

การหาพารามิเตอร์สอบเทียบสำหรับการสอบเทียบกล้อง
ชนิดร่วมระนาบ

DETERMINATION OF THE CALIBRATION PARAMETERS FOR
COPLANAR CAMERA CALIBRATION

เกษตร์ ศิริสันติสัมฤทธิ์
KASET SIRISANTISAMRID

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาคณะหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2552

KMITL-2009-EN-D-018-115

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

**การหาพารามิเตอร์สอบเทียบสำหรับการสอบเทียบกล้อง
ชนิดร่วมระนาบ**

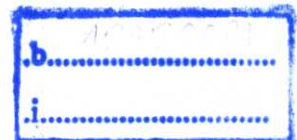
**DETERMINATION OF THE CALIBRATION PARAMETERS FOR
COPLANAR CAMERA CALIBRATION**



เกษตร์ สิริสันติสัมฤทธิ์

KASET SIRISANTISAMRID

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน.....**105420**
วัน,เดือน,ปี.....**23 พ.ย. 2552**



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2552

KMITL 2009-EN-D-018-115

**DETERMINATION OF THE CALIBRATION PARAMETERS FOR
COPLANAR CAMERA CALIBRATION**

KASET SIRISANTISAMRID

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
DOCTOR OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2009

KMITL 2009-EN-D-018-115

COPYRIGHT 2009

FACULTY OF ENGINEERING

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การหาพารามิเตอร์สอบเทียบสำหรับการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบ
Thesis Title Determination of the Calibration Parameters for Coplanar Camera Calibration
นักศึกษา นายเกษตร ศิริสันติสัมฤทธิ์
รหัสประจำตัว 45161005
ปริญญา วิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม Prof.Dr.Takenobu Matsuura
หมายเลขวิทยานิพนธ์ KMITL-2009-EN-D-018-115

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
รศ.ดร.ฤดี	มาสุจันท์	 รศ. มาสุจันท์ Takenobu Matsuura รศ. ตีระเศรษฐ
รศ.ดร.ฟูศักดิ์	ชีวิสุขวิทย์	
รศ.ดร.สุเจตน์	จันทรัมย์	
Prof.Dr.Takenobu	Matsuura	
รศ.ดร.กิตติ	ตีระเศรษฐ	

วัน / เดือน / ปี ที่สอบ วันอังคารที่ 25 สิงหาคม พ.ศ. 2552 เวลา 09.00-11.00 น.

สถานที่สอบ ณ อาคาร A ชั้น 3 ห้องประชุม 1

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์ รับรองแล้ว



(รองศาสตราจารย์ ดร.กอบชัย เดชหาญ)

คณบดี คณะวิศวกรรมศาสตร์

วันที่ 25 สิงหาคม พ.ศ. 2552

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การหาพารามิเตอร์สอบเทียบสำหรับการสอบเทียบกล้อง
ชนิดร่วมระนาบ

นักศึกษา

นายเกษตร ศิริสันติสัมฤทธิ์

รหัสนักศึกษา

45161005

ปริญญา

วิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต

สาขาวิชา

วิศวกรรมไฟฟ้า

พ.ศ.

2552

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

รศ.ดร.กิตติ ตีรเศรษฐ

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม

Prof. Dr. Takenobu Matsuura

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสนอวิธีการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบสำหรับการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบ โดยใช้ภาพเพียงภาพเดียว วิธีที่นำเสนอประกอบด้วยสองขั้นตอนคือการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบและการหาพารามิเตอร์สอบเทียบด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น ในขั้นตอนการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบ จุดศูนย์กลางของภาพถูกพิจารณาให้เป็นพารามิเตอร์ ทั้งนี้เพื่อให้พารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นมีความทนทานต่อการเปลี่ยนแปลงทิศทางของกล้อง การเลื่อนไปของจุดศูนย์กลางของภาพและสัญญาณรบกวนที่ปะปนในภาพ ซึ่งไม่เหมือนกับวิธีทั่วไปที่สมมุติว่าจุดศูนย์กลางของภาพเป็นสิ่งที่รู้ค่า ในขั้นตอนการหาพารามิเตอร์สอบเทียบด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น พารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดถูกคำนวณอย่างวนซ้ำ ด้วยการแบ่งพารามิเตอร์ออกเป็นสี่กลุ่ม ทั้งนี้ก็เพื่อให้พารามิเตอร์สอบเทียบมีเสถียรภาพ เพื่อแสดงถึงประสิทธิภาพของวิธีที่นำเสนอการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบถูกกระทำโดยใช้ทั้งภาพสังเคราะห์และภาพจริง จากผลการทดลองพบว่าวิธีที่นำเสนอให้ทั้งพารามิเตอร์เริ่มต้นที่เสถียรภาพและทนทานต่อสัญญาณรบกวนในขั้นตอนการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบสำหรับการเปลี่ยนแปลงทิศทางของกล้อง ระดับสัญญาณรบกวนและการเลื่อนไปของจุดศูนย์กลางของภาพ ยิ่งไปกว่านั้นพารามิเตอร์สอบเทียบและสัมประสิทธิ์ความคลาดเคลื่อนของเลนส์ที่เที่ยงตรงถูกคำนวณได้ในขั้นตอนการหาพารามิเตอร์สอบเทียบด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้นโดยใช้ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นที่คำนวณได้

Thesis Title	Determination of the Calibration Parameters for Coplanar Camera Calibration
Student	Mr. Kaset Sirisantiamrid
Student ID.	45161005
Degree	Doctor of Engineering
Program	Electrical Engineering
Year	2009
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Dr. Kitti Tirasesth
Thesis Co-advisor	Prof. Dr. Takenobu Matsuura

ABSTRACT

This thesis proposes a determination method of calibration parameters for coplanar camera calibration using a single image. The proposed method consists of two steps, initialization and nonlinear optimization. In the initialization step the principal point of an image is considered as a parameter to obtain robust initial calibration parameters for the changes of camera orientation, the shift of the principal point and corrupted noise on the image unlike the conventional methods assumed that the principal point is known. In the nonlinear optimization step optimal calibration parameters can be determined iteratively by dividing the parameters into four groups to obtain stable calibration parameters. In order to show the effectiveness of the proposed method, coplanar camera calibrations were performed with both synthetic and real images. The experimental results show that the proposed method provides both stable initial parameters and noise robustness for changes of camera orientations, noise levels, and shifts of principal point in the initialization step. Furthermore accurate calibration parameters and lens distortion coefficients were determined with the obtained initial parameters in the nonlinear optimization step.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยคำแนะนำและคำปรึกษาจาก รศ.ดร.กิตติ ตรีเศรษฐ์ ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ข้าพเจ้ารู้สึกซาบซึ้งและขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงในความอนุเคราะห์ให้คำแนะนำและช่วยเหลือในทุกๆเรื่องที่ผ่านมา

I would like to thank Prof. Dr. Takenobu MATSUURA from Tokai University, Hiratsuka, Japan, for his valuable advice from the beginning that I start my research both at KMITL and Tokai University.

I would like to thank the President of Tokai University and the President of King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang for providing the KMITL-TOKAI University Academic Cooperation Scholarship and good facility.

ขอขอบพระคุณ รศ.ดร.จงกล งามวิวิทย์ ที่ให้ความช่วยเหลือ ให้คำปรึกษาและคำแนะนำในทุกๆด้านและขอขอบคุณ คุณวิภา ดินตะ โมระ ที่ช่วยอำนวยความสะดวกในเรื่องต่างๆ

ขอขอบคุณเพื่อนอาจารย์และเจ้าหน้าที่ในภาควิชาวิศวกรรมการวัดคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ทุกคนที่ทำให้กำลังใจจนกระทั่งสามารถเขียนวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้สำเร็จ

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และขอบคุณครอบครัวที่เป็นกำลังใจ เข้าใจและให้การสนับสนุนในทุกๆด้านจึงทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ความรู้ใดๆที่ผู้รักการศึกษาค้นคว้าวิจัยได้รับจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ อันจะเป็นประโยชน์ต่อการศึกษาค้นคว้าวิจัยต่อไปของผู้รักการศึกษาค้นคว้าวิจัยนั้น ซึ่งนับว่าเป็นความดีประการหนึ่ง ข้าพเจ้าขอมอบอุทิศให้แก่ครูบาอาจารย์และผู้มีพระคุณทุกท่าน

เกษตร์ ศิริสันติสัมฤทธิ์

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VI
สารบัญภาพ.....	VII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย.....	3
1.4 ขอบเขตการวิจัย.....	4
1.5 ขั้นตอนการศึกษา.....	5
บทที่ 2 ทฤษฎีพื้นฐานของการสอบเทียบกล้อง.....	6
2.1 การเปลี่ยนรูปพื้นฐาน.....	6
2.1.1 การย่อขยายสามมิติ.....	8
2.1.2 การหมุนสามมิติ.....	9
2.1.3 การสะท้อนกลับสามมิติ.....	11
2.1.4 การย้ายสามมิติ.....	12
2.1.5 การเปลี่ยนรูปผลคูณ.....	13
2.1.6 การหมุนรอบแกนๆหนึ่งที่ขนานกับแกนพิกัดตำแหน่งอันหนึ่ง	13
2.2 การเปลี่ยนรูปที่ได้สัดส่วน.....	14
2.3 การสอบเทียบกล้อง.....	19
2.4 โมเดลกล้องที่ไม่มีความผิดเพี้ยน.....	22
2.5 โมเดลความผิดเพี้ยนของเลนส์.....	26
บทที่ 3 วิธีการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบ.....	30
3.1 วิธีการสอบเทียบกล้องของ Tsai	30

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.2 วิธีการสอบเทียบกล้องของ Zhang	35
บทที่ 4 การสอบเทียบกล้องโดยวิธีที่นำเสนอ.....	42
4.1 การหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบ.....	42
4.2 การหาพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น.....	58
4.2.1 การหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบโดยวิธีการวนซ้ำ.....	59
4.2.2 การหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น.....	63
4.3 การสร้างแบบจำลองเลียนแบบความผิดเพี้ยนของเลนส์.....	65
บทที่ 5 ผลการทดลอง.....	69
5.1 เสถียรภาพของค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นต่อการเปลี่ยนแปลงทิศทางของกล้อง.....	70
5.2 ความทนทานต่อสัญญาณรบกวน.....	75
5.3 การหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น.....	81
5.4 ภาพจริง.....	86
บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	90
บรรณานุกรม.....	93
ภาคผนวก.....	95
ประวัติผู้เขียน.....	126

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
5.1 ค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณได้โดยทั้งสองวิธี เมื่อจุดศูนย์กลางของภาพถูกเลื่อนออกไปจากจุดกึ่งกลางของภาพ.....	73
5.1 ค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณได้โดยทั้งสองวิธี เมื่อจุดศูนย์กลางของภาพถูกเลื่อนออกไปจากจุดกึ่งกลางของภาพ (ต่อ)	74
5.2 ความทนทานต่อสัญญาณรบกวนของวิธีที่นำเสนอที่เปรียบเทียบกับวิธีของ Zhang เมื่อจุดศูนย์กลางของภาพอยู่ที่จุดกึ่งกลางของภาพและเคลื่อนที่ไปที่ระยะพิกัดอื่นๆ.....	77
5.2 ความทนทานต่อสัญญาณรบกวนของวิธีที่นำเสนอที่เปรียบเทียบกับวิธีของ Zhang เมื่อจุดศูนย์กลางของภาพอยู่ที่จุดกึ่งกลางของภาพและเคลื่อนที่ไปที่ระยะพิกัดอื่นๆ (ต่อ).....	78
5.2 ความทนทานต่อสัญญาณรบกวนของวิธีที่นำเสนอที่เปรียบเทียบกับวิธีของ Zhang เมื่อจุดศูนย์กลางของภาพอยู่ที่จุดกึ่งกลางของภาพและเคลื่อนที่ไปที่ระยะพิกัดอื่นๆ (ต่อ).....	79
5.3 ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นและพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดที่คำนวณด้วยวิธีทั้งสองเมื่อจุดศูนย์กลางของภาพอยู่ที่จุดกึ่งกลางของภาพและเคลื่อนที่ไปที่ระยะพิกัดอื่นๆ.....	82
5.3 ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นและพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดที่คำนวณด้วยวิธีทั้งสองเมื่อจุดศูนย์กลางของภาพอยู่ที่จุดกึ่งกลางของภาพและเคลื่อนที่ไปที่ระยะพิกัดอื่นๆ (ต่อ).....	83
5.3 ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นและพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดที่คำนวณด้วยวิธีทั้งสองเมื่อจุดศูนย์กลางของภาพอยู่ที่จุดกึ่งกลางของภาพและเคลื่อนที่ไปที่ระยะพิกัดอื่นๆ (ต่อ).....	84
5.4 ค่าความยาวโฟกัสและระยะพิกัดของจุดศูนย์กลางของภาพเริ่มต้นที่คำนวณได้จากวิธีที่นำเสนอ.....	87
5.5 ค่าความยาวโฟกัสและระยะพิกัดของจุดศูนย์กลางของภาพเริ่มต้นที่คำนวณได้จากวิธีของ Zhang.....	88
5.6 เปรียบเทียบเวลาในการประมวลผลของทั้งสองวิธี	89

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 การสะท้อนกลับสามมิติของบล็อก ABCDEFGH ผ่านระนาบ xy	11
2.2 การหมุนรอบแกน x' ที่ขนานกับแกน x ในระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง.....	13
2.3 โมเดลพื้นฐานของกระบวนการสร้างภาพ เมื่อระบบพิกัดตำแหน่งกล้อง อยู่ที่เดียวกับระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง.....	15
2.4 พื้นฐานการสอบเทียบกล้องชนิดไม่ร่วมระนาบ.....	21
2.5 พื้นฐานการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบ.....	22
2.6 การฉายจุดควบคุมบนเพลทเทอร์นสอบเทียบไปที่ระนาบภาพ.....	23
2.7 ความผิดเพี้ยนของจุดภาพบนระนาบภาพเมื่อเลนส์มีความผิดเพี้ยน.....	26
2.8 ผลของความผิดเพี้ยนในแนวรัศมี ก) ไม่มีความผิดเพี้ยน ข) ความผิดเพี้ยนคล้าย ถึงกลมตรงกลางป่อง ค) ความผิดเพี้ยนคล้ายหมอนปีกเข็ม.....	27
2.9 ความผิดเพี้ยนในแนวสัมผัส.....	28
3.1 แนวคิดของข้อบังคับการวางตัวในแนวรัศมีของ Tsai	31
4.1 การฉายจุดควบคุม P ไปที่จุดภาพ p บนระนาบภาพ.....	46
5.1 ตัวอย่างภาพสังเคราะห์ในอุดมคติเมื่อกล้องถูกหมุนรอบแกน X_c และ Y_c ด้วย มุม 0.1 เรเดียนเท่ากัน.....	70
5.2 พารามิเตอร์ C_x ที่ถูกคำนวณ โดยวิธีที่นำเสนอสำหรับการหมุนกล้องรอบแกน Y_c	71
5.3 พารามิเตอร์ C_x ที่ถูกคำนวณ โดยวิธีของ Zhang ทั้งสองรูปแบบการหมุน.....	71
5.4 พารามิเตอร์ f ที่คำนวณได้โดยวิธีที่นำเสนอและวิธีของ Zhang สำหรับการเปลี่ยน แปลงทิศทางและมุมการหมุนของกล้อง.....	72
5.5 พารามิเตอร์ C_x ที่คำนวณได้โดยวิธีที่นำเสนอและวิธีของ Zhang สำหรับการเปลี่ยน แปลงทิศทางและมุมการหมุนของกล้อง.....	72
5.6 พารามิเตอร์ C_y ที่คำนวณได้โดยวิธีที่นำเสนอและวิธีของ Zhang สำหรับการเปลี่ยน แปลงทิศทางและมุมการหมุนของกล้อง.....	72
5.7 ทิศทางของกล้องและภาพที่ได้รับ ก) กล้องถูกวางไว้ขนานกับเพลทเทอร์นสอบเทียบ ข) ตำแหน่งของกล้องภายหลังถูกหมุนรอบแกน X_c-Y_c ค) ตำแหน่งของกล้องภาย หลังถูกหมุนรอบแกน $X_c-Y_c-Z_c$	76
5.8 ผลการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดเทียบเคียงของทั้งสองวิธีของพารามิเตอร์ f	80
5.9 ผลการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดสัมบูรณ์ของทั้งสองวิธีของพารามิเตอร์ C_x	80

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.10 ผลการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดสัมบูรณ์ของทั้งสองวิธีของพารามิเตอร์ C_y	80
5.11 ตัวอย่างพิกัดตำแหน่งของภาพสังเคราะห์ในอุดมคติและที่มีความผิดเพี้ยนของเลนส์.....	81
5.12 เปรียบเทียบผลลัพธ์ของการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น: f	85
5.13 เปรียบเทียบผลลัพธ์ของการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น: C_x	85
5.14 เปรียบเทียบผลลัพธ์ของการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น: C_y	85
5.15 ภาพจริงที่ใช้ในการทดลอง.....	87

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

กล้องอนาล็อกและดิจิทัลเป็นอุปกรณ์ที่สำคัญอันหนึ่งที่ใช้ในการถ่ายภาพ ข้อมูลภาพที่ได้จากกล้องอาจเป็นสัญญาณอนาล็อกหรือข้อมูลดิจิทัลขึ้นอยู่กับชนิดของกล้องที่ใช้ กรณีของกล้องอนาล็อก สัญญาณภาพที่ได้จากกล้องจะถูกแปลงเป็นข้อมูลดิจิทัลโดยอุปกรณ์ที่เรียกว่า Analog frame grabber ในกรณีของกล้องดิจิทัล กล้องอาจถูกนำไปต่อโดยตรงเข้ากับคอมพิวเตอร์โดยผ่านทาง USB port หรือต่อเข้ากับอุปกรณ์ที่เรียกว่า Firewire IEEE 1394 frame grabber ขึ้นอยู่กับชนิดของกล้องดิจิทัลที่ใช้ ซึ่งข้อมูลภาพที่ถ่ายจากกล้องเหล่านี้สามารถนำมาประมวลผลได้ด้วยคอมพิวเตอร์ อย่างไรก็ตามก็ภาพถ่ายที่ได้จากกล้องเหล่านี้ไม่ว่าจะเป็นชนิดดิจิทัลหรืออนาล็อก ข้อมูลภาพที่ได้จะเป็นข้อมูลขนาดสองมิติ กล่าวคือมีมิติความกว้างและความยาวเท่านั้น ในการมองเห็นของคอมพิวเตอร์และหุ่นยนต์ (Computer vision and robot vision) จะใช้ข้อมูลภาพที่ได้จากกล้องมาคำนวณหามิติความกว้าง ความยาว และความสูงของวัตถุต่างๆที่อยู่ในภาพเพื่อรู้จำว่ามีวัตถุอะไรบ้างอยู่ในภาพต่อไป ซึ่งการรู้จำดังกล่าวเป็นการรู้จำวัตถุแบบสามมิติ (Three dimensional object recognition) นอกจากนี้ ยังมีจุดประสงค์เพื่อให้แขนของหุ่นยนต์ (Robot arm) สามารถหยิบจับวัตถุต่างๆที่ต้องการในพื้นที่ทำงานได้ อย่างไรก็ตามก็การคำนวณหามิติของวัตถุต่างๆในภาพอาจทำได้หลายวิธี ซึ่งแต่ละวิธีจำเป็นต้องใช้ข้อมูลภาพที่ได้จากกล้องตำแหน่งของกล้องและอุปกรณ์อื่นๆเพื่อใช้ประกอบการคำนวณ

ตำแหน่งของกล้องและอุปกรณ์อื่นมักแสดงในรูปเวกเตอร์สามมิติ (Three dimensional vector) ที่อ้างอิงกับจุดกำเนิด (Origin) ของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง (Reference coordinate system) ในทางทฤษฎีกล้องถูกโมเดลให้เป็นชนิดรูเข็ม (Pinhole) ซึ่งตำแหน่งของกล้องถูกแทนด้วยพารามิเตอร์ภายในและพารามิเตอร์ภายนอกของกล้อง พารามิเตอร์ภายนอกประกอบด้วยเมตริกซ์การหมุน (Rotation matrix) และเวกเตอร์การย้าย (Translation vector) ซึ่งเมตริกซ์การหมุนแทนทิศทางของกล้อง และเวกเตอร์การย้ายแทนตำแหน่งศูนย์กลางของกล้องที่สัมพันธ์กับจุดกำเนิดของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง ส่วนพารามิเตอร์ภายในประกอบด้วยความยาวโฟกัส (Focal length) พิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพ (Principal point) อัตราส่วนของความยาวโฟกัสในแนวนอนต่อแนวตั้ง (Ratio of horizontal and vertical focal length) และการเอียงของภาพ เป็นต้น อย่างไรก็ตาม เนื่องจากกล้องที่ใช้โดยทั่วไปไม่ได้มีโมเดลกล้องเป็นชนิดรูเข็ม (Pinhole camera model) ดังที่กล่าวไว้ข้างต้นแต่มีเลนส์เป็นส่วนประกอบด้วย ซึ่งความไม่สมบูรณ์ในการประกอบเลนส์เข้ากับกล้องและความบกพร่องในการผลิตเลนส์ อาจทำให้ข้อมูลภาพที่ได้จากกล้องมีความผิดเพี้ยนไป ความผิดเพี้ยนดังกล่าวถูกกำหนดให้เป็นพารามิเตอร์ภายในของกล้องด้วยเช่นกัน

ปัญหาที่สำคัญก็คือเราไม่สามารถใช้ข้อมูลภาพที่มีความผิดเพี้ยนของเลนส์มาคำนวณหามิติของวัตถุแบบสามมิติ (Three dimensional object measurement) ได้ ถึงแม้ว่าเราจะทราบตำแหน่งของกล้องและอุปกรณ์อื่นๆ เพราะว่าผลการคำนวณหามิติของวัตถุแบบสามมิติที่ได้รับจะมีความผิดพลาดค่อนข้างมาก วิธีหนึ่งที่จะแก้ปัญหานี้ได้ก็คือการสอบเทียบกล้องเพื่อให้รู้ค่าพารามิเตอร์สอบเทียบ นั่นคือทิศทางและตำแหน่งของกล้องพร้อมกับการชดเชยข้อมูลภาพที่มีความผิดเพี้ยนของเลนส์ ซึ่งเมื่อเรานำข้อมูลภาพที่แก้ไขความผิดเพี้ยนแล้วพร้อมทั้งพารามิเตอร์สอบเทียบที่คำนวณได้มาคำนวณหามิติของวัตถุแบบสามมิติดังที่กล่าวไว้แล้วข้างต้น ผลที่ได้รับจะได้มิติของวัตถุแต่ละวัตถุในภาพและระยะทางของวัตถุต่างๆ ในพื้นที่ทำงานที่ถูกต้อง การหยิบจับวัตถุต่างๆ ในพื้นที่ทำงานของแขนหุ่นยนต์ก็จะถูกต้องแม่นยำ ด้วยเหตุนี้การสอบเทียบกล้องจึงเป็นปัญหาที่สำคัญอันหนึ่งของการมองเห็นของคอมพิวเตอร์และหุ่นยนต์ และเป็นสิ่งที่เราต้องการศึกษาวิจัย

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

ดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้นว่าการสอบเทียบกล้องเป็นปัญหาที่สำคัญอันหนึ่งในการมองเห็นของคอมพิวเตอร์และหุ่นยนต์ ความเที่ยงตรงของการสอบเทียบกล้องกลายเป็นสิ่งที่ต้องการสำหรับการคำนวณหามิติของวัตถุแบบสามมิติและการรู้จำวัตถุแบบสามมิติ งานการสอบเทียบกล้องเริ่มต้นมีขึ้นและใช้งานในสมาคมการรังวัดด้วยภาพถ่าย (Photogrammetry) และกำลังเป็นที่ต้องการมากขึ้นในการมองเห็นของคอมพิวเตอร์และหุ่นยนต์ การสอบเทียบกล้องโดยทั่วไปสามารถจำแนกได้เป็นสองชนิดคือการสอบเทียบด้วยตัวเอง (Self calibration) และการสอบเทียบบนพื้นฐานแพทเทิร์นแนวระนาบ (Planar pattern-based calibration) ในการสอบเทียบด้วยตัวเอง การสอบเทียบทำได้โดยการเคลื่อนที่กล้องขณะที่ถ่ายภาพสิ่งแวดล้อมที่ไม่มีการเคลื่อนไหว (Static scene) ดังนั้นถ้ากล้องตัวเดียวกันขณะเคลื่อนที่ไปทำการถ่ายภาพตั้งแต่สามภาพขึ้นไป ข้อมูลภาพดังกล่าวสามารถนำมาคำนวณหาพารามิเตอร์ภายในและพารามิเตอร์ภายนอก (Intrinsic and extrinsic parameters) ของกล้องได้โดยไม่จำเป็นต้องทราบข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับสิ่งแวดล้อม อย่างไรก็ตามเนื่องจากจำนวนพารามิเตอร์ที่ต้องการคำนวณมีเป็นจำนวนมาก ดังนั้นจึงเป็นปัญหาหนักในการคำนวณทางคณิตศาสตร์และค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้ขาดความน่าเชื่อถือ ในการสอบเทียบบนพื้นฐานแพทเทิร์นแนวระนาบ การสอบเทียบทำได้โดยการใช้แพทเทิร์นสอบเทียบ (Calibration pattern) ที่รู้มิติทางเรขาคณิตในปริภูมิสามมิติ (Three dimensional space) หรือในระนาบสองมิติ (Two dimensional plane) และข้อมูลภาพถ่ายแพทเทิร์นสอบเทียบมาคำนวณหาพารามิเตอร์ภายในและภายนอกของกล้อง การสอบเทียบชนิดนี้ยังสามารถแบ่งออกได้เป็นสองชนิดคือการสอบเทียบกล้องชนิดไม่ร่วมระนาบและชนิดร่วมระนาบ (Noncoplanar and coplanar calibrations) ซึ่งทั้งสองวิธีใช้หลักการนำค่าพิกัดตำแหน่งของจุดควบคุมบนแพทเทิร์นสอบเทียบและของจุดที่สอดคล้องกันบนข้อมูลภาพมาคำนวณหาพารามิเตอร์สอบเทียบ อย่างไรก็ตามความแตกต่างระหว่างการสอบเทียบกล้องทั้งสองชนิดก็คือการสอบเทียบกล้องชนิดไม่ร่วมระนาบ จุด

ควบคุม (Control points) บนแพทเทอร์นสอบเทียบอยู่ในปริภูมิสามมิติและแพทเทอร์นสอบเทียบอาจมีลักษณะเป็นระนาบเดียวหรือสอง หรือสามระนาบตั้งฉากกันก็ได้ การคำนวณค่าพารามิเตอร์ภายในและภายนอกของกล้องสำหรับการสอบเทียบชนิดนี้ทำได้โดยง่าย เนื่องจากมีเงื่อนไขบังคับ (Constraints) ในจำนวนที่มากพอ อย่างไรก็ตามการสอบเทียบชนิดนี้ต้องการการติดตั้ง (Set up) กล้องและแพทเทอร์นสอบเทียบที่ละเอียดประณีต ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้เครื่องมือที่มีราคาแพงสำหรับการสอบเทียบ ในขณะที่การสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบ จุดควบคุมบนแพทเทอร์นสอบเทียบอยู่ในระนาบสองมิติ ดังนั้นจึงไม่ต้องการเครื่องมือที่มีราคาแพงและการติดตั้งที่ละเอียดประณีต แต่การสอบเทียบชนิดนี้มีจำนวนของเงื่อนไขบังคับที่ไม่เพียงพอ ทำให้มีความซับซ้อนในการคำนวณมากกว่าการสอบเทียบกล้องชนิดไม่ร่วมระนาบ อย่างไรก็ตามมีงานทางอุตสาหกรรมและทางการทหารจำนวนมากไม่น้อยที่ต้องการการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบ ด้วยเหตุนี้เราจึงให้ความสนใจในการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบ

1.3 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย

การสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบมีการศึกษาค้นคว้าวิจัย และตีพิมพ์ในวารสารนานาชาติเป็นจำนวนมากเมื่อเปรียบเทียบกับ การสอบเทียบกล้องชนิดไม่ร่วมระนาบ ทั้งนี้ก็เพราะมีความซับซ้อนในการคำนวณ อันเนื่องมาจากจำนวนของเงื่อนไขบังคับที่ใช้ในการคำนวณมีไม่เพียงพอดังที่กล่าวไปแล้วข้างต้น ตัวอย่างการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบที่ได้รับการตีพิมพ์ในวารสารนานาชาติมีดังต่อไปนี้ Tsai [1] ได้นำเสนอการสอบเทียบกล้องทั้งชนิดร่วมระนาบและไม่ร่วมระนาบ ในวิธีที่ Tsai นำเสนอพารามิเตอร์สอบเทียบส่วนใหญ่ถูกคำนวณในรูปแบบปิด (Closed form) โดยใช้เงื่อนไขบังคับการวางตัวในแนวรัศมี (A radial alignment constraint) โดยสมมุติว่าจุดศูนย์กลางของภาพเป็นสิ่งที่ทราบค่าก่อนล่วงหน้า จากนั้นพารามิเตอร์ที่เหลืออยู่ เช่น ส่วนความลึกของเวกเตอร์การย้าย (Depth component of translation vector) ความยาวโฟกัสและค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ในแนวรัศมีถูกคำนวณโดยวิธี Nonlinear minimization อย่างไรก็ตามวิธีของ Tsai สามารถคำนวณได้แต่เพียงความผิดเพี้ยนในแนวรัศมีเท่านั้น ซึ่งค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่คำนวณได้จะไม่ถูกต้อง ถ้าเลนส์มีความผิดเพี้ยนอื่น ๆ รวมอยู่ด้วยที่นอกเหนือไปจากความผิดเพี้ยนในแนวรัศมี Chatterjee และคณะ [2] ได้นำเสนออัลกอริทึมสำหรับการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบซึ่งพารามิเตอร์สอบเทียบสามารถคำนวณได้ทั้งวิธีเชิงเส้นและวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Linear and nonlinear methods) สำหรับวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้นค่าพารามิเตอร์สอบเทียบถูกคำนวณโดยวิธี Photogrammetric และวิธี Constrained optimization ซึ่งวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้นให้ค่าพารามิเตอร์สอบเทียบถูกต้องเที่ยงตรงมากกว่าวิธีเชิงเส้น อย่างไรก็ตามทั้งวิธีของ Tsai และ Chatterjee สามารถคำนวณหาพารามิเตอร์สอบเทียบโดยใช้ข้อมูลภาพเพียงภาพเดียว ทำให้อธิพลของสัญญาณรบกวนในภาพมีจำนวนไม่มากนักและใช้เวลาในการคำนวณน้อย เมื่อไม่นานมานี้ Zhang [3] ได้นำเสนอเทคนิคใหม่ในการสอบเทียบกล้อง

ซึ่งวิธีของ Zhang ใช้กล้องตัวเดียวถ่ายภาพแพทเทิร์นสอบเทียบสองมิติหลายๆภาพที่วางอยู่ในทิศทางต่างๆกัน จากนั้นใช้ Homography ซึ่งแทนความสัมพันธ์ระหว่างแพทเทิร์นสอบเทียบและข้อมูลภาพแต่ละภาพ มาคำนวณหาพารามิเตอร์สอบเทียบ ซึ่งแนวความคิดของ Zhang มาจากการสอบเทียบด้วยตัวเอง อย่างไรก็ตามวิธีของ Zhang ต้องการข้อมูลภาพจำนวนมาก ดังนั้นอิทธิพลของสัญญาณรบกวนก็จะมีมากขึ้นรวมทั้งเวลาในการคำนวณก็จะมากตามไปด้วย ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะนำเสนอวิธีการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบโดยใช้ข้อมูลภาพเพียงภาพเดียว ซึ่งแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัยศึกษาได้มาจากวิธีของ Tsai [1] และ Chatterjee [2] อย่างไรก็ตาม วิธีที่นำเสนอจะพิจารณาให้จุดศูนย์กลางของภาพเป็นพารามิเตอร์ที่ต้องการคำนวณหาเช่นเดียวกับพารามิเตอร์ตัวอื่นๆ ทำให้จำนวนของพารามิเตอร์ที่ต้องการหา มีมากกว่าวิธีของ Tsai และ Chatterjee

1.4 ขอบเขตการวิจัย

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้แบ่งการสอบเทียบกล้องออกเป็นสองส่วน กล่าวคือการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบ (Initialization) และการหาพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดโดยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear optimization method) อย่างไรก็ตาม ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะมุ่งเน้นไปที่ขั้นตอนการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบ เนื่องจากวิธีที่นำเสนอเป็นเทคนิคใหม่ที่สามารถคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นได้มากกว่าวิธีของ Tsai และ Chatterjee โดยใช้ภาพเพียงภาพเดียว สำหรับขั้นตอนของการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบ ชุดของพารามิเตอร์ตัวกลาง (Intermediate parameters) ถูกให้คำจำกัดความในรูปของพารามิเตอร์สอบเทียบทำให้สมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจุดควบคุมบนแพทเทิร์นสอบเทียบ และจุดที่สอดคล้องกันบนข้อมูลภาพสามารถเขียนได้ในรูปของสมการเชิงเส้น ซึ่งพารามิเตอร์ตัวกลางสามารถคำนวณหาได้โดยง่ายโดยวิธีแก้ปัญหสมการเชิงเส้น จากนั้นคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบจากพารามิเตอร์ตัวกลางที่คำนวณได้โดยใช้ความสัมพันธ์ตามที่ได้ให้คำจำกัดความไว้ ในขั้นตอนของการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น พารามิเตอร์สอบเทียบจะถูกคำนวณใหม่พร้อมทั้งค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้ในขั้นตอนการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบเป็นค่าเริ่มต้น ในการทดสอบวิธีที่นำเสนอจะตรวจสอบความเที่ยงตรงและเสถียรภาพของพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นเมื่อทิศทางของกล้องและจุดศูนย์กลางของภาพเปลี่ยนแปลงไป ความทนทานต่อสัญญาณรบกวนเมื่อระดับสัญญาณรบกวนมีระดับเพิ่มมากขึ้น โดยใช้ภาพสังเคราะห์ที่มีสัญญาณรบกวนและมีการเปลี่ยนแปลงไปของจุดศูนย์กลางภาพ และทดสอบการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุด ในขั้นตอนการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้นจากภาพสังเคราะห์ที่มีความผิดเพี้ยนของเลนส์ สุดท้ายเป็นการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้น โดยวิธีที่นำเสนอจากภาพจริง

1.5 ขั้นตอนการศึกษา

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 6 บท ดังต่อไปนี้

บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญของปัญหาที่ศึกษาวิจัย จุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา ทฤษฎีและแนวความคิดที่ใช้ในการศึกษาวิจัย รวมทั้งขอบเขตของการวิจัย และขั้นตอนการศึกษา

บทที่ 2 กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับการสอบเทียบกล้อง การเปลี่ยนรูปพื้นฐาน (Basic transformation) การเปลี่ยนรูปที่ได้สัดส่วน (Perspective transformation) โมเดลกล้องที่ไม่มีความผิดเพี้ยน (Distortion free camera model) และโมเดลความผิดเพี้ยนของเลนส์ (Lens distortion model).

บทที่ 3 กล่าวถึงวิธีการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบที่มีการศึกษาและได้รับการตีพิมพ์ในวารสารต่างประเทศ นั่นคือ วิธีการสอบเทียบกล้องของ Tsai [1] และวิธีการสอบเทียบกล้องของ Zhang [3]

บทที่ 4 กล่าวถึงการสอบเทียบกล้องโดยวิธีที่นำเสนอที่ประกอบด้วยขั้นตอนการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบ และขั้นตอนการหาพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น รวมทั้งวิธีการสร้างแบบจำลองเลียนแบบความผิดเพี้ยนของเลนส์

บทที่ 5 กล่าวถึงผลการทดลองเพื่อทดสอบความเที่ยงตรงและความเสถียรภาพของพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณได้โดยวิธีที่นำเสนอ เมื่อทิศทางของกล้องและจุดศูนย์กลางของภาพเปลี่ยนแปลงไป รวมทั้งความทนทานของพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นต่อสัญญาณรบกวน เมื่อระดับสัญญาณรบกวนมีระดับเพิ่มมากขึ้น และทดสอบการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุด ในขั้นตอนการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น สุดท้ายทดสอบการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นจากภาพจริง

บทที่ 6 เป็นบทสรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

บทที่ 2

ทฤษฎีพื้นฐานของการสอบเทียบกล้อง

ในบทนี้จะอธิบายเกี่ยวกับทฤษฎีพื้นฐานทั่วไปของการสอบเทียบกล้อง โดยเริ่มต้นจากการเปลี่ยนรูปพื้นฐานที่ประกอบด้วยการย่อขยายสามมิติ การหมุนสามมิติ การสะท้อนกลับสามมิติ การย้ายสามมิติ เป็นต้น จนกระทั่งถึงกระบวนการสร้างภาพโดยใช้การเปลี่ยนรูปที่ได้สัดส่วน (Perspective transformation) เพื่อการฉายจุดในปริภูมิสามมิติลงบนระนาบภาพและใช้การเปลี่ยนรูปที่ได้สัดส่วนกลับ (Inverse perspective transformation) เพื่อแปลงพิกัดตำแหน่งของจุดภาพบนระนาบภาพกลับไปยังจุดในปริภูมิสามมิติ ซึ่งปัญหาสำคัญของการแปลงกลับจากพิกัดตำแหน่งสองมิติของจุดภาพบนระนาบภาพไปเป็นจุดในปริภูมิสามมิติก็คือพิกัดตำแหน่งในแนวแกน Z ของจุดนั้นในระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิงที่เราจำเป็นต้องทราบก่อน จึงจะสามารถแปลงกลับจากพิกัดตำแหน่งของจุดภาพบนระนาบภาพไปยังจุดในปริภูมิสามมิติได้อย่างสมบูรณ์ จากนั้นจะอธิบายว่าการสอบเทียบกล้องคืออะไร การสอบเทียบกล้องมีกี่ชนิดและความสำคัญของการสอบเทียบกล้อง สุดท้ายอธิบายถึง โมเดลกล้องที่ไม่มี ความผิดเพี้ยนและ โมเดลความผิดเพี้ยนของเลนส์

2.1 การเปลี่ยนรูปพื้นฐาน (Basic Transformation)

การแทนหรือการแสดงวัตถุในรูปแบบสามมิติเป็นพื้นฐาน ทำให้เราสามารถเข้าใจในรูปร่างของวัตถุนั้น ยิ่งไปกว่านั้นการหมุน การย้าย และการฉายของวัตถุนั้น เป็นต้น ก็เป็นพื้นฐานที่ทำให้เราสามารถเข้าใจในรูปร่างของวัตถุเหล่านั้นมากยิ่งขึ้น ดังนั้นเพื่อให้สามารถหมุน ย้าย หรือฉายวัตถุเหล่านั้นด้วยคอมพิวเตอร์ เราจำเป็นต้องเริ่มต้นด้วยการศึกษาพื้นฐานทางคณิตศาสตร์เพื่อการวิเคราะห์วัตถุสามมิติ โดยทั่วไปพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของการวิเคราะห์วัตถุสามมิติมักจะแสดงจุดในรูปแบบของพิกัดตำแหน่ง Homogeneous (Homogeneous coordinate) หรือเวกเตอร์ตำแหน่งสี่มิติ ทั้งนี้ก็เพื่อให้ง่ายแก่การคำนวณทางคณิตศาสตร์ [4] ถ้าให้จุดในปริภูมิ (Space) สามมิติถูกแทนด้วย $[x, y, z]$ ดังนั้นเมื่อต้องการเปลี่ยนรูปจากจุดในปริภูมิสามมิติให้เป็นจุดในรูปแบบของพิกัดตำแหน่ง Homogeneous สามารถทำได้โดยการใส่ตัวเลข "1" ต่อท้ายพิกัดตำแหน่งของจุดในปริภูมิสามมิติดั้งเดิม ด้วยเหตุนี้จุดในรูปแบบของพิกัดตำแหน่ง Homogeneous อาจเขียนได้เป็น $[x, y, z, 1]$ สำหรับการเปลี่ยนรูปของจุดสามารถทำได้ด้วยการคูณเมตริกซ์การเปลี่ยนรูป (Transformation matrix) กับจุดในรูปแบบของพิกัดตำแหน่ง Homogeneous ดังสมการที่ (2.1)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ h \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

เมื่อ $[x' y' z' h]$ แทนพิกัดตำแหน่งของจุดที่ได้รับภายหลังการเปลี่ยนรูปและ $[T]$ แทนเมตริกซ์การเปลี่ยนรูป (Transformation matrix) ในทำนองเดียวกัน การเปลี่ยนรูปจากจุดในรูปแบบพิกัดตำแหน่ง Homogeneous กลับไปเป็นพิกัดตำแหน่งของจุดในปริภูมิสามมิติดั้งเดิม (Original coordinates) สามารถทำได้โดยการหารส่วนประกอบทุกตัวของเวกเตอร์ตำแหน่งสัมพันธ์หรือจุดในรูปแบบของพิกัดตำแหน่ง Homogeneous ด้วยส่วนประกอบตัวที่สี่ดังสมการที่ (2.2)

$$\begin{bmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x'}{h} \\ \frac{y'}{h} \\ \frac{z'}{h} \\ \frac{h}{h} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

ในที่นี้ $[x^* y^* z^* 1]$ แทนจุดในปริภูมิสามมิติดั้งเดิมภายหลังการเปลี่ยนรูปกลับ เมตริกซ์การเปลี่ยนรูป $[T]$ ขนาด 4×4 สำหรับการเปลี่ยนรูปจากจุดในปริภูมิสามมิติดั้งเดิมไปเป็นจุดใหม่อาจเขียนได้เป็น

$$[T] = \begin{bmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ g & i & j & r \\ l & m & n & s \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

อย่างไรก็ดีเมตริกซ์การเปลี่ยนรูปขนาด 4×4 ในสมการที่ (2.3) สามารถแบ่งออกได้เป็นส่วนดังนี้

$$\begin{bmatrix} & : & 3 \\ 3 \times 3 & : & \times \\ & : & 1 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 \times 3 & : & 1 \times 1 \end{bmatrix}$$

เมตริกซ์การเปลี่ยนรูปจะประกอบด้วยส่วนที่หนึ่งเมตริกซ์ย่อยขนาด 3×3 ด้านบนซ้ายมือเพื่อทำให้เกิดการเปลี่ยนรูปเชิงเส้น (Linear transformation) ในรูปแบบของการย่อขยายสามมิติ (3D scaling) การตัดเฉือนสามมิติ (3D shearing) การสะท้อนกลับสามมิติ (3D reflection) และการหมุนสามมิติ (3D rotation) เป็นต้น ส่วนที่สองเมตริกซ์ย่อยขนาด 1×3 ด้านล่างซ้ายมือจะทำให้เกิดการเปลี่ยนรูปที่ได้สัดส่วน (Perspective transformation) และส่วนที่สามเมตริกซ์ย่อยขนาด 3×1 ด้านบนขวามือจะทำให้เกิดการย้าย (Translation) สุดท้ายส่วนที่สี่เมตริกซ์ย่อยขนาด 1×1 ด้านล่างขวามือที่ทำให้เกิดการย่อขยายทั้งหมด

2.1.1 การย่อขยายสามมิติ (Three dimensional scaling)

เนื่องจากพจน์ในแนวทแยงมุมของเมตริกซ์การเปลี่ยนรูป $[T]$ ขนาด 4×4 ก่อให้เกิดการย่อขยายเฉพาะที่ (Local scaling) หรือการย่อขยายทั้งหมด (Total scaling) เพื่อยกตัวอย่างให้เห็นชัดเจนขึ้นพิจารณาการเปลี่ยนรูปดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} [T][X] &= \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} ax \\ ey \\ jz \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.4)$$

การคูณเมตริกซ์การเปลี่ยนรูป $[T]$ ที่กำหนดไว้ในสมการที่ (2.4) กับเวกเตอร์ตำแหน่งสัมมติหรือจุดที่แสดงในรูปแบบพิกัดตำแหน่ง Homogeneous จะทำให้เกิดการย่อขยายเฉพาะที่ โดยพิกัดตำแหน่งของจุดใหม่ภายหลังการเปลี่ยนรูป $[x^* \ y^* \ z^* \ 1]$ เกิดจากการย่อขยายจุดในปริภูมิสามมิติดั้งเดิมด้วยอัตราย่อขยาย a e และ j เท่า ตามแนวแกน x y และ z ตามลำดับ ส่วนการย่อขยายพิกัดตำแหน่งของจุดทั้งหมดสามารถทำได้โดยการใช้พจน์ที่อยู่ในแนวทแยงมุมของเมตริกซ์การเปลี่ยนรูป $[T]$ ส่วนพจน์อื่นๆกำหนดให้มีค่าเท่ากับหนึ่ง ดังนั้นการเปลี่ยนรูปโดยการย่อขยายพิกัดตำแหน่งของจุดทั้งหมดสามารถแสดงได้โดย

$$[T][X] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ s \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

เมื่อ $[x' \ y' \ z' \ s]$ แทนพิกัดตำแหน่งของจุดใหม่หลังการเปลี่ยนรูป อย่างไรก็ตามการเปลี่ยนรูปกลับจากจุดที่ถูกเปลี่ยนรูปไปแล้วกลับไปเป็นจุดในปริภูมิสามมิติดั้งเดิม ทำได้ด้วยการหารส่วนประกอบทุกตัวของเวกเตอร์ตำแหน่งสัมติด้วยส่วนประกอบตัวสุดท้าย นั่นคือ

$$\begin{bmatrix} x^* \\ y^* \\ z^* \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'/s \\ y'/s \\ z'/s \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

จากสมการที่ (2.6) ภายหลังจากเปลี่ยนรูปกลับจะพบว่าส่วนประกอบทั้งหมดทุกตัวของพิกัดตำแหน่งของจุดในปริภูมิสามมิติดั้งเดิมจะถูกย่อขยายด้วยอัตราการย่อขยาย $1/s$ ดังนั้นถ้า $s < 1$ พิกัดตำแหน่งของจุดในปริภูมิสามมิติดั้งเดิมจะมีการขยายใหญ่ขึ้น แต่ถ้า $s > 1$ พิกัดตำแหน่งของจุดในปริภูมิสามมิติดั้งเดิมจะถูกย่อให้มีขนาดเล็กลง

2.1.2 การหมุนสามมิติ (Three dimensional rotations)

ในหัวข้อนี้ เราจะถึงพิจารณาการหมุนรอบในแต่ละแนวแกนของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง (Reference coordinate system) การหมุนรอบแกน x ของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง พิกัดตำแหน่งในแนวแกน x ของจุดในปริภูมิสามมิติที่ถูกแทนด้วยเวกเตอร์ตำแหน่งสี่มิติจะไม่มีการเปลี่ยนแปลง การหมุนจะเกิดขึ้นเฉพาะในระนาบที่ตั้งฉากกับแกน x เท่านั้น ในทำนองเดียวกัน การหมุนรอบแกน y และแกน z ของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิงจะเกิดขึ้นเฉพาะในระนาบที่ตั้งฉากกับแกน y และ z ตามลำดับเช่นกัน โดยพิกัดตำแหน่งในแนวแกน y และ z ของเวกเตอร์ตำแหน่งจะไม่มีการเปลี่ยนแปลง การเปลี่ยนรูปของเวกเตอร์ตำแหน่งในแต่ละระนาบเหล่านี้ถูกควบคุมโดยเมตริกซ์การหมุนสองมิติ เราสามารถเขียนเมตริกซ์การเปลี่ยนรูป $[T_\theta]$ ในรูปแบบพิกัดตำแหน่ง Homogeneous ขนาด 4×4 สำหรับการหมุนรอบแกน x ด้วยมุม θ ได้เหมือนกับ

$$[T_\theta] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

การหมุนรอบแกนถูกสมมุติว่าเป็นบวกตามกฎมือขวา นั่นคือการหมุนตามเข็มนาฬิกาเหมือนเรากำลังมองออกจากจุดกำเนิดของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง (Origin of reference coordinate system) เมื่อนิ้วหัวแม่มือของมือขวาชี้แสดงทิศทางของแกนการหมุน วงของนิ้วมือชี้แสดงทิศทางการหมุนที่เป็นบวก ในทำนองเดียวกันการหมุนรอบแกน y ด้วยมุม ϕ เมตริกซ์การเปลี่ยนรูป $[T_\phi]$ สามารถเขียนได้เป็น

$$[T_\phi] = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

สำหรับการหมุนรอบแกน z ด้วยมุม ψ เมตริกซ์การเปลี่ยนรูป $[T_\psi]$ ถูกกำหนดให้เป็น

$$[T_\psi] = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

จากสมการที่ (2.8) จะพบว่าพจน์ sine สำหรับการหมุนรอบแกน y มีเครื่องหมายตรงกันข้ามกับพจน์ sine ในสมการที่ (2.7) และ (2.9) ทั้งนี้ก็เพื่อรักษาคุณสมบัติเป็นบวกของกฎมือขวา

เนื่องจากการหมุนสามมิติทำได้โดยใช้วิธีการคูณของเมตริกซ์การเปลี่ยนรูป อย่างไรก็ตาม การคูณของเมตริกซ์การเปลี่ยนรูปเหล่านี้ไม่สามารถสลับที่ได้ (Non-commutative) กล่าวคือ ลำดับของการคูณของเมตริกซ์การเปลี่ยนรูปจะมีผลต่อผลลัพธ์สุดท้าย เพื่อยกตัวอย่างให้เห็นชัดเจนขึ้นพิจารณาการหมุนรอบแกน x ด้วยมุม θ จากนั้นหมุนรอบแกน y ด้วยมุม ϕ ซึ่งกำหนดให้ $\theta = \phi$ เมตริกซ์การเปลี่ยนรูปผลลัพธ์ $[\mathbf{T}_{\theta\phi}]$ ทำได้โดยการคูณเมตริกซ์การเปลี่ยนรูป $[\mathbf{T}_\theta]$ ในสมการที่ (2.7) กับเมตริกซ์การเปลี่ยนรูป $[\mathbf{T}_\phi]$ ในสมการที่ (2.8) นั่นคือ

$$[\mathbf{T}_{\theta\phi}] = [\mathbf{T}_\theta][\mathbf{T}_\phi]$$

แต่เนื่องจากมุม $\theta = \phi$ ดังนั้นอาจเขียนใหม่ได้เป็น

$$\begin{aligned} [\mathbf{T}_{\theta\phi}] &= [\mathbf{T}_{\theta\theta}] \\ [\mathbf{T}_{\theta\theta}] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta & 0 \\ \sin^2\theta & \cos\theta & \cos\theta\sin\theta & 0 \\ \cos\theta\sin\theta & -\sin\theta & \cos^2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.10)$$

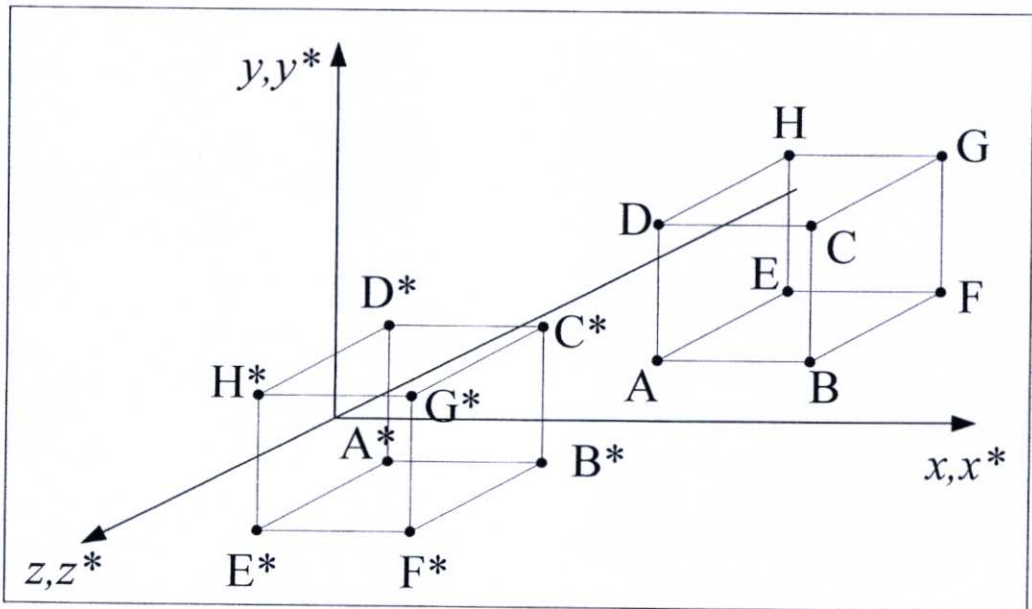
ในทางตรงกันข้ามหากการคูณของเมตริกซ์การเปลี่ยนรูปมีการสลับที่กัน กล่าวคือหมุนรอบแกน y ด้วยมุม ϕ ก่อนจากนั้นจึงหมุนรอบแกน x ด้วยมุม θ โดยที่ $\theta = \phi$ จะได้เมตริกซ์การเปลี่ยนรูปผลลัพธ์ $[\mathbf{T}_{\theta\theta}]$ เป็น

$$\begin{aligned} [\mathbf{T}_{\theta\theta}] &= \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin^2\theta & -\cos\theta\sin\theta & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ \sin\theta & -\cos\theta\sin\theta & \cos^2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.11)$$

เมื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์ทางด้านขวามือของสมการที่ (2.10) และ (2.11) จะพบว่าเมตริกซ์การเปลี่ยนรูปผลลัพธ์ $[T_{00}]$ ไม่เหมือนกัน ทั้งนี้ก็เพราะการหมุนสามมิติเป็นสิ่งที่ไม่สามารถสลับที่ได้

2.1.3 การสะท้อนกลับสามมิติ (Three dimensional reflections)

การสะท้อนกลับสามมิติเป็นสิ่งที่ต้องการในกรณีที่บางทิศทางของวัตถุสามมิติไม่สามารถมองเห็นได้โดยใช้วิธีการหมุนโดยตรง สำหรับการสะท้อนกลับบริสุทธิ์ (Pure reflection) ดีเทอร์มิแนนต์ (Determinant) ของการสะท้อนกลับสามมิติจะมีค่าเท่ากับ -1



รูปที่ 2.1 การสะท้อนกลับสามมิติของบล็อก ABCDEFGH ผ่านระนาบ xy

ในการสะท้อนกลับของวัตถุสามมิติที่แสดงในรูปของบล็อก ABCDEFGH ผ่านระนาบ xy จะได้ภาพสะท้อนกลับเป็นบล็อก $A^*B^*C^*D^*E^*F^*G^*H^*$ ดังรูปที่ 2.1 ซึ่งมีเพียงแต่พิกัดตำแหน่ง z ของเวกเตอร์ตำแหน่งของวัตถุเท่านั้นที่มีค่าเปลี่ยนแปลงไป กล่าวคือมีการกลับของเครื่องหมายจากบวกเป็นลบ ดังนั้น เมตริกซ์การเปลี่ยนรูปสำหรับการสะท้อนกลับผ่านระนาบ xy สามารถเขียนได้เป็น

$$[T_{xy}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

สำหรับการสะท้อนกลับของวัตถุสามมิติผ่านระนาบ yz เมตริกซ์การเปลี่ยนรูปสำหรับการสะท้อนกลับ $[T_{yz}]$ สามารถเขียนได้เป็น

$$[\mathbf{T}_{yz}] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

ในทำนองเดียวกัน เมตริกซ์การเปลี่ยนรูปสำหรับการสะท้อนกลับ $[\mathbf{T}_{xz}]$ ของวัตถุสามมิติผ่านระนาบ xz คือ

$$[\mathbf{T}_{xz}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

2.1.4 การย้ายสามมิติ (Three dimensional translations)

เมตริกซ์การเปลี่ยนรูปสำหรับการย้ายสามมิติ $[\mathbf{T}_t]$ ถูกกำหนดให้เป็น

$$[\mathbf{T}_t] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

จากสมการที่ (2.15) จะพบว่าส่วนประกอบสามตัวแรกของแถวแนวตั้งแถวสุดท้าย (Final column) ของเมตริกซ์การเปลี่ยนรูปขนาด 4×4 เท่านั้นที่ทำให้เกิดย้ายสามมิติ โดยพจน์ที่อยู่ในแนวทแยงมุมมีค่าเท่ากับหนึ่ง ดังนั้นจุดใหม่ที่ได้รับภายหลังการย้ายจากเวกเตอร์ตำแหน่งสี่มิติ หรือจุดในปริภูมิสามมิติดั้งเดิมสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

หรืออาจเขียนใหม่ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x+p) \\ (y+q) \\ (z+r) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

ค่าของ h ในสมการที่ (2.16) และ (2.17) จะมีค่าเท่ากับหนึ่ง โดยพิกัดตำแหน่งของจุดใหม่ภายหลังการย้ายจากจุดดั้งเดิมจะอยู่ที่ $[(x+p) (y+q) (z+r)]$

2.1.5 การเปลี่ยนรูปผลคูณ (Multiple transformations)

การเปลี่ยนรูปสืบเนื่อง (Successive transformation) สามารถนำมารวมเข้าด้วยกันหรือเชื่อมเข้าด้วยกันได้เป็นการเปลี่ยนรูปขนาด 4x4 อันเดียวซึ่งจะยังคงให้ผลลัพธ์ที่เหมือนเดิมเนื่องจากผลคูณของเมตริกซ์ไม่สามารถสลับที่ได้ ดังนั้นลำดับของการนำไปใช้จึงกลายเป็นสิ่งสำคัญ (ตัวอย่างเช่น $[A][B] \neq [B][A]$) ลำดับที่ถูกต้องถูกกำหนดโดยตำแหน่งของเมตริกซ์การเปลี่ยนรูปแต่ละตัวที่สัมพันธ์กับเวกเตอร์ตำแหน่ง เมตริกซ์ที่ใกล้กับเวกเตอร์ตำแหน่งมากที่สุดจะทำให้เกิดการเปลี่ยนรูป (Transformation) ก่อนเป็นอันแรก แล้วจึงเป็นตัวถัดไปจนกระทั่งถึงตัวสุดท้าย ในทางคณิตศาสตร์อันนี้สามารถแสดงได้เหมือนกับ

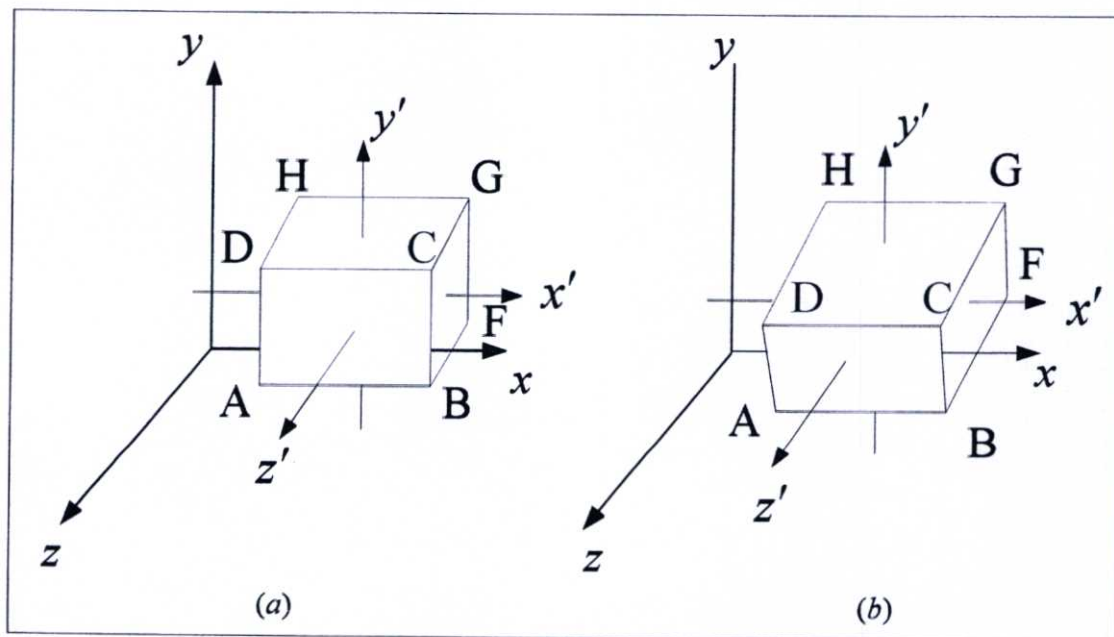
$$[T][X] = [T_n] \cdots [T_3][T_2][T_1][X] \tag{2.18}$$

