

ตัวกรองฟัซซี่สำหรับภาพที่ถูกกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวน
เกาส์เซียน

PROPOSAL OF A FUZZY FILTER FOR IMAGE CORRUPTED BY
GAUSSIAN NOISE

อมรเทพ สนิมุด
AMONTEP SANINUD

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิศวกรรมโทรคมนาคม

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2552

KMITL-2009-EN-M-010-144

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

ตัวกรองฟัซซีสำหรับภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวน
เกาส์เซียน

PROPOSAL OF A FUZZY FILTER FOR IMAGE CORRUPTED BY
GAUSSIAN NOISE



อมรเทพ สนิन्द

AMONTEP SANINUD

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน.....105465
วัน,เดือน,ปี..... 24 พ.ศ. 2552



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2552

KMITL-2009-EN-M-010-144

**PROPOSAL OF A FUZZY FILTER FOR IMAGE CORRUPTED BY
GAUSSIAN NOISE**

AMONTEP SANINUD

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN TELECOMMUNICATIONS ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

2009

KMITL-2009-EN-M-010-144






COPYRIGHT 2009

FACULTY OF ENGINEERING

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ ตัวกรองฟัซซี่สำหรับภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนเกาส์เซียน
Thesis Title A Fuzzy Filter for Image Corrupted by Gaussian Noise
นักศึกษา นายอมรเทพ สนิ่นัด
รหัสประจำตัว 47061063
ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา วิศวกรรมโทรคมนาคม
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.กอบชัย เดชหาญ
หมายเลขวิทยานิพนธ์ KMITL-2009-EN-M-010-144

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
ดร.สิรภพ	ผู้ประกาย	
รศ.สมยศ	จุดณะปิยะ	
รศ.จิระศักดิ์	ชาญวุฒิธรรม	
รศ.ดร.ฟูศักดิ์	ชีวสุวิทย์	
รศ.ดร.กอบชัย	เดชหาญ	

วัน / เดือน / ปี ที่สอบ วันอังคารที่ 6 ตุลาคม พ.ศ. 2552 เวลา 17.00-18.30 น.

สถานที่สอบ ณ อาคาร A ชั้น 3 ห้องประชุม 2

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์ รับรองแล้ว



(รองศาสตราจารย์ ดร.กอบชัย เดชหาญ)

คณบดี คณะวิศวกรรมศาสตร์

วันที่ 6 ตุลาคม พ.ศ. 2552

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ตัวกรองฟิชชีสำหรับภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวน เกาส์เซียน
นักศึกษา	นายอมรเทพ สนิ่นัด
รหัสนักศึกษา	47061063
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมโทรคมนาคม
พ.ศ.	2552
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ.ดร.กอบชัย เดชหาญ

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอโครงสร้างตัวกรองฟิชชีสำหรับลดสัญญาณรบกวนของภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนจะถูกนำเสนอ ตัวกรองที่นำเสนอนี้จะประกอบไปด้วยกฎฟิชชีสองกลุ่มกฎด้วยกัน กลุ่มกฎแรกใช้เพื่อคำนวณค่าถ่วงน้ำหนักฟิชชีของจุดภาพข้างเคียงทั้งแปดจุดภาพ ซึ่งสามารถใช้ค่าการแบ่งได้ทั้งแบบใช้ค่าคงที่ หรือแบบใช้ค่าปรับตัวเองได้ กลุ่มกฎที่สองใช้เพื่อลดสัญญาณรบกวนโดยการใช้ค่าถ่วงน้ำหนักฟิชชีที่ได้จากกฎแรกนำมาถ่วงน้ำหนักของแต่ละจุดภาพข้างเคียง ตัวกรองนี้มีความสามารถลดสัญญาณรบกวนพร้อมกันนั้นยังสามารถรักษารายละเอียดภาพไว้ได้เป็นอย่างดี การแสดงประสิทธิภาพของวิธีการที่นำเสนอใช้ผลการจำลองการทำงานด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

Thesis Title	A Fuzzy Filter for Image Corrupted by Gaussian Noise
Student	Mr. Amontep Saninud
Student ID.	47061063
Degree	Master of Engineering
Program	Telecommunications Engineering
Year	2009
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Dr. Kobchai Dejhan

ABSTRACT

This thesis presents a novel fuzzy filter structure for smoothing of an image corrupted by Gaussian noise is presented. The proposed filter consists of two fuzzy rules. The first fuzzy rule computes a fuzzy weight value for eight neighboring pixels with constant threshold value or adaptive threshold value. The second fuzzy rule uses these fuzzy weight values to perform fuzzy smoothing by weighting the contribution of neighboring pixels. It is able to perform noise smoothing while preserving image details very well. Finally, computer simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed filter.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้อย่างดี ด้วยคำแนะนำ และคำปรึกษาจากอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์คือ รศ.ดร.กอบชัย เดชหาญ และ อาจารย์สมปอง วิเศษพาณิชย์กิจ และ อาจารย์สรวัฒน์ ชิวปรีชา ข้าพเจ้ารู้สึกทราบบ้างในความอนุเคราะห์จากท่านอาจารย์ทั้งสามท่าน และขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอกราบพระคุณคณาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาให้กับข้าพเจ้า

สุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และครอบครัวของข้าพเจ้าที่อบรมสั่งสอนและเป็นกำลังใจ พร้อมทั้งให้การสนับสนุนในทุกเรื่องๆ ทำให้ข้าพเจ้าสามารถทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี คุณค่าและประโยชน์อันพึงมาจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

