โปรแกรมสำหรับการคูณเมทริกซ์ในหลากหลายรูปแบบ

PROGRAMS FOR VARIOUS MATRIX MULTIPLICATIONS

ชาญชวัตร โชติธนาวัฒนะ
วิศรุต จันทรา
สุธินันท์ อะทะไชย

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2558

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

โปรแกรมสำหรับการคูณเมทริกซ์ในหลากหลายรูปแบบ

PROGRAMS FOR VARIOUS MATRIX MULTIPLICATIONS

ชาญชวัตร โชติธนาวัฒนะ
วิศรุต จันทรา
สุธินันท์ อะทะไชย

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน 149016
วัน,เดือน,ปี 27 S.A. 2560

b.12879459
i.....

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2558

PROGRAMS FOR VARIOUS MATRIX MULTIPLICATIONS

CHANCHAWAT CHOTTHANAWATTANA

WISSARUT JANTRA

SUTINAN ATACHAI

A SPECIAL PROBLEM SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF

THE REQUIREMENT FOR

THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE (APPLIED MATHEMATICS)

DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF SCIENCE

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

ACADEMIC YEAR 2015

หัวข้อปัญหาพิเศษ	โปรแกรมสำหรับการคูณเมทริกซ์ในหลากหลายรูปแบบ PROGRAMS FOR VARIOUS MATRIX MULTIPLICATIONS
ชื่อนักศึกษา	นายชาญชวัตร โชติธนาวัฒนะ รหัสนักศึกษา 55050039 นายวิศรุต จันทรา รหัสนักศึกษา 55050137 นายสุธินันท์ อะทะไชย รหัสนักศึกษา 55050153
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชา	คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา	2558
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผศ.ดร.ภัทราวุธ จันทร์เสงี่ยม
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	รศ.ไพรบูลย์ พันธรักษ์พงษ์

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.) อนุมัติให้ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์) ประจำปีการศึกษา 2558

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
ดร.วรรณพร สรรประเสริฐ ประธานกรรมการ	
รศ.ดร.พันธนี พงศ์สัมพันธ์ กรรมการ	
ผศ.ดร.ภัทราวุธ จันทร์เสงี่ยม กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	
รศ.ไพรบูลย์ พันธรักษ์พงษ์ กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	

ลิขสิทธิ์ของคณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

หัวข้อปัญหาพิเศษ โปรแกรมสำหรับการคูณเมทริกซ์ในหลากหลายรูปแบบ
ชื่อนักศึกษา นายชาญชวัตร โชติธนาวัฒนะ รหัสนักศึกษา 55050039
นายวิศรุต จันทรา รหัสนักศึกษา 55050137
นายสุธินันท์ อะทะไชย รหัสนักศึกษา 55050153
ปริญญา วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชา คณิตศาสตร์
คณะ วิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.)
ปีการศึกษา 2558
อาจารย์ที่ปรึกษา ผศ.ดร.ภัทราวุธ จันทร์เสงี่ยม
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม รศ.ไพรบูลย์ พันธรักษ์พงษ์

บทคัดย่อ

เมทริกซ์เป็นอะเรย์สองมิติซึ่งใช้ในการเก็บข้อมูล การคูณเมทริกซ์ในรูปแบบต่างๆใช้สำหรับการประมวลผลข้อมูลเหล่านี้ ปัญหาพิเศษเป็นการพัฒนาโปรแกรมสำหรับการคูณเมทริกซ์ 6 รูปแบบ ได้แก่ การคูณเมทริกซ์แบบปกติ ผลคูณโครเนคเคอร์ ผลคูณฮาดามาร์ด ผลคูณคาทรี-ราว ผลคูณเทรซี-ซิงห์ และผลคูณกึ่งเทนเซอร์ โดยใช้ภาษา Visual Basic โปรแกรมที่ได้สามารถใช้งานได้ดีบนระบบปฏิบัติการ Windows XP Windows 7 และ Windows 8

คำสำคัญ : ผลคูณโครเนคเคอร์ ผลคูณฮาดามาร์ด ผลคูณคาทรี-ราว ผลคูณเทรซี-ซิงห์ ผลคูณกึ่งเทนเซอร์ การพัฒนาโปรแกรม

Title	PROGRAMS FOR VARIOUS MATRIX MULTIPLICATIONS	
Students	Mr. Chanchawat Chotthanawattana	Student ID 55050039
	Mr. Wissarut Jantra	Student ID 55050137
	Mr. Sutinan Atachai	Student ID 55050153
Degree	Bachelor of Science (Applied Mathematics)	
Department	Mathematics	
Faculty	Science	
University	King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL)	
Academic Year	2558	
Advisor	Asst. Prof. Dr. Pattrawut Chansagiam	
Co-advisor	Assoc. Prof. Praiboon Pantaragphong	

Abstract

A matrix is a two-dimensional array for stacking data. Any kind of matrix multiplication is used for processing such data. This special problem is to develop a computer program for six matrix multiplications, namely, usual matrix multiplication, Kronecker product, Hadamard product, Khatri-Rao product, Tracy-Singh product, and semi-tensor product, using Visual Basic. This program runs efficiently on Windows XP, Windows 7, and Windows 8.

Keywords : Kronecker product, Hadamard product, Khatri-Rao product, Tracy-Singh product, semi-tensor product, program developing

กิตติกรรมประกาศ

ในการสร้างโปรแกรมการคำนวณเมทริกซ์หลากหลายรูปแบบ สามารถประสบความสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี อันเนื่องมาจากการได้รับความกรุณาอย่างสูงจาก ผศ.ดร.ภัทราวุธ จันทร์เสงี่ยม อาจารย์ที่ปรึกษา และ รศ.ไพรบูลย์ พันธรักษ์พงษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ที่กรุณาให้คำปรึกษาและตลอดจนปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร้องต่างๆ ด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่ง ขอขอบคุณ ดร.วรรณพร สรรประเสริฐ และ รศ.ดร.พันธนี พงศ์สัมพันธ์ ที่ให้คำแนะนำเพื่อที่จะทำผลงานดังกล่าวให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ผู้ทำการวิจัยได้ตระหนักถึงความตั้งใจจริงและทุ่มเทของอาจารย์และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ผู้วิจัยหวังว่างานวิจัยเรื่องนี้จะมีประโยชน์อยู่ไม่มากก็น้อย จึงขอมอบงานวิจัยทั้งหมดนี้ให้แก่เหล่าคณาอาจารย์ที่ได้ ประสิทธิประสาทวิชาจนทำให้งานวิจัยเป็นประโยชน์ต่อผู้เกี่ยวข้องและขอมอบความกตัญญู-กตเวทิตาแด่บิดามารดาและผู้มีพระคุณทุกท่าน

สิ่งที่มีคุณค่าและคุณประโยชน์ที่ได้จากการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ ผู้วิจัยขอมอบให้แก่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

ชาญชวัตร โชติธนาวัฒนะ
วิศรุต จันทรา
สุธินันท์ อะทะไชย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... ข
กิตติกรรมประกาศ ..... ค
สารบัญ ..... ง
สารบัญรูป ..... ฉ
บทที่ 1 บทนำ **1**
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา 1
1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ 1
1.3 ขอบเขตของปัญหา 1
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 2
1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน 2
1.6 ระยะเวลาการดำเนินงาน 3
บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง **4**
2.1 ความรู้พื้นฐานในทฤษฎีเมทริกซ์ 4
2.1.1 เมทริกซ์ (Matrix) 4
2.1.2 การคูณเมทริกซ์ 5
2.1.3 สมบัติของเมทริกซ์ 6
2.2 ผลคูณโครเนคเคอร์(Kronecker product) 7
2.3 ผลคูณฮาดามาร์ด (Hadamard product) 9
2.4 ผลคูณเทรซี-ซิงห์ (Tracy–Singh product) 10
2.5 การคูณคาทรี-ราว (Khatri–Rao product) 12
2.6 ผลคูณกึ่งเทนเซอร์(Semi-Tensor product) 14
2.7 Visual Basic 2015 16
บทที่ 3 การออกแบบการทำงานของโปรแกรม **21**
3.1 การคูณเมทริกซ์ 21
3.2 ผลคูณเมทริกซ์แบบโครเนคเคอร์ (Kronecker product) 22
3.3 ผลคูณเมทริกซ์แบบฮาดามาร์ด (Hadamard product) 23
3.4 ผลคูณเมทริกซ์แบบเทรซี-ซิงห์ (Tracy–Singh product) 24
3.5 ผลคูณเมทริกซ์แบบคาทรี-ราว (Khatri–Rao product) 25
3.6 ผลคูณเมทริกซ์แบบกึ่ง-เทนเซอร์ (Semi-Tensor product) 26

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

บทที่ 4 การใช้งานโปรแกรม **27**
4.1 ผู้จัดทำ 28
4.2 แนะนำ 28
4.3 คำนวณ 29
4.3.1 การคูณแบบปกติ 29
4.3.2 การคูณแบบโครเนคเคอร์ 36
4.3.3 การคูณแบบฮาดามาร์ด 37
4.3.4 ผลคูณแบบคาทรี-ราว 42
4.3.5 ผลคูณแบบเทรซี-ซิงห์ 46
4.3.6 ผลคูณกึ่งเทนเซอร์ 50
4.4 การบันทึกผล 55
4.5 ตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรม 56
บทที่ 5 สรุปผลการดำเนินงานและข้อเสนอแนะ **62**
5.1 สรุปผลการดำเนินงาน 62
5.2 ข้อเสนอแนะ 62
5.3 แนวทางการพัฒนาต่อ 63
เอกสารอ้างอิง 64
ภาคผนวก 65

สารบัญรูป

รูปที่ **หน้า**

รูปที่ 2.7.1 แสดงการสร้าง Form ใหม่ 16
รูปที่ 2.7.2 แสดงองค์ประกอบ ในหน้าหลัก 16
รูปที่ 2.7.3 แสดงคอลโทรลต ใน Toolbox 17
รูปที่ 2.7.4 แสดงโครงสร้างของไฟล์ 18
รูปที่ 2.7.5 แสดงคุณสมบัติขิงออบเจ็กต์ 18
รูปที่ 2.7.6 แสดงส่วน User Interface 19
รูปที่ 2.7.7 แสดงการออกแบบจัดวางคอลโทรล 19
รูปที่ 2.7.8 แสดงการออกแบบโค้ด 19
รูปที่ 3.1 แผนผังการทำงานผลคูณเมทริกซ์ 21
รูปที่ 3.2 แผนผังการทำงานผลคูณเมทริกซ์แบบโครเนคเคอร์ (Kronecker product) 22
รูปที่ 3.3 แผนผังการทำงานผลคูณเมทริกซ์แบบฮาดามาร์ด (Hadamard product) 23
รูปที่ 3.4 แผนผังการทำงานผลคูณเมทริกซ์แบบเทรซี-ซิงห์ (Tracy–Singh product) 24
รูปที่ 3.5 แผนผังการทำงานการคูณเมทริกซ์ แบบKhatri–Rao(Khatri–Rao product) 25
รูปที่ 3.6 แผนผังการทำงานผลคูณเมทริกซ์แบบกึ่ง-เทนเซอร์ (Semi-Tensor product) 26
รูปที่ 4.1 ผู้จัดทำ 28
รูปที่ 4.2 แนะนำ 28
รูปที่ 4.3 คำนวณ 29
รูปที่ 4.4. การ save ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ 55

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา

การคูณเมทริกซ์แบบต่างๆ เช่น การคูณเมทริกซ์แบบปกติ ผลคูณโครเนกเคอร์ (Kronecker product)ผลคูณฮาดามาร์ด(Hadamard product)ผลคูณเทรซี - ซิงห์(Tracy-Singh product)ผลคูณคาทรี-ราว (Khatri-Rao product) และผลคูณกึ่งเทนเซอร์(semi-tensor product) เป็นเครื่องมือสำคัญหนึ่งในการแก้ปัญหา ทาง วิทยาการคอมพิวเตอร์ เทคโนโลยีสารสนเทศ สถิติ ฟิสิกส์ และสาขาอื่นๆที่เกี่ยวข้อง ปัจจุบันซอฟต์แวร์สำเร็จรูปที่ใช้ในการคำนวณผลคูณแบบต่างๆของเมทริกซ์มีเพียงการคูณเมทริกซ์แบบปกติและผลคูณโครเนคเคอร์เท่านั้น ปัญหาพิเศษนี้เป็นการพัฒนาโปรแกรมสำหรับการคูณเมทริกซ์ดังกล่าวข้างต้นโดยใช้โปรแกรม Visual Basic 2015 สร้างโปรแกรมที่ใช้คำนวณ

1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ

1.) เพื่อศึกษารูปแบบการคูณเมทริกซ์แบบต่างๆ

2.) เพื่อสร้างโปรแกรมการคูณเมทริกซ์แบบต่างๆ

1.3 ขอบเขตของปัญหา

1.3.1 ศึกษารูปแบบการดำเนินการของเมทริกซ์ในรูปแบบต่างๆดังนี้

-การคูณเมทริกซ์แบบปกติ

-ผลคูณโครเนคเคอร์

-ผลคูณฮาดามาร์ด

-ผลคูณเทรซี–ซิงห์

-ผลคูณคาทรี–ราว

-ผลคูณกึ่งเทนเซอร์

1.3.2 สมาชิกในตำแหน่งต่างๆ ของเมทริกซ์เป็น จำนวนจริง (จุดทศนิยม 3 ตำแหน่ง) และขนาดของเมทริกซ์ไมเกิน 20 แถว 20 หลัก

1.3.3 พัฒนาโปรแกรมให้ใช้งานได้ดีกับระบบปฏิบัติการ Windows XP / Windows 7 , 8

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.) ได้โปรแกรมที่ใช้ในการคูณเมทริกซ์แบบต่างๆ

2.) ได้พัฒนาทักษะกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์และการเขียนโปรแกรม

3.) เพื่อเป็นพื้นฐานในการศึกษาทฤษฎีเมทริกซ์และพีชคณิตเชิงเส้นชั้นสูงและสาขาอื่นๆที่เกี่ยวข้องต่อไป

1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน

1.) วางแผนการทำงานในขั้นตอนต่างๆ

2.) รวบรวมและศึกษาข้อมูลหรือทฤษฎีต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการคูณเมทริกซ์

3.) นำข้อมูลที่ได้มาสร้างโปรแกรมการคูณเมทริกซ์แบบต่างๆ

4.) นำโปรแกรมและผลลัพธ์ที่ได้มาเรียบเรื่องและเขียนเป็นรายงานของปัญหาพิเศษ

5.) สรุปผลการดำเนินงาน

6.) ปรับปรุงและแก้ไขในข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น

7.) นำเสนอปัญหาพิเศษ

1.6 ระยะเวลาการดำเนินงาน

ระยะเวลาที่ใช้ในการดำเนินงานตามแผนงาน 10 เดือน ได้แสดงไว้ในตารางที่ 1.1

กิจกรรมดำเนินงาน	ระยะเวลาการดำเนินงาน									
	ปี 2558					ปี 2559				
	ส.ค.	ก.ย.	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.	เม.ย.	พ.ค.
1. วางแผนการทำงานในขั้นตอนต่างๆ	■									
2. รวบรวมและศึกษาข้อมูลหรือทฤษฎีต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการคูณเมทริกซ์	■	■	■							
3. นำข้อมูลที่ได้มาสร้างโปรแกรมการคูณเมทริกซ์แบบต่างๆ			■	■	■	■				
4. นำโปรแกรมและผลลัพธ์ที่ได้มาเรียบเรียงและเขียนเป็นรายงานของปัญหาพิเศษ				■	■	■	■			
5. สรุปผลการดำเนินงาน และจัดทำรูปเล่ม							■	■	■	
6. ปรับปรุงและแก้ไขในข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น								■	■	
7. นำเสนอปัญหาพิเศษ										■

ตารางที่ 1.1 แสดงระยะเวลาในการดำเนินงานตามแผนงาน

บทที่ 2
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึงความรู้พื้นฐานและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการทำปัญหาพิเศษนี้ ซึ่งประกอบด้วยทฤษฎีเมทริกซ์ การดำเนินการคูณกันของเมทริกซ์ในรูปแบบต่างๆและพื้นฐานโปรแกรม Visual Basic (VB)

สัญลักษณ์ที่ใช้

- $\otimes$ แทนการดำเนินการคูณของผลคูณโครเนคเคอร์(Kronecker product)
- $\odot$ แทนการดำเนินการคูณของผลคูณฮาดามาร์ด(Hadamard product)
- $\circ$ แทนการดำเนินการคูณของผลคูณเทรซี-ซิงห์ (Tracy–Singh product)
- $*$ แทนการดำเนินการคูณของผลคูณคาทรี-ราว (Khatri–Rao product
- $\ltimes$ แทนการดำเนินการคูณของผลคูณกึ่งเทนเซอร์ (Semi-Tensor product)
- $\mathbb{R}$ แทนเซตของจำนวนจริง

2.1 ความรู้พื้นฐานในทฤษฎีเมทริกซ์

เนื่องจากโครงการปัญหาพิเศษนี้ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการคูณกันของเมทริกซ์ ซึ่งต้องมีความรู้ทางเรื่องทฤษฎีและนิยามต่างๆของเมทริกซ์ และต้องทำความเข้าใจดังนี้

2.1.1 เมทริกซ์ (Matrix)

เมททริกซ์ คือกลุ่มของจำนวนหรือสมาชิกใดๆ เขียนเรียงกันเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าหรือจัตุรัส กล่าวคือเรียงเป็นแถวในแนวนอน และเรียงเป็นแถวในแนวตั้ง เรามักเขียนเมทริกซ์เป็นตารางที่ไม่มีเส้นแบ่งและเขียนวงเล็บคร่อมตารางไว้

เราเรียกเมทริกซ์ที่มี m แถว และ n หลัก เรียกว่า เมทริกซ์ mxn เราเรียกจำนวน m และ n ว่า มิติ หรือ ขนาดของเมทริกซ์ เราใช้สัญลักษณ์ $A = (a_{i,j})_{mxn}$ เพื่อหมายถึงเมทริกซ์ A ซึ่งมี m แถว และ n หลัก โดยที่ $a_{i,j}$ (หรือa_{ij}) หมายถึงสมาชิกที่อยู่ตำแหน่งแถว i และหลัก j ของเมทริกซ์ นิยามได้ดังนี้

$$A = A_{m\times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{21} & \cdots & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

2.1.2 การคูณเมทริกซ์

ให้ $A = (a_{i,j})_{mxn}$ และ $B = (b_{i,j})_{mxn}$ เป็นเมทริกซ์สองเมทริกซ์โดยที่จำนวนหลักของ A เท่ากับจำนวนแถวของ B เราสามารถนิยามผลคูณ AB ว่าเป็นเมทริกซ์ $C = (c_{i,j})_{mxp}$ โดยที่

$$c_{i,j} = a_{i,1}b_{1,j}+a_{i,2}b_{1,2}+\ldots\ldots+a_{i,n}b_{1,n} = \sum_{k=1}^{n} a_{i,k}b_{k,j}$$

กล่าวคือสมาชิกในแถว i หลัก j ของผลคูณ AB คำนวณได้จากการนำสมาชิกของหลัก i ของ A และสมาชิกของ
คอลัมน์ B ในตำแหน่ง "เดียวกัน" มาคูณกัน แล้วนำผลคูณทั้ง n ผลคูณนั้นมาบวกกัน

ให้ $A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} \\ b_{2,1} & b_{2,2} \\ b_{3,1} & b_{3,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \end{bmatrix}$

, ,

แล้ว $$AB = \begin{bmatrix} a_1 \cdot b_1 & a_1 \cdot b_2 \\ a_2 \cdot b_1 & a_2 \cdot b_2 \end{bmatrix}$$

ตัวอย่างที่ 2.1.1

$$A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\ -1 & 3 & 1\end{bmatrix}\quad , \quad B=\begin{bmatrix}3 & 1\\ 2 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$AB=\begin{bmatrix}1 & 0 & 2\\ -1 & 3 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & 1\\ 2 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(1\times3+0\times2+2\times1) & (1\times1+0\times1+2\times0)\\ (-1\times3+3\times2+1\times1) & (-1\times1+3\times1+1\times0)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5 & 1\\ 4 & 2\end{bmatrix}$$

2.1.3 สมบัติของเมทริกซ์

เมทริกซ์มีสมบัติดังต่อไปนี้

1.สมบัติการเปลี่ยนหมู่: $(AB)C = A(BC)$ สำหรับเมทริกซ์ A ขนาด k x m , B ขนาด m x n และ C ขนาด n x p ใดๆ

2.สมบัติการแจกแจงทางขวา: $(A+B)C = AC+BC$ สำหรับเมทริกซ์ A และ B ขนาด m x n และ C ขนาด n x p ใดๆ

3.สมบัติการแจกแจงทางซ้าย: $C(A+B) = CA+CB$ สำหรับเมทริกซ์ A และ B ขนาด m x n และ C ขนาด k x m ใดๆ

2.2 ผลคูณโครเนคเคอร์(Kronecker product)

ให้ A เป็นเมทริกซ์ขนาด m x n และ B เป็นเมทริกซ์ขนาด p x q , ผลคูณโครเนคเคอร์ $A \otimes B$ จะเป็น เมทริกซ์แบบบล็อกขนาด mp x nq ซึ่งนิยามดังนี้

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & \cdots & a_{11}b_{1q} & \cdots & \cdots & a_{1n}b_{11} & a_{1n}b_{12} & \cdots & a_{1n}b_{1q} \\ a_{11}b_{21} & a_{11}b_{22} & \cdots & a_{11}b_{2q} & \cdots & \cdots & a_{1n}b_{21} & a_{1n}b_{22} & \cdots & a_{1n}b_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{11}b_{p1} & a_{11}b_{p2} & \cdots & a_{11}b_{pq} & \cdots & \cdots & a_{1n}b_{p1} & a_{1n}b_{p2} & \cdots & a_{1n}b_{pq} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}b_{11} & a_{m1}b_{12} & \cdots & a_{m1}b_{1q} & \cdots & \cdots & a_{mn}b_{11} & a_{mn}b_{12} & \cdots & a_{mn}b_{1q} \\ a_{m1}b_{21} & a_{m1}b_{22} & \cdots & a_{m1}b_{2q} & \cdots & \cdots & a_{mn}b_{21} & a_{mn}b_{22} & \cdots & a_{mn}b_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}b_{p1} & a_{m1}b_{p2} & \cdots & a_{m1}b_{pq} & \cdots & \cdots & a_{mn}b_{p1} & a_{mn}b_{p2} & \cdots & a_{mn}b_{pq} \end{bmatrix}$$

ตัวอย่างที่ 2.2.1

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad , \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|cc} 1\cdot 0 & 1\cdot 5 & 2\cdot 0 & 2\cdot 5 \\ 1\cdot 6 & 1\cdot 7 & 2\cdot 6 & 2\cdot 7 \\ \hline 3\cdot 0 & 3\cdot 5 & 4\cdot 0 & 4\cdot 5 \\ 3\cdot 6 & 3\cdot 7 & 4\cdot 6 & 4\cdot 7 \end{array}\right] = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 0 & 10 \\ 6 & 7 & 12 & 14 \\ 0 & 15 & 0 & 20 \\ 18 & 21 & 24 & 28 \end{bmatrix}$$

ตัวอย่างที่ 2.2.2

$$A=\begin{bmatrix}1 & 5 & 3\\ 4 & 2 & 2\end{bmatrix}, \qquad B=\begin{bmatrix}2 & 4\\ 3 & 3\end{bmatrix}$$

$$A\otimes B=\left[\begin{array}{cc|cc|cc} 1\cdot2 & 1\cdot4 & 5\cdot2 & 5\cdot4 & 3\cdot2 & 3\cdot4\\ 1\cdot3 & 1\cdot3 & 5\cdot3 & 5\cdot3 & 3\cdot3 & 3\cdot3\\ \hline 4\cdot2 & 4\cdot4 & 2\cdot2 & 2\cdot4 & 2\cdot2 & 2\cdot4\\ 4\cdot3 & 4\cdot3 & 2\cdot3 & 2\cdot3 & 2\cdot3 & 2\cdot3 \end{array}\right]$$

$$=\begin{bmatrix}2 & 4 & 10 & 20 & 6 & 12\\ 3 & 3 & 15 & 15 & 9 & 9\\ 8 & 16 & 4 & 8 & 4 & 8\\ 12 & 12 & 6 & 6 & 6 & 6\end{bmatrix}$$

2.3 ผลคูณฮาดามาร์ด (Hadamard product)

ถ้า A และ B เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาด m x n เท่ากัน , จะได้ผลคูณฮาดามาร์ด $(A \odot B)$ เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาด m x n ซึ่งมีแต่ละสมาชิกในตำแหน่ง i,j เป็น

$(A \odot B)_{i,j} = (A)_{i,j} \bullet (B)_{i,j}$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & \cdots & a_{1n}b_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}b_{m1} & \cdots & a_{mn}b_{mn} \end{bmatrix}$$

ตัวอย่างที่ 2.3.1

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 9 & 5 & 5 \\ 7 & 2 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A \odot B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} 9 & 5 & 5 \\ 7 & 2 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 10 & 15 \\ 28 & 10 & 24 \\ 21 & 48 & 9 \end{bmatrix}$$

ตัวอย่างที่ 2.3.2

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 5 & 8 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A \odot B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 5 & 8 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 20 & 12 \\ 20 & 16 & 6 \end{bmatrix}$$

2.4 ผลคูณเทรซี-ซิงห์ (Tracy–Singh product)

ให้ A มีขนาด m x n $A_{i,j}$ มีขนาด m_i x n_j และ B มีขนาด p x q $B_{k,l}$ มีขนาด p_k x q_l โดยที่ m, n, p, q = 1, 2, 3, ... จะได้ว่าผลคูณ $A \circ B$ ขนาด mp x nq เป็นเมทริกซ์ $A_{ij} \circ B$ ขนาด $m_i p$ x $n_j q$ ซึ่ง บล็อกเมทริกซ์ขนาดย่อยลำดับที่ k,l เท่ากับเมทริกซ์ $A_{i,j} \otimes B_{k,l}$ จะมีขนาด $m_i p_k$ x $n_j q_l$ สามารถนิยามได้ว่า

$A \circ B = (A_{ij} \circ B)_{ij} = ((A_{ij} \otimes B_{kl})_{kl})_{ij}$ โดยที่ i, j, k, l = 1,2,3,....

ตัวอย่างเช่น

$$A \circ B = \left[\begin{array}{c|c} A_{11} \circ B & A_{12} \circ B \\ \hline A_{21} \circ B & A_{22} \circ B \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c|c|c} A_{11} \otimes B_{11} & A_{11} \otimes B_{12} & A_{12} \otimes B_{12} & A_{12} \otimes B_{12} \\ \hline A_{11} \otimes B_{21} & A_{11} \otimes B_{22} & A_{12} \otimes B_{21} & A_{12} \otimes B_{22} \\ \hline A_{21} \otimes B_{11} & A_{21} \otimes B_{12} & A_{22} \otimes B_{11} & A_{22} \otimes B_{12} \\ \hline A_{21} \otimes B_{21} & A_{21} \otimes B_{22} & A_{22} \otimes B_{21} & A_{22} \otimes B_{22} \end{array}\right]$$

ตัวอย่างที่ 2.4.1

$$A = \left[\begin{array}{c|c} A_{11} & A_{12} \\ \hline A_{21} & A_{22} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ \hline 7 & 8 & 9 \end{array}\right], B = \left[\begin{array}{c|c} B_{11} & B_{12} \\ \hline B_{21} & B_{22} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|cc} 1 & 4 & 7 \\ \hline 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{array}\right]$$

$$A \circ B = \left[\begin{array}{cc|cc|cc|c|cc} 1 & 2 & 4 & 7 & 8 & 14 & 3 & 12 & 21 \\ 4 & 5 & 16 & 28 & 20 & 35 & 6 & 24 & 42 \\ \hline 2 & 4 & 5 & 8 & 10 & 16 & 6 & 15 & 24 \\ 3 & 6 & 6 & 9 & 12 & 18 & 9 & 18 & 27 \\ 8 & 10 & 20 & 32 & 25 & 40 & 12 & 30 & 48 \\ 12 & 15 & 24 & 36 & 30 & 45 & 18 & 36 & 54 \\ \hline 7 & 8 & 28 & 49 & 32 & 56 & 9 & 36 & 63 \\ \hline 14 & 16 & 35 & 56 & 40 & 64 & 18 & 45 & 72 \\ 21 & 24 & 42 & 63 & 48 & 72 & 27 & 54 & 81 \end{array}\right]$$

ตัวอย่างที่ 2.4.2

$$A=\left[\begin{array}{c|cc} 1 & 2 & 3 \\ \hline 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{array}\right], B=\left[\begin{array}{c|cc} 1 & 4 & 7 \\ \hline 2 & 5 & 8 \\ \hline 3 & 6 & 9 \end{array}\right]$$

$$A \circ B=\left[\begin{array}{c|c|cc|cc|cc} 1 & 4 & 7 & 2 & 3 & 8 & 14 & 12 & 21 \\ 2 & 5 & 8 & 4 & 6 & 10 & 16 & 15 & 24 \\ \hline 3 & 6 & 9 & 6 & 9 & 12 & 18 & 18 & 27 \\ \hline 4 & 16 & 28 & 5 & 6 & 20 & 35 & 24 & 40 \\ 8 & 20 & 32 & 10 & 12 & 25 & 40 & 30 & 48 \\ 7 & 28 & 49 & 8 & 9 & 32 & 56 & 36 & 63 \\ 14 & 35 & 56 & 16 & 18 & 40 & 64 & 45 & 72 \\ \hline 12 & 24 & 36 & 15 & 18 & 30 & 45 & 36 & 54 \\ 21 & 42 & 63 & 24 & 27 & 48 & 72 & 54 & 81 \end{array}\right]$$

กรณีเฉพาะต่างๆของ ผลคูณเทรซี-ซิงห์

- ถ้าไม่มีการแบ่งบล็อก จะเป็นรูปแบบผลคูณโครเนคเคอร์แทน
- ถ้า A เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาด 1x1 และ B เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาด 1x1 แล้ว A และ B จะเป็นรูปแบบ ผลคูณปกติ

2.5 การคูณคาทรี-ราว (Khatri–Rao product)

ให้ A มีขนาด m x n $A_{i,j}$ มีขนาด $m_i \times n_j$ และ B มีขนาด p x q $B_{i,j}$ มีขนาด $p_i \times q_j$ โดยที่ m, n, p, q = 1,2,3,.... ซึ่งบล็อกเมทริกซ์ขนาดย่อยลำดับที่ i, j เท่ากับเมทริกซ์ $A_{i,j} \otimes B_{i,j}$ จะมีขนาด $m_i p_i \times n_j q_j$ สามารถนิยามได้ว่า $A * B = (A_{ij} \otimes B_{ij})_{ij}$ โดยที่ i, j= 1,2,3,....

