระบบมีเวลาไต่ระดับเร็วขึ้น มีค่าพุ่งเกินเล็กน้อย และมีความราบเรียบ



รูปที่ 5.5 สัญญาณการชดเชยแรงดันของตัวชดเชยอินพุต  $G_{FF}(s)$



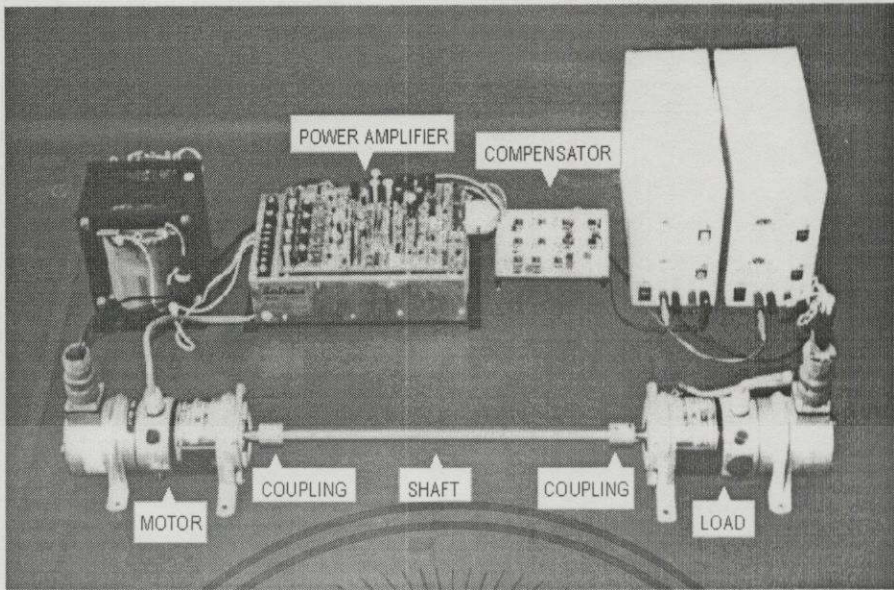
รูปที่ 5.6 สัญญาณการชดเชยแรงดันของตัวชดเชยป้อนกลับ  $G_{FB}(s)$



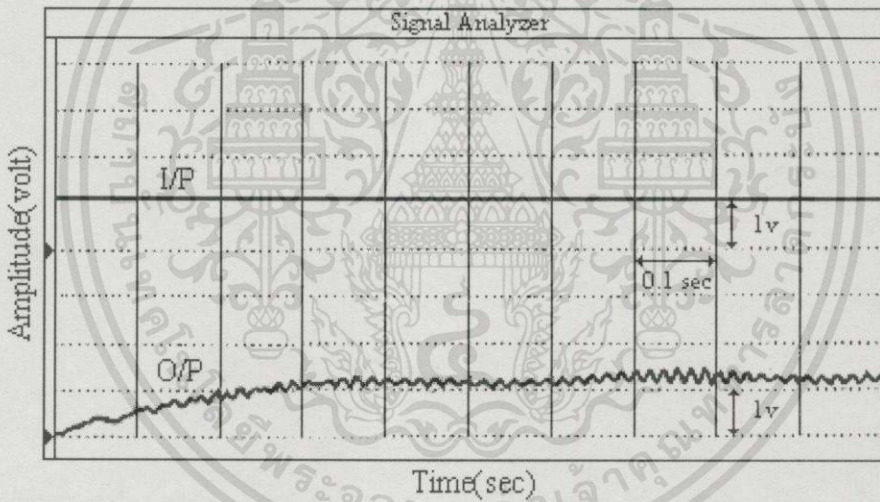
รูปที่ 5.7 รูปคลื่นของสัญญาณควบคุม  $u(t)$

## 5.5 ผลการทดลอง

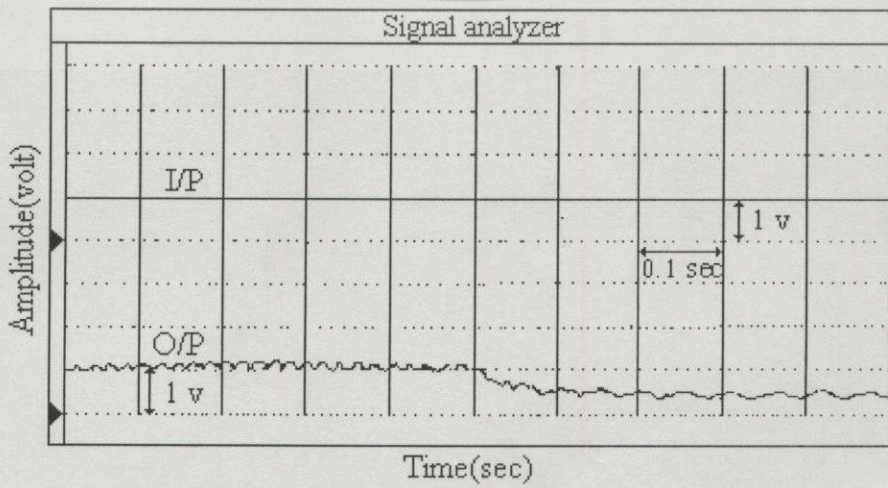
ผลการทดลองระบบ 2 มวลเมื่อนำตัวชดเชยอินพุต  $G_{FF}(s)$  และตัวชดเชยป้อนกลับ  $G_{FB}(s)$  ตามรูปที่ 5.3 และ 5.4 ตามลำดับ เชื่อมต่อเข้ากับระบบ 2 มวลดังแสดงในรูปที่ 5.8 สามารถแบ่งเป็น 2 ลักษณะด้วยกัน กล่าวคือในลักษณะแรกจะเป็นการทดลองเชิงติดตามอินพุต ลักษณะที่สองจะเป็นการทดลองเชิงลดตัวกำจัดสัญญาณรบกวนภายนอก การทดลองจะให้การพิจารณาผลตอบสนองในโดเมนเวลาเป็นหลัก โดยขั้นตอนการทดลองจะกระตุ้นระบบด้วยอินพุตแบบขั้นบันได 1 V ดังแสดงผลการทดลองระบบ 2 มวล ก่อนมีการชดเชยไว้ในรูปที่ 5.9 และ 5.10 จะเห็นได้ว่าผลตอบสนองของระบบช้าและเกิดการแกว่ง(รีโซแนนซ์)ที่คาบเวลาประมาณ 15.74 ms ซึ่งเป็นสาเหตุมาจากความถี่รีโซแนนซ์เชิงกลที่ 63.5 Hz และเมื่อมีสัญญาณรบกวนภายนอกเป็นโพลทอร์ค 100% แบบขั้นบันได(step load torque) ระบบไม่สามารถกำจัดสัญญาณรบกวนภายนอกได้ ส่วนผลการทดลองหลังมีการชดเชยแสดงไว้ในรูปที่ 5.11 และ 5.12



รูปที่ 5.8 แสดงระบบ 2 มวลที่จัดสร้างขึ้นและส่วนประกอบต่างๆที่ใช้ในการทดลอง



รูปที่ 5.9 ผลการทดลองที่เกิดรีโซแนนซ์ในระบบ 2 มวล



รูปที่ 5.10 ผลการทดลองเมื่อมีสัญญาณรบกวนภายนอกเข้ามาในระบบ 2 มวล

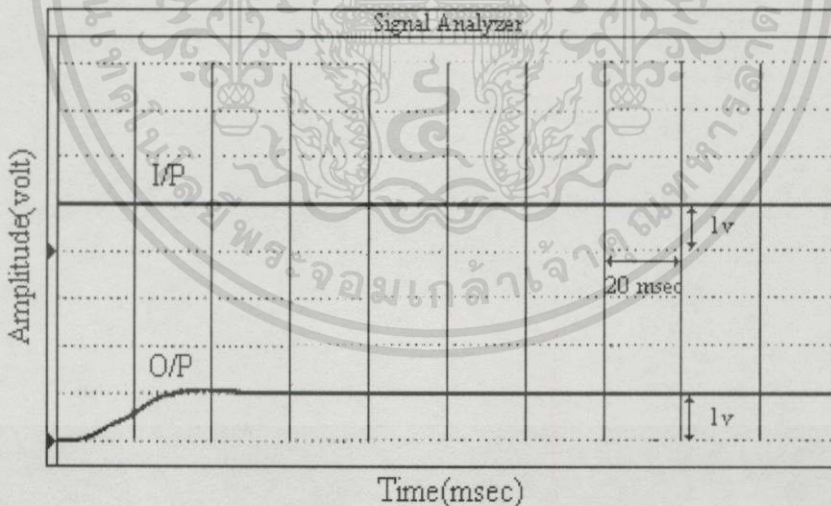
### 5.5.1 ผลการทดลองเชิงติดตามอินพุต

เมื่อนำตัวชดเชยอินพุต และตัวชดเชยป้อนกลับ เชื่อมต่อเข้ากับระบบ 2 มวล เพื่อชดเชยการตอบสนอง โดยการทดสอบผลตอบสนองชั่วคราวและผลตอบสนองสภาวะอยู่ตัว เมื่ออินพุตเป็นสัญญาณแบบขั้นบันไดขนาด 1 V และเอาต์พุตของระบบจะพิจารณาจากสัญญาณความเร็วของโพลด์ที่วัดได้(จากทาโคเซนเนอเรเตอร์) ดังแสดงในรูปที่ 5.11 จะเห็นว่าระบบตอบสนองเร็วและรีโซแนนซ์ถูกกำจัดให้หายไปด้วยตัวชดเชยที่นำเสนอ ผลตอบสนองมีเปอร์เซ็นต์ค่าพุงเกินประมาณ 4% ค่าเวลาไต่ระดับประมาณ 30 msec ค่าเวลาอยู่ตัว ประมาณ 50 msec

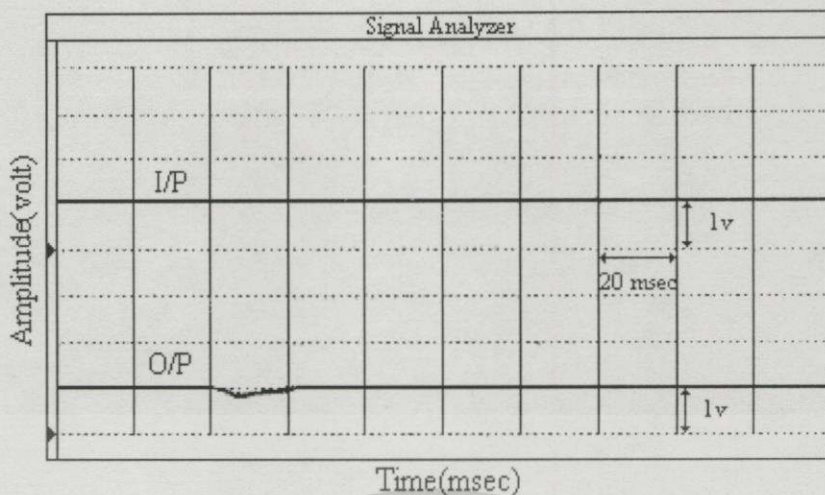
### 5.5.2 ผลการทดลองเชิงคุมค่า/การกำจัดสัญญาณรบกวนภายนอก

ผลการทดสอบเมื่อสัญญาณรบกวนภายนอก P(s) เป็นโพลด์ทอร์ค 100% แบบขั้นบันได (step load torque) ดังแสดงในรูปที่ 5.12 จะเห็นได้ว่าระบบสามารถเข้าสู่สภาวะอยู่ตัวได้อย่างรวดเร็วในเวลา 20 msec และให้ค่าระดับการตอบสนองสภาวะอยู่ตัวเท่ากับ 1 V

ผลการทดลองหลังการชดเชยถูกจำกัดด้วยความอิ่มตัวแบบไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear saturation) ของวงจรถยายกำลังในชุดขับและวงจรถอปแอมป์ของตัวชดเชย จึงดำเนินการทดลองที่อินพุตและเอาต์พุตเท่ากับ 1V



รูปที่ 5.11 ผลการทดลองเชิงติดตามอินพุต (1V = 143 rpm)



รูปที่ 5.12 ผลการทดลองเชิงคัมค่า ( $1V = 143 \text{ rpm}$ )

## 5.6 สรุป

จากผลการทดลองเชิงคัมค่าตามอินพุตและเชิงคัมค่าที่ผ่านมา รีโซแนนซ์การบิดในระบบ 2 มวลได้รับการแก้ไขด้วยการใช้ตัวชดเชยอินพุต และตัวชดเชยป้อนกลับที่สังเคราะห์ขึ้นเป็นวงจรถอดรูปแบบไบควอดต่อร่วมกับวงจรพีไอ ผลการทดลองสามารถยืนยันได้ว่าตัวชดเชยที่นำเสนอสามารถควบคุมให้ระบบมีสมรรถนะดี นั่นคือให้ผลตอบสนองในสภาวะชั่วคราวอย่างรวดเร็วสามารถกำจัดการแกว่ง (รีโซแนนซ์) ของผลตอบสนอง และกำจัดสัญญาณรบกวนภายนอกได้อย่างรวดเร็ว โดยไม่มีค่าผิดพลาดในสภาวะอยู่ตัว การทดลองทั้ง 2 ลักษณะจำกัดไว้ที่ความเร็วรอบ 143 rpm เนื่องจากถูกจำกัดด้วยความอืดแบบไม่เป็นเชิงเส้นของวงจรถายกำลังสำหรับขับเคลื่อนมอเตอร์ งานวิทยานิพนธ์นี้พิจารณาเฉพาะงานการทำงานที่เป็นเชิงเส้นเท่านั้น อย่างไรก็ตาม การขยายขอบเขตการพิจารณาการทำงานที่ไม่เป็นเชิงเส้นของระบบ นับว่าเป็นสิ่งที่น่าสนใจควรแก่การดำเนินงานต่อไปในอนาคต

## การตรวจสอบความคงทนของเสถียรภาพ

### 6.1 บทนำ

คุณสมบัติของความคงทนเน้นการออกแบบระบบที่มีความไม่แน่นอน ให้มีส่วนเผื่อ (margin) ของเสถียรภาพที่ดี การลดทอนสัญญาณรบกวนภายนอกได้ดี และมีความไวต่ำต่อการผันแปรของพารามิเตอร์ ซึ่งความคงทนสามารถปรับปรุงได้โดยใช้การป้อนกลับ เสถียรภาพของระบบควบคุมป้อนกลับไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาเชิงเส้นเป็นปัญหาที่น่าสนใจในทฤษฎีการควบคุมแบบคงทนที่เกี่ยวกับความไม่แน่นอนของพลานต์ (plant uncertainty) เมื่อระบบควบคุมดังกล่าวปฏิบัติการภายใต้ความไม่แน่นอน สิ่งสำคัญต้องกำหนดให้ระบบมีเสถียรภาพและสมรรถนะคงทน เสถียรภาพคงทนเป็นความสามารถของระบบที่มีเสถียรภาพคงอยู่ในขอบเขตจำกัด แม้ว่าแบบจำลองที่ใช้ในการออกแบบมีความแตกต่างจากแบบจำลองพลานต์หรือระบบจริงมาก[31] ส่วนความคงทนของสมรรถนะเป็นความสามารถของระบบที่รักษาสมรรถนะที่ดีไว้ได้ ดังเช่นความแม่นยำแบบติดตามอินพุท ซึ่งมีความคลาดเคลื่อนในแบบจำลองเมื่อออกแบบตัวควบคุม[31] เสถียรภาพคงทนของระบบควบคุมมีรูปแบบของความไม่แน่นอนในพารามิเตอร์จริงซึ่งเหมือนกับกรรบวนแบบไม่มีโครงสร้าง (unstructured perturbation) ของระบบควบคุม  $H_\infty$  และระบบควบคุมป้อนกลับซึ่งในบทนี้เราจะกำหนดขอบเสถียรภาพของระบบป้อนกลับในขอบเขตไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear bound) โดยใช้วิธีเซกเมนต์ CB[34] เพื่อความเหมาะสมในการตรวจสอบเสถียรภาพคงทนของระบบป้อนกลับที่กำหนดให้ตัวชดเชยคงที่ และพลานต์มีความไม่แน่นอน

### 6.2 เสถียรภาพของระบบและทฤษฎีบทของคาร์โทนอนฟ[34]

เสถียรภาพของระบบควบคุมป้อนกลับชนิดเวลาต่อเนื่องไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลาเชิงเส้นพิจารณาได้จากการผันแปรค่าสัมประสิทธิ์  $\delta_i(s)$  ของพหุนามคุณลักษณะ

$$\delta(s) = \delta_0 + \delta_1 s + \delta_2 s^2 + \dots + \delta_n s^n \quad (\delta_i(s); i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (6.1)$$

โดยที่  $\delta_i(s)$  เป็นการกำหนดคุณสมบัติของเสถียรภาพเชิงเส้นกำกับ (asymptotic stability)

$\delta(s)$  มีรากทั้งหมดอยู่ในฝั่งซ้ายของระนาบ  $s$  เรียกว่าต้องมีคุณสมบัติเป็นเฮอรัวิทซ์ เมื่อระบบควบคุมทำงานภายใต้ความไม่แน่นอนขนาดใหญ่ พหุนามคุณลักษณะจึงมีความสำคัญในการกำหนดเสถียรภาพ นั่นคือความคงทน แม้ว่าจะมีการรบกวนต่างๆ ทฤษฎีบทของคาร์โทนอนฟจึงถูกนำมาใช้กับตระกูลของพหุนามคุณลักษณะ โดยการกำหนดส่วนเพื่อเสถียรภาพหรือพหุนามแบบช่วง

พิจารณาเวกเตอร์สัมประสิทธิ์  $\delta = [\delta_0, \delta_1 \dots \delta_n]$  ซึ่งใช้พิสูจน์ทฤษฎีบทของคาร์โทนอฟ

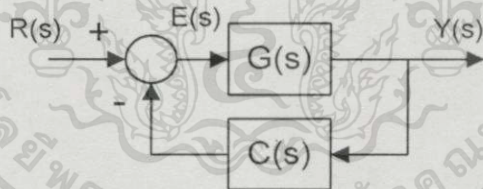
$$\Delta = [x_0, y_0] \times [x_1, y_1] \times \dots \times [x_n, y_n] \quad (6.2)$$