เมื่อ
$$[T] = [T_n] \cdots [T_3][T_2][T_1]$$

ในที่นี้ $[T]$ คือเมตริกซ์การเปลี่ยนรูปสืบเนื่องที่เกิดจากการรวมกันของเมตริกซ์การเปลี่ยนรูป เช่น เมตริกซ์การเปลี่ยนรูปของการย่อขยาย การตัดเฉือน การหมุน และการสะท้อนกลับ เป็นต้น

2.1.6 การหมุนรอบแกนใดๆหนึ่งที่ขนานกับแกนพิกัดตำแหน่งอันหนึ่ง (Rotations about an axis parallel to a coordinate axis)

การเปลี่ยนรูปที่ให้ไว้ในสมการที่ (2.7) ถึง (2.9) เกิดจากการหมุนรอบแกนพิกัดตำแหน่ง x



รูปที่ 2.2 การหมุนรอบแกน x' ที่ขนานกับแกน x ในระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง

y และ z ของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิงตามลำดับ บ่อยครั้งที่เราอาจจำเป็นต้องหมุนรอบแกนใดๆ ที่ไม่ใช่แกนเหล่านี้ ในที่นี้เราจะพิจารณากรณีพิเศษที่มีการหมุนรอบแกนๆหนึ่งที่ระบบแกนของมันถูกวางขนานกับระบบแกน xyz ของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง รูปที่ 2.2 แสดงวัตถุอันหนึ่งที่มีระบบแกน $x'y'z'$ ซึ่งถูกวางขนานกับระบบแกน xyz ของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง การหมุนวัตถุรอบแกน x' y' หรือ z' แกนใดแกนหนึ่งสามารถทำให้สำเร็จได้โดยใช้ขั้นตอนดังนี้

- 1) ย้ายวัตถุจนกระทั่งจุดกำเนิด (Origin) และระบบแกนของวัตถุซ้อนทับพอดีกับจุดกำเนิด และระบบแกน xyz ของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง
- 2) หมุนวัตถุรอบแกนที่กำหนด
- 3) ย้ายวัตถุที่ถูกเปลี่ยนรูปแล้วกลับไปตำแหน่งเริ่มต้นของมัน

ในทางคณิตศาสตร์ จะได้

$$[\mathbf{X}^*] = [\mathbf{T}_r]^{-1} [\mathbf{R}_x] [\mathbf{T}_r] [\mathbf{X}] \quad (2.19)$$

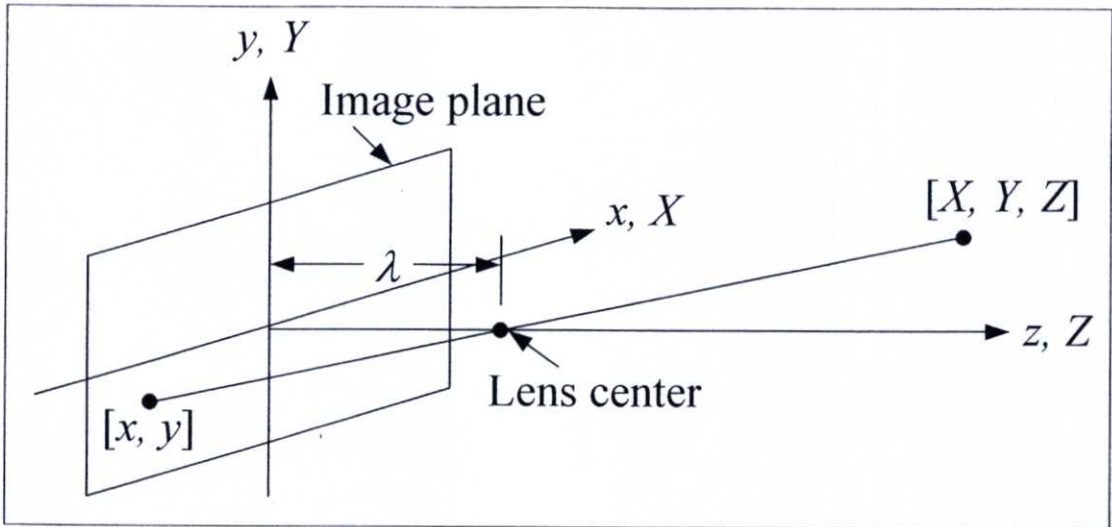
เมื่อ

- $[\mathbf{X}^*]$ คือวัตถุที่ถูกเปลี่ยนรูป
- $[\mathbf{X}]$ คือวัตถุที่ยังไม่ถูกเปลี่ยนรูป
- $[\mathbf{T}_r]$ คือเมตริกซ์การย้าย
- $[\mathbf{R}_x]$ คือเมตริกซ์การหมุนที่เหมาะสม
- $[\mathbf{T}_r]^{-1}$ คือเมตริกซ์การย้ายกลับ (Inverse of translation matrix)

2.2 การเปลี่ยนรูปที่ได้สัดส่วน (Perspective Transformations)

การเปลี่ยนรูปที่ได้สัดส่วนเป็นการฉายจุดในปริภูมิสามมิติลงบนระนาบอันหนึ่ง ซึ่งมักจะถูกเรียกว่าเป็นการเปลี่ยนรูปของภาพ การเปลี่ยนรูปที่ได้สัดส่วนแสดงบทบาทที่สำคัญอันหนึ่งต่อการประมวลผลภาพ (Image processing) เพราะว่าเป็นวิธีในการคาดเดากับภาพๆหนึ่งที่ถูกสร้างขึ้นมาโดยการมองดูจากปริภูมิสามมิติ [5] การเปลี่ยนรูปเหล่านี้จะแตกต่างทางพื้นฐานจากการเปลี่ยนรูปที่ได้อธิบายไว้ในหัวข้อที่ 2.1 เพราะว่าเป็นการเปลี่ยนรูปที่ไม่เป็นเชิงเส้นที่เกี่ยวข้องกับการหารด้วยค่าพิกัดตำแหน่ง

รูปที่ 2.3 แสดงโมเดลของกระบวนการสร้างภาพ โดยกำหนดให้ระบบพิกัดตำแหน่งกล้อง (Camera coordinate system) เป็น $[x, y, z]$ มีระนาบภาพ (Image plane) วางซ้อนทับกับระนาบ xy และมีแกนทางแสง (Optical axis) อยู่ในแนวแกน z ดังนั้นจุดกึ่งกลางของระนาบภาพก็คือจุดกำเนิด (Origin) ของระบบพิกัดตำแหน่งกล้อง และจุดศูนย์กลางของเลนส์ตั้งอยู่ที่พิกัดตำแหน่ง $(0, 0, \lambda)$ ถ้ากล้องอยู่ในระยะโฟกัสสำหรับวัตถุที่อยู่ไกลออกไป λ ก็คือความยาวโฟกัสของเลนส์ ในที่นี้เราสมมุติว่าระบบพิกัดตำแหน่งกล้องอยู่ที่เดียวกับระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง (Reference coordinate system) โดยมีจุดเริ่มต้นของทั้งสองระบบร่วมกัน



รูปที่ 2.3 โมเดลพื้นฐานของกระบวนการสร้างภาพ เมื่อระบบพิกัดตำแหน่งกล้อง
อยู่ที่เดียวกับระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง

ถ้าให้ $[X, Y, Z]$ เป็นพิกัดตำแหน่งอ้างอิงของจุดใดๆ ในปริภูมิสามมิติเหมือนที่แสดงในรูปที่ 2.3 และสมมุติตลอดการอธิบายนี้ว่า $Z > \lambda$ นั้นหมายความว่าจุดทั้งหมดที่เราสนใจอยู่ด้านหน้าของเลนซ์เสมอ ในขั้นตอนแรกเพื่อให้ได้ความสัมพันธ์อันหนึ่งที่แสดงความสัมพันธ์ของการฉายภาพของจุดในปริภูมิสามมิติ $[X, Y, Z]$ ไปบนระนาบภาพที่พิกัดตำแหน่ง $[x, y]$ อันนี้สามารถทำให้สำเร็จได้โดยง่ายโดยใช้หลักการของรูปสามเหลี่ยมคล้าย นั่นคือ

$$\begin{aligned} \frac{x}{\lambda} &= -\frac{X}{Z - \lambda} \\ &= \frac{X}{\lambda - Z} \end{aligned} \quad (2.20)$$

และ

$$\begin{aligned} \frac{y}{\lambda} &= -\frac{Y}{Z - \lambda} \\ &= \frac{Y}{\lambda - Z} \end{aligned} \quad (2.21)$$

เครื่องหมายลบข้างหน้าของ X และ Y ของเทอมทางขวามือในสมการที่ (2.20) และ (2.21) แสดงว่าจุดที่พิจารณาอยู่ในลักษณะกลับหัว เหมือนรูปทางเรขาคณิตที่แสดงดังรูปที่ 2.3

พิกัดตำแหน่งบนระนาบภาพของการฉายจุดในปริภูมิสามมิติ สามารถหาได้โดยตรงจากสมการที่ (2.20) และ (2.21)

$$x = \frac{\lambda X}{\lambda - Z} \quad (2.22)$$

และ

$$y = \frac{\lambda Y}{\lambda - Z} \quad (2.23)$$

สมการเหล่านี้ไม่เป็นเชิงเส้นเพราะเกี่ยวข้องกับการหารด้วยตัวแปร Z และถึงแม้ว่าสมการเหล่านี้สามารถนำไปใช้ได้โดยตรง แต่บ่อยครั้งที่มีมักจะแสดงในรูปของเมตริกซ์เชิงเส้นเพื่อให้ง่ายต่อการหมุน การย้าย และการย่อขยาย เป็นต้นเหมือนในหัวข้อที่ 2.1 ถ้าพิกัดตำแหน่ง Homogeneous ของจุดในปริภูมิสามมิติจุดหนึ่งคือ $[X, Y, Z]$ ถูกนิยามเหมือนกับ $[kX, kY, kZ, k]$ เมื่อ k เป็นค่าคงที่ใดๆที่ไม่เท่ากับศูนย์ จุดในรูปของพิกัดตำแหน่ง Homogeneous ถูกกำหนดให้เป็น

$$\mathbf{w}_h = \begin{bmatrix} kX \\ kY \\ kZ \\ k \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

และถ้าเรานิยามการเปลี่ยนรูปที่ได้สัดส่วนเหมือนกับ

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\lambda} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

ผลคูณของ $\mathbf{P}\mathbf{w}_h$ จะได้เวกเตอร์ \mathbf{c}_h :

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_h &= \mathbf{P}\mathbf{w}_h \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\lambda} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} kX \\ kY \\ kZ \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} kX \\ kY \\ kZ \\ \frac{-kZ}{\lambda} + k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.26)$$

ส่วนประกอบของ \mathbf{c}_h คือพิกัดตำแหน่งกล้องในรูปของ Homogeneous ดังที่ได้อธิบายไว้ข้างต้นว่า พิกัดตำแหน่งเหล่านี้สามารถแปลงกลับไปพิกัดตำแหน่งดั้งเดิมได้โดยการหารแต่ละตัวของสามส่วนประกอบแรกด้วยส่วนประกอบตัวที่สี่ ดังนั้นพิกัดตำแหน่งดั้งเดิมในระบบพิกัดตำแหน่งกล้องจะถูกกำหนดในรูปของเวกเตอร์โดย

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda X}{\lambda - Z} \\ \frac{\lambda Y}{\lambda - Z} \\ \frac{\lambda Z}{\lambda - Z} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

ส่วนประกอบสองส่วนแรกของ \mathbf{c} ก็คือพิกัดตำแหน่ง $[x, y]$ บนระนาบภาพที่เกิดจากการฉายจุดในปริภูมิสามมิติ $[X, Y, Z]$ เมื่อย้อนกลับไปทีสมการที่ (2.22) และ (2.23) จะพบว่าส่วนประกอบตัวที่สามในสมการที่ (2.27) เป็นพจน์ที่ไม่ได้ให้ความสนใจ อย่างไรก็ตาม ส่วนประกอบนี้ทำหน้าที่เสมือนตัวแปรอิสระหรือเป็นตัวแปรที่สำคัญในการเปลี่ยนรูปที่ได้สัดส่วนกลับ (Inverse perspective transformation).

การเปลี่ยนรูปที่ได้สัดส่วนกลับ (Inverse perspective transformation) เป็นการส่ง (Map) จุดภาพบนระนาบภาพกลับไปทีจุดในปริภูมิสามมิติ ดังนั้นจากสมการที่ (2.26)

$$\mathbf{w}_h = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{c}_h \quad (2.28)$$

เมื่อ \mathbf{P}^{-1} คือ

$$\mathbf{P}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

สมมติว่าจุดภาพบนระนาบภาพมีพิกัดตำแหน่งเป็น $[x_0, y_0, 0]$ ซึ่งพิกัดตำแหน่งของแกน $z = 0$ เพื่อแสดงว่าระนาบภาพตั้งอยู่ที่ $z = 0$ ซึ่งจุดนี้อาจถูกแสดงในรูปของเวกเตอร์ Homogeneous (Homogeneous vector) เหมือนกับ

$$\mathbf{c}_h = \begin{bmatrix} kx_0 \\ ky_0 \\ 0 \\ k \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

เมื่อใช้สมการที่ (2.28) จะได้จุดในปริภูมิสามมิติที่แทนด้วยเวกเตอร์พิกัดตำแหน่ง Homogeneous (Homogeneous coordinate vector).

$$\mathbf{w}_h = \begin{bmatrix} kx_0 \\ ky_0 \\ 0 \\ k \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

หรือ

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

ผลลัพธ์ที่ชัดเจนนี้ซึ่งเป็นสิ่งที่ไม่คาดหมายเพราะสมการที่ (2.32) ให้ $Z = 0$ สำหรับจุดใดๆในปริภูมิสามมิติ ปัญหาที่เกิดขึ้นจากการส่งจุดภาพ $[x_0, y_0]$ บนระนาบภาพกลับไปยังจุดใดๆในปริภูมิสามมิติ ซึ่งสอดคล้องกับชุดของจุดในปริภูมิสามมิติที่เป็นเชิงเส้นร่วมกัน (Collinear 3D points) ที่วางอยู่บนเส้นตรงที่ก้ำกึ่งพาดผ่าน $[x_0, y_0, 0]$ และ $[0, 0, \lambda]$ สมการของเส้นตรงนี้ในระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิงมาจากสมการที่ (2.22) และ (2.23) นั่นคือ

$$X = \frac{x_0}{\lambda}(\lambda - Z) \quad (2.33)$$

และ

$$Y = \frac{y_0}{\lambda}(\lambda - Z) \quad (2.34)$$

สมการที่ (2.33) และ (2.34) แสดงให้เห็นว่าการละเว้นบางสิ่งบางอย่างที่เราควรรู้เกี่ยวกับจุดในปริภูมิสามมิติที่ให้กำเนิดจุดภาพ (นั่นก็คือพิกัดตำแหน่ง Z ของจุดในปริภูมิสามมิติ) มันเป็นไปได้เลยที่จะกลับคืนเป็นจุดปริภูมิสามมิติได้อย่างสมบูรณ์จากภาพของมัน ข้อสังเกตนี้เป็นสิ่งที่ทราบอยู่ก่อนแล้วและสามารถนำมาใช้เป็นสูตรของการเปลี่ยนรูปที่ได้สัดส่วนกลับ โดยกำหนดให้ส่วนประกอบ z ของ \mathbf{c}_h เป็นเหมือนกับตัวแปรอิสระแทนที่จะเท่ากับ 0 เหมือนในสมการที่ (2.30) ดังนั้นกำหนดให้

$$\mathbf{c}_h = \begin{bmatrix} kx_0 \\ ky_0 \\ kz \\ k \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

เป็นผลให้สมการที่ (2.31) คือ

$$\mathbf{w}_h = \begin{bmatrix} kx_0 \\ ky_0 \\ kz \\ \frac{kz}{\lambda} + k \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

ซึ่งเมื่อแปลงกลับเป็นจุดในปริภูมิสามมิติจะได้

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda x_0}{\lambda + z} \\ \frac{\lambda y_0}{\lambda + z} \\ \frac{\lambda z}{\lambda + z} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

ในทางตรงกันข้าม การพิจารณา z เหมือนกับตัวแปรอิสระจะได้สมการ

$$\begin{aligned} X &= \frac{\lambda x_0}{\lambda + z} \\ Y &= \frac{\lambda y_0}{\lambda + z} \\ Z &= \frac{\lambda z}{\lambda + z} \end{aligned} \quad (2.38)$$

จากนั้น หากคำตอบของ z ในเทอมของ Z โดยนำสมการสุดท้ายแทนลงไปทั้งสองสมการแรกจะได้

$$X = \frac{x_0}{\lambda} (\lambda - Z) \quad (2.39)$$

และ

$$Y = \frac{y_0}{\lambda} (\lambda - Z) \quad (2.40)$$

ซึ่งสอดคล้องกับข้อสังเกตที่ว่า การกลับคืนจุดในปริภูมิสามมิติจากภาพของมันได้อย่างสมบูรณ์โดยวิธีการเปลี่ยนรูปที่ได้สัดส่วนกลับ (Inverse perspective transformation) นั้นจำเป็นต้องรู้พิกัดตำแหน่ง Z ของจุดนั้นก่อน ซึ่งการหาพิกัดตำแหน่ง Z ของจุดๆ นั้นอาจทำได้โดยวิธี Stereo Imaging เป็นต้น

2.3 การสอบเทียบกล้อง

การสอบเทียบกล้องคืออะไร การสอบเทียบกล้องคือกระบวนการอันหนึ่งในการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบในพื้นที่ทำงานของการมองเห็นของคอมพิวเตอร์และหุ่นยนต์ พารามิเตอร์

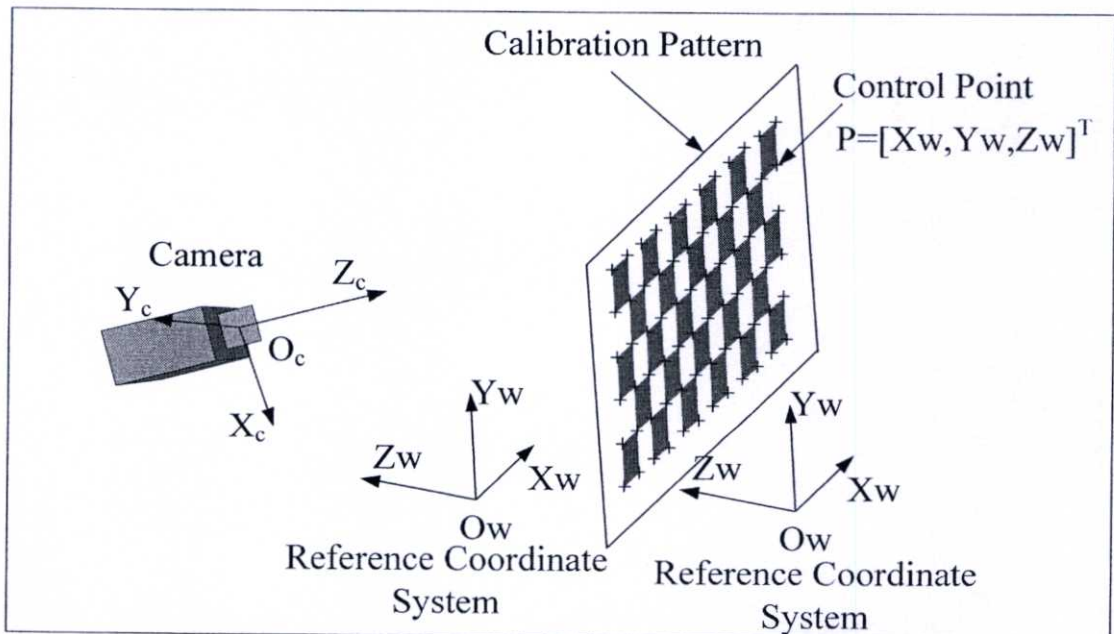
สอบเทียบที่ต้องการคำนวณนั้นประกอบด้วยพารามิเตอร์ภายในและภายนอก (Intrinsic and extrinsic parameters) พารามิเตอร์ภายนอกประกอบด้วยทิศทางของกล้องและตำแหน่งของศูนย์กลางกล้อง โดยอ้างอิงกับจุดกำเนิดของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง (Origin of reference coordinate system) ส่วนพารามิเตอร์ภายในประกอบด้วยความยาวโฟกัส (Focal length) จุดศูนย์กลางของภาพ (Principal point) อัตราส่วนระหว่างความยาวโฟกัสในแนวนอนต่อแนวตั้งหรืออาจเรียกว่าสเกลแฟกเตอร์ (Scale factor) ความเอียงของภาพ (Skew) และสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์

ดังที่ทราบกันดีโดยทั่วไปว่า ข้อมูลภาพที่ได้จากกล้องเป็นข้อมูลสองมิติที่มีมิติความกว้างและความยาวเท่านั้น ในกรณีที่ต้องการประมวลผลภาพโดยพิจารณาเฉพาะรูปร่าง ลักษณะเด่น และทิศทางของวัตถุในภาพโดยไม่สนใจความลึกของวัตถุ หรืออาจเรียกว่าการประมวลผลภาพแบบสองมิติ เช่น การตรวจหาวัตถุในภาพ การรู้จำวัตถุและการรู้จำตัวอักษร เป็นต้น การสอบเทียบกล้องอาจเป็นสิ่งที่ไม่จำเป็น แต่ในกรณีที่ต้องการรู้จำวัตถุแบบสามมิติในภาพและการคำนวณหามิติ ความกว้าง ความยาวและความสูงของวัตถุต่างๆในภาพโดยวิธี Passive stereo วิธี Active stereo หรือวิธี Range finder ข้อมูลภาพ ตำแหน่งของศูนย์กลางกล้องและทิศทางของกล้อง ในรูปของเวกเตอร์สามมิติและเมตริกซ์ขนาด 3×3 ในพื้นที่ทำงาน (Working space) โดยอ้างอิงกับจุดกำเนิดของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง กลายเป็นสิ่งสำคัญที่นอกเหนือไปจากอุปกรณ์อื่นๆที่ใช้ประกอบการคำนวณ ถ้าเราไม่ทราบตำแหน่งของศูนย์กลางกล้องและทิศทางของกล้อง เราก็ไม่สามารถคำนวณหามิติต่างๆของวัตถุในภาพได้ และถ้าเราใช้ข้อมูลภาพที่มีความผิดเพี้ยนของเลนส์ โดยที่ยังไม่ได้รับการแก้ไขความผิดเพี้ยน เมื่อนำไปใช้เพื่อคำนวณหามิติของวัตถุต่างๆในภาพ ผลที่ได้รับก็คือวัตถุที่คำนวณได้มีมิติผิดเพี้ยนไปจากมิติที่แท้จริง ด้วยเหตุนี้เองการสอบเทียบกล้องจึงกลายเป็นขั้นตอนที่สำคัญอันหนึ่งในการมองเห็นของคอมพิวเตอร์และหุ่นยนต์

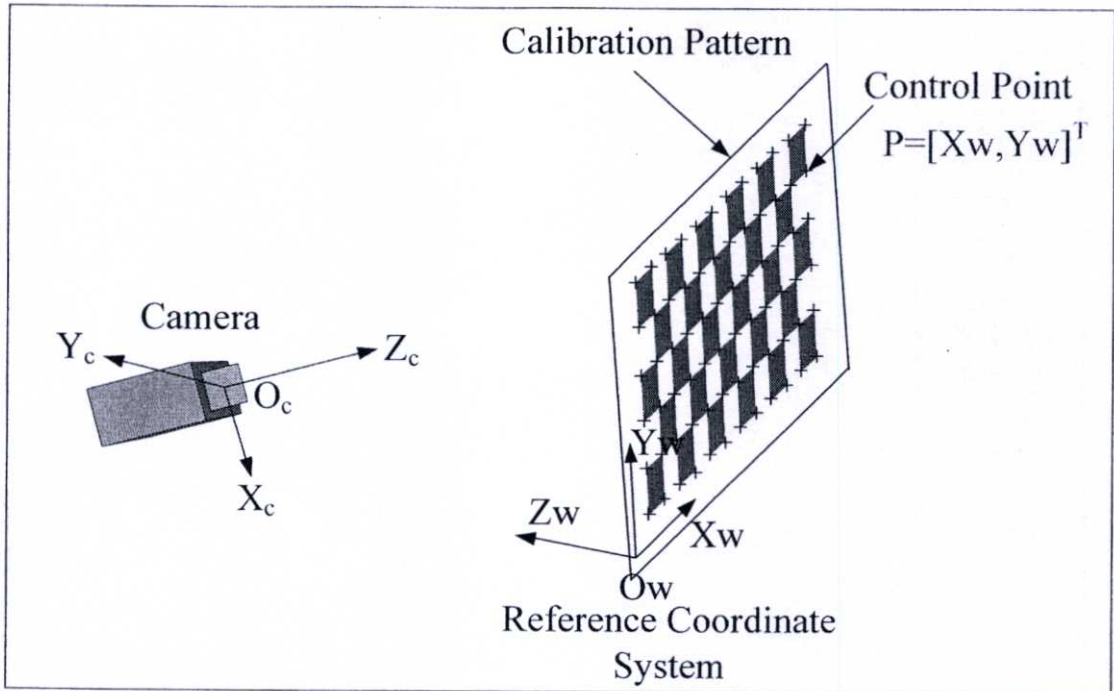
การสอบเทียบกล้องโดยทั่วไปสามารถแบ่งออกได้เป็นสองชนิดใหญ่ๆ กล่าวคือ การสอบเทียบด้วยตัวเอง (Self calibration) และการสอบเทียบบนพื้นฐานแพทเทิร์นแนวระนาบ (Planar pattern-based calibration) กรณีของการสอบเทียบด้วยตัวเอง ในขณะที่กล้องกำลังเคลื่อนที่ไป กล้องจะถ่ายภาพสภาพแวดล้อมที่ไม่มีการเคลื่อนไหว (Static scene) หรือกล้องถ่ายภาพขณะอยู่กับที่เมื่อสภาพแวดล้อมมีการเปลี่ยนแปลง (Dynamic scene) ลำดับของข้อมูลภาพ (Sequence images) ที่ถ่ายได้จากกล้องจะถูกนำมาคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบ ข้อดีของการสอบเทียบชนิดนี้คือเราไม่จำเป็นต้องทราบข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับสภาพแวดล้อมและการเคลื่อนที่ของกล้อง แต่ข้อเสียคือต้องใช้ข้อมูลภาพเป็นจำนวนมาก ทำให้มีความซับซ้อนและเป็นปัญหาในการคำนวณทางคณิตศาสตร์ กรณีของการสอบเทียบบนพื้นฐานแพทเทิร์นแนวระนาบ การสอบเทียบชนิดนี้ใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจุดควบคุม (Control points) บนแพทเทิร์นสอบเทียบและจุดภาพที่สอดคล้องกัน (Corresponding coordinates) บนเฟรมบัฟเฟอร์เพื่อคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบ ดังนั้นเราจำเป็นต้องทราบมิติทางเรขาคณิตของจุดควบคุมบนแพทเทิร์นสอบเทียบ ในกรณีที่จุดควบคุมบนแพทเทิร์นสอบเทียบมีมิติทางเรขาคณิตเป็นแบบสามมิติ เราเรียกการ

สอบเทียบชนิดนี้ว่าการสอบเทียบกล้องชนิดไม่ร่วมระนาบ แต่ถ้าจุดควบคุมมีเพียงสองมิติ เราเรียก การสอบเทียบนี้ว่าการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบ ด้วยเหตุนี้การสอบเทียบบนพื้นฐานแพทเทอร์น แนวระนาบจึงสามารถแบ่งออกได้อีกสองชนิดคือ การสอบเทียบกล้องชนิดไม่ร่วมระนาบ (Non-coplanar calibration) และชนิดร่วมระนาบ (Coplanar calibration)

การสอบเทียบกล้องชนิดไม่ร่วมระนาบ เป็นการสอบเทียบกล้องชนิดหนึ่งที่ได้รับคามนิยม ทั้งนี้ก็เพราะมันง่ายไม่ซับซ้อนในการคำนวณ อย่างไรก็ตาม การสอบเทียบชนิดนี้ไม่สามารถนำไปประยุกต์ใช้งานได้ทั้งหมด รูปที่ 2.4 แสดงวิธีการพื้นฐานของการสอบเทียบกล้องชนิดไม่ร่วมระนาบ ซึ่งประกอบด้วยกล้องที่ต้องการสอบเทียบและแพทเทอร์นสอบเทียบ (Calibration pattern) ที่รู้มิติทางเรขาคณิต แพทเทอร์นสอบเทียบอาจอยู่ในรูปของตารางกริด (Grid) หรือรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือสี่เหลี่ยมจัตุรัสหลายรูปที่นำมาต่อกัน ซึ่งจุดตัดต่างๆบนตารางกริดหรือมุมต่างๆของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือสี่เหลี่ยมจัตุรัสถูกใช้แทนจุดควบคุม (Control points) จากรูปที่ 2.4 จุดกำเนิดของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง (Origin of reference coordinate system) ถูกวางไว้ที่ตำแหน่งใด ๆ ในพื้นที่ทำงาน (Working space) เช่น ด้านหน้าหรือด้านหลังของแพทเทอร์นสอบเทียบแต่ไม่ได้อยู่บนแพทเทอร์นสอบเทียบ ด้วยเหตุนี้จุดควบคุม (P) ที่อยู่บนแพทเทอร์นสอบเทียบจึงถูกแทนด้วยเวกเตอร์สามมิติ นั่นคือ $P = [X_w, Y_w, Z_w]^T$ สำหรับการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบเป็นการสอบเทียบกล้องอีกชนิดหนึ่งที่น่าสนใจ สำหรับการประยุกต์ใช้งานในอุตสาหกรรมบางประเภทและทางการแพทย์ อย่างไรก็ตามการสอบเทียบชนิดนี้มีความซับซ้อนมากกว่าและให้ความเที่ยงตรงน้อยกว่าการสอบเทียบกล้องชนิดไม่ร่วมระนาบ พื้นฐานการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบแสดงดังรูปที่ 2.5 จากรูปที่ 2.4 และ 2.5 จะเห็นความแตกต่างของการสอบเทียบกล้องทั้ง



รูปที่ 2.4 พื้นฐานการสอบเทียบกล้องชนิดไม่ร่วมระนาบ



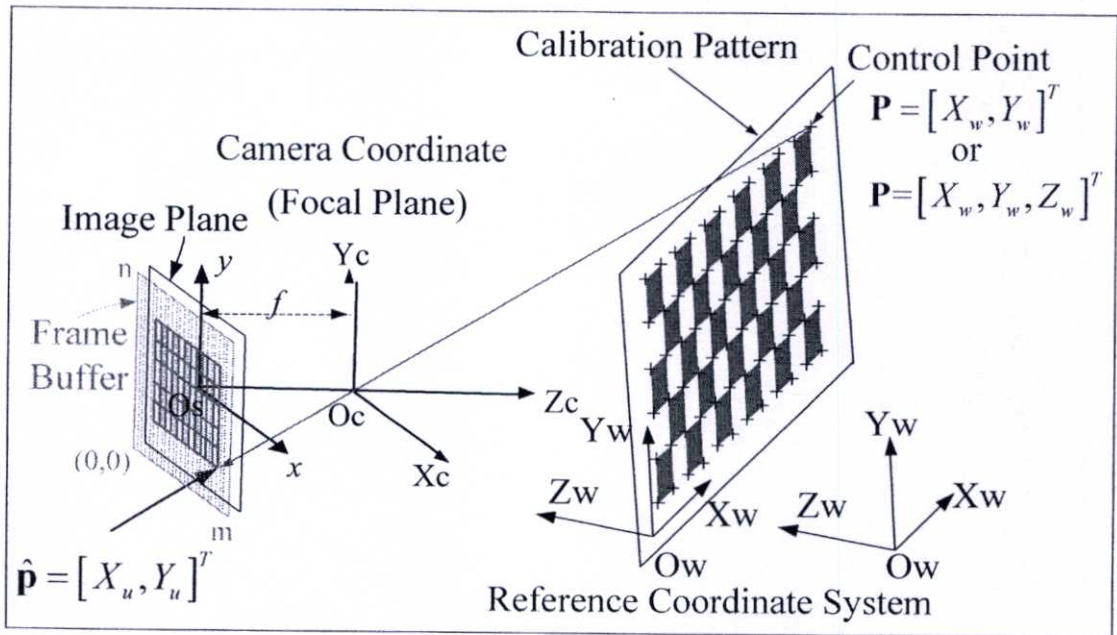
รูปที่ 2.5 พื้นฐานการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบ

สองชนิด กล่าวคือการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบ จุดกำเนิดของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิงถูกวางบนแพทเทิร์นสอบเทียบเท่านั้นทำให้จุดควบคุมทุกๆจุดบนแพทเทิร์นสอบเทียบอยู่ในระนาบเดียวกัน หรือมิติความลึก (Z_w) ของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิงเท่ากับศูนย์ ดังนั้น จุดควบคุมจึงถูกแทนด้วยเวกเตอร์สองมิติ $P = [X_w, Y_w]^T$

สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบ ซึ่งขั้นตอนและวิธีการต่างๆที่ใช้ในการคำนวณเพื่อหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบจะได้อธิบายโดยละเอียดในบทต่อไป

2.4 โมเดลกล้องที่ไม่มีบิดเบี้ยว (Distortion Free Camera Model)

กล้องในทางทฤษฎีมักจะใช้โมเดลกล้องชนิดรูเข็ม (Pinhole camera model) ทั้งนี้ก็เพื่อความสะดวกในการคำนวณ พารามิเตอร์สอบเทียบสำหรับกล้องในทางอุดมคติจะประกอบด้วยพารามิเตอร์ภายในและภายนอก (Intrinsic and extrinsic parameters) ซึ่งมีพารามิเตอร์ทั้งหมดมีจำนวน 11 ตัว ทั้งการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบหรือไม่ร่วมระนาบ กล่าวคือพารามิเตอร์ภายนอกมีจำนวน 6 ตัว และพารามิเตอร์ภายในมีจำนวน 5 ตัว พารามิเตอร์ภายนอกจะประกอบด้วยเมตริกซ์การหมุน (Rotation matrix) ซึ่งมีสามพารามิเตอร์ และเวกเตอร์การย้าย (Translation vector) ที่มีสามพารามิเตอร์เช่นเดียวกัน เมตริกซ์การหมุนใช้แทนทิศทางของกล้องเมื่อกล้องถูกหมุนไปรอบแต่ละแนวแกน (แกน X_c , Y_c หรือ Z_c) ในระบบพิกัดตำแหน่งกล้อง ส่วนเวกเตอร์การย้ายใช้แทนตำแหน่งของจุดศูนย์กลางกล้อง (Camera center) ที่สัมพันธ์กับจุดกำเนิด



รูปที่ 2.6 การฉายจุดควบคุมบนแพทเทิร์นสอบเทียบไปที่ระนาบภาพ

ของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง พารามิเตอร์ภายในประกอบด้วยความยาวโฟกัส (f) พิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางของภาพ (C_x, C_y) อัตราส่วนระหว่างความยาวโฟกัสในแนวนอนต่อแนวตั้งในหน่วยของพิกเซล (α_x / α_y) และความเอียงของภาพ (s)

รูปที่ 2.6 แสดงรูปทรงทางเรขาคณิตพื้นฐานของ โมเดลกล้องที่ไม่มี ความผิดเพี้ยน ในภาพ เราสมมุติให้จุดกำเนิด (O_w) ของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิงถูกวางอยู่บนแพทเทิร์นสอบเทียบ หรือที่ใดๆในพื้นที่ทำงาน ดังนั้นจุดควบคุมอาจแสดงในรูปของเวกเตอร์สองมิติหรือสามมิติขึ้นอยู่กับตำแหน่งของจุดกำเนิดของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง จากนั้นให้จุดศูนย์กลางทางแสง (Optical center) ของระบบพิกัดตำแหน่งกล้อง (Camera coordinate system) ตั้งอยู่ที่จุด O_c มี X_c Y_c และ Z_c เป็นแกนของระบบพิกัดตำแหน่งกล้องในทิศทาง x y และ z ตามลำดับและให้แกนทางเดินของแสง (Optical axis) อยู่ในแนวเดียวกับแกน Z_c ของระบบพิกัดตำแหน่งกล้องและพิจารณาให้เป็นที่ตั้งของ Focal plane ระนาบภาพ (Image plane) ถูกวางอยู่ด้านหลังของ Focal plane เป็นระยะทาง f จากจุดศูนย์กลางทางแสง O_c ซึ่งเดินของทางแสงจะผ่านจุดศูนย์กลางทางแสงไปตัดกับระนาบภาพที่จุด O_s เฟรมบัฟเฟอร์ (Frame buffer) ถูกวางไว้อยู่ที่เดียวกับระนาบภาพใช้แทนเซ็นเซอร์รับภาพซึ่งอาจเป็นชนิด CCD หรือ CMOS ก็ได้ (CCD or CMOS Image sensors) และมีจุดกำเนิดอยู่ที่มุมล่างด้านซ้ายมือ จากรูปที่ 2.6 เมื่อจุดควบคุมบนแพทเทิร์นสอบเทียบถูกฉายไปที่ระนาบภาพและเฟรมบัฟเฟอร์ โดยผ่านจุดศูนย์กลางทางแสงตามวิธีการเปลี่ยนรูปที่ได้สัดส่วน (Perspective transformation) จะพบว่าภาพของแพทเทิร์นสอบเทียบและภาพของจุดควบคุมบนระนาบภาพและบนเฟรมบัฟเฟอร์เหมือนกันทุกประการ เพียงแต่ระยะทางระหว่างจุดควบคุมที่ปรากฏบนระนาบภาพ มีขนาดเล็กกว่าจุดควบคุมบนแพทเทิร์นสอบเทียบและจุดควบคุมบนเฟรมบัฟเฟอร์ถูกแสดงในหน่วยของพิกเซลเท่านั้น ดังนั้นมันจึงเป็น

โมเดลกล้องชนิดที่ไม่มีคามบิดเพี้ยนของเลนส์

ถ้าให้ \mathbf{P} แทนจุดควบคุมใดๆบนแพทเทอร์นสอบเทียบ เมื่อจุดควบคุม \mathbf{P} ถูกฉายไปที่ระนาบภาพโดยผ่านจุดศูนย์กลางทางแสง จุดภาพ (Image point) บนระนาบภาพที่สอดคล้องกับจุดควบคุม \mathbf{P} กำหนดให้เป็น $\hat{\mathbf{p}}$ การเปลี่ยนรูปที่ได้สัดส่วน (Perspective transformation) จากจุดควบคุมไปที่จุดภาพบนระนาบภาพสามารถเขียนได้เป็น

$$v\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{F}[\mathbf{R}|\mathbf{t}]\mathbf{P} \quad (2.41)$$

เมื่อ \mathbf{F} ใช้แทนเมตริกซ์ความยาวโฟกัส \mathbf{R} แทนเมตริกซ์การหมุนกล้อง \mathbf{t} แทนเวกเตอร์การย้าย และ v คือค่าสเกลแฟลคเตอร์ใดๆ

กรณีการสอบเทียบกล้องชนิดไม่ร่วมระนาบ เมตริกซ์การหมุนกล้อง \mathbf{R} จะมีขนาด 3×3 ดังนั้น ความสัมพันธ์ระหว่างจุดควบคุมและจุดภาพในสมการที่ (2.41) อาจเขียนได้เป็น

$$v \begin{bmatrix} X_u \\ Y_u \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f & 0 & 0 \\ 0 & -f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & t_x \\ r_4 & r_5 & r_6 & t_y \\ r_7 & r_8 & r_9 & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

เมื่อ

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -f & 0 & 0 \\ 0 & -f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$

$\hat{\mathbf{p}} = [X_u, Y_u, 1]^T$ แทนจุดภาพบนระนาบภาพ $\mathbf{P} = [X_w, Y_w, Z_w, 1]^T$ แทนจุดควบคุมใดๆบนแพทเทอร์นสอบเทียบที่แสดงในรูปของพิกัดตำแหน่ง Homogeneous (X_u, Y_u) คือพิกัดตำแหน่งในแนวแกน x และ y บนระนาบภาพ (X_w, Y_w, Z_w) คือพิกัดตำแหน่งในแนวแกน x y และ z ตามลำดับบนระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง f แทนความยาวโฟกัส r_1 ถึง r_9 แทนส่วนประกอบ (Elements) ของเมตริกซ์การหมุน \mathbf{R} สุดท้าย t_x t_y และ t_z แทนส่วนความกว้าง ความยาว และความลึกของเวกเตอร์การย้าย \mathbf{t} หรือตำแหน่งของศูนย์กลางกล้องในแนวแกน x y และ z ตามลำดับเมื่ออ้างอิงกับระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง

อย่างไรก็ดี กรณีการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบ เมตริกซ์การหมุนกล้อง \mathbf{R} จะมีขนาดเพียง 3×2 เนื่องจากมิติความลึก (Z_w) ของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิงเท่ากับศูนย์ ด้วยเหตุนี้ความสัมพันธ์ระหว่างจุดควบคุมและจุดภาพในกรณีการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบ ตามสมการที่ (2.41) อาจเขียนได้เป็น

$$v \begin{bmatrix} X_u \\ Y_u \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f & 0 & 0 \\ 0 & -f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t_x \\ r_4 & r_5 & t_y \\ r_7 & r_8 & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

ในการทำงานเดียวกัน ถ้าให้ $\tilde{\mathbf{p}} = [X_f, Y_f, 1]^T$ แทนจุดภาพบนเฟรมบัฟเฟอร์ เมื่อ (X_f, Y_f) แทนระยะพิกัดบนเฟรมบัฟเฟอร์ในแนวแกน x และ y ความสัมพันธ์ระหว่างจุดภาพบนระนาบภาพและจุดภาพบนเฟรมบัฟเฟอร์สามารถแสดงได้โดย

$$\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{K}\hat{\mathbf{p}} \quad (2.44)$$

เมื่อ

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} n_x^{-1} & 0 & C_x \\ 0 & n_y^{-1} & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

คือเมตริกซ์การแปลง (Conversion matrix) จากหน่วยการวัดเป็นพิกเซล n_x และ n_y คือระยะทางระหว่างเซ็นเซอร์ (Sensor elements) ข้างเคียงในทิศทาง x และ y ตามลำดับ ซึ่งค่าเหล่านี้ อาจหาได้จากคู่มือการผลิตเซ็นเซอร์และกล้องหรืออาจได้จากการคำนวณโดยวิธี Off-line โดยทั่วไปค่าของ n_x และ n_y จะเกี่ยวข้องกับรูปร่างของพิกเซลหรือจุดภาพซึ่งอาจเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสหรือสี่เหลี่ยมผืนผ้าขึ้นอยู่กับโครงสร้างของ CCD เซ็นเซอร์ที่ใช้งาน C_x และ C_y คือพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพ (Principal point) ในแนวแกน x และ y ตามลำดับ สูตรหาความสัมพันธ์ระหว่างจุดควบคุมบนแพทเทิร์นสอบเทียบและจุดภาพบนเฟรมบัฟเฟอร์สามารถเขียนได้เป็น

$$v\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{M}\mathbf{P} = \mathbf{A}[\mathbf{R}|\mathbf{t}]\mathbf{P} \quad (2.45)$$

$$v\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{K}\mathbf{F}[\mathbf{R}|\mathbf{t}]\mathbf{P} \quad (2.46)$$

หรือ

$$v \begin{bmatrix} X_f \\ Y_f \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_x & 0 & C_x \\ 0 & -\alpha_y & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t_x \\ r_4 & r_5 & t_y \\ r_7 & r_8 & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

เมื่อ

$$\mathbf{M} = \mathbf{A}[\mathbf{R}|\mathbf{t}], \quad \mathbf{A} = \mathbf{K}\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -\alpha_x & 0 & C_x \\ 0 & -\alpha_y & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

เมตริกซ์ \mathbf{M} ถูกเรียกว่าเมตริกซ์การฉายภาพของกล้อง (Camera projection matrix) เมตริกซ์ \mathbf{A} ถูกเรียกว่าเมตริกซ์สอบเทียบ (Calibration matrix) ซึ่งส่วนประกอบที่ไม่เป็นศูนย์ (Non-zero

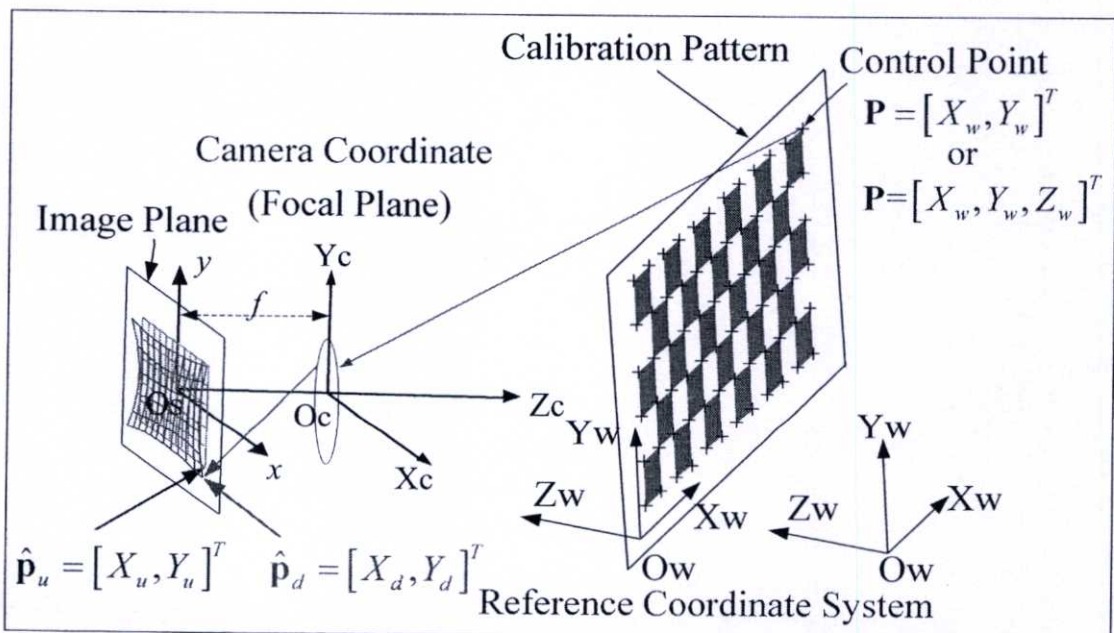
entries) ของเมตริกซ์สอบเทียบ A ถูกเรียกว่าพารามิเตอร์ภายในของกล้อง $\alpha_x = n_x^{-1}f$ และ $\alpha_y = n_y^{-1}f$ ใช้แทนความยาวโฟกัสในหน่วยพิกเซลในทิศทาง x และ y ตามลำดับ อย่างไรก็ตาม อย่างไรก็ดี ในขณะนี้เราไม่พิจารณาความเอียงของภาพ (s) ในเมตริกซ์สอบเทียบ A ทั้งนี้ก็เพราะว่าความเอียงของภาพจะเป็นศูนย์ในกรณีของกล้องปกติทั่วไป แต่ในกรณีที่จำเป็นต้องพิจารณาความเอียงของภาพด้วย เมตริกซ์สอบเทียบ A อาจเขียนใหม่ได้เป็น

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha_x & s & C_x \\ 0 & -\alpha_y & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

2.5 โมเดลความผิดเพี้ยนของเลนส์ (Lens Distortion Model)

กล้องโดยทั่วไปไม่ว่าจะเป็นชนิดอนาล็อก หรือดิจิทัลมักจะมีเลนส์ประกอบรวมอยู่ด้วยเสมอ ดังนั้นในทางปฏิบัติกล้องจึงไม่ได้มีโมเดลกล้องเป็นชนิดรูเข็มดังที่กล่าวไปแล้วข้างต้น อย่างไรก็ตาม ความไม่สมบูรณ์ในการออกแบบและการผลิตเลนส์รวมทั้งการประกอบเลนส์เข้ากับระบบทางแสงของกล้องที่ไม่ถูกต้อง อาจส่งผลให้การฉายภาพจากจุดควบคุมบนแพทเทิร์นสอบเทียบไปที่ระนาบภาพไม่ถูกต้อง มีความผิดพลาดทางตำแหน่งของจุดภาพในระนาบภาพ

รูปที่ 2.7 แสดงความผิดเพี้ยนทางตำแหน่งของจุดภาพบนระนาบภาพเมื่อมีความผิดเพี้ยนของเลนส์ จากรูปที่ 2.7 เลนส์ถูกวางไว้ข้างหน้าของระนาบภาพโดยจุดศูนย์กลางของเลนส์วางซ้อนทับกับจุดศูนย์กลางทางแสง O_c เมื่อจุดควบคุม P บนแพทเทิร์นสอบเทียบฉายภาพไปที่ระนาบภาพ ในกรณีที่เลนส์ไม่มีความผิดเพี้ยนจะปรากฏจุดภาพ $\hat{p}_u = [X_u, Y_u]^T$ บนระนาบภาพ อย่างไรก็ตาม



รูปที่ 2.7 ความผิดเพี้ยนทางตำแหน่งของจุดภาพบนระนาบภาพเมื่อเลนส์มีความผิดเพี้ยน

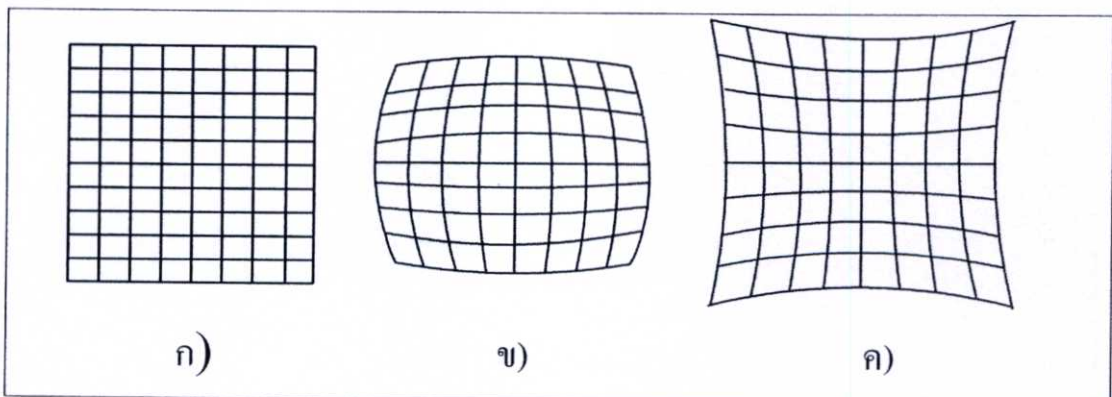
ก็คือเมื่อเลนส์มีความผิดเพี้ยนทำให้เกิดความผิดเพี้ยนทางตำแหน่งของจุดภาพ ซึ่งจุดภาพที่ปรากฏบนระนาบภาพจะกลายเป็นจุด $\hat{\mathbf{p}}_d = [X_d, Y_d, 1]^T$ เมื่อ X_u และ Y_u แทนพิกัดตำแหน่งของจุดภาพ (Image coordinate) ที่ไม่มีความผิดเพี้ยนบนระนาบภาพซึ่งไม่สามารถสังเกตเห็นได้ X_d และ Y_d แทนพิกัดตำแหน่งของจุดภาพที่มีความผิดเพี้ยนที่เกิดจากฉายภาพจุดควบคุม \mathbf{P} จุดเดียวกันด้วยเหตุนี้ความสัมพันธ์ระหว่างจุดควบคุม และจุดภาพบนระนาบภาพโดยใช้วิธีการเปลี่ยนรูปที่ได้สัดส่วนที่ให้ไว้ในสมการที่ (2.41) จะไม่เป็นจริง จำเป็นต้องเพิ่มการพิจารณาความผิดพลาดทางตำแหน่งเข้าไปด้วย นั่นคือ

$$X_u = X_d + D_x(X_d, Y_d)$$

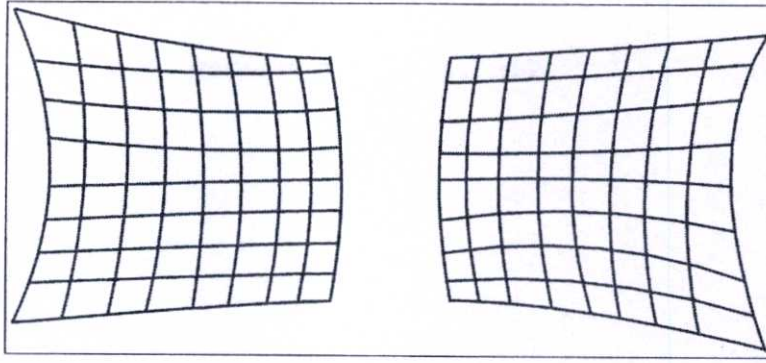
$$Y_u = Y_d + D_y(X_d, Y_d) \quad (2.49)$$

เมื่อ D_x และ D_y แทนจำนวนของความคลาดเคลื่อนหรือความผิดพลาดทางตำแหน่งในแต่ละแนวแกน ซึ่งขึ้นอยู่กับตำแหน่งของจุดภาพนั้นๆ

ในการแก้ไขความผิดเพี้ยนนี้ เราจำเป็นต้องรู้แหล่งที่มาของความผิดเพี้ยนที่ส่งผลต่อจุดภาพในระนาบภาพ Weng และคณะ [6] ได้นำเสนอโมเดลความผิดเพี้ยนของกล้องและวิธีการสอบเทียบกล้องชนิดไม่รวมระนาบ ซึ่งเขาได้พิจารณาว่าความผิดเพี้ยนของเลนส์มีสามชนิด ชนิดแรกเรียกว่าความผิดเพี้ยนในแนวรัศมี (Radial distortion) มีสาเหตุมาจากรูปร่างของเลนส์หรือส่วนโค้งในแนวรัศมีของเลนส์มีความบวมพอง ในความผิดเพี้ยนชนิดนี้ยังสามารถแบ่งออกได้เป็นสองชนิดคือความผิดเพี้ยนคล้ายถังกลมตรงกลางป่อง (Barrel distortion) และความผิดเพี้ยนคล้ายหมอนปึกเข็ม (Pincushion distortion) ความผิดเพี้ยนคล้ายถังกลมตรงกลางป่องเป็นการเคลื่อนที่ของจุดภาพในแนวรัศมีในทางลบ ทำให้จุดภาพที่อยู่รอบนอกเบียดเสียดกันมากขึ้น ขนาดของ



รูปที่ 2.8 ผลของความผิดเพี้ยนในแนวรัศมี ก) ไม่มีความผิดเพี้ยน ข) ความผิดเพี้ยนคล้ายถังกลมตรงกลางป่อง ค) ความผิดเพี้ยนคล้ายหมอนปึกเข็ม



รูปที่ 2.9 ความผิดเพี้ยนในแนวสัมผัส

ภาพจึงเล็กลง ส่วนความผิดเพี้ยนคล้ายหมอนปีกเข้มเป็นการเคลื่อนที่ในแนวรัศมีในทางบวก ทำให้จุดภาพรอบนอกมีการขยายตัวออก ขนาดของภาพจึงใหญ่ขึ้น ความผิดเพี้ยนในแนวรัศมีทั้งสองชนิดสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.8 ความผิดเพี้ยนชนิดที่สองและสามมีสาเหตุส่วนใหญ่มาจากความไม่เหมาะสมของการประกอบเลนส์เข้ากับกล้อง ทำให้ศูนย์กลางทางแสงของเลนส์ไม่อยู่ร่วมกันจึงเป็นเหตุให้มีความผิดพลาดทางตำแหน่งของจุดภาพ ความผิดเพี้ยนชนิดที่สองเรียกว่าความผิดเพี้ยนในแนวสัมผัส (Tangential distortion) ที่เกิดจากการกระจายออกศูนย์กลาง (Decentering) หรือความไม่สมบรูณ์ของศูนย์กลางของเลนส์ และข้อบกพร่องในการผลิตเลนส์อื่นๆซึ่งรูปที่ 2.9 แสดงความผิดเพี้ยนในแนวสัมผัส ส่วนชนิดที่สามเรียกว่าความผิดเพี้ยนแก้วปริซึมแผ่นบาง (Thin prism distortion) ซึ่งมีสาเหตุหลักจากความไม่สมบรูณ์ในการออกแบบและผลิตเลนส์เช่นเดียวกับการประกอบกล้อง ตัวอย่างเช่นการเอียงไปเล็กน้อยของเลนส์หรือเซ็นเซอร์รับภาพขณะประกอบเข้ากับกล้องเป็นต้น ความผิดเพี้ยนชนิดนี้เปรียบเสมือนการประกอบแก้วปริซึมแผ่นบางไว้ในระบบทางแสง ทำให้จำนวนของความผิดเพี้ยนในแนวรัศมีและแนวสัมผัสเพิ่มมากขึ้น อย่างไรก็ตามเราสามารถสรุปได้ว่าความผิดเพี้ยนของเลนส์ที่พบเห็นโดยทั่วไปมีสองชนิด กล่าวคือความผิดเพี้ยนในแนวรัศมีและความผิดเพี้ยนในแนวสัมผัส จากรูปที่ 2.7 ความสัมพันธ์ระหว่างจุดภาพที่ไม่มีความผิดเพี้ยน $\hat{\mathbf{p}}_u = [X_u, Y_u, 1]^T$ และจุดภาพที่มีความผิดเพี้ยน $\hat{\mathbf{p}}_d = [X_d, Y_d, 1]^T$ บนระนาบภาพสามารถแสดงได้โดย

$$\begin{bmatrix} X_u \\ Y_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_d r_d^2 & X_d r_d^4 & (r_d^2 + 2X_d^2) & 2X_d Y_d \\ Y_d r_d^2 & Y_d r_d^4 & 2X_d Y_d & (r_d^2 + 2Y_d^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

เมื่อ

$$r_d^2 = X_d^2 + Y_d^2$$

ดังนั้น ความคลาดเคลื่อนหรือความผิดพลาดทางตำแหน่งในแต่ละแนวแกน D_x และ D_y

ในสมการที่ (2.49) คือ

$$D_x(X_d, Y_d) = k_1 X_d r_d^2 + k_2 X_d r_d^4 + p_1 (r_d^2 + 2X_d^2) + 2p_2 X_d Y_d \quad (2.51)$$

$$D_y(X_d, Y_d) = k_1 Y_d r_d^2 + k_2 Y_d r_d^4 + 2p_1 X_d Y_d + p_2 (r_d^2 + 2Y_d^2) \quad (2.52)$$