ตัวอย่างเช่น

$$A = \left[\begin{array}{c|c} A_{11} & A_{12} \\ \hline A_{21} & A_{22} \end{array}\right], B = \left[\begin{array}{c|c} B_{11} & B_{12} \\ \hline B_{21} & B_{22} \end{array}\right]$$

$$A * B = \left[\begin{array}{c|c} A_{11} \otimes B_{11} & A_{12} \otimes B_{12} \\ \hline A_{21} \otimes B_{21} & A_{22} \otimes B_{22} \end{array}\right]$$

ตัวอย่างที่ 2.5.1

$$A = \left[\begin{array}{c|c} A_{11} & A_{12} \\ \hline A_{21} & A_{22} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ \hline 7 & 8 & 9 \end{array}\right], B = \left[\begin{array}{c|c} B_{11} & B_{12} \\ \hline B_{21} & B_{22} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|cc} 1 & 4 & 7 \\ \hline 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{array}\right]$$

$$A * B = \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 12 & 21 \\ 4 & 5 & 24 & 42 \\ \hline 14 & 16 & 45 & 72 \\ 21 & 24 & 54 & 81 \end{array}\right]$$

ตัวอย่างที่ 2.5.2

$$A=\left[\begin{array}{c|cc} 1 & 2 & 3 \\ \hline 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{array}\right], B=\left[\begin{array}{c|cc} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ \hline 3 & 6 & 9 \end{array}\right]$$

$$A*B=\left[\begin{array}{c|cccc} 1 & 8 & 12 & 14 & 21 \\ 2 & 10 & 15 & 16 & 24 \\ \hline 12 & 30 & 36 & 45 & 54 \\ 21 & 48 & 54 & 72 & 81 \end{array}\right]$$

กรณีเฉพาะของผลคูณคาทรี-ราว

- ถ้า A เป็นเมทริกซ์ที่ไม่มีการแบ่งบล็อก และ B เป็นเมทริกซ์ที่ไม่มีการแบ่งบล็อก แล้ว A และ B จะอยู่

ในรูปแบบผลคูณโครเนคเคอร์

- ถ้า A และ B แบ่งบล็อกขนาดเท่ากันและแต่ละบล็อกมีขนาด 1x1 ณ ตำแหน่งเดี่ยวกัน จะเป็นการคูณกันในรูปแบบผลคูณฮาดามาร์ด

2.6 ผลคูณกึ่งเทนเซอร์(Semi-Tensor product)

ให้ $X=(x_1,....,x_s)$ เป็นเวกเตอร์ในแนวนอน , $Y=(y_1,....,y_t)^T$ เป็นเวกเตอร์ในแนวตั้ง

กรณีที่1 : ถ้า $\mathbf{t}$ เป็นตัวประกอบของ s, โดยที่ $\mathbf{s}=\mathbf{t}\times\mathbf{n}$, ดังนั้นขนาดที่nของเวกเตอร์แนวนอนจะกำหนดได้ว่า

$$X\ltimes Y=\sum_{k=1}^{t}X^k y_k\in\mathbb{R}^n$$

เรียกว่า ผลคูณกึ่งเทนเซอร์ของ X และ Y

โดยที่ $$X=(X^1,....,X^t),\ X^i\in\mathbb{R}^n, i=1,....,t$$

กรณีที่2 : ถ้า s เป็นตัวประกอบของ t, โดยที่ $\mathbf{t}=s\times n$, ดังนั้นขนาดที่nของเวกเตอร์แนวตั้งจะกำหนดได้ว่า

$$X\ltimes Y=\sum_{k=1}^{t}x_k Y^k\in\mathbb{R}^n$$

เรียกว่า ผลคูณกึ่งเทนเซอร์ของ X และ Y

โดยที่ $$Y=((Y^1)^T,....,(Y^t)^T)^T$$

ให้ $M\in\mu_{m\times n}$ และ $N\in\mu_{p\times q}$. ถ้า n เป็นตัวประกอบของ p หรือ p เป็นตัวประกอบของ q

ดังนั้น $C=M\ltimes N$ เรียกว่าเป็นผลคูณกึ่งเทนเซอร์ของ M และ N ซึ่ง C ประกอบบล็อก m x q

ดังนั้น $C=(C^{ij})$ และ $(C^{ij})=M^i\ltimes N_j$ และ i =1,...,m , j=1,...,q

ซึ่ง $M^i=Row_i(M)$ และ $N_j=Col_j(N)$

ตัวอย่างที่ 2.6.1

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 1 & 1\\ 2 & 3 & 1 & 2\\ 3 & 2 & 1 & 0\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 2 & -1\end{bmatrix}$$

$$A \ltimes B = \begin{bmatrix}(1\ 2\ 1\ 1)\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} & (1\ 2\ 1\ 1)\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}\\ (2\ 3\ 1\ 2)\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} & (2\ 3\ 1\ 2)\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}\\ (3\ 2\ 1\ 0)\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix} & (3\ 2\ 1\ 0)\begin{pmatrix}-2\\-1\end{pmatrix}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}3 & 4 & -3 & -5\\ 4 & 7 & -5 & -8\\ 5 & 2 & -7 & -4\end{bmatrix}$$

ตัวอย่างที่ 2.6.2

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6\\ 4 & 8 & 2 & 9 & 1 & 2\end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix}2 & 4\\ 1 & 4\\ 3 & 2\end{bmatrix}$$

$$A \ltimes B = \begin{bmatrix}(1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6)\begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix} & (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6)\begin{pmatrix}4\\4\\2\end{pmatrix}\\ (4\ 8\ 2\ 9\ 1\ 2)\begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix} & (4\ 8\ 2\ 9\ 1\ 2)\begin{pmatrix}4\\4\\2\end{pmatrix}\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}(2+3+15) & (4+4+18) & (4+12+10) & (8+16+12)\\ (8+2+3) & (16+9+6) & (16+8+2) & (32+36+4)\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix}20 & 26 & 26 & 36\\ 13 & 31 & 26 & 72\end{bmatrix}$$

2.7 Visual Basic 2015

Visual basic นั้นเป็นภาษาที่ถูกพัฒนามาอย่างต่อเนื่อง จนมาถึงรุ่นล่าสุดคือเวอร์ชั่น 2015 ซึ่งได้มีการปรับปรุงประสิทธิภาพให้สามารถประมวลผลได้เร็วขึ้นกว่าเดิม เป็นโปรแกรมที่นำไปประยุกต์ใช้กับการเขียนโปรแกรมต่างๆได้อย่างดี และเป็นหนึ่งในโปรแกรมภาษาของชุด Visual Studio 2015 ซึ่งประกอบด้วยเครื่องมือที่ช่วยให้สามารถพัฒนาแอปพลิเคชั่นที่หลากหลายและสะดวกต่อการใช้งาน ซึ่งก่อนที่จะเรียนรู้การเขียนโปรแกรมด้วย Visual Basic ควรศึกษาองค์ประกอบต่างๆ ที่มีในโปรแกรมก่อน

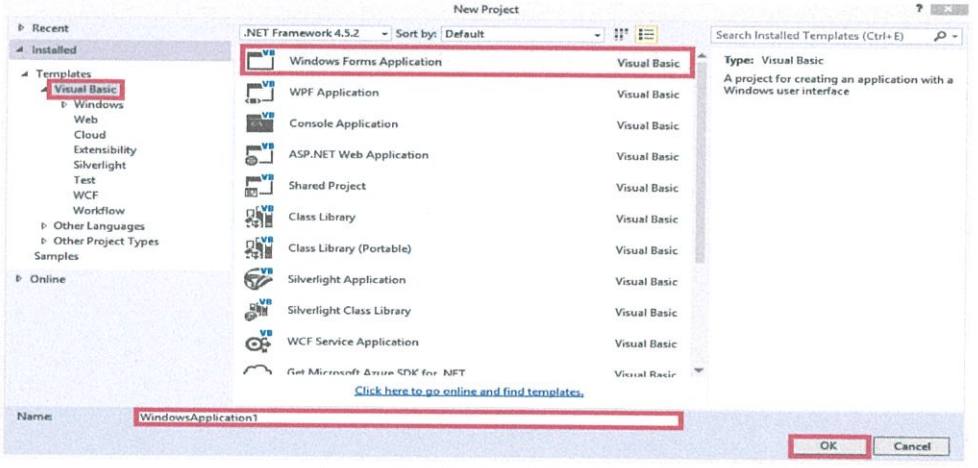
องค์ประกอบที่ควรรู้จักเบื้องต้น

เมื่อเปิดเข้าสู่โปรแกรม Visual Studio 2015 จะเริ่มที่ Start Page ซึ่งมีลักษณะองค์ประกอบก่อนที่จะเข้าหน้าหลักของโปรแกรม เราต้องสร้างโปรเจ็กต์ใหม่ขึ้นมาเสียก่อน โดย

เลือกจากเมนู File > New Project

1. เลือกภาษา Visual Basic > Windows Desktop
2. ช่องตรงกลางเลือก Windows Forms Application
3. กำหนดชื่อโปรเจ็กต์(Name) > OK

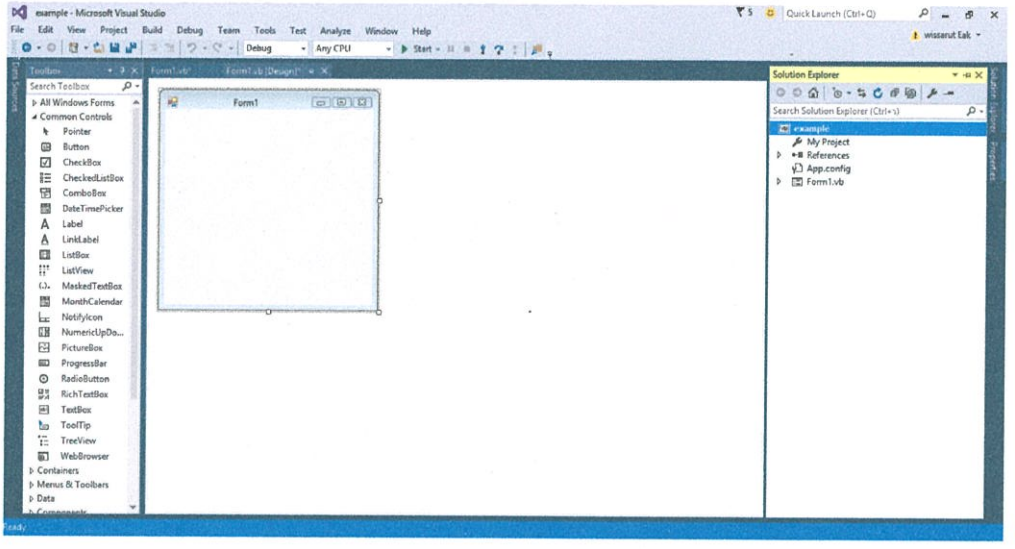
ดังรูปที่ 2.7.1



รูปที่ 2.7.1 แสดงการสร้าง Form ใหม่

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

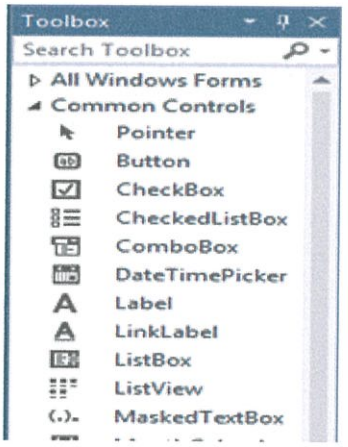
เข้าสู้หน้าหลักของโปรเจ็กต์ ซึ่งมีลักษณะองค์ประกอบหลักๆ ดังรูปที่ 2.7.2



รูปที่ 2.7.2 แสดงองค์ประกอบต่างๆ ในหน้าหลัก

สำหรับองค์ประกอบแต่ละอย่างมีรายละเอียดโดยสังเขปดังนี้

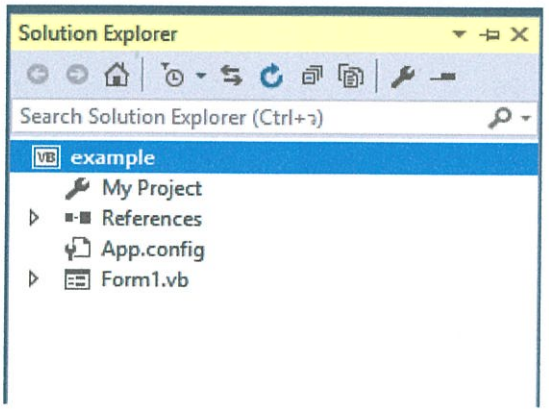
1. Toolbox เป็นส่วนที่ใช้ในการแสดงคอนโทรลต่างๆที่จะนำมาวางบนฟอร์ม แต่เนื่องจากคอลโทรลมีจำนวนมาก ดังนั้นจึงมีการแบ่งออกเป็นกลุ่มๆเช่น Common Controls , Containers , Data เป็นต้น ดังรูปที่ 2.7.3



รูปที่ 2.7.3 แสดงคอลโทรลต่างๆ ใน Toolbox

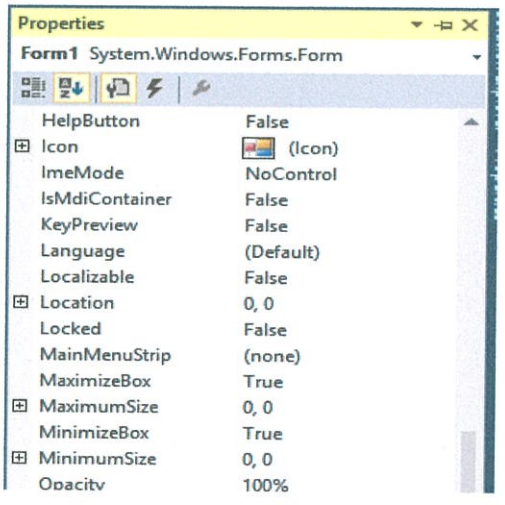
149016

2. Solution Explorer เป็นส่วนที่แสดงโครงสร้างของไฟล์ต่างๆ ที่มีในโปรเจ็กต์ นอกจากนี้ยังสามารถจัดการกับไฟล์เหล่านั้นในบางลักษณะผ่าน Solution Explorer ได้ เช่น เพิ่ม ลบ เปลี่ยนชื่อ โฟลเดอร์
สร้างโฟลเดอร์ เป็นต้น ดังรูปที่ 2.7.4



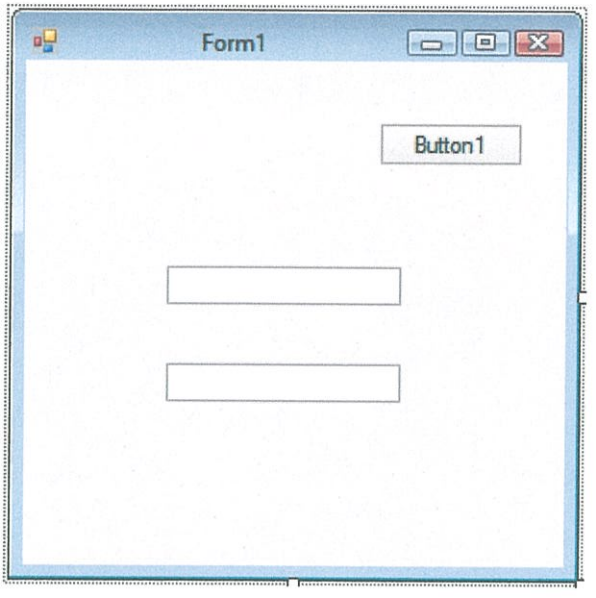
รูปที่ 2.7.4 แสดงโครงสร้างของไฟล์ต่างๆ

3. Properties Window การพัฒนาแอปพลิเคชั่นนั้นทุกอย่างจะอยู่ในรูปแบบของออบเจ็กต์ และทุกออบเจ็กต์นั้นจะประกอบไปด้วยข้อมูลที่เป็นคุณสมบัติของออบเจ็กต์นั้น ซึ่งเราจะเรียกคุณสมบัติของออบเจ็บว่า Properties สำหรับ Properties Window เป็นส่วนที่ใช้แสดงProperties ของออบเจ็กต์ที่ถูกเลือกในขณะนั้น เช่น คอนโทรลหรือคอมโพเนนต์ต่างๆ ที่ว่างอยู่บนฟอร์ม เช่น ขนาด , ตำแหน่ง , สี เป็นต้น ดังรูปที่ 2.7.5



รูปที่ 2.7.5 แสดงคุณสมบัติขิงออบเจ็กต์ ต่างๆ

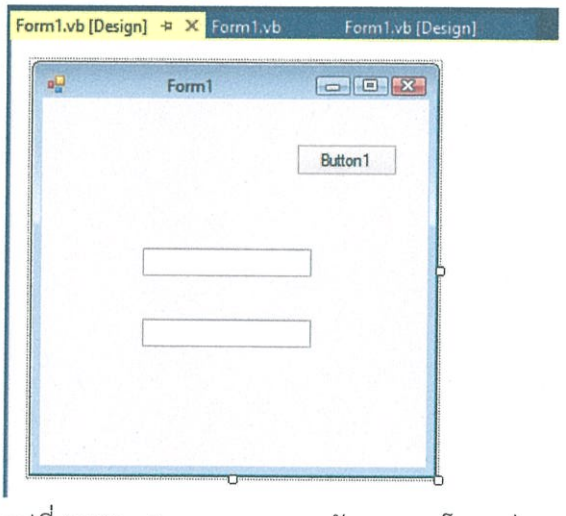
4. Form เป็นส่วนที่สำคัญสำหรับการพัฒนาโปรแกรม เพราะเป็นส่วนที่ใช้ในการจัดวางคอนโทรลต่างๆเพื่อติดต่อกับผู้ใช้ รูปที่ 2.7.6



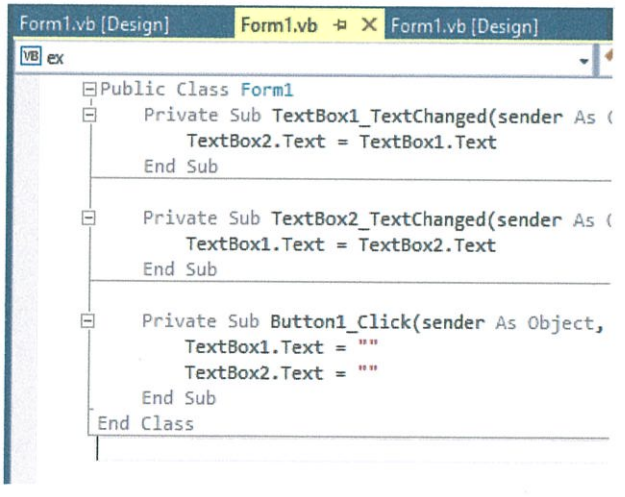
รูปที่ 2.7.6 แสดงส่วน User Interface

5. มุมมองออกแบบและมุมมองโค้ด

มุมมองออกแบบ คือมุมมองของฟอร์มที่จะใช้จัดวางคอนโทรลต่างๆ ส่วนมุมมองโค้ด คือ มุมมองในการเขียนโปรแกรมเพื่อควบคุมการทำงานต่างๆ ดัง รูปที่ 2.7.7 และ รูปที่ 2.7.8



รูปที่ 2.7.7 แสดงการออกแบบจัดวางคอลโทรลต่างๆ



รูปที่ 2.7.8 แสดงการออกแบบโค้ด

ข้อดีของ Visual Basic 2015

สาเหตุที่ Visual Basic เป็นภาษาที่เหมาะสำหรับการเรียนรู้ในการเขียนโปรแกรมนั้น เนื่องจากVisual Basic มีข้อดีหลายประการคือ

1. ง่ายต่อการเรียนรู้เหมาะสำหรับผู้เริ่มต้น ทั้งในเรื่องไวยากรณ์ของภาษาเองและเครื่องมือการใช้งาน
2. ความนิยมของตัวภาษา โดยอาจกล่าวได้ว่าภาษา Basic นั้นเป็นภาษาที่คนเรียนรู้และใช้งานมากที่สุดในประวัติศาสตร์ของคอมพิวเตอร์
3. การพัฒนาอย่างต่อเนื่อง การปรับปรุงประสิทธิภาพในด้านของตัวภาษาและความเร็วของการประมวลผล และ ในเรื่องของความสามารถใหม่ๆ เช่น การติดต่อกับระบบฐานข้อมูล การเชื่อมต่อกับเครือข่ายอินเตอร์เน็ต
4. ผู้พัฒนาสำคัญของ Visual Basic คือบริษัทไมโครซอฟท์ซึ่งจัดว่าเป็นยักษ์ใหญ่ของวงการคอมพิวเตอร์ในปัจจุบัน เราจึงสามารถมั่นใจได้ว่า Visual Basic จะยังมีการพัฒนา ปรับปรุงและคงอยู่ไปอีกนาน

นอกจาก Visual Basic มาตรฐานแล้วยังมีภาษาที่เป็นแบบเดียวกันอีก 2 แบบคือ

1. Visual Basic for Application Edition (VBA) ที่มาพร้อมกับชุด Microsoft Office และผลิตภัณฑ์อื่นๆ อีกมากมายบน Windows เพื่อเพิ่มความสามารถในการเขียนโปรแกรมให้กับแอพพลิเคชั่นเหล่านั้น
2. VB Script Edition ที่มีการเขียนโปรแกรมเหมือนกับภาษา Visual Basic แทบทุกประเภทแต่มีการเขียนเป็น Script หรือเป็นชุดคำสั่ง (คล้ายกับ Batch File ใน Dos) ปัจจุบัน VB Script มีการใช้กันอย่างแพร่หลายในการ สร้างโฮมเพจในอินเตอร์เน็ต หรือในโปรแกรมประยุกต์ที่มีการติดต่อกับระบบฐานข้อมูลและระบบเครือข่าย

ภาษา VBAนี้จะทำให้ผู้ใช้งานสามารถใช้ภาษา Visual Basic เพื่อปรับปรุงการทำงานของโปรแกรมให้ตรงความต้องการและมีประสิทธิภาพมากยิ่ง ขึ้น ตัวอย่างเช่น โปรแกรม Word Excel หรือ PowerPoint ได้เตรียมภาษา VBAมาให้ผู้ใช้ ซึ่งการเขียนโปรแกรมแทบจะเหมือนกับภาษา Visual Basic ทุกประการทำให้ผู้ใช้สามารถปรับแต่งการทำงานของชีทคำนวณ Excel ได้หรือแม้กระทั่งเชื่อมต่อการทำงานระหว่างโปรแกรม เช่น เชื่อมข้อมูลระหว่าง Excel PowerPoint และ Word ให้ทำงานร่วมกันอย่างอัตโนมัติ

จากความรู้พื้นฐานข้างต้นทั้งหมดสามารถนำไปประยุกต์ใช้เพื่อทำโครงการปัญหาพิเศษดังรายละเอียดถัดไป

บทที่ 3

การออกแบบการทำงานของโปรแกรม

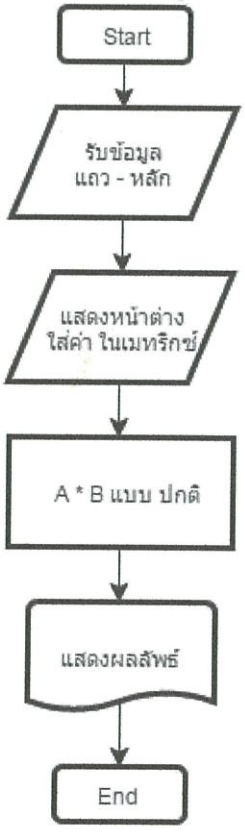
ในบทนี้เราจะกล่าวถึงการออกแบบการทำงานของโปรแกรมการคูณเมทริกซ์ในรูปแบบต่างๆ ได้แก่ การคูณแบบปรกติ ผลคูณโครเนคเคอร์ ผลคูณฮาดามาร์ด ผลคูณเทรซี-ซิงห์ ผลคูณคาทรี-ราว และผลคูณกึ่งเทนเซอร์ โดยจะอธิบายการทำงานของกาคูณเหล่านี้โดยใช้แผนผัง

3. การออกแบบขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

แผนผังการทำงานของโปรแกรมในแต่ละรูปแบบ

3.1 การคูณเมทริกซ์

ผลคูณเมทริกซ์ สามารถดำเนินได้โดย การเลือกขนาดของเมทริกซ์ที่ต้องการ , ใส่ค่าข้อมูลในเมทริกซ์ และสามารถคำนวณได้ คำตอบที่ต้องการ ดังรูปที่ 3.1

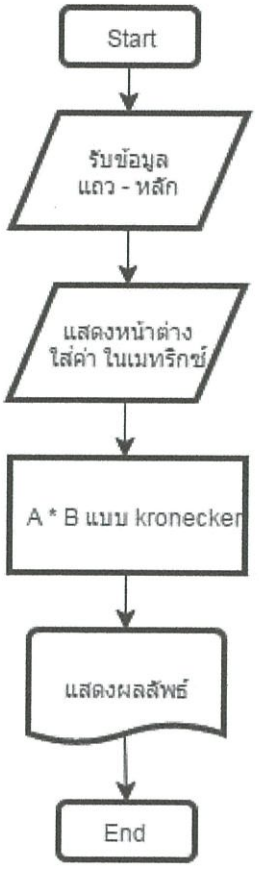


รูปที่ 3.1 แผนผังการทำงานผลคูณเมทริกซ์

โดย ผลคูณของเมทริกซ์แบบปกติ ขนาดของเมทริกซ์ต้องไม่เกิน 15แถว 15หลัก และค่าของสมาชิกต้องเป็นจำนวนจริงที่มีค่าทศนิยมไม่เกิน3ตำแหน่ง

3.2 ผลคูณเมทริกซ์แบบโครเนคเคอร์ (Kronecker product)

ผลคูณเมทริกซ์แบบโครเนคเคอร์สามารถดำเนินการได้โดย การเลือกขนาดของเมทริกซ์ที่ต้องการ , ใส่ค่าข้อมูลในเมทริกซ์ และสามารถคำนวณได้ คำตอบที่ต้องการ ดังรูปที่ 3.2

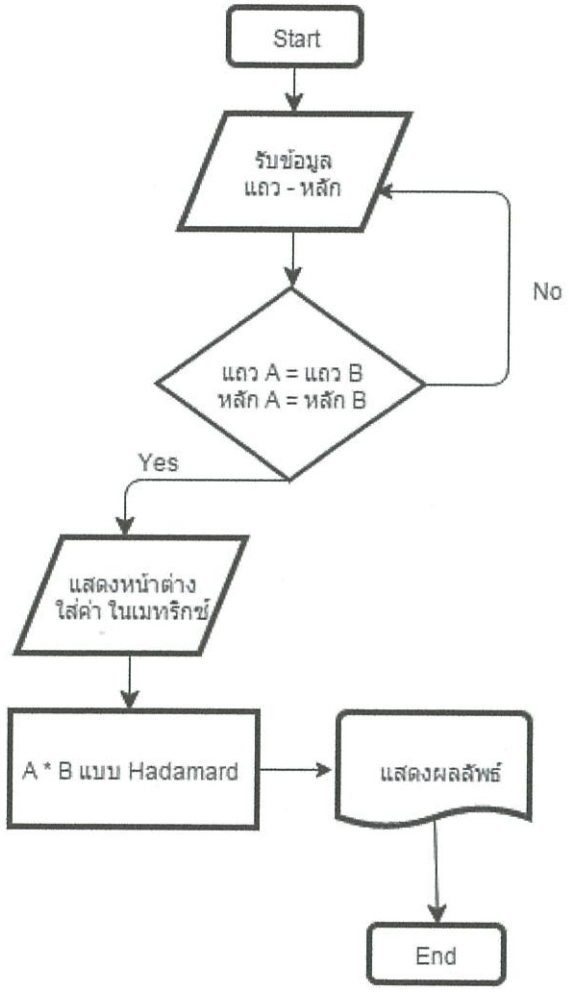


รูปที่ 3.2 แผนผังการทำงานผลคูณเมทริกซ์แบบโครเนคเคอร์ (Kronecker product)

โดย ผลคูณของเมทริกซ์แบบโครเนคเคอร์ ขนาดของเมทริกซ์ต้องไม่เกิน 20แถว 20หลัก และค่าของสมาชิกต้องเป็นจำนวนจริงที่มีค่าทศนิยมไม่เกิน3ตำแหน่ง

3.3 ผลคูณเมทริกซ์แบบฮาดามาร์ด (Hadamard product)

ผลคูณเมทริกซ์แบบ ฮาดามาร์ดสามารถทำได้โดยการเลือกขนาด แต่ผลคูณชนิดนี้ ต้องมีขนาดแถวและขนาดหลักที่เท่ากันเท่านั้น ถึงสามารถดำเนินการได้ เมื่อเลือกขนาดแถวและขนาดหลักที่เท่ากันแล้ว จึงสามารถใส่ค่าข้อมูลที่ต้องการคำนวณ และแสดงผลลัพธ์ที่ต้องการออกมาได้ ดังรูปที่ 3.3

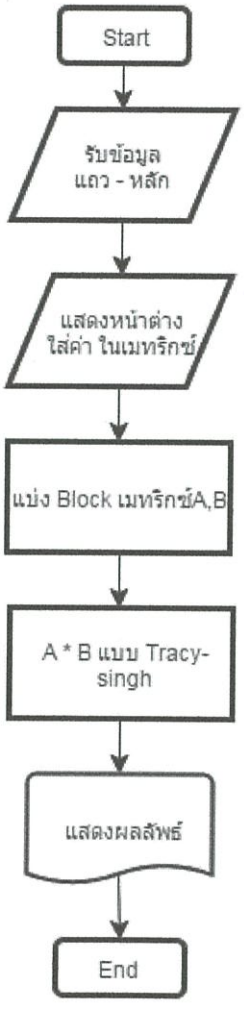


รูปที่ 3.3 แผนผังการทำงานผลคูณเมทริกซ์แบบฮาดามาร์ด (Hadamard product)

โดย ผลคูณของเมทริกซ์แบบฮาดามาร์ด ขนาดของเมทริกซ์ต้องไม่เกิน 15แถว 15หลัก และค่าของสมาชิกต้องเป็นจำนวนจริงที่มีค่าทศนิยมไม่เกิน3ตำแหน่ง

3.4 ผลคูณเมทริกซ์แบบเทรซี-ซิงห์ (Tracy–Singh product)

ผลคูณเมทริกซ์แบบเทรซี-ซิงห์ สามารถทำได้โดยการเลือกขนาดที่ต้องการคำนวณ แต่ผลคูณชนิดนี้จำเป็นที่จะต้องแบ่งบล็อกเพื่อให้เป็นไปตามบทนิยามในบทที่ 2 เพื่อให้มีการคำนวณที่ถูกต้อง หลักจากที่เลือกขนาดการคูณที่ต้องการแล้วจะต้อง ใส่ค่าที่ต้องการคำนวณก่อนแล้วถึงจะสามารถแบ่งบล็อกได้ หลังจากแบ่งบล็อกแล้ว จะมีการคำนวณตามรูปแบบผลคูณเมทริกซ์แบบเทรซี-ซิงห์ และแสดงผลลัพธ์ที่ต้องการออกมาได้ ดังรูปที่ 3.4

