

การวิเคราะห์เชิงตัวเลขของการถ่ายเทความร้อนแบบลามินาร์ในท่อสี่เหลี่ยม  
จัดรัศโดยใช้แผ่นกั้นวางเอียง

NUMERICAL ANALYSIS OF LAMINAR HEAT TRANSFER IN A  
SQUARE DUCT WITH INCLINED BAFFLES



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาคณะวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2552

KMITL-2009-EN-M-030-061

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การวิเคราะห์เชิงตัวเลขของการถ่ายเทความร้อนแบบลามินาร์ในท่อสี่เหลี่ยม  
จัดรูปโดยใช้แผ่นกั้นวางเอียง

NUMERICAL ANALYSIS OF LAMINAR HEAT TRANSFER IN A  
SQUARE DUCT WITH INCLINED BAFFLES



๒๕๔๗  
๒๕๕๑

เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน.....105076  
วัน.เดือน.ปี.....1.6.พ.ย. 2552

b. 121bAb90  
i. ....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
คณะวิศวกรรมศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2552

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
KMITL 2009-EN-M-030-061  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**NUMERICAL ANALYSIS OF LAMINAR HEAT TRANSFER IN A  
SQUARE DUCT WITH INCLINED BAFFLES**



**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF ENGINEERING IN MECHANICAL ENGINEERING  
FACULTY OF ENGINEERING  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

**2009**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้  
**KMITL 2009-EN-M-030-061**



**COPYRIGHT 2009**

**FACULTY OF ENGINEERING**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คณะวิศวกรรมศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การวิเคราะห์เชิงตัวเลขของการถ่ายเทความร้อนแบบลามินาร์ในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยใช้แผ่นกั้นวางเอียง

Thesis Title Numerical Analysis of Laminar Heat Transfer in a Square Duct with Inclined Baffles

นักศึกษา นายสมบัติ ทำนา






รหัสประจำตัว 49060375

ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.พงษ์เจต พรหมวงศ์

หมายเลขวิทยานิพนธ์ KMITL-2009-EN-M-030-061

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
รศ.ดร.จารุวัตร	เจริญสุข	
รศ.ดร.ชินรัชย์	เกียรติพงษ์	
ผศ.มณฑล	ใจกุศล	
พอ.ผศ.ดร.อโณทัย	สุขแสงพนมรุ่ง	
รศ.ดร.พงษ์เจต	พรหมวงศ์	

วัน / เดือน / ปี ที่สอบ วันจันทร์ที่ 18 พฤษภาคม พ.ศ. 2552 เวลา 14.00-16.00 น.

สถานที่สอบ ณ อาคาร A ชั้น 3 ห้องประชุม 2

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์ รับรองแล้ว



(รองศาสตราจารย์ ดร.กอบชัย เดชหาญ)

คณบดี คณะวิศวกรรมศาสตร์

วันที่ 18 พฤษภาคม พ.ศ. 2552

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การวิเคราะห์เชิงตัวเลขของการถ่ายเทความร้อนแบบลามินาร์ในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยใช้แผ่นกั้นวางเอียง
นักศึกษา	นายสมบัติ ทำนา
รหัสนักศึกษา	49060375
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
พ.ศ.	2552
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ.ดร.พงษ์เจต พรหมวงศ์

### บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้ได้ทำการวิเคราะห์เชิงตัวเลขของการถ่ายเทความร้อนสำหรับการไหลแบบลามินาร์ในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีอุณหภูมิผิวคงที่ โดยมี การคิดค้นแผ่นกั้นวางขวาง แผ่นกั้นวางเอียง และแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีที่ผนังทั้งสองด้านของท่อ ซึ่งมีการวางแผ่นกั้นแบบตรงกัน โดยแผ่นกั้นวางเอียงที่ติดตั้งนั้นมีลักษณะการจัดวางเอียงทำมุมปะทะที่  $\alpha=20^\circ, 30^\circ$  และ  $45^\circ$  ตามลำดับ และมีค่าอัตราส่วนการบล็อกการไหล(Blockage ratio, BR)เท่ากับ 0.10, 0.15, 0.20, 0.25 และ 0.30 ตามลำดับ ส่วนแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีมีลักษณะการจัดวางเอียงทำมุมปะทะที่  $\alpha=30^\circ$  และมีค่าอัตราส่วนการบล็อกเดียวกันกับแผ่นกั้นวางเอียง การไหลผ่านแผ่นกั้นรูปตัววีพิจารณาสองกรณีคือ กรณีปลายวีชี้ตามกระแสการไหล และกรณีปลายวีชี้ทวนกระแสการไหล ในการคำนวณใช้วิธีปริมาตรสี่เหลี่ยมและเลือกลำดับวิธีหาผลเฉลยแบบ SIMPLE ซึ่งการจำลองนี้ได้นำเสนอคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนและการไหลของของไหลสำหรับเลขเรย์โนลด์สบนพื้นฐานเส้นผ่านศูนย์กลางไฮดรอลิกของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส ช่วงจาก  $Re=100$  ถึง  $1000$  และได้ศึกษาผลของแผ่นกั้นต่อการถ่ายเทความร้อนและการสูญเสียความดันในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส ผลลัพธ์ที่ได้จากท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีการติดแผ่นกั้นถูกนำไปเปรียบเทียบกับท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ พบว่าท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีการติดแผ่นกั้นจะเพิ่มการถ่ายเทความร้อนได้ดีกว่าท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ การเพิ่มขึ้นของอัตราส่วนการบล็อกทำให้ค่าเลขนัสเซิลท์และตัวประกอบเสียดทานเพิ่มขึ้น จากลักษณะการจัดวางแผ่นกั้นพบว่าแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีเพิ่มการถ่ายเทความร้อนได้ดีกว่าแผ่นกั้นวางเอียงและแผ่นกั้นวางขวาง โดยแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีที่มุมปะทะ  $\alpha=30^\circ$  แบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลให้การถ่ายเทความร้อนสูงกว่าแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหล และผลลัพธ์จากการคำนวณยังพบว่าแผ่นกั้นรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลที่  $BR=0.125$  มีค่า  $\eta$  สูงที่สุดเท่ากับ 3.33

<b>Thesis Title</b>	Numerical Analysis of Laminar Heat Transfer in a Square Duct with Inclined Baffles
<b>Student</b>	Mr. Sombat Tamna
<b>Student ID.</b>	49060375
<b>Degree</b>	Master of Engineering
<b>Program</b>	Mechanical Engineering
<b>Year</b>	2009
<b>Thesis Advisor</b>	Assoc. Prof. Dr. Pongjet Promvonge

## ABSTRACT

The thesis presents a numerical analysis of laminar periodic flow and heat transfer in a constant temperature-surfaced square duct with different baffles. Three types of baffles, namely, transverse, inclined and V-shaped baffles are introduced and mounted on the opposite walls of the duct with inline arrangements. The inclined baffles are placed on the walls with the baffle inclination angle or attack angle ( $\alpha$ ) of  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  and  $45^\circ$  and the baffle height ratio or blockage ratio,  $BR = b/H = 0.10, 0.15, 0.20, 0.25$  and  $0.30$  for each the angle. For the V-shaped baffle, only single attack angle,  $\alpha=30^\circ$  is used with the same values of the BR as employed for the inclined baffle. Two V-shaped baffle arrangements in the present work are considered: V-pointing downstream (V-downstream) and V-pointing upstream (V-upstream). The computations based on the finite volume method, and the SIMPLE algorithm has been implemented. The fluid flow and heat transfer characteristics are presented for Reynolds number (Re) values, based on the hydraulic diameter of the square duct, ranging from  $Re = 100$  to  $1000$ . Effects of baffle inclination angles,  $\alpha$  on heat transfer and pressure loss in the square duct are studied and their results are compared with those of the smooth square duct. It is found that the heat transfer in the duct with the baffle is more effective than that in one with no baffle. The increase in the blockage ratio, BR leads to a considerable increase in the Nusselt number and friction factor. In comparison among the baffles, it is found that the V-shaped baffle provides higher heat transfer rate than the inclined one which is also better than the transverse one. For flow through the V-shaped baffle, it is interesting to note that the V-upstream yields higher heat transfer rate than the V-downstream for all Reynolds number values. The computational result reveals that the maximum value of the enhancement factor,  $\eta$  is found to be 3.33 for the V-upstream baffle with  $BR=0.125$  at the highest Reynolds number regime.

## กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยเรื่องการวิเคราะห์เชิงตัวเลขของการถ่ายเทความร้อนแบบลามินาร์ในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยใช้แผ่นกั้นวางเอียงสำเร็จลุล่วงไปด้วยดีโดยการให้คำปรึกษาและความกรุณาจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.พงษ์เจต พรหมวงส์ ซึ่งผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์จากท่านและขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง อีกทั้งขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.จารุวัตร เจริญสุข รองศาสตราจารย์ ดร.ชินรักษ์ เขียวพงษ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ มณฑล ใจกุศล และพันเอก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อโณทัย สุขแสงพนมรุ้ง สำหรับคำแนะนำเพิ่มเติมทำให้วิทยานิพนธ์นี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณ คุณสมชาย ศรีพัฒนะพิพัฒน์(พี่เอ๋) และคุณวาโย ช้างเจริญ(พี่โย) ที่ให้ความกรุณาในการสอนโปรแกรมและให้คำแนะนำที่ดีแก่ผู้วิจัย

ขอขอบคุณสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังที่ให้ทุนสนับสนุนการทำวิทยานิพนธ์ ให้ความช่วยเหลือทางด้านอุปกรณ์และสถานที่สำหรับใช้ในการวิจัย

ขอขอบคุณ พี่ๆน้องๆร่วมสถาบันทุกท่านจากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่ให้ความช่วยเหลือข้าพเจ้าในทุกๆ ด้านที่ทำให้วิทยานิพนธ์สำเร็จไปด้วยดี

สุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และครอบครัวของข้าพเจ้าที่เป็นกำลังใจและให้การสนับสนุนในทุกๆ เรื่อง ทำให้ข้าพเจ้าสามารถทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมาจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอบแต่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

สมบัติ ทำนา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และผู้กั้กอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง .....	VIII
สารบัญรูป .....	IX
รายการคำย่อและสัญลักษณ์ .....	XV
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา .....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	2
1.3 ขอบเขตของการวิจัย .....	3
1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย .....	3
1.5 ประโยชน์ที่ได้จากการวิจัย .....	3
บทที่ 2 วรรณกรรมปริทรรศน์ .....	4
2.1 บทนำ.....	4
2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง .....	4
บทที่ 3 กฎการอนุรักษ์สำหรับของไหลเคลื่อนที่.....	7
3.1 บทนำ.....	7
3.2 สมการควบคุมของการไหลและการถ่ายเทความร้อน .....	7
3.2.1 การอนุรักษ์มวลในปัญหา 3 มิติ .....	8
3.2.2 อัตราการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติของอนุภาคของไหล ในเทอมของชิ้นส่วนย่อยของไหล.....	10
3.2.3 สมการโมเมนตัมแบบ 3 มิติ.....	12
3.2.4 สมการพลังงานในระบบ 3 มิติ.....	15
3.3 สมการนาเวียร์-สโตกส์ สำหรับของไหลแบบนิวโทเนียน .....	21
3.4 รูปแบบอนุรักษ์สำหรับสมการควบคุมของการไหล .....	24
3.5 รูปแบบเชิงอนุพันธ์และอินทิกรัลสำหรับสมการการเคลื่อนย้ายแบบปกติ.....	25

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 การถ่ายเทความร้อนและการไหลในท่อ.....	28
4.1 บทนำ.....	28
4.2 การไหลของของไหล.....	28
4.2.1 สภาวะการไหล.....	28
4.2.2 ความเร็วเฉลี่ย.....	29
4.2.3 รูปร่างความเร็วของการไหลที่ปรับตัวเต็มที่แล้ว.....	30
4.2.4 การเปลี่ยนแปลงความดันและตัวประกอบเสียดทาน ในการไหลแบบปรับตัวเต็มที่แล้ว.....	32
4.3 การถ่ายเทความร้อน.....	33
4.3.1 อุณหภูมิเฉลี่ย.....	34
4.3.2 สภาวะการปรับตัวเต็มที่แล้ว.....	35
4.4 การสมดุลของพลังงาน.....	38
4.4.1 กรณีฟลักซ์ความร้อนที่ผิวคงที่.....	39
4.4.2 กรณีอุณหภูมิที่ผิวคงที่.....	40
4.5 สหพันธ์การพาความร้อนสำหรับท่อที่ไม่กลม.....	41
4.6 สมรรถนะเชิงความร้อน.....	42
บทที่ 5 การคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล.....	43
5.1 บทนำ.....	43
5.2 ระเบียบวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข.....	43
5.3 ขั้นตอนการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล.....	43
5.3.1 ขึ้นก่อนประมวลผล.....	44
5.3.2 ขึ้นประมวลผล.....	44
5.3.3 ขึ้นแสดงผล.....	44
5.4 คุณสมบัติของวิธีการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล.....	45
5.4.1 ความเข้ากันได้.....	45
5.4.2 เสถียรภาพการคำนวณ.....	45
5.4.3 การลู่ออกของผลเฉลย.....	45
5.4.4 การอนุรักษ์.....	45

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
5.4.5 ความจำกั้คขอบ.....	46
5.4.6 ความเสมือนจริง.....	46
5.4.7 ความแน่นอน .....	46
5.5 รูปแบบการจัดวางกริด.....	47
5.6 แบบแผนการคำนวณเชิงตัวเลข .....	48
5.6.1 แบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลาง.....	48
5.6.2 แบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับหนึ่ง .....	48
5.6.3 แบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับสอง .....	49
5.6.4 แบบแผนวิธีผลต่างควอดราติก .....	50
5.7 การดิสเครทไทต์สมการควบคุม.....	51
5.8 การดิสเครทไทต์สมการอนุพันธ์มวล .....	52
5.9 การดิสเครทไทต์สมการอนุพันธ์พลังงาน .....	52
5.9.1 การดิสเครทไทต์เทอมไม่คงตัว .....	52
5.9.2 การดิสเครทไทต์เทอมการพา.....	53
5.9.3 การดิสเครทไทต์เทอมการแพร่ .....	54
5.10 การดิสเครทไทต์สมการนาเวียร์-สโตกส์ .....	56
5.11 ลำดับวิธีการคำนวณหาผลเฉลยของสมการควบคุมในการไหลคงตัว.....	63
<b>บทที่ 6 การกำหนดปัญหาและตรวจสอบผลการคำนวณ .....</b>	<b>67</b>
6.1 บทนำ.....	67
6.2 สมการควบคุมและสมมติฐาน .....	67
6.3 การกำหนดลักษณะของปัญหาที่ใช้ในการวิจัย .....	68
6.4 ค่าเงื่อนไขขอบเขตในการคำนวณการไหลสามมิติ .....	72
6.5 การตรวจสอบโปรแกรมที่ใช้กับผลเฉลยแม่นยำตรง.....	72
<b>บทที่ 7 ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลขและการอภิปราย .....</b>	<b>74</b>
7.1 บทนำ.....	74
7.2 แผ่นกั้นวางขวาง .....	74

## สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
7.2.2 อิทธิพลของค่าอัตราส่วนการบล็อก .....	79
7.3 แผ่นกั้นวางเรียง .....	87
7.3.1 อิทธิพลของเลขเรย์โนลด์ส์ .....	87
7.3.2 อิทธิพลของมุมปะทะ.....	92
7.3.3 อิทธิพลของค่าอัตราส่วนการบล็อก .....	99
7.4 แผ่นกั้นวางเรียงรูปตัววี.....	107
7.4.1 แผ่นกั้นวางเรียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหล.....	107
7.4.1.1 อิทธิพลของเลขเรย์โนลด์ส์ .....	107
7.4.1.2 อิทธิพลของค่าอัตราส่วนการบล็อก .....	112
7.4.2 แผ่นกั้นวางเรียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหล.....	120
7.4.2.1 อิทธิพลของเลขเรย์โนลด์ส์ .....	120
7.4.2.2 อิทธิพลของค่าอัตราส่วนการบล็อก .....	125
7.5 การเปรียบเทียบลักษณะการจัดวางของแผ่นกั้น.....	133
7.5.1 โครงสร้างการไหล.....	133
7.5.2 การถ่ายเทความร้อน.....	136
7.5.3 การสูญเสียความดัน .....	138
7.5.4 สมรรถนะเชิงความร้อน.....	140
7.6 สรุป .....	141
บทที่ 8 สรุปผลและข้อเสนอแนะ.....	142
8.1 สรุปผลการจำลอง.....	142
8.2 ข้อเสนอแนะ.....	143
บรรณานุกรม.....	144
ภาคผนวก .....	147
ภาคผนวก ก. คุณสมบัติทางเทอร์โมไดนามิกส์ของอากาศที่ความดันบรรยากาศ .....	148
ภาคผนวก ข. ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่.....	150

# สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3.1 สมการควบคุมการไหลของของไหลแบบนิวโทเนียนอัดตัวได้ .....	24
4.1 ค่า $Nu_D$ และ $f$ สำหรับการไหลแบบลามินาร์ที่ปรับตัวเต็มที่แล้ว ในท่อพื้นที่หน้าตัดต่างๆกัน .....	42
6.1 แสดงลักษณะแผ่นกั้นแต่ละกรณีศึกษา .....	71



# สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
3.1	ชิ้นส่วนของของไหลสำหรับกฎการอนุรักษ์..... 8
3.2	การไหลของมวลเข้าและออกชิ้นส่วนของไหล..... 9
3.3	องค์ประกอบของความเค้นบนผิวหน้าทั้งสามทิศทาง ของชิ้นส่วนของไหล ..... 13
3.4	องค์ประกอบของความเค้นในทิศทาง $x$ ..... 14
3.5	องค์ประกอบของเวกเตอร์ฟลักซ์ความร้อน ..... 17
4.1	การก่อดั้วของบาวน์คาลิเรเยอร์ของการไหลแบบลามินาร์ในท่อกลม ..... 28
4.2	สมมูลแรงบนอีลิเมนต์ $dx$ สำหรับการไหลแบบลามินาร์ที่ก่อดั้วเต็มทีในท่อกลม..... 30
4.3	ตัวประกอบเสียดทานสำหรับการไหลที่ปรับตัวเต็มทีแล้วในท่อกลม..... 33
4.4	การก่อดั้วของบาวน์คาลิเรเยอร์ทางความร้อนในท่อกลม..... 33
4.5	การเปลี่ยนแปลงตามแกน $h$ สำหรับการไหลภายในท่อ..... 37
4.6	ปริมาตรควบคุมสำหรับการไหลภายในท่อ..... 38
5.1	แสดงความเชื่อมโยงของกระบวนการดิสเครทไทต์และผลเฉลยประมาณค่า..... 44
5.2	แสดงแนวคิดของความแน่นอนและความแม่นยำ..... 46
5.3	แสดงรูปแบบการจัดวางกริดในแกน 2 มิติ และ 3 มิติ..... 47
5.4	ส่วนแรเงาแสดงตำแหน่งของปริมาตรควบคุมแบบ 2 มิติ..... 47
5.5	รูปแบบแนวคิดของแบบแผนวิธีผลต่างควอดราติกในปริมาตรควบคุมแบบ 1 มิติ..... 50
5.6	การกระจายตัวของความดันกระเพื่อม หรือปัญหากระดานหมากรุก..... 58
5.7	แสดงการจัดเรียงกริดแบบทับซ้อนใน 2 มิติ..... 58
5.8	แสดงเวกเตอร์ความเร็วเมื่อพิจารณาเยล..... 60
5.9	แสดงเวกเตอร์ความเร็วเมื่อพิจารณาวีเซล..... 61
5.10	แสดงเวกเตอร์ความเร็วเมื่อพิจารณาสเกลาร์เซล..... 65
5.11	ลำดับวิธีการคำนวณหาผลเฉลยด้วยวิธี SIMPLE..... 66
6.1	แบบจำลองการไหลสามมิติของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นวางเอียง..... 68
6.2	แบบจำลองการไหลสามมิติของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววี..... 69
6.3	ลักษณะการไหลภายในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววี ก) ปลายวิธีตามกระแสการไหล และ ข) ปลายวิธีทวนกระแสการไหล..... 69
6.4	ลักษณะกริดที่ใช้ในการจำลองการไหลในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นวางเอียง..... 70
6.5	ลักษณะกริดที่ใช้ในการจำลองการไหลในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววี..... 70

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และตั้งอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.6 แสดงการเปรียบเทียบค่าเลขนัสเซิลท์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ ระหว่างผลเฉลยแม่นยำตรงกับผลที่ได้จากการจำลอง .....	73
6.7 แสดงการเปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเสียดทานของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ ระหว่างผลเฉลยแม่นยำกับค่าที่ได้จากการจำลอง .....	73
7.1 ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลในท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่ $BR = 0.20$ .....	75
7.2 ภาพสามมิติเส้นกระแสการไหลในท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่ $BR = 0.20$ .....	76
7.3 แสดงพลั๊กซ์ความร้อนที่ผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่ค่า $BR = 0.20$ .....	77
7.4 การกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่ $BR = 0.20$ .....	78
7.5 ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลในท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่ $Re = 1000$ .....	80
7.6 ภาพสามมิติเส้นกระแสการไหลในท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่ $Re = 1000$ .....	81
7.7 พลั๊กซ์ความร้อนที่ผนังของท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่ $Re = 1000$ .....	82
7.8 การกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่ $Re = 1000$ .....	83
7.9 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขนัสเซิลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์สำหรับกรณีท่อ ติดแผ่นกั้นวางขวางที่ค่า $BR$ ต่างๆ .....	84
7.10 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซิลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ สำหรับกรณีท่อติดแผ่นกั้นวางขวางที่ค่า $BR$ ต่างๆ .....	84
7.11 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ สำหรับกรณีท่อติดแผ่นกั้นวางขวางที่ค่า $BR$ ต่างๆ .....	85
7.12 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ สำหรับกรณีท่อติดแผ่นกั้นวางขวางที่ค่า $BR$ ต่างๆ .....	85
7.13 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์ สำหรับกรณีท่อติดแผ่นกั้นวางขวางที่ค่า $BR$ ต่างๆ .....	86
7.14 ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลของกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียง ที่ $\alpha = 30^\circ$ , $BR = 0.20$ .....	88
7.15 ภาพสามมิติเส้นกระแสการไหลของกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงที่ $\alpha = 30^\circ$ , $BR = 0.20$ .....	89
7.16 พลั๊กซ์ความร้อนที่ผนังท่อทั้งสี่ด้านกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียง $\alpha = 30^\circ$ , $BR = 0.20$ .....	90
7.17 การกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้น วางเอียงที่ $\alpha = 30^\circ$ , $BR = 0.20$ .....	91

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.18 ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลสำหรับกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียง ที่มุมปะทะต่างๆ ที่ค่า $BR = 0.20, Re = 500$ .....	92
7.19 ภาพสามมิติเส้นกระแสการไหลในท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียง ที่มุมปะทะต่างๆ ที่ค่า $BR = 0.20, Re = 500$ .....	93
7.20 พล็อตซ์ความร้อนที่ผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงที่มุมปะทะต่างๆ ที่ค่า $BR = 0.20, Re = 500$ .....	94
7.21 การกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียง ทำมุมปะทะต่างๆ ที่ค่า $BR = 0.20, Re = 500$ .....	95
7.22 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขนัสเซิลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ที่มุมปะทะต่างๆ.....	96
7.23 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซิลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ที่มุมปะทะต่างๆ.....	97
7.24 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ที่มุมปะทะต่างๆ.....	97
7.25 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ ที่มุมปะทะต่างๆ.....	98
7.26 ความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์ที่มุมปะทะต่างๆ.....	98
7.27 ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลของกรณีติดแผ่นกั้น วางเอียง, $\alpha = 30^\circ, Re = 1000$ .....	100
7.28 ภาพสามมิติเส้นกระแสการไหลของกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียง, $\alpha = 30^\circ, Re = 1000$ .....	101
7.29 พล็อตซ์ความร้อนที่ผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียง, $\alpha = 30^\circ, Re = 1000$ .....	102
7.30 การกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้น วางเอียง $\alpha = 30^\circ, Re = 1000$ .....	103
7.31 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขนัสเซิลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ที่ค่า $BR$ ต่างๆ.....	104
7.32 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซิลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ที่ค่า $BR$ ต่างๆ.....	104
7.33 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ที่ค่า $BR$ ต่างๆ.....	105
7.34 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ที่ค่า $BR$ ต่างๆ ...	105
7.35 ความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์ที่ค่า $BR$ ต่างๆ.....	106
7.36 ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลของกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววี แบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหลที่ $\alpha = 30^\circ, BR = 0.15$ .....	108
7.37 ภาพ 3 มิติเส้นกระแสการไหลของกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววี แบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหลที่ $\alpha = 30^\circ, BR = 0.15$ .....	109

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.38 พลั๊กซ์ความร้อนที่ผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีซี่ตามกระแสการไหลที่ $\alpha = 30^\circ$ , $BR = 0.15$ .....	110
7.39 การกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีซี่ตามกระแสการไหลที่ $\alpha = 30^\circ$ , $BR = 0.15$ .....	111
7.40 ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลในท่อกรณีติดแผ่นกั้นรูปตัววีแบบปลายวีซี่ตามกระแสการไหลที่ $\alpha = 30^\circ$ , $Re = 1000$ .....	113
7.41 ภาพสามมิติเส้นกระแสการไหลในท่อของกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีซี่ตามกระแสการไหลที่ $\alpha = 30^\circ$ , $Re = 1000$ .....	114
7.42 พลั๊กซ์ความร้อนที่ผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีซี่ตามกระแสการไหลที่ $\alpha = 30^\circ$ , $Re = 1000$ .....	115
7.43 การกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นรูปตัววีแบบปลายวีซี่ตามกระแสการไหล .....	116
7.44 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขนัสเซลท์กับเลขเรย์โนลด์สกรณีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีซี่ตามกระแสการไหลที่ $\alpha = 30^\circ$ .....	117
7.45 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซลท์กับเลขเรย์โนลด์สกรณีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีซี่ตามกระแสการไหลที่ $\alpha = 30^\circ$ .....	118
7.46 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์สกรณีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีซี่ตามกระแสการไหลที่ $\alpha = 30^\circ$ .....	118
7.47 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์สกรณีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีซี่ตามกระแสการไหลที่ $\alpha = 30^\circ$ .....	119
7.48 ความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์สกรณีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีซี่ตามกระแสการไหลที่ $\alpha = 30^\circ$ .....	120
7.49 ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลของกรณีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีซี่ทวนกระแสการไหล $\alpha = 30^\circ$ , $BR = 0.15$ .....	121
7.50 ภาพสามมิติเส้นกระแสการไหลของกรณีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีซี่ทวนกระแสการไหลที่ $\alpha = 30^\circ$ , $BR = 0.15$ .....	122
7.51 พลั๊กซ์ความร้อนที่ผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีซี่ทวนกระแสการไหลที่ $\alpha = 30^\circ$ , $BR = 0.15$ .....	123

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และ XII ข้างอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.52 การกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววี แบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลที่ $\alpha = 30^\circ$ , $BR = 0.15$ .....	124
7.53 ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลในท่อกรณีติดแผ่นกั้นรูปตัววี แบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลที่ $Re = 1000$ .....	126
7.54 ภาพสามมิติเส้นกระแสการไหลในท่อกรณีติดแผ่นกั้นรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวน กระแสการไหลที่ $Re = 1000$ .....	127
7.55 พล็อตซ์ความร้อนที่ผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหล .....	128
7.56 การกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นรูปตัววี แบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหล .....	129
7.57 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขนัสเซลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ที่ค่าอัตราส่วนการบล็อกต่างๆ .....	130
7.58 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ ที่ค่าอัตราส่วนการบล็อกต่างๆ .....	131
7.59 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ที่ ค่าอัตราส่วนการบล็อกต่างๆ .....	132
7.60 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ ที่ค่าอัตราส่วนการบล็อกต่างๆ .....	132
7.61 ความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์ ที่ค่าอัตราส่วนการบล็อกต่างๆ .....	133
7.62 ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลในกรณีติดแผ่นกั้นแบบต่างๆ ที่ $BR = 0.200$ , $Re = 1000$ .....	134
7.63 ภาพสามมิติเส้นกระแสการไหลกรณีติดแผ่นกั้นแบบต่างๆที่ $BR = 0.200$ , $Re = 1000$ .....	135
7.64 พล็อตซ์ความร้อนที่ผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นแบบต่างๆที่ $BR = 0.200$ , $Re = 1000$ .....	136
7.65 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขนัสเซลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์กรณีจั่ววงแผ่นกั้นแบบต่างๆ.....	137
7.66 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ กรณีจั่ววงแผ่นกั้นแบบต่างๆ .....	137
7.67 การกระจายความดันที่ผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นแบบต่างๆ ที่ $BR = 0.200$ , $Re = 1000$ .....	138
7.68 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ กรณีจั่ววงแผ่นกั้นแบบต่างๆ .....	139

## สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
7.69 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ กรณีจัดวางแผ่นกั้นแบบต่างๆ .....	139
7.70 ความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์กรณี จัดวางแผ่นกั้นแบบต่างๆ .....	140



## รายการคำย่อและสัญลักษณ์

$A_c$	พื้นที่หน้าตัดของท่อ, $m^2$
$A_s$	พื้นที่ผิวท่อทั้งหมด, $m^2$
$BR$	อัตราส่วนการบดเคี้ยวไหล
$b$	ความสูงแผ่นกั้น, $m$
$C$	ค่าความจุความร้อนจำเพาะ, $J/kg \cdot K$
$C_f$	สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน
$C_p$	ค่าความจุความร้อนจำเพาะที่ความดันคงที่, $J/kg \cdot K$
$C_v$	ค่าความจุความร้อนจำเพาะที่ความปริมาตรคงที่, $J/kg \cdot K$
$D_h$	เส้นผ่านศูนย์กลางไฮดรอลิก, $m$
$E$	พลังงาน, $W$
$f$	ตัวประกอบเสียดทาน
$f_o$	ตัวประกอบเสียดทานของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ
$g$	ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง, $m/s^2$
$H$	ความสูงของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส, $m$
$h$	เอนทาลปี, $J/kg$ ; สัมประสิทธิ์การพาความร้อน, $W/m^2 \cdot K$
$i$	พลังงานความร้อนภายใน, $J/kg$
$k$	ค่าการนำความร้อน, $W/m \cdot K$
$L$	ความยาวของท่อ, $m$
$\dot{m}$	อัตราการไหลเชิงมวล, $kg/s$
$Nu$	เลขนัสเซิลท์
$Nu_o$	เลขนัสเซิลท์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ
$P$	เส้นรอบรูป, $m$
$Pr$	เลขพรานด์เทิล
$p$	ความดัน, $N/m^2$
$q$	อัตราการถ่ายเทความร้อน, $W$
$q_s''$	ฟลักซ์ความร้อนระหว่างของไหลกับผิวท่อที่จุดใดๆ, $W/m^2$
$R$	ค่าคงที่ของแก๊ส, $J/kg \cdot K$
$Re$	เลขเรย์โนลด์ส์
$r$	รัศมีท่อ, $m$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และ **xv** อ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## รายการคำย่อและสัญลักษณ์ (ต่อ)

$s$	อัตราการเสียรูปร่างเชิงเส้นของชั้นส่วนของไหล
$T$	อุณหภูมิ, $K$
$T_m$	อุณหภูมิเฉลี่ย, $K$
$T_s$	อุณหภูมิผิว, $K$
$t$	เวลา, $s$
$u$	เวกเตอร์ความเร็ว, $m/s$
$u$	ความเร็วในแนวแกน $x$ , $m/s$
$u_m$	ความเร็วเฉลี่ย, $m/s$
$v$	ความเร็วในแนวแกน $y$ , $m/s$ ; ปริมาตรจำเพาะ, $m^3/kg$
$w$	ความเร็วในแนวแกน $z$ , $m/s$
$X_{fd,h}$	ความยาวช่วงบริเวณทางเข้าสำหรับการปรับตัวของการไหล, $m$
$X_{fd,t}$	ความยาวช่วงบริเวณทางเข้าสำหรับการปรับตัวของความร้อน, $m$
$\Phi$	ฟังก์ชันการสลายตัว
$\alpha$	ค่าการฟุ้งกระจายของความร้อน, $m^2/s$ ; มุมปะทะของแผ่นกั้นกับกระแสการไหล, degree
$\phi$	ค่าคุณสมบัติใดๆ ต่อ หน่วยมวล
$\eta$	สมรรถนะเชิงความร้อน
$\lambda$	ความหนืดที่สอง
$\mu$	ความหนืดสัมบูรณ์, $N \cdot s/m^2$
$\Gamma$	การแพร่ทางความร้อน
$\rho$	ความหนาแน่น, $kg/m^3$
$\tau$	ความเค้นเฉือนเนื่องจากความหนืด, $N/m^2$

สำหรับการสูญเสียความดันที่เกิดขึ้นบางครั้งก็จะไม่คุ้มค่าเนื่องจากพลังงานกลที่ต้องจ่ายไปจะมีมูลค่ามากกว่าการถ่ายเทพลังงานความร้อน

งานวิจัยนี้จึงต้องการศึกษาการแลกเปลี่ยนความร้อนภายในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดแผ่นกั้นวางเอียงทำมุมปะทะต่างๆ และติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีที่มุมปะทะ  $30^\circ$  โดยมีปลายวิธีตามกระแสน้ำไหลและปลายวิธีที่วนกระแสน้ำไหล ซึ่งค่าพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องได้แก่ การไหลของอากาศ ความเร็วของอากาศ ความสูงของแผ่นกั้นซึ่งแสดงในเทอมของอัตราส่วนการบดอัด มุมปะทะ เพื่อช่วยให้อากาศทำการถ่ายเทความร้อนได้ดีขึ้น วิธีที่สามารถใช้ศึกษาค่าพารามิเตอร์เหล่านี้ได้ เช่น วิธีวิเคราะห์เพื่อหาผลเฉลยแม่นยำตรง(Exact solution) การสร้างชุดทดลองเพื่อทดลองการไหลและการถ่ายเทความร้อน และระเบียบวิธีคำนวณเชิงตัวเลข สำหรับระเบียบวิธีคำนวณเชิงตัวเลขนี้ โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เป็นตัวช่วยในการหาผลเฉลยปัญหาของการไหลและการถ่ายเทความร้อนหรือที่เรียกว่า ระเบียบวิธีการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล (Computational Fluid Dynamics; CFD) จะมีความสะดวกกว่า 2 วิธีแรก เนื่องจากระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่ครอบคลุมปัญหาการไหลและการถ่ายเทความร้อนเป็นแบบไม่เชิงเส้น(Non linear) จึงทำให้มีความยุ่งยากสำหรับการวิเคราะห์เพื่อหาผลเฉลยแม่นยำตรง ส่วนการสร้างชุดทดลองเพื่อทดลองต้องใช้เวลาอย่างมาก มีค่าใช้จ่ายค่อนข้างสูง และการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขทำได้ในขอบเขตจำกัด

ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงเลือกใช้วิธีการคำนวณทางด้านพลศาสตร์ของไหลและการถ่ายเทความร้อนเป็นเครื่องมือสำหรับศึกษาค่าพารามิเตอร์ ได้แก่ ค่าเลขเรย์โนลด์ส (Reynolds number; Re) ค่าอัตราส่วนความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงของแบบจำลองการไหล (Blockage ratio; BR=b/H) และมุมปะทะ ( $\alpha$ ) ของแผ่นกั้น เพื่อค้นหาผลของพารามิเตอร์เหล่านี้ที่สามารถช่วยส่งเสริมให้อากาศถ่ายเทความร้อนจากผิวท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นอยู่ภายในที่มีการจัดวางแบบตรงกันได้ดียิ่งขึ้น สำหรับผลการวิจัยที่ได้สามารถใช้เป็นแนวทางหนึ่งในการออกแบบการจัดวางแผ่นกั้นให้มีความสามารถในการถ่ายเทความร้อนที่ดี และเกิดความเสียหายน้อยๆ อันนำไปสู่สมรรถนะการถ่ายเทความร้อนที่สูงสุด

## 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1.2.1 ศึกษาพฤติกรรมการถ่ายเทความร้อนและการไหลของอากาศภายในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส ในกรณีที่จัดวางแผ่นกั้นวางขวาง แผ่นกั้นวางเอียง และแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววี

1.2.2 วิเคราะห์อิทธิพลของค่าพารามิเตอร์ ได้แก่ ค่าเลขเรย์โนลด์ส (Re) มุมปะทะ( $\alpha$ ) ของแผ่นกั้น ค่าอัตราส่วนการบดอัดการไหล (BR) ที่มีผลต่อสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อน

### 1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1.3.1 ใช้วิธีการคำนวณเชิงตัวเลขทางพลศาสตร์ของไหลและการถ่ายเทความร้อนบนพื้นฐานของระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม (Finite volume method)

1.3.2 ทำการคำนวณในแบบจำลองการไหลสามมิติที่มีการไหลแบบลามินาร์ในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์จาก 100 ถึง 1000

1.3.3 พิจารณาเฉพาะการพาความร้อนแบบบังคับ (Forced convection)

1.3.4 ทำการวิจัยเฉพาะท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่สภาวะอุณหภูมิผิวคงที่เท่ากับ 310 K

### 1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย

1.4.1 รวบรวมข้อมูล ทำการศึกษาทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเพิ่มสมรรถนะการถ่ายเทความร้อนของการไหลภายในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส

1.4.2 กำหนดลักษณะของปัญหา และกำหนดลักษณะรูปร่างของแผ่นกั้นและสร้างแบบจำลองบนโปรแกรมออกแบบทางพลศาสตร์ของไหลพร้อมกับการเลือกขนาดและจำนวนกริดที่เหมาะสม

1.4.3 ตรวจสอบ โปรแกรมกับผลเฉลยแม่นยำ (Exact solution) ทำการคำนวณเชิงตัวเลขในปัญหาที่ต้องการศึกษา

1.4.4 ทำการคำนวณเชิงตัวเลขจากแบบจำลองการไหลสามมิติ ที่ต้องการศึกษาโดยการเปลี่ยนแปลง ค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ตามที่ระบุในวัตถุประสงค์ได้แก่ ค่าเลขเรย์โนลด์ส์ รูปแบบของแผ่นกั้น มุมปะทะ และค่าอัตราส่วนการบิดคดของแบบจำลองการไหล

1.4.5 วิเคราะห์ผลที่ได้จากการคำนวณ นำข้อมูลจากการคำนวณมาทำการวิเคราะห์ผล และแสดงค่าในรูปพารามิเตอร์ไว้หน่วย

1.4.6 สรุปผลการวิจัยตามวัตถุประสงค์และข้อเสนอแนะที่ควรทำการวิจัยต่อไป

### 1.5 ประโยชน์ที่ได้จากการวิจัย

1.5.1 ทำให้ทราบถึงอิทธิพลของค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ที่มีผลต่อสมรรถนะในการถ่ายเทความร้อนของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดแผ่นกั้น

1.5.2 เพื่อการพัฒนาและออกแบบแผ่นกั้นภายในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส ในกรณีจั่ววางแผ่นกั้นแบบตรงกันให้มีความเหมาะสม

1.5.3 เป็นองค์ความรู้เพื่อการวิจัยด้านการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 2

# วรรณกรรมปริทรรศน์

### 2.1 บทนำ

ในปัจจุบัน ได้มีการศึกษาในเรื่องของการปรับปรุงสมรรถนะการถ่ายเทความร้อนของท่อแลกเปลี่ยนความร้อนต่างๆ เพื่อที่จะหาวิธีในการลดต้นทุนในด้านพลังงาน และได้มีการค้นคว้ารูปแบบของการปรับปรุงการถ่ายเทความร้อนภายในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้มีความเหมาะสมและเกิดประสิทธิภาพสูงสุด สำหรับงานวิจัยที่เกี่ยวข้องได้เสนอในหัวข้อ 2.2 มีดังนี้

### 2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Patankar, S.V., C.H. Liu, and E.M. Sparrow (1977) [18] ทำการคำนวณคุณลักษณะการไหลและการถ่ายเทความร้อนในท่อ โดยอาศัยหลักการคิดลักษณะการไหลเป็นคาบในการไหลที่มีการพัฒนาเต็มที่

Berner, C., F. Durst, and D.M. McEligot (1984) [5] แนะนำพฤติกรรมการไหลแบบลามินาร์ในช่องขนานที่ติดแผ่นกั้น พบว่าที่เลขเรย์โนลด์ต่ำกว่า 600 และจะไม่เกิด vortex shedding

Webb, B.W., and S. Ramadhyani (1985) [25] คำนวณเชิงตัวเลขของลักษณะการไหลและการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานผิวเรียบที่ติดแผ่นกั้นแนวเอียงกัน โดยใช้เงื่อนไขพื้นฐานลักษณะการไหลเป็นคาบในการไหลที่มีการพัฒนาเต็มที่ของ Patankar และคณะ

Metzger, D.E., C.S. Fan, and Y. Yu (1990) [15] ทำการศึกษาผลของมุมครีบบนตำแหน่งครีบบน มีผลต่อการถ่ายเทความร้อนเฉพาะที่ ในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส รูปแบบการไหลขึ้นอยู่กับตำแหน่งของครีบบน แบบแรกคือครีบบนแนวขนานบนผิวท่อที่อยู่ตรงกันข้าม และอีกแบบคือครีบบนแนวตัดกันบนผิวท่อที่อยู่ตรงกันข้าม พบว่าครีบบนมุม  $60^\circ$  ให้สมรรถนะการถ่ายเทความร้อนดีที่สุด

Han, J.C., Y.M. Zhang, and C.P. Lee (1991) [10] ศึกษาเชิงทดลองการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดครีบบนผนังสองด้าน โดยใช้ครีบบนที่มีรูปทรงแตกต่างกัน 9 แบบ และแต่ละรูปทรงจะพิจารณาที่ค่า ระยะพิทช์ต่อความสูงครีบบนเท่ากับ 10 และ ความสูงครีบบนต่อความสูงท่อเท่ากับ 0.0625 ผลลัพธ์ของการถ่ายเทความร้อนเฉลี่ยและตัวประกอบเสียดทานพบว่าครีบบนทำมุม และครีบบนรูปตัววีให้การถ่ายเทความร้อนที่เพิ่มขึ้นสูงกว่าครีบบนยาวต่อเนื่อง และยังพบว่าครีบบนทำมุมที่  $60^\circ$  ให้การถ่ายเทความร้อนและตัวประกอบเสียดทานสูงสุดในครีบบนเอียงที่พิจารณา

Han, J.C., and Y.M. Zhang (1992) [11] นำเสนอการเพิ่มการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้วยครีบบนทั้งหมด 7 รูปทรงของครีบบนที่วางแบบเว้นช่วง พบว่าครีบบนรูปตัววีทำมุม  $60^\circ$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่ขึ้นด้านการค้าแบบวางเว้นช่วงให้การถ่ายเทความร้อนที่สูงกว่าท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ 4.5 เท่า และดีกว่าครีบบนไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบวางต่อเนื่อง ในการทดลองทั้งหมดได้ติดครีบบนผนังสองด้านและค่าความสูงครีบบต่อความสูงท่อเท่ากับ 0.0625 และระยะพิชต์ต่อความสูงครีบบเท่ากับ 10

Taslim, M.E., T. Li, and D.M. Kercher (1996) [22] ทำการวัดค่าการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส ที่มีอัตราส่วนความสูงครีบบต่อความสูงท่อทั้งหมด 3 ค่า ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.083, 0.125 และ 0.167 ตามลำดับ และที่ระยะพิชต์คงที่โดยมีค่าอัตราส่วนระยะพิชต์ต่อความสูงครีบบเท่ากับ 10 โดยใช้เทคนิค liquid crystal ในการศึกษานั้นได้เปลี่ยนค่าอัตราส่วนความสูงครีบบต่อความสูงท่อหลายๆ ค่า และใช้ครีบบที่มุม  $45^\circ$  แบบวางเยื้อง ผลจากการทดลองแสดงให้เห็นว่าเลขนัสเซลท์เฉลี่ยเพิ่มขึ้นเมื่อค่าอัตราส่วนความสูงครีบบต่อความสูงท่อเพิ่มขึ้น ค่าอัตราส่วนความสูงครีบบต่อความสูงท่อที่ดีที่สุดพบว่าจะอยู่ระหว่าง 0.083 และ 0.125

Rau, G., M. Cakan, D. Moeller, and T. Arts (1998) [20] นำเสนอการกระจายการถ่ายเทความร้อนที่จุดใดๆ ในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดครีบบนผนังหนึ่งด้าน โดยเปลี่ยนค่าอัตราส่วนระยะพิชต์ต่อความสูงครีบบ และใช้เทคนิค Liquid crystal thermography ในการหาค่าสนามอุณหภูมิที่จุดใดๆ ซึ่งค่าอัตราส่วนระยะพิชต์ต่อความสูงครีบบที่ใช้ทั้งหมดมีค่าเท่ากับ 6, 8, 9, 10, 12, 14 และ 16 ส่วนค่าอัตราส่วนความสูงครีบบต่อความสูงของท่อใช้ที่ค่าเดียวซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.1 เขาพบว่าค่าการถ่ายเทความร้อนสูงที่สุดที่ค่าอัตราส่วนระยะพิชต์ต่อความสูงครีบบเท่ากับ 9 และ 12

Murata, A., and S. Mochizuki (2001) [16] ศึกษาเชิงตัวเลขการกระจายการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดครีบบ โดยใช้วิธีการจำลอง large eddy โดยครีบบวางทำมุม  $60^\circ$  ที่ค่าอัตราส่วนความสูงครีบบต่อความสูงของท่อเท่ากับ 0.1 และอัตราส่วนระยะพิชต์ต่อความสูงครีบบเท่ากับ 10 จากการคำนวณเชิงตัวเลขชี้ให้เห็นว่าการไหลมีจุดกระทบที่ผนังจะอยู่กึ่งกลางระหว่างครีบบซึ่งส่งผลให้เพิ่มการถ่ายเทความร้อนที่จุดใดๆ

Chandra, P.R., C.R. Alexander, and J.C. Han (2003) [8] วัดค่าการถ่ายเทความร้อนและการสูญเสียความดันในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดครีบบวางแบบต่อเนื่อง ที่ผนัง 1, 2, 3 และ 4 ด้าน ความยาวท่อทดสอบต่อเส้นผ่านศูนย์กลางไฮดรอลิกเท่ากับ 20 ครีบบที่ใช้ติดบนผนังมีค่าอัตราส่วนความสูงครีบบต่อความสูงของท่อเท่ากับ 0.0625 และ อัตราส่วนระยะพิชต์ต่อความสูงครีบบเท่ากับ 8 เขาพบว่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนและตัวประกอบเสียดทานเพิ่มขึ้นเมื่อเพิ่มจำนวนของผนังที่ติดครีบบ เมื่อเลขเรย์โนลด์ส์ เพิ่มขึ้นสมรรถนะการถ่ายเทความร้อนลดลง ขณะเดียวกันค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานเพิ่มขึ้น

Tanda, G (2004) [23] ตรวจสอบการเพิ่มการถ่ายเทความร้อนสำหรับติดครีบบที่ผนังหนึ่งด้านในช่องสี่เหลี่ยมที่ค่า  $AR = 5$  ซึ่งครีบบที่ใช้นั้นเป็นครีบบวางแบบต่อเนื่อง  $90^\circ$  วางแบบเว้นช่วง  $90^\circ$  และครีบบตัววีวางแบบเว้นช่วง โดยการใช้ liquid crystal thermography ผลการทดลองพบว่าครีบบ  $90^\circ$  วางแบบต่อเนื่องเพิ่มการถ่ายเทความร้อนได้ 1.8 เท่าของครีบบ  $90^\circ$  วางแบบเว้นช่วง

Mousavi, S.S., and K. Hooman (2006) [17] ศึกษาการไหลและการถ่ายเทความร้อน เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ในเชิงการค้า ภายใต้อาชญากรรมที่มีครีบบแบบแผ่นเรียบวางเอียงกันภายในช่องขนาน ซึ่งได้กำหนดให้ค่าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระยะห่างของครีบกงที่ และปรับเปลี่ยนอัตราส่วนความสูงของครีบต่อความสูงของแบบจำลอง การไหล การศึกษาใช้วิธีการคำนวณเชิงตัวเลข โดยระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม ในแบบจำลอง การไหลสองมิติ การไหลเป็นแบบราบเรียบและอยู่ในสภาวะคงตัว (Steady flow) โดยค่าเลขเรย์ โนลด์ส์อยู่ในช่วง 50-500 โดยใช้ความยาวจำเพาะของสมการเป็นความสูงของแบบจำลองการ ไหลหรือความสูงของช่องอากาศ ผลการศึกษาพบว่า การเพิ่มอัตราส่วนความสูงของครีบต่อความ สูงของแบบจำลองการไหล เป็นการเพิ่มขนาดของกระแสหมุนวน ทำให้ความร้อนของ แบบจำลองดีขึ้น

Sripattanapipat, S., and P. Promvong (2009) [21] วิเคราะห์เชิงตัวเลขการถ่ายเทความร้อนแบบลามินาร์ 2 มิติในในช่องขนานที่ติดตั้งรูปเพชรที่ผนังบนและล่างแนวเอียง โดยศึกษา ลักษณะการไหลเป็นคาบ โดยใช้เงื่อนไขอุณหภูมิที่ผนังกึ่งที่ เลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ช่วง 100-600 พบว่า เมื่อลดมุมที่ยอดรูปเพชรจะทำให้ค่าเลขนัสเซิลท์และตัวประกอบเสียดทานเพิ่มขึ้น และยังพบว่า ทุกค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้มุมยอดเพชรที่  $5^\circ$  และ  $10^\circ$  ให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนสูงกว่ามุมยอด เพชรที่  $0^\circ$  (แผ่นกั้นแบน)



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 3

# กฎการอนุรักษ์สำหรับของไหลเคลื่อนที่

### 3.1 บทนำ

ในบทนี้กล่าวถึงสมการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์สำหรับการไหลและการถ่ายเทความร้อนที่ประกอบด้วย กฎการอนุรักษ์มวล โมเมนตัม และพลังงาน [1] ซึ่งได้นำไปสู่สมการควบคุมของการไหล เนื้อหาหลักที่ครอบคลุมในบทนี้ประกอบด้วย

- ระบบสมการ PDEs (Partial Differential Equations) ซึ่งควบคุมการไหลในพิกัดคาร์ทีเซียน ( $x, y, z$ )
- แนวคิดเกี่ยวกับความหนืดในรูปของ Newtonian ซึ่งนำไปสู่สมการนาเวียร์-สโตกส์ (Navier – Stokes equations)
- รูปแบบเชิงอนุพันธ์และอินทิกรัลสำหรับสมการการเคลื่อนย้ายแบบปกติ

### 3.2 สมการควบคุมของการไหลและการถ่ายเทความร้อน

สมการควบคุมของการไหลแทนถึงสมการทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายกฎการอนุรักษ์ทางฟิสิกส์ ดังนี้

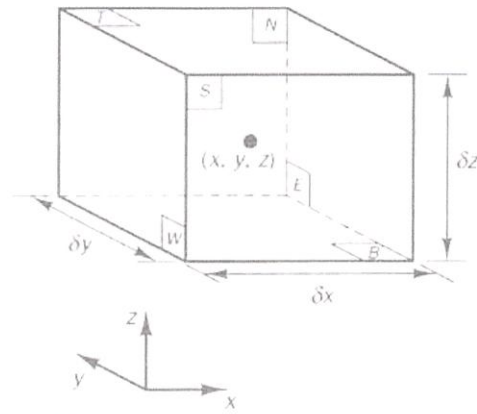
- มวลของไหลไม่สูญหายไปไหน
- อัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเท่ากับผลรวมของแรงที่กระทำต่ออนุภาคของไหล (กฎข้อที่สองของนิวตัน)
- อัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานเท่ากับผลรวมของอัตราการเพิ่มขึ้นของความร้อนกับอัตราของงานที่กระทำในอนุภาคของไหล (กฎข้อหนึ่งของเทอร์โมไดนามิกส์)

ของไหลจะถูกพิจารณาว่ามีความต่อเนื่องสำหรับการวิเคราะห์การไหลของของไหลที่ระดับมหภาค คือพิจารณาที่ขนาดระดับ  $1 \mu\text{m}$  ขึ้นไป โครงสร้างและการเคลื่อนที่ระดับโมเลกุลสามารถไม่นำมาพิจารณาได้ เราสนใจที่จะอธิบายพฤติกรรมของไหลในเทอมของคุณสมบัติในระดับมหภาค เช่น ความเร็ว ความดัน ความหนาแน่น อุณหภูมิ รวมทั้งอัตราการเปลี่ยนแปลงของคุณสมบัติเหล่านี้ เป็นต้น สิ่งนี้อาจจะคิดเป็นค่าเฉลี่ยของกลุ่มโมเลกุลจำนวนมาก ดังนั้นจุดใดๆในของไหลนั้นจะมีคุณสมบัติของของไหลในระดับมหภาค ไม่ขึ้นกับอิทธิพลจากอนุภาคในระดับโมเลกุล

เราพิจารณาชิ้นส่วนของไหลขนาดเล็กที่มีความยาวด้านเท่ากับ  $\delta x, \delta y$  และ  $\delta z$  ดังรูปที่

#### 3.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.1 ชิ้นส่วนของของไหลสำหรับกฎการอนุรักษ์

ผิวหน้าทั้งหกด้านจะถูกแทนด้วย  $N, S, E, W, T, B$  ซึ่งแทนถึงทิศทางในแนวเหนือ ใต้ ตะวันออก ตะวันตก บน และล่าง ตามลำดับ ศูนย์กลางของชิ้นส่วนอยู่ที่ตำแหน่ง  $(x, y, z)$  เมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นระบบของ มวล โมเมนตัม และพลังงานของชิ้นส่วนของไหล จะสามารถสร้างสมการการไหลของของไหลได้

คุณสมบัติของของไหลทั้งหมดจะเป็นฟังก์ชันของตำแหน่งและเวลา ดังนั้นเราจำเป็นต้องเขียน  $\rho(x, y, z, t), p(x, y, z, t), T(x, y, z, t)$  และ  $u(x, y, z, t)$  สำหรับความหนาแน่น, ความดัน, อุณหภูมิและเวกเตอร์ความเร็ว ตามลำดับ เพื่อหลีกเลี่ยงความซับซ้อนในการเขียนค่าสัญลักษณ์ แสดงคุณสมบัติดังกล่าว เราจะไม่ระบุตำแหน่งและเวลา เช่น ความดันที่ศูนย์กลาง  $(x, y, z)$  ของชิ้นส่วนของไหลที่เวลา  $t$  จะถูกแทนโดย  $p$  หรือการเปลี่ยนแปลงในทิศทาง  $x$  ของความดันที่ศูนย์กลาง  $(x, y, z)$  ที่เวลา  $t$  หนึ่งๆ จะถูกแทนโดย  $\frac{\partial p}{\partial x}$  หลักการนี้จะถูกนำไปใช้ในสำหรับคุณสมบัติของไหลทั้งหมด

ชิ้นส่วนของไหลที่พิจารณานั้นมีขนาดเล็กมาก จนกระทั่งคุณสมบัติของไหลที่ผิวหน้าสามารถอธิบายได้อย่างแม่นยำด้วยสองพจน์แรกของสมการ Taylor ดังนั้น สำหรับตัวอย่างความดันที่ผิวหน้า  $W$  และ  $E$  ซึ่งทั้งคู่มีระยะห่างจากศูนย์กลางของชิ้นส่วนของไหลเท่ากับ  $\frac{1}{2} \cdot \delta x$  สามารถเขียนได้ดังนี้

$$p - \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \cdot \delta x \quad \text{และ} \quad p + \frac{\partial p}{\partial x} \cdot \frac{1}{2} \cdot \delta x$$

### 3.2.1 การอนุรักษ์มวลในปัญหา 3 มิติ

ขั้นตอนแรกของการหาสมการอนุรักษ์มวลคือการพิจารณาถึงสมดุลมวลของชิ้นส่วนของไหลดังนี้

อัตราการเพิ่มขึ้นของมวลใน ชิ้นส่วนของไหล	=	อัตราการไหลสุทธิของมวล ที่เข้าไปในชิ้นส่วนของไหล
---	---	---

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับใช้ในงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ใดเห็นชอบใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อัตราการเพิ่มขึ้นของมวลในชิ้นส่วนย่อยของของไหลคือ

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \delta x \delta y \delta z) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta x \delta y \delta z \quad (3.1)$$

อัตราการไหลเชิงมวลผ่านพื้นผิวและชิ้นส่วนย่อย ซึ่งนิยามโดยผลคูณของความหนาแน่นพื้นที่ผิว และความเร็วในทิศทางตั้งฉากกับพื้นผิวนั้น จากรูปที่ 3.2 จะพบว่าอัตราการไหลสุทธิของมวลเข้าสู่ชิ้นส่วนย่อยผ่านพื้นผิวสามารถเขียนได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} & \left( \rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z - \left( \rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z \\ & + \left( \rho v - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z - \left( \rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z \\ & + \left( \rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y - \left( \rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y \end{aligned} \quad (3.2)$$

โดยการไหลเข้าสู่ชิ้นส่วนที่ทำให้มวลของชิ้นส่วนย่อยเพิ่มขึ้นถูกกำหนดให้เป็นบวก และมีค่าเป็นลบเมื่อมีการไหลออกจากชิ้นส่วนย่อย



รูปที่ 3.2 การไหลของมวลเข้าและออกชิ้นส่วนของไหล

อัตราการเพิ่มขึ้นของมวลภายในชิ้นส่วนย่อยนั้น เท่ากับอัตราของมวลสุทธิจากการไหลออกผ่านพื้นผิวของชิ้นส่วนย่อย ซึ่งเมื่อย้ายข้างให้อยู่ในฝั่งเดียวกันเมื่อรวมกันแล้วจะหักล้างกันหมด เทอมทั้งหมดได้ถูกเรียบเรียงทางซ้ายของสมการและถูกหารด้วยปริมาตรของชิ้นส่วนย่อย  $\delta x \delta y \delta z$  ซึ่งจะได้

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (3.3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการศึกษาระดับปริญญาตรี ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หรือในรูปแบบของเวกเตอร์

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0} \quad (3.4)$$

สมการ (3.4) นี้ คือสมการอนุรักษ์มวล หรือสมการความต่อเนื่อง 3 มิติ แบบการไหลไม่คงตัวและอัดตัวได้ เทอมแรกทางซ้ายมือคืออัตราการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่น (มวลต่อปริมาตร) ต่อเวลา เทอมที่สองอธิบายถึงการไหลสุทธิของมวลข้ามผ่านขอบเขตของปริมาตรเล็กๆ นั้น เรียกว่า เทอมของการพา

สำหรับของไหลที่อัดตัวไม่ได้ (เช่น ของเหลว) ความหนาแน่นมีค่าคงที่และสมการ (3.4) จะกลายเป็น

$$\text{div}(\mathbf{u}) = 0 \quad (3.5)$$

หรือในรูปแบบเต็ม

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.6)$$

### 3.2.2 อัตราการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติอนุภาคของไหล ในเทอมชิ้นส่วนย่อยของไหล

ในกฎของการอนุรักษ์โมเมนตัมและพลังงานนั้น จะมีการกล่าวถึงการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติของอนุภาคของไหล คุณสมบัติแต่ละอย่างของอนุภาคจะเป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง ( $x, y, z$ ) ของอนุภาคและเวลา ( $t$ ) ในการศึกษาที่เรากำหนดให้ค่าคุณสมบัติใดๆ ต่อหน่วยมวล ด้วยสัญลักษณ์  $\phi$  โดยการเปลี่ยนแปลงของ  $\phi$  เทียบกับเวลาของอนุภาคของไหล  $D\phi/Dt$  คือ

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

และโดยที่  $dx/dt = u$ ,  $dy/dt = v$  และ  $dz/dt = w$  หากแทนค่าดังกล่าวไปในสมการข้างบน จะได้ว่า

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} + w \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \text{grad} \phi \quad (3.7)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$D\phi/Dt$  เป็นนิยามของอัตราการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติ  $\phi$  ต่อหน่วยมวล ในกรณีของสมการอนุกรมมวล เราสนใจที่จะพัฒนาสมการสำหรับอัตราการเปลี่ยนแปลงต่อหน่วยปริมาตร อัตราการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติ  $\phi$  สามารถถูกแปลงให้เป็นคุณสมบัติเชิงปริมาตรได้โดยการคูณความหนาแน่น  $\rho$  เข้าไปกับเทอม  $D\phi/Dt$  ดังนั้น

$$\rho \frac{D\phi}{Dt} = \rho \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \text{grad} \phi \right) \quad (3.8)$$

รูปแบบนี้ สามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการอธิบายความเปลี่ยนแปลงของคุณสมบัติของของไหล ในปริมาตรเล็กๆ ที่หยุดนิ่งหนึ่งๆ เป็นการนิยามความสัมพันธ์ระหว่าง: 1) อนุพันธ์ของคุณสมบัติ  $\phi$  ของอนุภาคของไหล กับ 2) อัตราเปลี่ยนของ  $\phi$  ในชิ้นส่วน หรือปริมาตรย่อยๆ ของของไหลนั้น

ต่อไปนี้หากเราหันมาพิจารณากฎการอนุรักษ์ของมวล ค่าของมวลต่อหน่วยปริมาตร (ในที่นี้คือ ความหนาแน่น  $\rho$ ) คือพารามิเตอร์ที่เรากำลังศึกษา เมื่อพิจารณาผลรวมของ: 1) อัตราการเปลี่ยนแปลงของความหนาแน่นในปริมาตรเล็กๆ และ 2) ผลของการเปลี่ยนแปลงอันเนื่องมาจากการพาในสมการอนุกรมมวล (3.4) ก็คือ

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u})$$

ดังนั้นรูปทั่วไปของ เทอมทั้งสองเทอมนี้ สำหรับคุณสมบัติใดๆ ของของไหล  $\phi$  สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) \quad (3.9)$$

สมการที่ (3.9) เทอมแรก คืออัตราการเปลี่ยนแปลงของคุณสมบัติ  $\phi$  ต่อหน่วยปริมาตรบวกกับเทอมที่สอง คือการไหลสุทธิของ  $\phi$  ต่อปริมาตรที่ออกจากชิ้นส่วนย่อยของไหล ซึ่งเราสามารถนำมาเขียนใหม่เพื่อให้ได้ภาพความสัมพันธ์ ระหว่างผลรวมของทั้งสองเทอมนี้กับอัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $\phi$  ในอนุภาคของไหล ดังนี้

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) = \rho \left[ \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \text{grad} \phi \right] + \phi \left[ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) \right] = \rho \frac{D\phi}{Dt} \quad (3.10)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เทอม  $\phi[(\partial\rho/\partial t) + \text{div}(\rho\mathbf{u})]$  เท่ากับศูนย์เนื่องจากสมการอนุรักษ์มวล (3.4) จากความสัมพันธ์ดังแสดงใน (3.10) จะได้ว่า

อัตราการเพิ่มของ $\phi$ สำหรับชั้นส่วนย่อยของไหล	+	อัตราการไหลสุทธิของ $\phi$ ที่ออกจากชั้นส่วนย่อยของไหล	=	อัตราการเพิ่มของ $\phi$ สำหรับอนุภาคของไหล
--	---	--	---	--

การเปลี่ยนแปลงของโมเมนตัมของอนุภาคของไหลทั้ง 3 ทิศทาง อ้างอิงแกนในพิกัดฉาก รวมถึงการเปลี่ยนแปลงของพลังงานซึ่งเป็นปริมาณสเกลาร์นั้น สามารถแทนพารามิเตอร์  $\phi$  และอัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $\phi$  ต่อหน่วยปริมาตร ตามที่นิยามไว้ใน (3.8) และ (3.10) สามารถแสดงได้ดังในตารางข้างล่างนี้

x-momentum	u	$\rho \frac{Du}{Dt}$	$\partial \frac{(\rho u)}{\partial t} + \text{div}(\rho uu)$
y-momentum	v	$\rho \frac{Dv}{Dt}$	$\partial \frac{(\rho v)}{\partial t} + \text{div}(\rho vu)$
z-momentum	w	$\rho \frac{Dw}{Dt}$	$\partial \frac{(\rho w)}{\partial t} + \text{div}(\rho wu)$
Energy	E	$\rho \frac{DE}{Dt}$	$\partial \frac{(\rho E)}{\partial t} + \text{div}(\rho Eu)$

รูปแบบที่ให้ไว้ในตารางข้างบนนี้จะถูกนำไปใช้ในการสร้างสมการอนุรักษ์โมเมนตัมและพลังงานดังที่จะแสดงรายละเอียดในหัวข้อถัดจากนี้

### 3.2.3 สมการโมเมนตัมแบบ 3 มิติ

กฎข้อที่สองของนิวตันกล่าวไว้ว่า “อัตราการเปลี่ยนแปลง โมเมนตัมของอนุภาคของไหล เท่ากับผลรวมของแรง ที่กระทำต่ออนุภาค”

อัตราการเพิ่ม โมเมนตัมของอนุภาคของไหล	=	ผลรวมแรงที่กระทำต่ออนุภาคของไหล
---------------------------------------	---	---------------------------------

อัตราการเพิ่ม โมเมนตัมต่อหน่วยปริมาตรของอนุภาคของไหลในทิศ  $x, y$  และ  $z$  กำหนดได้โดย

$$\rho \frac{Du}{Dt} \quad \rho \frac{Dv}{Dt} \quad \rho \frac{Dw}{Dt} \quad (3.11)$$

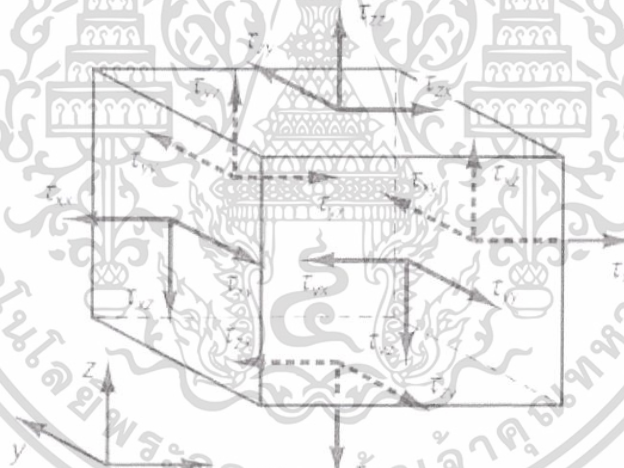
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เราแบ่งประเภทของแรงที่กระทำต่ออนุภาคของไหลเป็นสองแบบ คือ

- แรงกระทำที่ผิว (Surface forces) ได้แก่ แรงเนื่องจากความดัน แรงเนื่องจากความหนืด แรงโน้มถ่วง
- แรงกระทำในปริมาตร (Body forces) ของชิ้นส่วนย่อยของของไหล ได้แก่ แรงหมุนหนีศูนย์กลาง แรงแม่เหล็กไฟฟ้า Coriolis force

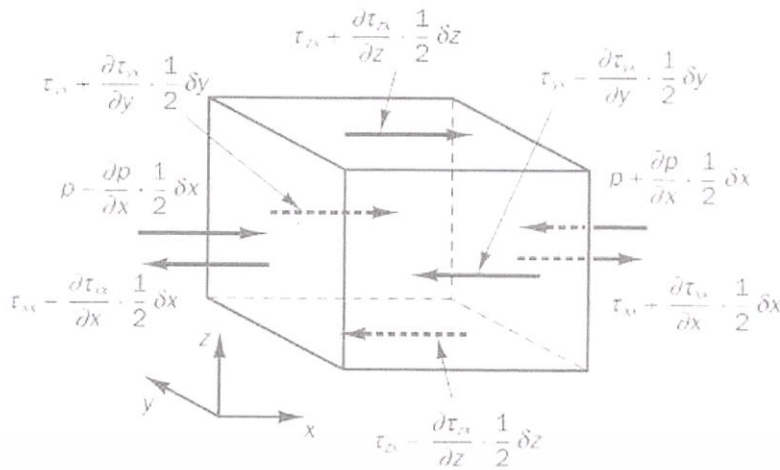
โดยทั่วไปเทอมของแรงกระทำที่ผิวจะถูกจัดกลุ่มแยกออกต่างหาก และเทอมของแรงกระทำภายในปริมาตรจะถูกพิจารณาเป็นเทอมของการเพิ่มและลดโมเมนตัมแยกออกมาอีกเทอมหนึ่ง

ความเค้นที่กระทำต่อชิ้นส่วนย่อยของของไหล สามารถนิยามได้ด้วยเทอมของความดันและเทอมความเค้นย่อยเนื่องจากความหนืด  $\mu$  ดังแสดงในรูปที่ 3.3 ความดันซึ่งมองว่าเป็นความเค้นตั้งฉาก ถูกแทนด้วย  $p$  ส่วนความเค้นเฉือนเนื่องจากความหนืดแทนโดย  $\tau$  สัญลักษณ์  $\tau_{ij}$  ถูกประยุกต์ใช้เพื่อชี้ให้เห็นถึงทิศทางของความเค้นเนื่องจากความหนืด ตัวห้อย  $i$  และ  $j$  ใน  $\tau_{ij}$  ชี้ให้เห็นถึงความเค้นย่อย ที่กระทำในทิศทาง  $j$  บนพื้นที่ที่มีเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในทิศทาง  $i$  นั่นเอง



รูปที่ 3.3 องค์ประกอบของความเค้นบนผิวหน้าทั้งสามทิศทาง ของชิ้นส่วนของไหล

เริ่มแรกเราพิจารณาแรงกระทำในทิศทาง  $x$  เนื่องจากความดันและความเค้นย่อย  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yz}$  และ  $\tau_{xx}$  ดังในรูปที่ 3.4 ขนาดของแรงที่กระทำบนพื้นผิวเกิดจากผลคูณของความเค้นและพื้นที่ และที่มีทิศทางเดียวกับแกนอ้างอิง โดยมีเครื่องหมายบวก และมีค่าเป็นเครื่องหมายลบเมื่อทิศทางตรงข้าม แรงสุทธิในทิศทาง  $x$  คือผลรวมของแรงย่อยที่กระทำบนชิ้นส่วนย่อยของไหลในทิศทางดังกล่าว

รูปที่ 3.4 องค์ประกอบของความเค้นในทิศทาง  $x$ 

เมื่อพิจารณาผิวหน้าที่  $E, W$  เราได้ว่า

$$\left[ \left( p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left( \tau_{xx} - \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z + \left[ - \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) + \left( \tau_{xx} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z = \left( - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \right) \delta x \delta y \delta z \quad (3.12a)$$

แรงสุทธิในทิศทาง  $x$  บนผิวหน้า  $N, S$  ได้ว่า

$$- \left( \tau_{yx} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z + \left( \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z = \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \quad (3.12b)$$

แรงสุทธิในทิศทาง  $x$  บนผิวหน้า  $T, B$  ได้ว่า

$$- \left( \tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y + \left( \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \quad (3.12c)$$

ผลรวมแรงต่อหน่วยปริมาตรทั้งหมดเนื่องจากความเค้นที่ผิวหน้าจะเท่ากับผลรวมของ (3.12a), (3.12b) และ (3.12c) ที่หารด้วยปริมาตรสุทธิ

$$\frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (3.13)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เทอมที่ปรากฏ ใน (3.13) นี้ ยังไม่รวมการพิจารณาแรงกระทำภายในชิ้นส่วนของของไหล ซึ่งสามารถถูกรวมได้โดยการพิจารณาเป็นแหล่งสร้างหรือทำลายโมเมนตัม เป็นหน่วยของโมเมนตัมต่อปริมาตรต่อเวลาในทิศทาง  $x$

