

แบบจำลองการระบาดของโรคชิคุนกุนยาตามโครงสร้างอายุของผู้ป่วยใน
ประเทศไทย

THE TRANSMISSION MODEL OF CHIKUNGUNYA DISEASE
BY AGE STRUCTURE OF PATIENTS IN THAILAND

สิริพัชร์ แซงสาวง

SIRBEFATCH SANGSAWANG

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2555

KMITL-2012-SC-M-001-049

แบบจำลองการระบาดของโรคชิคุนกุนยาตามโครงสร้างอายุของผู้ป่วยใน
ประเทศไทย

THE TRANSMISSION MODEL OF CHIKUNGUNYA DISEASE
BY AGE STRUCTURE OF PATIENTS IN THAILAND



T123719

สิรีพัชร แสงสว่าง

SIREEPATCH SANGSAWANG

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 123719
วัน, เดือน, ปี 27 ม.ค. 2555



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ.2555

KMITL-2012-SC-M-001-049

**THE TRANSMISSION MODEL OF CHIKUNGUNYA DISEASE
BY AGE STRUCTURE OF PATIENTS IN THAILAND**

SIREEPATCH SANGSAWANG

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF SCIENCE IN APPLIED MATHEMATICS
FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2012

KMITL-2012-SC-M-001-049

COPYRIGHT 2012

FACULTY OF SCIENCE

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

หัวข้อวิทยานิพนธ์	แบบจำลองการระบาดของโรคชิกุนกูยาตามโครงสร้างอายุของผู้ป่วยในประเทศไทย
นักศึกษา	นางสาวสิริพัชร แสงสว่าง
รหัสประจำตัว	53650706
ปริญญา	วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์
พ.ศ.	2555
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผศ.ดร.พันธินี พงศ์สัมพันธ์

บทคัดย่อ

โรคชิกุนกูยาเป็นโรคที่เกิดจากเชื้อไวรัสชิกุนกูยา มีขุมลายบ้านและขุมลายสวนเป็นพาหะนำโรค ในประเทศไทยโรคชิกุนกูยาพบครั้งแรกในปี ค.ศ.1958 มีผู้ป่วยจำนวนมากนับหมื่นราย หลังจากนั้นมามีรายงานการระบาดประปรายในทุกภูมิภาค จนกระทั่งในปี ค.ศ.2008 ได้มีการระบาดใหญ่อีกครั้งใน 4 จังหวัดชายแดนภาคใต้ และเริ่มพบการระบาดไปยังพื้นที่ต่างๆ ทั่วทุกภูมิภาค ซึ่งโรคนี้ส่วนใหญ่จะพบในผู้ใหญ่ โดยเฉพาะอย่างยิ่งผู้ประกอบอาชีพเกษตรกรรม เนื่องจากกลุ่มดังกล่าวมีโอกาสถูกขุมลายสวนกัดได้บ่อย งานวิจัยนี้จะมีการพิจารณาช่วงอายุของผู้ป่วยโรคชิกุนกูยา โดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของประชากรมนุษย์และขุมลาย โครงสร้างอายุของประชากรมนุษย์แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ เด็กและผู้ใหญ่ วิธีการจำลองเชิงพลวัตมาตรฐาน (Standard Dynamical Modeling) นำมาประยุกต์เพื่อวิเคราะห์ลักษณะของคำตอบในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งแสดงเงื่อนไขของตัวแปรที่ทำให้เกิดเสถียรภาพของจุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค (Disease Free State) และสภาวะระบาดเรื้อรัง (Endemic State) แล้วนำมาแสดงโดยผลลัพธ์เชิงตัวเลขของแบบจำลอง เพื่อใช้ในการสนับสนุนผลลัพธ์เชิงทฤษฎีและวิเคราะห์วิธีการควบคุมโรคชิกุนกูยา ซึ่งผลจากการศึกษานี้จะเป็นแนวทางในการลดการระบาดของโรคนี้

คำสำคัญ : โรคชิกุนกูยา การจำลองเชิงพลวัตมาตรฐาน สภาวะเสถียร

จุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค จุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรัง

Thesis Title	The Transmission Model of Chikungunya Disease by Age Structure of Patients in Thailand.
Student	Sireepatch Sangsawang
Student ID	53650706
Degree	Master of Science
Program	Applied Mathematics
Year	2012
Thesis Advisor	Asst. Prof. Dr. Puntani Pongsumpun

ABSTRACT

Chikungunya disease is caused by Chikungunya virus. *Aedes aegypti* and *Aedes albopictus* are vector of this disease. In 1958, an epidemic was recognized as the first time in Thailand, resulted in more than ten thousand patients were suffered from the disease. After that, there were the report of the sporadic outbreaks in all regions. In 2008, there was a large outbreak in four southern provinces and spread to all regions. This disease is usually found in adult, particularly agriculture which have much chance of exposure to infection by the mosquitoes. This study takes into account the age structure of Chikungunya patients in formulating the mathematical model of human and mosquitoes. Age structure of human is divided into two groups; i.e. juvenile and adult. Standard dynamical modeling method is applied for analysis the behaviours of the solutions of the mathematical model. The stability conditions for the disease free equilibrium state and disease endemic equilibrium states are determined. The numerical solutions are shown for supporting the theoretical results and analyzing method for control Chikungunya disease. The results of this study suggest the measure for mitigating the outbreak.

Keywords : Chikungunya Disease, Standard Dynamical Modeling, Stability Condition, Disease Free State, Disease Endemic State

กิตติกรรมประกาศ

ในการจัดทำวิทยานิพนธ์ในหัวข้อแบบจำลองการระบาดของโรคชิคุนกุนยาตามโครงสร้างอายุของผู้ป่วยในประเทศไทยสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีนั้น ผู้จัดทำขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. พันธณี พงศ์สัมพันธ์ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่ท่านเป็นผู้ที่คอยชี้แนะ ให้ความรู้ตั้งแต่ขั้นพื้นฐาน แนวคิด ตลอดจนให้คำแนะนำ และเป็นທີ່ปรึกษาในการแก้ไขปัญหาอุปสรรคในการดำเนินการวิจัยต่าง ๆ

ขอขอบพระคุณ ประธานกรรมการสอบ อาจารย์บัณฑิตประจำ และผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก อันประกอบด้วย ดร.สิริพร แชนน่า วินเทอร์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กาญจนา คำนึ่งกิจ และดร. กลศ พัฒนระพีเลิศ ตามลำดับ ผู้พิจารณาหัวข้อและสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งให้ความกรุณาให้คำแนะนำต่าง ๆ จนวิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จลุล่วงลงไปได้ด้วยดี

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาททั้งทางด้านวิชาความรู้ ตลอดจนคุณธรรม จริยธรรมที่สามารถนำไปใช้ในชีวิตรประจำวันได้ จนกระทั่งวิทยานิพนธ์นี้สัมฤทธิ์ผลเป็นที่เรียบร้อย

ขอขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ดลชาติ ดันตวานิช ที่ให้คำแนะนำดี ๆ กับข้าพเจ้า

ขอขอบคุณศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์ สำนักงานสำนักพัฒนาบัณฑิตศึกษาและวิจัยด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ที่ได้ให้ทุนสนับสนุนการวิจัย

ขอขอบพระคุณเจ้าหน้าที่ประจำสาขาคณิตศาสตร์ คุณชุตिकाญจน์ ดันยะสิทธิ์ และคุณอุตร บุญธรรม ที่คอยช่วยเหลือ ส่งเสริม และอำนวยความสะดวก ทั้งในด้านเอกสารต่าง ๆ อีกทั้งในส่วนของการใช้คอมพิวเตอร์และเครื่องพิมพ์เอกสารในห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์

ขอขอบคุณนายสัจจา ดวงชัยอยู่สุข นางสาววรรณิศา มุมทอง นางสาวธารีรัตน์ รัตนต์ พานิชย์ นายคณาวุฒิ ทรัพย์คล้าย นายวงศ์วิศรุต เชื่องสตุ่ง นายศราวุธ สุวรรณอรรถ นายนิติภูมิ อิศวรจิติสกุล และนายเชาวนิตี เทียมแพ ที่คอยให้ความช่วยเหลือในด้านต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับวิทยานิพนธ์ รวมถึงคอยให้กำลังใจเสมอมาจนกระทั่งสำเร็จลุล่วงทุกประการ

สุดท้ายขอขอบพระคุณ บิดา มารดา และครอบครัวของข้าพเจ้าที่เป็นผู้ให้การสนับสนุน และเป็นกำลังใจเสมอมาจนสำเร็จการศึกษา ประโยชน์อันพึงมีจากวิทยานิพนธ์นี้ ขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

นางสาวสิริพัชร แสงสว่าง

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญรูป	VI
สารบัญตาราง	X
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา	1
1.3 ขอบเขตของงานวิจัย	2
1.4 ขั้นตอนของงานวิจัย	2
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	3
บทที่ 2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	4
2.1 โรคชุกุนกุนยา	4
2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	10
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย	12
3.1 การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ	12
3.2 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับ โรคชุกุนกุนยา	14
บทที่ 4 ผลงานวิจัยและอภิปรายผล	20
4.1 การวิเคราะห์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์	20
4.1.1 จุดสมดุลของระบบสมการ	22
4.1.2 วิเคราะห์ความเสถียรภาพ	42
4.2 ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลข	55
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	77
5.1 สรุปผลวิจัย	77
5.2 ข้อเสนอแนะ	79
เอกสารอ้างอิง	80

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
ภาคผนวก	82
ภาคผนวก ก ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	83
ภาคผนวก ข ผลงานทางวิชาการ	86
ประวัติผู้วิจัย	100

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1	6
2.2	10
3.1	12
3.2	13
3.3	14
3.4	16
3.5	16
4.1	29
4.2	30
4.3	35
4.4	55
4.5	57
4.6	57
4.7	57
4.8	58
4.9	58
4.10	58
4.11	59
4.12	59
4.13	61

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.14 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อเทียบกับเวลา	61
4.15 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลา	62
4.16 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลา	62
4.17 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อเทียบกับเวลา	62
4.18 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลา	63
4.19 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลา	63
4.20 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรยุงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลา	63
4.21 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลา	64
4.22 กราฟแสดงแนววิถีของผลเฉลยบนระนาบ $(S_J^*, E_J^*, I_J^*), (S_J^*, E_J^*, S_A^*), (S_J^*, E_J^*, E_A^*),$ $(S_J^*, E_J^*, I_A^*), (E_J^*, I_J^*, S_A^*), (E_J^*, I_J^*, E_A^*), (E_J^*, I_J^*, I_A^*), (I_J^*, S_A^*, E_A^*), (I_J^*, S_A^*, I_A^*),$ (S_A^*, E_A^*, I_A^*) ตามลำดับ สำหรับ $R_0 > 1$ สัดส่วนประชากรจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลในสภาวะ เร็วจริง คือ $E_2 = (0.16732929, 0.00121491, 0.00841828, 0.00094041,$ $0.00004591, 0.00033684, 0.02237300, 0.18644150)$	65
4.23 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่ สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากร ผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถ ถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลาตามลำดับ โดยที่ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ กำหนดดังนี้ $N_T = 8,000, N_V = 5,000, d_n = 0.0000421,$ $C = 0.0001826, \theta_n = 0.1538462, r = 0.021978, d_v = 0.0266667, \theta_v = 0.2222222,$ $\delta_j = 0.0000030, \delta_A = 0.0000200, \delta_v = 0.000050$ และ $R_0 = 51.1135$ สัดส่วน ประชากรจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลในสภาวะเร็วจริง คือ $E_2 = (0.39476342, 0.00088307,$ $0.00611893, 0.00711127, 0.00010642, 0.00075522, 0.00275721,$ $0.02297677)$	67

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่

หน้า

4.24 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลาตามลำดับ โดยที่ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ กำหนดดังนี้ $N_T = 8,000, N_V = 5,000, d_n = 0.0000421, C = 0.0001826, \theta_n = 0.1538462, r = 0.021978, d_v = 0.0266667, \theta_v = 0.2222222, \delta_j = 0.0000030, \delta_A = 0.0000200, \delta_v = 0.000100$ และ $R_0 = 102.2271$ สัดส่วนประชากรจะเข้าสู่จุดสมดุลในสถานะเรื้อรัง คือ $E_2 = (0.24459480, 0.00110218, 0.00763713, 0.00220734, 0.00006669, 0.00048056, 0.00555412, 0.04628433)$

68

4.25 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลาตามลำดับ โดยที่ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ กำหนดดังนี้ $N_T = 5,000, b_v = 100, d_n = 0.0000421, C = 0.0001826, \theta_n = 0.1538462, r = 0.021978, d_v = 0.0266667, \theta_v = 0.2222222, \delta_j = 0.0000100, \delta_A = 0.0000200, \delta_v = 0.0000700$ และ $R_0 = 36.1619$ สัดส่วนประชากรจะเข้าสู่จุดสมดุลในสถานะเรื้อรัง คือ $E_2 = (0.22305244, 0.00113361, 0.00785492, 0.00584601, 0.00005980, 0.00043285, 0.00250569, 0.02088074)$

70

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่

หน้า

- 4.26 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลาตามลำดับ โดยที่ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ กำหนดดังนี้ $N_T = 5,000, b_v = 200, d_n = 0.0000421, C = 0.0001826, \theta_n = 0.1538462, r = 0.0219780, d_v = 0.0266667, \theta_v = 0.2222222, \delta_j = 0.0000100, \delta_A = 0.0000200, \delta_v = 0.0000700$ และ $R_0 = 72.3237$ สัดส่วนประชากรจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลในสถานะเรื้อรัง คือ $E_2 = (0.12307990, 0.00127947, 0.00886564, 0.00159848, 0.00003362, 0.00025189, 0.00256263, 0.02135522)$ 71
- 4.27 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลาตามลำดับ โดยที่ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ โดยกำหนดจุดเริ่มต้นดังนี้
- ก. $S_j^*[0]=0.109434, E_j^*[0]=0.0012994, I_j^*[0]=0.009004, S_A^*[0]=0.001246, E_A^*[0]=0.000029, I_A^*[0]=0.0002268, E_v^*[0]=0.002927$ และ $I_v^*[0]=0.024392$
- ข. $S_j^*[0]=0.0040, E_j^*[0]=0.0060, I_j^*[0]=0.0080, S_A^*[0]=0.0070, E_A^*[0]=0.0001, I_A^*[0]=0.0007, E_v^*[0]=0.0040$ และ $I_v^*[0]=0.0500$
- สัดส่วนประชากรจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลในสถานะเรื้อรัง คือ $E_2 = (0.1094341, 0.0012994, 0.0090036, 0.0012463, 0.0000230, 0.0002268, 0.0029270, 0.0243918)$ 74
- 4.28 แผนภาพไบเฟออร์เคชันแสดงความเสถียรภาพของจุดสมดุล ซึ่งได้แสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้, ประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ตามลำดับ 75

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3.1 สัญลักษณ์แทนคำอธิบายตัวแปรและพารามิเตอร์ในแบบจำลอง	14
4.1 แสดงค่าพารามิเตอร์สำหรับสภาวะไร้โรค	55
4.2 แสดงค่าพารามิเตอร์สำหรับสภาวะเรื้อรัง	56
4.3 แสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการเข้าสู่ของค่าสืบพันธุ์พื้นฐานในรูปที่ 4.23 และรูปที่ 4.24	69
4.4 แสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการเข้าสู่ของอัตราการเกิดในรูปที่ 4.25 และรูปที่ 4.26	72

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์

โรคชุกุนกุนยาหรือที่เรียกกันว่าโรคปวดข้อยุ่งลาย เป็นโรคที่มียุ่งลายบ้านและยุ่งลายสวน เป็นพาหะ ซึ่งยุ่งลายมักชุกชุมมากในช่วงฤดูฝน หลังจากฝนตกชุกเพราะอุณหภูมิและความชื้น เหมาะแก่การแพร่พันธุ์ โดยโรคชุกุนกุนยาเป็นโรคหนึ่งที่เป็นปัญหาที่สำคัญทางด้านสาธารณสุข ของประเทศไทย เนื่องจากโรคนี้ได้มีการแพร่ระบาดของชายแดนภาคใต้มายังภูมิภาคต่าง ๆ ของ ประเทศไทย เพราะประเทศไทยเป็นประเทศที่มีสภาวะแวดล้อมที่เหมาะสมแก่การเจริญเติบโตของยุ่ง คือมีสภาพดินที่ชุ่มชื้น มีแสงแดดและอุณหภูมิที่อบอุ่นพอเหมาะ อีกทั้งประเทศไทยเป็นประเทศ เกษตรกรรม มักมีการขังน้ำเพื่อทำเกษตรกรรม จึงเป็นแหล่งที่เหมาะสมแก่การเกิดยุ่งและ แพร่กระจายของเชื้อได้เป็นอย่างดี ประกอบกับมีรังโรคที่ชุกชุม จึงควรเฝ้าระวัง โรคอย่างต่อเนื่อง อีกทั้งให้ความรู้แก่ประชาชนและบุคลากรทางการแพทย์เพื่อจะได้ช่วยกันควบคุมและป้องกัน โรค ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ประกอบกับช่วยให้แพทย์สามารถวินิจฉัยและดูแลผู้ป่วยได้อย่างเหมาะสม และรวดเร็วมากยิ่งขึ้น

จากที่ได้กล่าวมาข้างต้น และเนื่องจากโรคนี้ยังไม่มียาหรือวัคซีนตัวใดที่ใช้รักษาได้ โดยตรง การรักษาเป็นแค่การประคับประคองอาการเท่านั้น ผู้วิจัยจึงได้ทำการศึกษาปัญหาจาก ข้อมูลของผู้ป่วยที่รวบรวมได้จากกระทรวงสาธารณสุข ทั้งยังได้ทำการวิเคราะห์และหาวิธี แก้ปัญหาโดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคชุกุนกุนยา เพื่อเป็นข้อมูลเบื้องต้น ในการป้องกันโรค และลดจำนวนผู้ป่วยลง และใช้เป็นข้อมูลทางวิชาการควบคู่กับสถิติการเกิดโรค ของประเทศไทยทั่วภูมิภาคของกรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุข

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโรคชุกุนกุนยาโดยจะแบ่งการพิจารณาตาม ช่วงอายุ คือ ช่วงอายุที่น้อยกว่า 15 ปี (วัยเด็ก) และช่วงอายุที่มากกว่า 15 ปี (วัยผู้ใหญ่) สำหรับเป็น แนวทางในการหาวิธีป้องกันโรคและลดจำนวนของผู้ป่วยให้มีปริมาณที่น้อยลง
2. หาเงื่อนไขต่าง ๆ ในรูปของพารามิเตอร์ที่แสดงถึงเงื่อนไขของตัวแปรที่ทำให้เกิด เสถียรภาพของจุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรคและสภาวะระบาดเรื้อรัง
3. ใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในการคำนวณผลเฉลยของแบบจำลองในสภาวะไร้โรคและ สภาวะระบาดเรื้อรัง เพื่อวิเคราะห์วิธีการควบคุมโรคชุกุนกุนยา
4. แสดงตัวอย่างพฤติกรรมของแบบจำลองด้วยค่าพารามิเตอร์ โดยใช้โปรแกรม Matlab

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เป็นแนวทางใหม่ในการลดการระบาดของโรคชิคุนกุนยา และทำให้ผู้ป่วยโรคชิคุนกุนยา มีจำนวนที่ลดน้อยลง
2. เป็นแนวทางการวิจัยสำหรับผู้ที่มีความสนใจเกี่ยวกับวิธีควบคุมการระบาดของโรค ซึ่งจะควบคู่ไปกับแนวความคิดในการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้ทฤษฎี Routh – Hurwitz Criteria และ Hopf Bifurcation
3. สามารถใช้การวิเคราะห์เชิงตัวเลข เพื่อยืนยันผลที่ได้จากทฤษฎี โดยการพิจารณาจากกราฟผลเฉลยที่ได้

บทที่ 2

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 โรคชิคุนกุนยา

ต้นกำเนิดของไวรัสชิคุนกุนยามาจากทวีปแอฟริกา โดยพบครั้งแรกเมื่อปี ค.ศ.1952 ในดินแดนที่ราบสูงมาคอนเด (Makonde Plateau) ทวีปแอฟริกา บริเวณพรมแดนระหว่างประเทศแทนซาเนียและโมซัมบิก (Mozambique) ซึ่งสามารถติดต่อสู่มนุษย์โดยยุงลาย มีลักษณะการติดต่อและสายพันธุ์คล้ายไข้เลือดออกเด็งกี (Dengue Hemorrhagic Fever) หรือไข้เลือดออก ที่ต่างกันก็คือไม่มีการร่วไหลของสารเหลวออกนอกเส้นเลือดหรือทำให้เกิดอาการช็อกเหมือนไข้เลือดออกเท่านั้น ชิคุนกุนยาได้ตั้งชื่อตามภาษาเผ่าคิมาคอนเด (Kimakonde) ซึ่งเป็นภาษาของชนพื้นเมืองในชาวแอฟริกาที่อาศัยอยู่ทางตะวันออกเฉียงใต้ของประเทศแทนซาเนียและทางตอนเหนือของประเทศโมแซมบิก โดยอาศัยรากศัพท์พื้นเมืองเดิมเรียกว่า Kungunvala ได้อธิบายถึงลักษณะอาการ बुดเบี้ยวหรือบิดงอตัวจากอาการปวดข้ออย่างรุนแรงของโรค ผู้ที่บรรยายลักษณะของโรคชิคุนกุนยาเป็นคนแรกคือ Marion Robinson และ W.H.R. Lumsden ในปี ค.ศ.1955 โดยตั้งแต่ปี ค.ศ.1952 เป็นต้นมา พบลักษณะการระบาดของโรคชิคุนกุนยาเป็นรอบ ๆ ส่วนใหญ่เกิดขึ้นในช่วง ค.ศ.1960 ถึง ค.ศ.1982 ในประเทศแอฟริกาและเอเชีย จากนั้นโรคนี้ได้หายไปช่วงระยะเวลาหนึ่ง จนกระทั่งได้กลับมาระบาดอีกครั้งตั้งแต่ปี ค.ศ.1999 นับจากปี ค.ศ.2003 พบการระบาดบ่อยขึ้นมากที่ทางใต้ของอินเดีย ซึ่งในทุกวันนี้ยังไม่มีวัคซีนสำหรับการป้องกันโรคชิคุนกุนยา ดังนั้นการรักษาชิคุนกุนยาจึงเป็นการรักษาตามอาการ เช่น หากเป็นไข้ก็ให้ยาลดไข้หรือหากปวดข้อก็ให้พักผ่อนอย่างเพียงพอเพื่อบรรเทาอาการเท่านั้น

2.1.1 เชื้อที่เป็นสาเหตุของโรค

โรคชิคุนกุนยาเกิดจากเชื้อไวรัสชิคุนกุนยา (Chikungunya Virus) ซึ่งเป็น RNA Virus จัดอยู่ในสกุล Alphavirus และวงศ์ Togaviridae มียุงลายเป็นพาหะนำโรค ได้แก่ ยุงลายสวน (Aedes Albopictus) และยุงลายบ้าน (Aedes Aegypti) มักพบการระบาดในช่วงฤดูฝนที่มีสภาพแวดล้อมเหมาะกับการเพาะพันธุ์ของยุงลาย ซึ่งเชื้อนี้เป็นชนิดดีเอ็นเอสายเดี่ยว (Single Stranded RNA) สามารถถูกทำลายโดยความร้อนที่อุณหภูมิ 58 องศา

2.1.2 แหล่งรังโรค

ในระหว่างที่มีการระบาดของโรคชิคุนกุนยา ผู้ป่วยหรือผู้ติดเชื้อที่ไม่แสดงอาการจะเป็นแหล่งแพร่เชื้อที่สำคัญที่สุด เนื่องจากยุงลายที่มากัดดูดเลือดในระหว่างที่มีเชื้อ (Viremia) จะได้รับเชื้อเข้าไป เชื้อจะเพิ่มจำนวนในตัวยุง และถ่ายทอดไปสู่ผู้อื่นได้ทุกครั้งที่ยุงไปกัดดูดเลือดอีก สำหรับระยะที่ไม่มีการระบาด (Inter-Epidemics) นั้น สัตว์ที่มีกระดูกสันหลัง เช่น ลิง จะเป็นแหล่งรังโรค

2.1.3 วงจรชีวิตยุงลาย

ยุงลายเป็นแมลงขนาดเล็ก มีวิวัฒนาการมายาวนานถึง 200 ล้านปี เชื่อกันว่าหากนำสายพันธุ์ยุงจากทั่วโลกมารวมกันแล้วจะได้ตัวเลขสูงนับหมื่นชนิด โดยสาเหตุที่ยุงสามารถดำรงเผ่าพันธุ์มาจนถึงปัจจุบันได้ ก็เนื่องจากยุงเป็นแมลงที่มีลักษณะพิเศษหลายประการที่เอื้ออำนวยต่อการปรับตัวและการดำรงชีวิตในสภาพภูมิอากาศ และสิ่งแวดล้อมที่ไม่เหมาะสมได้เป็นอย่างดี อาทิ ขนาดของลำตัวที่เล็กทำให้ต้องการอาหารไม่มากนัก และไม่ต้องการที่อยู่อาศัยใหญ่โต มีปีกหลบหลีกศัตรูได้เร็วทั้งยังช่วยในการหาอาหารได้ง่ายขึ้นและไกลขึ้น

2.1.3.1 ระยะการเจริญเติบโต

-ระยะไข่

ยุงลายจะวางไข่อยู่เหนือระดับน้ำเล็กน้อย ไข่ยุงจะมีลักษณะรีคล้ายกระสวย เมื่อออกมาใหม่ ๆ มีสีขาวนวล ต่อมาเป็นสีน้ำตาลและดำสนิทภายใน 24 ชั่วโมง และจะฟักเป็นตัวลูกน้ำภายใน 1-2 วัน

-ระยะตัวโม่ง

ตัวโม่งไม่มีขา มีอวัยวะสำหรับหายใจอยู่บนด้านหลัง (บริเวณที่เป็นส่วนหัวรวมกับส่วนอก) เป็นระยะที่ไม่กินอาหาร จะเคลื่อนไหวช้าลง ระยะนี้ใช้เวลาประมาณ 1-2 วัน ก่อนเป็นยุง

-ระยะลูกน้ำ

ลูกน้ำจะไม่มีขา ส่วนอกมีขนาดใหญ่กว่าส่วนหัว ส่วนท้องยาวเรียวยาวประกอบด้วยปล้อง 10 ปล้อง มีท่อหายใจอยู่บนปล้องที่ 8 และมีกลุ่มขน 1 กลุ่มอยู่บนท่อหายใจนั้น ลูกน้ำจะกินอินทรียสารและอาหารอื่น ๆ ระยะลูกน้ำใช้เวลาประมาณ 6-8 วัน

-ระยะตัวเต็มวัย (ยุง)

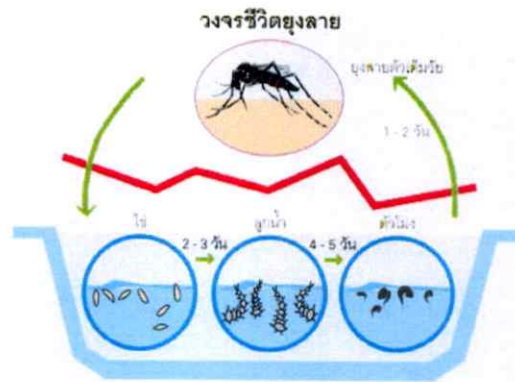
1. ร่างกายอ่อนนุ่ม เปราะบาง แบ่งเป็น 3 ส่วนแยกออกจากกันเห็นได้ชัดเจน คือ ส่วนหัว ส่วนอก และส่วนท้อง ลำตัวยาวประมาณ 4-6 มิลลิเมตร มีเกล็ดสีดำสลับขาวตามลำตัวรวมทั้งส่วนหัวและส่วนอกด้วย

2. มีขา 6 ขาอยู่ที่ส่วนอก ขามีสีดำสลับขาวเป็นปล้อง ๆ ที่ขาหลังบริเวณปลายปล้องสุดท้ายมีสีขาวตลอด

3. มีปีกที่เห็นได้ชัดเจน 2 ปีกอยู่บริเวณส่วนอก ลักษณะของปีกบางใส มีเกล็ดเล็ก ๆ บนเส้นปีก ลักษณะของเกล็ดแคบ ยาว บนขอบหลังของปีกมีเกล็ดเล็ก ๆ เป็นชายครุย นอกจากนี้ที่ส่วนอกยังมีอวัยวะที่ทำหน้าที่เกี่ยวกับการทรงตัวอยู่ใกล้กับปีก

4. มีปากยาวมาก ลักษณะปากเป็นแบบแทงดูด

5. เส้นหมวดประกอบด้วยปล้องสั้น ๆ 14-15 ปล้อง ที่รอยต่อระหว่างปล้องมีขนขึ้นอยู่โดยรอบ ในยุงตัวผู้เส้นขนเหล่านี้ยาวมาก (ใช้รับคลื่นเสียงที่เกิดจากการขยับปีกของยุงตัวเมีย) มองดูคล้ายพู่ขนนก ส่วนในยุงตัวเมียเส้นขนที่รอยต่อระหว่างปล้องจะสั้นกว่าและมีจำนวนน้อยกว่า ลักษณะของหมวดยุงจึงใช้ในการจำแนกเพศของยุงได้ง่าย



รูปที่ 2.1 ระยะการเจริญเติบโตของยุง

ยุงลายไม่ชอบแสงแดดและลมแรง ดังนั้นจึงออกหากินไม่ไกลจากแหล่งเพาะพันธุ์ มักบินไปได้ไกลครั้งละประมาณ 50 เมตร ยุงลายตัวเมียเริ่มดูดกินเลือดครั้งแรกเมื่อออกจากดักแด้ประมาณ 36 ชั่วโมง ยุงลายกินเลือดเพื่อไปพัฒนาไข่ให้เจริญเติบโต ต่อมาจึงเริ่มผสมพันธุ์และวางไข่ ครั้งแรกหลังจากกลายเป็นตัวยุงแล้ว 96 ชั่วโมง ที่น้ำนิ่งค่อนข้างใส และจะวางไข่ครั้งละประมาณ 100 ฟอง ไข่สามารถอยู่ในสภาพแห้งได้เป็นเวลาหลายเดือน ตลอดชีวิตยุงลายวางไข่ได้ประมาณ 2-4 ครั้ง ยุงตัวเมียผสมพันธุ์เพียงครั้งเดียวและสามารถวางไข่ได้ตลอดชีวิต โดยทั่วไปยุงตัวผู้อายุ 6-7 วัน ยุงตัวเมียอายุ 30-40 วัน

2.1.4 การแพร่ระบาดของโรค

การแพร่ระบาดของโรคชิคุนกุนยาในทวีปแอฟริกาและทวีปเอเชียต่างกัน คือ

2.1.4.1 ชิคุนกุนยาในทวีปแอฟริกา มี 2 วงจร คือ

- วงจรชนบท คือ คน-ยุง-ลิง ซึ่งมีลิงบาร์บูนเป็นโฮสต์ โดยมีการระบาดเล็กๆ เป็นครั้งคราว ก่อนที่คนจะนำเชื้อชนิดนี้ออกมาสู่ชุมชนเมือง ทำให้เกิด "วงจรในเมือง"

- วงจรชีวิตในเมือง คือ คน-ยุง ทำให้เกิดการแพร่ระบาดของชิคุนกุนยาจากคนสู่คน โดยมียุงเป็นพาหะ

2.3.4.2 ชิคุนกุนยาในทวีปเอเชีย วงจรที่พบ คือ วงจรในเมือง มียุงลายเป็นพาหะนำเชือดีดต่อไปสู่คนได้ รูปแบบคล้ายคลึงกับโรคติดเชื่อที่นำโดยยุงลายอื่น ๆ ซึ่งอุบัติการณ์ของโรคเป็นไปตามการ

แพร่กระจายและความชุกชุมของยุงลาย โดยเกิดการแพร่ระบาดในทวีปเอเชียครั้งแรกที่เมือง กัลกัตตา ประเทศอินเดียในปี ค.ศ.1963 (พ.ศ.2506) จากนั้นพบการระบาดเป็นครั้งคราว จนถึงปี ค.ศ.2005 - ค.ศ.2006 (พ.ศ.2548 – พ.ศ.2549) พบการระบาดใหญ่ของชิคุนกุนยาที่หมู่เกาะทางตอนใต้ของอินเดียมีผู้เสียชีวิต 237 ราย และประชากรหนึ่งในสามติดเชื้อไวรัสชิคุนกุนยา ซึ่งโรคนี้อาจจะ ระบาดหลังฤดูมรสุมเนื่องจากจะมีพาหะชุกชุม

การติดต่อจากคนสู่คน โดยถูกยุงกัด ในเขตร้อนชื้นมักเกิดจากจากยุงลายบ้านซึ่งมักเป็น สาเหตุการระบาดในเขตเมือง ส่วนในเขตอบอุ่นและเขตหนาวมักเกิดจากยุงลายสวนซึ่งมักเป็น สาเหตุของโรคในเขตชนบท ยุงลายทั้ง 2 ชนิดมีนิสัยชอบกัดในเวลากลางวัน ยุงลายสวนชอบหากิน บริเวณนอกบ้าน แต่ยุงลายบ้านชอบกัดดูดเลือดภายในอาคารบ้านเรือน โดยเมื่อยุงลายตัวเมียกัด และดูดเลือดผู้ป่วยที่อยู่ในระยะไข้สูง ซึ่งเป็นระยะที่มีไวรัสอยู่ในกระแสเลือด เชื้อไวรัสจะเข้าสู่ กระเพาะยุงและเพิ่มจำนวนมากขึ้น แล้วเดินทางเข้าสู่ต่อมน้ำลาย เมื่อยุงที่มีเชื้อไวรัสชิคุนกุนยาไป กัดคนอื่นก็จะปล่อยเชื้อไปยังคนที่ถูกกัด ทำให้คนนั้นเกิดอาการของโรคได้

2.1.5 อาการแสดงของโรค

โรคนี้อาจมีระยะฟักตัวโดยทั่วไปประมาณ 1-12 วัน แต่ที่พบบ่อยประมาณ 2-3 วัน และจะมี ระยะติดต่อหรือระยะไข้สูงประมาณวันที่ 2-4 เป็นระยะที่มีไวรัสอยู่ในกระแสเลือดมาก โดยผู้ป่วย ที่เป็นโรคนี้อาจมีไข้เฉียบพลัน ปวดศีรษะมาก คลื่นไส้ อาเจียน อ่อนเพลีย ผู้ป่วยส่วนใหญ่จะมี อาการปวดข้อ ข้อบวมแดง อักเสบ และเจ็บ โดยเริ่มจากบริเวณข้อมือ ข้อเท้า และข้อต่อของแขนขา อาจพบอาการปวดกล้ามเนื้อด้วย อาการปวดข้อจะพบได้หลาย ๆ ข้อเปลี่ยนตำแหน่งไปเรื่อย ๆ หลังจากนั้นจะเกิดผื่นบริเวณลำตัวและแขนขา มักไม่คัน หรืออาจมีผื่นขึ้นที่กระพุ้งแก้มและเพดาน ปาก ไข้อาจจะหายในระยะนี้ (ระยะ 2-3 วันหลังเริ่มป่วย) ผื่นนี้จะลอกเป็นขุย และหายได้เองภายใน 7-10 วัน พบต่อมน้ำเหลืองบริเวณคอโตได้บ่อย แต่อาการชาหรือเจ็บบริเวณฝ่ามือฝ่าเท้าพบได้ไม่ มาก อาการปวดข้อจะหายภายใน 2-3 วัน หรืออาจนานหลายสัปดาห์ และบางรายอาจเป็นเรื้อรังอยู่ หลายเดือนหรือเป็นปี โดยส่วนมากอาการป่วยของโรคนี้อาจจะหายภายใน 1-12 สัปดาห์ อาจพบอาการแทรกซ้อนไม่รุนแรงที่ตา ระบบประสาท หัวใจ และทางเดินอาหาร ผู้ติดเชื้อบางส่วนมีอาการอ่อน ๆ ซึ่งอาจไม่ได้ถูกวินิจฉัยโรคหรือวินิจฉัยเป็นไข้แดงก็ แต่ในผู้สูงอายุอาการอาจรุนแรงถึงเสียชีวิตได้

2.1.6 ความแตกต่างระหว่างไข้เลือดออกกับการติดเชื้อชิคุนกุนยา

โรคชิคุนกุนยา เป็นโรคติดเชื้อไวรัสชนิดหนึ่งที่มีลักษณะการติดต่อและสายพันธุ์คล้าย ไข้เลือดออก แต่ที่แตกต่างออกไปก็คือ ไม่มีการรั่วไหลของสารเหลวออกนอกเส้นเลือดหรือทำให้ เกิดอาการช็อกเหมือนไข้เลือดออก นอกจากนั้นยังมีความแตกต่างที่สังเกตได้ ที่ต้องระมัดระวัง

1. ซิคุนกุณยาจะทำให้มีไข้สูงขึ้นอย่างเฉียบพลันมากกว่าในไข้เลือดออก
2. ระยะของไข้ที่เกิดจากการติดเชื้อซิคุนกุณยาสั้นกว่าในไข้เลือดออก
3. ซิคุนกุณยาจะตรวจพบจุดเลือดได้ที่ผิวหนัง และการทดสอบทูนิเกต์จะให้ผลบวก ซึ่งจำนวนที่เกิดเองและจากการทดสอบจะน้อยกว่าเลือดออก
4. จะไม่พบผื่นหาย (Convalescent Petechial Rash) ในไข้ซิคุนกุณยาเหมือนในไข้เลือดออกที่มีลักษณะวงขาว ๆ
5. ซิคุนกุณยาจะพบผื่นแดงแบบปื้นแดง ๆ ได้บ่อยกว่าไข้เลือดออก
6. ซิคุนกุณยาจะพบอาการปวดตามเนื้อตัว ปวดตามข้อได้บ่อยและมากกว่าไข้เลือดออก
7. ซิคุนกุณยาจะมีไข้สูงเฉียบพลัน จึงพบอาการชักร่วมกับไข้สูงได้ถึง 15% ซึ่งมากกว่าไข้เลือดออกถึง 3 เท่า

2.1.7 การรักษา

โรคนี้ไม่มีการรักษาที่จำเพาะเจาะจง เมื่อได้รับการวินิจฉัยจากแพทย์แล้ว แพทย์จะให้การรักษาเพื่อบรรเทาอาการปวดข้อ มีไข้ โดยใช้ยาพาราเซตามอล หรือยาต้านการอักเสบที่ไม่ใช่กลุ่มยาสเตียรอยด์ (NSAIDs) เช่น ไอบูโพรเฟน นาพริ็อกเซน สำหรับยาแอสไพรินให้หลีกเลี่ยงการใช้เนื่องจากเป็นยาที่ทำให้เกิดความเสี่ยงต่อการเกิดเลือดออกสูง อย่างไรก็ตามในผู้ที่ยังไม่ทราบว่าเป็นโรคซิคุนกุณยาหรือโรคไข้เลือดออก ไม่ควรรับประทานยาต้านการอักเสบที่ไม่ใช่สเตียรอยด์เนื่องจากยาจะทำให้เกิดภาวะเกล็ดเลือดต่ำและเลือดออกจนเสียชีวิตได้ ส่วนผู้ที่อยู่ในระยะติดต่อต้องป้องกันไม่ให้ยุงกัดเพื่อไม่ให้มีการติดต่อไปยังผู้อื่น

จากการทดลองในสหรัฐอเมริกาพบว่าเชื้อจะเกิดการต้านทานต่อวัคซิ้น ยาคลอโรควิน (Chloroquine) สามารถช่วยควบคุมการเกิดกลุ่มอาการจากการติดเชื้อไวรัสซิคุนกุณยาได้ และช่วยลดการอักเสบในข้อต่าง ๆ ด้วย แต่ทั้งนี้ยังอยู่ในขั้นการทดลองใช้กับผู้ป่วยในประเทศต่าง ๆ เท่านั้น (ยังไม่จัดเป็นยาที่รักษาจำเพาะต่อเชื้อนี้)

2.1.8 โรคซิคุนกุณยาในประเทศไทย

ประเทศไทยเป็นประเทศแรกในทวีปเอเชียที่มีการรายงานการพบผู้ป่วยโรคซิคุนกุณยา โดย Prof. W McD Hammon ในปี พ.ศ.2501 จากผู้ป่วยที่เข้ามารับการรักษาที่โรงพยาบาลเด็ก (สถาบันสุขภาพเด็กแห่งชาติมหาราชินีปัจจุบัน)

ในปี พ.ศ.2501-2507 โรงพยาบาลเด็กร่วมกับสถาบันวิจัยวิทยาศาสตร์การแพทย์ทหารของสหรัฐอเมริกา (AFRIMS) ได้ศึกษาภูมิคุ้มกันต่อเชื้อซิคุนกุณยาในผู้ป่วยไข้แดงกึ่ง/ไข้เลือดออก และไข้ไม่ทราบสาเหตุ พบผู้ป่วยกลุ่มหนึ่งมีภูมิคุ้มกันต่อเชื้อซิคุนกุณยาอย่างต่อเนื่อง

ในปี พ.ศ.2508-2513 จำนวนการรายงานผู้ป่วยเริ่มลดลงเรื่อย ๆ จนกระทั่งไม่มีการรายงานผู้ป่วยรายใหม่อีก

หลังจากปี พ.ศ.2520 – 2521 เป็นต้นมา การตรวจพบผู้ติดเชื้อลดลงเรื่อย ๆ จนไม่พบรายงานอีกเลย ในปี พ.ศ.2524 - 2525 จนกระทั่งปี พ.ศ.2531 - 2538 จึงเริ่มมีรายงานการแพร่ระบาดของของจังหวัดต่าง ๆ ได้แก่

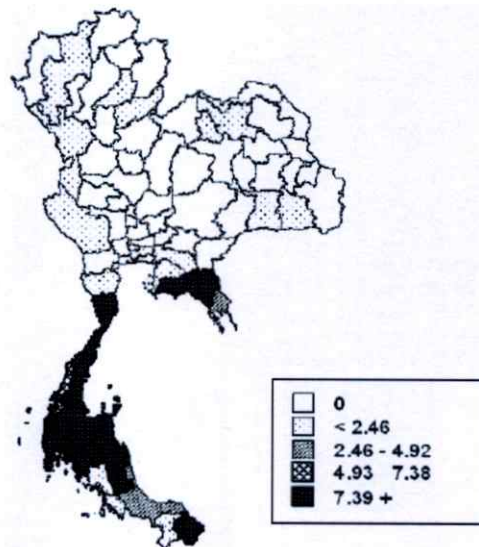
- ในปี พ.ศ.2531 พบที่จังหวัดสุรินทร์
- ในปี พ.ศ.2534 พบที่จังหวัดขอนแก่น และปราจีนบุรี
- ในปี พ.ศ.2536 พบว่ามีการระบาด 3 ครั้งที่จังหวัดเลย นครศรีธรรมราช และหนองคาย

หลังจากปี พ.ศ.2538 เป็นต้นมา ไม่พบรายงานผู้ป่วยโรคชิคุนคุนยาในประเทศไทย จนกระทั่งในปี พ.ศ.2551 พบการระบาดที่จังหวัดนครราชสีมา มีรายงานผู้ป่วยที่ตำบลละหาร อำเภอยิ่งอ สำหรับการระบาดของโรคชิคุนคุนยาในรอบนี้ ประเทศไทยนับเป็นประเทศลำดับที่ 4 ในภูมิภาคเอเชียตะวันออกเฉียงใต้ ต่อจากประเทศมาเลเซีย อินโดนีเซีย และสิงคโปร์ ซึ่งมีรายงานว่าพบการระบาดในปี พ.ศ.2549, 2550 และ 2551 ตามลำดับ โดยประเทศไทยเริ่มการระบาดจาก 3 จังหวัดชายแดนภาคใต้ก่อน หลังจากนั้นจึงแพร่กระจายไปยังจังหวัดอื่น ๆ ที่มีพื้นที่อยู่ติดกัน โดยผู้ป่วยรายแรกเริ่มป่วยในจังหวัดนครราชสีมา ตั้งแต่เดือนสิงหาคม พ.ศ.2551 ต่อมามีการพบการระบาดที่จังหวัดปัตตานี ยะลา และสงขลา สำหรับการระบาดของปี พ.ศ.2551 ยังพบว่าจำกัดอยู่เฉพาะใน 3 จังหวัดชายแดนภาคใต้ แต่หลังจากช่วงเทศกาลปีใหม่ พ.ศ.2552 เพียงไม่นานก็ได้มีการพบการระบาดเพิ่มขึ้น ถัดมาในช่วงกลางปี พ.ศ.2552 ก็เริ่มพบการระบาดในพื้นที่ต่างๆ จากทั่วทุกภูมิภาค ซึ่งช่วงแรก ๆ จะพบเพียงประปราย ทั้งหมดล้วนมีประวัติเดินทางไปภาคใต้ เช่น กลับภูมิลำเนาไปท่องเที่ยว ไปทำงาน หรือติดต่อธุรกิจ เป็นต้น ต่อมาเริ่มพบในประชาชนที่ไม่มีประวัติเดินทางไปพื้นที่ที่มีระบาด

จากการตรวจทางห้องปฏิบัติการโดย AFRIMS พบว่าการระบาดของโรคชิคุนคุนยาที่ระบาดในประเทศไทยช่วง พ.ศ.2550 – 2552 นี้เป็น “East Central Africa Genotype” และเป็นชนิดที่มีการกลายพันธุ์ในตำแหน่งที่ 226 บน โพรตีน E1 โดยมีการแทนที่กรดอะมิโนด้วยกรดวาลีน (Chik 226V) ซึ่งแตกต่างจากการระบาดที่เคยเกิดขึ้นในอดีต ซึ่งเป็น “Asian Genotype” อีกทั้งตัวเชื้อเองมีการปรับให้มีความเหมาะสมกับสภาพแวดล้อมมากขึ้น

ในปี พ.ศ.2551 เริ่มมีการรายงานผู้ป่วยรวม 2,494 ราย จาก 8 จังหวัดภาคใต้ มีอัตราป่วย 3.95 ต่อประชากรแสนคน โดยเริ่มพบผู้ป่วยตั้งแต่เดือนสิงหาคมและระบาดอย่างต่อเนื่องในปี พ.ศ. 2552 และในปี พ.ศ.2552 มีรายงานผู้ป่วยรวม 52,057 ราย ซึ่งมีจำนวนเพิ่มขึ้นจากปี พ.ศ.2551 โดยพบผู้ป่วย 58 จังหวัด คิดเป็นอัตราป่วย 82.03 ต่อประชากรแสนคน ทั้งสองปีไม่พบรายงานผู้เสียชีวิต และในปี พ.ศ.2553 พบว่ามีผู้ป่วยทั้งสิ้น 1,565 ราย ไม่พบอัตราผู้เสียชีวิต คิดเป็นอัตราป่วย

2.46 ต่อประชากรแสนคน จังหวัดที่มีผู้ป่วยสูงสุด 5 อันดับแรก คือ พัทลุง นครศรีธรรมราช ชุมพร ภูเก็ต และสุราษฎร์ธานี โดยมีอัตราป่วยต่อประชากรแสนคนเป็น 45.81, 32.9, 24.34, 21.44 และ 16.85 ตามลำดับ



รูปที่ 2.2 แสดงการกระจายตัวของผู้ป่วยโรคชิคุนกุนยารายจังหวัดในประเทศไทยปี พ.ศ.2553

จากการสำรวจพบว่ากลุ่มอายุที่พบผู้ป่วยชิคุนกุนยาสูงสุด คือ กลุ่มที่อยู่ในวัยทำงาน โดยอาชีพที่พบผู้ป่วยชิคุนกุนยาสูงสุด คือ กลุ่มอาชีพเกษตรกรรม สาเหตุที่กลุ่มนี้มีความเสี่ยงต่อโรคนี้นั้นเนื่องมาจากการที่ต้องออกไปประกอบอาชีพนอกบ้าน โดยเฉพาะที่สวนนาไร้อยู่เป็นประจำ จึงมีโอกาสสัมผัสกับเชื้อโดยผ่านทางยุงลายสวนกัด ซึ่งยุงชนิดนี้เป็นพาหะชนิดหลักของโรคชิคุนกุนยาในหลายพื้นที่ของประเทศไทย [1, 3-7]

