การลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะในภาพตัดขวางโดยใช้วิธีการประเมินค่าความเป็นไปได้สูงแบบถ่วงน้ำหนัก

METAL ARTIFACT REDUCTION IN COMPUTED TOMOGRAPHY USING PENALIZED-LIKELIHOOD METHODS

สรพงศ์ อู่ตะเภา

SORAPONG AOOTAPHAO

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ชีวการแพทย์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2552

KMITL-2009-EN-M-045-002

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะในภาพตัดขวางโดยใช้วิธีการประเมินค่าความเป็นไปได้สูงแบบถ่วงน้ำหนัก

METAL ARTIFACT REDUCTION IN COMPUTED TOMOGRAPHY USING PENALIZED-LIKELIHOOD METHODS

T105259

สรพงศ์ อู่ตะเภา

SORAPONG AOOTAPHAO

วิทย.
ส327ก
2552

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 105259
วัน,เดือน,ปี 17 พ.ย. 2552

b 12166960
i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ชีวการแพทย์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2552

KMITL-2009-EN-M-045-092

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

METAL ARTIFACT REDUCTION IN COMPUTED TOMOGRAPHY USING PENALIZED-LIKELIHOOD METHODS

SORAPONG AOOTAPHAO

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILMENT

OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF

MASTER ENGINEERING IN BIOMEDICAL ELECTRONICS ENGINEERING

FACULTY OF ENGINEERING

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

2009

KMITL-2009-EN-M-045-092

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

COPYRIGHT 2009

FACULTY OF ENGINEERING

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะในภาพตัดขวางโดยใช้วิธีการประเมินค่าความเป็นไปได้สูงแบบถ่วงน้ำหนัก

Thesis Title Metal Artifact Reduction in Computed Tomography Using Penalized-Likelihood Methods

นักศึกษา นายสรพงศ์ อู่ตะเภา

รหัสประจำตัว 49061404

ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา อิเล็กทรอนิกส์ชีวการแพทย์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.ชูชาติ ปิณฑวิรุจน์

หมายเลขวิทยานิพนธ์ KMITL-2009-EN-M-045-092

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
ผศ.ดร.กิติพล	ชิตสกุล	
รศ.ดร.มนัส	สังวรศิลป์	
ผศ.ดร.ยุทธนา	คิดใจเดียว	
ผศ.ดร.บุญญฤทธิ์	อุยยานนวาระ	
รศ.ดร.ชูชาติ	ปิณฑวิรุจน์	

วัน / เดือน/ ปี ที่สอบ วันอังคารที่ 23 ธันวาคม พ.ศ. 2551 เวลา 11.30-13.30 น.

สถานที่สอบ ณ อาคาร A ชั้น 3 ห้องประชุม 2

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์ รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์ ดร.กอบชัย เดชหาญ)

คณบดี คณะวิศวกรรมศาสตร์

วันที่ 23 ธันวาคม พ.ศ. 2551

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะในภาพตัดขวางโดยใช้วิธีการประเมินค่าความเป็นไปได้สูงแบบถ่วงน้ำหนัก
นักศึกษา	นายสรพงศ์ อู่ตะเภา
รหัสนักศึกษา	49061404
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์ชีวการแพทย์
พ.ศ.	2552
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ.ดร. ชูชาติ ปิณฑวิรุจน์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม	ดร. เสาวภาคย์ โสตถิวิรัช

บทคัดย่อ

การสร้างภาพตัดขวางจากข้อมูลที่มีโลหะฝังอยู่มักจะทำให้เกิดสัญญาณรบกวนที่มีลักษณะแบบเส้นแสงกระจาย ซึ่งจะลดคุณภาพของภาพตัดขวาง ในวิทยานิพนธ์นี้จะเสนอเทคนิคใหม่สำหรับการลดสัญญาณรบกวนจากโลหะในภาพตัดขวางที่สร้างจากเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ด้วยลำแสงแบบกรวยบนพื้นฐานวิธีการสร้างภาพตัดขวางเชิงสถิติ วิธีที่นำเสนอนี้เริ่มจากการคัดแยกวัตถุโลหะในภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะ จากนั้นทำการโปเจคชันซ้ำไปที่ภาพตัดขวางที่มีเฉพาะวัตถุโลหะจะได้ข้อมูลความเข้มจากการวัดที่มีเฉพาะข้อมูลเงาโลหะ ชุดข้อมูลความเข้มจากการวัดเดิมที่ถูกคัดแยกเงาโลหะออกแล้ว จะถูกแก้ไขด้วยเทคนิคการแทนที่ค่าด้วยอินเตอร์โพเลชันแบบคิวบิค (Cubic interpolate) ชุดข้อมูลความเข้มจากการวัดที่ได้ถูกแก้ไขแล้ว จะถูกสร้างภาพคืนด้วยความน่าจะเป็นแบบถ่วงน้ำหนักโดยแก้ไขจากอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์ ผลการทดลองจะแสดงภาพตัดขวางของวัตถุโลหะที่ใช้เทคนิคที่นำเสนอไปในการลดสัญญาณรบกวนที่ให้คุณภาพที่เหนือกว่าการสร้างภาพตัดขวางแบบฟิลเตอร์แบคโปรเจคชัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis Title	Metal Artifact Reduction in Computed Tomography Using Penalized-Likelihood Methods
Student	Mr. Sorapong Aootaphao
Student ID.	49061404
Degree	Master of Engineering
Program	Biomedical Electronics Engineering
Year	2009
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Dr.Chuchart Pintavirooj
Thesis Co-Advisor	Dr. Saowapak Sotthivirat

ABSTRACT

CT reconstruction from metal-embedded data usually produces streak artifacts that reduce the quality of the reconstructed images. In this thesis, we propose a new technique for metal artifact reduction in cone-beam CT based on statistical reconstruction. First, the metal objects are segmented in the reconstructed images and then reprojected to obtain the measurement data of the metal objects using cone-beam reconstruction. The original measurement data in the metal area are corrected through cubic interpolation. The corrected measurement data are reconstructed with the penalized likelihood using the modified convex algorithm. The simulation results show that the reconstructed images of the metal object using the proposed metal artifact reduction technique are superior to conventional filtered backprojection reconstruction

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ลุล่วงได้อย่างดี ด้วยความช่วยเหลือและกาสนับสนุนจากบุคคลหลายๆท่าน ซึ่งผู้เขียนขอขอบพระคุณทุกๆ ท่านต่อไปนี้

ขอขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ ที่ให้ความสนับสนุนด้านทุนการศึกษาตลอดจนเป็นตัวอย่างที่ดีแก่ลูกและให้กำลังใจเสมอเมื่อเหนื่อยกับการทำงานและวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.ชูชาติ ปิณฑวิรุจน์ อาจารย์ที่ปรึกษาผู้ซึ่งให้โอกาสข้าพเจ้าเรียนต่อด้วยทุนการศึกษาในการเรียนปริญญาโท ข้าพเจ้าได้รับประสบการณ์ในการทำงานที่หลากหลายวิชาจากอาจารย์ตั้งแต่ปริญญาตรีถึงปริญญาโท ซึ่งช่วยให้แนวคิดในการทำงานมีระบบระเบียบมากขึ้นและมีความตั้งใจพยายามสูงที่จะทำงานให้สำเร็จ นอกจากนั้นงานทุกอย่างที่อาจารย์ได้มอบหมายให้ทำนั้น ได้ให้ความรู้มากมายทำให้ข้าพเจ้ามีความมั่นใจในการทำงานมากขึ้นและที่สำคัญอาจารย์เป็นตัวอย่างที่ดีต่อลูกศิษย์ในการทำงานและการดำรงชีวิต อีกทั้งเสริมทัศนคติอุดมการณ์ต่อการทำงานวิจัยที่สามารถนำไปช่วยผู้อื่นได้นั่น คืองานวิจัยมีประโยชน์ต่อสังคม

ขอขอบพระคุณ ดร.เสาวภาคย์ โสตถิวิรัช อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ข้าพเจ้าโชคดีที่ได้ทำงานร่วมกับอาจารย์อย่างมาก อาจารย์ได้ให้โอกาสมากมายที่พิสูจน์ความสามารถและความพยายามในการทำงานวิจัยและสอนให้ตั้งเป้าหมายในการทำงานและชีวิต การตั้งเป้าหมายในงานวิจัยนั้น เป้าหมายค่อนข้างสูงในความคิดของข้าพเจ้าที่จะพยายามให้สำเร็จแต่ก็ได้รับการช่วยเหลือจากอาจารย์ในการตรวจงานที่ละเอียดรอบคอบของอาจารย์ที่สามารถชี้ข้อด้อยและปัญหาได้เป็นอย่างดี อาจารย์ได้ให้กำลังใจและค่อยช่วยเหลือข้าพเจ้าเสมอในด้านงานเอกสาร ความรู้ และให้โอกาสเดินทางไปต่างประเทศซึ่งเป็นประสบการณ์ครั้งแรกของข้าพเจ้าที่จำได้ดี

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.มนัส สังวรศิลป์ ที่ให้การสนับสนุนทางด้านความรู้และความห่วงใยต่ออนาคตของลูกศิษย์โดยเฉพาะเรื่องการศึกษาและการงาน

ขอขอบคุณโครงการทุนสถาบันบัณฑิตวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีไทย (TGIST) ที่ให้การสนับสนุนด้านทุนการศึกษา รวมทั้งทุนในการทำวิจัยและค่าเดินทางไปต่างประเทศ

ขอขอบคุณศูนย์เทคโนโลยีทางทันตกรรมขั้นสูง (ADTEC) ที่เอื้อเฟื้อข้อมูลในการทำวิจัย

และสุดท้ายขอขอบพระคุณ เพื่อนๆ พี่ๆ น้อง ๆ ในห้องวิจัยที่ได้แบ่งปันความรู้หลายอย่างตลอดจนช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

สรพงศ์ อู่ตะเภา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย I

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ II

กิตติกรรมประกาศ III

สารบัญ IV

สารบัญตาราง VII

สารบัญรูป VIII

บทที่ 1 บทนำ 1

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา 3

1.3 สมมติฐานของการศึกษา 3

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในงานวิจัย 4

1.5 ขอบเขตการวิจัย 4

บทที่ 2 ทบทวนงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 6

2.1 บทนำ 6

2.2 วิธีการลดสัญญาณรบกวนจากโลหะ 6

2.3 การสร้างภาพตัดขวางเชิงสถิติ 8

บทที่ 3 ทฤษฎีการสร้างภาพตัดขวาง 11

3.1 บทนำ 11

3.2 การหาค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืน 12

3.3 การอินทิเกรตในแนวเส้น (Line Integrals) และการโปรเจคชัน (Projections) 15

3.4 การแปลงเรดอน (Radon Transform) 16

3.5 วิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้วิธีแบคโปรเจคชัน 17

3.6 วิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจคชัน (FBP) 20

3.7 ทฤษฎีพื้นฐานของอัลกอริทึมแบบพีชคณิต 23

3.8 การสร้างภาพตัดขวางแบบพัด (Fan-beam reconstruction) 25

3.8.1 ระยะระหว่างเส้นแสงเท่ากัน (Equally space collinear detectors) 25

3.9 การสร้างภาพตัดขวางแบบกรวย (Cone-beam reconstruction) 28

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

3.9.1 โปรเจคชันของวัตถุ 3 มิติ (Three-Dimension Projection) 29
3.9.2 FeldKamp หรือ ฟิลเตอร์แบคโปรเจคชันแบบ 3 มิติ (3D Filtered Backprojection) 30
บทที่ 4 อัลกอริทึมของการสร้างภาพตัดขวางแบบทำซ้ำเชิงสถิติ 33
4.1 บทนำ 33
4.2 การประมาณค่าบนพื้นฐานความน่าจะเป็น (Likelihood-based estimation) 34
4.3 ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (penalty function) 35
4.4 หลักการแปลงฟังก์ชันให้เหมาะสม (Optimization transfer principle) 37
4.5 อัลกอริทึมแบบคาดเดาสูงสุดบนความน่าจะเป็นสูงสุด (ML-EM algorithms) 38
4.6 อัลกอริทึมแบบคาดเดาสูงสุดสำหรับการส่งผ่านคลื่น (Transmission EM algorithm) 39
4.7 อัลกอริทึมแบบคอนเวคต์ (Convex algorithm) 43
4.8 อัลกอริทึมแบบคอนเวคต์บนความเป็นไปได้สูงสุดแบบถ่วงน้ำหนัก 48
(Penalized-Likelihood Convex algorithm PL-C) 48
บทที่ 5 ขั้นตอนการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะ 50
5.1 บทนำ 50
5.2 ขั้นตอนการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะ 51
5.2.1 การทำ Thresholding ภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวนจากโลหะ 52
5.2.2 การฉายโปรเจคชันบนภาพตัดขวางที่มีเฉพาะโลหะ 53
5.2.3 การแก้ไขข้อมูลความเข้มจากการวัดด้วยข้อมูลความเข้มที่มีเฉพาะข้อมูลเงาโลหะ 53
5.2.4 เทคนิคการแทนที่ข้อมูลโลหะที่ถูกคัดแยกไป 54
5.2.5 สร้างภาพตัดขวางจากข้อมูลความเข้มจากการวัดที่แก้ไขแล้ว 55
บทที่ 6 การออกแบบระบบเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์แบบจำลองและแฟนทอมสำหรับทดลอง 56
6.1 บทนำ 56
6.2 การออกแบบระบบเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์แบบจำลอง 56
6.2.1 การออกแบบข้อมูลความเข้มจากการวัด 57
6.2.2 การออกแบบคลื่นเอกซเรย์แบบลำแสงกรวย 59
6.2.3 การคำนวณระยะทางของรังสีที่ตัดผ่านในหนึ่งพิกเซล 59
6.3 การจำลองวัตถุสำหรับยิงรังสี 61

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่ 7 ผลการทดลอง 63

7.1 บทนำ 63

7.2 ผลการทดสอบเบื้องต้นด้วยวิธีสร้างภาพตัดขวางที่แตกต่าง 63

7.2.1 กรณีที่ไม่มีสัญญาณแบบพัวซองที่ข้อมูลความเข้มจากการวัด 65

7.2.2 กรณีที่มีสัญญาณแบบพัวซองที่ข้อมูลความเข้มจากการวัด 68

7.3 ผลการทดลองอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์บนความเป็นไปได้สูงสุดแบบถ่วงน้ำหนัก (Penalized-Likelihood with Convex Algorithm) 70

7.4 ผลการทดลองลดสัญญาณรบกวนบนภาพตัดขวางด้วยวิธีการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะบนข้อมูล 2 มิติ 74

7.5 ผลการทดลองลดสัญญาณรบกวนบนภาพตัดขวางด้วยลำแสงแบบกรวยบนข้อมูลสามมิติ 77

7.6 ผลการทดลองแฟนทอมที่สร้างขึ้นจริง 82

7.6.1 การสร้างภาพตัดขวางโดยไม่ทำการลดสัญญาณรบกวนจากโลหะ 85

7.6.2 การสร้างภาพตัดขวางบนข้อมูลที่ทำการลดสัญญาณรบกวนจากโลหะ 91

บทที่ 8 สรุปผลและแนวทางการพัฒนา 95

8.1 สรุปผลการวิจัย 95

8.2 ข้อเสนอแนะในการพัฒนาต่อไป 96

เอกสารอ้างอิง 98

ภาคผนวก ก พิสูจน์สูตรและสมการที่เกี่ยวข้อง 100

ภาคผนวก ข ผลงานวิจัยที่รับการตีพิมพ์ 102

ประวัติผู้เขียน 103

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

6.1 แสดงสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นที่ระดับพลังงาน 70 keV 61

7.1 แสดงค่าผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสองของอัลกอริทึมสำหรับสร้างภาพตัดขวางที่แตกต่าง 82

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่ หน้า

1.1 a) ภาพข้อมูลความเข้มจากการวัด (raw measurement) ที่มีเงาของวัสดุอุดฟัน; b) ภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวนจากโลหะ; c) ภาพ 3 มิติเชิงปริมาตรที่มีสัญญาณรบกวนจากโลหะ 2

3.1 หลักการสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีการส่งผ่าน การแผ่ และการสะท้อน 11

3.2 คลื่นเอกซเรย์ที่ฉายไปยังวัตถุที่มีเนื้อเดียวกันตลอด 12

3.3 ฉายรังสีไปยังวัตถุที่มีค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนหลายค่าและมีการฉายรังสีหลายทิศทาง 13

3.4 แสดงภาพตัดขวางของร่างกายมนุษย์ 14

3.5 โปรเจคชันของวัตถุ $f(x,y)$ ที่มุม θ 15

3.6 เรขาคณิตของการแปลงเรดอน 17

3.7 โปรเจคชันของฟังก์ชัน 2 มิติ 17

3.8 Block diagram แสดงวิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจคชัน 20

3.9 ภาพแสดงผลตอบสนองทางความถี่ของ Ram-Lak Filter 22

3.10 รูปแบบการฉายแสงและการคำนวณค่าแฟกเตอร์น้ำหนัก 23

3.11 ข้อมูลโปรเจคชันเมื่อพิจารณาทางเดินแสงแบบพัดที่มีระยะห่างระหว่างหัวรับเท่ากัน (Equally space collinear detectors) 26

3.12 เรขาคณิตของทางเดินแสงแบบพัดที่พิจารณาระยะห่างระหว่างหัวรับเท่ากัน 26

3.13 การสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุ 3 มิติ 28

3.14 การพิจารณาทางเดินแสงแบบกรวยในรูปแบบทางเดินแสงแบบพัด 28

3.15 ความสัมพันธ์ของการหมุนของระบบโคออร์ดิเนต 29

3.16 ภาพแสดงระบบพิกัด (t,s) 31

4.1 แสดงถึงบล็อกของขั้นตอนภาพรวมของการสร้างภาพตัดขวางแบบทำซ้ำเชิงสถิติ 34

4.2 a) ฟังก์ชันโพเทนเชียลแบบ Quadratic; b) ฟังก์ชันโพเทนเชียลแบบ Non-Quadratic โดยเลือกใช้สมการแบบ Huber 37

4.3 แสดงตัวอย่างเปรียบเทียบระหว่างฟังก์ชันออฟเจคทีฟ Φ และเซอโรเกท ϕ 38

4.4 แสดงการอธิบายทางกายภาพของลดทอนจำนวนโฟตอนจนถึงหัววัดคลื่นระดับที่ i^{th} 40

4.5 แสดงตัวอย่างการพล็อตกราฟ Q_1 เมื่อ $r_i \neq 0$ 44

4.6 แสดงตัวอย่างการพล็อตกราฟ Q_1 เมื่อ $r_i = 0$ 44

5.1 a) ภาพข้อมูลความเข้มจากการวัดด้านเดียวของผู้ป่วยที่มีวัสดุอุดฟัน; b) ภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวน 50

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

5.2 แสดงสรุปแผนผังขั้นตอนการลดสัญญาณรบกวนจากโลหะ 51

5.3 ภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวนจากโลหะจากเครื่องสแกน I-CAT 52

5.4 แสดงการปรับค่า Threshold แบบปรับเองบนภาพตัดขวางเพื่อแยกเอาเฉพาะบริเวณที่เป็นโลหะ..... 52

5.5 แสดงภาพข้อมูลความเข้มที่มีเฉพาะข้อมูลเงาโลหะแต่ละมุมของการฉายโปรเจคชัน 53

5.6 แสดงภาพข้อมูลความเข้มจากการวัดที่คัดแยกข้อมูลเงาโลหะออกแล้วที่มุมต่างๆ 54

5.7 แสดงตัวอย่างภาพตำแหน่งของเงาโลหะที่คัดแยกออกจากข้อมูลความเข้มจากการวัดโดยที่ตำแหน่งของโลหะนั้นจะถูกกำหนดให้เป็นศูนย์ 54

6.1 เครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ในงานทันตกรรม I-CAT [20] 56

6.2 a) แสดงค่าความเข้มจำนวนโฟตอนเคลื่อนที่ผ่านชั้นที่มีค่าลดทอนด้วยระยะ ds; b) แสดงค่าระดับพลังงานที่สูงขึ้นมีผลให้สัมประสิทธิ์การลดทอนน้อยลง 57

6.3 ปรากฏการณ์ Beam hardening เมื่อวัตถุที่ผ่านเป็นน้ำ..... 58

6.4 a) แสดงถึงกราฟข้อมูลโปรไฟล์ของข้อมูลความเข้มจากการวัด; b) แสดงถึงกราฟข้อมูลโปรไฟล์ข้อมูลโปรเจคชัน 59

6.5 แสดงรูปแบบการคำนวณ a_{ij} เมื่อเส้นรังสีที่ i ได้ตัดผ่านภายในพิกเซล..... 60

6.6 แสดงถึงบริเวณพื้นที่วงกลมที่ข้อมูลจะเกิดขึ้นจากการสร้างภาพตัดขวาง 61

6.7 a) เป็นแฟนทอม Shepp-Logan ที่ใส่วัสดุโลหะลงไป; b) แฟนทอมสำหรับงานทัตกรรมที่มีวัสดุโลหะ 62

7.1 แฟนทอม Shepp-logan ที่มีวัสดุโลหะเมื่อกำหนดให้ μ_{Fe} =10 cm^{-1}, $\mu_{Shepp-\log an}$ บริเวณอื่นอยระหว่าง [0,1] 64

7.2 a) ข้อมูลความเข้มจากการวัดที่มีเงาโลหะ; b) ข้อมูลโปรเจคชันที่มีเงาโลหะ 65

7.3 แสดงภาพตัดขวาง a) FBP Hamming, cut-off 0.85; b) SART ที่ 100 รอบ; c) ML-C ที่ 100 รอบ 66

7.4 a) การลู่เข้าสู่ค่าสูงสุดแต่ละรอบของการทำซ้ำที่ 100 รอบ; b) ค่าผิดพลาดเฉลี่ยยกกำลังสองแต่ละ .. 67

7.5 a) แฟนทอมแบบทันตกรรมโดยมีวัสดุโลหะ; b) ข้อมูลความเข้มจากการวัดที่มีเงาโลหะและเพิ่มสัญญาณรบกวนแบบพัวซอง 68

7.6 แสดงภาพตัดขวาง a) FBP Hamming, cut off 0.85; b) SART ที่ 20 รอบ; c) ML-C ที่ 30 รอบ..... 69

7.7 แสดงภาพตัดขวางจาก SART ที่ 30 รอบ..... 69

7.8 แสดงพล็อตกราฟฟังก์ชันโพเทนเชียลแบบ Huber เมื่อ δ =0.25 71

7.9 แสดงภาพตัดขวาง a) FBP Hamming, cut off 0.85; b) PL-C (β =50, δ =0.25, 50 รอบ) 71

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

7.10 แสดงการปรับค่า β a) PL-C (β =50, δ =0.0009, 50 รอบ); b) ข้อมูลโปรไฟล์ของ a) (สไลด์ที่ 140); c) PL-C (β =1000, δ =0.0009, 50 รอบ); d) ข้อมูลโปรไฟล์ของ c) (สไลด์ที่ 140)..... 72

7.11 แสดงการปรับค่า δ a) PL-C (β =5000, δ =0.0009, 50 รอบ); b) ข้อมูลโปรไฟล์ของ a) (สไลด์ที่ 140); c) PL-C (β =5000, δ =0.00009, 50 รอบ); d) ข้อมูลโปรไฟล์ของ c) (สไลด์ที่ 140) 73

7.12 a) ภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวน; b) ข้อมูลความเข้มจากการวัดที่มีเงาโลหะ..... 74

7.13 a) ภาพตัดขวางที่ทำวิธีการ Thresholding; b) ภาพตัดขวางที่ปรับค่า Threshold จนได้เฉพาะวัตถุโลหะ 74

7.14 แสดงข้อมูลความเข้มจากการวัดที่มีเฉพาะเงาของวัตถุที่คัดแยกได้จากภาพตัดขวาง..... 75

7.15 แสดงข้อมูลความเข้มจากการวัดที่คัดแยกเงาโลหะออกแล้ว 75

7.16 แสดงข้อมูลความเข้มจากการวัดที่เติมค่าด้วยเทคนิคอินเตอร์โพเลชันแบบเชิงเส้น..... 76

7.17 แสดงภาพตัดขวางจากข้อมูลความเข้มจากการวัดที่แก้ไขแล้ว a) FBP (Hamming, cut off 0.85); b) PL-C (β =100, δ =0.001, 100 รอบ)..... 76

7.18 แสดงข้อมูลโปรไฟล์เพื่อเปรียบเทียบค่าผิดพลาด a) แฟนทอม; b) FBP; c) PL-C..... 77

7.19 a) ข้อมูลความเข้มจากการวัดที่ยังไม่แก้ไข; b) ภาพตัดขวางด้วย FBP (Hamming, cut-off 0.85) 78

7.20 ภาพข้อมูลความเข้มจากการวัดที่แก้ไขแล้วโดยมีการเลื่อนข้อมูลที่อินเตอร์โพเลทเพื่อให้ภาพตัดขวางคงวัตถุอยู่..... 79

7.21 แสดงภาพตัดขวางที่ต่างอัลกอริทึมกัน a) FBP (Hamming, cut off = 0.85); b) ML-C 25 รอบ; c) PL-C (β =0.5, δ =0.005, 25 รอบ)..... 80

7.22 a) กราฟฟังก์ชันออฟเจคทีฟ Φ ที่ 25 รอบ ของ PLC; b) โปรไฟล์เทียบ 3 ข้อมูลคือแฟนทอม (เส้นสีน้ำเงินทึบ) FBP (เส้นปะสีแดง) และ ML-C (เส้นปะและดาวสีดำ); c) โปรไฟล์ PL-C (เส้นปะและดาวสีดำ)..... 81

7.23 แสดงแฟนทอมสำหรับงานทันตกรรม a) แฟนทอมไม่มีวัสดุโลหะ; b) แฟนทอมมีวัสดุโลหะ 83

7.24 a) การวางแฟนทอมในเครื่องเอกซเรย์สำหรับงานทัตกรรม; b) แสดงภาพข้อมูลความเข้มจากการวัดของแฟนทอมที่สร้างไว้เมื่อมีวัสดุโลหะ..... 84

7.25 a) ข้อมูลความเข้มจากการวัดสำหรับวิธีการ ML-C และ PL-C; b) ข้อมูลโปรเจคชันสำหรับวิธีการ FBP..... 85

7.26 แสดงภาพตัดขวางที่ต่างอัลกอริทึมกัน a) FBP (Hamming, cut off 0.85); b) ML-C 40 รอบ; c) PL-C (β =8000, δ =0.0095, 40 รอบ)..... 86

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

7.27 ข้อมูลโปรไฟล์กับข้อมูลที่มีโลหะ a) ข้อมูลโปรไฟล์ของ FBP; b) ข้อมูลโปรไฟล์ของ ML-C ที่ 40 รอบ; c) โปรไฟล์ของ PL-C ที่ 40 รอบ; d) กราฟฟังก์ชันออฟเจคทีฟ Φ ของ PL-C ที่ 40 รอบ 88

7.28 a) ข้อมูลความเข้มจากการวัดสำหรับวิธีการ ML-C และ PL-C ที่ไม่มีข้อมูลวัสดุโลหะ; b) ข้อมูลโปรเจคชันสำหรับวิธีการ FBP ที่ไม่มีข้อมูลวัสดุโลหะ 88

7.29 แสดงภาพตัดขวางที่ต่างอัลกอริทึมกัน a) FBP (Hamming, cut off 0.85); b) ML-C 40 รอบ; c) PL-C (β =8000, δ =0.0095, 40 รอบ) 89

7.30 แสดงการเปรียบเทียบข้อมูลโปรไฟล์ระหว่างข้อมูลที่มีโลหะและไม่มีโลหะ a) ข้อมูลโปรไฟล์ FBP; b) ข้อมูลโปรไฟล์ ML-C; c) ข้อมูลโปรไฟล์ PL-C 90

7.31 a) ภาพข้อมูลความเข้มจากการวัดที่คัดแยกข้อมูลโลหะออกแล้ว; b) ภาพข้อมูลความเข้มจากการวัดที่แก้ไขแล้วโดยมีการเลื่อนข้อมูลที่อินเตอร์โพเลทเพื่อให้ภาพตัดขวางคงวัตถุอยู่ 91

7.32 แสดงภาพตัดขวางแต่ละอัลกอริทึมที่สร้างจากชุดข้อมูลความเข้มจากการวัดที่แก้ไขแล้ว a) FBP (Hamming, cut off 0.85); b) ML-C 40 รอบ; c) PL-C (β =8000, δ =0.0095, 40 รอบ) 93

7.33 a) ข้อมูลโปรไฟล์ของ FBP; b) ข้อมูลโปรไฟล์ของ ML-C ที่ 40 รอบ; c) โปรไฟล์ของ PL-C ที่ 40 รอบ 94

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

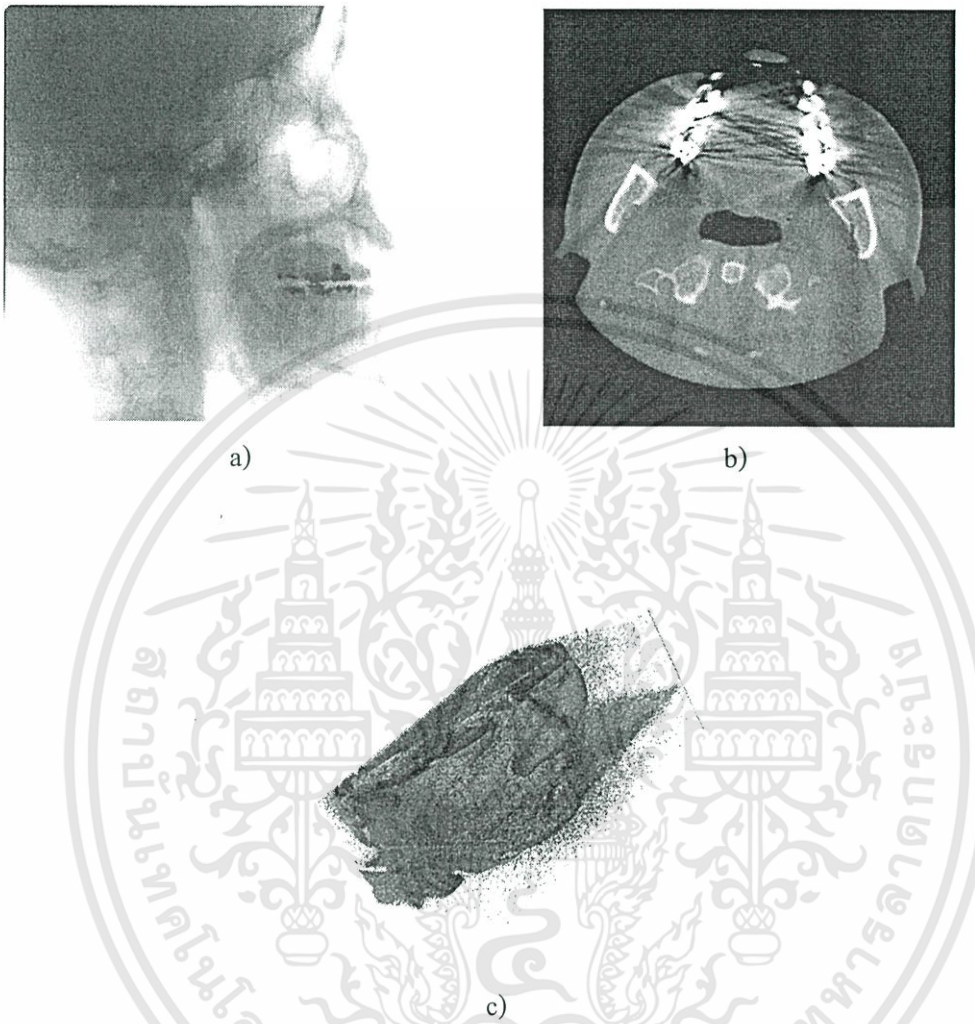
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันการสร้างภาพตัดขวางจากเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ (X-Ray CT) เ ป็นสิ่งสำคัญในการช่วยแพทย์วินิจฉัยโรคและวางแผนการรักษาให้กับผู้ป่วย เครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ที่ใช้อยู่ในปัจจุบันมีหลายรูปแบบ เช่น เครื่อง Spiral CT, เครื่อง Cone-Beam CT และเครื่อง Multi-Slice CT เป็นต้น เครื่องเหล่านี้มีลักษณะที่ความแตกต่างกันอย่างเด่นชัดในเรื่องรูปแบบของแนวการฉายรังสีและการเคลื่อนที่ของระบบเอกซเรย์ แต่หลักการวิธีการสร้างภาพตัดขวาง (Reconstruction) ยังคงสอดคล้องกัน ปัญหาที่มีผลต่อการสร้างภาพตัดขวางสามารถเกิดได้จากระบบเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์หรือเกิดจากผู้ป่วยเอง เช่น การเคลื่อนไหวของผู้ป่วยขณะที่เครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ทำงานอยู่ การที่หัววัดคลื่นเอกซเรย์มีปัญหาทำให้เกิด Ring Artifact และจากผู้ป่วยที่มีวัสดุผสมโลหะฝังอยู่ในร่างกาย เป็นต้น ปัญหาดังกล่าวนำไปสู่คุณภาพของภาพตัดขวางที่มีผลต่อการวินิจฉัยโรค ดังนั้นจำเป็นต้องได้รับการแก้ไข วิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะมุ่งเน้นไปที่ปัญหาของการถ่ายภาพในบริเวณที่มีวัสดุโลหะฝังอยู่ภายในร่างกายผู้ป่วย เนื่องจากมีผลกระทบต่อคุณภาพของภาพตัดขวางอย่างมาก ตัวอย่างเช่น ผู้ป่วยที่มีการอุดฟัน ด้วยวัสดุอุดฟัน (Amalgam) เป็นวัสดุที่มีส่วนผสมของโลหะ โดยมีค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนคลื่นเอกซเรย์ที่สูง เมื่อคลื่นเอกซเรย์เดินทางทะลุผ่านวัสดุอุดฟันที่มีค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนที่สูง ก็จะส่งผลให้ความเข้มจำนวนโฟตอนจากคลื่นเอกซเรย์มีจำนวนลดลงอย่างมาก เมื่อเทียบกับบริเวณอื่นที่คลื่นเอกซเรย์ทะลุผ่านเช่นกัน ด้วยเหตุนี้จึงส่งผลต่อการสร้างภาพตัดขวาง ลักษณะสัญญาณรบกวนบนภาพตัดขวางจะมีลักษณะเป็นเส้นแสงที่กระจายรอบวัสดุที่ทำให้เกิดปรากฏการณ์นี้ (Streak artifact) เส้นแสงที่กระจายออกมาจากวัสดุโลหะในภาพตัดขวางนั้นจะไปรบกวนข้อมูลภาพตัดขวางที่อยู่รอบข้างทั้งหมด ทำให้ข้อมูลบริเวณนั้นแสดงค่าไม่ถูกต้อง

เครื่องเอกซเรย์สำหรับงานทันตกรรม จะใช้รังสีเอกซเรย์เป็นแบบกรวย และใช้ปริมาณรังสีที่น้อยกว่า เครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ทางการแพทย์โดยทั่วไป เครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์นี้ จะฉายรังสีพร้อมกับการสแกนหมุนรอบผู้ป่วย ภาพข้อมูลหนึ่งมุมจากการฉายรังสีแสดงถึงค่าความเข้มจากวัดจำนวนโฟตอนของผู้ป่วยดังรูปที่ 1.1 a) ในกรณีนี้ผู้ป่วยมีวัสดุอุดฟัน ข้อมูลเหล่านี้เมื่อนำมาสร้างภาพตัดขวางก็จะมีสัญญาณรบกวนที่มีลักษณะเป็นเส้นแสงกระจายบนภาพตัดขวางดังรูปที่ 1.1 b) ซึ่งนอกจากจะรบกวนการวินิจฉัยของแพทย์ยังก่อให้เกิดมีปัญหาในการขึ้นรูป 3 มิติเพื่อวิเคราะห์ข้อมูลแบบสามมิติ หรือ ผลิตชิ้นงานต้นแบบรวดเร็ว (Rapid prototyping) เพราะสัญญาณรบกวนจะไปลดคุณภาพของการขึ้นรูป โดยส่วนใหญ่เครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ทางการค้านั้นจะไม่มีฟังก์ชันในการลดสัญญาณรบกวนเนื่องมาจาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วัสดุที่มีส่วนผสมโลหะที่อยู่ในผู้ป่วย นอกจากจำทำการลบสัญญาณรบกวนแบบ Manual ก่อนการขึ้นรูป 3 มิติ



รูปที่ 1.1 a) ภาพข้อมูลความเข้มจากการวัด (raw measurement) ที่มีเงาของวัสดุอุดฟัน; b) ภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวนจากโลหะ; c) ภาพ 3 มิติเชิงปริมาตรที่มีสัญญาณรบกวนจากโลหะ

ในงานวิจัยฉบับนี้มุ่งเน้นเกี่ยวกับการลดสัญญาณรบกวนบนภาพตัดขวางที่เกิดจากโลหะที่อยู่ในช่องปากหรือวัสดุอุดฟันที่ได้จากเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์สำหรับงานทันตกรรม โดยจะเน้นไปที่อัลกอริทึมในการสร้างภาพตัดขวางและอัลกอริทึมสำหรับการคัดแยกข้อมูลเงาโลหะออกจากภาพข้อมูลความเข้มจากการวัด โดยเฉพาะอัลกอริทึมการสร้างภาพตัดขวางแบบทำซ้ำเชิงสถิติ (Statistical Reconstruction) ซึ่งเป็นอัลกอริทึมที่ให้คุณภาพเพื่อลดสัญญาณรบกวนดีกว่าอัลกอริทึมแบบฟิลเตอร์แบคโปรเจคชัน (Filter Back-Projection) และพีชคณิต (Algebraic Reconstruction Technique)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. เพื่อศึกษาความรู้เกี่ยวกับวิธีการสร้างภาพตัดขวางชนิดต่างๆ
2. เพื่อพัฒนาอัลกอริทึมสำหรับสร้างภาพตัดขวางที่มีคุณภาพที่ดีสำหรับช่วยแพทย์วินิจฉัย
3. เพื่อเปรียบเทียบอัลกอริทึมแบบต่างๆที่ใช้แก้ปัญหาสัญญาณรบกวนจากโลหะ
4. เพื่อนำไปใช้ในการสร้างภาพตัดขวางร่วมกับเครื่อง CT จริง

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

เครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ส่วนใหญ่นั้น จะใช้อัลกอริทึมแบบฟิลเตอร์แบคโปรเจคชัน ซึ่งเป็นวิธีที่นิยมมากในการสร้างภาพตัดขวาง เพราะใช้เวลาในการคำนวณที่น้อย แต่ต้องใช้จำนวนการฉายโปรเจคชันที่มาก ซึ่งมีผลต่อการสะสมปริมาณรังสีในร่างกายของผู้ป่วย ในการสร้างภาพตัดขวางด้วยวิธีดังกล่าว โดยทั่วไปยังคงมีสัญญาณรบกวนบนภาพตัดขวางอยู่ ซึ่งแสดงออกมาหลายรูปแบบตามสาเหตุที่เกิดดังที่กล่าวไว้ข้างต้น และสาเหตุที่พบบ่อยนั้น คือ สัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะ (Metal Artifact) เช่น วัสดุอุดฟันที่มีส่วนผสมของโลหะ เป็นสาเหตุในการลดความเข้มจำนวนโฟตอนของคลื่นเอกซเรย์ที่ไปตกกระทบหัววัดคลื่นเอกซเรย์ (Detector) เนื่องจากวัสดุโลหะมีคุณสมบัติในการลดทอนคลื่นเอกซเรย์ที่สูงจึงมีผลต่ออัลกอริทึมในการสร้างภาพตัดขวาง

จากกฎของเบียร์ (Beer's law) ค่าความเข้มจำนวนโฟตอนของคลื่นเอกซเรย์จะขึ้นอยู่กับค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้น, ระยะทาง และระดับพลังงาน ด้วยหลักการการลดลงของค่าความเข้มจำนวนโฟตอนนี้ ส่งผลต่อทฤษฎีการสร้างภาพตัดขวาง จึงมีแนวคิดที่จะหาวิธีการสร้างภาพตัดขวางที่สอดคล้องตามกฎของเบียร์และเป็นไปตามหลักฟิสิกส์ ในการพิจารณานั้น จะวิเคราะห์ที่หัววัดคลื่นเอกซเรย์ โดยที่ค่าความเข้มที่วัดได้ สามารถจัดอยู่ในรูปแบบการกระจายตัวในเชิงสถิติ ซึ่งส่งผลต่อการลดสัญญาณรบกวนในภาพตัดขวางไม่มากก็น้อย ขึ้นอยู่กับรูปแบบการกระจายตัวที่นำมาใช้ ดังนั้นภาพตัดขวางที่ให้คุณภาพดีก็ขึ้นอยู่กับอัลกอริทึมใดที่มีการจัดรูปแบบข้อมูลค่าความเข้มจากหัววัด ในอัลกอริทึมแบบฟิลเตอร์แบคโปรเจคชันและพีชคณิต ไม่มีการจัดรูปแบบของข้อมูล แต่การพิจารณานี้พบว่ามีอัลกอริทึมที่สามารถสร้างภาพตัดขวางบนการจัดรูปแบบค่าความเข้มจากหัววัดนั้น คือ อัลกอริทึมการสร้างภาพตัดขวางเชิงสถิติ จากปัญหาดังกล่าวที่มีสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะบนภาพตัดขวางนั้น จะใช้เพียงอัลกอริทึมการสร้างภาพตัดขวางช่วยลดสัญญาณนั้น ไม่เพียงพอ จึงมีวิธีขั้นตอนที่ช่วยลดสัญญาณรบกวนเพิ่มอีก โดยมุ่งไปที่วิธีการคัดแยกเงาโลหะจากข้อมูลความเข้มจากการวัด วิธีการนี้ก็มีหลายบทความที่พยายามคัดแยกเงาโลหะก่อนจะนำไปสร้างภาพตัดขวางที่ช่วยลดสัญญาณรบกวนจากโลหะบนภาพตัดขวาง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในงานวิจัย

แนวทางในการแก้ไขปัญหาที่มีสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะบนภาพตัดขวาง ซึ่งส่งผลต่อคุณภาพของภาพตัดขวางนั้น สามารถที่แบ่งออกเป็น 2 วิธี คือ บนภาพตัดขวาง หรือทำการแก้ไขบนภาพข้อมูลความเข้มจากการวัด เมื่อการทำบนภาพตัดขวางนั้นเป็นวิธีแบบ Manual ที่ต้องใช้ประสบการณ์และความชำนาญในลบสัญญาณรบกวนออก ส่วนการแก้ไขบนภาพข้อมูลความเข้มจากการวัดนั้นเป็นวิธีที่แก้ไขที่ปัญหา ก่อนนำมาสร้างภาพตัดขวาง แต่เนื่องจากวิธีแก้ไขบนภาพตัดขวางนั้น มีผลให้ข้อมูลข้างเคียงอาจเสียหายและข้อมูลที่หายไปไม่สามารถสร้างคืนได้ จึงหลีกเลี่ยงวิธีดังกล่าวมาแก้ไขบนภาพข้อมูลความเข้มจากการวัดแทน ในการพิจารณาที่ภาพข้อมูลความเข้มจากการวัด เมื่อชุดภาพข้อมูลความเข้มจากการวัดมีข้อมูลเงาโลหะ (คือ ค่าข้อมูลความเข้มจำนวนโฟตอนที่ถูกลดทอนด้วยวัสดุโลหะซึ่งมีลักษณะคล้ายเงาดำ) ชุดข้อมูลเหล่านี้จะถูกนำไปสร้างภาพตัดขวาง ซึ่งจะส่งผลให้ภาพตัดขวางมีสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะ ดังนั้นวิธีการสร้างภาพตัดขวางและชุดข้อมูลความเข้มจากการวัดนั้น มีผลต่อสัญญาณรบกวนบนภาพตัดขวาง จึงมีแนวคิดที่จะแก้ไขทั้งสองส่วน โดยเริ่มจากการศึกษาวิธีการสร้างภาพตัดขวางที่สามารถช่วยลดสัญญาณรบกวน และวิธีการปรับปรุงชุดข้อมูลความเข้มจากการวัดก่อนนำไปสร้างภาพตัดขวาง

โดยทั่วไปวิธีการสร้างภาพตัดขวางสามารถแบ่งออกเป็น 3 ประเภท คือ อัลกอริทึมฟิลเตอร์แบคโปรเจคชัน พีชคณิต และ อัลกอริทึมเชิงสถิติ จากการศึกษาพบว่าอัลกอริทึมเชิงสถิติให้สัญญาณรบกวนบนภาพตัดขวางน้อยสุด แต่ก็ใช้เวลาในการคำนวณที่มาก ด้วยงานวิจัยนี้ไม่คำนึงถึงเวลาในการคำนวณแต่จะเน้นที่คุณภาพของภาพตัดขวาง จึงมีแนวคิดที่จะศึกษาต่อในอัลกอริทึมเชิงสถิติเพื่อนำมาใช้งาน ส่วนวิธีการปรับปรุงข้อมูลความเข้มจากการวัดนั้น จะปรับปรุงในส่วนการหาวิธีการคัดแยกข้อมูลเงาโลหะออกจากภาพข้อมูลความเข้มจากการวัด ซึ่งเป็นสาเหตุในการเกิดสัญญาณรบกวนบนภาพตัดขวาง

