การกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า โดยพิจารณาข้อจำกัดด้านการใช้งานแบบกริด ด้วยวิธีเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น

GENERATOR MAINTENANCE SCHEDULING CONSIDERING GRID OPERATIONAL CONSTRAINTS WITH BENDERS DECOMPOSITION

วิศว ภู่ตระกาลชัย
WITSAWA PHOOTRAKORNCHAI

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ. 2551
KMITL-2008-EN-M-020-150

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า โดยพิจารณาข้อจำกัดด้านการใช้งานแบบกริด ด้วยวิธีเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น

GENERATOR MAINTENANCE SCHEDULING CONSIDERING GRID OPERATIONAL CONSTRAINTS WITH BENDERS DECOMPOSITION

วิศว ภู่ตระกรณ์ชัย

WITSAWA PHOOTRAKORNCHAI

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน.....85155
วัน,เดือน,ปี.....- 4 พ.ย. 2551

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.2551

KMITL-2008-EN-M-020-150

GENERATOR MAINTENANCE SCHEDULING CONSIDERING GRID OPERATIONAL CONSTRAINTS WITH BENDERS DECOMPOSITION

WITSAWA PHOOTRAKORNCHAI

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2008

KMITL-2008-EN-M-020-150

COPYRIGHT 2008

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าโดยพิจารณาข้อจำกัดด้านการใช้งานแบบกริดด้วยวิธีเบนเดอร์ดีคอมโพสิชั่น

Thesis Title Generator Maintenance Scheduling Considering Grid Operational Constraints with Benders Decomposition

นักศึกษา นายวิศว ภู่ตระกรณ์ชัย

รหัสประจำตัว 49060261

ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.สมชาติ จิริวิภากร

หมายเลขวิทยานิพนธ์ KMITL-2008-EN-M-020-150

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
ดร.ชาย	ชมภูอินไหว	
ดร.สมยศ	เกียรติวนิชวิไล	
ผศ.ดร.ปานจิต	ดำรงกุลกำจร	
ผศ.ดร.ยุทธนา	คิดใจเดียว	
รศ.ดร.สมชาติ	จิริวิภากร	Somchat Jiriwibhakorn

วัน / เดือน/ ปี ที่สอบ วันอังคารที่ 23 กันยายน พ.ศ. 2551 เวลา 09.00-11.00 น.

สถานที่สอบ ณ อาคาร A ชั้น 3 ห้องประชุม 1

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์ รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์ ดร.กอบชัย เดชหาญ)

คณบดี คณะวิศวกรรมศาสตร์

วันที่ 23 กันยายน พ.ศ. 2551

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าโดยพิจารณาข้อจำกัดด้านการใช้งานแบบกริดด้วยวิธีเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น
นักศึกษา	นายวิศว ภู่ตระกรณ์ชัย
รหัสประจำตัว	49060261
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
พ.ศ.	2551
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ.ดร.สมชาติ จิริวิภากร

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอวิธีการกำหนดตารางเวลาซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในช่วงระยะเวลาสั้นๆ ด้วยวิธีการผสมผสานระหว่างวิธีการโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed-integer Programming: MIP) และเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น (Benders Decomposition) โดยพิจารณาข้อจำกัดระบบส่งไฟฟ้าเป็นแบบกริด ทั้งในกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าอยู่ในสภาวะปกติ และในสภาวะที่เกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหัน (ในที่นี้ หมายถึงกรณีที่สายส่งระหว่างบัสถูกปลดออกในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษา หรือเกิดข้อผิดพลาดใดๆในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษา ทำให้ระบบส่งไฟฟ้าไม่สามารถใช้งานได้ ณ ช่วงเวลานั้น) โดยมีเป้าหมายให้ค่าใช้จ่ายในการซ่อมบำรุงรักษา ค่าเชื้อเพลิงในการผลิตไฟฟ้า และรายได้สูญเสียต่ำที่สุด ภายใต้เงื่อนไขข้อจำกัดเรื่องการสมดุลของโหลด (Load Balance) ความสามารถสูงสุดในการรองรับการไหลของกำลังไฟฟ้า (Flow Capacity) ปริมาณกำลังไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้งานได้ (Load Cut) ลำดับความสำคัญของการซ่อมบำรุงรักษา (Maintenance Sequence) ค่าพิกัดสูงสุดและต่ำสุดเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (Generator Capacity) ระยะเวลาในการซ่อมบำรุงรักษา (Duration Period) ปริมาณกำลังผลิตไฟฟ้าสำรองขั้นต่ำ (Spinning Reserve) และเกณฑ์ความเชื่อถือได้อื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับระบบ (Reliability Index) ซึ่งจะเป็นการแสดงให้เห็นว่าวิธีการดังกล่าวมีประสิทธิผลในแง่การนำไปใช้งาน โดยเฉพาะเรื่องความแม่นยำของคำตอบ อีกทั้งยังได้แสดงให้เห็นว่าการแก้ปัญหาการกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาโดยคำนึงถึงกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหัน ได้ส่งผลให้ค่าความเชื่อถือได้ของระบบมีค่ามากขึ้นอีกด้วย

Thesis Title	Generator Maintenance Scheduling Considering Grid Operational Constraints with Benders Decomposition
Student	Mr. Witsawa Phootrakornchai
Student ID.	49060261
Degree	Master of Engineering
Program	Electrical Engineering
Year	2008
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Dr. Somchat Jiriwibhakorn

ABSTRACT

This thesis describes an approach for establishing power systems scheduled generators outages for maintenance purposes. The time frame considered refers to power systems short-term operations planning horizon which considered modeling grid operational constraints (e.g. load balance, generation capacity, circuit flow capacity, load cut, maintenance sequence, duration period, reserved generation and system reliability etc.) for normal and all contingent cases. The resulting large-scale optimization problem is solved by mixed-integer programming techniques aided by Benders decomposition strategy for optimizing cost and system reliability. The obtained results clearly show that considering transmission line influences each contingent case is essential for scheduling outages and present that the results solved by Benders decomposition strategy can apply to practical work, especially accuracy.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดี ด้วยความกรุณาจาก รศ.ดร.สมชาติ จิริวิภากร อาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ซึ่งได้ให้คำแนะนำ คำปรึกษา รวมทั้งได้ตรวจสอบและแก้ไขเนื้อหาจนวิทยานิพนธ์แล้วเสร็จสมบูรณ์ ผู้เขียนขอขอบพระคุณเป็นอย่างยิ่ง

และขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ทุกท่าน ที่ได้กรุณารับเป็นกรรมการตรวจสอบวิทยานิพนธ์ และให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะต่อการศึกษาวิจัยครั้งนี้

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง และคุณครูบาอาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาให้กับข้าพเจ้า ตลอดจนทุกๆคนที่อยู่เบื้องหลังในความสำเร็จของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ขอขอบพระคุณคุณพิบูลย์ บัวแช่ม ผู้อำนวยการฝ่ายควบคุมระบบกำลังไฟฟ้า การไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย และคุณสุเมธ จันทร์วิทยานุชิต ผู้อำนวยการอาวุโสฝ่ายพัฒนาธุรกิจ บริษัท อมตะ เพาเวอร์ จำกัด ที่ได้ให้คำแนะนำ คำปรึกษา และข้อมูลต่างๆ ที่เป็นประโยชน์ต่อการศึกษาวิจัยครั้งนี้

สุดท้ายนี้ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณต่อคุณบิดา มารดา และครอบครัวของผู้เขียนที่ได้สั่งสอนอบรม ให้ความรักและเป็นกำลังใจ และให้การสนับสนุนในเรื่องต่างๆทุกๆเรื่อง ตั้งแต่ผู้เขียนถือกำเนิดจนได้รับการศึกษามาจนถึงชั้นปัจจุบันจนเป็นผลสำเร็จ ผู้เขียนซาบซึ้งในพระคุณเป็นอย่างยิ่ง และจะตอบแทนพระคุณนี้แด่ท่านตลอดไปชั่วกาลนาน

วิศว ภู่ตระกรณ์ชัย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย..... I

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... II

กิตติกรรมประกาศ..... III

สารบัญ.....IV

สารบัญตาราง..... VII

สารบัญรูป.....XI

บทที่ 1 บทนำ.....1

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... 1

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา..... 2

1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....2

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย.....3

1.5 การเปรียบเทียบระหว่างวิธีการที่นำเสนอกับวิธีการแบบพื้นฐาน.....4

1.6 ขอบเขตการวิจัย.....5

1.7 ขั้นตอนการศึกษา.....6

บทที่ 2 หลักและวิธีการซ่อมบำรุงรักษาระบบไฟฟ้า.....8

2.1 รูปแบบการบำรุงรักษา.....9

2.1.1 การบำรุงรักษาแบบปรับปรุง (Improvement Maintenance: IM)..... 9

2.1.2 การบำรุงรักษาแบบป้องกัน (Preventive Maintenance: PM)..... 10

2.1.3 การบำรุงรักษาแบบแก้ไข (Corrective Maintenance: CM).....11

2.2 เวลาพัฒนาไปสู่ความเสียหาย (Failure Developing Time: FDT)..... 12

2.3 หน้าต่างการบำรุงรักษา (Maintenance Window) และการใช้ประโยชน์..... 15

2.4 ยุทธวิธีการบำรุงรักษา.....16

2.5 การวางแผนการบำรุงรักษา.....17

2.5.1 การตรวจวัดสภาพอุปกรณ์.....17

2.5.2 ผลกระทบทางด้านเศรษฐศาสตร์..... 18

2.5.3 การใช้ประโยชน์ของหน้าต่างการบำรุงรักษา..... 20

2.6 ความเสียหายเนื่องจากไฟดับ (Outage cost)..... 20

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

2.6.1 ความเสียหายเนื่องจากไฟดับของผู้ผลิตไฟฟ้าและผู้ใช้ไฟฟ้า..... 21
2.6.2 การลำดับความสำคัญเรื่องความเสียหายเนื่องจากไฟดับในแต่ละพื้นที่..... 23
2.6.3 การจัดการข้อมูลของความเสียหายเนื่องจากไฟดับจากผู้ใช้ไฟ.....25
2.6.4 การนำความเสียหายเนื่องจากไฟดับมาใช้ร่วมกับกราฟของโหล.....27

บทที่ 3 ปัญหาการกำหนดการเชิงจำนวนเต็มแบบผสม.....29
3.1 ปัญหากำหนดการเชิงจำนวนเต็มแบบผสมกับกำหนดการไม่เชิงเส้น (MINLP)..... 29
3.2 รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของปัญหา MINLP.....29
3.3 แนวทางการแก้ปัญหา MINLP..... 31
3.4 วิธีการแตกกิ่งและจำกัดขอบเขต (บรานช์แอนด์บาวด์: Branch and Bound)..... 33
3.4.1 การวนซ้ำของอัลกอริทึม.....37

บทที่ 4 หลักและวิธีการของเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น.....46
4.1 แนวคิดเริ่มต้นก่อนการค้นพบเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน.....46
4.2 การค้นพบเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน และข้อได้เปรียบ.....47
4.3 ตัวอย่างการดำเนินงานที่ประยุกต์ใช้เทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน..... 48
4.4 หลักและวิธีการของปัญหาควบคู่ (Dual Problem).....49
4.5 หลักและวิธีการของเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน (Benders Decomposition)..... 52
4.6 ขั้นตอนการเพิ่มลดอสมการข้อจำกัดด้วยเทคนิคเบนเดอร์คัท (Benders' Cut).....54

บทที่ 5 แบบจำลองของปัญหาการกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษา.....63
5.1 การกำหนดตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับแบบจำลองของปัญหาการกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษา..... 63
5.2 การกำหนดฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์.....64
5.3 การกำหนดเงื่อนไขบังคับ.....67
5.4 การประยุกต์ใช้กับระบบทดสอบโดยพิจารณาว่าเป็นโรงไฟฟ้าพลังน้ำทั้งหมด..... 70
5.4.1 ระบบทดสอบของการกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำ.....70
5.4.2 การประยุกต์ใช้เทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน กับการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำ..... 72

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

5.4.3 เปรียบเทียบคำตอบโดยไม่คำนึงถึงสภาวะที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหัน..... 93

5.5 การประยุกต์ใช้กับระบบทดสอบโดยพิจารณาว่าเป็นโรงไฟฟ้าพลังความร้อน..... 95

5.5.1 ระบบทดสอบของการกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังความร้อน 95

5.5.2 การประยุกต์ใช้เทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน กับการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังความร้อน..... 97

บทที่ 6 ระบบทดสอบจริง..... 108

6.1 การกำหนดตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับแบบจำลองของปัญหาการกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษา..... 108

6.1.1 ระบบทดสอบจริง..... 108

6.1.2 การประยุกต์ใช้เทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน กับระบบทดสอบจริง..... 112

6.2 เปรียบเทียบผลการทำลองกับผลวิธีการในอดีต..... 120

6.3 วิเคราะห์ผลการทดลอง..... 125

บทที่ 7 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ..... 128

7.1 สรุปผลการวิจัย..... 128

7.2 ข้อเสนอแนะ..... 129

บรรณานุกรม..... 130

ภาคผนวก..... 133

ภาคผนวก ก. สมการที่ใช้โปรแกรมการทำงานของระบบทดสอบจริง..... 134

ภาคผนวก ข. ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่..... 156

ประวัติผู้เขียน..... 166

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

4.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการแปลงปัญหาพื้นฐาน (Primal Problem) เป็นปัญหาควบคู่ (Dual Problem)..... 50

5.1 ค่าความเสียหายของผลผลิตในแต่ละบัสอันเนื่องจากการดับไฟของบัสนั้นๆ.....71

5.2 ข้อมูลโหลดของระบบทดสอบโรงไฟฟ้าพลังน้ำ..... 71

5.3 ข้อมูลเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของระบบทดสอบโรงไฟฟ้าพลังน้ำ..... 72

5.4 ข้อมูลพิกัดของระบบส่งไฟฟ้าของระบบทดสอบโรงไฟฟ้าพลังน้ำ.....72

5.5 ช่วงเวลาที่สามารถหยุดเดินเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของโรงไฟฟ้าพลังน้ำได้.....72

5.6 สมการฟังก์ชั่น $\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NG} c_{it}x_{it}$ 80

5.7 สมการเงื่อนไข $\sum_{t=1}^{T} x_{it} = d_i, \left\{\sum_{t=1}^{T}\left|x_{i,(t+1)} - x_{i,t}\right|\right\} + \left|x_{i,T} - x_{i,1}\right| = 2$ และ $\sum_{t-di=1}^{t}\sum_{i\in\phi u} x_{it} \le 1$..... 81

5.8 สมการเงื่อนไข $\sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{NK}\sum_{j=1}^{NB} rd_{jtk}u_{jtk}$ 81

5.9 สมการเงื่อนไขข้อจำกัดที่เกี่ยวกับเงื่อนไขด้านกำลังผลิตไฟฟ้าที่เกี่ยวข้องกับ rd_{jtk} 82

5.10 สมการเงื่อนไข $-f_{ij,t}^{max} \le |b_{ij}\theta_{ij}|_t \le f_{ij,t}^{max}$..... 83

5.11 สมการเงื่อนไข $-u_{jtk} \le \alpha_{jtk}$ และ $u_{jtk} \ge 0$ 83

5.12 สมการเงื่อนไข $\sum_{t=1}^{T} r_{jtk} \le z_{jk}\,;\, All \quad t,k$ 84

5.13 สมการฟังก์ชั่น $\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NG} c_{it}x_{it} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{NK}\sum_{j=1}^{NB} r_{jtk}ud_{jtk}$ 85

5.14 สมการเงื่อนไข $r_{jtk}ur_{jtk} \le 0$ 85

5.15 ผลตอบของ $\hat{x}$ ใน MP1..... 87

5.16 ผลตอบของ $\hat{u}_p$ ในรอบที่ 1..... 87

5.17 ผลตอบของ $\hat{x}$ ใน MP2..... 88

5.18 ผลตอบของ $\hat{u}_p$ ในรอบที่ 2..... 89

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

5.19 ผลตอบของ $\hat{x}$ ใน MP3.....89

5.20 ผลตอบของ $\hat{u}_p$ ในรอบที่ 3..... 90

5.21 ผลตอบของ $\hat{x}$ ใน MP4.....90

5.22 สรุปผลตอบท้ายสุดของค่าตัวแปรต่างๆของระบบทดสอบโรงไฟฟ้าพลังน้ำ..... 91

5.23 ตารางเวลาซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในแต่ละรอบที่คำนวณได้.....92

5.24 คำตอบในกรณีที่ไม่คำนึงถึงสภาวะที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหัน..... 94

5.25 ผลกระทบจากกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหัน..... 94

5.26 ค่าความเสียหายของผลผลิตในแต่ละบัสอันเนื่องจากการดับไฟของบัสนั้นๆ..... 96

5.27 ข้อมูลเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของระบบทดสอบขนาดเล็ก..... 96

5.28 ข้อมูลโหลดของระบบทดสอบโรงไฟฟ้าพลังความร้อน..... 96

5.29 ข้อมูลพิกัดของระบบส่งไฟฟ้าระบบทดสอบโรงไฟฟ้าพลังความร้อน..... 96

5.30 ช่วงเวลาที่สามารถหยุดเดินเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของโรงไฟฟ้าพลังความร้อนได้..... 97

5.31 ระยะเวลาที่ใช้ในการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าโรงไฟฟ้าพลังความร้อน..... 97

5.32 ค่าสัมประสิทธิ์เชื้อเพลิงในการเดินเครื่องกำเนิดไฟฟ้าโรงไฟฟ้าพลังความร้อน.....97

5.33 สมการฟังก์ชั่น $\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NG} c_{it}x_{it}$ 99

5.34 สมการเงื่อนไข $\sum_{t=1}^{T} x_{it} = d_i, \left\{\sum_{t=1}^{T}\left|x_{i,(t+1)} - x_{i,t}\right|\right\} + \left|x_{i,T} - x_{i,1}\right| = 2$ และ $\sum_{t-di=1}^{t}\sum_{i\in\phi u} x_{it} \le 1$... 100

5.35 สมการเงื่อนไขข้อจำกัดด้านการใช้งานที่เกี่ยวข้องกับ (พิจารณาเฉพาะ k = 0) 101

5.36 สมการเงื่อนไข $-f_{ij,t}^{max} \le |b_{ij}\theta_{ij}|_t \le f_{ij,t}^{max}$..... 101

5.37 สมการเงื่อนไข $\sum_{t=1}^{T} r_{jt} \le z_j\ ;\ All\quad t,k$ 102

5.38 ผลตอบของ $\hat{x}$ ใน MP1..... 103

5.39 ผลตอบของ $\hat{u}$ ในรอบที่ 1..... 104

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

5.40 ผลตอบของ $\hat{x}$ ใน MP2..... 104

5.41 สรุปผลตอบท้ายสุดของค่าตัวแปรต่างๆของระบบทดสอบโรงไฟฟ้าพลังความร้อน..... 105

5.42 ตารางเวลาซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในแต่ละรอบที่คำนวณได้..... 105

6.1 ข้อมูลเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของโรงไฟฟ้าพลังความร้อนระบบทดสอบจริง..... 109

6.2 ข้อมูลกำลังผลิตของโรงไฟฟ้าพลังน้ำระบบทดสอบจริง..... 110

6.3 ข้อมูลปริมาณโหลดในแต่ละช่วงเวลาของระบบทดสอบจริง..... 110

6.4 ข้อมูลพิกัดของระบบส่งไฟฟ้าของระบบทดสอบจริง..... 111

6.5 ระยะเวลาที่ใช้ในการทำการซ่อมบำรุงรักษา และช่วงเวลาที่สามารถหยุดเดินเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ของระบบทดสอบจริงได้..... 111

6.6 ค่าสัมประสิทธิ์เชื้อเพลิงในการเดินเครื่องกำเนิดไฟฟ้าระบบทดสอบจริง..... 112

6.7 ค่าคำตอบต่างๆของแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในพื้นที่ที่ 1..... 113

6.8 ค่าคำตอบต่างๆของแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในพื้นที่ที่ 2..... 114

6.9 ค่าคำตอบต่างๆของแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในพื้นที่ที่ 3..... 116

6.10 ค่าคำตอบต่างๆของแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในพื้นที่ที่ 4..... 117

6.11 ค่าคำตอบต่างๆของแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในพื้นที่ที่ 5..... 118

6.12 ตารางซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ของระบบทดสอบจริง..... 119

6.13 คำตอบของการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ด้วยวิธีการดั้งเดิมตามที่ L. Chen และ J. Toyoda อ้างถึงในเอกสารอ้างอิง [25]..... 121

6.14 การแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ที่ปรากฏในวรรณกรรมที่ผ่านมา ด้วยการแยกตัวแปร ออกเป็นแต่ละพื้นที่ ตามเอกสารอ้างอิง [25]..... 122

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตารางที่ หน้า

6.15 การแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ที่ปรากDในวรรณกรรมที่ผ่านมา ด้วยวิธีการผสมผสานระหว่างวิธีการโปรแกรมเชิงเงื่อนไขบังคับ (Constraint Programming: CP) และการโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Programming: MP) [25]..... 123

6.16 การแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ที่ปรากDในวรรณกรรมที่ผ่านมา ด้วยวิธีการผสมผสานระหว่างวิธีการโปรแกรมเชิงเงื่อนไขบังคับ (Constraint Programming: CP) และการโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Programming: MP) ที่มีการปรับเงื่อนไขพิกัดระบบส่งไฟฟ้า [7].....124

6.17 เปรียบเทียบคำตอบระหว่างวิธีการในอดีตและวิธีการที่นำเสนอ..... 126

สารบัญรูป

รูปที่ หน้า

2.1 ค่าเฉลี่ยการทำงาน ระยะเวลารอและระยะเวลาซ่อม เมื่อเกิดไฟฟ้าขัดข้องแต่ละครั้ง..... 8

2.2 รูปแบบการบำรุงรักษา.....9

2.3 ไดอะแกรมการบำรุงรักษา..... 12

2.4 ลักษณะความเสียหายของอุปกรณ์แบบสม่ำเสมอ และแบบไม่สม่ำเสมอ..... 13

2.5 ความเสียหายแบบต่างๆของอุปกรณ์ที่มีเวลาและไม่มีเวลาพัฒนาความเสียหาย..... 14

2.6 การเปิดหน้าต่างการบำรุงรักษาจากหน่วยงาน 2 หน่วยงาน.....15

2.7 การเปิดหน้าต่างการบำรุงรักษาจากหน่วยงาน 2 หน่วยงานพร้อมกัน.....16

2.8 ความสัมพันธ์ของค่าใช้จ่ายและกำลังคนในการทำ PM แบบ FTM 18

2.9 ความสัมพันธ์ของค่าใช้จ่ายและกำลังคนในการทำการซ่อมบำรุงรักษา PM แบบ FTM เปรียบเทียบกับการซ่อมบำรุงรักษา PM แบบ CBM 19

2.10 ตัวอย่างสายส่งที่มีการแสดงรายละเอียดของประเภทผู้ใช้ไฟฟ้าและผลผลิตของผู้ใช้ไฟในแต่ละสายส่งแตกต่างกัน 25

2.11 ตัวอย่างสมมติข้อมูลความเสียหายเนื่องจากระยะเวลาไฟดับที่เก็บรวบรวมจากผู้ใช้ไฟของอุตสาหกรรมประเภทหนึ่ง 26

2.12 กราฟของโหลด 27

3.1 ปัญหาในโหนดแรกของแผนภาพต้นไม้.....34

3.2 การหาขอบเขตล่างของปัญหาตั้งต้นโดยการแก้ปัญหา P_0..... 34

3.3 การแตกกิ่งของปัญหา P_0..... 36

3.4 การหาขอบเขตล่างของปัญหาย่อย P_1 และ P_2.....37

3.5 การแตกกิ่งปัญหา P_1 ออกเป็นปัญหาย่อย P_{11} และ P_{12}..... 38

3.6 การตัดปัญหา P_1 และ P_2 ออกจากการพิจารณาเมื่อปัญหาทั้งสองเป็นแฟธอมหรือไม่สามารถหาคำตอบได้..... 39

3.7 ปัญหา P_1 เป็นแฟธอมและปัญหา P_2 ไม่เป็นแฟธอมและสามารถหาคำตอบได้..... 40

3.8 การตัดปัญหา P_1 ออกจากการพิจารณาเมื่อเป็นแฟธอมและการแตกกิ่งปัญหา P_2 ออกเป็นปัญหาย่อยเมื่อไม่เป็นแฟธอมและสามารถหาคำตอบได้..... 41

3.9 การตัดปัญหา P_{21} และ P_{22} ออกจากการพิจารณาเมื่อปัญหาทั้งสองเป็นแฟธอม..... 42

3.10 การตัดปัญหา P_1 ออกจากการพิจารณาเนื่องไม่สามารถหาคำตอบได้และการแตกกิ่งปัญหา P_2 ออกเป็นปัญหาย่อยเนื่องจากไม่เป็นแฟธอมและสามารถหาคำตอบได้..... 42

3.11 ทั้งปัญหา P_1 และ P_2 ถูกวิเคราะห์ว่าไม่เป็นแฟธอมและสามารถหาคำตอบได้..... 43

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่ หน้า

3.12 แผนผังแสดงการทำงานของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์..... 45

4.1 Flow Chart เทคนิค Bender Decomposition ในกรณีที่หาคำตอบโดยใช้ปัญหาย่อย (Subproblem: SP1)..... 61

4.2 Flow Chart เทคนิค Bender Decomposition ในกรณีที่หาคำตอบโดยใช้ปัญหาย่อยควบคู่ (Dual Subproblem: SP2)..... 62

5.1 ระบบทดสอบขนาดเล็ก..... 70

5.2 ตัวอย่างลักษณะโปรแกรม Maple Version 11.0..... 86

5.3 ปริมาณกำลังไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายให้ได้เนื่องจากการซ่อมบำรุงรักษารวมทุกกรณีในแต่ละรอบที่คำนวณ ด้วยวิธีเบนเดอร์ เดคอมโพสิชัน โรงไฟฟ้าพลังน้ำ..... 93

5.4 เปรียบเทียบปริมาณโหลดที่ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้ไฟฟ้าได้ ในแต่ละวิธีการคำนวณ..... 95

5.5 ค่าใช้จ่ายที่เกี่ยวเนื่องกับการซ่อมบำรุงรักษาในแต่ละรอบที่คำนวณ ด้วยวิธีเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน โรงไฟฟ้าพลังความร้อน..... 106

6.1 ระบบทดสอบจริง..... 108

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

เนื่องจากความต้องการพลังงานไฟฟ้าของผู้ใช้ได้มีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา ผู้ผลิตไฟฟ้าจึงต้องวางแผนการผลิตเพื่อให้มีกำลังไฟฟ้าเพียงพอกับความต้องการ ซึ่งวิธีการวางแผนในการผลิตสามารถทำได้หลายวิธี อาทิเช่น วางแผนโดยจัดลำดับความสำคัญของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า หรือวางแผนโดยคำนึงถึงต้นทุนเชื้อเพลิงการผลิตเป็นหลัก ซึ่งในส่วนนี้เรียกว่า การกำหนดแผนการเดินเครื่องกำเนิดไฟฟ้าอย่างเหมาะสม หรือ ยูนิตคอมมิตเมนต์ (Unit Commitment) [1], [4] โดยการทำยูนิต คอมมิตเมนต์ (Unit Commitment) นี้ จะรวมถึงการจ่ายโหลดอย่างประหยัด (Economic Dispatch) ซึ่งเป็นปัญหาภายในด้วย [5]

ทั้งนี้ก่อนที่จะคำนวณหาคำตอบยูนิตคอมมิตเมนต์ ผู้ผลิตไฟฟ้าจำเป็นต้องทราบก่อนว่าในช่วงเวลาไหนเครื่องกำเนิดไฟฟ้าใดจะต้องทำการซ่อมบำรุงรักษา เพื่อที่จะได้ทราบสถานะของเครื่องกำเนิดไฟฟ้านั้นๆในการคำนวณหาคำตอบยูนิตคอมมิตเมนต์

เนื่องจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่องมีความจำเป็นที่จะต้องได้รับการซ่อมบำรุงรักษาในช่วงเวลาที่แตกต่างกันไป เพื่อป้องกันความเสียหายอันจะเกิดขึ้นในอนาคต และถ้าหากแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีความไม่เหมาะสม จะมีผลทำให้เกิดไฟดับและมีผลกระทบต่อผู้ผลิตไฟฟ้าและผู้ใช้ไฟฟ้าเป็นอย่างมากโดยเฉพาะผู้ใช้ไฟฟ้าบริเวณย่านนิคมอุตสาหกรรม เนื่องจากจะเกิดรายได้สูญเสียที่ไม่สามารถทำผลผลิตได้ในช่วงเวลานั้นๆ อีกทั้งยังมีผลทำให้ความน่าเชื่อถือของผู้ผลิตไฟฟ้าลดน้อยลงอีกด้วย ดังนั้นหน่วยงานด้านพลังงานไฟฟ้าในหลายๆประเทศจึงได้พยายามหาวิธีการต่างๆในการแก้ไขปัญหาการกำหนดเวลาการปลดวงจรเพื่อทำการซ่อมบำรุงรักษาดังที่กล่าวมาข้างต้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งประเทศที่มีระบบไฟฟ้าที่ต้องพึ่งพิงแหล่งผลิตไฟฟ้าจากพลังงานน้ำเป็นหลัก อย่างเช่นประเทศบราซิล เนื่องด้วยความห่างไกลของโรงไฟฟ้ากับศูนย์กลางการใช้ไฟฟ้า (Load Center) ทำให้เกิดผลกระทบอย่างมากในด้านข้อจำกัดของระบบส่งไฟฟ้า โดยเฉพาะปัญหาคอขวด (Bottle Neck) ประกอบกับหากเกิดความผิดพลาดใดขึ้นในระบบส่งไฟฟ้าเพียงระบบเดียว ก็อาจส่งผลต่อระบบส่งไฟฟ้าอีกหลายระบบตามมาได้

โดยปกติแล้วการพิจารณาการปลดวงจรเครื่องกำเนิดไฟฟ้าออกจากระบบเพื่อทำการซ่อมบำรุงรักษานั้น จะต้องวิเคราะห์ถึงผลกระทบต่อระดับความเชื่อถือได้ของระบบ จากการหยุดเดินเครื่องโรงไฟฟ้าเป็นหลัก แต่ทั้งนี้ผู้ผลิตไฟฟ้าส่วนใหญ่มักจะคำนึงถึงผลกระทบต่อค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นร่วมด้วย ซึ่งในกรณีนี้ถ้าหากระบบไฟฟ้านั้นมีขนาดใหญ่และซับซ้อน ขั้นตอนในการ

วิเคราะห์การไหลของระบบไฟฟ้าจะเป็นขั้นตอนที่ยุ่งยากและใช้ระยะเวลาในการคำนวณค่อนข้างมาก อีกทั้งบางครั้งคำตอบที่ได้มาอาจมีโอกาสที่ใช้คำตอบที่ดีที่สุดก็เป็นได้

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษาและการวิจัยวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เพื่อเป็นแนวทางเลือกอีกทางเลือกหนึ่งในการแก้ปัญหาการกำหนดตารางเวลาซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ด้วยเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น (Benders Decomposition) [8] [13] [15] [27] [31] ร่วมกับวิธีการโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed-integer Programming: MIP) [10] [11] [21] [22] [23] [28] [29] [30] [33] โดยที่มีความแม่นยำของคำตอบ และระยะเวลาในการคำนวณ อยู่ในเกณฑ์ที่เหมาะสม ภายใต้เป้าหมายค่าใช้จ่ายในการซ่อมบำรุงรักษา ค่าเชื้อเพลิงในการผลิตไฟฟ้า และรายได้สูญเสียน้อยที่สุด โดยที่ความเชื่อถือได้ของระบบอยู่ในเกณฑ์ที่เหมาะสม

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

การกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นการวางแผนซ่อมบำรุงระยะสั้น (ประมาณ 1 – 3 เดือน) ด้วยเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น ซึ่งเป็นวิธีการที่มีประสิทธิผลในแง่การนำไปใช้งานมากขึ้น ทั้งระยะเวลาในการคำนวณ และความแม่นยำของคำตอบ โดยวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะแยกการพิจารณาการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าออกเป็น 2 กรณี คือ 1) การซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำ และ 2) การซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังความร้อน

การซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังความร้อนที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะแตกต่างจากการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำ คือ การซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังความร้อนจะพิจารณาแผนการปลดวงจรเครื่องกำเนิดไฟฟ้าโดยมีเป้าหมายหลักคือค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นในการซ่อมบำรุงรักษา และค่าเชื้อเพลิงในการเดินเครื่องจะต้องมีค่าต่ำที่สุด โดยที่ความเชื่อถือได้ของระบบยังอยู่ในเกณฑ์ที่เหมาะสม [16-17] [19] ส่วนการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะเป็นการพิจารณาแผนการปลดวงจรเครื่องกำเนิดไฟฟ้าโดยมีเป้าหมายหลักคือค่าความเชื่อถือได้ของระบบจะต้องมีค่าสูงที่สุด ด้วยการพิจารณากรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหันในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ทั้งนี้เนื่องมาจากผู้เขียนเห็นว่าโรงไฟฟ้าพลังน้ำมีค่าสัมประสิทธิ์เชื้อเพลิงของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่องใกล้เคียงกัน ไม่ว่าเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจะมีขนาดกำลังผลิตเท่าใดก็ตาม [14] [15] ดังนั้นผู้เขียนจึงมองว่าต้นทุนในการผลิตไฟฟ้าของโรงไฟฟ้าพลังน้ำในแต่ละเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีค่าใช้จ่ายในการเดินเครื่องต่อหน่วยเท่ากันทุกเครื่อง

ซึ่งในกรณีนี้จะเห็นว่าไม่ว่าแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจะเป็นรูปแบบใด ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นก็จะมีค่าใกล้เคียงกัน ดังนั้นจึงสามารถให้ความสำคัญกับเรื่องความเชื่อถือได้ของระบบได้อย่างเต็มที่ โดยไม่ต้องคำนึงถึงค่าใช้จ่ายที่จะเกิดขึ้น ด้วยเหตุนี้ผู้เขียนจึงเลือกที่จะคำนึงถึงกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหันในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษาด้วย เพื่อเป็นการเพิ่มค่าความเชื่อถือได้ให้แก่ระบบ [15]

1.4 ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย

ปัญหาของการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการหาค่าเหมาะสมที่มีขนาดใหญ่ เนื่องจากมีจำนวนตัวเป็นเป็นจำนวนมาก อีกทั้งตัวแปรบางตัวได้ถูกกำหนดให้เป็นตัวแปรไม่ต่อเนื่อง (Discrete Variables) หรือเป็นตัวแปรจำนวนเต็ม (Integer Variables) ที่เป็นเลขฐานสอง (Binary Variables) ดังนั้นการแก้ปัญหาดังกล่าวจะเป็นแก้ปัญหาที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear Programming) ซึ่งหากวิธีการแก้ปัญหาที่ไม่เป็นเชิงเส้นนี้มีตัวแปรไม่ต่อเนื่อง (Discrete Variables) ประกอบอยู่ในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ (Objective Function) หรือเงื่อนไขข้อจำกัด (Constraints) ค่าเหมาะสมที่คำนวณได้ในแต่ละรอบจะมีลักษณะลู่เข้าหาคำตอบที่ไม่ต่อเนื่อง ดังนั้นค่าคำตอบที่ได้จะในแต่ละรอบกระโดดไปมา ดังนั้นวิธีที่เลือกใช้ในการคำนวณแก้ปัญหาดังกล่าวในแต่ละวิธีจึงมีผลต่อความแม่นยำของคำตอบที่แตกต่างกันพอสมควร รวมถึงเรื่องระยะเวลาที่ใช้ในการคำนวณด้วย

และจากการศึกษาของผู้เขียน พบว่าวิธีการหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วยวิธีเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น (Benders Decomposition) ซึ่งเป็นวิธีที่ประยุกต์มาจากวิธีรีแลกเซชันแบบลากรองจ์ (Lagrangian Relaxation) [8] และเทคนิคการแปลงปัญหาพื้นฐาน (Primal problem) เป็นปัญหาควบคู่ (Dual problem) [4] [6] นั้น เป็นวิธีที่ให้คำตอบที่มีความแม่นยำอยู่ในเกณฑ์ที่ดี และใช้ระยะเวลาในการคำนวณอยู่ในเกณฑ์ที่เหมาะสม

ดังนั้นวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ผู้เขียนจึงขอเสนอวิธีการกำหนดตารางเวลาซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในช่วงระยะเวลาสั้นๆ ด้วยเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น (Benders Decomposition) ร่วมกับวิธีการโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed-integer Programming: MIP) ในการหาผลตอบ โดยจะพิจารณาถึงข้อจำกัดของระบบส่งไฟฟ้าเป็นแบบกริด ทั้งในกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าอยู่ในสภาวะปกติ และในสภาวะที่เกิดข้อผิดพลาดกะทันหันในกรณีที่เป็นโรงไฟฟ้าพลังน้ำ ภายใต้เป้าหมายค่าใช้จ่ายในการซ่อมบำรุงรักษา ค่าเชื้อเพลิงในการผลิตไฟฟ้า และรายได้สูญเสียน้อยที่สุด โดยมีเงื่อนไขข้อจำกัดประกอบด้วย ข้อจำกัดเรื่องการสมดุลของโหลด (Load Balance) ความสามารถสูงสุดในการรองรับการไหลของกำลังไฟฟ้าในระบบส่งไฟฟ้า (Flow Capacity) ปริมาณกำลังไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้งานได้ (Load Cut) ลำดับความสำคัญของการซ่อม

บำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (Maintenance Sequence) เกณฑ์ปริมาณกำลังผลิตไฟฟ้าสำรอง (Spinning Reserve) ระยะเวลาในการซ่อมบำรุงรักษา (Duration Period) ค่าพิกัดสูงสุดและต่ำสุดเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (Generator Capacity) และเกณฑ์ความเชื่อถือได้อื่นๆที่เกี่ยวข้องกับระบบ (Reliability Index) [14-17] [23] [25-26] [32]

1.5 การเปรียบเทียบระหว่างวิธีการที่นำเสนอกับวิธีการแบบพื้นฐาน

ที่ผ่านมาได้มีผู้ศึกษาค้นคว้าหาวิธีการต่างในการหาค่าเหมาะสมที่สุด เพื่อประยุกต์ใช้กับการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เป็นจำนวนมาก ซึ่งสามารถสรุปตัวอย่างบทความที่ค้นคว้าโดยย่อได้ดังนี้

J. F. Dopazo and H. J. Merrill Rodosek [23] เสนอการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ด้วยวิธีการโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม (Integer Programming) และเทคนิคการแตกกิ่งและจำกัดขอบเขต (Branch and Bound) ร่วมกับวิธีกำหนดการเชิงเส้นแบบง่าย (Simplex Linear Programming) ข้อเสียของวิธีดังกล่าว คือไม่เหมาะสมกับระบบไฟฟ้าที่มีขนาดใหญ่ ที่มีเงื่อนไขของคำตอบที่เป็นไปได้กว้างมาก เนื่องจากจะใช้ระยะเวลาการคำนวณที่ค่อนข้างมาก หรืออาจไม่สามารถให้คำตอบสุดท้ายของการแก้ปัญหาได้ในเวลาอันควร

H. H. Zurn และ V. H. Quintana [17] เสนอการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ด้วยวิธีโปรแกรมพลวัต (Dynamic Programming) ซึ่งเป็นวิธีการหาคำตอบจากรูปแบบสถานะการทำงานเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่เป็นไปได้ โดยมีลักษณะคล้ายกับวิธีการจัดลำดับความสำคัญ (Priority List) แต่จะสามารถพิจารณาเส้นทางในการหาคำตอบได้มากกว่า ซึ่งมีผลให้คำตอบที่ได้มีค่าที่ดีกว่า แต่ข้อเสียคือคำตอบที่ได้มีโอกาสไม่ใช่คำตอบที่ดีที่สุดค่อนข้างสูง และหากระบบไฟฟ้ามีขนาดใหญ่จะทำให้การคำนวณใช้ระยะเวลาค่อนข้างมาก

K. Y. Hang และ H. T. Yang [24] เสนอการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าโดยไม่พิจารณาเงื่อนไขของพิกัดระบบส่งไฟฟ้า ด้วยการประยุกต์ใช้โปรแกรมเงื่อนไขแบบตรรกะ (Constraint Logic Programming: CLP) ซึ่งข้อเสียของวิธีนี้คือคำตอบที่ได้มาไม่สอดคล้องกับการใช้งานจริง เนื่องจากเงื่อนไขของพิกัดระบบส่งไฟฟ้ามีผลต่อคำตอบที่ได้มาพอสมควร และวิธีการประยุกต์ใช้โปรแกรมเงื่อนไขแบบตรรกะนี้ ไม่เหมาะสมกับระบบไฟฟ้าที่มีขนาดใหญ่ เนื่องจากจะใช้ระยะเวลาการคำนวณที่ค่อนข้างมาก

L. Chen และ J. Toyoda [25] เสนอการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ด้วยการแยกตัวแปร (Decomposition) ออกเป็นแต่ละพื้นที่ โดยมีเป้าหมายหลักของการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า คือให้กำลังไฟฟ้าสำรองมีค่าที่สูงที่สุด ซึ่งข้อเสียของการที่คำนึงถึงเป้าหมายเรื่องให้กำลังไฟฟ้าสำรองมีค่าที่สูงที่สุด มีผลทำให้ค่าใช้จ่ายที่

เกิดขึ้น และรายได้สูญเสียมีมากเกินความเหมาะสม อีกทั้งคำตอบที่ได้มาเป็นคำตอบที่มีลักษณะค่อนข้างหยาบ แต่ข้อดีของวิธีนี้คือใช้ระยะเวลาในการคำนวณน้อยมาก

H. Vandecasteelee และ R. Rodosek [20] เสนอการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า โดยไม่พิจารณาเงื่อนไขของพิกัดระบบส่งไฟฟ้า ด้วยการประยุกต์ใช้โปรแกรมเงื่อนไขแบบตรรกะ ร่วมกับโปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming) วิธีนี้คล้ายกับวิธีที่ K.Y. Hang และ H.T. Yang [24] นำเสนอข้างต้น แต่วิธีการประยุกต์ใช้โปรแกรมเงื่อนไขแบบร่วมกับโปรแกรมเชิงเส้น ทำให้ใช้ระยะเวลาในการคำนวณลดลง แต่อย่างไรก็ตามคำตอบที่ได้มีโอกาสไม่ใช่คำตอบที่ดีที่สุดค่อนข้างสูง

T. Geetha และ K. Shanti Swarup [34] เสนอการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ด้วยวิธีลากรองจ์รีแลกเซชั่น (Lagrangian Relaxation) ซึ่งเป็นวิธีที่อาศัยทฤษฎีปัญหาควบคู่ (Dual Problem) และตัวคูณลากรองจ์ (Lagrangian Multiplier) โดยวิธีนี้จะแบ่งปัญหาออกเป็นปัญหาย่อยๆ ทำให้ลดระยะเวลาในการคำนวณ แต่ข้อเสียของวิธีนี้คือคำตอบที่ได้มีโอกาสไม่ใช่คำตอบที่ดีที่สุดค่อนข้างสูง

อภิรัตน์ วัชราภรณ์ [7] เสนอการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าด้วยวิธีการผสมผสานระหว่างวิธีการโปรแกรมเชิงเงื่อนไขบังคับ (Constraint Programming: CP) และการโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Programming: MP) โดยมีเป้าหมายหลักคือให้กำลังไฟฟ้าสำรองที่ต่ำที่สุดมีค่าสูงที่สุด วิธีดังกล่าวไม่เหมาะสมกับระบบที่มีเงื่อนไขของคำตอบที่เป็นไปได้กว้างมาก เนื่องจากจะทำให้ใช้ระยะเวลาในการค้นหาคำตอบค่อนข้างสูง และการที่คำนึงถึงเป้าหมายเรื่องกำลังไฟฟ้าสำรองเพียงอย่างเดียว (สำหรับระบบทดสอบจริง ตามรูปที่ 6.1) อาจทำให้กำลังผลิตไฟฟ้าสำรองในแต่ละพื้นที่มีปริมาณสูงเกินความจำเป็น ประกอบกับมีผลทำให้ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้น และรายได้สูญเสียมีมากเกินความเหมาะสม

ซึ่งจากที่กล่าวมาข้างต้นจะสังเกตเห็นได้ว่าวิธีการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ปรากฏในวรรณกรรมที่ผ่านมา ส่วนใหญ่จะไม่เหมาะสมกับการแก้ปัญหาระบบไฟฟ้าที่มีขนาดใหญ่ เนื่องจากใช้ระยะเวลาการคำนวณ และหน่วยความจำค่อนข้างมาก อีกทั้งคำตอบที่ได้มาก็มีโอกาสไม่ใช่คำตอบที่ดีที่สุดค่อนข้างสูง

1.6 ขอบเขตการวิจัย

ขอบเขตการวิจัยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้แก่

1.6.1 การกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าในวิยานิพนธ์ฉบับนี้จะไม่คำนึงถึงกำลังสูญเสียในสายส่ง ความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์โหลด เงื่อนไขกำลังพล สภาพสิ่งแวดล้อม และสัญญาซื้อขายไฟฟ้า

1.6.2 เนื่องจากการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าในวิยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นการวางแผนระยะสั้น (ช่วงระยะเวลาประมาณ 1 – 3 เดือน) ดังนั้นจึงไม่คำนึงเงื่อนไขของปริมาณและราคาเชื้อเพลิงที่แปรผันตามระยะเวลา และการพัฒนาไปสู่ความเสียหายของอุปกรณ์

1.6.3 การกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำ จะทำการทดลองกับระบบทดสอบจำลองขนาด 3 บัส [15] ประกอบด้วยโรงไฟฟ้า 3 แห่ง เครื่องกำเนิดไฟฟ้าจำนวน 6 ชุด สายส่งระหว่างบัส 3 วงจร โดยจะพิจารณาทั้งหมด 4 ช่วงเวลา

1.6.4 การกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังความร้อน จะทำการทดลองกับระบบ 2 ระบบ ประกอบด้วย

1.6.4.1 ระบบไฟฟ้าจำลองขนาด 3 บัส [15] ประกอบด้วยโรงไฟฟ้า 3 แห่ง เครื่องกำเนิดไฟฟ้าจำนวน 6 ชุด สายส่งระหว่างบัส 3 วงจร โดยจะพิจารณาทั้งหมด 4 ช่วงเวลา

1.6.4.2 ระบบไฟฟ้าจริงขนาด 5 บัส [7] [25] ประกอบด้วยโรงไฟฟ้า 14 แห่ง เครื่องกำเนิดไฟฟ้าจำนวน 29 ชุด สายส่งระหว่างบัส 6 วงจร โดยจะพิจารณาทั้งหมด 12 ช่วงเวลา

1.6.5 เงื่อนไขที่พิจารณาในการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าประกอบด้วย การสมดุลของโหลด ความสามารถในการผลิตกำลังไฟฟ้า ข้อจำกัดของระบบส่งไฟฟ้า กำลังไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้งานได้ ลำดับความสำคัญของการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า กำลังผลิตไฟฟ้าสำรอง โดยมีเป้าหมายคือค่าใช้จ่ายในการซ่อมบำรุงรักษา และค่าเชื้อเพลิงในการผลิตไฟฟ้าต่ำที่สุด โดยมีค่าความเชื่อถือได้ของระบบอยู่ในเกณฑ์ที่เหมาะสม

1.6.6 การคำนึงถึงกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหันในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า จะคำนึงเฉพาะการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำเท่านั้น ด้วยเหตุผลดังที่กล่าวมาในข้อ 1.3 ข้างต้น โดยมีสมมติฐานว่า ณ ช่วงเวลาหนึ่ง ระบบส่งไฟฟ้าจะเกิดข้อผิดพลาดขึ้นพร้อมกันไม่เกิน 1 วงจร

1.7 ขั้นตอนของการศึกษา

ขั้นตอนการศึกษางานวิจัยดังกล่าวจะเป็นไปตามเนื้อหาที่เรียงไว้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ซึ่งแบ่งออกเป็น 7 บทด้วยกันคือ

บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมาของงานวิจัย ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ สมมติฐาน ทฤษฎีที่ใช้ ขอบเขตของการวิจัย และขั้นตอนการศึกษา

บทที่ 2 กล่าวถึงความรู้ทั่วไปเกี่ยวกับการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า อาทิเช่น ประเภทของการซ่อมบำรุงรักษา หลักและวิธีการซ่อมบำรุงรักษา วัตถุประสงค์และเงื่อนไขต่างๆใน

การกำหนดแผน การคิดอัตราค่าความเสียหายจากการที่ไฟฟ้าดับ และตัวชี้วัดความเชื่อถือได้ของระบบ

บทที่ 3 กล่าวถึงวิธีการหาค่าเหมาะสมที่สุดทั่วไป ประกอบด้วย วิธีการโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed-integer Programming) การแตกกิ่งและจำกัดขอบเขต (Branch and Bound) รวมถึงทฤษฎีต่างๆที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

บทที่ 4 กล่าวถึงหลักและวิธีการเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น (Benders Decomposition) หลักและวิธีการแปลงปัญหาพื้นฐาน (Primal Problem) เป็นปัญหาควบคู่ (Dual Problem) พร้อมทั้งแสดงการประยุกต์ตัวอย่าง

บทที่ 5 กล่าวถึงขั้นตอนการสร้างแบบจำลองแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ประกอบด้วย การกำหนดตัวแปรต่างๆ ฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์และเงื่อนไขข้อจำกัด พร้อมทั้งแสดงตัวอย่างการคำนวณกับระบบทดสอบจำลอง

บทที่ 6 เป็นการประยุกต์ใช้เทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น (Benders Decomposition) กับระบบทดสอบจริง พร้อมทั้งทำการเปรียบเทียบคำตอบที่ได้มากับวิธีการในอดีต

บทที่ 7 กล่าวถึงบทสรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

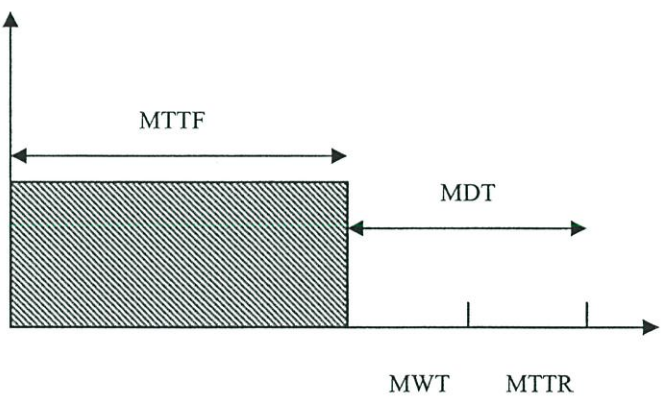
บทที่ 2
หลักและวิธีการซ่อมบำรุงรักษาระบบไฟฟ้า

การบำรุงรักษา [2] เป็นเรื่องสำคัญมากซึ่งในอดีตอาจมองว่าหน่วยงานที่ทำเกี่ยวกับการบำรุงรักษาเป็นหน่วยงานที่มีแต่ค่าใช้จ่ายแต่ความจริงแล้วหน่วยงานดังกล่าวเป็นหน่วยงานที่สำคัญและสร้างผลผลิตหรือรายได้ทางอ้อมให้กับองค์กร

การปรับปรุงความเชื่อถือได้ของระบบไฟฟ้า นอกจากการลงทุนปรับปรุงระบบแล้วจะต้องอาศัยการทำการบำรุงรักษา ซึ่งต้องเข้าใจถึงวิธีการอย่างเป็นระบบ การบำรุงรักษาที่ดีควรมีการศึกษาถึงรูปแบบการบำรุงรักษาแบบต่างๆ และนำรูปแบบการบำรุงรักษาดังกล่าวไปประยุกต์ใช้เพื่อให้เกิดประสิทธิผลมากที่สุด

การบำรุงรักษา คือการดำเนินกิจกรรมต่างๆทั้งหมดที่กระทำเพื่อรักษาให้ระบบมีสภาพดีหรือทำให้ระบบกลับคืนสู่สภาพเดิมตามที่กำหนดโดยมีวัตถุประสงค์ของการทำการบำรุงรักษาสรุปได้ดังนี้

1. ยืดอายุการใช้งานของอุปกรณ์และระบบ
2. ค่าใช้จ่ายสำหรับการซ่อมบำรุงรักษา และค่าใช้จ่ายอื่นๆที่เกี่ยวเนื่องมีค่าต่ำที่สุด
3. เพิ่มความน่าเชื่อถือได้ให้แก่ระบบ

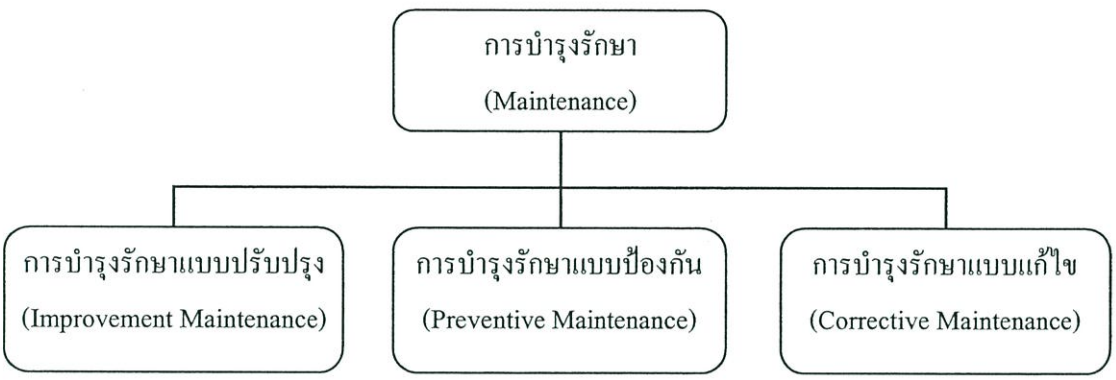


รูปที่ 2.1 ค่าเฉลี่ยการทำงาน ระยะเวลารอและระยะเวลาซ่อม เมื่อเกิดไฟฟ้าขัดข้องแต่ละครั้ง

การซ่อมบำรุงรักษาอุปกรณ์ในระบบนั้นจะพยายามดำเนินการให้ระยะเวลาเฉลี่ยในการทำงานแต่ละครั้ง (MTTF) ของระบบมีระยะเวลามากขึ้น โดยจะลดระยะเวลารอเฉลี่ย (MWT) และระยะเวลาซ่อมเฉลี่ย (MTTR) ของระบบให้น้อยลง ซึ่งจะทำให้ระบบมีความเชื่อถือได้มากขึ้น ดังแสดงในรูปที่ 2.1

2.1 รูปแบบการบำรุงรักษา

รูปแบบการบำรุงรักษาสามารถแบ่งตามกิจกรรมที่ดำเนินการเพื่อให้ระบบทำงานได้ตามกำหนด โดยสามารถเรียงลำดับประสิทธิผลในการบำรุงรักษาเพื่อให้ระบบทำงานได้โดยไม่เกิดการขัดข้อง หรือเกิดการขัดข้องน้อยที่สุด ดังนี้ 1) การบำรุงรักษาแบบปรับปรุง (Improvement Maintenance: IM) 2) การบำรุงรักษาแบบป้องกัน (Preventive Maintenance: PM) และ 3) การบำรุงรักษาแบบแก้ไข (Corrective Maintenance: CM) ดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 รูปแบบการบำรุงรักษา

2.1.1 การบำรุงรักษาแบบปรับปรุง (Improvement Maintenance: IM)

การบำรุงรักษาแบบปรับปรุง คือการเลือกใช้ดัดแปลงหรือปรับเปลี่ยนอุปกรณ์หรือระบบให้ทำงานได้ดีขึ้นกว่าเดิม โดยมีวัตถุประสงค์ที่จะขจัดปัญหาออกไปจากระบบ ซึ่งมักจะเป็นการปรับปรุงครั้งเดียว ซึ่งแบ่งออกได้เป็น 2 รูปแบบ คือการปรับปรุงเพื่อไม่ให้เกิดความเสียหาย (Design Out) และการปรับปรุงเพื่อยืดอายุการใช้งาน (Life Time Extension)

ก. การปรับปรุงเพื่อไม่ให้เกิดความเสียหาย (Design Out: DO)

การปรับปรุงเพื่อไม่ให้เกิดความเสียหาย เป็นการออกแบบระบบเพื่อขจัดปัญหาซึ่งเป็นการบำรุงรักษาแบบแรกที่ต้องพิจารณาว่าสามารถทำได้หรือไม่ และคุ้มกับการลงทุนหรือไม่ เพราะจะทำให้ความต้องการของการบำรุงรักษาลดลงและสมรรถนะความพร้อมใช้งานและประสิทธิภาพของระบบจะสูงขึ้น อาทิเช่น การเปลี่ยนแปลงชนิดสายจากสายเปลือยเป็นสาย SAC (Spaced Aerial Cable) ในพื้นที่ที่มีโอกาสเกิดไฟฟ้าดับเนื่องจากมีวัตถุมาแตะสายเปลือย

ข. การปรับปรุงเพื่อยืดอายุการใช้งาน (Life Time Extension: LTE)

การปรับปรุงเพื่อยืดอายุการใช้งาน เป็นการปรับปรุงเพื่อยืดอายุการใช้งานของอุปกรณ์หรือระบบให้มากที่สุด การปรับปรุงดังกล่าวเป็นการบำรุงรักษาอันดับสองรองจากการปรับปรุงเพื่อไม่ให้เกิดความเสียหาย

การบำรุงรักษาแบบปรับปรุงเพื่อยืดอายุการใช้งานเป็นการทำให้อุปกรณ์เสียด้วยจำนวนครั้งที่น้อยลง การปรับปรุงเพื่อยืดอายุการใช้งานทางด้านไฟฟ้าที่ใช้กันมาก ได้แก่ การใช้งานของอุปกรณ์ไฟฟ้าไม่เต็มกำลัง อาทิเช่น การใช้โหลดของหม้อแปลงโดยจำกัดให้ไม่เกิน 80% ของพิกัดหม้อแปลง หรืออีกตัวอย่างของการปรับปรุงเพื่อยืดอายุการใช้งาน ได้แก่ การใช้ตัวหรี่ไฟกับหลอดอินแคนเดสเซนต์ เพื่อยืดอายุการใช้งานจาก 1,000 ชั่วโมง เป็น 5,000-8,000 ชั่วโมง เป็นต้น

2.1.2 การบำรุงรักษาแบบป้องกัน (Preventive Maintenance: PM)

การบำรุงรักษาแบบป้องกัน หมายถึงกิจกรรมการบำรุงรักษาที่ได้มีการป้องกันไม่ให้อุปกรณ์เสียหายแบบฉุกเฉิน ทำให้สามารถเตรียมการล่วงหน้าได้เพราะได้ทราบสภาพอุปกรณ์ตลอดเวลา

การบำรุงรักษาแบบป้องกันจะมีการวางแผนไว้ล่วงหรือโปรแกรมล่วงหน้าไว้เสมอ การบำรุงรักษาแบบป้องกันสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 รูปแบบ คือการบำรุงรักษาแบบป้องกันทางอ้อมและการบำรุงรักษาแบบป้องกันทางตรง

ก. การบำรุงรักษาแบบป้องกันทางอ้อม (Indirect Preventive Maintenance: IPM)

การบำรุงรักษาแบบป้องกันทางอ้อม หมายถึงการบำรุงรักษาเพื่อค้นหาจุดขัดข้องที่เริ่มเกิดขึ้นในอุปกรณ์ก่อนที่จะลุกลามไปจนเป็นความเสียหาย โดยการวัดหรือการตรวจสภาพอุปกรณ์เพื่อให้ทราบสภาพการทำงาน ไม่ว่าด้วยสัมผัสทั้งห้าหรือการใช้เครื่องมือ

การบำรุงรักษาแบบป้องกันทางอ้อมจะไม่มีผลกระทบโดยตรงต่อสภาพของอุปกรณ์ และมักเรียกว่าการตรวจสภาพ (Condition Monitoring) หรือเรียกว่า "การบำรุงรักษาแบบตรวจวัดสภาพ (Condition Based Maintenance: CBM)" อาทิเช่น การตรวจวัดสภาพของระบบไฟฟ้าด้วยตาเปล่าหรือด้วยกล้องส่องความร้อน เป็นต้น

การบำรุงรักษาแบบป้องกันทางอ้อมหรือการบำรุงรักษาแบบตรวจสภาพนั้น ระบบหรืออุปกรณ์จะไม่ได้มีสภาพดีขึ้น แต่จะได้รับการตรวจเพียงเท่านั้นซึ่งการตรวจอาจตรวจด้วยสัมผัสหรือมองด้วยตาเปล่า โดยอุปกรณ์ที่ได้รับการตรวจต้องมีการส่ออาการให้เห็นด้วยจึงสามารถตรวจสอบได้ อาทิเช่น อุปกรณ์มีความร้อนสูงหรือมีเสียงดังก่อนการเสียหาย เป็นต้น เมื่อตรวจสอบแล้วพบว่าอุปกรณ์ใดกำลังจะเสียหาย และถ้าปล่อยไว้ให้ทำงานต่อเนื่องไปอาจนำไปสู่การเกิดไฟดับได้ ต้องดำเนินการวางแผนเพื่อทำการซ่อมบำรุงรักษา วิธีการนี้จะนำไปสู่การแก้ไขซึ่งเรียกว่าการแก้ไขแบบมีแผนซึ่งจะกล่าวถึงต่อไป

ข. การบำรุงรักษาแบบป้องกันทางตรง (Direct Preventive Maintenance: DPM)

การบำรุงรักษาแบบป้องกันทางตรง ได้แก่ การบำรุงรักษาที่มีผลโดยตรงกับอุปกรณ์ ทำให้อุปกรณ์มีสภาพที่ดีขึ้น ซึ่งกิจกรรมการบำรุงรักษาแบบป้องกันทางตรงอาจมีการบำรุงรักษาแบบตามเวลา หรือจำนวนครั้ง อาทิเช่น การเปลี่ยนซีลยางของอุปกรณ์ไฟฟ้าทุกสามปี การเปลี่ยน

หน้าสัมผัสสวิตช์ตัดตอนเมื่อใช้งานไป 10,000 ครั้ง การเปลี่ยนน้ำมันหม้อแปลงทุก 5 ปี เป็นต้น โดยพิจารณาจากช่วงเวลาการเสียหายของแต่ละอุปกรณ์ การบำรุงรักษาลักษณะนี้เรียกว่า การบำรุงรักษาตามกำหนดเวลา (Fixed Time Maintenance: FTM) เพราะว่าการบำรุงรักษาทั้งหมดควบคุมโดยเวลา หรือจำนวนครั้งที่แน่นอน

การบำรุงรักษาแบบป้องกันทางตรงทำให้อุปกรณ์ไฟฟ้าดีขึ้นเพราะได้มีการเปลี่ยนแปลงอะไหล่ หรืออุปกรณ์ย่อยเป็นระยะตามกำหนด การบำรุงรักษาแบบป้องกันทางตรงเหมาะสำหรับอุปกรณ์ที่ไม่สามารถตรวจได้ด้วยการตรวจสภาพ หรืออุปกรณ์ที่ใช้ตรวจสภาพอาจมีราคาสูงมากจนทำให้ต้องหันมาใช้การบำรุงรักษาแบบป้องกันทางตรง

2.1.3 การบำรุงรักษาแบบแก้ไข (Corrective Maintenance: CM)

การบำรุงรักษาแบบแก้ไข คือการบำรุงรักษาทั้งหมดที่กระทำเพื่อแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นในระบบ ซึ่งเมื่อก่อนอาจเรียกกันว่า การบำรุงรักษาแบบฉุกเฉิน (Emergency Maintenance) หรือการบำรุงรักษาเมื่อเสียหาย (Breakdown Maintenance) ซึ่งอาจไม่ถูกต้องนักเพราะการบำรุงรักษาแบบแก้ไข (Corrective Maintenance) ไม่จำเป็นต้องเป็นการบำรุงรักษาเมื่อเสียหายหรือการบำรุงรักษาแบบฉุกเฉินเท่านั้น เนื่องจากบางครั้งอาจจะเป็นการแก้ไขสิ่งบกพร่องที่เกิดขึ้นในอุปกรณ์ก่อนที่จะลุกลามมากไปจนเสียหายฉุกเฉิน ดังนั้นการบำรุงรักษาแบบแก้ไขจึงแบ่งได้ออกเป็นสองรูปแบบคือ การแก้ไขแบบไม่มีแผน (Unplanned Corrective Maintenance) และการแก้ไขแบบมีแผน (Planned Corrective Maintenance)

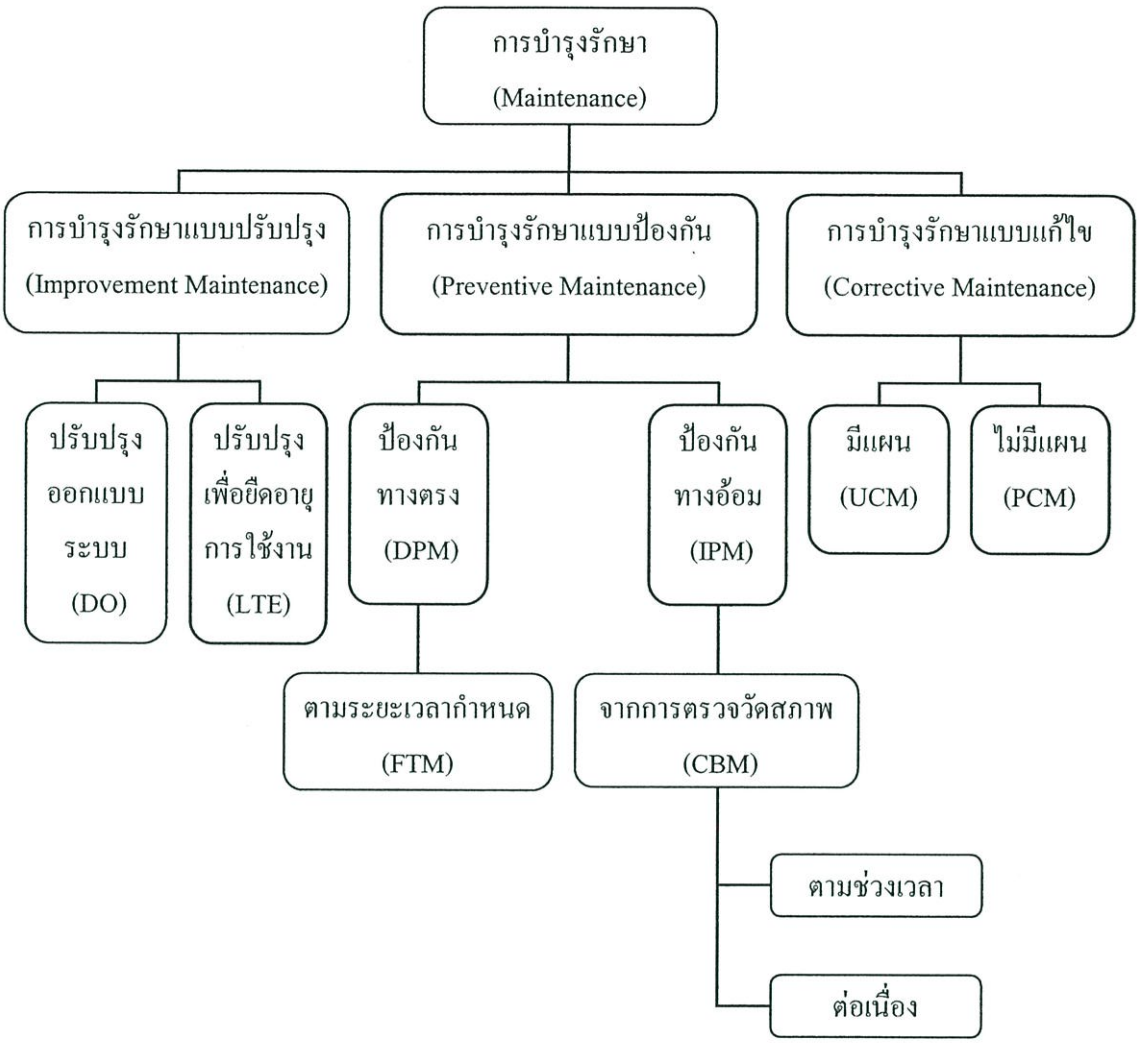
ก. การแก้ไขแบบมีแผน (Planned Corrective Maintenance: PCM)

การแก้ไขแบบมีแผน หมายถึงการแก้ไขที่ได้มีการวางแผนไว้ล่วงหน้าเมื่อทราบว่าระบบมีปัญหาและอาจเกิดการขัดข้องได้ถ้าไม่ได้รับการแก้ไข การแก้ไขแบบมีแผนจะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อมีการตรวจวัดสภาพจากการบำรุงรักษาแบบป้องกันทางอ้อม ทำให้ทราบว่าอุปกรณ์และระบบส่วนใดกำลังจะเสียหาย ทำให้สามารถเตรียมการเรื่องเครื่องมือและอื่นๆที่ต้องใช้ในการซ่อมทำให้ลดในเรื่องระยะเวลาในการรอและซ่อมแซม

ข. การแก้ไขแบบไม่มีแผน (Unplanned Corrective Maintenance: UCM)

การแก้ไขแบบไม่มีแผน หมายถึงการแก้ไขโดยไม่ได้มีการวางแผนไว้เพราะระบบเกิดขัดข้องโดยไม่ทราบล่วงหน้า การแก้ไขแบบนี้มีค่าเวลาเฉลี่ยในการรอค่อนข้างนานเพราะนอกจากความไม่พร้อมในการเตรียมการก่อนจะเริ่มงานบำรุงรักษา ไม่ว่าจะเป็นเรื่องของกำลังคน เอกสารทางเทคนิค และอะไหล่ต่างๆ ยังต้องรอซ่อมเพราะไม่ได้มีการวิเคราะห์เรื่องการเสียของอุปกรณ์ก่อนซ่อมด้วย ดังนั้นค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจากการบำรุงรักษาแบบไม่มีแผนสูงมากทั้งทางตรงซึ่งเนื่องมาจากความเสียหายของอุปกรณ์ และทางอ้อมซึ่งได้แก่ความสูญเสียในการผลิตและคุณภาพของผลผลิต

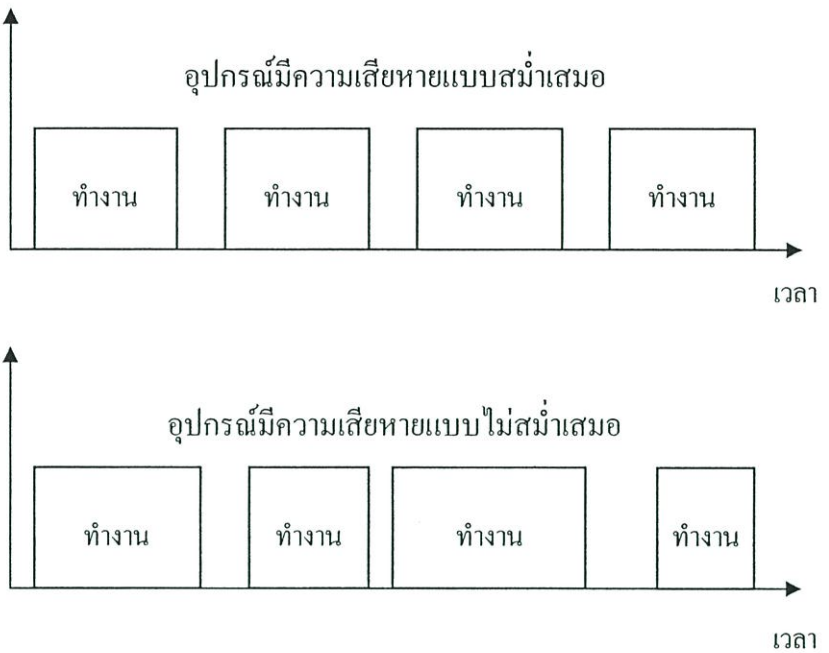
ซึ่งจากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปเป็นไดอะแกรมได้ดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 ไดอะแกรมการบำรุงรักษา

2.2 เวลาพัฒนาไปสู่ความเสียหาย (Failure Developing Time: FDT)

ความเสียหายของอุปกรณ์ไฟฟ้าแบ่งออกได้เป็น 2 อย่าง คือความเสียหายแบบไม่สม่ำเสมอ และความเสียหายแบบสม่ำเสมอ ดังแสดงในรูปที่ 2.4 ความเสียหายแบบสม่ำเสมอ หมายถึง อุปกรณ์ไฟฟ้ามีระยะเวลาทำงานก่อนที่จะเกิดความเสียหายค่อนข้างคงที่ ซึ่งสามารถทำการบำรุงรักษาตามระยะเวลาได้ แต่ถ้าเป็นความเสียหายแบบไม่สม่ำเสมอ หมายถึงมีระยะเวลาก่อนที่จะเกิดความเสียหายไม่แน่นอน อาทิเช่น บางครั้งก็ทำงานได้ 2 ปีจึงเสียหาย บางครั้งก็ทำงานเพียง 6 เดือนจึงเสียหาย ในกรณีนี้จำเป็นต้องมีการตรวจวัดสภาพ (Conditioned Monitoring) เพื่อให้ทราบสภาพของอุปกรณ์ว่าจะเกิดความเสียหายหรือไม่



รูปที่ 2.4 ลักษณะความเสียหายของอุปกรณ์แบบสม่ำเสมอ และแบบไม่สม่ำเสมอ

ความเสียหายของอุปกรณ์ไม่ว่าจะเป็นแบบสม่ำเสมอหรือไม่สม่ำเสมออาจพิจารณาจากระยะเวลาในการพัฒนาไปสู่ความเสียหายของอุปกรณ์ว่ามีระยะสั้นหรือยาวโดยมีข้อสังเกตว่า การพัฒนาไปสู่ความเสียหายของอุปกรณ์มักมีอาการบอกเหตุ อาทิเช่น อุปกรณ์มีอาการสั่นหรือความร้อนสูงมากขึ้น เป็นต้น

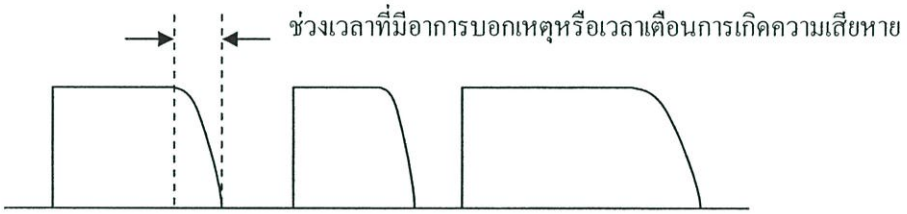
อุปกรณ์ที่มีปัญหา คืออุปกรณ์ที่มีความเสียหายแบบไม่สม่ำเสมอ แต่ถ้ามีเวลาพัฒนาไปสู่ความเสียหายยาวก็สามารถตรวจวัดสภาพได้ (Condition Based Monitoring) แต่ถ้ามีเวลาพัฒนาไปสู่ความเสียหายสั้นก็ต้องใช้วิธีการตรวจวัดสภาพแบบตลอดเวลา (On-line Monitoring)

พิจารณารูปที่ 2.5 (ก) ความเสียหายของอุปกรณ์เกิดขึ้นแบบไม่สม่ำเสมอแต่มีเวลาเตือนการเกิดความเสียหาย ดังนั้นวิธีการบำรุงรักษาที่เหมาะกับอุปกรณ์ประเภทนี้ก็คือ การบำรุงรักษาทางอ้อมหรือการบำรุงรักษาแบบตรวจวัดสภาพ (Condition Based Maintenance) แต่ทั้งนี้ช่วงเวลาของการบำรุงรักษาขึ้นกับระยะเวลาเตือนการเกิดความเสียหาย ถ้าระยะเวลาเตือนนานก็สามารถกำหนดช่วงเวลาของการบำรุงรักษาแบบป้องกันทางอ้อมนานได้

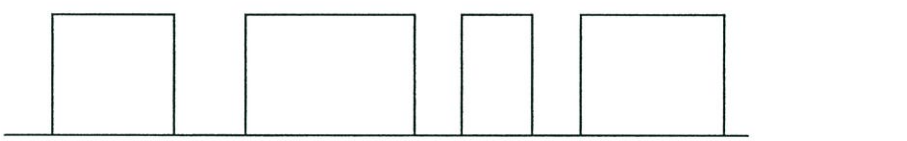
ในรูปที่ 2.5 (ข) ความเสียหายของอุปกรณ์เกิดขึ้นแบบไม่สม่ำเสมอและไม่มีเวลาเตือนการเกิดความเสียหายล่วงหน้า นั่นหมายถึงการบำรุงรักษาแบบตรวจวัดสภาพไม่มีประโยชน์สำหรับกรณีนี้ ดังนั้นวิธีการแก้ไขหรือการบำรุงรักษาที่เหมาะสำหรับอุปกรณ์ประเภทนี้ก็คือ ถ้าเป็นอุปกรณ์วิกฤตที่เมื่อเกิดความเสียหายขึ้นแล้วจะทำให้ระบบขัดข้องไม่สามารถทำงานได้ก็ต้องติดตั้ง

อุปกรณ์สองชุดทำงานขนานกัน (Redundancy) หรืออาจให้ทำงานจนเสียหาย (Operate Till Breakdown: OTBD) แต่ทั้งนี้ต้องเตรียมอะไหล่ไว้ให้เปลี่ยนได้ทันที

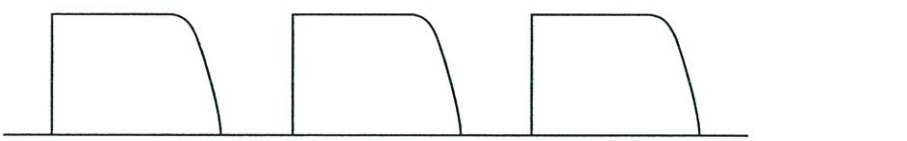
พิจารณารูปที่ 2.5 (ค) อุปกรณ์มีความเสียหายอย่างสม่ำเสมอและมีเวลาเตือนการเกิดความเสียหายล่วงหน้า ดังนั้นการบำรุงรักษาที่ควรเลือกสำหรับกรณีนี้คือการบำรุงรักษาแบบตรวจวัดสภาพ ส่วนในรูปที่ 2.5 (ง) อุปกรณ์เสียหายแบบสม่ำเสมอและไม่มีเวลาเตือน การบำรุงรักษาแบบนี้ควรใช้การบำรุงรักษาแบบป้องกันทางตรงคือ เปลี่ยนอุปกรณ์ตามช่วงเวลาก่อนที่มันจะเสีย หรือถ้าเป็นอุปกรณ์สำคัญมาก คือระบบจะเกิดขัดข้องเมื่ออุปกรณ์ดังกล่าวเสีย ก็อาจต้องใช้อุปกรณ์สองชุดทำงานขนานกัน (Redundancy)