อมรเทพ สนิ่นัด

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VI
สารบัญรูป.....	VII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....	2
1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย.....	2
1.5 การเปรียบเทียบระหว่างวิธีการที่นำเสนอกับวิธีการแบบพื้นฐาน.....	3
1.6 ขอบเขตการวิจัย.....	3
1.7 ขั้นตอนการศึกษา.....	3
บทที่ 2 การประมวลผลภาพ และสัญญาณรบกวน.....	4
2.1 ลักษณะของข้อมูลภาพ.....	4
2.2 พื้นฐานการประมวลผลภาพ.....	5
2.2.1 ดิจิไทเซอร์ (Digitizer).....	6
2.2.2 การประมวลผลสัญญาณเชิงเลข (Digital Signal Processing).....	6
2.2.3 ตัวแสดงผล (Display).....	6
2.2.4 การซ่อมแซมภาพ (Image restoration).....	7
2.3 ความน่าจะเป็น และตัวแปรเชิงสุ่ม.....	8
2.3.1 ทฤษฎีของเซต (Set Theory).....	9
2.3.1.1 โอเปอเรชันของเซต (Set Operations).....	9
2.3.1.2 พีชคณิตของเซต (Algebra of Sets).....	11
2.3.2 ทฤษฎีความน่าจะเป็น (Probability theory).....	12
2.3.3 ตัวแปรเชิงสุ่ม (Random variable).....	13
2.3.4 ฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative distribution function: CDF).....	16

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

2.3.5	ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability density function: PDF).....	16
2.3.6	ค่าเฉลี่ย, ความแปรปรวน, ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และ โมเมนต์.....	17
2.3.7	การแจกแจงแบบเกาส์เซียน (Gaussian distribution (Normal distribution)).....	19
2.3.8	โมเมนต์ร่วม (Joint Moment).....	19
2.3.9	สหสัมพันธ์ และความแปรปรวนร่วมเกี่ยว (Correlation and Covariance).....	19
2.4	กระบวนการสุ่ม (Stochastic Processes (Random process)).....	20
2.4.1	สัญญาณสุ่ม (Random signal).....	21
2.4.2	กระบวนการสุ่มแบบหยุดนิ่ง (Stationary random processes).....	22
2.4.3	ค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของกระบวนการสุ่ม.....	23
2.4.4	สหสัมพันธ์แบบออโต (Autocorrelation).....	23
2.4.5	ความแปรปรวนร่วมแบบออโต (Autocovariance).....	24
2.4.6	ความหนาแน่นสเปกตรัมกำลัง (Power spectral density).....	24
2.4.7	ระบบเชิงเส้นที่มีสัญญาณสุ่มเป็นอินพุต.....	24
2.5	สัญญาณรบกวน (Noise).....	25
2.5.1	สัญญาณรบกวนขาว (White noise).....	26
2.5.2	สัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์เซียน (Additive White Gaussian Noise)	27
2.6	ตัวกรองวินเนอร์ (Wiener filters).....	27
2.6.1	ตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (Additive Wiener filters).....	30
บทที่ 3	ฟัซซีเซต.....	33
3.1	เซต และฟังก์ชันสมาชิก (Set and Membership function).....	33
3.2	ทฤษฎีของฟัซซีเซต (Fuzzy set theory).....	35
3.2.1	ฟัซซีลอจิก (Fuzzy logic).....	36
3.2.2	คู่อันดับฟัซซี.....	36
3.2.3	ตัวแปรฟัซซี (Fuzzy linguistic variable).....	37
3.2.4	โอเปอเรชันของฟัซซีเซต (Operations on Fuzzy Sets).....	38
3.2.5	คำเชื่อม (Connectives).....	40
3.2.6	กฎของฟัซซี (Fuzzy rules).....	41
3.2.7	ฟัซซีอินเฟอเรนซ์ (Fuzzy inference).....	42

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.3 การประยุกต์ใช้งานฟัซซีลอจิกในการประมวลผลภาพเพื่อลดสัญญาณรบกวน.....	46
3.3.1 The iterative fuzzy control filter (IFC filter).....	46
3.3.2 GOA filter	48
บทที่ 4 การลดสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนด้วยทฤษฎีของฟัซซีเซต.....	55
4.1 แนวทางการใช้ทฤษฎีของฟัซซีในการลดสัญญาณรบกวนเกาส์เซียน.....	56
4.2 การสร้างอินพุทให้ระบบฟัซซีอินเฟอเรนซ์.....	57
4.3 การสร้างฟัซซีเซต.....	58
4.4 การสร้างกฎฟัซซีเพื่อถ่วงน้ำหนัก.....	59
4.5 การกรองภาพ.....	63
4.6 ส่วนการแปลงค่าฟัซซีเซตเป็นค่าเซตความเข้มแสงสว่าง.....	64
บทที่ 5 ผลการจำลองการประมวลผล.....	65
5.1 การทดลอง และผลการทดลอง.....	65
5.2 การทดลอง และผลการทดลอง.....	87
บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	89
6.1 สรุปผลการดำเนินการวิจัย.....	89
6.2 แนวทางในการพัฒนา.....	89
บรรณานุกรม.....	90
ภาคผนวก.....	91
ภาคผนวก ก. ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่.....	92
ประวัติผู้เขียน.....	101

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3.1 ทิศทาง และตำแหน่งของ GOA filter.....	51
4.1 อินพุตที่ใช้ในกฎทั้ง 8.....	60
5.1 แบบผลค่า MSE	87