1.5 ขอบเขตการวิจัย

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มุ่งเน้นที่การลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะบนภาพตัดขวาง โดยใช้อัลกอริทึมการสร้างภาพตัดขวางแบบทำซ้ำเชิงสถิติ บนข้อมูลจากเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์สำหรับงานทันตกรรม ที่มีรูปแบบการฉายคลื่นเอกซเรย์แบบลำแสงกรวยผนวกกับอัลกอริทึมการคัดแยกเงาโลหะจากชุดภาพข้อมูลความเข้มจากการวัด โดยทดสอบอัลกอริทึมที่พัฒนาบนวัตถุจำลองที่มีค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนที่ใกล้เคียงกับข้อมูลจริง นอกจากนี้จะทำการเปรียบเทียบอัลกอริทึมต่างๆ ที่ใช้ในการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะ โดยจะอธิบายรายละเอียดต่างๆภายในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เนื้อหาของวิทยานิพนธ์แบ่งออกเป็น 8 บท ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1 บทนำ

บทที่ 2 ทบทวนงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

บทที่ 3 ทฤษฎีการสร้างภาพตัดขวาง

บทที่ 4 อัลกอริทึมการสร้างภาพตัดขวางแบบทำซ้ำเชิงสถิติ

บทที่ 5 ขั้นตอนการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะ

บทที่ 6 การออกแบบระบบเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์แบบจำลองและแฟนทอมสำหรับทดลอง

บทที่ 7 ผลการทดลอง

บทที่ 8 สรุปผลและแนวทางการพัฒนา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ทบทวนงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 บทนำ

จากปัญหาในภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวนจากวัสดุโลหะนั้น มีหลายบทความที่พยายามจะลดสัญญาณรบกวนในภาพตัดขวาง สาเหตุที่วัสดุโลหะส่งผลกระทบต่อภาพตัดขวาง ก็เนื่องจากค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนของวัสดุโลหะมีค่าสูง ซึ่งส่งผลต่อค่าความเข้มจำนวนโฟตอนของคลื่นเอกซเรย์ที่ทะลุผ่านชั้นวัตถุ ตามกฎของเบียร์ (Beer's law) ในหนังสือ Principles of Computerized Tomographic Imaging [1] โดยค่าความเข้มจำนวนโฟตอนนี้จะลดลงอย่างมาก เมื่อทะลุผ่านเข้าไปในวัสดุโลหะ และส่งผลต่อการสร้างภาพตัดขวาง ในบทนี้จะทบทวนงานวิจัยที่เกี่ยวข้องโดยแบ่งการศึกษาออกเป็น 2 ส่วน ตามเทคนิคที่ใช้ในงานวิจัยนี้ คือ การศึกษาหาวิธีลดสัญญาณรบกวนจากโลหะด้วยเทคนิคต่างๆ และศึกษาอัลกอริทึมการสร้างภาพตัดขวางเชิงสถิติ

2.2 วิธีการลดสัญญาณรบกวนจากโลหะ

การลดสัญญาณรบกวนบนภาพตัดขวางนั้น ได้มีการแก้ไขในชุดข้อมูลความเข้มจากการวัด ที่ได้จากเครื่องสแกน แล้วนำไปคัดแยกข้อมูลเงาโลหะออก เพื่อนำไปสร้างภาพตัดขวางที่ช่วยให้สัญญาณรบกวนในภาพตัดขวางนั้นลดลง Mehran Yazdi และ Luc Beaulieu [2] ได้เสนอวิธีการคัดแยกข้อมูลเงาโลหะออกจากชุดข้อมูลความเข้มจากการวัด วิธีของเขาได้เริ่มจากนำข้อมูลภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวนอยู่แล้วนั้น นำมาวิเคราะห์ย้อนกลับเพื่อหาตำแหน่งของเงาโลหะ โดยเริ่มจากนำภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวนจากโลหะมาทำ Thresholding ให้เหลือเฉพาะค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนที่สูงของโลหะ ซึ่งการทำ Threshold กับสัญญาณรบกวนในภาพตัดขวางนี้ ทำได้ง่ายเพราะสัญญาณรบกวนค่อนข้างเด่นชัดออกมามาก หลังจากทำ Thresholding กับภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวนจากโลหะแล้ว จะได้รับชุดข้อมูลภาพตัดขวางที่มีเฉพาะข้อมูลโลหะเท่านั้น จากนั้นทำการฉายรังสีที่มีลำแสงแบบกรวยหรือการฉายโปรเจคชัน ไปที่ชุดข้อมูลภาพตัดขวางที่มีเฉพาะโลหะโดยจะสแกนรอบชุดข้อมูล หลังจากนั้น ก็จะได้รับชุดข้อมูลจากการฉายรังสีหรือชุดข้อมูลโปรเจคชันที่มีเฉพาะข้อมูลเงาโลหะ ขั้นตอนถัดไปจะนำข้อมูลโปรเจคชันที่มีเฉพาะข้อมูลเงาโลหะไปกระทำการคูณทางลอจิกกับชุดข้อมูลความเข้มจากการวัด เพื่อที่จะคัดแยกข้อมูลเงาโลหะออกจากตำแหน่ง แล้วจะได้ชุดข้อมูลความเข้มจากการวัดที่คัดแยกข้อมูลเงาโลหะออกเหลือแต่บริเวณตำแหน่งเงาโลหะเท่านั้น จากนั้นทำการปรับปรุงชุดข้อมูลความเข้มจากการวัดที่เหลือเฉพาะตำแหน่งข้อมูลเงาโลหะ ด้วยการเติมค่าข้อมูลด้วยเทคนิคอินเตอร์โพเลชัน (Interpolation) ที่บริเวณตำแหน่งที่ถูกคัดแยกด้วยค่าข้างเคียงแทน แล้วขั้นตอนสุดท้ายนำชุดข้อมูลความเข้มจากการวัดที่แก้ไขเรียบร้อย นำไปสร้างภาพตัดขวางด้วยฟิลเตอร์แบคโปรเจคชัน (Filtered Back-Projection หรือ FBP)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลที่ได้สามารถลดสัญญาณรบกวนได้ระดับหนึ่ง แต่ในการทดลองนั้นการปรับค่า Threshold มีผลต่อการลดสัญญาณรบกวนในภาพตัดขวางอย่างมาก อีกวิธีการหนึ่งในการลดสัญญาณรบกวนจากโลหะบนภาพตัดขวาง นำเสนอโดย Yongbin Zhang และ Lifei Zhang [3] ซึ่งเสนอวิธีการคัดแยกเงาโลหะด้วยการหาตำแหน่งเงาโลหะที่อยู่ในชุดข้อมูลความเข้มจากการวัดที่ได้จากเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ โดยใช้หลักการที่ว่าวัตถุที่อยู่ในระบบ 3 มิติ เมื่อมีการเคลื่อนที่ก็สามารถที่จะคำนวณหาค่าได้ว่าวัตถุนั้นเคลื่อนที่ไปตำแหน่งใด และเมื่อฉายโปรเจคชันไปที่วัตถุก็สามารถหาตำแหน่งบนภาพโปรเจคชันได้ ดังนั้นปัญหาในงานวิจัยนี้ก็สามารถหาตำแหน่งวัตถุในระบบ 3 มิติ ได้ว่าอยู่ตำแหน่งใด ซึ่งใช้หลักการเพอสเปกทีฟ (Perspective) โดยจะใช้ตำแหน่งข้อมูลเงาโลหะบนภาพจากชุดข้อมูลความเข้มจากการวัด เป็นจำนวนสองภาพ แล้วภาพข้อมูลความเข้มนี้จะต้องเห็นจำนวนเงาโลหะที่เท่ากันทั้งสองภาพ จากนั้นนำตำแหน่งของเงาโลหะทั้งสอง มาสร้างเป็นสมการเพื่อประมาณหาค่าตำแหน่งพิกัด 3 มิติ โดยการประมาณหาค่าตำแหน่งจะใช้วิธีกำลังสองต่ำสุด (Least Squares Method) ในการแก้สมการและหาค่า ต่อมาเมื่อได้ตำแหน่งของวัตถุจากวิธีการที่กล่าวไป ก็จะฉายโปรเจคชันรอบวัตถุเพื่อเอาตำแหน่งเงาโลหะทุกโปรเจคชันที่ฉายไป จะได้ตำแหน่งเงาโลหะของแต่ละโปรเจคชันที่ได้จะสอดคล้องกับตำแหน่งเงาโลหะที่ชุดข้อมูลความเข้มจากการวัด ดังนั้นจะได้ตำแหน่งข้อมูลเงาโลหะบนชุดข้อมูลความเข้มด้วย ต่อไปนำชุดข้อมูลความเข้มจากการวัดที่รู้ค่าตำแหน่งของเงาโลหะมาทำ Thresholding บริเวณรอบตำแหน่งโลหะแต่ละตำแหน่ง เพื่อคัดแยกข้อมูลเงาโลหะออกจากชุดข้อมูลความเข้มจากการวัด จากนั้นใช้เทคนิคอินเตอร์โพเลทชัน (Interpolation) ด้วยค่าบริเวณข้างเคียงเพื่อสงเคราะห์ข้อมูลใหม่ลงไปแทนตำแหน่งของเงาโลหะ สุดท้ายนำชุดข้อมูลความเข้มจากการวัดที่แก้ไขเรียบร้อย มาสร้างภาพตัดขวางด้วย FBP ซึ่งผลที่ออกนั้นช่วยลดสัญญาณรบกวนได้แต่ก็ยังคงมีสัญญาณรบกวนอยู่ สาเหตุหลักคือ ขั้นตอน Thresholding บริเวณรอบตำแหน่งเงาโลหะอาจจะไม่ครอบคลุมบริเวณตำแหน่งของเงาโลหะทั้งหมด และขั้นตอนการหาค่าตำแหน่ง 3 มิติ ด้วยวิธีดังกล่าวอาจจะไม่แม่นยำพอสำหรับการหาตำแหน่งเงาโลหะ

วิธีการคัดแยกเงาโลหะทั้ง 2 วิธีนั้นต่างให้ผลใกล้เคียงกัน ซึ่งวิธีของ Mehran Yazdi และ Yongbin Zhang ต่างก็ทำการคัดแยกเงาโลหะบนชุดข้อมูลความเข้มจากการวัดเหมือนกัน แต่จะแตกต่างตรงเทคนิคที่จะหาตำแหน่งเงาโลหะบนภาพข้อมูลความเข้มจากการวัด ถ้าจะเปรียบเทียบผลการลดสัญญาณบนภาพตัดขวางของทั้งสองวิธี จะพบว่าวิธีการที่สองให้ผลดีกว่าวิธีการแรก แต่ผลของทั้งสองนั้นก็ไม่ต่างกันมากหนัก นอกจากสองวิธีที่ได้กล่าวไปนั้น ยังมีอีกวิธีการหนึ่งที่ช่วยลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะเหมือนกัน ได้ถูกเสนอโดย Bruno De Man [4] วิธีนี้จะแตกต่างจาก 2 วิธีก่อนที่กล่าวไปโดยจะแตกต่างตรงที่วิธีการสร้างภาพตัดขวางและเทคนิคที่ใช้ โดยจะใช้อัลกอริทึมเชิงสถิติในการสร้างภาพตัดขวางบวกกับเทคนิค Super-resolution วิธีการของ Super-resolution คือ วิธีเพิ่มจำนวนขนาดพิกเซลเป็น 2 เท่า บนภาพข้อมูลความเข้มจากการวัด ข้อมูลความเข้มนี้จะถูกขยายออกเป็น 2 เท่าและใช้เทคนิคอินเตอร์โพเลทชันในขั้นตอนการขยายภาพข้อมูล หลังจากนั้นนำข้อมูลไปสร้างภาพตัดขวางด้วยอัลกอริทึมเชิงสถิติ ผลที่ได้ริ้วของสัญญาณรบกวนจากโลหะบนภาพตัดขวางลดน้อยลง ในอัลกอริทึมเชิง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สถิติสามารถแบ่งออกได้หลายอัลกอริทึมซึ่งจะอธิบายรายละเอียดในหัวข้อต่อไป อัลกอริทึมที่ Bruno De Man ใช้ในการสร้างภาพตัดขวาง คือ อัลกอริทึมแบบ ML-TR (Maximum Likelihood Transmission Reconstruction) [4] และ MAP (Maximum A Posteriori) [4] ML-TR เป็นวิธีการสร้างภาพตัดขวางสำหรับ X-ray CT ซึ่งใช้ความน่าจะเป็นในการหาค่าสัมประสิทธิ์การลดทอน ส่วน MAP เป็นลักษณะเหมือน ML-TR แต่จะมีฟังก์ชันเพิ่มเข้าไปช่วยในปรับปรุงภาพให้ดีขึ้น งานวิจัยนี้แบ่งการทดลองออกเป็น 4 กรณี คือ การสร้างภาพตัดขวางด้วย ML-TR กับการไม่เพิ่มความละเอียดและเพิ่มความละเอียดพิกเซลของชุดภาพข้อมูลความเข้มจากการวัดที่นำมาทดลอง และจากนั้นก็เปลี่ยนอัลกอริทึมเป็นแบบ MAP ด้วยการทดลองเดียวกัน ผลที่ได้จาก ML-TR กับข้อมูลความเข้มจากการวัดที่ไม่เพิ่มความละเอียดและเพิ่มความละเอียดนั้น ผลของภาพตัดขวางที่ใช้ข้อมูลความเข้มจากการวัดที่เพิ่มความละเอียด ให้ผลดีกว่าแบบไม่เพิ่มความละเอียด อย่างเห็นได้ชัด ต่อไปเป็นผลอัลกอริทึมแบบ MAP ซึ่งให้ผลในการลดสัญญาณรบกวนจากโลหะบนภาพตัดขวางดีมากทั้งแบบไม่เพิ่มความละเอียดและเพิ่มความละเอียด แต่ให้ผลที่ดีสุด คือ แบบเพิ่มความละเอียด จากผลการทดลองทั้ง 4 นั้น ส่วนสำคัญอยู่ที่อัลกอริทึมเชิงสถิติที่สามารถลดสัญญาณรบกวนได้มากและยังช่วยปรับปรุงภาพให้ดีได้ วิธีการนี้ยังเป็นที่สนใจในการทำวิจัยต่อไป และในงานวิจัยนี้ก็จะมุ่งไปที่อัลกอริทึมเชิงสถิติ

2.3 การสร้างภาพตัดขวางเชิงสถิติ

อัลกอริทึมการสร้างภาพตัดขวางบนการแผ่ของคลื่น (Emission) และแบบการส่งผ่านคลื่น (Transmission) ในเชิงสถิติ ถูกพัฒนาตั้งแต่ 1984 โดย Kenneth Lange และ Richard Carson [5] ทั้งสองได้พัฒนาวิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยเริ่มต้นจาการพัฒนาอัลกอริทึมสร้างภาพตัดขวางบนการแผ่ของคลื่นในเครื่องสแกน PET (Positron Emission Tomography) และ SPECT (Single Photon Emission Computed Tomography) จากนั้นพัฒนาต่อ บนการส่งผ่านคลื่นในเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ (X-Ray CT) โดยใช้พื้นฐานความน่าจะเป็นในการหาค่าสัมประสิทธิ์การลดทอน และใช้หลักการความน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum-Likelihood หรือ ML) กับการประมาณค่าสูงสุด (Expectation-Maximization หรือ EM) ในการพิจารณาการตรวจจับคลื่นเอกซเรย์บนหัววัดคลื่นเอกซเรย์ โดยจะโมเดลให้อยู่ในรูปแบบเชิงสถิติที่มีการกระจายตัวแบบพัวซองและใช้ขั้นตอน EM เพื่อหาค่าประมาณสัมประสิทธิ์การลดทอนในภาพตัดขวาง จากหลักการที่กล่าวไปนั้นถ้าพิจารณาบนการแผ่ของคลื่น ก็สามารถได้สมการ EM สำหรับสร้างภาพตัดขวางบน PET [5] แต่ถ้าพิจารณาแบบส่งผ่านคลื่น (Transmission) ที่ใช้ในเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์จะทำการคำนวณยากถ้าใช้หลักพื้นฐานความน่าจะเป็นในการหาค่าสัมประสิทธิ์การลดทอน แต่ก็ได้มีการแก้ปัญหาในแบบส่งผ่านคลื่น โดยมองพฤติกรรมการทะลุผ่านของคลื่นเอกซเรย์ในวัตถุแต่ละชั้น เมื่อการทะลุผ่านคลื่นเอกซเรย์หมายถึง ความเข้มจำนวนโฟตอนที่เดินทางผ่านแต่ละชั้นภายในวัตถุ โดยจำนวนโฟตอนที่เดินทางออกจากชั้นวัตถุขึ้นอยู่กับจำนวนโฟตอนที่เดินทางเข้าชั้นวัตถุ ด้วยเหตุนี้จึงใช้หลักความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขในการพิจารณา โดยมีฟังก์ชันความน่าจะเป็นแบบ Binomial เพื่อหา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความน่าจะเป็นของจำนวนโฟตอน จากนั้นนำรูปแบบดังกล่าว ไปผ่านขั้นตอน EM เพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์การลดทอน จะได้สมการ (Maximum Likelihood- Expectation Maximization หรือ ML-EM) ซึ่งสมการนี้เป็นวิธีการสร้างภาพตัดขวางแบบทำซ้ำเพื่อลู่เข้าสู่ค่าสูงสุดแต่ก็มีข้อเสียของสมการ ML-EM คือ การคำนวณที่ใช้เวลานานและการลู่เข้าสู่ค่าสูงสุดที่ช้า จึงมีการพัฒนาต่อในเรื่องเวลาการคำนวณและอัตราการลู่เข้า โดยจะพิจารณาที่ฟังก์ชันความน่าจะเป็น ซึ่งฟังก์ชันนี้จะมีผลต่อเวลาในการคำนวณและการลู่เข้าสู่ค่าสูงสุด จึงมีวิธีที่จะปรับปรุงฟังก์ชันความน่าจะเป็น ด้วยการแทนที่ฟังก์ชันใหม่เพื่อง่ายต่อการลู่เข้าสู่ค่าสูงสุดหรือเรียกเทคนิคนี้ว่า ฟังก์ชันเซอโรเกท (Surrogate function) [6] เพื่อให้อัตราการลู่เข้ามีความโค้งน้อยและหาค่าสูงสุดได้ง่าย

ในปี 1993 Alvaro R. DePierro [7] ได้เสนออัลกอริทึมแบบ EM สำหรับ Emission หลักการของ DePierro นั้นได้เป็นพื้นฐานสำหรับการแทนที่ฟังก์ชันความน่าจะเป็น ในบทความได้กล่าวเกี่ยวกับการแก้ไขอัลกอริทึมการสร้างภาพตัดขวางแบบบนการแผ่ของคลื่น โดยใช้วิธีการหาค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนในภาพตัดขวางด้วยวิธีกำลังสองต่ำสุด (Least Squares Method) ซึ่งต่างจาก Lange และ Carson ที่หาค่าประมาณบนความน่าจะเป็นแบบพัวซอง จุดเด่นในบทความของ DePierro คือ เทคนิคการใช้ฟังก์ชันความโค้งในการหาค่าข้อมูล ด้วยคุณสมบัติของฟังก์ชันความโค้งที่ง่ายต่อการประยุกต์ใช้ จึงสามารถนำมาแก้สมการการสร้างภาพตัดขวาง

ในปี 1995 Kenneth Lange และ Jeffrey A. Fessler ได้นำเสนอเทคนิคการสร้างภาพตัดขวางด้วยวิธีทางสถิติแบบใหม่ด้วยการแทนที่ Objective function [6] ด้วยฟังก์ชันความโค้ง และใช้เทคนิคของ DePierro ช่วยในการหาค่าสูงสุด จากเทคนิคของ Lange และ Fessler นี้ นำไปสู่อัลกอริทึมแบบใหม่ คือ อัลกอริทึมแบบคอนเวคต์ (Convex Algorithms) อัลกอริทึมนี้สามารถลู่เข้าสู่ค่าสูงสุดและยังลู่เข้าเร็วกว่า ML-EM ในบทความของ Bruno De Man ได้ใช้อัลกอริทึมนี้เป็นพื้นฐานในงานวิจัย [4] การได้มาของอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์นั้น Lange และ Fessler ได้แทนที่ฟังก์ชันความน่าจะเป็นด้วยฟังก์ชันความโค้งเว้าลง (Concave) แล้วได้ฟังก์ชันใหม่ ซึ่งง่ายต่อการหาค่าสูงสุด แต่ก็ประสบปัญหาในขั้นตอนแก้สมการ เมื่อ Lange และ Fessler ใช้รูปแบบการหาค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนด้วยเทคนิคของนิวตันราฟสัน [8] มาประยุกต์ใช้ ซึ่งสมการของนิวตันราฟสันมีพจน์ของอนุพันธ์อันดับหนึ่งและสอง เมื่อพจน์ที่ถูกอนุพันธ์นั้น คือ พจน์ของฟังก์ชันใหม่ (ฟังก์ชันความน่าจะเป็นที่ถูกแทนที่ด้วยฟังก์ชันความโค้ง) ซึ่งยากต่อการแก้สมการ [9] จากปัญหาการแก้สมการ Lange และ Fessler จึงได้ใช้เทคนิคของ DePierro ในการช่วยปรับฟังก์ชันใหม่ ด้วยการแทนที่พารามิเตอร์อิสระในฟังก์ชันใหม่ ซึ่งพารามิเตอร์อิสระได้มาจากความสัมพันธ์ของฟังก์ชันความโค้งเว้าขึ้น (Convex) เมื่อแทนที่พารามิเตอร์อิสระในฟังก์ชันใหม่เรียบร้อยจะได้ฟังก์ชันใหม่ที่นำไปอนุพันธ์ในวิธีการนิวตันราฟสัน ที่สามารถแก้สมการได้ จากพารามิเตอร์อิสระนี้จึงเป็นเหตุผลในการเรียก อัลกอริทึมแบบคอนเวคต์ และผลที่ได้จากการแก้สมการคือ ค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนที่อยู่ในภาพตัดขวาง ผลของภาพตัดขวางจากอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์นั้น ยังคงมีสัญญาณรบกวนอยู่บนภาพตัดขวาง ซึ่งลักษณะของค่าข้อมูลบนภาพตัดขวางนั้น มีความไม่สม่ำเสมอและบริเวณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขอบของข้อมูลอาจสูญเสียหายไปได้ จึงมีการเพิ่มฟังก์ชันเฉพาะเพื่อช่วยปรับปรุงคุณภาพของภาพตัดขวาง ซึ่งฟังก์ชันนั้น เรียกว่า ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (Penalty function) ที่สามารถช่วยลดสัญญาณรบกวนในภาพตัดขวาง

ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก คือฟังก์ชันที่สามารถควบคุมความราบเรียบและเน้นบริเวณขอบบนภาพตัดขวาง ซึ่งคุณภาพในการควบคุมนั้น จะขึ้นอยู่กับการออกแบบฟังก์ชัน ในการออกแบบได้มีผู้วิจัยหลายท่านได้พยายามในออกแบบฟังก์ชันเพื่อให้ช่วยลดสัญญาณรบกวนบนภาพตัดขวาง เมื่อ Jinyi Qi [9] เป็นผู้ทดสอบฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักในการควบคุมความราบเรียบและการเน้นขอบบนภาพตัดขวาง ที่ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักแบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ Quadratic และ Non-Quadratic เมื่อผลการทดลองฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก Non-Quadratic ให้ผลภาพตัดขวางที่มีความราบเรียบและรักษาบริเวณขอบของภาพตัดขวางได้ดีกว่า Quadratic

ในงานวิจัยนี้ผู้แต่งเน้นไปที่อัลกอริทึมแบบคอนเวคต์และได้ปรับปรุงเพิ่มเติม โดยการเพิ่มฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก ซึ่งแตกต่างจากวิธีของ Bruno De Man [4] ดังนั้นในงานวิจัยจึงมุ่งไปในอัลกอริทึมเชิงสถิติ ซึ่งเป็นอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์ที่ได้ปรับปรุงเพิ่ม ที่จะช่วยลดสัญญาณรบกวนในการสร้างภาพตัดขวาง และเน้นที่วิธีการแก้ไขชุดข้อมูลความเข้มจากการวัดโดยใช้อัลกอริทึมคัดแยกเงาโลหะตามบทความอ้างอิงข้างต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

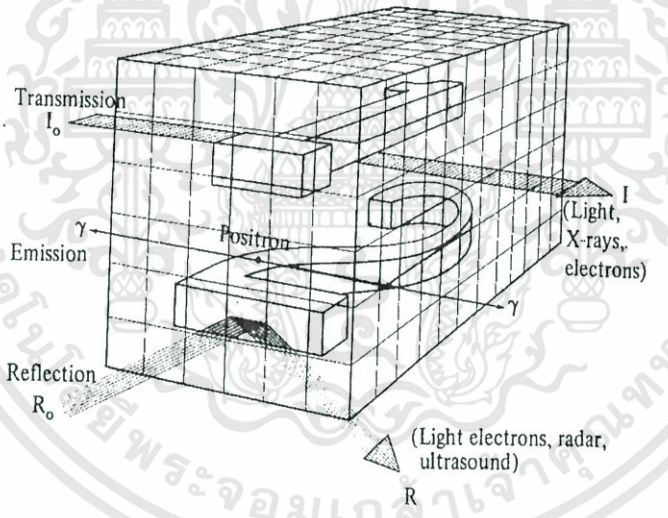
บทที่ 3

ทฤษฎีการสร้างภาพตัดขวาง

3.1 บทนำ

การสร้างภาพตัดขวางของวัตถุโดยไม่ต้องทำลายวัตถุนั้น สามารถพิจารณาจากรูปที่ 3.1 ในรูปสี่เหลี่ยมทรงลูกบาศก์ตัน ภายในประกอบด้วยเลขหนึ่งและสอง วิธีการที่ง่ายที่สุดเพื่อที่จะรู้ว่าภายในสี่เหลี่ยมตันนี้ประกอบด้วยอะไรบ้าง คือ การผ่าวัตถุตามแนวขวางให้ผ่านส่วนที่ต้องการดู อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติในกรณีต่างๆ เช่น การวินิจฉัยโรคทางการแพทย์ (Medical diagnosis) การสังเกตดูดวงดาว (Astronomical observation) การทดสอบในเชิงทางอุตสาหกรรมโดยไม่ต้องทำลาย (Industrial nondestructive testing) เป็นต้น จะไม่สามารถใช้วิธีการนี้ได้

วิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยไม่ต้องทำลายวัตถุ แบ่งออกเป็นหลักใหญ่ๆ 3 วิธี คือ การส่งผ่าน



รูปที่ 3.1 หลักการสร้างภาพตัดขวางโดยวิธีการส่งผ่าน การแผ่ และการสะท้อน

(Transmission) การแผ่ (Emission) และการสะท้อน (Reflection) ในการส่งผ่านจะใช้รังสีเอกซ ลำอิเล็กตรอน, ความร้อนหรือแสง หรือพลังงานใดๆ ก็ได้จะประพฤติตนตามกฎของการดูดซึม (Absorption law) โดยพลังงานที่ผ่านเข้าไปในวัตถุจะถูกดูดซึมในส่วนต่างๆของวัตถุไม่เท่ากัน พลังงานส่วนที่ทะลุออกมา เรียกว่าโปรเจคชันและภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีการนี้ คือ ภาพตัดขวางจากเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ ในวิธีการแผ่เราจะฉีดสารที่มีกัมมันตภาพรังสีเป็นส่วนประกอบ เมื่อสารนี้ไปยังอวัยวะที่สนใจก็จะแผ่รังสีแกมมาในทิศทางที่แตกต่างกัน ความแตกต่างของเวลาที่ใช้ในการเดินทางของรังสี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

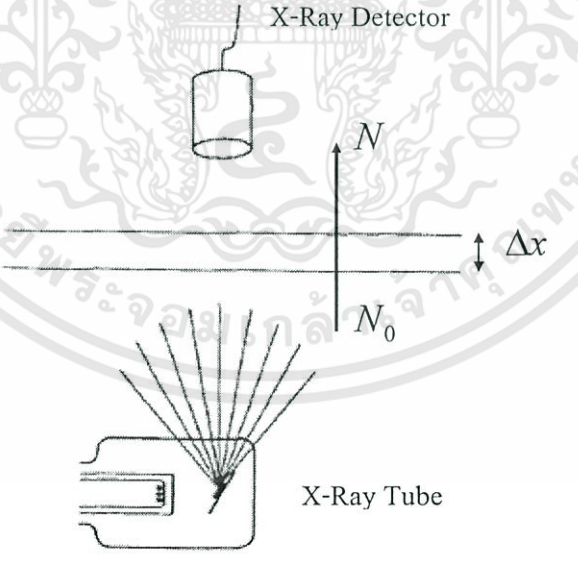
แกมมาที่ผ่านตำแหน่งเดียวกัน จะสามารถนำไปประมวลผลหาตำแหน่งของจุดนั้นได้ ภาพตัดขวางที่มาจากวิธีนี้คือ ภาพตัดขวางจากเครื่องโพซิตรอนอิมิสชันโทโมกราฟฟี (Positron Emission Tomography หรือ PET) และเครื่องซิงเกิลโฟตอนอิมิสชันโทโมกราฟฟี (Single Photon Emission Computed Tomography หรือ SPECT) ส่วนการสะท้อนจะใช้คุณสมบัติการสะท้อนของผิวหน้าของวัตถุมาตรวจสอบหาลักษณะของวัตถุได้ แหล่งพลังงานที่ใช้ เช่น แสง, ลำอิเล็กตรอน, เรดาร์, หรือ อัลตร้าโซนิค ภาพตัดขวางที่ได้จากวิธีนี้ คือ ภาพตัดขวางจากเครื่องอัลตร้าซาวด์ (Ultarsound)

ในบทนี้จะกล่าวถึงการสร้างภาพตัดขวางด้วยหลักการส่งผ่านคลื่นจากเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ โดยเริ่มจาก การหาค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืน, การอินทิเกรตในแนวเส้นและการโปรเจคชัน และการแปลงเรดอน รวมถึงทฤษฎีในการสร้างภาพตัดขวางและการสร้างทางเดินแสงแบบขนาน, แบบพัด, แบบกรวย

3.2 การหาค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืน

จุดมุ่งหมายของคอมพิวเตอร์ถ่ายภาพตัดขวาง คือ การแปลงค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนของการฉายคลื่นเอกซเรย์ไปยังวัตถุ ซึ่งเราจะฉายคลื่นเอกซเรย์ไปยังวัตถุ และตรวจจับคลื่นเอกซเรย์ที่ถูกดูดกลืน ซึ่งค่าของคลื่นเอกซเรย์ที่ถูกดูดกลืน จะเรียกว่า ข้อมูลโปรเจคชัน ซึ่งการหาค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืน แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ

3.2.1 กรณีที่มีค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืน 1 ค่า และการฉายแสงไปยังวัตถุที่มีเนื้อเดียวกันตลอด



รูปที่ 3.2 คลื่นเอกซเรย์ที่ฉายไปยังวัตถุที่มีเนื้อเดียวกันตลอด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณารูปที่ 3.2 ถ้าเราทำการฉายคลื่นเอกซเรย์ไปยังวัตถุ จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง $N, \Delta N, \Delta x$ และ μ ดังสมการที่ (3.1) เมื่อ N คือจำนวนโฟตอนที่ออกจากวัตถุ, ΔN คือผลต่างจำนวนโฟตอน, Δx คือผลต่างความหนาของวัตถุ และ μ คือค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืน

$$\frac{\Delta N}{N} \cdot \frac{1}{\Delta x} = -\mu \tag{3.1}$$

จากนั้นจึงหาลิมิต โดยให้ Δx มีค่าเข้าใกล้ 0 จะได้ดังสมการที่ 3.2

$$\frac{1}{N} dN = -\mu dx \tag{3.2}$$

อินทิเกรตทั้ง 2 ข้างของสมการจะได้

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -\mu \int_{0}^{x} dx \tag{3.3}$$

$$ln\, N - ln\, N_0 = -\mu x \tag{3.4}$$

จัดสมการใหม่จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างโฟตอนที่ฉายไปยังวัตถุกับโฟตอนที่ออกจากวัตถุดังสมการที่ (3.5)

$$N = N_0 e^{-\mu x} \tag{3.5}$$

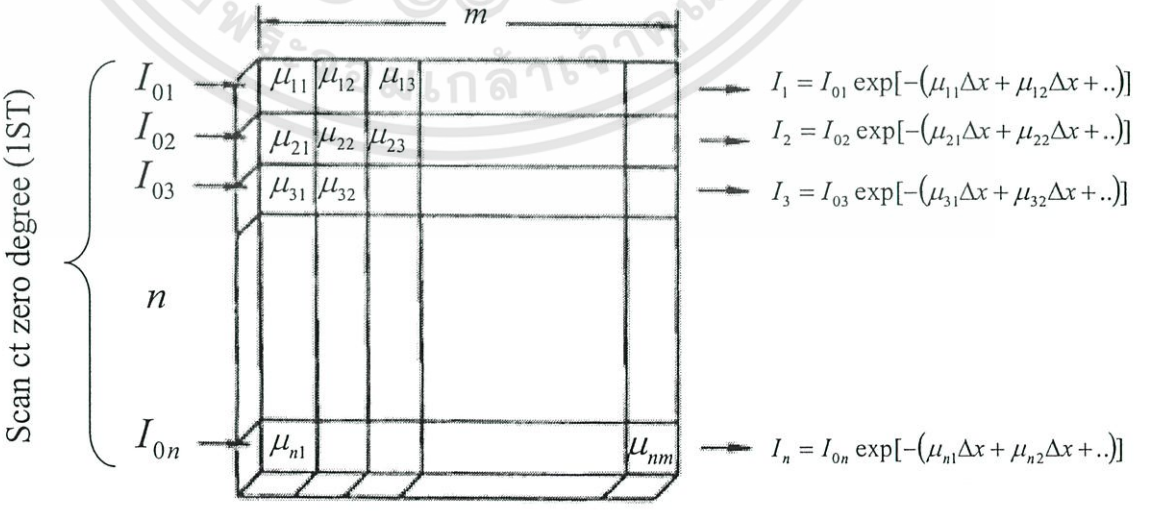
ซึ่ง N คือ จำนวนโฟตอนที่ออกจากวัตถุ

N_0 คือ จำนวนโฟตอนที่ฉายเข้าไปในวัตถุ

μ คือ ค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืน

x คือ ความหนาของวัตถุ

3.2.2 กรณีที่มีค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนหลายค่า และมีการฉายรังสีหลายทิศทาง



รูปที่ 3.3 ฉายรังสีไปยังวัตถุที่มีค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนหลายค่าและมีการฉายรังสีหลายทิศทาง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณารูปที่ 3.3 จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างโฟตอนที่ฉายไปยังวัตถุกับโฟตอนที่ออกจากวัตถุ เมื่อโฟตอนที่ทะลุผ่านแต่ละชั้นภายในวัตถุจะลดลงอย่างเอ็กซ์โพเนนเชียล ดังสมการที่ (3.6)

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{01}\exp[-(\mu_{11}\Delta x+\mu_{12}\Delta x+\mu_{13}\Delta x+\ldots+\mu_{1m}\Delta x)] \\ I_2 &= I_{02}\exp[-(\mu_{21}\Delta x+\mu_{22}\Delta x+\mu_{23}\Delta x+\ldots+\mu_{2m}\Delta x)] \\ &\vdots \\ I_n &= I_{0n}\exp[-(\mu_{n1}\Delta x+\mu_{n2}\Delta x+\mu_{n3}\Delta x+\ldots+\mu_{nm}\Delta x)] \end{aligned} \tag{3.6}$$

เมื่อ I_{0n} คือค่าจำนวนโฟตอนเริ่มต้น μ_{nm} คือค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้น n คือจำนวนเรย์ และ m คือ จำนวนชั้นภายในวัตถุที่คลื่นเอกซเรย์ทะลุผ่าน เมื่อสามารถจัดรูปสมการที่ (3.6) ใหม่ จะได้

$$p_i(x) = (\mu_{i1}+\mu_{i2}+\mu_{i3}+\ldots+\mu_{im})\Delta x \tag{3.7}$$

กำหนดให้ p คือผลรวมค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นคูณผลต่างความหนาภายในวัตถุ Δx ในแนวเรย์ที่ i ต่อมาพิจารณารูปที่ 3.4 เป็นภาพตัดขวางของร่างกายมนุษย์ ซึ่งจะถือว่าเป็นวัตถุที่มีสารหลายชนิดประกอบกัน จะได้ความสัมพันธ์ระหว่าง I_0 กับ I ดังสมการที่ (3.8)

$$I = I_0\, exp\left[-\int_{ray} f(x,y)\,du\right] \tag{3.8}$$

$$\int_{ray} f(x,y)\,du = \ln\frac{I_0}{I}$$

รูปที่ 3.4 แสดงภาพตัดขวางของร่างกายมนุษย์

จากนั้น จึงจัดรูปสมการใหม่ จะได้ดังสมการที่ (3.9)

$$\int_{ray} f(x,y)\,du = \ln\frac{I_0}{I} \tag{3.9}$$

ซึ่ง I_0 คือ จำนวนโฟตอนที่ฉายเข้าไปในวัตถุ

I คือ จำนวนโฟตอนที่ออกจากวัตถุ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

du คือ ระยะทางตลอดความยาวที่จำนวนโฟตอนทะลุผ่าน

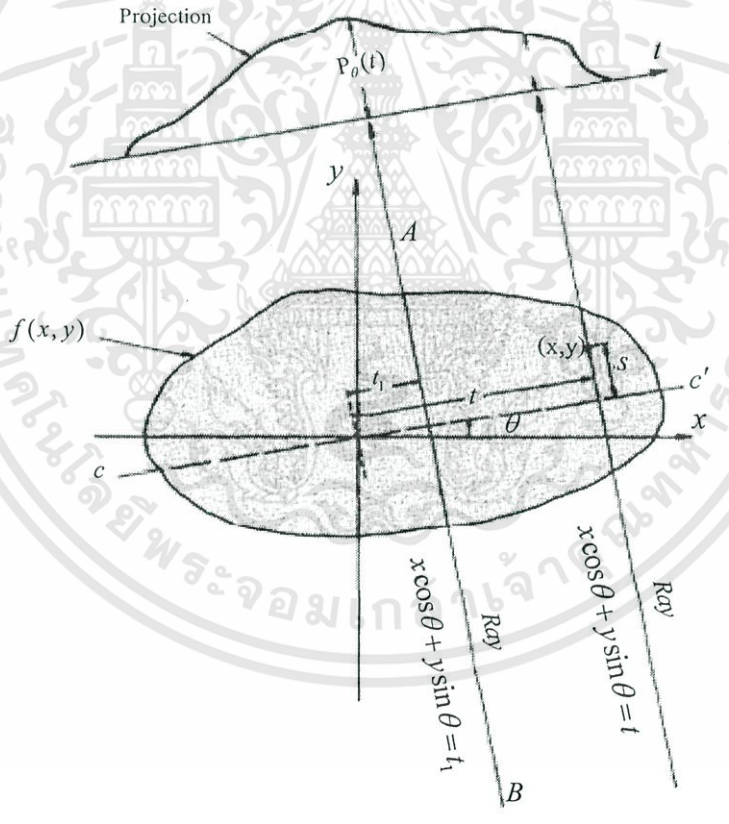
$f(x,y)$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืน

อย่างไรก็ตาม ในคอมพิวเตอร์ถ่ายภาพตัดขวางนั้น การแปลงค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืน $f(x,y)$ นั้น เราจะต้องทำการฉายรังสีไปยังวัตถุมากกว่า 1 มุม จากการที่หมุนแหล่งกำเนิดคลื่นเอกซเรย์และตัวตรวจจับนั้น จะได้ข้อมูลโปรเจคชันที่มุมแตกต่างกัน ซึ่งข้อมูลโปรเจคชันนี้เราจะนำไปใช้ในการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุ

3.3 การอินทิเกรตในแนวเส้น (Line Integrals) และการโปรเจคชัน (Projections)

การอินทิเกรตในแนวเส้น เป็นการแสดงถึงการอินทิเกรตของตัวแปรของวัตถุตลอดแนวเส้น จากรูปที่ 3.5 แสดงถึงใช้ระบบพิกัด (Coordinate system) อธิบายการอินทิเกรตในแนวเส้นและการโปรเจคชัน จากภาพ สมมติให้ $f(x,y)$ คือ วัตถุรูปร่าง 2 มิติ และสมการของเส้น AB คือ

$$x\cos\theta + y\sin\theta = t \tag{3.10}$$



รูปที่ 3.5 โปรเจคชันของวัตถุ $f(x,y)$ ที่มุม θ

จากความสัมพันธ์ใน (3.10) จะได้นิยามของการอินทิเกรตในแนวเส้น คือ

$$P_\theta(t) = \int_{(\theta,t)\ line} f(x,y)\,ds \tag{3.11}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ θ คือมุมหมุนของการฉายคลื่นเอกซเรย์ (x, y) คือค่าพิกัดตำแหน่งของค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นในภาพตัดขวาง เมื่อสามารถเขียนเป็นฟังก์ชันเดลต้าใหม่ได้เป็น

$$P_\theta(t) = \int_{-\alpha}^{\alpha}\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x,y)\delta(x\cos\theta + y\sin\theta - t)dxdy \tag{3.12}$$

3.4 การแปลงเรดอน (Radon Transform)

การแปลงเรดอนของฟังก์ชัน $f(x, y)$ เขียนแทนด้วย $g(s, \theta)$ ซึ่งนิยามคือการอินทิเกรตในแนวเส้นตลอดเส้น ที่มุม θ และระยะ s จากจุดกำเนิด ดังแสดงในรูปที่ 3.6 สามารถเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ คือ

$$g(s,\theta) = Rf = \int_{-\infty}^{\infty}\int f(x,y)\delta(x\cos\theta + y\sin\theta - s)dxdy, \quad -\infty < s < \infty, 0 \le \theta < \pi \tag{3.13}$$

สัญลักษณ์ R คือตัวกระทำการแปลงเรดอน (Radon transform operator) การแปลงเรดอนของฟังก์ชัน $f(x, y)$ หรือ $g(s, \theta)$ สามารถเขียนสมการใหม่ให้อยู่ในระบบพิกัดการหมุน (s,u) (Rotating coordinate system) ซึ่ง

$$\begin{aligned} s &= x\cos\theta + y\sin\theta \\ u &= -x\sin\theta + y\cos\theta \end{aligned} \tag{3.14}$$

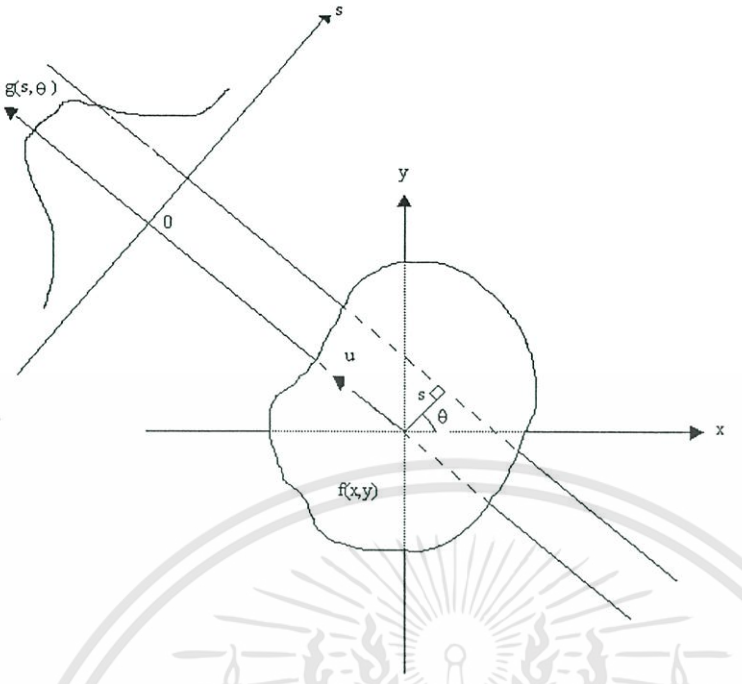
หรือ

$$\begin{aligned} x &= s\cos\theta - u\sin\theta \\ y &= s\sin\theta + u\cos\theta \end{aligned}$$

จากสมการที่ (3.13) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$g(s,\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(s\cos\theta - u\sin\theta, s\sin\theta + u\cos\theta)du \quad -\infty < s < \infty, 0 \le \theta < \pi \tag{3.15}$$

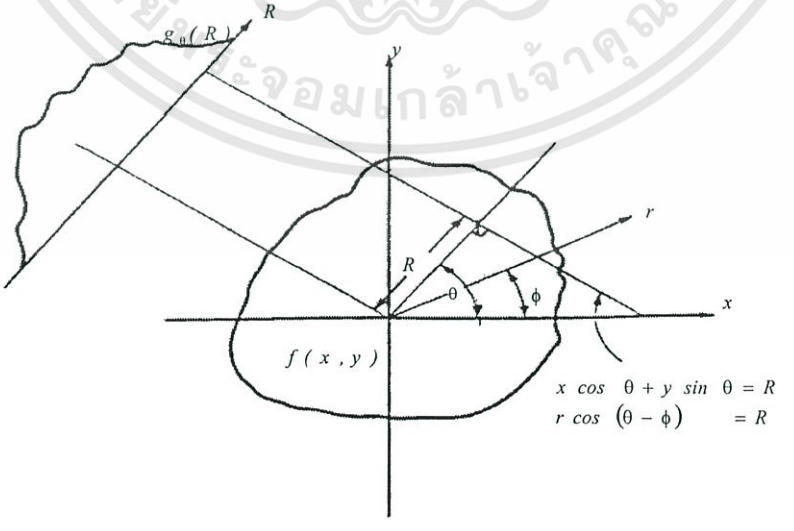
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.6 เรขาคณิตของการแปลงเรดอน