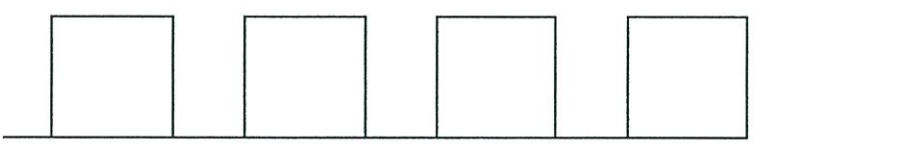
(ก) ความเสียหายอุปกรณ์แบบไม่สม่ำเสมอ แต่มีเวลาเตือนการเกิดความเสียหาย



(ข) ความเสียหายอุปกรณ์แบบไม่สม่ำเสมอ และไม่มีเวลาเตือนการเกิดความเสียหาย



(ค) ความเสียหายอุปกรณ์แบบสม่ำเสมอ และมีเวลาเตือนการเกิดความเสียหาย

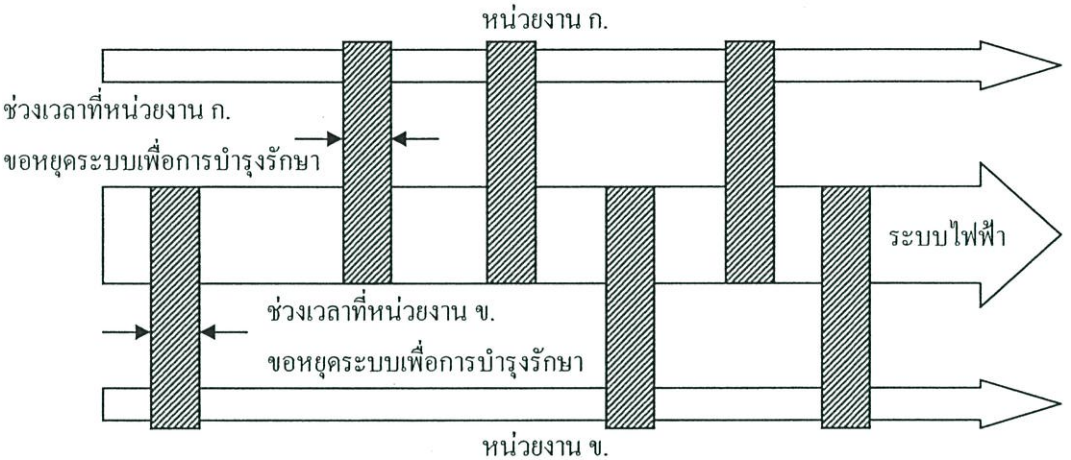


(ง) ความเสียหายอุปกรณ์แบบสม่ำเสมอ แต่ไม่มีเวลาเตือนการเกิดความเสียหาย

รูปที่ 2.5 ความเสียหายแบบต่างๆของอุปกรณ์ที่มีเวลาและไม่มีเวลาพัฒนาความเสียหาย

2.3 หน้าต่างการบำรุงรักษา (Maintenance Window) และการใช้ประโยชน์

หน้าต่างการบำรุงรักษา หมายถึงช่วงเวลาที่ได้มีการหยุดการทำงานของระบบหรือหยุดจ่ายไฟฟ้าเพื่อทำการบำรุงรักษาซึ่งวางแผนโดนกลุ่มปฏิบัติการหรือกลุ่มบำรุงรักษาหรือกลุ่มอื่นๆทำให้สามารถนำการบำรุงรักษาอื่นๆมาดำเนินการในช่วงเวลาดังกล่าวได้โดนทำให้ไม่ต้องมีการหยุดทำงานของระบบเพื่อทำการบำรุงรักษาหลายครั้ง



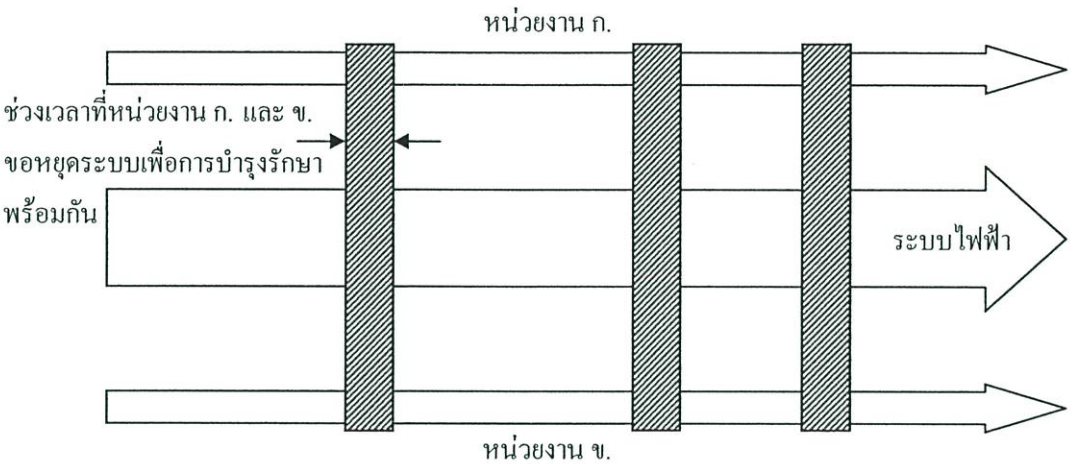
รูปที่ 2.6 การเปิดหน้าต่างการบำรุงรักษาจากหน่วยงาน 2 หน่วยงาน

พิจารณารูปที่ 2.6 ซึ่งมีการเปิดหน้าต่างการบำรุงรักษาจากกลุ่มหรือหน่วยงาน ก. และมีกลุ่มหรือหน่วยงาน ข. ที่ทำหน้าบำรุงรักษาก็หยุดระบบการทำงานเพื่อบำรุงรักษาด้วย ถ้าหน่วยงานสองกลุ่มทำงานไม่สัมพันธ์กันก็ทำให้ต้องหยุดการทำงานของระบบบ่อยและนาน หน้าต่างการบำรุงรักษาจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับชนิดของการบำรุงรักษา อาทิเช่น หน้าต่างที่เกิดจากการเปลี่ยนอุปกรณ์ไฟฟ้าเมื่อเกิดไฟฟ้าดับ การเปลี่ยนอุปกรณ์ไฟฟ้าเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพ เป็นต้น

รูปที่ 2.6 แสดงให้เห็นถึงผลกระทบของการบำรุงรักษาแบบไม่มีแผน หน่วยงาน ก. ได้หยุดการทำงานของระบบ แต่หน่วยงาน ข. ไม่มีโอกาสใช้หรือไม่มีการวางแผนใช้ช่วงเวลาเหล่านั้นให้เกิดประโยชน์ รูปที่ 2.7 แสดงถึงการใช้หน้าต่างการบำรุงรักษาอย่างสมบูรณ์แบบซึ่งจะกระทบต่อการหยุดจ่ายไฟน้อย ทำให้สามารถจ่ายไฟได้อย่างมีประสิทธิภาพ และแสดงให้เห็นว่าทั้งสองหน่วยงานมีการทำงานร่วมกันได้เป็นอย่างดี

หน้าต่างการบำรุงรักษาที่จะใช้ให้เป็นประโยชน์ได้ต้องมีการวางแผนที่ดี ตั้งแต่แผนการบำรุงรักษาประจำปีและแผนการบำรุงรักษาฉุกเฉินที่เกิดขึ้นระหว่างการจ่ายไฟฟ้า หน้าต่างการบำรุงรักษาอาจมีเวลาต่างๆกันขึ้นกับการบำรุงรักษาหลักที่เรียกการหยุดการทำงานของระบบ อาทิเช่น หน่วยงานก. เป็นหน่วยงานที่เรียกให้ระบบหยุดการทำงานหรือหยุดการจ่ายไฟเพื่อทำการซ่อม

อุปกรณ์ไฟฟ้าบางอย่างและต้องใช้เวลาซ่อมนานประมาณ 5 ชั่วโมง ซึ่งเวลาในช่วงนี้หน่วยงานอื่นต้องวางแผนใช้หน้าต่างบำรุงรักษาที่เปิดโดยหน่วยงาน ก. โดยเอางานบำรุงรักษาที่ใช้เวลาต่ำกว่า5 ชม.เข้าดำเนินการในช่วงนั้น เป็นต้น



รูปที่ 2.7 การเปิดหน้าต่างการบำรุงรักษาจากหน่วยงาน 2 หน่วยงานพร้อมกัน

สรุปได้ว่าหน่วยงานบำรุงรักษาหรือหน่วยงานการจ่ายไฟฟ้าต้นเรื่องใดที่ต้องทำการปิดการจ่ายไฟสายส่งใดก็ตาม ควรได้มีการแจ้งผู้ที่เกี่ยวข้องโดยเฉพาะหน่วยก่อสร้าง หน่วยบำรุงรักษา หน่วยแก้ไขไฟฟ้า หรือหน่วยซ่อมบำรุงอื่นว่ามีหน่วยงานใดบ้างที่จะเข้าไปดำเนินการบำรุงรักษาสายป้อนดังกล่าวในระยะเวลามีหน่วยงานต้นเรื่องกำหนด เพื่อจะได้ใช้ช่วงเวลาดังกล่าวทำหลายเรื่องในเวลาเดียวกัน ทำให้ไม่ต้องหยุดจ่ายไฟบ่อยๆครั้งโดยไม่จำเป็น

2.4 ยุทธวิธีการบำรุงรักษา

การบำรุงรักษาจำเป็นต้องมียุทธวิธีการบำรุงรักษาที่เหมาะสมเพื่อให้เกิดประสิทธิภาพการบำรุงรักษาสูงสุดขั้นตอนการใช้วิธีการบำรุงรักษาให้เรียงลำดับจากการบำรุงรักษาที่มีประสิทธิภาพสูงสุดไปสู่วิธีการบำรุงรักษาที่มีประสิทธิภาพต่ำสุดดังนี้

ก. การบำรุงรักษาแบบปรับปรุงเพื่อไม่ให้เกิดความเสียหาย (DO)

ข. การบำรุงรักษาแบบปรับปรุงเพื่อยืดอายุการใช้งาน (LTE)

ค. การบำรุงรักษาแบบป้องกันทางอ้อม (IPM or CBM)

ง. การบำรุงรักษาแบบป้องกันทางตรง (DPM or FTM)

จ. การแก้ไขแบบมีแผน (PCM)

ฉ. การทำงานจนเสีย (Operate till Breakdown: OTBD)

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การบำรุงรักษาที่มีประสิทธิภาพดีจำเป็นต้องเลือกยุทธวิธีการบำรุงรักษาให้ดีด้วย การบำรุงรักษาที่ดีควรเลือกวิธีการบำรุงรักษาเรียงลำดับตั้งแต่ข้อ ก.ข้างต้นลงมา ถ้าไม่สามารถทำได้เนื่องจากค่าใช้จ่ายสูงและไม่เหมาะทางด้านเศรษฐศาสตร์ก็เลือกวิธีการบำรุงรักษาในลำดับถัดลงมา สำหรับการทำงานจนอุปกรณ์ไฟฟ้าเสีย (OTBD) นั้นไม่ได้เป็นวิธีการบำรุงรักษาที่ไม่ดีที่สุดเสมอไปเพราะในทางปฏิบัติถ้าระบบหรืออุปกรณ์มีโอกาสเสียน้อยมากอาจไม่คุ้มกับที่ต้องเสียค่าใช้จ่ายเพื่อทำการบำรุงรักษาหรือเพื่อตรวจเช็ค ตัวอย่างเช่น สายควบคุมในแผงควบคุมต่างๆมีโอกาสเสียน้อยมาก อายุการใช้งานก็นานเป็นสิบปีและไม่ได้ใช้กระแสมากด้วย ดังนั้นโดยมากมักไม่ได้มีการบำรุงรักษาแต่อย่างใด ยกเว้นว่าสายควบคุมนั้นมีความสำคัญซึ่งถ้าทำงานผิดพลาดแล้วจะสร้างความเสียหายให้กับระบบมาก

2.5 การวางแผนการบำรุงรักษา

วัตถุประสงค์อย่างหนึ่งของงานบำรุงรักษา คือจัดการให้การบำรุงรักษาดำเนินไปอย่างมีแผนงาน สิ่งนี้จะช่วยให้สมรรถนะความพร้อมใช้งานของระบบสูงขึ้น ลดค่าใช้จ่ายบำรุงรักษาทางตรง ตลอดจนภาระงานของแผนกบำรุงรักษา และคุณภาพของงานจะสูงขึ้น

การบำรุงรักษาที่ถูกต้องจะให้ประโยชน์หลายประการได้แก่

- ผลผลิตเพิ่มสูงขึ้นทั้งปริมาณและคุณภาพ
- ค่าใช้จ่ายบำรุงรักษาลดลง
- เจ้าหน้าที่ฝ่ายบำรุงรักษามีความกระตือรือร้นมากขึ้น
- สภาพแวดล้อมในการปฏิบัติงานดีขึ้น
- สามารถนำวิธีการของ (Just in time: JIT) มาใช้ได้กับการผลิต คือการนำวัสดุอุปกรณ์มาใช้ให้ทันเวลาโดยไม่ต้องเสียเวลา พื้นที่สำหรับการทำสินค้าคงคลัง
- ผู้ควบคุมการทำงานของระบบมีความพึงพอใจสูงขึ้น

การวางแผนการบำรุงรักษาต้องพิจารณาถึงการตรวจวัดสภาพอุปกรณ์ ผลกระทบทางด้านเศรษฐศาสตร์ และการใช้ประโยชน์ของหน้าต่างการบำรุงรักษา

2.5.1 การตรวจวัดสภาพอุปกรณ์

การวางแผนการบำรุงรักษาจะประสบผลสำเร็จก็ต่อเมื่อทราบเกี่ยวกับรายละเอียดของงานนั้นก่อน ซึ่งอันดับแรกต้องทราบสภาพของอุปกรณ์ โดยการตรวจวัดความผิดปกติที่กำลังก่อตัวขึ้นซึ่งยังไม่มีผลกระทบรุนแรงต่อการทำงานของอุปกรณ์ ทำให้สามารถวางแผนการทำงานไว้ล่วงหน้าก่อนที่จะเกิดความเสียหายขึ้น ด้วยวิธีการตรวจวัดสภาพดังกล่าวจึงทำให้การบำรุงรักษาแบบแก้ไขที่ไม่มีแผนกลายเป็นงานบำรุงรักษาแบบแก้ไขที่มีแผน

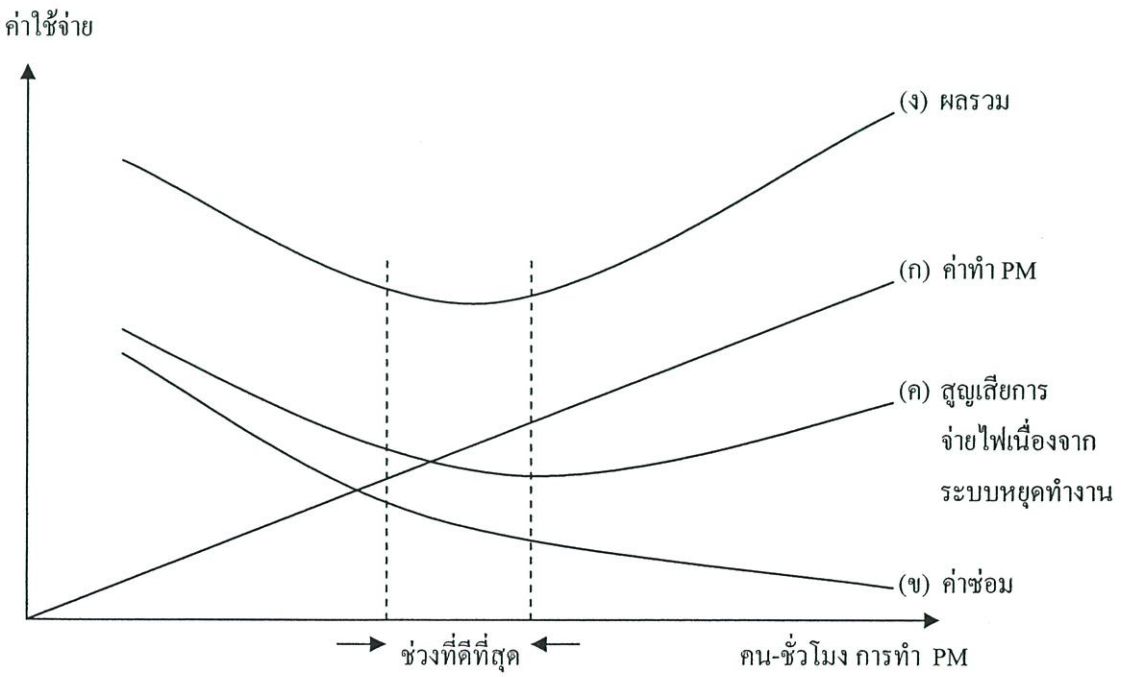
85155

2.5.2 ผลกระทบทางด้านเศรษฐศาสตร์

ผลทางด้านเศรษฐศาสตร์ในด้านการบำรุงรักษาขึ้นอยู่กับปริมาณงานในการบำรุงรักษาแบบป้องกัน (PM) ว่าทำมากน้อยเพียงใด ในรูปที่ 2.8 แสดงค่าใช้จ่ายต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการบำรุงรักษาแบบป้องกันซึ่งเป็นการบำรุงรักษาตามกำหนดเวลา (FTM) ซึ่งมีข้อสังเกตดังนี้

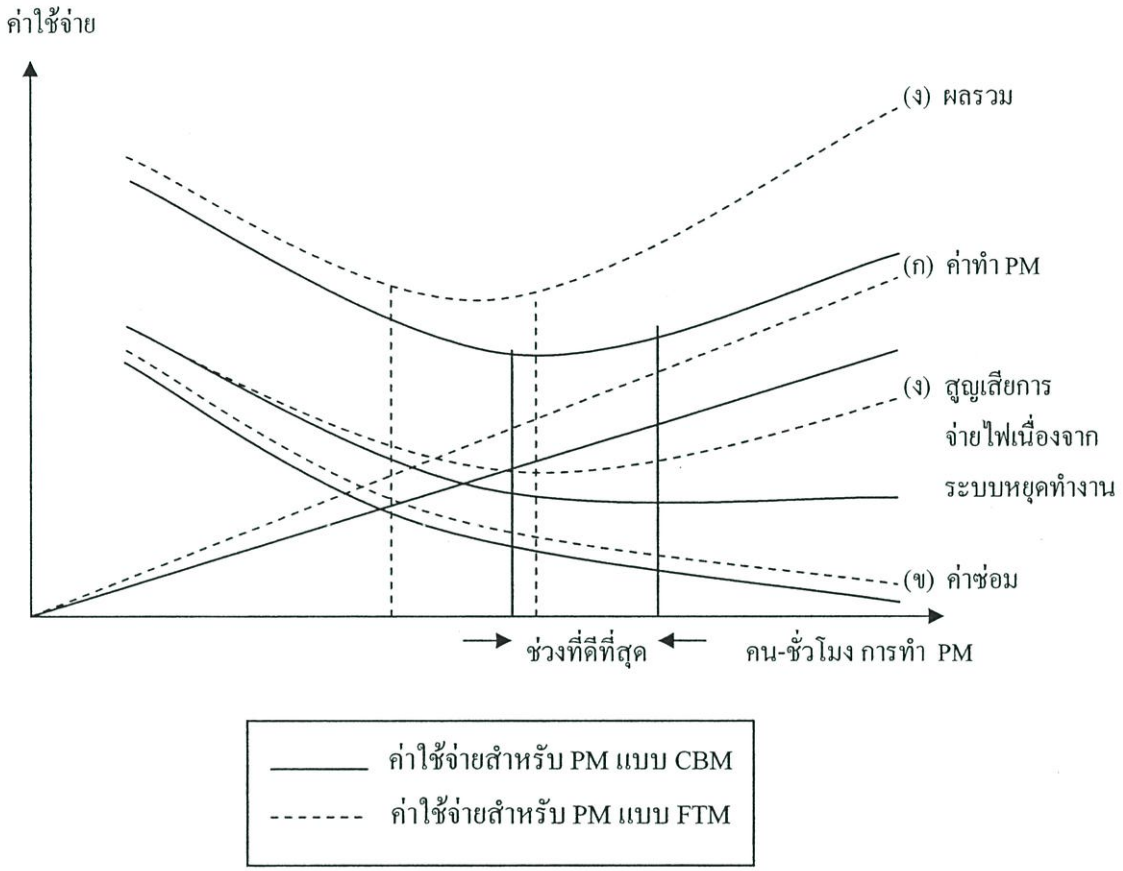
- เส้นกราฟ (ก) เป็นค่าใช้จ่ายในการทำ PM ถ้าทำ PM มาก ค่าใช้จ่ายในการทำ PM จะเพิ่มขึ้น
- เส้นกราฟ (ข) เป็นค่าซ่อมแซมอุปกรณ์ถ้าทำ PM มาก ค่าใช้จ่ายในการซ่อมแซมอุปกรณ์จะลดลง
- เส้นกราฟ (ค) เป็นการสูญเสียการจ่ายไฟเนื่องจากระบบต้องหยุดทำงาน ถ้าทำ PM น้อยเกินไป การสูญเสียการจ่ายไฟมีมากเนื่องจากเกิดไฟฟ้าขัดข้องบ่อย แต่ถ้าทำ PM มากเกินไปก็ต้องหยุดระบบบ่อยการสูญเสียการจ่ายไฟก็สูง
- เส้นกราฟ (ง) เป็นผลรวมทั้งหมดของเส้นกราฟ (ก), (ข) และ (ค) บริเวณจุดต่ำสุดของเส้นกราฟ (ง) เป็นตำแหน่งที่เหมาะสมที่สุดต่อการทำเส้นกราฟ (ค) PM ที่ทำให้เสียค่าใช้จ่ายรวมต่ำที่สุด

ในบางกรณีอาจมีข้อยกเว้น อาทิเช่น การทำ PM สำหรับเครื่องบินจะมุ่งเน้นความประหยัดอย่างเดียวไม่ได้จะต้องเน้นที่ความปลอดภัยเป็นสำคัญ ดังนั้นการทำ PM กับระบบไฟฟ้าก็เช่นกัน คือถ้าระบบนั้นอยู่ในส่วนที่เกี่ยวข้องกับความปลอดภัยก็ต้องให้ความสำคัญกับความปลอดภัยมากกว่าการประหยัดค่าใช้จ่ายด้วย



รูปที่ 2.8 ความสัมพันธ์ของค่าใช้จ่ายและกำลังคนในการทำ PM แบบ FTM

ถ้าเปรียบเทียบการบำรุงรักษาแบบป้องกันทั้งสองแบบคือ การบำรุงรักษาตามกำหนดเวลา (FTM) และการบำรุงรักษาแบบตรวจวัดสภาพ (CBM) จะพบว่าค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดของ CBM จะน้อยกว่า FTM ซึ่งแสดงด้วยเส้นเต็มและเส้นประตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 ความสัมพันธ์ของค่าใช้จ่ายและกำลังคนในการทำการซ่อมบำรุงรักษา PM แบบ FTM เปรียบเทียบกับการซ่อมบำรุงรักษา PM แบบ CBM

การบำรุงรักษาแบบป้องกันที่ใช้แบบตรวจวัดสภาพนั้นทำให้จำนวนครั้งที่อุปกรณ์ขัดข้องน้อยลงและทำให้สูญเสียวัสดุน้อยลง เมื่อมีการบำรุงรักษาแบบตรวจวัดสภาพก็จะต้องมีค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้นอย่างแน่นอนเนื่องจากต้องการกำลังคนเพื่อตรวจสภาพระบบมากขึ้น แต่โดยรวมแล้วผลที่ได้ดีขึ้นเพราะไฟฟ้าขัดข้องน้อยลง แต่ทั้งนี้การบำรุงรักษาแบบตรวจวัดสภาพก็ต้องให้มีปริมาณที่เหมาะสมด้วย มิฉะนั้นค่าใช้จ่ายโดยรวมก็จะสูงขึ้น

2.5.3 การใช้ประโยชน์ของหน้าต่างการบำรุงรักษา

การใช้หน้าต่างการบำรุงรักษาเป็นส่วนหนึ่งของการวางแผนการบำรุงรักษา มีรายละเอียดเกี่ยวกับหน้าต่างการบำรุงรักษาดังได้กล่าวมาตอนต้นแล้ว ในที่นี้ต้องการกล่าวว่าหน้าต่างการบำรุงรักษาต้องมีการวางแผนไว้ในแผนประจำปีของการบำรุงรักษาด้วย ในการใช้หน้าต่างการบำรุงรักษาให้ดีทุกฝ่ายที่เกี่ยวข้องไม่ว่าจะเป็นทางด้านการจ่ายไฟฟ้า การบำรุงรักษาอุปกรณ์ไม่ว่าจะเป็นสายส่ง อุปกรณ์ในสถานีไฟฟ้าย่อย สายป้อน หรืออุปกรณ์ในระบบแรงต่ำ ต้องมีการวางแผนร่วมกันและใช้หน้าต่างร่วมกันให้เป็นประโยชน์

2.6 ความเสียหายเนื่องจากไฟดับ (Outage cost)

การออกแบบและการบำรุงรักษาระบบของผู้ผลิตไฟฟ้าจำเป็นต้องอาศัยข้อมูลเบื้องต้นก่อนออกแบบว่าต้องมีเสถียรภาพหรือความมั่นคงในการจ่ายไฟมากน้อยเพียงใด ถ้าจ่ายไฟให้กับบ้านอยู่อาศัยที่อยู่ห่างไกลก็อาจมีความเชื่อถือได้ของระบบจ่ายไฟไม่สูงมากนักเพื่อไม่ให้เกิดการลงทุนมากเกินไป แต่ถ้าต้องการจ่ายไฟฟ้าให้กับย่านโรงงานอุตสาหกรรมที่มีผลผลิตมากก็จำเป็นต้องออกแบบระบบผลิตไฟฟ้ารวมถึงการบำรุงรักษาที่ดีเพื่อให้การจ่ายไฟฟ้ามีความเชื่อถือได้ และไม่สูญเสียลูกค้าซึ่งเป็นผู้ใช้ไฟฟ้าสำหรับผู้ผลิตไฟฟ้า

ดัชนีที่เป็นตัวบอกความสำคัญของผู้ใช้ไฟฟ้าที่ผู้ผลิตไฟฟ้าต้องจ่ายไฟฟ้าให้มีเสถียรภาพและความเชื่อถือได้ของไฟฟ้าสูง ดัชนีหนึ่งจากหลายดัชนี ก็คือ ความเสียหายเนื่องจากไฟดับ ซึ่งหมายถึงความเสียหายที่เกิดกับทั้งผู้ผลิตไฟฟ้าเนื่องจากขายไฟฟ้าไม่ได้ และความเสียหายที่เกิดกับผู้ใช้ไฟฟ้าที่ทำให้ต้องสูญเสียผลผลิตที่ควรผลิตได้หรือทำให้สูญเสียการค้า หรือลูกค้า หรือสูญเสียการตลาดด้วยเป็นต้น

การกำหนดความสำคัญของผู้ใช้ไฟฟ้าเพื่อผู้ผลิตไฟฟ้าจะได้ให้บริการจ่ายระบบไฟฟ้าให้มีความเชื่อถือได้สูงนั้น หมายถึงผู้ใช้ไฟรายใหญ่จากต่างประเทศก็จะมาลงทุนในประเทศมากขึ้นทำให้เศรษฐกิจในประเทศดีขึ้น นอกจากนี้ยังทำให้ผู้ใช้ไฟฟ้าประเภทอุตสาหกรรมที่ต้องการความเชื่อถือได้ของระบบไฟฟ้าสูงไม่จำเป็นต้องเลือกสถานที่ตั้งว่าต้องใกล้เมืองหลวงจึงจะได้ผู้ผลิตไฟฟ้าที่มีคุณภาพหรือมีความเชื่อถือได้สูง

ความเสียหายที่เกิดขึ้นเนื่องจากไฟฟ้าดับแต่ละครั้งมีมากมาย ไม่ว่าจะเป็นเนื่องจากผู้ผลิตไฟฟ้าเองหรือผู้ใช้ไฟฟ้า ซึ่งแยกออกได้ดังนี้

ก. ความเสียหายเนื่องจากไฟดับของผู้ผลิตไฟฟ้า

ข. ความเสียหายเนื่องจากไฟดับของผู้ใช้ไฟฟ้า

ค. ความเสียหายเนื่องจากไฟดับของระบบสาธารณูปโภค

ง. ความเสียหายเนื่องจากไฟดับของระบบความมั่นคงของประเทศ

ความเสียหายเนื่องจากไฟดับในที่นี้จะกล่าวเฉพาะของผู้ผลิตไฟฟ้าและผู้ใช้ไฟฟ้า ส่วนความเสียหายเนื่องจากไฟดับของระบบสาธารณูปโภคและระบบความมั่นคงของประเทศก็เป็นหน้าที่ขององค์กรหรือหน่วยงานที่เกี่ยวข้องที่ต้องหาระบบเสริมเพื่อให้เกิดความเชื่อถือได้ของระบบไฟฟ้าที่ต้องใช้ ไม่ว่าจะเป็นการเพิ่มเครื่องกำเนิดไฟฟ้า หรือระบบ UPS (Uninterruptible Power Supply)

2.6.1 ความเสียหายเนื่องจากไฟดับของผู้ผลิตไฟฟ้าและผู้ใช้ไฟฟ้า

ความเสียหายเนื่องจากไฟดับของผู้ผลิตไฟฟ้า

ความเสียหายเนื่องจากไฟดับของผู้ผลิตไฟฟ้า ประกอบด้วยไฟฟ้าที่ผู้ผลิตไฟฟ้าขายไม่ได้ในช่วงไฟฟ้าดับ (kWh) ซึ่งเมื่อคิดออกมาเป็นเงินค่าไฟฟ้าและเทียบกับความเสียหายเนื่องจากไฟดับของผู้ใช้ไฟแล้วก็ถือว่าน้อยมาก

ความเสียหายเนื่องจากไฟดับของผู้ผลิตไฟฟ้า (Utility Cost: UC) กำหนดพารามิเตอร์ไว้ดังนี้

UCU_i ความเสียหายเนื่องจากไฟดับของผู้ผลิตไฟฟ้าต่อหนึ่งผู้ผลิตไฟฟ้า i

UCS_i ความเสียหายเนื่องจากไฟดับของผู้ผลิตไฟฟ้าต่อสถานีไฟฟ้า i

UCF_i ความเสียหายเนื่องจากไฟดับของผู้ผลิตไฟฟ้าต่อสายส่ง i

UCC_i ความเสียหายเนื่องจากไฟดับของผู้ผลิตไฟฟ้าต่อประเภทผู้ใช้ไฟ i

ความเสียหายเนื่องจากไฟดับของผู้ผลิตไฟฟ้าไม่ว่าจะเป็นต่อหนึ่งผู้ผลิตไฟฟ้า หรือ สถานีไฟฟ้า สายส่ง หรือ ผู้ใช้ไฟฟ้า สามารถเขียนได้ดังตัวอย่างสมการ

UCU_i = *B/kWh x* หน่วยไฟฟ้าเฉลี่ยที่จ่ายไฟฟ้าให้ไม่ได้ของผู้ผลิตไฟฟ้า$_i$ (2.1)

UCS_i = *B/kWh x* หน่วยไฟฟ้าเฉลี่ยที่จ่ายไฟฟ้าให้ไม่ได้ของสถานีไฟฟ้า i (2.2)

UCF_i = *B/kWh x* หน่วยไฟฟ้าเฉลี่ยที่จ่ายไฟฟ้าให้ไม่ได้ของสายส่ง i (2.3)

UCC_i = *B/kWh x* หน่วยไฟฟ้าเฉลี่ยที่จ่ายไฟฟ้าให้ไม่ได้ของผู้ใช้ไฟฟ้าประเภท i (2.4)

หน่วยไฟฟ้าเฉลี่ยในสมการข้างต้นแต่ละสมการหาได้จากระยะเวลาที่เกิดไฟดับชั่วโมงต่อปีคูณด้วยหน่วยไฟฟ้าที่จ่ายต่อปีหารด้วย 8,760 ชั่วโมง โดยให้ 1 ปีมี 8,760 ชั่วโมง นั่นคือ

$$\text{หน่วยไฟฟ้าเฉลี่ยจ่ายไฟไม่ได้ (kWh of Outage per year)} = \frac{\text{ระยะเวลาไฟดับต่อปี (ชั่วโมง) x หน่วยไฟฟ้าที่จ่ายต่อปี (kWh)}}{\text{8,760 (ชั่วโมง)}}$$

$$UC\ per\ year = B/kWh \times kWh\ of\ Outage\ per\ year \quad (2.5)$$

<u>ความเสียหายเนื่องจากไฟดับของผู้ใช้ไฟฟ้า ประกอบด้วย</u>

ก. ความเสียหายเนื่องจากไฟดับต่อครั้ง

ความเสียหายเนื่องจากไฟดับต่อครั้ง หมายถึงทุกครั้งที่เกิดไฟดับไม่ว่าจะนานเท่าใดก็ตามจะมีความเสียหายเกิดขึ้น อาทิเช่นไฟดับนาน 1 นาที ผู้ใช้ไฟมีค่าความเสียหายเนื่องจากไฟดับต่อครั้งเท่ากับ 15 นาทีเป็นต้น ผู้ใช้ไฟฟ้าประเภทนี้มักเป็นอุตสาหกรรมประเภทที่ต้องมีการเริ่มกระบวนการผลิตใหม่หมด อาทิเช่น โรงทอด้าย โรงงานผลิตโพลิเมอร์ที่มีการแข็งตัวในกระบวนการเมื่อเกิดไฟกระพริบหรือไฟดับ เป็นต้น แต่โรงงานอุตสาหกรรมทุกแห่งไม่ได้มีความเสียหายที่เกิดเนื่องจากไฟดับต่อครั้ง โรงงานอุตสาหกรรมประเภทที่มีความเสียหายที่เกิดจากไฟดับต่อครั้งอาจมีเพียงร้อยละ 5 เท่านั้น ซึ่งผู้ผลิตไฟฟ้าต้องสำรวจว่าผู้ใช้ไฟฟ้าที่อยู่ในความดูแลของผู้ผลิตไฟฟ้ามีความเสียหายประเภทนี้จำนวนมากน้อยเพียงใด

ความเสียหายที่เกิดจากไฟดับต่อครั้งของผู้ใช้ไฟฟ้าประเภท i สามารถเขียนได้เป็น CCI_i: Customer Cost due to Interruption of Customer Type i

$$CCI_i = CCIE_i \times N_{i\text{-}outage} \qquad (2.6)$$

โดย CCI_i ความเสียหายเนื่องจากไฟดับต่อครั้งของผู้ใช้ไฟฟ้าประเภท i (บาท)

$CCIE_i$ อัตราความเสียหายเนื่องจากไฟดับต่อครั้งของผู้ใช้ไฟฟ้าประเภท i (บาท)

$N_{i\text{-}outage}$ จำนวนครั้งที่เกิดไฟดับในช่วงเวลาที่พิจารณา (ครั้ง)

ความเสียหายที่เกิดเนื่องจากไฟดับต่อครั้งของผู้ใช้ไฟฟ้าแต่ละประเภทมีค่าไม่เท่ากัน ทั้งนี้ขึ้นกับกระบวนการผลิตที่เสียหายต่อครั้งว่ามีมากน้อยเพียงใด

ข. ความเสียหายเนื่องจากระยะเวลาการเกิดไฟดับ

ความเสียหายเนื่องจากระยะเวลาการเกิดไฟดับ หมายถึงความเสียหายที่เกิดจากผลผลิตที่ผลิตไม่ได้เนื่องจากไม่มีไฟฟ้าใช้ อุตสาหกรรมทุกชนิดจะมีความเสียหายดังกล่าวนี้ แต่ความเสียหายที่เกิดขึ้นมีค่ามากน้อยเพียงใดก็ต้องขึ้นกับประเภทอุตสาหกรรม อาทิเช่น อุตสาหกรรมผลิตรองเท้าอาจมีความเสียหาย 200,000 บาทต่อไฟดับนาน 30 นาที แต่อุตสาหกรรมชิ้นส่วนอิเล็กทรอนิกอาจมีความเสียหาย 2,000,000 บาทต่อไฟดับนาน 30 นาที เป็นต้น แต่ทั้งนี้ความเสียหายที่เกิดขึ้นเนื่องจากผลผลิตที่ผลิตไม่ได้ แต่ถ้าคิดถึงผลกำไรที่เสียหายก็จะมีค่าน้อยกว่านี้

ความเสียหายเนื่องจากระยะเวลาการเกิดไฟดับ ของประเภทอุตสาหกรรม i สามารถเขียนได้เป็น CCT_i: Customer Cost due to Outage Time Type i

$$CCT_i = B_i \times T_{i\text{-}outage} \qquad (2.7)$$

โดย CCT_i ความเสียหายเนื่องจากไฟดับต่อครั้งของผู้ใช้ไฟฟ้าประเภท i (บาท)

B_i อัตราความเสียหายเนื่องจากไฟดับต่อครั้งของผู้ใช้ไฟฟ้าประเภท i (บาท)

$T_{i\text{-}outage}$ จำนวนครั้งที่เกิดไฟดับในช่วงเวลาที่พิจารณา (ครั้ง)

ความเสียหายรวมของผู้ใช้ไฟฟ้าประเภท i เขียนได้ดังสมการ

$$CC_i = CCI_i \, x \, CCT_i \tag{2.8}$$

เมื่อกล่าวถึงความเสียหายที่เกิดเนื่องจากไฟดับของผู้ผลิตไฟฟ้าและผู้ใช้ไฟฟ้าประเภทโรงงานอุตสาหกรรมและอาคารพาณิชย์แล้ว ก็ต้องมพิจารณาถึงความเสียหายที่เกิดเนื่องจากไฟดับที่ไม่สามารถวัดในรูปความเสียหายเป็นรูปตัวเงิน อย่างเช่น การจ่ายไฟฟ้าให้กับผู้ใช้ไฟฟ้าประเภทบ้านอยู่อาศัย ซึ่งอาจไม่มีความเสียหายเนื่องจากไฟดับหรืออาจมีแต่น้อยมาก ดังนั้นถ้าเราไม่เพิ่มความเชื่อถือให้กับวงจรการจ่ายไฟฟ้าให้บ้านอยู่อาศัย ซึ่งมีปริมาณจำนวนผู้ใช้ไฟฟ้ามาก ก็อาจเกิดการแสดงความเห็น ความรู้สึกที่ไม่ดีกับผู้ผลิตไฟฟ้าได ดังนั้นผู้ผลิตไฟฟ้าต้องพิจารณาถึงความเสียหายที่เกิดเนื่องจากไฟดับในกรณีนี้ด้วย

ค. ความเสียหายเนื่องจากการขาดความเชื่อถือในการจ่ายไฟฟ้าเมื่อเกิดไฟดับ

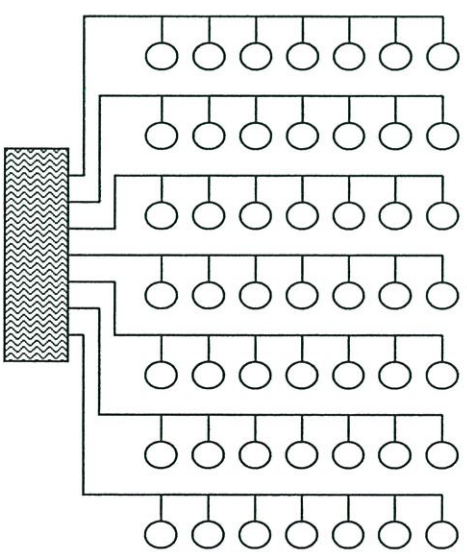
ความเสียหายเนื่องจากการขาดความเชื่อถือในการจ่ายไฟฟ้าเมื่อเกิดไฟดับเกิดได้ทั้งกับผู้ใช้ไฟฟ้าประเภทอุตสาหกรรม อาคารพาณิชย์ และประเภทบ้านอยู่อาศัย ถึงแม้ว่าผู้ใช้ไฟฟ้าประเภทบ้านอยู่อาศัยจะไม่มีความเสียหาย หรือมีความเสียหายน้อยที่เกิดเนื่องจากไฟดับต่อครั้ง และความเสียหายที่เกิดเนื่องจากระยะเวลาไฟดับก็ตาม แต่ผู้ผลิตไฟฟ้าก็ต้องมีการจ่ายไฟฟ้าให้กับผู้ใช้ไฟฟ้าประเภทบ้านอยู่อาศัยให้มีความมั่นคงและเชื่อถือได้ระดับหนึ่งซึ่งอาจต่ำกว่าที่จ่ายให้กับประเภทอุตสาหกรรมก็ตาม และควรได้มีการแยกประเภทบ้านอยู่อาศัยที่อยู่ในตัวเมือง ชานเมือง และชนบทที่ห่างไกล เพื่อกำหนดระดับความเชื่อถือได้ของการจ่ายไฟฟ้าให้มีความเหมาะสมอยู่ในเกณฑ์ที่พอใจของผู้ใช้ไฟฟ้า สำหรับผู้ใช้ไฟฟ้าประเภทบ้านอยู่อาศัยในตัวเมือง ผู้ผลิตไฟฟ้าอาจจ่ายไฟฟ้าให้มีความเชื่อได้สูงกว่าบ้านที่อยู่ชานเมืองหรือชนบท

2.6.2 การลำดับความสำคัญเรื่องความเสียหายเนื่องจากไฟดับในแต่ละพื้นที่

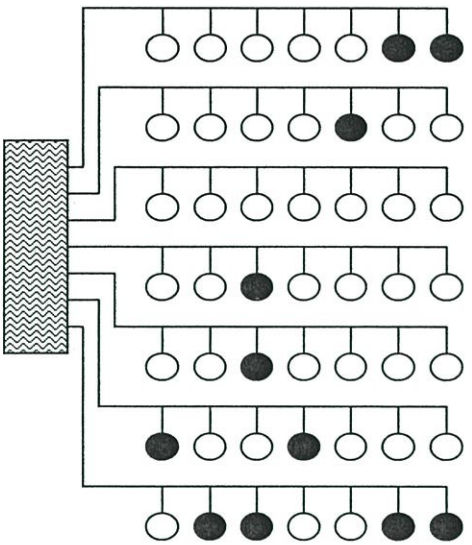
ความเสียหายเนื่องจากไฟดับมีความจำเป็นต้องทราบเพื่อประโยชน์สำหรับการออกแบบระบบและการบำรุงรักษา ลองพิจารณาดูว่าถ้าพื้นที่ในแต่ละบัสหรือสายส่งไม่มีความเสียหายเนื่องจากไฟดับของผู้ใช้ไฟกำกับไว้สำหรับแต่ละพื้นที่ ก็อาจทำให้ระบบการจ่ายไฟฟ้าไม่มีความแตกต่างกันในแต่ละพื้นที่ ทำให้ความเชื่อถือได้ในระบบไฟฟ้าไม่แตกต่างกัน ทั้งๆที่บางพื้นที่มีผู้ใช้ไฟฟ้าที่มีผลผลิตทางด้านอุตสาหกรรมมากควรได้รับการดูแลเพื่อไม่ให้เกิดไฟดับบ่อย

นอกจากนี้ถ้าไม่มีการกำกับว่าพื้นที่ใดมีความเสียหายเนื่องจากไฟดับมากกว่ากันก็ทำให้การบำรุงรักษาแต่ละพื้นที่มีความสำคัญพอๆกันทั้งที่บางครั้งผู้ผลิตไฟฟ้ามีจำนวนบุคลากรและงบประมาณไม่มากพอที่จะดูแลบำรุงรักษาสายส่งได้ทั่วถึง แต่ถ้าได้ทราบว่าพื้นที่ใดมีความเสียหายเนื่องจากไฟดับมากน้อยต่างกันอย่างไรก็สามารถทำให้เรียงลำดับความสำคัญของการบำรุงรักษาได้อย่างมีประสิทธิภาพ

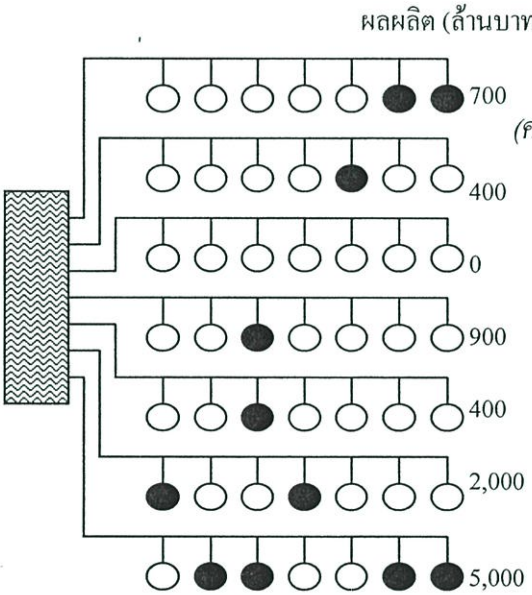
สรุปได้ว่าความเสียหายเนื่องจากไฟฟ้าดับสำหรับแต่ละพื้นที่มีความจำเป็นต้องทราบเพื่อเรียงลำดับความสำคัญของบัสเพื่อการพิจารณาเปลี่ยนแปลงแก้ไขเพื่อให้มีความเชื่อถือได้สูงขึ้นตามลำดับความเสียหาย ไม่ว่าจะเป็นการเปลี่ยนชนิดจากสายเปลือยเป็นสายหุ้ม หรือให้มีการบำรุงรักษาในเรื่องการตัดต้นไม้อย่างมีประสิทธิภาพรวมถึงการส่องจุดร้อนของสายด้วยลอง พิจารณารูปการจ่ายไฟฟ้าในรูปที่ 2.10 ซึ่งประกอบด้วยแหล่งจ่ายไฟฟ้าแห่งหนึ่งที่มีทั้งหมด 7 พื้นที่ ในรูปที่ 2.10 (ก) แสดงพื้นที่ซึ่งไม่แสดงรายละเอียดของข้อมูลประเภทผู้ใช้ไฟฟ้าและความเสียหายของการเกิดไฟดับ รูปที่ 2.10 (ข) แสดงสายส่งที่มีรายละเอียดของประเภทผู้ใช้ไฟฟ้าว่าเป็นบ้านอยู่อาศัยหรือโรงงานอุตสาหกรรมหรืออาคารพาณิชย์ ส่วนรูปที่ 2.10 (ค) แสดงพื้นที่ที่มีรายละเอียดข้อมูลต่างๆทั้งประเภทผู้ใช้ไฟฟ้าและผลผลิตของผู้ใช้ไฟฟ้าซึ่งสามารถแปลงเป็นความเสียหายเนื่องจากผลผลิตต่อนาทีได้ ส่วนความเสียหายเนื่องจากไฟดับแต่ละครั้งไม่ได้แสดงไว้ จากการแสดงรายละเอียดของพื้นที่ต่างกันดังในรูปที่ 6.2.1นั้น ถ้าสามารถทราบรายละเอียดของข้อมูลของผู้ใช้ไฟฟ้าในพื้นที่ต่างๆจะทำให้ผู้ผลิตไฟฟ้าสามารถตัดสินใจได้ง่ายขึ้นในการกำหนดลำดับความสำคัญของการให้บริการเพื่อให้เกิดความเชื่อถือได้ของระบบไฟฟ้าให้เหมาะสมกับผู้ใช้ไฟฟ้าแต่ละประเภท



(ก) พื้นที่ที่ไม่มีรายละเอียดทั้งประเภทผู้ใช้ไฟฟ้าและผลผลิตของผู้ใช้ไฟฟ้า ทำให้ไม่สามารถเรียงลำดับความสำคัญเพื่อให้บริการเพื่อให้เกิดความเชื่อถือของระบบไฟฟ้าต่อผู้ใช้ไฟฟ้าได้ ดังนั้นผู้ผลิตไฟฟ้าก็ต้องบำรุงรักษาหรือให้การดูแลแต่ละพื้นที่โดยมีความสำคัญพอๆกัน ซึ่งถ้างบประมาณหรือกำลังคนมีเพียงพอก็ไม่มีปัญหาแต่อย่างใด



(ข) พื้นที่ที่ไม่มีรายละเอียดทั้งประเภทผู้ใช้ไฟฟ้าและผลผลิตของผู้ใช้ไฟฟ้า ทำให้ไม่สามารถเรียงลำดับความสำคัญเพื่อให้บริการเพื่อให้เกิดความเชื่อถือของระบบไฟฟ้าต่อผู้ใช้ไฟฟ้าได้ ดังนั้นผู้ผลิตไฟฟ้าก็ต้องบำรุงรักษาหรือให้การดูแลแต่ละพื้นที่โดยมีความสำคัญพอๆกัน ซึ่งถ้างบประมาณหรือกำลังคนมีเพียงพอก็ไม่มีปัญหาแต่อย่างใด



(ค) พื้นที่ที่แสดงรายละเอียดถึงประเภทผู้ใช้ไฟว่าเป็นประเภทใด และมีผลผลิตของผู้ใช้ไฟฟ้าในแต่ละพื้นที่มากน้อยเพียงใด ทำให้ผู้ผลิตไฟฟ้าสามารถเรียงลำดับความสำคัญของพื้นที่ได้ว่าควรให้ความสำคัญในการให้บริการเพื่อให้เกิดความเชื่อถือได้ของระบบไฟฟ้ามากน้อยเพียงใด วิธีการแบบนี้เหมาะสำหรับระบบที่มีงบประมาณและหรือกำลังคนจำกัด

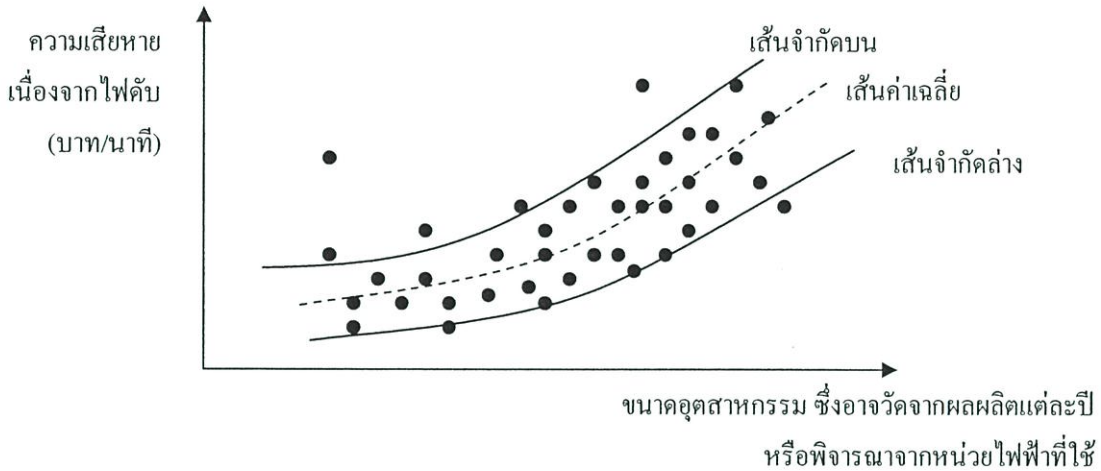
○ ผู้ใช้ไฟฟ้าประเภทบ้านอยู่อาศัย ● ผู้ใช้ไฟฟ้าประเภทอุตสาหกรรมหรือพาณิชย์

รูปที่ 2.10 ตัวอย่างสายส่งที่มีการแสดงรายละเอียดของประเภทผู้ใช้ไฟฟ้าและผลผลิตของผู้ใช้ไฟในแต่ละสายส่งแตกต่างกัน

2.6.3 การจัดการข้อมูลของความเสียหายเนื่องจากไฟดับจากผู้ใช้ไฟ

เมื่อได้ข้อมูลของผู้ใช้ไฟฟ้าแล้วควรแบ่งประเภทข้อมูลแยกตามประเภทอุตสาหกรรม เพราะความเสียหายเนื่องจากไฟดับจากผู้ใช้ไฟของประเภทอุตสาหกรรมเดียวกันน่าจะมีค่าความเสียหายใกล้เคียงกัน และความเสียหายของอุตสาหกรรมแม้จะเป็นประเภทเดียวกันก็อาจมีความ

แตกต่างกันเนื่องจากขนาดของอุตสาหกรรมซึ่งถ้าไม่มีข้อมูลขนาดของอุตสาหกรรมก็อาจใช้ขนาดกำลังไฟฟ้าหรือหน่วยไฟฟ้าที่อุตสาหกรรมใช้งานเป็นตัวเปรียบเทียบ



รูปที่ 2.11 ตัวอย่างสมมติข้อมูลความเสียหายเนื่องจากระยะเวลาไฟดับที่เก็บรวบรวมจากผู้ใช้ไฟของอุตสาหกรรมประเภทหนึ่ง

การเก็บข้อมูลโดยแยกประเภทอุตสาหกรรมมีประโยชน์ด้วยกันหลายประการ คือเพื่อให้ทราบว่าอุตสาหกรรมแต่ละประเภทมีความเสียหายอยู่ในเกณฑ์เฉลี่ยเท่าใด นอกจากนี้ข้อมูลที่ได้จากผู้ใช้ไฟฟ้าถ้าผู้ใช้ไฟฟ้าแจ้งความเสียหายเนื่องจากไฟดับมากเกินความจำเป็นก็สามารถพิจารณาเทียบกับอุตสาหกรรมประเภทเดียวกันได้ซึ่งบางครั้งจำเป็นต้องตัดข้อมูลที่ไม่ได้ให้ใกล้เคียงความจริงออก ลักษณะความเสียหายเนื่องจากไฟดับของแต่ละประเภทอุตสาหกรรมอาจแสดงได้ดังในรูปที่ 2.11 โดยคิดเฉพาะความเสียหายเนื่องจากระยะเวลาไฟดับเท่านั้น ส่วนความเสียหายเนื่องจากไฟดับแต่ละครั้งสำหรับอุตสาหกรรมบางประเภทก็ต้องแยกคิดเพิ่มเติม

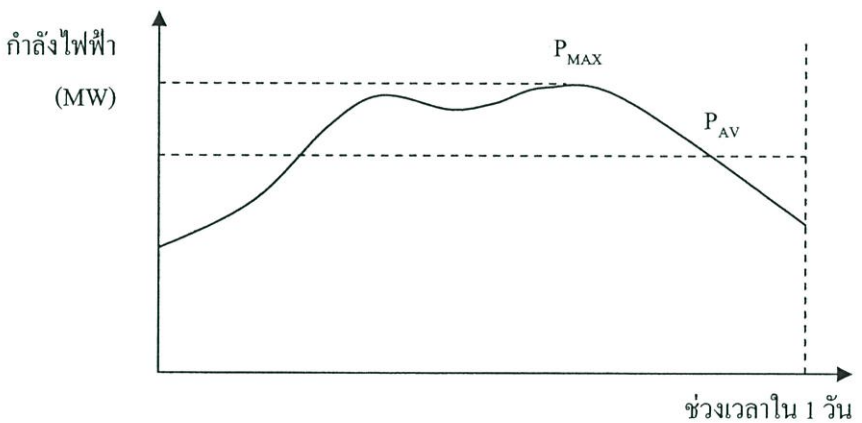
ในรูปที่ 2.11 แสดงตัวอย่างข้อมูลความเสียหายเนื่องจากระยะเวลาไฟดับของอุตสาหกรรมประเภทหนึ่งโดยแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเสียหาย (บาท/นาที) และขนาดของอุตสาหกรรมประเภทที่กำลังพิจารณาข้อมูลที่ได้จากผู้ใช้ไฟจำเป็นต้องมีการกรอง ในรูปสังเกตว่ามีเส้นจำกัดล่างและบน (Lower Bound and Upper Bound Curves) ซึ่งเส้นจำกัดล่างและบนอาจกำหนดความเชื่อมั่นตามสถิติที่ 95% หรือ 99% แล้วแต่กรณี (Confidence Interval) จากการกำหนดเส้นจำกัดล่างและบนทำให้เราสามารถละเลยข้อมูลที่อยู่นอกเส้นจำกัดบนหรือล่างก็ได้ ซึ่งอาจเกิดเนื่องจากผู้ใช้ไฟฟ้าให้ข้อมูลมาผิดพลาดหรือให้ข้อมูลความเสียหายเกินความจำเป็น หรือน้อยกว่าความเป็นจริง

ถ้าเราสามารถหาข้อมูลที่จะมาเขียนได้ตามรูปที่จะมาเขียนได้ตามรูปที่ 2.11 ก็ทำให้ทราบความเสียหายเนื่องจากระยะเวลาไฟดับของผู้ใช้ไฟที่มีขนาดอุตสาหกรรมต่างๆกัน ซึ่งข้อมูล

ดังกล่าวจะมีประโยชน์มากเพราะถ้าเรามีผู้ใช้ไฟฟ้าที่เป็นอุตสาหกรรมประเภทเดียวกันกับที่เราเก็บข้อมูลได้ เราก็สามารถประเมินความเสียหายเนื่องจากระยะเวลาไฟดับได้ ถ้าผู้ใช้ไฟไม่ให้ข้อมูลเมื่อสอบถาม

2.6.4 การนำความเสียหายเนื่องจากไฟดับมาใช้ร่วมกับกราฟของโหลด

การให้ความสำคัญของสายส่งเพื่อการออกแบบ เปลี่ยนแปลง หรือเพื่อการบำรุงรักษา พิจารณาได้จากความเสียหายเนื่องจากไฟดับตามที่ได้กล่าวมาแล้ว โดยอาจพิจารณารวมทั้งหมด ตั้งแต่ความเสียหายเนื่องจากขายไฟไม่ได้ของผู้ผลิตไฟฟ้า และความเสียหายเนื่องจากไฟดับต่อครั้ง และต่อระยะเวลาไฟดับ แต่ถ้าต้องการพิจารณาให้ถูกต้องจำเป็นที่ต้องนำกราฟของโหลดมาประกอบการพิจารณาความสำคัญของสายส่งด้วย ก่อนที่จะเข้าไปพิจารณารายละเอียดดังกล่าว จำเป็นต้องทำความเข้าใจกับกราฟของโหลดก่อนว่ามีความหมายอย่างไรต่อการพิจารณา และการพิจารณาให้ดูจากส่วนใดของกราฟของโหลดเพื่อประกอบ



รูปที่ 2.12 กราฟของโหลด

กราฟของโหลดจะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างโหลดของแต่ละสายส่งและเวลาในแต่ละวัน อย่างนี้ก็เรียกว่า กราฟของโหลดประจำวัน (Daily Load Curve) ดังแสดงในรูปที่ 2.12

สิ่งสำคัญที่ต้องพิจารณาเพื่อนำประโยชน์จากกราฟของโหลดมาใช้ ประกอบด้วย

ก. กำลังไฟฟ้าสูงสุด ขนาด และเวลาที่เกิด

ข. รูปร่างของกราฟของโหลด เพื่อพิจารณาว่าได้มีการใช้ไฟตลอดทั้งวันหรือใช้งานเพียงบางช่วง

ค. โหลดแฟกเตอร์ (Load Factor) จะบอกการใช้ไฟฟ้าว่ามีประสิทธิภาพมากน้อยเพียงใด

โหลดแฟกเตอร์ หมายถึงโหลดเฉลี่ย (P_{AV}) ต่อโหลดสูงสุด (P_{MAX}) ในรูปที่ 2.12 แสดงค่ากำลังไฟฟ้าเฉลี่ยโดยพิจารณาจากพื้นที่ใต้กราฟของโหลดเฉลี่ยจะให้พลังงานไฟฟ้า เท่ากับพื้นที่ใต้กราฟของกราฟของโหลด

การเก็บข้อมูลกราฟของโหลดของสายส่งมีความจำเป็นถ้าต้องการทำงานแบบวิศวกรที่ต้องการวิเคราะห์ระบบก่อนที่จะดำเนินการตัดสินใจเรื่องใดๆก็ตาม บางคนทำงานมานานมากและไม่เคยพิจารณาเรื่องดังกล่าวก็คิดว่าคงไม่มีความจำเป็นเพราะเท่าที่ทำผ่านมาก็ไม่มีปัญหาอะไร แต่สิ่งที่กำลังจะแนะนำเป็นการพิจารณาการทำงานอย่างมีระบบ มีประสิทธิภาพและรวดเร็วเพื่อใช้ประกอบการตัดสินใจ ทำให้ใช้กำลังคนน้อยลง ทำงานได้เร็วขึ้น ปัจจุบันการทำงานแต่ละองค์กรแข่งขันกันทางด้านข้อมูลมาก องค์กรใดที่มีข้อมูลสมบูรณ์ก็ทำให้ตัดสินใจได้รวดเร็วมีประสิทธิภาพ ใช้กำลังคนและงบประมาณน้อยลง

ความเสี่ยงของการเกิดไฟดับมีด้วยกันหลายสาเหตุ และสาเหตุหนึ่งก็คือปริมาณโหลดหรือกำลังไฟฟ้าสูงสุดของกราฟของโหลดเมื่อเทียบกับกำลังไฟฟ้าสูงสุดที่สายส่งสามารถจ่ายได้ อาทิเช่น สายส่งหนึ่งด้วยขนาดสายที่กำหนดสามารถจ่ายโหลดได้สูงสุด 15 MW และถ้าสายส่งนั้นมีกำลังไฟฟ้าสูงสุด P_{MAX} ดังแสดงในรูปที่ 2.12 มีค่าเพียง 5 MW เมื่อเทียบกับสายส่งอีกสายสายส่งที่มีกำลังไฟฟ้าสูงสุด P_{MAX} 10 MW สายส่งที่มีกำลังไฟฟ้าสูงสุดมากก็มีโอกาสเกิดไฟดับเนื่องจากความร้อนที่รอยต่อต่างๆของอุปกรณ์ไฟฟ้าได้ ดังนั้นถ้านำกราฟของโหลดมาพิจารณาประกอบด้วยทำให้เราสามารถพิจารณาได้ว่าพื้นที่ใดให้พึงระวังมากกว่าอีกพื้นที่

บทที่ 3
ปัญหาการกำหนดการเชิงจำนวนเต็มแบบผสม

ในบทนี้จะเป็นการกล่าวถึงทฤษฎีที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาการหา การหาค่าเหมาะสมแบบกำหนดการเชิงจำนวนเต็มแบบผสมกับกำหนดการไม่เชิงเส้น [3] ซึ่งเป็นทฤษฎีที่เรานำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาการกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

3.1 ปัญหากำหนดการเชิงจำนวนเต็มแบบผสมกับกำหนดการไม่เชิงเส้น

ปัญหากำหนดการเชิงจำนวนเต็มแบบผสมกับกำหนดการไม่เชิงเส้น (Mixed-Integer Nonlinear Programming: MINLP) [3] คือปัญหาที่ประกอบด้วยตัวแปรต่อเนื่อง (Continuous Variable) และตัวแปรไม่ต่อเนื่อง (Discrete Variable) หรือตัวแปรจำนวนเต็ม (Integer Variable) ธรรมชาติความไม่เป็นเชิงเส้นของปัญหาการหาค่าเหมาะสมแบบผสมจำนวนเต็ม เกิดขึ้นได้ 3 ลักษณะ คือ 1) ความสัมพันธ์แบบไม่เชิงเส้นระหว่างตัวแปรจำนวนเต็มแต่เพียงอย่างเดียว 2) ความสัมพันธ์แบบไม่เชิงเส้นระหว่างตัวแปรต่อเนื่องแต่เพียงอย่างเดียว และ 3) ความสัมพันธ์แบบไม่เป็นเชิงเส้นระหว่างตัวแปรต่อเนื่องและตัวแปรจำนวนเต็ม

การควบกันระหว่างโดเมนของตัวแปรจำนวนเต็ม และโดเมนของตัวแปรต่อเนื่องผนวกกับความไม่เป็นเชิงเส้นทำให้ปัญหา MINLP มีความท้าทายทั้งในทางทฤษฎี วิธีการแก้ปัญหา และในมุมมองของการคำนวณ

ในช่วงที่ผ่านมาได้มีการนำเอาปัญหา MINLP ไปประยุกต์ใช้กับศาสตร์ในหลาย ๆ ด้าน ยกตัวอย่างเช่น กรรมวิธีในอุตสาหกรรมการผลิต การเงินและการบัญชี งานทางด้านวิศวกรรมวิทยาศาสตร์การจัดการและการปฏิบัติการวิจัย ซึ่งตัวอย่างของการประยุกต์ใช้แบบจำลองของปัญหา MINLP ในทางปฏิบัติสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้จาก [17]

3.2 รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของปัญหา MINLP

รูปแบบทั่วไปของปัญหา MINLP สามารถเขียนได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \underset{x,y}{Minimize} \quad & f(x,y) \\ s.t. \quad & h(x,y) = 0 \\ & g(x,y) \le 0 \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$x \in R^n$$

$$y \in I^q$$

เมื่อ x คือ เวกเตอร์ของตัวแปรจำนวนจริงที่มีขนาดเท่ากับ n และ y คือ เวกเตอร์ของตัวแปรจำนวนเต็มซึ่งมีขนาดเท่ากับ q $h(x,y)=0$ แทนสมการเงื่อนไขบังคับ และ $g(x,y)\le 0$ แทนอสมการเงื่อนไขบังคับ ซึ่งการนำไปประยุกต์ใช้ในหลาย ๆ โอกาส y จะถูกกำหนดให้เป็นตัวแปรไบนารี กล่าวคือ มีค่าเป็น 0 หรือ 1 เท่านั้น โดยสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการทั่วไปได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \underset{x,y}{Minimize} \quad & f(x,y) \\ s.t. \quad & h(x,y)=0 \\ & g(x,y)\le 0 \\ & x \in R^n \\ & y \in \{0,1\}^q \end{aligned} \tag{3.2}$$

เมื่อ y คือ เวกเตอร์ของตัวแปร 0-1 ซึ่งมีขนาดเท่ากับ q

การจัดการกับปัญหา MINLP นับว่าเป็นงานที่ยากและท้าทาย เนื่องจากปัญหา MINLP ได้รวมเอาความยากของปัญหาในคลาสย่อยของมันเอาไว้ด้วยกันได้แก่ ปัญหากำหนดการเชิงผสมจำนวนเต็ม (Mixed-Integer Programming: MIP) และปัญหากำหนดการไม่เชิงเส้น (Non-Linear Programming: NLP) ซึ่งทั้งสองปัญหานี้จัดอยู่ในประเภทของปัญหา NP-complete ซึ่งนับว่าเป็นปัญหาที่แก้ได้ยากในทางทฤษฎี ยิ่งตัวแปรจำนวนเต็มมีมาก ยิ่งเป็นการเพิ่มความซับซ้อนให้กับปัญหา ในขณะเดียวกัน เกี่ยวเนื่องมาจากคุณลักษณะความไม่เป็นเชิงเส้น ปัญหา MINLP ซึ่งโดยทั่วไปไม่เป็นคอนเวกซ์ จึงมีความเป็นไปได้ในการที่จะมีคำตอบเฉพาะที่ (Local Solution) จำนวนหลายค่า

ถึงแม้ปัญหา MINLP จะเป็นปัญหาที่มีความซับซ้อนและจัดว่าเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะสมประเภทที่แก้ยากมากที่สุด แต่อย่างไรก็ดี ในช่วง 3 ทศวรรษที่ผ่านมาได้มีความพยายามที่จะคิดค้นวิธีการที่จะนำมาแก้ปัญหา MINLP อย่างต่อเนื่อง ส่งผลให้เกิดการนำเสนออัลกอริทึมใหม่ ๆ ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา มีการสืบค้นคุณสมบัติในการลู่เข้าของแต่ละอัลกอริทึมและได้มีการนำเอาวิธีแก้ปัญหาไปประยุกต์ใช้ในงานหลาย ๆ ด้าน

3.3 แนวทางการแก้ปัญหา MINLP

อัลกอริทึมในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมแบบเชิงผสมจำนวนเต็มเพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดที่ครอบคลุมคำตอบทั้งหมด (Global Optimum) จะแบ่งออกเป็น 2 แนวทาง ได้แก่ แนวทางเชิงกำหนด (Deterministic Approach) และทางทางสโทคาสติก (Stochastic Approach) ทั้งสองแนวทางนี้มีแนวคิดในการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดแตกต่างกัน แนวคิดสำหรับแนวทางเชิงกำหนดคือการการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดซึ่งเป็นค่าประมาณที่มีความคลาดเคลื่อนที่ยอมรับได้ (Global Optimum) ภายในจำนวนรอบที่จำกัด ในขณะที่แนวคิดสำหรับแนวทางสโทคาสติกคือ เมื่อไม่มีการจำกัดเวลา ความพยายามในการค้นหาคำตอบจะทำให้สามารถเข้าถึงคำตอบที่เหมาะสมที่สุดได้ เมื่อมองในนัยของความน่าจะเป็น (Probabilistic Sense)

เทคนิคในการแก้ปัญหาการหาค่าเหมาะสมตามแนวทางสโทคาสติกจะเป็นเทคนิคแบบสุ่ม (Random Technique) เช่น การจำลองแบบมอนติคาโล (Monte-Carlo Simulation) อัลกอริทึมในการหาคำตอบจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วนหลักๆ คือ การสุ่มระบุตำแหน่งของจุดเริ่มต้นและการค้นหาคำตอบเฉพาะที่ ส่วนอัลกอริทึมในการหาคำตอบของวิธีแก้ปัญหาตามแนวทางเชิงกำหนดจะใช้เทคนิคการแจงนับโดยปริยาย (Implicit Enumeration) และอาศัยวิธีการค้นหาตามกิ่ง (Tree Search) เพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งเทคนิคของวิธีแก้ปัญหาตามแนวทางเชิงกำหนดที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์จะถูกอธิบายอย่างละเอียดอีกครั้งในหัวข้อที่ 3.4

จุดเด่นของวิธีแก้ปัญหาตามแนวทางสโทคาสติก คือ สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้กับปัญหาการหาค่าเหมาะสมทั่วไป ที่ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ได้ในขณะที่วิธีแก้ปัญหาตามแนวทางเชิงกำหนด จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้เฉพาะกับปัญหาที่สามารถเขียนออกมาให้อยู่ในรูปของสมการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างชัดเจนเท่านั้น ทำให้วิธีแก้ปัญหาตามแนวทางสโทคาสติก สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้กับปัญหาในวงกว้างมากกว่าในขณะที่จุดเด่นของวิธีแก้ปัญหาตามแนวทางเชิงกำหนด คือ การที่ตัวอัลกอริทึมเองสามารถตัดสินได้ว่าคำตอบที่หามาได้เป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดหรือไม่ ซึ่งคุณสมบัติข้อนี้จะไม่มีในอัลกอริทึมของวิธีแก้ปัญหาตามแนวทางสโทคาสติก และเป็นเหตุผลที่ทำให้เราเลือกวิธีแก้ปัญหาตามแนวทางเชิงกำหนดมาประยุกต์ใช้กับปัญหาในวิทยานิพนธ์

วิธีแก้ปัญหา MINLP ตามแนวทางเชิงกำหนดที่ง่ายที่สุด คือ การแจกแจงรายการขององค์ประกอบของตัวแปรไม่ต่อเนื่องทั้งหมดออกมา ตัวแปรไม่ต่อเนื่องที่ถูกกำหนดให้มีค่าคงที่แต่ละค่าจะสามารถสร้างปัญหา NLP ที่อยู่ในพจน์ของตัวแปรไม่ต่อเนื่องขึ้นมาได้ 1 ปัญหา แต่ละปัญหาจะให้คำตอบที่เหมาะสมที่สุดของตัวเองออกมา หลังจากเปรียบเทียบค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหา NLP ทั้งหมด จะสามารถสรุปได้ว่าคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหา MINLP มีค่าเท่าใด วิธีแก้ปัญหาในลักษณะนี้จะใช้ได้เฉพาะกับปัญหาที่มีตัวแปรไม่ต่อเนื่องจำนวนจำกัด และ

ปัญหา NLP ที่เกิดขึ้นต้องเป็นปัญหาที่สามารถหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดที่ครอบคลุมคำตอบทั้งหมดได้เท่านั้น แต่สำหรับปัญหาทั่วไปในทางปฏิบัติ จะไม่สามารถนำวิธีนี้ไปประยุกต์ใช้งานได้ เพราะจะทำให้เสียเวลา และสิ้นเปลืองทรัพยากรในการคำนวณเป็นอย่างมากด้วยเหตุผลดังกล่าวทำให้มีความพยายามที่จะคิดค้นวิธีการใหม่ ๆ ที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหา MINLP ได้ โดยไม่ต้องแก้ปัญหา NLP ที่เป็นองค์ประกอบทั้งหมด ผลลัพธ์ที่ได้ คือ มีการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาตามแนวทางเชิงกำหนดที่มีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหา MINLP ออกมาหลายวิธี แต่ในที่นี้จะขอกล่าวถึงเฉพาะวิธีที่ได้รับความนิยมสูงสุด 3 วิธี ได้แก่ วิธีเอาท์เตอร์ แอพพรอกซิ-เมชัน (Outer Approximation, OA) [29] วิธีเจเนอรัลไลซ์เบนเดอร์สดีคอมโพสิชัน (Generalized Benders Decomposition, GBD) [11] และวิธีบรานช์แอนด์บาวด์ (Branch and Bound, B&B) [10] [33] ซึ่งทั้ง 3 วิธีนี้เป็นวิธีที่ถูกนำเสนอในช่วงต้นทศวรรษที่ 70-ปลายทศวรรษที่ 80 และหลักการในการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน

หลักการแก้ปัญหาสำหรับวิธี GBO และวิธี OA คือ การสร้างลำดับของขอบเขตบนและขอบเขตล่างของคำตอบของปัญหา MINLP โดยการแยก (Decomposition) ปัญหา MINLP ออกเป็น 2 ปัญหาย่อย และใช้ข้อมูลของทั้ง 2 ปัญหาย่อยนั้นมาปรับปรุงลำดับของขอบเขตบนและขอบเขตล่างในแต่ละรอบของการทำซ้ำ และเมื่อการวนรอบดำเนินไป จะแสดงให้เห็นว่าลำดับของค่าขอบเขตบนและขอบเขตล่างจะลู่เข้าสู่ค่าเดียวกัน ภายในจำนวนรอบที่จำกัด

หลักการแก้ปัญหาของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์จะเริ่มต้นจากการแก้ปัญหา NLP ที่เกิดจากการผ่อนปรน (Relax) ปัญหา MINLP และทำการแจกแจงปัญหา NLP อย่างเป็นลำดับ ซึ่งปัญหา NLP แต่ละปัญหาจะถูกเรียกว่าเป็นโหนด ๆ หนึ่งของแผนภาพต้นไม้ ในแต่ละโหนด เซตย่อยของตัวแปร y จะถูกกำหนดให้มีค่าคงที่ ค่าขอบเขตล่างของปัญหา MINLP สามารถหาได้จากคำตอบของปัญหา NLP ในแต่ละโหนด ถ้าคำตอบของปัญหา NLP มีค่าเป็นจำนวนเต็มสำหรับตัวแปร y (หรือมีค่าเป็น 0-1 สำหรับปัญหา MINLP ที่มีตัวแปรจำนวนเต็มเป็นตัวแปรไบนารี) อัลกอริทึมของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์จะสิ้นสุดที่โหนดนั้น

ถึงแม้ในปัจจุบันจะยังไม่มีการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพการทำงานของวิธีแก้ปัญหา MINLP ทั้ง 3 วิธี แต่จากการศึกษาเพิ่มเติม เราพบว่าวิธีบรานช์แอนด์บาวด์ได้ถูกนำไปพัฒนาเป็นซอฟท์แวร์สำหรับแก้ปัญหา MINLP ที่เป็นคอนเวกซ์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ [21] และยังถูกนำไปขยายผลเพื่อพัฒนาเป็นอัลกอริทึมที่สามารถแก้ปัญหาที่ไม่เป็นคอนเวกซ์ เพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดที่ครอบคลุมคำตอบทั้งหมด [9] [12] [18] ดังนั้นในวิทยานิพนธ์นี้เราจึงเลือกที่จะใช้วิธีบรานช์แอนด์บาวด์ร่วมกับเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่นมาแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

3.4 วิธีการแตกกิ่งและจำกัดขอบเขต (บรานช์แอนด์บาวด์: Branch and Bound)

หลักการแก้ปัญหาของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์ถูกนำเสนอขึ้นครั้งแรกในปี ค.ศ. 1965 ซึ่งในขณะนั้น หลักการของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์ถูกนำมาใช้ในการแก้ปัญหากำหนดการเชิงจำนวนเต็มแบบผสมกับกำหนดการเชิงเส้น (Mixed-Integer Linear Programming, MILP Problem) ต่อมาจึงได้มีผู้นำหลักการนี้มาพัฒนาเป็นอัลกอริทึมสำหรับแก้ปัญหา MINLP ที่เป็นคอนเวกซ์ เพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดที่ครอบคลุมคำตอบทั้งหมด [10] [33] โดยอัลกอริทึมในการหาคำตอบของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์จะแบ่งออกเป็นขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 การผ่อนปรนเงื่อนไขบังคับของปัญหาตั้งต้น

จากปัญหา MINLP ซึ่งเป็นปัญหาตั้งต้น ในขั้นตอนแรกจะต้องทำการผ่อนปรนเงื่อนไขบังคับทั้งหมดที่เป็นตัวแปรจำนวนเต็มให้กลายเป็นตัวแปรต่อเนื่อง เพื่อเป็นการแปลงจากปัญหา MINLP ที่ไม่สามารถแก้ได้โดยตรงให้กลายเป็นปัญหา NLP ซึ่งสามารถแก้ได้ง่ายกว่าโดยใช้เทคนิคในการแก้ปัญหา NLP ที่มีอยู่เดิม ซึ่งในที่นี้จะทำการอธิบายถึงภาพรวมในการแก้ปัญหาของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์ก่อน ส่วนเทคนิคที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา NLP นั้นจะอธิบายต่อไปในภายหลัง

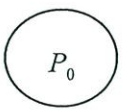
จากปัญหา MINLP ที่มีเงื่อนไขบังคับเป็นตัวแปรไบนารี ซึ่งมีรูปแบบของสมการทั่วไปดังสมการที่ 3.2 เมื่อเราทำการผ่อนปรนเงื่อนไขบังคับที่เป็นตัวแปรไบนารีให้กลายเป็นตัวแปรต่อเนื่อง จะทำให้เราได้ปัญหา NLP ที่มีรูปแบบของสมการทั่วไปดังแสดงในสมการที่ (3.3)

$$\begin{aligned} \underset{x,y}{Minimize} \quad & f(x,y) \\ s.t. \quad & h(x,y)=0 \\ & g(x,y)\le 0 \\ & x\in R^n \\ & 0\le y\le 1 \end{aligned} \tag{3.3}$$

เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบระหว่างสมการที่ (3.2) และสมการที่ (3.3) จะเห็นว่าคุณลักษณะหนึ่งของการผ่อนปรนเงื่อนไขบังคับก็คือ จะทำให้เซตของคำตอบที่เป็นไปได้ (Feasible Solution) ของปัญหาตั้งต้นกลายเป็นเซตย่อยของเซตของคำตอบที่เป็นไปได้ของปัญหา NLP ที่เกิดจากการผ่อนปรนเงื่อนไขบังคับของปัญหาตั้งต้น

เราจะอธิบายลำดับขั้นตอนการทำงานของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์ โดยใช้แผนภาพต้นไม้ (Search Tree) โดยจะเปรียบเทียบปัญหา NLP เป็นเสมือนกิ่งหนึ่งของต้นไม้ ซึ่งสามารถแตกสาขา

ออกเป็นกิ่งย่อย ๆ ได้ โดยในขณะนั้นตอนเริ่มต้น ปัญหา NLP ปัญหาแรกหรือกิ่งแรกที่เกิดขึ้นในแผนภาพต้นไม้ ก็คือปัญหาที่เกิดจากการผ่อนปรนเงื่อนไขบังคับของปัญหาตั้งต้นตามสมการที่ (3.3) ซึ่งเราจะกำหนดให้เป็นปัญหา P_0



รูปที่ 3.1 ปัญหาในโหนดแรกของแผนภาพต้นไม้

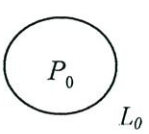
ขั้นตอนที่ 2 สร้างรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณา

ตลอดกระบวนการค้นหาคำตอบของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์ ตั้งแต่เริ่มต้นจนกระทั่งสิ้นสุดกระบวนการ จะมีปัญหา NLP ถูกสร้างขึ้นใหม่ตลอดเวลา ซึ่งปัญหาเหล่านี้จะต้องได้รับการวิเคราะห์และถูกตัดออกจากการพิจารณา รายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณาเป็นรายการที่ถูกสร้างขึ้นมาเพื่อบรรจุปัญหาที่ถูกสร้างขึ้นใหม่ เพื่อช่วยในการตรวจสอบว่าปัญหาเหล่านั้นได้รับการวิเคราะห์แล้วหรือยัง หากได้รับการวิเคราะห์แล้วปัญหาจะต้องถูกตัดออกจากรายการ และเมื่อทุกปัญหาที่ถูกบรรจุเข้ามาในรายการถูกตัดออกไป กระบวนการค้นหาคำตอบของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์จะสิ้นสุด

ขั้นตอนที่ 3 การหาขอบเขตล่าง

การหาขอบเขตล่าง คือ การแก้ปัญหา NLP ที่ถูกบรรจุเข้ามาอยู่ในรายการของปัญหา เพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด

จากรูปที่ 3.1 ขณะนี้ปัญหา NLP ปัญหาแรกที่ถูกบรรจุเข้ามาอยู่ในรายการ คือ ปัญหา P_0 ซึ่งเป็นปัญหาที่เกิดจากการผ่อนปรนเงื่อนไขบังคับของปัญหาตั้งต้น และเนื่องจากเซตคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหาตั้งต้นจะเป็นเซตย่อยของเซตของคำตอบที่เป็นไปได้ของปัญหา P_0 เพราะฉะนั้น หากเราแทนค่าตัวแปรในฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหา P_0 ด้วยเหตุคำตอบที่เหมาะสมที่สุด ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ (Objective Value) ของปัญหา P_0 จะเป็นขอบเขตล่างของค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาตั้งต้น



รูปที่ 3.2 การหาขอบเขตล่างของปัญหาตั้งต้นโดยการแก้ปัญหา P_0

ในรูปที่ 3.2 จะให้ L_0 แทนค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหา P_0 เมื่อแทนค่าตัวแปรในฟังก์ชันจุดประสงค์ด้วยคำตอบที่เหมาะสมที่สุด

ขั้นตอนที่ 4 การวิเคราะห์ปัญหา

การวิเคราะห์ปัญหา คือ การจำแนกประเภทของปัญหา NLP ที่ถูกบรรจุเข้ามาอยู่ในรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณา โดยอ้างอิงจากผลลัพธ์ที่ได้ในขั้นตอนการหาขอบเขตล่าง ซึ่งผลจากการวิเคราะห์ปัญหาจะสามารถแบ่งออกได้เป็น 3 กรณี คือ

กรณีที่ 1 ปัญหา NLP เป็นแฟธอม (Fathomed) หมายถึง คำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหา NLP ที่คำนวณได้จากขั้นตอนการหาขอบเขตล่าง จะเป็นคำตอบที่เป็นไปได้ของปัญหาตั้งต้น กล่าวคือ คำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหา NLP จะสอดคล้องตามเงื่อนไขบังคับของปัญหาตั้งต้น ซึ่งจะทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาตั้งต้นเท่ากับค่าขอบเขตล่าง

กรณีที่ 2 ปัญหา NLP เป็นปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ (Infeasible) หมายความว่า ไม่มีคำตอบค่าใดที่จะสอดคล้องกับเงื่อนไขบังคับของปัญหา NLP ดังกล่าว

กรณีที่ 3 ปัญหา NLP เป็นปัญหาที่สามารถหาคำตอบได้แต่ไม่เป็นแฟธอม หมายความว่า ในการแก้ปัญหา NLP สามารถหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดได้ แต่คำตอบค่านั้นไม่สอดคล้องตามเงื่อนไขบังคับของปัญหาตั้งต้น ดังนั้น ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหา NLP เมื่อแทนค่าตัวแปรในฟังก์ชันจุดประสงค์ด้วยคำตอบที่เหมาะสมที่สุด จะมีค่าน้อยกว่าค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาตั้งต้น

ขั้นตอนที่ 5 การแตกกิ่ง (Branching) และการตัดกิ่ง (Pruning)

จากผลการวิเคราะห์ปัญหาในขั้นตอนที่ 4 เราจะสามารถดำเนินการกับปัญหาที่ได้รับการวิเคราะห์แล้วได้ 2 วิธี คือ ตัดออกจากรายการของปัญหา ซึ่งจะเรียกว่าการตัดกิ่ง หรือแตกปัญหาดังกล่าวออกเป็นปัญหาย่อย ซึ่งจะเรียกว่าการแตกกิ่ง

จากรูปที่ 3.2 เมื่อทำการวิเคราะห์ปัญหา P_0 ซึ่งเป็นปัญหาเดียวที่มีอยู่ในรายการขณะนี้ ผลการวิเคราะห์ปัญหา จะตรงตามกรณีใดกรณีหนึ่งในทั้งหมด 3 กรณีที่ได้กล่าวมาข้างต้น

เมื่อผลการวิเคราะห์ปัญหา P_0 เป็นไปตามกรณีที่ 1 หมายถึง คำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหา P_0 จะสอดคล้องตามเงื่อนไขบังคับของปัญหาตั้งต้น และค่าขอบเขตล่าง L_0 จะเท่ากับค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาตั้งต้นในกรณีนี้ เนื่องจากปัญหา P_0 เป็นปัญหา NLP ที่เกิดจากการผ่อนปรนเงื่อนไขบังคับของปัญหาตั้งต้น ดังนั้น หากคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหา P_0 สอดคล้องตามเงื่อนไขบังคับของปัญหาตั้งต้น จะสามารถสรุปได้ว่า คำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหา P_0 จะเป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหาตั้งต้นด้วย

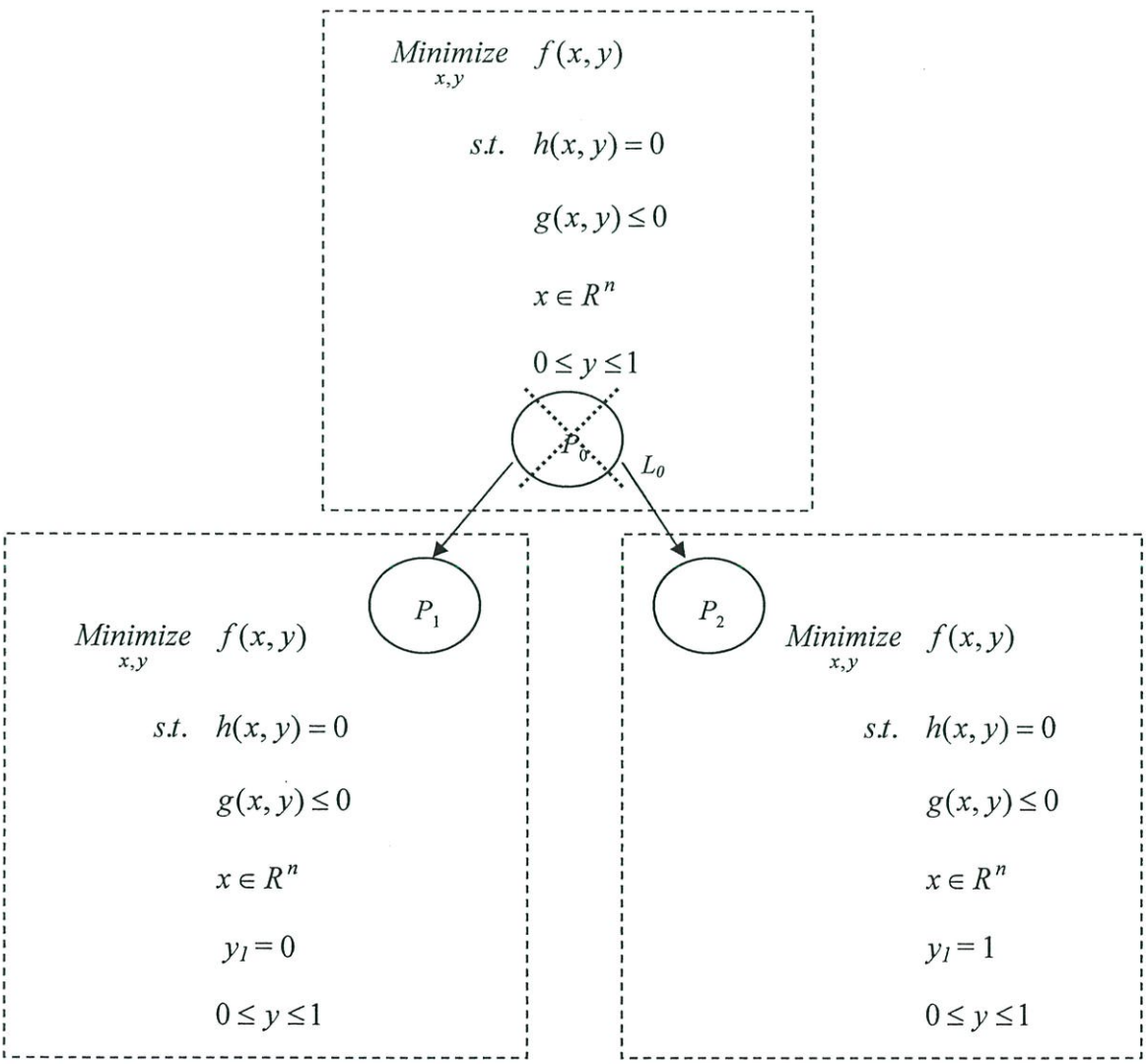
หากผลการวิเคราะห์ปัญหา P_0 เป็นไปตามกรณีที่ 2 หมายถึง ไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้สำหรับปัญหา P_0 และเนื่องจากเซตของคำตอบที่เป็นไปได้สำหรับปัญหา P_0 ครอบคลุมเซตของ

คำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหาตั้งต้น ดังนั้น หากปัญหา P_0 ไม่สามารถหาคำตอบได้ปัญหาตั้งต้นก็ไม่สามารถหาคำตอบได้เช่นเดียวกัน

หากปัญหา NLP ที่อยู่ในรายการของปัญหาถูกวิเคราะห์ว่าเป็นแฟธอมหรือเป็นปัญหาที่ไม่สามารถคำตอบได้ ปัญหานั้นจะถูกตัดออกจากรายการ กล่าวคือ จะไม่ทำการแตกกิ่งต่อไปจากโหนดต่อไป

ในกรณีที่ผลการวิเคราะห์ปัญหา P_0 เป็นไปตามกรณีที่ 3 หมายถึง ในการแก้ปัญหา P_0 จะสามารถหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดได้ แต่คำตอบค่านั้นไม่สอดคล้องตามเงื่อนไขบังคับของปัญหาตั้งต้น ในกรณีนี้เราจะทำการแตกกิ่งปัญหา P_0 ออกเป็นปัญหาย่อย 2 ปัญหา โดยการเลือกตัวแปรแตกกิ่ง (Branching Variable) เพื่อกำหนดค่าคงที่ให้กับตัวแปรดังกล่าว

ยกตัวอย่างเช่น เลือกตัวแปร y_1 เป็นตัวแปรแตกกิ่ง โดยปัญหาย่อยในกิ่งที่ 1 จะกำหนดให้ $y_1 = 0$ และปัญหาย่อยในกิ่งที่ 2 กำหนดให้ $y_1 = 1$ ดังแสดงในรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 การแตกกิ่งของปัญหา P_0

เมื่อพิจารณาจากสมการของปัญหาย่อย P_1 และ P_2 จะเห็นว่าเซตของคำตอบที่เป็นไปได้ของปัญหาย่อยทั้งสองปัญหาจะเป็นเซตย่อยของเซตของคำตอบที่เป็นไปได้ของปัญหา P_0

หลังจากการแตกกิ่ง ปัญหาที่ถูกแตกกิ่งแล้วจะถูกตัดออกจากรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณา โดยรูปที่ 3.3 จะให้ เป็นสัญลักษณ์แทนปัญหาที่ถูกตัดออกจากรายการส่วนปัญหาย่อยที่เกิดจากการแตกกิ่งจะถูกบรรจุเข้าไปอยู่ในรายการ

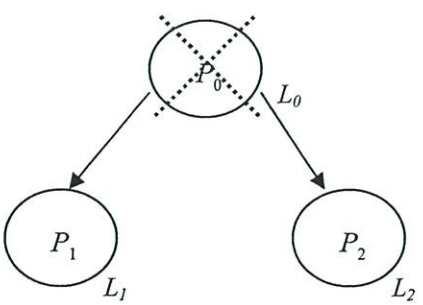
ขั้นตอนที่ 6 การวนซ้ำและการสิ้นสุดกระบวนการค้นหาคำตอบ

การสิ้นสุดกระบวนการค้นหาคำตอบของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์จะเกิดขึ้น เมื่อปัญหาสุดท้ายที่เหลืออยู่ในรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณาได้ถูกตัดออกไป

จากรูปที่ 3.2 ปัญหา P_0 เป็นปัญหาเดียวที่มีอยู่ในรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณา หากในขั้นตอนที่ 5 ปัญหา P_0 ถูกวิเคราะห์ว่าเป็นแฟธอมหรือไม่สามารถหาคำตอบได้ปัญหา P_0 จะถูกตัดออกจากรายการ เป็นผลให้สิ้นสุดกระบวนการค้นหาคำตอบของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์ แต่หากปัญหา P_0 ถูกวิเคราะห์ว่าไม่เป็นแฟธอมและสามารถหาคำตอบได้ ปัญหา P_0 จะถูกแตกกิ่งออกเป็นปัญหาย่อย และปัญหาย่อยนั้นจะถูกบรรจุเข้ามาอยู่ในรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณา ในกรณีนี้ถึงแม้ปัญหา P_0 จะถูกตัดออกไป แต่จะมีปัญหา P_1 และ P_2 ที่ถูกเพิ่มเข้ามาอยู่ในรายการ ทำให้ยังไม่สามารถสิ้นสุดกระบวนการค้นหาคำตอบของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์ได้ และจะต้องเริ่มกระบวนการทำซ้ำตั้งแต่ขั้นตอนที่ 3 จนถึงขั้นตอนที่ 5 ใหม่อีกครั้ง กับปัญหาที่ยังคงเหลืออยู่ในรายการ

3.4.1 การวนซ้ำของอัลกอริทึม

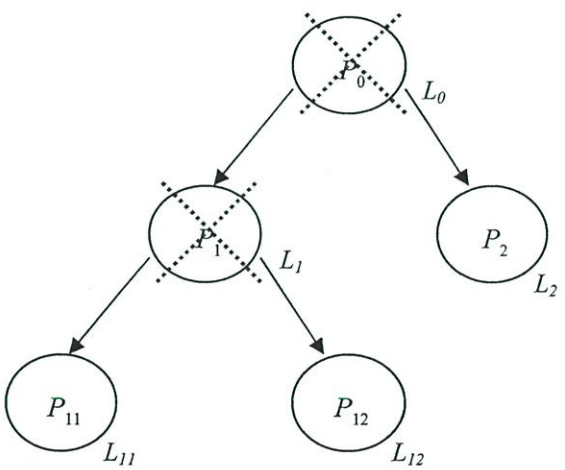
การทำซ้ำขั้นตอนที่ 3 จะเป็นการหาขอบเขตล่างของปัญหาตั้งต้นโดยการแก้ปัญหา P_1 และ P_2 โดยในรูปที่ 3.4 จะสมมติให้ L_1 และ L_2 เป็นค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหา P_1 และ P_2 เมื่อแทนค่าตัวแปรในฟังก์ชันจุดประสงค์ด้วยคำตอบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับแต่ละปัญหาตามลำดับ ซึ่งทั้ง L_1 และ L_2 จะเป็นค่าขอบเขตล่างของปัญหาตั้งต้น เมื่อทำการกำหนดค่าตัวแปรแตกกิ่งแล้ว



รูปที่ 3.4 การหาขอบเขตล่างของปัญหาย่อย P_1 และ P_2

เนื่องจากปัญหา P_1 และ P_2 เป็นปัญหาย่อยที่เกิดจากการแตกกิ่งของปัญหา P_0 ดังนั้น เซตของคำตอบที่เป็นไปได้ของปัญหาย่อยทั้งสองจะเป็นเซตย่อยของเซตของคำตอบที่เป็นไปได้ของ ปัญหา P_0 และค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาย่อยทั้งสอง จะต้องมากกว่าค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหา P_0 หรือสามารถกล่าวในอีกนัยหนึ่งได้ว่า เนื่องจากปัญหา P_0 เป็นปัญหาที่เกิดจากการผ่อนปรนเงื่อนไขบังคับของปัญหาตั้งต้นโดยตรง ดังนั้น ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหา P_0 จะเป็นค่าขอบเขตล่างที่ต่ำที่สุดของปัญหาตั้งต้น เมื่อเทียบกับค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหา P_1 และ P_2 ที่เกิดจากการแตกกิ่งปัญหาของปัญหา P_0 และในอนาคตหากจะต้องทำการแตกกิ่งปัญหา P_1 หรือ P_2 ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาย่อยใหม่ที่เกิดขึ้นจากการแตกกิ่ง จะต้องมากกว่าค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาข้างบนที่อยู่ในกิ่งเดียวกัน

ยกตัวอย่างเช่น หากทำการแตกกิ่งปัญหา P_1 ออกเป็นปัญหาย่อย P_{11} และ P_{12} ดังแสดงในรูปที่ 3.5 ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหา P_{11} และ P_{12} จะต้องมากกว่าค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหา P_1 ซึ่งจะต้องมากกว่าค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหา P_0 กล่าวคือ $L_{11} > L_1 > L_0$ และ $L_{12} > L_1 > L_0$ แต่ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาข้างบนที่อยู่คนละกิ่งกัน ยกตัวอย่างเช่น ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหา P_{11} ไม่จำเป็นจะต้องมากกว่าค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหา P_2



รูปที่ 3.5 การแตกกิ่งปัญหา P_1 ออกเป็นปัญหาย่อย P_{11} และ P_{12}

หลังจากขั้นตอนการหาขอบเขตล่าง จะเป็นการวิเคราะห์ปัญหา P_1 และ P_2 ซึ่งผลการวิเคราะห์จะสามารถแบ่งออกได้เป็น 3 กรณี ดังที่ได้อธิบายไว้ในรายละเอียดของขั้นตอนที่ 4 ข้างต้น

เมื่อเสร็จจากขั้นตอนการวิเคราะห์ปัญหา จะเป็นการตัดสินใจดำเนินการกับปัญหา P_1 และ P_2 โดยอ้างอิงจากผลการวิเคราะห์ปัญหาในขั้นตอนที่ 4 ซึ่งในสถานการณ์ที่มีปัญหาอยู่ในรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณามากกว่า 1 ปัญหา การตัดสินใจดำเนินการกับปัญหาที่อยู่ในรายการจะซับซ้อนกว่ากรณีที่มีปัญหาอยู่ในรายการเพียงปัญหาเดียว โดยเราจะแจกแจงผลการวิเคราะห์

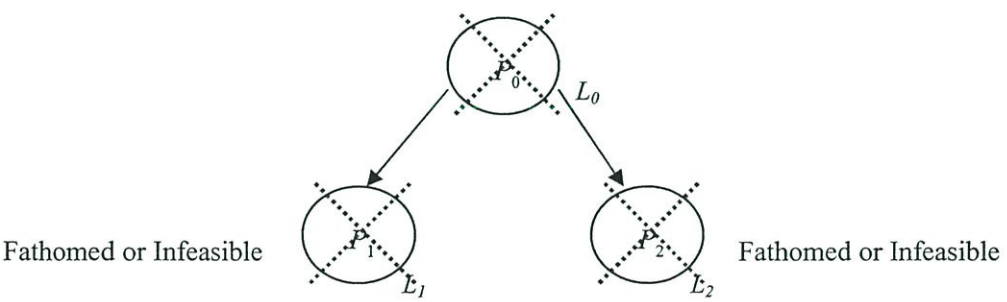
ปัญหา P_1 และ P_2 ออกเป็น 6 กรณีย่อย พร้อมทั้งอธิบายวิธีดำเนินการกับทั้งสองปัญหาแยกตามแต่ละกรณี ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> ปัญหาทั้งสองถูกวิเคราะห์ว่าเป็นแฟธอม ในกรณีนี้ คำตอบค่าใดที่ทำให้ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาตั้งต้นมีค่าต่ำสุด คำตอบค่านั้นจะเป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหาตั้งต้น ส่วนปัญหาทั้งสองจะถูกตัดออกจากรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณา

จากรูปที่ 3.4 เมื่อปัญหา P_1 และ P_2 ถูกวิเคราะห์ว่าเป็นแฟธอม ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาตั้งต้นเมื่อแทนด้วยคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหา P_1 และ P_2 จะเท่ากับ L_1 และ L_2 หากเปรียบเทียบกันระหว่าง L_1 และ L_2 แล้วพบว่า $L_1 < L_2$ จะสามารถสรุปได้ว่าคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหา P_1 จะเป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหาตั้งต้น ในทางกลับกันกันหาก $L_2 < L_1$ จะสามารถสรุปได้ว่าคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหา P_2 จะเป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหาตั้งต้น หลังจากนั้นปัญหา P_1 และ P_2 จะถูกตัดออกจากรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณา

<u>กรณีที่ 2</u> ปัญหาใดปัญหาหนึ่งถูกวิเคราะห์ว่าเป็นแฟธอม ในขณะนี้อีกปัญหาหนึ่งถูกวิเคราะห์ว่าไม่สามารถหาคำตอบได้ จะสามารถสรุปได้ว่า คำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหาที่เป็นแฟธอมจะเป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหาตั้งต้น และปัญหาทั้งสองจะถูกตัดออกจากรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณา

<u>กรณีที่ 3</u> ทั้งสองปัญหาถูกวิเคราะห์ว่าไม่สามารถหาคำตอบได้ ในกรณีนี้ทั้งสองปัญหาจะถูกตัดออกจากรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณา และสามารถสรุปได้ว่า ปัญหาตั้งต้นเป็นปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบได้

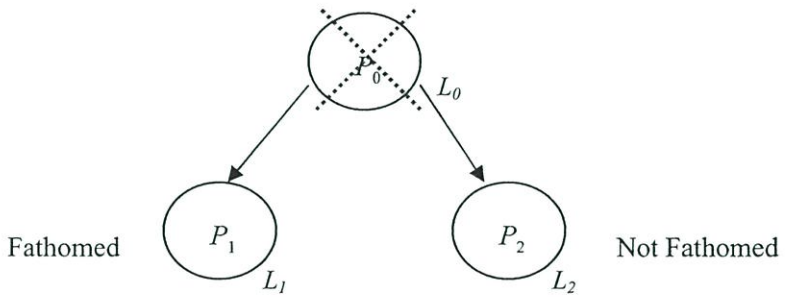


รูปที่ 3.6 การตัดปัญหา P_1 และ P_2 ออกจากการพิจารณาเมื่อปัญหาทั้งสองเป็นแฟธอมหรือไม่สามารถหาคำตอบได้

รูปที่ 3.6 เป็นแผนภาพต้นไม้แสดงการตัดกิ่งปัญหา P_1 และ P_2 ออกจากรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณา เนื่องจากทั้งสองปัญหาถูกวิเคราะห์ว่าเป็นแฟธอมหรือไม่เป็นปัญหาที่ไม่

สามารถหาคำตอบได้ และเมื่อปัญหาที่มีอยู่ในรายการทั้งหมดได้ถูกตัดออกไป จะสามารถสิ้นสุดกระบวนการค้นหาคำตอบของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์ได้

<u>กรณีที่ 4</u> ปัญหาใดปัญหาหนึ่งถูกวิเคราะห์ว่าเป็นแฟธอม ในขณะที่อีกปัญหาหนึ่งถูกวิเคราะห์ว่าไม่เป็นแฟธอมและสามารถหาคำตอบได้ โดยในที่นี้เราจะสมมติให้ปัญหา P_1 เป็นแฟ-ธอม และปัญหา P_2 ไม่เป็นแฟธอมดังแสดงในรูปที่ 3.7 ซึ่งวิธีดำเนินการกับปัญหาทั้งสองจะสามารถแบ่งเป็นกรณีย่อยได้อีก 2 กรณี ได้แก่



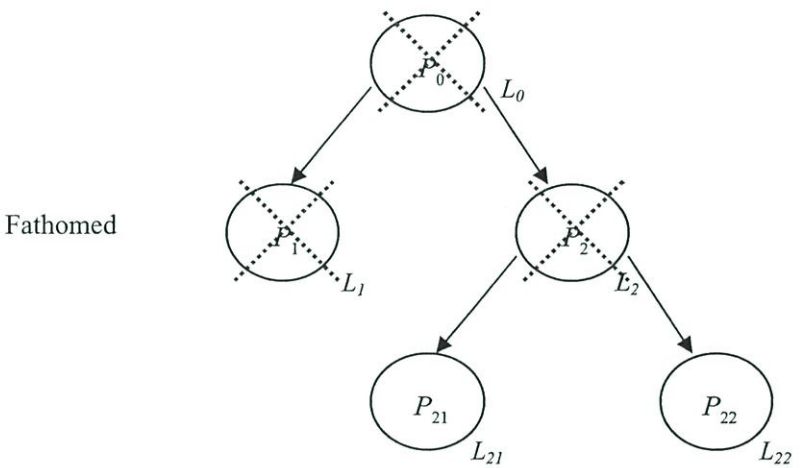
รูปที่ 3.7 ปัญหา P_1 เป็นแฟธอมและปัญหา P_2 ไม่เป็นแฟธอมและสามารถหาคำตอบได้

- ถ้า $L_1 \leq L_2$ จะสื่อความหมายว่า ถึงแม้ปัญหา P_2 จะสามารถแตกกิ่งออกเป็นปัญหาย่อยได้อีก แต่เนื่องจากค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาย่อยที่อยู่ด้านล่างย่อมมีค่ามากกว่าค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาที่อยู่ด้านบนสำหรับปัญหาย่อยในกิ่งเดียวกัน ด้วยเหตุนี้ จึงไม่จำเป็นจะต้องทำการแตกกิ่งปัญหา P_2 และสามารถตัดปัญหา P_2 ออกจากรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณาได้ทันที และในท้ายที่สุดจะสามารถสรุปได้ว่าคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหา P_1 จะเป็นคำตอบที่เหมาะสมของปัญหาตั้งต้น

- ถ้า $L_2 < L_1$ ในกรณีนี้ปัญหาที่ไม่เป็นแฟธอมจะถูกแตกกิ่งออกเป็นปัญหาย่อย ก่อนที่จะถูกตัดออกจากรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณา และปัญหาย่อยที่เกิดขึ้นจะถูกบรรจุเข้าไปอยู่ในรายการ ส่วนปัญหาที่เป็นแฟธอม จะถูกตัดออกจากรายการ ในขณะที่คำตอบที่เหมาะสมที่สุดและค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาที่เป็นแฟธอม จะถูกบันทึกไว้ว่าเป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดและเป็นค่าฟังก์ชันจุดของปัญหาตั้งต้นชั่วขณะ ซึ่งหมายความว่า ตราบใดที่กระบวนการค้นหาคำตอบของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์ยังไม่สิ้นสุด จะยังไม่สามารถสรุปได้ว่าคำตอบที่ถูกบันทึกไว้นี้ เป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหาตั้งต้นอย่างแท้จริง เนื่องจากในอนาคต อาจมีปัญหาแฟธอมปัญหาใหม่เกิดขึ้นจากการแตกกิ่ง ซึ่งในกรณีนั้น จะต้องนำค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาตั้งต้นที่เหมาะสมที่สุดชั่วขณะมาเปรียบเทียบกับค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาแฟธอมปัญหาใหม่ หากค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาแฟธอม ปัญหาใหม่น้อยกว่าค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาตั้งต้นในสถานะปัจจุบัน คำตอบที่เหมาะสมที่สุดและค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาแฟธอมปัญหา

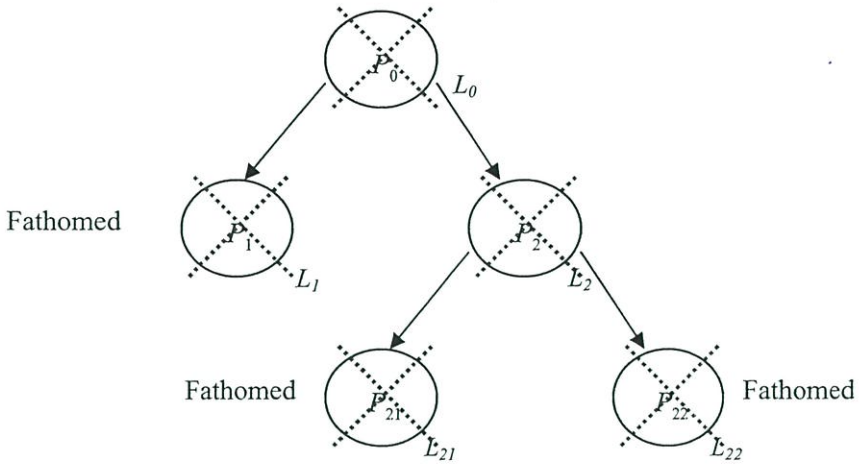
ใหม่ จะถูกบันทึกไว้แทนค่าชั่วขณะในสถานะปัจจุบัน ดังนั้น คำตอบที่เหมาะสมที่สุดและค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาตั้งต้นจะถูกปรับปรุงอยู่ตลอดเวลา จนกระทั่งสิ้นสุดกระบวนการค้นหาคำตอบของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์ จึงจะสามารถสรุปได้ว่าคำตอบที่เหมาะสมที่สุดค่าสุดท้ายที่ถูกบันทึกไว้ เป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหาตั้งต้นอย่างแท้จริง

ในกรณีเช่นนี้ คำตอบที่เหมาะสมที่สุดและค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหา P_1 (L_1) จะถูกบันทึกไว้ว่าเป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุด และเป็นค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาตั้งต้นในสถานะปัจจุบัน ส่วนปัญหา P_1 จะถูกตัดออกจากรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณาในขณะที่ปัญหา P_2 ซึ่งไม่ใช่ปัญหาที่เป็นแฟธอมจะถูกแตกกิ่งออกเป็นปัญหาย่อย ก่อนที่จะถูกตัดออกจากรายการ และปัญหาย่อยที่เกิดขึ้นจะถูกบรรจุเข้ามาอยู่ในรายการ ดังแสดงในรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 การตัดปัญหา P_1 ออกจากการพิจารณาเมื่อเป็นแฟธอมและการแตกกิ่งปัญหา P_2 ออกเป็นปัญหาย่อยเมื่อไม่เป็นแฟธอมและสามารถหาคำตอบได้

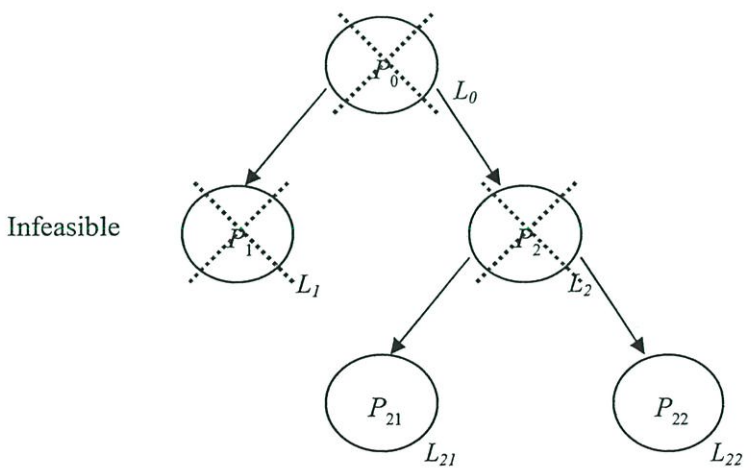
หากผลการวิเคราะห์ปัญหาระบุว่าทั้งปัญหา P_{21} และ P_{22} เป็นแฟธอม ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของทั้งสองปัญหา (L_{21} และ L_{22}) จะถูกนำมาเปรียบเทียบกับค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาตั้งต้น ในสถานะปัจจุบัน (L_1) ที่ถูกบันทึกไว้ก่อนหน้านี้ หากผลการเปรียบเทียบระบุว่า ค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหา P_{21} มีค่าน้อยที่สุด คำตอบที่เหมาะสมที่สุดและค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหา P_{21} จะถูกบันทึกไว้เป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดและค่าฟังก์ชันจุดประสงค์ของปัญหาตั้งต้นในสถานะปัจจุบันแทนที่ค่าเดิม และเนื่องจากปัญหา P_{21} และ P_{22} ถูกระบุว่าเป็นแฟธอม ดังนั้นปัญหาทั้งสองจะถูกตัดออกจากรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณา ดังแสดงในรูปที่ 3.9 เมื่อปัญหาทั้งหมดที่อยู่ในรายการได้ถูกตัดออกไป กระบวนการค้นหาคำตอบของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์จะสิ้นสุดลง โดยสามารถสรุปได้ว่า คำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหา P_{21} ซึ่งเป็นคำตอบค่าสุดท้ายที่ถูกบันทึกไว้จะเป็นคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหาตั้งต้น



รูปที่ 3.9 การตัดปัญหา P_{21} และ P_{22} ออกจากการพิจารณาเมื่อปัญหาทั้งสองเป็นแฟธอม

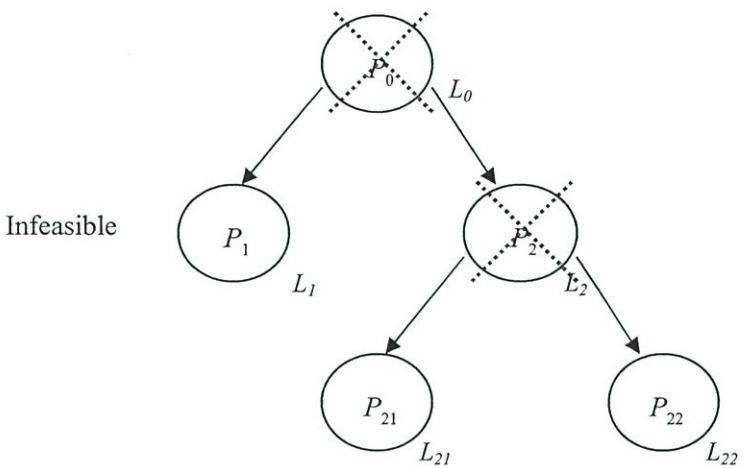
<u>กรณีที่ 5</u> ปัญหาใดปัญหาหนึ่งถูกวิเคราะห์ว่าไม่สามารถหาคำตอบได้ ในขณะที่อีกปัญหาหนึ่งถูกวิเคราะห์ว่าไม่เป็นแฟธอมและสามารถหาคำตอบได้

ในกรณีนี้จะสามารถตัดปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบได้ออกจากรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณาได้ทันที ส่วนอีกปัญหาหนึ่งจะถูกแตกกิ่งออกเป็นปัญหาย่อย ก่อนที่จะถูกตัดออกจากรายการ ส่วนปัญหาย่อยที่เกิดขึ้นจะถูกบรรจุเพิ่มเข้ามาในรายการ ดังแสดงในรูปที่ 3.10



รูปที่ 3.10 การตัดปัญหา P_1 ออกจากการพิจารณาเนื่องไม่สามารถหาคำตอบได้และการแตกกิ่งปัญหา P_2 ออกเป็นปัญหาย่อยเนื่องจากไม่เป็นแฟธอมและสามารถหาคำตอบได้

<u>กรณีที่ 6</u> ปัญหาทั้งสองถูกวิเคราะห์ว่าไม่เป็นแฟธอม และสามารถหาคำตอบได้ในกรณีนี้ ปัญหาที่มีค่าฟังก์ชันจุดประสงค์น้อยกว่า จะถูกแตกกิ่งก่อนจะถูกตัดออกจากรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณา ดังแสดงในรูปที่ 3.11 ซึ่งเราสมมติให้ $L_2 < L_1$

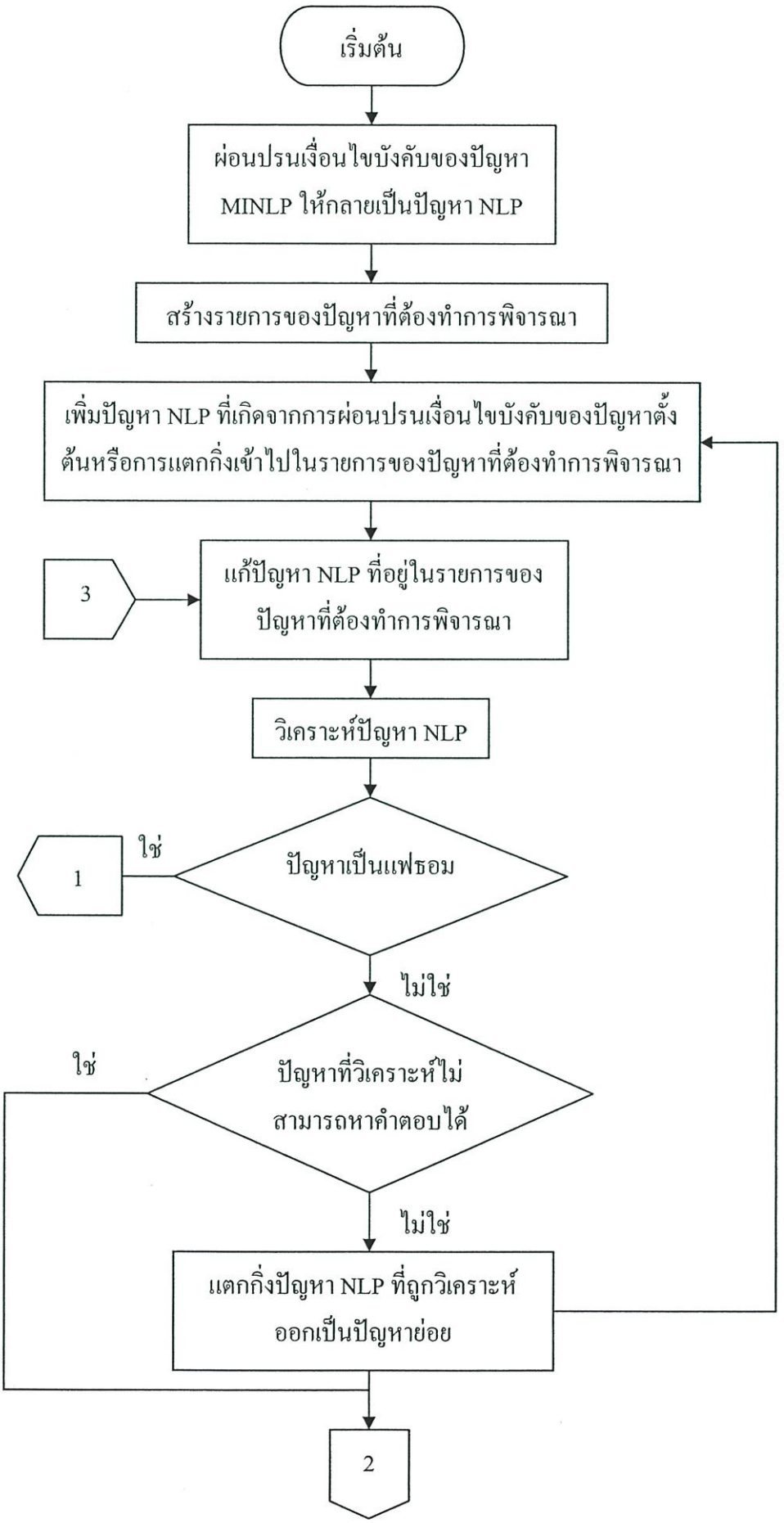


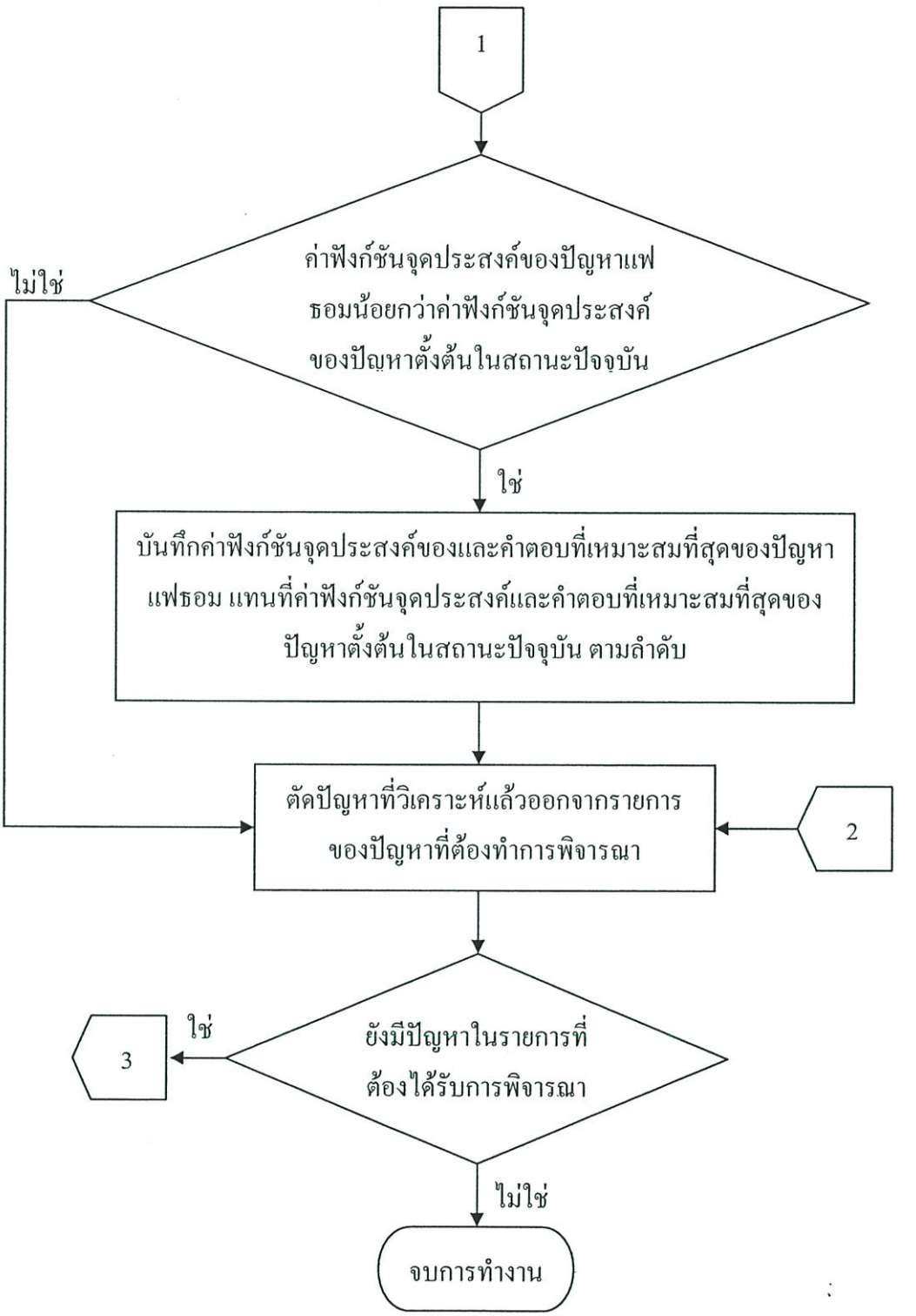
รูปที่ 3.11 ทั้งปัญหา P_1 และ P_2 ถูกวิเคราะห์ว่าไม่เป็นแฟธอมและสามารถหาคำตอบได้

ตราบใดที่ในรายการยังมีปัญหาที่ต้องพิจารณา กระบวนการทำซ้ำจะยังคงดำเนินต่อไป จนกว่าปัญหาทั้งหมดที่มีอยู่ในรายการจะถูกตัดออกไปทั้งหมด จึงจะสามารถหยุดกระบวนการค้นหาคำตอบของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์ได้

จากขั้นตอนการหาคำตอบของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์ทั้ง 6 ขั้นตอน จะสามารถสรุปออกมาเป็นแผนผังการทำงานของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์ ดังในรูปที่ 3.12

ในกระบวนการหาคำตอบของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์ทั้งหมด ขั้นตอนสำคัญหนึ่งที่เป็นตัวกำหนดประสิทธิภาพการทำงานของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์ คือ ขั้นตอนการแก้ปัญหา NLP ที่แต่ละกิ่งของแผนภาพต้นไม้ อัลกอริทึมที่จะนำมาแก้ปัญหา NLP จะต้องเป็นอัลกอริทึมที่มีประสิทธิภาพ สามารถแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว และให้คำตอบที่ถูกต้องแม่นยำ หนึ่งในอัลกอริทึมนั้น คือ วิธีกำหนดการเชิงกำลังสองสืบเนื่อง


เริ่มต้น
ผ่อนปรนเงื่อนไขบังคับของปัญหา MINLP ให้กลายเป็นปัญหา NLP
สร้างรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณา
เพิ่มปัญหา NLP ที่เกิดจากการผ่อนปรนเงื่อนไขบังคับของปัญหาตั้งต้นหรือการแตกกิ่งเข้าไปในรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณา
3
แก้ปัญหา NLP ที่อยู่ในรายการของปัญหาที่ต้องทำการพิจารณา
วิเคราะห์ปัญหา NLP
1
ใช่
ปัญหาเป็นแฟธอม
ไม่ใช่
ใช่
ปัญหาที่วิเคราะห์ไม่สามารถหาคำตอบได้
ไม่ใช่
แตกกิ่งปัญหา NLP ที่ถูกวิเคราะห์ออกเป็นปัญหาย่อย
2



รูปที่ 3.12 แผนผังแสดงการทำงานของวิธีบรานช์แอนด์บาวด์

บทที่ 4
หลักและวิธีการของเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น

4.1 แนวคิดเริ่มต้นก่อนการค้นพบเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน

การหาคำตอบตัวแปรในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ (Objective Function) หรือที่เรียกว่า การหาค่าเหมาะสม (Optimization Programming) โดยมีสมการข้อจำกัด (Constraints) ประกอบเป็นเงื่อนไขนั้น เดิมในยุคที่คอมพิวเตอร์ยังไม่มีการพัฒนา ถ้าหากฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์เป็นระบบซึ่งมีขนาดใหญ่ กล่าวอีกอย่างคือ มีจำนวนตัวแปรและเงื่อนไขข้อจำกัดเป็นจำนวนมาก การคำนวณหาคำตอบนั้นจะค่อนข้างยุ่งยาก และคำตอบที่ได้มาจะมีค่าที่ไม่เข้าใกล้ค่าเหมาะสมที่สุด ประกอบกับใช้ระยะเวลาในการคำนวณค่อนข้างนาน ซึ่งในช่วงปี พ.ศ. 2492 นักวิทยาศาสตร์หลายท่านได้เริ่มคิดค้นหลักและวิธีการทางคณิตศาสตร์ขึ้นหลายวิธีเพื่อใช้ในการหาคำตอบดังกล่าว โดยส่วนใหญ่จะมุ่งเน้นไปที่วิธีการแยกตัวแปร (Decomposition) เป็นหลัก ทั้งนี้ก็เพื่อลดระยะเวลาในการคำนวณ แต่อย่างไรก็ตามคำตอบที่ได้มาท้ายสุดนั้นก็ยังไม่มีประสิทธิภาพเท่าที่ควร [8] [31]

จนกระทั่งในยุคที่คอมพิวเตอร์ได้เริ่มพัฒนามาถึงจุดๆหนึ่ง นักเขียนโปรแกรมหลายท่านได้พยายามจัดทำโปรแกรมต่างๆเพื่อใช้ในการดำเนินงานเกี่ยวกับงานทางด้านคณิตศาสตร์และวิศวกรรมมากมาย เป็นเหตุให้การคำนวณสมการทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนต่างๆนั้นมีความรวดเร็วและง่ายยิ่งขึ้น รวมถึงการคำนวณหาค่าเหมาะสมดังที่กล่าวมานี้ด้วย ซึ่งไม่ว่าจะเป็นการหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex) หรือวิธีลองผิดลองถูก (Trial and Error) เมื่อเทียบกับอดีตในช่วงที่คอมพิวเตอร์ยังไม่พัฒนาแล้ว ระยะเวลาที่ใช้ในการคำนวณถือว่ามีความรวดเร็วกว่าเดิมมาก แม้จะใช้ระยะเวลาในการคำนวณเป็นชั่วโมงหรือวันก็ตาม ดังนั้นเทคนิคในการหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วยวิธีการแยกตัวแปร (Decomposition) จึงไม่ค่อยมีผู้ใดสนใจนัก

ต่อมาได้พบว่าการคำนวณหาคำตอบของฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ที่เป็นระบบขนาดใหญ่ด้วยวิธีซิมเพล็กซ์ (Simplex) และวิธีลองผิดลองถูก (Trial and Error) นั้น บ่อยครั้งคำตอบที่ได้มาเป็นเพียงคำตอบที่เหมาะสม ณ ช่วงๆหนึ่ง (Local Solution) เท่านั้น ไม่ใช่คำตอบที่เหมาะสมที่สุดของทุกๆช่วงคำตอบ (Global Solution) ประกอบกับหากตัวแปรในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์และตัวแปรในสมการข้อจำกัด เป็นตัวแปรที่เป็นเลขจำนวนเต็ม (Integer Variable) และตัวแปรต่อเนื่อง (Continuous Variable) รวมเข้าด้วยกัน หรือเรียกอีกอย่างว่าการโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed-integer Programming) การหาคำตอบจะยิ่งซับซ้อนมากยิ่งขึ้น ดังนั้นจึงได้มีการพยายามหาวิธีการต่างๆเพื่อให้คำตอบที่ได้มาเป็นคำตอบที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด และใช้ระยะเวลาในการ

คำนวณสั้นที่สุด จึงเป็นเหตุให้ผู้คิดค้นส่วนใหญ่หันกลับมาสนใจการหาคำตอบด้วยเทคนิคต่าง โดยเฉพาะวิธีการแยกตัวแปร (Decomposition) อาทิเช่น

การหาคำตอบจากรูปแบบสถานะการทำงานเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่เป็นไปได้ โดยมีลักษณะคล้ายกับวิธีการจัดลำดับความสำคัญ (Priority List) แต่จะสามารถพิจารณาเส้นทางในการหาคำตอบได้มากกว่า ซึ่งมีผลให้คำตอบที่ได้มีค่าที่ดีกว่า แต่ข้อเสียคือคำตอบที่ได้มีโอกาสไม่ใช่คำตอบที่ดีที่สุด (Global Solution) ค่อนข้างสูง และหากระบบไฟฟ้ามีขนาดใหญ่จะทำให้การคำนวณใช้ระยะเวลาค่อนข้างมาก [17]

การหาค่าเหมาะสมจากการประยุกต์ใช้โปรแกรมเงื่อนไขแบบตรรกะ (Constraint Logic Programming: CLP) วิธีดังกล่าวนี้ได้ช่วยลดระยะเวลาในการคำนวณลง แต่จะไม่เหมาะสมกับระบบไฟฟ้าที่มีขนาดใหญ่ เนื่องจากจะใช้ระยะเวลาการคำนวณที่ค่อนข้างมากเช่นเดิม [24]

การหาค่าเหมาะสมจากการประยุกต์ใช้โปรแกรมเงื่อนไขแบบตรรกะ (Constraint Logic Programming: CLP) ร่วมกับโปรแกรมเชิงเส้น (Linear Programming) วิธีนี้คล้ายกับข้างต้น แต่จะช่วยให้ลดระยะเวลากว่าวิธีข้างต้น แต่อย่างไรก็ตามคำตอบที่ได้มีโอกาสไม่ใช่คำตอบที่ดีที่สุด (Global Solution) ค่อนข้างสูง [20]

การหาค่าเหมาะสมด้วยวิธีลากรองจ์รีแลกเซชั่น (Lagrangian Relaxation) ซึ่งเป็นวิธีที่อาศัยทฤษฎีปัญหาควบคู่ (Dual Problem) และตัวคูณลากรองจ์ (Lagrangian Multiplier) โดยวิธีนี้จะแบ่งปัญหาออกเป็นย่อยๆ ทำให้ลดระยะเวลาในการคำนวณ แต่ข้อเสียคือคำตอบที่ได้มีโอกาสไม่ใช่คำตอบที่ดีที่สุด (Global Solution) ค่อนข้างสูง [34]

4.2 การค้นพบเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน และข้อได้เปรียบ

จนกระทั่งในปี พ.ศ. 2505 เบนเดอร์ แฟรงค์ โจเซฟ (J. F. Benders) นักคณิตศาสตร์ชาวเยอรมัน [8] ได้ค้นพบวิธีการแยกตัวแปรสำหรับการหาคำตอบฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ที่มีระบบขนาดใหญ่ โดยได้นำไปประยุกต์ใช้กับการหาค่าเหมาะสมด้วยวิธีรีแลกเซชันแบบลากรองจ์ (Lagrangian Relaxation) และเทคนิคการแปลงปัญหาพื้นฐาน (Primal problem) เป็นปัญหาควบคู่ (Dual problem ซึ่งคำตอบที่ได้มานั้นมีประสิทธิภาพมาก ประกอบกับระยะเวลาในการคำนวณมีระยะเวลาสั้นลงกว่าเดิม อีกทั้งยังสามารถแก้ปัญหาการโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed-integer Programming) ได้อย่างมีประสิทธิผลอีกด้วย แต่ไม่ว่าจะอย่างไรก็ตามเทคนิคดังกล่าวก็ยังไม่เป็นที่แพร่หลายนักในด้านงานวิศวกรรม แต่ก็ยังพอมีงานวิจัยบางงานที่ได้ประยุกต์ใช้เทคนิคดังกล่าวบ้าง

เทคนิคดังกล่าวนี้ได้ถูกเรียกว่า เทคนิคการแยกตัวแปรด้วยวิธีเบนเดอร์ หรือเรียกทับศัพท์ว่า "เบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน" (Benders Decompostion) หรือบางวรรณกรรมที่ปรากฏได้เรียกเทคนิคนี้ว่า เทคนิคการเพิ่มลดอสมการข้อจำกัดด้วยเทคนิคเบนเดอร์คัท (Bender's Cut)

หลักและวิธีการหาคำตอบของเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน เบื้องต้น คือ แยกปัญหาตั้งต้น (Original Problem) ออกเป็น 2 ส่วน ประกอบด้วย ปัญหาหลัก (Master Problem) และปัญหารอง (Subproblem) ซึ่งโดยทั่วไปแล้วปัญหาหลัก (Master Problem) จะเป็นสมการหรืออสมการที่ประกอบด้วยตัวแปรที่เป็นเลขฐานสอง ส่วนปัญหาย่อย (Subproblem) จะประกอบด้วยตัวแปรต่อเนื่องทั้งหมด ซึ่งการหาคำตอบทั้งสองปัญหาดังกล่าวนี้จะใช้เทคนิคการเพิ่มลดออสมการข้อจำกัดด้วยวิธีเบนเดอร์คัท (Benders' Cut) ซึ่งจะได้กล่าวต่อไปในหัวข้อที่ 4.4

4.3 ตัวอย่างการดำเนินงานที่ประยุกต์ใช้เทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน

ในช่วงปี พ.ศ. 2543 – พ.ศ. 2547 เทคนิคดังกล่าวได้ถูกนำไปใช้อย่างแพร่หลายทั้งในงานทางด้านเศรษฐศาสตร์ งานวิศวกรรมอุตสาหกรรม งานวิศวกรรมการบิน และงานที่เกี่ยวข้องกับการขนส่งต่างๆ ส่วนงานทางด้านวิศวกรรมไฟฟ้านั้นได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้ในงานวิจัยบ้างเล็กน้อย เนื่องจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้คำนวณหาคำตอบด้วยเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น (Benders Decomposition) นั้นยังไม่เป็นที่แพร่หลายนัก จึงยังไม่มีผู้ใดนำเทคนิคดังกล่าวไปใช้ในการดำเนินงานจริง มีเพียงแต่การนำไปทดสอบกับระบบจริงเป็นครั้งคราวเพื่อทำงานวิจัยเท่านั้น ซึ่งตัวอย่างงานวิศวกรรมไฟฟ้าที่สามารถประยุกต์ใช้เทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน (Benders Decomposition) ในการหาคำตอบ อาทิเช่น

- การจัดประสิทธิภาพการไหลของกำลังไฟฟ้า (Optimal Power Flow)
- การวางแผนระบบส่งไฟฟ้า (Transmission Planning)
- การวางแผนการผลิตกำลังไฟฟ้า (Generating Unit Planning)
- การประเมินและการลงทุนในการผลิตไฟฟ้า (Optimal Generation Bidding and Valuation)
- การวางแผนการจ่ายน้ำเข้าโรงไฟฟ้าพลังน้ำ โดยคำนึงถึงการจ่ายไฟของโรงไฟฟ้าพลังงานความร้อนร่วมด้วย (Hydro-thermal Scheduling)
- การวางแผนซ่อมบำรุงรักษาระบบส่งไฟฟ้า (Transmission Maintenance Scheduling)
- การวางแผนซ่อมบำรุงรักษาระบบผลิตไฟฟ้ากำลัง (Generation Maintenance Scheduling)
- การวางแผนเรื่องงบประมาณเชื้อเพลิงในระยะยาว (Long-term Fuel Budgeting and Scheduling)
- การวางแผนและประเมินการจ่ายไฟฟ้าในระยะยาว (Long-term Generating Unit Scheduling and Valuation)

4.4 หลักและวิธีการของปัญหาควบคู่ (Dual Problem)

เนื่องจากเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน (Benders Decomposition) ได้ใช้หลักการแปลงปัญหาควบคู่ (Dual Problem) เข้ามาเกี่ยวข้องด้วย ดังนั้นก่อนอื่นจะต้องทราบความสัมพันธ์ระหว่างปัญหาควบคู่ (Dual Problem) กับปัญหาพื้นฐาน (Primal Problem) ก่อน

ทุกๆปัญหาของโปรแกรมจำนวนเชิงเส้นตรง (Linear Programming) จะถูกเรียกว่าปัญหาพื้นฐาน (Primal Problem) ซึ่งจะสามารถเปลี่ยนเป็นรูปแบบอีกรูปแบบหนึ่งได้เรียกว่า ปัญหาควบคู่ (Dual Problem) โดยสามารถอธิบายในรูปเมตริกซ์ได้ดังนี้ [27]

- **ปัญหาพื้นฐาน (Primal Problem)**

$$\begin{aligned} Minimize \quad & z = c^T x \\ s.t. \quad & Ax \geq^* b \qquad \text{Primal Problem} \quad (4.1) \\ & x \geq^* 0^* \end{aligned}$$

โดย $Minimize\ c^T x$ เรียกว่าฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ (Objective Function)

ส่วนอสมการเรียกว่าข้อจำกัด (Constraints)

โดยที่ c เป็น n – เวคเตอร์

x เป็น n - เวคเตอร์

b เป็น m - เวคเตอร์

A เป็น $m \times n$ - เมตริกซ์

หรือสามารถเขียนในรูปจำนวนเชิงตัวเลขได้ดังนี้

$$\left\{x \in \mathrm{R}^n \middle| Ax \geq b, x \geq 0\right\} \qquad (4.2)$$

- **ปัญหาควบคู่ (Dual Problem)**

$$\begin{aligned} Maximize \quad & z = b^T y \\ s.t. \quad & A^T y \leq^* c \qquad \text{Dual Problem} \quad (4.3) \\ & y \geq^* 0^* \end{aligned}$$

* <u>หมายเหตุ</u> เครื่องหมายทางคณิตศาสตร์อาจเป็นเครื่องหมายมากกว่า น้อยกว่า หรือเท่ากับก็ได้ ซึ่งคำตอบในแต่ละแถวของเมตริกซ์อาจมีเครื่องหมายต่างกันก็ได้ ส่วนเลขจำนวนศูนย์ อาจเป็นเลขอนันต์ก็ได้ ซึ่งรายละเอียดดังตารางที่ 4.1 ความสัมพันธ์การแปลงปัญหาพื้นฐาน (Primal Problem) เป็นปัญหาควบคู่ (Dual Problem) แต่ทั้งนี้เพื่อความเข้าใจเบื้องต้นจึงขอยกตัวอย่าง ดังนี้

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -3 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \geq^* \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

หากจัดรูปสมการแล้วจะได้ดังนี้

$$x_1 + 2x_2 \geq 2$$

$$x_1 + x_3 \geq 3$$

$$-3x_1 + 2x_2 + x_3 \geq -5$$

$$x_1 - x_2 + x_3 \geq 1$$

ซึ่งจริงแล้วเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ตามอสมการข้างบนนี้ไม่จำเป็นที่จะต้องเหมือนกันทั้งหมด แม้ว่าจะอยู่ในรูปเมตริกซ์เดียวกันก็ตาม โดยอาจจะเป็นดังสมการข้างล่างนี้ก็ได้

$$x_1 + 2x_2 \geq 2$$

$$x_1 + x_3 \leq 3$$

$$-3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq -5$$

$$x_1 - x_2 + x_3 = 1$$

ซึ่งจะสังเกตได้ว่า จำนวนข้อจำกัดของปัญหาพื้นฐาน (Primal Problem) จะเปลี่ยนเป็นจำนวนพจน์ตัวแปรในปัญหาควบคู่ (Dual Problem) ส่วนจำนวนพจน์ตัวแปรในปัญหาพื้นฐาน (Primal Problem) จะเปลี่ยนเป็นจำนวนข้อจำกัดในปัญหาควบคู่ (Dual Problem)

ตารางที่ 4.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการแปลงปัญหาพื้นฐาน (Primal Problem) เป็นปัญหาควบคู่ (Dual Problem)

ปัญหาพื้นฐาน (Primal Problem)		**ปัญหาควบคู่ (Dual Problem)**	
Objective	*Max z*	*Min w*	Objective
ตัวแปร (Variables)	≥ 0	$\geq$	ข้อจำกัด (Constraints)
	≤ 0	$\leq$	
	Unlimited	$=$	
ข้อจำกัด (Constraints)	$\leq$	≥ 0	ตัวแปร (Variables)
	$\geq$	≤ 0	
	$=$	*Unlimited*	
พจน์ทางด้านขวาของข้อจำกัด		สัมประสิทธิ์ของตัวแปรในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์	
สัมประสิทธิ์ของตัวแปรในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์		พจน์ทางด้านขวาของข้อจำกัด	

และเพื่อเป็นการง่ายต่อการหาคำตอบของโปรแกรมจำนวนเชิงเส้น (Linear Programming) เมื่อเราแปลงปัญหาพื้นฐาน (Primal Problem) เป็นปัญหาควบคู่ (Dual Problem) แล้ว ให้เทียบจำนวนสมการหรืออสมการข้อจำกัดว่าปัญหาใดมีจำนวนข้อจำกัดมากน้อยกว่ากัน เพื่อที่จะได้เลือก

แก้ปัญหาที่มีจำนวนข้อจำกัดน้อยกว่า เพื่อให้การเกิดความรวดเร็ว และมีความแม่นยำมากกว่า แต่ทั้งนี้ก็ไม่แน่เสมอไปว่าปัญหาที่มีข้อจำกัดน้อยกว่าจะสามารถหาคำตอบได้รวดเร็วกว่า

เพื่อความเข้าใจในการแปลงปัญหาพื้นฐาน (Primal Problem) เป็นปัญหาควบคู่ (Dual Problem) จึงขอยกตัวอย่างง่ายๆ ดังนี้

ตัวอย่างที่ 4.1

$$
\begin{aligned}
\textit{Minimize}\quad & z = 5x_1 + 4x_2 + 6x_3 \\
\textit{s.t.}\quad & x_1 + 2x_2 \geq 2 \\
& x_1 + x_3 \leq 3 \\
& -3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq -5 \\
& x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\
& x_1 \geq 0, x_2 \leq 0, x_3 = \textit{unlimited}
\end{aligned}
$$

จากตัวอย่างเปรียบเทียบกับเมตริกซ์มาตรฐานตามสมการ (4.4.1) จะได้ดังนี้

$$
\textit{Minimize}\quad z = c^T x \quad \text{--->} \quad z = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 6 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}
$$

$$
\textit{s.t.}\quad Ax \geq^* b \quad \text{--->} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -3 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \geq^* \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}
$$

$$
x \geq^* 0^* \quad \text{--->} \quad \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \geq^* 0^*
$$

เมื่อนำเมตริกซ์ที่ได้ข้างต้นมาแปลงเป็นปัญหาควบคู่ (Dual Problem) ตามสมการ (4.4.2) จะได้ดังนี้

$$
\textit{Maximize}\quad z = b^T y \quad \text{--->} \quad z = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix}
$$

$$
\textit{s.t.}\quad A^T y \leq^* c \quad \text{--->} \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} \leq^* \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}
$$

$$
y \geq^* 0^* \quad \text{--->} \quad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} >^* 0^*
$$

ซึ่งจากเมตริกซ์ของปัญหาควบคู่ (Dual Problem) ข้างต้นจะสามารถเขียนในรูปสมการและอสมการ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} Maximize \quad & y = 2y_1 + 3y_2 - 5y_3 + y_4 \\ s.t. \quad & y_1 + y_2 - 3y_3 + y_4 \geq 5 \\ & 2y_1 + 2y_3 - y_4 \geq 4 \\ & y_2 + y_3 + y_4 \geq 6 \\ & y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0, y_4 \geq 0 \end{aligned}$$

แต่ทั้งนี้ตามที่ได้กล่าวข้างต้นแล้วว่า เครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ตามสมการข้างบนนี้ไม่จำเป็นที่จะต้องเหมือนกันทั้งหมด แม้ว่าจะอยู่ในรูปเมตริกซ์ก็ตาม โดยใช้หลักการแปลงตามตารางที่ 4.1 จะได้สมการและอสมการดังนี้

$$\begin{aligned} Maximize \quad & y = 2y_1 + 3y_2 - 5y_3 + y_4 \\ s.t. \quad & y_1 + y_2 - 3y_3 + y_4 \geq 5 \\ & 2y_1 + 2y_3 - y_4 \leq 4 \\ & y_2 + y_3 + y_4 = 6 \\ & y_1 \leq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0, y_4 = unlimited \end{aligned}$$

4.5 หลักและวิธีการของเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน (Benders Decomposition)

หลักและวิธีการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของตัวแปรในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ โดยมีข้อจำกัดประกอบเป็นเงื่อนไข ด้วยเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน (Benders Decomposition) คือ แยกปัญหาตั้งต้น (Original Problem) ออกเป็น 2 ส่วน คือ [6] [27]

- ปัญหาหลัก (Master Problem) จำนวน 1 ปัญหา
- ปัญหาย่อย (Subproblem) ซึ่งสามารถมีได้หลายปัญหา

โดยทั่วไปแล้วปัญหาหลัก (Master Problem) จะเป็นสมการหรืออสมการที่ประกอบด้วยตัวแปรที่เป็นเลขฐานสอง ซึ่งมีข้อจำกัดประกอบเพียงไม่กี่สมการ ส่วนปัญหาย่อย (Subproblem) จะประกอบด้วยตัวแปรต่อเนื่องทั้งสิ้น ซึ่งจะเป็นปัญหาที่สามารถหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วยหลักการโปรแกรมจำนวนเชิงเส้น (Linear Programs) ได้ โดยคำตอบของปัญหาย่อย (Subproblem) จะส่งผลถึงคำตอบของปัญหาหลัก (Master Problem) อันเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงข้อจำกัดในปัญหาหลัก ซึ่งเป็นการเพิ่มลดอสมการข้อจำกัดด้วยเทคนิคเบนเดอร์คัท (Benders' Cut) ซึ่งจะได้กล่าวรายละเอียดให้ทราบต่อไป

เนื่องจากงานวิจัยนี้ การหาค่าเหมาะสมที่สุด (Optimal Solution) จะเป็นการพิจารณาเกี่ยวการแก้ปัญหาโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed-integer Programming) ซึ่งตัวแปรในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์และตัวแปรในอสมการหรือสมการข้อจำกัดจะเป็นตัวแปรที่เป็นเลขจำนวนเต็ม (Integer Variable) ซึ่งในที่นี้จะเป็นเลขฐานสอง (Binary Variable) และตัวแปรต่อเนื่อง (Continuous Variable) รวมเข้าด้วยกัน ดังนั้นตัวอย่างการใช้เทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน (Benders Decomposition) นี้ จะขอยกตัวอย่างรูปแบบมาตรฐานในการแก้ปัญหาโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed-integer Programming) เพื่อให้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้โดยตรง

รูปแบบมาตรฐานของการแก้ปัญหาโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม(Mixed-integer Programming) ด้วยเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน (Benders Decomposition) จะอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\begin{aligned} Minimize\ z = \ & c^T x + d^T y \\ s.t. \quad & Ay \geq b \qquad \text{ฟังก์ชั่น P1 (4.4)} \\ & Ex + Fy \geq h \\ & x \geq 0, y \in \mathrm{S} \end{aligned}$$

โดยที่ c เป็น p - เวคเตอร์

x เป็น p - เวคเตอร์

h เป็น q - เวคเตอร์

b เป็น m - เวคเตอร์

d เป็น n – เวคเตอร์จำนวนเต็ม (หรือเลขฐานสอง)

y เป็น n - เวคเตอร์จำนวนเต็ม (หรือเลขฐานสอง)

A เป็น $m\,x\,n$ - เมตริกซ์

E เป็น $q\,x\,p$ - เมตริกซ์

F เป็น $q\,x\,n$ - เมตริกซ์

ตามที่ x คือตัวแปรต่อเนื่อง (Continuous Variables) และ y คือตัวแปรจำนวนเต็ม (Integer Variables) นั้น ถ้าหากสมมติว่ากำหนดให้ค่า y มีค่าๆหนึ่งแล้ว ฟังก์ชั่น P1 (4.4) จะแปรผันเป็นเส้นตรง (Linear Relation) ตามตัวแปร x ซึ่งจะสามารถเขียนในรูปจำนวนคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$\underset{y\in \mathrm{R}}{Minimize}\left\{d^T y \middle| Ay \geq b + Min\left\{c^T x \middle| Ex \geq h - Fy, x \geq 0\right\}\right\} \qquad (4.5)$$

ดังนั้นจากปัญหาตั้งต้น (Original Problem) ตามฟังก์ชั่น P1 (4.4) ซึ่งเขียนในรูปจำนวนคณิตศาสตร์ดัง (4.5) จะสามารถแบ่งเป็น 2 ส่วน คือ ปัญหาหลัก (Master Problem) และ ปัญหาย่อย (Subproblem) ดังนี้

- **ปัญหาหลัก (Master Problem)**

$$Minimize \quad z_{lower}$$

$$s.t. \quad z_{lower} \geq d^T y \qquad \text{Master Problem (4.6)}$$

$$Ay \geq b$$

$$y \in S$$

ซึ่งจะสังเกตเห็นว่าเราจะใช้ z_{lower} แทน $d^T y$ ในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ (Objective Function) เพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจ

- **ปัญหาย่อย (Subproblem)**

$$Minimize \quad c^T x$$

$$s.t. \quad Ex \geq h - F\hat{y} \qquad \text{Subproblem (4.7)}$$

$$x \geq 0$$

และเนื่องจากปัญหาย่อย (Subproblem) ดังกล่าวประกอบด้วยตัวแปรต่อเนื่องทั้งหมด และสามารถหาคำตอบได้วิธีโปรแกรมจำนวนเชิงเส้น (Linear Programming) จึงสามารถเปลี่ยนจากปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาพื้นฐาน (Primal Subproblem) เป็นปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (Dual Subproblem) ได้ดังนี้

- **ปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (Dual Subproblem)**

$$Maximize \quad (h - F\hat{y})^T u$$

$$s.t. \quad E^T u \leq c \qquad \text{Dual Subproblem (4.8)}$$

$$u \geq 0$$

โดยที่ $\hat{y}$ คือคำตอบจากปัญหาหลัก (Master Problem) (4.6) ที่ทำให้ค่า z_{lower} อยู่ในขอบเขตล่างที่ต่ำที่สุด หรือน้อยที่สุดนั่นเอง

ทั้งนี้เพื่อให้ไม่เกิดความสับสนในการอ่าน จึงขอเรียกปัญหาหลัก (Master Problem) ว่าปัญหา MP) และขอเรียกปัญหาย่อย (Subproblem) ที่เป็นปัญหาพื้นฐาน (Primal Problem) นี้ว่า SP1 ส่วนปัญหาย่อย (Subproblem) ที่เป็นปัญหาควบคู่ (Dual Problem) นั้นจะเรียกว่า SP2

4.6 ขั้นตอนการเพิ่มลดอสมการข้อจำกัดด้วยเทคนิคเบนเดอร์คัท (Benders' Cut)

เมื่อทราบหลักการของเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน (Benders Decomposition) พื้นฐานแล้ว ต่อไปจะเป็นการอธิบายถึงขั้นตอนในการหาคำตอบ โดยการเพิ่มลดอสมการข้อจำกัดด้วยเทคนิคเบนเดอร์คัท (Benders' Cut) [8] [13] [27] [31]

ขั้นตอนที่ 1 หาคำตอบ y ในปัญหาหลัก (MP1) ที่ทำให้ค่า z_{lower} อยู่ในขอบเขตล่างที่ต่ำที่สุด โดยคำตอบที่ได้มาจะแทนด้วยตัวแปร $\hat{y}$

- ถ้าคำตอบที่ได้มาไม่มีขอบเขตจำกัด (Unbounded Solution) ให้กำหนดค่า $z_{lower}=\infty$ และทำตามขั้นตอนที่ 2 ต่อไป
- ถ้าไม่สามารถหาคำตอบใดๆได้ (Infeasible Solution) แปลว่าปัญหาตั้งต้นนั้นไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้เช่นกัน

ขั้นตอนที่ 2 หาคำตอบในปัญหาย่อย (SP1) หรือปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (SP2)

1) กรณีหาคำตอบในปัญหาย่อย (SP1) ให้หาคำตอบ x ที่ทำให้ $c^T x$ มีค่าน้อยที่สุด โดยคำตอบ x ที่ได้มาจะแทนด้วยตัวแปร $\hat{x}$ และกำหนดให้ $z_{upper}=d^T\hat{y}+c^T\hat{x}$

2) กรณีหาคำตอบปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (SP2) ให้หาคำตอบ u ที่ทำให้ $(h-F\hat{y})^T u$ มีค่ามากที่สุด โดยคำตอบ u ที่ได้มาจะแทนด้วยตัวแปร $\hat{u}_p$ และกำหนดให้ $z_{upper}=d^T\hat{y}+(h-F\hat{y})^T\hat{u}_p$

- กรณีปัญหาย่อย (SP1) (4.4.7) หรือปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (SP2) สามารถหาคำตอบได้ ให้เปรียบเทียบคำตอบ z_{lower} จากขั้นตอนที่ 1 และ z_{upper} จากขั้นตอนที่ 2
  - ถ้า $|\hat{z}_{upper}-\hat{z}_{lower}|\le\varepsilon$ ให้หยุดการคำนวณและถือคำตอบล่าสุดเป็นคำตอบปัญหาตั้งต้น
  - ถ้า $|\hat{z}_{upper}-\hat{z}_{lower}|>\varepsilon$ ให้เพิ่มข้อจำกัด $z_{lower}\ge d^T y+(h-Fy)^T\hat{u}_p$ ในปัญหาหลัก (MP1) ในกรณีที่หาคำตอบโดยใช้ปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (SP2) และให้เพิ่ม $z_{lower}\ge d^T y+c^T\hat{x}-(y-\hat{y})^T\cdot F^T u_i^p$ โดย $i=1,2,\ldots,n_p$ ในกรณีที่หาคำตอบโดยใช้ปัญหาย่อย (SP1) (โดยเรียกปัญหาหลักที่เพิ่มเงื่อนไขดังกล่าวนี้ว่า MP2) และทำตามขั้นตอนที่ 3 ต่อไป

$$
\begin{aligned}
\textit{Minimize}\quad & z_{lower}\\
s.t.\quad & z_{lower}\ge d^T y\\
& z_{lower}\ge d^T y+(h-Fy)^T\hat{u}_p\\
& z_{lower}\ge d^T y+c^T\hat{x}-(y-\hat{y})^T\cdot F^T u_i^p \qquad (4.9)\\
& Ay\ge b\\
& y\in S
\end{aligned}
$$

- กรณีปัญหาย่อย (SP1) ไม่มีคำตอบ (Infeasible Solution) หรือปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (SP2) มีคำตอบที่ไม่มีขอบเขตจำกัด (Unbounded Solution) ให้เพิ่มข้อจำกัด $(h - F\,y)^T u^r \le 0$ ในปัญหาหลัก (Master Problem) โดย u^r จะคำนวณจากฟังก์ชั่น (4.9) และทำตามขั้นตอนที่ 3 ต่อไป

$$\begin{aligned} \textit{Minimize} \quad & 1^T s \\ s.t. \quad & Ex + Is \le h - F\hat{y} \longrightarrow u^r \qquad (4.10) \\ & x \ge 0, s \ge 0 \text{ โดยที่ 1 คือ Unit Vector} \end{aligned}$$

- กรณีปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (SP2) ไม่มีคำตอบ (Infeasible Solution) ก็หมายถึงว่าปัญหาตั้งต้นอาจเป็นได้ 2 กรณี คือไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้ (Infeasible Solution) หรือเป็นคำตอบที่ไม่มีขอบเขตจำกัด (Unbounded Solution) ซึ่ง u^r ในที่นี้ก็คือค่า Dual Price

ขั้นตอนที่ 3 หาคำตอบ $\hat{y}$ ในปัญหาหลัก (MP2) ที่ทำให้ค่า z_{lower} อยู่ในขอบเขตล่างที่ต่ำที่สุด และทำตามขั้นตอนที่ 2 ต่อไป

ตัวอย่างที่ 4.2 [27]

กรณีนี้จะหาคำตอบโดยใช้ปัญหาย่อยควบคู่ (Dual Subproblem)

$$\begin{aligned} \textit{Minimize} \quad & x + y \\ s.t. \quad & 2x + y \ge 3 \\ & x \ge 0 \\ & y \in \{-5,-4,-3.....,3,4\} \end{aligned}$$

แปลงให้อยู่ในรูปปัญหาตั้งต้นมาตรฐาน (Primal Problem) ดังฟังก์ชั่นที่ (4.4) จะได้ค่าต่างๆดังนี้

$c^T = [1],\ d^T = [1],\ E = [1],\ F = [1],\ H = [1]$

<u>รอบที่ 1</u>

แปลงปัญหาตั้งต้น (Primal Problem) ให้อยู่ในรูปปัญหาหลัก (Master Problem) ดังฟังก์ชั่นที่ (4.6)

$$\begin{aligned} \textit{Minimize} \quad & z_{lower} \\ s.t. \quad & z_{lower} > y \\ & y \in \{-5,-4,-3.....,3,4\} \end{aligned}$$

โดยคำตอบขอบเขตต่ำสุดของ $\hat{z}_{lower}$ ในที่นี้มีค่าเท่ากับ -5 โดยที่ค่า $\hat{y}$ มีค่าเท่ากับ -5

จากนั้นแปลงปัญหาตั้งต้น (Primal Problem) ให้อยู่ในรูปปัญหาย่อย (Subproblem) ดังฟังก์ชั่นที่ (4.7)

$$\textit{Minimize} \quad 2x \ge 3 - \hat{y}$$

$s.t. \quad x \geq 0$

และแปลงปัญหาย่อย (Subproblem) ข้างต้นให้อยู่ในรูปปัญหาย่อยควบคู่ (Dual Subproblem) ดังฟังก์ชั่นที่ 4.8

$Maximize \quad (3-\hat{y})u$

$s.t. \quad 2u \leq 1$

$u \geq 0$

ซึ่งในที่นี้ $\hat{y}$ มีค่าเท่ากับ -5

ดังนั้นคำตอบขอบเขตสูงสุดของ $(3-\hat{y})\hat{u}$ ในที่นี้จะมีค่าเท่ากับ 4 โดยที่ค่า $\hat{u}$ มีค่าเท่ากับ 0.5

และจากที่ $z_{upper} = d^T \hat{y} + (h - F\hat{y})^T \hat{u}_p$ ดังนั้น z_{upper} ในที่นี้จึงมีค่าเท่ากับ $z_{lower} + (3-\hat{y})\hat{u}$

ซึ่งเท่ากับ -5 + 4 = -1

จากนั้นตรวจสอบ $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right| \leq \varepsilon$ ในที่นี้กำหนดให้ ε มีค่าเท่ากับ 0

ซึ่งในที่นี้ $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right| = \left| (-1) - (-5) \right| = 4$ ซึ่ง $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right| > 0$

ดังนั้นจึงต้องเพิ่มข้อจำกัด $z_{lower} \geq d^T y + (h - Fy)^T \hat{u}_p$ ในปัญหาหลัก (MP1)

<u>รอบที่ 2</u>

ในที่นี้ $z_{lower} \geq d^T y + (h - Fy)^T \hat{u}_p$ ก็คือ $z_{lower} \geq y + (3-y) \bullet 0.5$ ดังนั้นเราจึงได้ปัญหาหลัก (MP2) ที่เพิ่มข้อจำกัดปัญหาหลัก (MP1) ดังนี้

$Minimize \quad z_{lower}$

$s.t. \quad z_{lower} > y$

$z_{lower} \geq y + (3-y) \bullet 0.5$

$y \in \{-5,-4,-3.....,3,4\}$

ซึ่งในที่นี้คำตอบขอบเขตต่ำสุดของ $\hat{z}_{lower}$ นี้มีค่าเท่ากับ -1 โดยที่ค่า $\hat{y}$ มีค่าเท่ากับ -5

หาคำตอบในปัญหาย่อยควบคู่ (Dual Subproblem) โดยที่ค่า $\hat{y}$ มีค่าเท่ากับ -5

$Maximize \quad (3-\hat{y})u$

$s.t. \quad 2u \leq 1$

$u \geq 0$

ดังนั้นคำตอบขอบเขตสูงสุดของ $(3-\hat{y})\hat{u}$ ในที่นี้จะมีค่าเท่ากับ 4 โดยที่ค่า $\hat{u}$ มีค่าเท่ากับ 0.5

และจากที่ $z_{upper} = d^T \hat{y} + (h - F\hat{y})^T \hat{u}_p$ ดังนั้น z_{upper} ในที่นี้จึงมีค่าเท่ากับ $\hat{y} + (3-\hat{y})\hat{u}$

ซึ่งเท่ากับ -5 + 4 = -1

จากนั้นตรวจสอบ $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right| \leq \varepsilon$ ในที่นี้ $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right| = \left| (-1) - (-1) \right| = 0$

ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไข ดังนั้นจึงหยุดการคำนวณและถือว่าคำตอบสุดท้ายที่ได้เป็นคำตอบของปัญหาตั้งต้น

ตัวอย่างที่ 4.3 [27]

กรณีนี้จะหาคำตอบโดยใช้ปัญหาย่อย (Subproblem)

$$\begin{aligned} \textit{Minimize} \quad & x_1 + 3x_2 + y_1 + 4y_2 \\ \textit{s.t.} \quad & 2x_1 - x_2 + y_1 - 2y_2 \geq 1 \\ & 2x_1 + 2x_2 - y_1 + 3y_2 \geq 1 \end{aligned}$$

แปลงให้อยู่ในรูปปัญหาตั้งต้นมาตรฐาน (Primal Problem) ดังฟังก์ชั่นที่ 4.4 จะได้ค่าต่างๆดังนี้

$$c^T = \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix},\ d^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \end{bmatrix},\ E = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix},\ F = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix},\ H = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

<u>รอบที่ 1</u>

แปลงปัญหาตั้งต้น (Primal Problem) ให้อยู่ในรูปปัญหาหลัก (Master Problem) ดังฟังก์ชั่นที่ (4.6)

$$\begin{aligned} \textit{Minimize} \quad & z_{lower} \\ \textit{s.t.} \quad & z_{lower} \geq y_1 + 4y_2 \\ & y_1 \geq 0 \\ & y_2 \geq 0 \end{aligned}$$

โดยคำตอบขอบเขตต่ำสุดของ $\hat{z}_{lower}$ ในที่นี้มีค่าเท่ากับ 0 โดยที่ค่า $\hat{y}_1 = 0$ และ $\hat{y}_2 = 0$

จากนั้นแปลงปัญหาตั้งต้น (Primal Problem) ให้อยู่ในรูปปัญหาย่อย (Subproblem) ดังฟังก์ชั่นที่ (4.7)

$$\begin{aligned} \textit{Minimize} \quad & x_1 + 3x_2 \\ \textit{s.t.} \quad & -2x_1 - x_2 \geq 1 - \hat{y}_1 + 2\hat{y}_2 && u_1 \text{ (Dual Price)} \\ & 2x_1 + 2x_2 \geq 1 + \hat{y}_1 - 3\hat{y}_2 && u_2 \text{ (Dual Price)} \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

ในที่นี้คำตอบที่ได้มาจะไม่มีขอบเขตจำกัดดังนั้นเราจะใช้การเพิ่มข้อจำกัด

$v(y)_i + c^T \hat{x} - (y - \hat{y})^T \cdot F^T u^r_i \leq 0$ โดย $i = 1,2,\ldots,n_r$ โดย u^r คำนวณจากฟังก์ชั่น (4.10) ดังนี้

$$\begin{aligned} \textit{Minimize} \quad & s_1 + s_2 \\ \textit{s.t.} \quad & -2x_1 - x_2 + s_1 \geq 1 - \hat{y}_1 + 2\hat{y}_2 && u_1^r \text{ (Dual Price)} \\ & 2x_1 + 2x_2 + s_2 \geq 1 + \hat{y}_1 - 3\hat{y}_2 && u_2^r \text{ (Dual Price)} \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$s_1 \geq 0$

$s_2 \geq 0$

คำตอบขอบเขตต่ำสุดของ $s_1 + s_2$ ในที่นี้จะมีค่าเท่ากับ 1.5 ส่วนค่า Dual Price u_1^r มีค่าเท่ากับ 1.0 และ u_2^r มีค่าเท่ากับ 0.5

<u>รอบที่ 2</u>

ในที่นี้เราจะเพิ่มข้อจำกัด $1.5 - 0.5 \bullet (y_1 - \hat{y}_1) + 0.5 \bullet (y_2 - \hat{y}_2) \leq 0$ ดังนั้นเราจึงได้ปัญหาหลัก (MP2) ที่เพิ่มข้อจำกัดปัญหาหลัก (MP1) ดังนี้

Minimize z_{lower}

s.t. $z_{lower} \geq y_1 + 4y_2$

$1.5 - 0.5 \bullet (y_1 - \hat{y}_1) + 0.5 \bullet (y_2 - \hat{y}_2) \leq 0$

$y_1 \geq 0$

$y_2 \geq 0$

โดยคำตอบขอบเขตต่ำสุดของ $\hat{z}_{lower}$ ในที่นี้มีค่าเท่ากับ 3 โดยที่ค่า $\hat{y}_1 = 3$ และ $\hat{y}_2 = 0$

จากนั้นนำคำตอบที่ได้ข้างต้นมาคำนวณหาในปัญหาย่อยดังนี้

Minimize $x_1 + 3x_2$

s.t. $-2x_1 - x_2 \geq 1 - \hat{y}_1 + 2\hat{y}_2$ u_1 (Dual Price)

$2x_1 + 2x_2 \geq 1 + \hat{y}_1 - 3\hat{y}_2$ u_2 (Dual Price)

$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$

โดยคำตอบขอบเขตต่ำสุดของ $x_1 + 3x_2$ ในที่นี้จะมีค่าเท่ากับ 6 ส่วนค่า Dual Price u_1^r มีค่าเท่ากับ 2.0 และ u_2^r มีค่าเท่ากับ 2.5

และจากที่ $z_{upper} = d^T \hat{y} + c^T \hat{x}$ ดั้งนั้น z_{upper} ในที่นี้จึงมีค่าเท่ากับ $(\hat{y}_1 + 4\hat{y}_2) + (\hat{x}_1 + 3\hat{x}_2)$

ซึ่งเท่ากับ 3 + 6 = 9 จากนั้นตรวจสอบ $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right| \leq \varepsilon$ ในที่นี้กำหนดให้ ε มีค่าเท่ากับ 0

ดังนั้น $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right|$ ในที่นี้มีค่าเท่ากับ $\left|$ (9) - (3) $\right| = 6$ ซึ่ง $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right| > 0$

ดังนั้นจึงต้องเพิ่มข้อจำกัด $z_{lower} \geq c^T x + \alpha^T r - (x - \hat{x})^T \cdot F^T u_i^p$ โดย $i = 1, 2, \ldots, n_p$ ในปัญหาหลัก (MP2)

<u>รอบที่ 3</u>

ในที่นี้เราจะเพิ่มข้อจำกัด $z_{lower} \geq y_1 + 4y_2 + 6 + 0.5 \bullet (y_1 - \hat{y}_1) - 3.5 \bullet (y_2 - \hat{y}_2)$ ดังนั้นเราจึงได้ปัญหาหลัก (MP3) ที่เพิ่มข้อจำกัดปัญหาหลัก (MP2) ดังนี้

$$\begin{aligned}
\textit{Minimize} \quad & z_{lower} \\
\textit{s.t.} \quad & z_{lower} \geq y_1 + 4y_2 \\
& z_{lower} \geq y_1 + 4y_2 + 6 + 0.5 \bullet (y_1 - \hat{y}_1) - 3.5 \bullet (y_2 - \hat{y}_2) \\
& 1.5 - 0.5 \bullet (y_1 - \hat{y}_1) + 0.5 \bullet (y_2 - \hat{y}_2) \leq 0 \\
& y_1 \geq 0 \\
& y_2 \geq 0
\end{aligned}$$

โดยคำตอบขอบเขตต่ำสุดของ $\hat{z}_{lower}$ ในที่นี้มีค่าเท่ากับ 9 โดยที่ค่า $\hat{y}_1 = 3$ และ $\hat{y}_2 = 0$ จากนั้นนำคำตอบที่ได้ข้างต้นมาคำนวณหาในปัญหาย่อยดังนี้

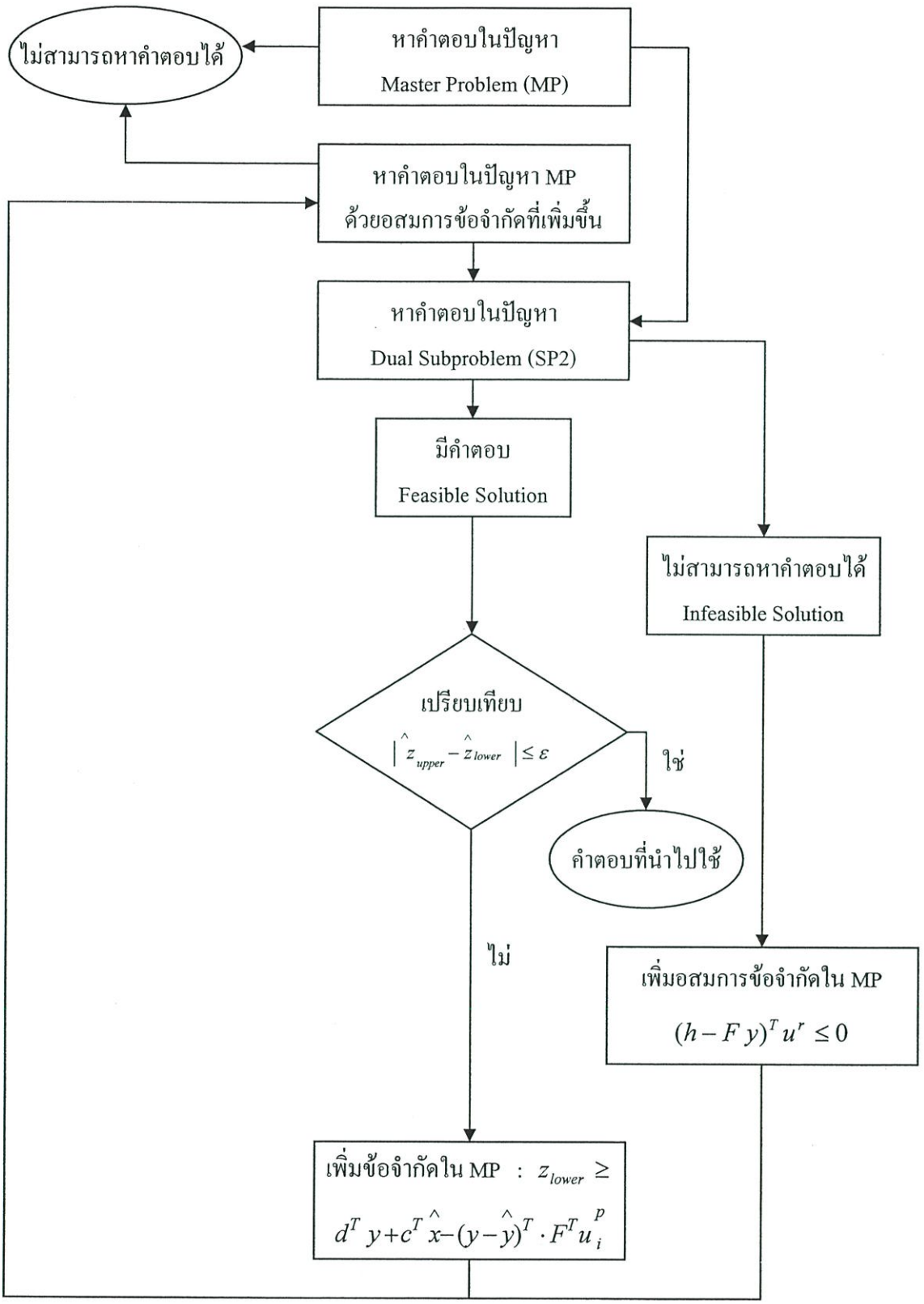
$$\begin{aligned}
\textit{Minimize} \quad & x_1 + 3x_2 \\
\textit{s.t.} \quad & -2x_1 - x_2 \geq 1 - \hat{y}_1 + 2\hat{y}_2 && u_1 \text{ (Dual Price)} \\
& 2x_1 + 2x_2 \geq 1 + \hat{y}_1 - 3\hat{y}_2 && u_2 \text{ (Dual Price)} \\
& x_1 \geq 0 \\
& x_2 \geq 0
\end{aligned}$$

โดยคำตอบขอบเขตต่ำสุดของ $x_1 + 3x_2$ ในที่นี้จะมีค่าเท่ากับ 6 ส่วนค่า Dual Price u_1^r มีค่าเท่ากับ 2.0 และ u_2^r มีค่าเท่ากับ 2.5

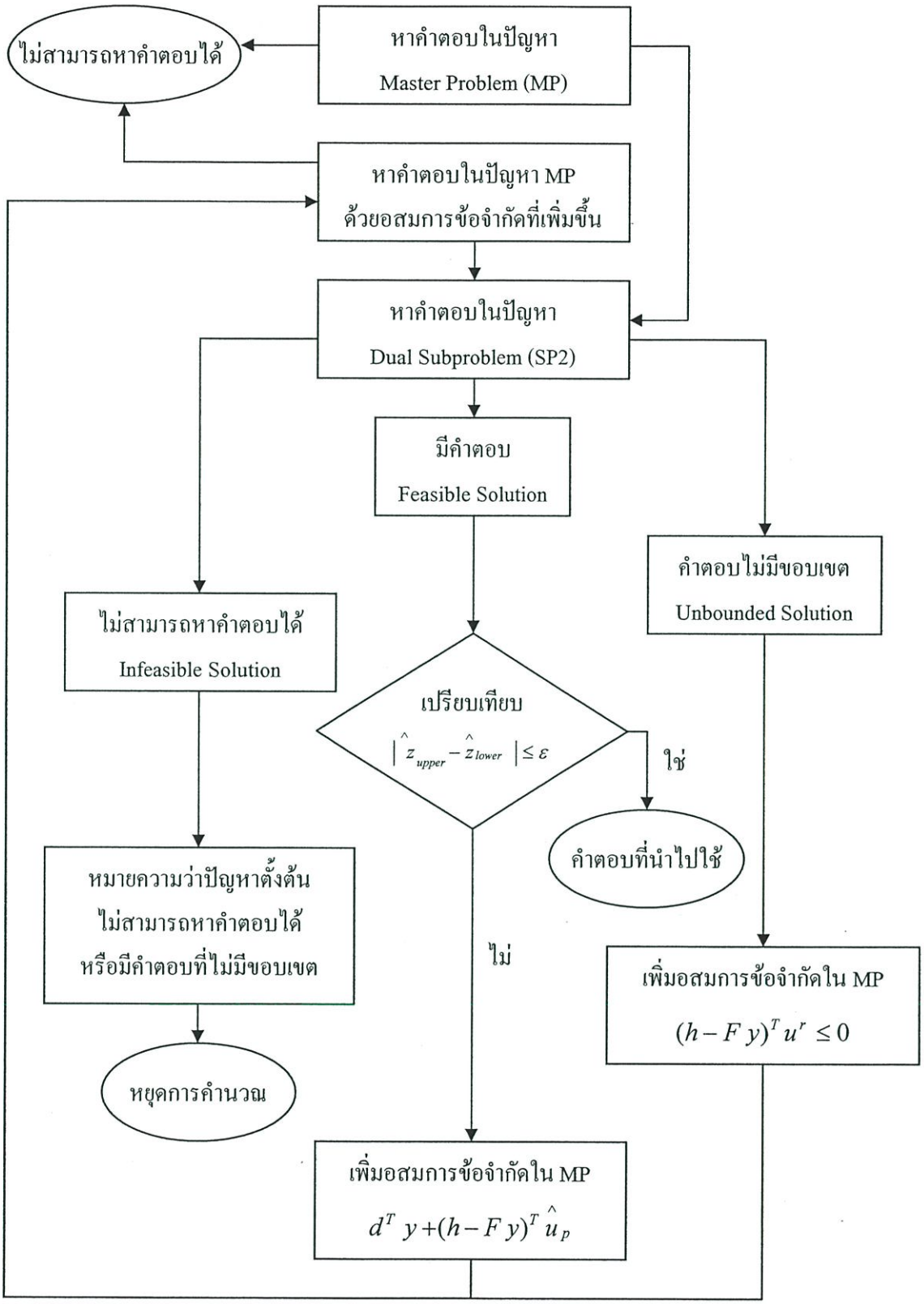
ดังนั้น z_{upper} ในที่นี้จึงมีค่าเท่ากับ $(\hat{y}_1 + 4\hat{y}_2) + (\hat{x}_1 + 3\hat{x}_2) = 3 + 6 = 9$

จากนั้นตรวจสอบ $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right| \leq \varepsilon$ ในที่นี้ $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right| = \left| (9) - (9) \right| = 0$ ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไข ดังนั้นจึงหยุดการคำนวณ และถือว่าคำตอบสุดท้ายที่ได้เป็นคำตอบของปัญหาตั้งต้น

ซึ่งจากที่กล่าวมาข้างต้นนั้น สามารถสรุป Flow Chart เทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น (Benders Decomposition) ทั้งในกรณีที่หาคำตอบโดยใช้ปัญหาย่อย (Subproblem: SP1) และใช้ปัญหาย่อยควบคู่ (Dual Subproblem: SP2) ได้ดังรูปที่ 4.1 และรูปที่ 4.2 ตามลำดับ



รูปที่ 4.1 Flow Chart เทคนิค Bender Decomposition ในกรณีที่หาคำตอบโดยใช้ปัญหาย่อย (Subproblem: SP1)



รูปที่ 4.2 Flow Chart เทคนิค Bender Decomposition ในกรณีที่หาคำตอบโดยใช้ปัญหาย่อยควบคู่ (Dual Subproblem: SP2)

บทที่ 5
แบบจำลองของปัญหาการกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษา

5.1 การกำหนดตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับแบบจำลองของปัญหาการกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษา

ตัวแปรที่เกี่ยวข้องในงานวิจัยเรื่องการกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้านี้ ได้กำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้สำหรับค่าต่างๆ ดังนี้

x_{it} ตัวแปรการตัดสินใจเลือกที่เกี่ยวข้องกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า i ในช่วงเวลา t (กำหนดให้เป็นเลขฐานสอง (1 หรือ 0) ถ้า x_{it} มีคำตอบเป็น 1 จะหมายความว่าในช่วงเวลาที่ t กำหนดให้ทำการซ่อมบำรุงเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ i และถ้า x_{it} มีคำตอบเป็น 0 หมายความว่าในช่วงเวลาที่ t กำหนดให้ไม่ต้องทำการซ่อมบำรุงเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ i)

f_{it} ค่าเชื้อเพลิงของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า i ในช่วงเวลา t

c_{it} ค่าใช้จ่ายในการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า i ในช่วงเวลา t

r_{jtk} ปริมาณกำลังไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายได้ที่บัส j ในช่วงเวลา t ในกรณีที่ไม่ได้คาดการณ์ล่วงหน้า k

α_j ค่าปรับแฟคเตอร์ความสำคัญของผู้ใช้ไฟฟ้าที่บัส j โดยคิดจากค่าความเสียหายอันเนื่องจากไม่สามารถจ่ายโหลดให้ผู้ใช้ไฟฟ้าได้

UCF_j รายได้สูญเสียต่อผู้ผลิตไฟฟ้าเนื่องจากไฟฟ้าดับที่บัส j

CCI_j ความเสียหายต่อรายได้ของผู้ใช้ไฟฟ้าเนื่องจากไฟดับต่อครั้งที่บัส j

$CCIE_j$ อัตราความเสียหายต่อรายได้ของผู้ใช้ไฟฟ้าเนื่องจากไฟดับต่อครั้งที่บัส j

$N_{j\text{-}outage}$ จำนวนครั้งที่เกิดไฟดับในช่วงเวลาที่พิจารณาที่บัส j

CCT_j ความเสียหายต่อรายได้ของผู้ใช้ไฟฟ้าเนื่องจากไฟดับต่อระยะเวลาที่บัส j

B_j อัตราความเสียหายต่อรายได้ของผู้ใช้ไฟฟ้าเนื่องจากไฟดับต่อระยะเวลาที่บัส j

$T_{j\text{-}outage}$ ระยะเวลาที่เกิดไฟดับในช่วงเวลาที่พิจารณาที่บัส j

t ดัชนีบ่งบอกช่วงเวลา

j ดัชนีบ่งบอกบัส

k ดัชนีบ่งบอกกรณีที่พิจารณา (อาทิเช่น กำหนดให้ $k=1$ หมายถึงกรณีที่สายส่งที่ 1 ถูกปลดออก)

i ดัชนีบ่งบอกพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้า i

L_{jt} ความต้องการใช้ไฟฟ้า (Load) จริงที่บัส j ในช่วงเวลา t

g_{it} กำลังไฟฟ้าที่ถูกผลิตจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้า i ในช่วงเวลา t

g_{it}^{max} ความสามารถในการผลิตกำลังไฟฟ้าสูงสุดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า i ในช่วงเวลา t

g_{it}^{nom} พิกัดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า i

g_{it}^{min} กำลังไฟฟ้าที่เครื่องกำเนิดไฟฟ้า i สามารถผลิตได้ต่ำสุด

g_{ut}^{max} ความสามารถในการผลิตกำลังไฟฟ้าสูงสุดของโรงไฟฟ้า u ในช่วงเวลา t

Ω_j สายส่งทั้งหมดที่เชื่อมต่อกับบัส j

Ω_g ชุดเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทั้งหมดที่พิจารณา

$\emptyset_u$ ชุดเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทั้งหมดที่โรงไฟฟ้า u

T จำนวนช่วงเวลาที่พิจารณาในการวางแผนทั้งหมด

NB จำนวนบัสทั้งหมดในระบบที่พิจารณา

NG จำนวนชุดเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่พิจารณาในการวางแผนซ่อมบำรุงรักษา

NK จำนวนกรณีที่เกิดขึ้นโดยไม่ได้คาดการณ์ล่วงหน้าในแต่ละช่วงเวลา

p ดัชนีบ่งบอกลำดับความสำคัญการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าอันดับแรก

q ดัชนีบ่งบอกลำดับความสำคัญการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าอันดับรอง

$f_{sj,t}$ กำลังไฟฟ้าที่ไหลจากบัส s ไป j ในช่วงเวลา t

$f_{jv,t}$ กำลังไฟฟ้าที่ไหลจากบัส j ไป v ในช่วงเวลา t

f_{sj}^{max} ความสามารถสูงสุดรองรับการไหลของกำลังไฟฟ้า s ไป j

f_{jv}^{max} ความสามารถสูงสุดรองรับการไหลของกำลังไฟฟ้า j ไป v

t_i^{min} ช่วงเวลาต่ำสุดที่สามารถทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า i

t_i^{max} ช่วงเวลาสูงสุดที่สามารถทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า i

d_i ระยะเวลาในการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า i

t_p ระยะเวลาต่อ 1 ช่วงเวลา ซึ่งมีหน่วยเป็นชั่วโมง

z_{jk} เกณฑ์ความน่าเชื่อถือได้ของระบบที่บัส j (มีหน่วยเป็น %)

5.2 การกำหนดฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์

การกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในงานวิจัยนี้มีเป้าหมายคือให้ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นในการซ่อมบำรุงรักษา และค่าเชื้อเพลิงในการเดินเครื่องต่ำที่สุด โดยที่ความน่าเชื่อถือของระบบอยู่ในเกณฑ์ที่เหมาะสม และสอดคล้องกับความต้องการตามเงื่อนไขบังคับที่กำหนด ซึ่งแบ่งได้เป็น 2 กรณี คือ

1. กรณีที่ผู้ผลิตไฟฟ้าไม่สามารถจ่ายไฟให้แก่ผู้ใช้ไฟฟ้าได้ตามความต้องการทั้งหมดในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษา ในกรณีนี้จะพิจารณาการกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าโดยพยายามทำให้เกิดไฟดับเนื่องจากการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า และรายได้สูญเสียจากการที่ไม่สามารถจ่ายไฟฟ้าได้มีค่าน้อยที่สุด

2. กรณีที่ผู้ผลิตไฟฟ้ามีความสามารถในการจ่ายไฟฟ้าให้แก่ผู้ใช้ไฟฟ้าได้ทั้งหมดในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษา ในกรณีนี้จะพิจารณาการกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ให้เกิดค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด โดยที่มีกำลังไฟฟ้าสำรองอยู่ในเกณฑ์ที่เหมาะสม

โดยวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะแยกการพิจารณาการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเป็น 2 กรณี คือการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำ และการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังความร้อน

ก. การซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังความร้อน

การซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังความร้อนที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ หมายถึงการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าที่อาจประกอบด้วยโรงไฟฟ้าพลังงานความร้อน (โรงไฟฟ้าพลังงานความร้อนในที่นี้ ได้แก่ โรงไฟฟ้าพลังไปน้ำ โรงไฟฟ้าดีเซล และโรงไฟฟ้ากังหันก๊าซ เป็นต้น) เพียงอย่างเดียว หรืออาจเป็นการพิจารณาการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าที่มีทั้งโรงไฟฟ้าพลังงานความร้อนและโรงไฟฟ้าพลังน้ำด้วยก็เป็นได้

การซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังความร้อนในงานวิจัยนี้มีเป้าหมายคือให้ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นในการซ่อมบำรุงรักษา และค่าเชื้อเพลิงในการเดินเครื่องต่ำที่สุด [1] [4] [5] [17] [15] [19] (ในที่นี้สมมติฐานว่าราคาเชื้อเพลิงที่พิจารณามีราคาเท่ากันทุกช่วงเวลา) โดยที่ความเชื่อถือได้ของระบบอยู่ในเกณฑ์ที่เหมาะสม และสอดคล้องกับความต้องการตามเงื่อนไขบังคับที่กำหนดซึ่งสามารถจำลองรูปแบบฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ได้ดังสมการที่ (4.1)

$$Minimize \quad \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NG} c_{it}x_{it} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NG} f_{it}(g_{it}) + \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{NB} \alpha_j r_{jt} - \sum_{j=1}^{NB} z_{jk} \qquad (5.1)$$

พจน์แรกและพจน์ที่สองเป็นฟังก์ชั่นที่เกี่ยวข้องกับค่าใช้จ่าย พจน์ที่สามเป็นฟังก์ชั่นที่เกี่ยวข้องกับความน่าเชื่อถือได้ของระบบ โดยมี α_j เป็นตัวปรับแฟกเตอร์ความสำคัญของความเสียหายเนื่องจากไฟดับในแต่ละบัส ส่วนพจน์ที่สี่เป็นฟังก์ชั่นที่ช่วยลดค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคำตอบในแต่ละบัส (ยกตัวอย่างถ้าฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ไม่มีพจน์ที่ 4 คำตอบในแต่ละบัส อาจมีค่าดังนี้ บัส 1 บัส 2 และบัส 3 มีปริมาณกำลังไฟฟ้าสำรองเป็น 10 MW 10 MW และ 30 MW รวมทั้งสิ้น 50 MW แต่ทั้งนี้จะเห็นว่า บัสที่ 3 ได้มีค่ากำลังไฟฟ้าสำรองเกินความจำเป็นต่อการใช้งาน แต่ถ้ามีพจน์ที่ 4 ในฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์จะช่วยให้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคำตอบมีค่าน้อยลงเป็น 15 MW 17 MW และ 18 MW ตามลำดับ)

ข. การซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำ

การซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำในที่นี้หมายถึงการซ่อมบำรุงรักษาที่เกี่ยวข้องกับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าพลังน้ำเพียงอย่างเดียว

การซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะแตกต่างจากการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังความร้อน กล่าวคือการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำจะพิจารณาถึงกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหันในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าด้วย (ยกตัวอย่างเช่น ในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เกิดมีสายส่งขัดข้องกะทันหัน ทำให้ไม่สามารถจ่ายไฟจากอีกบัสหนึ่งไปยังอีกบัสหนึ่งได้) แต่การซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังความร้อนนั้นจะไม่ได้พิจารณาถึงกรณีนี้ ทั้งนี้เนื่องมาจากการพบว่าการผลิตไฟฟ้าของโรงไฟฟ้าพลังน้ำได้ใช้พลังงานจลน์ของน้ำเป็นพลังงานต้นในการขับเคลื่อนเครื่องกำเนิดไฟฟ้าโดยตรง ซึ่งปริมาณน้ำที่ถูกนำไปใช้ขับเคลื่อนเครื่องกำเนิดไฟฟ้านี้สามารถในไปใช้ประโยชน์ในทางกิจกรรมอื่นๆได้ต่อ อาทิเช่นการเกษตรกรรม การประปาเพื่อใช้ในชีวิตประจำวัน หรือการสูบกลับเพื่อนำไปใช้ในการผลิตไฟต่ออีกครั้ง ดังนั้นในที่นี้จึงถือว่าไม่มีค่าใช้จ่ายสำหรับเชื้อเพลิงแต่อย่างใด มีเพียงแต่ค่าดำเนินการอื่นๆที่เกี่ยวข้องในการเดินเครื่องและค่าซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเท่านั้น แต่ไม่ว่าอย่างไรค่าดำเนินการนี้ไม่ว่าจะเดินเครื่องขนาดเท่าใดก็จะมีค่าใช้จ่ายที่ไม่แตกต่างกันมากนัก เราจึงมองว่าต้นทุนในการผลิตไฟฟ้าของโรงไฟฟ้าพลังน้ำในแต่ละเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีค่าใช้จ่ายในการดำเนินการเท่ากันทุกเครื่อง ดังนั้นเราจึงมองว่าไม่ว่าแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจะเป็นรูปแบบใด ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจะมีค่าใกล้เคียงกัน ดังนั้นเราจึงสามารถให้ความสำคัญกับเรื่องความเชื่อถือได้ของระบบได้อย่างเต็มที่ โดยไม่ต้องคำนึงถึงค่าใช้จ่ายที่จะเกิดขึ้น [14] [15] ดังนั้นในกรณีนี้เราจึงเลือกที่จะคำนึงถึงกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหันในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษาด้วย เพื่อเป็นการเพิ่มค่าความเชื่อถือได้ให้แก่ระบบ ซึ่งแม้ว่าแท้จริงแล้วการคำนึงถึงกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหันในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษานั้นอาจมีผลทำให้ค่าใช้จ่ายในการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีค่าเพิ่มขึ้นจากการกำหนดแผนในกรณีปกติ (กรณีที่ไม่ได้คำนึงถึงระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันกัน) แต่ผู้เขียนเห็นว่าค่าใช้จ่ายในการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเพิ่มขึ้นจากกรณีปกตินี้ มีค่าแตกต่างกันไม่มากนัก จึงเห็นว่าน่าคำนึงถึงในกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหันในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษาด้วย

ซึ่งจากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถจำลองรูปแบบฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์การซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำได้ดังสมการที่ (5.2)

$$Minimize \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NG} c_{it}x_{it} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{NK}\sum_{j=1}^{NB} \alpha_j r_{jtk} - \sum_{k=1}^{NK}\sum_{j=1}^{NB} z_{jk} \quad (c_{it} = 1 ; All \quad i,t) \quad (5.2)$$

สมการที่ (5.2) เป็นฟังก์ชั่นที่เกี่ยวข้องกับความน่าเชื่อถือได้ของระบบเพียงอย่างเดียว เนื่องจากเรากำหนดให้ c_{it}=1 ดังนั้นพจน์แรกจึงถือว่าเป็นฟังก์ชั่นที่มีค่าคงที่ แต่ที่ต้องคงฟังก์ชั่นดังกล่าวไว้ในสมการนั้น ก็เพื่อให้รูปแบบของการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดมีรูปแบบเป็นไปตามมาตรฐานของการแก้ปัญหาโดยใช้เทคนิคเบนเดอร์ ดิคอมโพสิชั่น (Benders Decomposition)

5.3 การกำหนดเงื่อนไขบังคับ

ก. ข้อจำกัดตัวแปรการตัดสินใจ [15] [32]

$$\sum_{t=1}^{T} x_{it} \geq 1 \; ; All \;\; i \tag{5.3}$$

กำหนดให้ x_{it} เป็นเลขฐานสอง (1 หรือ 0) ถ้า x_{it} มีคำตอบเป็น 1 จะหมายความว่าในช่วงเวลาที่ t กำหนดให้ทำการซ่อมบำรุงเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ i และถ้า x_{it} มีคำตอบเป็น 0 หมายความว่าในช่วงเวลาที่ t กำหนดให้ไม่ต้องทำการซ่อมบำรุงเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ i

ดังนั้นในเงื่อนไขที่ (5.3) นี้จะเป็นเงื่อนไขที่บังคับให้เครื่องกำเนิดไฟฟ้าทุกเครื่องที่พิจารณาต้องทำการซ่อมบำรุงรักษา

ข. ข้อจำกัดในช่วงเวลาที่ไม่สามารถทำการซ่อมบำรุงรักษาได้ [7] [14] [15] [26]

$$x_{it} = 0 \text{ ที่ } t < t_i^{\min} \text{ และ } t > t_i^{\max} \tag{5.4}$$

เงื่อนไขที่ (5.4) เป็นการกำหนดให้ตัวแปร x_{it} มีค่าเท่ากับ 0 เมื่อช่วงเวลาที่พิจารณาอยู่นอกขอบเขตการดำเนินการซ่อมบำรุงรักษา หรือกล่าวอีกอย่างคือจะต้องไม่มีการหยุดเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในช่วงเวลานอกเหนือขอบเขตที่กำหนดแต่อย่างใด

ค. ข้อจำกัดในช่วงเวลาที่สามารถทำการซ่อมบำรุงรักษาได้ [7] [14] [15] [26]

$$x_{it} = \{1,0\} \text{ ที่ } t_i^{\min} \geq t \geq t_i^{\max} \tag{5.5}$$

เงื่อนไขที่ (5.5) เป็นการกำหนดให้ตัวแปร x_{it} มีค่าเท่ากับ 1 หรือ 0 เมื่อช่วงเวลาที่พิจารณาอยู่ในขอบเขตการดำเนินการซ่อมบำรุงรักษา หรือกล่าวคือในช่วงเวลาดังกล่าวสามารถหยุดหรือเดินเครื่องกำเนิดไฟฟ้าได้

ง. ข้อจำกัดเรื่องระยะเวลาที่ใช้ในการซ่อมบำรุงรักษา [7] [25] [32]

$$\sum_{t=1}^{T} x_{it} = d_i \ ; All \ \ i \tag{5.6}$$

เงื่อนไขที่ (5.6) เป็นการกำหนดให้ช่วงเวลาที่ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีระยะเวลาเท่ากับที่กำหนดไว้

จ. ความต่อเนื่องในการซ่อมบำรุงรักษา [7], [32]

$$\left\{\sum_{t=1}^{T}\left|x_{i,(t+1)} - x_{i,t}\right|\right\} + \left|x_{i,T} - x_{i,1}\right| = 2 \ ; All \ \ i \tag{5.7}$$

เงื่อนไขที่ (5.7) เป็นการกำหนดให้ช่วงเวลาที่ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีความต่อเนื่องกัน ซึ่งในเงื่อนไขที่ (5.6) จะเป็นการกำหนดให้ช่วงเวลาที่ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีระยะเวลาเท่ากับที่กำหนดไว้เท่านั้น แต่อาจไม่มีความต่อเนื่องกันก็ได้

ฉ. ข้อจำกัดเฉพาะตัว [25] [15]

$$\sum_{t-di=1}^{t} \sum_{i \in \phi u} x_{it} \leq 1 \ ; All \ \ t \tag{5.8}$$

เงื่อนไขที่ (5.8) เป็นเงื่อนไขบังคับไม่ให้มีการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามากกว่า 1 เครื่องในช่วงเวลาเดียวกัน ณ โรงไฟฟ้าเดียวกัน

ช. ข้อจำกัดทางด้านความสามารถสูงสุดในการผลิตกำลังไฟฟ้าจากโรงไฟฟ้า [15]

$$\sum_{t-di=1}^{t} \sum_{i \in \phi u} x_{it} g_{it}^{\max} \leq g_{ut}^{\max} \ ; All \ \ t \tag{5.9}$$

เงื่อนไขที่ (5.9) เป็นเงื่อนไขด้านความสามารถสูงสุดในการผลิตกำลังไฟฟ้าจากโรงไฟฟ้า u ณ ช่วงเวลาที่กำลังพิจารณา ซึ่งจะเป็นฟังก์ชั่นที่ถูกกำหนดโดยเงื่อนไขสัญญาเรื่องการผลิตไฟฟ้าสูงสุดที่ตกลงไว้ในคู่สัญญา ซึ่งงานวิจัยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ไม่ได้นำเงื่อนไขดังกล่าวมาพิจารณาในระบบทดสอบ ซึ่งจะได้กล่าวต่อไป

ซ. ข้อจำกัดของลำดับความสำคัญของการซ่อมบำรุงรักษา [15] [32]

$$x_{pt1} - x_{qt2} \leq 0 \quad ; All \quad (p,q) \in i \tag{5.10}$$

เงื่อนไขที่ (5.10) เป็นการจัดลำดับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่จะทำการซ่อมบำรุงรักษาก่อนหลัง

ฌ. ข้อจำกัดด้านการสมดุลของกำลังไฟฟ้า [14]

$$\sum_{i \in \Omega g} g_{it} + \sum_{s \in \Omega j} f_{sj} - \sum_{v \in \Omega j} f_{jv} + r_{jt} = L_{jt} \quad ; All \quad j,t,k \tag{5.11}$$

เงื่อนไขที่ (5.11) เป็นเงื่อนไขด้านการสมดุลของกำลังไฟฟ้า โดยปริมาณกำลังผลิตในพื้นที่และที่ส่งผ่านเข้าออกระหว่างพื้นที่ผ่านทางระบบส่ง จะเท่ากับกำลังไฟฟ้าที่พร้อมจ่ายให้โหลดของพื้นที่นั้น ซึ่งความพร้อมจ่ายหมายถึงกำลังไฟฟ้าที่มีโดยคิดรวมปริมาณโหลดกับเปอร์เซ็นต์กำลังผลิตสำรองของพื้นที่นั้น กำหนดเงื่อนไขนี้ทุกพื้นที่และช่วงเวลา

ญ. ข้อจำกัดของพิกัดเครื่องกำเนิดไฟฟ้า [7] [15] [26]

$$g_{it} - (1 - x_{it}) \cdot g_{it}^{\,nom} \leq 0 \quad ; All \quad (t,i),k \tag{5.12}$$

$$g_{it} - (1 - x_{it}) \cdot g_{it}^{\,\min} \geq 0 \quad ; All \quad (t,i),k \tag{5.13}$$

เงื่อนไขที่ (5.12) และ (5.13) เป็นข้อจำกัดด้านความสามารถในการผลิตไฟฟ้าสูงสุดและต่ำสุด ของแต่ละเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

ฎ. ข้อจำกัดของการไหลของกำลังไฟฟ้า [7] [14]

$$\left| f_{sj,t} \right| \leq f_{sj,t}^{\,\max} \; ; All \quad (s, j \neq s),k \tag{5.14}$$

$$\left| f_{jv,t} \right| \leq f_{jv,t}^{\,\max} \; ; All \quad (j, v \neq j),k \tag{5.15}$$

เงื่อนไขที่ (5.14) และ (5.15) เป็นข้อจำกัดด้านขนาดพิกัดกำลังไฟฟ้าที่สายส่งสามารถรับได้ ไม่ว่ากำลังไฟฟ้าที่ไหลในสายส่งจะเป็นทิศทางใดก็ตาม

ฎ. ข้อจำกัดของเกณฑ์ความเชื่อถือได้ของระบบ [2] [25] [32]

$$\sum_{t=1}^{T} r_{jtk} \le (z_{jk} \bullet L_{jt}) \; ; All \quad t,k \tag{5.16}$$

เงื่อนไขที่ (5.16) เป็นเกณฑ์ความเชื่อถือได้ของระบบ ซึ่งในที่นี้อาจเป็นเกณฑ์ขั้นต่ำของกำลังผลิตไฟฟ้าสำรองในแต่ละบัส หรือเกณฑ์ปริมาณกำลังไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้ไฟฟ้าที่ยอมรับได้สูงสุดในแต่ละบัส

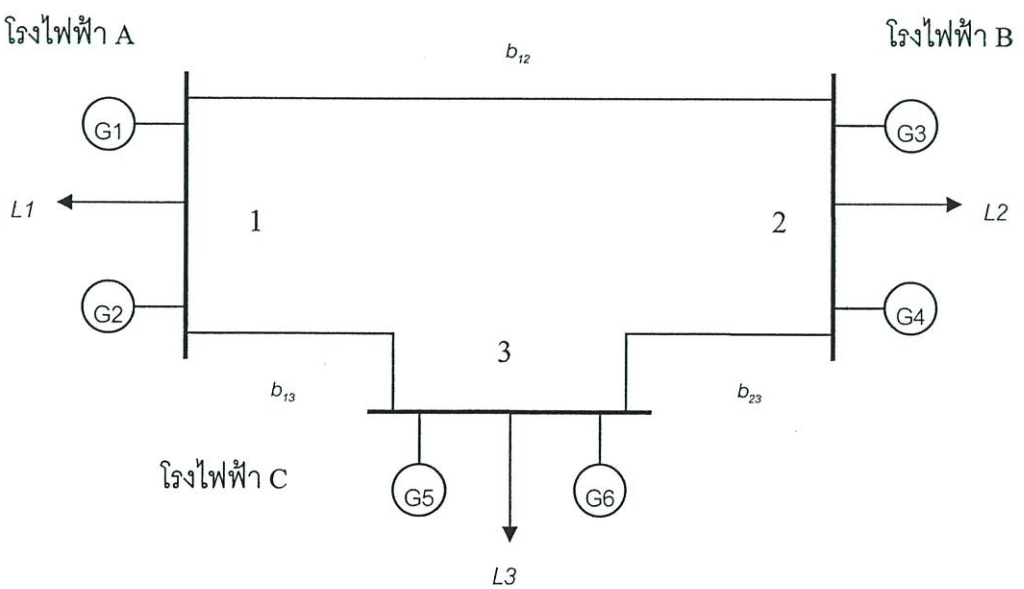
ฐ. ค่าเชื้อเพลิงในการผลิตไฟฟ้า [1] [4] [5] [17] [19]

$$f_{it}(g_{it}) = t_p \bullet (a_i + b_i g_{it} + c_i {g_{it}}^2) \; ; All \quad j,t \tag{5.17}$$

สมการที่ (5.17) เป็นฟังก์ชั่นค่าเชื้อเพลิงในการผลิตไฟฟ้า โดยสัมประสิทธ์ค่าเชื้อเพลิงมีหน่วยเป็นราคาต่อเมกกะวัตต์ชั่วโมง ดังนั้นจึงต้องคูณด้วยระยะเวลาที่พิจารณา ต่อ 1 ช่วงเวลา เพื่อให้มีหน่วยเป็นค่าเชื้อเพลิงต่อ 1 ช่วงเวลา

5.4 การประยุกต์ใช้กับระบบทดสอบโดยพิจารณาว่าเป็นโรงไฟฟ้าพลังน้ำทั้งหมด

5.4.1 ระบบทดสอบของการกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำ



รูปที่ 5.1 ระบบทดสอบขนาดเล็ก [15]

ระบบไฟฟ้าทดสอบขนาดเล็กดังรูปที่ 5.1 มีโรงไฟฟ้าจำนวน 3 โรง (โรงไฟฟ้า A, B และ C) แต่ละโรงมีเครื่องกำเนิดไฟฟ้า G_i 2 เครื่อง และมีโหลด L_i ต่ออยู่ 1 โหลด (โรงไฟฟ้า A มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้า G1 G2 และโหลด L1 ต่ออยู่ที่บัส 1, โรงไฟฟ้า B มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้า G3 G4 โหลด L2 ต่ออยู่ที่บัส,โรง ไฟฟ้า C มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้า G5 G6 และโหลด L3 ต่ออยู่ที่บัส 3 ระดับโหลดที่พิจารณาในแต่ละสัปดาห์คือ 100% 95% 100% และ 90% ตามลำดับ การเปลี่ยนแปลงของโหลดถูกกำหนดให้เหมือนกันในทุกๆบัส โดยการสร้างตารางเวลาการปลดวงจรนี้

การสร้างตารางเวลาการปลดวงจรเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเพื่อทำการซ่อมบำรุงรักษาในช่วงเวลาที่เหมาะสมที่สุด อยู่ภายใต้ของข้อจำกัดและการกำหนดค่าต่างๆดังต่อไปนี้

- เครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละชุดจะต้องทำการซ่อมบำรุงรักษา (6 ชุด)
- การบำรุงรักษาไม่อนุญาตให้ดำเนินการมากกว่า 1 เครื่อง ในเวลาที่พร้อมกัน ณ โรงไฟฟ้าเดียวกัน
- ระยะเวลาในการบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละชุดใช้เวลา 1 สัปดาห์
- ขอบเขตการใช้งานจะถูกพิจารณาครอบคลุม 1 เดือน (พิจารณา 4 ช่วงเวลา)
- คำนึงถึงกรณีระบบส่งไฟฟ้าที่เชื่อมระหว่างบัสถูกปลดออกในระหว่างที่กำลังทำการซ่อมบำรุงรักษา โดยในที่นี้จะสมมติฐานว่า ระบบส่งไฟฟ้าจะถูกปลดออกไม่เกิน 1 วงจรในช่วงเวลาเดียวกัน ดังนั้นในกรณีนี้จะต้องพิจารณาทั้งหมด 4 กรณี คือ กรณีที่วงจร 1-2 ถูกปลดออก, วงจร 1-3 ถูกปลดออก, วงจร 2-3 ถูกปลดออก และกรณีที่ไม่มีวงจรใดถูกปลด
- โดยข้อมูลอื่นๆที่เกี่ยวข้อง มีรายละเอียดดังตารางที่ 5.1 – 5.5

ตารางที่ 5.1 ค่าความเสียหายของผลผลิตในแต่ละบัสอันเนื่องจากการดับไฟของบัสนั้นๆ

Bus	α_j (pu)
1	1.00
2	1.00
3	1.00

ตารางที่ 5.2 ข้อมูลโหลดของระบบทดสอบโรงไฟฟ้าพลังน้ำ

Bus	Load (pu)
1	2.20
2	2.30
3	2.30

ตารางที่ 5.3 ข้อมูลเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของระบบทดสอบโรงไฟฟ้าพลังน้ำ

Generator	Maximum Generation (*pu*)
1	1.90
2	1.90
3	1.90
4	1.90
5	1.90
6	1.90

ตารางที่ 5.4 ข้อมูลพิกัดของระบบส่งไฟฟ้าของระบบทดสอบโรงไฟฟ้าพลังน้ำ

From Bus	To Bus	Circuit Flow (*pu*)
1	2	0.30
1	3	0.40
2	3	0.40

ตารางที่ 5.5 ช่วงเวลาที่สามารถหยุดเดินเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของโรงไฟฟ้าพลังน้ำได้

Generator	Allowed Period
1	2-4
2	1-2
3	1-4
4	1-3
5	1-4
6	1-4

5.4.2 การประยุกต์ใช้เทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน (Benders Decomposition) กับการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำ

รูปแบบมาตรฐานของการแก้ปัญหาโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed-integer Programming) ด้วยเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน (Benders Decomposition) ตามฟังก์ชั่นที่ (4.4) จะอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$Minimize \quad z = c^T x + d^T y$$

$$s.t. \quad Ay \geq b \qquad \text{ฟังก์ชั่น P1}$$

$$Ex + Fy \geq h$$

$$x \geq 0, y \in \mathrm{S}$$

ดังนั้นฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ (5.2) และเงื่อนไขข้อจำกัดตั้งแต่เงื่อนไขที่ (5.3) ถึง (5.16) ดังที่กล่าวมาข้างต้น จึงสามารถแปลงให้อยู่ในรูปตัวแปรของปัญหาตั้งต้นได้ดังนี้

$$\left.\begin{aligned}
c^T &= [\alpha_j] = \left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc} .. & c_1{}^T & .. & .. & c_2{}^T & .. & .. & c_3{}^T & .. \end{array}\right] \\
c_1{}^T &= [\alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1] \\
c_2{}^T &= [\alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2] \\
c_3{}^T &= [\alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3]
\end{aligned}\right\} \quad (5.18)$$

$$x = [r_{jtk}] = \begin{bmatrix} \vdots \\ x_1 \\ \vdots \\ x_2 \\ \vdots \\ x_3 \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad x_1 = \begin{bmatrix} r_{110} \\ r_{120} \\ r_{130} \\ r_{140} \\ r_{111} \\ r_{121} \\ r_{131} \\ r_{141} \\ r_{112} \\ r_{122} \\ r_{132} \\ r_{142} \\ r_{113} \\ r_{123} \\ r_{133} \\ r_{143} \end{bmatrix}, \quad x_2 = \begin{bmatrix} r_{210} \\ r_{220} \\ r_{230} \\ r_{240} \\ r_{211} \\ r_{221} \\ r_{231} \\ r_{241} \\ r_{212} \\ r_{222} \\ r_{232} \\ r_{242} \\ r_{213} \\ r_{223} \\ r_{233} \\ r_{243} \end{bmatrix}, \quad x_3 = \begin{bmatrix} r_{310} \\ r_{320} \\ r_{330} \\ r_{340} \\ r_{311} \\ r_{321} \\ r_{331} \\ r_{341} \\ r_{312} \\ r_{322} \\ r_{332} \\ r_{342} \\ r_{313} \\ r_{323} \\ r_{333} \\ r_{343} \end{bmatrix} \quad \left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\} \quad (5.19)$$

$$d^T = [c_{it}] = \left[\,..\, d_1^T \,..\,\vdots\,..\, d_2^T \,..\,\vdots\,..\, d_3^T \,..\,\vdots\,..\, d_4^T \,..\,\vdots\,..\, d_5^T \,..\,\vdots\,..\, d_6^T \,..\, \right]$$

$$d_1^T = [c_{11}\ \ c_{12}\ \ c_{13}\ \ c_{14}],\ d_2^T = [c_{21}\ \ c_{22}\ \ c_{23}\ \ c_{24}],\ d_3^T = [c_{31}\ \ c_{32}\ \ c_{33}\ \ c_{34}]$$

$$d_4^T = [c_{41}\ \ c_{42}\ \ c_{43}\ \ c_{44}],\ d_5^T = [c_{51}\ \ c_{52}\ \ c_{53}\ \ c_{54}],\ d_6^T = [c_{61}\ \ c_{62}\ \ c_{63}\ \ c_{64}] \qquad (5.20)$$

$$y = [x_{it}] = \begin{bmatrix} \vdots \\ y_1 \\ \vdots \\ y_2 \\ \vdots \\ y_3 \\ \vdots \\ y_4 \\ \vdots \\ y_5 \\ \vdots \\ y_6 \\ \vdots \end{bmatrix} \text{ เมตริกซ์ขนาด } (i.t) \times 1$$

$$y_1 = \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{14} \end{bmatrix},\ y_2 = \begin{bmatrix} x_{21} \\ x_{22} \\ x_{23} \\ x_{24} \end{bmatrix},\ y_3 = \begin{bmatrix} x_{31} \\ x_{32} \\ x_{33} \\ x_{34} \end{bmatrix},\ y_4 = \begin{bmatrix} x_{41} \\ x_{42} \\ x_{43} \\ x_{44} \end{bmatrix},\ y_5 = \begin{bmatrix} x_{51} \\ x_{52} \\ x_{53} \\ x_{54} \end{bmatrix},\ y_6 = \begin{bmatrix} x_{61} \\ x_{62} \\ x_{63} \\ x_{64} \end{bmatrix} \qquad (5.21)$$

$$A = \begin{bmatrix} \vdots \\ A_1 \\ \vdots \\ A_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \text{ เมตริกซ์ขนาด } (i+(j.t)) \times (i.t) = 18 \times 24 \qquad (5.22)$$

ช่วงเวลาที่อนุญาตให้ทำการซ่อมบำรุงรักษา Generator ชุดที่ 1 ได้
โดยพิจารณา 4 ช่วงเวลา (t = 1 – อนุญาต / t = 0 – ไม่อนุญาต)

$$A_1 = \begin{bmatrix}
\overbrace{t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14}} & 0 & 0 & 0 & 0 & .. & .. & & & & & & & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & t & t & t & t & 0 & 0 & 0 & 0 & .. & .. & & & & & & & & & & & & \\
 & & .. & .. & 0 & 0 & 0 & 0 & t & t & t & t & 0 & 0 & 0 & 0 & .. & .. & & & & & & & & \\
 & & & & & & .. & .. & 0 & 0 & 0 & 0 & t & t & t & t & 0 & 0 & 0 & 0 & .. & .. & & & & \\
 & & & & & & & & & & .. & .. & 0 & 0 & 0 & 0 & t & t & t & t & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\
 & & & & & & & & & & & & & & .. & .. & 0 & 0 & 0 & 0 & t_{n1} & t_{n2} & t_{n3} & t_{n4}
\end{bmatrix}$$

ช่วงเวลาที่อนุญาตให้ทำการซ่อมบำรุงรักษา Generator ชุดที่ n ได้
โดยพิจารณา 4 ช่วงเวลา (t = 1 – อนุญาต / t = 0 – ไม่อนุญาต)

$$A_1 = \begin{bmatrix}
1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & .. & .. & & & & & & & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & .. & .. & & & & & & & & & & & & \\
 & & .. & .. & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & .. & .. & & & & & & & & \\
 & & & & & & .. & .. & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & .. & .. & & & & \\
 & & & & & & & & & & .. & .. & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & & \\
 & & & & & & & & & & & & & & .. & .. & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1
\end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & .. & .. & & & & & & & & & & & & & & & \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & .. & .. & & & & & & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & .. & .. & & & & & & & & & & & & & & & \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & .. & .. & & & & & & & & & & & & & & & \\
 & & & & .. & .. & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & .. & .. & & & & & & & & \\
 & & & & .. & .. & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & .. & .. & & & & & & & & \\
 & & & & .. & .. & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & .. & .. & & & & & & & & \\
 & & & & .. & .. & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & .. & .. & & & & & & & & \\
 & & & & & & & & & & & & & & .. & .. & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & & & & & & & .. & .. & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & & & & & & & .. & .. & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 & & & & & & & & & & & & & & .. & .. & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$ เมตริกซ์ขนาด $(i+(j.t)) \times 1 = 18 \times 1$ (5.23)

$$F = \left\lfloor g_i^{\,nom} \right\rfloor, \quad F = \left[\begin{array}{c|c|c} F_1 & F_2 & F_3 \\ \hline F_1 & F_2 & F_3 \\ \hline F_1 & F_2 & F_3 \\ \hline F_1 & F_2 & F_3 \end{array}\right]$$

เมตริกซ์ขนาด $(j.t.k) \times (i.t) = 48 \times 24$

$$F_1 = \begin{bmatrix} g_1^{\,nom} & 0 & 0 & 0 & g_2^{\,nom} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_1^{\,nom} & 0 & 0 & 0 & g_2^{\,nom} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_1^{\,nom} & 0 & 0 & 0 & g_2^{\,nom} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_1^{\,nom} & 0 & 0 & 0 & g_2^{\,nom} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$ (5.24)

$$F_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_3^{nom} & 0 & 0 & 0 & g_4^{nom} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_3^{nom} & 0 & 0 & 0 & g_4^{nom} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_3^{nom} & 0 & 0 & 0 & g_4^{nom} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_3^{nom} & 0 & 0 & 0 & g_4^{nom} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. & .. \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_5^{nom} & 0 & 0 & 0 & g_6^{nom} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_5^{nom} & 0 & 0 & 0 & g_6^{nom} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_5^{nom} & 0 & 0 & 0 & g_6^{nom} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_5^{nom} & 0 & 0 & 0 & g_6^{nom} \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

$$E = [I] \text{ x } -1, \; E = \begin{bmatrix} -1 & & & & & & 0 \\ & -1 & & & & & \\ & & -1 & & & & \\ & & & .. & & & \\ & & & & .. & & \\ 0 & & & & & & -1 \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

เมตริกซ์เอกลักษณ์ (คูณด้วย -1) ขนาด (*j.t.k*) x (*j.t.k*) = 48 x 48

$$h = \left[Genaration_{capacity\ \ each\ \ bus}(with\ \ \ Constraints)\right],\ h = \begin{bmatrix} \vdots \\ h_1 \\ \vdots \\ \hline \vdots \\ h_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

เมตริกซ์ขนาด (*j.t.k*) x 1 = 48 x 1

$$h_1 = \begin{bmatrix}
g_1^{nom} + g_2^{nom} - Lb_{1w1} + f_{1310} - f_{1210} \\
g_1^{nom} + g_2^{nom} - Lb_{1w2} + f_{1320} - f_{1220} \\
g_1^{nom} + g_2^{nom} - Lb_{1w3} + f_{1330} - f_{1230} \\
g_1^{nom} + g_2^{nom} - Lb_{1w4} + f_{1340} - f_{1240} \\
g_3^{nom} + g_4^{nom} - Lb_{1w1} + f_{1210} - f_{2310} \\
g_3^{nom} + g_4^{nom} - Lb_{1w2} + f_{1220} - f_{2320} \\
g_3^{nom} + g_4^{nom} - Lb_{1w3} + f_{1230} - f_{2330} \\
g_3^{nom} + g_4^{nom} - Lb_{1w4} + f_{1240} - f_{2340} \\
g_5^{nom} + g_6^{nom} - Lb_{1w1} + f_{2310} - f_{1310} \\
g_5^{nom} + g_6^{nom} - Lb_{1w2} + f_{2320} - f_{1320} \\
g_5^{nom} + g_6^{nom} - Lb_{1w3} + f_{2330} - f_{1330} \\
g_5^{nom} + g_6^{nom} - Lb_{1w4} + f_{2340} - f_{1340} \\
g_1^{nom} + g_2^{nom} - Lb_{1w1} + f_{1311} \\
g_1^{nom} + g_2^{nom} - Lb_{1w2} + f_{1321} \\
g_1^{nom} + g_2^{nom} - Lb_{1w3} + f_{1331} \\
g_1^{nom} + g_2^{nom} - Lb_{1w4} + f_{1341} \\
g_3^{nom} + g_4^{nom} - Lb_{1w1} - f_{2311} \\
g_3^{nom} + g_4^{nom} - Lb_{1w2} - f_{2321} \\
g_3^{nom} + g_4^{nom} - Lb_{1w3} - f_{2331} \\
g_3^{nom} + g_4^{nom} - Lb_{1w4} - f_{2341} \\
g_5^{nom} + g_6^{nom} - Lb_{1w1} + f_{2311} - f_{1311} \\
g_5^{nom} + g_6^{nom} - Lb_{1w2} + f_{2321} - f_{1321} \\
g_5^{nom} + g_6^{nom} - Lb_{1w3} + f_{2331} - f_{1331} \\
g_5^{nom} + g_6^{nom} - Lb_{1w4} + f_{2341} - f_{1341}
\end{bmatrix}$$

ความสามารถสูงสุดในการจ่ายกำลังไฟฟ้าของแต่ละบัสในกรณี Contingency 0

ความสามารถสูงสุดในการจ่ายกำลังไฟฟ้าของแต่ละบัสในกรณี Contingency 1

(5.27)

$$h_2 = \begin{bmatrix} g_1^{nom} + g_2^{nom} - Lb_{1w1} - f_{1212} \\ g_1^{nom} + g_2^{nom} - Lb_{1w2} - f_{1222} \\ g_1^{nom} + g_2^{nom} - Lb_{1w3} - f_{1232} \\ g_1^{nom} + g_2^{nom} - Lb_{1w4} - f_{1242} \\ g_3^{nom} + g_4^{nom} - Lb_{1w1} + f_{1212} - f_{2312} \\ g_3^{nom} + g_4^{nom} - Lb_{1w2} + f_{1222} - f_{2322} \\ g_3^{nom} + g_4^{nom} - Lb_{1w3} + f_{1232} - f_{2332} \\ g_3^{nom} + g_4^{nom} - Lb_{1w4} + f_{1242} - f_{2342} \\ g_5^{nom} + g_6^{nom} - Lb_{1w1} + f_{2312} \\ g_5^{nom} + g_6^{nom} - Lb_{1w2} + f_{2322} \\ g_5^{nom} + g_6^{nom} - Lb_{1w3} + f_{2332} \\ g_5^{nom} + g_6^{nom} - Lb_{1w4} + f_{2342} \\ g_1^{nom} + g_2^{nom} - Lb_{1w1} + f_{1313} - f_{1213} \\ g_1^{nom} + g_2^{nom} - Lb_{1w2} + f_{1323} - f_{1223} \\ g_1^{nom} + g_2^{nom} - Lb_{1w3} + f_{1333} - f_{1233} \\ g_1^{nom} + g_2^{nom} - Lb_{1w4} + f_{1343} - f_{1243} \\ g_3^{nom} + g_4^{nom} - Lb_{1w1} - f_{2313} \\ g_3^{nom} + g_4^{nom} - Lb_{1w2} - f_{2323} \\ g_3^{nom} + g_4^{nom} - Lb_{1w3} - f_{2333} \\ g_3^{nom} + g_4^{nom} - Lb_{1w4} - f_{2343} \\ g_5^{nom} + g_6^{nom} - Lb_{1w1} - f_{1313} \\ g_5^{nom} + g_6^{nom} - Lb_{1w2} - f_{1323} \\ g_5^{nom} + g_6^{nom} - Lb_{1w3} - f_{1333} \\ g_5^{nom} + g_6^{nom} - Lb_{1w4} - f_{1343} \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

ความสามารถสูงสุดในการจ่ายกำลังไฟฟ้าของแต่ละบัสในกรณี Contingency 2

ความสามารถสูงสุดในการจ่ายกำลังไฟฟ้าของแต่ละบัสในกรณี Contingency 3

โดย $k = 0$ หมายถึง ไม่มีระบบส่งไฟฟ้าใดโดนปลดระหว่างทำการซ่อมบำรุง (Contingency 0)

$k = 1$ หมายถึง ระบบส่งไฟฟ้า 1-2 ถูกปลดออกในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุง (Contingency 1)

$k = 2$ หมายถึง ระบบส่งไฟฟ้า 1-3 ถูกปลดออกในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุง (Contingency 2)

$k = 3$ หมายถึง ระบบส่งไฟฟ้า 2-3 ถูกปลดออกในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุง (Contingency 3)

ส่วนเงื่อนไขนอกจากที่กล่าวมาข้างต้นถือว่าเป็นฟังก์ชั่นภายในของแต่ละปัญหาย่อย อาทิ เช่น เงื่อนไขที่ (5.14) และ (5.15) ซึ่งจะเป็นเงื่อนไขของเมตริกซ์ h ข้างต้น

$$\left|Circuit \quad Flow_{Capacity}\right| \leq \left|Circuit \quad Flow\right| \leq \left|Circuit \quad Flow_{Capacity}\right|$$
$$= -f_{ij,t}^{max} \leq \left|b_{ij}\theta_{ij}\right|_t \leq f_{ij,t}^{max} \text{ ; All } (t, i \neq j) \text{ All } k$$

จากข้างต้นเราจะแยกปัญหาตั้งต้น (Original Problem) ออกเป็น 2 ส่วน คือ ปัญหาหลัก (Master Problem) และปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (Dual Subproblem) ดังนี้

- **ปัญหาหลัก (Master Problem)**

$$\begin{aligned} Minimize \quad & z_{lower} \\ s.t. \quad & z_{lower} \geq d^T y \qquad \text{(Master Problem)} \\ & Ay \geq b \, , y \in \mathrm{S} \end{aligned}$$

ซึ่ง $d^T = [c_{it}], y = [x_{it}]$ ดังนั้น $z_{lower} \geq d^T y$ ในที่นี้คือ $z_{lower} \geq \sum_{t=i}^{T} \sum_{i=i}^{NG} c_{it} x_{it}$ ส่วน $Ay \geq b$ ในที่นี้ก็คือ $\sum_{t=i}^{T} x_{it} = 1$ และ $\sum_{t-di=1}^{t} \sum_{i \in \phi u} x_{it} \leq 1$ โดยที่ $y \in \mathrm{S}$ คือ $y \in \{0,1\}$ ดังนั้นเราสามารถเขียน (5.28) ในรูปสมการฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ได้ดังนี้

$$\left.\begin{aligned} Minimize \quad & z_{lower} \\ s.t. \quad & z_{lower} \geq \sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{NG} c_{it} x_{it} \; ; All \;\; i \\ & \sum_{t=1}^{T} x_{it} \geq 1, \; \sum_{t=1}^{T} x_{it} = d_i \; ; All \;\; i \\ & \left\{ \sum_{t=1}^{T} \left| x_{i,(t+1)} - x_{i,t} \right| \right\} + \left| x_{i,T} - x_{i,1} \right| = 2 \; ; All \;\; i \\ & \sum_{t-di=1}^{t} \sum_{i \in \phi u} x_{it} \leq 1 \; ; All \;\; t \\ & x_{it} \in \{0,1\}, \; x_{it} = 0 \text{ ที่ } t < t_i^{\min} \text{ และ } t > t_i^{\max} \end{aligned}\right\} \quad (5.29)$$

โดยกำหนดให้ $c_{it} = 1 \; ; All \;\; i,t$ ซึ่งฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์และเงื่อนไขต่างๆสามารถเขียนในรูปสมการได้ดังตารางที่ 5.6 และ 5.7 ดังนี้

ตารางที่ 5.6 สมการฟังก์ชั่น $\sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{NG} c_{it} x_{it}$

$\sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{NG} c_{it} x_{it}$
*(x11*c11+x12*c12+x13*c13+x14*c14)+(x21*c21+x22*c22+x23*c23+x24*c24)+(x31*c31+x32*c32+x33*c33 +x34*c34)+(x41*c41+x42*c42+x43*c43+x44*c44)+(x51*c51+x52*c52+x53*c53+x54*c54)+(x61*c61+x62*c 62+x63*c63+x64*c64)*

ตารางที่ 5.7 สมการเงื่อนไข $\sum_{t=1}^{T} x_{it} = d_i, \left\{\sum_{t=1}^{T}\left|x_{i,(t+1)} - x_{i,t}\right|\right\} + \left|x_{i,T} - x_{i,1}\right| = 2$ และ $\sum_{t-di=1}^{t}\sum_{i\in\phi u} x_{it} \le 1$

$\sum_{t=1}^{T} x_{it} = d_i, \left\{\sum_{t=1}^{T}\left\|x_{i,(t+1)} - x_{i,t}\right\|\right\} + \left\|x_{i,T} - x_{i,1}\right\| = 2$	$\sum_{t-di=1}^{t}\sum_{i\in\phi u} x_{it} \le 1$
x11+x12+x13+x14 = d1, ... เครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุด 1 ...	*x11+x21 = 1, ... บัส 1 ...*
x21+x22+x23+x24 = d2, ... เครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุด 2 ...	*x12+x22 = 1, ... บัส 1 ...*
x31+x32+x33+x34 = d3, ... เครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุด 3 ...	*x13+x23 = 1, ... บัส 1 ...*
x41+x42+x43+x44 = d4, ... เครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุด 4 ...	*x14+x24 = 1, ... บัส 1 ...*
x51+x52+x53+x54 = d5, ... เครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุด 5 ...	*x31+x41 = 1, ... บัส 2 ...*
x61+x62+x63+x64 = d6; ... เครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุด 6 ...	*x32+x42 = 1, ... บัส 2 ...*
|x11-x12|+|x12-x13|+|x13-x14|+|x14-x11| = 2	*x33+x43 = 1, ... บัส 2 ...*
|x21-x22|+|x22-x23|+|x23-x24|+|x24-x21| = 2	*x34+x44 = 1, ... บัส 2 ...*
|x31-x32|+|x32-x33|+|x33-x34|+|x34-x31| = 2	*x51+x61 = 1, ... บัส 3 ...*
|x41-x42|+|x42-x43|+|x43-x44|+|x44-x41| = 2	*x52+x62 = 1, ... บัส 3 ...*
|x51-x52|+|x52-x53|+|x53-x54|+|x54-x51| = 2	*x53+x63 = 1, ... บัส 3 ...*
|x61-x62|+|x62-x63|+|x63-x64|+|x64-x61| = 2	*x54+x64 = 1, ... บัส 3 ...*

- **ปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (Dual Subproblem)**

$$\begin{aligned} &Maximize \quad (h - F\hat{y})^T u \\ &s.t. \quad E^T u \le c \qquad \text{ปัญหาย่อยควบคู่ (Dual Subproblem)} \\ &u \ge 0 \end{aligned}$$

จะสังเกตได้ว่า $(h - F\hat{y})^T$ ก็คือค่า r_{jtk} ที่คิดจากค่าผลตอบที่ดีที่สุดของค่า x_{it} ในปัญหาหลัก ดังนั้นจะแทน $(h - F\hat{y})^T$ ในนี้ด้วยตัวแปร rd_{jtk} เพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจ ดังนั้นฟังก์ชั่น $Maximize\ (h - F\hat{y})^T u$ ก็คือ $Maximize \sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{NK}\sum_{j=1}^{NB} rd_{jtk} u_{jtk}$ และ $E^T u \le c$ ก็คือ $-u_{jtk} \le \alpha_{jtk}$, $u_{jtk} \ge 0$ ซึ่งในแต่ละสมการและอสมการข้างต้นจะสามารถเขียนเป็นสมการย่อยได้ดังตารางที่ 5.8 – 5.14 ดังนี้

ตารางที่ 5.8 สมการเงื่อนไข $\sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{NK}\sum_{j=1}^{NB} rd_{jtk} u_{jtk}$

$\sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{NK}\sum_{j=1}^{NB} rd_{jtk} u_{jtk}$
*(rd110*u110+rd120*u120+rd130*u130+rd140*u140+rd210*u210+rd220*u220+rd230*u230+rd240*u240+rd310*u310+rd320*u320+rd330*u330+rd340*u340)+(rd111*u111+rd121*u121+rd131*u131+rd141*u141+rd211*u211+rd221*u221+rd231*u231+rd241*u241+rd311*u311+rd321*u321+rd331*u331+rd341*u341)+(rd112*u112+rd122*u122+rd132*u132+rd142*u142+rd212*u212+rd222*u222+rd232*u232+rd242*u242+rd312*u312+rd322*u322+rd332*u332+rd342*u342)+(rd113*u113+rd123*u123+rd133*u133+rd143*u143+rd213*u213+rd223*u223+rd233*u233+rd243*u243+rd313*u313+rd323*u323+rd333*u333+rd343*u343)*

ตารางที่ 5.9 สมการเงื่อนไขข้อจำกัดที่เกี่ยวกับเงื่อนไขด้านกำลังผลิตไฟฟ้าที่เกี่ยวข้องกับ rd_{jtk}