ในขั้นตอนนี้สมการ โมเมนตัมในทิศทาง  $x$  หาได้โดยการกำหนดให้อัตราการเปลี่ยนโมเมนตัมในทิศทาง  $x$  และ อนุภาคการไหล (3.11) เท่ากับผลรวมของแรงในทิศทาง  $x$  ที่กระทำต่อชิ้นส่วนของไหลโดยความเค้นที่ผิว บวกกับอัตราการสร้างหรือสูญสลายของโมเมนตัมในทิศทาง  $x$  เนื่องจากแรงภายในชิ้นส่วนของของไหลนั้นตามแนวแกน  $x$

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + S_{Mx} \quad (3.14a)$$

ในทำนองเดียวกันโมเมนตัมในทิศทาง  $y$  จะเขียนได้ว่า

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial(-p + \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + S_{My} \quad (3.14b)$$

และโมเมนตัมในทิศทาง  $z$  คือ

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial(-p + \tau_{zz})}{\partial z} + S_{Mz} \quad (3.14c)$$

ความดันมีลักษณะเป็นความเค้นอัดตั้งฉาก (Compressive normal stress) ซึ่งโดยทั่วไปมีเครื่องหมายเป็นลบ ในขณะที่ความเค้นตั้งฉากเนื่องจากความหนืดมีลักษณะเป็นความเค้นดึง (Tensile normal stress) จะมีเครื่องหมายบวก

เทอมของการสร้างหรือสูญสลายของโมเมนตัม  $S_{Mx} = 0$ ,  $S_{My} = 0$  และ  $S_{Mz}$  (3.14 a-c) คือแรงกระทำภายในของแต่ละทิศทาง ตัวอย่างเช่นแรงกระทำภายในเนื่องจากแรงโน้มถ่วงจะถูกกำหนดให้มีค่า

$$S_{Mx} = 0, S_{My} = 0 \text{ และ } S_{Mz} = -\rho g$$

### 3.2.4 สมการพลังงานในระบบ 3 มิติ

สมการพลังงานถูกหาได้จากกฎข้อที่ 1 ของเทอร์โมไดนามิกส์ ที่กล่าวไว้ว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของพลังงานของอนุภาคของไหล เท่ากับอัตราการเพิ่มความดันแก่อนุภาคบวกกับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อัตราการเพิ่มขึ้นของพลังงานของอนุภาคของไหลต่อหน่วยปริมาตร คือ

$$\rho \frac{DE}{Dt} \quad (3.15)$$

งานที่กระทำโดยแรงบนพื้นผิว

อัตราการเกิดงานบนพื้นผิวของชิ้นส่วนของไหล จะเท่ากับผลคูณของแรงและความเร็วในทิศทางของแรง สำหรับแรงตามที่แสดงใน (3.12a – 3.12c) เฉพาะที่กระทำในทิศทาง  $x$  จะเกิดงานเท่ากับ

$$\begin{aligned} & \left[ \left( pu - \frac{\partial(pu)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left( \tau_{xx} u - \frac{\partial(\tau_{xx} u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right. \\ & \quad \left. - \left( pu + \frac{\partial(pu)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) + \left( \tau_{xx} u + \frac{\partial(\tau_{xx} u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z \\ & \quad + \left[ - \left( \tau_{yx} u - \frac{\partial(\tau_{yx} u)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) + \left( \tau_{yx} u + \frac{\partial(\tau_{yx} u)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \right] \delta x \delta z \\ & \quad + \left[ - \left( \tau_{zx} u - \frac{\partial(\tau_{zx} u)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) + \left( \tau_{zx} u + \frac{\partial(\tau_{zx} u)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \right] \delta x \delta y \end{aligned}$$

ดังนั้นเมื่อลดรูปแล้ว อัตราการเกิดงานสุทธิบนพื้นผิวเหล่านี้ ในทิศทาง  $x$  คือ

$$\left[ \frac{\partial[u(-p + \tau_{xx})]}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (3.16a)$$

ส่วนประกอบย่อยของแรงเนื่องจากความเค้นพื้นผิวในทิศทาง  $y$  และ  $z$  ก็จะทำงานบนอนุภาคดังกล่าวเช่นกัน ในกระบวนการคิดแบบข้างต้นอัตราการเกิดงานบนอนุภาคของไหลเนื่องจากการทำงานโดยแรงเหล่านี้สามารถเขียนได้ ดังนี้

$$\left[ \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial[v(-p + \tau_{yy})]}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (3.16b)$$

และ

$$\left[ \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial[w(-p + \tau_{zz})]}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (3.16c)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อัตราการเกิดงานทั้งหมดต่อหน่วยปริมาตรของของไหลโดยแรงบนพื้นผิวทั้งหมด คือ ผลรวมของ (3.16 a –c) หาค่าด้วยปริมาตร  $\delta x \delta y \delta z$  เทอมของ  $p$  สามารถถูกจัดรวบรวมและเขียนในรูปแบบของไดเวอร์เจนต์ ดังนี้

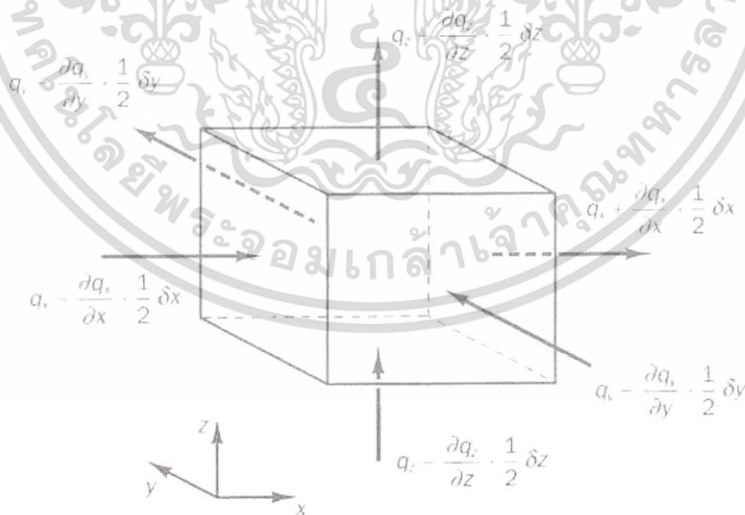
$$-\frac{\partial(up)}{\partial x} - \frac{\partial(vp)}{\partial y} - \frac{\partial(wp)}{\partial z} = -\text{div}(pu)$$

ดังนั้นอัตราการเกิดงานรวมทั้งหมดยกเว้นชิ้นส่วนของของไหลโดยความเค้นบนพื้นผิว มีหน่วยเป็น ปริมาณของพลังงานต่อหน่วยเวลาต่อหน่วยปริมาตร

$$[-\text{div}(pu)] + \left[ \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \right] \quad (3.17)$$

**ฟลักซ์เนื่องจากการนำความร้อน**

เวกเตอร์ฟลักซ์ความร้อนต่อหน่วยพื้นที่  $q$  ประกอบด้วยองค์ประกอบย่อย 3 ส่วนคือ  $q_x, q_y, q_z$  (รูปที่ 3.5)



**รูปที่ 3.5** องค์ประกอบของเวกเตอร์ฟลักซ์ความร้อน

อัตราการถ่ายเทความร้อนสุทธิที่ขึ้นส่วนของไหล เนื่องจากฟลักซ์ของความร้อนทิศทาง  $x$

ถูกกำหนดโดยผลต่างระหว่างอัตราการความร้อนที่เข้าผ่านผิวหน้า  $W$  กับอัตราการความร้อนที่ออกจากผิวหน้า  $E$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\left[ \left( q_x - \frac{\partial q_x}{\partial x} \frac{1}{2} \Delta x \right) - \left( q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \frac{1}{2} \Delta x \right) \right] \delta y \delta z = -\frac{\partial q_x}{\partial x} \Delta x \delta y \delta z \quad (3.18a)$$

ในการทำงานเดียวกันอัตราการถ่ายเทความร้อนสุทธิของไหลเนื่องจากฟลักซ์ของความร้อนในทิศทาง  $y$  และ  $z$  คือ

$$-\frac{\partial q_y}{\partial y} \Delta x \delta y \delta z \quad \text{and} \quad -\frac{\partial q_z}{\partial z} \Delta x \delta y \delta z \quad (3.18b-c)$$

อัตราการความร้อนสุทธิที่เพิ่มขึ้นของอนุภาคของไหลต่อหน่วยปริมาตรครอบคลุมขอบเขตของชิ้นส่วนของไหล จะเท่ากับผลรวมของ(3.18a - 3.18c) หาด้วยปริมาตร  $\Delta x \delta y \delta z$

$$-\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} - \frac{\partial q_z}{\partial z} = -\text{div } \mathbf{q} \quad (3.19)$$

กฎของ Fourier ของการนำความร้อนอธิบายความสัมพันธ์ของอัตราการถ่ายเทปริมาณความร้อนต่อพื้นที่ (Heat flux) กับ ความแตกต่างอุณหภูมิ ต่อหน่วยความยาว

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z}$$

สิ่งนี้สามารถเขียนในรูปแบบของเวกเตอร์ได้ดังนี้

$$\mathbf{q} = -k \text{ grad } T \quad (3.20)$$

รวมสมการ (3.19) และ (3.20) ซึ่งจะได้ว่า อัตราการเพิ่มของความร้อนที่อนุภาคของไหลเนื่องจากการนำความร้อนผ่านพื้นผิวของชิ้นส่วนของของไหล

$$-\text{div } \mathbf{q} = \text{div}(k \text{ grad } T) \quad (3.21)$$

### สมการพลังงาน

ในหัวข้อนี้เราจะกล่าวถึงพลังงานจำเพาะของของไหล ซึ่งแทนด้วย  $E$  พลังงานของของไหลถูกนิยามเป็นผลรวมของพลังงานความร้อนภายใน  $i$ , พลังงานจลน์  $\frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2)$  และพลังงานศักย์โน้มถ่วง โดยมองว่าชิ้นส่วนของไหลมีการสะสมพลังงานศักย์โน้มถ่วง พลังงานภายในอาจไม่มีการรวมเอาพลังงานศักย์เข้าไว้ในนิยามก็ได้ หากมองว่าวัตถุกำลังทำงานในขณะที่

เคลื่อนที่ในสนามความโน้มถ่วงของโลกโดยงานในส่วนนี้เรียกว่า งานเนื่องจากน้ำหนักของวัตถุ ซึ่งเป็นเทอมการก่อกำเนิด ในสมการพลังงาน มีหน่วยเป็นพลังงานต่อหน่วยปริมาตรต่อหน่วยเวลา

การอนุรักษ์พลังงานของชิ้นส่วนของไหล ทำได้โดยการกำหนดให้อัตราการเปลี่ยนแปลงของพลังงานของชิ้นส่วนของไหล (3.15) มีค่าเท่ากับ ผลรวมของการเกิดงานสุทธิบนชิ้นส่วนของไหล (3.17) และอัตราความร้อนสุทธิที่เพิ่มขึ้นของของไหลเนื่องจากฟลักซ์ความร้อน (3.21) และอัตราการเพิ่มของพลังงานเนื่องจากเทอมของการก่อกำเนิด ดังนั้นสมการพลังงาน คือ

$$\rho \frac{DE}{Dt} = -\text{div}(p\mathbf{u}) + \left[ \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \right] + \text{div}(k \text{ grad } T) + S_E \quad (3.22)$$

ในสมการ (3.22) เรามี  $E = i + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$

แม้ว่า (3.22) คือสมการพลังงานที่สมบูรณ์ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ พลังงานภายในที่สัมพันธ์กับอุณหภูมิของของไหล และพลังงานจลน์ที่สัมพันธ์กับความเร็วของของไหล เรามักจะพิจารณาพลังงานในแต่ละส่วนแยกจากกัน พลังงานจลน์ที่สัมพันธ์กับความเร็วของของไหลนั้นสามารถเขียนได้โดยการแปลงรูปของสมการโมเมนตัม กล่าวคือ ทำการคูณสมการโมเมนตัมในทิศทาง  $x$  (2.14 a) ด้วยความเร็ว  $u$  สมการโมเมนตัมในทิศทาง  $y$  ด้วยความเร็ว  $v$  และสมการโมเมนตัมในทิศทาง  $z$  (2.14c) ด้วยความเร็ว  $w$  และรวมผลลัพธ์เข้าด้วยกัน ก่อนทำการหารด้วย 2 สิ่งนี้ทำให้ได้สมการอนุรักษ์สำหรับพลังงานจลน์ดังข้างล่างนี้

$$\rho \frac{D\left[\frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)\right]}{Dt} = -\mathbf{u} \cdot \text{grad } p + u \left( \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) + v \left( \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) + w \left( \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) + \mathbf{u} \cdot S_M \quad (3.23)$$

ทำการลบ (3.23) จาก (3.22) และนิยาม source term ขึ้นใหม่เป็น  $S_i = S_E - \mathbf{u} \cdot S_M$  จึงทำให้ได้สมการพลังงานภายในดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} \rho \frac{Di}{Dt} = & -p \operatorname{div} \mathbf{u} + \operatorname{div}(k \operatorname{grad} T) + \tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{zx} \frac{\partial u}{\partial z} \\ & + \tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{zy} \frac{\partial v}{\partial z} \\ & + \tau_{xz} \frac{\partial w}{\partial x} + \tau_{yz} \frac{\partial w}{\partial y} + \tau_{zz} \frac{\partial w}{\partial z} + S_i \end{aligned} \quad (3.24)$$

ในการไหลแบบอัดตัวไม่ได้ เรามี  $i = cT$ , ซึ่ง  $c$  คือค่าความร้อนจำเพาะและ  $\operatorname{div} \mathbf{u} = 0$  ซึ่งทำให้เราจัดเรียงสมการ(3.24) ไปในรูปของอุณหภูมิได้คือ

$$\begin{aligned} \rho c \frac{DT}{Dt} = & \operatorname{div}(k \operatorname{grad} T) + \tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{zx} \frac{\partial u}{\partial z} + \tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} \\ & + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{zy} \frac{\partial v}{\partial z} + \tau_{xz} \frac{\partial w}{\partial x} + \tau_{yz} \frac{\partial w}{\partial y} + \tau_{zz} \frac{\partial w}{\partial z} + S_i \end{aligned} \quad (3.25)$$

สำหรับสมการไหลที่อัดตัวได้ (3.22) ถูกจัดรูปเป็นสมการสำหรับค่า enthalpy และเนื่องจากค่า enthalpy จำเพาะ  $h$  และค่า enthalpy จำเพาะสัมบูรณ์  $h_0$  ของของไหลกำหนดได้โดย

$$h = i + p/\rho \quad \text{and} \quad h_0 = h + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$$

รวมสองนิยามนี้กับนิยามของพลังงานจำเพาะ  $E$  เข้าด้วยกัน เราจะได้

$$h_0 = i + p/\rho + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) = E + p/\rho \quad (3.26)$$

แทนค่า (3.26) ไปในสมการ (3.22) และจัดเรียงเรียงบางอย่างทำให้ได้สมการพลังงานรวม

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho h_0)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho h_0 \mathbf{u}) = & \operatorname{div}(k \operatorname{grad} T) + \frac{\partial p}{\partial t} \\ & + \left[ \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \right. \\ & + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \\ & \left. + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \right] + S_h \end{aligned} \quad (3.27)$$

สมการ (3.24), (3.25) และ (3.27) ไม่ใช่สมการการอนุรักษ์พลังงานที่เพิ่มเติมเข้ามาใหม่ หากแต่เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอญูญาติให้ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า เป็นอีกรูปแบบหนึ่งของสมการพลังงาน (3.22) ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.3 สมการนาเวียร์-สโตกส์ สำหรับของไหลแบบนิวโทเนียน

สมการควบคุมประกอบด้วยตัวที่ไม่รู้ค่าคือ ความเค้นเนื่องจากความหนืดในแนวแกนย่อย  $\tau_{ij}$  ในการไหลของของไหลนั้น ค่าความเค้นหนืดสามารถถูกอธิบายได้โดยอัตราการเสียรูปร่างที่ตำแหน่งใดๆ (หรืออัตราความเครียด) ในการไหล 3 มิติอัตราการเสียรูปร่างที่ตำแหน่งใดๆ ประกอบด้วยอัตราการเสียรูปร่างเชิงเส้นและอัตราเสียรูปร่างเชิงปริมาตร

ก๊าซทุกชนิดโดยส่วนมากมีคุณสมบัติเป็นแบบ Isotropic ในขณะที่ของเหลวบางชนิดที่ประกอบด้วยโมเลกุลของโพลีเมอร์ ในจำนวนที่มากพออย่างมีนัยสำคัญอาจจะประพฤติตัวเป็น Anisotropic หรือคุณสมบัติของความเค้นหนืดแบบขึ้นอยู่กับทิศทาง ซึ่งเป็นผลของการจัดเรียงตัวของโซ่โมเลกุลของโพลีเมอร์ ของไหลดังกล่าวอยู่นอกเหนือจากขอบเขตของหนังสือนี้และเราจะทำการศึกษาต่อไปโดยสมมุติว่าการไหลเป็น Isotropic

อัตราการเสียรูปร่างเชิงเส้นของชิ้นส่วนของไหลมี 9 องค์ประกอบใน 3 มิติ ในจำนวนนั้นมี 6 องค์ประกอบที่เป็นอิสระในของไหลแบบ Isotropic (Schlichting, 1979) ซึ่งถูกเขียนโดยสัญลักษณ์  $s_{ij}$  ระบบการอ้างอิงในตัวห้อยต่อท้ายสัญลักษณ์ ชี้ให้เห็นองค์ประกอบซึ่งเป็นระบบเดียวกับระบบอ้างอิงของความเค้น (ดูในหัวข้อ 3.2.3) มีองค์ประกอบของการเสียรูปร่างเชิงเส้นแบบตั้งฉากอยู่ 3 ตัว

$$s_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad s_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad s_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (3.28a)$$

มีองค์ประกอบของการเสียรูปร่างเชิงเส้นแบบเฉือนทั้ง 6 ด้านของชิ้นส่วนของไหลคือ

$$s_{xy} = s_{yx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad \text{และ} \quad s_{xz} = s_{zx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

$$s_{yz} = s_{zy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (3.28b)$$

การเสียรูปร่างเชิงปริมาตรถูกให้โดย

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \text{div}u \quad (3.28c)$$

ในของไหลแบบ Newtonian ความเค้นเนื่องจากความหนืดเป็นสัดส่วนโดยตรงกับอัตราของการเสียรูปร่างของของไหล ตามกฎที่ว่าด้วยความหนืดของนิวตันในปริภูมิ 3 มิติสำหรับของ

ไหลที่อัดตัวได้นั้น การไหลจะมีความหนืดเชื่อมโยงอย่างแปรผันตามค่าพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ 1) เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์หรือการสงวนสิทธิ์ในทรัพย์สินทางปัญญา ซึ่งเนื้อหาและข้อมูลที่อยู่ในเอกสารนี้เป็นลิขสิทธิ์ของเจ้าของเอกสารและไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าสัมประสิทธิ์ความหนืดที่หนึ่ง (Dynamic viscosity),  $\mu$  ซึ่งจะเชื่อมโยงกับการเสีรูปเชิงเส้นของของไหล และ 2) ความหนืดที่สอง,  $\lambda$  ที่จะเชื่อมโยงกับการเสีรูปเชิงปริมาตร ดังนั้นเราจะมีองค์ประกอบย่อยของความเค้นอยู่ทั้งหมด 9 ตัว โดยมี 6 ตัวในนั้นไม่ขึ้นแก่กันหรือเรียกว่ามีระดับอิสระ (degree of freedom) เท่ากับ 6

$$\begin{aligned}\tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{u}, & \tau_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{u}, & \tau_{zz} &= 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{u}, \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), & \tau_{xz} &= \tau_{zx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)\end{aligned}\quad (3.29)$$

ภาพของความเค้นในส่วนที่สองนั้นไม่ชัดเจนนัก เนื่องจากผลของมันในทางปฏิบัติมีไม่มากนักสำหรับก๊าซ การประมาณค่าที่ดีคือ  $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$  (Schlichting, 1979) และเนื่องจากเราสมมุติว่าของเหลวเป็นแบบที่อัดตัวไม่ได้ ซึ่งจากสมการอนุรักษ์มวลคือ  $\operatorname{div} \mathbf{u} = 0$  ดังนั้นความเค้นหนืดจะเป็น 2 เท่าของอัตราการเสีรูปเชิงเส้น

แทนค่าความเค้นเฉือนข้างบน (3.29) ไปใน (3.14a – c) ทำให้ได้สมการซึ่งเรียกตามชื่อ Navier-Stokes ซึ่งเป็นนักวิทยาศาสตร์ในศตวรรษที่ 19 ที่ได้นิยามดังนี้

$$\begin{aligned}\rho \frac{Du}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + S_{Mx}\end{aligned}\quad (3.30a)$$

$$\begin{aligned}\rho \frac{Dv}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + S_{My}\end{aligned}\quad (3.30b)$$

$$\begin{aligned}\rho \frac{Dw}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left[ 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} \right] + S_{Mz}\end{aligned}\quad (3.30c)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เราสามารถจัดเรียงเทอมของความเค้นหนืดใหม่ ดังข้างล่างนี้

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \operatorname{div} \mathbf{u} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ &+ \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \operatorname{div} \mathbf{u}) \right] \\ &= \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} u) + S_{Mx} \end{aligned}$$

ความเค้นหนืดในสมการที่เป็นองค์ประกอบในทิศทาง  $y$  และ  $z$  สามารถจัดใหม่ในลักษณะเดียวกัน เราจะสร้างสมการโมเมนตัมอย่างง่าย โดยการช้อนเทอมของความเค้นหนืดในเทอมของการเพิ่มขึ้นของโมเมนตัม (Source term) ดังนั้นจึงนิยามเทอมของการเพิ่มขึ้นของโมเมนตัมใหม่โดย

$$S_M = S_M + [s_M] \quad (3.31)$$

สมการนาเวียร์-สโตกส์ สามารถถูกเขียนในรูปแบบที่ใช้สำหรับการพัฒนาวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม ดังนี้

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} u) + S_{Mx} \quad (3.32a)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} v) + S_{My} \quad (3.32b)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \operatorname{div}(\mu \operatorname{grad} w) + S_{Mz} \quad (3.32c)$$

ถ้าเราใช้แบบจำลอง Newtonian สำหรับความเค้นหนืดในสมการพลังงานภายใน (3.24) เราจะได้

$$\rho \frac{Di}{Dt} = -p \operatorname{div} \mathbf{u} + \operatorname{div}(k \operatorname{grad} T) + \Phi + S_i \quad (3.33)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลกระทบทั้งหมดเนื่องจากความเค้นหนืดในสมการพลังงานภายในนี้ สามารถเขียนได้ในเทอมของฟังก์ชันการสลายตัว (Dissipation function)  $\Phi$  ซึ่งหลังจากการปรับรูปแบบสมการ สามารถแสดงได้ ดังนี้

$$\Phi = \mu \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} + \lambda (\text{div } \mathbf{u})^2 \quad (3.34)$$

การสลายตัวนี้เป็นค่าบวกเสมอเนื่องจากประกอบด้วยเทอมยกกำลังสอง และแทนถึงการก่อกำเนิดของพลังงานภายในอันเป็นผลมาจากการเสียดรูปทรงของชิ้นส่วนของไหล อีกนัยหนึ่งคือเป็นตัวลดทอนพลังงานจลน์จากการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหล และเปลี่ยนไปเป็นพลังงานภายในหรือความร้อน นั่นเอง

### 3.4 รูปแบบอนุกรมสำหรับสมการควบคุมของการไหล

ตารางที่ 3.1 แสดงสมการอนุกรมมวล โมเมนตัม และพลังงาน ในรูปแบบของไดเวอร์เจนซ์ เป็นสมการแบบ 3 มิติ ที่ขึ้นกับเวลาของของไหล Newtonian ที่อัดตัวได้

ตารางที่ 3.1 สมการควบคุมการไหลของของไหลแบบนิวโทเนียนอัดตัวได้

มวล	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0$	(3.4)
โมเมนตัม x	$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \text{div}(\rho u \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \text{div}(\mu \text{grad } u) + S_{Mx}$	(3.35a)
โมเมนตัม y	$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \text{div}(\rho v \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{grad } v) + S_{My}$	(3.35b)
โมเมนตัม z	$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \text{div}(\rho w \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \text{div}(\mu \text{grad } w) + S_{Mz}$	(3.35c)
พลังงาน	$\frac{\partial(\rho i)}{\partial t} + \text{div}(\rho i \mathbf{u}) = -p \text{div } \mathbf{u} + \text{div}(k \text{grad } T) + \Phi + S_i$	(3.36)
สมการสถานะ	$p = p(\rho, T) \text{ and } i = i(\rho, T)$	(3.28)
	$p = \rho RT \text{ and } i = C_v T$	(3.29)

เทอมการก่อกำเนิดของโมเมนตัม  $S_M$  และฟังก์ชันการสลายตัว  $\Phi$  แสดงใน (3.31) และ (3.34) ตามลำดับ เป็นที่น่าสนใจที่ว่าสมมุติฐานสมดุลทางเทอร์โมไดนามิกส์ ทำให้ได้สมการการไหล

เอกสภาวะ (PDEs) 5 สมการ และสมการพีชคณิต 2 สมการ รวมเป็น 7 สมการ ต่อมาเราใช้แนวคิดของของค่าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ไหล Newtonian ซึ่งอธิบายความเค้นหนืดในทอมของความแตกต่างขององค์ประกอบความเร็วต่อหน่วยความยาว เป็นผลให้เกิดตัวไม่รู้ค่า 7 ตัว จำนวนที่เท่ากันของสมการและตัวที่ไม่รู้ค่าของระบบนี้ สามารถถูกแก้ปัญหาได้ ด้วยเงื่อนไขที่ขอบและค่าเริ่มต้น (Boundary and Initial condition)

### 3.5 รูปแบบเชิงอนุพันธ์และอินทิกรัลสำหรับสมการการเคลื่อนย้ายแบบปกติ

จากตารางที่ 3.1 จะพบว่า มีโครงสร้างสมการหลายสมการที่มีความคล้ายคลึงกัน ถ้าเราพิจารณา  $\phi$  เป็นตัวแปรแสดงคุณสมบัติใดๆ ของของไหลแล้ว รูปแบบของสมการอนุพันธ์ที่ถูกสร้างขึ้นนั้นก็จะมีโครงสร้างคล้ายกับสมการข้างต้นเช่นกัน ทั้งนี้รวมทั้งสมการสำหรับปริมาณสเกลาร์ เช่น อุณหภูมิและความเข้มข้นของสสาร สามารถเขียนในรูปแบบดังนี้

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\bar{u}) = \text{div}(\Gamma \text{grad } \phi) + S_\phi \quad (3.37)$$

หรืออธิบายได้ คือ

อัตราการ เพิ่ม $\phi$ ของ ชิ้นส่วน ของไหล	+	การไหลสุทธิของ $\phi$ ที่ออกจากชิ้นส่วน ของไหล	=	อัตราการเพิ่มขึ้น ของ $\phi$ เนื่องจากการ แพร่	+	อัตราการเพิ่มขึ้น ของ $\phi$ เนื่องจากการ ก่อกำเนิด
--	---	--	---	--	---	---

สมการ (3.37) ถูกเรียกว่าสมการการเคลื่อนย้ายของคุณสมบัติ  $\phi$  ซึ่งพบว่ามันสามารถอธิบายการเคลื่อนย้ายของปริมาณทางฟิสิกส์ที่แตกต่างกันได้ คือเทอมที่แสดงอัตราการเปลี่ยนแปลงและเทอมของการพาอยู่ด้านซ้ายมือของสมการ ส่วนเทอมของการแพร่ ( $\Gamma$  คือ การแพร่ทางความร้อน) และเทอมของการก่อกำเนิด อยู่ขวามือตามลำดับ โดยได้ซ่อนเทอมซึ่งไม่เหมือนกันไว้ในเทอมของการก่อกำเนิด นั่นเอง

สมการ (3.37) ถูกใช้เป็นจุดเริ่มต้นสำหรับขั้นตอนการคำนวณในวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม โดยกำหนด  $\phi$  เท่ากับ 1,  $u$ ,  $v$ ,  $w$  และ  $i$  (หรือ  $T$  หรือ  $h_0$ ) และเลือกค่าที่เหมาะสมสำหรับสัมประสิทธิ์การแพร่  $\Gamma$  และเทอมการก่อกำเนิด เราได้รูปแบบพิเศษของตารางที่ 3.1 ในสมการ Partial differential equations ทั้ง 5 ชุด ซึ่งประกอบด้วยสมการอนุพันธ์มวล โมเมนตัมและพลังงาน ทั้งนี้ขั้นตอนหลักของวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม คือการอินทิเกรตสมการ (3.37) เหนือปริมาตรควบคุม (CV) 3 มิติซึ่งทำได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\int_{cv} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_{cv} \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) dV = \int_{cv} \text{div}(\Gamma \text{grad} \phi) dV + \int_{cv} S_\phi dV \quad (3.38)$$

การอินทิเกรตเชิงปริมาตรในทอมที่สองด้านซ้ายมือ คือ เทอมการพา และในทอมแรกทางขวามือคือเทอมของการแพร่ ถูกเขียนใหม่เป็นการอินทิเกรตเชิงพื้นผิวของปริมาตรควบคุม โดยใช้ทฤษฎี Gauss' divergence สำหรับเวกเตอร์  $\mathbf{a}$  ใดๆ ทฤษฎีนี้กล่าวว่า

$$\int_{cv} \text{div}(\mathbf{a}) dV = \int_A \mathbf{n} \cdot \mathbf{a} dA \quad (3.39)$$

ความหมายทางคณิตศาสตร์ของ  $\mathbf{n} \cdot \mathbf{a}$  คือ องค์ประกอบย่อยของเวกเตอร์  $\mathbf{a}$  ในทิศทางของเวกเตอร์  $\mathbf{n}$  ตั้งฉากต่อพื้นผิวของชิ้นส่วน  $dA$  ฉะนั้นการอินทิเกรตของ divergence ของเวกเตอร์  $\mathbf{a}$  เหนือปริมาตร จะเท่ากับ องค์ประกอบย่อยของเวกเตอร์  $\mathbf{a}$  ในทิศทางตั้งฉากกับพื้นผิวตลอดทั้งขอบเขตของปริมาตรรวม (Integrated) ซึ่งก็คืออาณาบริเวณของพื้นผิว  $A$  ทั้งหมด การประยุกต์ทฤษฎี Gauss' divergence (สมการที่ 3.38) จะทำให้สามารถเขียนได้ ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{cv} \rho\phi dV \right) + \int_A \mathbf{n} \cdot (\rho\phi\mathbf{u}) dA = \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad} \phi) dA + \int_{cv} S_\phi dV \quad (3.40)$$

ลำดับขั้นของการอินทิเกรตและการอนุพันธ์ ได้ถูกเปลี่ยนแปลงในทอมแรกๆ ของทางซ้ายมือของสมการ (3.40) เพื่อแสดงให้เห็นความหมายทางคณิตศาสตร์ เทอมนี้มีนัยถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงทั้งหมดของคุณสมบัติ  $\phi$  ในปริมาตรควบคุม ผลคูณ  $\mathbf{n} \cdot (\rho\phi\mathbf{u})$  หมายถึงฟลักซ์ขององค์ประกอบของคุณสมบัติ  $\phi$  เนื่องจากการไหลของของไหลในทิศทางของเวกเตอร์ตั้งฉาก  $\mathbf{n}$  ซึ่งก็คือออกจากพื้นผิวของชิ้นส่วนของไหล ดังนั้น เทอมที่สองด้านซ้ายมือของสมการ (3.40) หรือ เทอมการพา เป็นอัตราการลดลงสุทธิของคุณสมบัติของไหล  $\phi$  ของชิ้นส่วนของไหลเนื่องจากการพา

ฟลักซ์การแพร่เป็นบวกในทิศทางของการเปลี่ยนแปลงต่อหน่วยความยาวของคุณสมบัติของไหล  $\phi$  ที่มีค่าลบ เช่น ตลอดแนวทิศทาง  $-\text{grad} \phi$  สำหรับตัวอย่างนี้ ความร้อนถูกนำหรือแพร่ไปในทิศทางของการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิต่อหน่วยความยาว (หรือเรียกว่า เกรเดียน) ที่เป็นลบ ดังนั้นผลคูณของ  $\mathbf{n} \cdot (-\Gamma \text{grad} \phi)$  คือองค์ประกอบของฟลักซ์การแพร่ในทิศทางของเวกเตอร์ตั้งฉากที่ทิศพุ่งออกไปจากพื้นผิวของชิ้นส่วนของไหล ในทำนองเดียวกันกับผลคูณ  $\mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad} \phi)$  ซึ่งเท่ากับ  $-\mathbf{n} \cdot (-\Gamma \text{grad} \phi)$  ซึ่งก็คือ ฟลักซ์การแพร่ที่มีค่าบวก มีทิศตรงกันข้ามกับ

เวกเตอร์ตั้งฉากหรือเข้าไปในชิ้นส่วนย่อยนั่นเอง เทอมแรกทางขวามือของ (3.40) คือเทอมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

แพร่ ดังนั้นจะสอดคล้องกับฟลักซ์ที่ไหลเข้าไปในชิ้นส่วนและแทนอัตราการเพิ่มสุทธิของ

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คุณสมบัติ  $\phi$  ของชิ้นส่วนของไหลเนื่องจากการแพร่ เทอมสุดท้ายทางขวามือของสมการนี้ได้ให้อัตราการเพิ่มของคุณสมบัติ  $\phi$  ที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากผลของการก่อกำเนิด ภายในชิ้นส่วนไหล

ในทำนองเดียวกัน ความสัมพันธ์ (3.40) ของของไหลในปริมาตรควบคุมสามารถอธิบายได้ดังนี้

อัตราการเพิ่ม $\phi$	+	อัตราการลดลงสุทธิ ของ $\phi$ เนื่องจากการพาที่คร่อมผ่าน ขอบเขต	=	อัตราการเพิ่มขึ้น ของ $\phi$ เนื่องจากการแพร่	+	อัตราการสร้างสุทธิ ของ $\phi$
----------------------	---	--	---	--	---	----------------------------------

การอธิบายนี้ยืนยันได้ว่าการอินทิเกรตของสมการ Partial differential ยังคงสภาพของการอนุรักษ์ปริมาณทางฟิสิกส์ของของไหล ถึงแม้ว่าในระดับปริมาตรควบคุมที่มีขนาดจำกัด (Macroscopic)

ในปัญหาสถานะคงตัว (Steady state) อัตราของเทอมที่การเปลี่ยนแปลงของ (3.40) เท่ากับศูนย์ สิ่งนี้นำไปสู่รูปแบบอินทิเกรตของสมการการเคลื่อนที่แบบสถานะคงตัว

$$\int_A \mathbf{n} \cdot (\rho \phi \mathbf{u}) dA = \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad } \phi) dA + \int_{cv} S_\phi dV \quad (3.41)$$

ในปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเวลา จำเป็นต้องอินทิเกรตเทียบกับเวลา  $t$  ในช่วงเวลาน้อยๆ  $\Delta t$  จาก  $t$  จนกระทั่งถึง  $t + \Delta t$  ทำให้ได้รูปแบบอินทิเกรตทั่วไปของสมการการเคลื่อนที่ คือ

$$\int_{\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{cv} (\rho \phi) dV \right) dt + \int_{\Delta A} \mathbf{n} \cdot (\rho \phi \mathbf{u}) dA dt = \int_{\Delta A} \mathbf{n} \cdot (\Gamma \text{grad } \phi) dA dt + \int_{\Delta cv} S_\phi dV dt \quad (3.42)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 4

# การถ่ายเทความร้อนและการไหลในท่อ

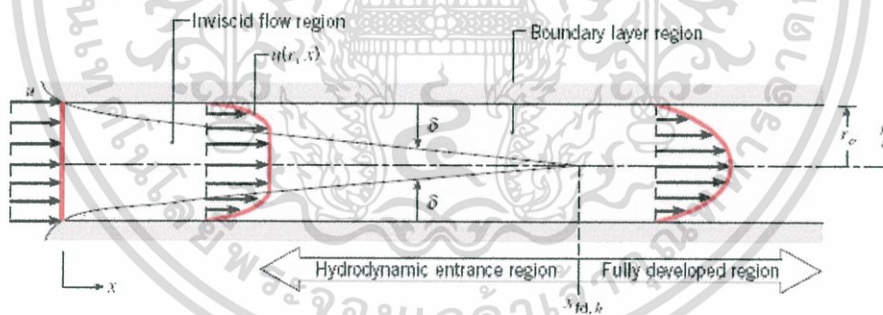
### 4.1 บทนำ

การไหลภายในท่อ [2] นี้มีข้อแตกต่างจากการไหลผ่านภายนอก คือการไหลภายในท่อมักมีขอบเขตจำกัด โดยที่ความหนาของบาวนด์คาร์เลเยอร์ ไม่สามารถเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ ได้ เพราะว่าเมื่อไหลไปได้ระยะหนึ่งบาวนด์คาร์เลเยอร์ก็ก่อตัวเต็มพื้นที่หน้าตัดของท่อจึงไม่สามารถขยายออกไปได้อีก รูปร่างของความเร็วจะมีลักษณะชัดเจนแน่นอนไม่เปลี่ยนแปลงต่อไปอีก ซึ่งการไหลลักษณะเช่นนี้เรียกว่า การไหลที่ปรับตัวเต็มที่แล้ว (Fully developed flow) ส่วนการไหลก่อนหน้านี้เรียกว่า การไหลที่กำลังปรับตัว (Developing flow) และเรียกช่วงระยะของการไหลแบบนี้ว่า Hydrodynamic entrance region

### 4.2 การไหลของของไหล

#### 4.2.1 สถานะการไหล

พิจารณาการไหลแบบลามินาร์ ในท่อกลมที่มีรัศมี  $r_0$  ตามรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 การก่อตัวของบาวนด์คาร์เลเยอร์ของการไหลแบบลามินาร์ในท่อกลม

สำหรับการไหลภายในท่อนั้น ต้องคำนึงถึงการขยายตัวของช่วงบริเวณทางเข้า (Entry region) ซึ่งจะขึ้นอยู่กับว่าการไหลนั้นเป็นอย่างไร แบบลามินาร์ หรือเทอร์บูเลนต์ เลขเรย์โนลด์ส์ สำหรับการไหลภายในท่อกลมกำหนดเป็น

$$Re_D \equiv \frac{\rho u_m D_h}{\mu} \quad (4.1)$$

ซึ่ง  $u_m$  เป็นความเร็วเฉลี่ยภายในท่อ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใด ๆ ทั้งสิ้น ขอสงวนสิทธิ์ในสิ่งที่ปรากฏและไม่ต้องรับผิดชอบต่อเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เลขเรย์โนลด์ส์วิกฤติ สำหรับช่วงการเปลี่ยนแปลงของการไหล จากลามินาร์เป็นเทอร์บูเลนซ์เริ่มต้นจาก

$$\text{Re}_{D,c} \approx 2300$$

และการไหลเป็นแบบเทอร์บูเลนซ์เต็มที่ที่  $\text{Re}_D \geq 4000$

สำหรับการไหลแบบลามินาร์ (คือ  $\text{Re}_D \leq 2300$ ) ความยาวของช่วงบริเวณทางเข้า สำหรับการปรับตัวหาได้จากสมการ

$$\left( \frac{x_{fd,h}}{D_h} \right)_{lam} \approx 0.05 \text{Re}_D \quad (4.2)$$

#### 4.2.2 ความเร็วเฉลี่ย (Mean velocity)

ข้อแตกต่างของการไหลภายในและการไหลภายนอกก็คือ เราไม่สามารถใช้ความเร็วของกระแสนิรนา  $u_\infty$  ของของไหลได้ เนื่องจากความเร็วภายในท่อจะแปรเปลี่ยนทั่วทั้งพื้นที่หน้าตัดของท่อ ดังนั้นจึงใช้ความเร็วเฉลี่ย  $u_m$  (Mean velocity) แทน โดยนิยามว่าความเร็วเฉลี่ยนี้คือความเร็วที่เมื่อคูณด้วยพื้นที่หน้าตัดของท่อและความหนาแน่นของของไหลแล้วจะเท่ากับอัตราการไหลของมวล ซึ่งได้

$$\dot{m} = \rho u_m A_c \quad (4.3)$$

ถ้าเป็นการไหลสถานะคงที่ ที่อัดตัวไม่ได้แล้ว ภายในท่อที่มีพื้นที่หน้าตัดคงที่ ค่า  $\dot{m}$  และ  $u_m$  ย่อมมีค่าคงที่ตลอดความยาวท่อ

สำหรับท่อกลม ( $A_c = \pi D^2 / 4$ ) ค่าของเลขเรย์โนลด์ส์ลดลงเป็น

$$\text{Re}_D = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu} \quad (4.4)$$

เพราะว่าค่า  $\dot{m}$  อาจหาได้จากการอินทิเกรตของฟลักซ์มวล ( $\rho u$ ) ทั่วทั้งพื้นที่หน้าตัด

$$\dot{m} = \int_{A_c} \rho u(r, x) dA_c \quad (4.5)$$

ดังนั้นสำหรับท่อกลม กรณีของไหลอัดตัวไม่ได้แล้วจะได้  
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$u_m = \frac{\int_{A_c} \rho u(r, x) dA_c}{\rho A_c} = \frac{2\pi\rho}{\rho\pi r_o^2} \int_0^{r_o} u(r, x) r dr = \frac{2}{r_o^2} \int_0^{r_o} u(r, x) r dr \quad (4.6)$$

ซึ่งจะหาค่า  $u_m$  ได้ทันที เมื่อรู้ Velocity profile,  $u(r)$  ที่ตำแหน่งนั้น

#### 4.2.3 รูปร่างของความเร็วของของไหลที่ปรับตัวเต็มที่แล้ว

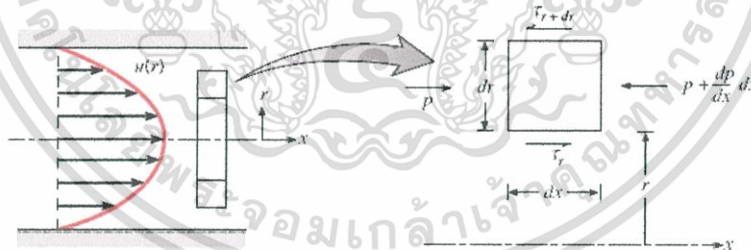
รูปทรงของความเร็วสามารถหาได้ สำหรับการไหลแบบลามินาร์ของของไหลที่ คุณสมบัติคงที่ อัดตัวไม่ได้ ในช่วงที่ปรับตัวเต็มที่แล้วของท่อกลม (สำหรับเทอร์บูเลนซ์ ส่วนใหญ่ต้องอาศัยผลจากการทดลองเป็นหลัก) โดยทั่วไปจะเป็นฟังก์ชันของรัศมี

สิ่งสำคัญสำหรับเงื่อนไขข้างต้นก็คือ ค่าความเร็วในแนวรัศมีและการเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแนวแกนทุกๆแห่งมีค่าเป็นศูนย์

$$v = 0 \text{ และ } \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 0$$

ดังนั้น ความเร็วตามแนวแกนจะมีค่าขึ้นอยู่กับ  $r$  เท่านั้น  $[u(x, r) = u(r)]$

ความเร็วตามแนวแกนหาได้ จากการแก้สมการที่เหมาะสมของสมการโมเมนตัม ตามแนว  $x$  หรืออาจจะหาโดยคิดสมดุลของการอนุรักษ์โมเมนตัมก็ได้ตามรูปที่ 4.2



รูปที่ 4.2 สมดุลแรงบนอิลิเมนต์  $dx$  สำหรับการไหลแบบลามินาร์ที่ก่อตัวเต็มที่ในท่อกลม

สำหรับอิลิเมนต์คิฟเฟอเรนเชียลรูปร่างวงแหวนของรูปที่ 4.2 สามารถเขียนสมดุลของแรงได้ดังนี้

$$\tau_r(2\pi r dx) - \left\{ \tau_r(2\pi r dx) + \frac{d}{dr} [\tau_r(2\pi r dx)] dr \right\} + p(2\pi r dr) - \left\{ p(2\pi r dr) + \frac{d}{dx} [p(2\pi r dr)] dx \right\} = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{ซึ่งลดรูปเป็น } -\frac{d}{dr}(r\tau_r) = r \frac{dp}{dx} \quad (4.7)$$

จากกฎความหนืดของนิวตัน เราทราบว่า  $\tau_r = \mu \frac{du}{dr}$

$$\text{ดังนั้น (4.7) จะเป็น } \frac{\mu}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{du}{dr} \right) = \frac{dp}{dx} \quad (4.8)$$

เพราะว่า  $\frac{dp}{dx}$  นั้นไม่ขึ้นกับ  $r$  ดังนั้นเราสามารถอินทิเกรต (4.8) ได้

$$r \frac{du}{dr} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) \frac{r^2}{2} + C_1$$

และ 
$$u(r) = \frac{1}{\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) \frac{r^2}{4} + C_1 \ln r + C_2$$

จากเงื่อนไขที่ขอบได้ว่า  $u(r_0) = 0$  และ  $\left. \frac{du}{dr} \right|_{r=r_0} = 0$  จะได้

$$u(r) = -\frac{1}{4\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) r_0^2 \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \quad (4.9)$$

ดังนั้น รูปทรงของความเร็วสำหรับการไหลแบบลามินาร์ที่ปรับตัวเต็มที่แล้วจะเป็น “พาราโบลา และจะสังเกตว่าการเปลี่ยนแปลงความดัน  $\left( \frac{dp}{dx} \right)$  ต้องเป็นลบเสมอ

ผลลัพธ์ที่กล่าวมานี้อาจใช้หาความเร็วเฉลี่ยได้ ( $u_m$ ) โดยแทนสมการ (4.9) ใน (4.6) แล้วทำการอินทิเกรตจะได้

$$u_m = -\frac{r_0^2}{8\mu} \frac{dp}{dx} \quad (4.10)$$

แทนสมการ (4.10) ใน (4.9) จะได้รูปร่างของความเร็วเป็น

$$\frac{u(r)}{u_m} = 2 \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \quad (4.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เพราะว่า  $u_m$  สามารถหาได้จากการรู้อัตราการไหลของมวล ดังนั้นสมการ (4.10) สามารถหาเกรเดียนต์ของความดันได้ ( $\frac{dp}{dx}$ )

#### 4.2.4 การเปลี่ยนแปลงความดันและตัวประกอบเสียดทานในการไหลแบบปรับตัวเต็มที่แล้ว

วิศวกรส่วนใหญ่ให้ความสนใจเกี่ยวกับความดันตกคร่อมในการไหลของของไหลภายในท่อ เนื่องจากตัวพารามิเตอร์นี้เกี่ยวข้องกับการหาขนาดกำลังงานของปั๊มหรือพัดลมโดยตรง ในการหาความดันตกคร่อม เราจะใช้ ตัวประกอบเสียดทานของ Moody (หรือ Darcy) ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ไร้มิติ โดยนิยามว่า

$$f \equiv \frac{-(dp/dx)D}{\rho u_m^2 / 2} \quad (4.12)$$

ค่านี้ต่างกับสัมประสิทธิ์ความเสียดทาน  $C_f$  ซึ่งบางครั้งเรียกว่า “ตัวประกอบเสียดทานเฟอนิ่ง” ซึ่งนิยามว่า

$$C_f \equiv \frac{\tau_s}{\rho u_m^2 / 2} \quad (4.13)$$

เพราะว่าแรงเฉือนบนผิวของของไหลเท่ากับ (ทิศทางตรงกันข้าม) แรงบนผิวของของไหล ดังนั้นความเค้นเฉือนบนผิวกำหนดเป็น  $\tau_s = -\mu(du/dr)_{r=r_o}$  จากสมการ (4.9) ได้

$$C_f = \frac{f}{4} \quad (4.14)$$

แทนสมการ (4.1) และ (4.10) ลงใน (4.12) สำหรับการไหลแบบลามินาร์ที่ปรับตัวเต็มที่แล้ว ได้

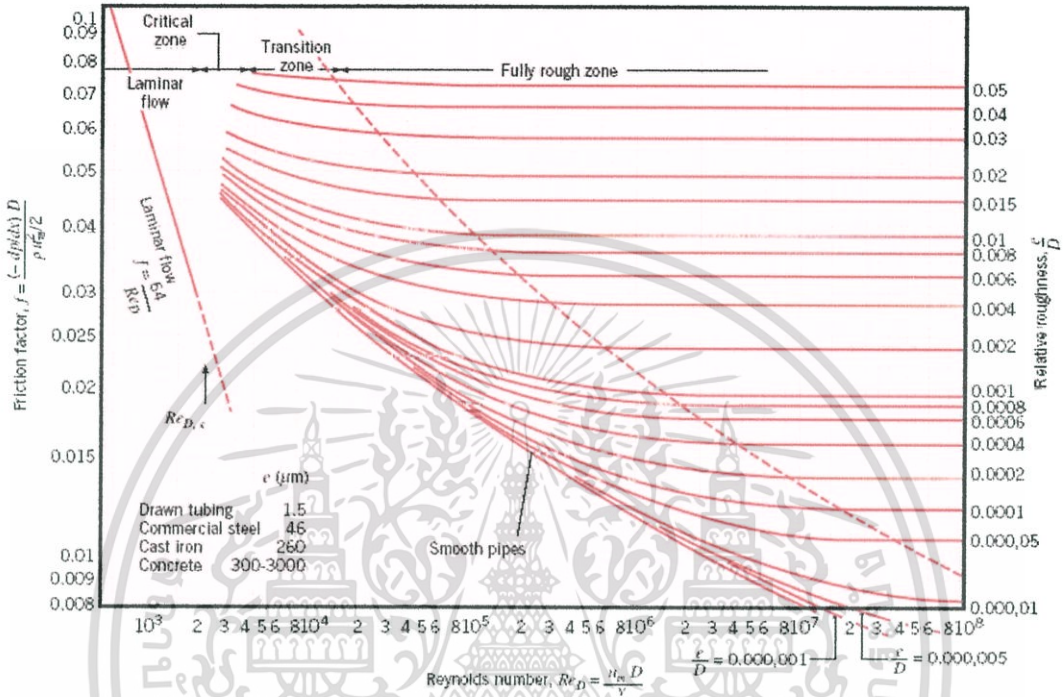
$$f = \frac{64}{\text{Re}_D} \quad (4.15)$$

นอกจากนี้เรารู้ว่า ความดันตกคร่อม ( $\Delta p$ ) ระหว่างระยะ  $x_1$  ถึง  $x_2$  เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

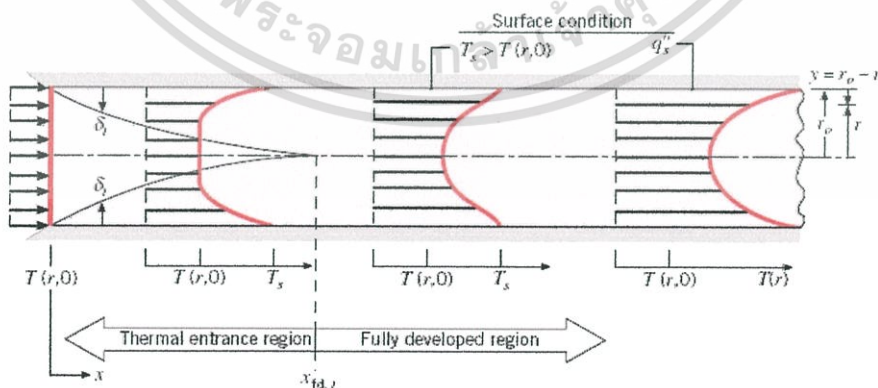
$$\Delta p = - \int_{p_1}^{p_2} dp = f \frac{\rho u_m^2}{2D} \int_{x_1}^{x_2} dx = f \frac{\rho u_m^2}{2D} (x_2 - x_1) \tag{4.16}$$

สำหรับการไหลแบบลามินาร์ซึ่งค่า  $f$  หาได้จากรูปที่ 4.3 หรือจากสมการ (4.15)



รูปที่ 4.3 ตัวประกอบเสียดทานสำหรับการไหลที่ปรับตัวเต็มที่แล้วในท่อกลม

### 4.3 การถ่ายเทความร้อน



รูปที่ 4.4 การก่อตัวของบาวน์คาร์เลเยอร์ทางความร้อนในท่อกลม

เรามาพิจารณาอิทธิพลของความร้อนข้างของไหลเข้าไปในท่อตามรูปที่ 4.4 ที่อุณหภูมิเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
**สม่ำเสมอ  $T(r,0)$**  ซึ่งมีค่าแตกต่างจากอุณหภูมิที่ผิวแล้ว การพาความร้อนจะเกิดขึ้นและบาวนด์  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีเหตุเปลี่ยนแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รีเลเยอร์ของความร้อนจะเริ่มก่อตัวขึ้น อย่างไรก็ตามถ้าสภาวะที่ผิวของท่อคงที่โดยอาจเป็น อุณหภูมิผิวสม่ำเสมอ (  $T_s = \text{คงที่}$  ) หรือฟลักซ์ความร้อนที่ผิวสม่ำเสมอ (  $q_s'' = \text{คงที่}$  ) สภาวะ ที่ปรับตัวคงที่แล้วของความร้อน (thermally fully developed condition) ก็จะเกิดขึ้น ในที่สุด รูปร่างของอุณหภูมิที่ปรับตัวเต็มที่แล้วจะแตกต่างกันตามเงื่อนไข ไม่ว่าจะกรณีอุณหภูมิผิวคงที่ หรือฟลักซ์ความร้อนคงที่ [2]

สำหรับการไหลแบบลามินาร์ระยะความยาวของทางเข้าสำหรับปรับตัว จะเป็น

$$\left(\frac{x_{fd,t}}{D}\right)_{lam} \approx 0.05 \text{ Re}_D \text{ Pr} \quad (4.17)$$

โดยการเปรียบเทียบบริเวณทางเข้า(Entrance region) ของอุณหภูมิตามสมการ (4.17) กับ สมการของความเร็ว (4.2) จะพบว่าต่างกันที่ค่า Pr เท่านั้น จึงพอสรุปได้ว่า ถ้า  $\text{Pr} > 1$  แล้ว ไฮโดร ไดนามิกบาวน์คาร์เลเยอร์ ขยายเร็วกว่า บาวน์คาร์เลเยอร์ของความร้อนมาก ( $x_{fd} > x_{fd,t}$ ) และจะ กลับกันถ้า  $\text{Pr} < 1$  สำหรับค่า Pr สูงๆเช่น น้ำมัน ( $\text{Pr} \geq 100$ )  $x_{fd}$  จะน้อยกว่า  $x_{fd,t}$  มากมายและ อาจสมมุติได้ว่ารูปทรงของความเร็วที่ปรับตัวเต็มที่แล้วมีตลอดช่วงบริเวณทางเข้าของความร้อน ในทางกลับกันของไหลที่มีค่า Pr ต่ำๆเช่น โลหะเหลว ( $\text{Pr} \leq 0.05$ ) รูปร่างอุณหภูมิจาก เป็นแบบอัดตัวเต็มที่แล้วได้เร็วมากในขณะที่รูปร่างของความเร็วยังอยู่ในช่วงกำลังก่อตัวอยู่ ส่วน ในการไหลแบบเทอร์บูเลนต์ที่เงื่อนไขทั้งสองเกือบจะเป็นอิสระไม่ขึ้นกับ Pr และโดยการประมาณ ครั้งก่อนได้ว่า  $x_{fd,t} / D = 10$

#### 4.3.1 อุณหภูมิเฉลี่ย

ในเรื่องอุณหภูมินี้ จำเป็นต้องใช้อุณหภูมิเฉลี่ย ( $T_m$ ) ในลักษณะที่เหมือนกัน  $u_m$  โดยให้ ความหมาย

$$T_m = \frac{\int_{A_c} \rho u c_v T dA_c}{m c_v} \quad (4.18)$$

สำหรับท่อกลม และเป็นการไหลที่อัดตัวไม่ได้ จะได้ว่า

$$T_m = \frac{2}{u_m r_o^2} \int_0^{r_o} u T r dr \quad (4.19)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าของ  $T_m$  จะเปลี่ยนแปลงตามแนว  $x$  ถ้ามีความร้อนเข้าหรือออกจากของไหล ซึ่งต่างจาก  $u_m$  ที่มีค่าคงที่สำหรับท่อที่มีพื้นที่หน้าตัดคงที่

ฟลักซ์ความร้อน ( $q_s''$ ) ระหว่างของไหลกับผิวท่อที่จุดใดๆ หาได้จากกฎเย็นตัวของนิวตัน

$$q_s'' = h(T_s - T_m) \quad (4.20)$$

ซึ่ง  $h$  เป็นสัมประสิทธิ์การพาความร้อนที่ตำแหน่งใดๆ อย่างไรก็ตามมีความแตกต่างกันระหว่าง  $T_m$  และ  $T_\infty$  เนื่องจาก  $T_\infty$  คงที่ในทิศทางของการไหล ส่วน  $T_m$  ต้องเปลี่ยนแปลงตามทิศทางนั้นคือ  $dT_m/dx$  จะไม่เป็นศูนย์ถ้ามีการถ่ายเทความร้อนเกิดขึ้น ค่าของ  $T_m$  เพิ่มขึ้นตามระยะ  $x$  ถ้าการถ่ายเทความร้อนเป็นไปจากผิวสู่ของไหล ( $T_s > T_m$ ) และ  $T_m$  จะลดลงกับระยะ  $x$  ถ้า  $T_s < T_m$

#### 4.3.2 สถานะการปรับตัวเต็มที่แล้ว (Fully developed conditions)

เนื่องจากการพาความร้อนเกิดขึ้นจริงระหว่างผิวและของไหลคืออุณหภูมิของไหลต้องยังคงเปลี่ยนแปลงตามระยะ  $x$  สิ่งที่ยากรู้คือเกิดภาวะ thermal fully developed หรือยัง สถานการณ์นี้จะแตกต่างไปจากกรณีการไหลของของไหลที่ซึ่ง  $(\partial u/\partial x) = 0$  ในช่วงบริเวณปรับตัวเต็มที่แล้ว ในทางกลับกันถ้ามีการพาความร้อนแล้ว ( $dT_m/dx$ ) เช่นเดียวกับ  $(\partial T/\partial x)$  ที่รัศมี  $r$  ใดๆจะไม่เป็นศูนย์ ผลที่ตามมารูปร่างของอุณหภูมิ  $T(r)$  จะเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องกับ  $x$  ซึ่งเปรียบเสมือนว่า สถานะการปรับตัวเต็มที่แล้วของอุณหภูมิไม่เคยเกิดขึ้นเลย ปรากฏการณ์นี้จะต้องจัดใหม่ให้อยู่ในรูปไร้มิติของอุณหภูมิเพื่อให้ได้เงื่อนไขนี้

จากสำหรับการนำแบบทรานเซียนท์และสมการอนุรักษ์พลังงาน ได้ความแตกต่างอุณหภูมิไร้มิติในรูป  $(T_s - T)/(T_s - T_m)$  ซึ่งเป็นเงื่อนไขที่มีอยู่จริงซึ่งอัตราส่วนนี้จะเป็นอิสระกับ  $x$  นั่นคือถึงแม้ว่า  $T(r)$  ยังคงเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องกับ  $x$  แต่รูปร่างสัมพัทธ์ของ Profile นี้จะไม่เปลี่ยนแปลงเลย และการไหลแบบนี้เรียกว่า “การไหลปรับตัวเต็มที่แล้วทางความร้อน” (thermally fully developed) และจะได้ว่า

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{T_s(x) - T(r, x)}{T_s(x) - T_m(x)} \right]_{fd,t} = 0 \quad (4.21)$$

โดยที่  $T_s$  เป็นอุณหภูมิผิวท่อ  $T$  เป็นอุณหภูมิของไหลที่ตำแหน่งใดๆ

$T_m$  เป็นอุณหภูมิเฉลี่ยของของไหลทั่วพื้นที่หน้าตัดของท่อ

เงื่อนไขที่กำหนดให้สำหรับสมการ (4.21) ซึ่งจะเกิดขึ้นในท่ออาจจะเป็นกรณี  $q_s''$  คงที่ หรือ  $T_s$  คงที่ก็ได้ เงื่อนไขที่ผิวแบบนี้เกิดขึ้นมากในทางวิศวกรรม เช่น ผนังท่อที่ซึ่งได้รับความร้อนจากไฟฟ้าหรือ ผิวภายนอกที่ได้รับจากการแผ่รังสีอย่างสม่ำเสมอจะเป็นกรณีของ  $q_s''$  คงที่ ส่วนกรณี  $T_s$  คงที่ จะเกิดขึ้นถ้ามีการเปลี่ยนแปลงสถานะ (เนื่องจากการเดือดหรือการควบแน่น) เกิดขึ้นที่ผิวภายนอก

สังเกตว่าเป็นไปไม่ได้ที่จะเกิดเงื่อนไขทั้งสองอย่างนี้พร้อมกัน (เกิดกรณี  $T_s$  และ  $q_s''$  คงที่พร้อมกัน) ถ้า  $q_s''$  คงที่  $T_s$  ต้องแปรเปลี่ยนกับระยะ  $x$

รูปแบบที่สำคัญจำนวนมากของการไหลที่ปรับตัวแล้วทางความร้อน (Thermally developed flow) มักอ้างถึงสมการ (4.21) เพราะว่าอัตราส่วนอุณหภูมินี้เป็นอิสระกับ  $x$  ค่าอนุพันธ์ของอัตราส่วนนี้เทียบกับ  $r$  ต้องไม่ขึ้นกับ  $x$  การหาค่าอนุพันธ์นี้ที่ผิวท่อ (สังเกตว่า  $T_s$  และ  $T_m$  คงที่) เราจะได้

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{T_s - T}{T_s - T_m} \right) \Big|_{r=r_o} = \frac{-\partial T / \partial r \Big|_{r=r_o}}{T_s - T_m} \neq f(x)$$

แทน  $\partial T / \partial r$  จากกฎของฟูเรียร์ ซึ่ง จากรูป 4.3 อยู่ในรูป

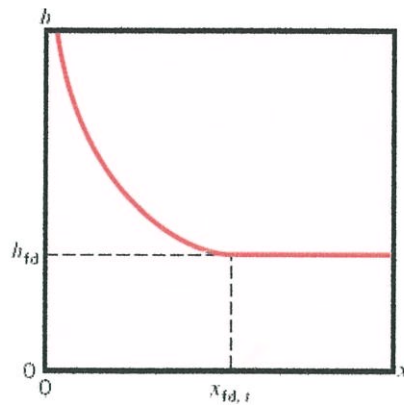
$$q_s'' = -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = k \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_o}$$

และสำหรับ  $q_s''$  จากกฎการเป็นตัวของนิวตัน จะได้

$$\frac{h}{k} \neq f(x) \quad (4.22)$$

ดังนั้นการไหลแบบปรับตัวเต็มที่แล้วของอุณหภูมิของของไหล โดยมีคุณสมบัติต่างๆคงที่ ค่า  $h$  ที่ตำแหน่งใดๆจะคงที่ไม่ขึ้นกับระยะ  $x$

สมการ(4.21) ใช้ไม่ได้กับช่วงระยะทางเข้า (entrance region) ที่ซึ่ง  $h$  แปรตาม  $x$  ตามที่แสดงในรูปที่ 4.5 เพราะว่า  $\delta_t = 0$  ที่ทางเข้าของท่อดังนั้น  $h$  จะมีค่าสูงมากที่  $x = 0$  อย่างไรก็ตามค่า  $h$  จะลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อเกิดบาวนด์รีเลเยอร์ของอุณหภูมิขึ้น จนกระทั่งเข้าสู่ค่าคงที่ ซึ่งก็คือเข้าสู่ช่วงปรับตัวเต็มที่แล้วนั่นเอง



รูปที่ 4.5 การเปลี่ยนแปลงตามแกน  $h$  สำหรับการไหลภายในท่อ

กรณีพิเศษ สำหรับพลັกซ์ความร้อน ( $q_s''$ ) คงที่ เพราะว่าทั้งค่า  $h$  และ  $q_s''$  คงที่ ในช่วงปรับตัวเต็มที่แล้ว จากสมการ (4.20) ได้ว่า

$$\left. \frac{dT_s}{dx} \right|_{fd,t} = \left. \frac{dT_m}{dx} \right|_{fd,t} \quad q_s'' = \text{constant} \quad (4.23)$$

ถ้ากระจาย (4.21) และหาคำตอบสำหรับ  $\partial T / \partial x$  จะได้

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{fd,t} = \left. \frac{dT_s}{dx} \right|_{fd,t} = \left. \frac{(T_s - T)dT_s}{(T_s - T_m)dx} \right|_{fd,t} + \left. \frac{(T_s - T)dT_m}{(T_s - T_m)dx} \right|_{fd,t} \quad (4.24)$$

แทนค่าจากสมการ (4.23) ได้

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{fd,t} = \left. \frac{dT_m}{dx} \right|_{fd,t} \quad q_s'' = \text{constant} \quad (4.25)$$

ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิตามแนวแกนจะเป็นอิสระกับตำแหน่งในแนวรัศมี สำหรับกรณีของ  $T_s$  คงที่ ( $dT_s / dx = 0$ ) จากสมการ (4.24) ได้ว่า

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{fd,t} = \left. \frac{(T_s - T)dT_m}{(T_s - T_m)dx} \right|_{fd,t} \quad T_s = \text{constant} \quad (4.26)$$

โดยที่ค่า  $\partial T / \partial x$  จะขึ้นอยู่กับแนวรัศมี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากที่กล่าวมาพอเชื่อถือได้ว่าอุณหภูมิเฉลี่ยเป็นตัวแปรที่สำคัญมากสำหรับการไหลภายในท่อเพื่อที่จะอธิบายการไหลนั้นๆ จำเป็นต้องรู้การแปรเปลี่ยนของมันกับค่า  $x$  ซึ่งการแปรเปลี่ยนหาได้โดยการประยุกต์การสมดุลพลังงานทั้งหมดกับการไหล

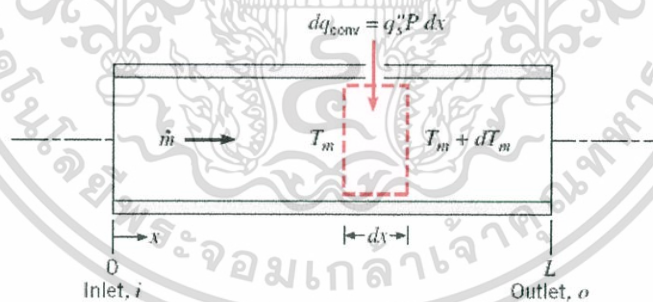
#### 4.4 การสมดุลของพลังงาน (Energy Balance)

พิจารณาการไหลในท่อตามรูปที่ 4.6 ของไหลด้วยอัตรามวลคงที่  $\dot{m}$  และมีการพาความร้อนเกิดขึ้นที่ผิวภายใน โดยทั่วไปการเปลี่ยนแปลงพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของของไหลรวมทั้งการนำความร้อนในทิศทางแนวแกนจะไม่นำมาคิด ดังนั้นถ้าไม่มีงานเพลลาซึ่งกระทำโดยของไหลขณะไหลผ่านท่อแล้ว จะมีเพียงอิทธิพลที่เกี่ยวข้องกับการเปลี่ยนแปลงพลังงานความร้อน และกับงานจากการไหลเท่านั้น

งานของการไหลเป็นงานที่ใช้เคลื่อนของไหลผ่านปริมาตรควบคุม คิดต่อหน่วยมวลของไหล และจะอยู่ในรูปของผลคูณของความดัน  $p$  และปริมาตรจำเพาะ  $v$  (ซึ่ง  $v = 1/\rho$ )

โดยการประยุกต์การอนุรักษ์พลังงานต่อปริมาตรควบคุมตามรูปที่ 4.6 และจากนิยามของ  $T_m$  จะได้

$$dq_{conv} + \dot{m}(c_v T_m + pv) - \left\{ \dot{m}(c_v T_m + pv) + \dot{m} \frac{d(c_v T_m + pv)}{dx} dx \right\} = 0$$



รูปที่ 4.6 ปริมาตรควบคุมสำหรับการไหลภายในท่อ

หรือ 
$$dq_{conv} = \dot{m}d(c_v T_m + pv) \quad (4.27)$$

ถ้าของไหลเป็นแก๊สสมบูรณ์ ( $pv = RT_m$ , และ  $c_p = c_v + R$ ) จะได้

$$dq_{conv} = \dot{m}dc_p T_m \quad (4.28)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการนี้ใช้ได้ดีสำหรับของเหลวที่อัดตัวไม่ได้เช่นกัน ในกรณีนี้  $c_p = c_v$  และเพราะว่า  $v$  น้อยมากๆ  $d(pv)$  โดยทั่วไปจะน้อยกว่า  $d(c_v T_m)$  มากจนตัดทิ้งได้

รูปพิเศษของสมการ (4.28) เกี่ยวข้องกับเงื่อนไขสำหรับท่อทั้งหมด โดยการอินทิเกรตจากทางเข้าถึงทางออกของท่อ จะได้

$$dq_{conv} = \dot{m}c_p(T_{m,o} + T_{m,i}) \quad (4.29)$$

โดยที่  $q_{conv}$  เป็นอัตราการถ่ายเทความร้อนของท่อทั้งหมด

สมการ (4.28) อาจเปลี่ยนไปอยู่ในรูปที่สะดวกได้โดยใช้สมการอัตราการพาความร้อนต่อปริมาตรควบคุมคือ  $dq_{conv} = q_s'' P dx$  ซึ่ง  $P$  เป็นเส้นรอบรูป ( $P = \pi D$ ) สำหรับท่อกลม โดยการแทนค่าจากสมการ (4.20) ได้ว่า

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q_s'' P}{\dot{m}c_p} = \frac{P}{\dot{m}c_p} h(T_s - T_m) \quad (4.30)$$

คำตอบของ (4.30) สำหรับค่า  $T_m(x)$  ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขความร้อนที่ผิว คืออาจจะเป็นกรณีฟลักซ์ความร้อนที่ผิวคงที่ หรืออุณหภูมิที่ผิวคงที่ได้

#### 4.4.1 กรณีฟลักซ์ความร้อนที่ผิวคงที่ (Constance Surface Heat Flux)

กรณีนี้จะพบว่าง่ายที่จะหาค่า  $q_{conv}$  ทั้งหมด เพราะว่า  $q_s''$  ไม่ขึ้นกับ  $x$  ดังนั้น

$$dq_{conv} = q_s''(PL) \quad (4.31)$$

สมการนี้อาจจะใช้กับสมการ (4.29) เพื่อหาการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ ( $T_{m,o} + T_{m,i}$ )

สำหรับ  $q_s''$  คงที่ จากสมการ (4.30) จะได้

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{q_s'' P}{\dot{m}c_p} = f(x) \quad (4.32)$$

อินทิเกรตจาก  $x = 0$  ถึง  $x$  ใดๆได้

$$T_m(x) = T_{m,i} + \frac{q_s'' P}{\dot{m}c_p} x \quad q_s'' = \text{Constant} \quad (4.33)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
จาก (4.33) ได้ว่า  $T_m$  แปรเปลี่ยนเชิงเส้นกับระยะ  $x$  ตามท่อ  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.4.2 กรณีอุณหภูมิที่ผิวคงที่ (Constant Surface Temperature)

ผลลัพธ์สำหรับค่า  $q_{conv}$  และการกระจายของ  $T_m$  แตกต่างกันโดยสิ้นเชิงจากกรณีก่อน สำหรับกรณีนี้โดยนิยาม โดย  $\Delta T$  เป็น  $T_s - T_m$  สมการ (4.30) เขียนใหม่เป็น

$$\frac{dT_m}{dx} = -\frac{d(\Delta T)}{dx} = \frac{P}{\dot{m}c_p} h\Delta T$$

แยกตัวแปรและอินทิเกรตจากทางเข้าถึงทางออกของท่อได้

$$\int_{\Delta T_i}^{\Delta T_o} \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -\frac{P}{\dot{m}c_p} \int_0^L h dx$$

$$\ln \frac{\Delta T_o}{\Delta T_i} = \frac{PL}{\dot{m}c_p} \left( \frac{1}{L} \int_0^L h dx \right)$$

จากนิยามของ  $\bar{h}$  จะได้

$$\ln \frac{\Delta T_o}{\Delta T_i} = -\frac{PL}{\dot{m}c_p} \bar{h}_L \quad (T_s = \text{constant}) \quad (4.34a)$$

ซึ่ง  $\bar{h}_L$  หรือ  $\bar{h}$  เป็นค่าเฉลี่ยของ  $h$  สำหรับท่อทั่วทั้งหมด โดยจัดใหม่

$$\frac{\Delta T_o}{\Delta T_i} = \frac{T_s - T_{m,o}}{T_s - T_{m,i}} = \exp\left(-\frac{PL}{\dot{m}c_p} \bar{h}_L\right) \quad (T_s = \text{constant}) \quad (4.34b)$$

ถ้าเราอินทิเกรตจากทางเข้าถึงตำแหน่ง  $x$  ใด จะได้

$$\frac{T_s - T_m(x)}{T_s - T_{m,i}} = \exp\left(-\frac{Px}{\dot{m}c_p} \bar{h}\right) \quad (4.35)$$

โดยที่ค่า  $\bar{h}$  ในสมการนี้เป็นค่าเฉลี่ยของ  $h$  จากทางเข้าของท่อถึง  $x$  สมการนี้ชี้ให้เห็นว่าความแตกต่างของอุณหภูมิ ( $T_s - T_m$ ) ลดลงเป็นเอกซ์โพเนนเชียลกับระยะทางตามแนวแกนของท่อ การหาสมการสำหรับ  $q_{conv}$  ทั้งหมดนั้นยุ่งยากมาก กับธรรมชาติของเอกซ์โพเนนเชียล

โดยใช้สมการ(4.29)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$q_{conv} = \dot{m}c_p [(T_s - T_{m,i}) - (T_s - T_{m,o})] = \dot{m}c_p (T_i + T_o)$$

และแทนค่า  $\dot{m}c_p$  จากสมการ (4.34a) จะได้

$$q_{conv} = \bar{h}A_s \Delta T_{l,m} \quad (T_s = \text{constant}) \quad (4.36)$$

ซึ่งค่า  $A_s$  เป็นพื้นที่ผิวท่อทั้งหมด ( $A_s = PL$ ) และ  $\Delta T_{l,m}$  เป็นค่าความแตกต่างของอุณหภูมิเฉลี่ยแบบลอการิทึม (LTDM)

$$\Delta T_{l,m} \equiv \frac{\Delta T_o - \Delta T_i}{\ln(\Delta T_o / \Delta T_i)} \quad (4.37)$$

สมการ (4.36) เป็นรูปหนึ่งของกฎการเย็นตัวของนิวตันสำหรับท่อทั้งหมดและ  $\Delta T_{l,m}$  เป็นค่าเฉลี่ยของความแตกต่างอุณหภูมิที่เหมาะสมทั่วทั้งความยาวท่อ ธรรมชาติลอการิทึมของความแตกต่างอุณหภูมิเฉลี่ยนี้เนื่องจากธรรมชาติของการลดลงแบบเอกซ์โพเนนเชียล [แตกต่างจากความแตกต่างเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic Mean Temperature Difference, AMTD) ซึ่งมีรูป  $\Delta T_{am} = (\Delta T_i + \Delta T_o) / 2$ ]

#### 4.5 สหพันธ์การพาความร้อนสำหรับท่อที่ไม่กลม

ถึงแม้ว่าเรามีข้อจำกัดมากเกี่ยวกับการพิจารณาต่อการไหลภายในท่อกลม การประยุกต์ทางวิศวกรรมส่วนใหญ่จำนวนมากเกี่ยวข้องกับการพาความร้อนในท่อที่ไม่กลม สมการที่กล่าวมาแล้วใช้ได้ดีพอประมาณกับท่อที่ไม่มีพื้นที่หน้าตัดกลม โดยการใส่เส้นผ่านศูนย์กลางสมมูลเป็นความยาวเฉพาะ (Characteristic length) ซึ่งเรียกว่า “เส้นผ่านศูนย์กลางไฮดรอลิก” (Hydraulic diameter) และนิยามเป็น




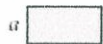

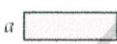





$$D_h \equiv \frac{4A_c}{P} \quad (4.38)$$

ที่ซึ่ง  $A_c$  และ  $P$  เป็นพื้นที่หน้าตัดและเส้นรอบรูปของการไหลตามลำดับ เส้นผ่านศูนย์กลางนี้จะใช้ในการคำนวณพารามิเตอร์ต่างๆ เช่น  $Re_D$  และ  $Nu_D$

สำหรับการไหลแบบลามินาร์ สหพันธ์ที่ใช้ในท่อกลมเมื่อนำมาใช้กรณีนี้อาจให้ความแม่นยำน้อยโดยเฉพาะอย่างยิ่งกับพื้นที่หน้าตัดที่มีมุมคมหลายมุม สำหรับกรณีเช่นนั้น ค่า  $Nu_D$  สอดคล้องกับเงื่อนไขปรับตัวเต็มที่แล้วหาได้จากตารางที่ 4.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.1 ค่า  $Nu_D$  และ  $f$  สำหรับการไหลแบบลามินาร์ที่ปรับตัวเต็มที่แล้วในท่อพื้นที่หน้าตัดต่าง ๆ กัน [12]

Cross Section	$\frac{b}{a}$	$Nu_D = \frac{hD_b}{k}$		$f Re_{D_b}$
		(Uniform $q_s''$ )	(Uniform $T_s$ )	
	—	4.36	3.66	64
	1.0	3.61	2.98	57
	1.43	3.73	3.08	59
	2.0	4.12	3.39	62
	3.0	4.79	3.96	69
	4.0	5.33	4.44	73
	8.0	6.49	5.60	82
	$\infty$	8.23	7.54	96
	$\infty$	5.39	4.86	96
	$\infty$	5.39	4.86	96
	—	3.11	2.49	53

Used with permission from W. M. Kays and M. E. Crawford, *Convection Heat and Mass Transfer*, 3rd ed. McGraw-Hill, New York, 1993.