3.5 วิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้วิธีแบคโปรเจคชัน

การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้วิธีแบคโปรเจคชันนั้นเป็นวิธีที่ง่ายที่สุด ความยุ่งยากทางคณิตศาสตร์มีน้อย โดยมีคูห์ล (Kuhl) และเอดเวิร์ดส์ (Edwards) เป็นสองคนแรกที่นำวิธีนี้ไปสร้างภาพตัดขวางของผู้ป่วยได้สำเร็จ



รูปที่ 3.7 โปรเจคชันของฟังก์ชัน 2 มิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

จากรูปที่ 3.7 และนิยามของโปรเจคชันที่กล่าวมาแล้วจะได้นิยามของแบคโปรเจคชันของโปรเจคชันที่มุม θ คือ

$$b_\theta(x,y) = \int_0^\pi g_\theta(R)\delta(x\cos\theta + y\sin\theta - R)dR \tag{3.16}$$

$b_\theta(x,y)$ คือตัวกระทำแบคโปรเจคชัน (Backprojection operator) ของโปรเจคชัน $g_\theta(R)$ ที่มุม θ ดังนั้น การสร้างภาพย้อนกลับ (Reconstruction) จากวิธีแบคโปรเจคชัน คือ ผลรวมของแบคโปรเจคชันในทุกๆมุมจะได้

$$\begin{aligned} f_b(x,y) &= \int_0^\pi b_\theta(x,y)\,d\theta \\ &= \int_0^\pi \int_{-\alpha}^{\alpha} g_\theta(R)\,\delta(x\ cos\ \theta + y\ sin\ \theta - R)\,dR d\theta \\ &= \int_0^\pi d\theta \int_{-\alpha}^{\alpha} g_\theta(R)\,\delta(x\ cos\ \theta + y\ sin\ \theta - R)\,dR \end{aligned} \tag{3.17}$$

$f_b(x,y)$ คือภาพที่ได้จากการสร้างภาพกลับ ซึ่งการสร้างภาพย้อนกลับแบบนี้มักจะเรียกว่า ภาพถ่ายเอกซเรย์ของชั้นของเนื้อเยื่อตามความลึกที่เลือกไว้ (Laminogram) ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จากวิธีแบคโปรเจคชัน ($f_b(x,y)$) นี้ จะไม่ใช่วัตถุต้นฉบับที่นำมาสร้างภาพกลับ ($f(x,y)$) ซึ่งจะอธิบายได้ดังนี้

เริ่มต้น พิจารณาคุณสมบัติของเดลต้าฟังก์ชัน คือ

$$\delta(r) = \begin{cases} 1 & if \quad r = 0 \\ 0 & otherwise \end{cases} \tag{3.18}$$

สมมติให้เดลต้าฟังก์ชันที่จุดกำเนิดคือฟังก์ชันรูปภาพต้นฉบับ $f(x,y)$ จะได้

$$f(x,y) = \delta(x)\delta(y) \rightarrow \frac{\delta(r)}{\pi r} \tag{3.19}$$

จากพิกัดเชิงมุมฉาก $x\ cos\ \theta + y\ sin\ \theta = R$ และพิกัดเชิงขั้ว $r\ cos(\theta - \phi) = R$ จะสามารถเขียนโปรเจคชัน $g_\theta(R)$ ได้เป็น

105259

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$g_\theta(R) = \int_{-\alpha}^{\alpha}\int_{-\alpha}^{\alpha} f(x,y)\delta(x\cos\theta + y\sin\theta - R)dxdy$$
$$= \int_{0}^{2\pi}\int_{0}^{\alpha} f(r,\phi)\delta(r\cos(\theta-\phi) - R)rdRd\phi \tag{3.20}$$

นำสมการที่ (3.19) ไปแทนลงในสมการ (3.20) จะได้

$$g_\theta(R) = \int_{0}^{2\pi}\int_{0}^{\alpha} \frac{\delta(r)}{\pi r}\delta(r\cos(\theta-\phi) - R)rdRd\phi \tag{3.21}$$

จัดรูปสมการใหม่ จะได้

$$g_\theta(R) = \int_{0}^{\pi}\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{\delta(r)}{\pi}\delta[r\cos(\theta-\phi) - R]drd\phi \tag{3.22}$$

จาก $\int_0^\alpha dr\delta(r)f(r) = f(0)$ จะได้

$$g_\theta(R) = \int_0^\pi d\phi \frac{\delta[R]}{\pi} = \delta(R) \tag{3.23}$$

แสดงว่าโปรเจคชันของเดลต้าฟังก์ชันก็คือ เดลต้าฟังก์ชันเช่นกัน ถ้าเดลต้าฟังก์ชันเหล่านี้ถูกแบคโปรเจค จะได้ผลตอบสนองอิมพัลส์ คือ

$$h_b(r) = \int_0^\pi d\theta \int_{-\alpha}^{\alpha}\delta(R)\delta(r\cos(\theta-\phi) - R)dR$$
$$= \int_0^\pi \delta(r\cos(\theta-\phi))d\theta \tag{3.24}$$

จากเดลต้าฟังก์ชัน

$$\delta[f(x)] = \sum \frac{\delta(x-x_n)}{|f'(x_n)|} \tag{3.25}$$

ซึ่ง x_n คือ รากของ $f(x)$ จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$f(\phi) = r\cos(\theta - \phi), \qquad \phi = \frac{\pi}{2} + \theta$$
$$f'(\phi) = r\sin(\theta - \phi)\Big|_{\phi=\frac{\pi}{2}+\theta} = r \tag{3.26}$$

ดังนั้น

$$h_b(r) = \int_0^{\pi} \frac{\delta\left(\phi - (\frac{\pi}{2} + \theta)\right)}{r} = \frac{1}{r} \tag{3.27}$$

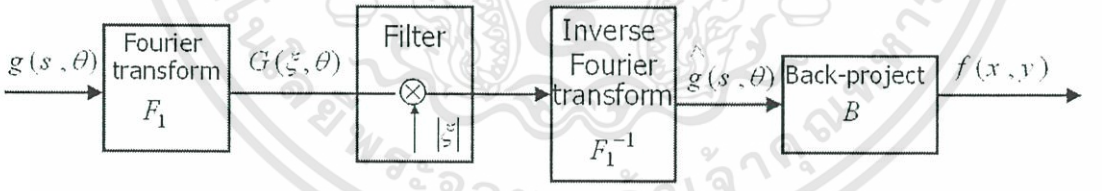
จะได้ การสร้างภาพย้อนกลับด้วยวิธีแบคโปรเจคชัน คือ

$$f_b(x, y) = f(x, y) ** \frac{1}{r} \tag{3.28}$$

** คือ คอนโวลูชัน 2 มิติ และภาพที่ได้จากวิธีนี้จะเบลอ สามารถแก้ปัญหานี้ได้ด้วยการใช้วิธีฟิลเตอร์ก่อนที่แบคโปรเจคชัน ซึ่งจะกล่าวถึงในหัวข้อต่อไป

3.6 วิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจคชัน (FBP)

วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจคชันนี้เป็นวิธีที่เป็นที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายในการสร้างภาพตัดขวาง ทั้งนี้เนื่องจากเป็นวิธีที่ได้รับการปรับปรุงจากวิธีแบคโปรเจคชันในการลดผลของ $\frac{1}{r}$ ซึ่ง



รูปที่ 3.8 Block diagram แสดงวิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยใช้วิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจคชัน

สมการแปลงภาพ $f(x,y)$ สามารถหามาได้จากการแปลงฟูเรียร์ย้อนกลับ

$$f(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} F(u,v)e^{j2\pi(ux+vy)}dudv \tag{3.29}$$

ถ้าให้ (w,θ) เป็นระบบพิกัดแบบโพลาร์ (Polar Coordinate) ในระนาบ uv เราสามารถเขียนสมการ (3.29) ใหม่ได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$
\begin{aligned}
f(x,y) &= \int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} F(w,\theta)e^{j2\pi w(x\cos\theta+y\sin\theta)}w\,dw\,d\theta \\
f(x,y) &= \int_0^{\pi}\int_0^{\infty} F(w,\theta)e^{j2\pi w(x\cos\theta+y\sin\theta)}w\,dw\,d\theta \\
&\quad + \int_0^{\pi}\int_0^{\infty} F(w,\theta+\pi)e^{j2\pi w(x\cos(\theta+\pi)+y\sin(\theta+\pi))}w\,dw\,d\theta
\end{aligned}
\tag{3.30}
$$

จากนั้นใช้คุณสมบัติ

$$F(w,\theta+\pi) = F(-w,\theta) \tag{3.31}$$

สมการ (3.30) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$
\begin{aligned}
f(x,y) &= \int_0^{\pi}\left[\int_{-\infty}^{\infty} F(w,\theta)|w|e^{j2\pi wt}\,dw\right]d\theta \\
&= \int_0^{\pi}\left[\int_{-\infty}^{\infty} S_\theta(w)|w|e^{j2\pi wt}\,dw\right]d\theta
\end{aligned}
\tag{3.32}
$$

โดยที่

$$t = x\cos\theta + y\sin\theta \tag{3.33}$$

และเราสามารถเขียนสมการ (3.32) ใหม่ได้เป็น

$$f(x,y) = \int_0^{\pi} Q_\theta(x\cos\theta + y\sin\theta)\,d\theta \tag{3.34}$$

โดยที่

$$Q_\theta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_\theta(w)|w|e^{j2\pi wt}\,dw \tag{3.35}$$

จากสมการข้างบนจะเห็นว่า ในการสร้างภาพตัดขวางเราสามารถทำได้โดยการนำข้อมูลแต่ละโปรเจคชัน $P_\theta(t)$ มาทำการฟิลเตอร์ ที่มีผลตอบสนองทางความถี่ (Frequency Response) เท่ากับ $|w|$ ดังสมการ (3.35) จากนั้นจึงนำค่าที่ได้มาทำการแบคโปรเจคชันดังสมการ (3.34) โดยที่ฟิลเตอร์ในสมการ (3.35) เรียกว่า Ram-Lak Filter ซึ่งโดยทฤษฎีนี้ จะทำให้การสร้างภาพย้อนกลับได้ภาพเหมือนภาพเริ่มต้นที่ปราศจาก $\frac{1}{\gamma}$ เบลอเหมือนในสมการ 3.28

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พารามิเตอร์ w เป็นตัวแปรความถี่ โดยหลักการแล้วอินทิกรัลในสมการ (3.35) ต้องทำตลอดทุกย่านความถี่ ในทางปฏิบัติพลังงานที่อยู่ในส่วนประกอบ (Components) การแปลงฟูเรียร์เหนือความถี่ค่าหนึ่งจะมีค่าน้อย ดังนั้นการโปรเจคชันจึงถูกทำในแถบความถี่ที่จำกัด (Bandlimited) โดยให้ W แทนค่าความถี่ ซึ่งถ้าเกินจากนี้พลังงานสำหรับการโปรเจคชันจะมีค่าน้อยมาก

สมมติว่าข้อมูลโปรเจคชันถูกสุ่มด้วยช่วงของการสุ่มเท่ากับ τ ซม. และสมมติว่าไม่มีปัญหาเรื่อง Aliasing ซึ่งกล่าวเป็นนัยว่าในโดเมนของการแปลง (Transform Domain) โปรเจคชันไม่มีพลังงานนอกย่านความถี่ $(-W, W)$ โดยที่

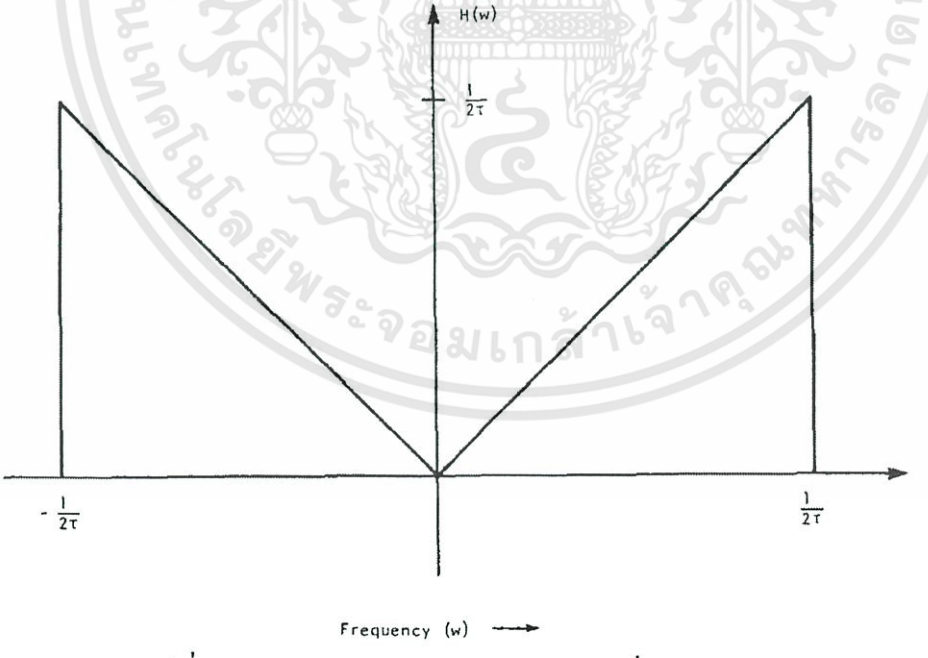
$$W = \frac{1}{2\tau} \qquad \text{รอบต่อซม.} \tag{3.36}$$

เราจะสามารถเขียนสมการ Ram-Lak Filter ได้เป็น

$$H(w) = |w|\, b_w(w) \tag{3.37}$$

โดยที่

$$b_w(w) = 1 \qquad |w| \le \frac{1}{2\tau}$$
$$= 0, \qquad Otherwise \tag{3.38}$$



รูปที่ 3.9 ภาพแสดงผลตอบสนองทางความถี่ของ Ram-Lak Filter

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.7 ทฤษฎีพื้นฐานของอัลกอริทึมแบบพีชคณิต

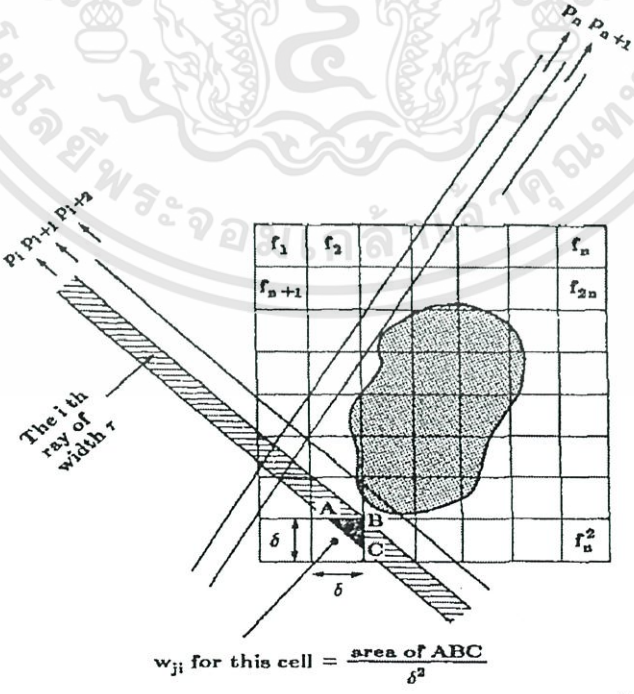
การสร้างภาพตัดขวางโดยใช้อัลกอริทึมแบบพีชคณิตนั้น จะสมมติให้วัตถุที่ต้องการสร้างภาพย้อนกลับ (ภาพตัดขวางใน 2 มิติ หรือ ปริมาตรใน 3 มิติ) เป็นเมตริกของตัวแปรที่ไม่ทราบค่า และจากนั้นทำการแก้สมการทางพีชคณิตเพื่อหาค่าตัวแปรที่ไม่ทราบค่าจากค่าโปรเจคชันที่วัดได้

ในที่นี้เราจะพิจารณาการสร้างภาพย้อนกลับของข้อมูลใน 2 มิติก่อน โดยที่เราจะสมมติให้ภาพประกอบด้วยเซตของเซล $f(x,y)$ โดยที่ในแต่ละเซลฟังก์ชัน $f(x,y)$ เป็นค่าคงที่ กำหนดให้ f_j เป็นค่าคงที่เซลที่ j^{th} และให้ N เป็นจำนวนทั้งหมดของเซล ให้ p_i แทนโปรเจคชันของรังสีเส้นที่ i^{th}

$$\sum_{j=1}^{N} w_{ij} f_j = p_i, \quad i = 1,2,\ldots,M \tag{3.39}$$

โดยที่ M คือจำนวนรังสีทั้งหมด (ในทุกโปรเจคชัน) และ w_{ij} คือค่าแฟกเตอร์น้ำหนักที่แทนผลของเซลที่ j^{th} ที่มีต่อรังสีเส้นที่ i^{th} โดยแฟกเตอร์ w_{ij} มีค่าเท่ากับสัดส่วนของพื้นที่ของเซลที่ j^{th} ที่ตัดกับรังสี i^{th} ดังแสดงให้ดูหนึ่งเซลในรูปที่ 3.10

ถ้า N และจำนวนของรังสีทั้งหมดมีค่าน้อยจะสามารถใช้ทฤษฎีเมทริกซ์ทั่วๆไปในการแปลงกลับ (Matrix Inverse) ระบบสมการใน (3.39) อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติ N อาจจะมีค่ามาก (ในกรณีของภาพขนาด 256 X 256 = 65536) และโดยมากที่จำนวนรังสีทั้งหมด (M) จะมีขนาดใหญ่พอๆกันถ้า M และ N มีค่าดังกล่าว ขนาดของเมทริกซ์ $[w_{ij}]$ คือ 65536X65536 ซึ่งไม่สามารถใช้การแปลงกลับเมทริกซ์ได้เลย



รูปที่ 3.10 รูปแบบการฉายแสงและการคำนวณค่าแฟกเตอร์น้ำหนัก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับ M และ N มี ค่ามาก มีเทคนิคการทำซ้ำหรือ Iterative ที่น่าสนใจที่ใช้ในการแก้สมการ (3.39) เทคนิคนี้เสนอโดย *Kaczmarz* [10] เพื่อที่จะอธิบายขั้นตอนการคำนวณที่ยุ่งยากในเทคนิคนี้ ขั้นแรกเราจะเขียนสมการ (3.39) ใหม่ให้อยู่ในรูปแบบที่ขยายออกดังนี้

$$\begin{aligned} w_{11}f_1 + w_{12}f_2 + \cdots + w_{1N}f_N &= p_1 \\ w_{21}f_1 + w_{22}f_2 + \cdots + w_{2N}f_N &= p_2 \\ &\vdots \\ w_{M1}f_1 + w_{M2}f_2 + \cdots + w_{MN}f_N &= p_M \end{aligned} \tag{3.40}$$

ภาพที่ถูกแทนด้วย $(f_1, f_2, \ldots f_N)$ จะถูกพิจารณาว่าเป็นจุดในสเปซ (Space) N มิติ ในสเปซ ดังกล่าว แต่ละสมการจะแทน Hyperplane เมื่อระบบสมการสามารถหาผลเฉลยที่เป็นหนึ่งเดียว (Unique Solution) จุดตัดของ Hyperplane ทั้งหมดจะเป็นจุดจุดเดียวและเป็นค่าผลเฉลยของสมการ (Solution)

ในวิธีของ Kaczmarz ต้องทำการเดาค่าเริ่มต้น กำหนดให้ค่าเริ่มต้นเป็น $f_1^{(0)}$, $f_2^{(0)}$,..., $f_N^{(0)}$ และสามารถเขียนแทนแบบเวคเตอร์ได้เป็น $\vec{f}^{(0)}$ ในสเปซ (Space) N มิติ โดยกำหนดให้ค่าเริ่มค้นมีค่าเป็นศูนย์ทั้งหมด โดยค่าเริ่มต้นนี้จะถูกโปรเจคไปบน Hyperplane ซึ่งก็คือ สมการแรกใน(3.40) ได้เป็น $\vec{f}^{(1)}$ จากนั้น $\vec{f}^{(1)}$ จะถูกโปรเจคไปบน Hyperplane ที่แทนด้วยสมการที่สอง (3.40) จะได้เป็น $\vec{f}^{(2)}$ และทำต่อไปเรื่อยๆ โดยที่ $\vec{f}^{(i-1)}$ จะถูกโปรเจคไปบน Hyperplane ที่แทนด้วยสมการที่ i^{th} ใน (3.40) จะได้เป็น $\vec{f}^{(i)}$ ซึ่งขบวนการนี้เราสามารถเขียนแทนในรูปของสมการคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\vec{f}^{(i)} = \vec{f}^{(i-1)} - \frac{(\vec{w}_i \cdot \vec{f}^{(i-1)} - p_i)}{\vec{w}_i \cdot \vec{w}_i}\vec{w}_i \tag{3.41}$$

โดยที่ $\vec{w}_j = (w_{j1}, w_{j2}, \ldots, w_{jN})$ และ $\vec{w}_j \cdot \vec{w}_j$ เป็นผลคูณเวคเตอร์ (Dot product) ของ $\vec{w}_j$ กับตัวเอง

ในการประยุกต์ใช้งานจริงจำเป็นต้องมีจำนวนของโปรเจคชันจำนวนมากและภาพที่ต้องการสร้างกลับคืนมีขนาดใหญ่ทำให้เกิดความยุ่งยากที่จะใช้สมการ(3.41) ในการคำนวณ เนื่องมาจากปัญหาในเรื่องการคำนวณ เนื้อที่หน่วยความจำและการที่จะเรียกสัมประสิทธิ์น้ำหนัก w_{ij} พิจารณากรณีที่เราจะสร้างภาพขนาด 128×128 จากข้อมูล 150 โปรเจคชันโดยแต่ละโปรเจคชันมี150 รังสี (Ray) จำนวนของสัมประสิทธิ์น้ำหนัก w_{ij} ทั้งหมดที่ใช้คือ $128 \times 128 \times 150 \times 150$ ($\approx 2.7 \times 10^8$) ซึ่งเป็นจำนวนมหาศาล

เพื่อที่จะแก้ปัญหาความยุ่งยากในการคำนวณวิธีทางพีชคณิตอื่นๆได้ถูกนำเสนอ ส่วนใหญ่จะเป็นการประมาณของสมการ (3.41) เพื่อที่จะวิเคราะห์การประมาณที่สามารถคำนวณได้ง่ายเราจะจัด (3.41) ใหม่ในรูปแบบที่ต่างไปคือ

$$f_m^{(j)} = f_m^{(j-1)} + \left[\left(p_j - q_j\right) / \sum_{k=1}^{N} w_{jk}^2 \right] w_{jm} \tag{3.42}$$

โดยที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$q_j = \vec{f}^{(j-1)} \cdot w_j = \sum_{k=1}^{N} f_k^{(j-1)} w_{jk} \tag{3.43}$$

สมการเหล่านี้กล่าวว่าเมื่อเราโปรเจคคำตอบที่ $(j-1)^{th}$ ไปบนHyperplane ที่ j^{th} (สมการที่ j^{th} ใน (3.43)) การเปลี่ยนแปลง $\Delta f_m^{(j)}$ ในค่าของเซลที่ m^{th} คือ

$$\Delta f_m^{(j)} = f_m^{(j)} - f_m^{(j-1)} = \left[\left(p_j - q_j \right) / \sum_{k=1}^{N} w_{jk}^2 \right] w_{jm} \tag{3.44}$$

ในขณะที่ p_j คือผลบวกเรย์ (Ray Sum) ที่วัดได้ตามแนวรังสีที่ j^{th} q_j คือผลบวกเรย์ (Ray Sum) ที่คำนวณได้ตามแนวรังสีเดียวกันที่ใช้คำตอบ (Solution) ที่ $(j-1)^{th}$ สำหรับระดับเทาของภาพ ค่าที่แก้ไข (Correction) Δf_i สำหรับเซลที่ i^{th} สามารถได้จากการคำนวณผลต่างระหว่างผลบวกเรย์ (Ray Sum) ที่วัดได้และผลบวกเรย์ที่คำนวณได้ ค่าความแตกต่างจะถูกนอร์มอไลซ์ด้วย $\sum_{k=1}^{N} w_{jk}^2$ และถูกกำหนด (Assigned) ให้กับเซลทุกเซลตามแนวรังสี j^{th} ค่าที่กำหนดให้แต่ละเซลจะถูกสเกลด้วยค่า w_{ij} ที่สอดคล้องกัน

3.8 การสร้างภาพตัดขวางแบบพัด (Fan-beam reconstruction)

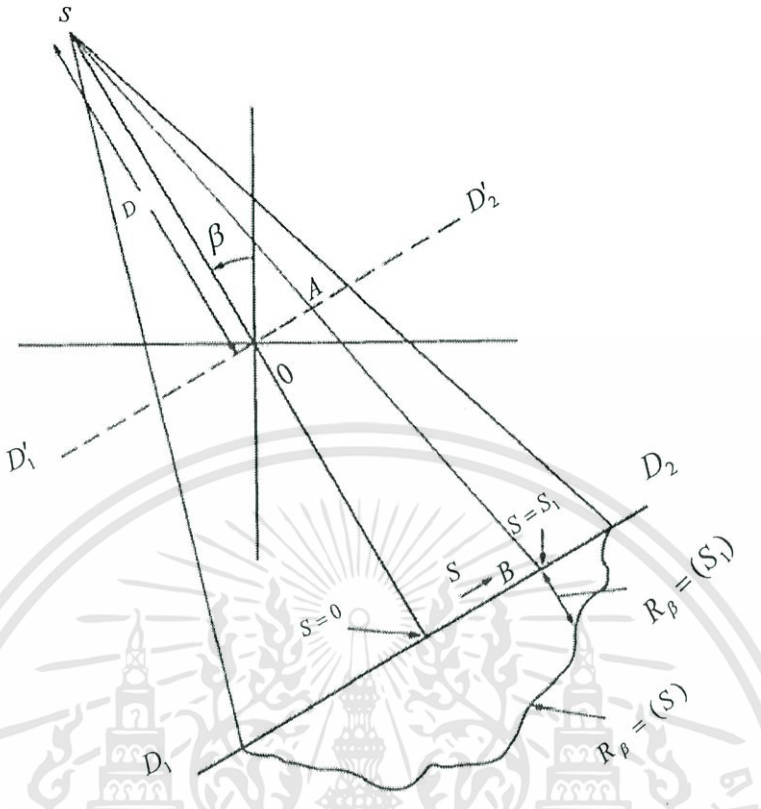
การสร้างภาพตัดขวางนั้นมีสิ่งสำคัญในการสร้างภาพตัดขวางอีกอย่างหนึ่ง คือลักษณะเรขาคณิตของรังสีที่ฉาย ในที่นี้จะเริ่มพิจารณากระบวนการสร้างภาพตัดขวางบนลำแสงแบบพัดก่อน โดยพิจารณาลักษณะการจัดเรียงของหัววัดคลื่นเอกซเรย์ เป็นการพิจารณาที่ระยะระหว่างเส้นลำแสงเท่ากันที่หัววัดคลื่นเอกซเรย์ และหัววัดคลื่นเอกซเรย์จะเรียงเป็นเส้นตรง ด้วยหลักการนี้จะเป็นพื้นฐานการพิจารณานี้ให้กับกรณีลำแสงแบบกรวยในหัวข้อถัดไป

3.8.1 ระยะระหว่างเส้นแสงเท่ากัน (Equally space collinear detectors)

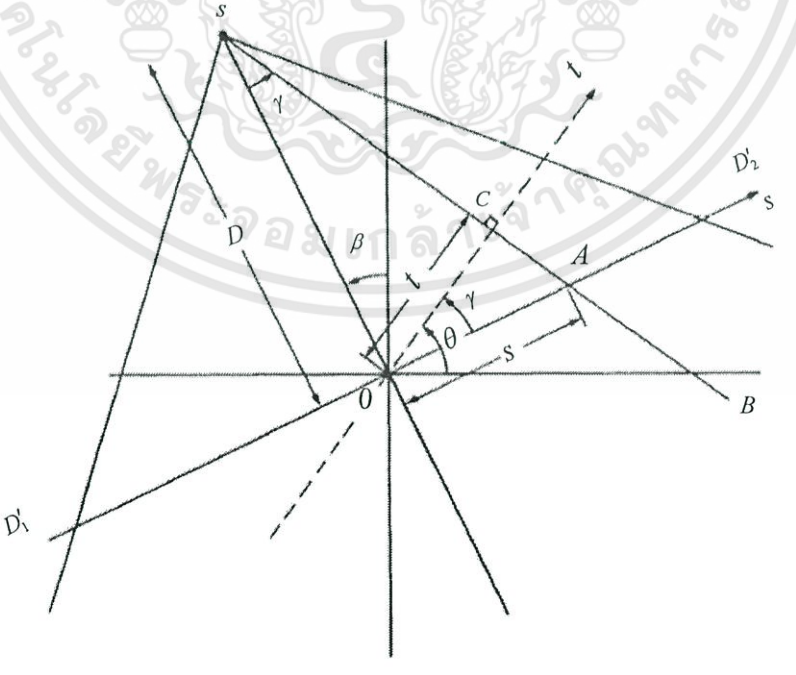
กำหนดให้ $R_\beta(s)$ เป็นโปรเจคชันแบบพัด (Fan-beam projection) โดยที่มุมภายในระหว่างเส้นแสงห่างเท่าๆกัน จากรูปที่ 3.11 ให้ $\overline{D_1'D_2'}$ เป็นแกนดีเทคเตอร์เสมือนตัดผ่านจุดหมุนหรือจุดกำเนิด ถ้าพิจารณาเส้นแสงจากแหล่งกำเนิดแสงไปยังฉากรับ $\overline{SB}$ ซึ่งผ่านจุด A บนแกน $\overline{D_1'D_2'}$ เช่นเดียวกับจุด B บน $\overline{D_1 D_2}$ จากรูปที่ 3.12 แกนดีเทคเตอร์สมมติ $\overline{D_1'D_2'}$ พิจารณาเส้นแสง $\overline{SA}$ พบว่าค่า s มีระยะเท่ากับ $\overline{OA}$ และถ้าสมมติการสร้างข้อมูลโปรเจคชันพิจารณาทางเดินแสงเป็นแบบขนานเส้นแสง $\overline{SA}$ ก็คือเส้นแสงตำแหน่งที่ t ทำมุม θ หรือ $p_\theta(t)$ ดังนั้นเขียนสมการความสัมพันธ์ระหว่าง β กับ t สำหรับการพิจารณาทางเดินแสงแบบขนาน (Parallel-Beam Projection) ดังสมการที่ (3.45)

$$\begin{aligned} t &= s\cos\gamma & \theta &= \beta + \gamma \\ t &= \frac{sD}{\sqrt{D^2 + s^2}} & \theta &= \beta + \tan^{-1}\frac{s}{D} \end{aligned} \tag{3.45}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.11 ข้อมูลโปรเจคชันเมื่อพิจารณาทางเดินแสงแบบพัดที่มีระยะห่างระหว่างหัวรับเท่ากัน (Equally space collinear detectors)



รูปที่ 3.12 เรขาคณิตของทางเดินแสงแบบพัดที่พิจารณาระยะห่างระหว่างหัวรับเท่ากัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่มุม AOC เท่ากันกับมุม OSC และ D คือระยะห่างระหว่างแหล่งกำเนิดแสงที่จุด S ถึงจุดกำเนิด O จากสมการโปรเจคชันแบบขนานเขียนสมการการสร้างภาพตัดขวางแบบฟิลเตอร์แบคโปรเจคชันได้คือ

$$f(r,\phi)=\frac{1}{2}\int_{0}^{2\pi}\int_{-t_m}^{t_m}p_\theta(t)h(r\cos(\theta-\phi)-t)dtd\theta \tag{3.46}$$

เมื่อ $f(r,\phi)$ คือภาพที่สร้างได้ในระบบพิกัดทรงกลม (Spherical Coordinate System) ให้แทนความสัมพันธ์สมการ (3.45) ในสมการ (3.46) จะได้

$$f(r,\phi)=\frac{1}{2}\int_{-\tan(s_m/D)}^{2\pi-\tan(s_m/D)}\int_{-s_m}^{s_m}p_{\beta+\gamma}\left(\frac{sD}{\sqrt{D^2+s^2}}\right)$$
$$\cdot h\left(r\cos\left(\beta+\tan^{-1}\left(\frac{s}{D}\right)-\phi\right)-\frac{sD}{\sqrt{D^2+s^2}}\right)\frac{D^3}{(D^2+s^2)^{3/2}}dsd\beta \tag{3.47}$$

โดยที่

$$dtd\theta=\frac{D^3}{(D^2+s^2)^{3/2}}dsd\beta \tag{3.48}$$

จากสมาการที่ (3.47) s_m คือค่าที่มากที่สุดของ s ของแต่ละโปรเจคชันและเท่ากับ t_m ของโปรเจคชันแบบขนาน $-\tan(s_m/D)$ และ $2\pi-\tan^{-1}(s_m/D)$ เป็นมุมอยู่ในช่วง 0 ถึง 360 องศา เขียนความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลโปรเจคชันแบบพัดกับแบบขนานได้เป็น

$$R_\beta(s)=p_{\beta+\gamma}\left(\frac{sD}{\sqrt{D^2+s^2}}\right) \tag{3.49}$$

แทน $R_\beta(s)$ โปรเจคชันแบบพัดในสมการ (3.47) เขียนสมการได้เป็น

$$f(r,\phi)=\frac{1}{2}\int_{-\tan(s_m/D)}^{2\pi-\tan(s_m/D)}\int_{-s_m}^{s_m}R_\beta(s)$$
$$\cdot h\left(r\cos\left(\beta+\tan^{-1}\left(\frac{s}{D}\right)-\phi\right)-\frac{sD}{\sqrt{D^2+s^2}}\right)\frac{D^3}{(D^2+s^2)^{3/2}}dsd\beta \tag{3.50}$$

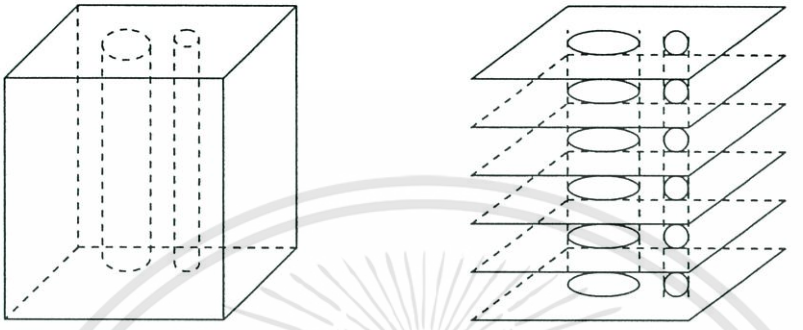
เทอมของฟิลเตอร์ h เขียนใหม่ได้เป็น

$$r\cos\left(\beta+\tan^{-1}\left(\frac{s}{D}\right)-\phi\right)-\frac{sD}{\sqrt{D^2+s^2}}$$
$$=r\cos(\beta-\phi)\frac{D}{\sqrt{D^2+s^2}}-(D+r\sin(\beta-\phi))\frac{s}{\sqrt{D^2+s^2}} \tag{3.51}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

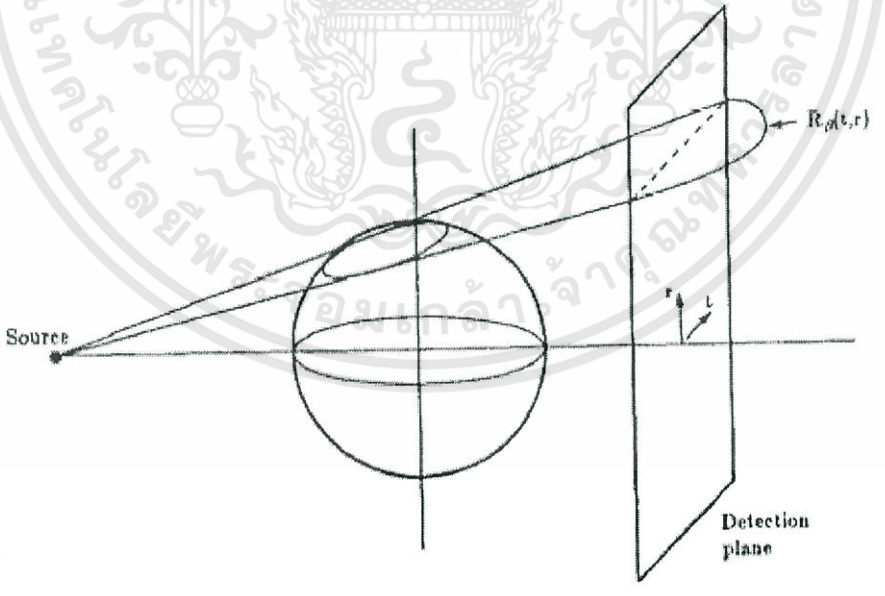
3.9 การสร้างภาพตัดขวางแบบกรวย (Cone-beam reconstruction)

การสร้างภาพจากวัตถุที่เป็น 3 มิติ จากวิธีการสร้างภาพตัดขวางโดยพิจารณาทางเดินแสงแบบขนานและแบบพัดนั้น สามารถทำได้โดยการสร้างภาพตัดขวางของวัตถุแบบ 3 มิติ ทีละสไลด์หรือทีละ 2 มิติ แล้วค่อยนำภาพตัดขวางแต่ละสไลด์มารวมกันดังรูปที่ 3.13



รูปที่ 3.13 การสร้างภาพตัดขวางจากวัตถุ 3 มิติ

ในการสร้างภาพตัดขวางที่พิจารณาทางเดินแสงแบบกรวย ใช้การพิจารณาเช่นเดียวกันกับทางเดินแสงแบบพัด คือ แทนทางเดินแสงแบบพัดที่ทำมุมเอียงกับระนาบ (x, y) ของภาพแต่ละสไลด์มีจุดหมุนอยู่ที่ตำแหน่งแหล่งกำเนิดแสงดังรูป 3.14



รูปที่ 3.14 การพิจารณาทางเดินแสงแบบกรวยในรูปแบบทางเดินแสงแบบพัด

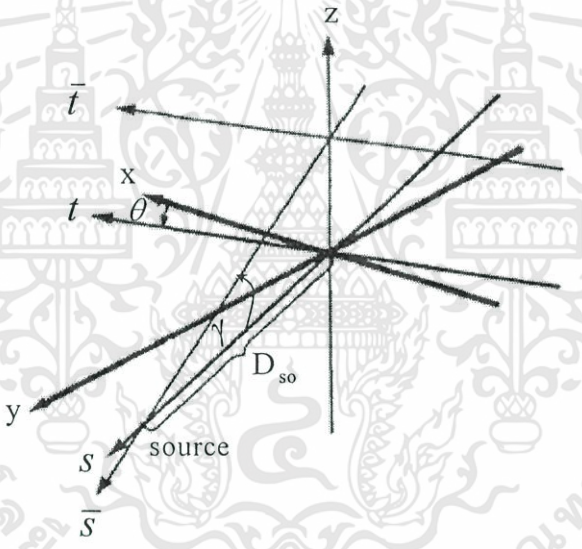
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อดีของการฉายแสงแบบกรวยคือลดเวลาในการทำงานให้น้อยลงซึ่งมีผลให้ผู้ป่วยได้รับปริมาณรับรังสีเอกซเรย์น้อยลง เนื่องจากในแต่ละมุมจะฉายรังสีเอกซเรย์เพียงครั้งเดียวโดยใช้ตัวกำเนิดแสงเพียงอันเดียว จากรูปที่ 3.14 $R_\beta(p,\varsigma)$ เป็นโปรเจคชันที่ได้จากหัววัดรังสีเอกซเรย์ถูกวางเรียงเป็นระนาบ 2 มิติ ซึ่งโปรเจคชัน $R_\beta(p,\varsigma)$ นี้เป็นฟังก์ชันของมุม β และตำแหน่งบนระนาบ 2 มิติ (p,ς)

3.9.1 โปรเจคชันของวัตถุ 3 มิติ (Three-Dimension Projection)

โปรเจคชันของวัตถุ 3 มิติประกอบด้วย 2 ส่วนคือ โคออร์ดิเนตของทางเดินแสง (t,s,r) และโคออร์ดิเนตของวัตถุ (x,y,z) มีความสัมพันธ์กันจากการหมุนดังรูปที่ 3.15 (coordinate-rotation) ที่มี 2 การหมุน คือ รอบแกน z ของลำดับมุมการฉายแสงเท่ากับ θ และที่จุดกำเนิดแสงรอบแกน t เป็นมุมเท่ากับ γ ซึ่งเขียนสมการความสัมพันธ์ในฟังก์ชันของเมตริกได้คือ

$$\begin{bmatrix} t \\ s \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \tag{3.52}$$



รูปที่ 3.15 ความสัมพันธ์ของการหมุนของระบบโคออร์ดิเนต

โปรเจคชันแบบขนานของวัตถุ 3 มิติ f มีสมการคือ

$$P_{\theta,\gamma}(t,r) = \int_{-S_m}^{S_m} f(t,s,r)ds \tag{3.53}$$

จากสมการที่ (3.52) โปรเจคชันเป็นฟังก์ชัน 4 ตัวแปรคือ (t,θ) เป็นตัวแปรสำหรับระบุขนาดและทิศทางของระบบพิกัด (x,y) และ (r,γ) สำหรับระบบพิกัด (s,z) แต่ในระบบทางเดินแสงแบบกรวย (Cone-Beam System) แหล่งกำเนิดแสงจะถูกหมุนด้วยมุมเท่ากับ β และผลรวมของแสงที่วัดได้แทนด้วย $R_\beta(p',\varsigma')$ โดยที่

$$p = \frac{p'D_{SO}}{D_{SO}+D_{DE}} \qquad \varsigma = \frac{\varsigma'D_{SO}}{D_{SO}+D_{DE}} \tag{3.54}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ D_{SO} คือระยะห่างระหว่างจุดหมุนถึงแหล่งกำเนิดแสงและ D_{DE} คือระยะห่างระหว่างจุดหมุนถึงฉากรับซึ่งเขียนความสัมพันธ์ของตัวแปรในระบบทางเดินแสงทั้งสองได้คือ

$$t = p\frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2 + \varsigma^2}} \tag{3.55}$$

$$\theta = \beta + \tan^{-1}\left[\frac{p}{D_{SO}}\right] \tag{3.56}$$

$$r = \varsigma\frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2 + \varsigma^2}} \tag{3.57}$$

โดยที่ r และ ς ทำหน้าที่ระบุตำแหน่งของระนาบแสงแบบพัด (Tilted fan) ที่ผ่านวัตถุ

3.9.2 FeldKamp หรือ ฟิลเตอร์แบคโปรเจคชันแบบ 3 มิติ (3D Filtered Backprojection)

การสร้างภาพตัดขวางด้วยวิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจคชันแบบ 3 มิติ นั้นมีวิธีการเช่นเดียวกันกับวิธีฟิลเตอร์แบคโปรเจคชันแบบขนาน แต่ต่างกันที่เส้นทางเดินของแสง ซึ่งสามารถพิจารณาทางเดินแสงให้เป็นรูปพัด (Fan-beam) ในระนาบ 2 มิติ แล้วนำระนาบดังกล่าวหมุนรอบแกน p โดยจุดหมุนอยู่ที่แหล่งกำเนิดแสง

เริ่มแรกให้พิจารณาสมการการสร้างภาพกลับแบบพัด (Fan-beam reconstruction) ในระบบพิกัด (r,ϕ) คือ

$$f(r,\phi) = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\frac{1}{U^2}\int_{-\infty}^{\infty}R_\beta(p)h(p'-p)\frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2+p^2}}dpd\beta \tag{3.58}$$

$$p' = \frac{D_{SO}r\cos(\beta-\phi)}{D_{SO}+r\sin(\beta-\phi)} \qquad h(p) = \int_{-W}^{W}|\omega|\cdot e^{j\omega p}d\omega \tag{3.59}$$

$$U(r,\phi,\beta) = \frac{D_{SO}+r\sin(\beta-\phi)}{D_{SO}} \tag{3.60}$$

เขียนสมการความสัมพันธ์ (r,ϕ) ให้อยู่ในระบบโคออร์ดิเนตการหมุน (t,s) ได้คือ

$$t = x\cos\beta + y\sin\beta \qquad s = y\cos\beta - x\sin\beta \tag{3.61}$$

$$x = r\cos\phi \qquad y = r\sin\phi \tag{3.62}$$

$$p' = \frac{D_{SO}}{D_{SO}-s} \qquad U(x,y,z) = \frac{D_{SO}-s}{D_{SO}} \tag{3.63}$$

สมการสร้างภาพแบบพัดในระบบโคออร์ดิเนต (t,s) เขียนได้เป็น

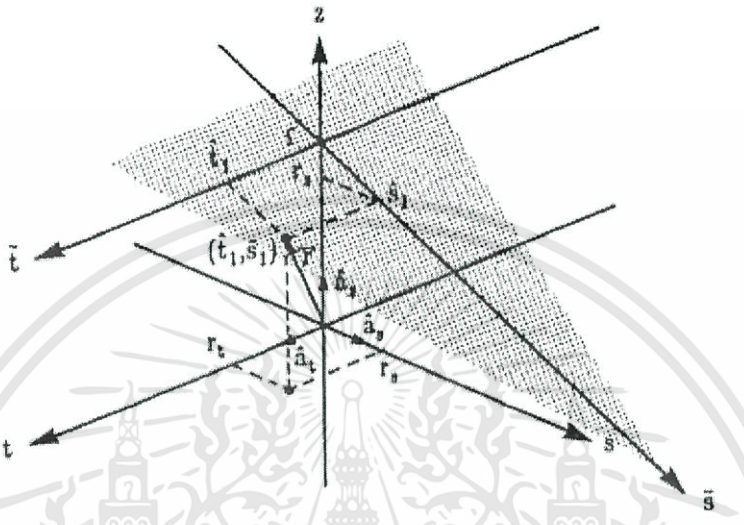
$$f(t,s) = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\frac{D_{SO}^2}{(D_{SO}-s)^2}\int_{-\infty}^{\infty}R_\beta(p,\varsigma)h\left(\frac{D_{SO}\cdot t}{D_{SO}-s}-p\right)\frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2+p^2}}dpd\beta \tag{3.64}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อแสงเปลี่ยนระนาบไปดังรูปที่ 3.16 ทำให้ไม่สามารถใช้สมการที่ (3.64) ได้เนื่องจากระยะทางของแสงเปลี่ยนไปเขียนสมการสร้างภาพแบบพัดสำหรับ (t',s') คือ

$$f(t',s')=\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\frac{D'^2_{SO}}{\left(D'_{SO}-s'\right)^2}\int_{-\infty}^{\infty}R_{\beta'}(p,\varsigma)h\left(\frac{D'_{SO}\cdot t'}{D'_{SO}-s'}-p\right)\frac{D'_{SO}}{\sqrt{D'^2_{SO}+p^2}}dpd\beta' \tag{3.65}$$