พหุนามคาร์โทนอฟใช้ร่วมกับตระกูลของพหุนามแบบช่วง กำหนดดังนี้

$$\begin{aligned} K^1(s) &= x_0 + x_1s + y_2s^2 + y_3s^3 + \dots \\ K^2(s) &= x_0 + y_1s + y_2s^2 + x_3s^3 + \dots \\ K^3(s) &= y_0 + x_1s + x_2s^2 + y_3s^3 + \dots \\ K^4(s) &= y_0 + y_1s + x_2s^2 + x_3s^3 + \dots \end{aligned} \quad (6.3)$$

**ทฤษฎีบทที่ 1** (ทฤษฎีบทของคาร์โทนอฟ [32]) ตระกูล  $\Delta$  ต้องเป็นพหุนามเซอร์วิตซ์เท่านั้นก็ต่อเมื่อ  $K^1(s), K^2(s), K^3(s)$  และ  $K^4(s)$  เป็นเซอร์วิตซ์

ทฤษฎีนี้เป็นกุญแจที่จะนำไปสู่การพัฒนาทฤษฎีเซกเมนต์ CB อย่างไรก็ดีตามทฤษฎีบทของคาร์โทนอฟเองมีข้อจำกัดในการประยุกต์ในระบบควบคุมป้อนกลับ ซึ่งสามารถอธิบายได้ดังนี้ พิจารณาระบบควบคุมป้อนกลับ ดังรูปที่ 6.1



รูปที่ 6.1 ระบบป้อนกลับ

$$C(s) := \frac{M(s)}{A(s)} \quad G(s) := \frac{N(s)}{D(s)} \quad (6.4)$$

พหุนามคุณลักษณะของระบบป้อนกลับในรูปที่ 6.1 ได้แก่

$$\delta(s) = M(s)N(s) + A(s)D(s) \quad (6.5)$$

ในสมการ(6.5)  $M(s), A(s)$  เป็นตัวเศษเซกเมนต์(พหุนาม)คงที่และ  $N(s), D(s)$  เป็นพหุนาม(พหุนาม)ที่มีความไม่แน่นอน ทฤษฎีบทของคาร์โทนอฟไม่สามารถปฏิบัติในเงื่อนไขนี้เพราะว่าสัมประสิทธิ์

ของ  $\delta(s)$  ถูกปรับกวนอย่างเป็นอิสระ(perturb independently) นั่นคือพหุนาม  $N(s), D(s)$  ถูกปรับกวนการค่าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แต่พหุนาม  $M(s), A(s)$  ไม่มีการรบกวน ซาเพลสและปาททาชรียา[33,34] พิจารณาประเด็นนี้ โดยการพัฒนาให้ทฤษฎีบทของคาร์โทนอฟสามารถใช้ตรวจสอบเสถียรภาพของระบบป้อนกลับได้ เกิดเป็นวิธีเชกเมนต์ CB ที่อาศัยตระกูลของพหุนามพลานต์แบบช่วง(interval plant) ในการตรวจสอบเสถียรภาพ

**6.3 เสถียรภาพคงทนของพลานต์เป็นช่วง (robust stability of interval plant)[33,34]**

**6.3.1 วิธีเชกเมนต์ CB**

พิจารณากรณีพิเศษในสมการ (6.5)  $C(s)$  จะสมมุติให้มีค่าคงที่ และ  $G(s)$  สมมุติให้มีชุดของความไม่แน่นอน ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
 N(s) &:= n_p s^p + n_{p-1} s^{p-1} + \dots + n_1 s + n_0 \\
 D(s) &:= d_q s^q + d_{q-1} s^{q-1} + \dots + d_1 s + d_0
 \end{aligned}
 \tag{6.6}$$

โดยมีสัมประสิทธิ์เป็นช่วงที่กำหนด ดังนี้

$$\begin{aligned}
 n_i &\in [n_i^-, n_i^+], i \in \{0, 1, \dots, p\} := p \\
 d_i &\in [d_i^-, d_i^+], i \in \{0, 1, \dots, q\} := q
 \end{aligned}
 \tag{6.7}$$

จะได้ชุดพหุนามเป็นช่วง คือ

$$\begin{aligned}
 \mathcal{N}(s) &:= \left\{ N(s) : n_i \in [n_i^-, n_i^+], i \in p \right\} \\
 \mathcal{D}(s) &:= \left\{ D(s) : d_i \in [d_i^-, d_i^+], i \in q \right\}
 \end{aligned}
 \tag{6.8}$$

และชุดของฟังก์ชันถ่ายโอนเป็นช่วง(หรือพลานต์เป็นช่วง) คือ

$$\mathbf{G}(s) = \left\{ \frac{N(s)}{D(s)} : (N(s), D(s) \in \mathcal{N}(s) \times \mathcal{D}(s)) \right\}
 \tag{6.9}$$

พหุนามจุดยอด(vertex)คาร์โทนอฟ 4 ชุดร่วมกับ  $\mathcal{N}(s)$  คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
K_n^1(s) &:= n_0^- + n_1^- s + n_2^+ s^2 + n_3^+ s^3 + n_4^- s^4 + n_5^- s^5 + \dots \\
K_n^2(s) &:= n_0^- + n_1^+ s + n_2^+ s^2 + n_3^- s^3 + n_4^- s^4 + n_5^+ s^5 + \dots \\
K_n^3(s) &:= n_0^+ + n_1^- s + n_2^- s^2 + n_3^+ s^3 + n_4^+ s^4 + n_5^- s^5 + \dots \\
K_n^4(s) &:= n_0^+ + n_1^+ s + n_2^- s^2 + n_3^- s^3 + n_4^+ s^4 + n_5^+ s^5 + \dots
\end{aligned} \tag{6.10}$$

สามารถเขียนได้ ดังนี้

$$\mathcal{K}_{\mathcal{N}}(s) := \{K_n^1(s), K_n^2(s), K_n^3(s), K_n^4(s)\} \tag{6.11}$$

ในทำนองเดียวกันพหุนามคาร์อิโทนอฟ 4 ชุดร่วมกับ  $\mathcal{D}(s)$  คือ  $K_d^i(s)$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$  สามารถเขียนได้ ดังนี้

$$\mathcal{K}_{\mathcal{D}}(s) := \{K_d^1(s), K_d^2(s), K_d^3(s), K_d^4(s)\} \tag{6.12}$$

พหุนามเซกเมนต์คาร์อิโทนอฟ 4 ชุดร่วมกับ  $\mathcal{N}(s)$  กำหนดให้ ดังนี้

$$S_{\mathcal{N}}(s) := \left[ \lambda K_n^i(s) + (1 - \lambda) K_n^j(s) : \lambda \in [0, 1], (i, j) \in \{(1, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 4)\} \right] \tag{6.13}$$

และ 4 พหุนามเซกเมนต์คาร์อิโทนอฟร่วมกับ  $\mathcal{D}(s)$  กำหนดให้ ดังนี้

$$S_{\mathcal{D}}(s) := \left[ \mu K_d^i(s) + (1 - \mu) K_d^j(s) : \mu \in [0, 1], (i, j) \in \{(1, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 4)\} \right] \tag{6.14}$$

ตระกูลของเซกเมนต์ทั้งหมด ถูกกำหนดโดยซาเพลเลตและปาททาชารียา[33] ดังนี้

$$\begin{aligned}
(\mathcal{N}(s) \times \mathcal{D}(s))_{CB} &= \{N(s), D(s) : N(s) \in \mathcal{K}_{\mathcal{N}}(s), D(s) \in S_{\mathcal{D}}(s) \\
&\text{or } N(s) \in S_{\mathcal{N}}(s), D(s) \in \mathcal{K}_{\mathcal{D}}(s)\}
\end{aligned} \tag{6.15}$$

เซตย่อย CB ของตระกูลของพลาเน็ตเป็นช่วง  $G(s)$  ถูกนิยามตามปกติดังนี้

$$G_{CB}(s) := \left\{ \frac{N(s)}{D(s)} : (N(s), D(s)) \in (\mathcal{N}(s) \times \mathcal{D}(s))_{CB} \right\} \tag{6.16}$$

**ทฤษฎีบทที่ 2** (ทฤษฎีบท CB) ระบบป้อนกลับดังรูปที่ 6.1 เสถียร สำหรับทุก  $G(s) \in G(s)$  ก็ต่อเมื่อ

เอกลักษณ์สำหรับทุก  $G(s) \in G_{CB}(s)$  งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 6.3.2 การตรวจสอบเสถียรภาพพวงทวนในระบบ 2 มวลโดยใช้วิธีเซกเมนต์ CB

พิจารณาพลาตันต์อินพุตเดียว เอาต์พุตเดียว ในรูปที่ 6.1

$$\text{พลาตันต์ที่ระบุ} \quad G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{13.25 \times 10^5}{s^3 + 13.38s^2 + 16.297 \times 10^4 s + 73.117 \times 10^4} \quad (6.17)$$

$$\text{พลาตันต์เป็นช่วง} \quad G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{I_1}{s^3 + I_2 s^2 + I_3 s + I_4} \quad (6.18)$$

$$\begin{aligned} I_1 &\in [92.758 \times 10^4, 17.226 \times 10^5] \\ I_2 &\in [9.366, 17.394] \\ I_3 &\in [11.408 \times 10^4, 21.186 \times 10^4] \\ I_4 &\in [51.182 \times 10^4, 95.062 \times 10^4] \end{aligned} \quad \pm 30\% \quad (6.19)$$

ตัวชดเชย

$$C(s) = \frac{M(s)}{A(s)} = \frac{16.83 \times 10^3 s^3 + 69.66 \times 10^5 s^2 + 14.98 \times 10^8 s + 12.07 \times 10^{10}}{s^3 + 7.18 \times 10^3 s^2 + 19.16 \times 10^6 s} \quad (6.20)$$

ทฤษฎีบทที่ 1 (ทฤษฎีบทของคาร์โรโทนอฟ)

เรารู้ว่าตัวชดเชย  $C(s)$  ทำให้พลาตันต์ที่ระบุมีเสถียรภาพและให้ผลพหุนามคุณลักษณะวงรอบปิดที่ระบุเป็น

$$\begin{aligned} \delta(s) &= M(s)N(s) + A(s)D(s) \\ &= s^6 + 7.25^5 + 19.42 \times 10^6 s^4 + 23.74 \times 10^9 s^3 + 12.36 \times 10^{12} s^2 + 2 \times 10^{15} s + 16 \times 10^{16} \end{aligned} \quad (6.21)$$

เราต้องกำหนด  $C(s)$  เพื่อให้ตระกูลของพลาตันต์ที่ถูกรบกวน (family of perturbed plants) มีเสถียรภาพสำหรับพลาตันต์ที่ถูกรบกวนมีพหุนามลักษณะวงรอบปิดเป็น

$$\begin{aligned} \delta_i(s) &= s^6 + (7.18 \times 10^3 + I_2) s^5 + (19.16 \times 10^6 + 7.18 \times 10^3 I_2 + I_3) s^4 + (16.83 \times 10^3 I_1 + 19.16 \times 10^6 I_2 \\ &\quad + 7.18 \times 10^3 I_3 + I_4) s^3 + (69.66 \times 10^5 I_1 + 19.16 \times 10^6 I_3 + 7.18 \times 10^3 I_4) s^2 + (14.98 \times 10^8 I_1 \\ &\quad + 19.16 \times 10^6 I_4) s + 12.07 \times 10^{10} I_1 \end{aligned} \quad (6.22)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตรวจสอบค่าของดีเทอร์มิแนนต์เฮอริวิทซ์ของ  $\delta_1(s)$

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & 0 \\ 0 & 0 & a_1 & a_3 & a_5 & 0 \\ 0 & 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 \end{vmatrix}$$

ตัวแปร  $a_0 - a_6$  ในเมตริกซ์ มีค่าดังนี้

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = 7.186 \times 10^3 + I_2^3$$

$$a_2 = 19.161 \times 10^6 + 19.161 \times 10^6 + I_3^6$$

$$a_3 = 16.837 \times 10^3 I_1^3 + 19.161 \times 10^6 I_2^6 + 7.186 \times 10^3 I_3^3 + I_4^3$$

$$a_4 = 69.669 \times 10^5 I_1^5 + 19.161 \times 10^6 I_3^6 + 7.186 \times 10^3 I_4^3$$

$$a_5 = 14.987 \times 10^8 I_1^8 + 19.161 \times 10^6 I_4^6$$

$$a_6 = 12.074 \times 10^{10} I_1^{10}$$

ตัวอย่าง การคำนวณค่าดีเทอร์มิแนนต์เฮอริวิทซ์  $H_3$  คือ

$$H_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = [1.598 \times 10^{21}, 2.567 \times 10^{21}] > 0$$

และแสดงค่าดีเทอร์มิแนนต์เฮอริวิทซ์  $H_1 - H_6$  ดังนี้

$$H_1 \in [7.195 \times 10^3, 7.203 \times 10^3]$$

$$H_2 \in [1.225 \times 10^{11}, 1.096 \times 10^{11}]$$

$$H_3 \in [1.598 \times 10^{21}, 2.567 \times 10^{21}]$$

$$H_4 \in [1.069 \times 10^{34}, 3.614 \times 10^{34}]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับ  $H_4$  คือ  $[1.069 \times 10^{34}, 3.614 \times 10^{34}]$  กรุณาให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_5 \in \left[ 1.213 \times 10^{49}, 7.791 \times 10^{49} \right]$$

$$H_6 \in \left[ 1.359 \times 10^{66}, 1.620 \times 10^{69} \right]$$

พิจารณาค่าดีเทอร์มิแนนท์เฮอรัลด์ของ  $\delta(s)$  และ  $\delta_i(s)$  เป็นบวกทั้งหมด สำหรับช่วง

$I_1, I_2, I_3, I_4$

เราสรุปว่าทฤษฎีบทของคาร์โทนอนเตรียมการสำหรับเงื่อนไขระบบวงรอบเปิดเท่านั้น ซึ่งอาจจำกัดเกินไป สำหรับปัญหาการควบคุมวงรอบปิดที่มีพลาเน็ตแบบช่วง และตัวชดเชยคงที่ การตรวจสอบเสถียรภาพอาจใช้วิธีเชกเมนต์ CB เพื่อตรวจสอบระบบป้อนกลับดังรูปที่ 6.1

พหุนามคาร์โทนอน 2 ชุดร่วมกับ  $\mathcal{N}(s)$  คือ

$$K_n^1(s) = K_n^2(s) = 92.758 * 10^4$$

$$K_n^3(s) = K_n^4(s) = 17.266 * 10^5$$
(6.23)

และพหุนามคาร์โทนอน 4 ชุดร่วมกับ  $\mathcal{D}(s)$  คือ

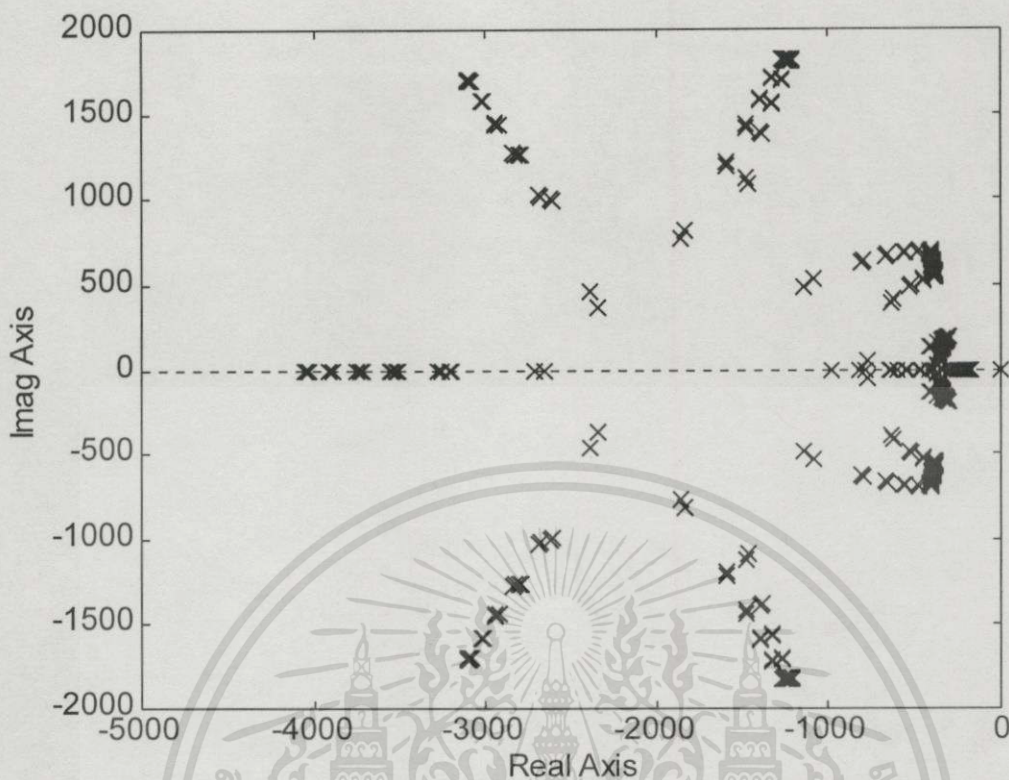
$$K_d^1(s) = s^3 + 17.394s^2 + 11.408 \times 10^4 s + 51.182 \times 10^4$$

$$K_d^2(s) = s^3 + 17.394s^2 + 21.186 \times 10^4 s + 51.182 \times 10^4$$

$$K_d^3(s) = s^3 + 9.366s^2 + 11.408 \times 10^4 s + 95.052 \times 10^4$$

$$K_d^4(s) = s^3 + 9.366s^2 + 21.186 \times 10^4 s + 95.052 \times 10^4$$
(6.24)