#### 4.6 สมรรถนะเชิงความร้อน (Thermal Performance)

สมรรถนะเชิงความร้อน [21] หาได้จาก

$$\eta = \frac{(Nu/Nu_o)}{(f/f_o)^{1/3}} \quad (4.39)$$

เมื่อ  $\eta$  คือ สมรรถนะเชิงความร้อน

$Nu$  คือ เลขนัสเซิลท์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดแผ่นกั้น

$Nu_o$  คือ เลขนัสเซิลท์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ

$f$  คือ ตัวประกอบเสียดทานของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดแผ่นกั้น

$f_o$  คือ ตัวประกอบเสียดทานของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

# การคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล

### 5.1 บทนำ

การจำลองการถ่ายเทความร้อนและสภาวะการไหลของอากาศที่ไหลผ่านแผ่นกั้นแบบต่างๆ นอกจากความเข้าใจทางทฤษฎีพื้นฐาน [3] ยังต้องมีความเข้าใจทางด้านการคำนวณเชิงตัวเลขเนื่องจากเป็นเครื่องมือหลักสำหรับการหาผลเฉลย เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ หัวข้อ 5.2 กล่าวถึงประวัติ และพัฒนาการ โดยย่อของวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข หัวข้อ 5.3 ขั้นตอนการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล ซึ่งเป็นแนวทางสากลที่ใช้โดยทั่วไป หัวข้อ 5.4 อธิบายคุณสมบัติของวิธีการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล ซึ่งเป็นประโยชน์ในการวิเคราะห์ความผิดพลาดของสมการดิสครีตไทด์ หัวข้อที่ 5.5 กล่าวถึงรูปแบบการจัดวางกริด และสอดคล้องความหมายของตัวแปร และสัญลักษณ์ที่ใช้ในบทนี้ หัวข้อที่ 5.6 แบบแผนการคำนวณเชิงตัวเลข เพื่อเข้าใจถึงแบบแผนวิธี (Scheme) ที่ใช้ในแต่ละองค์ประกอบของการดิสครีตไทด์ และในหัวข้อที่ 5.7 ถึง 5.10 แสดงวิธีการดิสครีตไทด์สมการควบคุมไว้เฉพาะบางแบบแผนวิธี ซึ่ง Versteeg [24] มีรายละเอียดเพิ่มเติมไว้ครบถ้วน

### 5.2 ระเบียบวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข

วิวัฒนาการของการคำนวณเชิงตัวเลขเริ่มมาก่อนปี ค.ศ. 1950 (Anderson [4]) เกิดขึ้นพร้อมกับยุคที่ระบบคอมพิวเตอร์เริ่มมีการพัฒนา ช่วงเวลานั้นระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite difference methods, FDM) และระเบียบวิธีผลต่างมูลฐาน (Finite element methods, FEM) เป็นวิธีพื้นฐานในการหาผลเฉลยของสมการอนุพันธ์ย่อย (Partial differential equations, PDE) ซึ่งนิยมใช้มากในการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล (Computational fluid dynamics, CFD) ต่อมาได้รวบรวมเอาองค์ความรู้ทางระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง และระเบียบวิธีผลต่างมูลฐานเข้าไว้ด้วยกัน (Chung [7]) เรียกว่า ระเบียบวิธีปริมาตรสืบเนื่อง (Finite volume methods, FVM) ทำให้มีโครงสร้างที่เข้าใจได้ง่ายขึ้น ขณะที่ยังมีความแม่นยำสูง จนเป็นที่นิยมในปัจจุบัน

### 5.3 ขั้นตอนการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล

หากพิจารณาการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหลในมุมมองการโปรแกรม จะกล่าวได้ว่าเป็นโครงสร้างของอัลกอริทึมที่สามารถนำไปสู่การจำลองสภาวะการไหลได้ โปรแกรมคำนวณทางพลศาสตร์ของไหลในเชิงพาณิชย์ ส่วนมากมีระบบที่ให้ผู้ใช้งานสามารถป้อนค่าต่างๆที่ต้องการ แล้วจึงนำไปคำนวณ โดยแบ่งได้เป็น 3 ขั้นตอนหลักดังนี้ (Versteeg [24])

### 5.3.1 ขั้นตอนประมวลผล

ขั้นตอนประมวลผล (Pre-processing) คือขั้นตอนเตรียมการ โดยระบุรายละเอียดของการกำหนดปัญหา และพารามิเตอร์ต่างๆที่เกี่ยวข้อง ดังต่อไปนี้

1. กำหนดรูปทรง และระบุนขนาดของระบบที่สนใจ เรียกว่า การกำหนดสนามการคำนวณ (Computation domain)
2. กำหนดจำนวน และรูปแบบการจัดวางกริด (Grid or Mesh) ซึ่งคือการแบ่งสนามการคำนวณออกเป็นปริมาตรเล็กๆ รูปแบบการจัดแบ่ง และจัดวางกริด ขึ้นอยู่กับปัญหาที่พิจารณาการจัดที่เหมาะสมทำให้การหาผลเฉลยประมาณค่า (Approximation solution) แม่นยำขึ้น
3. เลือกแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับธรรมชาติของปัญหา เลือกโดยใช้องค์ความรู้ทางทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้อง
4. กำหนดคุณสมบัติของไหล เช่นพิจารณาของไหลเป็นอากาศที่อุณหภูมิปกติ เป็นต้น
5. กำหนดเงื่อนไขขอบ (Boundary condition) และค่าเริ่มต้น (Initial condition)



รูปที่ 5.1 แสดงความเชื่อมโยงของกระบวนการดิสครีไทต์และผลเฉลยประมาณค่า

### 5.3.2 ขั้นตอนประมวลผล

ขั้นตอนประมวลผล (Solving) เป็นขั้นที่ต้องใช้ระเบียบวิธีการคำนวณเชิงตัวเลขเพื่อแก้ปัญหา ซึ่งการคำนวณในงานวิจัยนี้ทั้งหมดใช้วิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม โดยมีขั้นตอนดังนี้ (จากรูปที่ 5.1)

5.3.2.1 ประมาณตัวแปรไม่ทราบค่าโดยหาค่าเฉลี่ยของฟังก์ชัน (มักใช้ในปัญหาแบบปั่นป่วน) สร้างเป็นสมการอนุพันธ์ย่อย โดยรวมกับสมการควบคุมการไหล

5.3.2.2 หาผลเฉลยวีค (Weak solution) ของสมการควบคุม ด้วยวิธีน้ำหนักตกค้าง (Weight residual) จากนั้นดิสครีไทต์ โดยประมาณแต่ละเทอมความสัมพันธ์ด้วยแบบแผนวิธีที่เลือกไว้ เพื่อให้ได้ผลลัพธ์เป็นสมการพีชคณิต

5.3.2.3 แก้สมการพีชคณิต ผลเฉลยที่ได้เรียกว่า ผลเฉลยประมาณค่า

### 5.3.3 ขั้นตอนแสดงผล

ขั้นตอนแสดงผล (Post-processing) คือการแสดงผลเฉลยประมาณค่าของตัวแปรที่สนใจ และ

เอกสารนี้เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์ เช่น รูปแบบความเร็ว รูปแบบวอลเตจซิติ เป็นต้น ใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 5.4 คุณสมบัติของวิธีการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล

การคำนวณทางพลศาสตร์ของไหลเพื่อจำลองพฤติกรรมตามธรรมชาติ ควรตระหนักว่าธรรมชาติมักมีพฤติกรรมซับซ้อน ดังนั้นสิ่งที่พึงระวังอย่างยิ่งคือ ความถูกต้องของผลเฉลย ผลการคำนวณที่ดีเลิศ เป็นเพียงค่าประมาณที่ดีที่สุดเท่าที่มนุษย์สามารถหาคำตอบได้เท่านั้น ไม่ใช่ผลเฉลยแม่นยำตรง

คุณสมบัติของวิธีการคำนวณ คือปัจจัยบ่งบอกความเที่ยงตรงของผลเฉลยประมาณค่า เมื่อเทียบกับพฤติกรรมจริงที่ควรเกิดขึ้น แบ่งได้หลายประการดังนี้ (Ferziger [9])

### 5.4.1 ความเข้ากันได้

ความเข้ากันได้ (Consistency) หมายถึงความเหมือน (Equivalent) ระหว่างสมการควบคุม (สมการอนุพันธ์ย่อย) และสมการพีชคณิตที่ผ่านกระบวนการดิสcretize ไรต์ เมื่อระยะกริด (Grid spacing) และ หรือค่าขั้นเวลา (Time step) ลดลงใกล้ศูนย์ โดยปกติเรียกความแตกต่างหลังจากกระบวนการดิสcretize ไรต์ว่า ความผิดพลาดแบบทรานเคชัน (Truncation error) ซึ่งลดลงเมื่อมีความเข้ากันได้มากขึ้น

### 5.4.2 เสถียรภาพการคำนวณ

เสถียรภาพการคำนวณ (Stability) เป็นลักษณะการคำนวณที่มีค่าผิดพลาดน้อยลงเมื่อคำนวณซ้ำ (Damping of error) เรียกความผิดพลาดที่เกิดจากการคำนวณซ้ำว่าความผิดพลาดแบบเร้าออฟ (Round-off error) เช่นความผิดพลาดในการคำนวณทศนิยมตำแหน่งที่ 12 ของคอมพิวเตอร์ เป็นต้น อย่างไรก็ตามหากวิธีการคำนวณไม่มีเสถียรภาพ ผลการคำนวณอาจมีลักษณะลู่ออก (Divergence) โดยมักเกิดจากการเลือกแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง หรือแบบแผนการคำนวณเชิงตัวเลขไม่เหมาะสมกับปัญหาที่พิจารณา ซึ่งการตรวจสอบเสถียรภาพการคำนวณต้องใช้ความรู้ของทฤษฎีการรบกวน (Perturbation theory) เป็นแนวทาง

### 5.4.3 การลู่เข้าของผลเฉลย

ผลการคำนวณที่มีการลู่เข้าของผลเฉลย (Convergence) หมายถึงผลเฉลยประมาณค่ามีแนวโน้มเข้าใกล้ผลเฉลยแม่นยำ สำหรับปัญหาไม่เชิงเส้น (Nonlinear problem) หากที่จะตรวจสอบการลู่เข้าของผลเฉลย เนื่องจากไม่สามารถหาผลเฉลยแม่นยำได้ อย่างไรก็ตามการตรวจสอบทำได้ด้วยวิธีเปรียบเทียบผลการคำนวณที่มีระยะกริดลดลง กระทั่งผลเฉลยไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามระยะกริด (Grid independent) เรียกได้ว่ามีคุณสมบัติการลู่เข้าของผลเฉลยที่ดี

### 5.4.4 การอนุรักษ์

คุณสมบัติการอนุรักษ์ (Conservation) เป็นคุณสมบัติที่มีอยู่ในกฎการอนุรักษ์คั้งบทที่ 3

เนื่องจากผลการคำนวณมีที่มาจากสมการควบคุม ดังนั้นวิธีการคำนวณจึงควรมีคุณสมบัตินี้ด้วย เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่เป็นการค้า โดยคุณสมบัติการอนุรักษ์เป็นจุดเด่นที่สำคัญของระเบียบวิธีปริมาตรสืบเนื่อง กล่าวคือคำนึงถึง ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีเหตุผลเปลี่ยนแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความสมดุลของการส่งถ่ายปริมาณข้ามขอบเขตที่พิจารณา เช่นรอบผิวปิดของปริมาตรเล็กๆที่แบ่งตามระยะกริดเป็นต้น

#### 5.4.5 ความจำกัดขอบ

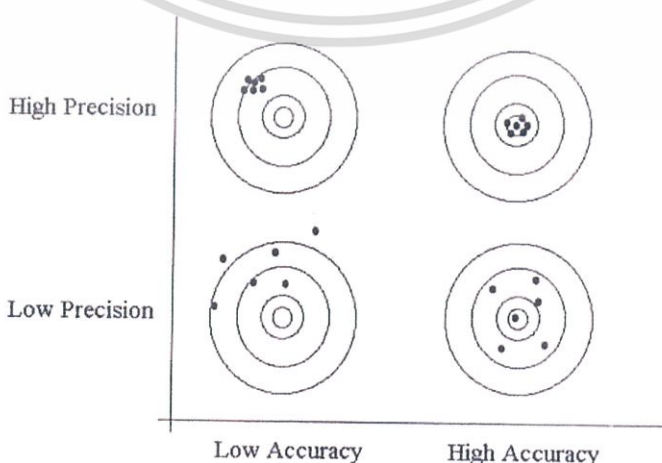
ความจำกัดขอบ (Bounded ness) หมายถึงผลเฉลยควรมีค่าอยู่ในขอบเขตจำกัด เช่นความหนาแน่น ความเข้มข้น ต้องมีค่ามากกว่าศูนย์เสมอ หรือระบบการถ่ายเทความร้อนที่ทราบอุณหภูมิต่ำสุด-สูงสุด ผลเฉลยที่ควรได้ต้องมีค่าอยู่ในช่วงนั้นด้วยเช่นกัน โดยวิธีการคำนวณที่มีอันดับสูง (Higher order) มีแนวโน้มความจำกัดขอบต่ำลง ดังนั้นจึงไม่ควรเลือกใช้วิธีการคำนวณที่มีอันดับสูงมากเกินไปจนความจำเป็น

#### 5.4.6 ความเสมือนจริง

ความเสมือนจริง (Realizability) หมายถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ที่จำลองพฤติกรรมธรรมชาติที่ซับซ้อน เช่นแบบจำลองการไหลปั่นป่วน แบบจำลองการเผาไหม้ เป็นต้น ควรเลือกแบบจำลองที่มีความเสมือนจริงเมื่อเทียบกับความหมายทางกายภาพ หากเลือกใช้ หรือนำมาใช้ไม่สอดคล้องกับปัญหา ผลเฉลยที่ได้อาจไม่สื่อความหมายทางกายภาพที่ถูกต้อง

#### 5.4.7 ความแน่นอน

บ่อยครั้งในงานทางวิศวกรรมกล่าวถึงความแน่นอน (Accuracy) ซึ่งมักใช้สับสนกับความแม่นยำ (Precision) พิจารณารูปที่ 5.2 (Chapra [6]) แสดงความแตกต่างระหว่างแนวคิดทั้งสองอย่างชัดเจน ตรงกลางเป้าเป็นเสมือนค่าแม่นยำ โดยเห็นได้ว่าความแน่นอนสูง หมายถึงค่าโดยเฉลี่ยไม่ต่างจากค่าแม่นยำ และความแม่นยำสูง หมายถึงค่าส่วนใหญ่กระจายตัวน้อย ดังนั้นงานวิเคราะห์ทางด้านวิศวกรรมจึงควรให้ความสำคัญของความแน่นอน มากกว่าความแม่นยำ ซึ่งช่วยในการวิเคราะห์ที่ถูกต้อง มีแนวโน้มเดียวกับสภาพความจริงมากขึ้น แต่ในงานออกแบบต้องการความผิดพลาดคณน้อยที่สุด จึงควรใช้ทั้ง 2 แนวคิดประกอบรวมกัน



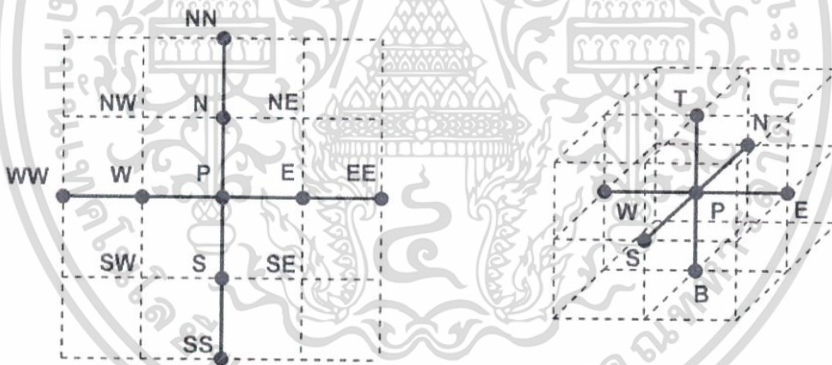
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น ไปลงงานตีพิมพ์ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล แบ่งปัจจัยของความแน่นอนได้เป็น 3 ปัจจัยดังนี้

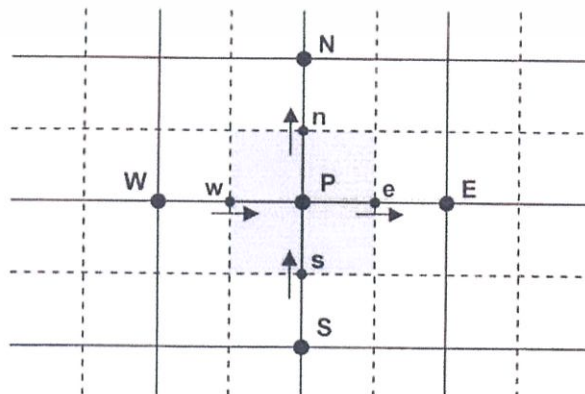
1. ความแน่นอนจากแบบจำลอง (Modeling accuracy) เกิดจากความเหมือนจริงของแบบจำลอง เทียบกับพฤติกรรมจริงธรรมชาติ
2. ความแน่นอนจากการ discretization (Discretization accuracy) เกิดจากความเข้ากันได้ของสมการพีชคณิต เทียบกับสมการควบคุม (สมการอนุพันธ์ย่อย)
3. ความแน่นอนจากการแก้สมการพีชคณิต (Iteration accuracy) เกิดจากการลู่เข้าของ ผลเฉลยประมาณค่า เทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรงของสมการพีชคณิต

## 5.5 รูปแบบการจัดวางกริด

รูปแบบการจัดวางกริดโดยทั่วไปแบ่งได้เป็น 3 แบบคือ แบบโครงสร้างปกติ (Structured grids) แบบกลุ่มโครงสร้าง (Block structured grid) และแบบไม่เป็นโครงสร้าง (Unstructured grids) เพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจกระบวนการ discretization ในหัวข้อถัดไป จึงได้ใช้รูปแบบการจัดวางกริดดังรูปที่ 5.3 (แบบโครงสร้างปกติ) และเพื่อความกระชับได้ discretization 2 มิติเท่านั้น ซึ่งสามารถขยายไปสู่กริดแบบ 3 มิติได้โดยตรง



รูปที่ 5.3 แสดงรูปแบบการจัดวางกริดในแกน 2 มิติ และ 3 มิติ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
รูปที่ 5.4 ส่วนแรเงาแสดงตำแหน่งของปริมาตรควบคุมแบบ 2 มิติ  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 5.4 ตำแหน่ง P คือตำแหน่งโนด (Node) ที่สนใจ ตัวอักษรพิมพ์เล็ก เช่น w, e แสดงถึงตำแหน่งของปริมาณที่เข้า-ออกจากปริมาตรควบคุมที่เรเงา (Cell volume) เช่น ความเร็ว เป็นต้น เรียกว่า ตำแหน่งผิวเซลล์ (Cell face) ลูกศรที่ปรากฏแสดงทิศเป็นบวกของปริมาณเวกเตอร์ที่ตำแหน่งผิวเซลล์ รูปแบบลักษณะนี้ เรียกว่า การจัดเรียงแบบตำแหน่งร่วม (Co-located arrangement) กล่าวคือ ปริมาณสเกลาร์ และเวกเตอร์มีตำแหน่งเดียวกัน (มวล ความเร็ว ความดัน และอุณหภูมิ) โดยการจัดวางกริดในแบบอื่นจะได้กล่าวถึงในหัวข้อ 5.10 เนื่องมาจากปัญหาการดิสเครทไทซ์เทอมอัตราเปลี่ยนความดันของสมการนาเวียร์-สโตกส์

## 5.6 แบบแผนการคำนวณเชิงตัวเลข

ปัจจุบันมีนักวิจัยที่คิดค้นแบบแผนการคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical scheme) มากมาย ซึ่งขอกกล่าวถึงเฉพาะแบบแผนที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ประกอบด้วย 4 แบบคือ

### 5.6.1 แบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลาง

แบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลาง (Central differencing scheme, CDS) คือการประมาณค่าที่ตำแหน่งผิวเซลล์ต่างๆ ด้วยหลักการหาค่าเฉลี่ยกึ่งกลาง เป็นไปตามสมการ (5.1) เมื่อ  $\phi$  แทนปริมาณที่สนใจใดๆ

$$\begin{aligned}\phi_e &= (\phi_P + \phi_E)/2 \\ \phi_w &= (\phi_W + \phi_P)/2 \\ \phi_n &= (\phi_P + \phi_N)/2 \\ \phi_s &= (\phi_S + \phi_P)/2\end{aligned}\quad (5.1)$$

จากสมการ (5.1) เห็นได้ว่าการประมาณค่าที่ผิวเซลล์ด้วยค่าที่ตำแหน่งโนด โดยถ่วงน้ำหนักโนดประชิด (Adjacent node) เท่ากัน แบบแผนวิธีนี้จึงขึ้นอยู่กับระยะกริดเป็นสำคัญ ซึ่งระยะกริดที่ลดลง ทำให้ผลเฉลยมีความแม่นยำสูงขึ้น

### 5.6.2 แบบแผนวิธีผลต่างด้านลมอันดับหนึ่ง

การประมาณค่าที่ผิวเซลล์ (รูปที่ 5.4) ของแบบแผนวิธีผลต่างด้านลมอันดับหนึ่ง (1<sup>st</sup>-order upwind differencing scheme, UDS-1) ให้ปริมาณที่ตำแหน่งท้ายลมมีค่าเท่ากับปริมาณที่ตำแหน่งต้นลม ดังสมการ (5.2) เมื่อ  $\phi$  แทนปริมาณที่สนใจ และ  $u$  แทนความเร็วที่ตำแหน่งผิวเซลล์นั้น เช่น  $u_e$  แทนความเร็วที่ตำแหน่งผิวเซลล์ e เป็นต้น

$$\begin{aligned}\phi_e &= \alpha_e \phi_P + (1 - \alpha_e) \phi_E \quad \text{เมื่อ } u_e > 0 \Rightarrow \alpha_e = 1 \text{ และ } u_e < 0 \Rightarrow \alpha_e = 0 \\ \phi_w &= \alpha_w \phi_W + (1 - \alpha_w) \phi_P \quad \text{เมื่อ } u_w > 0 \Rightarrow \alpha_w = 1 \text{ และ } u_w < 0 \Rightarrow \alpha_w = 0\end{aligned}\quad (5.2)$$

$$\phi_n = \alpha_n \phi_P + (1 - \alpha_n) \phi_N \quad \text{เมื่อ } u_n > 0 \Rightarrow \alpha_n = 1 \text{ และ } u_n < 0 \Rightarrow \alpha_n = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้แทนเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับหนึ่งมีคุณสมบัติจำกัดขอบสูง ทำให้ผลเฉลยไม่กระเพื่อม (Oscillatory solution) เป็นข้อดีทั้งในแง่เสถียรภาพการคำนวณ และการเข้าสู่ของผลเฉลย แต่ในขณะเดียวกัน ทำให้เกิดพฤติกรรมการแพร่เชิงตัวเลข (Numerical diffusive) เนื่องจากลักษณะผลเฉลยเหมือนถูกถ่วงน้ำหนักจากค่าที่ตำแหน่งต้นลมเป็นหลัก สำหรับกรณีที่มีการไหลซับซ้อน แบบแผนวิธีนี้จะทำให้คุณสมบัติความเข้ากันได้ลดลง

### 5.6.3 แบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับสอง

แบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับสอง (2<sup>nd</sup>-order upwind differencing scheme, UDS-2) ได้พัฒนาให้มีความแม่นยำสูงขึ้น พิจารณาที่ตำแหน่งโนด P เมื่อใช้ออนุกรมขยายของเทเลอร์ (Taylor series expansion) ตามหลักการผลต่างต้นลม เขียนความสัมพันธ์ที่ผิวเซลล์ e ได้ว่า

$$\phi_e = \phi_p + \delta_{eP} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_p + \frac{\delta_{eP}^2}{2} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_p + \text{H.O.T.} \quad \text{เมื่อ } u_e > 0 \quad (5.3)$$

สมการ (5.3) เป็นตัวอย่างแบบแผนวิธีในกรณี 1 มิติ พิจารณาเฉพาะที่ผิวเซลล์ e เมื่อ  $\delta_{eP}$  แทนระยะห่างระหว่างผิวเซลล์ e และโนดต้นลม P (เนื่องจาก  $u_e > 0$ ) สำหรับกรณีแบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับหนึ่งจะใช้เฉพาะเทอมแรกทางขวาของสมการ และแบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับสองนี้จะใช้สองเทอมแรกทางขวาของสมการ

เทอม  $\left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_p$  คือ ความชันของเซลล์ต้นลม ซึ่งประมาณโดยการเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักด้วยปริมาตรของเซลล์นั้น ดังสมการ (5.4) จากนั้นใช้ทฤษฎีของเกาส์ (Gauss theorem) จะเขียนได้ในสมการ (5.5) ดังนี้

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_p = \frac{1}{V} \int \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dV \quad (5.4)$$

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_p = \frac{1}{V} \oint \phi \cdot \vec{n} dA \quad (5.5)$$

เมื่อ  $V$  แทนขนาดปริมาตรของเซลล์ A แทนพื้นที่ผิวเซลล์ และ  $\vec{n}$  แทนเวกเตอร์ตั้งฉากกับผิวเซลล์ สมการ (5.5) ทำการดิสครีไทซ์ด้วยระเบียบวิธีปริมาตรสี่บเนื่องใน 2 มิติ (กรณีที่มีการจัดวางกริดตามรูปที่ 5.4) จะลดรูปได้เป็น

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_p = \frac{1}{A_p} (\phi_e L_e + \phi_w L_w + \phi_n L_n + \phi_s L_s) \quad (5.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (5.6) เมื่อ  $L$  แทนระยะความกว้างของผิวเซลล์ในแต่ละด้านตามตัวห้อย เช่น  $L_e$  แทนระยะความกว้างของผิวเซลล์  $e$  เป็นต้น และ  $A_p$  แทนพื้นที่เซลล์ที่ตำแหน่งโนด  $P$  อยู่ เช่น  $A_p$  มีค่าเท่ากับพื้นที่แรงแเงในรูปที่ 5.4 เป็นต้น ซึ่งค่า  $\phi$  ที่ผิวเซลล์ต่างๆของสมการ (5.6) หาได้หลายวิธี แต่ในที่นี้เลือกใช้แบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลางดังสมการ (5.1) ดังนั้นสมการ (5.3) จึงเขียนใหม่ได้ว่า

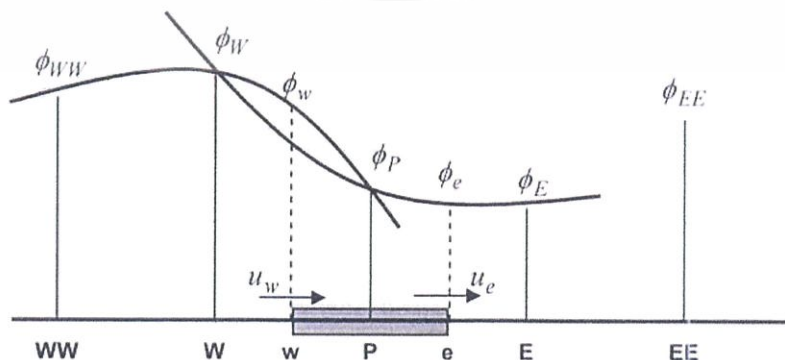
$$\phi_e = \phi_p + \frac{\delta_{eP}}{A_p} \left( \begin{array}{l} \left( \frac{\phi_p + \phi_E}{2} \right) \cdot L_e + \left( \frac{\phi_w + \phi_p}{2} \right) \cdot L_w \\ + \left( \frac{\phi_p + \phi_N}{2} \right) \cdot L_n + \left( \frac{\phi_s + \phi_p}{2} \right) \cdot L_s \end{array} \right) \text{เมื่อ } u_e > 0 \quad (5.7)$$

ในทำนองเดียวกันเมื่อ  $u_e < 0$  จะเขียนได้ดังสมการ (5.8) และสมการของ  $\phi_w, \phi_n, \phi_s$  สามารถหาได้ด้วยหลักการเดียวกัน ซึ่งไม่ขอกล่าวถึงในรายละเอียด

$$\phi_e = \phi_E + \frac{\delta_{eE}}{A_E} \left( \begin{array}{l} \left( \frac{\phi_E + \phi_{EE}}{2} \right) \cdot L_{ee} + \left( \frac{\phi_E + \phi_p}{2} \right) \cdot L_e \\ + \left( \frac{\phi_{NE} + \phi_E}{2} \right) \cdot L_{ne} + \left( \frac{\phi_E + \phi_{SE}}{2} \right) \cdot L_{se} \end{array} \right) \text{เมื่อ } u_e < 0 \quad (5.8)$$

#### 5.6.4 แบบแผนวิธีผลต่างควอดราติก

แบบแผนวิธีผลต่างควอดราติก (Quadratic upstream interpolation for convective kinetics differencing scheme, QUICK) เริ่มนำเสนอโดย Leonard ค.ศ. 1979 เป็นแบบแผนวิธีที่ใช้โนด 3 ตำแหน่งในการประมาณค่าของแต่ละผิวเซลล์ (2 โหนดที่ต้นลม และ 1 โหนดที่ท้ายลม) ดังแสดงในรูปที่ 5.5



รูปที่ 5.5 รูปแบบแนวคิดของแบบแผนวิธีผลต่างควอดราติกในปริมาตรควบคุมแบบ 1 มิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้เชิงพาณิชย์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตามรูปที่ 5.5 เมื่อ  $u_w > 0$  และ  $u_e > 0$  การประมาณค่า  $\phi_w$  ที่ผิวเขต  $w$  จะใช้ค่าที่โนดต้นลมคือ WW และ W ประกอบกับที่โนดท้ายลมคือ P ในทำนองเดียวกันการประมาณค่า  $\phi_e$  ที่ผิวเขต  $e$  จะใช้ค่าที่โนดต้นลมคือ W และ P ประกอบกับที่โนดท้ายลมคือ E ตามลำดับ

ด้วยหลักการความคล้ายคลึง กรณีที่  $u_w < 0$  และ  $u_e < 0$  การประมาณค่า  $\phi_w$  ใช้โนด E และ P ประกอบกับโนด W และการประมาณค่า  $\phi_e$  ใช้โนด EE, E และ P ตามลำดับ ซึ่งความสัมพันธ์ต่างๆ สามารถเขียนได้ในสมการ (5.9) ถึง (5.12) โดย  $u_x > 0$  แล้ว  $\alpha_x = 1$  และ  $u_x < 0$  แล้ว  $\alpha_x = 0$  เมื่อ  $x = w, e, s, n$  ตามลำดับ

$$\phi_w = \frac{3}{8}[(1 + \alpha_w) \cdot \phi_P + (2 - \alpha_w) \cdot \phi_W] - \frac{1}{8}[(1 - \alpha_w) \cdot \phi_E + \alpha_w \cdot \phi_{WW}] \quad (5.9)$$

$$\phi_e = \frac{3}{8}[(1 + \alpha_e) \cdot \phi_P + (2 - \alpha_e) \cdot \phi_E] - \frac{1}{8}[(1 - \alpha_e) \cdot \phi_{EE} + \alpha_e \cdot \phi_W] \quad (5.10)$$

$$\phi_s = \frac{3}{8}[(1 + \alpha_s) \cdot \phi_P + (2 - \alpha_s) \cdot \phi_P] - \frac{1}{8}[(1 - \alpha_s) \cdot \phi_N + \alpha_s \cdot \phi_{SS}] \quad (5.11)$$

$$\phi_n = \frac{3}{8}[(1 + \alpha_n) \cdot \phi_P + (2 - \alpha_n) \cdot \phi_N] - \frac{1}{8}[(1 - \alpha_n) \cdot \phi_{NN} + \alpha_n \cdot \phi_S] \quad (5.12)$$

แบบแผนวิธีผลต่างครอคราคีมีความแน่นอนอันดับสาม ซึ่งสูงกว่าทั้งแบบแผนวิธีผลต่างต้นลมอันดับหนึ่งและสอง เป็นเทคนิคการผสมผสานความได้เปรียบของแบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลางและแบบแผนวิธีผลต่างต้นลมเข้าด้วยกัน กล่าวคือมีคุณสมบัติอนุรักษ์ และความเข้ากันได้มากกว่าแบบแผนวิธีผลต่างต้นลม อย่างไรก็ตามแบบแผนวิธีอันดับสูง จะมีเงื่อนไขเสถียรภาพการคำนวณ (Conditionally stable) เพิ่มขึ้น และคุณสมบัติจำกัดขอบเขตลดลง

## 5.7 การดิสcretize ไรต์สมการควบคุม

การคำนวณด้วยวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม ต้องหาผลเฉลยวิคของสมการควบคุมด้วยวิธีน้ำหนักตกค้าง โดยการเลือกใช้ 1 (Unit) เป็นฟังก์ชันถ่วงน้ำหนัก (Weight function) ผลที่ได้เป็นสมการอินทิกรัล (Integral equation) บนขอบเขตปริมาตรควบคุมเล็กๆ จากทฤษฎีของเกาส์ทำให้สามารถพิจารณาปริมาตรที่ส่งถ่ายเข้า-ออกเฉพาะที่ขอบเขต เป็นตัวแทนทั้งปริมาตรได้ รวมเรียกว่าการดิสcretize ไรต์สมการอนุพันธ์ย่อย โดยหัวข้อ 5.8 ถึง 5.10 จะกล่าวรายละเอียดวิธีดิสcretize ไรต์ ซึ่งเป็นเนื้อหาที่ต่อเนื่องกัน การดิสcretize ไรต์สมการอนุรักษ์มวลเป็นเนื้อหาที่ง่ายต่อความเข้าใจ เนื่องจากรูปแบบสมการไม่ซับซ้อน การดิสcretize ไรต์สมการอนุรักษ์พลังงานจะซับซ้อนขึ้น โดยกล่าวถึงแบบแผนวิธีที่ใช้กับสมการที่ขึ้นกับเวลา และประยุกต์ใช้แบบแผนวิธีในหัวข้อ 5.6 เพื่อดิสcretize ไรต์เทอมต่างๆของสมการอนุรักษ์พลังงาน สำหรับการดิสcretize ไรต์สมการนาเวียร์-สโตกส์จะแสดงการประมาณค่าความดัน ซึ่งค่อนข้างยุ่งยาก และซับซ้อน ดังนั้นวิทยานิพนธ์นี้จึงแสดงหัวข้อการดิสcretize ไรต์สมการอนุรักษ์พลังงานก่อนหน้าการดิสcretize ไรต์สมการนาเวียร์-สโตกส์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับอาจารย์ผู้แต่งที่ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ไม่สามารถนำข้อมูลไปใช้ประโยชน์อื่นใดได้โดยไม่ได้รับอนุญาต  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 5.8 การดิสเครทไทต์สมการอนุรักษ์มวล

จากสมการอนุรักษ์มวลแบบไร้อัตตา จะได้ผลเฉลยวิคังสมการ (5.13) และใช้ทฤษฎีของเกาส์ จะได้สมการ (5.14)

$$\int \frac{\partial u_i}{\partial x_i} dV = 0 \quad (5.13)$$

$$\oint u_i n_i dA = 0 \quad (5.14)$$

เมื่อ  $A$  แทนพื้นที่ผิวเขต และ  $n_i$  แทนเวกเตอร์ตั้งฉากกับผิวเขต จากสมการ (5.5) ให้ทำการดิสเครทไทต์ด้วยระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยมใน 2 มิติ (กรณีจัดวางกริดตามรูปที่ 5.4) จะได้สมการ (5.15) ซึ่งเรียกว่า สมการอนุรักษ์มวลแบบดิสเครทไทต์ เมื่อ  $L$  แทนระยะความกว้างของผิวเขตในแต่ละด้านตามตัวห้อย เช่น  $L_e$  แทนระยะความกว้างของผิวเขต  $e$  เป็นต้น

$$(uL)_e - (uL)_w + (uL)_n - (uL)_s = 0 \quad (5.15)$$

## 5.9 การดิสเครทไทต์สมการอนุรักษ์พลังงาน

จากแนวทางการดิสเครทไทต์สมการควบคุมทำให้การดิสเครทไทต์สมการอนุรักษ์พลังงาน โดยไม่พิจารณาเทอมฟังก์ชันการสลายตัวสามารถเขียนได้ว่า

$$\underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \left( \int \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \right) dt}_{\text{เทอมไม่คงตัว}} + \underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \left( \int \rho c_p u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} dV \right) dt}_{\text{เทอมการพา}} = \underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \left( \int k \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} dV \right) dt}_{\text{เทอมการแพร่}} \quad (5.16)$$

เนื่องจากสมการอนุรักษ์พลังงานมีตัวแปรขึ้นกับตำแหน่ง และเวลา ดังนั้นสมการ (5.16) จึงอินทิเกรทในช่วงเวลาสั้นๆ ( $\Delta t$ ) และปริมาตรเล็กๆ ( $dV$ ) โดยแบ่งพิจารณาเป็น 3 เทอมตามความหมายทางกายภาพคือ เทอมไม่คงตัว (Unsteady term) เทอมการพา (Convection term) และเทอมการแพร่ (Diffusion term) ดังต่อไปนี้

### 5.9.1 การดิสเครทไทต์เทอมไม่คงตัว

แนวทางการดิสเครทไทต์จะใช้ทฤษฎีของเกาส์ เพื่อพิจารณาปริมาตร (กรณีนี้คืออนุภาค) ที่ส่งถ่ายเข้า-ออกจากขอบเขตของปริมาตรควบคุมเล็กๆ ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\int_t^{t+\Delta t} \left( \int \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \right) dt = \int \left( \int_t^{t+\Delta t} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dt \right) dV \quad (5.17)$$

การประมาณค่าผลต่างเวลา แบ่งได้เป็น 3 แบบแผนวิธีหลักๆคือ แบบแผนวิธีเอกซ์พลีซิท (Explicit scheme) แบบแผนวิธีอิมพลีซิท (Implicit scheme) และแบบแผนวิธีแครง-นิโคลสัน (Crank-Nicolson scheme) งานวิจัยนี้จะกล่าวเฉพาะแบบแผนวิธีอิมพลีซิท แบ่งได้หลายอันดับ โดยสมการ (5.18) แสดงแบบแผนวิธีอิมพลีซิทอันดับหนึ่ง (1<sup>st</sup> -order implicit scheme) และสมการ (5.19) แสดงแบบแผนวิธีอิมพลีซิทอันดับสอง (2<sup>nd</sup> -order implicit scheme)

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} \quad (5.18)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} \quad (5.19)$$

เมื่อ  $n$  แทนเวลาชั่วขณะที่พิจารณา ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้จะแสดงเฉพาะการดิสครีทไทด์ ด้วยแบบแผนวิธีอิมพลีซิทอันดับหนึ่ง โดยนำสมการ (5.18) แทนในสมการ (5.17) (กรณี 2 มิติ และจัดวางกริดตามรูปที่ 5.4) พิจารณาใน 2 มิติ ปริมาตรเซลล์เปลี่ยนเป็นพื้นที่เซลล์ จะได้ว่า

$$\int_t^{t+\Delta t} \left( \int \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dt \right) dV = \rho c_p \cdot \left( \frac{T - T^0}{\Delta t} \cdot \Delta t \right) \cdot A_p$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \left( \int \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \right) dt = \rho c_p \cdot (T - T^0) \cdot A_p \quad (5.20)$$

จากสมการ (5.20) ตัวยก '0' แทนอุณหภูมิที่เวลา  $t$  สำหรับอุณหภูมิที่เวลา  $t + \Delta t$  ไม่มีตัวยก และ  $A_p$  แทนพื้นที่เซลล์ที่ตำแหน่งโนด P (โนดที่สนใจ) เช่น  $A_p$  คือพื้นที่ส่วนที่แรเงาในรูปที่ 5.4 เป็นต้น

### 5.9.2 การดิสครีทไทด์เทอมการพา

การดิสครีทไทด์ด้วยทฤษฎีของเกาส์ (พิจารณาใน 2 มิติ และจัดวางกริดตามรูปที่ 5.4) สามารถเขียนได้ดังนี้ เมื่อ  $F_x = \rho c_p u_x L_x$  คือสัมประสิทธิ์การพาที่ผนังเซลล์ต่างๆ โดยที่  $x = e, w, n, s$  ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\int_t^{t+\Delta t} \left( \int \rho c_p u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} dV \right) dt = \int_t^{t+\Delta t} \left( \int \rho c_p \bar{m}_i T dA \right) dt$$

$$= \rho c_p \cdot ((uTL)_e - (uTL)_w + (uTL)_n - (uTL)_s) \cdot \Delta t$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \left( \int \rho c_p u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} dV \right) dt = (F_e T_e - F_w T_w + F_n T_n - F_s T_s) \cdot \Delta t \quad (5.21)$$

ค่าอุณหภูมิที่ผิวเขต เช่น  $T_e$  คืออุณหภูมิที่ผิวเขต e (ของปริมาตรที่โนด P) เป็นต้น คือตัวแปรไม่ทราบค่าที่ต้องการประมาณค่า ในที่นี้เลือกแสดงแบบแผนวิธีผลต่างครอคราติค สมการ (5.9) ถึง (5.12) เมื่อให้  $\phi = T$  นำทั้งหมดแทนในสมการ (5.21) จักรูปใหม่จะได้สมการ (5.22) ดังนั้นผลเฉลยที่ได้จึงมีคุณสมบัติของแบบแผนวิธีผลต่างครอคราติค ซึ่งถูกบรรจุอยู่ในพฤติกรรมกรไลท์ที่ส่งผลมาจากเทอมการพา ด้วยเหตุนี้จึงเห็นได้ว่า การเลือกแบบแผนวิธีการคำนวณในแต่ละเทอมมีความสำคัญมากต่อผลเฉลยประมาณค่าของระบบที่พิจารณา

$$\int_t^{t+\Delta t} \left( \int \rho c_p u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} dV \right) dt = \left[ \begin{array}{l} \frac{3}{8} T_P \left( (1+\alpha_e) F_e - (2-\alpha_w) F_w \right) \\ + (1+\alpha_n) F_n - (2-\alpha_s) F_s \\ - \frac{1}{8} T_w (3(1+\alpha_w) F_w + \alpha_e F_e) \\ + \frac{1}{8} T_e (3(2-\alpha_e) F_e + (1-\alpha_w) F_w) \\ - \frac{1}{8} T_s (3(1+\alpha_s) F_s + \alpha_n F_n) \\ + \frac{1}{8} T_n (3(2-\alpha_n) F_n + (1-\alpha_s) F_s) \\ + \frac{1}{8} T_{ww} (\alpha_w F_w) - \frac{1}{8} T_{ee} ((1-\alpha_e) F_e) \\ + \frac{1}{8} T_{ss} (\alpha_s F_s) - \frac{1}{8} T_{nn} ((1-\alpha_n) F_n) \end{array} \right] \cdot \Delta t \quad (5.22)$$

### 5.9.3 การดิสครีไทซ์เทอมการพา

การดิสครีไทซ์ด้วยทฤษฎีของเกาส์ (พิจารณาใน 2 มิติ และจัดวางกริดตามรูปที่ 5.4) สามารถเขียนได้ดังสมการ (5.23)

การหาค่าประมาณของ  $\partial T / \partial x_i$  เลือกแสดงด้วยแบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลาง ซึ่งไม่ได้ใช้สมการ (5.1) โดยตรง เนื่องจากไม่ต้องการประมาณค่าที่ผิวเขต แต่ต้องการประมาณอัตราเปลี่ยนของปริมาณที่ส่งถ่ายผ่านผิวเขต ด้วยหลักการของแบบแผนวิธีผลต่างกึ่งกลางจะเปลี่ยนสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(5.1) ให้เขียนใหม่ได้เป็นสมการ (5.24) เมื่อ  $\delta_{PE}$  เป็นผลต่างของระยะที่โนด P และ E ในทำนองเดียวกัน  $\delta_{WP}, \delta_{PN}, \delta_{SP}$  ก็คือผลต่างของระยะระหว่างโนดตัวห้อย

$$\begin{aligned} \int_i^{i+\Delta t} \left( \int k \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} dV \right) dt &= \int_i^{i+\Delta t} \left( \oint \vec{n} \left( k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) dA \right) dt \\ &= \left( \begin{aligned} &\left( k \frac{\partial T}{\partial x} L \right)_e - \left( k \frac{\partial T}{\partial x} L \right)_w \\ &+ \left( k \frac{\partial T}{\partial x} L \right)_n - \left( k \frac{\partial T}{\partial x} L \right)_s \end{aligned} \right) \cdot \Delta t \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e &= \frac{(\phi_E - \phi_P)}{\delta_{PE}}, & \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w &= \frac{(\phi_P - \phi_W)}{\delta_{WP}} \\ \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n &= \frac{(\phi_N - \phi_P)}{\delta_{PN}}, & \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s &= \frac{(\phi_P - \phi_S)}{\delta_{SP}} \end{aligned} \quad (5.24)$$

แทนสมการ (5.24) ลงในสมการ (5.23) พร้อมจัดรูปใหม่จะได้สมการ (5.25) เมื่อ  $D_e = k \frac{L_e}{\delta_{PE}}, D_w = k \frac{L_w}{\delta_{WP}}, D_n = k \frac{L_n}{\delta_{PN}}, D_s = k \frac{L_s}{\delta_{SP}}$  คือสัมประสิทธิ์การแพร่ที่ผนังเซลล์ e, w, n, s ตามลำดับ

$$\int_i^{i+\Delta t} \left( \int k \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} dV \right) dt = \left( \begin{aligned} &D_e T_E + D_w T_W + D_n T_N + D_s T_S \\ &-(D_e + D_w + D_n + D_s) \cdot T_P \end{aligned} \right) \cdot \Delta t \quad (5.25)$$

นำสมการ (5.20), (5.22) และ (5.25) แทนในสมการ (5.16) และจัดรูปใหม่ โดยรวมพจน์ต่างๆเข้าด้วยกัน (ไม่ขอแสดงรายละเอียด) จะได้สมการ (5.26) เรียกว่าสมการอนุพันธ์พลังงานแบบคิเตรทไทต์ หรืออีกนัยหนึ่งคือ สมการพีชคณิตของสมการอนุพันธ์พลังงาน

$$\begin{aligned} a_P T_P &= a_E T_E + a_W T_W + a_N T_N + a_S T_S \\ &+ a_{EE} T_{EE} + a_{WW} T_{WW} + a_{NN} T_{NN} + a_{SS} T_{SS} \\ &+ a_P^0 T_P^0 \end{aligned} \quad (5.26)$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ} \quad a_E &= D_e - \frac{3}{8}(2 - \alpha_e) \cdot F_e - \frac{1}{8}(1 - \alpha_w) \cdot F_w \\ a_W &= D_w + \frac{3}{8}(1 + \alpha_w) \cdot F_w + \frac{1}{8}\alpha_e \cdot F_e \\ a_N &= D_n - \frac{3}{8}(2 - \alpha_n) \cdot F_n - \frac{1}{8}(1 - \alpha_s) \cdot F_s \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 a_s &= D_s + \frac{3}{8}(1 + \alpha_s) \cdot F_s + \frac{1}{8}\alpha_n \cdot F_n \\
 a_{EE} &= \frac{1}{8}(1 - \alpha_e) \cdot F_e \\
 a_{WW} &= -\frac{1}{8}\alpha_w \cdot F_w \\
 a_{NN} &= \frac{1}{8}(1 - \alpha_n) \cdot F_n \\
 a_{SS} &= -\frac{1}{8}\alpha_s \cdot F_s \\
 a_p^0 &= \frac{A_p}{\Delta t} \\
 a_p &= a_p^0 + a_e + a_w + a_n + a_s + a_{EE} + a_{WW} + a_{NN} + a_{SS} \\
 &\quad + (F_e - F_w + F_n - F_s)
 \end{aligned}$$

### 5.10 การดิสcretize ไฟล์สมการนาเวียร์-สโตกส์

ด้วยแนวทางการดิสcretize ไฟล์สมการควบคุม เมื่อใช้กับสมการนาเวียร์-สโตกส์แบบไร้อัตตา จะ ได้ผลเฉลยวิคดังนี้

$$\begin{aligned}
 &\underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \left( \int \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} dV \right) dt}_{\text{เทอมไม่คงตัว}} + \underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \left( \int \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dV \right) dt}_{\text{เทอมการพา}} \\
 &= - \underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \left( \int \frac{\partial p}{\partial x_i} dV \right) dt}_{\text{เทอมอัตราเปลี่ยนความดัน}} + \underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \left( \int \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} dV \right) dt}_{\text{เทอมการแพร่}}
 \end{aligned} \tag{5.27}$$

จากสมการ (5.27) พบว่าแต่ละเทอมมีความหมายคล้ายกับสมการอนุกรมกำลังงานในหัวข้อ 5.9 สมการ (5.16) โดยสมการ (5.27) มีเทอมอัตราเปลี่ยนความดันอยู่ด้วย จากหลักการความคล้ายคลึง ทำให้ไม่ต้องกล่าวรายละเอียดการดิสcretize ไฟล์เทอมไม่คงตัว เทอมการพา และเทอมการแพร่ซ้ำอีก อย่างไรก็ตามได้แสดงผลการดิสcretize ไฟล์เทอมดังกล่าวไว้ สำหรับหัวข้อนี้ ได้เพิ่มเติมเนื้อหาการดิสcretize ไฟล์เทอมอัตราเปลี่ยนความดันเป็นหลัก

การดิสcretize ไฟล์เทอมอัตราเปลี่ยนความดันมีลักษณะที่พิเศษกว่าเทอมอื่น เพราะว่าในระเบียบวิธีปริมาตรสืบเนื่องจะพิจารณาอัตราเปลี่ยนแปลงความดัน เป็นเทอมแหล่งกำเนิด (Source term) เนื่องจากความสัมพันธ์ที่ควบคู่กัน (Couple relation) ระหว่างสมการอนุกรมมวลและสมการนาเวียร์-สโตกส์ ด้วยตัวแปรความเร็ว ( $u_i$ ) อีกทั้งสมการนาเวียร์-สโตกส์ ยังมีความควบคู่แบบไม่เชิงเส้น (Non-linear couple) รวมอยู่ด้วย เห็นได้จากเทอมการพาเทียบกับเทอมอื่นๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นหากทราบค่าของความดันที่ถูกต้องแล้ว ผลเฉลยของสมการนาเวียร์-สโตกส์แบบไร้การอัดตัว (ความเร็ว) ควรจะสอดคล้องกับสมการอนุรักษ์มวลด้วย

เมื่อพิจารณาเทอมอัตราเปลี่ยนความดันเป็นเทอมแหล่งกำเนิด ทำให้ไม่จำเป็นต้องใช้ทฤษฎีของเกาส์ในการวิเคราะห์ทอพอโลยี ดังนั้นสามารถเขียนได้ดังสมการ (5.28) ซึ่งวิธีการแบบนี้เป็นหนึ่งในสาเหตุที่ทำให้คุณสมบัติการเข้ากันได้ลดลง

$$\int_t^{t+\Delta t} \left( \int \frac{\partial p}{\partial x_i} dV \right) dt = \frac{\partial p}{\partial x_i} \cdot A_p \cdot \Delta t \quad (5.28)$$

สมการ (5.28) เทอมที่ต้องการประมาณค่าอัตราเปลี่ยนแปลงความดันคือ  $\partial p / \partial x_i$  ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับการจัดวางตำแหน่งของความดันบนกริด โดยที่ผ่านมากล่าวถึงการจัดวางกริดแบบตำแหน่งร่วมเท่านั้น โดยทั่วไปการจัดวางกริดสามารถแบ่งได้เป็น 2 แบบคือ

1. การจัดเรียงกริดแบบตำแหน่งร่วม (Co-located arrangement) (จากหัวข้อ 5.4)
2. การจัดเรียงกริดแบบทับซ้อน (Staggered arrangement)

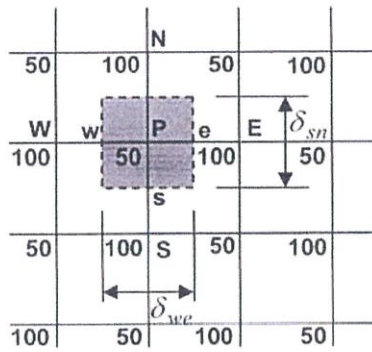
กรณีจัดเรียงกริดแบบตำแหน่งร่วม การประมาณค่า  $\partial p / \partial x_i$  แบบเชิงเส้น จะได้ดังนี้

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_e - p_w}{\delta_{we}} = \frac{\left( \frac{p_E + p_P}{2} \right) - \left( \frac{p_P + p_W}{2} \right)}{\delta_{we}} = \frac{p_E - p_W}{2\delta_{we}} \quad (5.29)$$

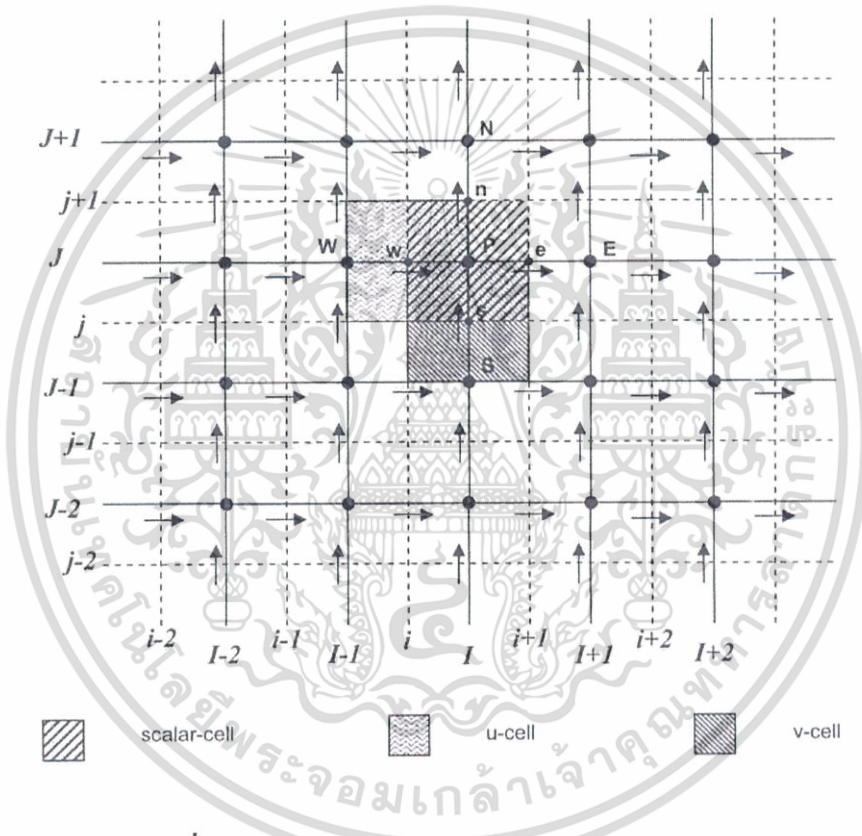
$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p_n - p_s}{\delta_{sn}} = \frac{\left( \frac{p_N + p_P}{2} \right) - \left( \frac{p_P + p_S}{2} \right)}{\delta_{sn}} = \frac{p_N - p_S}{2\delta_{sn}}$$

การประมาณอัตราเปลี่ยนแปลงความดันแบบสมการ (5.29) ใช้ได้ดีในปัญหาที่การกระจายตัวของความดันสม่ำเสมอ หากการกระจายตัวของความดันเปลี่ยนแปลงไปมาก หรือเกิดพฤติกรรมความดันกระเพื่อม (Pressure fluctuation) ดังในรูปที่ 5.6 เรียกว่า ปัญหากระดานหมากรุก (Checker-board problem) การประมาณค่าที่มีการจัดเรียงกริดแบบตำแหน่งร่วมจะไม่เหมาะสม

แทนค่าจากปัญหากระดานหมากรุกตามรูปที่ 5.6 ในสมการ (5.29) พบว่าอัตราเปลี่ยนของความดันเป็นศูนย์ซึ่งไม่เป็นจริง กรณีนี้สามารถแก้ไขได้โดยลดระยะกริดจนไม่เกิดลักษณะปัญหากระดานหมากรุก แต่ทำให้จำนวนกริดเพิ่มขึ้นด้วย ทำให้สิ้นเปลืองหน่วยความจำ และระยะเวลาในการคำนวณ ซึ่งขึ้นอยู่กับทรัพยากรทางคอมพิวเตอร์ที่มี



รูปที่ 5.6 การกระจายตัวของความดันกระเพื่อม หรือปัญหากระดานหมากรุก



รูปที่ 5.7 แสดงการจัดเรียงกริดแบบทับซ้อนใน 2 มิติ

ดังนั้นการจัดเรียงกริดแบบทับซ้อน จึงเป็นเทคนิคที่เกิดขึ้นเพื่อแก้ไขความผิดพลาดของการคำนวณค่าอัตราเปลี่ยนความดันในปัญหากระดานหมากรุก โดยให้ตัวแปรสเกลาร์ (มวล ความดัน และอุณหภูมิ) อยู่ที่ตำแหน่งโนดของปริมาตรควบคุมที่พิจารณา แต่ตัวแปรเวกเตอร์ (ความเร็ว) มีปริมาตรควบคุมเบี่ยงออกไป โดยจุดศูนย์กลางเซลล์ของปริมาตรเบี่ยงอยู่บนผิวเซลล์ของปริมาตรควบคุมที่สนใจ ในกรณี 2 มิติ แสดงได้ดังรูปที่ 5.7

จากรูปที่ 5.7 ปริมาตรสเกลาร์เก็บค่าที่โนดที่มีเครื่องหมาย (●) เรียกปริมาตรควบคุมนั้นว่า สเกลาร์เซลล์ (scalar-cell) สำหรับปริมาตรเวกเตอร์เก็บค่าอยู่ที่ผิวเซลล์ที่มีเครื่องหมาย → เรียกว่า ยูเซลล์ (u-cell) ใช้กับแนวอนุกรณ แนวตั้งเก็บค่าอยู่ที่ผิวเซลล์ที่มีเครื่องหมาย ↑ เรียกว่า วีเซลล์ (v-cell) ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

cell) โดยการจัดคู่อันดับของตำแหน่งใช้สัญลักษณ์ตัวพิมพ์ใหญ่ (I, J) แทนตำแหน่งของโนดที่อ้างอิงสเกลาร์เซต และตัวพิมพ์เล็ก (i, j) แทนตำแหน่งของผิวเซลล์ ใช้ประกอบกับตัวพิมพ์ใหญ่ เพื่ออ้างอิงตำแหน่งของยูเซลล์ และวีเซลล์ ที่เบี่ยงไปตามลำดับ

จากสมการ (5.28) การประมาณค่า  $\partial p / \partial x$ , กรณีจัดเรียงกริดแบบทับซ้อนจะเปลี่ยนไป จากสมการ (5.29) เพราะพิจารณาอัตราเปลี่ยนของความดันทำที่ปริมาตรควบคุมของความเร็ว ในกรณีอัตราเปลี่ยนความดันตามแนวนอน ( $\partial p / \partial x$ ) ใช้ยูเซลล์ และแนวตั้ง ( $\partial p / \partial y$ ) ใช้วีเซลล์ ดังสมการ (5.30) และ (5.31) เป็นการประมาณค่าแบบเชิงเส้น โดยสมการทั้งสองอ้างอิงตำแหน่งแบบคู่อันดับ

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{p_P - p_W}{\delta_{WP}} = \frac{p_{I,J} - p_{I-1,J}}{\delta_u} \quad (5.30)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{p_P - p_S}{\delta_{SP}} = \frac{p_{I,J} - p_{I,J-1}}{\delta_v} \quad (5.31)$$

เมื่อ  $\delta_u$  และ  $\delta_v$  คือระยะความกว้างของผิวเซลล์ยูเซลล์ และวีเซลล์ ตามลำดับ พิจารณาในปัญหากระดานหมากรุกด้วยสมการ (5.30) และ (5.31) พบว่าค่าอัตราเปลี่ยนของความดันมีค่าไม่เป็นศูนย์ แสดงว่าการจัดเรียงกริดแบบทับซ้อนมีแนวโน้มที่ใช้ปริมาตรกริดไม่มาก แต่สามารถคำนวณอัตราเปลี่ยนของความดันได้ถูกต้องมากขึ้น อย่างไรก็ตามการจัดเรียงกริดแบบทับซ้อนต้องจัดเก็บตำแหน่งยูเซลล์ และวีเซลล์ แยกออกจากตำแหน่งสเกลาร์เซต จึงทำให้ค่อนข้างยุ่งยากในการเขียนโปรแกรมคำนวณ

ดังนั้นการประมาณค่าเทอมอัตราเปลี่ยนความดันในสมการ (5.27) กรณีจัดเรียงกริดแบบทับซ้อนทำได้โดยแทนสมการ (5.30) และ (5.31) ในสมการ (5.28) จัดรูปใหม่ได้

$$\int_i^{i+\Delta} \left( \int \frac{\partial p}{\partial x_i} dV \right) dt = \begin{cases} (p_{I,J} - p_{I-1,J}) \cdot L_u \cdot \Delta t & ; u\text{-cell} \\ (p_{I,J} - p_{I,J-1}) \cdot L_v \cdot \Delta t & ; v\text{-cell} \end{cases} \quad (5.32)$$

เมื่อ  $L_u = L_{i,j}$  และ  $L_v = L_{i,j}$  เป็นระยะความกว้าง-ยาวของยูเซลล์ และวีเซลล์ ตามลำดับ จากสมการ (5.32) ใช้ในกรณีกริดชนิดสี่เหลี่ยมเหมือนดังรูปที่ 5.7 เท่านั้น ไม่ครอบคลุมกริดที่มีรูปแบบอื่นๆ เช่น สามเหลี่ยม หรือสี่เหลี่ยมไม่สม่ำเสมอ เป็นต้น

เมื่อพิจารณาการดิสครีทไทซ์สมการนาเวียร์-สโตกส์ โดยใช้หลักการของความคล้ายคลึงจากการดิสครีทไทซ์สมการอนุพันธ์พลังงาน สมการ (5.27) โดยจัดรูปใหม่ และเขียนได้ดังสมการ (5.33) และ (5.34) ซึ่งเป็นสมการนาเวียร์-สโตกส์ในแนวนอน และแนวตั้งตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น มิใช่สัญญาใดเห็นาไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 a_p u_p &= a_E u_E + a_W u_W + a_N u_N + a_S u_S \\
 &+ a_{EE} u_{EE} + a_{WW} u_{WW} + a_{NN} u_{NN} + a_{SS} u_{SS} \\
 &+ a_p^0 u_p^0 + (p_W - p_P) \cdot L_u
 \end{aligned} \tag{5.33}$$

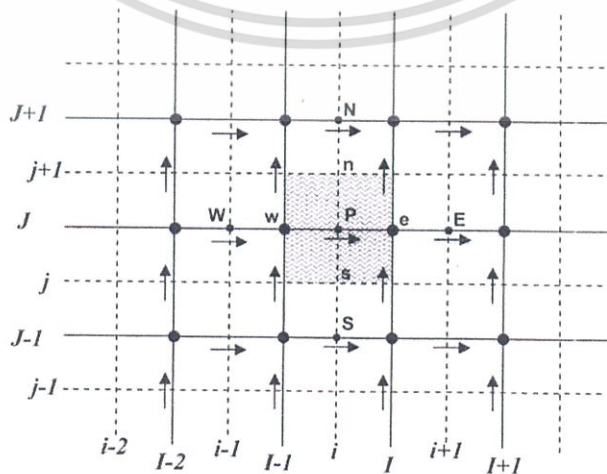
$$\begin{aligned}
 a_p v_p &= a_E v_E + a_W v_W + a_N v_N + a_S v_S \\
 &+ a_{EE} v_{EE} + a_{WW} v_{WW} + a_{NN} v_{NN} + a_{SS} v_{SS} \\
 &+ a_p^0 v_p^0 + (p_S - p_P) \cdot L_v
 \end{aligned} \tag{5.34}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned}
 a_p^0 &= \frac{A_p}{\Delta t}, a_E = D_e - \frac{3}{8}(2 - \alpha_e) \cdot F_e - \frac{1}{8}(1 - \alpha_w) \cdot F_w, \\
 a_W &= D_w + \frac{3}{8}(1 + \alpha_w) \cdot F_w + \frac{1}{8}\alpha_e \cdot F_e, \\
 a_N &= D_n - \frac{3}{8}(2 - \alpha_n) \cdot F_n - \frac{1}{8}(1 - \alpha_s) \cdot F_s, \\
 a_S &= D_s + \frac{3}{8}(1 + \alpha_s) \cdot F_s + \frac{1}{8}\alpha_n \cdot F_n, \\
 a_{EE} &= \frac{1}{8}(1 - \alpha_e) \cdot F_e, \quad a_{WW} = -\frac{1}{8}\alpha_w \cdot F_w, \\
 a_{NN} &= \frac{1}{8}(1 - \alpha_n) \cdot F_n, \quad a_{SS} = -\frac{1}{8}\alpha_s \cdot F_s, \text{ และ} \\
 a_p &= a_p^0 + a_E + a_W + a_N + a_S + a_{EE} + a_{WW} + a_{NN} + a_{SS} \\
 &\quad + (F_e - F_w + F_n - F_s)
 \end{aligned}$$

สมการ (5.33) และ (5.34) เขียนอยู่ในรูปแบบการจัดวางกริดแบบทับซ้อน ดังนั้นจากหัวข้อที่ผ่านมาปริมาณ  $F, D$  เขียนอยู่ในรูปแบบของการจัดวางกริดแบบตำแหน่งร่วม จึงต้องปรับปรุง โดยพิจารณากรณีเชด และวีเชดตามลำดับ ดังนี้

### 1. สัมประสิทธิ์การพาและการแพร่กรณีเชด



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้นไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
**รูปที่ 5.8** แสดงเวกเตอร์ความเร็วเมื่อพิจารณาเชด  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 5.8 แสดงความเร็วในผนังเซลล์แบบต่างๆของยูเซล ในระบบการกำหนดตำแหน่งแบบคู่อันดับ พบว่าตำแหน่งเดิมของ โหนด P ในรูปที่ 5.7 เป็นตำแหน่ง โหนด e ในรูปที่ 5.8 เนื่องจากขณะที่พิจารณาเซลล์ในกริดแบบทับซ้อน ตำแหน่งกึ่งกลางเซลล์เบี่ยงเบนไปทำให้ต้องพิจารณาการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆอีกครั้ง