โดยที่ ς คือความสูงของแสงแบบพัดบนแกนหมุนและ $d\beta'$ หาได้จาก



รูปที่ 3.16 ภาพแสดงระบบพิกัด (t,s)

$$D_{SO}d\beta = D'_{SO}\,d\beta' \qquad d\beta'=\frac{D_{SO}d\beta}{D'_{SO}} \tag{3.66}$$

$$t=t' \qquad s'=D'_{SO}\frac{s}{D_{SO}} \qquad \varsigma=D_{SO}\frac{z}{D_{SO}-s} \tag{3.67}$$

$$D'_{SO}=\sqrt{D_{SO}^2+\varsigma^2} \tag{3.68}$$

แทนค่า D'_{SO} ด้วย D_{SO} และ β' ด้วย β เขียนสมการ (3.65) สำหรับทุกระนาบแสงได้เป็น

$$f(t,s)=\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\frac{D_{SO}^2}{\left(D_{SO}-s\right)^2}\int_{-\infty}^{\infty}R_{\beta'}(p,\varsigma)h\left(\frac{D_{SO}\cdot t}{D_{SO}-s}-p\right)\frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2+\varsigma^2+p^2}}dpd\beta \tag{3.69}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยขั้นตอนของฟิลเตอร์แบ็คโปรเจคชันแบบ 3 มิติ ดังต่อไปนี้

1. นำโปรเจคชัน $R_{\square}(p,\varsigma)$ คูณด้วยฟังก์ชัน $\frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2+\varsigma^2+p^2}}$ เพื่อหาค่า คือ

$$R'(p,\zeta,\beta) = R\ (p,\zeta,\beta)\ \frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2+\varsigma^2+p^2}} \tag{3.70}$$

2. คอนโวลูชันโปรเจคชัน $R'_{\beta}(p,\varsigma)$ กับ $\frac{1}{2}h(p)$ได้ค่า $Q_{\beta}(p,\varsigma)$ คือ

$$Q(p,\zeta,\beta) = R'(p,\zeta,\beta) * \frac{1}{2}h(p) \tag{3.71}$$

3. แบคโปรเจคชันด้วยค่าแฟกเตอร์น้ำหนักตามระยะทางของเส้นแสงสำหรับระบบโคออร์ดิเนตแบบ 3 มิติ

$$f(\mathrm{x},\mathrm{y},\mathrm{z}) = \int_0^{2\pi}\frac{D_{SO}^2}{(D_{SO}-s)^2}Q_{\beta'}(p,\varsigma,\beta)d\beta \tag{3.72}$$

หรือ

$$f(x,y,z) = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\frac{D_{SO}^2}{(D_{SO}-s)^2}\int_{-\infty}^{\infty}R(p,\zeta,\beta)h\left(\frac{D_{SO}\cdot t}{D_{SO}-s}-p\right)\frac{D_{SO}}{\sqrt{D_{SO}^2+\varsigma^2+p^2}}dpd\beta \tag{3.73}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

อัลกอริทึมของการสร้างภาพตัดขวางแบบทำซ้ำเชิงสถิติ

4.1 บทนำ

บทที่ผ่านมาได้อธิบายเกี่ยวกับอัลกอริทึมฟิลเตอร์แบคโปรเจคชันและแบบพีชคณิตไปแล้ว ในบทนี้จะกล่าวถึงอัลกอริทึมของการสร้างภาพตัดขวางแบบทำซ้ำเชิงสถิติ ซึ่งมีหัวข้อหลักในการได้มาของอัลกอริทึมโดยสามารถแบบเป็น 2 ส่วน คือ การประมาณค่าบนพื้นฐานความน่าจะเป็น และการทำงานของฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก จากนั้นจะกล่าวถึงหลักการแปลงฟังก์ชันให้เหมาะสม และจะอธิบายอัลกอริทึมแบบคาดเดาสูงสุดบนความน่าจะเป็นสูงสุด ซึ่งจะอธิบายหลักการส่งผ่านคลื่นเอกซเรย์ (Transmission) ในทางฟิสิกส์ ซึ่งเป็นอัลกอริทึมพื้นฐานในการอธิบายอัลกอริทึมแบบคาดเดาสูงสุดสำหรับการส่งผ่านคลื่น จากนั้นจะกล่าวถึงอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์และการปรับปรุงเพิ่มเติมเป็นอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์บนความเป็นไปได้สูงสุดแบบถ่วงน้ำหนัก

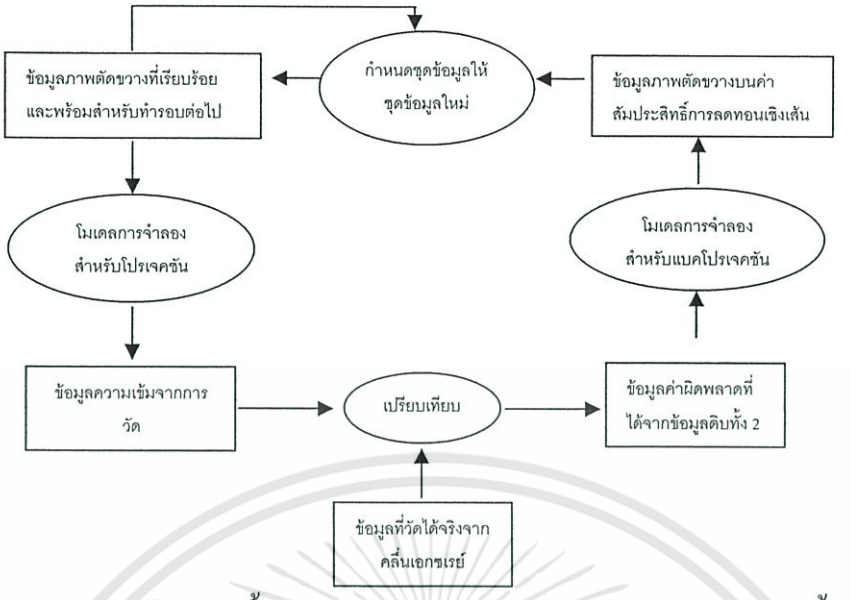
โดยพื้นฐานบนการนำเสนอนี้เราสามารถกำหนดแบบจำลองการส่งผ่านคลื่นเอกซเรย์ เมื่อคลื่นเอกซเรย์ หมายถึง จำนวนโฟตอนที่คเลื่อนที่ผ่านชั้นวัตถุ สำหรับการคำนวณหาจำนวนโฟตอน y_i แบบส่งผ่านคลื่นเอกซเรย์บนตัวตรวจจับที่ i โดยกำหนดให้ μ คือค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนคลื่นเอกซเรย์ แสดงเป็นลักษณะของภาพบนคอมพิวเตอร์เป็นไปตามสมการนี้

$$\bar{y}_i = b_i e^{-l_i} + r_i \tag{4.1}$$

เมื่อ $\bar{y}_i$ คือค่าเฉลี่ยของจำนวนโฟตอนที่คำนวณโดยที่ l_i คือการคำนวณ Line Integral ที่ตัวตรวจวัดที่ i b_i คือจำนวนโฟตอนเริ่มต้นที่ไม่ผ่านวัตถุและ r_i คือสัญญาณรบกวนต่างๆเช่น Beam Hardening, Scatter เป็นต้น ในสมการที่ (4.1) ซึ่งค่า b_i จะลดลงอย่างแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลตามระยะทางที่รังสีผ่านจนถึงหัววัดคลื่นเอกซเรย์

รูปที่ 4.1 แสดงถึงบล็อกของขั้นตอนของภาพรวมของการสร้างภาพตัดขวางโดยเริ่มจากแบบจำลองการฉายโปรเจคชันแล้วได้ข้อมูลการโปรเจคชัน (Forward Projection) จากนั้นนำไปคำนวณค่าผิดพลาดกับข้อมูลที่วัดได้จริงจากคลื่นเอกซเรย์ ต่อจากนั้นนำข้อมูลค่าผิดพลาดไปผ่านโมเดลการแบคโปรเจคชันจะได้ข้อมูลภาพตัดขวางแล้วสุดท้าย กำหนดชุดข้อมูลภาพตัดขวางให้เป็นชุดข้อมูลใหม่เพื่อเป็นค่าเริ่มต้นสำหรับรอบทำซ้ำครั้งต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.1 แสดงถึงบล็อกของขั้นตอนภาพรวมของการสร้างภาพตัดขวางแบบทำซ้ำเชิงสถิติ

4.2 การประมาณค่าบนพื้นฐานความน่าจะเป็น (Likelihood-based estimation)

การประมาณความน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum-likelihood ML estimation) [11] คือการหาค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้น $\underline{\mu}$ จากการวัดคลื่นเอกซเรย์จริง $\underline{Y} = \underline{y}$ สามารถออกแบบจำลองการประเมินความน่าจะเป็นสูงสุดได้ตามนี้

$$\underline{\hat{\mu}} = \arg\max_{\mu \geq 0}(L(\underline{\mu})) \tag{4.2}$$

$$L(\underline{\mu}) = \log P[\underline{Y} = \underline{y}; \underline{\mu}] \tag{4.3}$$

$L(\underline{\mu})$ คือฟังก์ชันล็อกบนความน่าจะเป็น (Log Likelihood Function) สำหรับฟังก์ชันความน่าเป็น P จะออกแบบจำลองเป็น PMF (Probability Mass Function) ของ Poisson Distribution เนื่องจากค่าความเข้มจำโฟตอนที่วัดได้จากหัววัดคลื่นเอกซเรย์มีการกระจายตัวแบบพัวซอง

$$P\left[\underline{Y} = \underline{y}; \underline{\mu}\right] = \prod_{i=1}^{N_Y} \frac{e^{-\bar{y}_i}\left[\bar{y}_i\right]^{y_i}}{y_i!} \tag{4.4}$$

เขียนใหม่ได้

$$P[\underline{Y} = \underline{y}; \underline{\mu}] \sim \text{Poision}(\bar{y}_i) \tag{4.5}$$

เมื่อ $\bar{y}_i$ คือค่าเฉลี่ยของจำนวนโฟตอนที่คำนวณและ y_i เป็นจำนวนโฟตอนที่วัดได้จริงหรือข้อมูลความเข้มจากการวัด ส่วน N_Y คือจำนวนหัววัดคลื่นเอกซเรย์ (Detector) คูณกับจำนวนการฉาย วิธีการหาความน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับค้นหาค่าข้อมูลวัตถุ $\underline{\mu}$ ($\underline{\mu}$ คือพารามิเตอร์เวกเตอร์ข้อมูลของวัตถุหรือสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้น) บนความน่าจะเป็นของข้อมูลคลื่นเอกซเรย์ที่วัดได้ มีบทความที่แสดงถึงวิธีการหาความน่าจะเป็นสูงสุด (ML) สำหรับการสร้างภาพตัดขวางแบบส่งผ่านคลื่น โดย Rockmore และ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Macovski ใน 1977 [12] สำหรับการวัดค่าความน่าจะเป็นสูงสุดจะวัดที่ฟังก์ชันล็อกบนความน่าจะเป็น $L(\underline{\mu})$ โดยใช้ความน่าจะเป็นแบบพัวซอง $P[\underline{Y} = \underline{y}]$ สามารถใช้สมการที่ (4.3) และ (4.4) แสดงถึงความน่าจะเป็นแบบพัวซองบนค่าล็อกการิทึมตามฟังก์ชัน log-likelihood ได้ตามนี้

$$L(\mu) = \sum_{i=1}^{NY} \sum_{j=1}^{NP} \left(y_i \log\left(b_i e^{-l_i} + r_i \right) - (b_i e^{-l_i} + r_i) \right) \tag{4.6}$$

ค่าสูงสุดของ $\underline{\mu}$ ที่ได้จากฟังก์ชัน Maximum-likelihood จะนำไปสู่ภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวนในระดับที่ยอมรับยาก เพราะโมเดลในการหาค่าสูงสุด $\underline{\mu}$ อาจจะอยู่บนพื้นฐานที่ไม่ดี ในหลักบนความสมเหตุสมผลในการหาค่า $\underline{\mu}$ แต่ถ้าค่า $\underline{\mu}$ มีความถูกต้องใกล้เคียงกับข้อมูลจริง มีผลให้ค่าข้อมูลจำนวนโฟตอนที่คำนวณได้ $\bar{y}_i$ ใกล้เคียงหรือสอดคล้องกับข้อมูลความเข้มจากการวัด $\{Y_i\}_{i=1}^{N_Y}$ ด้วยการโมเดลที่ดีและสมเหตุสมผล เมื่อปัจจัยมีหลายพารามิเตอร์สำหรับหาค่า $\underline{\mu}$ ที่จะทำให้ค่าข้อมูลสัมประสิทธิ์การลดทอนสอดคล้องกับค่าข้อมูลความเข้มจากการวัด $\{Y_i\}_{i=1}^{N_Y}$ ด้วยฟังก์ชัน Maximum-likelihood แต่จะไม่ใช่ฟังก์ชัน Maximum-likelihood อย่างเดียวที่จะทำให้ได้คุณภาพของภาพตัดขวางที่ดีที่สุด จึงมีการปรับปรุงเพิ่มเติมด้วยฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักเพื่อช่วยในการควบคุมคุณภาพของภาพตัดขวาง ดังนั้นจึงมีการแก้ไขปัญหานี้โดยแก้ไขในสมการที่ (4.2) โดยเพิ่มฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (Penalty function) ตามนี้

$$\underline{\hat{\mu}} = \arg\max_{\mu \geq 0} (\Phi(\underline{\mu})) \tag{4.7}$$

$$\Phi(\underline{\mu}) = L(\underline{\mu}) - \beta R(\underline{\mu}) \tag{4.8}$$

เมื่อ Φ คือ ฟังก์ชันออฟเจคทีฟ (Objective function) ที่รวมฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก $R(\underline{\mu})$ พารามิเตอร์ β ช่วยควบคุมความราบเรียบของภาพ เมื่อค่า β มีค่ามากมีผลให้เกิดความราบเรียบมาก

เมื่อฟังก์ชันออฟเจคทีฟ Φ มีผลอย่างมากต่ออัตราการลู่เข้าและการรันตีในการลู่เข้าสู่ค่าสูงสุด และฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักมีผลต่อการควบคุมคุณภาพของภาพตัดขวางซึ่งจะกล่าวต่อไป

4.3 ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (penalty function)

ฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักเป็นฟังก์ชันที่เพิ่มไปในสมการที่ (4.2) และได้ (4.7) จะลดสัญญาณรบกวนระหว่างการสร้างภาพตัดขวางโดยที่สามารถเน้นข้อมูลบางส่วนในภาพตัดขวางได้ ช่วยในการปรับแต่งภาพตัดขวางให้ราบเรียบขึ้นและสามารถเน้นขอบซึ่งจะขึ้นอยู่กับฟังก์ชันโพเทนเชียล (Potential function) ψ โดยกำหนดให้ μ_j ถูกลบด้วยสัมประสิทธิ์การลดทอนข้างเคียงที่อยู่รอบ μ_j โดยกำหนดสัมประสิทธิ์การลดทอนข้างเคียงคือ μ_k จากผลต่าง (μ_j - μ_k) จะเป็นตัวแปรต้นให้กับฟังก์ชันโพเทนเชียล ψ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

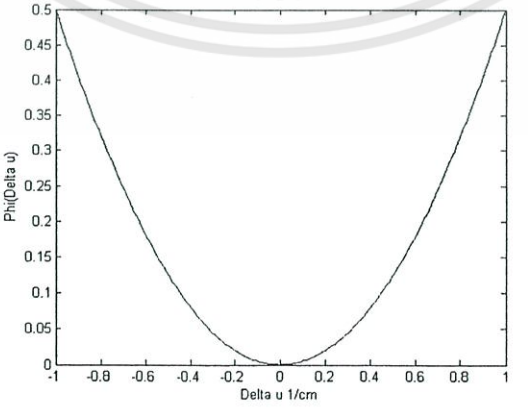
$$R(\underline{\mu}) = \sum_{j=1}^{N_p} \sum_{k=1}^{N_p} w_{jk} \psi(\mu_j - \mu_k) \tag{4.9}$$

ฟังก์ชันโพเทนเชียล ψ คือ ฟังก์ชันที่กำหนดเงื่อนไขที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลภาพตัดขวาง โดยขึ้นอยู่กับการออกแบบฟังก์ชันว่าจะช่วยลดสัญญาณรบกวนได้มากน้อยเพียงใดเพื่อให้ข้อมูลภาพที่ออกมาถูกต้องยิ่งขึ้น ซึ่งมีหลายบทความพยายามออกแบบฟังก์ชัน โดยฟังก์ชันที่ออกแบบนั้นจะเน้นการลดสัญญาณรบกวนและเน้นข้อมูลภาพตัดขวางขึ้นมา ค่า w_{ik} คือ ค่าฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักรอบ μ_j โดยเป็นค่าผกผันของระยะกระจัดรอบตำแหน่ง j ส่วนเงื่อนไขสำหรับการออกแบบฟังก์ชันโพเทนเชียลสามารถกำหนดได้ตามนี้

เงื่อนไขสำหรับออกแบบฟังก์ชันโพเทนเชียล $\psi(\mu)$ โดย Hakan Erdogan [13]

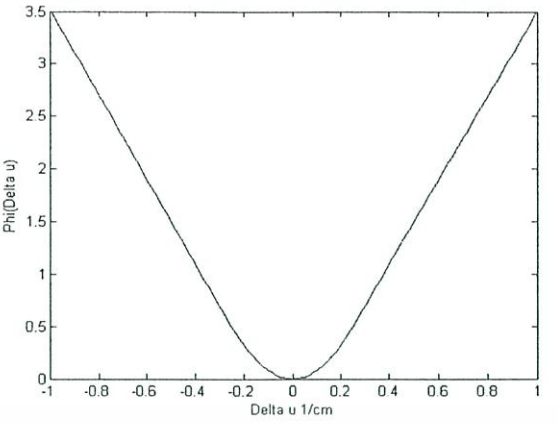
- $\psi(\mu)$ คือ จะต้องเป็นฟังก์ชันที่สมมาตร
- $\psi(\mu)$ คือ สามารถหาอนุพันธ์ได้ทุกค่าของ μ
- $\dot{\psi}(\mu) = \frac{d\psi(\mu)}{d\mu}$ ค่าของอนุพันธ์จะไม่ลดลงและ ψ จะเป็นฟังก์ชันความโค้งเว้าขึ้น (Convex)
- $\omega(\mu) = \frac{\dot{\psi}(\mu)}{\mu}$ เป็นค่าที่ไม่เพิ่มขึ้น (nonincreasing) สำหรับ $\mu \geq 0$
- $\omega(0) = \lim_{\mu \to 0} \frac{\dot{\psi}(\mu)}{\mu}$ จะต้องมีค่าอยู่ในช่วง $0 < \omega(0) < \infty$

เมื่อฟังก์ชันโพเทนเชียล ψ สามารถแบ่งออกเป็น 2 แบบ คือแบบสมการกำลังสอง (Quadratic) และแบบไม่เป็นสมการกำลังสอง (Non-Quadratic) ซึ่งฟังก์ชันโพเทนเชียลแบบสมการกำลังสองจะคำนวณง่ายและช่วยทำให้ภาพราบเรียบ (Smooth) ขึ้นแต่บริเวณขอบจะจางลง ส่วนฟังก์ชันโพเทนเชียลแบบไม่เป็นสมการกำลังสองนั้นสามารถออกแบบได้หลายสมการเพื่อมาปรับปรุงจากสมการแบบกำลังสองเพื่อให้เน้นขอบมากขึ้นแต่การคำนวณจะยุ่งยากกว่าแบบสมการกำลังสอง แสดงตัวอย่างกราฟฟังก์ชันโพเทนเชียล ψ แบบสมการกำลังสองดังรูปที่ 4.2 a) และแบบไม่เป็นสมการกำลังสองโดยเลือกใช้สมการแบบ Huber ดังรูปที่ 4.2 b)



a)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



b)

รูปที่ 4.2 a) ฟังก์ชันโพเทนเชียลแบบ Quadratic; b) ฟังก์ชันโพเทนเชียลแบบ Non-Quadratic โดยเลือกใช้สมการแบบ Huber

สมการที่ (4.10) แสดงถึงสมการกำลังสองและสามารถพล็อตกราฟดังรูปที่ 4.2 a)

$$\psi(\mu) = \frac{\mu^2}{2} \tag{4.10}$$

ในงานวิจัยนี้จะเลือกฟังก์ชันโพเทนเชียลที่ให้ความราบเรียบและรักษาบริเวณขอบของภาพตัดขวางโดยเลือกสมการแบบ Huber กราฟในรูปที่ 4.2 b) แสดงตัวอย่างฟังก์ชันโพเทนเชียลแบบ Huber [4] โดยมีเงื่อนไขตามสมการนี้

$$\psi(\mu) = \begin{cases} \dfrac{\mu^2}{2\delta^2} & for\ |\mu| \le \delta \\ \dfrac{|\mu| - \delta/2}{\delta} & for\ |\mu| > \delta \end{cases} \tag{4.11}$$

4.4 หลักการแปลงฟังก์ชันให้เหมาะสม (Optimization transfer principle)

เนื่องจากการหาค่าสูงสุดแต่ละรอบของการทำซ้ำของฟังก์ชันออฟเจคทีฟหรือ Objective function Φ นั้นทำได้ยากสำหรับการหาค่าสูงสุด ฉะนั้นจึงมีการแทนที่ฟังก์ชันใหม่ที่ฟังก์ชันออฟเจคทีฟ Φ เดิมด้วยวิธีการแทนที่ฟังก์ชันใหม่จะเรียกฟังก์ชันนี้ว่าฟังก์ชันเซอโรเกทหรือ (Surrogate functions) $\phi(\underline{\theta};\underline{\theta}^{(n)})$ เพื่อให้ง่ายต่อการหาค่าสูงสุดในรอบของการทำซ้ำต่อไป [6] [11]

$$\underline{\theta}^{(n+1)} = \arg\max_{\underline{\theta}} \phi(\underline{\theta};\underline{\theta}^{(n)}) \tag{4.12}$$

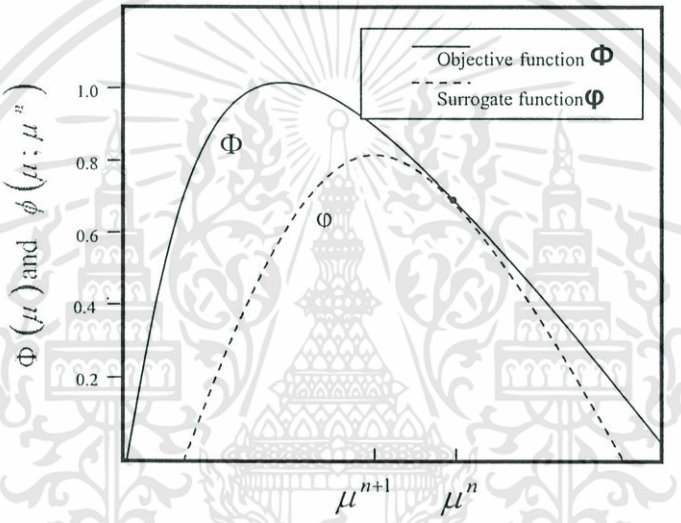
รูปที่ 4.3 แสดงตัวอย่างเปรียบเทียบระหว่างฟังก์ชันเซอโรเกท (Surrogate function ϕ) และฟังก์ชันออฟเจคทีฟ (Objective function Φ) สิ่งที่คำนึงในการแทนที่ฟังก์ชัน Φ คือฟังก์ชันที่จะแทนที่ใหม่ ϕ นั้นต้องมีลักษณะกราฟที่มีความโค้งน้อยกว่าฟังก์ชันออฟเจคทีฟ Φ และค่าฟังก์ชันที่แทนที่ใหม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กับฟังก์ชันออฟเจคทีฟต้องเท่ากัน เมื่อความโค้งน้อยกว่าของ ϕ จะทำให้อัตราการลู่เข้าเร็วและจำนวนการทำซ้ำจะน้อยลงในรูปที่ 4.3 และสามารถเขียนเงื่อนไขการเลือกฟังก์ชันสำหรับแทนที่ฟังก์ชันออฟเจคทีฟ Φ ไปเป็นฟังก์ชันเซอโรเกท ϕ ได้ดังนี้

- $\phi(\mu^n;\mu^n)=\Phi(\mu^n)$
- $\dfrac{\partial\phi}{\partial\mu_j}(\mu;\mu^n)\Big|_{\mu=\mu^n}=\dfrac{\partial\Phi}{\partial\mu_j}(\mu)\Big|_{\mu=\mu^n},\forall_j$
- $\phi(\mu;\mu^n)\le\Phi(\mu)$ สำหรับ $\mu\ge 0$

เงื่อนไขนี้เป็นการยืนยันการเพิ่มขึ้นเชิงเดียว (Monotonic increasing) ของฟังก์ชันออฟเจคทีฟ Φ และฟังก์ชันเซอโรเกท ϕ



รูปที่ 4.3 แสดงตัวอย่างเปรียบเทียบระหว่างฟังก์ชันออฟเจคทีฟ Φ และเซอโรเกท ϕ

4.5 อัลกอริทึมแบบคาดเดาสูงสุดบนความน่าจะเป็นสูงสุด (ML-EM algorithms)

อัลกอริทึมนี้เริ่มจากวิธีการสร้างภาพตัดขวางเชิงสถิติที่อยู่บนพื้นฐานของอัลกอริทึมแบบคาดเดาสูงสุดบนความน่าจะเป็นสูงสุด Maximum-Likelihood Expectation-Maximization (ML-EM) [11] โดยจะใช้ในการสร้างภาพตัดขวางบน Emission tomography (การสร้างภาพตัดบนการแผ่ของคลื่น) [11] เช่น เครื่อง SPECT, PET เป็นต้น ซึ่งได้มาโดย Shepp และ Vardi [14] และLange และ Carson [5] โดยส่วนใหญ่งานวิจัยที่เกี่ยวกับภาพทางเวชศาสตร์นิวเคลียร์จะอ้างถึงบุคคลเหล่านี้ อัลกอริทึมแบบคาดเดาสูงสุดบนความน่าจะเป็นสูงสุดหรือ ML-EM โดยทั่วไปได้มีการพัฒนาแตกออกไปเป็นอัลกอริทึมที่มีความแตกต่างมากมายที่อยู่บนพื้นฐาน ML-EM ซึ่งโครงสร้างของ ML-EM เป็นสิ่งที่จะนำไปสู่อัลกอริทึมแบบทำซ้ำ โดยพื้นฐานที่ยอมให้ลำดับของการทำซ้ำเพิ่มขึ้นแบบเชิงเดี่ยว Monotonicity เมื่อฟังก์ชัน $\phi(\underline{\theta};\underline{\theta}^{(n)})$ เขียนใหม่ได้ตามนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\phi(\theta;\theta^{(n)}) = Q(\theta;\theta^{(n)}) - \beta R(\underline{\mu}) \tag{4.13}$$

เมื่อ $Q(\underline{\theta};\underline{\theta}^{(n)})$ คือฟังก์ชันล็อกความน่าจะเป็น L ในสมการที่ (4.8) ที่มีการแทนที่ฟังก์ชันใหม่ได้เป็นฟังก์ชันเซอโรเกท เมื่อเขียนตามสมการที่ (4.8) จะได้ตามสมการที่ (4.13) โครงสร้างของ EM ในเนื้อหาของปัญหานี้จะเน้นไปที่การสร้างภาพตัดขวางเชิงสถิติแบบส่งผ่านคลื่นด้วยการสังเกตค่าที่วัดได้จริงของคลื่นเอกซเรย์ Y และนำไปหาค่าประเมินพารามิเตอร์การลดทอนโดยมีขั้นตอนของอัลกอริทึมแบบคาดเดาสูงสุดคือ

ขั้นตอนคาดเดา (E-step) หาค่าประเมิน $Q(\underline{\theta};\underline{\theta}^{(n)})$

ขั้นตอนหาค่าสูงสุด (M-step) หาค่าสูงสุด $\underline{\theta}^{(n+1)} = \arg\max_{\underline{\theta}} \phi(\theta;\theta^{(n)})$

ซึ่งเป็นขั้นตอนพื้นฐานสำหรับอัลกอริทึมแบบอื่นๆมากมาย

4.6 อัลกอริทึมแบบคาดเดาสูงสุดสำหรับการส่งผ่านคลื่น (Transmission EM algorithm)

เมื่อคลื่นเอกซเรย์เคลื่อนที่ทะลุผ่านวัตถุไปถึงหัววัดคลื่นเอกซเรย์ที่ i นั้น ลักษณะความน่าจะเป็นในการตรวจจับจำนวนโฟตอนในพื้นที่จำกัดนั้น ได้มีลักษณะการกระจายตัวแบบพัวซอง (Poisson Distribution) ในปี 1984 Lange และ Carson ได้แสดงการได้ข้อมูลภาพตัดขวางบนอัลกอริทึมแบบคาดเดาสูงสุด (EM algorithm) สำหรับการส่งผ่านคลื่นโดยพิจารณา $r_i = 0$ [5] เมื่อ r_i คือ สัญญาณรบกวน เช่น Scatter, Cross Talk เป็นต้น แต่การพิจารณาข้อมูลภาพตัดขวางให้สมบูรณ์นั้นจะต้องพิจารณาที่ $r_i \neq 0$ [6] และได้โมเดลเป็นไปตามการสะสมของตัวแปรสุ่มซึ่งมีการกระจายแบบพัวซองตามนี้ (สมมุติให้ $\underline{X}$ คือชุดข้อมูลของจำนวนโฟตอนของแต่ละหัววัดคลื่นเอกซเรย์ Y_{ik})

$$\underline{X} = \{Y_{ik} : i = 0,1,..,N_y, k = 1,...,N_p\} \cup \{R_i : i = 1,...,N_y\} \tag{4.14}$$

$$R_i \sim \text{Poisson}\{r_i\} \tag{4.15}$$

$$Y_{i0} \sim \text{Poisson}\{b_i\}, i = 1,...,Ny \tag{4.16}$$

โดยแต่ละ Y_{ik} คือ จำนวนโฟตอนที่มีความอิสระต่อกันและ R_i คือ ปรากฏการณ์สัญญาณรบกวนที่เป็นอิสระต่อกันเช่นปรากฏการณ์ Scatter, Cross Talk เป็นต้น และ b_i คือ จำนวนโฟตอนเริ่มต้นที่ไม่ผ่านวัตถุ เมื่อกำหนดให้ Ny คือ จำนวนหัววัดคลื่นเอกซเรย์ (Detector) คูณกับจำนวนการฉายและ Np คือ จำนวนทั้งหมดของพิกเซลที่เกิดภาพ และจากรูปที่ 4.4) กำหนดให้ $Y_{i,Np}$ คือ จำนวนโฟตอนที่ชั้นสุดท้าย Np ซึ่งสามารถเขียนเป็นโมเดลได้ดังนี้

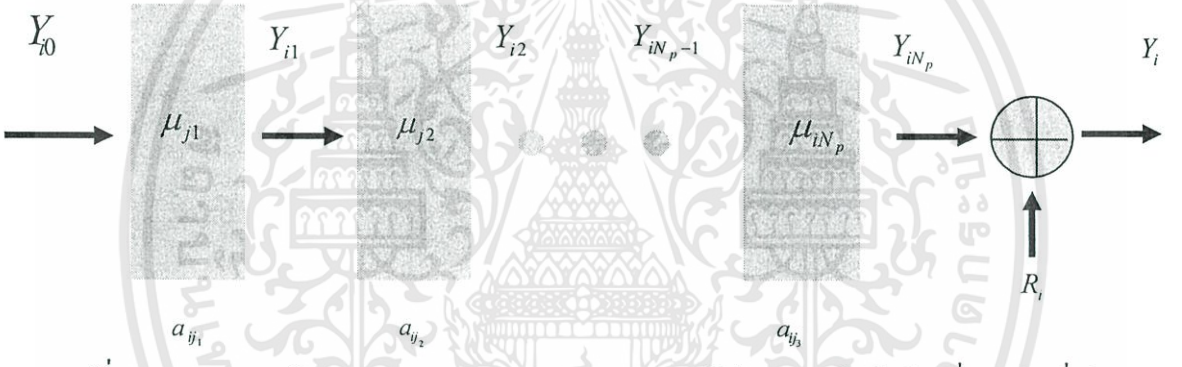
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$Y_{i,Np} \sim \text{Poisson}\ \{b_i e^{-\sum_{j=1}^{Np} a_{ij}\mu_j}\} \tag{4.17}$$

จากนั้น Y_i ที่ตำแหน่งสุดท้ายกำหนดโดย

$$Y_i = Y_{i,Np} + R_i \tag{4.18}$$

รูปที่ 4.4 แสดงการอธิบายทางกายภาพแบบคร่าวๆเกี่ยวกับการได้มาของข้อมูลเมื่อ i^{th} คือลำดับของเรย์ที่เคลื่อนผ่านทะลุชั้นวัสดุแต่ละชั้นด้วยค่าสัมประสิทธิ์การลดทอน $\mu_{j_k},...,\mu_{j_{Np}}$ และผ่านด้วยความหนา $a_{ij_k},...,a_{ij_{Np}}$ สมมุติให้ Y_{i0} เป็นจำนวนของโฟตอนก่อนเคลื่อนที่ทะลุผ่านชั้นแรกจำนวนโฟตอนนั้นจะรอดผ่านทะลุชั้น Y_{i1} ซึ่งเป็นขบวนการผ่านเข้าไปชั้นวัสดุชั้นแรกและผ่านไปเรื่อยๆจนออกที่ชั้น Np จะได้จำนวนสุดท้ายของโฟตอนที่ออกจากลำดับชั้นคือ $Y_{i,Np}$ และจำนวนนี้จะถูกบวกเพิ่มด้วยตัวแปรสุ่ม R_i ที่เกิดขึ้นพร้อมกัน แล้วจะได้จำนวนโฟตอนที่ตัวตรวจจับได้ Y_i



รูปที่ 4.4 แสดงการอธิบายทางกายภาพของลดทอนจำนวนโฟตอนจนถึงหัววัดคลื่นระดับที่ i^{th}

จากลักษณะทางกายภาพจากรูปข้างต้นนั้นจะพิจารณาความน่าจะเป็นแบบ Binomial เป็นวิธีหาความน่าจะเป็นบนความสำเร็จและไม่สำเร็จโดยเขียนเป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็นได้ตามนี้

$$p(\underline{X};\underline{\mu}) = \prod_{i=1}^{N_Y} p(\{Y_{ik}\}_{k=0}^{N_P};\mu)\prod_{i=1}^{N_Y} p(R_i) \tag{4.19}$$

และประยุกต์ใช้ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

$$p(\{Y_{ik}\}_{k=0}^{Np};\underline{\mu}) = p(Y_{i0})\prod_{k=1}^{N_P} p(Y_{ik} \mid Y_{i,k-1};\underline{\mu}) \tag{4.20}$$

ต่อไปใช้หลักการหาความน่าจะเป็นสูงสุด

$$\log p(\underline{X};\mu) = \sum_{i=1}^{N_Y}\sum_{k=1}^{N_P} \log p(Y_{ik} \mid Y_{i,k-1};\mu) \tag{4.21}$$

$$= \sum_{i=1}^{N_Y}\sum_{k=1}^{N_P} Y_{ik}\log(e^{-a_{ij}\mu_j}) + (Y_{i,k-1} - Y_{ik})\log(1 - e^{-a_{ij}\mu_j}) \tag{4.22}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนต่อไปใช้ Surrogate Function บนพื้นฐาน EM (Expectation)

$$Q(\underline{\mu};\underline{\mu}^{(n)}) = \sum_{i=1}^{N_Y}\sum_{j=1}^{N_P} \overline{N}^{(n)}{}_{ij} \log(e^{-a_{ij}\mu_j}) + (\overline{M}^{(n)}{}_{ij} - \overline{N}^{(n)}{}_{ij}) \log(1-e^{-a_{ij}\mu_j}) \tag{4.23}$$

เมื่อ $E[Y_{ik} \mid Y_i = y_i;\underline{\mu}^{(n)}]$ คือค่าเฉลี่ยจำนวนโฟตอนที่ออก,$E[Y_{ik-1} \mid Y_i = y_i;\underline{\mu}^{(n)}]$คือค่าเฉลี่ยจำนวนโฟตอนที่เข้า

$$\overline{M}_{ij}^{(n)} = E[Y_{ik-1} \mid Y_i = y_i;\underline{\mu}^{(n)}] \quad \text{ค่าเฉลี่ยจำนวนโฟตอนที่เข้า} \tag{4.24}$$

$$\overline{N}_{ij}^{(n)} = E[Y_{ik} \mid Y_i = y_i;\underline{\mu}^{(n)}] \quad \text{ค่าเฉลี่ยจำนวนโฟตอนที่ออก} \tag{4.25}$$

หาค่าประเมินของจำนวนโฟตอนโดยใช้คุณสมบัติตามบทความ Lange และ Carson [5] และกำหนดโดยให้ Ri = 0 สามารถดูจากภาคผนวก (ก) ด้านหลัง

$$E[Y_{ik} \mid Y_i = y_i] = E[Y_{ik}] - E[Y_i] + y_i \tag{4.26}$$

เมื่อค่าประเมินของ Poisson มีค่าเท่ากับค่าเฉลี่ย$Y_{ik} \sim \text{Poisson}\left\{b_i e^{-[A\underline{\mu}]_i}\right\}$

$$E[Y_{ij};\underline{\mu}^{(n)}] = \gamma_{ij}^{(n)} = b_i \prod_{l=1}^{k} e^{-a_{ij\,i,l}\mu_{ji,l}^{(n)}} = b_i e^{-\sum_{l=1}^{k} a_{ij\,i,l}\mu_{ji,l}^{(n)}} \tag{4.27}$$

แทนค่า (4.24) และ (4.27) แทนลงในสมการ (4.26) $\overline{M}_{ij}^{(n)}$ ค่าเฉลี่ยจำนวนโฟตอนที่เข้า

$$\begin{aligned}\overline{M}_{ij}^{(n)} &= E[Y_{ik-1} \mid Y_i = y_i] = E[Y_{ik-1}] - E[Y_{i,Np}] + y_i \\ &= b_i \prod_{l=1}^{k-1} e^{-a_{ij\,i,l}\mu_{ji,l}^{(n)}} - b_i e^{-[A\underline{\mu}]_i} + y_i\end{aligned}$$

แทนค่า (4.25) และ (4.27) แทนลงในสมการ (4.26) $\overline{N}_{ij}^{(n)}$ ค่าเฉลี่ยจำนวนโฟตอนที่ออก

$$\begin{aligned}\overline{N}_{ij}^{(n)} &= E[Y_{ik} \mid Y_i = y_i] = E[Y_{ik}] - E[Y_{i,Np}] + y_i \\ &= b_i \prod_{l=1}^{k} e^{-a_{ij\,i,l}\mu_{ji,l}^{(n)}} - b_i e^{-[A\underline{\mu}]_i} + y_i\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำจำนวนโฟตอนที่เข้าลบจำนวนโฟตอนที่ออก

$$
\begin{aligned}
(\overline{M}_{ij}^{(n)} - \overline{N}_{ij}^{(n)}) &= b_i \prod_{l=1}^{k-1} e^{-a_{ij\,i,l}\mu_{ji,l}^{(n)}} - b_i \prod_{l=1}^{k} e^{-a_{ij\,i,l}\mu_{ji,l}^{(n)}} \\
&= b_i \prod_{l=1}^{k-1} e^{-a_{ij\,i,l}\mu_{ji,l}^{(n)}} - b_i \prod_{l=1}^{k} e^{-a_{ij\,i,l}\mu_{ji,l}^{(n)}} \\
&= b_i \prod_{l=1}^{k-1} e^{-a_{ij\,i,l}\mu_{ji,l}^{(n)}} (1 - e^{-a_{ij\,i,l}\mu_{ji,l}^{(n)}}) \\
&= b_i \prod_{l=1}^{k-1} e^{-a_{ij\,i,l}\mu_{ji,l}^{(n)}} (1 - e^{-a_{ij\,i,l}\mu_{ji,l}^{(n)}}) \\
&= b_i \prod_{l=1}^{k-1} e^{-a_{ij\,i,l}\mu_{ji,l}^{(n)}} \left(\frac{e^{a_{ij\,i,l}\mu_{ji,l}^{(n)}} - 1}{e^{a_{ij\,i,l}\mu_{ji,l}^{(n)}}}\right) \\
&= b_i \prod_{l=1}^{k} e^{-a_{ij\,i,l}\mu_{ji,l}^{(n)}} (e^{a_{ij\,i,l}\mu_{ji,l}^{(n)}} - 1) \\
&= \gamma_{ij}^{(n)} (e^{a_{ij}\mu^{(n)}{}_j} - 1)
\end{aligned}
\tag{4.28}
$$

ขั้นตอนต่อไปคือหาค่าสูงสุดโดยทำการอนุพันธ์กับ $Q(\underline{\theta};\underline{\theta}^{(n)})$ แล้วจับให้เท่ากับศูนย์เพื่อแก้สมการหาสัมประสิทธิ์การลดทอน μ_j หรือเรียกขั้นตอนนี้ว่า M-step

$$\mu_j^{(n+1)} = \arg\max_{\mu_j \geq 0} Q_j(\mu_j; \underline{\mu}^{(n)})$$

$$Q(\underline{\mu};\underline{\mu}^{(n)}) = \sum_{i=1}^{N_Y}\sum_{j=1}^{N_P} \overline{N}^{(n)}{}_{ij} \log(e^{-a_{ij}\mu_j}) + (\overline{M}^{(n)}{}_{ij} - \overline{N}^{(n)}{}_{ij}) \log(1 - e^{-a_{ij}\mu_j})$$

ทำการอนุพันธ์ฟังก์ชัน $Q(\underline{\theta};\underline{\theta}^{(n)})$ ให้เท่ากับศูนย์

$$0 = \frac{d}{d\mu_j} Q_j(\mu_j;\underline{\mu}^{(n)}) = \sum_{i=1}^{N_Y} -\overline{N}_{ij}^{(n)} a_{ij} + (\overline{M}_{ij}^{(n)} - \overline{N}_{ij}^{(n)}) \frac{a_{ij} e^{-a_{ij}\mu_j}}{1 - e^{-a_{ij}\mu_j}}$$

แต่การย้ายข้างสมการด้านบนเพื่อหาค่า μ_j นั้นทำได้ยากเพราะติดพจน์ $\dfrac{a_{ij} e^{-a_{ij}\mu_j}}{1 - e^{-a_{ij}\mu_j}}$ จึงมีการประมาณพจน์นี้โดยใช้กฎของ Taylor-series คือ $1 - \dfrac{a_{ij}\mu_j}{2}$ จากนั้นแก้สมการหาสัมประสิทธิ์การลดทอน μ_j ผลที่ได้คือสมการ ML–EM

$$\mu_j^{(n+1)} \approx \frac{\sum_{i=1}^{N_Y} (\overline{M}_{ij}^{(n)} - \overline{N}_{ij}^{(n)})}{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N_Y} a_{ij} (\overline{M}_{ij}^{(n)} + \overline{N}_{ij}^{(n)})} \tag{4.29}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.7 อัลกอริทึมแบบคอนเวคต์ (Convex algorithm)

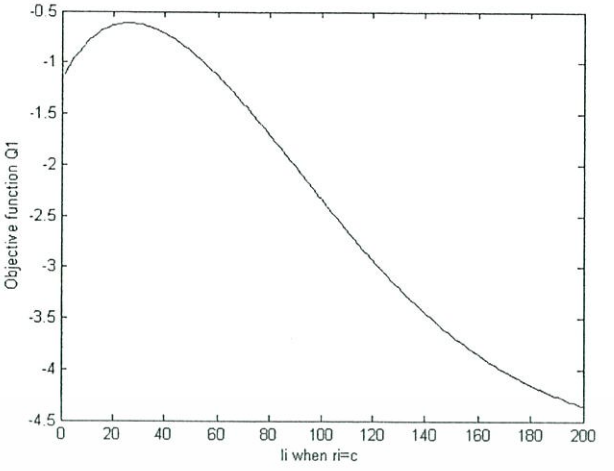
เนื่องจากอัลกอริทึมแบบคาดเดาสูงสุดมีการลู่เข้าที่ช้า จึงส่งผลให้มีการวิจัยในส่วนของอัลกอริทึมโดยมีวัตถุประสงค์ คือเพื่อลดเวลาในการคำนวณเนื่องจากสมการคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนและปรับปรุงฟังก์ชันเซอโรเกท ϕ ให้สามารถหาค่าสูงสุดได้ง่ายและรับประกันในการลู่เข้า วิธีหนึ่งที่ถูกนำเสนอเพื่อเร่งการลู่เข้าของอัลกอริทึม ML-EM โดยประยุกต์ใช้ทฤษฎีนิวตันราฟสัน ซึ่งจะลู่เข้าเร็วแต่ไม่รับประกันการลู่เข้าสู่ค่าสูงสุดตามสมการที่ (4.30) [11] แต่เนื่องจากรูปแบบของนิวตันราฟสันสามารถทำให้การลู่เข้าเร็วขึ้น ดังนั้นจะใช้ประโยชน์ของสมการนี้ในขั้นตอนต่อไป

$$\mu_j^{n+1} = \mu_j^n + \frac{\frac{d}{d\mu_j} Q_j(\mu_j;\underline{\mu}^n)}{-\frac{d^2}{d\mu_j^2} Q_j(\mu_j;\underline{\mu}^n)} \tag{4.30}$$