ในลำดับต่อไปตรวจสอบว่าตัวชดเชยที่กำหนด  $C(s)$  ทำให้ตระกูลของพลาเน็ตเป็นช่วงทั้งหมด (family of interval plants) มีเสถียรภาพ เราต้องตรวจสอบว่าตัวชดเชยทำให้ 12 พลาเน็ตเชกเมนต์มีเสถียรภาพ การตรวจสอบเพื่อหาฟังก์ชันถ่ายโอนเชกเมนต์ CB คือ  $G_{CB}(s)$  ให้ผลเป็นชุดฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบเปิด  $G_{CB}^1(s)$  และ  $G_{CB}^2(s)$  จากนั้นคำนวณหาชุดฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบปิดของ  $G_{CB}^1(s)$  และ  $G_{CB}^2(s)$  เราแทน  $\lambda = 0$  ถึง 1 เพิ่มขึ้นละ 0.1 จะได้โพลของชุดพหุนามคุณลักษณะวงรอบปิด ดังแสดงในรูปที่ 6.2 (ชุดฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบเปิดและวงรอบปิดของ  $G_{CB}^1(s)$  และ  $G_{CB}^2(s)$  รวมถึงโพลของชุดพหุนามคุณลักษณะวงรอบปิดสามารถดูรายละเอียดได้จากภาคผนวก ค.) เป็นการตรวจสอบเสถียรภาพคงทนของระบบ โดยกลุ่มฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบปิดของ  $G_{CB}(s)$  ยังคงให้โพลอยู่ฝั่งซ้ายของระนาบ  $s$  ทั้งหมด นั่นหมายถึงเสถียรภาพของระบบมีความคงทนนั่นเอง



รูปที่ 6.2 โพลของพหุนามคุณลักษณะวงรอบปิด

### 6.4 สรุป

ในบทที่ 6 ได้กล่าวถึงเสถียรภาพของพหุนามที่มีการพัฒนาทฤษฎีบทของคาร์โทนอนฟ[32] ใช้วิเคราะห์เสถียรภาพของพลาเน็ตหรือระบบวงรอบเปิดเป็นช่วง(interval) ทำให้การใช้ประโยชน์มีวงจำกัด ซาเพลเลตและปาททาชารียา[33,34] เสนอทฤษฎีบทเชกแมนต์ CB สำหรับตรวจสอบเสถียรภาพของระบบวงรอบปิดและได้นำมาประยุกต์ใช้ตรวจสอบระบบป้อนกลับ ทฤษฎีบทของคาร์โทนอนฟใช้ได้กับระบบพลวัตเดียวไม่สามารถใช้ได้กับระบบป้อนกลับดังรูปที่ 6.1 ที่มีตัวชดเชยที่ประกอบด้วย ในทางวิศวกรรมเราถือว่าความไม่แน่นอนเกิดขึ้นได้กับพลาเน็ตเท่านั้น เนื่องจากความคลาดเคลื่อนเป็นผลจากการหาแบบจำลองและอาจมีผลมาจากการรบกวนภายนอก ส่วนตัวชดเชยนั้นถือว่ามีแบบจำลองตายตัวจากการสังเคราะห์ อีกทั้งยังแสดงผลการตรวจสอบเสถียรภาพของพหุนามโดยใช้วิธีเชกแมนต์ CB ดังรูปที่ 6.2 แสดงตำแหน่งโพลทั้งหมดที่กำเนิดมาจากชุดฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบปิดของ  $G_{CB}(s)$  เพื่อยืนยันให้เห็นว่าระบบ 2 มวล เมื่อมีการใช้งานตัวชดเชยที่ออกแบบขึ้น ระบบมีเสถียรภาพของพหุนาม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 7

# สรุปและข้อเสนอแนะ

### 7.1 บทนำ

หลังจากผ่านขั้นตอนการจำลองระบบที่ใช้ตัวชดเชยที่นำเสนอเปรียบเทียบกับการใช้ตัวกรองนอทช์ จะเห็นได้ว่าตัวชดเชยที่นำเสนอมีผลตอบสนองดีกว่าตัวกรองนอทช์ จากผลการจำลองระบบและผลการทดลองระบบที่ใช้ตัวชดเชยที่นำเสนอ เมื่อนำผลตอบสนองเชิงติดตามอินพุตและเชิงคุ่มค่าจากการจำลองและการทดลองจริงมาเปรียบเทียบกัน จะเห็นได้ว่ามีความใกล้เคียงกันมาก จากผลการทดลองทำให้ทราบได้ว่าแบบจำลองของระบบ 2 มวลที่มีการลดอันดับและตัดซีโรแล้วมีความแม่นยำพอสมควร ต่อมาพิจารณาขีดจำกัดการใช้งานตัวชดเชยที่ออกแบบด้วยการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโร และเสนอแนะเงื่อนไขในการหาแบบจำลองของระบบ 2 มวลที่ให้ความแม่นยำ การตรวจสอบสมรรถนะคงทน และการวิเคราะห์ระบบ 2 มวล โดยการพิจารณาระบบไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear system) รวมถึงการตรวจสอบเสถียรภาพคงทน

### 7.2 สรุป

วิทยานิพนธ์นี้ได้ดำเนินการบรรลุมิติประสงค์ของการกำจัดรีโซแนนซ์การบิด และชดเชยผลตอบสนองของระบบ 2 มวล ที่ได้จัดสร้างขึ้น ด้วยตัวชดเชยที่ออกแบบด้วยการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโร และสร้างตัวชดเชยด้วยวงจรมัลติกรูปแบบไบควอด โดยมีผลการศึกษาวิจัยและพัฒนาทางวิศวกรรม ดังนี้ พิจารณาเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบที่ได้จากการจำลองโดยใช้ตัวชดเชยที่นำเสนอและตัวกรองนอทช์ จะเห็นได้ว่าตัวชดเชยที่นำเสนอมีการชดเชยระบบให้มีผลตอบสนองในสถานะชั่วคราวอย่างรวดเร็ว สามารถกำจัดรีโซแนนซ์ และกำจัดสัญญาณรบกวนภายนอกได้ดีกว่าตัวกรองนอทช์ ต่อมาพิจารณาเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบที่ได้จากการจำลองและการทดลองจริง จะเห็นได้ว่าผลตอบสนองที่ได้นั้น มีความใกล้เคียงกันมาก นั่นคือให้ผลตอบสนองในสถานะชั่วคราวอย่างรวดเร็ว สามารถกำจัดสัญญาณรบกวนได้ โดยไม่มีค่าความคลาดเคลื่อนในสถานะอยู่ตัว ซึ่งสามารถปฏิบัติการในเวลาที่ไม่แตกต่างกันมากนัก และรีโซแนนซ์ถูกกำจัดให้หายไป ด้วยตัวชดเชยที่นำเสนอ จากผลการทดลองทำให้ทราบได้ว่าแบบจำลองของระบบ 2 มวลที่ได้จากการหาแบบจำลองของระบบ โดยผ่านขั้นตอนการลดอันดับแบบจำลองและการตัดซีโรของแบบจำลองซึ่งทำให้ได้แบบจำลองที่มีความแม่นยำพอสมควร นอกจากนี้ยังแสดงการตรวจสอบเสถียรภาพคงทนของระบบ 2 มวลโดยพิจารณาในวงรอบป้อนกลับด้วยวิธีเชกเมนต์ CB ซึ่งได้ชุดของ

ฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบปิดของ  $G_{CB}(s)$  และพิจารณาชุดพหุนามคุณลักษณะวงรอบปิดของ  $G_{CB}(s)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อแบบจำลองของระบบ 2 มวลมีพารามิเตอร์เปลี่ยนแปลงจากค่าที่ระบุไม่เกินขอบเขตค่าต่ำสุดหรือค่าสูงสุด ( $\pm 30\%$ ) และ  $\lambda$  มีค่าระหว่าง 0 ถึง 1 จึงสามารถประกันเสถียรภาพคงทนของระบบได้จากการจำลองสัญญาณควบคุม  $U(s)$  ในหัวข้อ 5.3 และการทดลอง เมื่ออินพุตของระบบวงรอบปิดเป็นสัญญาณแบบขั้นบันไดมีขนาดเกิน 1 V ทำให้เกิดการอิมพัลส์แบบไม่เป็นเชิงเส้นของตัวชดเชย ดังนั้นการนำตัวชดเชยทั้งสองไปใช้งานจริงระบบที่กล่าวถึงจะมีอินพุตไม่เกิน 1 V สำหรับสัญญาณแบบขั้นบันได

### 7.3 ข้อเสนอแนะ

จากการดำเนินงานของวิทยานิพนธ์ที่ผ่านมา รวมถึงผลการทดลองที่ปรากฏ ทำให้ได้ข้อเสนอนี้ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. เนื่องจากในขั้นตอนการหาแบบจำลอง เราเลือกใช้สัญญาณสี่เหลี่ยมเป็นสัญญาณด้านเข้า สำหรับการตรวจสอบแบบจำลองในขั้นสุดท้าย ซึ่งสัญญาณดังกล่าวมีจำนวนความถี่ที่กระตุ้นระบบน้อย และถ้าเราต้องการที่จะกระตุ้นระบบให้ได้คุณลักษณะที่ความถี่รีโซแนนซ์ของระบบนั้น เราจะต้องใช้ค่าความถี่ของสัญญาณดังกล่าวที่ใกล้เคียงกับความถี่รีโซแนนซ์ของระบบ จึงจะให้ผลการหาแบบจำลองของระบบใกล้เคียงกับค่าจริงได้ ซึ่งในความเป็นจริงเราไม่สามารถทราบได้ว่าระบบมีความถี่รีโซแนนซ์เท่าไร ดังนั้นสัญญาณสี่เหลี่ยมจึงเป็นสัญญาณที่ไม่เหมาะในการกระตุ้นระบบ ผู้วิจัยจึงควรเลือกใช้สัญญาณ PRBS เป็นสัญญาณด้านเข้า โดยจะมีความถี่ที่กระตุ้นระบบเป็น 0 ถึง  $1/T_{prbs}$  ซึ่งกว้างและสามารถเลือกแถบความถี่ที่เราต้องการจะกระตุ้นระบบให้ตรงกับความถี่หลักของระบบได้ง่าย นอกจากนี้ การหาสัมประสิทธิ์ของแบบจำลองควรใช้วิธีหาพารามเมตริก (parametric) เพื่อบ่งบอกสัมประสิทธิ์ทางกลต่างๆ ที่ปรากฏในแบบจำลองอันดับ 5

2. วิธีการออกแบบตัวชดเชยกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโรแบบคงทน ควรได้รับการตรวจสอบสมรรถนะคงทน โดยกำหนดขอบเขตค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดของพารามิเตอร์แบบสุ่ม (random) ซึ่งอาจใช้วิธีค่าจริงบวกจำกัด (strictly positive-real : SPR)

3. เนื่องจากตัวชดเชยกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโรที่นำเสนอเกิดการอิมพัลส์แบบไม่เป็นเชิงเส้นซึ่งตัวชดเชยดังกล่าวได้ถูกออกแบบจากแบบจำลองของระบบ 2 มวล โดยมีองค์ประกอบหลัก คือ ตัวขับ ดีซีเซอร์โวมอเตอร์ และโหลด ยังผลในการทดสอบให้ผลตอบสนองช้า ซึ่งเป็นผลมาจากตัวขับ จึงควรมีการออกแบบและสร้างตัวขับขึ้นใหม่ อันจะเป็นประโยชน์ในย่านปฏิบัติการความเร็วรอบที่กว้างขึ้น

4. ระบบ 2 มวลดังกล่าวสามารถวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีการควบคุมแบบไม่เป็นเชิงเส้น โดยพิจารณาเป็นระบบคงที่เชิงเส้น (linear fixed system) ที่มีการรบกวนในรูปแบบของอัตราขยายป้อนกลับไม่เป็นเชิงเส้น รวมถึงการตรวจสอบเสถียรภาพคงทนแบบไม่เป็นเชิงเส้น

## เอกสารอ้างอิง

- [1] Waagen H. "Reduce Torsional Resonance in Incremental Motion Servo." Control Engineering, Vol 16, No.14, Apr. 1969. pp. 85-88.
- [2] Tal J. and Kuo B.C., Editor. "Incremental Motion Control : Torsional Resonance In High-Performance Incremental Motion Systems." S.R.L. Publishing, Vol 1, 1978. pp. 110-128.
- [3] Electro-Craft. **DC Motor, Speed Controls, Servo System**, 3rd Ed. Engineering Handbook. Electro-Craft Corporation. 1975.
- [4] Kuo B.C. **Automatic Control Systems**. Prentice-Hall, Inc. 1991.
- [5] โยชิน เปรมปราณีรัชต์ ระบบเซอร์โวและอิเล็กทรอนิกส์คอนโทรลมอเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. 2533.
- [6] Sanyo Denki Co., Ltd. "Manual of DC Servo Motor (U178T)." Sanyo Denki Co., Ltd.
- [7] Sanyo Denki Co., Ltd. "Manual of San Driver (PDT-203-30)." Sanyo Denki Co., Ltd.
- [8] Cochlin I. and Plass H. J. **Analysis and Design of Dynamic System**. 2nd Ed. Harper Collins Publishers. 1990.
- [9] Ljung L. **System Identification : Theory for the user**. Prentice-Hall, Inc. 1987.
- [10] Ogata K. **Discrete-time Control System**. Prentice - Hall, Inc. 1987.
- [11] Gessing R. "Comments on "A Modification and the Tustin approximation" with a concluding proposition." IEEE Trans. AC, vol.40, no.5, 1995, pp. 942-944.
- [12] Houpis C.H. and Lamont G.B. **Digital Control System : Theory, Hardware, Software**. 2nd Ed. McGraw-hill, Inc. 1992.
- [13] Laub A.J. "Computation of "Blancing" Transformations." Proc. JACC. Vol.1, 1980. pp.FA8-E.
- [14] Moore B.C. "Principal Component Analysis in Linear Systems : Controllability, Observability, and Model Reduction." IEEE Trans. AC, vol.26, no.1, 1981.
- [15] Loan C.V. "Computing Integrals Involving the Matrix Exponential." IEEE Trans. AC, vol.23, 1978. pp.395-404.
- [16] Mullis C.T. and Roberts R.A. "Synthesis of Minimum Round off Noise Fixed Point Digital Filters." IEEE Trans. Circ. and Sys., vol. 23, 1976. pp. 551-562.
- [17] Grace A., Laub A.J.,ittle N. and Thompson C.M. **Control System Toolbox**. Math work, Inc. Apr. 1995.

- [18] Ljung L. **System Identification Toolbox**. Math Work, Inc. May 1995.
- [19] Mulligan J.H. "The Effect of Pole and Zero Location on the Transient Response of Linear Dynamic System" Proc. IRE, Vol. 37, 1949. pp.516-529.
- [20] สรวาณี สุจิตกร "การออกแบบและสร้างระบบควบคุมด้วยการจัดตำแหน่งซีโร." ศูนย์เทคโนโลยี อิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ. NT-B-06-4D-99-012. 2541.
- [21] Chen C.T. **Analog and Digital Control Design : Transfer Function, State-Space, and Algebraic Methods**. Saunders College Publishing. 1993.
- [22] Chen C.T. and Seo B. "Application of the Linear Algebraic Method for Control System Design." IEEE Contr. Syst. Mag., Jan. 1990. pp.43-47.
- [23] Astrom K.J. "Robustness of a Design Method Based on Assignment of Pole and Zeros." IEEE Trans. on AC, Vol. AC-25, No.3, June 1980. pp.588-591.
- [24] Doyle J.C. , Francis B.A. and Tannenbaum A.R. **Feedback Control Theory**. Macmillan Publishing company. 1992.
- [25] Skogestad S., Postlethwaite P. **Multivariable Feedback Control Analysis and Design**. John Willey & sons. 1996.
- [26] Daryanani G. **Principle of Active Network Synthesis and Design**. John Wiley & Sons, Inc. 1976.
- [27] Chen W-K., Editor **Circuit and Filter Handbook : Low-Gain Active Filter**. CRC/IEEE Press, Inc. 1995. pp.2339-2371.
- [28] Chen W-K., Editor **Circuit and Filter Handbook : Multi-Amplifier Biquads**. CRC/IEEE Press, Inc. 1995. pp.2385-2409.
- [29] Chen W-K., Editor **Circuit and Filter Handbook : Higher-Order Filter**. CRC/IEEE Press, Inc. 1995. pp.2432-2459.
- [30] Ogata K. **Modern Control Engineering**. Prentice Hall, Inc. 1990.
- [31] Grimble M.J., **Robust Industrial Control : Optimal Design Approach for Polynomial Systems**. Prentice Hall, Inc. 1994.
- [32] Park P.C. and Hahn V., **Stability Theory**. Prentice Hall, Inc. 1993.
- [33] Chapellat H. and Bhattacharyya S.P. "A Generation of Kharitonov 's Theorem : Robust Stability of Interval Plants." IEEE Trans. on AC, Vol.34, No. 3, March 1989. pp. 306-311.
- [34] Bhattacharyya S.P. and Keel L.H., Editor **Control of Uncertain Dynamic System**. CRC Press, Inc. 1991.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ภาคผนวก ก.