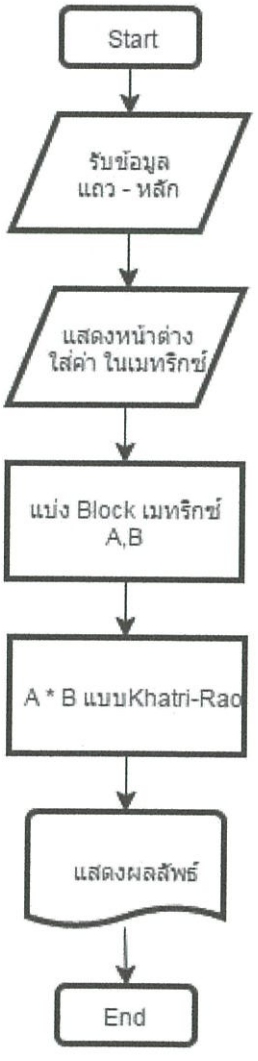


รูปที่ 3.4 แผนผังการทำงานผลคูณเมทริกซ์แบบเทรซี-ซิงห์ (Tracy–Singh product)

โดย ผลคูณของเมทริกซ์แบบเทรซี-ซิงห์ ขนาดของเมทริกซ์ต้องไม่เกิน 20แถว 20หลัก ค่าของสมาชิกต้องเป็นจำนวนจริงที่มีค่าทศนิยมไม่เกิน3ตำแหน่ง และหลังจากคำนวณแล้วไม่สามารถนำผลลัพธ์ไปคำนวณต่อได้

3.5 ผลคูณเมทริกซ์แบบคาทรี-ราว (Khatri–Rao product)

ผลคูณเมทริกซ์แบบคาทรี-ราวซิงห์ สามารถทำได้โดยการเลือกขนาดที่ต้องการคำนวณ แต่ผลคูณชนิดนี้จำเป็นที่จะต้องแบ่งบล็อกเพื่อให้เป็นไปตามบทนิยามในบทที่ 2 เพื่อใ ห้มีการคำนวณที่ถูกต้อง หลักจากที่เลือกขนาดการคูณที่ต้องการแล้วจะต้อง ใส่ค่าที่ต้องการคำนวณก่อนแล้วถึงจะสามารถแบ่งบล็อกได้ หลังจากแบ่งบล็อกแล้ว จะมีการคำนวณตามรูปแบบผลคูณเมทริกซ์แบบคาทรี-ราว และแสดงผลลัพธ์ที่ต้องการออกมาได้ ดังรูปที่ 3.5

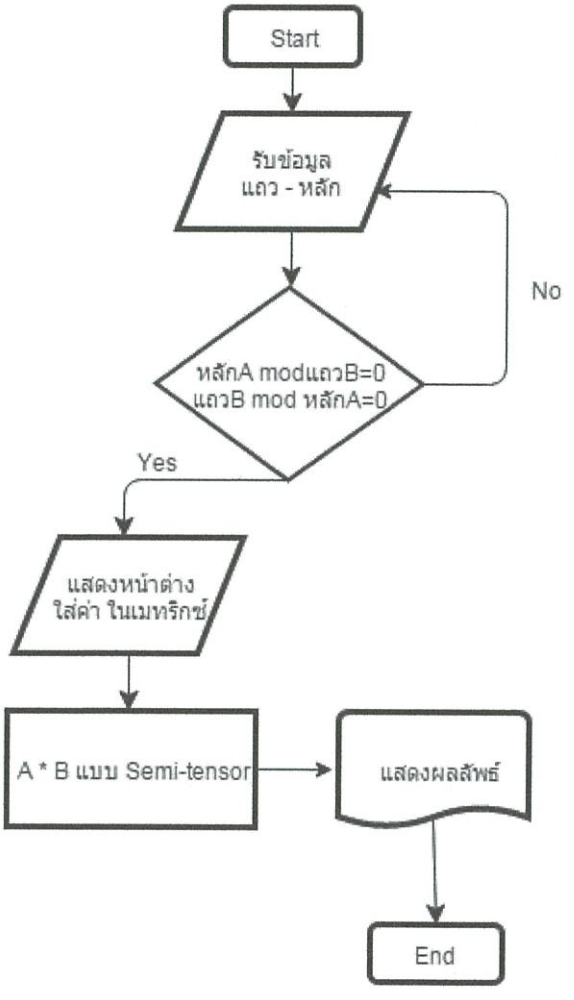


รูปที่ 3.5 แผนผังการทำงานการคูณเมทริกซ์ แบบคราทรี-ราว (Khatri–Rao product)

โดย ผลคูณของเมทริกซ์แบบคาทรี-ราว ขนาดของเมทริกซ์ต้องไม่เกิน 15แถว 15หลัก ค่าของสมาชิกต้องเป็นจำนวนจริงที่มีค่าทศนิยมไม่เกิน3ตำแหน่ง และหลังจากคำนวณแล้วไม่สามารถนำผลลัพธ์ไปคำนวณต่อได้

3.6 ผลคูณเมทริกซ์แบบกึ่ง-เทนเซอร์ (Semi-Tensor product)

ผลคูณเมทริกซ์แบบกึ่ง-เทนเซอร์ สามารถทำได้โดยการเลือกขนาดที่ต้องการคำนวณ แต่ผลคูณชนิดนี้จำเป็นที่จะต้องเลือกขนาดของเมทริกซ์ที่สองขนาดเล็กกว่าเมทริกซ์แรก 2 เท่า เช่น ถ้าจำนวนแถวของ เมทริกซ์ A หารด้วยจำนวนหลักของ B จะต้องมีค่าเท่ากับ 2 เสมอ เมื่อกำหนดขนาดของแถวและหลักแล้ว จะมีการคำนวณตามรูปแบบผลคูณเมทริกซ์แบบกึ่ง-เทนเซอร์และแสดงผลลัพธ์ที่ต้องการออกมาได้ ดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 แผนผังการทำงานผลคูณเมทริกซ์แบบกึ่ง-เทนเซอร์ (Semi-Tensor product)

โดย ผลคูณของเมทริกซ์แบบกึ่งเทนเซอร์ ขนาดของเมทริกซ์ต้องไม่เกิน 15แถว 15หลัก และค่าของสมาชิกต้องเป็นจำนวนจริงที่มีค่าทศนิยมไม่เกิน3ตำแหน่ง

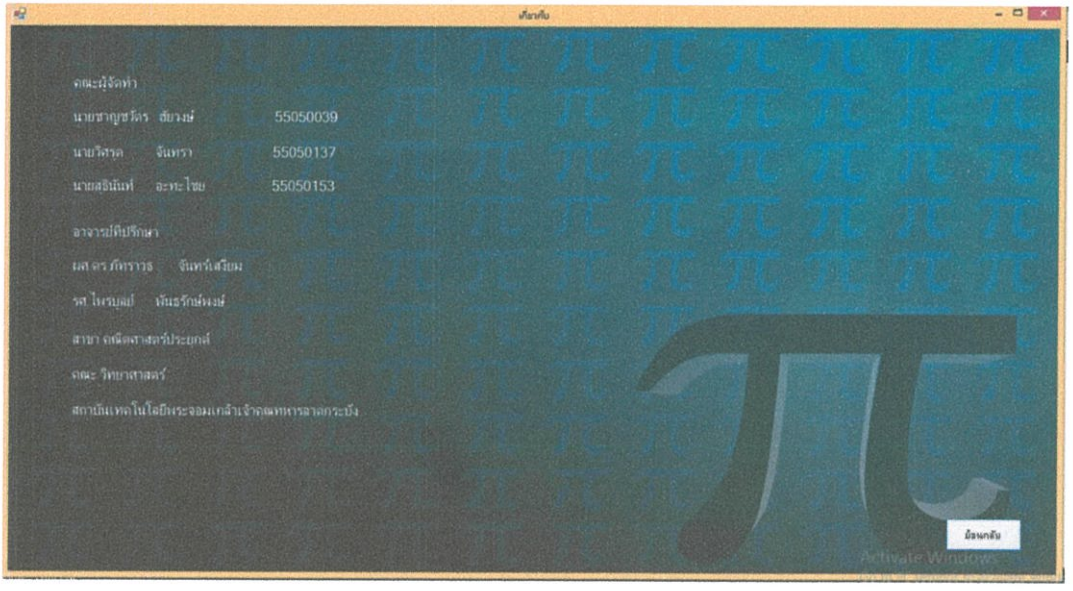
บทที่ 4
การใช้งานโปรแกรม

โปรแกรมสำหรับการคูณเมทริกซ์ในหลากหลายรูปแบบได้แบ่งออกเป็น3ส่วน ได้แก่ ส่วนเกี่ยวกับโปรแกรม แนะนำ และส่วนของการคำนวณการคูณเมทริกซ์ในรูปแบบต่างๆ โดยส่วนเกี่ยวกับโปรแกรมมีการแนะทีมพัฒนาและอาจารย์ที่ปรึกษา ส่วนแนะนำมีการแนะนำเนื้อหาข้อมูลที่ต้องรู้ก่อนการใช้งานโปรแกรม และในส่วนของการคำนวณการคูณเมทริกซ์ในรูปแบบต่างๆนั้นจะประกอบไปด้วยส่วนย่อยทั้งหมด6ส่วนได้แก่การคูณเมทริกซ์ ผลคูณโครเนคเคอร์ ผลคูณฮาดามาร์ด ผลคูณเทรซี-ซิงห์ ผลคูณคาทรี-ราว และผลคูณกึ่งเทนเซอร์

หน้าหลักของโปรแกรมสำหรับการคูณเมทริกซ์ในหลากหลายรูปแบบ

4.1 ผู้จัดทำ

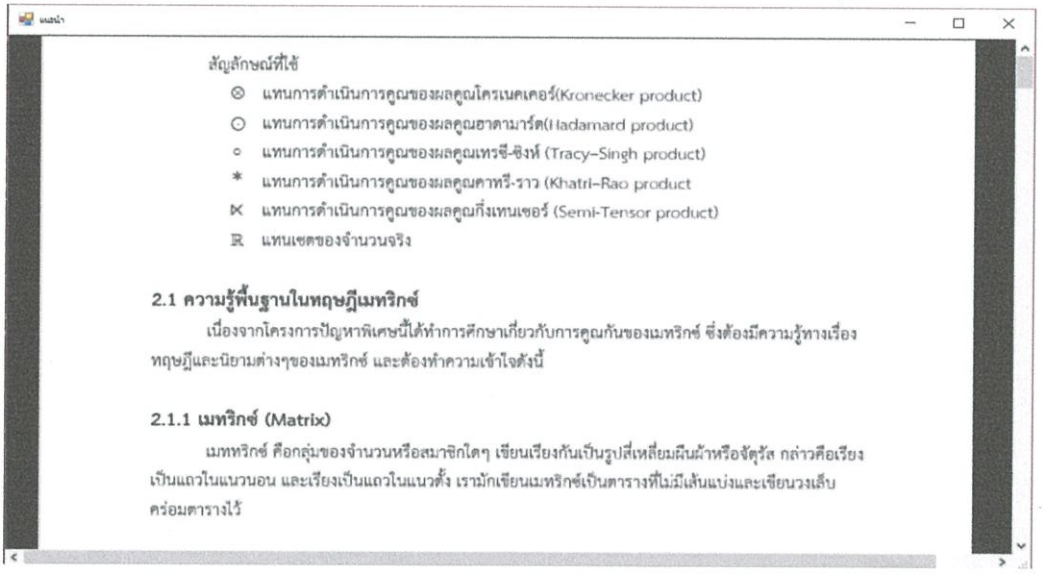
ในส่วนของผู้จัดทำจะมีข้อมูลของคณะผู้จัดทำและอาจารย์ที่ปรึกษา ดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.1 ผู้จัดทำ

4.2 แนะนำ

ในส่วนของแนะนำจะอธิบายถึงความรู้พื้นฐานที่ต้องรู้ก่อนใช้งานโปรแกรม เช่น สัญลักษณ์ต่างๆ วิธีการคูณเมทริกซ์รูปแบบต่างๆ ตัวอย่างการคูณ และคุณสมบัติ ดังรูปที่ 4.2

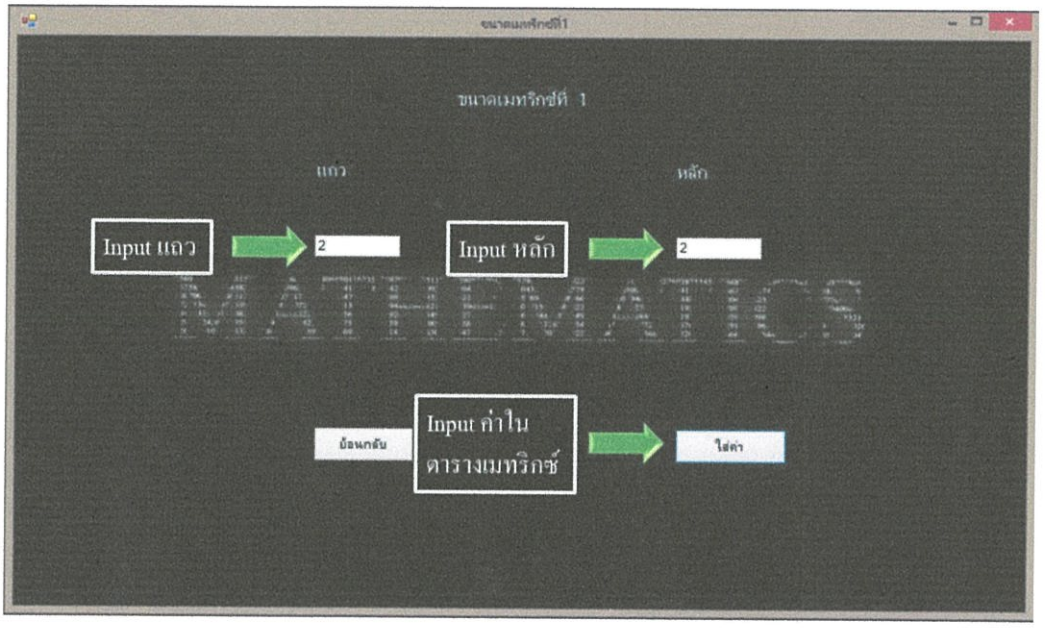


รูปที่ 4.2 แนะนำ

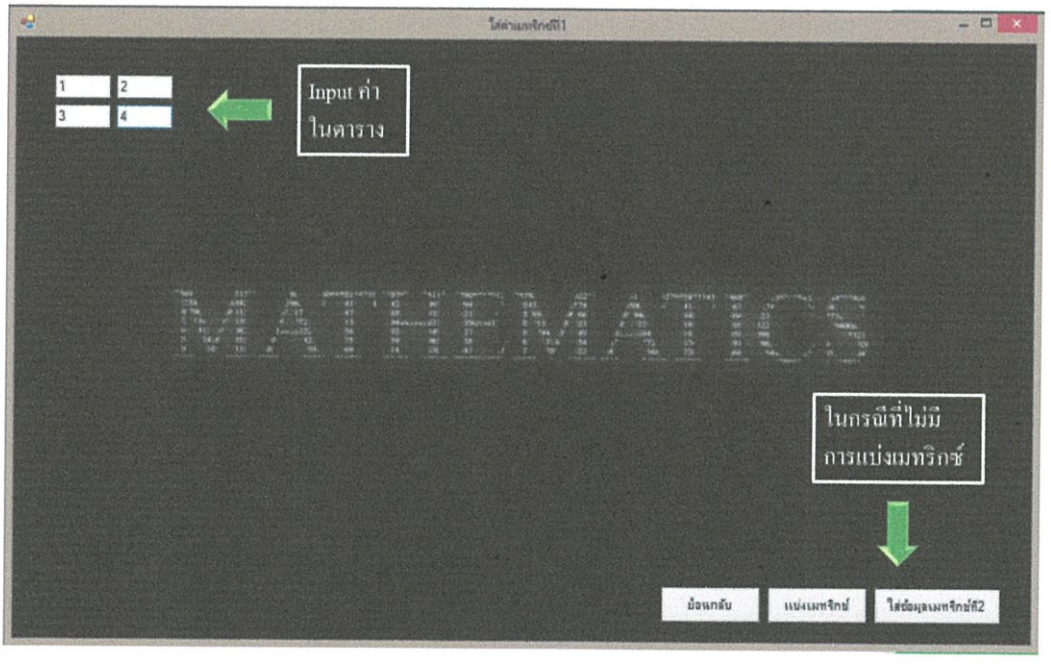
4.3 คำนวณ

4.3.1 การคูณแบบปกติ

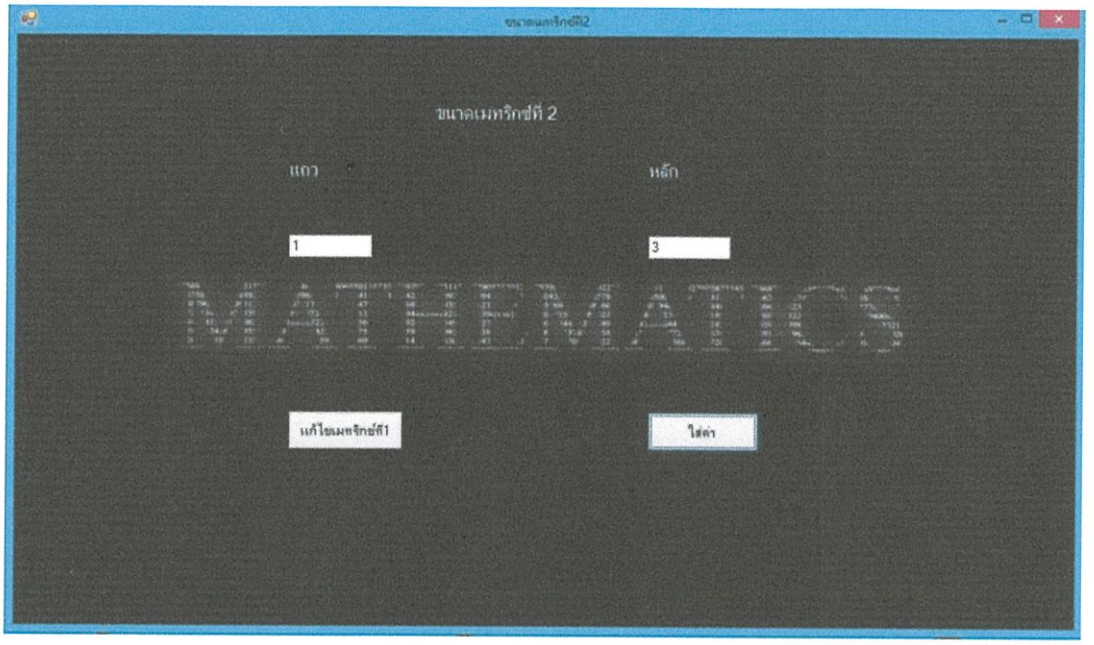
จำนวนหลักของเมทริกซ์ที่1ต้องเท่ากับจำนวนแถวของเมทริกซ์ที่2 จึงจะสามารถคูณกับแบบปกติได้



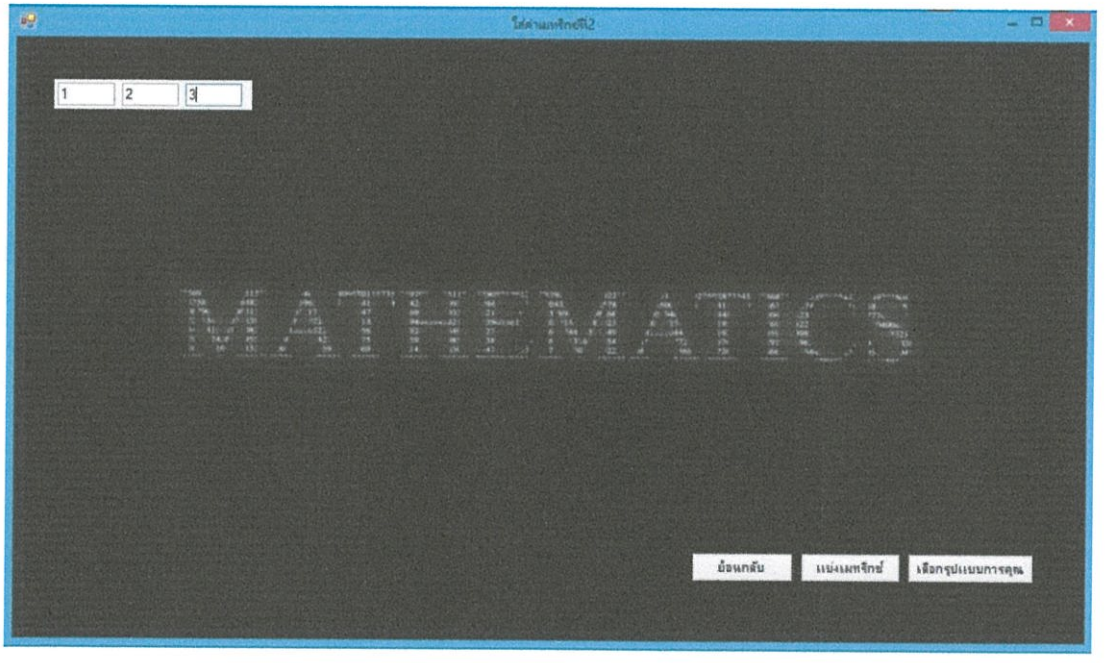
รูปที่ 4.3.1.1 กำหนดขนาดของเมทริกซ์ที่1 เป็น 2x2



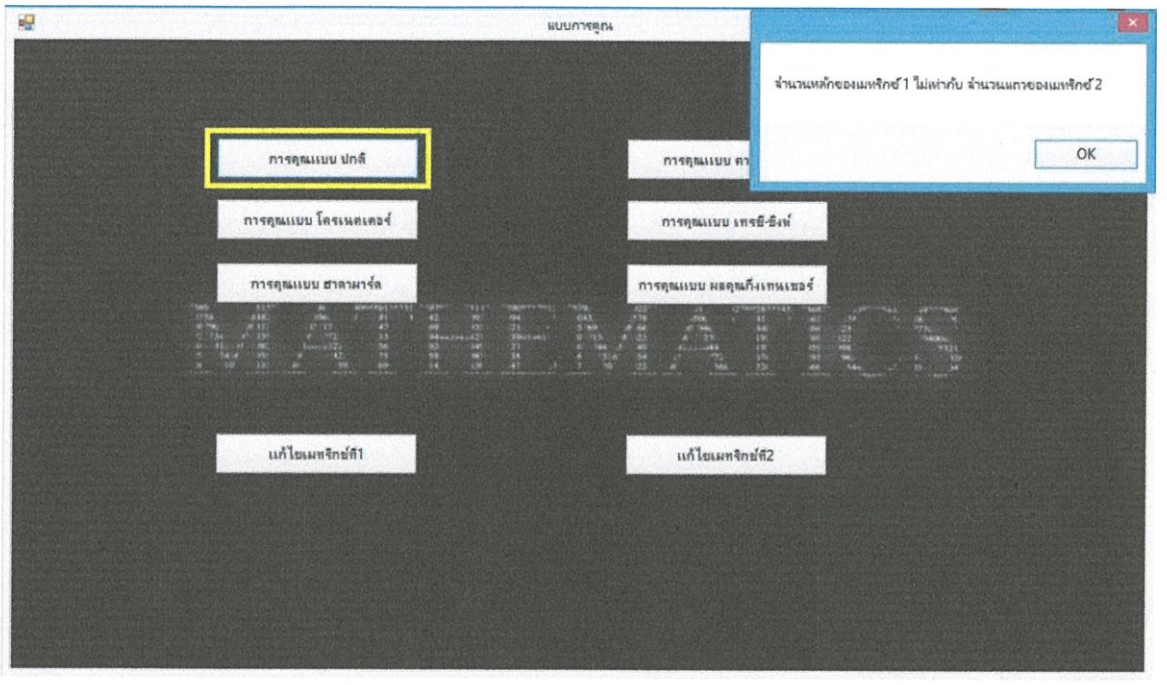
รูปที่ 4.3.1.2 ใส่ค่าสมาชิกของเมทริกซ์ที่1



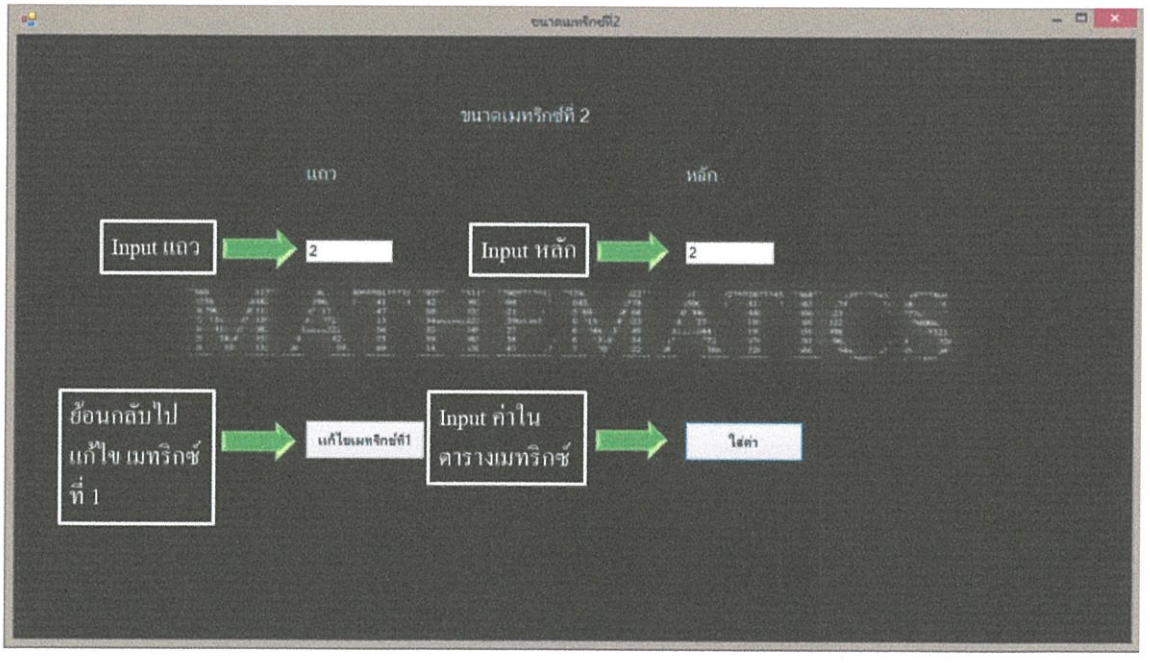
รูปที่ 4.3.1.3 กำหนดขนาดของเมทริกซ์ที่2 เป็น 1x3



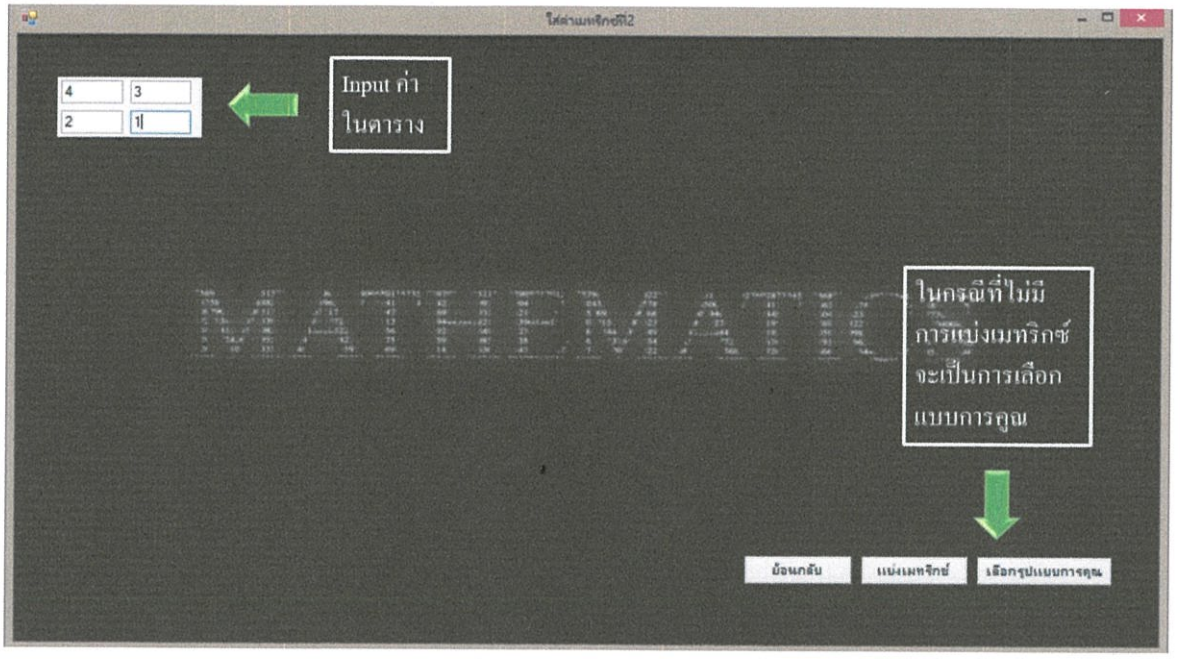
รูปที่ 4.3.1.4 ใส่ค่าสมาชิกของเมทริกซ์ที่2



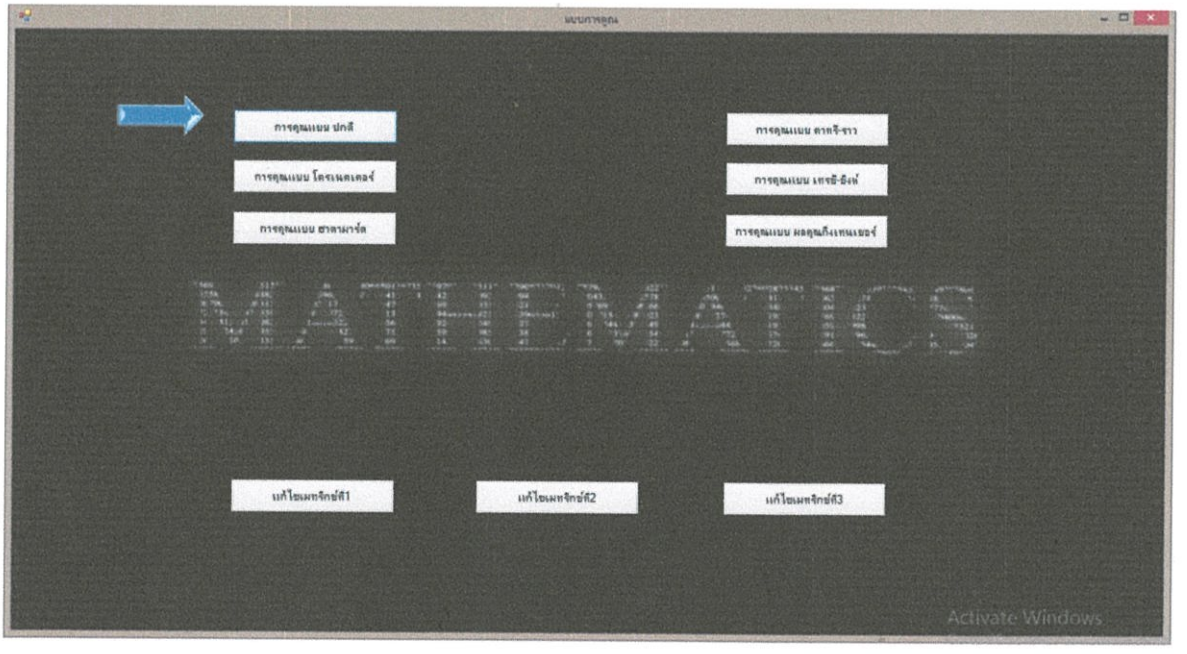
รูปที่ 4.3.1.5 ไม่สามารถคำนวณการคูณเมทริกซ์แบบปกติได้



