

ตัวควบคุมไฮบริดเพื่อกำหนดให้ขยับขึ้นและทำให้แนวตั้งตรง
สำหรับขั้วแขวนหัวกลับบนรถ

HYBRID CONTROLLER FOR SWINGING UP AND STABILIZING
THE INVERTED PENDULUM ON CART

เอกชัย อษา

EKACHAI ASA

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของงานที่จัดทำตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม

วิศวกรรมศาสตร

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2552

KMITL-2009-EN-M-080-027

ตัวควบคุมไฮบริดเพื่อการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพ
สำหรับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

HYBRID CONTROLLER FOR SWINGING UP AND STABILIZING
THE INVERTED PENDULUM ON CART



เอกชัย อาษา
EKACHAI ASA

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน..... 105097
วัน,เดือน,ปี 16 พ.ย. 2552

.b..... 1212.1110
.i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมระบบควบคุม
คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.2552

KMITL-2009-EN-M-080-027

**HYBRID CONTROLLER FOR SWINGING UP AND STABILIZING
THE INVERTED PENDULUM ON CART**

EKACHAI ASA

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN CONTROL ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2009

KMITL-2009-EN-M-080-027

COPYRIGHT 2009

FACULTY OF ENGINEERING

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ ตัวควบคุมไฮบริดเพื่อการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพสำหรับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

Thesis Title Hybrid Controller for Swinging up and Stabilizing the Inverted Pendulum on Cart

นักศึกษา นายเอกชัย อาษา

รหัสประจำตัว 47060507



ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา วิศวกรรมระบบควบคุม

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.จงกล งามวิวิทย์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์(ร่วม) ผศ.ดร.ถาวร เบญจนราสุทธิ์

หมายเลขวิทยานิพนธ์ KMITL-2009-EN-M-080-027

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
รศ.ดร.วันชัย	วีรุจา	
รศ.ประสิทธิ์	จุลเสวีวงศ์	
รศ.ดร.วารี	กงประเวชนนท์	
ผศ.ดร.ถาวร	เบญจนราสุทธิ์	
รศ.ดร.จงกล	งามวิวิทย์	

วัน / เดือน / ปี ที่สอบ วันจันทร์ที่ 27 เมษายน พ.ศ. 2552 เวลา 10.00-12.00 น.

สถานที่สอบ ณ อาคาร A ชั้น 3 ห้องประชุม 2

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์ รับรองแล้ว



(รองศาสตราจารย์ ดร.กอบชัย เดชหาญ)

คณบดี คณะวิศวกรรมศาสตร์

วันที่ 27 เมษายน พ.ศ. 2552

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ตัวควบคุมไฮบริดเพื่อการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพ สำหรับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ
นักศึกษา	นายเอกชัย อาษา
รหัสนักศึกษา	47060507
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมระบบควบคุม
พ.ศ.	2552
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ. ดร.จกกล งามวิวิทย์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม	ผศ. ดร.ถาวร เบญจนราสุทธิ์

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมไฮบริดเพื่อการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพสำหรับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมจะใช้หลักการการควบคุมพลังงาน ซึ่งควบคุมให้ตัวรถรางเคลื่อนที่ไปและกลับเพื่อทำให้พลังงานศักย์และพลังงานจลน์รวมในระบบเปลี่ยนแปลงจนมีผลให้แท่งเพนดูลัมที่ติดอยู่กับตัวรถถูกเหวี่ยงขึ้นจากจุดสมดุลล่างไปยังบริเวณจุดสมดุลบนภายในพิสัยมุมและความเร็วเชิงมุมของแท่งเพนดูลัมที่ได้กำหนดในเงื่อนไขสวิตช์ หลังจากนั้นระบบจะเปลี่ยนมาใช้ตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพเพื่อให้แท่งเพนดูลัมสามารถทรงตัวอยู่ได้ ณ จุดสมดุลบน ซึ่งเป็นตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะเชิงเส้นที่ถูกออกแบบด้วยหลักการวิธีแผนผังค่าสัมประสิทธิ์

จากผลการทดลองพบว่า ตัวควบคุมไฮบริดที่นำเสนอ นั้น สามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยสามารถเหวี่ยงแท่งเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนและทรงตัวอยู่ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนได้ โดยสามารถเปลี่ยนพารามิเตอร์ α_0 เพื่อจำกัดระยะเวลาเคลื่อนที่ไปกลับของรถรางในการเหวี่ยงแท่งเพนดูลัมขึ้น นอกจากนี้พบว่า ระบบควบคุมที่นำเสนอมีความทนต่อการเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งเพนดูลัมอย่างน้อยในช่วง ± 10 เปอร์เซ็นต์ จากความยาวค่าระบุ

Thesis Title	Hybrid Controller for Swinging up and Stabilizing the Inverted Pendulum on Cart
Student	Mr. Ekachai Asa
Student ID.	47060507
Degree	Master of Engineering
Programme	Control Engineering
Year	2009
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Dr. Jongkol Ngamwiwit
Thesis Co-Advisor	Assist. Prof. Dr. Taworn Benjanarasuth

ABSTRACT

In this thesis, a hybrid controller for swinging up and stabilizing an inverted pendulum on cart is presented. The energy control concept is employed for moving the cart back and forth until the total energy of kinetic energy and potential energy are changed enough to swing the inverted pendulum up to around the upright position within the ranges of pendulum angle and angular velocity specified in the switching condition. After that, the stabilizing controller is then switched to stabilize the inverted pendulum at the upright position. The stabilizing controller is a linear servo state feedback controller designed by coefficient diagram method.

The experimental results show that the designed hybrid controller can be operated with acceptable efficiency. That is, the controller can swing the inverted pendulum up to around the upright position and stabilize it there. The cart travelling distance during swinging up can be adjusted by the parameter α_0 . Furthermore, the proposed hybrid control system is robust to ± 10 percents changes of the pendulum length from its nominal value.

กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียน ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.จกกล งามวิวิทย์ อาจารย์ที่ปรึกษาเป็น
อย่างสูงที่ได้มอบโอกาสให้เข้ามาศึกษาในสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ให้ทั้งความรู้ คำปรึกษา แนวทางในการทำวิจัย ฝึกฝนผู้เขียนให้มีทักษะทั้งในด้านวิชาการต่างๆและ
ด้านจริยธรรม ให้ความเมตตาเอาใจใส่ดูแลและห่วงใยแก่ผู้เขียนมาโดยตลอด

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ถาวร เบญจนราษฎร์ ที่ให้ความรู้ คำปรึกษา
และแนะนำการแก้ไขปัญหาต่างๆที่เกิดขึ้นในงานวิจัย ทั้งยังให้ความสนับสนุนและเป็นกำลังใจ
ให้แก่ผู้เขียนด้วยดีเสมอมา

ขอขอบคุณ อาจารย์สองเมือง นันทขว้าง ที่ให้ความช่วยเหลือทั้งด้านเทคนิค ชุดทดลองและ
เอกสารต่างๆที่ผู้เขียนนำมาใช้ในงานวิจัยนี้ ขอขอบคุณ อาจารย์ ดอน อิศรากร ที่ให้คำแนะนำด้าน
เทคนิคและแนวทางปฏิบัติในการทำงานวิจัย ขอขอบคุณ คุณอภิสิทธิ์ ดันตระวรศิลป์ ให้ความ
ช่วยเหลืองานวิจัยฉบับแรกของผู้เขียน และขอขอบคุณพี่ๆน้องๆในห้องปฏิบัติการทุกๆคนที่ให้
กำลังใจแก่ผู้เขียนมาโดยตลอด

ขอขอบคุณ อาจารย์ผู้ใหญ่ เพื่อนอาจารย์ และน้องๆช่างเทคนิคการบิน ในกองวิชา
อิเล็กทรอนิกส์การบิน สถาบันการบินพลเรือน ที่ให้ความสนับสนุน ช่วยเหลือและให้โอกาสผู้เขียน
ให้ได้มีเวลาในการทำงานวิจัย

ขอขอบคุณ คุณอารีรัตน์ เส้นสด ที่ช่วยเหลือและเป็นกำลังใจให้แก่ผู้เขียนในการทำงานวิจัย
ด้วยดีเสมอมา

สุดท้ายขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ พินิช และคุณแม่ เกตุร อาษา ที่มีพระคุณยิ่งใหญ่กับ
ผู้เขียน เป็นผู้ที่ยังให้การเลี้ยงดูและโอกาสในการศึกษาแก่ผู้เขียน ให้กำลังใจและความเมตตาห่วงใย
เชื่อมั่นในตัวของผู้เขียนตลอดมา

เอกชัย อาษา

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VIII
คำย่อและสัญลักษณ์.....	IX

บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 ขอบเขตและขั้นตอนการวิจัย.....	2
1.4 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์.....	3
บทที่ 2 ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	4
2.1 กล่าวนำ.....	4
2.2 โครงสร้างของระบบควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	4
2.2.1 อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	4
2.2.2 ตัวควบคุม.....	5
2.2.3 ส่วนต่อประสานระหว่างอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถกับตัวควบคุม.....	5
2.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	6
2.4 การประมาณเชิงเส้น.....	8
2.5 การหาค่าพารามิเตอร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	10
บทที่ 3 ทฤษฎีสำหรับการออกแบบตัวควบคุม.....	13
3.1 กล่าวนำ.....	13
3.2 หลักการการควบคุมพลังงาน.....	13
3.3 วิธีแผนผังค่าสัมประสิทธิ์ (CDM).....	15
3.3.1 โครงสร้าง CDM มาตรฐานและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์.....	16

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.3.2 แผลงฝั่งค่าสัมประสิทธิ์.....	18
3.3.3 เงื่อนไขเสถียรภาพของ CDM.....	20
3.3.4 รูปแบบมาตรฐานของ CDM.....	21
3.3.5 เงื่อนไขการเลือกค่าครรชนีเสถียรภาพ.....	23
บทที่ 4 การออกแบบตัวควบคุม.....	24
4.1 กล่าวนำ.....	24
4.2 การออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัม.....	24
4.3 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	25
4.3.1 โครงสร้างระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะเชิงเส้น.....	25
4.3.2 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพด้วย CDM.....	28
บทที่ 5 การจำลองและทดลองการทำงานของระบบควบคุม.....	30
5.1- กล่าวนำ.....	30
5.2 พารามิเตอร์ของตัวควบคุมไฮบริด.....	30
5.2.1 พารามิเตอร์ของตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัม.....	30
5.2.2 พารามิเตอร์ของตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม.....	31
5.3 ผลการจำลองการทำงานของตัวควบคุม.....	31
5.3.1 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัม.....	31
5.3.2 การจำลองการควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม.....	33
5.3.3 การจำลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริด.....	34
5.3.3.1 การจำลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริดเมื่อ $\alpha_0 = 0.12$	34
5.3.3.2 การจำลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริดเมื่อ $\alpha_0 = 0.07$	36
5.4 ผลการทดลองการทำงานของตัวควบคุม.....	38
5.4.1 การทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัม.....	38
5.4.2 การทดลองการควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม.....	39
5.4.3 การทดลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริด.....	40
5.4.3.1 การทดลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริดเมื่อ $\alpha_0 = 0.12$	40
5.4.3.2 การทดลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริดเมื่อ $\alpha_0 = 0.07$	42

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 6 สรุปการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	44
6.1 บทสรุป.....	44
6.2 ปัญหาที่พบในการวิจัย.....	45
6.3 ข้อเสนอแนะและแนวทางในการพัฒนา.....	45
บรรณานุกรม.....	46
ภาคผนวก.....	47
ภาคผนวก ก. รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง.....	48
ภาคผนวก ข. โปรแกรมที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมและการทดลอง.....	55
ภาคผนวก ค. ผลงานที่ได้รับตีพิมพ์.....	73
ประวัติผู้เขียน.....	79

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 ค่าพารามิเตอร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	12
5.1 ค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัม.....	30

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 โครงสร้างของระบบควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	4
2.2 อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	5
2.3 ส่วนต่อประสานระหว่างอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถกับตัวควบคุม.....	6
2.4 แบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	6
2.5 การเปรียบเทียบผลตอบสนองวงเปิดของการแกว่งของแท่งเพนดูลัม.....	11
3.1 การเคลื่อนที่ของแท่งเพนดูลัม.....	13
3.2 โครงสร้างมาตรฐานสำหรับระบบแบบหนึ่งอินพุตหนึ่งเอาต์พุต.....	16
3.3 แผนผังค่าสัมประสิทธิ์.....	19
3.4 ผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์เสถียรภาพ γ_i และค่าคงตัวเวลาสมมูล τ	20
3.5 ตำแหน่งโพลของระบบอันดับต่างๆ.....	23
4.1 โครงสร้างของระบบควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ.....	24
4.2 โครงสร้างของระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะเชิงเส้น.....	26
5.1 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมเมื่อ α_0 เท่ากับ 0.12.....	32
5.2 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมเมื่อ α_0 เท่ากับ 0.07.....	32
5.3 ผลการจำลองการควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบน.....	33
5.4 ผลการจำลองการควบคุมของตัวควบคุมไฮบริดเมื่อ α_0 เท่ากับ 0.12.....	35
5.5 ผลการจำลองการควบคุมของตัวควบคุมไฮบริดเมื่อ α_0 เท่ากับ 0.07.....	37
5.6 ผลการทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมเมื่อ α_0 เท่ากับ 0.12.....	38
5.7 ผลการทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมเมื่อ α_0 เท่ากับ 0.07.....	39
5.8 ผลการทดลองการควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบน.....	40
5.9 ผลการทดลองการควบคุมของตัวควบคุมไฮบริดเมื่อ α_0 เท่ากับ 0.12.....	41
5.10 ผลการทดลองการควบคุมของตัวควบคุมไฮบริดเมื่อ α_0 เท่ากับ 0.07.....	43

คำย่อและสัญลักษณ์

a_i	หมายถึง	ค่าสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะ
A	หมายถึง	เมตริกซ์ระบบ
A_s	หมายถึง	เมตริกซ์ระบบของระบบแต่งเสริม
A_{sc}	หมายถึง	เมตริกซ์ระบบของระบบแต่งเสริมที่อยู่ในรูปแบบบัญญัติที่สามารถควบคุมได้
$A_c(s)$	หมายถึง	ตัวส่วนพหุนามของตัวควบคุม
$A_p(s)$	หมายถึง	ตัวส่วนพหุนามของขบวนการ
$B_a(s)$	หมายถึง	พรีฟิลเตอร์ของระบบควบคุม
$B_c(s)$	หมายถึง	ตัวเศษพหุนามของตัวควบคุม
$B_p(s)$	หมายถึง	ตัวเศษพหุนามของกระบวนการ
B	หมายถึง	เมตริกซ์อินพุต
B_s	หมายถึง	เมตริกซ์อินพุตของระบบแต่งเสริม
B_{sc}	หมายถึง	เมตริกซ์อินพุตของระบบแต่งเสริมที่อยู่ในรูปแบบบัญญัติที่สามารถควบคุมได้
c	หมายถึง	ค่าคงที่ของแรงเสียดทาน
C	หมายถึง	เมตริกซ์เอาต์พุต
E	หมายถึง	พลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ
F	หมายถึง	แรงกระทำที่ให้แก่ตัวรูดราง
g	หมายถึง	ความเร่งที่เกิดจากแรงโน้มถ่วงของโลก
H	หมายถึง	เมตริกซ์เอาต์พุตของตำแหน่งรูดราง
k_i	หมายถึง	ค่าอัตราขยายอินทิกรัล
K	หมายถึง	เมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ
K_s	หมายถึง	เมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะของระบบแต่งเสริม
K_{sc}	หมายถึง	เมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะของระบบแต่งเสริมที่อยู่ในรูปแบบบัญญัติที่สามารถควบคุมได้
l	หมายถึง	ระยะระหว่างจุดหมุนบนตัวรูดรางกับจุดศูนย์กลางมวลของแท่งเพนคูล์ัม
L	หมายถึง	ตัวดำเนินการของลากรานจ์
m	หมายถึง	มวลของแท่งเพนคูล์ัม
M	หมายถึง	มวลของรูดราง
$P(s)$	หมายถึง	พหุนามคุณลักษณะ
$P_m(s)$	หมายถึง	พหุนามคุณลักษณะแบบโมนิค

คำย่อและสัญลักษณ์ (ต่อ)

$P_{ol}(s)$	หมายถึง พหุนามคุณลักษณะวงเปิด
$P_{cl}(s)$	หมายถึง พหุนามคุณลักษณะของระบบป้อนกลับสถานะของระบบแต่งเสริมที่อยู่ในรูปแบบบัญญัติที่สามารถควบคุมได้
q_i	หมายถึง พิกัดทั่วไปของระบบ
\dot{q}_i	หมายถึง ความเร็วทั่วไปของระบบ
Q_i	หมายถึง แรงกระทำทั่วไปต่อระบบ
$r(t)$	หมายถึง ตำแหน่งอ้างอิงของตัวรตราง
t_s	หมายถึง ช่วงเวลาเข้าที่
T	หมายถึง พลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ
u	หมายถึง กฎการควบคุม
u_r	หมายถึง กฎการควบคุมสำหรับระบบเซอร์โวในหลักการการควบคุมพลังงาน
V	หมายถึง พลังงานกลรวมของพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของแท่งเพนดูลัม
\dot{V}	หมายถึง สมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งของสมการพลังงานกลรวม
x	หมายถึง ตำแหน่งของตัวรตราง
x_d	หมายถึง สัญญาณอ้างอิงของระยะทางการเคลื่อนที่ x
\dot{x}	หมายถึง ความเร็วของรตราง
$\mathbf{x}(t)$	หมายถึง ตัวสถานะของระบบ
$\mathbf{x}_s(t)$	หมายถึง ตัวสถานะของระบบของระบบแต่งเสริม
$y(t)$	หมายถึง สัญญาณเอาต์พุต
$\bar{y}(t)$	หมายถึง เอาต์พุตตำแหน่งของรตราง
θ	หมายถึง มุมระหว่างแท่งเพนดูลัมกับแนวแกนตั้ง
$\dot{\theta}$	หมายถึง ความเร็วเชิงมุมของแท่งเพนดูลัม
$\xi(t)$	หมายถึง ตัวแปรสถานะค่าผิดพลาดของตำแหน่งรตราง
τ	หมายถึง ค่าคงตัวเวลาสมมูล
γ_i	หมายถึง ค่าครรชนีเสถียรภาพ
γ_i^*	หมายถึง ค่าจำกัดเสถียรภาพ

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

อินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นระบบอันดับต้นๆ ที่นิยมเลือกและนำมาใช้ทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุมที่ได้รับการออกแบบ เนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นระบบที่มีคุณลักษณะไม่เป็นเชิงเส้นและเป็นระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ และยังมีข้อดีอีกประการหนึ่ง คือ เป็นระบบที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนมากนัก จึงทำให้สามารถสร้างระบบขึ้นมาได้ง่าย ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมโดยทั่วไปถูกแบ่งออกเป็นสองชนิดใหญ่ๆ คือ อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถและอินเวอร์ทแบบฐานหมุน จุดประสงค์หลักของการนำระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมมาควบคุม คือ การควบคุมให้แท่งเพนดูลัมสามารถทรงตัวอยู่ได้ ณ จุดสมดุลบน ต่อมา มีการเพิ่มความสามารถของตัวควบคุมให้ทำงานได้ซับซ้อนมากขึ้น โดยควบคุมให้แท่งเพนดูลัมสามารถเหวี่ยงตัวเองขึ้นจากตำแหน่งจุดสมดุลล่างขึ้นสู่ตำแหน่งจุดสมดุลบนก่อน แล้วจึงรักษาเสถียรภาพให้แท่งเพนดูลัมทรงตัวอยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน และด้วยคุณลักษณะของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมที่เป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นและไม่มีเสถียรภาพ ดังนั้น การศึกษาและการออกแบบตัวควบคุมที่มีความเหมาะสมและมีประสิทธิภาพในการทำงานร่วมกัน เพื่อควบคุมให้แท่งเพนดูลัมของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมสามารถเหวี่ยงตัวเองขึ้น จากตำแหน่งจุดสมดุลล่างสู่จุดสมดุลบนและทรงตัวอยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนนั้นจึงเป็นสิ่งที่น่าสนใจ ซึ่งที่ผ่านมา นั้น ได้มีผู้วิจัยที่เสนอแนวความคิดในการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม ให้เป็นไปตามจุดประสงค์หลักทั้งสองโดยใช้ตัวควบคุมที่แตกต่างกันออกไป เช่น ตัวควบคุมแบบไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear controller) [1] ตัวควบคุมแบบฟัซซี (fuzzy controller) [2] ตัวควบคุมแบบโครงข่ายประสาท (neural network controller) [3] และตัวควบคุมแบบคงทน (robust controller) [4] ตัวควบคุมตามที่กล่าวมานี้ เป็นตัวควบคุมที่สามารถควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมให้เป็นไปตามต้องการได้ แต่หลักการการออกแบบตัวควบคุมดังกล่าว นั้นค่อนข้างซับซ้อน อย่างไรก็ตาม ตัวควบคุมที่ออกแบบได้ง่ายกว่าและสามารถควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมได้เช่นกัน คือ ตัวควบคุมไฮบริดพีดี-เซอร์โวป้อนกลับสถานะเชิงเส้น [5] แต่มีข้อด้อย คือ ต้องลองผิดลองถูกในการกำหนดตำแหน่งการเคลื่อนที่ของรอราง เพื่อให้ตัวควบคุมสามารถเหวี่ยงแท่งเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่างสู่จุดสมดุลบนได้ นอกจากนี้ K.J. Astrom และ K. Furuta [6] ได้นำเสนอตัวควบคุมที่ออกแบบด้วยหลักการการควบคุมพลังงาน (controller by energy-base methods) เพื่อควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม โดยไม่ได้กำหนดระยะเวลาการเคลื่อนที่ของรอราง จึงไม่เหมาะสมในการนำตัวควบคุมนี้มาควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมที่มีความยาวของรอรางของรถสั้นได้ เนื่องจากไม่ได้พิจารณาถึงการเคลื่อนที่ของรอรางให้อยู่ในระยะเวลาที่ต้องการ

K. Yoshida [7] ได้นำเสนอตัวควบคุมอีกแบบหนึ่งที่สามารถควบคุมระยะการเคลื่อนที่ของรถรางให้อยู่ในระยะเวลาที่ต้องการได้โดยใช้หลักการการควบคุมพลังงาน

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จึงนำเสนอตัวควบคุมไฮบริดเพื่อการเหยียดขึ้นและรักษาเสถียรภาพสำหรับระบบอินเวอร์ตเพนดูลัมบนรถ ที่มีหลักการออกแบบตัวควบคุมที่ไม่ซับซ้อน และยังสามารถควบคุมการเคลื่อนที่ของรถรางให้อยู่ในระยะเวลาที่ต้องการได้ โดยตัวควบคุมไฮบริดที่นำเสนอ นั้นจะประกอบด้วยสองส่วน คือ ส่วนของตัวควบคุมการเหยียดขึ้นของแท่งเพนดูลัมซึ่งจะใช้หลักการการควบคุมพลังงานในการออกแบบ และส่วนของตัวควบคุมที่ทำหน้าที่รักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมซึ่งเป็นตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะเชิงเส้น [8] ที่ถูกออกแบบด้วยหลักการของวิธีแผนผังค่าสัมประสิทธิ์ (Coefficient Diagram Method: CDM) [9] และใช้เงื่อนไขสวิตช์ (switching condition) เป็นตัวตัดสินใจในการเปลี่ยนตัวควบคุมจากตัวควบคุมการเหยียดขึ้นของแท่งเพนดูลัมไปเป็นตัวควบคุมที่ทำหน้าที่รักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ซึ่งเงื่อนไขสวิตช์นี้ได้จากการพิจารณาขนาดของมุมและความเร็วเชิงมุมของแท่งเพนดูลัมที่บริเวณใกล้จุดสมดุลบน

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. ปรับปรุงและพัฒนาชุดทดลองระบบอินเวอร์ตเพนดูลัมบนรถ เพื่อใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุมไฮบริดเพื่อการเหยียดขึ้นและรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมสำหรับระบบอินเวอร์ตเพนดูลัมบนรถ

2. ศึกษาการออกแบบตัวควบคุมไฮบริด โดยอาศัยหลักการการควบคุมพลังงานและวิธีแผนผังค่าสัมประสิทธิ์เพื่อควบคุมระบบอินเวอร์ตเพนดูลัมบนรถให้สามารถเหยียดแท่งเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนและแท่งเพนดูลัมสามารถทรงตัวอยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนนั้น

3. ออกแบบตัวควบคุมไฮบริด และนำไปควบคุมชุดทดลองระบบอินเวอร์ตเพนดูลัมบนรถในห้องปฏิบัติการเพื่อศึกษาประสิทธิภาพในการทำงานของตัวควบคุมไฮบริดที่ได้ออกแบบไว้ให้เป็นไปตามวัตถุประสงค์

1.3 ขอบเขตและขั้นตอนการวิจัย

1. ปรับปรุงและพัฒนาชุดทดลองระบบอินเวอร์ตเพนดูลัมบนรถที่มีในห้องปฏิบัติการเพื่อใช้ในการทดสอบประสิทธิภาพการเหยียดขึ้นและรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมของตัวควบคุมไฮบริดที่ได้ออกแบบไว้

2. ศึกษาโครงสร้างและหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (mathematical model) ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ โดยอาศัยสมการการเคลื่อนที่ของลากรางจ์ (Lagrange's equation) เพื่อนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมไฮบริดที่นำเสนอ

3. จำลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริดที่ได้ออกแบบในการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถโดยอาศัยโปรแกรม MATLAB ร่วมกับโปรแกรม Simulink และนำตัวควบคุมที่ได้ออกแบบและได้จำลองการทำงานแล้วมาสร้างเป็นตัวควบคุมโดยใช้โปรแกรมภาษา C จากนั้นจึงนำไปควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมในห้องปฏิบัติการเพื่อทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุม

1.4 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 6 บทด้วยกันคือ

บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมาของงานวิจัย ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ สมมติฐาน ทฤษฎีที่ใช้ ขอบเขตของการวิจัยและขั้นตอนการศึกษา

บทที่ 2 กล่าวถึงรายละเอียดของโครงสร้างระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม การหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม และวิธีการหาค่าพารามิเตอร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมในห้องปฏิบัติการ

บทที่ 3 กล่าวถึง ทฤษฎีที่นำมาใช้ ประกอบด้วย หลักการการควบคุมพลังงานและวิธีแผนผังคำสั่งประสิทธิ์

บทที่ 4 กล่าวถึง ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมไฮบริดเพื่อการเหยียดขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ โดยอาศัยทฤษฎีตามที่กล่าวในบทที่ 3

บทที่ 5 กล่าวถึง ขั้นตอนการจำลองและการทำงานของตัวควบคุมไฮบริดที่ได้ออกแบบไว้ในบทที่ 4 โดยอาศัยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB ร่วมกับโปรแกรม Simulink และชุดปฏิบัติการอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในห้องปฏิบัติการ

บทที่ 6 เป็นบทสรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะแนวทางในการพัฒนาวิธีการออกแบบตัวควบคุมไฮบริดเพื่อการเหยียดขึ้นและรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมสำหรับผู้สนใจที่จะศึกษาและวิจัยการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถต่อไป

บทที่ 2

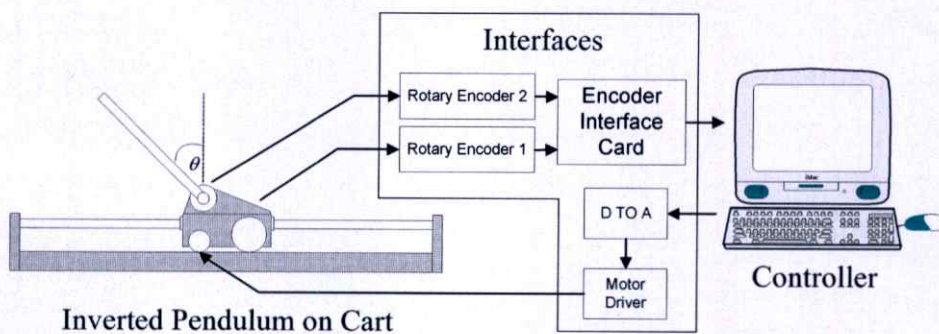
ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

2.1 กล่าวนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงโครงสร้างหลักของระบบควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ เพื่อทำความเข้าใจการทำงานร่วมกันของส่วนประกอบหลักต่างๆในระบบควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ วิธีการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถซึ่งเป็นระบบไม่เป็นเชิงเส้น การแปลงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้เป็นระบบเชิงเส้น และการหาค่าพารามิเตอร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ เพื่อจะนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมในการเหยียงขึ้นของแท่งเพนดูลัมและการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนต่อไป

2.2 โครงสร้างของระบบควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

ระบบควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่ใช้ในการศึกษาและทดลองในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีโครงสร้างของระบบแสดงดังรูปที่ 2.1 ซึ่งประกอบด้วยสามส่วนหลักๆ คือ ตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ตัวควบคุม และส่วนต่อประสาน (interfaces) ระหว่างอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถกับตัวควบคุม โดยที่ส่วนต่อประสานจะทำหน้าที่เชื่อมต่อตัวอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถกับตัวควบคุมให้สามารถทำงานร่วมกันได้

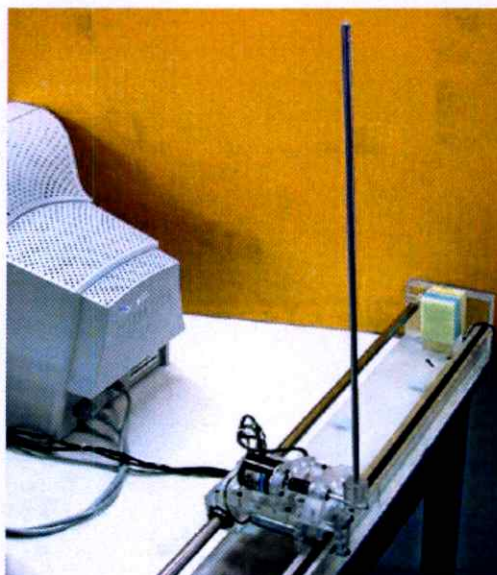


รูปที่ 2.1 โครงสร้างของระบบควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

2.2.1 อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

อินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่ใช้ในการศึกษาและทดลองนั้น จะประกอบด้วยส่วนสำคัญ ๆ สามส่วน คือ ตัวรถราง แท่งเพนดูลัม และอุปกรณ์วัดตำแหน่งของตัวรถรางและอุปกรณ์วัดมุมของแท่งเพนดูลัมที่กระทำกับแนวแกนตั้ง โดยที่ตัวรถรางสามารถเคลื่อนที่ได้สองทิศทางตามแนวนอนบน

รางทางตรงที่มีความยาวประมาณหนึ่งเมตร ซึ่งตัวรถรางจะถูกขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์กระแสตรง ขนาด 24 โวลต์ 4 แอมแปร์ และมีเอนโคดเดอร์แบบหมุน (rotary encoder) ที่ติดตั้งไว้ที่ส่วนล่างของตัวรถรางเพื่อใช้เป็นตัววัดตำแหน่งของตัวรถราง แท่งเพนคูล์มทำจากแท่งเหล็กปอดสนิมถูกยึดติดกับตัวรถรางผ่านจุดหมุน ณ บริเวณส่วนบนของตัวรถราง ที่จุดหมุนนี้จะต่อตรงเข้ากับเอนโคดเดอร์แบบหมุนอีกตัวหนึ่งเพื่อใช้เป็นตัววัดมุมระหว่างแท่งเพนคูล์มที่หมุนรอบจุดหมุนนี้กับแนวแกนตั้ง อินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถแสดงดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 อินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถ

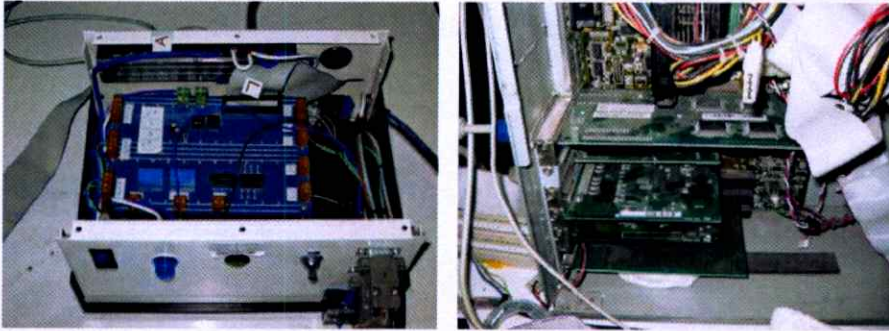
2.2.2 ตัวควบคุม

ตัวควบคุมที่ออกแบบและนำมาใช้ในการทดลองตามวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ทำงานอยู่บนเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (personal computer) (รายละเอียดเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลที่ใช้แสดงดังภาคผนวก ก.1) และโปรแกรมคอมพิวเตอร์นี้จะทำงานตามเวลาจริง (real-time program) ซึ่งเป็นโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นด้วยโปรแกรมภาษาซี (C language) (รายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทั้งหมดที่พัฒนาขึ้นเพื่อใช้เป็นตัวควบคุมแสดงในภาคผนวก ข.)