## ค่าพารามิเตอร์และการจำลองระบบ 2 มวล

ค่าพารามิเตอร์ที่จำเป็นต่อการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีดังนี้

- ตัวขับ

$K_a$  : ค่าคงที่ของตัวขับ เท่ากับ 16.5

$T_a$  : ค่าคงที่ทางเวลาของตัวขับ เท่ากับ 160 msec

- มอเตอร์

$K_t$  : ค่าคงที่แรงบิด เท่ากับ  $21.97 \times 10^{-2} \text{ N-m/A}$

$K_b$  : ค่าคงที่แรงดันย้อนกลับ เท่ากับ  $0.22 \text{ V/rad/sec}$

$R_a$  : ค่าความต้านทานของอาร์เมเจอร์ เท่ากับ  $3.1 \Omega$

$L_a$  : ค่าความเหนี่ยวนำของอาร์เมเจอร์ เท่ากับ  $4.7 \text{ mH}$

$J_m$  : โมเมนต์แรงเฉื่อยของโรเตอร์ เท่ากับ  $21.77 \times 10^{-5} \text{ Kg-m}^2$

$B_m$  : ความฝืดคอสต เท่ากับ  $17.167 \times 10^{-3} \text{ N-m/rad/sec}$

- โหลด

$J_L$  : โมเมนต์แรงเฉื่อยของโรเตอร์ เท่ากับ  $21.77 \times 10^{-5} \text{ Kg-m}^2$

$B_L$  : ความฝืดคอสต เท่ากับ  $17.167 \times 10^{-3} \text{ N-m/rad/sec}$

- เพลาและคัปปลิ่ง

$J_{sh}$  : โมเมนต์แรงเฉื่อยรวมของ  $J_{shaft} + J_{c1} + J_{c2}$

- โมเมนต์แรงเฉื่อยของเพลา [8] :  $J_{shaft} = \frac{1}{2} \pi \rho L r^4$

โดยที่  $\rho$  = ความหนาแน่นของเพลา(อลูมิเนียม) [ $\text{Kg/m}^3$ ]

$L$  = ความยาวของเพลา [m]

$r$  = รัศมีของเพลา [m]

- โมเมนต์แรงเฉื่อยของคัปปลิ่ง[8] :  $J_{c1} = J_{c2} = J_c = \frac{1}{2} \pi \rho L (r_o^4 - r_i^4)$

โดยที่  $r_o$  = รัศมีภายนอกของคัปปลิ่ง [m]

$r_i$  = รัศมีภายในของคัปปลิ่ง [m]

$K_{sh}$ : ความแข็งตึงรวมของ  $K_{shaft} + K_{c1} + K_{c2}$

- ความแข็งตึงของเพลลา [8]:  $K_{shaft} = \frac{J_p G}{L} = \frac{\pi d^4 G}{32L}$

โดยที่  $J_p$  = โพลาร์โมเมนต์ของแรงเฉื่อย  $[m^4]$

$d$  = เส้นผ่านศูนย์กลางของเพลลา  $[m]$

$G$  = โมดูลัสแรงเฉื่อยของความยืดหยุ่น(อลูมิเนียม)  $[N/m^2]$

$L$  = ความยาวของเพลลา  $[m]$

- ความแข็งตึงของคัปปลิง [2]:  $K_{c1} = K_{c2} = K_c = \frac{J_p G}{L}$

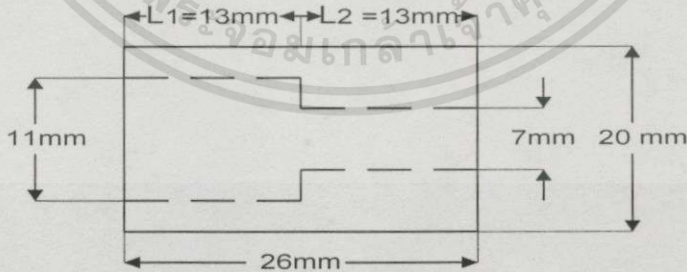
$$J_p = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{\sum_{i=1}^n \frac{32L_i}{\pi d_i^4}} = \frac{\sum_{i=1}^n L_i}{\sum_{i=1}^n \frac{32L_i}{\pi (d_o_i^4 - d_i^4)}}$$

ถ้าคัปปลิงมี  $n$  สเต็ป แต่ละสเต็ปมี

$L_i$  = ความยาวของแต่ละสเต็ป  $[m]$

$d_o_i$  = เส้นผ่านศูนย์กลางภายนอกของแต่ละสเต็ป  $[m]$

$d_i$  = เส้นผ่านศูนย์กลางภายในของแต่ละสเต็ป  $[m]$



รูปที่ ก.1 ภาพตัวเชื่อมต่อ

แสดงการคำนวณค่า  $J_{shaft}$   $J_c$  และ  $J_{sh}$

$$J_{shaft} = \frac{1}{2} \pi L p r^4$$

$$= \frac{1}{2} \pi \times 0.4 \times 2700 \times (3.5 \times 10^{-3})^4$$

$$= 254.57 \times 10^{-9} \text{ Kg } \cdot \text{m}^2$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณารูปที่ ก.1 ตัวเชื่อมต้อมี 2 สเต็ป สามารถใช้สูตรคำนวณ  $J_c$  ดังนี้

$$\begin{aligned} J_c &= \frac{\pi}{2} L \rho (r_o^4 - r_i^4) \\ &= \frac{\pi}{2} \rho [L_1 (r_o^4 - r_i^4) + L_2 (r_o^4 - r_i^4)] \\ &= \frac{\pi}{2} \times 2700 \{ 13 \times 10^{-3} [(20 \times 10^{-3})^4 - (11 \times 10^{-3})^4] \\ &\quad + 13 \times 10^{-3} [(20 \times 10^{-3})^4 - (7 \times 10^{-3})^4] \} \\ &= 1.669 \times 10^{-5} \quad \text{Kg} - \text{m}^2 \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} J_{sh} &= J_{shaft} + J_{coupling\ 1} + J_{coupling\ 2} \\ &= 1.669 \times 10^{-5} + 1.669 \times 10^{-5} + 254.57 \times 10^{-9} \\ &= 3.363 \times 10^{-5} \quad \text{Kg} - \text{m}^2 \end{aligned}$$

แสดงการคำนวณค่า  $K_{shaft}$   $K_{c1}$  และ  $K_{c2}$

$$\begin{aligned} K_{shaft} &= \frac{J_p G}{L} = \frac{\pi d^4 G}{32L} \\ &= \frac{\pi (7 \times 10^{-3})^4 \times 26 \times 10^9}{32 \times 0.4} = 15.32 \quad \text{N} - \text{m} / \text{rad} \end{aligned}$$

พิจารณารูปที่ 3.4 ตัวเชื่อมต้อมี 2 สเต็ป สามารถใช้สูตรคำนวณ  $K_c$  ดังนี้

$$\begin{aligned} J_p &= \frac{L_1}{32L_1} + \frac{L_2}{32L_2} \\ &= \frac{13 \times 10^{-3}}{32 \times 13 \times 10^{-3}} + \frac{13 \times 10^{-3}}{32 \times 13 \times 10^{-3}} \\ &= \frac{\pi [(20 \times 10^{-3})^4 - (11 \times 10^{-3})^4]}{\pi [(20 \times 10^{-3})^4 - (7 \times 10^{-3})^4]} \\ &= 14.839 \times 10^{-9} \quad \text{m}^4 \end{aligned}$$

$$K_c = \frac{J_p G}{L} = \frac{14.839 \times 10^{-9} \times 26 \times 10^9}{26 \times 10^{-3}} = 14839 \quad \text{N} - \text{m} / \text{rad}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น

$$K_{sh} = \frac{1}{\frac{1}{K_{c1}} + \frac{1}{K_{c2}} + \frac{1}{K_{shaft}}} = \frac{1}{\frac{1}{14839} + \frac{1}{14839} + \frac{1}{15.32}} = 15.28 \text{ N-m/rad}$$

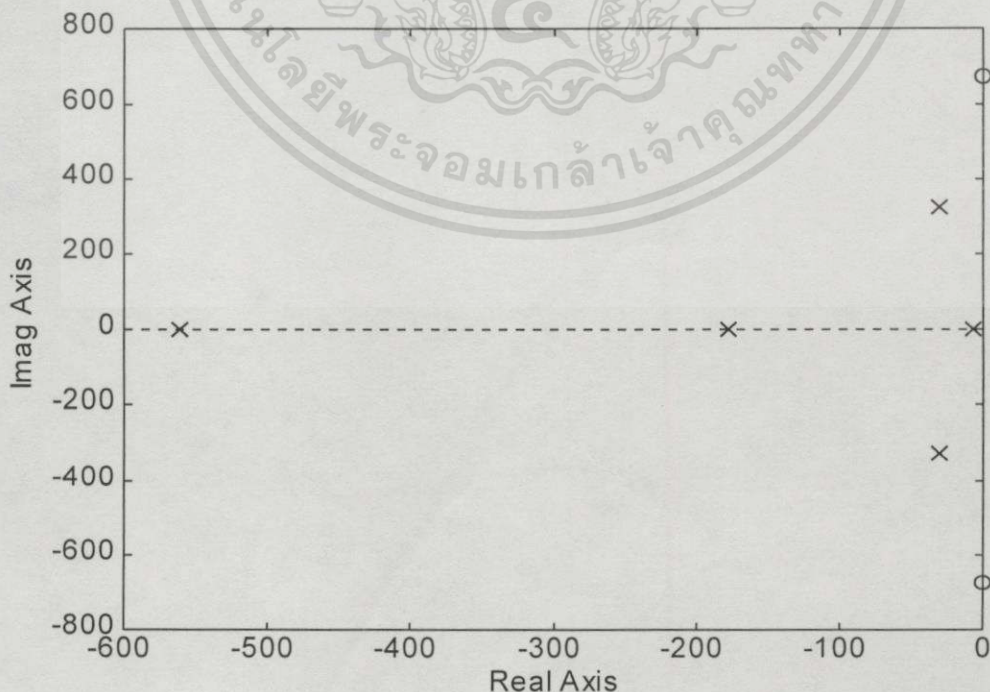
แทนค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ของตัวขับ มอเตอร์ โหลด เพลา และคัปปลิ่ง ลงในสมการ(3.1) จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอน ดังนี้

$$G(s) = \frac{num(s)}{den(s)} \quad (ก.1)$$

$$num(s) = 2.60 \times 10^5 s^2 + 11.824 \times 10^{11}$$

$$den(s) = s^5 + 804.476s^4 + 254.828 \times 10^3 s^3 + 860.906 \times 10^5 s^2 + 11091.921 \times 10^6 s + 66022.581 \times 10^6$$

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ที่แสดงในสมการ(ก.1) เป็นแบบจำลองการควบคุมความเร็วของระบบ 2 มวล เนื่องจากใช้สัญญาณเอาต์พุตจากทาโคมิเตอร์เป็นสัญญาณความเร็วของโหลด จากสมการ (ก.1) สามารถแสดงโพล-ซีโรของระบบ 2 มวล ดังรูปที่ ก.2 และทำการจำลองระบบด้วยโปรแกรม MATLAB เปรียบเทียบกับผลตอบสนองของระบบจากการทดสอบจริงด้วยสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดขนาด 9 V ดังแสดงในรูปที่ ก.3 และ ก.4 ตามลำดับ



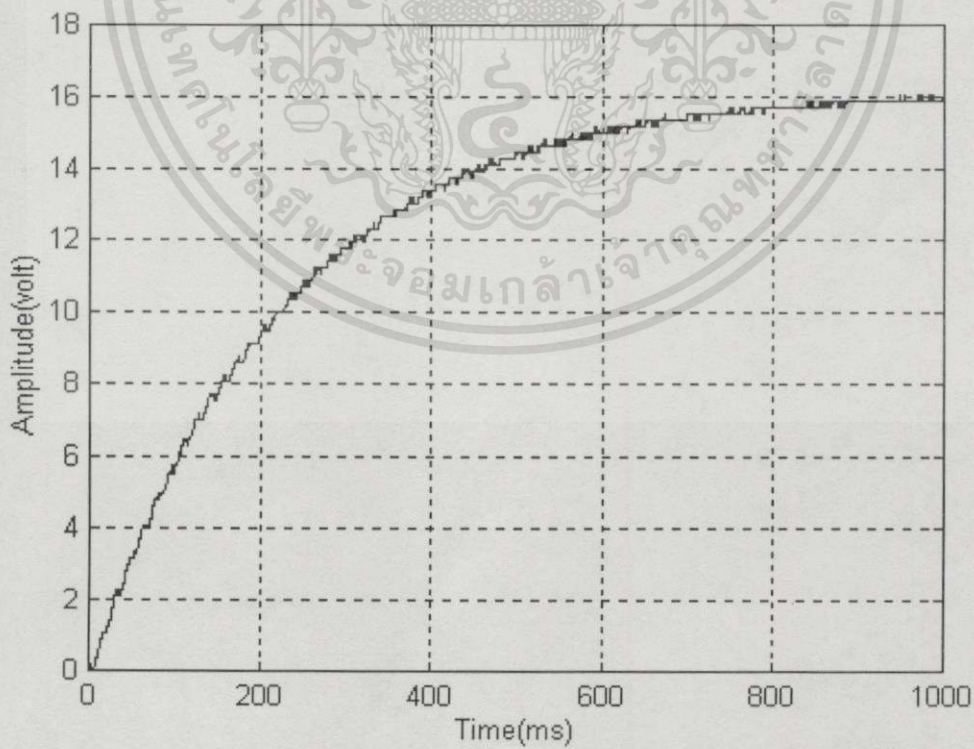
รูปที่ ก.2 แสดงโพล-ซีโรจากฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ 2 มวล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับวิชาการเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ ก.3 ผลตอบสนองความเร็วของโหนดของระบบ 2 มวล จากการจำลองระบบด้วยโปรแกรม MATLAB



รูปที่ ก.4 ผลตอบสนองความเร็วของโหนดของระบบ 2 มวลจากการทดสอบระบบด้วยอินพุตแบบขั้นบันได

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากผลการจำลองระบบด้วยโปรแกรม MATLAB ดังแสดงในรูปที่ ก.3 และผลการทดสอบ ดังแสดงในรูปที่ ก.4 จะเห็นว่าผลที่ได้แตกต่างกัน เพราะผลตอบสนองในสภาวะอยู่ตัว(steady state response) ของรูปทั้งสองเท่ากับ 16 V ค่าเวลาไต่ระดับ(rise time) ประมาณ 0.4 ms และ 0.5 ms โดยที่คิด 90% เนื่องจากผลตอบสนองมีลักษณะหน่วงเกิน(overdamped response) แต่การสั้นช้อน ทัพอยู่บนผลตอบสนองในรูปทั้งสองมีขนาดต่างกัน จะเห็นได้ว่าการจำลองระบบมีขนาดการ สั้นเล็กกว่าผลการทดสอบระบบมากพอสมควร



ภาคผนวก ข.

การออกแบบตัวกรองนอทช์

ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองนอทช์สามารถเขียนในรูปแบบอันดับสองมาตรฐานได้ดังนี้

$$G_{notch}(s) = \frac{s^2 + 2\zeta_z \omega_{nz} s + \omega_{nz}^2}{s^2 + 2\zeta_p \omega_{np} s + \omega_{np}^2} \tag{ข.1}$$

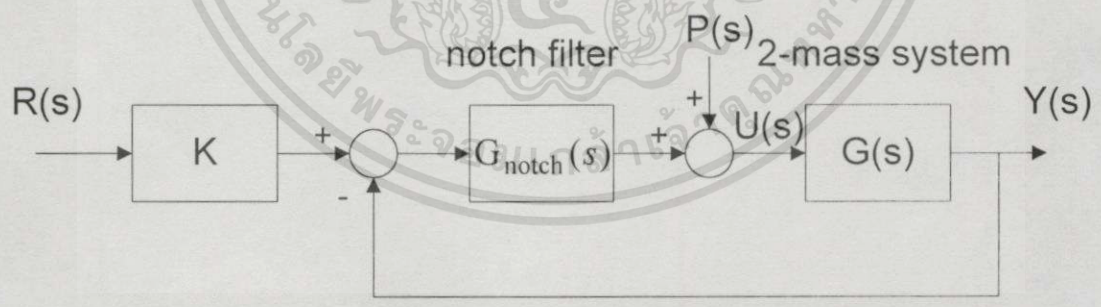
โดยที่

$$\omega_{np} = \omega_{nz} = \omega_n \tag{ข.2}$$

เมื่อ  $\omega_n$  คือความถี่รีโซแนนซ์ และ

$$\zeta_p = \frac{1 + 2\zeta_z^2}{2\zeta_z} \tag{ข.3}$$

ระบบที่ใช้ตัวกรองนอทช์ แสดงได้ดังรูปที่ ข.1



รูปที่ ข.1 ระบบที่ใช้ตัวกรองนอทช์

- ขั้นตอนการออกแบบตัวกรองนอทช์

จากสมการ(4.17) ระบบ 2 มวล  $G(s)$  มีพหุนามตัวหารแสดงได้ดังนี้

$$D(s) = s^3 + 13.388s^2 + 16.297 \times 10^4 s + 73.117 \times 10^4 \tag{ข.4}$$

สามารถแยกตัวประกอบได้ดังนี้

$$D(s) = (s + 4.487)(s^2 + 8.900s + 1.629 \times 10^5) \quad (\text{ข.5})$$

ในการออกแบบใช้เทคนิคตัดโพล-ซีโรออก(pole-zero cancellation) โดยกำหนดซีโรของตัวกรองนอทช์ให้เท่ากับโพลเด่น

$$G_{notch}(s) = \frac{s^2 + 8.900s + 1.629 \times 10^5}{s^2 + 2\zeta_p \omega_p s + \omega_p^2} \quad (\text{ข.6})$$

จากสมการ(ข.1) (ข.2) และ(ข.3) สามารถคำนวณหาค่า  $\omega_{nz}, \zeta_z, \zeta_p$  ได้ดังนี้

$$\omega_{nz} = \omega_{np} = 403.65 \quad (\text{ข.7})$$

$$\zeta_z = \frac{8.90}{2\omega_{nz}} = 0.011 \quad (\text{ข.8})$$

$$\zeta_p = \frac{1 + 2\zeta_z^2}{2\zeta_z} = 45.36 \quad (\text{ข.9})$$

จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวกรองนอทช์

$$G_{notch}(s) = \frac{s^2 + 8.9s + 1.63 \times 10^5}{s^2 + 36.62 \times 10^3 s + 1.63 \times 10^5} \quad (\text{ข.10})$$

ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบปิดของระบบที่มีตัวกรองนอทช์ทั้งแบบติดตามอินพุต เมื่อ  $K = 1.55$  และแบบคุมค่า/กำจัดสัญญาณรบกวนมีรูปแบบตามลำดับ ดังนี้

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1.55 \times 1.325 \times 10^6}{s^3 + 3.662 \times 10^4 s^2 + 3.272 \times 10^5 s + 2.056 \times 10^6} \quad (\text{ข.11})$$

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = \frac{1.325 \times 10^6 s^2 + 4.852 \times 10^{10} s + 2.159 \times 10^{11}}{s^3 + 3.662 \times 10^4 s^2 + 3.272 \times 10^5 s + 2.056 \times 10^6} \quad (\text{ข.12})$$

ภาคผนวก ค.

ชุดฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบเปิดและวงรอบปิด  $G_{CB}^1(s)$  และ  $G_{CB}^2(s)$

รวมถึงโพลของชุดพหุนามคุณลักษณะวงรอบปิด

ชุดฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบเปิด  $G_{CB}^1(s)$

$$\frac{17.26 \times 10^5 - 79.50 \times 10^4 \lambda}{s^3 + 17.39s^2 + 11.40 \times 10^4 s + 51.18 \times 10^4}$$

$$\frac{17.26 \times 10^5 - 79.50 \times 10^4 \lambda}{s^3 + 17.39s^2 + 21.18 \times 10^4 s + 51.18 \times 10^4}$$

$$\frac{17.26 \times 10^5 - 79.50 \times 10^4 \lambda}{s^3 + 9.36s^2 + 11.40 \times 10^4 s + 95.05 \times 10^4}$$

$$\frac{17.26 \times 10^5 - 79.50 \times 10^4 \lambda}{s^3 + 9.36s^2 + 21.18 \times 10^4 s + 95.05 \times 10^4}$$

ชุดฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบเปิด  $G_{CB}^2(s)$

$$\frac{92.75 \times 10^4}{s^3 + 17.39s^2 + (21.18 \times 10^4 - 9.77 \times 10^4 \lambda)s + 51.18 \times 10^4}$$

$$\frac{92.75 \times 10^4}{s^3 + (9.36 + 8.02\lambda)s^2 + 11.40 \times 10^4 s + (95.05 \times 10^4 - 43.87 \times 10^4 \lambda)}$$

$$\frac{92.75 \times 10^4}{s^3 + (9.36 + 8.02\lambda)s^2 + 21.18 \times 10^4 s + (95.05 \times 10^4 - 43.87 \times 10^4 \lambda)}$$

$$\frac{17.22 \times 10^5}{s^3 + 17.39s^2 + (21.18 \times 10^4 - 9.77 \times 10^4 \lambda)s + 51.18 \times 10^4}$$

$$\frac{17.22 \times 10^5}{s^3 + (9.36 + 8.02\lambda)s^2 + 11.40 \times 10^4 s + (95.05 \times 10^4 - 43.87 \times 10^4 \lambda)}$$

$$\frac{17.22 \times 10^5}{s^3 + (9.36 + 8.02\lambda)s^2 + 21.186 \times 10^4 s + (95.05 \times 10^4 - 43.87 \times 10^4 \lambda)}$$

$$\frac{17.22 \times 10^5}{s^3 + 9.36s^2 + (21.186 \times 10^4 - 9.77 \times 10^4 \lambda)s + 95.05 \times 10^4}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับกรใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ชุดฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบปิดของ  $G_{CB}^1(s)$

$$\frac{(17.26 \times 10^5 s^3 + 12.39 \times 10^9 s^2 + 33.08 \times 10^2 s) - \lambda(79.50 \times 10^4 s^3 + 57.08 \times 10^8 s^2 + 15.23 \times 10^2 s)}{(s^6 + 7.20 \times 10^3 s^5 + 1.94 \times 10^7 s^4 + 3.01 \times 10^{10} s^3 + 1.42 \times 10^{13} s^2 + 2.59 \times 10^{15} s + 2.08 \times 10^{17}) - \lambda(1.34 \times 10^{10} s^3 + 5.54 \times 10^{12} s^2 + 1.19 \times 10^5 s + 9.59 \times 10^{16})}$$

$$\frac{(17.26 \times 10^5 s^3 + 12.39 \times 10^9 s^2 + 33.08 \times 10^2 s) - \lambda(79.50 \times 10^4 s^3 + 57.08 \times 10^8 s^2 + 15.23 \times 10^2 s)}{(s^6 + 7.20 \times 10^3 s^5 + 1.95 \times 10^7 s^4 + 3.08 \times 10^{10} s^3 + 1.61 \times 10^{13} s^2 + 2.59 \times 10^{15} s + 2.08 \times 10^{17}) - \lambda(1.34 \times 10^{10} s^3 + 5.54 \times 10^{12} s^2 + 1.19 \times 10^5 s + 9.59 \times 10^{16})}$$

$$\frac{(17.26 \times 10^5 s^3 + 12.39 \times 10^9 s^2 + 33.08 \times 10^2 s) - \lambda(79.50 \times 10^4 s^3 + 57.08 \times 10^8 s^2 + 15.23 \times 10^2 s)}{(s^6 + 7.19 \times 10^3 s^5 + 1.93 \times 10^7 s^4 + 2.99 \times 10^{10} s^3 + 1.42 \times 10^{13} s^2 + 2.60 \times 10^{15} s + 2.08 \times 10^{17}) - \lambda(1.34 \times 10^{10} s^3 + 5.54 \times 10^{12} s^2 + 1.19 \times 10^{15} s + 9.59 \times 10^{16})}$$

$$\frac{(17.26 \times 10^5 s^3 + 12.39 \times 10^9 s^2 + 33.08 \times 10^2 s) - \lambda(79.50 \times 10^4 s^3 + 57.08 \times 10^8 s^2 + 15.23 \times 10^2 s)}{(s^6 + 7.19 \times 10^3 s^5 + 1.94 \times 10^7 s^4 + 3.07 \times 10^{10} s^3 + 1.61 \times 10^{13} s^2 + 2.60 \times 10^{15} s + 2.08 \times 10^{17}) - \lambda(1.34 \times 10^{10} s^3 + 5.54 \times 10^{12} s^2 + 1.19 \times 10^{15} s + 9.59 \times 10^{16})}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่มอบไว้สำหรับใช้ในงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ชุดฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบปิดของ  $G^2_{CB}(s)$

$$9.27 \times 10^5 s^3 + 6.66 \times 10^9 s^2 + 1.77 \times 10^3 s$$


---


$$(s^6 + 7.19 \times 10^3 s^5 + 1.95 \times 10^7 s^4 + 1.74 \times 10^{10} s^3 + 1.40 \times 10^{15} s^2 + 1.12 \times 10^7) - \lambda(9.77 \times 10^4 s^4 + 7.02 \times 10^8 s^3 + 1.87 \times 10^{12} s^2)$$

$$9.27 \times 10^5 s^3 + 6.66 \times 10^9 s^2 + 1.77 \times 10^3 s$$


---


$$(s^6 + 7.19 \times 10^3 s^5 + 1.93 \times 10^7 s^4 + 2.20 \times 10^{12} s^3 + 8.65 \times 10^{12} s^2 + 1.40 \times 10^{15} s + 1.12 \times 10^7) + \lambda(8.02 s^5 + 5.76 \times 10^4 s^4 + 1.53 \times 10^8 s^3 - 3.15 \times 10^9 s^2 - 8.40 \times 10^{12} s)$$

$$9.27 \times 10^5 s^3 + 6.66 \times 10^9 s^2 + 1.77 \times 10^3 s$$


---


$$(s^6 + 7.19 \times 10^3 s^5 + 1.93 \times 10^7 s^4 + 2.20 \times 10^{12} s^3 + 8.65 \times 10^{12} s^2 + 1.40 \times 10^{15} s + 1.12 \times 10^7) + \lambda(8.02 s^5 + 5.76 \times 10^4 s^4 + 1.53 \times 10^8 s^3 - 3.15 \times 10^9 s^2 - 8.40 \times 10^{12} s)$$

$$9.27 \times 10^5 s^3 + 6.66 \times 10^9 s^2 + 1.77 \times 10^3 s$$


---


$$(s^6 + 7.19 \times 10^3 s^5 + 1.94 \times 10^7 s^4 + 1.73 \times 10^{10} s^3 + 1.05 \times 10^{13} s^2 + 1.40 \times 10^{15} s + 1.12 \times 10^7) - \lambda(9.77 \times 10^4 s^4 + 7.02 \times 10^8 s^3 + 1.87 \times 10^{12} s^2)$$

$$1.72 \times 10^6 s^3 + 1.24 \times 10^{10} s^2 + 3.30 \times 10^{13} s$$


---


$$(s^6 + 7.19 \times 10^3 s^5 + 1.95 \times 10^7 s^4 + 3.09 \times 10^{10} s^3 + 1.61 \times 10^{13} s^2 + 2.59 \times 10^{15} s + 2.08 \times 10^7) - \lambda(9.77 \times 10^4 s^4 + 7.02 \times 10^8 s^3 + 1.87 \times 10^{12} s^2)$$

$$1.72 \times 10^6 s^3 + 1.24 \times 10^{10} s^2 + 3.30 \times 10^{13} s$$


---


$$(s^6 + 7.19 \times 10^3 s^5 + 1.93 \times 10^7 s^4 + 3.00 \times 10^{10} s^3 + 1.42 \times 10^{13} s^2 + 2.60 \times 10^{15} s + 2.08 \times 10^7) + \lambda(8.02 s^5 + 5.76 \times 10^4 s^4 + 1.53 \times 10^8 s^3 - 3.15 \times 10^9 s^2 - 8.40 \times 10^{12} s)$$

$$1.72 \times 10^6 s^3 + 1.24 \times 10^{10} s^2 + 3.30 \times 10^{13} s$$


---


$$(s^6 + 7.19 \times 10^3 s^5 + 1.94 \times 10^7 s^4 + 3.07 \times 10^{10} s^3 + 1.61 \times 10^{13} s^2 + 2.60 \times 10^{15} s + 2.08 \times 10^7) + \lambda(8.02 s^5 + 5.76 \times 10^4 s^4 + 1.53 \times 10^8 s^3 - 3.15 \times 10^9 s^2 - 8.40 \times 10^{12} s)$$

$$1.72 \times 10^6 s^3 + 1.24 \times 10^{10} s^2 + 3.30 \times 10^{13} s$$


---


$$(s^6 + 7.19 \times 10^3 s^5 + 1.94 \times 10^7 s^4 + 3.07 \times 10^{10} s^3 + 1.61 \times 10^{13} s^2 + 2.60 \times 10^{15} s + 2.08 \times 10^7) - \lambda(9.77 \times 10^4 s^4 + 7.02 \times 10^8 s^3 + 1.87 \times 10^{12} s^2)$$

โพลของชุดพหุนามคุณลักษณะวงรอบปิด  $G_{CB}^1(s)$

$$\lambda = 0$$

$$\begin{aligned} & -4052.65, -1270.26 + 1827i, -1270.26 - 1827i, -305.10 + 190.66i, -305.10 - 190.66i, -8.026 \times 10^{-9} \\ & -4036.06, -1219.21 + 1821.11i, -1219.21 - 1821.11i, -364.45 + 34.13i, -364.45 - 34.13i, -8.026 \times 10^{-9} \\ & -4047.19, -1266.33 + 1818.66i, -1266.33 - 1818.66i, -307.75 + 190.76i, -307.75 - 190.76i, -8 \times 10^{-9} \\ & -4030.50, -1214.54 + 1812.73i, -1214.54 - 1812.73i, -367.88 + 21.31i, -367.88 - 21.31i, -8 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

$$\lambda = 0.1$$

$$\begin{aligned} & -3915.95, -1328.87 + 1718.43i, -1328.87 - 1718.43i, -314.84 + 187.05i, -314.84 - 187.05i, -8.02 \times 10^{-9} \\ & -3896.26, -1270.37 + 1706.10i, -1270.37 - 1706.10i, -462.25, -304.11, -8.02 \times 10^{-9} \\ & -3909.71, -1324.92 + 1708.85i, -1324.92 - 1708.85i, -317.89 + 187.01i, -317.89 - 187.01i, -7.99 \times 10^{-9} \\ & -3889.87, -1265.39 + 1696.36i, -1265.39 - 1696.36i, -472.83, -301.86, -7.99 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

$$\lambda = 0.2$$

$$\begin{aligned} & -3754.72, -1397.22 + 1590.81i, -1397.22 - 1590.81i, -327.11 + 182.09i, -327.11 - 182.09i, -8.02 \times 10^{-9} \\ & -3730.02, -1328.12 + 1567.76i, -1328.12 - 1567.76i, -539.37, -277.75, -8.02 \times 10^{-9} \\ & -3747.26, -1393.32 + 1579.36i, -1393.32 - 1579.36i, -330.73 + 181.80i, -330.73 - 181.80i, -7.99 \times 10^{-9} \\ & -3722.28, -1322.62 + 1555.85i, -1322.62 - 1555.85i, -551.02, -276.81, -7.99 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

$$\lambda = 0.3$$

$$\begin{aligned} & -3554.02, -1481.41 + 1432.84i, -1481.41 - 1432.84i, -343.27 + 174.77i, -343.27 - 174.77i, -8.02 \times 10^{-9} \\ & -3519.74, -1395.43 + 1388.99i, -1395.43 - 1388.99i, -633.71, -259.06, -8.02 \times 10^{-9} \\ & -3544.33, -1477.74 + 1418.19i, -1477.74 - 1418.19i, -347.77 + 173.99i, -347.77 - 173.99i, -7.99 \times 10^{-9} \\ & -3509.44, -1388.89 + 1372.96i, -1388.89 - 1372.96i, -649.49, -258.62, -7.99 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

$$\lambda = 0.4$$

$$\begin{aligned} & -3275.57, -1597.76 + 1216.87i, -1597.76 - 1216.87i, -366.14 + 162.65i, -366.14 - 162.65i, -8.02 \times 10^{-9} \\ & -3215.33, -1477.82 + 1116.80i, -1477.82 - 1116.80i, -788.66, -243.75, -8.02 \times 10^{-9} \\ & -3260.43, -1595.28 + 1195.23i, -1595.28 - 1195.23i, -372.18 + 160.73i, -372.18 - 160.73i, -7.98 \times 10^{-9} \\ & -3197.85, -1467.75 + 1088.81i, -1467.75 - 1088.81i, -818.39, -243.60, -7.98 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

$$\lambda = 0.5$$

$$\begin{aligned} & -2714.78, -1840.93 + 820.73i, -1840.93 - 820.73i, -403.37 + 137.04i, -403.37 + 137.04i, -8.01 \times 10^{-9} \\ & -2341.35 + 372.32i, -2341.35 - 372.32i, -1145.17 + 484.40i, -1145.17 - 484.40i, -230.35, -8.01 \times 10^{-9} \\ & -2655.98, -1856.62 + 763.79i, -1856.62 - 763.79i, -413.06 + 130.96i, -413.06 + 130.96i, -7.98 \times 10^{-9} \\ & -2392.35 + 457.92i, -2392.35 - 457.92i, -1090.12 + 531.14i, -1090.12 - 531.14i, -230.39, -7.98 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

$$\lambda = 0.6$$

$$\begin{aligned} & -2606 + 995.89i, -2606 - 995.89i, -980.34, -599.45, -411.59, -8.01 \times 10^{-9} \\ & -2680.70 + 1015.72i, -2680.70 - 1015.72i, -811.92 + 625.20i, -811.92 + 625.20i, -218.15, -8.01 \times 10^{-9} \\ & -2622.23 + 1006.33i, -2622.23 - 1006.33i, -778.91 + 55.84i, -778.91 - 55.84i, -393.07, -7.97 \times 10^{-9} \\ & -2692.94 + 1025.78i, -2692.94 - 1025.78i, -795.57 + 640.30i, -795.57 + 640.30i, -218.34, -7.97 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\lambda = 0.7$$

$$\begin{aligned} & -2797.19 + 1259.72i, -2797.19 - 1259.72i, -637.91 + 394.26i, -637.91 - 394.26i, -333.18, -8.01 \times 10^{-9} \\ & -2833.45 + 1265.54i, -2833.45 - 1265.54i, -664.87 + 666.11i, -664.87 - 666.11i, -206.73, -8.01 \times 10^{-9} \\ & -2805.30 + 1264.76i, -2805.30 - 1264.76i, -627.68 + 417.22i, -627.68 - 417.22i, -329.38, -7.97 \times 10^{-9} \\ & -2840.62 + 1270.65i, -2840.62 - 1270.65i, -653.54 + 675.75i, -653.54 - 675.75i, -207.03, -7.97 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

$$\lambda = 0.8$$

$$\begin{aligned} & -2918.55 + 1438.06i, -2918.55 - 1438.06i, -533.81 + 484.88i, -533.81 - 484.88i, -298.58, -8 \times 10^{-9} \\ & -2941.45 + 1440.25i, -2941.45 - 1440.25i, -562.33 + 683.09i, -562.33 - 683.09i, -195.81, -8 \times 10^{-9} \\ & -2923.92 + 1441.25i, -2923.92 - 1441.25i, -525.31 + 497.88i, -525.31 - 497.88i, -296.89, -7.96 \times 10^{-9} \\ & -2946.43 + 1443.52i, -2946.43 - 1443.52i, -553.14 + 690.24i, -553.14 - 690.24i, -196.21, -7.96 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

$$\lambda = 0.9$$

$$\begin{aligned} & -3011.31 + 1578.17i, -3011.31 - 1578.17i, -453.42 + 525.46i, -453.42 - 525.46i, -273.91, -8 \times 10^{-9} \\ & -3027.33 + 1578.96i, -3027.33 - 1578.96i, -481.76 + 688.68i, -481.76 - 688.68i, -185.20, -8 \times 10^{-9} \\ & -3015.24 + 1580.42i, -3015.24 - 1580.42i, -445.93 + 534.60, -445.93 - 534.60, -273.02, -7.96 \times 10^{-9} \\ & -3031.58 + 1581.69i, -3031.58 - 1581.69i, -473.79 + 694.55i, -473.79 - 694.55i, -185.89, -7.96 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

$$\lambda = 1$$

$$\begin{aligned} & -3087.39 + 1695.71i, -3087.39 - 1695.71i, -3870.05 + 544.85i, -3870.05 - 544.85i, -253.61, -8 \times 10^{-9} \\ & -3099.66 + 1695.86i, -3099.66 - 1695.86i, -414.66 + 687.43i, -414.66 - 687.43i, -174.74, -8 \times 10^{-9} \\ & -3090.85 + 1697.38i, -3090.85 - 1697.38i, -3802.17 + 5519.23i, -3802.17 - 5519.23i, -253.22, -7.95 \times 10^{-9} \\ & -3102.55 + 1697.57i, -3102.55 - 1697.57i, -4074.73 + 692.10i, -4074.73 - 692.10i, -175.30, -7.95 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