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

P. Pongsumpun (2004) ได้นำวิธีการของการจำลองพลวัตมาตรฐาน (Standard Dynamical Modeling) มาวิเคราะห์ลักษณะของแบบจำลอง (SIR) ทางคณิตศาสตร์ของโรคไข้เลือดออก แล้วแสดงเงื่อนไขของตัวแปรที่ทำให้เกิดความเสถียร ผลที่ได้จากงานวิจัยนี้ คือ ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่การควบคุมการระบาดของโรค การลดอัตราการกัดและการลดจำนวนของยุงเป็นตัวอย่างของแนวทางที่ช่วยในการควบคุมการระบาดของโรค [13]

ทรัพย์สินชัย เอกอิมทรัพย์ และคณะ (2006) ใช้ทฤษฎีความเสถียร (Steady State) มาสร้างแบบจำลอง (SIR) ทางคณิตศาสตร์ตามอายุสำหรับการระบาดของโรคมาลาเรีย และสร้างโปรแกรมการวิเคราะห์เชิงกราฟ ผลที่ได้จากงานวิจัยนี้ คือ ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตามอายุสำหรับการ

ระบาดของโรคมาลาเรีย และกราฟในการวิเคราะห์แบบจำลองเพื่อใช้ในการลดการระบาดของโรค [2]

Y. Dumont, F. Chiroleu and C. Domerg (2008) ได้สร้างแบบจำลองของประชากรคนและยุงที่สอดคล้องกับการระบาดของโรคชิคุนกุนยา และหาเงื่อนไขที่ทำให้เกิดความเสถียรภาพในสถานะไร้โรคและสถานะเรื้อรัง ผลที่ได้จากงานวิจัยนี้ คือ ได้เงื่อนไขที่ทำให้เกิดความเสถียรภาพในสถานะไร้โรคและสถานะเรื้อรัง ทำให้สามารถอธิบายการระบาดของโรคได้ [16]

E. Massad, S. Ma, M. N. Burattini, Y. Tun, F. B. Coutinho and L.W. Ang (2008) ได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อประมาณความเสี่ยงของใช้ชิคุนกุนยาโดยใช้พื้นที่ที่มีการระบาดของไข้เดงกี และหาค่าการแพร่พันธุ์พื้นฐานของใช้ชิคุนกุนยา ผลที่ได้จากงานวิจัยนี้ คือ ได้ค่าประมาณความเสี่ยงต่อคนที่จะสามารถได้รับใช้ชิคุนกุนยาในพื้นที่ที่มีการระบาดของไข้เดงกี [11]

P. Pongsumpun (2010) ได้นำวิธีการของการจำลองพลวัตมาตรฐาน (Standard Dynamical Modeling) มาวิเคราะห์แบบจำลอง (SIR) ทางคณิตศาสตร์ของการแพร่ระบาดของโรคชิคุนกุนยาตามฤดูกาลต่าง ๆ ผลที่ได้จากงานวิจัยนี้ คือ ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่การควบคุมการระบาดของโรค ซึ่งจะเป็นแนวทางที่ช่วยในการควบคุมการระบาดของโรค [12]

D. Moulay, M.A. Aziz-Alaoui and M. Cadivel (2011) ได้สร้างแบบจำลองเชิงพลวัตของการแพร่ระบาดของยุง โดยพิจารณาการแพร่ระบาดของเชื้อชิคุนกุนยาไปยังประชากรมนุษย์ และวิเคราะห์สมมูลการระบาดโดยใช้ฟังก์ชัน Lyapunov ผลที่ได้จากงานวิจัยนี้ คือ ทำให้ทราบค่าการแพร่พันธุ์พื้นฐาน และสามารถควบคุมการระบาดของโรคได้ [8]

แบบจำลองในงานวิจัยนี้ได้มีการพัฒนาจากแบบจำลองของ P. Pongsumpun โดยได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์การแพร่ระบาดของโรคชิคุนกุนยา ซึ่งเป็นแบบจำลอง SEIR แต่ได้พิจารณาตามช่วงอายุ คือ ช่วงอายุที่น้อยกว่า 15 ปี (วัยเด็ก) และช่วงอายุที่มากกว่า 15 ปี (วัยผู้ใหญ่) นำวิธีการจำลองพลวัตมาตรฐานมาวิเคราะห์แบบจำลอง แล้วหาเงื่อนไขที่ทำให้เกิดความเสถียรภาพในสถานะไร้โรคและสถานะระบาดเรื้อรัง และใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในการคำนวณผลเฉลยของแบบจำลอง เพื่อวิเคราะห์วิธีการควบคุมโรคชิคุนกุนยา สำหรับแนวทางในการหาวิธีป้องกันโรคและลดจำนวนของผู้ป่วยให้มีปริมาณที่น้อยลง

บทที่ 3

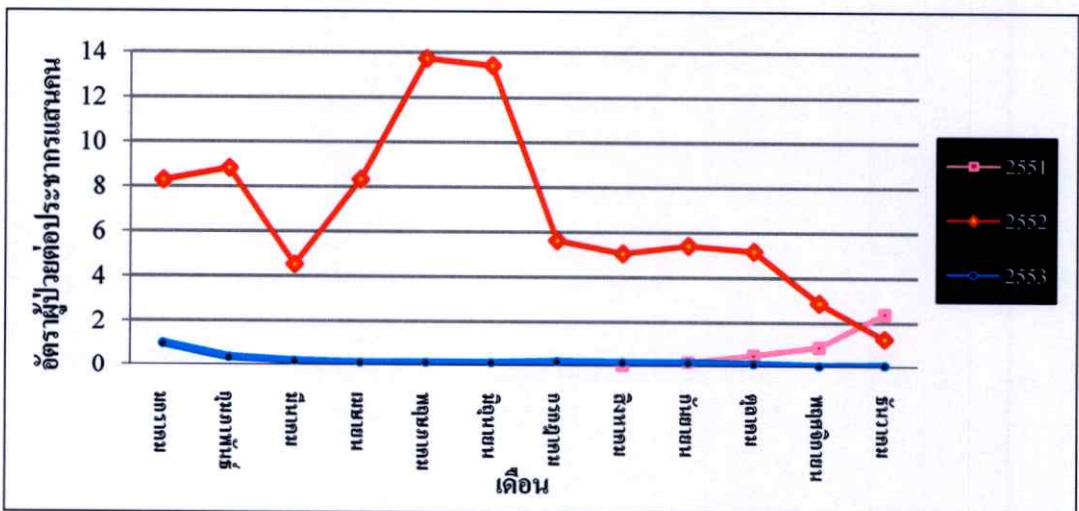
วิธีดำเนินงานวิจัย

3.1 การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ

โรคชิคุนกุนยาหรือไข้ปวดข้อยุ่งหลายเกิดจากเชื้อไวรัสชิคุนกุนยา ซึ่งเป็น RNA virus จัดอยู่ในชนิด alphavirus และสกุล Togaviridae มียุ่งหลายบ้านและยุ่งหลายสวนเป็นพาหะนำโรค โดยในประเทศไทยโรคชิคุนกุนยาเป็นโรคที่รู้จักกันมานานกว่า 50 ปีมาแล้วและเคยระบาดใหญ่ในอดีต โดยเฉพาะในประเทศไทยเมื่อกว่า 40 ปีมาแล้ว หลังจากนั้นก็มีการพบประปราย จนกระทั่งในช่วง 30 ปีที่ผ่านมา โรคดังกล่าวได้สงบลงและไม่ได้มีการกล่าวถึงกันมากนัก หลังจากที่ตรวจพบครั้งแรกในประเทศไทย ก็ได้มีรายงานจากประเทศต่าง ๆ ในทวีปเอเชีย ได้แก่ เขมร เวียดนาม พม่า ศรีลังกา อินเดีย อินโดนีเซีย และฟิลิปปินส์ โรคนี้จะพบมากในฤดูฝน เมื่อประชากรยุ่งเพิ่มขึ้นและมีการติดเชื้อในยุ่งหลายมากขึ้น โดยในปี พ.ศ.2551 เป็นปีที่เริ่มมีการระบาดใหญ่ของโรคชิคุนกุนยาในประเทศไทยอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งเริ่มมีการรายงานผู้ป่วยครั้งแรกในเดือนสิงหาคม จากการเก็บข้อมูลของกรมควบคุมโรคติดต่อ กระทรวงสาธารณสุขของผู้ป่วยในแต่ละปีตั้งแต่ปี พ.ศ.2551 ถึงปี พ.ศ.2553 และนำมาวิเคราะห์ข้อมูล พบว่าในปี พ.ศ.2552 เป็นช่วงที่มีการระบาดมาก [1, 6] โดยในช่วงเดือนพฤษภาคมเป็นช่วงที่มีผู้ป่วยมากที่สุด ซึ่งอัตราผู้ป่วยต่อประชากรแสนคนที่พิจารณาตามรายเดือนสามารถหาได้จาก

$$\text{อัตราผู้ป่วยต่อประชากรแสนคน (รายเดือน)} = \frac{\text{จำนวนประชากรที่ป่วยในแต่ละเดือน}}{\text{จำนวนประชากรในปีนั้น}} \times 100,000$$

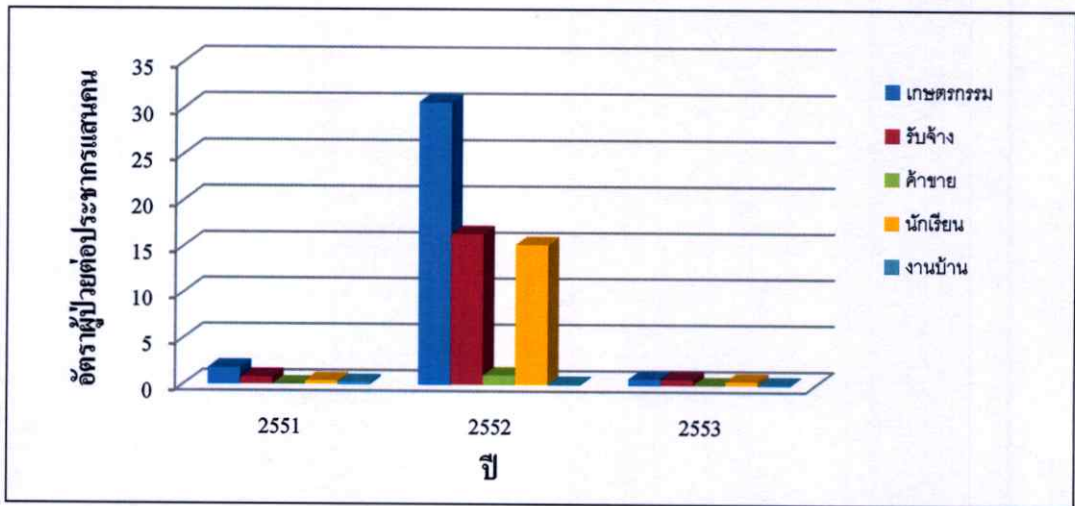
ซึ่งจะแสดงดังกราฟรูปที่ 3.1 ดังนี้



รูปที่ 3.1 กราฟของอัตราผู้ป่วยของโรคชิคุนกุนยารายเดือนในประเทศไทยปี พ.ศ.2551 ถึงปี พ.ศ.2553

และเมื่อพิจารณาอาชีพต่าง ๆ ตั้งแต่ปี พ.ศ.2551 ถึงปี พ.ศ.2553 จะเห็นได้ว่าในแต่ละปีอาชีพเกษตรกรรมเป็นอาชีพที่มีผู้ป่วยมากที่สุด โดยในปี พ.ศ.2551 จะมีอัตราผู้ป่วย คือ 1.8142 ต่อประชากรแสนคน ในปี พ.ศ.2552 จะมีอัตราผู้ป่วย คือ 30.6725 ต่อประชากรแสนคน และในปี พ.ศ. 2553 จะมีอัตราผู้ป่วย คือ 0.7127 ต่อประชากรแสนคน ซึ่งอัตราผู้ป่วยต่อประชากรแสนคนที่จำแนกตามอาชีพต่าง ๆ สามารถหาได้จาก

อัตราผู้ป่วยต่อประชากรแสนคน (ตามอาชีพ) = $\frac{\text{จำนวนประชากรที่ป่วยในแต่ละอาชีพ}}{\text{จำนวนประชากรในปีนั้น}} \times 100,000$
ซึ่งจะแสดงได้ดังกราฟรูปที่ 3.2 [6]



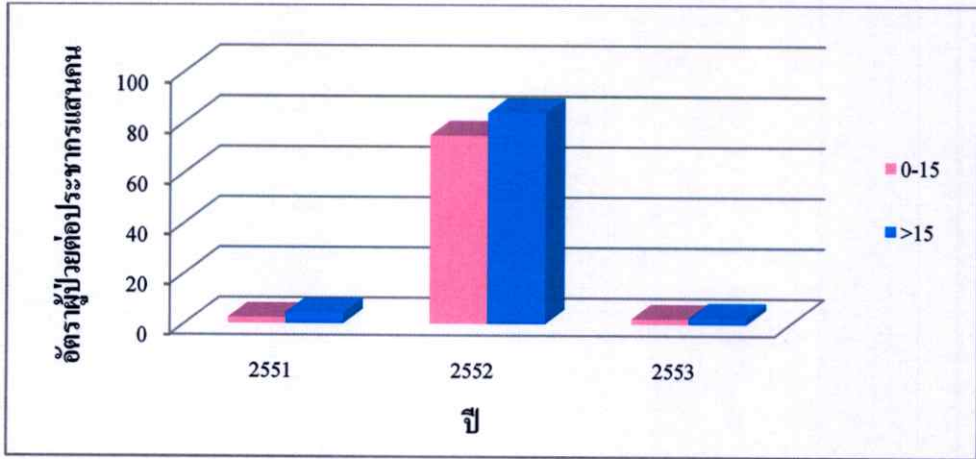
รูปที่ 3.2 กราฟของอัตราผู้ป่วยโรคชิคุนคุนยาจำแนกตามอาชีพต่าง ๆ ในประเทศไทย ปี พ.ศ.2551 ถึงปี พ.ศ.2553

จากกราฟจะเห็นได้ว่ากลุ่มที่มีความเสี่ยงต่อโรคนี้ คือ ผู้ที่อยู่ในวัยทำงานและประกอบอาชีพเกษตรกรรม เนื่องจากกลุ่มดังกล่าวมีโอกาสถูกยุงลายสวนกัดได้บ่อยที่สุด ขณะออกไปประกอบอาชีพนอกร้าน [1]

ในงานวิจัยนี้ได้มีการนำข้อมูลในปี พ.ศ.2551 ถึงปี พ.ศ.2553 มาพิจารณา โดยจะพิจารณาตามช่วงอายุ ซึ่งจะแบ่งออกเป็น 2 ช่วงอายุ คือ ช่วงอายุ 0-15 ปี (วัยเด็ก) และช่วงอายุมากกว่า 15 ปี (วัยผู้ใหญ่) จะพบว่าในแต่ละปี ตั้งแต่ปี พ.ศ.2551 ถึงปี พ.ศ.2553 จะพบว่าช่วงอายุที่พบผู้ป่วยมากจะเป็นช่วงอายุมากกว่า 15 ปี ดังนี้ ในปี พ.ศ.2551 จะมีอัตราผู้ป่วย คือ 4.37 ต่อประชากรแสนคน ในปี พ.ศ.2552 จะมีอัตราผู้ป่วย คือ 83.86 ต่อประชากรแสนคน และในปี พ.ศ.2553 จะมีอัตราผู้ป่วย คือ 2.56 ต่อประชากรแสนคน ซึ่งอัตราผู้ป่วยต่อประชากรแสนคนที่พิจารณาตามช่วงอายุ สามารถหาได้จาก

อัตราผู้ป่วยต่อประชากรแสนคน (ช่วงอายุ) = $\frac{\text{จำนวนประชากรที่ป่วยในแต่ละช่วงอายุ}}{\text{จำนวนประชากรในแต่ละช่วงอายุ}} \times 100,000$

โดยสามารถแสดงได้ดังกราฟรูปที่ 3.3 ดังนี้



รูปที่ 3.3 กราฟของอัตราผู้ป่วยโรคชิคุนกุนยาจำแนกตามช่วงอายุในประเทศไทย
ปี พ.ศ.2551 ถึงปี พ.ศ.2553

จากข้อมูลของโรคชิคุนกุนยา จะพบว่าอายุมีความสัมพันธ์กับจำนวนผู้ป่วยโรคชิคุนกุนยา ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโรคชิคุนกุนยาตามกลุ่มอายุของผู้ป่วย เพื่อที่จะหาแนวทางในการลดการระบาดของโรคนี้

3.2 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคชิคุนกุนยา

พิจารณาการสร้างแบบจำลองของคนและยุง โดยกำหนดให้คนแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ เด็ก (0-15 ปี) และผู้ใหญ่ (มากกว่า 15 ปี) ดังนี้

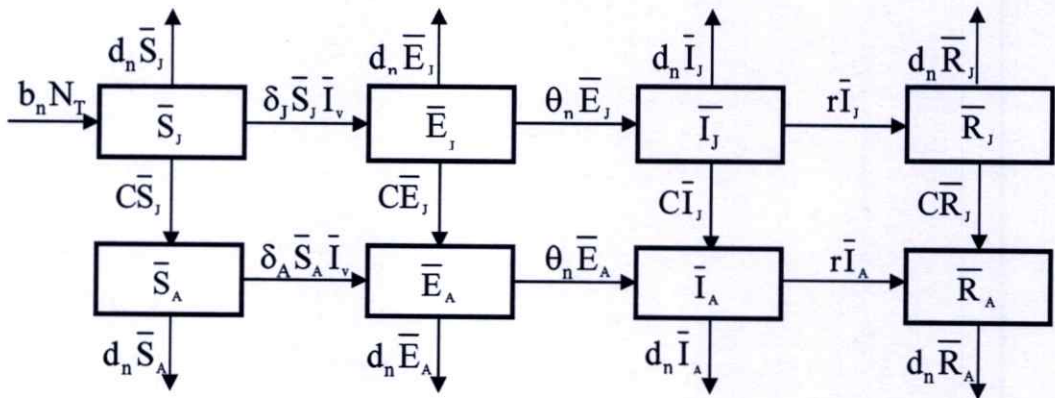
ตารางที่ 3.1 สัญลักษณ์แทนคำอธิบายตัวแปรและพารามิเตอร์ในแบบจำลอง

สัญลักษณ์	คำอธิบาย	หน่วย
\bar{S}_I	จำนวนประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ	คน
\bar{E}_I	จำนวนประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (ระยะสัมผัสโรค)	คน
\bar{I}_I	จำนวนประชากรเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (ระยะติดเชื้อ)	คน
\bar{R}_I	จำนวนประชากรเด็กที่ฟื้นใจ	คน
\bar{S}_A	จำนวนประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ	คน
\bar{E}_A	จำนวนประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (ระยะสัมผัสโรค)	คน

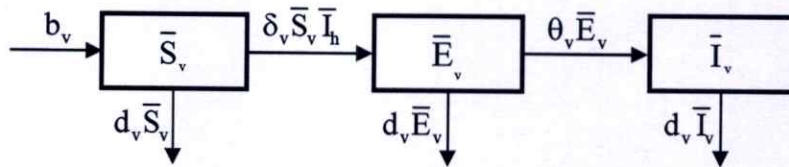
สัญลักษณ์	ข้อความ	หน่วย
\bar{I}_A	จำนวนประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (ระยะติดเชื้อ)	คน
\bar{R}_A	จำนวนประชากรผู้ใหญ่ที่ฟื้นไข้	คน
\bar{S}_v	จำนวนยุงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ	ตัว
\bar{E}_v	จำนวนยุงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้	ตัว
\bar{I}_v	จำนวนยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้	ตัว
b_n	อัตราการเกิดของประชากร	ต่อวัน
d_n	อัตราการเสียชีวิตของประชากร	ต่อวัน
C	อัตราการเปลี่ยนแปลงจากประชากรเด็กเป็นประชากรผู้ใหญ่	ต่อวัน
N_T	จำนวนประชากรคนทั้งหมด	คน
N_J	จำนวนประชากรเด็กทั้งหมด	คน
N_A	จำนวนประชากรผู้ใหญ่ทั้งหมด	คน
θ_n	อัตราการฟักตัวของเชื้อไวรัสซิกนุกนยาในคน	ต่อวัน
r	อัตราการฟื้นไข้ของผู้ป่วยซิกนุกนยาต่อคน	ต่อวัน
δ_J	อัตราการถ่ายทอดเชื้อซิกนุกนยาจากยุงไปประชากรเด็ก	ต่อตัว ต่อวัน
δ_A	อัตราการถ่ายทอดเชื้อซิกนุกนยาจากยุงไปประชากรผู้ใหญ่	ต่อตัว ต่อวัน
δ_v	อัตราการถ่ายทอดเชื้อซิกนุกนยาจากคนไปยุง	ต่อคน ต่อวัน
b_v	อัตราการเกิดของยุง	ตัวต่อวัน
N_v	จำนวนประชากรยุงทั้งหมด	ตัว
d_v	อัตราการตายของยุง	ต่อวัน
θ_v	อัตราการฟักตัวของเชื้อไวรัสซิกนุกนยาในยุง	ต่อวัน
\bar{I}_h	จำนวนประชากรเด็กและผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้	คน

โดยที่อัตราการเกิดของประชากร อัตราการเสียชีวิตของประชากร อัตราการฟักตัวของเชื้อไวรัสซิกนุกนยาในคน อัตราการเปลี่ยนแปลงจากประชากรเด็กเป็นประชากรผู้ใหญ่ อัตราการฟื้นไข้ของผู้ป่วยซิกนุกนยาต่อคน อัตราการตายของยุง อัตราการฟักตัวของเชื้อไวรัสซิกนุกนยาในยุง เป็นพารามิเตอร์ที่คงที่

3.2.1 แบบจำลองโรตซึนกุณยาของคนและยูง



รูปที่ 3.4 แผนภาพแสดงแนวคิดในการสร้างแบบจำลองของประชากรที่ป่วยเป็นโรตซึนกุณยา



รูปที่ 3.5 แผนภาพแสดงแนวคิดในการสร้างแบบจำลองของประชากรยูง

อธิบายรายละเอียดของแบบจำลอง ได้ดังนี้

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อเทียบกับเวลา

= อัตราการเกิดใหม่ - อัตราการเสียชีวิตของเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ - อัตราการเปลี่ยนแปลงจากเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ไปเป็นเด็กที่ติดเชื้อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ - อัตราการเปลี่ยนแปลงจากเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ไปเป็นผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลา

= อัตราการเปลี่ยนแปลงจากเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ไปเป็นเด็กที่ติดเชื้อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ - อัตราการเสียชีวิตของเด็กที่ติดเชื้อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ - อัตราการเปลี่ยนแปลงจากเด็กที่ติดเชื้อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ไปเป็นผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ - อัตราการเปลี่ยนแปลงจากเด็กที่ติดเชื้อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ไปเป็นเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรผู้ใหญ่ที่ฟื้นไข้เทียบกับเวลา

= อัตราการเปลี่ยนแปลงจากผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เปลี่ยนแปลงไปเป็นผู้ใหญ่ที่ฟื้นไข้ + อัตราการเปลี่ยนแปลงจากเด็กที่ฟื้นไข้ไปเป็นผู้ใหญ่ที่ฟื้นไข้ - อัตราการเสียชีวิตของผู้ใหญ่ที่ฟื้นไข้

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรยุงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อเทียบกับเวลา

= อัตราการเกิดของยุง - อัตราการเปลี่ยนแปลงจากยุงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อไปเป็นยุงที่ติดเชื้อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ - อัตราการตายของยุงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรยุงที่ติดเชื้อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลา

= อัตราการเปลี่ยนแปลงจากยุงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อไปเป็นยุงที่ติดเชื้อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ - อัตราการตายของจากยุงที่ติดเชื้อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ - อัตราการเปลี่ยนแปลงจากยุงที่ติดเชื้อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ไปเป็นยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลา

= อัตราการเปลี่ยนแปลงจากยุงที่ติดเชื้อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ไปเป็นยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ - อัตราการตายของยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้

ข้อสังเกต จากแบบจำลอง ลูกศรที่ชี้เข้ามีค่าเป็นบวก และลูกศรที่ชี้ออกมีค่าเป็นลบ

จากแผนภาพแสดงแนวคิดเบื้องต้น สามารถนำมาเขียนเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรเด็ก ประชากรผู้ใหญ่ และประชากรยุงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อเทียบกับเวลา

$$\frac{d}{dt} \bar{S}_j = b_n N_T - d_n \bar{S}_j - \delta_j \bar{S}_j \bar{I}_v - C \bar{S}_j$$

$$\frac{d}{dt} \bar{S}_A = C \bar{S}_j - \delta_A \bar{S}_A \bar{I}_v - d_n \bar{S}_A$$

$$\frac{d}{dt} \bar{S}_v = b_v - \delta_v \bar{S}_v \bar{I}_b - d_v \bar{S}_v$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรเด็ก ประชากรผู้ใหญ่ และประชากรบุงที่ติดเชื่อแต่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื่อได้เทียบกับเวลา

$$\frac{d}{dt} \bar{E}_J = \delta_J \bar{S}_J \bar{I}_v - d_n \bar{E}_J - \theta_n \bar{E}_J - C \bar{E}_J$$

$$\frac{d}{dt} \bar{E}_A = C \bar{E}_J + \delta_A \bar{S}_A \bar{I}_v - \theta_n \bar{E}_A - d_n \bar{E}_A$$

$$\frac{d}{dt} \bar{E}_v = \delta_v \bar{S}_v \bar{I}_h - d_v \bar{E}_v - \theta_v \bar{E}_v$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรเด็ก ประชากรผู้ใหญ่ และประชากรบุงที่ติดเชื่อและสามารถถ่ายทอดเชื่อได้เทียบกับเวลา

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_J = \theta_n \bar{E}_J - d_n \bar{I}_J - r \bar{I}_J - C \bar{I}_J$$

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_A = C \bar{I}_J + \theta_n \bar{E}_A - r \bar{I}_A - d_n \bar{I}_A$$

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_v = \theta_v \bar{E}_v - d_v \bar{I}_v$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรเด็ก และประชากรผู้ใหญ่ที่ฟื้นไข้เทียบกับเวลา

$$\frac{d}{dt} \bar{R}_J = r \bar{I}_J - d_n \bar{R}_J - C \bar{R}_J$$

$$\frac{d}{dt} \bar{R}_A = r \bar{I}_A + C \bar{R}_J - d_n \bar{R}_A$$

และที่เงื่อนไข ดังนี้

$$N_T = N_J + N_A, N_J = \bar{S}_J + \bar{E}_J + \bar{I}_J + \bar{R}_J, N_A = \bar{S}_A + \bar{E}_A + \bar{I}_A + \bar{R}_A \text{ และ}$$

$$N_v = \bar{S}_v + \bar{E}_v + \bar{I}_v$$

บทที่ 4

ผลงานวิจัยและอภิปรายผล

4.1 การวิเคราะห์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคซิกนุกุนยา จะได้สมการ 11 สมการ ดังนี้

$$\frac{d}{dt}\bar{S}_J = b_n N_T - d_n \bar{S}_J - \delta_J \bar{S}_J \bar{I}_J - C\bar{S}_J \quad (4.1)$$

$$\frac{d}{dt}\bar{E}_J = \delta_J \bar{S}_J \bar{I}_J - d_n \bar{E}_J - \theta_n \bar{E}_J - C\bar{E}_J \quad (4.2)$$

$$\frac{d}{dt}\bar{I}_J = \theta_n \bar{E}_J - d_n \bar{I}_J - r\bar{I}_J - C\bar{I}_J \quad (4.3)$$

$$\frac{d}{dt}\bar{R}_J = r\bar{I}_J - d_n \bar{R}_J - C\bar{R}_J \quad (4.4)$$

$$\frac{d}{dt}\bar{S}_A = C\bar{S}_J - \delta_A \bar{S}_A \bar{I}_J - d_n \bar{S}_A \quad (4.5)$$

$$\frac{d}{dt}\bar{E}_A = C\bar{E}_J + \delta_A \bar{S}_A \bar{I}_J - \theta_n \bar{E}_A - d_n \bar{E}_A \quad (4.6)$$

$$\frac{d}{dt}\bar{I}_A = C\bar{I}_J + \theta_n \bar{E}_A - r\bar{I}_A - d_n \bar{I}_A \quad (4.7)$$

$$\frac{d}{dt}\bar{R}_A = r\bar{I}_A + C\bar{R}_J - d_n \bar{R}_A \quad (4.8)$$

$$\frac{d}{dt}\bar{S}_V = b_v - \delta_v \bar{S}_V \bar{I}_V - d_v \bar{S}_V \quad (4.9)$$

$$\frac{d}{dt}\bar{E}_V = \delta_v \bar{S}_V \bar{I}_V - d_v \bar{E}_V - \theta_v \bar{E}_V \quad (4.10)$$

$$\frac{d}{dt}\bar{I}_V = \theta_v \bar{E}_V - d_v \bar{I}_V \quad (4.11)$$

และสี่เงื่อนไข ดังนี้

$$N_T = N_J + N_A, \quad N_J = \bar{S}_J + \bar{E}_J + \bar{I}_J + \bar{R}_J, \quad N_A = \bar{S}_A + \bar{E}_A + \bar{I}_A + \bar{R}_A \quad \text{และ} \quad N_V = \bar{S}_V + \bar{E}_V + \bar{I}_V$$

สมมติว่าจำนวนประชากรทั้งหมดเป็นค่าคงที่ และแต่ละกลุ่มของประชากร (เด็กและผู้ใหญ่) เป็นค่าคงที่เช่นเดียวกัน นั่นคือ

$$\frac{dN_T}{dt} = 0, \quad \frac{dN_J}{dt} = 0, \quad \frac{dN_A}{dt} = 0 \quad \text{และ} \quad \frac{dN_V}{dt} = 0$$

จาก $\frac{dN_T}{dt} = 0$ จะได้ว่า $b_n = d_n$

สรุปผลสมการได้ว่า ค่าคงที่ของอัตราการเกิดและอัตราการเสียชีวิตของประชากรคนมีค่าเท่ากัน

$$\text{จาก } \frac{dN_J}{dt} = 0 \text{ จะได้ว่า } \frac{N_T}{N_J} = 1 + \frac{C}{d_n} \text{ หรือ } \frac{N_T}{N_J} = \frac{d_n + C}{d_n}$$

สรุปผลสมการได้ว่า ค่าคงที่ของอัตราส่วนระหว่างจำนวนประชากรคนทั้งหมดต่อจำนวนประชากรเด็กมีค่าเท่ากับอัตราส่วนระหว่างผลรวมของอัตราการเสียชีวิตของประชากรคนกับการเปลี่ยนแปลงจากประชากรเด็กเป็นผู้ใหญ่ต่ออัตราการเสียชีวิตของคน

ข้อสังเกต: จาก $N_T = N_J + N_A$

$$\text{โดยที่ } \frac{N_T}{N_J} = 1 + \frac{C}{d_n}$$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{N_A}{N_J} = \frac{C}{d_n} \text{ ซึ่งจะสอดคล้องกับ } \frac{dN_A}{dt} = 0$$

$$\text{จาก } \frac{dN_A}{dt} = 0 \text{ จะได้ว่า } \frac{N_A}{N_J} = \frac{C}{d_n}$$

สรุปผลสมการได้ว่า ค่าคงที่ของอัตราส่วนระหว่างจำนวนประชากรผู้ใหญ่ทั้งหมดต่อจำนวนประชากรเด็กทั้งหมดมีค่าเท่ากับค่าคงที่ของอัตราส่วนระหว่างการเปลี่ยนแปลงจากประชากรเด็กเป็นผู้ใหญ่ต่อค่าคงที่อัตราการเสียชีวิตของคน

$$\text{จาก } \frac{dN_v}{dt} = 0 \text{ จะได้ว่า } N_v = \frac{b_v}{d_v}$$

สรุปผลสมการได้ว่า จำนวนยุงทั้งหมดเท่ากับอัตราส่วนระหว่างค่าคงที่อัตราการเกิดใหม่ของยุงต่อค่าคงที่อัตราการตายของยุง

กำหนดให้

$$\begin{array}{cccc} S_J = \frac{\bar{S}_J}{N_J} & E_J = \frac{\bar{E}_J}{N_J} & I_J = \frac{\bar{I}_J}{N_J} & R_J = \frac{\bar{R}_J}{N_J} \\ S_A = \frac{\bar{S}_A}{N_A} & E_A = \frac{\bar{E}_A}{N_A} & I_A = \frac{\bar{I}_A}{N_A} & R_A = \frac{\bar{R}_A}{N_A} \\ S_v = \frac{\bar{S}_v}{N_v} & E_v = \frac{\bar{E}_v}{N_v} & I_v = \frac{\bar{I}_v}{N_v} & \end{array}$$

จากสมการที่ (4.1) - (4.3), (4.5) - (4.7) และ (4.10) - (4.11) จะได้ระบบสมการใหม่ ดังนี้

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}S_J &= (d_n + C)(1 - S_J) - \delta_J S_J I_V N_V \\ \frac{d}{dt}E_J &= \delta_J S_J I_V N_V - (d_n + \theta_n + C)E_J \\ \frac{d}{dt}I_J &= \theta_n E_J - (d_n + r + C)I_J \\ \frac{d}{dt}S_A &= d_n S_J - (\delta_A I_V N_V + d_n)S_A \\ \frac{d}{dt}E_A &= d_n E_J + \delta_A S_A I_V N_V - (\theta_n + d_n)E_A \\ \frac{d}{dt}I_A &= d_n I_J + \theta_n E_A - (r + d_n)I_A \\ \frac{d}{dt}E_V &= \delta_V (1 - E_V - I_V)(I_J N_J + I_A N_A) - (d_V + \theta_V)E_V \\ \frac{d}{dt}I_V &= \theta_V E_V - d_V I_V\end{aligned}$$

สำหรับสมการของ R_J, R_A และ S_V สามารถหาได้จากเงื่อนไขต่อไปนี้ คือ

$$S_J + E_J + I_J + R_J = 1, S_A + E_A + I_A + R_A = 1 \text{ และ } S_V + E_V + I_V = 1$$

4.1.1 จุดสมดุลของระบบสมการ

จุดสมดุลหาได้จากการจัดระบบสมการข้างต้นให้เท่ากับศูนย์

จาก $(d_n + C)(1 - S_J^*) - \delta_J S_J^* I_V^* N_V^* = 0$ จะได้

$$\begin{aligned}S_J^* &= \frac{d_n + C}{(d_n + C) + \delta_J I_V^* N_V^*} \\ S_J^* &= \frac{1}{1 + \alpha_1 I_V^*} \quad \text{เมื่อ } \alpha_1 = \frac{\delta_J N_V}{d_n + C} \quad (4.12)\end{aligned}$$

จาก $\delta_J S_J^* I_V^* N_V^* - (d_n + \theta_n + C)E_J^* = 0$ จะได้

$$\begin{aligned}E_J^* &= \frac{\delta_J S_J^* I_V^* N_V^*}{d_n + \theta_n + C} \\ E_J^* &= \frac{\delta_J I_V^* N_V^*}{(d_n + C) + \theta_n} \left(\frac{1}{1 + \alpha_1 I_V^*} \right) \quad \text{เมื่อ } S_J^* = \frac{1}{1 + \alpha_1 I_V^*}\end{aligned}$$

$$E_J^* = \left(\frac{\delta_J I_V^* N_V^*}{d_n + C} \right) \left(\frac{1}{1 + \frac{\theta_n}{d_n + C}} \right) \left(\frac{1}{1 + \alpha_1 I_V^*} \right)$$

$$E_J^* = \frac{\alpha_1 I_V^*}{(1 + \alpha_1 I_V^*)(1 + \alpha_2)} \quad \text{เมื่อ } \alpha_1 = \frac{\delta_J N_V}{d_n + C} \text{ และ } \alpha_2 = \frac{\theta_n}{d_n + C} \quad (4.13)$$

จาก $\theta_n E_J^* - (d_n + r + C)I_J^* = 0$ จะได้

$$I_J^* = \frac{\theta_n E_J^*}{d_n + r + C}$$

$$I_J^* = \frac{\theta_n \frac{\alpha_1 I_v^*}{(1 + \alpha_1 I_v^*)(1 + \alpha_2)}}{d_n + r + C}$$

$$\text{เมื่อ } E_J^* = \frac{\alpha_1 I_v^*}{(1 + \alpha_1 I_v^*)(1 + \alpha_2)}$$

$$I_J^* = \frac{\theta_n \alpha_1 I_v^*}{(d_n + C)(1 + \alpha_1 I_v^*)(1 + \alpha_2) \left(1 + \frac{r}{d_n + C}\right)}$$

$$I_J^* = \frac{\alpha_1 \alpha_2 I_v^*}{(1 + \alpha_2)(1 + \alpha_3)(1 + \alpha_1 I_v^*)} \quad \text{เมื่อ } \alpha_2 = \frac{\theta_n}{d_n + C} \quad \text{และ } \alpha_3 = \frac{r}{d_n + C} \quad (4.14)$$

จาก $d_n S_A^* - (\delta_A I_v^* N_v + d_n) S_A^* = 0$ จะได้

$$S_A^* = \frac{d_n S_J^*}{\delta_A I_v^* N_v + d_n}$$

$$S_A^* = \frac{1}{\frac{\delta_A I_v^* N_v}{d_n} + 1} \left(\frac{1}{1 + \alpha_1 I_v^*} \right)$$

$$\text{เมื่อ } S_J^* = \frac{1}{1 + \alpha_1 I_v^*}$$

$$S_A^* = \frac{1}{(\alpha_4 I_v^* + 1)(1 + \alpha_1 I_v^*)}$$

$$\text{เมื่อ } \alpha_4 = \frac{\delta_A N_v}{d_n} \quad (4.15)$$

จาก $d_n E_A^* + \delta_A S_A^* I_v^* N_v - (\theta_n + d_n) E_A^* = 0$ จะได้

$$E_A^* = \frac{d_n E_J^* + \delta_A S_A^* I_v^* N_v}{\theta_n + d_n}$$

$$E_A^* = \left(\frac{1}{\theta_n + d_n} \right) \left(d_n \frac{\alpha_1 I_v^*}{(1 + \alpha_1 I_v^*)(1 + \alpha_2)} + \delta_A I_v^* N_v \frac{1}{(1 + \alpha_4 I_v^*)(1 + \alpha_1 I_v^*)} \right)$$

$$\text{เมื่อ } E_J^* = \frac{\alpha_1 I_v^*}{(1 + \alpha_1 I_v^*)(1 + \alpha_2)} \quad \text{และ } S_A^* = \frac{1}{(1 + \alpha_4 I_v^*)(1 + \alpha_1 I_v^*)}$$

$$E_A^* = \left(\frac{1}{\frac{\theta_n}{d_n} + 1} \right) \left(\frac{\alpha_1 I_v^*}{(1 + \alpha_1 I_v^*)(1 + \alpha_2)} + \left(\frac{\delta_A I_v^* N_v}{d_n} \right) \frac{1}{(1 + \alpha_4 I_v^*)(1 + \alpha_1 I_v^*)} \right)$$

$$E_A^* = \frac{I_v^*}{(1 + \alpha_5)(1 + \alpha_1 I_v^*)} \left(\frac{\alpha_1}{(1 + \alpha_2)} + \frac{\alpha_4}{(1 + \alpha_4 I_v^*)} \right) \quad \text{เมื่อ } \alpha_5 = \frac{\theta_n}{d_n} \quad (4.16)$$

จาก $d_n I_J^* + \theta_n E_A^* - (r + d_n) I_A^* = 0$ จะได้

$$I_A^* = \frac{d_n I_J^* + \theta_n E_A^*}{r + d_n}$$

$$I_A^* = \frac{I_J^* + \frac{\theta_n E_A^*}{d_n}}{\alpha_6}$$

$$\text{เมื่อ } \alpha_5 = \frac{\theta_n}{d_n}, \alpha_6 = \frac{r + d_n}{d_n}, I_J^* = \frac{\alpha_1 \alpha_2 I_v^*}{(1 + \alpha_2)(1 + \alpha_3)(1 + \alpha_1 I_v^*)}$$

$$\text{และ } E_A^* = \frac{I_v^*}{(1 + \alpha_5)(1 + \alpha_1 I_v^*)} \left(\frac{\alpha_1}{(1 + \alpha_2)} + \frac{\alpha_4}{(1 + \alpha_4 I_v^*)} \right)$$

$$I_A^* = \frac{I_v^*}{\alpha_6 (1 + \alpha_1 I_v^*)} \left(\frac{\alpha_1 \alpha_2}{(1 + \alpha_2)(1 + \alpha_3)} + \frac{\alpha_5}{(1 + \alpha_5)} \left(\frac{\alpha_1}{(1 + \alpha_2)} + \frac{\alpha_4}{(1 + \alpha_4 I_v^*)} \right) \right) \quad (4.17)$$

จาก $\theta_v E_v^* - d_v I_v^* = 0$ จะได้

$$E_v^* = \frac{d_v I_v^*}{\theta_v} \quad (4.18)$$

จาก $\delta_v (1 - E_v^* - I_v^*) (I_J^* N_J + I_A^* N_A) - (d_v + \theta_v) E_v^* = 0$ จะได้

$$\delta_v \left(1 - \frac{d_v I_v^*}{\theta_v} - I_v^* \right) \left(\frac{\alpha_1 \alpha_2 I_v^*}{(1 + \alpha_2)(1 + \alpha_3)(1 + \alpha_1 I_v^*)} N_J + \frac{I_v^* N_A}{\alpha_6 (1 + \alpha_1 I_v^*)} \left(\frac{\alpha_1 \alpha_2}{(1 + \alpha_2)(1 + \alpha_3)} + \frac{\alpha_5}{(\alpha_5 + 1)} \left(\frac{\alpha_1}{(1 + \alpha_2)} + \frac{\alpha_4}{(\alpha_4 I_v^* + 1)} \right) \right) \right) - (d_v + \theta_v) \frac{d_v I_v^*}{\theta_v} = 0$$

$$\text{เมื่อ } I_A^* = \frac{I_v^*}{\alpha_6 (1 + \alpha_1 I_v^*)} \left(\frac{\alpha_1 \alpha_2}{(1 + \alpha_2)(1 + \alpha_3)} + \frac{\alpha_5}{(\alpha_5 + 1)} \left(\frac{\alpha_1}{(1 + \alpha_2)} + \frac{\alpha_4}{(\alpha_4 I_v^* + 1)} \right) \right), E_v^* = \frac{d_v I_v^*}{\theta_v}$$

$$\text{และ } I_J^* = \frac{\alpha_1 \alpha_2 I_v^*}{(1 + \alpha_2)(1 + \alpha_3)(1 + \alpha_1 I_v^*)}$$

$$\delta_v \left(1 - \frac{d_v I_v^*}{\theta_v} - I_v^* \right) \frac{I_v^*}{(1 + \alpha_1 I_v^*)} \left(\frac{\alpha_1 \alpha_2}{(1 + \alpha_2)(1 + \alpha_3)} N_J + \frac{N_A}{\alpha_6} \left(\frac{\alpha_1 \alpha_2}{(1 + \alpha_2)(1 + \alpha_3)} + \frac{\alpha_5}{(\alpha_5 + 1)} \left(\frac{\alpha_1}{(1 + \alpha_2)} + \frac{\alpha_4}{(\alpha_4 I_v^* + 1)} \right) \right) \right) - \left(\frac{d_v + \theta_v}{\theta_v} \right) d_v I_v^* = 0$$

$$\delta_v \left(1 - \frac{d_v}{\theta_v} I_v^* - I_v^* \right) \frac{I_v^*}{(1 + \alpha_1 I_v^*)} \left(a_1 + a_2 + a_3 + \frac{a_4}{(\alpha_4 I_v^* + 1)} \right) - a_5 I_v^* = 0$$

$$\text{เมื่อ } a_1 = \frac{\alpha_1 \alpha_2 N_J}{(1 + \alpha_2)(1 + \alpha_3)}, a_2 = \frac{\alpha_1 \alpha_2 N_A}{\alpha_6 (1 + \alpha_2)(1 + \alpha_3)}, a_3 = \frac{\alpha_1 \alpha_5 N_A}{\alpha_6 (\alpha_5 + 1)(1 + \alpha_2)},$$

$$a_4 = \frac{\alpha_4 \alpha_5 N_A}{\alpha_6 (\alpha_5 + 1)}, a_5 = \left(\frac{d_v + \theta_v}{\theta_v} \right) d_v$$

$$I_v^* \left(\delta_v \left(1 - \frac{d_v}{\theta_v} I_v^* - I_v^* \right) \frac{1}{(1 + \alpha_1 I_v^*)} \left(a_1 + a_2 + a_3 + \frac{a_4}{(\alpha_4 I_v^* + 1)} \right) - a_5 \right) = 0$$

$$\text{จะได้ } I_v^* = 0 \text{ หรือ } \delta_v \left(1 - \frac{d_v}{\theta_v} I_v^* - I_v^* \right) \frac{1}{(1 + \alpha_1 I_v^*)} \left(a_1 + a_2 + a_3 + \frac{a_4}{(\alpha_4 I_v^* + 1)} \right) - a_5 = 0$$

$$\text{จาก } \delta_v(1 - \frac{d_v}{\theta_v} I_v^* - I_v^*) \frac{1}{(1 + \alpha_1 I_v^*)} \left(a_1 + a_2 + a_3 + \frac{a_4}{(\alpha_4 I_v^* + 1)} \right) - a_5 = 0$$

$$\delta_v \left(\frac{\theta_v - d_v I_v^* - \theta_v I_v^*}{\theta_v} \right) \frac{1}{(1 + \alpha_1 I_v^*)} \left(y + \frac{a_4}{(\alpha_4 I_v^* + 1)} \right) - a_5 = 0 \quad \text{เมื่อ } y = a_1 + a_2 + a_3$$

$$\frac{\delta_v (\theta_v - f I_v^*) (y (\alpha_4 I_v^* + 1) + a_4) - a_5 \theta_v (1 + \alpha_1 I_v^*) (\alpha_4 I_v^* + 1)}{\theta_v (1 + \alpha_1 I_v^*) (1 + \alpha_4 I_v^*)} = 0 \quad \text{เมื่อ } f = d_v + \theta_v$$

ซึ่งจะเท่ากับศูนย์ก็ต่อเมื่อเศษเท่ากับศูนย์แต่ส่วนไม่เท่ากับศูนย์ และ $\theta_v (1 + \alpha_1 I_v^*) (1 + \alpha_4 I_v^*) > 0$
เสมอ

$$\delta_v (\theta_v - f I_v^*) (y (\alpha_4 I_v^* + 1) + a_4) - a_5 \theta_v (1 + \alpha_1 I_v^*) (\alpha_4 I_v^* + 1) = 0$$

$$[\delta_v f \alpha_4 y + a_5 \theta_v \alpha_1 \alpha_4] I_v^{*2} + [(-\theta_v y \alpha_4 + f(y + a_4)) \delta_v + a_5 \theta_v (\alpha_1 + \alpha_4)] I_v^* - \delta_v \theta_v (y + a_4) + a_5 \theta_v = 0$$

กำหนดให้ $m = \delta_v f \alpha_4 y + a_5 \theta_v \alpha_1 \alpha_4$

$$n = \theta_v y \alpha_4 \delta_v$$

$$p = f(y + a_4) \delta_v + a_5 \theta_v (\alpha_1 + \alpha_4)$$

$$q = \delta_v \theta_v (y + a_4)$$

$$h = a_5 \theta_v$$

$$\text{จะได้ } m I_v^{*2} + (-n + p) I_v^* - q + h = 0$$

$$\text{หาค่า } I_v^* \text{ จาก } \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-n + p) \pm \sqrt{(-n + p)^2 - 4m(-q + h)}}{2m}$$

$$= \frac{(n - p) \pm \sqrt{(-n + p)^2 - 4m(-q + h)}}{2m} \quad \text{โดยที่ } m > 0$$

$$\text{ดังนั้น } I_{v1}^* = \frac{(n - p) + \sqrt{(-n + p)^2 - 4m(-q + h)}}{2m} \quad \text{โดยที่ } m > 0 \text{ และ}$$

$$I_{v2}^* = \frac{(n - p) - \sqrt{(-n + p)^2 - 4m(-q + h)}}{2m} \quad \text{โดยที่ } m > 0$$