ข้อจำกัดด้านการใช้งานที่เกี่ยวข้องกับ rd_{jtk}	ข้อจำกัดด้านการใช้งานที่เกี่ยวข้องกับ rd_{jtk}
(ข้อจำกัดของการสมดุลโหลด Normal) *g110+f1310-f1210+rd110 = Lb1w1, ... บัส 1 ... t1* *g120+f1320-f1220+rd120 = Lb1w2, ... บัส 1 ... t2* *g130+f1330-f1230+rd130 = Lb1w3, ... บัส 1 ... t3* *g140+f1340-f1240+rd140 = Lb1w4, ... บัส 1 ...t4* *g210+f1210-f2310+rd210 = Lb2w1, ... บัส 2 ...t1* *g220+f1220-f2320+rd220 = Lb2w2, ... บัส 2 ...t2* *g230+f1230-f2330+rd230 = Lb2w3, ... บัส 2 ...t3* *g240+f1240-f2340+rd240 = Lb2w4, ... บัส 2 ...t4* *g310+f2310-f1310+rd310 = Lb3w1, ... บัส 3 ...t1* *g320+f2320-f1320+rd320 = Lb3w2, ... บัส 3 ...t2* *g330+f2330-f1330+rd330 = Lb3w3, ... บัส 3 ...t3* *g340+f2340-f1340+rd340 = Lb3w4; ... บัส 3 ...t4* *(ข้อจำกัดของการสมดุลโหลด Contingency 1)* *g111+f1311+rd111 = Lb1w1, ... บัส 1 ...t1* *g121+f1321+rd121 = Lb1w2, ... บัส 1 ...t2* *g131+f1331+rd131 = Lb1w3, ... บัส 1 ...t3* *g141+f1341+rd141 = Lb1w4, ... บัส 1 ... t4* *g211-f2311+rd211 = Lb2w1, ... บัส 2 ... t1* *g221-f2321+rd221 = Lb2w2, ... บัส 2 ...t2* *g231-f2331+rd231 = Lb2w3, ... บัส 2 ...t3* *g241-f2341+rd241 = Lb2w4, ... บัส 2 ...t4* *g311+f2311-f1311+rd311 = Lb3w1, ... บัส 3 ...t1* *g321+f2321-f1321+rd321 = Lb3w2, ... บัส 3 ...t2* *g331+f2331-f1331+rd331 = Lb3w3, ... บัส 3 ...t3* *g341+f2341-f1341+rd341 = Lb3w4; ... บัส 3 ... 4* *(ข้อจำกัดของการสมดุลโหลด Contingency 2)* *g112-f1212+rd112 = Lb1w1, ... บัส 1 ... t1* *g122-f1222+rd122 = Lb1w2, ... บัส 1 .. t2.* *g132-f1232+rd132 = Lb1w3, ... บัส 1 ... t3* *g142-f1242+rd142 = Lb1w4, ... บัส 1 ... t4* *g212+f1212-f2312+rd212 = Lb2w1, ... บัส 2 ... t1* *g222+f1222-f2322+rd222 = Lb2w2, ... บัส 2 ... t2* *g232+f1232-f2332+rd232 = Lb2w3, ... บัส 2 ... t3* *g242+f1242-f2342+rd242 = Lb2w4, ... บัส 2 ... t4* *g312+f2312+rd312 = Lb3w1, ... บัส 3 ... t1* *g322+f2322+rd322 = Lb3w2, ... บัส 3 ... t2* *g332+f2332+rd332 = Lb3w3, ... บัส 3 ... t3* *g342+f2342+rd342 = Lb3w4; ... บัส 3 ... t4* *(ข้อจำกัดของการสมดุลโหลด Contingency 3)* *g113+f1313-f1213+rd110 = Lb1w1, ... บัส 1 ... t1* *g123+f1323-f1223+rd123 = Lb1w2, ... บัส 1 ... t2* *g133+f1333-f1233+rd133 = Lb1w3, ... บัส 1 ... t3* *g143+f1343-f1243+rd143 = Lb1w4, ... บัส 1 ... t4* *g213+f1213+rd213 = Lb2w1, ... บัส 2 ... t1* *g223+f1223+rd223 = Lb2w2, ... บัส 2 ... t2* *g233+f1233+rd233 = Lb2w3, ... บัส 2 ... t3* *g243+f1243+rd243 = Lb2w4, ... บัส 2 ... t4*	*g313-f1313+rd313 = Lb3w1, ... บัส 3 ... t1* *g323-f1323+rd323 = Lb3w2, ... บัส 3 ... t2* *g333-f1333+rd333 = Lb3w3, ... บัส 3 ... t3* *g343-f1343+rd343 = Lb3w4; ... บัส 3 ... t4* *(ข้อจำกัดทางด้านความสามารถของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า)* *g110+1.9*x11+1.9*x21 <= 3.8,* *g120+1.9*x12+1.9*x22 <= 3.8,* *g130+1.9*x13+1.9*x23 <= 3.8,* *g140+1.9*x14+1.9*x24 <= 3.8,* *g210+1.9*x31+1.9*x41 <= 3.8,* *g220+1.9*x32+1.9*x42 <= 3.8,* *g230+1.9*x33+1.9*x43 <= 3.8,* *g240+1.9*x34+1.9*x44 <= 3.8,* *g310+1.9*x51+1.9*x61 <= 3.8,* *g320+1.9*x52+1.9*x62 <= 3.8,* *g330+1.9*x53+1.9*x63 <= 3.8,* *g340+1.9*x54+1.9*x64 <= 3.8,* *- Contingency 1 -* *g111+1.9*x11+1.9*x21 <= 3.8,* *g121+1.9*x12+1.9*x22 <= 3.8,* *g131+1.9*x13+1.9*x23 <= 3.8,* *g141+1.9*x14+1.9*x24 <= 3.8,* *g211+1.9*x31+1.9*x41 <= 3.8,* *g221+1.9*x32+1.9*x42 <= 3.8,* *g231+1.9*x33+1.9*x43 <= 3.8,* *g241+1.9*x34+1.9*x44 <= 3.8,* *g311+1.9*x51+1.9*x61 <= 3.8,* *g321+1.9*x52+1.9*x62 <= 3.8,* *g331+1.9*x53+1.9*x63 <= 3.8,* *g341+1.9*x54+1.9*x64 <= 3.8,* *- Contingency 2 -* *g112+1.9*x11+1.9*x21 <= 3.8,* *g122+1.9*x12+1.9*x22 <= 3.8,* *g132+1.9*x13+1.9*x23 <= 3.8,* *g142+1.9*x14+1.9*x24 <= 3.8,* *g212+1.9*x31+1.9*x41 <= 3.8,* *g222+1.9*x32+1.9*x42 <= 3.8,* *g232+1.9*x33+1.9*x43 <= 3.8,* *g242+1.9*x34+1.9*x44 <= 3.8,* *g312+1.9*x51+1.9*x61 <= 3.8,* *g322+1.9*x52+1.9*x62 <= 3.8,* *g332+1.9*x53+1.9*x63 <= 3.8,* *g342+1.9*x54+1.9*x64 <= 3.8,* *- Contingency 3 -* *g113+1.9*x11+1.9*x21 <= 3.8,* *g123+1.9*x12+1.9*x22 <= 3.8,* *g133+1.9*x13+1.9*x23 <= 3.8,* *g143+1.9*x14+1.9*x24 <= 3.8,* *g213+1.9*x31+1.9*x41 <= 3.8* *g223+1.9*x32+1.9*x42 <= 3.8,* *g233+1.9*x33+1.9*x43 <= 3.8,* *g243+1.9*x34+1.9*x44 <= 3.8,* *g313+1.9*x51+1.9*x61 <= 3.8,* *g323+1.9*x52+1.9*x62 <= 3.8,* *g333+1.9*x53+1.9*x63 <= 3.8,* *g343+1.9*x54+1.9*x64 <= 3.8;*

ตารางที่ 5.10 สมการเงื่อนไข $-f_{ij,t}^{max} \le |b_{ij}\theta_{ij}|_t \le f_{ij,t}^{max}$

$-f_{ij,t}^{max} \le \lvert b_{ij}\theta_{ij}\rvert_t \le f_{ij,t}^{max}$		$-f_{ij,t}^{max} \le \lvert b_{ij}\theta_{ij}\rvert_t \le f_{ij,t}^{max}$
(ข้อจำกัดการไหลของระบบส่งไฟฟ้า)		
- Circuit 1-2 -	*- Circuit 1-3 -*	*- Circuit 2-3 -*
f1210 <= .3,	*f1310 <= .4,*	*f2310 <= .4,*
f1220 <= .3,	*f1320 <= .4,*	*f2320 <= .4,*
f1230 <= .3,	*f1330 <= .4,*	*f2330 <= .4,*
f1240 <= .3,	*f1340 <= .4,*	*f2340 <= .4,*
f1211 <= .3,	*f1311 <= .4,*	*f2311 <= .4,*
f1221 <= .3,	*f1321 <= .4,*	*f2321 <= .4,*
f1231 <= .3,	*f1331 <= .4,*	*f2331 <= .4,*
f1241 <= .3,	*f1341 <= .4,*	*f2341 <= .4,*
f1212 <= .3,	*f1312 <= .4,*	*f2312 <= .4,*
f1222 <= .3,	*f1322 <= .4,*	*f2322 <= .4,*
f1232 <= .3,	*f1332 <= .4,*	*f2332 <= .4,*
f1242 <= .3,	*f1342 <= .4,*	*f2342 <= .4,*
f1213 <= .3,	*f1313 <= .4,*	*f2313 <= .4,*
f1223 <= .3,	*f1323 <= .4,*	*f2323 <= .4,*
f1233 <= .3,	*f1333 <= .4,*	*f2333 <= .4,*
f1243 <= .3,	*f1343 <= .4,*	*f2343 <= .4,*
f1210 >= -.3,	*f1310 <= -.4,*	*f2310 >= -.4,*
f1220 >= -.3,	*f1320 <= -.4,*	*f2320 >= -.4,*
f1230 >= -.3,	*f1330 <= -.4,*	*f2330 >= -.4,*
f1240 >= -.3,	*f1340 <= -.4,*	*f2340 >= -.4,*
f1211 >= -.3,	*f1311 <= -.4,*	*f2311 >= -.4,*
f1221 >= -.3,	*f1321 <= -.4,*	*f2321 >= -.4,*
f1231 >= -.3,	*f1331 <= -.4,*	*f2331 >= -.4,*
f1241 >= -.3,	*f1341 <= -.4,*	*f2341 >= -.4,*
f1212 >= -.3,	*f1312 <= -.4,*	*f2312 >= -.4,*
f1222 >= -.3,	*f1322 <= -.4,*	*f2322 >= -.4,*
f1232 >= -.3,	*f1332 <=- .4,*	*f2332 >= -.4,*
f1242 >= -.3,	*f1342 <= -.4,*	*f2342 >= -.4,*
f1213 >= -.3,	*f1313 <= -.4,*	*f2313 >= -.4,*
f1223 >= -.3,	*f1323 <= -.4,*	*f2323 >= -.4,*
f1233 >= -.3,	*f1333 <= -.4,*	*f2333 >= -.4,*
f1243 >= -.3,	*f1343 <= -.4,*	*f2343 >= -.4*

ตารางที่ 5.11 สมการเงื่อนไข $-u_{jtk} \le \alpha_{jtk}$ และ $u_{jtk} \ge 0$

ข้อจำกัดด้านการใช้งาน $-u_{jtk} \le \alpha_{jtk}$		ข้อจำกัดด้านการใช้งาน $u_{jtk} \ge 0$	
u110 >=-ap110,	*u112 >=-ap112,*	*u110 >=0,*	*u112 >=0,*
u120 >=-ap120,	*u122 >=-ap122,*	*u120 >=0,*	*u122 >=0,*
u130 >=-ap130,	*u132 >=-ap132,*	*u130 >=0,*	*u132 >=0,*
u140 >=-ap140,	*u142 >=-ap142,*	*u140 >=0,*	*u142 >=0,*
u210 >=-ap210,	*u212 >=-ap212,*	*u210 >=0,*	*u212 >=0,*
u220 >=-ap220,	*u222 >=-ap222,*	*u220 >=0,*	*u222 >=0,*
u230 >=-ap230,	*u232 >=-ap232,*	*u230 >=0,*	*u232 >=0,*
u240 >=-ap240,	*u242 >=-ap242,*	*u240 >=0,*	*u242 >=0,*
u310 >=-ap310,	*u312 >=-ap312,*	*u310 >=0,*	*u312 >=0,*
u320 >=-ap320,	*u322 >=-ap322,*	*u320 >=0,*	*u322 >=0,*
u330 >=-ap330,	*u332 >=-ap332,*	*u330 >=0,*	*u332 >=0,*
u340 >=-ap340,	*u342 >=-ap342,*	*u340 >=0,*	*u342 >=0,*
u111 >=-ap111,	*u113 >=-ap113,*	*u111 >=0,*	*u113 >=0,*
u121 >=-ap121,	*u123 >=-ap123,*	*u121 >=0,*	*u123 >=0,*
u131 >=-ap131,	*u133 >=-ap133,*	*u131 >=0,*	*u133 >=0,*
u141 >=-ap141,	*u143 >=-ap143,*	*u141 >=0,*	*u143 >=0,*
u211 >=-ap211,	*u213 >=-ap213,*	*u211 >=0,*	*u213 >=0,*
u221 >=-ap221,	*u223 >=-ap223,*	*u221 >=0,*	*u223 >=0,*

ตารางที่ 5.11 (ต่อ)

ข้อจำกัดด้านการใช้งาน $-u_{jtk} \leq \alpha_{jtk}$		ข้อจำกัดด้านการใช้งาน $u_{jtk} \geq 0$	
u231 >=-ap231,	*u233 >=-ap233,*	*u231 >=0,*	*u233 >=0,*
u241 >=-ap241,	*u243 >=-ap243,*	*u241 >=0,*	*u243 >=0,*
u311 >=-ap311,	*u313 >=-ap313,*	*u311 >=0,*	*u313 >=0,*
u321 >=-ap321,	*u323 >=-ap323,*	*u321 >=0,*	*u323 >=0,*
u331 >=-ap331,	*u333 >=-ap333,*	*u331 >=0,*	*u333 >=0,*
u341 >=-ap341,	*u343 >=-ap343;*	*u341 >=0,*	*u343 >=0;*

ทั้งนี้จะสังเกตได้ว่าในการแก้ปัญหาดังกล่าวนี้ เป็นกรณีที่ผู้ผลิตไฟฟ้าไม่สามารถจ่ายไฟให้แก่ผู้ใช้ไฟฟ้าได้ตามความต้องการทั้งหมดในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษา ดังนั้นในกรณีนี้จะพิจารณาการกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าโดยพยายามทำให้เกิดไฟดับเนื่องจากการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (Load Cut) และรายได้สูญเสียจากการที่ไม่สามารถจ่ายไฟฟ้าได้มีค่าน้อยที่สุด

ตารางที่ 5.12 สมการเงื่อนไข $\sum_{t=1}^{T} r_{jtk} \leq z_{jk}\ ;\ All\quad t,k$

$\sum_{t=1}^{T} r_{jtk} \leq z_{jk}\ ;\ All\quad t,k$		$\sum_{t=1}^{T} r_{jtk} \leq z_{jk}\ ;\ All\quad t,k$	
r110 <= ac10,	*r111 <= ac11,*	*r112 <= ac12,*	*r113 <= ac13,*
r120 <= ac10,	*r121 <= ac11,*	*r122 <= ac12,*	*r123 <= ac13,*
r130 <= ac10,	*r131 <= ac11,*	*r132 <= ac12,*	*r133 <= ac13,*
r140 <= ac10,	*r141 <= ac11,*	*r142 <= ac12,*	*r143 <= ac13,*
r210 <= ac20,	*r211 <= ac21,*	*r212 <= ac22,*	*r213 <= ac23,*
r220 <= ac20,	*r221 <= ac21,*	*r222 <= ac22,*	*r223 <= ac23,*
r230 <= ac20,	*r231 <= ac21,*	*r232 <= ac22,*	*r233 <= ac23,*
r240 <= ac20,	*r241 <= ac21,*	*r242 <= ac22,*	*r243 <= ac23,*
r310 <= ac30,	*r311 <= ac31,*	*r312 <= ac32,*	*r313 <= ac33,*
r320 <= ac30,	*r321 <= ac31,*	*r322 <= ac32,*	*r323 <= ac33,*
r330 <= ac30,	*r331 <= ac31,*	*r332 <= ac32,*	*r333 <= ac33,*
r340 <= ac30,	*r341 <= ac31,*	*r342 <= ac32,*	*r343 <= ac33,*

ซึ่งจากข้างต้นจะได้ทั้งปัญหาตั้งต้น (Original Problem) ปัญหาหลัก (Master Problem) และปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (Dual Subproblem) แล้ว ต่อไปจะเป็นการหาอสมการข้อจำกัดของเทคนิคเบนเดอร์คัท (Benders' Cut) ซึ่งจะมี 2 กรณี

- กรณีปัญหาย่อย (SP1) สมการ (4.7) หรือปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (SP2) สามารถหาคำตอบได้ ให้เปรียบเทียบคำตอบ z_{lower} จากขั้นตอนที่ 1 และ z_{upper} จากขั้นตอนที่ 2
  - ถ้า $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right| \leq \varepsilon$ ให้หยุดการคำนวณและถือคำตอบล่าสุดเป็นคำตอบปัญหาตั้งต้น
  - ถ้า $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right| > \varepsilon$ ให้เพิ่มข้อจำกัด $z_{lower} \geq d^T y + (h - Fy)^T \hat{u}_p$ ในปัญหาหลัก (MP1) ในกรณีที่หาคำตอบโดยใช้ปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (SP2) และให้

เพิ่ม $z_{lower} \geq d^T y + c^T \hat{x} - (y - \hat{y})^T \cdot F^T u^p_i$ โดย $i = 1, 2, ..., n_p$ ในกรณีที่หาคำตอบโดยใช้ปัญหาย่อย (SP1) (โดยเรียกปัญหาหลักที่เพิ่มเงื่อนไขดังกล่าวนี้ว่า MP2) และทำตามขั้นตอนที่ 3 ต่อไป

- กรณีปัญหาย่อย (SP1) ไม่มีผลตอบ (Infeasible Solution) หรือปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (SP2) มีผลตอบที่ไม่มีขอบเขตจำกัด (Unbounded Solution) ให้เพิ่มข้อจำกัด $(h - F y)^T u^r \leq 0$ ในปัญหาหลัก

จากข้างต้นจะเห็นว่าอสมการเงื่อนไขข้อจำกัด $z_{lower} \geq d^T y + (h - F y)^T \hat{u}_p$ ในที่นี้ก็คือ $z_{lower} \geq \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NG} c_{it} x_{it} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{NK}\sum_{j=1}^{NB} r_{jtk} u_{jtk}$ โดยค่า u_{jtk} ในที่นี้คือผลตอบที่ดีที่สุดของค่าในปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (Dual Subproblem) u_{jtk} ซึ่งในนี้จะแทนด้วยตัวแปร ud_{jtk} เพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจ โดยสามารถเขียนสมการได้ดังตารางที่ 5.13

ตารางที่ 5.13 สมการฟังก์ชั่น $\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NG} c_{it} x_{it} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{NK}\sum_{j=1}^{NB} r_{jtk} ud_{jtk}$

$\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NG} c_{it} x_{it} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{NK}\sum_{j=1}^{NB} r_{jtk} ud_{jtk}$
*(x11*c11+x12*c12+x13*c13+x14*c14)+(x21*c21+x22*c22+x23*c23+x24*c24)+(x31*c31+x32*c32+x33*c33 +x34*c34)+(x41*c41+x42*c42+x43*c43+x44*c44)+(x51*c51+x52*c52+x53*c53+x54*c54)+(x61*c61+x62*c 62+x63*c63+x64*c64)+r110*ud110+r120*ud120+r130*ud130+r140*ud140+r210*ud210+r220*ud220+r230* ud230+r240*ud240+r310*ud310+r320*ud320+r330*ud330+r340*ud340)+(r111*ud111+r121*ud121+r131*u d131+r141*ud141+r211*ud211+r221*ud221+r231*ud231+r241*ud241+r311*ud311+r321*ud321+r331*ud33 1+r341*ud341)+(r112*ud112+r122*ud122+r132*ud132+r142*ud142+r212*ud212+r222*ud222+r232*ud232+ r242*ud242+r312*ud312+r322*ud322+r332*ud332+r342*ud342)+(r113*ud113+r123*ud123+r133*ud133+r1 43*ud143+r213*ud213+r223*ud223+r233*ud233+r243*ud243+r313*ud313+r323*ud323+r333*ud333+r343* ud343)*

ส่วนอสมการข้อจำกัดของเทคนิคเบนเดอร์คัท (Benders' Cut) $(h - F y)^T u^r \leq 0$ ก็คือ $r_{jtk} u^r{}_{jtk} \leq 0$ โดยค่า $u^r{}_{jtk}$ ในที่นี้คือผลตอบที่คำนวณจากสมการ (4.9) ซึ่งในนี้จะแทนด้วยตัวแปร ur_{jtk} เพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจ

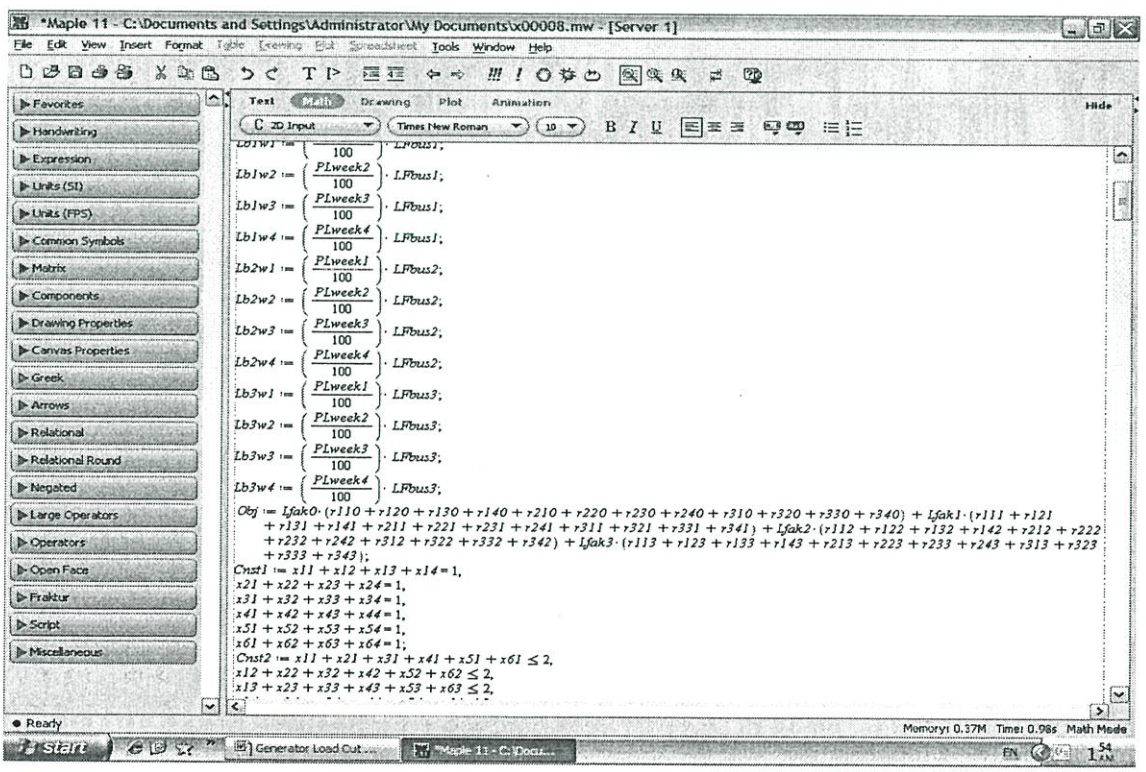
ตารางที่ 5.14 สมการเงื่อนไข $r_{jtk} ur_{jtk} \leq 0$

$r_{jtk} ur_{jtk} \leq 0$	
*r110*ur110<= 0,*	*r112*ur112<= 0,*
*r120*ur120<= 0,*	*r122*ur122<= 0,*
*r130*ur130<= 0,*	*r132*ur132<= 0,*
*r140*ur140<= 0,*	*r142*ur142<= 0,*
*r210*ur210<= 0,*	*r212*ur212<= 0,*
*r220*ur220<= 0,*	*r222*ur222<= 0,*
*r230*ur230<= 0,*	*r232*ur232<= 0,*

ตารางที่ 5.14 (ต่อ)

$r_{jtk}ur_{jtk} \leq 0$	
*r240*ur240<= 0,*	*r242*ur242<= 0,*
*r310*ur310<= 0,*	*r312*ur312<= 0,*
*r320*ur320<= 0,*	*r322*ur322<= 0,*
*r330*ur330<= 0,*	*r332*ur332<= 0,*
*r340*ur340<= 0,*	*r342*ur342<= 0,*
*r111*ur111<= 0,*	*r113*ur113<= 0,*
*r121*ur121<= 0,*	*r123*ur123<= 0,*
*r131*ur131<= 0,*	*r133*ur133<= 0,*
*r141*ur141<= 0,*	*r143*ur143<= 0,*
*r211*ur211<= 0,*	*r213*ur213<= 0,*
*r221*ur221<= 0,*	*r223*ur223<= 0,*
*r231*ur231<= 0,*	*r233*ur233<= 0,*
*r241*ur241<= 0,*	*r243*ur243<= 0,*
*r311*ur311<= 0,*	*r313*ur313<= 0,*
*r321*ur321<= 0,*	*r323*ur323<= 0,*
*r331*ur331<= 0,*	*r333*ur333<= 0,*
*r341*ur341<= 0,*	*r343*ur343<= 0;*

เนื่องจากการแก้ปัญหากำหนดการเชิงตัวเลขด้วยวิธีกราฟและวิธีซิมเพล็กซ์ตามที่ได้ใช้ทั่วไปในหลักเศรษฐศาสตร์นั้น จะเป็นวิธีที่ยุ่งยากมาก เนื่องจากมีตัวแปรและเงื่อนไขข้อจำกัดจำนวนมาก ดังนั้นในบทความนี้ การแก้ปัญหากำหนดการเชิงตัวเลข เราจะใช้คอมพิวเตอร์ในการช่วยคำนวณ โดยโปรแกรมที่ใช้ในการคำนวณคือ Maple Version 11.0 [35] ตัวอย่างลักษณะโปรแกรมดังรูปที่ 5.2



รูปที่ 5.2 ตัวอย่างลักษณะโปรแกรม Maple Version 11.0

และจากสมการที่กล่าวมาข้างต้นทั้งหมดนั้น จะสามารถคำนวณได้ดังนี้

รอบที่ 1

ขั้นตอนที่ 1 หาผลตอบในปัญหาหลัก (MP1)

โดยในที่นี้จะได้ค่า $z_{lower} = 6.000$ และ $c^T x = 6.000$ ส่วนตัวแปร $\hat{x}$ มีค่าดังตารางที่ 5.15 นี้

ตารางที่ 5.15 ผลตอบของ $\hat{x}$ ใน MP1

ผลตอบของ $\hat{x}$ ใน MP1	
$\hat{x}_{11} = 0, \hat{x}_{12} = 1, \hat{x}_{13} = 0, \hat{x}_{14} = 0,$	$\hat{x}_{41} = 0, \hat{x}_{42} = 1, \hat{x}_{43} = 0, \hat{x}_{44} = 0,$
$\hat{x}_{21} = 1, \hat{x}_{22} = 0, \hat{x}_{23} = 0, \hat{x}_{24} = 0,$	$\hat{x}_{51} = 0, \hat{x}_{52} = 1, \hat{x}_{53} = 0, \hat{x}_{54} = 0,$
$\hat{x}_{31} = 1, \hat{x}_{32} = 0, \hat{x}_{33} = 0, \hat{x}_{34} = 0,$	$\hat{x}_{61} = 1, \hat{x}_{62} = 0, \hat{x}_{63} = 0, \hat{x}_{64} = 0$

ใช้รอบในการคำนวณ 220 รอบ และใช้ระยะเวลาในการคำนวณ 7 วินาที

ขั้นตอนที่ 2 หาผลตอบในปัญหาย่อย (SP1) หรือปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (SP2)

ซึ่งในที่นี้ผลตอบ *Minimize* $\alpha^T r = 6.060$

ใช้รอบในการคำนวณ 1,150 รอบ และใช้ระยะเวลาในการคำนวณ 21 วินาที

จากผลตอบข้างต้น $z_{upper} = c^T \hat{x} + \alpha^T \hat{r} = 6.00 + 6.060 = 12.060$ เปรียบเทียบผลตอบ z_{lower} จากขั้นตอนที่ 1 และ z_{upper} จากขั้นตอนที่ 2 ซึ่งในกรณีกำหนดให้ ε เท่ากับ 1% ซึ่งเท่ากับ $\frac{1}{100} \times z_{lower} = 0.685$ โดยในกรณีนี้ $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right| = 12.060 - 6.00 = 6.060$ ซึ่งมีค่ามากกว่า ε เนื่องจากในกรณีนี้เราใช้ปัญหาย่อย (SP1) ในการหาผลตอบ ดังนั้นในกรณีนี้เราจะเพิ่มข้อจำกัด $z_{lower} \geq d^T y + (h - F y)^T \hat{u}_p$ ในปัญหาหลัก ทั้งนี้ก่อนอื่นต้องหาค่า $\hat{u}_p$ เสียก่อน ซึ่งในที่นี้จะสังเกตได้ว่า จากหลักการแปลงปัญหาควบคู่ดังที่กล่าวมา $(h - F\hat{y})^T \hat{u}_p$ ก็คือผลตอบของ $\hat{r}$ ใน *Minimize* $\sum_{t=1}^{T} \sum_{k=1}^{NK} \sum_{j=1}^{NB} r_{jtk}$ นั่นเอง ซึ่งผลตอบ $\hat{u}_p$ แต่ละค่าในขั้นตอนนี้มีค่าดังตารางที่ 5.16 นี้

ตารางที่ 5.16 ผลตอบของ $\hat{u}_p$ ในรอบที่ 1

$\hat{u}_p$	$\hat{u}_p$
u110 =0.600,	*u112 =0.300,*
u120 –0.190,	*u122 =0.190,*
u130 –0,	*u132 =0,*
u140 =0,	*u142 =0,*
u210 =0,	*u212 =0.300,*
u220 =0.190,	*u222 =0.190,*

ตารางที่ 5.16 (ต่อ)

$\hat{u}_p$	$\hat{u}_p$
$u230 = 0,$	$u232 = 0,$
$u240 = 0,$	$u242 = 0,$
$u310 = 0.400,$	$u312 = 0.400,$
$u320 = 0.285,$	$u322 = 0,$
$u330 = 0,$	$u332 = 0,$
$u340 = 0,$	$u342 = 0,$
$u111 = 0.300,$	$u113 = 0,$
$u121 = 0.190,$	$u123 = 0.190,$
$u131 = 0,$	$u133 = 0,$
$u141 = 0,$	$u143 = 0,$
$u211 = 0.300,$	$u213 = 0,$
$u221 = 0.190,$	$u223 = 0.190,$
$u231 = 0,$	$u233 = 0,$
$u241 = 0,$	$u243 = 0,$
$u311 = 0.400,$	$u313 = 0.400,$
$u321 = 0.285,$	$u323 = 0.285,$
$u331 = 0,$	$u333 = 0,$
$u341 = 0,$	$u343 = 0,$

รอบที่ 2

ขั้นตอนที่ 3 หาผลตอบในปัญหาหลัก (MP2)

โดยในที่นี้จะได้ค่า $z_{lower} = 6.9118$ และ $c^T x = 6.000$ ส่วนตัวแปร $\hat{x}$ มีค่าดังตารางที่ 5.17 นี้

ตารางที่ 5.17 ผลตอบของ $\hat{x}$ ใน MP2

ผลตอบของ $\hat{x}$ ใน MP2	
$\hat{x}_{11} = 0, \hat{x}_{12} = 1, \hat{x}_{13} = 0, \hat{x}_{14} = 0,$	$\hat{x}_{41} = 1, \hat{x}_{42} = 0, \hat{x}_{43} = 0, \hat{x}_{44} = 0,$
$\hat{x}_{21} = 1, \hat{x}_{22} = 0, \hat{x}_{23} = 0, \hat{x}_{24} = 0,$	$\hat{x}_{51} = 0, \hat{x}_{52} = 0, \hat{x}_{53} = 0, \hat{x}_{54} = 1,$
$\hat{x}_{31} = 0, \hat{x}_{32} = 1, \hat{x}_{33} = 0, \hat{x}_{34} = 0,$	$\hat{x}_{61} = 0, \hat{x}_{62} = 0, \hat{x}_{63} = 1, \hat{x}_{64} = 0$

ใช้รอบในการคำนวณ 1,740 รอบ และใช้ระยะเวลาในการคำนวณ 74วินาที

ขั้นตอนที่ 4 หาผลตอบในปัญหาย่อย (SP1) ครั้งที่ 2

ซึ่งในที่นี้ผลตอบ *Minimize* $\alpha^T r = 2.240$

ใช้รอบในการคำนวณ 1,510 รอบ และใช้ระยะเวลาในการคำนวณ 48 วินาที

จากผลตอบข้างต้น $z_{upper} = c^T \hat{x} + \alpha^T \hat{r} = 6.00 + 2.240 = 8.240$ เปรียบเทียบผลตอบล่าสุดของ z_{lower} และ z_{upper} โดยในกรณีนี้ $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right| = 8.240 - 6.9118 = 1.3282$ มีค่ามากกว่า ε ดังนั้นเราจะเพิ่มข้อจำกัด $d^T y + (h - Fy)^T \hat{u}_p$ ในปัญหาหลัก และทำตามขั้นตอนที่ 1 ต่อไป โดยค่าผลตอบ $\hat{u}_p$ ในขั้นตอนนี้ มีค่าดังตารางที่ 5.18

ตารางที่ 5.18 ผลตอบของ $\hat{u}_p$ ในรอบที่ 2

$\hat{u}_p$	$\hat{u}_p$
$u110 = 0.200,$	$u112 = 0.300,$
$u120 = 0,$	$u122 = 0.190,$
$u130 = 0,$	$u132 = 0,$
$u140 = 0,$	$u142 = 0,$
$u210 = 0,$	$u212 = 0.300,$
$u220 = 0,$	$u222 = 0,$
$u230 = 0,$	$u232 = 0,$
$u240 = 0,$	$u242 = 0,$
$u310 = 0,$	$u312 = 0,$
$u320 = 0,$	$u322 = 0,$
$u330 = 0,$	$u332 = 0,$
$u340 = 0,$	$u342 = 0,$
$u111 = 0,$	$u113 = 0,$
$u121 = 0,$	$u123 = 0,$
$u131 = 0,$	$u133 = 0,$
$u141 = 0,$	$u143 = 0,$
$u211 = 0.300,$	$u213 = 0,$
$u221 = 0.190,$	$u223 = 0,$
$u231 = 0,$	$u233 = 0,$
$u241 = 0,$	$u243 = 0,$
$u311 = 0,$	$u313 = 0,$
$u321 = 0,$	$u323 = 0,$
$u331 = 0,$	$u333 = 0.400,$
$u341 = 0,$	$u343 = 0.170,$

รอบที่ 3

<u>ขั้นตอนที่ 5</u> หาผลตอบในปัญหาหลัก (MP3)

โดยในที่นี้จะได้ค่า $z_{lower} = 6.9742$ และ $c^T x = 6.000$ ส่วนตัวแปร $\hat{x}$ มีค่าดังตารางที่ 5.19 นี้

ตารางที่ 5.19 ผลตอบของ $\hat{x}$ ใน MP3

ผลตอบของ $\hat{x}$ ใน MP3	
$\hat{x}_{11} = 0, \hat{x}_{12} = 1, \hat{x}_{13} = 0, \hat{x}_{14} = 0,$	$\hat{x}_{41} = 0, \hat{x}_{42} = 1, \hat{x}_{43} = 0, \hat{x}_{44} = 0,$
$\hat{x}_{21} = 1, \hat{x}_{22} = 0, \hat{x}_{23} = 0, \hat{x}_{24} = 0,$	$\hat{x}_{51} = 1, \hat{x}_{52} = 0, \hat{x}_{53} = 0, \hat{x}_{54} = 0,$
$\hat{x}_{31} = 0, \hat{x}_{32} = 0, \hat{x}_{33} = 0, \hat{x}_{34} = 1,$	$\hat{x}_{61} = 0, \hat{x}_{62} = 0, \hat{x}_{63} = 0, \hat{x}_{64} = 1$

ใช้รอบในการคำนวณ 1,740 รอบ และใช้ระยะเวลาในการคำนวณ 72 วินาที

<u>ขั้นตอนที่ 6</u> หาผลตอบในปัญหาย่อย (SP1) ครั้งที่ 2

ซึ่งในที่นี้ผลตอบ *Minimize* $\alpha^T r - 2.290$

ใช้รอบในการคำนวณ 1,510 รอบ

และใช้ระยะเวลาในการคำนวณ 45 วินาที

จากผลตอบข้างต้น $z_{upper} = c^T \hat{x} + \alpha^T \hat{r}$ = 6.000 + 2.290 = 8.29 เปรียบเทียบผลตอบล่าสุดของ z_{lower} และ z_{upper} โดยในกรณีนี้ $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right| = 8.29 - 6.9742 = 1.3158$ มีค่ามากกว่า ε ดังนั้นเราจะเพิ่มข้อจำกัด $d^T y + (h - F y)^T \hat{u}_p$ ในปัญหาหลัก และทำตามขั้นตอนที่ 1 ต่อไป โดยค่าผลตอบ $\hat{u}_p$ ในขั้นตอนนี้ มีค่าดังตารางที่ 5.20

ตารางที่ 5.20 ผลตอบของ $\hat{u}_p$ ในรอบที่ 3

$\hat{u}_p$	$\hat{u}_p$
u110 =0.300, *u120 =0,* *u130 =0,* *u140 =0,* *u210 =0,* *u220 =0,* *u230 =0,* *u240 =0,* *u310 =0,* *u320 =0,* *u330 =0,* *u340 =0,* *u111 =0.300,* *u121 =0,* *u131 =0,* *u141 =0,* *u211 =0,* *u221 =0.190,* *u231 =0,* *u241 =0.080,* *u311 =0,* *u321 =0,* *u331 =0,* *u341 =0.170,*	*u112 =0.300,* *u122 =0.190,* *u132 =0,* *u142 =0,* *u212 =0,* *u222 =0.190,* *u232 =0,* *u242 =0,* *u312 =0,* *u322 =0,* *u332 =0,* *u342 =0,* *u113 =0,* *u123 =0,* *u133 =0,* *u143 =0,* *u213 =0,* *u223 =0,* *u233 =0,* *u243 =0,* *u313 =0.400,* *u323 =0,* *u333 =0,* *u343 =0.170,*

รอบที่ 4

<u>ขั้นตอนที่ 7</u> หาผลตอบในปัญหาหลัก (MP4)

โดยในที่นี้จะได้ค่า z_{lower} = 7.690 และ $c^T x = 6.000$ ส่วนตัวแปร $\hat{x}$ มีค่าดังตารางที่ 5.21 นี้

ตารางที่ 5.21 ผลตอบของ $\hat{x}$ ใน MP4

ผลตอบของ $\hat{x}$ ใน MP4	
$\hat{x}_{11} = 0, \hat{x}_{12} = 1, \hat{x}_{13} = 0, \hat{x}_{14} = 0,$	$\hat{x}_{41} = 0, \hat{x}_{42} = 1, \hat{x}_{43} = 0, \hat{x}_{44} = 0,$
$\hat{x}_{21} = 1, \hat{x}_{22} = 0, \hat{x}_{23} = 0, \hat{x}_{24} = 0,$	$\hat{x}_{51} = 0, \hat{x}_{52} = 0, \hat{x}_{53} = 0, \hat{x}_{54} = 1,$
$\hat{x}_{31} = 0, \hat{x}_{32} =, \hat{x}_{33} = 0, \hat{x}_{34} = 1,$	$\hat{x}_{61} = 0, \hat{x}_{62} = 0, \hat{x}_{63} = 1, \hat{x}_{64} = 0$

ใช้รอบในการคำนวณ 1,745 รอบ และใช้ระยะเวลาในการคำนวณ 69 วินาที

ขั้นตอนที่ 8 หาผลตอบในปัญหาย่อย (SP1) ครั้งที่ 2
ซึ่งในที่นี้ผลตอบ *Minimize* $\alpha^T r = 1.69$
ใช้รอบในการคำนวณ 1,745 รอบ และใช้ระยะเวลาในการคำนวณ 62 วินาที
จากผลตอบข้างต้น $z_{upper} = c^T \hat{x} + \alpha^T \hat{r} = 6.000 + 1.690 = 7.690$ เปรียบเทียบผลตอบล่าสุดของ z_{lower} และ z_{upper} โดยในกรณีนี้ $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right| = 7.690 - 7.690 = 0.00$ มีค่าน้อยกว่า ε จึงถือว่าผลตอบนี้คือผลตอบสุดท้าย โดยสามารถสรุปได้ดังตารางที่ 5.22 และตารางที่ 5.23 ดังนี้

ตารางที่ 5.22 สรุปผลตอบท้ายสุดของค่าตัวแปรต่างๆของระบบทดสอบโรงไฟฟ้าพลังน้ำ

	Gen. Bus 1	Gen. Bus 2	Gen. Bus 3	Flow 1-2	Flow 1-3	Flow 2-3	Load Cut Bus 1	Load Cut Bus 2	Load Cut Bus 3	Total Load Cut
กรณีปกติ (กรณีที่ไม่มีสายส่งใดถูกปลด)										
Week 1	1.90	2.20	2.60	0.00	-0.30	0.00	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 2	1.90	1.90	2.565	0.19	-0.38	0.00	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 3	2.20	2.60	1.90	0.00	0.00	0.40	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 4	2.28	1.90	1.85	0.30	0.00	0.17	0.00	0.00	0.00	**0**
กรณีวงจร 1-2 (b_{12}) ถูกปลดระหว่างทำการซ่อมบำรุงรักษา										
Week 1	1.90	2.20	2.60	-	-0.30	0.00	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 2	1.90	1.90	2.375	-	-0.19	0.00	0.00	0.19	0.00	**0.19**
Week 3	2.20	2.60	1.90	-	0.00	0.40	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 4	1.98	1.90	1.90	-	0.00	0.17	0.00	0.25	0.00	**0.25**
กรณีวงจร 1-3 (b_{13}) ถูกปลดระหว่างทำการซ่อมบำรุงรักษา										
Week 1	1.90	2.20	2.30	0.00	-	0.00	0.30	0.00	0.00	**0.30**
Week 2	1.90	1.90	2.185	0.19	-	0.00	0.38	0.00	0.00	**0.38**
Week 3	2.20	2.60	1.90	0.00	-	0.40	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 4	2.28	1.90	1.85	0.30	-	0.17	0.00	0.00	0.00	**0**
กรณีวงจร 2-3 (b_{23}) ถูกปลดระหว่างทำการซ่อมบำรุงรักษา										
Week 1	1.90	2.20	2.60	0.00	0.30	-	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 2	1.90	1.90	2.565	0.19	-0.38	-	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 3	2.20	2.20	1.90	0.00	0.00	-	0.00	0.00	0.40	**0.40**
Week 4	2.28	1.68	1.90	0.30	0.00	-	0.00	0.00	0.17	**0.17**

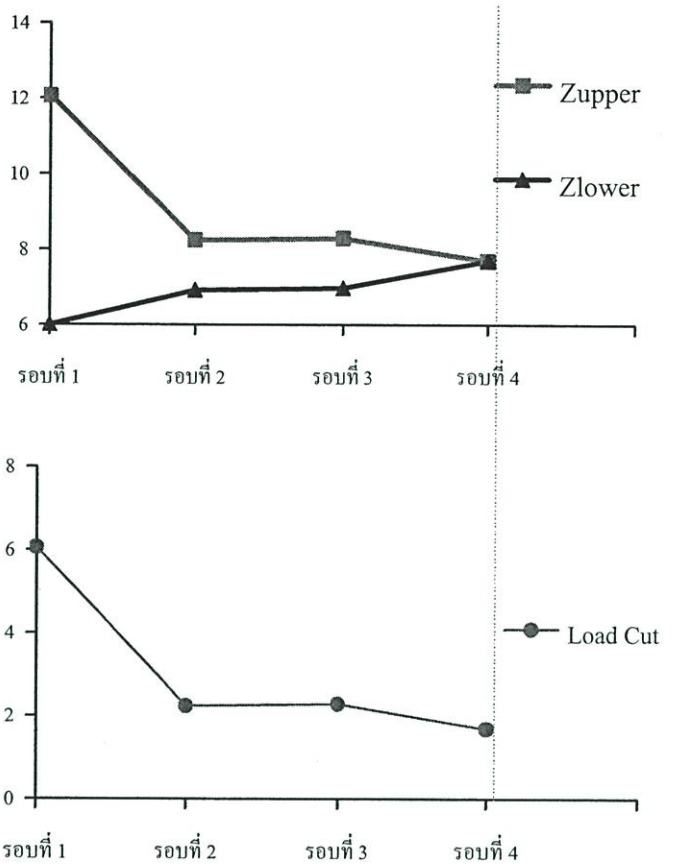
- **Generation Bus *j*** คือกำลังผลิตไฟฟ้าของ Generator ทั้งหมดในบัส *j*
- **Flow *i-j*** คือกำลังไฟฟ้าที่ไหลจากบัส *i* ไปยังบัส *j* และถ้าตัวแปรมีคำตอบติดลบ จะหมายความว่า ทิศทางของกำลังไฟฟ้าไหลในทิศตรงข้าม กล่าวคือไหลจากบัส *j* ไปยังบัส *i*
- **Load Cut Bus *j*** คือกำลังไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้ไฟฟ้าที่บัส *j* ได้

ตารางที่ 5.23 ตารางเวลาซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในแต่ละรอบที่คำนวณได้

	รอบที่ 1				รอบที่ 2				รอบที่ 3				รอบที่ 4			
Times	28 s.				122 s.				117 s.				131 s.			
Z_{upper}	12.06				8.24				8.29				7.69			
Z_{lower}	6.60				6.91				6.97				7.69			
Cost ($c^T x$)	6.00				6.00				6.00				6.90			
Load Cut (r)	6.06				2.24				2.29				1.69			
Generator	**w1**	**w2**	**w3**	**w4**	**w1**	**w2**	**w3**	**w4**	**w1**	**w2**	**w3**	**w4**	**w1**	**w2**	**w3**	**w4**
1		X				X				X				X		
2	X				X				X				X			
3	X					X						X				X
4		X			X					X				X		
5		X						X	X							X
6	X						X					X			X	

ซึ่งจากตารางที่ 5.23 จะสังเกตเห็นว่า ในการคำนวณดังกล่าวได้ใช้รอบในการคำนวณทั้งหมด 4 รอบ โดยคำตอบสุดท้ายจะอยู่ในรอบที่ 4 ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

- ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ 1 ในสัปดาห์ที่ 2
- ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ 2 ในสัปดาห์ที่ 1
- ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ 3 ในสัปดาห์ที่ 4
- ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ 4 ในสัปดาห์ที่ 2
- ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ 5 ในสัปดาห์ที่ 4
- ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ 6 ในสัปดาห์ที่ 3



รูปที่ 5.3 ปริมาณกำลังไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายให้ได้เนื่องจากการซ่อมบำรุงรักษารวมทุกกรณี ในแต่ละรอบที่คำนวณ ด้วยวิธีเบนเดอร์ เคคอมโพสิชัน โรงไฟฟ้าพลังน้ำ

ส่วนในรูปที่ 5.3 เป็นการแสดงถึงแนวโน้มของการหาคำตอบ ด้วยวิธีเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน ซึ่งจะสังเกตเห็นว่าในแต่ละรอบที่คำนวณค่า Load Cut จะมีแนวโน้มลดลงเรื่อยๆ จนกระทั่งได้คำตอบที่ดีที่สุดที่ $z_{lower} \sim z_{upper}$

5.4.3 เปรียบเทียบคำตอบโดยไม่คำนึงถึงสภาวะที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหัน

ในที่นี้ผู้เขียนได้ทดลองหาคำตอบของแผนการซ่อมบำรุงรักษาดังกล่าว โดยไม่คำนึงถึงสภาวะที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหันไว้ล่วงหน้า ด้วยวิธีเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน โดยใช้ระบบทดสอบเดียวกัน เพื่อเป็นการเปรียบเทียบคำตอบที่ได้มากับวิธีการคำนวณในบทความนี้ ดังรายละเอียดในตารางที่ 5.24

จากตารางที่ 5.24 จะสังเกตได้ว่าปริมาณไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้ไฟฟ้าได้ (Total Load Cut) จะมีค่าเป็นศูนย์เหมือนกับคำตอบในตารางที่ 5.22 (เฉพาะกรณีที่ไม่มีสายส่งใดถูกปลด) แต่ถ้าเมื่อใดที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหันในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้า

โดยที่ไม่ได้มีการวางแผนรองรับกรณีดังกล่าวไว้ล่วงหน้า ค่าปริมาณไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้ไฟฟ้าได้นี้จะมีค่ามากกว่าค่าคำตอบในตารางที่ 5.22 อย่างแตกต่างชัดเจน ดังคำตอบในตารางที่ 5.25

ตารางที่ 5.24 คำตอบในกรณีที่ไม่คำนึงถึงสภาวะที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหัน

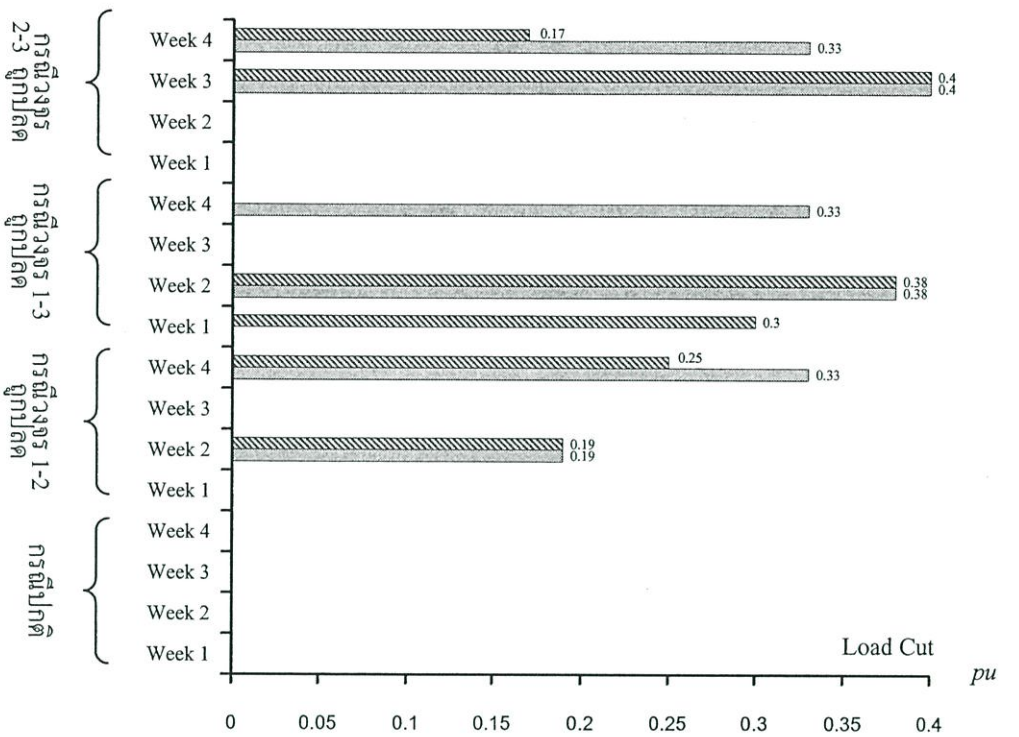
	Gen. Bus 1	Gen. Bus 2	Gen. Bus 3	Flow 1-2	Flow 1-3	Flow 2-3	Load Cut Bus 1	Load Cut Bus 2	Load Cut Bus 3	Total Load Cut
กรณีปกติ (กรณีที่ไม่มีสายส่งใดถูกปลด)										
Week 1	1.90	2.60	2.20	0.00	-0.30	0.40	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 2	1.90	1.90	2.565	0.19	-0.38	0.00	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 3	2.50	2.30	1.90	0.30	0.00	0.40	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 4	2.28	1.90	1.85	0.30	0.00	0.22	0.00	0.00	0.00	**0**

ตารางที่ 5.25 ผลกระทบจากกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหัน

	Gen. Bus 1	Gen. Bus 2	Gen. Bus 3	Flow 1-2	Flow 1-3	Flow 2-3	Load Cut Bus 1	Load Cut Bus 2	Load Cut Bus 3	Total Load Cut
กรณีวงจร 1-2 (b_{12}) ถูกปลดระหว่างทำการซ่อมบำรุงรักษา										
Week 1	2.20	2.60	1.90	-	0.00	0.40	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 2	1.90	1.90	2.375	-	-0.19	0.00	0.00	0.19	0.00	**0.19**
Week 3	2.20	2.60	1.90	-	0.00	0.40	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 4	1.90	1.90	1.90	-	0.00	0.00	0.08	0.08	0.17	**0.33**
กรณีวงจร 1-3 (b_{13}) ถูกปลดระหว่างทำการซ่อมบำรุงรักษา										
Week 1	2.50	2.30	1.90	0.30	-	0.40	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 2	1.90	1.90	2.185	0.00	-	0.00	0.19	0.19	0.00	**0.38**
Week 3	2.50	2.30	1.90	0.30	-	0.40	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 4	1.90	1.90	1.90	0.00	-	0.00	0.08	0.08	0.17	**0.33**
กรณีวงจร 2-3 (b_{23}) ถูกปลดระหว่างทำการซ่อมบำรุงรักษา										
Week 1	2.50	1.90	2.30	0.30	0.00	-	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 2	1.90	1.90	2.565	0.19	-0..38	-	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 3	2.50	1.90	1.90	0.30	0.00	-	0.00	0.00	0.40	**0.40**
Week 4	1.90	1.90	1.90	0.00	0.00	-	0.08	0.08	0.17	**0.33**

ซึ่งจากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าปริมาณไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้ไฟฟ้าได้ในตารางที่ 5.22 จะมีคำตอบที่มีความเชื่อถือได้มากกว่าคำตอบในตารางที่ 5.25 เนื่องจากมีปริมาณ

ไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้ไฟฟ้าได้น้อยกว่า ทั้งๆที่ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นมีค่าใกล้เคียงกัน ซึ่งสามารถเปรียบเทียบได้ดังรูปที่ 5.4



▨ พิจารณากรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดกะทันหันตามรายละเอียดตารางที่ 5.22

□ ไม่พิจารณากรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดกะทันหันตามรายละเอียดในตารางที่ 5.24 และ 5.25

รูปที่ 5.4 เปรียบเทียบปริมาณโหลดที่ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้ไฟฟ้าได้ ในแต่ละวิธีการคำนวณ

5.5 การประยุกต์ใช้กับระบบทดสอบโดยพิจารณาว่าเป็นโรงไฟฟ้าพลังความร้อน

5.5.1 ระบบทดสอบของการกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังความร้อน

ในที่นี้จะใช้รูปแบบของวงจรระบบทดสอบตามรูปที่ 5.1 ในการสร้างตารางเวลาการปลดวงจรเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเพื่อทำการซ่อมบำรุงรักษาในช่วงเวลาที่เหมาะสมที่สุด โดยที่จะมีการปรับเปลี่ยนค่าตัวแปรต่างๆบางตัวแปร เพื่อให้เห็นภาพชัดขึ้น ดังนี้

- เครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละชุดจะต้องทำการซ่อมบำรุงรักษา (6 ชุด)
- การบำรุงรักษาไม่อนุญาตให้ดำเนินการมากกว่า 1 เครื่อง ในเวลาที่พร้อมกัน ณ โรงไฟฟ้าเดียวกัน
- ระดับโหลดที่พิจารณาในแต่ละสัปดาห์คือ 90% 100% 95% และ 95% ตามลำดับ
- ขอบเขตการใช้งานจะถูกพิจารณาครอบคลุม 1 เดือน (พิจารณา 4 ช่วงเวลา)

- ค่าซ่อมบำรุงรักษาในแต่ละช่วงเวลามีค่าใช้จ่ายเท่ากัน (กำหนดให้ $c_{it} = 1$)
- โดยข้อมูลอื่นๆที่เกี่ยวข้อง มีรายละเอียดดังตารางที่ 5.26 – 5.32

ตารางที่ 5.26 ค่าความเสียหายของผลผลิตในแต่ละบัสอันเนื่องจากการดับไฟของบัสนั้นๆ

Bus	α_j (pu)
1	1.00
2	1.00
3	1.00

ตารางที่ 5.27 ข้อมูลเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของระบบทดสอบขนาดเล็ก

Generator	Maximum Generation (pu)
1	1.90
2	2.30
3	1.90
4	1.80
5	2.50
6	2.40

ตารางที่ 5.28 ข้อมูลโหลดของระบบทดสอบโรงไฟฟ้าพลังความร้อน

Bus	Load (pu)
1	1.70
2	1.65
3	2.10

ตารางที่ 5.29 ข้อมูลพิกัดของระบบส่งไฟฟ้าระบบทดสอบโรงไฟฟ้าพลังความร้อน

From Bus	To Bus	Circuit Flow (pu)
1	2	0.40
1	3	0.50
2	3	0.50

ตารางที่ 5.30 ช่วงเวลาที่สามารถหยุดเดินเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของโรงไฟฟ้าพลังความร้อนได้

Generator	Allowed Period
1	2-4
2	1-4
3	1-4
4	1-3
5	3-4
6	2-4

ตารางที่ 5.31 ระยะเวลาที่ใช้ในการบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าโรงไฟฟ้าพลังความร้อน

Generator	Period Duration
1	1
2	3
3	2
4	1
5	1
6	2

ตารางที่ 5.32 ค่าสัมประสิทธิ์เชื้อเพลิงในการเดินเครื่องกำเนิดไฟฟ้าพลังความร้อน

Generator	a (\$/h)	b (\$/pu)	c (\$/pu^2-h)
1	797.56	12.21	0.0034
2	912.32	11.51	0.0038
3	712.20	13.97	0.0034
4	761.60	13.95	0.0029
5	887.88	11.64	0.0039
6	891.55	11.89	0.0032

5.5.2 การประยุกต์ใช้เทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน (Benders Decomposition) กับการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังความร้อน

ฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ (5.1) และเงื่อนไขข้อจำกัดตั้งแต่เงื่อนไขที่ (5.3) ถึง (5.17) ดังที่กล่าวมาข้างต้นจะมีรูปแบบตัวแปรของปัญหาตั้งต้นเหมือนสมการเมตริกซ์ที่ (5.20) ถึง (5.28) ของการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำ ส่วนสมการเมตริกซ์ (5.18) และ (5.19) ของการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำนั้นจะแตกต่างกับ

รูปแบบตัวแปรของแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังความร้อนนี้ ดังสมการที่ (5.30) และ (5.32)

$$\left.\begin{aligned} c^T &= [\alpha_j] = [\,..\; c_1^T \;..\vdots..\; c_2^T \;..\vdots..\; c_3^T \;..\vdots..\; c_4^T \;..\vdots..\; c_5^T \;..\vdots..\; c_6^T \;..\,] \\ c_1^T &= [\alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1 \quad \alpha_1] \\ c_2^T &= [\alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2 \quad \alpha_2] \\ c_3^T &= [\alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3 \quad \alpha_3] \\ c_4^T &= [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1], \; c_5^T = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1] \\ c_6^T &= [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1] \end{aligned}\right\} \quad (5.30)$$

$$\left.\begin{aligned} x = [r_{jtk}] &= \begin{bmatrix} : \\ x_1 \\ \vdots \\ : \\ x_2 \\ \vdots \\ : \\ x_3 \\ \vdots \\ : \\ x_4 \\ \vdots \\ : \\ x_5 \\ \vdots \\ : \\ x_6 \\ : \end{bmatrix}, \quad x_1 = \begin{bmatrix} r_{110} \\ r_{120} \\ r_{130} \\ r_{140} \\ r_{111} \\ r_{121} \\ r_{131} \\ r_{141} \\ r_{112} \\ r_{122} \\ r_{132} \\ r_{142} \\ r_{113} \\ r_{123} \\ r_{133} \\ r_{143} \end{bmatrix}, \; x_2 = \begin{bmatrix} r_{210} \\ r_{220} \\ r_{230} \\ r_{240} \\ r_{211} \\ r_{221} \\ r_{231} \\ r_{241} \\ r_{212} \\ r_{222} \\ r_{232} \\ r_{242} \\ r_{213} \\ r_{223} \\ r_{233} \\ r_{243} \end{bmatrix}, \; x_3 = \begin{bmatrix} r_{310} \\ r_{320} \\ r_{330} \\ r_{340} \\ r_{311} \\ r_{321} \\ r_{331} \\ r_{341} \\ r_{312} \\ r_{322} \\ r_{332} \\ r_{342} \\ r_{313} \\ r_{323} \\ r_{333} \\ r_{343} \end{bmatrix} \end{aligned}\right\} \quad (5.31)$$

$$x_4 = \begin{bmatrix} f_{11}(g_{11}) \\ f_{12}(g_{12}) \\ f_{13}(g_{13}) \\ f_{14}(g_{14}) \\ f_{21}(g_{21}) \\ f_{22}(g_{22}) \\ f_{23}(g_{23}) \\ f_{24}(g_{24}) \end{bmatrix}, \; x_5 = \begin{bmatrix} f_{31}(g_{31}) \\ f_{32}(g_{32}) \\ f_{33}(g_{33}) \\ f_{34}(g_{34}) \\ f_{41}(g_{41}) \\ f_{42}(g_{42}) \\ f_{43}(g_{43}) \\ f_{44}(g_{44}) \end{bmatrix}, \; x_6 = \begin{bmatrix} f_{51}(g_{51}) \\ f_{52}(g_{52}) \\ f_{53}(g_{53}) \\ f_{54}(g_{54}) \\ f_{61}(g_{61}) \\ f_{62}(g_{62}) \\ f_{63}(g_{63}) \\ f_{64}(g_{64}) \end{bmatrix} \quad \Bigg\} (5.31)$$

จากข้างต้นเราจะแยกปัญหาตั้งต้น (Original Problem) ออกเป็น 2 ส่วน คือ ปัญหาหลัก (Master Problem) และปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (Dual Subproblem)

โดยปัญหาหลักยังคงมีรูปแบบฟังก์ชั่นเช่นเดียวกับปัญหาหลักของการแก้ปัญหาโรงไฟฟ้าพลังน้ำที่กล่าวมาข้างต้น ดังฟังก์ชั่น (5.33) นี้

- **ปัญหาหลัก (Master Problem)**

$$\begin{aligned} &Minimize \quad z_{lower} \\ &s.t. \quad z_{lower} \geq \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NG} c_{it}x_{it} \;\; ; All \;\; i \\ &\sum_{t=1}^{T} x_{it} \geq 1, \; \sum_{t=1}^{T} x_{it} = d_i \;\; ; All \;\; i \\ &\sum_{i=1}^{NG} \left| x_{(i+1),t} - x_{i,t} \right| = 2 \;\; ; All \;\; i \\ &\sum_{t-di=1}^{t} \sum_{i \in \phi u} x_{it} \leq 1 \;\; ; All \;\; t \\ &x_{it} \in \{0,1\}, \; x_{it} = 0 \text{ ที่ } t < t_i^{\min} \text{ และ } t > t_i^{\max} \end{aligned} \quad \Bigg\} (5.33)$$

ซึ่งในแต่ละเงื่อนไขข้างต้นจะสามารถเขียนเป็นสมการย่อยได้ดังตารางที่ 5.33 – 5.34 ดังนี้

ตารางที่ 5.33 สมการฟังก์ชั่น $\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NG} c_{it}x_{it}$

$\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NG} c_{it}x_{it}$
*(x11*c11+x12*c12+x13*c13+x14*c14)+(x21*c21+x22*c22+x23*c23+x24*c24)+(x31*c31+x32*c32+x33*c33 +x34*c34)+(x41*c41+x42*c42+x43*c43+x44*c44)+(x51*c51+x52*c52+x53*c53+x54*c54)+(x61*c61+x62*c 62+x63*c63+x64*c64)*

ตารางที่ 5.34 สมการเงื่อนไข $\sum_{t=1}^{T} x_{it} = d_i$, $\left\{\sum_{t=1}^{T}\left|x_{i,(t+1)} - x_{i,t}\right|\right\} + \left|x_{i,T} - x_{i,1}\right| = 2$ และ $\sum_{t-di=1}^{t}\sum_{i\in\phi u} x_{it} \le 1$

$\sum_{t=1}^{T} x_{it} = d_i$, $\left\{\sum_{t=1}^{T}\left\|x_{i,(t+1)} - x_{i,t}\right\|\right\} + \left\|x_{i,T} - x_{i,1}\right\| = 2$	$\sum_{t-di=1}^{t}\sum_{i\in\phi u} x_{it} \le 1$
$x11+x12+x13+x14 = d1$, ... เครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุด 1 ...	$x11+x21 = 1$, ... บัส 1 ...
$x21+x22+x23+x24 = d2$, ... เครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุด 2 ...	$x12+x22 = 1$, ... บัส 1 ...
$x31+x32+x33+x34 = d3$, ... เครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุด 3 ...	$x13+x23 = 1$, ... บัส 1 ...
$x41+x42+x43+x44 = d4$, ... เครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุด 4 ...	$x14+x24 = 1$, ... บัส 1 ...
$x51+x52+x53+x54 = d5$, ... เครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุด 5 ...	$x31+x41 = 1$, ... บัส 2 ...
$x61+x62+x63+x64 = d6$; ... เครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุด 6 ...	$x32+x42 = 1$, ... บัส 2 ...
$\|x11-x12\|+\|x12-x13\|+\|x13-x14\|+\|x14-x11\| = 2$	$x33+x43 = 1$, ... บัส 2 ...
$\|x21-x22\|+\|x22-x23\|+\|x23-x24\|+\|x24-x21\| = 2$	$x34+x44 = 1$, ... บัส 2 ...
$\|x31-x32\|+\|x32-x33\|+\|x33-x34\|+\|x34-x31\| = 2$	$x51+x61 = 1$, ... บัส 3 ...
$\|x41-x42\|+\|x42-x43\|+\|x43-x44\|+\|x44-x41\| = 2$	$x52+x62 = 1$, ... บัส 3 ...
$\|x51-x52\|+\|x52-x53\|+\|x53-x54\|+\|x54-x51\| = 2$	$x53+x63 = 1$, ... บัส 3 ...
$\|x61-x62\|+\|x62-x63\|+\|x63-x64\|+\|x64-x61\| = 2$	$x54+x64 = 1$, ... บัส 3 ...

ส่วนปัญหาย่อยของการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังความร้อนนี้จะมีความแตกต่างจากการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำที่กล่าวมาข้างต้นค่อนข้างมาก เนื่องจากได้มีค่าเชื้อเพลิงเข้ามาเกี่ยวข้อง ประกอบกับไม่ได้มีการพิจารณากรณีเงื่อนไขของระบบส่งไฟฟ้าในสภาวะต่างๆ

- **ปัญหาย่อย (Subproblem)**

$$
\left.
\begin{aligned}
\textit{Minimize} \quad & \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NG} c_{it}x_{it} + \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NG} f_{it}(g_{it}) + \sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{NB} \alpha_j r_{jt} \\
s.t. \quad & \sum_{t-di=1}^{t}\sum_{i\in\phi u} x_{it}\, {g_{it}}^{\max} \le {g_{ut}}^{\max} \;; All \;\; t \\
& \sum_{i\in\Omega g} g_{it} + \sum_{s\in\Omega j} f_{sj} - \sum_{v\in\Omega j} f_{jv} + r_{jt} = L_{jt} \;; All \;\; j,t,k \\
& g_{it} - (1-x_{it})\cdot {g_{it}}^{nom} \le 0 \;\; ; All \;\; (t,i),k \\
& g_{it} - (1-x_{it})\cdot {g_{it}}^{\min} \ge 0 \;\; ; All \;\; (t,i),k \\
& \left|f_{sj,t}\right| \le {f_{sj,t}}^{\max} \;\; ; All \;\; (s, j\ne s),k \\
& \left|f_{jv,t}\right| \le {f_{jv,t}}^{\max} \;\; ; All \;\; (j, v\ne j),k \\
& \sum_{t=1}^{T} r_{jt} \le z_j \;\; ; All \;\; t \\
& f_{it}(g_{it}) = t_p \bullet (a_i + b_i g_{it} + c_i {g_{it}}^2) \;; All \;\; j,t
\end{aligned}
\right\} \quad (5.33)
$$

ซึ่งในแต่ละเงื่อนไขข้างต้นจะสามารถเขียนเป็นสมการย่อยได้ดังตารางที่ 5.35 – 5.37 ดังนี้

ตารางที่ 5.35 สมการเงื่อนไขข้อจำกัดด้านการใช้งานที่เกี่ยวข้องกับ r_{jtk} (พิจารณาเฉพาะ $k = 0$)

ข้อจำกัดด้านการใช้งานที่เกี่ยวข้องกับ r_{jtk}	ข้อจำกัดด้านการใช้งานที่เกี่ยวข้องกับ r_{jtk}
(ข้อจำกัดของการสมดุลโหลด) g110+f1310-f1210+r110 = Lb1w1, ... บัส 1 ... t1 g120+f1320-f1220+r120 = Lb1w2, ... บัส 1 ... t2 g130+f1330-f1230+r130 = Lb1w3, ... บัส 1 ... t3 g140+f1340-f1240+r140 = Lb1w4, ... บัส 1 ...t4 g210+f1210-f2310+r210 = Lb2w1, ... บัส 2 ...t1 g220+f1220-f2320+r220 = Lb2w2, ... บัส 2 ...t2 g230+f1230-f2330+r230 = Lb2w3, ... บัส 2 ...t3 g240+f1240-f2340+r240 = Lb2w4, ... บัส 2 ...t4 g310+f2310-f1310+r310 = Lb3w1, ... บัส 3 ...t1 g320+f2320-f1320+r320 = Lb3w2, ... บัส 3 ...t2 g330+f2330-f1330+r330 = Lb3w3, ... บัส 3 ...t3 g340+f2340-f1340+r340 = Lb3w4; ... บัส 3 ...t4 g110 >= gi11+gi21, g120 >= gi12+gi22, g130 >= gi13+gi23, g140 >= gi14+gi24, g210 >= gi31+gi41, g220 >= gi32+gi42, g230 >= gi33+gi43, g240 >= gi34+gi44, g310 >= gi51+gi61, g320 >= gi52+gi62, g330 >= gi53+gi63, g340 >= gi54+gi64, *(ข้อจำกัดทางด้านความสามารถของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า)* g110+1.9*x11+1.9*x21 <= 3.8, g120+1.9*x12+1.9*x22 <= 3.8, g130+1.9*x13+1.9*x23 <= 3.8, g140+1.9*x14+1.9*x24 <= 3.8, g210+1.9*x31+1.9*x41 <= 3.8, g220+1.9*x32+1.9*x42 <= 3.8, g230+1.9*x33+1.9*x43 <= 3.8, g240+1.9*x34+1.9*x44 <= 3.8, g310+1.9*x51+1.9*x61 <= 3.8, g320+1.9*x52+1.9*x62 <= 3.8, g330+1.9*x53+1.9*x63 <= 3.8, g340+1.9*x54+1.9*x64 <= 3.8,	*(ข้อจำกัดทางด้านความสามารถในการผลิตกำลังไฟฟ้าขั้นต่ำ)* g110+1.9*x11+1.9*x21 >= 0, g120+1.9*x12+1.9*x22 >= 0, g130+1.9*x13+1.9*x23 >= 0, g140+1.9*x14+1.9*x24 >= 0, g210+1.9*x31+1.9*x41 >= 0, g220+1.9*x32+1.9*x42 >= 0, g230+1.9*x33+1.9*x43 >= 0, g240+1.9*x34+1.9*x44 >= 0, g310+1.9*x51+1.9*x61 >= 0, g320+1.9*x52+1.9*x62 >= 0, g330+1.9*x53+1.9*x63 >= 0, g340+1.9*x54+1.9*x64 >= 0, *(ค่าเชื้อเพลิงในการผลิตกำลังไฟฟ้าขั้นต่ำ)* f11=(a1*g11)+(b1*g11)^2+c1 f12=(a1*g12)+(b1*g12)^2+c1 f13=(a1*g13)+(b1*g13)^2+c1 f14=(a1*g14)+(b1*g14)^2+c1 f21=(a2*g21)+(b2*g21)^2+c2 f22=(a2*g22)+(b2*g22)^2+c2 f23=(a2*g23)+(b2*g23)^2+c2 f24=(a2*g24)+(b2*g24)^2+c2 f31=(a3*g31)+(b3*g31)^2+c3 f32=(a3*g32)+(b3*g32)^2+c3 f33=(a3*g33)+(b3*g33)^2+c3 f34=(a3*g34)+(b3*g34)^2+c3 f41=(a4*g41)+(b4*g41)^2+c4 f42=(a4*g42)+(b4*g42)^2+c4 f43=(a4*g43)+(b4*g43)^2+c4 f44=(a4*g44)+(b4*g44)^2+c4 f51=(a5*g51)+(b5*g51)^2+c5 f52=(a5*g52)+(b5*g52)^2+c5 f53=(a5*g53)+(b5*g53)^2+c5 f54=(a5*g54)+(b5*g54)^2+c5 f61=(a6*g61)+(b6*g61)^2+c6 f62=(a6*g62)+(b6*g62)^2+c6 f63=(a6*g63)+(b6*g63)^2+c6 f64=(a6*g64)+(b6*g64)^2+c6

ตารางที่ 5.36 สมการเงื่อนไข $-f_{ij,t}^{max} \le |b_{ij}\theta_{ij}|_t \le f_{ij,t}^{max}$

$-f_{ij,t}^{max} \le \lvert b_{ij}\theta_{ij}\rvert_t \le f_{ij,t}^{max}$	$-f_{ij,t}^{max} < \lvert b_{ij}\theta_{ij}\rvert_t < f_{ij,t}^{max}$
(ข้อจำกัดการไหลของระบบส่งไฟฟ้า) - Circuit 1-2 - f1210 <= .3, - Circuit 1-3 - f1310 <= .4,	- Circuit 2-3 - f2310 <= .4,

ตารางที่ 5.36 (ต่อ)

$-f_{ij,t}^{max} \le \lvert b_{ij}\theta_{ij}\rvert_t \le f_{ij,t}^{max}$		$-f_{ij,t}^{max} \le \lvert b_{ij}\theta_{ij}\rvert_t \le f_{ij,t}^{max}$
f1220 <= .3,	*f1320 <= .4,*	*f2320 <= .4,*
f1230 <= .3,	*f1330 <= .4,*	*f2330 <= .4,*
f1240 <= .3,	*f1340 <= .4,*	*f2340 <= .4,*
f1211 <= .3,	*f1311 <= .4,*	*f2311 <= .4,*
f1221 <= .3,	*f1321 <= .4,*	*f2321 <= .4,*
f1231 <= .3,	*f1331 <= .4,*	*f2331 <= .4,*
f1241 <= .3,	*f1341 <= .4,*	*f2341 <= .4,*
f1212 <= .3,	*f1312 <= .4,*	*f2312 <= .4,*
f1222 <= .3,	*f1322 <= .4,*	*f2322 <= .4,*
f1232 <= .3,	*f1332 <= .4,*	*f2332 <= .4,*
f1242 <= .3,	*f1342 <= .4,*	*f2342 <= .4,*
f1213 <= .3,	*f1313 <= .4,*	*f2313 <= .4,*
f1223 <= .3,	*f1323 <= .4,*	*f2323 <= .4,*
f1233 <= .3,	*f1333 <= .4,*	*f2333 <= .4,*
f1243 <= .3,	*f1343 <= .4,*	*f2343 <= .4,*
f1210 >= -.3,	*f1310 <= -.4,*	*f2310 >= -.4,*
f1220 >= -.3,	*f1320 <= -.4,*	*f2320 >= -.4,*
f1230 >= -.3,	*f1330 <= -.4,*	*f2330 >= -.4,*
f1240 >= -.3,	*f1340 <= -.4,*	*f2340 >= -.4,*
f1211 >= -.3,	*f1311 <= -.4,*	*f2311 >= -.4,*
f1221 >= -.3,	*f1321 <= -.4,*	*f2321 >= -.4,*
f1231 >= -.3,	*f1331 <= -.4,*	*f2331 >= -.4,*
f1241 >= -.3,	*f1341 <= -.4,*	*f2341 >= -.4,*
f1212 >= -.3,	*f1312 <= -.4,*	*f2312 >= -.4,*
f1222 >= -.3,	*f1322 <= -.4,*	*f2322 >= -.4,*
f1232 >= -.3,	*f1332 <=- .4,*	*f2332 >= -.4,*
f1242 >= -.3,	*f1342 <= -.4,*	*f2342 >= -.4,*
f1213 >= -.3,	*f1313 <= -.4,*	*f2313 >= -.4,*
f1223 >= -.3,	*f1323 <= -.4,*	*f2323 >= -.4,*
f1233 >= -.3,	*f1333 <= -.4,*	*f2333 >= -.4,*
f1243 >= -.3,	*f1343 <= -.4,*	*f2343 >= -.4*

ทั้งนี้จะสังเกตได้ว่าในการแก้ปัญหาดังกล่าว ผู้ผลิตไฟฟ้ามีความสามารถในการจ่ายไฟฟ้าให้แก่ผู้ใช้ไฟฟ้าได้ทั้งหมดในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษา ซึ่งในกรณีนี้เราจะพิจารณาการกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษา โดยมีเป้าหมายคือให้ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นมีค่าน้อยที่สุด โดยที่กำลังไฟฟ้าสำรองอยู่ในเกณฑ์ที่เหมาะสม ซึ่งในที่นี้กำหนดให้กำลังผลิตไฟฟ้าสำรองในแต่ละบัสจะต้องมีค่าไม่น้อยกว่า 10 % ของผลรวมของปริมาณกำลังไฟฟ้าทั้งหมด โดยในที่นี้จะแทน z_j ด้วย ac_j

ตารางที่ 5.37 สมการเงื่อนไข $\sum_{t=1}^{T} r_{jt} \le z_j \; ; All \;\; t$

$\sum_{t=1}^{T} r_{jt} \le z_j \; ; All \;\; t$		$\sum_{t=1}^{T} r_{jt} \le z_j \; ; All \;\; t$
r110 <= ac1,	*r210 <= ac2,*	*r310 <= ac3,*
r120 <= ac1,	*r220 <= ac2,*	*r320 <= ac3,*
r130 <= ac1,	*r230 <= ac2,*	*r330 <= ac3,*
r140 <= ac1,	*r240 <= ac2,*	*r340 <= ac3,*

ซึ่งจากข้างต้นจะได้ทั้งปัญหาตั้งต้น (Original Problem) ปัญหาหลัก (Master Problem) และปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (Dual Subproblem) แล้ว ต่อไปจะเป็นการหาอสมการข้อจำกัดของเทคนิคเบนเดอร์คัท (Benders' Cut) ซึ่งจะมี 2 กรณี

- กรณีปัญหาย่อย (SP1) (4.7) หรือปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (SP2) สามารถหาคำตอบได้ ให้เปรียบเทียบคำตอบ z_{lower} จากขั้นตอนที่ 1 และ z_{upper} จากขั้นตอนที่ 2
  - ถ้า $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right| \leq \varepsilon$ ให้หยุดการคำนวณและถือคำตอบล่าสุดเป็นคำตอบปัญหาตั้งต้น
  - ถ้า $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right| > \varepsilon$ ให้เพิ่มข้อจำกัด $z_{lower} \geq d^T y + (h - Fy)^T \hat{u}_p$ ในปัญหาหลัก (MP1) ในกรณีที่หาคำตอบโดยใช้ปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (SP2) และให้เพิ่ม $z_{lower} \geq d^T y + c^T \hat{x} - (y - \hat{y})^T \cdot F^T u_i^p$ โดย $i = 1, 2, ..., n_p$ ในกรณีที่หาคำตอบโดยใช้ปัญหาย่อย (SP1) (โดยเรียกปัญหาหลักที่เพิ่มเงื่อนไขดังกล่าวนี้ว่า MP2) และทำตามขั้นตอนที่ 3 ต่อไป
- กรณีปัญหาย่อย (SP1) ไม่มีผลตอบ (Infeasible Solution) หรือปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (SP2) มีผลตอบที่ไม่มีขอบเขตจำกัด (Unbounded Solution) ให้เพิ่มข้อจำกัด $(h - Fy)^T u^r \leq 0$ ในปัญหาหลัก

และจากสมการที่กล่าวมาข้างต้นทั้งหมดนั้น จะสามารถคำนวณได้ดังนี้

รอบที่ 1

ขั้นตอนที่ 1 หาผลตอบในปัญหาหลัก (MP1)

โดยในที่นี้จะได้ค่า $z_{lower} = 6.00$ และ $\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NG} c_{it} x_{it} = 6.00$ ส่วนตัวแปร $\hat{x}$ มีค่าดังตารางที่ 5.38

ตารางที่ 5.38 ผลตอบของ $\hat{x}$ ใน MP1

ผลตอบของ $\hat{x}$ ใน MP1	
$\hat{x}_{11} = 0, \hat{x}_{12} = 0, \hat{x}_{13} = 0, \hat{x}_{14} = 1,$	$\hat{x}_{41} = 0, \hat{x}_{42} = 0, \hat{x}_{43} = 1, \hat{x}_{44} = 0,$
$\hat{x}_{21} = 1, \hat{x}_{22} = 1, \hat{x}_{23} = 1, \hat{x}_{24} = 0,$	$\hat{x}_{51} = 0, \hat{x}_{52} = 0, \hat{x}_{53} = 0, \hat{x}_{54} = 1,$
$\hat{x}_{31} = 1, \hat{x}_{32} = 1, \hat{x}_{33} = 0, \hat{x}_{34} = 0,$	$\hat{x}_{61} = 0, \hat{x}_{62} = 1, \hat{x}_{63} = 1, \hat{x}_{64} = 0$

