การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กันโดยวิธีการถดถอยริดจ์

COMPARISIONS OF ESTIMATION OF MULTIPLE REGRESSION COEFFICIENTS WITH EXISTENT MULTICOLLINEARITY AMONG INDEPENDENT VARIABLES BY RIDGE REGRESSION METHOD

ณัฐพร ภักดี

NUTTAPORN PHAKDEE

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาสถิติประยุกต์

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2552

KMITL-2008-SC-M-050-004

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กันโดยวิธีการถดถอยริดจ์

COMPARISIONS OF ESTIMATION OF MULTIPLE REGRESSION COEFFICIENTS WITH EXISTENT MULTICOLLINEARITY AMONG INDEPENDENT VARIABLES BY RIDGE REGRESSION METHOD

ณัฐพร ภักดี

NUTTAPORN PHAKDEE

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญา วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา สถิติประยุกต์

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2552

KMITL-2009-SC-M-050-004

COMPARISIONS OF ESTIMATION OF MULTIPLE REGRESSION COEFFICIENTS WITH EXISTENT MULTICOLLINEARITY AMONG INDEPENDENT VARIABLES BY RIDGE REGRESSION METHOD

NUTTAPORN PHAKDEE

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF SCIENCE PROGRAM IN APPLIED STATISTIC
FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2009

KMITL-2009-SC-M-050-004

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กันโดยวิธีการถดถอยแบบริดจ์

Comparisons of Estimation of Multiple Regression Coefficients with Existent Multicollinearity Among Independent Variables by Ridge Regression Method

นักศึกษา นางสาวณัฐพร ภักดี

รหัสประจำตัว 49068201

ปริญญา วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา สถิติประยุกต์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผศ.ดร.น้อมจิต กิตติโชติพาณิชย์

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
ผศ.ดร.มนัส	ไพฑูรย์เจริญลาภ	
ผศ.ดร.น้อมจิต	กิตติโชติพาณิชย์	
ผศ.ดร.รุจิเรข	บุศราวงศ์	
รศ.ดร.สำรวม	จงเจริญ	

วัน / เดือน/ ปี ที่สอบ 29 มกราคม 2552 เวลา 13.00 - 16.00 น.

สถานที่สอบ ณ อาคารจุฬาภรณวลัยลักษณ์ 1 ห้อง 115

คณะวิทยาศาสตร์รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์ ดร.ธีรวัฒน์ มงคลอัศวรัตน์)

คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

วันที่....13.....**เดือน**....กุมภาพันธ์.....**พ.ศ.**....2552....

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กันโดยวิธีการถดถอยริดจ์
นักศึกษา	นางสาวณัฐพร ภักดี
รหัสประจำตัว	49068201
ปริญญา	วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	สถิติประยุกต์
พ.ศ.	2552
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผศ. ดร. น้อมจิต กิตติโชติพาณิชย์

บทคัดย่อ

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กัน โดยวิธีการถดถอยริดจ์ (Ridge Regression (RR)) วิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด (Restricted Ridge Regression (RRR)) และ วิธีการถดถอยริดจ์แบบทางเลือก (Alternative Ridge Regression (ARR)) และค่าประมาณ k คำนวณจากวิธีของโฮเอิร์นเคนนาร์ดและ แบรดวิน (Hoerl, Kennard and Baldwin) โดยกำหนดระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระเป็น 0.70 0.80 และ 0.90 และวิธีที่ดีที่สุดคือวิธีที่ให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Average Mean Square Error (AMSE)) ต่ำที่สุด ผลการวิจัยคือ

กรณีตัวแปรอิสระ 3 ตัว เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ถ้าข้อจำกัดที่มีค่าเป็น - และข้อจำกัดมีค่าเป็น 0 ทุกระดับความสัมพันธ์ และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด และถ้าข้อจำกัดมีค่าเป็น 2 ทุกระดับความสัมพันธ์และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนหรือข้อจำกัดเป็น + ที่ระดับความสัมพันธ์เป็น 0.7 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด ส่วนกรณีอื่น ๆ วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุดที่ทุกระดับความสัมพันธ์ และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น 2 ที่ระดับความสัมพันธ์ 0.7 และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่า 0.1 และ 0.5 หรือที่ระดับความสัมพันธ์ 0.7 และ 0.8 และความแปรปรวนมีค่า 1 และ 5 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด สำหรับข้อจำกัดอื่น ๆ วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด ที่ทุกระดับความสัมพันธ์ และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

กรณีตัวแปรอิสระ 5 ตัว ถ้าขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น(2, 2) ที่ทุกระดับความสัมพันธ์และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน หรือเมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น(+, 0) ที่ทุกระดับความสัมพันธ์แต่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมากกว่า 0.1 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE

ต่ำที่สุด นอกจากนี้เมื่อข้อจำกัดเป็น(+, +) ที่ระดับความสัมพันธ์เป็น(0.7,0.7) และ (0.7,0.8) และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่ามากกว่า 0.1 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุดเช่นเดียวกัน สำหรับข้อจำกัดอื่นๆวิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุดที่ทุกระดับความสัมพันธ์และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรสองกลุ่มมีค่าเท่ากัน และข้อจำกัดมีค่าเดียวกัน วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น(2,2) ที่ทุกระดับความสัมพันธ์และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน หรือเมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น(+, +) เมื่อระดับความสัมพันธ์เป็น (0.7, 0.7) และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่ามากกว่า 0.1 ส่วนข้อจำกัดที่มีค่าเดียวกันอื่นๆ วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุดสำหรับทุกระดับความสัมพันธ์และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน กรณีที่ข้อจำกัดมีค่าต่างกัน วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุดเมื่อข้อจำกัดเป็น (+,0) ที่ทุกระดับความสัมพันธ์และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมากกว่า 0.1 หรือ เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (+,+) ที่ระดับความสัมพันธ์ (0.7,0.7) และทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน และที่ระดับความสัมพันธ์ (0.8,0.8) เมื่อความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่ามากกว่า 0.5 ส่วนข้อจำกัดที่มีค่าต่างกันอื่นๆ วิธี RR จะให้ AMSE ต่ำที่สุดที่ทุกระดับความสัมพันธ์และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และระดับความสัมพันธ์มีค่าต่างกัน ถ้าข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุดที่ทุกระดับความสัมพันธ์และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนข้อจำกัดอื่นๆ วิธี ARR จะให้ค่า AMSE มีค่าต่ำสุดที่ทุกระดับความสัมพันธ์และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

Thesis Title	Comparisons of Estimation of Multiple Regression Coefficients with Existent Multicollinearity among Independent Variables by Ridge Regression Method
Student	Miss Nuttaporn Phakdee
Student ID	49068201
Degree	Master of Science
Program	Applied Statistics
Year	2009
Thesis Advisor	Asst. Prof. Dr. Nomchid Kitichotipanit

Abstract

The objective of this research is to compare multiple regression coefficient estimating methods with existence of Multicollinearity among independent variables by Ridge Regression method (RR) Alternative Ridge Regression (ARR) and Restricted Ridge Regression method (RRR). The k value is estimated by Hoerl Kennard and Baldwin method. The levels of correlation among independent variables are 0.70 0.80 and 0.90. The method providing smallest AMSE is the best method. The analyzed result of the data demonstrated as follow:

Case 1: 3 variables; For the sample size of 30, RR method will provide the smallest AMSE if the restrictions are - and 0 for all the levels of correlation and variance of error. However, RRR method will provide the smallest AMSE if the restrictions are 2 for all the levels of correlation and the restrictions are positive which the level of correlation is 0.7. For other cases, RR method provides the smallest AMSE at all the levels of correlation and variance of error.

For the sample size of 50, RRR method provides the smallest AMSE in case the restrictions are 2, the level of correlation is 0.7 and variance of error are 0.1 or 0.5 and in case the levels of correlation are 0.7 and 0.8 and variance of error are 1 and 5. For other cases, RR method provides the smallest AMSE at all the levels of correlation and variance of error.

Case 2: 5 variables; For the sample size of 30, RRR method will provide the smallest AMSE if the restrictions are (2, 2) for all the levels of correlation or variance of error or the restrictions are (+,0) for all the levels of correlation which variance of error is higher than 0.1. In addition, RRR method will provides the smallest AMSE if the restrictions are (+,+) which

variance of error is higher than 0.1 and the levels of correlation are (0.7,.07) and (0.7,0.8). For other restrictions, RR method yields the smallest AMSE at all the levels of correlation and variance of error.

For the sample size of 50 and the same levels of correlation of two groups of independent variables, RRR method will provide the smallest AMSE when the restrictions are (2, 2) for all levels of correlation and variance of error or the restrictions are (+.+) with the same values which variance of error is greater than 0.5 and the levels of correlation are (0.7,0.7). However, RR method provides the smallest for other restriction with the same values at all the levels of correlation and variance of error. If the restrictions have different values, RRR method will provide the smallest AMSE when the restrictions are (+,0) which variance of error is greater than 0.1 for all levels of correlation or the restrictions (+,+) which the levels of correlation are (0.7,0.7) for all variance of error and the levels of correlation are (0.8,0.8) when variance of error is higher than 0.5. For other restrictions with different values, RR method provides the smallest AMSE for all the levels of correlation and variance of error.

For the sample size of 50 and the different levels of correlation of two groups of independent variables, RR method will provide the smallest AMSE if the restrictions are (-,-) for all levels of correlation and variance of error. Moreover, ARR method provides the smallest AMSE for all levels of correlation and variance of error.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้อย่างดี เนื่องจากได้รับการอนุเคราะห์จากอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์ ผศ. ดร. น้อมจิต กิตติโชติพาณิชย์ และคณะกรรมการผู้ตรวจสอบวิทยานิพนธ์ทุกท่าน ได้แก่ ผศ. ดร.มนัส ไพฑูรย์เจริญลาภ ผศ.ดร รุจิเรข บุศราวงศ์ และ รศ. ดร. สำรวม จงเจริญ ที่กรุณาให้คำแนะนำ ให้คำปรึกษาตรวจทานแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ เป็นอย่างดียิ่ง ข้าพเจ้ารู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์จากท่านอาจารย์และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ทุกๆ ท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ให้แก่ข้าพเจ้า

ขอขอบคุณ อ.ประยุกต์ รัตนวิทย์ ที่คอยให้ความรู้ คำปรึกษา และคำแนะนำเขียนในการเขียนโปรแกรมในงานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี และขอบคุณเพื่อนสาขาสถิติประยุกต์ที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจในการทำวิทยานิพนธ์ แก่ข้าพเจ้าจนเสร็จสมบูรณ์

สุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอขอบพระคุณ บิดา มารดา และน้องของข้าพเจ้าที่ให้การสนับสนุน และเป็นกำลังใจในทุกๆ เรื่องด้วยดีตลอดมา

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมาจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

ณัฐพร ภักดี

สารบัญ

สารบัญ(ต่อ)

หน้า

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

สารบัญตาราง(ต่อ)

สารบัญตาราง(ต่อ)

สารบัญรูปภาพ

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในงานวิจัยทางด้านวิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ และเศรษฐศาสตร์ได้นำวิธีการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณ (Multiple Regression Analysis) มาใช้ในการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ (Independent variables) และตัวแปรตาม (Dependent variable) ว่ามีอิทธิพลอย่างไร ซึ่งตัวแบบทั่วไป (General model) ของสมการถดถอยพหุคูณที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระและตัวแปรตามจะมีลักษณะดังนี้

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

เมื่อ	$\mathbf{Y}$	แทนเวกเตอร์ของตัวแปรตาม ขนาด $n\times1$
	$\mathbf{X}$	แทนเมตริกซ์ของค่าสังเกตของตัวแปรอิสระ ขนาด $n\times(p+1)$
	$\boldsymbol{\beta}$	แทนเวกเตอร์สัมประสิทธิ์การถดถอย ขนาด $(p+1)\times1$
	n	แทนขนาดตัวอย่าง
	p	แทนจำนวนตัวแปรอิสระ
และ	$\boldsymbol{\varepsilon}$	แทนเวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อน ขนาด $n\times1$

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณจากตัวแบบดังกล่าวนี้ มีข้อตกลงเบื้องต้นที่สำคัญคือ

1. $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N\left(\mathbf{0}, \boldsymbol{\sigma}^2\mathbf{I}\right)$
2. ค่าของตัวแปรอิสระแต่ละตัวเป็นค่าคงที่
3. ตัวแปรอิสระแต่ละตัวต้องไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

ในการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณ ถ้าข้อมูลเป็นไปตามข้อตกลง วิธีที่ดีที่สุดสำหรับการหาค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ คือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary Least Square Method) ซึ่งวิธีนี้ตัวแปรอิสระแต่ละตัวต้องไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ ถ้าตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ ซึ่งเรียกว่าพหุสัมพันธ์(Multicollinearity) แล้ว จะทำ

ให้ค่าความแปรปรวนของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยมีค่ามากผิดปกติ มีผลให้การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณที่ได้ขาดความแม่นยำ ข้อตกลงที่ว่า ตัวแปรอิสระแต่ละตัวต้องไม่สัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ นั้น ในทางปฏิบัติมีความเป็นไปได้น้อยมาก บางครั้งต้องแก้ปัญหา ด้วยการตัดตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันสูงออกไปโดยพิจารณาจากตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันเอง และตัดตัวแปรอิสระตัวที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรตามน้อยกว่าออก แต่ในงานวิจัยบางสาขา ตัวแปรอิสระบางตัวมีความสำคัญซึ่งไม่สามารถตัด ตัวแปรอิสระนั้นออกได้ จึงทำให้เกิดแนวคิดในการแก้ปัญหานี้

Hoerl and Kennard (1970) ทำการศึกษาและพัฒนาวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ที่สามารถแก้ปัญหากรณีตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน โดยไม่ต้องตัดตัวแปรอิสระที่มีพหุสัมพันธ์ออกจากตัวแบบ ซึ่งเรียกว่า วิธีการถดถอยริดจ์ (Ridge Regression Method) โดยตัวประมาณที่ได้จากวิธีนี้เป็นตัวประมาณที่เอนเอียงของ $\boldsymbol{\beta}$ แต่จะให้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังเฉลี่ยของตัวประมาณมีค่าน้อยที่สุด หลักการของวิธีนี้คือการนำค่าคงที่ k ที่มีค่าอยู่ระหว่างศูนย์และหนึ่ง มาบวกกับสมาชิกในแนวทแยงมุมของเมตริกซ์ $\mathbf{X'X}$ เพื่อลดค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยจากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดให้มีค่าน้อยลง ซึ่งจะได้ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยริดจ์มีตัวแบบดังนี้

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RR)} = (\mathbf{X'X} + k\mathbf{I})^{-1}\mathbf{X'Y} \quad : \quad 0 < k < 1$$

Pattrawiwat, K. (2004) ได้เสนอ วิธีการถดถอยริดจ์แบบทางเลือก (Alternative Ridge Regression Method) ในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ ที่ระดับ 0.60 0.80 0.90 และ 0.95 โดยความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ดับเบิ้ลเอ็กโปแนนเชียล และโลจิสติค ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และความแปรปรวนเท่ากับ 0.1 0.5 1.0 และ 5 ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 พบว่า วิธีการถดถอยริดจ์แบบทางเลือกได้ผลดีและสามารถแก้ปัญหาพหุสัมพันธ์ได้

อังคณา ฮึกหาญสู้ศัตรู (2546) ได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ 4 วิธีคือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด(Ordinary Least Square Regression Method) วิธีกำลังสองน้อยที่สุดแบบมีข้อจำกัด (Restricted Least Square Regression Method) วิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด(Restricted Ridge Regression Method) และ วิธีลิวแบบมีข้อจำกัด(Restricted Liu Method) ในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ ที่ระดับ ต่ำ(0.1 ถึง 0.3) กลาง (0.4 ถึง 0.6) สูง (0.7 ถึง 0.9) โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 3 และ 5 ที่ข้อจำกัดของความคลาดเคลื่อน 5% 10%

และ 15% พบว่า วิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัดให้ผลดีที่สุดเมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันในระดับสูง ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 50 และ 100 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 3 และ 5 ในทุกข้อจำกัดของความคลาดเคลื่อนและทั้งในกรณีตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 และ 5 ตัวแปร

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงได้เลือกวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับตัวแปรอิสระอื่นๆ ของแต่ละงานวิจัยที่ให้ผลดีที่สุด ที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.7 0.8 และ 0.9 ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 0.1 0.5 1 และ 5 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50 และ จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 และ 5 ตัวแปร มาเปรียบเทียบกันเพื่อต้องการทราบว่าวิธีใดเป็นวิธีการที่ดีที่สุด วิธีที่เลือกใช้ในงานวิจัยนี้ คือ

1. วิธีการถดถอยริดจ์ (Ridge Regression method)
2. วิธีการถดถอยริดจ์แบบทางเลือก (Alternative Ridge Regression method)
3. วิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด (Restricted Ridge Regression method)

ซึ่งทั้ง 3 วิธีต้องมีการประมาณค่าคงที่ k เพื่อช่วยในการประมาณค่า สัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ดังนั้น ผู้วิจัยเลือกใช้วิธีการหาค่า k ของ Hoerl, A.E. et al. (1975) โดยข้อมูลทั้งหมดที่ใช้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ผู้วิจัยใช้เทคนิคการจำลองข้อมูลด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carto Simulation Technique) โดยใช้โปรแกรม Labview 7.1

1.2 วัตถุประสงค์

เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน 3 วิธี ดังนี้

1.2.1. วิธีการถดถอยริดจ์ (Ridge Regression method)

1.2.2. วิธีการถดถอยริดจ์แบบทางเลือก (Alternative Ridge Regression method)

1.2.3. วิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด (Restricted Ridge Regression method)

โดยทั้ง 3 วิธีใช้วิธีการหาค่า k เพื่อใช้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ผู้วิจัยจึงได้วิธีของ Hoerl, A.E. et al. (1975)

1.3 ข้อตกลงเบื้องต้น

ในการวิจัยครั้งนี้สนใจศึกษาการถดถอยพหุคูณ ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

เมื่อ	$\mathbf{Y}$	แทนเวกเตอร์ของตัวแปรตาม ขนาด $n \times 1$
	$\mathbf{X}$	แทนเมตริกซ์ของค่าสังเกตของตัวแปรอิสระ ขนาด $n \times (p+1)$
	$\boldsymbol{\beta}$	แทนเวกเตอร์สัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ขนาด $(p+1) \times 1$
	n	แทนขนาดตัวอย่าง
	p	แทนจำนวนตัวแปรอิสระ
และ	$\boldsymbol{\varepsilon}$	แทนเวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อน ขนาด $n \times 1$

1.4 ขอบเขตของการวิจัย

1.4.1. ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 โดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\varepsilon^2\right\} \quad , -\infty < \varepsilon < \infty$$

1.4.2. ในงานวิจัยนี้ใช้ความคลาดเคลื่อนเป็นแบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และมีค่าความแปรปรวนเท่ากับ 0.1 0.5 1 และ 5

1.4.3. จำนวนตัวแปรอิสระในตัวแบบที่ใช้ คือ 3 ตัว และ 5 ตัว

1.4.4. จำลองขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50

1.4.5. ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระคือ 0.70 0.80 และ 0.90

1.4.5.1 กรณีจำนวนตัวแปรอิสระในตัวแบบมี 3 ตัว กำหนดให้ตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปร คือ X_i และ X_j โดยที่ $i \neq j$ มีความสัมพันธ์กันที่ 0.70 0.80 และ 0.90 แต่ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระที่เหลือ

1.4.5.2 กรณีจำนวนตัวแปรอิสระในตัวแบบมี 5 ตัว จะกำหนดให้ X_1 และ X_2 เป็นตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 ที่มีความสัมพันธ์กัน และ X_3 และ X_4 เป็นตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 2 ที่มีความสัมพันธ์กันโดยระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระในแต่ละกลุ่ม จะเป็นไปตามที่กำหนดไว้ และตัวแปรอิสระทั้ง 2 กลุ่ม นี้จะไม่มีความสัมพันธ์กันและไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระที่เหลือโดยทำการศึกษากรณีดังต่อไปนี้

(0.70, 0.70), (0.70, 0.80), (0.70, 0.90), (0.80, 0.80), (0.80, 0.90) และ (0.90, 0.90)

เมื่อค่าระดับความสัมพันธ์ตัวแรก หมายถึง ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 และค่าระดับความสัมพันธ์ตัวหลัง หมายถึง ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 2

การวิจัยนี้ สนใจศึกษาเฉพาะความสัมพันธ์ในทิศทางบวกเท่านั้น

1.4.6. ในการวิจัยครั้งนี้ใช้วิธีการจำลองข้อมูลทำการทดลองซ้ำ 1,000 รอบ

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกใช้วิธีในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อตัวแปรอิสระสัมพันธ์ในแต่ละสถานการณ์ที่เหมาะสม เพื่อทำให้ได้สมการที่ใช้อธิบายค่าของตัวแปรตามที่มีความคลาดเคลื่อนลดลง

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ตัวแบบการถดถอยพหุคูณ (Multiple Linear Regressions)

การวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณเป็นการศึกษาถึงอิทธิพลของตัวแปรอิสระตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไปที่มีผลต่อตัวแปรตาม

ตัวแบบการถดถอยพหุคูณ(Multiple Linear Regression Model) คือ

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \ldots + \beta_p X_{ip} + \varepsilon_i \quad ,i=1,2,\ldots,n \tag{2.1}$$

เมื่อ n คือ ขนาดตัวอย่าง

Y_i คือ ตัวแปรตามของค่าสังเกตที่ i

$X_{i1}, X_{i2}, \ldots, X_{ip}$ คือ ตัวแปรอิสระของค่าสังเกตที่ i

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_p$ คือ สัมประสิทธิ์การถดถอย (Regression Coefficients)

ε_i คือ ความคลาดเคลื่อนของค่าสังเกตที่ i

จากสมการที่ 2.1 สามารถเขียนในรูปของเมตริกซ์ คือ

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.2}$$

เมื่อ

$$\mathrm{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} , \qquad \mathrm{X} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1p} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{np} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_p \end{bmatrix}$$

โดยที่ $\mathbf{Y}$ แทนเวกเตอร์ของตัวแปรตาม ขนาด $n\times1$

$\mathbf{X}$ แทนเมตริกซ์ของค่าสังเกตของตัวแปรอิสระ ขนาด $n\times(p+1)$

$\boldsymbol{\beta}$ แทนเวกเตอร์สัมประสิทธิ์การถดถอย ขนาด $(p+1)\times1$

n แทนขนาดตัวอย่าง

p แทนจำนวนตัวแปรอิสระ

และ $\boldsymbol{\varepsilon}$ แทนเวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อน ขนาด $n\times1$

ข้อตกลงเบื้องต้นของตัวแบบการถดถอยพหุคูณมีดังนี้

1. $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N\left(\mathbf{0},\boldsymbol{\sigma}^2\mathbf{I}\right)$
2. ค่าของตัวแปรอิสระแต่ละตัวเป็นค่าคงที่
3. ตัวแปรอิสระแต่ละตัวต้องไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ

ข้อตกลงเบื้องต้นของสมการถดถอยพหุคูณที่กล่าวว่า ไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระทั้งหลายที่อยู่ในตัวแบบการถดถอยพหุคูณ ซึ่งเรียกว่า เป็นอิสระกัน (Orthogonal) เมื่อตัวแปรอิสระต่างๆ เป็นอิสระกัน การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทำได้โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด แต่ในทางปฏิบัติส่วนใหญ่ ตัวแปรอิสระแต่ละตัวมักมีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ และถ้าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์ในระดับสูงแล้ว จะทำให้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณที่ประมาณได้ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดมีความผิดพลาดหรือคลาดเคลื่อนได้ การที่ตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับตัวแปรอิสระอื่นๆ จะทำให้เกิดปัญหาที่เรียกว่า พหุสัมพันธ์ (Multicollinearity)

2.2. ปัญหาพหุสัมพันธ์ (Multicollinearity)

การวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์ การเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์จะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ ถ้าตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีความสัมพันธ์กับตัวแปรอื่นๆ สูง จะทำให้ผลของการเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์รุนแรงด้วย โดยที่ผลของการเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์มีดังนี้คือ

2.2.1 ทำให้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ (S_b) มีค่าสูงกว่าปกติ ซึ่งมีผลทำให้การการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแปรอิสระแต่ละตัวผิดพลาด (กัลยา วานิชบัญชา. 2545 : 334-335) นั่นคือ

$$H_0 : \beta_j = 0 \quad ; \; j = 1, 2, ..., \mathrm{k}$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0$$

สถิติทดสอบ $t = \dfrac{b_j}{S_{b\,j}}$

ซึ่งเป็นการทดสอบว่า X_j มีอิทธิพลต่อตัวแปรตาม Y หรือไม่ในขณะที่ตัวแปรอิสระอื่นๆ มีค่าคงที่ เมื่อค่าสถิติ t มีค่าต่ำกว่าปกติเนื่องจากค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ (S_b) มีค่าสูงกว่าปกติ จะทำให้ไม่สามารถปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 และสรุปว่าเมื่อมีตัวแปรอิสระอื่นๆ อยู่ในตัวแบบตัวแปรอิสระ X_j ไม่มีอิทธิพลต่อตัวแปรตาม Y ทั้งที่ความจริง X_j อาจมีอิทธิพลต่อตัวแปรตาม Y ก็ได้