โพลของชุดพหุนามคุณลักษณะวงรอบปิด  $G_{CB}^2(s)$

$$\lambda = 0$$

$$\begin{aligned} & -3103.03 + 1701.31i, -3103.03 - 1701.31i, -411.56 + 687.23i, -411.56 - 687.23i, -174.21, -7.99 \times 10^{-9} \\ & -3094.35 + 1702.82i, -3094.35 - 1702.82i, -377.18 + 552.46i, -377.18 - 552.46i, -252.30, -7.95 \times 10^{-9} \\ & -3105.88 + 1702.99i, -3105.88 - 1702.99i, -404.40 + 691.86i, -404.40 - 691.86i, -174.78, -7.95 \times 10^{-9} \\ & -3105.89 + 1703.00i, -3105.89 - 1703.00i, -404.37 + 691.87i, -404.37 - 691.87i, -174.78, -7.95 \times 10^{-9} \\ & -4036.06, -1219.21 + 1821.11i, -1219.21 - 1821.11i, -364.45 + 34.13i, -364.45 - 34.13i, -8.02 \times 10^{-9} \\ & -4047.19, -1266.33 + 1818.67i, -1266.33 - 1818.67i, -3077.53 + 190.76i, -3077.53 - 190.76i, -8.02 \times 10^{-9} \\ & -4030.50, -1214.54 + 1812.73i, -1214.54 - 1812.73i, -367.88 + 21.31i, -367.88 - 21.31i, -8.02 \times 10^{-9} \\ & -4030.48, -1214.52 + 1812.70i, -1214.52 - 1812.70i, -367.89 + 21.21i, -367.89 - 21.21i, -8.02 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

$$\lambda = 0.1$$

$$\begin{aligned} & -3101.87 + 1701.28i, -3101.87 - 1701.28i, -410.10 + 674.68i, -410.10 - 674.68i, -179.43, -7.99 \times 10^{-9} \\ & -3094.05 + 1702.66i, -3094.05 - 1702.66i, -377.86 + 551.77i, -377.86 - 551.77i, -252.33, -7.95 \times 10^{-9} \\ & -3105.60 + 1702.83i, -3105.60 - 1702.83i, -405.11 + 691.40i, -405.11 - 691.40i, -174.73, -7.95 \times 10^{-9} \\ & -3104.76 + 1702.97i, -3104.76 - 1702.97i, -402.91 + 679.47i, -402.91 - 679.47i, -179.98, -7.95 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

-4037.73, -1224.45+1821.51i, -1224.45-1821.51i, -358.37+71.49i, -358.37-71.49i,  $-8.02 \times 10^{-9}$   
 -4047.74, -1266.72+1819.50i, -1266.72-1819.50i, -307.48+190.75i, -307.48-190.75i,  $-8.00 \times 10^{-9}$   
 -4031.06, -1215.01+1813.57i, -1215.01-1813.57i, -367.54+22.96, -367.54-22.96i,  $-8.00 \times 10^{-9}$   
 -4032.17, -1219.85+1813.10i, -1219.85-1813.10i, -361.73+66.96i, -361.73+66.96i,  $-8.00 \times 10^{-9}$

$\lambda = 0.2$

-3100.72+1701.26i, -3100.72-1701.26i, -408.45+661.82i, -408.45-661.82i, -185.03,  $-7.99 \times 10^{-9}$   
 -3093.75+1702.50i, 3093.75-1702.50i, -378.54+551.08i, -378.54-551.08i, -252.37,  $-7.96 \times 10^{-9}$   
 -3105.32+1702.66i, -3105.32-1702.66i, -405.83+690.94i, -405.83+690.94i, -174.67,  $-7.96 \times 10^{-9}$   
 -3103.61+1702.94i, -3103.61+1702.94i, -401.27+666.79i, -401.27+666.79i, -185.55,  $-7.95 \times 10^{-9}$   
 -4039.40, -1229.67+1821.96i, -1229.67-1821.96i, -352.31+94.66i, -352.31+94.66i,  $-8.02 \times 10^{-9}$   
 -4048.29, -1267.12+1820.34i, -1267.12-1820.34i, -307.22+190.74i, -307.22-190.74i,  $-8.00 \times 10^{-9}$   
 -4031.62, -1215.48+1814.41i, -1215.48-1814.41i, -367.19+24.49i, -367.19-24.49i,  $-8.00 \times 10^{-9}$   
 -4033.85, -1225.14+1813.55i, -1225.14-1813.55i, -355.59+91.74i, -355.59-91.74i,  $-8.00 \times 10^{-9}$

$\lambda = 0.3$

-3099.56+1701.24i, -3099.56-1701.24i, -406.59+648.65i, -406.59-648.65i, -191.07,  $-7.99 \times 10^{-9}$   
 -3093.46+1702.33i, -3093.46-1702.33i, -379.22+550.39i, -379.22-550.39i, -252.41,  $-7.96 \times 10^{-9}$   
 -3105.03+1702.49i, -3105.03-1702.49i, -406.54+690.48i, -406.54-690.48i, -174.61,  $-7.96 \times 10^{-9}$   
 -3102.47+1702.92i, -3102.47-1702.92i, -399.41+653.80i, -399.41-653.80i, -191.55,  $-7.95 \times 10^{-9}$   
 -4041.07, -1234.86+1822.45i, -1234.86-1822.45i, -346.29+112.74i, -346.29-112.74i,  $-8.02 \times 10^{-9}$   
 -4048.83, -1267.51+1821.17i, -1267.51-1821.17i, -306.95+190.73i, -306.95-190.73i,  $-8.00 \times 10^{-9}$   
 -4032.17, -1215.95+1815.25i, -1215.95-1815.25i, -366.85+25.92i, -366.85-25.92i,  $-8.00 \times 10^{-9}$   
 -4035.53, -1230.40+1814.04i, -1230.40-1814.04i, -349.49+110.68i, -349.49-110.68i,  $-8.00 \times 10^{-9}$

$\lambda = 0.4$

-3098.40+1701.22i, -3098.40-1701.22i, -404.48+635.13i, -404.48-635.13i, -197.61,  $-7.99 \times 10^{-9}$   
 -3093.16+1702.17i, -3093.16-1702.17i, -379.90+549.70i, -379.90-549.70i, -252.44,  $-7.99 \times 10^{-9}$   
 -3104.75+1702.32i, -3104.75-1702.32i, -407.26+690.02i, -407.26-690.02i, -174.56,  $-7.96 \times 10^{-9}$   
 -3101.32+1702.89i, -3101.32-1702.89i, -397.32+640.48i, -397.32-640.48i, -198.04,  $-7.95 \times 10^{-9}$   
 -4042.74, -1240.02+1822.98i, -1240.02-1822.98i, -340.30+127.93i, -340.30-127.93i,  $-8.02 \times 10^{-9}$   
 -4049.38, -1267.90+1822.01i, -1267.90-1822.01i, -306.68+190.72i, -306.68-190.72i,  $-8.01 \times 10^{-9}$   
 -4032.73, -1216.41+1816.09i, -1216.41-1816.09i, -366.50+27.26i, -366.50-27.26i,  $-8.01 \times 10^{-9}$   
 -4037.20, -1235.64+1814.57i, -1235.64-1814.57i, -343.42+126.44i, -343.42-126.44i,  $-8.00 \times 10^{-9}$

$\lambda = 0.5$

-3097.24+1701.20i, -3097.24-1701.20i, -402.09+621.26i, -402.09-621.26i, -204.72,  $-7.99 \times 10^{-9}$   
 -3092.86+1702.00i, -3092.86-1702.00i, -380.58+549.00i, -380.58-549.00i, -252.48,  $-7.97 \times 10^{-9}$   
 -3104.46+1702.15i, -3104.46-1702.15i, -407.97+689.56i, -407.97-689.56i, -174.50,  $-7.97 \times 10^{-9}$   
 -3100.17+1702.87i, -3100.17-1702.87i, -394.95+626.81i, -394.95-626.81i, -205.09,  $-7.95 \times 10^{-9}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

-4044.40, -1245.14 + 1823.55i, -1245.14 - 1823.55i, -334.35 + 141.17i, -334.35 - 141.17i,  $-8.025 \times 10^{-9}$   
 -4049.93, -1268.30 + 1822.84i, -1268.30 - 1822.84i, -306.42 + 190.71i, -306.42 - 190.71i,  $-8.013 \times 10^{-9}$   
 -4033.28, -1216.88 + 1816.93i, -1216.88 - 1816.93i, -366.16 + 28.54i, -366.16 - 28.54i,  $-8.013 \times 10^{-9}$   
 -4038.87, -1240.83 + 1815.15i, -1240.83 - 1815.15i, -337.39 + 140.08i, -337.39 - 140.08i,  $-8.00 \times 10^{-9}$

$\lambda = 0.6$

-3096.07 + 1701.19i, -3096.07 - 1701.19i, -399.38 + 606.99i, -399.38 - 606.99i, -212.48,  $-7.997 \times 10^{-9}$   
 -3092.57 + 1701.84i, -3092.57 - 1701.84i, -381.26 + 548.31i, -381.26 - 548.31i, -252.52,  $-7.978 \times 10^{-9}$   
 -3104.17 + 1701.98i, -3104.17 - 1701.98i, -408.69 + 689.10i, -408.69 - 689.10i, -174.44,  $-7.978 \times 10^{-9}$   
 -3099.01 + 1702.86i, -3099.01 - 1702.86i, -392.26 + 612.78i, -392.26 - 612.78i, -212.77,  $-7.949 \times 10^{-9}$   
 -4046.06, -1250.23 + 1824.17i, -1250.23 - 1824.17i, -328.43 + 152.96i, -328.43 - 152.96i,  $-8.025 \times 10^{-9}$   
 -4050.47, -1268.69 + 1823.68i, -1268.69 - 1823.68i, -306.15 + 190.70i, -306.15 - 190.70i,  $-8.015 \times 10^{-9}$   
 -4033.84, -1217.35 + 1817.77i, -1217.35 - 1817.77i, -365.82 + 29.76i, -365.82 - 29.76i,  $-8.015 \times 10^{-9}$   
 -4040.54, -1246.00 + 1815.77i, -1246.00 - 1815.77i, -331.39 + 152.20i, -331.39 - 152.20i,  $-8.000 \times 10^{-9}$

$\lambda = 0.7$

-3094.90 + 1701.18i, -3094.90 - 1701.18i, -396.28 + 592.31i, -396.28 - 592.31i, -221.00,  $-7.997 \times 10^{-9}$   
 -3092.27 + 1701.67i, -3092.27 - 1701.67i, -381.94 + 547.61i, -381.94 - 547.61i, -252.55,  $-7.983 \times 10^{-9}$   
 -3103.89 + 1701.82i, -3103.89 - 1701.82i, -409.40 + 688.63i, -409.40 - 688.63i, -174.38,  $-7.983 \times 10^{-9}$   
 -3097.85 + 1702.85i, -3097.85 - 1702.85i, -389.21 + 598.35i, -389.21 - 598.35i, -221.19,  $-7.949 \times 10^{-9}$   
 -4047.71, -1255.29 + 1824.82i, -1255.29 - 1824.82i, -322.54 + 163.61i, -322.54 - 163.61i,  $-8.025 \times 10^{-9}$   
 -4051.02, -1269.08 + 1824.51i, -1269.08 - 1824.51i, -305.89 + 190.69i, -305.89 - 190.69i,  $-8.018 \times 10^{-9}$   
 -4034.39, -1217.81 + 1818.60i, -1217.81 - 1818.60i, -365.47 + 309.23i, -365.47 - 309.23i,  $-8.018 \times 10^{-9}$   
 -4042.21, -1251.13 + 1816.43i, -1251.13 - 1816.43i, -325.43 + 163.13i, -325.43 - 163.13i,  $-8.000 \times 10^{-9}$

$\lambda = 0.8$

-3093.73 + 1701.18i, -3093.73 - 1701.18i, -392.75 + 577.18i, -392.75 - 577.18i, -230.43,  $-7.997 \times 10^{-9}$   
 -3091.97 + 1701.51i, -3091.97 - 1701.51i, -382.62 + 546.91i, -382.62 - 546.91i, -252.59,  $-7.987 \times 10^{-9}$   
 -3103.60 + 1701.65i, -3103.60 - 1701.65i, -410.12 + 688.17i, -410.12 - 688.17i, -174.33,  $-7.987 \times 10^{-9}$   
 -3096.69 + 1702.84i, -3096.69 - 1702.84i, -385.73 + 583.51i, -385.73 - 583.51i, -230.47,  $-7.949 \times 10^{-9}$   
 -4049.36, -1260.31 + 1825.51i, -1260.31 - 1825.51i, -316.69 + 173.36i, -316.69 - 173.36i,  $-8.025 \times 10^{-9}$   
 -4051.56, -1269.48 + 1825.34i, -1269.48 - 1825.34i, -305.63 + 190.68i, -305.63 - 190.68i,  $-8.020 \times 10^{-9}$   
 -4034.95, -1218.28 + 1819.44i, -1218.28 - 1819.44i, -365.13 + 32.03i, -365.13 - 32.03i,  $-8.020 \times 10^{-9}$   
 -4043.87, -1256.22 + 1817.13i, -1256.22 - 1817.13i, -319.50 + 173.10i, -319.50 - 173.10i,  $-8.000 \times 10^{-9}$

$\lambda = 0.9$

-3092.55 + 1701.18i, -3092.55 - 1701.18i, -388.68 + 561.59i, -388.68 - 561.59i, -240.91,  $-7.997 \times 10^{-9}$   
 -3091.67 + 1701.35i, -3091.67 - 1701.35i, -383.30 + 546.20i, -383.30 - 546.20i, -252.63,  $-7.992 \times 10^{-9}$   
 -3103.31 + 1701.48i, -3103.31 - 1701.48i, -410.84 + 687.70i, -410.84 - 687.70i, -174.27,  $-7.992 \times 10^{-9}$   
 -3095.53 + 1702.83i, -3095.53 - 1702.83i, -381.75 + 568.23i, -381.75 - 568.23i, -240.77,  $-7.949 \times 10^{-9}$

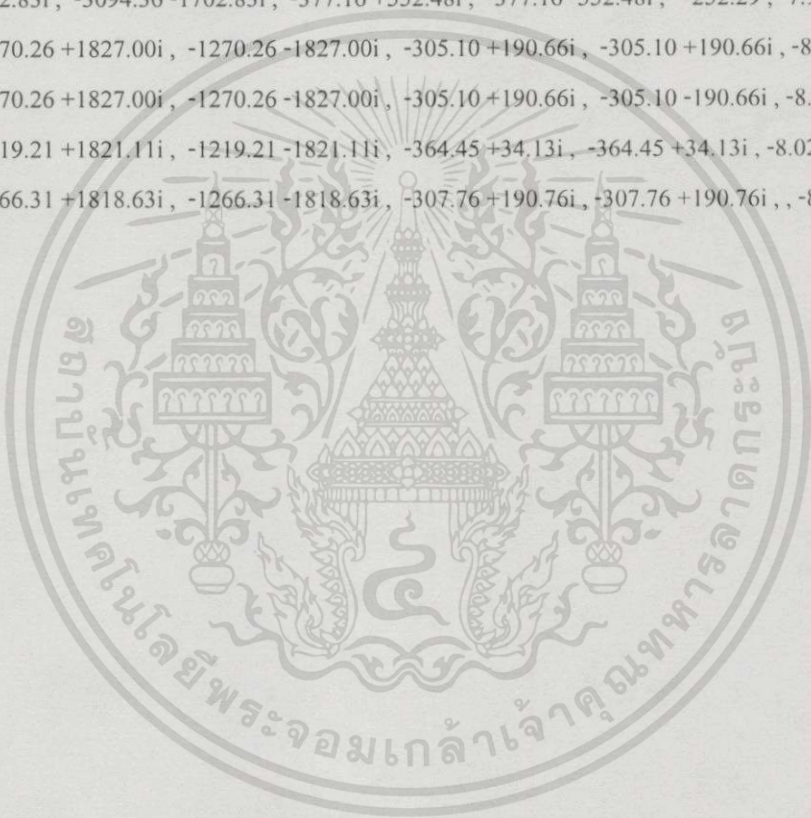
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

-4051.01 , -1265.30 +1826.24i , -1265.30 -1826.24i , -310.88 +182.33i , -310.88 +182.33i , -8.025×10<sup>-9</sup>  
 -4052.11 , -1269.87 +1826.17i , -1269.87 -1826.17i , -305.36 +190.67i , -305.36 -190.67i , -8.023×10<sup>-9</sup>  
 -4035.50 , -1218.74 +1820.27i , -1218.74 -1820.27i , -364.79 +33.10i , -364.79 -33.10i , -8.023×10<sup>-9</sup>  
 -4045.52 , -1261.29 +1817.86i , -1261.29 +1817.86i , -313.61 +182.27i , -313.61 -182.27i -8.000×10<sup>-9</sup>

λ = 1

-3091.37 +1701.18i , -3091.37 -1701.18i , -383.98 +545.50i , -383.98 +545.50i , -252.66 , -7.997×10<sup>-9</sup>  
 -3091.37 +1701.18i , -3091.37 +1701.18i , -383.98 +545.50i , -383.98 -545.50i , -252.66 , -7.997×10<sup>-9</sup>  
 -3103.03 +1701.31i , -3103.03 -1701.31i , -411.56 +687.23i , -411.56 -687.23i , -174.21 , -7.997×10<sup>-9</sup>  
 -3094.36 +1702.83i , -3094.36 -1702.83i , -377.16 +552.48i , -377.16 -552.48i , -252.29 , -7.949×10<sup>-9</sup>  
 -4052.65 , -1270.26 +1827.00i , -1270.26 -1827.00i , -305.10 +190.66i , -305.10 +190.66i , -8.025×10<sup>-9</sup>  
 -4052.65 , -1270.26 +1827.00i , -1270.26 -1827.00i , -305.10 +190.66i , -305.10 -190.66i , -8.025×10<sup>-9</sup>  
 -4036.06 , -1219.21 +1821.11i , -1219.21 -1821.11i , -364.45 +34.13i , -364.45 +34.13i , -8.025×10<sup>-9</sup>  
 -4047.17 , -1266.31 +1818.63i , -1266.31 -1818.63i , -307.76 +190.76i , -307.76 +190.76i , -8.025×10<sup>-9</sup>



## ภาคผนวก ง.

## บทความวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ขณะศึกษา

- 1) "การควบคุมแบบคงทนสำหรับกำจัดรีโซแนนซ์การบิดในระบบ 2 มวล" ตีพิมพ์ลงในวารสาร วิศวกรรมสาร มก. ฉบับที่ 38 เดือนสิงหาคม-พฤศจิกายน 2542



# การควบคุมแบบคงทนสำหรับกำจัด วิโซนนห้การบิดในระบบ 2 มวล

## Robust Control for Torsional Resonance Suppression in a 2-Mass System

ชัชชัย อุทัยวาทิน<sup>1</sup>

ดร. โยธิน เปรมปราณีรัชต์<sup>2</sup>

ดร. จงกล งามวิวิทย์<sup>3</sup>

ดร. สรวุฒิ สุจิตจร<sup>4</sup>

### บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอระบบควบคุมแบบคงทนที่ออกแบบด้วยการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโร เพื่อกำจัดริโซแนนซ์การบิดในระบบ 2 มวลแบบจำลองของโครงสร้างเชิงกลที่สร้างขึ้นได้มาด้วยการทดสอบหาลักษณะสมบัติของระบบโครงสร้างของระบบควบคุมเป็นชนิด 2 พารามิเตอร์ ตัวชดเชยให้สมรรถนะที่ดีเยี่ยมในการกำจัดริโซแนนซ์ การกำจัดสัญญาณรบกวนภายนอก และมีความคงทนต่อความไม่แน่นอนในแบบจำลองของพลาเน็ต ดังจะเห็นได้จากผลการจำลองระบบด้วยคอมพิวเตอร์ที่นำเสนอไว้ และเปรียบเทียบกับกรณีที่ใช้ตัวกรองนอพท์กำจัดริโซแนนซ์

### Abstract

This paper presents robust control design based on assignment of pole-zero for torsional resonance suppression in a 2-mass system. The system model is obtained by identification technique. The design employs pole-zero assignment for two-parameter configuration. The achieved compensators show excellent performances in torsional resonance suppression, disturbance rejection, and robust to plant uncertainty. Our simulation results illustrate that the proposed method outperforms a conventional notch-filter suppressor.