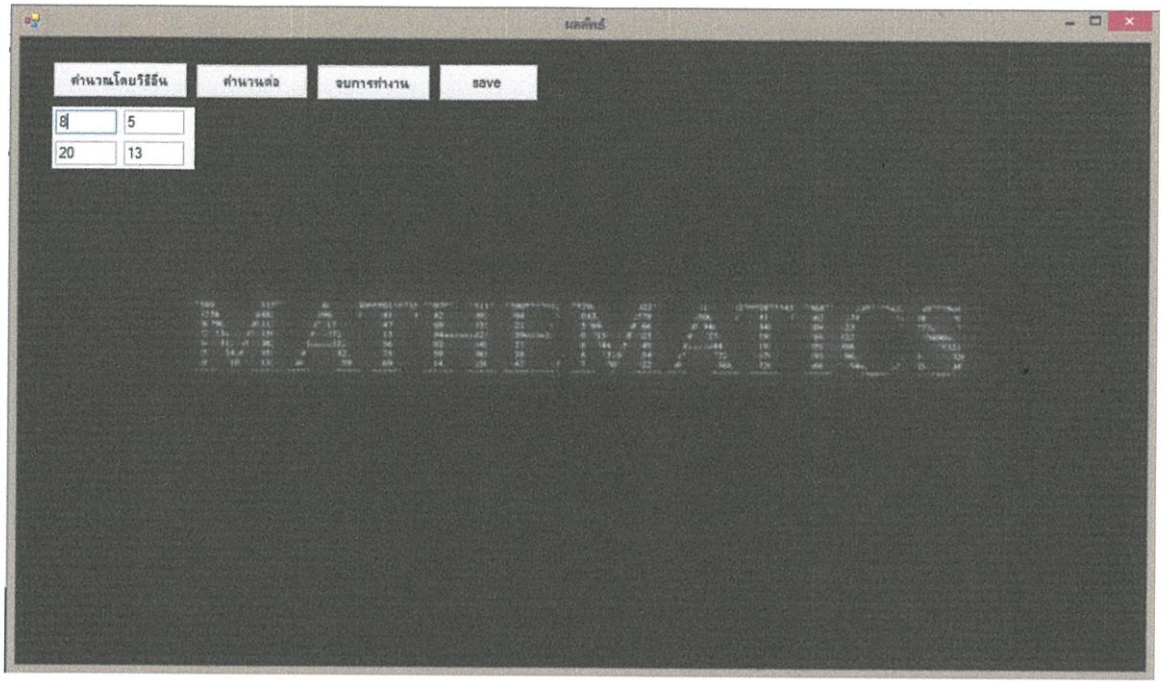
รูปที่ 4.3.1.6 กำหนดขนาดเมทริกซ์ที่2ใหม่ เป็น 2x2



รูปที่ 4.3.1.7 ใส่ค่าสมาชิกของเมทริกซ์ที่2

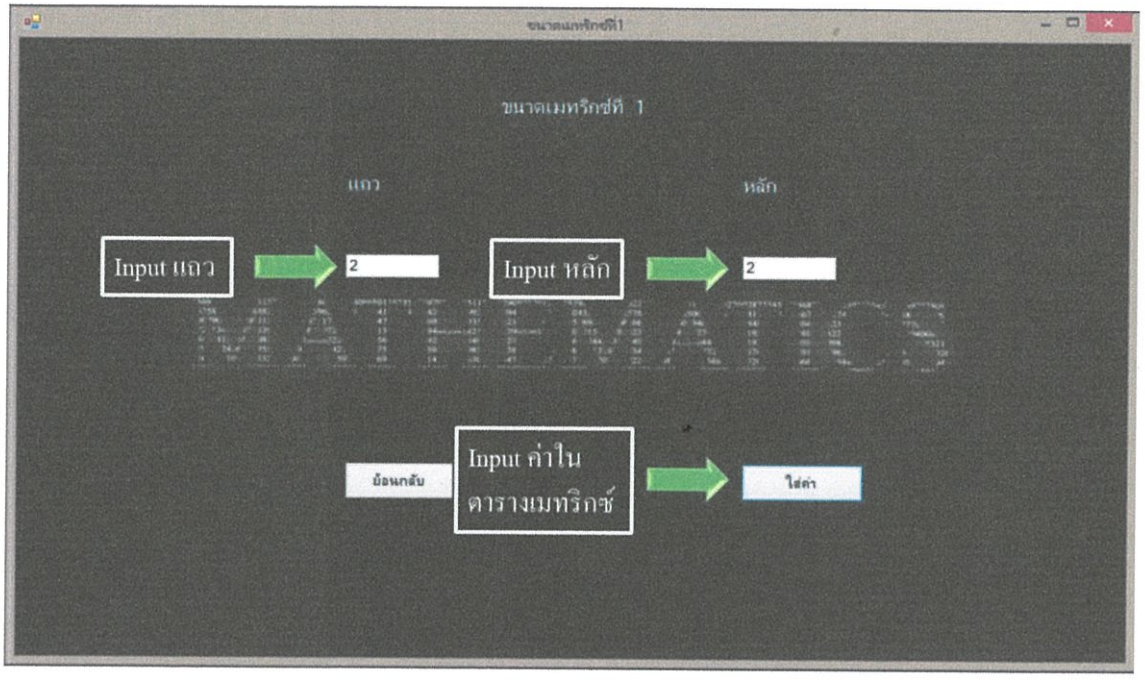


รูปที่ 4.3.1.8 เลือกรูปแบบการคูณแบบปกติ

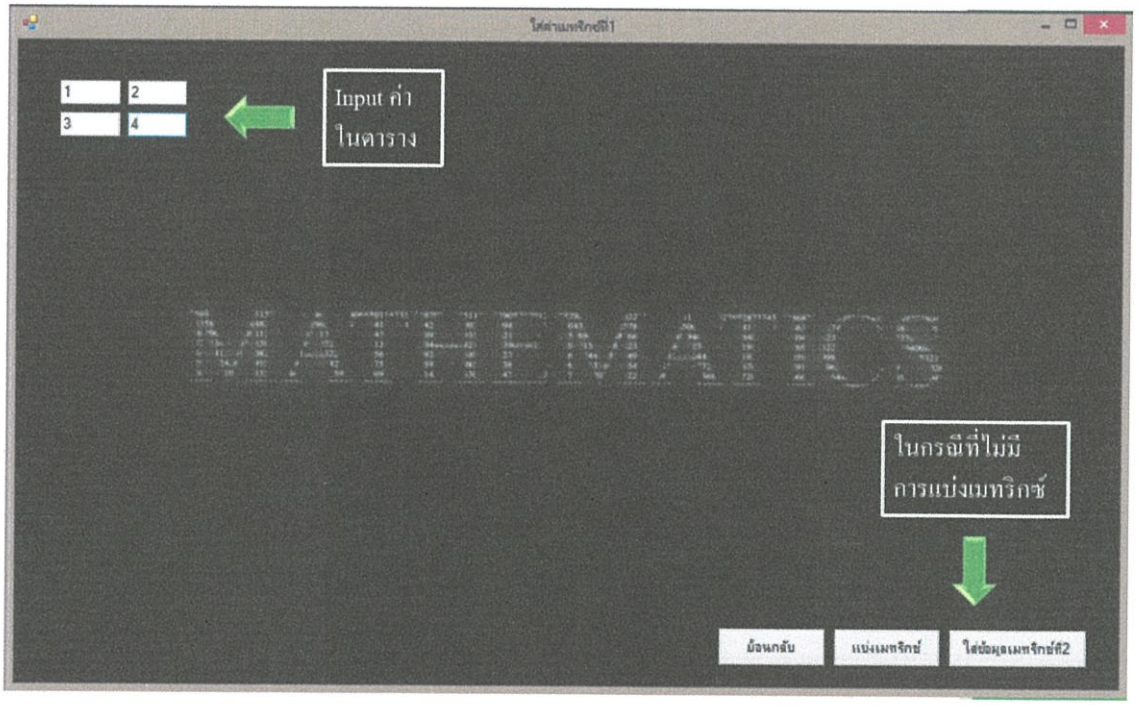


รูปที่ 4.3.1.9 ผลลัพธ์การคูณแบบปกติ

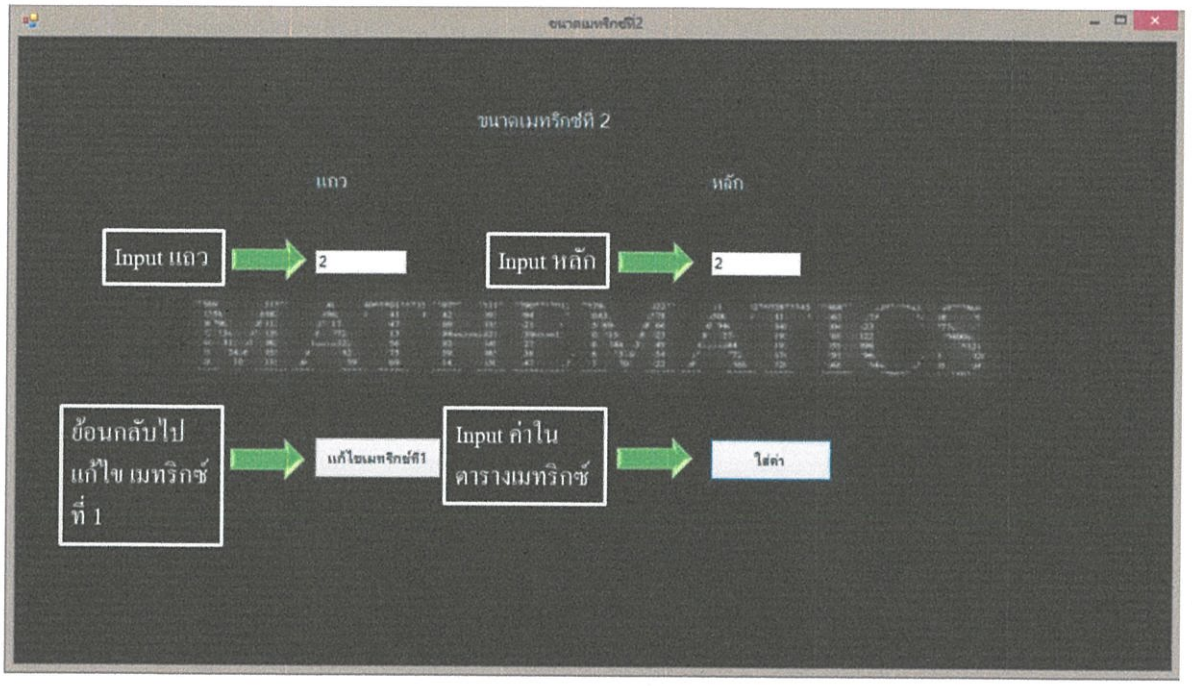
4.3.2 การคูณแบบโครเนคเคอร์



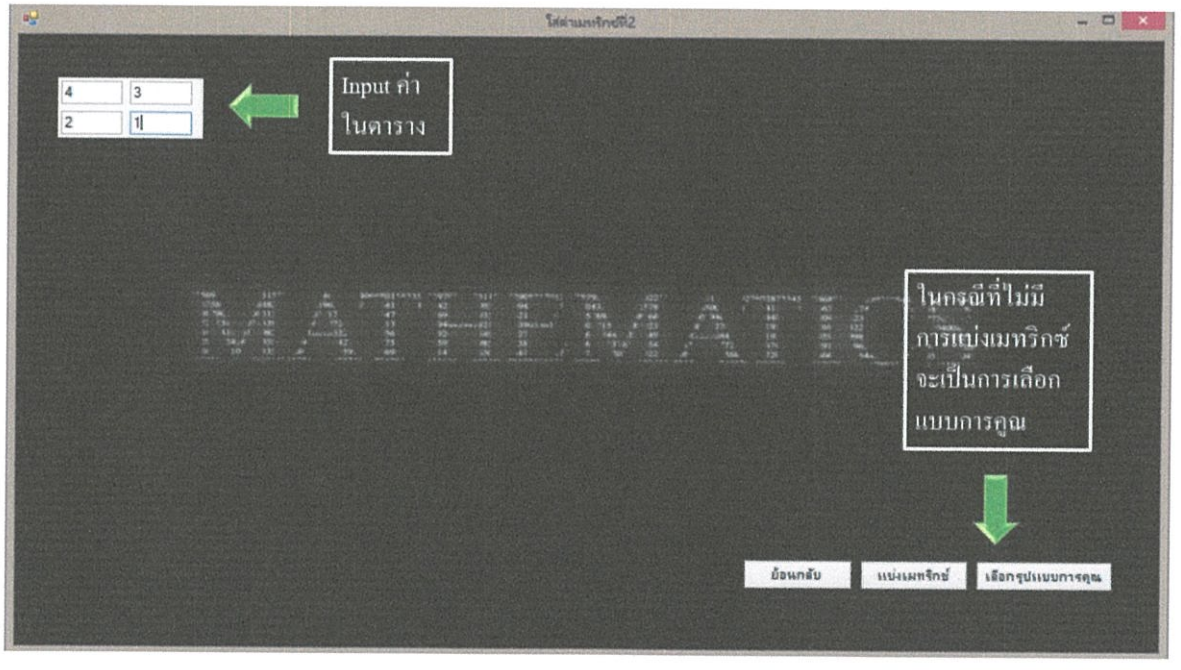
รูปที่ 4.3.2.1 กำหนดขนาดของเมทริกซ์ที่1 เป็น 2x2



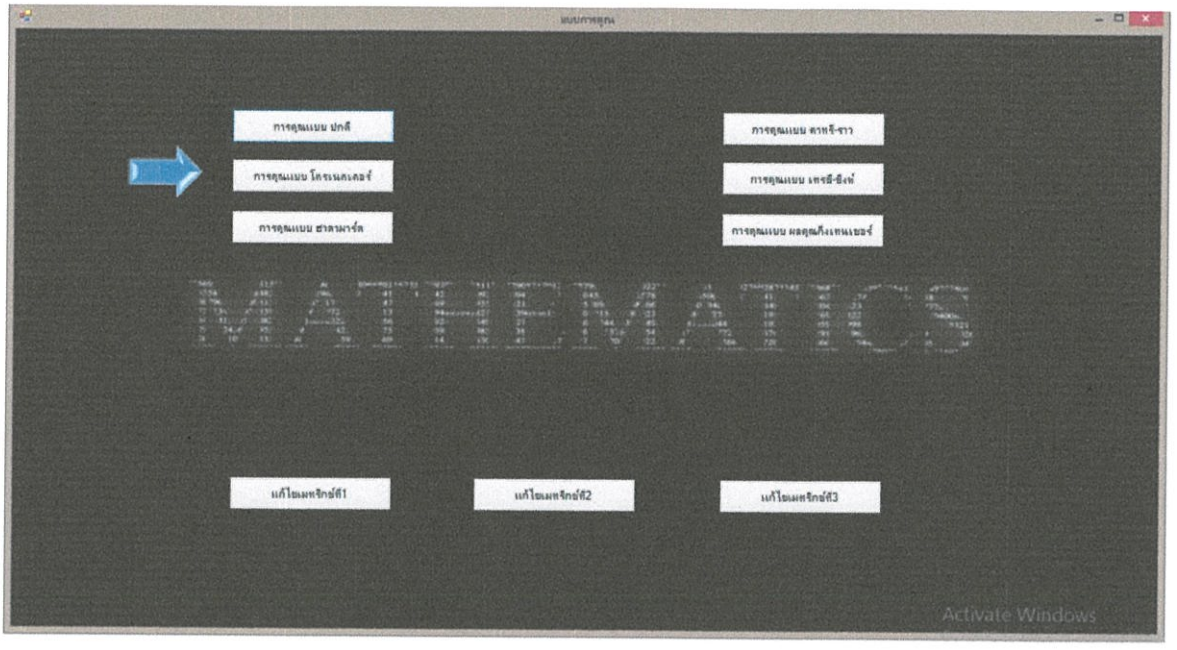
รูปที่ 4.3.2.2 ใส่ค่าสมาชิกของเมทริกซ์ที่1



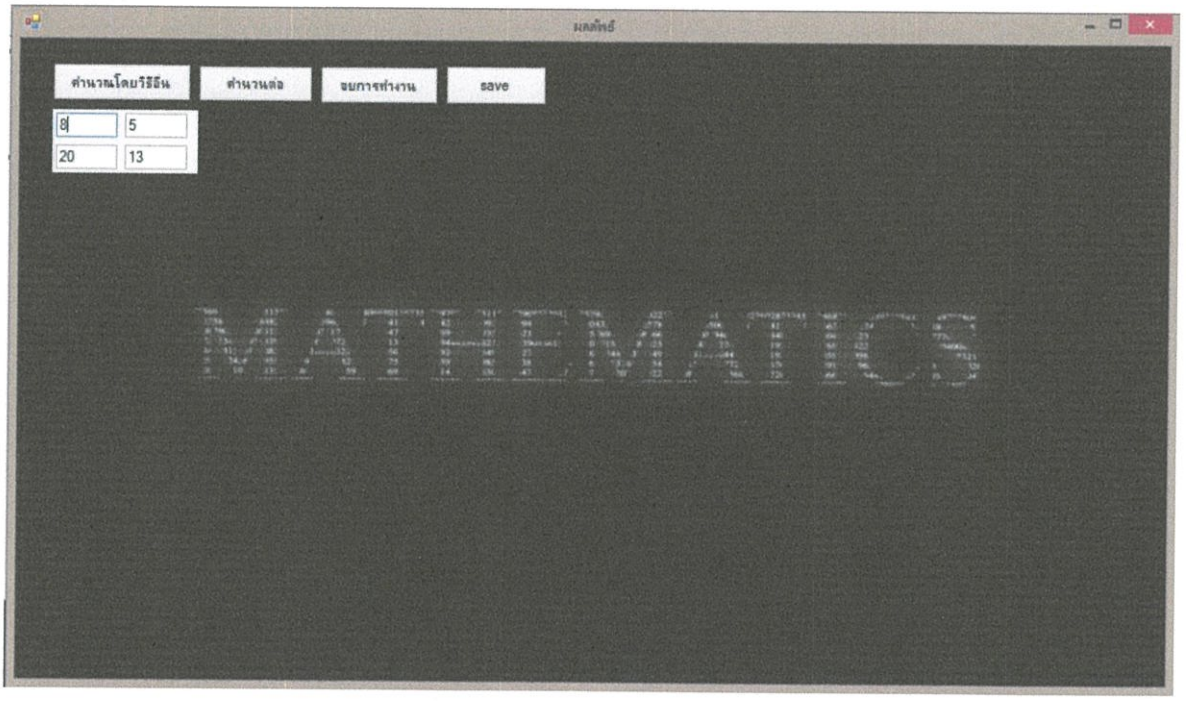
รูปที่ 4.3.2.3 กำหนดขนาดของเมทริกซ์ที่2 เป็น 2x2



รูปที่ 4.3.2.4 ใส่ค่าสมาชิกของเมทริกซ์ที่2



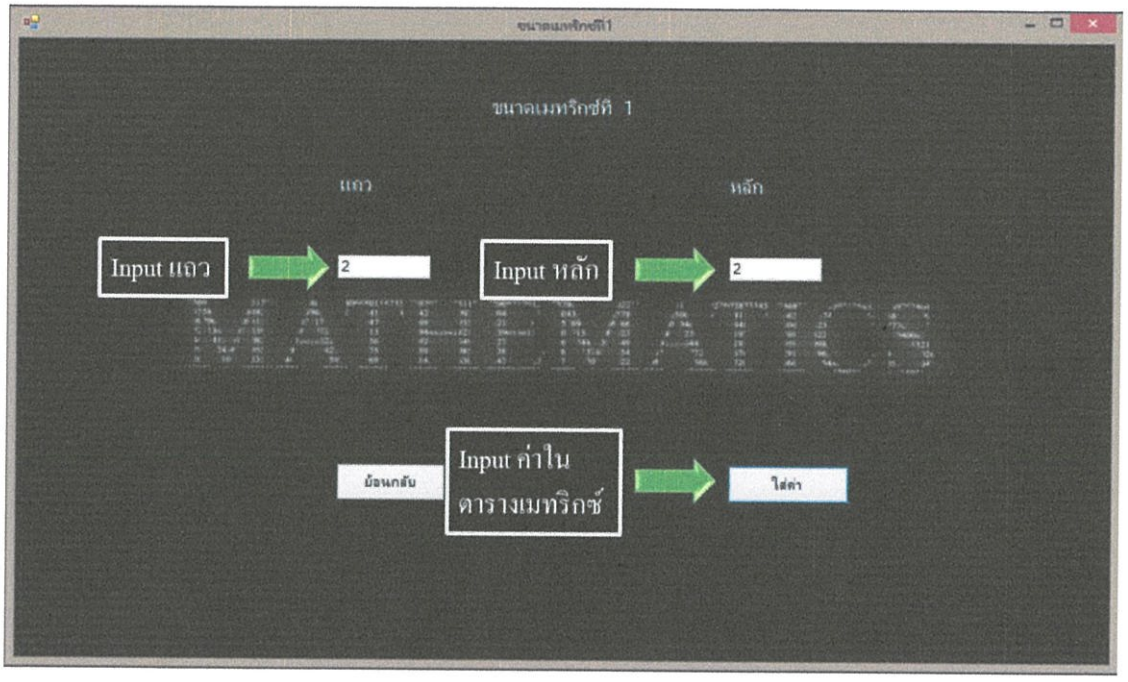
รูปที่ 4.3.2.5 เลือกรูปแบบการคูณแบบโครเนคเคอร์



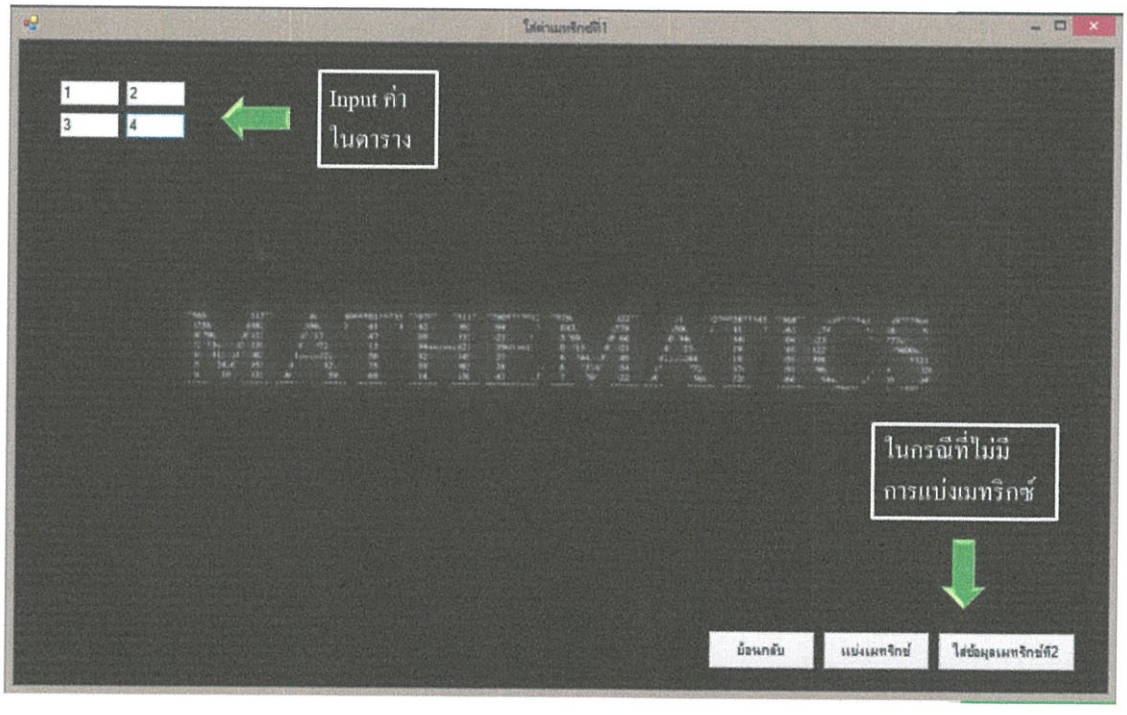
รูปที่ 4.3.2.6 ผลลัพธ์การคูณแบบโครเนคเคอร์

4.3.3 การคูณแบบฮาดามาร์ด

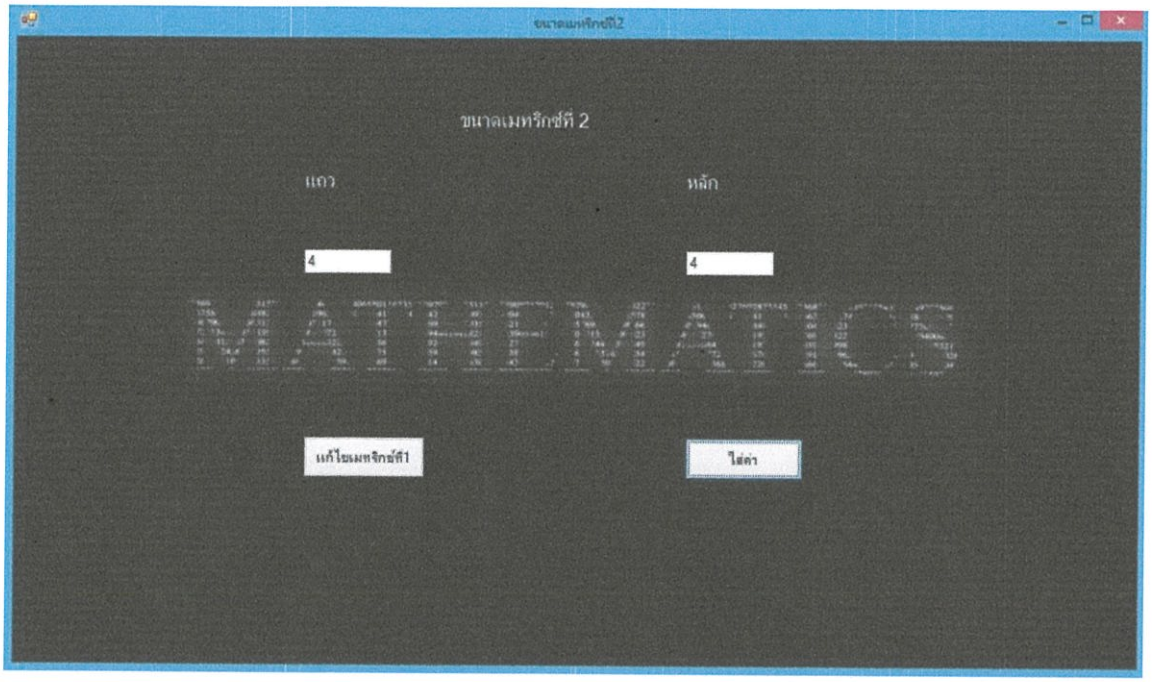
ขนาดของเมทริกซ์ต้องเท่ากัน จึงจะสามารถคูณแบบฮาดามาร์ดได้



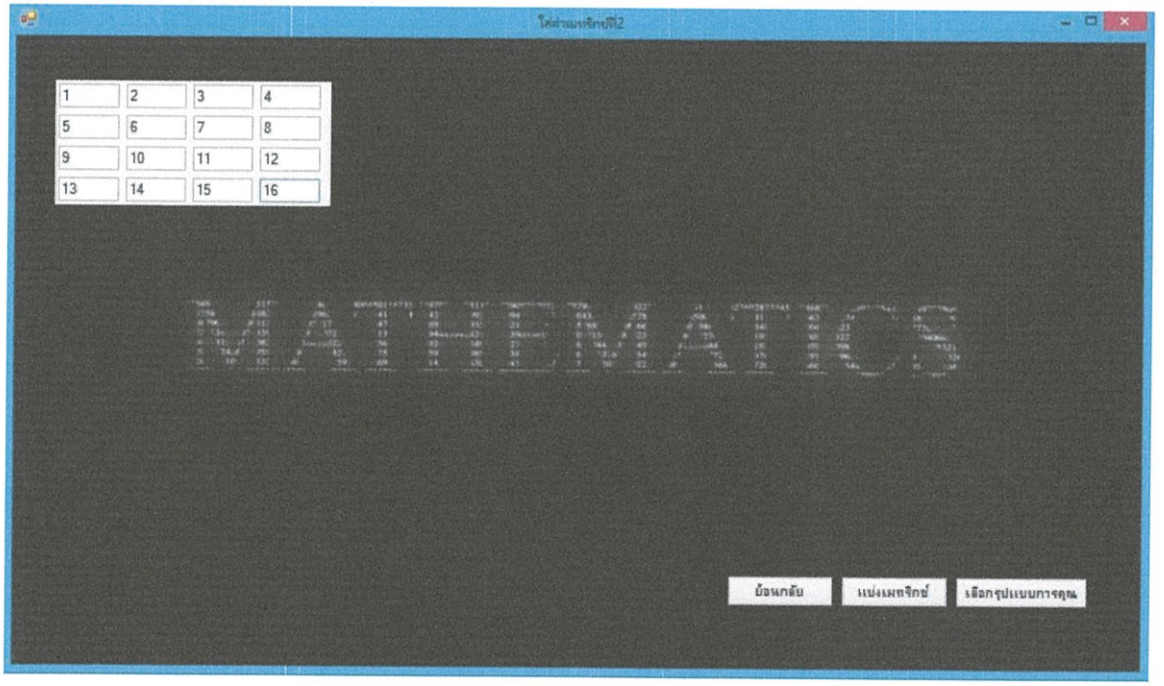
รูปที่ 4.3.3.1 กำหนดขนาดของเมทริกซ์1 เป็น 2x2