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ลักษณะของภาพดิจิทัล.....	4
2.2 (ก) ภาพที่มีการแบ่งระดับ 16 ระดับ, (ข) 8 ระดับ, (ค) 4 ระดับ และ (ง) 2 ระดับ.....	5
2.3 ส่วนประกอบของระบบการประมวลผลภาพโดยทั่วไป.....	5
2.4 (ก) ข้อมูลภาพต้นฉบับ (ข) ข้อมูลภาพหลังบวกสัญญาณรบกวน.....	7
2.5 (ก) ข้อมูลภาพต้นฉบับ (ข) ข้อมูลภาพที่เกิดการพัวมัว.....	8
2.6 แผนภาพเวนนี ก) A และ B มีสมาชิกร่วมกัน (ข) $A \subseteq B \subseteq U$	9
2.7 แผนภาพเวนนี $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	10
2.8 แผนภาพเวนนี (ก) $A \cap B = \{4, 5\}$ (ข) $A \cap B = \emptyset$	10
2.9 แผนภาพเวนนี $A' = \{1, 2, 3\}$	10
2.10 ฟังก์ชันการแจกแจงชนิดไม่ต่อเนื่อง.....	18
2.11 ความหนาแน่นน่าจะเป็น และการแจกแจงสะสมแบบเกาส์เซียน.....	19
2.12 สัญญาณรบกวนในสายโทรศัพท์	21
2.13 (ก) สัญญาณที่คล้ายเป็นแบบหยุดนิ่ง (ข) สัญญาณที่เป็นแบบไม่หยุดนิ่ง.....	22
2.14 สัญญาณรบกวน.....	26
2.15 (ก) Autocorrelation ของสัญญาณรบกวนขาว (ข) แถบกำลังงาน (Power spectrum)	27
2.16 การประยุกต์ใช้งานตัวกรองวินเนอร์เพื่อลดสัญญาณรบกวน.....	29
2.17 การประยุกต์ใช้งานตัวกรองวินเนอร์กับการประมวลผลภาพ.....	30
3.1 กราฟฟังก์ชันสมาชิกภาพแบบเซตของบริเวณที่อากาศปกติ.....	35
3.2 กราฟฟังก์ชันสมาชิกภาพแบบฟัซซีเซตของบริเวณที่อากาศปกติ.....	35
3.3 กราฟฟังก์ชันสมาชิกของฟัซซีเซต A	36
3.4 แสดงฟัซซีเซตของอุณหภูมิ.....	37
3.5 การกระทำพื้นฐานของเซต.....	38
3.6 การกระทำพื้นฐานของฟัซซีเซต.....	38
3.7 การกระทำพื้นฐานของฟัซซีเซต(ต่อ).....	39
3.8 กฎของฟัซซีเกี่ยวกับคนสูงและคนหนัก.....	41
3.9 กฎของฟัซซีเกี่ยวกับการให้ค่าทิป.....	42
3.10 กฎของฟัซซีเกี่ยวกับการปริมาณน้ำ.....	42
3.11 แผนผังฟัซซีอินเฟอร์เรนซ์สำหรับการหาค่าทิปให้ร้านอาหาร	43
3.12 การหาค่าสมาชิกภาพของอินพุทอาหาร.....	43

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ลักษณะของภาพดิจิทัล.....	4
2.2 (ก) ภาพที่มีการแบ่งระดับ 16 ระดับ, (ข) 8 ระดับ, (ค) 4 ระดับ และ (ง) 2 ระดับ.....	5
2.3 ส่วนประกอบของระบบการประมวลผลภาพโดยทั่วไป.....	5
2.4 (ก) ข้อมูลภาพต้นฉบับ (ข) ข้อมูลภาพหลังบวกสัญญาณรบกวน.....	7
2.5 (ก) ข้อมูลภาพต้นฉบับ (ข) ข้อมูลภาพที่เกิดการพรมัว.....	8
2.6 แผนภาพเวนนี ก) A และ B มีสมาชิกร่วมกัน (ข) $A \subseteq B \subseteq U$	9
2.7 แผนภาพเวนนี $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	10
2.8 แผนภาพเวนนี (ก) $A \cap B = \{4, 5\}$ (ข) $A \cap B = \emptyset$	10
2.9 แผนภาพเวนนี $A' = \{1, 2, 3\}$	10
2.10 ฟังก์ชันการแจกแจงชนิดไม่ต่อเนื่อง.....	18
2.11 ความหนาแน่นน่าจะเป็น และการแจกแจงสะสมแบบเกาส์เซียน.....	19
2.12 สัญญาณรบกวนในสายโทรศัพท์	21
2.13 (ก) สัญญาณที่คล้ายเป็นแบบหยุดนิ่ง (ข) สัญญาณที่เป็นแบบไม่หยุดนิ่ง.....	22
2.14 สัญญาณรบกวน.....	26
2.15 (ก) Autocorrelation ของสัญญาณรบกวนขาว (ข) แถบกำลังงาน (Power spectrum)	27
2.16 การประยุกต์ใช้งานตัวกรองวินเนอร์เพื่อลดสัญญาณรบกวน.....	29
2.17 การประยุกต์ใช้งานตัวกรองวินเนอร์กับการประมวลผลภาพ.....	30
3.1 กราฟฟังก์ชันสมาชิกภาพแบบเซตของบริเวณที่อากาศปกติ.....	35
3.2 กราฟฟังก์ชันสมาชิกภาพแบบฟัซซีเซตของบริเวณที่อากาศปกติ.....	35
3.3 กราฟฟังก์ชันสมาชิกของฟัซซีเซต A	36
3.4 แสดงฟัซซีเซตของอุณหภูมิ.....	37
3.5 การกระทำพื้นฐานของเซต.....	38
3.6 การกระทำพื้นฐานของฟัซซีเซต.....	38
3.7 การกระทำพื้นฐานของฟัซซีเซต(ต่อ).....	39
3.8 กฎของฟัซซีเกี่ยวกับคนสูงและคนหนัก.....	41
3.9 กฎของฟัซซีเกี่ยวกับการให้ค่าทิป.....	42
3.10 กฎของฟัซซีเกี่ยวกับการปริมาณน้ำ.....	42
3.11 แผนผังฟัซซีอินเฟอร์เรนซ์สำหรับการหาค่าทิปให้ร้านอาหาร	43
3.12 การหาค่าสมาชิกภาพของอินพุทอาหาร.....	43