<sup>1</sup> นักศึกษาปริญญาโท (Post-graduate student) ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

<sup>2-3</sup> อาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

<sup>4</sup> อาจารย์สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

1. บทนำ

ระบบเชิงกลไฟฟ้าที่ใช้งานจริงในอุตสาหกรรมมักประสบปัญหาเนื่องมาจากริโซ-แนนซ์การบิด (torsional resonance) อันอาจเป็นเหตุให้เกิดความเสียหายต่อโครงสร้างทางกล ระบบมีแนวโน้มที่จะขาดเสถียรภาพได้ง่ายและมีสมรรถนะที่ด้อยลง การลดผลกระทบของริโซแนนซ์การบิด จำเป็นต้องวิเคราะห์แบบจำลองของระบบ 2 มวล [1-6] เพื่อให้ทราบถึงสาเหตุ แวแกน [1] เสนอ 3 วิธีการเพื่อหลีกเลี่ยงปัญหานี้คือการเพิ่มขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเพลลา การใช้สัญญาณแรมป์เป็นคำสั่งมอเตอร์ และการลดความยาวเพลลา ทอลและแวนแกน [2] ได้เพิ่มเติมข้อแนะนำอีก 3 ประการคือ การลดความเฉื่อยของระบบ การใช้ตัวกรองนอทช์ (notch filter) และการประยุกต์ใช้สัญญาณความเร็วที่ได้มาป้อนกลับผ่านตัวกรองเทคนิคเหล่านี้ทำให้เกิดผลการจำกัดสมรรถนะทางพลวัตของรูปควบคุมความเร็ว นอกจากนี้ยังพบการแก้ปัญหาการสั่นจากแรงบิดด้วยวิธีการต่าง ๆ หลากหลาย เช่น การเลือกอัตราขยายป้อนกลับสถานะที่เหมาะสม [7] การใช้ตัวสังเกตบนพื้นฐานการป้อนกลับสถานะ [8] การควบคุมความเร็วแบบอัตราขยายอันดับสองเชิงเส้นด้วยการชดเชยแรงบิดไหลดป้อนไปข้างหน้า [9] การควบคุมแบบปรับตัว (adaptive) โดยใช้  $H_\infty$  [10] การควบคุมความเร็วด้วยตัวกรองคาลมาน (Kalman filter) และสถานะอันดับสองเชิงเส้น [11] เทคนิคเหล่านี้ให้การปรับปรุงประสิทธิภาพของระบบในด้านผลตอบสนอง เสถียรภาพ และความคงทน

ผลงานวิจัยที่นำเสนอในบทความนี้ แสดงการแก้ปัญหา ริโซแนนซ์การบิดในระบบ 2 มวล โดยพิจารณาปัญหาทางกายภาพนี้เป็นเสมือนการรบกวนที่มีต่อพลานต์  $G(s)$  มีผลให้

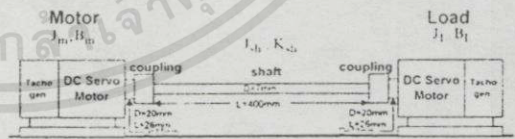
แบบจำลองของพลานต์เปลี่ยนไปเป็น  $G(s) + \Delta G(s)$  แบบช่วง (interval plant) การแก้ไขปัญหาคือใช้เทคนิคการกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโรของตัวชดเชย ให้ระบบมีความคงทนต่อการรบกวนดังกล่าว ส่วนที่ 2 นำเสนอการหาลักษณะสมบัติของระบบ ส่วนที่ 3 นำเสนอการออกแบบระบบควบคุมโครงสร้าง 2 พารามิเตอร์ ส่วนที่ 4 แสดงผลการจำลองระบบด้วยคอมพิวเตอร์เปรียบเทียบกับสมรรถนะของระบบควบคุมที่นำเสนอไว้กับกรณีที่ใช้ตัวกรองนอทช์ ส่วนที่ 5 เป็นสรุปของบทความ

2. แบบจำลองระบบ 2 มวล

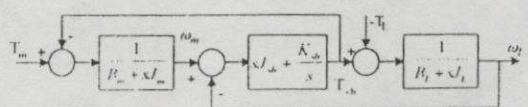
2.1 ระบบ 2 มวล

ระบบ 2 มวล ที่ใช้งานจริงมักเกี่ยวกับอุปกรณ์ เช่น การขับเคลื่อนเทปดีจิตอล อุปกรณ์ลำเลียงวัสดุและระบบควบคุมตำแหน่ง X-Y เป็นต้น

ระบบดังกล่าวที่พิจารณาในงานนี้ มีแผนภาพดังรูปที่ 1 บล็อกไดอะแกรมของระบบเช่นนี้แสดงไว้ในรูปที่ 2



รูปที่ 1 แบบจำลองทางกายภาพของระบบ 2 มวล



รูปที่ 2 บล็อกไดอะแกรมของระบบ 2 มวล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่  $\omega_m$  : ความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์  
 $\omega_L$  : ความเร็วเชิงมุมของโหลด  
 $J_m$  : โมเมนต์ความเฉื่อยของมอเตอร์  
 $J_L$  : โมเมนต์ความเฉื่อยของโหลด  
 $J_{sh}$  : โมเมนต์ความเฉื่อยของเพลา  
 $T_m$  : แรงบิดของมอเตอร์  
 $T_L$  : แรงบิดของโหลด  
 $T_{sh}$  : แรงบิดของเพลา  
 $B_m$  : ความเสียดทานวิสคอสของมอเตอร์

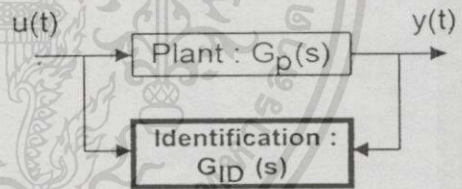
$B_L$  : ความเสียดทานวิสคอสของโหลด  
 $K_{sh}$  : ค่าคงที่ความแข็งตึงของเพลา  
 ความเสียดทานวิสคอสของมอเตอร์ โหลด :  $B_m$ ,  $B_L$  และโมเมนต์ความเฉื่อยของเพลา :  $J_{sh}$  มีค่าน้อยมากสามารถตัดทิ้งได้ โดยไม่มีผลกระทบต่อความแม่นยำในการวิเคราะห์แบบจำลอง  
 จากรูปที่ 2 สามารถเขียนสมการสถานะของระบบ 2 มวล ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} T_{sh} \\ \omega_L \\ \omega_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -K_{sh} & K_{sh} \\ 1/J_L & 0 & 0 \\ -1/J_m & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{sh} \\ \omega_L \\ \omega_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/J_m \end{bmatrix} T_m + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/J_L \\ 0 \end{bmatrix} T_L \quad (1)$$

เมื่อดำเนินการ :  $X = (T_{sh} \ \omega_L \ \omega_m)^T$

ระบบ 2 มวลมีค่าฟังก์ชันถ่ายโอนจากแรงบิดของมอเตอร์ ( $T_m$ ) ไปยังความเร็วของมอเตอร์ ( $\omega_m$ ) เป็น

$$G_p(s) = \frac{J_L s^2 + K_{sh}}{J_m J_L s^3 + (J_m + J_L) K_{sh} s} \quad (2)$$



2.2 การหาลักษณะสมบัติของระบบ

การหาลักษณะสมบัติของระบบ  $G_p(s)$  โดยตรงแสดงดังรูปที่ 3 เราสามารถหา  $G_p(s)$  ได้โดยการนำข้อมูลอินพุต  $u(t)$  และสัญญาณเอาต์พุต  $y(t)$  ของระบบมาประมวลผลตามแนวทางการหาแบบจำลอง 'ARX' (Auto Regressive with eXogenous variables) ด้วยวิธีการประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยที่สุด [12, 13] แบบจำลองที่ได้ในขั้นต้นเป็นชนิดเวลาไม่ต่อเนื่อง จากนั้นจึงแปลงให้มาอยู่ในรูปแบบเวลาต่อเนื่องหรือในโดเมน s

เมื่อป้อนสัญญาณอินพุต  $u(t)$  แบบขั้นบันไดขนาด 9 V ให้ระบบทำการลุ่มตัวอย่าง

รูปที่ 3 แสดงการหาลักษณะสมบัติของระบบ

ด้วยช่วงเวลา  $h = 0.5$  msec ในขั้นตอนการประมวลผลใช้แบบจำลอง 'ARX' ได้  $G_{ID}(s)$  อันดับ 25 การลดอันดับแบบจำลองในขั้นต่อมาได้ผลลัพธ์เป็นอันดับ 5 ดังสมการ (3) เพื่อให้สามารถดำเนินงานออกแบบระบบควบคุมได้โดยสะดวก จึงทำการลดอันดับอีกครั้งหนึ่งเป็นอันดับ 3 เทคนิคการลดอันดับอาศัยการแปลงฟังก์ชันถ่ายโอนระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง ไปเป็นแบบจำลองสเตทสเปซแล้วจึงใช้วิธีการอนุวัตสเตทสเปซมดูลในการลดอันดับ การปฏิบัตินี้อาศัยคำสั่ง dmodred ของ MATLAB[14] ได้ผลลัพธ์เป็น  $G_3(s)$  ดังสมการ (4)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

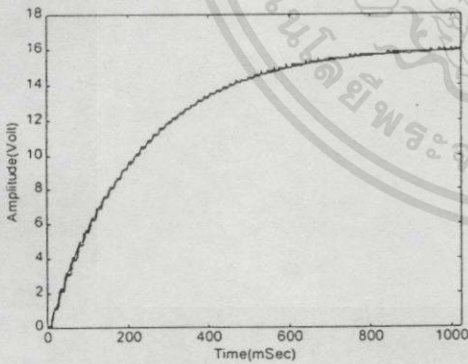
$$G_5(s) = \frac{N_5(s)}{D_5(s)} \quad (3)$$

$$N_5(s) = 9.71 \times 10^{11}$$

$$D_5(s) = s^5 + 78.19s^4 + 8.97 \times 10^5 s^3 + 21.16 \times 10^6 s^2 + 1.19 \times 10^{11} s + 5.36 \times 10^{11}$$

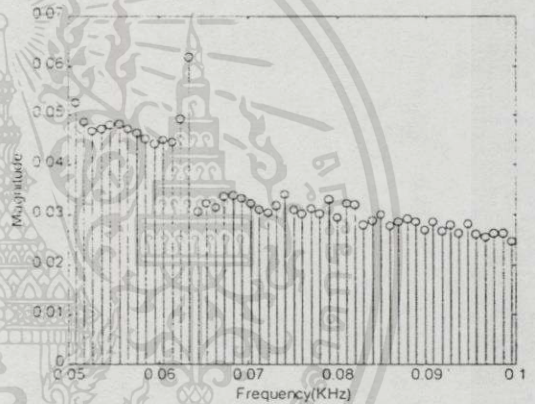
$$G_3(s) = \frac{1.325 \times 10^6}{s^3 + 13.38s^2 + 16.297 \times 10^4 s + 73.117 \times 10^4} \quad (4)$$

รูปที่ 4 เป็นการเปรียบเทียบผลตอบสนองแบบขั้นบันไดในโดเมนเวลาที่ได้จากการวัดและที่จำลองผลได้โดยใช้  $G_{ID}(s)$ ,  $G_5(s)$  และ  $G_3(s)$  ตามลำดับ จะเห็นได้ว่าการใช้แบบจำลอง  $G_3(s)$  ให้ผลที่น่าพึงพอใจ ความคลาดเคลื่อน rms ระหว่างผลตอบสนองที่วัดได้กับ  $G_{ID}(s)$ ,  $G_5(s)$ ,  $G_3(s)$  คือ 0.139 0.122 0.120 ตามลำดับ



รูปที่ 4 เปรียบเทียบผลตอบสนองในโดเมนเวลา

รูปที่ 5 เป็นผลการวิเคราะห์สเปกตรัมความถี่ของผลตอบสนองแบบขั้นบันไดที่ได้จากการวัด ซึ่งบ่งชี้ความถี่เรโซแนนซ์ที่  $63.5 \text{ Hz} \times 2\pi = 398.98 \text{ rad/sec}$  ของผลตอบสนองในโดเมนเวลาในรูปที่ 4



รูปที่ 5 สเปกตรัมความถี่ของผลตอบสนองแบบขั้นบันไดที่ได้จากการวัด

### 3. การออกแบบตัวชดเชย

การออกแบบตัวชดเชยกำหนดตำแหน่งโพล-ซีโรเป็นการประยุกต์ใช้วิธีพีชคณิตเชิงเส้นเข้ากับสมการคุณลักษณะที่ต้องการ ตัวชดเชยนี้จะให้สมรรถนะที่ดีในการกำจัดริโซแนนซ์และการกำจัดสัญญาณรบกวนภายนอกได้ ขึ้นอยู่กับการเลือกฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบทั้งหมดซึ่งใช้แนวคิดของโพลทรงอิทธิพล (dominant pole) การสังเคราะห์ฟังก์ชันถ่ายโอน และการจัดระบบควบคุมแบบ 2 พารามิเตอร์ [15-19] การออกแบบตัวชดเชยนอกจากจะต้องให้มีสมรรถนะที่ดีในด้านผลการตอบสนองชั่วคราว และผลตอบสนอง

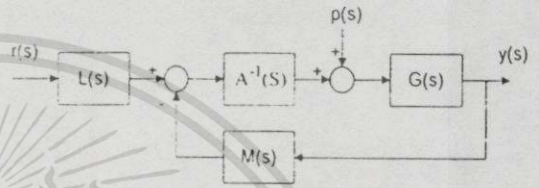
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อยู่ตัวแล้ว ยังต้องคำนึงถึงเสถียรภาพเมื่อมี  
 ทัศนูปกรณ์รบกวน  $p(s)$  เข้าสู่ระบบ และความ  
 คงทนต่อความไม่แน่นอนในแบบจำลองของพลาเน็ต  
 ด้วย โครงสร้างของระบบควบคุม 2 พารามิเตอร์  
 ที่แสดงไว้ในรูปที่ 6 สามารถสร้างเสถียรภาพของ  
 ระบบได้ด้วยการใช้ตัวชดเชยป้อนกลับ  $(M/A)$   
 และการปรับปรุงผลตอบสนองของระบบกระทำ  
 ได้อย่างมีประสิทธิภาพด้วยการใช้ตัวชดเชย  
 อินพุท  $(L/A)$  เพื่อให้ง่ายต่อการออกแบบจิ้งไร  
 แบบจำลองที่มีฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับ 3  $G_o(s)$   
 ด้วยการออกแบบระบบควบคุมที่คงทน ความ  
 คลาดเคลื่อนในแบบจำลองจะได้รับการชดเชย

เบ็ดเสร็จแบบจำลองอย่างง่ายที่มีฟังก์ชันถ่ายโอน  
 ดังสมการ (5)

โดยที่ ดีกรี  $N(s) <$  ดีกรี  $D(s) = n$



รูปที่ 6 โครงสร้าง 2 พารามิเตอร์

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{1.325 \cdot 10^6}{s^3 + 13.38s^2 + 16.297 \cdot 10^4 s + 73.117 \cdot 10^4} \quad (5)$$

ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบทั้งหมดได้แก่  $G_o(s) =$   
 $\frac{N_o(s)}{D_o(s)}$  ต้องการให้มีรูปแบบดังสมการ (6) เพื่อ  
 ให้ระบบมีโพลตรงอิทธิพลอยู่ที่  $-100 - j100,$   
 $-100 + j100$  การออกแบบตัวชดเชยทั้งสองชุด

ใช้เทคนิคพีชคณิตเชิงเส้น [15, 16] ที่รวมหลักการ  
 แบบจำลองภายในเพื่อให้ได้ระบบควบคุมที่คงทน  
 [17, 19] ต่อความคลาดเคลื่อนในแบบจำลอง  
 ของพลาเน็ต

$$G_o(s) = \frac{N_o(s)}{D_o(s)} = \frac{2 \times 10^7}{s^3 + 12 \times 10^2 s^2 + 22 \times 10^4 s + 2 \times 10^7} \quad (6)$$

$$\frac{G_o(s)}{N(s)} = \frac{N_p(s)}{D_p(s)} = \frac{15.093}{s^3 + 12 \times 10^2 s^2 + 22 \times 10^4 s + 2 \times 10^7} \quad (7)$$

ดีกรี  $D_p(s) = 3 < 2n - 1 = 5$   
 โดยที่  $\bar{D}_p = (s + 2000)^3$   
 เรามี  $L(s) = N_p(s)\bar{D}_p(s)$   
 $= 15.093 (s + 2000)^3 \quad (8)$

$$D_p(s)\bar{D}_p(s) = A(s)D(s) + M(s)N(s)$$

$$= s^6 + 7.2 \times 10^3 s^5 + 1.942$$

$$\times 10^7 s^4 + 2.374 \times 10^{10} s^3$$

$$+ 1.236 \times 10^{13} s^2 + 2 \times 10^{15} s$$

$$+ 1.6 \times 10^{17} \quad (9)$$

พหุนาม  $M(s)$  และ  $A(s)$  เป็นผลลัพธ์จากการ  
 ออกแบบและคำนวณได้จากสมการไดโอ-  
 ฟานทีน (Diophantine equation)