พิจารณา I_{v1}^* และ I_{v2}^* เพื่อหาเงื่อนไขที่ทำให้ I_{v1}^* และ I_{v2}^* มีค่ามากกว่าศูนย์

$$\text{- กรณี } I_{v1}^* = \frac{(n - p) + \sqrt{(-n + p)^2 - 4m(-q + h)}}{2m} \quad \text{โดยที่ } m > 0$$

จะต้องพิจารณา 2 ส่วน คือ

$$\sqrt{(-n + p)^2 - 4m(-q + h)} \geq 0 \quad \text{และ} \quad \frac{(n - p) + \sqrt{(-n + p)^2 - 4m(-q + h)}}{2m} > 0$$

กรณีทั้งหมดที่จะพิจารณามีดังนี้

- 1). $q > h$ และ $n > p$
- 2). $q > h$ และ $n < p$
- 3). $q > h$ และ $n = p$
- 4). $q < h$ และ $n > p$

5). $q < h$ และ $n < p$

6). $q < h$ และ $n = p$

7). $q = h$ และ $n > p$

8). $q = h$ และ $n < p$

9). $q = h$ และ $n = p$

พิจารณาในแต่ละกรณี ดังนี้

กรณีที่ 1). $q > h$ และ $n > p$

พิจารณา I. $\sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)} \geq 0$

$$(-n+p)^2 - 4m(q+h) \geq 0$$

$$(-n+p)^2 + 4m(q-h) \geq 0$$

เสมอ

พิจารณา II. $\frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0$

$$\frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 + 4m(q-h)}}{2m} > 0$$

เสมอ

ดังนั้น จะได้ $q > h$ และ $n > p$ ใช้ได้กรณีที่ 2). $q > h$ และ $n < p$

พิจารณา I. $\sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)} \geq 0$

$$(-n+p)^2 - 4m(q+h) \geq 0$$

$$(-n+p)^2 + 4m(q-h) \geq 0$$

เสมอ

พิจารณา II. $\frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0$

$$\frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 + 4m(q-h)}}{2m} > 0$$

เสมอ

ดังนั้น จะได้ $q > h$ และ $n < p$ ใช้ได้กรณีที่ 3). $q > h$ และ $n = p$

พิจารณา I. $\sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)} \geq 0$

$$(-n+p)^2 - 4m(-q+h) \geq 0$$

$$(-n+p)^2 + 4m(q-h) \geq 0$$

เสมอ

พิจารณา II. $\frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0$

$$\frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 + 4m(q-h)}}{2m} > 0$$

เสมอ

ดังนั้น จะได้ $q > h$ และ $n = p$ ใช้ได้

กรณีที่ 4). $q < h$ และ $n > p$

$$\text{พิจารณา I. } \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)} \geq 0$$

$$(-n+p)^2 - 4m(-q+h) \geq 0$$

$$(-n+p)^2 \geq 4m(-q+h)$$

$$\text{พิจารณา II. } \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0$$

$$\frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0 \text{ เมื่อ } (-n+p)^2 \geq 4m(-q+h)$$

ดังนั้น จะได้ $q < h$ และ $n > p$ จะเป็นจริง เมื่อ $(-n+p)^2 \geq 4m(-q+h)$

กรณีที่ 5). $q < h$ และ $n < p$

$$\text{พิจารณา I. } \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)} \geq 0$$

$$(-n+p)^2 - 4m(-q+h) \geq 0$$

$$(-n+p)^2 \geq 4m(-q+h)$$

$$\text{พิจารณา II. } \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0$$

$$\text{แต่ } \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} < 0 \text{ เสมอ}$$

ดังนั้น เมื่อ $q < h$ และ $n < p$ จึงไม่สามารถใช้ได้

กรณีที่ 6). $q < h$ และ $n = p$

$$\text{พิจารณา I. } \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)} \geq 0$$

$$(-n+p)^2 - 4m(-q+h) \geq 0$$

$$(-n+p)^2 \geq 4m(-q+h)$$

$$\text{พิจารณา II. } \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0$$

$$\text{แต่ } \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} < 0 \text{ เสมอ}$$

ดังนั้น เมื่อ $q < h$ และ $n = p$ จึงไม่สามารถใช้ได้

กรณีที่ 7). $q = h$ และ $n > p$

$$\text{พิจารณา I. } \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)} \geq 0$$

$$(-n+p)^2 - 4m(-q+h) \geq 0$$

เสมอ

$$\text{พิจารณา II. } \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0$$

$$\frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0 \text{ เสมอ}$$

ดังนั้น เมื่อ $q = h$ และ $n > p$ จึงไม่สามารถใช้ได้

กรณีที่ 8). $q = h$ และ $n < p$

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา I. } & \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)} \geq 0 \\ & (-n+p)^2 - 4m(-q+h) \geq 0 \quad \text{เสมอ} \end{aligned}$$

$$\text{พิจารณา II. } \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0$$

$$\text{แต่ } \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} = 0 \quad \text{เสมอ}$$

ดังนั้น เมื่อ $q = h$ และ $n < p$ จึงไม่สามารถใช้ได้

กรณีที่ 9). $q = h$ และ $n = p$

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา I. } & \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)} \geq 0 \\ \text{แต่ } & (-n+p)^2 - 4m(-q+h) \geq 0 \quad \text{เสมอ} \end{aligned}$$

$$\text{พิจารณา II. } \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0$$

$$\text{แต่ } \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} = 0 \quad \text{เสมอ}$$

ดังนั้น เมื่อ $q = h$ และ $n = p$ กรณีนี้จึงไม่สามารถใช้ได้

จากการพิจารณาทั้ง 9 กรณีของ I_{v1}^* สามารถสรุปเงื่อนไขของกรณีที่ทำให้ $I_{v1}^* > 0$ ดังนี้

1. $q > h$
2. $q < h$ และ $n > p$ เมื่อ $(-n+p)^2 \geq 4m(q+h)$
3. $q = h$ และ $n > p$

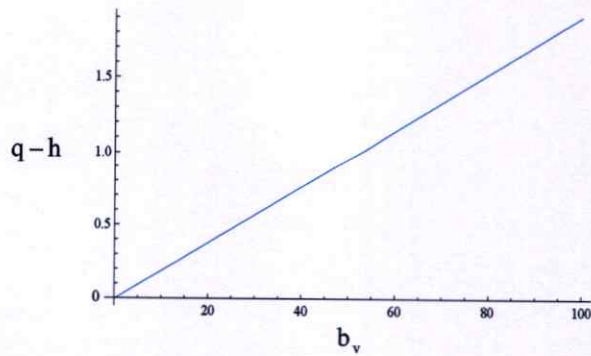
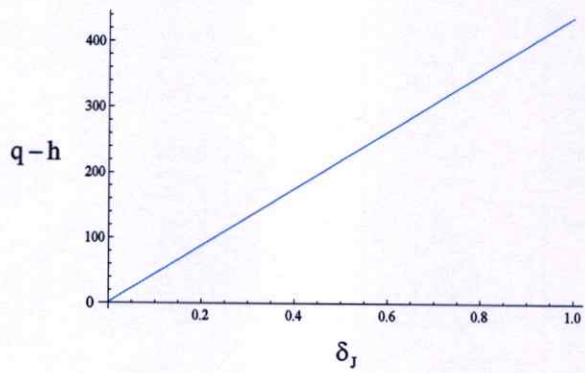
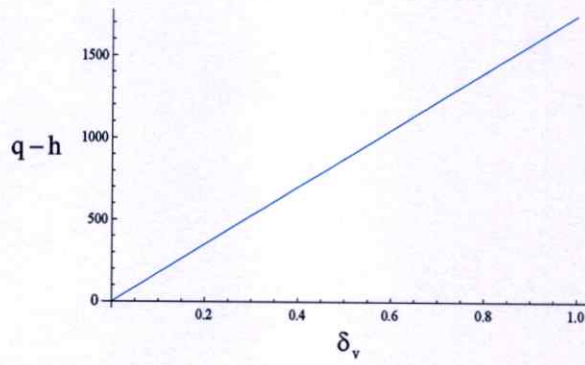
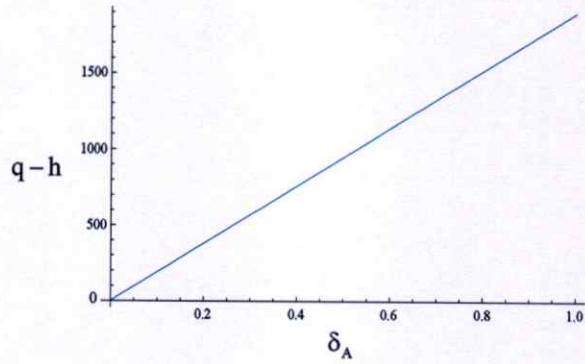
$$\text{พิจารณาเงื่อนไขของ } I_{v1}^* = \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} \quad \text{โดยที่ } m > 0 \text{ ที่ทำให้}$$

$$I_{v1}^* > 0 \text{ โดยแทนค่าพารามิเตอร์ ดังนี้ } N_T = 1,000, d_n = \frac{1}{365 \times 65}, C = \frac{1}{365 \times 15}, d_v = \frac{1}{37.5},$$

$$\theta_n = \frac{1}{6.5}, \theta_v = \frac{1}{4.5} \text{ และ } r = \frac{1}{45.5} \quad [6, 9]$$

จะพบว่า

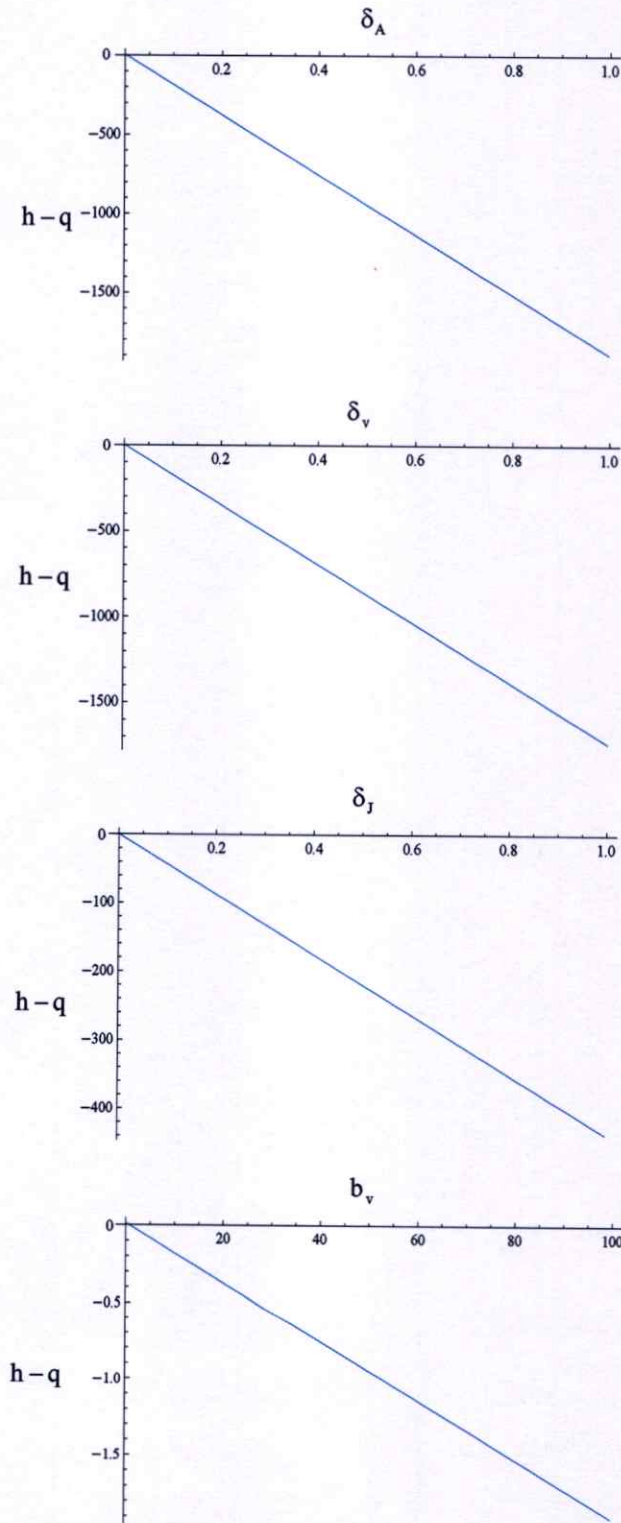
1. $q > h$ จะได้



รูปที่ 4.1 กราฟพิจารณาเงื่อนไขค่า I_{v1}^* ในกรณีที่ $q > h$

จะได้ว่า $I_{v1}^* = \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m}$ เมื่อ $q > h$

2. $q < h$



รูปที่ 4.2 กราฟพิจารณาเงื่อนไขค่า I_{v1}^* ในกรณีที่ $q < h$

จะได้ว่า $I_{v1}^* = \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m}$ เมื่อ $q < h$ ใช้ไม่ได้ เนื่องจาก $h-q > 0$ แต่จากกราฟจะพบว่า $h-q < 0$ ซึ่งไม่ตรงตามเงื่อนไข ดังนั้น $q < h$ และ $n > p$ เมื่อ $(-n+p)^2 \geq 4m(q+h)$ จึงไม่สามารถใช้ได้

3. $q = h$

จะได้ $q = h$
 $q - h = 0$
 หรือ $h - q = 0$

จะได้ว่าไม่เป็นจริง เนื่องจากจะเห็นได้จากกราฟก่อนหน้านี้ว่าในกรณีที่ $q - h$ จะได้กราฟที่มีค่าเป็นบวกเสมอหรือกรณีที่ $h - q$ ก็จะได้กราฟที่มีค่าเป็นลบเสมอ ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า

$I_{v1}^* = \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m}$ เมื่อ $q = h$ และ $n > p$ ใช้ไม่ได้

ดังนั้น จะได้เงื่อนไขของกรณีที่ทำให้ I_{v1}^* มากกว่าศูนย์ คือ

$I_{v1}^* = \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m}$ โดยที่ $m > 0$ และ $q > h$

- กรณี $I_{v2}^* = \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m}$ โดยที่ $m > 0$

จะต้องพิจารณา 2 ส่วน คือ

$$\sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)} \geq 0 \text{ และ } \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0$$

กรณีทั้งหมดที่จะพิจารณามีดังนี้

- 1). $q > h$ และ $n > p$
- 2). $q > h$ และ $n < p$
- 3). $q > h$ และ $n = p$
- 4). $q < h$ และ $n > p$
- 5). $q < h$ และ $n < p$
- 6). $q < h$ และ $n = p$
- 7). $q = h$ และ $n > p$
- 8). $q = h$ และ $n < p$
- 9). $q = h$ และ $n = p$

พิจารณาในแต่ละกรณี ดังนี้

กรณีที่ 1). $q > h$ และ $n > p$

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา I. } & \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)} \geq 0 \\ & (-n+p)^2 - 4m(-q+h) \geq 0 \\ & (-n+p)^2 + 4m(q-h) \geq 0 \quad \text{เสมอ} \end{aligned}$$

$$\text{พิจารณา II. } \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0$$

$$\text{แต่ } \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 + 4m(q-h)}}{2m} < 0 \quad \text{เสมอ}$$

ดังนั้น จะได้ $q > h$ และ $n > p$ จึงไม่สามารถใช้ได้

กรณีที่ 2). $q > h$ และ $n < p$

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา I. } & \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)} \geq 0 \\ & (-n+p)^2 - 4m(-q+h) \geq 0 \\ & (-n+p)^2 + 4m(q-h) \geq 0 \quad \text{เสมอ} \end{aligned}$$

$$\text{พิจารณา II. } \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0$$

$$\text{แต่ } \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 + 4m(q-h)}}{2m} < 0 \quad \text{เสมอ}$$

ดังนั้น จะได้ $q > h$ และ $n < p$ จึงไม่สามารถใช้ได้

กรณีที่ 3). $q > h$ และ $n = p$

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา I. } & \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)} \geq 0 \\ & (-n+p)^2 - 4m(-q+h) \geq 0 \\ & (-n+p)^2 + 4m(q-h) \geq 0 \quad \text{เสมอ} \end{aligned}$$

$$\text{พิจารณา II. } \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0$$

$$\text{แต่ } \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 + 4m(q-h)}}{2m} < 0 \quad \text{เสมอ}$$

ดังนั้น จะได้ $q > h$ และ $n = p$ จึงไม่สามารถใช้ได้

กรณีที่ 4). $q < h$ และ $n > p$

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา I. } & \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)} \geq 0 \\ & (-n+p)^2 - 4m(-q+h) \geq 0 \\ & (-n+p)^2 \geq 4m(-q+h) \end{aligned}$$

$$\text{พิจารณา II. } \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0$$

$$\frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0 \text{ เมื่อ } (-n+p)^2 \geq 4m(-q+h)$$

ดังนั้น เมื่อ $q < h$ และ $n > p$ จะเป็นจริง เมื่อ $(-n+p)^2 \geq 4m(-q+h)$

กรณีที่ 5). $q < h$ และ $n < p$

$$\text{พิจารณา I. } \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)} \geq 0$$

$$(-n+p)^2 - 4m(-q+h) \geq 0$$

$$(-n+p)^2 \geq 4m(-q+h)$$

$$\text{พิจารณา II. } \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0$$

$$\text{แต่ } \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} < 0 \text{ เสมอ}$$

ดังนั้น เมื่อ $q < h$ และ $n < p$ จึงไม่สามารถใช้ได้

กรณีที่ 6). $q < h$ และ $n = p$

$$\text{พิจารณา I. } \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)} \geq 0$$

$$(-n+p)^2 - 4m(-q+h) \geq 0$$

$$(-n+p)^2 \geq 4m(-q+h)$$

$$\text{พิจารณา II. } \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0$$

$$\text{แต่ } \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} < 0 \text{ เสมอ}$$

ดังนั้น เมื่อ $q < h$ และ $n = p$ จึงไม่สามารถใช้ได้

กรณีที่ 7). $q = h$ และ $n > p$

$$\text{พิจารณา I. } \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)} \geq 0$$

$$(-n+p)^2 - 4m(-q+h) \geq 0$$

เสมอ

$$\text{พิจารณา II. } \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0$$

$$\text{แต่ } \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} = 0 \text{ เสมอ}$$

ดังนั้น เมื่อ $q = h$ และ $n > p$ จึงไม่สามารถใช้ได้

กรณีที่ 8). $q = h$ และ $n < p$

$$\text{พิจารณา I. } \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)} \geq 0$$

$$(-n+p)^2 - 4m(-q+h) \geq 0$$

เสมอ

$$\text{พิจารณา II. } \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0$$

$$\text{แต่ } \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} < 0 \quad \text{เสมอ}$$

ดังนั้น เมื่อ $q = h$ และ $n < p$ จึงไม่สามารถใช้ได้

กรณีที่ 9). $q = h$ และ $n = p$

$$\text{พิจารณา I. } \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)} \geq 0$$

$$(-n+p)^2 - 4m(-q+h) \geq 0 \quad \text{เสมอ}$$

$$\text{พิจารณา II. } \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} > 0$$

$$\text{แต่ } \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} = 0 \quad \text{เสมอ}$$

ดังนั้น เมื่อ $q = h$ และ $n = p$ กรณีนี้จึงไม่สามารถใช้ได้

จากการพิจารณาทั้ง 9 กรณีของ $I_{v_2}^*$ สามารถสรุปเงื่อนไขของกรณีที่ทำให้ $I_{v_2}^* > 0$ คือ

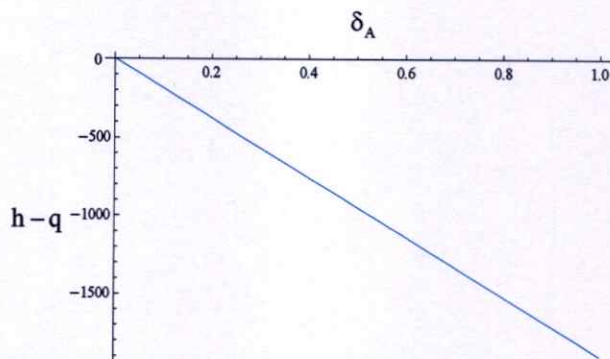
$q < h$ และ $n > p$ เมื่อ $(-n+p)^2 \geq 4m(q+h)$

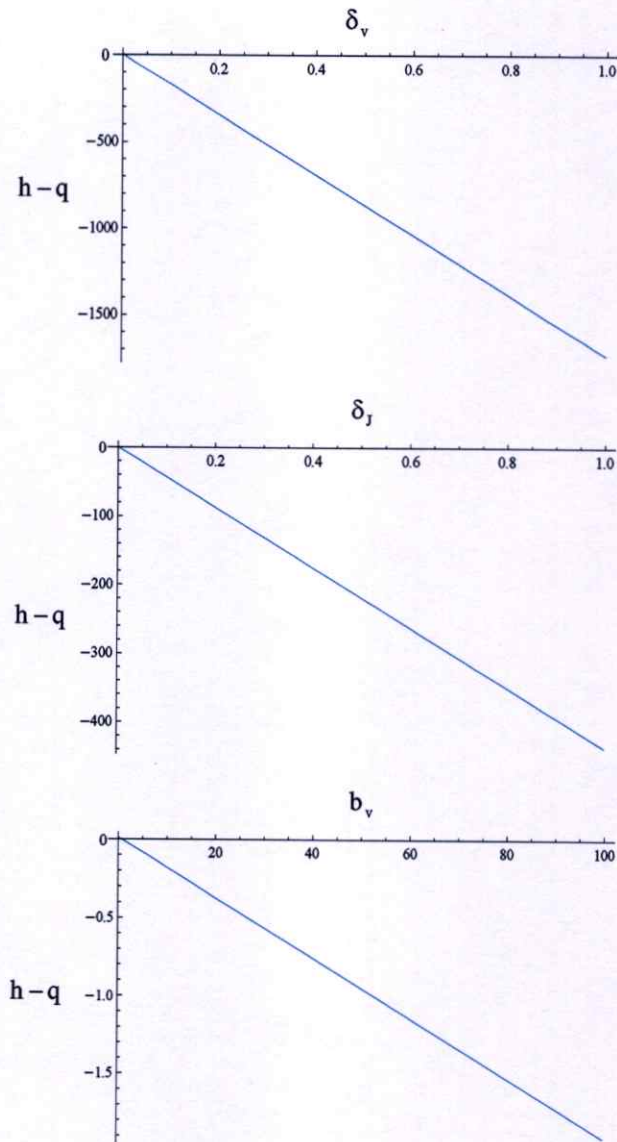
พิจารณาเงื่อนไขของ $I_{v_2}^* = \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m}$ โดยที่ $m > 0$ ที่ทำให้

$I_{v_2}^* > 0$ โดยแทนค่าพารามิเตอร์เช่นเดียวกันกับเงื่อนไขของ $I_{v_1}^*$

จะพบว่า

1. $q < h$





รูปที่ 4.3 กราฟพิจารณาเงื่อนไขค่า I_{v2}^* ในกรณีที่ $q < h$

จะได้ว่า $I_{v2}^* = \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m}$ เมื่อ $q < h$ ใช้ไม่ได้ เนื่องจาก $h-q > 0$ แต่

จากกราฟจะพบว่า $h-q < 0$ ซึ่งไม่ตรงตามเงื่อนไข ดังนั้น $q < h$ และ $n > p$ เมื่อ

$(-n+p)^2 \geq 4m(q+h)$ จึงไม่สามารถใช้ได้

ดังนั้นกรณีของ $I_{v2}^* = \frac{(n-p) - \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m}$ เมื่อ $m > 0$ จึงไม่มีกรณีใดที่

ทำให้ I_v^* มากกว่าศูนย์

จากข้างต้นจะสรุปได้ว่าเงื่อนไขของกรณีที่ทำให้ I_v^* มากกว่าศูนย์ คือ

$I_{v1}^* = \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m}$ เมื่อ $m > 0$ และ $q > h$

จากการพิจารณาหาจุดสมดุล จะได้จุดสมดุล 2 จุด ดังนี้

1. ภายใต้สภาวะไร้โรค พิจารณาที่ $I_v^* = 0$ จะได้

$$S_J^* = 1, E_J^* = 0, I_J^* = 0, S_A^* = 1, E_A^* = 0, I_A^* = 0 \text{ และ } E_v^* = 0$$

ดังนั้น จะได้จุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค $E_1(S_J^*, E_J^*, I_J^*, S_A^*, E_A^*, I_A^*, E_v^*, I_v^*)$ คือ

$$E_1(1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$$

2. ภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรัง พิจารณาที่ $I_v^* = \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m}$ เมื่อ $m > 0$

และ $q > h$ จะได้จุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรัง $E_2(S_J^*, E_J^*, I_J^*, S_A^*, E_A^*, I_A^*, E_v^*, I_v^*)$ โดยที่

$$I_v^* = \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} \quad \text{เมื่อ } m > 0 \text{ และ } q > h$$

$$S_J^* = \frac{1}{1 + \alpha_1 I_v^*}$$

$$E_J^* = \frac{\alpha_1 I_v^*}{(1 + \alpha_1 I_v^*)(1 + \alpha_2)}$$

$$I_J^* = \frac{\alpha_1 \alpha_2 I_v^*}{(1 + \alpha_2)(1 + \alpha_3)(1 + \alpha_1 I_v^*)}$$

$$S_A^* = \frac{1}{(1 + \alpha_4 I_v^*)(1 + \alpha_1 I_v^*)}$$

$$E_A^* = \frac{I_v^*}{(1 + \alpha_5)(1 + \alpha_1 I_v^*)} \left(\frac{\alpha_1}{1 + \alpha_2} + \frac{\alpha_4}{1 + \alpha_4 I_v^*} \right)$$

$$I_A^* = \frac{I_v^*}{\alpha_6(1 + \alpha_1 I_v^*)} \left(\frac{\alpha_1 \alpha_2}{(1 + \alpha_2)(1 + \alpha_3)} + \frac{\alpha_5}{1 + \alpha_5} \left(\frac{\alpha_1}{1 + \alpha_2} + \frac{\alpha_4}{1 + \alpha_4 I_v^*} \right) \right)$$

$$E_v^* = \frac{d_v I_v^*}{\theta_v}$$

จากจุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรังจะพบว่า $I_v^* > 0$ โดยที่

$$I_v^* = \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} \quad \text{เมื่อ } m > 0 \text{ และ } q > h$$

$$\text{พิจารณา} \quad q > h$$

$$\frac{q}{h} > 1$$

$$\frac{\delta_v \theta_v (y + a_4)}{a_5 \theta_v} > 1$$

$$\frac{\delta_v (a_1 + a_2 + a_3 + a_4)}{a_5} > 1$$

$$\frac{\delta_v \left(\frac{\alpha_1 \alpha_2 N_J}{(1+\alpha_2)(1+\alpha_3)} + \frac{\alpha_1 \alpha_2 N_A}{\alpha_6 (1+\alpha_2)(1+\alpha_3)} + \frac{\alpha_1 \alpha_5 N_A}{\alpha_6 (1+\alpha_5)(1+\alpha_2)} + \frac{\alpha_4 \alpha_5 N_A}{\alpha_6 (1+\alpha_5)} \right)}{\left(\frac{d_v + \theta_v}{\theta_v} \right) d_v} > 1$$

$$\frac{\delta_v \theta_v}{d_v (d_v + \theta_v)} \left[\frac{\left(\frac{\delta_J N_v}{d_n + C} \right) \left(\frac{\theta_n}{d_n + C} \right) N_J + \left(\frac{\delta_J N_v}{d_n + C} \right) \left(\frac{\theta_n}{d_n + C} \right) N_A}{\left(1 + \frac{\theta_n}{d_n + C} \right) \left(1 + \frac{r}{d_n + C} \right)} + \frac{\left(\frac{d_n + r}{d_n} \right) \left(1 + \frac{\theta_n}{d_n + C} \right) \left(1 + \frac{r}{d_n + C} \right)}{\left(\frac{\delta_J N_v}{d_n + C} \right) \frac{\theta_n}{d_n} N_A + \left(\frac{\delta_A N_v}{d_n} \right) \frac{\theta_n}{d_n} N_A} + \frac{\left(\frac{d_n + r}{d_n} \right) \left(1 + \frac{\theta_n}{d_n} \right) \left(1 + \frac{\theta_n}{d_n + C} \right)}{\left(\frac{d_n + r}{d_n} \right) \left(1 + \frac{\theta_n}{d_n} \right)} \right] > 1$$

จาก $\frac{N_T}{N_J} = \frac{d_n + C}{d_n}$

$$N_J = \frac{d_n}{d_n + C} N_T$$

และ $N_A = \frac{C}{d_n} N_J$

$$N_A = \frac{C}{d_n + C} N_T$$

จะได้

$$\frac{\delta_v \theta_v}{d_v (d_v + \theta_v)} \left[\frac{\left(\frac{\delta_J N_v}{d_n + C} \right) \left(\frac{\theta_n}{d_n + C} \right) \left(\frac{d_n N_T}{d_n + C} \right) + \left(\frac{\delta_J N_v}{d_n + C} \right) \left(\frac{\theta_n}{d_n + C} \right) \left(\frac{CN_T}{d_n + C} \right)}{\left(\frac{d_n + C + \theta_n}{d_n + C} \right) \left(\frac{d_n + C + r}{d_n + C} \right)} + \frac{\left(\frac{d_n + r}{d_n} \right) \left(\frac{d_n + C + \theta_n}{d_n + C} \right) \left(\frac{d_n + C + r}{d_n + C} \right)}{\left(\frac{\delta_J N_v}{d_n + C} \right) \frac{\theta_n}{d_n} \left(\frac{CN_T}{d_n + C} \right) + \left(\frac{\delta_A N_v}{d_n} \right) \frac{\theta_n}{d_n} \left(\frac{CN_T}{d_n + C} \right)} + \frac{\left(\frac{d_n + r}{d_n} \right) \left(\frac{d_n + \theta_n}{d_n} \right) \left(\frac{d_n + C + \theta_n}{d_n + C} \right)}{\left(\frac{d_n + r}{d_n} \right) \left(\frac{d_n + \theta_n}{d_n} \right)} \right] > 1$$

$$\frac{\delta_v \theta_v \theta_n N_v N_T}{d_v (d_v + \theta_v) (d_n + C)} \left[\frac{\frac{\delta_J d_n}{(d_n + C + r)(d_n + C + \theta_n)} + \frac{\delta_J C d_n}{(d_n + r)(d_n + C + r)(d_n + C + \theta_n)}}{\frac{\delta_J C d_n}{(d_n + r)(d_n + \theta_n)(d_n + C + \theta_n)} + \frac{\delta_A C}{(d_n + r)(d_n + \theta_n)}} \right] > 1$$

$$\frac{\delta_v \theta_v \theta_n N_v N_T}{d_v (d_v + \theta_v) (d_n + C)} \left[\frac{\frac{\delta_J d_n (r + d_n) + \delta_J C d_n}{(d_n + C + r)(d_n + C + \theta_n)(d_n + r)} + \frac{\delta_J C d_n}{(d_n + r)(d_n + \theta_n)(d_n + C + \theta_n)}}{\frac{\delta_A C}{(r + d_n)(d_n + \theta_n)}} \right] > 1$$

$$\frac{\delta_v \theta_v \theta_n N_v N_T}{d_v (d_v + \theta_v) (d_n + C)} \left[\left(\frac{\delta_J d_n}{(d_n + C + \theta_n)(d_n + r)} + \frac{\delta_J C d_n}{(d_n + r)(d_n + \theta_n)(d_n + C + \theta_n)} \right) + \frac{\delta_A C}{(d_n + r)(d_n + \theta_n)} \right] > 1$$

$$\frac{\delta_v \theta_v \theta_n N_v N_T}{d_v (d_v + \theta_v) (d_n + C)} \left(\frac{\delta_J d_n}{(d_n + r) (d_n + \theta_n)} + \frac{\delta_A C}{(d_n + r) (d_n + \theta_n)} \right) > 1$$

$$\frac{\delta_v \theta_v \theta_n N_v N_T (\delta_J d_n + \delta_A C)}{d_v (d_v + \theta_v) (d_n + C) (d_n + r) (d_n + \theta_n)} > 1$$

จาก $N_v = \frac{b_v}{d_v}$

จะได้ $\frac{\delta_v \theta_v \theta_n b_v N_T (\delta_J d_n + \delta_A C)}{d_v^2 (d_v + \theta_v) (d_n + C) (r + d_n) (d_n + \theta_n)} > 1$

$$R_0 > 1$$

เมื่อ $R_0 = \frac{\delta_v \theta_v \theta_n b_v N_T (\delta_J d_n + \delta_A C)}{d_v^2 (d_v + \theta_v) (d_n + C) (r + d_n) (d_n + \theta_n)}$

จากจุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรังจะพบว่า $S_J^* > 0$ โดยที่

$$S_J^* = \frac{1}{1 + \alpha_1 I_v^*}$$

จะได้ว่า $\frac{1}{1 + \alpha_1 I_v^*} > 0$

$$\frac{I_v^*}{I_v^* (1 + \alpha_1)} > 0$$

$$I_v^* > 0$$

นั่นคือ $S_J^* > 0$ เมื่อ $I_v^* > 0$

จากจุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรังจะพบว่า $E_J^* > 0$ โดยที่

$$E_J^* = \frac{\alpha_1 I_v^*}{(1 + \alpha_1 I_v^*) (1 + \alpha_2)}$$

จะได้ว่า $\frac{\alpha_1 I_v^*}{(1 + \alpha_1 I_v^*) (1 + \alpha_2)} > 0$

$$\alpha_1 I_v^* > 0$$

$$I_v^* > 0$$

นั่นคือ $E_J^* > 0$ เมื่อ $I_v^* > 0$

จากจุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรังจะพบว่า $I_J^* > 0$ โดยที่

$$I_J^* = \frac{\alpha_1 \alpha_2 I_v^*}{(1 + \alpha_2) (1 + \alpha_3) (1 + \alpha_1 I_v^*)}$$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{\alpha_1 \alpha_2 I_v^*}{(1 + \alpha_2)(1 + \alpha_3)(1 + \alpha_1 I_v^*)} > 0$$

$$\alpha_1 \alpha_2 I_v^* > 0$$

$$I_v^* > 0$$

นั่นคือ $I_j^* > 0$ เมื่อ $I_v^* > 0$

จากจุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรังจะพบว่า $S_A^* > 0$ โดยที่

$$S_A^* = \frac{1}{(\alpha_4 I_v^* + 1)(1 + \alpha_1 I_v^*)}$$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{1}{(\alpha_4 I_v^* + 1)(1 + \alpha_1 I_v^*)} > 0$$

$$\frac{1}{1 + (\alpha_4 + \alpha_1) I_v^* + \alpha_4 I_v^{*2}} > 0$$

$$\frac{I_v^*}{I_v^*(1 + (\alpha_4 + \alpha_1) I_v^* + \alpha_4 I_v^{*2})} > 0$$

$$I_v^* > 0$$

นั่นคือ $S_A^* > 0$ เมื่อ $I_v^* > 0$

จากจุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรังจะพบว่า $E_A^* > 0$ โดยที่

$$E_A^* = \frac{I_v^*}{(\alpha_5 + 1)(1 + \alpha_1 I_v^*)} \left(\frac{\alpha_1}{1 + \alpha_2} + \frac{\alpha_4}{\alpha_4 I_v^* + 1} \right)$$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{I_v^*}{(\alpha_5 + 1)(1 + \alpha_1 I_v^*)} \left(\frac{\alpha_1}{1 + \alpha_2} + \frac{\alpha_4}{\alpha_4 I_v^* + 1} \right) > 0$$

$$\frac{I_v^*}{(\alpha_5 + 1)(1 + \alpha_1 I_v^*)} > 0$$

$$I_v^* > 0$$

หรือ

$$\frac{\alpha_1}{1 + \alpha_2} + \frac{\alpha_4}{\alpha_4 I_v^* + 1} > 0$$

$$\frac{\alpha_1(\alpha_4 I_v^* + 1) + \alpha_4(1 + \alpha_2)}{(1 + \alpha_2)(\alpha_4 I_v^* + 1)} > 0$$

$$\alpha_1(\alpha_4 I_v^* + 1) + \alpha_4(1 + \alpha_2) > 0$$

$$I_v^* > \frac{-\alpha_4(1 + \alpha_2) - \alpha_1}{\alpha_1 \alpha_4}$$

นั่นคือ $E_A^* > 0$ เมื่อ $I_v^* > 0$ หรือ $I_v^* > \frac{-\alpha_4(1 + \alpha_2) - \alpha_1}{\alpha_1 \alpha_4}$

จากจุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรังจะพบว่า $I_A^* > 0$ โดยที่

$$I_A^* = \frac{I_v^*}{\alpha_6(1+\alpha_1 I_v^*)} \left(\frac{\alpha_1 \alpha_2}{(1+\alpha_2)(1+\alpha_3)} + \frac{\alpha_5}{\alpha_5+1} \left(\frac{\alpha_1}{1+\alpha_2} + \frac{\alpha_4}{\alpha_4 I_v^*+1} \right) \right)$$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{I_v^*}{\alpha_6(1+\alpha_1 I_v^*)} > 0$$

$$I_v^* > 0$$

หรือ

$$\frac{\alpha_1 \alpha_2}{(1+\alpha_2)(1+\alpha_3)} + \frac{\alpha_5}{\alpha_5+1} \left(\frac{\alpha_1}{1+\alpha_2} + \frac{\alpha_4}{\alpha_4 I_v^*+1} \right) > 0$$

$$\frac{\alpha_5}{\alpha_5+1} \left(\frac{\alpha_1}{1+\alpha_2} + \frac{\alpha_4}{\alpha_4 I_v^*+1} \right) > -\frac{\alpha_1 \alpha_2}{(1+\alpha_2)(1+\alpha_3)}$$

$$\frac{\alpha_1}{1+\alpha_2} + \frac{\alpha_4}{\alpha_4 I_v^*+1} > -\frac{\alpha_1 \alpha_2 (\alpha_5+1)}{\alpha_5 (1+\alpha_2)(1+\alpha_3)}$$

$$\frac{\alpha_4}{\alpha_4 I_v^*+1} > -\frac{\alpha_1 \alpha_2 (\alpha_5+1)}{\alpha_5 (1+\alpha_2)(1+\alpha_3)} - \frac{\alpha_1}{1+\alpha_2}$$

$$\frac{\alpha_4}{\left(-\frac{\alpha_1 \alpha_2 (\alpha_5+1)}{\alpha_5 (1+\alpha_2)(1+\alpha_3)} - \frac{\alpha_1}{1+\alpha_2} \right)} > \alpha_4 I_v^* + 1$$

$$I_v^* < \frac{\alpha_4}{\alpha_4 \left(-\frac{\alpha_1 \alpha_2 (\alpha_5+1)}{\alpha_5 (1+\alpha_2)(1+\alpha_3)} - \frac{\alpha_1}{1+\alpha_2} \right)} - 1$$

$$I_v^* < \frac{\alpha_5(1+\alpha_2)(1+\alpha_3)(1+\alpha_2) + \alpha_1 \alpha_2 (\alpha_5+1) + \alpha_1 \alpha_5 (1+\alpha_2)(1+\alpha_3)}{-\alpha_1 \alpha_2 (\alpha_5+1) - \alpha_1 \alpha_5 (1+\alpha_2)(1+\alpha_3)}$$

นั่นคือ $I_A^* > 0$ เมื่อ $I_v^* > 0$ หรือ

$$I_v^* < \frac{\alpha_5(1+\alpha_2)(1+\alpha_3)(1+\alpha_2) + \alpha_1 \alpha_2 (\alpha_5+1) + \alpha_1 \alpha_5 (1+\alpha_2)(1+\alpha_3)}{-\alpha_1 \alpha_2 (\alpha_5+1) - \alpha_1 \alpha_5 (1+\alpha_2)(1+\alpha_3)}$$

จากจุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรังจะพบว่า $E_v^* > 0$ โดยที่

$$E_v^* = \frac{d_v I_v^*}{\theta_v}$$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{d_v I_v^*}{\theta_v} > 0$$

$$I_v^* > 0$$

นั่นคือ $E_v^* > 0$ เมื่อ $I_v^* > 0$

จากการพิจารณาข้างต้นพบว่าเงื่อนไขที่ทำให้ $S_J^*, E_J^*, I_J^*, S_A^*, E_A^*, I_A^*, E_v^*, I_v^*$ มีค่ามากกว่าศูนย์ คือ

$$q > h$$

$$\frac{q}{h} > 1$$

$$\frac{\delta_v \theta_v (y + a_4)}{a_5 \theta_v} > 1$$

$$\frac{\delta_v (a_1 + a_2 + a_3 + a_4)}{a_5} > 1$$

$$\frac{\delta_v \left(\frac{\alpha_1 \alpha_2 N_J}{(1 + \alpha_2)(1 + \alpha_3)} + \frac{\alpha_1 \alpha_2 N_A}{\alpha_6 (1 + \alpha_2)(1 + \alpha_3)} + \frac{\alpha_1 \alpha_5 N_A}{\alpha_6 (1 + \alpha_5)(1 + \alpha_2)} + \frac{\alpha_4 \alpha_5 N_A}{\alpha_6 (1 + \alpha_5)} \right)}{\left(\frac{d_v + \theta_v}{\theta_v} \right) d_v} > 1$$

$$\frac{\delta_v \theta_v}{d_v (d_v + \theta_v)} \left(\frac{\left(\frac{\delta_J N_v}{d_n + C} \right) \left(\frac{\theta_n}{d_n + C} \right) N_J}{\left(1 + \frac{\theta_n}{d_n + C} \right) \left(1 + \frac{r}{d_n + C} \right)} + \frac{\left(\frac{\delta_J N_v}{d_n + C} \right) \left(\frac{\theta_n}{d_n + C} \right) N_A}{\left(\frac{d_n + r}{d_n} \right) \left(1 + \frac{\theta_n}{d_n + C} \right) \left(1 + \frac{r}{d_n + C} \right)} \right. \\ \left. + \frac{\left(\frac{\delta_J N_v}{d_n + C} \right) \frac{\theta_n}{d_n} N_A}{\left(\frac{d_n + r}{d_n} \right) \left(1 + \frac{\theta_n}{d_n} \right) \left(1 + \frac{\theta_n}{d_n + C} \right)} + \frac{\left(\frac{\delta_A N_v}{d_n} \right) \frac{\theta_n}{d_n} N_A}{\left(\frac{d_n + r}{d_n} \right) \left(1 + \frac{\theta_n}{d_n} \right)} \right) > 1$$

จาก $\frac{N_T}{N_J} = \frac{d_n + C}{d_n}$

$$N_J = \frac{d_n}{d_n + C} N_T$$

และ $N_A = \frac{C}{d_n} N_J$

$$N_A = \frac{C}{d_n + C} N_T$$

จะได้

$$\frac{\delta_v \theta_v}{d_v (d_v + \theta_v)} \left(\frac{\left(\frac{\delta_J N_v}{d_n + C} \right) \left(\frac{\theta_n}{d_n + C} \right) \left(\frac{d_n N_T}{d_n + C} \right)}{\left(\frac{d_n + C + \theta_n}{d_n + C} \right) \left(\frac{d_n + C + r}{d_n + C} \right)} + \frac{\left(\frac{\delta_J N_v}{d_n + C} \right) \left(\frac{\theta_n}{d_n + C} \right) \left(\frac{C N_T}{d_n + C} \right)}{\left(\frac{d_n + r}{d_n} \right) \left(\frac{d_n + C + \theta_n}{d_n + C} \right) \left(\frac{d_n + C + r}{d_n + C} \right)} \right. \\ \left. + \frac{\left(\frac{\delta_J N_v}{d_n + C} \right) \frac{\theta_n}{d_n} \left(\frac{C N_T}{d_n + C} \right)}{\left(\frac{d_n + r}{d_n} \right) \left(\frac{d_n + \theta_n}{d_n} \right) \left(\frac{d_n + C + \theta_n}{d_n + C} \right)} + \frac{\left(\frac{\delta_A N_v}{d_n} \right) \frac{\theta_n}{d_n} \left(\frac{C N_T}{d_n + C} \right)}{\left(\frac{d_n + r}{d_n} \right) \left(\frac{d_n + \theta_n}{d_n} \right)} \right) > 1$$

$$\frac{\delta_v \theta_v \theta_n N_v N_T}{d_v (d_v + \theta_v) (d_n + C)} \left(\frac{\frac{\delta_J d_n}{(d_n + C + r)(d_n + C + \theta_n)} + \frac{\delta_J C d_n}{(d_n + r)(d_n + C + r)(d_n + C + \theta_n)}}{\frac{\delta_J C d_n}{(d_n + r)(d_n + \theta_n)(d_n + C + \theta_n)} + \frac{\delta_A C}{(d_n + r)(d_n + \theta_n)}} \right) > 1$$

$$\frac{\delta_v \theta_v \theta_n N_v N_T}{d_v (d_v + \theta_v) (d_n + C)} \left(\frac{\delta_j d_n (r + d_n) + \delta_j C d_n}{(d_n + C + r)(d_n + C + \theta_n)(d_n + r)} + \frac{\delta_j C d_n}{(d_n + r)(d_n + \theta_n)(d_n + C + \theta_n)} \right) > 1$$

$$\frac{\delta_v \theta_v \theta_n N_v N_T}{d_v (d_v + \theta_v) (d_n + C)} \left(\left(\frac{\delta_j d_n}{(d_n + C + \theta_n)(d_n + r)} + \frac{\delta_j C d_n}{(d_n + r)(d_n + \theta_n)(d_n + C + \theta_n)} \right) + \frac{\delta_A C}{(d_n + r)(d_n + \theta_n)} \right) > 1$$

$$\frac{\delta_v \theta_v \theta_n N_v N_T}{d_v (d_v + \theta_v) (d_n + C)} \left(\frac{\delta_j d_n}{(d_n + r)(d_n + \theta_n)} + \frac{\delta_A C}{(d_n + r)(d_n + \theta_n)} \right) > 1$$

$$\frac{\delta_v \theta_v \theta_n N_v N_T (\delta_j d_n + \delta_A C)}{d_v (d_v + \theta_v) (d_n + C) (d_n + r) (d_n + \theta_n)} > 1$$

จาก $N_v = \frac{b_v}{d_v}$

จะได้ $\frac{\delta_v \theta_v \theta_n b_v N_T (\delta_j d_n + \delta_A C)}{d_v^2 (d_v + \theta_v) (d_n + C) (r + d_n) (d_n + \theta_n)} > 1$

$$R_0 > 1$$

เมื่อ $R_0 = \frac{\delta_v \theta_v \theta_n b_v N_T (\delta_j d_n + \delta_A C)}{d_v^2 (d_v + \theta_v) (d_n + C) (r + d_n) (d_n + \theta_n)}$

4.1.2 วิเคราะห์ความเสถียรภาพ

กำหนดให้

$$X_1(S_J^*, E_J^*, I_J^*, S_A^*, E_A^*, I_A^*, E_v^*, I_v^*) = (d_n + C)(1 - S_J) - \delta_j S_J I_v N_v$$

$$X_2(S_J^*, E_J^*, I_J^*, S_A^*, E_A^*, I_A^*, E_v^*, I_v^*) = \delta_j S_J I_v N_v - (d_n + \theta_n + C)E_J$$

$$X_3(S_J^*, E_J^*, I_J^*, S_A^*, E_A^*, I_A^*, E_v^*, I_v^*) = \delta_j E_J - (d_n + r + C)I_J$$

$$X_4(S_J^*, E_J^*, I_J^*, S_A^*, E_A^*, I_A^*, E_v^*, I_v^*) = d_n S_J - (\delta_A I_v N_v + d_n)S_A$$

$$X_5(S_J^*, E_J^*, I_J^*, S_A^*, E_A^*, I_A^*, E_v^*, I_v^*) = d_n E_J + \delta_A S_A I_v N_v - (\theta_n + d_n)E_A$$

$$X_6(S_J^*, E_J^*, I_J^*, S_A^*, E_A^*, I_A^*, E_v^*, I_v^*) = d_n I_J + \theta_n E_A - (r + d_n)I_A$$

$$X_7(S_J^*, E_J^*, I_J^*, S_A^*, E_A^*, I_A^*, E_v^*, I_v^*) = \delta_v (1 - E_v - I_v)(I_J N_J + I_A N_A) - (d_v + \theta_v)E_v$$

$$X_8(S_J^*, E_J^*, I_J^*, S_A^*, E_A^*, I_A^*, E_v^*, I_v^*) = \theta_v E_v - d_v I_v$$