2.2.2 Dapper and Smith(1998 : 369-370) เมื่อตัวแปรอิสระอยู่ในรูปของค่ามาตรฐาน (Standardize) แล้วสมาชิกของ $\mathbf{X'X}$ จะเป็นค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่าย และค่า determinant จะอยู่ในช่วง (0,1) ถ้า $\det(\mathbf{X'X}) = 0$ แสดงว่ามีความสัมพันธ์กันอย่างสมบูรณ์ระหว่างตัวแปรอิสระอย่างน้อย 1 คู่ นั่นคือ คอลัมน์คู่ใดคู่หนึ่งไม่เป็นอิสระเชิงเส้น(linearly dependent) แต่ถ้า $\det(\mathbf{X'X}) = 1$ หมายถึงตัวแปรอิสระทุกตัวเป็นอิสระต่อกันอย่างสมบูรณ์ (orthogonal) เมื่อเป็นเช่นนี้ มีนักสถิติได้แนะนำให้พิจารณาขนาดของ $\det(\mathbf{X'X})$ ถ้ามีค่าใกล้ศูนย์ก็คือ ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันสูง ซึ่งมีผลทำให้ค่าความแปรปรวนของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณมีค่ามากผิดปกติ

2.2.3 มัลลิกา บุนนาค (2548 : 320)ได้เสนอว่าไม่สามารถประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยได้ ถ้าตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันอย่างสมบูรณ์ เพื่อให้การศึกษาผลของการเกิดพหุสัมพันธ์ได้ชัดเจน จะกำหนดให้ตัวแปรอิสระ X_1 และ X_2 มีความสัมพันธ์กันอย่างสมบูรณ์ คือ $r_{12} = 1$

ให้ $x_{ij} = X_{ij} - \bar{X}_j$ โดยที่ $j = 1,2$ และ $i = 1,...,\mathrm{n}$

จาก

$$r_{12} = \frac{\sum(X_{i1}-\bar{X}_1)(X_{i2}-\bar{X}_2)/(n-1)}{\sqrt{V(X_1)V(X_2)}}$$

$$r_{12} = \frac{\sum(X_{i1}-\bar{X}_1)(X_{i2}-\bar{X}_2)/(n-1)}{\sqrt{\left(\frac{\sum(X_{i1}-\bar{X}_1)^2}{n-1}\right)\left(\frac{\sum(X_{i2}-\bar{X}_2)^2}{n-1}\right)}}$$

$$\mathrm{r}_{12} = \frac{\sum x_1x_2}{\sqrt{\sum x_1^2 \sum x_1^2}}$$

$$\mathrm{r}_{12}^2 = \frac{\left(\sum x_1x_2\right)^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2} = 1$$

จะได้ว่า $\left(\sum x_1x_2\right)^2 = \sum x_1^2 \sum x_2^2$

ตัวแบบการถดถอยพหุคูณ คือ

$$y_i = b_1x_{i1} + b_2x_{i2} + \varepsilon_i \quad \text{โดยที่} \quad y_i = Y_i - \bar{Y}$$

โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด จะได้สมการปกติดังนี้

$$\sum x_{i1}y = b_1\sum x_{i1}^2 + b_2\sum x_{i1}x_{i2}$$

$$\sum x_{i2}y = b_2\sum x_{i1}x_{i2} + b_1\sum x_{i2}^2$$

ซึ่งเมื่อแก้สมการแล้วจะได้ตัวประมาณการถดถอย b_1 และ b_2 ดังนี้

$$b_1 = \frac{\sum x_1y\sum x_2^2 - \sum x_2y\sum x_1x_2}{\sum x_1^2\sum x_2^2 - \left(\sum x_1x_2\right)^2}$$

$$b_2 = \frac{\sum x_2 y \sum x_1^2 - \sum x_1 y \sum x_1 x_2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - \left(\sum x_1 x_2\right)^2}$$

เมื่อ $\left(\sum x_1 x_2\right)^2 = \sum x_1^2 \sum x_2^2$ จะทำให้ตัวส่วนเป็น 0 ซึ่งทำให้ไม่สามารถหาค่า b_1 และ b_2 ได้

2.2.4. วิรัชช พานิชวงศ์ (2549 : 165 - 167)ได้เสนอวิธีการตรวจสอบปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กันมีดังนี้

2.2.4.1 ทดสอบสัมประสิทธิ์การถดถอยแต่ละตัว ถ้าตัวแปรอิสระตัวใดเมื่ออยู่ในตัวแบบเพียงตัวเดียวแล้วมีอิทธิพลต่อตัวแปรตาม แต่เมื่อเพิ่มตัวแปรอิสระอื่นเข้ามาในตัวแบบแล้วตัวแปรอิสระตัวนั้นกลับไม่มีอิทธิพลต่อตัวแปรตาม Y อย่างมีนัยสำคัญ ให้สงสัยว่าเกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน

2.2.4.2 ตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์อย่างง่ายจาก เมตริกซ์สหสัมพันธ์ (Correlation Matrix) โดยพิจารณาดูว่าตัวแปรอิสระคู่ใดบ้างที่มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สูงเกิน 0.8 ไม่ว่าจะเป็นบวกหรือลบ ให้สงสัยว่าตัวแปรอิสระคู่นั้นอาจเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์กัน

2.2.4.3 ตรวจสอบจากค่า Variance Inflation Factor (VIF) ซึ่งค่า VIF สามารถคำนวณได้จากสูตร

$$\mathrm{VIF} = \frac{1}{1 - r^2_{X_j(X_1,\ldots,X_{j-1},X_{j+1},\ldots X_k)}}$$

เมื่อ $r^2_{X_j(X_1,\ldots,X_{j-1},X_{j+1},\ldots X_k)}$ คือ สัมประสิทธิ์การตัดสินใจของสมการถดถอยพหุคูณ X_j กับตัวแปรอิสระอื่นๆ ที่เหลือ นั่นคือ

$$\hat{X}_j = b_0 + b_1 X_1 + \ldots + b_{j-1} X_{j-1} + b_{j+1} X_{j+1} + \ldots + b_k X_k$$

และสัมประสิทธิ์การตัดสินใจสามารถหาได้จากสูตร

$$r^2_{X_j(X_1,\ldots,X_{j-1},X_{j+1},\ldots X_k)} = \frac{\text{SST-SSE}}{\text{SST}}$$

เมื่อพิจารณาค่า $r^2_{X_j(X_1,\ldots,X_{j-1},X_{j+1},\ldots X_k)}$ คือค่าสัดส่วนความแปรผันทั้งหมดของ X_j ที่อธิบายโดยตัวแปรอิสระอื่นๆ ที่เหลือ ค่า $r^2_{X_j(X_1,\ldots,X_{j-1},X_{j+1},\ldots X_k)}$ มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ถ้าค่า $r^2_{X_j(X_1,\ldots,X_{j-1},X_{j+1},\ldots X_k)}$ มีค่าเป็นศูนย์หมายถึง X_j ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระที่อยู่ในสมการซึ่งจะทำให้ค่า VIF มีค่าเป็นหนึ่ง แต่ถ้าค่าของ $r^2_{X_j(X_1,\ldots,X_{j-1},X_{j+1},\ldots X_k)}$ มีค่าเข้าใกล้ 1 หมายถึง X_j มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ ที่อยู่ในสมการซึ่งจะทำให้ค่าของ VIF มีค่าเข้าใกล้ ∞ Neter, Wasserman and Ketner(1990) ได้กล่าวไว้ว่า ถ้าตัวแปรอิสระตัวใดในตัวแบบการถดถอยมีค่า VIF สูง คือมากกว่าหรือเท่ากับ 10 เราสามารถสรุปได้ว่าตัวแปรอิสระนั้นมีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระอื่นๆ นั่นคือ เกิดปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กัน

วิธีการแก้ปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กันได้แก่ การเพิ่มค่าสังเกต เพิ่มขนาดตัวอย่าง แปลงตัวแปรอิสระบางตัว ตัดตัวแปรอิสระบางตัวที่เป็นสาเหตุของปัญหาออกโดยพิจารณาว่าตัวแปรอิสระตัวใดมีความสัมพันธ์กับ Y น้อยที่สุดเมื่อมีตัวแปรอิสระตัวอื่นๆ ในตัวแบบการถดถอยให้ตัดตัวแปรอิสระนั้นออก หรือใช้วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีอื่นๆ อยู่นอกเหนือไปจากวิธีกำลังสองน้อยที่สุด เช่น วิธีการวิเคราะห์ปัจจัย (Factor Analysis) การวิเคราะห์องค์ประกอบหลัก (Principal Component Analysis) หรือวิธีอื่นๆ ที่สามารถใช้แก้ปัญหาตัวแปรอิสระมีพหุสัมพันธ์กันได้

2.3 การแจกแจงของความคลาดเคลื่อน (ε)

ในตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นพหุคูณมีข้อตกลงเกี่ยวกับความคลาดเคลื่อน ε ว่าต้องมีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 สามารถเขียนฟังก์ชันหนาแน่นน่าจะเป็น (Alan and Pritsker (1933)) ได้ดังนี้

$$f(\varepsilon)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\varepsilon^2\right\} \quad ; \quad -\infty<\varepsilon<\infty,\sigma^2>0 \tag{2.3}$$

2.4 การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีริดจ์รีเกรสชั่น (Ridge Regression method (RR))

ในปี ค.ศ. 1970 Hoerl and Kennard ได้เสนอวิธีการถดถอยริดจ์เพื่อแก้ปัญหาการเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ ซึ่งวิธีนี้จะลดความคลาดเคลื่อนกำลังสองค่าเฉลี่ยให้มีค่าต่ำลง จาก

หลักการของวิธีการกำลังสองน้อยที่สุดพบว่าถ้าต้องการลดความคลาดเคลื่อนกำลังสองค่าเฉลี่ยต้องทำให้ $|\mathbf{X'X}|$ มีค่าเพิ่มขึ้นโดยบวกค่าคงที่ k ซึ่งมากกว่าศูนย์แต่น้อยกว่า 1 เข้ากับสมาชิกทุกตัวบนเส้นทแยงมุมของเมตริกซ์ $\mathbf{X'X}$ ดังนั้นตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีการถดถอยริดจ์อยู่ในรูปดังต่อไปนี้

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RR)} = (\mathbf{X'X} + k\mathbf{I})^{-1}\mathbf{X'Y} \quad : 0 < k < 1 \tag{2.4}$$

เมื่อ k เป็นค่าคงที่ ซึ่งมีค่าอยู่ในช่วง 0 ถึง 1

และ **I** เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์ (Identity Matrix) ที่มีขนาด $(p \times p)$

จากสมการ (2.4) สามารถแปลงตัวประมาณ $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RR)}$ ให้อยู่ในรูปฟังก์ชันของตัวประมาณที่หาได้โดยวิธี OLS ($\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS}$) ดังนี้

$$\begin{aligned}
\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RR)} &= (\mathbf{X'X} + \mathbf{kI}\ )^{-1}\mathbf{X'\hat{Y}} \\
&= (\mathbf{X'X} + \mathbf{kI}\ )^{-1}\mathbf{X'X}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS} \\
&= \left[(\mathbf{X'X})^{-1}\left(\mathbf{X'X} + \mathbf{kI}\right)\right]^{-1}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS} \\
&= \left[(\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{X'X} + (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{kI}\right]^{-1}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS} \\
&= (\mathbf{I} + \mathbf{k}(\mathbf{X'X})^{-1})^{-1}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS} \\
&= \mathbf{Z_k}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

โดยที่ $(\mathbf{I} + \mathbf{k}(\mathbf{X'X})^{-1})^{-1} = \mathbf{Z_k}$ และจากสมการ (2.5) จะเห็นความสัมพันธ์ของ $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RR)}$ กับ $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS}$ และเมื่อ $k = 0$ จะได้ว่า $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RR)} = \hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS}$ กล่าวคือ ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยวิธีกำลังสองน้อยที่สุดจะเป็นกรณีเฉพาะของตัวประมาณริดจ์ เมื่อ $k = 0$

$$\mathbf{E}[\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RR)}] = \mathbf{E}(\mathbf{Z_k}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS}) = \mathbf{Z_k}\boldsymbol{\beta}$$

ซึ่งเป็นตัวประมาณที่เอนเอียงของ $\boldsymbol{\beta}$ โดยที่

$$\text{bias}\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\mathbf{(RR)}}\right) = -\mathbf{k}\left(\mathbf{X'X} + \mathbf{kI}\right)^{-1}\boldsymbol{\beta}$$

โดยเมตริกซ์ความแปรปรวน(variance-covariance matrix) ของ $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RR)}$ คือ

$$\mathrm{Var}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RR)}) = \sigma^2 trac(\mathbf{X'X}+k\mathbf{I}\ )^{-1}\mathbf{X'X}(\mathbf{X'X}+k\mathbf{I})^{-1} \tag{2.6}$$

ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณแบบริดจ์ คือ

$$\begin{aligned}\mathbf{MSE}\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RR)}\right) &= \mathbf{Var}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RR)}) + (bias \text{ in } \hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RR)})^2 \\ &= \sigma^2[trac(\mathbf{X'X}+k\mathbf{I}\ )^{-1}\mathbf{X'X}(\mathbf{X'X}+k\mathbf{I})^{-1}] + \mathbf{k}^2\boldsymbol{\beta}'(\mathbf{X'X}+k\mathbf{I})^{-2}\boldsymbol{\beta} \\ &= \sigma^2\sum_{j=1}^{p}\frac{\lambda_j}{\left(\lambda_j+k\right)^2} + k^2\boldsymbol{\beta}'\left(\mathbf{X'X}+k\mathbf{I}\right)^{-2}\boldsymbol{\beta} \end{aligned} \tag{2.7}$$

เมื่อ $\lambda_1\ \lambda_2,\dots,\ \lambda_p$ เป็น eigenvalue ของ $\mathbf{X'X}$ และเทอมแรกทางขวามือของสมการ (2.7) คือ ผลรวมของความแปรปรวนของพารามิเตอร์ใน $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RR)}$ และ เทอมที่สองคือ กำลังสองของความเอนเอียง จะเห็นว่าถ้าค่า k เพิ่มขึ้นความเอนเอียงใน $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RR)}$ จะเพิ่มขึ้นในขณะที่ความแปรปรวนจะลดลง ดังนั้น เราจึงเลือกค่า k ที่ทำให้ความแปรปรวนที่ลดลงมากกว่าความเอนเอียงที่เพิ่มขึ้น ถ้าสามารถทำได้จะทำให้ความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณแบบริดจ์ $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RR)}$ จะมีค่าน้อยกว่าความแปรปรวนของตัวประมาณแบบกำลังสองน้อยที่สุด($\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS}$)

2.5 การประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยริดจ์แบบทางเลือก (Alternative Ridge Regression method (ARR))

Pattrawiwat, Kanchana (2004) ได้คิดหาตัวประมาณที่มีความเอนเอียงน้อยกว่าวิธีการถดถอยริดจ์แต่ผลรวมของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยมีค่าต่ำและต่ำกว่าความแปรปรวนของตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดด้วย ซึ่งก็คือ ตัวประมาณการถดถอยริดจ์แบบทางเลือก

Newhouse and Oman (1971) ที่อ้างไว้ใน McDonald and Galarneau (1975) ได้เสนอว่า ถ้า $\sum_{m=1}^{p}\mathbf{MSE}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RR)m})$ เป็น $f\left(\boldsymbol{\beta},\ \sigma^2,\ \mathrm{k}\right)$ และ $\mathbf{X}$ เป็นค่าคงที่ โดยที่ $\boldsymbol{\beta}'\boldsymbol{\beta}=1$ และ $\sum_{m=1}^{p}\mathbf{MSE}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RR)m})$ จะมีค่าน้อยที่สุด เมื่อ $\boldsymbol{\beta}$ มีค่าเท่ากับเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะมาตรฐาน (normalized eigenvector) ที่สอดคล้องกับ eigenvalue ที่ใหญ่ที่สุดของ $\mathbf{X'X}$ แล้วจะได้ว่า ตัวประมาณการถดถอยริดจ์แบบทางเลือก คือ

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(ARR)} \quad = \quad (\mathbf{X'X}+k\mathbf{I}\ )^{-1}\left(\mathbf{X'Y}+k\mathbf{b}_1\right) \tag{2.9}$$

$$
\begin{aligned}
\mathbf{E}\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(ARR)}\right) &= \mathbf{E}\left[(\mathbf{X'X}+\mathbf{kI})^{-1}(\mathbf{X'Y}+\mathbf{kb}_1)\right] \\
&= (\mathbf{X'X}+\mathbf{kI})^{-1}\mathbf{X'X}\boldsymbol{\beta}+(\mathbf{X'X}+\mathbf{kI})^{-1}\mathbf{kb}_1 \\
&= (\mathbf{X'X}+\mathbf{kI})^{-1}(\mathbf{X'X}+\mathbf{kI})\boldsymbol{\beta}-(\mathbf{X'X}+\mathbf{kI})^{-1}\mathbf{k}(\boldsymbol{\beta}-\mathbf{b}_1) \\
&= \boldsymbol{\beta}-\mathbf{k}(\mathbf{X'X}+\mathbf{kI})^{-1}(\boldsymbol{\beta}-\mathbf{b}_1) \qquad (2.10)
\end{aligned}
$$

จะได้

$$
\begin{aligned}
\text{bias}\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(\mathbf{ARR})}\right) &= \mathbf{E}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(\mathbf{ARR})})-\boldsymbol{\beta} \\
&= -\mathbf{k}\left(\mathbf{X'X}+\mathbf{kI}\right)^{-1}(\boldsymbol{\beta}-\mathbf{b}_1)
\end{aligned}
$$

เมื่อ $\mathbf{b}_1$ เป็น เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะมาตรฐาน ที่สอดคล้องกับค่า eigenvalue ที่ใหญ่ที่สุดของ $\mathbf{X'X}$ และค่าของความเอนเอียงจะมีค่าใกล้ศูนย์ถ้าค่าของ $\mathbf{b}_1$ มีค่าใกล้เคียงกับ $\boldsymbol{\beta}$

ผลรวมของความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยของ $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(ARR)}$ คือ

$$
\sum_{m=1}^{p}\text{MSE}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(ARR)m})=\sum_{j=1}^{p}\frac{\left(\sigma^2\lambda_j+k^2\alpha_j^2\right)}{\left(\lambda_j+k\right)^2}+\frac{k^2\left(1-2\alpha_1\right)}{\left(\lambda_1+k^2\right)}
$$

เมื่อ α_j เป็นค่าที่ j ของ $\boldsymbol{\alpha}=\mathbf{G'}\boldsymbol{\beta}$ โดย $\mathbf{G}$ เป็นเมตริกซ์ของเวกเตอร์เจาะจงของ $\mathbf{X'X}$ และ $\lambda_{\max}=\lambda_1\ge\lambda_2\ge\ldots\ge\lambda_p=\lambda_{\min}>0$ เป็นค่าลักษณะเฉพาะของ $\mathbf{X'X}$

2.6 การประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด (Restricted Ridge Regression method (RRR))

Sakar (1992) ได้เสนอตัวประมาณการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด ซึ่งเป็นการผสมผสานระหว่างตัวประมาณ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดที่ถูกจำกัด (Restricted Least Squares method) และวิธีการถดถอยริดจ์ (Ridge Regression method) เพื่อแก้ปัญหาพหุสัมพันธ์ (Multicollinearity) ระหว่างตัวแปรอิสระ เนื่องจากตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัดเกิดจากการผสมผสานระหว่างวิธีการประมาณจากสองวิธีข้างต้น ผู้วิจัยจึงขอกล่าวถึงวิธีการประมาณแบบกำลังสองน้อยที่สุดที่ถูกจำกัดพอสังเขปดังนี้

2.6.1 วิธีการประมาณแบบกำลังสองน้อยที่สุดที่ถูกจำกัด (Restricted Least Squares method (RLS))

ตัวแบบ $$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

ข้อจำกัดคือ $$\mathbf{R}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{r} \qquad (2.11)$$

เมื่อ $\boldsymbol{\beta}$ แทนเวกเตอร์สัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณขนาด $k\times1$

$\mathbf{R}$ แทนเมตริกซ์แสดงความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ $\boldsymbol{\beta}$ ขนาด $h\times k$ โดยที่ $h<k$

$\mathbf{r}$ แทนเวกเตอร์ที่ได้จากการรวมเชิงเส้นของสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ขนาด $h\times1$ ซึ่งเมตริกซ์ $\mathbf{R}$ และ $\mathbf{r}$ เป็นเมตริกซ์ที่ทราบค่า

ตัวอย่างเช่น ถ้ากำหนดให้ $k = 3$ และ $h = 1$ และข้อจำกัดของตัวประมาณแบบกำลังสองน้อยที่สุดที่ถูกจำกัดคือ

$$\beta_1 + \beta_2 = 2$$

จากสมการสามารถเขียนได้เป็น

$$\mathbf{R}\,\boldsymbol{\beta} = \mathbf{r}$$

$$\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\beta_1\\ \beta_2\\ \beta_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2\end{bmatrix}$$

ถ้ากำหนดให้ $k = 5$ และ $h = 2$ และข้อจำกัดของตัวประมาณแบบกำลังสองน้อยที่สุดที่ถูกจำกัดคือ

$$\beta_1 + \beta_2 = 2$$
$$\beta_3 + \beta_4 = 0$$

จากสมการสามารถเขียนได้เป็น

$$\mathbf{R}\,\boldsymbol{\beta} = \mathbf{r}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ธีระพร วีระถาวร (2541: 210) ได้กล่าวว่า เมื่อมีข้อจำกัดเกิดขึ้นเราสามารถใช้เซตของตัวคูณลากรองจ์ (Lagrange multiplier) $\boldsymbol{\lambda}$ ซึ่งเป็นเวกเตอร์ขนาด $q \times 1$ มาช่วยหาค่า $\boldsymbol{\beta}$ ซึ่งทำให้ $g(\boldsymbol{\beta})$ มีค่าน้อยที่สุด

$$\begin{aligned} g(\beta) &= (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) + 2\boldsymbol{\lambda}(R\boldsymbol{\beta} - \mathbf{r}) \\ \frac{dg(\beta)}{d\beta} &= \left(-\mathbf{X}d\boldsymbol{\beta}\right)'\left(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}\right) + (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'\left(-\mathbf{X}d\boldsymbol{\beta}\right) \\ &\quad +2\boldsymbol{\lambda}'\mathbf{R}d\boldsymbol{\beta} + 2d\boldsymbol{\lambda}'(\mathbf{R}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{r}) \\ &= -2d\boldsymbol{\beta}'\left(\mathbf{X}'\mathbf{Y} - \mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{R}'\boldsymbol{\lambda}\right) + 2d\boldsymbol{\lambda}'\left(\mathbf{R}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{r}\right) \end{aligned} \tag{2.12}$$

เราให้สมการ (2.12) เท่ากับ 0 และจากการเทียบสัมประสิทธิ์จะได้ว่า

$$\left(\mathbf{X}'\mathbf{Y} - \mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{R}'\boldsymbol{\lambda}\right) = \mathbf{0} \text{ และ } \left(\mathbf{R}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{r}\right) = \mathbf{0}$$

ค่าประมาณ $\boldsymbol{\beta}_{(RLS)}$ ของ $\boldsymbol{\beta}$ จะต้องสอดคล้องกับ

$$\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RLS)} + \mathbf{R}'\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{X}'\mathbf{Y} \tag{2.13}$$

และ

$$\mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RLS)} = \mathbf{r} \tag{2.14}$$

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RLS)} &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}(\mathbf{X}'\mathbf{Y} - \mathbf{R}'\boldsymbol{\lambda}) \\ &= (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y} - (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{R}'\boldsymbol{\lambda} \\ &= \hat{\boldsymbol{\beta}}_{(OLS)} - (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{R}'\boldsymbol{\lambda} \end{aligned} \tag{2.15}$$

แทนค่า $\boldsymbol{\beta}_{(RLS)}$ ในสมการ (2.14) จะได้ว่า

$$\mathbf{R}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(OLS)} - (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{R'}\boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{r}$$

ดังนั้น
$$\boldsymbol{\lambda} = -\left[\mathbf{R}(\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{R'}\right]^{-1}(\mathbf{r} - \mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(OLS)})$$

แทนค่า $\boldsymbol{\lambda}$ ในสมการ (2.15) จะได้ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณวิธีกำลังสองน้อยที่สุดที่ถูกจำกัดอยู่ในรูปของ

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RLS)} &= \hat{\boldsymbol{\beta}}_{(OLS)} + (\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{R}\left[\mathbf{R}(\mathbf{X'X})^{-1}\mathbf{R'}\right]^{-1}\left(\mathbf{r} - \mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(OLS)}\right) \\ &= \hat{\boldsymbol{\beta}}_{(OLS)} + \mathbf{S}^{-1}\mathbf{R}\left(\mathbf{RS}^{-1}\mathbf{R'}\right)^{-1}\left(\mathbf{r} - \mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(OLS)}\right) \qquad (2.16)\end{aligned}$$

เมื่อ $\mathbf{S} = \mathbf{X'X}$ และค่าคาดหวังของตัวประมาณ $\boldsymbol{\beta}_{(RLS)}$ คือ

$$\mathrm{E}\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RLS)}\right) = \boldsymbol{\beta} + \mathbf{S}^{-1}\mathbf{R'}\left[\mathbf{RS}^{-1}\mathbf{R'}\right]^{-1}\boldsymbol{\delta}$$

2.6.2 วิธีการประมาณแบบริดจ์ที่ถูกจำกัด (Restricted Ridge Regression method (RRR))