2.2.3 ส่วนต่อประสานระหว่างอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถกับตัวควบคุม

ส่วนต่อประสานระหว่างอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถกับตัวควบคุมมีส่วนประกอบเป็นวงจรอิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูป ทำหน้าที่เป็นทั้งช่องทางเข้า (input port) และช่องทางออก (output port) ของข้อมูลระหว่างอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถกับตัวควบคุม โดยใช้วงจรอิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูป INTERFACE รหัส PCI-6201E (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ก.2) ทำหน้าที่เป็นช่องทางเข้า

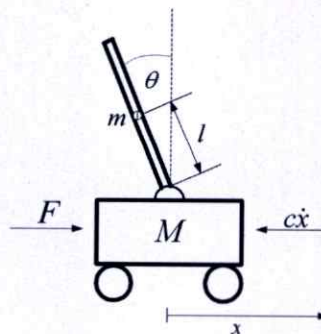
ของข้อมูลขนาด 24 บิต เพื่อรับข้อมูลมุมของแท่งเพนดูลัมและข้อมูลตำแหน่งของรูดรางจากเอนโคเดอร์แบบหมุนทั้งสอง และใช้วงจรถิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูป INTERFACE รหัส PCI-3345A (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ก.3) ทำหน้าที่เป็นช่องทางออกของข้อมูลสัญญาณควบคุมและแปลงสัญญาณควบคุมนี้จากสัญญาณดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อกที่มีค่าอยู่ระหว่าง +10 โวลต์ ถึง -10 โวลต์ แล้วส่งสัญญาณควบคุมนี้ไปยังวงจรถับมือเตอร์กระแสตรงขนาด 24 โวลต์ ± 10 แอมแปร์ (รายละเอียดแสดงในภาคผนวก ก.4) เพื่อใช้ขับเคลื่อนรูดราง



รูปที่ 2.3 ส่วนต่อประสานระหว่างอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรูดกับตัวควบคุม

2.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรูด

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์หรือสมการการเคลื่อนที่ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรูดในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้หาได้โดยใช้วิธีการของลากรางจ์ (Lagrange's method) ซึ่งเป็นสมการการเคลื่อนที่ในรูปแบบหนึ่งของพิกัดทั่วไป สมการลากรางจ์นี้เป็นสมการที่นิยมนำมาใช้หาสมการการเคลื่อนที่ของระบบที่มีหลายลำดับชั้นความเป็นอิสระ เพราะสมการลากรางจ์มีพื้นฐานมาจากวิธีพลังงาน ดังนั้น จึงไม่จำเป็นต้องพิจารณาทิศทางเคลื่อนที่และทิศทางของแรงกระทำมากนัก แต่เน้นที่พลังงานจลน์และพลังงานศักย์จะต้องมีครบทุกองค์ประกอบในระบบ และทุกพิกัดที่ใช้จะต้องเป็นพิกัดอิสระ แบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรูดแสดงดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 แบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรูด

- เมื่อ M คือ มวลของรถราง (kg)
 m คือ มวลของแท่งเพนดูลัม (kg)
 l คือ ระยะระหว่างจุดหมุนบนตัวรถรางกับจุดศูนย์กลางมวลของแท่งเพนดูลัม (m)
 θ คือ มุมระหว่างแท่งเพนดูลัมกับแนวแกนตั้ง (rad)
 x คือ ตำแหน่งของตัวรถราง (m)
 F คือ แรงกระทำที่ให้แก่ตัวรถราง (N)
 c คือ ค่าคงที่ของแรงเสียดทาน (kg/sec)

สมการลากรางจ์ที่อยู่ในรูปทั่วไปสำหรับระบบอนุรักษ์พลังงานและไม่อนุรักษ์พลังงาน สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i, \quad i=1,2,\dots,n \quad (2.1)$$

เมื่อ L เป็นตัวดำเนินการของลากรางจ์ และแสดงได้ดังนี้

$$L = T - E \quad (2.2)$$

- โดยที่ T คือ พลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ
 E คือ พลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ
 Q_i คือ แรงกระทำทั่วไปต่อระบบ
 q_i คือ พิกัดทั่วไปของระบบ
 \dot{q}_i คือ ความเร็วทั่วไปของระบบ

พิกัดทั่วไปของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถดังแสดงในรูปที่ 2.4 นั้น จะสามารถพิจารณาได้เป็นสองพิกัด คือ พิกัดทั่วไป x และพิกัดทั่วไป θ และในระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถจะมีแรงกระทำเกิดขึ้นที่พิกัดทั่วไป x เท่านั้น ส่วนพิกัดทั่วไป θ จะไม่มีแรงใดๆมากระทำ ดังนั้น จากสมการที่ (2.1) และ (2.2) สามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ของลากรางจ์ได้ดังนี้

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial E}{\partial x} = F - cx \quad (2.3)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{\partial E}{\partial \theta} = 0 \quad (2.4)$$

จากแบบจำลองของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบน จะสามารถเขียนสมการพลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ T และสมการพลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ E ได้ดังนี้

$$T = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - m l \dot{\theta} \cos \theta + \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 \quad (2.5)$$

$$E = mg(l + l \cos \theta) \quad (2.6)$$

เมื่อแทนค่าสมการพลังงานจลน์รวมทั้งหมดของระบบ T และสมการพลังงานศักย์รวมทั้งหมดของระบบ E ลงในสมการการเคลื่อนที่ของลากรางจ์ สมการที่ (2.3) และสมการที่ (2.4) จะได้สมการการเคลื่อนที่ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรด ดังนี้

$$\ddot{x} = \frac{F - c\dot{x} - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta + mg \cos \theta \sin \theta}{M + m \sin^2 \theta} \quad (2.7)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\frac{\cos \theta}{l} [(M + m)(g \tan \theta) + F - c\dot{x} - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta]}{M + m \sin^2 \theta} \quad (2.8)$$

และจากสมการการเคลื่อนที่ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรดสมการที่ (2.7) และสมการที่ (2.8) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการสถานะ ดังนี้

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= \frac{u - c\dot{x} - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta + mg \cos \theta \sin \theta}{M + m \sin^2 \theta} \\ \dot{x}_4 &= \frac{\frac{\cos \theta}{l} [(M + m)(g \tan \theta) + u - c\dot{x} - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta]}{M + m \sin^2 \theta} \end{aligned} \quad (2.9)$$

เมื่อกำหนดให้ตัวแปรสถานะ $x_1 = x$ $x_2 = \dot{x}$ $x_3 = \ddot{x}$ $x_4 = \dot{\theta}$ และสัญญาณควบคุม $u = F$

2.4 การประมาณเชิงเส้น

เนื่องจากสมการการเคลื่อนที่ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรดดังแสดงในสมการที่ (2.9) นั้น เป็นสมการของระบบแบบไม่เป็นเชิงเส้น จึงต้องประมาณระบบแบบไม่เป็นเชิงเส้นนี้ให้

เป็นระบบแบบเชิงเส้นก่อน จากนั้นจึงจะนำระบบที่แปลงเป็นเชิงเส้นแล้วไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธี CDM เพื่อรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมต่อไป

สำหรับระบบซึ่งนำเสนอด้วยสมการสถานะแบบไม่เป็นเชิงเส้นที่สามารถนำเสนอได้โดย

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u) \quad (2.10)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (2.11)$$

สามารถประมาณเป็นสมการสถานะแบบเชิงเส้นรอบบริเวณจุดสมดุลสถานะ \mathbf{x}_0 ด้วยอินพุต u_0

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} \end{aligned} \quad (2.12)$$

โดย

$$\mathbf{A} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x} = \mathbf{x}_0, u = u_0} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{B} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)}{\partial u} \right|_{\mathbf{x} = \mathbf{x}_0, u = u_0} \quad (2.14)$$

$$\mathbf{C} = \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, u)}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x} = \mathbf{x}_0, u = u_0} \quad (2.15)$$

ในการประมาณเชิงเส้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ จะพิจารณา ณ จุดสมดุลบนของแท่งเพนดูลัม โดยให้ค่าเริ่มต้นของตัวแปรสถานะ $\mathbf{x}_0 = 0$ และค่าเริ่มต้นของอินพุต $u_0 = 0$ จากสมการที่ (2.13) และสมการที่ (2.14) จะได้

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{mg}{M} & -\frac{c}{M} & 0 \\ 0 & \frac{(M+m)g}{Ml} & -\frac{c}{Ml} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

และ

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M} \\ \frac{1}{Ml} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

เนื่องจากเอาต์พุต y ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ประกอบด้วย ตำแหน่งของตัวรถราง x และมุมระหว่างแท่งเพนดูลัมกับแนวแกนตั้ง θ ดังนั้น

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

จากสมการที่ (2.12) เมื่อแทนค่าในสมการที่ (2.16) สมการที่ (2.17) และสมการที่ (2.18) สมการปริภูมิสถานะและสมการเอาต์พุตของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่พิจารณา ณ จุดสมดุลบน จึงสามารถเขียนได้ตามลำดับ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{mg}{M} & -\frac{c}{M} & 0 \\ 0 & \frac{(M+m)g}{Ml} & -\frac{c}{Ml} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M} \\ \frac{1}{Ml} \end{bmatrix} u \quad (2.19)$$

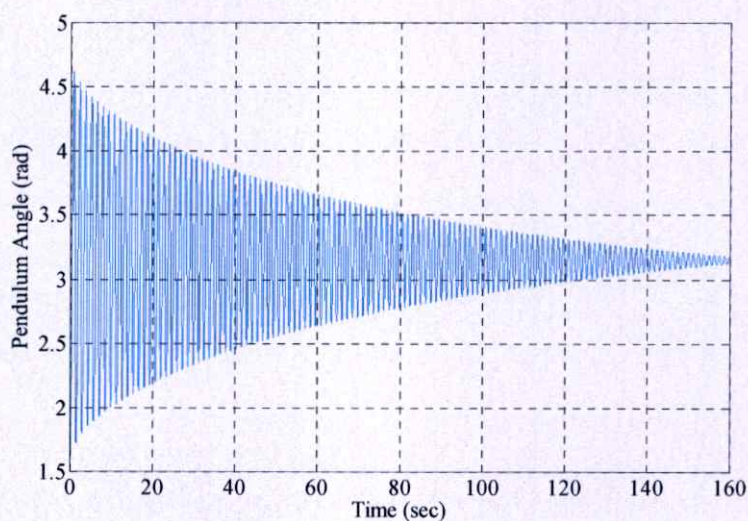
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

2.5 การหาค่าพารามิเตอร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

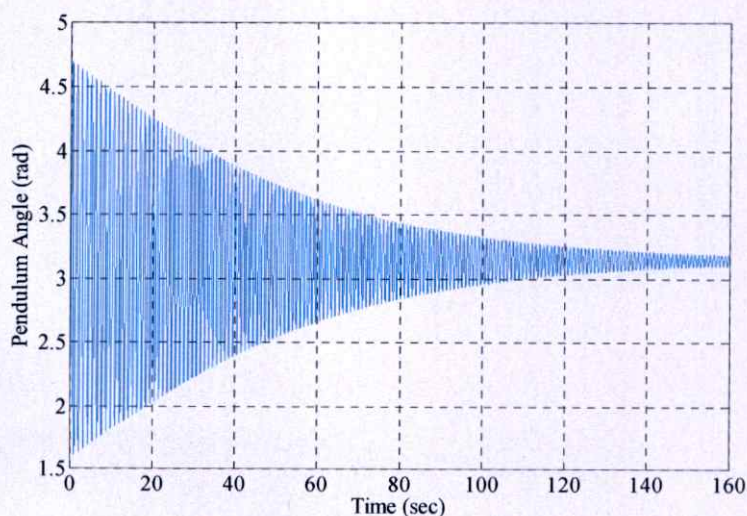
จากสมการปริภูมิสถานะของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถดังแสดงในสมการที่ (2.19) จะพบว่า มีค่าคงที่แรงเสียดทาน c เป็นพารามิเตอร์ของระบบที่ยังไม่ทราบค่า ซึ่งจะสามารถหาได้จากการจำลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB ร่วมกับโปรแกรม Simulink โดยปรับเปลี่ยนค่าคงที่แรงเสียดทาน c ในแบบจำลอง เพื่อหาผลตอบสนองวงเปิด (open-loop response) ของการแกว่งของแท่งเพนดูลัม ให้มีลักษณะของผลตอบสนอง

ใกล้เคียงกับผลตอบสนองวงเปิดของการแกว่งของแท่งเพนดูลัมที่ได้จากการทดลองกับชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถมากที่สุด

ในการหาผลตอบสนองวงเปิดได้กำหนดค่าเริ่มต้นของตัวแปรสถานะ x_0 และค่าเริ่มต้นของอินพุต u_0 ของการทดลอง มีค่าเท่ากับ $[0 \ \pi/2 \ 0 \ 0]^T$ และ 0 ตามลำดับ พบว่าค่าคงที่แรงเสียดทาน c ที่มีค่าเท่ากับ 0.195 จะเป็นค่าที่ทำให้ผลตอบสนองวงเปิดที่ได้จากการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB และที่ได้จากการทดลองกับชุดทดลองอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ มีลักษณะใกล้เคียงกันมากที่สุด การเปรียบเทียบผลตอบสนองวงเปิดของการแกว่งของแท่งเพนดูลัมแสดงดังรูปที่ 2.5



(ก) ผลการทดลองด้วยระบบจริง



(ข) ผลการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB

รูปที่ 2.5 การเปรียบเทียบผลตอบสนองวงเปิดของการแกว่งของแท่งเพนดูลัม

สำหรับค่ามวลของตัวรอรางและแท่งเพนดูลัมได้จากการชั่งน้ำหนัก และระยะระหว่างจุดหมุนบนตัวรอรางกับจุดศูนย์กลางมวลของแท่งเพนดูลัม (l) ได้จากการวัด ค่าของพารามิเตอร์ต่างๆของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถนั้นแสดงได้ดังตารางที่ 2.1 ซึ่งใช้สำหรับการออกแบบตัวควบคุมไฮบริด อย่างไรก็ตามในการทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุมไฮบริดที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ นอกจากจะทดสอบเมื่อ l เท่ากับค่าระบุ (nominal value) ที่ 0.250 เมตร แล้วจะทำการจำลองและทดลองเมื่อแปรค่า l ไปเป็น 0.225 เมตร และ 0.275 เมตร โดยผลการจำลองและทดลองจะแสดงไว้ในบทที่ 5

ตารางที่ 2.1 ค่าพารามิเตอร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

มวลของรอราง (M)	0.642 kg
มวลของแท่งเพนดูลัม (m)	0.123 kg
ระยะระหว่างจุดหมุนบนตัวรอรางกับจุดศูนย์กลางมวลของแท่งเพนดูลัม (l)	0.250 m
ค่าคงที่แรงเสียดทาน (c)	0.195 kg/s

เมื่อนำค่าพารามิเตอร์ที่แสดงดังตารางที่ 2.1 แทนค่าลงในสมการปริภูมิสถานะของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่พิจารณา ณ จุดสมดุลบนดังแสดงในสมการที่ (2.19) จะได้

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1.879 & -0.304 & 0 \\ 0 & 46.758 & -1.215 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.558 \\ 6.231 \end{bmatrix} u \quad (2.21)$$

ซึ่งสมการปริภูมิสถานะดังสมการที่ (2.21) จะถูกนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบน สำหรับค่าของเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ (state feedback gain matrix) ของตัวควบคุมนั้น จะหาด้วยวิธีแผนผังค่าสัมประสิทธิ์ (Coefficient Diagram Method) โดยจะกล่าวละเอียดต่อไปในบทที่ 4

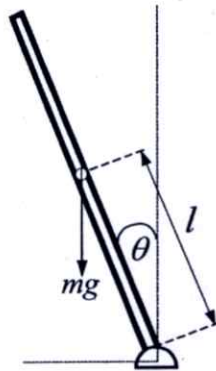
บทที่ 3

ทฤษฎีสำหรับการออกแบบตัวควบคุม

3.1 กล่าวนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบและทำความเข้าใจหลักการทำงานของตัวควบคุมของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ซึ่งตัวควบคุมที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์เล่มนี้เป็นตัวควบคุมไฮบริดที่ทำหน้าที่ควบคุมให้แท่งเพนดูลัมของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเหวี่ยงตัวเองขึ้นจากตำแหน่งจุดสมดุลล่างสู่จุดสมดุลบนและทรงตัวอยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนนั้น โดยตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมจะถูกออกแบบด้วยหลักการการควบคุมพลังงานและตัวควบคุมการทรงตัวของแท่งเพนดูลัมเป็นตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะเชิงเส้นที่ถูกออกแบบด้วยหลักการของ CDM

3.2 หลักการการควบคุมพลังงาน



รูปที่ 3.1 การเคลื่อนที่ของแท่งเพนดูลัม

ในการออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมด้วยหลักการควบคุมพลังงานนั้น จะพิจารณาเฉพาะส่วนการหมุนของแท่งเพนดูลัมเท่านั้น การเคลื่อนที่ของแท่งเพนดูลัมแสดงได้ดังรูปที่ 3.1 เมื่อพิจารณาเฉพาะส่วนการหมุนของแท่งเพนดูลัม สามารถเขียนสมการพลังงานกลรวมของพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของแท่งเพนดูลัมได้ดังสมการที่ (3.1) โดยในที่นี้พิจารณาเพื่อให้พลังงานศักย์ ณ จุดสมดุลบนมีค่าเท่ากับศูนย์

$$V = \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 + mgl(\cos\theta - 1) \quad (3.1)$$

และสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งของสมการพลังงานกลรวมในสมการที่ (3.1) ตามการเคลื่อนที่ของแท่งเพนดูลัมอธิบายโดยสมการที่ (2.7) และสมการที่ (2.8) สามารถคำนวณได้เป็น

$$\dot{V} = ml\dot{\theta} \cos \theta \ddot{x} \quad (3.2)$$

จากสมการที่ (3.1) และสมการที่ (3.2) จะพบว่า การเปลี่ยนแปลงเครื่องหมายของ \ddot{x} กับ $\dot{\theta} \cos \theta$ จะส่งผลกระทบต่อการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของค่าพลังงานกลรวมของพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของแท่งเพนดูลัม (V) ถ้าเครื่องหมายของ \ddot{x} กับ $\dot{\theta} \cos \theta$ มีเครื่องหมายเหมือนกันแล้ว ($\text{sgn}(\ddot{x}) = \text{sgn}(\dot{\theta} \cos \theta)$) ค่าของ \dot{V} จะมีค่ามากกว่าศูนย์ ซึ่งมีผลทำให้ค่าของ V เพิ่มขึ้น และถ้าเครื่องหมายของ \ddot{x} กับ $\dot{\theta} \cos \theta$ มีเครื่องหมายต่างกัน ($\text{sgn}(\ddot{x}) = -\text{sgn}(\dot{\theta} \cos \theta)$) ค่าของ \dot{V} จะมีค่าน้อยกว่าศูนย์ ซึ่งมีผลทำให้ค่าของ V นั้นลดลง และเนื่องจากระยะทางการเคลื่อนที่ x ของตัวรถรางที่สามารถเคลื่อนที่ได้นั้นมีจำกัด ดังนั้น เมื่อต้องการจะควบคุม \ddot{x} จึงมีความจำเป็นต้องนำข้อจำกัดของระยะทางการเคลื่อนที่ x นี้มาพิจารณาด้วย โดยหลักการพลังงานที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ อาศัยแนวความคิดที่จะทำให้การควบคุมระยะทางการเคลื่อนที่ x ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถมีโครงสร้างเป็นระบบเซอร์โว (servo system) ที่มีสัญญาณอ้างอิงเป็นคลื่นไซน์ (sine wave) ซึ่งแอมพลิจูดของสัญญาณอ้างอิงนี้จะถูกกำหนดโดยใช้เงื่อนไขของพลังงานกลรวมของพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของแท่งเพนดูลัม

เมื่อกำหนดให้ x_d เป็นสัญญาณอ้างอิงของระยะทางการเคลื่อนที่ x ของตัวรถราง จากสมการที่ (2.7) จะได้กฎการควบคุมสำหรับระบบเซอร์โวที่ต้องการ แสดงได้ดังนี้

$$u_r = (M + m \sin^2 \theta) \{f_1(x_d - x) - f_2 \dot{x}\} + c\dot{x} + ml\dot{\theta}^2 \sin \theta - mg \cos \theta \sin \theta \quad (3.3)$$

โดยที่

$$f_1 = \Omega^2 \quad (3.4)$$

$$f_2 = 2\zeta\Omega \quad (3.5)$$

$$\Omega = \frac{\omega_n}{c_0} \quad (3.6)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (3.7)$$

เมื่อ ζ และ c_0 เป็นพารามิเตอร์ที่จะออกแบบ หลังจากแทนค่า F ในสมการการเคลื่อนที่สมการที่ (2.7) ด้วยกฎการควบคุม u_r แล้ว จากสมการที่ (3.3) จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเซอร์โว ดังนี้

$$G(s) = \frac{X(s)}{X_d(s)} = \frac{\Omega^2}{s^2 + 2\zeta\Omega s + \Omega^2} \quad (3.8)$$

และต่อไปจะกำหนดให้ $g(\omega)$ เป็นอัตราขยาย (gain) และ $\phi(\omega)$ เป็นเฟสล่าช้า (phase lag) ของฟังก์ชัน $G(j\omega)$ จากเอกสารอ้างอิงที่ [7] สามารถเขียนสัญญาณอ้างอิง x_d ได้ดังนี้

$$x_d = \frac{\alpha}{g(\omega_n)} \sin(\varphi(t) - \pi + \phi(\omega_n)) \quad (3.9)$$

พารามิเตอร์ α ในสมการที่ (3.9) จะเป็นตัวกำหนดทั้งแอมพลิจูดและเครื่องหมายของสัญญาณอ้างอิง x_d และสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\alpha = \begin{cases} \alpha_0 \operatorname{sgn}(V - V_d) & \text{if } |V - V_d| \geq \beta_0 \\ \alpha_0 (V - V_d) / \beta_0 & \text{if } |V - V_d| < \beta_0 \end{cases} \quad (3.10)$$

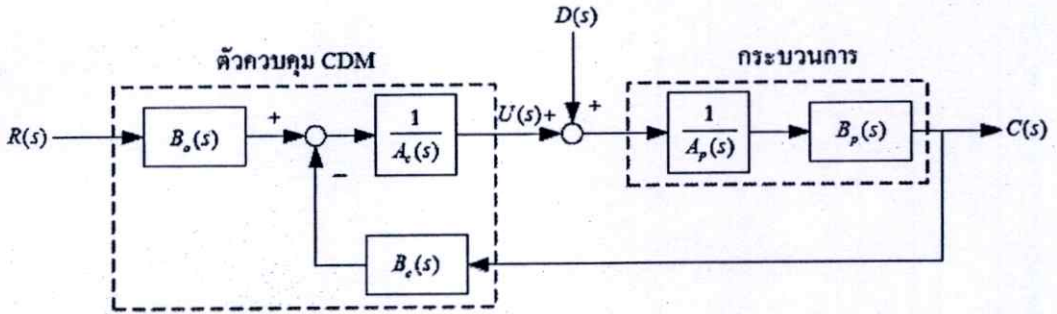
โดยที่ α_0 และ β_0 เป็นพารามิเตอร์ที่จะออกแบบที่มีค่ามากกว่าศูนย์ และ V_d เป็นพลังงานกลรวมของแท่งเพนดูลัมที่จุดสมดุลและมีค่าเป็นศูนย์ จากการพิจารณาสมการที่ (3.10) จะพบว่าค่าพารามิเตอร์ α จะลดลงเมื่อค่าของ V เข้าใกล้ V_d

3.3 วิธีแผนผังค่าสัมประสิทธิ์

วิธีแผนผังค่าสัมประสิทธิ์ หรือ CDM เป็นวิธีการออกแบบตัวควบคุมแบบหนึ่งและถูกนำเสนอขึ้นครั้งแรกในปี ค.ศ.1991 โดยศาสตราจารย์ชุนจิ มานาเบะ (Prof. Shunji Manabe) วิธีการของ CDM เป็นทฤษฎีการออกแบบตัวควบคุมโดยใช้พหุนามหรือบางครั้งเรียกว่า ทฤษฎีเชิงพีชคณิต (algebraic approach) ซึ่งวิธีการของ CDM นั้นจะใช้แผนผังค่าสัมประสิทธิ์ (coefficient diagram) เป็นเครื่องมือแสดงถึงประสิทธิภาพและสมรรถนะของระบบควบคุมวงปิด โดยพิจารณาสมการพหุนามตัวเศษและสมการพหุนามตัวส่วนของฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบแยกออกจากกันอย่างอิสระ ชนิดและอันดับของสมการพหุนามของตัวควบคุมและสมการพหุนามคุณลักษณะของระบบวงปิดจะถูกกำหนดไว้ในตอนแรก และค่าสัมประสิทธิ์ของสมการพหุนามตัวควบคุมและสมการพหุนามคุณลักษณะนั้น จะถูกออกแบบขึ้นพร้อมๆกับการพิจารณาถึงข้อกำหนดสมรรถนะ (performance specification) และมีตัวพารามิเตอร์ที่ใช้กำหนดสมรรถนะ คือ

ค่าดัชนีเสถียรภาพ (stability index) γ_i ค่าคงตัวเวลาสมมูล (equivalent time constant) τ และ
ค่าจำกัดเสถียรภาพ (stability limit) γ_i^*

3.3.1 โครงสร้าง CDM มาตรฐานและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์



รูปที่ 3.2 โครงสร้างมาตรฐานสำหรับระบบแบบหนึ่งอินพุตหนึ่งเอาต์พุต

โครงสร้างมาตรฐานของระบบแบบหนึ่งอินพุตหนึ่งเอาต์พุต (Single-Input Single-Output: SISO) ที่ออกแบบด้วย CDM แสดงได้ดังรูปที่ 3.2 ซึ่งประกอบด้วยตัวควบคุมที่อธิบายได้ด้วยตัวพหุนาม $A_c(s)$ $B_a(s)$ และ $B_c(s)$ และตัวกระบวนการที่อธิบายได้ด้วยตัวพหุนาม $A_p(s)$ และ $B_p(s)$