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
3.13 การกระทำของฟังก์ชันเซตระหว่างอาหารอร่อยและบริการดีเยี่ยม.....	44
3.14 การดำเนินการตามวิธีการทำให้เกิดความเกี่ยวข้อง(Apply Implication Method).....	44
3.15 การรวมค่าสมาชิกภาพเอาที่พหุของแต่ละกฎด้วยวิธีการรวมตัว (Aggregation method)	45
3.16 (ก) จุดภาพกลาง และจุดภาพข้างเคียง (ข) หลังจากการคำนวณผลต่าง.....	46
3.17 ฟังก์ชันสมาชิกภาพ NB, NM, NS, Z, PS, PM และ PB.....	46
3.18 ฟังก์ชันสมาชิกภาพ <i>more</i>	47
3.19 (ก) จุดภาพข้างเคียงในทิศทางต่างๆ (ข) ตำแหน่งของจุดภาพข้างเคียงต่างๆ.....	49
3.20 การหาผลต่างในทิศทางต่างๆ.....	50
3.21 ฟังก์ชันสมาชิกภาพ <i>small</i>	51
3.22 ฟังก์ชันสมาชิกภาพ <i>negative</i> และ <i>positive</i>	51
4.1 ลำดับการทำงานของการประมวลผลภาพด้วยฟังก์ชันเซตโดยทั่วไป.....	56
4.2 ลำดับการทำงานของการประมวลผลภาพด้วยฟังก์ชันเซตในรูปของตัวเลข.....	57
4.3 ตำแหน่งจุดภาพในบล็อกที่ใช้ในการประมวลผลขนาด 3×3 จุดภาพ.....	57
4.4 ฟังก์ชันสมาชิกภาพ $\mu_{SM}(x)$ ของฟังก์ชันเซต <i>small (SM)</i>	58
4.5 รูปแบบแนวเส้นตัดผ่านจุดภาพกลาง.....	59
4.6 รูปแบบจุดภาพข้างเคียงของแต่ละจุดภาพ.....	60
4.7 ผลต่างจุดภาพที่ใช้กับกฎ <i>small</i> สำหรับ P_1	60
4.8 ผลต่างจุดภาพที่ใช้กับกฎ <i>small</i> สำหรับ P_2	61
4.9 ผลต่างจุดภาพที่ใช้กับกฎ <i>small</i> สำหรับ P_3	61
4.10 ผลต่างจุดภาพที่ใช้กับกฎ <i>small</i> สำหรับ P_4	61
4.11 ผลต่างจุดภาพที่ใช้กับกฎ <i>small</i> สำหรับ P_5	62
4.12 ผลต่างจุดภาพที่ใช้กับกฎ <i>small</i> สำหรับ P_6	62
4.13 ผลต่างจุดภาพที่ใช้กับกฎ <i>small</i> สำหรับ P_7	62
4.14 ผลต่างจุดภาพที่ใช้กับกฎ <i>small</i> สำหรับ P_8	63
4.15 แสดงฟังก์ชันเซต <i>positive</i> และ <i>negative</i>	63
5.1 ภาพ Einstein ดั้งเดิม.....	66
5.2 ภาพ Einstein ที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนเกาส์เซียน $\sigma = 5$	66
5.3 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=20$) ที่ $\sigma = 5$	66

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.4 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=40$) ที่ $\sigma = 5$	67
5.5 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=60$) ที่ $\sigma = 5$	67
5.6 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=80$) ที่ $\sigma = 5$	67
5.7 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=20$) ที่ $\sigma = 5$	68
5.8 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=40$) ที่ $\sigma = 5$	68
5.9 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=60$) ที่ $\sigma = 5$	68
5.10 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=80$) ที่ $\sigma = 5$	69
5.11 ภาพ Einstein หลังผ่าน IFC filter ที่ $\sigma = 5$	69
5.12 ภาพ Einstein หลังผ่าน GOA filter ที่ $\sigma = 5$	69
5.13 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (3×3) ที่ $\sigma = 5$	70
5.14 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (5×5) ที่ $\sigma = 5$	70
5.15 ภาพ Einstein ระยะใกล้ (ก) ด้นฉบับ (ข) ถูกปรับที่ $\sigma = 5$	70
5.16 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 5$ (ก) แบบค่าคงที่ ($K=20$) (ข) แบบค่าคงที่ ($K=40$)	71
5.17 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 5$ (ก) แบบค่าคงที่ ($K=60$) (ข) แบบค่าคงที่ ($K=80$)	71
5.18 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 5$ (ก) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=20$) (ข) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=40$)	71
5.19 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 5$ (ก) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=60$) (ข) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=80$)	72
5.20 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 5$ (ก) IFC filter (ข) GOA filter	72
5.21 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 5$ ตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (ก) (3×3) (ข) (5×5)	72
5.22 ภาพ Einstein ด้นฉบับ	73
5.23 ภาพ Einstein ที่ถูกปรับด้วยสัญญาณรบกวนเกาส์เซียน $\sigma = 10$	73
5.24 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=20$) ที่ $\sigma = 10$	73
5.25 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=40$) ที่ $\sigma = 10$	74
5.26 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=60$) ที่ $\sigma = 10$	74
5.27 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=80$) ที่ $\sigma = 10$	74
5.28 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=20$) ที่ $\sigma = 10$	75
5.29 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=40$) ที่ $\sigma = 10$	75