เมื่อ k_1 และ k_2 คือค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนในแนวรัศมีอันดับที่หนึ่งและสอง ตามลำดับ p_1 และ p_2 คือค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนในแนวสัมผัส

บทที่ 3

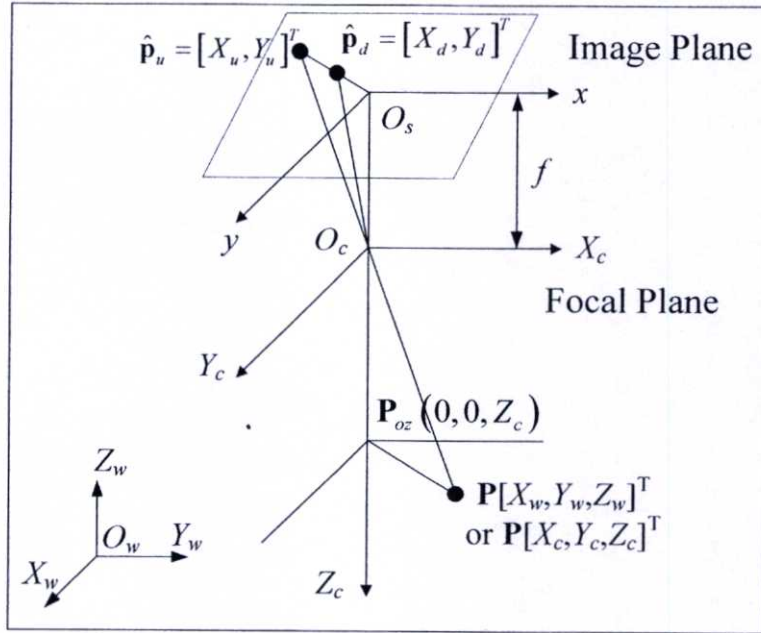
วิธีการสอบเทียบกล้องร่วมระนาบ

ในบทนี้จะอธิบายวิธีการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบสองวิธีที่ได้ถูกตีพิมพ์เผยแพร่ในวารสารนานาชาติ ทั้งนี้ก็เพื่อใช้เป็นแนวทางในการศึกษาค้นคว้าวิจัย วิธีการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบที่ยกมาเป็นตัวอย่างนี้จะประกอบด้วยวิธีการสอบเทียบกล้องของ Tsai ที่ทำการสอบเทียบกล้องโดยใช้ภาพเพียงภาพเดียว โดยสมมุติว่าพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพ (Principal point) ในแนวแกน x และ y (C_x และ C_y) เป็นสิ่งที่ทราบค่าก่อนล่วงหน้าและวิธีการสอบเทียบกล้องของ Zhang ที่ต้องการภาพอย่างน้อยสามภาพเพื่อการสอบเทียบกล้อง ซึ่งวิธีนี้สามารถคำนวณหาพารามิเตอร์สอบเทียบได้ทั้งหมด อย่างไรก็ตามวิธีของ Zhang ต้องการเวลาในการประมวลผลมากกว่าและมีปัญหาในการคำนวณทางคณิตศาสตร์

3.1 วิธีการสอบเทียบกล้องของ Tsai

Tsai [1] ได้อธิบายว่าการสอบเทียบกล้องเป็นการหาคำตอบของพารามิเตอร์สอบเทียบที่มีเป็นจำนวนมาก ทำให้วิธีดั้งเดิมที่ยอมรับกันโดยทั่วไปต้องการการค้นหาที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Non-linear search) ในขนาดที่ใหญ่มาก Tsai จึงได้ค้นหาเงื่อนไขบังคับ (Constraint) หรือสมการที่เป็นเพียงฟังก์ชันหนึ่งของกลุ่มย่อยๆของพารามิเตอร์สอบเทียบเพื่อลดขนาดของตัวแปรลงและได้พบว่าเงื่อนไขบังคับนั้นมีอยู่จริง ซึ่งถูกเรียกว่า “เงื่อนไขบังคับการวางตัวในแนวรัศมี” (Radial alignment constraint) เงื่อนไขบังคับนี้เป็นเพียงฟังก์ชันหนึ่งของการหมุนและการย้ายระหว่างกล้องและจุดควบคุมโดยยกเว้นส่วนประกอบในแนวแกน z และถึงแม้ว่าเงื่อนไขบังคับนี้จะป็นฟังก์ชันที่ไม่เป็นเชิงเส้นแต่ก็ทำให้การคำนวณทำได้โดยง่ายและมีประสิทธิภาพ Tsai ได้ใช้เงื่อนไขบังคับการวางตัวในแนวรัศมีนี้ในการสอบเทียบกล้องทั้งชนิดไม่ร่วมระนาบและร่วมระนาบ

แนวคิดของเงื่อนไขบังคับการวางตัวในแนวรัศมีแสดงดังรูปที่ 3.1 จากรูป $\hat{\mathbf{p}}_u = [X_u, Y_u]^T$ คือจุดภาพที่ไม่มีคามผิดเพี้ยนบนระนาบภาพซึ่งไม่สามารถสังเกตเห็นได้ และ $\hat{\mathbf{p}}_d = [X_d, Y_d]^T$ คือจุดภาพจริงที่ปรากฏให้เห็นบนระนาบภาพซึ่งเกิดจากความผิดเพี้ยนของเลนส์ เนื่องจาก Tsai สมมุติว่ามีเพียงความผิดเพี้ยนในแนวรัศมีเท่านั้น ดังนั้นทิศทางของเวกเตอร์ $\overline{O_s \hat{\mathbf{p}}_d}$ ที่ลากต่อออกมาจากจุดกำเนิด O_s ในระนาบภาพจนถึงจุดภาพ $\hat{\mathbf{p}}_d = [X_d, Y_d]^T$ ถูกวางอยู่ในแนวเดียวกับทิศทางของเวกเตอร์ $\overline{P_{oz} \mathbf{P}}$ ที่ลากต่อออกมาจากแกนทางแสง เมื่อจุด P_{oz} อยู่บนแกนทางแสง ซึ่งมีระยะทางเท่ากับ Z_c เหมือนกับระยะทางของวัตถุ $\mathbf{P} = [X_c, Y_c, Z_c]^T$ ที่วัดจากจุดศูนย์กลางทางแสง O_c หรือจุดกำเนิดของระบบพิกัดตำแหน่งกล้อง ด้วยเหตุนี้ความยาวโฟกัส f จะไม่มีอิทธิพลใดๆต่อทิศทางของเวกเตอร์ $\overline{O_s \hat{\mathbf{p}}_d}$ เพราะว่าการยาวโฟกัสจะย่อพิกัดตำแหน่งภาพทั้ง X_d และ Y_d ด้วยอัตราเดียวกัน และถึงแม้ว่าวัตถุมีการหมุนหรือย้ายในแนวแกน x และ y ไปที่จุดใดๆ ทิศทางของ



รูปที่ 3.1 แนวคิดของเงื่อนไขบังคับการวางตัวในแนวรัศมีของ Tsai

เวกเตอร์ $\overline{O_s \hat{p}_d}$ ก็ยังคงขนานกับเวกเตอร์ $\overline{P_{oz} \mathbf{P}}$ เช่นเดิม

ความสัมพันธ์ระหว่างจุดควบคุมใดๆกับจุดภาพบนระนาบภาพสามารถแสดงได้ด้วยสมการดังนี้

$$X_u = f \frac{X_c}{Z_c} = f \frac{(r_1 X_w + r_2 Y_w + r_3 Z_w + t_x)}{(r_7 X_w + r_8 Y_w + r_9 Z_w + t_z)} \quad (3.1)$$

$$Y_u = f \frac{Y_c}{Z_c} = f \frac{(r_4 X_w + r_5 Y_w + r_6 Z_w + t_y)}{(r_7 X_w + r_8 Y_w + r_9 Z_w + t_z)} \quad (3.2)$$

ในที่นี้ r_i คือส่วนประกอบของเมตริกซ์การหมุน (เมื่อ $i = 1, \dots, 9$) t_x , t_y และ t_z คือส่วนประกอบของเวกเตอร์การย้าย

อย่างไรก็ตาม เนื่องจากจุดภาพ (X_u, Y_u) ไม่สามารถสังเกตเห็นได้ แต่จุดภาพ (X_d, Y_d) เป็นพิกัดตำแหน่งจริงบนระนาบภาพดังที่กล่าวมาข้างต้น ดังนั้น (X_u, Y_u) ในสมการที่ (3.1) และ (3.2) จะถูกแทนด้วย (X_d, Y_d) และจากเงื่อนไขบังคับการวางตัวในแนวรัศมี ทิศทางของเวกเตอร์ $\overline{O_s \hat{p}_d} // \overline{P_{oz} \mathbf{P}}$ และ $\overline{O_s \hat{p}_u} // \overline{P_{oz} \mathbf{P}}$ ด้วย ดังนั้น $\overline{O_s \hat{p}_d} // \overline{P_{oz} \mathbf{P}} // \overline{O_s \hat{p}_u}$ แต่เนื่องจาก $\overline{O_s \hat{p}_d} // \overline{P_{oz} \mathbf{P}}$ ก็เหมือนกับ $\overline{O_s \hat{p}_d} \times \overline{P_{oz} \mathbf{P}} = 0$ เมื่อเครื่องหมาย “ \times ” หมายถึงผลคูณภายนอกของเวกเตอร์ (Vector outer product) ดังนั้น

$$(X_d, Y_d) \times (X_c, Y_c) = 0$$

$$\text{หรือ} \quad X_d \cdot Y_c = Y_d \cdot X_c \quad (3.3)$$

หรืออาจหาได้โดยนำสมการที่ (3.1) หาคด้วยสมการที่ (3.2) นั่นคือ

$$\frac{X_d}{Y_d} = \left(\frac{fX_c}{Z_c} \right) \left(\frac{Z_c}{fY_c} \right) = \frac{X_c}{Y_c} \quad (3.4)$$

$$\text{เราจะได้} \quad X_d (r_4 X_w + r_5 Y_w + r_6 Z_w + t_y) = Y_d (r_1 X_w + r_2 Y_w + r_3 Z_w + t_x) \quad (3.5)$$

ในที่นี้จะขออธิบายการคำนวณหาพารามิเตอร์สอบเทียบเฉพาะกรณีของการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบเท่านั้น เนื่องจาก $Z_w = 0$ ในกรณีของการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบ ดังนั้นสมการที่ (3.5) อาจเขียนใหม่ได้เป็น

$$X_d (r_4 X_w + r_5 Y_w + t_y) = Y_d (r_1 X_w + r_2 Y_w + t_x) \quad (3.6)$$

การคำนวณหาพารามิเตอร์สอบเทียบตามวิธีของ Tsai เริ่มต้นด้วยการคำนวณหาตัวแปรที่ไม่รู้ค่า 5 ตัว นั่นคือ $t_y^{-1}r_1$, $t_y^{-1}r_2$, $t_y^{-1}t_x$, $t_y^{-1}r_4$ และ $t_y^{-1}r_5$ ซึ่งเมื่อจัดเรียงสมการที่ (3.6) ใหม่จะได้สมการเชิงเส้น

$$\begin{bmatrix} Y_{di} X_{wi} & Y_{di} Y_{wi} & Y_{di} & -X_{di} X_{wi} & -X_{di} Y_{wi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_y^{-1}r_1 \\ t_y^{-1}r_2 \\ t_y^{-1}t_x \\ t_y^{-1}r_4 \\ t_y^{-1}r_5 \end{bmatrix} = X_{di} \quad (3.7)$$

เมื่อ $X_{di} = n_x(X_{fdi} - C_x)$ และ $Y_{di} = n_y(Y_{fdi} - C_y)$ โดยที่ (X_{fdi}, Y_{fdi}) คือพิกัดตำแหน่งของจุดภาพบนเฟรมบัฟเฟอร์ (C_x, C_y) คือพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางของภาพ (Coordinate of principal point) ซึ่งถูกพิจารณาว่าเป็นสิ่งที่ทราบค่าก่อนล่วงหน้าแล้ว n_x และ n_y คือระยะทางระหว่างเซ็นเซอร์ (Sensor elements) ข้างเคียงในทิศทาง x และ y ตามลำดับ ตัวห้อย (Subscript) i ในสมการที่ (3.7) แทนจำนวนของจุดควบคุมและจุดภาพที่ใช้เพื่อคำนวณหาตัวแปรที่ไม่รู้ค่า โดยทั่วไปจุดควบคุมและจุดภาพจำนวน N จุดจะถูกใช้ ซึ่งต้องมากกว่าหรือเท่ากับจำนวนของตัวแปรที่ต้องการคำนวณ อย่างไรก็ตาม วิธีที่ใช้กันโดยทั่วไปจะสร้างระบบ Over-determined (Over-determined system) ของสมการเชิงเส้นและหาคำตอบสำหรับตัวแปรทั้งห้าโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least square method)

จากนั้นคำนวณพารามิเตอร์ $r_1, \dots, r_9, t_x, t_y$ จาก $t_y^{-1}r_1, t_y^{-1}r_2, t_y^{-1}t_x, t_y^{-1}r_4, t_y^{-1}r_5$ ใดๆก็ตาม จำเป็นต้องคำนวณหา $|t_y|$ ก่อน โดยกำหนดให้ \mathbf{C} เป็นเมตริกซ์ย่อยขนาด 2×2 ของเมตริกซ์การหมุน \mathbf{R} นั่นคือ \mathbf{C} ถูกนิยามเหมือนกับ

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} r_1' & r_2' \\ r_4' & r_5' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1/t_y & r_2/t_y \\ r_4/t_y & r_5/t_y \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

จากนิยามของ \mathbf{C} และ r_1', r_2', r_4', r_5' ในสมการข้างบน ทำให้เมตริกซ์การหมุน \mathbf{R} ถูกแทนด้วย

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_1' t_y & r_2' t_y & r_3 \\ r_4' t_y & r_5' t_y & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

จากนั้นใช้คุณสมบัติที่ว่าแถวแนวนอน (Rows) และแถวแนวตั้ง (Columns) ของ \mathbf{R} มีค่าเฉลี่ยเท่ากับหนึ่ง (Unity norm) ดังนั้น

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_1' t_y & r_2' t_y & \pm \left(1 - t_y^2 (r_1'^2 + r_2'^2)\right)^{1/2} \\ r_4' t_y & r_5' t_y & \pm \left(1 - t_y^2 (r_4'^2 + r_5'^2)\right)^{1/2} \\ \pm \left(1 - t_y^2 (r_1'^2 + r_4'^2)\right)^{1/2} & \pm \left(1 - t_y^2 (r_2'^2 + r_5'^2)\right)^{1/2} & \pm (-1 + S_r t_y^2)^{1/2} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

เมื่อ $S_r = r_1'^2 + r_2'^2 + r_4'^2 + r_5'^2$

เนื่องจากสองแถวแรกในแนวตั้งของ \mathbf{R} ในสมการที่ (3.10) มีการตั้งฉากซึ่งกันและกัน (Mutually Orthogonal) ดังนั้น

$$\left(r_1' r_5' - r_2' r_4'\right)^2 t_y^4 - S_r t_y^2 + 1 = 0 \quad (3.11)$$

ซึ่งคำตอบของสมการที่ (3.11) จะมีสองคำตอบ นั่นคือ

$$t_y^2 = \frac{S_r \pm \left[S_r^2 - 4 \left(r_1' r_5' - r_4' r_2' \right)^2 \right]^{1/2}}{2 \left(r_1' r_5' - r_4' r_2' \right)^2} \quad (3.12)$$

อย่างไรก็ตาม คำตอบของ $|t_y|$ ที่ใช้ได้หรือถูกต้องจะมีเพียงหนึ่งคำตอบเท่านั้น และต้องตรวจสอบด้วยว่า t_y มีเครื่องหมายเป็น +1 หรือ -1 ดังนั้นก่อนอื่นกำหนดให้เครื่องหมายของ t_y เป็น +1 จากนั้นคำนวณดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} r_1 &= (t_y^{-1}r_1) \cdot t_y, & r_2 &= (t_y^{-1}r_2) \cdot t_y, & r_4 &= (t_y^{-1}r_4) \cdot t_y, \\ r_5 &= (t_y^{-1}r_5) \cdot t_y, & t_x &= (t_y^{-1}t_x) \cdot t_y \end{aligned} \quad (3.13)$$

และคำนวณ X_c และ Y_c โดย

$$X_c = r_1X_w + r_2Y_w + t_x \quad \text{และ} \quad Y_c = r_4X_w + r_5Y_w + t_y \quad (3.14)$$

ถ้า $(X_c$ และ $X_d)$ และ $(Y_c$ และ $Y_d)$ มีเครื่องหมายเหมือนกัน จะให้เครื่องหมายของ t_y ($\text{sgn}(t_y)$) เท่ากับ +1 แต่ถ้าไม่ใช่ให้เครื่องหมายของ t_y เท่ากับ -1

ต่อมาคำนวณหาส่วนประกอบที่เหลือของเมตริกซ์การหมุน \mathbf{R} จาก

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & (1-r_1^2-r_2^2)^{1/2} \\ r_4 & r_5 & s(1-r_4^2-r_5^2)^{1/2} \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

เมื่อ $s = -\text{sgn}(r_1r_4+r_2r_5)$ และ $\text{sgn}(\cdot)$ แสดงเครื่องหมายของตัวแปรในวงเล็บ r_7, r_8, r_9 หาได้จากผลคูณภายนอกของสองแถวแรกในแนวนอนโดยใช้คุณสมบัติการตั้งฉากปกติ (Orthonormal) และคุณสมบัติมือขวาของ \mathbf{R} เมื่อมาถึงขั้นตอนนี้จะพบว่าพารามิเตอร์สอบเทียบส่วนใหญ่ถูกคำนวณโดยวิธีแก้สมการเชิงเส้น

ในขั้นตอนต่อมาเป็นการคำนวณหาความยาวโพกัส f ส่วนความลึกของเวกเตอร์การย้าย t_z และค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ แต่ก่อนอื่นต้องประมาณค่าความยาวโพกัส f และส่วนความลึกของเวกเตอร์การย้าย t_z โดยไม่พิจารณาความผิดเพี้ยนของเลนส์ ซึ่งสมการเชิงเส้นที่มีตัวแปร f และ t_z สามารถสร้างได้ดังนี้

$$\left[\begin{array}{cc} (r_4X_{wi} + r_5Y_{wi} + t_y) & -Y_{di} \end{array} \right] \begin{bmatrix} f \\ t_z \end{bmatrix} = Y_{di} (r_7X_{wi} + r_8Y_{wi}) \quad (3.16)$$

เมื่อ i แทนจำนวนของจุดควบคุมหรือจุดภาพ ซึ่งค่าความยาวโพกัส f และส่วนความลึกของ

เวกเตอร์การย้าย t_z สามารถหาค่าได้โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด หลังจากนั้น คำนวณหาค่าที่แท้จริงของ f t_z และค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ k_l โดยใช้สมการดังนี้

$$Y_{di} + k_l Y_{di} (X_{di}^2 + Y_{di}^2) = Y_{wi} \quad (3.17)$$

$$Y_{di} + k_l Y_{di} (X_{di}^2 + Y_{di}^2) = f \frac{Y_c}{Z_c} \quad (3.18)$$

$$Y_{di} + k_l Y_{di} (X_{di}^2 + Y_{di}^2) = f \frac{(r_4 X_{wi} + r_5 Y_{wi} + t_y)}{(r_7 X_{wi} + r_8 Y_{wi} + t_z)} \quad (3.19)$$

ค่าความยาวโฟกัส f ส่วนความลึกของเวกเตอร์การย้าย t_z และค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ k_l สามารถหาค่าตอบได้โดยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดมาตรฐาน (Standard optimization) เช่นวิธี Steepest descent เป็นต้น ซึ่งค่าเริ่มต้นของ f และ t_z หาได้จากสมการที่ (3.16) และให้ $k_l = 0$ เป็นค่าเริ่มต้น

3.2 วิธีการสอบเทียบกล้องของ Zhang

Zhang [3] ได้นำเสนอเทคนิคการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบ โดยเทคนิคดังกล่าวต้องการเพียงให้กล้องสังเกตแพทเทิร์นแนวระนาบ (Planar pattern) อันหนึ่งที่ถูกแสดงในทิศทางที่แตกต่างกัน แพทเทิร์นสามารถพิมพ์ด้วยเครื่องพิมพ์เลเซอร์แล้วนำไปติดกับพื้นผิวที่แบนราบ ไม่ว่าจะกล้องหรือแพทเทิร์นแนวระนาบสามารถเคลื่อนที่ได้ด้วยมือโดยไม่จำเป็นต้องรู้การเคลื่อนที่ Zhang กล่าวว่าวิธีที่นำเสนอวางอยู่ระหว่างการสอบเทียบแบบโฟโต้แกรมเมตริก (Photogrammetric calibration) และการสอบเทียบด้วยตัวเอง (Self calibration) เพราะที่ใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องการวัดเป็นแบบสองมิติมากกว่าที่จะเป็นสามมิติ ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับวิธีดั้งเดิมที่ใช้โดยทั่วไป เขาคิดว่าเทคนิคที่นำเสนอที่มีความยืดหยุ่นมากกว่า และถ้าเปรียบเทียบกับ การสอบเทียบด้วยตัวเอง วิธีที่เขานำเสนอได้เปรียบในเรื่องความทนทาน (Robustness)

Zhang ใช้วิธีตรวจสอบเงื่อนไขบังคับบนพารามิเตอร์ภายในของกล้องที่ได้จากการสังเกตระนาบ (Plane) ที่แบนราบอันหนึ่ง โดยกำหนดให้ $\mathbf{m} = [u, v, 1]^T$ แทนจุดภาพสองมิติบนเฟรมบัพเฟอร์ $\mathbf{M} = [X_w, Y_w, Z_w, 1]^T$ แทนจุดควบคุมสามมิติบนระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง และโดยการใช้โมเดลกล้องแบบรูเข็ม ความสัมพันธ์ระหว่างจุดควบคุมสามมิติ \mathbf{M} และการฉายภาพของจุดควบคุมไปที่จุดภาพสองมิติ \mathbf{m} ถูกกำหนดให้โดย

$$\mathbf{sm} = \mathbf{A}[\mathbf{R}|\mathbf{t}]\mathbf{M} \quad (3.20)$$

เมื่อ s คือสเกลแฟกเตอร์ใดๆ (\mathbf{R}, \mathbf{t}) ถูกเรียกว่าพารามิเตอร์ภายนอกคือการหมุนและการย้ายกล้อง ซึ่งจะให้ความสัมพันธ์ระหว่างระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิงกับระบบพิกัดตำแหน่งกล้อง และ \mathbf{A} ถูกเรียกว่าเมตริกซ์ ภายในกล้อง (Camera intrinsic matrix) ที่กำหนดให้โดย

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

โดยที่ (u_0, v_0) แทนพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพ (Principal point) α และ β แทนสเกลแฟกเตอร์ในภาพหรือความยาวโฟกัสในหน่วยพิกเซลในแนวแกน u และ v ตามลำดับ และ γ เป็นพารามิเตอร์แสดงความเอียงของแกนทั้งสองแกนของระนาบภาพ

ในที่นี้ตัวย่อ \mathbf{A}^{-T} จะใช้แทน $(\mathbf{A}^{-1})^T$ หรือ $(\mathbf{A}^T)^{-1}$ จากนั้น สมมติว่าโมเดลเพลน (Model plane) หรือระนาบที่แบนราบอยู่บน $Z_w = 0$ ของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง และแสดงแถวแนวตั้ง (Column) ลำดับที่ i ของเมตริกซ์การหมุน \mathbf{R} ด้วย \mathbf{r}_i ดังนั้นจากสมการที่ (3.20) สามารถเขียนได้เป็น

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A} [\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{t}] \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

เนื่องจาก \mathbf{M} เป็นจุดควบคุมจุดหนึ่งบนโมเดลเพลนและ \mathbf{m} เป็นจุดภาพบนเฟรมบัพเฟอร์ซึ่งจุดทั้งสองมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน โดย Homography (\mathbf{H}) นั่นคือ

$$s\mathbf{m} = \mathbf{H}\mathbf{M} \quad \text{โดยที่} \quad \mathbf{H} = \mathbf{A} [\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{t}] \quad (3.23)$$

เมื่อเมตริกซ์ \mathbf{H} มีขนาด 3×3 ถูกนิยามให้เป็นสเกลแฟกเตอร์

จากนั้นประมาณค่าของเมตริกซ์ $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \mathbf{h}_3]$ โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจุดควบคุมบนโมเดลเพลนและจุดภาพบนเฟรมบัพเฟอร์ ถ้าให้ $\mathbf{x} = [\bar{\mathbf{h}}_1^T \quad \bar{\mathbf{h}}_2^T \quad \bar{\mathbf{h}}_3^T]^T$ เมื่อ $\bar{\mathbf{h}}_i$ หมายถึงแถวแนวนอน (Row) ลำดับที่ i ของ \mathbf{H} ดังนั้นสมการที่ (3.22) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}^T & \mathbf{0}^T & -u\mathbf{M}^T \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{M}^T & -v\mathbf{M}^T \end{bmatrix} \mathbf{x} = 0 \quad (3.24)$$

เมื่อจำนวนจุดภาพ n จุดถูกใช้ ทำให้ได้สมการข้างบนจำนวน n สมการ ซึ่งสามารถเขียนในรูปของสมการเมตริกซ์เหมือนกับ $\mathbf{L}\mathbf{x} = 0$ เมื่อ \mathbf{L} คือเมตริกซ์ขนาด $2n \times 9$ และ \mathbf{x} ถูกนิยามให้เป็น

สเกลแฟกเตอร์ ซึ่งคำตอบของ x ก็คือค่าเฉพาะ (Eigenvalue) ที่มีค่าน้อยที่สุดของเวกเตอร์เฉพาะ (Eigenvector) ของ $L^T L$

หมายเหตุ:- มีส่วนประกอบ (Elements) บางตัวในเมทริกซ์ L เป็นค่าคงที่เท่ากับหนึ่ง บางตัวอยู่ในหน่วยพิภพเซล บางตัวอยู่ในพิภพตำแหน่งอ้างอิง และบางตัวเป็นผลคูณของทั้งสองอัน ซึ่งอันนี้จะทำให้เมทริกซ์ L มีเงื่อนไขที่ไม่ดีในการคำนวณ ผลลัพธ์ที่ดีกว่าทำได้โดย Normalization ข้อมูลก่อนทำตามขั้นตอนที่กล่าวไว้ข้างต้น

จากสมการที่ (3.23)

$$[h_1 \ h_2 \ h_3] = \lambda A [r_1 \ r_2 \ t]$$

เมื่อ λ คือสเกลแฟกเตอร์ใดๆ และโดยการใช้ความรู้ที่ว่า r_1 และ r_2 ตั้งฉากปรกติต่อกัน (Orthogonal) ดังนั้น

$$h_1^T A^{-T} A^{-1} h_2 = 0 \quad (3.25)$$

$$h_1^T A^{-T} A^{-1} h_1 = h_2^T A^{-T} A^{-1} h_2 \quad (3.26)$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่าหนึ่ง Homography จะให้เงื่อนไขบังคับพื้นฐานสองข้อของพารามิเตอร์ภายในดังสมการที่ (3.25) และ (3.26) นั้นหมายความว่าในภาพหนึ่งภาพ เราสามารถมีเงื่อนไขบังคับของพารามิเตอร์ภายในได้เพียงสองข้อหรือหนึ่ง Homography เท่านั้น จากนั้น คำนวณหาพารามิเตอร์สอบเทียบโดยกำหนดให้

$$B = A^{-T} A^{-1} \equiv \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{11} & B_{22} & B_{23} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha^2} & -\frac{\gamma}{\alpha^2 \beta} & \frac{v_0 \gamma - u_0 \beta}{\alpha^2 \beta} \\ -\frac{\gamma}{\alpha^2 \beta} & \frac{\gamma^2}{\alpha^2 \beta^2} + \frac{1}{\beta^2} & -\frac{\gamma(v_0 \gamma - u_0 \beta)}{\alpha^2 \beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} \\ \frac{v_0 \gamma - u_0 \beta}{\alpha^2 \beta} & -\frac{\gamma(v_0 \gamma - u_0 \beta)}{\alpha^2 \beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} & \frac{(v_0 \gamma - u_0 \beta)^2}{\alpha^2 \beta^2} + \frac{v_0^2}{\beta^2} + 1 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

จะเห็นได้ว่าเมทริกซ์ B มีความสมมาตรกัน (Symmetric) ที่ถูกกำหนดด้วยเวกเตอร์ขนาด 6×1

$$\mathbf{b} = [B_{11} \ B_{12} \ B_{22} \ B_{13} \ B_{23} \ B_{33}]^T \quad (3.28)$$

ถ้าให้เวกเตอร์แถวแนวนิ่ง (Column vector) ลำดับที่ i ของ \mathbf{H} เป็น $\mathbf{h}_i = [h_{i1} \ h_{i2} \ h_{i3}]^T$ แล้วจะได้

$$\mathbf{h}_i^T \mathbf{B} \mathbf{h}_j = \mathbf{v}_{ij}^T \mathbf{b} \quad (3.29)$$

โดยที่

$$\mathbf{v}_{ij} = [h_{i1}h_{j1} \quad h_{i1}h_{j2} + h_{i2}h_{j1} \quad h_{i2}h_{j2} \quad h_{i3}h_{j1} + h_{i1}h_{j3} \quad h_{i3}h_{j2} + h_{i2}h_{j3} \quad h_{i3}h_{j3}]^T \quad (3.30)$$

เพราะฉะนั้นเงื่อนไขบังคับพื้นฐานสองข้อในสมการที่ (3.25) และ (3.26) จากหนึ่ง Homography สามารถเขียนใหม่ได้เหมือนกับสมการเอกพันธ์ (Homogeneous equations) สองสมการของ \mathbf{b} นั่นคือ

$$\begin{bmatrix} v_{12}^T \\ (v_{11} - v_{22})^T \end{bmatrix} \mathbf{b} = 0 \quad (3.31)$$

ดังนั้น ถ้าทำการสังเกตภาพของโมเดลเพลนจำนวน n ภาพ แล้วทำการกรองข้อสมการเหล่านั้น n สมการเหมือนกับสมการที่ (3.31) จะได้

$$\mathbf{V} \mathbf{b} = 0 \quad (3.32)$$

เมื่อ \mathbf{V} คือเมตริกซ์ขนาด $2n \times 6$ ถ้าจำนวนภาพ $n \geq 3$ ภาพ คำตอบของ \mathbf{b} จะมีเพียงคำตอบเดียวที่ทำหน้าที่เป็นสเกลแฟกเตอร์ แต่ถ้าจำนวนภาพ $n = 2$ ภาพ เราสามารถกำหนดให้เงื่อนไขบังคับไม่มีความเอียง (Skewless) $\gamma = 0$ นั่นคือ $[0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \mathbf{b} = 0$ ซึ่งจะถูกนำไปรวมกับสมการที่ (3.32) เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ต่อไป แต่ถ้าจำนวนภาพ $n = 1$ ภาพ เราสามารถหาคำตอบของพารามิเตอร์ภายในกล้องได้เพียง 2 ตัว นั่นคือ α และ β โดยสมมติว่า u_0 และ v_0 เป็นสิ่งที่รู้ค่า (นั่นคืออยู่ที่จุดศูนย์กลางของภาพ) และ $\gamma = 0$ สำหรับคำตอบ \mathbf{b} ของสมการที่ (3.32) เป็นที่ทราบกันดีก็เหมือนกับค่าเจาะจง (Eigenvalue) ที่มีค่าน้อยที่สุดของเวกเตอร์เจาะจง (Eigenvector) ของ $\mathbf{V}^T \mathbf{V}$

ครั้นเมื่อรู้ค่า \mathbf{b} แล้ว เมตริกซ์ภายในกล้อง \mathbf{A} สามารถคำนวณจากเมตริกซ์ \mathbf{B} ดังนี้

$$\begin{aligned}
v_0 &= (B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23}) / (B_{11}B_{22} - B_{12}^2) \\
\lambda &= B_{33} - [B_{13}^2 + v_0 (B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23})] / B_{11} \\
\alpha &= \sqrt{\lambda / B_{11}} \\
\beta &= \sqrt{\lambda B_{11} / (B_{11}B_{22} - B_{12}^2)} \\
\gamma &= -B_{12}\alpha^2\beta / \lambda \\
u_0 &= (\gamma v_0 / \beta) - (B_{13}\alpha^2 / \lambda)
\end{aligned} \tag{3.33}$$

เมื่อรู้ค่าเมตริกซ์ \mathbf{A} ค่าพารามิเตอร์ภายนอกของภาพแต่ละภาพก็สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (3.23)

$$\begin{aligned}
\mathbf{r}_1 &= \lambda \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_1 \\
\mathbf{r}_2 &= \lambda \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_2 \\
\mathbf{r}_3 &= \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 \\
\mathbf{t} &= \lambda \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_3
\end{aligned} \tag{3.34}$$

โดยที่ $\lambda = 1 / \|\mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_1\| = 1 / \|\mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_2\|$ อย่างไรก็ตาม เป็นธรรมดาที่เมตริกซ์ $\mathbf{R} = [\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{r}_3]$ ที่คำนวณได้จะไม่สอดคล้องกับคุณสมบัติโดยทั่วไปของเมตริกซ์การหมุน เพราะผลของสัญญาณรบกวน (Noise) ในภาพ วิธีหนึ่งที่จะประมาณเมตริกซ์การหมุนที่ดีที่สุดคือการใช้วิธีการแยกค่าเอกฐาน (Singular value decomposition)

เนื่องจากคำตอบข้างบนได้จากการทำให้ระยะทางทางพีชคณิตน้อยที่สุด (Minimizing an algebraic distance) ซึ่งไม่มีความหมายใดๆ ในทางกายภาพ เราสามารถทำให้คำตอบถูกต้องยิ่งขึ้นโดยวิธีการ Maximum likelihood

กำหนดให้ภาพของโมเดลเพลน n ภาพ และมีจำนวนจุดควบคุมบนโมเดลเพลน m จุด และสมมติว่าจุดภาพถูกปะปนด้วยสัญญาณรบกวนที่กระจายอย่างอิสระ การประมาณ Maximum likelihood สามารถทำได้โดยการทำให้ฟังก์ชันต่อไปนี้มีค่าน้อยที่สุด

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left\| \mathbf{m}_{ij} - \hat{\mathbf{m}}(\mathbf{A}, \mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i, \mathbf{M}_j) \right\|^2 \quad (3.35)$$

เมื่อ $\hat{\mathbf{m}}(\mathbf{A}, \mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i, \mathbf{M}_j)$ คือการฉายภาพของจุดควบคุม \mathbf{M}_j ในภาพที่ i ตามสมการที่ (3.23) การทำให้สมการที่ (3.35) มีค่าน้อยที่สุดเป็นปัญหาของ Nonlinear minimization ซึ่งสามารถหาคำตอบได้ด้วย Levenberg-Marquardt Algorithm อย่างไรก็ตามค่าเริ่มต้นของ $\mathbf{A}, \{\mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i | i = 1 \dots n\}$ เป็นสิ่งที่ต้องการ ซึ่งค่าเหล่านี้สามารถหาได้โดยใช้เทคนิคที่กล่าวไว้แล้วข้างต้น

เมื่อมาถึงตรงนี้ความผิดเพี้ยนของเลนส์ยังไม่ได้ถูกพิจารณา อย่างไรก็ตามกล้องสำหรับคอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ (Desktop camera) โดยทั่วไปจะปรากฏความผิดเพี้ยนของเลนส์มากพอสมควร โดยเฉพาะอย่างยิ่งความผิดเพี้ยนในแนวรัศมี ดังนั้น เราจะพิจารณาเพียงสองเทอมแรกของความผิดเพี้ยนของเลนส์ ถ้าให้ (u, v) เป็นพิกัดตำแหน่งภาพในอุดมคติหรือไม่มีความผิดเพี้ยนที่ไม่สามารถสังเกตได้ในหน่วยของพิกเซล และ (\tilde{u}, \tilde{v}) เป็นพิกัดตำแหน่งภาพที่สอดคล้องกันที่สังเกตเห็นได้จริง เมื่อจุดภาพในอุดมคติเกิดจากการฉายภาพของจุดควบคุมบนโมเดลเพลนที่สอดคล้องกับโมเดลกล้องแบบรูเข็ม ในทำนองเดียวกัน (x, y) และ (\tilde{x}, \tilde{y}) เป็นพิกัดตำแหน่งภาพในอุดมคติ (ไม่ผิดเพี้ยน) และพิกัดตำแหน่งภาพจริง (ผิดเพี้ยน) ที่ถูก Normalize ตามลำดับ ดังนั้น

$$\tilde{x} = x + x \left[k_1 (x^2 + y^2) + k_2 (x^2 + y^2)^2 \right] \quad (3.36)$$

$$\tilde{y} = y + y \left[k_1 (x^2 + y^2) + k_2 (x^2 + y^2)^2 \right] \quad (3.37)$$

เมื่อ k_1 และ k_2 คือค่าสัมประสิทธิ์ของความผิดเพี้ยนในแนวรัศมี ซึ่งศูนย์กลางของความผิดเพี้ยนอยู่ที่เดียวกับจุดศูนย์กลางของภาพ (Principal point) จาก $\tilde{u} = u_0 + \alpha \tilde{x} + \gamma \tilde{y}$ และ $\tilde{v} = v_0 + \beta \tilde{y}$ ดังนั้น

$$\tilde{u} = u + (u - u_0) \left[k_1 (x^2 + y^2) + k_2 (x^2 + y^2)^2 \right] \quad (3.38)$$

$$\tilde{v} = v + (v - v_0) \left[k_1 (x^2 + y^2) + k_2 (x^2 + y^2)^2 \right] \quad (3.39)$$

ขั้นตอนต่อมาเป็นการประมาณค่าความผิดเพี้ยนในแนวรัศมีโดยวิธีสลับกันไปมา เมื่อความผิดเพี้ยนในแนวรัศมีถูกคาดหวังว่ามีค่าน้อย ประการแรกคือการประมาณพารามิเตอร์ภายในทั้งห้าตัวโดยการละทิ้งความผิดเพี้ยนตามเทคนิคที่กล่าวไว้ข้างต้น จากนั้นประการถัดมาคือการประมาณ k_1 และ k_2 ภายหลังจากที่พารามิเตอร์ตัวอื่นๆ ได้ถูกประมาณแล้ว ซึ่งจะทำให้เรารู้พิกัด

ตำแหน่งทางอุดมคติในหน่วยพิกเซล (u, v) และจากสมการที่ (3.38) และ (3.39) เราจะมีสองสมการสำหรับแต่ละจุดควบคุมในแต่ละภาพนั่นคือ

$$\begin{bmatrix} (u-u_0)(x^2+y^2) & (u-u_0)(x^2+y^2)^2 \\ (v-v_0)(x^2+y^2) & (v-v_0)(x^2+y^2)^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{u}-u \\ \tilde{v}-v \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

เมื่อกำหนดให้จุดควบคุม m จุดในภาพทั้งหมด n ภาพ จากนั้นกองซ้อนทุก ๆ สมการเข้าด้วยกันจะได้สมการทั้งหมด $2mn$ สมการ หรือสามารถแสดงในรูปของเมตริกซ์เหมือนกับ $\mathbf{D}\mathbf{k} = \mathbf{d}$ เมื่อ $\mathbf{k} = [k_1 \ k_2]^T$ ซึ่งคำตอบของสมการเชิงเส้นหาได้โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด นั่นคือ

$$\mathbf{k} = (\mathbf{D}^T \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^T \mathbf{d} \quad (3.41)$$

ครั้ง k_1 และ k_2 ถูกประมาณค่าแล้ว พารามิเตอร์ตัวอื่น ๆ สามารถประมาณค่าให้ถูกต้องมากยิ่งขึ้น โดยการหาคำตอบของสมการที่ (3.35) ที่มี $\hat{\mathbf{m}}(\mathbf{A}, \mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i, \mathbf{M}_j)$ แทนที่สมการที่ (3.38) และ (3.39) และเราสามารถสลับสองขั้นตอนนี้จนกระทั่งเกิดการลู่เข้า (Convergence)

ในอีกกรณีหนึ่ง การประมาณ Maximum likelihood ที่สมบูรณ์แบบ ในการทดลองเราพบว่า การลู่เข้า (Convergence) ของเทคนิคการสลับไปมาที่กล่าวมาข้างต้นจะช้าไม่รวดเร็ว ดังนั้นจึงขยายต่อจากสมการที่ (3.35) เพื่อประมาณชุดของพารามิเตอร์ที่สมบูรณ์โดยการทำให้ฟังก์ชันต่อไปนี้ มีค่าน้อยที่สุด

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \|\mathbf{m}_{ij} - \hat{\mathbf{m}}(\mathbf{A}, k_1, k_2, \mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i, \mathbf{M}_j)\|^2 \quad (3.42)$$

เมื่อ $\hat{\mathbf{m}}(\mathbf{A}, k_1, k_2, \mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i, \mathbf{M}_j)$ คือการฉายภาพของจุดควบคุม \mathbf{M}_j ในภาพที่ i ตามสมการที่ (3.23) ตามด้วยความบิดเพี้ยนสอดคล้องกับสมการที่ (3.38) และ (3.39) อันนี้คือปัญหาการหาค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear optimization) ซึ่งหาคำตอบได้ด้วย Levenberg-Marquardt Algorithm การกำหนดค่าเริ่มต้นของ \mathbf{A} และ $\{\mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i | i=1 \dots n\}$ สามารถหาได้โดยใช้เทคนิคที่ได้อธิบายไปแล้วข้างต้น สำหรับค่าเริ่มต้นของ k_1 และ k_2 สามารถหาได้ด้วยเทคนิคการประมาณค่าความบิดเพี้ยนดังที่กล่าวไว้แล้ว หรือง่ายที่สุดก็คือการกำหนดให้ k_1 และ k_2 มีค่าเท่ากับศูนย์

บทที่ 4

การสอบเทียบกล้องโดยวิธีที่นำเสนอ

ในบทนี้จะอธิบายการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบโดยวิธีที่นำเสนอ การสอบเทียบกล้องโดยวิธีที่นำเสนอเป็นการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบ และค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจุดควบคุมที่รูปร่างทางเรขาคณิตบนแพทเทอร์นสอบเทียบ และจุดภาพที่สอดคล้องกันบนเฟรมบัฟเฟอร์ ซึ่งความสัมพันธ์ดังกล่าวสามารถแสดงได้ด้วยสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นขั้นตอนของการสอบเทียบกล้องโดยทั่วไปจึงมีสองขั้นตอน คือการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบและการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น อย่างไรก็ตาม เพื่อให้การหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบทำได้โดยง่าย พารามิเตอร์ตัวกลาง (Intermediate parameters) ถูกใช้จำกัดความในเทอมของพารามิเตอร์สอบเทียบและถูกคำนวณโดยวิธีเชิงเส้น จากนั้น ค่าพารามิเตอร์สอบเทียบถูกคำนวณอีกครั้งจากพารามิเตอร์ตัวกลางโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ตัวกลางและพารามิเตอร์สอบเทียบที่ได้นิยามไว้ สำหรับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ พารามิเตอร์สอบเทียบ 9 ตัวในจำนวนทั้งหมด 11 ตัวสามารถคำนวณได้จากพารามิเตอร์ตัวกลาง โดยใช้ภาพเพียงภาพเดียว โดยพิจารณาให้จุดศูนย์กลางของภาพเป็นพารามิเตอร์ที่ต้องการหาเช่นเดียวกับพารามิเตอร์ตัวอื่นๆ ค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้เหล่านี้จะถูกนำไปใช้เป็นค่าเริ่มต้นของการหาพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้นต่อไป สุดท้ายจะอธิบายถึงการสร้างแบบจำลองเลียนแบบความผิดเพี้ยนของเลนส์ เพื่อใช้สำหรับตรวจสอบความถูกต้องของการสอบเทียบกล้องโดยวิธีที่นำเสนอ

4.1 การหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบ (Initialization)

การสอบเทียบกล้องเป็นปัญหาที่สำคัญอันหนึ่งในการมองเห็นของคอมพิวเตอร์และหุ่นยนต์ (Computer and robot visions) ความเที่ยงตรงของการสอบเทียบเป็นสิ่งที่ต้องการสำหรับการหาขนาดหรือมิติของวัตถุสามมิติ (Three dimensional object measurements) และการรู้จำวัตถุสามมิติ (Three dimensional object recognitions) การสอบเทียบกล้องก็คือการหาพารามิเตอร์สอบเทียบ โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจุดควบคุมบนแพทเทอร์นสอบเทียบ และจุดภาพที่สอดคล้องกันบนเฟรมบัฟเฟอร์ การสอบเทียบกล้องสามารถทำได้โดยกล้องถ่ายภาพแพนเทอร์น สอบเทียบที่รูปร่างทางเรขาคณิต หรือพิกัดตำแหน่งต่างๆของจุดควบคุมบนแพทเทอร์นสอบเทียบโดยอ้างอิงกับจุดกำเนิดของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง (Origin of reference coordinate system) และเราสามารถแบ่งการสอบเทียบกล้องบนพื้นฐานแพทเทอร์นแนวระนาบออกได้เป็นสองชนิดกล่าวคือการสอบเทียบกล้องชนิดไม่ร่วมระนาบ (Noncoplanar calibration) และชนิดร่วมระนาบ (Coplanar calibration) ดังที่ได้อธิบายไว้แล้วในบทที่ 2 การสอบเทียบกล้องชนิดไม่

ร่วมระนาบเป็นการวางจุดกำเนิดของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิงไว้ที่ตำแหน่งใด ๆ ในพื้นที่ทำงาน (Working space) แต่ไม่อยู่บนแพทเทอร์นสอบเทียบ เช่น ด้านหน้าหรือด้านหลังของแพทเทอร์นสอบเทียบทำให้การสอบเทียบชนิดนี้ต้องการเครื่องมือที่มีราคาแพง เช่น ไมโครสโคป (Microscope) ที่มีกำลังขยายสูง เป็นต้น และต้องการการติดตั้ง (Setup) เครื่องมือที่ละเอียดประณีต อย่างไรก็ตาม ข้อดีของการสอบเทียบกล้องชนิดไม่ร่วมระนาบ ก็คือมีเงื่อนไขบังคับของเมตริกซ์การหมุนที่สมบูรณ์ (Full constraints of rotation matrix) ทำให้การสอบเทียบกล้องชนิดนี้ทำได้ง่ายไม่ซับซ้อนและให้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง ในทางตรงกันข้าม การสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบเป็นการวางจุดกำเนิดของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิงไว้บนแพทเทอร์นสอบเทียบเท่านั้น ทำให้พิกัดตำแหน่งในแนวแกน z กลายเป็นศูนย์และเงื่อนไขบังคับของเมตริกซ์การหมุนมีเพียงสามข้อในจำนวนทั้งหมดหกข้อ ดังนั้น การสอบเทียบกล้องชนิดนี้จะมีความซับซ้อนมากกว่าการสอบเทียบกล้องชนิดไม่ร่วมระนาบ แต่ข้อดีของการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบคือไม่ต้องการเครื่องมือที่มีราคาแพงและการติดตั้งเครื่องมือที่ละเอียดประณีต อีกประการหนึ่งการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบเป็นสิ่งที่ต้องการในอุตสาหกรรมบางประเภทและทางการแพทย์ ดังนั้นวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะมุ่งเน้นไปที่การสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบ

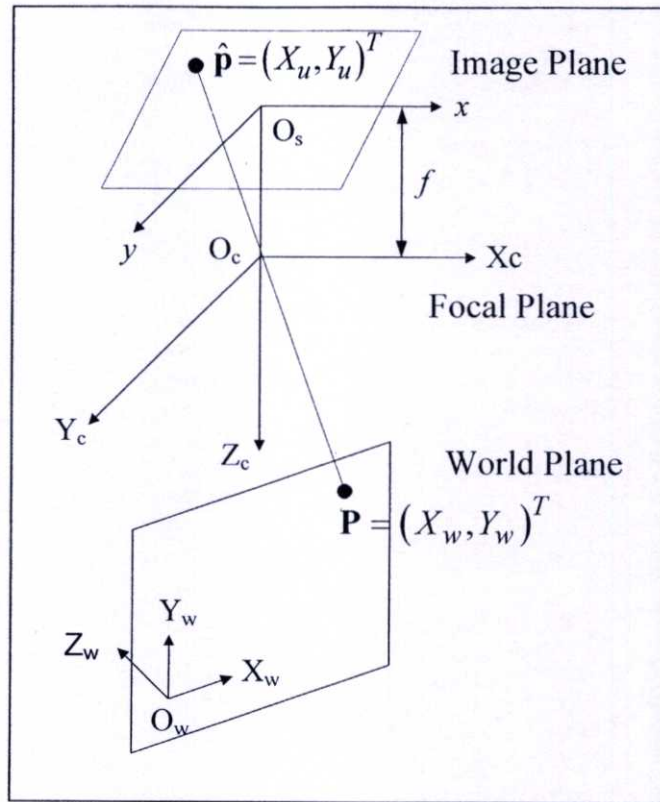
อย่างไรก็ดี ความสัมพันธ์ระหว่างจุดควบคุมบนแพทเทอร์นสอบเทียบและจุดภาพที่สอดคล้องกันบนเฟรมบีพีเฟอร์ถูกแสดงได้ด้วยสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นการสอบเทียบกล้องจึงมีสองขั้นตอนคือการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบ (Initialization) และการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear optimization) ในขั้นตอนการหาค่าพารามิเตอร์เริ่มต้น พารามิเตอร์ตัวกลาง (Intermediate parameters) ที่ให้ค่าจำกัดความไวในเทอมของพารามิเตอร์สอบเทียบจะถูกคำนวณโดยวิธีเชิงเส้นบนพื้นฐานโมเดลกล้องที่ไม่มีความผิดเพี้ยนทั้งนี้ก็เพื่อลดความยุ่งยากของการคำนวณค่าพารามิเตอร์สอบเทียบจากสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น จากนั้นค่าพารามิเตอร์สอบเทียบจะถูกประมาณจากพารามิเตอร์ตัวกลางที่คำนวณได้ เพื่อใช้เป็นค่าเริ่มต้นสำหรับการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้นต่อไป สำหรับวิธีการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จะคำนวณค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นจำนวน 9 ตัว ที่ประกอบด้วยพารามิเตอร์ภายในสามตัวและพารามิเตอร์ภายนอกหกตัว โดยพิจารณาให้จุดศูนย์กลางของกลางภาพเป็นพารามิเตอร์ที่ต้องการหาเช่นเดียวกับพารามิเตอร์ตัวอื่นๆ ในขั้นตอนการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น ค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดถูกคำนวณบนพื้นฐานโมเดลความผิดเพี้ยนของเลนส์ ในทางอุดมคติดำเนินการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบที่คำนวณได้จากขั้นตอนการหาค่าเริ่มต้น ควรจะมีค่าใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดเพื่อว่าจำนวนรอบของการวนซ้ำมีจำนวนน้อย และสามารถเข้าสู่ค่าต่ำสุดของฟังก์ชันที่แท้จริง (Global extremum) ได้อย่างรวดเร็ว อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติไม่เป็นเช่นนั้นเพราะว่าจำนวนของสัญญาณรบกวนที่ปะปนในภาพ ความผิดเพี้ยนของเลนส์ การเลื่อนไปของจุดศูนย์กลางของภาพ และอื่นๆมีผลกระทบต่อค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่ประมาณได้โดยเฉพาะอย่าง

ยังการสอบเทียบกล้องโดยใช้ภาพถ่ายเพียงภาพเดียว ด้วยเหตุนี้ขั้นตอนการหาค่าเริ่มต้นจึงกลายเป็นขั้นตอนที่สำคัญอันหนึ่งสำหรับการสอบเทียบกล้องและกลายเป็นประเด็นหลักของการศึกษาวิจัยนี้

งานวิจัยส่วนใหญ่ที่ได้รับการตีพิมพ์และเกี่ยวข้องกับการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบมีจำนวนไม่มากนัก และมักมุ่งเน้นไปที่การทดสอบความเที่ยงตรงของการสอบเทียบและความทนทานต่อสัญญาณรบกวน โดยไม่มีการตรวจสอบความเสถียรภาพของพารามิเตอร์สอบเทียบ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงทิศทางของกล้องและมุมการหมุนของกล้อง จากการทดลองเราพบว่าทิศทางของกล้องที่เปรียบเทียบกับแพทเทอร์นสอบเทียบและระดับของสัญญาณรบกวนในภาพ มีอิทธิพลต่อความเสถียรภาพและความเที่ยงตรงของพารามิเตอร์สอบเทียบที่คำนวณได้ดังที่ได้นำเสนอไว้ใน [7, 8] ซึ่งนั่นก็หมายความว่าถ้าอัลกอริธึมที่ใช้ในการสอบเทียบไม่ดีพอ เราจะต้องเสียเวลาในการติดตั้งและปรับแต่งมุมของกล้องเพื่อให้ได้พารามิเตอร์สอบเทียบที่ถูกต้อง ดังนั้นการทดสอบอิทธิพลของทิศทางและมุมการหมุนของกล้องจึงกลายเป็นสิ่งสำคัญอันหนึ่งของการสอบเทียบกล้อง ซึ่งวิธีของ Tsai [1] ไม่ได้มีการทดสอบในสิ่งเหล่านี้ ส่วนวิธีของ Zhang [3] แม้ว่าจะมีการทดสอบความทนทานต่อสัญญาณรบกวนและอิทธิพลของทิศทางของโมเดลเพลน (Model plane) ที่เปรียบเทียบกับระนาบภาพของกล้อง แต่เสถียรภาพของพารามิเตอร์สอบเทียบที่คำนวณได้ก็ไม่ได้ถูกเปิดเผยอย่างชัดเจนทั้งนี้เพราะมุมการหมุนของกล้องถูกเลือกโดยการสุ่ม (Random) เท่านั้น สำหรับในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะมุ่งเน้นไปที่วิธีการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบ โดยใช้ภาพถ่ายของแพทเทอร์นสอบเทียบเพียงภาพเดียว และต้องการให้ค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณได้มีเสถียรภาพ ทนทานต่อระดับสัญญาณรบกวน การเปลี่ยนแปลงของทิศทางของกล้อง และการเลื่อนไปของจุดศูนย์กลางของภาพ

เนื่องจากพารามิเตอร์สอบเทียบประกอบด้วยพารามิเตอร์ภายใน และภายนอกจำนวนทั้งหมด 11 ตัว (Degrees of freedom) ไม่ว่าจะการสอบเทียบนั้นจะเป็นชนิดร่วมระนาบหรือไม่ร่วมระนาบก็ตาม ซึ่งพารามิเตอร์ภายนอกและภายในมีจำนวน 6 ตัวและ 5 ตัวตามลำดับ ความแตกต่างระหว่างการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบและชนิดไม่ร่วมระนาบก็คือขนาดของเมตริกซ์การหมุน \mathbf{R} ที่ใช้แทนทิศทางของกล้อง (Camera orientation) เมตริกซ์การหมุนสำหรับกรณีการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบและชนิดไม่ร่วมระนาบจะเป็นเมตริกซ์ขนาด 3×2 และ 3×3 ตามลำดับ สาเหตุที่เมตริกซ์การหมุนของการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบมีขนาด 3×2 ก็เพราะว่าจุดกำเนิดของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิงถูกวางอยู่บนแพทเทอร์นสอบเทียบ ดังนั้นจึงไม่มีข้อมูลใดๆในทิศทาง z ของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง เวกเตอร์แถวในแนวตั้ง (Column vector) แถวสุดท้ายของเมตริกซ์การหมุนจึงกลายเป็นศูนย์ ด้วยเหตุนี้การสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบจึงมีความซับซ้อนมากกว่าการสอบเทียบกล้องชนิดไม่ร่วมระนาบ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการสอบเทียบกล้องโดยใช้ภาพเพียงภาพเดียวและให้ความถูกต้องน้อยกว่าการสอบเทียบกล้องชนิดไม่ร่วมระนาบ ทั้งนี้ก็เพราะว่าเงื่อนไขบังคับตั้งฉากซึ่งกันและกัน (Orthogonality constraints) ของเมตริกซ์การหมุน สำหรับกรณีการสอบเทียบกล้อง

ชนิดร่วมระนาบมีเพียงสามข้อ แต่การสอบเทียบกล้องชนิดไม่ร่วมระนาบมีถึงหกข้อ ดังนั้นในกรณีใช้ภาพเพียงภาพเดียวเพื่อการสอบเทียบกล้อง การหาค่าพารามิเตอร์ภายในของกล้องจะหาได้เพียงสองตัวแปรเท่านั้น [3, 9] ไม่สามารถหาค่าพารามิเตอร์ภายในทั้งห้าตัวแปรได้ ซึ่งผู้วิจัยส่วนใหญ่มักกำหนดให้ความยาวโฟกัสที่แสดงในหน่วยของพิกเซลในทิศทางแกน x และ y เป็นตัวแปรที่ต้องการหามากกว่าการหาพารามิเตอร์ภายในตัวอื่นๆ ทั้งนี้ก็เพราะว่าการหาค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นจากพารามิเตอร์ตัวกลางทำได้โดยง่าย อย่างไรก็ตามจากการทดลองพบว่าค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้ไม่เสถียรภาพสำหรับการเปลี่ยนแปลงทิศทางของกล้องและอ่อนแอต่อสัญญาณรบกวน โดยเฉพาะอย่างยิ่งความยาวโฟกัสในทิศทาง x และ y (α_x, α_y) และส่วนความลึกของเวกเตอร์การย้าย (t_z) ด้วยเหตุนี้ Tsai [1] จึงได้นำเสนอเงื่อนไขบังคับการวางตัวในแนวรัศมี (Radial alignment constraint) สำหรับการสอบเทียบกล้องทั้งชนิดร่วมระนาบและไม่ร่วมระนาบที่ใช้ภาพเพียงภาพเดียว วิธีการสอบเทียบกล้องของ Tsai มีสองขั้นตอน ขั้นตอนแรกเป็นการหาค่าพารามิเตอร์ส่วนใหญ่ของกล้องโดยการใช้เงื่อนไขบังคับการวางตัวในแนวรัศมี ภายใต้การสมมุติว่าจุดศูนย์กลางของภาพเป็นสิ่งที่รู้ค่า การคำนวณพารามิเตอร์ส่วนใหญ่นี้เป็นการคำนวณโดยใช้วิธีเชิงเส้นหรือวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least square method) ขั้นตอนที่สองเป็นการคำนวณหาความยาวโฟกัส (f) ส่วนความลึกของเวกเตอร์การย้าย (t_z) และสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ในแนวรัศมีโดยวิธีการหาค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear optimization) วิธีที่ Tsai นำเสนอเป็นวิธีที่ง่ายไม่ซับซ้อนและต้องการเวลาในการคำนวณน้อย อย่างไรก็ตาม Tsai ได้กำหนดให้พิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางของภาพ (C_x, C_y) วางอยู่ที่กึ่งกลางของภาพหรือเป็นค่าคงที่ ผลที่เกิดขึ้นคือค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่คำนวณได้ไม่มีความเที่ยงตรงสำหรับภาพที่มีสัญญาณรบกวนปะปนมากและภาพที่ถ่ายในบางทิศทางของกล้อง นอกจากนี้จากการทดลองเราพบว่าจุดศูนย์กลางของภาพมีอิทธิพลต่อค่าพารามิเตอร์สอบเทียบ นั่นคือค่าพารามิเตอร์สอบเทียบจะไม่เที่ยงตรงถ้าจุดศูนย์กลางภาพถูกเลื่อนออกไปจากกึ่งกลางของภาพดังที่แสดงไว้ใน [10] Zhang [3] ได้นำเสนอเทคนิคใหม่สำหรับการสอบเทียบกล้อง ซึ่งเงื่อนไขบังคับตั้งฉากซึ่งกันและกัน (Orthogonality constraints) ของเมตริกซ์การหมุนถูกเรียกว่า Homography ถูกนำมาใช้เพื่อการสอบเทียบกล้อง อย่างไรก็ตามจากข้อจำกัดของเงื่อนไขบังคับตั้งฉากซึ่งกันและกันของเมตริกซ์การหมุนที่กล่าวไปแล้วข้างต้นว่าภาพหนึ่งภาพมีเพียงสามข้อของเงื่อนไขบังคับ แต่ Zhang ก็บอกว่าภาพหนึ่งภาพมีเพียงหนึ่ง Homography และสองข้อของเงื่อนไขบังคับที่ได้จากเมตริกซ์การหมุน ด้วยเหตุนี้ Zhang จึงใช้จำนวนภาพมากกว่าสามภาพเพื่อให้สามารถคำนวณหาพารามิเตอร์ภายในได้ทั้งหมดห้าตัว และพารามิเตอร์ภายนอกได้หกตัว ซึ่ง Zhang ได้นำเสนอว่าจำนวนของภาพยิ่งมากขึ้นความเที่ยงตรงในการหาพารามิเตอร์ภายในและความเที่ยงตรงของการสอบเทียบจะมากขึ้น อย่างไรก็ตาม ตามหลักการในทางทฤษฎีแล้ว จำนวนของภาพยิ่งมากอิทธิพลของสัญญาณรบกวนที่ปะปนในภาพก็จะมีมากขึ้นและเวลาที่ต้องการในการคำนวณก็จะเพิ่มมากขึ้นเช่นกันด้วย