จะได้จาโคเบียนเมทริกซ์ คือ

$$J = \begin{bmatrix} X_{1S_J} & X_{1E_J} & X_{1I_J} & X_{1S_A} & X_{1E_A} & X_{1I_A} & X_{1E_v} & X_{1I_v} \\ X_{2S_J} & X_{2E_J} & X_{2I_J} & X_{2S_A} & X_{2E_A} & X_{2I_A} & X_{2E_v} & X_{2I_v} \\ X_{3S_J} & X_{3E_J} & X_{3I_J} & X_{3S_A} & X_{3E_A} & X_{3I_A} & X_{3E_v} & X_{3I_v} \\ X_{4S_J} & X_{4E_J} & X_{4I_J} & X_{4S_A} & X_{4E_A} & X_{4I_A} & X_{4E_v} & X_{4I_v} \\ X_{5S_J} & X_{5E_J} & X_{5I_J} & X_{5S_A} & X_{5E_A} & X_{5I_A} & X_{5E_v} & X_{5I_v} \\ X_{6S_J} & X_{6E_J} & X_{6I_J} & X_{6S_A} & X_{6E_A} & X_{6I_A} & X_{6E_v} & X_{6I_v} \\ X_{7S_J} & X_{7E_J} & X_{7I_J} & X_{7S_A} & X_{7E_A} & X_{7I_A} & X_{7E_v} & X_{7I_v} \\ X_{8S_J} & X_{8E_J} & X_{8I_J} & X_{8S_A} & X_{8E_A} & X_{8I_A} & X_{8E_v} & X_{8I_v} \end{bmatrix}_{(S_J^*, E_J^*, I_J^*, S_A^*, E_A^*, I_A^*, E_v^*, I_v^*)}$$

สามารถนำมาเขียนในรูปแบบของเมทริกซ์ ดังนี้

$$J = \begin{bmatrix} -(d_n + C) - \delta_v I_v N_v & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\delta_v I_v N_v \\ \delta_v I_v N_v & -(d_n + \theta_n + C) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_v I_v N_v \\ 0 & \theta_n & -(d_n + r + C) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_n & 0 & 0 & -(\delta_\lambda I_\lambda N_\lambda + d_n) & 0 & 0 & 0 & 0 & -\delta_\lambda S_\lambda N_\lambda \\ 0 & d_n & 0 & \delta_\lambda I_\lambda N_\lambda & -(\theta_n + d_n) & 0 & 0 & 0 & \delta_\lambda S_\lambda N_\lambda \\ 0 & 0 & d_n & 0 & \theta_n & -(r + d_n) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_v N_v & 0 & 0 & \delta_v N_\lambda (1 - E_v - I_v) & -\delta_v (I_v N_v + I_\lambda N_\lambda) - (d_v + \theta_v) & \delta_v (I_v N_v + I_\lambda N_\lambda) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_v & -d_v \end{bmatrix}$$

ค่าลักษณะเฉพาะของสมการหาได้จากสมการลักษณะเฉพาะ

$$\det(J - \lambda I_8) = 0$$

เมื่อ I_8 เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด 8×8

$$I_8 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ถ้าทุกค่าลักษณะเฉพาะในแต่ละจุดสมดุลมีส่วนจริงเป็นลบแล้ว จุดสมดุลจะ Locally Stable

1) จุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค $E_1 = (1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$ จะได้ว่าโคแปียนเมทริกซ์ของจุดสมดุล ดังนี้

$$J_{E_1} = \begin{bmatrix} -(d_n + C) - \delta_v I_v N_v & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\delta_v I_v N_v \\ \delta_v I_v N_v & -(d_n + \theta_n + C) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_v I_v N_v \\ 0 & \theta_n & -(d_n + r + C) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_n & 0 & 0 & -(\delta_\lambda I_\lambda N_\lambda + d_n) & 0 & 0 & 0 & 0 & -\delta_\lambda S_\lambda N_\lambda \\ 0 & d_n & 0 & \delta_\lambda I_\lambda N_\lambda & -(\theta_n + d_n) & 0 & 0 & 0 & \delta_\lambda S_\lambda N_\lambda \\ 0 & 0 & d_n & 0 & \theta_n & -(r + d_n) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_v N_v & 0 & 0 & \delta_v N_\lambda (1 - E_v - I_v) & -\delta_v (I_v N_v + I_\lambda N_\lambda) - (d_v + \theta_v) & \delta_v (I_v N_v + I_\lambda N_\lambda) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_v & -d_v \end{bmatrix}$$

$$\det(J_{E_1} - \lambda I_8) = \begin{bmatrix} -(d_n + C) - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\delta_v N_v \\ 0 & -(d_n + \theta_n + C) - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_v N_v \\ 0 & \theta_n & -(d_n + r + C) - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_n & 0 & 0 & -d_n - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & -\delta_\lambda N_\lambda \\ 0 & d_n & 0 & 0 & -(\theta_n + d_n) - \lambda & 0 & 0 & 0 & \delta_\lambda N_\lambda \\ 0 & 0 & d_n & 0 & \theta_n & -(r + d_n) - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_v N_v & 0 & 0 & \delta_v N_\lambda & -(d_v + \theta_v) - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_v & -d_v - \lambda \end{bmatrix}$$

ให้ $N_v = \frac{b_v}{d_v}$ และ $N_\lambda = N_J \frac{C}{d_n}$

$$\det(J_{E_1} - \lambda I_8) = \begin{bmatrix} -(d_n + C) - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\delta_v \frac{b_v}{d_v} \\ 0 & -(d_n + \theta_n + C) - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_v \frac{b_v}{d_v} \\ 0 & \theta_n & -(d_n + r + C) - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_n & 0 & 0 & -d_n - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & -\delta_\lambda \frac{b_v}{d_v} \\ 0 & d_n & 0 & 0 & -(\theta_n + d_n) - \lambda & 0 & 0 & 0 & \delta_\lambda \frac{b_v}{d_v} \\ 0 & 0 & d_n & 0 & \theta_n & -(r + d_n) - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta_v N_J \frac{C}{d_n} & 0 & 0 & \delta_v N_\lambda \frac{C}{d_n} & -(d_v + \theta_v) - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_v & -d_v - \lambda \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
0 &= (-d_n - \lambda)(-d_n - C - \lambda)[(-d_v - \lambda)(-d_n - r - \lambda)(-d_n - C - r - \lambda)(-d_n - \theta_n - \lambda)(-d_n - C - \theta_n - \lambda) \\
&\quad (-d_v - \theta_v - \lambda) - \theta_v[\theta_n \delta_v N_J (-d_n - r - \lambda) \left(\frac{b_v \delta_J}{d_v}\right) (-d_n - \theta_n - \lambda) - \frac{C}{d_n} \delta_v N_J [-\theta_n \left(\frac{b_v}{d_v}\right) (-d_n - C - r - \lambda) \\
&\quad (-\delta_A (d_n + \theta_n + \lambda) - (C\delta_A + d_n \delta_J)) + d_n \theta_n \left(\frac{b_v \delta_J}{d_v}\right) (-d_n - \theta_n - \lambda)]] \\
0 &= (-d_n - \lambda)(-d_n - C - \lambda)[(-d_v - \lambda)(-d_n - r - \lambda)(-d_n - C - r - \lambda)(-d_n - \theta_n - \lambda)(-d_n - C - \theta_n - \lambda) \\
&\quad (-d_v - \theta_v - \lambda) - \theta_v \left(\frac{b_v \theta_n \delta_v N_J}{d_v d_n}\right) [\delta_J d_n (d_n + r + \lambda)(d_n + \theta_n + \lambda) + C[(d_n + C + r + \lambda)(\delta_A (d_n + \theta_n + \lambda) \\
&\quad + (C\delta_A + d_n \delta_J)) + \delta_J d_n (d_n + \theta_n + \lambda)]] \\
0 &= (-d_n - \lambda)(-d_n - C - \lambda)[(-d_v - \lambda)(-d_n - r - \lambda)(-d_n - C - r - \lambda)(-d_n - \theta_n - \lambda)(-d_n - C - \theta_n - \lambda) \\
&\quad (-d_v - \theta_v - \lambda) - \frac{b_v \theta_v \theta_n \delta_v N_J}{d_v d_n} (d_n + C + r + \lambda) [\delta_J d_n (d_n + \theta_n + \lambda) + C[(\delta_A (d_n + \theta_n + \lambda) + (C\delta_A + d_n \delta_J)) \\
&\quad + \delta_J d_n (d_n + \theta_n + \lambda)]] \\
0 &= (-d_n - \lambda)(-d_n - C - \lambda)[(-d_v - \lambda)(-d_n - r - \lambda)(-d_n - C - r - \lambda)(-d_n - \theta_n - \lambda)(-d_n - C - \theta_n - \lambda) \\
&\quad (-d_v - \theta_v - \lambda) - \frac{b_v \theta_v \theta_n \delta_v N_J}{d_v d_n} (d_n + C + r + \lambda) [(\delta_J d_n + \delta_A C)(d_n + \theta_n + \lambda) + C(C\delta_A + d_n \delta_J)]] \\
0 &= (d_n + \lambda)(d_n + C + \lambda)[(d_v + \lambda)(d_n + r + \lambda)(d_n + C + r + \lambda)(d_n + \theta_n + \lambda)(d_n + C + \theta_n + \lambda)(d_v + \theta_v + \lambda) \\
&\quad - \frac{b_v \theta_v \theta_n \delta_v N_J}{d_v d_n} (d_n + C + r + \lambda)(\delta_J d_n + \delta_A C)(d_n + C + \theta_n + \lambda)] \\
0 &= (d_n + \lambda)(d_n + C + \lambda)(d_n + C + r + \lambda)(d_n + C + \theta_n + \lambda)[(d_v + \lambda)(d_n + r + \lambda)(d_n + \theta_n + \lambda)(d_v + \theta_v + \lambda) \\
&\quad - \frac{b_v \theta_v \theta_n \delta_v N_J}{d_v d_n} (\delta_J d_n + \delta_A C)] \tag{4.19}
\end{aligned}$$

จากสมการลักษณะเฉพาะ (4.19) จะได้ค่าลักษณะเฉพาะ 4 ค่า ดังนี้

$$\begin{aligned}
d_n + \lambda &= 0 && \text{หรือ } \lambda = -d_n \\
d_n + C + \lambda &= 0 && \text{หรือ } \lambda = -d_n - C \\
d_n + C + r + \lambda &= 0 && \text{หรือ } \lambda = -d_n - C - r \\
d_n + C + \theta_n + \lambda &= 0 && \text{หรือ } \lambda = -d_n - C - \theta_n
\end{aligned}$$

และค่าลักษณะเฉพาะที่เหลือหาได้จาก

$$(d_v + \lambda)(d_n + r + \lambda)(d_n + \theta_n + \lambda)(d_v + \theta_v + \lambda) - \frac{b_v \theta_v \theta_n \delta_v N_J}{d_v d_n} (\delta_J d_n + \delta_A C) = 0 \tag{4.20}$$

พิจารณาสมการ (4.20)

$$\begin{aligned}
\text{จะได้ } & d_v (d_n + r)(d_n + \theta_n)(d_v + \theta_v) - \frac{b_v \theta_v \theta_n \delta_v N_J}{d_v d_n} (\delta_J d_n + \delta_A C) + [d_v (d_n + r)(d_n + \theta_n + d_v + \theta_v) \\
& + (d_v + d_n + r)(d_n + \theta_n)(d_v + \theta_v)] \lambda + [d_v (d_n + r) + (d_v + d_n + r)(d_n + \theta_n + d_v + \theta_v) \\
& + (d_n + \theta_n)(d_v + \theta_v)] \lambda^2 + [2d_v + 2d_n + r + \theta_n + \theta_v] \lambda^3 + \lambda^4 = 0
\end{aligned}$$

กำหนดให้

$$T_1 = d_v (d_n + r)(d_n + \theta_n)(d_v + \theta_v) - \frac{b_v \theta_v \theta_n \delta_v N_J}{d_v d_n} (\delta_J d_n + \delta_A C)$$

$$T_2 = d_v (d_n + r)(d_n + \theta_n + d_v + \theta_v) + (d_v + d_n + r)(d_n + \theta_n)(d_v + \theta_v)$$

$$T_3 = d_v (d_n + r) + (d_v + d_n + r)(d_n + \theta_n + d_v + \theta_v) + (d_n + \theta_n)(d_v + \theta_v)$$

$$T_4 = 2d_v + 2d_n + r + \theta_n + \theta_v$$

$$\text{จะได้ } \lambda^4 + T_4\lambda^3 + T_3\lambda^2 + T_2\lambda + T_1 = 0 \quad (4.21)$$

ค่าลักษณะเฉพาะจะเป็นลบ เมื่อสัมประสิทธิ์ T_1, T_2, T_3 และ T_4 สอดคล้องกับ Routh-Hurwitz Criteria [10] ดังนี้

- i) $T_4 > 0$
- ii) $T_2 > 0$
- iii) $T_1 > 0$
- iv) $T_4T_3T_2 > T_2^2 + T_4^2T_1$

พิจารณา $T_4 > 0$

$$\text{จาก } T_4 = 2d_v + 2d_n + r + \theta_n + \theta_v$$

$$\text{จะได้ว่า } 2d_v + 2d_n + r + \theta_n + \theta_v > 0$$

ซึ่งทุกพจน์ใน T_4 เป็นบวกหมด ดังนั้น $T_4 > 0$ เสมอ

พิจารณา $T_2 > 0$

$$\text{จาก } T_2 = d_v(d_n + r)(d_n + \theta_n + d_v + \theta_v) + (d_v + d_n + r)(d_n + \theta_n)(d_v + \theta_v)$$

$$\text{จะได้ว่า } d_v(d_n + r)(d_n + \theta_n + d_v + \theta_v) + (d_v + d_n + r)(d_n + \theta_n)(d_v + \theta_v) > 0$$

ซึ่งทุกพจน์ใน T_2 เป็นบวกหมด ดังนั้น $T_2 > 0$ เสมอ

พิจารณา $T_1 > 0$

$$\text{จาก } T_1 = d_v(d_n + r)(d_n + \theta_n)(d_v + \theta_v) - \frac{b_v\theta_v\theta_n\delta_v N_J}{d_v d_n}(\delta_J d_n + \delta_A C)$$

$$\text{จะได้ว่า } d_v(d_n + r)(d_n + \theta_n)(d_v + \theta_v) - \frac{b_v\theta_v\theta_n\delta_v N_J}{d_v d_n}(\delta_J d_n + \delta_A C) > 0$$

$$d_v(d_n + r)(d_n + \theta_n)(d_v + \theta_v) > \frac{b_v\theta_v\theta_n\delta_v N_J}{d_v d_n}(\delta_J d_n + \delta_A C)$$

$$\frac{b_v\theta_v\theta_n\delta_v N_J(\delta_J d_n + \delta_A C)}{d_v^2 d_n (d_n + r)(d_n + \theta_n)(d_v + \theta_v)} < 1$$

$$\frac{b_v\theta_v\theta_n\delta_v N_T(\delta_J d_n + \delta_A C)}{d_v^2 (d_n + C)(d_n + r)(d_n + \theta_n)(d_v + \theta_v)} < 1$$

$$\text{เมื่อ } N_J = \frac{d_n}{d_n + C} N_T$$

$$R_0 < 1$$

$$\text{ดังนั้น } T_1 > 0 \text{ เมื่อ } d_v(d_n + r)(d_n + \theta_n)(d_v + \theta_v) > \frac{b_v\theta_v\theta_n\delta_v N_J}{d_v d_n}(\delta_J d_n + \delta_A C)$$

กำหนดให้

$$\alpha_{vn} = d_v + d_n + r$$

$$\alpha_{\theta n} = d_n + \theta_n$$

$$\alpha_{\theta v} = d_v + \theta_v$$

$$\alpha_{vr} = d_v(d_n + r)$$

$$\alpha_{vnJ} = \frac{b_v \delta_v N_J \theta_v \theta_n}{d_v d_n} (d_n S_J + CS_A)$$

สามารถจัดรูป T_1, T_2, T_3, T_4 ใหม่ ได้ดังนี้

$$T_1 = \alpha_{vn} + \alpha_{\theta n} + \alpha_{\theta v}$$

$$T_2 = \alpha_{vr} + \alpha_{vn}(\alpha_{\theta n} + \alpha_{\theta v}) + \alpha_{\theta n} \alpha_{\theta v}$$

$$T_3 = \alpha_{vr}(\alpha_{\theta n} + \alpha_{\theta v}) + \alpha_{vn} \alpha_{\theta n} \alpha_{\theta v}$$

$$T_4 = \alpha_{vr} \alpha_{\theta n} \alpha_{\theta v} - \alpha_{vnJ}$$

พิจารณา $T_4 T_3 T_2 > T_2^2 + T_4^2 T_1$

จะได้ $T_2(T_4 T_3 - T_2) - T_4^2 T_1 > 0$

จาก $T_2(T_4 T_3 - T_2) - T_4^2 T_1 = (\alpha_{vr} + \alpha_{vn}(\alpha_{\theta n} + \alpha_{\theta v}) + \alpha_{\theta n} \alpha_{\theta v})(\alpha_{vr} \alpha_{\theta n} \alpha_{\theta v} - \alpha_{vnJ})$

$$(\alpha_{vr}(\alpha_{\theta n} + \alpha_{\theta v}) + \alpha_{vn} \alpha_{\theta n} \alpha_{\theta v}) - (\alpha_{vr} + \alpha_{vn}(\alpha_{\theta n} + \alpha_{\theta v}) + \alpha_{\theta n} \alpha_{\theta v}) - (\alpha_{vr} \alpha_{\theta n} \alpha_{\theta v} - \alpha_{vnJ})^2$$

$$(\alpha_{vn} + \alpha_{\theta n} + \alpha_{\theta v})$$

$$= \alpha_{vn} \alpha_{vr}^2 \alpha_{\theta n} + \alpha_{vr} \alpha_{vn}^2 \alpha_{\theta n}^2 + 2\alpha_{vr} \alpha_{vn}^2 \alpha_{\theta n} \alpha_{\theta v} + \alpha_{vr} \alpha_{vn} \alpha_{vn}^2 \alpha_{\theta v} + \alpha_{vr} \alpha_{vn} \alpha_{\theta n}^3 + \alpha_{vr} \alpha_{vn} \alpha_{\theta n} \alpha_{\theta v}^2 + \alpha_{vr}^2 \alpha_{vn} \alpha_{\theta v} + \alpha_{vr} \alpha_{vn}^2 \alpha_{\theta v}^2 + \alpha_{vr} \alpha_{vn} \alpha_{\theta v}^3 + \alpha_{\theta v} \alpha_{vn}^2 \alpha_{\theta n}^3 + \alpha_{vn} \alpha_{\theta v}^2 \alpha_{vn}^3 + 2\alpha_{vn}^2 \alpha_{\theta n}^2 \alpha_{\theta v} + \alpha_{\theta v} \alpha_{vn}^2 \alpha_{\theta n}^3 + \alpha_{vn} \alpha_{\theta v}^2 \alpha_{\theta n}^3 + \alpha_{\theta n} \alpha_{vn}^2 \alpha_{\theta v}^3 + \alpha_{vn} \alpha_{\theta n}^2 \alpha_{\theta v}^3 + \alpha_{vnJ}(\alpha_{vn}^2 + \alpha_{\theta n}^2 + \alpha_{\theta v}^2 + 2\alpha_{vn} \alpha_{\theta n} + 2\alpha_{vn} \alpha_{\theta v} + 2\alpha_{\theta n} \alpha_{\theta v})$$

$$\text{จะได้ว่า } \alpha_{vn} \alpha_{vr}^2 \alpha_{\theta n} + \alpha_{vr} \alpha_{vn}^2 \alpha_{\theta n}^2 + 2\alpha_{vr} \alpha_{vn}^2 \alpha_{\theta n} \alpha_{\theta v} + \alpha_{vr} \alpha_{vn} \alpha_{vn}^2 \alpha_{\theta v} + \alpha_{vr} \alpha_{vn} \alpha_{\theta n}^3 + \alpha_{vr} \alpha_{vn} \alpha_{\theta n} \alpha_{\theta v}^2 + \alpha_{vr}^2 \alpha_{vn} \alpha_{\theta v} + \alpha_{vr} \alpha_{vn}^2 \alpha_{\theta v}^2 + \alpha_{vr} \alpha_{vn} \alpha_{\theta v}^3 + \alpha_{\theta v} \alpha_{vn}^2 \alpha_{\theta n}^3 + \alpha_{vn} \alpha_{\theta v}^2 \alpha_{vn}^3 + 2\alpha_{vn}^2 \alpha_{\theta n}^2 \alpha_{\theta v} + \alpha_{\theta v} \alpha_{vn}^2 \alpha_{\theta n}^3 + \alpha_{vn} \alpha_{\theta v}^2 \alpha_{\theta n}^3 + \alpha_{\theta n} \alpha_{vn}^2 \alpha_{\theta v}^3 + \alpha_{vn} \alpha_{\theta n}^2 \alpha_{\theta v}^3 + \alpha_{vnJ}(\alpha_{vn}^2 + \alpha_{\theta n}^2 + \alpha_{\theta v}^2 + 2\alpha_{vn} \alpha_{\theta n} + 2\alpha_{vn} \alpha_{\theta v} + 2\alpha_{\theta n} \alpha_{\theta v}) > 0$$

ซึ่งทุกพจน์ใน $T_2(T_4 T_3 - T_2) - T_4^2 T_1$ เป็นบวกหมด ดังนั้น $T_4 T_3 T_2 > T_2^2 + T_4^2 T_1$ เสมอ

จากการพิจารณาเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz Criteria ข้างต้น แสดงให้เห็นว่าในสถานะไร้

โรค จุดสมดุลมีความเสถียรภาพเมื่อ $R_0 < 1$

2) จุดสมดุลภายใต้สภาวะเรื้อรัง จะได้จุดสมดุล $E_2(S_J^*, E_J^*, I_J^*, S_A^*, E_A^*, I_A^*, E_v^*, I_v^*)$ โดยที่

$$I_v^* = \frac{(n-p) + \sqrt{(-n+p)^2 - 4m(-q+h)}}{2m} \quad \text{เมื่อ } m > 0 \text{ และ } q > h$$

$$S_J^* = \frac{1}{1 + \alpha_1 I_v^*}$$

$$E_J^* = \frac{\alpha_1 I_v^*}{(1 + \alpha_1 I_v^*)(1 + \alpha_2)}$$

$$I_J^* = \frac{\alpha_1 \alpha_2 I_v^*}{(1 + \alpha_2)(1 + \alpha_3)(1 + \alpha_1 I_v^*)}$$

$$S_A^* = \frac{1}{(1 + \alpha_4 I_v^*)(1 + \alpha_1 I_v^*)}$$

$$E_A^* = \frac{I_v^*}{(1 + \alpha_5)(1 + \alpha_1 I_v^*)} \left(\frac{\alpha_1}{1 + \alpha_2} + \frac{\alpha_4}{1 + \alpha_4 I_v^*} \right)$$

$$I_A^* = \frac{I_v^*}{\alpha_6 (1 + \alpha_1 I_v^*)} \left(\frac{\alpha_1 \alpha_2}{(1 + \alpha_2)(1 + \alpha_3)} + \frac{\alpha_5}{1 + \alpha_5} \left(\frac{\alpha_1}{1 + \alpha_2} + \frac{\alpha_4}{1 + \alpha_4 I_v^*} \right) \right)$$

$$E_v^* = \frac{d_v I_v^*}{\theta_v}$$

จะได้จาโคเบียนเมทริกซ์ของจุดสมดุล ดังนี้

$$J_{E_1} = \begin{bmatrix} -(d_n + C) - \delta_1 I_{N_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\delta_1 I_{N_1} \\ \delta_1 I_{N_1} & -(d_n + \theta_n + C) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_1 I_{N_1} \\ 0 & \theta_n & -(d_n + r + C) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_n & 0 & 0 & -(\delta_1 I_{N_1} + d_n) & 0 & 0 & 0 & -\delta_1 S_1 N_1 \\ 0 & d_n & 0 & \delta_1 I_{N_1} & -(\theta_n + d_n) & 0 & 0 & \delta_1 S_2 N_1 \\ 0 & 0 & d_n & 0 & \theta_n & -(r + d_n) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_1 N_1 & 0 & 0 & \delta_1 N_1 (1 - E_v - I_v) & -\delta_1 (I_1 N_1 + I_A N_A) - (d_n + \theta_n) & \delta_1 (I_1 N_1 + I_A N_A) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_v & -d_n \end{bmatrix}$$

-05, 06, 07, 08, 09, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100

$$J_{E_1} - \lambda I_n = \begin{bmatrix} -(d_n + C) - \delta_1 I_{N_1} - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\delta_1 I_{N_1} \\ \delta_1 I_{N_1} & -(d_n + \theta_n + C) - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_1 I_{N_1} \\ 0 & \theta_n & -(d_n + r + C) - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_n & 0 & 0 & -(\delta_1 I_{N_1} + d_n) - \lambda & 0 & 0 & 0 & -\delta_1 S_1 N_1 \\ 0 & d_n & 0 & \delta_1 I_{N_1} & -(\theta_n + d_n) - \lambda & 0 & 0 & \delta_1 S_2 N_1 \\ 0 & 0 & d_n & 0 & \theta_n & -(r + d_n) - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_1 N_1 & 0 & 0 & \delta_1 N_1 (1 - E_v - I_v) & -\delta_1 (I_1 N_1 + I_A N_A) - (d_n + \theta_n) - \lambda & \delta_1 (I_1 N_1 + I_A N_A) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_v & -d_n - \lambda \end{bmatrix}$$

$$\det(J_{E_1} - \lambda I_n) = \begin{bmatrix} -(d_n + C) - \delta_1 I_{N_1} - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\delta_1 I_{N_1} \\ \delta_1 I_{N_1} & -(d_n + \theta_n + C) - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_1 I_{N_1} \\ 0 & \theta_n & -(d_n + r + C) - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_n & 0 & 0 & -(\delta_1 I_{N_1} + d_n) - \lambda & 0 & 0 & 0 & -\delta_1 S_1 N_1 \\ 0 & d_n & 0 & \delta_1 I_{N_1} & -(\theta_n + d_n) - \lambda & 0 & 0 & \delta_1 S_2 N_1 \\ 0 & 0 & d_n & 0 & \theta_n & -(r + d_n) - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_1 N_1 & 0 & 0 & \delta_1 N_1 (1 - E_v - I_v) & -\delta_1 (I_1 N_1 + I_A N_A) - (d_n + \theta_n) - \lambda & \delta_1 (I_1 N_1 + I_A N_A) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_v & -d_n - \lambda \end{bmatrix}$$

ให้ $N_v = \frac{b_v}{d_v}$ และ $N_A = N_J \frac{C}{d_n}$

$$\det(J_{E_1} - \lambda I_n) = \begin{bmatrix} -(d_n + C) - \delta_1 I_{N_1} - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\delta_1 I_{N_1} \frac{b_v}{d_v} \\ \delta_1 I_{N_1} \frac{b_v}{d_v} & -(d_n + \theta_n + C) - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_1 I_{N_1} \frac{b_v}{d_v} \\ 0 & \theta_n & -(d_n + r + C) - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_n & 0 & 0 & -(\delta_1 I_{N_1} \frac{b_v}{d_v} + d_n) - \lambda & 0 & 0 & 0 & -\delta_1 S_1 N_J \frac{b_v}{d_v} \\ 0 & d_n & 0 & \delta_1 I_{N_1} \frac{b_v}{d_v} & -(\theta_n + d_n) - \lambda & 0 & 0 & \delta_1 S_2 N_J \frac{b_v}{d_v} \\ 0 & 0 & d_n & 0 & \theta_n & -(r + d_n) - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_1 N_J & 0 & 0 & \delta_1 N_J \frac{C}{d_n} (1 - E_v - I_v) & -\delta_1 (I_1 N_J + I_A N_J \frac{C}{d_n}) - (d_n + \theta_n) - \lambda & \delta_1 (I_1 N_J + I_A N_J \frac{C}{d_n}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_v & -d_n - \lambda \end{bmatrix}$$

$$0 = (-d_n - C - \frac{\delta_1 b_v I_v}{d_v} - \lambda)(-d_n - C - \theta_n - \lambda)(-d_n - r - C - \lambda)(-d_n - \frac{\delta_1 b_v I_v}{d_v} - \lambda)(-d_n - \theta_n - \lambda)(-d_n - r - \lambda)$$

$$(-d_n - (I_J + I_A \frac{C}{d_n})\delta_v N_J - \theta_v - \lambda)(-d_n - \lambda) - \theta_v [-(d_n + r + \lambda)(d_n + \frac{\delta_1 b_v I_v}{d_v} + \lambda)(d_n + \theta_n + \lambda)(I_J + I_A \frac{C}{d_n})\delta_v N_J$$

$$(d_n + C + \theta_n + \lambda)(d_n + C + r + \lambda)(d_n + C + \frac{\delta_1 b_v I_v}{d_v} + \lambda) - \frac{C}{d_n} (1 - E_v - I_v)\delta_v N_J \theta_n \frac{\delta_1 b_v I_v}{d_v} (\frac{\delta_1 b_v S_A}{d_v}$$

$$(d_n + C + \frac{\delta_1 b_v I_v}{d_v} + \lambda) + d_n \frac{\delta_1 b_v S_J}{d_v})(d_n + C + \theta_n + \lambda)(d_n + C + r + \lambda) + \frac{C}{d_n} (1 - E_v - I_v)\delta_v N_J \theta_n \frac{\delta_1 b_v S_A}{d_v}$$

$$\begin{aligned}
0 = & (d_n + C + r + \lambda)(d_n + C + \theta_n + \lambda) \left[(d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v} + \lambda)(d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v} + \lambda)(d_n + \theta_n + \lambda)(d_n + r + \lambda) \right. \\
& (d_v + (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j + \theta_v + \lambda)(d_v + \lambda) + \theta_v (d_n + r + \lambda)(d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v} + \lambda)(d_n + \theta_n + \lambda) (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j \\
& (d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v} + \lambda) + \theta_v \frac{C}{d_n} (1 - E_v - I_v) \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v} (\frac{\delta_A b_v S_A}{d_v} (d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v} + \lambda) + d_n \frac{\delta_j b_v S_j}{d_v}) \\
& \left. - \theta_v \frac{C}{d_n} (1 - E_v - I_v) \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_A b_v S_A}{d_v} (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v} + \lambda)(d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v} + \lambda) - \theta_v (1 - E_v - I_v) \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_j b_v S_j}{d_v} \right. \\
& \left. (d_n + C + \lambda) \right] \tag{4.22}
\end{aligned}$$

จากสมการลักษณะเฉพาะ (4.22) จะได้ค่าลักษณะเฉพาะ 2 ค่า ดังนี้

$$d_n + C + r + \lambda = 0 \quad \text{หรือ} \quad \lambda = -d_n - C - r$$

$$d_n + C + \theta_n + \lambda = 0 \quad \text{หรือ} \quad \lambda = -d_n - C - \theta_n$$

และค่าลักษณะเฉพาะที่เหลือหาได้จาก

$$\begin{aligned}
0 = & (d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v} + \lambda)(d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v} + \lambda)(d_n + \theta_n + \lambda)(d_n + r + \lambda)(d_v + (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j + \theta_v + \lambda)(d_v + \lambda) \\
& + \theta_v (d_n + r + \lambda)(d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v} + \lambda)(d_n + \theta_n + \lambda) (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j (d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v} + \lambda) + \theta_v \frac{C}{d_n} (1 - E_v - I_v) \\
& \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v} (\frac{\delta_A b_v S_A}{d_v} (d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v} + \lambda) + d_n \frac{\delta_j b_v S_j}{d_v}) - \theta_v \frac{C}{d_n} (1 - E_v - I_v) \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_A b_v S_A}{d_v} \\
& (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v} + \lambda)(d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v} + \lambda) - \theta_v (1 - E_v - I_v) \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_j b_v S_j}{d_v} (d_n + C + \lambda) \tag{4.23}
\end{aligned}$$

พิจารณาสมการที่ (4.23)

$$\begin{aligned}
\text{จะได้} \quad & d_v (d_n + r)(d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v})(d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v})(d_n + \theta_n)(d_v + (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j + \theta_v) + \theta_v \delta_v N_j (I_j + I_A \frac{C}{d_n})(d_n + r) \\
& (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v})(d_n + \theta_n)(d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}) + \theta_v \frac{C}{d_n} \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v} (\frac{\delta_A b_v S_A}{d_v} (d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}) + d_n \delta_j b_v S_j) + \theta_v \frac{C}{d_n} \delta_v N_j \\
& \theta_n \frac{b_v S_A}{d_v} (E_v + I_v) S_A (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v})(d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}) + \theta_v \delta_v N_j \theta_n (E_v + I_v) \frac{\delta_j b_v S_j}{d_v} (d_n + C) - \theta_v \frac{C}{d_n} (E_v + I_v) \delta_v N_j \theta_n \frac{b_v \delta_A I_v}{d_v^2} \\
& (\delta_A b_v S_A (d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}) + d_n \delta_j b_v S_j) - \theta_v \frac{C}{d_n} \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_A b_v S_A}{d_v} (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v})(d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}) - \theta_v \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_j b_v S_j}{d_v} (d_n + C) \\
& + [d_v (d_n + r)(d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v})(d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v})(d_n + \theta_n + d_v + (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j + \theta_v) + (d_v (d_n + r)(2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) \\
& + (d_v + d_n + r)(d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v})(d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}))(d_n + \theta_n)(d_v + (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j + \theta_v) + \theta_v (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j ((d_n + r) \\
& (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v})(2d_n + \theta_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}) + (d_n + \theta_n)(d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v})(2d_n + r + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v})) + \theta_v \frac{C}{d_n} \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_A^2 b_v^2 S_A I_v}{d_v^2} + \theta_v \frac{C}{d_n} \delta_v \\
& N_j \theta_n \frac{\delta_A b_v S_A}{d_v} (E_v + I_v)(2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) + \theta_v (E_v + I_v) \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_j b_v S_j}{d_v} - \theta_v \frac{C}{d_n} (E_v + I_v) \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_A^2 b_v^2 S_A I_v}{d_v^2} - \theta_v \frac{C}{d_n} \\
& (2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_A b_v S_A}{d_v} - \theta_v \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_j b_v S_j}{d_v}] \lambda + [(d_v (d_n + r)(2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) + (d_v + d_n + r) \\
& (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v})(d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}))(d_n + \theta_n + d_v + (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j + \theta_v) + ((d_v (d_n + r) + (d_v + d_n + r)(2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \\
& \frac{b_v I_v}{d_v}) + (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v})(d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}))(d_n + \theta_n)(d_v + (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j + \theta_v) + \theta_v (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j ((d_n + r)(d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v}) \\
& + (2d_n + r + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v})(2d_n + \theta_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}) + (d_n + \theta_n)(d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v})) + \theta_v \frac{C}{d_n} (E_v + I_v) \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_A b_v S_A}{d_v} - \theta_v \frac{C}{d_n} \delta_v N_j \theta_n \\
& \frac{\delta_A b_v S_A}{d_v}] \lambda^2 + [d_v (d_n + r)(2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) + (d_v + d_n + r)(d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v})(d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}) + (d_v (d_n + r) + (d_v + d_n \\
& + r)(2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) + (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v})(d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}))(d_n + \theta_n + d_v + (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j + \theta_v) + ((d_v + d_n + r)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) (d_n + \theta_n) (d_v + (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j + \theta_v) + \theta_v (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j ((2d_n + r + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v}) + (2d_n + \theta_n \\
& + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v})) \lambda^3 + [d_v (d_n + r) + (d_v + d_n + r) (2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) + (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v}) (d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}) + ((d_v + d_n + r) \\
& + (2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) (d_n + \theta_n + d_v + (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j + \theta_v) + (d_n + \theta_n) (d_v + (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j + \theta_v) + \theta_v (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \\
& \delta_v N_j] \lambda^4 + [(d_v + d_n + r) + (2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) + (d_n + \theta_n + d_v + (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j + \theta_v)] \lambda^5 + \lambda^6 = 0
\end{aligned}$$

กำหนดให้

$$T_6 = (d_v + d_n + r) + (2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) + (d_n + \theta_n + d_v + (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j + \theta_v)$$

$$\begin{aligned}
T_5 = & d_v (d_n + r) + (d_v + d_n + r) (2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) + (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v}) (d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}) + ((d_v + d_n + r) \\
& + (2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) (d_n + \theta_n + d_v + (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j + \theta_v) + (d_n + \theta_n) (d_v + (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j \\
& + \theta_v) + \theta_v (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_4 = & d_v (d_n + r) (2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) + (d_v + d_n + r) (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v}) (d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}) + (d_v (d_n + r) + \\
& (d_v + d_n + r) (2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) + (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v}) (d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v})) (d_n + \theta_n + d_v + (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \\
& \delta_v N_j + \theta_v) + ((d_v + d_n + r) + (2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v})) (d_n + \theta_n) (d_v + (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j + \theta_v) + \\
& \theta_v (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j ((2d_n + r + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v}) + (2d_n + \theta_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_3 = & (d_v (d_n + r) (2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) + (d_v + d_n + r) (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v}) (d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v})) (d_n + \theta_n + d_v + \\
& (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j + \theta_v) + ((d_v (d_n + r) + (d_v + d_n + r) (2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) + (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v}) \\
& (d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v})) (d_n + \theta_n) (d_v + (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j + \theta_v) + \theta_v (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j ((d_n + r) (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v}) \\
& + (2d_n + r + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v}) (2d_n + \theta_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}) + (d_n + \theta_n) (d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v})) + \theta_v \frac{C}{d_n} (E_v + I_v) \delta_v N_j \theta_n \\
& \frac{\delta_A b_v S_A}{d_v} - \theta_v \frac{C}{d_n} \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_A b_v S_A}{d_v}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_2 = & d_v (d_n + r) (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v}) (d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}) (d_n + \theta_n + d_v + (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j + \theta_v) + (d_v (d_n + r) \\
& (2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) + (d_v + d_n + r) (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v}) (d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v})) (d_n + \theta_n) (d_v + (I_j + \\
& I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j + \theta_v) + \theta_v (I_j + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_j ((d_n + r) (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v}) (2d_n + \theta_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}) + (d_n + \theta_n) \\
& (d_n + C + \frac{\delta_j b_v I_v}{d_v}) (2d_n + r + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v})) + \theta_v \frac{C}{d_n} \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_A^2 b_v^2 S_A I_v}{d_v^2} + \theta_v \frac{C}{d_n} \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_A b_v S_A}{d_v} (E_v + I_v) \\
& (2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) + \theta_v (E_v + I_v) \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_j b_v S_j}{d_v} - \theta_v \frac{C}{d_n} (E_v + I_v) \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_A^2 b_v^2 S_A I_v}{d_v^2} - \\
& \theta_v \frac{C}{d_n} (2d_n + C + (\delta_A + \delta_j) \frac{b_v I_v}{d_v}) \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_A b_v S_A}{d_v} - \theta_v \delta_v N_j \theta_n \frac{\delta_j b_v S_j}{d_v}
\end{aligned}$$

$$T_1 = d_v(d_n + r)(d_n + \theta_n)(d_v + \theta_v) - \frac{b_v \theta_v \theta_n \delta_v N_J}{d_v d_n} (\delta_J d_n + \delta_A C)$$

กำหนดให้

$$\mu_{2dn} = (2d_n + C + (\delta_A + \delta_J) \frac{b_v I_v}{d_v})$$

$$\mu_{r\theta} = 2d_n + r + \theta_n$$

$$\mu_{dv} = 2d_v + (I_J + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_J + \theta_v$$

$$\mu_{vn} = (d_n + \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v})(d_n + C + \frac{\delta_J b_v I_v}{d_v})$$

$$\mu_{\theta d} = (d_n + r)(d_n + \theta_n)$$

$$\mu_{vc} = d_v(d_v + (I_J + I_A \frac{C}{d_n}) \delta_v N_J + \theta_v)$$

$$\mu_{JA} = (I_J + I_A \frac{C}{d_n}) \theta_v \delta_v N_J$$

$$\mu_{Av} = \theta_v \delta_v N_J \theta_n \frac{\delta_A b_v S_A}{d_v} \frac{C}{d_n}$$

$$\mu_{Ev} = E_v + I_v$$

$$\mu_{Iv} = \frac{\delta_A b_v I_v}{d_v}$$

$$\mu_{SJ} = \theta_v \delta_v N_J \theta_n \frac{\delta_J b_v S_J}{d_v}$$

$$\mu_{cd} = d_n + C + \frac{\delta_J b_v I_v}{d_v}$$

$$\mu_{\theta c} = \theta_v \delta_v N_J \theta_n \frac{\delta_J b_v S_J}{d_v} (d_n + C)$$

สามารถจัดรูป $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6$ ใหม่ ได้ดังนี้

$$T_1 = \mu_{vn} \mu_{\theta d} \mu_{vc} + \mu_{JA} \mu_{vn} \mu_{\theta d} + \mu_{Av} \mu_{Iv} \mu_{cd} + C \mu_{SJ} \mu_{Iv} + \mu_{Av} \mu_{vn} \mu_{Ev} + \mu_{\theta c} \mu_{Ev} - \mu_{Av} \mu_{Ev} \mu_{Iv} \mu_{cd} - C \mu_{Ev} \mu_{SJ} \mu_{Iv} - \mu_{Av} \mu_{vn} - \mu_{\theta c}$$

$$T_2 = \mu_{vn} \mu_{\theta d} \mu_{dv} + (\mu_{vn} \mu_{r\theta} + \mu_{2dn} \mu_{\theta d}) \mu_{vc} + (\mu_{vn} \mu_{r\theta} + \mu_{2dn} \mu_{\theta d}) \mu_{JA} + \mu_{Av} \mu_{Iv} + \mu_{Av} \mu_{Ev} \mu_{2dn} - \mu_{Av} \mu_{Iv} \mu_{Ev} - \mu_{Av} \mu_{2dn} - \mu_{Av} \mu_{2dn} - \mu_{SJ} + \mu_{SJ} \mu_{Ev}$$

$$T_3 = \mu_{vn} \mu_{\theta d} + (\mu_{vn} \mu_{r\theta} + \mu_{2dn} \mu_{\theta d}) \mu_{dv} + (\mu_{vn} + \mu_{2dn} \mu_{r\theta} + \mu_{\theta d}) \mu_{vc} + (\mu_{vn} + \mu_{2dn} \mu_{r\theta} + \mu_{\theta d}) \mu_{JA} + \mu_{Av} \mu_{Ev} - \mu_{Av}$$

$$T_4 = \mu_{vn} \mu_{r\theta} + \mu_{2dn} \mu_{\theta d} + (\mu_{vn} + \mu_{2dn} \mu_{r\theta} + \mu_{\theta d}) \mu_{dv} + (\mu_{2dn} + \mu_{r\theta}) \mu_{vc} + \mu_{JA} (\mu_{2dn} + \mu_{r\theta})$$

$$T_5 = \mu_{vn} + \mu_{2dn} \mu_{r\theta} + \mu_{\theta d} + (\mu_{2dn} + \mu_{r\theta}) \mu_{dv} + \mu_{vc} + \mu_{JA}$$

$$T_6 = \mu_{2dn} + \mu_{r\theta} + \mu_{dv}$$

$$\text{จะได้ } \lambda^6 + T_6 \lambda^5 + T_5 \lambda^4 + T_4 \lambda^3 + T_3 \lambda^2 + T_2 \lambda + T_1 = 0 \quad (4.24)$$

พิจารณา $T_1 > 0$

$$\text{จาก } T_1 = \mu_{vn} \mu_{\theta d} \mu_{vc} + \mu_{JA} \mu_{vn} \mu_{\theta d} + \mu_{Av} \mu_{Iv} \mu_{cd} + C \mu_{SJ} \mu_{Iv} + \mu_{Av} \mu_{vn} \mu_{Ev} + \mu_{\theta c} \mu_{Ev} - \mu_{Av} \mu_{Ev} \mu_{Iv} \mu_{cd} - C \mu_{Ev} \mu_{SJ} \mu_{Iv} - \mu_{Av} \mu_{vn} - \mu_{\theta c}$$

$$\text{จะได้ว่า } \mu_{vn} \mu_{\theta d} \mu_{vc} + \mu_{JA} \mu_{vn} \mu_{\theta d} + \mu_{Av} \mu_{Iv} \mu_{cd} + C \mu_{SJ} \mu_{Iv} + \mu_{Av} \mu_{vn} \mu_{Ev} + \mu_{\theta c} \mu_{Ev} - \mu_{Av} \mu_{Ev} \mu_{Iv} \mu_{cd} - C \mu_{Ev} \mu_{SJ} \mu_{Iv} - \mu_{Av} \mu_{vn} - \mu_{\theta c} > 0$$

$$\mu_{vn} \mu_{\theta d} \mu_{vc} + \mu_{JA} \mu_{vn} \mu_{\theta d} + \mu_{Av} \mu_{Iv} \mu_{cd} + C \mu_{SJ} \mu_{Iv} + \mu_{Av} \mu_{vn} \mu_{Ev} + \mu_{\theta c} \mu_{Ev} > \mu_{Av} \mu_{Ev} \mu_{Iv} \mu_{cd} + C \mu_{Ev} \mu_{SJ} \mu_{Iv}$$

$$+ \mu_{Av} \mu_{vn} + \mu_{\theta c}$$

$$\text{ดังนั้น } T_1 > 0 \text{ เมื่อ } \mu_{vn} \mu_{\theta d} \mu_{vc} + \mu_{JA} \mu_{vn} \mu_{\theta d} + \mu_{Av} \mu_{Iv} \mu_{cd} + C \mu_{SJ} \mu_{Iv} + \mu_{Av} \mu_{vn} \mu_{Ev} + \mu_{\theta c} \mu_{Ev} > \mu_{Av} \mu_{Ev} \mu_{Iv} \mu_{cd} + C \mu_{Ev} \mu_{SJ} \mu_{Iv} + \mu_{Av} \mu_{vn} + \mu_{\theta c}$$

พิจารณา $T_2 > 0$

$$\text{จาก } T_2 = \mu_{vn}\mu_{\theta d}\mu_{dv} + (\mu_{vn}\mu_{r\theta} + \mu_{2dn}\mu_{\theta d})\mu_{vc} + (\mu_{vn}\mu_{r\theta} + \mu_{2dn}\mu_{\theta d})\mu_{JA} + \mu_{Av}\mu_{Iv} + \mu_{Av}\mu_{Ev}\mu_{2dn} - \mu_{Av}\mu_{Iv}\mu_{Ev} \\ - \mu_{Av}\mu_{2dn} - \mu_{Av}\mu_{2dn} - \mu_{SJ} + \mu_{SJ}\mu_{Ev}$$

$$\text{จะได้ว่า } \mu_{vn}\mu_{\theta d}\mu_{dv} + (\mu_{vn}\mu_{r\theta} + \mu_{2dn}\mu_{\theta d})\mu_{vc} + (\mu_{vn}\mu_{r\theta} + \mu_{2dn}\mu_{\theta d})\mu_{JA} + \mu_{Av}\mu_{Iv} + \mu_{Av}\mu_{Ev}\mu_{2dn} - \mu_{Av}\mu_{Iv}\mu_{Ev} \\ - \mu_{Av}\mu_{2dn} - \mu_{Av}\mu_{2dn} - \mu_{SJ} + \mu_{SJ}\mu_{Ev} > 0$$

$$\mu_{vn}\mu_{\theta d}\mu_{dv} + (\mu_{vn}\mu_{r\theta} + \mu_{2dn}\mu_{\theta d})\mu_{vc} + (\mu_{vn}\mu_{r\theta} + \mu_{2dn}\mu_{\theta d})\mu_{JA} + \mu_{Av}\mu_{Iv} + \mu_{Av}\mu_{Ev}\mu_{2dn} + \mu_{SJ}\mu_{Ev} >$$

$$\mu_{Av}\mu_{Iv}\mu_{Ev} + \mu_{Av}\mu_{2dn} + \mu_{Av}\mu_{2dn} + \mu_{SJ}$$

$$\text{ดังนั้น } T_2 > 0 \text{ เมื่อ } \mu_{vn}\mu_{\theta d}\mu_{dv} + (\mu_{vn}\mu_{r\theta} + \mu_{2dn}\mu_{\theta d})\mu_{vc} + (\mu_{vn}\mu_{r\theta} + \mu_{2dn}\mu_{\theta d})\mu_{JA} + \mu_{Av}\mu_{Iv} + \mu_{Av}\mu_{Ev}\mu_{2dn} \\ + \mu_{SJ}\mu_{Ev} > \mu_{Av}\mu_{Iv}\mu_{Ev} + \mu_{Av}\mu_{2dn} + \mu_{Av}\mu_{2dn} + \mu_{SJ}$$