เนื่องจากวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณของวิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัดมีหลักการคือ พยายามลดค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองของตัวประมาณวิธีกำลังสองน้อยที่สุดที่ถูกจำกัดให้ต่ำลงโดยใช้หลักการของวิธีการถดถอยริดจ์ จะได้ตัวประมาณการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด เราสามารถเขียนสมการปกติของตัวประมาณด้วยวิธีริดจ์แบบมีข้อจำกัดได้เป็น

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(\mathrm{RRR})} = \left(\mathbf{X'X} + \mathrm{k}\mathbf{I}\right)^{-1}(\mathbf{X'Y} + \mathbf{Sg}) \qquad ; \mathrm{k} > 0 \qquad (2.17)$$

เมื่อ $g = \mathbf{S}^{-1}\mathbf{R'}(\mathbf{RS}^{-1}\mathbf{R'})^{-1}(\mathbf{r} - \mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(OLS)})$

เราสามารถเขียน $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RRR)}$ ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RLS)}$ โดยแทนค่า $\mathbf{X'Y} + \mathbf{Sg} = \mathbf{X'X}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RLS))}$ ในสมการ (2.17) จะได้

$$
\begin{aligned}
\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RRR)} &= \left(\mathbf{X'X}+k\mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{X'X}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RLS)} \\
&= \left[\mathbf{I}+k(\mathbf{X'X})^{-1}\right]^{-1}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RLS)} \\
&= \left[\mathbf{I}+k\mathbf{S}^{-1}\right]^{-1}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RLS)} \\
&= \mathbf{W}\,\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RLS)}
\end{aligned}
$$

เมื่อ $\mathbf{W}=(\mathbf{I}+\mathbf{kS}^{-1})^{-1}$ และ ตัวประมาณ $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RRR)}=\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RLS)}$ ถ้า $\mathrm{k}=0$

เมื่อพิจารณาค่าคาดหมายของตัวประมาณ $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RRR)}$ จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
\mathbf{E}\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(\mathrm{RRR})}\right) &= \mathbf{E}\left(\mathbf{W}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(\mathrm{RLS})}\right) \\
&= \mathbf{WE}\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(\mathrm{RLS})}\right) \\
&= \mathbf{W}\left(\boldsymbol{\beta}+\mathbf{S}^{-1}\mathbf{R}'\left(\mathbf{RS}^{-1}\mathbf{R}'\right)^{-1}\boldsymbol{\delta}\right) \\
&= \mathbf{W}\boldsymbol{\beta}+\mathbf{WS}^{-1}\mathbf{R}'\left(\mathbf{RS}^{-1}\mathbf{R}'\right)^{-1}\boldsymbol{\delta}
\end{aligned}
$$

จากค่าคาดหวังของตัวประมาณ $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RRR)}$ จะพบว่าตัวประมาณ $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RRR)}$ เป็นตัวประมาณเอนเอียงของ $\boldsymbol{\beta}$ ในกรณีที่ $\mathrm{k}=0$ และ $\boldsymbol{\delta}=\mathbf{r}-\mathbf{R}\boldsymbol{\beta}=\mathbf{0}$ ตัวประมาณ $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RRR)}$ จะเป็นตัวประมาณไม่เอนเอียงของ $\boldsymbol{\beta}$ และค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองของ $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RRR)}$ จะอยู่ในรูปของ

$$
\begin{aligned}
\mathrm{MSE}\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RRR)}\right) &= E\left[\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RRR)}-\boldsymbol{\beta}\right)'\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RRR)}-\boldsymbol{\beta}\right)\right] \\
&= E\left[\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta}\right)'\left(\mathbf{I}-\mathbf{S}^{-1}\mathbf{R}'\left(\mathbf{RS}^{-1}\mathbf{R}'\right)^{-1}\mathbf{R}\right)'\mathbf{W'W}\left(\mathbf{I}-\mathbf{S}^{-1}(\mathbf{RS}^{-1}\mathbf{R}')\right)\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}-\boldsymbol{\beta}\right)\right] \\
&\quad+\left[\left(\mathbf{W}\boldsymbol{\beta}+\mathbf{WS}^{-1}\mathbf{R}'(\mathbf{RS}^{-1}\mathbf{R}')^{-1}\boldsymbol{\delta}-\boldsymbol{\beta}\right)'\left(\mathbf{W}\boldsymbol{\beta}+\mathbf{WS}^{-1}\mathbf{R}'\left(\mathbf{RS}^{-1}\mathbf{R}'\right)^{-1}\boldsymbol{\delta}-\boldsymbol{\beta}\right)\right] \\
&= \sigma^2 tr\left(\mathbf{S}^{-1}\right)\left(\mathbf{I}-\mathbf{S}^{-1}\mathbf{R}'\left(\mathbf{RS}^{-1}\mathbf{R}'\right)^{-1}\mathbf{R}\right)'\mathbf{W'W}\left(\mathbf{I}-\mathbf{S}^{-1}\mathbf{R}'\left(\mathbf{RS}^{-1}\mathbf{R}'\right)^{-1}\mathbf{R}\right) \\
&\quad+\left[\left(\mathbf{WS}^{-1}\mathbf{R}'\left(\mathbf{RS}^{-1}\mathbf{R}'\right)^{-1}\boldsymbol{\delta}+(\mathbf{W}-\mathbf{I})\boldsymbol{\beta}\right)'\left(\mathbf{WS}^{-1}\mathbf{R}'\left(\mathbf{RS}^{-1}\mathbf{R}'\right)^{-1}\boldsymbol{\delta}+(\mathbf{W}-\mathbf{I})\boldsymbol{\beta}\right)\right] \\
&= \sigma^2 tr\left(\mathbf{WAW}'\right)+\left[\mathbf{WS}^{-1}\boldsymbol{\delta}^*-k\mathbf{S}(k)^{-1}\boldsymbol{\beta}\right]'\left[\mathbf{WS}^{-1}\boldsymbol{\delta}^*-k\mathbf{S}(k)^{-1}\boldsymbol{\beta}\right] \qquad (2.18)
\end{aligned}
$$

เมื่อ $\mathbf{S}(k)^{-1}$ เป็นเมตริกซ์ผกผันของ $\mathbf{S}(k)=(\mathbf{S}+k\mathbf{I})$, $\boldsymbol{\delta}^*=\mathbf{R}'\left(\mathbf{RS}^{-1}\mathbf{R}'\right)^{-1}\boldsymbol{\delta}$

และ $\mathbf{A}=\mathbf{S}^{-1}-\mathbf{S}^{-1}\mathbf{R}'\left(\mathbf{RS}^{-1}\mathbf{R}'\right)^{-1}\mathbf{RS}^{-1}$

ในกรณีที่ $\boldsymbol{\delta} = \mathbf{0}$ คือข้อจำกัดเป็นจริง $\text{MSE}(\hat{\beta}_{(RRR)})$ คือ

$$\text{MSE}\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(RRR)}\right) = \boldsymbol{\sigma}^2 \mathbf{tr}\left(\mathbf{WAW}'\right) + \mathbf{k}^2 \boldsymbol{\beta}' \mathbf{S}\left(k\right)^{-2} \boldsymbol{\beta} \tag{2.19}$$

2.7 การประมาณค่าพารามิเตอร์ k สำหรับการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยแบบริดจ์ ริดจ์แบบทางเลือก และริดจ์แบบมีข้อจำกัด

ในปี ค.ศ.1970 Hoerl and Kennard ได้เสนอการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณด้วยวิธีการถดถอยริดจ์ ซึ่งต้องใช้ค่า k ในการคำนวณตัวประมาณ แต่ยังไม่สามารถหาค่า k ที่แน่นอนได้ ในปี ค.ศ. 1975 Hoerl, Kennard and Baldwin ได้เสนอวิธีการคำนวณค่า k ที่เหมาะสมหาได้จากสูตร

$$k = \frac{p\hat{\sigma}^2}{\hat{\boldsymbol{\beta}}'\hat{\boldsymbol{\beta}}} \tag{2.20}$$

เมื่อ p คือ จำนวนตัวแปรอิสระ

$\hat{\boldsymbol{\beta}}$ คือ ค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยจากวิธีกำลังน้อยที่สุด

$\hat{\sigma}^2$ คือ ความคลาดเคลื่อนกำลังสองจากวิธีกำลังน้อยที่สุด คำนวณจาก

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\left(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}\right)'\left(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}\right)}{n-p-1} \tag{2.21}$$

2.8 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Average Mean Square error (AMSE))

เป็นค่าที่ใช้ในการเปรียบเทียบวิธีการประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ โดยดูจากตัวประมาณใดมีค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยน้อยที่สุด ถือว่าวิธีนั้นดีที่สุด ซึ่งค่า AMSE คำนวณได้จากสูตร

$$AMSE_m = \frac{\sum_{t=1}^{1000}\left(\frac{\sum_{i=1}^{p}(\hat{\beta}_{(m)i}-\beta_i)^2}{p}\right)_t}{1000}$$

เมื่อ $\hat{\beta}_{(m)i}$ คือ ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยสมาชิกที่ i ของวิธีที่ m

$m=1$ คือ วิธีริดจ์(RR)

$m=2$ คือ วิธีริดจ์แบบทางเลือก(ARR)

และ $m=3$ คือ วิธีริดจ์แบบมีข้อจำกัด(RRR)

β_i คือ ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย

p คือ จำนวนตัวแปรอิสระ

2.9 กระบวนการผลิตตัวแปรสุ่ม (Procedures for Generating Random Variables)

สำหรับการผลิตความคลาดเคลื่อนและตัวแปรอิสระ ที่มีการแจกแจงแบบปกติ จะอาศัยวิธีการผลิตตัวแปรสุ่มของ Alan and Pritsker(1933) ซึ่งได้เสนอวีธีการในการผลิตตัวแปรสุ่มดังนี้ Inverse Transformation Method , Composition method , Convolution Method Acceptance Rejection Method และ Special Properties Method

แต่ละวิธีดังกล่าวข้างต้น มีความเหมาะสมกับลักษณะการแจกแจงและขนาดของค่าพารามิเตอร์ในแต่ละแบบ ในการวิจัยนี้ผู้วิจัยเลือกใช้วิธี Special Properties Method โดยเลือกวิธี Log and trig มาใช้ในการผลิตความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงแบบปกติและตัวแปรอิสระเพราะวิธีนี้สามารถผลิตตัวแปรสุ่มที่มีค่ามากกว่า $\mu \pm 2\sigma$ ได้

วิธี Log and Trig ได้นำหลักการทางด้าน Polar Coordinates มาประยุกต์ใช้ โดยที่ขั้นตอนในการผลิตตัวแปรนี้ จะต้องอาศัยตัวแปรสุ่มที่ได้จากการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มที่อยู่ในช่วง (0, 1) มาช่วยในการสร้างตัวแปรที่มีการแจกแจงแบบปกติดังนี้

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2\right\}, -\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0$$

ให้ Y_1, Y_2 มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน และเป็นอิสระกัน

$$f(y_1, y_2) = \frac{1}{2\pi}\exp\left\{-\frac{1}{2}(y_1^2 + y_2^2)\right\}, -\infty < y_1 < \infty, -\infty < y_2 < \infty$$

แปลงตัวแปร Y_1, Y_2 ให้อยู่ในรูปของตัวแปร R, θ โดยใช้หลัก Polar Coordinate จะได้

$$Y_1 = R\cos\theta \text{ และ } Y_2 = R\sin\theta$$

ดังนั้น $$f(r,\theta) = \frac{r}{2\pi}e^{-\frac{r^2}{2}} \quad ; \; r \geq 0 \, , \; 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\int_0^\infty f(r,\theta)dr = f(\theta) = \frac{1}{2\pi} \quad \text{และ} \quad \int_0^{2\pi} f(r,\theta)d\theta = f(r) = r\,\mathrm{e}^{\frac{r^2}{2}}$$

จะได้

$$f(r,\theta) = f(r).f(\theta) \quad \text{เป็นตัวแปรสุ่มที่อิสระกัน}$$

ฉะนั้น $$f(r) = \begin{cases} r\,\mathrm{e}^{-\frac{r2}{2}} & ; \mathrm{r} \geq 0 \\ 0 & ; \text{อื่น ๆ} \end{cases}$$

และ $$f(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & ; 0 \leq \theta \leq 2\pi \\ 0 & ; \text{อื่น ๆ} \end{cases}$$

จาก $$\mathrm{R} = \sqrt{-2\ln(1-\mathrm{r}_1)} \quad ; \text{ เมื่อ } r_1 \sim U(0,1)$$

และ $$\theta = 2\pi\mathrm{r}_2 \quad ; \text{ เมื่อ } \; 0 \leq \theta \leq 2\pi \text{ และ } r_2 \sim U(0,1)$$

จะได้ $Y_1 \sim N(0,1)$ และ $Y_2 \sim N(0,1)$ เป็นอิสระกัน โดย

$$Y_1 = \mathrm{R}\cos\theta = \sqrt{-2\ln(1-r_1)}.\cos(2\pi r_2) \tag{2.22}$$

$$Y_2 = \mathrm{R}\sin\theta = \sqrt{-2\ln(1-r_1)}.\sin(2\pi r_2) \tag{2.23}$$

โดยที่ r_1 และ r_2 คือ ค่าของตัวเลขสุ่มที่สร้างขึ้น โดยกำหนดให้ $r_1, r_2 \sim U(0,1)$

นำสมการ (2.22) และ (2.23) ที่ Y_1, Y_2 มีการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน มาแปลงให้เป็นตัวแปร X_1, X_2 ที่มีการแจกแจงแบบปกติ พารามิเตอร์ μ และ σ^2 จะได้

$$X_1 = \mathrm{Y}_1\sigma + \mu \tag{2.24}$$

$$X_2 = \mathrm{Y}_2\sigma + \mu \tag{2.25}$$

2.10 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

อังคณา ฮึกหาญสู้ศัตรู (2546) ได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย 4 วิธีคือ Restricted Least Square Regression, Restricted Ridge Regression, Liu Estimator และ Restricted Liu Estimator ในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันที่ระดับ ต่ำ(0.1 ถึง 0.3) กลาง (0.4 ถึง 0.6) สูง (0.7 ถึง 0.9) โดยที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 , 3 และ 5 ที่ข้อจำกัดคลาดเคลื่อน 5% , 10% และ 15% พบว่าวิธี Restricted Ridge Regression ให้ผลดีที่สุดที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 , 50 และ 100 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 , 3 และ 5 ในทุกข้อจำกัดความคลาดเคลื่อนและทุกตัวแปรอิสระ

John Zhang and Mahmud Ibrahum (2005) ได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุโดยใช้การจำลองในโปรแกรม SPSS ในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กัน 2 วิธีคือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุดและวิธีการถดถอยริดจ์ ในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีระดับความสัมพันธ์เป็น 0.80, 0.90, 0.95 และ 0.99 ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.01, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 และ 0.5 พบว่าวิธีการถดถอยริดจ์ให้ค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยกำลังสองน้อยที่สุดเกือบทุกกรณี

Pattrawiwat, Kanchana (2004) ได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย 4 วิธีคือ วิธีกำลังสองน้อยที่สุด วิธีการถดถอยริดจ์ วิธี Ridge with Prior Information และวิธี Alternative Ridge Regressionในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันที่ระดับ 0.60 , 0.80 , 0.90 และ 0.95 ที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ดับเบิ้ลเอ็กโพแนนเชียล และโลจิสติคที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และความแปรปรวนเท่ากับ 0.1 , 0.5 , 1.0 และ 5 ในกรณีที่จำนวนตัวแปรอิสระ

เท่ากับ 3 และขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 พบว่า วิธี Alternative Ridge Regression ที่ใช้การประมาณค่า k แบบโฮเอิร์นและเคนนาร์ด ได้ผลดีที่สุด ในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันที่ระดับ 0.9

Jahufer and Wijekoon (2003) ได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย 4 วิธีคือ Restricted Least Square Estimator, Ridge Estimator, Restricted Ridge Estimator, Liu Estimator และ Restricted Liu Estimator ในกรณีที่ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันที่ระดับ 0.9, 0.95 และ 0.99 โดยศึกษาในกรณีตัวแปรอิสระ 5 ตัว ขนาดตัวอย่างเป็น 100 และตัวแปรที่ศึกษาได้ทำในอยู่ในรูปมาตรฐาน พบว่าวิธีการ Restricted Ridge Estimator ให้ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองมีค่าน้อยกว่าวิธี Ridge Estimator เมื่อ $0 < k < 0.120472$, $0 < k < 0.03673$ และ $0 < k < 2.8983 \times 10^{-4}$ ทุกระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ได้มาจากการจำลองโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล(Monte Carlo Simulation) ด้วยคอมพิวเตอร์โดยใช้โปรแกรม Labview 7.1 มีขั้นตอนในการวิจัยดังนี้

3.1 ตัวแบบการถดถอยพหุคูณ

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

จากตัวแบบข้างต้น จะทำการประมาณค่าตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ด้วยวิธีการต่างๆ 3 วิธีดังนี้

1. วิธีการถดถอยริดจ์ (Ridge Regression method)
2. วิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด (Restricted Ridge Regression method)
3. วิธีการถดถอยริดจ์แบบทางเลือก (Alternative Ridge Regression method)

โดยหาค่าประมาณ k ด้วยวิธีของ Hoerl, A.E. et al.(1975) และทำการศึกษาในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งงานวิจัยนี้จะจำลองข้อมูลที่เป็นไปตามข้อตกลงของการถดถอยพหุคูณ ยกเว้นข้อตกลงที่ว่าตัวแปรอิสระต้องไม่สัมพันธ์กัน โดยประสิทธิภาพของแต่ละวิธีจะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(Average Mean Square Error) วิธีใดที่ให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุดถือว่าวิธีนั้นดีที่สุด

3.2 การกำหนดขอบเขตของการศึกษา

3.2.1 กำหนดความคลาดเคลื่อน (ε) มีการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และ ความแปรปรวนมีค่าเท่ากับ 0.1, 0.5, 1 และ 5

3.2.2 จำนวนตัวแปรอิสระที่ใช้คือ 3 และ 5 ตัว

3.2.3 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 และ 50

3.2.4 ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระคือ 0.70, 0.80 และ 0.90

3.2.4.1 กรณีจำนวนตัวแปรอิสระในตัวแบบมี 3 ตัว กำหนดให้ตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปร คือ X_i และ X_j โดยที่ $i \neq j$ มีระดับความสัมพันธ์กันที่ 0.70, 0.80 และ0.90 แต่ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระที่เหลือ

3.2.4.2 กรณีจำนวนตัวแปรอิสระในตัวแบบมี 5 ตัว จะกำหนดให้ X_1 และ X_2 เป็นตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 ที่มีความสัมพันธ์กัน และ X_3 และ X_4 เป็นตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 2 ที่มีความสัมพันธ์กันโดยระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระในแต่ละกลุ่ม จะเป็นไปตามที่กำหนดไว้ และตัวแปรอิสระทั้ง 2 กลุ่ม นี้จะไม่มีความสัมพันธ์กันและไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอิสระที่เหลือโดยทำการศึกษากรณีดังต่อไปนี้

(0.70, 0.70), (0.70, 0.80), (0.70, 0.90), (0.80, 0.80), (0.80, 0.90) และ (0.90, 0.90)

เมื่อค่าระดับความสัมพันธ์ตัวแรก หมายถึง ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 1 และค่าระดับความสัมพันธ์ตัวหลัง หมายถึง ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระกลุ่มที่ 2

3.2.5 ในการวิจัยครั้งนี้ใช้ ทำการทดลองซ้ำ 1,000 รอบในแต่ละสถานการณ์

3.3 ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

3.3.1 สร้างข้อมูลตัวแปรอิสระให้มีระดับความสัมพันธ์เป็น 0.7 0.8 และ 0.9

3.3.2 สร้างข้อมูลของความคลาดเคลื่อนที่มีการแจกแจงแบบปกติ ค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 0.1 0.5 1 และ 5

3.3.3 เนื่องจากการคำนวณค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณใช้ตัวแปรที่อยู่ในรูปมาตรฐานแล้ว จึงกำหนดให้ β_0 มีค่าเป็น 0 และกำหนดค่า β อื่นๆ โดยเริ่มจาก ผู้วิจัยแทนค่า $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 1$ ในกรณีที่ตัวแปรอิสระ 3 ตัวแปร และในกรณีที่ตัวแปรอิสระ 5 ตัวแปร $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 1$ แล้วทำการจำลองตามขอบเขตที่ต้องการศึกษา และผู้วิจัยได้ลองเปลี่ยนค่า β ที่กำหนดจาก + เป็น – และเปลี่ยนค่า β บางตัวเป็น + และ - สลับกัน ทำให้ผลที่ได้จากการจำลองเปลี่ยนไป จึงทำให้ผู้วิจัยกำหนดค่า β ดังต่อไปนี้ และดูผลการจำลองที่ได้ว่าสอดคล้องกันหรือไม่ ซึ่งผลการจำลองที่ได้มีความสอดคล้องกัน

3.3.3.1. กรณีตัวแปรอิสระ 3 ตัว

3.3.3.1.1 ขนาดตัวอย่าง 30 และ 50

B(1) คือ $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 1$

B(2) คือ $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = -1$

B(3) คือ $\beta_1 = \beta_3 = 1$, $\beta_2 = -1$

B(4) คือ $\beta_1 = \beta_2 - 0.8$, $\beta_3 = 1$

B(5) คือ $\beta_1 = -0.8$, $\beta_2 = 0.8$, $\beta_3 = 1$

B(6) คือ $\beta_1 = -0.5$, $\beta_2 = -0.8$, $\beta_3 = 1$

B(7) คือ $\beta_1 = 0.5$, $\beta_2 = 0.8$, $\beta_3 = 1$

B(8) คือ $\beta_1 = 0.7$, $\beta_2 = 0.9$, $\beta_3 = 1$

3.3.3.2. กรณีตัวแปรอิสระ 5 ตัว

3.3.3.2.1 ขนาดตัวอย่าง 30

B(1) คือ $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 1$, $\beta_3 = 1$, $\beta_4 = 1$, $\beta_5 = 1$

B(2) คือ $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 1$, $\beta_3 = -1$, $\beta_4 = -1$, $\beta_5 = 1$

B(3) คือ $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 1$, $\beta_3 = -1$, $\beta_4 = 1$, $\beta_5 = 1$

B(4) คือ $\beta_1 = -1$, $\beta_2 = -1$, $\beta_3 = -1$, $\beta_4 = -1$, $\beta_5 = -1$

B(5) คือ $\beta_1 = -1$, $\beta_2 = -1$, $\beta_3 = 1$, $\beta_4 = 1$, $\beta_5 = 1$

B(6) คือ $\beta_1 = -1$, $\beta_2 = -1$, $\beta_3 = 1$, $\beta_4 = -1$, $\beta_5 = 1$

B(7) คือ $\beta_1 = -1$, $\beta_2 = 1$, $\beta_3 = -1$, $\beta_4 = 1$, $\beta_5 = 1$

B(8) คือ $\beta_1 = -1$, $\beta_2 = 1$, $\beta_3 = 1$, $\beta_4 = 1$, $\beta_5 = 1$

B(9) คือ $\beta_1 = -1$, $\beta_2 = 1$, $\beta_3 = -1$, $\beta_4 = -1$, $\beta_5 = 1$

3.3.3.2.2 ขนาดตัวอย่าง 50

จากการกำหนดค่า β ดังข้างล่างนี้ จะทำให้ข้อจำกัด $(\beta_1 + \beta_2 = r_1, \beta_3 + \beta_4 = r_2)$ ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยแบบมีข้อจำกัดนั้น ทำให้ข้อจำกัดมีค่าเดียวกัน จึงกำหนดให้ เป็นกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเดียวกัน

- กรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเดียวกัน

B(1) คือ $\beta_1 = -1$, $\beta_2 = 1$, $\beta_3 = -1$, $\beta_4 = 1$, $\beta_5 = 1$

B(2) คือ $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 1$, $\beta_3 = 1$, $\beta_4 = 1$, $\beta_5 = 1$

B(3) คือ $\beta_1 = 0.5$, $\beta_2 = 0.8$, $\beta_3 = 0.5$, $\beta_4 = 0.8$, $\beta_5 = 1$

B(4) คือ $\beta_1 = -0.8$, $\beta_2 = -0.5$, $\beta_3 = -0.8$, $\beta_4 = -0.5$, $\beta_5 = 1$

B(5) คือ $\beta_1 = -1$, $\beta_2 = -1$, $\beta_3 = -1$, $\beta_4 = -1$, $\beta_5 = 1$

B(6) คือ $\beta_1 = -0.7$, $\beta_2 = 0.7$, $\beta_3 = -0.7$, $\beta_4 = 0.7$, $\beta_5 = 1$

B(7) คือ $\beta_1 = -1$, $\beta_2 = 1$, $\beta_3 = -1$, $\beta_4 = 1$, $\beta_5 = 1$

B(8) คือ $\beta_1 = -0.8$, $\beta_2 = -0.5$, $\beta_3 = -0.6$, $\beta_4 = -0.7$, $\beta_5 = 1$

จากการกำหนดค่า β ดังข้างล่างนี้ จะทำให้ข้อจำกัด$(\beta_1+\beta_2=r_1,\ \beta_3+\beta_4=r_2)$ ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยแบบมีข้อจำกัดนั้น ทำให้เกิดข้อจำกัดมีค่าต่างกัน จึงกำหนดให้เป็นกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าต่างกัน