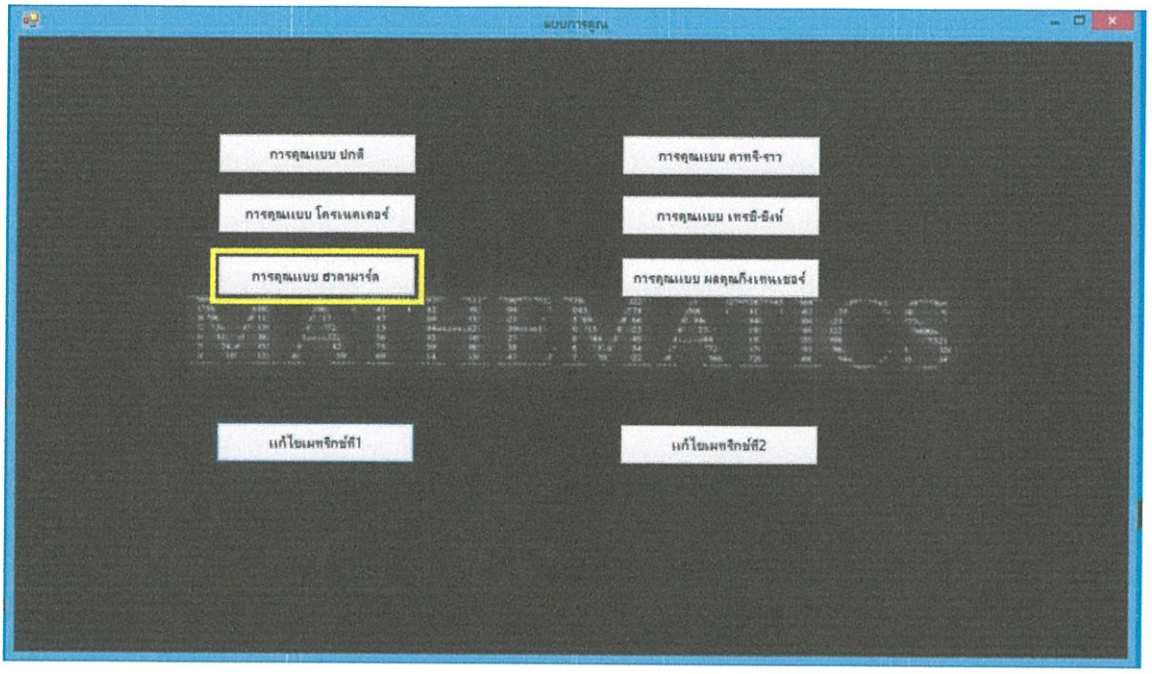
รูปที่ 4.3.3.2 ใส่ค่าสมาชิกของเมทริกซ์ที่1



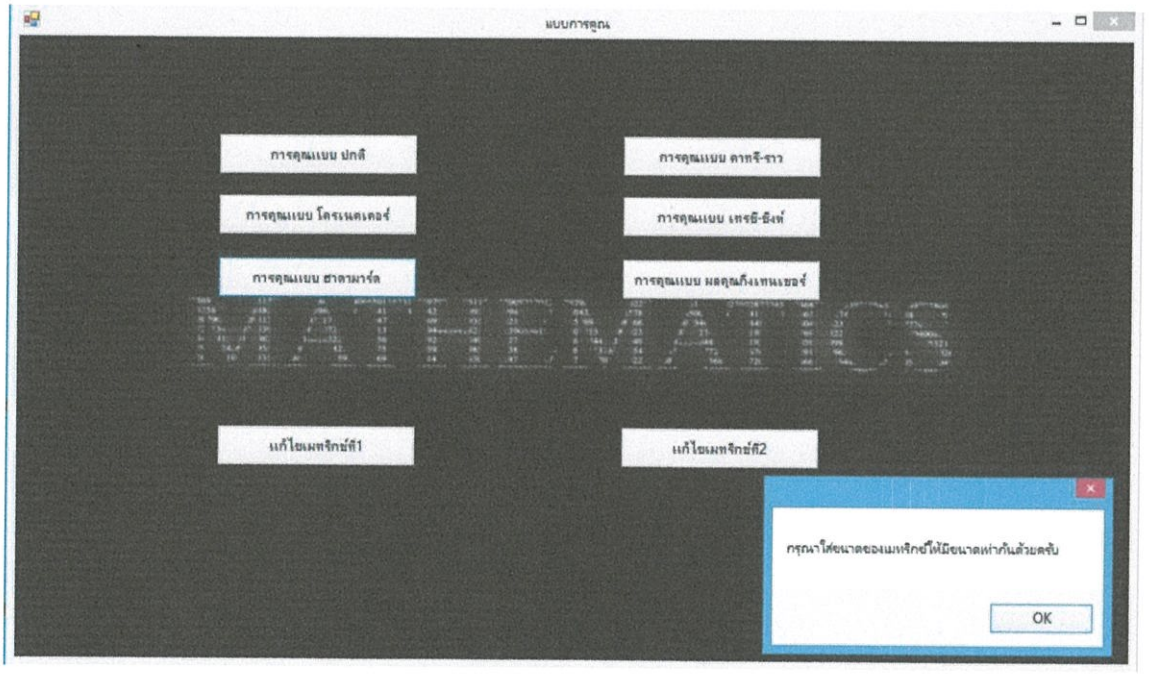
รูปที่ 4.3.3.3 กำหนดขนาดของเมทริกซ์2 เป็น 4x4



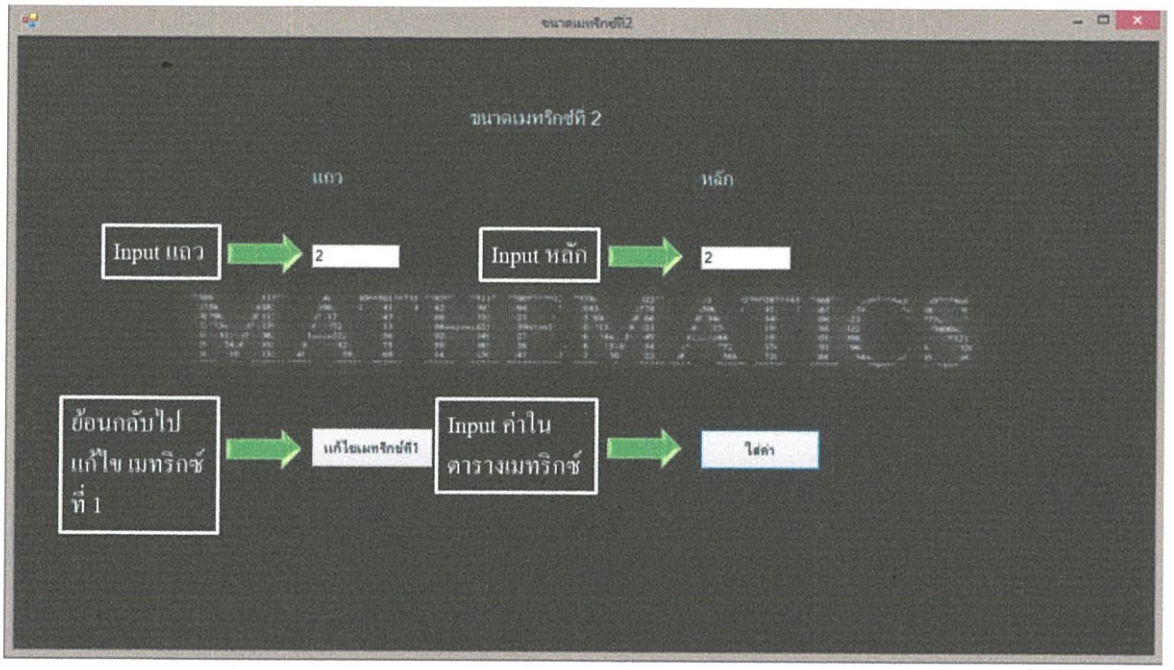
รูปที่ 4.3.3.4 ใส่ค่าสมาชิกของเมทริกซ์ที่2



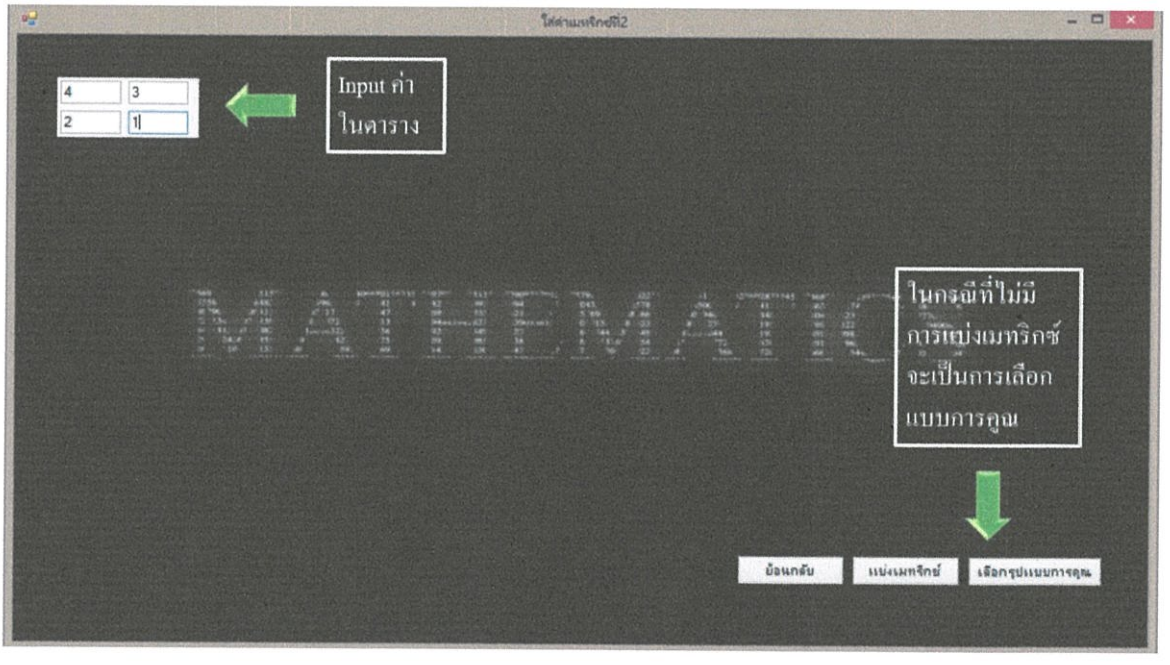
รูปที่ 4.3.3.5 เลือกรูปแบบการคูณแบบฮาดามาร์ด



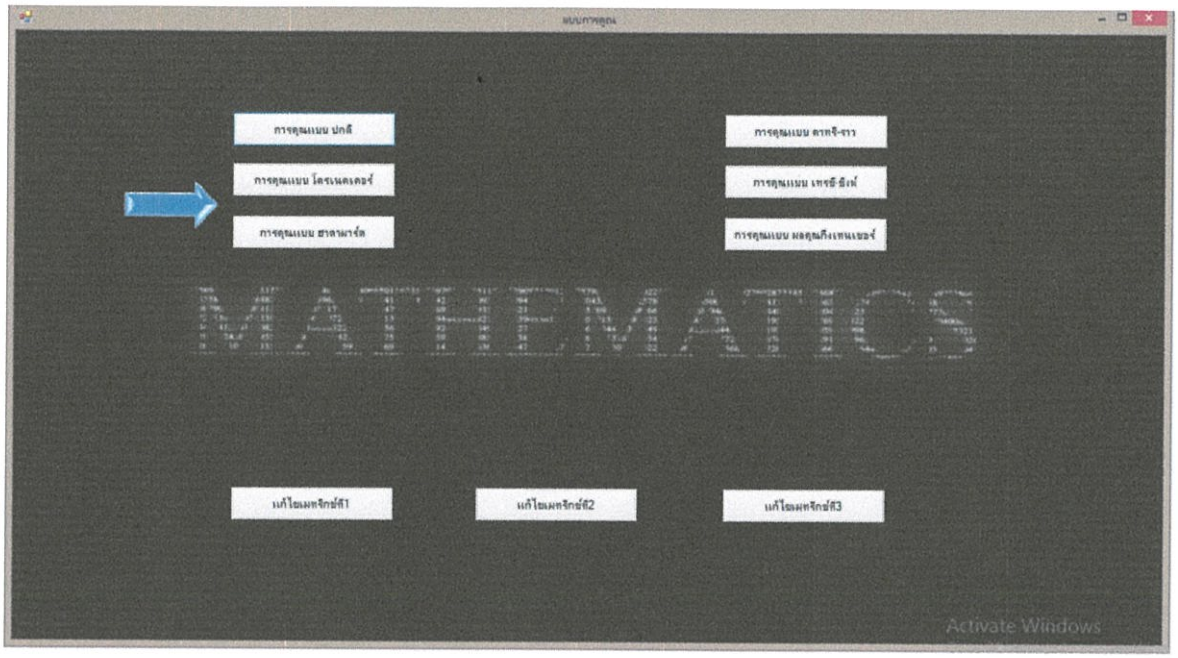
รูปที่ 4.3.3.6 ไม่สามารถคำนวณการคูณเมทริกซ์แบบฮาดามาร์ดได้



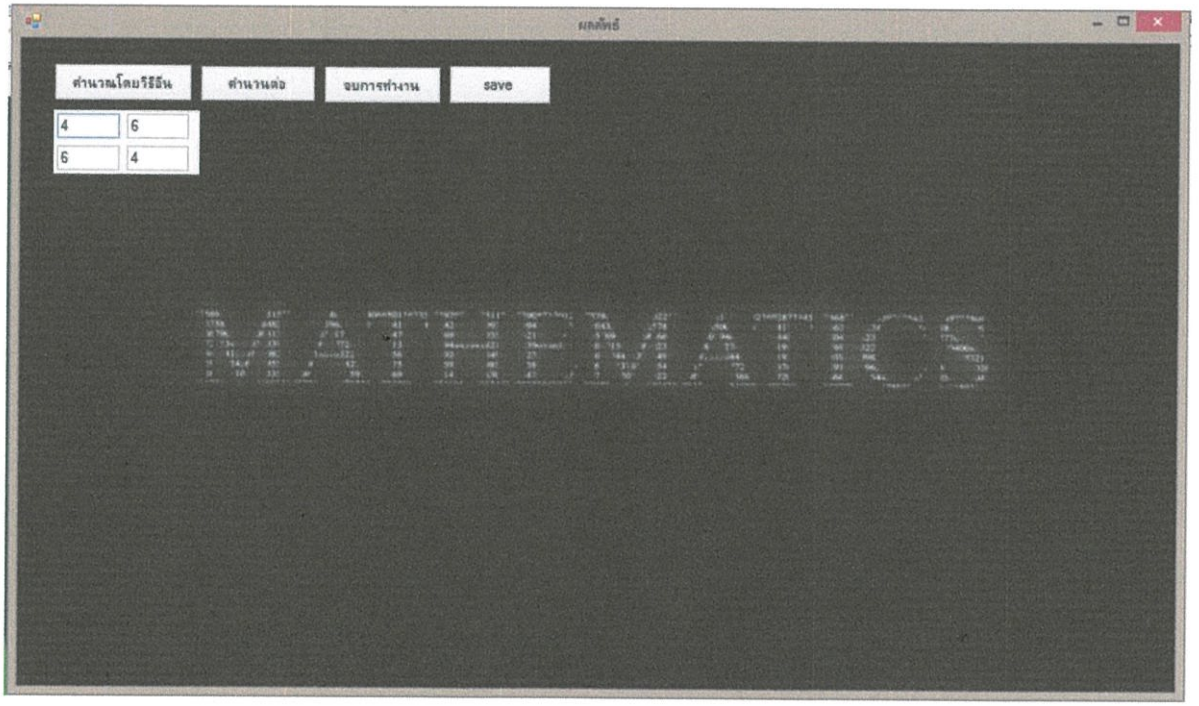
รูปที่ 4.3.3.7 กำหนดขนาดของเมทริกซ์2ใหม่ เป็น 2x2



รูปที่ 4.3.3.8 ใส่ค่าสมาชิกของเมทริกซ์2

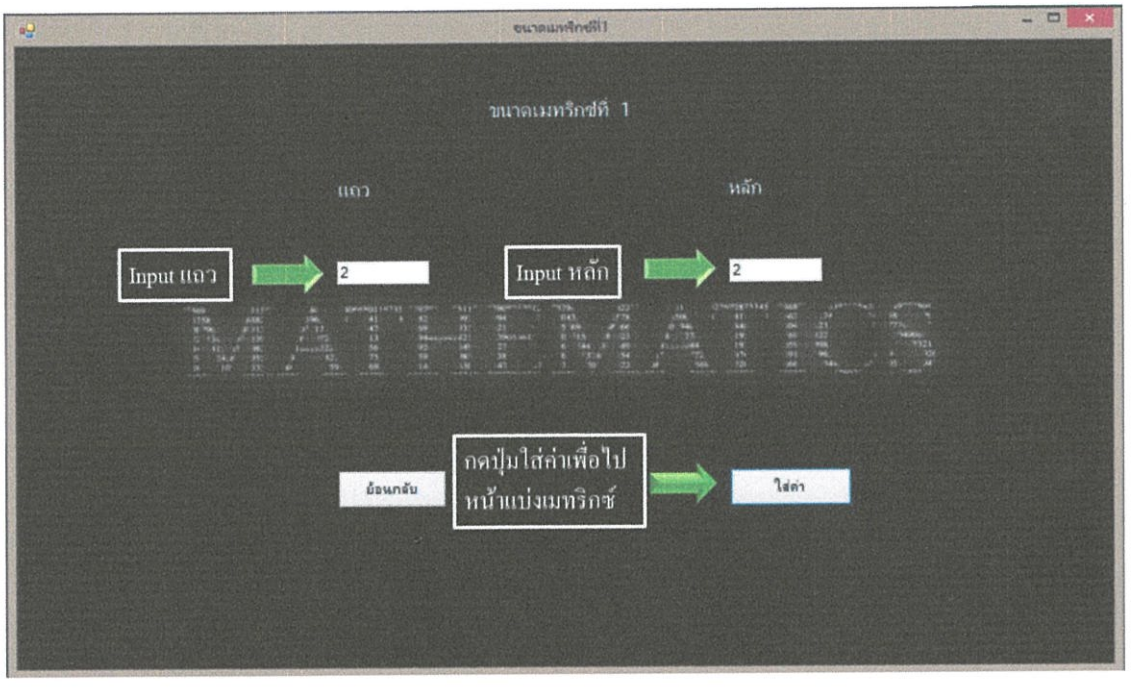


รูปที่ 4.3.3.9 เลือกรูปแบบการคูณแบบฮาดามาร์ด

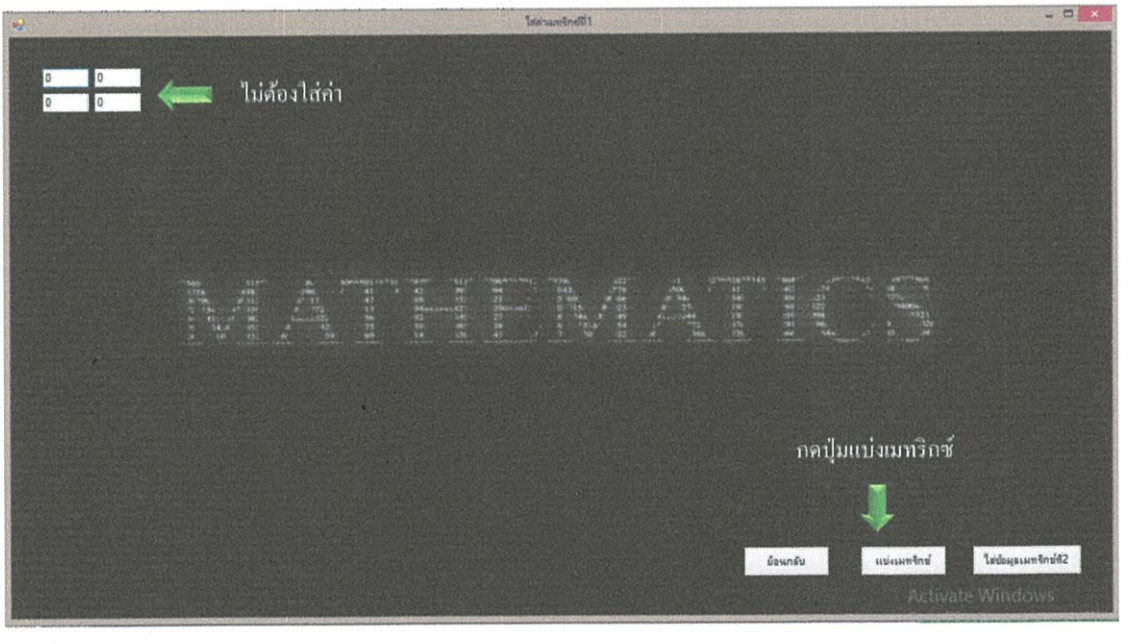


รูปที่ 4.3.3.10 ผลลัพธ์การคูณแบบฮาดามาร์ด

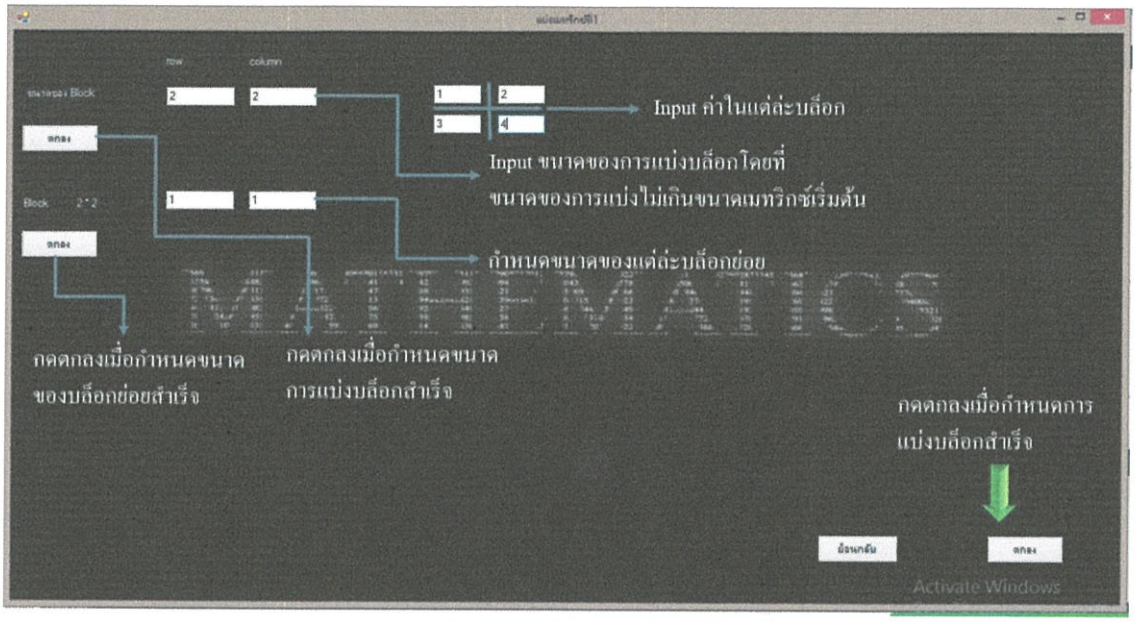
4.3.4 การคูณแบบคาทรี-ราว



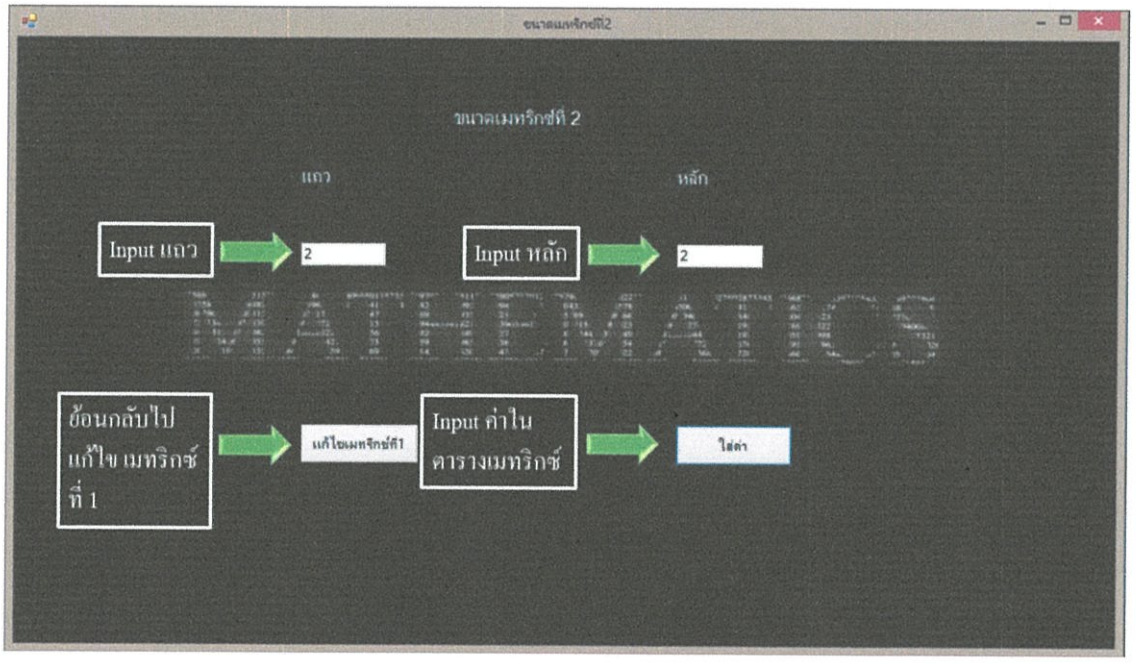
รูปที่ 4.3.4.1 กำหนดขนาดของเมทริกซ์ที่1 เป็น 2x2



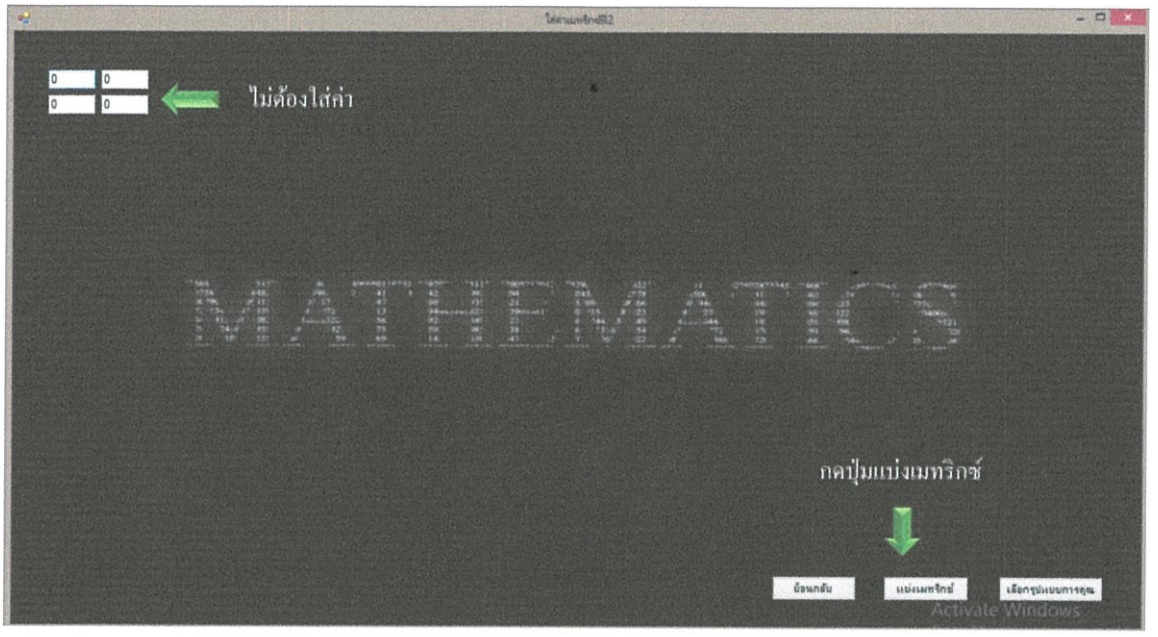
รูปที่ 4.3.4.2 ไม่ใส่ค่าสมาชิกของเมทริกซ์ที่1 เพื่อไปทำการแบ่งเมทริกซ์ต่อ



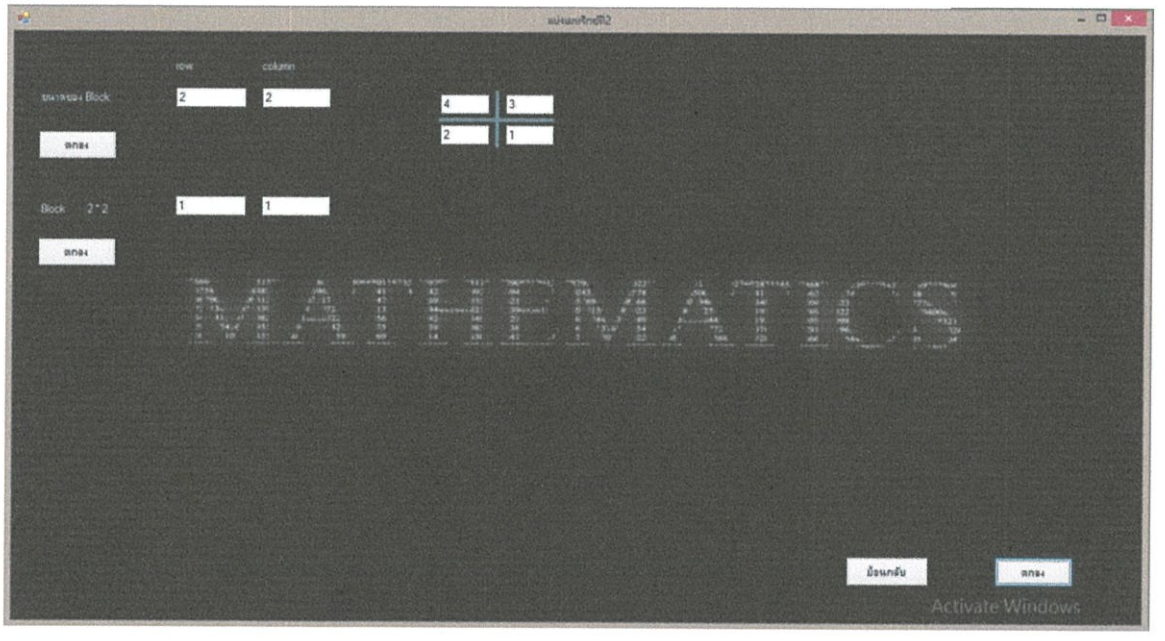
รูปที่ 4.3.4.3 ทำการแบ่งเมทริกซ์ของเมทริกซ์ที่1



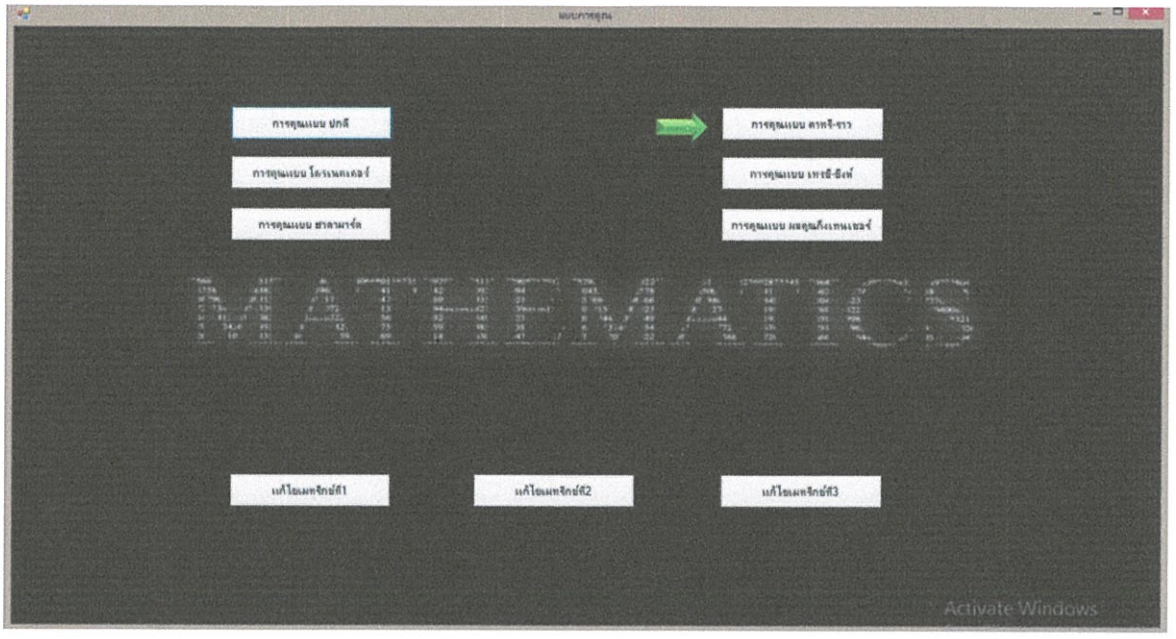
รูปที่ 4.3.4.4 กำหนดขนาดของเมทริกซ์ที่2 เป็น 2x2