รูปที่ 4.1 การฉายจุดควม \mathbf{P} ไปที่จุดภาพ $\hat{\mathbf{p}}$ บนระนาบภาพ

การหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบสำหรับการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบบนพื้นฐานของโมเดลกล้องที่ไม่มีความผิดเพี้ยนและต้องการภาพเพียงภาพเดียว จากรูปที่ 4.1 ถ้าให้ \mathbf{P} เท่ากับ $[X_w, Y_w, 1]^T$ แทนจุดควมใดๆบนแพทเทอร์นสอบเทียบที่แสดงในรูปของพิกัดตำแหน่ง Homogeneous (Homogeneous coordinate) ซึ่ง (X_w, Y_w) แทนพิกัดตำแหน่งของจุดควมในแนวแกน x และ y บนแพทเทอร์นสอบเทียบ ในที่นี้พิกัดตำแหน่ง Homogeneous หมายถึงการใส่ตัวเลข “1” ต่อท้ายพิกัดตำแหน่ง ทั้งนี้ก็เพื่อให้มีความสะดวกในการคำนวณทางคณิตศาสตร์เมื่อจุดควม \mathbf{P} ถูกฉายไปที่ระนาบภาพโดยผ่านจุดศูนย์กลางทางแสง O_c และกำหนดให้ $\hat{\mathbf{p}}$ เท่ากับ $[X_u, Y_u, 1]^T$ เป็นจุดภาพ (Image point) บนระนาบภาพที่สอดคล้องกับจุดควม \mathbf{P} เมื่อ (X_u, Y_u) แทนพิกัดตำแหน่งของจุดภาพบนระนาบภาพ การเปลี่ยนรูปที่ได้สัดส่วน (Perspective transformation) จากจุดควม \mathbf{P} ใดๆไปที่จุดภาพ $\hat{\mathbf{p}}$ บนระนาบภาพสามารถเขียนได้เป็น

$$v\hat{\mathbf{p}} = \mathbf{F}[\mathbf{R}|\mathbf{t}]\mathbf{P} \quad (4.1)$$

เมื่อ

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -f & 0 & 0 \\ 0 & -f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 \\ r_4 & r_5 \\ r_7 & r_8 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}.$$

\mathbf{F} แทนเมตริกซ์ความยาวโฟกัส \mathbf{R} แทนทิศทางของกล้องหรือเมตริกซ์การหมุน \mathbf{t} แทนเวกเตอร์การย้ายหรือตำแหน่งของจุดศูนย์กลางกล้อง ในทำนองเดียวกันกำหนดให้ $\tilde{\mathbf{p}} = [X_f, Y_f, 1]^T$ แทนจุดภาพบนเฟรมบัฟเฟอร์ที่ถูกล้างไว้อยู่ในระดับเดียวกับระนาบภาพใช้แทนเซ็นเซอร์รับภาพ เมื่อ (X_f, Y_f) แทนพิกัดตำแหน่งของจุดภาพบนเฟรมบัฟเฟอร์ในแนวแกน x และ y ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างจุดภาพ $\tilde{\mathbf{p}}$ บนระนาบภาพและจุดภาพ $\tilde{\mathbf{p}}$ บนเฟรมบัฟเฟอร์ถูกกำหนดให้เป็น

$$\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{K}\hat{\mathbf{p}} \quad (4.2)$$

เมื่อ

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} n_x^{-1} & 0 & C_x \\ 0 & n_y^{-1} & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

\mathbf{K} คือเมตริกซ์การแปลงจากหน่วยการวัดเป็นพิกเซล n_x และ n_y คือระยะทางระหว่างเซ็นเซอร์ (Sensor elements) ข้างเคียงในทิศทาง x และ y ตามลำดับ C_x และ C_y คือพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพ (Principal point) ในแนวแกน x และ y ตามลำดับ ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างจุดควบคุม \mathbf{P} ใดๆบนแพทเทอร์นสอบเทียบและจุดภาพ $\tilde{\mathbf{p}}$ ที่สอดคล้องกันบนเฟรมบัฟเฟอร์สามารถเขียนได้โดย

$$v\tilde{\mathbf{p}} = \mathbf{M}\mathbf{P} \quad (4.3)$$

เมื่อ

$$\mathbf{M} = \mathbf{A}[\mathbf{R}|\mathbf{t}], \quad \mathbf{A} = \mathbf{KF} = \begin{bmatrix} -\alpha_x & 0 & C_x \\ 0 & -\alpha_y & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

\mathbf{M} คือเมตริกซ์การฉายภาพของกล้อง (Camera projection matrix) \mathbf{A} คือเมตริกซ์สอบเทียบ (Calibration matrix) เป็นผลคูณของเมตริกซ์การแปลง \mathbf{K} และเมตริกซ์ความยาวโฟกัส \mathbf{F} α_x และ α_y คือความยาวโฟกัสในหน่วยพิกเซลในทิศทาง x และ y ตามลำดับ เมตริกซ์ \mathbf{A} ที่แสดงในสมการข้างบนกำหนดให้ความเอียงของระนาบภาพ (s) เป็นศูนย์ แต่ในกรณีที่ความเอียงของระนาบภาพไม่เท่ากับศูนย์ เมตริกซ์สอบเทียบ \mathbf{A} อาจเขียนใหม่ได้เป็น

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\alpha_x & s & C_x \\ 0 & -\alpha_y & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

เพื่อให้เมตริกซ์การฉายภาพของกล้อง \mathbf{M} ในสมการที่ (4.3) เข้ากันได้พอดีกับชุดของจุด

ควบคุมบนแพทเทอร์นสอบเทียบและชุดของจุดภาพที่สอดคล้องกันในเฟรมบัฟเฟอร์ เราจะสมมุติว่าความเอียงของระนาบภาพ (s) ในเมตริกซ์สอบเทียบ A เท่ากับศูนย์ และพิกเซลหรือจุดภาพเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งเพียงพอสำหรับการคำนวณค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบดังที่ให้ไว้ใน [12] ดังนั้น จำนวนของพารามิเตอร์สอบเทียบที่ถูกใช้เป็นตัวเริ่มต้นสามารถลดลงจาก 11 ตัวกลายเป็น 9 ตัวที่ประกอบด้วยสามพารามิเตอร์ภายใน (f, C_x, C_y) และหกพารามิเตอร์ภายนอกที่แทนทิศทางของกล้องและตำแหน่งของจุดศูนย์กลางกล้อง ความสัมพันธ์ระหว่างจุดควบคุม P ใดๆ บนแพทเทอร์นสอบเทียบและจุดภาพ \tilde{p} ที่สอดคล้องกันบนเฟรมบัฟเฟอร์ในสมการที่ (4.3) สามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} v \begin{bmatrix} X_f \\ Y_f \\ 1 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} n_x^{-1} & 0 & C_x \\ 0 & n_y^{-1} & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -f & 0 & 0 \\ 0 & -f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t_x \\ r_4 & r_5 & t_y \\ r_7 & r_8 & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\alpha_x & 0 & C_x \\ 0 & -\alpha_y & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t_x \\ r_4 & r_5 & t_y \\ r_7 & r_8 & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\alpha_x r_1 + C_x r_7 & -\alpha_x r_2 + C_x r_8 & -\alpha_x t_x + C_x t_z \\ -\alpha_y r_4 + C_y r_7 & -\alpha_y r_5 + C_y r_8 & -\alpha_y t_y + C_y t_z \\ r_7 & r_8 & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.5) \end{aligned}$$

จากนั้นกำหนดให้ $\alpha = \alpha_x = \alpha_y$ เนื่องจากพิกเซลหรือจุดภาพถูกสมมุติว่ามีรูปร่างเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส นั่นคือระยะทางระหว่างเซ็นเซอร์ข้างเคียงในแนวแกน x เท่ากับระยะทางของเซ็นเซอร์ในแนวแกน y ($n_x = n_y$) ดังนั้น สมการที่ (4.5) อาจเขียนใหม่ได้เป็น

$$v \begin{bmatrix} X_f \\ Y_f \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ q_4 & q_5 & q_6 \\ r_7 & r_8 & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} q_1 &= -\alpha r_1 + C_x r_7, & q_2 &= -\alpha r_2 + C_x r_8, & q_3 &= -\alpha t_x + C_x t_z, \\ q_4 &= -\alpha r_4 + C_y r_7, & q_5 &= -\alpha r_5 + C_y r_8, & q_6 &= -\alpha t_y + C_y t_z \end{aligned}$$

อย่างไรก็ดีความสัมพันธ์ระหว่างจุดควบคุม P ใดๆ และจุดภาพ \tilde{p} ที่สอดคล้องกันบนเฟรมบัฟเฟอร์สามารถเขียนในรูปของสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้นสองสมการได้ดังต่อไปนี้

$$X_f = \frac{(-\alpha r_1 + C_x r_7) X_w + (-\alpha r_2 + C_x r_8) Y_w + (-\alpha t_x + C_x t_z)}{r_7 X_w + r_8 Y_w + t_z} \quad (4.7)$$

$$Y_f = \frac{(-\alpha r_4 + C_y r_7) X_w + (-\alpha r_5 + C_y r_8) Y_w + (-\alpha t_y + C_y t_z)}{r_7 X_w + r_8 Y_w + t_z} \quad (4.8)$$

เมื่อถึงตรงนี้จะพบว่าสมการที่ (4.7) และ (4.8) มีความซับซ้อนมากกว่าสมการที่แสดงโดยวิธีของ Tsai และ Chatterjee [1, 2] ทั้งนี้ก็เพราะว่าพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพ (C_x, C_y) ถูกกำหนดให้เป็นพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณค่าเช่นเดียวกับพารามิเตอร์ตัวอื่นๆ ดังนั้นเพื่อให้การคำนวณค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบทำได้โดยง่ายด้วยการแก้ปัญหาสมการเชิงเส้น ชุดของพารามิเตอร์ตัวกลาง ($a_1 \sim a_8$) ถูกให้คำจำกัดความอยู่ในเทอมของพารามิเตอร์สอบเทียบ ดังนั้นความสัมพันธ์ในสมการที่ (4.6) สามารถเขียนใหม่ในรูปของสมการเชิงเส้นและแสดงได้โดย

$$v \begin{bmatrix} X_f \\ Y_f \\ 1 \end{bmatrix} = t_z \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_7 \\ a_3 & a_4 & a_8 \\ a_5 & a_6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{-\alpha r_1 + C_x r_7}{t_z}, & a_2 &= \frac{-\alpha r_2 + C_x r_8}{t_z}, & a_5 &= \frac{r_7}{t_z}, \\ a_3 &= \frac{-\alpha r_4 + C_y r_7}{t_z}, & a_4 &= \frac{-\alpha r_5 + C_y r_8}{t_z}, & a_6 &= \frac{r_8}{t_z}, \\ a_7 &= \frac{-\alpha t_x + C_x t_z}{t_z}, & a_8 &= \frac{-\alpha t_y + C_y t_z}{t_z} \end{aligned} \quad (4.10)$$

สมการข้างบนสามารถจัดเรียงใหม่เหมือนกับระบบสมการเชิงเส้นที่ไม่เป็นเอกพันธ์ (Inhomogeneous linear system) ในแนวแกน x และ y ได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} X_{wi} & Y_{wi} & 0 & 0 & -X_{fdi} X_{wi} & -X_{fdi} Y_{wi} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X_{wi} & Y_{wi} & -Y_{fdi} X_{wi} & -Y_{fdi} Y_{wi} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{fdi} \\ Y_{fdi} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

หรือ

$$\begin{aligned} X_{fdi} X_{wi} a_5 + X_{fdi} Y_{wi} a_6 + X_{fdi} &= X_{wi} a_1 + Y_{wi} a_2 + a_7 \\ Y_{fdi} X_{wi} a_5 + Y_{fdi} Y_{wi} a_6 + Y_{fdi} &= X_{wi} a_3 + Y_{wi} a_4 + a_8 \end{aligned} \quad (4.12)$$

เมื่อ (X_{fdi}, Y_{fdi}) แทนพิกัดตำแหน่งของจุดภาพจริงบนเฟรมบัพเฟอร์ในหน่วยพิกเซลที่ใช้แทน (X_f, Y_f) ในสมการที่ (4.9) เพราะพิกัดตำแหน่งของจุดภาพ (X_f, Y_f) เป็นพิกัดตำแหน่งในอุดมคติที่ไม่

สามารถสังเกตเห็นได้ในทางปฏิบัติ ตัวห้อย (Subscript) i แทนจำนวนจุดควบคุมบนแพทเทอร์น สอบเทียบและจุดภาพที่สอดคล้องกันในเฟรมบัพเฟอร์ที่ใช้เพื่อการคำนวณค่าพารามิเตอร์ตัวกลาง $a_1 \sim a_8$ (เมื่อ $i = 1, \dots, N$ จุด) มีงานวิจัยบางชิ้นที่เกี่ยวข้องกับการสอบเทียบกล้อง [6] เลือกจุดภาพบนเฟรมบัพเฟอร์ที่เป็นจุดควบคุมบริเวณใกล้ศูนย์กลางของภาพ เพื่อลดอิทธิพลของความผิดเพี้ยนของเลนส์ อย่างไรก็ตามถ้าจุดภาพที่นำมาใช้มีจำนวนน้อยเกินไป พารามิเตอร์ตัวกลางที่คำนวณได้จะไม่ถูกต้อง ดังนั้นในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เราใช้จุดภาพที่เป็นจุดควบคุมทั้งหมดในการคำนวณพารามิเตอร์ตัวกลาง

เพื่อให้การแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นไม่เป็นเอกพันธ์ (Inhomogeneous) ทำได้โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least square method) จะกำหนดให้ J_x และ J_y แทนคอสต์ฟังก์ชัน (Cost function) ของความสัมพันธ์ระหว่างจุดควบคุมและจุดภาพบนเฟรมบัพเฟอร์ในแนวแกน x และ y บนพื้นฐานโมเดลไม่มีความผิดเพี้ยนของเลนส์ และให้ J แทนผลรวมยกกำลังสองของคอสต์ฟังก์ชันทั้งสองแกน นั่นคือ

$$J = J_x^2 + J_y^2 \quad (4.13)$$

เมื่อ

$$J_x = X_{fdi} X_{wi} a_5 + X_{fdi} Y_{wi} a_6 + X_{fdi} - X_{wi} a_1 - Y_{wi} a_2 - a_7$$

$$J_y = Y_{fdi} X_{wi} a_5 + Y_{fdi} Y_{wi} a_6 + Y_{fdi} - X_{wi} a_3 - Y_{wi} a_4 - a_8$$

จากนั้น คำนวณหาอนุพันธ์ของคอสต์ฟังก์ชัน J เทียบกับพารามิเตอร์ตัวกลาง $a_1 \sim a_8$ ที่ไม่รู้ค่า ($\partial J / \partial a_1 \sim \partial J / \partial a_8$) และเมื่อจัดเรียงในรูปของระบบสมการเชิงเส้นไม่เป็นเอกพันธ์จะได้

$$\begin{bmatrix} X_w^2 & X_w Y_w & 0 & 0 & -X_{fd} X_w^2 & -X_{fd} X_w Y_w & X_w & 0 \\ X_w Y_w & Y_w^2 & 0 & 0 & -X_{fd} X_w Y_w & -X_{fd} Y_w^2 & Y_w & 0 \\ 0 & 0 & X_w^2 & X_w Y_w & -Y_{fd} X_w^2 & -Y_{fd} X_w Y_w & 0 & X_w \\ 0 & 0 & X_w Y_w & Y_w^2 & -Y_{fd} X_w Y_w & -Y_{fd} Y_w^2 & 0 & Y_w \\ -X_{fd} X_w^2 & -X_{fd} X_w Y_w & 0 & 0 & X_{fd}^2 X_w^2 & X_{fd}^2 X_w Y_w & -X_{fd} X_w & 0 \\ -X_{fd} X_w Y_w & -X_{fd} Y_w^2 & 0 & 0 & X_{fd}^2 X_w Y_w & X_{fd}^2 Y_w^2 & -X_{fd} Y_w & 0 \\ 0 & 0 & -Y_{fd} X_w^2 & -Y_{fd} X_w Y_w & Y_{fd}^2 X_w^2 & Y_{fd}^2 X_w Y_w & 0 & -Y_{fd} X_w \\ 0 & 0 & -Y_{fd} X_w Y_w & -Y_{fd} Y_w^2 & Y_{fd}^2 X_w Y_w & Y_{fd}^2 Y_w^2 & 0 & -Y_{fd} Y_w \\ X_w & Y_w & 0 & 0 & -X_{fd} X_w & -X_{fd} Y_w & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X_w & Y_w & -Y_{fd} X_w & -Y_{fd} Y_w & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{fd} X_w \\ X_{fd} Y_w \\ Y_{fd} X_w \\ Y_{fd} Y_w \\ -X_{fd}^2 X_w \\ -X_{fd}^2 Y_w \\ -Y_{fd}^2 X_w \\ -Y_{fd}^2 Y_w \\ X_{fd} \\ Y_{fd} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

หรือ

$$\psi a = u \quad (4.15)$$

เมื่อ

$$\Psi = \begin{bmatrix} X_{wi}^2 & X_{wi}Y_{wi} & 0 & 0 & -X_{fch}X_{wi}^2 & -X_{fch}X_{wi}Y_{wi} & X_{wi} & 0 \\ X_{wi}Y_{wi} & Y_{wi}^2 & 0 & 0 & -X_{fch}X_{wi}Y_{wi} & -X_{fch}Y_{wi}^2 & Y_{wi} & 0 \\ 0 & 0 & X_{wi}^2 & X_{wi}Y_{wi} & -Y_{fch}X_{wi}^2 & -Y_{fch}X_{wi}Y_{wi} & 0 & X_{wi} \\ 0 & 0 & X_{wi}Y_{wi} & Y_{wi}^2 & -Y_{fch}X_{wi}Y_{wi} & -Y_{fch}Y_{wi}^2 & 0 & Y_{wi} \\ -X_{fch}X_{wi}^2 & -X_{fch}X_{wi}Y_{wi} & 0 & 0 & X_{fch}^2X_{wi}^2 & X_{fch}^2X_{wi}Y_{wi} & -X_{fch}X_{wi} & 0 \\ -X_{fch}X_{wi}Y_{wi} & -X_{fch}Y_{wi}^2 & 0 & 0 & X_{fch}^2X_{wi}Y_{wi} & X_{fch}^2Y_{wi}^2 & -X_{fch}Y_{wi} & 0 \\ 0 & 0 & -Y_{fch}X_{wi}^2 & -Y_{fch}X_{wi}Y_{wi} & Y_{fch}^2X_{wi}^2 & Y_{fch}^2X_{wi}Y_{wi} & 0 & -Y_{fch}X_{wi} \\ 0 & 0 & -Y_{fch}X_{wi}Y_{wi} & -Y_{fch}Y_{wi}^2 & Y_{fch}^2X_{wi}Y_{wi} & Y_{fch}^2Y_{wi}^2 & 0 & -Y_{fch}Y_{wi} \\ X_{wi} & Y_{wi} & 0 & 0 & -X_{fch}X_{wi} & -X_{fch}Y_{wi} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X_{wi} & Y_{wi} & -Y_{fch}X_{wi} & -Y_{fch}Y_{wi} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u} = [X_{fch}X_{wi} \quad X_{fch}Y_{wi} \quad Y_{fch}X_{wi} \quad Y_{fch}Y_{wi} \quad -X_{fch}^2X_{wi} \quad -X_{fch}^2Y_{wi} \quad -Y_{fch}^2X_{wi} \quad -Y_{fch}^2Y_{wi} \quad X_{fch} \quad Y_{fch}]^T$$

$$\mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5 \ a_6 \ a_7 \ a_8]^T$$

พารามิเตอร์ตัวกลาง ($a_1 \sim a_8$) หรือเวกเตอร์ \mathbf{a} สามารถหาคำตอบได้โดย

$$\mathbf{a} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T \mathbf{u} \quad (4.16)$$

ครั้งนี้ได้คำตอบของเวกเตอร์ \mathbf{a} แล้ว กำหนดให้ \mathbf{B} เป็นเมตริกซ์ขนาด 3×3 ดังต่อไปนี้

$$\mathbf{B} = (\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3) = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_7 \\ a_3 & a_4 & a_8 \\ a_5 & a_6 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

ซึ่ง \mathbf{a}_1 \mathbf{a}_2 และ \mathbf{a}_3 คือเวกเตอร์แนวตั้ง (Column vector) ขนาด 3×1 เมื่อ $\mathbf{a}_1 = [a_1 \ a_3 \ a_5]^T$ $\mathbf{a}_2 = [a_2 \ a_4 \ a_6]^T$ และ $\mathbf{a}_3 = [a_7 \ a_8 \ 1]^T$ จากนั้น ใช้ขั้นตอนดังต่อไปนี้เพื่อคำนวณหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอเทียบจากพารามิเตอร์ตัวกลางที่คำนวณได้

1. ประมาณค่าเวกเตอร์แนวตั้งแถวที่หนึ่งและสองของเมตริกซ์การหมุน \mathbf{R}

กำหนดให้เมตริกซ์การหมุน \mathbf{R} แทนด้วยเวกเตอร์แนวตั้ง ($\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{r}_3$) และเวกเตอร์แนวนอน ($\mathbf{v}_1^T \ \mathbf{v}_2^T \ \mathbf{v}_3^T$) ได้ดังนี้

$$\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1^T \\ \mathbf{v}_2^T \\ \mathbf{v}_3^T \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

เมื่อ

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_4 \\ r_7 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} r_2 \\ r_5 \\ r_8 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r}_3 = \begin{bmatrix} r_3 \\ r_6 \\ r_9 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_1^T = [r_1 \ r_2 \ r_3] \quad \mathbf{v}_2^T = [r_4 \ r_5 \ r_6] \quad \mathbf{v}_3^T = [r_7 \ r_8 \ r_9]$$

อย่างไรก็ดีส่วนประกอบ (Entries) ของเมตริกซ์การหมุน \mathbf{R} มีความสัมพันธ์กับพารามิเตอร์ตัวกลาง เหมือนที่ให้ไว้ในสมการที่ (4.10) เพราะฉะนั้น เวกเตอร์แนวตั้ง \mathbf{r}_1 และ \mathbf{r}_2 สามารถประมาณได้ ดังนี้

จากสมการที่ (4.10)

$$a_1 = -\frac{\alpha}{t_z} r_1 + C_x a_5 \quad \text{เมื่อ} \quad a_5 = \frac{r_7}{t_z} \quad (4.19)$$

กำหนดให้ $\sigma = t_z/\alpha$ ดังนั้น

$$r_1 = -\sigma(a_1 - C_x a_5) \quad (4.20)$$

ในทำนองเดียวกัน ส่วนประกอบที่เหลือของเมตริกซ์การหมุน \mathbf{R} สามารถประมาณค่าได้โดย

$$r_2 = -\sigma(a_2 - C_x a_6) \quad (4.21)$$

$$r_4 = -\sigma(a_3 - C_y a_5) \quad (4.22)$$

$$r_5 = -\sigma(a_4 - C_y a_6) \quad (4.23)$$

$$r_7 = a_5 t_z \quad (4.24)$$

$$r_8 = a_6 t_z \quad (4.25)$$

ดังนั้น เวกเตอร์แนวตั้ง \mathbf{r}_1 และ \mathbf{r}_2 สามารถแสดงได้โดย

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_4 \\ r_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sigma(a_1 - C_x a_5) \\ -\sigma(a_3 - C_y a_5) \\ a_5 t_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sigma & 0 & \sigma C_x \\ 0 & -\sigma & \sigma C_y \\ 0 & 0 & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_3 \\ a_5 \end{bmatrix} = \mathbf{\Omega} \mathbf{a}_1 \quad (4.26)$$

$$\mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} r_2 \\ r_5 \\ r_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sigma(a_2 - C_x a_6) \\ -\sigma(a_4 - C_y a_6) \\ a_6 t_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sigma & 0 & \sigma C_x \\ 0 & -\sigma & \sigma C_y \\ 0 & 0 & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ a_4 \\ a_6 \end{bmatrix} = \mathbf{\Omega} \mathbf{a}_2 \quad (4.27)$$

เมื่อ

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} -\sigma & 0 & \sigma C_x \\ 0 & -\sigma & \sigma C_y \\ 0 & 0 & t_z \end{bmatrix}$$

จากสมการที่ (4.26) และ (4.27) แสดงให้เห็นว่าเวกเตอร์แนวตั้ง \mathbf{r}_1 และ \mathbf{r}_2 เป็นผลคูณของเมตริกซ์ $\mathbf{\Omega}$ กับเวกเตอร์แนวตั้ง \mathbf{a}_1 และ \mathbf{a}_2 ตามลำดับ ในทำนองเดียวกัน เวกเตอร์แนวตั้ง \mathbf{a}_1 และ \mathbf{a}_2 อาจแสดงได้เหมือนกับ

$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{\Omega}^{-1} \mathbf{r}_1 \quad \text{และ} \quad \mathbf{a}_2 = \mathbf{\Omega}^{-1} \mathbf{r}_2 \quad (4.28)$$

เมื่อ

$$\mathbf{\Omega}^{-1} = \begin{bmatrix} -1/\sigma & 0 & C_x/t_z \\ 0 & -1/\sigma & C_y/t_z \\ 0 & 0 & 1/t_z \end{bmatrix}$$

2. ประมาณค่าเวกเตอร์แนวตั้งแถวที่สาม \mathbf{r}_3 ของเมตริกซ์การหมุน \mathbf{R}

เนื่องจากไม่มีข้อมูลใดๆในทิศทาง z ของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง ดังนั้น เวกเตอร์แนวตั้งแถวที่สาม \mathbf{r}_3 ของเมตริกซ์การหมุน \mathbf{R} จึงไม่มีในกรณีการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบ ผลที่ตามมาคือการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบโดยใช้ภาพเพียงภาพเดียวมีเพียงสามข้อของเงื่อนไขบังคับตั้งฉากซึ่งกันและกัน (Orthogonality constraints) ของเมตริกซ์การหมุน \mathbf{R} ดังต่อไปนี้ ในขณะที่มีถึงหกข้อในกรณีของการสอบเทียบชนิดไม่ร่วมระนาบดังที่ได้อธิบายไปแล้ว

$$\begin{aligned} 1) \quad & r_1^2 + r_4^2 + r_7^2 = 1 \\ 2) \quad & r_2^2 + r_5^2 + r_8^2 = 1 \\ 3) \quad & r_1 r_2 + r_4 r_5 + r_7 r_8 = 0 \end{aligned} \quad (4.29)$$

เงื่อนไขบังคับเหล่านี้ถูกเรียกว่า “Homography” โดย Zhang [3] ซึ่งในภาพหนึ่งภาพมีเพียงหนึ่ง Homography สองข้อของเงื่อนไขบังคับดังนี้

$$1) \quad \mathbf{h}_1^T \mathbf{A}^{-T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_2 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{เนื่องจาก} \quad & \mathbf{h}_1^T \mathbf{A}^{-T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_2 = r_1 r_2 + r_4 r_5 + r_7 r_8 \\ \text{ดังนั้น} \quad & \mathbf{h}_1^T \mathbf{A}^{-T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_2 \equiv r_1 r_2 + r_4 r_5 + r_7 r_8 \equiv 0 \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$2) \mathbf{h}_1^T \mathbf{A}^{-T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_2^T \mathbf{A}^{-T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_2$$

$$\text{เมื่อ} \quad \mathbf{h}_1^T \mathbf{A}^{-T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_1 = r_1^2 + r_4^2 + r_7^2 = 1$$

$$\mathbf{h}_2^T \mathbf{A}^{-T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_2 = r_2^2 + r_5^2 + r_8^2 = 1$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \mathbf{h}_1^T \mathbf{A}^{-T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_2^T \mathbf{A}^{-T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_2 \equiv r_1^2 + r_4^2 + r_7^2 = r_2^2 + r_5^2 + r_8^2 \quad (4.31)$$

อย่างไรก็ตาม ไม่ว่าจะเรียกว่าเงื่อนไขบังคับตั้งฉากซึ่งกันและกันหรือ Homography แท้ที่จริงก็คือเงื่อนไขบังคับที่หาได้จากเมตริกซ์การหมุน \mathbf{R} เหมือนกัน

เมื่อเงื่อนไขบังคับที่นำมาใช้ประโยชน์ได้มีไม่เพียงพอ การหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบสำหรับกรณีการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบ จึงมีความยุ่งยากมากกว่าการสอบเทียบกล้องชนิดไม่ร่วมระนาบ ผู้วิจัยส่วนใหญ่ชอบที่จะคำนวณหาสองพารามิเตอร์ภายใน (α_x และ α_y) และหพารามิเตอร์ภายนอกโดยใช้เงื่อนไขบังคับข้างต้น โดยสมมุติว่าจุดศูนย์กลางของภาพเป็นสิ่งที่รู้ค่าก่อนล่วงหน้าหรือเป็นค่าคงที่ ทั้งนี้ก็เพราะว่าการคำนวณทำได้ง่ายไม่ซับซ้อน แต่จากการทดลองพบว่าค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบที่คำนวณได้ไม่เสถียรภาพ และค่าที่คำนวณได้อยู่ไกลออกไปจากค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุด เมื่อคำนวณจากภาพที่มีสัญญาณรบกวนปะปนที่มากพอสมควร ภาพที่ถ่ายในบางทิศทางของกล้อง และภาพที่มีการเลื่อนไปของจุดศูนย์กลางของภาพ เป็นต้น ดังนั้นจำเป็นต้องค้นหาเงื่อนไขบังคับตั้งฉากซึ่งกันและกันอื่นๆ เพื่อการประมาณค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบ ในกรณีให้จุดศูนย์กลางของภาพเป็นพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณค่าเช่นเดียวกับพารามิเตอร์ตัวอื่นๆ ด้วยเหตุนี้กำหนดให้เวกเตอร์ \mathbf{b} เป็นเวกเตอร์แนวตั้งขนาด 3×1 ที่เกิดจากผลคูณไขว้ (Cross product) ของเวกเตอร์แนวตั้งของ \mathbf{a}_1 และ \mathbf{a}_2 นั่นคือ

$$\begin{aligned} \mathbf{b} &= \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} a_3 a_6 - a_4 a_5 \\ a_2 a_5 - a_1 a_6 \\ a_1 a_4 - a_2 a_3 \end{bmatrix} \\ &= (\boldsymbol{\Omega}^{-1} r_1) \times (\boldsymbol{\Omega}^{-1} r_2) \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} -(r_1/\sigma) + (r_7 C_x/t_z) \\ -(r_4/\sigma) + (r_7 C_y/t_z) \\ r_7/t_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -(r_2/\sigma) + (r_8 C_x/t_z) \\ -(r_5/\sigma) + (r_8 C_y/t_z) \\ r_8/t_z \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b} = \Gamma \mathbf{r}_3 \quad (4.32)$$

เมื่อ

$$\Gamma = \begin{bmatrix} -1/\sigma t_z & 0 & 0 \\ 0 & -1/\sigma t_z & 0 \\ C_x/\sigma t_z & C_y/\sigma t_z & 1/\sigma^2 \end{bmatrix}$$

และสัญลักษณ์ “ \times ” แทนผลคูณไขว้ของเวกเตอร์ ดังนั้นเวกเตอร์แนวตั้งแถวที่สาม \mathbf{r}_3 ของเมตริกซ์การหมุน \mathbf{R} สามารถหาได้จาก

$$\mathbf{r}_3 = \Gamma^{-1} \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -b_1 \sigma t_z \\ -b_2 \sigma t_z \\ \sigma^2 (b_3 + C_x b_1 + C_y b_2) \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

สุดท้ายเมตริกซ์การหมุน \mathbf{R} สามารถแสดงได้ดังนี้

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sigma(a_1 - C_x a_5) & -\sigma(a_2 - C_x a_6) & -b_1 \sigma t_z \\ -\sigma(a_3 - C_y a_5) & -\sigma(a_4 - C_y a_6) & -b_2 \sigma t_z \\ a_5 t_z & a_6 t_z & \sigma^2 (b_3 + C_x b_1 + C_y b_2) \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

3. คำนวณหาค่าพารามิเตอร์ σ

ครั้งนี้ได้ส่วนประกอบ (Entries) ของเมตริกซ์การหมุน \mathbf{R} แล้ว พารามิเตอร์ σ ถูกประมาณค่าโดยใช้การเท่ากันของ Norm ของสองเงื่อนไขข้างต้นดังนี้

$$\|\mathbf{r}_3\| = \|\mathbf{v}_3\| \quad (4.35)$$

เนื่องจาก $\|\mathbf{v}_3\| = r_7^2 + r_8^2 + r_9^2 = 1$ และ $\|\mathbf{r}_3\| = r_3^2 + r_6^2 + r_9^2 = 1$

ดังนั้น $r_7^2 + r_8^2 - r_3^2 - r_6^2 = 0$ (4.36)

แทนค่า r_3, r_6, r_7 และ r_8 ที่คำนวณได้จากสมการที่ (4.34) ลงในสมการที่ (4.36)

$$a_5^2 t_z^2 + a_6^2 t_z^2 - \sigma^2 b_1^2 t_z^2 - \sigma^2 b_2^2 t_z^2 = 0 \quad (4.37)$$

จะได้
$$\sigma = \text{sign} \sqrt{\frac{a_5^2 + a_6^2}{b_1^2 + b_2^2}} \quad (4.38)$$

สัญลักษณ์ sign ทางด้านขวามือของสมการที่ (4.38) ใช้แทนเครื่องหมายลบหรือบวก ซึ่ง sign จะเป็นเครื่องหมายลบ ถ้าจุดกำเนิดของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิงอยู่ด้านหน้าของกล้องและเป็นเครื่องหมายบวก ถ้าจุดกำเนิดของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิงอยู่ด้านหลังของกล้อง

4. ประมาณพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพ (C_x, C_y)

เนื่องจากเป้าหมายของการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบก็คือการประมาณพารามิเตอร์ภายในสามตัว (f, C_x, C_y) และพารามิเตอร์ภายนอกหกตัวจากภาพเพียงภาพเดียวโดยให้พิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพเป็นพารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณเช่นกัน แต่เพราะว่าเงื่อนไขบังคับตั้งฉากซึ่งกันและกันที่สามารถนำมาใช้ประโยชน์ได้มีไม่เพียงพอที่ได้กล่าวไว้แล้วในตอนต้น ยิ่งไปกว่านั้นส่วนประกอบ r_3 และ r_6 ที่คำนวณได้ของเวกเตอร์แนวตั้ง \mathbf{r}_3 ในสมการที่ (4.34) ไม่ได้มีความสัมพันธ์ใดๆกับพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพ (C_x, C_y) ดังนั้นจึงเป็นไปได้ที่จะประมาณพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพจากเงื่อนไขบังคับที่มีอยู่ ด้วยเหตุนี้พิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพ (C_x, C_y) ถูกคำนวณโดยใช้เงื่อนไขบังคับตั้งฉากซึ่งกันและกันดังต่อไปนี้ ซึ่งสามารถสร้างสมการเชิงเส้นหนึ่งสมการที่มีสองตัวแปร

$$\langle \mathbf{v}_1^T, \mathbf{v}_3^T \rangle = 0 \quad (4.39)$$

นั่นคือ
$$r_1 r_7 + r_2 r_8 + r_3 r_9 = 0 \quad (4.40)$$

แทนค่า r_1, r_2, r_3, r_7, r_8 และ r_9 ที่คำนวณได้จากสมการที่ (4.34) ลงในสมการที่ (4.40)

$$-\sigma a_5 t_z (a_1 - C_x a_5) - \sigma a_6 t_z (a_2 - C_x a_6) - \sigma b_1 t_z \sigma^2 (b_3 + C_x b_1 + C_y b_2) = 0 \quad (4.41)$$

จะได้
$$(a_5^2 + a_6^2 - \sigma^2 b_1^2) C_x - \sigma^2 b_1 b_2 C_y = a_1 a_5 + a_2 a_6 + \sigma^2 b_1 b_3 \quad (4.42)$$

สมการที่ (4.42) เป็นสมการระบบ Underdetermined (Underdetermined system) กล่าวคือ

จำนวนของสมการน้อยกว่าจำนวนของตัวแปร ดังที่ทราบกันดีว่าระบบ Underdetermine เป็นได้ ที่ทั้งไม่มีคำตอบหรือมีจำนวนคำตอบไม่จำกัด ถึงแม้ว่าวิธี Minimum norm และวิธี QR approach เหมือนที่นำเสนอใน [11] จะถูกใช้เพื่อแก้ปัญหานี้แต่คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง อย่างไรก็ตาม ขนาดของภาพที่ถูกใช้กันทุกวันนี้อาจเป็นสิ่งเลี่ยมจัตุรัสหรือสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งอัตราส่วนของความสูงต่อความกว้างของภาพเป็นสิ่งที่สามารถทราบได้ก่อนล่วงหน้าแล้วและนอกจากนี้วัตถุประสงค์ก็เพียงเพื่อประมาณค่าเริ่มต้นที่มีค่าใกล้เคียงค่าที่ดีที่สุดเท่านั้น ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนพิกเซลในทิศทางแกน x และ y ของจุดศูนย์กลางภาพถูกสร้างขึ้นเหมือนกับ $C_y = uC_x$ ซึ่งอาจจะดูเหมือนว่าจุดศูนย์กลางภาพถูกวางในแนวเส้นทแยงมุมก็ตาม เมื่อ u คืออัตราส่วนของความสูงต่อความกว้างของภาพ สุดท้ายพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพในทิศทาง x (C_x) ถูกประมาณโดยการแทนความสัมพันธ์ดังกล่าวข้างต้นลงในสมการที่ (4.42)

$$C_x = \frac{a_1 a_5 + a_2 a_6 - b_1 b_3 \sigma^2}{a_5^2 + a_6^2 - b_1^2 \sigma^2 - b_1 b_2 u \sigma^2} \quad (4.43)$$

5. การหาส่วนความลึกของเวกเตอร์การย้าย (t_z)

จากนั้นส่วนความลึกของเวกเตอร์การย้าย (t_z) สามารถประมาณได้โดยใช้พารามิเตอร์ σ และพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพ (C_x, C_y) ที่คำนวณได้และใช้ Norm ของเงื่อนไขบั้งกับต่อไป

$$\|\mathbf{v}_3\|^2 = 1 \quad (4.44)$$

นั่นคือ $\|\mathbf{v}_3\|^2 = r_7^2 + r_8^2 + r_9^2$

แทนค่า r_7, r_8 และ r_9 ที่คำนวณได้จากสมการที่ (4.34) ลงในสมการข้างบน

จะได้
$$t_z = \text{sign} \sqrt{\frac{1 - \sigma^4 (b_3 + b_1 C_x + b_2 C_y)^2}{a_5^2 + a_6^2}} \quad (4.45)$$

เมื่อสัญลักษณ์ sign ทางด้านขวามือของสมการที่ (4.45) เหมือนที่นิยามไว้ในสมการที่ (4.38)

6. การประมาณความยาวโฟกัส (f) และส่วนที่เหลือของเวกเตอร์การย้าย (t_x และ t_y)

เมื่อทราบค่าพารามิเตอร์ σ และส่วนความลึกของเวกเตอร์การย้าย (t_z) แล้ว และได้มีการนิยามไว้แต่ตอนต้นให้ $\sigma = t_z / \alpha$ และ $\alpha = n_x^{-1} f$ เพราะฉะนั้นความยาวโฟกัส (f) สามารถ

ประมาณได้โดย

$$f = n_x \frac{t_z}{\sigma} \quad (4.46)$$

จากนั้นนำค่าพารามิเตอร์ตัวกลาง a_7 และ a_8 ที่ได้นิยามไว้ในสมการที่ (4.10) มาใช้เพื่อคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ t_x และ t_y

$$\text{เมื่อ} \quad a_7 = \frac{-\alpha t_x + C_x t_z}{t_z} = -\frac{t_x}{\sigma} + C_x$$

$$\text{ดังนั้น} \quad t_x = -\sigma(a_7 - C_x) \quad (4.47)$$

$$\text{และ} \quad a_8 = \frac{-\alpha t_y + C_y t_z}{t_z} = -\frac{t_y}{\sigma} + C_y$$

$$\text{ดังนั้น} \quad t_y = -\sigma(a_8 - C_y) \quad (4.48)$$

7. การประมาณส่วนประกอบ (Entries) ทั้งหมดของเมตริกซ์การหมุน \mathbf{R}

สุดท้ายเป็นการประมาณส่วนประกอบทั้งหมดของเมตริกซ์การหมุน ($r_1 \sim r_9$) ในสมการที่ (4.34) โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ตัวกลาง ($a_1 \sim a_8$) พารามิเตอร์ σ พิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพ (C_x, C_y) และส่วนประกอบความลึกของเวกเตอร์การย้าย (t_z) ที่คำนวณได้

เมื่อเสร็จสิ้นขั้นตอนที่อธิบายไว้ข้างต้น พารามิเตอร์สอบเทียบจำนวน 9 ตัวในจำนวนทั้งหมด 11 ตัวก็สามารถคำนวณได้จากพารามิเตอร์ตัวกลางที่คำนวณโดยวิธีเชิงเส้นและถูกใช้เป็นตัวเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบในขั้นตอนการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้นต่อไป

4.2 การหาพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear optimization)

การหาพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้นเป็นการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดบนพื้นฐาน โมเดลความผิดพลาดของเลนส์ดั่งที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2 กล้องโดยทั่วไปไม่ว่าจะเป็นชนิดอนาล็อกหรือดิจิทัลไม่ได้มีโมเดลกล้องเป็นชนิดรูเข็ม (Pinhole model) ทั้งนี้ก็เพราะว่ามีเลนส์เป็นส่วนประกอบ ดังนั้นความไม่สมบูรณ์ในการออกแบบและความบกพร่องในการผลิตเลนส์รวมทั้งการประกอบเลนส์เข้ากับระบบทางแสงของกล้องที่ไม่ถูกต้อง อาจมีผลทำให้

เกิดความคลาดเคลื่อนทางตำแหน่งของจุดภาพบนระนาบภาพซึ่งเราเรียกความคลาดเคลื่อนทางตำแหน่งของจุดภาพนี้ว่าความผิดเพี้ยนของเลนส์ ความผิดเพี้ยนของเลนส์ที่พบเห็นกัน โดยทั่วไปมีสองชนิดคือความผิดเพี้ยนในแนวรัศมี (Radial distortion) และความผิดเพี้ยนในแนวสัมผัส (Tangential distortion) ความสัมพันธ์ระหว่างจุดภาพในอุดมคติ (X_u, Y_u) ที่ไม่สามารถสังเกตเห็นได้และจุดภาพจริง (X_d, Y_d) บนระนาบภาพที่เกิดจากความผิดเพี้ยนของเลนส์สามารถแสดงได้ด้วยสมการ

$$X_u = X_d \left(1 + k_1 (X_d^2 + Y_d^2) + k_2 (X_d^2 + Y_d^2)^2 \right) + p_1 (3X_d^2 + Y_d^2) + 2p_2 X_d Y_d \quad (4.49)$$

$$Y_u = Y_d \left(1 + k_1 (X_d^2 + Y_d^2) + k_2 (X_d^2 + Y_d^2)^2 \right) + 2p_1 X_d Y_d + p_2 (X_d^2 + 3Y_d^2) \quad (4.50)$$

เมื่อ k_1 และ k_2 คือค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนในแนวรัศมีอันดับที่หนึ่งและสอง ตามลำดับ p_1 และ p_2 คือค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนในแนวสัมผัส

4.2.1 การหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบโดยวิธีการวนซ้ำ

ก่อนที่จะอธิบายถึงขั้นตอนการหาพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้นจะขออธิบายถึงอิทธิพลของความผิดเพี้ยนของเลนส์ต่อค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้น ในกรณีที่กล้องมีความผิดเพี้ยนของเลนส์ไม่มากนัก ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากขั้นตอนการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบโดยวิธีที่นำเสนอในหัวข้อที่ 4.1 อาจจะนำไปใช้เป็นค่าเริ่มต้นในขั้นตอนการหาพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้นได้โดยตรง อย่างไรก็ตามถ้ากล้องมีความผิดเพี้ยนของเลนส์มาก ค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้อาจจะไม่เหมาะสมเนื่องจากมีค่าที่แตกต่างจากค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดมาก ทำให้การคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดโดยการทำให้สมการคอสต์ฟังก์ชันมีค่าน้อยที่สุดเป็นเรื่องยาก ยิ่งไปกว่านั้นอาจเกิดการเบี่ยงเบนออกแทนที่จะลู่เข้า อย่างไรก็ตามปัญหานี้สามารถแก้ไขได้โดยใช้วิธีการวนซ้ำสำหรับขั้นตอนการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบ [12-14] สมการคอสต์ฟังก์ชัน J ที่ใช้ในการวนซ้ำนี้อยู่บนพื้นฐานของโมเดลความผิดเพี้ยนของเลนส์ และสามารถแสดงได้ดังต่อไปนี้

$$J = J_x^2 + J_y^2 \quad (4.51)$$

เมื่อ

$$J_x = (a_5 X_w + a_6 Y_w + 1)(X_{fd} + \frac{1}{n_x} (k_1 AC + k_2 AC^2 + p_1 (3A^2 + B^2) + 2p_2 AB)) - a_1 X_w - a_2 Y_w - a_7$$

$$J_y = (a_5 X_w + a_6 Y_w + 1)(Y_{fd} + \frac{1}{n_y}(k_1 BC + k_2 BC^2 + p_2(A^2 + 3B^2) + 2p_1 AB)) - a_3 X_w - a_4 Y_w - a_8$$

$$A = n_x(X_{fd} - C_x), \quad B = n_y(Y_{fd} - C_y) \quad \text{และ} \quad C = A^2 + B^2$$

จากสมการที่ (4.51) จะเห็นได้ว่าสมการคอสต์ฟังก์ชันแยกตามแนวแกน x (J_x) และ y (J_y) ถูกเขียนในรูปความสัมพันธ์ระหว่างพารามิเตอร์ตัวกลาง ($a_1 \sim a_8$) และค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ (k_1, k_2, p_1, p_2) ขั้นตอนของการวนซ้ำเพื่อหาค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นมีดังต่อไปนี้

1. คำนวณค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์ตัวกลาง ($a_1 \sim a_8$) ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least square) โดยใช้โมเดลกล้องที่ไม่มี ความผิดเพี้ยนของเลนส์ดังสมการที่ (4.11)
2. กำหนดให้พิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพ (C_x, C_y) อยู่ที่กึ่งกลางของภาพและให้ระยะทางระหว่างเซ็นเซอร์ในแนวแกน x และแกน y มีค่าเท่ากัน ($n_x = n_y$) และเท่ากับค่าใดค่าหนึ่งเพื่อใช้เป็นค่าเริ่มต้น
3. คำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ (k_1, k_2, p_1, p_2) ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด โดยใช้โมเดลความผิดเพี้ยนของเลนส์ เมื่อกำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ตัวกลาง ($a_1 \sim a_8$) พิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพ (C_x, C_y) และระยะทางระหว่างเซ็นเซอร์ (n_x, n_y) เป็นค่าคงที่ สมการที่ใช้ในการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์แสดงได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} X_{fdi} & \frac{AC}{n_x} & \frac{AC^2}{n_x} & \frac{1}{n_x}(3A^2 + B^2) & 2\frac{AB}{n_x} \\ Y_{fdi} & \frac{BC}{n_y} & \frac{BC^2}{n_y} & 2\frac{AB}{n_y} & \frac{1}{n_y}(A^2 + 3B^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{xi} \\ w_{yi} \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

เมื่อ $w_{xi} = \frac{a_1 X_{wi} + a_2 Y_{wi} + a_7}{a_5 X_{wi} + a_6 Y_{wi} + 1}$ และ $w_{yi} = \frac{a_3 X_{wi} + a_4 Y_{wi} + a_8}{a_5 X_{wi} + a_6 Y_{wi} + 1}$

4. คำนวณค่าพารามิเตอร์ตัวกลาง ($a_1 \sim a_8$) โดยใช้โมเดลความผิดเพี้ยนของเลนส์ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด เมื่อกำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ (k_1, k_2, p_1, p_2) พิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางของภาพ (C_x, C_y) และระยะทางระหว่างเซ็นเซอร์ (n_x, n_y) เป็นค่าคงที่ สมการที่ใช้คำนวณค่าพารามิเตอร์ตัวกลางแสดงได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} X_{wi} & Y_{wi} & 0 & 0 & -v_{xi}X_{wi} & -v_{xi}Y_{wi} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X_{wi} & Y_{wi} & -v_{yi}X_{wi} & -v_{yi}Y_{wi} & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{xi} \\ v_{yi} \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

เมื่อ

$$v_{xi} = X_{fdi} + \frac{1}{n_x} (k_1 AC + k_2 AC^2 + p_1 (3A^2 + B^2) + 2p_2 AB)$$

$$v_{yi} = Y_{fdi} + \frac{1}{n_y} (k_1 BC + k_2 BC^2 + p_2 (A^2 + 3B^2) + 2p_1 AB)$$

5. คำนวณพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพ (C_x , C_y) และระยะทางระหว่างเซ็นเซอร์ในแนวแกน x และแกน y (n_x , n_y) ด้วยวิธีของนิวตัน (Newton's method) เพื่อให้สมการคอสต์ฟังก์ชัน J (4.51) มีค่าน้อยที่สุด เมื่อกำหนดให้ค่าพารามิเตอร์ตัวกลาง ($a_1 \sim a_8$) และค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ (k_1, k_2, p_1, p_2) เป็นค่าคงที่ นั่นคือ

$$\mathbf{X}_{q+1} = \mathbf{X}_q - \mathbf{H}_q^{-1} \nabla \mathbf{F}_q \quad (4.54)$$

เมื่อ

$$\mathbf{X}_q = \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ n_x \\ n_y \end{bmatrix}_q, \quad \mathbf{X}_{q+1} = \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ n_x \\ n_y \end{bmatrix}_{q+1}, \quad \nabla \mathbf{F}_q = \begin{bmatrix} \partial J / \partial C_x \\ \partial J / \partial C_y \\ \partial J / \partial n_x \\ \partial J / \partial n_y \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_q = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 J}{\partial C_x^2} & \frac{\partial^2 J}{\partial C_x \partial C_y} & \dots & \frac{\partial^2 J}{\partial C_x \partial n_y} \\ \frac{\partial^2 J}{\partial C_y \partial C_x} & \frac{\partial^2 J}{\partial C_y^2} & \dots & \frac{\partial^2 J}{\partial C_y \partial n_y} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial^2 J}{\partial n_y \partial C_x} & \frac{\partial^2 J}{\partial n_y \partial C_y} & \dots & \frac{\partial^2 J}{\partial n_y^2} \end{bmatrix}$$

และจะหยุดการวนซ้ำของวิธีของนิวตัน เมื่อเข้าเงื่อนไข

$$\sqrt{(\partial J / \partial C_x)^2 + (\partial J / \partial C_y)^2 + (\partial J / \partial n_x)^2 + (\partial J / \partial n_y)^2} < \varepsilon_1 \quad (4.55)$$

เมื่อ $\partial J / \partial C_x$ แทนอนุพันธ์ของคอสต์ฟังก์ชัน J เทียบกับพารามิเตอร์ C_x และ ε_1 คือค่าที่ได้จากการทดลอง (ในการทดลองกำหนดให้ $\varepsilon_1 = 0.01$)

6. ประมาณพิกัดตำแหน่งของจุดควบคุมบนแพทเทอร์นสอบเทียบ $(\tilde{x}_w, \tilde{y}_w)$ จากค่าพารามิเตอร์ $a_1 \sim a_8, C_x, C_y, n_x$ และ n_y ที่คำนวณได้และจากจุดภาพบนเฟรมบัพเฟอร์ที่ได้รับการแก้ไขความผิดเพี้ยนของเลนส์ (X_{fdi}, Y_{fdi}) โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ (k_1, k_2, p_1, p_2) ที่คำนวณได้ในแต่ละรอบ

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_{wi} \\ \tilde{y}_{wi} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_7 \\ a_3 & a_4 & a_8 \\ a_5 & a_6 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X_{fdi} \\ Y_{fdi} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

เมื่อ

$$\begin{bmatrix} X_{fdi} \\ Y_{fdi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{fdi} + \frac{1}{n_x} (k_1 AC + k_2 AC^2 + p_1(3A^2 + B^2) + 2p_2 AB) \\ Y_{fdi} + \frac{1}{n_y} (k_1 BC + k_2 BC^2 + p_2(A^2 + 3B^2) + 2p_1 AB) \end{bmatrix}$$

7. กำหนดผลรวมของความต่างกำลังสอง (L) ระหว่างพิกัดตำแหน่งของจุดควบคุมที่คำนวณได้กับพิกัดตำแหน่งของจุดควบคุมที่ได้ถูกกำหนดไว้ นั่นคือ

$$L = \sum_{i=1}^N (\tilde{x}_{wi} - x_{wi})^2 + \sum_{i=1}^N (\tilde{y}_{wi} - y_{wi})^2 \quad (4.57)$$

เมื่อ (x_{wi}, y_{wi}) คือพิกัดตำแหน่งของจุดควบคุมที่กำหนดไว้โดยอ้างอิงกับจุดกำเนิดของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง

$(\tilde{x}_{wi}, \tilde{y}_{wi})$ คือพิกัดตำแหน่งของจุดควบคุมที่ประมาณจากค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้ในแต่ละรอบของการวนซ้ำ

จากนั้น ตรวจสอบเงื่อนไขของการหยุดการวนซ้ำหลัก

if $L < \varepsilon_2$ then หยุดการวนซ้ำหรือออกจากวงรอบการวนซ้ำหลัก
else ให้กลับไปขั้นตอนที่ 3 เพื่อทำการคำนวณในรอบถัดไป (4.58)

เมื่อ ε_2 เป็นค่าคงที่ที่ได้จากการทดลอง ($\varepsilon_2 = 0.001$)

8. รั้นออกจากวงรอบของการวนซ้ำหลักแล้ว กำหนดพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นจากพารา-

มิเตอร์ตัวกลาง ($a_1 \sim a_8$) ตามขั้นตอนที่ 1~7 ดังที่อธิบายไว้ในหัวข้อที่ 4.1 ค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้จะถูกใช้เป็นตัวเริ่มต้นในขั้นตอนการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้นต่อไป

4.2.2 การหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น

ในขั้นตอนการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น ค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้จากขั้นตอนการหาค่าเริ่มต้นถูกใช้เป็นตัวเริ่มต้น สมการคอสต์ฟังก์ชัน J ที่ใช้เพื่อหาพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดสามารถเขียนได้ดังนี้

$$J = J_x^2 + J_y^2 \quad (4.59)$$

เมื่อ

$$J_x = (r_7 X_w + r_8 Y_w + t_z) (A + k_1 AC + k_2 AC^2 + p_1 (3A^2 + B^2) + 2p_2 AB) + f(r_1 X_w + r_2 Y_w + t_x)$$

$$J_y = (r_7 X_w + r_8 Y_w + t_z) (B + k_1 BC + k_2 BC^2 + p_2 (A^2 + 3B^2) + 2p_1 AB) + f(r_4 X_w + r_5 Y_w + t_y)$$

$$A = n_x (X_{fd} - C_x), \quad B = n_y (Y_{fd} - C_y) \quad \text{และ} \quad C = A^2 + B^2$$

J_x และ J_y แทนคอสต์ฟังก์ชันในแนวแกน x และ y ตามลำดับ จากนั้น คำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบ ($f, \mathbf{R}, t_x, t_y, t_z, C_x, C_y, n_x, n_y$) และค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ (k_1, k_2, p_1, p_2) อย่างไรก็ตาม เพื่อลดการเกิดปฏิกิริยาที่เป็นอันตรายต่อกัน (Harmful interaction) ของพารามิเตอร์สอบเทียบด้วยกันเอง และพารามิเตอร์สอบเทียบกับค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ พารามิเตอร์จะถูกแยกออกเป็นกลุ่มย่อยๆ จากนั้นพารามิเตอร์ในแต่ละกลุ่มจะถูกคำนวณ [15] ขั้นตอนการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้นที่น่าเสนอมีดังต่อไปนี้

1. คำนวณความยาวโฟกัส (f) และส่วนประกอบของเวกเตอร์การย้าย (t_x, t_y, t_z) ด้วยการกำหนดให้พารามิเตอร์ \mathbf{R} พิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพ (C_x, C_y) ระยะทางระหว่างเซ็นเซอร์ (n_x, n_y) และค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ (k_1, k_2, p_1, p_2) เป็นค่าคงที่ ด้วยวิธีของนิวตัน (Newton's method) โดยใช้คอสต์ฟังก์ชัน J ในสมการที่ (4.59) ซึ่งวิธีการคำนวณพารามิเตอร์เหมือนกับสมการที่ (4.54) เพียงแต่ค่าพารามิเตอร์ที่ต้องการคำนวณเปลี่ยนเป็น f, t_x, t_y, t_z แทน การวนซ้ำของนิวตันจะสิ้นสุดถ้า

$$\sqrt{(\partial J/\partial f)^2 + (\partial J/\partial t_x)^2 + \dots + (\partial J/\partial t_z)^2} < \varepsilon_1 \quad (4.60)$$

เมื่อ $\partial J/\partial f$ แทนอนุพันธ์ของคอสต์ฟังก์ชัน J เทียบกับพารามิเตอร์ f