จากโครงสร้างมาตรฐานของระบบแบบหนึ่งอินพุตหนึ่งเอาต์พุตในรูปที่ 3.2 เอาต์พุต $C(s)$ ของระบบควบคุมวงปิดสามารถคำนวณได้ดังสมการที่ (3.11)

$$C(s) = \frac{B_a(s)B_p(s)R(s) + A_c(s)B_p(s)D(s)}{A_c(s)A_p(s) + B_c(s)B_p(s)} \quad (3.11)$$

ตาม CDM จะกำหนดพหุนามคุณลักษณะของระบบควบคุมวงปิดที่แสดงไว้ในสมการที่ (3.11) ให้มีลักษณะดังนี้

$$\begin{aligned} P(s) &= A_c(s)A_p(s) + B_c(s)B_p(s) \\ &= a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \\ &= \sum_{i=0}^n a_i s^i \end{aligned} \quad (3.12)$$

โดยที่ a_0, a_1, \dots, a_n เป็นสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะ ซึ่งประกอบด้วยพารามิเตอร์ของกระบวนการที่รู้ค่า และพารามิเตอร์ตัวควบคุมที่ยังไม่รู้ค่าซึ่งในวิทยานิพนธ์เล่มนี้จะนำวิธีการของ CDM มาใช้ในการออกแบบ สำหรับขั้นตอนของการออกแบบนั้นจะกล่าวโดยละเอียดต่อไปในบทที่ 4

วิธีการออกแบบตัวควบคุมด้วย CDM จะมีตัวพารามิเตอร์สำคัญที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุม ประกอบด้วยค่าครรรณีเสถียรภาพ γ_i เป็นตัวกำหนดเสถียรภาพของระบบ ค่าคงตัวเวลาสมมูล τ เป็นตัวกำหนดความเร็วผลตอบสนองของระบบ และค่าจำกัดเสถียรภาพ γ_i^* เป็นตัวบอกความคงทนต่อการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของระบบควบคุม โดยตัวพารามิเตอร์ทั้งสามนี้จะมีความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์กับสัมประสิทธิ์ a_0, a_1, \dots, a_n ดังนี้

$$\gamma_i = \frac{a_i^2}{a_{i+1}a_{i-1}} \tag{3.13}$$

$$\tau = \frac{a_1}{a_0} \tag{3.14}$$

$$\gamma_i^* = \frac{1}{\gamma_{i+1}} + \frac{1}{\gamma_{i-1}}; \quad \gamma_0, \gamma_n = \infty \tag{3.15}$$

โดยที่ $i = 1, \dots, n-1$ และจากสมการที่ (3.13) ถึง (3.15) สามารถเขียนค่าสัมประสิทธิ์ a_i ให้อยู่ในรูปของค่าครรรณีเสถียรภาพ γ_i และค่าคงตัวเวลาสมมูล τ ได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} a_i &= a_0 \tau^i \frac{1}{\gamma_{i-1} \cdots \gamma_2 \gamma_1^{i-1}} \\ &= a_0 \tau^i \prod_{j=1}^{i-1} \frac{1}{\gamma_{i-j}} \end{aligned} \tag{3.16}$$

จากสมการที่ (3.12) และ (3.16) จึงสามารถเขียนพหุนามคุณลักษณะ $P(s)$ ในรูปของค่าครรรณีเสถียรภาพ γ_i และค่าคงตัวเวลาสมมูล τ ได้ดังสมการต่อไปนี้

$$P(s) = a_0 \left[\left\{ \sum_{i=2}^n \left(\prod_{j=1}^{i-1} \frac{1}{\gamma_{i-j}} \right) (\tau s)^i \right\} + \tau s + 1 \right] \tag{3.17}$$

และสามารถหาพหุนามคุณลักษณะแบบโมนิก $P_m(s)$ (monic characteristic polynomial, $a_n = 1$) ได้โดยหารสมการที่ (3.17) ด้วยสัมประสิทธิ์ a_n

$$a_n = a_0 \tau^n \prod_{j=1}^{n-1} \frac{1}{\gamma_{n-j}} \quad (3.18)$$

ซึ่งคำนวณหาได้จากสมการที่ (3.16) ดังนั้น จากสมการที่ (3.17) และ (3.18) จะได้สมการพหุนามคุณลักษณะแบบโมนิก

$$P_m(s) = \frac{\prod_{j=1}^{n-1} (\gamma_{n-j})^j}{\tau^n} \left[\left\{ \sum_{i=2}^n \left(\prod_{j=1}^{i-1} 1/\gamma_{i-j} \right) (\tau s)^i \right\} + \tau s + 1 \right] \quad (3.19)$$

ที่นำไปใช้สำหรับการออกแบบตัวควบคุมด้วย CDM ต่อไป

3.3.2 แผนผังค่าสัมประสิทธิ์ (Coefficient Diagram)

หลักการออกแบบตัวควบคุมด้วย CDM นั้นจะมีแผนผังค่าสัมประสิทธิ์เป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์และมีความสำคัญอย่างยิ่งต่อการออกแบบตัวควบคุม โดยในแผนผังค่าสัมประสิทธิ์จะแสดงถึงเสถียรภาพ เวลาของผลตอบสนองและความคงทนของระบบไว้ในแผนผังแผ่นเดียวกัน ลักษณะนี้ทำให้เป็นประโยชน์ต่อการออกแบบพหุนามคุณลักษณะที่มีอันดับสูง นอกจากสามารถพิจารณาสมรรถนะของระบบโดยรวมได้ในคราวเดียวกันแล้ว แผนผังค่าสัมประสิทธิ์ยังมีความแม่นยำสูงและผู้ออกแบบสามารถนำไปใช้ในการออกแบบจริงได้ง่าย ด้วยเอกลักษณ์ของแผนผังค่าสัมประสิทธิ์ตามที่กล่าวมานั้น จะช่วยให้ผู้ออกแบบระบบควบคุมมีเครื่องมือใช้ในการตัดสินใจสำหรับการออกแบบซึ่งไม่มีในวิธีอื่น แผนผังค่าสัมประสิทธิ์จะถูกนำเสนอด้วยกราฟแบบกึ่งล็อกการิทึม โดยมีแกนตั้งฝั่งซ้ายแสดงค่าสัมประสิทธิ์ของพหุนาม a_i แกนตั้งฝั่งขวาแสดงค่าอัตราชนเสถียรภาพ γ_i ค่าคงตัวเวลาสมมูล τ และค่าจำกัดเสถียรภาพ γ_i^* โดยค่าคงตัวเวลาสมมูล τ จะแสดงด้วยเส้นตรงที่เชื่อมต่อระหว่าง 1 ถึง τ และแกนนอนแสดงอันดับ i ของค่าสัมประสิทธิ์แต่ละตัวของพหุนาม

สำหรับการสร้างแผนผังค่าสัมประสิทธิ์นั้น จะขอยกตัวอย่างเพื่อประกอบการทำความเข้าใจให้ง่ายขึ้นดังต่อไปนี้ กำหนดพหุนามคุณลักษณะของระบบควบคุมวงปิด คือ

$$P(s) = 0.25s^5 + s^4 + 2s^3 + 2s^2 + s + 0.2 \quad (3.20)$$

จากสมการที่ (3.20) ทำให้ได้ค่าสัมประสิทธิ์ a_i ของพหุนามคุณลักษณะ $P(s)$ และค่าพารามิเตอร์ของ CDM แสดงได้ดังนี้

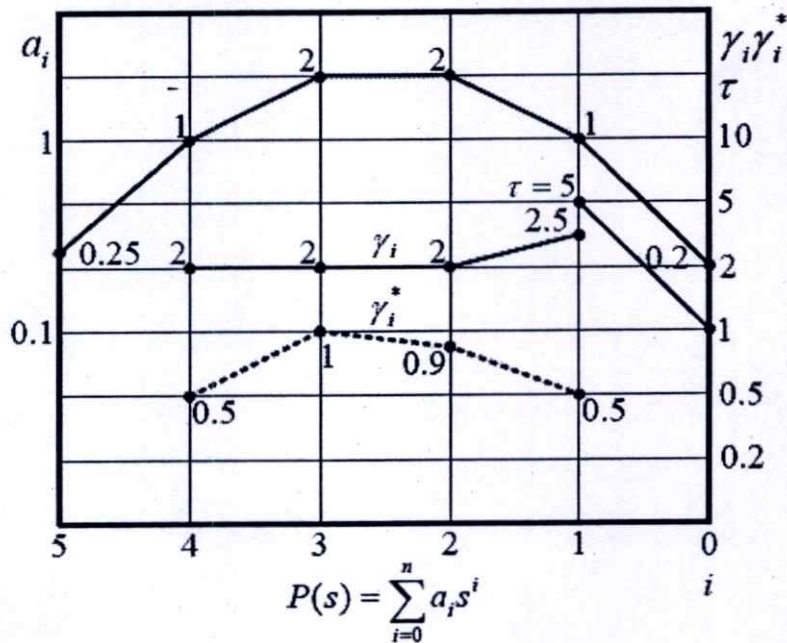
$$a_i = [0.25 \ 1 \ 2 \ 2 \ 1 \ 0.2] \quad (3.21)$$

$$\gamma_i = [2 \ 2 \ 2 \ 2.5] \quad (3.22)$$

$$\tau = 5 \quad (3.23)$$

$$\gamma_i^* = [0.5 \ 1 \ 0.9 \ 0.5] \quad (3.24)$$

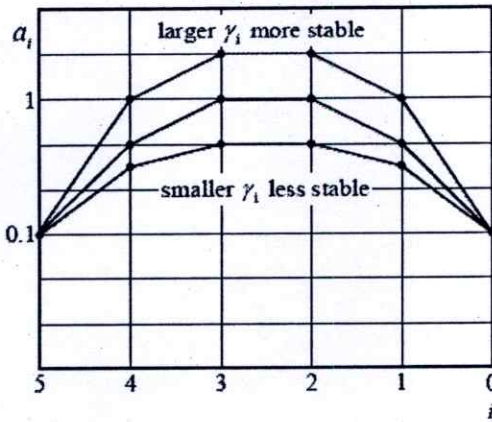
อาศัยสมการที่ (3.21) ถึง สมการที่ (3.24) ทำให้สามารถแสดงแผนผังค่าสัมประสิทธิ์ซึ่งประกอบด้วยค่าสัมประสิทธิ์ a_i ค่าครรชนีเสถียรภาพ γ_i ค่าคงตัวเวลาสมมูล τ และค่าจำกัดเสถียรภาพ γ_i^* ได้ดังรูปที่ 3.3



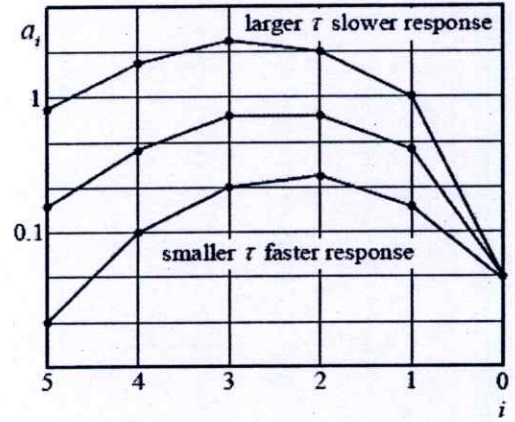
รูปที่ 3.3 แผนผังค่าสัมประสิทธิ์

จากแผนผังค่าสัมประสิทธิ์ดังแสดงในรูปที่ 3.3 ความโค้งของเส้นกราฟแสดงถึงความมีเสถียรภาพ และความลาดเอียงของเส้นโค้งแสดงถึงความเร็วของผลตอบสนองของระบบ การ

เปลี่ยนแปลงรูปร่างของเส้นโค้งเนื่องจากมีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของระบบจะแสดงถึงความคงทนของระบบ



(ก) เสถียรภาพของระบบ



(ข) ผลตอบสนองของระบบ

รูปที่ 3.4 ผลกระทบของการเปลี่ยนแปลงค่าครรรชนีเสถียรภาพ γ_i และค่าคงตัวเวลาสมมูล τ

จากรูปที่ 3.4 (ก) แสดงให้เห็นว่าเมื่อเส้นโค้งของค่าสัมประสิทธิ์ a_i มีความโค้งมากจะทำให้ระบบควบคุมมีเสถียรภาพมากขึ้น โดยจะสอดคล้องกับค่าครรรชนีเสถียรภาพ γ_i ที่มีค่ามากในทางตรงกันข้าม เมื่อเส้นโค้งของค่าสัมประสิทธิ์ a_i มีความโค้งน้อยจะทำให้ระบบควบคุมมีเสถียรภาพน้อยลง โดยจะสอดคล้องกับค่าครรรชนีเสถียรภาพ γ_i ที่มีค่าน้อย และจากรูปที่ 3.4 (ข) แสดงให้เห็นว่าเมื่อปลายเส้นโค้งของค่าสัมประสิทธิ์ a_i เบี่ยงไปทางซ้ายมากขึ้นจะทำให้ค่าคงตัวเวลาสมมูล τ มีค่าน้อยลงและผลตอบสนองของระบบควบคุมจะเร็วขึ้น

3.3.3 เงื่อนไขเสถียรภาพของ CDM

หลักการพื้นฐานสำหรับการพิจารณาเสถียรภาพของระบบควบคุมที่ออกแบบโดยอาศัย CDM นั้น ได้มาจากเงื่อนไขเพียงพอสำหรับเสถียรภาพของลิฟาทอฟ [Lipatov 1997]

วิธีการตรวจสอบเสถียรภาพของเรทท์-เซอร์วิทซ์ (Routh-Hurwitz) นั้น มีเงื่อนไขเสถียรภาพของระบบอันดับ 3 สามารถแสดงได้ดังนี้

$$a_2 a_1 > a_3 a_0 \quad (3.25)$$

และสามารถแสดงได้ในรูปของค่าครรรชนีเสถียรภาพ γ_i ดังนี้

$$\gamma_2 \gamma_1 > 1 \quad (3.26)$$

สำหรับเงื่อนไขเสถียรภาพของระบบอันดับ 4 แสดงได้ดังนี้

$$a_2 > (a_1/a_3)a_4 + (a_3/a_1)a_0 \quad (3.27)$$

$$\gamma_2 > \gamma_2^* \quad (3.28)$$

จากวิธีการตรวจสอบเสถียรภาพของเราท์-เซอร์วิทซ์ ลีพาทอฟกล่าวว่าเหมาะสมสำหรับการนำมาพิจารณาเสถียรภาพของระบบอันดับ 3 หรืออันดับ 4 แต่ไม่เพียงพอต่อการนำมาพิจารณาเสถียรภาพของระบบอันดับสูงๆ ซึ่งสำหรับระบบอันดับ 5 หรือระบบอันดับสูงขึ้นไป ลีพาทอฟได้เสนอเงื่อนไขเพียงพอสำหรับความมีเสถียรภาพและความไม่มีเสถียรภาพของระบบไว้ในหลายรูปแบบ โดยรูปแบบของเงื่อนไขพอเพียงสำหรับความมีเสถียรภาพและความไม่มีเสถียรภาพของระบบที่เหมาะสมกับการออกแบบตัวควบคุมด้วย CDM แสดงดังต่อไปนี้

เงื่อนไขเพียงพอสำหรับการตรวจสอบความมีเสถียรภาพของระบบ คือ

$$a_i > 1.2 \left[\frac{a_{i-1}}{a_{i+1}} a_{i+2} + \frac{a_{i+1}}{a_{i-1}} a_{i-2} \right] \quad (3.29)$$

$$\gamma_i > 1.12 \gamma_i^* \quad \text{สำหรับทุกๆค่าของ } i = 2 \sim n-2 \quad (3.30)$$

เงื่อนไขเพียงพอสำหรับการตรวจสอบความไม่มีเสถียรภาพของระบบ คือ

$$a_{i+1} a_i \leq a_{i+2} a_{i-1} \quad (3.31)$$

$$\gamma_{i+1} \gamma_i \leq 1 \quad \text{สำหรับบางค่าของ } i = 2 \sim n-2 \quad (3.32)$$

3.3.4 รูปแบบมาตรฐานของวิธี CDM

แกรแฮม (Graham) ได้ศึกษาหาความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะกับผลตอบสนองชั่วคราวโดยอาศัยรูปแบบมาตรฐานแบบ ITAE (Integral Time Absolute Error) ซึ่งเป็นผู้เสนอผลของการศึกษานี้เป็นครั้งแรกในปี ค.ศ. 1953 และในปี ค.ศ. 1960 เคสเลอร์ (Kessler) ได้พัฒนารูปแบบมาตรฐานขึ้นใหม่ โดยกำหนดค่าครรรชนีเสถียรภาพ γ_i ทุกๆค่าให้มีค่า

เท่ากับ 2 เพื่อลดการแกว่งและค่าพุ่งเกินของผลตอบสนองที่เกิดขึ้นในระบบควบคุมที่ออกแบบด้วยรูปแบบ ITAE

ต่อมาในปี ค.ศ. 1998 ศาสตราจารย์ซุนจิ มานาเบะ ได้นำเสนอว่า การกำหนดให้ค่าครรรชนีเสถียรภาพตัวที่ 1 ซึ่งคือ γ_1 ให้มีค่าเท่ากับ 2.5 และค่าครรรชนีเสถียรภาพตัวที่เหลือให้มีค่าเท่ากับ 2 จะมีผลทำให้ผลตอบสนองของระบบควบคุมไม่มีค่าพุ่งเกิน (overshoot) และช่วงเวลาขึ้น (rise time) มีค่าลดลง และเรียกครรรชนีเสถียรภาพที่มีค่าเป็นมาตรฐานเพื่อการออกแบบตัวควบคุมนี้ว่า ค่าครรรชนีเสถียรภาพมาตรฐานของ CDM ซึ่งแสดงได้ดังต่อไปนี้

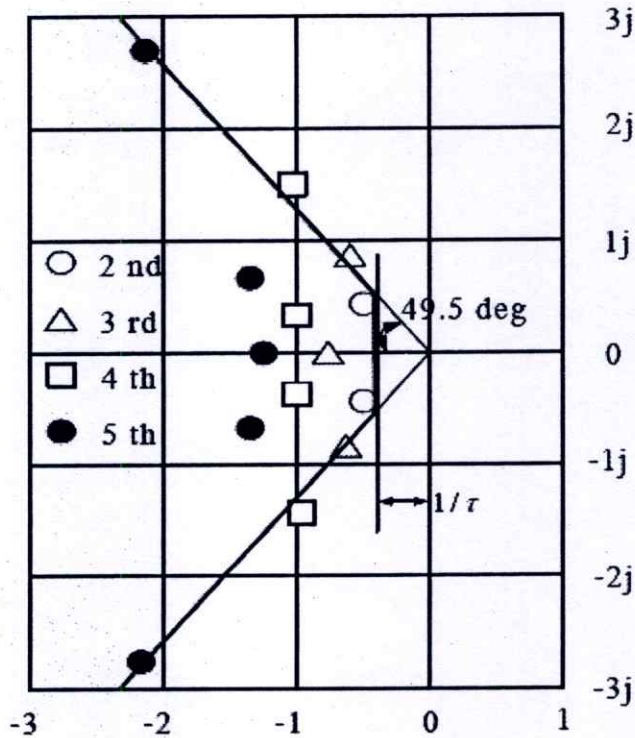
$$\gamma_{n-1} = \dots = \gamma_3 = \gamma_2 = 2 \text{ และ } \gamma_1 = 2.5 \quad (3.33)$$

และศาสตราจารย์ซุนจิ มานาเบะ ยังได้กำหนดให้ค่าคงตัวเวลาสมมูล τ ที่มีความสัมพันธ์กับช่วงเวลาเข้าที่ (settling time) ดังนี้

$$t_s = 2.5\tau \sim 3\tau \quad (3.34)$$

จากสมการที่ (3.17) จะพบว่าพหุนามคุณลักษณะ $P(s)$ จะประกอบด้วยค่าคงตัวเวลาสมมูล τ และค่าครรรชนีเสถียรภาพ γ_i ดังนั้น รูปร่างของผลตอบสนองของระบบควบคุมจะถูกกำหนดด้วยค่าครรรชนีเสถียรภาพ γ_i และความเร็วของผลตอบสนองจะถูกกำหนดด้วยค่าคงตัวเวลาสมมูล τ ซึ่งคุณสมบัติของรูปแบบมาตรฐานของ CDM สามารถสรุปได้ดังนี้

- (1) สำหรับระบบชนิด 1 (type 1) จะไม่มีค่าพุ่งเกิน และระบบชนิด 2 (type 2) จะมีค่าพุ่งเกินประมาณ 40 เปอร์เซ็นต์
- (2) การกำหนดช่วงเวลาขึ้นของผลตอบสนองของระบบควบคุมสามารถออกแบบได้จากการกำหนดคงตัวเวลาสมมูล τ
- (3) รูปร่างของผลตอบสนองทางเวลาของระบบควบคุมที่ออกแบบด้วยวิธี CDM จะไม่ขึ้นอยู่กับอันดับของระบบ แต่จะขึ้นอยู่กับค่าครรรชนีเสถียรภาพ γ_i และคงตัวเวลาสมมูล τ
- (4) ตำแหน่งโพลของระบบอันดับต่ำจะเรียงกันเป็นเส้นตรง และตำแหน่งโพลของระบบอันดับสูงจะอยู่ภายใน 49.5 องศา จากแกนจริงด้านลบ (negative real axis) โดยมีค่าของอัตราส่วนการหน่วง (damping ratio) ζ มากกว่า 0.65 ดังแสดงในรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 ตำแหน่งโพลของระบบอันดับต่างๆ

3.3.5 เงื่อนไขการเลือกค่าครรชนีเสถียรภาพ

โดยทั่วไปแล้ว ค่าครรชนีเสถียรภาพมาตรฐานของวิธี CDM จะเป็นเงื่อนไขเริ่มต้นที่ต้องกำหนดก่อน เพื่อให้ระบบควบคุมมีเสถียรภาพและผลตอบสนองตามที่ต้องการ อย่างไรก็ตาม ผู้ออกแบบสามารถปรับเปลี่ยนค่าครรชนีเสถียรภาพนี้ เพื่อให้ได้ระบบควบคุมที่มีสมรรถนะตามต้องการภายใต้เงื่อนไขดังสมการที่ (3.35)

$$\gamma_i > 1.5\gamma_i^* \quad (3.35)$$

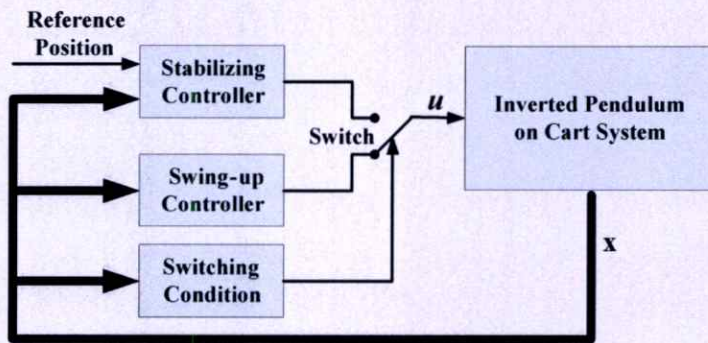
หากต้องการให้ระบบควบคุมมีความคงทนต่อการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ ควรเลือกให้ค่าครรชนีเสถียรภาพ γ_i มีค่ามาก และจากเงื่อนไขเพียงพอสำหรับเสถียรภาพของลิฟาทออฟ กล่าวคือ ระบบจะมีเสถียรภาพถ้าครรชนีเสถียรภาพทุกตัวมีค่ามากกว่า 1.5 ซึ่งได้พิสูจน์ไว้ในงานวิจัยของลิฟาทออฟ และถ้าครรชนีเสถียรภาพทุกตัวมีค่ามากกว่า 4 แล้วจะทำให้รากของระบบเป็นจำนวนจริงลบทั้งหมด ดังนั้นโดยปกติจะเลือกค่าครรชนีเสถียรภาพ γ_i อยู่ระหว่าง 1.5 ถึง 4

บทที่ 4

การออกแบบตัวควบคุม

4.1 กล่าวนำ

ในบทนี้ จะอธิบายถึงขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมไฮบริดเพื่อควบคุมการเหวี่ยงขึ้น และการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ โดยใช้ทฤษฎีพื้นฐานสำหรับการออกแบบตัวควบคุมตามที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 3 ตัวควบคุมไฮบริดนี้จะถูกแบ่งออกเป็นสองส่วน และประกอบด้วยตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมที่ถูกออกแบบโดยอาศัยหลักการควบคุมพลังงาน และตัวควบคุมเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมซึ่งเป็นตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะเชิงเส้น โดยที่ค่าของเมตริกส์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ (state feedback gain matrix) ของตัวควบคุมนี้ถูกออกแบบด้วยหลักการของวิธีแผนผังค่าสัมประสิทธิ์ การทำงานของตัวควบคุมไฮบริดเพื่อควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมนี้จะถูกกำหนดขึ้นโดยใช้เงื่อนไขการสวิตช์ (switching condition) โครงสร้างของระบบควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถแสดงดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 โครงสร้างของระบบควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

4.2 การออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัม

ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัม จะถูกออกแบบด้วยหลักการควบคุมพลังงาน ตามที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 3 โดยควบคุมการเคลื่อนที่ของตัวรถรางเพื่อให้สามารถเหวี่ยงแท่งเพนดูลัมขึ้นให้สอดคล้องกับระดับพลังงานที่ต้องการ และจากหลักการควบคุมพลังงานนี้จะทำให้ได้สมการของกฎการควบคุม u_r สำหรับตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมตามสมการที่ (3.3) ในสมการของกฎการควบคุม u_r จะมีสัญญาณอ้างอิง x_d ซึ่งเป็นแบบเคลื่อนที่ไซน์ดังแสดงในสมการที่ (3.9) และเป็นสัญญาณอ้างอิงของระยะทางการเคลื่อนที่ x ของตัวรถราง การกำหนด

สัญญาณอ้างอิง x_d ในลักษณะนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อควบคุมให้ตัวรถสามารถเคลื่อนที่ไปและกลับซึ่งจะส่งผลให้แท่งเพนดูลัมที่ติดอยู่กับตัวรถถูกเหวี่ยงตัวขึ้นจากตำแหน่งจุดสมดุลล่างเข้าใกล้ตำแหน่งจุดสมดุลบน โดยที่แอมพลิจูดของสัญญาณอ้างอิง x_d จะถูกกำหนดโดยพิจารณาจากเงื่อนไขของพลังงานกลรวมของพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของแท่งเพนดูลัม ด้วยพารามิเตอร์ α ตามสมการที่ (3.10)

จากสมการของกฎการควบคุม u_r สมการของสัญญาณอ้างอิง x_d และสมการของพารามิเตอร์ α จะมีพารามิเตอร์จำนวนสี่ตัวที่ไม่รู้ค่า คือ α_0 β_0 c_0 และ ζ ซึ่งสามารถหาค่าพารามิเตอร์เหล่านี้ได้จากการลองผิดลองถูกจากการจำลองระบบควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัม โดยอาศัยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB ร่วมกับโปรแกรม Simulink

4.3 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

ตัวควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเป็นตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะเชิงเส้น ซึ่งค่าของเมตริกส์อัตราขยายป้อนกลับสถานะจะต้องถูกออกแบบให้เหมาะสม ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ นำหลักการของวิธีแผนผังค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 3 มาหาค่าของเมตริกส์อัตราขยายป้อนกลับสถานะดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

4.3.1 โครงสร้างของระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะเชิงเส้น

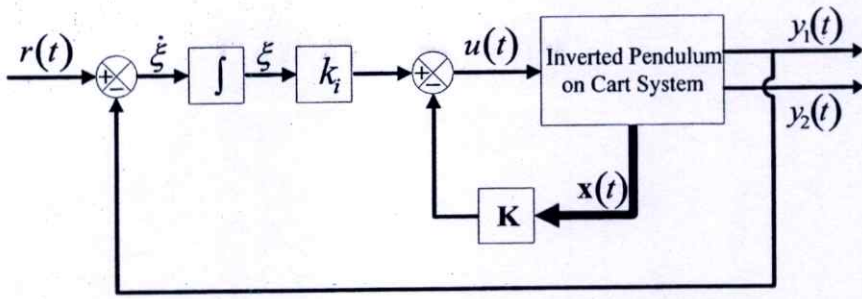
เนื่องจากระบบจริงของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถที่ใช้ในการศึกษาและทดลองนั้น เป็นระบบที่มีความไม่เป็นเชิงเส้น และมีแรงเสียดทานสถิตเกิดขึ้นระหว่างตัวรถกับราง ซึ่งอาจส่งผลให้การควบคุมเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเกิดค่าผิดพลาดในการควบคุมตำแหน่งของตัวรถรางที่สภาวะคงตัวได้ ดังนั้น ในการควบคุมตำแหน่งของตัวรถราง จึงได้เพิ่มอินทิเกรเตอร์ (integrator) จำนวนหนึ่งตัวเข้าไปในส่วนที่เกี่ยวข้องกับเอาต์พุตของตำแหน่งของตัวรถราง เพื่อจะกำจัดค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวนี้ ในลักษณะเช่นนี้ทำให้เมตริกส์เอาต์พุต C ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถดังแสดงในสมการที่ (2.18) เปลี่ยนรูปเป็นเมตริกส์ $H = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$ โครงสร้างของระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะเชิงเส้นแสดงดังรูปที่ 4.2

จากโครงสร้างของระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะเชิงเส้นที่แสดงดังรูปที่ 4.2 ผลต่างระหว่าง $r(t)$ และ $y_1(t)$ แสดงได้ดังนี้

$$\dot{\xi}(t) = r(t) - y_1(t) \quad (4.1)$$

เมื่อ $r(t)$ คือ ตำแหน่งอ้างอิงของตัวรถราง

$y_1(t)$ คือ เอาต์พุตของตำแหน่งของตัวรถราง



รูปที่ 4.2 โครงสร้างของระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะเชิงเส้น