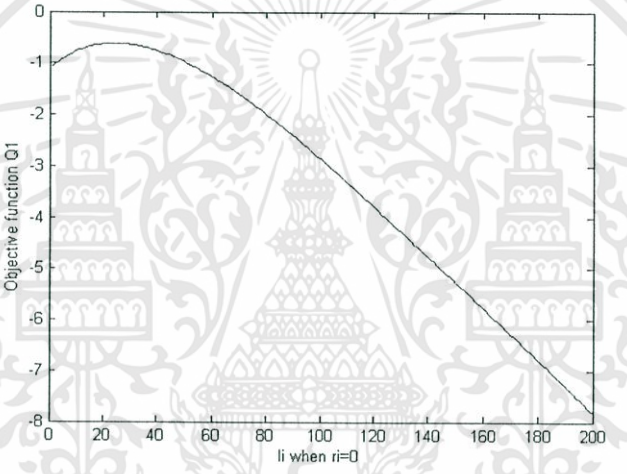
Large และ Fessler [6] ได้แก้ไขต่อโดยการแทนที่ฟังก์ชันใหม่ที่ $Q(\underline{\theta};\underline{\theta}^{(n)})$ หรือ Surrogate function ใหม่ด้วยฟังก์ชันความโค้งเว้าขึ้น แต่ก็มีปัญหาอยู่ในการแก้สมการในการหาค่าอนุพันธ์ตามสมการที่ (4.30) ซึ่งแก้สมการหาค่าได้ยากจึงมีการประยุกต์ใช้วิธีการความโค้งเว้าขึ้น (Convexity) ของ Pierro [15] เป็นเทคนิคเพื่อช่วยในการหาค่าอนุพันธ์ และกำหนดให้ $r_i = 0$ ผลที่ได้คืออัลกอริทึมแบบคอนเวคต์ที่เหมือนกับอัลกอริทึมแบบคาดเดาสูงสุดสำหรับการส่งผ่านคลื่น แต่จะมีอัตราลู่เข้าที่เร็วขึ้นแต่ละรอบ ของการทำซ้ำและรับประกันในการลู่เข้าสู่ค่าสูงสุด [6] แต่ถ้าคิดในกรณี $r_i \neq 0$ จะทำให้อัลกอริทึมแบบคอนเวคต์ไม่รับประกันในการลู่เข้าสู่ค่าสูงสุด [16] แต่ถ้าใช้เทคนิคของ Pierro ในกรณี $r_i \neq 0$ ก็ไม่สามารถแก้ปัญหาเกี่ยวกับการรับประกันการลู่เข้าสู่ค่าสูงสุดได้เช่นกัน ซึ่ง Fessler ได้กล่าวไว้ [16] จึงพิจารณาอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์โดยไม่พิจารณา $r_i \neq 0$ ดังนั้นจะพิจารณาอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์ใหม่ [6] โดยกำหนดให้ $r_i = 0$ ดังนั้นสามารถอธิบายหลักการทั้งหมดได้ดังนี้ เริ่มจากแทนที่ฟังก์ชันใหม่ด้วยฟังก์ชันความโค้งเว้าลง (Concave Surrogate Function) จะได้ฟังก์ชันเซอโรเกท คือ Q_1 แต่ก็มีปัญหาสำหรับการหาค่าสูงสุดดังนั้น จะประยุกต์ใช้วิธีการความโค้งเว้าขึ้น (Convexity) ของ Pierro ใน Q_1 เพื่อแทนที่ฟังก์ชันเป็น Q_2 เพื่อง่ายต่อการหาค่าให้สูงสุด รูปที่แสดงต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการพล็อตกราฟ Q_1 เมื่อ $r_i \neq 0$ ดังรูปที่ 4.5 และ $r_i = 0$ ในรูปที่ 4.6 โดยพล็อตตามตัวอย่างสมการข้างล่างนี้เพื่อสังเกตความโค้งของกราฟกรณี $r_i = 0$ และ $r_i \neq 0$

$$Q_1 = y_i \log\left(b_i e^{-l_i} + r_i\right) - \left(b_i e^{-l_i} + r_i\right) \tag{4.31}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.5 แสดงตัวอย่างการพล็อตกราฟ Q_1 เมื่อ $r_i \neq 0$



รูปที่ 4.6 แสดงตัวอย่างการพล็อตกราฟ Q_1 เมื่อ $r_i = 0$

$$L(\mu) = \sum_{i=1}^{N_Y} N_i \log(b_i e^{-l_i}) - (b_i e^{-l_i}) \tag{4.32}$$

เมื่อค่าประเมินของ N_i คือค่าประเมินบนเหตุการณ์ที่รู้ Y_i โดยกำหนดให้ $r_i = 0$

$$\overline{N}_i = E[N_i \mid Y_i = y_i] = y_i \tag{4.33}$$

สมการที่ (4.32) จะถูกแทนที่ด้วยฟังก์ชันความโค้งเว้าลง (Concave Function) จะได้ตามนี้

$$Q_1(\underline{\mu}; \underline{\mu}^n) = \sum_{i=1}^{N_Y} -\overline{N}_i^n l_i - b_i e^{-l_i} = \sum_{i=1}^{N_Y} q_i^n(l_i) \tag{4.34}$$

โดยแทน $q_i^n(l)$ ด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$q_i^n(l) = -\overline{N}_i^n l - b_i e^{-l} \tag{4.35}$$

จากสมการที่ 4.34 นั้นยากสำหรับการหาค่าสูงสุดเมื่อพยายามกระทำในขั้นตอนหาค่าสูงสุด M-step

$$\underline{\mu}^{(n+1)} = \arg\max_{\mu \geq 0} Q_1(\underline{\mu}; \underline{\mu}^n) \tag{4.36}$$

ซึ่งที่คาดหวังจาก Q_1 ที่แทนที่ด้วยฟังก์ชันความโค้งเว้าลง (Concave Function) นั้นเป็นไปได้ยาก ดังนั้นจึงนำวิธีประยุกต์ใช้วิธีการความโค้งเว้าขึ้น (Convexity) ของ Pierro มาใช้จะได้ Q_2 เพื่อง่ายต่อการหาค่าสูงสุดโดยแทนค่า l_i ใหม่จะได้ดังนี้

$$l = \sum_{j=1}^{N_P} a_{ij}\mu_j = \sum_{j=1}^{N_P} \alpha_{ij}\left[\frac{a_{ij}}{\alpha_{ij}}(\mu_j - \mu_j^n) + l_i^n\right] \tag{4.37}$$

กำหนดให้

$$\sum_{j=1}^{N_P} \alpha_{ij} = 1; \tag{4.38}$$

โดยพิจารณาคุณสมบัติฟังก์ชันความโค้งเว้าลง

$$q_i^n(l_i) = q_i^n\left(\sum_{j=1}^{N_P} \alpha_{ij}\left[\frac{a_{ij}}{\alpha_{uj}}\left(\mu_j - \mu_j^n\right) + a_{ij}\mu_j^n\right]\right) \geq \sum_{j=1}^{N_P} \alpha_{ij} q_{ij}^n(\mu_j; \underline{\mu}^n) \tag{4.39}$$

เมื่อให้

$$q_{ij}^n(\mu_j; \underline{\mu}^n) = q_i^n\left(\frac{a_{ij}}{\alpha_{uj}}\left(\mu_j - \mu_j^n\right) + a_{ij}\mu_j^n\right) \tag{4.40}$$

ซึ่งเมื่อแทนค่า Q_1 ใหม่เรียบร้อยจะได้ Q_2 ตามนี้

$$Q_2(\underline{\mu}; \underline{\mu}^n) = \sum_{i=1}^{N_Y}\sum_{j=1}^{N_P} \alpha_{ij} q_{ij}^n(\mu_j; \underline{\mu}^n) = \sum_{j=1}^{N_P} Q_{2j}(\mu_j; \underline{\mu}^n) \tag{4.41}$$

เขียน Q_2 ใหม่

$$Q_{2j}(\mu_j; \underline{\mu}^n) = \sum_{i=1}^{N_Y} \alpha_{ij} q_{ij}^n(\mu_j; \underline{\mu}^n) = \sum_{i=1}^{N_Y} \alpha_{ij} q_i^n\left(\frac{a_{ij}}{\alpha_{uj}}\left(\mu_j - \mu_j^n\right) + a_{ij}\mu_j^n\right) \tag{4.42}$$

จากนั้นจะได้ Q_2 ที่แทนที่ฟังก์ชันเรียบร้อยพร้อมที่จะหาค่าสูงสุดในขั้นต่อไป

$$\mu_j^{n+1} = \arg\max_{\mu_j \geq 0} Q_{2j}(\mu_j; \underline{\mu}^n) \tag{4.43}$$

ทำการแก้สมการข้างต้นด้วยการประยุกต์ขั้นตอนนิวตันราฟสันตามสมการที่ (4.30) เริ่มจากอนุพันธ์อันดับหนึ่งและอนุพันธ์อันดับสองที่ Q_{2j} ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{d}{d\mu_j} Q_{2j}(\mu_j; \underline{\mu}^n)$$

$$= \frac{d}{d\mu_j} \sum_{i=1}^{N_Y} \alpha_{ij} q_i^n \left(\frac{a_{ij}}{\alpha_{ij}}(\mu_j - \mu_j^n) + l_i^n\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{N_Y} \alpha_{ij} \left[\left(\frac{a_{ij}}{\alpha_{ij}}\right).b_i e^{-\left(\frac{a_{ij}}{\alpha_{ij}}(\mu_j - \mu_j^n) + l_i^n\right)} - \left(\frac{a_{ij}}{\alpha_{ij}}\right).y_i \right]$$

$$= \sum_{i=1}^{N_Y} a_{ij} \left[b_i e^{-\left(\frac{a_{ij}}{\alpha_{ij}}(\mu_j - \mu_j^n) + l_i^n\right)} - y_i \right] \quad (4.44)$$

ทำการแทนค่าที่สมการ (4.44) ใหม่โดยกำหนดให้ $\mu_j = \mu_j^n$

$$\frac{d}{d\mu_j} Q_{2j}(\mu_j; \underline{\mu}^n) = \sum_{i=1}^{N_Y} a_{ij} \left[b_i e^{-l_i^n} - y_i \right] \quad (4.45)$$

เมื่อนำสมการที่ (4.45) มาทำการหาอนุพันธ์อันดับสอง

$$\frac{d^2}{d\mu_j^2} Q_{2j}(\mu_j; \underline{\mu}^n)$$

$$= \frac{d}{d\mu_j} \sum_{i=1}^{N_Y} a_{ij} \left[b_i e^{-\left(\frac{a_{ij}}{\alpha_{ij}}(\mu_j - \mu_j^n) + l_i^n\right)} - y_i \right]$$

$$= \frac{d}{d\mu_j} \sum_{i=1}^{N_Y} \left[a_{ij} b_i e^{-\left(\frac{a_{ij}}{\alpha_{ij}}(\mu_j - \mu_j^n) + l_i^n\right)} - a_{ij} y_i \right]$$

$$= \sum_{i=1}^{N_Y} a_{ij} b_i e^{-\left(\frac{a_{ij}}{\alpha_{ij}}(\mu_j - \mu_j^n) + l_i^n\right)} \cdot \left(-\frac{a_{ij}}{\alpha_{ij}}\right) \quad (4.46)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อกำหนด $\mu_j = \mu_j^n$ ให้

$$-\frac{d^2}{d\mu_j^2} Q_{2j}(\mu_j; \underline{\mu}^n)\Big|_{\mu_j=\mu_j^n} = \sum_{i=1}^{N_Y} \frac{a_{ij}^2}{\alpha_{ij}} b_i e^{-l_i^n} \tag{4.47}$$

แทนที่ α_{ij} ด้วย 2 ทางเลือกโดยเลือก [15]

$$\alpha_{ij} = \frac{a_{ij}\mu_j^n}{l_i^n} \tag{4.48}$$

เมื่อแทนที่ในสมการที่ (4.30) จะได้อัลกอริทึมแบบคอนเวคต์ในนิวตันราฟสัน-1 หรือ อัลกอริทึมแบบคอนเวคต์ (ML-C) [11]

$$\mu_j^{n+1} = \mu_j^n + \mu_j^n \frac{\sum_i^{N_Y} a_{ij}\left(b_i . e^{-l_i^n} - y_i\right)}{\sum_i^{N_Y} a_{ij} l_i^n b_i . e^{-l_i^n}} \tag{4.49}$$

และถ้าแทน α_{ij} ตาม [15] [17]

$$\alpha_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{k=1}^{N_P} a_{ik}} = \frac{a_{ij}}{\sum_{j=1}^{N_P} a_{ij}} \tag{4.50}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แทนที่ในสมการที่ (4.30) จะได้อัลกอริทึมแบบคอนเวคต์ในนิวตันราฟสัน-2 หรืออัลกอริทึมแบบความน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับการส่งผ่านคลื่น (Maximum-Likelihood for Transmission หรือ ML-TR) [4] [11]

$$\mu_j^{n+1} = \mu_j^n + \frac{\sum_i^{NY} a_{ij}\left(b_i . e^{-l_i^n} - y_i\right)}{\sum_i^{NY} a_{ij} \sum_i^{NP} a_{ij}\, b_i e^{-l_i^n}} \tag{4.51}$$

ลักษณะของอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์นั้นจะลู่เข้าสู่ค่าสูงสุดที่เร็วแต่ก็ยังคงช้าอยู่สำหรับในทางปฏิบัติเมื่อเทียบกับ FBP และภาพตัดขวางที่ได้จากอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์และอัลกอริทึมแบบความน่าจะเป็นสูงสุดสำหรับการส่งผ่านคลื่น ยังคงมีสัญญาณรบกวนในภาพตัดขวางอยู่แต่ถ้ามีสัญญาณรบกวนมากไปจะส่งผลต่อการลู่เข้าสู่ค่าสูงสุด จึงมีการพัฒนาต่อโดยเพิ่มฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักซึ่งสามารถปรับพารามิเตอร์ควบคุมคุณภาพของภาพตัดขวางได้และการันตีต่อการลู่เข้า

4.8 อัลกอริทึมแบบคอนเวคต์บนความเป็นไปได้สูงสุดแบบถ่วงน้ำหนัก (Penalized-Likelihood Convex algorithm PL-C)

จากอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์จะให้ผลคุณภาพของภาพตัดขวางได้ดีระดับหนึ่ง แต่ก็ยังมีความแปรปรวนในภาพตัดขวาง จึงมีการแก้ไขปรับปรุงโดยเพิ่มส่วนฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (Penalty Function) ซึ่งฟังก์ชันนี้จะช่วยทำให้คุณภาพของภาพตัดขวางดีขึ้น โดยขึ้นอยู่กับฟังก์ชันโพเทนเชียล ψ แต่ก็มีข้อจำกัดในคุณภาพของภาพตัดขวางที่เงื่อนไขในการออกแบบฟังก์ชันนั้น อาจไม่ครอบคลุมกรณีของสัญญาณรบกวนต่างๆที่มีผลต่อภาพตัดขวาง และภาพตัดขวางอาจมีความราบเรียบและข้อมูลภาพบางอย่างเกินความเป็นจริง ซึ่งอาจจะทำให้คุณภาพของภาพเสียได้ ซึ่งข้อจำกัดนี้แก้ด้วยกำหนดเงื่อนไขอื่น สำหรับฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักจะอ้างอิงในหัวข้อที่ 4.3 โดยเริ่มจากสมการที่ (4.43) และเพิ่มฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักเขียนใหม่ได้

$$\phi(\mu_j;\underline{\mu}^n) = Q_{2j}(\mu_j;\underline{\mu}^n) - \beta R(\mu) \tag{4.52}$$

นำมาหาค่าสูงสุดในขั้นตอนหาค่าสูงสุด

$$\mu_j^{n+1} = \arg\max_{\mu_j \geq 0} \phi(\mu_j;\underline{\mu}^n) \tag{4.53}$$

เริ่มจากการหาอนุพันธ์อันดับหนึ่งและอนุพันธ์อันดับสองใหม่ที่ $\phi(\mu_j;\mu_j^n)$ แล้วแทนในสมการนิวตันราฟสันใหม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{d}{d\mu_j}\phi(\mu_j;\underline{\mu}^n)=\sum_{i=1}^{N_Y}a_{ij}\left[b_i e^{-\left(\frac{a_{ij}}{\alpha_{ij}}(\mu_j-\mu_j^n)+l_i^n\right)}-y_i\right]-\beta\sum_{k=1}^{K}w_{jk}\psi'(\mu_j-\mu_k) \tag{4.54}$$

เมื่อ $\mu_j=\mu_j^n$ ให้

$$\frac{d}{d\mu_j}\phi(\mu_j;\underline{\mu}^n)=\sum_{i=1}^{N_Y}a_{ij}\left[b_i e^{-l_i^n}-y_i\right]-\beta\sum_{k=1}^{K}w_{jk}\psi'(\mu_j-\mu_k) \tag{4.55}$$

เมื่อนำสมการที่ (4.54) มาอนุพันธ์อันดับสอง

$$\frac{d^2}{d\mu_j^2}\phi(\mu_j;\underline{\mu}^n)=\sum_{i=1}^{N_Y}\frac{a_{ij}^2}{\alpha_{ij}}b_i e^{-\left(\frac{a_{ij}}{\alpha_{ij}}(\mu_j-\mu_j^n)+l_i^n\right)}-\beta\sum_{k=1}^{K}w_{jk}\psi''(\mu_j-\mu_k) \tag{4.56}$$

เมื่อ $\mu_j=\mu_j^n$ ให้

$$\frac{d^2}{d\mu_j^2}\phi(\mu_j;\underline{\mu}^n)=-\sum_{i=1}^{N_Y}\frac{a_{ij}^2}{\alpha_{ij}}b_i e^{-l_i^n}-\beta\sum_{k=1}^{K}w_{jk}\psi''(\mu_j-\mu_k) \tag{4.57}$$

แทนค่า α_{ij} ด้วยสมการที่ (4.50)

$$-\frac{d^2}{d\mu_j^2}\phi(\mu_j;\underline{\mu}^n)=\sum_{i=1}^{N_Y}\frac{a_{ij}l_i^n}{\mu_j^n}b_i e^{-l_i^n}+\beta\sum_{k=1}^{K}w_{jk}\psi''(\mu_j-\mu_k) \tag{4.58}$$

แทนที่ในสมการที่ (4.30) นิวตันราฟสัน

$$\mu_j^{n+1}=\mu_j^n+\mu_j^n\frac{\sum_{i}^{N_Y}a_{ij}\left(b_i.e^{-l_i}-y_i\right)-\beta\sum_{k=1}^{K}w_{jk}\psi'(\mu_j-\mu_k)}{\sum_{i}^{N_Y}a_{ij}l_i.e^{-l_i}+\mu_j^n\beta\sum_{k=1}^{K}w_{jk}\psi''(\mu_j-\mu_k)} \tag{4.59}$$

นี้ คือสมการสร้างภาพตัดขวางของอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์บนความเป็นไปได้สูงสุดแบบถ่วงน้ำหนัก (Penalized-Likelihood Convex algorithm PL-C) ที่เพิ่มฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก อัลกอริทึม PL-C นี้จะใช้ในการทดลองบทต่อไปในการสร้างภาพตัดขวางบนลำแสงแบบกรวย

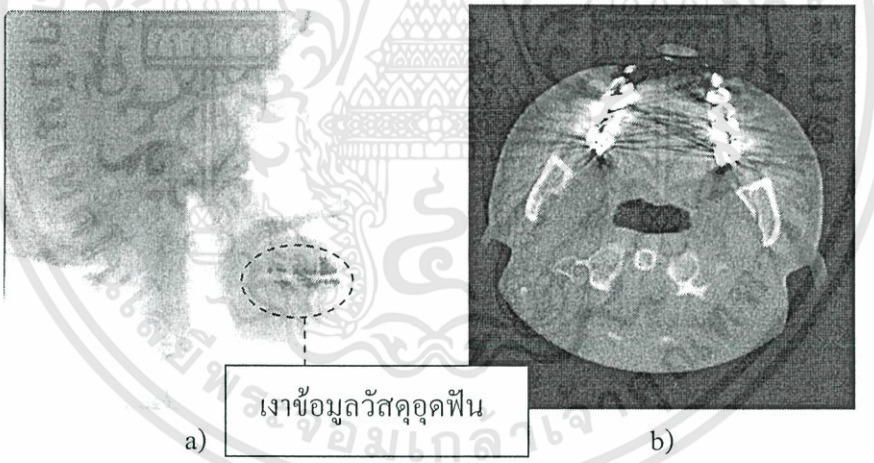
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

ขั้นตอนการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะ

5.1 บทนำ

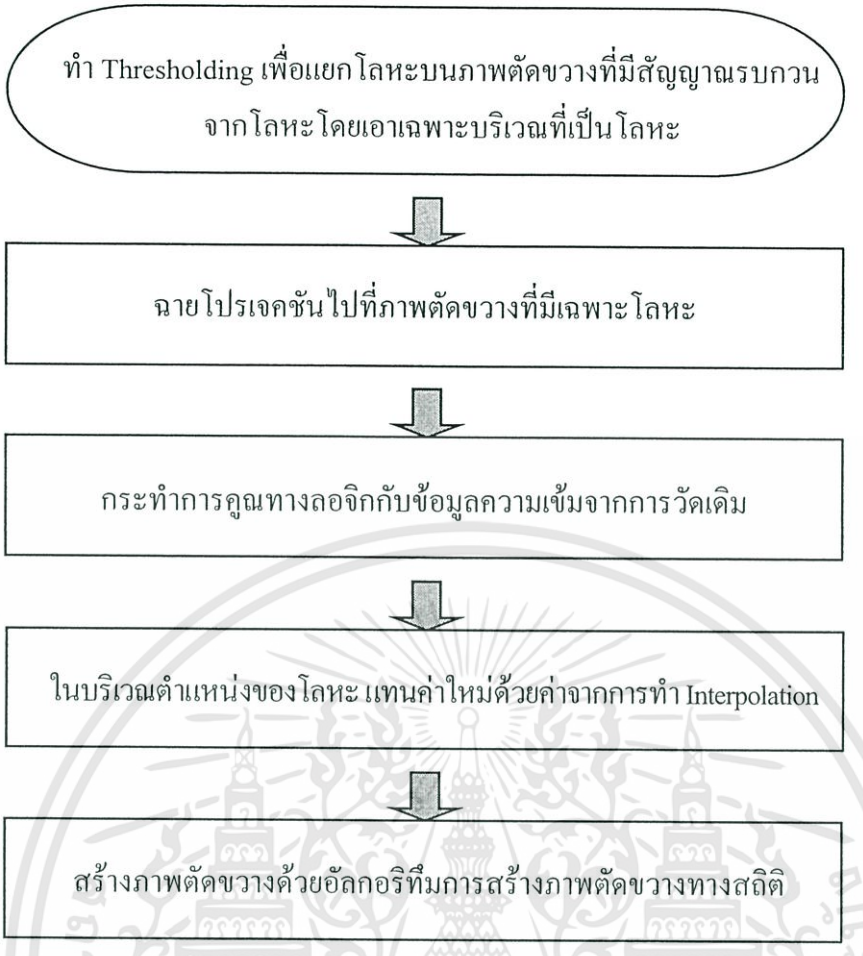
ในการฉายคลื่นเอกซเรย์กับผู้ป่วยที่มีโลหะอยู่นั้น ชุดข้อมูลความเข้มจากการวัด (Raw Measurement Data) ที่ได้ จะมีเงาของโลหะอยู่ โดยปรากฏเห็นจากค่าระดับความเข้มสีเทาที่มีความเข้มสูงมาก รูปที่ 5.1 a) แสดงภาพข้อมูลความเข้มจากการวัดด้านเดียวของผู้ป่วยที่มีวัสดุอุดฟัน (Amalgam) ซึ่งวัสดุโลหะโดยทั่วไปจะมีคุณสมบัติในการลดทอนคลื่นเอกซเรย์ที่สูง ส่งผลให้ภาพตัดขวางมีสัญญาณรบกวนที่มีลักษณะเป็นเส้นแสงกระจาย (Streak Artifact) บริเวณวัตถุที่เป็นโลหะจะมีความสว่างมากสุดและจะกระจายเส้นแสงรอบวัตถุโลหะบนภาพตัดขวางดังในรูปที่ 5.1 b) สำหรับงานวิจัยนี้จะพิจารณาระดับพลังงานที่มีผลต่อค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนและเหมาะสมกับวิธีการสร้างภาพตัดขวางนั้น เพียงระดับพลังงานเดียว (Mono-Energeric) ที่ระดับพลังงาน K–edge [18] ซึ่งมีความเข้มข้นจำนวนโฟตอนที่สูงกว่าระดับพลังงานอื่นๆ



รูปที่ 5.1 a) ภาพข้อมูลความเข้มจากการวัดด้านเดียวของผู้ป่วยที่มีวัสดุอุดฟัน; b) ภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวน

อัลกอริทึมสำหรับคัดแยกเงาโลหะสามารถอธิบายเป็นลำดับขั้นตอน โดยเริ่มจากภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวนจากโลหะเพื่อเป็นข้อมูลเริ่มต้นสำหรับการคัดแยกข้อมูลเงาโลหะออกจากชุดภาพข้อมูลความเข้มจากการวัด $\underline{Y}$ คัดแยกเงาโลหะออกในข้อมูลความเข้มจากการวัด $\underline{Y}$ โดยจะใช้วิธีการคัดแยกตามที่กล่าวในบทที่ 2 ดังนั้นในบทนี้จะกล่าวถึงขั้นตอนการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะในภาพตัดขวาง โดยจะแสดงเป็นแผนผังและขั้นตอนการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

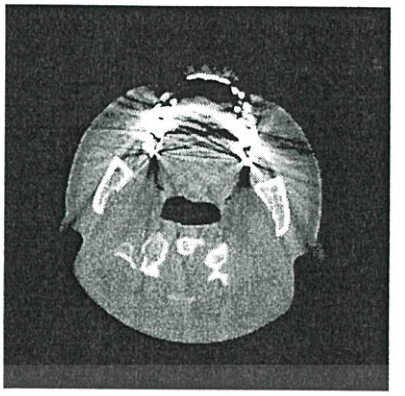


รูปที่ 5.2 แสดงสรุปแผนผังขั้นตอนการลดสัญญาณรบกวนจากโลหะ

5.2 ขั้นตอนการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะ

ขั้นตอนการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะโดยเริ่มจากข้อมูลภาพตัดขวาง $\underline{\mu}$ ที่มีสัญญาณรบกวนที่สร้างจากข้อมูลความเข้มจากการวัดที่มีเงาโลหะ ดังรูปที่ 5.1 b) และข้อมูลความเข้มจากการวัด $\underline{Y}$ ดังรูปที่ 5.1 a) นำข้อมูลภาพตัดขวาง $\underline{\mu}$ ที่มีสัญญาณรบกวนมา Thresholding จนได้เฉพาะวัตถุโลหะ จากนั้นทำการฉายโปรเจคชัน แล้วจะได้ข้อมูลโปรเจคชันที่มีเฉพาะข้อมูลเงาโลหะ สุดท้ายนำข้อมูลที่ได้ไปคัดแยกเงาโลหะออกจากข้อมูลความเข้มจากการวัดเดิม สามารถอธิบายเป็นขั้นตอนการคัดแยกเงาโลหะตามหัวข้อย่อยที่จะกล่าวต่อไป และตามแผนผังขั้นตอนการลดสัญญาณรบกวนจากโลหะที่รูปที่ 5.2 และรูปที่ 5.3 แสดงภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวนจากโลหะอุดฟันจากเครื่องสแกนทันตกรรมของ I-CAT

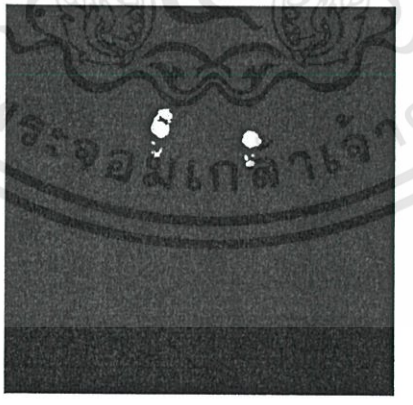
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.3 ภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวนจากโลหะจากเครื่องสแกน I-CAT

5.2.1 การทำ Thresholding ภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวนจากโลหะ

การทำ Thresholding กับภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวน สามารถทำได้ 2 วิธี คือการทำ Thresholding แบบอัตโนมัติ และแบบปรับเอง เพื่อที่จะคัดแยกเอาเฉพาะบริเวณที่เป็นโลหะบนภาพตัดขวางเท่านั้น ในกรณีของการทำ Thresholding แบบอัตโนมัติจะใช้เทคนิคของ Otsu [19] ในรูปที่ 5.3 จะพบว่าการทำ Thresholding กับภาพตัดขวางนั้น จะมีผลต่อการคัดแยกเงาโลหะ ทั้งนี้การทำ Thresholding ขึ้นอยู่กับค่า Threshold ถ้าค่า Threshold มีค่าน้อยไปจะทำให้ได้ข้อมูลบริเวณอื่น นอกจากโลหะเพียงอย่างเดียว เช่น สัญญาณรบกวนที่กระจายรอบโลหะ เป็นต้น แต่ถ้าค่า Threshold มีค่ามากไปอาจจะทำให้ได้ขนาดโลหะที่เล็กกว่าความเป็นจริงได้ รูปที่ 5.4 แสดงการปรับค่า Threshold แบบปรับเองเอาเฉพาะบริเวณที่เป็นโลหะ

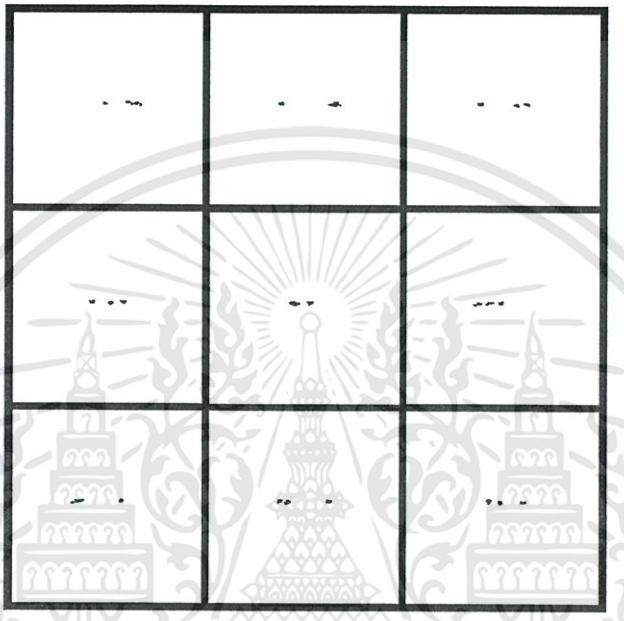


รูปที่ 5.4 แสดงการปรับค่า Threshold แบบปรับเองบนภาพตัดขวางเพื่อแยกเอาเฉพาะบริเวณที่เป็นโลหะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2.2 การฉายโปรเจคชันบนภาพตัดขวางที่มีเฉพาะโลหะ

หลังจากได้ภาพตัดขวางที่มีเฉพาะโลหะจากขั้นตอน 5.2.1 จะทำการฉายโปรเจคชันไปที่ภาพตัดขวางนั้น โดยคลื่นที่ฉายจะลดลงอย่างเอ็กซ์โพเนนเชียล เพื่อที่จะได้ข้อมูลความเข้มจากการวัดที่มีเฉพาะเงาของโลหะ ซึ่งแสดงรูปร่างและตำแหน่งของเงาวัตถุบนข้อมูลความเข้มจากการวัดรอบวัตถุ 360 องศา ในรูปที่ 5.5 แสดงตัวอย่างข้อมูลความเข้มจากการวัดของบริเวณโลหะที่มุมต่างๆ

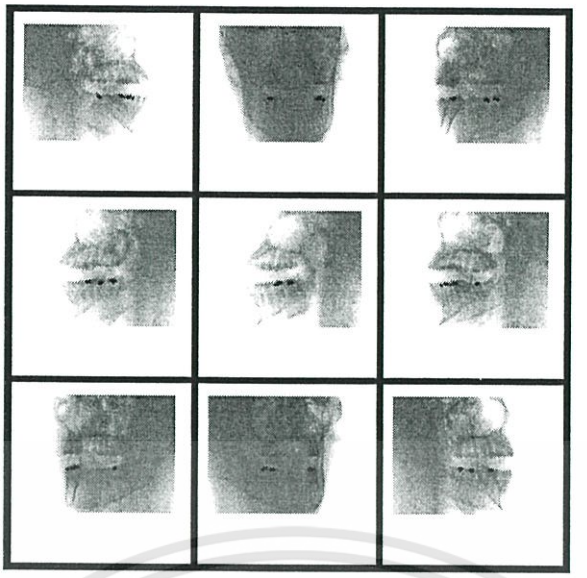


รูปที่ 5.5 แสดงภาพข้อมูลความเข้มที่มีเฉพาะข้อมูลเงาโลหะแต่ละมุมของการฉายโปรเจคชัน

5.2.3 การแก้ไขข้อมูลความเข้มจากการวัดด้วยข้อมูลความเข้มที่มีเฉพาะข้อมูลเงาโลหะ

ข้อมูลความเข้มที่มีเฉพาะบริเวณวัตถุที่เป็นโลหะในขั้นตอนที่ 5.2.2 นั้น จะถูกนำมาทำให้เป็นข้อมูลไบนารีโดยให้ตำแหน่งข้อมูลเงาโลหะเป็นลอจิก “0” และนอกนั้นเป็นลอจิก “1” จากนั้นนำข้อมูลเงาโลหะที่ทำเป็นข้อมูลไบนารีมาคูณทางลอจิกกับข้อมูลความเข้มจากการวัดเดิม จะได้ผล คือข้อมูลความเข้มจากการวัดที่คัดแยกเงาโลหะออกดังแสดงในรูปที่ 5.6

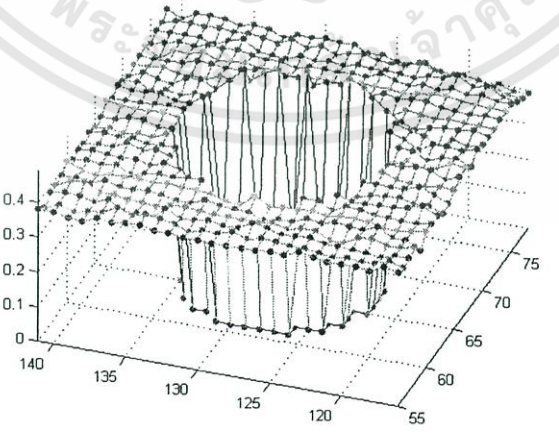
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.6 แสดงภาพข้อมูลความเข้มจากการวัดที่คัดแยกข้อมูลเงาโลหะออกแล้วที่มุมต่างๆ

5.2.4 เทคนิคการแทนที่ข้อมูลโลหะที่ถูกคัดแยกไป

ตำแหน่งเงาโลหะในข้อมูลความเข้มจากการวัดที่ได้จาก 5.2.3 นั้นจะถูกแทนที่ด้วยค่าบริเวณข้างเคียงโดยใช้เทคนิคการอินเตอร์โพเลชันรวมกับค่า Constant เพื่อให้เห็นเป็นบริเวณโลหะ การใช้เทคนิคนี้เพื่อหาค่าที่เหมาะสมพอที่จะแทนที่ค่าตำแหน่งโลหะในภาพข้อมูลความเข้มจากการวัด ส่วนการใช้เทคนิคการอินเตอร์โพเลชันนั้น จะใช้เทคนิคการอินเตอร์โพเลชันแบบคิวบิค (Cubic Interpolation) บนลำแสงแบบกรวย แต่ถ้าเป็นลำแสงแบบขนานจะใช้เทคนิคการอินเตอร์โพเลชันแบบเชิงเส้น (Linear Interpolation) ส่วนรูปที่ 5.7 จะแสดงตัวอย่างภาพที่ตำแหน่งของเงาโลหะที่คัดแยกออกจากข้อมูลความเข้มจากการวัดซึ่งตำแหน่งที่มีค่าเป็นโลหะนั้นจะถูกกำหนดให้เป็นศูนย์



รูปที่ 5.7 แสดงตัวอย่างภาพตำแหน่งของเงาโลหะที่คัดแยกออกจากข้อมูลความเข้มจากการวัดโดยที่ตำแหน่งของโลหะนั้นจะถูกกำหนดให้เป็นศูนย์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2.5 สร้างภาพตัดขวางจากข้อมูลความเข้มจากการวัดที่แก้ไขแล้ว

หลังจากที่ได้ทำการแก้ไขข้อมูลความเข้มจากการวัดโดยการคัดแยกเงาโลหะออกตามขั้นตอนที่กล่าวได้ข้างต้นแล้วนั้น ต่อไปจะนำข้อมูลความเข้มจากการวัดที่แก้ไขแล้ว มาสร้างภาพตัดขวางด้วยวิธีการสร้างภาพตัดขวางแบบทางสถิติ ตามที่อธิบายในบทที่ 4 นอกจากวิธีการสร้างภาพตัดขวางทางสถิติที่นำเสนองานวิจัยนี้ ได้ทำการเปรียบเทียบผลของการลดสัญญาณรบกวนกับวิธีการสร้างภาพตัดขวางแบบอื่นๆ ได้แก่ ฟิลเตอร์แบคโปรเจคชัน พีชคณิต ผลที่ได้จากการสร้างภาพตัดขวาง คือ ภาพนั้นจะลดการกระจายของเส้นแสงบนภาพตัดขวางลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 6

การออกแบบระบบเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์แบบจำลองและแฟนทอมสำหรับทดลอง

6.1 บทนำ

ในงานวิจัยนี้จะเน้นไปที่เครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์สำหรับงานทันตกรรม จึงจำเป็นต้องจำลองข้อมูลในการทดลอง และจำลองระบบเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์เพื่อง่ายต่อการทดสอบ การออกแบบเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์แบบจำลองนั้น จะเริ่มจากการออกแบบข้อมูลความเข้มจากการวัด การออกแบบคลื่นเอกซเรย์แบบลำแสงกรวย และการคำนวณระยะทางของรังสีที่ตัดผ่านในหนึ่งพิกเซล สุดท้ายในบทนี้จะกล่าวถึงการจำลองวัตถุหรือแฟนทอมสำหรับยิงคลื่นเอกซเรย์

6.2 การออกแบบระบบเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์แบบจำลอง

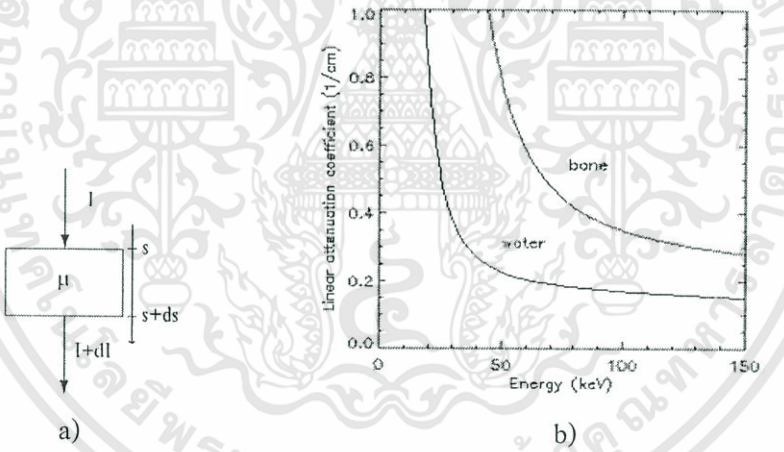
การออกแบบระบบเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์สำหรับงานทันตกรรมแบบจำลองนั้น จะมีการยิงรังสีด้วยลำแสงแบบกรวย หลักการในการออกแบบระบบเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์จำลองนั้น ต้องคำนึงถึงลักษณะของข้อมูลที่จะเกิดขึ้นจริง เพื่อให้เกิดความถูกต้องต่อปัญหาในงานวิจัย โดยต้องทำความเข้าใจกับข้อมูลจริงจากเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ในงานทันตกรรมดังรูปที่ 6.1 โดยเริ่มจากการทำความเข้าใจเกี่ยวกับคลื่นเอกซเรย์ที่เคลื่อนที่ผ่านจนถึงหัววัดคลื่นเอกซเรย์โดยผ่านกฎ Beer's law

รูปที่ 6.1 เครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ในงานทันตกรรม I-CAT [20]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 6.2 a) แสดงเกี่ยวกับคลื่นเอกซเรย์ที่เคลื่อนที่ผ่านจนถึงหัววัดคลื่นเอกซเรย์ซึ่งในความเข้มจำนวนโฟตอน I ได้เดินทางผ่านวัตถุที่มีค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนแบบเชิงเส้น μ ด้วยระยะ S โดยมีระยะทางการเปลี่ยนแปลงความเข้มของจำนวนโฟตอนที่เข้าและออก คือ ds ซึ่งความเข้มจำนวนโฟตอนจะลดลงอย่างเอ็กซ์โพเนนเชียลโดยขึ้นอยู่กับค่า μ และระยะทาง ds เมื่อความเข้มจำนวนโฟตอนก่อนเข้าวัตถุมีการเปลี่ยนแปลงตามรูปที่ 6.2 b) แสดงให้เห็นว่าที่พลังงานที่ช่วง 30-40 keV จะให้ค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนสูง แต่เมื่อพลังงานที่มีค่าสูงในช่วง 50 keV ขึ้นไปค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนก็ต่ำลงและมีค่าใกล้เคียงที่ระดับพลังงานที่สูงกว่า ซึ่งแสดงถึงลักษณะเฉพาะของคลื่นเอกซเรย์ที่มีค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นเมื่อผ่านวัตถุในระดับพลังงานที่ต่างกัน ในระดับพลังงานที่แสดงถึงการลดความเข้มของจำนวนโฟตอนลงนั้น จะพิจารณาที่ระดับพลังงาน K-edge ในงานวิจัยนี้จะเน้นค่าความเข้มจำนวนโฟตอนที่วัดได้ในระดับพลังงาน K-edge ค่าเดียวเท่านั้น ตามกฎของเบียร์ในสมการที่ (6.1) เมื่อ $I(0)$ คือ จำนวนโฟตอนเริ่มต้นและ I คือ จำนวนโฟตอนที่วัดได้ ซึ่งเป็นสมการพื้นฐานสำหรับการสร้างภาพตัดขวางและการออกแบบข้อมูลความเข้มจากการวัด

$$I(s) = I(0)e^{-\int_0^s \mu(s')ds'} \tag{6.1}$$



รูปที่ 6.2 a) แสดงค่าความเข้มจำนวนโฟตอนเคลื่อนที่ผ่านชั้นที่มีค่าลดทอนด้วยระยะ ds; b) แสดงค่าระดับพลังงานที่สูงขึ้นมีผลให้สัมประสิทธิ์การลดทอนน้อยลง