พิจารณา $T_3 > 0$

$$\text{จาก } T_3 = \mu_{vn}\mu_{\theta d} + (\mu_{vn}\mu_{r\theta} + \mu_{2dn}\mu_{\theta d})\mu_{dv} + (\mu_{vn} + \mu_{2dn}\mu_{r\theta} + \mu_{\theta d})\mu_{vc} + (\mu_{vn} + \mu_{2dn}\mu_{r\theta} + \mu_{\theta d})\mu_{JA} + \mu_{Av}\mu_{Ev} \\ - \mu_{Av}$$

$$\text{จะได้ว่า } \mu_{vn}\mu_{\theta d} + (\mu_{vn}\mu_{r\theta} + \mu_{2dn}\mu_{\theta d})\mu_{dv} + (\mu_{vn} + \mu_{2dn}\mu_{r\theta} + \mu_{\theta d})\mu_{vc} + (\mu_{vn} + \mu_{2dn}\mu_{r\theta} + \mu_{\theta d})\mu_{JA} + \mu_{Av}\mu_{Ev} \\ - \mu_{Av} > 0$$

$$\mu_{vn}\mu_{\theta d} + (\mu_{vn}\mu_{r\theta} + \mu_{2dn}\mu_{\theta d})\mu_{dv} + (\mu_{vn} + \mu_{2dn}\mu_{r\theta} + \mu_{\theta d})\mu_{vc} + (\mu_{vn} + \mu_{2dn}\mu_{r\theta} + \mu_{\theta d})\mu_{JA} + \mu_{Av}\mu_{Ev} >$$

$$\mu_{Av}$$

$$\text{ดังนั้น } T_3 > 0 \text{ เมื่อ } \mu_{vn}\mu_{\theta d} + (\mu_{vn}\mu_{r\theta} + \mu_{2dn}\mu_{\theta d})\mu_{dv} + (\mu_{vn} + \mu_{2dn}\mu_{r\theta} + \mu_{\theta d})\mu_{vc} + (\mu_{vn} + \mu_{2dn}\mu_{r\theta} + \mu_{\theta d})\mu_{JA} \\ + \mu_{Av}\mu_{Ev} > \mu_{Av}$$

พิจารณา $T_4 > 0$

$$\text{จาก } T_4 = \mu_{vn}\mu_{r\theta} + \mu_{2dn}\mu_{\theta d} + (\mu_{vn} + \mu_{2dn}\mu_{r\theta} + \mu_{\theta d})\mu_{dv} + (\mu_{2dn} + \mu_{r\theta})\mu_{vc} + \mu_{JA}(\mu_{2dn} + \mu_{r\theta})$$

$$\text{จะได้ว่า } \mu_{vn}\mu_{r\theta} + \mu_{2dn}\mu_{\theta d} + (\mu_{vn} + \mu_{2dn}\mu_{r\theta} + \mu_{\theta d})\mu_{dv} + (\mu_{2dn} + \mu_{r\theta})\mu_{vc} + \mu_{JA}(\mu_{2dn} + \mu_{r\theta}) > 0$$

ซึ่งทุกพจน์ใน T_4 เป็นบวกหมด ดังนั้น $T_4 > 0$ เสมอ

พิจารณา $T_5 > 0$

$$\text{จาก } T_5 = \mu_{vn} + \mu_{2dn}\mu_{r\theta} + \mu_{\theta d} + (\mu_{2dn} + \mu_{r\theta})\mu_{dv} + \mu_{vc} + \mu_{JA}$$

$$\text{จะได้ว่า } \mu_{vn} + \mu_{2dn}\mu_{r\theta} + \mu_{\theta d} + (\mu_{2dn} + \mu_{r\theta})\mu_{dv} + \mu_{vc} + \mu_{JA} > 0$$

ซึ่งทุกพจน์ใน T_5 เป็นบวกหมด ดังนั้น $T_5 > 0$ เสมอ

พิจารณา $T_6 > 0$

$$\text{จาก } T_6 = \mu_{2dn} + \mu_{r\theta} + \mu_{dv}$$

$$\text{จะได้ว่า } \mu_{2dn} + \mu_{r\theta} + \mu_{dv} > 0$$

ซึ่งทุกพจน์ใน T_6 เป็นบวกหมด ดังนั้น $T_6 > 0$ เสมอ

เมื่อพิจารณาค่า $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6$ จะพบว่าทุกค่ามีค่ามากกว่าศูนย์

จาก The Routh Hurwitz Criteria [10] จะได้ว่า

$$H_1 = [T_6]$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} T_6 & 1 \\ T_4 & T_5 \end{bmatrix}$$

$$H_3 = \begin{bmatrix} T_6 & 1 & 0 \\ T_4 & T_5 & T_6 \\ T_2 & T_3 & T_4 \end{bmatrix}$$

$$H_4 = \begin{bmatrix} T_6 & 1 & 0 & 0 \\ T_4 & T_5 & T_6 & 1 \\ T_2 & T_3 & T_4 & T_5 \\ 0 & T_1 & T_2 & T_3 \end{bmatrix}$$

$$H_5 = \begin{bmatrix} T_6 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ T_4 & T_5 & T_6 & 1 & 0 \\ T_2 & T_3 & T_4 & T_5 & T_6 \\ 0 & T_1 & T_2 & T_3 & T_4 \\ 0 & 0 & 0 & T_1 & T_2 \end{bmatrix}$$

$$H_6 = \begin{bmatrix} T_6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ T_4 & T_5 & T_6 & 1 & 0 & 0 \\ T_2 & T_3 & T_4 & T_5 & T_6 & 1 \\ 0 & T_1 & T_2 & T_3 & T_4 & T_5 \\ 0 & 0 & 0 & T_1 & T_2 & T_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & T_1 \end{bmatrix}$$

จะได้

$$\det H_1 = T_6$$

$$\det H_2 = T_6 T_5 - T_4$$

$$\det H_3 = -T_4^2 + T_2 T_6 + T_4 T_5 T_6 - T_3 T_6^2$$

$$\det H_4 = T_3(-T_4^2 + T_2 T_6 + T_4 T_5 T_6 - T_3 T_6^2) + T_2(-T_2 + T_4 T_5 - T_5^2 T_6 + T_3 T_6) + T_1 T_6(-T_4 + T_5 T_6)$$

$$\det H_5 = T_2 T_3(-T_4^2 + T_2 T_6 + T_4 T_5 T_6 - T_3 T_6^2) + T_2^2(-T_2 + T_4 T_5 - T_5^2 T_6 + T_3 T_6) + T_1(T_4 T_6(-3T_2 + T_3 T_6) + T_4^3 + T_6(-T_4^2 T_5 + 2T_2 T_5 T_6 - T_1 T_6^2))$$

$$\det H_6 = T_1 T_2 T_3(-T_4^2 + T_2 T_6 + T_4 T_5 T_6 - T_3 T_6^2) + T_1 T_2^2(-T_2 + T_4 T_5 - T_5^2 T_6 + T_3 T_6) + T_1^2(T_4 T_6(-3T_2 + T_3 T_6) + T_4^3 + T_6(-T_4^2 T_5 + 2T_2 T_5 T_6 - T_1 T_6^2))$$

จุดสมมูลจะมีความเสถียรภาพก็ต่อเมื่อดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ Hurwitz ทั้งหมดมีค่าเป็นบวก ดังนั้นจุดสมมูลจะมีความเสถียรภาพก็ต่อเมื่อ

$$\det H_1 = T_6 > 0$$

$$\det H_2 = T_6 T_5 - T_4 > 0$$

$$\det H_3 = -T_4^2 + T_2 T_6 + T_4 T_5 T_6 - T_3 T_6^2 > 0$$

$$\det H_4 = T_3(-T_4^2 + T_2 T_6 + T_4 T_5 T_6 - T_3 T_6^2) + T_2(-T_2 + T_4 T_5 - T_5^2 T_6 + T_3 T_6) + T_1 T_6(-T_4 + T_5 T_6) > 0$$

$$\det H_5 = T_2 T_3(-T_4^2 + T_2 T_6 + T_4 T_5 T_6 - T_3 T_6^2) + T_2^2(-T_2 + T_4 T_5 - T_5^2 T_6 + T_3 T_6) + T_1(T_4 T_6(-3T_2 + T_3 T_6) + T_4^3 + T_6(-T_4^2 T_5 + 2T_2 T_5 T_6 - T_1 T_6^2)) > 0$$

$$\det H_6 = T_1 T_2 T_3(-T_4^2 + T_2 T_6 + T_4 T_5 T_6 - T_3 T_6^2) + T_1 T_2^2(-T_2 + T_4 T_5 - T_5^2 T_6 + T_3 T_6) + T_1^2(T_4 T_6(-3T_2 + T_3 T_6) + T_4^3 + T_6(-T_4^2 T_5 + 2T_2 T_5 T_6 - T_1 T_6^2)) > 0$$

พิจารณาตัวอย่างของข้อมูล ดังนี้

กำหนดให้ จำนวนประชากรทั้งหมด 5,000 คน นั่นคือ $N_T = 5,000$ คน ประชากรหนึ่งคนมีอายุเฉลี่ย 65 ปี จำนวนประชากรคงที่ทำให้อัตราการเกิดของประชากรเท่ากับอัตราการเสียชีวิต ดังนั้น

$$d_n = b_n = \frac{1}{(365 \times 65)} \text{ ต่อวัน} \text{ ประชากรเด็กจะเปลี่ยนแปลงเป็นประชากรผู้ใหญ่ใช้เวลา 15 ปี นั่น}$$

$$\text{คือ } C = \frac{1}{(365 \times 15)} \text{ ต่อวัน} \text{ ระยะเวลาของผู้ติดเชื้อมาก่อนแสดงอาการ 6.5 วัน นั่นคือ } \theta_n = \frac{1}{6.5} \text{ ต่อ}$$

$$\text{วัน ระยะเวลาที่ใช้ในการรักษาอาการผู้ป่วย 45.5 วัน นั่นคือ } r = \frac{1}{45.5} \text{ ต่อวัน ประชากรยุงทั้งหมด}$$

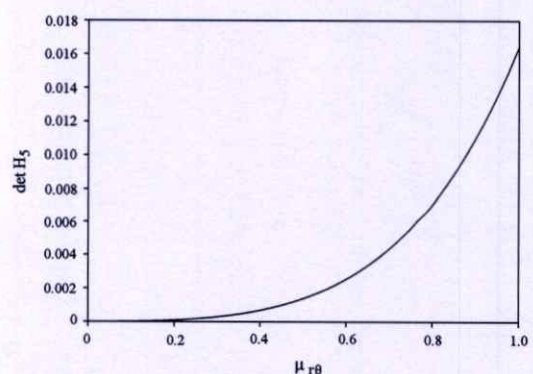
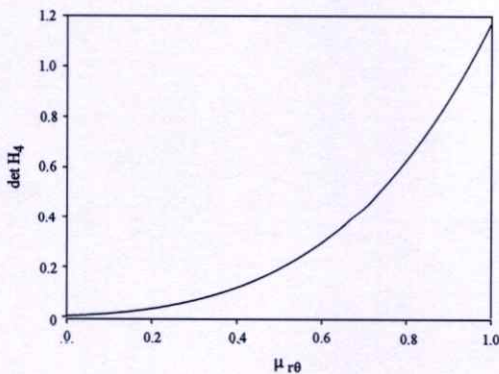
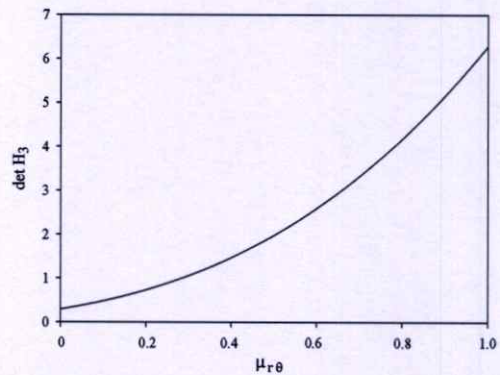
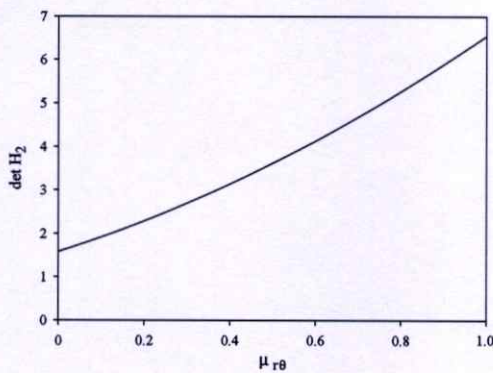
$$1,000 \text{ ตัว นั่นคือ } N_v = 1,000 \text{ ตัว ยุงตัวหนึ่งมีอายุเฉลี่ย 37.5 วัน นั่นคือ } d_v = \frac{1}{37.5} \text{ ต่อวัน}$$

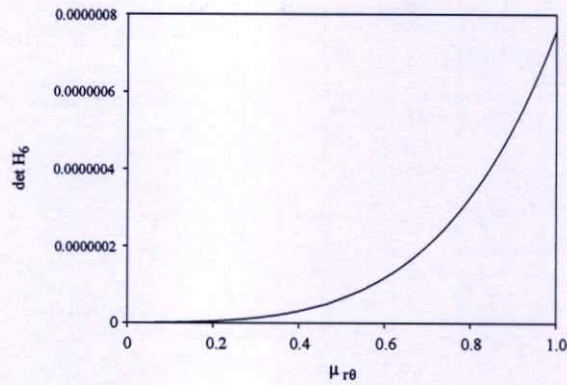
$$\text{ระยะเวลาการฟักตัวของเชื้อในยุง 4.5 วัน นั่นคือ } \theta_v = \frac{1}{4.5} \text{ ต่อวัน อัตราการเกิดของยุงตัวต่อวัน}$$

$$\text{เท่ากับอัตราการเสียชีวิตของยุงคูณกับจำนวนประชากรยุง นั่นคือ } b_v = d_v \times N_v = \frac{1000}{37.5} \approx 27 \text{ ตัว}$$

ต่อวัน

พิจารณาเงื่อนไขของ Routh Hurwitz Criteria โดยจากสมการเงื่อนไขใช้พารามิเตอร์ข้างต้น สามารถแสดงกราฟของสมการได้ดังนี้





รูปที่ 4.4 กราฟของค่าพารามิเตอร์สำหรับจุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรังที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz Criteria

จากกราฟข้างต้น แสดงให้เห็นว่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ Hurwitz ทั้งหมดมีค่าเป็นบวก แสดงว่าจุดสมดุลมีความเสถียรภาพเมื่อ $R_0 > 1$

จากการสร้างแบบจำลองของโรคซิกนุกุนยาข้างต้น จะสามารถหาจุดสมดุลได้ 2 จุด คือ จุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรคและจุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรัง ซึ่งจุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรคจะมีความเสถียรภาพเมื่อ $R_0 < 1$ และจุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรังจะมีความเสถียรภาพเมื่อ $R_0 > 1$ โดยหมายความว่าในการจะลดการระบาดของโรคซิกนุกุนยาควรจะมีการกำหนดค่าพารามิเตอร์ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กล่าวมาข้างต้น

4.2 ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลข

ตารางที่ 4.1 แสดงค่าพารามิเตอร์สำหรับสภาวะไร้โรค

ข้อความ	สัญลักษณ์	ค่าพารามิเตอร์	หน่วย
อัตราการเกิดของประชากร	b_n	0.0000421	ต่อวัน
อัตราการเสียชีวิตของประชากร	d_n	0.0000421	ต่อวัน
จำนวนประชากรทั้งหมด	N_T	4,000	คน
อัตราการเปลี่ยนแปลงจากประชากรเด็กเป็นประชากรผู้ใหญ่	C	0.0001826	ต่อวัน
อัตราการฟักตัวของเชื้อไวรัสซิกนุกุนยาในคน	θ_n	0.1538462	ต่อวัน
อัตราการฟื้นฟูของผู้ป่วยซิกนุกุนยา	r	0.0219780	ต่อวัน
จำนวนประชากรยุงทั้งหมด	N_v	90	ตัว
อัตราการเกิดของยุง	b_v	2	ตัวต่อวัน
อัตราการตายของยุง	d_v	0.0266667	ต่อวัน

ข้อความ	สัญลักษณ์	ค่าพารามิเตอร์	หน่วย
อัตราการถ่ายทอดเชื้อซิกนุกุนยาจากยูงไปประชากรเด็ก	δ_j	0.0000030	ต่อตัว ต่อวัน
อัตราการถ่ายทอดเชื้อซิกนุกุนยาจากยูงไปประชากรผู้ใหญ่	δ_A	0.0000200	ต่อตัว ต่อวัน
อัตราการถ่ายทอดเชื้อไวรัสซิกนุกุนยาจากคนไปยูง	δ_v	0.0000100	ต่อคน ต่อวัน
อัตราการฟักตัวของเชื้อไวรัสซิกนุกุนยาในยูง	θ_v	0.2222222	ต่อวัน

ตารางที่ 4.2 แสดงค่าพารามิเตอร์สำหรับสภาวะเรื้อรัง

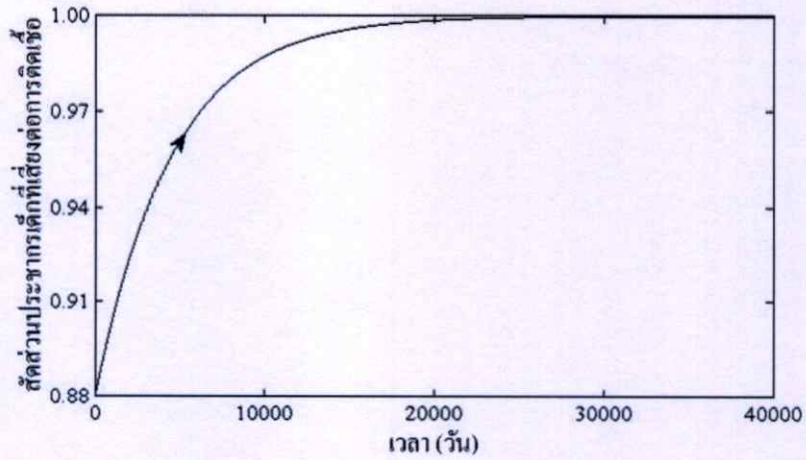
ข้อความ	สัญลักษณ์	ค่าพารามิเตอร์	หน่วย
อัตราการเกิดของประชากร	b_n	0.0000421	ต่อวัน
อัตราการเสียชีวิตของประชากร	d_n	0.0000421	ต่อวัน
จำนวนประชากรทั้งหมด	N_T	4,000	คน
อัตราการเปลี่ยนแปลงจากประชากรเด็กเป็นประชากรผู้ใหญ่	C	0.0001826	ต่อวัน
อัตราการฟักตัวของเชื้อไวรัสซิกนุกุนยาในคน	θ_n	0.1538462	ต่อวัน
อัตราการฟื้นไข้ของผู้ป่วยซิกนุกุนยา	r	0.0219780	ต่อวัน
จำนวนประชากรยูงทั้งหมด	N_v	2,000	ตัว
อัตราการเกิดของยูง	b_v	53	ตัวต่อวัน
อัตราการตายของยูง	d_v	0.0266667	ต่อวัน
อัตราการถ่ายทอดเชื้อซิกนุกุนยาจากยูงไปประชากรเด็ก	δ_j	0.0000030	ต่อตัว ต่อวัน
อัตราการถ่ายทอดเชื้อซิกนุกุนยาจากยูงไปประชากรผู้ใหญ่	δ_A	0.0000200	ต่อตัว ต่อวัน
อัตราการถ่ายทอดเชื้อไวรัสซิกนุกุนยาจากคนไปยูง	δ_v	0.0009500	ต่อคน ต่อวัน
อัตราการฟักตัวของเชื้อไวรัสซิกนุกุนยาในยูง	θ_v	0.2222222	ต่อวัน

การจำลองเชิงตัวเลข

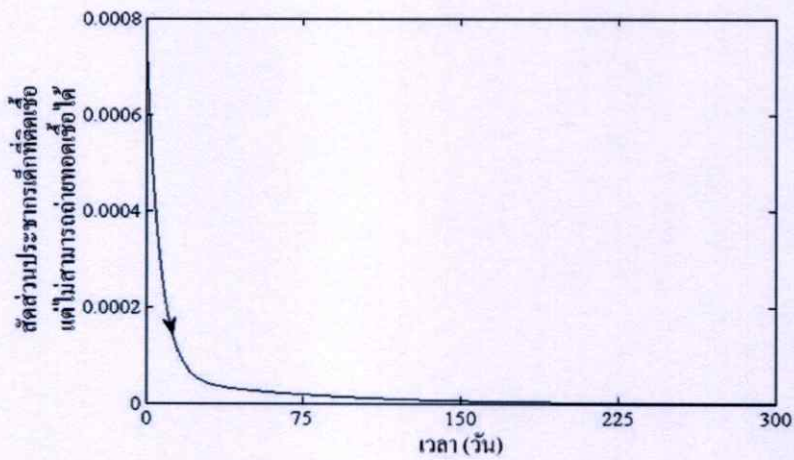
สภาวะไร้โรค

ในสภาวะไร้โรคได้กำหนดพารามิเตอร์ ดังนี้

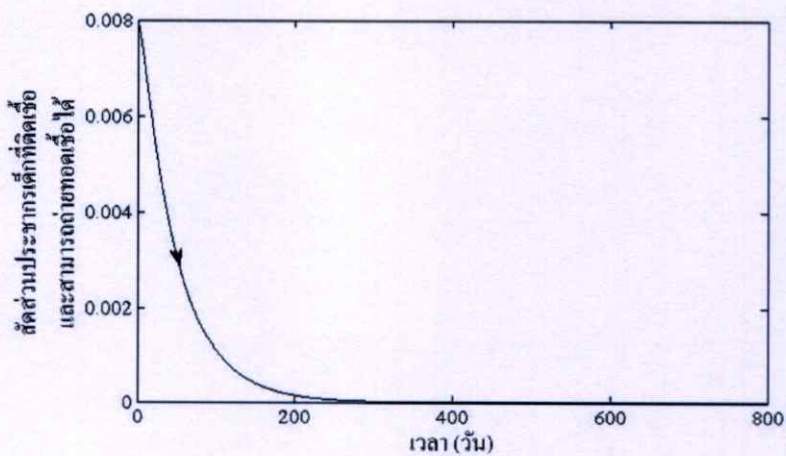
$N_T = 4,000, N_v = 90, d_n = 0.0000421, C = 0.0001826, \theta_n = 0.1538462, r = 0.0219780,$
 $d_v = 0.0266667, \theta_v = 0.2222222, \delta_j = 0.0000030, \delta_A = 0.0000200, \delta_v = 0.0000100$ และ
 $R_0 = 0.0920044$



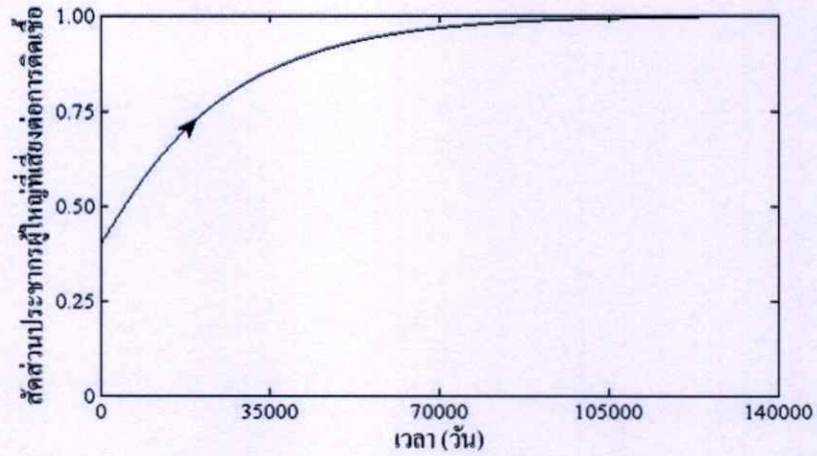
รูปที่ 4.5 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อเทียบกับเวลา



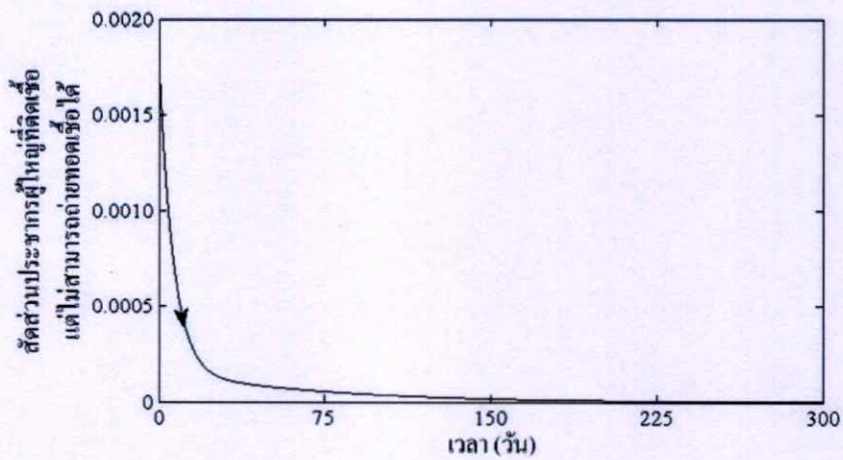
รูปที่ 4.6 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลา



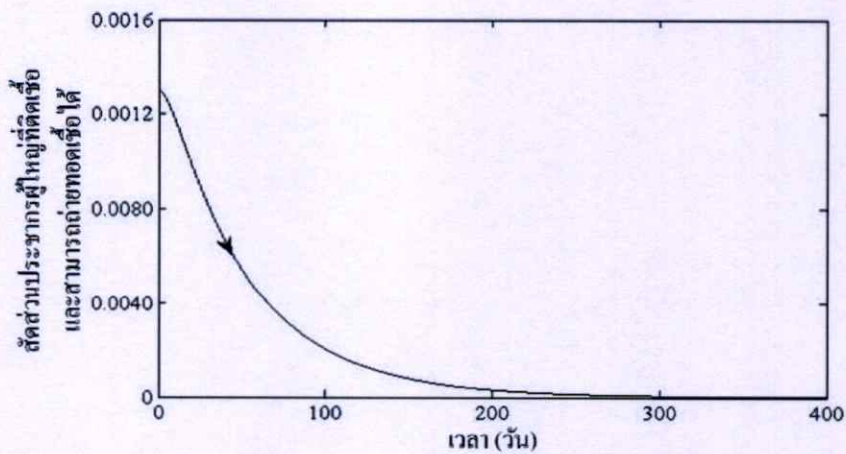
รูปที่ 4.7 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลา



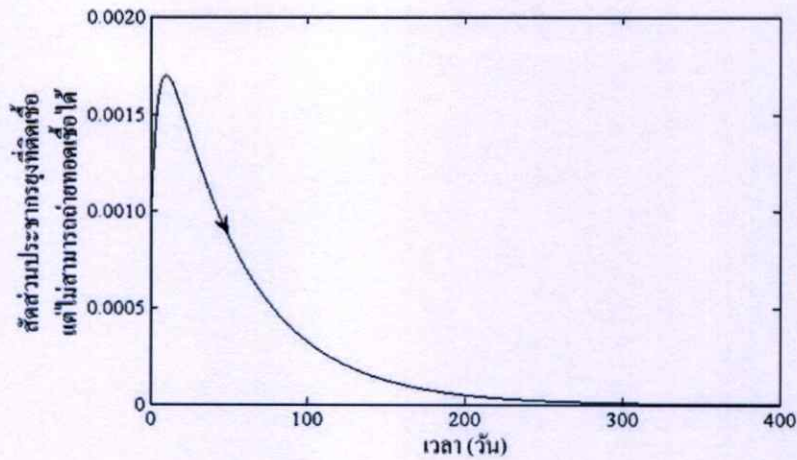
รูปที่ 4.8 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อเทียบกับเวลา



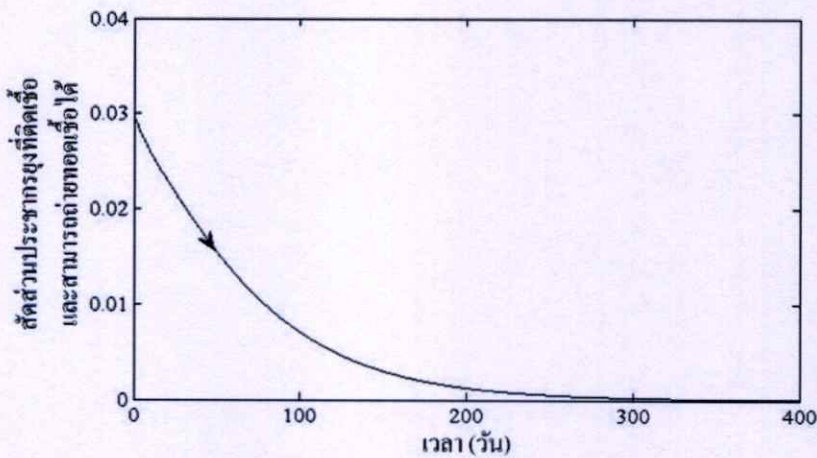
รูปที่ 4.9 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลา



รูปที่ 4.10 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลา



รูปที่ 4.11 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรยุงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลา

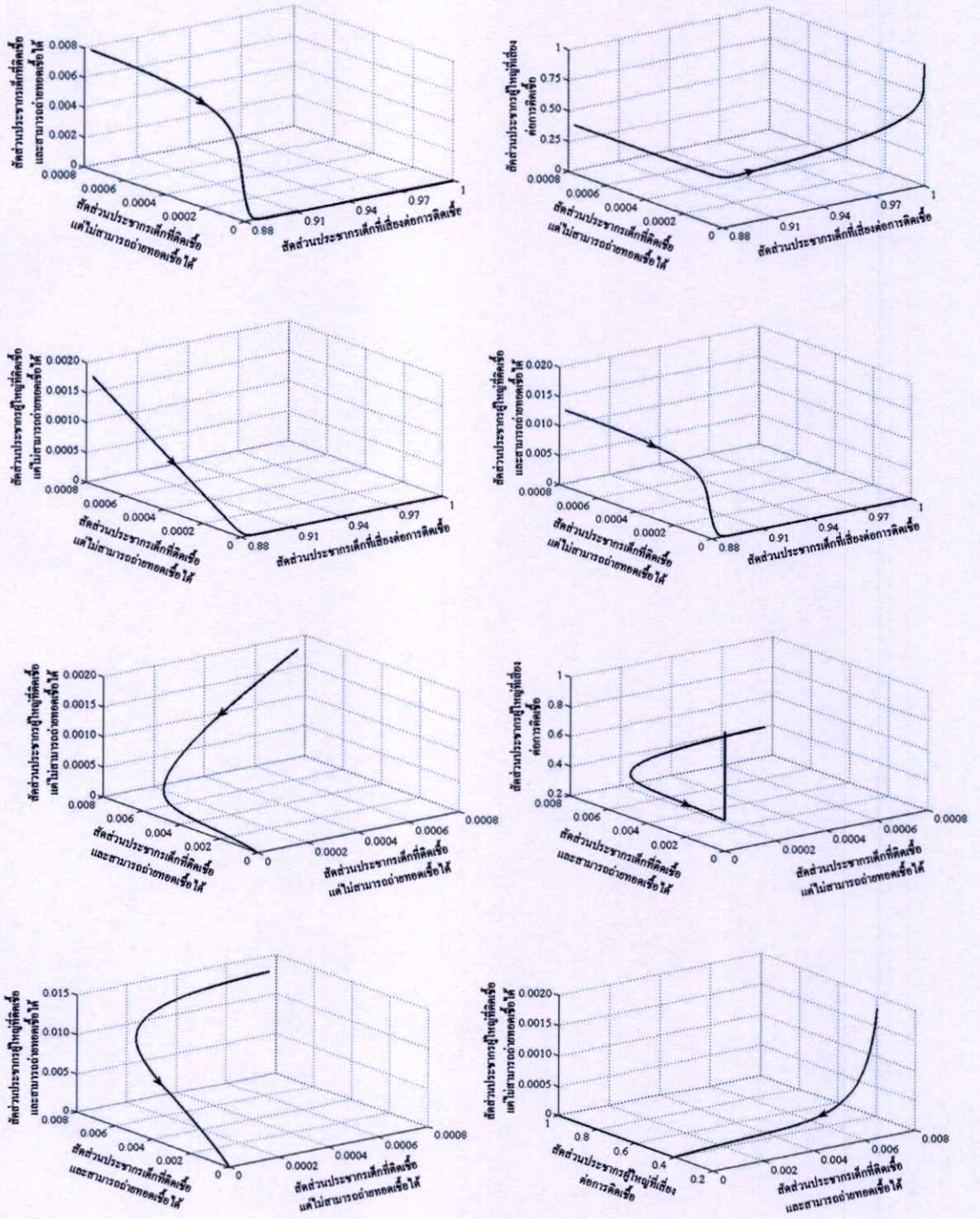


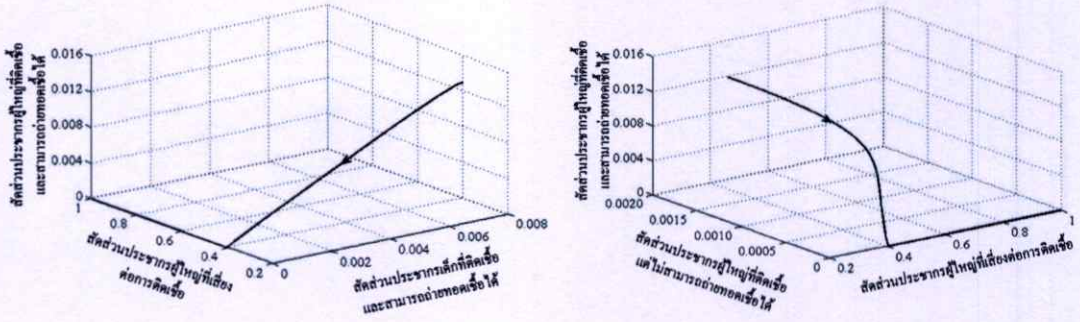
รูปที่ 4.12 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลา

จากกราฟรูปที่ 4.1 – รูปที่ 4.12 สรุปได้ว่าในสภาวะไร้โรค สัดส่วนประชากรจะลู่เข้าสู่จุดสมดุล คือ $E_1 = (1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$ โดยสัดส่วนของประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อจะลู่เข้าสู่ 1 เมื่อเวลา 25,000 วัน และสัดส่วนของประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อจะลู่เข้าสู่ 1 เมื่อเวลา 122,500 วัน นั่นแสดงว่าประชากรเด็กและผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อจะเพิ่มมากขึ้น เมื่อเวลาเพิ่มขึ้น และสัดส่วนของประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้จะลู่เข้าสู่ 0 เมื่อเวลา 193 วัน สัดส่วนของประชากรเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้จะลู่เข้าสู่ 0 เมื่อเวลา 285 วัน สัดส่วนของประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้จะลู่เข้าสู่ 0 เมื่อเวลา 201 วัน สัดส่วนของประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้จะลู่เข้าสู่ 0 เมื่อเวลา 295 วัน สัดส่วนของประชากรยุงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้จะลู่เข้าสู่ 0 เมื่อเวลา 310 วัน สัดส่วนของประชากรยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้จะลู่เข้าสู่ 0 เมื่อเวลา 325 วัน นั่นแสดงว่าสัดส่วนของประชากรเด็ก ผู้ใหญ่ และยุงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ และ

สัดส่วนของประชากรเด็ก ผู้ใหญ่ และชุงที่ติดเชื้และสามารถถ่ายทอดเชื้ได้ลดลง เมื่อเวลาเพิ่มมากขึ้น

กราฟแสดงแนววิถีของผลเฉลยบนระนาบในสภาวะไร้โรค



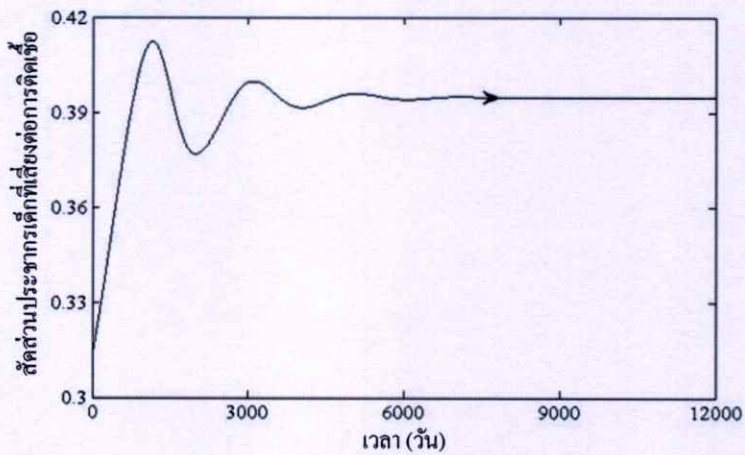


รูปที่ 4.13 กราฟแสดงแนววิถีของผลเฉลยบนระนาบ $(S_J^*, E_J^*, I_J^*), (S_J^*, E_J^*, S_A^*), (S_J^*, E_J^*, E_A^*), (S_J^*, E_J^*, I_A^*), (E_J^*, I_J^*, S_A^*), (E_J^*, I_J^*, E_A^*), (E_J^*, I_J^*, I_A^*), (I_J^*, S_A^*, E_A^*), (I_J^*, S_A^*, I_A^*), (S_A^*, E_A^*, I_A^*)$ ตามลำดับ สำหรับ $R_0 < 1$ สัดส่วนประชากรจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลในสภาวะไร้โรค คือ $E_1 = (1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$

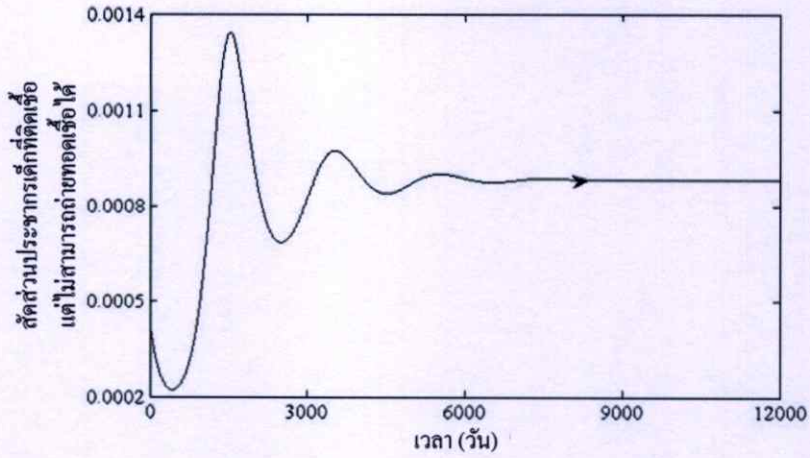
สภาวะระบาดเร็วรั้ง

ในสภาวะระบาดเร็วรั้งได้กำหนดพารามิเตอร์ ดังนี้

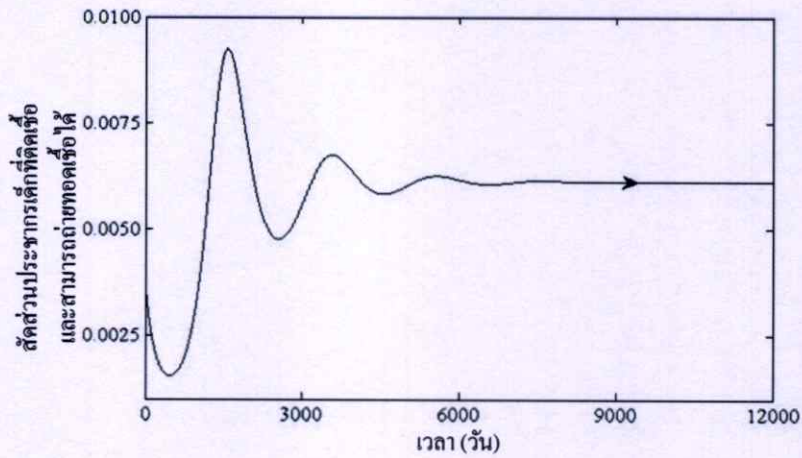
$N_T = 4,000, N_V = 2,000, d_n = 0.0000421, C = 0.0001826, \theta_n = 0.1538462, r = 0.0219780, d_v = 0.0266667, \theta_v = 0.2222222, \delta_J = 0.0000030, \delta_A = 0.0000200, \delta_V = 0.0009500$ และ $R_0 = 194.231$



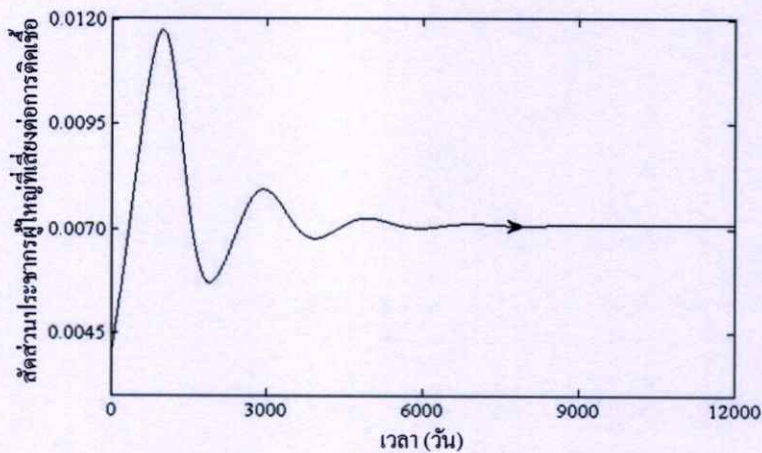
รูปที่ 4.14 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อเทียบกับเวลา



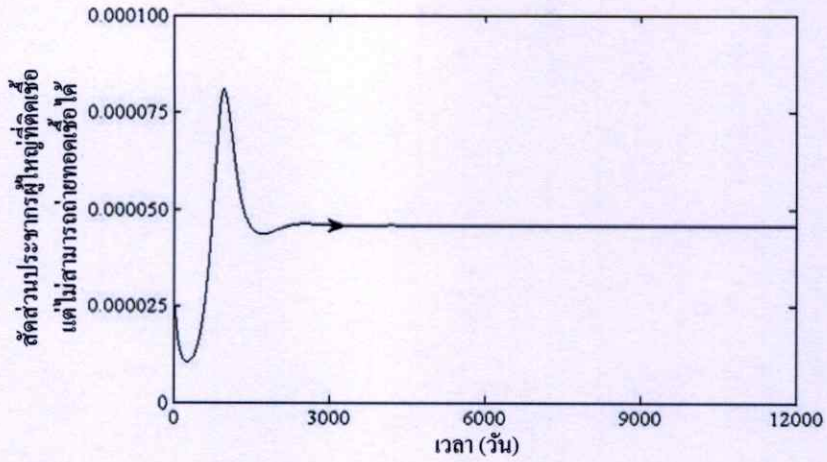
รูปที่ 4.15 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่ติดเชื่อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื่อได้เทียบกับเวลา



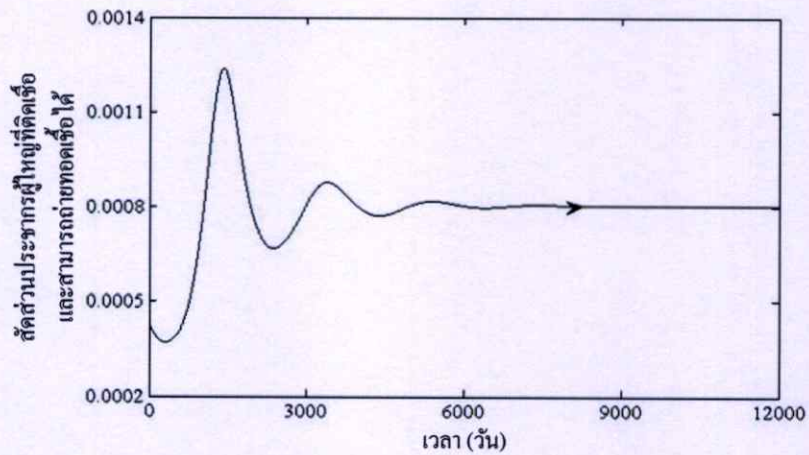
รูปที่ 4.16 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่ติดเชื่อและสามารถถ่ายทอดเชื่อได้เทียบกับเวลา



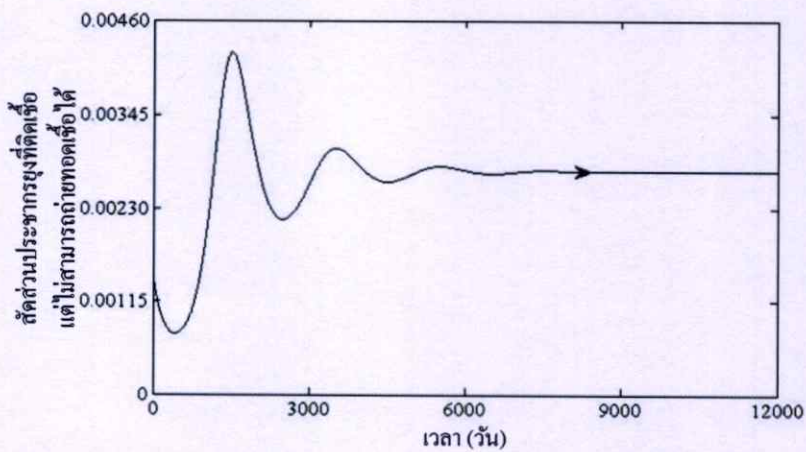
รูปที่ 4.17 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื่อเทียบกับเวลา



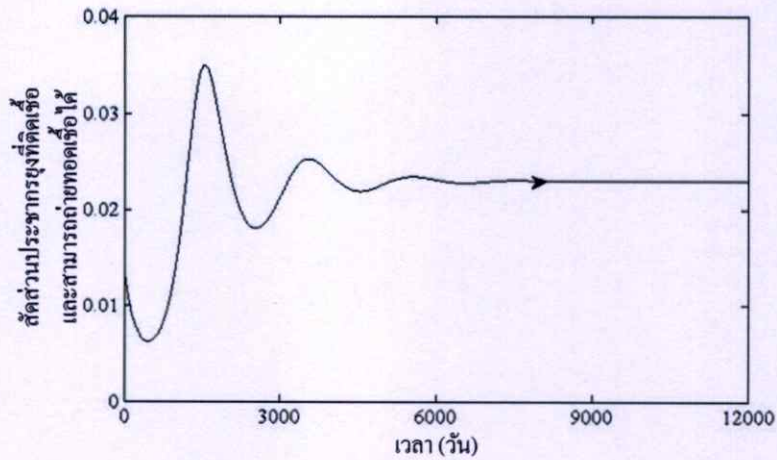
รูปที่ 4.18 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรผู้ใหญ่ที่คิดเชื่อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื่อได้เทียบกับเวลา



รูปที่ 4.19 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรผู้ใหญ่ที่คิดเชื่อและสามารถถ่ายทอดเชื่อได้เทียบกับเวลา