ดังนั้น จากสมการปริภูมิสถานะ (2.12) และโครงสร้างระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะเชิงเส้น จะสามารถเขียนสมการปริภูมิสถานะและสมการเอาต์พุตของระบบแต่งเสริม (augmented system) ได้ดังนี้

$$\dot{\mathbf{x}}_s(t) = \mathbf{A}_s \mathbf{x}_s(t) + \mathbf{B}_s u(t) + \mathbf{F}_s r(t) \quad (4.2)$$

$$\bar{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{H}_s \mathbf{x}_s(t) \quad (4.3)$$

เมื่อ $\mathbf{A}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{H} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$, $\mathbf{B}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$, $\mathbf{F}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}$, $\mathbf{H}_s = [\mathbf{H} \quad \mathbf{0}]$

และ $\mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix}$

เมื่อพิจารณาโครงสร้างของระบบควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะเชิงเส้นที่แสดงดังรูปที่ 4.2 กฎการควบคุมสำหรับระบบแต่งเสริมแสดงได้ดังนี้

$$u(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) + k_i \xi(t) = -[\mathbf{K} \quad -k_i] \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

เมื่อ $\mathbf{K} = [k_1 \quad k_2 \quad \dots \quad k_n]$ เป็นเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ และ k_i เป็นค่าอัตราขยายอินทิกรัล (integral gain) โดย n คืออันดับระบบก่อนการแต่งเสริม

จากสมการที่ (4.4) สามารถเขียนกฎการควบคุมของระบบแต่งเสริมได้ใหม่เป็น

$$u(t) = -\mathbf{K}_s \mathbf{x}_s(t) \quad (4.5)$$

เมื่อ $\mathbf{K}_s = [\mathbf{K} \quad -k_i]$ เป็นเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ หลังจากแทนกฎการควบคุม (4.5) ลงในสมการปริภูมิสถานะของระบบแต่งเสริม (4.2) แล้ว จะได้ระบบป้อนกลับสถานะ (state feedback system) ของระบบแต่งเสริม โดยมีสมการปริภูมิสถานะดังนี้

$$\dot{\mathbf{x}}_s(t) = (\mathbf{A}_s - \mathbf{B}_s \mathbf{K}_s) \mathbf{x}_s(t) + \mathbf{F}_s r(t) \quad (4.6)$$

จากระบบเชิงเส้นดังแสดงในสมการที่ (2.12) ถ้าคู่ของเมตริกซ์ \mathbf{A} และเมตริกซ์ \mathbf{B} สามารถควบคุมได้ (controllable) และ

$$\text{rank} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{H} & 0 \end{bmatrix} = n + 1$$

แล้ว จะสามารถออกแบบตัวควบคุมให้ระบบป้อนกลับสถานะของระบบแต่งเสริม (4.6) มีเสถียรภาพและมีสมรรถนะตามต้องการได้ โดยกำหนดค่าเจาะจง (eigenvalue) ของเมตริกซ์ $\mathbf{A}_s - \mathbf{B}_s \mathbf{K}_s$ ของระบบป้อนกลับสถานะ ซึ่งค่าเจาะจงนี้จะถูกกำหนดด้วยเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ \mathbf{K} และค่าอัตราขยายอินทิกรัล k_i ที่จะออกแบบด้วยวิธี CDM ดังได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 3.3 ของบทที่ 3

ในการออกแบบเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ \mathbf{K} และค่าอัตราขยายอินทิกรัล k_i ด้วยวิธี CDM จะแปลงระบบแต่งเสริมให้อยู่ในรูปแบบบัญญัติที่สามารถควบคุมได้ (controllable canonical form) ก่อน ดังนั้น เมื่อใช้ $\mathbf{x}_s(t) = \mathbf{Tz}(t)$ แปลงระบบแต่งเสริม (4.2) จะได้ระบบแต่งเสริมที่อยู่ในรูปแบบบัญญัติที่สามารถควบคุมได้ ดังนี้

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}_{sc} \mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_{sc} u(t) + \mathbf{F}_{sc} r(t) \quad (4.7)$$

เมื่อ $\mathbf{A}_{sc} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{A}_s \mathbf{T}$, $\mathbf{B}_{sc} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{B}_s$ และ $\mathbf{F}_{sc} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{F}_s$ และเมื่อเมตริกซ์การแปลง (transformation matrix) $\mathbf{T} = \mathbf{M} \mathbf{W}$ โดย \mathbf{M} คือ เมตริกซ์ความควบคุมได้ (controllability matrix) $\mathbf{M} = [\mathbf{B}_s \mid \mathbf{A}_s \mathbf{B}_s \mid \cdots \mid \mathbf{A}_s^{n-1} \mathbf{B}_s]$ และ

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \sigma_0 & \sigma_1 & \cdots & \sigma_n & 1 \\ \sigma_1 & \sigma_2 & \cdots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \sigma_n & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

โดยที่ $\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_n$ คือ สัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะวงเปิดของระบบแต่งเสริมในสมการที่ (4.2) ซึ่งแสดงสมการคุณลักษณะได้ดังต่อไปนี้

$$P_{ol}(s) = |s\mathbf{I} - \mathbf{A}_s| = s^{n+1} + \sigma_n s^n + \dots + \sigma_1 s + \sigma_0 \quad (4.8)$$

และเมื่อกำหนดให้

$$u(t) = -\mathbf{K}_{sc} \mathbf{z}(t) \quad (4.9)$$

คือกฎการควบคุมของระบบแต่งเสริมที่อยู่ในรูปแบบบัญญัติที่สามารถควบคุมได้ ดังนั้น ระบบป้อนกลับสถานะของระบบแต่งเสริมที่อยู่ในรูปแบบบัญญัติที่สามารถควบคุมได้คือ

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = (\mathbf{A}_{sc} - \mathbf{B}_{sc} \mathbf{K}_{sc}) \mathbf{z}(t) + \mathbf{F}_{sc} r(t) \quad (4.10)$$

เมื่อ $\mathbf{K}_{sc} = [\delta_1 \ \delta_2 \ \dots \ \delta_{n+1}]$ คือ เมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะของระบบแต่งเสริมที่อยู่ในรูปแบบบัญญัติที่สามารถควบคุมได้ และมีความสัมพันธ์กับ \mathbf{K}_s ดังนี้

$$\mathbf{K}_{sc} = \mathbf{K}_s \mathbf{T} \quad (4.11)$$

จากสมการที่ (4.10) พหุนามคุณลักษณะของระบบป้อนกลับสถานะของระบบแต่งเสริมที่อยู่ในรูปแบบบัญญัติที่สามารถควบคุมได้ คือ

$$\begin{aligned} P_{cl}(s) &= |s\mathbf{I} - (\mathbf{A}_{sc} - \mathbf{B}_{sc} \mathbf{K}_{sc})| \\ &= s^{n+1} + (\sigma_n + \delta_{n+1})s^n + \dots + (\sigma_1 + \delta_2)s + (\sigma_0 + \delta_1) \end{aligned} \quad (4.12)$$

ซึ่งพหุนามคุณลักษณะนี้จะนำไปใช้เพื่อออกแบบตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมด้วยวิธีแผนผังค่าสัมประสิทธิ์ต่อไป

4.3.2 การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพด้วย CDM

การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพโดยอาศัยหลักการของ CDM นั้น จะใช้พหุนามคุณลักษณะที่แสดงดังสมการที่ (4.12) เพื่อหาเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ \mathbf{K}_s ของตัวควบคุมโดยมีขั้นตอนดังนี้

- (1) หาพหุนามคุณลักษณะของระบบวงเปิดของระบบแต่งเสริมโดยใช้สมการที่ (4.8) เพื่อจะหาค่าสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะของระบบวงเปิด $\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_n$ และหาเมตริกซ์การแปลง \mathbf{T} เพื่อจะนำไปใช้หาเมตริกซ์อัตราขยาย \mathbf{K}_s ของตัวควบคุม
- (2) กำหนดค่าช่วงเวลาเข้าที่ t_s และค่าครรชนีเสถียรภาพ γ_i เพื่อหาพหุนามคุณลักษณะแบบโมนิค $P_m(s)$ โดยใช้สมการที่ (3.19) เมื่อพิจารณาาระบบอันดับ $n+1$ จะได้พหุนามคุณลักษณะวงปิดของระบบป้อนกลับสถานะของระบบแต่งเสริมที่อยู่ในรูปแบบบัญญัติที่สามารถควบคุมได้ในรูป

$$P_m(s) = s^{n+1} + \mu_n s^n + \dots + \mu_1 s + \mu_0 \quad (4.13)$$

โดยที่ $\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_n$ คือ สัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะวงปิดของระบบป้อนกลับสถานะของระบบแต่งเสริมที่อยู่ในรูปแบบบัญญัติที่สามารถควบคุมได้ที่ได้รับการออกแบบแล้ว

- (3) เทียบสัมประสิทธิ์ของสมการที่ (4.12) กับสมการที่ (4.13) จะได้

$$\begin{aligned} \sigma_0 + \delta_1 &= \mu_0 \\ \sigma_1 + \delta_2 &= \mu_1 \\ &\vdots \\ \sigma_n + \delta_{n+1} &= \mu_n \end{aligned}$$

และแก้สมการข้างบนนี้เพื่อหาเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ \mathbf{K}_{sc} ของระบบแต่งเสริมที่อยู่ในรูปแบบบัญญัติที่สามารถควบคุมได้ ดังนั้น

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{sc} &= [\delta_1 \quad \delta_2 \quad \dots \quad \delta_{n+1}] \\ &= [\mu_0 - \sigma_0 \quad \mu_1 - \sigma_1 \quad \dots \quad \mu_n - \sigma_n] \end{aligned} \quad (4.14)$$

จากความสัมพันธ์ที่แสดงในสมการที่ (4.11) ทำให้ได้เมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ \mathbf{K}_s ของตัวควบคุมเสถียรภาพที่นำไปควบคุมระบบแต่งเสริม (4.2) ดังนี้

$$\mathbf{K}_s = [\mu_0 - \sigma_0 \quad \mu_1 - \sigma_1 \quad \dots \quad \mu_n - \sigma_n] \mathbf{T}^{-1} \quad (4.15)$$

เมื่อออกแบบตัวควบคุมไฮบริดเพื่อควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถแล้ว ต่อไปจะนำตัวควบคุมดังกล่าวไปจำลองด้วยคอมพิวเตอร์และทดลองควบคุมจริงในห้องปฏิบัติการเพื่อศึกษาประสิทธิภาพของตัวควบคุม ผลการจำลองและผลการทดลองจะนำเสนอโดยละเอียดในบทที่ 5

บทที่ 5

การจำลองและการทดลองการทำงานของระบบควบคุม

5.1 กล่าวนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึงการทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุมไฮบริดเพื่อการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ซึ่งตัวควบคุมไฮบริดตามที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 4 ว่าได้มาจากการออกแบบตามหลักการควบคุมพลังงานและหลักการของ CDM ในการทดสอบประสิทธิภาพของตัวควบคุมนั้น จะแบ่งการทดสอบออกเป็นสองแบบ คือ การทดสอบการทำงานของตัวควบคุมด้วยการจำลองการทำงานของระบบควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB ร่วมกับโปรแกรม Simulink และการทดสอบการทำงานของตัวควบคุมกับชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในห้องปฏิบัติการ ซึ่งมีขั้นตอนการทดสอบทั้งสองแบบเป็นดังนี้ ขั้นตอนแรกเป็นการทดสอบการทำงานของตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน ขั้นตอนที่สองเป็นการทดสอบการทำงานของตัวควบคุมที่ทำหน้าที่รักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมที่อยู่ในจุดสมดุลบน และขั้นตอนสุดท้ายเป็นการทำงานร่วมกันระหว่างตัวควบคุมทั้งสองเพื่อให้ควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมแล้วรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมไว้ที่อยู่จุดสมดุลบน โดยมีเงื่อนไขสวิตช์เป็นตัวตัดสินใจในการเปลี่ยนจากการใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นไปเป็นการใช้ตัวควบคุมเพื่อการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม

5.2 พารามิเตอร์ของตัวควบคุมไฮบริด

5.2.1 พารามิเตอร์ของตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัม

การออกแบบตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมจากตำแหน่งจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน จะถูกออกแบบโดยอาศัยหลักการควบคุมพลังงานตามขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทที่ 4 ซึ่งมีพารามิเตอร์ที่จะต้องออกแบบ คือ α_0 , β_0 , c_0 และ ζ โดยที่ค่าพารามิเตอร์เหล่านี้ หากจากการลองผิดลองถูกจากแบบจำลองที่สร้างขึ้นโดยอาศัยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB ร่วมกับโปรแกรม Simulink ซึ่งได้ดังตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1 ค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัม

α_0	β_0	c_0	ζ
0.12 และ 0.07	0.3	0.9	1.2

5.2.2 พารามิเตอร์ของตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม

ตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมที่จุดสมดุลบน เป็นตัวควบคุมเซอร์โว ป้อนกลับสถานะเชิงเส้น โดยที่ค่าของเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะของตัวควบคุมจะถูก ออกแบบด้วยหลักการของ CDM

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ กำหนดให้ค่าครรชนีเสถียรภาพ $\gamma_1=2.67$ $\gamma_2=1.91$ $\gamma_3=1.63$ และ $\gamma_4=5.39$ และค่าคงตัวเวลาสมมูล $\tau=1.1$ วินาที จากการออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพที่ ได้กล่าวไว้ในบทที่ 4 จะได้ค่าของเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_s &= [\mathbf{K} \mid -k_i] \\ &= [-56.67 \quad 71.07 \quad -26.80 \quad 12.70 \mid 51.52] \end{aligned} \quad (5.1)$$

เมื่อได้พารามิเตอร์ของตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมและพารามิเตอร์ของตัว ควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมแล้ว ในหัวข้อต่อไปจะกล่าวถึงผลการจำลองและ การทดลองควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเพื่อศึกษาประสิทธิภาพของตัวควบคุมที่นำเสนอ

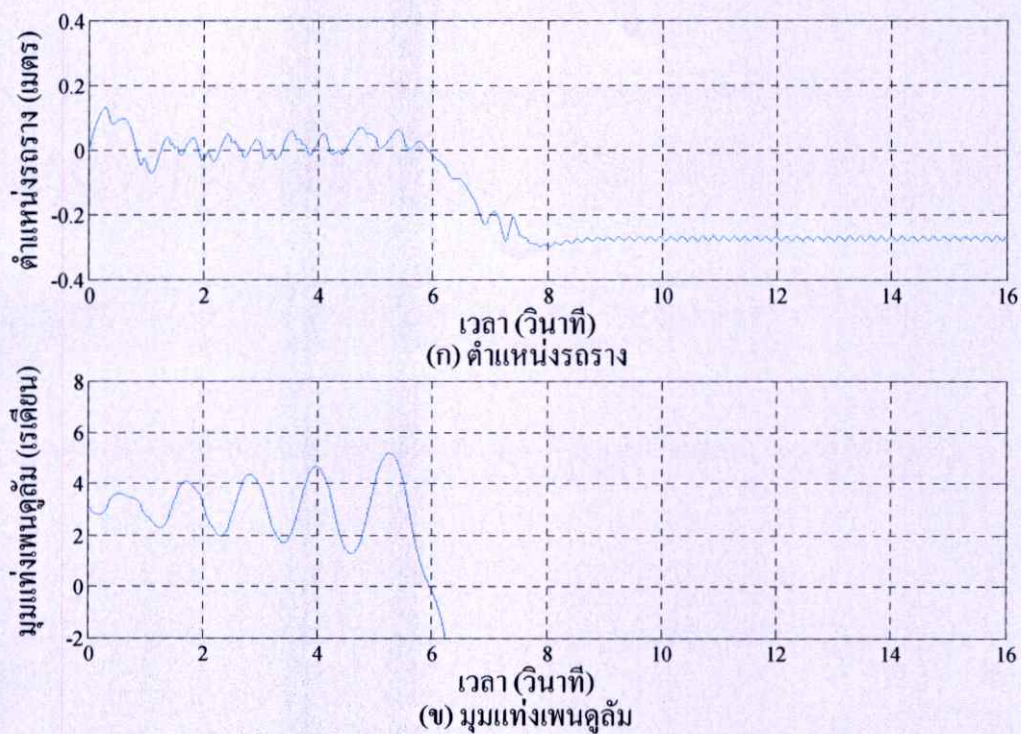
5.3 ผลการจำลองการทำงานของตัวควบคุม

ผลการจำลองการทำงานของตัวควบคุมที่จะนำเสนอในหัวข้อนี้ จะประกอบด้วยผลการ จำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมจากตำแหน่งจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบน ผล การจำลองการควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน และผลการ จำลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริด ซึ่งเป็นการทำงานร่วมกันระหว่างตัวควบคุมทั้งสองเพื่อ ควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมแล้วรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมไว้ ณ ตำแหน่งจุด สมดุลบนได้

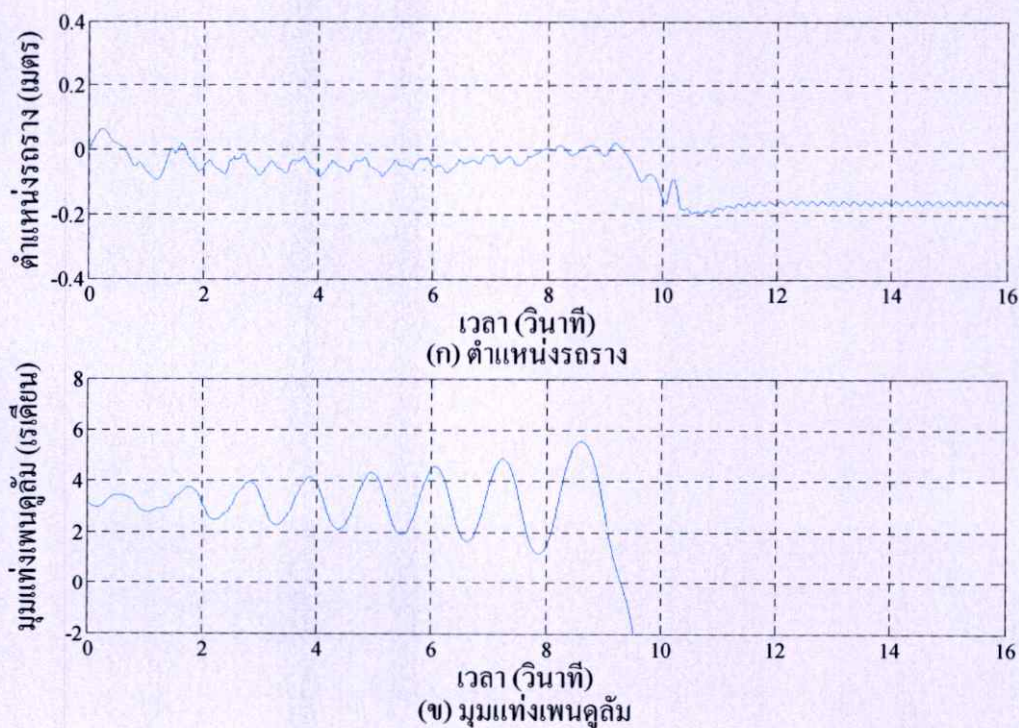
5.3.1 การจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัม

การควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมนั้น รถรางจะถูกควบคุมให้วิ่งไปและกลับด้วย การกำหนดค่าของพารามิเตอร์ α_0 ตามหลักการการควบคุมพลังงาน การจำลองการควบคุมการ เหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้กำหนดให้ $\alpha_0 = 0.12$ และ 0.07 โดยระยะ ระหว่างจุดหมุนบนตัวรถรางกับจุดศูนย์กลางมวลของแท่งเพนดูลัม $l = 0.250$ เมตร

เมื่อกำหนดให้มุมเริ่มต้นของแท่งเพนดูลัมที่กระทำกับแกนแนวตั้งเป็น π เรเดียน และ ตำแหน่งเริ่มต้นของรถรางอยู่ที่ 0 เมตร จะได้ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่ง เพนดูลัมจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่บริเวณรอบจุดสมดุลบน ดังแสดงในรูปที่ 5.1 และรูปที่ 5.2 สำหรับ $\alpha_0 = 0.12$ และ 0.07 ตามลำดับ



รูปที่ 5.1 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมเมื่อ α_0 เท่ากับ 0.12



รูปที่ 5.2 ผลการจำลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมเมื่อ α_0 เท่ากับ 0.07

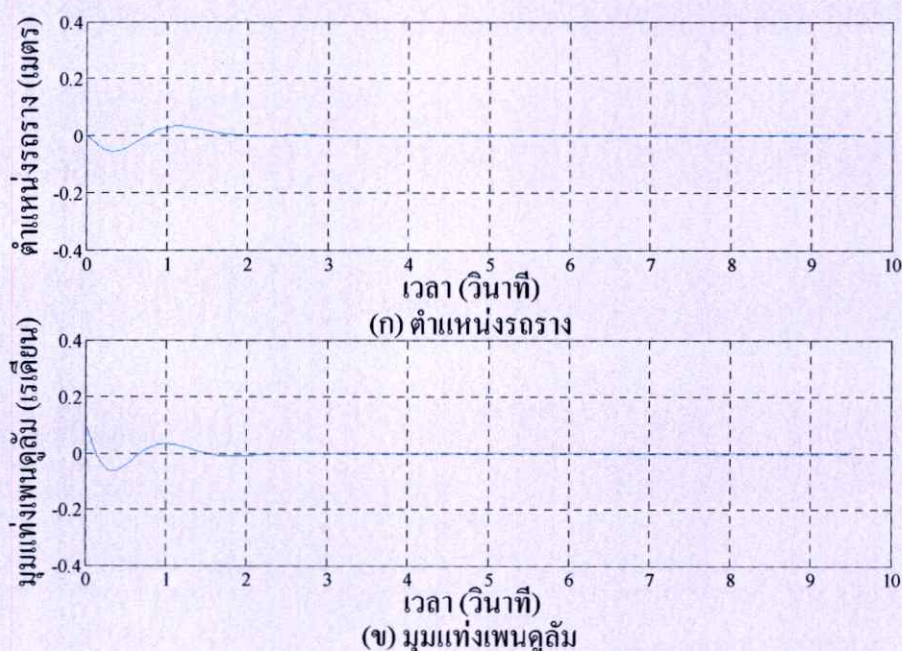
จากผลการจำลองพบว่า เมื่อพารามิเตอร์ $\alpha_0 = 0.12$ ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมสามารถควบคุมให้รอรางวิ่งไปและกลับอยู่ในระยะประมาณ ± 0.14 เมตร ดังแสดงได้ในรูปที่ 5.1(ก) เพื่อเหวี่ยงแท่งเพนดูลัมให้ขึ้นจากจุดสมดุลล่างที่มุม π เรเดียนไปสู่จุดสมดุลบนที่มุม 0 เรเดียนได้ในเวลา 5.97 วินาที ดังแสดงได้ในรูปที่ 5.1(ข) และเมื่อพารามิเตอร์ $\alpha_0 = 0.07$ พบว่า ตัวควบคุมนี้สามารถควบคุมให้รอรางวิ่งไปและกลับอยู่ในระยะประมาณ ± 0.10 เมตร ดังแสดงได้ในรูปที่ 5.2(ก) เพื่อเหวี่ยงแท่งเพนดูลัมให้ขึ้นจากจุดสมดุลล่างไปสู่จุดสมดุลบนได้ในเวลา 9.32 วินาทีดังแสดงได้ในรูปที่ 5.2(ข)

สรุปได้ว่า เมื่อปรับพารามิเตอร์ α_0 ซึ่งสัมพันธ์กับระยะวิ่งของรอรางให้มีค่าน้อยลง ทำให้รอรางเคลื่อนที่ในระยะแคบลงจริง ส่งผลให้การเหวี่ยงแท่งเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่างไปสู่จุดสมดุลบนใช้เวลามากขึ้น

5.3.2 การจำลองการควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม

การจำลองการควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมให้สามารถทรงตัวอยู่ได้ ณ จุดสมดุลนั้น ตัวควบคุมที่ใช้คือตัวควบคุมแบบเซอร์โวป้อนกลับสถานะ และค่าของเมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะของตัวควบคุมคือค่าที่ได้แสดงไว้ในสมการที่ (5.1)

เมื่อกำหนดให้มุมเริ่มต้นของแท่งเพนดูลัมที่กระทำกับแกนแนวดิ่งเป็นมุม 0.1 เรเดียน และตำแหน่งเริ่มต้นของรอรางอยู่ที่ 0 เมตร จะได้ผลการจำลองการควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนดังแสดงได้ในรูปที่ 5.3



รูปที่ 5.3 ผลการจำลองการควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบน

จากผลการจำลองการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน จะพบว่า ตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนนั้น สามารถควบคุมให้แท่งเพนดูลัมทรงตัวอยู่ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนได้ในเวลาประมาณ 2.0 วินาที และยังสามารถกำจัดค่าผิดพลาดในสภาวะคงตัวของตำแหน่งของรอรางให้กลับมาอยู่ในตำแหน่ง 0 เมตรได้

5.3.3 การจำลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริด

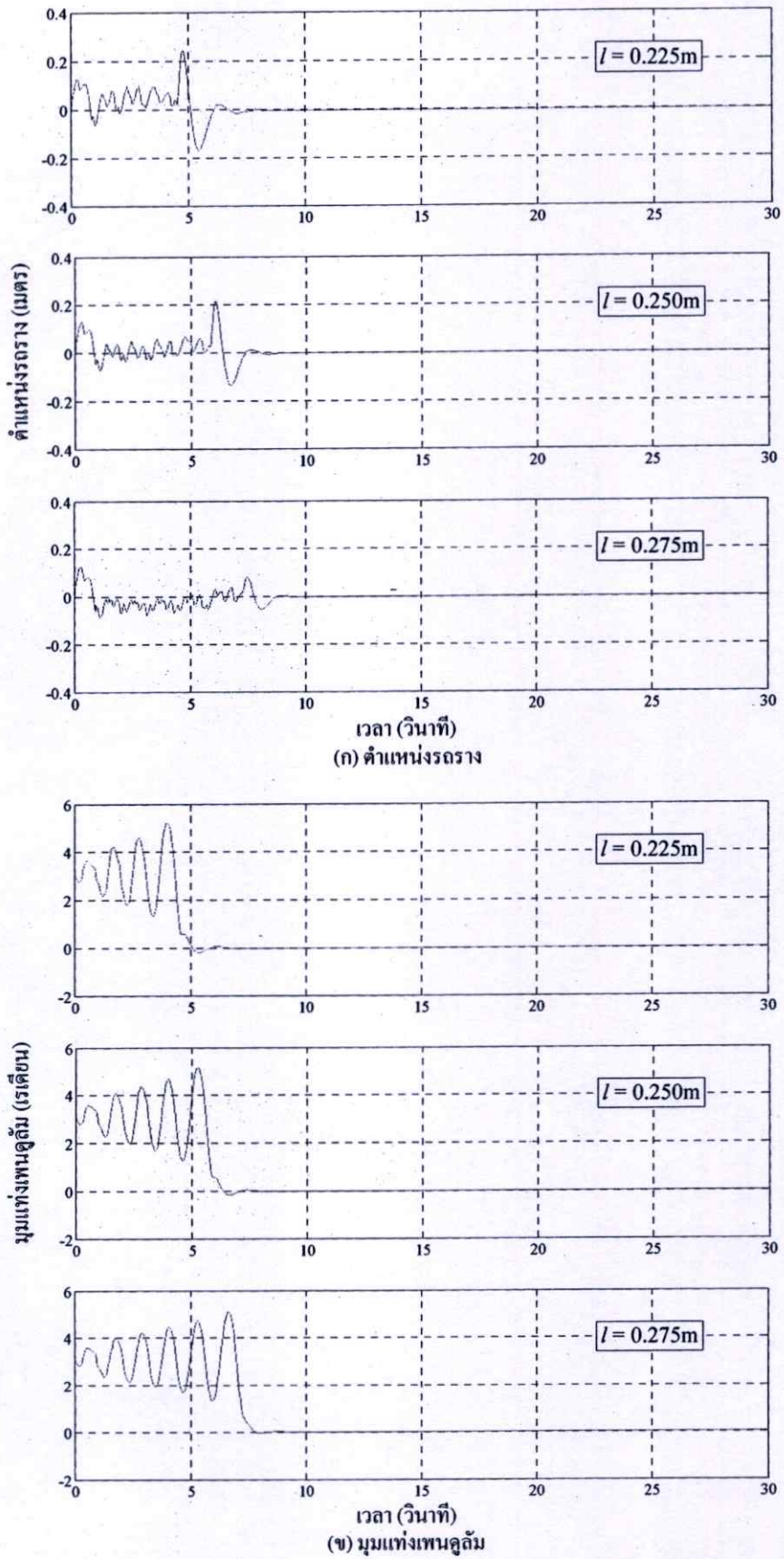
การจำลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริด คือ การจำลองการทำงานร่วมกันของตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมและตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน โดยมีเงื่อนไขสวิตช์เป็นตัวเปลี่ยนการทำงานของตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมไปเป็นตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน อย่างไรก็ตาม ถ้ามีการเปลี่ยนการทำงานของตัวควบคุมเกิดขึ้นในขณะที่แท่งเพนดูลัมถูกเหวี่ยงขึ้นไปจนมีมุมเข้าใกล้จุดสมดุลบนแล้วโดยที่ความเร็วเชิงมุมของแท่งเพนดูลัม ณ ขณะนั้นมีค่ามากเกินไป จะทำให้ตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพไม่สามารถควบคุมให้แท่งเพนดูลัมทรงตัว ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนได้ ดังนั้น เพื่อให้การเปลี่ยนการทำงานของตัวควบคุมเป็นไปอย่างราบเรียบและสามารถรักษาเสถียรภาพได้ เงื่อนไขสวิตช์จึงต้องคำนึงถึงมุมและความเร็วเชิงมุมของแท่งเพนดูลัมร่วมกัน และในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงได้เสนอเงื่อนไขสวิตช์ดังนี้

$$\text{เงื่อนไขสวิตช์} \begin{cases} (0 \leq \theta \leq 0.56 \ \& \ -3 \leq \dot{\theta} \leq 0) \text{ หรือ} \\ (-0.56 \leq \theta \leq 0 \ \& \ 0 \leq \dot{\theta} \leq 3) \text{ หรือ} \\ (0.56 \leq \theta \leq 0.8 \ \& \ \dot{\theta} \leq -4.5) \text{ หรือ} \\ (-0.8 \leq \theta \leq -0.56 \ \& \ \dot{\theta} \geq 4.5) \end{cases} \quad (5.2)$$

ในการจำลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริด จะกำหนดให้มุมเริ่มต้นของแท่งเพนดูลัมที่กระทำกับแกนแนวตั้งเป็นมุม π เรเดียน ตำแหน่งเริ่มต้นของรอรางอยู่ที่ 0 เมตร และกำหนดให้พารามิเตอร์ $\alpha_0 = 0.12$ และ 0.07 นอกจากนี้ ได้กำหนดให้มีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ของอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ เพื่อศึกษาและทดสอบความคงทน (robustness) ของระบบควบคุม โดยไม่ออกแบบตัวควบคุมใหม่ให้สอดคล้องกับการเปลี่ยนไปของพารามิเตอร์ ซึ่งในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้เปลี่ยนค่าระยะระหว่างจุดหมุนบนตัวรอรางกับจุดศูนย์กลางมวลของแท่งเพนดูลัมจากค่าระยะที่ $l = 0.250$ เมตร ไปเป็น $l = 0.225$ เมตร และ $l = 0.275$ เมตร

5.3.3.1 การจำลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริดเมื่อ $\alpha_0 = 0.12$

เมื่อพารามิเตอร์ $\alpha_0 = 0.12$ ผลการจำลองการควบคุมของตัวควบคุมไฮบริดเพื่อการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถแสดงได้ดังรูปที่ 5.4



รูปที่ 5.4 ผลการจำลองการควบคุมของตัวควบคุมไฮบริดเมื่อ α_0 เท่ากับ 0.12

จากผลการจำลองแสดงในรูปที่ 5.4(ก) พบว่า เมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัม $l = 0.250$ เมตร ตัวควบคุมไฮบริดในส่วนที่ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมสามารถควบคุมให้ร็องวิ่งไปและกลับอยู่ในระยะ ± 0.15 เมตร และเหวี่ยงแท่งเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่างที่มุม π เรเดียนไปสู่บริเวณจุดสมดุลบนที่มุม 0 เรเดียนได้ในเวลา 5.82 วินาที ตามเงื่อนไขมุมและความเร็วเชิงมุมของแท่งเพนดูลัมในสมการที่ (5.2) ดังแสดงได้ในรูปที่ 5.4(ข) หลังจากนั้น ตัวควบคุมไฮบริดในส่วนที่ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่ง เพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนจะควบคุมให้ร็องกลับมายู่ที่ตำแหน่ง 0 เมตรในเวลา 7.35 วินาที

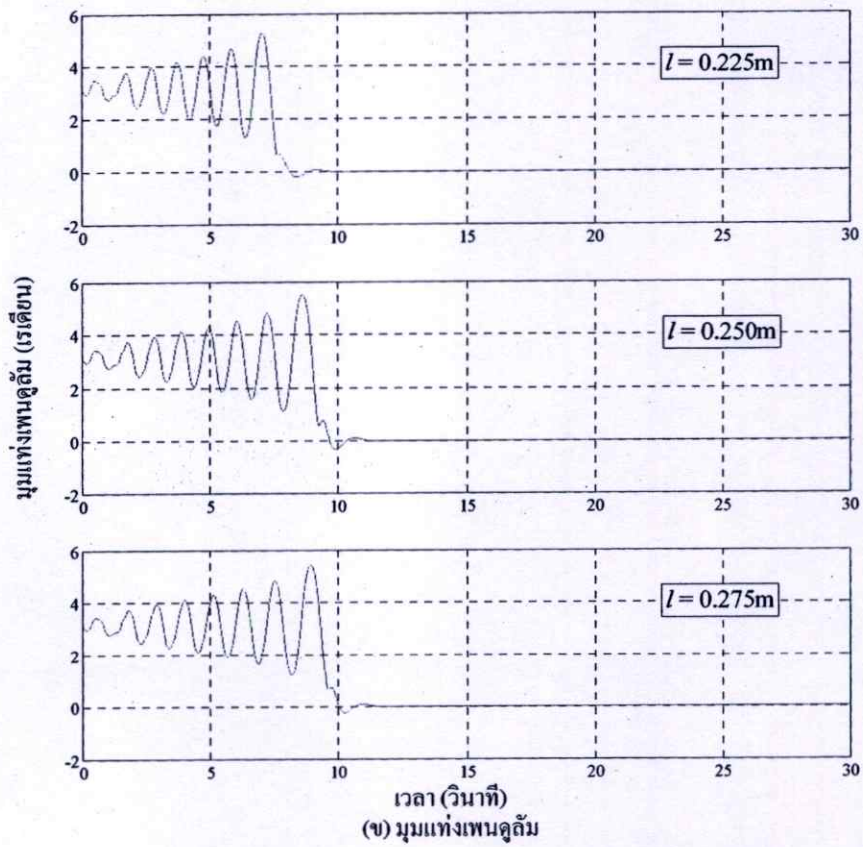
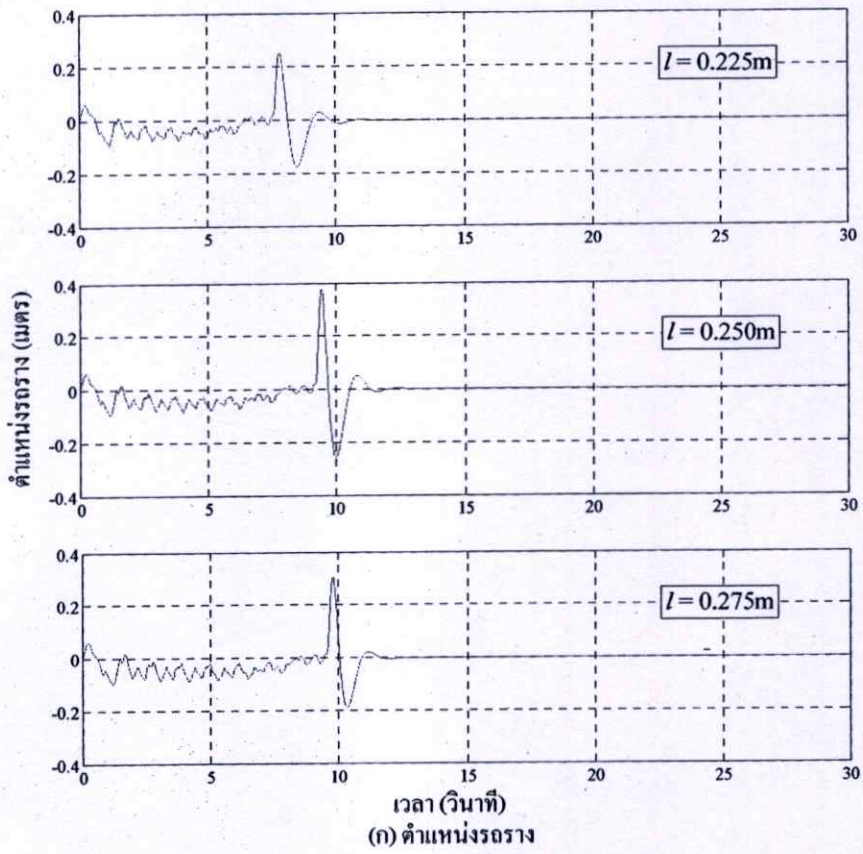
เมื่อให้ความยาวของแท่งเพนดูลัมเปลี่ยนค่าจาก $l = 0.250$ เมตรไปเป็น $l = 0.225$ เมตร และ $l = 0.275$ เมตรแล้ว จากรูปที่ 5.4(ก) พบว่า ตัวควบคุมไฮบริดในส่วนที่ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัม สามารถควบคุมให้ร็องวิ่งในระยะ ± 0.15 เมตรเช่นเดิม และเหวี่ยงแท่งเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่างไปสู่บริเวณจุดสมดุลบนได้ในเวลา 4.52 วินาทีและ 7.23 วินาทีตามลำดับ เมื่อมีเงื่อนไขสวิตซ์ตามสมการที่ (5.2) ดังแสดงได้ในรูปที่ 5.4(ข) หลังจากนั้น ตัวควบคุมไฮบริดในส่วนที่ทำหน้าที่รักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนจะควบคุมให้ร็องกลับมายู่ที่ตำแหน่ง 0 เมตรในเวลา 7.40 วินาทีและ 9.05 วินาทีตามลำดับ

5.3.3.2 การจำลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริดเมื่อ $\alpha_0 = 0.07$

ผลการจำลองการควบคุมของตัวควบคุมไฮบริดเพื่อการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถเมื่อใช้ค่าพารามิเตอร์ $\alpha_0 = 0.07$ แทนค่าพารามิเตอร์ $\alpha_0 = 0.12$ แสดงได้ดังรูปที่ 5.5

จากผลการจำลองเมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัม $l = 0.250$ เมตรดังแสดงในรูปที่ 5.5(ก) พบว่าตัวควบคุมไฮบริดในส่วนที่ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นสามารถควบคุมให้ร็องวิ่งไปและกลับอยู่ในระยะประมาณ ± 0.09 เมตร และสามารถเหวี่ยงแท่งเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่างที่มุม π เรเดียนไปสู่บริเวณจุดสมดุลบนที่มุม 0 เรเดียนได้ในเวลา 9.21 วินาทีเมื่อมีเงื่อนไขมุมและความเร็วเชิงมุมของแท่งเพนดูลัมตามสมการที่ (5.2) ดังแสดงได้ในรูปที่ 5.5(ข) และเมื่อตัวควบคุมไฮบริดในส่วนของการควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนทำงาน ก็สามารถควบคุมให้ร็องกลับมายู่ที่ตำแหน่ง 0 เมตรได้ในเวลา 11.89 วินาที

เมื่อเปลี่ยนความยาวของแท่งเพนดูลัมเป็น $l = 0.225$ เมตร และ $l = 0.275$ เมตร ตัวควบคุมไฮบริดในส่วนที่ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัม สามารถควบคุมให้ร็องวิ่งไปและกลับอยู่ในระยะประมาณ ± 0.09 เมตรเช่นเดิม และเหวี่ยงแท่งเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่างที่มุม π เรเดียนไปสู่บริเวณจุดสมดุลบนที่มุม 0 เรเดียนได้ในเวลา 7.59 วินาที และ 9.56 วินาทีตามลำดับ เมื่อมีเงื่อนไขสวิตซ์ตามสมการที่ (5.2) ดังแสดงได้ในรูปที่ 5.4(ข) หลังจากนั้น ตัวควบคุมไฮบริดในส่วนที่ทำหน้าที่รักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนจะควบคุมให้ร็องกลับมายู่ที่ตำแหน่ง 0 เมตรในเวลา 10.45 วินาที และ 12.10 วินาที ตามลำดับ



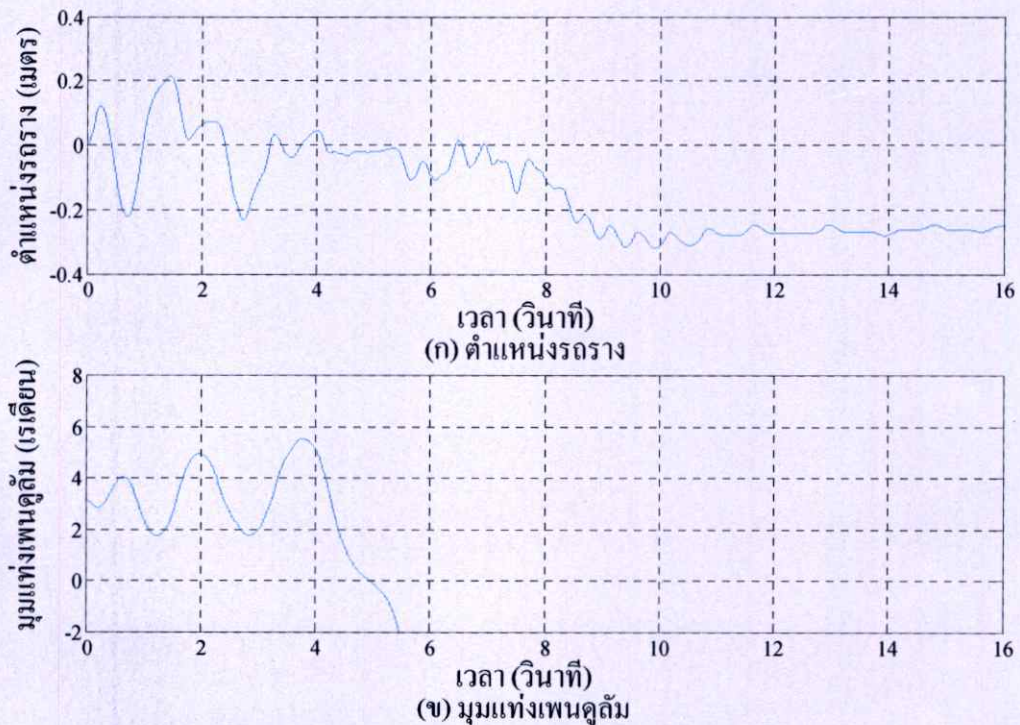
รูปที่ 5.5 ผลการจำลองการควบคุมของตัวควบคุมไฮบริดเมื่อ α_0 เท่ากับ 0.07

5.4 ผลการทดลองการทำงานของตัวควบคุม

ในหัวข้อนี้ นำเสนอผลการทดลองเมื่อนำตัวควบคุมไฮบริดมาควบคุมชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในห้องปฏิบัติการ เพื่อทดสอบประสิทธิภาพของระบบควบคุมที่นำเสนอ ซึ่งตัวควบคุมไฮบริดนี้และเงื่อนไขสวิตช์จะถูกสร้างขึ้นในคอมพิวเตอร์ด้วยโปรแกรมภาษาซี (C language) พร้อมอาศัยอุปกรณ์เชื่อมต่อกับชุดทดลองดังรายละเอียดในภาคผนวก ก และเลือกใช้คาบการซิกตัวอย่าง (sampling period) ที่ 1 มิลลิวินาที โดยลำดับขั้นตอนรวมทั้งค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมในการทดลองจะเหมือนกับการจำลองการทำงาน ตามที่ได้นำเสนอไว้แล้วในหัวข้อ 5.3

5.4.1 การทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัม

เมื่อกำหนดให้มุมเริ่มต้นของแท่งเพนดูลัมที่กระทำกับแกนแนวดิ่งเป็นมุม π เรเดียน ตำแหน่งเริ่มต้นของรถรางอยู่ที่ 0 เมตร และระยะระหว่างจุดหมุนบนตัวรถรางกับจุดศูนย์กลางมวลของแท่งเพนดูลัม $l = 0.250$ เมตร จะได้ผลการทดลองเมื่อพารามิเตอร์ $\alpha_0 = 0.12$ และ 0.07 ดังแสดงในรูปที่ 5.6 และ 5.7 ตามลำดับ

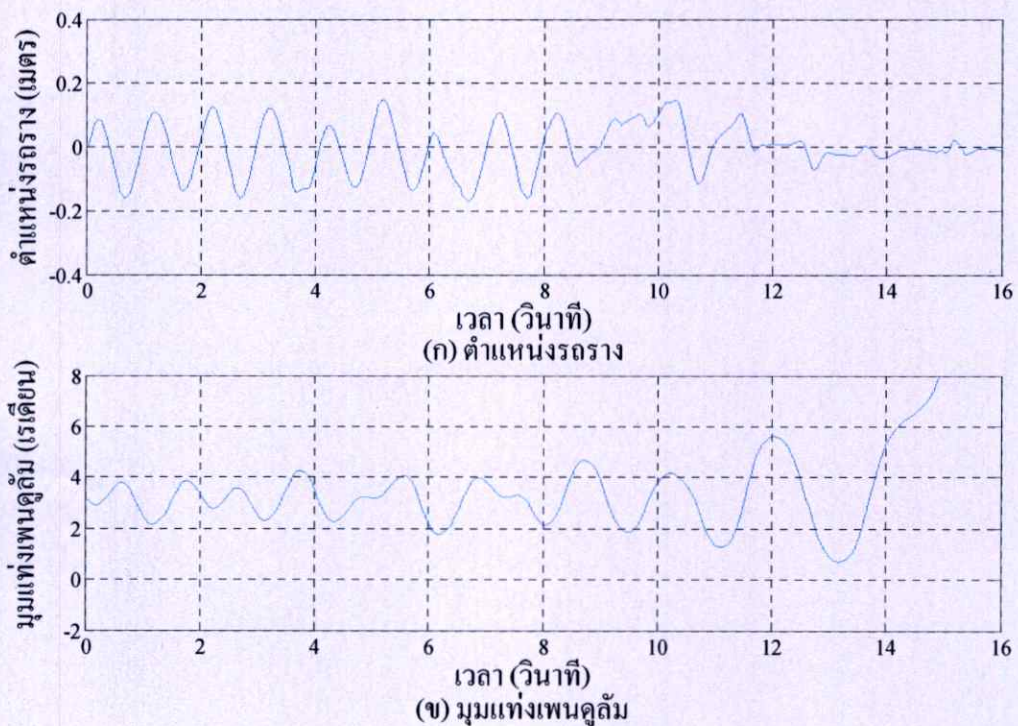


รูปที่ 5.6 ผลการทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมเมื่อ α_0 เท่ากับ 0.12

จากรูปที่ 5.6 พบว่า เมื่อพารามิเตอร์ $\alpha_0 = 0.12$ ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นสามารถควบคุมให้รถรางวิ่งไปและกลับอยู่ภายในระยะ ± 0.23 เมตร ดังแสดงได้ในรูปที่ 5.6(ก) เพื่อเหวี่ยงแท่ง

เพนดูลัมให้ขึ้นจากจุดสมดุลล่างที่มุม π เรเดียนไปสู่จุดสมดุลบนที่มุม 0 เรเดียนได้ในเวลา 4.97 วินาที ดังแสดงได้ในรูปที่ 5.6(ข) และเมื่อพารามิเตอร์ $\alpha_0 = 0.07$ พบว่า ตัวควบคุมนี้สามารถควบคุมรรางให้วิ่งไปและกลับภายในระยะ ± 0.16 เมตร ดังแสดงได้ในรูปที่ 5.7(ก) เพื่อเหวี่ยงแท่งเพนดูลัมให้ขึ้นจากจุดสมดุลล่างไปสู่จุดสมดุลบน โดยในกรณีนี้ที่มุม 2π เรเดียน ได้ในเวลา 14.37 วินาทีดังแสดงได้ในรูปที่ 5.7(ข)

สรุปผลทดลองจากการควบคุมจริงได้ว่า เมื่อให้พารามิเตอร์ α_0 ซึ่งสัมพันธ์กับระยะเหวี่ยงของรรางมีค่าน้อยลง ทำให้รรางเคลื่อนที่ในระยะแคบลงจริง ซึ่งส่งผลให้เหวี่ยงแท่งเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่างไปสู่จุดสมดุลบนในเวลามากขึ้น

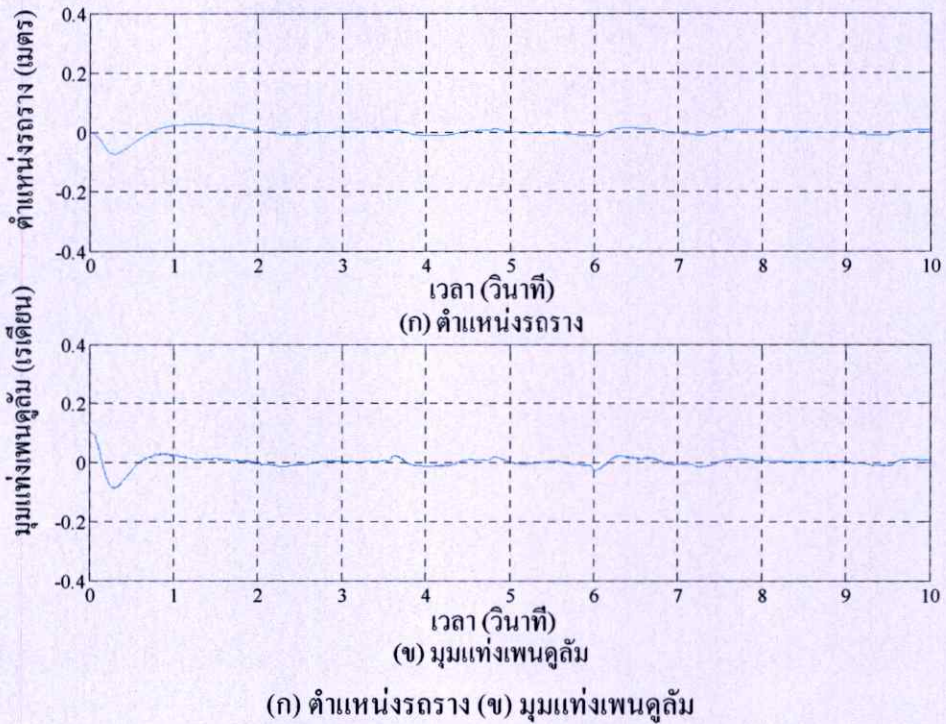


รูปที่ 5.7 ผลการทดลองการควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมเมื่อ α_0 เท่ากับ 0.07

5.4.2 การทดลองการควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม

ผลการทดลองการควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน เมื่อใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะแสดงดังรูปที่ 5.8

จากผลการทดลองพบว่า ตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนนั้น สามารถควบคุมให้แท่งเพนดูลัมทรงตัวอยู่ ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนในเวลาประมาณ 3.0 วินาทีได้ และยังสามารถกำจัดค่าผิดพลาดในสภาวะคงตัวของตำแหน่งของรรางให้กลับมาอยู่ในตำแหน่ง 0 เมตร



รูปที่ 5.8 ผลการทดลองการควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบน

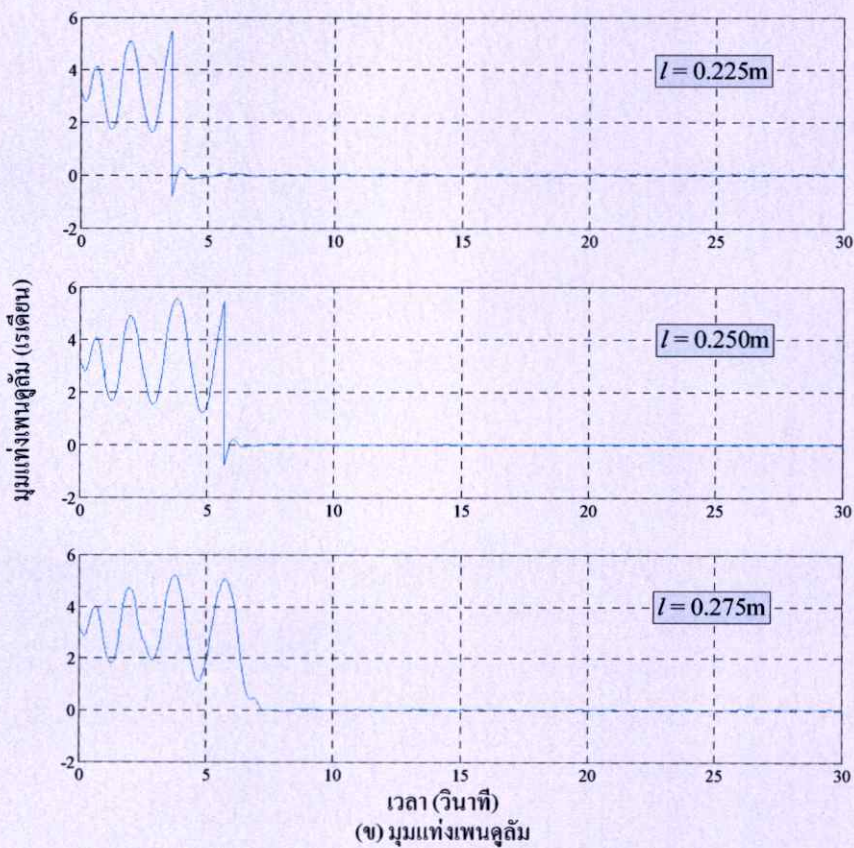
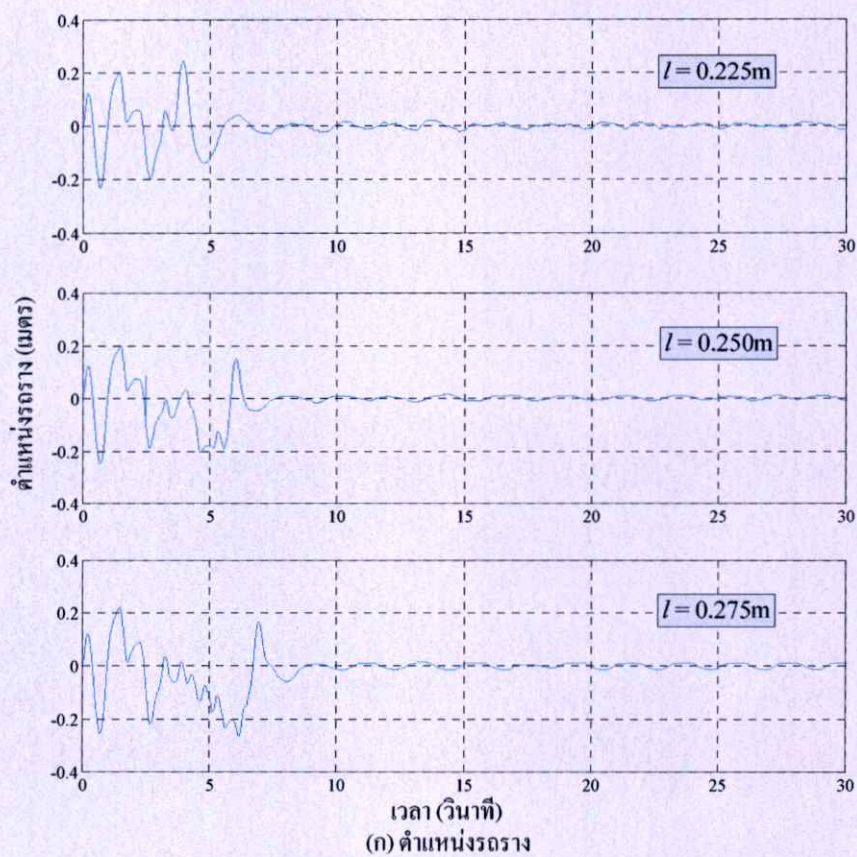
5.4.3 การทดลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริด

ในหัวข้อนี้เป็นการทดลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริดซึ่งประกอบด้วยตัวควบคุมการเหยียงขึ้นของแท่งเพนดูลัมและตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ณ ตำแหน่งจุดสมดุล โดยที่ตัวควบคุมทั้งสองจะสามารถทำงานร่วมกันได้ด้วยเงื่อนไขสวิตช์ตามที่เสนอไว้แล้วในหัวข้อ 5.3.3

การทดลองได้ใช้ค่ามุมเริ่มต้นของแท่งเพนดูลัมที่กระทำกับแกนแนวดิ่ง ตำแหน่งเริ่มต้นของรถรางและระยะระหว่างจุดหมุนบนตัวรถรางกับจุดศูนย์กลางมวลของแท่งเพนดูลัมเหมือนกับการจำลอง

5.4.3.1 การทดลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริดเมื่อ $\alpha_0 = 0.12$

เมื่อพารามิเตอร์ $\alpha_0 = 0.12$ ผลการทดลองการควบคุมของตัวควบคุมไฮบริดเพื่อการเหยียงขึ้นและรักษาเสถียรภาพสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถแสดงได้ดังรูปที่ 5.9