6.2.1 การออกแบบข้อมูลความเข้มจากการวัด

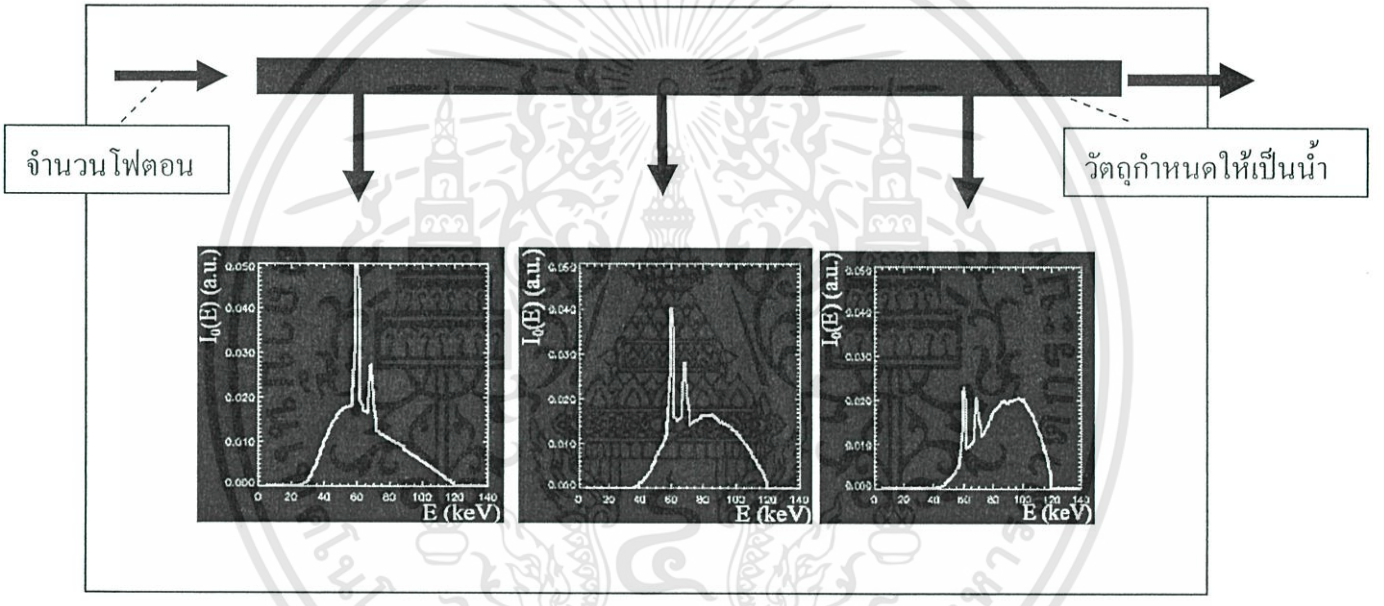
จากกฎของเบียร์ซึ่งเป็นพื้นฐานของการคำนวณความเข้มของจำนวนโฟตอนที่ผ่านวัตถุ จะพบว่าจำนวนโฟตอนตามเส้นทางที่รังสีผ่านนั้น จะลดลงอย่างเอ็กซ์โพเนนเชียลตามสมการที่ (6.1) และในรูปที่ 6.3 นั้นแสดงกราฟ Beam hardening (Beam hardening คือ คลื่นพลังงานเอกซเรย์ที่เดินทางผ่านชั้นวัตถุที่ในค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนที่สูง จะส่งผลให้พลังงานของเอกซเรย์ที่ระดับพลังงานสูงกว่ามีค่าความเข้ม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จำนวนโฟตอนเพิ่มขึ้น) ในกราฟรูปที่ 6.3 นั้นอธิบายได้ว่าค่าความเข้มของจำนวนโฟตอนสูงสุด ที่เกิดจากชั้น K ในอะตอม ได้ผ่านวัตถุซึ่งวัตถุนั้นกำหนดให้เป็นน้ำ และค่าความเข้มของจำนวนโฟตอนในระดับพลังงานที่ K-edge จะลดลงเรื่อยๆตามสมการที่ (6.1) แต่จะเห็นว่าพลังงานในระดับอื่นที่ไม่ใช่ระดับพลังงาน K-edge ก็ผ่านวัตถุเหมือนกัน ดังนั้นจะเขียนใหม่ได้ (6.2) เมื่อ E คือระดับพลังงาน

$$I(s) = \int_0^{E_{\max}} I(0,E) e^{-\int_0^s \mu(s')ds'} dE \tag{6.2}$$

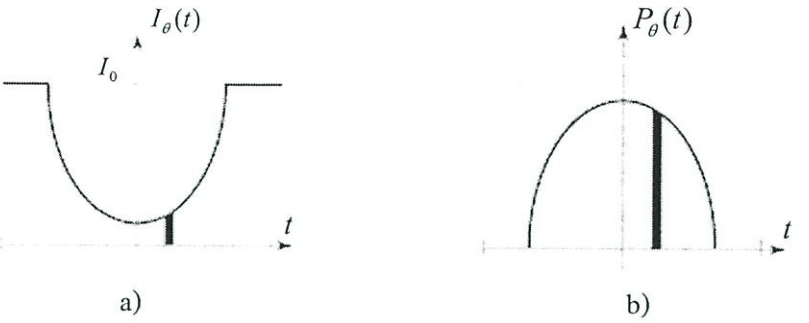
สมการที่ (6.2) นี้รวมทุกระดับพลังงาน (Poly-energetic) แต่ในทางปฏิบัติจะใช้แค่ระดับพลังงานเดียว (Mono-energetic) ที่ระดับพลังงาน K-edge เท่านั้นในการสร้างภาพตัดขวางของงานวิจัยนี้



รูปที่ 6.3 ปรากฏการณ์ Beam hardening เมื่อวัตถุที่ผ่านเป็นน้ำ

เมื่อค่าความเข้มของจำนวนโฟตอน I_0 เคลื่อนที่ผ่านวัตถุก็จะมีการลดทอนค่าความเข้มของจำนวนโฟตอน แต่ถ้าเคลื่อนที่ผ่านอากาศก็จะมีการลดทอนค่าความเข้มของจำนวนโฟตอนเพียงเล็กน้อยหรือคิดว่าไม่มีเลย เมื่อสังเกตดูที่ข้อมูลโปรไฟล์จะลักษณะดังรูปที่ 6.4 a)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



a) b)

รูปที่ 6.4 a) แสดงถึงกราฟข้อมูลโปรไฟล์ของข้อมูลความเข้มจากการวัด; b) แสดงถึงกราฟข้อมูลโปรไฟล์ข้อมูลโปรเจคชัน

จากข้อมูลความเข้มจากการวัด สามารถเปลี่ยนเป็นข้อมูลโปรเจคชันได้ตามสมการที่ (6.3) ข้างล่างนี้โดย p คือ ข้อมูลผลบวกของสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นซึ่งข้อมูลโปรเจคชันดังในรูปที่ 6.4 b) นี้จะนำไปสร้างภาพตัดขวางด้วยอัลกอริทึมฟิลเตอร์แบคโปรเจคชันและพีชคณิต

$$p = -\ln \frac{I}{I_0} \tag{6.3}$$

โดยที่ I_0 คือ ค่าความเข้มของจำนวนโฟตอนเริ่มต้น I คือ ค่าความเข้มของจำนวนโฟตอนที่วัดได้ ส่วนข้อมูลความเข้มจากการวัด ในรูปที่ 6.4 a) จะใช้สร้างภาพตัดขวางด้วยอัลกอริทึมเชิงสถิติ

6.2.2 การออกแบบคลื่นเอกซเรย์แบบลำแสงกรวย

เนื่องจากงานวิจัยนี้เน้นไปที่ระบบเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์สำหรับงานทันตกรรม จึงต้องมีการออกแบบระบบเอกซเรย์โดยมีลำแสงแบบกรวยและหมุนรอบวัตถุ 1 รอบ การคำนวณคลื่นเอกซเรย์แบบลำแสงกรวยนั้น ได้ถูกกล่าวไปแล้วในบทที่ 3 หัวข้อที่ 3.9 ซึ่งในแนวรังสีที่ผ่าน voxel จนถึงหัววัดคลื่นเอกซเรย์นั้นจะเป็นผลรวมของค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนในแนวเส้นเรย์ และผลรวมนี้จะเป็นค่าลดทอนอย่างเอ็กซ์โพเนนเชียลของค่าความเข้มของจำนวนโฟตอนเริ่มต้นในการจำลอง

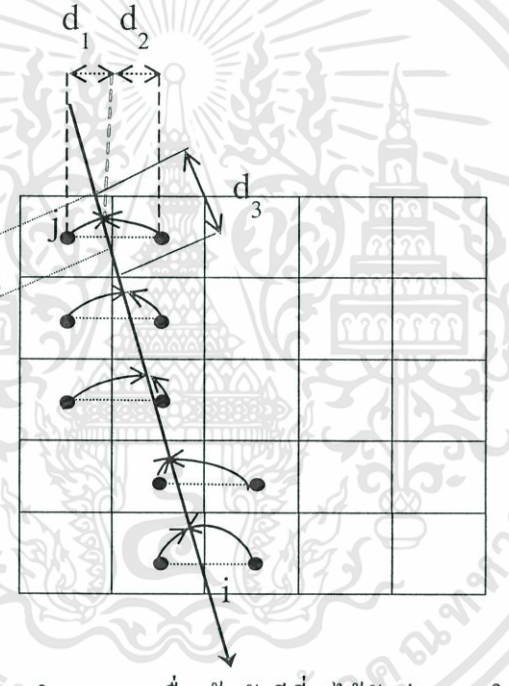
6.2.3 การคำนวณระยะทางของรังสีที่ตัดผ่านในหนึ่งพิกเซล

การฉายแสงด้วยลำแสงแบบกรวยนั้น ซึ่งจะกำหนดให้รังสีแบบกรวยที่ทะลุผ่านชั้นวัตถุ มีลักษณะเป็นแบบเส้น ซึ่งจะมีผลต่อการคำนวณ เมื่อเส้นรังสีที่ตัดผ่านบนกริดพิกเซล เป็นปัญหาต่อการคำนวณค่าความเข้มของจำนวนโฟตอนที่หัววัดคลื่นเอกซเรย์ ดังนั้นเมื่อมีการคำนวณค่าผลรวมในแนวเส้นรังสีจะได้ดังสมการนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$l_i = \sum_{j}^{Np} a_{ij}\mu_j \tag{6.4}$$

เมื่อ μ_j คือ สัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นที่พิกเซล j และ N_p เป็นจำนวนพิกเซลทั้งหมดบนภาพและ a_{ij} ความยาวของเส้นรังสีที่ i ได้ตัดผ่านภายในพิกเซลที่ j จากปัญหาดังกล่าว พารามิเตอร์ที่มีปัญหา คือ ค่า a_{ij} ดังนั้นสามารถคำนวณและวิเคราะห์จากรูปที่ 6.5 และได้ตามสมการที่ (6.5) และเรียกวิธีการคำนวณนี้ว่า Ray Driven [21] ส มการที่ (6.5) นั้นเป็นสมการที่คำนวณความยาวของรังสีที่ i ได้ตัดผ่านภายในพิกเซล j เมื่อให้ d_1 เป็นระยะทางระหว่างพิกัดตำแหน่งของเส้นรังสีกับพิกัดบนกริดพิเซลที่ j และ d_2 คือ ค่าระยะทางระหว่างพิกัดตำแหน่งของเส้นรังสีกับพิกัดบนกริดพิเซลที่ j+1 โดย d_3 เป็นค่าความยาวที่ตัดผ่านบนกริดพิกเซล



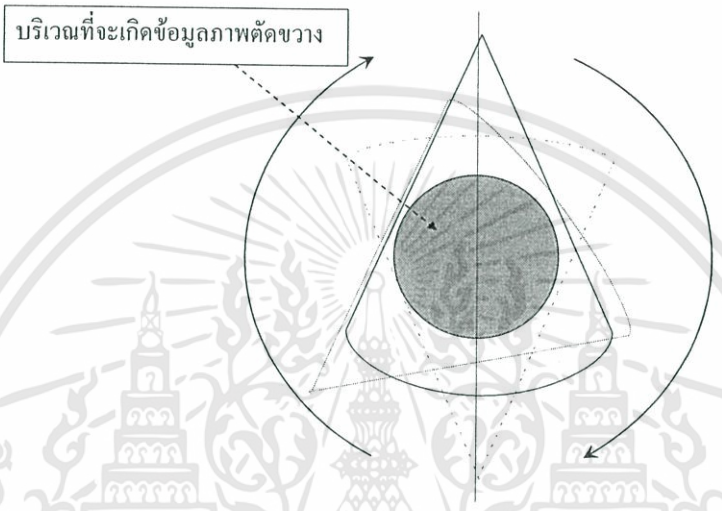
รูปที่ 6.5 แสดงรูปแบบการคำนวณ a_{ij} เมื่อเส้นรังสีที่ i ได้ตัดผ่านภายในพิกเซล

$$a_{ij} = d_3 \frac{d_2}{d_1 + d_2} \tag{6.5}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.3 การจำลองวัตถุสำหรับยิงรังสี

การออกแบบวัตถุหรือแฟนทอมนั้น สำหรับการทดลองการยิงรังสีที่มีลำแสงแบบกรวยจะต้องคำนึงถึงค่าวัสดุที่กำหนดลงไป และขนาดของวัตถุที่ต้องไม่เกินบริเวณที่จะเกิดข้อมูลภาพตัดขวาง ในรูปที่ 6.6 แสดงถึงบริเวณพื้นวงกลมที่ข้อมูลภาพตัดขวางจะเกิด โดยจะใช้ตัวอย่างการกำหนดค่าให้กับแฟนทอมโดยใช้ระดับพลังงานที่ 70 keV จะได้สัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นตามตารางที่ 6.1 สำหรับประโยชน์การจำลองแฟนทอมนั้น สามารถช่วยเช็คค่า μ ในการสร้างคืนได้และขนาดของวัตถุ



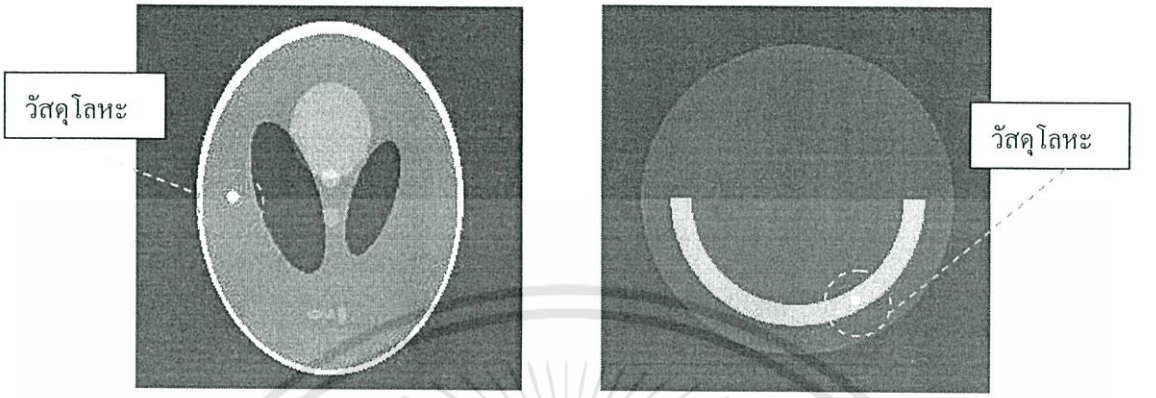
รูปที่ 6.6 แสดงถึงบริเวณพื้นที่วงกลมที่ข้อมูลจะเกิดขึ้นจากการสร้างภาพตัดขวาง

ตารางที่ 6.1 แสดงตัวอย่างสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นที่ระดับพลังงาน 70 keV [18]

	$\mu_{70KeV}(1/cm)$
Air	0.0002
Fat	0.1717
Soft tissue	0.1935
Blood	0.1942
Breast	0.1945
Water	0.1946
Brain	0.2022
Muscle	0.2032
lung	0.2036
Plexiglas	0.2187
Bone	0.4974
Al	0.6523
Ti	2.6530
Fe	7.0748

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในการสร้างแฟนทอมที่ใช้สำหรับการทดลองนั้น จะอ้างอิงตามตารางที่ 6.1 แสดงตัวอย่างการสร้างขึ้นมาใหม่สำหรับงานวิจัยแบบ 2 มิติ ดังแสดงในรูปที่ 6.7 และสามารถใช้ตารางนี้ออกแบบแฟนทอมในแบบ 3 มิติ เช่นกัน



รูปที่ 6.7 a) เป็นแฟนทอม Shepp-Logan ที่ใส่วัสดุโลหะลงไป; b) แฟนทอมสำหรับงานทัตกรรมที่มีวัสดุโลหะ

ในรูปที่ 6.7 a) เป็นแฟนทอม Shepp-Logan แบบ 2 มิติ [1] ที่แก้ไขเพิ่มเติมด้วยวัสดุโลหะโดยมีค่า μ เท่ากับ 10 cm^{-1} ส่วนรูปที่ 6.7 b) เป็นแฟนทอมสำหรับงานทันตกรรมแบบ 2 มิติ ที่ออกแบบอ้างอิงค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นจากตารางที่ 6.1 เมื่อค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นที่เป็นพื้นที่วงกลมแทนด้วยเนื้อเยื่อในค่า 0.1935 cm^{-1} ส่วนสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นที่มีรูปร่างเป็นแท่งวงกลมเพียงครึ่งเดียวนั้น จะแทนวัสดุฟันมีค่า 0.4974 cm^{-1} และมีวัสดุโลหะแท่งทรงกระบอกแทรกอยู่ข้างในซึ่งแทนวัสดุอุดฟันซึ่งมีค่า 7.0748 cm^{-1} ซึ่งมีไว้ทดสอบการเกิดสัญญาณรบกวนจากที่เกิดจากวัสดุโลหะ สำหรับการออกแบบแฟนทอมแบบ 3 มิติ นั้น กำหนดค่าแบบเดียวกับ 2 มิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 7

ผลการทดลอง

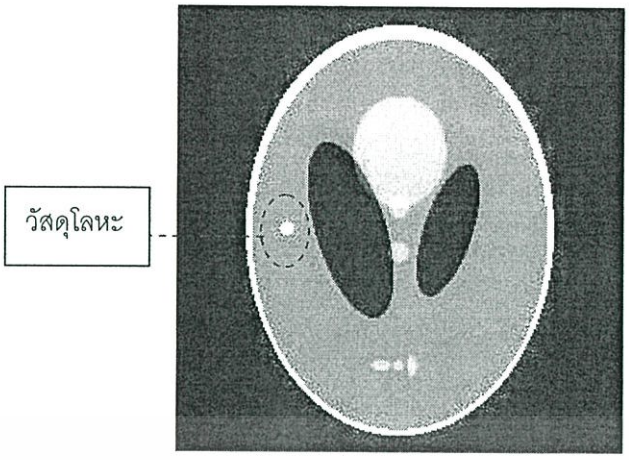
7.1 บทนำ

บทนี้จะกล่าวถึงผลการทดลองที่ช่วยลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะบนภาพตัดขวาง โดยใช้ข้อมูลวัตถุที่ออกแบบหรือแฟนทอมที่สร้าง สำหรับการสแกนด้วยระบบเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ในงานทันตกรรมแบบจำลอง ที่ได้กล่าวไปในบทที่ 6 และวิธีการสร้างภาพตัดขวางที่จะนำมาทดสอบ การทดลองนั้นจะเริ่มต้นด้วยการทดสอบประสิทธิภาพของวิธีการสร้างภาพตัดขวางที่แตกต่างกันทั้งสามแบบ คือ ฟิลเตอร์แบคโปเจคชัน, แบบพีชคณิตและแบบเชิงสถิติบนข้อมูลความเข้มจากการวัดที่มีข้อมูลเงาโลหะ จากนั้นทดสอบฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักที่ช่วยควบคุมคุณภาพของภาพตัดขวางด้วยอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์บนความเป็นไปได้สูงสุดแบบถ่วงน้ำหนัก หลังจากนั้น จะทำการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะบนข้อมูลสองมิติ ด้วยที่กล่าวไปในบทที่ 5 และผลการทดลองการลดสัญญาณรบกวนบนภาพตัดขวางด้วยลำแสงแบบกรวยบนข้อมูลสามมิติ สุดท้ายเป็นการทดลองกับภาพข้อมูลความเข้มจากการวัดที่ได้วัดจริงจากเครื่อง I-CAT เครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ในงานทันตกรรม

7.2 ผลการทดสอบเบื้องต้นด้วยวิธีสร้างภาพตัดขวางที่แตกต่าง

การทดลองนี้เป็นการทดสอบอัลกอริทึมการสร้างภาพตัดขวางกับข้อมูลความเข้มจากการวัดที่มีข้อมูลเงาโลหะ เพื่อทดสอบว่าอัลกอริทึมใดที่สามารถช่วยลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะได้ดีด้วยตัวของอัลกอริทึมเอง โดยใช้ข้อมูลแฟนทอม Shepp-logan ที่มีค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นในช่วง 0 ถึง 1 cm^{-1} และทำการเพิ่มวัสดุโลหะเข้าไป ดังรูปที่ 7.1 โดยกำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นของโลหะ $\mu_{Fe}=10\,cm^{-1}$ จากนั้นประยุกต์ใช้ลำแสงแบบขนานสำหรับเก็บข้อมูลความเข้มจากการวัดโดยหมุนรอบวัตถุ เมื่อลำแสงที่ฉายไปที่วัตถุนั้น สามารถคำนวณความยาวของเรย์ที่เข้าและออกจากหนึ่งพิกเซล a_{ij} ด้วยวิธีการคำนวณโดยใช้วิธีแบบขับเคลื่อนเรย์แบบ Ray Driven [21] ตามสมการที่ (6.5)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.1 แฟนทอม Shepp-logan ที่มีวัสดุโลหะเมื่อกำหนดให้ μ_{Fe}=10 cm^{-1}, $\mu_{Shepp-\log an}$ บริเวณอื่นอยู่ระหว่าง [0, 1]

การฉายคลื่นเอกซเรย์แบบขนานนี้จะฉายรอบวัตถุ 360 องศาโดยเก็บจำนวนการฉาย 360 ครั้ง ซึ่งจะได้ข้อมูลความเข้มจากการวัดโดยคำนวณตามสมการที่ (7.1)

$$\bar{y}_i = b_i e^{-l_i} + r_i \tag{7.1}$$

เมื่อ $\bar{y}_i$ คือ ค่าเฉลี่ยจำนวนโฟตอนที่หัววัดคลื่นเอกซเรย์และ b_i คือ ค่าจำนวนโฟตอนที่ฉายคลื่นเอกซเรย์โดยที่ไม่มีวัตถุในช่องตัวตรวจจับที่ i และค่า l_i คือ ผลรวมสัมประสิทธิ์การลดทอนในแนวเส้นรังสีที่ i ส่วนค่า r_i เป็นค่า Scatter หรือ Cross Talk ในการทดลองทั้งหมดของงานวิจัยนี้จะไม่คำนึงถึงปรากฏการณ์ Scatter หรือ Cross Talk จึงกำหนดให้ r_i=0 จะเขียนใหม่ได้

$$\bar{y}_i = b_i e^{-l_i} \tag{7.2}$$

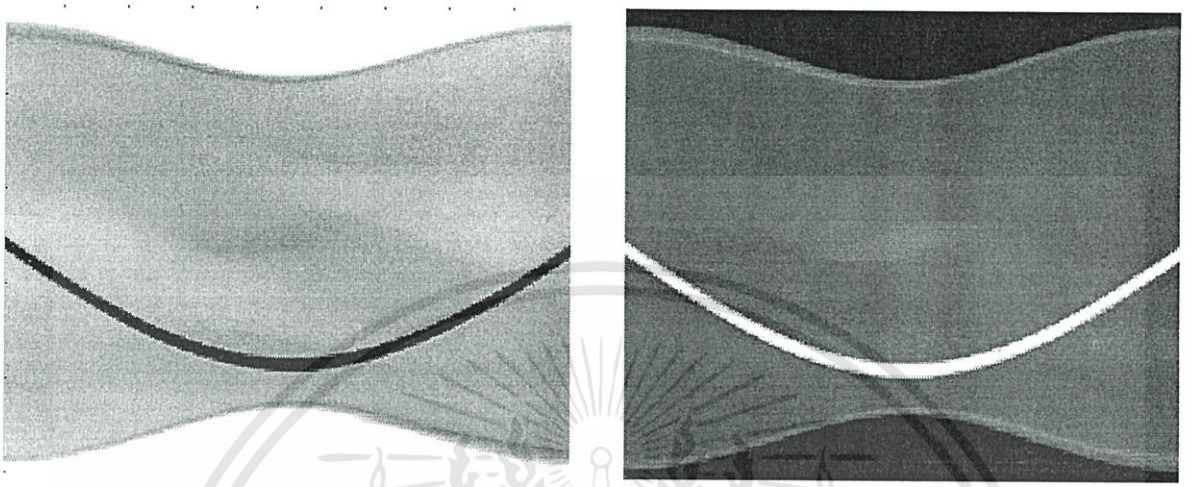
เมื่อกำหนดให้การจำลองจำนวนโฟตอนเริ่มต้นให้กับ b_i เป็นไปตามสมการโดยสมมุติให้จำนวนโฟตอนรวมทั้งหมดคือ $E = 10^7$ โดยคำนวณหาค่า b ให้ $b = b_i$ [18]

$$E = b\sum_i e^{-l_i} \tag{7.3}$$

เมื่อกำหนดค่าตามข้างต้นเรียบร้อยผลการจำลองข้อมูลความเข้มจากการวัดที่จำลองได้ดังรูปที่ 7.2 a) และใช้สมการที่ (7.4) เพื่อแปลงข้อมูลความเข้มจากการวัด เป็นข้อมูลโปรเจคชัน p ดังรูปที่ 7.2 b)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$p_i = l_i = -\ln \frac{\bar{y}_i}{b_i} \tag{7.4}$$



a) b)

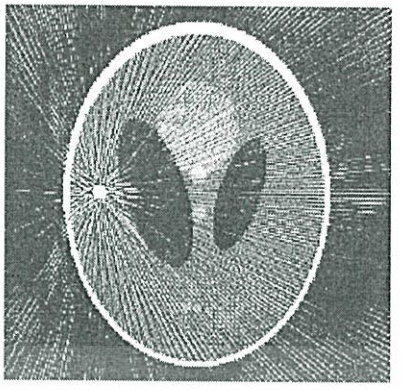
รูปที่ 7.2 a) ข้อมูลความเข้มจากการวัดที่มีเงาโลหะ; b) ข้อมูลโปรเจคชันที่มีเงาโลหะ

ในการทดสอบวิธีการสร้างภาพตัดขวางแบบต่างๆจะทำการทดสอบ 2 กรณีด้วยกัน คือ กรณีที่ไม่มีสัญญาณรบกวนแบบพัวซองที่ข้อมูลความเข้มจากการวัด และที่มีสัญญาณรบกวนแบบพัวซองที่ข้อมูลความเข้มจากการวัด ดังจะกล่าวในรายละเอียดข้างล่างนี้

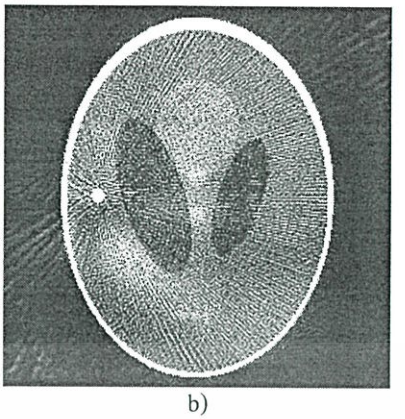
7.2.1 กรณีที่ไม่มีสัญญาณแบบพัวซองที่ข้อมูลความเข้มจากการวัด

ผลการทดลองการสร้างภาพตัดขวางด้วยอัลกอริทึมที่แตกต่างกัน บนข้อมูลความเข้มจากการวัดที่มีเงาโลหะ แต่ข้อมูลความเข้มจากการวัดดังกล่าวนี้ไม่ได้เพิ่มสัญญาณรบกวนแบบพัวซองเข้าไปด้วยดังแสดงที่รูป 7.2 a) และ b) อัลกอริทึมที่จะใช้ในการสร้างภาพตัดขวางได้แก่ ฟิลเตอร์แบคโปรเจคชัน (FBP) อัลกอริทึมสร้างภาพตัดขวางแบบพีชคณิต (SART) และอัลกอริทึมสร้างภาพตัดขวางเชิงสถิติแบบคอนเวคต์ (ML-C) สำหรับฟิลเตอร์แบคโปรเจคชัน จะใช้ filter แบบ Hamming ที่ cut-off frequency = 0.85 สำหรับ SART และ ML-C จะทำการวนซ้ำทั้งหมด 100 รอบ ผลการทดลองของทั้ง 3 วิธีแสดงผลการทดลองได้ดังรูปที่ 7.3 a)-c) ตามลำดับ

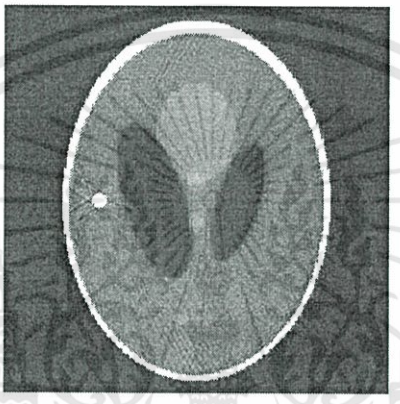
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



a)



b)



c)

รูปที่ 7.3 แสดงภาพตัดขวาง a) FBP Hamming, cut-off 0.85; b) SART ที่ 100 รอบ; c) ML-C ที่ 100 รอบ

จากผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์ให้ผลภาพค่อนข้างดีด้วยตัวของอัลกอริทึมเอง สามารถลดสัญญาณรบกวนจากเงาโลหะได้แต่ไม่ทั้งหมด แต่ก็คงสัญญาณรบกวนจากโลหะอยู่ซึ่งน้อยกว่าอัลกอริทึมอื่น ในกรณีของการสร้างภาพตัดขวางเชิงสถิติ การแสดงกราฟของ Objective function หรือ Likelihood function ในสมการที่ (7.6) จะแสดงถึงอัตราการลู่เข้าสู่ค่าสูงสุดแต่ละรอบของการทำซ้ำ เพื่อรับประกันการลู่เข้าสู่ค่าสูงสุดดังรูปที่ 7.4 a)

$$L(\mu) = \sum_{i=1}^{N_Y} \sum_{j=1}^{N_P} \left(y_i \log\left(b_i e^{-l_i} \right) - b_i e^{-l_i} \right) \tag{7.6}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

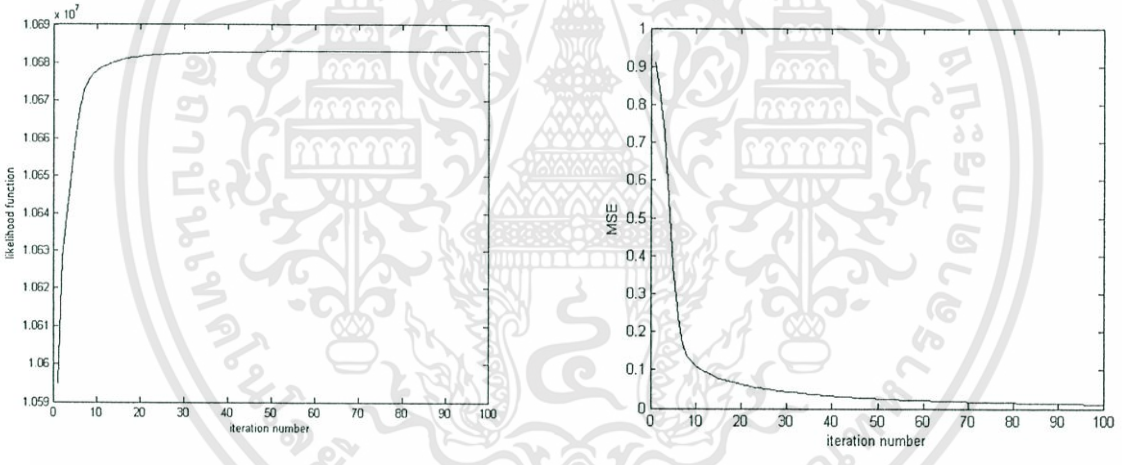
เมื่อ y_i คือ จำนวนโฟตอนที่วัดได้จริงและ b_i เป็นค่าจำนวนโฟตอนเริ่มต้นที่คำนวณได้จากสมการที่ (7.3) และส่วน N_P คือ จำนวนพิกเซลทั้งหมด ส่วน l_i คือ ผลรวมค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นในแนวเส้นรังสีที่ลำดับที่ i ผ่านตามสมการที่ (7.7)

$$l_i = \sum_j a_{ij}\mu_j \tag{7.7}$$

นอกจากการแสดงค่าผิดพลาดระหว่างภาพตัดขวางและแฟนทอมสามารถคำนวณได้จากค่า MSE (Mean Square Error) โดยคิดเป็นค่าเฉลี่ยยกกำลังสองของแต่ละรอบของการทำซ้ำจะใช้สมการข้างล่างนี้สมการที่ (7.8) และนำค่าผิดพลาดเฉลี่ยยกกำลังสองมาพล็อตกราฟแต่ละรอบของการทำซ้ำดังรูปที่ 7.4 b)

$$MSE = \frac{\sum_j \left(\mu_j^{true} - \mu_j\right)^2}{\sum_j \left(\mu_j^{true}\right)^2} \tag{7.8}$$

เมื่อให้ μ_j^{true} คือ ค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นที่กำหนดในแฟนทอมและ μ_j คือ ค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นที่คำนวณได้



a) b)

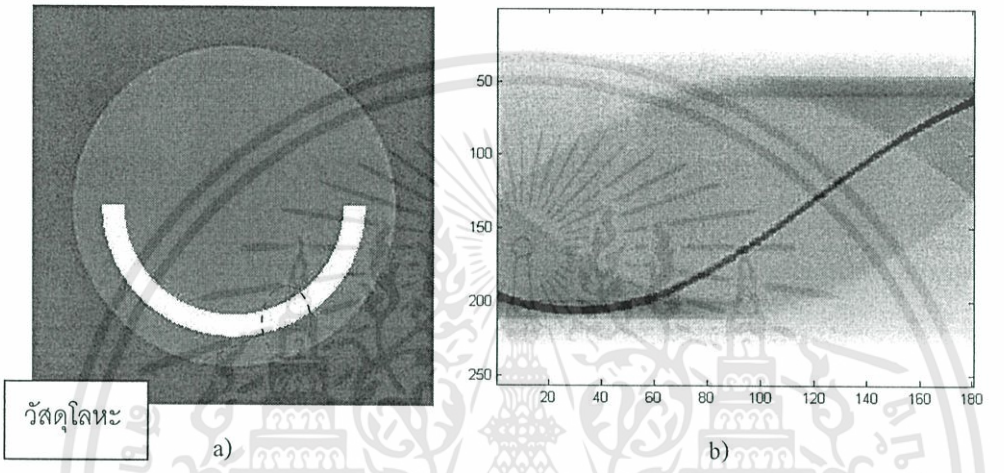
รูปที่ 7.4 a) การลู่เข้าสู่ค่าสูงสุดแต่ละรอบของการทำซ้ำที่ 100 รอบ; b) ค่าผิดพลาดเฉลี่ยยกกำลังสองแต่ละรอบ

เมื่อสังเกตดูผลภาพของอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์นั้น จะให้ผลค่อนข้างดีและเมื่อวัดค่าผิดพลาดเฉลี่ยยกกำลังสองจะลดลงเรื่อยๆในช่วงรอบทำซ้ำแรกๆและเมื่อพล็อตกราฟอัตราการลู่เข้าจะพบว่าช่วงรอบทำซ้ำแรกๆจะลู่เข้าเร็วสู่ค่าสูงสุดและเริ่มคงที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.2.2 กรณีที่มีสัญญาณแบบพัวซองที่ข้อมูลความเข้มจากการวัด

การทดลองนี้จะแตกต่างจากหัวข้อ 7.2.1 คือ การทดสอบว่าอัลกอริทึมใดทนทานต่อสัญญาณรบกวนที่จะเพิ่มเข้าไปในข้อมูลความเข้มจากการวัด โดยจะสังเกตดูอัลกอริทึมใดมีโอกาสที่จะลู่ออก เริ่มจากแฟนทอมแบบทันตกรรมที่มีวัสดุโลหะอยู่ดังรูปที่ 7.5 a) ทำการเก็บข้อมูลความเข้มจากการวัดรอบแฟนทอม และข้อมูลความเข้มจากการวัดที่ได้จะเพิ่มสัญญาณรบกวนแบบพัวซอง (Poisson noise) เข้าไป 5% ดังรูปที่ 7.5 b)

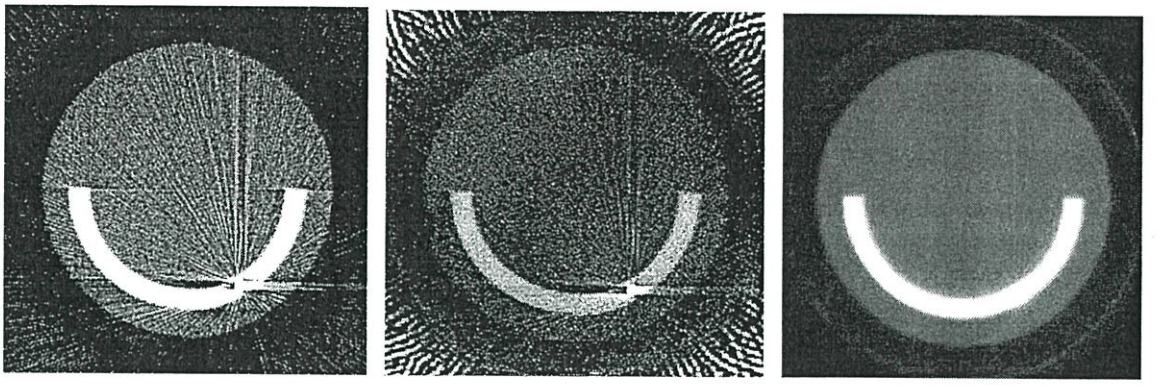


a) b)

รูปที่ 7.5 a) แฟนทอมแบบทันตกรรมโดยมีวัสดุโลหะ; b) ข้อมูลความเข้มจากการวัดที่มีเงาโลหะและเพิ่มสัญญาณรบกวนแบบพัวซอง

นำข้อมูลความเข้มจากการวัดที่เพิ่มสัญญาณรบกวนแบบพัวซองมาแปลงเป็นข้อมูลโปรเจคชันให้กับอัลกอริทึมฟิลเตอร์ FBP และพีชคณิต SART โดยที่ FBP กำหนดให้ชนิดฟิลเตอร์คือ Hamming และ cut off =0.85 ส่วน SART ทำซ้ำ 20 รอบส่วนอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์ 30 รอบ ตามลำดับรูปที่ 7.6 จากผลการทดลองจะเห็นได้ว่าอัลกอริทึมแบบพีชคณิตนั้น ภาพดูมืดลงเนื่องจากค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นมีค่าที่ลู่ออกจากค่าจริงอาจจะมีค่าที่สูงมากไปหรือค่าที่น้อยมากจนติดลบ

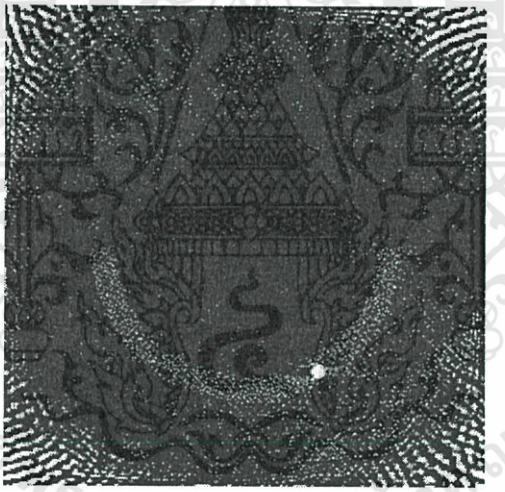
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



a) b) c)

รูปที่ 7.6 แสดงภาพตัดขวาง a) FBP Hamming, cut off 0.85; b) SART ที่ 20 รอบ; c) ML-C ที่ 30 รอบ

จากการสังเกตที่ภาพจากอัลกอริทึมแบบพีชคณิตจึงทำการทดลองต่อโดยเพิ่มรอบการทำซ้ำจาก 20 เพิ่มเป็นอีก 10 รอบ รวมเป็น 30 รอบของการทำซ้ำดังรูปที่ 7.7 จากรูปแสดงให้เห็นว่าอัลกอริทึมแบบพีชคณิตไม่ทนทานต่อสัญญาณรบกวนซึ่งจะลู่ออกจากค่าคำตอบ



รูปที่ 7.7 แสดงภาพตัดขวางจาก SART ที่ 30 รอบ

สรุปได้ว่าในการสร้างภาพตัดขวางแบบทำซ้ำระหว่างแบบพีชคณิตและแบบเชิงสถิติ เมื่อมีสัญญาณรบกวนแบบพัวซองที่ข้อมูลโปรเจคชันมีผลให้อัลกอริทึมแบบพีชคณิตไม่ทนทานต่อสัญญาณรบกวนที่รอบการทำซ้ำที่สูงขึ้นและมีผลให้ค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นมีค่าที่ลู่ออกจากค่าจริง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.3 ผลการทดลองอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์บนความเป็นไปได้สูงสุดแบบถ่วงน้ำหนัก (Penalized-Likelihood with Convex Algorithm)

จากอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์เพื่อปรับปรุงคุณภาพของภาพที่ได้มาจากฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักได้ถูกเพิ่มเข้าไปใน Objective function อัลกอริทึมที่ได้เรียกว่า Penalized-Likelihood with Convex Algorithm หรือ PL-C ดังในสมการที่ (4.59) ในบทที่ 4 ซึ่งฟังก์ชันนี้ช่วยให้ภาพราบเรียบขึ้นและเน้นขอบขึ้นคล้ายการทำฟิลเตอร์กับภาพ ในฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักจะมีค่าถ่วงน้ำหนัก w_{ik} โดยคำนวณจาก 1/ระยะทางจากพิกเซลที่สนใจ ดังนั้น w_{ik} มีค่ามากสุด = 1 ในกรณีของพิกเซลข้างเคียงอยู่ในแนวนอนหรือแนวดิ่ง สมมุติให้ตำแหน่ง j มีค่าระยะทางเป็น "0" ในกรอบสี่เหลี่ยมเส้นประ ส่วนระยะทางรอบตำแหน่งที่ j ด้านหน้า หลัง ซ้าย ขวา และบน ล่าง มีค่าเป็น "1" และค่าระยะทางในแนวทแยงจากตำแหน่งที่ j มีค่าเป็นระยะทางการกระจัดซึ่งสามารถเขียนเป็น 2 มิติและ 3 มิติได้ตามสมการที่ (7.10) และ (7.11) ตามลำดับ ในแบบ 2 มิติใช้กับลำแสงแบบขนานและแบบพัด

$$\begin{bmatrix} 0.701 & 1.00 & 0.701 \\ 1.00 & \boxed{0.00} & 1.00 \\ 0.701 & 1.00 & 0.701 \end{bmatrix} \tag{7.10}$$

ถ้า w_{ik} เป็นกรณี 3 มิติใช้กับลำแสงแบบกรวยแบ่งออกได้ 3 เมทริกซ์ตามข้างล่างนี้

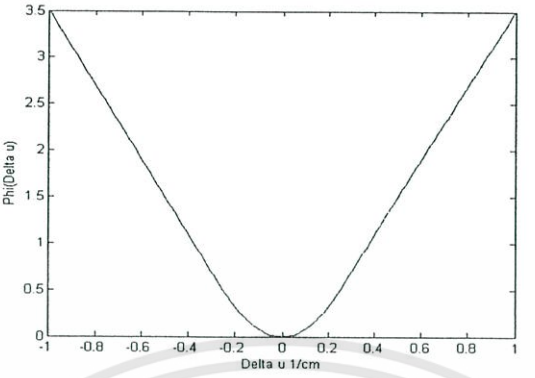
$$\begin{bmatrix} 0.577 & 0.701 & 0.577 \\ 0.701 & 1.00 & 0.701 \\ 0.577 & 0.701 & 0.577 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.701 & 1.00 & 0.701 \\ 1.00 & \boxed{0.00} & 1.00 \\ 0.701 & 1.00 & 0.701 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.577 & 0.701 & 0.577 \\ 0.701 & 1.00 & 0.701 \\ 0.577 & 0.701 & 0.577 \end{bmatrix} \tag{7.11}$$

โดยเลือกใช้ฟังก์ชันโพเทนเชียลแบบ Huber และดังสมการ ข้างล่างนี้

$$\psi(\mu) = \begin{cases} \dfrac{\mu^2}{2\delta^2} & for\ |\mu| \le \delta \\ \dfrac{|\mu| - \delta/2}{\delta} & for\ |\mu| > \delta \end{cases} \tag{7.12}$$

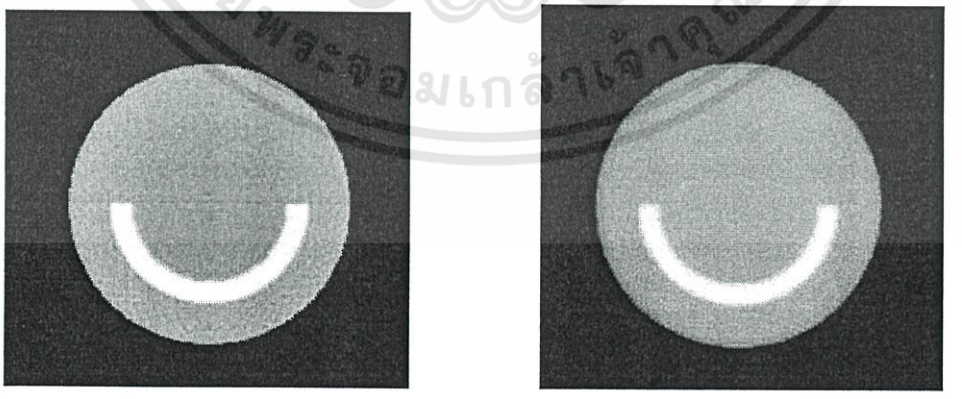
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ δ เป็นค่าคงที่สามารถปรับค่าได้ในฟังก์ชันโพเทนเชียลแบบ Huber และดังรูปที่ 7.8 ข้างล่างนี้แสดงตัวอย่างการพล็อตกราฟฟังก์ชันโพเทนเชียลเมื่อ δ =0.25



รูปที่ 7.8 แสดงพล็อตกราฟฟังก์ชันโพเทนเชียลแบบ Huber เมื่อ δ =0.25

จากการทดลองปรับค่า β และ δ นั้นค่าทั้งสองพารามิเตอร์ได้ถูกทดลองมาก่อนหน้านี้เช่นค่า β ได้ถูกทดลองปรับค่าน้อยจนถึงค่ามากตั้งแต่ 0, 10, 100,…. ,10000 ซึ่งจากการทดลองปรับค่า β ที่ค่าน้อยทำให้ไม่ค่อยเห็นผลจากการปรับ บนภาพตัดขวาง แต่ถ้าค่ามากไปทำให้ภาพตัดขวางเบลอมาก ดังนั้นจึงเลือกค่าที่เหมาะสมสำหรับการเสนอในผลการทดลอง ส่วนค่า δ จะเลือกค่าจากผลต่างสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นในภาพตัดขวาง โดยผลของภาพตัดขวางจะเปรียบเทียบกันระหว่างอัลกอริทึมฟิลเตอร์แบคโปรเจคชัน (FBP) และอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์ด้วยวิธีการประเมินค่าความเป็นไปได้สูงแบบถ่วงน้ำหนัก (PL-C) เมื่อกำหนด FBP ด้วยค่าดังนี้ ชนิดฟิลเตอร์คือ Hamming และ Cut off =0.85 ดังรูปที่ 7.9 a) และ PL-C กำหนดค่าดังนี้ 50 รอบ, β =5000, δ =0.00009 ดังรูปที่ 7.9 b) ผลที่ได้จากรูปข้างบน PL-C ให้ภาพที่ดีกว่า FBP อย่างเห็นได้ชัด