2. คำนวณพิกัดตำแหน่งจุดศูนย์กลางภาพ (C_x, C_y) และระยะทางระหว่างเซ็นเซอร์ (n_x, n_y) ด้วยการกำหนดให้พารามิเตอร์ $\mathbf{R}, f, t_x, t_y, t_z$ และค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ (k_1, k_2, p_1, p_2) เป็นค่าคงที่ด้วยวิธีของนิวตัน (Newton's method) โดยใช้คอสต์ฟังก์ชัน J สมการที่ (4.59) และหยุดการวนซ้ำถ้าตรงกับเงื่อนไขในสมการที่ (4.55)
3. คำนวณค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ (k_1, k_2, p_1, p_2) จากสมการที่ (4.59) ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด ด้วยการกำหนดให้พารามิเตอร์ $\mathbf{R}, f, t_x, t_y, t_z, C_x, C_y, n_x$ และ n_y เป็นค่าคงที่ ทั้งนี้เนื่องจากคอสต์ฟังก์ชัน J สมการที่ (4.59) สามารถแสดงได้ด้วยสมการเชิงเส้นเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ถูกพิจารณาให้เป็นตัวแปร (Unknown)
4. คำนวณพารามิเตอร์ \mathbf{R} นั่นคือ $r_1, r_2, r_4, r_5, r_7, r_8$ โดยกำหนดให้ $f, t_x, t_y, t_z, C_x, C_y, n_x, n_y$ และค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ (k_1, k_2, p_1, p_2) เป็นค่าคงที่ ด้วยวิธีของนิวตัน และหยุดการวนซ้ำด้วยเงื่อนไขเช่นเดียวกับสมการที่ (4.60)
5. ประมาณค่าพิกัดตำแหน่งของจุดควบคุมบนแพทเทอร์นสอบบเทียบ (\tilde{x}_w, \tilde{y}_w) จากค่าพารามิเตอร์ $f, \mathbf{R}, t_x, t_y, t_z, C_x, C_y, n_x, n_y$ ที่คำนวณได้และจากจุดภาพบนเฟรมบัพเฟอร์ที่ได้รับ การแก้ไขความผิดเพี้ยนของเลนส์ (X_{fn}, Y_{fn}) โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ (k_1, k_2, p_1, p_2) ที่คำนวณได้ในแต่ละรอบ

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_{wi} \\ \tilde{y}_{wi} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -fn_x^{-1}r_1 + C_x r_7 & -fn_x^{-1}r_2 + C_x r_8 & -fn_x^{-1}t_x + C_x t_z \\ -fn_y^{-1}r_4 + C_y r_7 & -fn_y^{-1}r_5 + C_y r_8 & -fn_y^{-1}t_y + C_y t_z \\ r_7 & r_8 & t_z \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} X_{fni} \\ Y_{fni} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

เมื่อ

$$\begin{bmatrix} X_{fni} \\ Y_{fni} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{fdi} + \frac{1}{n_x} (k_1 AC + k_2 AC^2 + p_1(3A^2 + B^2) + 2p_2 AB) \\ Y_{fdi} + \frac{1}{n_y} (k_1 BC + k_2 BC^2 + p_2(A^2 + 3B^2) + 2p_1 AB) \end{bmatrix}$$

6. คำนวณผลรวมของความต่างกำลังสอง (L) ระหว่างพิกัดตำแหน่งของจุดควบคุมที่คำนวณได้ กับพิกัดตำแหน่งของจุดควบคุมที่ได้ถูกกำหนดไว้ นั่นคือ

$$L = \sum_{i=1}^N (\tilde{x}_{wi} - x_{wi})^2 + \sum_{i=1}^N (\tilde{y}_{wi} - y_{wi})^2 \quad (4.62)$$

เมื่อ (x_{wi}, y_{wi}) คือพิกัดตำแหน่งของจุดควบคุมที่กำหนดไว้โดยอ้างอิงกับจุดกำเนิดของระบบพิกัดตำแหน่งอ้างอิง

$(\tilde{x}_{wi}, \tilde{y}_{wi})$ คือพิกัดตำแหน่งของจุดควบคุมที่ประมาณจากค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้ในแต่ละรอบของการวนซ้ำ

จากนั้น ตรวจสอบเงื่อนไขของการหยุดการวนซ้ำ

$$\begin{aligned} \text{if } L < \varepsilon_2 \text{ then } & \text{หยุดการวนซ้ำหรือออกจากวงรอบการวนซ้ำ} \\ \text{else } & \text{ให้กลับไปขั้นตอนที่ 1 เพื่อทำการคำนวณในรอบถัดไป} \end{aligned} \quad (4.63)$$

เมื่อ ε_2 เป็นค่าคงที่ที่ได้จากการทดลอง

ครั้งเมื่อออกจากการวนซ้ำแล้วจะได้ค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดและค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์

4.3 การสร้างแบบจำลองเลียนแบบความผิดเพี้ยนของเลนส์

เนื่องจากการสอบเทียบกล้องโดยวิธีที่นำเสนอไม่สามารถรับรองได้ว่าสามารถนำไปใช้งานได้จริงหรือไม่ หรือให้ความถูกต้องของพารามิเตอร์สอบเทียบที่คำนวณได้มากนักน้อยเพียงใด วิธีหนึ่งที่สามารถใช้ตรวจสอบความถูกต้องของการสอบเทียบกล้องโดยวิธีที่นำเสนอก็คือ การสร้างแบบจำลองเลียนแบบความผิดเพี้ยนของเลนส์ และทดสอบวิธีการสอบเทียบกล้องที่นำเสนอกับแบบจำลองที่สร้างขึ้น นั่นหมายความว่าเราสามารถตรวจสอบได้ว่าค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้มีผลลัพธ์ตรงหรือใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์สอบเทียบและความผิดเพี้ยนของเลนส์ที่กำหนดหรือไม่ ถ้าตรงหรือใกล้เคียงกับค่าที่กำหนด ก็เพียงพอที่จะรับรองได้ว่าวิธีการสอบเทียบกล้องที่นำเสนอสามารถนำไปใช้งานได้

แบบจำลองเลียนแบบความผิดเพี้ยนของเลนส์ถูกสร้างขึ้น โดยใช้วิธีการวนซ้ำของนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson iteration method) จากหลักการของนิวตัน-ราฟสัน อนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor series) ในกรณีที่มีสองตัวแปร (x, y) สามารถเขียนได้ดังนี้

$$u(x_{i+1}, y_{i+1}) = u(x_i, y_i) + \frac{\partial u}{\partial x}(x_{i+1} - x_i) + \frac{\partial u}{\partial y}(y_{i+1} - y_i) \quad (4.64)$$

$$v(x_{i+1}, y_{i+1}) = v(x_i, y_i) + \frac{\partial v}{\partial x}(x_{i+1} - x_i) + \frac{\partial v}{\partial y}(y_{i+1} - y_i) \quad (4.65)$$

เมื่อ $u(x, y)$ และ $v(x, y)$ เป็นสองฟังก์ชันที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปร x และ y และถ้ากำหนดให้

$$u_{i+1} = u(x_{i+1}, y_{i+1}), \quad v_{i+1} = v(x_{i+1}, y_{i+1})$$

และ $u_i = u(x_i, y_i), \quad v_i = v(x_i, y_i)$

ดังนั้น สมการที่ (4.64) และ (4.65) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$u_{i+1} = u_i + \frac{\partial u}{\partial x}(x_{i+1} - x_i) + \frac{\partial u}{\partial y}(y_{i+1} - y_i) \quad (4.66)$$

$$v_{i+1} = v_i + \frac{\partial v}{\partial x}(x_{i+1} - x_i) + \frac{\partial v}{\partial y}(y_{i+1} - y_i) \quad (4.67)$$

จากนั้น กำหนดให้ค่าฟังก์ชัน u_{i+1} และ v_{i+1} มีค่าเท่ากับศูนย์ เพื่อนำไปสู่การคำนวณหาค่ารากของสมการนั้นคือ

$$-u_i = \frac{\partial u}{\partial x}(x_{i+1} - x_i) + \frac{\partial u}{\partial y}(y_{i+1} - y_i) \quad (4.68)$$

$$-v_i = \frac{\partial v}{\partial x}(x_{i+1} - x_i) + \frac{\partial v}{\partial y}(y_{i+1} - y_i) \quad (4.69)$$

หรืออาจเขียนในรูปของเมทริกซ์ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} -u_i \\ -v_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{i+1} - x_i \\ y_{i+1} - y_i \end{bmatrix} \quad (4.70)$$

สุดท้ายตัวแปร x_{i+1} และ y_{i+1} สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$x_{i+1} = x_i - \left(\frac{u_i \frac{\partial v}{\partial y} - v_i \frac{\partial u}{\partial y}}{\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x}} \right) \quad (4.71)$$

$$y_{i+1} = y_i - \left(\frac{v_i \frac{\partial u}{\partial x} - u_i \frac{\partial v}{\partial x}}{\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x}} \right) \quad (4.72)$$

จากวิธีการวนซ้ำของนิวตัน-ราฟสันที่อธิบายไว้ข้างต้น แบบจำลองเลียนแบบความผิดเพี้ยนของเลนส์สามารถสร้างขึ้นได้โดยกำหนดให้

$$u(X_d, Y_d) = X_d \left(1 + k_1 (X_d^2 + Y_d^2) + k_2 (X_d^2 + Y_d^2)^2 \right) + p_1 (3X_d^2 + Y_d^2) + 2p_2 X_d Y_d - X_u \quad (4.73)$$

$$v(X_d, Y_d) = Y_d \left(1 + k_1 (X_d^2 + Y_d^2) + k_2 (X_d^2 + Y_d^2)^2 \right) + 2p_1 X_d Y_d + p_2 (X_d^2 + 3Y_d^2) - Y_u \quad (4.74)$$

เมื่อ u และ v คือฟังก์ชันความผิดเพี้ยนของเลนส์บนระนาบภาพในแนวแกน x และ y ตามลำดับที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปร X_d และ Y_d (X_d, Y_d) คือพิกัดตำแหน่งของจุดภาพจริงบนระนาบภาพที่มีความคลาดเคลื่อนทางตำแหน่งอันเนื่องมาจากความผิดเพี้ยนของเลนส์ (X_u, Y_u) คือพิกัดตำแหน่งของจุดภาพในอุดมคติที่คำนวณได้จากสมการ

$$v \begin{bmatrix} X_u \\ Y_u \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f & 0 & 0 \\ 0 & -f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t_x \\ r_4 & r_5 & t_y \\ r_7 & r_8 & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

ดังนั้น เมื่อกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ (k_1, k_2, p_1, p_2) เป็นค่าใดๆ และให้ค่าเริ่มต้นของ X_d และ Y_d เท่ากับศูนย์ รวมทั้งใช้ค่าพิกัดตำแหน่งของจุดภาพในอุดมคติ (X_u, Y_u) ที่คำนวณได้จากสมการที่ (4.75) พิกัดตำแหน่งของจุดภาพที่มีความคลาดเคลื่อนทางตำแหน่ง (X_d, Y_d) สามารถคำนวณได้โดยใช้สมการที่ (4.71) และ (4.72) นั่นคือ

$$X_{d(i+1)} = X_{d(i)} - \left(\frac{u_i \frac{\partial v}{\partial Y_d} - v_i \frac{\partial u}{\partial Y_d}}{\frac{\partial u}{\partial X_d} \frac{\partial v}{\partial Y_d} - \frac{\partial u}{\partial Y_d} \frac{\partial v}{\partial X_d}} \right) \quad (4.76)$$

$$Y_{d(i+1)} = Y_{d(i)} - \left(\frac{v_i \frac{\partial u}{\partial X_d} - u_i \frac{\partial v}{\partial X_d}}{\frac{\partial u}{\partial X_d} \frac{\partial v}{\partial Y_d} - \frac{\partial u}{\partial Y_d} \frac{\partial v}{\partial X_d}} \right) \quad (4.77)$$

เมื่อ $i+1$ และ i แทนจำนวนรอบของการวนซ้ำรอบในที่ $i+1$ และ i ตามลำดับ การวนซ้ำเพื่อคำนวณ

หาพิกัดตำแหน่งของจุดภาพที่ผิดเพี้ยนหรือคาดเคลื่อนทางตำแหน่ง (X_d, Y_d) จะดำเนินไปเรื่อยๆ จนกระทั่งตรวจพบว่าเข้าเงื่อนไข

$$\begin{aligned} &\text{If } X_{d(i+1)} - X_{d(i)} < 0.001 \text{ และ } Y_{d(i+1)} - Y_{d(i)} < 0.001 \\ &\text{then หยุดการวนซ้ำหรือออกจากการวนซ้ำ} \\ &\text{else กลับไปคำนวณค่า } X_d \text{ และ } Y_d \text{ ใหม่} \end{aligned} \quad (4.78)$$

เมื่อเสร็จสิ้นการวนซ้ำตามวิธีของนิวตัน-ราฟสันจะได้จุดภาพ (X_d, Y_d) บนระนาบภาพที่ผิดเพี้ยนไปตามค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ที่กำหนด จากนั้นคำนวณหาจุดภาพที่ผิดเพี้ยนบนเฟรมบัฟเฟอร์ (X_{fd}, Y_{fd}) ด้วยสมการ

$$X_{fd}(i) = C_x + \frac{X_d(i)}{n_x} \quad (4.79)$$

$$Y_{fd}(i) = C_y + \frac{Y_d(i)}{n_y} \quad (4.80)$$

ในที่นี้ i แทนจำนวนของจุดภาพที่สอดคล้องกันบนเฟรมบัฟเฟอร์และระนาบภาพ (เมื่อ i เท่ากับ $1, \dots, N$ จุด) (C_x, C_y) และ (n_x, n_y) คือพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพและระยะทางระหว่างเซ็นเซอร์ ตามลำดับ ซึ่งเป็นสิ่งที่เรารู้ค่า

ค่าพิกัดตำแหน่งของจุดภาพบนเฟรมบัฟเฟอร์ (X_{fd}, Y_{fd}) ที่คำนวณได้จากสมการที่ (4.79) และ (4.80) และค่าพิกัดตำแหน่งของจุดควบคุมบนแพทเทอร์นสอบเทียบที่อ้างอิงกับจุดกำเนิดของระบบพิกัดอ้างอิงจะถูกใช้เพื่อคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบและสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์โดยวิธีการสอบเทียบกล้องที่นำเสนอต่อไป

บทที่ 5

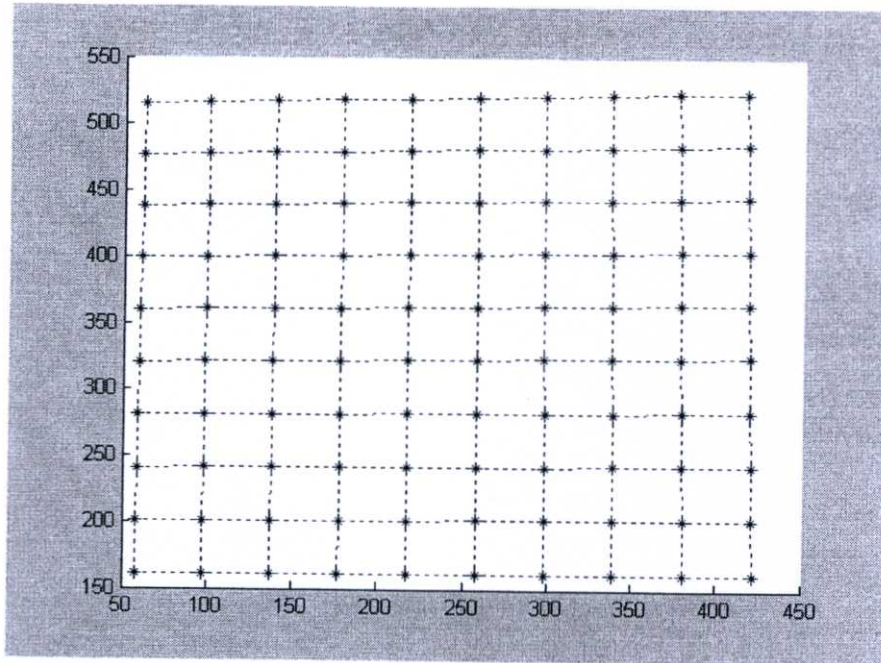
ผลการทดลอง

ในบทนี้จะแสดงผลการทดลองของการทดสอบความเที่ยงตรง ความเสถียรภาพ และความทนทานของค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณได้โดยวิธีที่นำเสนอ ต่อการเปลี่ยนแปลงทิศทางของกล้อง (Camera orientations) มุมการหมุนของกล้อง (Rotation angles) ระดับของสัญญาณรบกวนและการเลื่อนไปของจุดศูนย์กลางของภาพโดยใช้ภาพสังเคราะห์ในอุดมคติและที่มีสัญญาณรบกวน (Ideal and noisy synthetic images) และเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้กับค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้โดยวิธีของ Zhang [3] เหตุผลที่เลือกที่จะเปรียบเทียบพารามิเตอร์ผลลัพธ์กับวิธีของ Zhang แทนที่จะเป็นวิธีของ Tsai [1] ถึงแม้ว่าวิธีของ Zhang ต้องการจำนวนภาพที่มากกว่า ทั้งนี้ก็เพราะว่าวิธีของ Zhang ใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจุดควบคุมบนแพทเทิร์นสอบเทียบและจุดที่สอดคล้องกันในเฟรมบัพเฟอร์เช่นเดียวกับวิธีที่นำเสนอ แต่วิธีของ Tsai ใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจุดควบคุมบนแพทเทิร์นสอบเทียบ และจุดที่สอดคล้องกันบนระนาบภาพดังที่ได้อธิบายไว้แล้วในบทที่ 3 นอกจากนี้จะแสดงผลการทดลองในการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดขั้นตอนการหาพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้นโดยวิธีที่นำเสนอด้วยการใช้ภาพสังเคราะห์ที่มีความผิดเพี้ยนของเลนส์ (Distorted synthetic images) และเปรียบเทียบผลลัพธ์กับวิธีของ Zhang สุดท้ายแสดงผลการทดลองของการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นจากภาพจริง (Real images) ด้วยวิธีที่นำเสนอและวิธีของ Zhang

ก่อนที่จะไปสู่การทดลอง ภาพสังเคราะห์ในอุดมคติจะถูกสร้างขึ้นจากข้อมูลสังเคราะห์ที่รู้ค่าพารามิเตอร์ภายในและพารามิเตอร์ภายนอกของกล้องซึ่งในภายหลังจะถูกเรียกว่า “ค่าที่แท้จริง” (Ground truth) และตารางกริด (Grid) ขนาด 10×10 ที่มีระยะเท่ากันทุกด้านของจุดควบคุมถูกสร้างขึ้นเพื่อเลียนแบบแพทเทิร์นสอบเทียบสองมิติ ในที่นี้สมมุติว่าค่าพารามิเตอร์สอบเทียบของกล้องที่รู้ค่าเป็นดังต่อไปนี้

1. จุดศูนย์กลางของภาพอยู่ที่พิกัดตำแหน่ง (240, 320) สำหรับภาพขนาด 480×640 พิกเซล
2. ความยาวโฟกัส (Focal length) มีค่าเท่ากับ 55 มิลลิเมตร พร้อมด้วยพารามิเตอร์การแปลง ($n_x = n_y$) เท่ากับ 0.0367 มิลลิเมตร/พิกเซล
3. จุดศูนย์กลางทางแสงของกล้องตั้งอยู่ที่ (-198.9551, -79.7462, -943.0575) มิลลิเมตร
4. ทิศทางและมุมการหมุนของกล้องสามารถเปลี่ยนแปลงได้ตามที่ต้องการ

ภายใต้ข้อกำหนดข้างต้น พิกัดตำแหน่งของจุดภาพจริงบนเฟรมบัพเฟอร์ (X_f, Y_f) สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (4.7) และ (4.8) โดยใช้ค่าพารามิเตอร์สอบเทียบและจุดควบคุมตามที่กำหนดไว้ รูปที่ 5.1 แสดงตัวอย่างภาพสังเคราะห์ในอุดมคติเมื่อกล้องถูกหมุนรอบแกน X_c และ Y_c ด้วยมุม 0.1 เรเดียนเท่ากัน และ “*” แทนพิกัดตำแหน่งของจุดภาพบนเฟรมบัพเฟอร์ (X_f, Y_f)



รูปที่ 5.1 ตัวอย่างภาพสังเคราะห์ในอุดมคติเมื่อกล้องถูกหมุนรอบแกน X_c และ Y_c ด้วยมุม 0.1 เรเดียนเท่ากัน

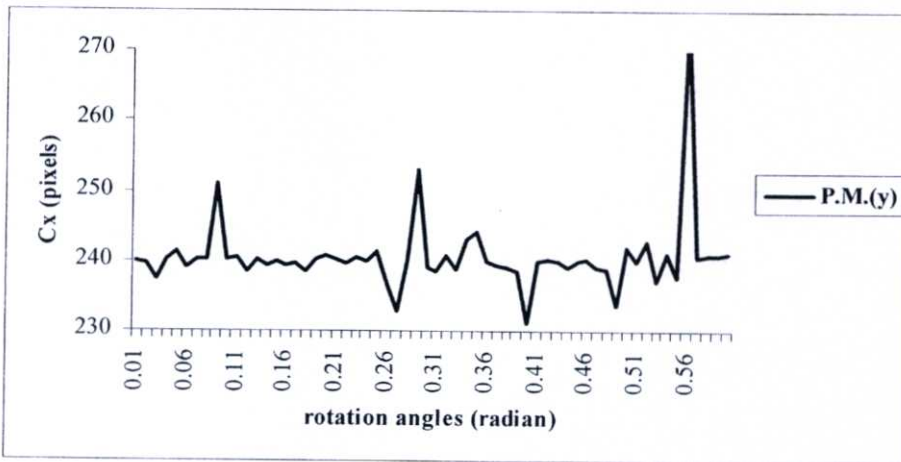
5.1 เสถียรภาพของค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นต่อการเปลี่ยนแปลงทิศทางของกล้อง (Stability of initial parameters for change of camera orientation)

เนื่องจากทิศทางของกล้องและมุมการหมุนของกล้องมีอิทธิพลต่อค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบ ซึ่งวิธีการสอบเทียบกล้องบางวิธีอาจจะไม่เหมาะสมกับทิศทางและมุมการหมุนของกล้องในบางทิศทางและบางมุมทำให้ต้องเสียเวลาในการปรับตั้งกล้อง ดังนั้นในหัวข้อนี้เราจะทำการทดสอบความเสถียรภาพและความเที่ยงตรงของค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณได้โดยวิธีที่นำเสนอ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงทิศทางและมุมการหมุนของกล้องโดยใช้ภาพสังเคราะห์ในอุดมคติและเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้กับวิธีของ Zhang [3]

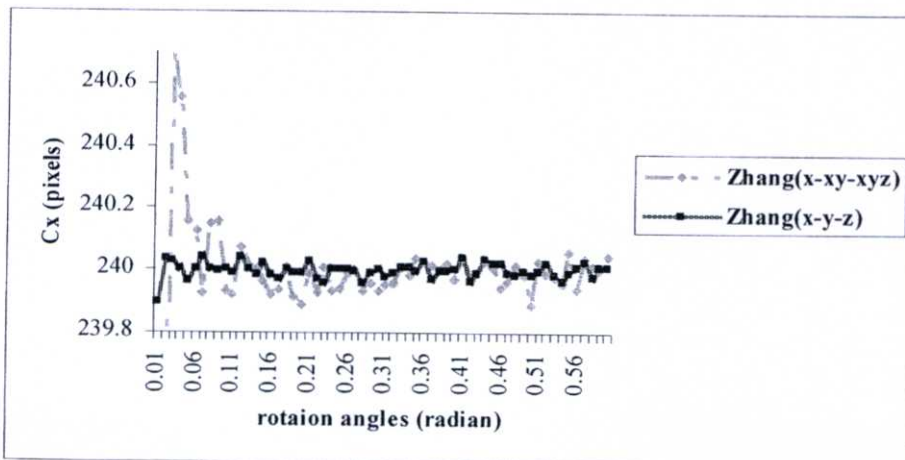
ทิศทางของกล้องถูกให้ค่าจำกัดเหมือนกับการหมุนกล้องรอบแกนใดๆ ในแต่ละแนวแกนด้วยการอ้างอิงกับจุดศูนย์กลางทางแสง O_c การหมุนกล้องที่เป็นไปได้มีทั้งหมด 7 รูปแบบ นั่นคือ 3 รูปแบบสำหรับการหมุนกล้องรอบแกนหนึ่งแกน (รอบแกน X_c , Y_c หรือ Z_c แกนใดแกนหนึ่ง) 3 รูปแบบสำหรับการหมุนรอบแกนสองแกน (รอบแกน X_c - Y_c , Y_c - Z_c หรือ X_c - Z_c) และหนึ่งรูปแบบสำหรับการหมุนรอบแกนสามแกน (รอบแกน X_c - Y_c - Z_c) อย่างไรก็ตาม การหมุนกล้องรอบแกน Z_c เป็นกรณีที่ไม่สามารถคำนวณได้ (Degenerated case) สำหรับวิธีการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบทั้งหมดที่ใช้ภาพเพียงภาพเดียวรวมถึงวิธีที่นำเสนอด้วย เพราะฉะนั้นความเสถียรภาพของค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณโดยวิธีที่นำเสนอสามารถทดสอบได้เพียง 6 รูปแบบ ในที่นี้เราสมมุติว่ากล้องถูกหมุนไปรอบแต่ละแนวแกนครั้งละ 0.01 เรเดียน ตั้งแต่

มุม 0.01 ถึง 0.6 เรเดียน จากนั้นชุดของภาพสังเคราะห์ในอุดมคติที่มีการเปลี่ยนแปลงทิศทางและมุมการหมุนกล้องตามเงื่อนไขข้างต้นสำหรับ 6 รูปแบบของการหมุนถูกสร้างขึ้นและค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นถูกคำนวณจากภาพสังเคราะห์เหล่านี้โดยใช้วิธีที่นำเสนอ จากการทดลองพบว่า การหมุนกล้องรอบแกน Y_c ให้ค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นไม่เสถียรภาพและไม่เที่ยงตรง รูปที่ 5.2 แสดงตัวอย่างของพารามิเตอร์ C_x สำหรับการหมุนกล้องรอบแกน Y_c ในรูปสัญลักษณ์ P.M.(y) แทนผลการทดลองของวิธีที่นำเสนอสำหรับการหมุนกล้องรอบแกน Y_c

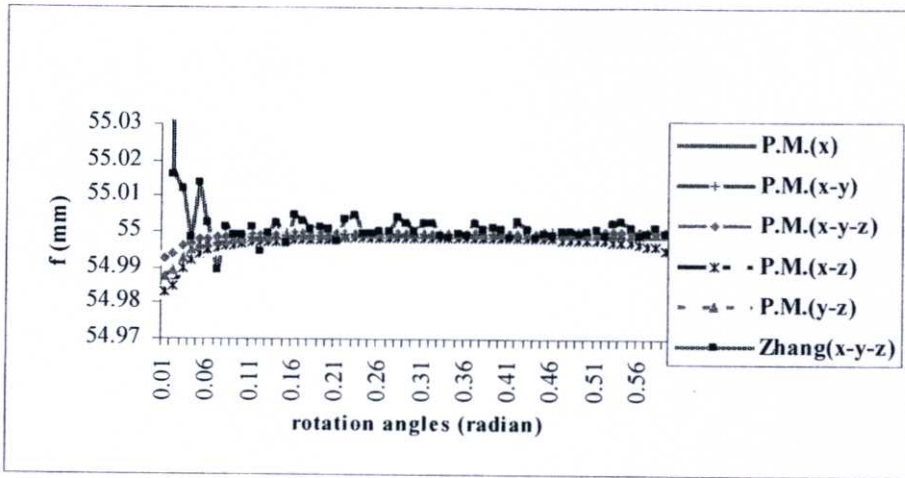
จากนั้น ความเสถียรภาพของค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นสำหรับการหมุนกล้องที่เหลืออีก 5 รูปแบบถูกทดสอบ ซึ่งผลที่ได้รับจากการทดลองโดยวิธีที่นำเสนอจะเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ของวิธีของ Zhang อย่างไรก็ตามวิธีของ Zhang ต้องการภาพอย่างน้อยสามภาพเพื่อคำนวณค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้น ดังนั้นเพื่อการทดสอบความเสถียรภาพของค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณโดยวิธีของ Zhang สำหรับการเปลี่ยนแปลงทิศทางและมุมการหมุนของกล้อง สองชุดของข้อมูลภาพหรือสองรูปแบบของการหมุนจะถูกนำมาใช้ ด้วยเงื่อนไขเช่น



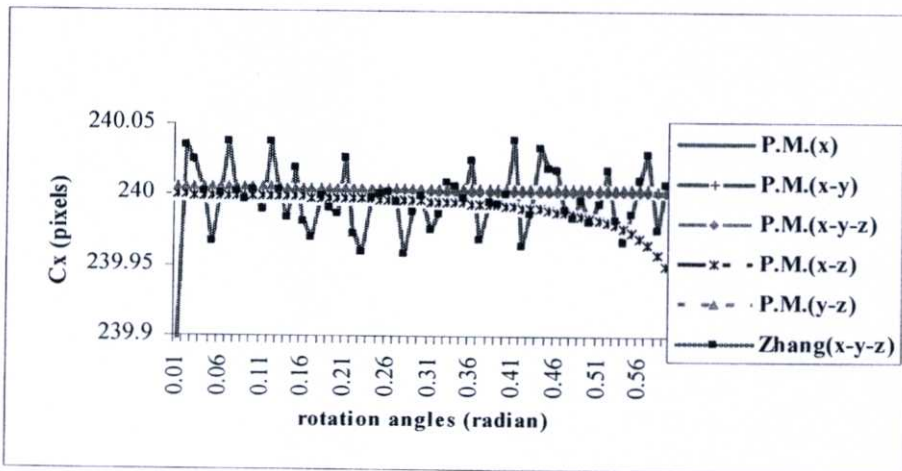
รูปที่ 5.2 พารามิเตอร์ C_x ที่ถูกคำนวณโดยวิธีที่นำเสนอสำหรับการหมุนกล้องรอบแกน Y_c



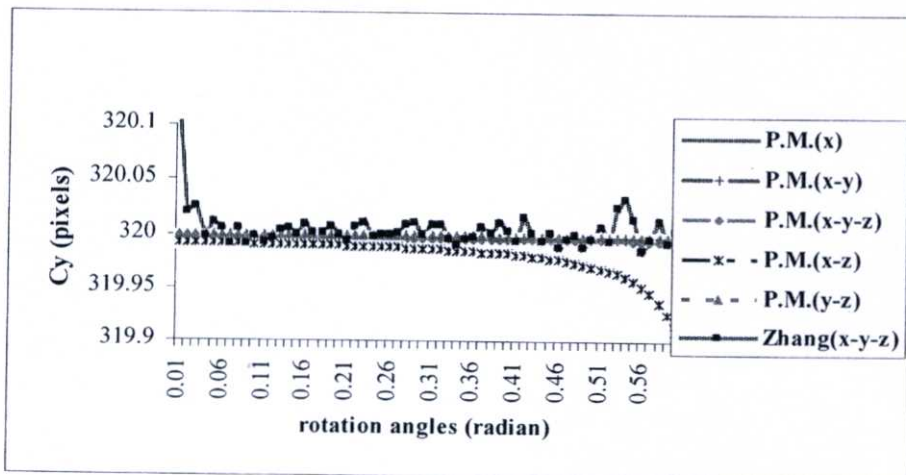
รูปที่ 5.3 พารามิเตอร์ C_x ที่ถูกคำนวณโดยวิธีของ Zhang ทั้งสองรูปแบบการหมุน



รูปที่ 5.4 พารามิเตอร์ f ที่คำนวณได้โดยวิธีที่นำเสนอและวิธีของ Zhang สำหรับการเปลี่ยนแปลงทิศทางและมุมการหมุนของกล้อง



รูปที่ 5.5 พารามิเตอร์ C_x ที่คำนวณได้โดยวิธีที่นำเสนอและวิธีของ Zhang สำหรับการเปลี่ยนแปลงทิศทางและมุมการหมุนของกล้อง



รูปที่ 5.6 พารามิเตอร์ C_y ที่คำนวณได้โดยวิธีที่นำเสนอและวิธีของ Zhang สำหรับการเปลี่ยนแปลงทิศทางและมุมการหมุนของกล้อง

ตารางที่ 5.1 ค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณได้โดยทั้งสองวิธี เมื่อ
จุดศูนย์กลางของภาพถูกเลื่อนออกไปจากจุดกึ่งกลางของภาพ

Test with noise free images		Computed parameters at (220,320)	Computed parameters at (260,320)	Computed parameters at (240,300)	Ground truth	
t_x	The proposed method for rotation around	x-axis	-198.955	-198.96	-198.96	-198.955
		x-y axes	-206.164	-191.75	-193.552	-198.955
		x-y-z axes	-205.537	-192.38	-194.022	-198.955
		y-z axes	-210.663	-187.25	-190.18	-198.955
	Zhang (x-y-z)	-198.947	-198.916	-198.911	-198.955	
t_y	The proposed method for rotation around	x-axis	-62.9609	-96.521	-92.327	-79.7462
		x-y axes	-72.573	-86.915	-85.1225	-79.7462
		x-y-z axes	-71.7369	-87.751	-85.7491	-79.7462
		y-z axes	-78.5715	-80.92	-80.627	-79.7462
	Zhang (x-y-z)	-79.7536	-79.7708	-79.7361	-79.7462	
t_z	The proposed method for rotation around	x-axis	-757.325	-1097.5	-1061	-943.058
		x-y axes	-868.568	-1011.9	-995.17	-943.058
		x-y-z axes	-867.061	-1013.2	-996.152	-943.058
		y-z axes	-817.325	-1053.7	-1027.2	-943.058
	Zhang (x-y-z)	-943.091	-943.206	-943.339	-943.058	
f	The proposed method for rotation around	x-axis	44.1679	64.005	61.878	55
		x-y axes	50.6557	59.017	58.0393	55
		x-y-z axes	50.5678	59.092	58.0965	55
		y-z axes	47.6672	61.453	59.905	55
	Zhang (x-y-z)	55.0019	55.0083	55.0159	55	
C_x	The proposed method for rotation around	x-axis	220	260	240	220, 260, 240
		x-y axes	231.4564	248.55	231.4135	220, 260, 240
		x-y-z axes	230.4599	249.66	232.1604	220, 260, 240
		y-z axes	238.6069	241.41	226.1	220, 260, 240
	Zhang (x-y-z)	219.9872	259.9372	239.9295	220, 260, 240	
C_y	The proposed method for rotation around	x-axis	293.326	346.66	319.99	320, 320, 300
		x-y axes	308.6008	331.39	308.5436	320, 320, 300
		x-y-z axes	307.2722	332.72	309.5394	320, 320, 300
		y-z axes	318.1332	321.87	301.4	320, 320, 300
	Zhang (x-y-z)	320.0116	320.0391	299.9845	320, 320, 300	

เดียวกับวิธีที่นำเสนอ ชุดแรกจะประกอบด้วย 1) ภาพที่หนึ่งเป็นการหมุนกล้องรอบแกน X_c เพียงแกนเดียว 2) ภาพที่สองเป็นการหมุนกล้องรอบแกน X_c-Y_c 3) ภาพที่สามหมุนกล้องรอบแกน $X_c-Y_c-Z_c$ และเรียกรูปแบบการหมุนนี้ว่า “Zhang (x-xy-xyz)” ชุดที่สองประกอบด้วยการหมุนกล้องรอบแกน X_c , Y_c และ Z_c สำหรับภาพที่หนึ่ง สองและสามตามลำดับ และถูกเรียกว่า “Zhang (x-y-z)” จากการทดลองพบว่าค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณโดย Zhang (x-y-z) ให้ความเสถียรภาพและความเที่ยงตรงมากกว่าพารามิเตอร์ที่คำนวณโดย Zhang (x-xy-xyz) ซึ่งรูปแบบการหมุน Zhang (x-xy-xyz) จะให้พารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่ไม่เสถียรภาพ โดยเฉพาะอย่างยิ่งที่มุมการหมุนที่มีค่าน้อย ตัวอย่างของพารามิเตอร์ C_x ที่ถูกคำนวณโดยวิธีของ Zhang ทั้งสองรูปแบบการหมุนแสดงดังรูปที่ 5.3 ด้วยเหตุนี้ตั้งแต่บัดนี้เป็นต้นไป รูปแบบการหมุน

ตารางที่ 5.1 ค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณได้โดยทั้งสองวิธี เมื่อจุดศูนย์กลางของภาพถูกเลื่อนออกไปจากจุดกึ่งกลางของภาพ (ต่อ)

Test with noise free images			Computed parameters at (240,340)	Ground truth
t_x	The proposed method for rotation around	x-axis	-198.955	-198.955
		x-y axes	-204.363	-198.955
		x-y-z axes	-203.892	-198.955
		y-z axes	-207.737	-198.955
		Zhang (x-y-z)	-199.013	-198.955
t_y	The proposed method for rotation around	x-axis	-67.1556	-79.7462
		x-y axes	-74.3656	-79.7462
		x-y-z axes	-73.7385	-79.7462
		y-z axes	-78.865	-79.7462
		Zhang (x-y-z)	-79.7211	-79.7462
t_z	The proposed method for rotation around	x-axis	-807.786	-943.058
		x-y axes	-887.78	-943.058
		x-y-z axes	-886.675	-943.058
		y-z axes	-850.505	-943.058
		Zhang (x-y-z)	-942.549	-943.058
f	The proposed method for rotation around	x-axis	47.1108	55
		x-y axes	51.7762	55
		x-y-z axes	51.7117	55
		y-z axes	49.6023	55
		Zhang (x-y-z)	54.9706	55
C_x	The proposed method for rotation around	x-axis	240	240
		x-y axes	248.5934	240
		x-y-z axes	247.8459	240
		y-z axes	253.9561	240
		Zhang (x-y-z)	240.0914	240
C_y	The proposed method for rotation around	x-axis	319.992	340
		x-y axes	331.4496	340
		x-y-z axes	330.453	340
		y-z axes	338.5997	340
		Zhang (x-y-z)	339.9597	340

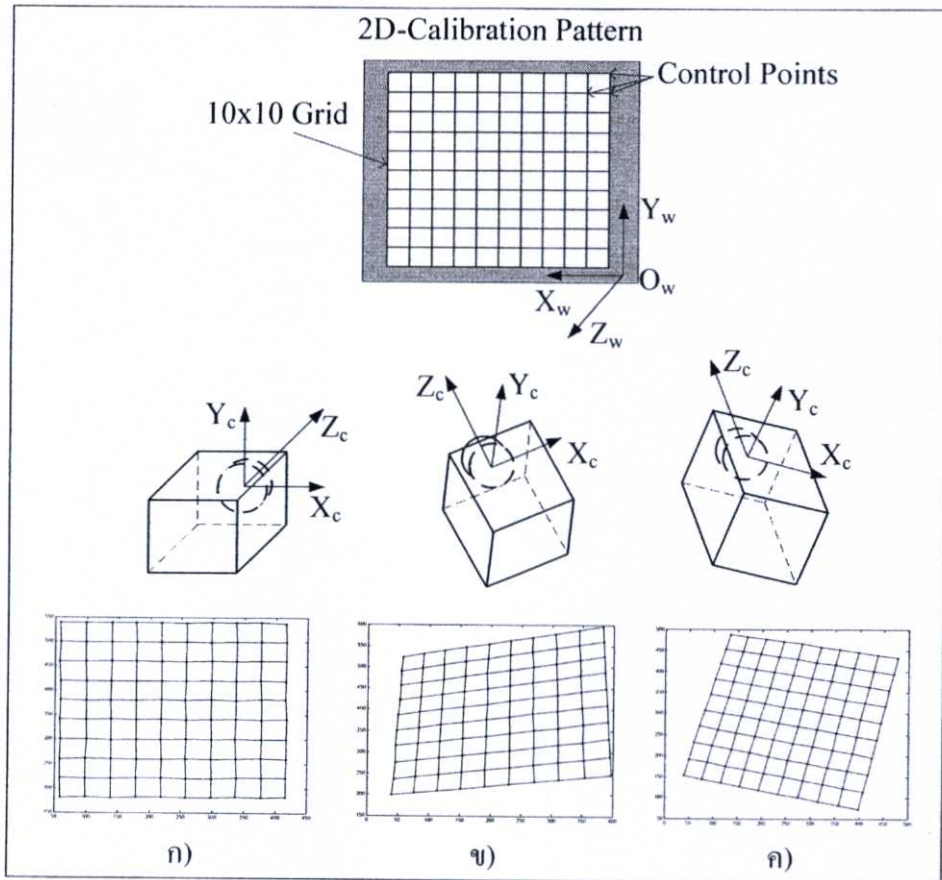
Zhang (x-y-z) จะถูกใช้แทนวิธีของ Zhang ทั้งนี้ก็เพื่อใช้สำหรับเปรียบเทียบผลลัพธ์ของวิธีของ Zhang กับผลลัพธ์ของวิธีที่นำเสนอต่อไป ตัวอย่างการเปรียบเทียบผลลัพธ์ของวิธีที่นำเสนอด้วยวิธีของ Zhang ถูกแสดงในรูปที่ 5.4 ถึง 5.6 จากผลลัพธ์ของการเปรียบเทียบทำให้สามารถสรุปได้ว่าการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นโดยวิธีที่นำเสนอให้ความเสถียรภาพ และความเที่ยงตรงมากกว่าวิธีของ Zhang ยกเว้นการหมุนกล้องรอบแกน X_c-Z_c ซึ่งค่าพารามิเตอร์มีแนวโน้มผิดพลาดมากขึ้นเมื่อมุมการหมุนของกล้องมีขนาดใหญ่ขึ้น ถึงแม้ว่าทั้ง 5 รูปแบบการหมุนกล้องของวิธีที่นำเสนอและวิธีของ Zhang ก็สามารถนำมาใช้เพื่อคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นได้ อย่างไรก็ตาม จากผลการทดสอบความเสถียรภาพของค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นต่อการเปลี่ยนแปลงทิศทางและมุมการหมุนของกล้องทำให้ทราบว่า การเปลี่ยนแปลงทิศทาง และมุมการ

หมุนของกล้องมีอิทธิพลต่อวิธีการสอบเทียบกล้องดังที่ได้กล่าวไว้ในตอนต้น ซึ่งวิธีที่นำเสนอให้ความเสถียรภาพที่ดีของค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นอย่างน้อย 4 รูปแบบการหมุนและอย่างมาก 5 รูปแบบในจำนวนทั้งหมด 7 รูปแบบ

นอกจากนี้ เนื่องจากความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนพิกเซลในทิศทางแกน x และ y ของจุดศูนย์กลางภาพถูกกำหนดให้เป็น $C_y = uC_x$ ซึ่งดูเหมือนว่าจุดศูนย์กลางภาพถูกวางในแนวเส้นทแยงมุม เพราะฉะนั้นเราจะทดสอบโดยการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นเมื่อจุดศูนย์กลางของภาพไม่ได้วางอยู่ในแนวทแยงมุมและจุดกึ่งกลางของภาพ โดยให้จุดศูนย์กลางภาพเลื่อนไป 20 พิกเซลจากจุดกึ่งกลางของภาพไปทางซ้ายมือ ขวามือ ขึ้นข้างบนและลงข้างล่าง นั้นหมายความว่าจุดศูนย์กลางภาพอยู่ที่พิกัดตำแหน่ง (220, 320) (260, 320) (240, 300) และ (240, 340) ตามลำดับ ในการทดลองนี้ รูปแบบการหมุนของวิธีที่นำเสนอและวิธีของ Zhang ถูกนำมาใช้เพื่อคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้น เมื่อมุมการหมุนรอบแต่ละแนวแกนถูกกำหนดให้คงที่ที่มุม 0.1 เรเดียน ผลที่ได้รับของการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นโดยวิธีที่นำเสนอและวิธีของ Zhang ถูกแสดงไว้ในตารางที่ 5.1 จากตารางพบว่าวิธีของ Zhang ให้ความเที่ยงตรงของพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นมากกว่าวิธีที่นำเสนอ อย่างไรก็ตามวิธีที่นำเสนอที่คำนวณได้โดยวิธีที่นำเสนอไม่ได้แตกต่างจากค่าที่แท้จริง (Ground truth) มากนัก จึงพิจารณาว่าค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณได้โดยวิธีที่นำเสนอสามารถนำไปใช้เป็นค่าเริ่มต้นได้

5.2 ความทนทานต่อสัญญาณรบกวน (Noise robustness)

เพื่อทดสอบความทนทานต่อสัญญาณรบกวนของวิธีที่นำเสนอ สัญญาณรบกวนชนิดเกาส์เซียน (Gaussian noise) ที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ถูกเพิ่มเข้าไปในพิกัดตำแหน่งของจุดภาพ (X_f, Y_f) หรือในภาพสังเคราะห์ในอุดมคติที่สร้างขึ้น ในการทดลองนี้รูปแบบของการหมุนกล้องถูกนำมาใช้เพื่อทดสอบ นั่นคือการหมุนกล้องรอบแกน X_c, X_c-Y_c, Y_c-Z_c และ $X_c-Y_c-Z_c$ ตามลำดับ และแบ่งการทดลองออกเป็นสองการทดลอง การทดลองแรกเป็นทดสอบความทนทานต่อสัญญาณรบกวนของวิธีที่นำเสนอด้วยการวัดค่าเฉลี่ย (Mean) และการผันแปร (Variance) ของค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณได้ การทดลองที่สองเป็นการคำนวณค่าความผิดพลาดเทียบเคียง (Relative error) ของค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณได้โดยเปรียบเทียบกับค่าที่แท้จริง (Ground truth) สำหรับการทดลองแรกจะทำการวัดค่าเฉลี่ยและการผันแปรของค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณได้ เมื่อจุดศูนย์กลางภาพอยู่ที่จุดกึ่งกลางของภาพและเคลื่อนที่ไปที่พิกัดตำแหน่ง (220, 320) (260, 320) (240, 300) และ (240, 340) ตามลำดับ โดยกำหนดให้กล้องถูกหมุนไปรอบแต่ละแนวแกนครั้งละ 0.01 เรเดียน และมีมุมการหมุนตั้งแต่ 0.01 ถึง 0.6 เรเดียน ระดับของสัญญาณรบกวนเปลี่ยนแปลงตั้งแต่ 0.1 ถึง 1.5 พิกเซล ตัวอย่างแสดงทิศทางของกล้องและภาพสังเคราะห์ที่ได้รับขณะที่กล้องถูกวางไว้ขนานกับแพทเทอร์นสอบเทียบและเมื่อ



รูปที่ 5.7 ทิศทางของกล้องและภาพสังเคราะห์ที่ได้รับ ก) กล้องถูกวางไว้ขนานกับแพทเทิร์นสอบเทียบ ข) ตำแหน่งของกล้องและภาพที่ได้รับภายหลังจากหมุนรอบแกน X_c - Y_c ค) ตำแหน่งของกล้องและภาพที่ได้รับภายหลังจากหมุนรอบแกน X_c - Y_c - Z_c

กล้องถูกหมุนรอบแกน X_c - Y_c และ X_c - Y_c - Z_c ตามลำดับถูกแสดงดังรูปที่ 5.7 สำหรับภาพสังเคราะห์ที่ได้รับนอกจากจะเป็นภาพที่ได้จากการหมุนกล้องแล้ว ยังเป็นภาพที่เกิดจากการเพิ่มสัญญาณรบกวนชนิดเกาส์เซียนขนาด 0.5 พิกเซลที่พิกัดตำแหน่งของจุดภาพ (X_f , Y_f) อีกด้วย จากนั้นชุดภาพทดสอบจำนวน 100 ชุดที่เป็นอิสระต่อกันสำหรับแต่ละระดับของสัญญาณรบกวนตามที่กำหนดไว้จะถูกสร้างขึ้นและถูกใช้เพื่อคำนวณค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นและผลการทดลองถูกแสดงเป็นค่าเฉลี่ย (Mean values) และการผันแปร (Variance) ของค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณได้ อย่างไรก็ตามในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ความไม่แน่นอน (Uncertainty) ถูกใช้แทนการผันแปรของพารามิเตอร์แต่ละตัวที่คำนวณได้ เพื่อการเปรียบเทียบความทนทานของสัญญาณรบกวนของพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณได้โดยวิธีที่นำเสนอกับวิธีของ Zhang รูปแบบการหมุน Zhang (x-y-z) ยังคงถูกใช้แทนวิธีของ Zhang โดยมีเงื่อนไขการทดสอบเหมือนกับวิธีที่นำเสนอทุกประการ ผลของการเปรียบเทียบความทนทานต่อสัญญาณรบกวนของวิธีที่นำเสนอกับวิธีของ Zhang แสดงดังตารางที่ 5.2 จากตารางที่ 5.2 พบว่าค่าเฉลี่ยของพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่

ตารางที่ 5.2 ความทนทานต่อสัญญาณรบกวนของวิธีที่นำเสนอที่เปรียบเทียบกับวิธีของ Zhang เมื่อจุดศูนย์กลางของภาพอยู่ที่จุดกึ่งกลางของภาพและเคลื่อนที่ไปที่ระยะพิกัดอื่นๆ

Test with noisy images		Computed parameters at (240,320)		Computed parameters at (220,320)		Ground truth	
		mean	uncertainty	mean	uncertainty		
t_x	The proposed method for rotation around	x-axis	-198.685	0.27439	-198.135	0.62223	-198.955
		x-y axes	-198.467	0.05707	-205.834	0.06341	-198.955
		x-y-z axes	-198.607	0.05011	-203.764	0.09712	-198.955
		y-z axes	-198.808	0.08269	-208.472	0.47985	-198.955
	Zhang (x-y-z)	-93.2638	7.025275	-138.532	8.76712	-198.955	
t_y	The proposed method for rotation around	x-axis	-79.2597	0.29145	-62.0702	0.68947	-79.7462
		x-y axes	-79.0693	0.07625	-72.1043	0.08479	-79.7462
		x-y-z axes	-79.276	0.06678	-69.3668	0.12950	-79.7462
		y-z axes	-79.5145	0.08996	-75.9466	0.70296	-79.7462
	Zhang (x-y-z)	-59.0951	4.338798	-85.1541	7.84732	-79.7462	
t_z	The proposed method for rotation around	x-axis	-1004.27	11.16115	-937.365	13.5382	-943.058
		x-y axes	-968.639	7.26355	-929.906	8.41080	-943.058
		x-y-z axes	-969.115	7.45196	-926.304	7.45767	-943.058
		y-z axes	-982.628	10.4821	-944.513	12.7655	-943.058
	Zhang (x-y-z)	-825.236	41.65646	-1005.88	38.20703	-943.058	
f	The proposed method for rotation around	x-axis	60.54919	1.14480	56.2997	1.16699	55
		x-y axes	56.47791	0.42363	54.3643	0.52226	55
		x-y-z axes	56.51134	0.43466	54.0142	0.43499	55
		y-z axes	58.51656	0.78696	55.5359	0.86401	55
	Zhang (x-y-z)	69.35926	1.943372	69.76413	2.102924	55	
C_x	The proposed method for rotation around	x-axis	239.5602	0.43633	219.4936	0.70580	240, 220
		x-y axes	239.2049	0.09079	230.9064	0.10092	240, 220
		x-y-z axes	239.4424	0.07998	227.6338	0.15513	240, 220
		y-z axes	239.7627	0.13143	235.4707	0.83939	240, 220
	Zhang (x-y-z)	169.1716	15.20905	160.316	10.06827	240, 220	
C_y	The proposed method for rotation around	x-axis	319.3889	0.58180	292.6476	0.94077	320
		x-y axes	318.9311	0.12107	307.8675	0.13455	320
		x-y-z axes	319.2508	0.10663	303.5041	0.20684	320
		y-z axes	319.6736	0.17526	313.9531	1.11916	320
	Zhang (x-y-z)	335.0786	10.67044	329.1984	6.470663	320	

คำนวณได้โดยวิธีที่นำเสนอทั้งสี่รูปแบบของการหมุนกล้อง และจากการเคลื่อนไปของจุดศูนย์กลางภาพมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริง (Ground truth) มากกว่าค่าเฉลี่ยของพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณได้โดยวิธีของ Zhang นอกจากนี้ค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์แต่ละตัวที่คำนวณจากวิธีที่นำเสนอก็มีค่าน้อยกว่าค่าความไม่แน่นอนของพารามิเตอร์ที่คำนวณจากวิธีของ Zhang นั้นหมายความว่าวิธีที่นำเสนอมีความทนทานต่อสัญญาณรบกวนมากกว่าวิธีของ Zhang เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงทิศทางและมุมการหมุนของกล้อง ระดับของสัญญาณรบกวน และการเคลื่อนไปของจุดศูนย์กลางภาพ

ตารางที่ 5.2 ความทนทานต่อสัญญาณรบกวนของวิธีที่นำเสนอที่เปรียบเทียบกับวิธีของ Zhang เมื่อจุดศูนย์กลางของภาพอยู่ที่จุดกึ่งกลางของภาพ และเคลื่อนที่ไปที่ระยะพิกัดอื่นๆ (ต่อ)

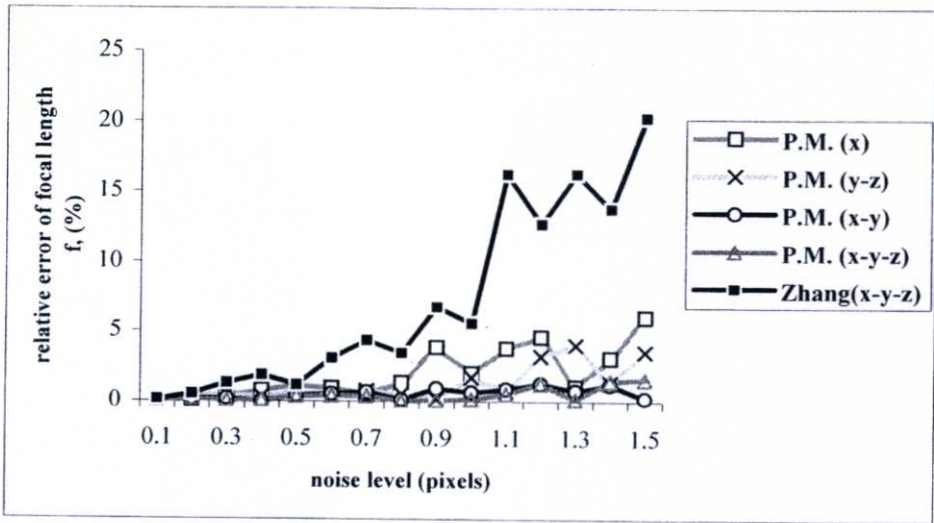
Test with noisy images			Computed parameters at (260,320)		Computed parameters at (240,300)		Ground truth
			mean	uncertainty	mean	uncertainty	
t_x	The proposed method for rotation around θ	x-axis	-195.805	1.42541	-198.407	0.91917	-198.955
		x-y axes	-190.959	0.04231	-192.808	0.04332	-198.955
		x-y-z axes	-193.296	0.14467	-194.553	0.06162	-198.955
		y-z axes	-189.576	0.86514	-191.229	0.12747	-198.955
	Zhang (x-y-z)	-64.8879	6.827362	-140.045	7.122035	-198.955	
t_y	The proposed method for rotation around θ	x-axis	-93.0142	1.26835	-91.7446	0.67477	-79.7462
		x-y axes	-85.8416	0.05671	-84.1106	0.05811	-79.7462
		x-y-z axes	-88.9797	0.19284	-86.4598	0.08226	-79.7462
		y-z axes	-82.800	0.40062	-82.0319	0.17001	-79.7462
	Zhang (x-y-z)	-36.1043	5.049181	-79.4303	7.843763	-79.7462	
t_z	The proposed method for rotation around θ	x-axis	-1087.21	12.9369	-1074.17	14.0484	-943.058
		x-y axes	-1005.99	6.81403	-997.865	7.56002	-943.058
		x-y-z axes	-1011.50	7.98301	-997.605	6.88415	-943.058
		y-z axes	-1045.61	9.92873	-1033.25	10.2935	-943.058
	Zhang (x-y-z)	-727.465	43.24012	-1045.95	35.3005	-943.058	
f	The proposed method for rotation around θ	x-axis	65.0615	1.12790	63.3932	1.01604	55
		x-y axes	58.6578	0.39737	58.1835	0.44089	55
		x-y-z axes	58.9821	0.46572	58.1716	0.40151	55
		y-z axes	61.8437	0.84194	61.0053	0.80693	55
	Zhang (x-y-z)	69.48986	1.947406	70.28558	2.078028	55	
C_x	The proposed method for rotation around θ	x-axis	255.9041	1.44291	238.6820	1.36505	260,240
		x-y axes	247.2753	0.06752	230.2129	0.06917	260,240
		x-y-z axes	251.0052	0.23048	233.0014	0.09805	260,240
		y-z axes	244.1954	0.82210	227.7212	0.20217	260,240
	Zhang (x-y-z)	178.2343	14.69613	149.7884	26.98152	260,240	
C_y	The proposed method for rotation around θ	x-axis	341.6042	1.60267	317.9384	1.41212	320,300
		x-y axes	329.6921	0.09003	306.9429	0.09222	320,300
		x-y-z axes	334.6652	0.30730	310.6523	0.13031	320,300
		y-z axes	325.1756	0.76662	303.6207	0.26956	320,300
	Zhang (x-y-z)	299.0464	17.72159	289.6197	29.27403	320,300	

การทดลองที่สองเป็นการวัดค่าความผิดพลาดเทียบเคียง (Relative error) ของความยาวโฟกัสและพารามิเตอร์ภายนอกและค่าความผิดพลาดสัมบูรณ์ (Absolute error) ของพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพ (C_x , C_y) ที่คำนวณได้โดยวิธีที่นำเสนอและวิธีของ Zhang ซึ่งจะถูกแสดงผลในรูปของเส้นกราฟ โดยมีเงื่อนไขการทดสอบเหมือนกับการทดลองแรกเว้นเสียแต่ว่ามุมการหมุนของกล้องไม่เปลี่ยนแปลงแต่ถูกกำหนดให้คงที่ที่ 0.1 เรเดียนและจุดศูนย์กลางของภาพอยู่ที่จุดกึ่งกลางของภาพ จากนั้นค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นถูกคำนวณโดยวิธีที่นำเสนอและวิธีของ Zhang และนำไปเปรียบเทียบกับค่าที่แท้จริง (Ground truth) ตัวอย่างค่าความผิดพลาดเทียบเคียง

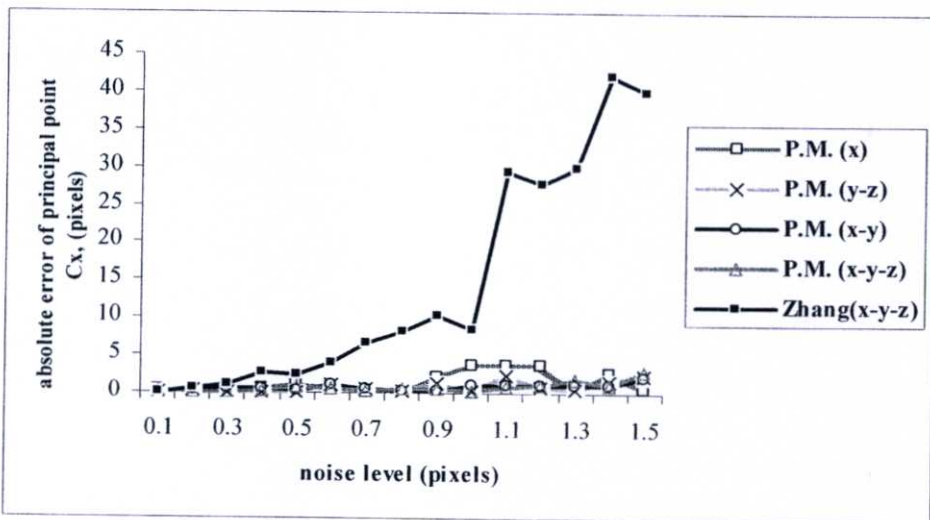
ตารางที่ 5.2 ความทนทานต่อสัญญาณรบกวนของวิธีที่นำเสนอที่เปรียบเทียบกับวิธีของ Zhang เมื่อจุดศูนย์กลางของภาพอยู่ที่จุดกึ่งกลางของภาพและเคลื่อนที่ไปที่ระยะพิกัดอื่นๆ (ต่อ)