- กรณีที่ข้อจำกัดมีค่าต่างกัน

B(1) คือ $\beta_1=-1$, $\beta_2=1$, $\beta_3=1$, $\beta_4=1$, $\beta_5=1$

B(2) คือ $\beta_1=-1$, $\beta_2=1$, $\beta_3=-1$, $\beta_4=-1$, $\beta_5=1$

B(3) คือ $\beta_1=1$, $\beta_2=1$, $\beta_3=0.8$, $\beta_4=0.5$, $\beta_5=1$

B(4) คือ $\beta_1=1$, $\beta_2=1$, $\beta_3=-1$, $\beta_4=-1$, $\beta_5=1$

B(5) คือ $\beta_1=-1$, $\beta_2=-1$, $\beta_3=-0.8$, $\beta_4=-0.5$, $\beta_5=1$

B(6) คือ $\beta_1=-1$, $\beta_2=1$, $\beta_3=0.8$, $\beta_4=0.5$, $\beta_5=1$

B(7) คือ $\beta_1=-1$, $\beta_2=1$, $\beta_3=-0.8$, $\beta_4=-0.5$, $\beta_5=1$

B(8) คือ $\beta_1=1$, $\beta_2=1$, $\beta_3=-0.8$, $\beta_4=-0.5$, $\beta_5=1$

B(9) คือ $\beta_1=0.6$, $\beta_2=0.7$, $\beta_3=0.5$, $\beta_4=0.9$, $\beta_5=1$

B(10) คือ $\beta_1=-0.7$, $\beta_2=-0.6$, $\beta_3=-0.9$, $\beta_4=-0.5$, $\beta_5=1$

3.3.4 นำค่าของตัวแปร X β และ ε แทนลงในตัวแบบ $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ จะได้ค่าตัวแปรตาม **Y**

3.3.5 หาค่าประมาณ k วิธีของ Hoerl, A.E. et al.(1975)

3.3.6 เนื่องจากวิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด ต้องมีการกำหนดข้อจำกัด ($R\beta=\mathbf{r}$) ของตัวประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ซึ่งเกณฑ์ในการกำหนดข้อจำกัดคือ พิจารณาจากค่าของ β ที่กำหนดขึ้น ซึ่งข้อจำกัดกรณีที่ตัวแปรอิสระ 3 ตัว กำหนดจากตัวแปรอิสระ X_1 และ X_2 ที่มีความสัมพันธ์กัน ซึ่ง R คือเมตริกซ์ความสัมพันธ์ของ X_1 และ X_2

จากสมการข้อจำกัด คือ $\mathbf{R}\boldsymbol{\beta}=\mathbf{r}$

กำหนดให้ $R=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\end{bmatrix}$

และ $\boldsymbol{\beta}=\begin{bmatrix}\beta_1\\ \beta_2\\ \beta_3\end{bmatrix}$ $\mathbf{r}=\begin{bmatrix}r\end{bmatrix}$

ดังนั้น ข้อจำกัดคือ ($\mathbf{R}\boldsymbol{\beta}=\mathbf{r}$) จึงเกิดจาก $\beta_1+\beta_2=r$ ดังนั้นจึงได้ข้อจำกัดตามการกำหนด β ดังนี้

3.3.6.1. กรณีตัวแปรอิสระ 3 ตัว

3.3.6.1.1 ขนาดตัวอย่าง 30 และ 50

B(1) ข้อจำกัดคือ $\beta_1 + \beta_2 = 2$

B(2) ข้อจำกัดคือ $\beta_1 + \beta_2 = -2$

B(3) ข้อจำกัดคือ $\beta_1 + \beta_2 = 0$

B(4) ข้อจำกัดคือ $\beta_1 + \beta_2 = -1.6$

B(5) ข้อจำกัดคือ $\beta_1 + \beta_2 = 0$

B(6) ข้อจำกัดคือ $\beta_1 + \beta_2 = -1.3$

B(7) ข้อจำกัดคือ $\beta_1 + \beta_2 = 1.3$

B(8) ข้อจำกัดคือ $\beta_1 + \beta_2 = 1.6$

ข้อจำกัดกรณีที่ตัวแปรอิสระ 5 ตัว กำหนดจากตัวแปรอิสระ X_1 และ X_2 X_3 และ X_4 ที่มีความสัมพันธ์กัน ซึ่ง R คือเมตริกซ์ความสัมพันธ์ของ X_1 และ X_2 X_3 และ X_4

จากสมการข้อจำกัด $\mathbf{R\beta} = \mathbf{r}$

กำหนดให้ $R=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

และ $\boldsymbol{\beta}=\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \\ \beta_5 \end{bmatrix}$, $\mathbf{r} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix}$

ดังนั้น ข้อจำกัดคือ ($\mathbf{R\beta} = \mathbf{r}$) จึงเกิดจาก $\beta_1 + \beta_2 = r_1$ และ $\beta_3 + \beta_4 = r_2$ ดังนั้นจึงได้ข้อจำกัดตามการกำหนด β ดังนี้

3.3.6.2. กรณีตัวแปรอิสระ 5 ตัว

3.3.6.2.1 ขนาดตัวอย่าง 30

B(1) ข้อจำกัดคือ $\beta_1 + \beta_2 = 2$, $\beta_3 + \beta_4 = 2$

B(2) ข้อจำกัดคือ $\beta_1 + \beta_2 = 2$, $\beta_3 + \beta_4 = -2$

$B(3)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=2$, $\beta_3+\beta_4=0$

$B(4)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=-2$, $\beta_3+\beta_4=-2$

$B(5)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=-2$, $\beta_3+\beta_4=2$

$B(6)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=-2$, $\beta_3+\beta_4=0$

$B(7)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=0$, $\beta_3+\beta_4=0$

$B(8)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=0$, $\beta_3+\beta_4=2$

$B(9)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=0$, $\beta_3+\beta_4=-2$

3.3.6.2.1 ขนาดตัวอย่าง 50

- กรณีข้อจำกัดมีค่าเดียวกัน

$B(1)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=0$, $\beta_3+\beta_4=0$

$B(2)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=2$, $\beta_3+\beta_4=2$

$B(3)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=1.3$, $\beta_3+\beta_4=1.3$

$B(4)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=-1.3$, $\beta_3+\beta_4=-1.3$

$B(5)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=-2$, $\beta_3+\beta_4=-2$

$B(6)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=0$, $\beta_3+\beta_4=0$

$B(7)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=1.3$, $\beta_3+\beta_4=1.3$

$B(8)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=-1.3$, $\beta_3+\beta_4=-1.3$

- กรณีข้อจำกัดมีค่าต่างกัน

$B(1)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=0$, $\beta_3+\beta_4=2$

$B(2)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=0$, $\beta_3+\beta_4=-2$

$B(3)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=2$, $\beta_3+\beta_4=1.3$

$B(4)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=2$, $\beta_3+\beta_4=-2$

$B(5)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=-2$, $\beta_3+\beta_4=-1.3$

$B(6)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=0$, $\beta_3+\beta_4=1.3$

$B(7)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=0$, $\beta_3+\beta_4=-1.3$

$B(8)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=2$, $\beta_3+\beta_4=-1.3$

$B(9)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=1.3$, $\beta_3+\beta_4=1.4$

$B(10)$ ข้อจำกัดคือ $\beta_1+\beta_2=-1.3$, $\beta_3+\beta_4=-1.4$

3.3.7 ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยจากข้อมูลที่ได้โดยใช้วิธี

3.3.7.1 วิธีการถดถอยริดจ์ (Ridge Regression method)

3.3.7.2 วิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด (Restricted Ridge Regression method)

3.3.7.3 วิธีการถดถอยริดจ์แบบทางเลือก (Alternative Ridge Regression method)

3.3.8 ทำซ้ำข้อ 3.3.1 - 3.3.7 ทั้งหมด 1,000 รอบ

3.3.9 คำนวณหาค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของแต่ละวิธี

3.3.10 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) ของแต่ละวิธี

3.3.11 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

3.4 การวิเคราะห์ข้อมูล

ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ทำการจำลองข้อมูลโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล และเขียนโดยใช้โปรแกรม Labview 7.1 เพื่อให้ได้ข้อมูลในการเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ ซึ่งได้แก่วิธีการถดถอยริดจ์ (Ridge Regression method) วิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด (Restricted Ridge Regression method) และ วิธีการถดถอยริดจ์แบบทางเลือก (Alternative Ridge Regression method) โดยเปรียบเทียบจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE)

จากตัวแบบถดถอยพหุคูณ คือ

$$Y_i = \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \ldots + \beta_p X_{ip} + \varepsilon_i \tag{3.1}$$

เมื่อ $i = 1, 2, \ldots, n$ และ $j = 1, 2, \ldots, p$

โดยที่ค่า X_{ij} และ ε_i เกิดจากการจำลองข้อมูลโดยเขียนโปรแกรม Labview 7.1 ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

3.4.1 Mcdonald and Galarneau (1975) สร้างตัวแปรอิสระ X_{ij}^* ที่มีความสัมพันธ์กันได้โดยสร้างจากสูตร

$$X_{ij}^* = \sqrt{(1-\rho)}Z_{ij} + \sqrt{\rho}Z_{i(p+1)} \ ; \ i = 1, 2, \ldots, n, \ j = 1, 2, \ldots, p$$

เมื่อ ρ คือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระสองตัว มีค่าเท่ากับ 0.70 0.80 และ 0.90

p คือ จำนวนตัวแปรอิสระ โดยมีค่าเท่ากับ 3 และ 5

n คือ ขนาดตัวอย่าง โดยมีค่าเท่ากับ 30 และ 50

Z_{ij} และ $Z_{i(p+1)}$ คือ ตัวแปรอิสระที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน สามารถสร้างได้จากสมการ

$$Y_1 \;=\; \mathrm{R}\cos\theta \;=\; \sqrt{-2\ln(1-r_1)}.\cos(2\pi r_2)$$

โดยที่ r_1 และ r_2 คือ ค่าของตัวเลขสุ่มที่สร้างขึ้น ซึ่ง $r_1, r_2 \sim U(0,1)$

$$Z \;=\; \mathrm{Y}_1\sigma + \mu \text{ โดยที่ } \mu = 0 \text{ และ } \sigma = 1$$

3.4.2 ตัวแปรอิสระที่เหลือที่ไม่สัมพันธ์กับตัวแปรอิสระใด จะทำการจำลองจากสมการ

$$Y_1 \;=\; \mathrm{R}\cos\theta \;=\; \sqrt{-2\ln(1-r_1)}.\cos(2\pi r_2)$$

$$X^* \;=\; \mathrm{Y}_1\sigma + \mu \quad \text{โดยที่ } \mu = 0 \text{ และ } \sigma = 0.1$$

3.4.3 จากนั้นทำการแปลงข้อมูล X^* ให้อยู่ในรูปมาตรฐาน โดย

$$X_{ij} = \frac{X_{ij}^* - \bar{X}_{ij}^*}{S_{X_j^*}} \qquad , \; S_{X_j^*} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(X_{ij}^* - \bar{X}_j^*\right)^2}$$

3.4.4 สร้างความคลาดเคลื่อน ($\boldsymbol{\varepsilon}$) ให้มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 0.1 0.5 1 และ 5 ตามกระบวนการจำลองตัวแปรสุ่มด้วย วิธี Log and Trig โดยใช้สมการ

$$Y_1 \;=\; \mathrm{R}\cos\theta \;=\; \sqrt{-2\ln(1-r_1)}.\cos(2\pi r_2)$$

$$\varepsilon \;=\; \mathrm{Y}_1\sigma + \mu \quad \text{โดยที่ } \mu = 0 \text{ และ } \sigma = \sqrt{0.1},\ \sqrt{0.5}, \sqrt{1} \text{ และ } \sqrt{5}$$

3.4.5 สร้างตัวแปรอิสระ Y^* จากสมการ

$$\mathbf{Y}^* = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

โดยกำหนดค่า β ตามข้อ 3.3.3 เมื่อได้ค่าของตัวแปร Y^* แล้วทำการแปลง Y^* ให้อยู่ในรูปมาตรฐาน (standardize from) โดย

$$Y_i = \frac{Y_i^* - \bar{Y}^*}{S_{Y^*}} \quad \text{เมื่อ } S_{Y^*} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i^* - \bar{Y}^*\right)^2}$$

3.4.6 หาค่าคงที่ k จากวิธีของ Hoerl, A.E. et al.(1975) โดยใช้ค่าประมาณของสัมประสิทธิ์การถดถอยแบบกำลังสองน้อยที่สุด($\hat{\beta}_{OLS}$) และคำนวณค่า $\hat{\sigma}^2$ จากสูตร

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\left(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS}\right)'\left(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS}\right)}{n-p-1}$$

3.4.7 แทนค่าที่ได้จากข้อ 3.4.6 ในสูตร

$$k = \frac{p\hat{\sigma}^2}{\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS}'\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS}}$$

3.4.8 คำนวณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีริดจ์ ริดจ์แบบมีข้อจำกัด และริดจ์แบบทางเลือก การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยของริดจ์แบบมีข้อจำกัดให้ใช้ข้อจำกัดที่กำหนดไว้ในข้อ 3.3.6 ที่สอดคล้องกับ β ในแต่ละค่าที่กำหนดไว้ ตามข้อ 3.3.3

3.4.9 หาค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของวิธีริดจ์ ริดจ์แบบทางเลือก และริดจ์แบบมีข้อจำกัด

$$MSE_t = \frac{\sum_{i=1}^{p}(\hat{\beta}_{(m)i}^* - \beta_i^*)^2}{p+1}$$

เมื่อ $\hat{\beta}_{(m)i}^*$ คือ ตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยสมาชิกที่ i ของวิธีที่ m

$m=1$ คือ วิธีริดจ์(RR)

$m=2$ คือ วิธีริดจ์แบบทางเลือก(ARR)

และ $m=3$ คือ วิธีริดจ์แบบมีข้อจำกัด(RRR)

β^*_i คือ ค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยที่กำหนดไว้ตามข้อ 3.3.3

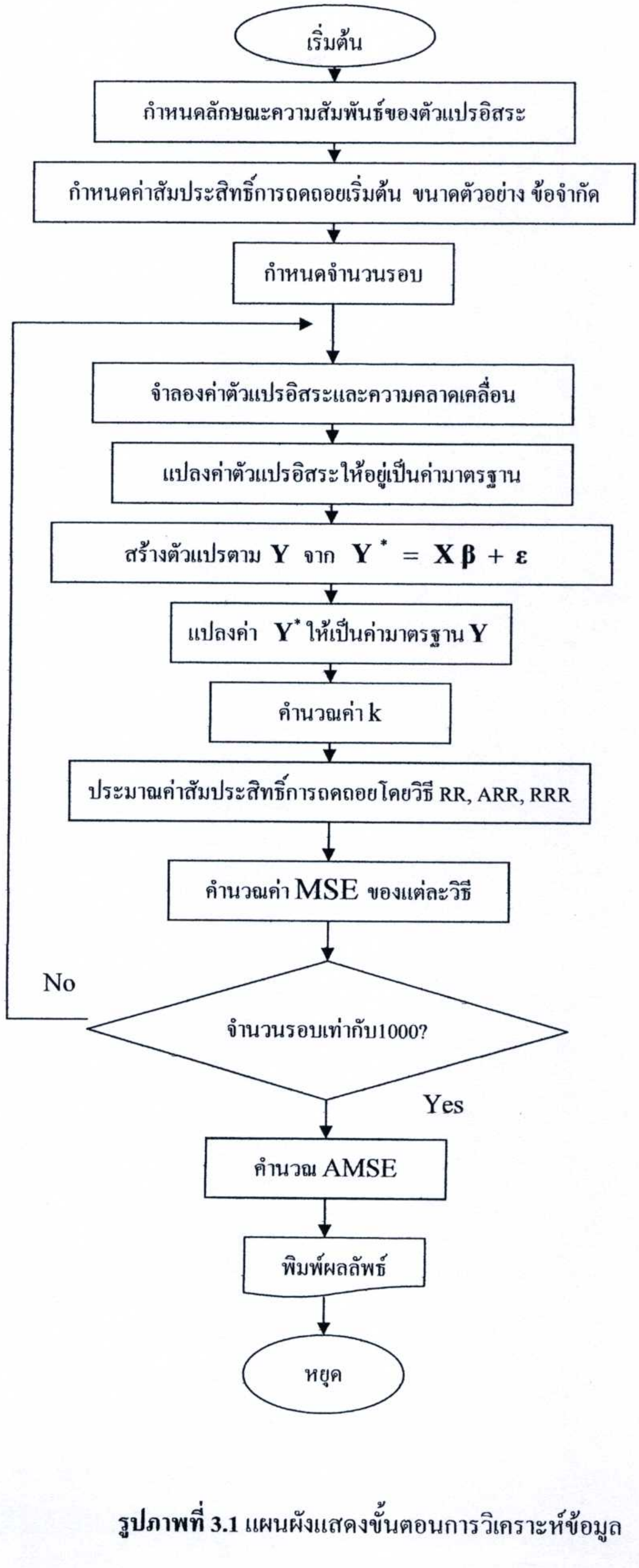
p คือ จำนวนตัวแปรอิสระ

3.4.9 ทำตามข้อ 3.4.1 – 3.4.8 ทั้งหมด 1,000 รอบ

3.4.10 คำนวณค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) จาก

$$AMSE_m = \frac{\sum_{t=1}^{1000} MSE_t}{1000}$$

3.4.11 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยจากข้อ 3.4.10 ของแต่ละวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยแบบริดจ์ ริดจ์แบบทางเลือก และริดจ์แบบมีข้อจำกัด โดยพิจารณาจากวิธีใดมีค่า AMSE ต่ำสุดถือว่าวิธีนั้นดีที่สุด



รูปภาพที่ 3.1 แผนผังแสดงขั้นตอนการวิเคราะห์ข้อมูล

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์

ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณเมื่อตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กัน 3 วิธีคือ

- วิธีการถดถอยริดจ์ (Ridge Regression method)
- วิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด (Restricted Ridge Regression method)
- วิธีการถดถอยริดจ์แบบทางเลือก (Alternative Ridge Regression method)

จะทำการเปรียบเทียบ โดยใช้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(Average mean square error (AMSE)) เป็นเกณฑ์ในการเปรียบเทียบ วิธีใดมีค่าAMSE น้อยที่สุดถือว่าดีที่สุด และในผลการวิเคราะห์ผู้วิจัยได้กล่าวถึงข้อจำกัดไว้หลายกรณี คือ ถ้าตัวแปรอิสระ 3 ตัวแปร ได้แก่ ข้อจำกัดเป็น 2 , 0 , + และ - ถ้าตัวแปรอิสระ 5 ตัวแปรได้แก่ ข้อจำกัดเป็น (2, 2) , (0, 0) , (+, +), (-, -) , (0,+) , (0,-) และ (+,-) เพื่อให้เข้าใจตรงกัน ผู้วิจัยจึงได้นิยามความหมายของข้อจำกัดต่าง ๆ เหล่านี้เป็นดังนี้

- เมื่อตัวแปรอิสระ 3 ตัวแปร

ข้อจำกัดเป็น 2 หมายถึง ผลรวมของ β_1 บวกด้วย β_2 แล้วมีค่าเท่ากับ 2 หรือ $\beta_1 + \beta_2 = 2$

ข้อจำกัดเป็น 0 หมายถึง ผลรวมของ β_1 บวกด้วย β_2 แล้วมีค่าเท่ากับ 0 หรือ $\beta_1 + \beta_2 = 0$

ข้อจำกัดเป็น + หมายถึง ผลรวมของ β_1 บวกด้วย β_2 แล้วมีค่ามากกว่า 0 แต่ น้อยกว่า 2 หรือ $0 < \beta_1 + \beta_2 < 2$

ข้อจำกัดเป็น - หมายถึง ผลรวมของ β_1 บวกด้วย β_2 แล้วมีค่าน้อยกว่า 0 มากกว่าหรือเท่ากับ -2 หรือ $0 > \beta_1 + \beta_2 \geq -2$

- เมื่อตัวแปรอิสระ 5 ตัวแปร

ข้อจำกัดเป็น (2, 2) หมายถึง ผลรวมของ β_1 บวกด้วย β_2 แล้วมีค่าเท่ากับ 2 และ β_3 บวกด้วย β_4 แล้วมีค่าเท่ากับ 2 หรือ $\beta_1 + \beta_2 = 2$ และ $\beta_3 + \beta_4 = 2$

ข้อจำกัดเป็น (0, 0) หมายถึง ผลรวมของ β_1 บวกด้วย β_2 แล้วมีค่าเท่ากับ 0 และ β_3 บวกด้วย β_4 แล้วมีค่าเท่ากับ 0 หรือ $\beta_1 + \beta_2 = 0$ และ $\beta_3 + \beta_4 = 0$

ข้อจำกัดเป็น (+, +) หมายถึง ผลรวมของ β_1 บวกด้วย β_2 แล้วมีค่ามากกว่า 0 แต่น้อยกว่า 2 และ β_3 บวกด้วย β_4 แล้วมีค่ามากกว่า 0 แต่ น้อยกว่า 2หรือ $0 < \beta_1 + \beta_2 < 2$

และ $0 < \beta_3 + \beta_4 < 2$

ข้อจำกัดเป็น (-, -) หมายถึง ผลรวมของ β_1 บวกด้วย β_2 แล้วมีค่าน้อยกว่า 0 มากกว่าหรือเท่ากับ -2 และ β_3 บวกด้วย β_4 แล้วมีค่าน้อยกว่า 0 มากกว่าหรือเท่ากับ -2 หรือ $0 > \beta_1 + \beta_2 \geq -2$ และ $0 > \beta_3 + \beta_4 \geq -2$

ข้อจำกัดเป็น (0, +) หมายถึง ผลรวมของ β_1 บวกด้วย β_2 แล้วมีค่าเท่ากับ 0 และ β_3 บวกด้วย β_4 แล้วมีค่ามากกว่า 0 แต่น้อยกว่า 2 หรือ $0 < \beta_1 + \beta_2 < 2$ และ $0 < \beta_3 + \beta_4 < 2$

ข้อจำกัดเป็น (0, -) หมายถึง ผลรวมของ β_1 บวกด้วย β_2 แล้วมีค่าเท่ากับ 0 และ β_3 บวกด้วย β_4 แล้วมีค่าน้อยกว่า 0 มากกว่าหรือเท่ากับ -2 หรือ $0 < \beta_1 + \beta_2 < 2$ และ $0 > \beta_3 + \beta_4 \geq -2$

ข้อจำกัดเป็น (+, -) หมายถึง ผลรวมของ β_1 บวกด้วย β_2 แล้วมีค่ามากกว่า 0 แต่ น้อยกว่า 2 และ β_3 บวกด้วย β_4 แล้วมีค่าน้อยกว่า 0 มากกว่า หรือเท่ากับ -2 หรือ $0 < \beta_3 + \beta_4 < 2$ และ $0 > \beta_3 + \beta_4 \geq -2$

4.1 ผลการวิเคราะห์กรณีมีตัวแปรอิสระ 3 ตัว

4.1.1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30

4.1.1.1 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.7

จากตารางที่ 4.1 พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น 2 และข้อจำกัดมีค่าเป็น + วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น - วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น 0 วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RRR และ ARR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนและค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.1.1.2 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.8

จากตารางที่ 4.2 เห็นว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น 2 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น - วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR

ตารางที่ 4.1 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 3 ตัว ที่ n = 30 และ $\rho = 0.7$ จำแนกตามค่าของ σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$ และ ข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	B(i) และ ค่า r							
		B(1) ,r = 2	B(2) ,r = -	B(3) ,r = 0	B(4) ,r = +	B(5) ,r = -	B(6) ,r = 0	B(7) ,r = -	B(8) ,r = +
0.1	RR	0.438697	**0.442277**	**0.413502**	0.32129	**0.320831**	**0.318504**	**0.26003**	0.31538
	ARR	1.06162	1.03591	1.05165	0.822878	0.794353	0.807846	0.686323	0.687874
	RRR	**0.18037**	2.74623	0.795629	**0.213605**	2.19763	0.559838	1.96377	**0.258345**
0.5	RR	0.694339	**0.687917**	**0.733511**	0.534845	**0.529054**	**0.571534**	**0.4482**	0.568433
	ARR	1.08528	1.02489	1.09584	0.872592	0.817045	0.856125	0.705472	0.738639
	RRR	**0.300365**	2.44411	0.87661	**0.304209**	1.93429	0.657032	1.55232	**0.448121**
1	RR	0.779335	**0.781704**	**0.812991**	0.500988	**0.347421**	**0.370126**	**0.250829**	0.604775
	ARR	1.12049	1.03813	1.07383	0.746497	0.513797	1.17486	0.386307	0.89508
	RRR	**0.357266**	2.2967	0.910179	**0.346126**	1.4825	0.425171	1.11556	**0.337746**
5	RR	0.912658	**0.90448**	**0.933312**	0.585062	**0.698524**	**0.711692**	**0.583149**	0.706715
	ARR	1.2041	1.05496	1.13685	0.817626	0.875963	0.907821	0.758329	0.952983
	RRR	**0.448948**	2.14724	0.96956	**0.397445**	1.70571	0.737822	1.35677	**0.399852**