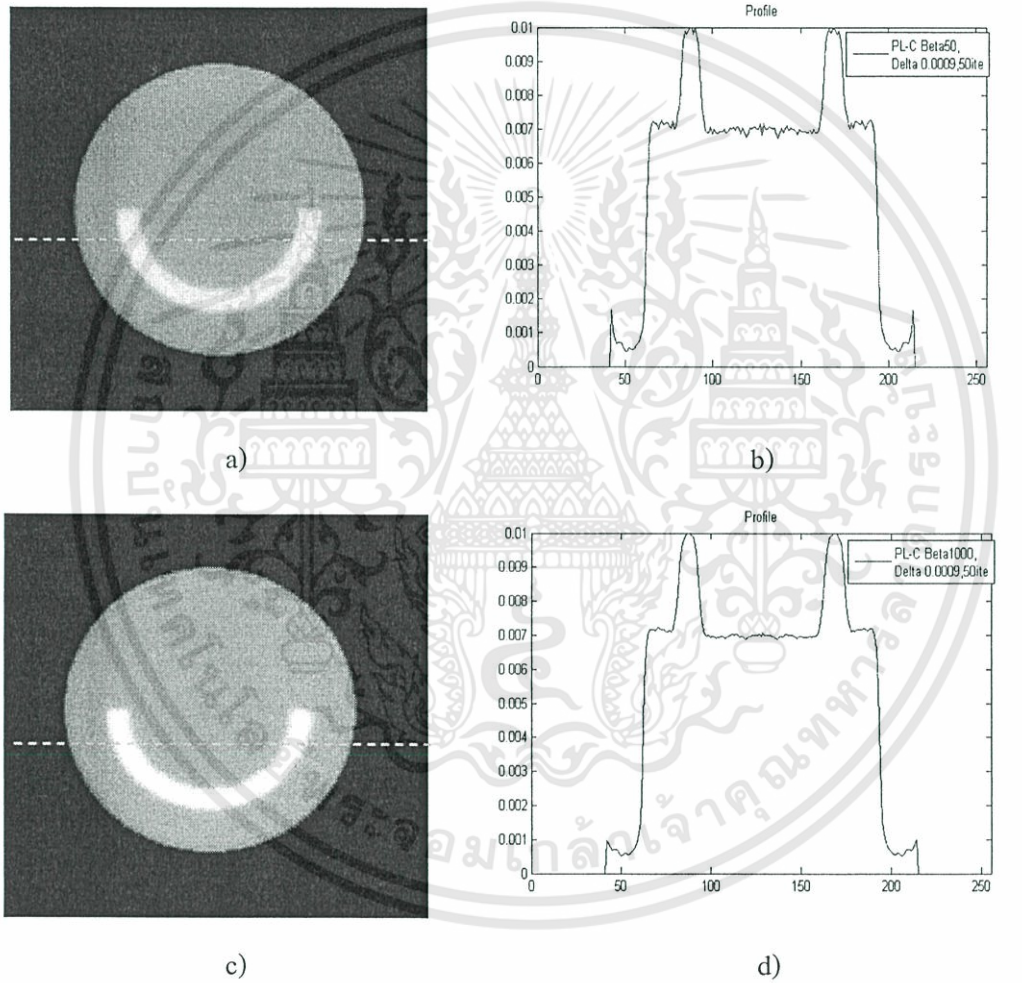


a) b)

รูปที่ 7.9 แสดงภาพตัดขวาง a) FBP Hamming, cut off 0.85; b) PL-C (β =50, δ =0.25, 50 รอบ)

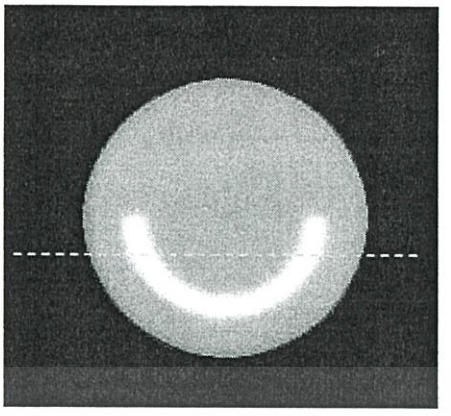
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

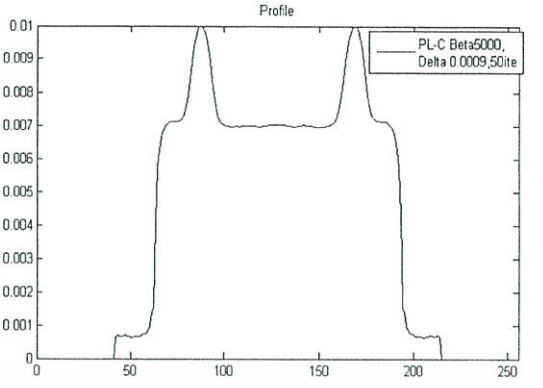
ผลการทดลองการสร้างภาพตัดขวางเพื่อทดสอบพารามิเตอร์ควบคุมความราบเรียบ β เมื่อกำหนดให้ δ =0.0009 และปรับเปลี่ยนค่า β = 50, 1000 ตามลำดับภาพดังรูปที่ 7.10 จากรูปที่ 7.10 c) และข้อมูลโปรไฟล์รูปที่7.10 d) นั้นแสดงให้เห็นว่าค่า β ช่วยให้ภาพราบเรียบขึ้นแต่ภาพก็เริ่มเบลอขึ้น ในการทดลองปรับค่า δ เพื่อเน้นขอบ จากการทดลองนี้เมื่อการสร้างภาพตัดขวางกำหนดค่า β =5000 และปรับเปลี่ยนค่า δ =0.0009 และ 0.00009 ที่ 50 รอบ ผลการทดลองปรับค่า δ นั้นในรูปที่ 7.11 แสดงให้เห็นว่าค่า δ สามารถควบคุมการเน้นขอบบนภาพตัดขวางได้ ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่าการปรับค่า β และ δ มีผลช่วยลดสัญญาณรบกวนได้



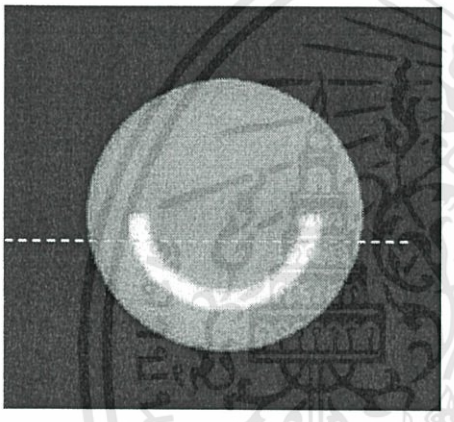
รูปที่ 7.10 แสดงการปรับค่า β a) PL-C (β =50, δ =0.0009, 50 รอบ); b) ข้อมูลโปรไฟล์ของ a) (สไลด์ที่ 140); c) PL-C (β =1000, δ =0.0009, 50 รอบ); d) ข้อมูลโปรไฟล์ของ c) (สไลด์ที่ 140)

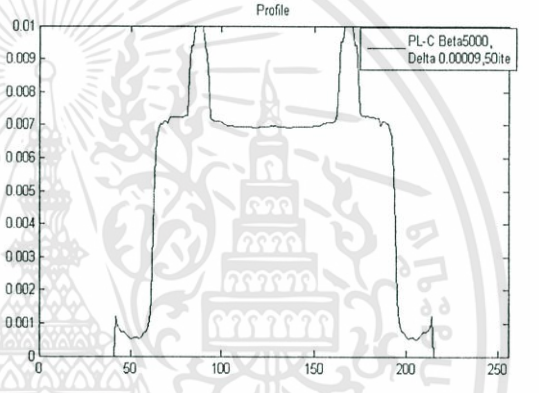
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้





a) b)





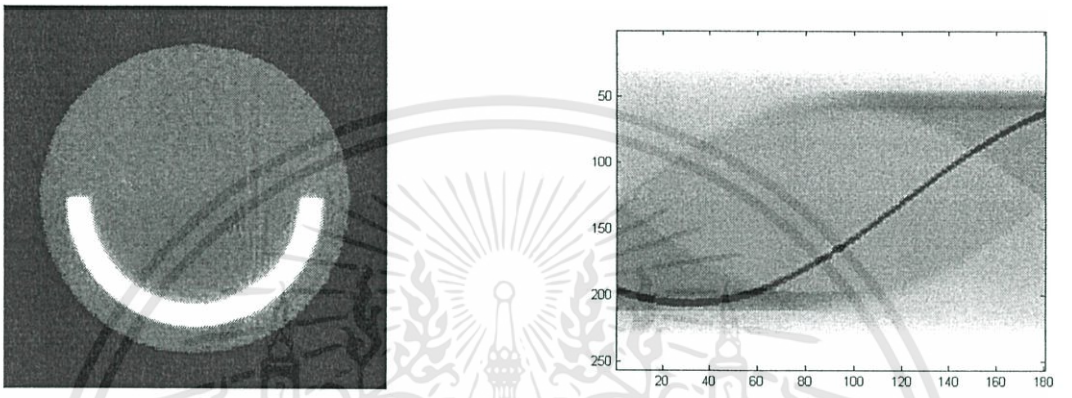
c) d)

รูปที่ 7.11 แสดงการปรับค่า δ a) PL-C (β =5000, δ =0.0009, 50 รอบ); b) ข้อมูลโปรไฟล์ของ a) (สไลด์ที่ 140); c) PL-C (β =5000, δ =0.00009, 50 รอบ); d) ข้อมูลโปรไฟล์ของ c) (สไลด์ที่ 140)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.4 ผลการทดลองลดสัญญาณรบกวนบนภาพตัดขวางด้วยวิธีการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะบนข้อมูล 2 มิติ

ขั้นตอนการแก้ไขข้อมูลความเข้มจากการวัดได้ถูกกล่าวไปในบทที่ 5 ซึ่งในส่วนการทดลองจะเริ่มจากข้อมูลที่นำมาแก้ไขนั้น เริ่มจากข้อมูลภาพตัดขวาง $\underline{\mu}$ ที่มีสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะ ดังรูปที่ 7.12 a) และข้อมูลความเข้มจากการวัด $\underline{Y}$ ดังรูปที่ 7.12 b) โดยใช้ข้อมูลแฟนทอมแบบทันตกรรม 2 มิติที่เพิ่มค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นของโลหะเข้าไป โดยสามารถเริ่มขั้นตอนดังต่อไปนี้



a) b)

รูปที่ 7.12 a) ภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวน; b) ข้อมูลความเข้มจากการวัดที่มีเงาโลหะ

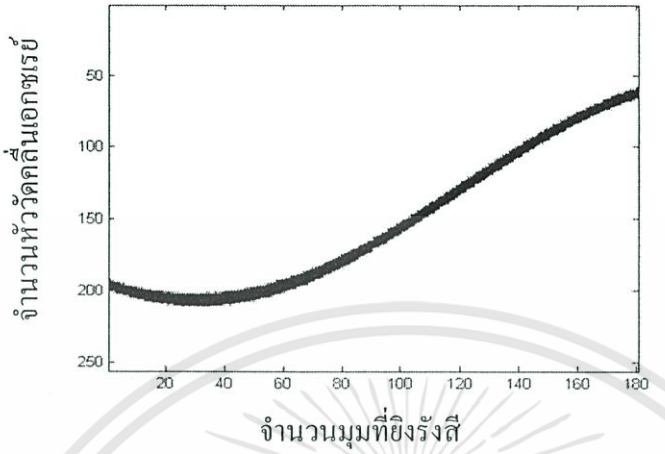
1. ทำวิธีการ Thresholding กับภาพตัดขวางที่มีสัญญาณรบกวนเพื่อคัดแยกเฉพาะบริเวณที่เป็นโลหะดังรูปที่ 7.13 a) และปรับค่า Threshold เพิ่มอีกเพื่อเอาเฉพาะโลหะ ดังนั้นค่าความถูกต้องของภาพตัดขวางก็ขึ้นอยู่กับค่า Threshold ด้วยดังรูปที่ 7.13 b)

a) b)

รูปที่ 7.13 a) ภาพตัดขวางที่ทำวิธีการ Thresholding; b) ภาพตัดขวางที่ปรับค่า Threshold จนได้เฉพาะวัตถุโลหะ

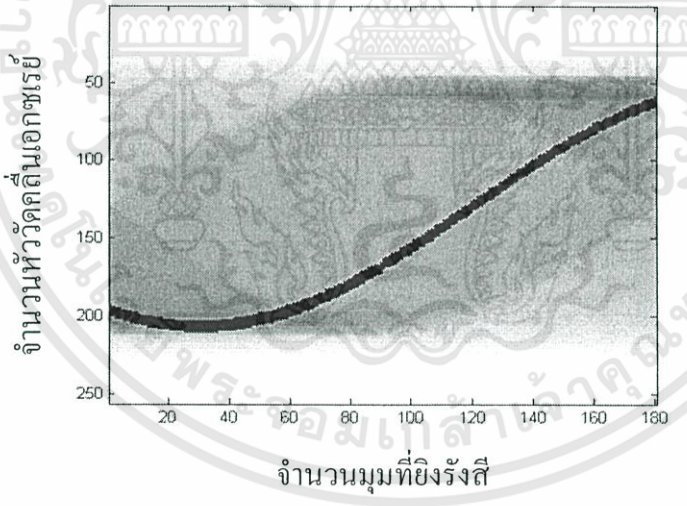
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. ทำการฉายคลื่นเอกซเรย์หรือฉายโปรเจคชันไปที่ภาพตัดขวางที่มีเฉพาะวัตถุโลหะอีกรอบเพื่อที่จะได้ภาพข้อมูลความเข้มจากการวัดที่มีเฉพาะเงาโลหะและตำแหน่งของเงาโลหะดังแสดงรูปที่ 7.14



รูปที่ 7.14 แสดงข้อมูลความเข้มจากการวัดที่มีเฉพาะเงาของวัตถุที่คัดแยกได้จากภาพตัดขวาง

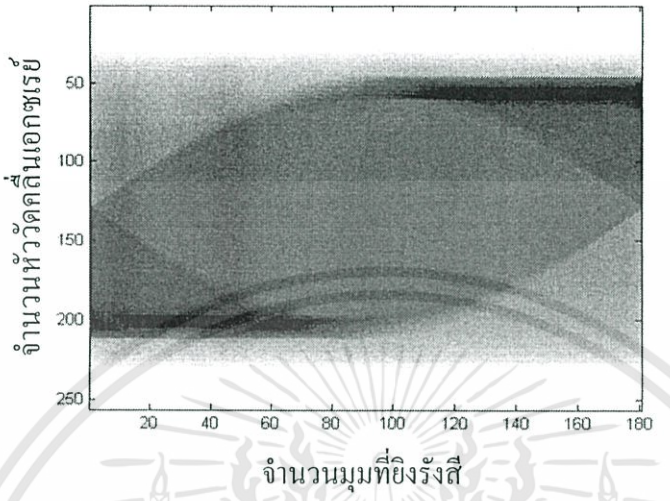
3. นำข้อมูลความเข้มจากการวัดที่เก็บได้จริงกระทำทางลอจิกแอนกับข้อมูลความเข้มจากการวัดที่มีเฉพาะเงาโลหะที่ได้จากขั้นตอนที่ 2 เพื่อจะได้ตำแหน่งของโลหะในข้อมูลความเข้มจากการวัดเดิมดังรูปที่ 7.15



รูปที่ 7.15 แสดงข้อมูลความเข้มจากการวัดที่คัดแยกเงาโลหะออกแล้ว

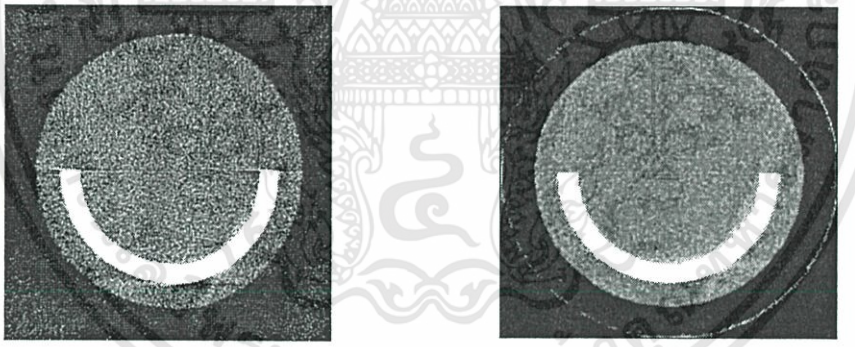
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. ตำแหน่งของโลหะค่าที่จะเติมค่าลงไปนั้น จะนำค่าบริเวณข้างเคียงมาเติมโดยใช้เทคนิคอินเตอร์โพเลชันแบบเชิงเส้น (Linear Interpolation) เพื่อเติมค่าข้อมูลลงไปในบริเวณตำแหน่งของโลหะดังแสดงในรูปที่ 7.16



รูปที่ 7.16 แสดงข้อมูลความเข้มจากการวัดที่เติมค่าด้วยเทคนิคอินเตอร์โพเลชันแบบเชิงเส้น

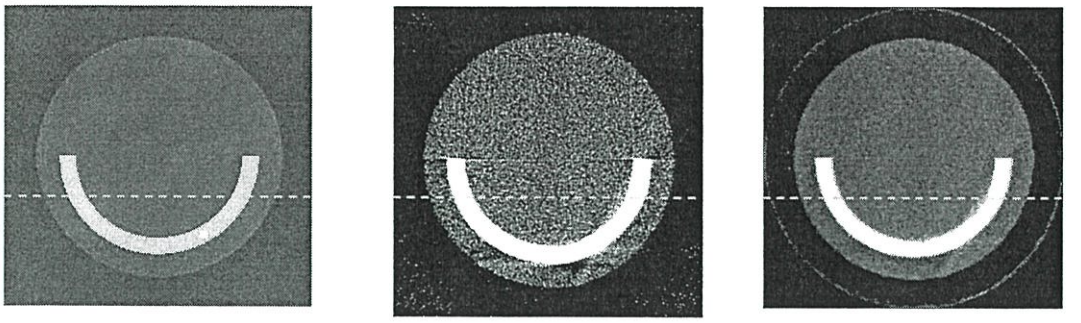
5. นำข้อมูลความเข้มจากการวัดที่แก้ไขแล้วมาสร้างภาพตัดขวางด้วย 2 วิธีดังรูปที่ 7.17



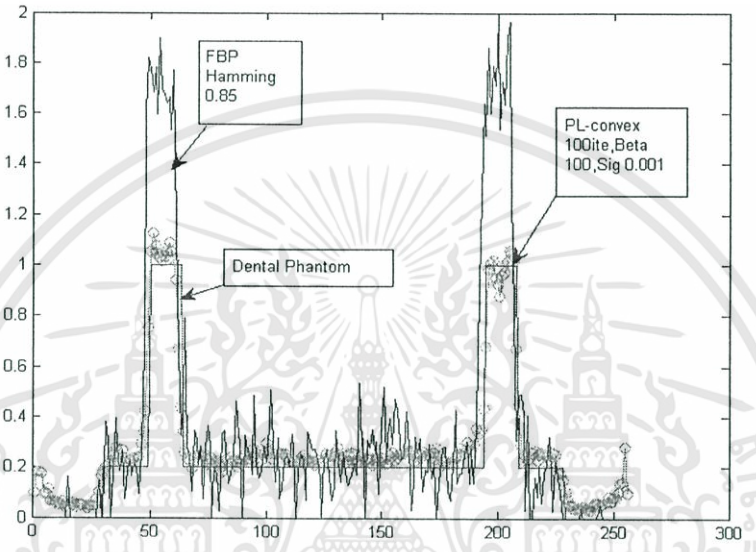
a) b)

รูปที่ 7.17 แสดงภาพตัดขวางจากข้อมูลความเข้มจากการวัดที่แก้ไขแล้ว a) FBP (Hamming, cut off 0.85); b) PL-C (β =100, δ =0.001, 100 รอบ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



a) b) c)



c)

รูปที่ 7.18 แสดงข้อมูลโปรไฟล์เพื่อเปรียบเทียบค่าผิดพลาด a) แฟนทอม; b) FBP; c) PL-C

ข้อมูลที่นำมาแก้ไขตามขั้นตอนลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะนั้น ให้ผลดีแต่วัตถุโลหะจะหายไป เพราะเทคนิคอินเตอร์โพเลชัน เมื่อสังเกตที่ข้อมูลโปรไฟล์จะเห็นว่าข้อมูลโปรไฟล์ของ PL-C ให้ข้อมูลใกล้เคียงแฟนทอมมากที่สุดมีแนวโน้มที่ดีในการลดสัญญาณรบกวน หัวข้อต่อไปจะทดลองบนข้อมูล 3 มิติ

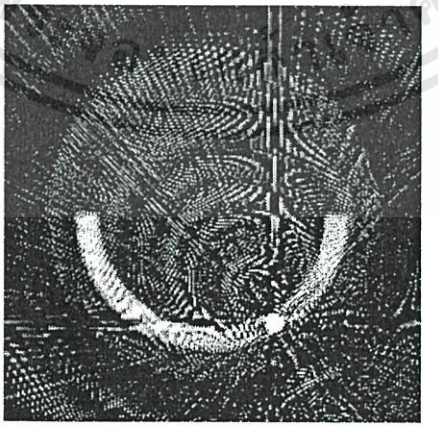
7.5 ผลการทดลองลดสัญญาณรบกวนบนภาพตัดขวางด้วยลำแสงแบบกรวยบนข้อมูลสามมิติ

การทดลองสร้างภาพตัดขวางด้วยลำแสงแบบกรวยเปรียบเทียบระหว่างอัลกอริทึม FBP, ML-C และ PL-C โดยใช้ข้อมูล 2 ชุด คือ ข้อมูลความเข้มจากการวัดที่ยังไม่แก้ไขและข้อมูลความเข้มจากการวัดที่แก้ไขแล้ว การทดสอบอัลกอริทึมเชิงสถิตินี้มี 2 วิธี คือ อัลกอริทึมแบบคอนเวคต์ ML-C และอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์บนความเป็นไปได้สูงสุดแบบถ่วงน้ำหนัก PL-C ซึ่ง PL-C จะมีส่วนค่า β ช่วยในการควบคุมความราบเรียบและ δ จะช่วยรักษาขอบที่อาจจะหายจากการทำความราบเรียบ ค่าพารามิเตอร์สำหรับการทดลองเริ่มจากการนำข้อมูลความเข้มจากการวัดที่ยังไม่แก้ไขดังรูปที่ 7.19 a) มาสร้าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาพตัดขวางด้วย FBP ดังรูปที่ 7.19 b) แฟนทอมที่นำมาใช้ คือแฟนทอมสำหรับงานทันตกรรมโดยให้วัสดุครึ่งวงกลมแทนฟันและใส่วัสดุโลหะเป็นแท่งทรงกระบอกโดยกำหนดค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเป็นค่าโลหะเมื่อค่า $\mu_{DentalPhantom}$ อยู่ในช่วง [0:1] cm^{-1} และ μ_{Fe} =7 cm^{-1} หลังจากยิงคลื่นเอกซเรย์ด้วยลำแสงแบบกรวยบนแฟนทอมก็จะได้ข้อมูลความเข้มจากการวัด จากนั้นเพิ่มสัญญาณรบกวนแบบพัวซองประมาณ 5% เข้าไปเพื่อให้ข้อมูลไม่สม่ำเสมอดังรูปที่ 7.19 a) และสร้างภาพคืนด้วยอัลกอริทึม FBP ดังรูปที่ 7.19 b) เนื่องจากเครื่องสแกนที่ใช้โดยทั่วไปในสถานพยาบาลนั้นใช้อัลกอริทึมแบบ FBP ที่มีข้อดีเรื่องความเร็วแต่ก็ใช้จำนวนโปรเจคชันเยอะซึ่งส่งผลต่อการรับปริมาณรังสีของผู้ป่วย จากนั้นยังกำหนดให้ไม่มีความผิดพลาดในการจำลองระบบการฉายเอกซเรย์และละเลยสัญญาณรบกวนอื่นๆ ต่อไปนำข้อมูลความเข้มจากการวัดที่มีเงาโลหะอยู่มาผ่านอัลกอริทึมคัดแยกเงาตามบทที่ 5 ที่ได้กล่าวไปหรือตามผลการทดลองที่หัวข้อ 7.4 โดยมีการใช้เทคนิคการอินเตอร์โพเลชันแบบคิวบิค (Cubic Interpolation) และเพิ่มค่าคงที่ให้กับค่าข้อมูลที่จะแทนที่บริเวณที่คัดแยกเงาโลหะ

a)



b)

รูปที่ 7.19 a) ข้อมูลความเข้มจากการวัดที่ยังไม่แก้ไข; b) ภาพตัดขวางด้วย FBP (Hamming, cut-off 0.85)

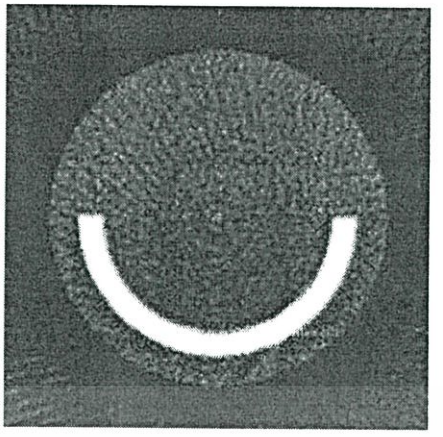
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากการทำอินเตอร์โพเลทจะนำข้อมูลบริเวณข้างเคียงมาคำนวณ ดังนั้นเงาโลหะจะถูกแทนที่ด้วยค่าข้างเคียงส่งผลให้ภาพตัดขวางไม่มีวัตถุโลหะอยู่แต่จะหายพร้อมกับการทำอินเตอร์โพเลชันเพื่อแก้ปัญหานี้จึงเพิ่มค่าข้อมูลขึ้น 5 % จากการคำนวณข้อมูลที่จะอินเตอร์โพเลทลงไปดังแสดงที่รูปที่ 7.20 นำข้อมูลความเข้มจากการวัดที่แก้ไขแล้วมาสร้างภาพตัดขวางด้วยอัลกอริทึม 3 ประเภทโดยกำหนดพารามิเตอร์แต่ละอัลกอริทึมดังนี้อัลกอริทึมแบบ FBP ใช้ฟิลเตอร์ Hamming ที่ cut-off frequency 0.85 อัลกอริทึมแบบ ML-C กำหนดรอบของการทำซ้ำ 25 รอบ และอัลกอริทึมแบบ PL-C รอบของการทำซ้ำ 25 รอบ ค่า β = 0.5 และ δ = 0.005 ผลการทดลองรูปที่ 7.21

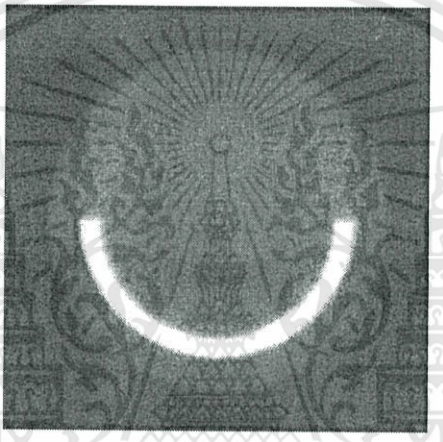
รูปที่ 7.21 a) เป็นผลของอัลกอริทึมแบบ FBP ที่ยังคงสัญญาณรบกวนอยู่ส่วนในรูปที่ 7.21 b) เป็นผลของ ML-C ซึ่งจะให้คุณภาพดีกว่าภาพจากอัลกอริทึมแบบ FBP แต่ยังคงมีสัญญาณรบกวนอยู่ซึ่งจะถูกปรับปรุงด้วยฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักให้ภาพดีขึ้นด้วย PL-C ดังรูปที่ 7.21 c) จะเห็นว่าภาพจะราบเรียบขึ้นซึ่งการปรับค่า β และ δ นั้นมีผลอย่างมากต่อภาพ ในการทดลองนี้ถ้าปรับค่า β มากไปจากค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนก็จะส่งผลให้มีความมัวมากขึ้นภาพราบเรียบเกินไป ดังนั้นต้องปรับไม่มากไปจากค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนที่สร้างได้ ส่วน δ นั้น เป็นพารามิเตอร์ที่ปรับยากเพราะต้องปรับเพื่อรักษาขอบที่จะหายไปจากการปรับค่า β จึงต้องให้สอดคล้องกับค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนที่ในภาพตัดขวาง

รูปที่ 7.20 ภาพข้อมูลความเข้มจากการวัดที่แก้ไขแล้วโดยมีการเลื่อนข้อมูลที่อินเตอร์โพเลทเพื่อให้ภาพตัดขวางคงวัตถุอยู่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



a)



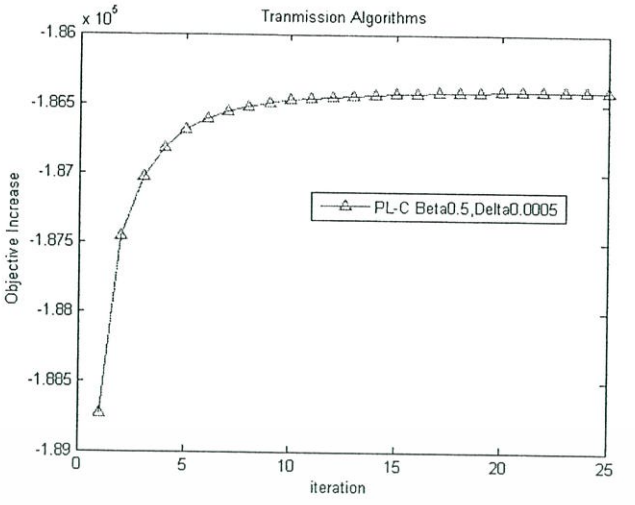
b)

c)

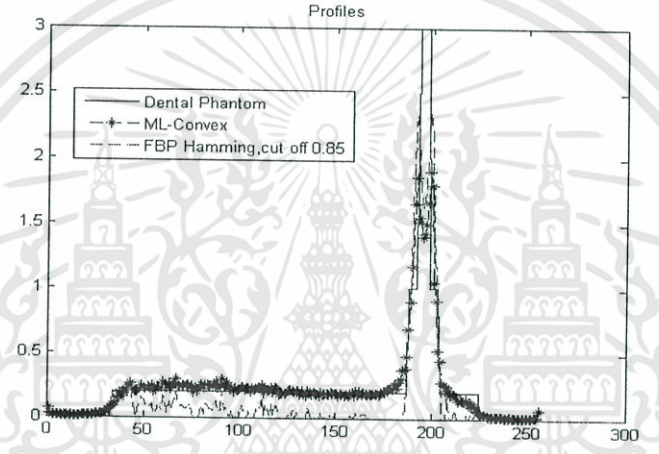
รูปที่ 7.21 แสดงภาพตัดขวางที่ต่างอัลกอริทึมกัน a) FBP (Hamming, cut off = 0.85); b) ML-C 25 รอบ; c) PL-C (β =0.5, δ =0.005, 25 รอบ)

จากนั้นพล็อตกราฟฟังก์ชันออฟเจคทีฟ (Objective function Φ) ของ PLC เพื่อแสดงผลอัตราการลู่เข้าแต่ละรอบของการทำซ้ำดังรูปที่ 7.22 a) และพล็อตโปรไฟล์ของทั้ง 3 ภาพเทียบกับโปรไฟล์ข้อมูลเดิม

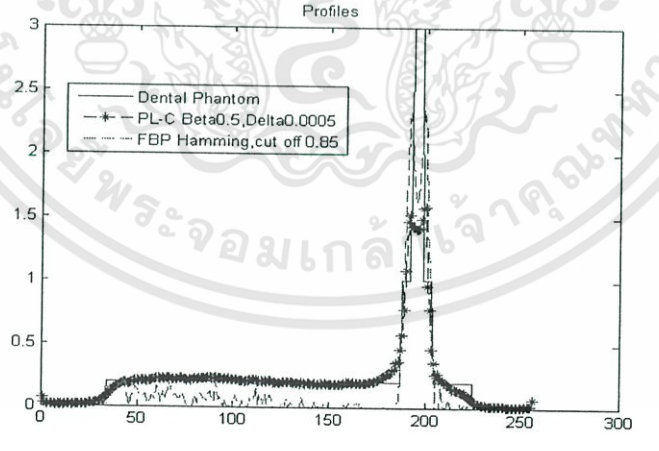
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



a)



b)



c)

รูปที่ 7.22 a) กราฟฟังก์ชันออฟเจคทีฟ Φ ที่ 25 รอบ ของ PLC; b) โปรไฟล์เทียบ 3 ข้อมูลคือแฟนทอม (เส้นสีน้ำเงินทึบ) FBP (เส้นปะสีแดง) และ ML-C (เส้นปะและดาวสีดำ); c) โปรไฟล์ PL-C (เส้นปะและดาวสีดำ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในรูปที่ 7.22 b) แสดงการพล็อตโปรไฟล์เทียบ 3 ข้อมูลคือแฟนทอม (เส้นสีน้ำเงินทึบ) FBP (เส้นปะสีแดง) และ ML-C (เส้นปะและดาวสีดำ) และรูปที่ 7.22 c) แสดงการพล็อตโปรไฟล์ PL-C (เส้นปะและดาวสีดำ) จะเห็นว่าอัลกอริทึมเชิงสถิติให้ผลดีกว่า FBP แต่อย่างไรก็ตาม PL-C ก็ให้ผลดีกว่า ML-C ตรงที่สามารถช่วยทำให้ภาพตัดขวางราบเรียบขึ้นและเน้นขอบขึ้นด้วย ตารางที่ 7.1 แสดงค่าผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสองของอัลกอริทึมสำหรับสร้างภาพตัดขวางที่แตกต่าง สรุปผลการทดลองจะเห็นว่าทั้งกราฟโปรไฟล์และค่าผิดพลาดเฉลี่ยแสดงให้เห็นว่า PL-C ให้ผลผิดพลาดน้อยสุดแต่ก็ยังคงมีสัญญาณรบกวนอยู่จากหลายสาเหตุ

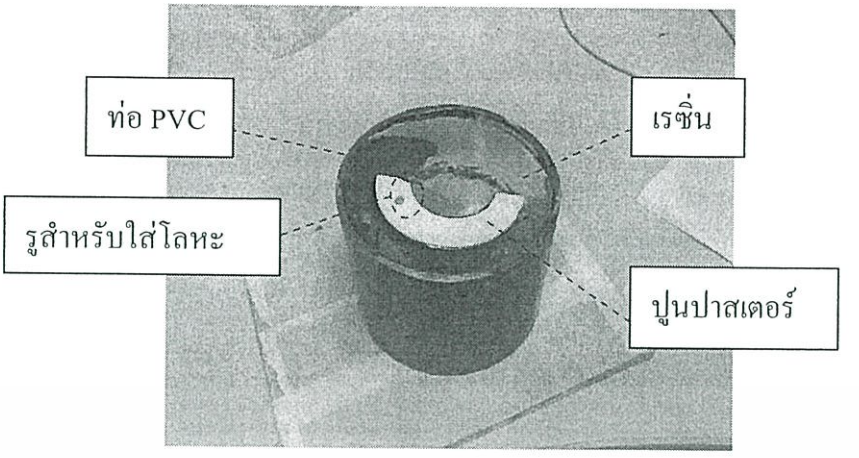
ตารางที่ 7.1 แสดงค่าผิดพลาดเฉลี่ยกำลังสองของอัลกอริทึมสำหรับสร้างภาพตัดขวางที่แตกต่าง

อัลกอริทึมสำหรับสร้างภาพตัดขวาง	% MSE
FBP	17.6231
ML-C	8.5954
PL-C	5.6289

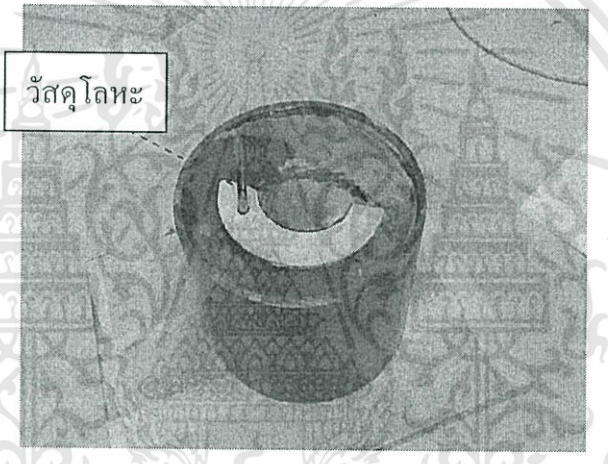
7.6 ผลการทดลองแฟนทอมที่สร้างขึ้นจริง

จากการทดลองวิธีการทั้งหมดกับข้อมูลจำลองนั้นให้ผลที่เป็นไปได้ที่จะประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริง ในการทดลองครั้งต่อไปจะประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริงโดยมีการสร้างแฟนทอมจริงมีการจัดหาวัสดุเพื่อสร้างแฟนทอมจริงประกอบด้วยท่อ PCV ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 10 เซนติเมตรและความสูง 8 เซนติเมตร ปูนปาสเตอร์และเรซิ่นโดยกำหนดให้วัสดุที่เตรียมไว้แทนแฟนทอมสำหรับงานทันตกรรม เมื่อปูนปาสเตอร์แทนกระดูกฟันและเจาะรูเพื่อใส่วัสดุโลหะ แฟนทอมสำหรับงานทันตกรรมที่สร้างเสร็จเรียบร้อยแล้วดังในรูปที่ 7.23

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



a)

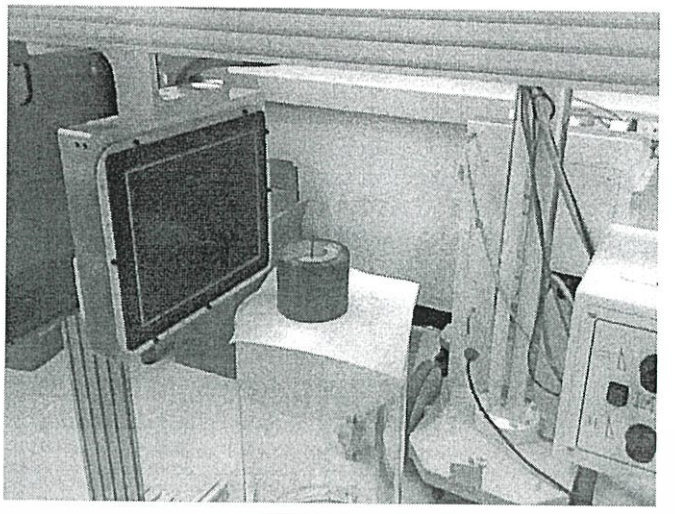


b)

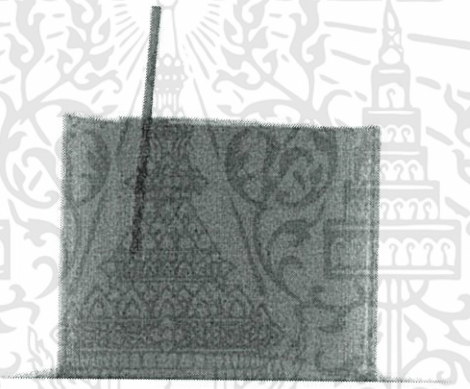
รูปที่ 7.23 แสดงแฟนทอมสำหรับงานทันตกรรม a) แฟนทอมไม่มีวัสดุโลหะ; b) แฟนทอมมีวัสดุโลหะ

การนำแฟนทอมสำหรับงานทันตกรรมที่สร้างเสร็จไปฉายคลื่นเอกซเรย์นั้นได้ใช้เครื่องเอกซเรย์สำหรับงานทันตกรรมของ I-CAT ด้วยความเอื้อเฟื้อจากศูนย์เทคโนโลยีทันตกรรมชั้นสูง (ADTEC) ข้อมูลทางเทคนิคที่ใช้ในการยิงคลื่นเอกซเรย์ที่ 120 kV กระแส 25 mA จำนวนการฉายคลื่นเอกซเรย์แล้วได้ข้อมูลความเข้มจากการวัดทั้งหมด 306 ชุดข้อมูล ความละเอียดของแผงหัววัดคลื่นเอกซเรย์ 0.4 mm/pixel ขนาดภาพข้อมูลของข้อมูลความเข้มจากการวัดมีขนาด 480x 382 pixels ดังรูปที่ 7.24 a) แสดงถึงการวางแฟนทอมในเครื่องเอกซเรย์และรูปที่ 7.24 b) แสดงภาพข้อมูลความเข้มจากการวัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



a)



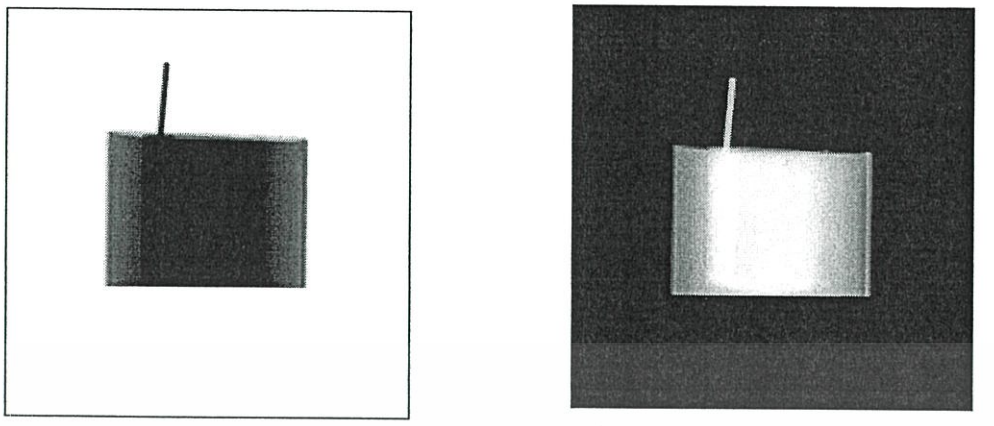
b)

รูปที่ 7.24 a) การวางแฟนทอมในเครื่องเอกซเรย์สำหรับงานทัตกรรม; b) แสดงภาพข้อมูลความเข้มจากการวัดของแฟนทอมที่สร้างไว้เมื่อมีวัสดุโลหะ

ในการทดลองจะมีข้อมูลความเข้มจากการวัดอยู่ 2 ชุดจากแฟนทอมที่ใส่วัสดุโลหะและไม่มีโลหะที่จะใช้ในการทดลอง สำหรับข้อมูลความเข้มจากการวัดทั้ง 2 จะนำมาสร้างภาพตัดขวางด้วยทั้ง 3 วิธีคือ FBP, ML-C, PL-C และเปรียบเทียบข้อมูลโปรไฟล์ สำหรับข้อมูลความเข้มจากการวัดจะถูกลดขนาดลงครึ่งหนึ่งคือจากขนาดเดิม 480x376 ลดครึ่งหนึ่ง 240x188 และจำนวนข้อมูลความเข้มจากการวัดลดจำนวนครึ่งหนึ่งจาก 306 ลดเหลือ 153 ชุดข้อมูลเพื่อความเร็วในการคำนวณของคอมพิวเตอร์และใช้สมการที่ (7.4) ในการแปลงข้อมูลความเข้มจากการวัดในรูปที่ 7.25 a) ให้เป็นข้อมูลโปรเจคชันสำหรับ FBP ดังรูปที่ 7.25 b)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.6.1 การสร้างภาพตัดขวางโดยไม่ทำการลดสัญญาณรบกวนจากโลหะ

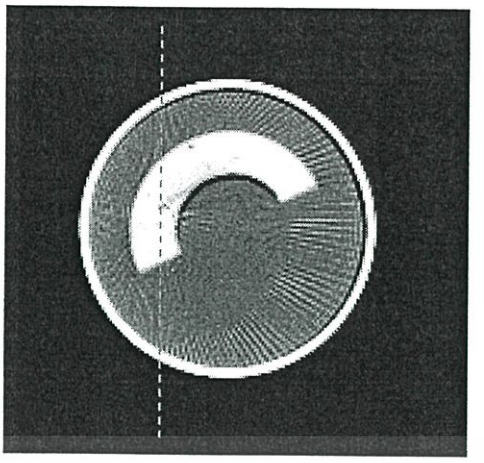


a) b)

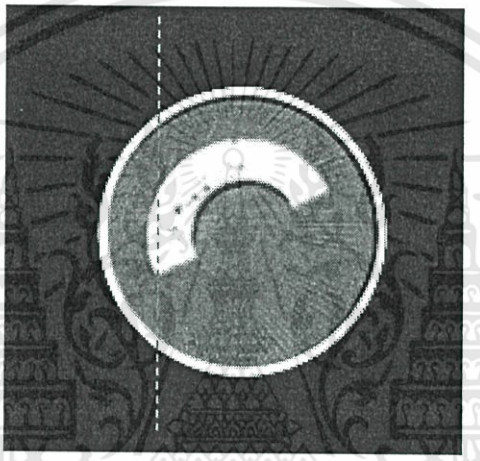
รูปที่ 7.25 a) ข้อมูลความเข้มจากการวัดสำหรับวิธีการ ML-C และ PL-C; b) ข้อมูลโปรเจคชันสำหรับวิธีการ FBP