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.30 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=60$) ที่ $\sigma = 10$	75
5.31 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=80$) ที่ $\sigma = 10$	76
5.32 ภาพ Einstein หลังผ่าน IFC filter ที่ $\sigma = 10$	76
5.33 ภาพ Einstein หลังผ่าน GOA filter ที่ $\sigma = 10$	76
5.34 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (3×3) ที่ $\sigma = 10$	77
5.35 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (5×5) ที่ $\sigma = 10$	77
5.36 ภาพ Einstein ระยะใกล้ (ก) ต้นฉบับ (ข) ถูกครอบวนที่ $\sigma = 10$	77
5.37 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 10$ (ก) แบบค่าคงที่ ($K=20$) (ข) แบบค่าคงที่ ($K=40$).....	78
5.38 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 10$ (ก) แบบค่าคงที่ ($K=60$) (ข) แบบค่าคงที่ ($K=80$).....	78
5.39 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 10$ (ก) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=20$) (ข) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=40$)	78
5.40 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 10$ (ก) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=60$) (ข) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=80$)	79
5.41 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 10$ (ก) IFC filter (ข) GOA filter.....	79
5.42 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 10$ ตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (ก) (3×3) (ข) (5×5).....	79
5.43 ภาพ Einstein ต้นฉบับ.....	80
5.44 ภาพ Einstein ที่ถูกรอบวนด้วยสัญญาณรบกวนเกาส์เซียน $\sigma = 15$	80
5.45 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=20$) ที่ $\sigma = 15$	80
5.46 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=40$) ที่ $\sigma = 15$	81
5.47 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=60$) ที่ $\sigma = 15$	81
5.48 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=80$) ที่ $\sigma = 15$	81
5.49 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=20$) ที่ $\sigma = 15$	82
5.50 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=40$) ที่ $\sigma = 15$	82
5.51 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=60$) ที่ $\sigma = 15$	82
5.52 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=80$) ที่ $\sigma = 15$	83
5.53 ภาพ Einstein หลังผ่าน IFC filter ที่ $\sigma = 15$	83
5.54 ภาพ Einstein หลังผ่าน GOA filter ที่ $\sigma = 15$	83
5.55 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (3×3) ที่ $\sigma = 15$	84
5.56 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (5×5) ที่ $\sigma = 15$	84

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.57 ภาพ Einstein ระยะใกล้ (ก) ต้นฉบับ (ข) ถูกปรับที่ $\sigma = 15$	84
5.58 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 15$ (ก) แบบค่าคงที่ (K=20) (ข) แบบค่าคงที่ (K=40).....	85
5.59 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 15$ (ก) แบบค่าคงที่ (K=60) (ข) แบบค่าคงที่ (K=80).....	85
5.60 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 15$ (ก) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=20$) (ข) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=40$)	85
5.61 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 15$ (ก) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=60$) (ข) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=80$)	86
5.62 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 15$ (ก) IFC filter (ข) GOA filter.....	86
5.63 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 15$ ตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (ก) (3×3) (ข) (5×5)....	86

ภาพกลางใหม่หนึ่งค่า แล้วเลื่อนจุดภาพกลาง และจุดภาพข้างเคียงไปจนถึงจุดภาพสุดท้าย และแบบที่สองคือการใช้ร่วมกับวิธีการดั้งเดิม เช่น การใช้พีชคณิตในการช่วยถ่วงน้ำหนักในการหาค่าเฉลี่ยของจุดภาพกลาง และจุดภาพข้างเคียงเพื่อนำค่าที่ได้มาใช้เป็นค่าจุดภาพกลางใหม่ เพื่อรักษา รายละเอียด และความคมชัดของภาพ โดยผลจากการศึกษาพบว่าวิธีการพีชคณิตแบบตรงมีประสิทธิภาพ และประหยัดเวลารวมถึงทรัพยากรที่ใช้ในการประมวลผล โดยการใช้แนวคิดในการสร้างกฎแบ่งกลุ่มภาพเป็นขอบภาพ และพื้นภาพ ซึ่งถ้าหากจุดกลางภาพอยู่ในกลุ่มใดก็นำค่าในกลุ่มนั้นมาหาค่าเฉลี่ย และถ้าไม่เข้ากลุ่มใดก็จะไม่นำค่าในกลุ่มนั้นมารวมคำนวณ ค่าที่ใช้ในการแบ่งกลุ่มสามารถใช้ได้สองแบบได้แก่การใช้ค่าคงที่ และแบบใช้การปรับกึ่งอัตโนมัติ

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มุ่งหวังเพื่อศึกษาการลดผลกระทบของสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนที่เกิดขึ้นกับข้อมูลภาพ ด้วยการศึกษาวิธีการรักษารายละเอียด และความคมชัดของภาพ พร้อมทั้งลดผลกระทบของสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนที่เกิดขึ้นกับข้อมูลภาพด้วยวิธีการพีชคณิตที่ใช้จำนวนกลุ่มจุดภาพที่มีขนาด 3×3 เพื่อประหยัดทรัพยากรในการประมวลผล

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

ข้อดีของการลดผลกระทบของสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนที่เกิดขึ้นกับข้อมูลภาพแบบเก่าทำให้รายละเอียด และความคมชัดของภาพลดลง อีกทั้งยังต้องใช้จำนวนจุดภาพในการประมวลผลมาก ซึ่งวิธีการแก้ไขคือการใช้ค่าเฉลี่ยของผลต่างระหว่างจุดภาพกลาง และภาพข้างเคียง แต่เพื่อการรักษารายละเอียด และความคมชัดของภาพจึงต้องแบ่งกลุ่มของจุดภาพข้างเคียงว่าจุดใดบ้างที่ควรนำมาช่วยหาค่าเฉลี่ย ด้วยการสร้างฟังก์ชันสมาชิก และกฎที่มีความสามารถขึ้นมารองรับปัญหาดังกล่าว และใช้จำนวนกลุ่มจุดภาพที่มีขนาด 3×3 เพื่อลดจำนวนจุดภาพที่ใช้ในการประมวลผล