Test with noisy images			Computed parameters at (240,340)		Ground truth
			mean	uncertainty	
t_x	The proposed method for rotation around	x-axis	-197.402	1.93678	-198.955
		x-y axes	-203.911	0.04374	-198.955
		x-y-z axes	-202.705	0.11630	-198.955
		y-z axes	-206.643	0.14473	-198.955
		Zhang (x-y-z)	-125.53	5.054657	-198.955
t_y	The proposed method for rotation around	x-axis	-65.9408	1.83943	-79.7462
		x-y axes	-73.7351	0.05876	-79.7462
		x-y-z axes	-72.1515	0.15500	-79.7462
		y-z axes	-77.4067	0.19284	-79.7462
		Zhang (x-y-z)	-64.7681	3.114378	-79.7462
t_z	The proposed method for rotation around	x-axis	-945.429	11.6464	-943.058
		x-y axes	-938.423	7.29629	-943.058
		x-y-z axes	-938.975	7.86571	-943.058
		y-z axes	-946.547	9.24139	-943.058
		Zhang (x-y-z)	-1000.28	36.33496	-943.058
f	The proposed method for rotation around	x-axis	57.1755	1.12989	55
		x-y axes	54.7172	0.42543	55
		x-y-z axes	54.7530	0.45869	55
		y-z axes	56.5582	0.89011	55
		Zhang (x-y-z)	69.64924	2.012416	55
C_x	The proposed method for rotation around	x-axis	238.05	1.58724	240
		x-y axes	247.8502	0.07001	240
		x-y-z axes	245.9523	0.18468	240
		y-z axes	252.2104	0.22991	240
		Zhang (x-y-z)	177.2379	9.252187	240
C_y	The proposed method for rotation around	x-axis	318.5277	1.28893	340
		x-y axes	330.4586	0.09334	340
		x-y-z axes	327.9283	0.24624	340
		y-z axes	336.2721	0.30654	340
		Zhang (x-y-z)	324.8312	10.69114	340

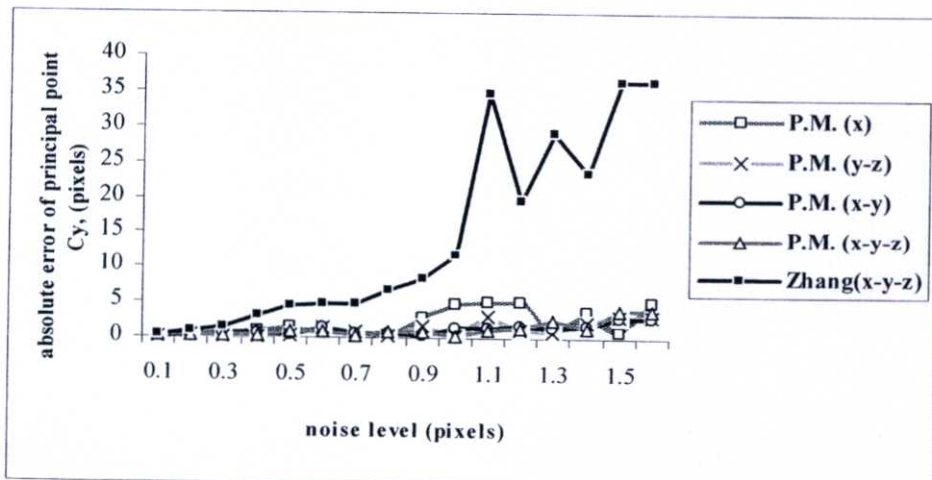
ของความยาวโฟกัส (f) และค่าความผิดพลาดสัมบูรณ์ของพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพ (C_x , C_y) ที่คำนวณได้จากวิธีทั้งสองถูกแสดงดังรูปที่ 5.8 ถึง 5.10 จากผลการทดลองพบว่ารูปแบบการหมุนกลิ้งของวิธีที่นำเสนอให้ค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่มีความทนทานต่อสัญญาณรบกวนมากกว่าวิธีของ Zhang โดยเฉพาะอย่างยิ่งที่ระดับสัญญาณรบกวนมากๆ ยิ่งไปกว่านั้น จากผลการทดลองได้แสดงให้เห็นว่าค่าความผิดพลาดเทียบเคียงสูงสุดของความยาวโฟกัสในวิธีที่นำเสนอ มีประมาณ 6% และค่าความผิดพลาดสัมบูรณ์สูงสุดของพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพมีประมาณ 5 พิกเซลเท่านั้น ในขณะที่ค่าความผิดพลาดอันเดียวกันในวิธีของ Zhang มีประมาณ 20% และ



รูปที่ 5.8 ผลการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดเชิงเคียงของทั้งสองวิธีของพารามิเตอร์ f



รูปที่ 5.9 ผลการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดสัมบูรณ์ของทั้งสองวิธีของพารามิเตอร์ C_x

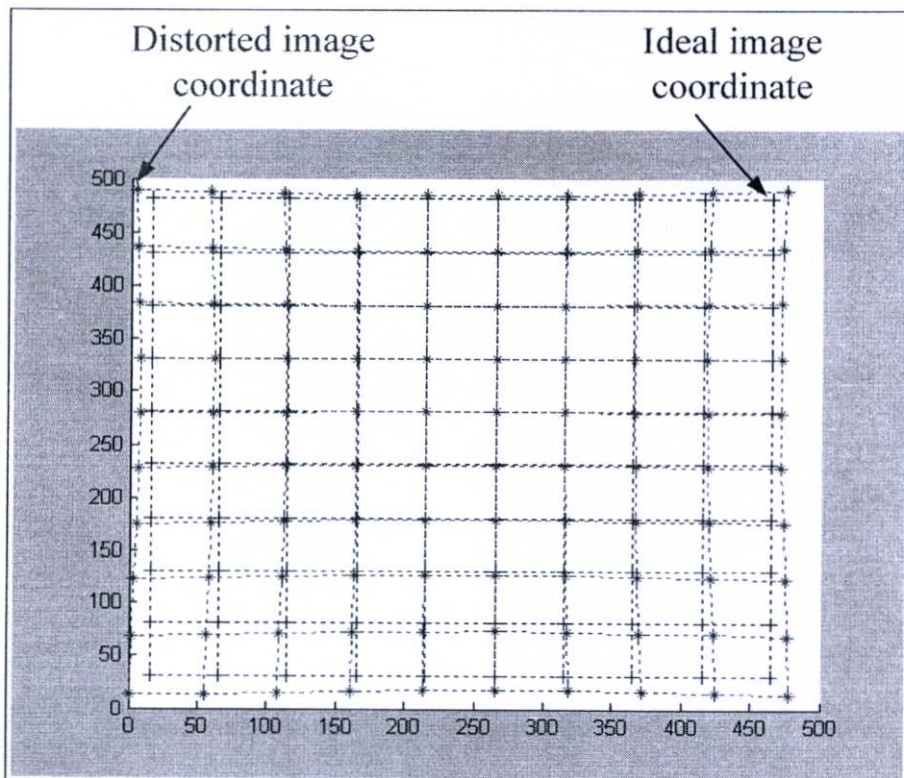


รูปที่ 5.10 ผลการเปรียบเทียบค่าความผิดพลาดสัมบูรณ์ของทั้งสองวิธีของพารามิเตอร์ C_y

42 พิกเซล ตามลำดับ ดังนั้นสามารถสรุปจากผลการทดลองนี้ได้ว่าวิธีที่นำเสนอให้ค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่มีความทนทานต่อสัญญาณรบกวนมากกว่าวิธีของ Zhang สอดคล้องกันทั้งมีการเปลี่ยนแปลงและไม่มีการเปลี่ยนแปลงมุมการหมุนของกล้อง

5.3 การหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear optimization)

เพื่อการพิสูจน์ว่าวิธีที่นำเสนอสามารถนำไปใช้งานได้จริง เราจะทดสอบโดยการคำนวณค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดในช่วงตอนการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น โดยใช้ค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้ในขั้นตอนการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบ (Initialization) เป็นค่าเริ่มต้นและแบ่งการทดลองออกเป็นสองการทดลอง การทดลองแรกภาพสังเคราะห์ที่มีความผิดเพี้ยนของเลนส์ถูกสร้างขึ้น โดยการเพิ่มความผิดเพี้ยนของเลนส์เข้ากับพิกัดตำแหน่งของจุดภาพ (X_f, Y_f) หรือภาพสังเคราะห์ในอุดมคติที่สร้างจากรูปแบบของการหมุนกล้อง เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ถูกกำหนดให้เป็นดังนี้ $k_1 = -1.0 \times 10^{-4}$ $k_2 = 1.0 \times 10^{-6}$ $p_1 = 1.0 \times 10^{-4}$ และ $p_2 = -1.0 \times 10^{-4}$ และมุมการหมุนของกล้องรอบแกนใดๆ สำหรับทุกรูปแบบการหมุนกล้องถูกกำหนดให้คงที่ที่ 0.1 เรเดียน รูปที่ 5.11 แสดงตัวอย่างเปรียบเทียบพิกัดตำแหน่งจุดภาพของภาพสังเคราะห์ในอุดมคติและที่มีความผิดเพี้ยนของเลนส์ จากนั้นคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีของนิวตันดังที่ได้อธิบายไว้ในหัวข้อที่ 4.2 โดยการสมมุติว่าจุดศูนย์



รูปที่ 5.11 ตัวอย่างพิกัดตำแหน่งของภาพสังเคราะห์ในอุดมคติและที่มีความผิดเพี้ยนของเลนส์

ตารางที่ 5.3 ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นและพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดที่คำนวณด้วยวิธีทั้งสองเมื่อจุดศูนย์กลางของภาพอยู่ที่จุดกึ่งกลางของภาพและเคลื่อนที่ไปที่ระยะพิกัดอื่นๆ

Test with lens distortion			Computed parameters at (240,320)		Computed parameters at (220,320)		Ground truth
			Initial values	Optimal values	Initial values	Optimal values	
f	The proposed method for rotation around	x-axis	61.2	54.7996	63.8	55.6039	55
		x-y axes	65.5	55.7179	61.5649	54.4196	55
		x-y-z axes	64.9	54.9628	66.6	55.2151	55
		y-z axes	64.4	55.0823	61.1655	55.3123	55
		Zhang (x-y-z)	57.0352	57.0618	57.0478	57.0158	55
C_x	The proposed method for rotation around	x-axis	265.34	240.0018	241.202	220.0017	240, 220
		x-y axes	243.78	239.9997	235.384	219.9997	240, 220
		x-y-z axes	243.99	239.9884	234.4633	219.9883	240, 220
		y-z axes	228.093	239.9902	218.922	219.9899	240, 220
		Zhang (x-y-z)	258.7334	258.7243	239.5074	239.5005	240, 220
C_y	The proposed method for rotation around	x-axis	353.78	319.9926	321.5953	319.9910	320
		x-y axes	325.026	319.9917	313.836	319.9917	320
		x-y-z axes	325.324	320.0151	312.610	320.015	320
		y-z axes	304.048	320.0106	291.889	320.0107	320
		Zhang (x-y-z)	307.9215	307.9332	308.4452	308.4356	320
k_1	The proposed method for rotation around	x-axis	-	-1.0035e-4	-	-9.7116e-5	-1.0e-4
		x-y axes	-	-9.7347e-5	-	-1.0204e-4	-1.0e-4
		x-y-z axes	-	-9.9959e-5	-	-9.9053e-5	-1.0e-4
		y-z axes	-	-9.9814e-5	-	-9.8942e-5	-1.0e-4
		Zhang (x-y-z)	-	-2.1166e-8	-	3.9212e-9	-1.0e-4
k_2	The proposed method for rotation around	x-axis	-	1.008e-6	-	9.4386e-7	1.0e-6
		x-y axes	-	9.4863e-7	-	1.0424e-6	1.0e-6
		x-y-z axes	-	1.001e-6	-	9.8294e-7	1.0e-6
		y-z axes	-	9.9775e-7	-	9.8042e-7	1.0e-6
		Zhang (x-y-z)	-	4.2810e-13	-	-1.279e-13	1.0e-6
p_1	The proposed method for rotation around	x-axis	-	1.0022e-4	-	9.8572e-5	1.0e-4
		x-y axes	-	9.8708e-5	-	1.0106e-4	1.0e-4
		x-y-z axes	-	1.0009e-4	-	9.9635e-5	1.0e-4
		y-z axes	-	9.9990e-5	-	9.9554e-5	1.0e-4
		Zhang (x-y-z)	-	5.5120e-8	-	-5.5813e-8	1.0e-4
p_2	The proposed method for rotation around	x-axis	-	-1.0023e-4	-	-9.8615e-5	-1.0e-4
		x-y axes	-	-9.8714e-5	-	-1.0107e-4	-1.0e-4
		x-y-z axes	-	-1.0005e-4	-	-9.9597e-5	-1.0e-4
		y-z axes	-	-9.9966e-5	-	-9.9531e-5	-1.0e-4
		Zhang (x-y-z)	-	-9.2691e-8	-	1.4924e-7	-1.0e-4

กลางของภาพอยู่ที่จุดกึ่งกลางของภาพและเคลื่อนที่ไปที่พิกัดตำแหน่งอื่นๆ ไปทางซ้ายมือ ขวามือ ขึ้นข้างบน และลงข้างล่างจากจุดศูนย์กลางของภาพตามที่ได้กำหนดไว้ และเปรียบเทียบผลที่ได้รับกับวิธีของ Zhang อย่างไรก็ตามวิธีของนิวตัน (Newton's method) ถูกนำมาใช้แทนวิธีการหาพารามิเตอร์ด้วย Levenberg-Marquardt Algorithm ในวิธีของ Zhang ทั้งนี้ก็เพื่อค่าพารามิเตอร์

ตารางที่ 5.3 ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นและพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดที่คำนวณด้วยวิธีทั้งสองเมื่อจุดศูนย์กลางของภาพอยู่ที่จุดกึ่งกลางของภาพและเคลื่อนที่ไปที่ระยะพิกัดอื่นๆ (ต่อ)

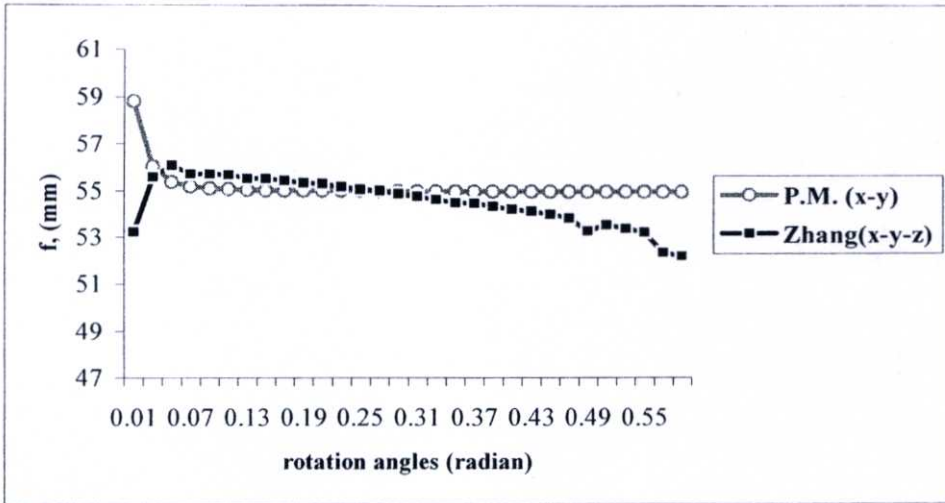
Test with lens distortion			Computed parameters at (260,320)		Computed parameters at (240,300)		Ground truth
			Initial values	Optimal values	Initial values	Optimal values	
f	The proposed method for rotation around	x-axis	60.2798	55.2789	72.3	54.4551	55
		x-y axes	67.5	55.0705	112.0	54.4345	55
		x-y-z axes	66.2	55.6464	67.0	54.8627	55
		y-z axes	69.5	55.8028	62.3	54.9254	55
	Zhang (x-y-z)	57.1874	57.1548	57.1398	57.1667	55	
C_x	The proposed method for rotation around	x-axis	289.42	260.0016	268.3073	240.0019	260, 240
		x-y axes	252.142	259.9990	235.0379	239.9994	260, 240
		x-y-z axes	253.4926	259.9886	236.086	239.9887	260, 240
		y-z axes	234.18	259.9901	212.3717	239.9900	260, 240
	Zhang (x-y-z)	278.0137	278.0075	258.8230	258.8137	260, 240	
C_y	The proposed method for rotation around	x-axis	385.8864	319.9910	357.7341	299.9982	320, 300
		x-y axes	336.181	319.9900	313.3761	299.9965	320, 300
		x-y-z axes	337.9817	320.0149	314.7738	300.015	320, 300
		y-z axes	312.178	320.0108	283.2518	287.9121	320, 300
	Zhang (x-y-z)	307.7506	307.7404	287.9001	287.4699	320, 300	
k_1	The proposed method for rotation around	x-axis	-	-9.8337e-5	-	-1.0254e-4	-1.0e-4
		x-y axes	-	-9.9651e-5	-	-1.0199e-4	-1.0e-4
		x-y-z axes	-	-9.7518e-5	-	-1.0032e-4	-1.0e-4
		y-z axes	-	-9.7283e-5	-	-1.0044e-4	-1.0e-4
	Zhang (x-y-z)	-	4.2160e-9	-	-2.1045e-8	-1.0e-4	
k_2	The proposed method for rotation around	x-axis	-	9.6783e-7	-	1.0527e-6	1.0e-6
		x-y axes	-	9.9402e-7	-	1.0414e-6	1.0e-6
		x-y-z axes	-	9.5272e-7	-	1.0083e-6	1.0e-6
		y-z axes	-	9.4782e-7	-	1.0104e-6	1.0e-6
	Zhang (x-y-z)	-	-1.272e-13	-	4.2605e-13	1.0e-6	
p_1	The proposed method for rotation around	x-axis	-	9.9197e-5	-	1.0132e-4	1.0e-4
		x-y axes	-	9.9864e-5	-	1.0105e-4	1.0e-4
		x-y-z axes	-	9.8857e-5	-	1.0027e-4	1.0e-4
		y-z axes	-	9.8715e-5	-	1.0031e-4	1.0e-4
	Zhang (x-y-z)	-	-5.3227e-8	-	5.5923e-8	1.0e-4	
p_2	The proposed method for rotation around	x-axis	-	-9.9232e-5	-	-1.0125e-4	-1.0e-4
		x-y axes	-	-9.9891e-5	-	-1.0099e-4	-1.0e-4
		x-y-z axes	-	-9.882e-5	-	-1.0023e-4	-1.0e-4
		y-z axes	-	-9.8691e-5	-	-1.0028e-4	-1.0e-4
	Zhang (x-y-z)	-	1.7033e-7	-	-9.4032e-8	-1.0e-4	

สอบเทียบที่ดีที่สุดที่คำนวณได้โดยวิธีของ Zhang อยู่ภายใต้เงื่อนไขเดียวกับวิธีที่นำเสนอ จากนั้นค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นและพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดถูกคำนวณโดยวิธีทั้งสอง เมื่อมีการเลื่อนไปของจุดศูนย์กลางภาพ ตัวอย่างของค่าเริ่มต้นและค่าที่ดีที่สุดของความยาวโฟกัส (f) พิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพ (C_x, C_y) และค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ (k_1, k_2 ,

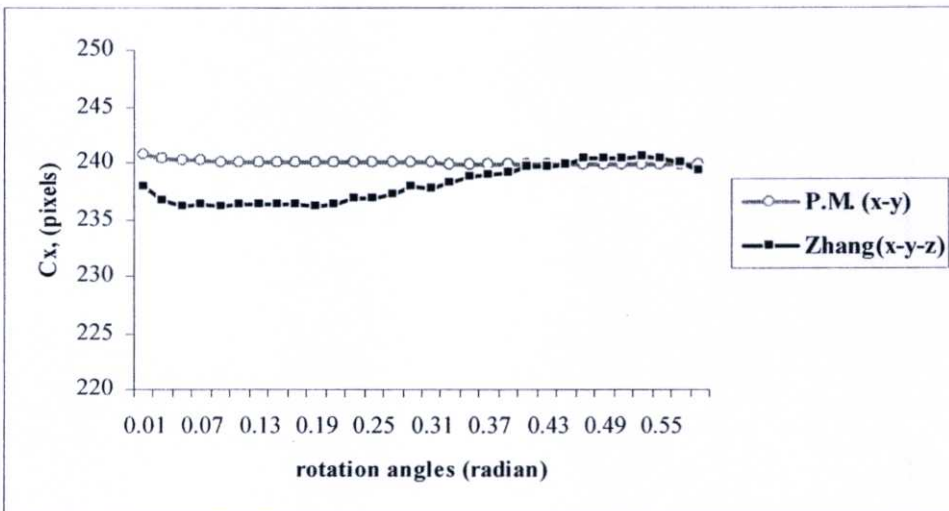
ตารางที่ 5.3 ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นและพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดที่คำนวณด้วยวิธีทั้งสองเมื่อจุดศูนย์กลางของภาพอยู่ที่จุดกึ่งกลางของภาพและเคลื่อนที่ไปที่ระยะพิกัดอื่นๆ (ต่อ)

Test with lens distortion			Computed parameters at (240,340)		Ground truth
			Initial values	Optimal values	
f	The proposed method for rotation around	x-axis	55.4804	54.9676	55
		x-y axes	61.4365	54.6202	55
		x-y-z axes	64.0	54.7244	55
		y-z axes	66.6	54.6061	55
		Zhang (x-y-z)	57.1723	57.1398	55
C_x	The proposed method for rotation around	x-axis	262.3274	240.0007	240
		x-y axes	252.4893	240.0019	240
		x-y-z axes	251.8723	239.9884	240
		y-z axes	233.7401	239.9899	240
		Zhang (x-y-z)	258.4561	258.4499	240
C_y	The proposed method for rotation around	x-axis	349.7612	339.9874	340
		x-y axes	336.6440	339.9867	340
		x-y-z axes	335.821	340.0145	340
		y-z axes	311.6457	340.0105	340
		Zhang (x-y-z)	328.1521	328.1421	340
k_1	The proposed method for rotation around	x-axis	-	-9.8011e-5	-1.0e-4
		x-y axes	-	-1.0142e-4	-1.0e-4
		x-y-z axes	-	-1.0084e-4	-1.0e-4
		y-z axes	-	-1.0149e-4	-1.0e-4
		Zhang (x-y-z)	-	3.6500e-9	-1.0e-4
k_2	The proposed method for rotation around	x-axis	-	9.6014e-7	1.0e-6
		x-y axes	-	1.0282e-6	1.0e-6
		x-y-z axes	-	1.0188e-6	1.0e-6
		y-z axes	-	1.0316e-6	1.0e-6
		Zhang (x-y-z)	-	-1.175e-13	1.0e-6
p_1	The proposed method for rotation around	x-axis	-	9.8946e-5	1.0e-4
		x-y axes	-	1.0282e-6	1.0e-4
		x-y-z axes	-	1.0188e-6	1.0e-4
		y-z axes	-	1.0316e-6	1.0e-4
		Zhang (x-y-z)	-	-4.1768e-8	1.0e-4
p_2	The proposed method for rotation around	x-axis	-	-9.9124e-5	-1.0e-4
		x-y axes	-	-1.0084e-4	-1.0e-4
		x-y-z axes	-	-1.0049e-4	-1.0e-4
		y-z axes	-	-1.0081e-4	-1.0e-4
		Zhang (x-y-z)	-	1.3634e-7	-1.0e-4

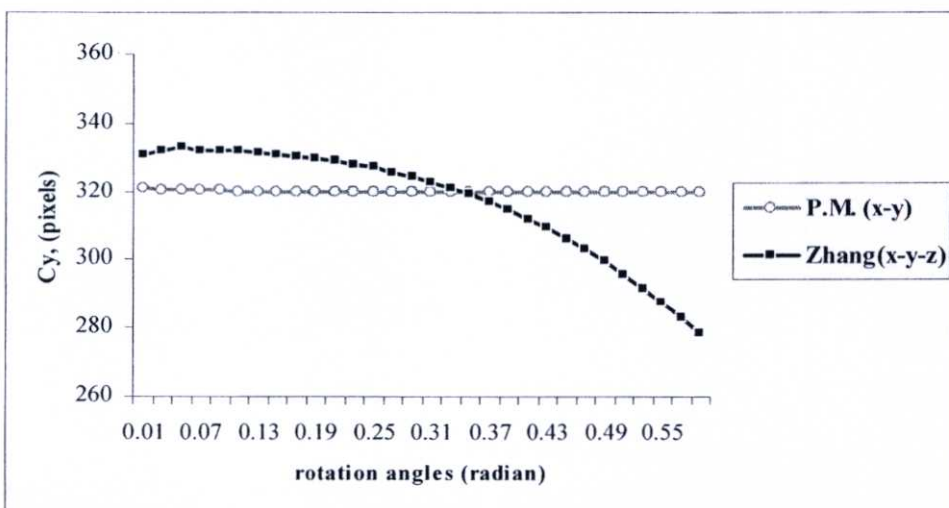
p_1, p_2) ถูกเลือกเพื่อใช้แสดงผลการทดลองดังแสดงในตารางที่ 5.3 จากตารางที่ 5.3 พบว่าค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้โดยวิธีที่นำเสนอในขั้นตอนการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้นมีความเที่ยงตรง เมื่อใช้ค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นจากค่าที่คำนวณได้ด้วยวิธีที่นำเสนอในขั้นตอนการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้น แม้ว่าจุดศูนย์กลางของภาพจะถูกเคลื่อนออกไปจากจุด



รูปที่ 5.12 เปรียบเทียบผลลัพธ์ของการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น: f



รูปที่ 5.13 เปรียบเทียบผลลัพธ์ของการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น: C_x



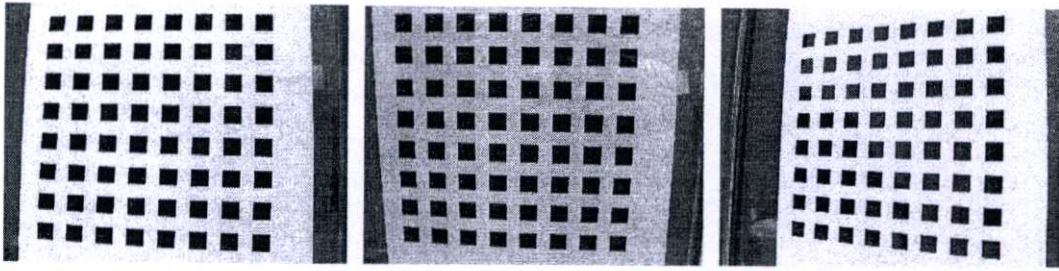
รูปที่ 5.14 เปรียบเทียบผลลัพธ์ของการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น: C_y

กึ่งกลางของภาพก็ตาม ทั้งนี้เป็นเพราะว่าวิธีที่นำเสนอมีสมการคอสต์ฟังก์ชัน (Cost function) เพียงหนึ่งสมการที่สามารถไปถึงค่าต่ำสุดที่แท้จริงได้ (Global extremum) ในทางตรงกันข้ามวิธีของ Zhang ให้ค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ไม่เที่ยงตรง อันนี้เป็นเพราะว่ามีค่าพารามิเตอร์ภายในร่วมกันทั้งสามภาพแต่ค่าพารามิเตอร์ภายนอกของแต่ละภาพแตกต่างกัน ด้วยเหตุนี้จึงเป็นเรื่องยากที่ทำให้สมการคอสต์ฟังก์ชันของภาพทั้งสามภาพมีค่าต่ำที่สุดในเวลาเดียวกัน ผลลัพธ์ของวิธีของ Zhang ที่แสดงในตารางที่ 5.3 เป็นผลลัพธ์เมื่อสมการคอสต์ฟังก์ชันมีค่าลดลงไปยังค่าต่ำสุดค่าหนึ่ง (Local extremum) แต่ไม่ใช่ค่าต่ำสุดที่แท้จริง อันนี้คือเหตุผลว่าทำไมวิธีของ Zhang จึงให้ค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ไม่เที่ยงตรง ถึงแม้ว่าจุดศูนย์กลางของภาพจะอยู่ที่จุดกึ่งกลางของภาพก็ตาม

การทดลองที่สอง เป็นการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดด้วยการเปลี่ยนแปลงมุมการหมุนกล้องตั้งแต่ 0.01 ถึง 0.6 เรเดียน ในการทดลองนี้จะทดสอบวิธีที่นำเสนอสำหรับการหมุนกล้องรอบแกน X_c - Y_c เพียงอย่างเดียว และมีการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อยในค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์เป็น $k_1 = -1.0 \times 10^{-6}$ $k_2 = 1.0 \times 10^{-6}$ $p_1 = 1.0 \times 10^{-5}$ $p_2 = -1.0 \times 10^{-5}$ และจุดศูนย์กลางของภาพอยู่ที่จุดกึ่งกลางของภาพ จากนั้นคำนวณค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่นำเสนอและวิธีของ Zhang เมื่อกล้องหมุนรอบแต่ละแนวแกนครั้งละ 0.01 เรเดียน ตัวอย่างของค่าความยาวโฟกัส (f) และพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพ (C_x , C_y) ที่คำนวณได้ที่แสดงผลในรูปของเส้นกราฟถูกแสดงดังรูปที่ 5.12 ถึง 5.14 จากผลการทดลองพบว่าค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดที่คำนวณได้โดยวิธีที่นำเสนอมีความเที่ยงตรงตลอดย่านการหมุนกล้องตั้งแต่ 0.01 ถึง 0.6 เรเดียน อย่างไรก็ตามค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่คำนวณได้จากวิธีของ Zhang ไม่เที่ยงตรงซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลองแรกทุกประการ

5.4 ภาพจริง (Real images)

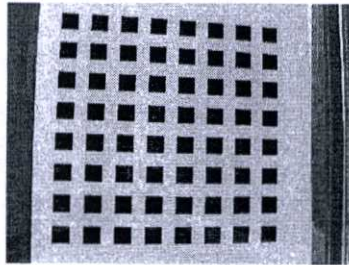
ในหัวข้อนี้เป็นการทดลองคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้น จากภาพจริงโดยวิธีที่นำเสนอและเปรียบเทียบผลที่ได้รับกับวิธีของ Zhang ภาพถ่ายจำนวน 5 ภาพที่ถูกถ่ายภาพโดย Zhang [3] จากแพทเทอร์นสอบเทียบอันหนึ่งที่ถูกละไว้ในหลายๆทิศทางเหมือนกับที่แสดงในรูปที่ 5.15 จะถูกใช้สำหรับการทดลองนี้ ซึ่งภาพเหล่านี้ถูกถ่ายภาพโดยกล้องที่ต้องการสอบเทียบโดยกำหนดให้กล้องอยู่กับที่ แต่ตำแหน่งของแพทเทอร์นสอบเทียบมีการเปลี่ยนแปลงไป กล้องที่ใช้สำหรับการสอบเทียบเป็นกล้อง PULNIX CCD ที่ประกอบเข้ากับเลนส์ขนาด 6 มิลลิเมตร ภาพถ่ายที่ได้จากกล้องมีขนาดความละเอียดเท่ากับ 640x480 พิกเซล แพทเทอร์นสอบเทียบเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 8x8 และมีจุดควบคุมทั้งหมดจำนวน 256 จุดดังรูปที่ 5.15 จากนั้นค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นในแต่ละภาพถูกคำนวณโดยวิธีที่นำเสนอ ค่าความยาวโฟกัสในหน่วยของพิกเซลและพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพที่คำนวณได้ถูกเลือก เพื่อใช้เป็นตัวอย่างของผลการทดลองและถูกแสดงดังตารางที่ 5.4 จากตารางแฉวนอนสองแถวสุดท้ายแสดงค่าเฉลี่ย (Mean value) และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) ของพารามิเตอร์แต่ละตัว ในกรณีของ Zhang



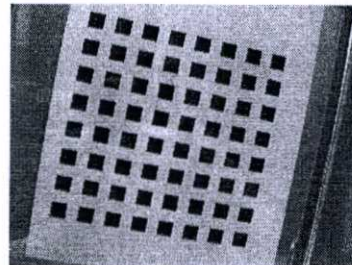
ภาพ “a”

ภาพ “b”

ภาพ “c”



ภาพ “d”



ภาพ “e”

ภาพที่ 5.15 ภาพจริงที่ใช้ในการทดลอง

ตารางที่ 5.4 ค่าความยาวโฟกัสและพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลาง
ภาพเริ่มต้นที่คำนวณได้จากวิธีที่นำเสนอ

Images	f (pixels)	C_x (pixels)	C_y (pixels)
<i>a</i>	1006.8	269.5946	202.1960
<i>b</i>	832.7031	296.6643	222.4983
<i>c</i>	905.8116	284.9000	213.6750
<i>d</i>	831.4127	299.4376	224.5782
<i>e</i>	872.9358	303.7627	227.8220
Mean	889.9326	290.8718	218.1539
Deviation	72.28212	13.79749	10.3481

กำหนดให้ค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นถูกคำนวณโดยใช้ภาพจำนวนสามภาพ นอกจากนี้เนื่องจากเราต้องการสังเกตการณ์การเปลี่ยนแปลงของผลลัพธ์ของการสอบเทียบ ถ้าลำดับของภาพทั้งห้าภาพมีการเปลี่ยนแปลง ดังนั้นในตอนแรกให้ภาพที่ใช้ในการสอบเทียบภาพที่หนึ่ง สอง และสามเป็นภาพ “a” ภาพ “b” และภาพ “c” ตามลำดับ และภาพเหล่านี้ถูกเรียกในที่นี้ว่ารูปแบบการเรียงลำดับ “abc” (“abc” sequence pattern) จากนั้นคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นจากรูปแบบการเรียงลำดับ “abc” โดยวิธีของ Zhang ผลที่ได้รับจะถูกบันทึกในตารางที่ 5.5 เมื่อการคำนวณเสร็จสิ้นแล้วลำดับของภาพจะมีการเปลี่ยนแปลง ตัวอย่างเช่นภาพที่หนึ่ง และสองยังคงเป็นภาพ “a” และภาพ “b” ตามลำดับ แต่ภาพที่สามเปลี่ยนจากภาพ “c” ไปเป็นภาพ “d” แทน

ตารางที่ 5.5 ค่าความยาวโฟกัสและพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลาง
ภาพเริ่มต้นที่คำนวณได้จากวิธีของ Zhang

Triple images	f_x (pixels)	f_y (pixels)	C_x (pixels)	C_y (pixels)
<i>abc</i>	915.3371	918.2703	273.8433	225.1760
<i>abd</i>	825.2952	824.6601	294.4257	220.7998
<i>abe</i>	827.8720	827.5096	292.6375	220.9330
<i>acd</i>	890.1510	887.9127	296.9488	213.6439
<i>ace</i>	893.6085	892.3696	294.3032	219.5442
<i>ade</i>	815.6228	815.5092	294.2837	224.1838
<i>bcd</i>	864.9103	864.8664	302.2454	219.7982
<i>bce</i>	863.9653	864.2553	301.6888	219.5151
<i>bde</i>	831.3794	830.5221	292.1103	223.8497
<i>cde</i>	854.0629	854.9414	305.5930	221.1948
Mean	858.2205	858.0817	294.808	220.8639
Deviation	33.61437	34.00299	8.665017	3.25703

จากนั้นคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นโดยวิธีของ Zhang ผลที่ได้รับจะถูกบันทึกในแถวที่สามของตารางที่ 5.5 เป็นต้น สิบรูปแบบของการเรียงลำดับภาพถูกใช้เพื่อการทดลองนี้ ซึ่งผลที่ได้รับจากการคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นโดยวิธีของ Zhang ถูกแสดงดังตารางที่ 5.5 นอกจากนี้ค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของพารามิเตอร์แต่ละตัวที่คำนวณจากทั้งสิบรูปแบบของการเรียงลำดับภาพถูกแสดงไว้ในตารางที่ 5.5 ด้วย จากตารางที่ 5.5 จะพบว่า การเรียงลำดับของภาพหรือทิศทางของกล้อง (Camera orientation) ในแต่ละภาพมีผลต่อค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้ และเมื่อเปรียบเทียบผลลัพธ์จากตารางที่ 5.4 และ 5.5 พบว่าวิธีของ Zhang ให้ค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นเสถียรภาพมากกว่าวิธีที่นำเสนอด้วยค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานที่น้อยกว่า อย่างไรก็ตาม แม้ว่าวิธีที่นำเสนอจะให้ค่าเบี่ยงเบนของค่าความยาวโฟกัสและพิกัดตำแหน่งของจุดศูนย์กลางภาพเริ่มต้นมากกว่าวิธีของ Zhang แต่ค่าเฉลี่ยของค่าเหล่านี้ในวิธีที่นำเสนอก็ไม่ได้แตกต่างจากค่าเฉลี่ยของค่าเหล่านั้นในวิธีของ Zhang มากนัก ดังนั้นค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้เหล่านี้ จึงถูกพิจารณาว่าใช้เป็นค่าเริ่มต้นสำหรับขั้นตอนการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้นได้เช่นเดียวกับวิธีของ Zhang

ผลการทดลองทั้งหมดที่เขียนไว้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ได้จากการรัน (run) โปรแกรม MATLAB เวอร์ชัน 6.1 บนเครื่องคอมพิวเตอร์แบบหิ้วไปมาได้ง่าย (Notebook) IBM 2366PA1, Intel (R) Pentium (R) 4 Mobile, 1,184 MHz ซึ่งเวลาในการประมวลผลเพื่อการคำนวณค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นจากภาพจริง และเพื่อคำนวณค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดจากภาพสังเคราะห์ที่มีความผิดพลาดของเลนส์โดยวิธีที่นำเสนอและวิธีของ Zhang ถูกแสดงไว้ในตารางที่ 5.6 จากตารางจะพบว่าวิธีที่นำเสนอใช้เวลาในการประมวลผลของค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นจากภาพจริงน้อยกว่าวิธีของ Zhang ประมาณสามเท่า อย่างไรก็ตามเวลาในการประมวลผลของวิธีที่นำเสนอและวิธีของ

Zhang จะไม่แตกต่างกันมากนักในการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดจากภาพสังเคราะห์ที่มีความผิดพลาดของเลนส์ อันนี้เป็นเพราะว่าค่าพารามิเตอร์สอบเทียบที่คำนวณได้โดยวิธีของ Zhang ไม่ได้เป็นค่าที่ดีที่สุด แต่เป็นค่าพารามิเตอร์ขณะที่คอสม์ฟังก์ชันของภาพทั้งสามภาพมีค่าต่ำสุดที่ค่าๆหนึ่งเท่านั้น

ตารางที่ 5.6 เปรียบเทียบเวลาในการประมวลผลของทั้งสองวิธี

	เวลาในการประมวลผล (วินาที)	
	วิธีที่นำเสนอ	วิธีของ Zhang
คำนวณค่าพารามิเตอร์สอบเทียบ เริ่มต้นจากภาพจริง	0.1	0.32
คำนวณค่าพารามิเตอร์สอบเทียบ ที่ดีที่สุดจากภาพสังเคราะห์	50.04	84.45

บทที่ 6

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ เราได้นำเสนอวิธีการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบที่ต้องการภาพเพียงภาพเดียว เพื่อคำนวณหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบและค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ การสอบเทียบกล้องโดยวิธีที่นำเสนอประกอบด้วยสองขั้นตอนคือ การหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบและการหาค่าพารามิเตอร์สอบเทียบด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น ในขั้นตอนการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบ พารามิเตอร์ตัวกลางถูกให้ค่าจำกัดความในเทอมของพารามิเตอร์สอบเทียบและถูกคำนวณด้วยวิธีเชิงเส้น โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างจุดควบคุมบนแพลตฟอร์มสอบเทียบและจุดที่สอดคล้องกันบนเฟรมบัพเฟออร์ จากนั้นพารามิเตอร์สอบเทียบถูกคำนวณจากพารามิเตอร์ตัวกลางที่คำนวณได้ ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เราได้มุ่งเน้นไปที่ขั้นตอนการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบเพื่อหาพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้น 9 ตัวในจำนวนทั้งหมด 11 ตัว ที่ประกอบด้วยพารามิเตอร์ภายในสามตัว (f , C_x และ C_y) และพารามิเตอร์ภายนอกหกตัวนั่นคือทิศทางของกล้อง (พารามิเตอร์สามตัว) และจุดศูนย์กลางของกล้อง (พารามิเตอร์สามตัว) ซึ่งการสอบเทียบกล้องโดยใช้ภาพเพียงภาพเดียวโดยทั่วไปแล้วสามารถคำนวณพารามิเตอร์ภายในได้เพียงสองตัวเท่านั้นพร้อมทั้งหพารามิเตอร์ภายนอก ดังนั้นวิธีการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบที่นำเสนอจึงเป็นเทคนิคใหม่ของการสอบเทียบกล้อง

เราได้ทดสอบความเสถียรภาพของพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณได้ โดยวิธีที่นำเสนอต่อการเปลี่ยนแปลงทิศทางและมุมการหมุนของกล้อง และการเลื่อนไปของจุดศูนย์กลางของภาพ และเปรียบเทียบผลที่ได้รับกับวิธีของ Zhang สำหรับโปรแกรมการสอบเทียบกล้องวิธีของ Zhang ที่ใช้ในการเปรียบเทียบเป็นโปรแกรมที่ผู้วิจัยเขียนขึ้นตามทฤษฎีและหลักการที่ให้ไว้ใน [3] และในหัวข้อที่ 3.2 จากการทดลองเราพบว่าวิธีที่นำเสนอให้เสถียรภาพที่ดีของค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นอย่างน้อย 4 รูปแบบการหมุนในจำนวนทั้งหมด 7 รูปแบบ สำหรับความเสถียรภาพของพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นต่อการเลื่อนไปของจุดศูนย์กลางของภาพ เราพบว่าวิธีของ Zhang ให้ความเที่ยงตรงมากกว่าวิธีที่นำเสนอ ถึงแม้ว่าวิธีที่นำเสนอ ค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นที่คำนวณได้โดยวิธีที่นำเสนอก็ไม่ได้แตกต่างจากค่าที่แท้จริง (Ground truth) มากนัก นอกจากนี้เราได้ทดสอบความทนทานต่อสัญญาณรบกวนของวิธีที่นำเสนอ เมื่อระดับของสัญญาณรบกวนเปลี่ยนแปลงจาก 0.1 ถึง 1.5 พิกเซล และเมื่อจุดศูนย์กลางของภาพอยู่ที่จุดศูนย์กลางของภาพและถูกเลื่อนไปที่พิกัดตำแหน่งอื่นๆทั้งเปลี่ยนแปลงมุมการหมุนของกล้องและให้มุมการหมุนคงที่ ในกรณีของการเปลี่ยนแปลงมุมการหมุนของกล้อง ค่าเฉลี่ย (Mean) และความไม่แน่นอน (Uncertainty) ถูกใช้เพื่อชี้แจงผลการทดลองที่ได้รับ จากการทดลองพบว่าวิธีที่นำเสนอให้ค่าเฉลี่ยของพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นใกล้เคียงกับค่าที่แท้จริง (Ground truth) มากกว่าวิธีของ

Zhang และมีค่าความไม่แน่นอนที่น้อยกว่าวิธีของ Zhang สำหรับกรณีให้มุมการหมุนของกล้อง
 คงที่ที่ค่าหนึ่ง เราพบว่าวิธีที่นำเสนอให้ค่าความผิดพลาดเทียบเคียง (Relative error) และความ
 ผิดพลาดสัมบูรณ์ (Absolute error) ของพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นน้อยกว่าวิธีของ Zhang
 โดยเฉพาะอย่างยิ่งที่ระดับสัญญาณรบกวนมากๆ นั้นแสดงให้เห็นว่าวิธีที่นำเสนอให้ความทนทาน
 ต่อสัญญาณรบกวนมากกว่าวิธีของ Zhang ทั้งเปลี่ยนแปลงและไม่เปลี่ยนแปลงมุมการหมุนของ
 กล้อง

นอกจากนี้ในขั้นตอนการหาพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น เราได้
 นำเสนอขั้นตอนการหาค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์สอบเทียบโดยวิธีการวนซ้ำ เพื่อแก้ปัญหาใน
 กรณีที่มีค่าความผิดพลาดของเลนส์มาก ซึ่งการคำนวณพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดีที่สุดด้วยวิธีที่ไม่
 เป็นเชิงเส้น โดยตรงอาจไม่เหมาะสม ยิ่งไปกว่านั้นในขั้นตอนการหาพารามิเตอร์สอบเทียบที่ดี
 ที่สุดด้วยวิธีที่ไม่เป็นเชิงเส้น เราได้นำเสนอวิธีการคำนวณหาพารามิเตอร์สอบเทียบแบบวนซ้ำโดย
 การแบ่งพารามิเตอร์ออกเป็นกลุ่มย่อย จากนั้นทำการคำนวณพารามิเตอร์ทีละกลุ่ม ทั้งนี้ก็เพื่อลด
 ปฏิกริยาที่เป็นอันตรายต่อกันของพารามิเตอร์สอบเทียบด้วยกันเอง และพารามิเตอร์สอบเทียบกับ
 ค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ จากการทดลองโดยใช้ภาพสังเคราะห์ที่มีความผิดเพี้ยน
 ของเลนส์ เราพบว่าค่าพารามิเตอร์สอบเทียบและค่าสัมประสิทธิ์ความผิดเพี้ยนของเลนส์ที่คำนวณ
 ได้โดยวิธีที่นำเสนอมีความเที่ยงตรงมากกว่าวิธีของ Zhang แม้ว่าจุดศูนย์กลางของภาพจะถูกเลื่อน
 ออกจากจุดกึ่งกลางของภาพก็ตาม ทั้งนี้เป็นเพราะว่าวิธีที่นำเสนอใช้ภาพเพียงภาพเดียว ดังนั้น
 จึงมีสมการคอสต์ฟังก์ชัน (Cost function) เพียงสมการเดียว ประกอบกับการแยกคำนวณพารามิ-
 เตอร์เป็นกลุ่มย่อยๆทำให้ง่ายต่อการดูเข้าไปที่ค่าต่ำสุดที่แท้จริง ในทางตรงกันข้ามวิธีของ Zhang
 ใช้ภาพถึงสามภาพ จึงเป็นการยากที่จะทำให้สมการคอสต์ฟังก์ชัน (Cost function) ทั้งสามสมการ
 ดูเข้าไปที่ค่าต่ำสุดที่แท้จริงในเวลาเดียวกัน

สุดท้ายเราได้ทดสอบคำนวณค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นจากภาพจริงทั้งห้าภาพโดยวิธี
 ที่นำเสนอและวิธีของ Zhang ในวิธีที่นำเสนอเราจะคำนวณพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นทีละภาพ
 และคำนวณค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของพารามิเตอร์แต่ละตัว แต่กรณีวิธีของ Zhang เรา
 จะคำนวณพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นจากการเรียงลำดับลำดับของภาพทั้งห้าภาพ โดยคำนวณทีละ
 สามภาพ จากนั้นคำนวณค่าเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของพารามิเตอร์แต่ละตัวจากทั้ง 10 รูป
 แบบของการเรียงลำดับของภาพ จากการทดลองเราพบว่าวิธีของ Zhang ให้ค่าพารามิเตอร์สอบ
 เทียบเริ่มต้นที่เสถียรภาพมากกว่าวิธีที่นำเสนอด้วยค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานที่น้อยกว่า อย่างไรก็ตาม
 ค่าเฉลี่ยของพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นในวิธีที่นำเสนอก็ไม่ได้แตกต่างจากค่าเฉลี่ยของ Zhang
 มากนัก แม้ว่าจะมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานมากกว่า ดังนั้น ค่าพารามิเตอร์ที่คำนวณได้จึงพิจารณาว่า
 สามารถใช้เป็นค่าพารามิเตอร์สอบเทียบเริ่มต้นได้

จากการทดลองทั้งหมดเราพอจะสรุปได้ว่า ถึงแม้ว่าวิธีของ Zhang จะเป็นวิธีการสอบ
 เทียบกล้องที่ดีเป็นที่รู้จักกันโดยทั่วไป แต่จากการทดลองของเราพบว่าในบางกรณีวิธีของ Zhang

ก็ไม่ได้ให้ผลลัพธ์ที่ดี สำหรับวิธีที่นำเสนอเป็นวิธีใหม่ของการสอบเทียบกล้องชนิดร่วมระนาบที่ง่ายไม่ซับซ้อนต้องการภาพเพียงภาพเดียวซึ่งให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่าในหลายๆกรณี สำหรับงานวิจัยที่ต้องทำต่อไปในอนาคตก็คือการคำนวณพารามิเตอร์สอบเทียบจากภาพจริงโดยวิธีที่นำเสนอ และเปรียบเทียบผลที่ได้รับกับวิธีการสอบเทียบกล้องของ Zhang [7] ที่สามารถ download โปรแกรมนามสกุล exe ได้ทาง Internet แทนที่จะใช้โปรแกรมที่ผู้วิจัยเขียนขึ้นเอง ทั้งนี้ก็เพื่อให้เกิดความถูกต้องและยุติธรรมในการเปรียบเทียบมากที่สุด อย่างไรก็ตามเนื่องจากพารามิเตอร์สอบเทียบที่คำนวณได้โดยวิธีของ Zhang [7] และวิธีที่นำเสนอแสดงในรูปแบบที่แตกต่างกัน ดังนั้นจึงไม่สามารถเปรียบเทียบผลลัพธ์ของทั้งสองวิธีได้ในขณะนี้ และกลายเป็นสิ่งที่ต้องทำต่อไปในอนาคต

บรรณานุกรม

- [1] R.Y. Tsai, "**A Versatile Camera Calibration Technique for High Accuracy 3D Machine Vision Metrology using Off-the-Shelf TV Camera and Lenses,**" IEEE Journal of Robotics and Automation, vol. RA-3, pp.323-343, Aug. 1987.
- [2] C. Chatterjee and V. P. Roychowdhury, "**Algorithms for Coplanar Camera Calibration,**" Machine Vision and Applications, Springer-Verlag 2000, pp.84-97.
- [3] Z. Zhang, "**A Flexible New Technique for Camera Calibration,**" IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. PAMI-22, pp.1330-1334, Nov. 2000.
- [4] D. F. Rogers and J. A. Adams, "**Mathematical Elements for Computer Graphics,**" Second Edition, McGraw-Hill Publishing Company, 1990.
- [5] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, "**Digital Image Processing,**" Addison-Wesley Publishing Company, 1992.
- [6] J. Weng, "**Camera Calibration with Distortion Models and Accuracy Evaluation,**" IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. 14, No. 10, pp. 965-980, Oct. 1992.
- [7] K. Sirisantisamrid, T. Matsuura and K. Tirasesth, "**Determination of Initial Parameters with Noise Robustness for Coplanar Calibration,**" IEEE TENCON2006, Hong Kong, Dec. 4-7, 2006.
- [8] K. Sirisantisamrid, T. Matsuura and K. Tirasesth, "**A Determination Method for Initial Values of Coplanar Camera Calibration Parameters,**" APCCAS2006, Singapore, Dec. 4-7, 2006.
- [9] R. Hartley and A. Zisserman, **Multiple View Geometry in Computer Vision,** Cambridge University Press, 2003.
- [10] K. Sirisantisamrid, T. Thepmanee, K. Tirasesth and T. Matsuura, "**An Influential Principal Point on Camera Parameters,**" ICCAS2008, Seoul, Korea, Oct. 14-17, 2008.
- [11] B. N. Datta, **Numerical Linear Algebra and Applications,** Brooks/Cole Publishing Company, 1995.
- [12] K. Sirisantisamrid, T. Matsuura and K. Tirasesth, "**A Simple Technique to Determine Calibration Parameters for Coplanar Camera Calibration,**" IEEE TENCON2004, Chiang Mai, Thailand, pp.677-680, Nov. 21-24, 2004.

- [13] K. Sirisantisamrid, K. Tirasesth and T. Matsuura, "**Determine Calibration Parameters with Satisfied Constraints for Coplanar Camera Calibration,**" IEEE TENCON2005, Melbourne, Australia, Nov. 21-24, 2005.
- [14] K. Sirisantisamrid, K. Tirasesth and T. Matsuura, "**Algorithms for Coplanar Camera Calibration,**" International Workshop on Smart Info-Media Systems in Bangkok, KMITL, Thailand, Nov. 1-2, 2007.
- [15] K. Sirisantisamrid, K. Tirasesth and T. Matsuura, "**A Simple Technique for Coplanar Camera Calibration,**" ICCAS2008, Seoul, Korea, Oct. 14-17, 2008.

ภาคผนวก

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

- [1] **K. Sirisantisamrid, K. Tirasesth, and T. Matsuura, "A Determination Method of Initial Camera Parameters for Coplanar Calibration,"** to be published in International Journal of Control, Automation, and System (IJCAS), vol. 7, Oct. 2009.
- [2] **K. Sirisantisamrid, K. Tirasesth and T. Matsuura, "A Simple Technique for Coplanar Camera Calibration,"** ICCAS2008, Seoul, Korea, Oct. 14-17, 2008.
- [3] **K. Sirisantisamrid, T. Matsuura and K. Tirasesth, "A Determination Method for Initial Values of Coplanar Camera Calibration Parameters,"** APCCAS2006, Singapore, Dec. 4-7, 2006.
- [4] **K. Sirisantisamrid, T. Matsuura and K. Tirasesth, "Determination of Initial Parameters with Noise Robustness for Coplanar Calibration,"** IEEE TENCON2006, Hong Kong, Nov. 14-17, 2006.

International Journal of Control, Automation, and Systems

Bucheon Techno Park 401-1506, 193 Yakdae-dong, Wonmi-gu, Bucheon, Gyeonggi-do 420-734, Korea.
Tel: +82-32-234-5806, Fax: +82-32-234-5807, <http://www.ijcas.com>

March 11, 2009

Professor Jae-Bok Song
Department of Mechanical Engineering
Korea University
Anam-dong, Seongbuk-gu
Seoul 136-713, Korea
Tel : +82-2-3290-3363
E-mail: jbsong@korea.ac.kr

Mr. Kaset Sirisantisamrid, Associate Professor
Department of Instrumentation Engineering
Faculty of Engineering
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang
Chaloungkrung Road, Ladkrabang
Bangkok, Thailand

Paper no. : 07-10-R277 (2nd revised)

Paper title: A Determination Method of Initial Camera Parameters for Coplanar Calibration

Author(s) : Kaset Sirisantisamrid*, Kittitirasesstha, and Takenobu Matsuura

Dear Mr. Sirisantisamrid,

It is my pleasure to inform you that the above paper is now accepted for publication in International Journal of Control, Automation, and Systems. This is my formal letter for the acceptance.

Your paper will appear in Volume 7, Number 5, October 2009 issue. Since IJCAS has been indexed as a Science Citation Index Expanded (SCIE) journal beginning with vol. 2, no. 1, 2004, it is very important to publish all qualified papers in uniform style, i.e., IJCAS style. The following are my suggestions for improvement:

- (1) The references and the use of references in the text should follow the IJCAS's style.
- (2) The equations should be made as
 - Main equation: 10 pt (Times New Roman),
 - Subscript/superscript: 7.5 pt (Times New Roman),
 - Sub-subscript: 6.5 pt (Times New Roman),
 - Symbol: 150%,
 - Sub-symbol: 100%.
- (3) Please complete the autobiographies and clear and glossy photos of all authors.
- (4) All captions throughout the figures should be easy to be read (i.e., should not be too small.)
- (5) The figures should have clear and high resolutions and the figures and tables should be placed at the top or bottom of the page body.

Please submit a two-column format of your final manuscript in MS Word file together with its pdf format to journal@ijcas.com by April 30, 2009. If it is acceptable, it will be directly sent to the publishing office. But, if it needs corrections, it will be returned to you.

A voluntary page charge form (US\$ 50 per page) will be sent to the authors with proofs and the author is encouraged, whenever possible, to make a contribution to defray part of the publication cost. The corresponding author will receive 30 free reprints only if the page charge is honored.

A mandatory page charge is imposed on all papers exceeding ten pages in length, including illustrations. The charge is US\$ 100 won per page for each page over the first ten and is prerequisite for publication.

In addition, our papers will be monitored whether it will be cited from SCI/SCIE journals, therefore we would like to ask you to cite our published papers for the last two years in other SCI/SCIE journals that will appear in the future. You will be able to see all published papers via the website <http://www.ijcas.com> and search by title/author/keywords/abstract.

Thanks for submitting your work to International Journal of Control, Automation, and Systems. We hope that we see more contribution from you to our journal in the future.

Sincerely yours,



Jae-Bok Song

Editor, *International Journal of Control, Automation, and Systems*

Attachments:

- Reviewer's comments (3rd)
 - Editorial Board member's comments (3rd)
 - Manuscript template
-

A Determination Method of Initial Camera Parameters for Coplanar Calibration

Kaset Sirisantisamrid, Kitti Tirasesth, and Takenobu Matsuura

Abstract: Most coplanar calibration algorithms determine the initial camera parameters from a single image under the assumption that the principal point is known in advance. However, the camera orientations, the shifted principal point and the noise corrupted on images have an influence on the estimated initial camera parameters under the above assumption. This paper proposes a useful method to determine the initial camera parameters for coplanar calibration. The proposed method can determine the initial camera parameters from the single image, wherein the principal point is considered as a parameter. In our experiments, both synthetic and real images are used. The experimental results show that the proposed method provides both stable initial camera parameters and noise robustness for changes of camera orientations, noise levels and shifts of principal point.

Keywords: coplanar calibration, initial camera parameters, camera orientation, principal point

1. INTRODUCTION

Camera calibration is an important issue in robot vision and computer vision. The accuracy of camera calibration is required for 3D object measurements and recognition. The camera calibration is a determination method of camera parameters using the relation between the control points on a calibration pattern and the corresponding coordinates on a frame buffer. It can be performed by a camera observing the calibration pattern with known geometry and can be divided into two types, noncoplanar and coplanar calibrations. The noncoplanar calibration is performed by a camera observing the control points in known 3D space with high precision, while the coplanar calibration can be performed by observing the control points in a 2D plane. The coplanar calibration has an advantage that the expensive devices and the elaborate setup are not required but it is more complex than noncoplanar case. However, the coplanar calibration is needed in the industrial and military applications therefore, we are interested in the coplanar calibration.

As is well known, there are two steps of camera calibration, initialization and nonlinear optimization. In the initialization step, the intermediate parameters defined in terms of camera parameters are computed in closed form based on a distortion free camera model. Then, the initial camera parameters for nonlinear optimization are

estimated from the obtained intermediate parameters. In the nonlinear optimization step, the optimal camera parameters are computed using a nonlinear scheme based on a lens distortion model. Ideally, the initial camera parameters obtained from the initialization step should be close to the optimal camera parameters to reduce the number of iterations and give the rapid convergence to a global extremum. However, it is not always true in practice because the amount of noise corrupted on images, lens distortion, shifted principal point and so on affect the initial camera parameters to be estimated. Thereby, the initialization step becomes important for camera calibration.