กรณีความหนาแน่น และความหนืดมีค่าคงที่ สามารถหาสัมประสิทธิ์การพา และการแพร่ ได้ดังสมการ (5.35) และ (5.36) ตามลำดับ (Versteeg [24])

$$F_e = (\rho u L)_e = \rho L_{I,j} \frac{u_{i+1,j} + u_{i,j}}{2}, \quad F_w = (\rho u L)_w = \rho L_{I-1,j} \frac{u_{i,j} + u_{i-1,j}}{2}, \tag{5.35}$$

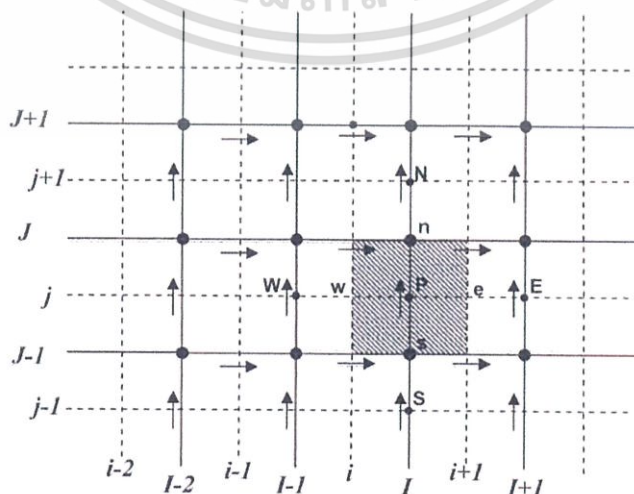
$$F_n = (\rho u L)_n = \rho L_{I,j+1} \frac{v_{I,j+1} + v_{I-1,j+1}}{2}, \quad F_s = (\rho u L)_s = \rho L_{I,j} \frac{v_{I,j} + v_{I-1,j}}{2},$$

$$D_e = \mu \frac{L_{I,j}}{x_{i+1} - x_i}, \quad D_w = \mu \frac{L_{I-1,j}}{x_i - x_{i-1}}, \tag{5.36}$$

$$D_n = \mu \frac{L_{I,j+1}}{y_{j+1} - y_j}, \quad D_s = \mu \frac{L_{I,j}}{y_j - y_{j-1}},$$

2. สัมประสิทธิ์การพาและการแพร่กรณีวีเซล

พบว่าตำแหน่งเดิมของ โหนด P ในรูปที่ 5.7 เป็นตำแหน่ง โหนด n ในรูปที่ 5.9 เนื่องจากตำแหน่งกึ่งกลางเซลล์เบี่ยงเบนไป คล้ายคลึงกับกรณียูเซล โดยสามารถหาสัมประสิทธิ์การพา และการแพร่ได้ดังสมการ (5.37) และ (5.38) ตามลำดับ



รูปที่ 5.9 แสดงเวกเตอร์ความเร็วเมื่อพิจารณาวีเซล  
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ในการศึกษาระดับปริญญาโทขึ้นไปของนักศึกษาที่สนใจไปขอใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$F_e = \rho L_{i+1,j-1} \frac{u_{i+1,j} + u_{i+1,j-1}}{2}, \quad F_w = \rho L_{i,j} \frac{u_{i,j} + u_{i,j-1}}{2}, \quad (5.37)$$

$$F_n = \rho L_{i,j} \frac{v_{i,j} + v_{i,j+1}}{2}, \quad F_s = \rho L_{i,j-1} \frac{v_{i,j-1} + v_{i,j}}{2},$$

$$D_e = \mu \frac{L_{i+1,j-1}}{x_{i+1} - x_i}, \quad D_w = \mu \frac{L_{i,j}}{x_i - x_{i-1}}, \quad (5.38)$$

$$D_n = \mu \frac{L_{i,j}}{y_{j+1} - y_j}, \quad D_s = \mu \frac{L_{i,j-1}}{y_j - y_{j-1}},$$

พิจารณาสัมประสิทธิ์การพา ( $F = \rho u$ ) เมื่อเทียบกับการ discretize ทิศสมการอนุรักษ์พลังงานในหัวข้อ 5.8 จะพบว่าในหัวข้อที่ผ่านมา ไม่ต้อง discretize ทิศเทอมสัมประสิทธิ์ต่างๆ เนื่องจากในสมการอนุรักษ์พลังงาน ถือว่าทราบค่าความเร็วที่ตำแหน่งต่างๆ ซึ่งกรณีนี้ใช้ได้กับการคำนวณแบบไม่ควบคู่ (Uncouple Solving) กล่าวคือสมการอนุรักษ์พลังงาน สามารถแยกพิจารณาหลังจากคำนวณสมการนาเวียร์-สโตกส์

เนื่องจากสัมประสิทธิ์การพามีเทอมความเร็วที่ผิวเซลล์อยู่ด้วย ซึ่งในสมการนาเวียร์-สโตกส์ ค่าความเร็วเป็นตัวแปรไม่ทราบค่า ดังนั้นการประมาณค่าความเร็วที่ผิวเซลล์ในการจัดเรียงกริดแบบตำแหน่งร่วม และกริดแบบทับซ้อน ต้องคำนวณค่าความเร็วที่ผิวเซลล์จากตำแหน่งที่เก็บค่าตัวแปรความเร็วอยู่ เช่น ใช้ตำแหน่ง โหนด (กรณีกริดแบบตำแหน่งร่วม) หรือใช้ตำแหน่งยูเซล-วีเซล (กรณีกริดแบบทับซ้อน) เป็นต้น ดังแสดงในสมการ (5.35) ถึง (5.38)

กรณีจัดเรียงกริดแบบทับซ้อน ควรเขียนสมการ discretize ทิศในระบบตำแหน่งคู่อันดับ เพื่อไม่ทำให้ตำแหน่งของปริมาตรควบคุมที่พิจารณาสับสน จากสมการ (5.32) (5.33) และ (5.34) นำมาเขียนใหม่เป็นสมการนาเวียร์-สโตกส์แบบ discretize ทิศได้ดังนี้

$$a_{i,j} u_{i,j} = \sum a_d u_d (p_{i-1,j} - p_{i,j}) \cdot L_{i,j} \quad (5.39)$$

$$a_{i,j} v_{i,j} = \sum a_d v_d (p_{i,j-1} - p_{i,j}) \cdot L_{i,j} \quad (5.40)$$

เมื่อตัวห้อย d แทนตำแหน่งต่างๆของผิวเซลล์ในปริมาตรควบคุมที่พิจารณา โดยเทียบกับกลุ่มสัมประสิทธิ์ในสมการ (5.33) และ (5.34) เช่นตำแหน่งผิวเซลล์ P, E, W, N, S, EE เป็นต้น ซึ่งมีสัมประสิทธิ์การพา และการแพร่เป็นไปตามสมการ (5.35) และ (5.38)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 5.11 ลำดับวิธีการคำนวณหาผลเฉลยของสมการควบคุมในการไหลคงตัว

ในการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหล ตามระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยมมีลำดับวิธีการคำนวณหาผลเฉลยของสมการควบคุมหลายวิธี โดยลำดับวิธีที่นิยมใช้ทั่วไปคือ ลำดับวิธี SIMPLE ลำดับวิธี SIMPLEC ลำดับวิธี SIMPLER และลำดับวิธี PISO ซึ่งในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงเฉพาะลำดับวิธี SIMPLE เพียงอย่างเดียว

ลำดับวิธีการคำนวณหาผลเฉลยแบบ SIMPLE (Semi-implicit method for pressure-linked equation) เป็นวิธีที่ใช้หลักการเดาค่าความดัน แล้วนำไปคำนวณหาค่าความเร็ว และอุณหภูมิหรือปริมาณสเกลาร์อื่นๆ จากสมการนาเวียร์-สโตกส์ และสมการอนุรักษ์พลังงานตามลำดับ จากนั้นตรวจสอบด้วยสมการอนุรักษ์มวล หากค่าตัวแปรทั้งหมดมีความสอดคล้องกับสมการควบคุม แสดงว่าค่าความดันที่เดามีความถูกต้อง หากไม่สอดคล้องจะเดาค่าความดันใหม่บนฐานของค่าความดัน ความเร็ว และอุณหภูมิเดิมที่คำนวณไว้ ดังนั้นขั้นแรกจึงแทนสมการ (5.39) และ (5.40) ด้วยค่าความเร็ว และความดันที่เดา (ตัวแปรที่เดาแทนด้วยสัญลักษณ์ด้วย \* ) จะได้ว่า

$$a_{I,J}u_{I,J}^* = \sum a_d u_d^* + (p_{I-1,J}^* - p_{I,J}^*) \cdot L_{I,J} \quad (5.41)$$

$$a_{I,J}v_{I,J}^* = \sum a_d v_d^* + (p_{I,J-1}^* - p_{I,J}^*) \cdot L_{I,J} \quad (5.42)$$

ทำการนิยามค่าความดันแก้ไข (Pressure correction)  $p'$  ขึ้น ซึ่งเป็นผลต่างระหว่างค่าความดันที่ถูกต้อง  $p$  กับค่าความดันที่เดาขึ้น  $p^*$  ถ้าค่าแก้ไขมีแนวโน้มใกล้ศูนย์มากขึ้น แสดงว่าค่าความดันที่เดาเข้าใกล้ความดันที่ถูกต้องมากขึ้น

$$p = p^* + p' \quad (5.43)$$

ในทำนองเดียวกันก็นิยามค่าแก้ไขของความเร็ว  $u'$  และ  $v'$  ที่เป็นผลต่างระหว่างค่าความเร็วที่ถูกต้อง กับความเร็วที่เดาขึ้น  $u^*$  และ  $v^*$  ดังนี้

$$u = u^* + u' \quad (5.44)$$

$$v = v^* + v' \quad (5.45)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สามารถเขียนความสัมพันธ์ของค่าแก้ไขได้โดยการนำสมการ (5.39) และ (5.40) ลงในสมการ (5.41) และ (5.42) ตามลำดับ ใช้สูตรค่าแก้ไขจากสมการ (5.43) ถึง (5.45) จะได้สมการ (5.46) และ (5.47) ตามลำดับ

$$a_{i,j}u'_{i,j} = \sum a_d u'_d + (p'_{i-1,j} - p'_{i,j}) \cdot L_{i,j} \quad (5.46)$$

$$a_{i,j}v'_{i,j} = \sum a_d v'_d + (p'_{i,j-1} - p'_{i,j}) \cdot L_{i,j} \quad (5.47)$$

จากสมการ (5.46) และ (5.47) จะเห็นว่าเทอมที่มีเครื่องหมาย  $\Sigma$  ให้มีค่าประมาณศูนย์ ซึ่งเป็นการประมาณค่าของลำดับวิธีแบบ SIMPLE โดยลำดับต่อไปแทนสมการ (5.46) และ (5.47) ลงในสมการ (5.44) และ (5.45) ตามลำดับ เมื่อ  $d_{x,y} = \frac{L_{x,y}}{a_{x,y}}$  และ  $x, y$  คือตำแหน่งคู่ลำดับใดๆ ในสนามกาคำนวณ และในทำนองเดียวกัน สมการความสัมพันธ์ของ  $u_{i+1,j}, v_{i,j+1}$  จะเขียนได้ดังสมการ (5.50) และ (5.51)

$$u_{i,j} = u^*_{i,j} + d_{i,j} (p'_{i-1,j} - p'_{i,j}) \quad (5.48)$$

$$v_{i,j} = v^*_{i,j} + d_{i,j} (p'_{i,j-1} - p'_{i,j}) \quad (5.49)$$

$$u_{i+1,j} = u^*_{i+1,j} + d_{i+1,j} (p'_{i,j} - p'_{i+1,j}) \quad (5.50)$$

$$v_{i,j+1} = v^*_{i,j+1} + d_{i,j+1} (p'_{i,j} - p'_{i,j+1}) \quad (5.51)$$

จากหัวข้อที่ผ่านมาได้กล่าวถึงสาเหตุการพิจารณาเทอมอัตราเปลี่ยนความดัน เป็นเทอมแหล่งกำเนิด เพื่อคำนวณค่าความเร็วที่สอดคล้องกับสมการอนุกรมมวล สมการ (5.15) ที่ระบุตำแหน่งในระบบคู่อันดับ ตามรูปที่ 5.10 จะได้ว่า

$$(uL)_{i+1,j} - (uL)_{i,j} + (uL)_{i,j+1} - (uL)_{i,j} = 0 \quad (5.52)$$

สำหรับการจัดเรียงกริดแบบทับซ้อน การ discretize สมการอนุกรมมวล ใช้สเกลาร์เซลล์เป็นปริมาตรควบคุมที่สนใจ เนื่องจากความหมายทางกายภาพของมวลเป็นปริมาณที่มีแต่ขนาด ไม่มีทิศทาง ดังนั้นการประมาณด้วยสเกลาร์เซลล์ พิจารณาความสัมพันธ์ของค่าแก้ไขแทนสมการ

(5.48) ถึง (5.51) ในสมการ (5.52) จัดรูปใหม่จะได้ดังนี้ ไม่นิยามให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการคำนวณว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$m_{I,J} p'_{I,J} = m_{I+1,J} p'_{I+1,J} + m_{I-1,J} p'_{I-1,J} + m_{I,J+1} p'_{I,J+1} + m_{I,J-1} p'_{I,J-1} + M'_{I,J} \quad (5.53)$$

$$\text{เมื่อ } m_{I+1,J} = (dL)_{I+1,J}$$

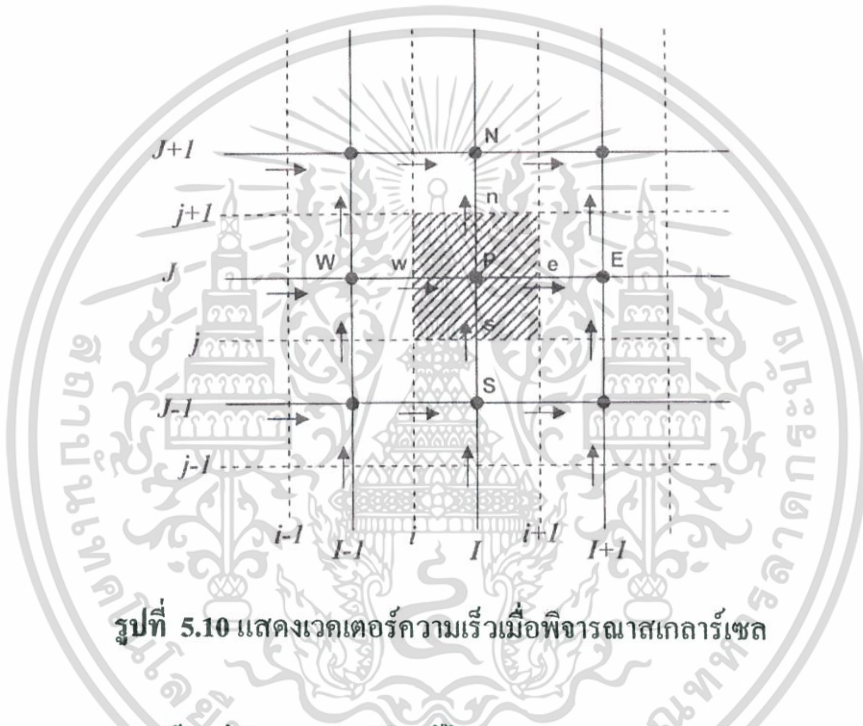
$$m_{I-1,J} = (dL)_{I,J}$$

$$m_{I,J+1} = (dL)_{I,J+1}$$

$$m_{I,J-1} = (dL)_{I,J}$$

$$m_{I,J} = m_{I+1,J} + m_{I-1,J} + m_{I,J+1} + m_{I,J-1}$$

$$M'_{I,J} = (u^* L)_{I,J} - (u^* L)_{I+1,J} + (v^* L)_{I,J} - (v^* L)_{I,J+1}$$

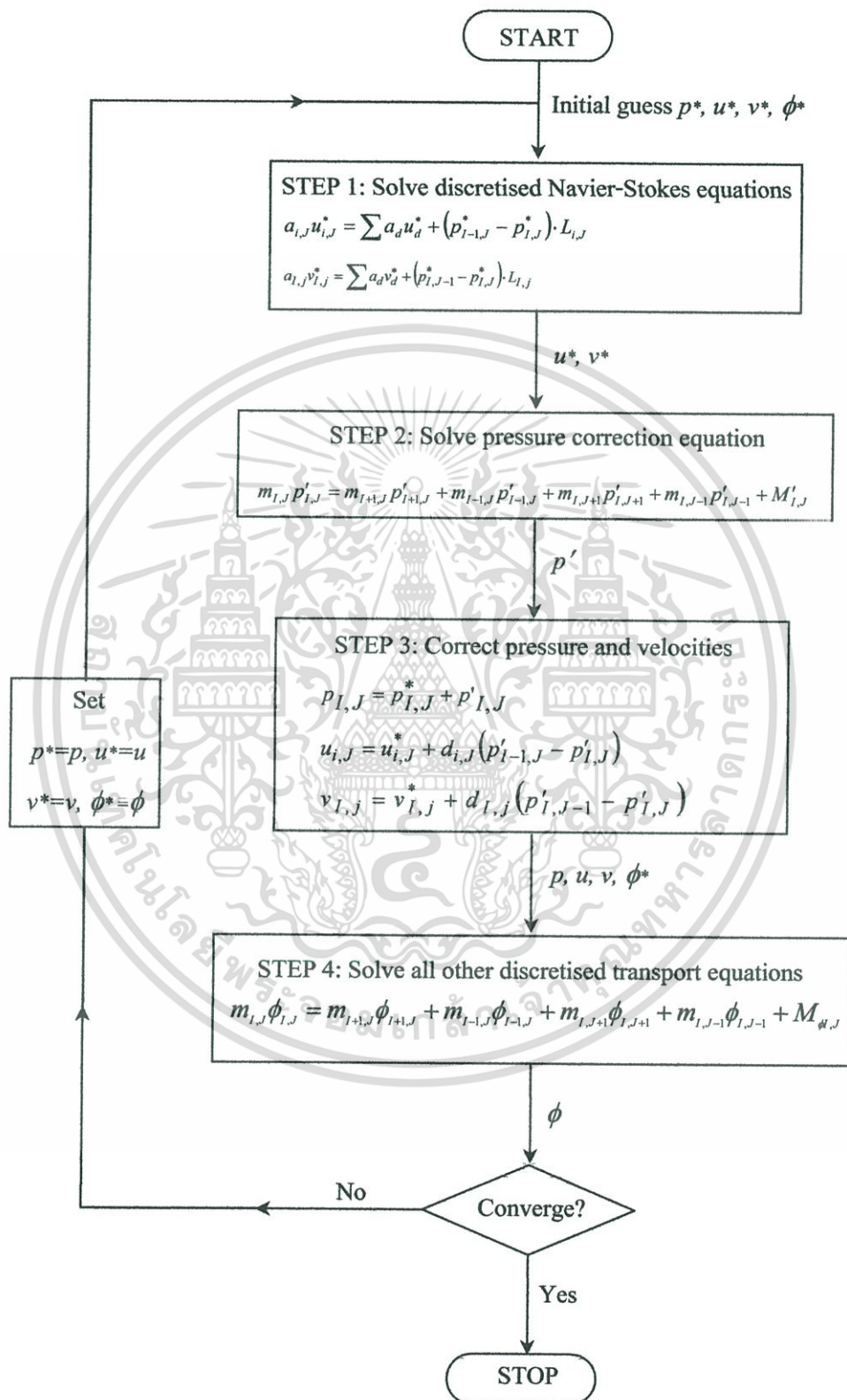


รูปที่ 5.10 แสดงเวกเตอร์ความเร็วเมื่อพิจารณาสเกลาร์เชล

สมการ (5.53) เรียกว่าสมการสำหรับแก้ไขความดัน (Equation for pressure correction) นำไปแทนในสมการ (5.43) (5.46) และ (5.47) เพื่อคำนวณค่าความเร็ว และความดันที่ถูกต้อง และหากค่าความดันแก้ไขมีค่าต่ำกว่าขอบเขตกำหนด (Threshold) ปกติมีค่าน้อยมาก ทำให้ความผิดพลาดจากการประมาณค่าของเทอม  $\Sigma$  เป็นศูนย์ ในสมการ (5.46) และ (5.47) ลดลง จึงควรตระหนักว่าปัญหาที่พิจารณาอาจส่งผลให้ค่าความดันแก้ไขไม่ลู่อเข้า ในทางระเบียบวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข จึงมักแก้ไขโดยการใช้นิยามวิธีอันเดอร์รีแลกเซชัน (Under relaxation method) ร่วมกับสมการ (5.43) และ (5.45) โดยความหมายทางกายภาพคือการเพิ่มตัวหน่วงให้ระบบการคำนวณ ทำให้ลดการลู่ออกของผลเฉลยโดยการหน่วง หรือในทางตรงกันคือการลู่ออกของผลเฉลยจะช้าลง ซึ่งวิธีรายละเอียดวิธีการอันเดอร์รีแลกเซชัน พบได้ทั่วไปในตำราทางด้านวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข

กระบวนการวิธี SIMPLE นั้น ให้คำตอบในการหาค่าความดัน และความเร็ว โดยกระบวนการนี้ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ทางการค้า ทำซ้ำ คัดลอก หรือมีประมาทสเกลาร์อื่นใดที่ผูกติดอยู่กับสมการการเวียร์-สโตกส์ ก็จำเป็นต้องทำ ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การคำนวณเป็นลำดับ และวนกลับมาทำการคำนวณซ้ำอีก จนกระทั่งคำตอบทั้งหมดคลู่เข้า ซึ่งได้ให้ Flow chart ไว้ในรูป 5.11



**รูปที่ 5.11** ลำดับวิธีการคำนวณหาผลเฉลยด้วยวิธี SIMPLE

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 6

# การกำหนดปัญหาและตรวจสอบผลการคำนวณ

### 6.1 บทนำ

ในบทนี้เป็นกำรกำหนดลักษณะของปัญหาที่ใช้สำหรับทำกำรวิจัยและพร้อมทั้งทำกำรตรวจสอบโปรแกรมที่ใช้กับผลเฉลยแม่นตรง (Exact solution) ซึ่งลักษณะของปัญหาที่ใช้ในกำรจำลองการถ่ายเทความร้อนนี้เป็นท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดแผ่นกั้นวางเฉียงภายในท่อสองด้าน โดยจัดวางแบบตรงกันและทำมุมปะทะต่างๆ และท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดแผ่นกั้นวางเฉียงรูปตัววีภายในท่อสองด้านในแนวตรงกันทำมุมปะทะ  $30^\circ$  โดยมีปลายตัววีชี้ตามและชี้ทวนกระแสของการไหล

### 6.2 สมการควบคุมและสมมติฐาน

การพัฒนาแบบจำลองเชิงตัวเลขสำหรับกำรไหลของของไหลและการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส ได้มีสมมติฐานดังต่อไปนี้

- การไหลของของไหลและการถ่ายเทความร้อนเป็นแบบคงตัว 3 มิติ
- การไหลเป็นแบบลามินาร์และอัดตัวไม่ได้
- คุณสมบัติของของไหลคงที่
- ไม่คำนึงแรงเนื่องจากน้ำหนักและการสูญเสียเนื่องจากความหนืด
- ไม่คำนึงการแผ่รังสีความร้อน

จากสมมติฐานข้างต้น สำหรับกำรไหลในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส สมการควบคุมประกอบไปด้วยสมการความต่อเนื่อง สมการโมเมนตัม และสมการพลังงาน สามารถเขียนในรูปเทนเซอร์ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนดังนี้

$$\text{สมการความต่อเนื่อง: } \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (6.1)$$

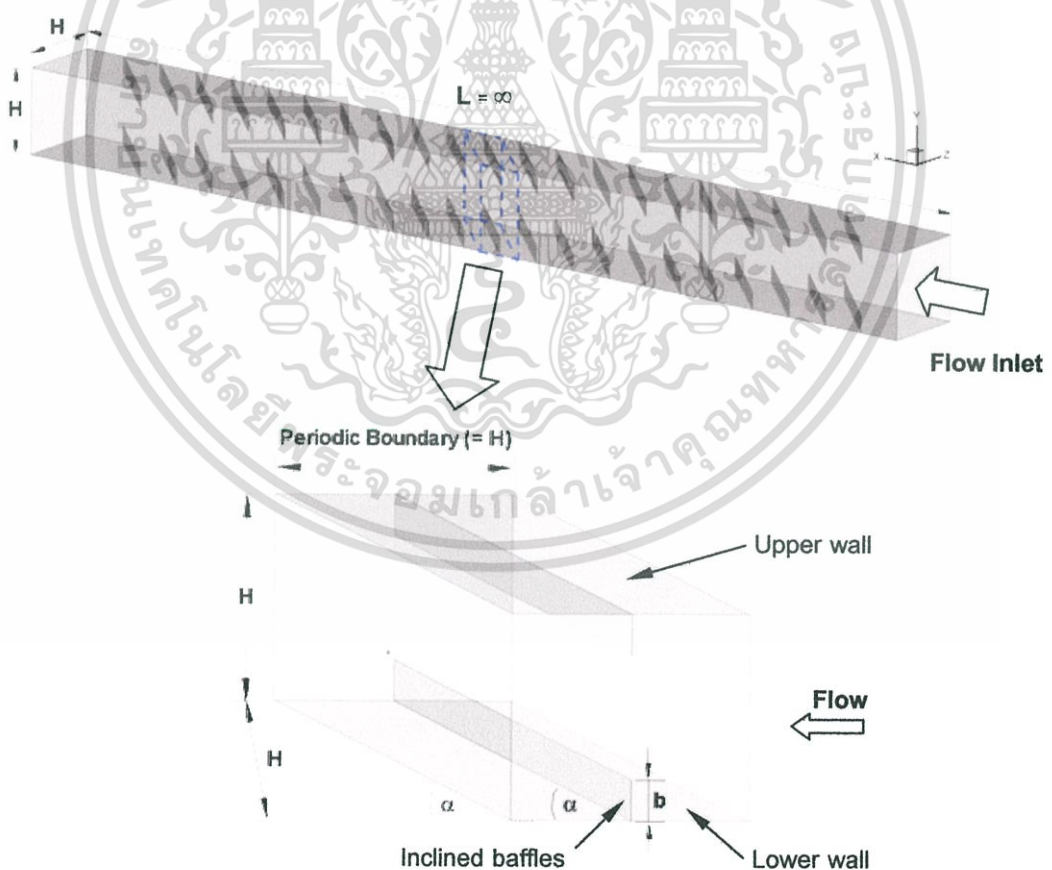
$$\text{สมการโมเมนตัม: } \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (6.2)$$

$$\text{สมการพลังงาน: } \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i T) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (6.3)$$

เมื่อ  $\Gamma$  คือการแพร่ทางความร้อน กำหนดโดย  $\Gamma = \mu / Pr$  เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

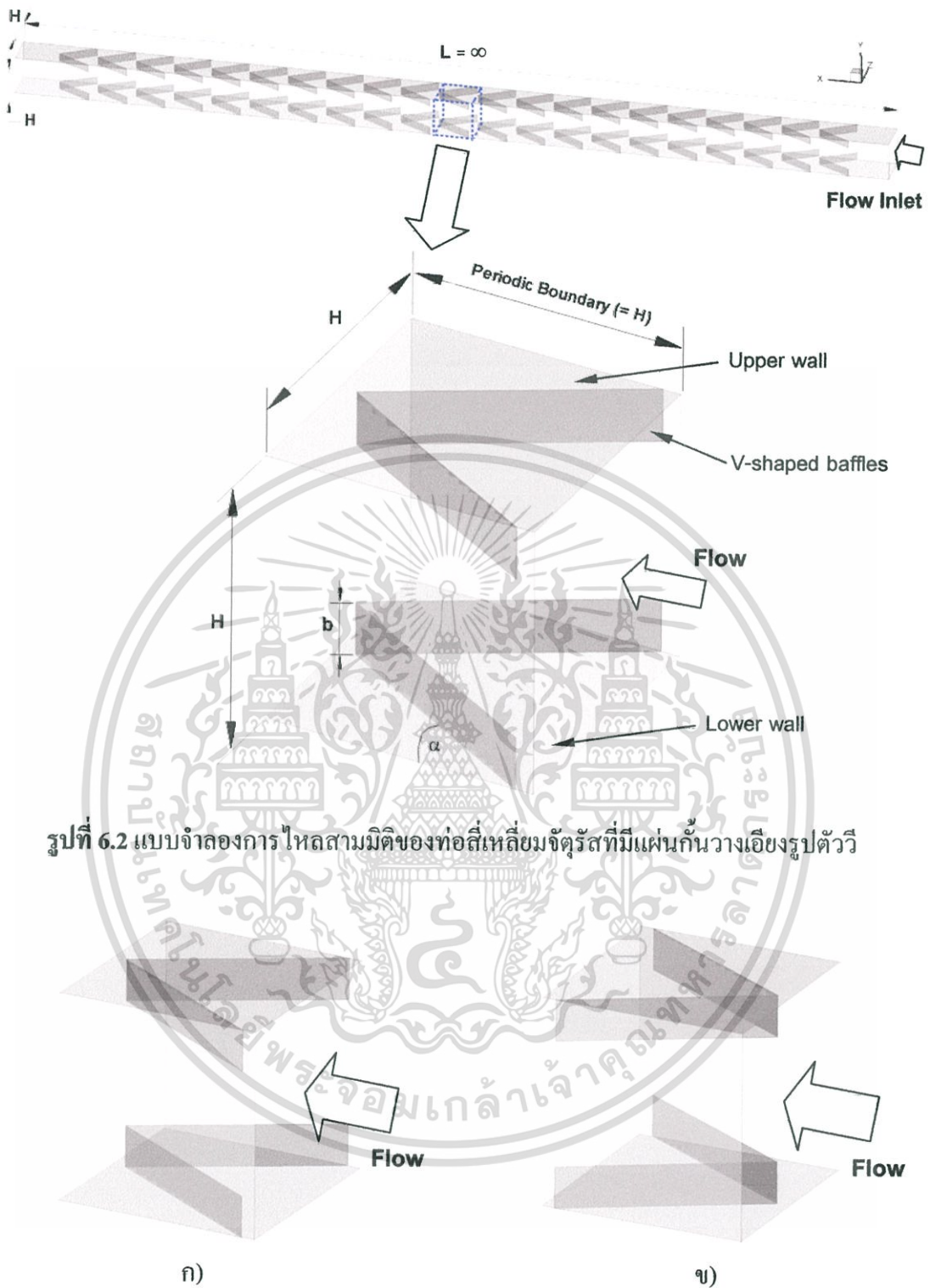
### 6.3 การกำหนดลักษณะของปัญหาที่ใช้ในการวิจัย

งานวิจัยนี้ระบบที่ให้ความสนใจเป็นท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสติดแผ่นกั้น(Baffle)ภายในท่อสองด้าน คือที่ผนังด้านบนและด้านล่างของท่อในแนวตรงกัน ซึ่งแผ่นกั้นที่ติดนั้นระยะพิตซ์ของแผ่นกั้นมีค่าคงที่เท่ากับ  $H$  วางเอียงทำมุมปะทะ,  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$  และ แผ่นกั้นวางขวาง ( $\alpha = 90^\circ$ ) ตามลำดับ ความสูงของแผ่นกั้นมีค่า  $b = 0.100H$ ,  $0.150H$ ,  $0.200H$ ,  $0.250H$  และ  $b = 0.300H$  ตามลำดับ หรือมีอัตราส่วนการบดกการไหล(Blockage Ratio, BR) ซึ่งนิยามโดยความสูงของแผ่นกั้นต่อความสูงท่อเท่ากับ 0.100, 0.150, 0.200, 0.250 และ 0.300 ตามลำดับ นอกจากนี้ แผ่นกั้นวางเอียงที่มุมปะทะต่างๆแล้วยังมีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีที่  $\alpha = 30^\circ$  ซึ่งมีค่า BR = 0.050, 0.075, 0.100, 0.125, 0.150, 0.200, 0.250 และ BR = 0.300 โดยมีลักษณะการไหลสองแบบ คือ กรณีปลายวิธีตามและชี้ทวนกระแสการไหลดังแสดงในรูปที่ 6.3 ขนาดความสูงของท่อหน้าตัดจัตุรัสที่ใช้ในการจำลองนี้มีค่า  $H = 0.05$  m และสมมติที่ยาวมาก ซึ่งพิจารณาการไหลเป็นแบบ periodic ที่ทางเข้าและทางออก ดังแสดงในรูปที่ 6.1 และ 6.2 ในกรณีศึกษาต่างๆได้แสดงในตารางที่ 6.1



รูปที่ 6.1 แบบจำลองการไหลสามมิติของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นวางเอียง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



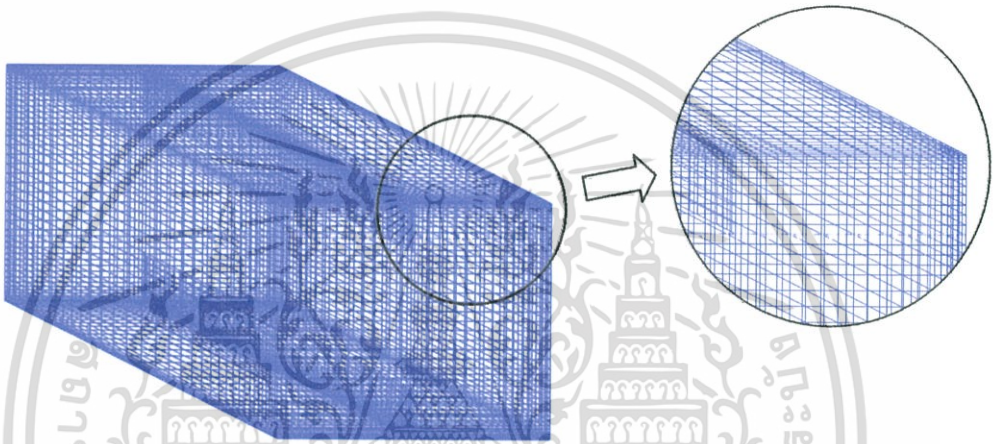
รูปที่ 6.2 แบบจำลองการไหลสามมิติของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววี

รูปที่ 6.3 ลักษณะการไหลภายในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววี ก) ปลายวีชี้ตามกระแสการไหล และ ข) ปลายวีชี้ทวนกระแสการไหล

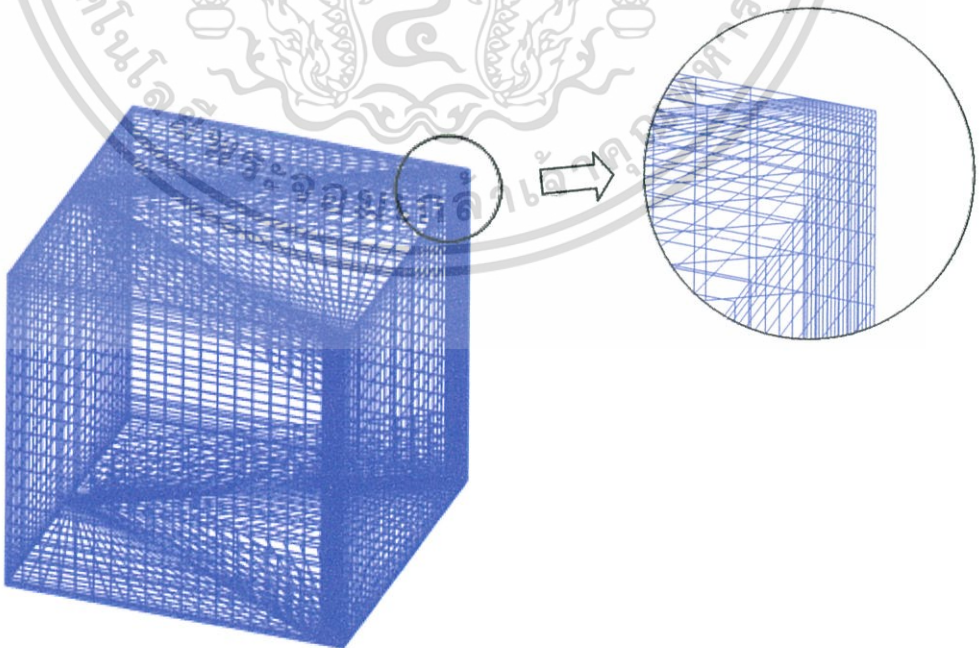
กริดที่ใช้สำหรับกรณีแผ่นกั้นเอียงและแผ่นกั้นเอียงรูปตัววี ดังแสดงในรูปที่ 6.4 และ 6.5 เป็นแบบสี่เหลี่ยม แบ่งกริดแบบไม่สม่ำเสมอ(Non-uniform grid) ก็จะพิจารณาบริเวณที่ติดผนัง

ให้จำนวนกริดหนาแน่นและบริเวณที่ห่างออกไปจากผนังก็มีจำนวนกริดเบาบางลง ส่วนการหา  
 เอกสารเป็นเอกสารที่เผยแพร่หรือบริการฟรีซึ่งมีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับงานวิจัยด้านวิศวกรรมศาสตร์ การค้า  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลกระทบของกริดที่มีผลต่อคำตอบได้ทำการศึกษาโดยใช้ปริมาณของกริดที่แตกต่างกัน ที่จำนวน 60,000 และ 120,000 ใช้ลำดับวิธีการคำนวณหาผลเฉลยแบบ SIMPLE และใช้แบบแผนวิธีผลต่าง ต้นลมอันดับหนึ่ง เงื่อนไขการลู่เข้าหาคำตอบของทุกค่าอยู่ที่  $10^{-5}$  ยกเว้นสมการพลังงานซึ่งอยู่ที่  $10^{-9}$  พบว่าเมื่อจำนวนกริดเพิ่มขึ้นเป็น 120,000 ค่าเลขนัยเซิลที่มีความคาดเคลื่อนจากผลเฉลยแม่นยำ 1.6 % ส่วนค่าตัวประกอบเสียดทานมีความคาดเคลื่อนจากผลเฉลยแม่นยำ 1.0 % ซึ่งทั้งค่าเลขนัยเซิลและค่าตัวประกอบเสียดทานมีความสอดคล้องกันดีกับผลเฉลยแม่นยำ ดังนั้นจึงเลือกปริมาณของกริดที่ 60,000 ซึ่งปริมาณกริดนี้จะถูกนำไปใช้ในการศึกษาอิทธิพลของค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ต่อไป



รูปที่ 6.4 ลักษณะกริดที่ใช้ในการจำลองการไหลในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นวางเอียง



รูปที่ 6.5 ลักษณะกริดที่ใช้ในการจำลองการไหลในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของบริษัทฯ เพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ใดเห็นประโยชน์ในการนำเอกสารนี้ไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตจากบริษัทฯ ถือว่าผิดกฎหมาย บริษัทฯ ขอสงวนสิทธิ์ในเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 6.1 แสดงลักษณะแผ่นกันแต่ละกรณีศึกษา

กรณีที่	$\alpha$ (degree)	b(mm)	BR(-)	ลักษณะการจัดวาง
1	20	5.00	0.100	วางเอียง
2		7.50	0.150	
3		10.00	0.200	
4		12.50	0.250	
5		15.00	0.300	
6	30	5.00	0.100	
7		7.50	0.150	
8		10.00	0.200	
9		12.50	0.250	
10		15.00	0.300	
11	45	5.00	0.100	วางขวาง
12		7.50	0.150	
13		10.00	0.200	
14		12.50	0.250	
15		15.00	0.300	
16	90	5.00	0.100	
17		7.50	0.150	
18		10.00	0.200	
19		12.50	0.250	
20		15.00	0.300	
21	30	2.50	0.050	วางเอียงรูปตัววี ปลายวีชี้ตามกระแส การไหล
22		3.75	0.075	
23		5.00	0.100	
24		6.25	0.125	
25		7.50	0.150	
26		10.00	0.200	
27		12.50	0.250	
28		15.00	0.300	
29		2.50	0.050	
30		3.75	0.075	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

31	30	5.00	0.100	วางเอียงรูปตัววี ปลายวีชี้ทวนกระแส การไหล
32		6.25	0.125	
33		7.50	0.150	
34		10.00	0.200	
35		12.50	0.250	
36		15.00	0.300	

#### 6.4 ค่าเงื่อนไขขอบเขตในการคำนวณการไหลสามมิติ

สำหรับการคำนวณในสามมิติ ได้ใช้ค่าเงื่อนไขขอบเขตดังต่อไปนี้

- 6.3.1 สภาวะทางเข้าและทางออกเป็นแบบ Periodic Translation อากาศไหลเข้าด้วยอัตราการไหลเชิงมวลอย่างสม่ำเสมอ และมีค่าเลขพรานด์เทิล (Prandtl number; Pr) คงที่เท่ากับ 0.707
- 6.3.2 กำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่ผนังความเร็วมีค่าเท่ากับศูนย์ (No slip condition) เป็นผนังที่อยู่กับที่ (Stationary wall)
- 6.3.3 กำหนดให้ค่าฟลักซ์ความร้อนของแผ่นกั้นมีค่าเท่ากับศูนย์ (ครีปเป็นฉนวน)
- 6.3.4 กำหนดให้ที่ผนังทุกด้านของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีอุณหภูมิผิวคงที่ 310 K

#### 6.5 การตรวจสอบโปรแกรมที่ใช้กับผลเฉลยแม่นยำตรง (Exact solution)

เนื่องจากผลเฉลยที่ได้จากการคำนวณเชิงตัวเลขเป็นค่าที่ได้จากการประมาณ การคำนวณย่อมมีความผิดพลาดเกิดขึ้นได้ ดังนั้นในการนำโปรแกรมมาใช้งานต้องมีการตรวจสอบโปรแกรมว่าให้ผลเฉลยถูกต้องหรือไม่ การตรวจสอบโปรแกรมในหัวข้อนี้จะนำผลที่ได้จากโปรแกรมมาเปรียบเทียบกับผลเฉลยแม่นยำตรง

จากตารางที่ 4.1 ผลเฉลยแม่นยำตรงค่าเลขนัสเซิลท์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสสำหรับการไหลแบบลามินาร์ที่ปรับตัวเต็มที่แล้ว กรณีอุณหภูมิผนังคงที่จะได้

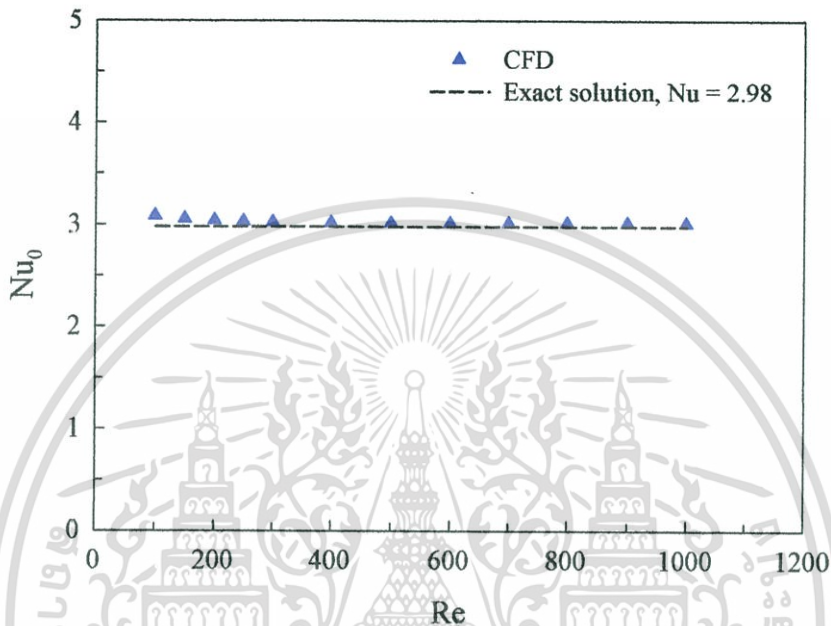
$$Nu = 2.98 \quad (6.4)$$

เช่นกันจะได้ค่าตัวประกอบความเสียดทานของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสสำหรับการไหลแบบลามินาร์ที่ปรับตัวเต็มที่แล้ว

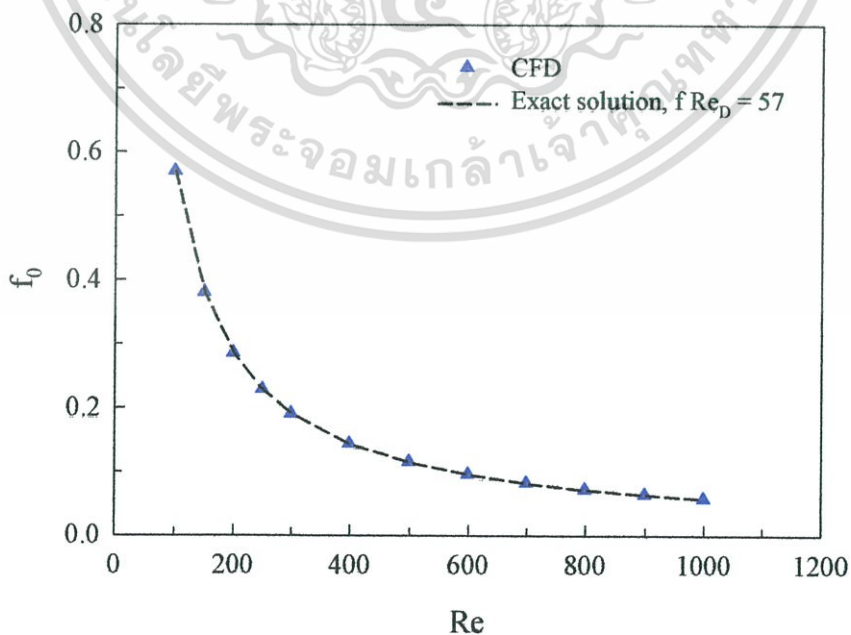
$$f = \frac{57}{Re} \quad (6.5)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อเปรียบเทียบผลการจำลองที่ได้จากโปรแกรมจะมีความแตกต่างเฉลี่ย 1.5% ซึ่งแสดงดังรูปที่ 6.6 และ 6.7 ผลที่ได้จากทั้งโปรแกรมและจากผลเฉลยแม่นยำตรงให้ผลที่สอดคล้องกัน ทำให้ยืนยันได้ว่าแบบจำลองการไหล 3 มิติ รวมทั้งโปรแกรมที่ใช้พื้นฐานของระเบียบวิธีปริมาตรสี่เหลี่ยม สามารถนำมาเป็นเครื่องมือในการคำนวณ เพื่อวิเคราะห์ปัญหาการไหลในการถ่ายเทความร้อนสำหรับงานวิจัยนี้ได้



รูปที่ 6.6 แสดงการเปรียบเทียบค่าเลขนัสเซลท์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบระหว่างผลเฉลยแม่นยำตรงกับผลที่ได้จากการจำลอง



รูปที่ 6.7 แสดงการเปรียบเทียบค่าตัวประกอบความเสียดทานของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ

ระหว่างผลเฉลยแม่นยำตรงกับค่าที่ได้จากการจำลอง เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับงานวิจัยเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 7

# ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลขและการอภิปราย

### 7.1 บทนำ

โดยทั่วไปสมรรถนะเชิงความร้อนจะสัมพันธ์กับการสูญเสียความดันเนื่องจากความเสียดทาน การเพิ่มสมรรถนะการแลกเปลี่ยนความร้อนมักจะได้มาพร้อมกับการสูญเสียความดันที่เพิ่มมากขึ้น สำหรับของไหลที่มีความหนาแน่นต่ำ(ก๊าซ) การเพิ่มการถ่ายเทความร้อนมักจะนำไปสู่ความเปลี่ยนแปลงกำลังทางกลในรูปของพลังงานที่ใช้ในการขับเคลื่อนคอมเพรสเซอร์หรือพัดลม เพราะฉะนั้นการออกแบบและเลือกใช้อุปกรณ์แลกเปลี่ยนความร้อนจึงจะต้องมีการพิจารณาอย่างถี่ถ้วนในอัตราการถ่ายเทความร้อนและกำลังทางกลที่ใช้ในการขับเคลื่อนของไหล

ในบทนี้จะศึกษาพฤติกรรมของการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสจากการจำลองเชิงตัวเลข ซึ่งการถ่ายเทความร้อนได้แสดงในเทอมของเลขนัสเซิลท์ และผลของการสูญเสียความดันจะแสดงในเทอมของตัวประกอบเสียดทาน จากพารามิเตอร์ทั้งสองนำมาสู่การวิเคราะห์สมรรถนะเชิงความร้อนของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีอุณหภูมิผิวคงที่ (Constant Surface Temperature) โดยการศึกษาจะพิจารณาถึงอิทธิพลของเลขเรย์โนลด์ส์และแผ่นกั้นในรูปแบบต่างๆซึ่งได้ทำการศึกษาอิทธิพลของมุมปะทะที่  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$  และ  $\alpha = 90^\circ$  ตามลำดับ และอิทธิพลของความสูงแผ่นกั้นซึ่งจะอธิบายในรูปของอัตราส่วนการบดบัง (Blockage ratio, BR) โดยมีค่าเท่ากับ 0.10, 0.15, 0.20, 0.25 และ 0.30 ตามลำดับ หลังจากที่ได้มุมปะทะที่เหมาะสมแล้วก็นำมาสร้างแบบจำลองเพิ่มเติมโดยเปลี่ยนเป็นท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววี ทุกกรณีที่ศึกษามีการจัดวางครีบบนตรงกัน โดยทำการศึกษาการไหลแบบลามินาร์ในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์ 100 ถึง 1000

### 7.2 แผ่นกั้นวางขวาง (Transverse baffles)

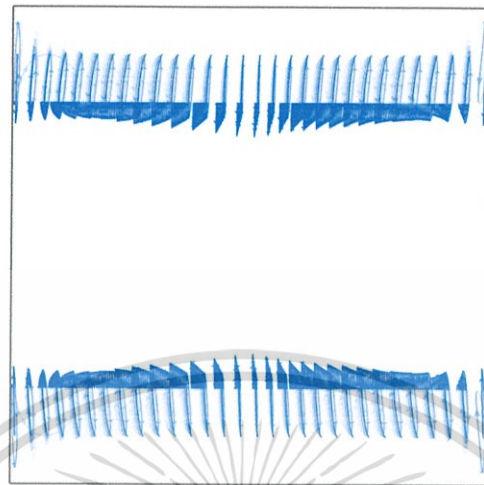
ในส่วนของหัวข้อนี้เราพิจารณาท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดแผ่นกั้นวางขวาง( $\alpha = 90^\circ$ ) ในท่อที่ผนังด้านบนและด้านล่าง ในการจำลองนี้ได้ทำการปรับเปลี่ยนความสูงของแผ่นกั้นที่ค่าอัตราส่วนการบดบัง, BR = 0.10, 0.15, 0.20, 0.25 และ BR = 0.30 ตามลำดับ เพื่อศึกษาพฤติกรรมของการถ่ายเทความร้อนและความเสียดทานจากการไหลในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส

#### 7.2.1 อิทธิพลของเลขเรย์โนลด์ส์

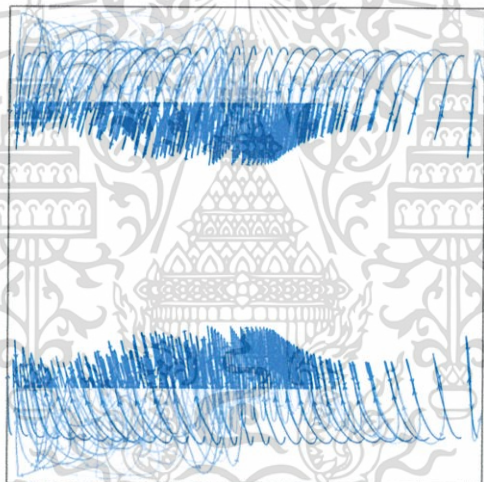
พิจารณารูปที่ 7.1 และ 7.2 แสดงเส้นกระแสการไหลในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่ BR = 0.20 โดยเปลี่ยนแปลงค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่ Re = 100, 500 และ Re = 1000

ตามลำดับ พบว่าเมื่อเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นเส้นกระแสจะมีการไหลหมุนวนตามแกน z ที่มีความเร็วไม่สม่ำเสมอทั่วทั้งพื้นที่ อีกทั้งยังมีให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

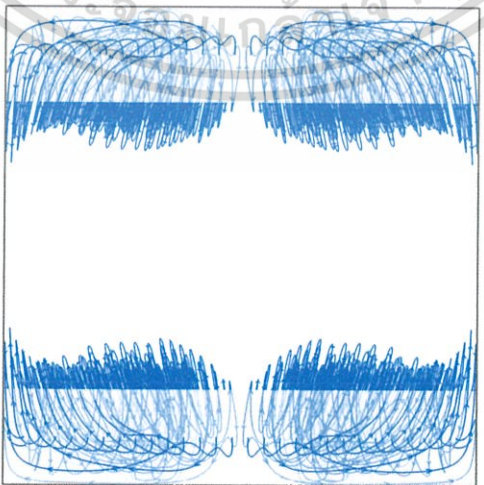
ปั่นป่วนเพิ่มมากขึ้น และวงของกระแสหมุนวนมีขนาดใหญ่ขึ้นทำให้มีพื้นที่ในการกวาดไปตามพื้นผิวถ่ายเทความร้อนมากขึ้น



Re = 100

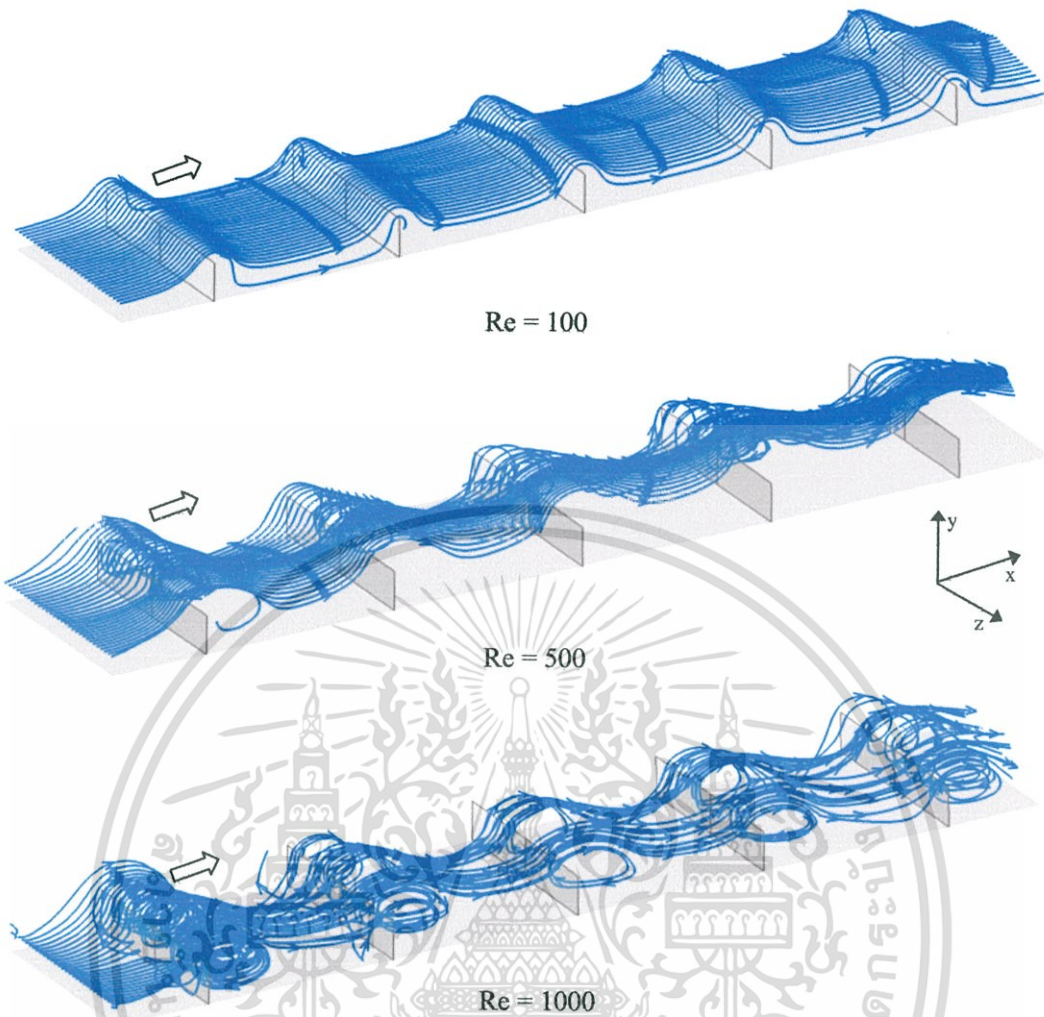


Re = 500



Re = 1000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
**รูปที่ 7.1** ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลในท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่  $BR = 0.20$   
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

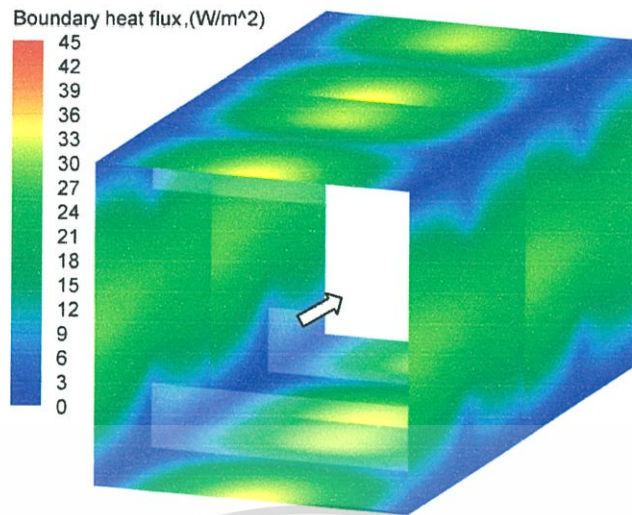


รูปที่ 7.2 ภาพสามมิติเส้นกระแสการไหลในท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่  $BR = 0.20$

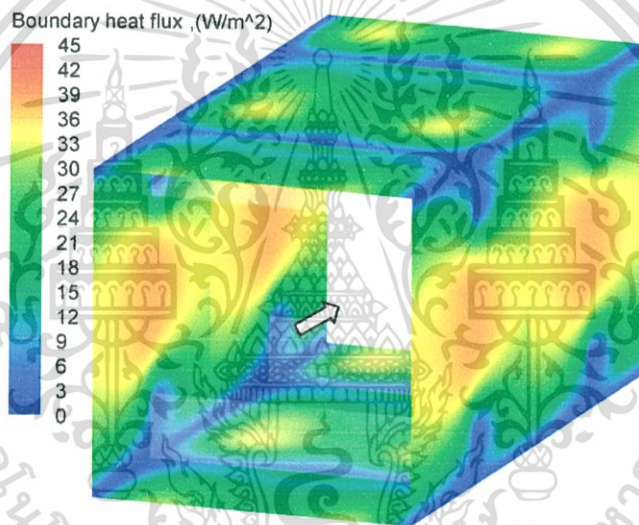
ในรูปที่ 7.3 แสดงค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่  $BR = 0.20$  โดยเปลี่ยนแปลงค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่  $Re = 100$ ,  $Re = 500$  และ  $Re = 1000$  ตามลำดับ พบว่าฟลักซ์ความร้อนที่ผนังด้านบนและด้านล่างมีความสมมาตรกัน เช่นกันที่ผนังด้านข้างทั้งสองมีฟลักซ์ความร้อนที่สมมาตรกัน เมื่อเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มมากขึ้นจะมีฟลักซ์ความร้อนที่ผนังมากขึ้น

ในรูปที่ 7.4 แสดงการกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่  $BR = 0.20$  โดยเปลี่ยนแปลงค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่  $Re = 100$ ,  $Re = 500$  และ  $Re = 1000$  ตามลำดับ เมื่อพิจารณาด้านทางเข้าของการไหลเป็นด้านหน้า พบว่าที่ผนังบริเวณด้านหน้าของแผ่นกั้นจะมีความดันสูง ส่วนที่แผ่นกั้นและบริเวณผนังด้านหลังของแผ่นกั้นจะมีความดันต่ำ และยังพบว่าเมื่อเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นค่าความแตกต่างของความดันก็เพิ่มขึ้นด้วยซึ่งส่งผลให้เกิดการไหลที่มีความปั่นป่วนมากยิ่งขึ้น

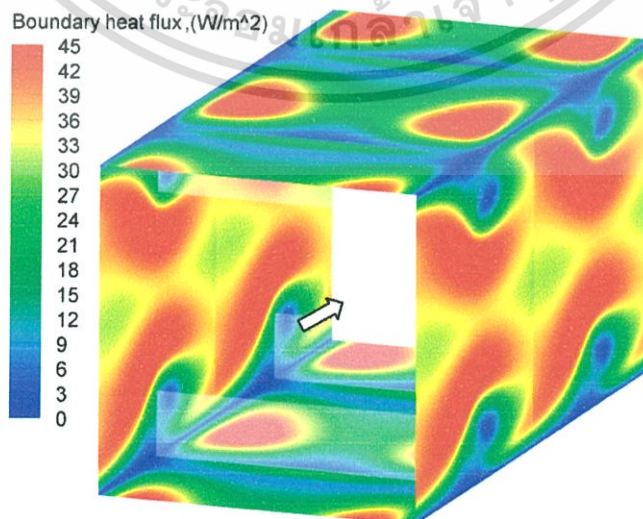
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



Re = 100

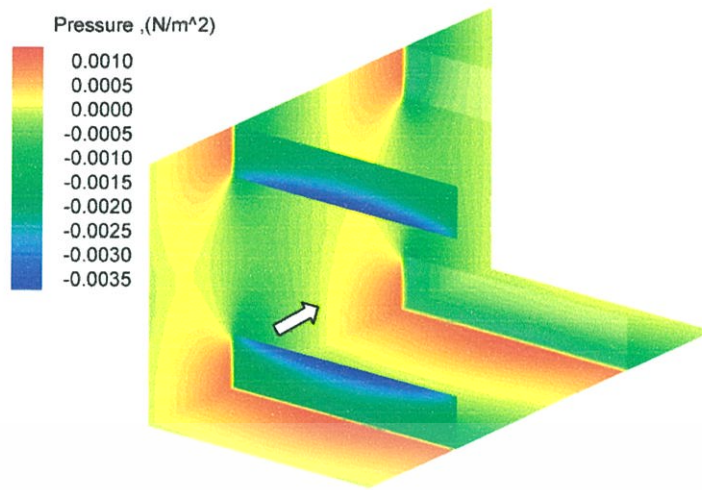


Re = 500

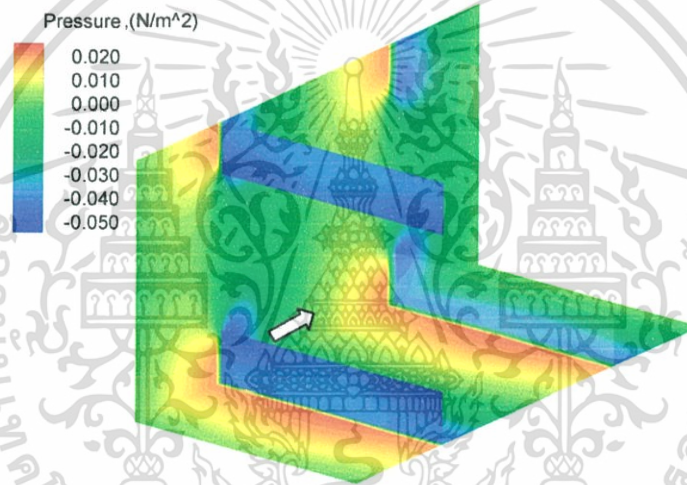


Re = 1000

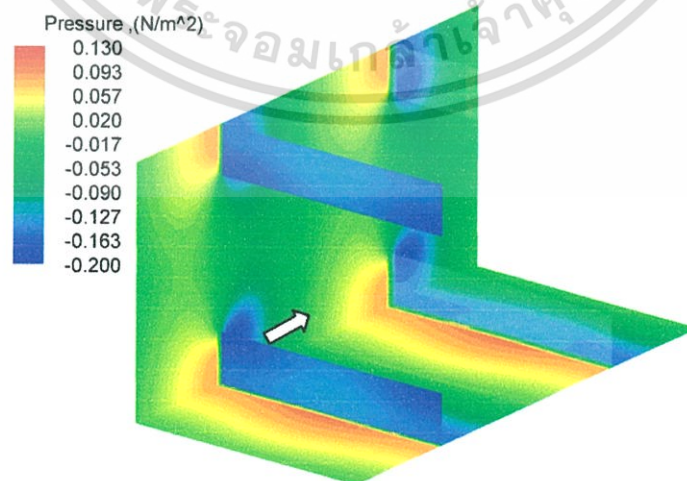
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
**รูปที่ 7.3** แสดงพล็อตความร้อนที่ผนังท่อกรณีตีคั่นผนังวงขวางที่ค่า  $BR = 0.20$   
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามเผยแพร่ต่อผู้อื่นโดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



Re = 100



Re = 500



Re = 1000

รูปที่ 7.4 การกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อกรณีตัดแผ่นกั้นวางขวางที่ BR = 0.20  
 เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์และห้ามมิให้คัดลอกหรือเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 7.2.2 อิทธิพลของค่าอัตราส่วนการบล็อก

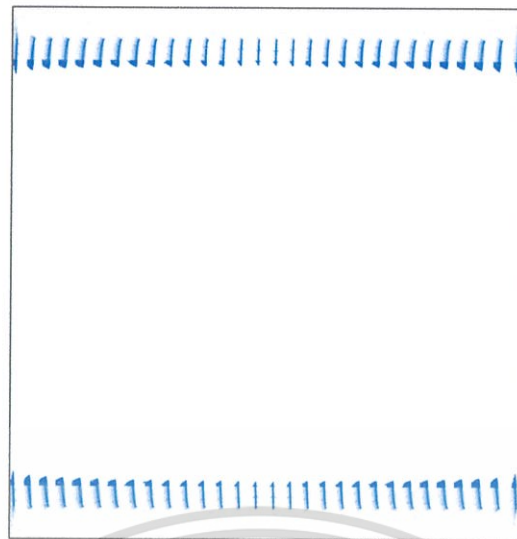
พิจารณารูปที่ 7.5 แสดงเส้นกระแสการไหลในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่เลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 1000 โดยเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนการบล็อกที่  $BR = 0.10, 0.20$  และ  $BR = 0.30$  ตามลำดับ พบว่าเมื่อค่า  $BR$  เพิ่มขึ้นเส้นกระแสจะมีการไหลหมุนวนตามแกน  $z$  ที่มีความปั่นป่วนเพิ่มมากขึ้น และวงของกระแสหมุนวนมีขนาดใหญ่ขึ้นดังรูปที่ 7.6 ทำให้มีพื้นที่ในการกวาดไปตามพื้นผิวถ่ายเทความร้อนมากขึ้น

ในรูปที่ 7.7 แสดงค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่เลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 1000 โดยเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนการบล็อกที่  $BR = 0.10, 0.20$  และ  $BR = 0.30$  ตามลำดับ พบว่าเมื่อค่า  $BR$  เพิ่มมากขึ้นจะมีฟลักซ์ความร้อนที่ผนังมากขึ้น โดยที่ค่า  $BR = 0.30$  จะมีค่ามีฟลักซ์ความร้อนสูงที่สุด ตามด้วยกรณี  $BR = 0.20$  และ  $BR = 0.10$  ตามลำดับ

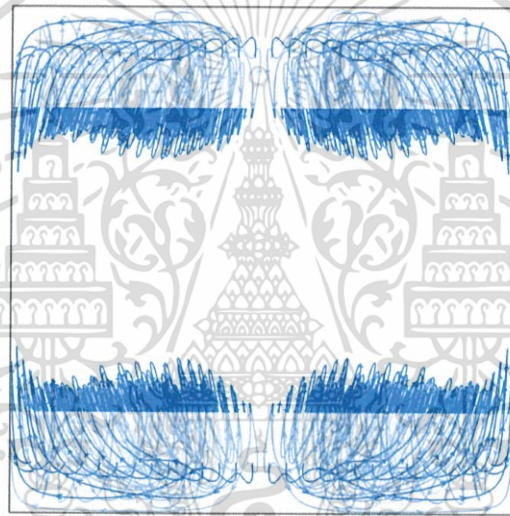
ในรูปที่ 7.8 แสดงการกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่เลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 1000 โดยเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนการบล็อกที่  $BR = 0.10, 0.20$  และ  $BR = 0.30$  ตามลำดับ เมื่อพิจารณาด้านหน้าของกระแสการไหลเป็นด้านหน้า พบว่าที่ผนังบริเวณด้านหน้าของแผ่นกั้นจะมีความดันสูง ส่วนที่แผ่นกั้นและผนังบริเวณด้านหลังของแผ่นกั้นจะมีความดันต่ำ และยังพบว่าเมื่อเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นค่าความแตกต่างของความดันก็เพิ่มขึ้นด้วยจึงส่งผลให้เกิดการไหลที่ปั่นป่วนมากขึ้น

พิจารณารูปที่ 7.9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเลขนัสเซลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดแผ่นกั้นวางขวางกรณี  $BR = 0.10, 0.15, 0.20, 0.25$  และ  $BR = 0.30$  ตามลำดับ พบว่าการไหลแบบลามินาร์ในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ในการจำลอง ค่าเลขนัสเซลท์จะมีค่าเพิ่มขึ้นตามค่าเลขเรย์โนลด์ส์ ส่วนกรณีท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบค่าเลขเรย์โนลด์ส์ไม่มีผลต่อการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของเลขนัสเซลท์ โดยกรณีค่า  $BR = 0.30$  ให้ค่าเลขนัสเซลท์สูงที่สุด ตามด้วยกรณี  $BR = 0.25, 0.20, 0.15$  และ  $BR = 0.10$  ตามลำดับ และพบว่าท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบให้ค่าเลขนัสเซลท์ต่ำสุด

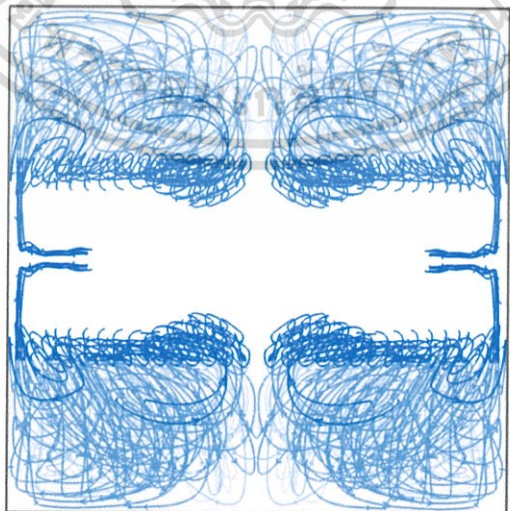
ในรูปที่ 7.10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซลท์ซึ่งพิจารณาเลขนัสเซลท์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นวางขวางต่อเลขนัสเซลท์ท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบกับค่าเลขเรย์โนลด์ส์ โดยพิจารณาที่  $BR = 0.10, 0.15, 0.20, 0.25$  และ  $BR = 0.30$  ตามลำดับ จากการจำลองพบว่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์มีค่าเพิ่มขึ้นตามค่าเลขเรย์โนลด์ส์ และยังพบว่าจากเลขเรย์โนลด์ส์ช่วง 100-1000 กรณีค่า  $BR = 0.30$  ให้อัตราส่วนเลขนัสเซลท์สูงที่สุดซึ่งมีค่า 4.84 เท่าของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ ตามด้วยกรณี  $BR = 0.25, 0.20, 0.15$  และ  $BR = 0.10$  ซึ่งให้ค่าเลขนัสเซลท์ที่สูงกว่าท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบเท่ากับ 3.01, 1.74, 1.27 และ 1.18 เท่า ตามลำดับ