ใช้รอบในการคำนวณ 165 รอบ และใช้ระยะเวลาในการคำนวณ 4 วินาที

ขั้นตอนที่ 2 หาผลตอบในปัญหาย่อย (SP1) หรือปัญหาย่อยซึ่งเป็นปัญหาควบคู่ (SP2)

ซึ่งในที่นี้ผลตอบเท่ากับ 19.9670

ใช้รอบในการคำนวณ 1,270 รอบ และใช้ระยะเวลาในการคำนวณ 74 วินาที

จากผลตอบข้างต้น $z_{upper} = \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NG} c_{it}x_{it}$ +19.9670 = 6.00 + 19.9670 = 21.9670 เปรียบเทียบผลตอบ z_{lower} จากขั้นตอนที่ 1 และ z_{upper} จากขั้นตอนที่ 2 ซึ่งในกรณีกำหนดให้ ε เท่ากับ 1% ซึ่งเท่ากับ $\frac{1}{100} \times z_{lower} = 0.220$ โดยในกรณีนี้ $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right| = 21.9670 - 6.000 = 19.9670$ ซึ่งมีค่ามากกว่า ε เนื่องจากในกรณีนี้เราใช้ปัญหาย่อย (SP1) ในการหาผลตอบ ดังนั้นในกรณีนี้เราจะเพิ่มข้อจำกัด $z_{lower} \geq c^T x + \alpha^T \hat{r} - (x - \hat{x})^T \cdot F^T u_i^p$ โดย $i = 1, 2, ..., n_p$ ในปัญหาหลัก ซึ่งผลตอบ $\hat{u}$ แต่ละค่าในขั้นตอนนี้มีค่าดังตารางที่ 5.39

ตารางที่ 5.39 ผลตอบของ $\hat{u}$ ในรอบที่ 1

$\hat{u}$		$\hat{u}$	
$u01 = 0,$	$u07 = 0,$	$u13 = 0,$	$u19 = 0,$
$u02 = 0,$	$u08 = 0,$	$u14 = 0,$	$u20 = 0,$
$u03 = 0,$	$u09 = 0,$	$u15 = 0,$	$u21 = 0,$
$u04 = 0,$	$u10 = 0,$	$u16 = 0,$	$u22 = 0,$
$u05 = 0,$	$u11 = 0,$	$u17 = 0.0001,$	$u23 = 0,$
$u06 = 0,$	$u12 = 0,$	$u18 = 0.0002,$	$u24 = 0,$

รอบที่ 2

ขั้นตอนที่ 3 หาผลตอบในปัญหาหลัก (MP4)

โดยในที่นี้จะได้ค่า z_{lower} = 21.9670 และ $\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NG} c_{it}x_{it}$ = 6.00 ส่วนตัวแปร $\hat{x}$ มีค่าดังตารางที่ 5.40

ตารางที่ 5.40 ผลตอบของ $\hat{x}$ ใน MP2

ผลตอบของ $\hat{x}$ ใน MP2	
$\hat{x}_{11} = 0, \hat{x}_{12} = 0, \hat{x}_{13} = 0, \hat{x}_{14} = 1,$	$\hat{x}_{41} = 0, \hat{x}_{42} = 0, \hat{x}_{43} = 1, \hat{x}_{44} = 0,$
$\hat{x}_{21} = 1, \hat{x}_{22} = 1, \hat{x}_{23} = 1, \hat{x}_{24} = 0,$	$\hat{x}_{51} = 0, \hat{x}_{52} = 0, \hat{x}_{53} = 0, \hat{x}_{54} = 1,$
$\hat{x}_{31} = 1, \hat{x}_{32} = 1, \hat{x}_{33} = 0, \hat{x}_{34} = 0,$	$\hat{x}_{61} = 0, \hat{x}_{62} = 1, \hat{x}_{63} = 1, \hat{x}_{64} = 0$

ใช้รอบในการคำนวณ 215 รอบ และใช้ระยะเวลาในการคำนวณ 32 วินาที

ขั้นตอนที่ 4 หาผลตอบในปัญหาย่อย (SP1) ครั้งที่ 2

ซึ่งในที่นี้ผลตอบเท่ากับ 19.9670

ใช้รอบในการคำนวณ 1,270 รอบ และใช้ระยะเวลาในการคำนวณ 74 วินาที

จากผลตอบข้างต้น $z_{upper} = \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{NG} c_{it}x_{it} + 19.9670 = 6.00 + 19.9670 = 21.9670$ เปรียบเทียบผลตอบล่าสุดของ z_{lower} และ z_{upper} โดยในกรณีนี้ $\left| \hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower} \right| = 21.9670 - 21.9670 = 0.00$ มีค่าน้อยกว่า ε จึงถือว่าผลตอบนี้คือผลตอบสุดท้าย ซึ่งค่าตัวแปรต่างๆที่คำนวณสามารถสรุปได้ดังตารางที่ 5.41 และ ตารางที่ 5.42 ดังนี้

ตารางที่ 5.41 สรุปผลตอบท้ายสุดของค่าตัวแปรต่างๆของระบบทดสอบโรงไฟฟ้าพลังความร้อน

	Gen. Bus 1	Gen. Bus 2	Gen. Bus 3	Flow 1-2	Flow 1-3	Flow 2-3	Reserve Bus 1	Reserve Bus 2	Reserve Bus 3	Min. Reserve
Week 1	1.4300	0.6850	2.7900	0.3000	0.4000	-0.5000	0.4700	1.2150	2.1100	**30.78%**
Week 2	1.5643	1.8005	2.0853	-0.4000	-0.2643	-0.2495	0.3357	1.8995	0.4147	**19.75%**
Week 3	1.5810	1.4904	2.1060	-0.4000	-0.3660	-0.5000	0.3189	0.3096	0.3940	**19.75%**
Week 4	1.9810	1.1904	2.2006	0.4000	0.0339	-0.4771	0.3189	0.6095	0.3940	**19.75%**

- **Generation Bus *j*** คือกำลังผลิตไฟฟ้าของ Generator ทั้งหมดในบัส *j*
- **Flow i-j** คือกำลังไฟฟ้าที่ไหลจากบัส *i* ไปยังบัส *j* และถ้าตัวแปรมีคำตอบติดลบ จะหมายความว่า ทิศทางของกำลังไฟฟ้าไหลในทิศตรงข้าม กล่าวคือไหลจากบัส *j* ไปยังบัส *i*
- **Reserve Bus *j*** คือปริมาณกำลังไฟฟ้าสำรองเทียบกับ Load ที่บัส *j*
- **Min. Reserve** คือ % ปริมาณกำลังไฟฟ้าสำรองที่มีค่าต่ำที่สุด ณ ช่วงเวลานั้นๆ

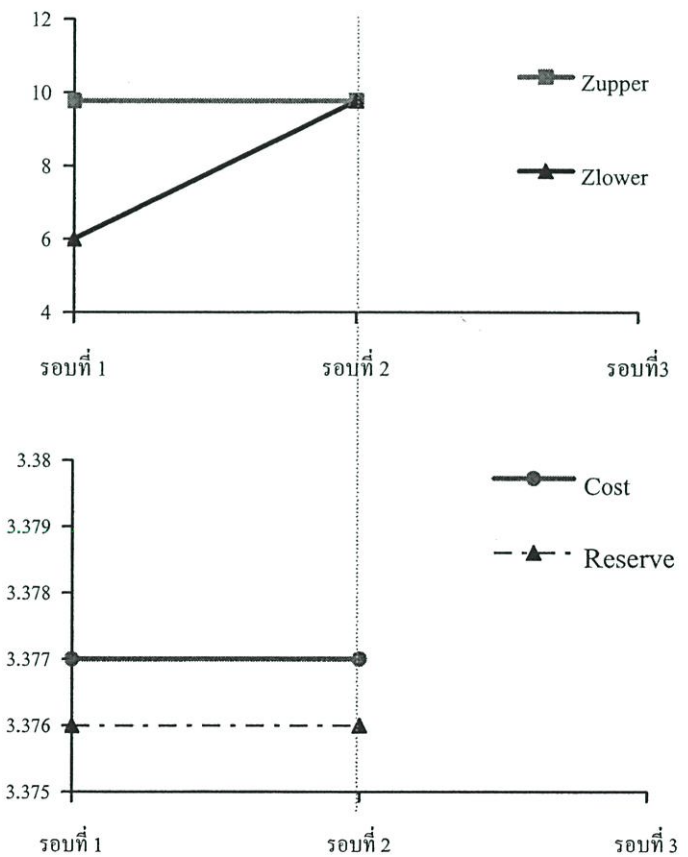
ตารางที่ 5.42 ตารางเวลาซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในแต่ละรอบที่คำนวณได้

	รอบที่ 1				**รอบที่ 2**			
Times	78 s.				106 s.			
Z_{upper}	9.77				9.77			
Z_{lower}	6.00				9.77			
Fuel Cost ($)	3,377,838.24				3,377,838.24			
Reserve Margin	19.75%				19.75%			
Generator	**w1**	**w1**	**w1**	**w1**	**w1**	**w2**	**w3**	**w4**
1				X				X
2	X	X	X		X	X	X	
3	X	X			X	X		
4			X				X	
5				X				X
6		X	X			X	X	

ซึ่งจากตารางที่ 5.42 จะสังเกตเห็นว่า ในการคำนวณดังกล่าวได้ใช้รอบในการคำนวณทั้งหมด 2 รอบ โดยคำตอบสุดท้ายจะอยู่ในรอบที่ 2 ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

- เริ่มทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ 1 ในสัปดาห์ที่ 4
- เริ่มทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ 2 ในสัปดาห์ที่ 1
- เริ่มทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ 3 ในสัปดาห์ที่ 1
- เริ่มทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ 4 ในสัปดาห์ที่ 3
- เริ่มทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ 5 ในสัปดาห์ที่ 4
- เริ่มทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ 6 ในสัปดาห์ที่ 5

โดยแผนการซ่อมบำรุงรักษาดังกล่าวจะทำให้เกิดค่าใช้จ่ายทั้งหมด 3,377,838.24 $ ส่วนปริมาณกำลังไฟฟ้าสำรองในแต่ละบัส มีรายละเอียดดังตารางที่ 5.41



รูปที่ 5.5 ค่าใช้จ่ายที่เกี่ยวเนื่องกับการซ่อมบำรุงรักษาในแต่ละรอบที่คำนวณ ด้วยวิธีเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน โรงไฟฟ้าพลังความร้อน

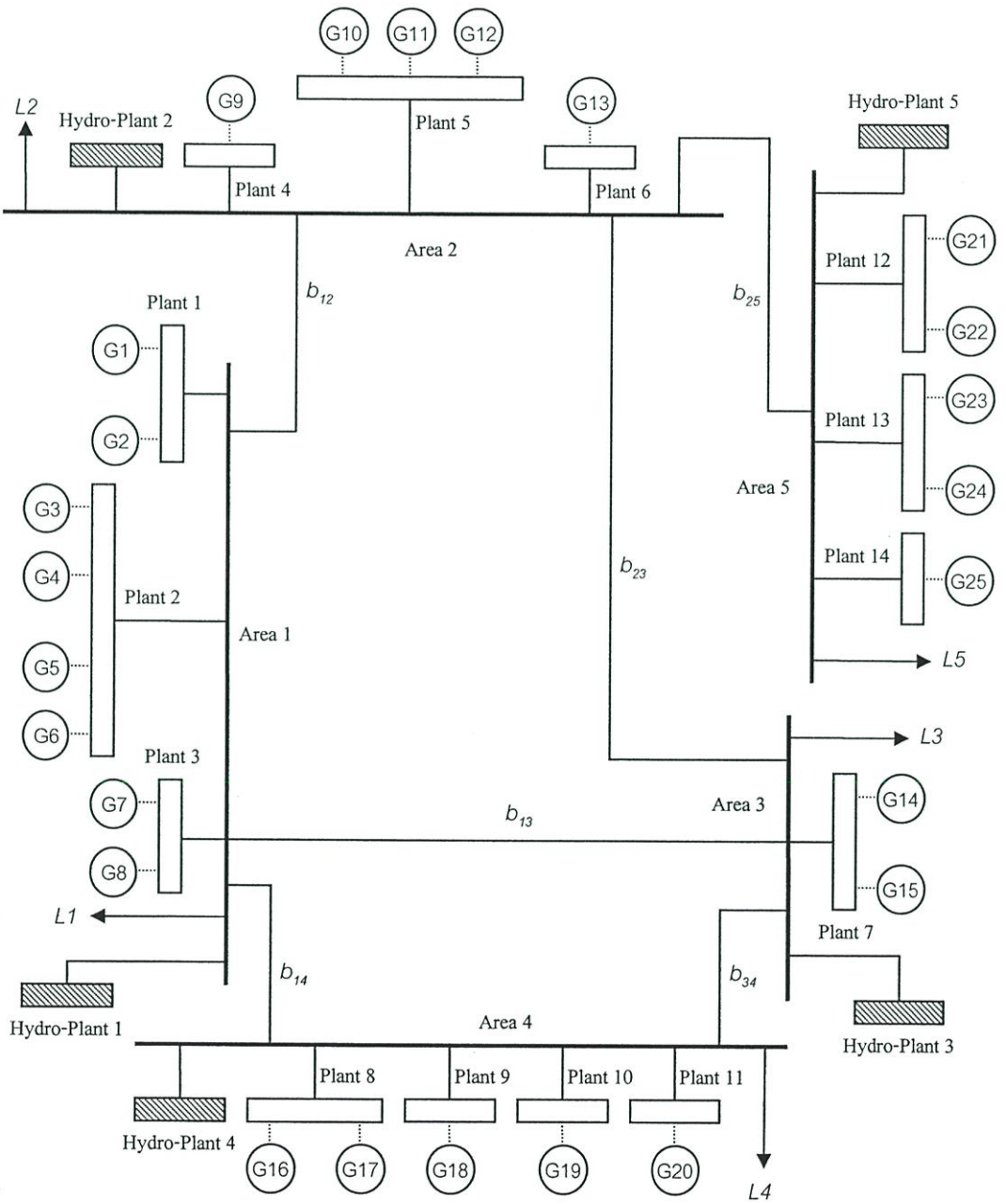
ในรูปที่ 5.5 แสดงถึงแนวโน้มของการหาคำตอบ ด้วยวิธีเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน ซึ่งจะสังเกตเห็นว่าคำตอบสุดท้ายจะอยู่ที่ $z_{lower} \sim z_{upper}$ คือ 3,377,838.24 $ โดยที่ปริมาณกำลังผลิตไฟฟ้าสำรองต่ำที่สุด (Minimal Reserve Margin) ยังอยู่ในเกณฑ์ที่เหมาะสมคือ 19.75% ซึ่งมากกว่า 10% ของปริมาณความต้องการไฟฟ้า (Load) ที่กำหนดไว้ในแต่ละบัส

บทที่ 6

ระบบทดสอบจริง

6.1 การประยุกต์ใช้กับระบบทดสอบจริง

6.1.1 ระบบทดสอบจริง



รูปที่ 6.1 ระบบทดสอบจริง [25]

ในที่นี้จะทำการทดสอบกับวงจรระบบทดสอบจริง [25] ตามรูปที่ 6.1 ซึ่งประกอบด้วยโรงไฟฟ้าทั้งหมด 19 แห่ง แบ่งเป็นโรงไฟฟ้าพลังความร้อน 14 แห่ง โรงไฟฟ้าพลังน้ำ 5 แห่ง เครื่องกำเนิดไฟฟ้าทั้งหมด 30 ชุด โดยจะพิจารณาแผนการซ่อมบำรุงรักษาเพียงจำนวน 25 ชุด โดยแบ่งพื้นที่ออกเป็น 5 พื้นที่ สายส่ง 6 วงจร

การสร้างตารางเวลาการปลดวงจรเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเพื่อทำการซ่อมบำรุงรักษาในช่วงเวลาที่เหมาะสมที่สุด อยู่ภายใต้ของข้อจำกัดและการกำหนดค่าต่างๆดังต่อไปนี้

- เครื่องกำเนิดไฟฟ้า G1 – G25 ต้องทำการซ่อมบำรุงรักษาภายในช่วงเวลาที่พิจารณาทั้งหมด
- เครื่องกำเนิดไฟฟ้า
- ไม่มีการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำในช่วงเวลาที่พิจารณา
- การบำรุงรักษาไม่อนุญาตให้ดำเนินการมากกว่า 1 เครื่อง ในเวลาที่พร้อมกัน ณ โรงไฟฟ้าเดียวกัน
- แผนการซ่อมบำรุงรักษาจะถูกพิจารณาครอบคลุม 3 เดือน (แบ่งออกเป็น 12 สัปดาห์)
- ข้อมูลอื่นๆที่เกี่ยวข้อง มีรายละเอียดดังตารางที่ 6.1– 6.6

ตารางที่ 6.1 ข้อมูลเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของโรงไฟฟ้าพลังความร้อนระบบทดสอบจริง [25]

Area	Generator	Minimum Generation (MW)	Maximum Generation (MW)
1	1	75	240
	2	75	240
	3	100	580
	4	100	580
	5	100	530
	6	100	530
	7	80	340
	8	80	340
2	9	100	500
	10	75	160
	11	75	160
	12	75	160
	13	100	580
3	14	50	240

ตารางที่ 6.1 (ต่อ)

Area	Generator	Minimum Generation (MW)	Maximum Generation (MW)
3	15	100	560
4	16	75	260
	17	75	260
	18	100	530
	19	75	200
	20	75	280
5	21	75	240
	22	75	240
	23	75	340
	24	100	580
	25	80	330
	Total	**2090**	**9000**

ตารางที่ 6.2 ข้อมูลกำลังผลิตของโรงไฟฟ้าพลังน้ำระบบทดสอบจริง [25]

Hydro-Plant	Maximum Generation (MW)
1	1500
2	400
3	880
4	180
5	530
Total	**12490**

ตารางที่ 6.3 ข้อมูลปริมาณโหลดในแต่ละช่วงเวลาของระบบทดสอบจริง [25]

Area	Load ในแต่ละสัปดาห์ (MW)											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2150	2100	1960	1790	1760	1810	2120	2400	2220	1800	1910	2170
2	1820	1800	1680	1540	1520	1600	1820	1870	1810	1650	1710	1850
3	1580	1400	1420	1360	1320	1350	1620	1670	1660	1390	1420	1600
4	670	530	520	530	630	650	680	690	690	550	540	670
5	3100	3170	2800	2650	2600	2690	2730	3230	2830	2810	2900	3140
Total	**9320**	**9000**	**8380**	**7870**	**7830**	**8100**	**8970**	**9860**	**9210**	**8200**	**8480**	**9430**

ตารางที่ 6.4 ข้อมูลพิกัดของระบบส่งไฟฟ้าของระบบทดสอบจริง [25]

From Area	To Area	Circuit Flow (MW)
1	2	1800
1	3	1000
1	4	500
2	3	1000
2	5	1500
3	4	800

ตารางที่ 6.5 ระยะเวลาที่ใช้ในการทำการซ่อมบำรุงรักษา และช่วงเวลาที่สามารถหยุดเดินเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ของระบบทดสอบจริงได้ [25]

Generator	Period Duration (Number of Week)	Allowed Period (Week)
1	1	5-10
2	1	1-7
3	2	1-4
4	2	3-7
5	2	5-9
6	2	8-12
7	2	9-12
8	2	5-9
9	3	1-5
10	1	3-9
11	1	8-12
12	1	6-11
13	2	2-10
14	1	7-12
15	2	3-12
16	3	1-8
17	3	3-11
18	3	2-12
19	3	2-11
20	1	1 5
21	1	4-10
22	1	8-12

ตารางที่ 6.5 (ต่อ)

Generator	Period Duration (Number of Week)	Allowed Period (Week)
23	2	1-7
24	2	9-12
25	2	1-7

ตารางที่ 6.6 ค่าสัมประสิทธิ์เชื้อเพลิงในการเดินเครื่องกำเนิดไฟฟ้าระบบทดสอบจริง

Generator	a ($/h)	b ($/MWh)	c ($/MW^2-h)
1	549.99	16.24	0.0042
2	557.14	16.20	0.0043
3	897.56	13.21	0.0034
4	912.32	13.51	0.0038
5	812.20	13.97	0.0034
6	861.60	13.95	0.0029
7	684.74	16.66	0.0021
8	690.65	16.81	0.0027
9	887.88	13.64	0.0039
10	384.12	20.12	0.0018
11	388.55	20.11	0.0025
12	390.00	20.14	0.0025
13	905.62	13.44	0.0031
14	589.12	16.22	0.0024
15	921.21	13.66	0.0033
16	585.62	16.95	0.0042
17	585.62	16.95	0.0042
18	891.55	13.89	0.0032
19	585.62	16.95	0.0042
20	551.19	16.24	0.0015
21	585.62	16.95	0.0042
22	585.62	16.95	0.0042
23	684.75	16.41	0.0026
24	902.21	13.09	0.0031
25	690.55	17.09	0.0029

6.1.2 การประยุกต์ใช้เทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน (Benders Decomposition) กับระบบทดสอบจริง

รูปแบบฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์และเงื่อนไขข้อจำกัดของระบบทดสอบดังกล่าวนี้จะมีรูปแบบตัวแปรของปัญหาตั้งต้นเหมือนกับสมการเมตริกซ์ที่ (5.20) ถึง (5.28) และสมการที่ (5.30) และ (5.31) ส่วนรูปแบบสมการทางคณิตศาสตร์มีรายละเอียดดังภาคผนวก ก.

ทั้งนี้จะสังเกตได้ว่าในการแก้ปัญหาดังกล่าว เป็นกรณีที่ผู้ผลิตไฟฟ้าสามารถจ่ายไฟให้แก่ผู้ใช้ไฟฟ้าได้ทั้งหมดในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษา ดังนั้นในกรณีนี้จะเป็นการพิจารณาการกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษา โดยมีเป้าหมายคือให้ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นมีค่าน้อยที่สุด โดยที่กำลังไฟฟ้าสำรองจะต้องอยู่ในเกณฑ์ที่เหมาะสม ซึ่งในที่นี้กำหนดให้กำลังผลิตไฟฟ้าสำรองในแต่ละบัสจะต้องมีค่าไม่น้อยกว่า 10 % ของปริมาณกำลังไฟฟ้าที่ต้องการในบัสนั้นๆ

และจากที่ผู้เขียนได้ทำการคำนวณหาคำตอบแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าด้วยวิธีเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น กับระบบทดสอบจริงดังกล่าว ผู้เขียนขอสรุปผลตอบของตัวแปรต่างๆในแต่ละพื้นที่ และตารางเวลาการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของระบบทดสอบดังกล่าว ดังตารางที่ 6.7 – 6.11 และตารางที่ 6.12 ตามลำดับดังนี้

ตารางที่ 6.7 ค่าคำตอบต่างๆของแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในพื้นที่ที่ 1

Description	Time Period					
	1	2	3	4	5	6
Generator 1 (240 MW)	-	240.00	240.00	240.00	205.47	240.00
Generator 2 (240 MW)	240.00	75.00	240.00	240.00	240.00	240.00
Generator 3 (580 MW)	-	-	391.60	335.35	338.06	162.63
Generator 4 (580 MW)	509.87	362.94	-	-	496.57	228.25
Generator 5 (530 MW)	410.89	392.09	433.93	325.50	-	-
Generator 6 (530 MW)	432.24	342.74	338.57	326.06	439.53	246.43
Generator 7 (340 MW)	340.00	340.00	340.00	340.00	340.00	340.00
Generator 8 (340 MW)	200.23	340.00	340.00	340.00	-	-
Hydro-Plant (1500 MW)	1,500.00	1,500.00	1,500.00	1,500.00	1,500.00	1,500.00
Maximum Generation (MW)	2,560.00	2,800.00	2,800.00	2,800.00	2,510.00	2,510.00
Circuit Flow 1-2 (1800 MW)	1,307.21	1,242.57	1,395.94	1,390.42	1,318.80	924.12
Circuit Flow 1-3 (1000 MW)	419.91	435.70	480.64	561.43	497.76	289.82
Circuit Flow 1-4 (500 MW)	-243.89	-185.50	-12.49	-94.93	-16.94	-66.63
Forecasting Load Demand (MW)	2,150.00	2,100.00	1,960.00	1,790.00	1,760.00	1,810.00
Reserve Power (MW)	426.77	707.23	475.91	653.09	450.37	1,052.69

ตารางที่ 6.7 (ต่อ)

Description	Time Period					
	1	2	3	4	5	6
Reserve Power (%)	19.85%	33.68%	24.28%	36.49%	25.59%	58.16%
Load Cut (MW)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Load Cut (%)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Fuel Cost (1,000,000.00 $)	6.76	6.69	7.33	6.85	6.50	4.92
Description	**Time Period**					
	7	8	9	10	11	12
Generator 1 (240 MW)	236.03	240.00	151.69	75.00	240.00	240.00
Generator 2 (240 MW)	-	240.00	240.00	204.84	210.22	240.00
Generator 3 (580 MW)	396.08	344.22	472.88	357.67	361.01	100.00
Generator 4 (580 MW)	377.67	534.02	289.23	309.34	471.94	493.50
Generator 5 (530 MW)	521.61	345.77	251.40	372.85	466.86	530.00
Generator 6 (530 MW)	505.42	497.22	381.94	377.06	-	-
Generator 7 (340 MW)	299.96	337.30	340.00	-	-	340.00
Generator 8 (340 MW)	340.00	340.00	340.00	147.67	190.25	340.00
Hydro-Plant (1500 MW)	1,500.00	1,500.00	1,500.00	1,500.00	1,500.00	1,500.00
Maximum Generation (MW)	3,140.00	3,380.00	3,380.00	3,040.00	2,510.00	2,850.00
Circuit Flow 1-2 (1800 MW)	1,395.94	1,499.97	1,344.50	1,039.42	1,028.74	1,149.28
Circuit Flow 1-3 (1000 MW)	647.69	624.23	571.34	484.56	515.81	477.41
Circuit Flow 1-4 (500 MW)	13.14	-145.68	-168.70	20.45	-14.27	-13.18
Forecasting Load Demand (MW)	2,120.00	2,400.00	2,220.00	1,800.00	1,910.00	2,170.00
Reserve Power (MW)	463.23	501.47	912.86	1,195.57	569.72	566.50
Reserve Power (%)	21.85%	20.89%	41.12%	66.42%	29.83%	26.11%
Load Cut (MW)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Load Cut (%)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Fuel Cost (1,000,000.00 $)	8.17	8.78	7.61	5.76	6.16	7.31

ตารางที่ 6.8 ค่าคำตอบต่างๆของแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในพื้นที่ที่ 2

Description	Time Period					
	1	2	3	4	5	6
Generator 9 (500 MW)				100.00	130.93	500.00
Generator 10 (160 MW)	83.32	160.00	160.00	134.20	160.00	75.00

ตารางที่ 6.8 (ต่อ)

Description	Time Period					
	1	2	3	4	5	6
Generator 11 (160 MW)	75.00	160.00	160.00	75.00	75.00	160.00
Generator 12 (160 MW)	87.55	160.00	160.00	108.95	75.00	75.00
Generator 13 (580 MW)	452.87	177.43	101.05	-	-	279.97
Hydro-Plant (400 MW)	400.00	400.00	400.00	400.00	400.00	400.00
Maximum Generation (MW)	1,060.00	1,060.00	1,060.00	980.00	980.00	1,560.00
Circuit Flow 1-2 (1800 MW)	1,307.21	1,242.57	1,395.94	1,390.42	1,318.80	924.12
Circuit Flow 2-3 (1000 MW)	-869.40	-1,000.00	-803.01	-831.44	-860.27	-685.91
Circuit Flow 2-5 (1500 MW)	1,455.34	1,500.00	1,500.00	1,500.00	1,500.00	1,500.00
Forecasting Load Demand (MW)	1,820.00	1,800.00	1,680.00	1,540.00	1,520.00	1,600.00
Reserve Power (MW)	361.27	402.57	478.95	561.85	539.07	470.03
Reserve Power (%)	19.85%	22.37%	28.51%	36.48%	35.47%	29.38%
Load Cut (MW)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Load Cut (%)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Fuel Cost (1,000,000.00 $)	2.46	2.57	2.38	1.82	1.87	3.54
Description	**Time Period**					
	7	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Generator 9 (500 MW)	160.29	237.55	234.44	164.16	455.99	354.67
Generator 10 (160 MW)	92.48	-	155.66	160.00	75.00	160.00
Generator 11 (160 MW)	160.00	160.00	-	160.00	0.00	160.00
Generator 12 (160 MW)	-	75.00	75.00	155.48	160.00	160.00
Generator 13 (580 MW)	169.56	115.14	429.06	461.75	580.00	360.04
Hydro-Plant (400 MW)	400.00	400.00	400.00	400.00	400.00	400.00
Maximum Generation (MW)	1,400.00	1,400.00	1,400.00	1,560.00	1,560.00	1,560.00
Circuit Flow 1-2 (1800 MW)	1,395.94	1,499.97	1,344.50	1,039.42	1,028.74	1,149.28
Circuit Flow 2-3 (1000 MW)	-748.26	-882.34	-671.35	-530.04	-510.28	-606.01
Circuit Flow 2-5 (1500 MW)	1,306.52	1,500.00	1,500.00	1,420.86	1,500.00	1,500.00
Forecasting Load Demand (MW)	1,820.00	1,870.00	1,810.00	1,650.00	1,710.00	1,850.00
Reserve Power (MW)	817.68	812.32	505.85	458.61	289.01	365.29
Reserve Power (%)	44.93%	43.44%	27.95%	27.79%	16.90%	19.75%
Load Cut (MW)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Load Cut (%)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Fuel Cost (1,000,000.00 $)	2.15	2.15	2.92	3.68	3.97	3.92

ตารางที่ 6.9 ค่าคำตอบต่างๆของแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในพื้นที่ที่ 3

Description	Time Period					
	1	2	3	4	5	6
Generator 14 (240 MW)	240.00	240.00	240.00	178.94	118.33	240.00
Generator 15 (560 MW)	246.37	299.43	100.00	100.00	221.65	249.41
Hydro-Plant (880 MW)	880.00	880.00	880.00	880.00	880.00	880.00
Maximum Generation (MW)	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00	800.00
Circuit Flow 1-3 (1000 MW)	419.91	435.70	480.64	561.43	497.76	289.82
Circuit Flow 2-3 (1000 MW)	-869.40	-1,000.00	-803.01	-831.44	-860.27	-685.91
Circuit Flow 3-4 (800 MW)	-663.12	-544.87	-522.37	-471.07	-462.53	-376.68
Forecasting Load Demand (MW)	1,580.00	1,400.00	1,420.00	1,360.00	1,320.00	1,350.00
Reserve Power (MW)	313.63	260.57	460.00	521.06	460.02	310.59
Reserve Power (%)	19.85%	18.61%	32.39%	38.31%	34.85%	23.01%
Load Cut (MW)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Load Cut (%)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Fuel Cost (1,000,000.00 $)	1.67	1.84	1.21	1.02	1.21	1.67
Description	**Time Period**					
	7	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Generator 14 (240 MW)	-	75.00	75.00	0.00	0.00	240.00
Generator 15 (560 MW)	206.02	212.00	100.00	-	-	244.08
Hydro-Plant (880 MW)	880.00	880.00	880.00	880.00	880.00	880.00
Maximum Generation (MW)	560.00	800.00	800.00	240.00	240.00	800.00
Circuit Flow 1-3 (1000 MW)	647.69	624.23	571.34	484.56	515.81	477.41
Circuit Flow 2-3 (1000 MW)	-748.26	-882.34	-671.35	-530.04	-510.28	-606.01
Circuit Flow 3-4 (800 MW)	-634.55	-761.10	-705.01	-555.48	-534.46	-364.52
Forecasting Load Demand (MW)	1,620.00	1,670.00	1,660.00	1,390.00	1,420.00	1,600.00
Reserve Power (MW)	353.98	513.00	625.00	240.00	240.00	315.92
Reserve Power (%)	21.85%	30.72%	37.65%	17.27%	16.90%	19.75%
Load Cut (MW)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Load Cut (%)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Fuel Cost (1,000,000.00 $)	0.81	1.05	0.71	0.20	0.20	1.66

ตารางที่ 6.10 ค่าคำตอบต่างๆของแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในพื้นที่ที่ 4

Description	Time Period					
	1	2	3	4	5	6
Generator 16 (260 MW)	260.00	-	-	-	260.00	260.00
Generator 17 (260 MW)	260.00	259.39	215.77	246.10	-	-
Generator 18 (530 MW)	466.76	340.98	459.08	413.07	389.46	373.31
Generator 19 (200 MW)	198.65	200.00	200.00	-	-	-
Generator 20 (280 MW)	211.59	280.00	-	256.83	280.00	280.00
Hydro-Plant (180 MW)	180.00	180.00	180.00	180.00	180.00	180.00
Maximum Generation (MW)	1,530.00	1,270.00	990.00	1,070.00	1,070.00	1,070.00
Circuit Flow 1-4 (500 MW)	-243.89	-185.50	-12.49	-94.93	-16.94	-66.63
Circuit Flow 3-4 (800 MW)	-663.12	-544.87	-522.37	-471.07	-462.53	-376.68
Forecasting Load Demand (MW)	670.00	530.00	520.00	530.00	630.00	650.00
Reserve Power (MW)	132.99	189.64	115.14	154.00	140.54	156.69
Reserve Power (%)	19.85%	35.78%	22.14%	29.06%	22.31%	24.11%
Load Cut (MW)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Load Cut (%)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Fuel Cost (1,000,000.00 $)	4.50	3.56	2.97	3.05	3.10	3.06
Description	**Time Period**					
	7	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Generator 16 (260 MW)	260.00	260.00	204.61	193.57	223.17	127.71
Generator 17 (260 MW)	-	260.00	260.00	260.00	205.56	260.00
Generator 18 (530 MW)	381.42	416.78	439.10	-	-	-
Generator 19 (200 MW)	200.00	200.00	200.00	171.47	200.00	200.00
Generator 20 (280 MW)	280.00	280.00	280.00	280.00	280.00	280.00
Hydro-Plant (180 MW)	180.00	180.00	180.00	180.00	180.00	180.00
Maximum Generation (MW)	1,270.00	1,530.00	1,530.00	1,000.00	1,000.00	1,000.00
Circuit Flow 1-4 (500 MW)	13.14	-145.68	-168.70	20.45	-14.27	-13.18
Circuit Flow 3-4 (800 MW)	-634.55	-761.10	-705.01	-555.48	-534.46	-364.52
Forecasting Load Demand (MW)	680.00	690.00	690.00	550.00	540.00	670.00
Reserve Power (MW)	148.58	113.22	146.29	94.96	91.27	132.29
Reserve Power (%)	21.85%	16.41%	21.20%	17.27%	16.90%	19.75%
Load Cut (MW)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Load Cut (%)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Fuel Cost (1,000,000.00 $)	3.68	4.56	4.45	3.20	3.20	3.08

ตารางที่ 6.11 ค่าคำตอบต่างๆของแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในพื้นที่ที่ 5

Description	Time Period					
	1	2	3	4	5	6
Generator 21 (240 MW)	208.23	240.00	237.71	75.00	164.14	75.00
Generator 22 (240 MW)	240.00	240.00	212.67	169.08	185.44	75.00
Generator 23 (340 MW)	203.09	75.00	-	-	140.42	340.00
Generator 24 (580 MW)	287.06	321.60	166.75	164.99	-	-
Generator 25 (330 MW)	176.27	263.40	152.87	210.93	80.00	170.00
Hydro-Plant (530 MW)	530.00	530.00	530.00	530.00	530.00	530.00
Maximum Generation (MW)	1,730.00	1,730.00	1,390.00	1,390.00	1,150.00	1,150.00
Circuit Flow 2-5 (1500 MW)	1,455.34	1,500.00	1,500.00	1,500.00	1,500.00	1,500.00
Forecasting Load Demand (MW)	3,100.00	3,170.00	2,800.00	2,650.00	2,600.00	2,690.00
Reserve Power (MW)	615.34	590.00	620.00	770.00	580.00	490.00
Reserve Power (%)	19.85%	18.61%	22.14%	29.06%	22.31%	18.22%
Load Cut (MW)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Load Cut (%)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Fuel Cost (1,000,000.00 $)	3.70	3.79	2.77	2.30	2.25	2.50
Description	**Time Period**					
	7	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Generator 21 (240 MW)	-	232.52	173.72	215.94	240.00	75.00
Generator 22 (240 MW)	222.97	75.00	174.22	240.00	-	75.00
Generator 23 (340 MW)	255.32	340.00	188.61	211.29	198.31	340.00
Generator 24 (580 MW)	233.92	222.48	263.46	191.91	200.11	290.00
Generator 25 (330 MW)	181.26	330.00	-	-	231.58	330.00
Hydro-Plant (530 MW)	530.00	530.00	530.00	530.00	530.00	530.00
Maximum Generation (MW)	1,490.00	1,730.00	1,400.00	1,400.00	1,490.00	1,730.00
Circuit Flow 2-5 (1500 MW)	1,306.52	1,500.00	1,500.00	1,420.86	1,500.00	1,500.00
Forecasting Load Demand (MW)	2,730.00	3,230.00	2,830.00	2,810.00	2,900.00	3,140.00
Reserve Power (MW)	596.52	530.00	600.00	540.86	620.00	620.00
Reserve Power (%)	21.85%	16.41%	21.20%	19.25%	21.38%	19.75%
Load Cut (MW)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Load Cut (%)	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Fuel Cost (1,000,000.00 $)	3.06	4.00	2.76	2.99	3.02	3.68

ตารางที่ 6.12 ตารางการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ของระบบทดสอบจริง

	Time Period											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Generator 1	X											
Generator 2							X					
Generator 3	X	X										
Generator 4			X	X								
Generator 5					X	X						
Generator 6											X	X
Generator 7										X	X	
Generator 8					X	X						
Generator 9	X	X	X									
Generator 10								X				
Generator 11									X			
Generator 12							X					
Generator 13				X	X							
Generator 14							X					
Generator 15										X	X	
Generator 16		X	X	X								
Generator 17					X	X	X					
Generator 18										X	X	X
Generator 19				X	X	X						
Generator 20			X									
Generator 21							X					
Generator 22											X	
Generator 23			X	X								
Generator 24					X	X						
Generator 25									X	X		
Reserve Margin	**With Network Constraints**						**16.41 %**					
Time	**With Network Constraints**						**ประมาณ 11 ชั่วโมง**					
Fuel Cost ($)	**With Network Constraints**						**208,842,663.51**					

X หยุดเดินเครื่องเพื่อทำการซ่อมบำรุงรักษา

เดินเครื่องปกติ

จากข้างต้นจะเห็นว่าค่าคำตอบที่ได้มาเป็นไปตามเงื่อนไขข้อจำกัดทุกประการ โดยค่ากำลังผลิตไฟฟ้าสำรองต่ำที่สุด (Minimum Reserve Margin) อยู่ที่ 16.41% ใช้ระยะเวลาในการคำนวณประมาณ 11 ชั่วโมง โดยค่ากำลังผลิตไฟฟ้าสำรองต่ำที่สุดอยู่ที่พื้นที่ 4 ช่วงเวลาที่ 8 และพื้นที่ 5 ในช่วงเวลาที่ 8 เช่นเดียวกัน โดยที่มีค่าเชื้อเพลิงอยู่ที่ 208,842,663.51 $

6.2 เปรียบเทียบผลการทำลองกับผลวิธีการในอดีต

เพื่อแสดงประสิทธิผลของการใช้เทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น กับการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ผู้เขียนจึงขอยกตัวอย่างงานวิจัยในอดีต ซึ่งใช้ระบบทดสอบเดียวกันกับงานวิจัยนี้ ทั้งหมด 3 งานวิจัย ประกอบด้วย

1. การแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ด้วยวิธีการตามที่ L. Chen และ J. Toyoda อ้างถึงในเอกสารอ้างอิง [25] ว่าเป็นวิธีการดั้งเดิม (Conventional Method) ทั้งนี้เนื่องจากตามเอกสารอ้างอิง [25] ไม่ได้ระบุวิธีที่อ้างไว้ในเอกสาร ประกอบกับผู้เขียนไม่สามารถค้นเอกสารตามที่อ้างอิงไว้ได้ จึงไม่ทราบวิธีการที่ใช้ในการคำนวณดังกล่าว แต่อย่างไรก็ตามในเอกสารดังกล่าว ได้มีการแสดงผลคำตอบสุดท้ายไว้ ซึ่งสามารถนำมาใช้เปรียบเทียบกับผลคำตอบในงานวิจัยในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ รายละเอียดดังตารางที่ 6.13

2. การแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ด้วยการแยกตัวแปร (Decomposition) ออกเป็นแต่ละพื้นที่ โดยมีเป้าหมายหลักของการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า คือให้กำลังไฟฟ้าสำรองมีค่าที่สูงที่สุด ซึ่งนำเสนอโดย L. Chen และ J. Toyoda, 1991 [25] รายละเอียดดังตารางที่ 6.14

3. การแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าด้วยวิธีการผสมผสานระหว่างวิธีการโปรแกรมเชิงเงื่อนไขบังคับ (Constraint Programming: CP) และการโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Programming: MP) ซึ่งนำเสนอโดย อภิรัตน์ วัชราภรณ์, 2547 [7] รายละเอียดดังตารางที่ 6.15 และ 6.16

นอกเหนือจากงานวิจัยที่กล่าวมาทั้ง 3 ผู้เขียนได้ทำการทดลองทดสอบการแก้ปัญหาดังกล่าว โดยไม่ใช่เทคนิคการแยกตัวแปรใดๆ ด้วยวิธีการแตกกิ่งและจำกัดขอบเขต (Branch and Bound) [23] แต่เนื่องจากการคำนวณได้ใช้ระยะเวลาค่อนข้างสูง (ประมาณ 121 ชั่วโมง หรือประมาณ 5 วัน) ผู้เขียนจึงได้หยุดการทดสอบดังกล่าวไว้เพียงเท่านั้น จึงไม่สามารถหาผลคำตอบสุดท้ายได้

ตารางที่ 6.13 คำตอบของการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าด้วยวิธีการดั้งเดิมตามที่ L. Chen และ J. Toyoda อ้างถึงในเอกสารอ้างอิง [25]

	Time Period											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Generator 1							X					
Generator 2	X											
Generator 3									X	X		
Generator 4			X	X								
Generator 5					X	X						
Generator 6											X	X
Generator 7										X	X	
Generator 8					X	X						
Generator 9			X	X	X							
Generator 10								X				
Generator 11									X			
Generator 12										X		
Generator 13						X	X					
Generator 14								X				
Generator 15										X	X	
Generator 16				X	X	X						
Generator 17									X	X	X	
Generator 18		X	X	X								
Generator 19							X	X	X			
Generator 20	X											
Generator 21					X							
Generator 22											X	
Generator 23				X	X							
Generator 24	X	X										
Generator 25						X	X					

Minimum Reserve Margin	**With Network Constraints**	**2.58 %**
	Without Network Constraints	**21.52 %**
Computation Time	**With Network Constraints**	**ไม่ได้ระบุไว้**
	Without Network Constraints	**576 วินาที**
Fuel Cost ($)	**With Network Constraints**	**ไม่ได้คำนึงถึง**
	Without Network Constraints	**ไม่ได้คำนึงถึง**

ตามตารางที่ 6.13 ได้ทำการทดสอบการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เป็น 2 กรณีคือ 1) พิจารณาเงื่อนไขของพิกัดระบบส่งไฟฟ้า (With Network Constraints) และ 2) ไม่พิจารณาเงื่อนไขของพิกัดระบบส่งไฟฟ้า (Without Network Constraints)

ซึ่งคำตอบที่ได้มาจากการที่ไม่พิจารณาเงื่อนไขของพิกัดระบบส่งไฟฟ้านั้นจะมีค่ากำลังผลิตไฟฟ้าสำรองต่ำที่สุด (Minimum Reserve Margin) อยู่ที่ 12.52% ส่วนคำตอบที่ได้มาจากการที่พิจารณาเงื่อนไขของพิกัดระบบส่งไฟฟ้าจะมีค่ากำลังผลิตไฟฟ้าสำรองต่ำอยู่ที่ 2.58% ซึ่งจะเห็นว่าคำตอบที่ได้มาจากการไม่พิจารณาเงื่อนไขของพิกัดระบบส่งไฟฟ้า จะมีคำตอบที่ดีกว่าการพิจารณาเงื่อนไขของพิกัดระบบส่งไฟฟ้า แต่ทั้งนี้อย่างไรก็ตามคำตอบที่ได้มาจากการที่ไม่มีการพิจารณาเงื่อนไขของพิกัดระบบส่งไฟฟ้านี้ จะไม่สามารถนำมาใช้งานได้ เนื่องจากไม่สอดคล้องกับเงื่อนไขการใช้งานจริง

ตารางที่ 6.14 การแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ที่ปรากฏในวรรณกรรมที่ผ่านมา ด้วยการแยกตัวแปร (Decomposition) ออกเป็นแต่ละพื้นที่ ตามเอกสารอ้างอิง [25]

	Time Period											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Generator 1							X					
Generator 2	X											
Generator 3	X	X										
Generator 4			X	X								
Generator 5					X	X						
Generator 6											X	X
Generator 7										X	X	
Generator 8					X	X						
Generator 9	X	X	X									
Generator 10								X				
Generator 11									X			
Generator 12							X					
Generator 13				X	X							
Generator 14							X					
Generator 15										X	X	
Generator 16		X	X	X								
Generator 17					X	X	X					
Generator 18										X	X	X

ตารางที่ 6.14 (ต่อ)

	Time Period											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Generator 19				X	X	X						
Generator 20			X									
Generator 21							X					
Generator 22											X	
Generator 23					X	X						
Generator 24									X	X		
Generator 25			X	X								
Reserve Margin	**With Network Constraints**						**12.37 %**					
Time	**With Network Constraints**						**94 วินาที**					
Fuel Cost ($)	**With Network Constraints**						**ไม่ได้คำนึงถึง**					
	Without Network Constraints						**ไม่ได้คำนึงถึง**					

ตามตารางที่ 6.14 เป็นการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า โดยพิจารณาเงื่อนไขของพิกัดระบบส่งไฟฟ้า ด้วยวิธีการแยกตัวแปร (Decomposition) ออกเป็นแต่ละพื้นที่ โดยมีเป้าหมายหลักเรื่องกำลังไฟฟ้าสำรองเป็นหลัก โดยในที่นี้มีค่ากำลังผลิตไฟฟ้าสำรองที่มีค่าต่ำที่สุดอยู่ที่ 12.37 %

ตารางที่ 6.15 การแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ที่ปรากฏในวรรณกรรมที่ผ่านมา ด้วยวิธีการผสมผสานระหว่างวิธีการโปรแกรมเชิงเงื่อนไขบังคับ (Constraint Programming: CP) และการโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Programming: MP) [7]

Minimum Reserve Margin	**With Network Constraints**	**ไม่สามารถหาคำตอบได้**
	Without Network Constraints	**ไม่สามารถหาคำตอบได้**
Computation Time	**With Network Constraints**	**ไม่สามารถหาคำตอบได้**
	Without Network Constraints	**ไม่สามารถหาคำตอบได้**
Fuel Cost ($)	**With Network Constraints**	**ไม่ได้คำนึงถึง**
	Without Network Constraints	**ไม่ได้คำนึงถึง**

ตามตารางที่ 6.15 จะสังเกตเห็นว่าการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ด้วยวิธีผสมผสานระหว่างวิธีการโปรแกรมเชิงเงื่อนไขบังคับ (Constraint

Programming: CP) และการโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Programming: MP) [7] ไม่สามารถคำนวณหาคำตอบของระบบทดสอบตามรูปที่ 6.1 ได้ แต่อย่างไรก็ตามผู้เขียนงานวิจัยดังกล่าวได้ทำการทดลองโดยปรับลดเงื่อนไขของพิกัดสายส่งบางส่วนของระบบให้ลงมาใกล้เคียงกับกำลังผลิตที่ใช้งานจริง คือปรับเปลี่ยนพิกัดสายส่งจากพื้นที่ 2 ไปยังพื้นที่ 3 เป็น 500 MW จากเดิม 1,000 MW และสายส่งจากพื้นที่ 1 ไปยังพื้นที่ 3 เป็น 300 MW จากเดิม 1,000 MW ซึ่งทำให้สามารถหาคำตอบสุดท้ายได้ โดยมีค่ากำลังผลิตไฟฟ้าสำรองต่ำที่สุดอยู่ที่ 12.36% ใช้ระยะเวลาในการคำนวณ 128.76 วินาที และหากไม่พิจารณาเงื่อนไขของพิกัดระบบส่งไฟฟ้า ค่ากำลังผลิตไฟฟ้าสำรองต่ำที่สุดจะอยู่ที่ 43.10% ใช้ระยะเวลาในการคำนวณ 724.25 วินาที รายละเอียดดังตารางที่ 6.16 ทั้งนี้วิธีดังกล่าวเป็นการแก้ปัญหาโดยมีเป้าหมายหลัก คือให้กำลังไฟฟ้าสำรองมีค่าที่สูงที่สุดโดยที่ไม่ได้คำนึงถึงเรื่องค่าใช้จ่าย ซึ่งอาจมีผลทำให้ใช้ระยะเวลาในการคำนวณค่อนข้างเร็วมากกว่าปกติ

ตารางที่ 6.16 การแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ที่ปรากฏในวรรณกรรมที่ผ่านมา ด้วยวิธีการผสมผสานระหว่างวิธีการโปรแกรมเชิงเงื่อนไขบังคับ (Constraint Programming: CP) และการโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Programming: MP) ที่มีการปรับเงื่อนไขพิกัดระบบส่งไฟฟ้า [7]

	Time Period											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Generator 1										X		
Generator 2							X					
Generator 3			X	X								
Generator 4						X	X					
Generator 5								X	X			
Generator 6											X	X
Generator 7											X	X
Generator 8								X	X			
Generator 9			X	X	X							
Generator 10									X			
Generator 11												X
Generator 12											X	
Generator 13							X	X				

ตารางที่ 6.16 (ต่อ)

	Time Period											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Generator 14												X
Generator 15									X	X		
Generator 16						X	X	X				
Generator 17									X	X	X	
Generator 18										X	X	X
Generator 19									X	X	X	
Generator 20					X							
Generator 21							X					
Generator 22											X	
Generator 23							X					
Generator 24									X	X		
Generator 25				X	X							

Minimum Reserve Margin	**With Network Constraints**	**12.36 %**
	Without Network Constraints	**43.10 %**
Computation Time	**With Network Constraints**	**128.76 วินาที**
	Without Network Constraints	**724.25 วินาที**
Fuel Cost ($)	**With Network Constraints**	**ไม่ได้คำนึงถึง**
	Without Network Constraints	**ไม่ได้คำนึงถึง**

6.3 วิเคราะห์ผลการทดลอง

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปข้อเปรียบเทียบได้ดังตารางที่ 6.17 โดยในที่นี้จะเปรียบเทียบเฉพาะการแก้ปัญหาที่คำถึงถึงเงื่อนไขของพิกัดระบบส่งไฟฟ้าเท่านั้น และเป็นระบบที่มีเงื่อนไขพิกัดระบบส่งค่าเดียวกัน

ซึ่งจากตารางที่ 6.17 การแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าด้วยการแยกตัวแปร (Decomposition) ออกเป็นแต่ละพื้นที่ โดยมีเป้าหมายหลัก คือให้กำลังไฟฟ้าสำรองมีค่าที่สูงที่สุด มีข้อเสียคือ การแยกตัวแปร (Decomposition) ออกเป็นแต่ละพื้นที่ จะทำให้คำตอบที่ได้มาเป็นคำตอบที่มีลักษณะค่อนข้างหยาบ แต่ข้อดีของวิธีนี้คือใช้ระยะเวลาในการคำนวณน้อยมาก นอกจากนี้การที่คำนึงถึงเป้าหมายเรื่องให้กำลังไฟฟ้าสำรองเพียงอย่างเดียว อาจทำให้กำลังผลิตไฟฟ้าสำรองในแต่ละพื้นที่มีปริมาณสูงเกินความจำเป็น ประกอบกับมีผลทำให้ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้น และรายได้สูญเสียมีมากเกินความเหมาะสม

ตารางที่ 6.17 เปรียบเทียบคำตอบระหว่างวิธีการในอดีตและวิธีการที่นำเสนอ

	วิธีการในอดีตที่อ้างถึงใน [25]	วิธีการที่นำเสนอโดย L. Chen ฯ [25]	วิธีการที่นำเสนอโดยนายอภิรัตน์ [7]	วิธีการที่ผู้เขียนได้ลองทดสอบในงานวิจัยนี้	วิธีการที่นำเสนอในงานวิจัยนี้
วิธีการ	ไม่ได้ระบุไว้	Decomposed Area	CP และ MP	Branch and Bound (บทที่ 3)	Benders Decom-position
กำลังผลิตไฟฟ้าสำรองที่ต่ำที่สุด	2.58%	12.37%	ไม่ได้คำตอบ*	ไม่ได้คำตอบ*	16.41%
ระยะเวลาที่ใช้ในการคำนวณ	ไม่ได้ระบุไว้	94 วินาที	ไม่ได้คำตอบ*	ไม่ได้คำตอบ*	~ 11 ชั่วโมง
คำนึงถึงเรื่องกำลังผลิตไฟฟ้าสำรอง	✓	✓	✓	✓	✓
คำถึงถึงเงื่อนไขพิกัดระบบส่งไฟฟ้า	✓	✓	✓	✓	✓
คำนึงถึงเรื่องค่าใช้จ่าย	-	-	-	✓	✓

*หมายเหตุ ข้อความว่า "ไม่ได้คำตอบ" ในตารางข้างต้นนี้ หมายถึง การคำนวณหาคำตอบได้ใช้ระยะเวลาค่อนข้างนาน ซึ่งไม่สามารถแสดงคำตอบได้ภายในระยะเวลาอันควร หรือหน่วยความจำ (RAM) ที่ใช้เก็บข้อมูลคำตอบในแต่ละรอบการคำนวณมีพื้นเต็มเสียก่อน แต่ทั้งนี้ไม่ได้มีความหมายว่าท้ายที่สุดจะหาคำตอบไม่ได้

การแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าด้วยวิธีการผสมผสานระหว่างวิธีการโปรแกรมเชิงเงื่อนไขบังคับ (Constraint Programming: CP) และการโปรแกรมเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Programming: MP) โดยมีเป้าหมายหลักของการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า คือให้กำลังไฟฟ้าสำรองมีค่าที่สูงที่สุด มีข้อด้อยคือหากระบบไฟฟ้ามีขนาดใหญ่ จะใช้ระยะเวลาในการคำนวณค่อนข้างสูง และใช้เนื้อที่ความจำในการคำนวณค่อนข้างมาก ซึ่งอาจมีผลทำให้ไม่สามารถหาคำตอบสุดท้ายได้ จึงเห็นว่าวิธีดังกล่าวไม่เหมาะสมกับระบบที่มีขนาดใหญ่ อีกทั้งการที่คำนึงถึงเป้าหมายเรื่องกำลังไฟฟ้าสำรองเพียงอย่างเดียว จะมีผลเสียดังที่กล่าวมาข้างต้นด้วย

การแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าด้วยวิธีบรานซ์แอนด์บาวด์ (Branch and Bound) ไม่เหมาะสมกับระบบที่มีขนาดใหญ่ เนื่องจากเส้นทางในการหาคำตอบจะมีหลายเส้นทาง และแต่ละเส้นทางก็จะมีหลายกรณี ซึ่งหากเงื่อนไขของตัวแปรในแต่ละเส้นทางมีซ้อนกันหลายชั้น และพื้นที่ช่องว่างในการค้นหาคำตอบที่เป็นไปได้ในแต่ละเส้นทางมีขนาดใหญ่ จะทำให้การหาคำตอบใช้ระยะเวลาที่สูงมาก เนื่องจากวิธีดังกล่าวจะเป็นการค้นหาคำตอบในทุกเส้นทางที่เป็นไปได้ แต่ทั้งนี้คำตอบที่ได้มาท้ายสุดตามหลักทฤษฎีจะเป็นคำตอบที่ดีที่สุด (Global Solution) ของระบบ

การแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าด้วยเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น (Benders Decomposition) ร่วมกับวิธีการโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed-integer Programming: MIP) เป็นวิธีที่ค่อนข้างซับซ้อน และยากที่จะเขียนโปรแกรมสำเร็จรูป เนื่องจากมีค่า Dual Price ที่เข้ามาเกี่ยวข้องกับอสมการที่มีการเพิ่มเติมในการคำนวณแต่ละรอบ (Bender's Cut) และการแปลงปัญหาตั้งต้นเป็นปัญหาหลักและปัญหาย่อย ประกอบกับหากระบบมีการเพิ่มเติมอุปกรณ์เข้ามาเพียงอุปกรณ์เดียว จะมีผลต่อรูปสมการซึ่งต้องเขียนใหม่เกือบทั้งหมด แต่อย่างไรก็ตามถ้าระบบยังคงมีอุปกรณ์เหมือนเดิม เพียงแต่เปลี่ยนค่าตัวแปรเท่านั้น การคำนวณในครั้งต่อไปก็จะง่ายต่อการใช้งานเป็นอย่างมาก

แต่อย่างไรก็ตามคำตอบที่ได้มาได้พิสูจน์ให้เห็นว่าการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าด้วยเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น สามารถให้คำตอบที่มีความแม่นยำกว่าวิธีอื่นๆ ทั้งๆที่เงื่อนไขในการพิจารณามีมากกว่าวิธีอื่นๆ ดังนั้นผู้เขียนจึงเห็นว่าวิธีการดังกล่าวที่นำเสนอในบทความนี้เป็นวิธีการที่สามารถนำไปใช้งานได้จริง และมีประสิทธิผลของคำตอบอยู่ในเกณฑ์ที่ดี

อนึ่งผู้วิจัยเชื่อว่า หากทำการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากับระบบทดสอบตามรูปที่ 6.1 ด้วยเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น โดยไม่คำนึงถึงเรื่องค่าใช้จ่าย จะมีผลทำให้ค่ากำลังผลิตไฟฟ้าสำรองต่ำที่สุด (Minimum Reserve Margin) มีค่ามากกว่า 16.41% และใช้ระยะเวลาในการคำนวณน้อยกว่านี้พอสมควร ซึ่งจะทำให้มีความแตกต่างกับประสิทธิภาพของวิธีการในอดีตที่นำเสนอข้างต้นมากขึ้น

จากข้างต้นจะเห็นว่า แต่ละวิธีการแก้ปัญหาในอดีตที่นำเสนอจะมีข้อดีและข้อเสียแตกต่างกันไป แต่อย่างไรก็ดีผู้เขียนเห็นว่าในการวางแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ความสำคัญของเรื่องระยะเวลา มีความสำคัญน้อยกว่าความแม่นยำของคำตอบ ซึ่งระยะเวลาในการคำนวณอาจใช้ระยะเวลาเป็นชั่วโมงหรือเป็นวันก็ได้ หากคำตอบที่ได้มีค่าเหมาะสมในการใช้งานมากกว่า ดังนั้นจึงเห็นว่าการแก้ปัญหาการกำหนดตารางเวลาซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าด้วยเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น (Benders Decomposition) ร่วมกับวิธีการโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed-integer Programming: MIP) เหมาะสมที่จะนำไปประยุกต์กับการใช้งานจริง

บทที่ 7
สรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

7.1 สรุปผลการวิจัย

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นการนำเสนอวิธีการกำหนดตารางเวลาซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในช่วงระยะเวลาสั้นๆ ด้วยเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น (Benders Decomposition) ร่วมกับวิธีการโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed-integer Programming: MIP) ในการหาผลตอบ โดยจะพิจารณาถึงข้อจำกัดของระบบส่งไฟฟ้าเป็นแบบกริด ทั้งในกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าอยู่ในสภาวะปกติ และในสภาวะที่เกิดข้อผิดพลาดกะทันหันในกรณีที่เป็นโรงไฟฟ้าพลังน้ำ ภายใต้เป้าหมายค่าใช้จ่ายในการบำรุงรักษา ค่าเชื้อเพลิงในการผลิตไฟฟ้า และรายได้สูญเสียต่ำที่สุด โดยมีเงื่อนไขข้อจำกัดประกอบด้วย ข้อจำกัดเรื่องการสมดุลของโหลด (Load Balance) ความสามารถสูงสุดในการรองรับการไหลของกำลังไฟฟ้าในระบบส่งไฟฟ้า (Flow Capacity) ปริมาณกำลังไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้งานได้ (Load Cut) ลำดับความสำคัญของการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (Maintenance Sequence) ระยะเวลาในการซ่อมบำรุงรักษา (Duration Period) เกณฑ์ปริมาณกำลังผลิตไฟฟ้าสำรอง (Spinning Reserve) ค่าพิกัดสูงสุดและต่ำสุดเครื่องกำเนิดไฟฟ้า (Generator Capacity) และเกณฑ์ความเชื่อถือได้อื่นๆที่เกี่ยวข้องกับระบบ (Reliability Index)

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้แยกการพิจารณาการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าออกเป็น 2 กรณี คือ 1) การซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำ และ 2) การซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังความร้อน โดยการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำ จะทำการทดลองกับระบบทดสอบจำลองขนาด 3 บัส ประกอบด้วยโรงไฟฟ้า 3 แห่ง เครื่องกำเนิดไฟฟ้าจำนวน 6 ชุด สายส่งระหว่างบัส 3 วงจร โดยจะพิจารณาทั้งหมด 4 ช่วงเวลา ซึ่งจะคำนึงถึงกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหันในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า โดยมีสมมติฐานว่า ณ ช่วงเวลาหนึ่ง ระบบส่งไฟฟ้าจะเกิดข้อผิดพลาดขึ้นพร้อมกันไม่เกิน 1 วงจร และไม่พิจารณาเรื่องค่าเชื้อเพลิง ส่วนการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังความร้อน จะทำการทดลองกับระบบ 2 ระบบ ประกอบด้วย ระบบไฟฟ้าจำลองขนาด 3 บัส ประกอบด้วยโรงไฟฟ้า 3 แห่ง เครื่องกำเนิดไฟฟ้าจำนวน 6 ชุด สายส่งระหว่างบัส 3 วงจร โดยจะพิจารณาทั้งหมด 4 ช่วงเวลา และระบบไฟฟ้าจริงขนาด 5 บัส [25] ประกอบด้วยโรงไฟฟ้า 14 แห่ง เครื่องกำเนิดไฟฟ้าจำนวน 30 ชุด สายส่งระหว่างบัส 6 วงจร โดยจะพิจารณาทั้งหมด 12 ช่วงเวลา

ซึ่งจากการทดลองกับระบบทดสอบได้แสดงให้เห็นว่าวิธีการดังกล่าวเป็นวิธีการที่มีประสิทธิผลในแง่การนำไปใช้งาน อีกทั้งยังได้แสดงให้เห็นว่าการแก้ปัญหาการกำหนดแผนซ่อม

บำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำ โดยคำนึงถึงกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหัน ได้ส่งผลให้ค่าความเชื่อถือได้ของระบบมีค่ามากขึ้นด้วย

7.2 ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะในการศึกษาและวิจัยต่อไป

7.2.1 คำนึงถึงกำลังสูญเสียในสายส่ง (Loss) ซึ่งจะส่งผลให้คำตอบที่นำไปใช้ในการแก้ปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ (Unit Commitment) และการวิเคราะห์การไหลของกำลังไฟฟ้า (Power Flow) สอดคล้องกับการใช้งานมากขึ้น

7.2.2 คำนึงถึงเงื่อนไขของปริมาณเชื้อเพลิงที่มีจำกัด และสัญญาซื้อขายเชื้อเพลิง ซึ่งข้อจำกัดในส่วนนี้จะเกี่ยวข้องกับการบริหารจัดการของโรงไฟฟ้าแต่ละแห่ง

7.2.3 คำนึงถึงความคลาดเคลื่อนในการพยากรณ์โหลด (Load Forecasting Error)

7.2.4 คำนึงถึงเงื่อนไขกำลังพล และความพร้อมของเครื่องมือ

7.2.5 ในกรณีที่นำไปประยุกต์กับการแก้ปัญหาการกำหนดแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าระยะยาว ควรคำนึงถึงเรื่องระยะเวลาในการพัฒนาไปสู่ความเสียหาย (Failure Developing Time: FDT) ของแต่ละอุปกรณ์ [2] และรายได้สูญเสียจากราคาเชื้อเพลิงที่ไม่คงที่ในแต่ละช่วงเวลา (Profit and Cost under Price Volatility) ด้วย [19]

บรรณานุกรม

[1] กมล พงศ์ธาดาพร. 2543. *"การทำยูนิตคอมมิตเมนต์ในระบบไฟฟ้ากำลังขนาดใหญ่."* วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

[2] ชำนาญ ห่อเกียรติ. 2549. *ความเชื่อถือได้และการบำรุงรักษาระบบจำหน่ายไฟฟ้า.* : คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

[3] ชรินรัตน์ พานิชชาติ. 2547. *"กำลังการผลิตและตำแหน่งที่เหมาะสมของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าขนาดเล็กเพื่อลดกำลังสูญเสียในระบบจำหน่ายโดยแนวทางเชิงกำหนด."* วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

[4] ปริญญา อุทัยทัศน์. 2547. *"การแก้ปัญหายูนิตคอมมิตเมนต์ด้วยวิธีเชิงพันธุกรรม แบบคำนวณการจ่ายโหลดอย่างประหยัด ด้วยวิธีจุดภายในพรีมัล-ดูอัล."* วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า, บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.

[5] ภูริสัณห์ ลักขษร. 2548. *"การทำนายการจ่ายโหลดอย่างประหยัดโดยวิธีโครงข่ายประสาทเทียม."* วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า, บัณฑิตวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.

[6] สุทธิมา ชำนาญเวช. 2549. *การวิเคราะห์เชิงปริมาณ.* : วิทยพัฒน์.

[7] อภิรัตน์ วัชราภรณ์. 2547. *"การกำหนดแผนบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าสำหรับระบบหลายพื้นที่ที่มีข้อจำกัดระบบส่ง."* วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า, บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

[8] A. M. Geoffrion. 1972. "Generalized Benders Decomposition." *Journal of Optimization Theory and Applications*. vol. 10. no. 4. : 237–260.

[9] A. Neumaier, C.S. Adjimin, C.A. Floudas and S. Dallwig. 1998. "A Global Optimization Method. alpha-BB for General Twice-Differentiable Constrained NLPs: I–Theoretical Advances." *Computers and Chemical Engineering*. 22 : 1137-1158.

[10] B. Borchers and J. E. Mitchell. 1994. "An Improved Branch and Bound Algorithm for Mixed- Integer Nonlinear Programs." *Computers and Operations Research*. 21 : 359-367.

[11] C. A. Floudas. 1995. *Nonlinear and Mixed-Integer Optimization: Fundamentals and Applications New York.* Oxford University Press.

[12] C. A. Floudas, C. S. Adjimin and I. P. Androulakis. 1998. "A Global Optimization Method. alpha-BB. for General Twice-Differentiable Constrained NLPs: II–Implementation and Computational Results". *Computers and Chemical Engineering.* 22 : 1159-1179.

[13] E. Kalvelagen. 2005. *Benders Decomposition using GAMS.* Development Corp. : Washington D.C.

[14] E. L. Silva, M. Morozowski, L. G. S. Fonseca, G. C. Oliveira, A. C. G. Melo and J. C. O. Mello. 1995. "Transmission Constrained Maintenance Scheduling of Generating Units: A Stochastic Programming Approach." *IEEE Transactions on Power Systems.* vol. 10. no. 2. : 695–701.

[15] E. L. da Silva, M. Th. Schilling and M. C. Rafael. 2000. "Generation Maintenance Scheduling Considering Transmission Constraints." *IEEE Transactions on Power Systems.* vol. 15. no. 2. : 838–843.

[16] G. Bretthauer, T. Gamaleja, E. Handschin, U. Neumann and W. Hoffmann. 1998. "Integrated Maintenance Scheduling: for Electrical Energy Systems." *IEEE Transactions on Power Delivery.* vol. 13. no. 2. : 655–660.

[17] H. H. Zürn and V. H. Quintana. 1977. "Several Objective Criteria for Optimal Preventive Maintenance Scheduling." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems.* vol. 96. : 984–992.

[18] H. S. Ryoo and N. V. Sahinidis. 1995. "Global Optimization of Nonconvex NLPs and MINLPs with Applications in Process Design." *Computers and Chemical Engineering.* 19 : 551-566

[19] H. Tajima, J. Sugimoto and R. Yokoyama. 2005. "Profit and Cost based Thermal Unit Maintenance Scheduling under Price Volatility." *IEEE Transmission and Ditribution Comferrence.* Asia and Pacific Dalian : China.

[20] H. Vandecasteele and R. Rodosek. 1999. "Scheduling Maintenance of Power Plants." *in Proceeding 10th. Benelux Workshop on Logic Programming.*

[21] I. E. Grossmann and Z. Kravanja. 1996. "Mixed-Integer Nonlinear Programming: A Survey of Algorithms and Applications." In A.R Conn. L.T. Biegler. T.F. Coleman. F.N. Santosa editor. *Large-Scale Optimization with Applications. Part II Optimal Design and Control.* Berlin Springer-Verlag : 451-494.

[22] I. E. Grossmann. 2002. "Review of Nonlinear Mixed-Integer and Disjunctive Programming Techniques." *Optimization and Engineering* : 227-252.

[23] J. F. Dopazo and H. J. Merrill. 1975. "Optimal Generator Maintenance Scheduling Using Integer Programming." *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*. vol. 94. : pp. 1537–1545.

[24] K.Y. Huang and H. T. Yang. 2002. "Effective Algorithm for Handing Constraints in Generator Maintenance Scheduling." *IEEE Proceeding Generator, Tranmission and Distribution*. vol. 149. no. 3 : 274-282.

[25] L. Chen and J. Toyoda. 1991. "Optimal Generating Unit Maintenance Scheduling for Multi-Area System with Network Constraints." *IEEE Transactions on Power Systems*. vol. 6. : 1168–1174.

[26] M. K. C. Marwali and S. M. Shahidehpour. "Integrated Generation and Transmission Maintenance Scheduling with Network Constraints." in Proc. 20th. *IEEE Int Conf on Power Industry Computer Aplications*. Columbus. OH. May 11–16. : 37–42.

[27] M. Shahidehpour and Yong Fu. 2004. *Benders Decomposition in Restructured Power Systems*. Electric Power and Power Electronics Center Illinois Institute of Technology.

[28] M. Tawarmalani and N.V. Sahinidis. 2004. "Global Optimization of Mixed-Integer Nonlinear Programs: A Theoretical and Computational Study". *Mathematical Programming*. 99 : 563-591.

[29] R. Fletcher, S. Leyffer. 1994. "Solving Mixed-Integer Nonlinear Programs by Outer Approximation." *Mathematical Programming*. 66 : 327-349.

[30] R. J. Dakin. "A Tree-Search Algorithm for Mixed Integer Programming Problem." 1965. *Computer Journal*. 8 : 250-255.

[31] R. M. Freund. 2004. *Benders' Decomposition Methods for Structured Optimization, including Stochastic Optimization*. Massachusetts Institute of Technology.

[32] R. Mukerji and J.H. Parker. 1991. "Power Plant Maintenance Scheduling: Optimizing Economics and Reliability." *IEEE Transactions on Power System*. vol. 6. no. 2 : 476–483.

[33] S. Leyffer. 2001. "Integrating SQP and Branch-and-Bound for Mixed Integer Nonlinear Programming." *Computational Optimization and Applications*. 18 : 295-309.

[34] T. Geetha and K. Shanti Swarup. 2002. "Coordinated Maintenance Scheduling of Gencos and Transcos in Restructured Power Systems." *IEEE Power Systems*

[35] Waloo Maple Soft. 2002. Maple 11 Details and Technial Support. [Online]. Available : http://www.maplesoft.com/products/maple/history/pastversions_maple11.aspx

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.