รูปที่ 5.9 ผลการทดลองการควบคุมของตัวควบคุมไฮบริดเมื่อ α_0 เท่ากับ 0.12

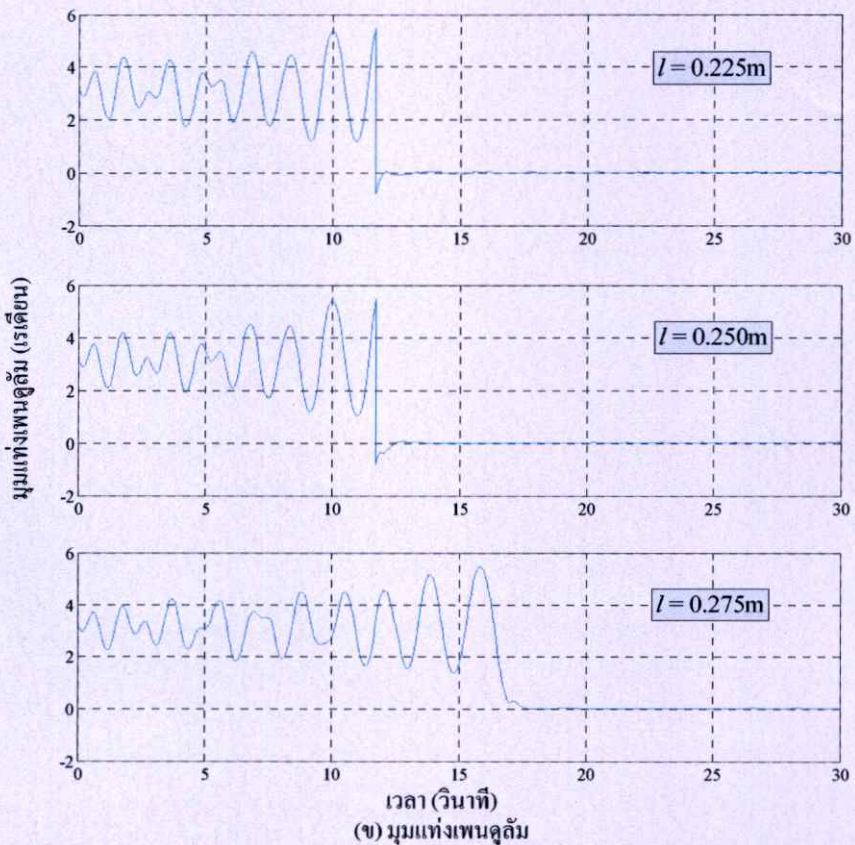
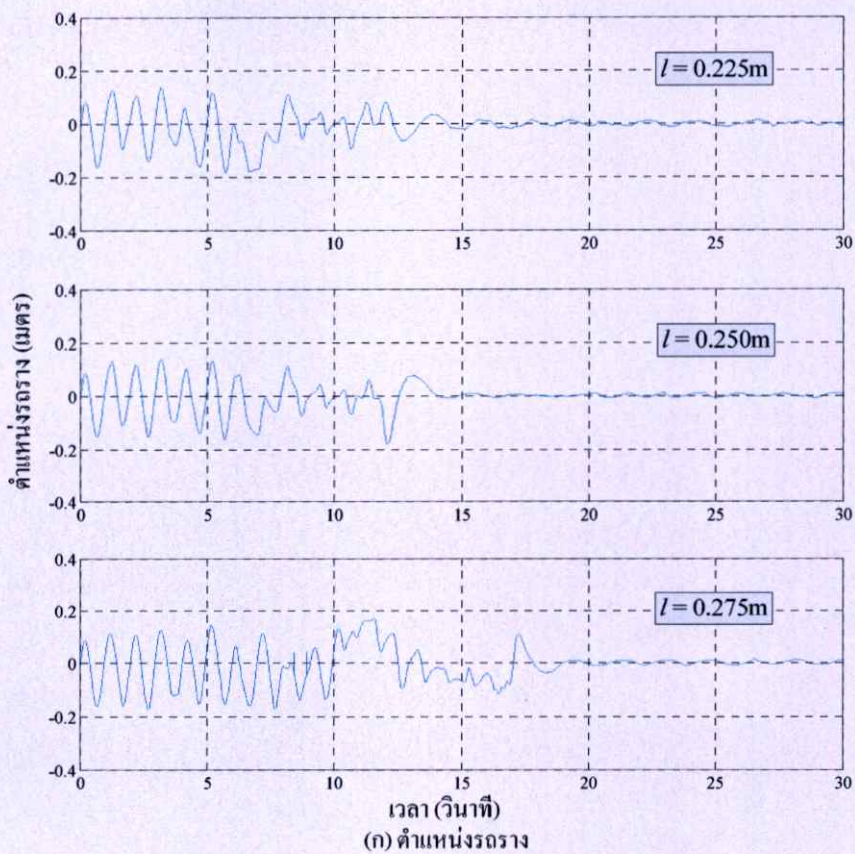
จากผลการทดลองแสดงในรูปที่ 5.9 (ก) พบว่า เมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัม $l = 0.250$ เมตร ตัวควบคุมไฮบริดในส่วนที่ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมสามารถควบคุมให้รตรางวิ่งไปและกลับอยู่ในระยะ ± 0.26 เมตร และเหวี่ยงแท่งเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนได้ในเวลา 5.70 วินาทีเมื่อมีเงื่อนไขมุมและความเร็วเชิงมุมของแท่งเพนดูลัมตามสมการที่ (5.2) ดังแสดงได้ในรูปที่ 5.9(ข) หลังจากนั้น ตัวควบคุมไฮบริดในส่วนที่ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ณ จุดสมดุลบนจะควบคุมให้รตรางกลับมาอยู่บริเวณรอบตำแหน่ง 0 ± 0.05 เมตรในเวลา 6.25 วินาที

ในทำนองเดียวกัน เมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัมเป็น $l = 0.225$ เมตร และ $l = 0.275$ เมตร จากรูปที่ 5.9 พบว่า ตัวควบคุมไฮบริดสามารถควบคุมให้รตรางวิ่งไปและกลับอยู่ในระยะ ± 0.26 เมตร และเหวี่ยงแท่งเพนดูลัมขึ้นจากจุดสมดุลล่างขึ้นสู่จุดสมดุลบนได้ในเวลา 3.59 วินาที และ 6.52 วินาทีตามลำดับ พร้อมทั้งควบคุมให้รตรางกลับมาอยู่บริเวณรอบตำแหน่ง 0 ± 0.05 เมตรในเวลา 5.34 วินาที และ 8.27 วินาที ตามลำดับ

5.4.3.2 การทดลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริดเมื่อ $\alpha_0 = 0.07$

ผลทดลองการควบคุมเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถของตัวควบคุมไฮบริดเมื่อพารามิเตอร์ $\alpha_0 = 0.07$ แสดงดังรูปที่ 5.10 พบว่า ตัวควบคุมไฮบริดสามารถควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถได้เช่นเดียวกับเมื่อใช้พารามิเตอร์ที่มีค่ามากกว่า แต่จะใช้เวลาในการเหวี่ยงขึ้นนั้นนานกว่า กล่าวคือ เมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัม $l = 0.250$ เมตร ตัวควบคุมไฮบริดในส่วนที่ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัม สามารถควบคุมให้รตรางวิ่งไปและกลับอยู่ในระยะ ± 0.17 เมตร ดังแสดงในรูปที่ 5.10(ก) และเหวี่ยงแท่งเพนดูลัมขึ้นที่เวลา 15.76 วินาทีดังแสดงได้ในรูปที่ 5.10(ข) โดยที่ตัวควบคุมไฮบริดในส่วนที่ทำหน้าที่เป็นตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพ สามารถควบคุมให้รตรางกลับมาสู่บริเวณรอบตำแหน่ง 0 ± 0.05 เมตรในเวลา 16.44 วินาที

เมื่อเปลี่ยนความยาวของแท่งเพนดูลัมเป็น $l = 0.225$ เมตร และ $l = 0.275$ เมตร พบว่า ตัวควบคุมไฮบริดยังคงสามารถควบคุมให้รตรางวิ่งไปและกลับ ในระยะเดียวกันกับเมื่อความยาวของแท่งเพนดูลัม $l = 0.250$ เมตร แต่เหวี่ยงแท่งเพนดูลัมขึ้นที่เวลา 11.71 วินาทีและ 17.13 วินาที โดยที่ตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพควบคุมให้รตรางกลับมาอยู่บริเวณรอบตำแหน่ง 0 ± 0.05 เมตรในเวลา 12.96 วินาทีและ 17.56 วินาทีตามลำดับ



รูปที่ 5.10 ผลการทดลองการควบคุมของตัวควบคุมไฮบริดเมื่อ α_0 เท่ากับ 0.07

บทที่ 6

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

6.1 บทสรุป

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้นำเสนอ ตัวควบคุมไฮบริดเพื่อการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพ สำหรับอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ ซึ่งตัวควบคุมไฮบริดนี้จะควบคุมให้รถรางเคลื่อนที่ไปและกลับจนส่งผลให้แท่งเพนดูลัมถูกเหวี่ยงขึ้นจากตำแหน่งจุดสมมูลล่าง (แท่งเพนดูลัมทำมุม π เรเดียนกับแกนแนวดิ่ง) ขึ้นสู่ตำแหน่งจุดสมมูลบน (แท่งเพนดูลัมทำมุม 0 เรเดียนกับแกนแนวดิ่ง) และรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมให้ตรงตัวอยู่ได้ ณ ตำแหน่งจุดสมมูลบนนั้น ตัวควบคุมไฮบริดดังกล่าวเป็นตัวควบคุมที่ประกอบด้วยตัวควบคุมย่อยสองตัวที่นำมาทำงานร่วมกัน คือ ตัวควบคุมเพื่อการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมที่ออกแบบโดยอาศัยหลักการการควบคุมพลังงาน และตัวควบคุมเพื่อการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมที่ตำแหน่งจุดสมมูลบน ซึ่งเป็นตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะที่ออกแบบด้วยหลักการ CDM โดยมีเงื่อนไขสวิตช์กำหนดการเปลี่ยนการทำงานของตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นไปเป็นการทำงานของตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพ ในการออกแบบตัวควบคุมตามหลักการออกแบบที่นำเสนอ นั้น ต้องอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัม วิทยานิพนธ์ฉบับนี้อาศัยวิธีของลากรางจ์ซึ่งมีพื้นฐานจากการพิจารณาพลังงานกลรวมในระบบเพื่อวิเคราะห์หาสมการการเคลื่อนที่ ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นเชิงเส้น แล้วอาศัยการประมาณให้เป็นระบบเชิงเส้นเพื่อนำไปใช้สำหรับการออกแบบตัวควบคุมต่อไป

เมื่อได้ตัวควบคุมไฮบริดจากวิธีการออกแบบตัวควบคุมตามหลักการควบคุมพลังงานและหลักการ CDM แล้ว จะนำตัวควบคุมไฮบริดนี้ไปทดสอบประสิทธิภาพด้วยการจำลองการทำงานของตัวควบคุมโดยอาศัยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ MATLAB ร่วมกับโปรแกรม Simulink ซึ่งแบ่งขั้นตอนในการทดสอบออกเป็นสามขั้นตอนคือ ขั้นตอนแรกเป็นการทดสอบการทำงานของตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นของแท่งเพนดูลัมจากจุดสมมูลล่างขึ้นสู่จุดสมมูลบน ขั้นตอนที่สองเป็นการทดสอบการทำงานของตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพเพื่อให้แท่งเพนดูลัมตรงตัวอยู่ได้ ณ จุดสมมูลบน และขั้นตอนสุดท้ายเป็นการทดสอบการทำงานร่วมกันของตัวควบคุมทั้งสอง โดยมีเงื่อนไขสวิตช์เป็นตัวตัดสินใจเปลี่ยนการใช้ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นไปเป็นตัวควบคุมเพื่อการรักษาเสถียรภาพ หลังจากจำลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริดและปรับแต่งพารามิเตอร์ของตัวควบคุมตลอดจนเงื่อนไขสวิตช์จนได้ผลการจำลองตามต้องการแล้ว จึงนำตัวควบคุมไฮบริดที่ได้นี้ไปควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถจริงในห้องปฏิบัติการ โดยมีขั้นตอนในการทดสอบ

ประสิทธิภาพของตัวควบคุมในการทำงานจริงนี้เช่นเดียวกับขั้นตอนการจำลองการทำงานของตัวควบคุม

จากทั้งผลการจำลองและผลการทดลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริดที่นำเสนอ พบว่าตัวควบคุมไฮบริดที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ สามารถเหวี่ยงแท่งเพนดูลัมจากตำแหน่งจุดสมดุลล่างขึ้นสู่บริเวณใกล้ตำแหน่งจุดสมดุลบน โดยสามารถจำกัดระยะเวลาวิ่งของรถรางได้โดยการปรับค่าพารามิเตอร์ α_0 และตัวควบคุมยังสามารถรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัมนั้นให้ทรงตัวอยู่ได้ที่ตำแหน่งจุดสมดุลบน นอกจากนี้พบว่า ระบบควบคุมที่นำเสนอมีความคงทนต่อการเปลี่ยนแปลงความยาวของแท่งเพนดูลัมอย่างน้อยในช่วง ± 10 เปอร์เซ็นต์ จากความยาวค่าระบุ

6.2 ปัญหาที่พบในการวิจัย

ถึงแม้การกำหนดเงื่อนไขสวิตช์จะอาศัยตรรกะพื้นฐาน แต่ต้องอาศัยประสบการณ์ในการทดลองช่วยกำหนดค่าที่เหมาะสม โดยหากเลือกใช้ค่าที่ไม่เหมาะสม เมื่อระบบเปลี่ยนตัวควบคุมจากตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นไปเป็นตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม ตัวควบคุมอาจไม่สามารถรักษาการทรงตัวของแท่งเพนดูลัมได้ ส่งผลให้ระบบไม่มีเสถียรภาพ และตัวรถรางเคลื่อนที่ลู่ออกอย่างรวดเร็วและชนขอบรางด้วยความแรง อาจทำให้ชุดทดลองเสียหายได้

6.3 ข้อเสนอแนะและแนวทางในการพัฒนา

เงื่อนไขสวิตช์ที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ แม้จะมีเกณฑ์การพิจารณาจากค่ามุมและความเร็วเชิงมุมของแท่งเพนดูลัม แต่ยังคงอาศัยประสบการณ์จากการทดลองและการลองผิดลองถูกในการสร้างเงื่อนไขสวิตช์ขึ้นมา การศึกษาและพัฒนาเพื่อวิเคราะห์หาเงื่อนไขสวิตช์อย่างมีทฤษฎีรองรับซึ่งประกันความมีเสถียรภาพของระบบในช่วงเปลี่ยนตัวควบคุม จากตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นไปเป็นตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพ จึงเป็นแนวทางการพัฒนาที่น่าสนใจ

บรรณานุกรม

- [1] W. Torres-Pomales and O.R Gonzalez, "Nonlinear Control of Swing-up Inverted Pendulum", **Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Control Applicaton**, 15 – 18 September 1996, pp. 259 – 264
- [2] S. Yasunobu and M. Mori, "Swing Up Fuzzy Controller for Inverted Pendulum Base on a Human Control Strategy", **Proceedings of the 6th IEEE International Conference on Fuzzy Systems**, vol. 3, 1 – 5 July 1997, pp. 1621 – 1625
- [3] N. Kouda, N. Matsui and H. Nishimura, "Control for Swing-up of an Inverted Pendulum using Qubit Neural Network", **Proceedings of the 41st SICE Annual Conference**, vol. 2, 5 – 7 August 2002, pp. 765 – 770
- [4] M. Yamakita et. al., "Robust swing up control of double pendulum", **Proceedings of the American Control Conference**, vol. 1, 21 – 23 June 1995, pp. 290 – 295
- [5] S. Nundrakwang, T. Benjanarasuth, J. Ngamwiwit and N. Komine, "Hybrid PD–Servo State Feedback Control Algorithm for Swing up Inverted Pendulum System", **Proceedings of the ICCAS 2005**, 2 – 5 June 2005, pp. 690 – 693
- [6] K.J. Astrom, K. Furuta, "Swinging up a Pendulum by Energy Control", **Automatica**, vol. 36, 2000, pp. 287 – 295.
- [7] K. Yoshida, "Swing-up Control of an Inverted Pendulum by Energy-based Methods", **Proceedings of the American Control Conference**, San Diego, June 1999, pp. 4045 – 4047
- [8] K. Ogata, **Modern Control Engineering**, 2nd Edition, Prentice-Hall International, Inc. 1990
- [9] S. Manabe, "Coefficient Diagram Method", **14th IFAC Symposium in Aerospace**, 1998, pp. 199 – 210
- [10] A. Lipatov and N. Sokolov, "Some Sufficient Conditions for Stability and Instability of Continuous Linear Stationary Systems", **Automation and Remote Control**, 1979, pp. 1285 – 1291

ภาคผนวก

-

ภาคผนวก ก.
รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง

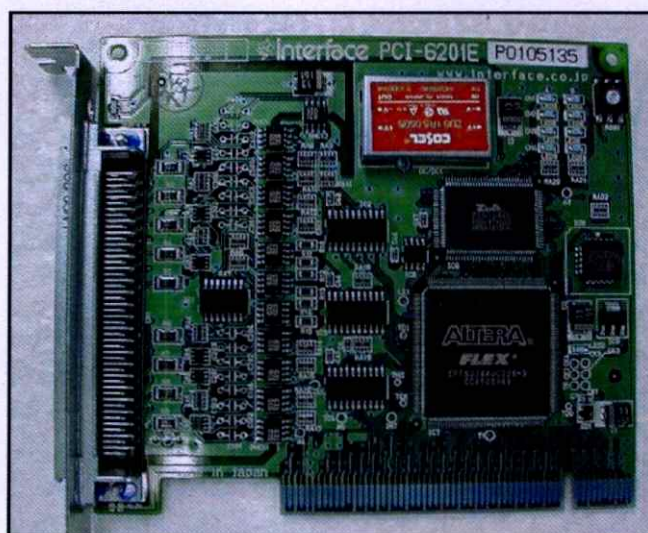
-

ก.1 เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล

เครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล ทำหน้าที่ควบคุมการเหยียงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถด้วย โปรแกรมภาษาซีที่พัฒนาขึ้น โดยใช้ทฤษฎีการควบคุม

ก.2 วงจรนับจำนวนพัลส์สำหรับวัดตำแหน่งของรรางและมุมของแท่งเพนดูลัม

วงจรถับจำนวนพัลส์จากเอนโคเดอร์แบบหมุน สำหรับวัดตำแหน่งของรรางและมุมของแท่งเพนดูลัม จะมีลักษณะเป็นแผ่นวงจรอิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูปแบบ PCI ของบริษัท INTERFACE รหัส PCI-6201E ที่สามารถต่อใช้งานร่วมกับเอนโคเดอร์มากที่สุดได้ถึง 4 ตัวและมีความละเอียดในการวัดสูงสุดได้ถึง 24 บิต โดยภาพถ่ายแผ่นวงจรถับจำนวนพัลส์ รหัส PCI-6201E แสดงดังรูปที่ ก.1 และตำแหน่งการติดตั้งดังรูปที่ ก.3



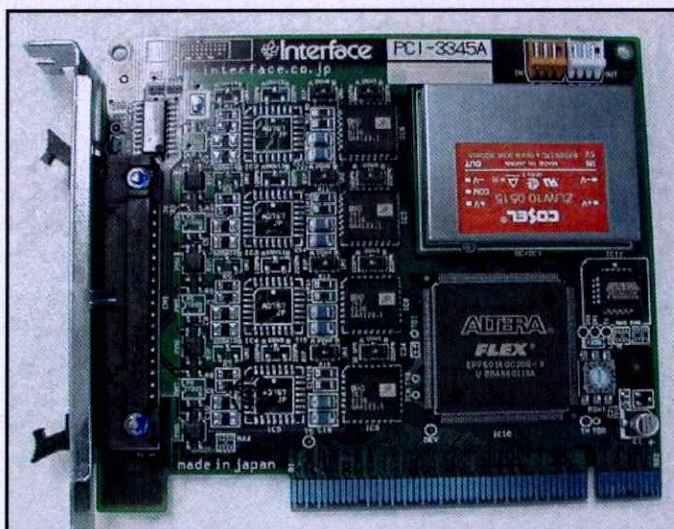
รูปที่ ก.1 แผ่นวงจรถับจำนวนพัลส์ รหัส PCI-6201E

ก.3 วงจรแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก

วงจรถแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อกมีลักษณะเป็นแผ่นวงจรแบบ PCI ของบริษัท INTERFACE รหัส PCI-3345A ซึ่งเป็นแผ่นวงจรอิเล็กทรอนิกส์สำเร็จรูป ใช้เชื่อมต่อระหว่างเครื่องคอมพิวเตอร์กับวงจรถับมอเตอร์ที่ใช้ขับเคลื่อนรราง โดยวงจรถจะรับข้อมูลดิจิทัลขนาด 12 บิตจากคอมพิวเตอร์ และจะแปลงข้อมูลที่ได้ขึ้นอย่างเป็นเชิงเส้นให้เป็นสัญญาณอนาล็อกที่อยู่ในรูปของแรงดันไฟฟ้าที่มีขนาดในย่าน -10 โวลต์ ถึง +10 โวลต์ (ย่านแรงดันไฟฟ้านี้สามารถปรับแต่งได้) เพื่อส่งแรงดันไฟฟ้านี้เข้าสู่วงจรถกระแสของมอเตอร์เพื่อใช้ขับเคลื่อนรราง โดยความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลดิจิทัลกับสัญญาณอนาล็อก สามารถอธิบายดังนี้

- เมื่อส่งค่า FFF_H เข้าวงจร จะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดสูงสุด คือ 10 โวลต์
- เมื่อส่งค่า $7FF_H$ เข้าวงจร จะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตครึ่งหนึ่งของย่านใช้งาน คือ 0 โวลต์
- เมื่อส่งค่า 000_H เข้าวงจร จะได้ค่าแรงดันเอาต์พุตขนาดต่ำสุด คือ -10 โวลต์

เนื่องจากแผ่นวงจร รหัส PCI-3345A มีขนาด 12 บิต จึงมีความละเอียด 4095 ระดับจากย่านความกว้างของแรงดันเอาต์พุตทั้งหมด ในที่นี้ต้องการส่งค่าแรงดันออกไปควบคุมอยู่ในช่วง ± 10 โวลต์ ดังนั้นจะได้ความละเอียดของแรงดันเอาต์พุตต่อข้อมูลแบบดิจิทัลเท่ากับ $20/4095 = 0.0049$ โวลต์ต่อข้อมูลแบบดิจิทัล 1 ระดับ ภาพถ่ายแสดงวงจรแปลงข้อมูลแบบดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อกแสดงดังรูปที่ ก.2 และตำแหน่งการติดตั้งแสดงดังรูปที่ ก.3



รูปที่ ก.2 แผ่นวงจรแปลงข้อมูลแบบดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก รหัส PCI-3345A

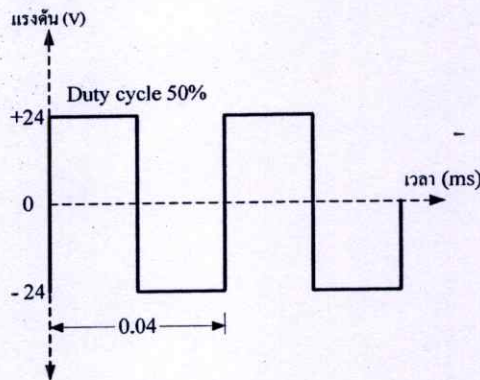


รูปที่ ก.3 การติดตั้งแผ่นวงจรเชื่อมต่อ รหัส PCI-6201E และรหัส PCI-3345A

ก.4 วงจรขับกระแสของมอเตอร์

วงจรขับกระแสของมอเตอร์ (current driver motor) สำหรับการเคลื่อนที่ของรถราง จะทำหน้าที่รับแรงดันจากวงจรแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก จากนั้นจะแปลงแรงดันไฟฟ้าให้เป็นสัญญาณ PWM เพื่อใช้ขับมอเตอร์ โดยสัญญาณ PWM จะมีขนาด ± 24 โวลต์และมีความถี่ของสัญญาณ 25 กิโลเฮิรซ์ แสดงดังรูปที่ ก.4 ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของวัฏจักรหน้าที่ (duty cycle) จะเปลี่ยนแปลงแบบเป็นเชิงเส้น ขึ้นกับแรงดันไฟฟ้าอินพุตที่รับมาจากวงจรแปลงข้อมูลดิจิทัลเป็นสัญญาณอนาล็อก อธิบายความสัมพันธ์ ดังนี้

- ถ้าแรงดันไฟฟ้าอินพุตเท่ากับ +10 โวลต์ จะทำให้วัฏจักรหน้าที่เท่ากับ 100% มอเตอร์จะหมุนตามเข็มนาฬิกาด้วยความเร็วสูงสุด
- ถ้าแรงดันไฟฟ้าอินพุตเท่ากับ 0 โวลต์ จะทำให้วัฏจักรหน้าที่เท่ากับ 50% มอเตอร์จะหยุดหมุน
- ถ้าแรงดันไฟฟ้าอินพุตเท่ากับ -10 โวลต์ จะทำให้วัฏจักรหน้าที่เท่ากับ 0% มอเตอร์จะหมุนทวนเข็มนาฬิกาด้วยความเร็วสูงสุด

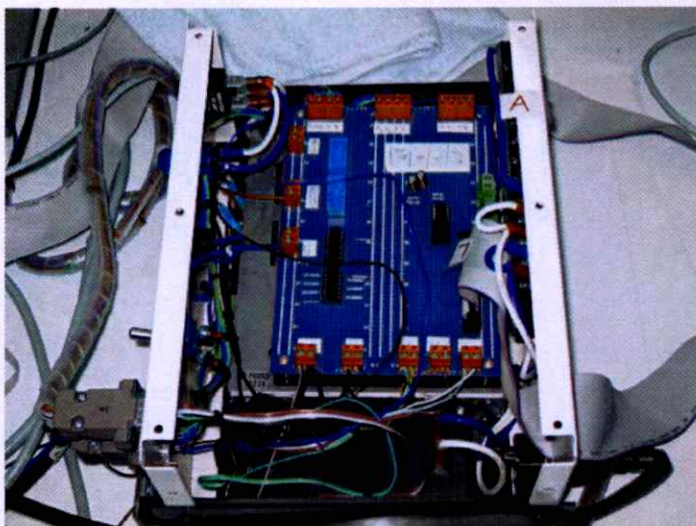


รูปที่ ก.4 สัญญาณ PWM ของวงจรขับกระแสของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถราง

ภาพถ่ายของวงจรขับกระแสของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถรางที่นำมาใช้งานในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้แสดงได้ดังรูปที่ ก.5

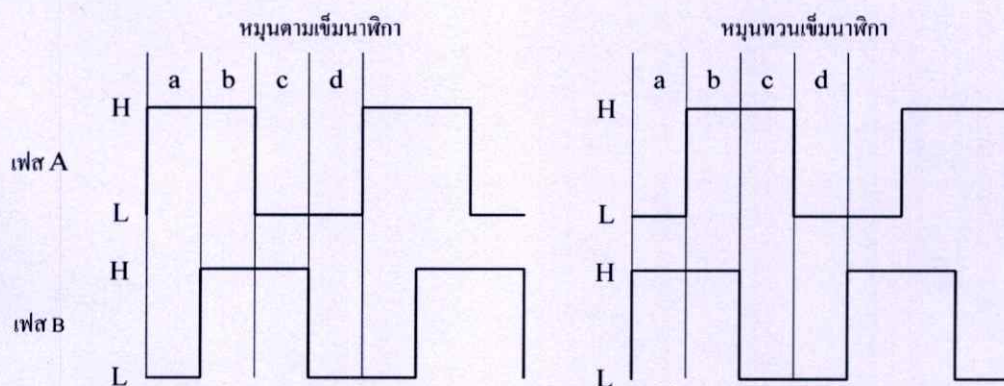
ก.5 เอนโคเดอร์แบบหมุน

เอนโคเดอร์ (encoder) เป็นส่วนประกอบที่สำคัญในระบบควบคุมที่มีการป้อนกลับของสัญญาณ เนื่องจากสัญญาณป้อนกลับที่ส่งมาจากเอนโคเดอร์ตานั้น สามารถนำมาวิเคราะห์เพื่อหาคุณสมบัติของระบบหรือสามารถบอกสถานะของระบบนั้นได้ว่าเป็นอย่างไร โดยนำสัญญาณป้อนกลับที่ได้นี้มาคำนวณเพื่อหาสัญญาณควบคุมให้กับระบบนั้นทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ



รูปที่ ก.5 วงจรขับกระแสของมอเตอร์สำหรับการเคลื่อนที่ของรถราง

เอนโคเดอร์ที่ใช้ในระบบอินเวอร์ทเพนคูล์มบนรถจะเป็นเอนโคเดอร์แบบหมุน (rotary encoder) ที่มีความละเอียด 2000 พัลส์ต่อการหมุน 1 รอบ (360 องศา) โดยเมื่อเอนโคเดอร์หมุนจะทำให้เกิดสัญญาณพัลส์ขึ้นที่ขา A และ B ของเอนโคเดอร์ซึ่งต่างเฟสกันอยู่ 90 องศา ซึ่งสัญญาณทั้งสองนี้จะถูกขยายและส่งเข้าสู่วงจรรับ ซึ่งวงจรรับจะแบ่งสัญญาณพัลส์ทั้งสองออกเป็น 4 ส่วน แสดงดังรูปที่ ก.6 ดังนั้นจะทำให้ความละเอียดของสัญญาณพัลส์เพิ่มขึ้นเป็น 4 เท่า นั่นคือเท่ากับ 8000 พัลส์ต่อการหมุน 1 รอบ ดังนั้นความละเอียดของมุมที่วัดได้ คือ $360/8000 = 0.045$ องศาต่อสัญญาณ 1 พัลส์

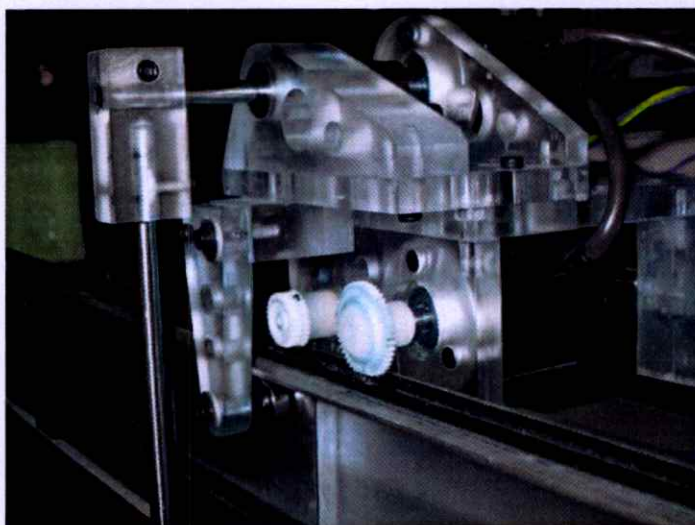


รูปที่ ก.6 ลักษณะของสัญญาณพัลส์ที่เกิดขึ้นเมื่อเอนโคเดอร์หมุน

ก.5.1 เอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งของรถราง

เอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งของรถราง ถูกติดตั้งอยู่บริเวณส่วนล่างของตัวรถราง โดยที่เพลลาของเอนโคเดอร์แบบหมุนจะต่ออยู่กับเฟืองพลาสติกกลม โดยที่เฟืองพลาสติก

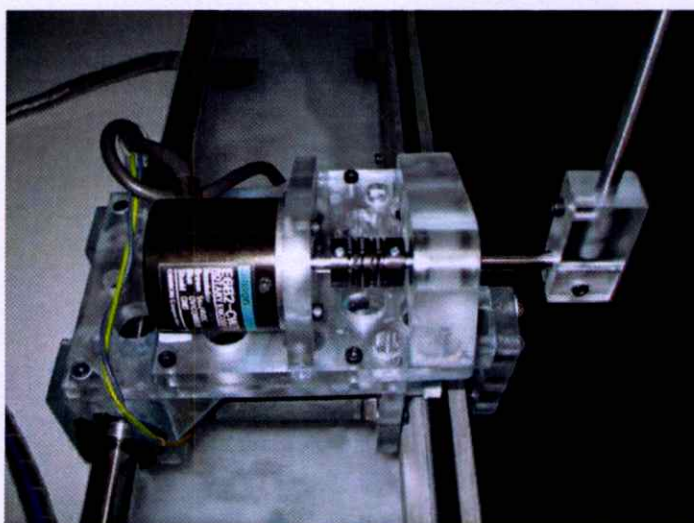
กลมนี้อยู่กับเฟืองสะพานของรถราง การติดตั้งเอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งของรถราง แสดงดังรูปที่ ก.7



รูปที่ ก.7 การติดตั้งเอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดตำแหน่งรถราง

ก.5.2 เอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมของแท่งเพนดูลัม

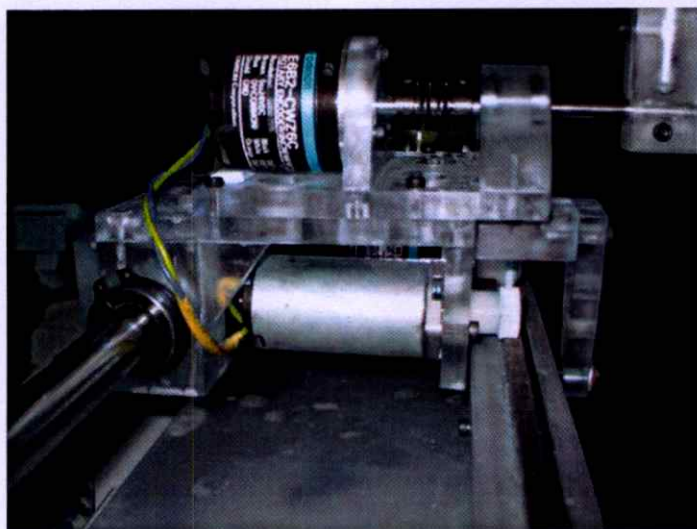
เอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมของแท่งเพนดูลัมจะติดตั้งอยู่ที่บริเวณส่วนบนของตัวรถราง โดยที่เพลาของเอนโคเดอร์แบบหมุนจะต่ออยู่แท่งเพนดูลัมด้วยตัวเชื่อมต่อพลาสติก และเพลาของแท่งเพนดูลัมนี้สามารถหมุนได้อิสระในระนาบของแกนแนวตั้ง การติดตั้งเอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมของแท่งเพนดูลัม แสดงดังรูปที่ ก.8



รูปที่ ก.8 การติดตั้งเอนโคเดอร์แบบหมุนสำหรับวัดมุมของแท่งเพนดูลัม

ก.6 ระบบส่งกำลังของรถราง

ระบบส่งกำลังของรถรางประกอบด้วยมอเตอร์กระแสตรงขนาด 24 โวลต์ 4 แอมแปร์เป็นตัวส่งกำลัง โดยเพลลาของมอเตอร์กระแสตรงถูกต่ออยู่กับเฟืองพลาสติกกลมซึ่งขบอยู่กับเฟืองของรางรถ ข้อดีของระบบส่งกำลังแบบใช้เฟืองนี้ คือ มีค่าแรงเสียดทานในระบบต่ำเมื่อเทียบกับระบบส่งกำลังแบบใช้สายพาน จึงไม่จำเป็นต้องใช้มอเตอร์ขนาดใหญ่และไม่มีการสะสมพลังงานในสายพานเมื่อมอเตอร์หมุนซึ่งเป็นสาเหตุของการเกิดเรโซแนนซ์ (resonance) ของระบบส่งกำลัง โดยระบบส่งกำลังของรถรางแสดงดังรูปที่ ก.9



รูปที่ ก.9 ระบบส่งกำลังของรถราง

ภาคผนวก ข.