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,8

ตารางที่ 4.2 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 3 ตัว ที่ n = 30 และ $\rho = 0.8$ จำแนกตามค่าของ σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$ และ ข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	$B(i)$ และค่า r							
		B(1) ,r = 2	B(2) ,r = -	B(3) ,r = 0	B(4) ,r = +	B(5) ,r = -	B(6) ,r = 0	B(7) ,r = -	B(8) ,r = +
0.1	RR	0.452162	**0.452482**	**0.429367**	**0.277867**	**0.324122**	**0.335182**	**0.26133**	**0.262999**
	ARR	1.05166	1.04826	1.04654	0.824365	0.813325	0.798928	0.676839	0.683942
	RRR	**0.192957**	2.77179	0.792397	0.331653	2.22865	0.553303	2.15275	0.52184
0.5	RR	0.68423	**0.683978**	**0.748866**	0.533716	**0.524531**	**0.577582**	**0.44231**	0.446406
	ARR	1.09085	1.02685	1.0619	0.843254	0.819379	0.850939	0.701573	0.718571
	RRR	**0.291252**	2.52531	0.874644	**0.332195**	2.01218	0.653252	1.58824	**0.367548**
1	RR	0.781313	**0.772865**	**0.8282**	0.253028	**0.347881**	**0.389347**	**0.250127**	0.347299
	ARR	1.08299	1.05131	1.08496	0.391181	0.519336	0.532385	0.396405	0.525021
	RRR	**0.361603**	2.41849	0.914824	**0.136635**	1.5913	0.434291	1.16319	**0.108816**
5	RR	0.913122	**0.911838**	**0.933672**	0.583642	**0.690995**	**0.706931**	**0.589213**	0.705284
	ARR	1.10334	1.04222	1.1205	0.763977	0.861071	0.882969	0.739571	0.876392
	RRR	**0.436291**	2.25416	0.967308	**0.442191**	1.82555	0.735743	1.43092	**0.435345**

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method
RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,8

ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น 0 วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RRR และ ARR ตามลำดับ .ในทุกความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น + วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RRR และ ARR ตามลำดับ เมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเป็น 0.1 และเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ นอกจากนี้ยังพบว่าค่า AMSE จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.1.1.3 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.9

จากตารางที่ 4.3 พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น 2 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น - วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น 0 วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RRR และ ARR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น + วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RRR และ ARR ตามลำดับ เมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเป็น 0.1 และเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ และค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.1.2 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

4.1.2.1 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.7

จากตารางที่ 4.4 พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น 2 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น - ข้อจำกัดมีค่าเป็น 0 และข้อจำกัดมีค่าเป็น + วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน และค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.1.2.2 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.8

จากตารางที่ 4.5 พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น 2 วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RRR และ ARR ตามลำดับ เมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเป็น

ตารางที่ 4.3 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 3 ตัว ที่ n = 30 และ $\rho = 0.9$ จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ B(i)และข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	B(i) และค่า r							
		B(1) ,r = 2	B(2) ,r = -	B(3) ,r = 0	B(4) ,r = +	B(5) ,r = -	B(6) ,r = 0	B(7) ,r = -	B(8) ,r = +
0.1	RR	0.462222	**0.462288**	**0.48889**	**0.337254**	**0.335295**	**0.366806**	**0.272967**	**0.269148**
	ARR	1.04735	1.07465	1.0531	0.818122	0.820977	0.814599	0.681226	0.676285
	RRR	**0.196303**	2.81632	0.772463	0.452946	2.28416	0.545026	2.40251	2.47284
0.5	RR	0.692414	**0.691582**	**1.35578**	0.538818	**0.537008**	**0.5882**	**0.450342**	1.15688
	ARR	1.02931	1.08347	1.06875	0.825407	0.833418	0.818411	0.692521	0.665847
	RRR	**0.302029**	2.62187	0.878192	**0.463421**	2.10239	0.64973	1.64446	**0.4818**
1	RR	0.781144	**0.777924**	**0.847851**	0.509489	**0.651032**	**0.649328**	**0.538289**	0.614793
	ARR	1.06972	1.0847	1.05928	0.679865	0.838538	0.827389	0.689938	0.812088
	RRR	**0.342654**	2.55471	0.917232	**0.529523**	1.09988	0.691145	0.5284	**0.481406**
5	RR	0.91973	**0.920121**	**0.955637**	0.597828	**0.703713**	**0.724806**	**0.590863**	0.713935
	ARR	1.04909	1.10286	1.08874	0.700502	0.848831	0.831714	0.714354	0.803427
	RRR	**0.425059**	2.44219	0.982495	**0.584288**	1.99182	0.75361	1.49033	**0.556364**

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method B(i) คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,8

ตารางที่ 4.4 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 3 ตัว ที่ n = 50 และ $\rho = 0.7$ จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$ และข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	$B(i)$ และค่า r							
		B(1) ,r = 2	B(2) ,r = -	B(3) ,r = 0	B(4) ,r = +	B(5) ,r = -	B(6) ,r = 0	B(7) ,r = -	B(8) ,r = +
0.1	RR	0.488784	**0.486285**	**0.474928**	**0.365172**	**0.35504**	**0.373154**	**0.293028**	**0.296597**
	ARR	1.0436	1.01446	1.03441	0.813404	0.787574	0.78875	0.661557	0.665957
	RRR	**0.369615**	1.44416	5.4029	5.05303	0.874803	5.46364	3.28723	1.15525
0.5	RR	0.733708	**0.732044**	**0.774374**	**0.570414**	**0.568625**	**0.596375**	**0.479064**	**0.474575**
	ARR	1.08956	1.03359	1.07795	0.851998	0.814501	0.849736	0.691776	0.715094
	RRR	**0.522342**	1.37916	2.58748	3.46503	0.880663	1.75904	13.7326	5.68384
1	RR	0.81364	**0.8183**	**0.854468**	**0.633373**	**0.626995**	**0.648854**	**0.52744**	**0.524414**
	ARR	1.09588	1.04963	1.10522	0.874093	0.839691	0.870688	0.719105	0.741743
	RRR	**0.597726**	1.35332	1.86414	2.65129	0.887594	1.36774	9.67103	6.28682
5	RR	0.932497	**0.927108**	**0.942603**	**0.714057**	**0.705962**	**0.715534**	**0.585712**	**0.590125**
	ARR	1.15433	1.12613	1.12858	0.912347	0.870022	0.88317	0.743926	0.759347
	RRR	**0.703875**	9.74244	1.43933	2.33453	0.881847	1.04835	8.18797	4.62913

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,8

ตารางที่ 4.5 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 3 ตัว ที่ n = 50 และ $\rho = 0.8$ จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$ และข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	$B(i)$ และค่า r							
		B(1) ,r = 2	B(2) ,r = -	B(3) ,r = 0	B(4) ,r = +	B(5) ,r = -	B(6) ,r = 0	B(7) ,r = -	B(8) ,r = +
0.1	RR	**0.494587**	**0.493205**	**0.493634**	**0.37037**	**0.361157**	**0.386875**	**0.298743**	**0.29812**
	ARR	1.02516	1.02813	0.93732	0.797827	0.786743	0.78244	0.661983	0.656321
	RRR	0.718753	2.78629	8.54029	6.28662	5.37751	4.0838	3.90077	2.869
0.5	RR	**0.72852**	**0.733031**	**0.789247**	**0.565017**	**0.560924**	**0.605217**	**0.470924**	**0.467913**
	ARR	1.05319	1.04399	1.05509	0.810098	0.808002	0.828455	0.688172	0.669686
	RRR	0.85593	1.722	9.07846	4.16212	3.74916	6.07915	3.2268	7.6032
1	RR	0.812802	**0.813093**	**0.858501**	**0.633795**	**0.627321**	**0.652734**	**0.523935**	**0.523485**
	ARR	1.0518	1.0639	1.07467	0.80546	0.836099	0.833791	0.707123	0.703909
	RRR	**0.764632**	1.58388	5.6925	3.52678	2.82863	3.95395	1.10765	7.46189
5	RR	0.925192	**0.925162**	**0.939811**	**0.707522**	**0.708165**	**0.708744**	**0.584926**	**0.588381**
	ARR	1.11716	1.098	1.09672	0.821578	0.862331	0.856135	0.724714	0.737429
	RRR	**0.859938**	1.52947	3.52725	3.18489	2.50714	2.89151	7.60914	5.64755

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,8

0.1 และ 0.5 เมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเป็น 1 และ 5 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น - ข้อจำกัดมีค่าเป็น 0 และข้อจำกัดมีค่าเป็น + วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนและค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.1.2.3 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.9

จากตารางที่ 4.6 จะเห็นว่า วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกกรณีของข้อจำกัด ทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน และค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.2 ผลการวิเคราะห์กรณีมีตัวแปรอิสระ 5 ตัว

4.2.1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30

4.2.1.1 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.7 และ 0.7

จากตารางที่ 4.7 พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (2, 2) วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, 0) และข้อจำกัดมีค่าเป็น(+, +) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ เมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเป็น 0.1 แต่ถ้าค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเป็น 0.5 1 และ 5 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดเป็น(-, -) ข้อจำกัดเป็น(-, 0) และ ข้อจำกัดเป็น(0, 0) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน และค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.2.1.2 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.7 และ 0.8

จากตารางที่ 4.8 พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (2 ,2) วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน

ตารางที่ 4.6 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 3 ตัว ที่ n = 50 และ $\rho = 0.9$ จำแนกตามค่าของ σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$ และข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	$B(i)$ และค่า r							
		B(1) ,r = +2	B(2) ,r = -	B(3) ,r = 0	B(4) ,r = +	B(5) ,r = -	B(6) ,r = 0	B(7) ,r = -	B(8) ,r = +
0.1	RR	**0.498917**	**0.50219**	**0.558739**	**0.374218**	**0.367047**	**0.410755**	**0.30576**	**0.299758**
	ARR	1.01985	1.05783	1.03787	0.787376	0.793608	0.799386	0.658293	0.650648
	RRR	3.5281	7.352	5.01347	4.79227	1.36298	4.74388	1.61452	5.51648
0.5	RR	**0.731474**	**0.732755**	**0.801954**	**0.570562**	**0.563597**	**0.625551**	**0.470157**	**0.472705**
	ARR	1.00111	1.08787	1.02895	0.758561	0.800715	0.788187	0.670364	0.62606
	RRR	7.42199	1.50491	1.4922	2.80101	7.84889	1.1419	6.07589	3.40476
1	RR	**0.810006**	**0.815647**	**0.883529**	**0.627033**	**0.627641**	**0.66186**	**0.52794**	**0.526896**
	ARR	0.996618	1.09223	1.05767	0.789807	0.81903	0.801845	0.688437	0.657375
	RRR	9.66903	1.31047	2.643	2.54591	1.18665	1.26828	5.33654	3.34026
5	RR	**0.928403**	**0.927225**	**0.960345**	**0.71554**	**0.715056**	**0.727362**	**0.592024**	**0.593327**
	ARR	0.974556	1.15748	1.04553	0.781754	0.840364	0.808879	0.708078	0.648669
	RRR	2.0306	1.23018	1.78666	2.64953	7.91772	1.25799	3.87416	2.89821

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,8

ตารางที่ 4.7 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 5 ตัว ที่ n = 30 และ $\rho = 0.7$ และ 0.7 จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$ และ ข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	$B(i)$และ ค่า r									
		B(1),r = 2,2	B(2),r = +,-	B(3),r = +,0	B(4),r = -,+	B(5),r = -,-	B(6),r = -,0	B(7),r = 0,0	B(8),r = 0,+	B(9),r = 0,-	B(10),r = +,+
0.1	RR	0.575764	**0.43958**	**0.502507**	**0.575407**	**0.443029**	**0.501144**	**0.449472**	**0.498695**	**0.502726**	**0.273079**
	ARR	0.581001	0.443766	0.506413	0.576579	0.445401	0.502801	0.452709	0.50297	0.505183	0.281976
	RRR	**0.190713**	1.76104	0.56757	3.40539	1.74624	2.05423	0.885302	0.568139	2.06137	0.415769
0.5	RR	0.702991	**0.734811**	0.731396	**0.701545**	**0.745694**	**0.726366**	**0.739566**	0.726015	**0.731135**	0.386575
	ARR	0.720909	0.750351	0.750361	0.707364	0.759946	0.736656	0.752552	0.741631	0.743132	0.413145
	RRR	**0.20431**	1.29866	**0.644816**	3.13729	1.63004	1.65186	0.942406	**0.648352**	1.64632	**0.322404**
1	RR	0.769383	**0.831016**	0.80798	**0.772583**	**0.824375**	**0.810663**	**0.827342**	0.813246	**0.812523**	0.433381
	ARR	0.791911	0.85388	0.832847	0.781342	0.847307	0.826192	0.848502	0.829033	0.830309	0.472953
	RRR	**0.225546**	1.17793	**0.68696**	2.99657	1.58045	1.55245	0.964746	**0.685423**	1.5516	**0.318579**
5	RR	0.902775	**0.933182**	0.920715	**0.899861**	**0.94117**	**0.921685**	**0.930038**	0.922015	**0.929925**	0.506767
	ARR	0.960483	0.96409	0.958148	0.920808	0.971614	0.947053	0.957821	0.969612	0.954532	0.561669
	RRR	**0.263814**	1.13574	**0.740043**	2.84795	1.56051	1.49062	0.988031	**0.747571**	1.48274	**0.340647**

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,10

ตารางที่ 4.8 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 5 ตัว ที่ n = 30 และ $\rho = 0.7$ และ 0.8 จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$ และ ข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	$B(i)$และ ค่า r									
		B(1),r = 2,2	B(2),r = +,-	B(3),r = +,0	B(4),r = -,+	B(5),r = -,-	B(6),r = -,0	B(7),r = 0,0	B(8),r = 0,+	B(9),r = 0,-	B(10),r = +,+
0.1	RR	0.588142	**0.450043**	**0.51979**	**0.586855**	**0.446841**	**0.511405**	**0.44878**	**0.503598**	**0.508476**	**0.275913**
	ARR	0.593465	0.453072	0.52487	0.587162	0.449784	0.512826	0.452263	0.507115	0.510166	0.284355
	RRR	**0.203281**	1.61221	0.563324	3.3876	1.74022	2.01366	0.880504	0.582703	2.06417	0.480999
0.5	RR	0.703484	**0.735237**	0.749082	**0.706588**	**0.755328**	**0.746304**	**0.750974**	0.734573	**0.731029**	0.386961
	ARR	0.723667	0.749134	0.767047	0.708761	0.770341	0.754019	0.761707	0.750645	0.737891	0.408124
	RRR	**0.212123**	1.12697	**0.657383**	3.15576	1.64234	1.60065	0.938403	**0.662198**	1.63975	**0.376884**
1	RR	0.77571	**0.832499**	0.823135	**0.769899**	**0.832214**	**0.821453**	**0.829239**	0.812058	**0.83497**	0.430202
	ARR	0.797957	0.851902	0.844694	0.774376	0.846379	0.832141	0.846917	0.833321	0.853264	0.456296
	RRR	**0.228357**	1.05328	**0.692998**	3.07992	1.60858	1.52838	0.958793	**0.697662**	1.07927	**0.376409**
5	RR	0.902396	**0.945994**	0.939389	**0.897729**	**0.936649**	**0.930799**	**0.944249**	0.921658	**0.923852**	0.510018
	ARR	0.937439	0.969427	0.970277	0.904825	0.962097	0.946856	0.965556	0.940754	0.93774	0.543401
	RRR	**0.259532**	1.0126	**0.752311**	2.96094	1.58594	1.47605	0.992018	**0.75355**	1.4945	**0.40621**

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,10

ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น(+, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุดรองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, 0) และข้อจำกัดมีค่าเป็น(+, +) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ เมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเป็น 0.1 แต่ถ้าค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเป็น 0.5 1 และ 5 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดเป็น(-, -) ข้อจำกัดเป็น (-, 0) และ ข้อจำกัดเป็น (0, 0) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน และค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.2.1.3 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.7 และ 0.9

จากตารางที่ 4.9 จะเห็นว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น(2, 2) วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น(+, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, 0) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ เมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเป็น 0.1 แต่ถ้าค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเป็น 0.5 1 และ 5 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดเป็น(-, -) ข้อจำกัดเป็น (-, 0) ข้อจำกัดเป็น (0, 0) และข้อจำกัดเป็น(+, +) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ และค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.2.1.4 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.8 และ 0.8

จากตารางที่ 4.10 พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น(2, 2) วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น(+, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, 0) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ที่ค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเป็น 0.1 แต่ถ้าค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเป็น 0.5 1 และ 5 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดเป็น(-, -) ข้อจำกัดเป็น (-, 0) ข้อจำกัดเป็น (0, 0) และข้อจำกัดเป็น(+, +) วิธี RR

ตารางที่ 4.9 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 5 ตัว ที่ n = 30 และ $\rho = 0.7$ และ 0.9 จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$และ ข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	$B(i)$และ ค่า r									
		B(1),r = 2,2	B(2),r = +,-	B(3),r = +,0	B(4),r = -,+	B(5),r = -,-	B(6),r = -,0	B(7),r = 0,0	B(8),r = 0,+	B(9),r = 0,-	B(10),r = +,+
0.1	RR	0.595522	**0.460718**	**0.531997**	**0.596334**	**0.462789**	**0.542101**	**0.480671**	**0.513626**	**0.4555**	**0.282126**
	ARR	0.600127	0.463887	0.536088	0.596497	0.464839	0.543592	0.484231	0.516866	0.458138	0.286764
	RRR	**0.215696**	1.20636	0.564196	3.42755	1.7402	1.9626	0.882725	0.597342	2.4226	0.622022
0.5	RR	0.709778	**0.750358**	0.756639	**0.711102**	**0.751324**	**0.755562**	**0.757924**	0.730154	**0.734497**	**0.391292**
	ARR	0.725075	0.759629	0.768767	0.713091	0.75997	0.760665	0.769598	0.7408	0.740027	0.407969
	RRR	**0.220246**	0.845189	**0.658194**	3.23532	1.66087	1.61863	0.940851	**0.67009**	2.36362	0.520999
1	RR	0.774564	**0.840672**	0.826553	**0.776083**	**0.833898**	**0.831509**	**0.844148**	0.809952	**0.775448**	**0.440469**
	ARR	0.797603	0.853325	0.847329	0.778348	0.844357	0.838671	0.85925	0.823937	0.791945	0.462625
	RRR	**0.226184**	1.71746	**0.693976**	3.16787	1.65512	1.54257	1.52417	**0.709504**	0.849969	0.513212
5	RR	0.902359	**0.947627**	0.945832	**0.907331**	**0.939632**	**0.951152**	**0.95429**	0.928936	**0.935062**	**0.515585**
	ARR	0.925159	0.962924	0.974826	0.911703	0.955438	0.961048	0.96841	0.947934	0.945393	0.543299
	RRR	**0.278811**	0.846092	**0.751804**	3.1017	1.62916	1.51782	0.98895	**0.767348**	1.55214	0.555569

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,10

ตารางที่ 4.10 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 5 ตัว ที่ n = 30 และ $\rho = 0.8$ และ 0.8 จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$ และ ข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	$B(i)$และ ค่า r									
		B(1),r = 2,2	B(2),r = +,-	B(3),r = +,0	B(4),r = -,+	B(5),r = -,-	B(6),r = -,0	B(7),r = 0,0	B(8),r = 0,+	B(9),r = 0,-	B(10),r = +,+
0.1	RR	0.594853	**0.466056**	**0.523702**	**0.595644**	**0.460476**	**0.521702**	**0.461925**	**0.522995**	**0.521485**	**0.282771**
	ARR	0.600421	0.47007	0.528156	0.596239	0.463711	0.523453	0.464953	0.526803	0.52326	0.286841
	RRR	**0.199583**	1.68374	0.578554	3.43194	1.75515	1.96264	0.880431	0.578224	1.96432	0.687172
0.5	RR	0.705098	**0.767184**	0.746529	**0.707754**	**0.763756**	**0.738555**	**0.748042**	0.743997	**0.742989**	**0.386846**
	ARR	0.719204	0.779339	0.760386	0.711926	0.775211	0.746826	0.760853	0.759087	0.75011	0.404777
	RRR	**0.220999**	1.20669	**0.666469**	3.21502	1.67271	1.57417	0.93805	**0.664205**	1.57869	0.508363
1	RR	0.777399	**0.841738**	0.822105	**0.767925**	**0.83331**	**0.818663**	**0.828999**	0.823487	**0.829629**	**0.4334**
	ARR	0.796957	0.859474	0.833805	0.774008	0.848177	0.830598	0.844188	0.843688	0.840071	0.45722
	RRR	**0.227443**	1.15308	**0.70795**	3.14512	1.65153	1.49916	0.961228	**0.707369**	1.49344	0.491881
5	RR	0.89929	**0.934937**	0.934439	**0.901733**	**0.95667**	**0.92557**	**0.9346**	0.928194	**0.927561**	**0.512353**
	ARR	0.921916	0.956082	0.962237	0.914394	0.973693	0.941595	0.951986	0.942077	0.945003	0.546106
	RRR	**0.26923**	1.12245	**0.766544**	3.03124	1.65124	1.4534	0.988745	**0.763177**	1.44847	0.54436

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,10

จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ และค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเพิ่มขึ้น

4.2.1.5 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์เท่ากับ 0.8 กับ 0.9

จากตารางที่ 4.11 เมื่อพิจารณาผลของค่า AMSE พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น(2, 2) วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น(+, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น(+, 0) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ที่ค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเป็น 0.1 แต่ถ้าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเป็น 0.5 1 และ 5 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดเป็น(-, -) ข้อจำกัดเป็น (-, 0) ข้อจำกัดเป็น (0, 0) และข้อจำกัดเป็น(+, +) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ และค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.2.1.6 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.9 และ 0.9

จากตารางที่ 4.12 พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น(2, 2) วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น(+, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, 0) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ที่ค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเป็น 0.1 แต่ถ้าค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเป็น 0.5 1 และ 5 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดเป็น(-, -) ข้อจำกัดเป็น (-, 0) ข้อจำกัดเป็น(0, 0) และข้อจำกัดเป็น(+, +) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน และค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.2.2 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 กรณีข้อจำกัดมีค่าเดียวกัน

4.2.2.1 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.7 และ 0.7

จากตารางที่ 4.13 พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (0, 0) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนในข้อจำกัดมีค่าเป็น(2, 2) วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR

ตารางที่ 4.11 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 5 ตัว ที่ n = 30 และ $\rho = 0.8$ และ 0.9 จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$และ ข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	B(i)และ ค่า r									
		B(1),r = 2,2	B(2),r = +,-	B(3),r = +,0	B(4),r = -,+	B(5),r = -,-	B(6),r = -,0	B(7),r = 0,0	B(8),r = 0,+	B(9),r = 0,-	B(10),r = +,+
0.1	RR	0.604524	**0.484764**	**0.553817**	**0.605235**	**0.480011**	**0.554081**	**0.491015**	**0.535283**	**0.530948**	**0.287427**
	ARR	0.608171	0.488332	0.557138	0.605525	0.482399	0.555315	0.493173	0.538739	0.532746	0.292214
	RRR	**0.220975**	1.307	0.579105	3.43968	1.76125	1.85388	0.87881	0.588669	1.91999	0.891425
0.5	RR	0.71524	**0.766991**	0.765523	**0.712178**	**0.769019**	**0.770035**	**0.781435**	0.746777	**0.73795**	**0.391955**
	ARR	0.727494	0.779892	0.780248	0.714386	0.778089	0.775949	0.789587	0.756149	0.743528	0.404363
	RRR	**0.231025**	0.970292	**0.676082**	3.30046	1.69824	1.50928	0.943439	**0.681642**	1.58238	0.680488
1	RR	0.774065	**0.836573**	0.821307	**0.773457**	**0.842255**	**0.827245**	**0.836912**	0.817394	**0.812871**	**0.433735**
	ARR	0.794234	0.850571	0.837732	0.779867	0.859908	0.839824	0.855778	0.835866	0.824447	0.455654
	RRR	**0.226953**	1.14173	**0.709912**	3.13033	1.65593	1.48404	0.961894	**0.710717**	1.5063	0.524317
5	RR	0.908586	**0.960147**	0.938319	**0.906956**	**0.94498**	**0.959357**	**0.961355**	0.949197	**0.935088**	**0.521335**
	ARR	0.933152	0.975293	0.955457	0.912766	0.955722	0.968562	0.974322	0.965628	0.946567	0.537132
	RRR	**0.27922**	0.923162	**0.772157**	3.15062	1.70463	1.72743	0.994552	**0.786369**	1.46229	0.782705

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,10

ตารางที่ 4.12 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 3 ตัว ที่ n = 30 และ $\rho = 0.9$ และ 0.9 จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$ และ ข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	B(i)และ ค่า r									
		B(1),r = 2,2	B(2),r = +,-	B(3),r = +,0	B(4),r = -,+	B(5),r = -,-	B(6),r = -,0	B(7),r = 0,0	B(8),r = 0,+	B(9),r = 0,-	B(10),r = +,+
0.1	RR	0.614571	**0.525059**	**0.573246**	**0.614164**	**0.517246**	**0.568754**	**0.523166**	**0.576802**	**0.562416**	**0.296437**
	ARR	0.617897	0.527008	0.575819	0.61468	0.519508	0.570029	0.526468	0.579662	0.563665	0.301602
	RRR	**0.214147**	1.48919	0.590879	3.46995	1.79862	1.74276	0.881081	0.593501	1.74623	1.27733
0.5	RR	0.718374	**0.789315**	0.785097	**0.721734**	**0.802211**	**0.767789**	**0.798995**	0.784408	**0.773503**	**0.405289**
	ARR	0.728351	0.794827	0.796067	0.723134	0.81002	0.772257	0.805816	0.796047	0.777253	0.414142
	RRR	**0.233317**	1.15652	**0.698414**	3.35321	1.77633	1.46945	0.943497	**0.694424**	1.47386	1.01348
1	RR	0.789124	**0.878306**	0.852829	**0.789321**	**0.882569**	**0.849573**	**0.885262**	0.857817	**0.8389**	**0.463698**
	ARR	0.802572	0.886382	0.866412	0.791926	0.892068	0.857246	0.893278	0.870976	0.84633	0.47741
	RRR	**0.24971**	1.14286	**0.73646**	3.31349	1.76427	1.44675	0.970946	**0.733026**	1.43676	1.13829
5	RR	0.922601	**0.978077**	0.952698	**0.925816**	**0.993693**	**0.957906**	**0.974901**	0.956223	**0.962499**	**0.544477**
	ARR	0.94328	0.990228	0.965451	0.933545	1.00252	0.966701	0.986609	0.970417	0.97006	0.555881
	RRR	**0.287531**	1.139	**0.791884**	3.29551	1.78471	2.48152	0.997979	**0.79855**	1.43899	1.18565