สมการที่ใช้โปรแกรมการทำงานของระบบทดสอบจริง

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

```
restart; with(Optimization);
infolevel[Optimization];
```

$$
\begin{aligned}
&(xi_{01}t_{01}-xi_{01}t_{02})^2+(xi_{01}t_{02}-xi_{01}t_{03})^2+(xi_{01}t_{03}-xi_{01}t_{04})^2+(xi_{01}t_{04}-xi_{01}t_{05})^2+(xi_{01}t_{05}-xi_{01}t_{06})^2+(xi_{01}t_{06}-xi_{01}t_{07})^2+\\
&(xi_{01}t_{07}-xi_{01}t_{08})^2+(xi_{01}t_{08}-xi_{01}t_{09})^2+(xi_{01}t_{09}-xi_{01}t_{10})^2+(xi_{01}t_{10}-xi_{01}t_{11})^2+(xi_{01}t_{11}-xi_{01}t_{12})^2+(xi_{01}t_{12}-xi_{01}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{02}t_{01}-xi_{02}t_{02})^2+(xi_{02}t_{02}-xi_{02}t_{03})^2+(xi_{02}t_{03}-xi_{02}t_{04})^2+(xi_{02}t_{04}-xi_{02}t_{05})^2+(xi_{02}t_{05}-xi_{02}t_{06})^2+(xi_{02}t_{06}-xi_{02}t_{07})^2+\\
&(xi_{02}t_{07}-xi_{02}t_{08})^2+(xi_{02}t_{08}-xi_{02}t_{09})^2+(xi_{02}t_{09}-xi_{02}t_{10})^2+(xi_{02}t_{10}-xi_{02}t_{11})^2+(xi_{02}t_{11}-xi_{02}t_{12})^2+(xi_{02}t_{12}-xi_{02}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{03}t_{01}-xi_{03}t_{02})^2+(xi_{03}t_{02}-xi_{03}t_{03})^2+(xi_{03}t_{03}-xi_{03}t_{04})^2+(xi_{03}t_{04}-xi_{03}t_{05})^2+(xi_{03}t_{05}-xi_{03}t_{06})^2+(xi_{03}t_{06}-xi_{03}t_{07})^2+\\
&(xi_{03}t_{07}-xi_{03}t_{08})^2+(xi_{03}t_{08}-xi_{03}t_{09})^2+(xi_{03}t_{09}-xi_{03}t_{10})^2+(xi_{03}t_{10}-xi_{03}t_{11})^2+(xi_{03}t_{11}-xi_{03}t_{12})^2+(xi_{03}t_{12}-xi_{03}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{04}t_{01}-xi_{04}t_{02})^2+(xi_{04}t_{02}-xi_{04}t_{03})^2+(xi_{04}t_{03}-xi_{04}t_{04})^2+(xi_{04}t_{04}-xi_{04}t_{05})^2+(xi_{04}t_{05}-xi_{04}t_{06})^2+(xi_{04}t_{06}-xi_{04}t_{07})^2+\\
&(xi_{04}t_{07}-xi_{04}t_{08})^2+(xi_{04}t_{08}-xi_{04}t_{09})^2+(xi_{04}t_{09}-xi_{04}t_{10})^2+(xi_{04}t_{10}-xi_{04}t_{11})^2+(xi_{04}t_{11}-xi_{04}t_{12})^2+(xi_{04}t_{12}-xi_{04}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{05}t_{01}-xi_{05}t_{02})^2+(xi_{05}t_{02}-xi_{05}t_{03})^2+(xi_{05}t_{03}-xi_{05}t_{04})^2+(xi_{05}t_{04}-xi_{05}t_{05})^2+(xi_{05}t_{05}-xi_{05}t_{06})^2+(xi_{05}t_{06}-xi_{05}t_{07})^2+\\
&(xi_{05}t_{07}-xi_{05}t_{08})^2+(xi_{05}t_{08}-xi_{05}t_{09})^2+(xi_{05}t_{09}-xi_{05}t_{10})^2+(xi_{05}t_{10}-xi_{05}t_{11})^2+(xi_{05}t_{11}-xi_{05}t_{12})^2+(xi_{05}t_{12}-xi_{05}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{06}t_{01}-xi_{06}t_{02})^2+(xi_{06}t_{02}-xi_{06}t_{03})^2+(xi_{06}t_{03}-xi_{06}t_{04})^2+(xi_{06}t_{04}-xi_{06}t_{05})^2+(xi_{06}t_{05}-xi_{06}t_{06})^2+(xi_{06}t_{06}-xi_{06}t_{07})^2+\\
&(xi_{06}t_{07}-xi_{06}t_{08})^2+(xi_{06}t_{08}-xi_{06}t_{09})^2+(xi_{06}t_{09}-xi_{06}t_{10})^2+(xi_{06}t_{10}-xi_{06}t_{11})^2+(xi_{06}t_{11}-xi_{06}t_{12})^2+(xi_{06}t_{12}-xi_{06}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{07}t_{01}-xi_{07}t_{02})^2+(xi_{07}t_{02}-xi_{07}t_{03})^2+(xi_{07}t_{03}-xi_{07}t_{04})^2+(xi_{07}t_{04}-xi_{07}t_{05})^2+(xi_{07}t_{05}-xi_{07}t_{06})^2+(xi_{07}t_{06}-xi_{07}t_{07})^2+\\
&(xi_{07}t_{07}-xi_{07}t_{08})^2+(xi_{07}t_{08}-xi_{07}t_{09})^2+(xi_{07}t_{09}-xi_{07}t_{10})^2+(xi_{07}t_{10}-xi_{07}t_{11})^2+(xi_{07}t_{11}-xi_{07}t_{12})^2+(xi_{07}t_{12}-xi_{07}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{08}t_{01}-xi_{08}t_{02})^2+(xi_{08}t_{02}-xi_{08}t_{03})^2+(xi_{08}t_{03}-xi_{08}t_{04})^2+(xi_{08}t_{04}-xi_{08}t_{05})^2+(xi_{08}t_{05}-xi_{08}t_{06})^2+(xi_{08}t_{06}-xi_{08}t_{07})^2+\\
&(xi_{08}t_{07}-xi_{08}t_{08})^2+(xi_{08}t_{08}-xi_{08}t_{09})^2+(xi_{08}t_{09}-xi_{08}t_{10})^2+(xi_{08}t_{10}-xi_{08}t_{11})^2+(xi_{08}t_{11}-xi_{08}t_{12})^2+(xi_{08}t_{12}-xi_{08}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{09}t_{01}-xi_{09}t_{02})^2+(xi_{09}t_{02}-xi_{09}t_{03})^2+(xi_{09}t_{03}-xi_{09}t_{04})^2+(xi_{09}t_{04}-xi_{09}t_{05})^2+(xi_{09}t_{05}-xi_{09}t_{06})^2+(xi_{09}t_{06}-xi_{09}t_{07})^2+\\
&(xi_{09}t_{07}-xi_{09}t_{08})^2+(xi_{09}t_{08}-xi_{09}t_{09})^2+(xi_{09}t_{09}-xi_{09}t_{10})^2+(xi_{09}t_{10}-xi_{09}t_{11})^2+(xi_{09}t_{11}-xi_{09}t_{12})^2+(xi_{09}t_{12}-xi_{09}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{10}t_{01}-xi_{10}t_{02})^2+(xi_{10}t_{02}-xi_{10}t_{03})^2+(xi_{10}t_{03}-xi_{10}t_{04})^2+(xi_{10}t_{04}-xi_{10}t_{05})^2+(xi_{10}t_{05}-xi_{10}t_{06})^2+(xi_{10}t_{06}-xi_{10}t_{07})^2+\\
&(xi_{10}t_{07}-xi_{10}t_{08})^2+(xi_{10}t_{08}-xi_{10}t_{09})^2+(xi_{10}t_{09}-xi_{10}t_{10})^2+(xi_{10}t_{10}-xi_{10}t_{11})^2+(xi_{10}t_{11}-xi_{10}t_{12})^2+(xi_{10}t_{12}-xi_{10}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{11}t_{01}-xi_{11}t_{02})^2+(xi_{11}t_{02}-xi_{11}t_{03})^2+(xi_{11}t_{03}-xi_{11}t_{04})^2+(xi_{11}t_{04}-xi_{11}t_{05})^2+(xi_{11}t_{05}-xi_{11}t_{06})^2+(xi_{11}t_{06}-xi_{11}t_{07})^2+\\
&(xi_{11}t_{07}-xi_{11}t_{08})^2+(xi_{11}t_{08}-xi_{11}t_{09})^2+(xi_{11}t_{09}-xi_{11}t_{10})^2+(xi_{11}t_{10}-xi_{11}t_{11})^2+(xi_{11}t_{11}-xi_{11}t_{12})^2+(xi_{11}t_{12}-xi_{11}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{12}t_{01}-xi_{12}t_{02})^2+(xi_{12}t_{02}-xi_{12}t_{03})^2+(xi_{12}t_{03}-xi_{12}t_{04})^2+(xi_{12}t_{04}-xi_{12}t_{05})^2+(xi_{12}t_{05}-xi_{12}t_{06})^2+(xi_{12}t_{06}-xi_{12}t_{07})^2+\\
&(xi_{12}t_{07}-xi_{12}t_{08})^2+(xi_{12}t_{08}-xi_{12}t_{09})^2+(xi_{12}t_{09}-xi_{12}t_{10})^2+(xi_{12}t_{10}-xi_{12}t_{11})^2+(xi_{12}t_{11}-xi_{12}t_{12})^2+(xi_{12}t_{12}-xi_{12}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{13}t_{01}-xi_{13}t_{02})^2+(xi_{13}t_{02}-xi_{13}t_{03})^2+(xi_{13}t_{03}-xi_{13}t_{04})^2+(xi_{13}t_{04}-xi_{13}t_{05})^2+(xi_{13}t_{05}-xi_{13}t_{06})^2+(xi_{13}t_{06}-xi_{13}t_{07})^2+\\
&(xi_{13}t_{07}-xi_{13}t_{08})^2+(xi_{13}t_{08}-xi_{13}t_{09})^2+(xi_{13}t_{09}-xi_{13}t_{10})^2+(xi_{13}t_{10}-xi_{13}t_{11})^2+(xi_{13}t_{11}-xi_{13}t_{12})^2+(xi_{13}t_{12}-xi_{13}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{14}t_{01}-xi_{14}t_{02})^2+(xi_{14}t_{02}-xi_{14}t_{03})^2+(xi_{14}t_{03}-xi_{14}t_{04})^2+(xi_{14}t_{04}-xi_{14}t_{05})^2+(xi_{14}t_{05}-xi_{14}t_{06})^2+(xi_{14}t_{06}-xi_{14}t_{07})^2+\\
&(xi_{14}t_{07}-xi_{14}t_{08})^2+(xi_{14}t_{08}-xi_{14}t_{09})^2+(xi_{14}t_{09}-xi_{14}t_{10})^2+(xi_{14}t_{10}-xi_{14}t_{11})^2+(xi_{14}t_{11}-xi_{14}t_{12})^2+(xi_{14}t_{12}-xi_{14}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{15}t_{01}-xi_{15}t_{02})^2+(xi_{15}t_{02}-xi_{15}t_{03})^2+(xi_{15}t_{03}-xi_{15}t_{04})^2+(xi_{15}t_{04}-xi_{15}t_{05})^2+(xi_{15}t_{05}-xi_{15}t_{06})^2+(xi_{15}t_{06}-xi_{15}t_{07})^2+\\
&(xi_{15}t_{07}-xi_{15}t_{08})^2+(xi_{15}t_{08}-xi_{15}t_{09})^2+(xi_{15}t_{09}-xi_{15}t_{10})^2+(xi_{15}t_{10}-xi_{15}t_{11})^2+(xi_{15}t_{11}-xi_{15}t_{12})^2+(xi_{15}t_{12}-xi_{15}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{16}t_{01}-xi_{16}t_{02})^2+(xi_{16}t_{02}-xi_{16}t_{03})^2+(xi_{16}t_{03}-xi_{16}t_{04})^2+(xi_{16}t_{04}-xi_{16}t_{05})^2+(xi_{16}t_{05}-xi_{16}t_{06})^2+(xi_{16}t_{06}-xi_{16}t_{07})^2+\\
&(xi_{16}t_{07}-xi_{16}t_{08})^2+(xi_{16}t_{08}-xi_{16}t_{09})^2+(xi_{16}t_{09}-xi_{16}t_{10})^2+(xi_{16}t_{10}-xi_{16}t_{11})^2+(xi_{16}t_{11}-xi_{16}t_{12})^2+(xi_{16}t_{12}-xi_{16}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{17}t_{01}-xi_{17}t_{02})^2+(xi_{17}t_{02}-xi_{17}t_{03})^2+(xi_{17}t_{03}-xi_{17}t_{04})^2+(xi_{17}t_{04}-xi_{17}t_{05})^2+(xi_{17}t_{05}-xi_{17}t_{06})^2+(xi_{17}t_{06}-xi_{17}t_{07})^2+\\
&(xi_{17}t_{07}-xi_{17}t_{08})^2+(xi_{17}t_{08}-xi_{17}t_{09})^2+(xi_{17}t_{09}-xi_{17}t_{10})^2+(xi_{17}t_{10}-xi_{17}t_{11})^2+(xi_{17}t_{11}-xi_{17}t_{12})^2+(xi_{17}t_{12}-xi_{17}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{18}t_{01}-xi_{18}t_{02})^2+(xi_{18}t_{02}-xi_{18}t_{03})^2+(xi_{18}t_{03}-xi_{18}t_{04})^2+(xi_{18}t_{04}-xi_{18}t_{05})^2+(xi_{18}t_{05}-xi_{18}t_{06})^2+(xi_{18}t_{06}-xi_{18}t_{07})^2+\\
&(xi_{18}t_{07}-xi_{18}t_{08})^2+(xi_{18}t_{08}-xi_{18}t_{09})^2+(xi_{18}t_{09}-xi_{18}t_{10})^2+(xi_{18}t_{10}-xi_{18}t_{11})^2+(xi_{18}t_{11}-xi_{18}t_{12})^2+(xi_{18}t_{12}-xi_{18}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{19}t_{01}-xi_{19}t_{02})^2+(xi_{19}t_{02}-xi_{19}t_{03})^2+(xi_{19}t_{03}-xi_{19}t_{04})^2+(xi_{19}t_{04}-xi_{19}t_{05})^2+(xi_{19}t_{05}-xi_{19}t_{06})^2+(xi_{19}t_{06}-xi_{19}t_{07})^2+\\
&(xi_{19}t_{07}-xi_{19}t_{08})^2+(xi_{19}t_{08}-xi_{19}t_{09})^2+(xi_{19}t_{09}-xi_{19}t_{10})^2+(xi_{19}t_{10}-xi_{19}t_{11})^2+(xi_{19}t_{11}-xi_{19}t_{12})^2+(xi_{19}t_{12}-xi_{19}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{20}t_{01}-xi_{20}t_{02})^2+(xi_{20}t_{02}-xi_{20}t_{03})^2+(xi_{20}t_{03}-xi_{20}t_{04})^2+(xi_{20}t_{04}-xi_{20}t_{05})^2+(xi_{20}t_{05}-xi_{20}t_{06})^2+(xi_{20}t_{06}-xi_{20}t_{07})^2+\\
&(xi_{20}t_{07}-xi_{20}t_{08})^2+(xi_{20}t_{08}-xi_{20}t_{09})^2+(xi_{20}t_{09}-xi_{20}t_{10})^2+(xi_{20}t_{10}-xi_{20}t_{11})^2+(xi_{20}t_{11}-xi_{20}t_{12})^2+(xi_{20}t_{12}-xi_{20}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{21}t_{01}-xi_{21}t_{02})^2+(xi_{21}t_{02}-xi_{21}t_{03})^2+(xi_{21}t_{03}-xi_{21}t_{04})^2+(xi_{21}t_{04}-xi_{21}t_{05})^2+(xi_{21}t_{05}-xi_{21}t_{06})^2+(xi_{21}t_{06}-xi_{21}t_{07})^2+\\
&(xi_{21}t_{07}-xi_{21}t_{08})^2+(xi_{21}t_{08}-xi_{21}t_{09})^2+(xi_{21}t_{09}-xi_{21}t_{10})^2+(xi_{21}t_{10}-xi_{21}t_{11})^2+(xi_{21}t_{11}-xi_{21}t_{12})^2+(xi_{21}t_{12}-xi_{21}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{22}t_{01}-xi_{22}t_{02})^2+(xi_{22}t_{02}-xi_{22}t_{03})^2+(xi_{22}t_{03}-xi_{22}t_{04})^2+(xi_{22}t_{04}-xi_{22}t_{05})^2+(xi_{22}t_{05}-xi_{22}t_{06})^2+(xi_{22}t_{06}-xi_{22}t_{07})^2+\\
&(xi_{22}t_{07}-xi_{22}t_{08})^2+(xi_{22}t_{08}-xi_{22}t_{09})^2+(xi_{22}t_{09}-xi_{22}t_{10})^2+(xi_{22}t_{10}-xi_{22}t_{11})^2+(xi_{22}t_{11}-xi_{22}t_{12})^2+(xi_{22}t_{12}-xi_{22}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{23}t_{01}-xi_{23}t_{02})^2+(xi_{23}t_{02}-xi_{23}t_{03})^2+(xi_{23}t_{03}-xi_{23}t_{04})^2+(xi_{23}t_{04}-xi_{23}t_{05})^2+(xi_{23}t_{05}-xi_{23}t_{06})^2+(xi_{23}t_{06}-xi_{23}t_{07})^2+\\
&(xi_{23}t_{07}-xi_{23}t_{08})^2+(xi_{23}t_{08}-xi_{23}t_{09})^2+(xi_{23}t_{09}-xi_{23}t_{10})^2+(xi_{23}t_{10}-xi_{23}t_{11})^2+(xi_{23}t_{11}-xi_{23}t_{12})^2+(xi_{23}t_{12}-xi_{23}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{24}t_{01}-xi_{24}t_{02})^2+(xi_{24}t_{02}-xi_{24}t_{03})^2+(xi_{24}t_{03}-xi_{24}t_{04})^2+(xi_{24}t_{04}-xi_{24}t_{05})^2+(xi_{24}t_{05}-xi_{24}t_{06})^2+(xi_{24}t_{06}-xi_{24}t_{07})^2+\\
&(xi_{24}t_{07}-xi_{24}t_{08})^2+(xi_{24}t_{08}-xi_{24}t_{09})^2+(xi_{24}t_{09}-xi_{24}t_{10})^2+(xi_{24}t_{10}-xi_{24}t_{11})^2+(xi_{24}t_{11}-xi_{24}t_{12})^2+(xi_{24}t_{12}-xi_{24}t_{01})^2=2,\\
&(xi_{25}t_{01}-xi_{25}t_{02})^2+(xi_{25}t_{02}-xi_{25}t_{03})^2+(xi_{25}t_{03}-xi_{25}t_{04})^2+(xi_{25}t_{04}-xi_{25}t_{05})^2+(xi_{25}t_{05}-xi_{25}t_{06})^2+(xi_{25}t_{06}-xi_{25}t_{07})^2+\\
&(xi_{25}t_{07}-xi_{25}t_{08})^2+(xi_{25}t_{08}-xi_{25}t_{09})^2+(xi_{25}t_{09}-xi_{25}t_{10})^2+(xi_{25}t_{10}-xi_{25}t_{11})^2+(xi_{25}t_{11}-xi_{25}t_{12})^2+(xi_{25}t_{12}-xi_{25}t_{01})^2=2;
\end{aligned}
$$

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

$xi_{01}t_{01}+xi_{01}t_{02}+xi_{01}t_{03}+xi_{01}t_{04}+xi_{01}t_{05}+xi_{01}t_{06}+xi_{01}t_{07}+xi_{01}t_{08}+xi_{01}t_{09}+xi_{01}t_{10}+xi_{01}t_{11}+xi_{01}t_{12} = 1,$
$xi_{02}t_{01}+xi_{02}t_{02}+xi_{02}t_{03}+xi_{02}t_{04}+xi_{02}t_{05}+xi_{02}t_{06}+xi_{02}t_{07}+xi_{02}t_{08}+xi_{02}t_{09}+xi_{02}t_{10}+xi_{02}t_{11}+xi_{02}t_{12} = 1,$
$xi_{03}t_{01}+xi_{03}t_{02}+xi_{03}t_{03}+xi_{03}t_{04}+xi_{03}t_{05}+xi_{03}t_{06}+xi_{03}t_{07}+xi_{03}t_{08}+xi_{03}t_{09}+xi_{03}t_{10}+xi_{03}t_{11}+xi_{03}t_{12} = 2,$
$xi_{04}t_{01}+xi_{04}t_{02}+xi_{04}t_{03}+xi_{04}t_{04}+xi_{04}t_{05}+xi_{04}t_{06}+xi_{04}t_{07}+xi_{04}t_{08}+xi_{04}t_{09}+xi_{04}t_{10}+xi_{04}t_{11}+xi_{04}t_{12} = 2,$
$xi_{05}t_{01}+xi_{05}t_{02}+xi_{05}t_{03}+xi_{05}t_{04}+xi_{05}t_{05}+xi_{05}t_{06}+xi_{05}t_{07}+xi_{05}t_{08}+xi_{05}t_{09}+xi_{05}t_{10}+xi_{05}t_{11}+xi_{05}t_{12} = 2,$
$xi_{06}t_{01}+xi_{06}t_{02}+xi_{06}t_{03}+xi_{06}t_{04}+xi_{06}t_{05}+xi_{06}t_{06}+xi_{06}t_{07}+xi_{06}t_{08}+xi_{06}t_{09}+xi_{06}t_{10}+xi_{06}t_{11}+xi_{06}t_{12} = 2,$
$xi_{07}t_{01}+xi_{07}t_{02}+xi_{07}t_{03}+xi_{07}t_{04}+xi_{07}t_{05}+xi_{07}t_{06}+xi_{07}t_{07}+xi_{07}t_{08}+xi_{07}t_{09}+xi_{07}t_{10}+xi_{07}t_{11}+xi_{07}t_{12} = 2,$
$xi_{08}t_{01}+xi_{08}t_{02}+xi_{08}t_{03}+xi_{08}t_{04}+xi_{08}t_{05}+xi_{08}t_{06}+xi_{08}t_{07}+xi_{08}t_{08}+xi_{08}t_{09}+xi_{08}t_{10}+xi_{08}t_{11}+xi_{08}t_{12} = 2,$
$xi_{09}t_{01}+xi_{09}t_{02}+xi_{09}t_{03}+xi_{09}t_{04}+xi_{09}t_{05}+xi_{09}t_{06}+xi_{09}t_{07}+xi_{09}t_{08}+xi_{09}t_{09}+xi_{09}t_{10}+xi_{09}t_{11}+xi_{09}t_{12} = 3,$
$xi_{10}t_{01}+xi_{10}t_{02}+xi_{10}t_{03}+xi_{10}t_{04}+xi_{10}t_{05}+xi_{10}t_{06}+xi_{10}t_{07}+xi_{10}t_{08}+xi_{10}t_{09}+xi_{10}t_{10}+xi_{10}t_{11}+xi_{10}t_{12} = 1,$
$xi_{11}t_{01}+xi_{11}t_{02}+xi_{11}t_{03}+xi_{11}t_{04}+xi_{11}t_{05}+xi_{11}t_{06}+xi_{11}t_{07}+xi_{11}t_{08}+xi_{11}t_{09}+xi_{11}t_{10}+xi_{11}t_{11}+xi_{11}t_{12} = 1,$
$xi_{12}t_{01}+xi_{12}t_{02}+xi_{12}t_{03}+xi_{12}t_{04}+xi_{12}t_{05}+xi_{12}t_{06}+xi_{12}t_{07}+xi_{12}t_{08}+xi_{12}t_{09}+xi_{12}t_{10}+xi_{12}t_{11}+xi_{12}t_{12} = 1,$
$xi_{13}t_{01}+xi_{13}t_{02}+xi_{13}t_{03}+xi_{13}t_{04}+xi_{13}t_{05}+xi_{13}t_{06}+xi_{13}t_{07}+xi_{13}t_{08}+xi_{13}t_{09}+xi_{13}t_{10}+xi_{13}t_{11}+xi_{13}t_{12} = 2,$
$xi_{14}t_{01}+xi_{14}t_{02}+xi_{14}t_{03}+xi_{14}t_{04}+xi_{14}t_{05}+xi_{14}t_{06}+xi_{14}t_{07}+xi_{14}t_{08}+xi_{14}t_{09}+xi_{14}t_{10}+xi_{14}t_{11}+xi_{14}t_{12} = 1,$
$xi_{15}t_{01}+xi_{15}t_{02}+xi_{15}t_{03}+xi_{15}t_{04}+xi_{15}t_{05}+xi_{15}t_{06}+xi_{15}t_{07}+xi_{15}t_{08}+xi_{15}t_{09}+xi_{15}t_{10}+xi_{15}t_{11}+xi_{15}t_{12} = 2,$
$xi_{16}t_{01}+xi_{16}t_{02}+xi_{16}t_{03}+xi_{16}t_{04}+xi_{16}t_{05}+xi_{16}t_{06}+xi_{16}t_{07}+xi_{16}t_{08}+xi_{16}t_{09}+xi_{16}t_{10}+xi_{16}t_{11}+xi_{16}t_{12} = 3,$
$xi_{17}t_{01}+xi_{17}t_{02}+xi_{17}t_{03}+xi_{17}t_{04}+xi_{17}t_{05}+xi_{17}t_{06}+xi_{17}t_{07}+xi_{17}t_{08}+xi_{17}t_{09}+xi_{17}t_{10}+xi_{17}t_{11}+xi_{17}t_{12} = 3,$
$xi_{18}t_{01}+xi_{18}t_{02}+xi_{18}t_{03}+xi_{18}t_{04}+xi_{18}t_{05}+xi_{18}t_{06}+xi_{18}t_{07}+xi_{18}t_{08}+xi_{18}t_{09}+xi_{18}t_{10}+xi_{18}t_{11}+xi_{18}t_{12} = 3,$
$xi_{19}t_{01}+xi_{19}t_{02}+xi_{19}t_{03}+xi_{19}t_{04}+xi_{19}t_{05}+xi_{19}t_{06}+xi_{19}t_{07}+xi_{19}t_{08}+xi_{19}t_{09}+xi_{19}t_{10}+xi_{19}t_{11}+xi_{19}t_{12} = 3,$
$xi_{20}t_{01}+xi_{20}t_{02}+xi_{20}t_{03}+xi_{20}t_{04}+xi_{20}t_{05}+xi_{20}t_{06}+xi_{20}t_{07}+xi_{20}t_{08}+xi_{20}t_{09}+xi_{20}t_{10}+xi_{20}t_{11}+xi_{20}t_{12} = 1,$
$xi_{21}t_{01}+xi_{21}t_{02}+xi_{21}t_{03}+xi_{21}t_{04}+xi_{21}t_{05}+xi_{21}t_{06}+xi_{21}t_{07}+xi_{21}t_{08}+xi_{21}t_{09}+xi_{21}t_{10}+xi_{21}t_{11}+xi_{21}t_{12} = 1,$
$xi_{22}t_{01}+xi_{22}t_{02}+xi_{22}t_{03}+xi_{22}t_{04}+xi_{22}t_{05}+xi_{22}t_{06}+xi_{22}t_{07}+xi_{22}t_{08}+xi_{22}t_{09}+xi_{22}t_{10}+xi_{22}t_{11}+xi_{22}t_{12} = 1,$
$xi_{23}t_{01}+xi_{23}t_{02}+xi_{23}t_{03}+xi_{23}t_{04}+xi_{23}t_{05}+xi_{23}t_{06}+xi_{23}t_{07}+xi_{23}t_{08}+xi_{23}t_{09}+xi_{23}t_{10}+xi_{23}t_{11}+xi_{23}t_{12} = 2,$
$xi_{24}t_{01}+xi_{24}t_{02}+xi_{24}t_{03}+xi_{24}t_{04}+xi_{24}t_{05}+xi_{24}t_{06}+xi_{24}t_{07}+xi_{24}t_{08}+xi_{24}t_{09}+xi_{24}t_{10}+xi_{24}t_{11}+xi_{24}t_{12} = 2,$
$xi_{25}t_{01}+xi_{25}t_{02}+xi_{25}t_{03}+xi_{25}t_{04}+xi_{25}t_{05}+xi_{25}t_{06}+xi_{25}t_{07}+xi_{25}t_{08}+xi_{25}t_{09}+xi_{25}t_{10}+xi_{25}t_{11}+xi_{25}t_{12} = 2$

$xi_{01}t_{01} := 0;$	$xi_{05}t_{04} := 0;$	$xi_{09}t_{05} := 0;$	$xi_{14}t_{02} := 0;$	$xi_{20}t_{11} := 0;$	$xi_{25}t_{09} := 0;$
$xi_{01}t_{02} := 0;$	$xi_{05}t_{09} := 0;$	$xi_{09}t_{06} := 0;$	$xi_{14}t_{03} := 0;$	$xi_{20}t_{12} := 0;$	$xi_{25}t_{10} := 0;$
$xi_{01}t_{03} := 0;$	$xi_{05}t_{10} := 0;$	$xi_{09}t_{07} := 0;$	$xi_{14}t_{04} := 0;$	$xi_{21}t_{01} := 0;$	$xi_{25}t_{11} := 0;$
$xi_{01}t_{04} := 0;$	$xi_{05}t_{11} := 0;$	$xi_{09}t_{08} := 0;$	$xi_{14}t_{05} := 0;$	$xi_{21}t_{02} := 0;$	$xi_{25}t_{12} := 0;$
$xi_{01}t_{11} := 0;$	$xi_{05}t_{12} := 0;$	$xi_{09}t_{09} := 0;$	$xi_{14}t_{06} := 0;$	$xi_{21}t_{03} := 0;$	
$xi_{01}t_{12} := 0;$	$xi_{06}t_{01} := 0;$	$xi_{09}t_{10} := 0;$	$xi_{15}t_{01} := 0;$	$xi_{21}t_{11} := 0;$	
$xi_{02}t_{08} := 0;$	$xi_{06}t_{02} := 0;$	$xi_{09}t_{11} := 0;$	$xi_{15}t_{02} := 0;$	$xi_{21}t_{12} := 0;$	
$xi_{02}t_{09} := 0;$	$xi_{06}t_{03} := 0;$	$xi_{09}t_{12} := 0;$	$xi_{15}t_{12} := 0;$	$xi_{22}t_{01} := 0;$	
$xi_{02}t_{10} := 0;$	$xi_{06}t_{04} := 0;$	$xi_{10}t_{01} := 0;$	$xi_{16}t_{07} := 0;$	$xi_{22}t_{02} := 0;$	
$xi_{02}t_{11} := 0;$	$xi_{06}t_{05} := 0;$	$xi_{10}t_{02} := 0;$	$xi_{16}t_{08} := 0;$	$xi_{22}t_{03} := 0;$	
$xi_{02}t_{12} := 0;$	$xi_{06}t_{06} := 0;$	$xi_{10}t_{10} := 0;$	$xi_{16}t_{09} := 0;$	$xi_{22}t_{04} := 0;$	
$xi_{03}t_{04} := 0;$	$xi_{06}t_{07} := 0;$	$xi_{10}t_{11} := 0;$	$xi_{16}t_{10} := 0;$	$xi_{22}t_{05} := 0;$	
$xi_{03}t_{05} := 0;$	$xi_{06}t_{12} := 0;$	$xi_{10}t_{12} := 0;$	$xi_{16}t_{11} := 0;$	$xi_{22}t_{06} := 0;$	
$xi_{03}t_{06} := 0;$	$xi_{07}t_{01} := 0;$	$xi_{11}t_{01} := 0;$	$xi_{16}t_{12} := 0;$	$xi_{22}t_{07} := 0;$	
$xi_{03}t_{07} := 0;$	$xi_{07}t_{02} := 0;$	$xi_{11}t_{02} := 0;$	$xi_{17}t_{01} := 0;$	$xi_{23}t_{07} := 0;$	
$xi_{03}t_{08} := 0;$	$xi_{07}t_{03} := 0;$	$xi_{11}t_{03} := 0;$	$xi_{17}t_{02} := 0;$	$xi_{23}t_{08} := 0;$	
$xi_{03}t_{09} := 0;$	$xi_{07}t_{04} := 0;$	$xi_{11}t_{04} := 0;$	$xi_{17}t_{10} := 0;$	$xi_{23}t_{09} := 0;$	
$xi_{03}t_{10} := 0;$	$xi_{07}t_{05} := 0;$	$xi_{11}t_{05} := 0;$	$xi_{17}t_{11} := 0;$	$xi_{23}t_{10} := 0;$	
$xi_{03}t_{11} := 0;$	$xi_{07}t_{06} := 0;$	$xi_{11}t_{06} := 0;$	$xi_{17}t_{12} := 0;$	$xi_{23}t_{11} := 0;$	
$xi_{03}t_{12} := 0;$	$xi_{07}t_{07} := 0;$	$xi_{11}t_{07} := 0;$	$xi_{18}t_{01} := 0;$	$xi_{23}t_{12} := 0;$	
$xi_{04}t_{01} := 0;$	$xi_{07}t_{08} := 0;$	$xi_{12}t_{01} := 0;$	$xi_{18}t_{11} := 0;$	$xi_{24}t_{01} := 0;$	
$xi_{04}t_{02} := 0;$	$xi_{07}t_{12} := 0;$	$xi_{12}t_{02} := 0;$	$xi_{18}t_{12} := 0;$	$xi_{24}t_{02} := 0;$	
$xi_{04}t_{07} := 0$	$xi_{08}t_{01} := 0;$	$xi_{12}t_{03} := 0;$	$xi_{19}t_{01} := 0;$	$xi_{24}t_{03} := 0;$	
$xi_{04}t_{08} := 0;$	$xi_{08}t_{02} := 0;$	$xi_{12}t_{04} := 0;$	$xi_{19}t_{10} := 0;$	$xi_{24}t_{04} := 0;$	
$xi_{04}t_{09} := 0;$	$xi_{08}t_{03} := 0;$	$xi_{12}t_{05} := 0;$	$xi_{19}t_{11} := 0;$	$xi_{24}t_{05} := 0;$	
$xi_{04}t_{10} := 0;$	$xi_{08}t_{04} := 0;$	$xi_{12}t_{12} := 0;$	$xi_{19}t_{12} := 0;$	$xi_{24}t_{06} := 0;$	
$xi_{04}t_{11} := 0;$	$xi_{08}t_{09} := 0;$	$xi_{13}t_{01} := 0;$	$xi_{20}t_{06} := 0;$	$xi_{24}t_{07} := 0;$	
$xi_{04}t_{12} := 0;$	$xi_{08}t_{10} := 0;$	$xi_{13}t_{10} := 0;$	$xi_{20}t_{07} := 0;$	$xi_{24}t_{08} := 0;$	
$xi_{05}t_{01} := 0;$	$xi_{08}t_{11} := 0;$	$xi_{13}t_{11} := 0;$	$xi_{20}t_{08} := 0;$	$xi_{24}t_{12} := 0;$	
$xi_{05}t_{02} := 0;$	$xi_{08}t_{12} := 0;$	$xi_{13}t_{12} := 0;$	$xi_{20}t_{09} := 0;$	$xi_{25}t_{07} := 0;$	
$xi_{05}t_{03} := 0;$	$xi_{09}t_{04} := 0;$	$xi_{14}t_{01} := 0;$	$xi_{20}t_{10} := 0;$	$xi_{25}t_{08} := 0;$	

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

Setbinary :=

$xi_{01}t_{05}$, $xi_{01}t_{06}$, $xi_{01}t_{07}$, $xi_{01}t_{08}$, $xi_{01}t_{09}$, $xi_{01}t_{10}$, $xi_{02}t_{01}$, $xi_{02}t_{02}$, $xi_{02}t_{03}$, $xi_{02}t_{04}$, $xi_{02}t_{05}$, $xi_{02}t_{06}$, $xi_{02}t_{07}$, $xi_{03}t_{01}$, $xi_{03}t_{02}$, $xi_{03}t_{03}$, $xi_{04}t_{03}$, $xi_{04}t_{04}$, $xi_{04}t_{05}$, $xi_{04}t_{06}$, $xi_{05}t_{05}$, $xi_{05}t_{06}$, $xi_{05}t_{07}$, $xi_{05}t_{08}$, $xi_{06}t_{08}$, $xi_{06}t_{09}$, $xi_{06}t_{10}$, $xi_{06}t_{11}$, $xi_{07}t_{09}$, $xi_{07}t_{10}$, $xi_{07}t_{11}$, $xi_{08}t_{05}$, $xi_{08}t_{06}$, $xi_{08}t_{07}$, $xi_{08}t_{08}$, $xi_{09}t_{01}$, $xi_{09}t_{02}$, $xi_{09}t_{03}$, $xi_{09}t_{04}$, $xi_{09}t_{05}$, $xi_{10}t_{03}$, $xi_{10}t_{06}$, $xi_{10}t_{07}$, $xi_{10}t_{08}$, $xi_{10}t_{09}$, $xi_{11}t_{08}$, $xi_{11}t_{09}$, $xi_{11}t_{10}$, $xi_{11}t_{11}$, $xi_{11}t_{12}$, $xi_{12}t_{06}$, $xi_{12}t_{07}$, $xi_{12}t_{08}$, $xi_{12}t_{09}$, $xi_{12}t_{10}$, $xi_{12}t_{11}$, $xi_{13}t_{02}$, $xi_{13}t_{03}$, $xi_{13}t_{04}$, $xi_{13}t_{05}$, $xi_{13}t_{06}$, $xi_{13}t_{07}$, $xi_{13}t_{08}$, $xi_{13}t_{09}$, $xi_{14}t_{07}$, $xi_{14}t_{08}$, $xi_{14}t_{09}$, $xi_{14}t_{10}$, $xi_{14}t_{11}$, $xi_{14}t_{12}$, $xi_{15}t_{03}$, $xi_{15}t_{04}$, $xi_{15}t_{05}$, $xi_{15}t_{06}$, $xi_{15}t_{07}$, $xi_{15}t_{08}$, $xi_{15}t_{09}$, $xi_{15}t_{10}$, $xi_{15}t_{11}$, $xi_{16}t_{01}$, $xi_{16}t_{02}$, $xi_{16}t_{03}$, $xi_{16}t_{04}$, $xi_{16}t_{05}$, $xi_{16}t_{06}$, $xi_{17}t_{03}$, $xi_{17}t_{04}$, $xi_{17}t_{05}$, $xi_{17}t_{06}$, $xi_{17}t_{07}$, $xi_{17}t_{08}$, $xi_{17}t_{09}$, $xi_{18}t_{02}$, $xi_{18}t_{03}$, $xi_{18}t_{04}$, $xi_{18}t_{05}$, $xi_{18}t_{06}$, $xi_{18}t_{07}$, $xi_{18}t_{08}$, $xi_{18}t_{09}$, $xi_{18}t_{10}$, $xi_{19}t_{02}$, $xi_{19}t_{03}$, $xi_{19}t_{04}$, $xi_{19}t_{05}$, $xi_{19}t_{06}$, $xi_{19}t_{07}$, $xi_{19}t_{08}$, $xi_{19}t_{09}$, $xi_{20}t_{01}$, $xi_{20}t_{02}$, $xi_{20}t_{03}$, $xi_{20}t_{04}$, $xi_{20}t_{05}$, $xi_{21}t_{04}$, $xi_{21}t_{05}$, $xi_{21}t_{06}$, $xi_{21}t_{07}$, $xi_{21}t_{08}$, $xi_{21}t_{09}$, $xi_{21}t_{10}$, $xi_{22}t_{08}$, $xi_{22}t_{09}$, $xi_{22}t_{10}$, $xi_{22}t_{11}$, $xi_{22}t_{12}$, $xi_{23}t_{01}$, $xi_{23}t_{02}$, $xi_{23}t_{03}$, $xi_{23}t_{04}$, $xi_{23}t_{05}$, $xi_{23}t_{06}$, $xi_{24}t_{09}$, $xi_{24}t_{10}$, $xi_{24}t_{11}$, $xi_{25}t_{01}$, $xi_{25}t_{02}$, $xi_{25}t_{03}$, $xi_{25}t_{04}$, $xi_{25}t_{05}$, $xi_{25}t_{06}$,

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

$gi_{01}t_{01}+gi_{01}t_{02}+gi_{01}t_{03}+gi_{01}t_{04}+gi_{01}t_{05}+gi_{01}t_{06}+gi_{01}t_{07}+gi_{01}t_{08}+gi_{01}t_{09}+gi_{01}t_{10}+gi_{01}t_{11}+gi_{01}t_{12} = gei_{01},$
$gi_{02}t_{01}+gi_{02}t_{02}+gi_{02}t_{03}+gi_{02}t_{04}+gi_{02}t_{05}+gi_{02}t_{06}+gi_{02}t_{07}+gi_{02}t_{08}+gi_{02}t_{09}+gi_{02}t_{10}+gi_{02}t_{11}+gi_{02}t_{12} = gei_{02},$
$gi_{03}t_{01}+gi_{03}t_{02}+gi_{03}t_{03}+gi_{03}t_{04}+gi_{03}t_{05}+gi_{03}t_{06}+gi_{03}t_{07}+gi_{03}t_{08}+gi_{03}t_{09}+gi_{03}t_{10}+gi_{03}t_{11}+gi_{03}t_{12} = gei_{03},$
$gi_{04}t_{01}+gi_{04}t_{02}+gi_{04}t_{03}+gi_{04}t_{04}+gi_{04}t_{05}+gi_{04}t_{06}+gi_{04}t_{07}+gi_{04}t_{08}+gi_{04}t_{09}+gi_{04}t_{10}+gi_{04}t_{11}+gi_{04}t_{12} = gei_{04},$
$gi_{05}t_{01}+gi_{05}t_{02}+gi_{05}t_{03}+gi_{05}t_{04}+gi_{05}t_{05}+gi_{05}t_{06}+gi_{05}t_{07}+gi_{05}t_{08}+gi_{05}t_{09}+gi_{05}t_{10}+gi_{05}t_{11}+gi_{05}t_{12} = gei_{05},$
$gi_{06}t_{01}+gi_{06}t_{02}+gi_{06}t_{03}+gi_{06}t_{04}+gi_{06}t_{05}+gi_{06}t_{06}+gi_{06}t_{07}+gi_{06}t_{08}+gi_{06}t_{09}+gi_{06}t_{10}+gi_{06}t_{11}+gi_{06}t_{12} = gei_{06},$
$gi_{07}t_{01}+gi_{07}t_{02}+gi_{07}t_{03}+gi_{07}t_{04}+gi_{07}t_{05}+gi_{07}t_{06}+gi_{07}t_{07}+gi_{07}t_{08}+gi_{07}t_{09}+gi_{07}t_{10}+gi_{07}t_{11}+gi_{07}t_{12} = gei_{07},$
$gi_{08}t_{01}+gi_{08}t_{02}+gi_{08}t_{03}+gi_{08}t_{04}+gi_{08}t_{05}+gi_{08}t_{06}+gi_{08}t_{07}+gi_{08}t_{08}+gi_{08}t_{09}+gi_{08}t_{10}+gi_{08}t_{11}+gi_{08}t_{12} = gei_{08},$
$gi_{09}t_{01}+gi_{09}t_{02}+gi_{09}t_{03}+gi_{09}t_{04}+gi_{09}t_{05}+gi_{09}t_{06}+gi_{09}t_{07}+gi_{09}t_{08}+gi_{09}t_{09}+gi_{09}t_{10}+gi_{09}t_{11}+gi_{09}t_{12} = gei_{09},$
$gi_{10}t_{01}+gi_{10}t_{02}+gi_{10}t_{03}+gi_{10}t_{04}+gi_{10}t_{05}+gi_{10}t_{06}+gi_{10}t_{07}+gi_{10}t_{08}+gi_{10}t_{09}+gi_{10}t_{10}+gi_{10}t_{11}+gi_{10}t_{12} = gei_{10},$
$gi_{11}t_{01}+gi_{11}t_{02}+gi_{11}t_{03}+gi_{11}t_{04}+gi_{11}t_{05}+gi_{11}t_{06}+gi_{11}t_{07}+gi_{11}t_{08}+gi_{11}t_{09}+gi_{11}t_{10}+gi_{11}t_{11}+gi_{11}t_{12} = gei_{11},$
$gi_{12}t_{01}+gi_{12}t_{02}+gi_{12}t_{03}+gi_{12}t_{04}+gi_{12}t_{05}+gi_{12}t_{06}+gi_{12}t_{07}+gi_{12}t_{08}+gi_{12}t_{09}+gi_{12}t_{10}+gi_{12}t_{11}+gi_{12}t_{12} = gei_{12},$
$gi_{13}t_{01}+gi_{13}t_{02}+gi_{13}t_{03}+gi_{13}t_{04}+gi_{13}t_{05}+gi_{13}t_{06}+gi_{13}t_{07}+gi_{13}t_{08}+gi_{13}t_{09}+gi_{13}t_{10}+gi_{13}t_{11}+gi_{13}t_{12} = gei_{13},$
$gi_{14}t_{01}+gi_{14}t_{02}+gi_{14}t_{03}+gi_{14}t_{04}+gi_{14}t_{05}+gi_{14}t_{06}+gi_{14}t_{07}+gi_{14}t_{08}+gi_{14}t_{09}+gi_{14}t_{10}+gi_{14}t_{11}+gi_{14}t_{12} = gei_{14},$
$gi_{15}t_{01}+gi_{15}t_{02}+gi_{15}t_{03}+gi_{15}t_{04}+gi_{15}t_{05}+gi_{15}t_{06}+gi_{15}t_{07}+gi_{15}t_{08}+gi_{15}t_{09}+gi_{15}t_{10}+gi_{15}t_{11}+gi_{15}t_{12} = gei_{15},$
$gi_{16}t_{01}+gi_{16}t_{02}+gi_{16}t_{03}+gi_{16}t_{04}+gi_{16}t_{05}+gi_{16}t_{06}+gi_{16}t_{07}+gi_{16}t_{08}+gi_{16}t_{09}+gi_{16}t_{10}+gi_{16}t_{11}+gi_{16}t_{12} = gei_{16},$
$gi_{17}t_{01}+gi_{17}t_{02}+gi_{17}t_{03}+gi_{17}t_{04}+gi_{17}t_{05}+gi_{17}t_{06}+gi_{17}t_{07}+gi_{17}t_{08}+gi_{17}t_{09}+gi_{17}t_{10}+gi_{17}t_{11}+gi_{17}t_{12} = gei_{17},$
$gi_{18}t_{01}+gi_{18}t_{02}+gi_{18}t_{03}+gi_{18}t_{04}+gi_{18}t_{05}+gi_{18}t_{06}+gi_{18}t_{07}+gi_{18}t_{08}+gi_{18}t_{09}+gi_{18}t_{10}+gi_{18}t_{11}+gi_{18}t_{12} = gei_{18},$
$gi_{19}t_{01}+gi_{19}t_{02}+gi_{19}t_{03}+gi_{19}t_{04}+gi_{19}t_{05}+gi_{19}t_{06}+gi_{19}t_{07}+gi_{19}t_{08}+gi_{19}t_{09}+gi_{19}t_{10}+gi_{19}t_{11}+gi_{19}t_{12} = gei_{19},$
$gi_{20}t_{01}+gi_{20}t_{02}+gi_{20}t_{03}+gi_{20}t_{04}+gi_{20}t_{05}+gi_{20}t_{06}+gi_{20}t_{07}+gi_{20}t_{08}+gi_{20}t_{09}+gi_{20}t_{10}+gi_{20}t_{11}+gi_{20}t_{12} = gei_{20},$
$gi_{21}t_{01}+gi_{21}t_{02}+gi_{21}t_{03}+gi_{21}t_{04}+gi_{21}t_{05}+gi_{21}t_{06}+gi_{21}t_{07}+gi_{21}t_{08}+gi_{21}t_{09}+gi_{21}t_{10}+gi_{21}t_{11}+gi_{21}t_{12} = gei_{21},$
$gi_{22}t_{01}+gi_{22}t_{02}+gi_{22}t_{03}+gi_{22}t_{04}+gi_{22}t_{05}+gi_{22}t_{06}+gi_{22}t_{07}+gi_{22}t_{08}+gi_{22}t_{09}+gi_{22}t_{10}+gi_{22}t_{11}+gi_{22}t_{12} = gei_{22},$
$gi_{23}t_{01}+gi_{23}t_{02}+xg_{23}t_{03}+gi_{23}t_{04}+gi_{23}t_{05}+gi_{23}t_{06}+gi_{23}t_{07}+gi_{23}t_{08}+gi_{23}t_{09}+gi_{23}t_{10}+gi_{23}t_{11}+gi_{23}t_{12} = gei_{23},$
$gi_{24}t_{01}+gi_{24}t_{02}+gi_{24}t_{03}+gi_{24}t_{04}+gi_{24}t_{05}+gi_{24}t_{06}+gi_{24}t_{07}+gi_{24}t_{08}+gi_{24}t_{09}+gi_{24}t_{10}+gi_{24}t_{11}+gi_{24}t_{12} = gei_{24},$
$gi_{25}t_{01}+gi_{25}t_{02}+gi_{25}t_{03}+gi_{25}t_{04}+gi_{25}t_{05}+gi_{25}t_{06}+gi_{25}t_{07}+gi_{25}t_{08}+gi_{25}t_{09}+gi_{25}t_{10}+gi_{25}t_{11}+gi_{25}t_{12} = gei_{25};$

$coi_{01} = a_{01}*gei_{01}\hat{}_2+b_{01}*gei_{01}+d_{01},$
$coi_{02} = a_{02}*gei_{02}\hat{}_2+b_{02}*gei_{02}+d_{02},$
$coi_{03} = a_{03}*gei_{03}\hat{}_2+b_{03}*gei_{03}+d_{03},$
$coi_{04} = a_{04}*gei_{04}\hat{}_2+b_{04}*gei_{04}+d_{04},$
$coi_{05} = a_{05}*gei_{05}\hat{}_2+b_{05}*gei_{05}+d_{05},$
$coi_{06} = a_{06}*gei_{06}\hat{}_2+b_{06}*gei_{06}+d_{06},$
$coi_{07} = a_{07}*gei_{07}\hat{}_2+b_{07}*gei_{07}+d_{07},$
$coi_{08} = a_{08}*gei_{08}\hat{}_2+b_{08}*gei_{08}+d_{08},$
$coi_{09} = a_{09}*gei_{09}\hat{}_2+b_{09}*gei_{09}+d_{09},$
$coi_{10} = a_{10}*gei_{10}\hat{}_2+b_{10}*gei_{10}+d_{10},$
$coi_{11} = a_{11}*gei_{11}\hat{}_2+b_{11}*gei_{11}+d_{11},$
$coi_{12} = a_{12}*gei_{12}\hat{}_2+b_{12}*gei_{12}+d_{12},$
$coi_{13} = a_{13}*gei_{13}\hat{}_2+b_{13}*gei_{13}+d_{13},$
$coi_{14} = a_{14}*gei_{14}\hat{}_2+b_{14}*gei_{14}+d_{14},$
$coi_{15} = a_{15}*gei_{15}\hat{}_2+b_{15}*gei_{15}+d_{15},$
$coi_{16} = a_{16}*gei_{16}\hat{}_2+b_{16}*gei_{16}+d_{16},$
$coi_{17} = a_{17}*gei_{17}\hat{}_2+b_{17}*gei_{17}+d_{17},$
$coi_{18} = a_{18}*gei_{18}\hat{}_2+b_{18}*gei_{18}+d_{18},$
$coi_{19} = a_{19}*gei_{19}\hat{}_2+b_{19}*gei_{19}+d_{19},$
$coi_{20} = a_{20}*gei_{20}\hat{}_2+b_{20}*gei_{20}+d_{20},$
$coi_{21} = a_{21}*gei_{21}\hat{}_2+b_{21}*gei_{21}+d_{21},$
$coi_{22} = a_{22}*gei_{22}\hat{}_2+b_{22}*gei_{22}+d_{22},$
$coi_{23} = a_{23}*gei_{23}\hat{}_2+b_{23}*gei_{23}+d_{23},$
$coi_{24} = a_{24}*gei_{24}\hat{}_2+b_{24}*gei_{24}+d_{24},$
$coi_{25} = a_{25}*gei_{25}\hat{}_2+b_{25}*gei_{25}+d_{25};$

$Obj :=$
$coi_{08}+coi_{21}+coi_{22}+coi_{23}+coi_{01}+coi_{25}+coi_{15}+coi_{20}+coi_{06}+coi_{09}+coi_{10}+coi_{11}+coi_{12}+$
$coi_{13}+coi_{24}+coi_{17}+coi_{18}+coi_{05}+coi_{07}+coi_{19}+coi_{14}+coi_{16}+coi_{02}+coi_{03}+coi_{04}+$

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

$ap_5*(rj_5t_{01}k_0+rj_5t_{02}k_0+rj_5t_{03}k_0+rj_5t_{04}k_0+rj_5t_{05}k_0+rj_5t_{06}k_0+rj_5t_{07}k_0+rj_5t_{08}k_0+rj_5t_{09}k_0+rj_5t_{10}k_0+rj_5t_{11}k_0+rj_5t_{12}k_0)+$
$ap_2*(rj_2t_{01}k_0+rj_2t_{02}k_0+rj_2t_{03}k_0+rj_2t_{04}k_0+rj_2t_{05}k_0+rj_2t_{06}k_0+rj_2t_{07}k_0+rj_2t_{08}k_0+rj_2t_{09}k_0+rj_2t_{10}k_0+rj_2t_{11}k_0+rj_2t_{12}k_0 +$
$ap_3*(rj_3t_{01}k+rj_3t_{02}k_0+rj_3t_{03}k_0+rj_3t_{04}k_0+rj_3t_{05}k_0+rj_3t_{06}k_0+rj_3t_{07}k_0+rj_3t_{08}k_0+rj_3t_{09}k_0+rj_3t_{10}k_0+rj_3t_{11}k_0+rj_3t_{12}k_0)$
$ap_4*(rj_4t_{01}k_0+rj_4t_{02}k_0+rj_4t_{03}k_0+rj_4t_{04}k_0+rj_4t_{05}k_0+rj_4t_{06}k_0+rj_4t_{07}k_0+rj_4t_{08}k_0+rj_4t_{09}k_0+rj_4t_{10}k_0+rj_4t_{11}k_0+rj_4t_{12}k_0)+$
$ap_1*(rj_1t_{01}k_0+rj_1t_{02}k_0+rj_1t_{03}k_0+rj_1t_{04}k_0+rj_1t_{05}k_0+rj_1t_{06}k_0+rj_1t_{07}k_0+rj_1t_{08}k_0+rj_1t_{09}k_0+rj_1t_{10}k_0+rj_1t_{11}k_0+rj_1t_{12}k_0);$

$gj_1t_{01}k_0-fj_{12}t_{01}k_0-fj_{13}t_{01}k_0-fj_{14}t_{01}k_0+rj_1t_{01}k_0 = Lj_1t_{01}-gh_1,$
$gj_1t_{02}k_0-fj_{12}t_{02}k_0-fj_{13}t_{02}k_0-fj_{14}t_{02}k_0+rj_1t_{02}k_0 = Lj_1t_{02}-gh_1,$
$gj_1t_{03}k_0-fj_{12}t_{03}k_0-fj_{13}t_{03}k_0-fj_{14}t_{03}k_0+rj_1t_{03}k_0 = Lj_1t_{03}-gh_1,$
$gj_1t_{04}k_0-fj_{12}t_{04}k_0-fj_{13}t_{04}k_0-fj_{14}t_{04}k_0+rj_1t_{04}k_0 = Lj_1t_{04}-gh_1,$
$gj_1t_{05}k_0-fj_{12}t_{05}k_0-fj_{13}t_{05}k_0-fj_{14}t_{05}k_0+rj_1t_{05}k_0 = Lj_1t_{05}-gh_1,$
$gj_1t_{06}k_0-fj_{12}t_{06}k_0-fj_{13}t_{06}k_0-fj_{14}t_{06}k_0+rj_1t_{06}k_0 = Lj_1t_{06}-gh_1,$
$gj_1t_{07}k_0-fj_{12}t_{07}k_0-fj_{13}t_{07}k_0-fj_{14}t_{07}k_0+rj_1t_{07}k_0 = Lj_1t_{07}-gh_1,$
$gj_1t_{08}k_0-fj_{12}t_{08}k_0-fj_{13}t_{08}k_0-fj_{14}t_{08}k_0+rj_1t_{08}k_0 = Lj_1t_{08}-gh_1,$
$gj_1t_{09}k_0-fj_{12}t_{09}k_0-fj_{13}t_{09}k_0-fj_{14}t_{09}k_0+rj_1t_{09}k_0 = Lj_1t_{09}-gh_1,$
$gj_1t_{10}k_0-fj_{12}t_{10}k_0-fj_{13}t_{10}k_0-fj_{14}t_{10}k_0+rj_1t_{10}k_0 = Lj_1t_{10}-gh_1,$
$gj_1t_{11}k_0-fj_{12}t_{11}k_0-fj_{13}t_{11}k_0-fj_{14}t_{11}k_0+rj_1t_{11}k_0 = Lj_1t_{11}-gh_1,$
$gj_1t_{12}k_0-fj_{12}t_{12}k_0-fj_{13}t_{12}k_0-fj_{14}t_{12}k_0+rj_1t_{12}k_0 = Lj_1t_{12}-gh_1,$

$gj_2t_{01}k_0+fj_{12}t_{01}k_0-fj_{23}t_{01}k_0-fj_{25}t_{01}k_0+rj_2t_{01}k_0 = Lj_2t_{01}-gh_2,$
$gj_2t_{02}k_0+fj_{12}t_{02}k_0-fj_{23}t_{02}k_0-fj_{25}t_{02}k_0+rj_2t_{02}k_0 = Lj_2t_{02}-gh_2,$
$gj_2t_{03}k_0+fj_{12}t_{03}k_0-fj_{23}t_{03}k_0-fj_{25}t_{03}k_0+rj_2t_{03}k_0 = Lj_2t_{03}-gh_2,$
$gj_2t_{04}k_0+fj_{12}t_{04}k_0-fj_{23}t_{04}k_0-fj_{25}t_{04}k_0+rj_2t_{04}k_0 = Lj_2t_{04}-gh_2,$
$gj_2t_{05}k_0+fj_{12}t_{05}k_0-fj_{23}t_{05}k_0-fj_{25}t_{05}k_0+rj_2t_{05}k_0 = Lj_2t_{05}-gh_2,$
$gj_2t_{06}k_0+fj_{12}t_{06}k_0-fj_{23}t_{06}k_0-fj_{25}t_{06}k_0+rj_2t_{06}k_0 = Lj_2t_{06}-gh_2,$
$gj_2t_{07}k_0+fj_{12}t_{07}k_0-fj_{23}t_{07}k_0-fj_{25}t_{07}k_0+rj_2t_{07}k_0 = Lj_2t_{07}-gh_2,$
$gj_2t_{08}k_0+fj_{12}t_{08}k_0-fj_{23}t_{08}k_0-fj_{25}t_{08}k_0+rj_2t_{08}k_0 = Lj_2t_{08}-gh_2,$
$gj_2t_{09}k_0+fj_{12}t_{09}k_0-fj_{23}t_{09}k_0-fj_{25}t_{09}k_0+rj_2t_{09}k_0 = Lj_2t_{09}-gh_2,$
$gj_2t_{10}k_0+fj_{12}t_{10}k_0-fj_{23}t_{10}k_0-fj_{25}t_{10}k_0+rj_2t_{10}k_0 = Lj_2t_{10}-gh_2,$
$gj_2t_{11}k_0+fj_{12}t_{11}k_0-fj_{23}t_{11}k_0-fj_{25}t_{11}k_0+rj_2t_{11}k_0 = Lj_2t_{11}-gh_2,$
$gj_2t_{12}k_0+fj_{12}t_{12}k_0-fj_{23}t_{12}k_0-fj_{25}t_{12}k_0+rj_2t_{12}k_0 = Lj_2t_{12}-gh_2,$

$gj_3t_{01}k_0+fj_{13}t_{01}k_0+fj_{23}t_{01}k_0-fj_{34}t_{01}k_0+rj_3t_{01}k_0 = Lj_3t_{01}-gh_3,$
$gj_3t_{02}k_0+fj_{13}t_{02}k_0+fj_{23}t_{02}k_0-fj_{34}t_{02}k_0+rj_3t_{02}k_0 = Lj_3t_{02}-gh_3,$
$gj_3t_{03}k_0+fj_{13}t_{03}k_0+fj_{23}t_{03}k_0-fj_{34}t_{03}k_0+rj_3t_{03}k_0 = Lj_3t_{03}-gh_3,$
$gj_3t_{04}k_0+fj_{13}t_{04}k_0+fj_{23}t_{04}k_0-fj_{34}t_{04}k_0+rj_3t_{04}k_0 = Lj_3t_{04}-gh_3,$
$gj_3t_{05}k_0+fj_{13}t_{05}k_0+fj_{23}t_{05}k_0-fj_{34}t_{05}k_0+rj_3t_{05}k_0 = Lj_3t_{05}-gh_3,$
$gj_3t_{06}k_0+fj_{13}t_{06}k_0+fj_{23}t_{06}k_0-fj_{34}t_{06}k_0+rj_3t_{06}k_0 = Lj_3t_{06}-gh_3,$
$gj_3t_{07}k_0+fj_{13}t_{07}k_0+fj_{23}t_{07}k_0-fj_{34}t_{07}k_0+rj_3t_{07}k_0 = Lj_3t_{07}-gh_3,$
$gj_3t_{08}k_0+fj_{13}t_{08}k_0+fj_{23}t_{08}k_0-fj_{34}t_{08}k_0+rj_3t_{08}k_0 = Lj_3t_{08}-gh_3,$
$gj_3t_{09}k_0+fj_{13}t_{09}k_0+fj_{23}t_{09}k_0-fj_{34}t_{09}k_0+rj_3t_{09}k_0 = Lj_3t_{09}-gh_3,$
$gj_3t_{10}k_0+fj_{13}t_{10}k_0+fj_{23}t_{10}k_0-fj_{34}t_{10}k_0+rj_3t_{10}k_0 = Lj_3t_{10}-gh_3,$
$gj_3t_{11}k_0+fj_{13}t_{11}k_0+fj_{23}t_{11}k_0-fj_{34}t_{11}k_0+rj_3t_{11}k_0 = Lj_3t_{11}-gh_3,$
$gj_3t_{12}k_0+fj_{13}t_{12}k_0+fj_{23}t_{12}k_0-fj_{34}t_{12}k_0+rj_3t_{12}k_0 = Lj_3t_{12}-gh_3,$

$gj_4t_{01}k_0+fj_{14}t_{01}k_0+fj_{34}t_{01}k_0+rj_4t_{01}k_0 = Lj_4t_{01}-gh_4,$
$gj_4t_{02}k_0+fj_{14}t_{02}k_0+fj_{34}t_{02}k_0+rj_4t_{02}k_0 = Lj_4t_{02}-gh_4,$
$gj_4t_{03}k_0+fj_{14}t_{03}k_0+fj_{34}t_{03}k_0+rj_4t_{03}k_0 = Lj_4t_{03}-gh_4,$
$gj_4t_{04}k_0+fj_{14}t_{04}k_0+fj_{34}t_{04}k_0+rj_4t_{04}k_0 = Lj_4t_{04}-gh_4,$
$gj_4t_{05}k_0+fj_{14}t_{05}k_0+fj_{34}t_{05}k_0+rj_4t_{05}k_0 = Lj_4t_{05}-gh_4,$
$gj_4t_{06}k_0+fj_{14}t_{06}k_0+fj_{34}t_{06}k_0+rj_4t_{06}k_0 = Lj_4t_{06}-gh_4,$
$gj_4t_{07}k_0+fj_{14}t_{07}k_0+fj_{34}t_{07}k_0+rj_4t_{07}k_0 = Lj_4t_{07}-gh_4,$

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

$gj_4t_{08}k_0+fj_{14}t_{08}k_0+fj_{34}t_{08}k_0+rj_4t_{08}k_0 = Lj_4t_{08}-gh_4,$
$gj_4t_{09}k_0+fj_{14}t_{09}k_0+fj_{34}t_{09}k_0+rj_4t_{09}k_0 = Lj_4t_{09}-gh_4,$
$gj_4t_{10}k_0+fj_{14}t_{10}k_0+fj_{34}t_{10}k_0+rj_4t_{10}k_0 = Lj_4t_{10}-gh_4,$
$gj_4t_{11}k_0+fj_{14}t_{11}k_0+fj_{34}t_{11}k_0+rj_4t_{11}k_0 = Lj_4t_{11}-gh_4,$
$gj_4t_{12}k_0+fj_{14}t_{12}k_0+fj_{34}t_{12}k_0+rj_4t_{12}k_0 = Lj_4t_{12}-gh_4,$

$gj_5t_{01}k_0+fj_{25}t_{01}k_0+rj_5t_{01}k_0 = Lj_5t_{01}-gh_5,$
$gj_5t_{02}k_0+fj_{25}t_{02}k_0+rj_5t_{02}k_0 = Lj_5t_{02}-gh_5,$
$gj_5t_{03}k_0+fj_{25}t_{03}k_0+rj_5t_{03}k_0 = Lj_5t_{03}-gh_5,$
$gj_5t_{04}k_0+fj_{25}t_{04}k_0+rj_5t_{04}k_0 = Lj_5t_{04}-gh_5,$
$gj_5t_{05}k_0+fj_{25}t_{05}k_0+rj_5t_{05}k_0 = Lj_5t_{05}-gh_5,$
$gj_5t_{06}k_0+fj_{25}t_{06}k_0+rj_5t_{06}k_0 = Lj_5t_{06}-gh_5,$
$gj_5t_{07}k_0+fj_{25}t_{07}k_0+rj_5t_{07}k_0 = Lj_5t_{07}-gh_5,$
$gj_5t_{08}k_0+fj_{25}t_{08}k_0+rj_5t_{08}k_0 = Lj_5t_{08}-gh_5,$
$gj_5t_{09}k_0+fj_{25}t_{09}k_0+rj_5t_{09}k_0 = Lj_5t_{09}-gh_5,$
$gj_5t_{10}k_0+fj_{25}t_{10}k_0+rj_5t_{10}k_0 = Lj_5t_{10}-gh_5,$
$gj_5t_{11}k_0+fj_{25}t_{11}k_0+rj_5t_{11}k_0 = Lj_5t_{11}-gh_5,$
$gj_5t_{12}k_0+fj_{25}t_{12}k_0+rj_5t_{12}k_0 = Lj_5t_{12}-gh_5;$

$fcvj_{12} := -fcj_{12};$
$fcvj_{13} := -fcj_{13};$
$fcvj_{14} := -fcj_{14};$
$fcvj_{23} := -fcj_{23};$
$fcvj_{25} := -fcj_{25};$
$fcvj_{34} := -fcj_{34};$

$fj_{12}t_{01}k_0 \geq fcj_{12},$
$fj_{12}t_{02}k_0 \geq fcj_{12},$
$fj_{12}t_{03}k_0 \geq fcj_{12},$
$fj_{12}t_{04}k_0 \geq fcj_{12},$
$fj_{12}t_{05}k_0 \geq fcj_{12},$
$fj_{12}t_{06}k_0 \geq fcj_{12},$
$fj_{12}t_{07}k_0 \geq fcj_{12},$
$fj_{12}t_{08}k_0 \geq fcj_{12},$
$fj_{12}t_{09}k_0 \geq fcj_{12},$
$fj_{12}t_{10}k_0 \geq fcj_{12},$
$fj_{12}t_{11}k_0 \geq fcj_{12},$
$fj_{12}t_{12}k_0 \geq fcj_{12},$

$fj_{13}t_{01}k_0 \geq fcj_{13},$
$fj_{13}t_{02}k_0 \geq fcj_{13},$
$fj_{13}t_{03}k_0 \geq fcj_{13},$
$fj_{13}t_{04}k_0 \geq fcj_{13},$
$fj_{13}t_{05}k_0 \geq fcj_{13},$
$fj_{13}t_{06}k_0 \geq fcj_{13},$
$fj_{13}t_{07}k_0 \geq fcj_{13},$
$fj_{13}t_{08}k_0 \geq fcj_{13},$
$fj_{13}t_{09}k_0 \geq fcj_{13},$
$fj_{13}t_{10}k_0 \geq fcj_{13},$
$fj_{13}t_{11}k_0 \geq fcj_{13},$
$fj_{13}t_{12}k_0 \geq fcj_{13},$

$fj_{14}t_{01}k_0 \geq fcj_{14},$
$fj_{14}t_{02}k_0 \geq fcj_{14},$
$fj_{14}t_{03}k_0 \geq fcj_{14},$
$fj_{14}t_{04}k_0 \geq fcj_{14},$
$fj_{14}t_{05}k_0 \geq fcj_{14},$
$fj_{14}t_{06}k_0 \geq fcj_{14},$

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

$fj_{14}t_{07}k_0 \geq fcj_{14},$
$fj_{14}t_{08}k_0 \geq fcj_{14},$
$fj_{14}t_{09}k_0 \geq fcj_{14},$
$fj_{14}t_{10}k_0 \geq fcj_{14},$
$fj_{14}t_{11}k_0 \geq fcj_{14},$
$fj_{14}t_{12}k_0 \geq fcj_{14},$

$fj_{23}t_{01}k_0 \geq fcj_{23},$
$fj_{23}t_{02}k_0 \geq fcj_{23},$
$fj_{23}t_{03}k_0 \geq fcj_{23},$
$fj_{23}t_{04}k_0 \geq fcj_{23},$
$fj_{23}t_{05}k_0 \geq fcj_{23},$
$fj_{23}t_{06}k_0 \geq fcj_{23},$
$fj_{23}t_{07}k_0 \geq fcj_{23},$
$fj_{23}t_{08}k_0 \geq fcj_{23},$
$fj_{23}t_{09}k_0 \geq fcj_{23},$
$fj_{23}t_{10}k_0 \geq fcj_{23},$
$fj_{23}t_{11}k_0 \geq fcj_{23},$
$fj_{23}t_{12}k_0 \geq fcj_{23},$

$fj_{25}t_{01}k_0 \geq fcj_{25},$
$fj_{25}t_{02}k_0 \geq fcj_{25},$
$fj_{25}t_{03}k_0 \geq fcj_{25},$
$fj_{25}t_{04}k_0 \geq fcj_{25},$
$fj_{25}t_{05}k_0 \geq fcj_{25},$
$fj_{25}t_{06}k_0 \geq fcj_{25},$
$fj_{25}t_{07}k_0 \geq fcj_{25},$
$fj_{25}t_{08}k_0 \geq fcj_{25},$
$fj_{25}t_{09}k_0 \geq fcj_{25},$
$fj_{25}t_{10}k_0 \geq fcj_{25},$
$fj_{25}t_{11}k_0 \geq fcj_{25},$
$fj_{25}t_{12}k_0 \geq fcj_{25},$

$fj_{34}t_{01}k_0 \geq fcvj_{34},$
$fj_{34}t_{02}k_0 \geq fcvj_{34},$
$fj_{34}t_{03}k_0 \geq fcvj_{34},$
$fj_{34}t_{04}k_0 \geq fcvj_{34},$
$fj_{34}t_{05}k_0 \geq fcvj_{34},$
$fj_{34}t_{06}k_0 \geq fcvj_{34},$
$fj_{34}t_{07}k_0 \geq fcvj_{34},$
$fj_{34}t_{08}k_0 \geq fcvj_{34},$
$fj_{34}t_{09}k_0 \geq fcvj_{34},$
$fj_{34}t_{10}k_0 \geq fcvj_{34},$
$fj_{34}t_{11}k_0 \geq fcvj_{34},$
$fj_{34}t_{12}k_0 \geq fcvj_{34};$

$fj_{12}t_{01}k_0 \geq fcvj_{12},$
$fj_{12}t_{02}k_0 \geq fcvj_{12},$
$fj_{12}t_{03}k_0 \geq fcvj_{12},$
$fj_{12}t_{04}k_0 \geq fcvj_{12},$
$fj_{12}t_{05}k_0 \geq fcvj_{12},$
$fj_{12}t_{06}k_0 \geq fcvj_{12},$
$fj_{12}t_{07}k_0 \geq fcvj_{12},$
$fj_{12}t_{08}k_0 \geq fcvj_{12},$
$fj_{12}t_{09}k_0 \geq fcvj_{12},$
$fj_{12}t_{10}k_0 \geq fcvj_{12},$
$fj_{12}t_{11}k_0 \geq fcvj_{12},$
$fj_{12}t_{12}k_0 \geq fcvj_{12},$

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

$fj_{13}t_{01}k_0 \geq fcvj_{13}$,
$fj_{13}t_{02}k_0 \geq fcvj_{13}$,
$fj_{13}t_{03}k_0 \geq fcvj_{13}$,
$fj_{13}t_{04}k_0 \geq fcvj_{13}$,
$fj_{13}t_{05}k_0 \geq fcvj_{13}$,
$fj_{13}t_{06}k_0 \geq fcvj_{13}$,
$fj_{13}t_{07}k_0 \geq fcvj_{13}$,
$fj_{13}t_{08}k_0 \geq fcvj_{13}$,
$fj_{13}t_{09}k_0 \geq fcvj_{13}$,
$fj_{13}t_{10}k_0 \geq fcvj_{13}$,
$fj_{13}t_{11}k_0 \geq fcvj_{13}$,
$fj_{13}t_{12}k_0 \geq fcvj_{13}$,

$fj_{14}t_{01}k_0 \geq fcvj_{14}$,
$fj_{14}t_{02}k_0 \geq fcvj_{14}$,
$fj_{14}t_{03}k_0 \geq fcvj_{14}$,
$fj_{14}t_{04}k_0 \geq fcvj_{14}$,
$fj_{14}t_{05}k_0 \geq fcvj_{14}$,
$fj_{14}t_{06}k_0 \geq fcvj_{14}$,
$fj_{14}t_{07}k_0 \geq fcvj_{14}$,
$fj_{14}t_{08}k_0 \geq fcvj_{14}$,
$fj_{14}t_{09}k_0 \geq fcvj_{14}$,
$fj_{14}t_{10}k_0 \geq fcvj_{14}$,
$fj_{14}t_{11}k_0 \geq fcvj_{14}$,
$fj_{14}t_{12}k_0 \geq fcvj_{14}$,

$fj_{23}t_{01}k_0 \geq fcvj_{23}$,
$fj_{23}t_{02}k_0 \geq fcvj_{23}$,
$fj_{23}t_{03}k_0 \geq fcvj_{23}$,
$fj_{23}t_{04}k_0 \geq fcvj_{23}$,
$fj_{23}t_{05}k_0 \geq fcvj_{23}$,
$fj_{23}t_{06}k_0 \geq fcvj_{23}$,
$fj_{23}t_{07}k_0 \geq fcvj_{23}$,
$fj_{23}t_{08}k_0 \geq fcvj_{23}$,
$fj_{23}t_{09}k_0 \geq fcvj_{23}$,
$fj_{23}t_{10}k_0 \geq fcvj_{23}$,
$fj_{23}t_{11}k_0 \geq fcvj_{23}$,
$fj_{23}t_{12}k_0 \geq fcvj_{23}$,

$fj_{25}t_{01}k_0 \geq fcvj_{25}$,
$fj_{25}t_{02}k_0 \geq fcvj_{25}$,
$fj_{25}t_{03}k_0 \geq fcvj_{25}$,
$fj_{25}t_{04}k_0 \geq fcvj_{25}$,
$fj_{25}t_{05}k_0 \geq fcvj_{25}$,
$fj_{25}t_{06}k_0 \geq fcvj_{25}$,
$fj_{25}t_{07}k_0 \geq fcvj_{25}$,
$fj_{25}t_{08}k_0 \geq fcvj_{25}$,
$fj_{25}t_{09}k_0 \geq fcvj_{25}$,
$fj_{25}t_{10}k_0 \geq fcvj_{25}$,
$fj_{25}t_{11}k_0 \geq fcvj_{25}$,
$fj_{25}t_{12}k_0 \geq fcvj_{25}$,
$fj_{34}t_{01}k_0 \geq fcvj_{34}$,

$fj_{34}t_{02}k_0 \geq fcvj_{34}$,
$fj_{34}t_{03}k_0 \geq fcvj_{34}$,
$fj_{34}t_{04}k_0 \geq fcvj_{34}$,
$fj_{34}t_{05}k_0 \geq fcvj_{34}$,

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

$fj_{34}t_{06}k_0 \geq fcvj_{34}$,
$fj_{34}t_{07}k_0 \geq fcvj_{34}$,
$fj_{34}t_{08}k_0 \geq fcvj_{34}$,
$fj_{34}t_{09}k_0 \geq fcvj_{34}$,
$fj_{34}t_{10}k_0 \geq fcvj_{34}$,
$fj_{34}t_{11}k_0 \geq fcvj_{34}$,
$fj_{34}t_{12}k_0 \geq fcvj_{34}$;

$gi_{01}t_{01} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{01})$,
$gi_{01}t_{02} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{02})$,
$gi_{01}t_{03} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{03})$,
$gi_{01}t_{04} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{04})$,
$gi_{01}t_{05} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{05})$,
$gi_{01}t_{06} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{06})$,
$gi_{01}t_{07} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{07})$,
$gi_{01}t_{08} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{08})$,
$gi_{01}t_{09} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{09})$,
$gi_{01}t_{10} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{10})$,
$gi_{01}t_{11} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{11})$,
$gi_{01}t_{12} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{12})$,

$gi_{02}t_{01} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{01})$,
$gi_{02}t_{02} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{02})$,
$gi_{02}t_{03} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{03})$,
$gi_{02}t_{04} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{04})$,
$gi_{02}t_{05} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{05})$,
$gi_{02}t_{06} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{06})$,
$gi_{02}t_{07} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{07})$,
$gi_{02}t_{08} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{08})$,
$gi_{02}t_{09} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{09})$,
$gi_{02}t_{10} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{10})$,
$gi_{02}t_{11} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{11})$,
$gi_{02}t_{12} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{12})$,

$gi_{03}t_{01} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{01})$,
$gi_{03}t_{02} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{02})$,
$gi_{03}t_{03} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{03})$,
$gi_{03}t_{04} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{04})$,
$gi_{03}t_{05} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{05})$,
$gi_{03}t_{06} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{06})$,
$gi_{03}t_{07} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{07})$,
$gi_{03}t_{08} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{08})$,
$gi_{03}t_{09} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{09})$,
$gi_{03}t_{10} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{10})$,
$gi_{03}t_{11} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{11})$,
$gi_{03}t_{12} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{12})$,

$gi_{04}t_{01} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{01})$,
$gi_{04}t_{02} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{02})$,
$gi_{04}t_{03} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{03})$,
$gi_{04}t_{04} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{04})$,
$gi_{04}t_{05} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{05})$,
$gi_{04}t_{06} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{06})$,
$gi_{04}t_{07} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{07})$,
$gi_{04}t_{08} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{08})$,
$gi_{04}t_{09} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{09})$,
$gi_{04}t_{10} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{10})$,
$gi_{04}t_{11} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{11})$,

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

$gi_{04}t_{12} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{12})$,

$gi_{05}t_{01} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{01})$,
$gi_{05}t_{02} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{02})$,
$gi_{05}t_{03} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{03})$,
$gi_{05}t_{04} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{04})$,
$gi_{05}t_{05} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{05})$,
$gi_{05}t_{06} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{06})$,
$gi_{05}t_{07} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{07})$,
$gi_{05}t_{08} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{08})$,
$gi_{05}t_{09} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{09})$,
$gi_{05}t_{10} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{10})$,
$gi_{05}t_{11} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{11})$,
$gi_{05}t_{12} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{12})$,

$gi_{06}t_{01} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{01})$,
$gi_{06}t_{02} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{02})$,
$gi_{06}t_{03} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{03})$,
$gi_{06}t_{04} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{04})$,
$gi_{06}t_{05} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{05})$,
$gi_{06}t_{06} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{06})$,
$gi_{06}t_{07} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{07})$,
$gi_{06}t_{08} > gri_{06}*(1-xi_{06}t_{08})$,
$gi_{06}t_{09} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{09})$,
$gi_{06}t_{10} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{10})$,
$gi_{06}t_{11} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{11})$,
$gi_{06}t_{12} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{12})$,

$gi_{07}t_{01} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{01})$,
$gi_{07}t_{02} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{02})$,
$gi_{07}t_{03} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{03})$,
$gi_{07}t_{04} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{04})$,
$gi_{07}t_{05} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{05})$,
$gi_{07}t_{06} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{06})$,
$gi_{07}t_{07} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{07})$,
$gi_{07}t_{08} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{08})$,
$gi_{07}t_{09} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{09})$,
$gi_{07}t_{10} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{10})$,
$gi_{07}t_{11} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{11})$,
$gi_{07}t_{12} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{12})$,

$gi_{08}t_{01} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{01})$,
$gi_{08}t_{02} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{02})$,
$gi_{08}t_{03} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{03})$,
$gi_{08}t_{04} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{04})$,
$gi_{08}t_{05} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{05})$,
$gi_{08}t_{06} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{06})$,
$gi_{08}t_{07} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{07})$,
$gi_{08}t_{08} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{08})$,
$gi_{08}t_{09} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{09})$,
$gi_{08}t_{10} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{10})$,
$gi_{08}t_{11} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{11})$,
$gi_{08}t_{12} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{12})$,

$gi_{09}t_{01} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{01})$,
$gi_{09}t_{02} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{02})$,
$gi_{09}t_{03} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{03})$,
$gi_{09}t_{04} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{04})$,

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

$gi_{09}t_{05} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{05})$,
$gi_{09}t_{06} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{06})$,
$gi_{09}t_{07} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{07})$,
$gi_{09}t_{08} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{08})$,
$gi_{09}t_{09} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{09})$,
$gi_{09}t_{10} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{10})$,
$gi_{09}t_{11} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{11})$,
$gi_{09}t_{12} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{12})$,

$gi_{10}t_{01} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{01})$,
$gi_{10}t_{02} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{02})$,
$gi_{10}t_{03} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{03})$,
$gi_{10}t_{04} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{04})$,
$gi_{10}t_{05} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{05})$,
$gi_{10}t_{06} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{06})$,
$gi_{10}t_{07} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{07})$,
$gi_{10}t_{08} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{08})$,
$gi_{10}t_{09} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{09})$,
$gi_{10}t_{10} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{10})$,
$gi_{10}t_{11} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{11})$,
$gi_{10}t_{12} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{12})$,

$gi_{11}t_{01} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{01})$,
$gi_{11}t_{02} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{02})$,
$gi_{11}t_{03} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{03})$,
$gi_{11}t_{04} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{04})$,
$gi_{11}t_{05} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{05})$,
$gi_{11}t_{06} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{06})$,
$gi_{11}t_{07} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{07})$,
$gi_{11}t_{08} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{08})$,
$gi_{11}t_{09} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{09})$,
$gi_{11}t_{10} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{10})$,
$gi_{11}t_{11} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{11})$,
$gi_{11}t_{12} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{12})$,

$gi_{12}t_{01} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{01})$,
$gi_{12}t_{02} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{02})$,
$gi_{12}t_{03} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{03})$,
$gi_{12}t_{04} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{04})$,
$gi_{12}t_{05} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{05})$,
$gi_{12}t_{06} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{06})$,
$gi_{12}t_{07} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{07})$,
$gi_{12}t_{08} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{08})$,
$gi_{12}t_{09} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{09})$,
$gi_{12}t_{10} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{10})$,
$gi_{12}t_{11} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{11})$,
$gi_{12}t_{12} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{12})$,

$gi_{13}t_{01} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{01})$,
$gi_{13}t_{02} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{02})$,
$gi_{13}t_{03} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{03})$,
$gi_{13}t_{04} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{04})$,
$gi_{13}t_{05} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{05})$,
$gi_{13}t_{06} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{06})$,
$gi_{13}t_{07} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{07})$,
$gi_{13}t_{08} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{08})$,
$gi_{13}t_{09} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{09})$,
$gi_{13}t_{10} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{10})$,

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

$gi_{13}t_{11} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{11})$,
$gi_{13}t_{12} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{12})$,

$gi_{14}t_{01} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{01})$,
$gi_{14}t_{02} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{02})$,
$gi_{14}t_{03} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{03})$,
$gi_{14}t_{04} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{04})$,
$gi_{14}t_{05} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{05})$,
$gi_{14}t_{06} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{06})$,
$gi_{14}t_{07} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{07})$,
$gi_{14}t_{08} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{08})$,
$gi_{14}t_{09} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{09})$,
$gi_{14}t_{10} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{10})$,
$gi_{14}t_{11} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{11})$,
$gi_{14}t_{12} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{12})$,

$gi_{15}t_{01} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{01})$,
$gi_{15}t_{02} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{02})$,
$gi_{15}t_{03} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{03})$,
$gi_{15}t_{04} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{04})$,
$gi_{15}t_{05} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{05})$,
$gi_{15}t_{06} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{06})$,
$gi_{15}t_{07} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{07})$,
$gi_{15}t_{08} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{08})$,
$gi_{15}t_{09} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{09})$,
$gi_{15}t_{10} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{10})$,
$gi_{15}t_{11} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{11})$,
$gi_{15}t_{12} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{12})$,

$gi_{16}t_{01} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{01})$,
$gi_{16}t_{02} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{02})$,
$gi_{16}t_{03} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{03})$,
$gi_{16}t_{04} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{04})$,
$gi_{16}t_{05} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{05})$,
$gi_{16}t_{06} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{06})$,
$gi_{16}t_{07} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{07})$,
$gi_{16}t_{08} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{08})$,
$gi_{16}t_{09} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{09})$,
$gi_{16}t_{10} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{10})$,
$gi_{16}t_{11} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{11})$,
$gi_{16}t_{12} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{12})$,