จากผลการทดลองในรูปที่ 7.26 ทั้ง 3 วิธีนั้นแสดงให้เห็นว่าวิธีการสร้างภาพตัดขวางแบบ PL-C ยังคงให้ภาพตัดขวางดีกว่า 2 วิธีการแรก เมื่อพิจารณาที่ข้อมูลโปรไฟล์ในรูปที่ 7.27 a)-c) แสดงถึงการยืนยันการลดสัญญาณรบกวนของวิธีการสร้างภาพตัดขวางแบบ PL-C และถ้าสังเกตที่บริเวณขอบโปรไฟล์ของวิธีการ PL-C จะเน้นขอบมากกว่าโปรไฟล์ 2 วิธีการแรกส่วนรูปที่ 7.27 d) แสดงถึงกราฟฟังก์ชันออฟเจคทีฟของ PL-C ที่ยังคงรับรองอัตราการลู่เข้าแต่ละรอบของการทำซ้ำ การทดลองต่อไปจะนำเอาวัสดุโลหะออกจากแฟนทอม จากนั้นนำข้อมูลความเข้มจากการวัดแสดงในรูปที่ 7.28 ที่ได้ไปสร้างภาพตัดขวางด้วย 3 วิธีและเปรียบเทียบข้อมูลโปรไฟล์ว่ามีสัญญาณรบกวนมากน้อยเพียงใดกับข้อมูลโปรไฟล์ที่มีวัสดุโลหะ

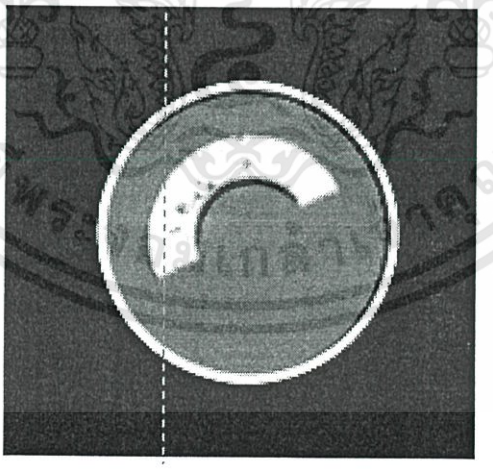
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



a)



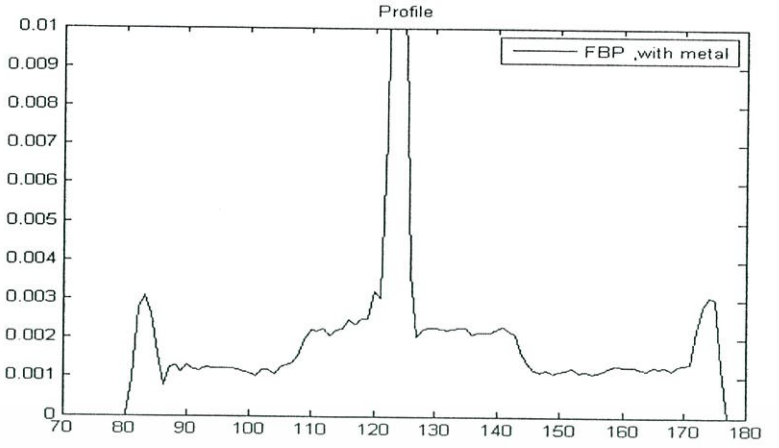
b)



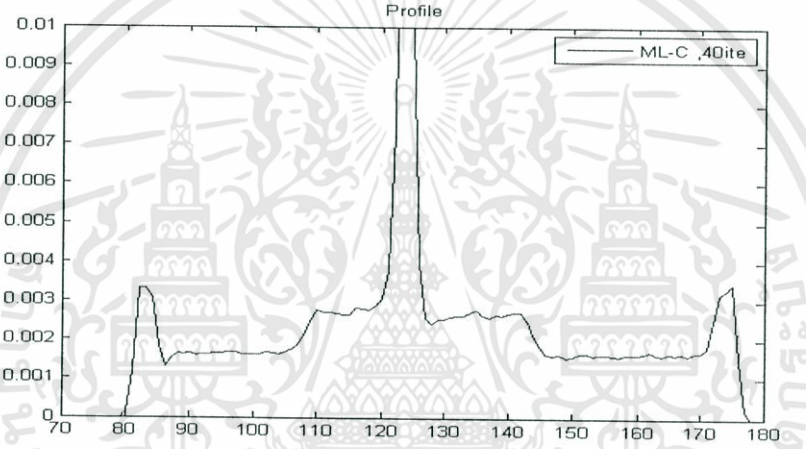
c)

รูปที่ 7.26 แสดงภาพตัดขวางที่ต่างอัลกอริทึมกัน a) FBP (Hamming, cut off 0.85); b) ML-C 40 รอบ; c) PL-C (β =8000, δ =0.0095, 40 รอบ)

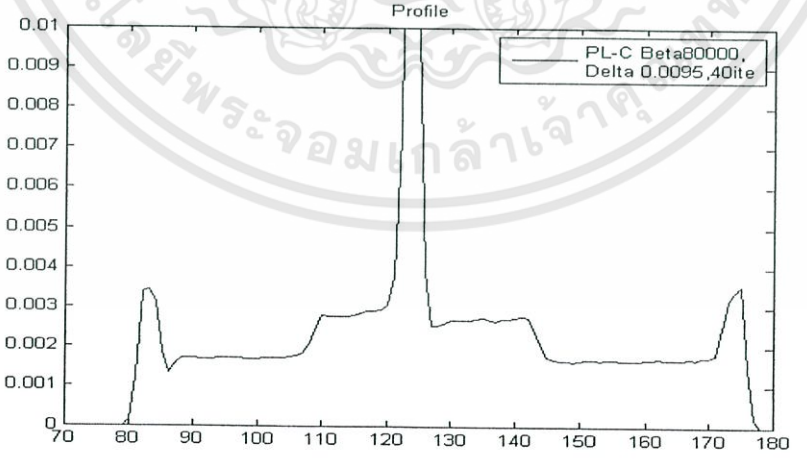
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



a)

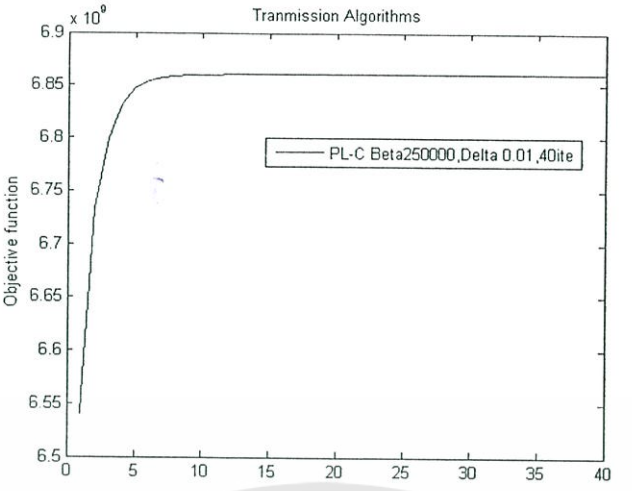


b)



c)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



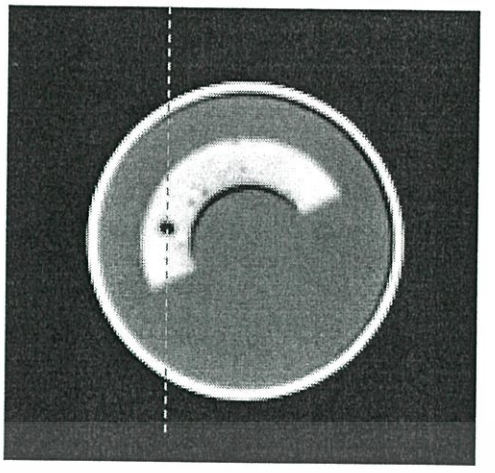
d)

รูปที่ 7. 27 ข้อมูลโปรไฟล์กับข้อมูลที่มีโลหะ a) ข้อมูลโปรไฟล์ของ FBP; b) ข้อมูลโปรไฟล์ของ ML-C ที่ 40 รอบ; c) โปรไฟล์ของ PL-C ที่ 40 รอบ; d) กราฟฟังก์ชันออฟเจคทีฟ Φ ของ PL-C ที่ 40 รอบ

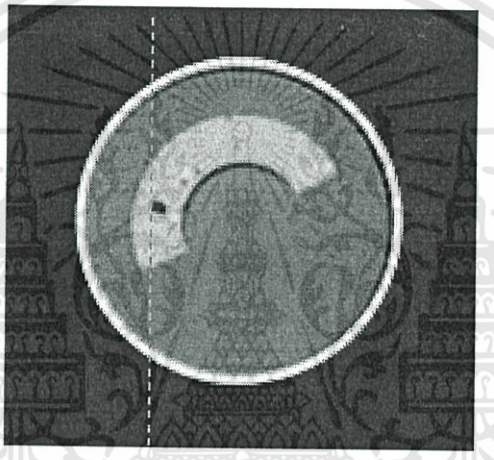
a) b)

รูปที่ 7.28 a) ข้อมูลความเข้มจากการวัดสำหรับวิธีการ ML-C และ PL-C ที่ไม่มีข้อมูลวัสดุโลหะ; b) ข้อมูลโปรเจคชันสำหรับวิธีการ FBP ที่ไม่มีข้อมูลวัสดุโลหะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



a)

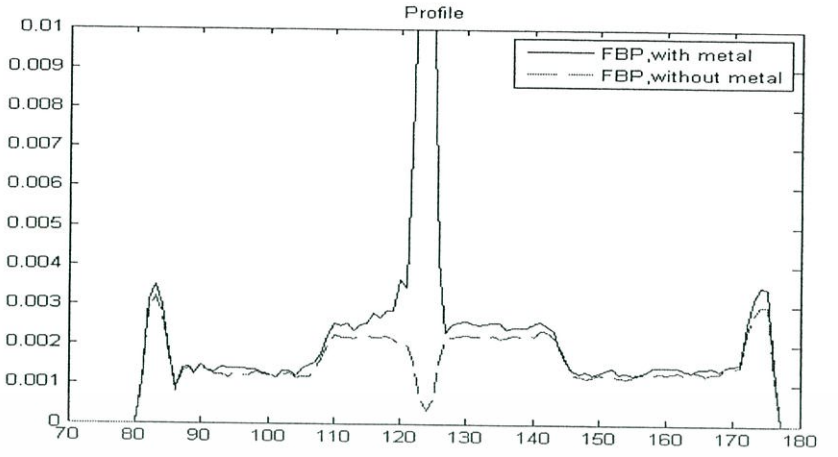


b)

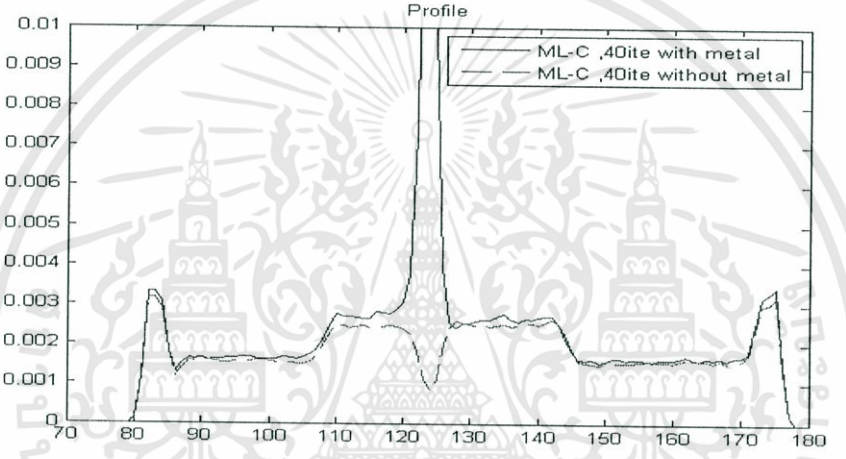
c)

รูปที่ 7.29 แสดงภาพตัดขวางที่ต่างอัลกอริทึมกัน a) FBP (Hamming, cut off 0.85); b) ML-C 40 รอบ; c) PL-C (β =8000, δ =0.0095, 40 รอบ)

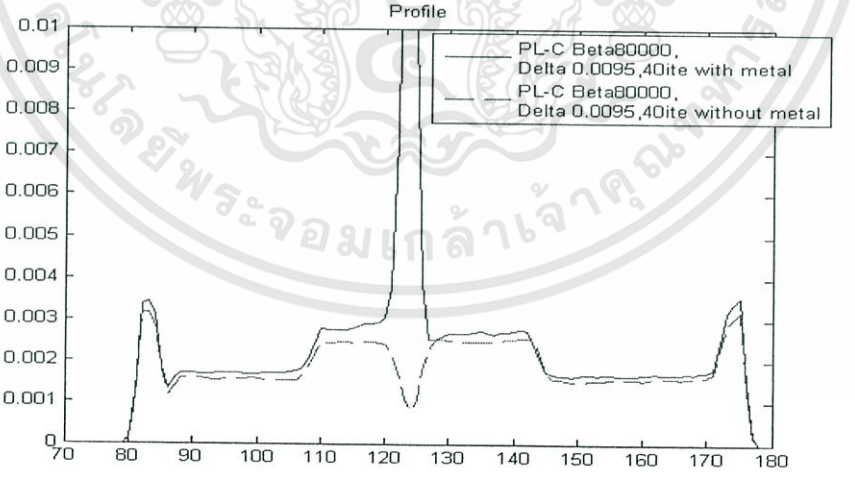
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



a)



b)



c)

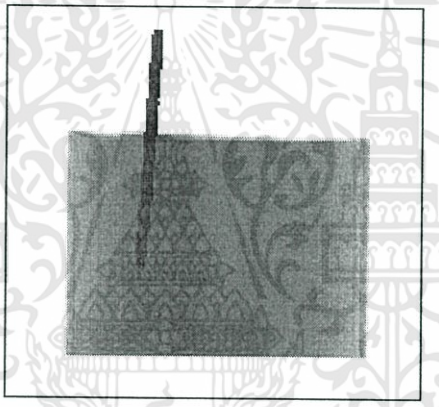
รูปที่ 7.30 แสดงการเปรียบเทียบข้อมูลโปรไฟล์ระหว่างข้อมูลที่มีโลหะและไม่มีโลหะ a) ข้อมูลโปรไฟล์ FBP; b) ข้อมูลโปรไฟล์ ML-C; c) ข้อมูลโปรไฟล์ PL-C

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

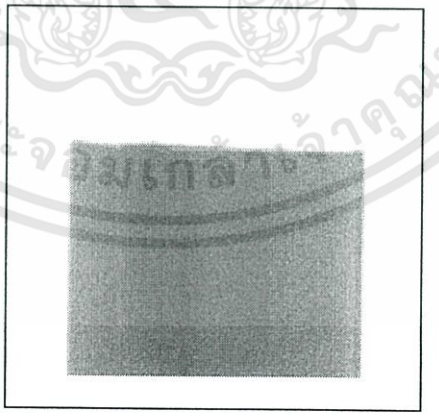
ผลการทดลองในรูปที่ 7.29 แสดงถึงภาพตัดขวางทั้ง 3 วิธีกับข้อมูลความเข้มจากการวัดที่ไม่มีข้อมูลวัสดุโลหะเพื่อเปรียบเทียบสัญญาณรบกวนระหว่างข้อมูลความเข้มจากการวัดที่มีข้อมูลวัสดุโลหะและไม่มีข้อมูลวัสดุโลหะ โดยเปรียบเทียบที่วิธีการสร้างภาพตัดขวางวิธีเดียวกัน ผลที่ได้แสดงการยืนยันสัญญาณรบกวนจากข้อมูลวัสดุโลหะที่มีผลต่อภาพตัดขวาง

7.6.2 การสร้างภาพตัดขวางบนข้อมูลที่ทำการลดสัญญาณรบกวนจากโลหะ

ขั้นตอนการทดลองต่อไป คือการคัดแยกเงาโลหะออกจากข้อมูลความเข้มจาการวัดที่มีข้อมูลเงาโลหะ นำข้อมูลดังกล่าว ทำการคัดแยกตามขบวนการเดียวกันกับข้อมูลจำลองที่กล่าวไปด้านบนหรือตามบทที่ 5 ข้อมูลความเข้มจากการวัดที่มีข้อมูลโลหะได้ถูกคัดแยกออกแสดงดังรูปที่ 7.31 a) และรูปที่ 7.31 b) แสดงถึงการเพิ่มค่าในส่วนที่คัดแยกด้วยเทคนิคการอินเตอร์โพเลชันแบบคิวบิคและเลื่อนค่าข้อมูลเพิ่ม 5% เพื่อให้ภาพตัดขวางคงวัตถุอยู่



a)

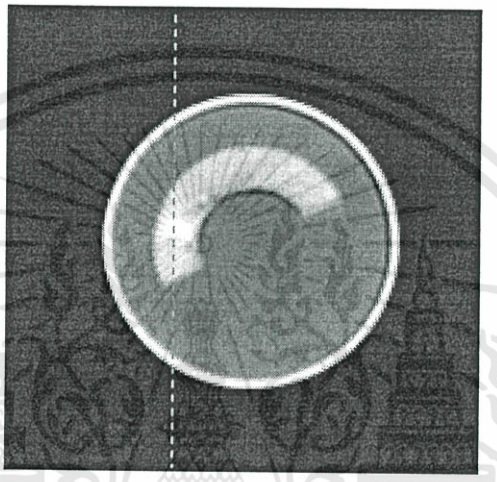


b)

รูปที่ 7.31 a) ภาพข้อมูลความเข้มจากการวัดที่คัดแยกข้อมูลโลหะออกแล้ว; b) ภาพข้อมูลความเข้มจากการวัดที่แก้ไขแล้วโดยมีการเลื่อนข้อมูลที่อินเตอร์โพเลทเพื่อให้ภาพตัดขวางคงวัตถุอยู่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

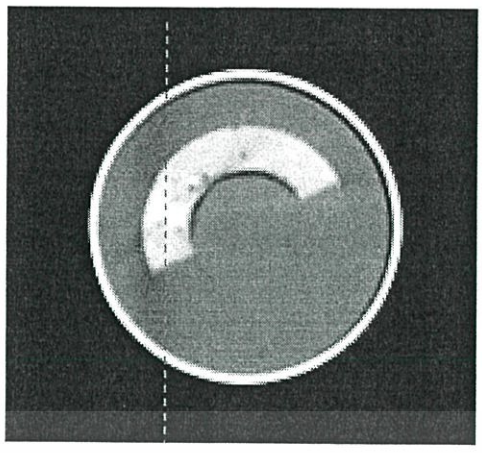
จากผลการทดลองภาพตัดขวางทั้ง 3 วิธีกับข้อมูลความเข้มจากการวัดที่แก้ไขแล้วนั้น แสดงในรูปที่ 7.32 การคัดแยกข้อมูลโลหะออกจากข้อมูลความเข้มจากการวัดนั้น ส่งผลให้ภาพตัดขวางทั้ง 3 วิธีมีสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะน้อยลง การแก้ไขข้อมูลความเข้มจากการวัดโดยมีการเพิ่มค่าข้อมูลหลังใช้เทคนิคการอินเตอร์โพเลชันเพียง 5% ทำให้วัตถุไม่หายในขณะที่ใช้เทคนิคการอินเตอร์โพเลชัน ส่วนคุณภาพของภาพตัดขวางนั้นเห็นได้ชัดเจนว่าวิธีการสร้างภาพตัดขวางแบบ PL-C ให้คุณภาพค่อนข้างดีกว่า FBP และ ML-C ซึ่งจะแสดงด้วยข้อมูลโปรไฟล์ในรูปที่ 7.33 a)-c)



a)

b)

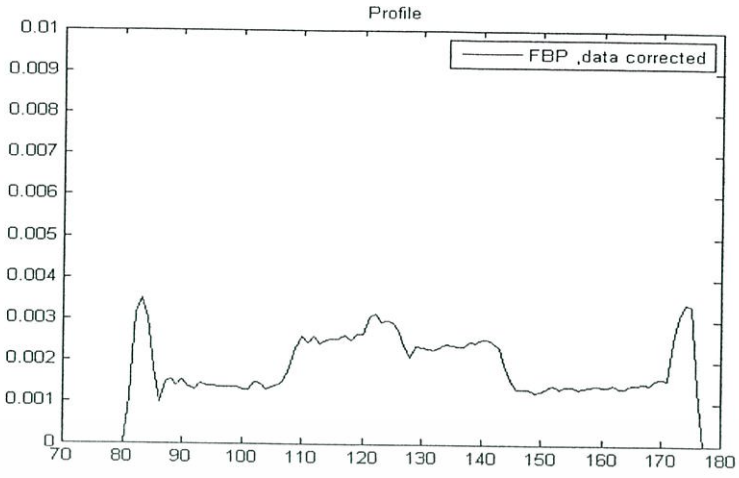
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



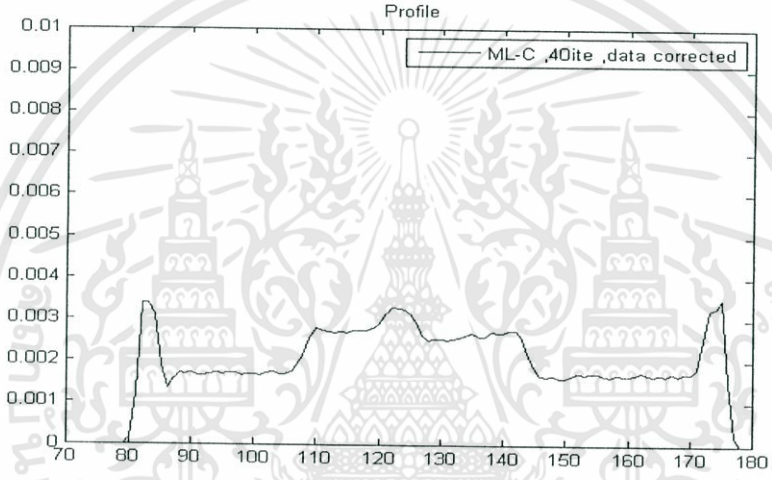
c)

รูปที่ 7.32 แสดงภาพตัดขวางแต่ละอัลกอริทึมที่สร้างจากชุดข้อมูลความเข้มจากการวัดที่แก้ไขแล้ว a) FBP (Hamming, cut off 0.85); b) ML-C 40 รอบ; c) PL-C (β =8000, δ =0.0095, 40 รอบ)

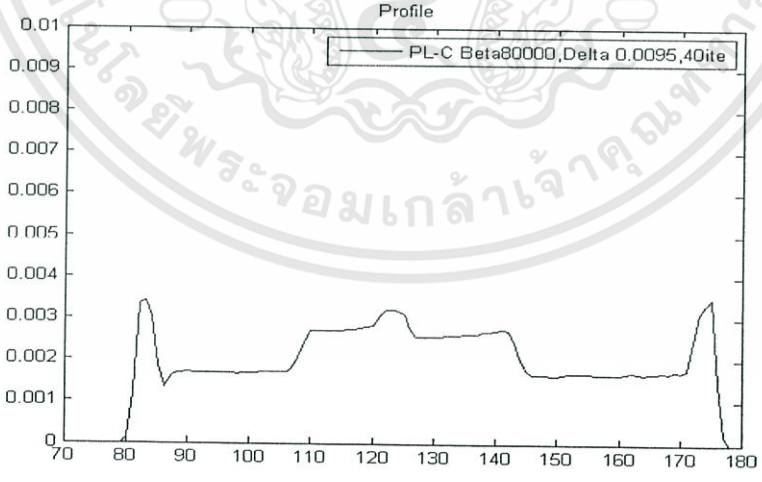
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



a)



b)



c)

รูปที่ 7.33 a) ข้อมูลโปรไฟล์ของ FBP; b) ข้อมูลโปรไฟล์ของ ML-C ที่ 40 รอบ; c) โปรไฟล์ของ PL-C ที่ 40 รอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 8

สรุปผลและแนวทางการพัฒนา

8.1 สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้มุ่งเน้นไปที่การแก้ปัญหาสัญญาณรบกวนบนภาพตัดขวางที่เกิดจากโลหะ โดยอัลกอริทึมการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะ ได้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คืออัลกอริทึมการคัดแยกเงาโลหะ และอัลกอริทึมการสร้างภาพตัดขวางเชิงสถิติ ในขั้นตอนการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะนั้นจะมุ่งเน้นที่การแก้ไขบนชุดข้อมูลความเข้มจากการวัด $\underline{Y}$ ที่มีข้อมูลเงาโลหะ ซึ่งสามารถอธิบายขั้นตอนที่สำคัญได้ดังนี้ เริ่มจากการคัดแยกข้อมูลเงาโลหะ โดยใช้เทคนิคอินเตอร์โพเลชันในการกำหนดค่าข้อมูลใหม่ที่ตำแหน่งของเงาโลหะ จากนั้นนำข้อมูลความเข้มจากการวัดที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วมาสร้างภาพตัดขวางด้วยอัลกอริทึมเชิงสถิติแบบส่งผ่านคลื่น (Transmission) ผลการทดลองสรุปได้ว่าภาพตัดขวางที่เกิดจากข้อมูลความเข้มจากการวัดที่ปรับปรุงแก้ไขนั้น สามารถช่วยลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะได้ นอกจากนี้เมื่อเปรียบเทียบกับอัลกอริทึมฟิลเตอร์แบคโปรเจคชันพบว่าภาพตัดขวางโดยใช้อัลกอริทึมเชิงสถิติมีคุณภาพที่ดีกว่าและสามารถลดสัญญาณรบกวนได้มากกว่า

ส่วนที่ 2 ของวิทยานิพนธ์นี้มุ่งไปที่งานวิจัยของวิธีการสร้างภาพตัดขวางเชิงสถิติแบบ Penalized-Likelihood โดยใช้อัลกอริทึมแบบคอนเวคต์ (ML-C) การทดสอบอัลกอริทึมแบบคอนเวคต์นั้น จะทดสอบด้วยข้อมูลความเข้มจากการวัดที่ได้เพิ่มสัญญาณรบกวนแบบพัวซองเข้าไป และเปรียบเทียบคุณภาพของภาพตัดขวางกับภาพตัดขวางที่สร้างจากอัลกอริทึมฟิลเตอร์แบคโปรเจคชัน (FBP) และอัลกอริทึมแบบพีชคณิต (SART) ผลจากการทดลองพบว่า ML-C ให้คุณภาพของภาพตัดขวางดีกว่า FBP และ SART อย่างเห็นได้ชัด ภาพตัดขวางของ SART ต่างจากค่าข้อมูลจริงอย่างมากในแต่ละรอบของการวนซ้ำโดยสังเกตจากข้อมูลโปรไฟล์ ซึ่งแสดงถึงการไม่การันตีการลู่เข้าสู่คำตอบจริง เพื่อปรับปรุงคุณภาพของภาพตัดขวางที่ได้จาก ML-C จึงทำการเพิ่มฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักเข้าไปใน Objective function อัลกอริทึมใหม่ที่พัฒนา เรียกว่า อัลกอริทึมแบบคอนเวคต์บนความเป็นไปได้สูงสุดแบบถ่วงน้ำหนัก (PL-C) อัลกอริทึมนี้ได้เลือกใช้ฟังก์ชันโพเทนเชียลแบบ Huber สำหรับฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักเพื่อช่วยในการปรับปรุงคุณภาพของภาพที่ไม่ราบเรียบ (Smooth) มากไปแต่ยังคงรักษาขอบของภาพให้ชัด โดยมีพารามิเตอร์ที่ควบคุมคุณภาพ 2 ตัว ได้แก่ β ช่วยในการควบคุมความราบเรียบ และ δ ช่วยในการเน้นบริเวณขอบบนภาพตัดขวาง การทดสอบประสิทธิภาพของ PL-C ทำโดยการเปรียบเทียบคุณภาพของภาพตัดขวางกับวิธีการสร้างภาพตัดขวางแบบ ML-C และ FBP ด้วยชุดข้อมูลความเข้มจากการวัดที่แก้ไขแล้วบนลำแสงแบบกรวย ผลการทดลองที่ได้พบว่าภาพตัดขวางที่ได้จาก PL-C ให้คุณภาพดีกว่า ML-C เนื่องจากภาพตัดขวางของ PL-C สามารถให้ค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้น $\underline{\mu}$ ที่มีความราบเรียบที่บริเวณของวัตถุที่มีค่าเนื้อเดียวกัน และช่วยเน้นบริเวณขอบของค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ต่างกัน เช่น บริเวณขอบของฟันกับเนื้อเยื่อ หรือ เนื้อเยื่อกับอากาศ ส่วน FBP ให้คุณภาพด้อยกว่าอัลกอริทึมทั้งสองอย่างเห็นได้ชัด

ในการทดสอบอัลกอริทึมการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะกับแฟนทอมที่สร้างขึ้นจริง แบ่งออกเป็น 2 กรณี กรณีแรก จะทำการสร้างภาพตัดขวางด้วยวิธีการสร้างภาพตัดขวางแบบต่างๆ ส่วนกรณีที่ 2 จะทำการปรับปรุงข้อมูลความเข้มจากการวัดด้วยอัลกอริทึมการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะ แล้วทำการสร้างภาพตัดขวางด้วยวิธีต่างๆ พบว่า PL-C และ ML-C ก็ยังคงให้สัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะน้อยกว่า FBP แต่ PL-C ให้ความราบเรียบและรักษาบริเวณขอบของภาพตัดขวางได้ดีกว่า ML-C ส่วนกรณีที่ 2 เป็นผลการทดลองของภาพตัดขวางกับข้อมูลความเข้มจากการวัดที่ปรับปรุงแก้ไข พบว่าผลของภาพตัดขวางที่ได้จากทั้ง 3 วิธี PL-C, ML-C และ FBP ต่างก็ช่วยลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะบนภาพตัดขวางได้ดีกว่าการสร้างภาพตัดขวางโดยไม่มีอัลกอริทึมการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะ แต่จะแตกต่างที่คุณภาพของภาพตัดขวาง โดยที่ PL-C และ ML-C ให้คุณภาพดีกว่า FBP แต่ PL-C ก็ให้คุณภาพของภาพตัดขวางดีที่สุด

8.2 ข้อเสนอแนะในการพัฒนาต่อไป

จากปัญหาการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะนั้น ได้แบ่ง ออกเป็น 2 ส่วน คือขั้นตอนการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะ และวิธีการสร้างภาพตัดขวางเชิงสถิติ ซึ่งทั้ง 2 ส่วนนี้ต้องมีการพัฒนาต่อหรือปรับปรุงแก้ไข สิ่งที่ควรแก้ไขในขั้นตอนการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะนั้น คือการหาอัลกอริทึมการสร้างภาพตัดขวางแบบใหม่ที่ไม่แก้ไขบนข้อมูลความเข้มจากการวัด ด้วยอัลกอริทึมการสร้างภาพตัดขวางที่สามารถโมเดลปรากฏการณ์คลื่นเอกซเรย์ได้ทั้งหมด ส่วนวิธีการสร้างภาพตัดขวางเชิงสถิติ ยังคงมีปัญหาหลายอย่างที่ต้องทำการทดสอบ เปลี่ยนแปลง และแก้ไข เริ่มจากการเปลี่ยนฟังก์ชันโพเทนเชียลเพื่อทดสอบการควบคุมคุณภาพของภาพตัดขวาง และปัญหาการแทนที่ฟังก์ชันใหม่ที่ไม่ครอบคลุมถึงสัญญาณรบกวนอื่นๆ R_i (R_i คือสัญญาณรบกวนต่างๆ เช่น Scatter ,Cross talk) ที่ส่งผลต่อการลู่เข้าสู่ค่าสูงสุดควรหาอัลกอริทึมเชิงสถิติแบบใหม่ที่แทนที่ฟังก์ชันที่ครอบคลุมถึงกรณี R_i โดยมีเงื่อนไข ความโค้งของฟังก์ชันต้องน้อยและง่ายต่อการหาค่าสูงสุดรวมทั้งการรับประกันการลู่เข้าสู่คำตอบจริง อย่างไรก็ตามยังมีอีกปัญหาหนึ่งจากเงื่อนไขการสร้างภาพตัดขวางด้วยลำแสงแบบกรวยที่เป็นปัญหาต่อการเพิ่มจำนวนรอบของการทำซ้ำของอัลกอริทึมเชิงสถิติ [22] เนื่องจากปัญหาการคำนวณเรย์บนกริด Voxel ที่เกิดเฉพาะบนลำแสงแบบกรวยเท่านั้น จึงทำให้ผลของภาพตัดขวางออกมาไม่สมบูรณ์ ซึ่งส่งผลให้ไม่สามารถเพิ่มรอบการวนทำซ้ำได้ ควรมีการพัฒนาต่อเพื่อให้สามารถเพิ่มรอบการทำซ้ำที่สูงขึ้นได้

จากผลการทดลองในบทที่ 7 สามารถวิเคราะห์ในส่วนของผลการทดลองกับข้อมูลจริงได้ว่าภาพตัดขวางที่สร้างจากอัลกอริทึมเชิงสถิตินั้น ให้ผลคุณภาพของภาพตัดขวางที่ดีและช่วยลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะให้น้อยลง บนข้อมูลแฟนทอมหรือวัตถุที่สร้างขึ้นจริงสำหรับการทดลอง แต่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยทั่วไปในผู้ป่วยหรือวัตถุนั้น จะมีวัสดุโลหะมากกว่าหนึ่งชิ้น ซึ่งเป็นสาเหตุทำให้เกิดปรากฏการณ์ Beam hardening ซึ่งเป็นสาเหตุของสัญญาณรบกวนอีกแบบหนึ่งที่มาพร้อมกับสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะ ด้วยเหตุนี้จึงเป็นข้อจำกัดในการออกแบบแฟนทอมให้มีเพียงวัสดุโลหะหนึ่งชิ้น เพื่อง่ายต่อการลดสัญญาณรบกวนที่เกิดจากโลหะ แต่ถ้าจะทดลองกับแฟนทอมที่มีวัสดุโลหะมากกว่าหนึ่งชิ้น ซึ่งสามารถทำได้ แต่ต้องทำความเข้าใจกับสัญญาณรบกวนที่เกิดจากปรากฏการณ์ Beam hardening เพื่อที่จะสร้างเงื่อนไขสำหรับการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

[1] A. C. Kak. 1985. **Tomographic Imaging with Diffracting and Non-Diffracting Sources**. S. Haykin, Ed. Eaglewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall.

[2] M. Yazdi, L. Beaulieu. "A Novel Approach for Reducing Metal Artifacts due to Metallic Dental Implants." **IEEE Nuclear Science Symposium Conference**., vol. 4, 2006. pp. 2260-2263

[3] Y. Zhang, L. Zhang, X. Zhu. "Reducing Metal Artifact In Cone-Beam CT Image By Preprocessing Projection Data." **Int. J. Radiation Oncology Biol. Phys.**, vol. 67, no. 3, 2007.pp. 924–932

[4] B. De Man, J. Nuyts, P. Dupont, G. Marchal and P. Suetens. "Reduction of metal streak artifacts in x-ray computed tomography using a transmission maximum a posteriori algorithm." **IEEE Transactions on Nuclear Science**., vol. 47, no. 3, 2000.pp. 977-981

[5] K. Lange and R. Carson. "EM reconstruction algorithms for emission and transmission tomography." **Journal of Computer Assisted Tomography**., vol. 8, no. 2, April 1984.pp. 306–316

[6] K. Lang and J.A. Fessler. "Globally convergent algorithm for maximum a posteriori transmission tomography." **IEEE Transactions on Image Processing**., vol. 4, no. 10, Oct. 1995.pp. 1430-8

[7] Alvaro R. DePierro. "On the Relation Between the ISRA and the EM Algorithm for Positron Emission Tomography." **IEEE Transactions on Medical Imaging**., vol. 12, no. 2, June 1993.pp. 328-333

[8] D. G. Luenberge. 1984. **Linear and Nonlinear Programming**. Reading, MA: Addison Wesley

[9] Jinyi Qi. "Comparison of Lesion Detection and Quantification in MAP Reconstruction with Gaussian and Non-Gaussian Priors." **International Journal of Biomedical Imaging**., April 2006.pp.1–10

[10] A.H. Andersen, A.C. Kak. "Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique (SART): A Superior Implementation of the ART Algorithm," **Ultrason. Imaging**, vol. 6, Jan. 1984. pp. 81-94

[11] J. A. Fessler. 2000. **Statistical image reconstruction methods for transmission tomography in Handbook of Medical Imaging**. J. M. Fitzpatrick and M. Sonka, Eds., SPIE Press, Bellingham, Wash, USA , vol. 2, pp. 1–70.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

[12] A.J. Rockmore and A. Macovski. "A maximum likelihood approach to transmission image reconstruction." **IEEE Transactions on Nuclear Science.**, vol. 24, June 1977.pp. 1929-1935

[13] H. Erdogan, J. A. Fessler. "Monotonic algorithms for transmission tomography." **IEEE Transactions on Medical Imaging.**, vol. 18, no. 9, Sept. 1999.pp. 801–814

[14] L. A. Shepp and Y. Vardi . "Maximum likelihood reconstruction for emission tomography." **IEEE Transactions on Medical Imaging.**, vol. 1, Oct. 1982.pp. 113-122

[15] A. R. De Pierro. "On the relation between the ISRA and the EM algorithm for positron emission tomography." **IEEE Transactions on Medical Imaging.**, vol. 12, June 1993, pp. 328-333

[16] J. A. Fessler. "Hybrid Poisson/Polynomial Objective Function for Tomographic Image Reconstruction from Projections." **IEEE Transactions on Image Processing.**, vol. 4, Oct. 1995.pp. 1439-50

[17] A. R. De Pierro. "A modified expectation maximization algorithm for penalized likelihood estimate in emission tomography." **IEEE Transactions on Medical Imaging.**, vol. 14, Mar. 1995.pp. 132-137

[18] B. De Man, J. Nuyts, P. Dupont, G. Marchal and P. Suetens. "An Iterative Maximum-Likelihood Polychromatic Algorithm for CT." **IEEE Transactions on Medical Imaging.**, vol. 20, no.10, October 2001.

[19] Otsu, N., "A Threshold Selection Method from Gray-Level Histograms." **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, vol. 9, no. 1, Jan.1979. pp. 62-66

[20] http://www.imagingsciences.com/iCAT_Images.htm

[21] G. L. Zeng, G. T. Gullberg. "A ray-driven backprojector for backprojection filtering and filtered backprojection algorithms." **IEEE Nuclear Science Symposium Medical Imaging Conference.**, 1993.pp. 1199-1201

[22] Gengsheng L. Zeng, Grant T. Gullberg. "A study of reconstruction artifacts in cone Beam tomography using filtered backprojection and iterative EM algorithms." **IEEE Transactions on Nuclear Science.**, vol. 37, no. 2, April 1990.pp. 759-767

[23] H. Stark. 1987. **Image recovery, theory and application**. Orlando. Academic.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก

พิสูจน์สูตรและสมการที่เกี่ยวข้อง

พิสูจน์สูตรในสมการที่ (4.26) ในการพิสูจน์นี้จะไม่นำ R_i มาพิจารณาเพื่อง่ายต่อการพิสูจน์

$$E[Y_{ik} \mid Y_i = y_i] = E[Y_{ik}] - E[Y_i] + y_i \qquad (ก.1)$$

เมื่อกำหนดให้ Y_{ik} คือจำนวนโฟตอนแต่ละชั้นของวัสดุและ Y_i คือจำนวนโฟตอนทั้งหมดที่วัดได้ หาค่า $E[Y_{ik} \mid Y_i]$ โดย k=1,.., m เมื่อ m คือลำดับชั้นสุดท้ายหรือที่ตำแหน่งหัววัดคลื่นเอกซเรย์

$$E[Y_{ik} \mid Y_i] = \sum_k y_{ik} P\{Y_{ik} \mid Y_i\} \qquad (ก.2)$$

P คือ ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข [23]

$$P\{Y_{ik} \mid Y_i\} = \frac{\rho(Y_i, Y_{ik})}{f(Y_i)} \qquad (ก.3)$$

เมื่อ ρ คือ Joint Probability ส่วนค่าความน่าจะเป็นหาได้ $p = \frac{(s)}{(A)}$, (S) คือจำนวนที่เหตุการณ์ที่สนใจ และ (A) คือ จำนวนที่เหตุการณ์ทั้งหมด เมื่อกำหนดค่าเฉลี่ย λ ของ Y_{ik} และ Y_i แบบพัวซอง

$\lambda_{ik} = E(Y_{ik}) = \gamma_{ik} = b_i . e^{-a_{ij_k} \mu_{j_k}}$ ค่าประเมิน Estimate ใดๆที่ลำดับชั้นที่ k

$\lambda_i = E(Y_i) = \gamma_i = b_i . e^{-a_{ij_m} \mu_{j_m}}$ ค่าประเมิน Estimate ใดๆที่ลำดับชั้นที่ m

หาค่า ρ

$$\rho(Y_i, Y_{ik}) = \binom{Y_{ik}}{Y_i} \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_{ik}}\right)^{Y_i} \left(1 - \frac{\gamma_i}{\gamma_{ik}}\right)^{Y_{ik} - Y_i} . e^{-\gamma_{ik}} \frac{\gamma_{ik}^{Y_{ik}}}{Y_{ik}!} \qquad (ก.4)$$

แทนสมการที่ (ก.4) ในสมการที่ (ก.3)

$$P\{Y_{ik} \mid Y_i\} = \frac{\binom{Y_{ik}}{Y_i} \left(\frac{\gamma_i}{\gamma_{ik}}\right)^{Y_i} \left(1 - \frac{\gamma_i}{\gamma_{ik}}\right)^{Y_{ik} - Y_i} . e^{-\gamma_{ik}} \frac{\gamma_{ik}^{Y_{ik}}}{Y_{ik}!}}{\frac{e^{-\gamma_i} . \gamma_i^{Y_i}}{Y_i!}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \frac{\gamma_{ik}^{Y_{ik}}}{\gamma_i^{Y_i}} \cdot \frac{Y_{ik}!}{(Y_{ik}-Y_i)!Y_i!} \cdot \frac{\gamma_i^{Y_i}}{\gamma_{ik}^{Y_{ik}}} \cdot (\gamma_{ik}-\gamma_i)^{Y_{ik}-Y_i} \cdot \frac{e^{-(\gamma_{ik}-\gamma_i)}.Y_i!}{Y_{ik}!}$$

$$P\{Y_{ik} \mid Y_i\} = \frac{(\gamma_{ik}-\gamma_i)^{(Y_{ik}-Y_i)}.e^{-(\gamma_{ik}-\gamma_i)}}{(Y_{ik}-Y_i)!} \qquad \text{(ก.5)}$$

จากสมการที่ (ก.5) จัดอยู่ในรูปของพัวซอง โดยมีค่าเฉลี่ยคือ $(\gamma_{ik}-\gamma_i)$ สามารถเขียนใหม่ได้

$$P\{Y_{ik}-Y_i\} = \frac{(\gamma_{ik}-\gamma_i)^{(Y_{ik}-Y_i)}.e^{-(\gamma_{ik}-\gamma_i)}}{(Y_{ik}-Y_i)!} \qquad \text{(ก.6)}$$

ฉะนั้นสมการที่ (ก.5) และ (ก.6) เท่ากันตามนี้

$$P\{Y_{ik} \mid Y_i\} = P\{Y_{ik}-Y_i\} \qquad \text{(ก.7)}$$

ให้คูณ $\sum_k Y_{ik}$ ทั้ง 2 ข้างในสมการที่ (ก.7) เพื่อจัดให้อยู่ในรูปการหาค่าประเมิน Estimate

$$\sum_k Y_{ik}.P\{Y_{ik} \mid Y_i\} = \sum_k Y_{ik}.P\{Y_{ik}-Y_i\} \qquad \text{(ก.8)}$$

$$= \sum_k Y_{ik}.P\{Y_{ik}-Y_i\}$$

$$= \sum_k (Y_{ik}-Y_i+Y_i).P\{Y_{ik}-Y_i\}$$

$$= \sum_k (Y_{ik}-Y_i).P\{Y_{ik}-Y_i\} + Y_i \sum_k P\{Y_{ik}-Y_i\}$$

เมื่อ $\sum_k P\{Y_{ik}-Y_i\} = 1$

$$E[Y_{ik} \mid Y_i] = E[Y_{ik}-Y_i] + Y_i$$

$$= E[Y_{ik}] - E[Y_i] + Y_i \qquad \text{(ก.9)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ข

ผลงานวิจัยที่รับการตีพิมพ์

งานประชุมวิชาการระดับนานาชาติ

1. **Sorapong Aootaphao**, Chuchart Pintavirooj, Saowapak Sotthivirat. "Penalized-Likelihood Reconstruction for Metal Artifact Reduction in Cone-Beam CT. " **30th Annual International IEEE EMBS Conference Vancouver,British Columbia, Canada**., August 2008. pp. 2733-2736.

2. **Sorapong Aootaphao**, Chuchart Pintavirooj, Saowapak Sotthivirat. "Metal artifact reduction in cone-beam X-ray computed tomography using statistical iterative reconstruction," **5th International Conference in Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunication, and Information Technology (ECTI-CON 2008).**, vol. 1, 2008. pp. 493-496

3. **Sorapong Aootaphao**, Chuchart Pintavirooj, Saowapak Sotthivirat. "A Computational Investigation for Metal Artifact Reduction in Cone-beam X-Ray Computed Tomography." **Communications and Information Technologies, 2006. ISCIT '06.**, 2006. pp. 1191-1194

งานประชุมวิชาการระดับประเทศ

1. **สรพงศ์ อู่ตะเภา**, ชูชาติ ปิณฑวิรุจน์, เสาวภาคย์ โสตถิวิรัช. "การสร้างภาพตัดขวางแบบวิธีทำซ้ำทางสถิติกับข้อมูลที่มีโลหะ." **The 1st Symposium on Thai Biomedical Engineering (ThaiBME2007).**, หน้าที่ 84-88.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล	นายสรพงศ์ อู่ตะเภา
วัน เดือน ปีเกิด	5 กุมภาพันธ์ 2526
ที่อยู่	23/1 หมู่ที่ 3 ตำบลหน้าไม้ อำเภอลาดหลุมแก้ว จังหวัดปทุมธานี 12140
	email: aootaphao@gmail.com
ประวัติการศึกษา	2549 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาอิเล็กทรอนิกส์
	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้