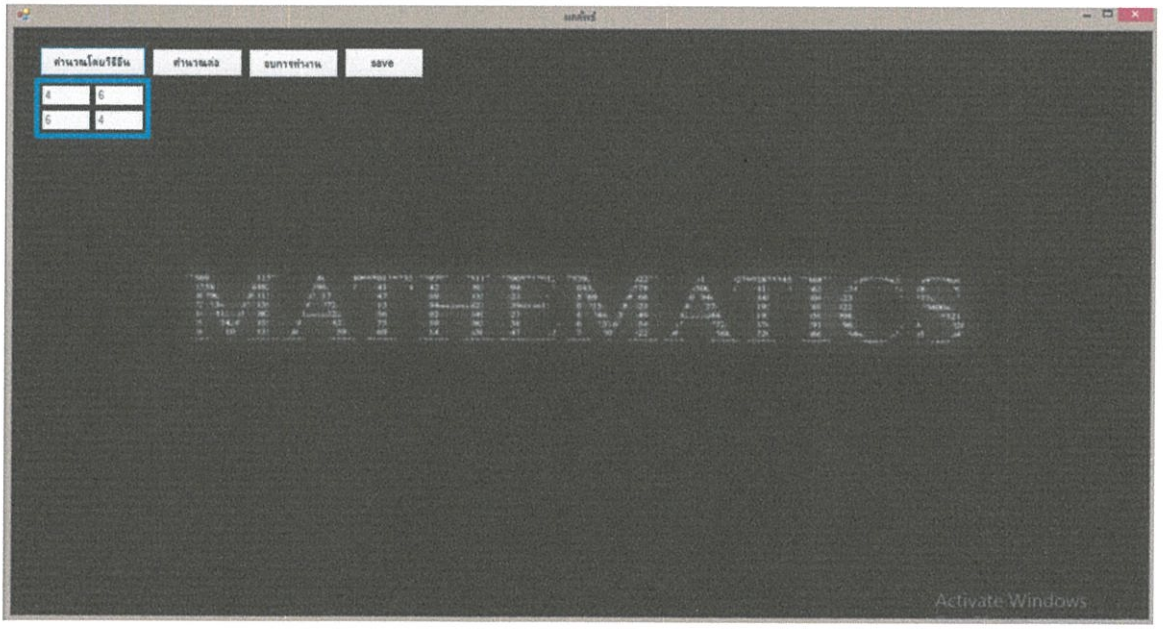
รูปที่ 4.3.4.5 ไม่ใส่ค่าสมาชิกของเมทริกซ์ที่2 เพื่อไปทำการแบ่งเมทริกซ์ต่อ



รูปที่ 4.3.4.6 ทำการแบ่งเมทริกซ์ของเมทริกซ์ที่2

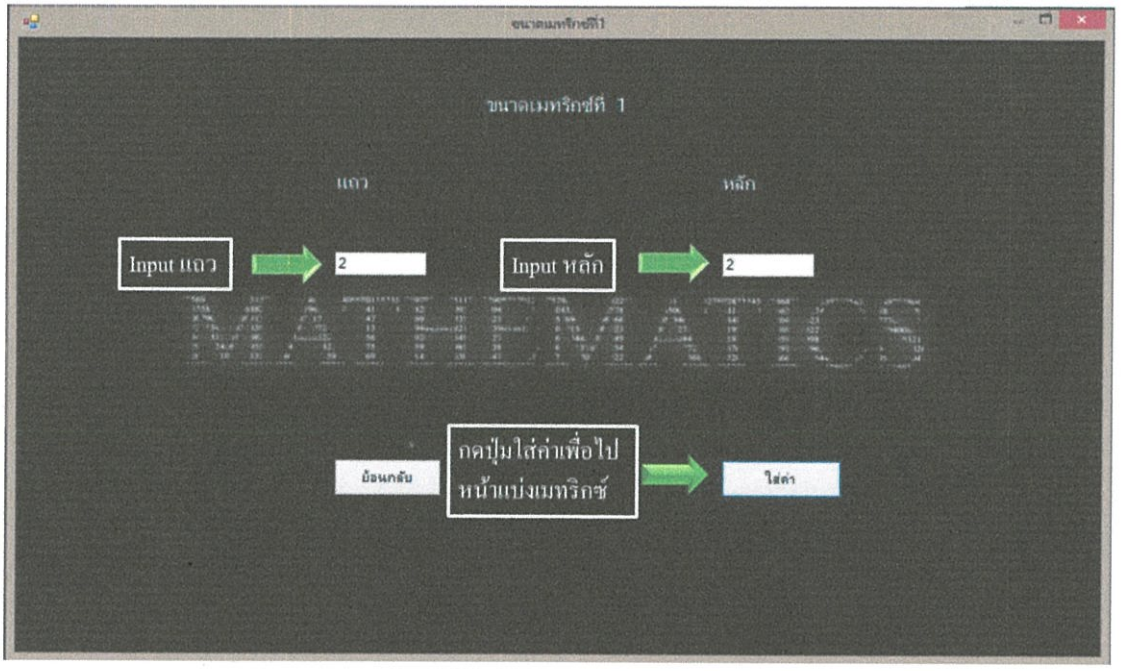


รูปที่ 4.3.4.7 เลือกรูปแบบการคูณแบบคาทรี-ราว

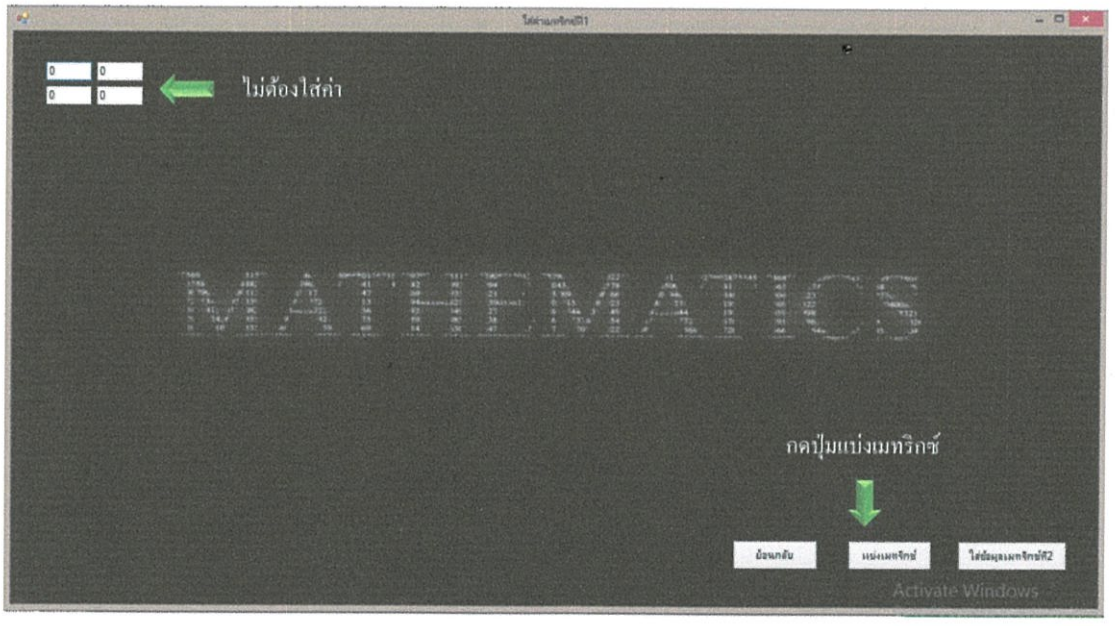


รูปที่ 4.3.4.8 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคูณแบบคาทรี-ราว

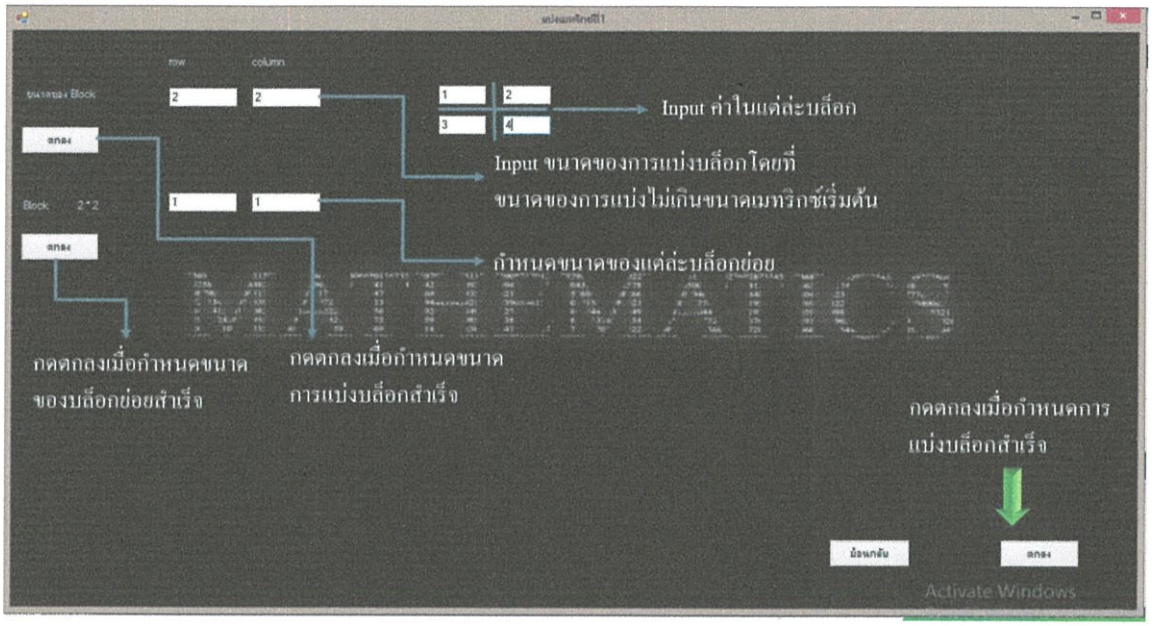
4.3.5 การคูณแบบเทรซี-ซิงห์



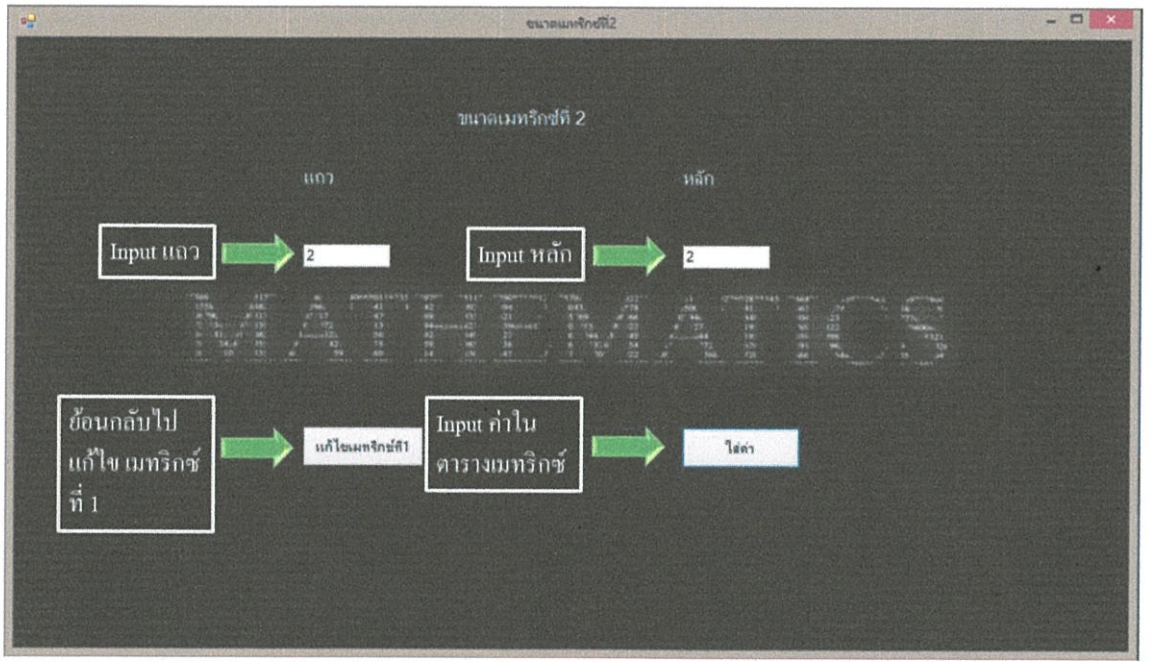
รูปที่ 4.3.5.1 กำหนดขนาดของเมทริกซ์ที่1 เป็น 2x2



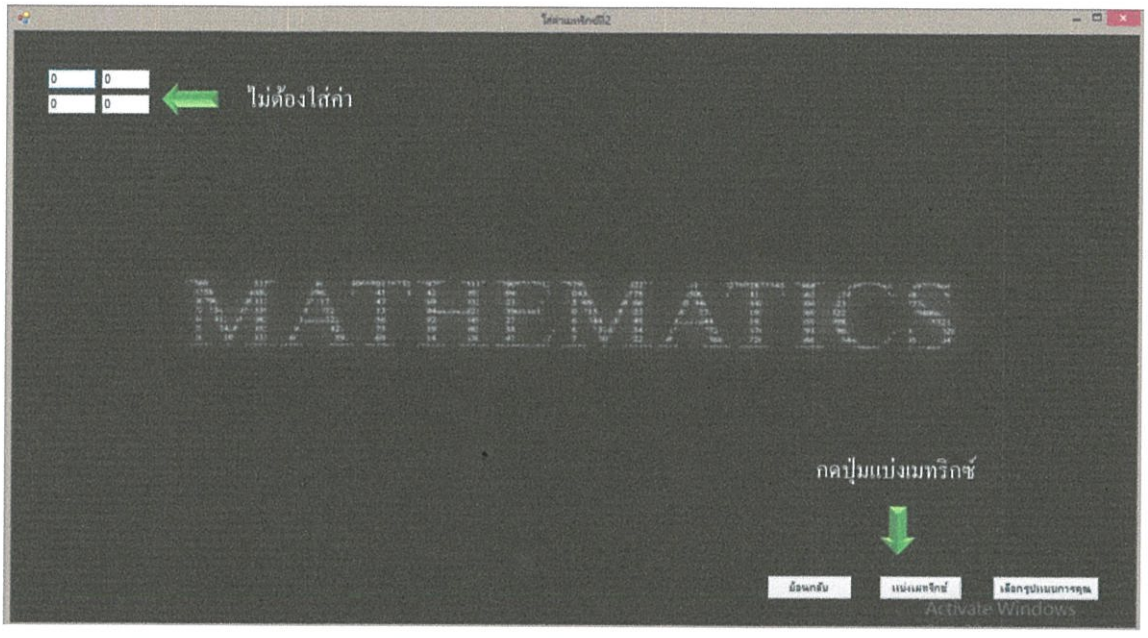
รูปที่ 4.3.5.2 ไม่ใส่ค่าสมาชิกของเมทริกซ์ที่1 เพื่อไปทำการแบ่งเมทริกซ์ต่อ



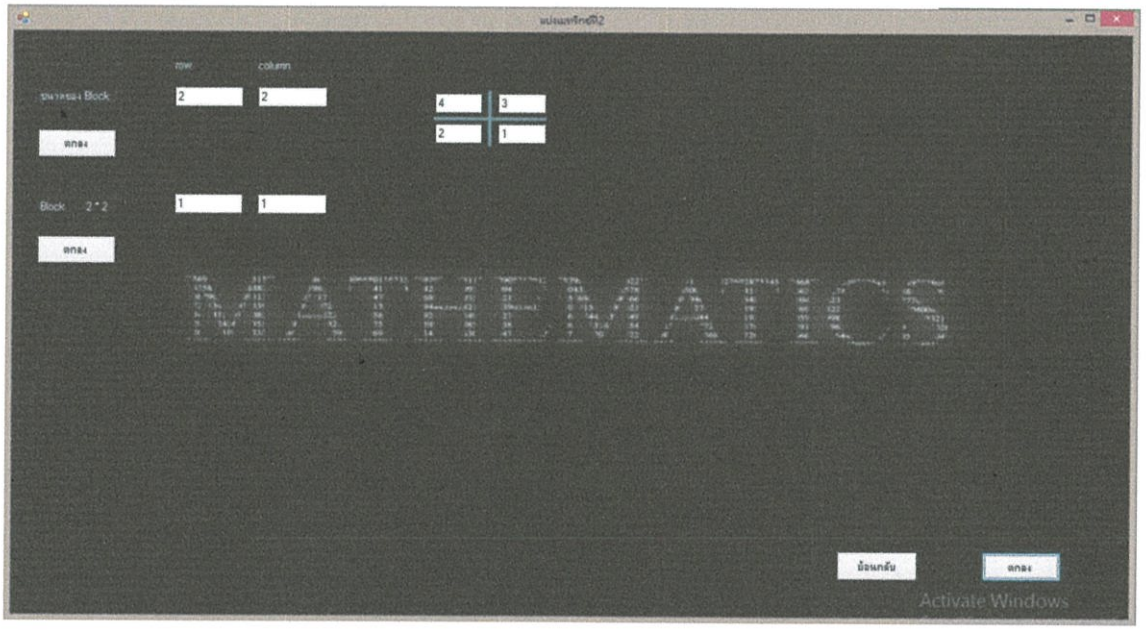
รูปที่ 4.3.5.3 ทำการแบ่งเมทริกซ์ของเมทริกซ์ที่1



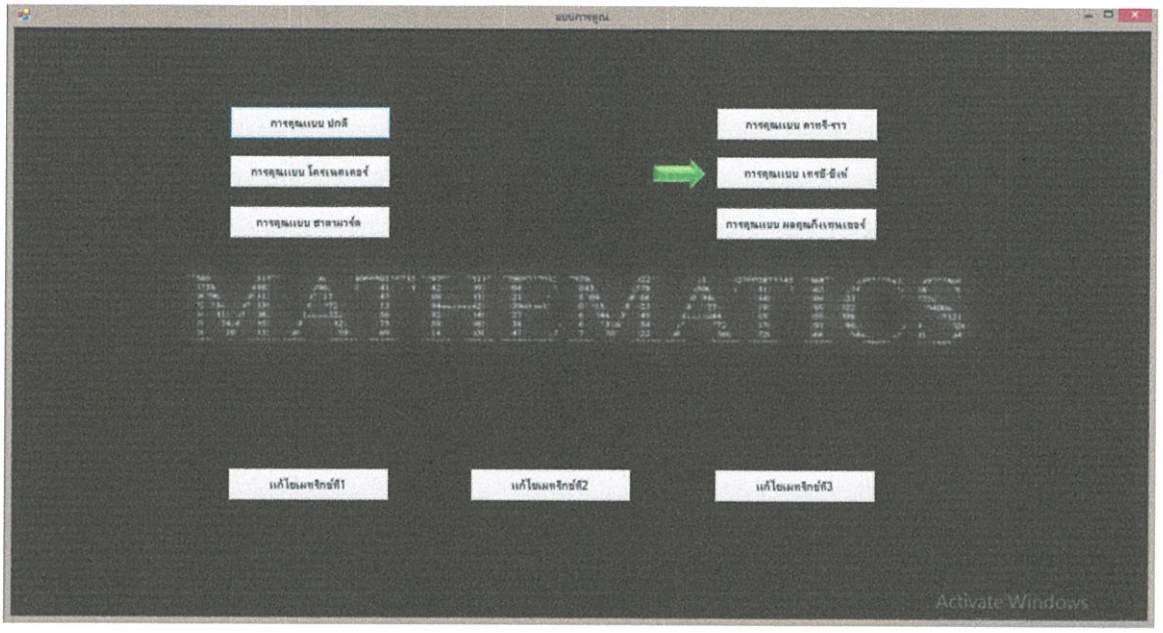
รูปที่ 4.3.5.4 กำหนดขนาดของเมทริกซ์ที่2 เป็น 2x2



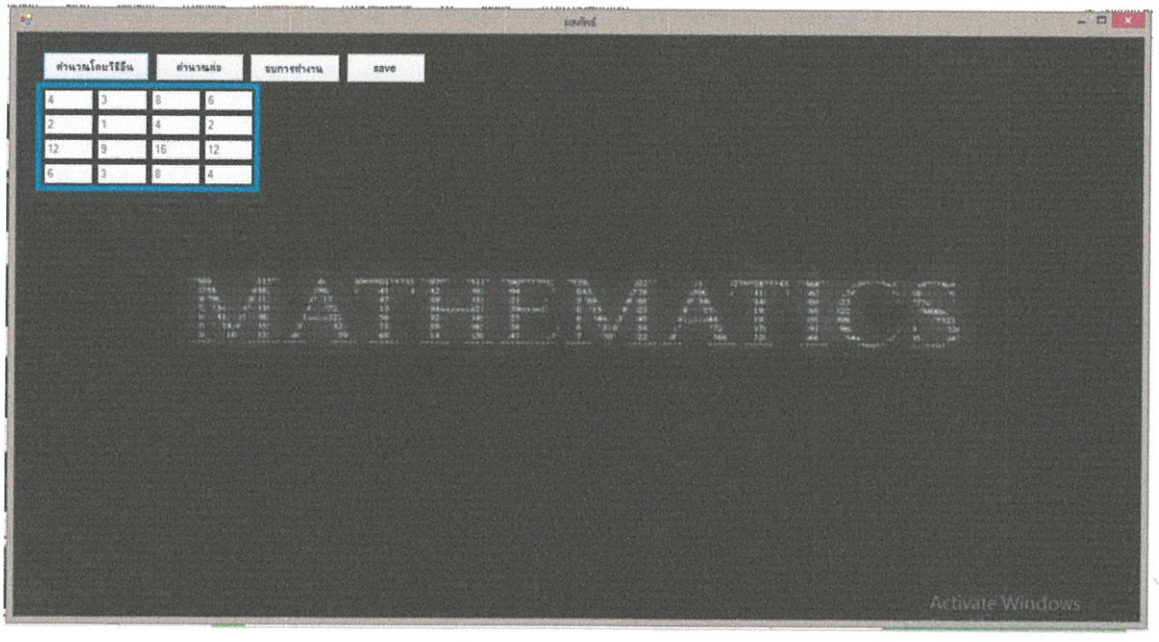
รูปที่ 4.3.5.5 ไม่ใส่ค่าสมาชิกของเมทริกซ์ที่2 เพื่อไปทำการแบ่งเมทริกซ์ต่อ



รูปที่ 4.3.5.6 ทำการแบ่งเมทริกซ์ของเมทริกซ์ที่2



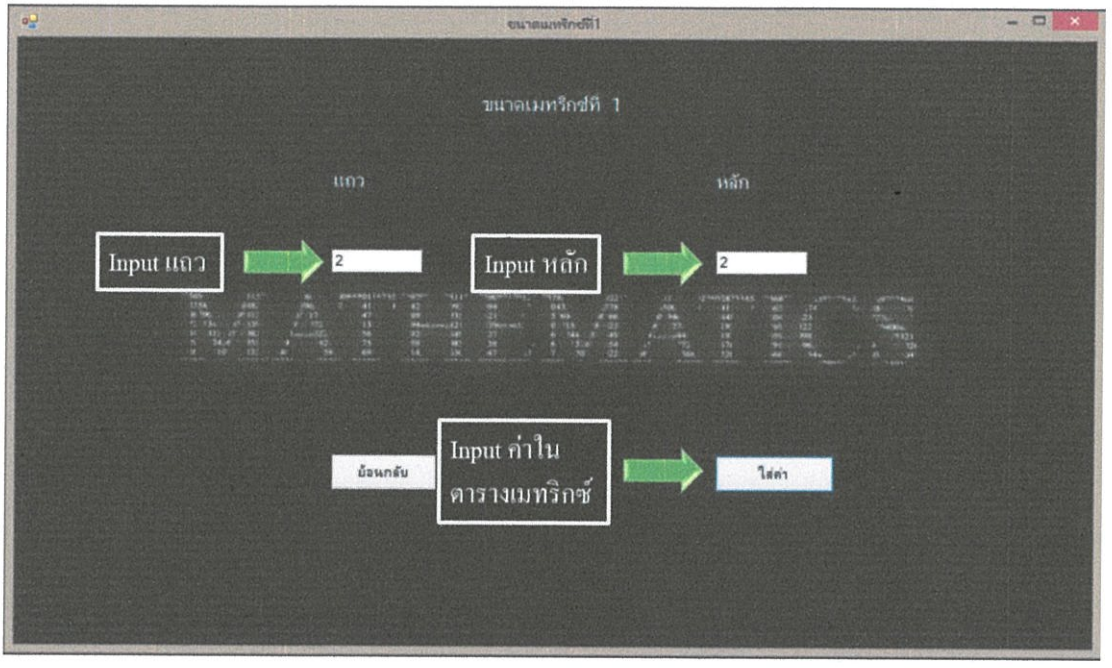
รูปที่ 4.3.5.7 เลือกรูปแบบการคูณแบบเทรซี-ซิงห์



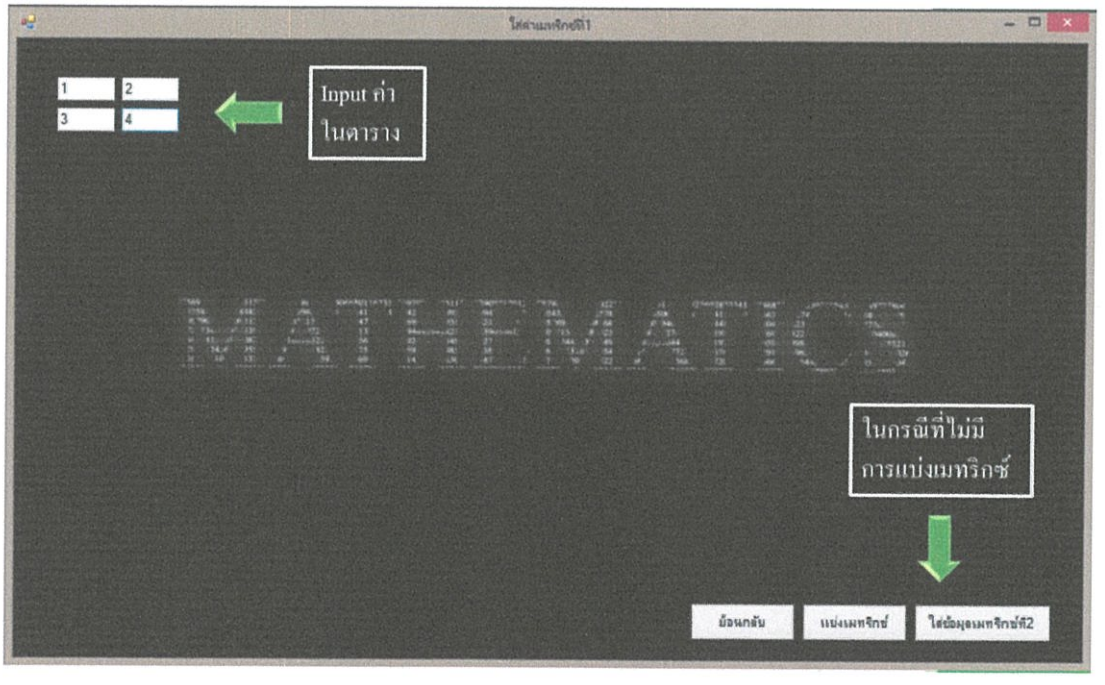
รูปที่ 4.3.5.8 ผลลัพธ์ที่ได้จากการคูณแบบเทรซี-ซิงห์

4.3.6 ผลคูณกึ่งเทนเซอร์

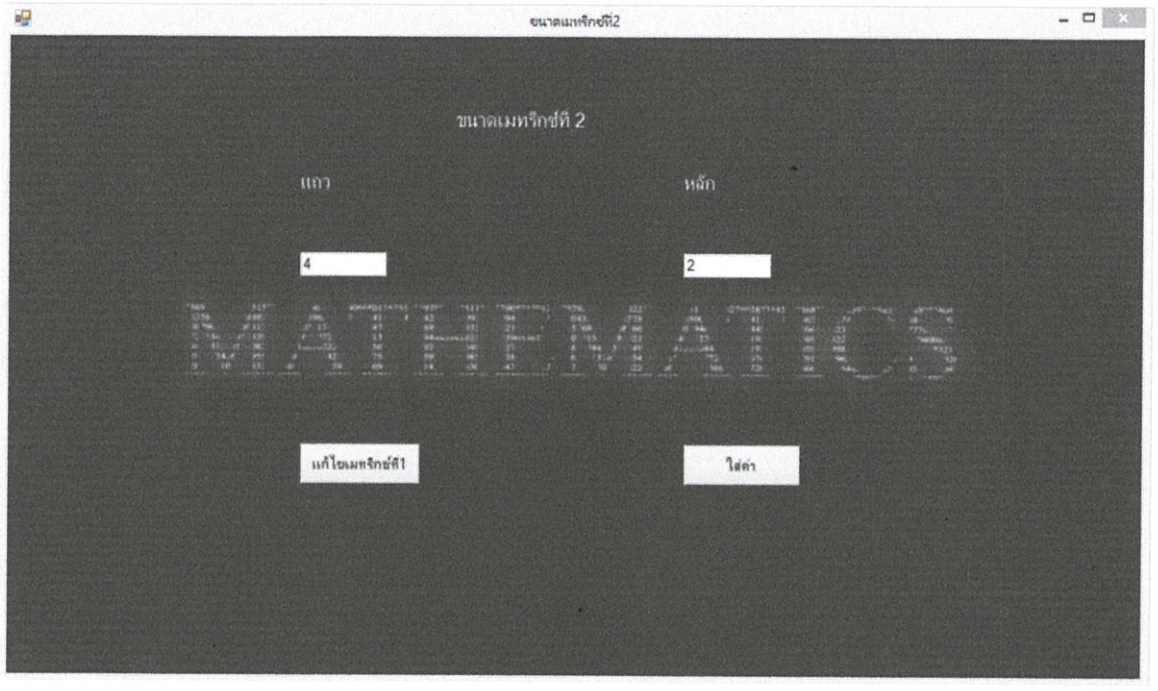
ค่าของจำนวนหลักของเมทริกซ์ที่1ต้องหารค่าของจำนวนแถวของเมทริกซ์ที่2ลงตัว หรือ ค่าของจำนวนแถวของเมทริกซ์2หารค่าของจำนวนหลักของเมทริกซ์1ลงตัว จึงจะสามารถคูณแบบกึ่งเทนเซอร์ได้