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,10

ตารางที่ 4.13 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 5 ตัว ที่ n = 50 และ $\rho = 0.7$ และ 0.7 เมื่อข้อจำกัดมีค่าเดียวกัน จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$ และข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	$B(i)$และ ค่า r							
		B(1) ,r = 0,0	B(2) ,r =2,2	B(3) ,r = +,+	B(4) ,r = -,-	B(5) ,r = -,-	B(6) ,r = 0,0	B(7) ,r = +,+	B(8) ,r = -,-
0.1	RR	**0.502905**	0.597581	**0.29834**	**0.297625**	**0.598104**	**0.303685**	**0.294009**	**0.29411**
	ARR	0.504585	0.604833	0.305348	0.30008	0.598627	0.308145	0.300628	0.296836
	RRR	0.896959	**0.154317**	0.439932	2.65538	3.31938	0.48784	0.403983	2.59346
0.5	RR	**0.781591**	0.741869	0.414832	**0.417345**	**0.741444**	**0.474862**	0.411145	**0.409709**
	ARR	0.798387	0.75691	0.432476	0.428087	0.746712	0.493871	0.434429	0.421423
	RRR	0.948983	**0.19048**	**0.346767**	1.99238	3.08358	0.547224	**0.309113**	2.03775
1	RR	**0.859112**	0.807301	0.456822	**0.454684**	**0.807893**	**0.511241**	0.451088	**0.449331**
	ARR	0.879099	0.832893	0.492727	0.472039	0.816693	0.538763	0.467033	0.466133
	RRR	0.96841	**0.211896**	**0.324149**	1.88042	2.98065	0.561352	**0.309677**	1.92884
5	RR	**0.945543**	0.915332	0.516027	**0.517923**	**0.915587**	**0.564912**	0.509613	**0.510276**
	ARR	0.972716	0.961809	0.552291	0.542503	0.93331	0.592445	0.54007	0.533705
	RRR	0.987568	**0.250218**	**0.340515**	1.76545	2.8166	0.581834	**0.323449**	1.81021

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,8

ตามลำดับ ในทุกความคลาดเคลื่อนส่วนในข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, +) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุดรองลงมาคือ ARR และ RRR ตามลำดับ เมื่อความแปรปรวนของความ เคลื่อนมีค่าเป็น 0.1 แต่ถ้าค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเป็น 0.5 1 และ 5 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ส่วนที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนและค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.2.2.2 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.7 และ 0.8

จากตารางที่ 4.14 พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (0, 0) ข้อจำกัดมีค่าเป็น (2, 2) และข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, +) วิธี ARR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนและค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.2.2.3 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.7 และ 0.9

จากตารางที่ 4.15 พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (0, 0) ข้อจำกัดมีค่าเป็น (2, 2) และข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, +) วิธี ARR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนและค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.2.2.4 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.8 และ 0.8

จากตารางที่ 4.16 พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (0, 0) ข้อจำกัดมีค่าเป็น (2, 2) และข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, +) วิธี ARR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนและค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.14 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 5 ตัว ที่ n = 50 และ $\rho = 0.7$ และ 0.8 เมื่อข้อจำกัดมีค่าเดียวกัน จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$ และข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	$B(i)$ และ ค่า r							
		B(1) ,r = 0,0	B(2) ,r =2,2	B(3) ,r = +,+	B(4) ,r = -,-	B(5) ,r = -,-	B(6) ,r = 0,0	B(7) ,r = +,+	B(8) ,r = -,-
0.1	RR	0.508126	0.607252	0.305222	**0.302728**	**0.550293**	0.317531	0.301228	**0.300967**
	ARR	**0.491386**	**0.574822**	**0.270105**	0.321474	0.572895	**0.299554**	**0.264842**	0.321876
	RRR	0.958065	0.794669	0.558144	2.80059	4.31722	0.534944	0.594841	2.85326
0.5	RR	0.792153	0.691542	0.414027	**0.446131**	**0.76853**	0.480316	0.409483	**0.442632**
	ARR	**0.74455**	**0.646216**	**0.323639**	0.50569	0.850365	**0.440017**	**0.319312**	0.508478
	RRR	0.976903	0.743557	0.484586	2.0619	3.21498	0.566771	0.512519	2.07668
1	RR	0.856189	0.80546	0.454128	**0.483308**	**0.841143**	0.51768	0.447867	**0.471763**
	ARR	**0.800421**	**0.691704**	**0.342421**	0.559056	0.96	**0.472766**	**0.338089**	0.548952
	RRR	0.985554	0.669717	0.486827	1.90916	2.89255	0.575132	0.520638	1.99188
5	RR	0.952073	0.914667	0.514315	**0.533202**	**0.936757**	0.570574	0.5105	**0.526814**
	ARR	**0.884484**	**0.722051**	**0.377335**	0.629874	1.10079	**0.518915**	**0.368494**	0.621063
	RRR	0.997117	0.736809	0.518816	1.74627	2.62035	0.591834	0.532472	1.86442

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,8

ตารางที่ 4.15 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 5 ตัว ที่ n = 50 และ $\rho = 0.7$ และ 0.9 เมื่อข้อจำกัดมีค่าเดียวกัน จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ B(i) และข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	B(i)และ ค่า r							
		B(1) ,r = 0,0	B(2) ,r =2,2	B(3) ,r = +,+	B(4) ,r = -,-	B(5) ,r = -,-	B(6) ,r = 0,0	B(7) ,r = +,+	B(8) ,r = -,-
0.1	RR	0.554141	0.564796	0.29894	**0.319676**	**0.551303**	0.357512	0.293234	**0.310953**
	ARR	**0.532023**	**0.528233**	**0.25984**	0.3368	0.573057	**0.334611**	**0.254894**	0.327675
	RRR	0.968828	0.81084	0.611614	2.721	4.36214	0.544511	0.669113	2.88283
0.5	RR	0.812107	0.739215	0.426874	**0.465108**	**0.783813**	0.496169	0.416698	**0.449324**
	ARR	**0.768844**	**0.640808**	**0.341402**	0.514629	0.85802	**0.457953**	**0.333915**	0.497352
	RRR	0.976042	0.789896	0.624726	2.14879	3.30066	0.568135	0.663576	2.26601
1	RR	0.879972	0.82758	0.467599	**0.504521**	**0.862874**	0.526206	0.462927	**0.491565**
	ARR	**0.831005**	**0.69315**	**0.363546**	0.560853	0.952671	**0.48901**	**0.367644**	0.549184
	RRR	0.984088	0.812913	0.628335	2.08865	3.17145	0.575411	0.686114	2.19915
5	RR	0.957772	0.931272	0.53718	**0.551576**	**0.936536**	0.584645	0.522922	**0.541726**
	ARR	**0.904527**	**0.775613**	**0.424157**	0.623959	1.0504	**0.540391**	**0.404904**	0.613123
	RRR	0.999094	0.918071	0.725609	1.98074	2.99552	0.593285	0.738843	2.10007

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method B(i) คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,8

ตารางที่ 4.16 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 5 ตัว ที่ n = 50 และ $\rho = 0.8$ และ 0.8 เมื่อข้อจำกัดมีค่าเดียวกัน จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ B(i) และข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	B(i) และ ค่า r							
		B(1) ,r = 0,0	B(2) ,r =2,2	B(3) ,r = +,+	B(4) ,r = -,-	B(5) ,r = -,-	B(6) ,r = 0,0	B(7) ,r = +,+	B(8) ,r = -,-
0.1	RR	**0.522207**	0.614096	**0.30624**	**0.307095**	**0.614756**	**0.317354**	**0.300811**	**0.300839**
	ARR	0.524543	0.615836	0.310436	0.309324	0.615221	0.32058	0.305831	0.302773
	RRR	0.893853	**0.181026**	0.722312	3.13912	3.34867	0.486257	0.660308	3.14326
0.5	RR	**0.796545**	0.744919	**0.413468**	**0.417053**	**0.745669**	**0.476508**	**0.406901**	**0.410031**
	ARR	0.806913	0.755898	0.425086	0.424653	0.749701	0.488214	0.424814	0.418505
	RRR	0.948819	**0.200553**	0.521817	2.20491	3.17465	0.543231	0.491558	2.26523
1	RR	**0.869839**	0.807401	**0.459697**	**0.45716**	**0.805987**	**0.520379**	**0.450636**	**0.4505**
	ARR	0.883401	0.823722	0.481483	0.468895	0.811925	0.538362	0.468615	0.462557
	RRR	0.969106	**0.213902**	0.517069	2.04146	3.10191	0.563485	0.471096	2.13619
5	RR	**0.792375**	0.744238	**0.413989**	**0.521472**	**0.915158**	**0.474694**	**0.409738**	**0.510839**
	ARR	0.802947	0.759106	0.424489	0.535711	0.926075	0.487575	0.425814	0.525158
	RRR	0.952642	**0.194685**	0.519652	1.91843	3.02143	0.545042	0.49132	2.02402

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method B(i) คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,8

4.2.2.5 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.8 และ 0.9

จากตารางที่ 4.17 พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (0, 0) ข้อจำกัดมีค่าเป็น (2, 2) และข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, +) วิธี ARR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนและค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.2.2.6 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.9 และ 0.9

จากตารางที่ 4.18 พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (0, 0) ข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, +) และข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (2, 2) วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนและค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.2.3 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 กรณีข้อจำกัดต่างกัน

4.2.3.1 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.7 และ 0.7

จากตารางที่ 4.19 พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, 0) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ที่ค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเป็น 0.1 แต่ถ้าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 0.5 1 และ 5 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ส่วนกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, 0) ข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, -) และข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, +) วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนและค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.17 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 5 ตัว ที่ n = 50 และ $\rho = 0.8$ และ 0.9 เมื่อข้อจำกัดมีค่าเดียวกัน จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$ และข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	$B(i)$ และ ค่า r							
		B(1) ,r = 0,0	B(2) ,r =2,2	B(3) ,r = +,+	B(4) ,r = -,-	B(5) ,r = -,-	B(6) ,r = 0,0	B(7) ,r = +,+	B(8) ,r = -,-
0.1	RR	0.539486	0.622021	0.315399	**0.318954**	**0.572405**	0.341721	0.31138	**0.311581**
	ARR	**0.523816**	**0.595263**	**0.286555**	0.334123	0.591354	**0.325794**	**0.283044**	0.327005
	RRR	0.967032	1.03655	0.712955	2.87019	4.58483	0.542315	0.771684	3.04648
0.5	RR	0.806138	0.74169	0.420921	**0.45342**	**0.781458**	0.502202	0.41069	**0.445614**
	ARR	**0.767469**	**0.6714**	**0.354318**	0.491834	0.841083	**0.468775**	**0.349087**	0.487458
	RRR	0.975935	0.880239	0.634004	2.16201	3.33276	0.571221	0.689788	2.26215
1	RR	0.878675	0.805735	0.458571	**0.488861**	**0.848373**	0.532777	0.454328	**0.48581**
	ARR	**0.832481**	**0.712829**	**0.383329**	0.538481	0.927349	**0.495918**	**0.377811**	0.534878
	RRR	0.985419	0.888492	0.672303	1.98633	3.06072	0.577629	0.698995	2.14049
5	RR	0.967584	0.918175	0.522677	**0.543041**	**0.941537**	0.574565	0.514911	**0.532858**
	ARR	**0.914691**	**0.794084**	**0.424073**	0.604753	1.04583	**0.533535**	**0.416454**	0.595321
	RRR	1.00415	0.958147	0.69829	1.84602	2.80775	0.591469	0.72807	2.04136

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,8

ตารางที่ 4.18 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 5 ตัว ที่ n = 50 และ $\rho = 0.9$ และ 0.9 เมื่อข้อจำกัดมีค่าเดียวกัน จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$ และข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	$B(i)$ และค่า r							
		B(1) ,r = 0,0	B(2) ,r =2,2	B(3) ,r = +,+	B(4) ,r = -,-	B(5) ,r = -,-	B(6) ,r = 0,0	B(7) ,r = +,+	B(8) ,r = -,-
0.1	RR	**0.569507**	0.630148	**0.311314**	**0.315595**	**0.63128**	**0.349262**	**0.311975**	**0.31213**
	ARR	0.57223	0.633558	0.313754	0.317198	0.631608	0.352007	0.314141	0.31367
	RRR	0.896394	**0.179397**	0.413754	3.74422	3.36959	0.487178	1.25983	4.15026
0.5	RR	**0.83933**	0.749049	**0.420467**	**0.421699**	**0.751518**	**0.497338**	**0.419311**	**0.414777**
	ARR	0.848244	0.757114	0.429669	0.425516	0.753545	0.504018	0.430387	0.418965
	RRR	0.954497	**0.210897**	0.907574	2.56922	3.2828	0.544732	1.00011	2.90985
1	RR	**0.890466**	0.811417	**0.460902**	**0.464999**	**0.812759**	**0.526613**	**0.458423**	**0.458547**
	ARR	0.895978	0.817458	0.472346	0.470958	0.816901	0.53134	0.469513	0.463235
	RRR	0.969796	**0.235071**	0.87545	2.41806	3.25348	0.561145	1.02724	2.75657
5	RR	**0.975449**	0.925101	**0.527651**	**0.424533**	**0.750732**	**0.579647**	**0.518706**	**0.413994**
	ARR	0.983603	0.939295	0.54234	0.428932	0.75279	0.587067	0.528524	0.418828
	RRR	0.992616	**0.245788**	0.93874	2.57232	3.2843	0.584215	1.07405	2.82925

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,8

ตารางที่ 4.19 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 5 ตัว ที่ n = 50 และ $\rho = 0.7$ และ 0.7 เมื่อข้อจำกัดต่างกัน จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$และข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	$B(i)$ และค่า r									
		B(1), r = 0,+	B(2), r = 0,-	B(3), r = +,+	B(4), r = +,-	B(5), r = -,-	B(6), r = 0,+	B(7), r = 0,-	B(8),r = +,-	B(9), r = +,+	B(10), r = -,-
0.1	RR	**0.543182**	**0.542796**	0.440415	**0.503593**	**0.441886**	**0.407966**	**0.406459**	**0.406051**	0.438309	**0.317446**
	ARR	0.546964	0.544303	0.4441	0.507114	0.443122	0.412458	0.408607	0.40964	0.318444	0.319879
	RRR	0.600633	1.56271	**0.372375**	1.23448	2.71951	0.567443	1.48347	1.42868	**0.314746**	2.72708
0.5	RR	0.772325	**0.775343**	0.576586	**0.786649**	**0.575171**	0.612144	**0.606443**	**0.612134**	0.436394	**0.434256**
	ARR	0.789342	0.785059	0.594712	0.798459	0.582427	0.629398	0.619863	0.631326	0.455608	0.444877
	RRR	**0.707579**	1.35025	**0.329684**	1.26124	2.23203	**0.600111**	1.20642	1.20165	**0.328073**	2.09713
1	RR	0.85053	**0.839148**	0.631187	**0.850492**	**0.633467**	0.663492	**0.666294**	**0.673015**	0.475851	**0.479139**
	ARR	0.863151	0.853315	0.653867	0.869963	0.64646	0.687151	0.686347	0.693905	0.504796	0.496294
	RRR	**0.751411**	1.30318	**0.325352**	1.25777	2.09526	**0.620183**	1.14633	1.14149	**0.322984**	1.98058
5	RR	0.935144	**0.934137**	0.715095	**0.943838**	**0.717164**	0.73727	**0.734136**	**0.734897**	0.543117	**0.540989**
	ARR	0.965998	0.958427	0.739097	0.972563	0.737481	0.768909	0.762322	0.76261	0.565273	0.56783
	RRR	**0.797866**	1.26806	**0.360275**	1.2562	1.97273	**0.650787**	1.10433	1.09854	**0.338356**	1.83285

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,10

ตารางที่ 4.20 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 5 ตัว ที่ n = 50 และ $\rho = 0.7$ และ 0.8 เมื่อข้อจำกัดต่างกัน จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$ และข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	$B(i)$ และค่า r									
		B(1), r = 0,+	B(2), r = 0,-	B(3), r = +,+	B(4), r = +,-	B(5), r = -,-	B(6), r = 0,+	B(7), r = 0,-	B(8),r = +,-	B(9), r = +,+	B(10), r = -,-
0.1	RR	0.554637	0.550701	0.446874	0.519709	**0.415756**	0.417987	0.413278	0.41216	0.324195	**0.315454**
	ARR	**0.529718**	**0.544875**	**0.413595**	**0.50631**	0.439014	**0.392756**	**0.403083**	**0.392042**	**0.290398**	0.336854
	RRR	0.81284	1.99182	0.658884	1.77805	2.99188	0.902005	1.95231	1.676	0.612492	2.80661
0.5	RR	0.788181	0.766521	0.576038	0.792081	**0.609325**	0.615052	0.61208	0.62835	0.434483	**0.465421**
	ARR	**0.707948**	**0.759592**	**0.47964**	**0.754934**	0.690709	**0.544664**	**0.592421**	**0.571496**	**0.342678**	0.531272
	RRR	0.891953	1.64542	0.591556	1.49514	2.22772	0.878229	1.50376	1.31136	0.51304	2.06259
1	RR	0.847172	0.834142	0.633299	0.861912	**0.663674**	0.672476	0.664736	0.670711	0.474517	**0.500819**
	ARR	**0.745179**	**0.833995**	**0.505265**	**0.816199**	0.768024	**0.583018**	**0.64679**	**0.602519**	**0.359104**	0.580759
	RRR	0.919612	1.56203	0.597512	1.41778	2.04267	0.874229	1.41666	1.25596	0.516782	1.91669
5	RR	0.943149	0.94609	0.713779	0.937794	**0.729026**	0.732693	0.736059	0.736806	0.54009	**0.556161**
	ARR	**0.808903**	**0.934551**	**0.543894**	**0.883918**	0.867876	**0.624927**	**0.722356**	**0.657208**	**0.3994**	0.662439
	RRR	0.955407	1.47358	0.641381	1.36722	1.89801	0.87624	1.35213	1.20611	0.55638	1.74624

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,10

4.2.3.2 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.7 และ 0.8

จากตารางที่ 4.20 พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, 0) ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, 0) ข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, +) และข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, -) วิธี ARR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนและค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.2.3.3 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.7 และ 0.9

จากตารางที่ 4.21 พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, 0) ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, 0) ข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, +) และข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, -) วิธี ARR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนและค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.2.3.4 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.8 และ 0.8

จากตารางที่ 4.22 พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, 0) วิธี RR จะให้ค่า AMSE มีค่าต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ที่ค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเป็น 0.1 เมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเป็น 0.5 1 และ 5 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ส่วนที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, 0) ข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, -) และข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, +) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ที่ค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเป็น 0.1 และ 0.5 แต่ถ้าความคลาดเคลื่อนมากขึ้นวิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ และค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4.21 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 5 ตัว ที่ n = 50 และ $\rho = 0.7$ และ 0.9 เมื่อข้อจำกัดต่างกัน จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ B(i) และข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	B(i)และค่า r									
		B(1), r = 0,+	B(2), r = 0,-	B(3), r = +,+	B(4), r = +,-	B(5), r = -,-	B(6), r = 0,+	B(7), r = 0,-	B(8),r = +,-	B(9), r = +,+	B(10), r = -,-
0.1	RR	0.586607	0.544341	0.426798	0.578458	**0.427646**	0.463305	0.426651	0.460256	0.312153	**0.33814**
	ARR	**0.555249**	**0.54126**	**0.390657**	**0.567816**	0.44737	**0.433459**	**0.418062**	**0.440537**	**0.27309**	0.356888
	RRR	0.872163	1.97971	0.611155	1.81349	2.98144	0.968507	1.86663	1.60176	0.615487	2.7889
0.5	RR	0.817363	0.782244	0.576772	0.814851	**0.621289**	0.645038	0.618934	0.635356	0.442021	**0.477695**
	ARR	**0.73826**	**0.777865**	**0.487777**	**0.788853**	0.686022	**0.580816**	**0.610195**	**0.592138**	**0.357857**	0.529726
	RRR	0.952847	1.65879	0.636868	1.64608	2.30265	0.953987	1.52568	1.41397	0.620679	2.19136
1	RR	0.872511	0.864701	0.643101	0.883995	**0.673364**	0.685829	0.863451	0.694784	0.488259	**0.516214**
	ARR	**0.779239**	**0.853578**	**0.532474**	**0.854144**	0.751639	**0.612909**	**0.850327**	**0.644908**	**0.389849**	0.576209
	RRR	0.98326	1.62037	0.680554	1.59934	2.20458	0.962677	1.76036	1.40209	0.662904	2.11531
5	RR	0.97198	0.970605	0.72868	0.965623	**0.746751**	0.759274	0.970259	0.760299	0.554536	**0.572573**
	ARR	**0.859476**	**0.952652**	**0.591843**	**0.93338**	0.841599	**0.675861**	**0.949547**	**0.705158**	**0.439295**	0.645796
	RRR	1.02764	1.54544	0.751584	1.62932	2.11189	0.978904	1.70215	1.41827	0.719601	2.01633

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method B(i) คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,10

ตารางที่ 4.22 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 5 ตัว ที่ n = 50 และ $\rho = 0.8$ และ 0.8 เมื่อข้อจำกัดต่างกัน จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$ และข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	B(i) และค่า r									
		B(1), r = 0,+	B(2), r = 0,-	B(3), r = +,+	B(4), r = +,-	B(5), r = -,-	B(6), r = 0,+	B(7), r = 0,-	B(8),r = +,-	B(9), r = +,+	B(10), r = -,-
0.1	RR	**0.56262**	**0.559799**	**0.453864**	**0.530613**	**0.453468**	**0.429834**	**0.423815**	**0.416408**	**0.338175**	**0.321033**
	ARR	0.563653	0.561021	0.456522	0.533369	0.454677	0.433465	0.426086	0.418526	0.34371	0.322752
	RRR	0.615109	1.508	0.56813	1.2674	3.22633	0.563955	1.39789	1.83895	0.756969	3.28651
0.5	RR	0.781886	**0.781372**	**0.579685**	**0.802363**	**0.581275**	0.622115	**0.616785**	**0.619114**	**0.435711**	**0.435535**
	ARR	0.792501	0.788233	0.593935	0.810386	0.586442	0.632768	0.624223	0.633449	0.449211	0.44296
	RRR	**0.726861**	1.29789	0.452674	1.30324	2.42134	**0.614348**	1.14815	1.40928	0.4951	2.30179
1	RR	0.844997	**0.853578**	0.633468	**0.857798**	**0.632875**	0.671925	**0.667739**	**0.671891**	0.497179	**0.476484**
	ARR	0.861163	0.864701	0.640524	0.873541	0.641295	0.687432	0.680066	0.682419	0.497622	0.486994
	RRR	**0.766416**	1.62037	**0.452357**	1.3121	2.25059	**0.632836**	1.12012	1.33277	**0.475892**	2.15023
5	RR	0.780558	**0.790323**	0.57782	**0.951571**	**0.713411**	0.625387	**0.617194**	**0.740502**	0.489622	**0.542003**
	ARR	0.796838	0.798173	0.587169	0.96949	0.725455	0.63544	0.626932	0.762075	0.454709	0.558545
	RRR	**0.725272**	1.28736	**0.460459**	1.32457	2.13584	**0.613915**	1.15526	1.30603	**0.436929**	2.00319

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,10

ตารางที่ 4.23 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 5 ตัว ที่ n = 50 และ $\rho = 0.8$ และ 0.9 เมื่อข้อจำกัดต่างกัน จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$ และข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	B(i)และค่า r									
		B(1),r = 0,+	B(2),r = 0,-	B(3,)r = +,+	B(4),r = +,-	B(5),r = -,-	B(6),r,= 0,+	B(7),r = 0,-	B(8),r = +,-	B(9),r = +,+	B(10),r = -,-
0.1	RR	0.596225	0.567267	0.461125	0.551075	**0.434789**	0.445634	0.430082	0.443664	0.333886	**0.335544**
	ARR	**0.574049**	**0.560739**	**0.433534**	**0.539427**	0.453584	**0.423425**	**0.419524**	**0.425655**	**0.306063**	0.352032
	RRR	0.895621	2.07996	0.756111	1.93295	3.11087	0.990407	1.97174	1.7415	0.755028	2.86108
0.5	RR	0.803611	0.784284	0.577037	0.810973	**0.618048**	0.631402	0.627947	0.638332	0.438373	**0.476365**
	ARR	**0.741094**	**0.773917**	**0.509327**	**0.779144**	0.67487	**0.578109**	**0.607735**	**0.595158**	**0.37341**	0.519725
	RRR	0.955499	1.66073	0.699281	1.6398	2.27977	0.949927	1.5121	1.44229	0.663584	2.16147
1	RR	0.865803	0.866551	0.635211	0.872808	**0.671331**	0.682068	0.669776	0.684648	0.478262	**0.512941**
	ARR	**0.791808**	**0.856611**	**0.54605**	**0.83487**	0.743845	**0.617462**	**0.649265**	**0.63214**	**0.404578**	0.566233
	RRR	0.983496	1.26684	0.714393	1.58407	2.15834	0.948497	1.45421	1.3991	0.703998	2.0101
5	RR	0.955535	0.93907	0.721935	0.955796	**0.742432**	0.748203	0.740933	0.75155	0.547831	**0.564824**
	ARR	**0.861752**	**0.934236**	**0.608275**	**0.913426**	0.832678	**0.672963**	**0.720302**	**0.691106**	**0.45415**	0.628676
	RRR	1.01997	1.52008	0.776155	1.56568	2.00852	0.96002	1.39683	1.35267	0.738798	1.90002