A radial alignment constraint (RAC) presented by Tsai [1], Lenz and Tsai [2] was used to solve the camera parameters in both noncoplanar and coplanar calibrations. Most parameters are computed in closed form while the focal length, the depth component of translation vector and the radial distortion are computed by nonlinear scheme. Chatterjee et al [3] presented several algorithms for coplanar calibration. In the algorithms the camera parameters were determined by both linear and nonlinear optimization methods. Both algorithms in Tsai [1] and Chatterjee's methods [3] are not complicated but the principal point was placed on the image center. Consequently, the initial camera parameters computed from the noisy images, the images taken at some camera orientations and the shifted principal point from the image center [16], become sometimes unstable and far from the optimal camera parameters. Thus, the camera parameters determined in the nonlinear optimization step may not reach to the optimal solution. Recently, Zhang [6] has proposed a new technique for coplanar calibration. In the method the homography between the planar pattern and its images is used to compute the camera parameters. Then, the obtained parameters are used as the initial camera parameters for nonlinear refinement. However, Zhang's method requires at least three images. Finally, most literatures on the coplanar calibration have emphasized on testing of calibration accuracy and noise robustness without examining the stability

Manuscript received ??????, revised ??????, accepted ??????, recommended by Editorial Board member ?????? under the direction of Editor ??????.

Kaset Sirisantisamrid and Kitti Tirasesth are with the Department of Instrumentation Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, 10520 Thailand (e-mails: kasets@windowslive.com, kskaset@kmitl.ac.th).

Takenobu Matsuura is with the Department of Electrical and Electronic Engineering, Tokai University, Hiratsuka, Kanagawa, 259-1292 Japan (e-mail: matsuura@dt.u-tokai.ac.jp).

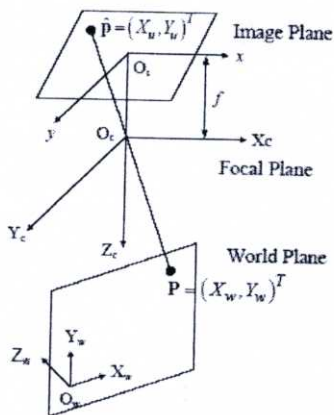


Fig. 1. Mapping the control point on calibration pattern to image plane.

of camera parameters for the changes of camera orientations. It was found from our previous experiments [9-10] that the camera orientations with respect to the calibration pattern and the noise level on images have influence on the stability and accuracy of camera parameters. It means it takes time to setup the camera to get the accurate camera parameters. Therefore, the testing of influence of camera orientations becomes important for camera calibration. Both Tsai and Chatterjee's methods [1, 3] have not been tested. On the other hand, Zhang's method [6] has been tested on the noise robustness and the influence of orientation of the model plane with respect to the image plane. However, its stability of camera parameters has not been clarified since a rotation axis was randomly chosen. While it was also found from our experiments that Zhang's method is not always stable for some cases.

In this paper, we propose a calibration algorithm to determine the nine initial camera parameters consisting of three intrinsic parameters and six extrinsic parameters by considering the principal point as a parameter. We organized as follows: Section 2 describes briefly a background of camera model. Section 3 describes the proposed method. Section 4 reports experimental results on both synthetic and real images. In Section 5, we give some conclusions.

2. BACKGROUND

This section describes a distortion free camera model and a lens distortion model that are important for camera calibration.

2.1. Distortion Free Camera Model

The camera parameters consist of intrinsic and extrinsic parameters having eleven degrees of freedom in both noncoplanar and coplanar calibrations, six degrees for extrinsic parameters and five degrees for intrinsic parameters. The difference between the noncoplanar and coplanar calibrations is the size of rotation matrix R .

The rotation matrix for coplanar and noncoplanar cases is a 3×2 matrix and a 3×3 matrix, respectively. Since the origin of world coordinate system for coplanar case is on the calibration pattern, there is no information on z direction of world coordinate system. Here, the rotation matrix defines the camera orientation. The translation vector t defines the position of camera center related to a certain world coordinate system. The intrinsic parameters consist of a focal length, a skew, a ratio of focal length in terms of pixels and a coordinate of principal point.

Fig. 1 illustrates a basic geometry of distortion free camera model. Let the origin of world coordinate system O_w be on the calibration pattern. Thus, the control points on calibration pattern are lying on a 2D plane. An optical center of camera coordinate system is located at O_c point and Z_c axis is aligned with the optical axis. The image plane is placed behind the focal plane at a distance f from the optical center. $P = [X_w, Y_w, 1]^T$ denotes a control point expressed in homogeneous coordinate. The corresponding point on image plane is denoted by $\hat{p} = [X_u, Y_u, 1]^T$. Perspective transformation from the control point to the image point is given by

$$v\hat{p} = F[R|t]P \quad (1)$$

where

$$F = \begin{bmatrix} -f & 0 & 0 \\ 0 & -f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 \\ r_4 & r_5 \\ r_7 & r_8 \end{bmatrix}, \quad t = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}$$

and v is an arbitrary scale factor. Likewise, the corresponding image coordinate on frame buffer is denoted by $\tilde{p} = [X_f, Y_f, 1]^T$. The relation between the image coordinate on frame buffer and the image point on image plane can be expressed by

$$\tilde{p} = K\hat{p} \quad (2)$$

where

$$K = \begin{bmatrix} n_x^{-1} & 0 & C_x \\ 0 & n_y^{-1} & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

The matrix K is a conversion matrix from metric to pixels unit. n_x and n_y are the distance between adjacent sensor elements in x and y directions, respectively that may be found from the camera manufacturing's data or computed by off-line. (C_x, C_y) is a coordinate of principal point in x and y directions. Finally, the relation between the control point and the corresponding coordinate on frame buffer can be written by

$$v\tilde{p} = MP \quad (3)$$

where

$$M = A[R|t], \quad A = KF = \begin{bmatrix} -\alpha_x & 0 & C_x \\ 0 & -\alpha_y & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

The matrix M is called a camera projection matrix. The matrix A is a calibration matrix and the non-zero entries

of matrix A are called the intrinsic parameters. $\alpha_x = n_x^{-1}f$ and $\alpha_y = n_y^{-1}f$ represent the focal length in terms of pixels in x and y directions, respectively. Here, it is considered that the skew (s) is not taken into account in the calibration matrix because it will be zero for most normal camera. However, in case the skew (s) is not zero, the calibration matrix is given in the following form

$$A = \begin{bmatrix} -\alpha_x & s & C_x \\ 0 & -\alpha_y & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

2.2. Lens Distortion Model

Generally, a camera is not a pinhole model as above mentioned but it combined with a lens. Since the imperfections in design and assembly of lens, the projection from the control point to image plane may cause inaccurate results. These imperfections are called lens distortion. There are two types of lens distortion commonly seen, radial and decentering distortions. Let (X_d, Y_d) be the distorted image point on image plane caused by lens distortion. The relation between the ideal image point (X_w, Y_w) and the distorted image point can be expressed by

$$\begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_d r_d^2 & X_d r_d^4 & (r_d^2 + 2X_d^2) & 2X_d Y_d \\ Y_d r_d^2 & Y_d r_d^4 & 2X_d Y_d & (r_d^2 + 2Y_d^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

where k_1 and k_2 are first and second order of radial distortion coefficients, respectively. p_1 and p_2 are decentering distortion coefficients, and $r_d^2 = X_d^2 + Y_d^2$.

3. PROPOSED METHOD

In this section, we propose a determination method of initial camera parameters for coplanar calibration. The proposed method is based on the distortion free camera model and requires only one image. In order to make the best-fit camera projection matrix M in (3) from a set of control points and corresponding coordinates, it is assumed here that the skew (s) is equal to zero and the pixels are square which is sufficient for computing the initial camera parameters as given in [11]. Thus, the number of initial camera parameters in the proposed method is reduced to nine parameters that consist of three intrinsic parameters (f, C_x, C_y) and six extrinsic parameters representing the camera orientation and the position of camera center. The relation between the control point and the corresponding coordinate in (3) can be written by

$$v \begin{bmatrix} X_f \\ Y_f \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ q_4 & q_5 & q_6 \\ r_7 & r_8 & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

where

$$\begin{aligned} q_1 &= -\alpha_x + C_x r_7, & q_2 &= -\alpha_x + C_x r_8, \\ q_3 &= -\alpha_x + C_x t_z, & q_4 &= -\alpha_y + C_y r_7, \\ q_5 &= -\alpha_y + C_y r_8, & q_6 &= -\alpha_y + C_y t_z. \end{aligned}$$

and $\alpha = \alpha_x = \alpha_y$. This relation can be written in form of the following two nonlinear equations:

$$X_f = \frac{(-\alpha r_7 + C_x r_7)X_w + (-\alpha r_8 + C_x r_8)Y_w + (-\alpha t_x + C_x t_z)}{r_7 X_w + r_8 Y_w + t_z} \quad (7)$$

$$Y_f = \frac{(-\alpha r_4 + C_y r_7)X_w + (-\alpha r_5 + C_y r_8)Y_w + (-\alpha t_y + C_y t_z)}{r_7 X_w + r_8 Y_w + t_z} \quad (8)$$

These equations are more complicated than those expressed by Tsai and Chatterjee's methods [1,3] because the coordinate of principal point is defined as a parameter. In order to compute the initial camera parameters easily by solving the linear equations, a set of intermediate parameters ($a_1 - a_8$) is represented in terms of the camera parameters. Thus, the relation in (6) can be rewritten in linear equations and expressed by

$$v \begin{bmatrix} X_f \\ Y_f \\ 1 \end{bmatrix} = t_z \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_7 \\ a_3 & a_4 & a_8 \\ a_5 & a_6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

with

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{-\alpha r_7 + C_x r_7}{t_z}, & a_2 &= \frac{-\alpha r_8 + C_x r_8}{t_z}, & a_5 &= \frac{r_7}{t_z}, \\ a_3 &= \frac{-\alpha r_4 + C_y r_7}{t_z}, & a_4 &= \frac{-\alpha r_5 + C_y r_8}{t_z}, & a_6 &= \frac{r_8}{t_z}, \\ a_7 &= \frac{-\alpha t_x + C_x t_z}{t_z}, & a_8 &= \frac{-\alpha t_y + C_y t_z}{t_z}. \end{aligned} \quad (10)$$

The above linear equations can be rearranged as the following inhomogeneous linear system:

$$\psi a = u \quad (11)$$

where

$$\psi = \begin{bmatrix} X_{w1} & Y_{w1} & 0 & 0 & -X_{f1}X_{w1} & -X_{f1}Y_{w1} & 1 & 0 \\ X_{w2} & Y_{w2} & 0 & 0 & -X_{f2}X_{w2} & -X_{f2}Y_{w2} & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{wn} & Y_{wn} & 0 & 0 & -X_{fn}X_{wn} & -X_{fn}Y_{wn} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & X_{w1} & Y_{w1} & -Y_{f1}X_{w1} & -Y_{f1}Y_{w1} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & X_{w2} & Y_{w2} & -Y_{f2}X_{w2} & -Y_{f2}Y_{w2} & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & X_{wn} & Y_{wn} & -Y_{fn}X_{wn} & -Y_{fn}Y_{wn} & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot u = \begin{bmatrix} X_{f1} \\ X_{f2} \\ \vdots \\ X_{fn} \\ Y_{f1} \\ Y_{f2} \\ \vdots \\ Y_{fn} \end{bmatrix}$$

and $a = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5 \ a_6 \ a_7 \ a_8]^T$.

With n control points and corresponding image coordinates, overdetermined system of linear equations is established and solved by minimizing the sum of the square of residuals

$$\|\psi a - u\|^2 \quad (12)$$

The vector a is solved by

$$a = (\psi^T \psi)^{-1} \psi^T u \quad (13)$$

Once a is obtained, we defined a matrix B as follows

$$B = (a_1, a_2, a_3) = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_4 & a_8 \\ a_5 & a_6 & 1 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

in which a_1, a_2 and a_3 are the 3×1 column vector. Thence, we use the following procedures to compute the initial camera parameters from the obtained intermediate parameters.

1. Estimation of the first and second column vectors (r_1, r_2) of rotation matrix R

The rotation matrix R is given by

$$R = (r_1, r_2, r_3) = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1^T \\ v_2^T \\ v_3^T \end{bmatrix} \quad (15)$$

where

$$r_1 = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_4 \\ r_7 \end{bmatrix}, \quad r_2 = \begin{bmatrix} r_2 \\ r_5 \\ r_8 \end{bmatrix}, \quad r_3 = \begin{bmatrix} r_3 \\ r_6 \\ r_9 \end{bmatrix},$$

$$v_1^T = [r_1 \ r_2 \ r_3], \quad v_2^T = [r_4 \ r_5 \ r_6], \quad v_3^T = [r_7 \ r_8 \ r_9].$$

Since the entries of rotation matrix R are related to the intermediate parameters as given in (10) therefore, we can write the column vectors r_1 and r_2 as the following form:

$$r_1 = \begin{bmatrix} -\sigma(a_1 - C_x a_5) \\ -\sigma(a_3 - C_y a_5) \\ a_5 t_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sigma & 0 & \sigma C_x \\ 0 & -\sigma & \sigma C_y \\ 0 & 0 & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_3 \\ a_5 \end{bmatrix} = \Omega a_1 \quad (16-1)$$

$$r_2 = \begin{bmatrix} -\sigma(a_2 - C_x a_6) \\ -\sigma(a_4 - C_y a_6) \\ a_6 t_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sigma & 0 & \sigma C_x \\ 0 & -\sigma & \sigma C_y \\ 0 & 0 & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ a_4 \\ a_6 \end{bmatrix} = \Omega a_2 \quad (16-2)$$

where

$$\Omega = \begin{bmatrix} -\sigma & 0 & \sigma C_x \\ 0 & -\sigma & \sigma C_y \\ 0 & 0 & t_z \end{bmatrix},$$

and $\sigma = t_z / \alpha$. Likewise, the column vectors a_1 and a_2 are also expressed as

$$a_1 = \Omega^{-1} r_1 \quad \text{and} \quad a_2 = \Omega^{-1} r_2 \quad (17)$$

where

$$\Omega^{-1} = \begin{bmatrix} -1/\sigma & 0 & C_x/t_z \\ 0 & -1/\sigma & C_y/t_z \\ 0 & 0 & 1/t_z \end{bmatrix}.$$

2. Estimation of the third column vector r_3 of rotation matrix R

Because of no information on z direction of world coordinate system, the third column vector r_3 of rotation matrix R for coplanar case does not exist. Consequently, the coplanar calibration using the single image has only the following three orthogonality constraints, while the noncoplanar case has six constraints.

$$\begin{aligned} r_1^2 + r_4^2 + r_7^2 &= 1, \\ r_2^2 + r_5^2 + r_8^2 &= 1, \\ r_1 r_2 + r_4 r_5 + r_7 r_8 &= 0. \end{aligned} \quad (18)$$

These constraints are called homography by Zhang [6]. Thereby, the determination method of initial camera parameters for coplanar case is more difficult than the noncoplanar case. Most researchers prefer to compute the two intrinsic parameters (α_x and α_y) and the six extrinsic parameters using the above constraints in which the principal point is assumed to be known in advance. Since the available constraints for coplanar case are insufficient to be used for computing the initial camera parameters if we require to compute the principal point. Thus, we need to seek the other orthogonality constraints for estimating the initial camera parameters. Then, a 3×1 vector b is defined as the cross product of column vectors a_1 and a_2

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = a_1 \times a_2 = \begin{bmatrix} a_3 a_6 - a_4 a_5 \\ a_2 a_5 - a_1 a_6 \\ a_1 a_4 - a_2 a_3 \end{bmatrix} = (\Omega^{-1} r_1) \times (\Omega^{-1} r_2),$$

$$= \begin{bmatrix} -(r_1/\sigma) + (r_7 C_x/t_z) \\ -(r_4/\sigma) + (r_7 C_y/t_z) \\ r_7/t_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -(r_2/\sigma) + (r_8 C_x/t_z) \\ -(r_5/\sigma) + (r_8 C_y/t_z) \\ r_8/t_z \end{bmatrix},$$

$$b = \Gamma r_3 \quad (19)$$

where

$$\Gamma = \begin{bmatrix} -1/\sigma t_z & 0 & 0 \\ 0 & -1/\sigma t_z & 0 \\ C_x/\sigma t_z & C_y/\sigma t_z & 1/\sigma^2 \end{bmatrix},$$

and the symbol " \times " represents cross product of vectors. Then, the third column vector r_3 can be determined from

$$r_3 = \Gamma^{-1} b = \begin{bmatrix} -b_1 \sigma t_z \\ -b_2 \sigma t_z \\ \sigma^2 (b_3 + C_x b_1 + C_y b_2) \end{bmatrix} \quad (20)$$

Finally, the rotation matrix R can be expressed as

$$R = \begin{bmatrix} -\sigma(a_1 - C_x a_5) & -\sigma(a_2 - C_x a_6) & -b_1 \sigma t_z \\ -\sigma(a_3 - C_y a_5) & -\sigma(a_4 - C_y a_6) & -b_2 \sigma t_z \\ a_5 t_z & a_6 t_z & \sigma^2 (b_3 + C_x b_1 + C_y b_2) \end{bmatrix} \quad (21)$$

3. Computation of a parameter σ

Once the entries of rotation matrix R are obtained, a parameter σ is estimated using the equality of norm of two constraints:

$$\|r_3\| = \|v_3\|. \quad (22)$$

Then, we have

$$\sigma = \text{sign} \sqrt{\frac{a_5^2 + a_6^2}{b_1^2 + b_2^2}}. \quad (23)$$

The symbol *sign* in the right hand side of (23) is negative or positive if the origin of world coordinate system O_w is

in front or behind the camera.

4. Estimation of the coordinate of principal point (C_x, C_y)

The aim of the proposed method is to estimate the three intrinsic parameters (f, C_x, C_y) and the six extrinsic parameters from the single image but the available orthogonality constraints are insufficient as above mentioned. Furthermore, the obtained entries r_3 and r_6 of column vector r_3 in Step 2) are not related to the coordinate of principal point (C_x, C_y). There is no longer to determine the coordinate of principal point from the available constraints. Therefore, we compute the coordinate of principal point (C_x, C_y) by the following orthogonality constraint in which a linear equation with two unknowns is made.

$$\langle v_1^T, v_3^T \rangle = 0 \quad (24)$$

Thus, we have

$$(a_5^2 + a_6^2 - \sigma^2 b_1^2) C_x - \sigma^2 b_1 b_2 C_y = a_1 a_5 + a_2 a_6 + \sigma^2 b_1 b_3. \quad (25)$$

The above equation is an underdetermined system i.e. the number of equation less than unknowns. It is well known that the underdetermined system has either no solution or an infinite number of solutions. Even though the minimum norm method and the QR approach as proposed in [12] are used to solve this problem, the obtained solution is improper. However, the used image sizes are square and rectangle in which a ratio of height to width of images is usually known beforehand and we would prefer to determine the initial values close to the optimal values. Thus, we make the relation between the number of pixels in x and y directions of principal point as $C_y = u C_x$ although it seems the principal point on a diagonal line, where u is a ratio of height to width of images. Finally, the coordinate of principal point in x direction (C_x) is estimated by substituting the above relation into (25).

$$C_x = \frac{a_1 a_5 + a_2 a_6 - b_1 b_3 \sigma^2}{a_5^2 + a_6^2 - b_1^2 \sigma^2 - b_1 b_2 u \sigma^2} \quad (26)$$

5. Determination of the depth component of translation vector (t_z)

Then, the depth component of translation vector (t_z) are computed using the obtained parameter σ , coordinate of principal point (C_x, C_y) and the following norm of constraint.

$$\|v_3\|^2 = 1. \quad (27)$$

Thus, we have

$$t_z = \text{sign} \sqrt{\frac{1 - \sigma^4 (b_3 + b_1 C_x + b_2 C_y)^2}{a_5^2 + a_6^2}}. \quad (28)$$

6. Estimation of the focal length (f) and the remaining components of translation vector (t_x and t_y)

Once the parameter σ and the depth component of translation vector (t_z) are known, then we define $\sigma = t_z / \alpha$ and $\alpha = n_x^{-1} f$. Therefore, the focal length (f) is estimated by

$$f = n_x \frac{t_z}{\sigma}. \quad (29)$$

Then, the intermediate parameters a_7 and a_8 defined in (10) are used to compute the parameters t_x and t_y .

$$a_7 = \frac{-\alpha t_x + C_x t_z}{t_z} = -\frac{t_x}{\sigma} + C_x, \quad (30)$$

$$t_x = -\sigma (a_7 - C_x),$$

and

$$a_8 = \frac{-\alpha t_y + C_y t_z}{t_z} = -\frac{t_y}{\sigma} + C_y, \quad (31)$$

$$t_y = -\sigma (a_8 - C_y).$$

7. Determination of the entries of rotation matrix R

Finally, the obtained intermediate parameters ($a_1 - a_8$), σ , C_x , C_y and t_z are used to compute the entries of rotation matrix R in (21).

4. EXPERIMENTAL RESULTS

In the experiments the initial camera parameters are estimated by the proposed method and Zhang's method [6] with the synthetic and real images. It is noted that Zhang's method requires three images to estimate parameters while the proposed method does only one image. Before going to our experiments, we generate the synthetic data with known intrinsic and extrinsic parameters called ground truth later and produce a 10×10 grid of equidistant control points to simulate a 2D calibration pattern. It is assumed here that the camera parameters are given as follows:

- 1) the principal point is on coordinate (240, 320) for 480×640 image sizes,
 - 2) the focal length is equal to 55 mm with 0.0367 mm/pixel the conversion parameter ($n_x = n_y$),
 - 3) the camera center is located at (-198.9551, -79.7462, -943.0575) mm, and
 - 4) the camera orientation can be changed arbitrarily.
- Under the assumptions, the image coordinates (X_c, Y_c) can be obtained from (7) and (8) with the given control points and camera parameters.

4.1. Noise Robustness

In order to test the noise robustness of the proposed method, Gaussian noise with zero mean is added to the generated image coordinates. In this experiment, the four patterns of camera rotation i.e. the rotation around X_c axis, X_c - Y_c axes, Y_c - Z_c axes and X_c - Y_c - Z_c axes are used respectively. Firstly, the experiments to measure the mean and the variance are performed to test the noise robustness of the proposed method. Secondly, the relative errors of computed parameters are compared with ground truth. In the first experiment, we measure the mean and variance of computed initial camera parameters when the principal point is at the image center and moved to the coordinates (220, 320), (260, 320), (240, 300) and (240, 340), respectively. In the experiments, the camera is rotated

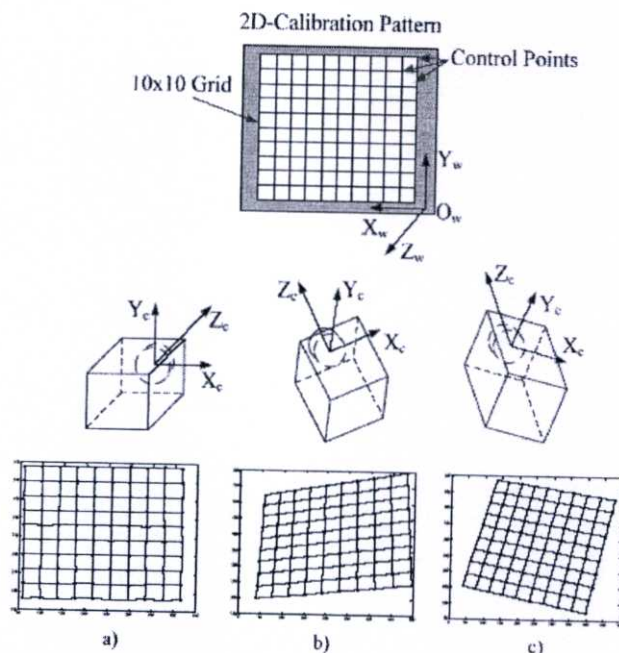


Fig. 2. The camera orientations and the obtained images: a) the camera is posed parallel to the calibration pattern. b) the position of camera after applying the rotation around X_c - Y_c axes. c) the position of camera after applying the rotation around X_c - Y_c - Z_c axes.

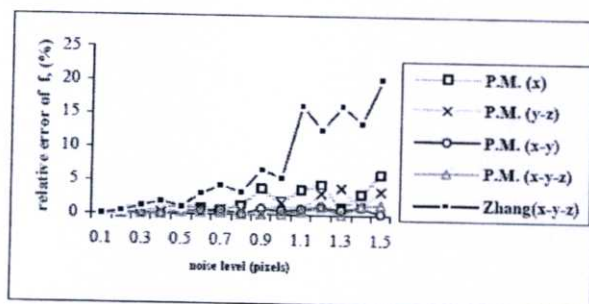


Fig. 3. Comparison results of the relative error for noise robustness: f .

around each axis at 0.01 radian/time with the changes of the rotation angle from 0.01 to 0.6 radian. The noise level varies from 0.1 to 1.5 pixels. Fig. 2 illustrates the starting position of camera and the position of camera after application of the rotation around X_c - Y_c axes and X_c - Y_c - Z_c axes. For example, the obtained images are shown in the figure when the image coordinates are added with 0.5 pixels of Gaussian noise. The 100 independent trials are performed for each noise level and the mean and variance of computed initial camera parameters are shown. We use the uncertainty represented by the variance of each computed parameter. In order to compare the noise robustness of initial camera parameters estimated by Zhang's method with the proposed method, we set the

camera rotation around X_c , Y_c and Z_c axis for the first, second and third image, respectively under the same testing condition as the proposed method. It is called Zhang (x-y-z). The comparison results of the proposed method with Zhang's method are shown in Table 1. Here, P.M.(x-y) represents the experimental result for the camera rotation around X_c - Y_c axes by the proposed method. It can be found from the Table 1 that the mean values of initial camera parameters computed by the proposed method for four patterns and shifting the principal point are closer to the ground truth than those determined by Zhang's method. Furthermore, it can be seen that the uncertainty values of each parameter obtained from the proposed method are less than those obtained by

Table 1. Noise robustness of the proposed method compared with Zhang's method when the principal point is on the image center and moved to the other coordinates.

Test with noisy images	Computed parameters at (240,320)		Computed parameters at (220,320)		Computed parameters at (260,320)		Ground truth	
	mean	uncertainty	mean	uncertainty	mean	uncertainty		
t_x	P.M.(x)	-198.685	0.27439	-198.135	0.62223	-195.805	1.42541	-198.955
	P.M.(x-y)	-198.467	0.05707	-205.834	0.06341	-190.959	0.04231	-198.955
	P.M.(x-y-z)	-198.607	0.05011	-203.764	0.09712	-193.296	0.14467	-198.955
	P.M.(y-z)	-198.808	0.08269	-208.472	0.47985	-189.576	0.86514	-198.955
	Zhang(x-y-z)	-93.2638	7.025275	-138.532	8.76712	-64.8879	6.827362	-198.955
t_y	P.M.(x)	-79.2597	0.29145	-62.0702	0.68947	-93.0142	1.26835	-79.7462
	P.M.(x-y)	-79.0693	0.07625	-72.1043	0.08479	-85.8416	0.05671	-79.7462
	P.M.(x-y-z)	-79.276	0.06678	-69.3668	0.12950	-88.9797	0.19284	-79.7462
	P.M.(y-z)	-79.5145	0.08996	-75.9466	0.70296	-82.800	0.40062	-79.7462
	Zhang(x-y-z)	-59.0951	4.338798	-85.1541	7.84732	-36.1043	5.049181	-79.7462
t_z	P.M.(x)	-1004.27	11.16115	-937.365	13.5382	-1087.21	12.9369	-943.058
	P.M.(x-y)	-968.639	7.26355	-929.906	8.41080	-1005.99	6.81403	-943.058
	P.M.(x-y-z)	-969.115	7.45196	-926.304	7.45767	-1011.50	7.98301	-943.058
	P.M.(y-z)	-982.628	10.4821	-944.513	12.7655	-1045.61	9.92873	-943.058
	Zhang(x-y-z)	-825.236	41.65646	-1005.88	38.20703	-727.465	43.24012	-943.058
f	P.M.(x)	60.54919	1.14480	56.2997	1.16699	65.0615	1.12790	55
	P.M.(x-y)	56.47791	0.42363	54.3643	0.52226	58.6578	0.39737	55
	P.M.(x-y-z)	56.51134	0.43466	54.0142	0.43499	58.9821	0.46572	55
	P.M.(y-z)	58.51656	0.78696	55.5359	0.86401	61.8437	0.84194	55
	Zhang(x-y-z)	69.35926	1.943372	69.76413	2.102924	69.48986	1.947406	55
C_x	P.M.(x)	239.5602	0.43633	219.4936	0.70580	255.9041	1.44291	240, 220, 260
	P.M.(x-y)	239.2049	0.09079	230.9064	0.10092	247.2753	0.06752	240, 220, 260
	P.M.(x-y-z)	239.4424	0.07998	227.6338	0.15513	251.0052	0.23048	240, 220, 260
	P.M.(y-z)	239.7627	0.13143	235.4707	0.83939	244.1954	0.82210	240, 220, 260
	Zhang(x-y-z)	169.1716	15.20905	160.316	10.06827	178.2343	14.69613	240, 220, 260
C_y	P.M.(x)	319.3889	0.58180	292.6476	0.94077	341.6042	1.60267	320
	P.M.(x-y)	318.9311	0.12107	307.8675	0.13455	329.6921	0.09003	320
	P.M.(x-y-z)	319.2508	0.10663	303.5041	0.20684	334.6652	0.30730	320
	P.M.(y-z)	319.6736	0.17526	313.9531	1.11916	325.1756	0.76662	320
	Zhang(x-y-z)	335.0786	10.67044	329.1984	6.470663	299.0464	17.72159	320

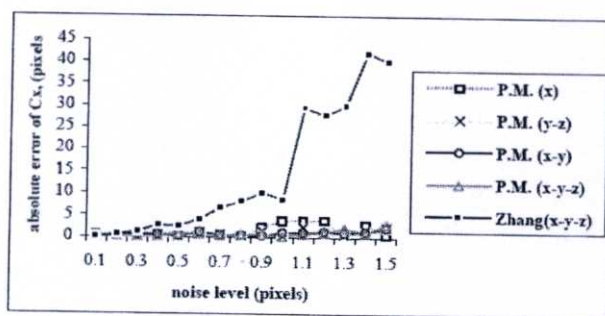


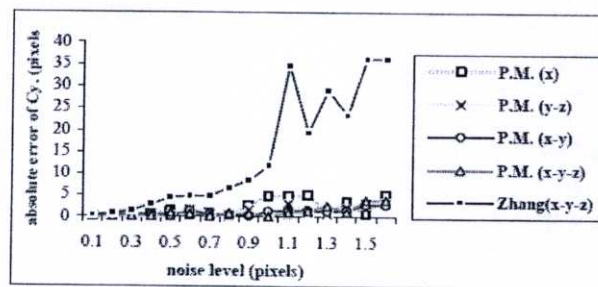
Fig. 4. Comparison results of the absolute error for noise robustness: C_x .

Zhang's method. This means that the proposed method is more robust to noise than Zhang's method for the changes of camera orientations, rotation angles and also more robust for noise levels and shifts of the principal point from the image center. In the second experiment, we measure the relative error of focal length and extrinsic parameters

and the absolute error of principal point (C_x , C_y) computed by the proposed method and Zhang's method and show the results in graphical form. The testing condition of the second experiment is still same as the first experiment but the rotation angles of camera are fixed at 0.1 radian, not varied from 0.01 to 0.6 radian and the principal point is on the image

Table 1. (Continuous)

Test with noisy images		Computed parameters at (240,300)		Computed parameters at (240,340)		Ground truth
		mean	uncertainty	mean	uncertainty	
t_x	P.M.(x)	-198.407	0.91917	-197.402	1.93678	-198.955
	P.M.(x-y)	-192.808	0.04332	-203.911	0.04374	-198.955
	P.M.(x-y-z)	-194.553	0.06162	-202.705	0.11630	-198.955
	P.M.(y-z)	-191.229	0.12747	-206.643	0.14473	-198.955
	Zhang(x-y-z)	-140.045	7.122035	-125.53	5.054657	-198.955
t_y	P.M.(x)	-91.7446	0.67477	-65.9408	1.83943	-79.7462
	P.M.(x-y)	-84.1106	0.05811	-73.7351	0.05876	-79.7462
	P.M.(x-y-z)	-86.4598	0.08226	-72.1515	0.15500	-79.7462
	P.M.(y-z)	-82.0319	0.17001	-77.4067	0.19284	-79.7462
	Zhang(x-y-z)	-79.4303	7.843763	-64.7681	3.114378	-79.7462
t_z	P.M.(x)	-1074.17	14.0484	-945.429	11.6464	-943.058
	P.M.(x-y)	-997.865	7.56002	-938.423	7.29629	-943.058
	P.M.(x-y-z)	-997.605	6.88415	-938.975	7.86571	-943.058
	P.M.(y-z)	-1033.25	10.2935	-946.547	9.24139	-943.058
	Zhang(x-y-z)	-1045.95	35.3005	-1000.28	36.33496	-943.058
f	P.M.(x)	63.3932	1.01604	57.1755	1.12989	55
	P.M.(x-y)	58.1835	0.44089	54.7172	0.42543	55
	P.M.(x-y-z)	58.1716	0.40151	54.7530	0.45869	55
	P.M.(y-z)	61.0053	0.80693	56.5582	0.89011	55
	Zhang(x-y-z)	70.2855	2.078028	69.64924	2.012416	55
C_x	P.M.(x)	238.6820	1.36505	238.05	1.58724	240
	P.M.(x-y)	230.2129	0.06917	247.8502	0.07001	240
	P.M.(x-y-z)	233.0014	0.09805	245.9523	0.18468	240
	P.M.(y-z)	227.7212	0.20217	252.2104	0.22991	240
	Zhang(x-y-z)	149.7884	26.98152	177.2379	9.252187	240
C_y	P.M.(x)	317.9384	1.41212	318.5277	1.28893	300, 340
	P.M.(x-y)	306.9429	0.09222	330.4586	0.09334	300, 340
	P.M.(x-y-z)	310.6523	0.13031	327.9283	0.24624	300, 340
	P.M.(y-z)	303.6207	0.26956	336.2721	0.30654	300, 340
	Zhang(x-y-z)	289.6197	29.27403	324.8312	10.69114	300, 340

Fig.5. Comparison results of the absolute error for noise robustness: C_y .

center. Then, the initial camera parameters are computed by the proposed method and Zhang's method and compared with the ground truth. The relative error of focal length and the absolute error of principal point (C_x , C_y) obtained from both methods are shown in Fig.3 ~ Fig.5, for example. It was found from the experiment that four patterns in the proposed method provide more robust initial camera parameters to noise than Zhang's method, especially at

large noise levels. Furthermore, the experimental results showed that the maximum relative error of initial camera parameters in the proposed method is about 6% and the maximum absolute error of principal point is about 5 pixels. While the corresponding errors in Zhang's method are about 20% and 42 pixels, respectively. Thus, we can conclude from these experimental results that the proposed method gives more robust initial camera parameters to noise

Table 2. The initial and optimal camera parameters computed by both methods when the principal point is on the image center and moved to the other coordinates.

Test with lens distortion	Computed parameters at (240,320)		Computed parameters at (220,320)		Computed parameters at (260,320)		Ground truth	
	Initial value	Optimal value	Initial value	Optimal value	Initial value	Optimal value		
f	P.M.(x)	61.2	54.7996	63.8	55.6039	60.2798	55.2789	55
	P.M.(x-y)	65.5	55.7179	61.5649	54.4196	67.5	55.0705	55
	P.M.(x-y-z)	64.9	54.9628	66.6	55.2151	66.2	55.6464	55
	P.M.(y-z)	64.4	55.0823	61.1655	55.3123	69.5	55.8028	55
	Zhang(x-y-z)	57.0352	57.0618	57.0478	57.0158	57.1874	57.1548	55
C_x	P.M.(x)	265.34	240.0018	241.202	220.0017	289.42	260.0016	240, 220, 260
	P.M.(x-y)	243.78	239.9997	235.384	219.9997	252.142	259.9990	240, 220, 260
	P.M.(x-y-z)	243.99	239.9884	234.4633	219.9883	253.4926	259.9886	240, 220, 260
	P.M.(y-z)	228.093	239.9902	218.922	219.9899	234.18	259.9901	240, 220, 260
	Zhang(x-y-z)	258.7334	258.7243	239.5074	239.5005	278.0137	278.0075	240, 220, 260
C_y	P.M.(x)	353.78	319.9926	321.5953	319.9910	385.8864	319.9910	320
	P.M.(x-y)	325.026	319.9917	313.836	319.9917	336.181	319.9900	320
	P.M.(x-y-z)	325.324	320.0151	312.610	320.015	337.9817	320.0149	320
	P.M.(y-z)	304.048	320.0106	291.889	320.0107	312.178	320.0108	320
	Zhang(x-y-z)	307.9215	307.9332	308.4452	308.4356	307.7506	307.7404	320
k_1	P.M.(x)	-	-1.0035e-4	-	-9.7116e-5	-	-9.8337e-5	-1.0e-4
	P.M.(x-y)	-	-9.7347e-5	-	-1.0204e-4	-	-9.9651e-5	-1.0e-4
	P.M.(x-y-z)	-	-9.9959e-5	-	-9.9053e-5	-	-9.7518e-5	-1.0e-4
	P.M.(y-z)	-	-9.9814e-5	-	-9.8942e-5	-	-9.7283e-5	-1.0e-4
	Zhang(x-y-z)	-	-2.1166e-8	-	3.9212e-9	-	4.2160e-9	-1.0e-4
k_2	P.M.(x)	-	1.008e-6	-	9.4386e-7	-	9.6783e-7	1.0e-6
	P.M.(x-y)	-	9.4863e-7	-	1.0424e-6	-	9.9402e-7	1.0e-6
	P.M.(x-y-z)	-	1.001e-6	-	9.8294e-7	-	9.5272e-7	1.0e-6
	P.M.(y-z)	-	9.9775e-7	-	9.8042e-7	-	9.4782e-7	1.0e-6
	Zhang(x-y-z)	-	4.281e-13	-	-1.279e-13	-	-1.272e-13	1.0e-6
p_1	P.M.(x)	-	1.0022e-4	-	9.8572e-5	-	9.9197e-5	1.0e-4
	P.M.(x-y)	-	9.8708e-5	-	1.0106e-4	-	9.9864e-5	1.0e-4
	P.M.(x-y-z)	-	1.0009e-4	-	9.9635e-5	-	9.8857e-5	1.0e-4
	P.M.(y-z)	-	9.9990e-5	-	9.9554e-5	-	9.8715e-5	1.0e-4
	Zhang(x-y-z)	-	5.5120e-8	-	-5.5813e-8	-	-5.3227e-8	1.0e-4
p_2	P.M.(x)	-	-1.0023e-4	-	-9.8615e-5	-	-9.9232e-5	-1.0e-4
	P.M.(x-y)	-	-9.8714e-5	-	-1.0107e-4	-	-9.9891e-5	-1.0e-4
	P.M.(x-y-z)	-	-1.0005e-4	-	-9.9597e-5	-	-9.882e-5	-1.0e-4
	P.M.(y-z)	-	-9.9966e-5	-	-9.9531e-5	-	-9.8691e-5	-1.0e-4
	Zhang(x-y-z)	-	-9.2691e-8	-	1.4924e-7	-	1.7033e-7	-1.0e-4

than Zhang's method for both changing and fixing of rotation angles. Zhang's method does not work well here because some camera orientation and the large level of noise lead to its degenerated case. That means it is not always stable for some cases.

4.2. Nonlinear Optimization

In order to test the validity of the proposed method, we try to compute the optimal camera parameters in the nonlinear optimization step by using the initial camera parameters determined by the proposed method. The distorted synthetic images used in this experiment are generated by adding the lens distortion to the image coordinates procreated from the four patterns where the distortion coefficients are given as $k_1 = -1.0 \times 10^{-4}$, $k_2 =$

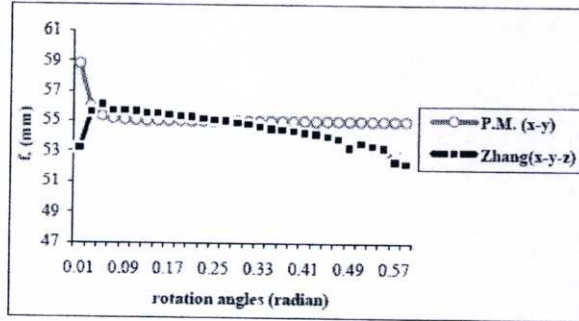
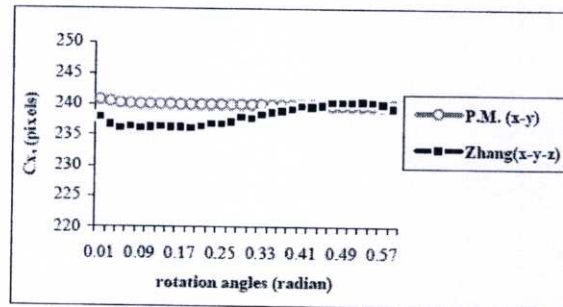
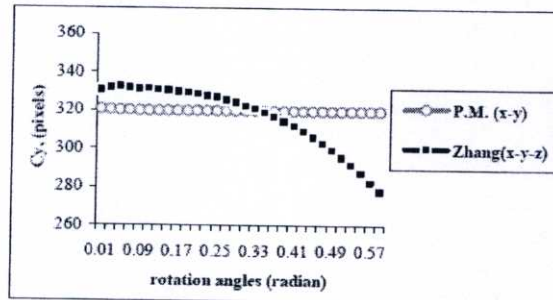
1.0×10^{-5} , $p_1 = 1.0 \times 10^{-4}$, $p_2 = -1.0 \times 10^{-4}$. The rotation angles of camera around each axis for all patterns are fixed at 0.1 radian. Firstly, we compute the optimal camera parameters with Newton's method by assuming the principal point is on the image center and the other coordinates. Then, we compare our results with those in Zhang's method. In the nonlinear refinement step of Zhang's method, Newton's method is used under the same condition for our method. Then, the initial and optimal camera parameters are computed by both methods for shifts of the principal point. The initial and optimal focal length (f), coordinate of principal point (C_x, C_y) and the distortion coefficients (k_1, k_2, p_1, p_2) are selected to show in Table 2, for example. It was found from Table 2 that the parameters obtained from the nonlinear optimization step

Table 2 (Continuous)

Test with lens distortion		Computed parameters at (240,300)		Computed parameters at (240,340)		Ground truth
		Initial value	Optimal value	Initial value	Optimal value	
f	P.M.(x)	72.3	54.4551	55.4804	54.9676	55
	P.M.(x-y)	112.0	54.4345	61.4365	54.6202	55
	P.M.(x-y-z)	67.0	54.8627	64.0	54.7244	55
	P.M.(y-z)	62.3	54.9254	66.6	54.6061	55
	Zhang(x-y-z)	57.1398	57.1667	57.1723	57.1398	55
C_x	P.M.(x)	268.3073	240.0019	262.3274	240.0007	240
	P.M.(x-y)	235.0379	239.9994	252.4893	240.0019	240
	P.M.(x-y-z)	236.086	239.9887	251.8723	239.9884	240
	P.M.(y-z)	212.3717	239.9900	233.7401	239.9899	240
	Zhang(x-y-z)	258.8230	258.8137	258.4561	258.4499	240
C_y	P.M.(x)	357.7341	299.9982	349.7612	339.9874	300, 340
	P.M.(x-y)	313.3761	299.9965	336.6440	339.9867	300, 340
	P.M.(x-y-z)	314.7738	300.015	335.821	340.0145	300, 340
	P.M.(y-z)	283.2518	287.9121	311.6457	340.0105	300, 340
	Zhang(x-y-z)	287.9001	287.4699	328.1521	328.1421	300, 340
k_1	P.M.(x)	-	-1.0254e-4	-	-9.8011e-5	-1.0e-4
	P.M.(x-y)	-	-1.0199e-4	-	-1.0142e-4	-1.0e-4
	P.M.(x-y-z)	-	-1.0032e-4	-	-1.0084e-4	-1.0e-4
	P.M.(y-z)	-	-1.0044e-4	-	-1.0149e-4	-1.0e-4
	Zhang(x-y-z)	-	-2.1045e-8	-	3.6500e-9	-1.0e-4
k_2	P.M.(x)	-	1.0527e-6	-	9.6014e-7	1.0e-6
	P.M.(x-y)	-	1.0414e-6	-	1.0282e-6	1.0e-6
	P.M.(x-y-z)	-	1.0083e-6	-	1.0188e-6	1.0e-6
	P.M.(y-z)	-	1.0104e-6	-	1.0316e-6	1.0e-6
	Zhang(x-y-z)	-	4.260e-13	-	-1.175e-13	1.0e-6
p_1	P.M.(x)	-	1.0132e-4	-	9.8946e-5	1.0e-4
	P.M.(x-y)	-	1.0105e-4	-	1.0282e-6	1.0e-4
	P.M.(x-y-z)	-	1.0027e-4	-	1.0188e-6	1.0e-4
	P.M.(y-z)	-	1.0031e-4	-	1.0316e-6	1.0e-4
	Zhang(x-y-z)	-	5.5923e-8	-	-4.1768e-8	1.0e-4
p_2	P.M.(x)	-	-1.0125e-4	-	-9.9124e-5	-1.0e-4
	P.M.(x-y)	-	-1.0099e-4	-	-1.0084e-4	-1.0e-4
	P.M.(x-y-z)	-	-1.0023e-4	-	-1.0049e-4	-1.0e-4
	P.M.(y-z)	-	-1.0028e-4	-	-1.0081e-4	-1.0e-4
	Zhang(x-y-z)	-	-9.4032e-8	-	1.3634e-7	-1.0e-4

are accurate although the principal point is shifted when the initial camera parameters determined by the proposed method are used, because the proposed method has a cost function to be reached to a global extremum. On the other hand, Zhang's method gives inaccurate camera parameters. This is due to the fact that the intrinsic parameters are common in three images but the extrinsic parameters are different thereby it is difficult to minimize the cost functions of three images to reach the global extremum at the same time. The initial parameters determined by Zhang's method are not so good for the nonlinear optimization using Newton's method. This is a reason why Zhang's method gives inaccurate optimal parameters for Newton's method, even though the principal point is on the image center. Secondly, we compute the optimal camera parameters by varying the rotation angles. The rotation angles are varied

from 0.01 to 0.6 radian. In the experiment, we test the proposed method with the camera rotation around X_c and Y_c axes and change a little in distortion coefficients as follows: $k_1 = -1.0 \times 10^{-6}$, $k_2 = 1.0 \times 10^{-6}$, $p_1 = 1.0 \times 10^{-5}$, $p_2 = -1.0 \times 10^{-5}$ and the principal point is on the image center. The optimal camera parameters are computed by both methods when the camera is rotated around each axis at 0.01 radian/time. The obtained focal length and coordinate of principal point for example are shown in Fig.6 ~ Fig.8. It was found from the experiments that the optimal camera parameters using the initial parameters estimated by the proposed method are accurate throughout specified rotation angles. However, the obtained parameters using initial values of Zhang's method are inaccurate. This is due to the fact that the parameters do not reach the global

Fig. 6. Comparison results for nonlinear optimization: f .Fig. 7. Comparison results for nonlinear optimization: C_x .Fig. 8. Comparison results for nonlinear optimization: C_y .

extremum same as mentioned in the first experiment.

4.3. Real Images

This subsection describes the initial camera parameters are computed by the proposed method with the real images. In order to compare the initial camera parameters computed by the proposed method and Zhang's method, we use five images taken from a model plane at different orientation by Zhang [15] as shown in Fig. 9. That is, the camera to be calibrated is an off-the-shelf PULNIX CCD camera with 6 mm lens, the image resolution is 640×480

and the model plane contains a pattern of 8×8 squares and 256 control points. Then, the initial camera parameters are computed by the proposed method in each image. The focal length in pixels and the coordinate of principal point are shown in Table 3, for example. The last two rows show the mean value and standard deviation of each parameter. In case of Zhang's method, we use three of five images to compute the initial camera parameters. Moreover, we also require the observation of the variation of calibration result by Zhang's method if all combinations of three images from the available five images are changed. Then,

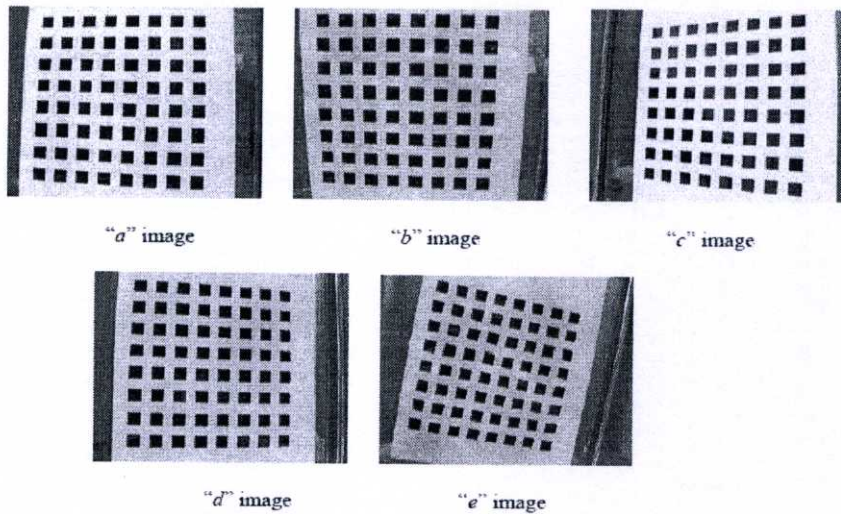


Fig. 9. Real images

Table 3. The initial focal length and principal point obtained from the proposed method.

Images	f (pixels)	C_x (pixels)	C_y (pixels)
<i>a</i>	1006.8	269.5946	202.1960
<i>b</i>	832.7031	296.6643	222.4983
<i>c</i>	905.8116	284.9000	213.6750
<i>d</i>	831.4127	299.4376	224.5782
<i>e</i>	872.9358	303.7627	227.8220
Mean	889.9326	290.8718	218.1539
Deviation	72.28212	13.79749	10.3481

Table 4. The initial focal length and principal point obtained from Zhang's method.

Triple images	f_x (pixels)	f_y (pixels)	C_x (pixels)	C_y (pixels)
<i>abc</i>	915.3371	918.2703	273.8433	225.1760
<i>abd</i>	825.2952	824.6601	294.4257	220.7998
<i>abe</i>	827.8720	827.5096	292.6375	220.9330
<i>acd</i>	890.1510	887.9127	296.9488	213.6439
<i>ace</i>	893.6085	892.3696	294.3032	219.5442
<i>ade</i>	815.6228	815.5092	294.2837	224.1838
<i>bcd</i>	864.9103	864.8664	302.2454	219.7982
<i>bce</i>	863.9653	864.2553	301.6888	219.5151
<i>bde</i>	831.3794	830.5221	292.1103	223.8497
<i>cde</i>	854.0629	854.9414	305.5930	221.1948
Mean	858.2205	858.0817	294.808	220.8639
Deviation	33.61437	34.00299	8.665017	3.25703

we compute the initial parameters by Zhang's method using the three images. The results are shown in Table 4, where the second row (*abc*), for example, displays the result with the triple of "a", "b" and "c" image. The ten sets for changes of triple images are used in this experiment. The last two rows display the mean value and standard deviation of the ten sets of results. It was found from Tables 3 and 4 that Zhang's method gives more stable initial camera parameters than the proposed method with small standard deviation. However, although the proposed

method gives larger the deviation of initial focal length and coordinate of principal point than Zhang's method, their mean values in the proposed method are not so different from those estimated by Zhang's method. Then, the estimated parameters can be used as the initial camera parameters in nonlinear optimization step. Thereby, we can conclude that the proposed method is a useful method similar to Zhang's method moreover, it gives less computational time.

5. CONCLUSIONS

We have proposed a coplanar calibration method to determine the initial camera parameters easily. In this paper, it was shown from our experiments that Zhang's method does not give better results in some cases though Zhang's method has been used as a good calibration method. In order to obtain the better results in such cases we proposed a new method by introducing intermediate parameters. The introduction of intermediate parameters made the calibration procedures simple. That is, the proposed method requires not only one image to determine camera parameters but also less computational time than Zhang's method. It is considered that the proposed method is useful in some cases than Zhang's method.

REFERENCES

- [1] R.Y. Tsai, "A versatile camera calibration technique for high accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV camera and lenses," *IEEE J. Robotics and Automat.*, vol. RA-3, no. 4, pp. 323-344, August 1987.
- [2] R.K. Lenz and R.Y. Tsai, "Techniques for calibration of the scale factor and image center for high accuracy 3D machine vision metrology," *IEEE Trans. on Patt. Anal. Machine Intell.*, vol. 10, pp. 713-720, September 1988.
- [3] C. Chatterjee and V.P. Roychowdhury, "Algorithms for coplanar camera calibration," *Machine Vision and Applications*, Springer-Verlag, pp. 84-97, 2000.
- [4] S. Ganapathy, "Decomposition of transformation matrices for robot vision," in *Proc.Int.Conf. Robot and Automation*, pp. 130-139, 1984.
- [5] W. Grosky and L. Tamburino, "A unified approach to linear camera calibration problem," *IEEE Trans. on Patt. Anal. Machine Intell.*, vol. 12, pp. 663-671, July 1990.
- [6] Z. Zhang, "A flexible new technique for camera calibration," *IEEE Trans. on Patt. Anal. Machine Intell.*, vol. 22, pp. 1330-1334, November 2000.
- [7] K. Sirisantisamrid, T. Matsuura and K. Tirasesth, "A simple technique to determine calibration parameters for coplanar camera calibration," *IEEE TENCON2004*, Thailand, pp. 677-680, 2004.
- [8] K. Sirisantisamrid, K. Tirasesth and T. Matsuura, "Determine calibration parameters with satisfied constraints for coplanar camera calibration," *IEEE TENCON2005*, Australia, 2005.
- [9] K. Sirisantisamrid, T. Matsuura and K. Tirasesth, "Determination of initial parameters with noise robustness for coplanar calibration," *IEEE TENCON2006*, Hong Kong, 2006.
- [10] K. Sirisantisamrid, T. Matsuura and K. Tirasesth, "A determination method for initial values of coplanar calibration parameters," *APCCAS2006*, Singapore, 2006.
- [11] R. Hartley and A. Zisserman, *Multiple view geometry in computer vision*, Cambridge University Press, 2003.
- [12] B.N. Datta, *Numerical linear algebra and applications*, Brook/Cole Publishing Company, 1995.

- [13] J. Weng, "Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation," *IEEE Trans. on Patt. Anal. Machine Intell.*, vol. 14, no. 10, pp. 965-980, October 1992.
- [14] K. Sirisantisamrid, K. Tirasesth and T. Matsuura, "Algorithms for coplanar camera calibration," *SJSB 2007*, Thailand, 2007.
- [15] Z. Zhang, "A flexible new technique for camera calibration," TR-98-71, *Microsoft Corporation*, August 2002.
- [16] K. Sirisantisamrid, T. Thepmanee, K. Tirasesth and T. Matsuura, "An influential principal point on camera parameters," *ICCV2008*, Seoul, 2008.
- [17] K. Sirisantisamrid, K. Tirasesth and T. Matsuura, "A simple technique for coplanar camera calibration," *ICCV2008*, Seoul, 2008.



Kaset Sirisantisamrid received the B.S. and M.E. degrees in Industrial Instrumentation and Electrical Engineering from King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Thailand in 1980 and 1986, respectively, and M.E. degree in Control Engineering from Osaka University, Japan in 1990. He is currently an Associate Professor at the Department of Instrumentation Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, 10520 Thailand. His research interests include camera calibration, image processing and object tracking.



Kitti Tirasesth received the B.E. degrees in Electrical Engineering from King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Thailand in 1975, and M.E. and D.E. from Tokai University, Hiratsuka, Japan, in 1978 and 2001, respectively. He is currently an Associate Professor at the Department of Instrumentation Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, 10520 Thailand. His research interests include camera calibration, image processing, control theory and its applications.



Takenobu Matsuura received the M.E. and D.E. degrees in Electrical Engineering from Tokai University, Hiratsuka, Japan, in 1973 and 1976, respectively. From 1988 to 1989, he stayed as a visiting professor at the University of Essex, Colchester, United Kingdom. He is currently a Professor at Department of Electrical and Electronic Engineering, Tokai University, Hiratsuka, Kanagawa, 259-1292 Japan. His research interests include camera calibration, pattern recognition, image processing and signal processing.

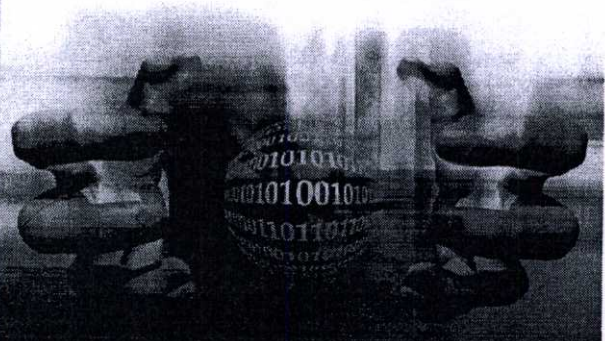
ICCAS 2008



International Conference on Control, Automation and Systems 2008

PROCEEDINGS

- Welcome Message
- Conference Organization
- Reviewers
- Conference Information
- Plenary Lecture
- Table of Contents
- Author Index
- Financial Contribution
- E-proceeding Search
- EXIT



October 14-17, 2008
COEX, Seoul, Korea

IEEE Catalog Number : CFP0810D-CDR ISBN : 978-95-93215-01-4-66570
in conjunction with KRO 2008



A Simple Technique for Coplanar Camera Calibration

Kaset Sirisantisamrid¹, Kitti Tirasesth¹ and Takenobu Matsuura²

¹ Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand
 (Tel : +66-2-326-4203; E-mail: kskaset@kmitl.ac.th)

² School of Engineering, Tokai University, Hiratsuka, Japan
 (Tel : +81-463-58-1211; E-mail: matsuura@tokai.ac.jp)

Abstract: This paper proposes a simple technique for camera calibration under assumption that a calibration pattern is on world coordinate system. The proposed method consists of two steps. In the first step, the intermediate parameters, lens distortion coefficients, principal point and the distances between sensors are computed by an iterative linear method. Then, the camera parameters are determined from the obtained intermediate parameters. In the experimental results, the proposed method gives the accurate and stable camera parameters for change rotation angles when compared with the conventional method.

Keywords: coplanar camera calibration, iterative linear method, intermediate parameters, camera parameters

1. INTRODUCTION

Camera calibration is a necessary step in computer vision. It is a process to extract metric information from two-dimensional image and can be divided into two types, noncoplanar and coplanar camera calibration. The noncoplanar calibration is effortless to determine the camera parameters but it requires the elaborate setup and expensive devices, whereas the coplanar calibration does not require the elaborate setup but its calibration procedure is more complicated than the noncoplanar case. Most work related to the coplanar calibration is as follows: Tsai [1] proposed a radial alignment constraint (RAC) for camera calibration. Most parameters are computed in closed form solution by linear method. The focal length, depth component of translation vector and radial distortion coefficients are computed by nonlinear scheme. Chatterjee et al [2] presented algorithms for coplanar camera calibration in which the camera parameters are computed by both linear and nonlinear optimization methods. Both Tsai's method and Chatterjee's method compute however, the camera parameters using one image under assumption that the principal point and the distances between sensors are prior known. Zhang [3] proposed a flexible new technique for camera calibration. Zhang's method requires at least three images to compute the camera parameters. Thus, the quantization noise and lens distortion have influence on camera parameters. The parameters in the nonlinear optimization step are possibly diverging or going to a local extremum, not global extremum. Furthermore, it takes also the computational time more than the calibration algorithms that used one image. Sirisantisamrid et al [4, 5] proposed a method to determine the initial values of coplanar camera calibration using one image for change rotation angles that is robust to noise. Then, they [6, 7] also proposed the techniques for coplanar camera calibration in which the image coordinates are rectified on iteration. These methods compute however, the camera parameters under assumption that the distances between sensors are prior known.