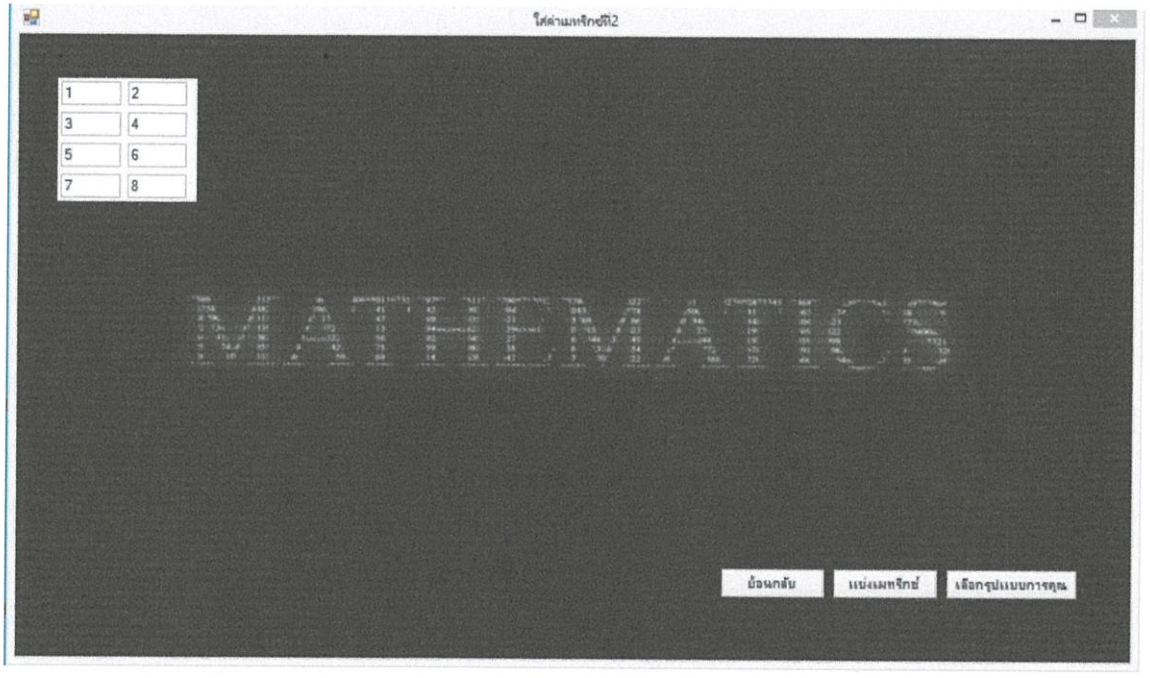
รูปที่ 4.3.6.1 กำหนดขนาดของเมทริกซ์ที่1 เป็น 2x2



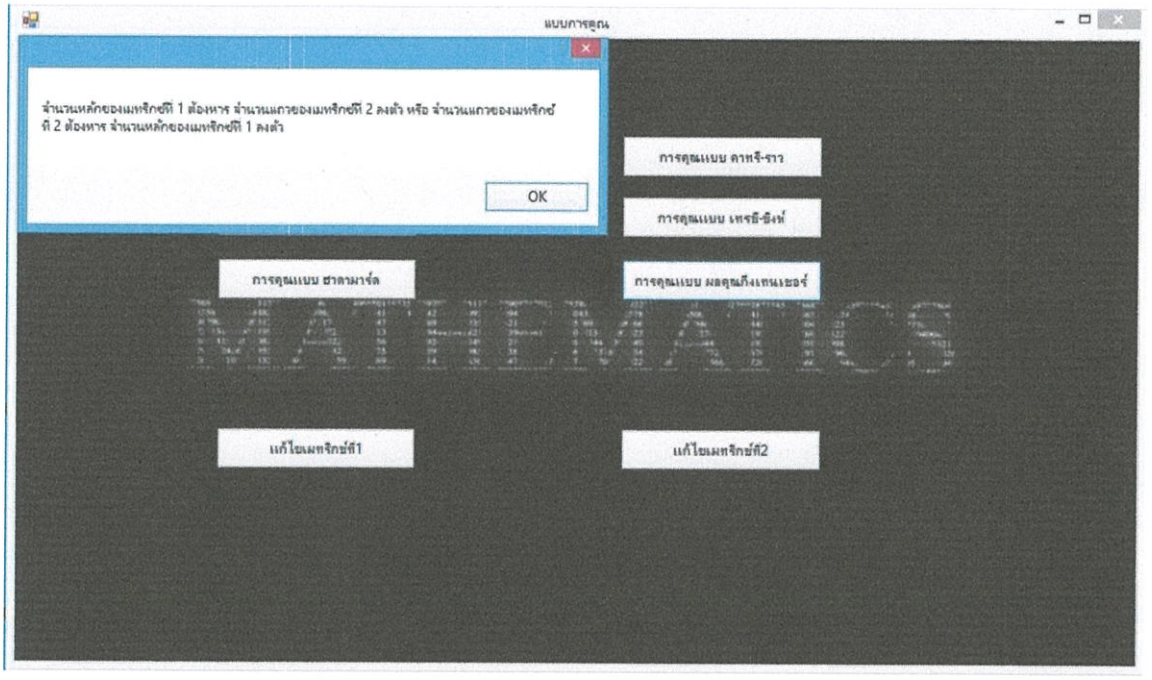
รูปที่ 4.3.6.2 ใส่ค่าสมาชิกของเมทริกซ์1



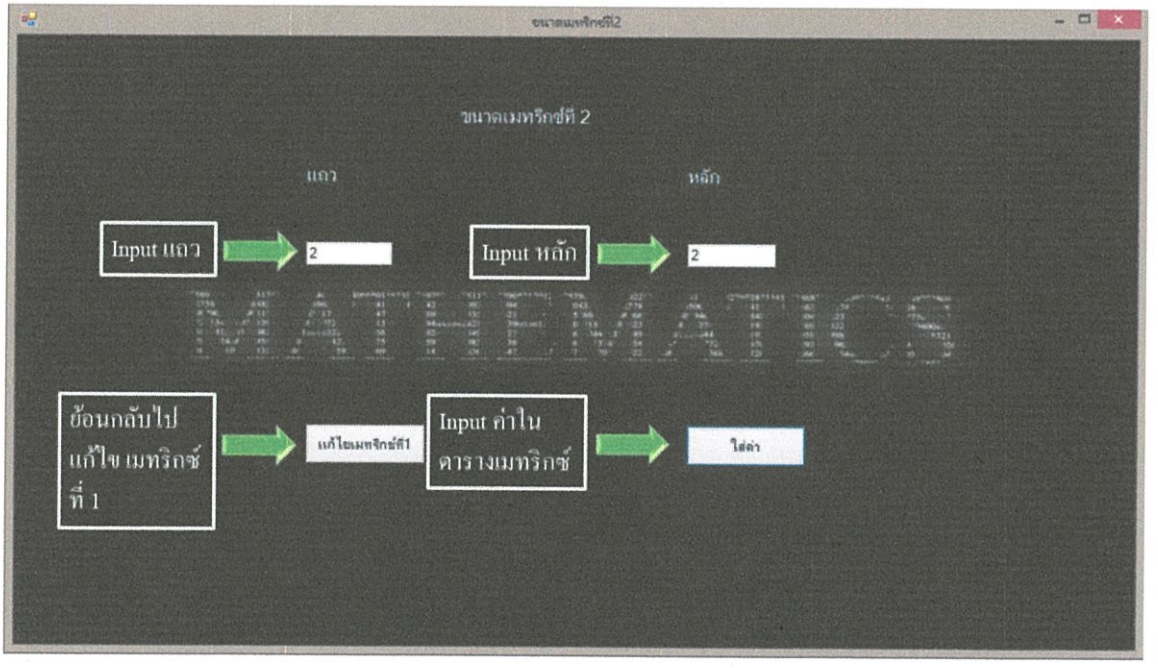
รูปที่ 4.3.6.3 กำหนดขนาดของเมทริกซ์2 เป็น 4x2



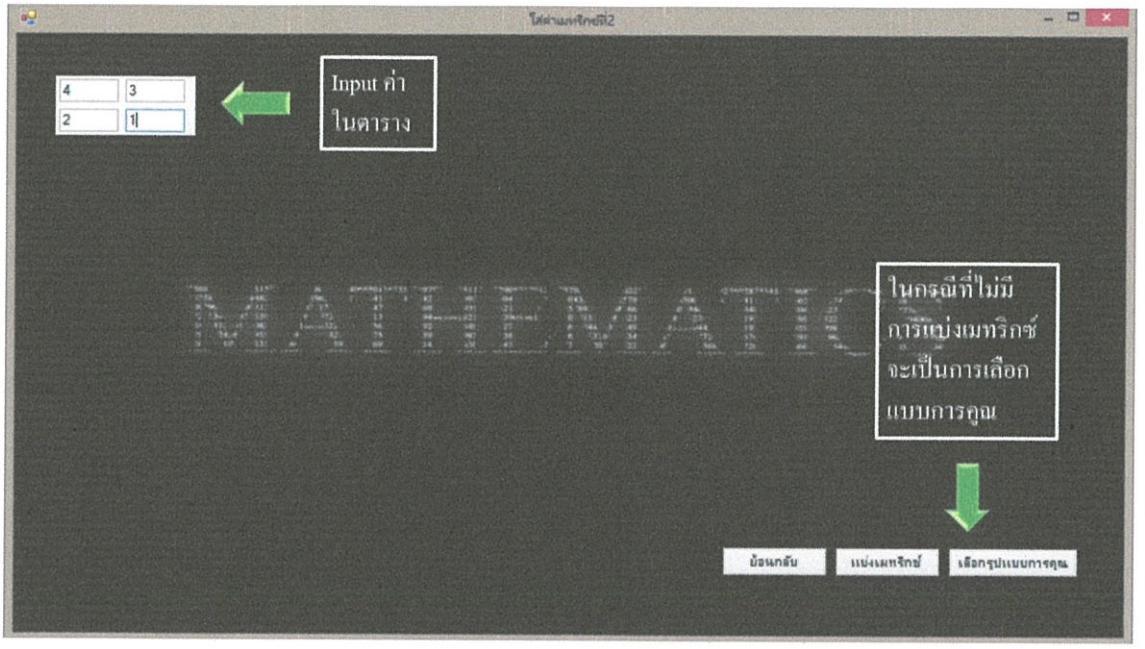
รูปที่ 4.3.6.4 ใส่ค่าสมาชิกของเมทริกซ์2



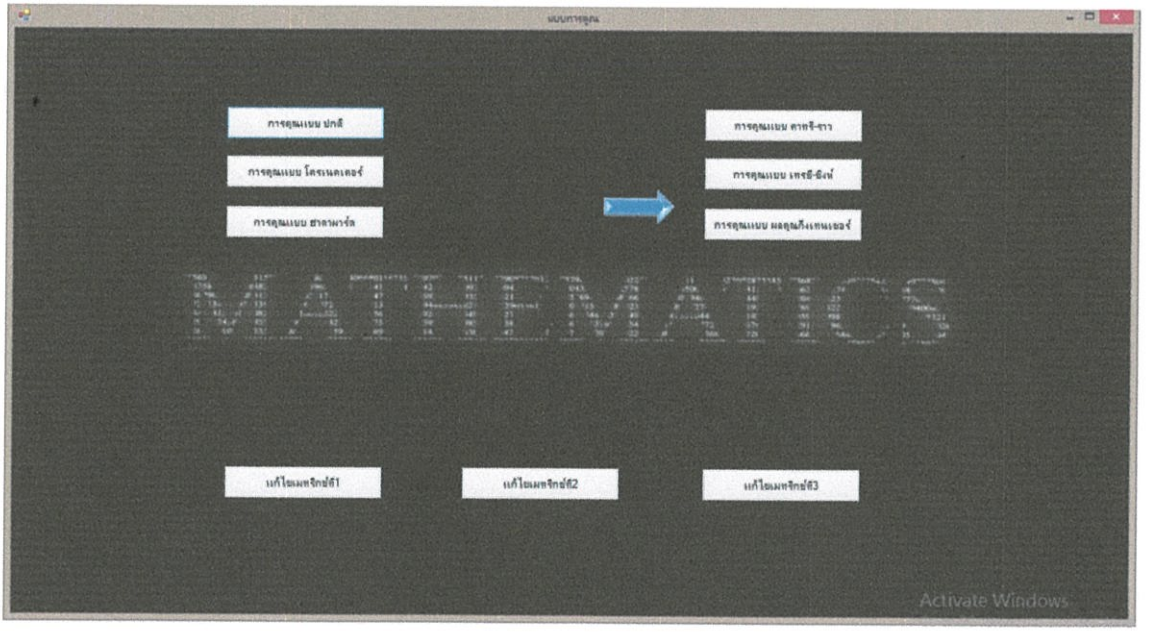
รูปที่ 4.3.6.5 ไม่สามารถคำนวณการคูณโดยการคูณแบบผลกึ่งเทนเซอร์



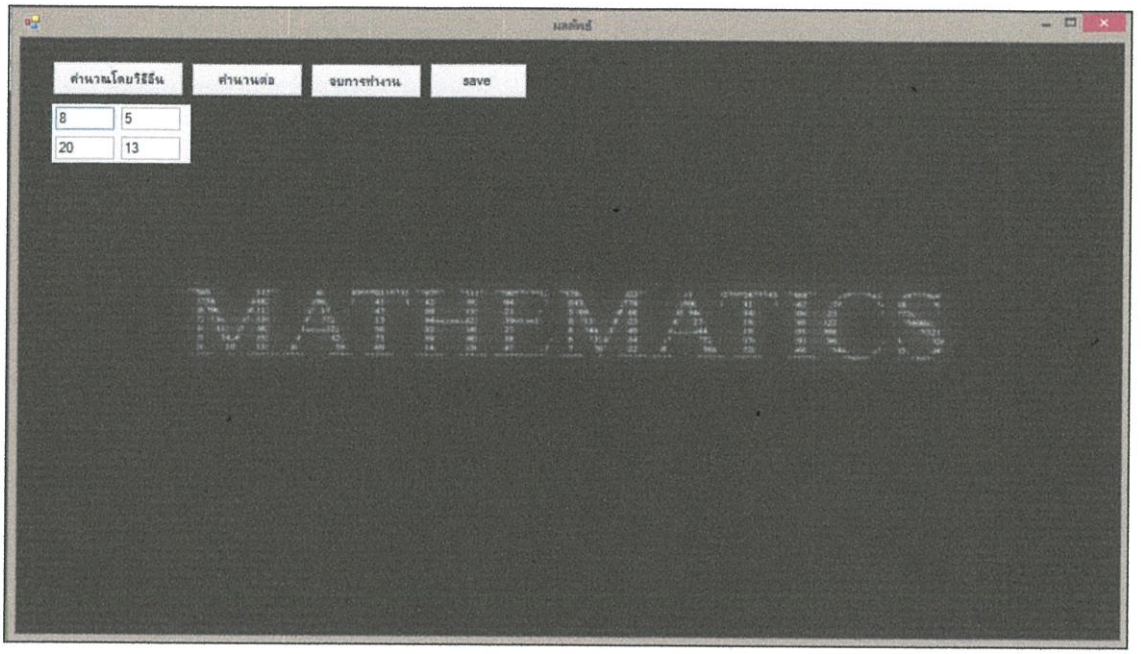
รูปที่ 4.3.6.6 กำหนดขนาดใหม่ของเมทริกซ์2ใหม่ เป็น 2x2



รูปที่ 4.3.6.6 ใส่ค่าสมาชิกของเมทริกซ์2



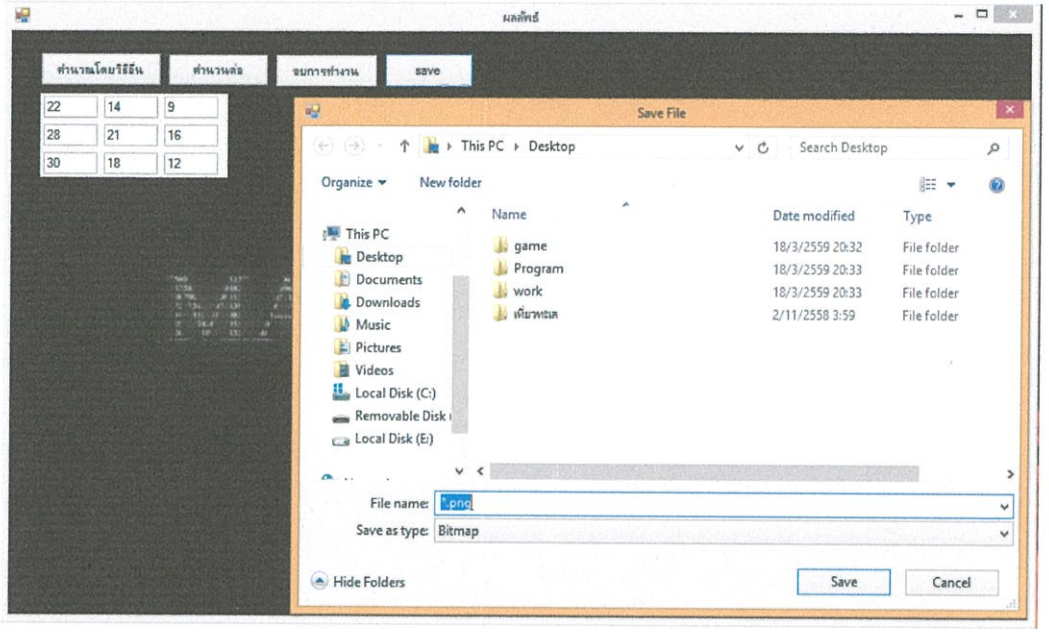
รูปที่ 4.3.6.7 เลือกรูปแบบการคูณผลคูณกึ่งเทนเซอร์



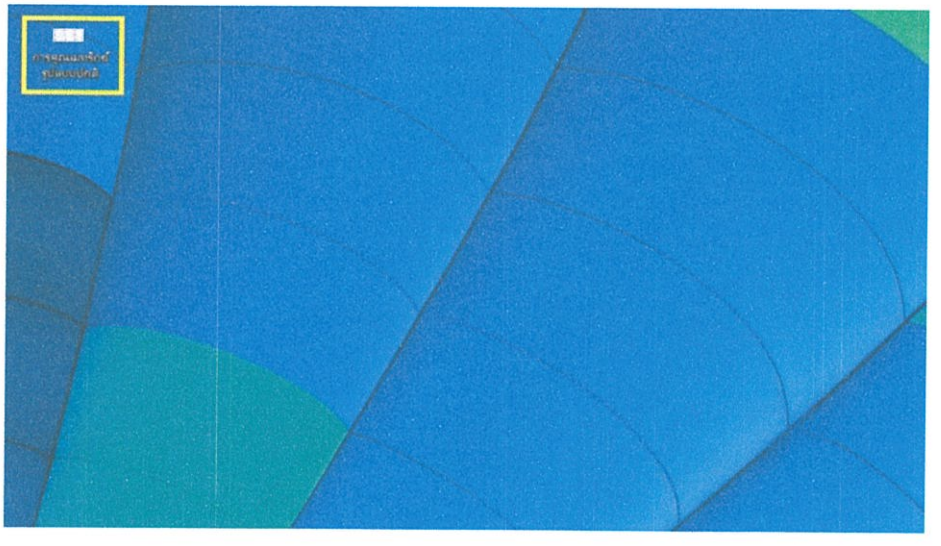
รูปที่ 4.3.6.8 ผลลัพธ์การคูณโดยวิธีผลคูณกึ่งเทนเซอร์

4.4 การบันทึกผล

เมื่อคลิกเมาส์ไปที่ “save” จะสามารถบันทึกผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณได้ ดังรูปที่ 4.4.1 และ รูปที่ 4.4.2



รูปที่ 4.4.1 การ save ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ

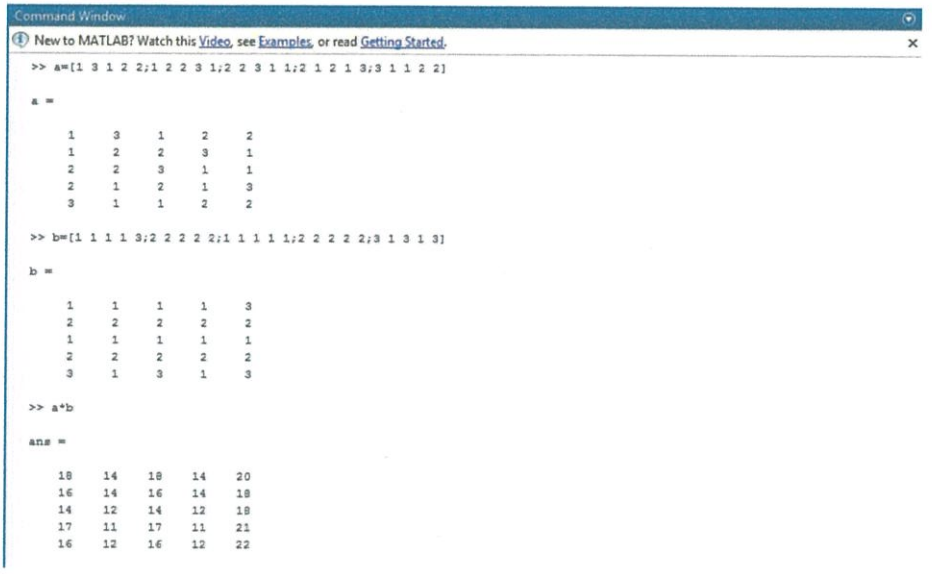


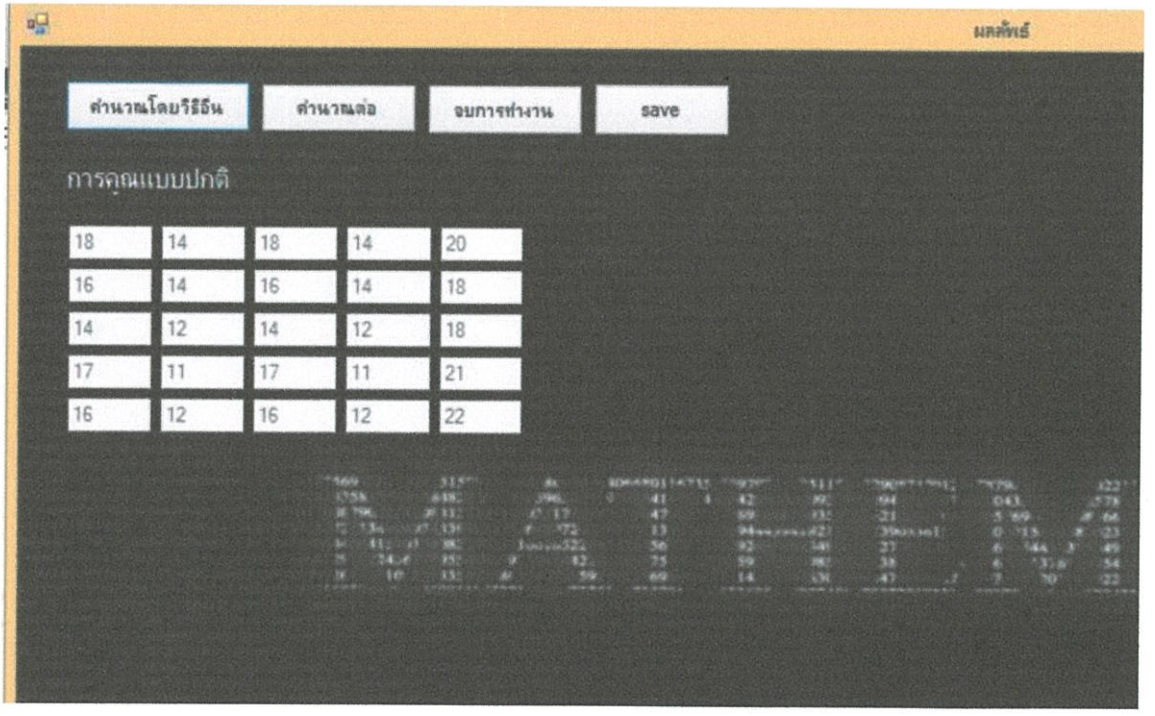
รูปที่ 4.4.2 การ save ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ

4.5 ตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรม

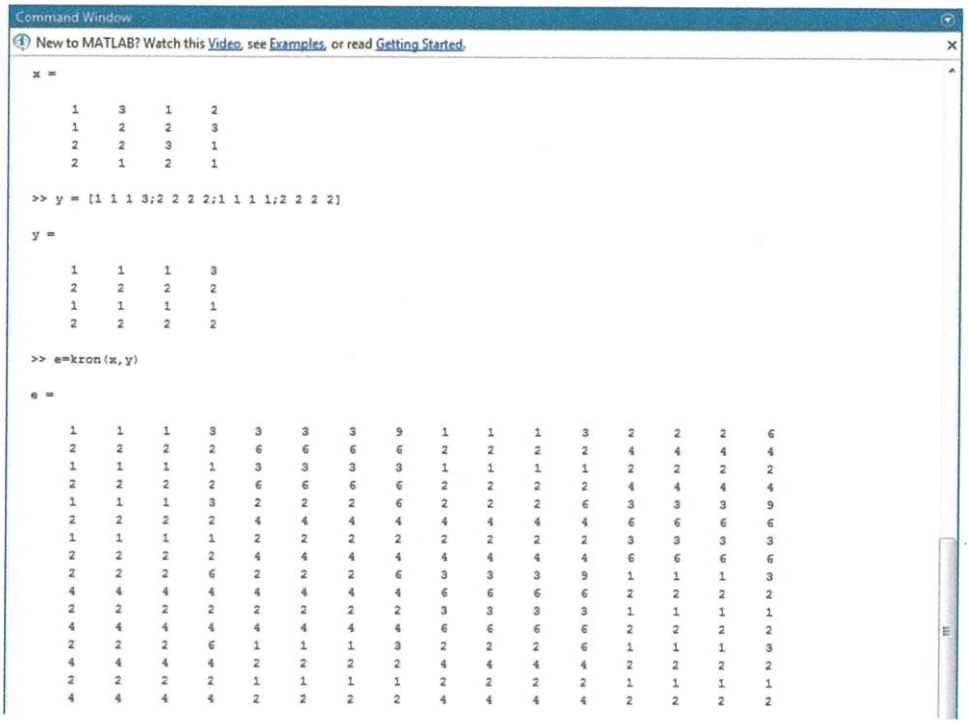
โดยการใช้โปรแกรมMATLABและวิธีการคิดมือมาตรวจสอบความถูกต้องของโปรแกรม

ผลคูณปกติ (ตรวจสอบคำตอบกับโปรแกรม MATLAB R2013a)

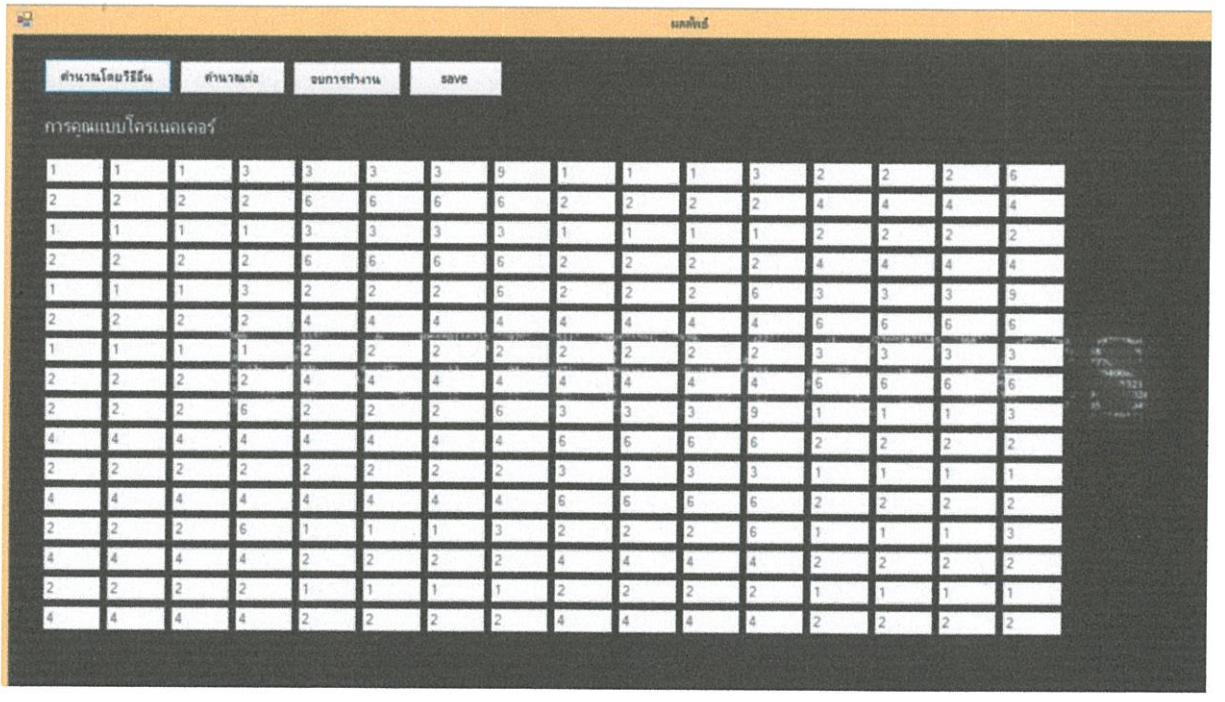




ผลคูณโครเนคเคอร์ (ตรวจสอบคำตอบกับโปรแกรม MATLAB R2013a)