โดยอาศัย MATLAB ในการหาค่าเฉลยจะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$M(s) = 16.837 \times 10^3 s^3 + 69.669 \times 10^5 s^2 + 14.987 \times 10^8 s + 12.074 \times 10^{10} \quad (10)$$

$$A(s) = s^3 + 7.186 \times 10^3 s^2 + 19.160 \times 10^6 s \quad (11)$$

ตัวชดเชยอินพุทและตัวชดเชยป้อนกลับที่ออกแบบไว้ตามลำดับแสดงได้ ดังนี้

$$\frac{L(s)}{A(s)} = 15.093 \frac{s^3 + 6 \times 10^3 s^2 + 1.2 \times 10^7 s + 8 \times 10^9}{s^3 + 7.186 \times 10^3 s^2 + 19.160 \times 10^6 s} \quad (12)$$

$$\frac{M(s)}{A(s)} = \frac{16.84 \times 10^3 s^3 + 69.67 \times 10^5 s^2 + 14.98 \times 10^8 s + 12.07 \times 10^{10}}{s^3 + 7.18 \times 10^3 s^2 + 19.16 \times 10^6 s} \quad (13)$$

ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนวงรอบปิดทั้งแบบติดตามอินพุท (tracking) และแบบคุมค่า/ขจัดสัญญาณรบกวนภายนอก (regulating/disturbance rejection) มีรูปแบบดังสมการที่ (14) และ (15) ตามลำดับ

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1.325 \times 10^6 \times 15.093 (s^3 + 6 \times 10^3 s^2 + 12 \times 10^6 s + 8 \times 10^9)}{D_Y(s)} \quad (14)$$

$$\frac{Y(s)}{P(s)} = \frac{1.325 \times 10^6 (s^3 + 7.186 \times 10^3 s^2 + 19.160 \times 10^6 s)}{D_Y(s)} \quad (15)$$

$$D_Y(s) = s^6 + 7.2 \times 10^3 s^5 + 19.42 \times 10^6 s^4 + 23.74 \times 10^9 s^3 + 12.36 \times 10^{12} s^2 + 20 \times 10^{14} s + 16 \times 10^{16} \quad (16)$$

#### 4. ผลการจำลองระบบด้วยคอมพิวเตอร์

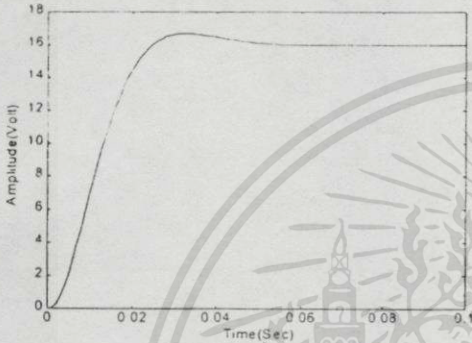
ในหัวข้อนี้จะแสดงให้เห็นว่าตัวชดเชยที่ออกแบบไว้สามารถกำจัดรีโซแนนซ์ สัญญาณรบกวนภายนอกได้ดี และมีความคงทนต่อการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของพลานต์ ดังแสดงการจำลองระบบด้วยโปรแกรม MATLAB และเปรียบเทียบกับการใช้ตัวกรองนอชท์ [5] เพื่อแก้ปัญหาที่มีฟังก์ชันถ่ายโอนกล่าวคือ

$$G_{\text{notch}}(s) = \frac{s^5 + 8.9s + 1.63 \times 10^5}{s^2 + 36.62 \times 10^3 s + 1.63 \times 10^5} \quad (17)$$

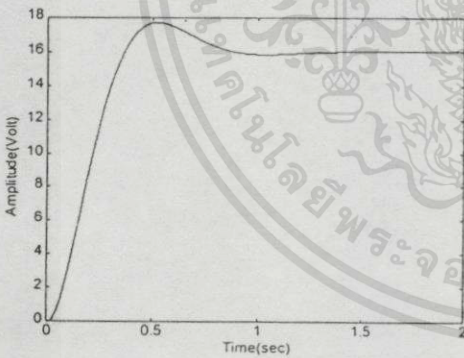
#### 4.1 ผลตอบสนองเมื่อสัญญาณอินพุทเป็นขั้นบันได (step response)

ผลตอบสนองชั่วคราว และผลตอบสนองสถานะอยู่ตัวของระบบที่ใช้ตัวชดเชยที่นำเสนอเมื่ออินพุทเป็นสัญญาณขั้นบันไดขนาดหนึ่งหน่วยดังแสดงในรูปที่ 7 มีเปอร์เซ็นต์การพุ่งเกิน (PO) ประมาณ 4% ค่าเวลาไต่ระดับ (rise time) ประมาณ 20 ms ค่าเวลาอยู่ตัว (setting time) ประมาณ 70 ms และเปรียบเทียบกับการใช้ตัวกรองนอชท์ ดังแสดงในรูปที่ 8 มีเปอร์เซ็นต์การพุ่งเกินประมาณ 10% ค่าเวลาไต่ระดับประมาณ

0.31 sec. ค่าเวลาอยู่ตัวประมาณ 1.4 sec. ซึ่ง จะเห็นได้ว่าตัวชดเชยที่นำเสนอบริียบเทียบกับการใช้ตัวกรองนอทซ์มีการพุ่งเกิน < 2.5 เท่า ค่า เวลาไต่ระดับ < 1.5 เท่า และเวลาอยู่ตัว < 20 เท่า



รูปที่ 7 ผลตอบสนองของระบบ เมื่อใช้ตัวชดเชยที่เสนอ

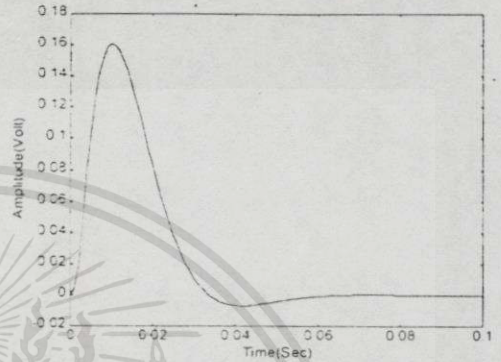


รูปที่ 8 ผลตอบสนองของระบบ เมื่อใช้ตัวกรองนอทซ์

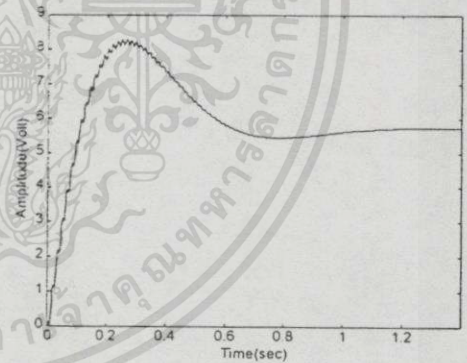
#### 4.2 ผลตอบสนองเมื่อสัญญาณรบกวน เป็นขั้นบันได (step disturbance)

ผลตอบสนองเมื่อสัญญาณรบกวน ภายนอก  $p(s)$  เป็นขั้นบันไดขนาดหนึ่งหน่วย จากรูปที่ 9 จะเห็นผลของสัญญาณรบกวนถูก กำจัดออกไปภายในเวลาประมาณ 65 ms เมื่อ เปรียบเทียบกับการใช้ตัวกรองนอทซ์ ดังแสดงใน

รูปที่ 10 เห็นได้ว่าระบบไม่สามารถฟื้นคืนจาก การถูก รบกวนด้วยสัญญาณ  $p(s)$  ได้



รูปที่ 9 ผลตอบสนองของเอาต์พุตต่อสัญญาณรบกวนเมื่อใช้ตัวชดเชยที่เสนอ



รูปที่ 10 ผลตอบสนองของเอาต์พุตต่อสัญญาณรบกวนเมื่อใช้ตัวกรองนอทซ์

#### 4.3 ความคงทนต่อการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของพลานต์ (robustness to plant uncertainty)

เมื่อพารามิเตอร์ของพลานต์เปลี่ยนแปลง เพิ่มขึ้น 30% และเปลี่ยนแปลงลดลง 30% ตาม รูปลักษณะของแบบจำลองของพลานต์เป็นช่วง (interval plant model) จะได้  $G_p(s)$  ตามลำดับ ดังนี้

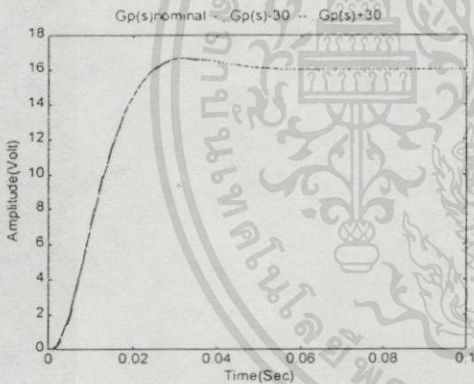
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

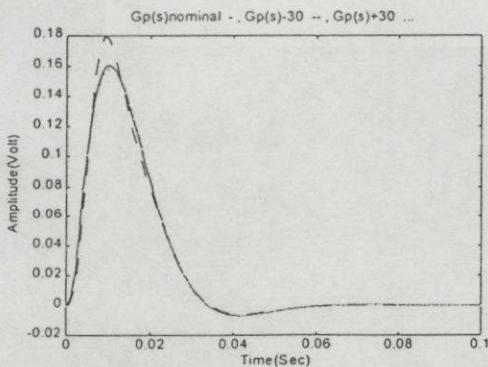
$$G_p^+(s) = \frac{1722.50 \times 10^3}{s^3 + 17.394s^2 + 211.861 \times 10^3 s + 950.521 \times 10^3}$$

$$G_p^-(s) = \frac{927.50 \times 10^3}{s^3 + 9.366s^2 + 114.079 \times 10^3 s + 511.819 \times 10^3}$$

จากรูปที่ 11 ผลตอบสนองของระบบเมื่อสัญญาณอินพุตเป็นขั้นบันไดไม่เปลี่ยนแปลงจากเดิมมากนัก เมื่อพารามิเตอร์ของพลาเน็ตเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้นและลดลง 30% ส่วนรูปที่ 12 ผลตอบสนองของระบบเมื่อสัญญาณรบกวนเป็นขั้นบันไดเปลี่ยนแปลงจากเดิมเล็กน้อย เมื่อพารามิเตอร์ของพลาเน็ตเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้น 30% และไม่เปลี่ยนแปลงจากเดิมมากนัก เมื่อพารามิเตอร์ของพลาเน็ตเปลี่ยนแปลงลดลง 30%



รูปที่ 11 ผลตอบสนองของระบบเมื่อสัญญาณอินพุตเป็นขั้นบันได



รูปที่ 12 ผลตอบสนองของระบบเมื่อสัญญาณรบกวนเป็นขั้นบันได

## 5. บทสรุป

จากการนำลักษณะสมบัติของระบบโดยใช้แบบจำลอง 'ARX' นั้น ค่อนข้างแม่นยำใกล้เคียงกับระบบจริง ซึ่งมีความถี่โชนแกนซ์ประมาณ 400 rad/sec และจากผลการจำลองระบบด้วยโปรแกรม MATLAB ทำให้เราทราบได้ว่าตัวชดเชยชนิดค่าหนึ่งค่าหนึ่งโพล-ซีโร ที่ออกแบบตามโครงสร้างใน พารามิเตอร์ สามารถ กำจัดผลกระทบ โชนแกนซ์ และกำจัดสัญญาณรบกวนภายนอกได้ดีกว่าการใช้ตัวกรองนอชท์ อีกทั้งยังมีความคงทนด้านสมรรถนะของระบบ (robust performance) ต่อความไม่แน่นอนของพลาเน็ต ซึ่งงานวิจัยในขั้นต่อไปเป็นการวิเคราะห์ความคงทนของเสถียรภาพ (robust stability) ของระบบ

## 6. กิตติกรรมประกาศ

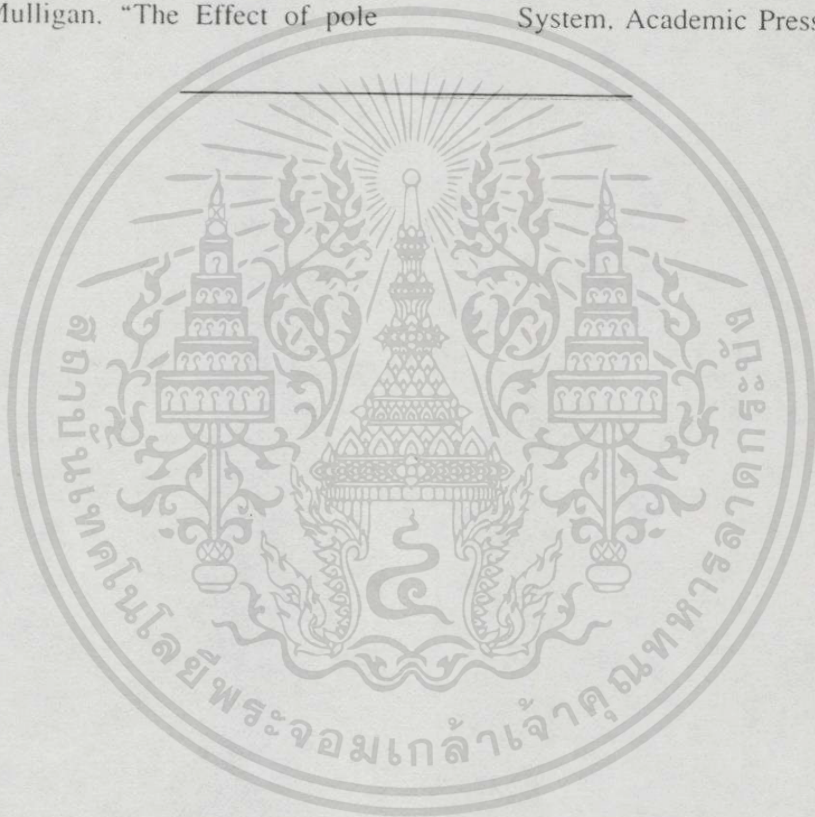
ขอขอบคุณ มหาวิทยาลัยเอเชียอาคเนย์ สำหรับทุนสนับสนุน และศูนย์เครื่องมือวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีที่เอื้ออำนวยสถานที่ปฏิบัติงานวิจัย

## 7. เอกสารอ้างอิง

- [1] H.Waagen, "Reduce Torsional Resonance in Incremental Motion Servo", Control Engineering, Vol. 16, No.14, pp. 85-88, Apr., 1969.

- [2] J.Tal and H.Waagen, "Incremental Motion Control: Torsional Resonance in High-Performance Incremental Motion Systems", S.R.L. Publishing, Vol. 1, pp. 110-128, 1978.
- [3] DC Motor Speed Controls Servo System, Engineering Handbook, 3 re. ed., Electro-Craft Corporation, 1975.
- [4] A. Buxbaum, K. Schierau and A. Straughen, Design of Control System for DC Drives, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1990.
- [5] B.C. Kuo, Automatic Control Systems, Prentice-Hall, 1991.
- [6] โยธิน เปรมปราวณิรัชต์, ระบบเซอร์โวและอิเล็กทรอนิกส์คอนโทรลมอเตอร์, คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2533.
- [7] K. Fujikawa, et.al., "Robust and Fast Speed Control for Torsional System Based on State-Space Method" Proc. IEEE IECON' 91, pp. 687-692, 1991.
- [8] S.H. Song, et.al., "Torsional Vibration Suppression Control in 2-Mass System by State feedback Speed Controller", Proc. IEEE CCA'93, pp. 129-134, 1993.
- [9] J.K. Ji, et.al., "LQG Based Speed Controller for Torsional Vibration Suppression in 2-Mass System", Proc. IEEE IECON'93, pp. 1157-1162, 1993.
- [10] H.Hirata, et.al., "Speed Control of DC Motor with Torsional Oscillation and Load Fluctuation", Proc. of Sch. Eng. Tokai University, Vol.35, No.1, pp. 31-41, Mar., 1995.
- [11] J.K. Ji and S.K. Sul, "Kalman Filter and LQ Based on Controller for Torsional Vibration Suppression in a 2-Mass Motor Drive System" IEEE Trans. on IE, Vol.42, No.6, pp. 564-571, Dec., 1995.
- [12] L.Ljung, System Identification Toolbox for MATLAB Math Work Inc., May 1995.
- [13] L.Ljung, System Identification : Theory for the user, Prentice-Hall, 1987.
- [14] A. Grace, et.al., Control System Toolbox for MATLAB, Mathwork Inc., Apr., 1995.
- [15] C.T. Chen, Analog and Digital Control Design: Transfer Function, State-Space, and Algebraic Methods, Saunders College Publishing, 1993.
- [16] C.T. Chen and B. Seo, "Application of the Linear Algebraic Method for Control System Design", IEEE Contr. Syst. Mag., pp. 43-47, Jan., 1990.

- [17] K.J. Astrom, "Robustness of a Design Method Based on Assignment of Pole and Zeros", IEEE Trans. on AC, Vol. AC-25, No.3, pp. 588-591, June, 1980.
- [18] J.H. Mulligan. "The Effect of pole and Zero Location on the Transient Response of Linear Dynamic System", Proc. IRE, Vol.37, pp. 516-529, 1949.
- [19] I.M. Horowitz, Synthesis of Feedback System, Academic Press, 1963.



## ประวัติผู้เขียน

นายชัชชัย อุทัยวศิน เกิดเมื่อวันที่ 13 มิถุนายน 2514 ที่จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต(ไฟฟ้า) จากมหาวิทยาลัยเอเชียอาคเนย์ ปีการศึกษา 2536 เคยทำงาน บ. พูจิตส์(ประเทศไทย) จำกัด ในตำแหน่งวิศวกร ปี พ.ศ. 2537 และเข้ารับบรรจุเป็นอาจารย์ประจำสาขาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเอเชียอาคเนย์ ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2538 จนถึงปัจจุบัน เคยเป็นอาจารย์สอนวิชาปฏิบัติการ สำนักวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี ในขณะศึกษาระดับปริญญาโท มีผลงานทางวิชาการที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่ 1 บทความ ดังที่ได้รวบรวมไว้ในภาคผนวก ง.