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,10

ตารางที่ 4.24 ค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (AMSE) เมื่อตัวแปรอิสระ 5 ตัว ที่ n = 50 และ $\rho = 0.9$ และ 0.9 เมื่อข้อจำกัดต่างกัน จำแนกตามค่า σ^2 วิธีการประมาณ $B(i)$ และข้อจำกัด (r)

ค่า σ^2	วิธีการประมาณ	$B(i)$และค่า r									
		B(1),r = 0,+	B(2),r = 0,-	B(3),r = +,+	B(4),r = +,-	B(5),r = -,-	B(6),r = 0,+	B(7),r = 0,-	B(8),r = +,-	B(9),r = +,+	B(10),r = -,-
0.1	RR	**0.599671**	**0.607563**	**0.465625**	**0.571255**	**0.470117**	**0.458685**	**0.459908**	**0.454886**	**0.332091**	**0.33315**
	ARR	0.60273	0.608955	0.468073	0.573685	0.470917	0.462174	0.461229	0.457956	0.335365	0.334452
	RRR	0.638154	1.36867	1.05793	1.30989	4.27761	0.557524	1.23742	2.65802	1.20954	4.06536
0.5	RR	0.800952	**0.798655**	**0.585492**	**0.82319**	**0.586393**	**0.639895**	**0.642183**	**0.65022**	**0.443384**	**0.442807**
	ARR	0.80667	0.80332	0.592075	0.828304	0.589302	0.64809	0.649119	0.657221	0.452634	0.446726
	RRR	**0.74969**	1.23106	0.846924	1.37765	2.90301	0.619679	1.0826	1.98569	1.00923	2.80315
1	RR	0.864378	**0.837464**	**0.637571**	**0.883873**	**0.643777**	0.687071	**0.861796**	**0.689899**	**0.483589**	**0.485049**
	ARR	0.872343	0.8466	0.647945	0.892322	0.648432	0.692181	0.867539	0.701309	0.492572	0.490167
	RRR	**0.783234**	1.59778	0.848626	1.3779	2.74469	**0.646186**	1.36156	1.88838	0.926581	2.64491
5	RR	0.950282	**0.947704**	**0.723102**	**0.825337**	**0.586112**	0.753575	**0.954605**	**0.646**	**0.553992**	**0.443752**
	ARR	0.955846	0.956826	0.734316	0.832241	0.58921	0.762389	0.96134	0.65124	0.568698	0.447551
	RRR	**0.832532**	1.21734	0.880012	1.3656	2.90445	**0.677537**	1.36119	1.98993	1.0128	2.7733

หมายเหตุ : σ^2 เป็นค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน RR คือ Ridge Regression method ARR คือ Alternative Ridge Regression method

RRR คือ Restricted Ridge Regression method $B(i)$ คือ ค่าของ β ที่กำหนดในแต่ละกรณี เมื่อ i = 1,..,10

4.2.3.5 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.8 และ 0.9

จากตารางที่ 4.23 พบว่าเมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, 0) ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, 0) ข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, +) และข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, -)วิธี ARR จะให้ค่า AMSE มีค่าต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ส่วนที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนและค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.2.3.6 กรณีตัวแปรอิสระสองตัวมีความสัมพันธ์ที่ระดับ 0.9 และ 0.9

จากตารางที่ 4.24 พบว่า เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, 0) วิธี RR จะให้ค่า AMSE มีค่าต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ที่ค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเป็น 0.1 และ 0.5 แต่ถ้าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเป็น 1 และ 5 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE มีค่าต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี RR และ ARR ตามลำดับ ส่วนที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, 0) ข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, +) ข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, -) และข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือ วิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนและค่า AMSE มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเพิ่มขึ้น

4.3 ผลจากการประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริง

ข้อมูลที่ใช้เป็นข้อมูลจากปัญหาพิเศษเรื่อง การพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนในภาคใต้ฝั่งตะวันออก ของ นายเจษฎา ขมสวาทและคณะ (2549) ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง โดย ตัวแปรตาม Y คือ ปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยต่อเดือน และ ตัวแปรอิสระ X_1 คือ ปริมาณน้ำฝนสูงสุดใน 1 วัน X_2 คือ อุณหภูมิน้ำเฉลี่ย X_3 คือ อุณหภูมิน้ำต่ำสุดเฉลี่ย X_4 คือ อุณหภูมิเฉลี่ยที่ความลึก 50 เซนติเมตร และ X_5 คือ อุณหภูมิเฉลี่ยที่ความลึก 100 เซนติเมตร ซึ่งได้ค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ และ MSE ของแต่ละวิธีดังต่อไปนี้ (รายละเอียดในการทดสอบแสดงในภาคผนวก)

4.3.1 วิธีการถดถอยริดจ์(RR)

สมการถดถอย คือ

$$\hat{Y} = -1.66.64 + 1.44824X_1 - 62.262X_2 + 78.2634X_3 - 168.624X_4 + 170.65X_5$$

และค่า $MSE = 0.46357$

4.3.2 วิธีการถดถอยแบบทางเลือก (ARR)

สมการถดถอย คือ

$$\hat{Y} = -164.942 + 1.44824X_1 - 62.2058X_2 + 78.2048X_3 - 168.707X_4 + 170.65X_5$$

และค่า $MSE = 0.464036$

4.3.3 วิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด (RRR)

โดยข้อจำกัดที่ใช้ในการทดสอบคือ (0, 0) ซึ่งกำหนดขึ้นจากตัวประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยแบบกำลังสองน้อยที่สุด ซึ่งปรากฏผลดังนี้ โดยอาศัยค่าของ

$$\hat{\beta}_1 = 0.344,\ \hat{\beta}_2 = -3.40,\ \hat{\beta}_3 = 3.66,\ \hat{\beta}_{41} = -1.35,\ \hat{\beta}_5 = 1.65,$$

จะได้ว่า $\hat{\beta}_2 + \hat{\beta}_3 = r_1 = 0.26$ และ $\hat{\beta}_4 + \hat{\beta}_5 = r_2 = 0.30$ ดังนั้นจะเห็นว่าค่าของ r_1 และ r_2 นั้นแตกต่างจากศูนย์เพียงเล็กน้อยจึงอนุโลมให้ ข้อจำกัด $r_1 = 0$ และ $r_2 = 0$ ซึ่งได้ผลดังนี้

สมการถดถอย คือ

$$\hat{Y} = -332.014 + 1.44958X_1 - 60.525X_2 + 69.576X_3 - 95.721X_4 + 112.383X_5$$

และค่า $MSE = 3.33622$

จากเห็นว่า ค่า MSE ของวิธีการถดถอยริดจ์ (RR) มีค่าต่ำที่สุดซึ่งสอดคล้องกับผลจากการจำลองข้อมูล ในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเหมือนกันคือ (0,0) ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 0.25 และความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระทั้งสองคู่มีค่าเป็น 0.9 และ 0.9 (ดังในตารางภาคผนวก)

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัยและอภิปรายผล

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบ วิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดปัญหาพหุสัมพันธ์(Multicollinearity) วิธีการประมาณค่าที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ คือ วิธีการถดถอยแบบริดจ์(RR) วิธีการถดถอยแบบทางเลือก (ARR) และวิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด (RRR) ตัวแปรอิสระที่ใช้คือ 3 ตัว และ 5 ตัว การเปรียบเทียบกระทำภายใต้ขนาดตัวอย่าง เท่ากับ 30 และ 50 โดยที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระที่ใช้ เท่ากับ 0.7 0.8 และ 0.9 และความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และค่าความแปรปรวนเท่ากับ 0.1 0.5 1 และ 5

ประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ พิจารณาจากค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย(AMSE) ผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

5.1 สรุปผลการวิจัย

5.1.1 จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 3 ตัวแปร

5.1.1.1 กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30

เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น 2 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี RR และ ARR ตามลำดับ ทุกระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น - วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ทุกระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น 0 วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี RRR และ ARR ตามลำดับ ทุกระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ เช่นเดียวกับข้อจำกัดมีค่าเป็น + ที่ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.8 และ 0.9 ยกเว้นที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.7

5.1.1.2 กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น 2 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี RR และ ARR ตามลำดับ ที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.7 และ 0.8 ที่ค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1 และ 5 ยกเว้นที่ 0.1 และ 0.5 วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

รองลงมาคือวิธี ARR และ RRRตามลำดับ เช่นเดียวกับที่ระดับความสัมพันธ์เท่ากับ 0.9 และข้อจำกัดมีค่าเป็น - ข้อจำกัดมีค่าเป็น 0 และ ข้อจำกัดมีค่าเป็น +

5.1.2 จำนวนตัวแปรอิสระเท่ากับ 5 ตัวแปร

5.1.2.1 กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30

เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (2, 2) วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี RR และ ARR ตามลำดับ ทุกระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ที่ค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 0.1 ในทุกระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ เช่นเดียวกับข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, 0) ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, -) ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, 0) ข้อจำกัดมีค่าเป็น (0, 0) และข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, +) ยกเว้นที่ค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 0.5 1 และ 5 ในทุกระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ วิธี RR จะให้ค่าAMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี ARR และ RRR ตามลำดับ

5.1.2.2 กรณีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

- เมื่อข้อจำกัดมีค่าเดียวกัน

เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (0, 0) และ ข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, +) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระที่มีค่าเดียวกัน ถ้าระดับความสัมพันธ์มีค่าต่างกัน วิธี ARR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี RR และ RRR ตามลำดับ เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (2, 2) วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี RR และ ARR ตามลำดับ ที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระเท่ากัน ถ้าระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระต่างกัน วิธี ARR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี RR และ RRR ตามลำดับ และเมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็นลบกับลบ วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ในทุกระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ

- เมื่อข้อจำกัดมีค่าต่างกัน

เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, 0) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี ARR และ RRR ตามลำดับ ที่ค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเป็น 0.1 ในทุกระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระเท่ากัน ยกเว้นที่ค่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเป็น 0.5 1 และ 5 ในทุกระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระที่เท่ากัน วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี RR และ ARR ตามลำดับ ส่วนในระดับความสัมพันธ์มีค่าต่างกัน วิธี ARR จะให้

ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี RR และ RRR ตามลำดับ เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น(-, 0) และข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, -) ในทุกระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระที่เท่ากัน วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี ARR และ RRR ตามลำดับ เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระต่างกัน วิธี ARR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี RR และ RRR ตามลำดับ และที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด รองลงมาคือวิธี ARR และ RRR ตามลำดับ

5.2 อภิปรายผล

จากผลการวิจัยที่ทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณทั้ง 3 วิธี คือ วิธีการถดถอยแบบริดจ์ (RR) วิธีการถดถอยแบบทางเลือก (ARR) และวิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด (RRR) กรณีตัวแปรอิสระ 3 ตัว เมื่อข้อจำกัดที่มีค่าเป็น - และมีค่าเป็น 0 วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด เช่นเดียวกันกับที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น + ที่ระดับความสัมพันธ์มากกว่า 0.7 ส่วนกรณีที่เหลือวิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด กรณีตัวแปรอิสระ 5 ตัว ที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น(2, 2) วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด เช่นเดียวกับข้อจำกัดเป็น (+, +) ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 0.5 ที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรคู่หนึ่งเป็น 0.7 และที่ข้อจำกัดเป็น (+, 0) ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมากกว่า 0.1 ทุกระดับความคลาดเคลื่อน ส่วนกรณีอื่นๆ วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด และเมื่อ ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ข้อจำกัดมีค่าเดียวกัน เมื่อข้อจำกัดมีค่าเป็น(2, 2) ที่ระดับความสัมพันธ์เดียวกัน วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด ศูนย์กับศูนย์ ทุกความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน และที่ข้อจำกัดเป็น (+, +) ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนที่มากกว่า 0.5 ที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสองคู่เป็น 0.7 วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด ส่วนกรณีอื่นๆ วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด แต่เมื่อระดับความสัมพันธ์มีค่าต่างกัน วิธี ARR จะให้ค่า AMSE มีค่าต่ำสุด ยกเว้นที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด ส่วนกรณีข้อจำกัดต่างกัน ที่ระดับความสัมพันธ์เดียวกัน กรณีข้อจำกัดเป็น (+, 0) ที่ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าเท่ากับ 0.1 ข้อจำกัดเป็น (-, 0) และข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด เช่นเดียวกันกับ ข้อจำกัดเป็น (+, +) ที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสองคู่มีค่ามากกว่า 0.7 ส่วนกรณีอื่นๆ วิธี RRR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด ส่วนที่ระดับความสัมพันธ์มีค่าต่างกัน ทุกข้อจำกัด วิธี ARR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด ยกเว้นที่ข้อจำกัดเป็น (-, -) วิธี RR จะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด

5.3 ข้อเสนอแนะ

5.3.1 ด้านการนำไปใช้ประโยชน์

เนื่องจากการประมาณค่าจะยุ่งยากในกรณีที่ไม่ทราบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน ดังนั้นเพื่อความสะดวกในการนำไปใช้งานผู้วิจัยได้สรุปสถานการณ์ต่างๆ ในกรณีที่สามารถประมาณค่าระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระได้ โดยทราบจำนวนตัวแปรอิสระ และขนาดตัวอย่าง ดังต่อไปนี้

5.3.1.1 กรณีตัวแปรอิสระ 3 ตัว

5.3.1.1.1 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30

เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมีค่าสูง($r \geq 0.7$) ควรเลือกใช้ วิธี RRR เพราะจะให้ค่า AMSE มีค่าต่ำสุด ในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น 2 ถ้าข้อจำกัดเป็น 0 และข้อจำกัดเป็น – ควรเลือกใช้ วิธี RR เพราะจะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด ส่วนข้อจำกัดเป็น + ถ้าระดับความสัมพันธ์มากกว่า 0.8 ควรเลือกใช้ วิธี RRR เพราะจะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด ถ้าระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระเท่ากับ 0.7 ควรเลือกใช้ วิธี RRR เพราะจะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด แต่ถ้าระดับความสัมพันธ์อยู่ในช่วง 0.71 ถึง 0.79 ไม่สามารถระบุได้ว่าวิธีใด ควรศึกษาเพิ่มเติม

5.3.1.1.1 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมีค่าสูง($r \geq 0.7$) ควรเลือกใช้ วิธี RR เพราะจะให้ค่า AMSE มีค่าต่ำสุด ในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น + ข้อจำกัดเป็น 0 และข้อจำกัดเป็น – ถ้าข้อจำกัดมีค่าเป็น 2 ที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระเป็น 0.7 และ 0.9 ควรเลือกใช้ วิธี RR เพราะจะให้ค่า AMSE มีค่าต่ำสุด ส่วนที่ระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระเป็น 0.8 ไม่สามารถระบุได้ว่าวิธีใดเนื่องจากมีความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมาเกี่ยวข้อง และถ้าระดับความสัมพันธ์อยู่ในช่วง 0.71 ถึง 0.79 และ 0.81 ถึง 0.89 ไม่สามารถระบุได้ได้ว่าวิธีใด ควรศึกษาเพิ่มเติม

5.3.1.2 กรณีตัวแปรอิสระ 5 ตัว

5.3.1.2.1 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30

เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมีค่าสูง ($r \geq 0.7$) ควรเลือกใช้ วิธี RRR เพราะจะให้ค่า AMSE มีค่าต่ำสุด ในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (2, 2) และ ควรเลือกใช้ วิธี RR เพราะจะให้ค่า AMSE มีค่าต่ำสุด ในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (0, 0) ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-, 0) ข้อจำกัดเป็น (-, -) และถ้าข้อจำกัดมีค่าเป็น (+, -) ควรเลือกใช้ วิธี RR เพราะจะให้ค่า AMSE มีค่าต่ำสุด แต่ที่ข้อจำกัดเป็น (+, +) และ (+, 0) ไม่สามารถระบุได้ว่าวิธีใด เนื่องจากมีความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมาเกี่ยวข้อง และถ้าระดับความสัมพันธ์อยู่ในช่วง 0.71 ถึง 0.79 และ 0.81 ถึง 0.89 ไม่สามารถระบุได้ได้ว่าวิธีใด ควรศึกษาเพิ่มเติม

5.3.1.2.2 ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50

- ข้อจำกัดมีค่าเดียวกัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมีค่าสูง ($r \geq 0.7$) เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระทั้งสองคู่มีค่าต่างกัน ควรเลือกใช้ วิธี ARR เพราะจะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด ทุกข้อจำกัดยกเว้นที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-,-) ควรเลือกใช้ วิธี RR จะเพราะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระสองคู่มีค่าเดียวกัน ควรเลือกใช้ วิธี RR เพราะจะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด ยกเว้นที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (2,2) ควรเลือกใช้ วิธี RRR เพราะจะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (+,+) ไม่สามารถระบุได้ว่าวิธีใดเนื่องจาก มีความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมาเกี่ยวข้อง และถ้าระดับความสัมพันธ์อยู่ในช่วง 0.71 ถึง 0.79 และ 0.81 ถึง 0.89 ไม่สามารถระบุได้ได้ว่าวิธีใด ควรศึกษาเพิ่มเติม

- ข้อจำกัดมีค่าต่างกัน เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระมีค่าสูง ($r \geq 0.7$) เมื่อระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระทั้งสองคู่มีค่าต่างกัน ควรเลือกใช้ วิธี ARR เพราะจะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด ทุกข้อจำกัดยกเว้นที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (-,-) ควรเลือกใช้ วิธี RR เพราะจะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด ส่วนกรณีที่ความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระสองคู่มีค่าเดียวกัน ควรเลือกใช้ วิธี RR เพราะจะให้ค่า AMSE ต่ำที่สุด ส่วนในกรณีที่ข้อจำกัดมีค่าเป็น (+,+) และ (+,0) ไม่สามารถระบุได้ว่าวิธีใดเนื่องจาก มีความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมาเกี่ยวข้อง และถ้าระดับความสัมพันธ์อยู่ในช่วง 0.71 ถึง 0.79 และ 0.81 ถึง 0.89 ไม่สามารถระได้ได้ว่าวิธีใด ควรศึกษาเพิ่มเติม

5.3.1.2 กรณีใช้กับข้อมูลจริง

เนื่องจากวิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด(RRR) ต้องกำหนดข้อจำกัด ซึ่งในการกำหนดข้อจำกัดให้ถูกต้องนั้นจะต้องทราบค่าสัมประสิทธิ์การถดถอย จึงจะทำให้การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยด้วยวิธีนี้มีประสิทธิภาพ แต่ในทางปฏิบัติเป็นได้ยากเนื่องจากไม่ทราบค่าของสัมประสิทธิ์การถดถอย ดังนั้นในทางปฏิบัติผู้วิจัยจึงใช้การพิจารณาค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยจากวิธีกำลังสองน้อยที่สุด โดยพิจารณาค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอยของตัวแปรอิสระคู่ที่มีความสัมพันธ์กันและหาผลบวกของค่าประมาณสัมประสิทธิ์การถดถอย ก็จะได้ข้อจำกัดที่ใช้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด

5.3.2 ด้านการวิจัย

5.3.2.1 ควรศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการทางสถิติวิธีอื่นที่ใช้ในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณ เมื่อเกิดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ

5.3.2.2 ควรศึกษากรณีที่ขนาดตัวอย่างเล็กกว่า 30 เพราะงานวิจัยบางงานมีขนาดตัวอย่างเล็กกว่า 30

5.3.2.3 ควรศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการหาค่า k ด้วยวิธีอื่นๆ เพื่อจะได้ค่าประมาณที่มีความแม่นยำ

5.3.2.4 ควรแบ่งช่วงของความสัมพันธ์เพิ่มเติมระหว่าง 0.7 – 0.8 และ 0.8 – 0.9 เพื่อจะได้นำผลที่ได้ไปใช้ประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยให้ชัดเจนมากขึ้น

บรรณานุกรม

กัลยา วานิชบัญชา. 2545. **การวิเคราะห์สถิติ :สถิติสำหรับการบริการและวิจัย.** พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. หน้า 334-341.

ธีระพร วีระถาวร. 2541. **ตัวแบบเชิงเส้น ทฤษฎีและการประยุกต์.** กรุงเทพฯ: วิทยพัฒน์. หน้า 210.

มัลลิกา บุนนาค. 2548. **สถิติเพื่อการวิจัยและตัดสินใจ.** พิมพ์ครั้งที่ 6. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. หน้า 320.

วิรัชช พานิชวงศ์. 2549. **การวิเคราะห์การถดถอย.** พิมพ์ครั้งที่ 4. กรุงเทพฯ : ศูนย์ผลิตตำราเรียนสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ. หน้า 165-167.

อังคณา ฮึกหาญสู้ศัตรู. 2546. **"การเปรียบเทียบค่าพารามิเตอร์ในการวิเคราะห์การถดถอยพหุคูณเมื่อเกิดพหุสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ."** วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัชฌา อระวีพร. 2541. **"การเปรียบเทียบการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ในการถดถอยเชิงเส้นพหุสัมพันธ์."** วิทยานิพุนธ์ปริญญาวิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Alan, A. and Pritsker, B. 1933. **Introduction to Simulation and Slam II**. New York : Systems Publishing Corporation. 839p.

Brikes D. and Dodge, Y. 1993. **Alternative Methods of Regression**. New York : A Wiley-Interscience. 173-187p.

Draper, N. R. and Smith, H. 1998. **Applied Regression Analysis.** 3rd ed. New York : John Wiley & Son.

Hoerl, A. E., and Kennard, R.W.. 1970a. **"Ridge Regression : biased estimation for nonorhogonal problems."** Technometrics. 12 : 55-67.

Hoerl, A. E., and Kennard, R.W.. 1970b. **"Ridge Regression : applications to nonorhogonal problems."** Technometrics. 12 : 69-82.

Hoerl, A. E., Kennard, R.W. and Baldwin, K. R.. 1975. **"Ridge Regression : some simulation.** Comunications in Statistics A." 4 : 105-123.

Jahufrer A. and Wijekoon, P. 2003. **"A Monte Carlo Evaluation of New Biased Estimators in Regression Model."** Sri Lankan Journal of Applied Statistic. 4: 37-46.

Mcdonald, C.Gray and Galarneau, I. Diane. 1975. **"A Monte Carlo Evaluation of Some Ridge -Type Estimators."** Journal of the American Statistical Association. 70(June):407-416.

Neter, Wasserman and Kunter. 1990. **Applied Linear Statistical Model.** 3rd .ed. Irwin.

Pattrawiwat, K. 2004. **"An Alternative Estimator of Ridge Regression with Multicollinearity."** Doctor of Philosophy(Statistics) School of Applied Statistics National Institute of Development Administration.

Sakar, N. 1992. **"A New Estimator Combining the Ridge Regression and the Restricted Least Squares Methods of Estimation."** Communications in Statistics and Theory Methods. Series A. 21: 1987-2000.

Zhang, J.and Ibrahum, M. 2005. **"A Simulation Study on SPSS Ridge Regression and Ordinary Least Square Regression Procedures for Multicollinearity Data."** Journal of Applied Statistics. 32(6): 571-588.