1.4 ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย

ในการลดสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนที่เกิดขึ้นกับข้อมูลภาพนั้น การหาค่าเฉลี่ยของจุดภาพกลาง และจุดภาพข้างเคียงจำนวนหนึ่ง เพื่อคำนวณหาจุดภาพกลางใหม่เป็นวิธีการที่เรียบง่ายที่สุดแต่ให้ส่งผลให้ข้อมูลขาดรายละเอียด จึงได้มีการศึกษาการถ่วงน้ำหนักของจุดภาพกลาง และจุดภาพข้างเคียงแต่ละจุดขึ้น ซึ่งวิธีการการถ่วงน้ำหนักสามารถใช้ทฤษฎีของพีชคณิตทำได้ ด้วยการนำผลต่างระหว่างจุดภาพกลาง และจุดภาพบริเวณข้างเคียง ซึ่งอินพุตของฟังก์ชันสมาชิกจะใช้ค่าผลต่างของจุดกลางภาพกับจุดภาพข้างเคียงที่มีขนาด 3×3 จุดภาพ เนื่องจากการใช้จำนวนจุด

ภาพมากจะทำให้สิ้นเปลืองทรัพยากรที่ใช้ในการประมวลผลแต่ละครั้งรวมไปถึงเวลาที่ใช้ในการประมวลผลด้วย ทั้งนี้การสร้างอินพุทโดยใช้ผลต่างนั้นมีวัตถุประสงค์เพื่อรองรับการสร้างกฎในการแบ่งกลุ่มจุดภาพ โดยถ้าผลต่างที่จุดภาพข้างเคียงใดมีค่ามากกว่าผลต่างจุดภาพข้างเคียงอื่น หมายความว่าไม่เข้ากลุ่ม หรือมีความสำคัญน้อยลงในการนำมาร่วมคิดหาค่าเฉลี่ย และใช้กฎที่มีชื่อว่า *small(SM)* และเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการรักษารายละเอียดของภาพจึงต้องให้ความสำคัญกับผลต่างจุดภาพที่อยู่ข้างเคียง และผลต่างของจุดภาพที่อยู่ตรงกันข้าม หรือเรียกได้แนวตัดผ่านจุดภาพกลาง เพราะถึงแม้ว่าโอกาสเกิดสัญญาณรบกวนที่มีค่ามากๆ ของสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนจะมีโอกาสเกิดขึ้นน้อย แต่ถ้าเกิดขึ้นจะทำให้การแบ่งกลุ่มเกิดความผิดพลาดทำให้สัญญาณรบกวนค่าที่หลายๆ ที่เกิดขึ้นกับจุดภาพนั้นๆ ไม่สามารถถูกทำให้หายไปหรือลดลงได้ จึงต้องสร้างกฎที่มีการให้ความสำคัญดังกล่าวนี้เกิดขึ้นในส่วนของการถ่วงน้ำหนักด้วย และเมื่อถ่วงน้ำหนักแล้วสิ่งที่ต้องทำต่อไปคือการหาค่าเฉลี่ย หรือการกรองภาพซึ่งจะใช้แนวคิดของกฎที่ว่าถ้าผลต่างจุดใดมีค่าเป็นบวก หรือค่าเป็นลบเท่าใดก็นำมาถ่วงกับค่าพีซีซีซีที่ได้จากกฎ *small(SM)* ด้วยการใช้กฎที่มีชื่อว่า *positive(PO)* และ *negative(NE)*

1.5 การเปรียบเทียบระหว่างวิธีการที่นำเสนอกับวิธีการแบบพื้นฐาน

วิธีการประมาณขีดความสามารถของวิธีการแบบต่างๆที่ใช้ในการประมวลผลเพื่อลดระดับสัญญาณรบกวนเกาส์เซียน จะใช้ค่าเฉลี่ยยกกำลังสองของค่าความผิดพลาด(Mean-Square Error, MSE) และการใช้ตาเปล่ามองเปรียบเทียบในเรื่องรายละเอียดภาพ ซึ่งวิธีการพื้นฐานที่ใช้ในการเปรียบเทียบได้แก่ ตัวกรองวินเนอร์, IFC Filter และ GOA Filter

1.6 ขอบเขตการวิจัย

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้นำเสนอวิธีการประมวลผลภาพเพื่อทำหน้าที่ลดระดับสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนด้วยการออกแบบที่ใช้ทฤษฎีของพีซีซีซีโดยใช้คอมพิวเตอร์ในการจำลองการทำงานระบบด้วยโปรแกรม MATLAB และผลที่ได้จะแสดงถึงประสิทธิภาพของวิธีการที่นำเสนอ

1.7 ขั้นตอนของการศึกษา

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 บทด้วยกันคือ

บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมาของงานวิจัย ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ สมมติฐาน ทฤษฎีที่ใช้ ขอบเขตของการวิจัย และขั้นตอนการศึกษา

บทที่ 2 กล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งประกอบด้วยพื้นฐานการประมวลผลภาพ, สัญญาณรบกวน และตัวกรองวินเนอร์

บทที่ 3 กล่าวถึงทฤษฎีฟิชชีเซต และการประยุกต์ใช้งานในการลดระดับสัญญาณรบกวนเกาส์เซียน

บทที่ 4 กล่าวถึงการลดสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนด้วยทฤษฎีของฟิชชีเซตด้วยวิธีการที่นำเสนอ