BR = 0.10

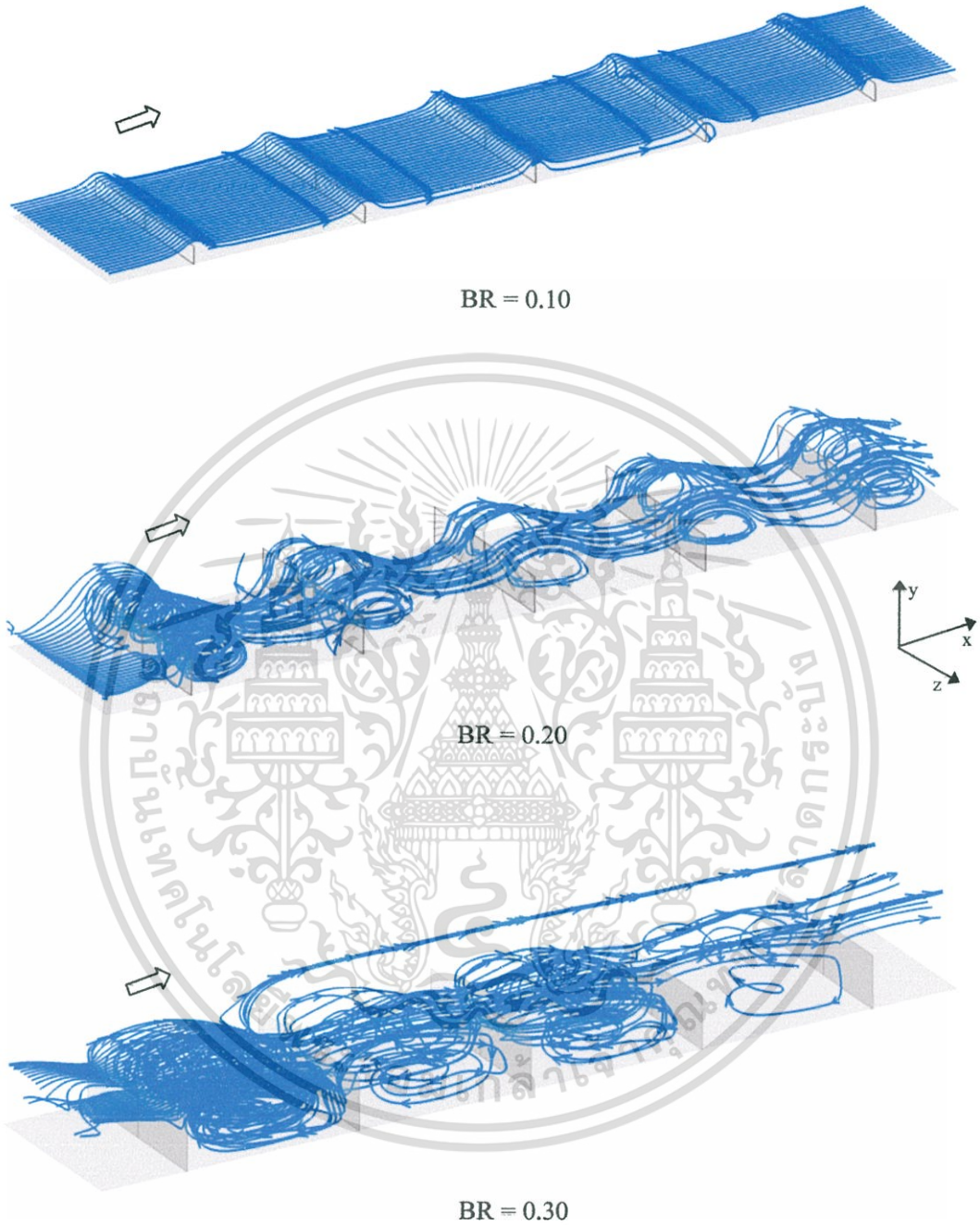


BR = 0.20



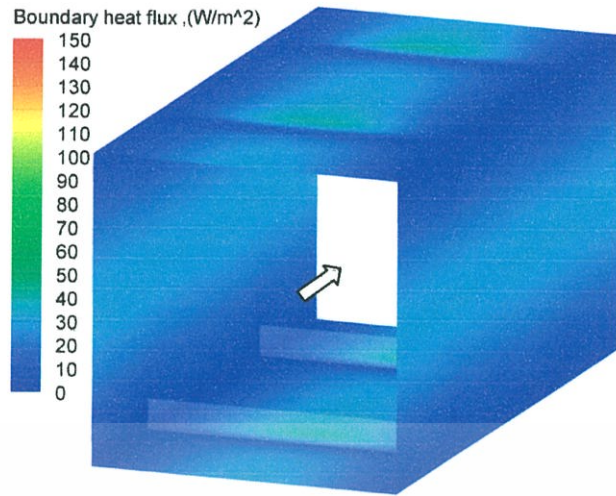
BR = 0.30

**รูปที่ 7.5** ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลในท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่  $Re = 1000$  การค้า  
เอกสารเป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการศึกษาวิจัยเท่านั้น ไม่สามารถนำออกจำหน่ายหรือใช้  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

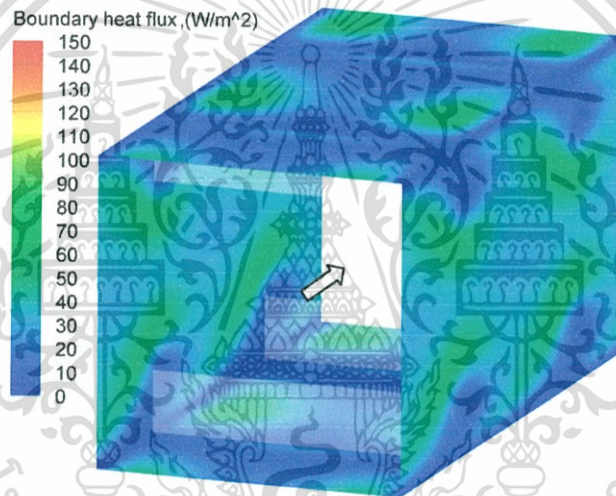


**รูปที่ 7.6** ภาพสามมิติเส้นกระแสการไหลในท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่  $Re = 1000$

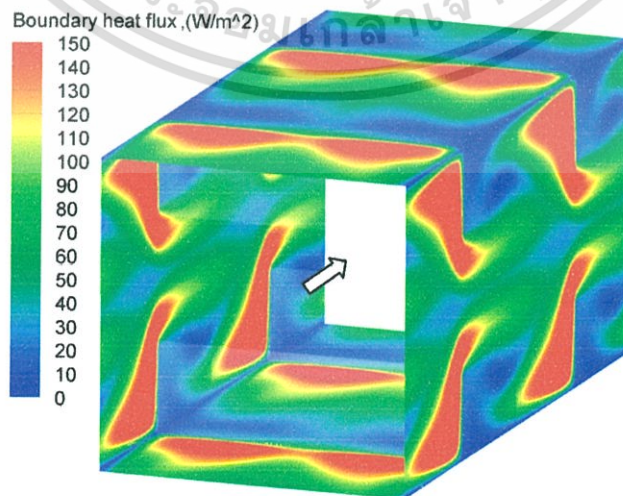
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



BR = 0.10

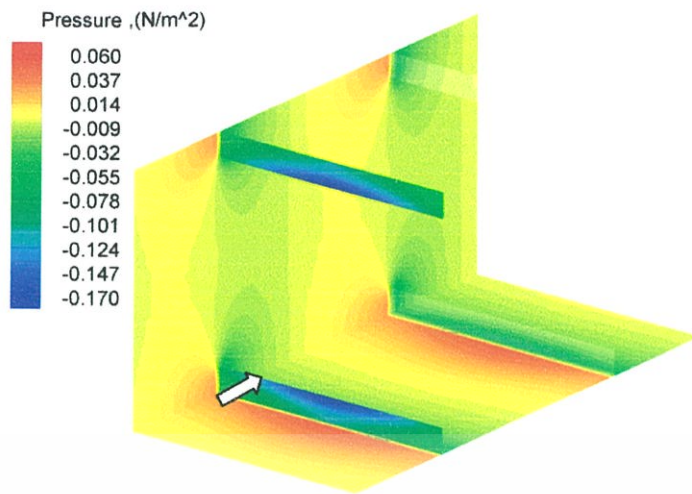


BR = 0.20

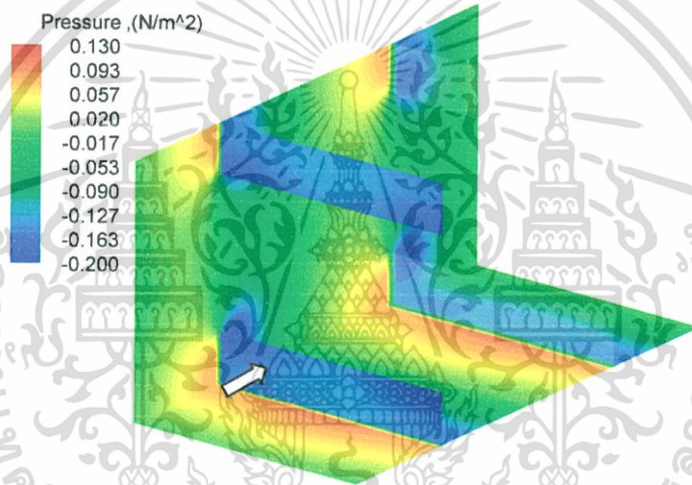


BR = 0.30

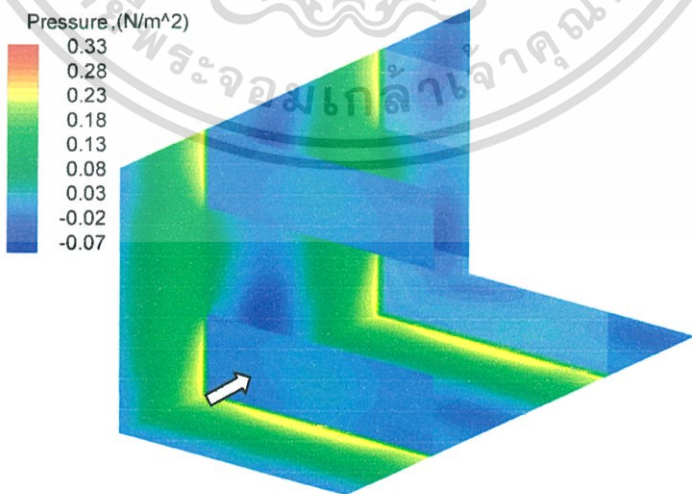
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับควรใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
**รูปที่ 7.7** พลิกซ์ความร้อนที่ผนังของทอกรณีตัดแผ่นกั้นวางขวางที่  $Re = 1000$   
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



BR = 0.10



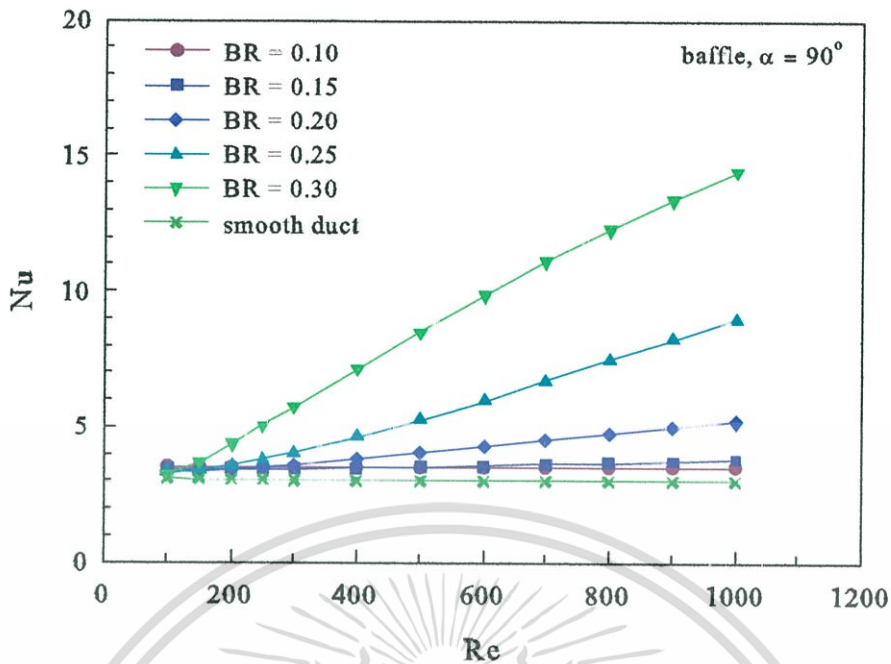
BR = 0.20



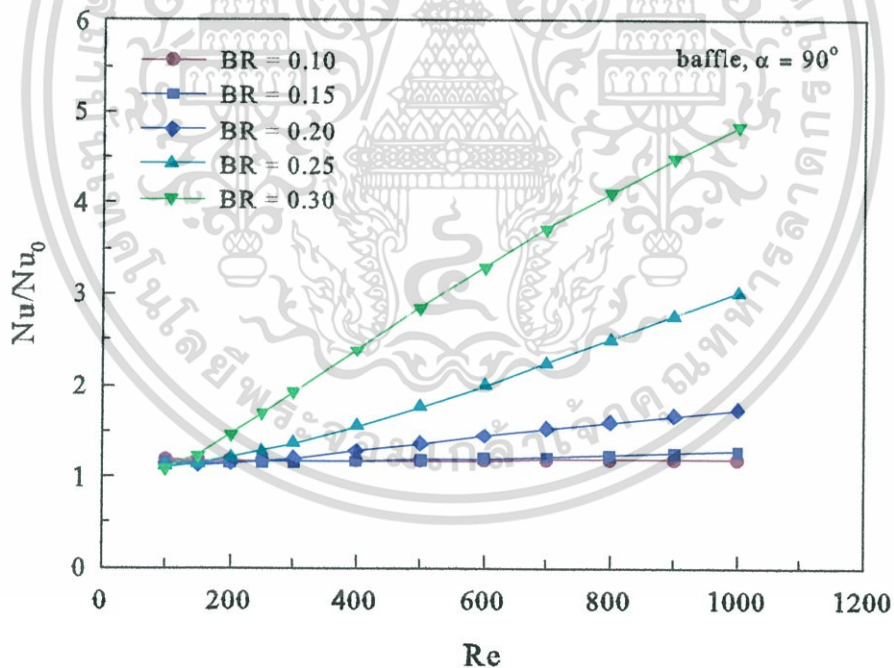
BR = 0.30

**รูปที่ 7.8** การกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่  $Re = 1000$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของบริษัทฯ เพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ใช้งานไปเผยแพร่หรือใช้งานด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



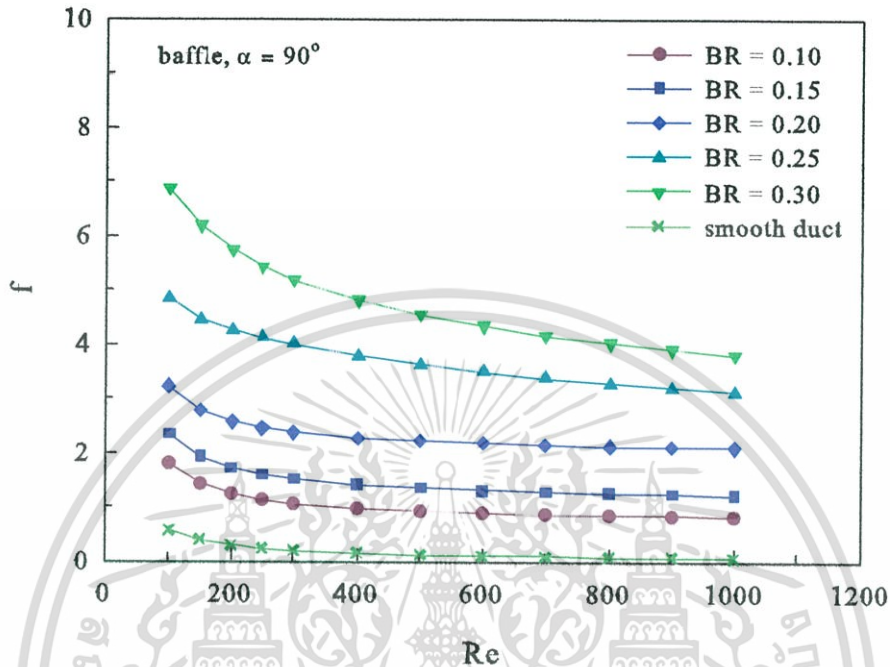
รูปที่ 7.9 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขนัสเซิลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์สำหรับกรณีท่อติดแผ่นกั้นขวางวางที่ค่า BR ต่างๆ



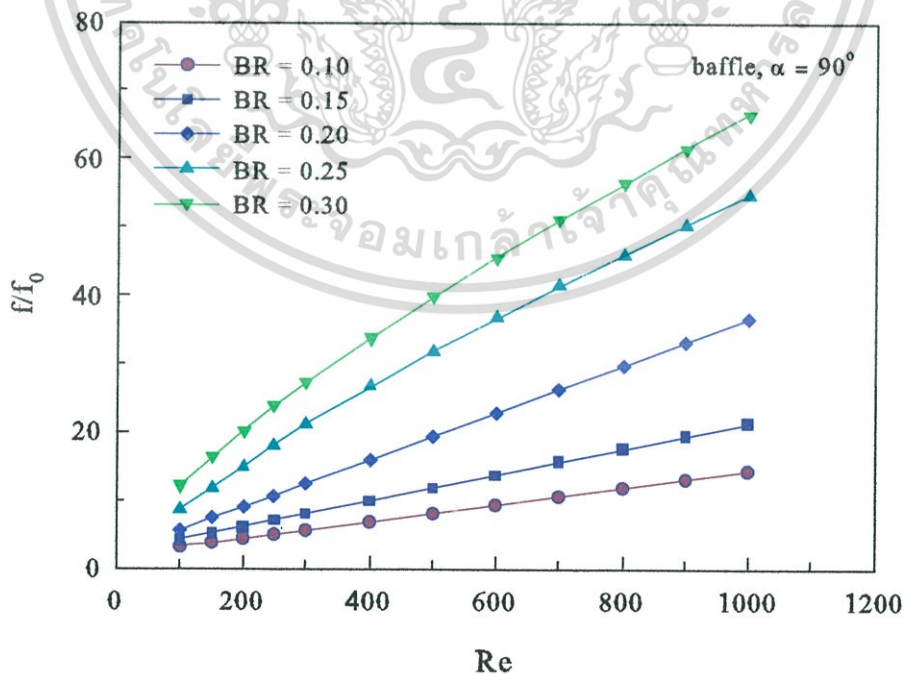
รูปที่ 7.10 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซิลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์สำหรับกรณีท่อติดแผ่นกั้นขวางวางที่ค่า BR ต่างๆ

ในรูปที่ 7.11 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นขวางที่ BR = 0.10, 0.15, 0.20, 0.25 และ BR = 0.30 ตามลำดับ พบว่าเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นค่าตัวประกอบเสียดทานจะมีค่าลดลง และทุกค่าเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ในการจำลอง แผ่นกั้นขวางกรณี BR = 0.30 ซึ่งมีอัตราส่วนการบิดงอมาก ๆ ให้ค่าตัว

ประกอบเสียคานมากที่สุดในทุกอัตราส่วนการบล็อกที่พิจารณา เพราะแผ่นกั้นกรณีนี้มีการขวางการไหลมาก ส่วนกรณีที่มีค่าตัวประกอบเสียคานมากรองลงมาคือ กรณี  $BR = 0.25, 0.20, 0.15$  และ  $BR = 0.10$  ตามลำดับ และ กรณีท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบมีความเสียคานน้อยที่สุด

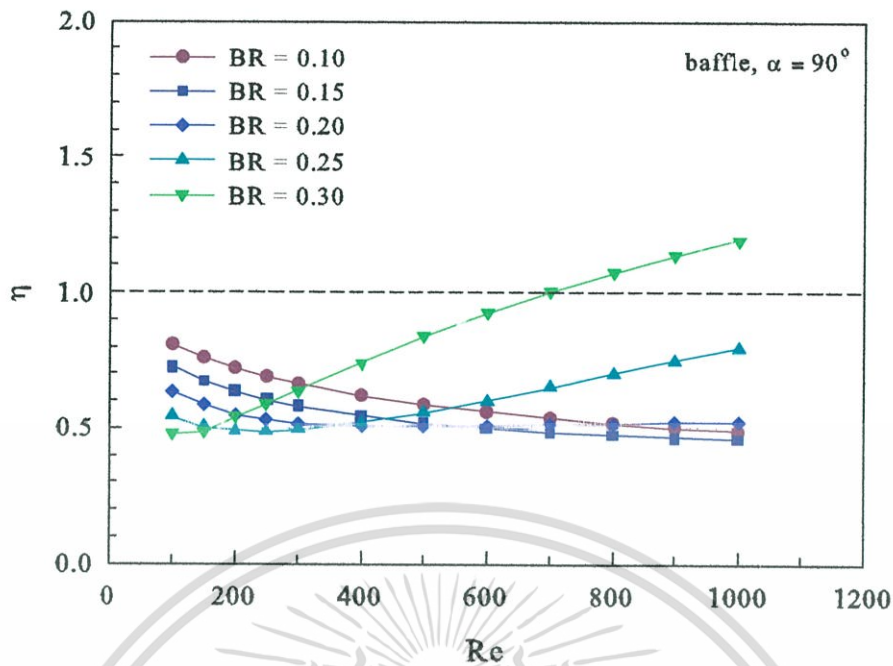


รูปที่ 7.11 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบเสียคานกับเลขเรย์โนลด์ส์สำหรับกรณีท่อติดแผ่นกั้นขวางที่ค่า BR ต่างๆ



รูปที่ 7.12 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียคานกับเลขเรย์โนลด์ส์สำหรับกรณีท่อติดแผ่นกั้นขวางที่ค่า BR ต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.13 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์สำหรับกรณีท่อติดแผ่นกั้นวางขวางที่ค่า BR ต่างๆ

ในรูปที่ 7.12 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานซึ่งพิจารณาตัวประกอบเสียดทานของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางต่อตัวประกอบเสียดทานของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบกับเลขเรย์โนลด์ส์ จากการจำลองท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่ BR = 0.10, 0.15, 0.20, 0.25 และ BR = 0.30 ตามลำดับ พบว่าเมื่อเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น ทุกค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ในการจำลอง กรณี BR = 0.30 จะให้ค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานมากที่สุด ซึ่งมีค่าตัวประกอบเสียดทานสูงกว่าท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบเท่ากับ 66.56 เท่า ตามด้วยกรณี BR = 0.25, 0.20, 0.15 และ BR = 0.10 ตามลำดับ โดยให้ค่าตัวประกอบเสียดทานสูงกว่าท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบเท่ากับ 54.69, 36.55, 21.33 และ 14.29 เท่า ตามลำดับ

ในรูปที่ 7.13 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถนะเชิงความร้อน,  $\eta$  กับเลขเรย์โนลด์ส์ของการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่ BR = 0.10, 0.15, 0.20, 0.25 และ BR = 0.30 ตามลำดับ พบว่าค่าสมรรถนะเชิงความร้อนของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางขวางที่ค่า BR = 0.30, 0.25 และ BR = 0.20 ช่วงเลขเรย์โนลด์ส์ต่ำๆจะมีค่าลดลง เมื่อเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มสูงมากขึ้นทำให้เกิดการไหลหมุนวนมากขึ้นจึงมีการถ่ายเทความร้อนมากขึ้น เป็นผลให้สมรรถนะเชิงความร้อนสูงขึ้น ส่วนกรณี BR = 0.10 และ BR = 0.15 ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนจะลดลงเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้น เนื่องจากแผ่นกั้นมีอัตราส่วนการบดเล็กน้อย เมื่อเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มสูงขึ้นกระแสน้ำไหลส่วนใหญ่จะข้ามแผ่นกั้นไป ซึ่งเกิดการหมุนวนที่บริเวณ

ด้านล่างแผ่นกั้นน้อยทำให้มีอัตราการถ่ายเทความร้อนที่น้อยจึงส่งผลให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนต่ำกว่ากรณีอื่นๆ อย่างไรก็ตามมีให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ร้อนลดลง และยังพบว่าจากช่วงค่าเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ กรณี  $BR = 0.30$  ให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อน สูงที่สุดซึ่งมีค่าเท่ากับ 1.19 ตามด้วยกรณี  $BR = 0.10, 0.25, 0.15$  และ  $BR = 0.20$  ตามลำดับ โดยมีค่าสมรรถนะเชิงความร้อนเท่ากับ 0.81, 0.79, 0.72 และ 0.64 ตามลำดับ

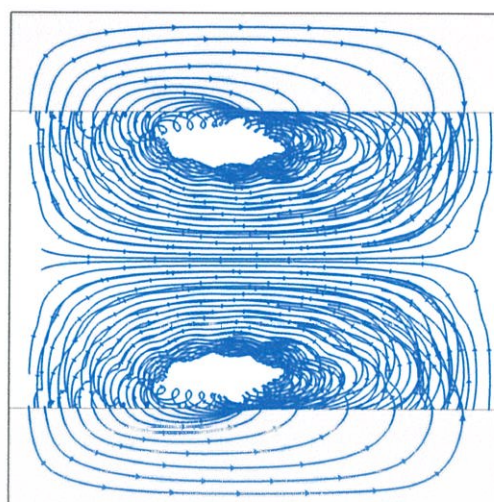
### 7.3 แผ่นกั้นวางเอียง (Inclined Baffles)

จากการศึกษาการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางขวาง เราพบว่า มีความเสียดทานเพิ่มขึ้นสูงมากเนื่องจากเกิดการหมุนวนตามแกน  $z$  บริเวณด้านหลังแผ่นกั้น ซึ่งส่งผลให้เกิดการขวางการไหลเพิ่มมากขึ้นและการถ่ายเทความร้อนไม่ดี ฉะนั้นจึงมีการพัฒนาแบบจำลองเป็นแผ่นกั้นวางเอียงทำมุมปะทะค่าต่างๆ สำหรับแบบจำลองของแผ่นกั้นเอียงที่ใช้ในการศึกษา ได้มีลักษณะการจัดวางแผ่นกั้นเอียงทำมุมปะทะ  $\alpha = 20^\circ, \alpha = 30^\circ$  และ  $\alpha = 45^\circ$  ตามลำดับ

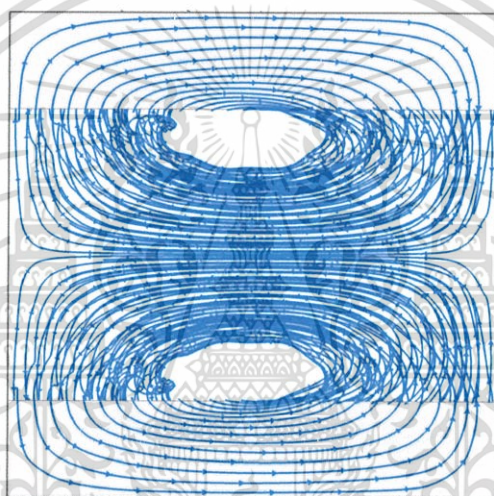
#### 7.3.1 อิทธิพลของเลขเรย์โนลด์ส์

พิจารณารูปที่ 7.14 แสดงเส้นกระแสการไหลในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียง  $\alpha = 30^\circ, BR = 0.20$  โดยพิจารณาค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่  $Re = 100, Re = 200$  และ  $Re = 500$  เส้นกระแสไหลเข้าในทิศทางแกน  $+x$  (พุ่งเข้าหากระดาษ) พบว่าทุกค่าเลขเรย์โนลด์ส์จะเกิดกระแสการไหลที่หมุนควงแบ่งออกเป็นสองลูก กระแสการหมุนลูกบนจะหมุนควงทิศทางวนขวาและกระแสการหมุนลูกล่างจะหมุนควงทิศทางวนซ้ายกระแสน้ำทั้งสองจะเสริมกันแล้วตกกระทบบที่ผนังด้านซ้ายแล้วจึงแยกจากกันมาตกกระทบบที่ผนังด้านบนหรือด้านล่างที่ลูกกระแสการหมุนนั้นติด และพบว่าเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นจะเกิดการตกกระทบบที่ผนังด้านซ้ายมีความรุนแรงมากขึ้น และระยะทางการไปตกกระทบบที่ผนังจะสั้นลง(รูปที่ 7.15) สามารถสังเกตได้ว่าที่  $Re = 500$  จะมีกระแสการหมุนควงที่ปั่นป่วนมากกว่าและใช้ระยะทางในการไปตกกระทบบน้อยกว่าที่  $Re = 200$  และ  $Re = 100$  ดังนั้นพฤติกรรมการไหลนี้ทำให้การถ่ายเทความร้อนดีที่บริเวณผนังด้านซ้าย

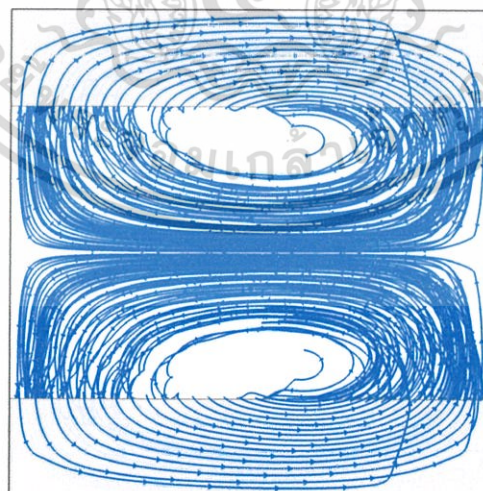
ในรูปที่ 7.16 แสดงการกระจายของค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียง  $\alpha = 30^\circ, BR = 0.20$  โดยพิจารณาอิทธิพลจากการเปลี่ยนแปลงค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่  $Re = 100, Re = 200$  และ  $Re = 500$  พบว่าเมื่อค่า  $Re$  เพิ่มขึ้นฟลักซ์ความร้อนที่ผนังท่อจะมีค่าเพิ่มขึ้นตาม ซึ่งแผ่นกั้นเอียงที่  $Re = 500$  จะให้ค่าค่าฟลักซ์ความร้อนสูงที่สุด ตามด้วย  $Re = 200$  และ  $Re = 100$  เนื่องจากที่  $Re = 500$  จะมีกระแสการหมุนควงที่ปั่นป่วนแล้วไปตกกระทบบที่ผนังมีความรุนแรงมากกว่ากรณี  $Re = 200$  และ  $Re = 100$  ตามลำดับ จึงทำให้เกิดการถ่ายเทความร้อนดียิ่งขึ้น



Re = 100



Re = 200

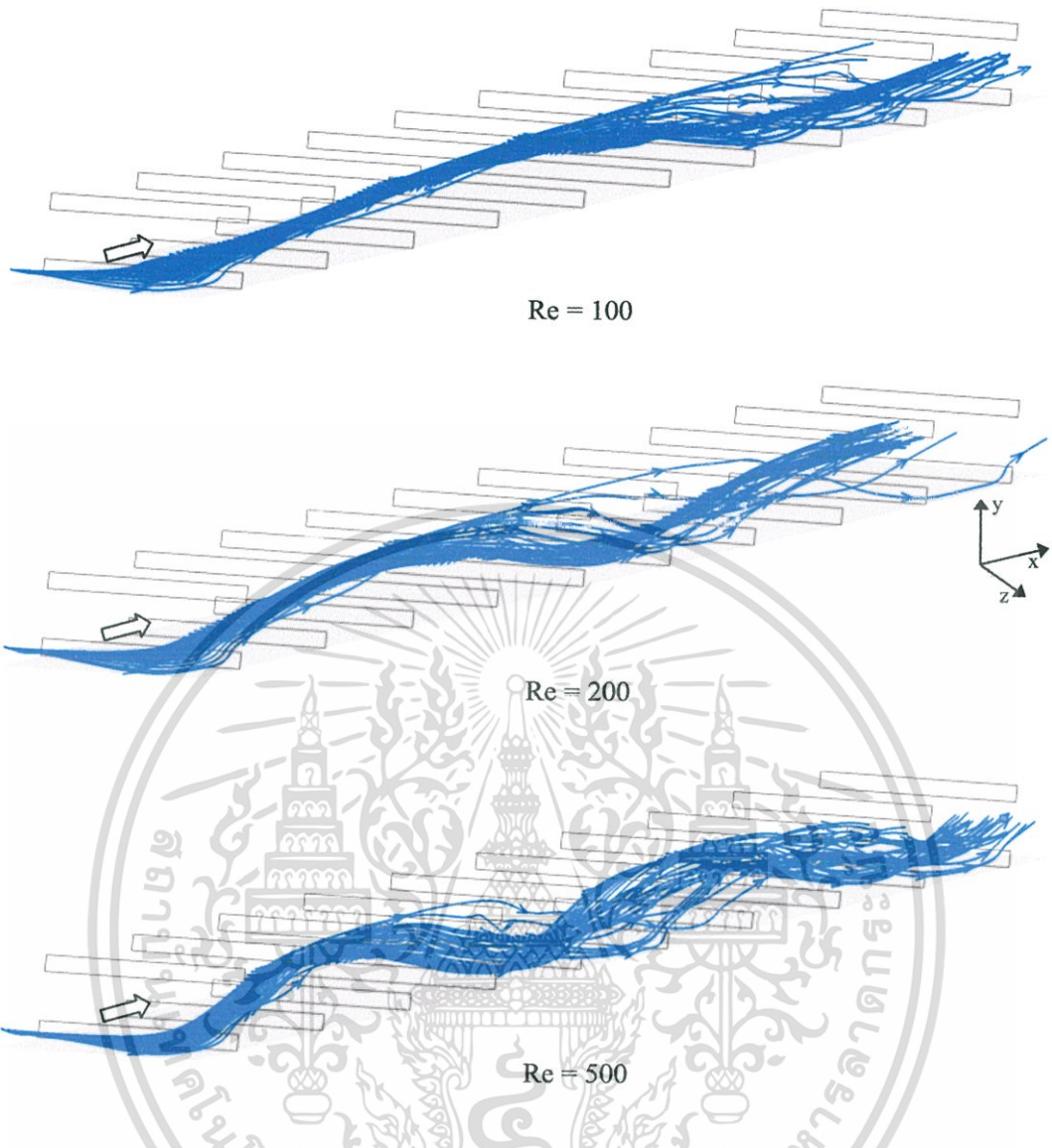


Re = 500



รูปที่ 7.14 ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงที่  $\alpha = 30^\circ$ ,

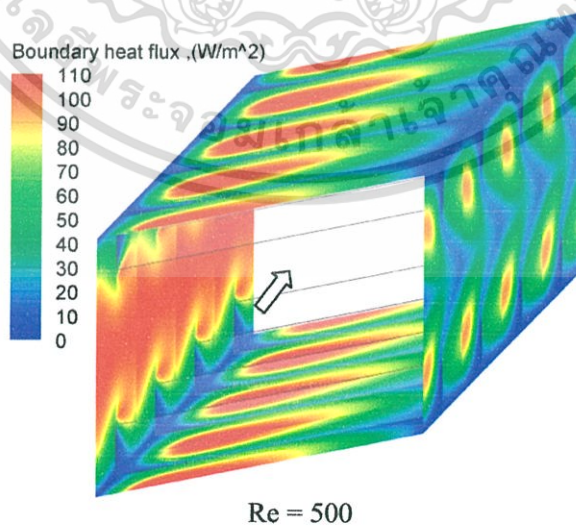
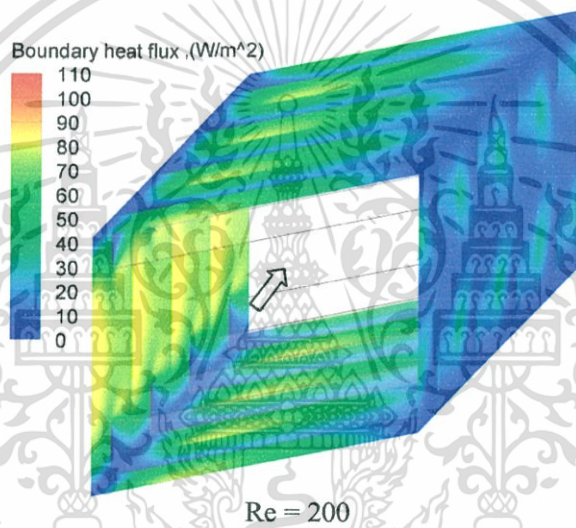
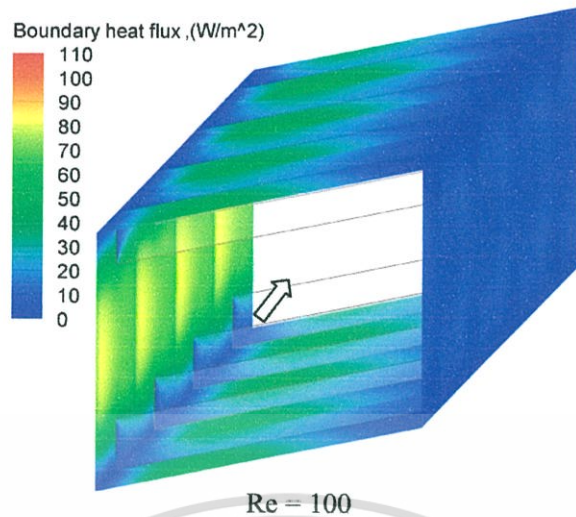
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.15 ภาพสามมิติเส้นกระแสการไหลของกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงที่  $\alpha = 30^\circ$ ,  $BR = 0.20$

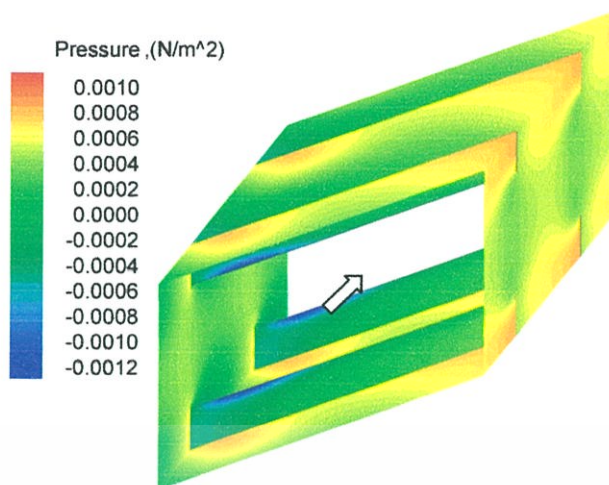
ในรูปที่ 7.17 แสดงการกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงที่  $\alpha = 30^\circ$ ,  $BR = 0.20$  จากการเปลี่ยนแปลงค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่  $Re = 100$ ,  $Re = 200$  และ  $Re = 500$  เมื่อพิจารณาด้านทางเข้าของกระแสการไหลเป็นด้านหน้า พบว่าในกรณีแผ่นกั้นวางเอียงบริเวณด้านหน้าของแผ่นกั้นจะมีความดันสูง ส่วนที่บริเวณด้านหลังของแผ่นกั้นจะมีความดันต่ำ และที่บริเวณปลายเอียงของแผ่นกั้นทางผนังด้านซ้ายจะมีความดันต่ำกว่าบริเวณอื่นๆ และยังพบว่าเมื่อค่า  $Re$  เพิ่มขึ้นค่าความแตกต่างของความดันก็เพิ่มขึ้นด้วย ซึ่งส่งผลให้เกิดการไหลที่ปั่นป่วนมากยิ่งขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

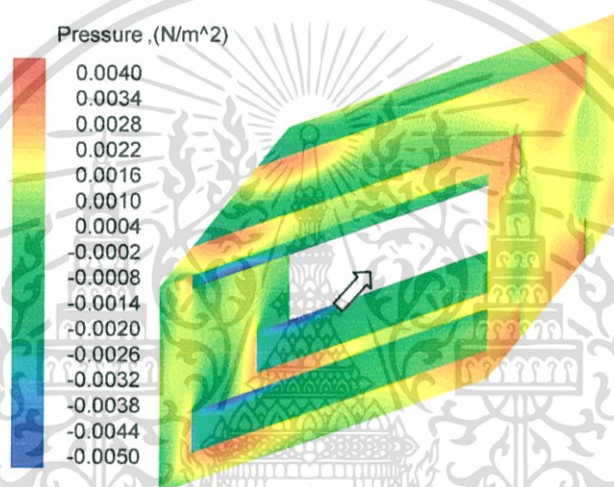


รูปที่ 7.16 พลั๊กซ์ความร้อนที่ผนังท่อทั้งสี่ด้านกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียง  $\alpha = 30^\circ$ ,  $BR = 0.20$

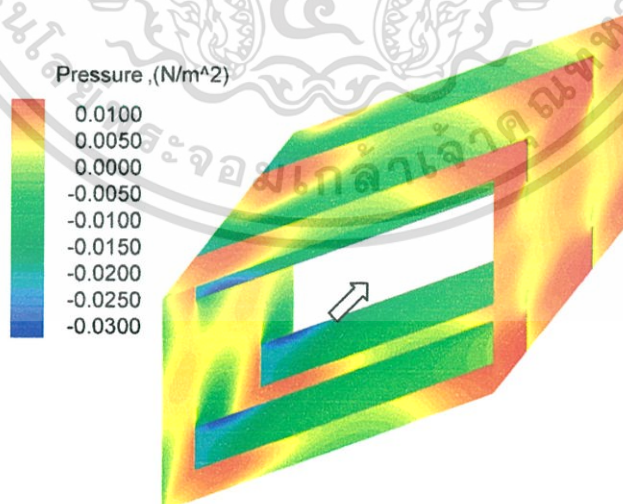
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



Re = 100



Re = 200



Re = 500

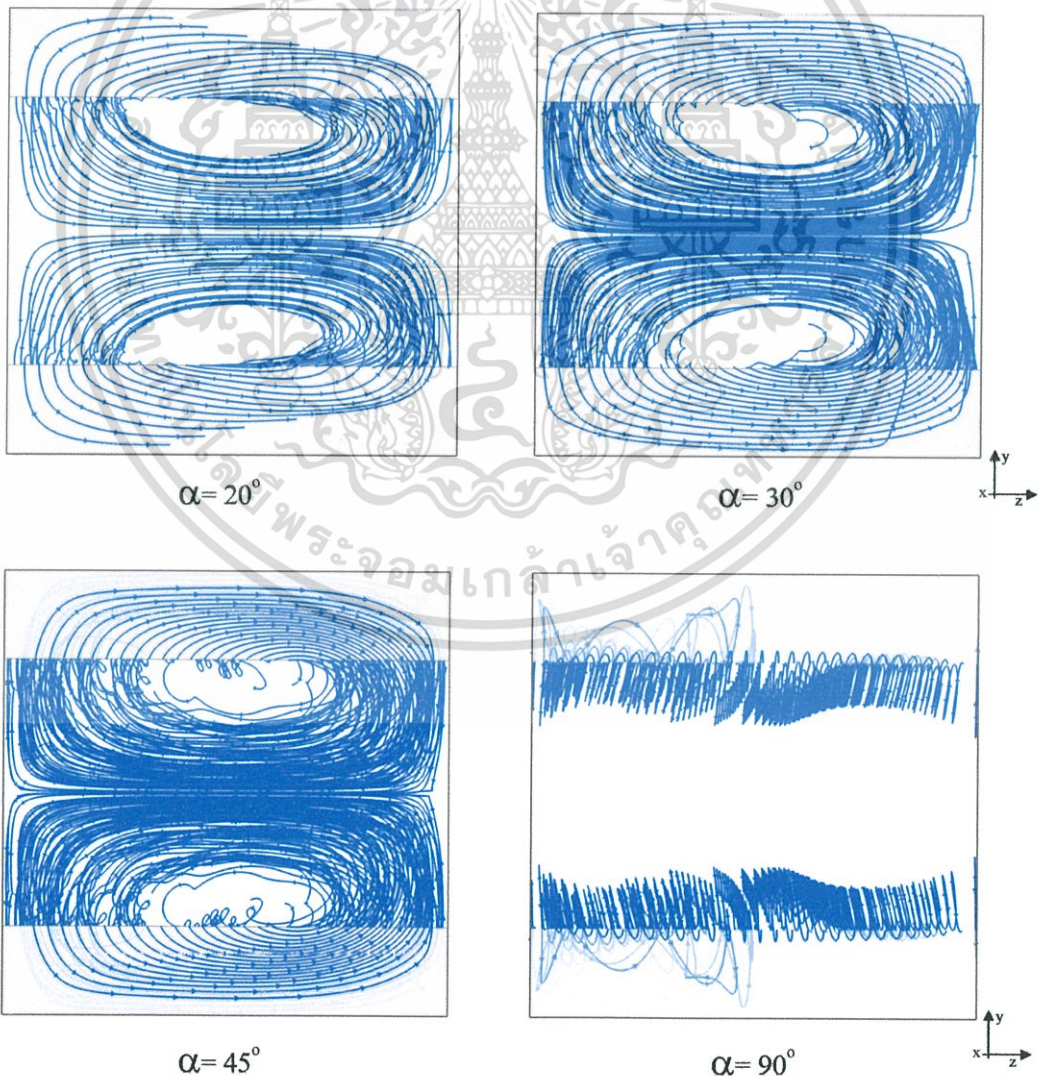
รูปที่ 7.17 การกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อกรณีคิดแผ่นกั้นวางเอียงที่  $\alpha = 30^\circ$ ,

BR = 0.20

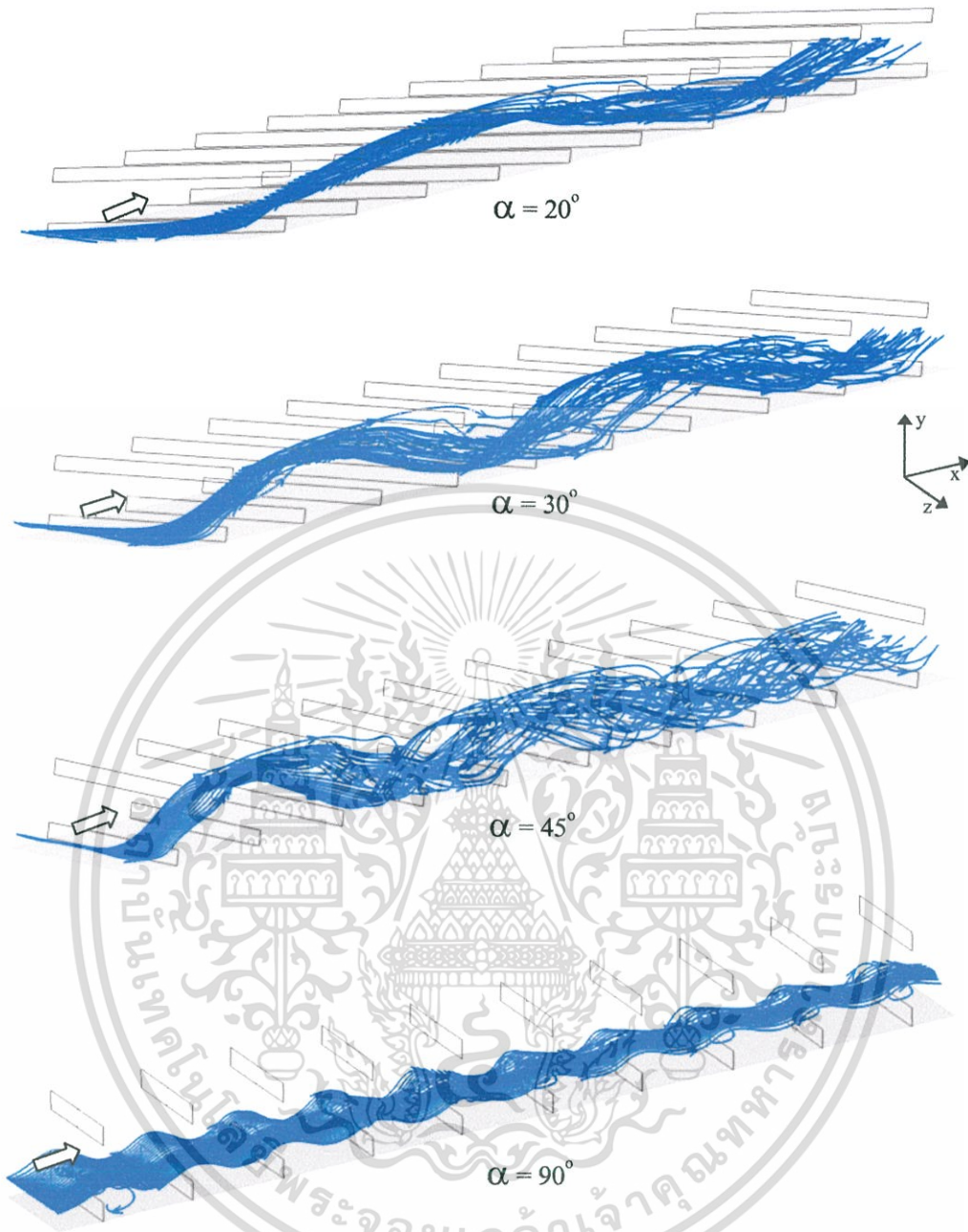
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 7.3.2 อิทธิพลของมุมปะทะ

พิจารณารูปที่ 7.18 แสดงเส้นกระแสการไหลในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงที่  $\alpha = 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  และ  $\alpha = 90^\circ$  ตามลำดับ ที่ค่า  $BR = 0.20, Re = 500$  ซึ่งเส้นกระแสไหลเข้าในทิศทางแกน  $+x$  (พุ่งเข้าหากระดาด) พบว่ากรณี  $\alpha = 20^\circ, 30^\circ$  และ  $\alpha = 45^\circ$  จะเกิดกระแสการไหลที่หมุนควงแบ่งออกเป็นสองลูก กระแสการหมุนลูกบนจะหมุนควงทิศทางวนขวาและกระแสการหมุนลูกล่างจะหมุนควงทิศทางวนซ้าย กระแสส่วนทั้งสองจะเสริมกันแล้วตกกระทบบที่ผนังด้านซ้ายแล้วจึงแยกจากกันมาตกกระทบบที่ผนังด้านบนหรือด้านล่างที่ลูกกระแสการหมุนนั้นติด ส่วนกรณี  $\alpha = 90^\circ$  นั้นจะไม่เกิดการหมุนควงแต่จะเกิดการหมุนวนบริเวณด้านหลังแผ่นกั้นแทน จากช่วงมุมปะทะ  $\alpha = 20^\circ$  ถึง  $\alpha = 45^\circ$  เมื่อมุมปะทะเพิ่มขึ้นจะเกิดการไหลหมุนควงที่มีความปั่นป่วนมากขึ้นแล้วไปตกกระทบบที่ผนังด้านซ้ายมีความรุนแรงมากขึ้น และระยะทางที่ไปตกกระทบบจะสั้นลง(รูปที่ 7.19) สามารถสังเกตได้ว่าที่  $\alpha = 45^\circ$  จะมีกระแสการหมุนควงที่ปั่นป่วนมากกว่าและใช้ระยะทางในการไปตกกระทบบน้อยกว่าที่  $\alpha = 30^\circ$  และ  $\alpha = 20^\circ$



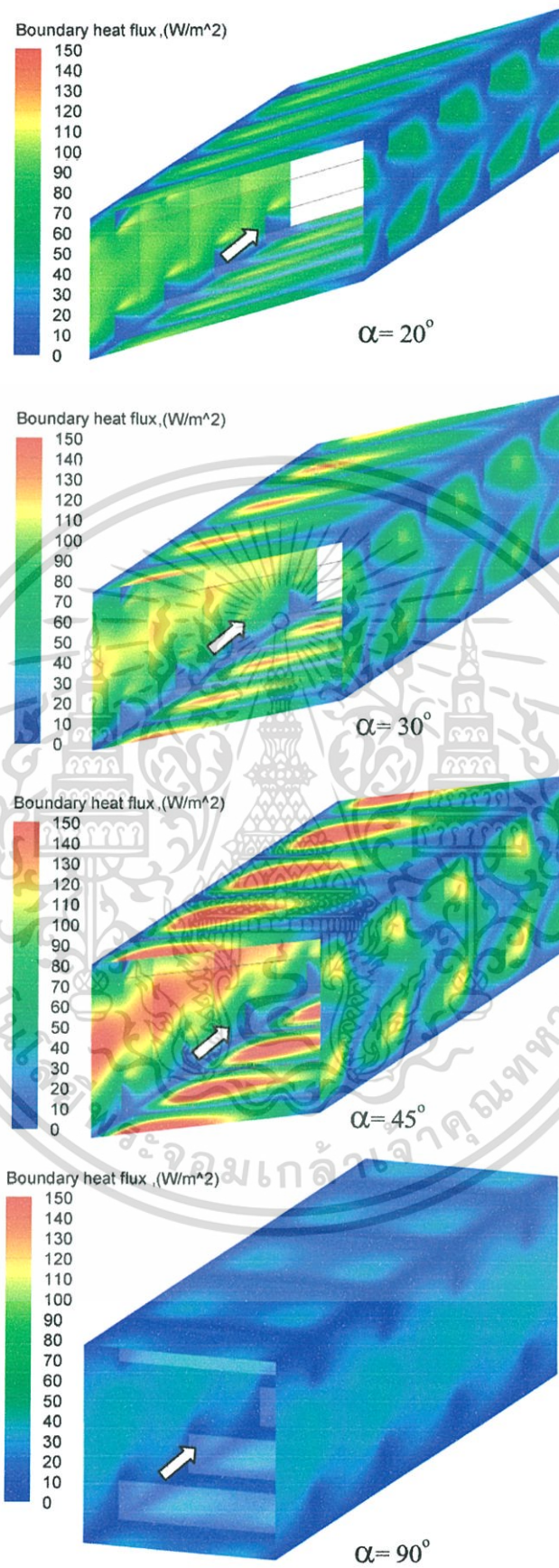
รูปที่ 7.18 ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลสำหรับกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงที่มุมปะทะ  
 เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น ขอสงวนสิทธิ์ในสิ่งที่ปรากฏ และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



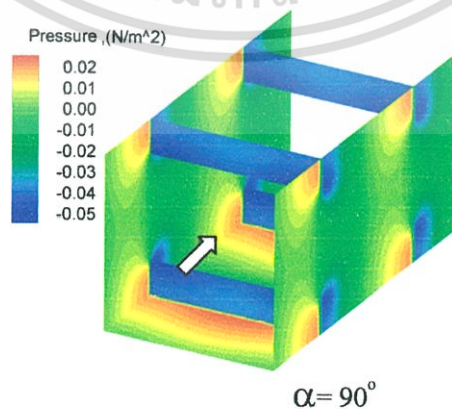
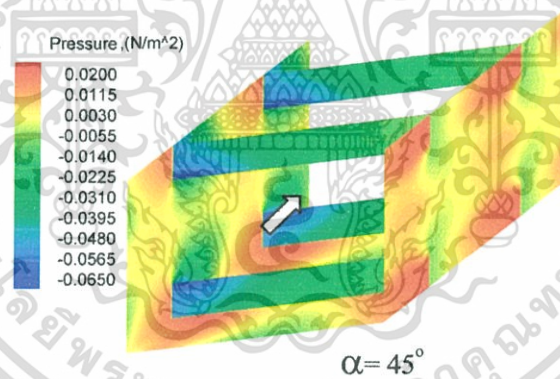
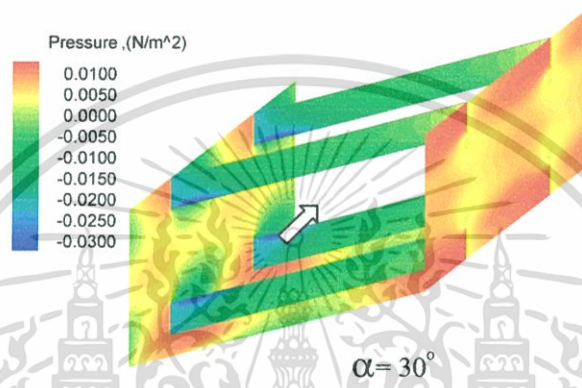
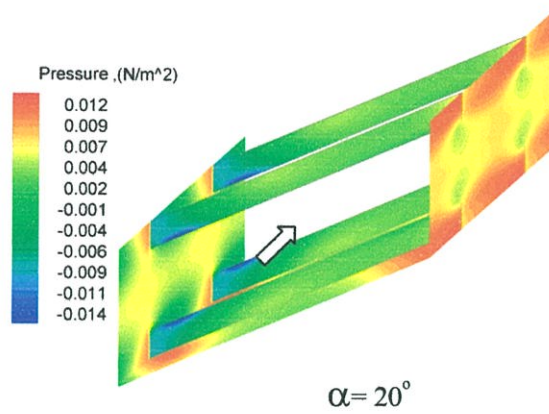
รูปที่ 7.19 ภาพสามมิติเส้นกระแสการไหลในทอกรณียึดแผ่นกั้นวางเอียงที่มีมุมปะทะต่างๆ ที่ค่า  $BR = 0.20$ ,  $Re = 500$

ในรูปที่ 7.20 แสดงการกระจายของค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณียึดแผ่นกั้นวางเอียงที่  $\alpha = 20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  และ  $\alpha = 90^\circ$  ตามลำดับ ที่ค่า  $BR = 0.20$ ,  $Re = 500$  พบว่าช่วง  $\alpha = 20^\circ$  ถึง  $\alpha = 45^\circ$  จะมีค่าฟลักซ์ความร้อนที่บริเวณผนังด้านซ้ายสูงมากกว่าที่ผนังด้านอื่นๆ เมื่อค่ามุมปะทะเพิ่มขึ้นจะมีฟลักซ์ความร้อนที่ผนังมากขึ้น ส่วนกรณี  $\alpha = 90^\circ$  จะมีค่าฟลักซ์ความร้อนที่บริเวณผนังด้านข้างทั้งสองและที่ผนังด้านบน-ล่างสมมาตรกัน ยังพบว่ากรณี  $\alpha = 45^\circ$  ให้ฟลักซ์

ความร้อนที่ผนังมากที่สุด ตามด้วยกรณี  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\alpha = 20^\circ$  และ  $\alpha = 90^\circ$  ตามลำดับ ซึ่งประโยชน์ด้านการคำนวณว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



**รูปที่ 7.20** ฟลักซ์ความร้อนที่ผนังท่อกรณีคิดแผ่นกั้นวางเอียงที่มุมปะทะต่างๆ ที่ค่า  $BR = 0.20$ , เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  $Re = 500$  ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



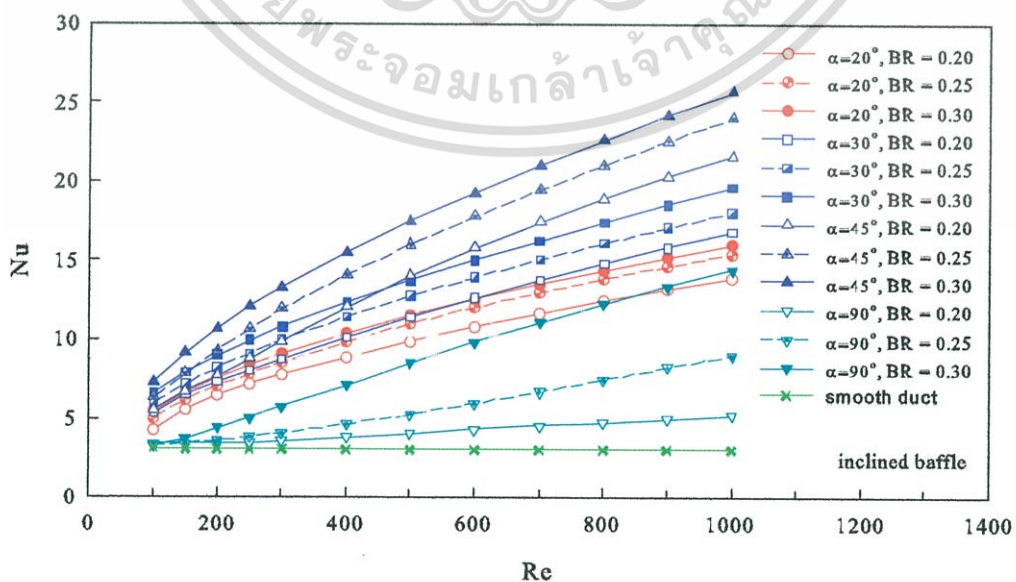
รูปที่ 7.21 การกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อกรณีคิดแผ่นกั้นวางเอียงทำมุมปะทะต่างๆ ที่

ค่า  $BR = 0.20$ ,  $Re = 500$   
 เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ในงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในรูปที่ 7.21 แสดงการกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงที่  $\alpha = 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  และ  $\alpha = 90^\circ$  ตามลำดับ ที่ค่า  $BR = 0.20, Re = 500$  พบว่าในกรณี  $\alpha = 20^\circ, 30^\circ$  และ  $\alpha = 45^\circ$  บริเวณด้านหน้าของแผ่นกั้นจะมีความดันสูง ส่วนที่บริเวณปลายเอียงของแผ่นกั้นและด้านหลังของแผ่นกั้นทางผนังด้านซ้ายจะมีความดันต่ำ และพบว่าที่  $\alpha = 90^\circ$  จะมีความดันสูงที่บริเวณด้านหน้าของแผ่นกั้นและมีความดันต่ำที่บริเวณแผ่นกั้นและด้านหลังของแผ่นกั้น จากการเปลี่ยนแปลงค่ามุมปะทะจะได้ว่ากรณี  $\alpha = 90^\circ$  ให้ความแตกต่างความดันที่แผ่นกั้นและผนังมากที่สุด ตามด้วยกรณี  $\alpha = 45^\circ, 30^\circ$  และ  $\alpha = 20^\circ$  ตามลำดับ

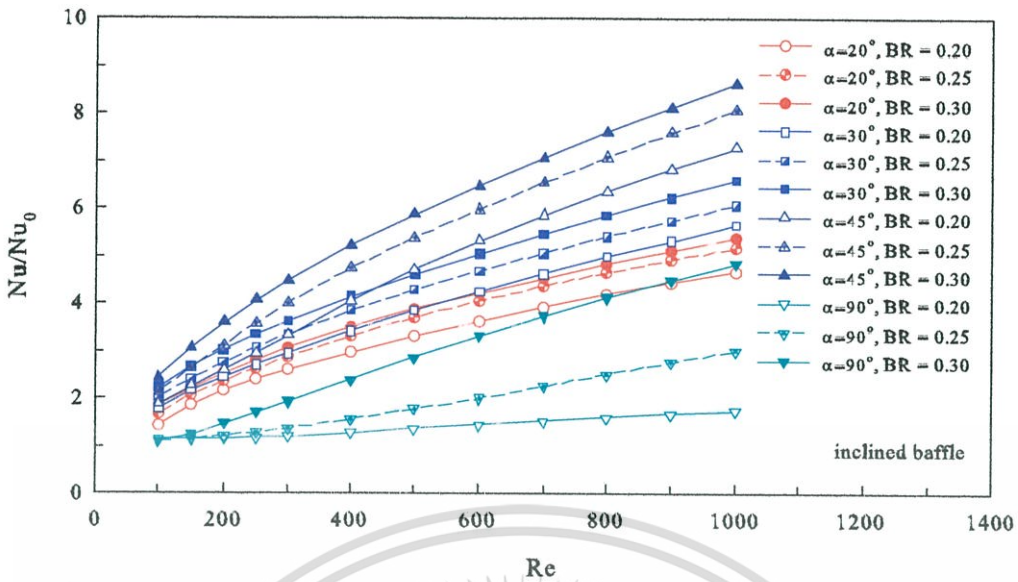
ในรูปที่ 7.22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเลขนัสเซลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงทำมุมปะทะ  $\alpha = 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  และ  $\alpha = 90^\circ$  ตามลำดับ โดยมีอัตราส่วนการบล็อก,  $BR = 0.20, 0.25$  และ  $BR = 0.30$  ตามลำดับ พบว่าในช่วงเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ในการจำลองค่าเลขนัสเซลท์มีค่าเพิ่มขึ้นตามเลขเรย์โนลด์ส์ และค่าเลขนัสเซลท์ของกรณีมุมปะทะ  $\alpha = 45^\circ$  จะให้ค่าเลขนัสเซลท์สูงสุดในทุกอัตราส่วนการบล็อกที่พิจารณา ตามด้วยกรณี  $\alpha = 30^\circ, 20^\circ$  และ  $\alpha = 90^\circ$  ตามลำดับ

ในรูปที่ 7.23 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซลท์กับค่าเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงทำมุมปะทะ  $\alpha = 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  และ  $\alpha = 90^\circ$  ตามลำดับ โดยมีอัตราส่วนการบล็อก,  $BR = 0.20, 0.25$  และ  $BR = 0.30$  ตามลำดับ พบว่าค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงทุกกรณีจะให้ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตามค่าเลขเรย์โนลด์ส์ และยังพบว่ากรณี  $\alpha = 45^\circ$  จะให้ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์สูงที่สุดทุกค่าอัตราส่วนการบล็อกที่พิจารณา ตามด้วยกรณี  $\alpha = 30^\circ, 20^\circ$  และ  $\alpha = 90^\circ$  ตามลำดับ



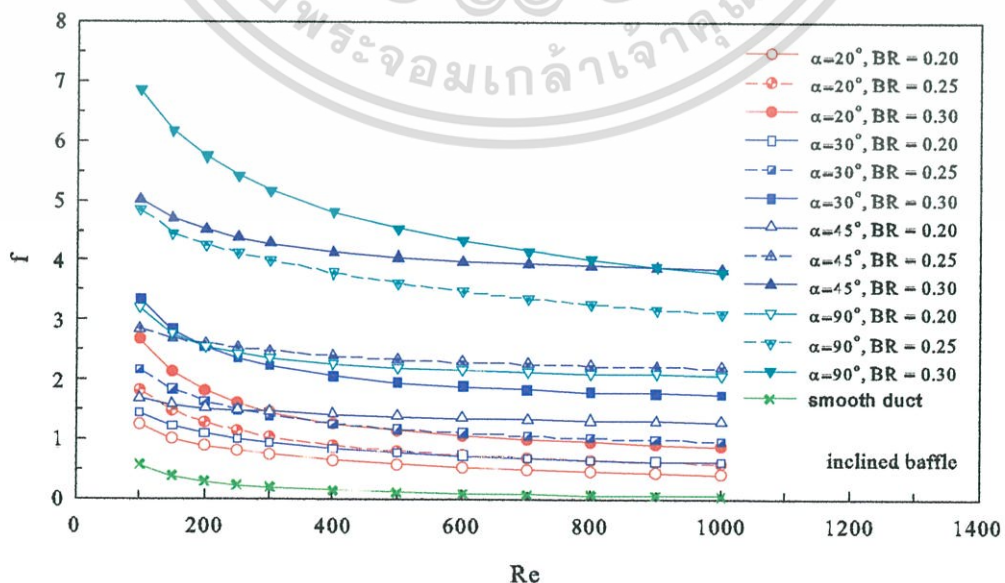
รูปที่ 7.22 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขนัสเซลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ที่มุมปะทะต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ภายในเพื่อการศึกษาเท่านั้น มิใช่เพื่อใช้ในการเผยแพร่ข้อมูลหรือเพื่อการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



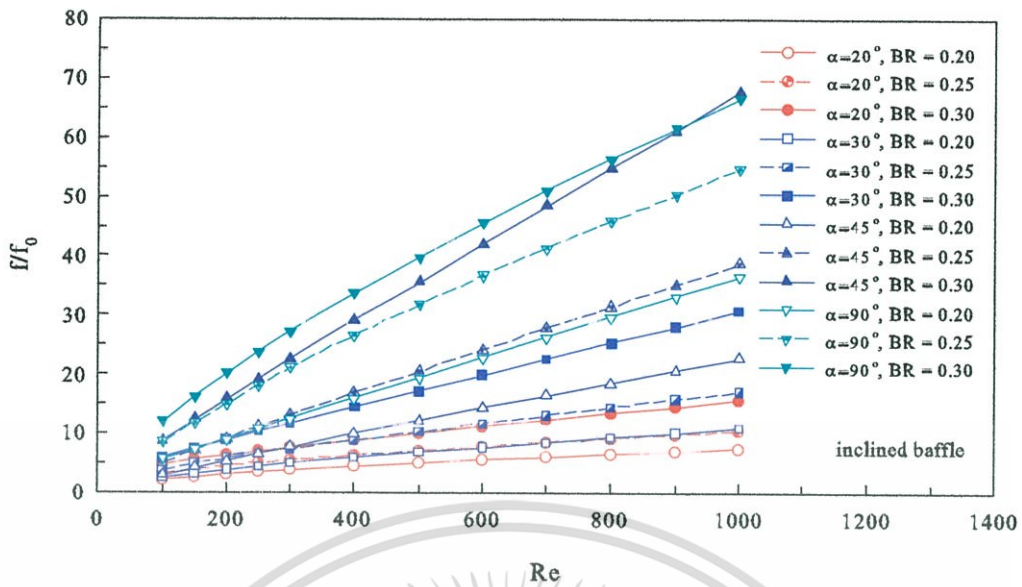
รูปที่ 7.23 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนนัสเซลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ที่มุมปะทะต่างๆ

ในรูปที่ 7.24 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงทำมุมปะทะ  $\alpha = 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  และ  $\alpha = 90^\circ$  ตามลำดับ โดยมีอัตราส่วนการบล็อก, BR = 0.20, 0.25 และ BR = 0.30 ตามลำดับ จากผลการจำลองพบว่าเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นค่าตัวประกอบเสียดทานจะมีค่าลดลง ทุกค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ในการจำลองกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงทุกมุมปะทะที่พิจารณาให้ตัวประกอบเสียดทานมากกว่ากรณีท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ ทุกอัตราส่วนการบล็อก กรณีมุมปะทะ,  $\alpha = 90^\circ$  ให้ค่าตัวประกอบเสียดทานมากที่สุด ตามด้วยกรณี  $\alpha = 45^\circ, 30^\circ$ , และ  $\alpha = 20^\circ$  ตามลำดับ หรืออาจกล่าวได้ว่ามุมปะทะมากขึ้นความเสียดทานก็เพิ่มมากขึ้นด้วย



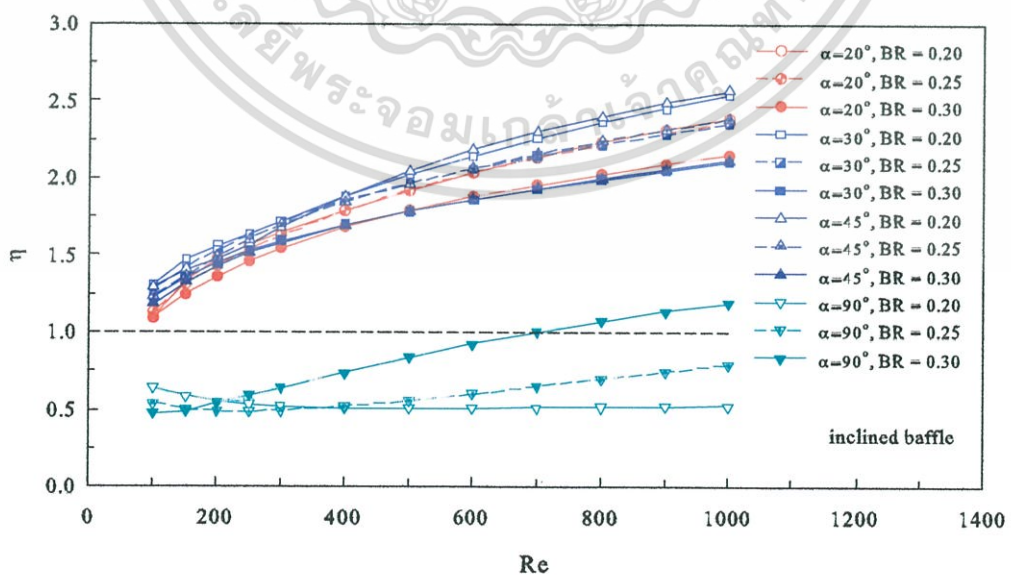
รูปที่ 7.24 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ที่มุมปะทะต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของสถาบันวิจัยและพัฒนาเทคโนโลยีพลังงานทดแทน การนำเอกสารนี้ไปใช้โดยไม่ผ่านการคัดค้านั้น ถือว่าผิดกฎหมาย และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.25 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ที่มุมปะทะต่างๆ

ในรูปที่ 7.25 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับค่าเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงทำมุมปะทะ  $\alpha = 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  และ  $\alpha = 90^\circ$  ตามลำดับ โดยมีอัตราส่วนการบล็อก,  $BR = 0.20, 0.25$  และ  $BR = 0.30$  ตามลำดับ พบว่าในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ในการจำลองทุกกรณีมุมปะทะจะให้ค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานเพิ่มขึ้นตามค่าเลขเรย์โนลด์ส์ ซึ่งในกรณี  $\alpha = 90^\circ$  ให้ค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานสูงสุดในทุกอัตราส่วนการบล็อกที่พิจารณา ตามด้วยกรณี  $\alpha = 45^\circ, 30^\circ$  และ  $\alpha = 20^\circ$  ตามลำดับ