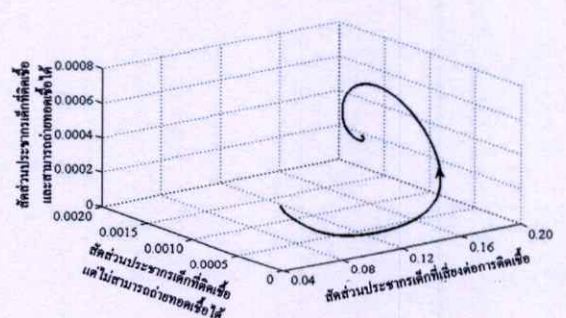
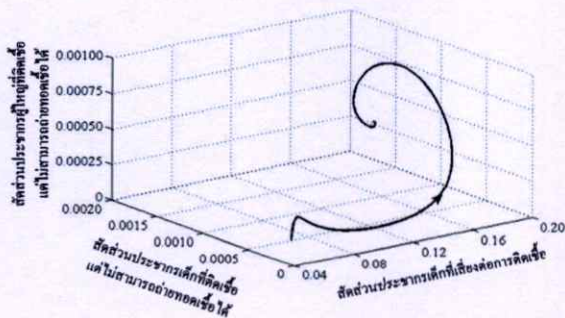
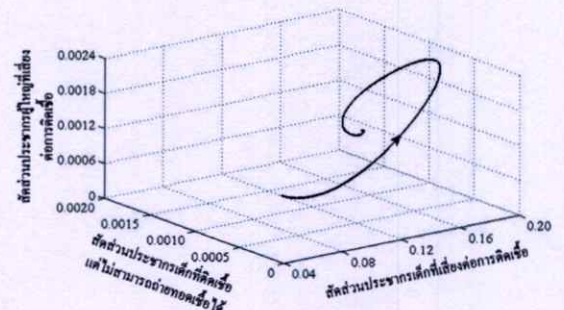
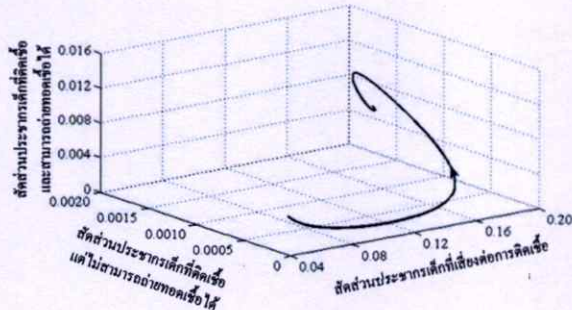
รูปที่ 4.20 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรยูงที่คิดเชื่อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื่อได้เทียบกับเวลา

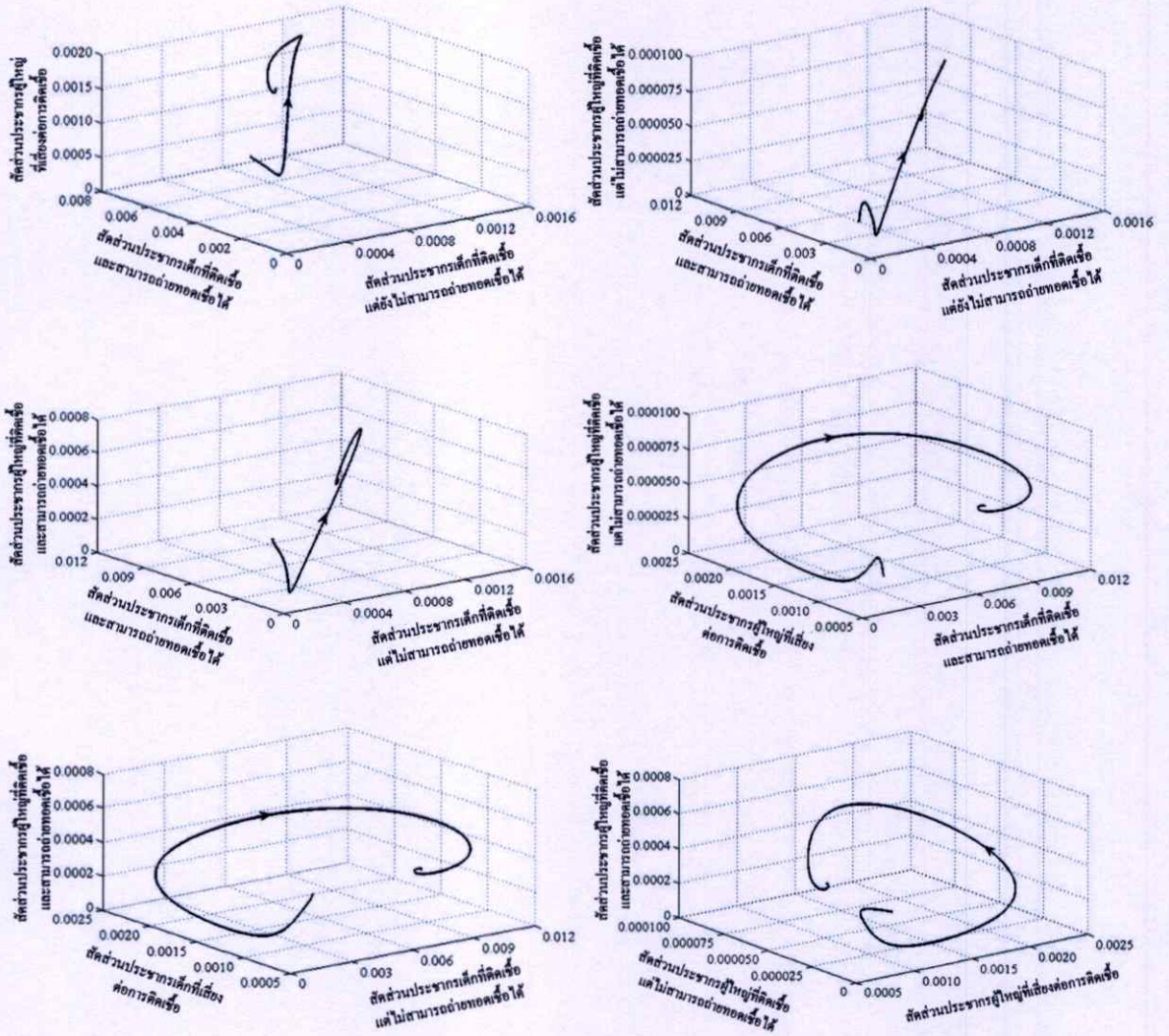


รูปที่ 4.21 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรที่ยังติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลา

จากกราฟรูปที่ 4.14 – 4.21 สรุปได้ว่าในสภาวะเรื้อรัง สัดส่วนประชากรจะลู่เข้าสู่จุดสมดุล $E_2 = (0.16732929, 0.00121491, 0.00841828, 0.00094041, 0.00004591, 0.00033684, 0.02237300, 0.18644150)$

กราฟแสดงแนววิถีของผลเฉลยบนระนาบในสภาวะระบาคเรื้อรัง





รูปที่ 4.22 กราฟแสดงแนววิถีของผลเฉลยบนระนาบ $(S_J^*, E_J^*, I_J^*), (S_J^*, E_J^*, S_A^*), (S_J^*, E_J^*, E_A^*), (S_J^*, E_J^*, I_A^*), (E_J^*, I_J^*, S_A^*), (E_J^*, I_J^*, E_A^*), (E_J^*, I_J^*, I_A^*), (I_J^*, S_A^*, E_A^*), (I_J^*, S_A^*, I_A^*), (S_A^*, E_A^*, I_A^*)$ ตามลำดับ สำหรับ $R_0 > 1$ สัดส่วนประชากรจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลในสภาวะระบาดเรื้อรัง คือ $E_2 = (0.16732929, 0.00121491, 0.00841828, 0.00094041, 0.00004591, 0.00033684, 0.02237300, 0.18644150)$

จากกราฟรูปที่ 4.14 – รูปที่ 4.22 สรุปได้ว่าในสภาวะระบาดเรื้อรัง สัดส่วนประชากรจะลู่เข้าสู่จุดสมดุล คือ $E_2 = (0.16732929, 0.00121491, 0.00841828, 0.00094041, 0.00004591, 0.00033684, 0.02237300, 0.18644150)$ โดยสัดส่วนของประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อจะลู่เข้าสู่ 0.16732929 เมื่อเวลา 7,350 วัน สัดส่วนของประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้จะลู่เข้าสู่ 0.00121491 เมื่อเวลา 8,000 วัน สัดส่วนของประชากรเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้จะลู่เข้าสู่ 0.00841828 เมื่อเวลา 7,950 วัน สัดส่วนของประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อจะลู่เข้าสู่ 0.00094041 เมื่อเวลา 8,350 วัน สัดส่วนของประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ไม่

สามารถถ่ายทอดเชื้อได้จะถูเข้าสู่ 0.00004591 เมื่อเวลา 4,300 วัน สัดส่วนของประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้จะเข้าสู่ 0.00033684 เมื่อเวลา 7,880 วัน สัดส่วนของประชากรวัยที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้จะเข้าสู่ 0.02237300 เมื่อเวลา 7,800 วัน และสัดส่วนของประชากรวัยที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้จะเข้าสู่ 0.18644150 เมื่อเวลา 7,800 วัน

การเปรียบเทียบค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) ในสภาวะระบาดเรื้อรัง

จากแบบจำลองการระบาดของโรคซิกนุกุนยาตาม โครงสร้างอายุของผู้ป่วยในประเทศไทย จะได้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน คือ

$$R_0 = \frac{\delta_v \theta_v \theta_n b_v N_T (\delta_J d_n + \delta_A C)}{d_v^2 (d_v + \theta_v) (d_n + C) (r + d_n) (d_n + \theta_n)}$$

$$= \frac{\delta_v \theta_v \theta_n N_v (\delta_J N_J + \delta_A N_A)}{d_v (d_v + \theta_v) (r + d_n) (d_n + \theta_n)}$$

สามารถอธิบายได้ดังนี้

R_0 จะเรียกว่าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานของโรค ซึ่งหมายถึงจำนวนเฉลี่ยของผู้ติดเชื้อรายใหม่ในประชากรที่ไม่มีภูมิคุ้มกัน จะเกิดจากผู้ป่วยรายแรกแพร่เชื้อให้ โดยในที่นี้ผู้ที่ติดเชื้อเข้าไปอยู่กับประชากรที่ไม่มีภูมิคุ้มกันแล้วถูกยุงกัด ซึ่งในระยะติดเชื้อจะมียุง $\frac{N_v}{(r + d_n)(d_n + \theta_n)}$ ตัว สัดส่วน

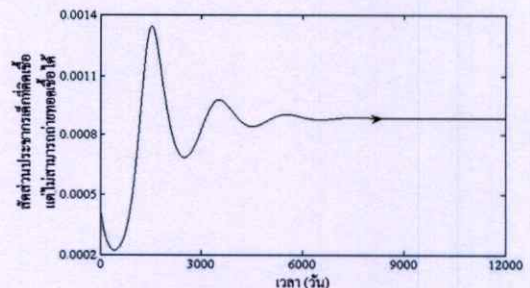
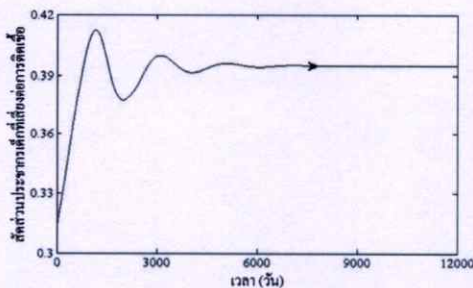
ของยุงที่ติดเชื้อ คือ $\frac{\delta_v N_v}{(r + d_n)(d_n + \theta_n)}$, $\frac{\theta_v \theta_n \delta_J N_J}{d_v (d_v + \theta_v)}$ เป็นสัดส่วนของเด็กที่ถูกกัดแล้วกลายเป็น

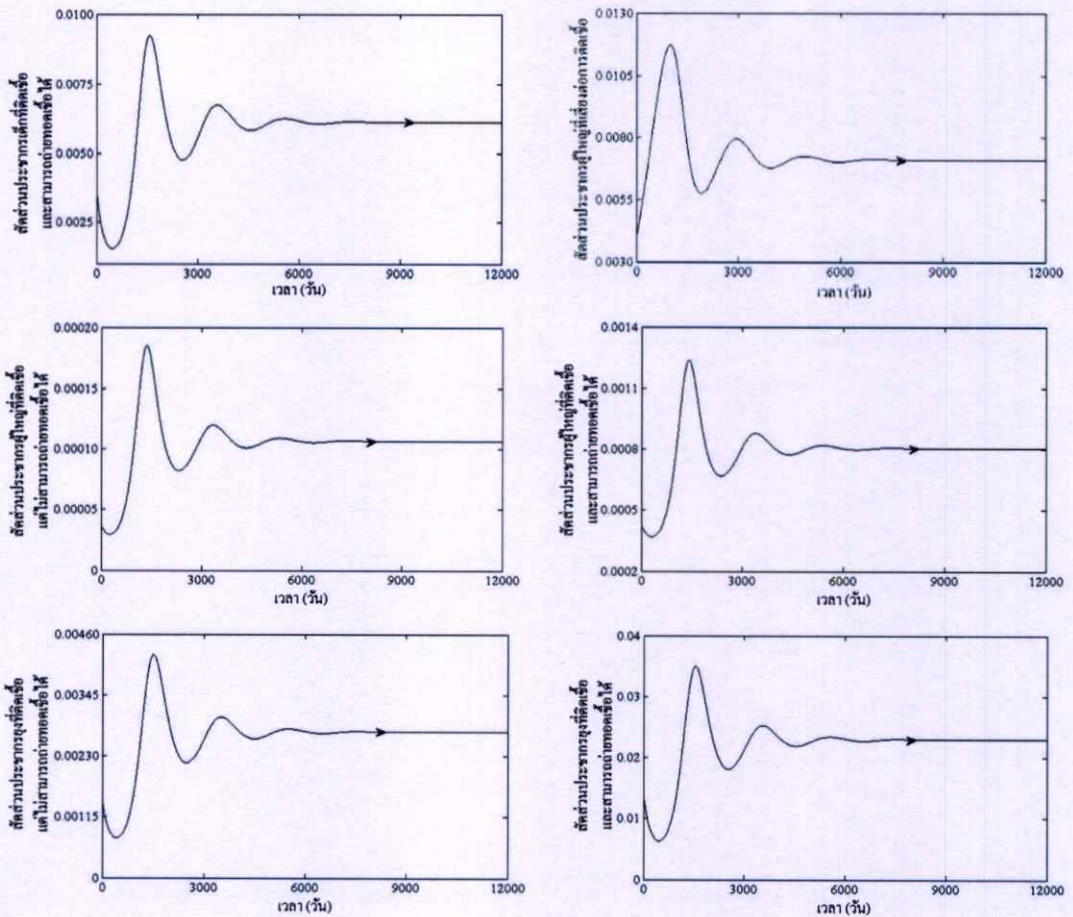
เด็กที่ติดเชื้อใหม่ และ $\frac{\theta_v \theta_n \delta_A N_A}{d_v (d_v + \theta_v)}$ เป็นสัดส่วนของผู้ใหญ่ที่ถูกกัดแล้วกลายเป็นผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อ

ใหม่ ดังนั้น สัดส่วนของเด็กและผู้ใหญ่ที่ถูกกัดจะกลายเป็นผู้ติดเชื้อใหม่ คือ

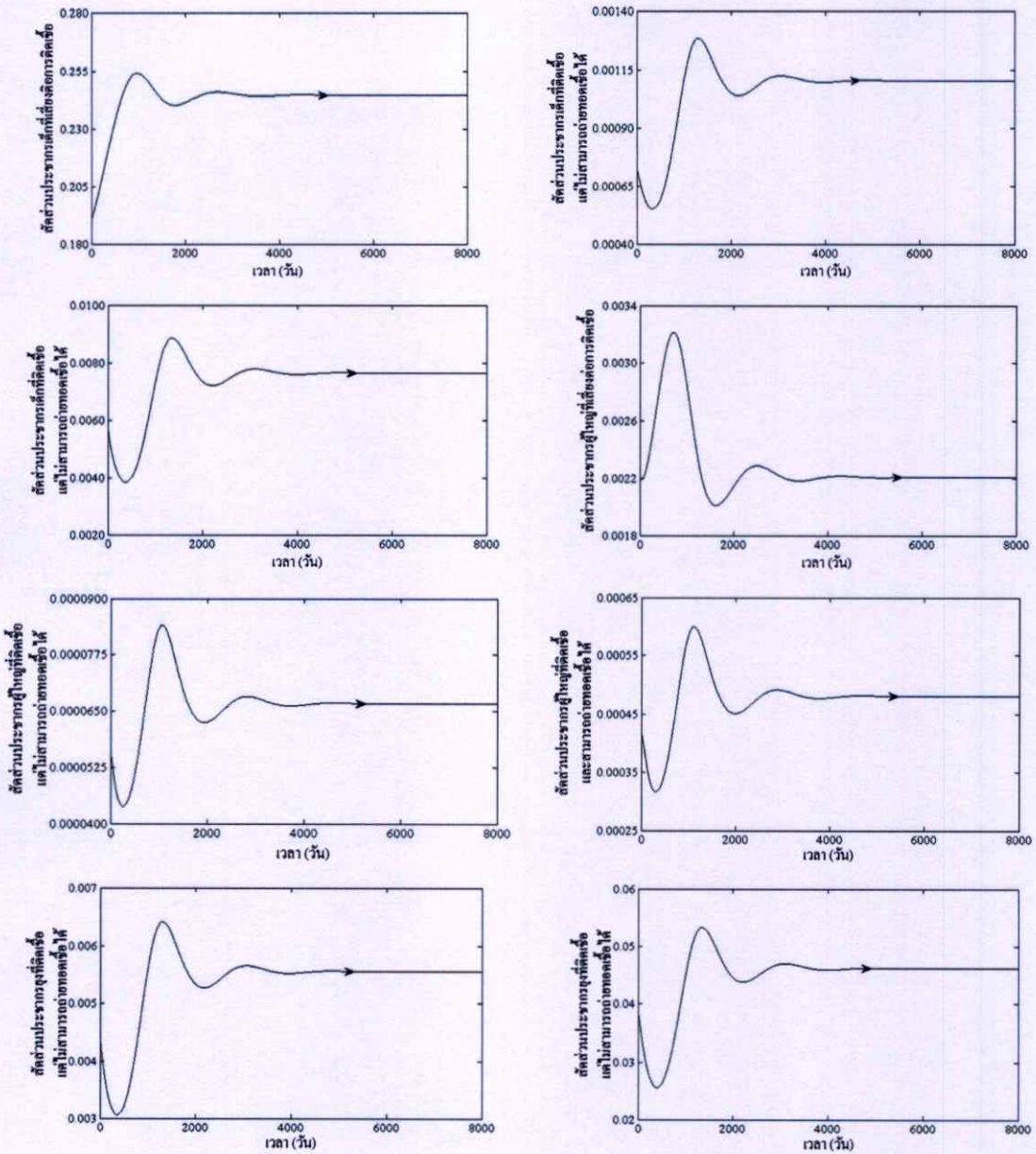
$$\frac{\theta_v \theta_n (\delta_J N_J + \delta_A N_A)}{d_v (d_v + \theta_v)}$$

ซึ่งจะได้นิยามของ R_0 ซึ่งเป็นจำนวนของผู้ติดเชื้อที่เกิดจากผู้ป่วยรายแรกแพร่เชื้อให้





รูปที่ 4.23 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายตเชื้อได้ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายตเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อ แต่ไม่สามารถถ่ายตเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายตเชื้อได้ ประชากรหญิงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายตเชื้อได้ ประชากรหญิงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายตเชื้อได้เทียบกับเวลาตามลำดับ สำหรับ $R_0 > 1$ โดยที่ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ กำหนดดังนี้ $N_T = 8,000, N_V = 5,000, d_n = 0.0000421, C = 0.0001826, \theta_n = 0.1538462, r = 0.021978, d_v = 0.0266667, \theta_v = 0.2222222, \delta_j = 0.0000030, \delta_A = 0.0000200, \delta_v = 0.000050$ และ $R_0 = 51.1135$ สัดส่วนประชากรจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลในสภาวะระบอบเรื้อรัง คือ $E_2 = (0.39476342, 0.00088307, 0.00611893, 0.00711127, 0.00010642, 0.00075522, 0.00275721, 0.02297677)$



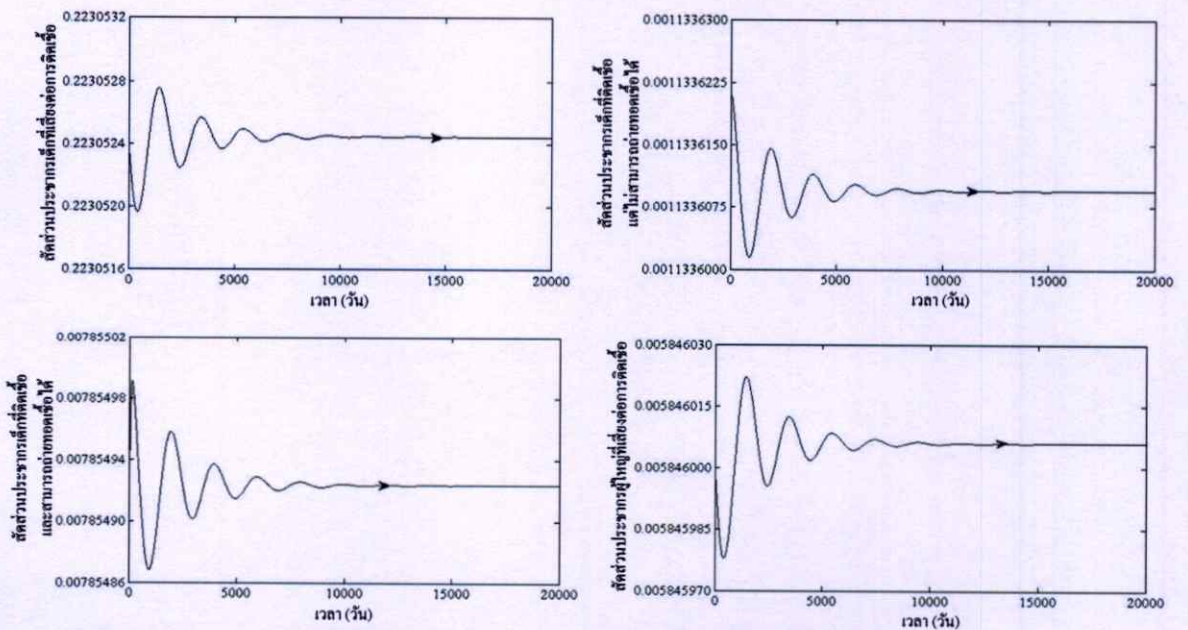
รูปที่ 4.24 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลาตามลำดับ สำหรับ $R_0 > 1$ โดยที่ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ กำหนดดังนี้ $N_T = 8,000$, $N_V = 5,000$, $d_n = 0.0000421$, $C = 0.0001826$, $\theta_n = 0.1538462$, $r = 0.021978$, $d_v = 0.0266667$, $\theta_v = 0.2222222$, $\delta_j = 0.0000030$, $\delta_A = 0.0000200$, $\delta_v = 0.000100$ และ $R_0 = 102.2271$ สัดส่วนประชากรจะเข้าสู่จุดสมดุลในสภาวะระบอบเรื้อรัง คือ $E_2 = (0.24459480, 0.00110218, 0.00763713, 0.00220734, 0.00006669, 0.00048056, 0.00555412, 0.04628433)$

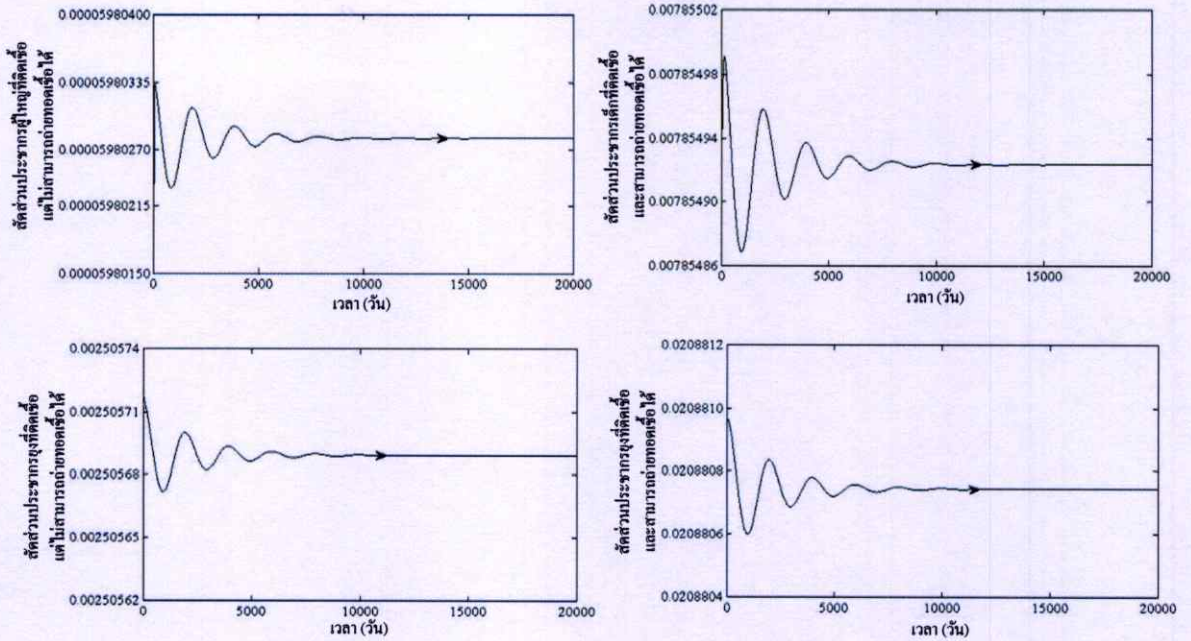
ตารางที่ 4.3 แสดงการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการเข้าสู่ของค่าสับสนพื้นฐานในรูปที่ 4.23 และรูปที่ 4.24

จุดสมดุล	รูปที่ 4.23 ($R_0 = 51.1135$)	รูปที่ 4.24 ($R_0 = 102.2271$)
	เข้าสู่ ณ เวลา (วัน)	เข้าสู่ ณ เวลา (วัน)
S_J^*	7,400	4,750
E_J^*	8,000	5,200
I_J^*	7,950	5,100
S_A^*	8,400	5,350
E_A^*	7,900	5,000
I_A^*	7,800	4,950
E_v^*	7,800	5,050
I_v^*	7,800	4,500

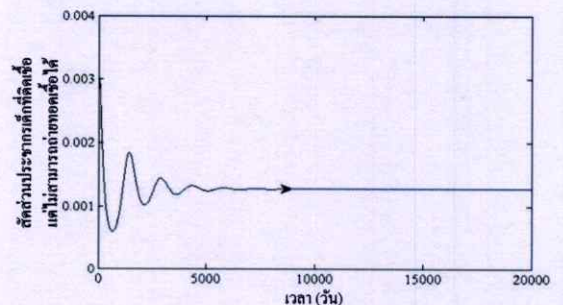
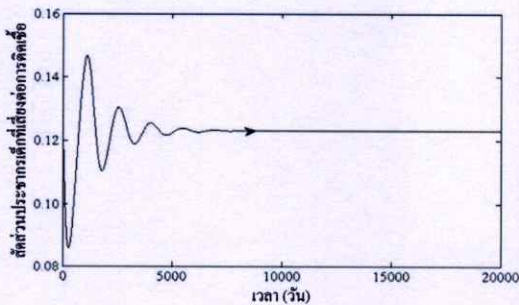
จากตารางที่ 4.3 จะสรุปได้ว่าค่าสับสนพื้นฐานที่มากกว่าจะเข้าสู่จุดสมดุลด้วยเวลาที่เร็วกว่าค่าสับสนพื้นฐานที่น้อยกว่า เนื่องจากค่าสับสนพื้นฐานเป็นการบอกถึงการติดเชื้อในครั้งที่สองว่าผู้ติดเชื้อหนึ่งคนจะสามารถแพร่เชื้อไปยังผู้อื่นได้กี่คน ซึ่งหากการติดเชื้อมากการระบาดจะใช้เวลาในการระบายน้อยกว่าการติดเชื้อน้อย ดังนั้นถ้าค่าสับสนพื้นฐานมากจะทำให้ใช้เวลาในการระบาดเร็วและเข้าสู่ค่าสมดุลได้เร็วกว่าค่าสับสนพื้นฐานน้อยกว่า

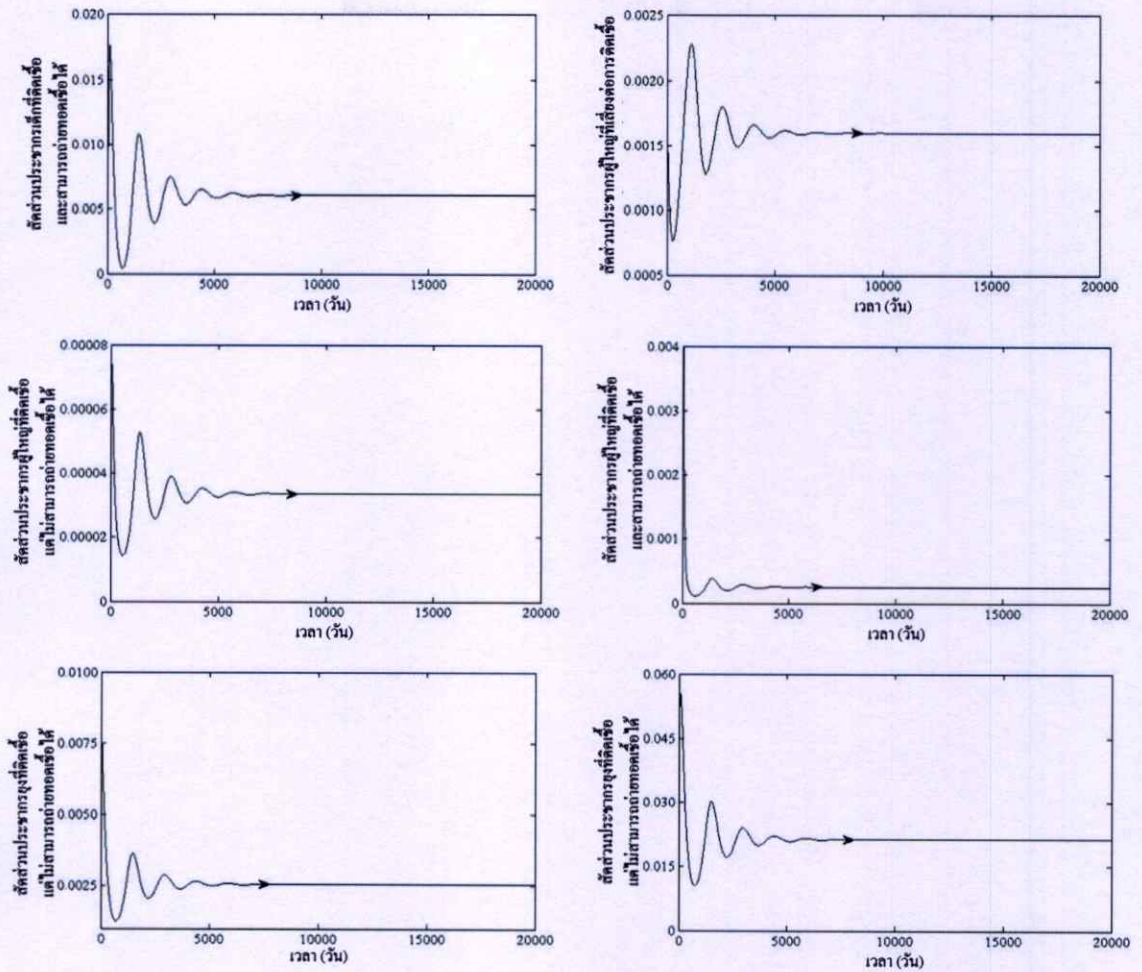
การเปรียบเทียบอัตราการเกิดของยุง (b_v) ในสภาวะระบาดเรื้อรัง





รูปที่ 4.25 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลาตามลำดับ สำหรับ $R_0 > 1$ โดยที่ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ กำหนด ดังนี้ $N_T = 5,000, b_v = 100, d_n = 0.0000421, C = 0.0001826, \theta_n = 0.1538462, r = 0.0219780, d_v = 0.0266667, \theta_v = 0.2222222, \delta_j = 0.0000100, \delta_A = 0.0000200, \delta_v = 0.0000700$ และ $R_0 = 36.1619$ สัดส่วนประชากรจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลในสภาวะระบาคเวียร์ริง คือ $E_2 = (0.22305244, 0.00113361, 0.00785492, 0.00584601, 0.00005980, 0.00043285, 0.00250569, 0.02088074)$





รูปที่ 4.26 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลาตามลำดับ สำหรับ $R_0 > 1$ โดยที่ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ กำหนดดังนี้ $N_T = 5000, b_v = 200, d_n = 0.0000421, C = 0.0001826, \theta_n = 0.1538462, r = 0.0219780, d_v = 0.0266667, \theta_v = 0.2222222, \delta_j = 0.0000100, \delta_A = 0.0000200, \delta_v = 0.0000700$ และ $R_0 = 72.3237$ สัดส่วนประชากรจะเข้าสู่จุดสมดุลในสภาวะระบาค เรือริง คือ $E_2 = (0.12307990, 0.00127947, 0.00886564, 0.00159848, 0.00003362, 0.00025189, 0.00256263, 0.02135522)$

ตารางที่ 4.4 แสดงการแสดงผลการเปรียบเทียบเวลาที่ใช้ในการเข้าสู่ของอัตราการเกิดในรูปที่ 4.25 และรูปที่ 4.26

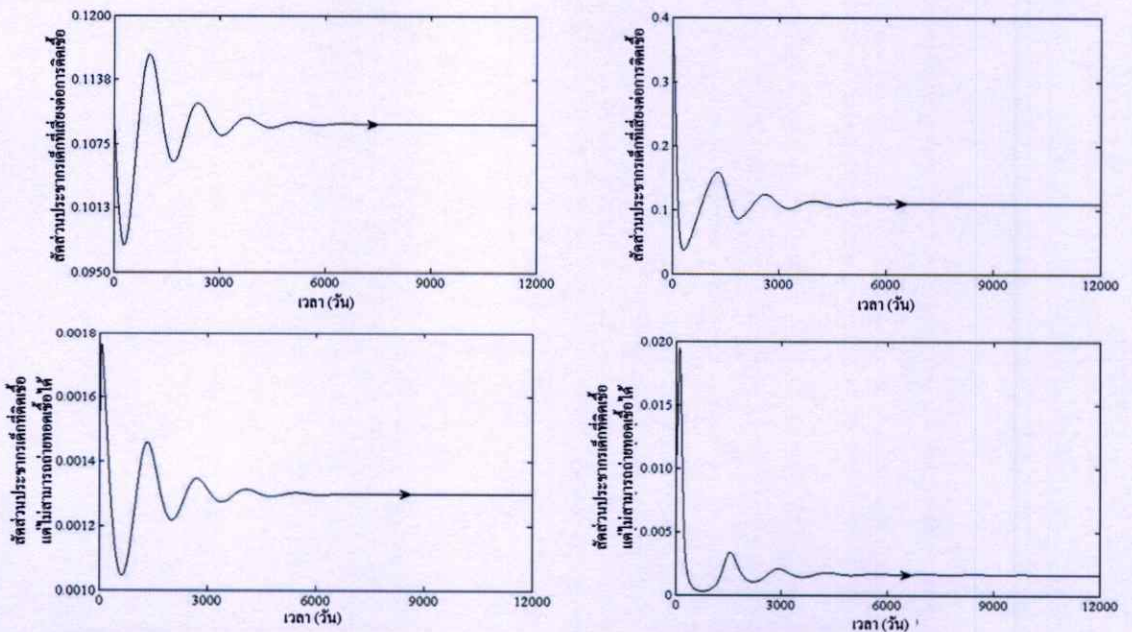
จุดสมมูล	รูปที่ 4.25 ($b_v = 100$)	รูปที่ 4.26 ($b_v = 200$)
	เข้าสู่ ณ เวลา (วัน)	เข้าสู่ ณ เวลา (วัน)
S_J^*	15,500	7,750
E_J^*	15,100	8,350
I_J^*	15,100	8,300
S_A^*	14,800	10,050
E_A^*	15,050	7,380
I_A^*	15,100	5,900
E_v^*	10,200	6,850
I_v^*	15,050	6,850

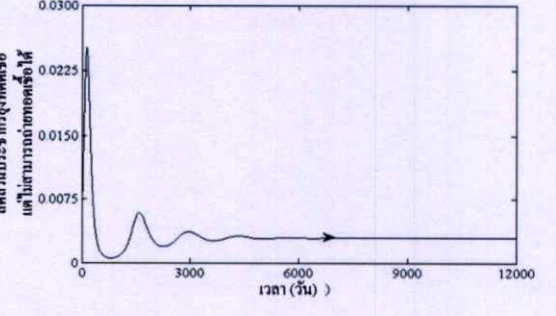
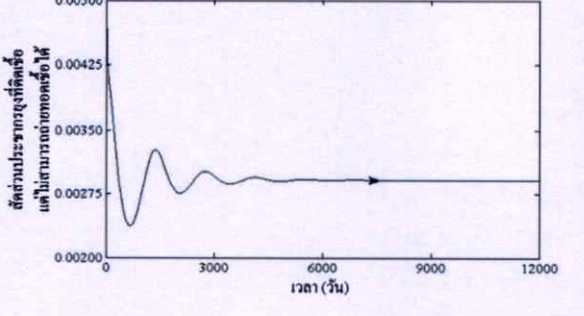
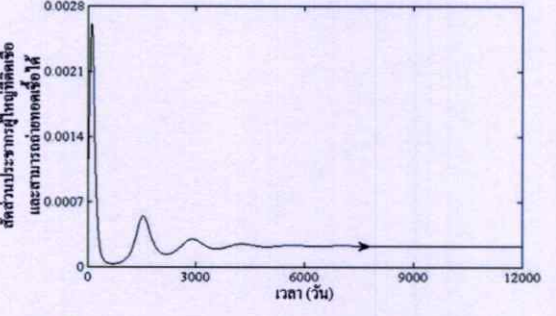
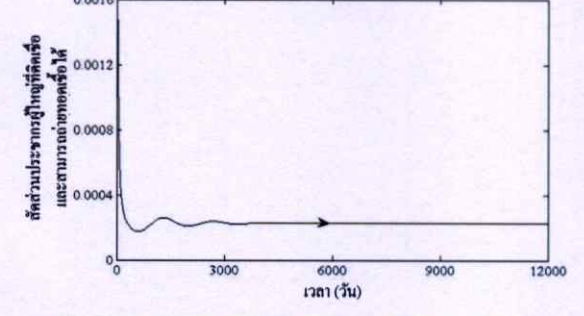
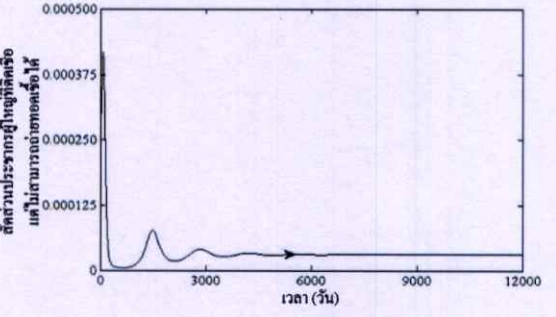
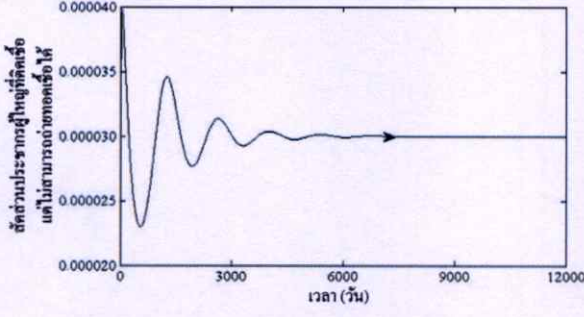
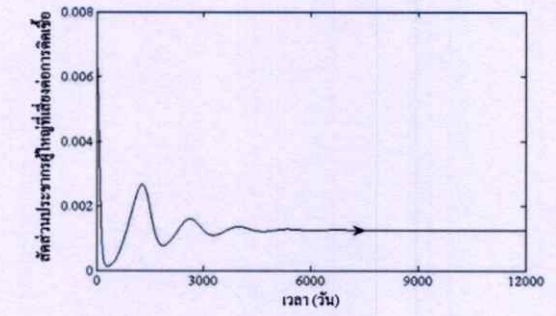
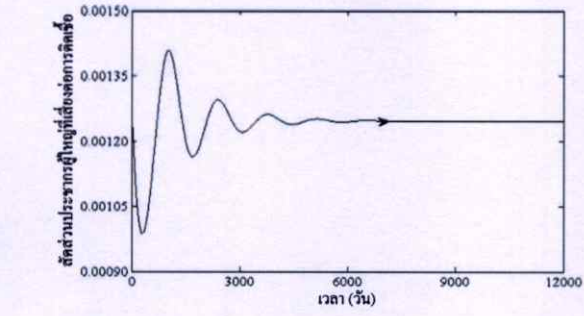
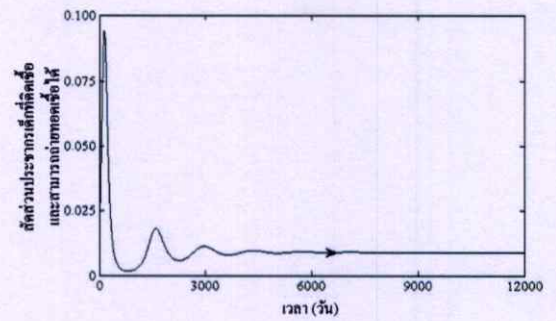
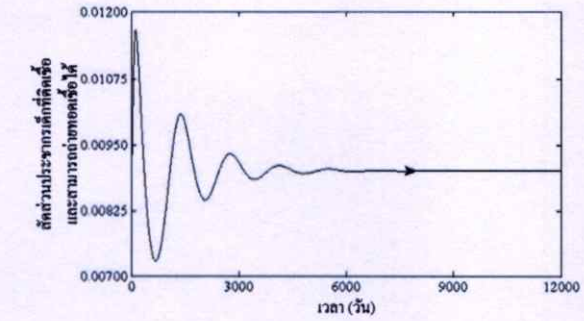
จากตารางที่ 4.4 จะสรุปได้ว่าอัตราการเกิดที่มากกว่าจะเข้าสู่จุดสมมูลด้วยเวลาที่เร็วกว่า อัตราการเกิดที่น้อยกว่า

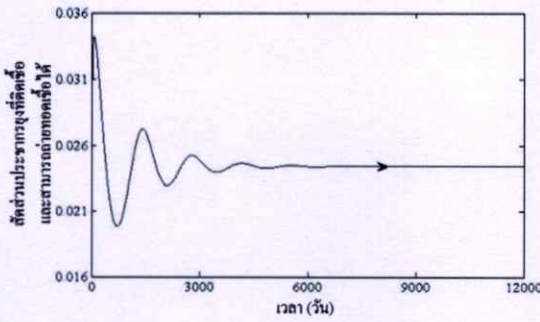
การเปรียบเทียบค่าเริ่มต้นในสภาวะระบาคเรื้อรัง

ได้กำหนดพารามิเตอร์ ดังนี้

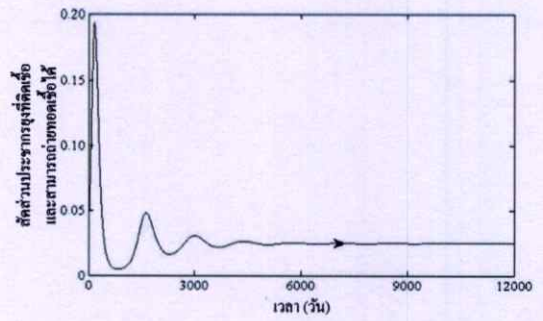
$N_T = 8,000$, $N_v = 7,500$, $d_n = 0.0000421$, $C = 0.0001826$, $\theta_n = 0.1538462$, $r = 0.0219780$,
 $d_v = 0.0266667$, $\theta_v = 0.2222222$, $\delta_j = 0.0000100$, $\delta_A = 0.0000200$, $\delta_v = 0.0000500$ และ
 $R_0 = 82.6557$







ก.



ข.