$gi_{17}t_{01} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{01})$,
$gi_{17}t_{02} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{02})$,
$gi_{17}t_{03} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{03})$,
$gi_{17}t_{04} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{04})$,
$gi_{17}t_{05} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{05})$,
$gi_{17}t_{06} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{06})$,
$gi_{17}t_{07} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{07})$,
$gi_{17}t_{08} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{08})$,
$gi_{17}t_{09} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{09})$,
$gi_{17}t_{10} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{10})$,
$gi_{17}t_{11} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{11})$,
$gi_{17}t_{12} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{12})$,

$gi_{18}t_{01} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{01})$,
$gi_{18}t_{02} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{02})$,
$gi_{18}t_{03} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{03})$,

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

$gi_{18}t_{04} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{04})$,
$gi_{18}t_{05} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{05})$,
$gi_{18}t_{06} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{06})$,
$gi_{18}t_{07} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{07})$,
$gi_{18}t_{08} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{08})$,
$gi_{18}t_{09} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{09})$,
$gi_{18}t_{10} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{10})$,
$gi_{18}t_{11} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{11})$,
$gi_{18}t_{12} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{12})$,

$gi_{19}t_{01} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{01})$,
$gi_{19}t_{02} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{02})$,
$gi_{19}t_{03} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{03})$,
$gi_{19}t_{04} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{04})$,
$gi_{19}t_{05} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{05})$,
$gi_{19}t_{06} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{06})$,
$gi_{19}t_{07} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{07})$,
$gi_{19}t_{08} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{08})$,
$gi_{19}t_{09} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{09})$,
$gi_{19}t_{10} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{10})$,
$gi_{19}t_{11} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{11})$,
$gi_{19}t_{12} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{12})$,

$gi_{20}t_{01} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{01})$,
$gi_{20}t_{02} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{02})$,
$gi_{20}t_{03} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{03})$,
$gi_{20}t_{04} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{04})$,
$gi_{20}t_{05} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{05})$,
$gi_{20}t_{06} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{06})$,
$gi_{20}t_{07} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{07})$,
$gi_{20}t_{08} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{08})$,
$gi_{20}t_{09} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{09})$,
$gi_{20}t_{10} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{10})$,
$gi_{20}t_{11} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{11})$,
$gi_{20}t_{12} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{12})$,

$gi_{21}t_{01} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{01})$,
$gi_{21}t_{02} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{02})$,
$gi_{21}t_{03} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{03})$,
$gi_{21}t_{04} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{04})$,
$gi_{21}t_{05} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{05})$,
$gi_{21}t_{06} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{06})$,
$gi_{21}t_{07} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{07})$,
$gi_{21}t_{08} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{08})$,
$gi_{21}t_{09} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{09})$,
$gi_{21}t_{10} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{10})$,
$gi_{21}t_{11} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{11})$,
$gi_{21}t_{12} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{12})$,

$gi_{22}t_{01} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{01})$,
$gi_{22}t_{02} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{02})$,
$gi_{22}t_{03} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{03})$,
$gi_{22}t_{04} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{04})$,
$gi_{22}t_{05} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{05})$,
$gi_{22}t_{06} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{06})$,
$gi_{22}t_{07} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{07})$,
$gi_{22}t_{08} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{08})$,
$gi_{22}t_{09} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{09})$,

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

$gi_{22}t_{10} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{10})$,
$gi_{22}t_{11} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{11})$,
$gi_{22}t_{12} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{12})$,

$gi_{23}t_{01} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{01})$,
$gi_{23}t_{02} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{02})$,
$gi_{23}t_{03} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{03})$,
$gi_{23}t_{04} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{04})$,
$gi_{23}t_{05} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{05})$,
$gi_{23}t_{06} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{06})$,
$gi_{23}t_{07} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{07})$,
$gi_{23}t_{08} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{08})$,
$gi_{23}t_{09} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{09})$,
$gi_{23}t_{10} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{10})$,
$gi_{23}t_{11} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{11})$,
$gi_{23}t_{12} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{12})$,

$gi_{24}t_{01} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{01})$,
$gi_{24}t_{02} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{02})$,
$gi_{24}t_{03} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{03})$,
$gi_{24}t_{04} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{04})$,
$gi_{24}t_{05} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{05})$,
$gi_{24}t_{06} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{06})$,
$gi_{24}t_{07} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{07})$,
$gi_{24}t_{08} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{08})$,
$gi_{24}t_{09} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{09})$,
$gi_{24}t_{10} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{10})$,
$gi_{24}t_{11} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{11})$,
$gi_{24}t_{12} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{12})$,

$gi_{25}t_{01} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{01})$,
$gi_{25}t_{02} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{02})$,
$gi_{25}t_{03} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{03})$,
$gi_{25}t_{04} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{04})$,
$gi_{25}t_{05} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{05})$,
$gi_{25}t_{06} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{06})$,
$gi_{25}t_{07} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{07})$,
$gi_{25}t_{08} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{08})$,
$gi_{25}t_{09} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{09})$,
$gi_{25}t_{10} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{10})$,
$gi_{25}t_{11} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{11})$,
$gi_{25}t_{12} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{12})$,

$gi_{01}t_{01} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{01})$,
$gi_{01}t_{02} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{02})$,
$gi_{01}t_{03} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{03})$,
$gi_{01}t_{04} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{04})$,
$gi_{01}t_{05} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{05})$,
$gi_{01}t_{06} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{06})$,
$gi_{01}t_{07} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{07})$,
$gi_{01}t_{08} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{08})$,
$gi_{01}t_{09} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{09})$,
$gi_{01}t_{10} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{10})$,
$gi_{01}t_{11} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{11})$,
$gi_{01}t_{12} \geq gri_{01}*(1-xi_{01}t_{12})$,

$gi_{02}t_{01} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{01})$,
$gi_{02}t_{02} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{02})$,

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

$gi_{02}t_{03} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{03})$,
$gi_{02}t_{04} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{04})$,
$gi_{02}t_{05} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{05})$,
$gi_{02}t_{06} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{06})$,
$gi_{02}t_{07} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{07})$,
$gi_{02}t_{08} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{08})$,
$gi_{02}t_{09} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{09})$,
$gi_{02}t_{10} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{10})$,
$gi_{02}t_{11} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{11})$,
$gi_{02}t_{12} \geq gri_{02}*(1-xi_{02}t_{12})$,

$gi_{03}t_{01} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{01})$,
$gi_{03}t_{02} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{02})$,
$gi_{03}t_{03} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{03})$,
$gi_{03}t_{04} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{04})$,
$gi_{03}t_{05} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{05})$,
$gi_{03}t_{06} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{06})$,
$gi_{03}t_{07} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{07})$,
$gi_{03}t_{08} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{08})$,
$gi_{03}t_{09} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{09})$,
$gi_{03}t_{10} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{10})$,
$gi_{03}t_{11} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{11})$,
$gi_{03}t_{12} \geq gri_{03}*(1-xi_{03}t_{12})$,

$gi_{04}t_{01} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{01})$,
$gi_{04}t_{02} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{02})$,
$gi_{04}t_{03} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{03})$,
$gi_{04}t_{04} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{04})$,
$gi_{04}t_{05} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{05})$,
$gi_{04}t_{06} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{06})$,
$gi_{04}t_{07} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{07})$,
$gi_{04}t_{08} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{08})$,
$gi_{04}t_{09} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{09})$,
$gi_{04}t_{10} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{10})$,
$gi_{04}t_{11} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{11})$,
$gi_{04}t_{12} \geq gri_{04}*(1-xi_{04}t_{12})$,

$gi_{05}t_{01} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{01})$,
$gi_{05}t_{02} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{02})$,
$gi_{05}t_{03} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{03})$,
$gi_{05}t_{04} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{04})$,
$gi_{05}t_{05} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{05})$,
$gi_{05}t_{06} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{06})$,
$gi_{05}t_{07} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{07})$,
$gi_{05}t_{08} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{08})$,
$gi_{05}t_{09} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{09})$,
$gi_{05}t_{10} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{10})$,
$gi_{05}t_{11} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{11})$,
$gi_{05}t_{12} \geq gri_{05}*(1-xi_{05}t_{12})$,

$gi_{06}t_{01} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{01})$,
$gi_{06}t_{02} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{02})$,
$gi_{06}t_{03} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{03})$,
$gi_{06}t_{04} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{04})$,
$gi_{06}t_{05} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{05})$,
$gi_{06}t_{06} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{06})$,
$gi_{06}t_{07} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{07})$,
$gi_{06}t_{08} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{08})$,

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

$gi_{06}t_{09} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{09})$,
$gi_{06}t_{10} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{10})$,
$gi_{06}t_{11} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{11})$,
$gi_{06}t_{12} \geq gri_{06}*(1-xi_{06}t_{12})$,

$gi_{07}t_{01} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{01})$,
$gi_{07}t_{02} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{02})$,
$gi_{07}t_{03} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{03})$,
$gi_{07}t_{04} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{04})$,
$gi_{07}t_{05} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{05})$,
$gi_{07}t_{06} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{06})$,
$gi_{07}t_{07} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{07})$,
$gi_{07}t_{08} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{08})$,
$gi_{07}t_{09} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{09})$,
$gi_{07}t_{10} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{10})$,
$gi_{07}t_{11} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{11})$,
$gi_{07}t_{12} \geq gri_{07}*(1-xi_{07}t_{12})$,

$gi_{08}t_{01} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{01})$,
$gi_{08}t_{02} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{02})$,
$gi_{08}t_{03} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{03})$,
$gi_{08}t_{04} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{04})$,
$gi_{08}t_{05} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{05})$,
$gi_{08}t_{06} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{06})$,
$gi_{08}t_{07} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{07})$,
$gi_{08}t_{08} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{08})$,
$gi_{08}t_{09} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{09})$,
$gi_{08}t_{10} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{10})$,
$gi_{08}t_{11} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{11})$,
$gi_{08}t_{12} \geq gri_{08}*(1-xi_{08}t_{12})$,

$gi_{09}t_{01} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{01})$,
$gi_{09}t_{02} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{02})$,
$gi_{09}t_{03} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{03})$,
$gi_{09}t_{04} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{04})$,
$gi_{09}t_{05} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{05})$,
$gi_{09}t_{06} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{06})$,
$gi_{09}t_{07} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{07})$,
$gi_{09}t_{08} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{08})$,
$gi_{09}t_{09} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{09})$,
$gi_{09}t_{10} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{10})$,
$gi_{09}t_{11} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{11})$,
$gi_{09}t_{12} \geq gri_{09}*(1-xi_{09}t_{12})$,

$gi_{10}t_{01} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{01})$,
$gi_{10}t_{02} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{02})$,
$gi_{10}t_{03} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{03})$,
$gi_{10}t_{04} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{04})$,
$gi_{10}t_{05} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{05})$,
$gi_{10}t_{06} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{06})$,
$gi_{10}t_{07} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{07})$,
$gi_{10}t_{08} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{08})$,
$gi_{10}t_{09} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{09})$,
$gi_{10}t_{10} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{10})$,
$gi_{10}t_{11} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{11})$,
$gi_{10}t_{12} \geq gri_{10}*(1-xi_{10}t_{12})$,

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

$gi_{11}t_{01} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{01})$,
$gi_{11}t_{02} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{02})$,
$gi_{11}t_{03} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{03})$,
$gi_{11}t_{04} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{04})$,
$gi_{11}t_{05} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{05})$,
$gi_{11}t_{06} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{06})$,
$gi_{11}t_{07} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{07})$,
$gi_{11}t_{08} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{08})$,
$gi_{11}t_{09} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{09})$,
$gi_{11}t_{10} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{10})$,
$gi_{11}t_{11} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{11})$,
$gi_{11}t_{12} \geq gri_{11}*(1-xi_{11}t_{12})$,

$gi_{12}t_{01} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{01})$,
$gi_{12}t_{02} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{02})$,
$gi_{12}t_{03} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{03})$,
$gi_{12}t_{04} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{04})$,
$gi_{12}t_{05} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{05})$,
$gi_{12}t_{06} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{06})$,
$gi_{12}t_{07} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{07})$,
$gi_{12}t_{08} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{08})$,
$gi_{12}t_{09} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{09})$,
$gi_{12}t_{10} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{10})$,
$gi_{12}t_{11} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{11})$,
$gi_{12}t_{12} \geq gri_{12}*(1-xi_{12}t_{12})$,

$gi_{13}t_{01} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{01})$,
$gi_{13}t_{02} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{02})$,
$gi_{13}t_{03} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{03})$,
$gi_{13}t_{04} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{04})$,
$gi_{13}t_{05} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{05})$,
$gi_{13}t_{06} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{06})$,
$gi_{13}t_{07} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{07})$,
$gi_{13}t_{08} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{08})$,
$gi_{13}t_{09} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{09})$,
$gi_{13}t_{10} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{10})$,
$gi_{13}t_{11} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{11})$,
$gi_{13}t_{12} \geq gri_{13}*(1-xi_{13}t_{12})$,

$gi_{14}t_{01} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{01})$,
$gi_{14}t_{02} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{02})$,
$gi_{14}t_{03} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{03})$,
$gi_{14}t_{04} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{04})$,
$gi_{14}t_{05} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{05})$,
$gi_{14}t_{06} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{06})$,
$gi_{14}t_{07} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{07})$,
$gi_{14}t_{08} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{08})$,
$gi_{14}t_{09} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{09})$,
$gi_{14}t_{10} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{10})$,
$gi_{14}t_{11} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{11})$,
$gi_{14}t_{12} \geq gri_{14}*(1-xi_{14}t_{12})$,

$gi_{15}t_{01} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{01})$,
$gi_{15}t_{02} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{02})$,
$gi_{15}t_{03} > gri_{15}*(1-xi_{15}t_{03})$,
$gi_{15}t_{04} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{04})$,
$gi_{15}t_{05} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{05})$,
$gi_{15}t_{06} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{06})$,

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

$gi_{15}t_{07} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{07})$,
$gi_{15}t_{08} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{08})$,
$gi_{15}t_{09} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{09})$,
$gi_{15}t_{10} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{10})$,
$gi_{15}t_{11} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{11})$,
$gi_{15}t_{12} \geq gri_{15}*(1-xi_{15}t_{12})$,

$gi_{16}t_{01} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{01})$,
$gi_{16}t_{02} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{02})$,
$gi_{16}t_{03} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{03})$,
$gi_{16}t_{04} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{04})$,
$gi_{16}t_{05} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{05})$,
$gi_{16}t_{06} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{06})$,
$gi_{16}t_{07} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{07})$,
$gi_{16}t_{08} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{08})$,
$gi_{16}t_{09} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{09})$,
$gi_{16}t_{10} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{10})$,
$gi_{16}t_{11} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{11})$,
$gi_{16}t_{12} \geq gri_{16}*(1-xi_{16}t_{12})$,

$gi_{17}t_{01} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{01})$,
$gi_{17}t_{02} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{02})$,
$gi_{17}t_{03} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{03})$,
$gi_{17}t_{04} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{04})$,
$gi_{17}t_{05} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{05})$,
$gi_{17}t_{06} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{06})$,
$gi_{17}t_{07} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{07})$,
$gi_{17}t_{08} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{08})$,
$gi_{17}t_{09} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{09})$,
$gi_{17}t_{10} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{10})$,
$gi_{17}t_{11} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{11})$,
$gi_{17}t_{12} \geq gri_{17}*(1-xi_{17}t_{12})$,

$gi_{18}t_{01} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{01})$,
$gi_{18}t_{02} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{02})$,
$gi_{18}t_{03} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{03})$,
$gi_{18}t_{04} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{04})$,
$gi_{18}t_{05} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{05})$,
$gi_{18}t_{06} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{06})$,
$gi_{18}t_{07} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{07})$,
$gi_{18}t_{08} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{08})$,
$gi_{18}t_{09} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{09})$,
$gi_{18}t_{10} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{10})$,
$gi_{18}t_{11} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{11})$,
$gi_{18}t_{12} \geq gri_{18}*(1-xi_{18}t_{12})$,

$gi_{19}t_{01} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{01})$,
$gi_{19}t_{02} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{02})$,
$gi_{19}t_{03} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{03})$,
$gi_{19}t_{04} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{04})$,
$gi_{19}t_{05} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{05})$,
$gi_{19}t_{06} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{06})$,
$gi_{19}t_{07} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{07})$,
$gi_{19}t_{08} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{08})$,
$gi_{19}t_{09} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{09})$,
$gi_{19}t_{10} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{10})$,
$gi_{19}t_{11} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{11})$,
$gi_{19}t_{12} \geq gri_{19}*(1-xi_{19}t_{12})$,

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

$gi_{20}t_{01} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{01})$,
$gi_{20}t_{02} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{02})$,
$gi_{20}t_{03} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{03})$,
$gi_{20}t_{04} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{04})$,
$gi_{20}t_{05} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{05})$,
$gi_{20}t_{06} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{06})$,
$gi_{20}t_{07} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{07})$,
$gi_{20}t_{08} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{08})$,
$gi_{20}t_{09} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{09})$,
$gi_{20}t_{10} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{10})$,
$gi_{20}t_{11} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{11})$,
$gi_{20}t_{12} \geq gri_{20}*(1-xi_{20}t_{12})$,

$gi_{21}t_{01} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{01})$,
$gi_{21}t_{02} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{02})$,
$gi_{21}t_{03} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{03})$,
$gi_{21}t_{04} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{04})$,
$gi_{21}t_{05} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{05})$,
$gi_{21}t_{06} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{06})$,
$gi_{21}t_{07} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{07})$,
$gi_{21}t_{08} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{08})$,
$gi_{21}t_{09} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{09})$,
$gi_{21}t_{10} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{10})$,
$gi_{21}t_{11} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{11})$,
$gi_{21}t_{12} \geq gri_{21}*(1-xi_{21}t_{12})$,

$gi_{22}t_{01} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{01})$,
$gi_{22}t_{02} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{02})$,
$gi_{22}t_{03} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{03})$,
$gi_{22}t_{04} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{04})$,
$gi_{22}t_{05} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{05})$,
$gi_{22}t_{06} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{06})$,
$gi_{22}t_{07} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{07})$,
$gi_{22}t_{08} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{08})$,
$gi_{22}t_{09} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{09})$,
$gi_{22}t_{10} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{10})$,
$gi_{22}t_{11} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{11})$,
$gi_{22}t_{12} \geq gri_{22}*(1-xi_{22}t_{12})$,

$gi_{23}t_{01} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{01})$,
$gi_{23}t_{02} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{02})$,
$gi_{23}t_{03} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{03})$,
$gi_{23}t_{04} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{04})$,
$gi_{23}t_{05} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{05})$,
$gi_{23}t_{06} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{06})$,
$gi_{23}t_{07} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{07})$,
$gi_{23}t_{08} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{08})$,
$gi_{23}t_{09} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{09})$,
$gi_{23}t_{10} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{10})$,
$gi_{23}t_{11} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{11})$,
$gi_{23}t_{12} \geq gri_{23}*(1-xi_{23}t_{12})$,

$gi_{24}t_{01} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{01})$,
$gi_{24}t_{02} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{02})$,
$gi_{24}t_{03} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{03})$,
$gi_{24}t_{04} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{04})$,
$gi_{24}t_{05} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{05})$,

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

$gi_{24}t_{06} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{06})$,
$gi_{24}t_{07} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{07})$,
$gi_{24}t_{08} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{08})$,
$gi_{24}t_{09} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{09})$,
$gi_{24}t_{10} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{10})$,
$gi_{24}t_{11} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{11})$,
$gi_{24}t_{12} \geq gri_{24}*(1-xi_{24}t_{12})$,

$gi_{25}t_{01} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{01})$,
$gi_{25}t_{02} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{02})$,
$gi_{25}t_{03} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{03})$,
$gi_{25}t_{04} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{04})$,
$gi_{25}t_{05} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{05})$,
$gi_{25}t_{06} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{06})$,
$gi_{25}t_{07} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{07})$,
$gi_{25}t_{08} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{08})$,
$gi_{25}t_{09} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{09})$,
$gi_{25}t_{10} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{10})$,
$gi_{25}t_{11} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{11})$,
$gi_{25}t_{12} \geq gri_{25}*(1-xi_{25}t_{12})$,

$grj_1 := gri_{01}+gri_{02}+gri_{03}+gri_{04}+gri_{05}+gri_{06}+gri_{07}+gri_{08}$;
$grj_2 := gri_{09}+gri_{10}+gri_{11}+gri_{12}+gri_{13}$;
$grj_3 := gri_{14}+gri_{15}$;
$grj_4 := gri_{16}+gri_{17}+gri_{18}+gri_{19}+gri_{20}$;
$grj_5 := gri_{21}+gri_{22}+gri_{23}+gri_{24}+gri_{25}$;

$gj_1t_{01}k_0+gri_{01}*xi_{01}t_{01}+gri_{02}*xi_{02}t_{01}+gri_{03}*xi_{03}t_{01}+gri_{04}*xi_{04}t_{01}+gri_{05}*xi_{05}t_{01}+gri_{06}*xi_{06}t_{01}+gri_{07}*xi_{07}t_{01}+gri_{08}*xi_{08}t_{01} \geq grj_1$,
$gj_1t_{02}k_0+gri_{01}*xi_{01}t_{02}+gri_{02}*xi_{02}t_{02}+gri_{03}*xi_{03}t_{02}+gri_{04}*xi_{04}t_{02}+gri_{05}*xi_{05}t_{01}+gri_{06}*xi_{06}t_{02}+gri_{07}*xi_{07}t_{02}+gri_{08}*xi_{08}t_{02} \geq grj_1$,
$gj_1t_{03}k_0+gri_{01}*xi_{01}t_{03}+gri_{02}*xi_{02}t_{03}+gri_{03}*xi_{03}t_{03}+gri_{04}*xi_{04}t_{03}+gri_{05}*xi_{05}t_{02}+gri_{06}*xi_{06}t_{03}+gri_{07}*xi_{07}t_{03}+gri_{08}*xi_{08}t_{03} \geq grj_1$,
$gj_1t_{04}k_0+gri_{01}*xi_{01}t_{04}+gri_{02}*xi_{02}t_{04}+gri_{03}*xi_{03}t_{04}+gri_{04}*xi_{04}t_{04}+gri_{05}*xi_{05}t_{04}+gri_{06}*xi_{06}t_{04}+gri_{07}*xi_{07}t_{04}+gri_{08}*xi_{08}t_{04} \geq grj_1$,
$gj_1t_{05}k_0+gri_{01}*xi_{01}t_{05}+gri_{02}*xi_{02}t_{05}+gri_{03}*xi_{03}t_{05}+gri_{04}*xi_{04}t_{05}+gri_{05}*xi_{05}t_{05}+gri_{06}*xi_{06}t_{05}+gri_{07}*xi_{07}t_{05}+gri_{08}*xi_{08}t_{05} \geq grj_1$,
$gj_1t_{06}k_0+gri_{01}*xi_{01}t_{06}+gri_{02}*xi_{02}t_{06}+gri_{03}*xi_{03}t_{06}+gri_{04}*xi_{04}t_{06}+gri_{05}*xi_{05}t_{06}+gri_{06}*xi_{06}t_{06}+gri_{07}*xi_{07}t_{06}+gri_{08}*xi_{08}t_{06} \geq grj_1$,
$gj_1t_{07}k_0+gri_{01}*xi_{01}t_{07}+gri_{02}*xi_{02}t_{07}+gri_{03}*xi_{03}t_{07}+gri_{04}*xi_{04}t_{07}+gri_{05}*xi_{05}t_{07}+gri_{06}*xi_{06}t_{07}+gri_{07}*xi_{07}t_{07}+gri_{08}*xi_{08}t_{07} \geq grj_1$,
$gj_1t_{08}k_0+gri_{01}*xi_{01}t_{08}+gri_{02}*xi_{02}t_{08}+gri_{03}*xi_{03}t_{08}+gri_{04}*xi_{04}t_{08}+gri_{05}*xi_{05}t_{08}+gri_{06}*xi_{06}t_{08}+gri_{07}*xi_{07}t_{08}+gri_{08}*xi_{08}t_{08} \geq grj_1$,
$gj_1t_{09}k_0+gri_{01}*xi_{01}t_{09}+gri_{02}*xi_{02}t_{09}+gri_{03}*xi_{03}t_{09}+gri_{04}*xi_{04}t_{09}+gri_{05}*xi_{05}t_{09}+gri_{06}*xi_{06}t_{09}+gri_{07}*xi_{07}t_{09}+gri_{08}*xi_{08}t_{09} \geq grj_1$,
$gj_1t_{10}k_0+gri_{01}*xi_{01}t_{10}+gri_{02}*xi_{02}t_{10}+gri_{03}*xi_{03}t_{10}+gri_{04}*xi_{04}t_{10}+gri_{05}*xi_{05}t_{10}+gri_{06}*xi_{06}t_{10}+gri_{07}*xi_{07}t_{10}+gri_{08}*xi_{08}t_{10} \geq grj_1$,
$gj_1t_{11}k_0+gri_{01}*xi_{01}t_{11}+gri_{02}*xi_{02}t_{11}+gri_{03}*xi_{03}t_{11}+gri_{04}*xi_{04}t_{11}+gri_{05}*xi_{05}t_{11}+gri_{06}*xi_{06}t_{11}+gri_{07}*xi_{07}t_{11}+gri_{08}*xi_{08}t_{11} \geq grj_1$,
$gj_1t_{12}k_0+gri_{01}*xi_{01}t_{12}+gri_{02}*xi_{02}t_{12}+gri_{03}*xi_{03}t_{12}+gri_{04}*xi_{04}t_{12}+gri_{05}*xi_{05}t_{12}+gri_{06}*xi_{06}t_{12}+gri_{07}*xi_{07}t_{12}+gri_{08}*xi_{08}t_{12} \geq grj_1$,

$gj_2t_{01}k_0+gri_{09}*xi_{09}t_{01}+gri_{10}*xi_{10}t_{01}+gri_{11}*xi_{10}t_{01}+gri_{12}*xi_{11}t_{01}+gri_{13}*xi_{12}t_{01} \geq grj_2$,
$gj_2t_{02}k_0+gri_{09}*xi_{09}t_{02}+gri_{10}*xi_{10}t_{02}+gri_{11}*xi_{10}t_{02}+gri_{12}*xi_{11}t_{02}+gri_{13}*xi_{12}t_{02} > grj_2$,
$gj_2t_{03}k_0+gri_{09}*xi_{09}t_{03}+gri_{10}*xi_{10}t_{03}+gri_{11}*xi_{10}t_{03}+gri_{12}*xi_{11}t_{03}+gri_{13}*xi_{12}t_{03} \geq grj_2$,
$gj_2t_{04}k_0+gri_{09}*xi_{09}t_{04}+gri_{10}*xi_{10}t_{04}+gri_{11}*xi_{10}t_{04}+gri_{12}*xi_{11}t_{04}+gri_{13}*xi_{12}t_{04} \geq grj_2$,
$gj_2t_{05}k_0+gri_{09}*xi_{09}t_{05}+gri_{10}*xi_{10}t_{05}+gri_{11}*xi_{10}t_{05}+gri_{12}*xi_{11}t_{05}+gri_{13}*xi_{12}t_{05} \geq grj_2$,
$gj_2t_{06}k_0+gri_{09}*xi_{09}t_{06}+gri_{10}*xi_{10}t_{06}+gri_{11}*xi_{10}t_{06}+gri_{12}*xi_{11}t_{06}+gri_{13}*xi_{12}t_{06} \geq grj_2$,

การโปรแกรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาค่าเหมาะสมที่สุดด้วย Maple 11

$gj_2t_{07}k_0+gri_{09}*xi_{09}t_{07}+gri_{10}*xi_{10}t_{07}+gri_{11}*xi_{10}t_{07}+gri_{12}*xi_{11}t_{07}+gri_{13}*xi_{12}t_{07} \geq grj_2,$
$gj_2t_{08}k_0+gri_{09}*xi_{09}t_{08}+gri_{10}*xi_{10}t_{08}+gri_{11}*xi_{10}t_{08}+gri_{12}*xi_{11}t_{08}+gri_{13}*xi_{12}t_{08} \geq grj_2,$
$gj_2t_{09}k_0+gri_{09}*xi_{09}t_{09}+gri_{10}*xi_{10}t_{09}+gri_{11}*xi_{10}t_{09}+gri_{12}*xi_{11}t_{09}+gri_{13}*xi_{12}t_{09} \geq grj_2,$
$gj_2t_{10}k_0+gri_{09}*xi_{09}t_{10}+gri_{10}*xi_{10}t_{10}+gri_{11}*xi_{10}t_{10}+gri_{12}*xi_{11}t_{10}+gri_{13}*xi_{12}t_{10} \geq grj_2,$
$gj_2t_{11}k_0+gri_{09}*xi_{09}t_{11}+gri_{10}*xi_{10}t_{11}+gri_{11}*xi_{10}t_{11}+gri_{12}*xi_{11}t_{11}+gri_{13}*xi_{12}t_{11} \geq grj_2,$
$gj_2t_{12}k_0+gri_{09}*xi_{09}t_{12}+gri_{10}*xi_{10}t_{12}+gri_{11}*xi_{10}t_{12}+gri_{12}*xi_{11}t_{12}+gri_{13}*xi_{12}t_{12} \geq grj_2,$

$gj_3t_{01}k_0+gri_{14}*xi_{14}t_{01}+gri_{15}*xi_{15}t_{01} \geq grj_3,$
$gj_3t_{02}k_0+gri_{14}*xi_{14}t_{02}+gri_{15}*xi_{15}t_{01} \geq grj_3,$
$gj_3t_{03}k_0+gri_{14}*xi_{14}t_{03}+gri_{15}*xi_{15}t_{01} \geq grj_3,$
$gj_3t_{04}k_0+gri_{14}*xi_{14}t_{04}+gri_{15}*xi_{15}t_{01} \geq grj_3,$
$gj_3t_{05}k_0+gri_{14}*xi_{14}t_{05}+gri_{15}*xi_{15}t_{01} \geq grj_3,$
$gj_3t_{06}k_0+gri_{14}*xi_{14}t_{06}+gri_{15}*xi_{15}t_{01} \geq grj_3,$
$gj_3t_{07}k_0+gri_{14}*xi_{14}t_{07}+gri_{15}*xi_{15}t_{01} \geq grj_3,$
$gj_3t_{08}k_0+gri_{14}*xi_{14}t_{08}+gri_{15}*xi_{15}t_{01} \geq grj_3,$
$gj_3t_{09}k_0+gri_{14}*xi_{14}t_{09}+gri_{15}*xi_{15}t_{01} \geq grj_3,$
$gj_3t_{10}k_0+gri_{14}*xi_{14}t_{10}+gri_{15}*xi_{15}t_{01} \geq grj_3,$
$gj_3t_{11}k_0+gri_{14}*xi_{14}t_{11}+gri_{15}*xi_{15}t_{01} \geq grj_3,$
$gj_3t_{12}k_0+gri_{14}*xi_{14}t_{12}+gri_{15}*xi_{15}t_{01} \geq grj_3,$

$gj_4t_{01}k_0+gri_{16}*xi_{16}t_{01}+gri_{17}*xi_{17}t_{01}+gri_{18}*xi_{18}t_{01}+gri_{19}*xi_{19}t_{01}+gri_{20}*xi_{20}t_{01} \geq grj_4,$
$gj_4t_{02}k_0+gri_{16}*xi_{16}t_{02}+gri_{17}*xi_{17}t_{02}+gri_{18}*xi_{18}t_{02}+gri_{19}*xi_{19}t_{02}+gri_{20}*xi_{20}t_{02} \geq grj_4,$
$gj_4t_{03}k_0+gri_{16}*xi_{16}t_{03}+gri_{17}*xi_{17}t_{03}+gri_{18}*xi_{18}t_{03}+gri_{19}*xi_{19}t_{03}+gri_{20}*xi_{20}t_{03} \geq grj_4,$
$gj_4t_{04}k_0+gri_{16}*xi_{16}t_{04}+gri_{17}*xi_{17}t_{04}+gri_{18}*xi_{18}t_{04}+gri_{19}*xi_{19}t_{04}+gri_{20}*xi_{20}t_{04} \geq grj_4,$
$gj_4t_{05}k_0+gri_{16}*xi_{16}t_{05}+gri_{17}*xi_{17}t_{05}+gri_{18}*xi_{18}t_{05}+gri_{19}*xi_{19}t_{05}+gri_{20}*xi_{20}t_{05} \geq grj_4,$
$gj_4t_{06}k_0+gri_{16}*xi_{16}t_{06}+gri_{17}*xi_{17}t_{06}+gri_{18}*xi_{18}t_{06}+gri_{19}*xi_{19}t_{06}+gri_{20}*xi_{20}t_{06} \geq grj_4,$
$gj_4t_{07}k_0+gri_{16}*xi_{16}t_{07}+gri_{17}*xi_{17}t_{07}+gri_{18}*xi_{18}t_{07}+gri_{19}*xi_{19}t_{07}+gri_{20}*xi_{20}t_{07} \geq grj_4,$
$gj_4t_{08}k_0+gri_{16}*xi_{16}t_{08}+gri_{17}*xi_{17}t_{08}+gri_{18}*xi_{18}t_{08}+gri_{19}*xi_{19}t_{08}+gri_{20}*xi_{20}t_{08} \geq grj_4,$
$gj_4t_{09}k_0+gri_{16}*xi_{16}t_{09}+gri_{17}*xi_{17}t_{09}+gri_{18}*xi_{18}t_{09}+gri_{19}*xi_{19}t_{09}+gri_{20}*xi_{20}t_{09} \geq grj_4,$
$gj_4t_{10}k_0+gri_{16}*xi_{16}t_{10}+gri_{17}*xi_{17}t_{10}+gri_{18}*xi_{18}t_{10}+gri_{19}*xi_{19}t_{10}+gri_{20}*xi_{20}t_{10} \geq grj_4,$
$gj_4t_{11}k_0+gri_{16}*xi_{16}t_{11}+gri_{17}*xi_{17}t_{11}+gri_{18}*xi_{18}t_{11}+gri_{19}*xi_{19}t_{11}+gri_{20}*xi_{20}t_{11} \geq grj_4,$
$gj_4t_{12}k_0+gri_{16}*xi_{16}t_{12}+gri_{17}*xi_{17}t_{12}+gri_{18}*xi_{18}t_{12}+gri_{19}*xi_{19}t_{12}+gri_{20}*xi_{20}t_{12} \geq grj_4,$
$gj_5t_{01}k_0+gri_{21}*xi_{21}t_{01}+gri_{22}*xi_{22}t_{01}+gri_{23}*xi_{23}t_{01}+gri_{24}*xi_{24}t_{01}+gri_{25}*xi_{25}t_{01} \geq grj_5,$
$gj_5t_{02}k_0+gri_{21}*xi_{21}t_{02}+gri_{22}*xi_{22}t_{02}+gri_{23}*xi_{23}t_{02}+gri_{24}*xi_{24}t_{02}+gri_{25}*xi_{25}t_{02} \geq grj_5,$
$gj_5t_{03}k_0+gri_{21}*xi_{21}t_{03}+gri_{22}*xi_{22}t_{03}+gri_{23}*xi_{23}t_{03}+gri_{24}*xi_{24}t_{03}+gri_{25}*xi_{25}t_{03} \geq grj_5,$
$gj_5t_{04}k_0+gri_{21}*xi_{21}t_{04}+gri_{22}*xi_{22}t_{04}+gri_{23}*xi_{23}t_{04}+gri_{24}*xi_{24}t_{04}+gri_{25}*xi_{25}t_{04} \geq grj_5,$
$gj_5t_{05}k_0+gri_{21}*xi_{21}t_{05}+gri_{22}*xi_{22}t_{05}+gri_{23}*xi_{23}t_{05}+gri_{24}*xi_{24}t_{05}+gri_{25}*xi_{25}t_{05} \geq grj_5,$
$gj_5t_{06}k_0+gri_{21}*xi_{21}t_{06}+gri_{22}*xi_{22}t_{06}+gri_{23}*xi_{23}t_{06}+gri_{24}*xi_{24}t_{06}+gri_{25}*xi_{25}t_{06} \geq grj_5,$
$gj_5t_{07}k_0+gri_{21}*xi_{21}t_{07}+gri_{22}*xi_{22}t_{07}+gri_{23}*xi_{23}t_{07}+gri_{24}*xi_{24}t_{07}+gri_{25}*xi_{25}t_{07} \geq grj_5,$
$gj_5t_{08}k_0+gri_{21}*xi_{21}t_{08}+gri_{22}*xi_{22}t_{08}+gri_{23}*xi_{23}t_{08}+gri_{24}*xi_{24}t_{08}+gri_{25}*xi_{25}t_{08} \geq grj_5,$
$gj_5t_{09}k_0+gri_{21}*xi_{21}t_{09}+gri_{22}*xi_{22}t_{09}+gri_{23}*xi_{23}t_{09}+gri_{24}*xi_{24}t_{09}+gri_{25}*xi_{25}t_{09} \geq grj_5,$
$gj_5t_{10}k_0+gri_{21}*xi_{21}t_{10}+gri_{22}*xi_{22}t_{10}+gri_{23}*xi_{23}t_{10}+gri_{24}*xi_{24}t_{10}+gri_{25}*xi_{25}t_{10} \geq grj_5,$
$gj_5t_{11}k_0+gri_{21}*xi_{21}t_{11}+gri_{22}*xi_{22}t_{11}+gri_{23}*xi_{23}t_{11}+gri_{24}*xi_{24}t_{11}+gri_{25}*xi_{25}t_{11} \geq grj_5,$
$gj_5t_{12}k_0+gri_{21}*xi_{21}t_{12}+gri_{22}*xi_{22}t_{12}+gri_{23}*xi_{23}t_{12}+gri_{24}*xi_{24}t_{12}+gri_{25}*xi_{25}t_{12} \geq grj_5$

ภาคผนวก ข.

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

1. วิศว ภู่ตระกรณ์ชัย และ สมชาติ จิริวิภากร, "**การกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำ ด้วยวิธีเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น**" วารสารวิชาการพระจอมเกล้าพระนครเหนือ, ปีที่ 18 ฉบับที่ 13 เดือนกันยายน - ธันวาคม, 2551.

ที่ ศธ 0525.1(2)/พิเศษ/173 กองบริการการศึกษา สำนักงานอธิการบดี
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ
1518 ถ.พิบูลสงคราม บางซื่อ กทม. 10800

29 กรกฎาคม 2551

เรื่อง ตอบรับการตีพิมพ์ในวารสารวิชาการพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

เรียน นายวิศว ภู่ตระกรณ์ชัย

ตามที่ท่านได้เสนอบทความ เรื่อง การกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำด้วยวิธีเบนเดอร์ดีคอมโพสิชั่น เพื่อตีพิมพ์ลงในวารสารวิชาการพระจอมเกล้าพระนครเหนือบรรณาธิการวารสารวิชาการได้พิจารณาอนุมัติบทความดังกล่าวและให้จัดพิมพ์ลงในวารสารวิชาการพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ปีที่ 18 ฉบับที่ 3 เดือนกันยายน – ธันวาคม 2551

จึงเรียนมาเพื่อโปรดทราบ

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.มนตรี ศิริปรัชญานันท์)
ผู้ช่วยบรรณาธิการวารสารวิชาการ

งานเอกสารและการพิมพ์
โทร. 0 2913-2500 - 24 ต่อ 1626,1627
โทรสาร 0 2913-5814

การกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำ ด้วยวิธีเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น

Hydro-Generator Maintenance Scheduling with Benders Decomposition

วิศว ภู่ตระกรณ์ชัย* และ สมชาติ จิริวิภากร**

บทคัดย่อ

บทความนี้ นำเสนอ วิธีการกำหนดตารางเวลาซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าโรงไฟฟ้าพลังน้ำ โดยพิจารณาข้อจำกัดของระบบส่งไฟฟ้าเป็นแบบกริด ทั้งในกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าอยู่ในสภาวะปกติ และในสภาวะที่เกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหัน ด้วยวิธีการโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed-integer programming) และเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น (Benders decomposition) เพื่อแสดงประสิทธิผลในเรื่องระยะเวลาการคำนวณ และ ความแม่นยำของคำตอบที่ได้มา เปรียบเทียบกับ วิธีการโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสมด้วยเทคนิค การแตกกิ่งและจำกัดขอบเขต (Branch and Bound) ซึ่งเป็นวิธีที่นิยมใช้กันทั่วไป ณ ปัจจุบัน อีกทั้งยังได้แสดงให้เห็นว่าการแก้ปัญหาการกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำ โดยคำนึงถึงกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหัน ได้ส่งผลให้ค่าความเชื่อถือได้ของระบบมีค่ามากขึ้นด้วย

Abstract

This paper describes an approach for establishing power systems scheduled hydro-generators outages for maintenance purposes. The operation planning is considered with modeling grid operational constraints for normal and all contingent cases. The resulting problem is solved by mixed-integer programming techniques aided by Benders decomposition strategy. The obtained results clearly show that considering transmission influence each Contingent case is essential for scheduling outages. Moreover, the result solved by Benders decomposition strategy is more accurate and rapid than general approach (i.e. branch and bound strategy).

1. บทนำ

เนื่องจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่องมีความจำเป็นที่จะต้องได้รับการซ่อมบำรุงรักษาในช่วงเวลาที่แตกต่างกันไป เพื่อป้องกันความเสียหายอันจะเกิดขึ้นในอนาคต และถ้าหากแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีความไม่เหมาะสม จะทำให้เกิดไฟดับและมีผลกระทบต่อผู้ผลิตไฟฟ้าและผู้ใช้ไฟฟ้าเป็นอย่างมาก โดยเฉพาะผู้ใช้ไฟฟ้าบริเวณย่านนิคมอุตสาหกรรม เนื่องจากจะเกิดรายได้สูญเสียที่ไม่สามารถทำผลผลิตได้ในช่วงเวลานั้นๆ อีกทั้งยังมีผลทำให้ความน่าเชื่อถือของผู้ผลิตไฟฟ้าลดน้อยลงอีกด้วย ดังนั้นหน่วยงานด้านพลังงานไฟฟ้าในหลายๆประเทศ จึงได้พยายามหาวิธีการต่างๆ ในการแก้ปัญหาการกำหนดเวลาการซ่อมบำรุงรักษา โรงไฟฟ้า ดังที่กล่าวมาข้างต้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งประเทศที่มีระบบไฟฟ้าที่ต้องพึ่งพิงแหล่งผลิตไฟฟ้าจากพลังงานน้ำเป็นหลัก อย่างเช่นประเทศบราซิล เนื่องจากความห่างไกลของโรงไฟฟ้ากับศูนย์กลางการใช้ไฟฟ้า ทำให้เกิดผลกระทบอย่างมากในด้านข้อจำกัดของระบบส่งไฟฟ้า โดยเฉพาะปัญหาคอขวด (Bottle Neck) ประกอบกับหากเกิดความผิดพลาดใดขึ้นในระบบส่งไฟฟ้าเพียงระบบเดียว ก็อาจส่งผลต่อระบบส่งไฟฟ้าอีกหลายระบบตามมาได้

โดยปกติแล้วการพิจารณาการปลดวงจรเครื่อง

* นักศึกษา ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
** รองศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ำเนิดไฟฟ้าออกจากระบบเพื่อทำการซ่อมบำรุง รักษานั้น จะต้องวิเคราะห์ ถึงผลกระทบต่อระดับความเชื่อถือได้ของระบบจากการหยุดเดินเครื่องโรงไฟฟ้าเป็นหลัก แต่ทั้งนี้ผู้ผลิตไฟฟ้าส่วนใหญ่มักจะคำนึงถึงผลกระทบต่อค่าใช้จ่าย ในการซ่อมบำรุง และรายได้ สูญเสีย ร่วมด้วย ซึ่งในกรณีนี้หากระบบไฟฟ้านั้นมีขนาดใหญ่และซับซ้อน ขั้นตอนในการวิเคราะห์การไหลของระบบไฟฟ้าจะเป็นขั้นตอนที่ยุ่งยาก อีกทั้งยัง ใช้ระยะเวลาในกา รคำนวณค่อนข้างมาก

ดังนั้นในบทความนี้ผู้เขียนจึงขอเสนอวิธีการใหม่ที่มีประสิทธิผลในด้านความแม่นยำ และความรวดเร็วในการคำนวณ โดยคำนึงถึงข้อจำกัดด้านการใช้งานระบบส่งไฟฟ้าเป็นแบบกริด ทั้งในเรื่อง การสมดุลของโหลด พิกัดเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ข้อจำกัดของขนาดสายส่ง กำลังไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้ งานได้ ลำดับความสำคัญของการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ปริมาณกำลังผลิตไฟฟ้าสำรอง เกณฑ์ความเชื่อถือได้ของระบบ และ ผลกระทบด้านค่าใช้จ่ายที่จะเกิดขึ้นเนื่องจากการซ่อมบำรุง รักษา รวมถึง รายได้สูญเสียที่ควรจะได้รับ ด้วยวิธีการ ผสมผสานระหว่างวิธีการโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed-integer programming) [1], [2] กับเทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชั่น (Benders decomposition) [3]

นอกจากนี้การ แก้ปัญหาการ กำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษา โรงไฟฟ้าในบทความนี้ ยังได้พิจารณาถึงข้อจำกัดในกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหัน [5] ซึ่งมีผลทำให้คำตอบที่ได้มามีค่าความเชื่อถือได้ของระบบที่สูงกว่าวิธีทั่วไป ทั้งนี้เนื่องจากเครื่องกำเนิดไฟฟ้าภายใน โรงไฟฟ้าพลังน้ำ ไม่ว่าจะมีขนาด กำลังผลิตเ ท่าใดก็ตาม จะ มีค่าสัมประสิทธิ์เชื้อเพลิงของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่องใกล้เคียงกัน ดังนั้นเราจึงมองว่าต้นทุนในการผลิตไฟฟ้าของโรงไฟฟ้าพลังน้ำในแต่ละเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีค่าใช้จ่ายในการเดินเครื่องต่อหน่วยเท่ากันทุกเครื่อง ซึ่งในกรณีนี้จะเห็นว่าไม่ว่าแผนการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจะเป็นรูปแบบใด ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นก็จะมีค่าใกล้เคียงกัน ดังนั้นเราจึงสามารถให้ความสำคัญกับเรื่องความเชื่อถือได้ของระบบได้อย่างเต็มที่ โดยไม่ต้องคำนึงถึงค่าใช้จ่ายที่จะเกิดขึ้น ดังนั้นในกรณีนี้เราจึงเลือกที่จะคำนึงถึงกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหันในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษาด้วย เพื่อเป็นการเพิ่มค่าความเชื่อถือได้ให้แก่ระบบ ซึ่งแม้ว่าแท้จริงแล้วการคำนึงถึงกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหันในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษานั้นอาจมีผลทำให้ค่าใช้จ่ายในการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีค่าเพิ่มขึ้นจากการกำหนดแผนในกรณีปกติ (กรณีที่ไม่ได้คำนึงถึงระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทัน หัน) แต่ผู้เขียนเห็นว่าค่าใช้จ่ายในการซ่อมบำรุงรักษา ที่เพิ่มขึ้นจากกรณีปกตินี้ มีค่าแตกต่างกันไม่มากนัก ดังนั้นจึงเห็นว่าน่า จะคำนึงถึงในกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหันในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษาด้วย

2. สมการเงื่อนไขข้อจำกัด และฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์

จากปัญหาที่อธิบายในข้างต้นสามารถจำลองรูปแบบข้อจำกัด และฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ได้ดังนี้[4], [5]

- ฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์

$$\sum_{t=1}\sum_{i=1} c_{it}x_{it} + \sum_{t=1}\sum_{k=1}\sum_{j=1} \alpha_j r_{jtk} \qquad (1)$$

- เงื่อนไขบังคับกำหนดให้ต้องมีการซ่อมบำรุงรักษา

$$\sum_{t=1} x_{it} = 1 \;\; ; All \;\; i \qquad (2)$$

- ข้อจำกัดของตัวแปรการตัดสินใจ

$$x_{it} = \{1,0\} \qquad (3)$$

- ข้อจำกัดช่วงเวลาที่ไม่สามารถทำการซ่อมบำรุงรักษา

$$x_{it} \text{ ที่ } t < t_i^{\min} \text{ และ } t > t_i^{\max} \qquad (4)$$

- ข้อจำกัดทางด้านกำลังผลิตไฟฟ้าสำรอง

$$\sum_{t-di=1}\sum_{i\in\phi_u} x_{it} g_{it}^{\max} \le g_{ut}^{\max} \; ; All \;\; t \qquad (5)$$

- ข้อจำกัดเฉพาะตัว

$$\sum_{t-di=1}\sum_{i\in\phi_u} x_{it} \le 1 \;\; ; All \;\; t \qquad (6)$$

- ข้อจำกัดลำดับความสำคัญของการซ่อมบำรุงรักษา

$$x_{pt1} - x_{qt2} \le 0 \;\; ; All \;\; (p,q) \in i \qquad (7)$$

- ข้อจำกัดของการสมดุลโหลด

$$\sum_{i\in\Omega g} g_{it} + \sum_{s\in\Omega j} f_{sj} - \sum_{v\in\Omega j} f_{jv} + r_{jt} = L_{jt}$$

$$; All \;\; j,t,k \qquad (8)$$

- ข้อจำกัดของพิกัดเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

$$g_{it} - (1 - x_{it}) \cdot g_{it}^{nom} \le 0 \;\; ; All \;\; (t,i),k \qquad (9)$$

- ข้อจำกัดของการไหลของกำลังไฟฟ้า

$$\left| f_{sj,t} \right| \le f_{sj}^{\max} \; ; All \;\; (t, s \ne j),k \qquad (10)$$

$$\left| f_{jv,t} \right| \le f_{jv}^{\max} \; ; All \;\; (t, v \ne j),k \qquad (11)$$

- ข้อจำกัดของเกณฑ์ความเชื่อถือได้ของระบบ

$$\sum_{j=1} r_{jk} \le \partial_k \; ; All \;\; t,k \qquad (12)$$

โดยที่ตัวแปรต่างๆมีความหมายดังนี้

x_{it} ตัวแปรการตัดสินใจ (กำหนดให้เป็นเลข 1 หรือ 0 ถ้า x_{it} มีคำตอบเป็น 1 จะหมายความว่า ในช่วงเวลาที่ t กำหนดให้ทำการซ่อมบำรุงเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ i ในทางกลับกันถ้า x_{it} มีคำตอบเป็น 0 จะหมายความว่า ในช่วงเวลาที่ t เครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ i ไม่ต้องทำการซ่อมบำรุงรักษา)

c_{it} ค่าใช้จ่ายในการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

r_{jtk} ปริมาณ โหลดที่ ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้ไฟฟ้าได้ (Load Cut)

α_j ค่าปรับแฟคเตอร์ (คิดจาก ค่าความเสียหายอันเนื่องจากไม่สามารถจ่ายโหลดให้ผู้ใช้ไฟฟ้าได้)

j ดัชนีบ่งบอกบัส

t ดัชนีบ่งบอกช่วงเวลา

k ดัชนีบ่งบอกกรณีที่พิจารณา (อาทิเช่น กำหนดให้ k=1 หมายถึงกรณีที่สายส่งที่ 1 ถูกปลดออก และ k=2 หมายถึงกรณีที่สายส่งที่ 2 ถูกปลดออก เป็นต้น)

L_{jt} กำลังไฟฟ้าของโหลด

g_{it} กำลังผลิตไฟฟ้าของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ณ ช่วงเวลา t

g_{it}^{nom} พิกัดเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

g_{ut}^{max} กำลังผลิตไฟฟ้าสูงสุดของโรงไฟฟ้า ณ ช่วงเวลาt

Ω_j ชุดวงจรที่เชื่อมต่อกับบัส j

Ω_g ชุดเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในบัสที่กำลังพิจารณา

$\varnothing_u$ ชุดเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่โรงไฟฟ้า u

∂_k เกณฑ์ความเชื่อถือได้ของระบบ

$pt1$ ดัชนีบ่งบอกลำดับ เวลา การซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าว่ามีความสำคัญอันดับแรก

$pt2$ ดัชนีบ่งบอกลำดับ เวลา การซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าว่ามีความสำคัญอันดับรอง

$f_{sj,t}$ กำลังไฟฟ้าที่ไหลจากบัส s ไป j

$f_{jv,t}$ กำลังไฟฟ้าที่ไหลจากบัส j ไป v

f_{sj}^{max} ความสามารถสูงสุดในรองรับการไหลของกำลังไฟฟ้าจากบัส s ไป j

f_{jv}^{max} ความสามารถสูงสุดในรองรับการไหลของกำลังไฟฟ้าจากบัส j ไป v

t_i^{min} ช่วงเวลาต่ำสุดที่สามารถทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

t_i^{max} ช่วงเวลาสูงสุดที่สามารถทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

d_i ระยะเวลาที่ใช้ในการซ่อมบำรุงรักษา

3. หลักการเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน

3.1 การแยกปัญหาตั้งต้น

หลักและวิธีการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด โดยใช้เทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน [3] ร่วมกับเทคนิคการโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม [1], [2] คือแยกปัญหาตั้งต้น (Original Problem) ออกเป็น 2 ส่วน ประกอบด้วย ปัญหาหลัก (Master Problem) และปัญหาย่อย (Subproblem) โดยมีรูปแบบมาตรฐานดังนี้

- ปัญหาตั้งต้น

$$\begin{aligned} Minimize \quad & z = c^T x + d^T y \\ Subject\ to \quad & Ay \ge b \\ & Ex + Fy \ge h \\ & x \ge 0 \\ & y \in S \end{aligned} \qquad (13)$$

- ปัญหาหลัก

$$\begin{aligned} Minimize \quad & z_{lower} \\ Subject\ to \quad & z_{lower} \ge d^T y \\ & Ay \ge b \\ & y \in S \end{aligned} \qquad (14)$$

- ปัญหาย่อย

$$\begin{aligned} &Minimize && c^T x \\ &Subject\ to && Ex \geq h - F\hat{y} \\ & && x \geq 0 \end{aligned} \qquad (15)$$

โดยที่ $\hat{y}$ คือคำตอบจากปัญหาหลักที่ทำให้ค่า z_{lower} อยู่ในขอบเขตล่างที่ต่ำที่สุด

ซึ่งในกรณีนี้เรากำหนดให้ y เป็นตัวแปร 1 หรือ 0 ส่วน x ให้เป็นตัวแปรต่อเนื่อง ดังนั้นในปัญหาหลักข้างต้นนี้จะประกอบด้วยตัวแปรต่อเนื่อง (Continuous Variables) และตัวแปรจำนวนเต็ม แต่ปัญหาย่อยจะประกอบด้วยตัวแปรต่อเนื่องทั้งหมด ดังนั้นเราจึงสามารถแปลงฟังก์ชั่น *Minimize* ให้เป็นฟังก์ชั่น *Maximize* เพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณ ตามหลักการแปลงปัญหาควบคู่ [6] ได้ดังนี้

- ปัญหาย่อยควบคู่ (Dual Subproblem)

$$\begin{aligned} &Maximize && (h - F\hat{y})^T u \\ &Subject\ to && E^T u \leq c \\ & && u \geq 0 \end{aligned} \qquad (16)$$

หลังจากทราบหลักการแยกปัญหาตั้งต้นดังกล่าวแล้ว ต่อไปจะเป็นการอธิบายถึงขั้นตอนในการหาคำตอบ โดยการ เพิ่มลดอสมการ ข้อจำกัด ด้วยเทคนิคเบนเดอร์คัท (Benders' Cut) ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 หาคำตอบ y ในปัญหาหลัก ที่ทำให้ค่า z_{lower} อยู่ในขอบเขตล่างที่ต่ำที่สุด โดยคำตอบที่ได้มาจะแทนด้วยตัวแปร $\hat{y}$

- ถ้าคำตอบที่ได้มา เป็นคำตอบที่ ไม่มีขอบเขตจำกัด (Unbounded Solution) ให้กำหนดค่า $z_{lower} = \infty$ และทำตามขั้นตอนที่ 2 ต่อไป
- ถ้าปัญหาหลักดังกล่าวไม่สามารถหาคำตอบใดๆได้ (Infeasible Solution) แปลว่าปัญหาตั้งต้นไม่มีคำตอบที่เป็นไปได้เช่นกัน

ขั้นตอนที่ 2 หาคำตอบในปัญหาย่อย หรือ ปัญหาย่อยควบคู่

- กรณีหาคำตอบในปัญหาย่อย ให้หาคำตอบ x ที่ทำให้ $c^T x$ มีค่าน้อยที่สุด โดยคำตอบ x ที่ได้มาจะแทนด้วย $\hat{x}$ และกำหนดให้ $z_{upper} = d^T \hat{y} + c^T \hat{x}$
- กรณีหาคำตอบใน ปัญหาย่อยควบคู่ ให้หาผลตอบ u ที่ทำให้ $(h - F\hat{y})^T u$ มีค่ามากที่สุด โดยคำตอบ u ที่ได้มาจะแทนด้วยตัวแปร $\hat{u}_p$ และกำหนดให้ $z_{upper} = d^T \hat{y} + (h - F\hat{y})^T \hat{u}_p$

ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบคำตอบในปัญหาย่อย หรือปัญหาย่อยควบคู่

- จากข้างต้นหากปัญหาย่อย หรือ ปัญหาย่อยควบคู่ สามารถหาคำตอบได้ (Infeasible Solution) ให้เปรียบเทียบค่าคำตอบของ z_{lower} จากขั้นตอนที่ 1 และค่า z_{upper} จากขั้นตอนที่ 2 ดังนี้
  - ถ้า $\left|\hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower}\right| \leq \varepsilon$ ให้หยุดการคำนวณและถือคำตอบล่าสุดเป็นคำตอบปัญหาตั้งต้น
  - ถ้า $\left|\hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower}\right| > \varepsilon$ ให้เพิ่มอสมการข้อจำกัดในปัญหาหลัก ดังนี้

  ในกรณีที่หาคำตอบโดยใช้ปัญหาย่อย ให้เพิ่ม $z_{lower} \geq c^T x + \alpha^T r - (x - \hat{x})^T \cdot F^T u_i^p$ ในปัญหาหลัก และย้อนกลับไปทำตามขั้นตอนที่ 1

  ในกรณีที่หาคำตอบโดยใช้ปัญหาย่อยควบคู่ ให้เพิ่ม $z_{lower} \geq d^T y + (h - Fy)^T \hat{u}_p$ ในปัญหาหลัก และย้อนกลับไปทำตามขั้นตอนที่ 1
- กรณีปัญหาย่อยไม่มีคำตอบ หรือ ปัญหาย่อยควบคู่มีคำตอบที่ไม่มีขอบเขตจำกัด ให้เพิ่มอสมการข้อจำกัด $(h - Fy)^T u^r \leq 0$ ในปัญหาหลัก และย้อนกลับไปทำตามขั้นตอนที่ 1 โดย u^r และ u^r คือค่าความไวต่อการเปลี่ยนแปลง (Dual Price) [6] สามารถคำนวณได้จากสมการ (17)

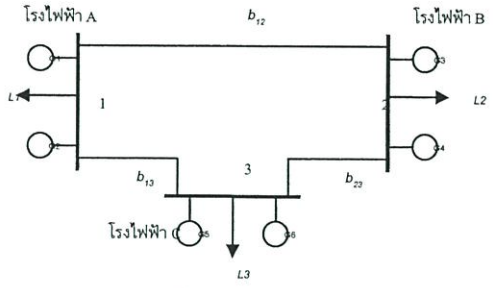
$$\begin{aligned} &Maximize && 1^T s \\ &Subject\ to && Ex + Is \leq h - F\hat{y} \longrightarrow u^r \\ & && x \geq 0,\ S \geq 0 \end{aligned} \qquad (17)$$

โดยที่ 1 คือ Unit Vector

- กรณี ปัญหาย่อยควบคู่ ไม่สามารถหาคำตอบได้ หมายความว่าปัญหาตั้งต้นอาจเป็นได้ 2 กรณี คือ ไม่มีคำตอบที่เป็น ไปได้ หรือเป็นคำตอบที่ไม่มีขอบเขตจำกัด

4. ตัวอย่างการคำนวณ

4.1 ระบบทดสอบขนาดเล็ก



รูปที่ 1 ระบบทดสอบ [5]

ระบบไฟฟ้าทดสอบขนาดเล็ก

ในที่นี้จะทดสอบระบบโดยใช้ระบบไฟฟ้าทดสอบขนาดเล็กดังรูปที่ 1 ซึ่งระดับโหลดที่พิจารณาในแต่ละสัปดาห์ใน 1 เดือน คือ 100 %, 95%, 100% และ 90% ตามลำดับ โดยการเปลี่ยนแปลงของโหลดนี้ถูกกำหนดให้เหมือนกันในทุกๆบัส ภายใต้เงื่อนไขข้อจำกัดและกำหนดค่าต่างๆ ดังนี้

- ในแต่ละโรงไฟฟ้าห้ามทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าพร้อมกัน
- คำนึงถึงกรณีระบบส่งไฟฟ้าที่เชื่อมระหว่างบัสถูกปลดออกในระหว่างที่กำลังทำการซ่อมบำรุงรักษา โดยในที่นี้จะสมมติฐานว่า ระบบส่งไฟฟ้าจะถูกปลดออกไม่เกิน 1 วงจรในช่วงเวลาเดียวกัน ดังนั้นในกรณีนี้จะต้องพิจารณาทั้งหมด 4 กรณี คือ กรณีที่วงจร 1-2 ถูกปลดออก วงจร 1-3 ถูกปลดออก วงจร 2-3 ถูกปลดออก และกรณีที่ไม่มีวงจรใดถูกปลด
- ในการซ่อมบำรุงเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละครั้งจะใช้ระยะเวลาประมาณ 1 สัปดาห์

ตารางที่ 1 ข้อมูลวงจรของระบบทดสอบ

Bus	Load (*pu*)	α_j (*pu*)
1	2.20	1.00
2	2.20	1.00
3	2.30	1.00

From Bus	To Bus	Maximum Circuit Flow (*pu*)
1	2	0.30
1	3	0.40
2	3	0.40

Generator	Maximum Generation (*pu*)
1, 2, 3, 4, 5 และ 6	1.90

Gen.	Week	Cost	Gen.	Week	Cost
1	1	1.00	4	1	1.10
	2	1.00		2	1.10
	3	1.10		3	1.15
	4	1.10		4	1.20
2	1	0.90	5	1	1.30
	2	0.95		2	1.30
	3	1.00		3	1.30
	4	1.05		4	1.30
3	1	1.25	6	1	1.30
	2	1.25		2	1.30
	3	1.30		3	1.30
	4	1.30		4	1.35

หมายเหตุ ค่า Cost ในที่นี้คือค่าที่สมมติขึ้น โดยใช้แนวโน้มตามค่าของตัวแปรในเอกสารอ้างอิง [3] โดยมีหน่วยเป็น 100,000 $

4.2 การประยุกต์ใช้เทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน

จากที่กล่าวมาข้างต้น เมื่อนำระบบทดสอบดังกล่าวมาแก้ปัญหาการกำหนด แผนการซ่อมบำรุงรักษา โรงไฟฟ้า โดยการ ประยุกต์ใช้เทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน ร่วมกับวิธีการโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม จะได้คำตอบดังตารางที่ 2 และตารางที่ 3

ตารางที่ 2 ตารางเวลาซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในแต่ละรอบที่คำนวณได้

	รอบที่ 1				รอบที่ 2				รอบที่ 3				รอบที่ 4			
Times	28 วินาที				122 วินาที				117 วินาที				131 วินาที			
Z_{upper}	12.91				9.09				9.19				8.59			
Z_{lower}	6.85				6.91				6.97				8.59			
Cost	6.85				6.85				6.90				6.90			
Load Cut	6.06 pu				2.24 pu				2.29 pu				1.69 pu			
Week	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Gen. 1		x				x				x				x		
Gen. 2	x				x				x				x			
Gen. 3	x					x						x				x
Gen. 4		x			x					x				x		
Gen. 5		x						x	x							x
Gen. 6	x						x					x			x	

ซึ่งจากตารางที่ 2 จะสังเกตเห็นว่า ในการคำนวณดังกล่าวได้ใช้รอบในการคำนวณทั้งหมด 4 รอบ โดยคำตอบสุดท้ายจะอยู่ในรอบที่ 4 ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

- ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ 1 ในสัปดาห์ที่ 2

- ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ 2 ในสัปดาห์ที่ 1
- ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ 3 ในสัปดาห์ที่ 4
- ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ 4 ในสัปดาห์ที่ 2
- ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ 5 ในสัปดาห์ที่ 4
- ทำการซ่อมบำรุงรักษาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าชุดที่ 6 ในสัปดาห์ที่ 3

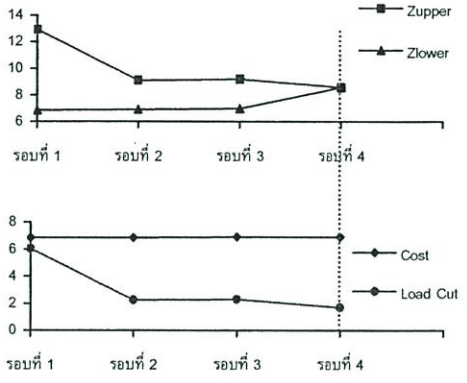
โดยแผนการซ่อมบำรุงรักษาดังกล่าวจะทำให้เกิดค่าใช้จ่ายทั้งหมด 6.90 หน่วย ส่วนปริมาณไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายให้แก่ผู้ใช้ไฟฟ้าได้อันเนื่องจากการซ่อมบำรุงรักษา มีรายละเอียดดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ค่าคำตอบที่ได้จากการคำนวณ (pu)

	Gen Bus 1	Gen Bus 2	Gen Bus 3	Flow 1-2	Flow 1-3	Flow 2-3	Load Cut Bus 1	Load Cut Bus 2	Load Cut Bus 3	Total Load Cut
กรณีปกติ (กรณีที่ไม่มีสายส่งใดถูกปลด)										
Week 1	1.90	2.20	2.60	0.00	-0.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0
Week 2	1.90	1.90	2.565	0.19	-0.38	0.00	0.00	0.00	0.00	0
Week 3	2.20	2.60	1.90	0.00	0.00	0.40	0.00	0.00	0.00	0
Week 4	2.28	1.90	1.85	0.30	0.00	0.17	0.00	0.00	0.00	0
กรณีวงจร 1-2 (b_{12}) ถูกปลดระหว่างทำการซ่อมบำรุงรักษา										
Week 1	1.90	2.20	2.60	-	-0.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0
Week 2	1.90	1.90	2.375	-	-0.19	0.00	0.00	0.19	0.00	**0.19**
Week 3	2.20	2.60	1.90	-	0.00	0.40	0.00	0.00	0.00	0
Week 4	1.98	1.90	1.90	-	0.00	0.17	0.00	0.25	0.00	**0.25**
กรณีวงจร 1-3 (b_{13}) ถูกปลดระหว่างทำการซ่อมบำรุงรักษา										
Week 1	1.90	2.20	2.30	0.00	-	0.00	0.30	0.00	0.00	**0.30**
Week 2	1.90	1.90	2.185	0.19	-	0.00	0.38	0.00	0.00	**0.38**
Week 3	2.20	2.60	1.90	0.00	-	0.40	0.00	0.00	0.00	0
Week 4	2.28	1.90	1.85	0.30	-	0.17	0.00	0.00	0.00	0
กรณีวงจร 2-3 (b_{23}) ถูกปลดระหว่างทำการซ่อมบำรุงรักษา										
Week 1	1.90	2.20	2.60	0.00	0.30	-	0.00	0.00	0.00	0
Week 2	1.90	1.90	2.565	0.19	-0.38	-	0.00	0.00	0.00	0
Week 3	2.20	2.20	1.90	0.00	0.00	-	0.00	0.00	0.40	**0.40**
Week 4	2.28	1.68	1.90	0.30	0.00	-	0.00	0.00	0.17	**0.17**

- **Gen Bus *j*** คือกำลังผลิตไฟฟ้าของ Generator ทั้งหมดในบัส *j*
- **Flow *i-j*** คือกำลังไฟฟ้าที่ไหลจากบัส *i* ไปยังบัส *j* และถ้าตัวแปรมีคำตอบติดลบ จะหมายความว่า ทิศทางของกำลังไฟฟ้าไหลในทิศตรงข้ามกล่าวคือไหลจากบัส *j* ไปยังบัส *i*
- **Load Cut Bus *j*** คือกำลังไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้ไฟฟ้าที่บัส *j* ได้

ในรูปที่ 2 แสดงถึงแนวโน้มของการหา คำตอบด้วยวิธีเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน ซึ่งจะสังเกตเห็นว่าในแต่ละรอบที่คำนวณค่า Load Cut และค่า Cost จะมีแนวโน้มลดลงเรื่อยๆ จนกระทั่งได้คำตอบที่ดีที่สุด



รูปที่ 2 ภาพรวมในการหาคำตอบของฟังก์ชั่นวัตถุประสงค์ ด้วยวิธีเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน

4.2 เปรียบเทียบคำตอบโดยไม่ใช้ เทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน

ในที่นี้ผู้เขียนได้ทดลองหาคำตอบของแผนการซ่อมบำรุงรักษาตามระบบไฟฟ้าทดสอบในรูปที่ 1 ด้วยวิธีการโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม ร่วมกับเทคนิคการแตกกิ่งและจำกัดขอบเขต [1] ซึ่งเป็นวิธีที่นิยมใช้กันทั่วไป ณ ปัจจุบัน เพื่อเป็นการเปรียบเทียบเรื่องความแม่นยำของคำตอบ และระยะเวลาในการคำนวณ กับ เทคนิคเบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน ที่นำเสนอในบทความนี้ โดยสามารถสรุปได้ดังตารางที่ 4 ดังนี้

ตารางที่ 4 เปรียบเทียบการคำนวณ

	Branch and Bound [1]	Bender Decomposition
Load Cut รวมทุกกรณี	1.695 pu	1.690 pu
เวลา	900 วินาที	398 วินาที
CPU	Pentium 4 CPU 3.06 GHZ with 960 MB of RAM	

จากตารางที่ 4 หากจำนวนบัสและจำนวนเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีมากกว่านี้ การคำนวณจะใช้ระยะเวลาต่างกันมากกว่านี้ เนื่องจากระยะเวลาในการคำนวณจะแปรผันตาม 2^n โดยที่ n คือจำนวนตัวแปร ประกอบกับคำตอบของค่าเหมาะสมที่สุดอาจจะแตกต่างมากกว่านี้

เนื่องจากคำตอบที่ได้มาอาจจะตกที่จุด Local ใด Local หนึ่ง ซึ่งจะแตกต่างจากวิธี เบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน ที่มีโอกาสได้คำตอบที่เป็นคำตอบที่ดีที่สุด (Global Solution) ค่อนข้างสูง

4.2 เปรียบเทียบคำตอบโดยไม่ไม่คำนึงถึงสภาวะที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหัน

ในที่นี้ผู้เขียนได้ทดลองหาคำตอบของแผนการซ่อมบำรุงรักษาดังกล่าว โดย ไม่คำนึงถึงสภาวะที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหัน ด้วยวิธี เบนเดอร์ ดีคอมโพสิ ชัน โดยใช้ระบบทดสอบเดียวกัน เพื่อเป็นการเปรียบเทียบคำตอบที่ได้มากับวิธีการคำนวณในบทความนี้ ดังรายละเอียดในตารางที่ 5

ตารางที่ 5 คำตอบในกรณีที่ ไม่คำนึงถึงสภาวะที่ ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหัน (pu)

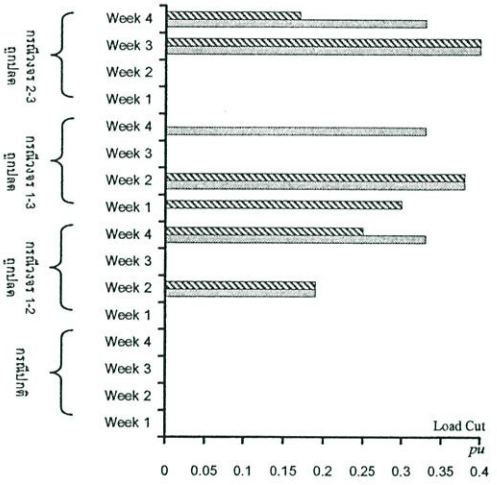
	Gen Bus 1	Gen Bus 2	Gen Bus 3	Flow 1-2	Flow 1-3	Flow 2-3	Load Cut Bus 1	Load Cut Bus 2	Load Cut Bus 3	Total Load Cut
กรณีปกติ (กรณีที่ไม่มีสายส่งใดถูกปลด)										
Week 1	1.90	2.60	2.20	0.00	-0.30	0.40	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 2	1.90	1.90	2.565	0.19	-0.38	0.00	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 3	2.50	2.30	1.90	0.30	0.00	0.40	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 4	2.28	1.90	1.85	0.30	0.00	0.22	0.00	0.00	0.00	**0**

ตารางที่ 6 ผลกระทบจากกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหัน (pu)

	Gen Bus 1	Gen Bus 2	Gen Bus 3	Flow 1-2	Flow 1-3	Flow 2-3	Load Cut Bus 1	Load Cut Bus 2	Load Cut Bus 3	Total Load Cut
กรณีวงจร 1-2 (b_{12}) ถูกปลดระหว่างทำการซ่อมบำรุงรักษา										
Week 1	2.20	2.60	1.90	-	0.00	0.40	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 2	1.90	1.90	2.375	-	-0.19	0.00	0.00	0.19	0.00	**0.19**
Week 3	2.20	2.60	1.90	-	0.00	0.40	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 4	1.90	1.90	1.90	-	0.00	0.00	0.08	0.08	0.17	**0.33**
กรณีวงจร 1-3 (b_{13}) ถูกปลดระหว่างทำการซ่อมบำรุงรักษา										
Week 1	2.50	2.30	1.90	0.30	-	0.40	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 2	1.90	1.90	2.185	0.00	-	0.00	0.19	0.19	0.00	**0.38**
Week 3	2.50	2.30	1.90	0.30	-	0.40	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 4	1.90	1.90	1.90	0.00	-	0.00	0.08	0.08	0.17	**0.33**
กรณีวงจร 2-3 (b_{23}) ถูกปลดระหว่างทำการซ่อมบำรุงรักษา										
Week 1	2.50	1.90	2.30	0.30	0.00	-	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 2	1.90	1.90	2.565	0.19	-0..38	-	0.00	0.00	0.00	**0**
Week 3	2.50	1.90	1.90	0.30	0.00	-	0.00	0.00	0.40	**0.40**
Week 4	1.90	1.90	1.90	0.00	0.00	-	0.08	0.08	0.17	**0.33**

จากตารางที่ 5 จะสังเกตได้ว่าปริมาณไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้ไฟฟ้าได้ (Total Load Cut) จะมีค่าเป็นศูนย์เหมือนกับคำตอบในตารางที่ 3 (เฉพาะกรณีที่ไม่มีสายส่งใดถูกปลด) แต่ถ้าเมื่อใดที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหันในระหว่างที่ทำการซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้า ค่าปริมาณไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้ไฟฟ้าได้นี้จะมีค่ามากกว่าค่าคำตอบในตารางที่ 3 อย่างแตกต่างชัดเจน ดังคำตอบในตารางที่ 6

ซึ่งจากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าปริมาณไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้ไฟฟ้าได้ในตารางที่ 3 จะมีคำตอบที่มีความเชื่อถือได้มากกว่าคำตอบในตารางที่ 6 เนื่องจากมีปริมาณไฟฟ้าที่ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้ไฟฟ้าได้น้อยกว่า ซึ่งสามารถเปรียบเทียบได้ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 เปรียบเทียบปริมาณโหลดที่ไม่สามารถจ่ายให้ผู้ใช้ไฟฟ้าได้ ในแต่ละวิธีการคำนวณ

5. สรุปผลการวิจัย

บทความนี้ได้นำเสนอถึงวิธีการเลือกช่วงเวลาการปลดวงจรเครื่องกำเนิดไฟฟ้าออกจากระบบ เพื่อเป็นแนวทางเลือกอีกทางเลือกหนึ่งในการแก้ปัญหาการกำหนดตารางเวลาซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้า ด้วย

วิธีการโปรแกรมเลขจำนวนเต็มแบบผสม [1], [2] ร่วมกับเทคนิค เบนเดอร์ ดีคอมโพสิชัน [3] ซึ่งได้แสดงให้เห็นว่าเทคนิคดังกล่าวได้ ช่วยลดระยะเวลาในการคำนวณ และเพิ่มความแม่นยำ ของคำตอบ มากขึ้น อีกทั้งยังได้แสดงให้เห็นว่าการแก้ปัญหา การกำหนดแผนซ่อมบำรุงรักษาโรงไฟฟ้าพลังน้ำ โดยคำนึงถึงกรณีที่ระบบส่งไฟฟ้าเกิดข้อผิดพลาดขึ้นกะทันหัน ได้ส่งผลให้ค่าความเชื่อถือได้ของระบบมีค่ามากขึ้นอีกด้วย

เอกสารอ้างอิง

[1] J.F. Dopazo and H.J. Merrill, "Optimal Generator Maintenance Scheduling Using Integer Programming," IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 94, pp. 1537–1545, 1975.

[2] R. Mukerji and J.H. Parker, "Power Plant Maintenance Scheduling: Optimizing Economics and Reliability," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 6, no. 2, pp. 476–483, May 1991.

[3] Mohammad Shahidehpour and Yong Fu, "Benders Decomposition in Restructured Power Systems," Electric Power and Power Electronics Center Illinois Institute of Technology, 2004.

[4] E.L. Silva, M. Morozowski, L.G.S. Fonseca, G.C. Oliveira, A.C.G. Melo, and J.C.O. Mello, "Transmission Constrained Maintenance Scheduling of Generating Units," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 10, no. 2, pp. 695–701, May 1995.

[5] E. L. da Silva, M. Th. Schilling, Senior Member, IEEE, and M. C. Rafael, "Generation Maintenance Scheduling Considering Transmission Constraints," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 15, no. 2, pp. 838–843, May 2000.

[6] สุทธิมา ชำนาญเวช , "การวิเคราะห์เชิงปริมาณ ," วิทยพัฒน์ 2549.

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล นายวิศว ภู่ตระกรณ์ชัย

วัน เดือน ปี เกิด 30 ธันวาคม พ.ศ. 2525 ที่กรุงเทพมหานคร

ประวัติการศึกษา

- 2544, มัธยมศึกษาตอนปลาย, โรงเรียนบดินทรเดชา (สิงห์ สิงหเสนี)
- 2548, วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า แขนงไฟฟ้ากำลัง ปริญญาตรี, มหาวิทยาลัยมหิดล
- 2549, เข้าศึกษาต่อคณะวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า แขนงไฟฟ้ากำลัง ปริญญาโท, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ประวัติการทำงาน

- 2548, ตำแหน่งวิศวกรไฟฟ้ากำลังและไฟฟ้าสื่อสาร, Syntec Kurihara (Thailand) Co., Ltd.
- 2549-2551, ตำแหน่งวิศวกรควบคุมแผนงานและงบประมาณ, ATT Consultants Co., Ltd.