โปรแกรมที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมและการทดลอง

ข.1 โปรแกรมหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ

โปรแกรมหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถ พัฒนาโดย อาศัยโปรแกรม MATLAB ดังนี้

```
syms th thd x xd Ft M m l g c;

A=M+m;
B=-1*m*1*cos(th);
C=Ft-(c*xd)-(m*1*sin(th)*thd^2);
D=-1*cos(th);
E=1;
F=g*sin(th);

del=(A*E)-(B*D);
fn1=((C*E)-(B*F))/del;      % x double dot
fn2=((A*F)-(C*D))/del;      % theta double dot

a31=diff(fn1,x);
a32=diff(fn1,th);
a33=diff(fn1,xd);
a34=diff(fn1,thd);
ac31=subs(a31,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0 0]);
ac32=subs(a32,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0 0]);
ac33=subs(a33,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0 0]);
ac34=subs(a34,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0 0]);
a41=diff(fn2,x);
a42=diff(fn2,th);
a43=diff(fn2,xd);
a44=diff(fn2,thd);
ac41=subs(a41,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0 0]);
ac42=subs(a42,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0 0]);
ac43=subs(a43,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0 0]);
ac44=subs(a44,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0 0]);
Ac=[0 0 1 0;
    0 0 0 1;
    ac31 ac32 ac33 ac34;
    ac41 ac42 ac43 ac44]

b31=diff(fn1,Ft);
b41=diff(fn2,Ft);
bc31=subs(b31,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0 0]);
bc41=subs(b41,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0 0]);
Bc=[0; 0; bc31; bc41]

Cc=[1 0 0 0; 0 1 0 0]

Dc=zeros(4,1)
```

ข.2 โปรแกรมหาพารามิเตอร์ของตัวควบคุม

โปรแกรมหาพารามิเตอร์ของตัวควบคุมตามหลักการการควบคุมพลังงานและตัวควบคุม เซอร์โวป้องกันกลับสถานะที่ออกแบบด้วย CDM พัฒนาโดยอาศัยโปรแกรม MATLAB ดังนี้

```
% ----- parameters ----- %
M=0.642;
m=0.123;
l=0.25;      % Don't forget to change in omnp
g=9.81;     % Don't forget to change in omnp
c=0.195;    % 0.165 0.195 2.14

% ----- energy controller ----- %
c0=0.9;
si=1.2;
wn=sqrt(g/l);
oma=wn/c0;
f1=oma^2;
f2=2*si*oma;
[ME,P]=bode(f1,[1 f2 f1],wn); % gain&phase lag of f1/(s^2+f2*s+f1^2)
gwn=ME;
pwn=-P*pi/180;

% ----- linearization ----- %
syms th thd x xd Ft;

A=M+m;
B=-1*m*l*cos(th);
C=Ft-(c*xd)-(m*l*sin(th)*thd^2);
D=-1*cos(th);
E=1;
F=g*sin(th);

del=(A*E)-(B*D);
fn1=((C*E)-(B*F))/del;
fn2=((A*F)-(C*D))/del;

Ac=zeros(4);
Ac(1,3)=1; Ac(2,4)=1;
a31=diff(fn1,x);
a32=diff(fn1,th);
a33=diff(fn1,xd);
a34=diff(fn1,thd);
ac31=subs(a31,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0 0]);
ac32=subs(a32,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0 0]);
ac33=subs(a33,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0 0]);
ac34=subs(a34,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0 0]);
Ac(3,1)=double(ac31);
Ac(3,2)=double(ac32);
Ac(3,3)=double(ac33);
Ac(3,4)=double(ac34);

a41=diff(fn2,x);
```

```

a42=diff(fn2,th);
a43=diff(fn2,xd);
a44=diff(fn2,thd);
ac41=subs(a41,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0]);
ac42=subs(a42,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0]);
ac43=subs(a43,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0]);
ac44=subs(a44,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0]);
Ac(4,1)=double(ac41);
Ac(4,2)=double(ac42);
Ac(4,3)=double(ac43);
Ac(4,4)=double(ac44);
Ac;

Bc(1,1)=0; Bc(2,1)=0;
b31=diff(fn1,Ft);
b41=diff(fn2,Ft);
bc31=subs(b31,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0]);
bc41=subs(b41,'x,th,xd,thd,Ft',[0 0 0 0]);
Bc(3,1)=double(bc31);
Bc(4,1)=double(bc41);
Bc;

Cc=zeros(4);
Cc(1,3)=1;
Cc;

Dc=zeros(4,1);

% ----- linear plant model ----- %
AA=Ac;
BB=Bc;
CC=[1 0 0 0];
DD=Dc;

% ----- linear plant model with servo ----- %
Asv=[AA zeros(4,1);
      -CC zeros(1,1)];
Bsv=[BB; 0];

% ----- servo state feedback controller design by cdm ----- %
g1=2.67; %2.66833908; %2.5;
g2=1.91; %1.90612611; %2;
g3=1.63; %1.63232646; %2;
g4=5.39; %5.38544161; %2;
gf=2;
tau=1.1; %1.09587451;

d0=(gf*g4^2*g3^3*g2^4*g1^5)/tau^5;
d1=d0*tau;
d2=(d1*tau)/g1;
d3=(d1*tau^2)/(g2*g1^2);
d4=(d1*tau^3)/(g3*g2^2*g1^3);
d5=(d1*tau^4)/(g4*g3^2*g2^3*g1^4);

```

```
P_cdm=[d5 d4 d3 d2 d1 d0];
R_cdm=roots(P_cdm);
```

```
Qc=[Bsv Asv*Bsv Asv^2*Bsv Asv^3*Bsv Asv^4*Bsv];
P_a=poly(Asv);
a0=P_a(6);a1=P_a(5);a2=P_a(4);a3=P_a(3);a4=P_a(2);a5=P_a(1);
```

```
Mm=[a1 a2 a3 a4 1;
     a2 a3 a4 1 0;
     a3 a4 1 0 0;
     a4 1 0 0 0;
     1 0 0 0 0];
```

```
T=Qc*Mm;
Tinv=inv(T);
Ata=Tinv*Asv*T;
Bta=Tinv*Bsv;
Kz=place(Ata,Bta,R_cdm);
Kwsv=Kz*Tinv;
K=Kwsv(1:4)
Ksv=-Kwsv(5)
```

ข.3 โปรแกรมควบคุมชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในห้องปฏิบัติการ

โปรแกรมควบคุมชุดทดลองระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถในห้องปฏิบัติการ ซึ่งอาศัยหลักการนำเสนอ เพื่อควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมบนรถพัฒนาโดยโปรแกรมภาษาซี ดังโปรแกรมต่อไปนี้

```
#include <stdio.h> // for enoder
#include <bios.h> // for enoder
#include <conio.h> // for enoder
#include <stdlib.h> // for D/A
#include <string.h> // for D/A
#include <time.h> // for D/A
#include <dos.h> // for D/A
#include <process.h> // for D/A
#include <math.h> // for D/A
#include "DA.H" // for D/A
#include "GETBAR.H" // for enoder

void interrupt (*oldIrq3)(void);
void interrupt countToggle(void);

#define drive_port 0x378 // Number of drive port
#define file_out "c:\\data.m" // open file (name is data.m)
#define cls(l); { short i; for(i=1; i<25; i++) lineclr(i); } // for D/A
#define Locate(x,y) printf("\x1b[%d;%dH", (y)+1, (x)+1) // for D/A
#define lineclr(l) printf("\x1b[s\x1b[%d;1H\x1b[OK\x1b[u", l+1) // for D/A
#define range DA_10V // for D/A
#define IRQ3 0x0B /* IRQ3 address */
```

```

PCI_CONFIG PciData;           // for enoder

DASMPLCHREQ SmplChReq[2];    // for D/A
DABOARDSPEC BoardSpec;      // for D/A
HANDLE OpenBoard(void);      // for D/A
void INITIAL_DTOA(void);     // for D/A
void CLOSE_DTOA(void);       // for D/A

    int hexout = 2047;
    float volt = 0.0;
    WORD DaData[1];
    int swith = 1;
    int key = 0;
    int key_1 = 0;
    long count = 0;
    float time_r = 0.0;
    HANDLE hDevice;

// ----- parameters for friction compensation -----
    float f_hat = 0.0;
    float fs2 = 0.13 ;
    float fc2 = 0.097 ;
    float fs1 = 0.19 ;
    float fc1 = 0.136 ;

// ----- parameters of encoder -----
    int adr0,adr1,bus_info = 0.0;
    int lByte = 0.0;
    int mByte = 0.0;
    int hByte = 0.0;
    long dwCounter1 = 0.0;
    long dwCounter2 = 0.0;
    long dwCounter3 = 0.0;
    int direction_1 = 0.0;
    int direction_2 = 0.0;

// ----- parameters of controller -----
    float distance = 0.00;
    float step_time = 0.001;
    float eer = 0.00;
    float eer_old = 0.00;
    float x = 0.00;
    float x_old = 0.00;
    float x_dot = 0.00;
    float th_1_old = 0.00;
    float th_1 = 0.00;
    float th_1_dot = 0.00;
    float ui_old = 0.00;
    float ui = 0.00;
    float u = 0.00;

// ----- controller gains -----
    float ke_1 = -57; //-180.6169;
    float ke_2 = 71.4041; //147.4436;
    float ke_3 = -26.9412; //-64.5080;

```

```
float ke_4 = 12.7521; //26.7693;
float ksv = 52.1483; //240.8225;
```

```
float setpoint = 0.0;
```

```
float m = 0.123;
float l = 0.25;
float g = 9.81;
float k = 100.00;
float e = 0.00;
float wt = 0;
float M = 0.642;
float wnp = 0;
float frt = 0;
float a = 0;
float V = 0;
float rd = 0;
float u0 = 0;
float ep1 = 0.1;
float ep2 = 0.25;
float a0 = 0.12;
float b0 = 0.3;
```

```
// Parameter alpha0 is set to 0.12 and 0.07.
```

```
//-----
//----- Function void main() -----
//-----
```

```
int main(void)
```

```
{
```

```
//----- open file -----
```

```
FILE *data_fout;
clrscr();
data_fout = fopen(file_out,"wt+");
fprintf(data_fout,"sm = [\n");
```

```
//----- Initial D/A Card (PCI-3345A) -----
```

```
INITIAL_DTOA();
hDevice = OpenBoard();
DaGetDeviceInfo(hDevice, &BoardSpec);
SmplChReq[0].ulChNo = 1;
SmplChReq[0].ulRange = range;
```

```
//-----Initial Encoder Card (PCI-6201E) -----
```

```
PciGetConfigRegEx(1, 0x1147, 6201, 0x1147, 0x0011,&bus_info, &PciData);
adr0=PciData.BaseAddresses[0]&0xfffc;
adr1=PciData.BaseAddresses[1]&0xfffc;
outp(adr0+0x08,0x06); // set timer for encoder 1
outp(adr0+0x09,0x06); // set timer for encoder 2
outp(adr0+0x0A,0x06); // set timer for encoder 3
outp(adr0+0x0d,0x01); // reset counter
```

```
//-----
//----- START PROGRAM -----
//-----
```

```

// *** Show measured data only when the keyboard is not hit. *** //
while( !kbhit()
{
// ----- read data of encoder_2 (th_1) -----
  outp(adr0+0x0c,0xAA);
  lByte=inp(adr0+0x01);
  mByte=inp(adr0+0x01);
  hByte=inp(adr0+0x01);
  dwCounter2= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);

// ----- read data of encoder_1 (distance) -----
  outp(adr0+0x0c,0xAA);
  lByte=inp(adr0+0x00);
  mByte=inp(adr0+0x00);
  hByte=inp(adr0+0x00);
  dwCounter1= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);

// ----- modify data of encoder_2 (th_1) -----
  if ( dwCounter2 > 0x7ffff )
  {
    direction_1 = 2;
    dwCounter2 = 0xfffff - dwCounter2;
  }
  else
  {
    direction_1 = 1;
  }

  while ( dwCounter2 > 8000 )
  {
    dwCounter2 = dwCounter2 - 8000;
  }
  if ( direction_1 == 2 )
  {
    dwCounter2 = 8000 - dwCounter2;
  }

  dwCounter2 = dwCounter2 - 4000;

  th_1 = dwCounter2*0.045;      // 1 pulse = 0.045 degree

  if ( th_1 < 0 )
    { th_1 = 360 + th_1; }
  th_1 = th_1*0.0175;          // convert from degree to radian
  if (abs(th_1)>100)
    { th_1=th_1_old; }

// ----- modify data of encoder_1 (Distance) -----
  if ( dwCounter1 > 0x7ffff )
  {
    dwCounter1 = 0xfffff - dwCounter1;
  }
  else
  {
    dwCounter1 = dwCounter1*-1;
  }
}

```

```

    }
    distance = dwCounter1*0.0000083437;
//-----

    printf(" distance :%06lX ", dwCounter1);
    printf(" :%3.4lf ", distance);
    printf(" th_1 :%3.4lf \n", th_1);
}

// *** When the keyboard is hit, start the control program. *** //
if ( th_1 < 0 )
    { th_1 = th_1 * -1; }
th_1_old = th_1;
x_old = distance;

oldIrq3 = getvect(IRQ3);          /* save the old interrupt vector */
setvect(IRQ3, countToggle);      /* install the new interrupt handler */
outportb(0x21, ( inportb(0x21) & 0xF7 ) ); /* Unmask (Enable) IRQ3 */

label:

if ( key_1 == 1 )
    { goto out_5; }

if ( key == 0 )
    { goto out_3; }

while( key == 1 )
{
// ----- modify data of encoder_2 (th_1) -----
if ( dwCounter2 > 0x7ffff )
    {
        direction_1 = 2;
        dwCounter2 = 0xfffff - dwCounter2;
    }
else
    {
        direction_1 = 1;
    }
while ( dwCounter2 > 8000 )
    {
        dwCounter2 = dwCounter2 - 8000 ;
    }
if ( direction_1 == 2 )
    {
        dwCounter2 = 8000 - dwCounter2;
    }
dwCounter2 = dwCounter2 - 4000;

th_1 = dwCounter2*0.045;          // 1 pulse = 0.045 degree

if ( th_1 < 0 )
    { th_1 = 360 + th_1; }
th_1 = th_1 * 0.0175;            // convert from degree to radian
if (abs(th_1-th_1_old)>7)

```

```

    { th_1=th_1_old; }
// ----- modify data of encoder_1 (Distance) -----
if ( dwCounter1 > 0x7ffff )
{
    dwCounter1 = 0xfffff - dwCounter1;
}
else
{
    dwCounter1 = dwCounter1*-1;
}
distance = dwCounter1*0.0000083437;
x = distance;
if (abs(x-x_old)>0.1)
    { x=x_old; }

//-----
th_1_dot = ( th_1 - th_1_old )/step_time;
x_dot = ( x - x_old )/step_time;

//-----
//----- swinging up controller -----
//-----
wt = wt+step_time;
wnp = 6.2642/(10*abs(th_1-3.14159)*abs(th_1-3.14159)+1);
frt = wnp*wt;
V = (0.5*m*I*I*th_1_dot*th_1_dot)+(m*g*I*(cos(th_1)-1));
If (abs(V-0) >= b0)
{
    if (V > 0)
        { a = a0; }
    else { a = -1*a0; }
}
else
{
    a = a0*V/b0;
}
rd = (a/0.4612)*sin(frt-3.14159+1.4831);
u0 = (M+m*sin(th_1)*sin(th_1))*(48.4444*(rd-x)-16.7045*x_dot)
    +2.14*x_dot+m*I*sin(th_1)*th_1_dot*th_1_dot-
    m*g*cos(th_1)*sin(th_1);
u = 100*u0;

// ----- compensate friction -----
if (x_dot == 0)
{
    if (u >= 0)
        f_hat = fs1;
    else
        f_hat = -fs2;
}
else
{
    if (x_dot > 0)
        f_hat = fc1;
    if (x_dot < 0)
        f_hat = -fc2;
}

```

```

volt = u + f_hat ;

// ----- modify output commad voltage -----
volt = volt*1.00;
if (volt > 10)
    volt = 10;
if (volt < -10)
    volt = -10;
// ----- send out commad voltage -----
hexout=((volt+10)/20)*4095;
DaData[0] = hexout;
DaOutputDA( hDevice, 1, &SmplChReq[0], &DaData[0] );

// ----- check the switching condition -----
If ( ((th_1>=0)&&(th_1<=0.56)&&(th_1_dot>=-3)&&(th_1_dot<=0)) ||
      ((th_1>=-0.56)&&(th_1<=0)&&(th_1_dot>=0)&&(th_1_dot<=3)) ||
      ((th_1>=0.56)&&(th_1<=0.8)&&(th_1_dot<=-4.5)) ||
      ((th_1>=-0.8)&&(th_1<=-0.56)&&(th_1_dot>=4.5)) )
{
    key_1 = 1;
    key = 0;

    if (th_1 > 3.14159)
    {
        th_1 = 3.14159 - th_1;
        th_1_old = 3.14159 - th_1_old;
        printf("SWITCHED th_1 = %3.4lf \n", th_1);
    }

    step_time1=step_time;
    goto out_2;
}

eer_old = eer;
x_old = x;
th_1_old = th_1;

// ----- write data (time_r, distance, th_1, volt) to the file -----
fprintf(data_fout,"%4.4f %4.4f %4.4f %4.4f % \n",time_r,x,th_1,volt);
time_r = time_r + step_time;

// -----set key off -----
key = 0;
count = 0;
}

if ( key_1 == 0 )
    { goto out_3; }

out_2 :

// ----- read data of encoder_2 (th_1) -----
outp(adr0+0x0c,0xAA);
lByte=inp(adr0+0x01);
mByte=inp(adr0+0x01);

```

```

hByte=inp(adr0+0x01);
dwCounter2= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);

// ----- read data of encoder_1 (distance) -----
outp(adr0+0x0c,0xAA);
lByte=inp(adr0+0x00);
mByte=inp(adr0+0x00);
hByte=inp(adr0+0x00);
dwCounter1= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);

// -----modify data of encoder_2 (th_1) -----
if ( dwCounter2 > 0x7ffff )
{
    direction_1 = 2;
    dwCounter2 = 0xfffff - dwCounter2;
}
else
{
    direction_1 = 1;
}
while ( dwCounter2 > 8000 )
{
    dwCounter2 = dwCounter2 - 8000;
}
if ( direction_1 == 2 )
{
    dwCounter2 = 8000 - dwCounter2;
}
dwCounter2 = dwCounter2 - 4000;
th_1 = dwCounter2*0.045;          // 1 pulse = 0.045 degree
th_1 = th_1 * 0.0175;           // convert from degree to radian

// ----- modify data of encoder_1 (Distance) -----
if ( dwCounter1 > 0x7ffff )
{
    dwCounter1 = 0xfffff - dwCounter1;
}
else
{
    dwCounter1 = dwCounter1*-1;
}
distance = dwCounter1*0.0000083437;

//-----
th_1_old = th_1;
x_old = distance;

out_5 :

while( key == 1 )
{

// ----- modify data of encoder_2 (th_1) -----
if ( dwCounter2 > 0x7ffff )
{

```

```

    direction_1 = 2;
    dwCounter2 = 0xffff - dwCounter2;
}
else
{
    direction_1 = 1;
}
while ( dwCounter2 > 8000 )
{
    dwCounter2 = dwCounter2 - 8000;
}
if ( direction_1 == 2 )
{
    dwCounter2 = 8000 - dwCounter2;
}
dwCounter2 = dwCounter2 - 4000;
th_1 = dwCounter2*0.045;        // 1 pulse = 0.045 degree
th_1 = th_1 * 0.0175;         // convert from degree to radian
if (abs(th_1-th_1_old)>7)
    { th_1=th_1_old; }

// ----- modify data of encoder_1 (Distance) -----
if ( dwCounter1 > 0x7ffff )
{
    dwCounter1 = 0xffff - dwCounter1;
}
else
{
    dwCounter1 = dwCounter1*-1;
}
distance = dwCounter1*0.0000083437;
x = distance;
if (abs(x-x_old)>0.1)
    { x=x_old; }

//-----stabilizing controller -----
eer = setpoint - x;
x_dot = ( x - x_old )/step_time;
th_1_dot = ( th_1 - th_1_old )/step_time;
ui = ui_old + ( eer_old + eer )*step_time/2;
u = -(ke_1*x + ke_2*th_1 + ke_3*x_dot + ke_4*th_1_dot) - ksv*ui;

// ----- compensate friction -----
if (x_dot == 0)
{
    if (u >= 0)
        f_hat = fs1;
    else
        f_hat = -fs2;
}
else
{
    if (x_dot > 0)
        f_hat = fc1;
    if (x_dot < 0)

```

```

    f_hat = -fc2;
}
volt = u + f_hat;

// ----- keep data for the next loop -----
ui_old = ui;
eer_old = eer;
x_old = x;
th_1_old = th_1;

// ----- modify command voltage -----
volt = volt*0.38;
if (volt > 10)
    volt = 10;
if (volt < -10)
    volt = -10;

// ----- send out command voltage -----
hexout=((volt+10)/20)*4095;
DaData[0] = hexout;
DaOutputDA( hDevice, 1, &SmplChReq[0], &DaData[0] );

// ----- write data (time_r, distance, th_1, volt) to the file -----
fprintf(data_fout,"%4.4f %4.4f %4.4f %4.4f % \n",time_r,x,th_1,volt);
time_r = time_r + step_time;

// ----- set key off -----
key = 0;
count = 0;
}

out_3 :

if ( count <= 0xfffff)
{
    count = count + 1;
    goto label;
}
else
{
    setvect(IRQ3, oldIrq3);
    outportb(0x21, (inportb(0x21) | 0x08) );    // disable IRQ3

    fprintf(data_fout,"];\n");                // end of file with "];"

    outp(drive_port,0);
    DaClose(hDevice);
    CLOSE_DTOA();
}
return(0);
}

//-----
// ----- This ISR should execute each time IRQ3 goes high -----
//-----