รูปที่ 7.26 ความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์ที่มุมปะทะต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในรูปที่ 7.26 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถนะเชิงความร้อน ( $\eta$ ) กับเลขเรย์โนลด์ส์ของการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงทำมุมปะทะ  $\alpha = 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  และ  $\alpha = 90^\circ$  ตามลำดับ โดยมีอัตราส่วนการบล็อก,  $BR = 0.20, 0.25$  และ  $BR = 0.30$  ตามลำดับ พบว่ากรณี  $\alpha = 20^\circ, 30^\circ$  และ  $\alpha = 45^\circ$  มีค่า  $\eta$  เพิ่มขึ้นเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้น และมีค่า  $\eta$  มากกว่าหนึ่งซึ่งแสดงให้เห็นว่าที่มุมปะทะทั้งสามนี้ให้การถ่ายเทความร้อนที่เพิ่มมากขึ้นกว่าท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ ส่วนกรณี  $\alpha = 90^\circ$  พบว่าค่า  $\eta$  มีค่าสูงขึ้นตามค่าเรย์โนลด์ส์เมื่อมีค่าอัตราส่วนการบล็อกที่สูงๆ แต่อย่างไรก็ตามค่า  $\eta$  เฉลี่ยมีค่าน้อยกว่าหนึ่ง ซึ่งแสดงให้เห็นว่ากรณี  $\alpha = 90^\circ$  ให้สมรรถนะการถ่ายเทความร้อนไม่ดีเท่ากรณีท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ เพราะว่กรณีนี้มีความเสียดทานที่สูงมากๆ

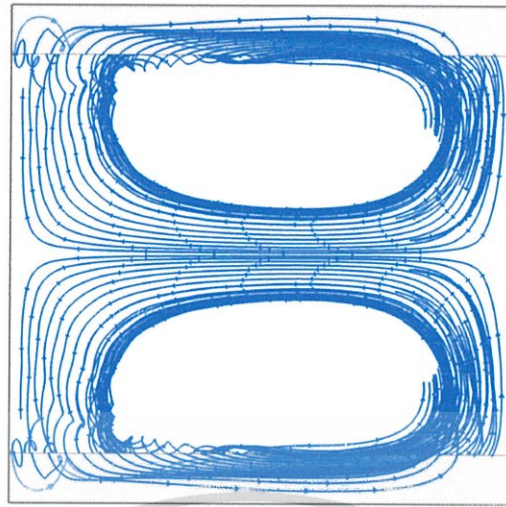
### 7.3.3 อิทธิพลของค่าอัตราส่วนการบล็อก(Blockage Ratio, BR)

พิจารณารูปที่ 7.27 แสดงเส้นกระแสการไหลในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียง  $\alpha = 30^\circ, Re = 1000$  ที่ค่า  $BR = 0.10, 0.20$  และ  $BR = 0.30$  ตามลำดับ โดยเส้นกระแสไหลเข้าในทิศทาง  $+x$  (พุ่งเข้าหากระดาษ) พบว่าจะเกิดกระแสการไหลที่หมุนควงเป็นเกลียวแบ่งออกเป็นสองลูกซึ่งกระแสการหมุนลูกบนจะหมุนควงสวนทิศทางกัน โดยกระแสการหมุนลูกบนจะหมุนควงทิศทางวนขวาและกระแสการหมุนลูกล่างจะหมุนควงทิศทางวนซ้ายซึ่งกระแสวงทั้งสองจะเสริมกันแล้วตกกระทบที่ผนังด้านซ้ายแล้วจึงแยกจากกันมาตกกระทบที่ผนังด้านบนหรือด้านล่างที่ถูกกระแสการหมุนติด จากการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนการบล็อก พบว่าเมื่อ  $BR$  เพิ่มขึ้นจะเกิดกระแสการไหลควงเป็นเกลียวตามแกน  $x$  ที่มีความปั่นป่วนมากขึ้นและแรงตกกระทบที่ผนังด้านซ้ายจะรุนแรงเพิ่มมากขึ้น ขณะเดียวกันระยะทางหรือระยะพิชชังของเกลียวที่หมุนไปตกกระทบที่ผนังจะใกล้ลงสังเกตได้จากรูปที่ 7.28

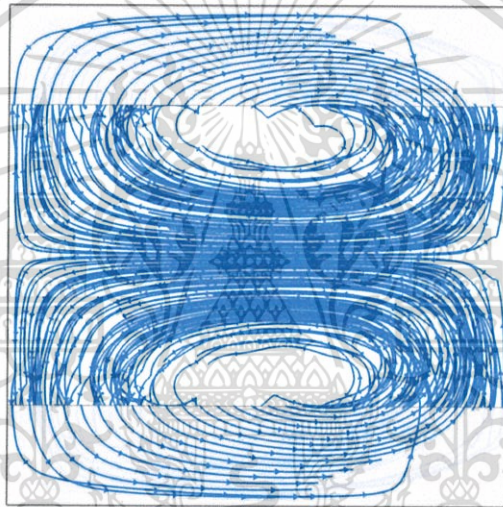
ในรูปที่ 7.29 แสดงการกระจายของค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นเอียง  $\alpha = 30^\circ, Re = 1000$  ที่ค่า  $BR = 0.10, 0.20$  และ  $BR = 0.30$  ตามลำดับ พบว่าเมื่อค่า  $BR$  เพิ่มขึ้นจะมีฟลักซ์ความร้อนที่ผนังมากขึ้นและที่ผนังด้านซ้ายจะมากกว่าที่ผนังด้านบนและล่าง โดยกรณี  $BR = 0.30$  จะมีฟลักซ์ความร้อนที่ผนังมากที่สุด ตามด้วยกรณี  $BR = 0.20$  และ  $BR = 0.10$  ตามลำดับ

ในรูปที่ 7.30 แสดงการกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียง  $\alpha = 30^\circ, Re = 1000$  ที่ค่า  $BR = 0.10, 0.20$  และ  $BR = 0.30$  ตามลำดับ เมื่อพิจารณาด้านทางเข้าของกระแสการไหลเป็นด้านหน้า พบว่าบริเวณด้านหน้าของแผ่นกั้นและผนังด้านขวาจะมีความดันสูง ส่วนที่บริเวณปลายเอียงของแผ่นกั้นทางผนังด้านซ้ายจะมีความดันต่ำ และพบว่าเมื่อค่า  $BR$  เพิ่มขึ้นค่าความแตกต่างของความดันจะเพิ่มขึ้นซึ่งเป็นผลให้ความเสียดทานเพิ่มตาม ซึ่งกรณี  $BR = 0.30$  จะมีความแตกต่างของความดันที่แผ่นกั้นและผนังมากที่สุด ซึ่งส่งผลให้เกิด

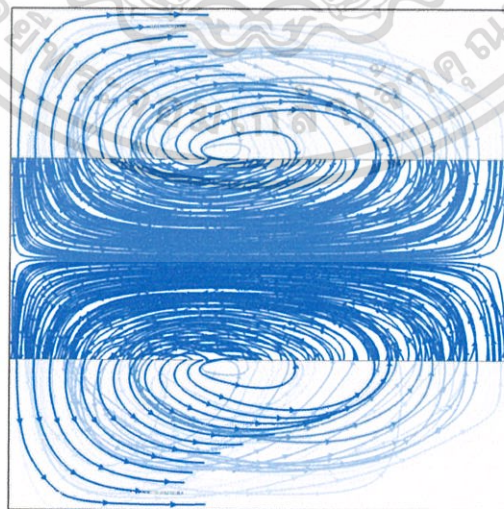
การไหลที่ปั่นป่วนมาก ตามด้วยกรณี  $BR = 0.20$  และ  $BR = 0.10$  ตามลำดับ นำไปใช้ประโยชน์ด้านการคำนวณว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



BR = 0.10



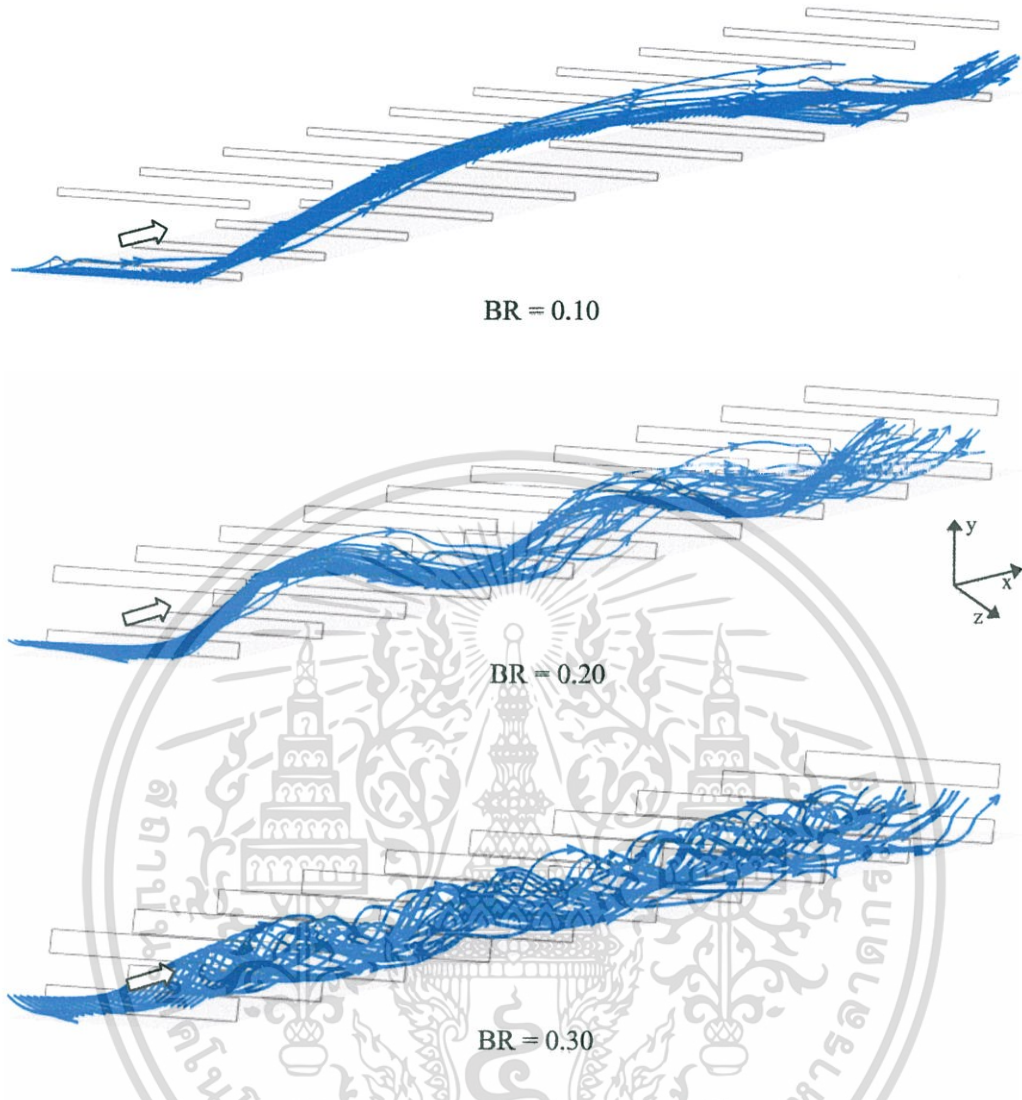
BR = 0.20



BR = 0.30

**รูปที่ 7.27** ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลของกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียง,  $\alpha = 30^\circ$ ,

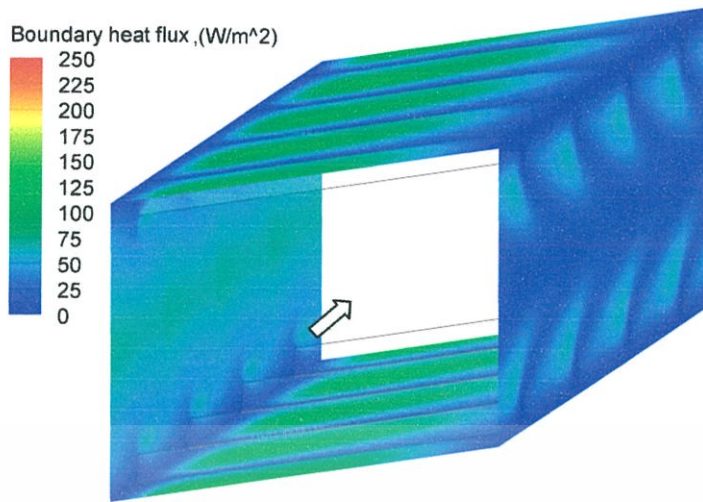
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ **Re = 1000** ได้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



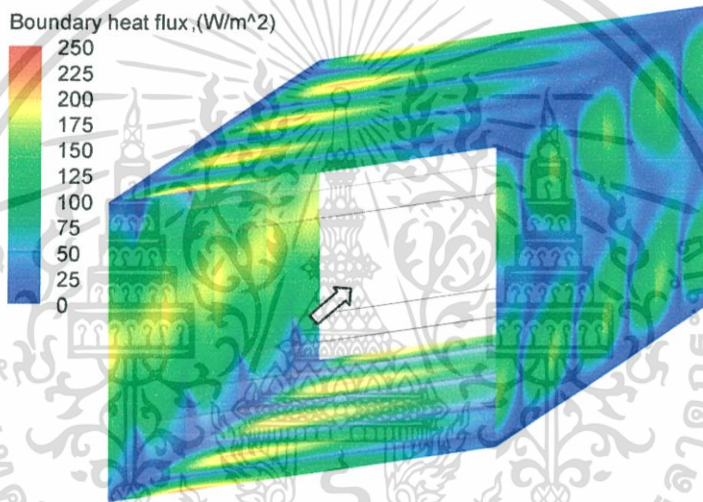
รูปที่ 7.28 ภาพสามมิติเส้นกระแสการไหลของกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียง,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $Re = 1000$

พิจารณารูปที่ 7.31 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเลขนัสเชิลกับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียง  $\alpha = 20^\circ$ ,  $30^\circ$  และ  $45^\circ$  โดยมีค่าอัตราส่วนการบล็อก,  $BR = 0.10, 0.15, 0.20, 0.25$  และ  $BR = 0.30$  ตามลำดับ ในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ในการจำลอง พบว่าเมื่อเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นเลขนัสเชิลที่มีค่าเพิ่มขึ้น ท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดแผ่นกั้นวางเอียงทุกมุมปะทะที่พิจารณาจะให้ค่าเลขนัสเชิลที่สูงกว่ากรณีท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ และเลขนัสเชิลที่มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่ออัตราส่วนการบล็อกเพิ่มขึ้น โดยค่าเลขนัสเชิลของกรณี  $BR = 0.30$  มีค่าสูงที่สุดทุกค่ามุมปะทะที่พิจารณา ตามด้วยกรณี  $BR = 0.25, 0.20, 0.15$  และ  $BR = 0.10$  ตามลำดับ

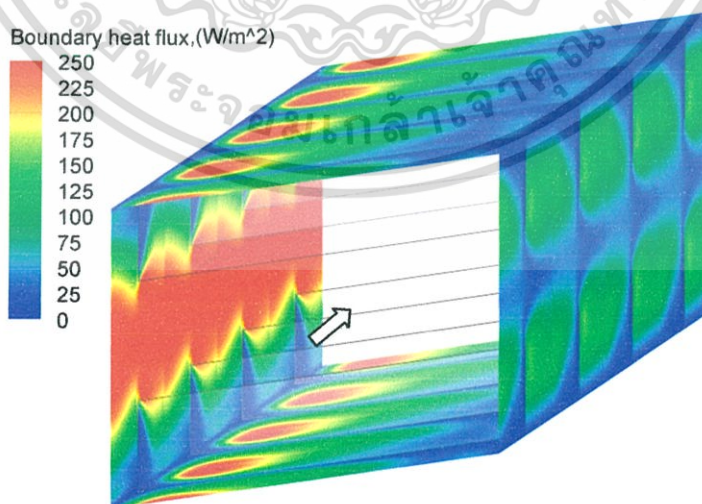
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



BR = 0.10

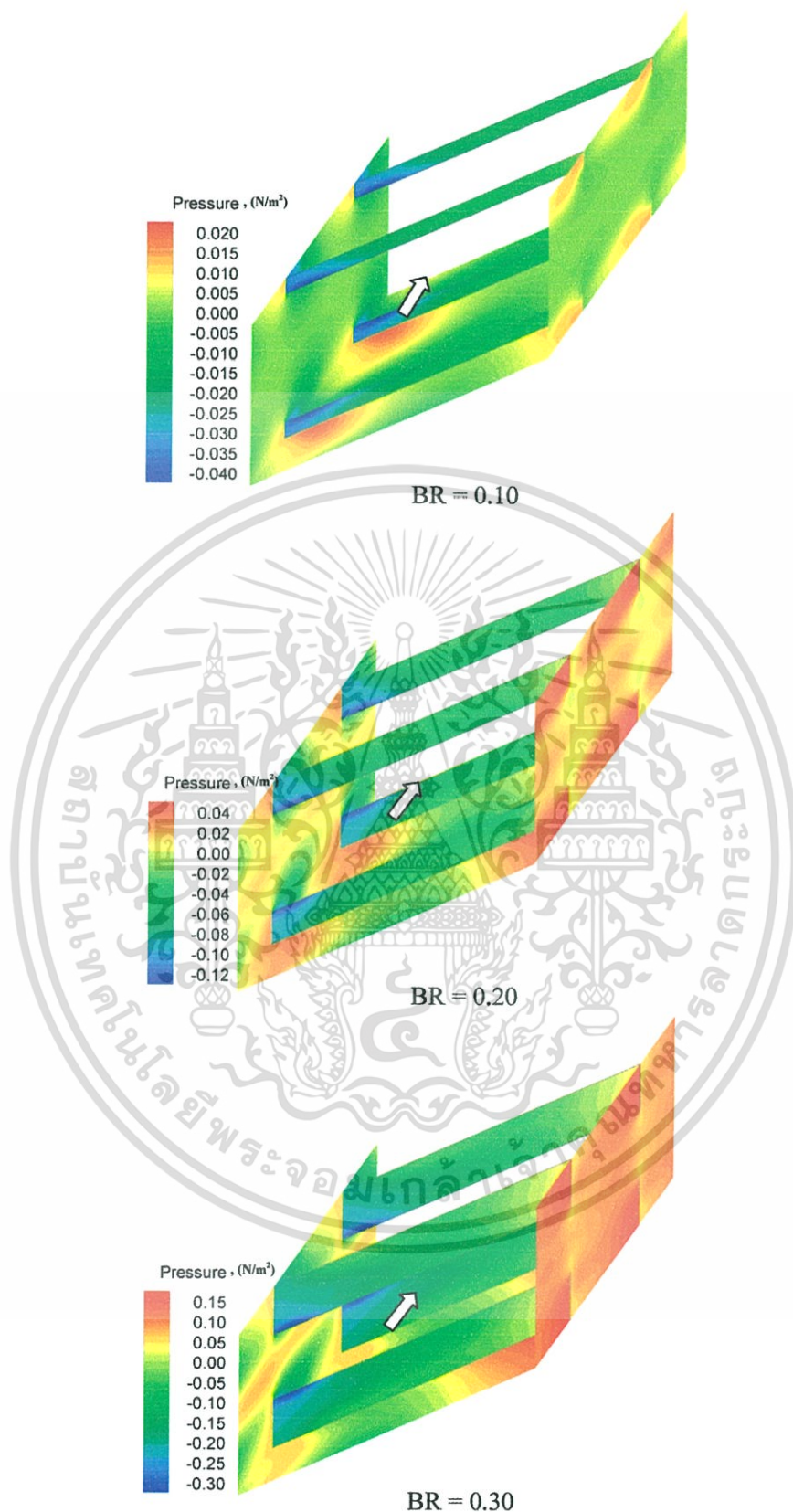


BR = 0.20



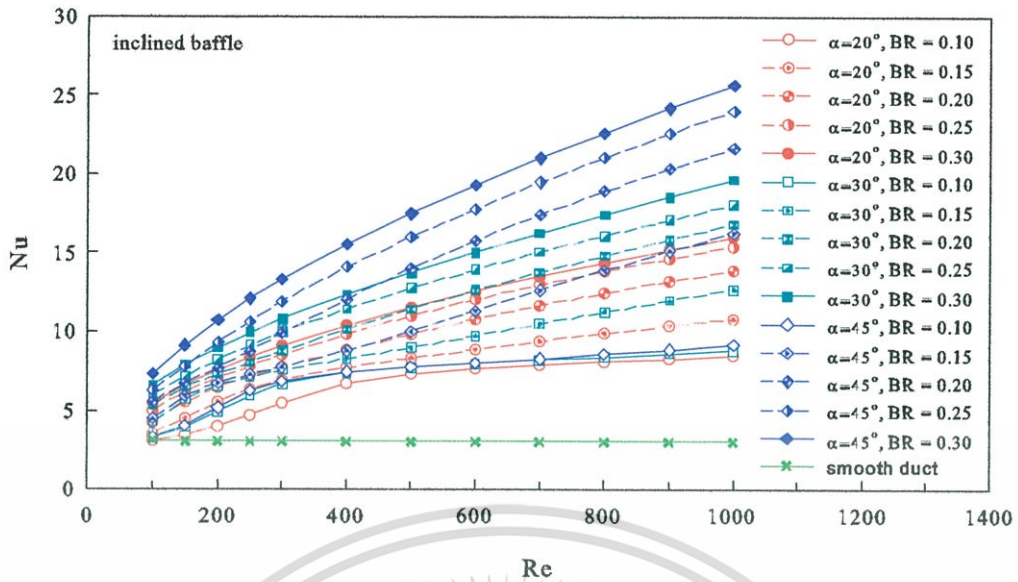
BR = 0.30

**รูปที่ 7.29** พลิ๊กซ์ความร้อนที่ผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียง,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $Re = 1000$   
 เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่ขึ้นด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

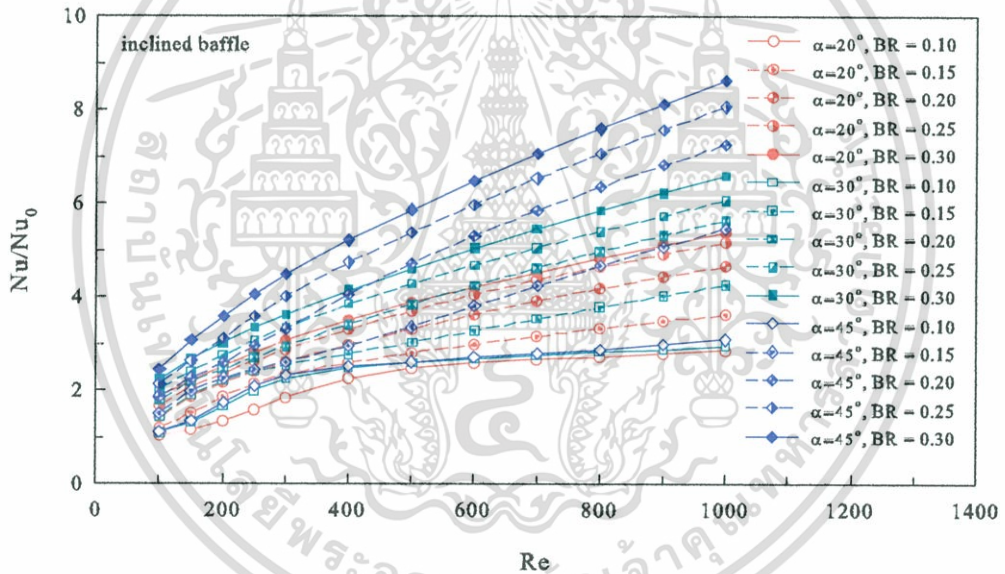


**รูปที่ 7.30** การกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียง  $\alpha = 30^\circ$ ,  $Re = 1000$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.31 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขนัสเซลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ที่ค่า BR ต่างๆ

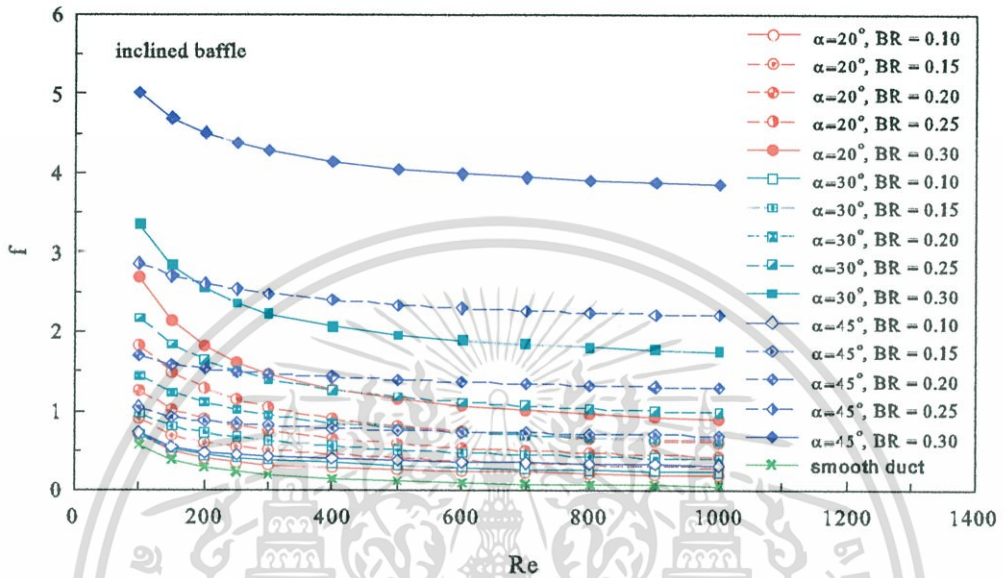


รูปที่ 7.32 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ที่ค่า BR ต่างๆ

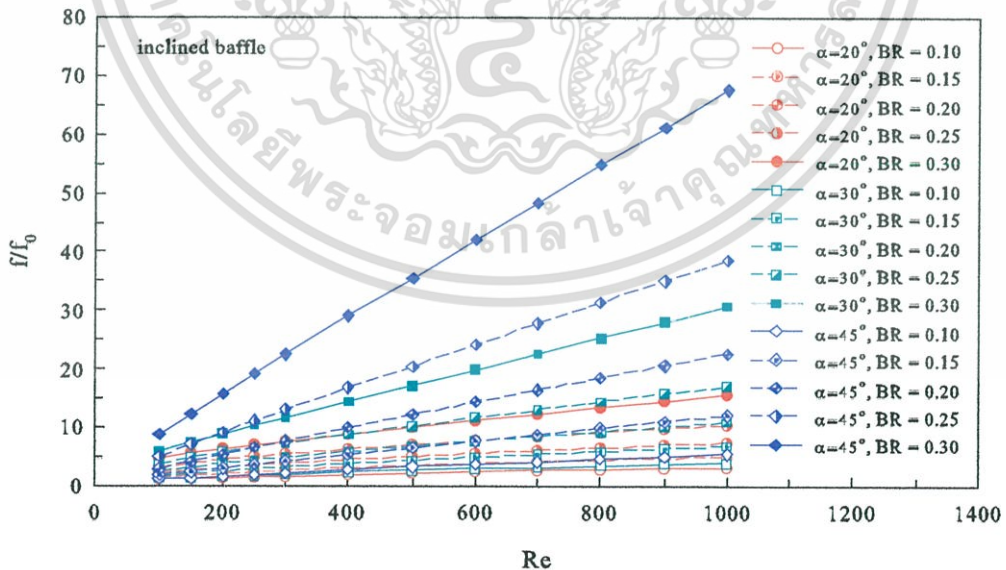
ในรูปที่ 7.32 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซลท์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นวางเอียงต่อเลขนัสเซลท์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบกับเลขเรย์โนลด์ส์ จากการจำลองพบว่าค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์จะมีค่าเพิ่มขึ้นตามค่าเลขเรย์โนลด์ส์ และทุกมุมปะทะที่พิจารณา ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์จะมีค่าเพิ่มขึ้นตามค่าอัตราส่วนการบดอัด โดยกรณี BR = 0.30 ให้ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์มากที่สุด ตามด้วยกรณี BR = 0.25, 0.20, 0.15 และ BR = 0.10 ตามลำดับ ซึ่งให้ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์น้อยที่สุด

ในรูปที่ 7.33 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นวางเอียงที่  $\alpha = 20^\circ, 30^\circ$  และ  $\alpha = 45^\circ$  โดยมีค่าอัตราส่วนการบดอัด, BR = 0.10, 0.15, 0.20, 0.25 และ BR = 0.30 ตามลำดับ ผลจากการจำลองทราบว่าในช่วงเรย์โนลด์ส์ที่

ใช้ค่าตัวประกอบเสียดทานจะมีค่าลดลงเมื่อเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้น และทุกค่ามุมปะทะที่ใช้ในการจำลอง กรณี BR = 0.30 ซึ่งมีอัตราส่วนการบดอัดมากที่สุดให้ค่าตัวประกอบเสียดทานมากที่สุด ตามด้วยกรณี BR = 0.25, BR = 0.20, BR = 0.15 และ BR = 0.10 ตามลำดับ ส่วนกรณีท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบให้ความเสียดทานน้อยที่สุด



รูปที่ 7.33 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ที่ค่า BR ต่างๆ

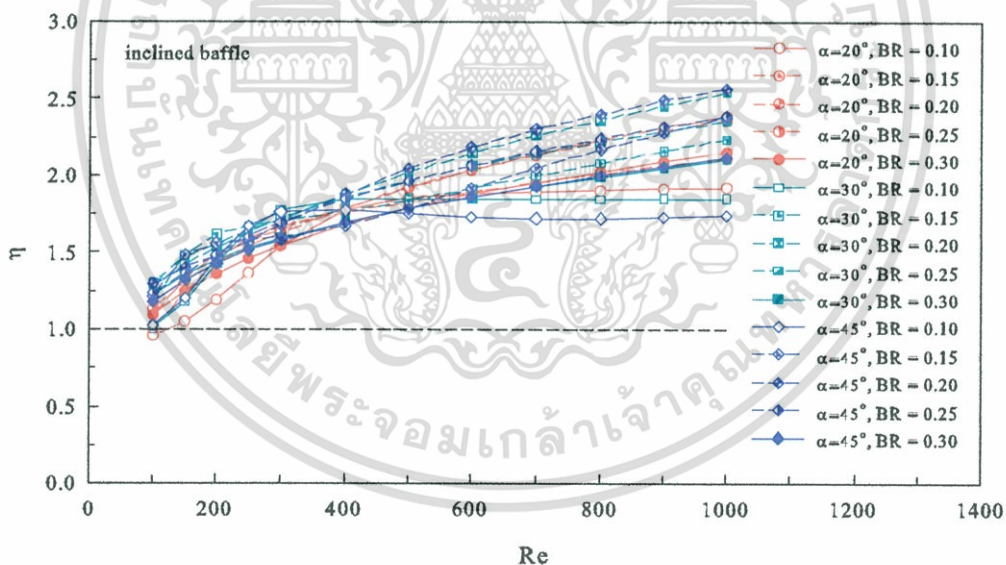


รูปที่ 7.34 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ที่ค่า BR ต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในรูปที่ 7.34 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นวางเอียงต่อตัวประกอบเสียดทานของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบกับเลขเรย์โนลด์ส์ สำหรับทุกค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้พบว่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานเพิ่มขึ้นตามเลขเรย์โนลด์ส์ และยังพบอีกว่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานจะมีค่าเพิ่มขึ้นตามค่าอัตราส่วนการบล็อกในทุกมุมปะทะที่พิจารณา ซึ่งกรณี  $BR = 0.30$  ให้ค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานสูงที่สุด ตามด้วยกรณี  $BR = 0.25, 0.20, 0.15$  และ  $BR = 0.10$  ตามลำดับ ซึ่งให้ค่าตัวประกอบเสียดทานต่ำสุด

ในรูปที่ 7.35 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์ของการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงที่  $\alpha = 20^\circ, 30^\circ$  และ  $\alpha = 45^\circ$  โดยมีค่าอัตราส่วนการบล็อก,  $BR = 0.10, 0.15, 0.20, 0.25$  และ  $BR = 0.30$  ตามลำดับ ผลจากการจำลองพบว่าในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ เมื่อเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นค่า  $\eta$  มีค่าเพิ่มขึ้น กรณี  $BR = 0.20$  ให้ค่า  $\eta$  สูงที่สุด ตามด้วยกรณี  $BR = 0.25, 0.15, 0.30$  และ  $BR = 0.10$  ตามลำดับซึ่งให้ค่า  $\eta$  ต่ำสุด และยังพบว่าทุก  $BR$  จะให้ค่า  $\eta$  มากกว่าหนึ่ง ซึ่งให้เห็นว่าท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงทุกค่าอัตราส่วนการบล็อกให้การถ่ายเทความร้อนที่ดีกว่าท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ



รูปที่ 7.35 ความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์ที่ค่า  $BR$  ต่างๆ

## 7.4 แผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววี (V-shaped Baffle)

จากหัวข้อ 7.3 กล่าวถึงแผ่นกั้นวางเอียงซึ่งสามารถเพิ่มการถ่ายเทความร้อนได้ดีกว่าแผ่นกั้นวางขวางและสามารถลดความเสียหายได้ดีกว่าแผ่นกั้นวางขวาง แต่กรณีแผ่นกั้นวางเอียงนี้ จะเกิดการถ่ายเทความร้อนได้ดีที่บริเวณผนังด้านข้างที่มุมเอียงแผ่นกั้นกวาดเพียงด้านเดียว เราจึงมีแนวคิดคิดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีเพื่อที่จะเพิ่มการถ่ายเทความร้อนอีกด้านด้วย

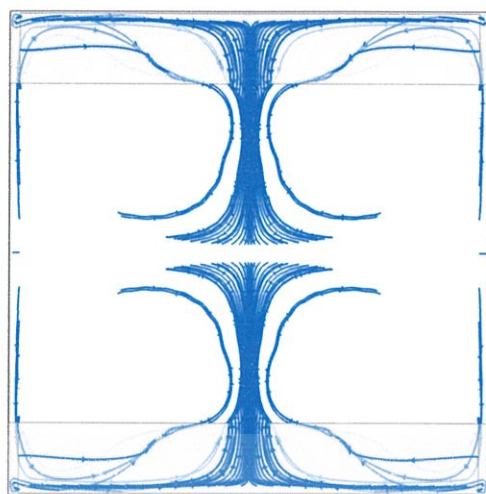
### 7.4.1 แผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหล

#### 7.4.1.1 อิทธิพลของเลขเรย์โนลด์ส์

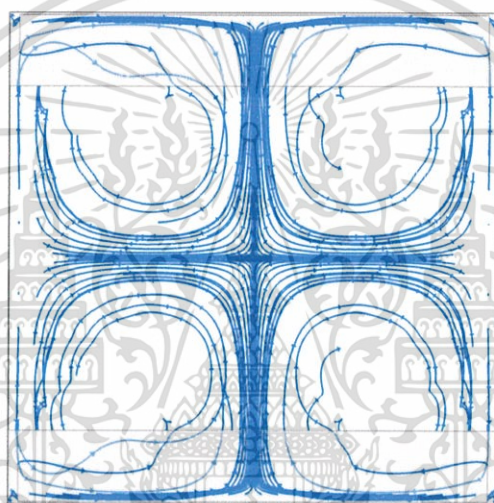
พิจารณารูปที่ 7.36 แสดงเส้นกระแสการไหลภายในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีคิดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหลที่  $\alpha = 30^\circ$ ,  $BR = 0.15$  จากอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงค่าเลขเรย์โนลด์ส์โดยพิจารณาที่  $Re = 100$ ,  $Re = 200$  และ  $Re = 500$  ซึ่งเส้นกระแสการไหลเข้าไปในทิศทางแกน  $-x$  (พุ่งเข้าหากระดาษ) พบว่าทุกค่าเลขเรย์โนลด์ส์จะเกิดกระแสการไหลที่หมุนควงเป็นเกลียวแบ่งออกเป็นสี่ลูก โดยพบว่าเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นจะเกิดการไหลที่หมุนควงเป็นเกลียวที่มีความปั่นป่วนมากขึ้นซึ่งไปตกกระทบบที่ผนังด้านข้างทั้งสอง (ด้านที่ไม่ติดแผ่นกั้น) มีความรุนแรงมากขึ้น และระยะพิชิตซ์ของเกลียวที่หมุนไปตกกระทบบที่ผนังที่จะสั้นลง (รูปที่ 7.37)

ในรูปที่ 7.38 แสดงการกระจายของค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีคิดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหลที่  $\alpha = 30^\circ$ ,  $BR = 0.15$  โดยพิจารณาอิทธิพลของเลขเรย์โนลด์ส์ที่  $Re = 100$ ,  $Re = 200$  และ  $Re = 500$  พบว่าเมื่อค่า  $Re$  เพิ่มขึ้นฟลักซ์ความร้อนที่ผนังท่อจะมีค่าเพิ่มขึ้นตาม ซึ่งที่  $Re = 500$  จะให้ค่าฟลักซ์ความร้อนสูงที่สุด ตามด้วย  $Re = 200$  และ  $Re = 100$  เนื่องจากที่  $Re = 500$  จะมีกระแสการหมุนควงเป็นเกลียวที่มีความปั่นป่วนมากกว่าและการตกกระทบบที่ผนังมีความรุนแรงมากกว่ากรณี  $Re = 200$  และ  $Re = 100$  ตามลำดับ จึงทำให้เกิดการถ่ายเทความร้อนดียิ่งขึ้น

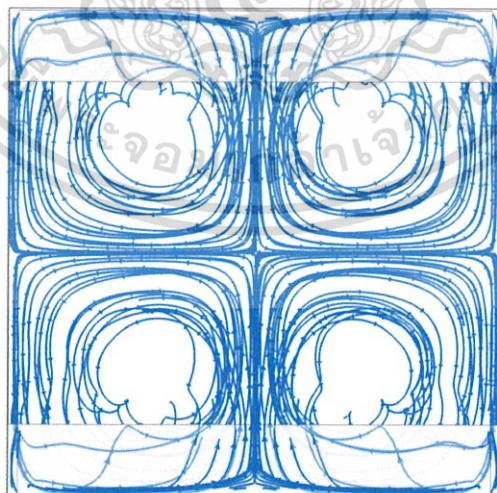
ในรูปที่ 7.39 แสดงการกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่คิดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหลที่  $\alpha = 30^\circ$ ,  $BR = 0.15$  จากการเปลี่ยนแปลงเลขเรย์โนลด์ส์ที่  $Re = 100$ ,  $Re = 200$  และ  $Re = 500$  พบว่าในแต่ละค่าเลขเรย์โนลด์ส์การกระจายความดันที่ผนังด้านบนและด้านล่างจะมีความสมมาตรกัน เช่นกันที่ผนังด้านข้างทั้งสองก็มีความสมมาตรกัน ที่แผ่นกั้นและบริเวณด้านหน้าของแผ่นกั้นจะมีความดันสูง ส่วนที่บริเวณด้านหลังปลายเอียงของแผ่นกั้นจะมีความดันต่ำ และยังพบว่าเมื่อค่า  $Re$  เพิ่มขึ้นค่าความแตกต่างของความดันก็เพิ่มขึ้นจึงทำให้เกิดการไหลที่ปั่นป่วนเพิ่มขึ้นด้วย



Re = 100



Re = 200

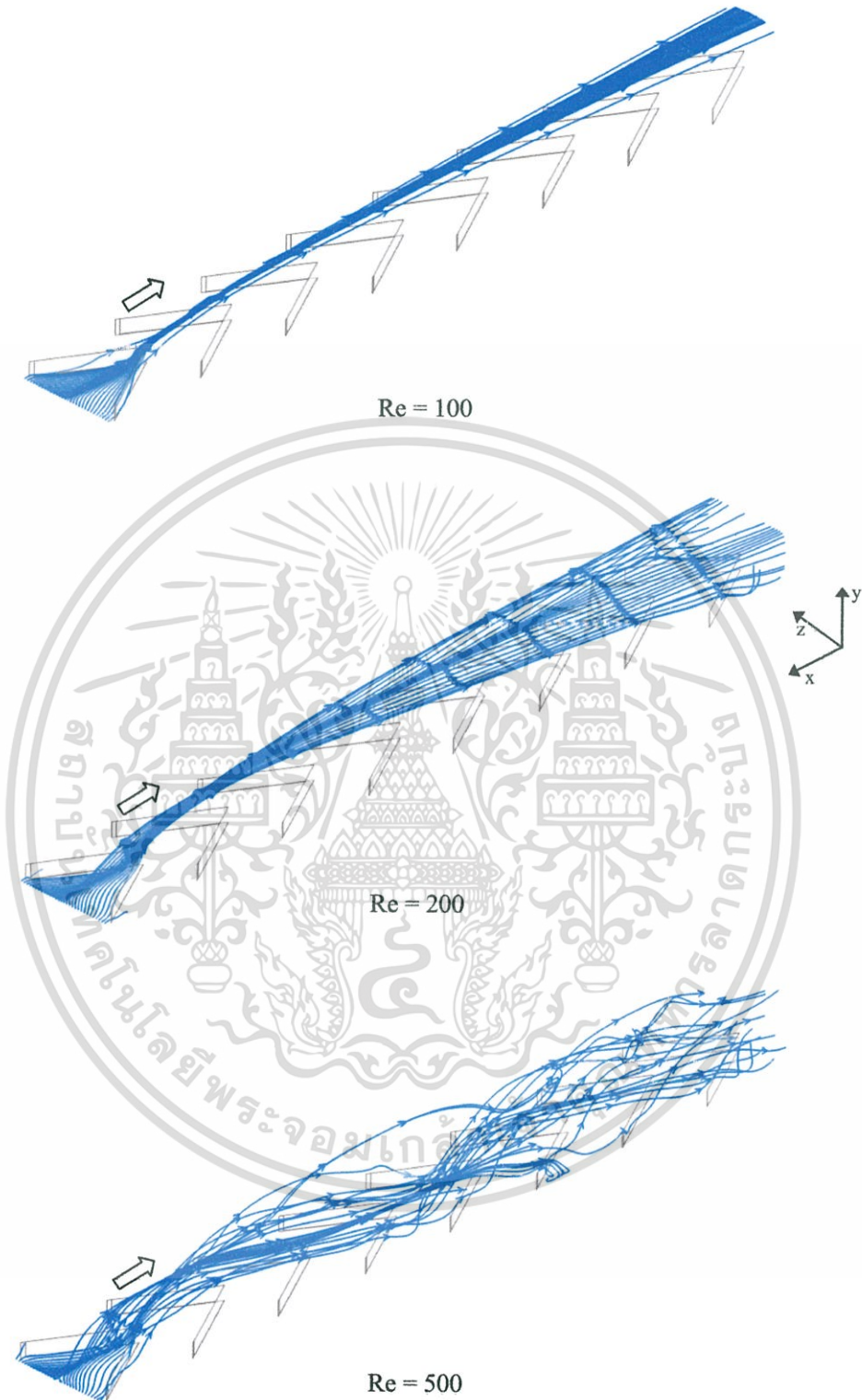


Re = 500

**รูปที่ 7.36** ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลของกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบ

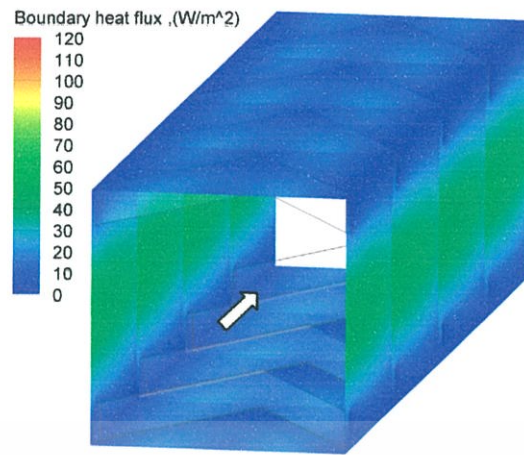
ปลายวีชี้ตามกระแสการไหลที่  $\alpha = 30^\circ$ ,  $BR = 0.15$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

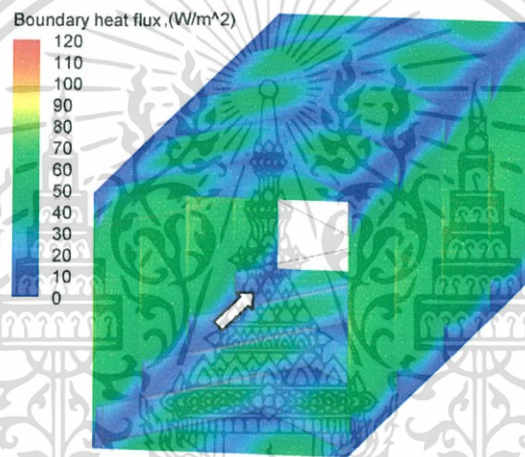


**รูปที่ 7.37** ภาพ 3 มิติเส้นกระแสการไหลของกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตาม  
กระแสการไหลที่  $\alpha = 30^\circ$ ,  $BR = 0.15$

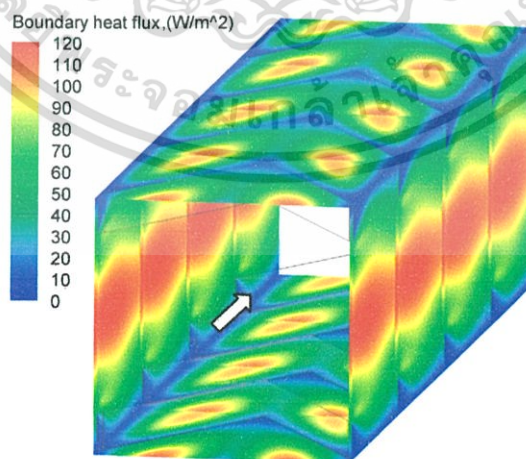
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



Re = 100



Re = 200

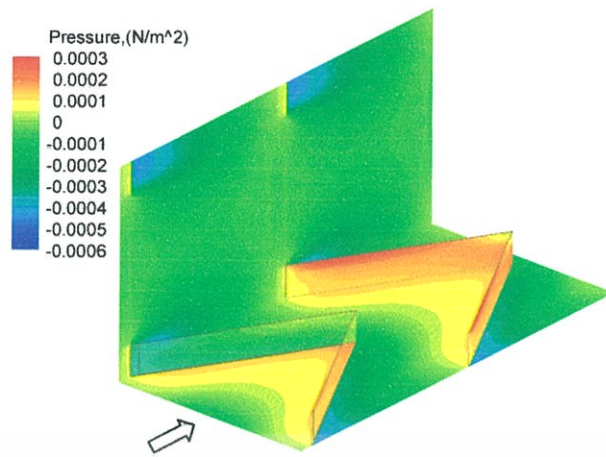


Re = 500

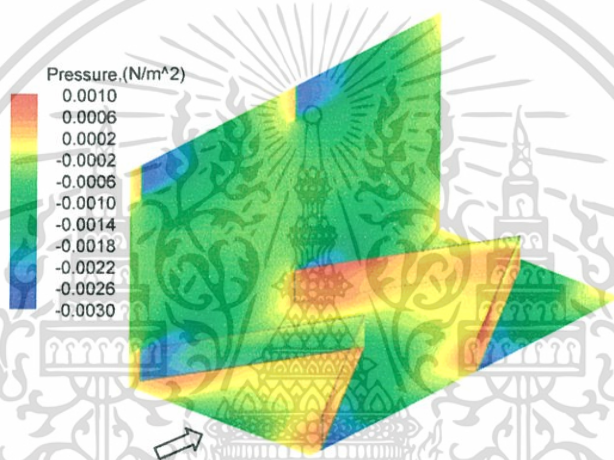
**รูปที่ 7.38** พลั๊กซ์ความร้อนที่ผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางเฉียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการ

ไหลที่  $\alpha = 30^\circ$ , BR = 0.15

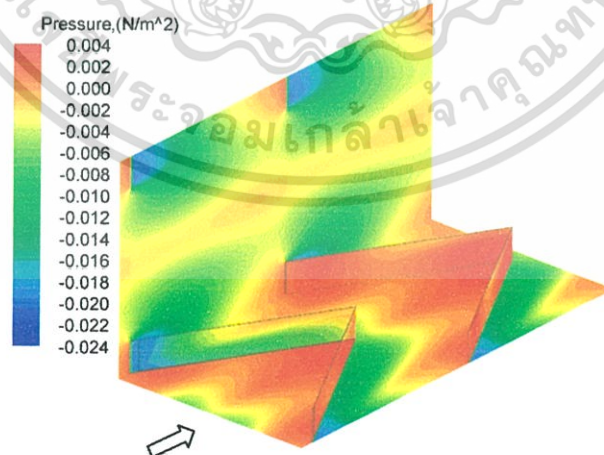
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



Re = 100



Re = 200



Re = 500

รูปที่ 7.39 การกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อกรณีคิดแผ่นกั้นวางเฉียงรูปตัววีแบบปลายวี

ชี้ตามกระแสการไหลที่  $\alpha = 30^\circ$ , BR = 0.15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

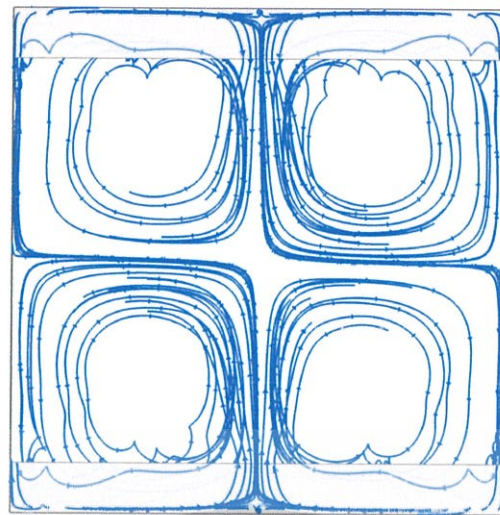
#### 7.4.1.2 อิทธิพลของค่าอัตราส่วนการบล็อก(Blockage Ratio, BR)

พิจารณารูปที่ 7.40 แสดงเส้นกระแสการไหลภายในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นรูปตัววีแบบปลายวีซึ่งตามกระแสการไหลที่อัตราส่วนการบล็อก,  $BR = 0.10$ ,  $0.20$  และ  $BR = 0.30$  ตามลำดับ ที่ค่าเลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 1000 โดยเส้นกระแสไหลเข้าในทิศทางแกน  $-x$  (พุ่งเข้าหากระดาษ) พบว่าทุกค่าอัตราส่วนการบล็อกจะเกิดกระแสการไหลที่หมุนควงแบ่งออกเป็นสี่ลูกคือที่ผนังด้านบนและด้านล่างอย่างละสองลูก โดยกระแสหมุนด้านล่างทั้งสองลูกจะมีลักษณะการหมุนควงทิศทางสวนกันแล้วตกกระทบบที่ผนังด้านข้าง ซึ่งกระแสการหมุนลูกที่ติดผนังด้านซ้ายจะไปตกกระทบบที่ผนังด้านซ้ายและกระแสการหมุนลูกที่ติดผนังด้านขวาจะไปตกกระทบบที่ผนังด้านขวา เช่นกันกระแสการหมุนด้านบนทั้งสองลูกจะมีลักษณะการหมุนควงทิศทางสวนกันแล้วตกกระทบบที่ผนังด้านข้าง ซึ่งกระแสการหมุนลูกที่ติดผนังด้านซ้ายจะไปตกกระทบบที่ผนังด้านซ้ายและกระแสการหมุนลูกที่ติดผนังด้านขวาจะไปตกกระทบบที่ผนังด้านขวา ผลจากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนการบล็อก พบว่าเมื่อค่า BR มากขึ้นกระแสหมุนควงจะมีความปั่นป่วนมากขึ้น และระยะทางของการตกกระทบบที่ผนังด้านข้างทั้งสองสั้นลง(ดังรูปที่ 7.41) สามารถสังเกตได้ว่าที่  $BR = 0.30$  จะมีกระแสการหมุนควงเป็นเกลียวที่มีความปั่นป่วนมากกว่าและระยะพิชช์ของเกลียวที่หมุนไปตกกระทบบสั้นกว่าที่  $BR = 0.20$  และ  $BR = 0.10$  ตามลำดับ ดังนั้นพฤติกรรมการไหลนี้ทำให้การถ่ายเทความร้อนที่บริเวณผนังด้านข้าง

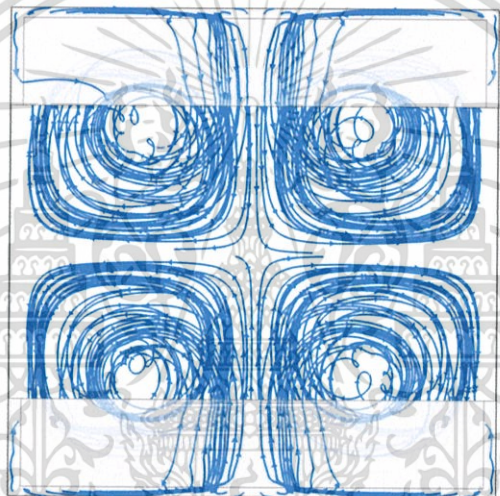
ในรูปที่ 7.42 แสดงการกระจายของค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นรูปตัววีแบบปลายวีซึ่งตามกระแสการไหล จากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนการบล็อกที่  $BR = 0.10$ ,  $0.20$  และ  $BR = 0.30$  ตามลำดับ ที่ค่าเลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 1000 พบว่าเมื่อค่า BR เพิ่มขึ้นฟลักซ์ความร้อนที่ผนังท่อจะมีค่าเพิ่มขึ้นตาม ซึ่งแผ่นกั้นที่  $BR = 0.30$  จะให้ค่าฟลักซ์ความร้อนสูงที่สุด ตามด้วยกรณี  $BR = 0.20$  และ  $BR = 0.10$  ตามลำดับ เนื่องจากที่  $BR = 0.30$  จะมีกระแสการหมุนควงที่มีความปั่นป่วนมากกว่าและการตกกระทบบที่ผนังมีความรุนแรงมากกว่ากรณี  $BR = 0.20$  และ  $BR = 0.10$  ตามลำดับ จึงทำให้เกิดการถ่ายเทความร้อนดียิ่งขึ้น

ในรูปที่ 7.43 แสดงการกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นรูปตัววีแบบปลายวีซึ่งตามกระแสการไหล จากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนการบล็อกที่  $BR = 0.10$ ,  $0.20$  และ  $BR = 0.30$  ตามลำดับ ที่ค่าเลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 1000 พบว่าบริเวณด้านหน้าแผ่นกั้นจะมีความดันสูงกว่าบริเวณอื่นๆ และบริเวณด้านหลังแขนตัววีจะมีความดันต่ำ เมื่อค่า BR เพิ่มขึ้นความแตกต่างของความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อจะมีค่าเพิ่มขึ้นตาม ซึ่งแผ่นกั้นที่  $BR = 0.30$  จะให้ค่าความแตกต่างของความดันสูงที่สุด ตามด้วยกรณี  $BR = 0.20$  และ  $BR = 0.10$  ตามลำดับ เนื่องจากที่  $BR = 0.30$  จะมีการขวางทางของกระแสการไหลมากกว่ากรณี  $BR = 0.20$  และ  $BR = 0.10$  ตามลำดับ จึงทำให้เกิดการสูญเสียความดันมาก

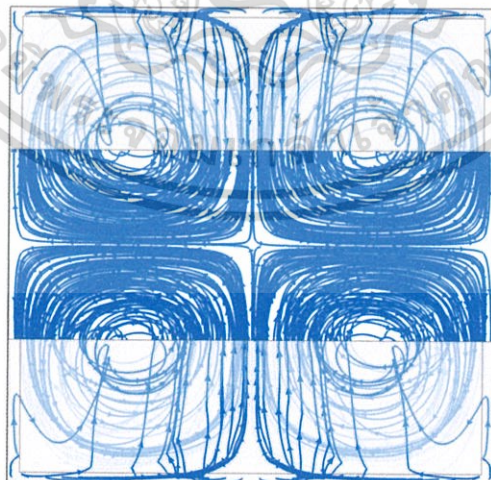
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



BR = 0.10



BR = 0.20

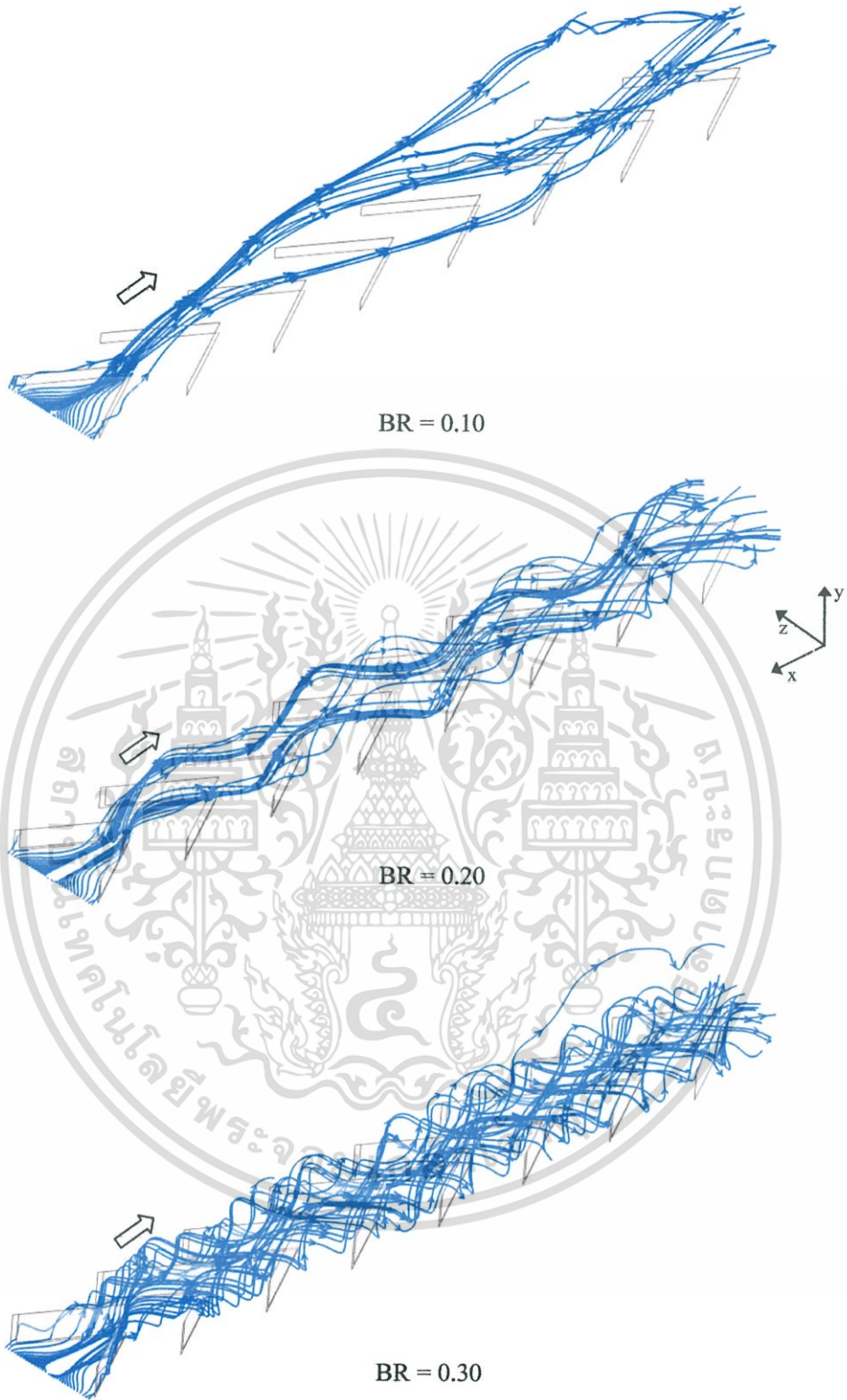


BR = 0.30



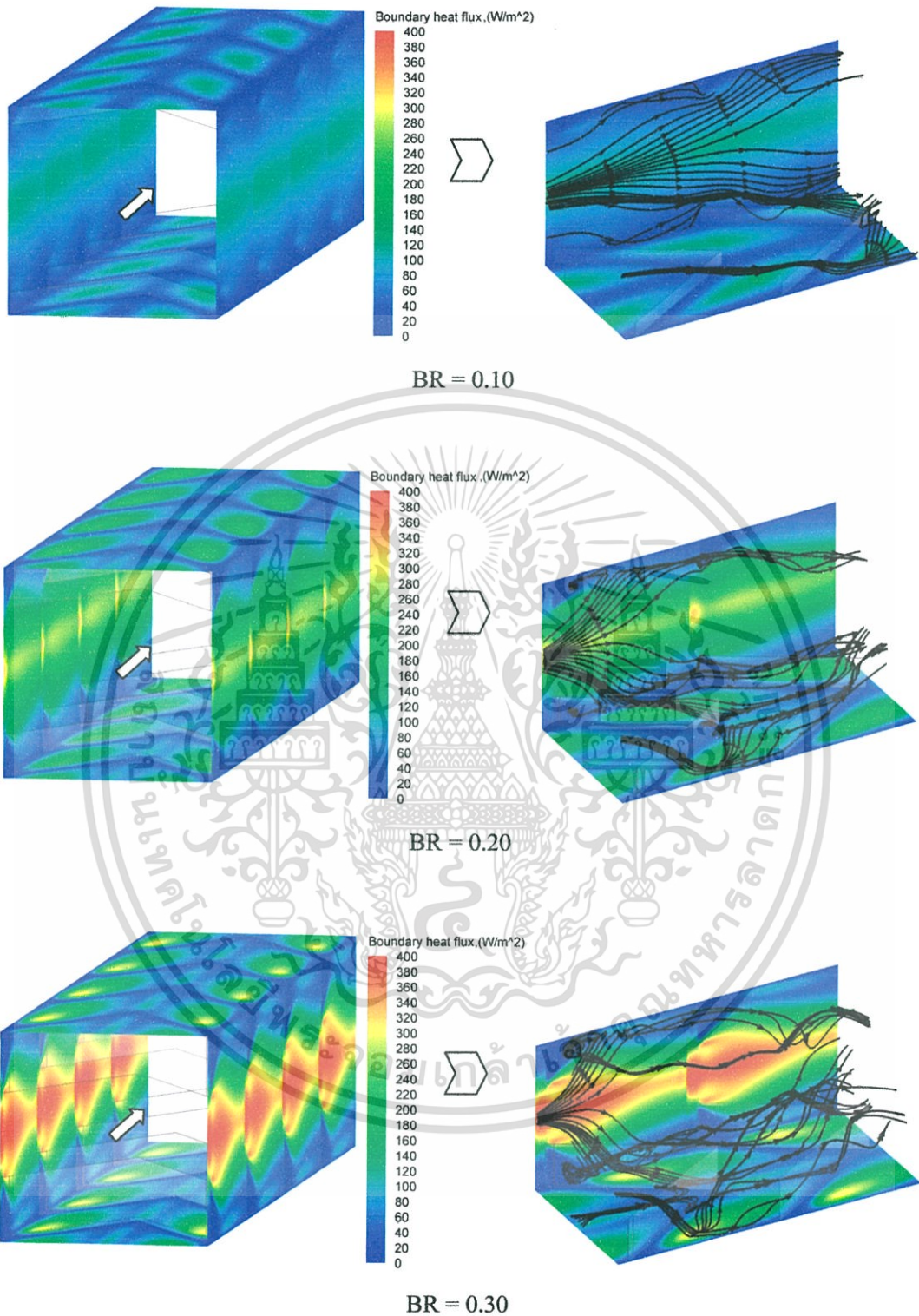
### รูปที่ 7.40 ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลในท่อกรณีติดแผ่นกั้นรูปตัววีแบบปลายวี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ระลึกแก่คุณพ่อและคุณแม่ที่ล่วงลับไปแล้ว ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



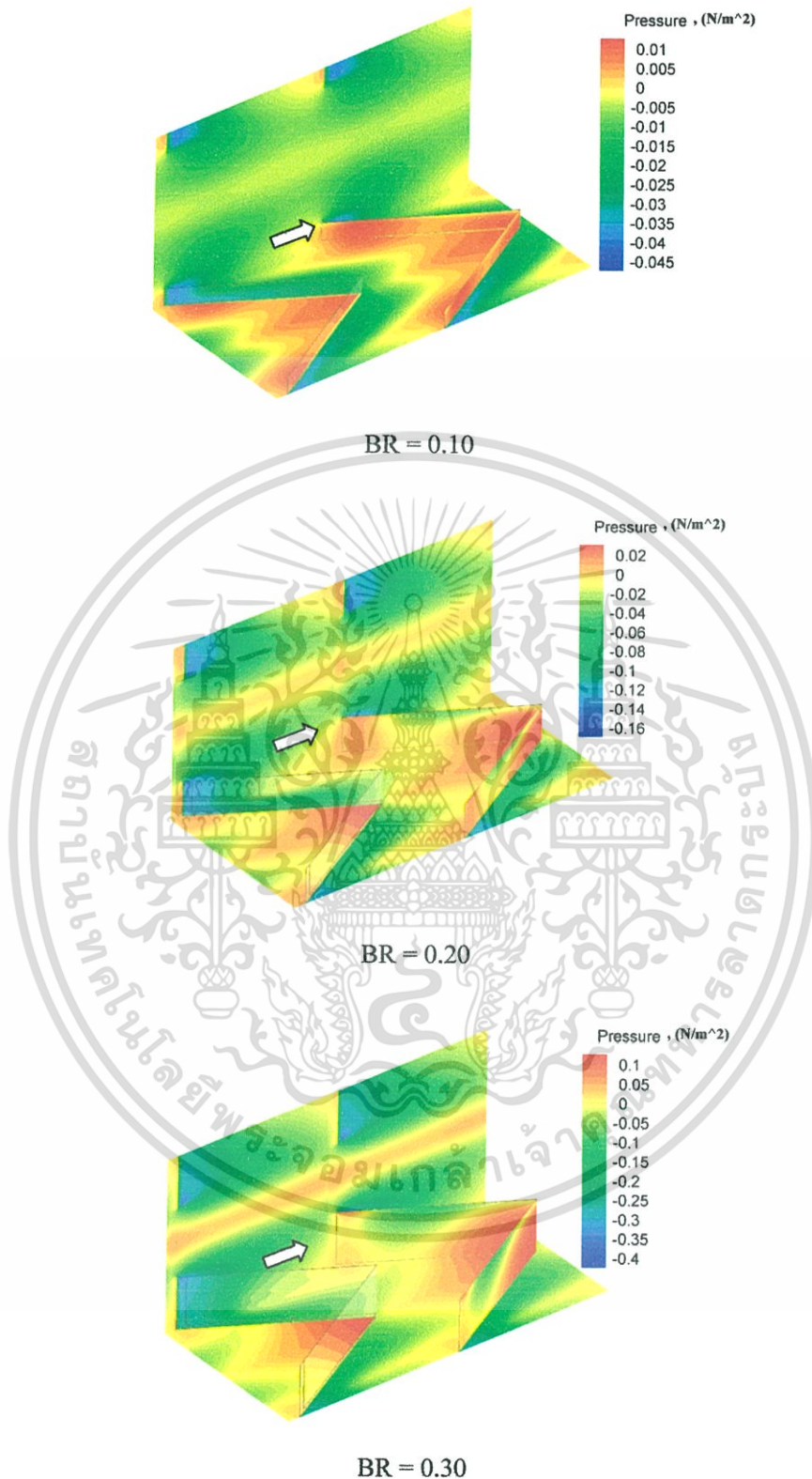
**รูปที่ 7.41** ภาพสามมิติเส้นกระแสการไหลในท่อของกรณีศึกษากันว้างเชิงรูปตัววีแบบปลายวี  
 ี่ตามกระแสการไหลที่  $\alpha = 30^\circ$ ,  $Re = 1000$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.42 ฟลักซ์ความร้อนที่ผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางเฉียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหลที่  $\alpha = 30^\circ$ ,  $Re = 1000$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

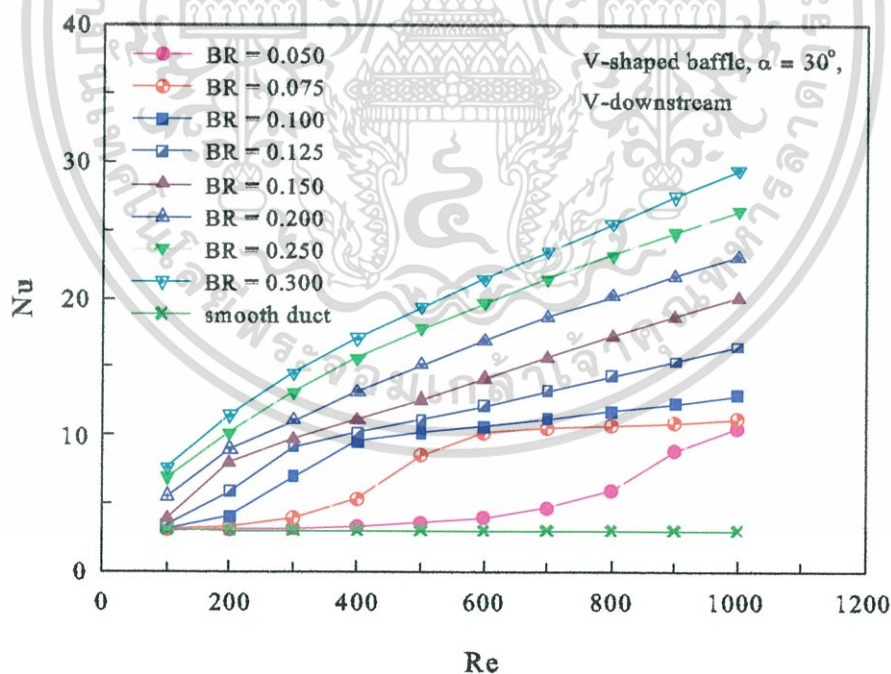


**รูปที่ 7.43** การกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นรูปตัววีแบบ  
 ปลายวีชี้ตามกระแสการไหล

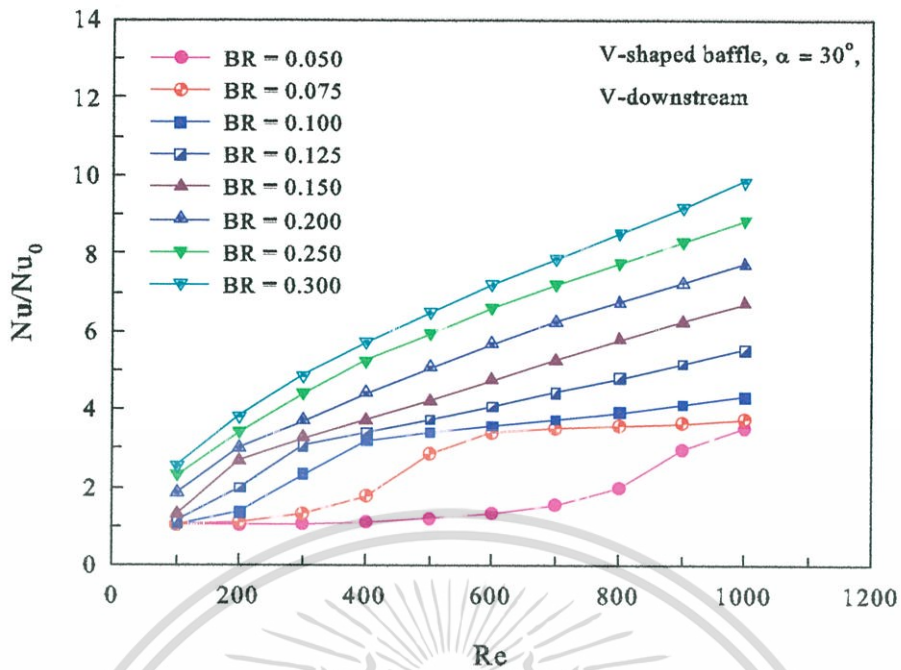
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณารูปที่ 7.44 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเลขนัสเซลล์กับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหลทำมุมปะทะ,  $\alpha = 30^\circ$  ที่อัตราส่วนการบล็อก, BR = 0.050, 0.075, 0.100, 0.125, 0.150, 0.200, 0.250 และ BR = 0.300 ตามลำดับ พบว่าช่วงการไหลที่ใช้ในการจำลอง ค่าเลขนัสเซลล์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีทุกกรณีมีค่าเพิ่มขึ้นตามเลขเรย์โนลด์ส์ ซึ่งในกรณี BR = 0.300 ให้ค่าเลขนัสเซลล์ที่สูงที่สุดของทุกเรย์โนลด์ส์ที่พิจารณา ตามด้วยกรณี BR = 0.250, 0.200, 0.150, 0.125, 0.100, 0.075 และ BR = 0.050 ตามลำดับ กรณีท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบให้ค่าเลขนัสเซลล์ที่ต่ำสุด