ภาคผนวก

การวิเคราะห์ข้อมูลจริง

ข้อมูลเรื่อง การพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนในภาคตะวันออก ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50
ตัวแปรที่ใช้ได้แก่

ตัวแปรตาม Y คือ ปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยต่อเดือน

ตัวแปรอิสระ X_1 คือ ปริมาณน้ำฝนสูงสุดใน 1 วัน

X_2 คือ อุณหภูมิน้ำเฉลี่ย

X_3 คือ อุณหภูมิน้ำต่ำสุดเฉลี่ย

X_4 คือ อุณหภูมิเฉลี่ยที่ความลึก 50 เซนติเมตร

X_5 คือ อุณหภูมิเฉลี่ยที่ความลึก 100 เซนติเมตร

จำนวน	Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	35.9	53.4	22.95	18.85	22.73	23.40
2	108.7	97.2	25.10	21.43	24.60	25.10
3	234.4	112.9	25.18	21.40	23.48	24.30
4	274.5	111.1	23.45	20.38	22.40	23.55
5	200.9	159.6	24.35	20.85	22.73	23.53
6	209.4	71.4	23.98	20.35	21.95	22.93
7	35.2	55.8	24.13	19.98	22.73	23.53
8	91.0	77.4	33.75	28.15	24.25	24.75
9	140.0	94.0	34.15	28.90	25.10	25.45
10	134.5	142.4	25.13	21.60	24.73	25.35
11	241.5	185.7	24.30	21.00	23.13	23.95
12	174.3	63.6	25.18	21.23	22.48	23.40
13	10.9	30.2	24.33	20.25	23.33	24.05
14	32.4	50.0	25.35	21.38	24.08	24.60
15	16.0	85.1	26.00	21.83	25.05	25.53
16	49.5	113.8	26.40	22.38	25.00	25.75
17	226.1	131.5	26.15	22.40	24.83	25.70
18	307.4	176.1	25.68	21.95	23.75	24.68
19	255.6	96.6	25.28	21.73	23.13	24.00
20	307.3	292.6	25.25	21.63	22.83	23.85
21	148.2	68.0	24.35	20.80	22.13	23.25

จำนวน	Y	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
22	49.5	37.7	23.10	19.55	22.18	23.25
23	11.8	37.9	22.95	19.05	22.25	23.00
24	12.7	26.1	23.85	19.83	22.58	23.38
25	95.5	84.0	25.43	21.40	23.90	24.53
26	220.0	105.2	24.85	21.35	22.95	23.95
27	295.2	128.9	24.33	21.03	22.25	23.38
28	210.7	136.8	24.33	20.95	22.65	23.55
29	281.9	139.6	23.70	20.50	22.48	23.33
30	17.9	5.8	18.93	15.23	21.03	22.30
31	53.5	49.9	31.95	26.20	22.10	22.68
32	41.2	78.9	32.40	26.15	22.50	23.08
33	301.2	221.8	33.00	28.30	22.68	23.70
34	333.3	248.5	32.40	27.95	22.53	23.43
35	242.6	343.8	32.75	28.10	23.28	23.95
36	212.7	140.0	32.80	28.00	22.70	23.55
37	34.1	18.2	32.00	26.10	22.73	23.33
38	56.1	126.6	33.30	28.15	23.08	23.63
39	225.6	164.4	33.65	28.75	23.65	24.40
40	174.1	172.6	33.25	28.50	23.08	23.88
41	300.6	162.0	33.00	28.40	23.48	24.03
42	216.3	282.6	32.35	28.05	23.10	23.83
43	260.2	121.0	33.55	28.60	23.25	23.90
44	31.7	35.9	32.60	26.55	22.68	23.40
45	77.9	72.2	33.50	28.25	23.58	24.03
46	89.7	87.9	34.60	29.45	23.65	24.03
47	229.8	88.0	34.05	29.55	23.15	24.10
48	190.2	168.3	34.35	29.85	23.65	24.35
49	286.0	116.3	34.07	29.53	23.55	24.23
50	262.6	146.8	32.30	28.40	22.55	23.48

1.ทดสอบค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณจากวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-73.2	374.9	-0.20	0.846
β_1	0.4957	0.1455	3.41	0.001
β_2	-77.57	20.32	-3.82	0.000
β_3	96.10	23.30	4.12	0.000
β_4	-159.37	58.49	-2.72	0.009
β_5	156.86	67.46	2.33	0.025

สมมติฐานของการทดสอบสัมประสิทธิ์การถดถอย β_i

$$H_0 : \beta_i = 0$$

$$H_1 : \beta_i \neq 0$$

จากการวิเคราะห์ข้างต้นจะเห็นว่า β_1, β_2, β_3, β_4 และ β_5 มีค่า p-value น้อยกว่า 0.05 จึงยอมรับ H_0 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 นั่นคือ ตัวแปรอิสระแต่ละตัวมีอิทธิพลต่อตัวแปรตาม Y เมื่อมีตัวแปรอิสระอื่น ๆ อยู่ในสมการถดถอยแล้ว

2. หาความสัมพันธ์ของตัวแปร จาก เมทริกความสัมพันธ์ (Correlation matrix)

ตารางภาคผนวกที่ 1 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระ

	Y	X_1	X_2	X_3	X_4
X_1	**0.709**				
p-value	0.000				
X_2	**0.173**	**0.306**			
p-value	0.230	0.031			
X_3	**0.265**	**0.376**	**0.992***		
p-value	0.063	0.007	0.000		
X_4	**-0.057**	**0.129**	**0.241**	**0.257**	
p-value	0.692	0.372	0.091	0.072	
X_5	**0.044**	**0.176**	**0.141**	**0.171**	**0.977***
p-value	0.763	0.222	0.329	0.234	0.000

สมมติฐานของการทดสอบความเป็นอิสระของตัวแปร

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : \rho \neq 0$$

จาก เมทริกความสัมพันธ์ จะเห็นว่า ตัวแปรอิสระ X_2 และ X_3 มีความสัมพันธ์กันที่ระดับ 0.992 ที่ p-value เท่ากับ 0.000 จึงทำให้ปฏิเสธ H_0 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 นั่นคือ X_2 และ X_3 มีความสัมพันธ์กัน ส่วนตัวแปรอิสระ X_4 และ X_5 มีความสัมพันธ์กันที่ระดับ 0.977 ที่ p-value เท่ากับ 0.000 จึงทำให้ปฏิเสธ H_0 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 นั่นคือ X_4 และ X_5 มีความสัมพันธ์กัน นอกจากนี้จะเห็นว่าค่า p-value ของตัวแปรอิสระคู่อื่นๆ มีค่ามากกว่า 0.05 ยกเว้นที่ ความสัมพันธ์ของ X_1 และ X_2 X_1 และ X_3 ที่มีค่าน้อยกว่า 0.05 แต่เนื่องจากผู้วิจัยสนใจที่ระดับความสัมพันธ์กันมากกว่า 0.6 ดังนั้น ที่ระดับความสัมพันธ์ที่ 0.3 ถือว่าน้อยมากจึงอนุโลมว่า ทั้งสองกลุ่มไม่มีสัมพันธ์กัน

2. วิธีการถดถอยริดจ์(Ridge Regression method (RR))

สมการถดถอย คือ

$$\hat{Y} = -1.66.64 + 1.44824X_1 - 62.262X_2 + 78.2634X_3 - 168.624X_4 + 170.65X_5$$

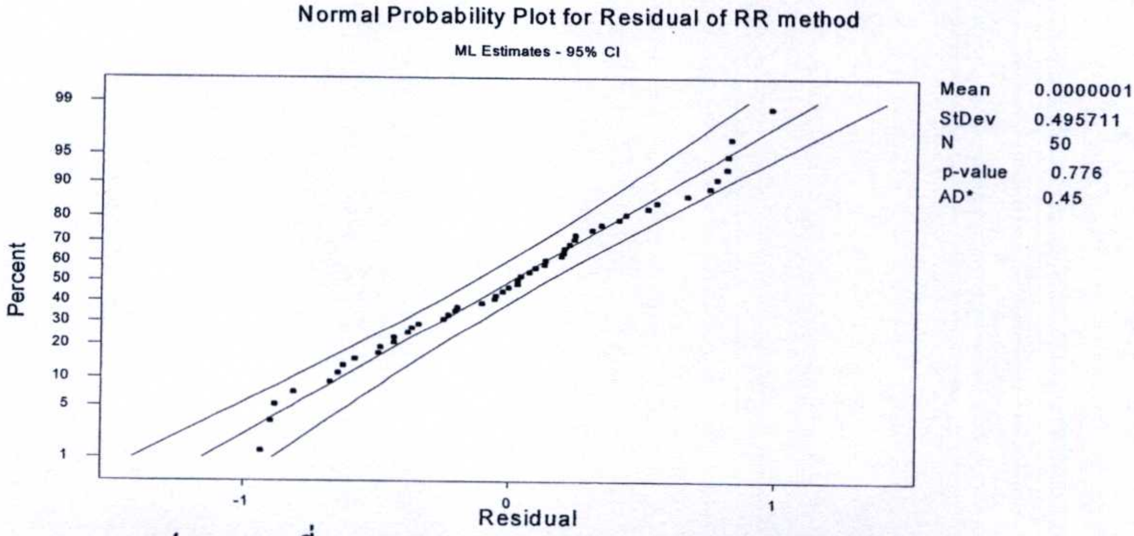
และค่า $MSE = 0.46357$

2.1 ทดสอบว่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติหรือไม่ โดยใช้ Probability Plot

สมมติฐานของการทดสอบ การแจกแจงของการแจกแจงของความคลาดเคลื่อน

H_0 : ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ

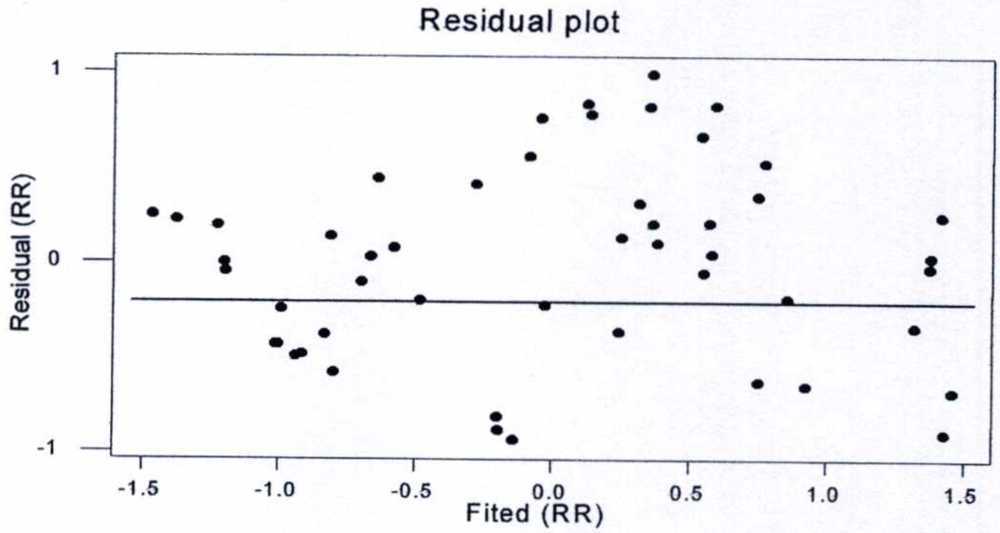
H_1 : ความคลาดเคลื่อนไม่มีการแจกแจงแบบปกติ



รูปภาคผนวกที่ 1 Normal Probability Plot ของค่าเศษเหลือ โดยวิธี RR

จากรูปภาคผนวกที่ 1 เห็นได้ว่า จุดต่างๆ อยู่ในช่วงความเชื่อมั่นที่ 95% และพบว่าค่า p-value = 0.776 จึงยอมรับ H_0 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 นั่นคือความคลาดเคลื่อนของวิธีการถดถอยริดจ์ มีการแจกแจงแบบปกติ

2.2 ทดสอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนว่าคงที่หรือไม่ โดยทดสอบจาก Residual Plot



รูปภาคผนวกที่ 2 Residual Plot ของค่าเศษเหลือ โดยวิธี RR

จาก รูปภาคผนวกที่ 2 จะเห็นว่าความคลาดเคลื่อนมีการกระจายอยู่ในช่วง -1 ถึง 1 และมีการกระจายอยู่รอบเส้นศูนย์ ซึ่งมีลักษณะเป็นแถบขนานกับแกน $\hat{Y}$ จึงสรุปได้ว่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าคงที่

2.3 ทดสอบความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อน โดยใช้ Durbin –Watson test

จากสูตร Durbin –Watson

$$d = \sum_{u=2}^{n} \left(e_u - e_{u-1}\right)^2 \Big/ \sum_{u=1}^{n} e_u^2$$

สมมติฐานของการทดสอบความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อน

H_0 : ความคลาดเคลื่อนไม่มีความสัมพันธ์กัน

H_1 : ความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กัน

ค่า Durbin –Watson เท่ากับ 2.1996 และจากตาราง Durbin –Watson ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ $\alpha = 0.05$ จะได้ค่า d_u = 1.77 และ d_L =1.34 ซึ่งพบว่า $d_u < 2.1996 < 4 - d_L$ จึงยอมรับ H_0 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 นั่นคือความคลาดเคลื่อนของวิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด ไม่มีความสัมพันธ์กัน

3. วิธีการถดถอยริดจ์แบบทางเลือก (Alternative Ridge Regression method (ARR))

สมการถดถอย คือ

$$\hat{Y} = -164.942 + 1.44824X_1 - 62.2058X_2 + 78.2048X_3 - 168.707X_4 + 170.65X_5$$

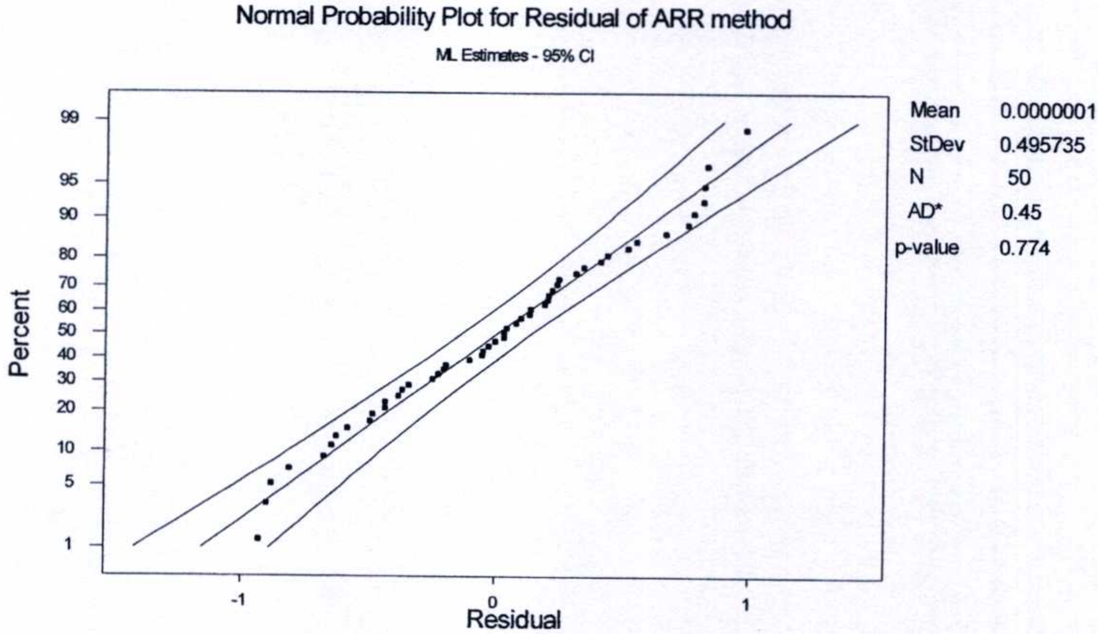
และค่า $MSE = 0.464036$

3.1 ทดสอบว่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติหรือไม่ โดยใช้ Probability Plot

สมมติฐานของการทดสอบ การแจกแจงของการแจกแจงของความคลาดเคลื่อน

H_0 : ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ

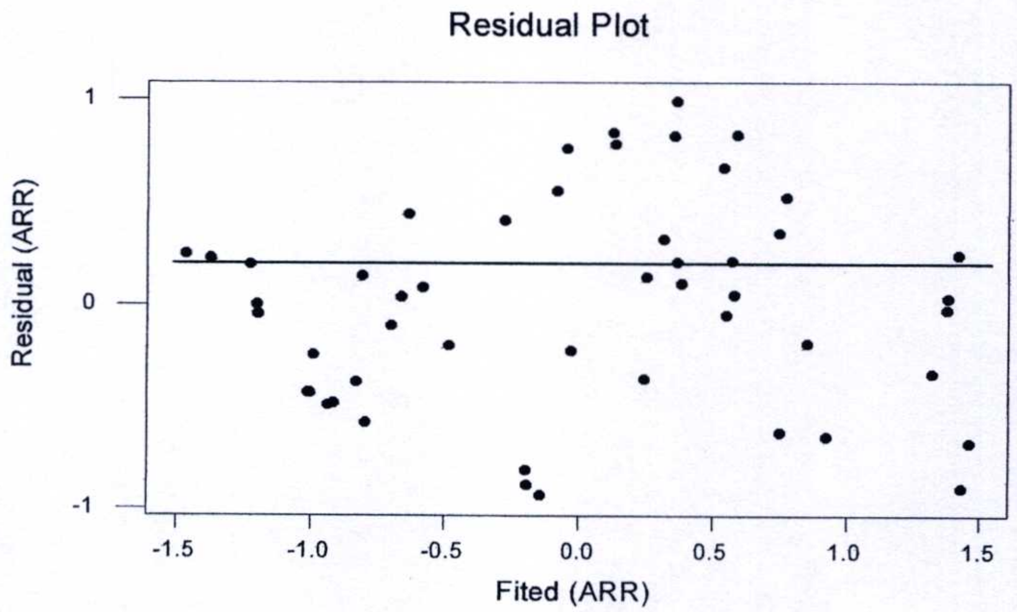
H_1 : ความคลาดเคลื่อนไม่มีการแจกแจงแบบปกติ



รูปภาคผนวกที่ 3 Normal Probability Plot ของค่าเศษเหลือ โดยวิธี ARR

จากรูปภาคผนวกที่ 3 เห็นได้ว่า จุดต่างๆ อยู่ในช่วงความเชื่อมั่นที่ 95% และพบว่า ค่า p-value = 0.774 จึงยอมรับ H_0 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 นั่นคือความคลาดเคลื่อนของวิธีการถดถอยริดจ์ แบบทางเลือก มีการแจกแจงแบบปกติ

3.2 ทดสอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนว่าคงที่หรือไม่ โดยทดสอบจาก Residual Plot



รูปภาคผนวกที่ 4 Residual Plot ของค่าเศษเหลือ โดยวิธี ARR

จาก รูปภาคผนวกที่ 4 จะเห็นว่าความคลาดเคลื่อนมีการกระจายอยู่ในช่วง -1 ถึง 1 และมีการกระจายอยู่รอบเส้นศูนย์ ซึ่งมีลักษณะเป็นแถบขนานกับแกน $\hat{Y}$ จึงสรุปได้ว่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าคงที่

3.3 ทดสอบความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อน โดยใช้ Durbin –Watson test

จากสูตร Durbin –Watson

$$d = \sum_{u=2}^{n} \left(e_u - e_{u-1}\right)^2 \Big/ \sum_{u=1}^{n} e_u^2$$

สมมติฐานของการทดสอบความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อน

H_0 : ความคลาดเคลื่อนไม่มีความสัมพันธ์กัน

H_1 : ความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กัน

ค่า Durbin –Watson เท่ากับ 2.1995 และจากตาราง Durbin –Watson ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ $\alpha = 0.05$ จะได้ค่า d_u = 1.77 และ $d_L = 1.34$ ซึ่งพบว่า $d_u < 2.1995 < 4 - d_L$ จึงยอมรับ

H_0 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 นั่นคือความคลาดเคลื่อนของวิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด ไม่มีความสัมพันธ์กัน

4. วิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด (Restricted Ridge Regression method (RRR))

โดยข้อจำกัดที่ใช้ในการทดสอบคือ ศูนย์กับศูนย์

สมการถดถอย คือ

$$\hat{Y} = -332.014 + 1.44958X_1 - 60.525X_2 + 69.576X_3 - 95.721X_4 + 112.383X_5$$

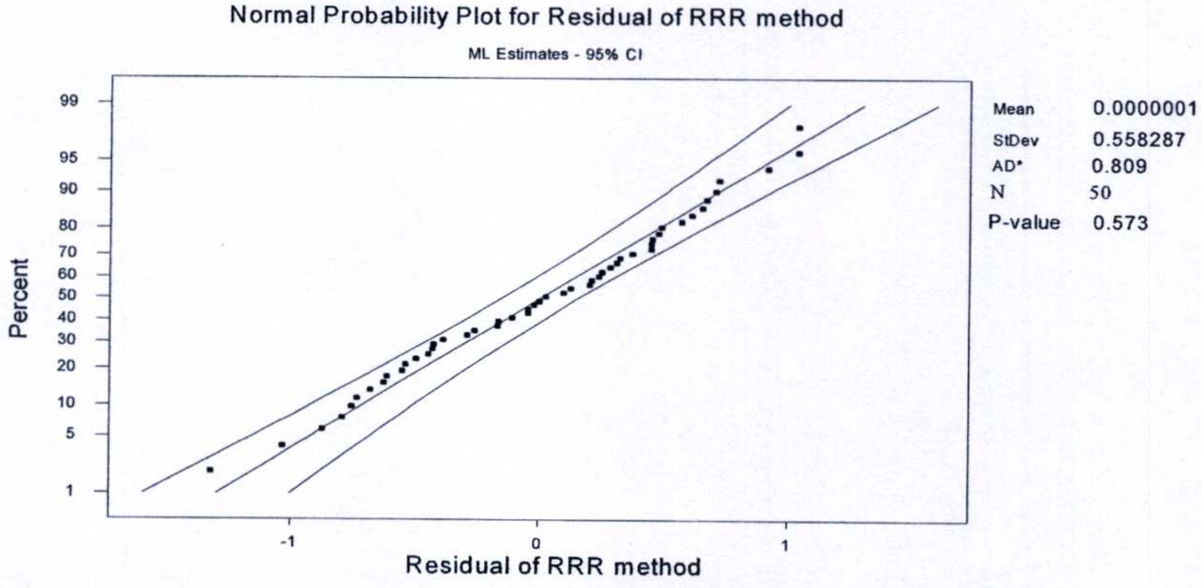
และค่า $MSE = 3.33622$

4.1 ทดสอบว่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติหรือไม่ โดยใช้Probability Plot

สมมติฐานของการทดสอบ การแจกแจงของการแจกแจงของความคลาดเคลื่อน

H_0 : ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ

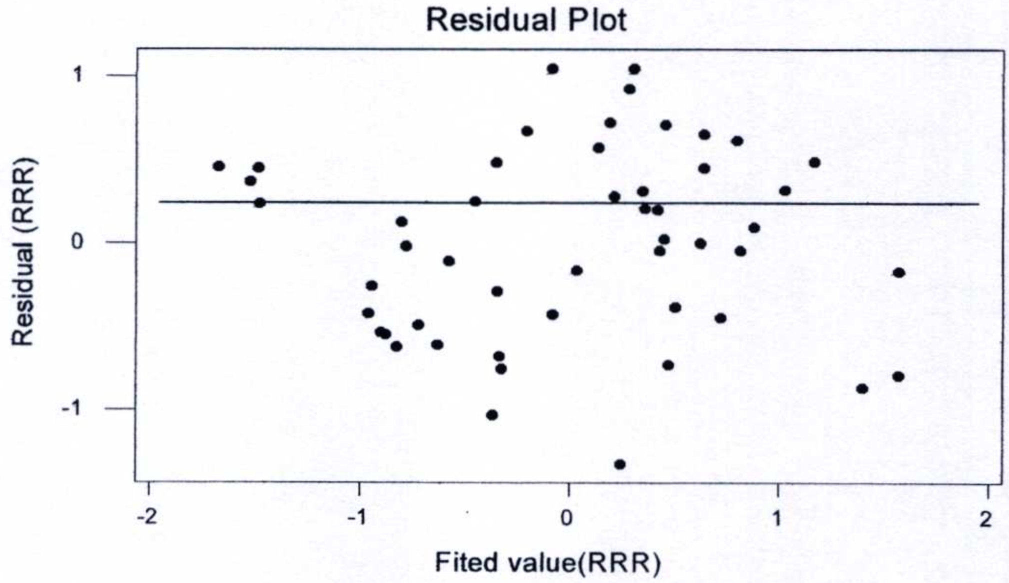
H_1 : ความคลาดเคลื่อนไม่มีการแจกแจงแบบปกติ



รูปภาคผนวกที่ 5 Normal Probability Plot ของค่าเศษเหลือโดยวิธี RRR

จากรูปภาคผนวกที่ 5 เห็นได้ว่า จุดต่างๆ อยู่ในช่วงความเชื่อมั่นที่ 95% และพบว่า ค่า p-value = 0.573 จึงยอมรับ H_0 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 นั่นคือความคลาดเคลื่อนของวิธีการถดถอยริดจ์ แบบมีข้อจำกัด มีการแจกแจงแบบปกติ

4.2 ทดสอบความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนว่าคงที่หรือไม่ โดยทดสอบจาก Residual Plot



รูปภาคพนวกที่ 6 Residual Plot ของค่าเศษเหลือ โดยวิธี RRR

จาก รูปภาคผนวกที่ 6 จะเห็นว่าความคลาดเคลื่อนมีการกระจายอยู่ในช่วง -1 ถึง 1 และมีการกระจายอยู่รอบเส้นศูนย์ ซึ่งมีลักษณะเป็นแถบขนานกับแกน $\hat{Y}$ จึงสรุปได้ว่าความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีค่าคงที่

4.3 ทดสอบความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อนโดยใช้ Durbin –Watson test

จากสูตร Durbin –Watson

$$d = \sum_{u=2}^{n}\left(e_u - e_{u-1}\right)^2 \Big/ \sum_{u=1}^{n} e_u^2$$

สมมติฐานของการทดสอบความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อน

H_0 : ความคลาดเคลื่อนไม่มีความสัมพันธ์กัน

H_1 : ความคลาดเคลื่อนมีความสัมพันธ์กัน

ค่า Durbin –Watson เท่ากับ 2.053 และจากตาราง Durbin –Watson ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ $\alpha = 0.05$ จะได้ค่า d_u = 1.77 และ $d_L = 1.34$ ซึ่งพบว่า $d_u < 2.053 < 4 - d_L$ จึงยอมรับ H_0 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 นั่นคือความคลาดเคลื่อนของวิธีการถดถอยริดจ์แบบมีข้อจำกัด ไม่มีความสัมพันธ์กัน

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล	นางสาวณัฐพร ภักดี
วัน เดือน ปีเกิด	15 พฤศจิกายน พ.ศ.2524 ที่จังหวัดสุโขทัย
ที่อยู่	184/1 ม.10 ต.กง อ.กงไกรลาศ จ.สุโขทัย
	โทร. 08-4086-7883 E-Mail nutta_warn@hotmail.com

ประวัติการศึกษา

พ.ศ.2543	ศึกษาปริญญาตรีศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา สำเร็จการศึกษาในปี พ.ศ. 2547
พ.ศ.2549	ศึกษาต่อระดับปริญญามหาบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง สำเร็จการศึกษาในปี พ.ศ. 2552