รูปที่ 4.27 กราฟแสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลาตามลำดับ โดยกำหนดจุดเริ่มต้นดังนี้

ก. $S_j^*[0]=0.109434, E_j^*[0]=0.0012994, I_j^*[0]=0.009004, S_A^*[0]=0.001246,$

$E_A^*[0]=0.000029, I_A^*[0]=0.0002268, E_v^*[0]=0.002927$ และ $I_v^*[0]=0.024392$

ข. $S_j^*[0]=0.0040, E_j^*[0]=0.0060, I_j^*[0]=0.0080, S_A^*[0]=0.0070, E_A^*[0]=0.0001,$

$I_A^*[0]=0.0007, E_v^*[0]=0.0040$ และ $I_v^*[0]=0.0500$

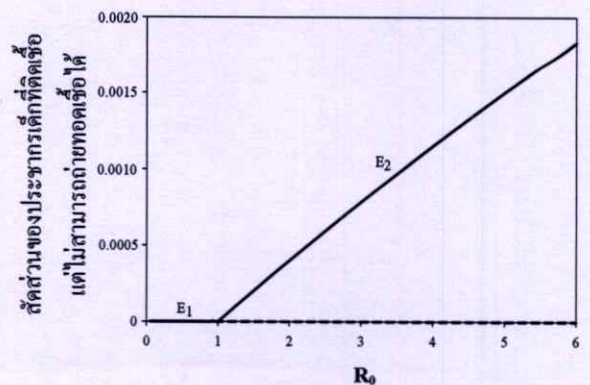
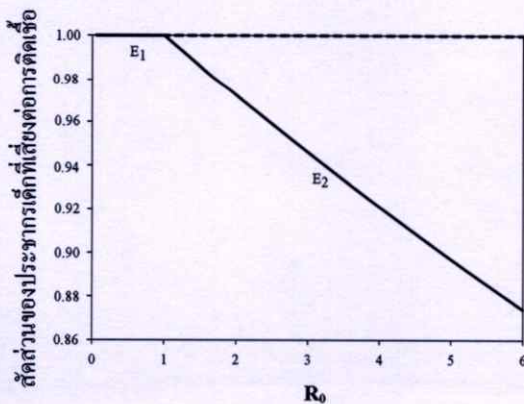
สัดส่วนประชากรจะเข้าสู่จุดสมดุลในสภาวะเรื้อรัง คือ $E_2 = (0.1094341, 0.0012994, 0.0090036, 0.0012463, 0.0000230, 0.0002268, 0.0029270, 0.0243918)$

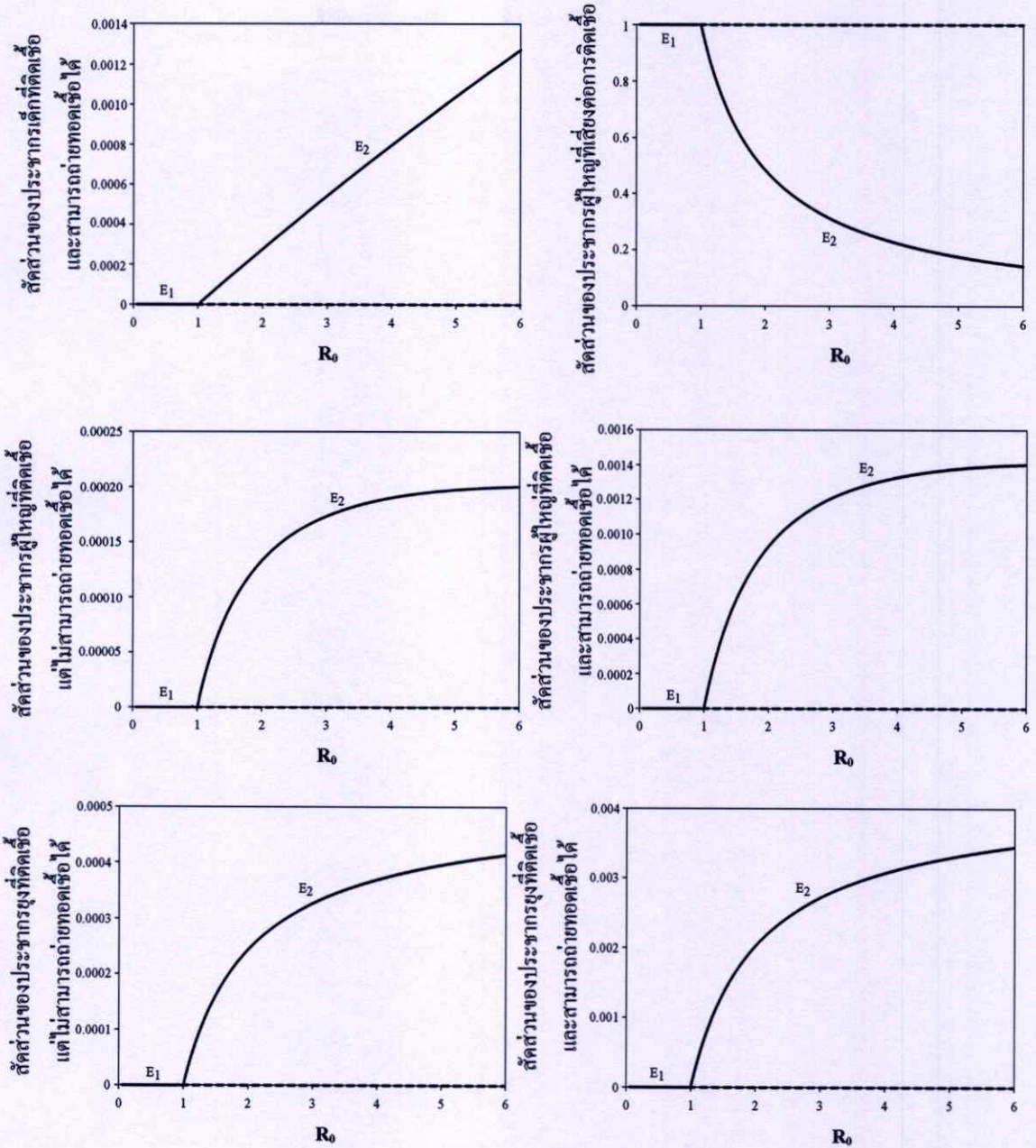
จากกราฟรูปที่ 4.27 จะสรุปได้ว่าพารามิเตอร์ชุดเดียวกัน แม้จะเปลี่ยนจุดเริ่มต้นให้ต่างกัน แต่ก็ยังจะเข้าสู่จุดสมดุลเดียวกัน

แผนภาพ bifurcation ของจุดสมดุล

กำหนดให้ **————** แทน ผลเฉลยที่เสถียรภาพ

----- แทน ผลเฉลยที่ไม่เสถียรภาพ





รูปที่ 4.28 แผนภาพไบเฟอร์เคชันแสดงความเสถียรภาพของจุดสมดุล ซึ่งได้แสดงสัดส่วนประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อ และสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อ แต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ตามลำดับ

จากรูปที่ 4.28 จะพบว่าในสภาวะไร้โรค (E_1) ผลเฉลยจะเสถียรภาพ เมื่อ R_0 น้อยกว่า 1 และในทางกลับกัน E_2 ผลเฉลยจะเสถียรภาพ เมื่อ R_0 มากกว่า 1 โดยสัดส่วนประชากรเด็กและผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อจะมีค่าลดลงเรื่อย ๆ หมายความว่า ถ้าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่ามากขึ้น

สัดส่วนประชากรเด็กและผู้ใหญ่ที่เสี่ยงจะมีค่าลดลง และสำหรับสัดส่วนประชากรเด็ก ผู้ใหญ่ และ
ยุงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ และสัดส่วนประชากรเด็ก ผู้ใหญ่ และยุงที่ติดเชื้อและ
สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ มีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ หมายความว่า ถ้าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่ามากขึ้น
ประชากรเด็ก ผู้ใหญ่ และยุงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ และสัดส่วนประชากรเด็ก
ผู้ใหญ่ และยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้จะมีค่าเพิ่มขึ้น

ดังนั้น จะสรุปได้ว่าในสภาวะไร้อโรคจะเกิดความเสถียรภาพ เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่า
น้อยกว่า 1 และในสภาวะระบาดเรื้อรังจะเกิดความเสถียรภาพ เมื่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่ามากกว่า 1

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลวิจัย

งานวิจัยนี้ได้เสนอรายละเอียดของโรคชิคุนกุนยา และได้นำคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้กับการติดเชื้อโรค โดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโรคชิคุนกุนยาตามข้อมูลของโรค โดยใช้พื้นฐานของแบบจำลอง SEIR โดยได้แบ่งประชากรมนุษย์ออกเป็น 2 กลุ่ม คือ เด็กและผู้ใหญ่ โดยกำหนดให้เด็กมีอายุต่ำกว่า 15 ปี และผู้ใหญ่คือผู้ที่มีอายุตั้งแต่ 15 ปีขึ้นไป ซึ่งได้สมมติให้จำนวนประชากรมนุษย์ จำนวนประชากรหญิง และจำนวนประชากรมนุษย์ที่แบ่งตามกลุ่ม (เด็กและผู้ใหญ่) เป็นค่าคงที่ ซึ่งสมการทางคณิตศาสตร์ที่ได้จะเป็นสมการเชิงอนุพันธ์ของประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ประชากรหญิงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ และประชากรหญิงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ แล้วใช้วิธีการเชิงพลวัตมาตรฐานในการหาจุดสมดุล โดยจะพบว่าจะได้จุดสมดุล 2 จุด คือ จุดสมดุลภายในได้สภาวะไร้โรคและจุดสมดุลภายในได้สภาวะระบาดเรื้อรังตามเงื่อนไขของพารามิเตอร์ อีกทั้งแสดงเงื่อนไขของตัวแปรที่ทำให้เกิดความเสถียรภาพในแต่ละจุดสมดุล และนำการจำลองเชิงตัวเลขมาแสดงเพื่อยืนยันผลลัพธ์

จากแบบจำลองของโรคชิคุนกุนยาที่ศึกษา จะได้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน (R_0) คือ

$$R_0 = \frac{\delta_v \theta_v \theta_n N_v (\delta_j N_j + \delta_A N_A)}{d_v (d_v + \theta_v) (r + d_n) (d_n + \theta_n)}$$

โดยการพิจารณาค่าสืบพันธุ์พื้นฐานของสภาวะไร้โรคและ

สภาวะระบาดเรื้อรัง โดยสภาวะไร้โรคจะเกิดความเสถียรภาพ เมื่อ $R_0 < 1$ และในสภาวะระบาดเรื้อรังจะเกิดความเสถียรภาพ เมื่อ $R_0 > 1$

จากบทที่ 4 การวิเคราะห์เชิงตัวเลขสามารถสรุปได้ ดังนี้

1. จากหัวข้อแรกเป็นการแสดงกราฟของสภาวะไร้โรคและสภาวะระบาดเรื้อรัง ซึ่งได้กำหนดพารามิเตอร์ที่เหมือนกันดังนี้ $N_T = 4,000, d_n = 0.0000421, C = 0.0001826, \theta_n = 0.1538462, r = 0.0219780, d_v = 0.0266667, \theta_v = 0.2222222, \delta_j = 0.0000003$ และ $\delta_A = 0.0000200$ และค่าพารามิเตอร์ที่แตกต่างกัน คือ ในสภาวะไร้โรค $N_v = 90, \delta_v = 0.00001$ จะได้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน $R_0 = 0.0920044$ และจุดสมดุล คือ $E_1(1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$ ดังรูปที่ 4.5 – รูปที่ 4.12 และในสภาวะระบาดเรื้อรัง $N_v = 2,000$ และ $\delta_v = 0.0009500$ จะได้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน $R_0 = 194.231$ และจุดสมดุล คือ $E_2 = (0.16732929, 0.00121491, 0.00841828, 0.00094041, 0.00004591, 0.00033684, 0.02237300, 0.18644150)$ ดังรูปที่ 4.14 – รูปที่ 4.21 ซึ่ง

จะเห็นได้ว่าจำนวนประชากรวัยและอัตราการถ่ายทอดเชื้อชุกุนกุนยาจากคนไปยุงมีผลต่อการเกิดจุดสมมูล ณ สภาวะไร้โรคและสภาวะระบาดเรื้อรังที่แตกต่างกัน

2. จากการพิจารณาค่าสืบพันธุ์พื้นฐานในสภาวะระบาดเรื้อรัง โดยกำหนดพารามิเตอร์ดังนี้ $N_T = 8,000, N_V = 5,000, d_n = 0.0000421, C = 0.0001826, \theta_n = 0.1538462, r = 0.021978, d_v = 0.0266667, \theta_v = 0.2222222, \delta_j = 0.0000030, \delta_A = 0.0000200$ โดยค่าที่แตกต่างกัน คือ $\delta_v = 0.000050$ และ $\delta_v = 0.000100$ จะให้ค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน $R_0 = 51.1135$ และ $R_0 = 102.2271$ ตามลำดับ จะพบว่าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีผลต่อการเข้าสู่จุดสมมูล ซึ่งถ้าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานที่มากกว่าจะเข้าสู่จุดสมมูลได้เร็วกว่าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานที่น้อยกว่า เนื่องจากค่าสืบพันธุ์พื้นฐานที่มากกว่าจะเกิดการระบาดได้เร็วกว่า โรคจึงหยุดการระบาดได้ไวกว่าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานที่น้อยกว่าซึ่งจะเกิดการระบาดได้ช้ากว่า โรคจึงต้องใช้ระยะเวลาในการระบาดนานกว่าจึงจะหยุดการระบาด

3. จากการพิจารณาอัตราการเกิดของยุงในสภาวะระบาดเรื้อรัง โดยกำหนดพารามิเตอร์ดังนี้ $N_T = 5,000, d_n = 0.0000421, C = 0.0001826, \theta_n = 0.1538462, r = 0.0219780, d_v = 0.0266667, \theta_v = 0.2222222, \delta_j = 0.0000100, \delta_A = 0.0000200$ และ $\delta_v = 0.0000700$ โดยค่าที่แตกต่างกัน คือ $b_v = 100$ และ $b_v = 200$ ซึ่งจะได้ค่า $R_0 = 36.1619$ และ $R_0 = 72.3237$ ตามลำดับ โดยจะพบว่าอัตราการเกิดของยุงมีผลต่อระยะเวลาการเข้าสู่จุดสมมูล ซึ่งถ้ายังมีจำนวนมากจะเข้าสู่จุดสมมูลได้เร็วกว่าจำนวนยุงที่น้อย

4. จากการพิจารณาค่าพารามิเตอร์ชุดเดียวกัน แต่กำหนดค่าเริ่มต้นที่ต่างกัน ในสภาวะระบาดเรื้อรัง โดยกำหนดค่าพารามิเตอร์ดังนี้ $N_T = 8,000, N_V = 7,500, d_n = 0.0000421, d_n = 0.0000421, C = 0.0001826, \theta_n = 0.1538462, r = 0.0219780, d_v = 0.0266667, \theta_v = 0.2222222, \delta_j = 0.0000100, \delta_A = 0.0000200, \delta_v = 0.0000500$ และ $R_0 = 82.6557$ โดยกำหนดค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นชุดแรก คือ $S_j^*[0]=0.109434, E_j^*[0]=0.0012994, I_j^*[0]=0.009004, S_A^*[0]=0.001246, E_A^*[0]=0.000029, I_A^*[0]=0.0002268, E_v^*[0]=0.002927$ และ $I_v^*[0]=0.024392$ และชุดที่สอง คือ $S_j^*[0]=0.0040, E_j^*[0]=0.0060, I_j^*[0]=0.0080, S_A^*[0]=0.0070, E_A^*[0]=0.0001, I_A^*[0]=0.0007, E_v^*[0]=0.0040$ และ $I_v^*[0]=0.0500$ โดยสัดส่วนประชากรจะเข้าสู่จุดสมมูลในสภาวะเรื้อรัง คือ $E_2 = (0.1094341, 0.0012994, 0.0090036, 0.0012463, 0.0000230, 0.0002268, 0.0029270, 0.0243918)$ จะพบว่าค่าเริ่มต้นที่แตกต่างกันไม่มีผลต่อการเข้าสู่จุดสมมูล โดยจะเข้าสู่จุดสมมูลเดียวกัน

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปได้ว่าการควบคุมการระบาดของโรคชุกุนกุนยา ทำได้โดยการควบคุมจำนวนประชากรวัยและอัตราการถ่ายทอดเชื้อจากประชากรคนไปยุง เนื่องจากจำนวนประชากรวัยและอัตราการถ่ายทอดเชื้อจากประชากรคนไปยุงมีผลต่อค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน ซึ่งถ้าค่าสืบพันธุ์พื้นฐานมีค่ามากกว่า 1 จะทำให้เกิดการระบาดของโรค

จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของโรคซิกนุกุนยา ในการควบคุมการระบาดเพื่อให้แบบจำลองมีประสิทธิภาพและใช้ได้จริง จึงได้มีการนำโปรแกรม Mathematica และ Matlab มาช่วยในการแสดงผลลัพธ์เชิงตัวเลขของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของการระบาดภายใต้สภาวะไร้โรคและสภาวะระบาดเรื้อรัง ซึ่งจะทำให้ทราบถึงสัดส่วนประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ สัดส่วนประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ สัดส่วนประชากรเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ สัดส่วนประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ สัดส่วนประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ สัดส่วนประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ สัดส่วนประชากรชุนที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ สัดส่วนประชากรชุนที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เทียบกับเวลา และค่าสืบพันธุ์พื้นฐาน ซึ่งจะทำให้สามารถควบคุมการระบาดของโรคได้ อีกทั้งยังมีการนำโปรแกรม Sigmaplot มาช่วยในการวาดกราฟด้วย

5.2 ข้อเสนอแนะ

1. งานวิจัยนี้สามารถนำไปพัฒนาและเพิ่มปัจจัยในลักษณะอื่น ๆ ได้อีก เช่น กำหนดให้จำนวนประชากรไม่คงที่ พิจารณาโรคตามช่วงฤดูกาล เป็นต้น
2. ในการพิจารณาการเกิด Hopf Bifurcation จากสมการอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นของแบบจำลองนี้ไม่เกิด Hopf Bifurcation ดังนั้น เพื่อให้เกิด Hopf Bifurcation ควรตัดอัตราการพักตัวของประชากรคนและอัตราการพักตัวในประชากรชุนออก และเพิ่มตัวหน่วงเวลา (Time Delay) เข้าไปในสมการ

เอกสารอ้างอิง

- [1] กรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุข. “โรคไข้ปวดข้อยุงลาย.” พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด, 2552.
- [2] ทรัพย์สินชัย เอกอิมทรัพย์และคณะ. “แบบจำลองตามอายุสำหรับการระบาดของโรคมาลาเรีย.” วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต, ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2549.
- [3] โรงเรียนวิวัฒน์วิทยา. “ชิคุนคุนยา” ไข้ปวดข้อยุงลายโรคร้ายฤดูฝนของคนใต้.” [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก: <http://www.wiwatschool.com>. (วันที่สืบค้นข้อมูล: 15 ธันวาคม 2554).
- [4] วิรุพหกกกลับ. “โรคชิคุนคุนยา... โรคที่มากับยุง”. [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก: <http://www.skoolbuz.com>. (วันที่สืบค้นข้อมูล: 15 มกราคม 2554).
- [5] ศ.นพ.ยง ภู่วรรณ, นอร่าห์ วุฒิรัตน์ โกร์ตัน และพรพิมล เรียนถาวร. 2552. “โรคไข้ปวดข้อยุงลาย”. [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก: <http://www.doctor.or.th>. (วันที่สืบค้นข้อมูล: 15 มกราคม 2554).
- [6] สำนักโรคติดต่อฯ โดยแมลง กรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุข. “สถานการณ์ไข้ปวดข้อยุงลาย”. [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก: <http://www.thaivbd.org> (วันที่สืบค้นข้อมูล: 16 ธันวาคม 2554).
- [7] สำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุข. (2551). “รู้เรื่อง.... โรคชิคุนคุนยา(Chikungunya)”. [ออนไลน์]. <http://www.thaihealth.org.th>. (วันที่สืบค้นข้อมูล: 16 มกราคม 2554).
- [8] D. Moulay, M.A. Aziz-Alaoui and M. Cadivel. “The Chikungunya disease: Modeling, vector and transmission global dynamics.” *Mathematical Biosciences*. 229: 50-63; 2011.
- [9] D.T. Mourya, P. Yadav and A.C. Mishra. “Effect of temperature stress on immature stages and susceptibility of *Aedes Aegypti* mosquitoes to Chikungunya virus.” *The American Society of Tropical Medicine and Hygiene*. 70(4): 346-350; 2004.
- [10] Edelstein – Keshet, Leah. “Mathematical models in biology.” New York: Random House, 1988.
- [11] E. Massad, S. Ma, M. N. Burattini, Y. Tun, F. B. Coutinho and L.W. Ang, “The Risk of Chikungunya Fever in a Dengue - Endemic Area.” *International Society of Travel Medicine*. 15(3): 147-155; 2008.
- [12] P. Pongsumpun. “Dynamical Transmission Model of Chikungunya in Thailand.” *World Academy of Science, Engineering and Technology*. 68: 1161 –1165; 2004.

[13] P. Pongsumpun. "Transmission Model for Dengue virus infection in Thailand." Doctoral dissertation, Mahidol University, 2004.

[14] P. Pongsumpun, K. Pattanarapelert, M. Sripom, S. Varamit and I.M. Tang. "Infection risk to travels going to dengue fever endemic regions." *Southeast Asian Journal Tropical Medicine and Public Health*. 35: 155 -159; 2004.

[15] R. Kongnuy. "Mathematical modeling of Dengue disease during pregnancy in Thailand." Doctoral dissertation, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Thailand, 2010.

[16] Y. Dumont, F. Chiroleu and C. Domerg. "On a temporal model for the Chikungunya disease: Modeling, theory and numerics." *Mathematical Biosciences*. 213: 80-91; 2008.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

1. Routh-Hurwitz Criteria

พิจารณา

$$\frac{dN}{dt} = F(N) \quad (2.1)$$

สำหรับ $N = (N_1, N_2, \dots, N_k)$ และ $F = (f_1, f_2, \dots, f_k)$

เมื่อ N_1, N_2, \dots, N_k คือ ตัวแปรในระบบสมการ

และ f_1, f_2, \dots, f_k คือ ฟังก์ชันของตัวแปร N_1, N_2, \dots, N_k

จากสมการไม่เชิงเส้น (2.1) จะได้จาโคเบียนของ $F(N)$ อยู่ในรูปแบบดังนี้

$$J = \frac{\partial F}{\partial N}(\bar{N})$$

หรือ

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial N_1} & \frac{\partial f_1}{\partial N_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial N_k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_k}{\partial N_1} & \frac{\partial f_k}{\partial N_2} & \dots & \frac{\partial f_k}{\partial N_k} \end{pmatrix}_{\bar{N}}$$

โดยที่ J เป็นเมทริกซ์ขนาด $k \times k$ ค่าลักษณะเฉพาะ λ ของเมทริกซ์จะสอดคล้องกับ

$$\det(J - \lambda I) = 0$$

ซึ่ง λ จะต้องสอดคล้องกับสมการลักษณะเฉพาะที่อยู่ในรูปแบบ

$$\lambda^k + a_1 \lambda^{k-1} + a_2 \lambda^{k-2} + \dots + a_k = 0 \quad (2.2)$$

จากสมการลักษณะเฉพาะ (2.2) กำหนดให้มี k เมทริกซ์ โดยทั้ง k เมทริกซ์นี้จะเรียกว่า เมทริกซ์ Hurwitz จะได้ว่า

$$\begin{aligned} H_1 &= (a_1), \\ H_2 &= \begin{pmatrix} a_1 & 1 \\ a_3 & a_2 \end{pmatrix}, \\ H_3 &= \begin{pmatrix} a_1 & 1 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{pmatrix}, \\ H_j &= \begin{pmatrix} a_1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & 1 & \dots & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & \dots & 0 \\ a_{2j-1} & a_{2j-2} & a_{2j-3} & a_{2j-3} & \dots & a_j \end{pmatrix}, \dots \end{aligned}$$

$$H_k = \begin{pmatrix} a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & a_k \end{pmatrix}$$

กำหนดให้ 1 คือ แถว

และ m คือ หลัก

โดยที่เทอมของ (l,m) ในเมทริกซ์ H_j คือ

$$a_{2l-m} \quad \text{สำหรับ } 0 < 2l - m \leq k$$

$$1 \quad \text{สำหรับ } 2l = m$$

$$0 \quad \text{สำหรับ } 2l < m \text{ หรือ } 2l > k + m$$

แล้วทุกค่าลักษณะเฉพาะจะต้องมีส่วนจริงเป็นลบ สภาวะคงที่ (Steady State) \bar{N} จะเสถียรก็ต่อเมื่อดีเทอร์มิแนนต์ของทุกเมทริกซ์ Hurwitz จะต้องเป็นบวก ซึ่งก็คือ

$$\det H_j > 0 \quad \text{โดยที่ } j = 1, 2, 3, \dots, k$$

2. Hopf - Bifurcation

กำหนดให้ระบบสมการไม่เชิงเส้น n สมการ n ตัวแปร ซึ่งมีพารามิเตอร์ v คือ

$$\frac{dX}{dt} = f(X, v), \quad X \in \mathbb{R}^n \quad (2.10)$$

โดยที่ $X \in \mathbb{R}^n$ และ v เป็นพารามิเตอร์ค่าจริงบนช่วง J

ให้จุดสมดุลของระบบสมการใน (2.10) เป็น $X \in X^*(v)$ และจาโคเบียนเมทริกซ์ คือ

$$A(v) = D_x f(X^*(v), v) = \frac{\partial f_i}{\partial X_j}(X^*(v), v), \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (2.11)$$

สมมติให้

1). $A(v)$ มีค่าลักษณะเฉพาะเป็นจำนวนเชิงซ้อนสังยุค λ_1 และ λ_2 ที่ทำให้

$$\lambda_1(v) = \lambda_2(v) = \alpha(v) \pm i\omega(v) \quad (2.12)$$

ที่ทำให้สำหรับบางค่า $v = v_0 \in J$ โดยที่ v_0 เรียกว่าค่าวิกฤติของ v

$$\omega(v_0) = \omega_0 > 0, \quad \alpha(v_0) = 0 \text{ และ } \alpha'(v_0) \neq 0 \quad (2.13)$$

2). นอกจากค่าลักษณะเฉพาะ 2 ค่าดังกล่าวที่มีลักษณะเป็นเชิงซ้อนสังยุค ค่าลักษณะเฉพาะที่เหลือมีส่วนจริงที่เป็นลบแล้ว สมการ (2.10) จะมีกลุ่มของผลเฉลยที่เป็นคาบใกล้เคียงกับจุดวิกฤติ v_0 จะปรากฏผลเฉลยที่เป็นคาบออกจากจุดสมดุลเรียกว่า Hopf Bifurcation

ภาคผนวก ข
ผลงานทางวิชาการ

แบบจำลองตามโครงสร้างอายุสำหรับการระบาดของโรคชิคุนคุนยา

สิริพัชร แสงสว่าง^{1*} และ พันธณี พงศ์สัมพันธ์^{1,2}

สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง เขตลาดกระบัง กรุงเทพฯ 10520,
doreamon_petch@hotmail.com และ kppuntan@kmitl.ac.th

บทคัดย่อ

โรคชิคุนคุนยาหรือที่เรียกว่าโรคไข้วัดช้อยงลาย เกิดจากเชื้อไวรัสชิคุนคุนยา ซึ่งเป็น RNA Virus จัดอยู่ใน genus alphavirus และ family Togaviridae มียุงลายบ้านและยุงลายสวนเป็นพาหะนำโรค มีการรายงานการระบาดครั้งแรกทางตอนใต้ของประเทศแทนซาเนียในทวีปแอฟริกาในปี พ.ศ. 2495 โรคชิคุนคุนยามีการระบาดเป็นระยะๆ โดยมีการปรากฏขึ้นเป็นครั้งคราวในทวีปแอฟริกา เอเชียใต้ และเอเชียตะวันออกเฉียงใต้ ในประเทศไทยโรคชิคุนคุนยาเคยระบาดมาก่อนในช่วงปี พ.ศ. 2500 - 2510 มีผู้ป่วยจำนวนมากนับหมื่นราย และได้สงบหายไปนานกว่า 30 ปี จนกระทั่งในปีพ.ศ. 2551 ได้มีการระบาดอีกครั้งใน 4 จังหวัดชายแดนภาคใต้ และเริ่มพบการระบาดไปยังพื้นที่ต่างๆ ทั่วทุกภูมิภาค แต่พบการระบาดมากที่สุดและภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ซึ่งผู้ประกอบการเกษตรกรรมเป็นประชากรกลุ่มเสี่ยงในโรคนี้ เนื่องจากกลุ่มดังกล่าวมีโอกาสถูกยุงลายสวนกัดได้บ่อย งานวิจัยนี้ได้ศึกษาเกี่ยวกับช่วงอายุของการระบาดของโรคชิคุนคุนยา โดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของประชากรและยุง จากนั้นประยุกต์วิธีการจำลองเชิงพลวัตมาตรฐาน (Standard dynamical modeling) มาวิเคราะห์ลักษณะของคำตอบในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งแสดงเงื่อนไขของตัวแปรที่ทำให้เกิดความเสถียรภาพของจุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค (disease free state) และสภาวะระบาดเรื้อรัง (disease endemic state) พร้อมทั้งการวิเคราะห์ถึงการควบคุมโรคชิคุนคุนยา

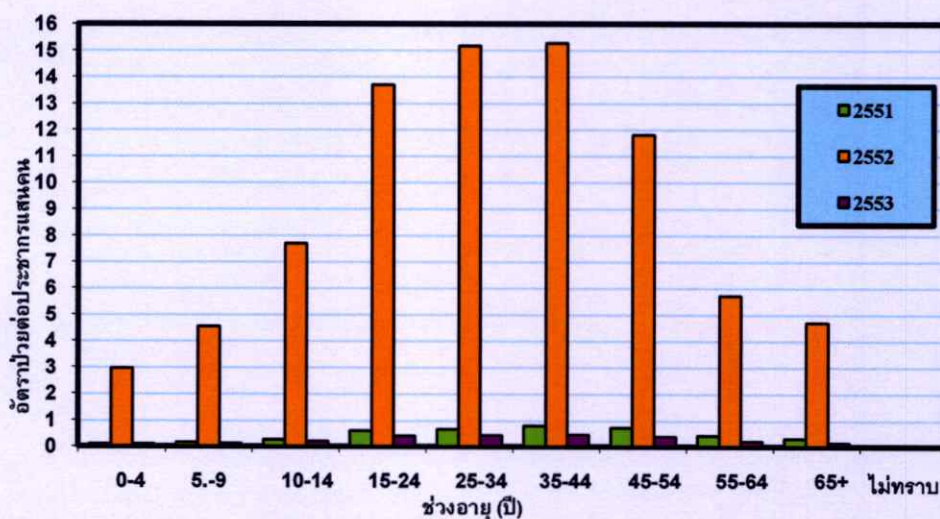
คำสำคัญ : ชิคุนคุนยา, จุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค, จุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรัง, ไข้วัดช้อยงลาย

1. บทนำ

โรคชิคุนคุนยา เป็นปัญหาสาธารณสุขที่สำคัญในประเทศไทย เนื่องจากโรคนี้ได้มีการแพร่ระบาดจากชายแดนภาคใต้มายังภูมิภาคต่างๆ ของประเทศไทยแล้ว เพราะประเทศไทยเป็นประเทศที่มีสภาวะแวดล้อมที่เหมาะสมแก่การเติบโตของยุง คือมีสภาพดินที่ชุ่มชื้น มีแสงแดดและอุณหภูมิที่อบอุ่นพอเหมาะ อีกทั้งคนไทยมีอาชีพหลักคือเกษตรกรรมตามที่ต่าง ๆ มักมีน้ำขัง เช่น พื้นที่นา ตามต้นไม้ และในภาชนะต่างๆ ซึ่งเหมาะแก่การเกิดยุงและแพร่กระจายของเชื้อได้เป็นอย่างดี โรคชิคุนคุนยาคลายกันกับโรคไข้วัดช้อยงลายแต่ต่างกันที่ไม่มีการรื้อของพลาสมาออกนอกเส้นเลือด โดยมียุงลายสวนและยุงลายบ้านเป็นพาหะ เมื่อยุงลายตัวเมียกัดและดูดเลือดผู้ป่วยที่อยู่ในระยะไข้วัดช้อยง ซึ่งในระยะนี้มีไวรัสอยู่ในกระแสเลือด เชื้อไวรัสจะเข้าสู่กระเพาะยุง และเพิ่มจำนวนมากขึ้น แล้วเดินทางเข้าสู่ต่อมน้ำลาย เมื่อยุงที่มีเชื้อไวรัสชิคุนคุนยาไปกัดคนอื่นก็จะปล่อยเชื้อไปยังคนที่ถูกกัด ทำให้คนนั้นเกิดอาการของโรคได้ ผู้ที่ได้รับเชื้อจะมีอาการไข้สูงในระยะ 2 - 4 วัน ซึ่งเป็นช่วงเวลาที่เชื้อไวรัสอยู่ในกระแสเลือดมาก ผู้ป่วยจะมีอาการไข้สูงอย่างเฉียบพลัน มีผื่นแดงขึ้นตามร่างกาย ปวดข้อกระดูก ปวดกระบอกตา หรือบางรายอาจจะมีอาการตาแดง หรือคันร่วมด้วยแต่ทั้งนี้ไม่ค่อยจะพบจุดเลือดออกในตาขาว อาการปวดข้อจะพบได้หลายๆ ข้อเปลี่ยนแปลงไปเรื่อยๆ อาการจะรุนแรงมากจนบางครั้งขยับข้อไม่ได้ อาการจะหายภายใน 1-12 สัปดาห์ ผู้ป่วยบางรายอาจมีอาการปวดข้อเกิดขึ้นได้อีกภายใน 2-3 สัปดาห์ต่อมา และบางรายอาการปวดข้อจะอยู่ได้นานเป็นเดือนหรือเป็นปี ไม่พบผู้ป่วยที่มีอาการรุนแรงถึงช็อก การรักษาโรคนี้ไม่มีการรักษาที่จำเพาะเจาะจง การรักษาเป็นการรักษาแบบประคับประคอง เช่น ให้น้ำลดอาการไข้ ปวดข้อ และการพักผ่อน การติดเชื้อไวรัสชิคุนคุนยาค้นพบครั้งแรกในทวีปแอฟริกา ในประเทศไทยโรคชิคุนคุนยาเป็นโรคที่รู้จักกันมา

328 สิริพัชร แสงสว่าง และ พันธณี พงศ์สัมพันธ์

นานกว่า 50 ปี มาแล้วและเคยระบาดใหญ่ในอดีต โดยเฉพาะในประเทศไทย เมื่อกว่า 40 ปีมาแล้ว หลังจากนั้นก็มีการพบประปราย จนกระทั่งในช่วง 30 ปีที่ผ่านมา โรคดังกล่าวได้สงบลง และไม่ได้มีการกล่าวถึงกันมากนัก หลังจากที่ได้ตรวจพบครั้งแรกในประเทศไทย ก็มีรายงานจากประเทศต่างๆ ในทวีปเอเชีย ได้แก่ เวียดนาม เวียดนาม พม่า ศรีลังกา อินเดีย อินโดนีเซีย และฟิลิปปินส์ [1]-[4] โรคนี้จะพบมากในฤดูฝน เมื่อประชากรยุงเพิ่มขึ้นและมีการติดเชื้อในยุงลายมากขึ้น และในปี 2551 พบว่า ได้เกิดการระบาดใหญ่ที่จังหวัดชายแดนภาคใต้ ได้แก่ นราธิวาส ปัตตานี ยะลา และสงขลา และต่อเนื่องมาจนถึงปี 2552 โดยโรคได้แพร่ระบาดไปยังพื้นที่ภาคใต้ตอนบน และกระจายไปบางพื้นที่ของประเทศ เช่นภาคกลางและภาคตะวันออกเฉียงเหนือ โดยการเคลื่อนย้ายของประชากรจากพื้นที่ระบาด อันเป็นปัจจัยสำคัญในการระบาด ในปี 2551 2552 และ 2553 ช่วงอายุ 35 - 44 มีอัตราผู้ป่วยมากที่สุด คือ 0.79 คนต่อประชากรแสนคน 15.283 คนต่อประชากรแสนคน และ 0.449 คนต่อประชากรแสนคนตามลำดับ จะเห็นได้ดังกราฟแสดงอัตราผู้ป่วยสำหรับแต่ละช่วงอายุ ดังนี้ [5]



รูปที่ 1 กราฟแสดงอัตราผู้ป่วยโรคชิคุนกุนยาจำแนกตามช่วงอายุในประเทศไทยปี พ.ศ. 2551 – พฤศจิกายน 2553

เนื่องจากโรคนี้ยังไม่มียาหรือวัคซีนตัวใดที่ใช้รักษาได้โดยตรง การรักษาเป็นแค่การประคับประคองอาการเท่านั้น ผู้วิจัยจึงได้ทำการศึกษาปัญหาจากข้อมูลของผู้ป่วยที่ได้จากการรวบรวมมาจากกระทรวงสาธารณสุขตั้งแต่ปี พ.ศ. 2551 - 2553 ทั้งยังได้ทำการวิเคราะห์และหาวิธีแก้ปัญหาโดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคชิคุนกุนยา เพื่อเป็นข้อมูลเบื้องต้นในการป้องกันโรค และลดจำนวนผู้ป่วยลง และใช้เป็นข้อมูลทางวิชาการควบคู่กับสถิติการเกิดโรคของประเทศไทยทั่วภูมิภาคของโรคที่เฝ้าระวัง ของทางสำนักโรคระบาดวิทยา และกรมควบคุมโรคติดต่อฯ โดยแมลง กระทรวงสาธารณสุข

2.แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคไข้ปวดข้อยุงลายนี้ ได้แสดงถึงการเกี่ยวข้องและสัมพันธ์กันระหว่างประชากรมนุษย์และประชากรยุง โดยกำหนดให้กลุ่มของประชากรทั้งสองมีขนาดที่คงที่ ซึ่งในกลุ่มของประชากรมนุษย์นั้น จะแบ่งออกเป็น ประชากรเด็กและผู้ใหญ่ ทั้งยังแบ่งประชากรทั้งสองออกเป็นอีกอย่างละ 4 กรณี คือ ประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ, ประชากรที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้, ประชากรที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ และประชากรที่พ้นจากการติดเชื้อ ส่วนในกลุ่มของประชากรยุงนั้น จะแบ่งออกเป็น 3 กรณี คือ ยุงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ, ยุงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ และยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ในที่นี้ได้พิจารณาถึงช่วงอายุในการระบาดของโรคชิคุนกุนยาในประชากรมนุษย์และยุง โดย

นำมาสร้างเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคที่ติดเชื้อ โดยที่สมการพลศาสตร์ประชากรของมนุษย์ สามารถอธิบายได้ดังนี้

$$\frac{d}{dt} \bar{S}_J = b_n N_T - d_n \bar{S}_J - \delta_J \bar{S}_J \bar{I}_V - C \bar{S}_J \quad (1.1)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{E}_J = \delta_J \bar{S}_J \bar{I}_V - d_n \bar{E}_J - \theta_n \bar{E}_J - C \bar{E}_J \quad (1.2)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_J = \theta_n \bar{E}_J - d_n \bar{I}_J - r \bar{I}_J - C \bar{I}_J \quad (1.3)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{R}_J = r \bar{I}_J - d_n \bar{R}_J - C \bar{R}_J \quad (1.4)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{S}_A = C \bar{S}_J - \delta_A \bar{S}_A \bar{I}_V - d_n \bar{S}_A \quad (1.5)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{E}_A = C \bar{E}_J + \delta_A \bar{S}_A \bar{I}_V - \theta_n \bar{E}_A - d_n \bar{E}_A \quad (1.6)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_A = C \bar{I}_J + \theta_n \bar{E}_A - r \bar{I}_A - d_n \bar{I}_A \quad (1.7)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{R}_A = r \bar{I}_A + C \bar{R}_J - d_n \bar{R}_A \quad (1.8)$$

โดยที่ \bar{S}_J , \bar{E}_J , \bar{I}_J , \bar{R}_J , \bar{S}_A , \bar{E}_A , \bar{I}_A และ \bar{R}_A เป็นจำนวนประชากรเด็กที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ, ประชากรเด็กที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้, ประชากรเด็กที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้, ประชากรเด็กที่ฟื้นจากการติดเชื้อ, ประชากรผู้ใหญ่ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ, ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้, ประชากรผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ และประชากรผู้ใหญ่ที่ฟื้นจากการติดเชื้อตามลำดับ

ตารางที่ 1 สัญลักษณ์แทนข้อความของแบบจำลองของคนและยุง

ข้อความ	สัญลักษณ์	ข้อความ	สัญลักษณ์
อัตราการเกิดของประชากร	b_n	จำนวนของยุง ณ เวลาเริ่มต้น	b_v
อัตราการตายของประชากร	d_n	อัตราการตายของยุง	d_v
อัตราการเปลี่ยนแปลงจากประชากรเด็กเป็นผู้ใหญ่	C	อัตราการฟักตัวของเชื้อไวรัสซิคุนกุญาในคน	θ_n
จำนวนประชากรคนทั้งหมด	N_T	จำนวนประชากรยุงทั้งหมด	N_v
จำนวนประชากรเด็กทั้งหมด	N_J	จำนวนประชากรผู้ใหญ่ทั้งหมด	N_A
อัตราการฟื้นไข้ของผู้ป่วยซิคุนกุญา	r	อัตราการถ่ายทอดเชื้อซิคุนกุญาจากยุงไปคน	δ_v
อัตราการถ่ายทอดเชื้อซิคุนกุญาจากยุงไปประชากรเด็ก	δ_J	อัตราการถ่ายทอดเชื้อซิคุนกุญาจากยุงไปประชากรผู้ใหญ่	δ_A
อัตราการถ่ายทอดเชื้อซิคุนกุญาจากคนไปยุง	δ_v	จำนวนประชากรเด็กและผู้ใหญ่ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้	\bar{I}_h

สมการพลศาสตร์ของประชากรยุง มีดังนี้

$$\frac{d}{dt} \bar{S}_v = b_v - \delta_v \bar{S}_v \bar{I}_h - d_n \bar{S}_v \quad (1.9)$$

330 สิริพัชร แสงสว่าง และ พันชนิ พงศ์สัมพันธ์

$$\frac{d}{dt} \bar{E}_v = \delta_v \bar{S}_v \bar{I}_h - d_v \bar{E}_v - \theta_v \bar{E}_v \quad (1.10)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_v = \theta_v \bar{E}_v - d_v \bar{I}_v \quad (1.11)$$

โดยที่ \bar{S}_v , \bar{E}_v และ \bar{I}_v เป็นจำนวนยุงที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ, ยุงที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ และยุงที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ตามลำดับ ซึ่งมี 3 เงื่อนไข คือ $N_J = \bar{S}_J + \bar{E}_J + \bar{I}_J + \bar{R}_J$, $N_A = \bar{S}_A + \bar{E}_A + \bar{I}_A + \bar{R}_A$ และ $N_v = \bar{S}_v + \bar{E}_v + \bar{I}_v$ สมมติให้ประชากรทั้งหมดเป็นค่าคงที่ นั่นคือ

$$\frac{dN_T}{dt} = 0, \frac{dN_J}{dt} = 0, \frac{dN_A}{dt} = 0 \text{ และ } \frac{dN_v}{dt} = 0$$

จาก $N_T = \bar{S}_J + \bar{E}_J + \bar{I}_J + \bar{R}_J + \bar{S}_A + \bar{E}_A + \bar{I}_A + \bar{R}_A$ จะได้ว่า

$$\frac{dN_T}{dt} = \frac{d}{dt} \bar{S}_J + \frac{d}{dt} \bar{E}_J + \frac{d}{dt} \bar{I}_J + \frac{d}{dt} \bar{R}_J + \frac{d}{dt} \bar{S}_A + \frac{d}{dt} \bar{E}_A + \frac{d}{dt} \bar{I}_A + \frac{d}{dt} \bar{R}_A \quad (1.12)$$

เนื่องจากประชากรทั้งหมดเป็นค่าคงที่ จึงให้ด้านขวามือของสมการ (1.12) เป็นศูนย์ จะได้ว่า $b_n = d_n$ (อัตราการเกิดและการตายของประชากรคนมีค่าเท่ากัน)

จาก $N_J = \bar{S}_J + \bar{E}_J + \bar{I}_J + \bar{R}_J$ จะได้ว่า

$$\frac{dN_J}{dt} = \frac{d}{dt} \bar{S}_J + \frac{d}{dt} \bar{E}_J + \frac{d}{dt} \bar{I}_J + \frac{d}{dt} \bar{R}_J \quad (1.13)$$

เนื่องจากประชากรทั้งหมดเป็นค่าคงที่ให้ด้านขวามือของสมการ (1.13) เป็นศูนย์จะได้ว่า $\frac{N_T}{N_J} = \frac{d_n + c}{d_n}$ (อัตราส่วนระหว่างประชากรทั้งหมดต่อจำนวนประชากรเด็กมีค่าเท่ากับอัตราส่วนระหว่างผลรวมของอัตราการตายของประชากรคนกับการเปลี่ยนแปลงจากประชากรเด็กเป็นผู้ใหญ่ต่ออัตราการตายของคน)

จาก $N_A = \bar{S}_A + \bar{E}_A + \bar{I}_A + \bar{R}_A$ จะได้ว่า

$$\frac{dN_A}{dt} = \frac{d}{dt} \bar{S}_A + \frac{d}{dt} \bar{E}_A + \frac{d}{dt} \bar{I}_A + \frac{d}{dt} \bar{R}_A \quad (1.14)$$

เนื่องจากประชากรทั้งหมดเป็นค่าคงที่ให้ด้านขวามือของสมการ (1.14) เป็นศูนย์ จะได้ว่า $\frac{N_A}{N_J} = \frac{c}{d_n}$ (อัตราส่วนระหว่างจำนวนประชากรผู้ใหญ่ทั้งหมดต่อจำนวนประชากรเด็กทั้งหมดมีค่าเท่ากับอัตราส่วนระหว่างการเปลี่ยนแปลงจากประชากรเด็กเป็นผู้ใหญ่ต่ออัตราการตายของคน)

จาก $N_v = \bar{S}_v + \bar{E}_v + \bar{I}_v$ จะได้ว่า

$$\frac{dN_v}{dt} = \frac{d}{dt} \bar{S}_v + \frac{d}{dt} \bar{E}_v + \frac{d}{dt} \bar{I}_v \quad (1.15)$$

เนื่องจากประชากรทั้งหมดเป็นค่าคงที่ให้ด้านขวามือของสมการ (1.15) เป็นศูนย์ จะได้ว่า $d_v = \frac{b_v}{N_v}$ (อัตราการตายของยุงเท่ากับอัตราส่วนระหว่างค่าคงที่อัตราการเกิดใหม่ของยุงต่อจำนวนยุงทั้งหมด)

กำหนดให้

$$\begin{aligned} S_J &= \frac{\bar{S}_J}{N_J} & E_J &= \frac{\bar{E}_J}{N_J} & I_J &= \frac{\bar{I}_J}{N_J} & R_J &= \frac{\bar{R}_J}{N_J} \\ S_A &= \frac{\bar{S}_A}{N_A} & E_A &= \frac{\bar{E}_A}{N_A} & I_A &= \frac{\bar{I}_A}{N_A} & R_A &= \frac{\bar{R}_A}{N_A} \\ S_V &= \frac{\bar{S}_V}{N_V} & E_V &= \frac{\bar{E}_V}{N_V} & I_V &= \frac{\bar{I}_V}{N_V} \end{aligned}$$

สามารถจัดสมการ (1.1) – (1.3), (1.5) – (1.7) และ (1.9) – (1.10) ได้สมการใหม่ ดังนี้

$$\frac{d}{dt} S_J = (d_n + C)(1 - S_J) - \delta_J S_J I_V N_V \quad (2.1)$$

$$\frac{d}{dt} E_J = \delta_J S_J I_V N_V - (d_n + \theta_n + C) \bar{E}_J \quad (2.2)$$

$$\frac{d}{dt} I_J = \theta_n E_J - (d_n + r \bar{I}_J + C) \bar{I}_J \quad (2.3)$$

$$\frac{d}{dt} S_A = d_n S_J - (\delta_A I_V N_V + d_n) S_A \quad (2.4)$$

$$\frac{d}{dt} E_A = d_n E_J + \delta_A S_A I_V N_V - (\theta_n + d_n) E_A \quad (2.5)$$

$$\frac{d}{dt} I_A = d_n I_J + \theta_n E_A - (r + d_n) I_A \quad (2.6)$$

$$\frac{d}{dt} E_V = \delta_V S_V (I_J N_J + I_A N_A) - (d_v + \theta_v) E_V \quad (2.7)$$

$$\frac{d}{dt} I_V = \theta_v E_V - d_v I_V \quad (2.8)$$

สำหรับสมการของ R_J , R_A และ S_V สามารถหาได้จากเงื่อนไขต่อไปนี้เป็นที่ $S_J + E_J + I_J + R_J = 1$,

$$S_A + E_A + I_A + R_A = 1 \text{ และ } S_V + E_V + I_V = 1$$

3. การวิเคราะห์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

A. จุดสมดุล

จุดสมดุล $(S_J^*, E_J^*, I_J^*, S_A^*, E_A^*, I_A^*, E_V^*, I_V^*)$ หาได้จากการจัดสมการ (2.1) – (2.6) ให้เท่ากับศูนย์ จะได้จุดสมดุล 3 จุด คือ จุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค $E_1(1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$ และสภาวะระบาดเรื้อรัง 2 จุด คือ

$E_2(S_J^*, E_J^*, I_J^*, S_A^*, E_A^*, I_A^*, E_V^*, I_V^*)$ เมื่อ

$$I_V = \frac{\theta_v}{d_v + \theta_v} \quad (3.1)$$

$$S_J = \frac{1}{1 + \alpha_1 \left(\frac{\theta_v}{d_v + \theta_v} \right)} \quad (3.2)$$

$$E_J = \frac{\alpha_1}{d_v + \theta_v + \alpha_1 \theta_v (1 + \alpha_2)} \quad (3.3)$$

$$I_J = \frac{\alpha_1 \alpha_2 \theta_v}{(1 + \alpha_3)(1 + \alpha_2)(d_v + \theta_v + \alpha_1 \theta_v)} \quad (3.4)$$

$$S_A = \frac{(d_v + \theta_v)^2}{(\alpha_4 \theta_v + d_v + \theta_v)(d_v + \theta_v + \alpha_1 \theta_v)} \quad (3.5)$$

$$E_A = \frac{\theta_v}{(\alpha_5 + 1)(d_v + \theta_v + \alpha_1 \theta_v)} \left[\frac{\alpha_1}{1 + \alpha_2} + \frac{\alpha_4 (d_v + \theta_v)}{\alpha_4 \theta_v + d_v + \theta_v} \right] \quad (3.6)$$

$$I_A = \frac{\theta_v}{\alpha_6 (d_v + \theta_v + \alpha_1 \theta_v)} \left\{ \frac{\alpha_1 \alpha_2}{(1 + \alpha_3)(1 + \alpha_2)} + \frac{\alpha_5}{\alpha_5 + 1} \left[\frac{\alpha_1}{1 + \alpha_2} + \frac{d_v + \theta_v}{\alpha_4 \theta_v + d_v + \theta_v} \right] \right\} \quad (3.7)$$

$$E_v = \frac{d_v}{d_v + \theta_v} \quad (3.8)$$

และ $E_3(S_J, E_J, I_J, S_A, E_A, I_A, E_v, I_v)$ เมื่อ

$$I_v = \frac{-g + \sqrt{g^2 - 4hf}}{2h} \quad (3.9)$$

$$S_J = \frac{2h}{2h + \alpha_1 (-g + \sqrt{g^2 - 4hf})} \quad (3.10)$$

$$E_J = \frac{\alpha_1 (-g + \sqrt{g^2 - 4hf})}{2h + \alpha_1 (-g + \sqrt{g^2 - 4hf})(1 + \alpha_2)} \quad (3.11)$$

$$I_J = \frac{\alpha_1 \alpha_2 (-g + \sqrt{g^2 - 4hf})}{(1 + \alpha_3)(1 + \alpha_2) [2h + (-g + \sqrt{g^2 - 4hf})]} \quad (3.12)$$

$$S_A = \frac{4h^2}{[\alpha_4 (-g + \sqrt{g^2 - 4hf}) + 1] [(1 + \alpha_1 (-g + \sqrt{g^2 - 4hf}))]} \quad (3.13)$$

$$E_A = \frac{-g + \sqrt{g^2 - 4hf}}{(\alpha_5 + 1) [2h + \alpha_1 (-g + \sqrt{g^2 - 4hf})]} \quad (3.14)$$

$$I_A = \frac{-g + \sqrt{g^2 - 4hf}}{\alpha_6 \{2h + \alpha_1 (-g + \sqrt{g^2 - 4hf})\}} \left\{ \frac{\alpha_1 \alpha_2}{(1 + \alpha_3)(1 + \alpha_2)} + \frac{\alpha_5}{\alpha_5 + 1} \left[\frac{\alpha_1}{1 + \alpha_2} + \frac{1}{(-g + \sqrt{g^2 - 4hf}) + 2h} \right] \right\} \quad (3.15)$$

$$E_v = \frac{(-g + \sqrt{g^2 - 4hf})}{2\theta_v h} \quad (3.16)$$

กำหนดให้

$$g = \left\{ \frac{\alpha_2 \alpha_1 (N_J + N_A)}{(1 + \alpha_3)(1 + \alpha_2)} + \frac{\alpha_4 \alpha_5}{\alpha_5 + 1} + \left(\frac{d_v + \theta_v}{\theta_v} \right) d_v \right\} \alpha_4 + \left(\frac{d_v + \theta_v}{\theta_v} \right) d_v \alpha_1$$

$$h = e \alpha_1 \alpha_4$$

$$f = \frac{\alpha_1}{\alpha_6 (1 + \alpha_3)(1 + \alpha_2)} (\alpha_2 N_J + \alpha_5 N_A) + \frac{\alpha_4 \alpha_5 N_A}{\alpha_6 (1 + \alpha_3)(1 + \alpha_2)} (2 + \alpha_2) - \left(\frac{d_v + \theta_v}{\theta_v} \right) d_v$$

$$\alpha_1 = \frac{\delta_J N_V}{d_n + C}, \alpha_2 = \frac{\theta_n}{d_n + C}, \alpha_3 = \frac{r}{d_n + C},$$

$$\alpha_4 = \frac{\delta_J N_V}{d_n}, \alpha_5 = \frac{\theta_n}{d_n}, \alpha_6 = \frac{r + d_n}{d_n}$$