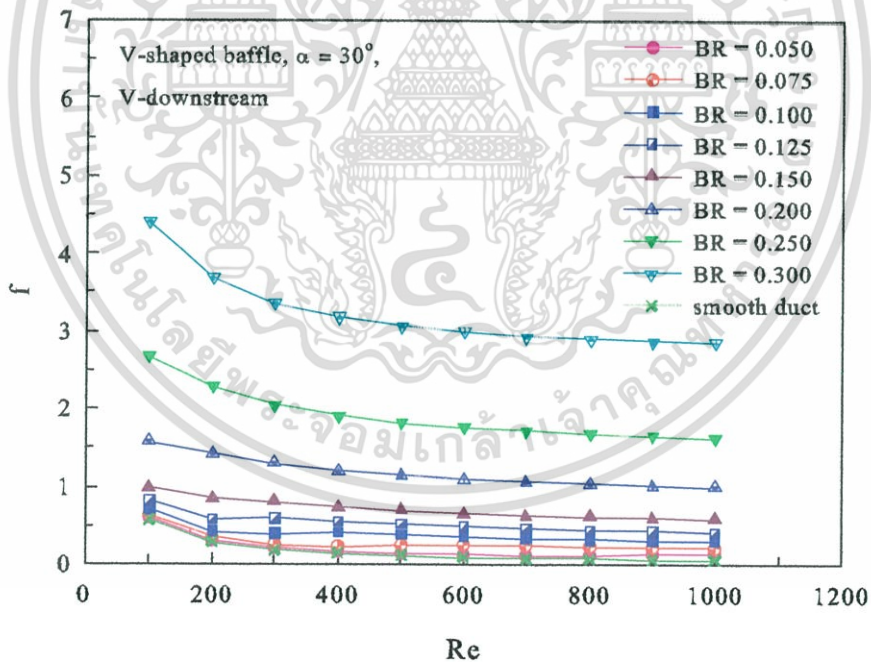
ในรูปที่ 7.45 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซลล์ ซึ่งพิจารณาเลขนัสเซลล์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหล โดยมีมุมปะทะ  $30^\circ$  ต่อเลขนัสเซลล์ท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบกับเลขเรย์โนลด์ส์ พบว่าทุกอัตราส่วนการบล็อกที่ใช้ในการจำลองให้ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลล์เพิ่มขึ้นตามเลขเรย์โนลด์ส์ ในช่วงค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้โดยกรณี BR = 0.300 จะให้ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลล์ที่สูงที่สุดซึ่งมีค่าเท่ากับ 9.86 เท่าของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ ตามด้วยกรณี BR = 0.250, 0.200, 0.150, 0.125, 0.100, 0.075 และ BR = 0.050 ตามลำดับ โดยให้ค่าเลขนัสเซลล์ที่สูงกว่าท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบเท่ากับ 8.85, 7.72, 6.71, 5.53, 4.32, 3.75 และ 3.52 เท่าซึ่งให้ค่าเลขนัสเซลล์ที่ต่ำสุด



รูปที่ 7.44 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขนัสเซลล์กับเลขเรย์โนลด์ส์กรณีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหลที่  $\alpha = 30^\circ$



รูปที่ 7.45 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนนัสเซลท์กับเลขเรย์โนลด์สกรณีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหลที่  $\alpha = 30^\circ$



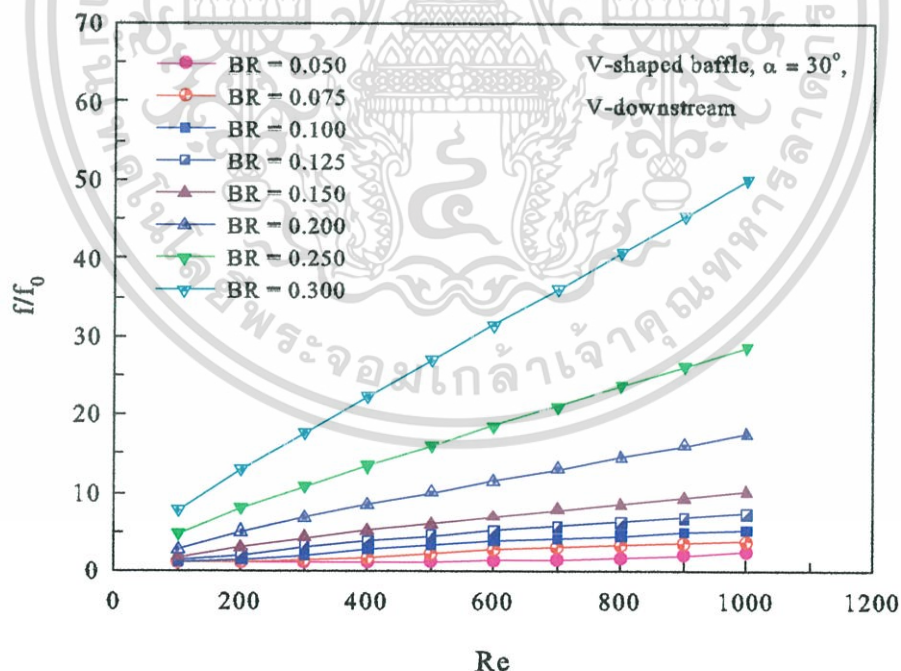
รูปที่ 7.46 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์สของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหลที่  $\alpha = 30^\circ$

ในรูปที่ 7.46 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์สของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหลทำมุมปะทะ  $30^\circ$

ที่ค่าอัตราส่วนการบล็อก, BR = 0.050, 0.075, 0.100, 0.125, 0.150, 0.200, 0.250 และ BR = 0.300 การคำนวณค่า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

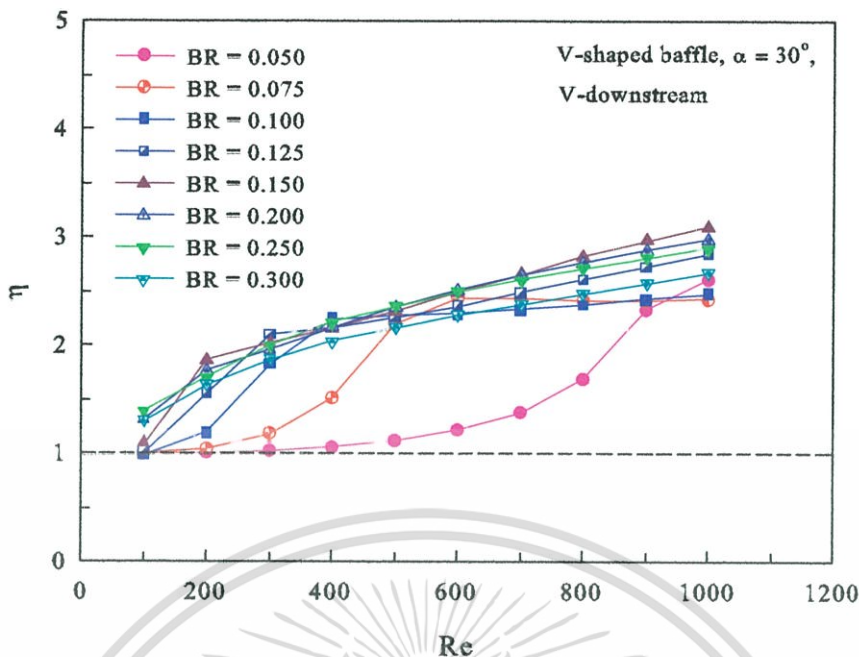
ตามลำดับ พบว่าเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นค่าตัวประกอบเสียดทานจะมีแนวโน้มลดลง ทุกค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ กรณี  $BR = 0.300$  ซึ่งมีอัตราส่วนการบดอัดมากกว่ากรณีอื่น ๆ ในอัตราส่วนการบดอัดที่พิจารณาให้ค่าตัวประกอบเสียดทานมากที่สุด ตามด้วยกรณี  $BR = 0.250, 0.200, 0.150, 0.125, 0.100, 0.075$  และ  $BR = 0.050$  ตามลำดับ อีกทั้งยังพบว่าท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบมีตัวประกอบเสียดทานน้อยที่สุด

ในรูปที่ 7.47 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเชิงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหลทำมุมปะทะ  $30^\circ$  ต่อตัวประกอบเสียดทานของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบกับเลขเรย์โนลด์ส์ ที่ค่าอัตราส่วนการบดอัด,  $BR = 0.050, 0.075, 0.100, 0.125, 0.150, 0.200, 0.250$  และ  $BR = 0.300$  ตามลำดับ ผลจากการจำลองพบว่าเมื่อเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น ในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ กรณี  $BR = 0.300$  ให้ค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นและให้ค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานสูงที่สุดเท่ากับ 50.10 เท่าของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ ตามด้วยกรณี  $BR = 0.250, 0.200, 0.150, 0.125, 0.100, 0.075$  และ  $BR = 0.050$  ตามลำดับ โดยให้ค่าตัวประกอบเสียดทานสูงกว่าท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ 28.63, 17.50, 10.20, 7.34, 5.29, 3.72 และ 2.45 เท่า ตามลำดับ



รูปที่ 7.47 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์กรณีแผ่นกั้นวางเชิงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหลที่  $\alpha = 30^\circ$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.48 ความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์สกรณีแผ่นกั้นวางเอียง รูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหลที่  $\alpha = 30^\circ$

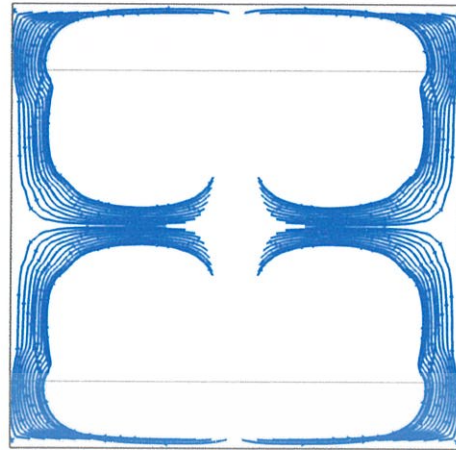
ในรูปที่ 7.48 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์สของการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหลทำมุมปะทะ  $30^\circ$  ที่ค่าอัตราส่วนการบดก,  $BR = 0.050, 0.075, 0.100, 0.125, 0.150, 0.200, 0.250$  และ  $BR = 0.300$  ตามลำดับ พบว่าในช่วงเรย์โนลด์สที่ใช้ ค่าสมรรถนะเชิงความร้อน,  $\eta$  จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์สเพิ่มขึ้น ซึ่งกรณี  $BR = 0.150$  ให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนสูงที่สุดเท่ากับ 3.10 ตามด้วยกรณี  $BR = 0.200, 0.250, 0.125, 0.300, 0.050, 0.100$  และ  $BR = 0.075$  โดยให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนเท่ากับ 2.97, 2.89, 2.85, 2.68, 2.61, 2.48 และ 2.42 ตามลำดับ

### 7.4.2 แผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหล

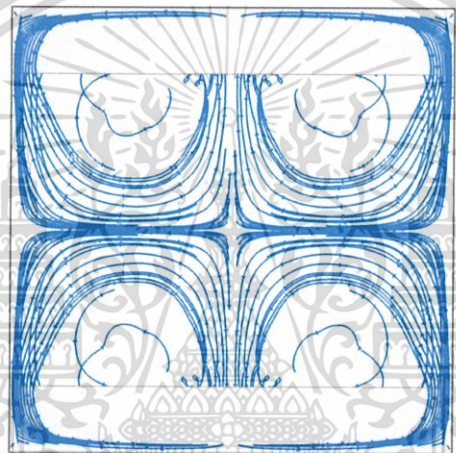
#### 7.4.2.1 อิทธิพลของเลขเรย์โนลด์ส

พิจารณารูปที่ 7.49 แสดงเส้นกระแสการไหลภายในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลที่  $\alpha = 30^\circ, BR = 0.15$  จากอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงค่าเลขเรย์โนลด์สโดยพิจารณาที่  $Re = 100, Re = 200$  และ  $Re = 500$  ซึ่งเส้นกระแสการไหลเข้าท่อในทิศทางแกน  $+x$  (พุ่งเข้าหากระดาด) พบว่าทุกค่าเลขเรย์โนลด์สจะเกิดกระแสการไหลที่หมุนควงเป็นเกลียวแบ่งออกเป็นสี่ลูก โดยพบว่าเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์สเพิ่มขึ้นจะเกิดการไหลหมุนควงเป็นเกลียวที่มีความปั่นป่วนมากขึ้นและไปตกกระทบบที่ผนังด้านบนและด้านล่าง (ด้านที่ติดแผ่นกั้น) มีความรุนแรงมากขึ้น และระยะพิศของเกลียวหมุนไปตกกระทบบผนังจะสั้นลง(รูปที่ 7.50)

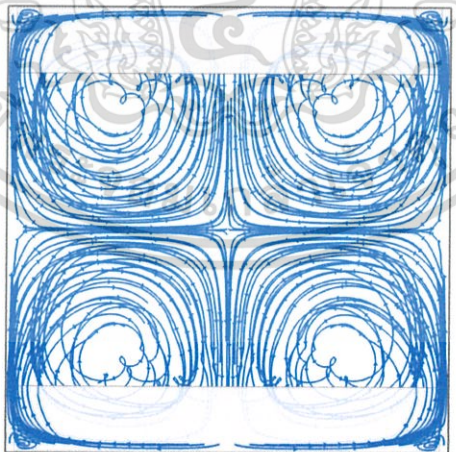
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



Re = 100



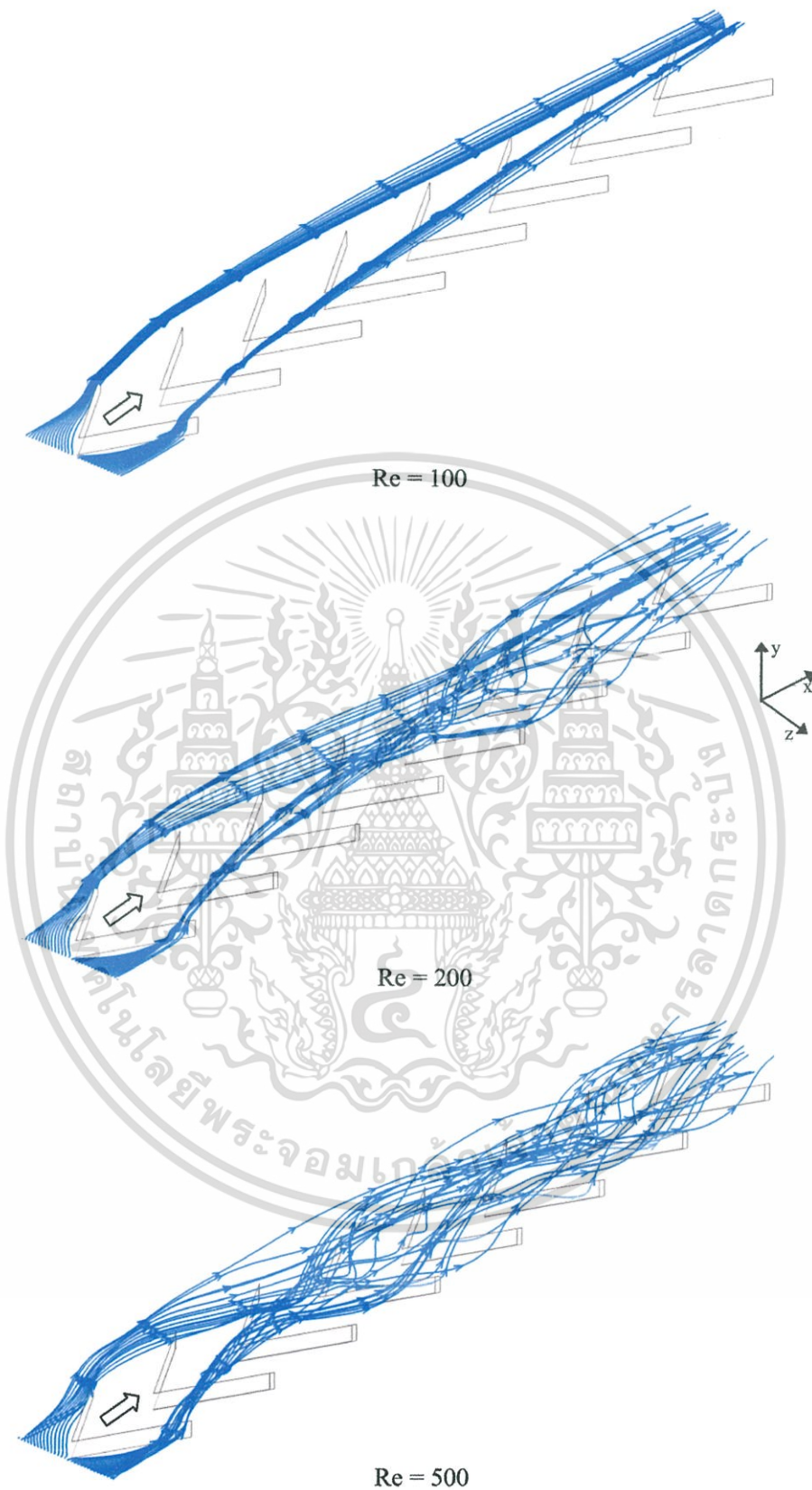
Re = 200



Re = 500

**รูปที่ 7.49** ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลของกรณีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวี  
 ที่ทวนกระแสไหล  $\alpha = 30^\circ$ ,  $BR = 0.15$

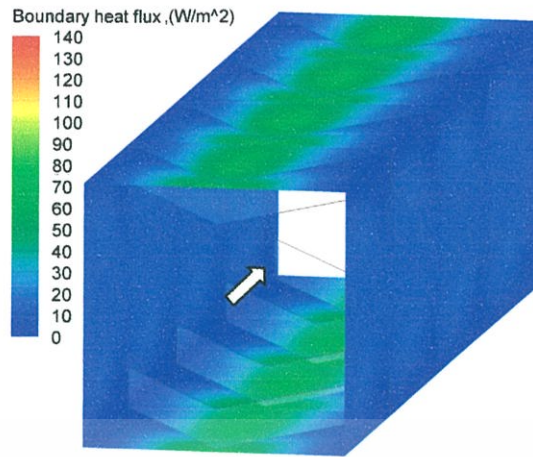
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



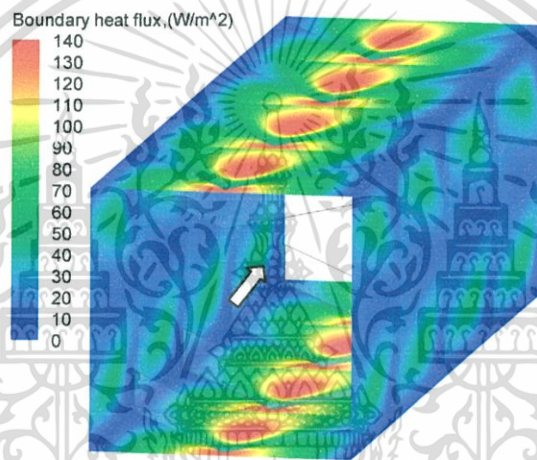
**รูปที่ 7.50** ภาพสามมิติเส้นกระแสการไหลของกรณีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวน

กระแสการไหลที่  $\alpha = 30^\circ$ ,  $BR = 0.15$

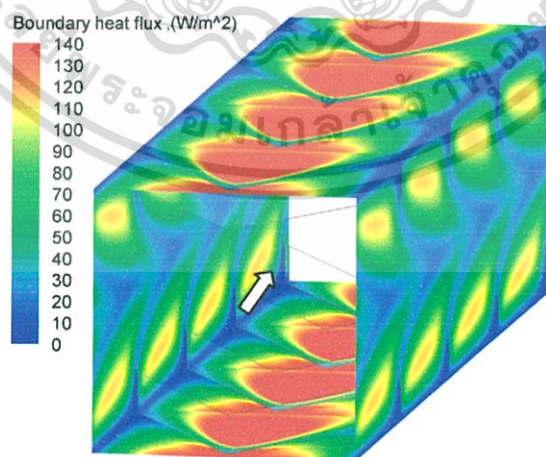
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



Re = 100



Re = 200

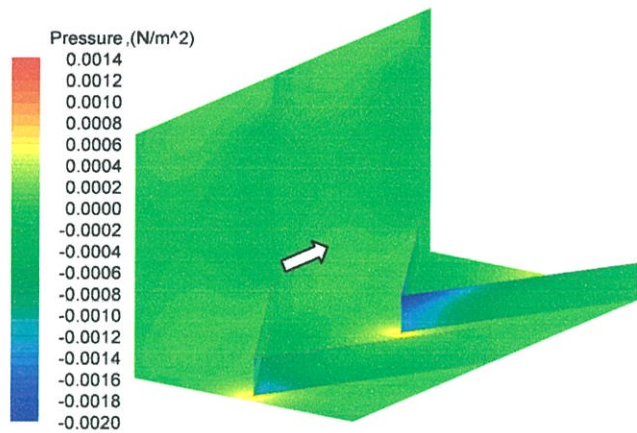


Re = 500

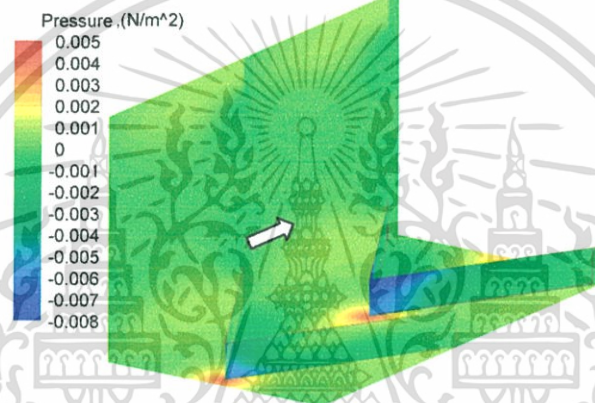
รูปที่ 7.51 พลั๊กซ์ความร้อนที่ผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางเฉียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสนการ

ไหลที่  $\alpha = 30^\circ$ , BR = 0.15

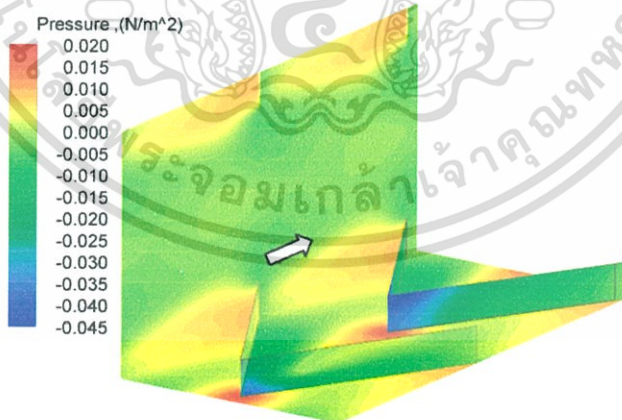
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



Re = 100



Re = 200



Re = 500

**รูปที่ 7.52** การกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นวางเฉียงรูปตัววีแบบปลายวี  
 จีทวนกระแสการไหลที่  $\alpha = 30^\circ$ , BR = 0.15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในรูปที่ 7.51 แสดงการกระจายของค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลที่  $\alpha = 30^\circ$ ,  $BR = 0.15$  โดยพิจารณาอิทธิพลจากการเปลี่ยนแปลงค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่  $Re = 100$ ,  $Re = 200$  และ  $Re = 500$  พบว่าเมื่อค่า  $Re$  เพิ่มขึ้นฟลักซ์ความร้อนที่ผนังท่อจะมีค่าเพิ่มขึ้นตาม ซึ่งที่  $Re = 500$  จะให้ค่าฟลักซ์ความร้อนสูงที่สุด ตามด้วย  $Re = 200$  และ  $Re = 100$  เนื่องจากที่  $Re = 500$  จะมีกระแสการหมุนควงเป็นเกลียวที่มีความปั่นป่วนมากกว่าและการตกกระทบที่ผนังมีความรุนแรงมากกว่ากรณี  $Re = 200$  และ  $Re = 100$  ตามลำดับ จึงทำให้เกิดการถ่ายเทความร้อนดียิ่งขึ้น

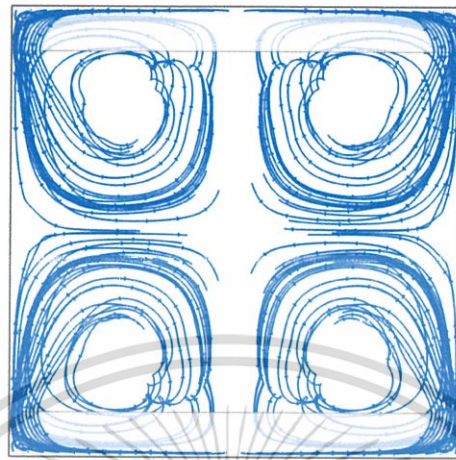
ในรูปที่ 7.52 แสดงการกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดแผ่นกั้นวางเอียงที่รูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลที่  $\alpha = 30^\circ$ ,  $BR = 0.15$  จากการเปลี่ยนแปลงค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่  $Re = 100$ ,  $Re = 500$  และ  $Re = 1000$  เมื่อพิจารณาด้านทางเข้าของกระแสการไหลเป็นด้านหน้า พบว่าที่บริเวณด้านหน้าปลายแหลมของแผ่นกั้นตัววีจะมีความดันสูงและที่บริเวณด้านหลังของปลายแหลมจะมีความดันต่ำ และยังพบว่าพบว่าเมื่อค่า  $Re$  เพิ่มขึ้นค่าความแตกต่างของความดันก็เพิ่มขึ้นด้วย

#### 7.4.2.2 อิทธิพลของค่าอัตราส่วนการบดอัด(Blockage Ratio, BR)

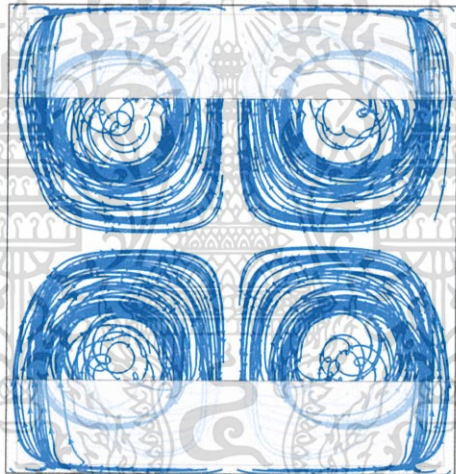
พิจารณารูปที่ 7.53 แสดงเส้นกระแสการไหลภายในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหล อิทธิพลจากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนการบดอัดที่ค่า  $BR = 0.10$ ,  $0.20$  และ  $BR = 0.30$  และเลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 1000 โดยเส้นกระแสไหลเข้าไปในทิศทางแกน  $+x$  (พุ่งเข้าหากระดาด) พบว่าทุกค่าอัตราส่วนการบดอัดจะเกิดกระแสการไหลที่หมุนควงแบ่งออกเป็นสี่ลูกคือที่ผนังด้านบนและด้านล่างอย่างละสองลูก โดยกระแสหมุนด้านล่างทั้งสองลูกจะมีลักษณะการหมุนควงทิศทางสวนกันแล้วตกกระทบที่ผนังด้านล่าง เช่นกันกระแสหมุนด้านบนทั้งสองลูกจะมีลักษณะการหมุนควงทิศทางสวนกันแล้วตกกระทบที่ผนังด้านบน ผลจากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนการบดอัด พบว่าเมื่อค่า  $BR$  มากขึ้นกระแสหมุนควงจะมีความปั่นป่วนมากขึ้นและการตกกระทบที่ผนังด้านบนและด้านล่างมีความรุนแรงมากขึ้น และยังพบอีกว่าระยะทางในการไปตกกระทบที่ผนังด้านบนและด้านล่างสั้นลง(ดังรูปที่ 7.54) สามารถสังเกตได้ว่าที่  $BR = 0.30$  จะมีกระแสการหมุนควงที่ปั่นป่วนมากกว่าและระยะทางในการตกกระทบสั้นกว่าที่  $BR = 0.20$  และ  $BR = 0.10$  ตามลำดับ ดังนั้นพฤติกรรมการไหลนี้ทำให้เพิ่มการถ่ายเทความร้อนที่ดียิ่งขึ้น

ในรูปที่ 7.55 แสดงการกระจายของฟลักซ์ความร้อนที่ผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหล จากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนการบดอัดที่  $BR = 0.10$ ,  $0.20$  และ  $BR = 0.30$  และเลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 1000 พบว่าเมื่อค่า  $BR$  เพิ่มขึ้นค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผนังท่อจะมีค่าเพิ่มขึ้นตาม ซึ่งแผ่นกั้นที่  $BR = 0.30$  จะให้ค่าฟลักซ์ความร้อนสูงที่สุด ตามด้วยกรณี  $BR = 0.20$  และ  $BR = 0.10$  เนื่องจากที่  $BR = 0.30$  จะมีกระแสการหมุนควงที่มีความ

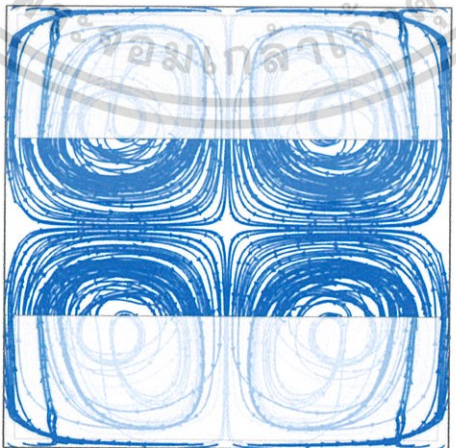
ปั่นป่วนและการตกกระทบที่ผนังด้านบนและด้านล่างมีความรุนแรงมากกว่ากรณี  $BR = 0.20$  และ  $BR = 0.10$  ตามลำดับ จึงทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนความร้อนยิ่งมีประสิทธิผลยิ่งขึ้น



$BR = 0.10$



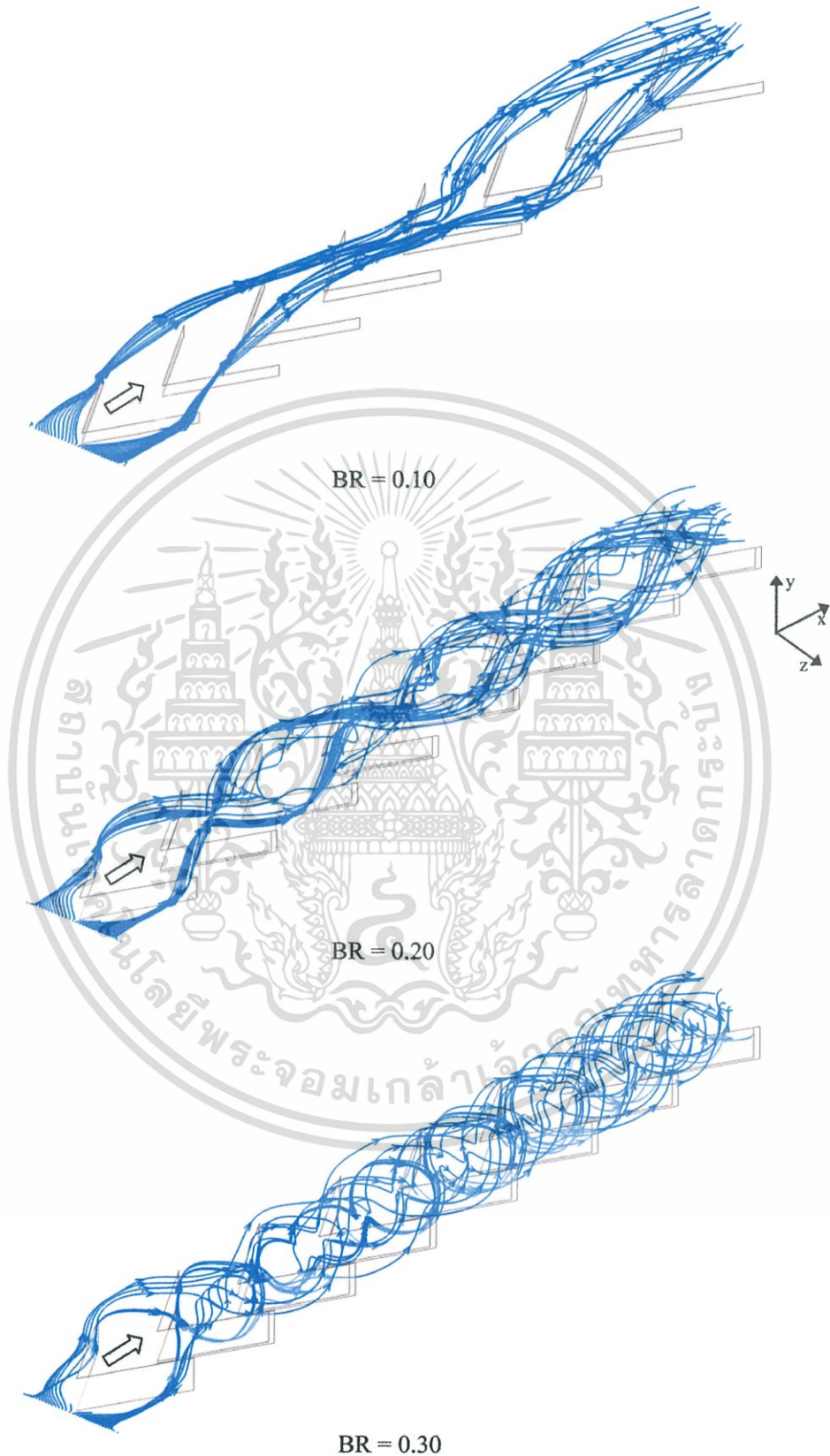
$BR = 0.20$



$BR = 0.30$

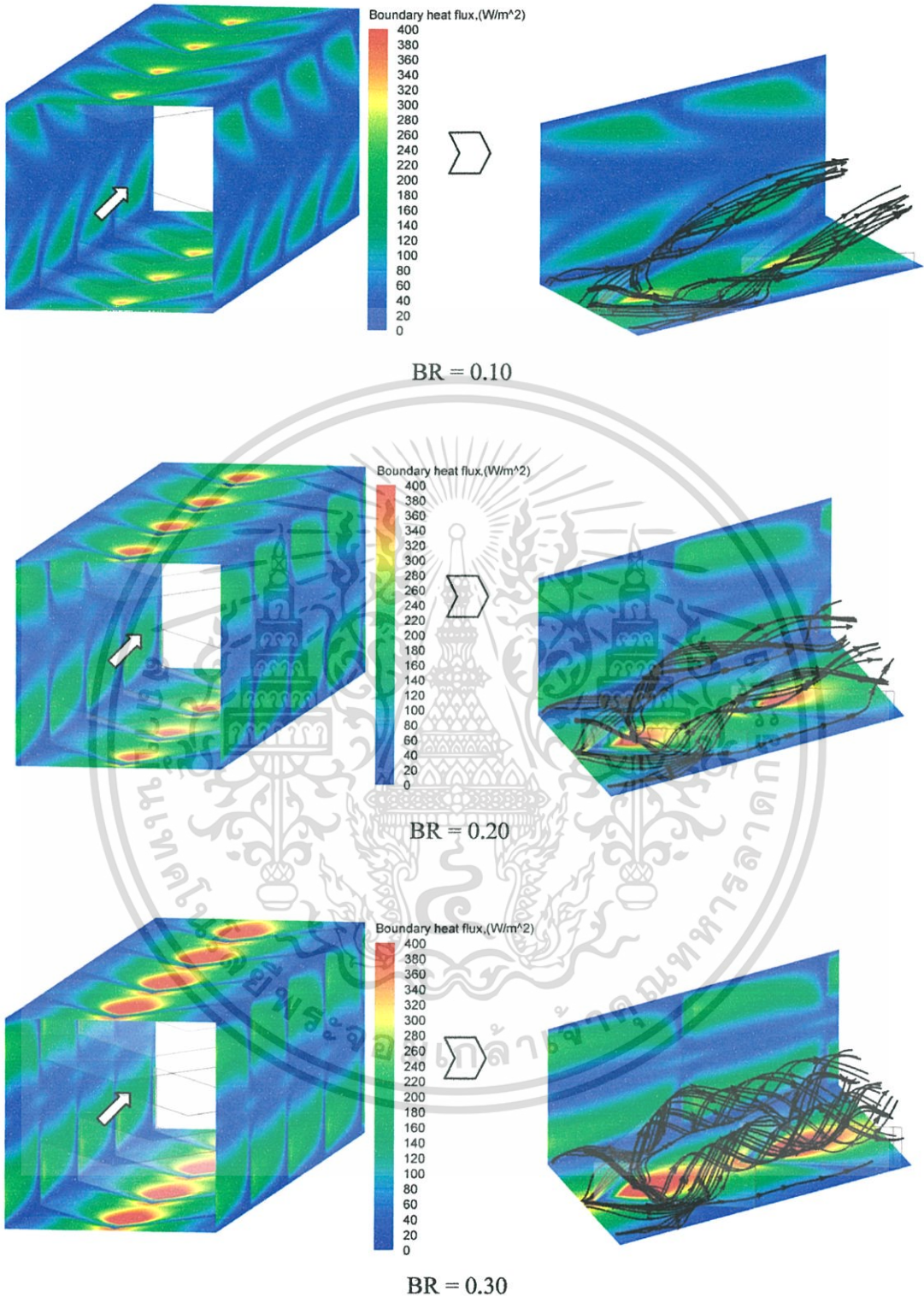
**รูปที่ 7.53** ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลในท่อกรณีติดแผ่นกั้นรูปตัววีแบบปลายวีซี่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



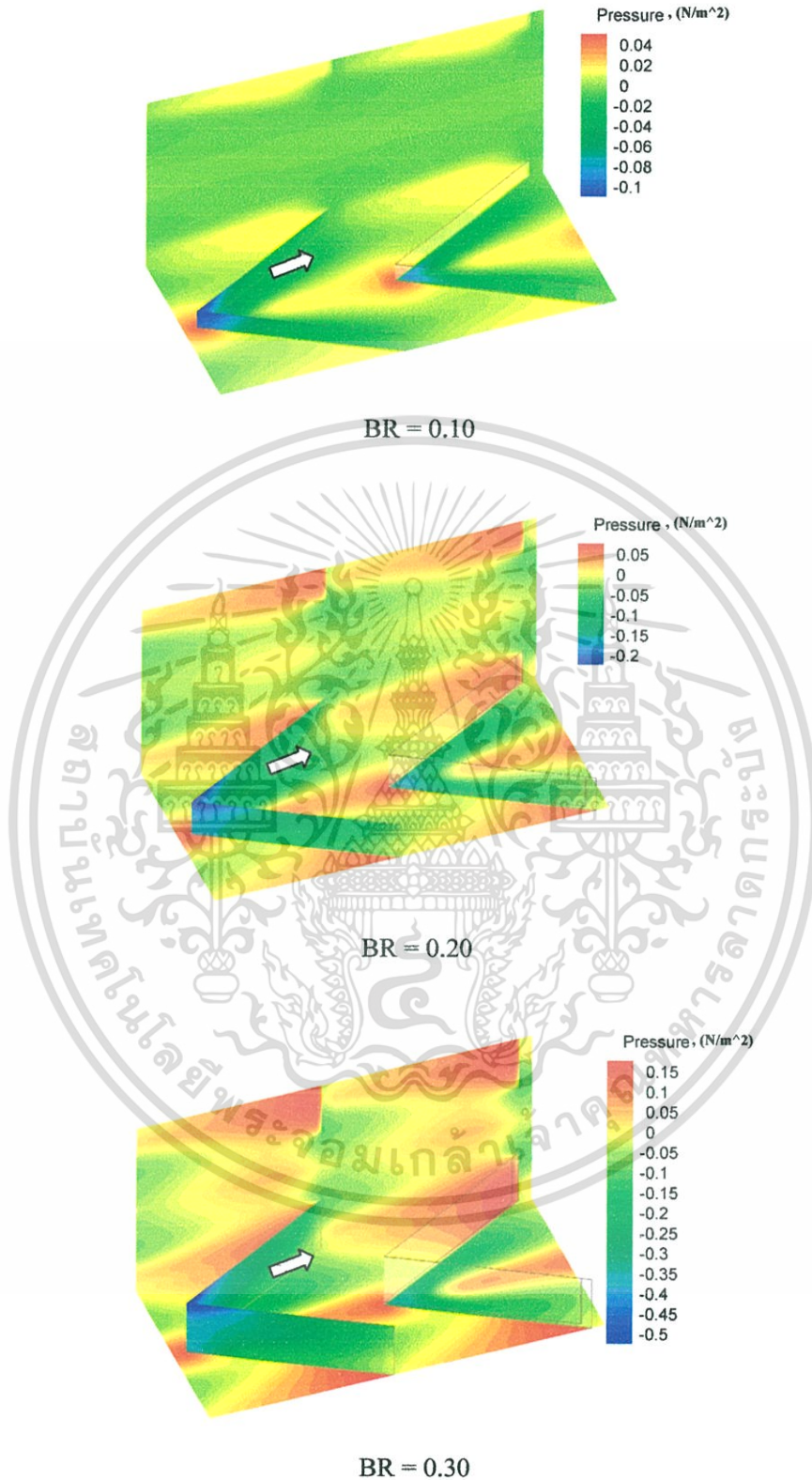
**รูปที่ 7.54** ภาพสามมิติเส้นกระแสการไหลในท่อกรณีคิดแผ่นกั้นรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.55 ฟลักซ์ความร้อนที่ผนังทอกรณิตติคณ์รูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

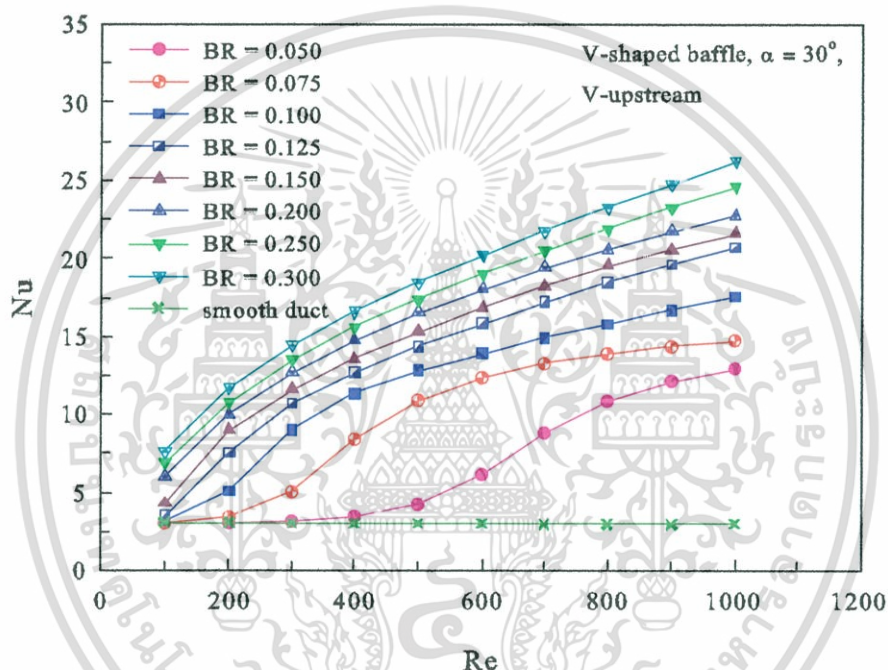


รูปที่ 7.56 การกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวน

#### กระแสน้ำไหล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในรูปที่ 7.56 แสดงการกระจายความดันที่แผ่นกันและผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกันรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหล จากการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนการบล็อกที่  $BR = 0.10, 0.20$  และ  $BR = 0.30$  และเลขเรย์โนลด์ส์เท่ากับ 1000 พบว่าบริเวณด้านหน้าแขนตัววีและปลายวีจะมีความดันสูงกว่าบริเวณอื่นๆ ส่วนบริเวณปลายวีและด้านหลังปลายวีจะมีความดันต่ำเมื่อค่า  $BR$  เพิ่มขึ้นความแตกต่างของความดันที่แผ่นกันและผนังท่อจะมีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งแผ่นกันที่  $BR = 0.30$  จะให้ค่าความแตกต่างของความดันสูงที่สุด ตามด้วยกรณี  $BR = 0.20$  และ  $BR = 0.10$  เนื่องจากที่  $BR = 0.30$  จะมีการขวางทางของกระแสการไหลมากกว่ากรณี  $BR = 0.20$  และ  $BR = 0.10$  ตามลำดับ จึงส่งผลให้เกิดความเสียดทานมากขึ้น

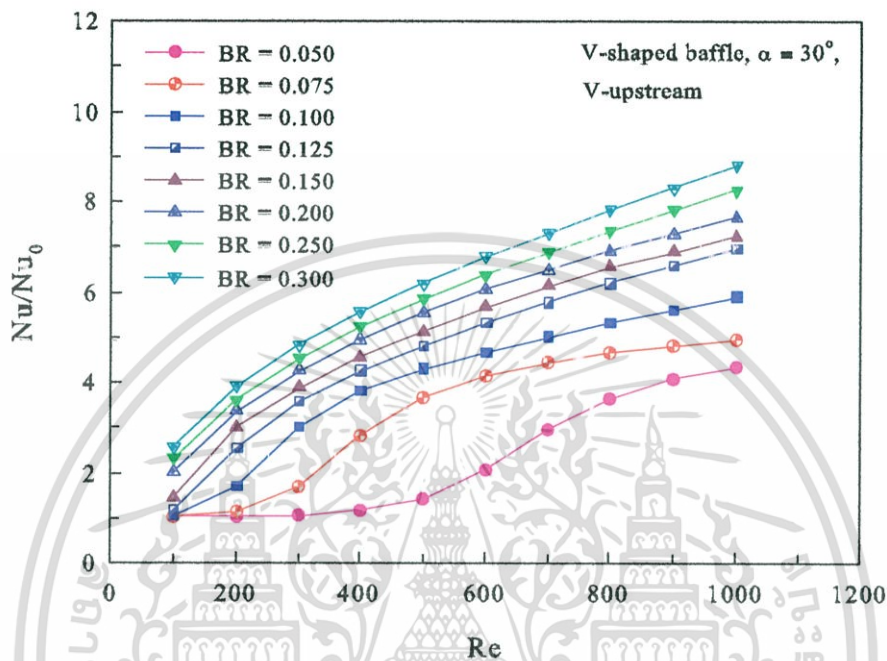


รูปที่ 7.57 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขนัสเซลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ที่อัตราส่วนการบล็อกต่างๆ

พิจารณารูปที่ 7.57 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเลขนัสเซลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกันวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลทำมุมปะทะ  $30^\circ$  ที่อัตราส่วนการบล็อก,  $BR = 0.050, 0.075, 0.100, 0.125, 0.150, 0.200, 0.250$  และ  $BR = 0.300$  ตามลำดับ พบว่าในช่วงเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ในการจำลอง ค่าเลขนัสเซลท์มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตามค่าเรย์โนลด์ส์ที่เพิ่มขึ้น ในกรณี  $BR = 0.300$  ให้ค่าเลขนัสเซลท์สูงที่สุดของทุกเรย์โนลด์ส์ที่พิจารณาตามลำดับ โดยกรณี  $BR = 0.250, 0.200, 0.150, 0.125, 0.100, 0.075$  และ  $BR = 0.050$  ตามลำดับ และยังพบว่ากรณีท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบให้ค่าเลขนัสเซลท์ต่ำสุด

ในรูปที่ 7.58 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซลท์ซึ่งพิจารณาเลขนัสเซลท์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกันวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลทำมุมปะทะ  $30^\circ$  ต่อเลขนัสเซลท์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบกับเลขเรย์โนลด์ส์ จากการจำลองพบว่าทุกกรณีมีค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์เพิ่มขึ้นตามเลขเรย์โนลด์ส์ โดยกรณี  $BR = 0.300$  จะให้ค่าอัตราส่วน

เลขนัสเซิลท์สูงที่สุดในช่วงค่าเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ซึ่งมีค่าเท่ากับ 8.80 เท่าของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ ตามด้วยกรณี  $BR = 0.250, 0.200, 0.150, 0.125, 0.100, 0.075$  และ  $BR = 0.050$  ตามลำดับ โดยให้ค่าเลขนัสเซิลท์สูงกว่าท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบเท่ากับ 8.27, 7.65, 7.25, 6.97, 5.90, 4.95 และ 4.35 เท่าซึ่งให้ค่าเลขนัสเซิลท์ต่ำสุด



รูปที่ 7.58 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซิลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ที่ค่าอัตราส่วนการบล็อกต่างๆ

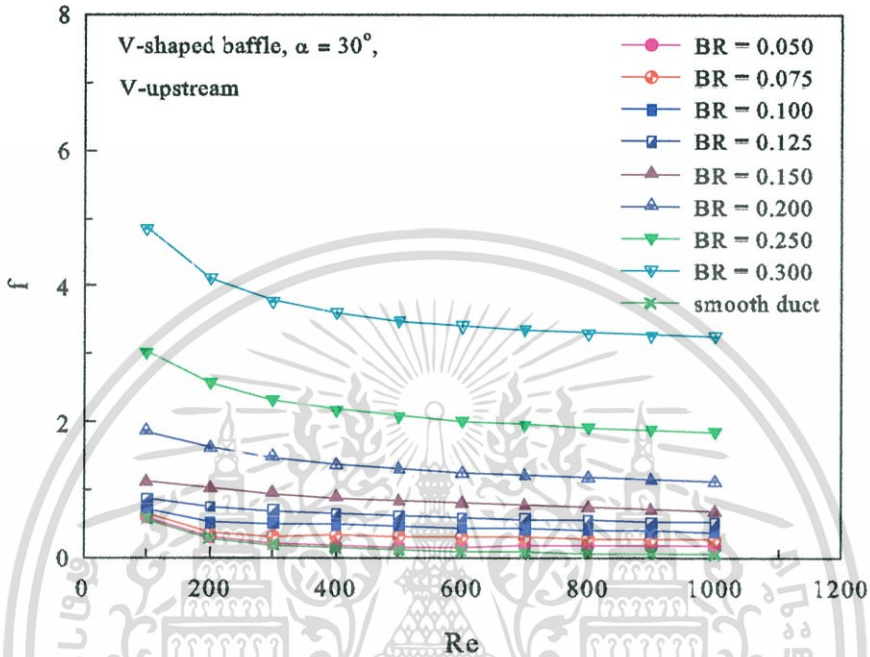
ในรูปที่ 7.59 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลทำมุมปะทะ  $30^\circ$  ที่ค่าอัตราส่วนการบล็อก,  $BR = 0.050, 0.075, 0.100, 0.125, 0.150, 0.200, 0.250$  และ  $BR = 0.300$  ตามลำดับ พบว่าเมื่อเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นตัวประกอบเสียดทานจะมีค่าลดลง ทุกค่าเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ในการจำลองกรณี  $BR = 0.300$  ซึ่งมีอัตราส่วนการบล็อกมากกว่ากรณีอื่น ๆ ในอัตราส่วนการบล็อกที่พิจารณาให้ค่าตัวประกอบเสียดทานมากที่สุด ตามด้วยกรณี  $BR = 0.250, 0.200, 0.150, 0.125, 0.100, 0.075$  และ  $BR = 0.050$  ตามลำดับ ส่วนกรณีท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบมีตัวประกอบเสียดทานน้อยที่สุด

ในรูปที่ 7.60 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลทำมุมปะทะ  $30^\circ$  ต่อตัวประกอบเสียดทานของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบกับเลขเรย์โนลด์ส์ ที่ค่าอัตราส่วนการบล็อก,  $BR = 0.050, 0.075, 0.100, 0.125, 0.150, 0.200, 0.250$  และ  $BR = 0.300$  ตามลำดับ ผลจาก

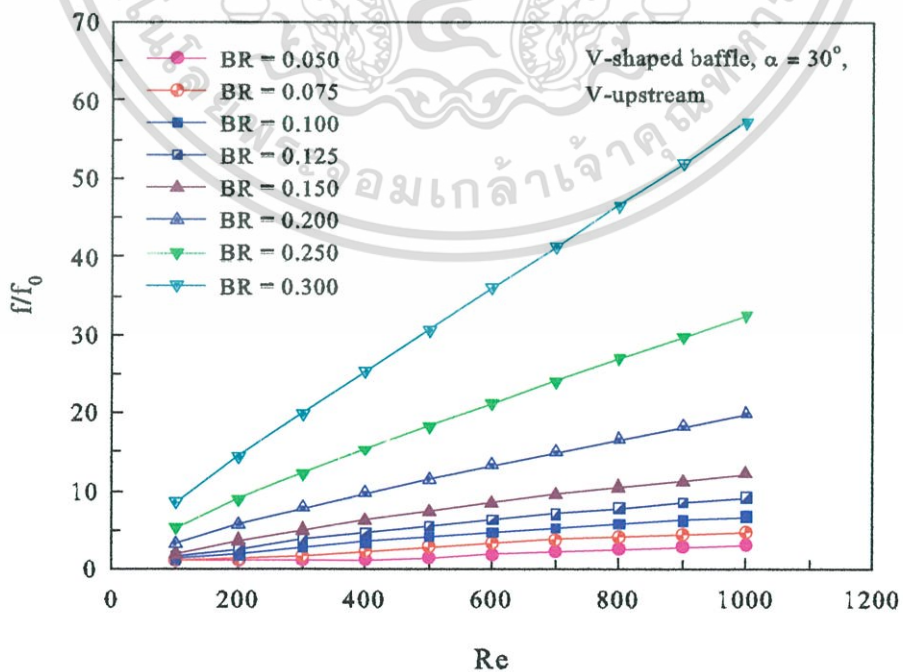
การจำลองพบว่าเมื่อเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น ในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ กรณี  $BR = 0.300$  ให้ค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อย่างรวดเร็วตามค่าเลขเรย์โนลด์ส์ซึ่งมีค่าตัวประกอบเสียดทานสูงที่สุดเท่ากับ 57.26 เท่าของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ ตามด้วยกรณี BR = 0.250, 0.200, 0.150, 0.125, 0.100, 0.075 และ BR = 0.050 ตามลำดับ โดยให้ค่าตัวประกอบเสียดทานสูงกว่าท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ 32.53, 19.82, 12.20, 9.16, 6.73, 4.74 และ 3.11 เท่า ตามลำดับ



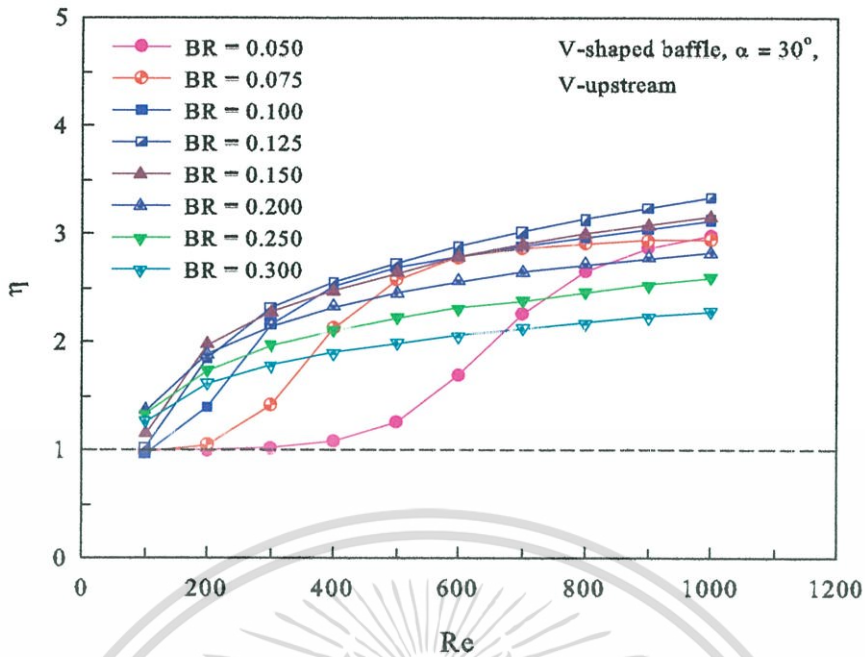
รูปที่ 7.59 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ที่ค่าอัตราส่วนการบล็อกต่างๆ



รูปที่ 7.60 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ที่ค่าอัตราส่วนการบล็อกต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า การบล็อกต่างๆ

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.61 ความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์ที่ค่าอัตราส่วนการ บล๊อคต่างๆ

ในรูปที่ 7.61 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์ของการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลที่มุมปะทะ  $30^\circ$  ที่  $BR = 0.050, 0.075, 0.100, 0.125, 0.150, 0.200, 0.250$  และ  $BR = 0.300$  ตามลำดับ พบว่าในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ในการจำลอง ค่าสมรรถนะเชิงความร้อน,  $\eta$  จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้น โดยกรณี  $BR = 0.125$  ให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนสูงที่สุดเท่ากับ 3.33 ตามด้วยกรณี  $BR = 0.150, 0.100, 0.050, 0.075, 0.200, 0.250$  และ  $BR = 0.300$  ซึ่งให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนเท่ากับ 3.15, 3.12, 2.98, 2.95, 2.83, 2.59 และ 2.28 ตามลำดับ

## 7.5 การเปรียบเทียบลักษณะการจัดวางของแผ่นกั้น

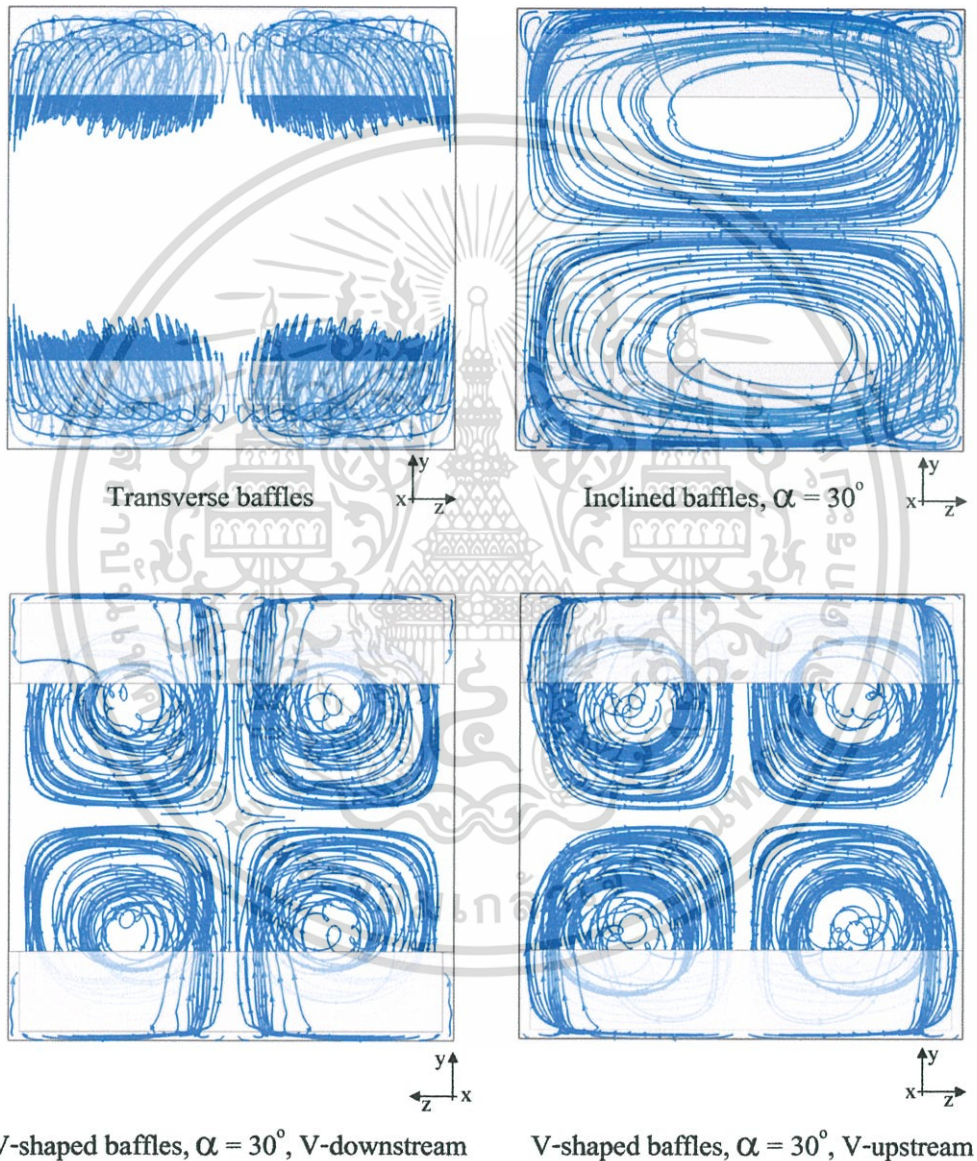
ในหัวข้อนี้เราจะแสดงการเปรียบเทียบลักษณะการจัดวางของแผ่นกั้นแบบต่างๆ ซึ่งประกอบด้วย แผ่นกั้นวางขวาง, แผ่นกั้นวางเอียงมุมปะทะ  $30^\circ$ , แผ่นกั้นรูปตัววีมุมปะทะ  $30^\circ$  กรณีปลายวีชี้ตามกระแสการไหล และกรณีปลายวีชี้ทวนกระแสการไหล ตามลำดับ

### 7.5.1 โครงสร้างการไหล

พิจารณารูปที่ 7.62 และ 7.63 แสดงเส้นกระแสการไหลภายในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางขวาง แผ่นกั้นวางเอียง และแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามและชี้ทวนกระแสการไหลที่  $BR = 0.20, Re = 1000$  โดยเส้นกระแสไหลเข้าไปในทิศทางพุ่งเข้าหากระดาด

พบว่าในกรณีของแผ่นกั้นวางขวางจะเกิดการหมุนวนตามแนวขวางด้านหลังแผ่นกั้น กรณีของแผ่นกั้นเอียงจะเกิดการไหลที่หมุนควงเบี่ยงออกเป็นสองลูกซึ่งกระแสการหมุนทั้งสองลูกไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะหมุนในทิศตรงข้ามกันแล้วรวมกันไปตกกระทบบที่ผนังด้านซ้ายแล้วแยกจากกันมาตกกระทบบที่ผนังด้านบนหรือด้านล่างที่ถูกกระแสการหมุนนั้นคิด ส่วนกรณีแผ่นกั้นเอียงรูปตัววีทั้งสองแบบ จะเกิดกระแสการหมุนควงแบ่งออกเป็นสี่ลูก โดยแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหลกระแสการหมุนควงแต่ละลูกจะมีลักษณะการหมุนควงตกกระทบบที่ผนังด้านข้างแล้วควมมาตกกระทบบที่ผนังบนและล่าง ส่วนแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลกระแสการหมุนควงแต่ละลูกจะมีลักษณะการหมุนควงแล้วตกกระทบบที่ผนังด้านบนหรือด้านล่างแล้วหมุนควมมาตกที่ผนังด้านข้าง



รูปที่ 7.62 ภาพมองจากด้านหน้าเส้นกระแสการไหลในท่อกรณีติดแผ่นกั้นแบบต่างๆ

ที่  $BR = 0.20$ ,  $Re = 1000$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



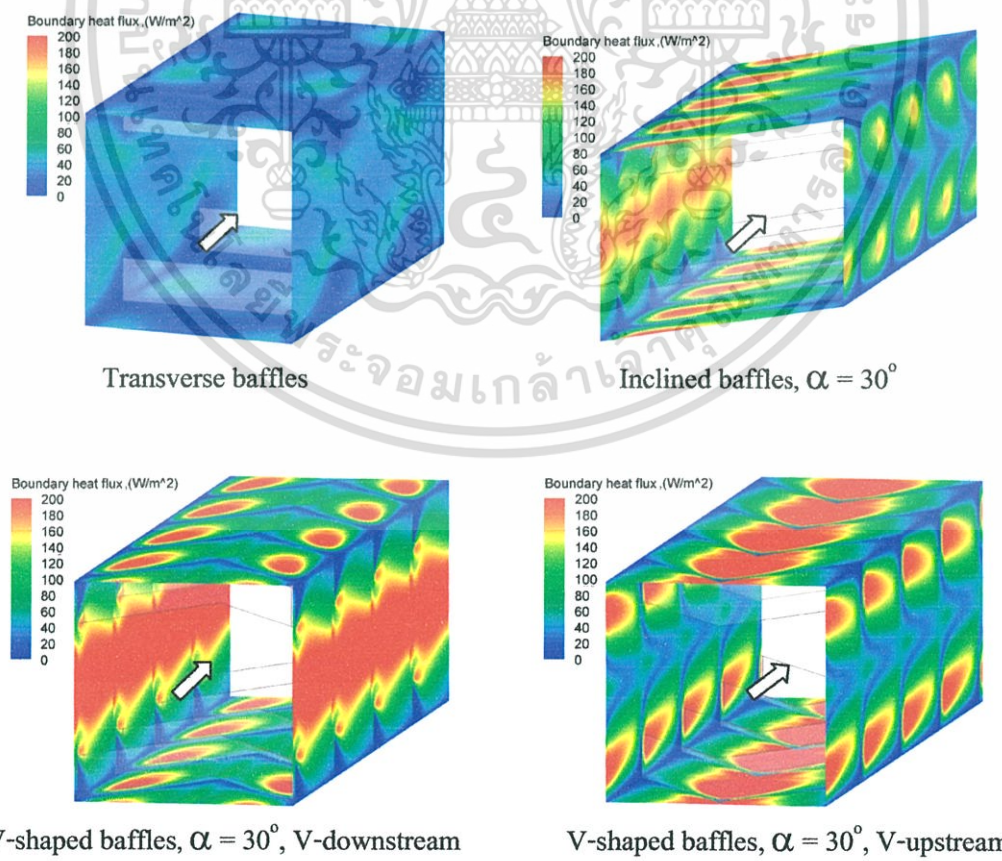
รูปที่ 7.63 ภาพสามมิติเส้นกระแสการไหลกรณีติดแผ่นกั้นแบบต่างๆที่  $BR = 0.20$ ,  $Re = 1000$  การค้า เอกสารนี้สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับใช้ในวงจำกัดเท่านั้น ไม่สามารถนำออกจำหน่ายหรือทำซ้ำโดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของลิขสิทธิ์ได้ หากต้องการข้อมูลเพิ่มเติม กรุณาติดต่อฝ่ายวิชาการ โทร. 0-21-01-5111 หรือ 0-21-01-5112

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7.5.2 การถ่ายเทความร้อน

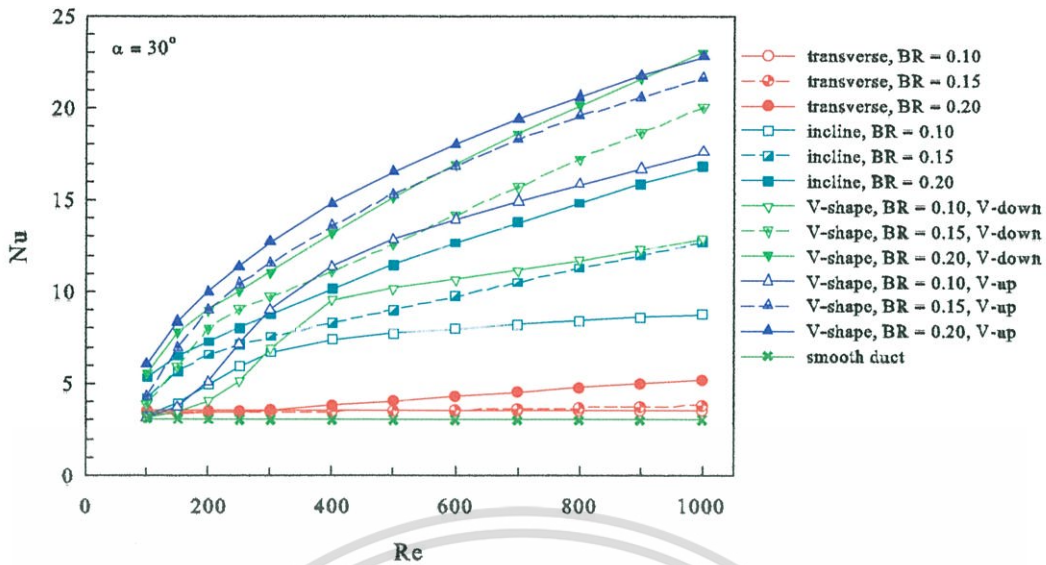
พิจารณารูปที่ 7.64 แสดงการกระจายของค่าฟลักซ์ความร้อนที่ผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางขวาง แผ่นกั้นวางเอียงมุมปะทะ  $30^\circ$  และแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามและชี้ทวนกระแสการไหลซึ่งมีมุมปะทะ  $30^\circ$  ที่  $BR = 0.20$ ,  $Re = 1000$  พบว่ากรณีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลจะมีฟลักซ์ความร้อนที่ผนังมากที่สุด ตามด้วยกรณีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหล แผ่นกั้นวางเอียง และแผ่นกั้นวางขวางตามลำดับ

ในรูปที่ 7.65 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเลขนัสเซิลท์กับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางขวาง แผ่นกั้นวางเอียงมุมปะทะ  $30^\circ$  และแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามและชี้ทวนกระแสการไหลซึ่งมีมุมปะทะ  $30^\circ$  ที่ค่าอัตราส่วนการบล็อก  $BR = 0.10$ ,  $0.15$  และ  $BR = 0.20$  ตามลำดับ พบว่าในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้ในการจำลอง ค่าเลขนัสเซิลท์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกั้นทุกกรณีมีค่าเพิ่มตามค่าเลขเรย์โนลด์ส์ ทุกอัตราส่วนการบล็อกที่ใช้กรณีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลจะให้ค่าเลขนัสเซิลท์สูงสุด ตามด้วยกรณีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหล กรณีแผ่นกั้นวางเอียง และกรณีแผ่นกั้นวางขวางซึ่งให้ค่าเลขนัสเซิลท์ต่ำสุด

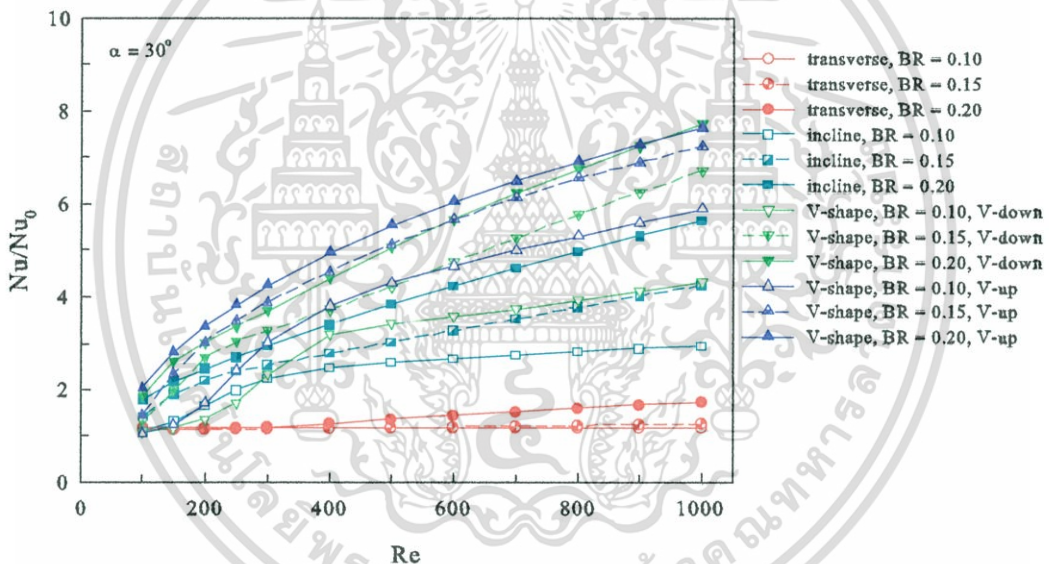


รูปที่ 7.64 ฟลักซ์ความร้อนที่ผนังท่อกรณีติดแผ่นกั้นแบบต่างๆที่  $BR = 0.20$ ,  $Re = 1000$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่ทางวิศวกรรมเครื่องกลฯ ได้จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการเรียนการสอนเท่านั้น ไม่สามารถนำเอกสารนี้ไปใช้ในการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.65 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขนัสเซลกับเลขเรย์โนลด์ส์กรณีจัดวางแผ่นกันแบบต่างๆ