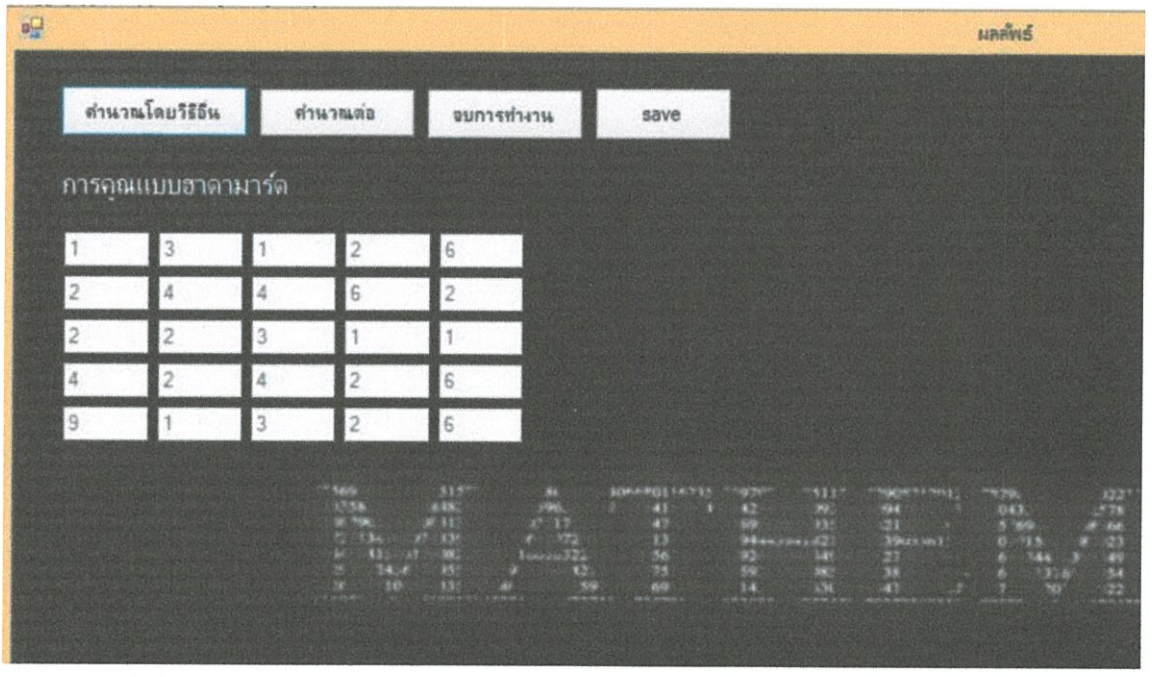
```
Command Window
New to MATLAB? Watch this Video, see Examples, or read Getting Started.

x =

     1     3     1     2
     1     2     2     3
     2     2     3     1
     2     1     2     1

>> y = [1 1 1 3;2 2 2 2;1 1 1 1;2 2 2 2]

y =

     1     1     1     3
     2     2     2     2
     1     1     1     1
     2     2     2     2

>> e=kron(x,y)

e =

     1     1     1     3     3     3     3     9     1     1     1     3     2     2     2     6
     2     2     2     2     6     6     6     6     2     2     2     2     4     4     4     4
     1     1     1     1     3     3     3     3     1     1     1     1     2     2     2     2
     2     2     2     2     6     6     6     6     2     2     2     2     4     4     4     4
     1     1     1     3     2     2     2     6     2     2     2     6     3     3     3     9
     2     2     2     2     4     4     4     4     4     4     4     4     6     6     6     6
     1     1     1     1     2     2     2     2     2     2     2     2     3     3     3     3
     2     2     2     2     4     4     4     4     4     4     4     4     6     6     6     6
     2     2     2     6     2     2     2     6     3     3     3     9     1     1     1     3
     4     4     4     4     4     4     4     4     6     6     6     6     2     2     2     2
     2     2     2     2     2     2     2     2     3     3     3     3     1     1     1     1
     4     4     4     4     4     4     4     4     6     6     6     6     2     2     2     2
     2     2     2     6     1     1     1     3     2     2     2     6     1     1     1     3
     4     4     4     4     2     2     2     2     4     4     4     4     2     2     2     2
     2     2     2     2     1     1     1     1     2     2     2     2     1     1     1     1
     4     4     4     4     2     2     2     2     4     4     4     4     2     2     2     2
```



ผลคูณฮาดามาร์ด

$$A=\begin{bmatrix}1&3&1&2&2\\1&2&2&3&1\\2&2&3&1&1\\2&1&2&1&3\\3&1&1&2&2\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}1&1&1&1&3\\2&2&2&2&2\\1&1&1&1&1\\2&2&2&2&2\\3&1&3&1&3\end{bmatrix}$$

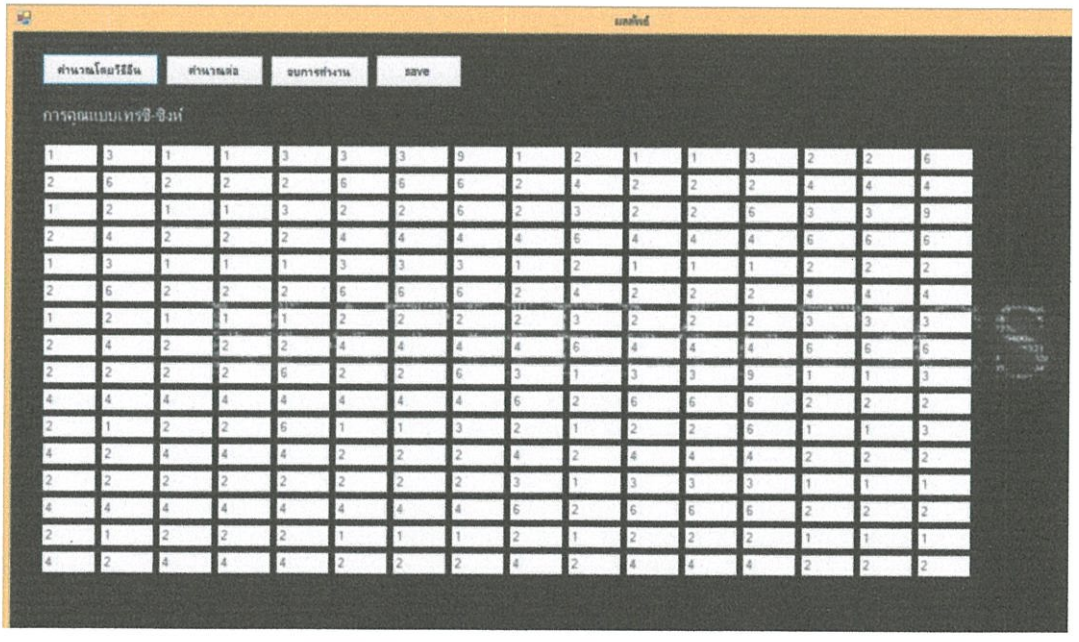
$$A\odot B=\begin{bmatrix}1&3&1&2&6\\2&4&4&6&2\\2&2&3&1&1\\4&2&4&2&6\\9&1&3&2&6\end{bmatrix}$$



ผลคูณเทรซี-ซิงห์

$$A=\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{array}\right], B=\left[\begin{array}{c|ccc} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{array}\right]$$

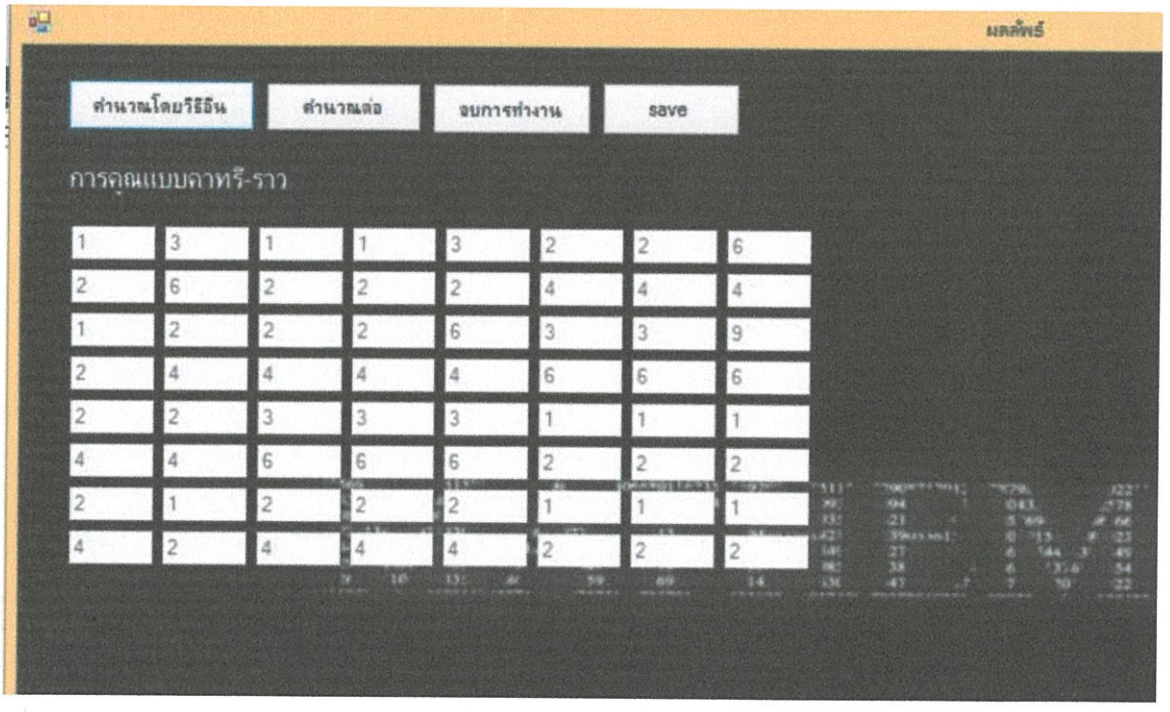
$$A \circ B=\left[\begin{array}{cc|cccccc|cc|cccccc} 1 & 3 & 1 & 1 & 3 & 3 & 3 & 9 & 1 & 2 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 2 & 2 & 2 & 6 & 6 & 6 & 2 & 4 & 2 & 2 & 2 & 4 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 & 6 & 2 & 3 & 2 & 2 & 6 & 3 & 3 & 9 \\ 2 & 4 & 2 & 2 & 2 & 4 & 4 & 4 & 4 & 6 & 4 & 4 & 4 & 6 & 6 & 6 \\ \hline 1 & 3 & 1 & 1 & 1 & 3 & 3 & 3 & 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 6 & 2 & 2 & 2 & 6 & 6 & 6 & 2 & 4 & 2 & 2 & 2 & 4 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 2 & 2 & 2 & 4 & 4 & 4 & 4 & 6 & 4 & 4 & 4 & 6 & 6 & 6 \\ \hline 2 & 2 & 2 & 2 & 6 & 2 & 2 & 6 & 3 & 1 & 3 & 3 & 9 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 6 & 2 & 6 & 6 & 6 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 6 & 1 & 1 & 3 & 2 & 1 & 2 & 2 & 6 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 4 & 4 & 4 & 2 & 2 & 2 & 4 & 2 & 4 & 4 & 4 & 2 & 2 & 2 \\ \hline 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 & 1 & 3 & 3 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 6 & 2 & 6 & 6 & 6 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 4 & 4 & 2 & 2 & 2 & 4 & 2 & 4 & 4 & 4 & 2 & 2 & 2 \end{array}\right]$$



ผลคูณคาทรี-ราว

$$A=\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ \hline 2 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \end{array}\right], B=\left[\begin{array}{c|ccc} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 \end{array}\right]$$

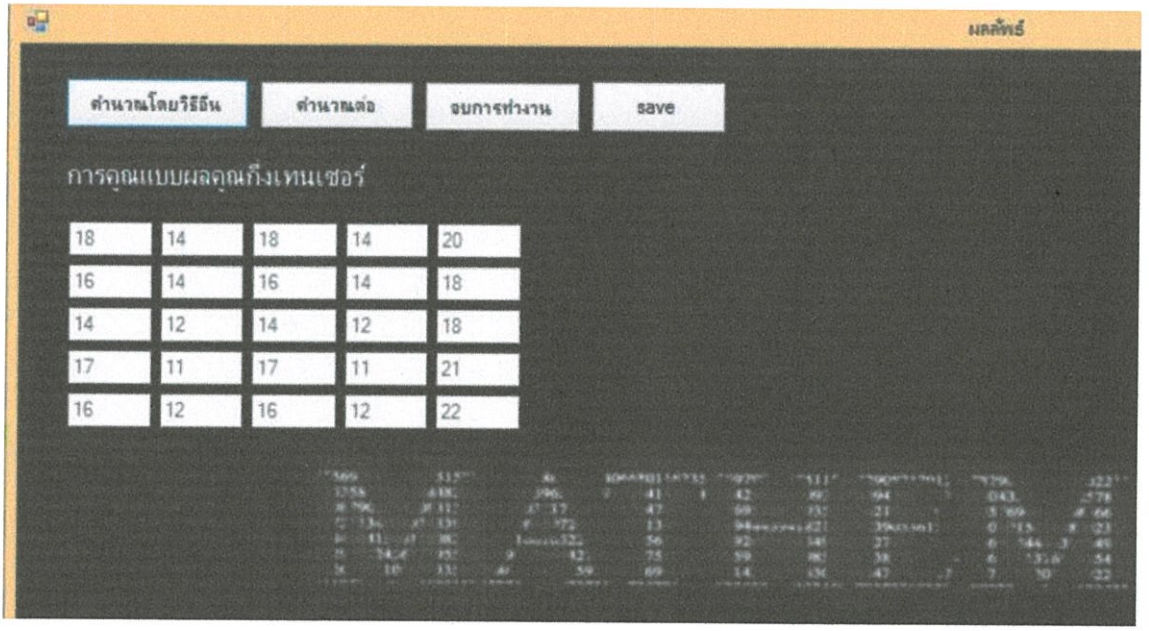
$$A*B=\left[\begin{array}{cc|cccccc} 1 & 3 & 1 & 1 & 3 & 2 & 2 & 6 \\ 2 & 6 & 2 & 2 & 2 & 4 & 4 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 6 & 3 & 3 & 9 \\ 2 & 4 & 4 & 4 & 4 & 6 & 6 & 6 \\ \hline 2 & 2 & 3 & 3 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 4 & 6 & 6 & 6 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 4 & 4 & 4 & 2 & 2 & 2 \end{array}\right]$$



ผลคูณกึ่งเทนเซอร์

$$A=\begin{bmatrix}1&3&1&2&2\\1&2&2&3&1\\2&2&3&1&1\\2&1&2&1&3\\3&1&1&2&2\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1&1&1&1&3\\2&2&2&2&2\\1&1&1&1&1\\2&2&2&2&2\\3&1&3&1&3\end{bmatrix}$$

$$A \ltimes B = \begin{bmatrix}18&14&18&14&20\\16&14&16&14&18\\14&12&14&12&18\\17&11&17&11&21\\16&12&16&12&22\end{bmatrix}$$



บทที่ 5

สรุปผลการดำเนินงานและข้อเสนอแนะ

ส่วนสรุปการดำเนินงานและข้อเสนอแนะของปัญหาพิเศษนี้ ทางคณะผู้จัดทำแบ่งเนื้อหาออกเป็น 3 ส่วน คือ ส่วนของสรุปผลการดำเนินงาน ส่วนของข้อเสนอแนะ และส่วนของแนวทางการพัฒนาต่อซึ่งมีรายละเอียดของแต่ละส่วนต่อไปดังนี้

5.1 สรุปผลการดำเนินงาน

5.1.1 ได้ศึกษาการคูณเมทริกซ์ในรูปแบบต่างๆ

5.1.2 ได้พัฒนาทักษะการเขียนโปรแกรม

5.1.3 ได้โปรแกรมสำเร็จรูปสำหรับการคำนวณทางคณิตศาสตร์ที่สามารถใช้งานบนระบบปฏิบัติการ Windows XP / Windows 7 , 8 โดยโปรแกรมดังกล่าวมีจุดเด่นดังนี้

(1) ช่วยลดระยะเวลาในการคำนวณการคูณเมทริกซ์ในรูปแบบต่างๆ

(2) สามารถคูณเมทริกซ์โดยการแบ่งเมทริกซ์ได้

(3) มีการออกแบบโปรแกรมให้ใช้งานได้จริง และสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับการเรียนการสอนได้

และมีจุดที่สามารถปรับปรุงแก้ไขได้ดังนี้

(1) ตกแต่งรูปแบบโปรแกรมให้สวยงามยิ่งขึ้น

(2) ใช้เวลาในการใส่ค่าสมาชิกสำหรับเมทริกซ์ที่มีขนาดใหญ่มากเกินไป

5.2 ข้อเสนอแนะ

5.2.1 สำหรับผู้ใช้งานโปรแกรมนั้น ควรทำความเข้าใจในส่วนของเนื้อหา ก่อนที่จะทำการใช้โปรแกรมในการคำนวณ และศึกษาต่อจากส่วนแนะนำของโปรแกรม

5.2.2 ควรมีการนำโปรแกรมที่จัดขึ้นไปทดลองใช้สำหรับประกอบการเรียนการสอนภายในห้องเรียน เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจกระบวนการคูณของเมทริกซ์ได้ง่ายขึ้น

5.2.3 โปรแกรมนี้สามารถนำไปศึกษาและพัฒนาต่อได้ในอนาคต

5.3 แนวทางการพัฒนาต่อ

5.3.1 เพิ่มรูปแบบการคูณของเมทริกซ์

5.3.2 พัฒนาโปรแกรมให้สามารถรองรับระบบปฏิบัติการบนโทรศัพท์มือถือได้

เอกสารอ้างอิง

[1] Davis, Chandler. "The norm of the Schur product operation." Numerische Mathematik 4.1 (1962). 343-344.

[2] Million, Elizabeth. "The Hadamard Product" (PDF). Retrieved 2 January 2012.

[3] Strang, Gilbert (1999). "Lecture 3: Multiplication and inverse matrices". MIT Open Course ware. 18:30–21:10.

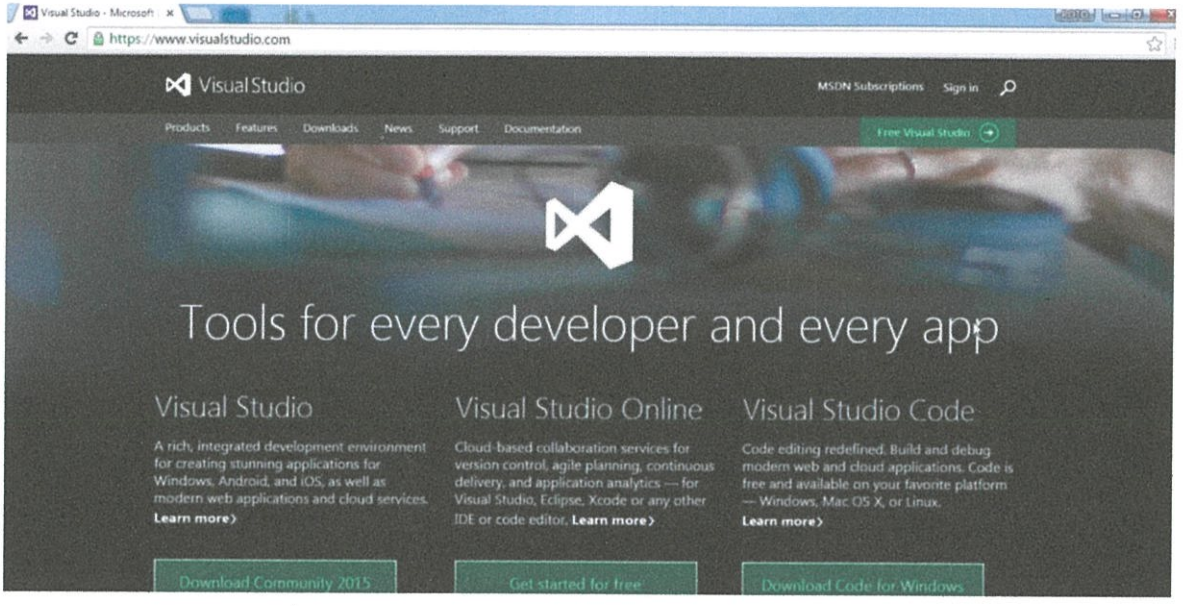
[4] Horn, Roger A.; Johnson, Charles R. (1991), *Topics in Matrix Analysis*, Cambridge University Press, ISBN 0-521-46713-6.

[5] Jain, Anil K. (1989), *Fundamentals of Digital Image Processing*, Prentice Hall, ISBN 0-13-336165-9.

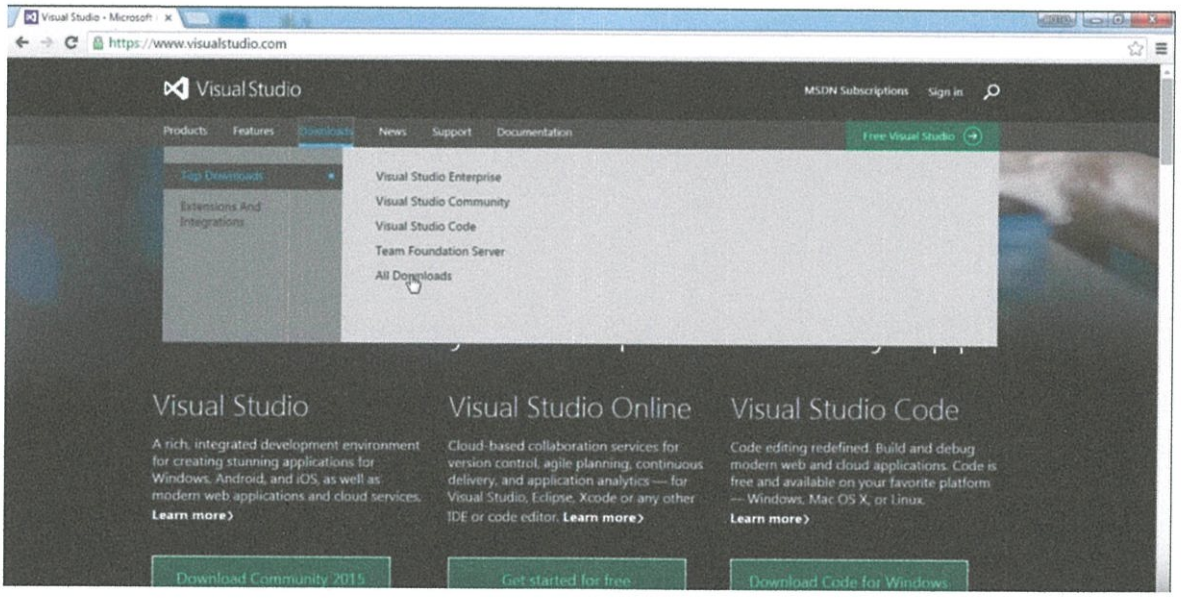
[6] Steeb, Willi-Hans (1997), *Matrix Calculus and Kronecker Product with Applications and C++ Programs*, World Scientific Publishing, ISBN 981-02-3241-1

ภาคผนวก

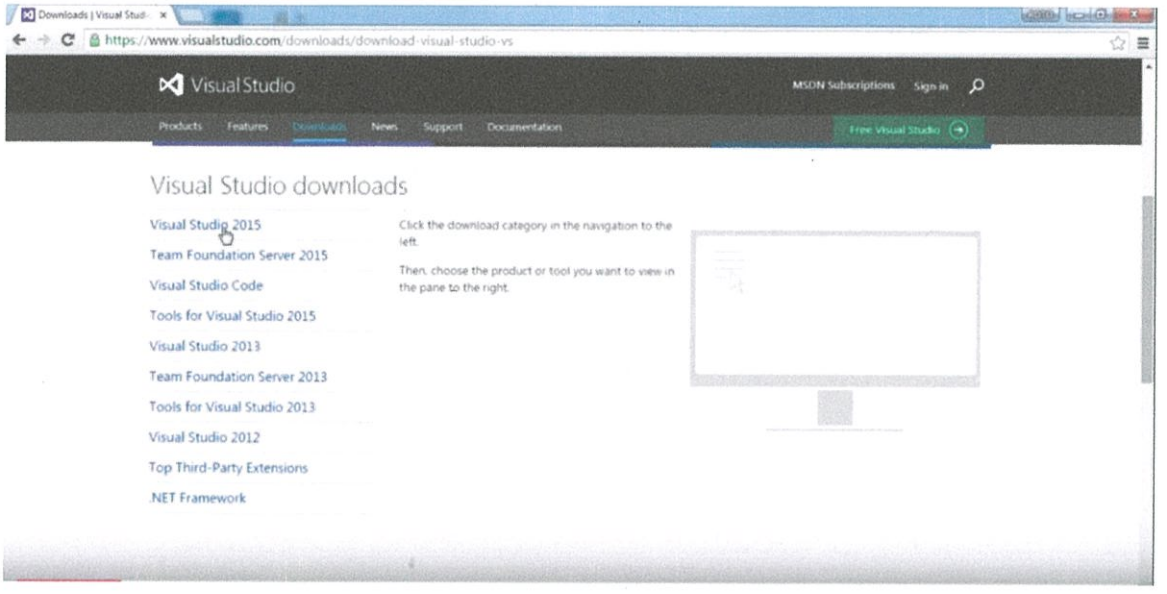
ขั้นตอนการลงโปรแกรม Visual Basic 2015



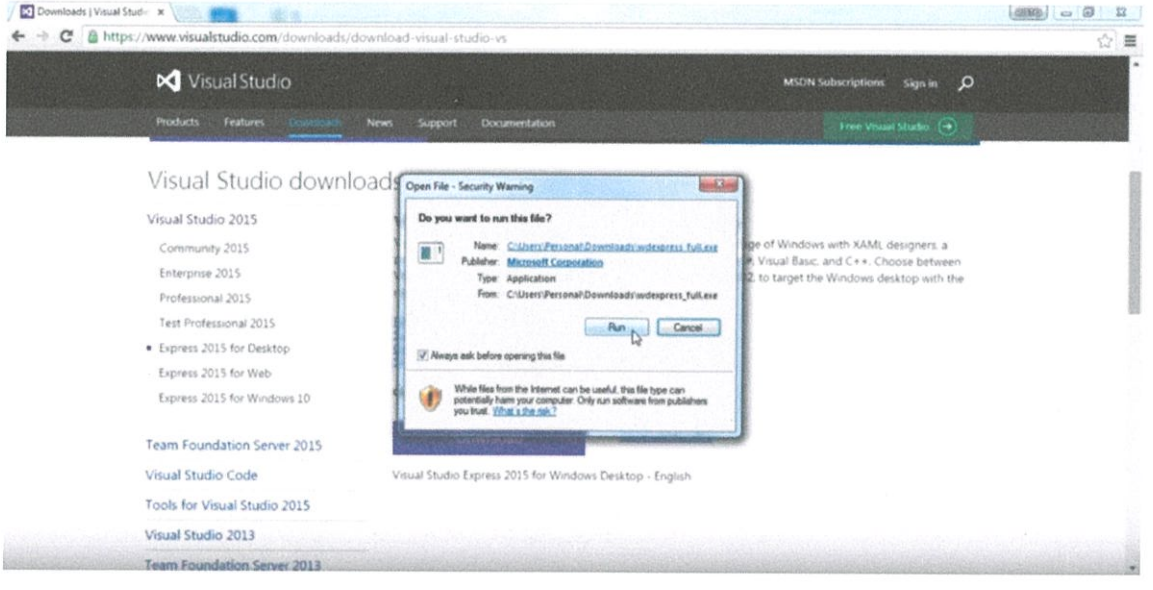
เข้าไปที่เว็ปไซต์ www.visualstudio.com



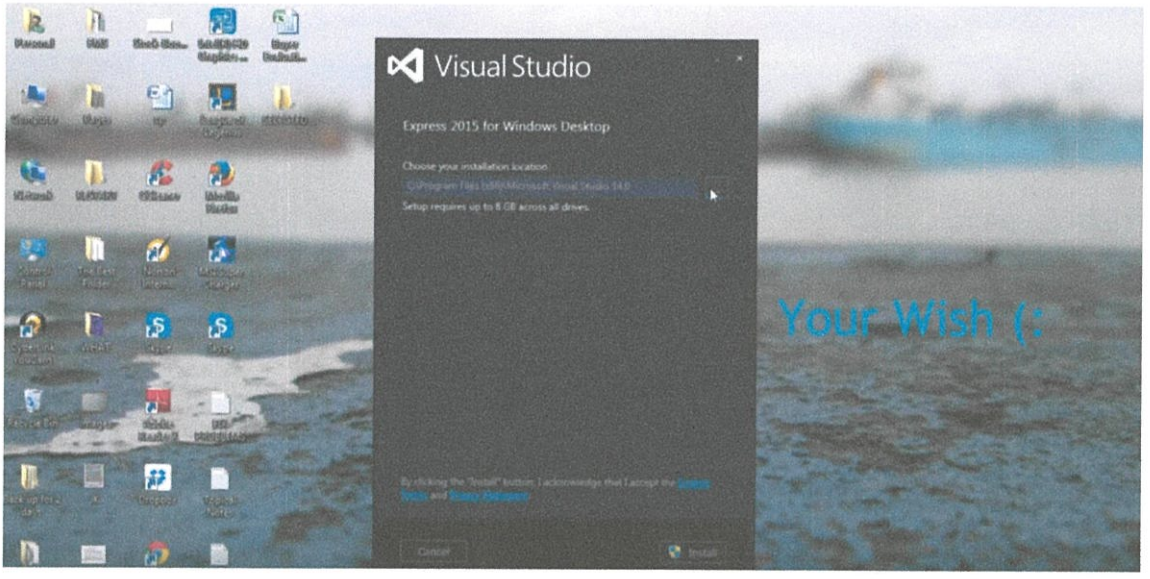
เข้าไปที่ Download ที่อยู่ตรงแถบเมนูด้านบน แล้วเลือก All Downloads



เลือก Visual Basic 2015 เพื่อทำการดาวน์โหลด



เมื่อดาวน์โหลดเสร็จแล้ว ทำการ Run เพื่อเริ่มการติดตั้ง



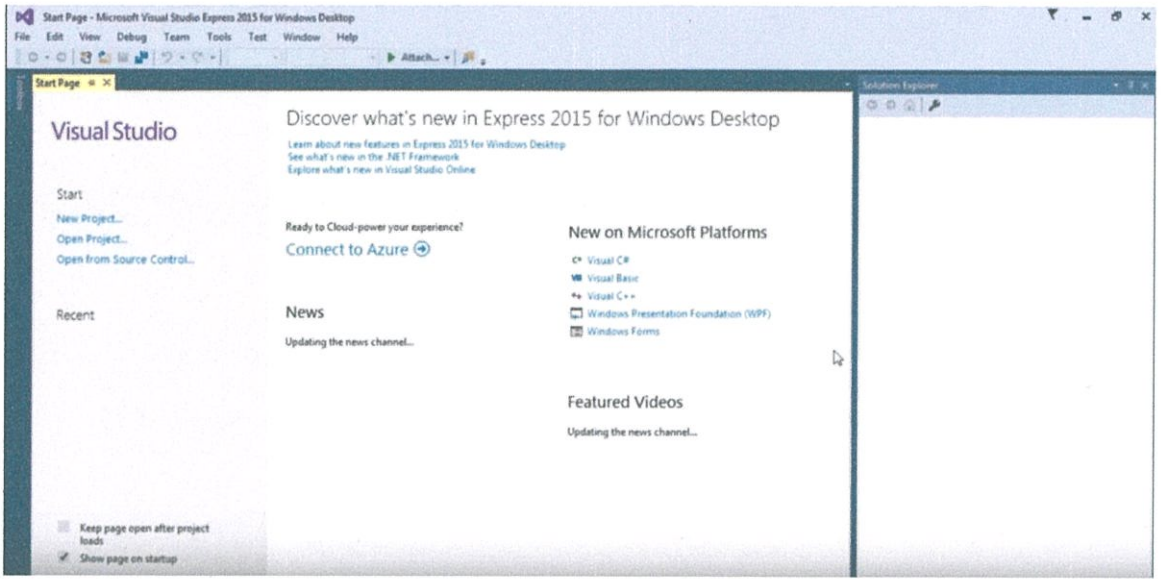
ทำการเลือกโฟล์เดอร์ที่จะทำการติดตั้ง

รอโปรแกรมดำเนินการติดตั้ง

เมื่อการติดตั้งเสร็จสิ้น โปรแกรมจะให้เรา Restart คอมพิวเตอร์ของเรา

เมื่อเริ่มโปรแกรมใหม่ ผู้ใช้สามารถเลือกเข้าบัญชีที่มีโดยคลิกที่ Sign In หรือ

Not now ,maybe later เพื่อข้ามขั้นตอนการเข้าระบบผ่านบัญชีได้



การติดตั้งโปรแกรม Visual Basic 2015 เสร็จสมบูรณ์