บทที่ 5 ผลการจำลองการประมวลผล

บทที่ 6 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

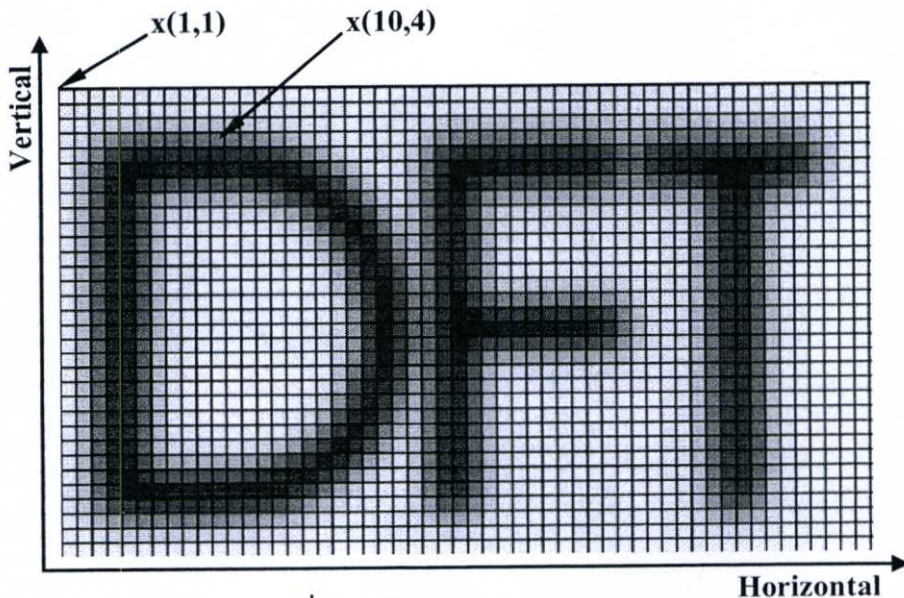
บทที่ 2

การประมวลผลภาพ และสัญญาณรบกวน

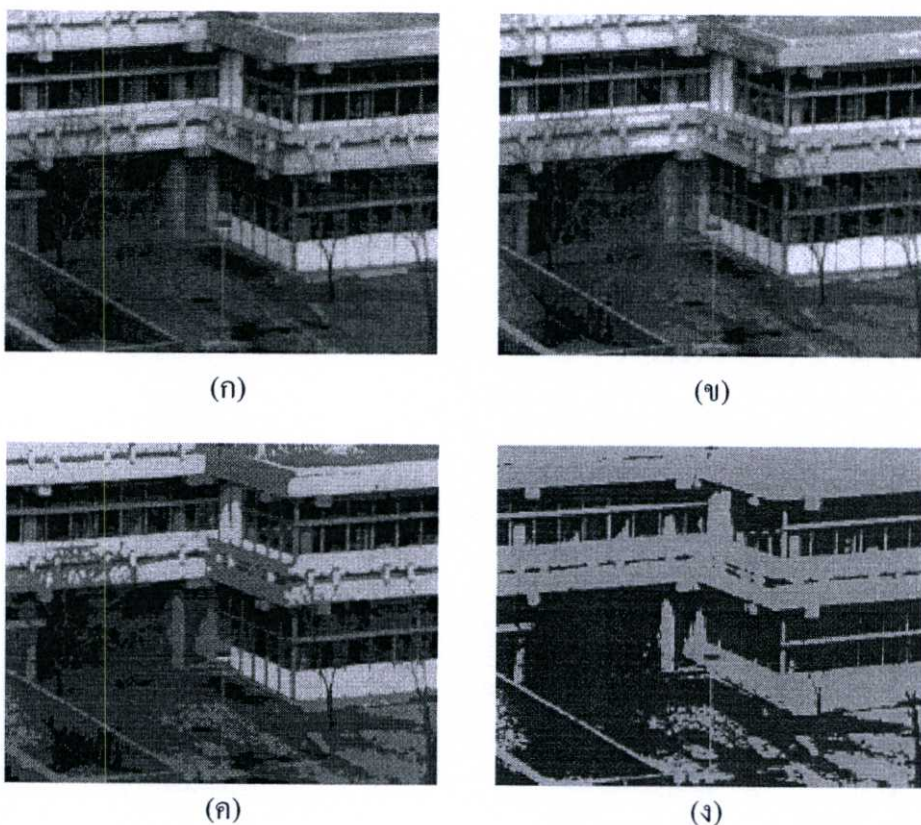
ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานในการประมวลผลภาพ และพื้นฐานของทฤษฎีความน่าจะเป็น และสัญญาณรบกวน รวมไปถึงทฤษฎีของตัวกรองวินเนอร์