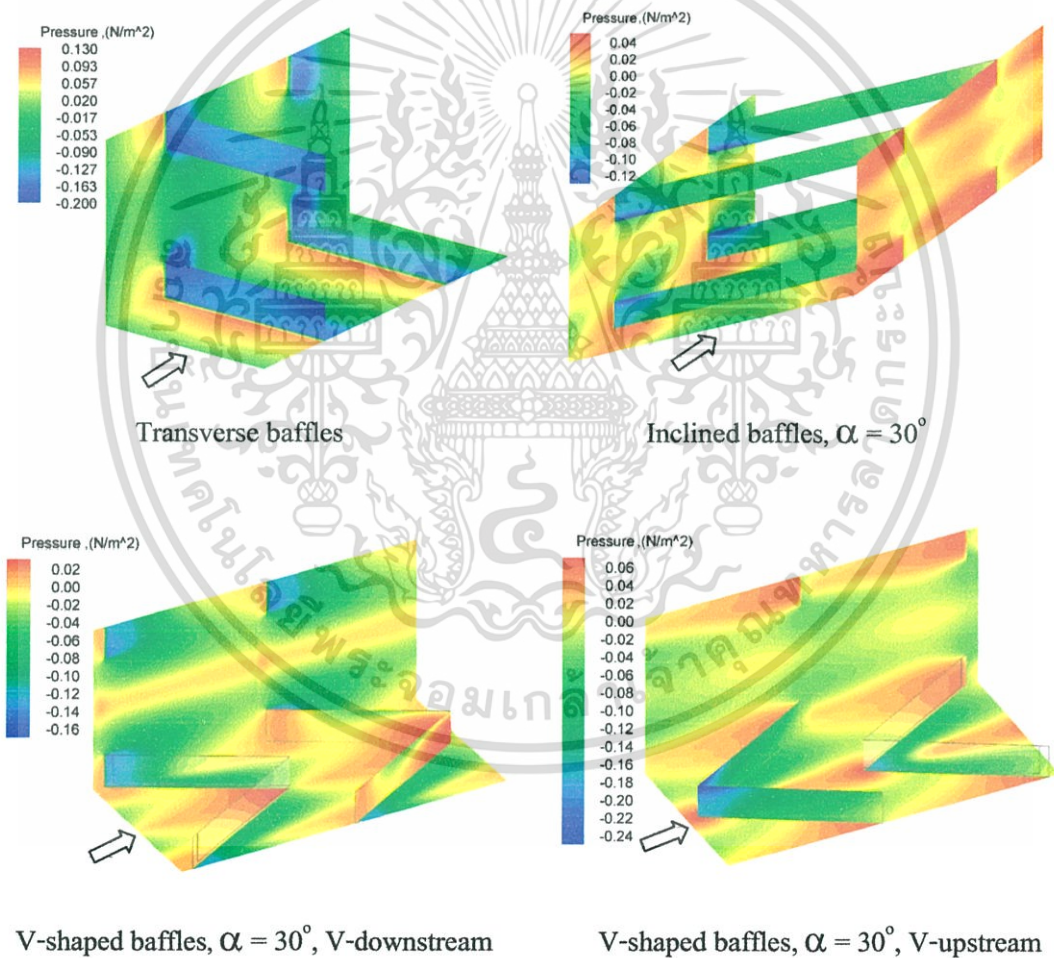
รูปที่ 7.66 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซลกับเลขเรย์โนลด์ส์กรณีจัดวางแผ่นกันแบบต่างๆ

ในรูปที่ 7.66 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนเลขนัสเซลกับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกันวางขวาง แผ่นกันวางเอียง และแผ่นกันวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามและชี้ทวนกระแสการไหล ที่ค่าอัตราส่วนการบล็อก  $BR = 0.10, 0.15$  และ  $BR = 0.20$  ตามลำดับ ผลจากการจำลองพบว่าในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์ที่ใช้สำหรับท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีแผ่นกันทุกกรณี ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลที่จะมีค่าเพิ่มขึ้นตามค่าเลขเรย์โนลด์ส์ และยังพบว่าทุกค่าเลขเรย์โนลด์ส์และทุกอัตราส่วนการบล็อกในกรณีแผ่นกันวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลให้ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลที่สูงที่สุด ตามด้วยกรณีแผ่นกันวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตาม เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กระแสการไหล กรณีแผ่นกั้นวางเอียง และกรณีแผ่นกั้นวางขวาง ตามลำดับซึ่งให้ค่าเลขนัสเซลท์ต่ำที่สุด

7.5.3 การสูญเสียความดัน

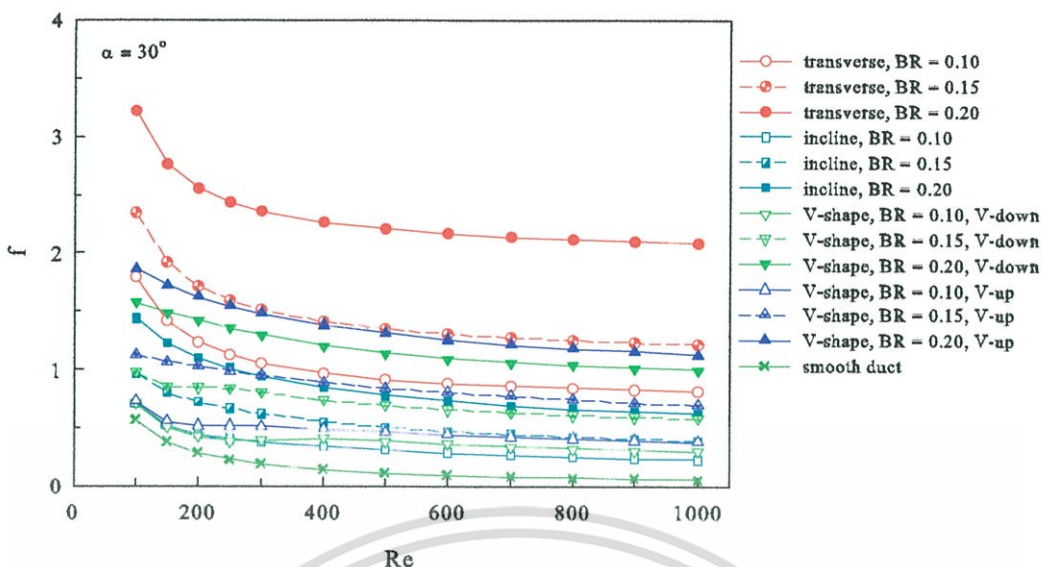
ในรูปที่ 7.67 แสดงการกระจายความดันที่แผ่นกั้นและผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางขวาง แผ่นกั้นวางเอียง และแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามและชี้ทวนกระแสการไหลที่  $BR = 0.20$ ,  $Re = 1000$  พบว่าในกรณีแผ่นกั้นวางขวางจะให้ค่าความแตกต่างของความดันมากที่สุด ตามด้วยกรณีแผ่นกั้นวางเอียงตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหล กรณีแผ่นกั้นวางเอียงตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหล และกรณีแผ่นกั้นวางเอียง ตามลำดับ ดังนั้นกรณีแผ่นกั้นวางขวางจึงให้ความเสียดทานสูงกว่ากรณีอื่นๆ



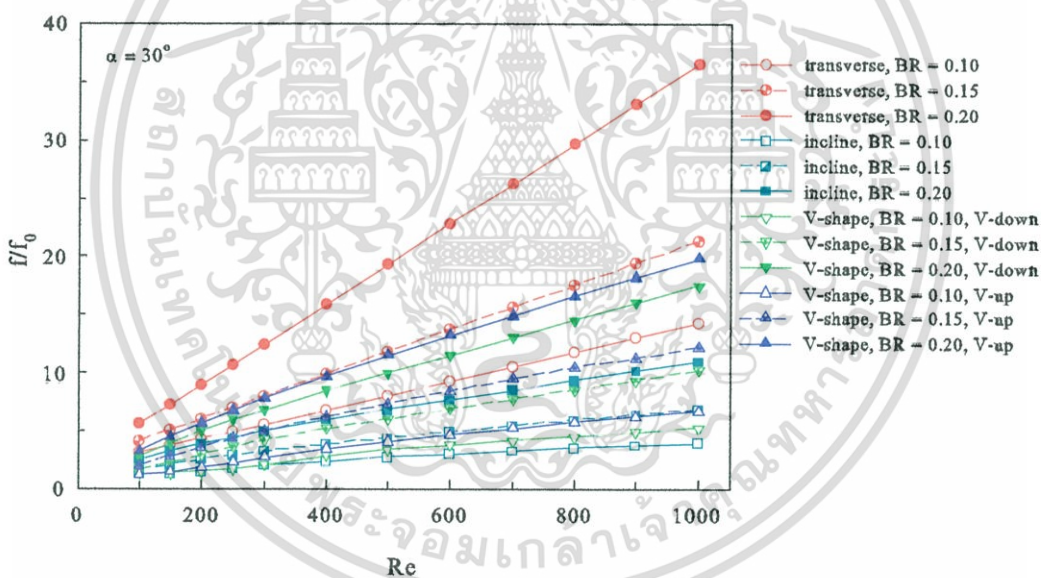
รูปที่ 7.67 การกระจายความดันที่ผนังท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นแบบต่างๆ

ที่  $BR = 0.20$ ,  $Re = 1000$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 7.68 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์กรณีจัดวางแผ่นกั้นแบบต่างๆ



รูปที่ 7.69 ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์กรณีจัดวางแผ่นกั้นแบบต่างๆ

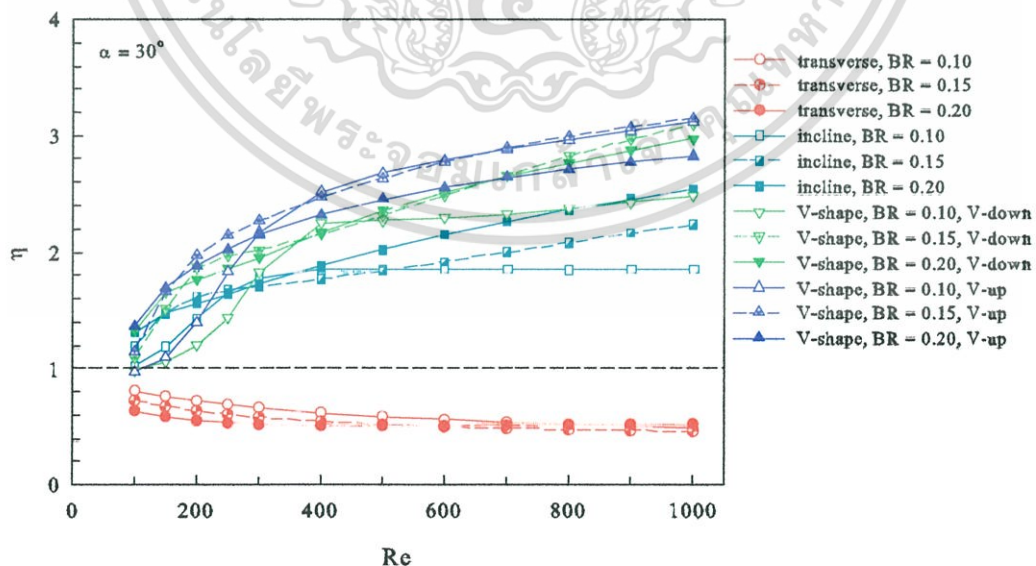
ในรูปที่ 7.68 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางขวาง วางเอียงมุมปะทะ 30° และวางเอียงรูปตัววีทั้งแบบปลายวีตามและทวนกระแสการไหลซึ่งมีมุมปะทะ 30° ที่ค่าอัตราส่วนการบล็อก BR = 0.10, 0.15 และ BR = 0.20 ตามลำดับ พบว่าทุกค่าเลขเรย์โนลด์ส์และทุกอัตราส่วนการบล็อกที่ใช้ในการจำลองกรณีแผ่นกั้นวางขวางให้ค่าตัวประกอบเสียดทานมากที่สุด ตามด้วยกรณีวางเอียงรูปตัววีแบบ

ปลายวีที่ทวนกระแสการไหล กรณีวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีที่ตามกระแสการไหล และกรณีแผ่นกั้นวางเอียง ตามลำดับ

ในรูปที่ 7.69 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานกับเลขเรย์โนลด์ส์ ผลจากการจำลองการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางขวาง วางเอียงมุมปะทะ  $30^\circ$  และวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามและชี้ทวนกระแสการไหลซึ่งทำมุมปะทะ  $30^\circ$  ที่ค่าอัตราส่วนการบดื้อ  $BR = 0.10, 0.15$  และ  $BR = 0.20$  ตามลำดับ พบว่าเมื่อเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานมีค่าเพิ่มขึ้น ทุกอัตราส่วนการบดื้อในกรณีแผ่นกั้นวางขวางให้ค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานสูงที่สุด ตามด้วยกรณีวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหล กรณีวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหล และกรณีวางเอียง ตามลำดับ

#### 7.5.4 สมรรถนะเชิงความร้อน

ในรูปที่ 7.70 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์ของการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางขวาง วางเอียงมุมปะทะ  $30^\circ$  และวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามและชี้ทวนกระแสการไหลซึ่งทำมุมปะทะ  $30^\circ$  ที่ค่าอัตราส่วนการบดื้อ  $BR = 0.10, 0.15$  และ  $BR = 0.20$  ตามลำดับ ในช่วงเรย์โนลด์ส์ที่ใช้พบว่าสมรรถนะเชิงความร้อน,  $\eta$  ของกรณีแผ่นกั้นวางเอียง และกรณีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีจะมีค่าเพิ่มตามเลขเรย์โนลด์ส์ ส่วนกรณีแผ่นกั้นวางขวางให้ค่า  $\eta$  ลดลงเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้น ท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลจะให้ค่า  $\eta$  สูงสุด ตามด้วยกรณีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหล แผ่นกั้นวางเอียง และแผ่นกั้นวางขวางตามลำดับ



รูปที่ 7.70 ความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถนะเชิงความร้อนกับเลขเรย์โนลด์ส์กรณีจัดวางแผ่นกั้นแบบต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 7.6 สรุป

จากการศึกษาการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสแต่ละกรณีศึกษา พบว่ากรณีติดแผ่นกั้นวางขวางมีความเสียหายเพิ่มขึ้นสูงมากโดยเฉพาะที่อัตราส่วนการบล็อกสูงๆ เนื่องจากเกิดการหมุนวนตามแกน  $z$  บริเวณด้านหลังแผ่นกั้น ซึ่งส่งผลให้เกิดการขวางการไหลเพิ่มมากขึ้น และการถ่ายเทความร้อนไม่ดี ส่วนกรณีแผ่นกั้นวางเอียงนั้นสามารถเพิ่มการถ่ายเทความร้อนได้ดีกว่าและสามารถลดความเสียหายได้น้อยกว่ากรณีแผ่นกั้นวางขวาง แต่กรณีแผ่นกั้นวางเอียงนี้จะเกิดการถ่ายเทความร้อนได้ดีที่บริเวณผนังด้านข้างที่มุมเอียงแผ่นกั้นกวาดเพียงด้านเดียว ส่วนกรณีแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีนั้นสามารถเพิ่มการถ่ายเทความร้อนได้ดีกว่าทั้งกรณีแผ่นกั้นวางขวางและกรณีแผ่นกั้นวางเอียง ซึ่งแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหลจะให้การถ่ายเทความร้อนดีที่ผนังด้านไม่ได้ติดแผ่นกั้น ส่วนแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลจะให้การถ่ายเทความร้อนดีที่ผนังด้านติดแผ่นกั้น



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 8

# สรุปผลและข้อเสนอแนะ

### 8.1 สรุปผลการจำลอง

สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ทำการวิเคราะห์เชิงตัวเลขเพื่อศึกษาการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางขวาง แผ่นกั้นวางเอียงมุมปะทะ  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  และ  $45^\circ$  ตามลำดับ และกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามและชี้ทวนกระแสการไหลที่มุมปะทะ  $30^\circ$  โดยมีการจัดวางแผ่นกั้นที่ผนังด้านในทั้งสองด้านแบบตรงกัน ในการจำลองจะศึกษาถึงอิทธิพลเลขเรย์โนลด์ส อิทธิพลอัตราส่วนการบดอัดของการไหลผ่านแผ่นกั้น และอิทธิพลของมุมปะทะ โดยศึกษาในช่วงเลขเรย์โนลด์สจาก 100 ถึง 1000 ซึ่งจะพิจารณาค่าเลขนัสเซลท์ อัตราส่วนเลขนัสเซลท์ ตัวประกอบเสียดทาน อัตราส่วนตัวประกอบเสียดทาน และค่าสมรรถนะเชิงความร้อน ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบกับท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสเรียบ ซึ่งจากการจำลองสามารถสรุปได้ดังนี้

1. เมื่ออากาศไหลผ่านท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นแบบต่างๆ จะเกิดการไหลที่หมุนวนหรือหมุนควงขึ้นอยู่กับว่าติดแผ่นกั้นลักษณะอย่างไร ถ้าติดแผ่นกั้นวางขวางจะเกิดการหมุนวนตามแนวแกน z และถ้าติดแผ่นกั้นวางเอียงจะเกิดการหมุนวนตามแนวแกน x หรืออาจเรียกว่าการหมุนควงเป็นเกลียวนั่นเอง ซึ่งในกรณีแผ่นกั้นวางเอียงที่ผนังสองด้านนั้นจะเกิดกระแสการไหลที่หมุนควงเป็นเกลียวสองลูก ส่วนการติดแผ่นกั้นเอียงรูปตัววีที่ผนังสองด้านจะเกิดกระแสการหมุนควงเป็นเกลียวสี่ลูก การหมุนควงจะมีความปั่นป่วนและการตกกระทบที่ผนังจะรุนแรงมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับอัตราการไหล มุมปะทะ และอัตราส่วนการบดอัดการไหล จากพฤติกรรมการข้างต้นทำให้การติดแผ่นกั้นภายในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสนั้นมีความสามารถในการถ่ายเทความร้อนได้มากยิ่งขึ้น

2. ท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงจะถ่ายเทความร้อนที่ผนังท่อได้ดีเพียงด้านเดียว แต่กรณีติดแผ่นกั้นรูปตัววีจะถ่ายเทความร้อนที่ผนังท่อได้ดีสองด้าน โดยแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหลจะให้การถ่ายเทความร้อนดีที่ผนังด้านไม่ได้ติดแผ่นกั้น ส่วนแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลจะให้การถ่ายเทความร้อนดีที่ผนังด้านติดแผ่นกั้น

3. การไหลแบบลามินาร์ช่วงเลขเรย์โนลด์ส 100 ถึง 1000 ในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นแบบต่างๆ พบว่าเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์สเพิ่มขึ้นค่าเลขนัสเซลท์เพิ่มขึ้นตาม แต่ค่าตัวประกอบเสียดทานลดลงเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์สเพิ่มขึ้น

4. ในช่วงเลขเรย์โนลด์ส 100 ถึง 1000 ท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหลทำมุมปะทะ  $30^\circ$ ,  $BR = 0.300$  ให้ค่าอัตราส่วนเลขนัสเซลท์สูง เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่สุดซึ่งมีค่า 9.86 เท่าของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ และกรณีแผ่นกั้นวางขวางที่  $BR = 0.300$  ให้ค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานสูงที่สุดเท่ากับ 66.56 เท่าของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสผิวเรียบ

5. จะเห็นได้ว่าในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์ 100 ถึง 1000 ท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลจะให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อน,  $\eta$  สูงกว่าแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหล และที่เลขเรย์โนลด์ส์และอัตราส่วนการบดอัดเดียวกันแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลจะให้ค่าความเสียดทานสูงกว่าแบบปลายวีชี้ตามกระแสการไหล

6. ค่าสมรรถนะเชิงความร้อน,  $\eta$  ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงและวางเอียงรูปตัววีทุกกรณี พบว่าเมื่อค่าเลขเรย์โนลด์ส์เพิ่มขึ้นค่าสมรรถนะเชิงความร้อนก็จะเพิ่มขึ้นด้วย ในช่วงเลขเรย์โนลด์ส์จาก 100 ถึง 1000 กรณีติดแผ่นกั้นวางเอียงรูปตัววีแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลทำมุมปะทะ  $30^\circ$ ,  $BR = 0.125$  ให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนสูงที่สุดเท่ากับ 3.33

## 8.2 ข้อเสนอแนะ

ผลการวิจัยนี้แสดงให้เห็นว่าการใช้ระเบียบวิธีการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหลของการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสกรณีติดแผ่นกั้นแบบต่างๆ สามารถใช้เป็นเครื่องมือเพื่อการวิเคราะห์ผลและข้อความมั่นใจ ก่อนเข้าสู่กระบวนการออกแบบจริงได้ ซึ่งมีความสะดวกและมีค่าใช้จ่ายที่ต่ำกว่าการสร้างเครื่องทดลองเพื่อใช้ในการทดลอง สำหรับผลจากการศึกษานี้สามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการพัฒนาและออกแบบกรณีติดแผ่นกั้นสองด้านที่มีการวางแบบตรงกันภายในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้มีความเหมาะสมได้

สามารถนำไปเป็นแนวทางในการวิจัยระดับสูงต่อไป เช่น การศึกษาพฤติกรรมการถ่ายเทความร้อนภายในท่อจัตุรัสที่มีแผ่นกั้น โดยใช้แบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วนในการคำนวณสามมิติ การศึกษาอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงรูปแบบการจัดวางของแผ่นกั้นรูปแบบอื่น อัตราส่วนระยะพิชซ์ของแผ่นกั้นต่อความสูงของท่อ เป็นต้น

ในการทำการจำลองนั้นผลที่ได้ไม่สามารถทราบล่วงหน้าได้ ดังนั้นในการทำวิจัยสำหรับการจำลองควรที่จะปรับเปลี่ยนค่าต่างๆ อย่างละเอียด อย่างมีระบบ มีแบบแผน จะทำให้ได้ค่าการถ่ายเทความร้อนที่ดีที่สุดเหมาะสมกับลักษณะงานที่ใช้ที่สุดได้

จากพฤติกรรมการไหลของกรณีติดแผ่นกั้นรูปตัววีโดยเฉพาะแบบปลายวีชี้ทวนกระแสการไหลสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับเครื่องให้ความร้อนอากาศโดยรับพลังงานจากแสงอาทิตย์ (Solar air heater) ได้ เพราะสามารถถ่ายเทความร้อนได้ดีที่ผนังด้านที่ติดแผ่นกั้น

## บรรณานุกรม

- [1] จารุวัตร เจริญสุข. **พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ**. ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล. คณะวิศวกรรมศาสตร์. สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- [2] พงษ์เจต พรหมวงศ์. 2542. **การถ่ายเทความร้อน**. ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล. คณะวิศวกรรมศาสตร์. สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. หน้า 167-252.
- [3] วีระชาติ นวรุ่งเรือง. 2546. **การวิเคราะห์อิทธิพลลักษณะรูปทรงของครีบบระบายความร้อนแบบเกล็ดที่มีผลต่อประสิทธิภาพการถ่ายโอนความร้อน**. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต. ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล. บัณฑิตวิทยาลัย. สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ. หน้า 33-53.
- [4] Anderson, J. D., et al. 1992. **Introduction to computation fluid dynamics**. Edited by Wendt, John F. New York : Springer-Verlag.
- [5] Berner, C., F. Durst, and D.M. McEligot. 1984. **Flow around baffles**, Trans. ASME J. Heat Transfer Vol. 106, pp. 743-749.
- [6] Chapra, Steven C. and Canale, Raymond P. 1988. **Numerical methods for engineers**. Singapore : McGraw-Hill.
- [7] Chung, T. J. 2002. **Computational fluid dynamics**. Cambridge : Cambridge University Press.
- [8] Chandra, P.R., C.R. Alexander, and J.C. Han. 2003. **Heat transfer and friction behaviour in rectangular channels with varying number of ribbed walls**. Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 46, pp. 481-495.
- [9] Ferziger, J. H., and Peric, M. 1999. **Computation methods for fluid dynamics**. 2<sup>nd</sup> ed. Germany : Springer-Verlag Berlin Heidelberg,
- [10] Han, J.C., Y.M. Zhang, and C.P. Lee. 1991. **Augmented heat transfer in square channels with parallel, crossed and V-shaped angled ribs**. ASME J. Heat Transfer Vol. 113, pp. 590-596.
- [11] Han, J.C., and Y.M. Zhang. 1992. **High performance heat transfer ducts with parallel broken and V-shaped broken ribs**. Int. J. Heat Mass Transfer Vol. 35, pp. 513-523.
- [12] Incropera, Frank P. and David P. Dewitt. 1996. **Fundamentals of Heat and Mass Transfer**. John Wiley & Sons, New York, pp. 419-461.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [13] Liou, T.M., and J.J. Hwang. 1992. **Turbulent heat transfers augmentation and friction in periodic fully developed channel flows.** ASME J. Heat Transfer Vol. 114, pp. 56-64.
- [14] Liou, T.M., and J.J. Hwang. 1993. **Effect of ridge shapes on turbulent heat transfer and friction in a rectangular channel.** Int. J. Heat Mass Transfer Vol. 36, pp. 931-940.
- [15] Metzger, D.E., C.S. Fan, and Y. Yu. 1990. **Effects of Rib Angle and orientation on Local Heat Transfer in a square channels it angled Roughness Ribs.** In: R.K. Shah, A.D. Kraus, D.E. Metzger, Compact Heat Exchangers, Hemisphere, Washington.
- [16] Murata, A., and S. Mochizuki. 2001. **Comparison between laminar and turbulent heat transfer in a stationary square duct with transverse or angled rib turbulators.** Int. J. Heat Mass Transfer Vol. 44, pp. 1127-1141.
- [17] Mousavi, S.S., and K. Hooman. 2006. **Heat and fluid flow in entrance region of a channel with staggered baffles.** Energy Convers. Manag. Vol. 47, pp. 2011-2019.
- [18] Patankar, S.V., C.H. Liu, and E.M. Sparrow. 1977. **Fully developed flow and heat transfer in ducts having streamwise-periodic variations of cross-sectional area.** ASME J. Heat Transfer Vol. 99, pp. 180-186.
- [19] Patankar, S.V. 1980. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow.** McGraw-Hill, New York.
- [20] Rau, G., M. Cakan, D. Moeller, and T. Arts. 1998. **The effect of periodic ribs on the local aerodynamic and heat transfer performance of a straight cooling channel.** ASME J. Turbomachinery Vol. 120, pp. 368-375.
- [21] Sripattanapipat, S., and P. Promvonge. 2009. **Numerical analysis of laminar heat transfer in a channel with diamond-shaped baffles.** Int. Comm. Heat Mass Transfer Vol. 36, pp. 32-38.
- [22] Taslim, M.E., T. Li, and D.M. Kercher 1996. **Experimental heat transfer and friction in a channels roughened with angled, V-shaped, and discrete ribs on two opposite walls.** ASME J. Turbomachinery Vol. 118, pp.20-28.
- [23] Tanda, G. 2004. **Heat transfer in rectangular channel with transverse and V-shaped broken ribs.** Int. J. Heat Mass Transfer Vol. 47, pp. 229-243.
- [24] Versteeg, H.K. and Malalasekera W. 1995. **An introduction to computational fluid dynamics: The finite volume method.** Malaysia : Longman Scientific & Technical.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [25] Webb, B.W., and S. Ramadhyani. 1985. **Conjugate heat transfer in a channel with staggered ribs**. *Int. J. Heat Mass Transfer* Vol. 28, pp. 1679-1687.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ก-1 คุณสมบัติทางเทอร์โมไดนามิกส์ของอากาศที่ความดันบรรยากาศ

T (K)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$C_p$ (kJ/kg.K)	$\mu \times 10^7$ (N.s/m <sup>3</sup> )	$\nu$ (m <sup>2</sup> /s)	$k \times 10^6$ (W/m.K)	$\alpha \times 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)	Pr
อากาศ							
100	3.25562	1.032	71.1	2.0	9.34	2.54	0.786
150	2.3364	1.012	103.4	4.426	13.8	5.84	0.758
200	1.7458	1.007	132.5	7.59	18.1	10.3	0.737
250	1.3947	1.006	159.6	11.44	22.3	22.5	0.707
300	1.1614	1.007	184.6	15.89	26.3	22.5	0.707
350	0.990	1.009	208.2	20.92	30.0	29.9	0.700
400	0.8711	1.014	230.1	26.41	33.8	38.3	0.690
450	0.7740	1.021	250.7	32.39	37.3	47.2	0.686
500	0.6964	1.030	270.1	38.79	40.7	56.7	0.684
550	0.6329	1.040	288.4	45.57	43.9	66.7	0.683
600	0.5804	1.051	305.8	52.69	46.9	76.9	0.685
650	0.5356	1.063	322.5	60.21	49.7	87.3	0.690
700	0.4975	1.075	338.8	68.10	52.4	98.0	0.695
750	0.4643	1.087	354.6	76.37	54.9	109	0.702
800	0.4354	1.099	369.8	84.93	57.3	120	0.709
850	0.4097	1.110	384.3	93.80	59.6	131	0.716
900	0.3868	1.121	398.1	102.9	62.0	143	0.720
950	0.3666	1.131	441.3	112.2	64.3	155	0.723
1000	0.3482	1.141	424.4	121.9	67.7	168	0.726
1100	0.3166	1.159	449.0	141.8	71.5	195	0.728
1200	0.2902	1.175	473.0	162.9	76.3	224	0.728

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การถ่ายภาพผลงาน  
การประชุมด้านความรับผิดชอบต่อสังคม

การจัดประชุมวิชาการ การถ่ายภาพผลงานความรับผิดชอบต่อสังคม  
ในอุปกรณ์ด้านความร้อน (ครั้งที่ 8)

จัดทำโดย ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

วันที่ 12-13 มีนาคม 2552  
ณ. โพธิ์วัดล รีสอร์ท แอนด์ สปา เชียงราย

เจ้าคุณทหารลาดพร้าว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การประชุมวิชาการเรื่อง การถ่ายเทพลังงานความร้อนและมวลในอุปกรณ์ด้านความร้อน (ครั้งที่ 8)  
วันที่ 12-13 มีนาคม 2552 โรงแรมโพธิ์ราชมงคล รีสอร์ท แอนด์ สปา จังหวัดเชียงราย

## การวิเคราะห์เชิงตัวเลขของการถ่ายเทความร้อนแบบลามินาร์ในท่อ สี่เหลี่ยมจัตุรัสด้วยครีบนำตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัสวางเอียง NUMERICAL ANALYSIS OF LAMINAR HEAT TRANSFER IN A SQUARE DUCT WITH INCLINED SQUARE RIBS

สมบัติ ทำนา

สุตาภัทร แคว้นเขาเม็ง

พงษ์เจต พรหมวงศ์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร

ลาดกระบัง เขตลาดกระบัง กรุงเทพฯ 10520

โทร 0-2326-4197 โทรสาร 0-2326-4198

\*E-mail: kpongje@kmitl.ac.th

**บทคัดย่อ** การวิเคราะห์เชิงตัวเลขสำหรับการไหลแบบลามินาร์และการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสในแนวอนสามมิติโดยอุณหภูมิมผนังที่คงที่และใช้ครีบนำตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัส การคำนวณใช้วิธีปริมาตรสืบเนื่องและแผนผังแบบ SIMPLE ได้นำเสนอคุณลักษณะการถ่ายเทความร้อนและการไหลของของไหลสำหรับเลขเรย์โนลด์บนพื้นฐานเส้นผ่านศูนย์กลางไฮดรอลิกของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส ช่วงจาก  $Re = 100$  ถึง  $800$  และได้ศึกษาผลของครีบนำตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัสวางเอียงต่อการถ่ายเทความร้อนและการสูญเสียความดันในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส ผลลัพธ์ที่ได้จากครีบนำตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัสวางเอียงทำมุมปะทะ  $45^\circ$  นำไปเปรียบเทียบกับครีบนำตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัสวางขวาง พบว่าครีบนำตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัสวางเอียงดีกว่าครีบนำตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัสวางขวางในทุกค่าของเลขเรย์โนลด์ การเพิ่มขึ้นของสัดส่วนการบล็อก (BR) ทำให้ค่าเลขนัสเซลท์และตัวประกอบเสียดทานเพิ่มขึ้น ผลลัพธ์จากการคำนวณแสดงให้เห็นว่าสมรรถนะเชิงความร้อนเหมาะสมที่ครีบนำตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัส BR = 0.3 วางเอียงทำมุมปะทะ  $45^\circ$  และยังพบว่าสมรรถนะเชิงความร้อนของครีบนำตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัสวางเอียงสูงกว่าครีบนำตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัสวางขวางในทุกค่าของเลขเรย์โนลด์ที่ใช้

**ABSTRACT** Laminar periodic flow and heat transfer in a three dimensional square duct with isothermal walls and with inline square ribs is investigated numerically. The computations based on the finite volume method, and the SIMPLE algorithm has been implemented. The fluid flow and heat transfer characteristics are presented for Reynolds numbers based on the hydraulic diameter of the square duct ranging from 100 to 800. Effects of inclined square ribs on heat transfer and pressure loss in the duct are studied and their results of the inclined ribs of  $45^\circ$  attack angle are also compared with those of the transverse ribs. It is found that the inclined rib performs better than the transverse rib for all Reynolds number values. The increase of the blockage ratio, BR leads to an increase in the Nusselt number and friction factor. The computational results reveal that optimum thermal performance is seen at the blockage ratio of 0.3 for the inclined rib with the attack angle of  $45^\circ$ . The thermal performance of the inclined ribs is found to be higher than that of the transverse ribs for all Reynolds numbers used.

### 1. บทนำ

การเพิ่มอัตราการถ่ายเทความร้อนในท่อผิวเรียบวิธีที่ได้ผลดีมากที่สุดอย่างหนึ่งคือการติดครีบบนผนังภายในท่อ ทำให้ส่งผลต่อการเพิ่มสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน ซึ่งวิธีการเพิ่มการถ่ายเทความร้อนนี้ได้มีการนำมาประยุกต์ใช้ทางด้านวิศวกรรม เช่น เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบกระแทกครีต เครื่องทำอากาศเย็นจากแผงรับแสงอาทิตย์ และแผงระบายความร้อนอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ ซึ่งที่ผ่านมาได้มีผู้ที่

ศึกษาเรื่องที่เกี่ยวข้องกับ Patankar และคณะ [1] ทำการคำนวณคุณลักษณะการไหลและการถ่ายเทความร้อนในท่อ โดยอาศัยหลักการคิดลักษณะการไหลเป็นคาบในการไหลที่มีการพัฒนาเต็มที่

#### รายการสัญลักษณ์

BR สัดส่วนการบล็อก,  $b/H$

$b$  ความสูงของครีบ,  $m$

$D_h$  เส้นผ่านศูนย์กลางไฮดรอลิกของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส ( $=H$ ) ใช้

f	ตัวประกอบเสียดทาน
H	ความสูงของท่อ, m
$h_x$	สัมประสิทธิ์การพาความร้อนเฉพาะที่, $W/m^2-K$
k	ค่าการนำความร้อน, $W/m-K$
L	ความยาวคาบของส่วนทดสอบ (หรือระยะพิทช์, H), m
Nu	เลขนัสเซลท์
p	ความดันสถิตย, Pa
Pr	เลขพรันเทิล
Re	เลขเรย์โนลด์ ( $\rho u D_h / \mu$ )
T	อุณหภูมิ, K
$u_i$	ความเร็วในทิศทาง $x_i$ , m/s
$\bar{u}$	ความเร็วเฉลี่ยในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส, m/s
<b>ตัวอักษรกรีก</b>	
$\mu$	ความหนืดสมบูรณ์, kg/s-m
$\Gamma$	สภาพการแพร่ทางความร้อน
$\alpha$	มุมปะทะ, องศา
$\eta$	สมรรถนะเชิงความร้อน
$\rho$	ความหนาแน่น, $kg/m^3$
<b>ตัวห้อย</b>	
ave	เฉลี่ย
in	ทางเข้า
0	ท่อเรียบ
w	ผนัง

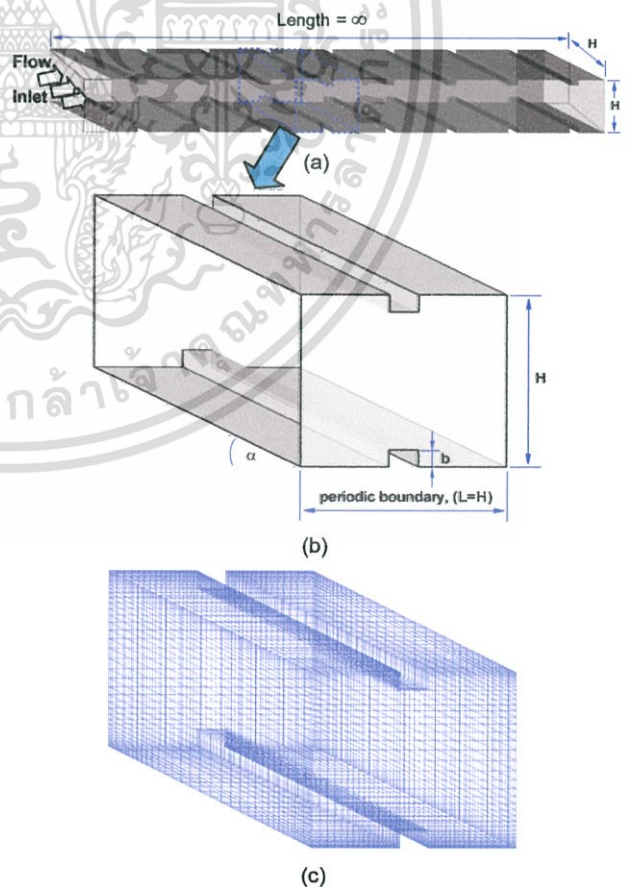
นำเสนอการถ่ายเทความร้อนที่เพิ่มขึ้นในท่อจัตุรัสด้วยครีบริบทั้งหมด 7 รูปทรงของครีบริบที่วางเว้นช่วง พบว่าครีบริบรูปตัววีวางเว้นช่วงมุม  $60^\circ$  ให้การถ่ายเทความร้อนที่สูงกว่าท่อผิวเรียบ 4.5 เท่า และดีกว่าครีบริบวางต่อเนื่อง การทดลองทั้งหมดได้ติดครีบริบที่ผนังสองด้านและค่าความสูงครีบริบต่อความสูงท่อมีค่า 0.0625 และระยะพิทช์ต่อความสูงครีบริบที่ค่า 10 Liou และ Hwang [7,8] ได้ทำการทดลองครีบริบสี่เหลี่ยมจัตุรัส ครีบริบสามเหลี่ยม และครีบริบครึ่งวงกลม พบว่าครีบริบสี่เหลี่ยมจัตุรัสให้สมรรถนะการถ่ายเทความร้อนดีที่สุดในครีบริบทั้งหมดที่ทดลอง

ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอการคำนวณเชิงตัวเลขสำหรับการไหลแบบลามินาร์ 3 มิติ โดยพิจารณาลักษณะการไหลเป็นคาบ ในท่อจัตุรัสที่ติดครีบริบหน้าตัดจัตุรัสวางเอียงและวางขวางที่ผนังด้านในท่อสองด้าน โดยศึกษาถึงผลของสัดส่วนการลัดคอของครีบริบและมุมปะทะ ที่มีอิทธิพลต่อสมรรถนะการเพิ่มการถ่ายเทความร้อน

## 2. โครงร่างการไหลและพื้นฐานทางคณิตศาสตร์

### 2.1 รูปทรงของครีบริบ

ระบบที่ให้ความสนใจเป็นท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสติดครีบริบหน้าตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัสภายในท่อสองด้าน คือที่ผนังด้านบนและด้านล่างของท่อในแนวตรงกัน ซึ่งครีบริบที่ติดนั้นระยะพิทช์ของครีบริบมีค่าคงที่เท่ากับ H วางเอียงทำมุมปะทะ  $\alpha = 45^\circ$  และ ครีบริบวางขวาง ( $\alpha = 90^\circ$ ) ความสูงของครีบริบมีค่า  $b = 0.1H, 0.2H$  และ  $0.3H$  ตามลำดับ ความสูงของท่อหน้าตัดจัตุรัสที่ใช้ในการจำลองนี้มีค่า  $H = 0.05$  m และสมมติให้ยาวมาก ดังแสดงในรูปที่ 1 ซึ่งพิจารณาการไหลเป็นแบบ periodic



รูปที่ 1 (a) รูปทรงของท่อและครีบริบ, (b) โดเมนที่ใช้ในการคำนวณโดยวิธีการไหลแบบ periodic และ (c) ตาข่ายสี่เหลี่ยมแบบไม่สม่ำเสมอ

Berner และคณะ [2] แนะนำพฤติกรรมการไหลแบบลามินาร์ในช่องขนานที่ติดแผ่นกัน พบว่าที่เลขเรย์โนลด์ต่ำกว่า 600 และจะไม่เกิด vortex shedding Webb และ Ramadhyan [3] คำนวณเชิงตัวเลขของลักษณะการไหลและการถ่ายเทความร้อนในช่องขนานผิวเรียบที่ติดแผ่นกันแนวเอียงกัน โดยใช้เงื่อนไขพื้นฐานลักษณะการไหลเป็นคาบในการไหลที่มีการพัฒนาเต็มทีของ Patankar และคณะ [1] Sripattanapipat และ Promvong [4] วิเคราะห์เชิงตัวเลขการถ่ายเทความร้อนแบบลามินาร์ 2 มิติในช่องขนานที่ติดแผ่นกันรูปเพชรที่ผนังบนและล่างแนวเอียง โดยคิดลักษณะการไหลเป็นคาบ โดยใช้เงื่อนไขอุณหภูมิที่ผนังคงที่ เลขเรย์โนลด์ที่ใช้ช่วง 100-600 พบว่าเมื่อลดมุมที่ยอดรูปเพชรจะทำให้ค่าเลขนัสเซลท์และตัวประกอบเสียดทานเพิ่มขึ้น และยังพบว่าทุกค่าเลขเรย์โนลด์ที่ใช้มุมยอดเพชรที่  $5^\circ$  และ  $10^\circ$  ให้ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนสูงกว่ามุมยอดเพชรที่  $0^\circ$  (แผ่นกันแบน) Han และคณะ [5] ศึกษาเชิงทดลองการถ่ายเทความร้อนในท่อจัตุรัสที่ติดครีบริบผนังสองด้านโดยใช้รูปทรงครีบริบแตกต่างกัน 9 แบบ และแต่ละรูปทรงจะพิจารณาที่ค่า ระยะพิทช์ต่อความสูงครีบริบเท่ากับ 10 และ ความสูงครีบริบต่อความสูงท่อเท่ากับ 0.0625 ผลลัพธ์ของการถ่ายเทความร้อนเฉลี่ยและตัวประกอบเสียดทานพบว่าครีบริบทำมุมและครีบริบรูปตัววีให้การถ่ายเทความร้อนที่เพิ่มขึ้นสูงกว่าครีบริบวางต่อเนื่อง และยังพบว่าที่มุม  $60^\circ$  ให้การถ่ายเทความร้อนและตัวประกอบเสียดทานสูงสุดในจำนวนครีบริบที่วางเอียง Han และ Zhang [6]

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2 พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

การพัฒนาแบบจำลองเชิงตัวเลขสำหรับการไหลของของไหล และการถ่ายเทความร้อนในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส โดยมีสมมติฐานดังต่อไปนี้

- การไหลของของไหลและการถ่ายเทความร้อนเป็นแบบคงตัว 3 มิติ
- การไหลเป็นแบบลามินาร์และอัดตัวไม่ได้
- คุณสมบัติของของไหลคงที่
- ไม่คำนึงแรงวัตถุและการสูญเสียเนื่องจากความหนืด
- ไม่คำนึงการแผ่รังสีความร้อน

จากสมมติฐานข้างต้น สำหรับการไหลในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส สมการควบคุมประกอบไปด้วยสมการความต่อเนื่อง สมการนาวิเยร์-สโตก และสมการพลังงาน สามารถเขียนในรูปเทนเซอร์ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนดังนี้

สมการความต่อเนื่อง:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \tag{1}$$

สมการโมเมนตัม:

$$\frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \tag{2}$$

สมการพลังงาน:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i T) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \tag{3}$$

เมื่อ  $\Gamma$  คือการแพร่ทางความร้อน กำหนดโดย

$$\Gamma = \frac{\mu}{Pr} \tag{4}$$

สมการควบคุมทั้งหมดจะถูก discretize โดยใช้แบบแผนวิธีผลต่างครอตราคิค(Quadratic upstream interpolation for convective kinetics differencing scheme, QUICK) แล้วทำการคำนวณหาผลเฉลยตามระเบียบวิธีปริมาตรสืบเนื่อง [9] โดยแผนผังวิธีแบบ SIMPLE (Semi-implicit method for pressure-linked equations) ในการสุ่มเข้าหาคำตอบจะพิจารณาที่ความแตกต่างของค่าการแปรเปลี่ยนน้อยกว่า  $10^{-5}$  ของทุกตัวแปร

ในงานวิจัยนี้ มีตัวแปรที่ให้ความสนใจอยู่ 4 ตัวแปร คือ เลขเรย์โนลด์ ตัวประกอบเสียดทาน เลขนัสเซลท์ และ สมรรถนะเชิงความร้อน ซึ่งค่าเลขเรย์โนลด์นิยามโดย

$$Re = \rho \bar{u} D_h / \mu \tag{5}$$

ตัวประกอบเสียดทาน,  $f$  คำนวณได้จากความดันตกคร่อม,  $\Delta p$  ตลอดช่วงความยาว periodic ของท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัส,  $L$

$$f = \frac{(\Delta p / L) D_h}{(1/2) \rho \bar{u}^2} \tag{6}$$

การถ่ายเทความร้อนคำนวณหาจากค่าเลขนัสเซลท์เฉพาะที่ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น

$$Nu_x = \frac{h_x D_h}{k} \tag{7}$$

ค่าเลขนัสเซลท์เฉลี่ยสามารถคำนวณได้จาก

$$Nu = \frac{1}{L} \int Nu_x dx \tag{8}$$

สมรรถนะเชิงความร้อน,  $\eta$

$$\eta = (Nu / Nu_0) / (f / f_0)^{1/3} \tag{9}$$

เมื่อ  $Nu_0$  และ  $f_0$  คือ เลขนัสเซลท์และตัวประกอบเสียดทานของท่อผิวเรียบตามลำดับ

สำหรับการไหลในท่อจัตุรัสนี้ โดเมนที่ใช้ในการคำนวณหาผลเฉลยเป็นเอลิเมนต์รูปทรงสี่เหลี่ยมและแบ่งกริดแบบไม่สม่ำเสมอ (Non-uniform grid) การหาผลกระทบบของกริดที่มีผลต่อคำตอบ ได้ทำการเปรียบเทียบผลเฉลยโดยใช้จำนวนของกริดที่แตกต่างกันคือที่ 50,000 และ 100,000 พบว่าเมื่อขนาดเพิ่มขึ้นเป็น 100,000 ค่าเลขนัสเซลท์เปลี่ยนแปลงน้อยกว่า 1.5% ดังนั้นจึงเลือกจำนวนกริดเท่ากับ 50,000 ไปใช้ในการศึกษาอิทธิพลของค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ต่อไป

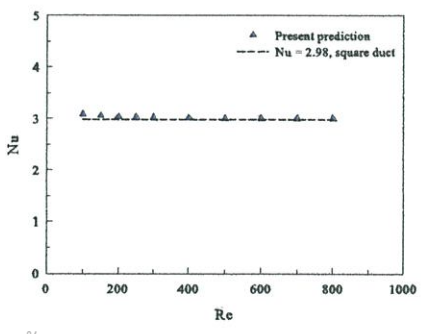
2.3 เงื่อนไขขอบ

พิจารณาทางเข้าและทางออกเป็นแบบ periodic translation สมมติอากาศที่ 300 K และมีค่าเลขพรานด์เทิล 0.7 ไหลเข้าด้วยอัตราการไหลเชิงมวลคงที่ รูปร่างความเร็วทางเข้าและทางออกเหมือนกัน สมมติคุณสมบัติทางกายภาพของอากาศมีค่าคงที่ โดยอ้างอิงที่อุณหภูมิเฉลี่ยที่ทางเข้า เงื่อนไขขอบเขตไม่มีการลื่นไถลที่ผนัง (no-slip conditions) หรือความเร็วที่ผนังมีค่าเท่ากับศูนย์ เป็นผนังที่อยู่กับที่ (stationary wall) กำหนดให้ที่ผนังทุกด้านของท่อจัตุรัสมีอุณหภูมิผิวคงที่ 310 K และโดยสมมติอุณหภูมิที่ผิวของครีบท่อกับที่ผนัง

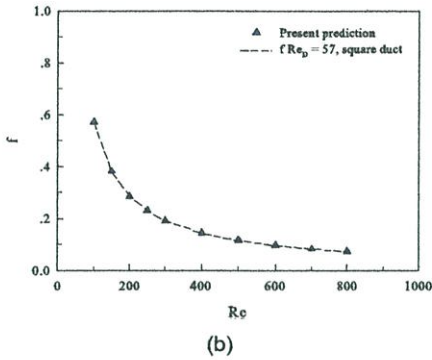
3. ผลการทดลองและการอภิปราย

3.1 การพิสูจน์ความถูกต้องของท่อจัตุรัสผิวเรียบ

ในการพิสูจน์ความถูกต้องของการถ่ายเทความร้อนและตัวประกอบเสียดทานในท่อจัตุรัสผิวเรียบที่ไม่มีครีบท โดยทำการเปรียบเทียบระหว่างค่าที่ได้จากวิธีเชิงตัวเลขและผลเฉลยแม่นยำตรงภายใต้เงื่อนไขเดียวกันนี้ ซึ่งค่าผลเฉลยแม่นยำตรงนี้สามารถเปิดดูได้ในหนังสือ[10] สำหรับรูปที่ 2a แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $Re$  กับ  $Nu$  พบว่าค่าที่ได้จากวิธีเชิงตัวเลขจะมีความคลาดเคลื่อนจากผลเฉลยแม่นยำตรงประมาณ 1.7% ส่วนรูปที่ 2b แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า  $Re$  กับ  $f$  พบว่าค่าที่ได้จากวิธีเชิงตัวเลขจะมีความคลาดเคลื่อนจากผลเฉลยแม่นยำตรงประมาณ 0.8% ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้โดยวิธีเชิงตัวเลขทั้งค่าเลขนัสเซลท์และค่าตัวประกอบเสียดทานมีความสอดคล้องกันกับผลเฉลยแม่นยำตรงอย่างดีและมีความน่าเชื่อถือได้



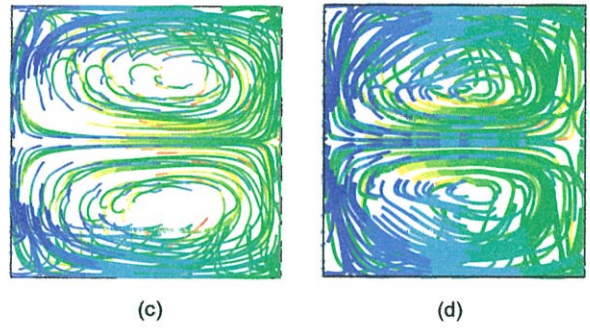
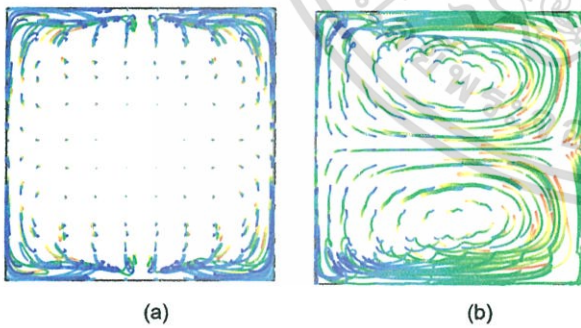
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2 การตรวจสอบความถูกต้องของ (a) เลขนัสเชลท์ (b) ตัวประกอบเสียดทานของท่อจัตุรัสผิวเรียบ

3.2 โครงสร้างการไหล

โครงสร้างของการไหลในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ติดครีบนำตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัสทำมุมปะทะ 45° ที่ค่าสัดส่วนการบล็อก, BR = 0.1, 0.2 และ 0.3 ตามลำดับ และครีบนำตัดจัตุรัสวางขวางที่ค่า BR = 0.1 สามารถอธิบายจากการพล็อตเส้นสายธารในรูปที่ 3a, b, c, และ d ซึ่งในแต่ละกรณีพิจารณาที่ค่า Re = 500 จากรูปที่ 3a แสดงเส้นสายธารของการไหลผ่านครีบบางขวาง BR = 0.1 พบว่ากระแสการไหลไม่เกิดกระแสวนหลัก แต่มีกระแสวนเกิดที่ด้านหน้าครีบล็กน้อยซึ่งเป็นบริเวณการไหลแยกตัวหน้าครีบล็ก และเกิดกระแสที่ด้านหลังครีบล็กนั้นคือบริเวณการไหลแยกตัวหลังครีบล็กซึ่งเกิดมากกว่าที่บริเวณหน้าครีบล็กส่วนการตกกระทบของไหลมีน้อยมาก รูปที่ 3b, c, d แสดงเส้นสายธารของการไหลผ่านครีบบางมุมปะทะ 45°, BR = 0.1, 0.2 และ 0.3 ตามลำดับ ทั้ง 3 กรณีนี้เกิดกระแสหลัก 2 วง และกระแสหลักทั้งสองวงนี้เกิดการเหนียวมากขึ้นเมื่อค่าสัดส่วนการบล็อกเพิ่มขึ้น ซึ่งทำให้เกิดการฉีกของไหลกระทบที่ผนังด้านข้างมากขึ้นตาม



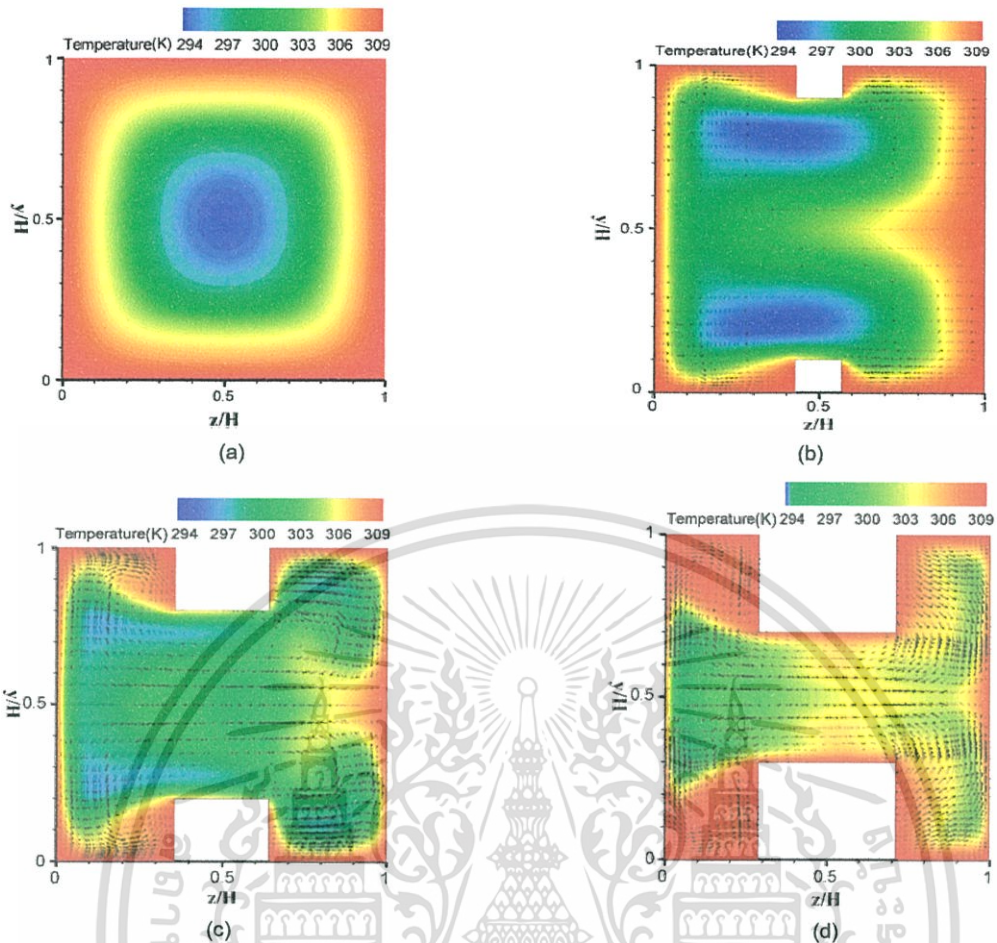
รูปที่ 3 เส้นสายธารสำหรับการไหลในท่อจัตุรัสที่ Re = 500, (a) กรณีครีบบางขวาง BR = 0.1, (b) กรณีครีบบางมุมปะทะ 45°, BR = 0.1, (c) กรณีครีบบางมุมปะทะ 45°, BR = 0.2, (d) กรณีครีบบางมุมปะทะ 45°, BR = 0.3

3.3 การถ่ายเทความร้อน

จากรูปที่ 4 แสดงคอนทัวร์ของสนามอุณหภูมิสำหรับครีบนำตัดจัตุรัสแบบต่างๆที่ค่า Re = 500 รูปที่ 4a แสดงสนามอุณหภูมิของกรณีครีบบางขวาง ซึ่งพบว่าชั้นขีดผิวของความร้อนหนาแน่นมากซึ่งทำให้เกิดการถ่ายเทความร้อนได้น้อย ส่วนรูปที่ 4b, c, และ d เป็นสนามอุณหภูมิของกรณีครีบบางมุมปะทะ 45°, BR = 0.1, 0.2 และ 0.3 ตามลำดับ ซึ่งพบว่าทั้งสามกรณีนี้เกิดชั้นขีดผิวความร้อนที่บางกว่ากรณีครีบบางขวาง ซึ่งบริเวณผนังด้านซ้ายมีชั้นขีดผิวความร้อนที่บางมากกว่าผนังด้านอื่นๆ และยังพบอีกว่าที่บริเวณด้านบนครีบล็กได้ถูกทำให้ชั้นขีดผิวของอุณหภูมิบางลงจึงเกิดการถ่ายเทความร้อนที่บริเวณนี้สูงตาม ซึ่งจากรูปที่ 4d กรณีครีบบางมุมปะทะ 45°, BR = 0.3 ให้การถ่ายเทความร้อนที่บริเวณครีบล็กสูงกว่ากรณีอื่นๆ ในทุกกรณีที่ทดสอบเพราะกรณีนี้ครีบล็กมีพื้นที่การถ่ายเทความร้อนมากกว่ากรณีอื่น

รูปที่ 5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเลขเรย์โนลด์กับอัตราส่วนเลขนัสเชลท์ของท่อจัตุรัสมีครีบล็กต่อเลขนัสเชลท์ของท่อจัตุรัสผิวเรียบ โดยมีสัดส่วนการบล็อก (BR) เป็น 0.1, 0.2 และ 0.3 ซึ่งพิจารณาช่วงเลขเรย์โนลด์ระหว่าง 100 ถึง 800 จะพบว่ากรณีครีบบางนำตัดจัตุรัสวางเอียงทำมุมปะทะ 45° มีค่าอัตราส่วนเลขนัสเชลท์เพิ่มขึ้นตามค่าเลขเรย์โนลด์ ซึ่งกรณี BR = 0.3 มีค่าอัตราส่วนเลขนัสเชลท์สูงสุด รองลงมาคือกรณี BR = 0.2 และ 0.1 ตามลำดับ แต่กรณีครีบบางนำตัดจัตุรัสวางขวางที่มีค่า BR = 0.1 ค่าเลขเรย์โนลด์ที่เพิ่มสูงขึ้นไม่มีผลต่อค่าอัตราส่วนเลขนัสเชลท์

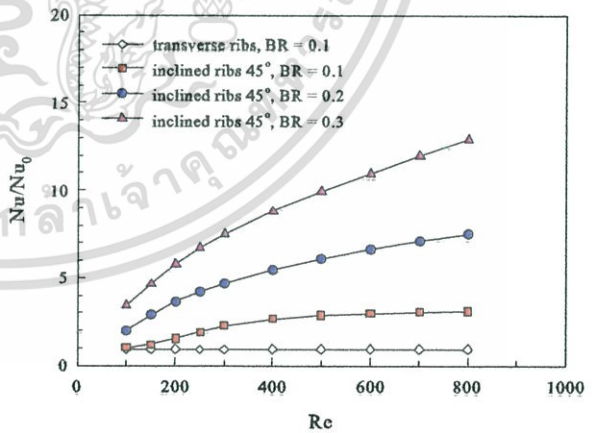
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4 ภาพตัดคอนทัวร์อุณหภูมิบนระนาบ yz ตำแหน่ง  $x/H = 1$  ของท่อจัดรีสที่ติดรีสแบบต่างๆ สำหรับ  $Re = 500$  (a) ครีบบางขวางกรณี  $BR = 0.1$  (b) กรณีครีบบ้างมุมปะทะ  $45^\circ$ ,  $BR = 0.1$ , (c) กรณีครีบบ้างมุมปะทะ  $45^\circ$ ,  $BR = 0.2$ , (d) กรณีครีบบ้างมุมปะทะ  $45^\circ$ ,  $BR = 0.3$

3.4 การสูญเสียความดัน

รูปที่ 6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเลขเรย์โนลด์กับอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานระหว่างท่อจัดรีสติดครีบต่อท่อจัดรีสผิวเรียบ,  $(f/f_0)$  ที่ค่า  $BR = 0.1, 0.2$  และ  $0.3$  ซึ่งเมื่อพิจารณาช่วงเลขเรย์โนลด์ระหว่าง 100 ถึง 800 พบว่าค่าเลขเรย์โนลด์ที่เพิ่มขึ้นมีผลทำให้อัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานเพิ่มขึ้นตาม กรณีครีบบ้างหน้าตัดจัดรีสวางเอียงทำมุมปะทะ  $45^\circ$  ที่  $BR = 0.3$  มีอัตราการเพิ่มค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานสูงมากและมีค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานสูงที่สุดเนื่องจากครีบบ้างมีความสูงมากจึงการบล็อคมก ส่วนกรณีครีบบ้างหน้าตัดจัดรีสวางเอียงทำมุมปะทะ  $45^\circ$  ที่  $BR = 0.2$  และ  $BR = 0.1$  มีอัตราการเพิ่มอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานที่น้อยกว่า  $BR = 0.3$  และกรณีครีบบ้างหน้าตัดจัดรีสวางขวาง  $BR = 0.1$  มีค่าอัตราส่วนตัวประกอบเสียดทานน้อยสุด



รูปที่ 5 การแปรเปลี่ยนค่า Nu ratio ของครีบบ้างเอียงทำมุมปะทะ  $45^\circ$  และวางขวางในท่อจัดรีส

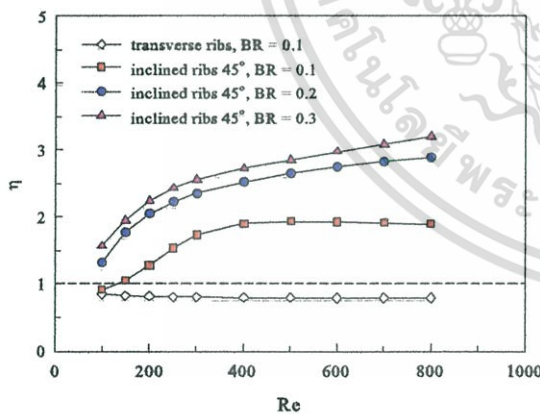
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6 การแปรเปลี่ยนค่า  $f$  ratio ของครีบริ้ววงเฉียงทำมุมปะทะ 45° และวางขวางในท่อจัตุรัส

3.5 สมรรถนะการถ่ายเทความร้อน

รูปที่ 7 แสดงความแปรเปลี่ยนค่าสมรรถนะเชิงความร้อนที่ค่าเลขเรย์โนลด์ต่างๆ ของท่อจัตุรัสติดครีบริ้วโดยมีสัดส่วนการบล็อกริบ, BR = 0.1, 0.2 และ 0.3 พบว่าค่าเลขเรย์โนลด์ที่เพิ่มสูงขึ้นมีผลต่อการเพิ่มขึ้นของสมรรถนะเชิงความร้อนในช่วงเลขเรย์โนลด์ที่พิจารณา กรณีครีบริ้วหน้าตัดจัตุรัสวงเฉียงทำมุมปะทะ 45° ที่ BR = 0.1, 0.2 และ 0.3 ช่วงค่าเลขเรย์โนลด์จาก 100 ถึง 300 ค่าสมรรถนะเชิงความร้อนจะมีอัตราการเพิ่มขึ้นที่สูง และที่ช่วงเลขเรย์โนลด์จาก 300 ถึง 800 อัตราการเพิ่มขึ้นของสมรรถนะเชิงความร้อนจะน้อย อีกทั้งพบว่าครีบริ้วหน้าตัดจัตุรัสวงเฉียงทำมุมปะทะ 45° ที่ BR = 0.3 มีค่าสมรรถนะเชิงความร้อนสูงสุด รองลงมาคือกรณี BR = 0.2 และ 0.1 ตามลำดับ และกรณีครีบริ้วหน้าตัดจัตุรัสวงขวางที่มีค่า BR = 0.1 ให้ตัวสมรรถนะเชิงความร้อนต่ำสุด



รูปที่ 7 การแปรเปลี่ยน  $\eta$  ของครีบริ้ววงเฉียงทำมุมปะทะ 45° และวางขวางในท่อจัตุรัส

4. สรุปผลการทดลอง

จากผลการทดลองข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า ท่อจัตุรัสมีครีบริ้วหน้าตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัสวงเฉียงทำมุมปะทะ 45° จะช่วยเพิ่มการถ่ายเทความร้อน 2.26 เท่า ถึง 8.26 เท่า, มีความเสียดทานเพิ่มขึ้น 2.66 เท่า ถึง 33.57 เท่า และให้ค่าสมรรถนะการถ่ายเทความร้อน 1.61 เท่า ถึง 2.56 เท่าเมื่อเปรียบเทียบกับท่อจัตุรัสผิวเรียบ และยังพบว่าครีบริ้ววงเฉียงมีการเพิ่มการถ่ายเทความร้อนสูงกว่าครีบริ้วจัตุรัสวงขวาง

สำหรับท่อจัตุรัสที่ติดครีบริ้วหน้าตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัสวงเฉียงทำมุมปะทะ 45° ที่ค่า BR = 0.3 จะมีการถ่ายเทความร้อนที่ดีที่สุด และมีประสิทธิภาพสูงที่สุด แต่อย่างไรก็ตามความเสียดทานก็มีค่าสูงมากตาม กรณีครีบริ้วหน้าตัดสี่เหลี่ยมจัตุรัสวงขวางที่ค่า BR = 0.1 จะมีการสูญเสียความดันต่ำที่สุดซึ่งมีค่าเท่ากับ 1.48 เท่าของท่อผิวเรียบและมีประสิทธิภาพที่ต่ำสุดตาม

เอกสารอ้างอิง

- [1.] S.V. Patankar, C.H. Liu, E.M. Sparrow, Fully developed flow and heat transfer in ducts having streamwise-periodic variations of cross-sectional area, ASME J. Heat Transfer 99 (1977) 180–186.
- [2.] C. Berner, F. Durst, D.M. McEligot, Flow around baffles, Trans. ASME J. Heat Transfer 106 (1984) 743–749.
- [3.] B.W. Webb, S. Ramadhyani, Conjugate heat transfer in a channel with staggered ribs, Int. J. Heat Mass Transfer 28 (1985) 1679–1687.
- [4.] S. Sripattanapit, P. Promvong, Numerical analysis of laminar heat transfer in a channel with diamond-shaped baffles, International Communications in Heat and Mass Transfer 36 (2009) 32–38.
- [5.] J.C. Han, Y.M. Zhang, C.P. Lee, Augmented heat transfer in square channels with parallel, crossed and V-shaped angled ribs, ASME, Journal of Heat Transfer 113 (1991) 590–596.
- [6.] J.C. Han, Y.M. Zhang, High performance heat transfer ducts with parallel broken and V-shaped broken ribs, International Journal of Heat and Mass Transfer 35 (1992) 513–523.
- [7.] T.M. Liou, J.J. Hwang, Turbulent heat transfers augmentation and friction in periodic fully developed channel flows, ASME, Journal of Heat Transfer 114 (1992) 56–64.
- [8.] T.M. Liou, J.J. Hwang, Effect of ridge shapes on turbulent heat transfer and friction in a rectangular channel, International Journal of Heat and Mass Transfer 36 (1993) 931–940.
- [9.] S.V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill, New York, 1980.
- [10.] F. Incropera, P.D. Dewitt, Introduction to heat transfer, 3<sup>rd</sup> edition John Wiley & Sons Inc, 1996.

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ประวัติผู้เขียน

ประวัติส่วนตัว :

ชื่อ-สกุล นายสมบัติ ทำนา

วัน เดือน ปีเกิด 7 ตุลาคม พ.ศ.2525

ประวัติการศึกษา :

พ.ศ. 2549 สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรี หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต(วศ.บ.) สาขา วิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้า คุนทหารลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร

พ.ศ. 2549/2 เข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาโท หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต (วศ.ม.) สาขาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า เจ้าคุณทหารลาดกระบัง กรุงเทพมหานคร

ผลงานที่เคยได้รับการตีพิมพ์ :

1. สมบัติ ทำนา, สมิทธี เอี่ยมสะอาด, มิ่ง โลกิจแสงทอง และพงษ์เจต พรหมวงค์. “การ วิเคราะห์เอ็กซ์เรย์และการถ่ายเทความร้อนในท่อกลมที่มีการสอดใส่แผ่นไบบิค.” การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 21. (2550).
2. ปรัชญา ส้ารวสินธุ์, สมบัติ ทำนา และพงษ์เจต พรหมวงค์. “การวิเคราะห์เอ็กซ์เรย์ของ การถ่ายเทความร้อนที่เพิ่มขึ้นในเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน โดยใช้ท่อฉนวนเคลือบ.” การประชุมวิชาการการถ่ายเทพลังงานความร้อนและมวลในอุปกรณ์ด้านความร้อนครั้งที่ 7. (2551) : 48-52.
3. อิทธิพล แก่งสันเทียะ, สมบัติ ทำนา และพงษ์เจต พรหมวงค์. “คุณลักษณะการอบแห้ง เมล็ดพริกไทยแบบพลูอิดโคซ์ในห่อที่มีรูปทรงกรวย.” การประชุมวิชาการการถ่ายเท พลังงานความร้อนและมวลในอุปกรณ์ด้านความร้อนครั้งที่ 7. (2551) : 137-141.
4. สมบัติ ทำนา, ประสิทธิ์ คำพันธ์ และพงษ์เจต พรหมวงค์. “การวิเคราะห์กลไกที่สองของ การถ่ายเทความร้อนและความเสียดทานในเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อนแบบท่อสองชั้น โดยใช้ท่อลูกฟูก.” การประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกลแห่งประเทศไทยครั้งที่ 22. (2551).
5. สมบัติ ทำนา, สุตาภัทร แคว้นเขาเม็ง และพงษ์เจต พรหมวงค์. “การวิเคราะห์เชิงตัวเลข ของการถ่ายเทความร้อนแบบลามินาร์ในท่อสี่เหลี่ยมจัตุรัสด้วยครีบนำตัดสี่เหลี่ยม จัตุรัสวางเอียง.” การประชุมวิชาการการถ่ายเทพลังงานความร้อนและมวลในอุปกรณ์ ด้านความร้อนครั้งที่ 8. (2552) : 97-102.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้