โดยที่ I_v เป็นผลเฉลยของสมการ คือ เมื่อ $I_v = 0$, $I_v = \frac{d_v + \theta_v}{\theta_v}$ และ $I_v = \frac{-g + \sqrt{g^2 - 4hf}}{2h}$

เงื่อนไขที่ทำให้ $I_v > 0$ เมื่อ $R_0 > 1$, ($R_0 = \frac{(d_v + \theta_v)d_v\alpha_6(1 + \alpha_3)(1 + \alpha_2)(1 + \alpha_5)}{\theta_v[\alpha_1(1 + \alpha_5)(\alpha_2 N_J + \alpha_5 N_A) + \alpha_4\alpha_5 N_A(2 + \alpha_5)(1 + \alpha_3)]}$)

B. ความเสถียรภาพ

ความเสถียรภาพของจุดสมดุล จะพิจารณาในรูปค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) ของเมทริกซ์จาโคเบียน จากระบบสมการ (3.1) – (3.8) นำมาเขียนในรูปแบบเมทริกซ์จาโคเบียน ได้ดังนี้

$$\begin{pmatrix} -(d_n + C) - \delta_J I_V N_V & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\delta_J I_J N_V \\ \delta_J I_V N_V & -(d_n + \theta_n + C) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \delta_J I_J N_V \\ 0 & \theta_n & -(d_n + \theta_n + C) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_n & 0 & 0 & -(\delta_A I_A N_V + d_n) & 0 & 0 & 0 & -\delta_A N_V S_A \\ 0 & d_n & 0 & \delta_A I_A N_V & -(\theta_n + d_n) & 0 & 0 & \delta_A N_V S_A \\ 0 & 0 & d_n & 0 & \theta_n & -(r + d_n) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_V I_V N_J & 0 & 0 & \delta_V I_V N_A & -(d_v + \theta_v) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_v & -d_v \end{pmatrix} \quad (S, E, I, S_A, E_A, I_A, E_V, I_V)$$

พิจารณาค่าลักษณะเฉพาะได้จากสมการลักษณะเฉพาะ (Characteristic equation)

$$\det(J - \lambda I_8) = 0$$

C. จุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค

จุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค $E_1(1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$ ได้สมการลักษณะเฉพาะ ดังนี้

$$(-d_n - c - \lambda)(-d_n - \theta_n - c - \lambda)(-d_n - \theta_n - c - \lambda)(-d_n - \lambda)(-\theta_n - d_n - \lambda)(-r - d_n - \lambda)(-d_v - \theta_v - \lambda)(-d_v - \lambda) = 0 \quad (1)$$

จากสมการลักษณะเฉพาะ (1) จะได้ค่าลักษณะเฉพาะ 8 ค่า ดังนี้

$\lambda_1 = -d_n - c$, $\lambda_2 = d_n - \theta_n - c$, $\lambda_3 = -d_n - \theta_n - c$, $\lambda_4 = -d_n$, $\lambda_5 = -\theta_n - d_n$, $\lambda_6 = -r - d_n$, $\lambda_7 = -d_v - \theta_v$, $\lambda_8 = -d_v$
พบว่าค่าลักษณะเฉพาะเป็นลบทั้งหมด แสดงว่าจุดสมดุลมีความเสถียรภาพ เมื่อ $R_0 < 1$

D. จุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเร็ว

จุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเร็ว $E_2(S_J^*, E_J^*, I_J^*, S_A^*, E_A^*, I_A^*, E_V^*, I_V^*)$ และ $E_3(S_J, E_J, I_J, S_A, E_A, I_A, E_V, I_V)$ ได้สมการลักษณะเฉพาะ ดังนี้

$$\lambda^8 + T_8\lambda^7 + T_7\lambda^6 + T_6\lambda^5 + T_5\lambda^4 + T_4\lambda^3 + T_3\lambda^2 + T_2\lambda + T_1 = 0 \quad (2)$$

334 สิรีพัชร แสงสว่าง และ พันชนี พงศ์สัมพันธ์

เมื่อ

$$\begin{aligned}
T_1 = & a[a^4j(j+k)(a+b+3d+3e+g+h) + a^3(3ej(j+g)+k(e+g+h)) + ghj(j+k) + j(j+k)(3d^2+b(2d+3e+g \\
& +h) + d(7e+3(g+h)) - ek(fl+2il-im))] + a(d^3(e+g+h)j(j+k) + b((d+e)(d(e+g)+e(e+3g)) + (d^2+3e \\
& (e+g)+2d(2e+g))h)j(j+k) - 2be(d+e)ikm + e(e(3ghj(j+k) - fkl(g+h) + e((g+h)j(j+k) - ikm)) - fghkl) + \\
& d(d(j(j+k)(2e^2+3gh)) + e(i(j+k)(5g+5h) - ik(l+3m)) + e(j(j+k)(e^2+7gh) - kl(f(g+h)+gi) \\
& + e(5j(j+k)(g+h) - k(fl+2il+4im)))) + a^2(d(j(j+k)(d^2+d(5e+3(g+h)))) + j(j+k)(5e^2+3gh) + e(7gj(j+k) \\
& + e(7j(j+k)(g+h) - k(fl+3i(l+m)))) + bj(j+k)(d(d+2(2e+g+h))) - beikm + e(j(j+k)(e^2+3gh) - (f(g+h) \\
& + gi)kl + e(3gi(j+k) + 3hj(j+k) - k(fl+2i(l+m)))) + e(edj(j+k)(5gh+e(g+h)) - e(dfkl(g+h) + g(ehj(j+k) \\
& + kl(fh-ei))) - eikm(b+d)(d+e)^2 + d^2(5gh+2e(g+h))j(j+k) - dfghkl) + d^3(gh+e(g+h))j(j+k) + b(d+e) \\
& (eg(d+e) + h(d(e+g) + e(e+3g)))j(j+k)] + egh((b+d)(d+e)^2j(j+k) - defkl) \\
T_2 = & a[a^4(a(2j+k) + 2j(3e+g+h+3j+3k) + k(3e+g+h) + (2j+k)(b+3d)) + a^3(e(3e(2j+k) + 6hj+15j^2+3gk+3hk \\
& + 15jk) + g(5j^2+hk+5jk) + 5hj(j+k) + d(3d(2j+k) + 7e(2j+k) + 3(5j(j+k) + (g+h)(2j+k))) + b(2j(g+h) \\
& + 5j(j+k) + k(g+h) + (2j+k)(2d+3e))) + a^2(e^3(2j+k) + 3e^2(2j(g+h+2j+2k) + (gk+hk)) + e(3(2ghj+4gj^2+4hj^2 \\
& + ghk+4gjk+4hjk) - 4efkl - 6eikl - 4eikm) + 4ghj(j+k) + d^2((2j+k)(l+5e) + 3(4j(j+k) + (g+h)(2j+k))) \\
& + d(e(5e(2j+k) + 7(4j(j+k) + (g+h)(2j+k))) + 3(4hj(j+k) + g(4j(j+k) + h(2j+k)))) + b(2j(gh+2gj+2hj+2gk \\
& + 2hk) + ghk + d(d(2j+k) + 2(2hj+4j^2+hk+4jk) + (2e+g)(2j+k))) + 3e(e(2j+k) + 4j(j+k) + (g+h)(2j+k))) \\
& + d^3(2hj+3j^2+hk+3jk + e(2j+k) + g(2j+k)) + d^2(9hj(j+k) + 2e^2(2j+k) + 3g(3j(j+k) + h(2j+k)) + 5e(3j(j+k) \\
& + g(2j+k) + h(2j+k))) + b(3ghj(j+k) + e^3(2j+k) + d^2(2hj+3j^2+hk+3jk + e(2j+k) + g(2j+k)) + 3e^2(3j(j+k) \\
& + (g+h)(2j+k)) + 2d(3hj(j+k) + e^2(2j+k) + g(3j(j+k) + h(2j+k)) + 2e(3j(j+k) + g(2j+k) + h(2j+k))) \\
& + 3e(3hj(j+k) + g(3j(j+k) + h(2j+k)) - ikm)) + e(9ghj^2+9ghjk + e^2(3j(j+k) + g(2j+k) + h(2j+k)) - f3kl(g-h) \\
& - 2gikl + e(9hj(j+k) + 3g(3j(j+k) + h(2j+k)) - k(3fl+4il+6im))) + d(9ghj(j+k) + e^3(2j+k) + 5e^2(3j(j+k) \\
& + (g+h)(2j+k)) + e(7g(3j(j+k) + h(2j+k)) - 3(-7hj(j+k) + k(fl+2il+3im)))) + a(d^3(2hj(j+k) + g(2j(j+k) \\
& + h(2j+k)) + e(2j(j+k) + g(2j+k) + h(2j+k))) + d^2(6ghj(j+k) + 2e^2(2j(j+k) + g(2j+k) + h(2j+k)) \\
& + e(10hj(j+k) + 5g(2j(j+k) + h(2j+k)) - ik(l+6m))) + e(-2fghkl + e(-2fhkl + g(6hj(j+k) - 2fld)) + e^2(g(2j(j+k) \\
& + h(2j+k)) + 2(hj(j+k) - ikm))) + (d^2(2hj(j+k) + g(2j(j+k) + h(2j+k)) + e(2j(j+k) + g(2j+k) + h(2j+k))) \\
& + e(6ghj(j+k) + e^2(2j(j+k) + g(2j+k) + h(2j+k)) + e(6hj(j+k) + 3g(2j(j+k) + h(2j+k)) - 4ikm)) + 2d(2ghj(j+k) \\
T_3 = & a^6 + a^3(d^3+e^3+3e^2(g+h+8j+4k) + 3e(gh+8hj+10j^2+4gk+4hk+10jk) + g(8hj+10j^2+4hk+10jk) \\
& + 10hj(j+k) + d(d(5e+3(g+h+8j+4k)) + 5e^2+7e(g+h+8j+4k) + 3(g(h+8j+4k) + 2(5j(j+k) + 2h(2j+k)))) \\
& + b(d^2+3e^2+gh+8gj+8hj+10j^2+4gk+4hk+10jk+3e(g+h+8j+4k) + 2d(2e+g+h+8j+4k))) + a^2(e^3g \\
& + e^3h+3e^2gh+6e^3j+18e^2gj+18e^2hj+18eghj+18e^2j^2+18egj^2+18ehj^2+6ghj^2+3e^3k+9e^2gk+9e^2hk+9eghk+18e^2jk \\
& + 18egjk+18ehjk+6ghjk+d^3(e+g+h+6j+3k) + d^2(2e^2+5e(g+h+6j+3k) + 3(6j(j+k) + 3h(2j+k) \\
& + g(h+6j+3k))) + b(e^3+6ghj+6gj^2+6hj^2+3ghk+6gjk+6hjk+3e^3(g+h+6j+3k) + d^2(e+g+h+6j+3k) \\
& + 3e(6j(j+k) + 3h(2j+k) + g(h+6j+3k) + 2d(e^2+6hj+6j^2+3hk+6jk+g(h+6j+3k) + 2e(g+h+6j+3k))) \\
& + d(e^3+5e^2(g+h+6j+3k) + 7e(6j(j+k) + 3h(2j+k) + g(h+6j+3k)) + 9(2hj(j+k) + g(2j(j+k) + h(2j+k))))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -6efkl - 6eikl - 6eikm) - de^2fkl - defgkl - e^2fgkl - defhkl - e^2fhkl - efglkl - 3d^2eikm - 4de^2ikm - e^3ikm + a(d^3(4hj + 3j^2 \\
& + 2hk + 3jk + g(h + 4j + 2k) + e(g + h + 4j + 2k)) + d^2(9hj(j+k) + 2e^2(g + h + 4j + 2k) + 3g(3j(j+k) + 2h(2j+k)) \\
& + 5e(3j(j+k) + 2h(2j+k) + g(h + 4j + 2k))) + b(3ghj(j+k) + e^3(g + h + 4j + 2k) + 3e^2(3j(j+k) + 2h(2j+k) \\
& + g(h + 4j + 2k)) + d^2(4hj + 3j^2 + 2hk + 3jk + g(h + 4j + 2k) + e(g + h + 4j + 2k)) + 2d(3hj(j+k) + e^2(g + h \\
& + 4j + 2k) + g(3j(j+k) + 2h(2j+k))) + 2e(3j(j+k) + 2h(2j+k) + g(h + 4j + 2k))) + 3e(3hj(j+k) + g(3j(j+k) \\
& + 2h(2j+k)) - ikm)) + e(9ghj^2 + 9ghjk + e^3(3j(j+k) + 2h(2j+k) + g(h + 4j + 2k)) - 3fgkl - 3fhkl - gikl \\
& + e(9hj(j+k) + 3g(3j(j+k) + 2h(2j+k)) - k(3fl + 2il + 6im))) + d(9ghj(j+k) + e^3(g + h + 4j + 2k) + 5e^2(3j(j+k) \\
& + 2h(2j+k) + g(h + 4j + 2k)) + e(7g(3j(j+k) + 2h(2j+k)) - 3(-7hj(j+k) + k(fl + il + 3im)))) + b(d^2(hj(j+k) \\
& + g(j(j+k) + h(2j+k)) + e(j(j+k) + h(2j+k) + g(h + 2j + k))) + e(3ghj(j+k) + e^2(j(j+k) + h(2j+k) + g(h \\
& + e^2(2j(j+k) + g(2j+k) + h(2j+k))) + 2e(2hj(j+k) + g(2j(j+k) + h(2j+k)) - ikm))) + de(e^2(2j(j+k) + g(2j+k) \\
& + h(2j+k)) - 2fhkl + g(14hj(j+k) - (2f + i)kl) + e(5g(2j(j+k) + h(2j+k)) - 2(-5hj(j+k) + k(fl + il + 4im)))) + 2d^3eghj \\
& + 4d^2e^2ghj + 2de^2ghj + d^2egj^2 + 2d^2e^2gj^2 + de^3gj^2 + d^3ehj^2 + 2d^2e^2hj^2 + de^3hj^2 + d^3ghj^2 + 5d^2eghj^2 + 2d^3eghj + 4d^2e^2ghj \\
& + 2de^3ghj + d^3egj^2 + 2d^2e^2gj^2 + de^3gj^2 + d^3ehj^2 + 2d^2e^2hj^2 + de^3hj^2 + d^3ghj^2 + 5d^2eghj^2 + 5de^2ghj^2 + e^3ghj^2 + d^3eghk \\
& + 2d^2e^2ghk + de^3ghk + d^3egjk + 2d^2e^2gjk + de^3gjk + d^3ehjk + 2d^2e^2hjk + de^3hjk + d^3ghjk + 5d^2eghjk + 5de^2ghjk + e^3ghjk \\
& + b(d + e)(d(ghj(j+k) + e(hj(j+k) + g(j(j+k) + h(2j+k)) - ikm)) + e(3ghj(j+k) + e(hj(j+k) + g(j(j+k) \\
& + h(2j+k)) - ikm))) \\
& + 2j + k)) + e(3hj(j+k) + 3g(j(j+k) + h(2j+k)) - 2ikm)) + 2d(ghj(j+k) + e^2(j(j+k) + h(2j+k) + g(h + 2j + k)) \\
& + e(2hj(j+k) + 2g(j(j+k) + h(2j+k)) - ikm)))gh + 2d^3egj + 4d^2e^2gj + 2de^3gj + 2d^3ehj + 4d^2e^2hj + 2de^3hj \\
& + gh((d^3e + 2d^2e^2 + 3d^2 + 7de + 3e^2) + j(2d^3 + 10d^2e + 10de^2 + 2e^3)) + j^2(d^3e + 2d^2e^2 + de^3 + d^3g + 5d^2eg + 5de^2g \\
& + e^3g + h(d^3 + 5d^2e + 5de^2 + e^3) + egk(d^3 + 2d^2e + de^2) + ehkd^2(d + 2e) + hk(de^3 + d^3g + 5d^2eg + 5de^2g + e^3g) \\
& + jk(d^3e + 2d^2e^2 + de^3 + d^3g + 5d^2eg + 5de^2g + e^3g + d^3h + 5d^2eh + 5de^2h + e^3h + 3d^2gh + 7deg h + 3e^2gh) \\
& + a^4(b + 3d + 3e + g + h + 12j + 6k) + a^4(3d^3 + 3e^2 + 3eg + 3eh + gh + 30ej + 10gj + 10hj + 15j^2 + 15ek + 5gk \\
& + 5hk + 15jk + b(2d + 3e + g + h + 10j + 5k) + d(7e + 3(g + h + 10j + 5k))) + a^4(3d^3 + 3e^2 + 3eg + 3eh + gh \\
& + 30ej + 10gj + 10hj + 15j^2 + 15ek + 5gk + 5hk + 15jk + b(2d + 3e + g + h + 10j + 5k) + d(7e + 3(g + h + 10j + 5k))) \\
T_4 = & 6a^5 + d^3eg + 2d^2e^2g + de^3g + d^3eh + 2d^2e^2h + de^3h + d^3gh + 5d^2egh + 5de^2gh + e^3gh + 2d^3ej + 4d^2e^2j + 2de^3j \\
& + 2d^3gj + 10d^2egj + 10de^2gj + 2e^3gj + 2d^3hj + 10d^2ehj + 10de^2hj + 2e^3hj + 6d^2ghj + 14deg hj + 6e^2ghj + d^3j^2 + 5d^2ej^2 \\
& + 5de^2j^2 + e^3j^2 + 3d^2gj^2 + 7deg j^2 + 3e^2gj^2 + 3d^2hj^2 + 7dehj^2 + 3e^2hj^2 + 3dghj^2 + 3eghj^2 + d^3ek + 2d^2e^2k + de^3k \\
& + d^3gk + 5d^2egk + 5de^2gk + e^3gk + d^3hk + 5d^2ehk + 5de^2hk + e^3hk + 3d^3ghk + 7deg hk + 3e^2ghk + d^3jk + 5d^2ejk \\
& + 5de^2jk + e^3jk + 3d^2gjk + 7deg jk + 3e^2gjk + 3d^2hjk + 7dehjk + 3e^2hjk + 3dghjk + 3eghjk + 5a^4(b + 3d + 3e + g \\
& + h + 6j + 3k) + 2a^3(6d^2 + 6e^2 + 6eg + 6eh + 2gh + 30ej + 10gj + 10hj + 10j^2 + 15ek + 5gk + 5hk + 10jk + b(4d + 6e \\
& + 2g + 2h + 10j + 5k) + d(14e + 6g + 6h + 30j + 15k)) + a^2(3d^3 + 3e^3 + 9e^2g + 9e^2h + 9egh + 36e^2j + 36egj + 36ehj \\
& + 12ghj + 30ej^2 + 10gj^2 + 10hj^2 + 18e^2k + 18egk + 18ehk + 6ghk + 30ejk + 10gjk + 10hjk + 3d^2(5e + 3(g + h + 4j + 2k)) \\
& + b(3d^2 + 9e^2 + 3gh + 12gj + 12hj + 10j^2) + 6gk + 6hk + 10jk + 9e(g + h + 4j + 2k) + 6d(2e + g + h + 4j + 2k)) + 3d(5e^2 \\
& + 3g(h + 4j + 2k) + 7e(g + h + 4j + 2k) + 2(5j(j+k) + 3h(2j+k))) - defkl - e^2fkl - efgkl - efhkl - 3deikm - 2e^2ikm \\
& + a(2e^3g + 2e^3h + 6e^3gh + 3ej(2e^2 + 6eg + 6eh + 6gh) + j^2(12e^2 + 12eg + 12eh + 4gh) + ek(3e^2 + 9eg + 9eh + 9gh + 12ej \\
& + 12gj + 12hj) + 4ghjk + d^3(2e + 2g + 2h + 6j + 3k) + d^2(4e^2 + 5e(2g + 2h + 6j + 3k) + 3(4j(j+k) + 3h(2j+k) + g(2h \\
& + 6j + 3k))) + b(2e^3 + 6ghj + 4gj^2 + 4hj^2 + 3ghk + 4gjk + 4hjk + 3e^2(2g + 2h + 6j + 3k) + d^2(2e + 2g + 2h + 6j + 3k) \\
& + 3e(4j(j+k) + 3h(2j+k) + g(2h + 6j + 3k))) + 2d(2e^2 + 6hj + 4j^2 + 3hk + 4jk + g(2h + 6j + 3k) + 2e(2g + 2h + 6j \\
& + 3k))) + d(2e^3 + 5e^2(2g + 2h + 6j + 3k) + 7e(4j(j+k) + 3h(2j+k) + g(2h + 6j + 3k)) + 3(4hj(j+k) + g(4j(j+k) \\
& + 3h(2j+k)))) - 4efkl - 2eikl - 4eikm) + b(ghj(j+k) + e^3(g + h + 2j + k) + 3e^2(j(j+k) + h(2j+k) + g(h + 2j + k)) \\
& + d^2(2hj + j^2 + hk + jk + g(h + 2j + k) + e(g + h + 2j + k)) + 2d(hj(j+k) + e^2(g + h + 2j + k) + g(j(j+k) + h(2j+k)) \\
& + 2e(j(j+k) + h(2j+k) + g(h + 2j + k))) + e(3hj(j+k) + 3g(j(j+k) + h(2j+k)) - ikm)) \\
T_5 = & a[5a^2(3a + 2(b + 3d + 3e + g + h + 4j + 2k)) + a(6(3d^2 + e(3e + g + h) + 5(2j + k)) + d(7e + 3g + 3h + 10j + 5k) \\
& + gh) + 2b(3(2d + 3e + g + h) + 10j + 5k) + 5(j(4g + 4h + 3j + 3k) + 2k(g + h))] + d(3d(d + 5e + 3g + 3h + 8j \\
& + 4k) + 15e^2 + 7e(3g + 3h + 8j + 4k) + 3(5j(j+k) + 4h(2j+k) + g(3h + 8j + 4k))) + 3e(e + 3g + 3h + 8j + 4k) \\
& + g(3h + 8j + 4k) + j(8j + 5 + 5k) + 4hk) + g(j(8h + 5j + 5k) + 4hk) + 5hj(j+k) + b(d(3d + 2(3(3e + g + h) \\
& + 8j + 4k)) + 3e(3e + 3g + 3h + 8j + 4k) + g(3h + 8j + 4k) + 2h(2j+k) + 5j(j+k))] + b[e(e^2 + 3e(g + h + 2j + k) \\
& + 3(j(j+k) + h(2j+k) + g(h + 2j + k)) + d(d(e + g + h + 2j + k) + 2(e + 2(g + h + 2j + k)) + j(2h + j + k)
\end{aligned}$$

336 ลีรีพัชร แสงสว่าง และ พันธณี พงศ์สัมพันธ์

$$\begin{aligned}
 &+hk + g(h + 2j + k)) + j(g(2h + j + k) + h(j + k)) + ghk] + d(d^2(e + g + h + j + k) + d(e(2e + 5(g + h + 2j + k)) \\
 &+ 3(2gi + gh + 2h + j^2) + 3k(g + h + j)) + e(e^2 + 5e(g + h + 2j + k) + 7(g(h + 2j + k) + 2hj + j^2 + hk) + 3g(2hj + j^2 \\
 &+ hk + gjk) + j(3hj + 7ek + 3hk))) + e(e^2(d + g + h + 2j + k) + 3e(g(h + 2j + k) + j(2h + j + k) + hk) + 3(g(2hj + j^2 \\
 &+ hk + jk) + hj^2 + k(hj - fl - im))) + ghj(j + k)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_6 = &a[20a^2 + 5a(2(b + 3d + 3e + g + h + 3j) + 3k) + 12(d^2 + e(e + g + h)) + 4gh + j(10(3e + g + h) + 6(j + k)) \\
 &5k(3e + g + h) + b(4(2d + 3e + g + h) + 10j + 5k) + d(4(7e + 3(g + h)) + 15(2j + k))] + d[d(d + 5e + 3(g + h + k) \\
 &+ 6j) + e(5e + 7(g + h + 2j + k)) + 3(g(h + 2j + k) + 2hj + hk + jk)] + e[e(e + 3(g + h + 2j + k)) + 3g(h + 2j + k) \\
 &+ 3j(2h + j + k) + 3hk] + j^2(g + h) + gk(h + j) + hjk + b[d(d + 2(2e + g + h + 2j + k)) + 3e(e + g + h + 2j + k) \\
 &+ g(h + 2i + k) + j(2h + j + k) + hk]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_7 = &a(15a + 5b + 15d + 15e + 5g + 5h + 12j + 6k) + b(2d + 3e + g + h + 2j + k) + d(3(d + g + h + 2j + k) + 7e) \\
 &+ 3e(e + g + h + 2j + k) + g(h + 2j + k) + j(2h + j + k) + hk
 \end{aligned}$$

$$T_8 = 6a + b + 3d + 3e + g + h + 2j + k$$

กำหนดให้

$$a = d_n, \quad b = \delta_j I_v N_v, \quad d = C, \quad e = \theta_n, \quad f = \delta_v I_v N_j, \quad g = \delta_A I_v N_v, \quad h = r, \quad i = \delta_v I_v N_j, \quad j = dv, \quad k = \theta_v, \quad l = \delta_j I_j N_j, \quad m = \delta_A I_A N_v$$

ค่าลักษณะเฉพาะของจุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรัง มีค่าเป็นลบ เมื่อสอดคล้องกับ Routh-Hurwitz Criteria ซึ่ง

$$A = T_6 > 0 \tag{4.1}$$

$$B = T_8 T_7 - T_6 > 0 \tag{4.2}$$

$$D = -T_6^2 + (T_4 + T_6 T_7) T_8 - T_5 T_8^2 > 0 \tag{4.3}$$

$$E = T_6(T_2 - T_5 T_6) + T_4(-T_4 + T_6 T_7) - (T_5 T_6 + (T_2 - T_5 T_6) T_7 + T_4(-2T_5 + T_7^2)) T_8 - (T_5^2 + T_5 T_7) T_8^2 > 0 \tag{4.4}$$

$$\begin{aligned}
 F = &T_4(-T_4^2 + T_6(2T_2 - T_5 T_6) + T_4 T_6 T_7) + T_6^2(T_5 T_6 - T_2 T_7) - [(T_5^2 + T_6^2(-T_1 + T_5 T_7) + T_4 T_6(3T_3 - T_5 T_7) + T_2 T_7(T_4 - T_6 T_7) \\
 &+ T_4^2(2T_5 + T_7^2))] - T_8[T_4(T_1 + T_5^2) - T_3(2T_2 + T_5 T_6) + T_7(-2T_3 T_4 + T_2 T_5 + T_1 T_6)] + (-T_3^2 + T_1 T_3) T_8^3 > 0
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

$$\begin{aligned}
 G = &T_5^2 - T_5^3 T_8^3 - T_5^2(2T_5 T_6 + T_4 T_7 - T_6 T_7^2 + T_8(3T_3 + 3T_5 T_7 + T_7^2)) + T_5^2[T_6^2 - T_6 T_8(3T_4 + T_6 T_7) + T_8^2(T_5 T_6 + 2T_4 T_7)] \\
 &- T_1[T_6(T_4^2 + T_5 T_6 - T_4 T_6 T_7) T_8 - (T_5 T_6 T_7 + T_4(-2T_5 + T_7^2)) + T_6 T_7^2(-T_1 + T_5^2) + T_1 T_7 T_8^3 + T_2(T_4^2 T_5 + T_6^2(T_1 + T_5^2 - 2T_3 T_7) \\
 &+ T_6 T_8(-T_7(3T_1 + T_5^2) + T_5(2T_5 + T_7^2)) + T_8^2(3T_3^2 + T_5^2 - 3T_3 T_5 T_7 + 2T_1(-T_5 + T_7^2)) + T_4 T_8(T_6(3T_3 - T_5 T_7) + 2T_1 - T_3 T_7 \\
 &+ T_5(-2T_5 + T_7^2))] - T_1[T_4(T_4^2 + T_4 T_8(-T_6 T_7 + (-2T_5 + T_7^2)) + T_8^2(2T_1 + T_5^2) + T_5 T_6(T_6 - T_7 T_8)) - T_1 T_8(T_6^2 - T_6 T_7 T_8 \\
 &+ 2T_5 T_8^2)] > 0
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

$$\begin{aligned}
 H = &T_2[T_2^3 - T_2^2(2T_5 T_6 + T_4 T_7 - T_6 T_7^2 + T_8(3T_3 + 3T_5 T_7 + T_7^2)) + T_2(T_4^2 T_5 + T_6(T_6(2T_1 + T_5^2 - 2T_3 T_7) - T_8(T_7(5T_1 + T_5^2) \\
 &+ T_3(T_5 + 2T_7^2))) + T_8^2(3T_3^2 + T_5^2 - 3T_3 T_5 T_7 + 3T_1(-T_5 + T_7^2)) + T_4(T_6(3T_3 - T_5 T_7) + T_8(4T_1 - T_3 T_7 + T_5(-2T_5 + T_7^2))) \\
 &- T_3^3 T_8^3 + T_3^2(T_6^2 - T_6 T_8(3T_4 + T_6 T_7) + T_8^2(T_5 T_6 + 2T_4 T_7)) + T_1(-2T_5^2 T_6 T_8^2 + T_1 T_8^2(4T_6 - 3T_7 T_8) - 2T_5 T_6^2(T_6 - T_7 T_8) \\
 &+ T_4(T_4(-4T_6 + T_7 T_8) + 3T_6^2 T_7 + T_6 T_8(4T_3 - 3T_7^2) + T_5 T_7 T_8^2)) - T_3(T_4(T_4^2 + T_4(-T_6 T_7 + T_8(-2T_5 + T_7^2)) + 5T_1 T_8^2 + T_5^2 T_8^2 \\
 &+ T_5 T_6(T_6 - T_7 T_8)) - T_1 T_8(T_6^2 - T_6 T_7 T_8 + 3T_5 T_8^2)] + T_1[T_4(T_4^3 + T_4^2(-T_6 T_7 + T_8(-2T_5 + T_7^2)) + T_4(T_5 T_6^2 + T_6 T_8(3T_3 - T_5 T_7) \\
 &+ T_8^2(2T_1 + T_5^2 - 2T_3 T_7)) + T_6(-T_3 T_6^2 + T_6 T_8(-4T_1 + T_3 T_7) + T_8^2(-T_3 T_5 + 3T_1 T_7)) + T_8^3(T_5^2 - 2T_1 T_5)) + T_1(T_6(T_6^2 - T_6^2 T_7 T_8 \\
 &+ T_5 T_6 T_8^2 - T_3 T_8^3) + T_1 T_8^4)] > 0
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

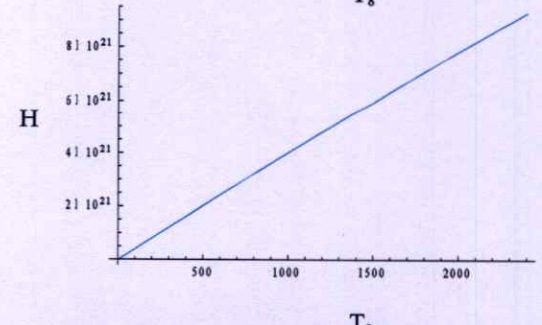
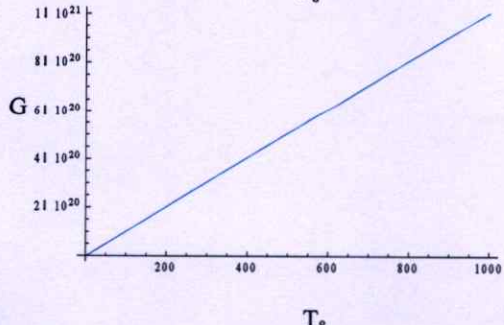
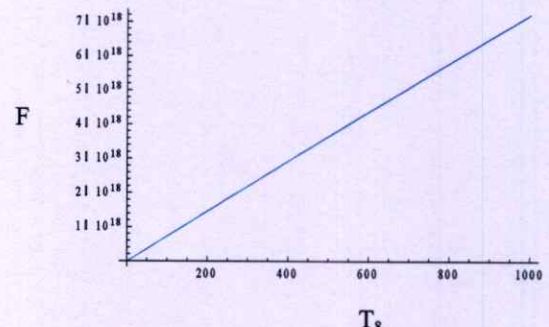
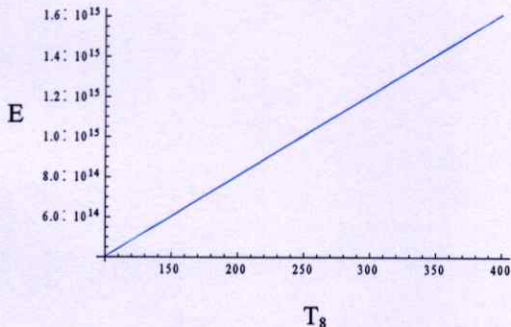
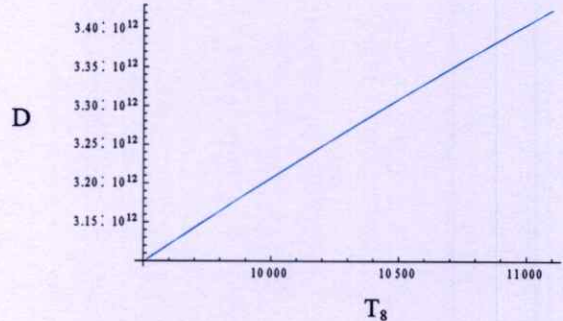
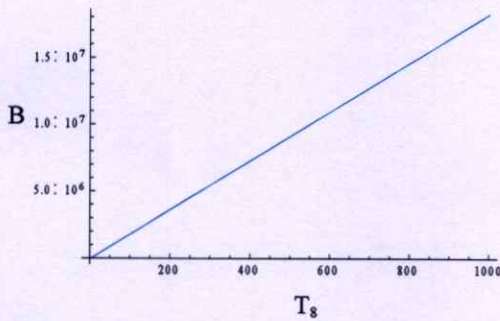
$$\begin{aligned}
 I = &T_1\{T_2[T_2^3 - T_2^2(2T_5 T_6 + T_4 T_7 - T_6 T_7^2 + T_8(3T_3 - 3T_5 T_7 + T_7^2)) + T_2(T_4^2 T_5 + T_6^2(2T_1 + T_5^2 - 2T_3 T_7) + T_6 T_8(-T_7(5T_1 + T_5^2) \\
 &+ T_3(T_5 + 2T_7^2))) + T_8^2(T_3^2 + T_5^2 - 3T_3 T_5 T_7 + 3T_1(-T_5 + T_7^2)) + T_4(T_6(3T_3 - T_5 T_7) + T_8(4T_1 - T_3 T_7 + T_5(-2T_5 + T_7^2))) \\
 &- T_3^3 T_8^3 + T_3^2(T_6^2 - T_6 T_8(3T_4 + T_6 T_7) + T_8^2(T_5 T_6 + 2T_4 T_7)) + T_1(-2T_5^2 T_6 T_8^2 + T_1 T_8^2(4T_6 - 3T_7 T_8) - 2T_5 T_6^2(T_6 - T_7 T_8) \\
 &+ T_4(T_4(-4T_6 + T_7 T_8) + 3T_6^2 T_7 + T_6 T_8(4T_3 - 3T_7^2) + T_5 T_7 T_8^2)) - T_3(T_4(T_4^2 + T_4(-T_6 T_7 + T_8(-2T_5 + T_7^2)) + 5T_1 T_8^2 + T_5^2 T_8^2 \\
 &+ T_5 T_6(T_6 - T_7 T_8)) - T_1 T_8(T_6^2 - T_6 T_7 T_8 + 3T_5 T_8^2)] + T_1[T_4(T_4^3 + T_4^2(-T_6 T_7 + T_8(-2T_5 + T_7^2)) + T_4(T_5 T_6^2 + T_6 T_8(3T_3 - T_5 T_7) \\
 &+ T_8^2(2T_1 + T_5^2 - 2T_3 T_7)) + T_6(-T_3 T_6^2 + T_6 T_8(-4T_1 + T_3 T_7) + T_8^2(-T_3 T_5 + 3T_1 T_7)) + T_1(T_6(T_6^2 - T_6^2 T_7 T_8 + T_5 T_6 T_8^2 - T_3 T_8^3) \\
 &+ T_1 T_8^4)] > 0
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

แบบจำลองตามโครงสร้างอายุสำหรับการระบาดของโรคซิกนุกุนยา 337

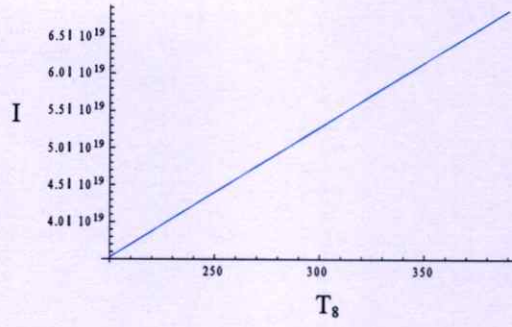
กำหนดให้ จำนวนประชากรทั้งหมด 1,000 คน นั่นคือ $N_T = 1,000$ คน, ประชากรเด็กทั้งหมด 500 คน นั่นคือ $N_J = 500$ คน ,
 ดังนั้น จะเป็นประชากรผู้ใหญ่ทั้งหมด 500 คน นั่นคือ $N_A = 500$ คน, ประชากรหนึ่งคนมีอายุเฉลี่ย 65 ปี จำนวนประชากรคงที่
 ทำให้อัตราการเกิดมีค่าเท่ากับอัตราการตายของประชากร นั่นคือ $b_n = d_n = \frac{1}{365 \times 65}$ ต่อวัน,, การเปลี่ยนแปลงจากประชากร
 เด็กเป็นประชากรผู้ใหญ่ใช้เวลา 15 ปี ทำให้อัตราการเปลี่ยนแปลงจากเด็กเป็นผู้ใหญ่ คือ $C = \frac{1}{365 \times 15}$ ต่อวัน, ระยะเวลาของ
 การฟักตัวของเชื้อไวรัสซิกนุกุนยาก่อนแสดงอาการเฉลี่ย 2.5 วัน นั่นคือ $\theta_n = \frac{1}{2.5}$ ต่อวัน, ระยะเวลาในการฟื้นไข้จากการติดเชื้อ
 เฉลี่ย 7.5 สัปดาห์ นั่นคือ $r = \frac{1}{7.5 \times 7}$ ต่อวัน, จำนวนยุงทั้งหมด 500 ตัว นั่นคือ $N_v = 500$ ตัว, ยุงตัวเมียตัวหนึ่งมีอายุเฉลี่ย 35
 วัน นั่นคือ $d_v = \frac{1}{35}$ ต่อวัน, ค่าคงที่อัตราการตายของยุงเท่ากับอัตราส่วนระหว่างค่าคงที่อัตราการเกิดใหม่ของยุงกับจำนวนยุง
 ทั้งหมด $d_v = \frac{b_v}{N_v}$ นั่นคือ $b_v = \frac{500}{35}$ ต่อวัน

พิจารณาเงื่อนไขของ Routh-Hurwitz Criteria [6]-[9] ดังนั้นจากสมการที่ (4.1) - (4.8) ใช้พหุนามดีเทอร์มิแนนต์ข้างต้น
 สามารถแสดงกราฟของสมการที่ (4.1) - (4.8) ได้ดังนี้

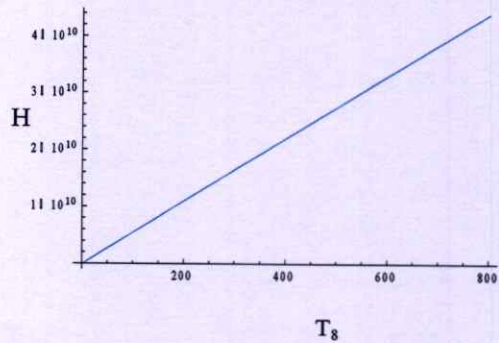
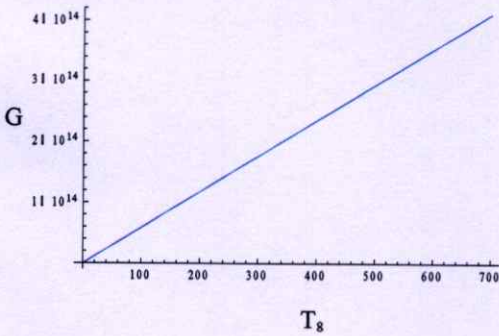
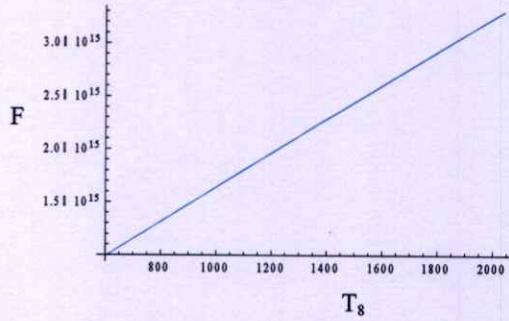
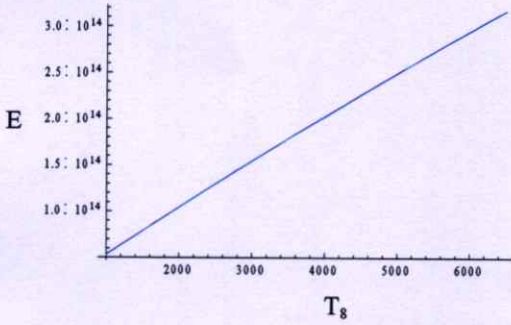
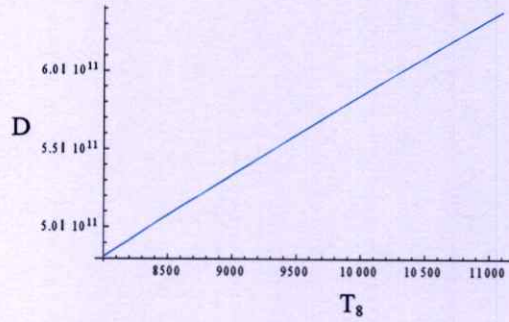
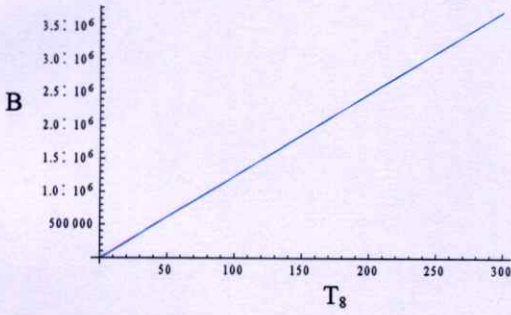
สภาวะระบาดเรื้อรัง เงื่อนไขที่ 1 ($I_v = \frac{d_v + \theta_v}{\theta_v}$)



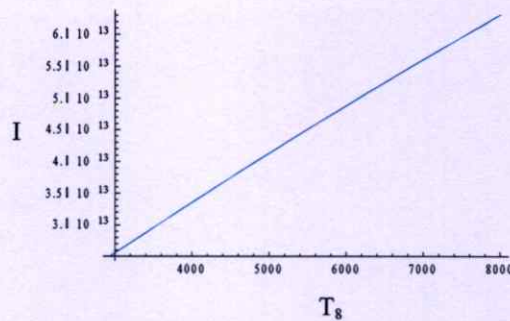
338 สิริพัชร แสงสว่าง และ พันชนี พงศ์สัมพันธ์



สภาวะระบาคเรื้อรัง เงื่อนไขที่ 2 ($I_v = \frac{-g + \sqrt{g^2 - 4hf}}{2h}$)



แบบจำลองตามโครงสร้างอายุสำหรับการระบาดของโรคชิคุนกุนยา 339



4.สรุปผล

จากการสร้างแบบจำลองของโรคชิคุนกุนยาข้างต้นพบว่า เราสามารถหาจุดสมดุลได้ 3 จุด คือ จุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค และจุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรัง 2 จุด จุดสมดุลภายใต้สภาวะไร้โรค มีความเสถียรภาพเมื่อ $R_0 < 1$ จุดสมดุลภายใต้สภาวะระบาดเรื้อรัง มีความเสถียรภาพเมื่อ $R_0 > 1$ จึงสามารถสรุปได้ว่าการลดการระบาดของโรคชิคุนกุนยา จะต้องมีการกำหนดค่าพารามิเตอร์ให้สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กล่าวมาข้างต้น

บรรณานุกรม

- [1] กรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุข. 2552. โรคไข้ปวดข้อยุงลาย. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด
- [2] www.wiwatschool.com
- [3] www.skoolbuz.com
- [4] www.doctor.or.th
- [5] www.thaivbd.org
- [6] Edelstein - Keshet, Leah. **Mathematical models in biology**. New York: Random House, 1988.
- [7] P. Pongsumpun, K. Pattanarapelert, M. Sripom, S. Varamit, and I.M. Tang, "Infection risk to travels going to dengue fever endemic regions", *Southeast Asian J Trop Med Publ Health*, vol. 35, pp. 155-159, 2004.
- [8] R.Kongnuy, P.Pongsumpun, "Mathematical modeling for dengue transmission with the effect of season", *International J Biol and Med Sci*, vol.5(2), pp.74-78, 2010.
- [9] R.Kongnuy, P.Pongsumpun and I.M.Tang, "Mathematical Model for Dengue Disease with Maternal Antibodies", *International J Biol and Med Sci*, vol.5(1), pp.5-14, 2010.

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ - นามสกุล	นางสาวสิริพัชร แสงสว่าง
วัน เดือน ปีเกิด	20 กุมภาพันธ์ 2531
สถานที่เกิด	จ.สมุทรสาคร
ที่อยู่ปัจจุบัน	167/25 หมู่ 6 ถ.พระราม 2 ต.ท่าทราย อ.เมือง จ.สมุทรสาคร 74000
ประวัติการศึกษา	ระดับปริญญาตรี (พ.ศ. 2549 - 2553) <ul style="list-style-type: none"> - จากสาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ระดับปริญญาโท (พ.ศ. 2553 - 2555) <ul style="list-style-type: none"> - จากสาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ทุนการศึกษาที่ได้รับ	ศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์ สำนักพัฒนาบัณฑิตศึกษาและวิจัยด้าน วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
ปีที่สำเร็จการศึกษา	ระดับปริญญาตรี: 2553 ระดับปริญญาโท: 2555
อีเมล	doreamon_petch@hotmail.com