```

```

void interrupt countToggle(void)
{
    disable();

    // ----- read data of encoder_3 (not used) -----
    outp(adr0+0x0c,0xAA);
    lByte=inp(adr0+0x02);
    mByte=inp(adr0+0x02);
    hByte=inp(adr0+0x02);
    dwCounter3= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);

    // ----- read data of encoder_2 (th_1) -----
    outp(adr0+0x0c,0xAA);
    lByte=inp(adr0+0x01);
    mByte=inp(adr0+0x01);
    hByte=inp(adr0+0x01);
    dwCounter2= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);

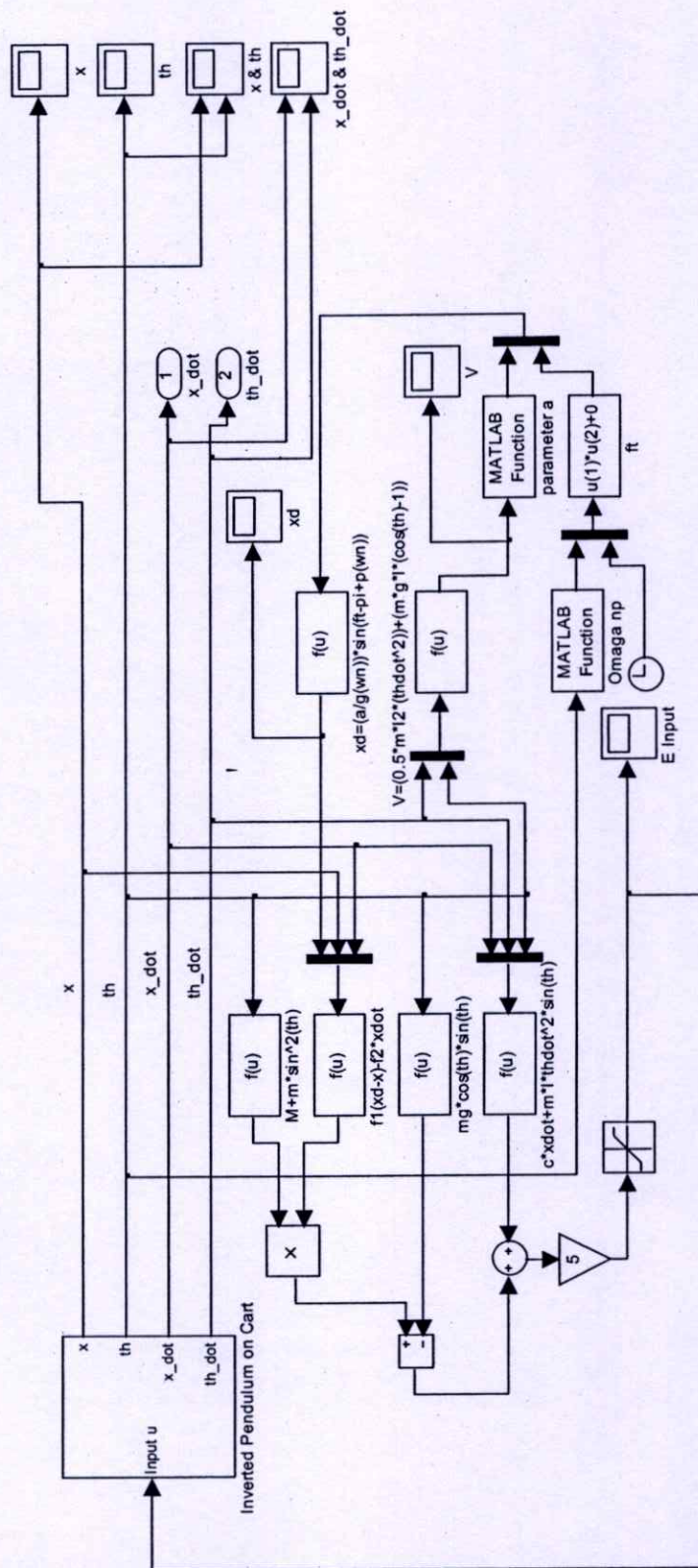
    // ----- read data of encoder_1 (distance) -----
    outp(adr0+0x0c,0xAA);
    lByte=inp(adr0+0x00);
    mByte=inp(adr0+0x00);
    hByte=inp(adr0+0x00);
    dwCounter1= lByte+(( long)mByte << 8)+(( long)hByte<<16);
    //-----

    key = 1;
    outportb(0x20, 0x20);    // send EOI signal
    enable();    -
}

//----- //
// ----- Functions for D/A ----- //
//----- //
HANDLE OpenBoard(void)
{
    HANDLE hDevice;
    hDevice = DaOpen(3345, 0x0001, 0);
    return hDevice;
}
//----- //
void CLOSE_DTOA(void)
{
    char *pString;
    pString = "/R";
    spawnl(P_WAIT,"dadrvi.exe",pString,NULL);
}
//----- //
void INITIAL_DTOA(void)
{
    char *pString;
    pString = "/B=1"
    spawnl(P_WAIT,"dadrvi.exe",pString,NULL);
}
//----- //

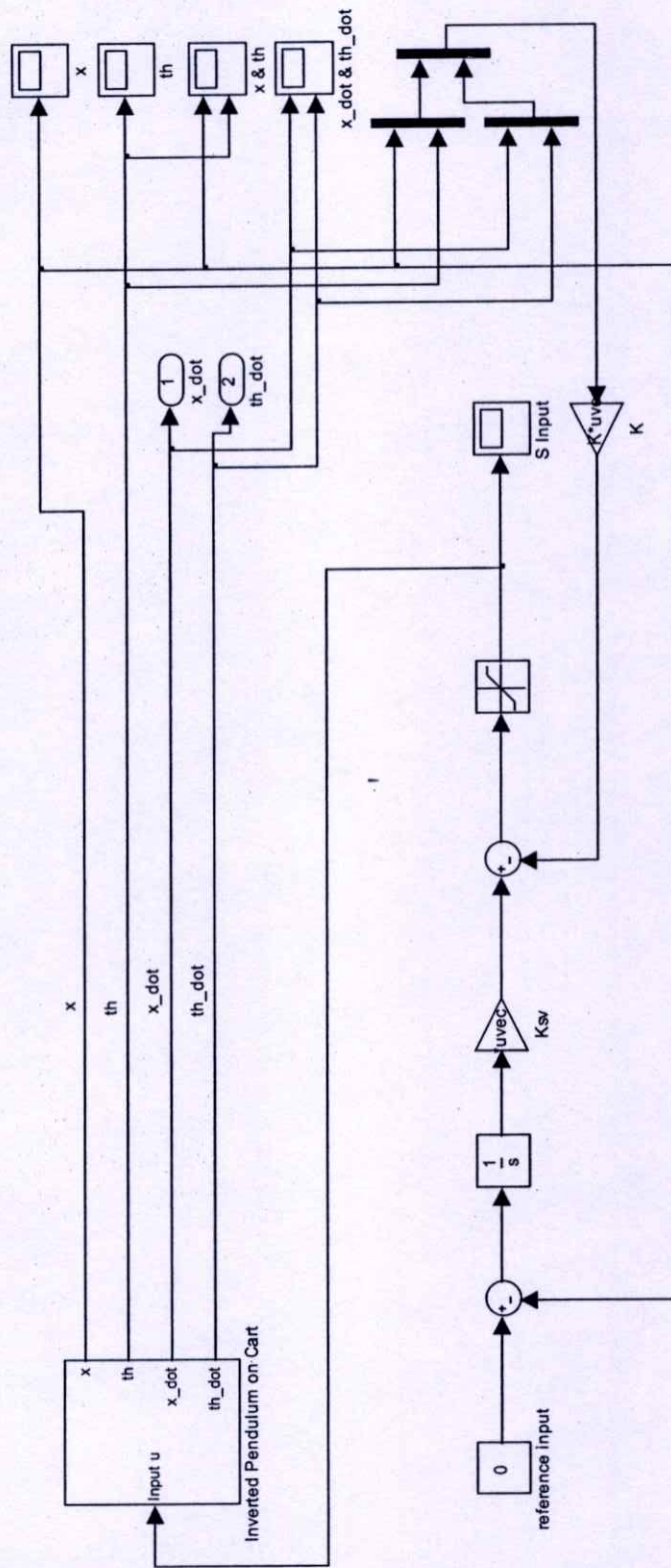
```

ข.4 แบบจำลองการทำงานของตัวควบคุมการเหวียงขึ้นของแท่งเพนดูลัม
(โปรแกรม Simulink)



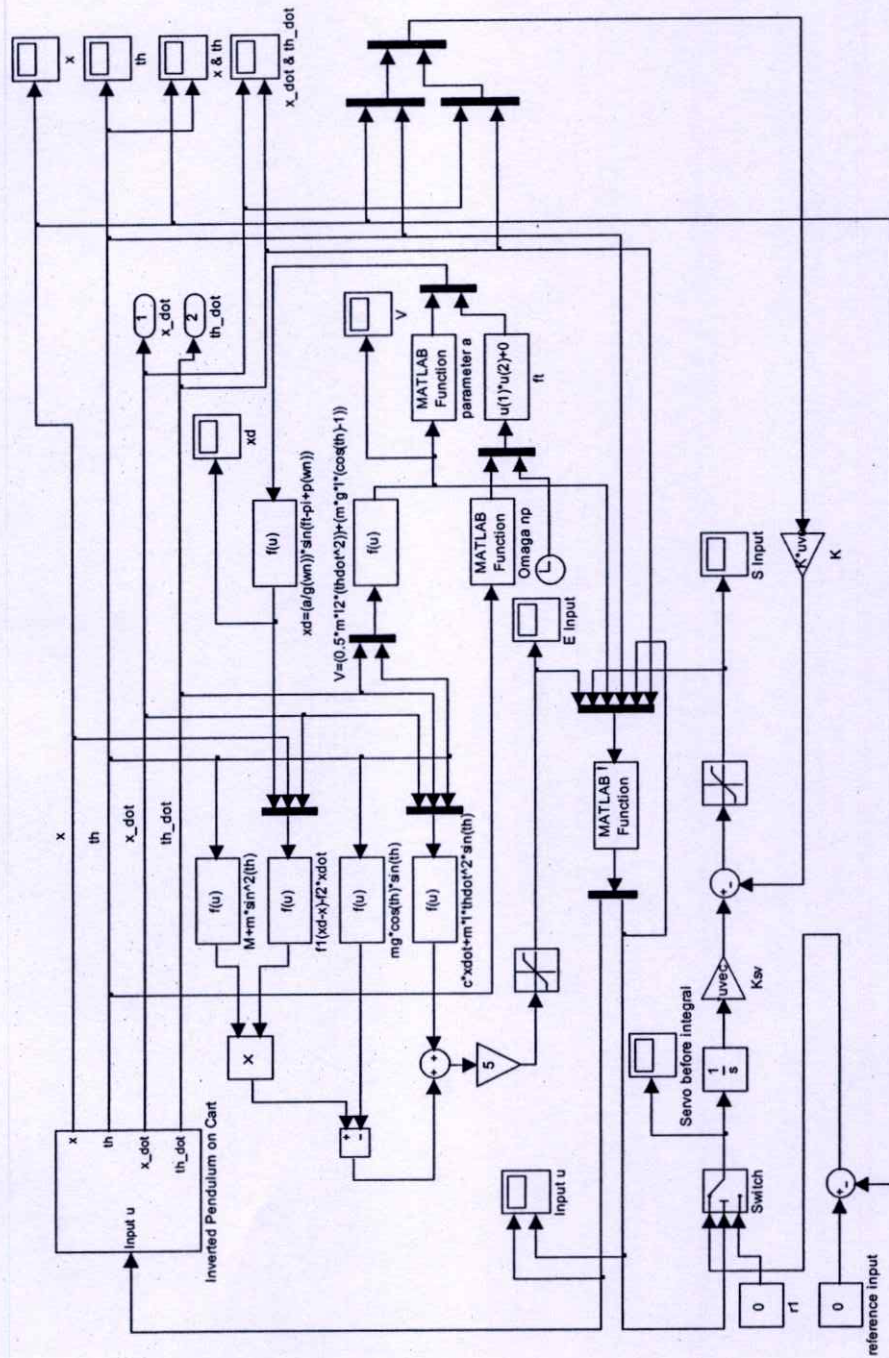
รูปที่ ข.1 แบบจำลองการทำงานของตัวควบคุมการเหวียงขึ้น

ข.5 แบบจำลองการทำงานของตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของแท่งเพนดูลัม (โปรแกรม Simulink)



รูปที่ ข.2 แบบจำลองการทำงานของตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพ

ข.6แบบจำลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริด
(โปรแกรม Simulink)



รูปที่ ข.3 แบบจำลองการทำงานของตัวควบคุมไฮบริด

ภาคผนวก ก.
ผลงานที่ได้รับการตีพิมพ์



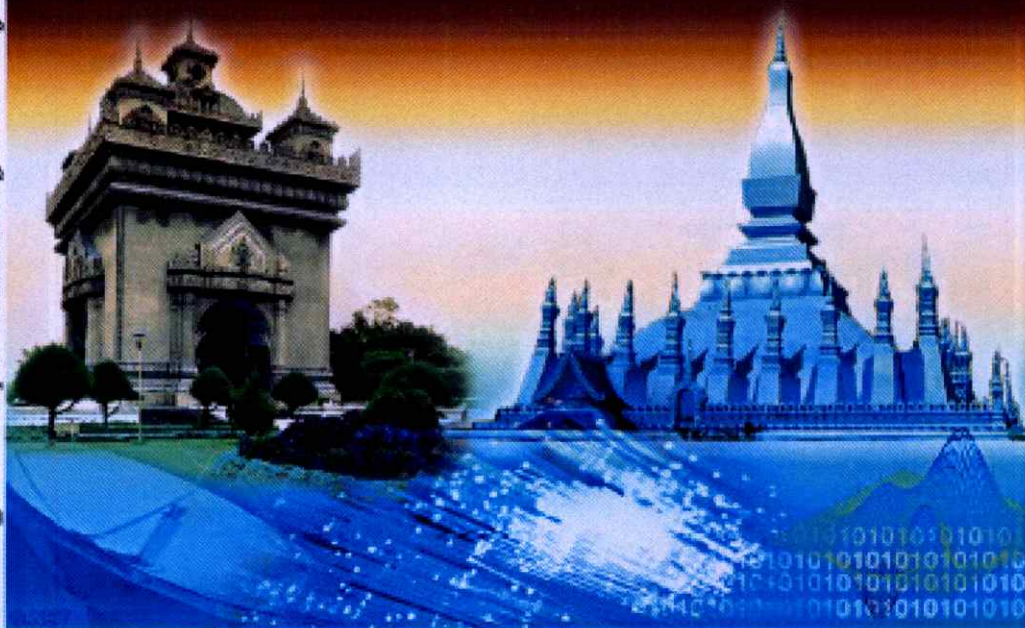
ISCIT 2008

INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON COMMUNICATIONS AND
INFORMATION TECHNOLOGIES 2008

October 21-23, 2008

Don Chan Palace, Vientiane, Lao PDR

ISCIT 2008 INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON COMMUNICATIONS AND INFORMATION TECHNOLOGIES



PROGRAM AND ABSTRACT BOOK



Everywhere you imagine.

Implementation of Swinging-up and Stabilizing Controllers for Inverted Pendulum on Cart System

Ekachai Asa¹, Taworn Benjanarasuth¹, Songmoung Nundrakwang¹, Jongkol Ngamwiwit¹ and Noriyuki Komine²

¹Faculty of Engineering and Research Center for Communications and Information Technology, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand
(Tel : +66-2-326-4221, Fax: +66-2-326-4225, E-mail: kbtaworn@kmitl.ac.th)

²Dept. of Applied Computer Engineering, School of Information Technology and Electronics, Tokai University, Hiratsuka-Shi, Kanagawa-Ken 259-1292, Japan
(Tel: +81-463-58-1211, Fax: +81-463-50-2240, E-mail: komine@keyaki.cc.u-tokai.ac.jp)

Abstract— In this paper, an implementation of swinging-up and stabilizing controllers for an inverted pendulum on cart is presented. The energy control concept is employed to swing the inverted pendulum up to around the upright position within the assigned switching condition. After that, the stabilizing controller is then switched to stabilize the inverted pendulum at the upright position. The stabilizing controller is a linear servo state feedback controller designed by Coefficient Diagram Method. The experimental results show that the designed controllers can be mutually operated with acceptable efficiency.

I. INTRODUCTION

Control of the inverted pendulum on cart is a classical problem in control theory. The structure of inverted pendulum on cart composes of a cart and pendulum where the pendulum is hinged in series to the cart via a pivot and only the cart is actuated. The motion of the pendulum has to be controlled by moving the cart back and forth within a limited travel of cart. Although the inverted pendulum on cart is easy to be described, it is not easy to be controlled given its inherent instability and nonlinear characteristics. It is also a more challenging task to autonomously move the pendulum to upright position from its pendent position and to keep it there.

In control area, there have been many studies on the inverted pendulum on cart. For instance, the method using a PD controller for swinging up the pendulum is described in [1] which controls the cart's position to pre-assigned values obtained by observation, and the method using the energy control is explained in [2] in which the limitation of the cart travels is not considered. In this paper the controller is designed based on Energy Control Method [3] to swing up the pendulum from its pendant position to around the position within a limited travel of the cart without pre-assigned cart's position and Coefficient Diagram Method (CDM) [4] to stabilize the pendulum in the upright position while maintaining the cart at a certain position.

II. MATHEMATICAL MODEL

The inverted pendulum on cart to be controlled is shown in Fig. 1. where θ is the pendulum's angle (rad), x is the cart's position (m), M is the mass of the cart (kg), m is the mass of

the pendulum (kg), l is the distance from turning center to center of mass of the pendulum (m), L is the length of the pendulum (m), c is the cart's friction coefficient (kg/s) and F is the force applied to the cart (N).

The mathematical model of inverted pendulum on cart can be derived using Lagrange's equation. First, determine the kinetic energy T and potential energy E of the system's components in terms of generalized coordinates q . Then, apply the Lagrange's equation

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right] - \frac{\partial L}{\partial q} = Q_q \quad (1)$$

where Lagrangian $L=T-E$, Q_q is generalized forces not taken into account in T and E .

For the inverted pendulum on cart, we select q as $q = [x, \theta]^T$. Then, the system dynamic can be described by Eqs. (2) ~ (3).

$$(M+m)\ddot{x} - (ml \cos \theta)\ddot{\theta} = u - c\dot{x} - ml\dot{\theta}^2 \sin \theta \quad (2)$$

$$-\cos \theta \ddot{x} + l\ddot{\theta} = g \sin \theta \quad (3)$$

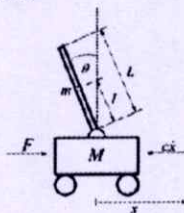


Fig. 1 Inverted pendulum on cart.

The parameters of inverted on cart in the laboratory are listed in Table 1.

Table 1 Parameter values of inverted pendulum on cart

M (kg)	m (kg)	l (m)	c (kg/s)
0.642	0.123	0.25	2.14

III. DESIGN METHOD

The overall control system structure of the inverted pendulum on cart is shown in Fig. 2.

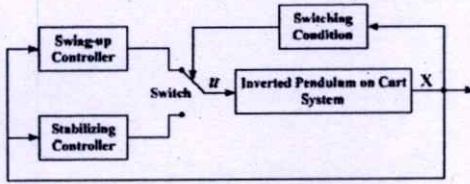


Fig. 2 Structure of the proposed control system.

In this paper, the controller design for the inverted pendulum on cart is separated into two parts. The first part is the swing-up controller design and the second part is the stabilizing controller design.

A. Swing-up Controller by Energy Control Method

The total mechanical energy V of the pendulum and its time derivative are as follows.

$$V = \frac{1}{2} ml^2 \dot{\theta}^2 + mgl(1 + \cos \theta) \quad (4)$$

$$\dot{V} = ml\dot{\theta} \cos \theta \ddot{\theta} \quad (5)$$

From Eq. (5), the value of \dot{V} depends on changing the sign of $\ddot{\theta}$ and $\dot{\theta} \cos \theta$. The purpose of energy control method is to construct a servo system having a sinusoidal reference input, which is obtained from $(\theta, \dot{\theta})$, and generate \ddot{x} satisfying the sign condition in order to control V to a prescribed value. Apply u into Eq. (2) in order to construct a servo system as

$$u = (M + m \sin^2 \theta) \{f_1 (r_d - x) - f_2 \dot{x}\} + c\dot{x} + ml\dot{\theta}^2 \sin \theta - mg \cos \theta \sin \theta \quad (6)$$

where r_d is the reference input of the servo system for x and f_1 and f_2 are given by

$$f_1 = \Omega^2, \quad f_2 = 2\zeta\Omega, \quad \Omega = \omega_n/c_0, \quad \omega_n = \sqrt{g/l} \quad (7)$$

then the transfer function from r_d to x is represented by

$$G(s) = \frac{\Omega^2}{s^2 + 2\zeta\Omega s + \Omega^2} \quad (8)$$

where ζ and c_0 are the design parameters. Let $g(\omega)$ and $\phi(\omega)$ be the gain and phase lag of $G(j\omega)$. The reference input r_d is assigned as

$$r_d(t) = \frac{a}{g(\omega_n)} \sin(\omega t - \pi + \phi(\omega_n)). \quad (9)$$

The parameter a determines the amplitude and sign of r_d and is given by

$$a = \begin{cases} \alpha_0 \operatorname{sgn}(V - V_d) & \text{if } |V - V_d| \geq b_0 \\ \alpha_0 (V - V_d) / b_0 & \text{if } |V - V_d| < b_0 \end{cases} \quad (10)$$

where $\alpha_0 > 0$ and $b_0 > 0$ are the design parameters and V_d is the mechanical energy at upright position ($V_d = 0$). And parameter α_0 is chosen smaller than the desired cart's travel. According to Eq. (10), the amplitude of parameter a is decreased as V approaches V_d . The parameter b_0 is a number that determines the time when the amplitude of parameter a is decreased.

B. Stabilizing Controller by Coefficient Diagram Method

In order to stabilize the inverted pendulum at the upright position, the servo state feedback is employed and its design is based on CDM concept.

CDM concept

In CDM, the monic characteristic polynomial is given in the following form

$$P_n(s) = \frac{\prod_{j=1}^{n-1} \gamma_j^{r_j}}{\tau^n} \left[\left\{ \sum_{i=2}^n \left(\prod_{j=1}^{i-1} \frac{1}{\gamma_{i-j}} \right) (\tau s)^i \right\} + \tau s + 1 \right] = s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0 \quad (11)$$

where γ_i is the stability index and τ is the equivalent time constant.

The choice of stability index γ_i due to the control design specifications must satisfy the following inequality

$$\gamma_i > 1.5\gamma_i^* \quad (12)$$

where γ_i^* is the stability limit and is defined as

$$\gamma_i^* = (1/\gamma_{i-1}) + (1/\gamma_{i+1}), \quad (13)$$

where $i=1 \sim n-1$, $\gamma_0 = \gamma_n = \infty$. In general, the stability index known as standard stability index is recommended as

$$\gamma_{n-1} = \dots = \gamma_3 = \gamma_2 = 2 \quad \text{and} \quad \gamma_1 = 2.5. \quad (14)$$

The equivalent time constant τ normally can be chosen from settling time specification as

$$\tau = \frac{t_s}{(2.5 \sim 3)}. \quad (15)$$

Servo state feedback design

Linearizing Eqs. (2)-(3) around the equilibrium point $[x, \theta, \dot{x}, \dot{\theta}] = [0, 0, 0, 0]$ and substituting the parameter values as in Table 1, the linearized state-space model of the inverted pendulum on cart can be obtained as

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (16)$$

where $x(t) = [x \ \theta \ \dot{x} \ \dot{\theta}]^T$ is the state variable and

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1.880 & -3.333 & 0 \\ 0 & 46.758 & -13.333 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1.558 \\ 6.231 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

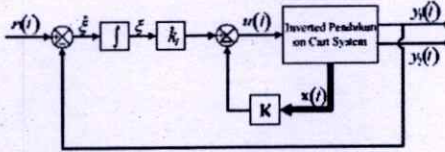


Fig. 3 Servo state feedback system.

In order to design of servo state feedback in Fig. 3, the servo state feedback gain $K_s = [K \ k_f]$ will be described first. Since only the cart's position x is used, the output matrix C of Eq. (16) is then reduced to $H = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$. Let $\xi(t)$ be the augmented state variable for the cart's position output, the servo system is then expressed as

$$\dot{x}_s(t) = A_s x_s(t) + B_s u(t) + F_s r(t) \quad (17)$$

$$\bar{y}(t) = H_s x_s(t) \quad (18)$$

where $\bar{y}(t)$ is the controlled output cart's position $y_1(t)$, $r(t)$ is the cart's position reference signal and

$$A_s = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -H & 0 \end{bmatrix}, \quad B_s = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad H_s = [H \ 0],$$

$$F_s = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x_s(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix}.$$

If the pair A_s and B_s is completely controllable, the servo system in Eq. (17) can be transformed into the controllable form by the appropriate linear transformation $x_s(t) = Tz(t)$ as [5]

$$\dot{z}(t) = A_c z(t) + B_c u(t) + F_c r(t) \quad (19)$$

where $A_c = T^{-1}A_s T$, $B_c = T^{-1}B_s$ and $F_c = T^{-1}F_s$.

The state feedback control law $u(t)$ is assigned as

$$u(t) = -K_c z(t) = -K_c x_s(t) \quad (20)$$

when $K_c = [\delta_1 \ \delta_2 \ \dots \ \delta_n]$ is the servo state feedback gain for the system in the Eq. (19) and $K_s = K_c T^{-1}$ is the servo state feedback gain for the original system in Eq. (17).

The corresponding characteristic polynomial of the closed-loop system will become

$$\begin{aligned} P_c(s) &= |sI - (A_c - B_c K_c)| = |sI - (A_s - B_s K_s)| \\ &= s^n + (\sigma_{n-1} + \delta_n) s^{n-1} + \dots + (\sigma_1 + \delta_2) s + (\sigma_0 + \delta_1) \end{aligned} \quad (21)$$

where σ_i , $i = 1 \sim n$ are the coefficients of the open-loop characteristic polynomial of the system in Eq. (17).

The design procedure for assigning the servo state feedback gain matrix K_s by CDM can be summarized as follows

1. Find the open-loop characteristic polynomial of system in Eq. (17) as

$$P_d(s) = |sI - A_s| = s^n + \sigma_{n-1} s^{n-1} + \dots + \sigma_1 s + \sigma_0 \quad (22)$$

and find the transformation matrix T .

2. Choose the equivalent time constant τ and the stability index γ , and derive the desired monic CDM characteristic polynomial as in Eq. (11).

3. Calculate the servo state feedback gain by

$$K_s = [(\alpha_0 - \sigma_0) \ (\alpha_1 - \sigma_1) \ \dots \ (\alpha_{n-1} - \sigma_{n-1})] \cdot T^{-1} \quad (23)$$

C. Switching Condition

In order to switch the control law applying to the inverted pendulum on cart from energy control to state feedback control, the pendulum's angle and angular velocity should be at suitable levels. Although the pendulum's angle is closed to the upright position but if the angular velocity of the pendulum is unsuitable, the controller cannot stabilize the pendulum at the upright position. Therefore, in switching condition both pendulum's angle and pendulum's angular velocity must be considered together. Then, the following conditions are used as a criterion for switching:

$$\text{Switching Condition} \begin{cases} (0 \leq \theta \leq 0.56 \ \& \ -3 \leq \dot{\theta} \leq 0) \ \text{or} \\ (-0.56 \leq \theta \leq 0 \ \& \ 0 \leq \dot{\theta} \leq 3) \ \text{or} \\ (0.56 \leq \theta \leq 0.8 \ \& \ \dot{\theta} \leq -4.5) \ \text{or} \\ (-0.8 \leq \theta \leq -0.56 \ \& \ \dot{\theta} \geq 4.5) \end{cases}$$

so that the switching is done smoothly.

IV. EXPERIMENTAL RESULTS

In order to conduct the experiments, the controller is firstly designed based on the methods described in section III. For swing-up control, the design parameters for swing-up controller are selected as $\zeta = 1.2$, $c_0 = 0.9$, $b_0 = 0.3$ while the parameter $a_0 = 0.15$ and $a_0 = 0.07$ will be employed to observe its effect on the cart's travel length. For stabilizing control, the servo state feedback gain K_s is designed based on CDM when choosing $\tau = 1.1$ second with the stability index $\gamma_1 = 2.67$, $\gamma_2 = 1.91$, $\gamma_3 = 1.63$, and $\gamma_4 = 5.39$ with $\alpha_0 = 2.82 \times 10^2$. This yields $K_s = [K:k_i]$ with $k_i = 51.52$ and $K = [-56.67 \ 71.07 \ -26.80 \ 12.70]$.

In the experiment, the cart traveled within ± 0.30 m and took 5 seconds to approach the upright position when $a_0 = 0.15$ as shown in Fig. 4, and traveled within ± 0.15 m and took 10 seconds to approach the upright position when $a_0 = 0.07$ as shown in Fig. 5. As can be seen from both experimental results, the swing-up controller is able to control the cart to travel within an assigned cart's travel length. However, in a smaller cart's travel length, the control takes more times than in a bigger cart's travel length before the pendulum approaches the upright position. From both experimental results, the controller can swing the pendulum up to around the upright position while the cart travels within limited traveling length according to the values of a_0 and can stabilize the pendulum at the upright position.

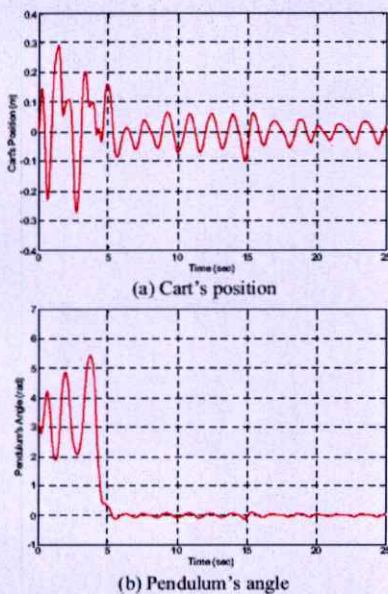


Fig. 4 Responses when parameter $a_0 = 0.15$.

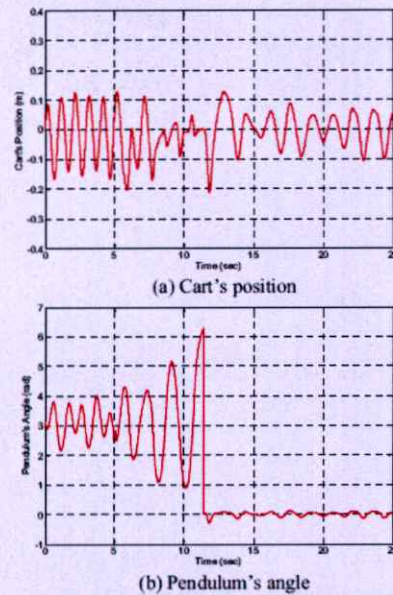


Fig. 5 Responses when parameter $a_0 = 0.07$.

V. CONCLUSIONS

The controller designed by energy control method and CDM for swinging up and stabilizing the inverted pendulum on cart has been proposed. The experimental results show that the controller is able to swing up the pendulum within the limitation of the cart travels and to stabilize the pendulum in a short period of time. The proposed controller is effective and yields the desired system performance despite its simplicity in design.

REFERENCES

- [1] S. Nundrakwang, T. Benjanarasuth, J. Ngamwiwit and N. Komine, "Hybrid PD-Servo State Feedback Control Algorithm for Swing up Inverted Pendulum System", *Proc. of ICCAS2005*, 2005.
- [2] K.J. Astrom and K. Furuta, "Swinging up a Pendulum by Energy Control", *Proc. of 13th IFAC World congress*, 1996.
- [3] K. Yoshida, "Swing-up Control of an Inverted Pendulum by Energy-based Methods", *Proc. of American Control Conference*, 1999.
- [4] S. Manabe, "Coefficient Diagram Method", *Proc. of 14th IFAC Symposium in Aerospace*, 1998.
- [5] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, Second Edition, Prentice-Hall International, Inc., 1990.

ประวัติผู้เขียน

นายเอกชัย อาษา เกิดวันที่ 13 พฤศจิกายน พ.ศ. 2518 ณ จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจากโรงเรียนพระมหาไถ่ศึกษาในปี 2534 สำเร็จการศึกษาในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนสุรศักดิ์มนตรีในปี 2537 สำเร็จการศึกษาในระดับปริญญาตรี สาขาวิศวกรรมไฟฟ้ากำลัง ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตรในปี 2541 และสำเร็จการศึกษาในระดับปริญญาโท หลักสูตรวิทยาศาสตร์ศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิทยาการประกันภัย คณะสถิติประยุกต์ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ในปี 2544 ในขณะที่ศึกษาอยู่ที่สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ ได้เข้าทำงานที่บริษัท ธาริกัน จำกัด ซึ่งเป็นบริษัทตัวแทนจำหน่ายเครื่องกำเนิดไฟฟ้ายี่ห้อ KOHLER จากนั้นได้ศึกษาต่อในระดับปริญญาโทในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมระบบควบคุม ภาควิชาวิศวกรรมระบบควบคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ในปีการศึกษาที่ 2547 ปัจจุบันทำงานเป็นครูวิชาภาคพื้นที่กองวิชาอิเล็กทรอนิกส์การบิน สถาบันการบินพลเรือน