In this paper, we propose a novel technique of coplanar camera calibration that included the distances between sensors and the principal point into the camera parameters. Then, we test the accuracy and stability of camera parameters determined by the proposed method for change rotation angles and compare with the conventional method.

2. CAMERA MODEL

A camera is first modeled by pinhole. It is assumed here that an origin of world coordinate system is on a calibration pattern. Thus, the coordinates of control point on calibration pattern are in form of a two-dimensional plane. A control point is denoted by $P = [X_w, Y_w, 1]^T$. The control point projected through lens to image plane and frame buffer. Then, its corresponding coordinate on frame buffer is denoted by $p = [X_f, Y_f, 1]^T$. The relation between the control point and its corresponding coordinate is given by

$$vp = MP \quad (1)$$

where

$$M = A[R|t], A = \begin{bmatrix} -n_x^{-1}f & 0 & C_x \\ 0 & -n_y^{-1}f & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

v is an arbitrary scale factor. M is called a camera projection matrix that relates the extrinsic parameters (R, t) and the intrinsic matrix (A). The intrinsic parameters consist of focal length (f), coordinate of principal point (C_x, C_y) and distances between sensors in x and y -directions (n_x, n_y). Since the imperfection in design and assembly of lens, the projection of control point to image plane may be inaccurate. The relation between the ideal image point (X_w, Y_w) and the distorted image point (X_d, Y_d) on image plane is given by

$$X_w = X_d + k_1 X_d r_d^2 + k_2 X_d r_d^4 + p_1 (r_d^2 + 2X_d^2) + 2p_2 X_d Y_d \quad (2)$$

$$Y_w = Y_d + k_1 Y_d r_d^2 + k_2 Y_d r_d^4 + 2p_2 X_d Y_d + p_2 (r_d^2 + 2Y_d^2) \quad (3)$$

where k_1 and k_2 are first and second order of radial distortion coefficients, p_1 and p_2 are tangential distortion

coefficients, $X_u = n_x(X_f C_x)$, $Y_u = n_y(Y_f C_y)$, and $r_d^2 = X_d^2 + Y_d^2$. The lens distortion is defined by $d = (k_1, k_2, p_1, p_2)$.

3. PROPOSED METHOD

In the proposed method, there are two steps of camera calibration. In the first step, the camera parameters are represented in terms of intermediate parameters (a_1 - a_8). Thus, the relation between the control point and the distorted image coordinate that involved to the intermediate parameters can be written by

$$\frac{a_1 X_w + a_2 Y_w + a_7}{a_5 X_w + a_6 Y_w + 1} = A \tag{4}$$

$$\frac{a_3 X_w + a_4 Y_w + a_8}{a_5 X_w + a_6 Y_w + 1} = B \tag{5}$$

where

$$A = X_{fd} + n_x^{-1} (k_1 X_d r_d^2 + k_2 X_d Y_d^2 + p_1 (r_d^2 + 2X_d^2) + 2p_2 X_d Y_d)$$

$$B = Y_{fd} + n_y^{-1} (k_1 Y_d r_d^2 + k_2 Y_d X_d^2 + 2p_1 X_d Y_d + p_2 (r_d^2 + 2Y_d^2))$$

$$a_1 = \frac{-n_x^{-1} f t_1 + C_x r_1}{t_z}, a_2 = \frac{-n_x^{-1} f t_2 + C_x r_2}{t_z}, a_3 = \frac{r_1}{t_z},$$

$$a_4 = \frac{-n_y^{-1} f t_3 + C_y r_3}{t_z}, a_5 = \frac{-n_y^{-1} f t_4 + C_y r_4}{t_z}, a_6 = \frac{r_3}{t_z},$$

$$a_7 = \frac{-n_x^{-1} f t_5 + C_x}{t_z}, a_8 = \frac{-n_y^{-1} f t_6 + C_y}{t_z}$$

(X_{fd}, Y_{fd}) is a distorted image coordinate on frame buffer. Then, the equations (4) and (5) can be rearranged in form of inhomogeneous linear system.

$$\Psi_i a = u_i \tag{6}$$

where

$$\Psi_i = \begin{bmatrix} X_{wi}, Y_{wi}, 0, 0, -X_{fd}, X_{wi}, -X_{fd}, Y_{wi}, 1, 0 \\ 0, 0, X_{wi}, Y_{wi}, -Y_{fd}, X_{wi}, -Y_{fd}, Y_{wi}, 0, 1 \end{bmatrix}$$

$$a^T = [a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8], u_i^T = -[A_i, B_i]$$

The subscript i represents the number of control points and image coordinates. The unknown vector a is solved by least square method with n control points.

In this step, the intermediate parameters (a_1 - a_8), the lens distortion (d), the principal point (C_x, C_y) and the distances between sensors (n_x, n_y) are iteratively computed. The camera calibration starts by setting the lens distortion is zero, the principal point is on center of image and the distance between sensors ($n_x = n_y$) is a guess value. Then, the calibration procedure is as follows:

1. Compute the unknown vector a in Eq. (6) by linear method with d, C_x, C_y, n_x and n_y held constant.
2. Estimate lens distortion d with a, C_x, C_y, n_x and n_y held constant. The equations (4) and (5) can be rewritten as

$$\Omega_i d = v_i \tag{7}$$

where

$$\Omega_i = \begin{bmatrix} X_{di} r_{di}^2, X_{di} Y_{di}^2, r_{di}^2 + 2X_{di}^2, 2X_{di} Y_{di} \\ Y_{di} r_{di}^2, Y_{di} X_{di}^2, 2X_{di} Y_{di}, r_{di}^2 + 2Y_{di}^2 \end{bmatrix}$$

$$d^T = [k_1, k_2, p_1, p_2], v_i^T = -[C_i, D_i]$$

$$C_i = n_x \left(\frac{a_1 X_{wi} + a_2 Y_{wi} + a_7}{a_5 X_{wi} + a_6 Y_{wi} + 1} - X_{fd} \right)$$

$$D_i = n_y \left(\frac{a_3 X_{wi} + a_4 Y_{wi} + a_8}{a_5 X_{wi} + a_6 Y_{wi} + 1} - Y_{fd} \right)$$

The lens distortion (d) in Eq. (7) is solved by linear method with n control points.

3. Compute C_x, C_y, n_x and n_y by minimizing an objective function (J) with a and d held constant. The objective function produced from the equations (4) and (5) can be written by

$$J = J_x^2 + J_y^2 \tag{8}$$

where

$$J_x = X_{fd} + k_1 (X_{fd} - C_x) \left(n_x^2 (X_{fd} - C_x)^2 + n_y^2 (Y_{fd} - C_y)^2 \right) + k_2 (X_{fd} - C_x) \left(n_x^2 (X_{fd} - C_x)^2 + n_y^2 (Y_{fd} - C_y)^2 \right) + 2p_1 n_x (X_{fd} - C_x) (Y_{fd} - C_y) + p_2 n_x^2 \left(3n_x^2 (X_{fd} - C_x)^2 + 3n_y^2 (Y_{fd} - C_y)^2 \right) - \frac{(a_1 X_w + a_2 Y_w + a_7)}{(a_5 X_w + a_6 Y_w + 1)}$$

$$J_y = Y_{fd} + k_1 (Y_{fd} - C_y) \left(n_x^2 (X_{fd} - C_x)^2 + n_y^2 (Y_{fd} - C_y)^2 \right) + k_2 (Y_{fd} - C_y) \left(n_x^2 (X_{fd} - C_x)^2 + n_y^2 (Y_{fd} - C_y)^2 \right) + 2p_1 n_x (X_{fd} - C_x) (Y_{fd} - C_y) + p_2 n_y^2 \left(n_x^2 (X_{fd} - C_x)^2 + 3n_y^2 (Y_{fd} - C_y)^2 \right) - \frac{(a_3 X_w + a_4 Y_w + a_8)}{(a_5 X_w + a_6 Y_w + 1)}$$

4. Estimate backward the control points using the obtained parameters and compare them with the prescribed one.
5. The iteration is terminated, if the summation of difference between the estimated and prescribed control points is less than ϵ (ϵ is equal to 10^{-7} in our experiments). Otherwise, go to Step 1.

In the second step, we use the orthogonality constraints of rotation matrix to compute the camera parameters. There are only three orthogonality constraints for coplanar camera calibration as follows:

$$\begin{aligned} r_1 r_2 + r_3 r_5 + r_4 r_6 &= 0, \\ r_1^2 + r_4^2 + r_7^2 &= 1, \\ r_2^2 + r_3^2 + r_5^2 &= 1. \end{aligned} \tag{9}$$

Thus, the remaining camera parameters are determined from the intermediate parameters obtained in the first step using those constraints.

$$\sigma = -\frac{\sqrt{a_5^2 + a_6^2}}{\sqrt{n_x^2 b_1^2 + n_y^2 b_2^2}}, t_x = -\frac{\sqrt{1 - \sigma^4 n_x^2 n_y^2 (b_3 - b_1 C_x + b_2 C_y)^2}}{a_5^2 + a_6^2}$$

$$f = \frac{t_z}{\sigma}, t_x = \sigma n_x (-a_7 + C_x), t_y = \sigma n_y (-a_8 + C_y) \tag{10}$$

where $b_1 = a_4 a_5 - a_3 a_6, b_2 = a_2 a_5 - a_1 a_6, b_3 = a_1 a_4 - a_2 a_3$. The entries of rotation matrix (R) can be computed by using the relation between the camera and intermediate parameters as above mentioned.

4. EXPERIMENTAL RESULTS

In our experiences, we found that the rotation angles of camera with respect to the origin of world coordinate system have influence on the camera parameters. Thus, we test the proposed method with the distorted synthetic images for change rotation angles and compare the

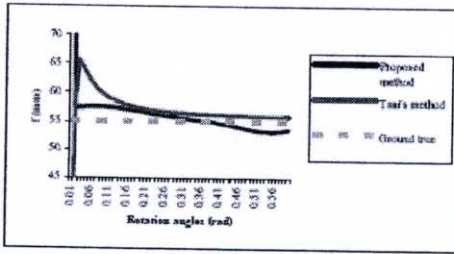


Fig. 1 Comparison results for change rotation angles: f .

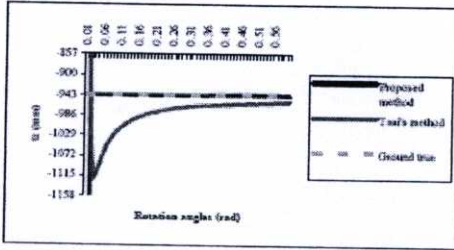


Fig. 2 Comparison results for change rotation angles: t_z .

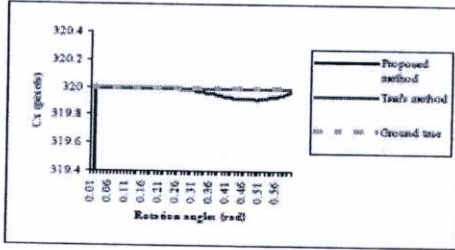


Fig. 3 Comparison results for change rotation angles: C_x .

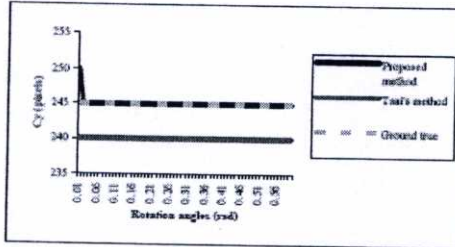


Fig. 4 Comparison results for change rotation angles: C_y .

obtained parameters with the conventional method. The distorted image is 640x480 sizes. The distorted image coordinates are generated using the following synthetic data: $f=55$ mm, $t_x=-198$ mm, $t_y=-80$ mm, $t_z=-943$ mm, $n_x=0.029$, $n_y=0.0367$, $k_1=-10^{-4}$, $k_2=10^{-6}$, $p_1=10^{-4}$ and $p_2=-10^{-4}$. We selected the principal point is on the coordinate (320, 245), not at the center of image in order to test the accuracy and stability of the proposed method and the camera rotates from 0.01~0.6 radian around x and y-axes. Tsai's method is used as the conventional

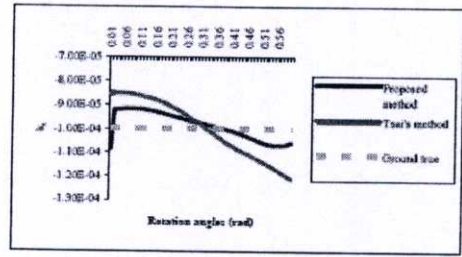


Fig. 5 Comparison results for change rotation angles: k_1 .

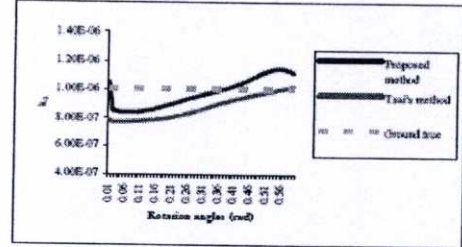


Fig. 6 Comparison results for change rotation angles: k_2 .

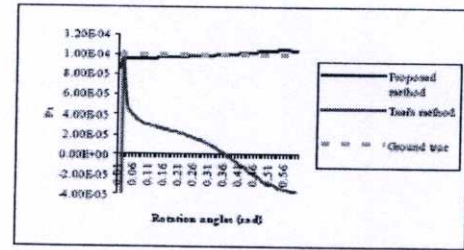


Fig. 7 Comparison results for change rotation angles: p_1 .

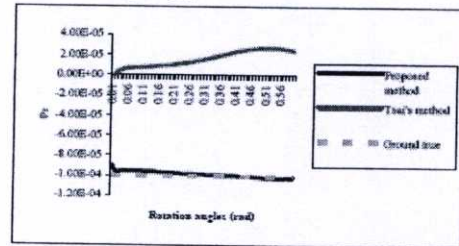


Fig. 8 Comparison results for change rotation angles: p_2 .

method because it requires only one image to compute the camera parameters same as the proposed method. Then, the camera parameters are computed by both the proposed method and Tsai's method with the generated synthetic images. The comparison results for examples of camera parameters obtained from the proposed method with those computed from Tsai's method are shown in Figs. (1) ~ (8). It can be found from the experiments that the camera parameters determined from the proposed method are stable and accurate over

all specified rotation angles because the proposed method does not get the influence of rotation angles. The proposed method regards the principal point and the distances between sensors as parameters. Furthermore, it did not rectify the image coordinates on iteration same as proposed in [6], [7]. However, Tsai's method got the influence of rotation angles. Thus, the camera parameters obtained from Tsai's method are inaccurate. Since Tsai's method disregards the principal point and the distances between sensors as parameters. It is a closed form solution. It does not use iteration method for all parameters thereby it is weak in the large lens distortion that included radial and tangential distortions. It has however, an advantage that not takes the computational time.

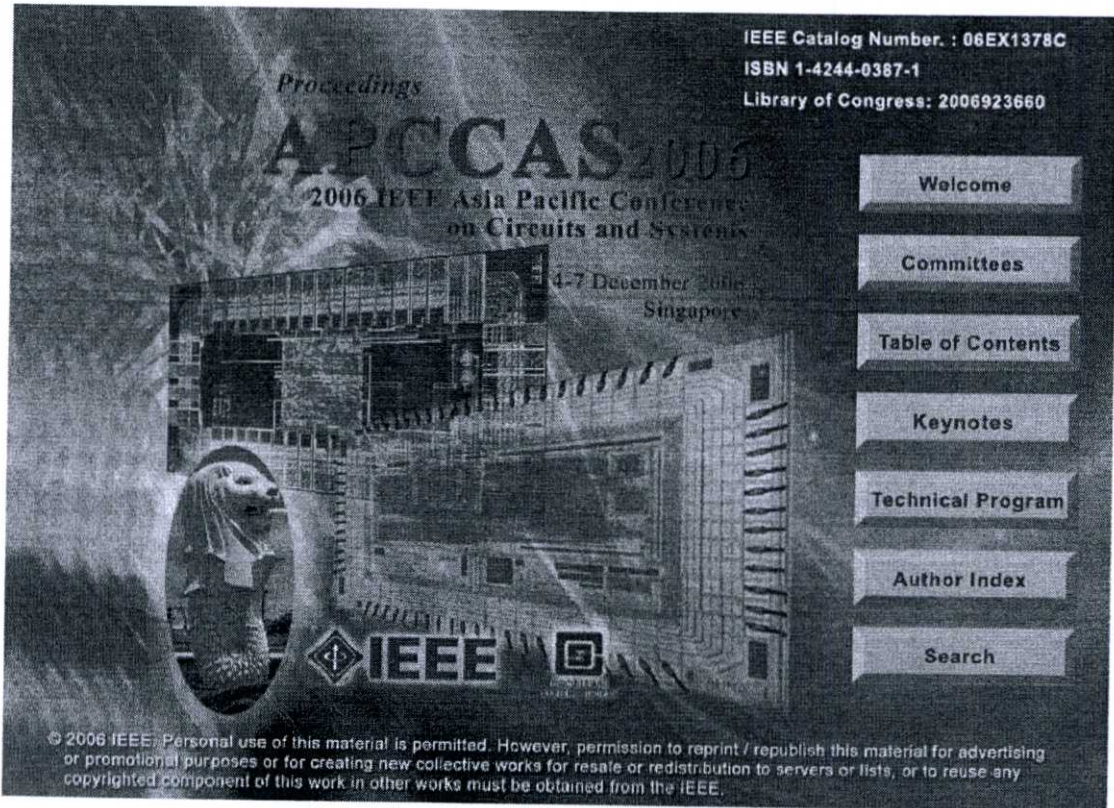
5. CONCLUSION

We have proposed a novel technique for coplanar camera calibration. The proposed method is simple and requires only one image to compute the camera parameters. We tested the proposed method with distorted synthetic images for change rotation angles and compared the results with the conventional method. In our experiments, the principal point on generated synthetic images was not at the center of image and the camera is rotated from 0.01~0.6 radian around x and y -axes. It can be found from the experimental results that the proposed method gives more stable and accurate camera parameters than the conventional method for change rotation angles. Furthermore, the proposed method can compute the camera parameters from the images that pixel is not necessary square only.

REFERENCES

- [1] R. Y. Tsai, "A versatile camera calibration technique for high accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses," *IEEE Journal of Robotics and Automation*, vol. RA-3, pp. 323-343, Aug. 1987.
- [2] C. Chatterjee and V. P. Roychowdhury, "Algorithms for coplanar calibration," *Machine Vision and Applications*, Springer-Verlag 2000, pp. 84-97, 2000.
- [3] Z. Zhang, "A flexible new technique for camera calibration," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-22 no. 11, pp. 1330-1334, Nov. 2000.
- [4] K. Sirisantisamrid, T. Matsuura and K. Tirasesth, "A determination method for initial values of coplanar camera calibration parameters," *APCCAS2006*, Singapore, pp.1069-1072, Dec. 4-7, 2006.
- [5] K. Sirisantisamrid, T. Matsuura and K. Tirasesth, "Determination of initial parameters with noise robustness for coplanar calibration," *IEEE TENCON2006*, Hong Kong, Nov. 14-17, 2006.
- [6] K. Sirisantisamrid, K. Tirasesth and T. Matsuura, "An algorithm for coplanar camera calibration," *IHMSP2007*, Kaohsiung, Taiwan, pp. 596-599, Nov. 26-28, 2007.

- [7] K. Sirisantisamrid, K. Tirasesth and T. Matsuura, "A determination method of camera parameters for coplanar camera calibration," *ICEAST2007*, Bangkok, Thailand, pp. 830-833, Nov. 21-23, 2007.



IEEE Catalog Number : 06EX1378C
ISBN 1-4244-0387-1
Library of Congress: 2006923660

Proceedings
APCCAS 2006
2006 IEEE Asia Pacific Conference
on Circuits and Systems
4-7 December 2006
Singapore

Welcome
Committees
Table of Contents
Keynotes
Technical Program
Author Index
Search

© 2006 IEEE. Personal use of this material is permitted. However, permission to reprint / republish this material for advertising or promotional purposes or for creating new collective works for resale or redistribution to servers or lists, or to reuse any copyrighted component of this work in other works must be obtained from the IEEE.

A Determination Method for Initial Values of Coplanar Camera Calibration Parameters

Kaset SIRISANTISAMRID

Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute
of Technology Ladkrabang,
Bangkok, 10520 Thailand
Email: kskaset@kmitd.ac.th

Takenobu MATSUURA

Department of Communications
Engineering, Tokai University,
Hiratsuka, Kanagawa 259-1292, Japan
Email: matsuurat@dt.u-tokai.ac.jp

Kitti TIRASESTH

Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute
of Technology Ladkrabang,
Bangkok, 10520 Thailand
Email: ktkitti@kmitd.ac.th

Abstract—This paper discusses a determination method for initial values of coplanar camera calibration parameters. In the conventional methods, it is assumed that the image center is ignored or known in advance. The determination of the initial calibration parameters of image corrupted with quantization noise and lens distortion becomes sometimes unstable under the above assumption. In this paper, a method to find the stable initial values of the calibration parameters is proposed under assumption on the aspect ratio of the image. In order to show the effectiveness of the proposed method, the comparison results with the conventional method are shown. It was found from the experimental results that the proposed method gives more accurate results than those of the conventional method.

Keywords—initial values, calibration parameters, coplanar calibration

I. INTRODUCTION

Camera calibration is an important issue in the field of computer vision and robot vision. In its applications such as depth from stereoscopy in 3D object measurements and recognition, the accuracy of the camera calibration is required.

The camera calibration can be performed by observing the calibration pattern with known geometry in 3D surface or 2D plane. Furthermore, the calibration can be divided into two types, noncoplanar and coplanar calibration. The former is performed by observing the control points of calibration pattern in known 3D space, but the latter is performed by observing the control points lying on 2D plane. The coplanar calibration problem is more complex and gives inaccurate than the noncoplanar case. However, there is several industrial and military applications required coplanar calibration. Thereby, we are interested in the coplanar calibration.

In general, the main procedure of coplanar calibration consists of two steps, the determination of initial parameters and the nonlinear optimization. In the first step, a set of intermediate parameters associated with the calibration parameters are computed by solving the linear equations and then the initial calibration parameters are determined from the obtained intermediate parameters. In the second step, the optimal calibration parameters are determined using the above initial parameters.

Most studies [1,2,3] concerned with coplanar calibration

defining the relationship between the intermediate and calibration parameters are simple and have supposed that the image center is ignored or known in advance. Under the above assumption, the initial parameters calculated from a real image mostly including quantization noise and lens distortion are not good enough and unstable to be used as the initial values of calibration parameters. The nonlinear optimization step will iteratively compute the calibration parameters from those initial parameters. If we chose the unstable initial parameters, the optimization algorithm may divert or converge to a local extremum that is not globally optimal solution. Therefore, it is considered that the determination of suitable initial values of calibration parameters is an important for coplanar calibration.

As a conventional method, Zhang [5] has proposed a flexible new technique for camera calibration. In the method, the camera observing a planar pattern at different orientations is required for this camera calibration. All calibration parameters are computed by using the homography of three images and defined as the initial values for nonlinear refinement step. However, radial lens distortion is only used as a camera model. Sirisantisamrid et al [6] presented a simple technique to determine calibration parameters for coplanar camera calibration. The camera parameters are computed by using the least square method and the relationship between the control points of the calibration pattern and their corresponding points on the frame buffer is used. Therefore, the image center can be simultaneously computed with other parameters. However, it is suitable for the square images. In this paper, a determination method for stable initial values of coplanar camera calibration parameters is presented. The proposed method is suitable for both the rectangular and square images.

II. PROPOSED METHOD

In this section, we describe a method for determining the stable initial parameters in coplanar camera calibration under the assumption that the aspect ratio of image is known.

A. Camera Model

Calibration parameters consist of extrinsic and intrinsic parameters. The extrinsic parameters consist of 3×2 rotation matrix R defining camera orientation, and 3×1 translation vector t defining 3D position of the camera center. The intrinsic parameters consist

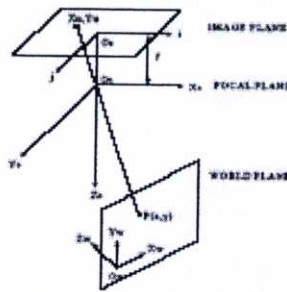


Figure 1. Mapping control points to image plane

of the effective focal length (f) of the camera, the center of image array (C_x, C_y), and the lens distortion coefficients. Fig. 1 illustrates the basic geometry of camera model. It is assumed that the origin of world coordinate system (O_w) is on a calibration pattern. Thereby, the control points of calibration pattern lie on 2D plane (X_w, Y_w). 3D camera coordinate system (X_c, Y_c, Z_c) with optical center at O_c point and Z_c axis is the same as the optical axis. Transformation from the control points of 2D plane to camera coordinate system for coplanar calibration case ($Z_w = 0$) can be given as

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = [R \ t] \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

where

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \\ r_{31} & r_{32} \end{bmatrix}, \quad t = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{bmatrix}$$

R is 3×2 rotation matrix that defines camera orientation. t is 3×1 translation vector that defines the position of camera center. 2D image plane is placed behind the focal plane with (i, j) axes aligned with (X_c, Y_c) respectively. The effective focal length (f) is the distance between the image plane and the optical center. Considering the pinhole camera model, the relationship between the control points of the camera coordinate and their corresponding points on image plane is given by

$$X_d = -f \frac{X_c}{Z_c} \quad (2)$$

$$Y_d = -f \frac{Y_c}{Z_c} \quad (3)$$

or expressed in the matrix form as

$$\begin{bmatrix} \alpha X_d \\ \alpha Y_d \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f & 0 & 0 \\ 0 & -f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} \quad (4)$$

where (X_d, Y_d) are ideal undistorted image points on image plane and α is a non-zero scale factor. Transformation from the image points on image plane to the image coordinates on frame buffer can be expressed by

$$X_i = n_i (X_d - C_x) \quad (5)$$

$$Y_i = n_j (Y_d - C_y) \quad (6)$$

where (X_i, Y_i) is image coordinates (pixels) on the frame buffer. (n_i, n_j) is the distance between sensors in i and j directions, previously known from manufacturing's data. Here, the relationship of the image coordinates on frame buffer and the image points on image plane can be expressed in the matrix form as

$$\begin{bmatrix} \alpha X_i \\ \alpha Y_i \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_i^{-1} & 0 & C_x \\ 0 & n_j^{-1} & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha X_d \\ \alpha Y_d \\ \alpha \end{bmatrix} \quad (7)$$

Finally, the relationship between the control points in 2D plane and their corresponding image coordinates on the frame buffer can be written by

$$\begin{bmatrix} \alpha X_i \\ \alpha Y_i \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ r_3 & r_3 & t_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

where

$$\begin{aligned} h_{11} &= -f r_{11} + C_x r_{31}, & h_{12} &= -f r_{12} + C_x r_{32} \\ h_{21} &= -f r_{21} + C_y r_{31}, & h_{22} &= -f r_{22} + C_y r_{32} \\ h_{31} &= -f r_{31} + C_x r_{31}, & h_{32} &= -f r_{32} + C_y r_{32} \\ f_c &= n_i^{-1} f, & f_y &= n_j^{-1} f. \end{aligned}$$

However, the results of imperfections in the design and assembly of lens, the projection of the control points from 2D plane to image plane are inaccurate. Types of lens distortions commonly seen are radial and tangential. Let (X_d, Y_d) be the actual distorted image coordinate on image plane, which causes from the lens distortion. The ideal undistorted image coordinate (X_u, Y_u) related to the actual distorted image coordinate can be expressed by

$$X_u = X_d + k_1 X_d^2 + k_2 X_d^4 + p_1 (r_d^2 + 2X_d^2) + 2p_2 X_d Y_d \quad (9)$$

$$Y_u = Y_d + k_1 Y_d^2 + k_2 Y_d^4 + p_2 (r_d^2 + 2Y_d^2) + 2p_1 X_d Y_d \quad (10)$$

where k_1 and k_2 are first and second order of radial distortion coefficients, respectively. p_1 and p_2 are tangential distortion coefficients.

B. Determination of Initial Values of Calibration Parameters

This subsection describes a method computing calibration parameters directly on image coordinate in frame buffer by using a

linear method. The image center can be computed together with other parameters. Rigid body transformation from world coordinate to frame buffer in equation (3) can be rewritten by the following two collinearity equations:

$$X_f = \frac{(-f_x A + C_x) X_w + (-f_x B + C_x) Y_w + (-f_x C + C_x) Z_w}{s_x X_w + s_y Y_w + s_z} \quad (11)$$

$$Y_f = \frac{(-f_y A + C_y) X_w + (-f_y B + C_y) Y_w + (-f_y C + C_y) Z_w}{s_x X_w + s_y Y_w + s_z} \quad (12)$$

Since equations (11) and (12) have nonlinear characteristics. Therefore, in order to easily obtain the estimate parameters in the closed form, it is assumed that the number of rows and columns of the image center is related by $vC_x = C_y$ (v is constant to be evaluated in advance). The parameters to be calibrated consist of rotation matrix R with incomplete entries, translation vector t , focal length f and image center C_x, C_y . Then, the equations (11) and (12) can be expressed in matrix form as

$$\Omega b = u \quad (13)$$

where

$$\Omega = \begin{bmatrix} v_1^T \\ v_2^T \\ b^T \end{bmatrix}$$

$$v_1^T = [X_w, Y_w, 0, 0, -X_f, X_w, -X_f, Y_w, 1, 0]$$

$$v_2^T = [0, 0, X_w, Y_w, -Y_f, X_w, -Y_f, Y_w, 0, 1]$$

$$b^T = [b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8, b_9]$$

$$b_1 = \frac{-f_x A + C_x}{s_x}, \quad b_2 = \frac{-f_x B + C_x}{s_x}, \quad b_3 = \frac{-f_x C + C_x}{s_x}$$

$$b_4 = \frac{-f_y A + C_y}{s_y}, \quad b_5 = \frac{-f_y B + C_y}{s_y}, \quad b_6 = \frac{-f_y C + C_y}{s_y}$$

$$b_7 = \frac{-f_x A + C_x}{s_x}, \quad b_8 = \frac{-f_y A + C_y}{s_y}, \quad b_9 = -[X_f, Y_f]$$

With n control points, f_i, w_i ($i=1, \dots, n$), the overdetermined system of linear equations can be established and solved for unknown vector b in the least square sense such that

$$\text{minimize } \sum_{i=1}^n [\Omega_i b - u_i]^2 \quad (14)$$

where

$$\Omega_i = \begin{bmatrix} v_{1i}^T \\ v_{2i}^T \\ u_i^T \end{bmatrix}$$

$$v_{1i}^T = [X_{wi}, Y_{wi}, 0, 0, -X_{fi}, X_{wi}, -X_{fi}, Y_{wi}, 1, 0]$$

$$v_{2i}^T = [0, 0, X_{wi}, Y_{wi}, -Y_{fi}, X_{wi}, -Y_{fi}, Y_{wi}, 0, 1]$$

$$u_i^T = -[X_{fi}, Y_{fi}]$$

The solution b satisfying (14) is given by

$$b = W^{-1} \sum_{i=1}^n \Omega_i^T u_i \quad (15)$$

where

$$W = \sum_{i=1}^n \Omega_i^T \Omega_i$$

With the obtained solution vector b , the rotation matrix R is rearranged or expressed in the form of

$$\begin{bmatrix} r_1 & r_2 \\ r_3 & r_3 \\ r_5 & r_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\xi(b_1 - C_x/b_3) & -\xi(b_2 - C_x/b_3) \\ -\xi(b_4 - C_y/b_3) & -\xi(b_5 - C_y/b_3) \\ b_7 & b_8 \end{bmatrix} \quad (16)$$

where $\xi = t_x/f_x = t_y/f_y$. Then, the orthogonality constraints of rotation matrix are used and the calibration parameters can be obtained as follows:

$$\xi = s_x s_y \sqrt{\frac{b_7^2 + b_8^2}{a^2 + c^2}} \quad (17)$$

$$C_x = \frac{ab\xi^2 - (b_7 b_8 + b_9 b_9)}{b_7^2 + b_8^2 + a\xi^2(uv - a)}, \quad C_y = vC_x \quad (18)$$

$$s_x = s_y \sqrt{\frac{1 - \xi^2(b + aC_y - aC_x)^2}{b_7^2 + b_8^2}} \quad (19)$$

$$f = \frac{b_9}{\xi} \quad (20)$$

where $a = b_7 b_7 - b_8 b_8$, $b = b_7 b_7 - b_8 b_8$, $c = b_7 b_7 - b_8 b_8$ with negative or positive sign if the origin of world coordinate system O_w is in front or behind the camera. The remaining parameters can be determined as follows:

$$r_1 = -\xi(b_1 - C_x/b_3), \quad r_2 = -\xi(b_2 - C_x/b_3)$$

$$r_3 = -\xi(b_4 - C_y/b_3), \quad r_4 = -\xi(b_5 - C_y/b_3)$$

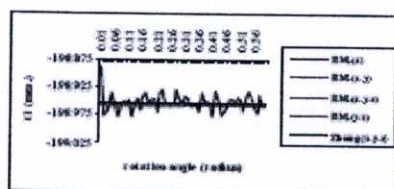
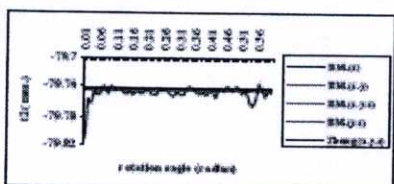
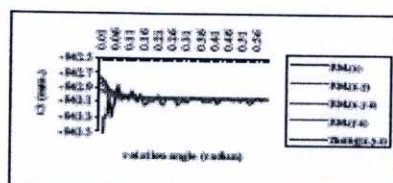
$$r_5 = b_7, \quad r_6 = b_8$$

$$r_7 = -\xi(b_7 - C_x), \quad r_8 = -\xi(b_8 - C_y)$$

$$r_9 = r_1 x_1, \quad r_{10} = [b_9, b_9]$$

III. EXPERIMENTAL RESULTS

In order to obtain the experimental results, the synthetic data is generated, with a known set of extrinsic and intrinsic parameters. The 10×10 grid of control points at 32 mm distance to simulate 2D calibration pattern is produced, that is related to the certain world coordinate system. Let assume that the image center (C_x, C_y) on frame buffer is at (240, 320) for 480x640 image size, focal length $f = 55$ mm, both conversion parameter $n_x = n_y = 0.0367$, camera center

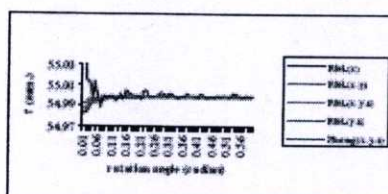
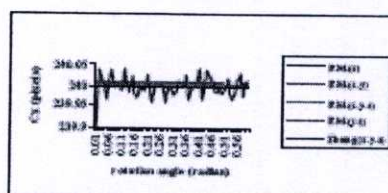
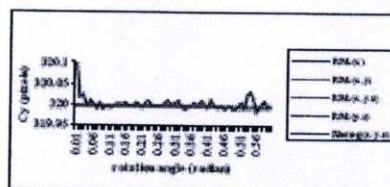
Figure 2. Comparison: x_1 vs. rotation angleFigure 3. Comparison: x_2 vs. rotation angleFigure 4. Comparison: x_3 vs. rotation angle

position is $(-198.9551, -79.7462, -943.0575)$ in mm, rotation parameter in form of Euler angle α , β and γ are $0.01, 0.02, \dots, 0.6$ rad, respectively. With the given control points and camera parameters, the image coordinates X_i and Y_i on frame buffer are obtained from equations (11), (12). The comparison results with the conventional method [5] are shown in Fig. 2 through Fig. 7. In the figures, P.M(x) means the experimental result for the rotation of x-axis in the proposed method and P.M(x-y-z) means the result for the rotation of x, y and z-axes in the proposed method. In the proposed method, only one image is required to the determination of initial calibration parameters. While Zhang (x-y-z) means that Zhang's method needs three images to determine the initial calibration parameters, that is, one image for the rotation of each axis.

It can be found from the comparison results that the proposed method provides the stable initial calibration parameters in comparison with Zhang's method [5].

IV. CONCLUSION

We have proposed a determination method for the initial values of coplanar camera calibration parameters. We have extended the conventional methods to improve the unstableness in the determination process for the initial values of calibration parameters.

Figure 5. Comparison: y vs. rotation angleFigure 6. Comparison: C_x vs. rotation angleFigure 7. Comparison: C_y vs. rotation angle

The proposed method has given the stable initial values of the calibration parameters. Our experimental results have demonstrated that the proposed method gives more accurate results than the conventional methods.

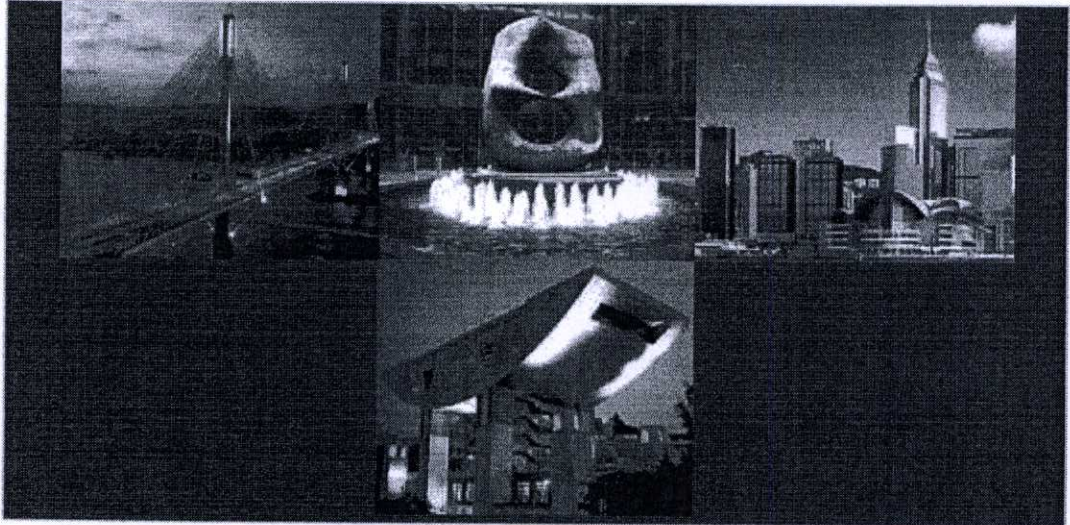
REFERENCES

- [1] R. Y. Tsai, "A versatile camera calibration technique for high accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV camera and lenses," *IEEE Journal of Robotics and Automation*, vol. RA-3, pp.323-343, Aug. 1987.
- [2] R. K. Lentz and R. Y. Tsai, "Techniques for calibration of the scale factor and image center for high accuracy 3D machine vision metrology," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-10, pp.713-720, Sep. 1988.
- [3] C. Chatterjee and V. P. Roychowdhury, "Algorithms for coplanar camera calibration," *Machine Vision and Applications*, Springer-Verlag 2000, pp.84-97.
- [4] W. Grosky and L. Tambarino, "A unified approach to linear camera calibration problems," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-12, pp.663-671, Jul. 1990.
- [5] Z. Zhang, "A flexible new technique for camera calibration," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-22, pp.1330-1334, Nov. 2000.
- [6] K. Sirisantisarnid, T. Mitsuru and K. Tiraseth, "A simple technique to determine calibration parameters for coplanar camera calibration," *IEEE TRONCON 2004*, Chiang Mai, Thailand, pp.677-680, 2004.



TENCON2006 HONGKONG IEEE REGION 10 CONFERENCE

November 14-17, 2006 Hong Kong, China



[Home](#)

[Session List](#)

[First Authors' Index](#)

[Search](#)

Organized by:

Supported by:



IEEE

**Hong Kong
Section**



Department of Electronic Engineering
City University of Hong Kong



Department of Electrical Engineering
Department of Electronic and Information
Engineering
The Hong Kong Polytechnic University



Department of Computer Science
Hong Kong Baptist University



Beijing Section
Shanghai Sub-section
Xian Sub-section
Macau Section



The Institution of Engineering and
Technology



The Hong Kong Institution of Engineers

Determination of Initial Parameters with Noise Robustness for Coplanar Calibration

Kaset SIRISANTISAMRID* Takenobu MATSUURA** Kitti TIRASESTH*

*Department of Instrumentation Engineering, Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, 10520 Thailand

**Department of Communications Engineering, Tokai University,
Hiratsuka, Kanagawa 259-1292, Japan

Abstract- This paper discusses a method to determine initial parameters with noise robustness for coplanar calibration. Most conventional methods are assumed that the image center is known in advance. The determination of initial parameters of image corrupted with quantization noise becomes unstable under the above assumption. In this paper, a method to determine the stable initial parameters of coplanar calibration is proposed. In order to show the effectiveness of the proposed method, the method is tested on synthetic images corrupted with known noise. The experimental results show that the proposed method is robust to noise.

I. INTRODUCTION

Camera calibration is an important issue in the field of computer vision and robot vision. In its application such as the depth from stereoscopy in 3D object measurements and recognition, the accuracy of camera calibration is required. The camera calibration can be divided into two types, noncoplanar and coplanar camera calibrations, performed by observing a calibration pattern with known geometry in 3D surface or 2D plane. The former is performed by observing the control points of calibration pattern in the known 3D space with high precision. The latter is calibrated by observing the control points lying on 2D plane, in which the expensive device and elaborate setup are not required. Determination of camera parameters for coplanar calibration is more complex and gives inaccurate than the non-coplanar case. However, there are several industrial and military applications requiring the coplanar calibration. Thereby, we are interested in the coplanar calibration.

Tsai [1] proposed a radial alignment constraint (RAC) for camera calibration in both noncoplanar and coplanar calibrations. Most parameters such as the extrinsic parameters and focal length are computed in closed form using linear method. Then, three parameters, the depth component of translation vector, focal length and radial distortion coefficients are computed by the nonlinear minimization scheme. However, the camera parameters are computed by using the relationship between the control points of calibration pattern and their corresponding points on image plane. Therefore, the camera parameters are inaccurate.

Chatterjee et al [2] presented algorithms for coplanar camera calibration in which the camera parameters are computed by both linear and nonlinear optimization methods. In the linear case, the noncoplanar algorithms of Ganapathy [3], Grosky and Tamiburino [4] and Chatterjee et al [5] are extended to the coplanar case. However, these algorithms same as Tsai

method [1] use the image points on image plane to compute the camera parameters. Therefore, the computed parameters are lack of accuracy. In the nonlinear case, the camera parameters computed by linear method are used as initial parameters to start the nonlinear optimization.

Zhang [6] proposed a flexible new technique for camera calibration. A camera observing a planar pattern at different orientations performs the camera calibration. The homography between the planar pattern and its images is used and one homography gives two basic constraints on the intrinsic camera parameters. However, computation of the camera parameters requires at least three images because Zhang's method cannot determine the six parameters using one image. The eigenvector corresponding to the smallest eigenvalue for a matrix should be used as the solution. Then, the obtained parameters are defined as the initial values for nonlinear refinement step.

In this paper, a determination method of initial parameters with noise robustness for coplanar calibration is presented.

II. PROPOSED METHOD

In this section, we describe a camera model and a method for determining initial parameters in coplanar calibration.

A. Camera Model

Camera parameters consist of intrinsic and extrinsic parameters. The extrinsic parameters consist of 3x2 rotation matrix \mathbf{R} defining camera orientation and 3x1 translation vector \mathbf{t} defining the position of camera center. The intrinsic parameters consist of the effective focal length f , the image center (C_x, C_y) and the lens distortion coefficients. Fig. 1 illustrates the basic geometry of camera model. It is assumed that the origin of world coordinate system (O_w) is on the calibration pattern. Thereby, the control points of calibration pattern are lying on 2D plane (X_w, Y_w). Three-dimensional camera coordinate system (X_c, Y_c, Z_c) with optical center at O_c point and Z_c axis is the same as the optical axis. Transformation from the control points of 2D plane to camera coordinate system for coplanar calibration case can be given as

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = [\mathbf{R} \ / \ \mathbf{t}] \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

where

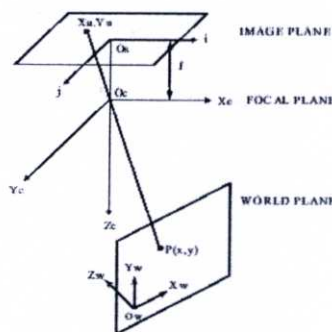


Figure 1. Mapping control points to image plane.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 \\ r_4 & r_5 \\ r_7 & r_8 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{bmatrix}$$

Two-dimensional image plane is placed behind the focal plane with (i, j) axes aligned with (X_c, Y_c) , respectively. The distance between the image plane and the optical center is an effective focal length (f). By considering the pinhole camera model, the relationship between the control points of camera coordinate and their corresponding points on image plane is given by

$$X_u = -f \frac{X_c}{Z_c} \quad (2)$$

$$Y_u = -f \frac{Y_c}{Z_c} \quad (3)$$

where (X_u, Y_u) are ideal undistorted image points on image plane. Transformation from the image points on image plane to the frame buffer image coordinates can be expressed by

$$X_u = n_i (X_f - C_x) \quad (4)$$

$$Y_u = n_j (Y_f - C_y) \quad (5)$$

where (X_f, Y_f) is image coordinates (pixels) on the frame buffer. (n_i, n_j) is the distance between sensors in i and j directions, previously known from manufacturing's data. Then, the relationship between the frame buffer image coordinates and the image points on image plane can be expressed in the matrix form as

$$\begin{bmatrix} \alpha X_f \\ \alpha Y_f \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_i^{-1} & 0 & C_x \\ 0 & n_j^{-1} & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha X_u \\ \alpha Y_u \\ \alpha \end{bmatrix} \quad (6)$$

where α is a non-zero scale factor. Finally, the relationship between the control points of 2D plane and their corresponding image coordinates on the frame buffer can be written by

$$\begin{bmatrix} \alpha X_f \\ \alpha Y_f \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

where

$$h_{11} = -f_x r_1 + C_x r_7, \quad h_{12} = -f_x r_2 + C_x r_8$$

$$h_{13} = -f_x t_1 + C_x t_3, \quad h_{21} = -f_y r_4 + C_y r_7$$

$$h_{22} = -f_y r_5 + C_y r_8, \quad h_{23} = -f_y t_2 + C_y t_3$$

$$h_{31} = r_7, \quad h_{32} = r_8, \quad h_{33} = t_3$$

$$f_x = n_i^{-1} f, \quad f_y = n_j^{-1} f.$$

However, the results of imperfections in the design and assembly of lens, the projection of the control points from 2D plane to image plane are inaccurate. There are two types of lens distortions commonly seen, radial and tangential distortions. Let (X_d, Y_d) be the actual distorted image point on image plane. The relationship between the ideal undistorted image point (X_u, Y_u) and the actual distorted image point can be expressed by

$$X_u = X_d + k_1 X_d r_d^2 + k_2 X_d r_d^4 + p_1 (r_d^2 + 2X_d^2) + 2p_2 X_d Y_d \quad (8)$$

$$Y_u = Y_d + k_1 Y_d r_d^2 + k_2 Y_d r_d^4 + p_2 (r_d^2 + 2Y_d^2) + 2p_1 X_d Y_d \quad (9)$$

where k_1 and k_2 are first and second order of radial distortion coefficients, respectively. p_1 and p_2 are tangential distortion coefficients.

B. Determination of Initial Parameters

This subsection describes a method to compute the camera parameters directly on the frame buffer image coordinate using a linear method. Projective transformation from 2D world points to frame buffer image coordinates in equation (7) can be rewritten by the following two equations:

$$X_f = \frac{-(f_x r_1 - C_x r_7) X_w - (f_x r_2 - C_x r_8) Y_w - (f_x t_1 - C_x t_3)}{r_7 X_w + r_8 Y_w + t_3} \quad (10)$$

$$Y_f = \frac{-(f_y r_4 - C_y r_7) X_w - (f_y r_5 - C_y r_8) Y_w - (f_y t_2 - C_y t_3)}{r_7 X_w + r_8 Y_w + t_3} \quad (11)$$

The camera parameters to be determined consist of rotation matrix \mathbf{R} with incomplete entries, translation vector \mathbf{t} , focal length f , and image center (C_x, C_y) . However, equations (10) and (11) have nonlinear characteristics so that it is not easy to compute the parameters. In order to obtain the camera parameters easily, we introduce here a set of intermediate parameters \mathbf{b} represented in term of the camera parameters. Then, we can obtain the following non-homogeneous linear system:

$$\mathbf{\Omega}_i \mathbf{b} = \mathbf{u}_i \quad (12)$$

where

$$\mathbf{\Omega}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_i^T \\ \mathbf{v}_{2i}^T \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{v}_{1i}^T &= [X_{wi}, Y_{wi}, 0, 0, -X_{wi}X_{wi}, -X_{wi}Y_{wi}, 1, 0] \\
\mathbf{v}_{2i}^T &= [0, 0, X_{wi}, Y_{wi}, -Y_{wi}X_{wi}, -Y_{wi}Y_{wi}, 0, 1] \\
\mathbf{u}_i^T &= [-X_{wi}, Y_{wi}] \\
\mathbf{b}^T &= [b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8] \\
b_1 &= \frac{-f_x r_1 + C_x r_7}{t_3}, \quad b_2 = \frac{-f_x r_2 + C_x r_8}{t_3} \\
b_3 &= \frac{-f_y r_4 + C_y r_7}{t_3}, \quad b_4 = \frac{-f_y r_5 + C_y r_8}{t_3} \\
b_5 &= \frac{r_7}{t_3}, \quad b_6 = \frac{r_8}{t_3}, \quad b_7 = \frac{-f_x t_1 + C_x t_3}{t_3} \\
b_8 &= \frac{-f_y t_2 + C_y t_3}{t_3}
\end{aligned}$$

With n control points, f_i, w_i ($i=1, \dots, n$), the overdetermined system of linear equations can be established and solved for unknown vector \mathbf{b} in the least square sense such that

$$\text{minimize } \sum_{i=1}^n \|\Omega_i \mathbf{b} - \mathbf{u}_i\|^2 \quad (13)$$

The solution vector \mathbf{b} satisfying (13) is given by

$$\mathbf{b} = \mathbf{W}^{-1} \sum_{i=1}^n \Omega_i^T \mathbf{u}_i \quad (14)$$

where

$$\mathbf{W} = \sum_{i=1}^n \Omega_i^T \Omega_i$$

Once the solution vector \mathbf{b} has been obtained. Then, the camera parameters are computed from those intermediate parameters by using the relation between them, the orthogonality constraint of rotation matrix \mathbf{R} and the assumption that the number of rows and columns of the image center is related by $C_y = \nu C_x$, where ν is the ratio between the height and width of image. The camera parameters can be obtained as follows:

$$C_x = \frac{ab\xi^2 - (b_2b_6 + b_1b_3)}{b_3^2 + b_6^2 + a\xi^2(\nu c - a)} \quad (15)$$

$$C_y = \nu C_x \quad (16)$$

$$t_3 = -\sqrt{\frac{1 - \xi^4 (b + cC_y - aC_x)^2}{b_3^2 + b_6^2}} \quad (17)$$

$$f = n_i \frac{t_3}{\xi} \quad (18)$$

$$\xi = -\sqrt{\frac{b_3^2 + b_6^2}{a^2 + c^2}} \quad (19)$$

where $a = b_4b_5 - b_3b_6$, $b = b_1b_4 - b_2b_3$, $c = b_2b_5 - b_1b_6$. The remaining parameters can be determined as follows:

$$r_1 = -\xi(b_1 - C_x b_5), \quad r_2 = -\xi(b_2 - C_x b_6) \quad (20)$$

$$r_4 = -\xi(b_3 - C_y b_5), \quad r_5 = -\xi(b_4 - C_y b_6) \quad (21)$$

$$r_7 = b_5 t_3, \quad r_8 = b_6 t_3 \quad (22)$$

$$t_1 = -\xi(b_7 - C_x), \quad t_2 = -\xi(b_8 - C_y) \quad (23)$$

The remaining entries of rotation matrix \mathbf{R} , $\mathbf{r}_3^T = [r_3, r_6, r_9]$ can be computed by using the cross product of column vector \mathbf{r}_1 and \mathbf{r}_2 .

$$\mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 \quad (24)$$

where

$$\mathbf{r}_1^T = [r_1, r_4, r_7], \quad \mathbf{r}_2^T = [r_2, r_5, r_8]$$

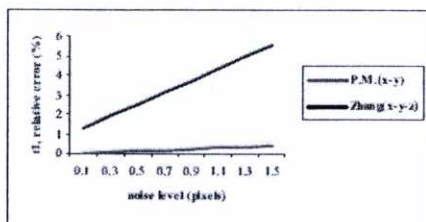
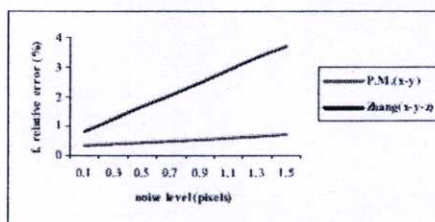
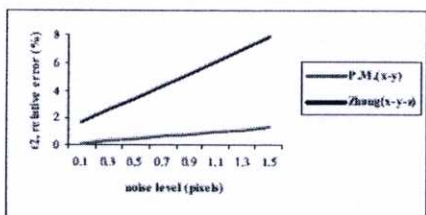
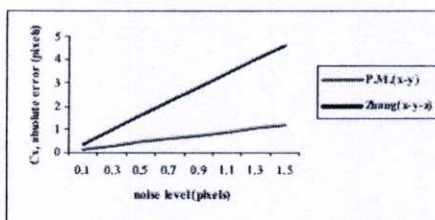
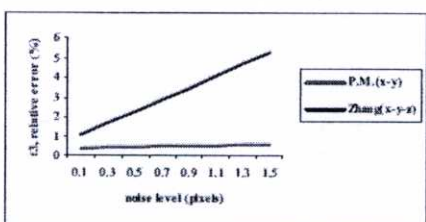
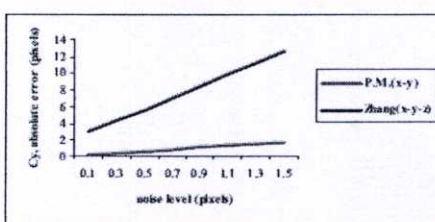
III. EXPERIMENTAL RESULTS

In order to test the noise robustness of the proposed method, we first generated synthetic data with a known set of intrinsic and extrinsic parameters. The 10×10 grid of control points at 32 mm distance to simulate 2D calibration pattern is produced. The control points are related to the certain world coordinate system. It is assume here that the image center on frame buffer is at (320, 240) for 640×480 image sizes, focal length $f = 55$ mm, both conversion parameters $n_i = n_j = 0.0367$, camera center position is (-198.9551, -79.7462, -943.0575) in mm, rotation parameter in form of Euler angle α, β and γ are 0.0873, 0.0873 and 0.0 radian, respectively. With the given control points and camera parameters, the image coordinates (X_i, Y_i) on frame buffer are obtained from equations (10) and (11).

In order to compare the noise robustness of the proposed method with Zhang's method, the proposed method chose the camera rotation around x-y axes with (0.0873, 0.0873, 0.0) radian (called P.M.(x-y)). Zhang's method required at least three images to compute a set of the camera parameters. Thereby, Zhang's method used the camera rotation around x-axis for first image with (0.0873, 0.0, 0.0) radian, y-axis for second image with (0.0, 0.0873, 0.0) radian and z-axis for third image with (0.0, 0.0, 0.0873) radian (called Zhang (x-y-z)). The camera center position is at (-198.9551, -79.7462, -943.0575) mm in both methods. Then, Gaussian noise with zero mean and σ standard deviation is added to the image coordinates produced from camera orientation as mentioned above. Then, the camera parameters are computed and compared with the ground truth. The relative error of translation vector and focal length, and absolute error of image center are measured by varying the noise level from 0.1 pixels to 1.5 pixels. For each noise level, we perform 50 independent trials and the shown result is average. The experimental results are shown in Fig. 2 through Fig. 7. The relative error of translation vector and focal length of the proposed method is less than 1.5% and absolute error of image center is less than 2 pixels, but in Zhang's method the corresponding errors are about 8% and 12 pixels, respectively. Thereby, the experimental results show that the proposed method gives more robust to noise than Zhang's method.

IV. CONCLUSION

This paper proposed a method to determine the initial parameters with noise robustness for coplanar calibration. The proposed method is a simple and efficient for coplanar

Figure 2. Comparison: relative error (t_1) vs. noise level.Figure 5. Comparison: relative error (f) vs. noise level.Figure 3. Comparison: relative error (t_2) vs. noise level.Figure 6. Comparison: absolute error (C_1) vs. noise level.Figure 4. Comparison: relative error (t_3) vs. noise level.Figure 7. Comparison: absolute error (C_2) vs. noise level.

camera calibration. The experimental results show that the proposed method is more robust to noise than Zhang's method. Therefore, the camera parameters computed by the proposed method are suitable to use as the initial parameters for nonlinear optimization step.

REFERENCES

- [1] R.Y. Tsai, "A versatile camera calibration technique for high accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV camera and lenses," IEEE Journal of Robotics and Automation, vol. RA-3, pp.323-343, Aug. 1987.
- [2] C. Chatterjee and V. P. Roychowdhury, "Algorithms for coplanar camera calibration," Machine Vision and Applications, Springer-Verlag 2000, pp.84-97.
- [3] S. Ganspathy, "Decomposition of transformation matrices for robot vision," in Proc. Int. Conf. Robotic and Automation, 1984, pp. 130-139.
- [4] W. Grosky and L. Tamburino, "A unified approach to linear camera calibration problem," IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. PAMI-12, pp.663-671, Jul. 1990.
- [5] C. Chatterjee, V. P. Roychowdhury and E. K.P. Chong, "A nonlinear gauss-seidal algorithm for noncoplanar and coplanar camera calibration with convergence analysis," Computer Vision Image Understanding, vol. 67, pp. 58-80, 1997.
- [6] Z. Zhang, "A flexible new technique for camera calibration," IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. PAMI-22, pp.1330-1334, Nov. 2000.
- [7] K. Sirisantisarnid, T. Matsuura and K. Tirasesth, "A simple technique to determine calibration parameters for coplanar camera calibration," IEEE TENCON 2004, Chiang Mai, Thailand, pp.677-680, 2004.

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	นายเกษตร ศิริสันติสัมฤทธิ์
วัน-เดือน-ปีที่เกิด	11 มกราคม พ.ศ. 2503
ประวัติการศึกษา	<p>พ.ศ. 2533 ปริญญาโทวิศวกรรมศาสตร์ (M.Eng.) วิศวกรรมควบคุม (Control Engineering) Osaka University, Japan</p> <p>พ.ศ. 2529 ปริญญาโทวิศวกรรมศาสตร์ (วศ.ม.) วิศวกรรมไฟฟ้า (Electrical Engineering) สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง</p> <p>พ.ศ. 2525 ปริญญาตรีอุตสาหกรรมศาสตร์ (อส.บ.) เครื่องมือวัดทางอุตสาหกรรม สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง</p>
ประวัติการทำงาน	<p>ปัจจุบัน รองศาสตราจารย์ ระดับ 9 สังกัดภาควิชาวิศวกรรมการวัดคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง</p> <p>พ.ศ. 2525 อาจารย์ประจำสังกัดภาควิชาวิศวกรรมการวัดคุม</p> <p>~ ปัจจุบัน คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง</p>