2.1 ลักษณะของข้อมูลภาพ

ในการประมวลผลภาพโดยทั่วไปแล้วข้อมูลภาพส่วนใหญ่ที่ใช้ในการประมวลผล จะเป็นข้อมูลภาพดิจิทัล (Digital Image) ที่แทนด้วย ดังแสดงในรูปที่ 2.1 ซึ่งภาพดิจิทัลจะได้อาจมาจากการสุ่มตัวอย่าง (Sampling) สัญญาณอนาล็อกซึ่งค่าของภาพแต่ละจุดภาพ (pixel) จะได้มาจากการแบ่งชั้นของแสงสว่าง (Quantization) เรียกว่าภาพระดับสีเทา (Gray-scale images) ที่มีค่าความละเอียด 256 ระดับ (level) หรือ 8 บิต(bit) ต่อ 1 จุดภาพขึ้นไป ซึ่งจะทำให้ได้คุณภาพที่ดีต่อการมองด้วยตาเปล่า และในปัจจุบันระดับความละเอียดของภาพที่ใช้งานบนเครื่องคอมพิวเตอร์มีความละเอียดสูงถึง 32 บิตต่อ 1 จุดภาพ ทำให้ได้ภาพที่มีคุณภาพสูง แต่ในงานวิจัยส่วนใหญ่ยังนิยมใช้ความละเอียดที่ 256 ระดับ โดยที่ค่า 0 เท่ากับระดับความเข้มของแสงสว่างที่มีคต่ำที่สุด และค่า 256 เท่ากับระดับความเข้มของแสงสว่างที่สว่างที่สุด โดยขนาดของภาพจะใช้ค่าของ และ เช่น ภาพขนาด 256 256 เป็นต้น ซึ่งถ้าขนาดของภาพลดลงจะทำให้ภาพนั้นมีขนาดลดลงตามไปด้วย รวมถึงการลดระดับค่าของการแบ่งชั้นของแสงสว่างลงก็จะทำให้คุณภาพ และความละเอียดของภาพลดลงไปด้วยดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.1 ลักษณะของภาพดิจิทัล



รูปที่ 2.2 (ก) ภาพที่มีการแบ่งระดับ 16 ระดับ, (ข) 8 ระดับ, (ค) 4 ระดับ และ (ง) 2 ระดับ

2.2 พื้นฐานการประมวลผลภาพ

ระบบการประมวลผลภาพโดยทั่วไปจะเป็นการประมวลผลสัญญาณดิจิทัล โดยข้อมูลอินพุทภาพอนาลอก $I(x,y)$ จะถูกนำแปลงเป็นข้อมูลภาพดิจิทัล $f(m,n)$ ด้วยดิจิทัลไลเซอร์ (Digitizer) ซึ่งใช้เซ็นเซอร์ (Sensor) แปลงอินพุทเป็นสัญญาณอนาลอก จากนั้นแปลงสัญญาณอนาลอกเป็นสัญญาณดิจิทัล (A/D Conversion) จากนั้นข้อมูลภาพดิจิทัล $f(m,n)$ จะถูกประมวลผลด้วยการประมวลผลสัญญาณเชิงเลข (Digital Signal Processing) ที่สร้างได้ทั้งบนคอมพิวเตอร์ หรือด้วยตัวประมวลผลที่มีความสามารถสูงกว่า ขึ้นอยู่กับลักษณะงานที่จะนำภาพไปใช้ โดยผลลัพธ์ของการประมวลผลจะถูกนำเสนอด้วยตัวแสดงผล (Display) ที่มีความสามารถในการทำให้คนมองเห็นได้ เช่น จอภาพซีอาร์ที (CRT), จอภาพแอลซีดี (LDC) เป็นต้น โดยระบบการประมวลผลภาพโดยทั่วไปสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 ส่วนประกอบของระบบการประมวลผลภาพโดยทั่วไป

2.2.1 ดิจิไทเซอร์ (Digitizer)

โดยทั่วไปดิจิไทเซอร์ มีองค์ประกอบที่สำคัญสองอย่างคือเซ็นเซอร์ซึ่งทำหน้าที่แปลงอินพุทเป็นสัญญาณอนาล็อก และตัวแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิทัลซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะอินพุท ตัวอย่างเช่นกล้องถ่ายภาพ (Camera) อินพุทจะเป็นแสงที่สะท้อนจากวัตถุโดยตรงที่ไปตกกระทบกับเซ็นเซอร์, เครื่องสแกน (Scanner) อินพุทจะเป็นภาพถ่าย (Photograph) หรือฟิล์ม (film) ไปตกกระทบกับเซ็นเซอร์ เป็นต้น

2.2.2 การประมวลผลสัญญาณเชิงเลข (Digital Signal Processing)

ระบบการประมวลผลภาพด้วยการวิธีการประมวลผลสัญญาณเชิงเลขสามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอินพุทและเอาต์พุทได้ด้วยการคูณประสาน (Convolution) ดังสมการที่ (2.1) ซึ่งสามารถเรียกอีกอย่างได้ว่าการประมวลผลสัญญาณเชิงเลขสองมิติ

$$y(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) * h(n_1, n_2)$$

$$y(n_1, n_2) = \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} x(n_1, n_2) h(n_1 - k_1, n_2 - k_2) \quad (2.1)$$

โดยที่ $y(n_1, n_2)$ คือเอาต์พุท

$x(n_1, n_2)$ คืออินพุท

$h(n_1, n_2)$ คือผลตอบสนองอิมพัลส์ (Impulse response)

การประมวลผลสัญญาณเชิงเลขสองมิติจำเป็นต้องหาผลตอบสนองอิมพัลส์ ที่ทำให้ได้ค่าเอาต์พุทตามลักษณะการประมวลผลแบบต่างๆ ซึ่งการหาค่าผลตอบสนองอิมพัลส์สามารถทำได้หลายวิธี เช่น การแปลงแซด (Z Transform) เป็นต้น ในระบบการประมวลผลที่ไม่มีการเปลี่ยนค่าผลตอบสนองอิมพัลส์ตลอดการประมวลผลเรียกว่า ระบบการประมวลผลเชิงเส้น (Linear System) และระบบการประมวลผลที่มีการเปลี่ยนค่าผลตอบสนองอิมพัลส์ระหว่างการประมวลผลเรียกว่า ระบบการประมวลผลแบบปรับตัวได้ (Adaptive system)

2.2.3 ตัวแสดงผล (Display)

ตัวแสดงผลภาพหลังจากการประมวลผล ในปัจจุบันที่มีใช้กันอย่างแพร่หลายได้แก่ CRT (Cathode ray tube) ซึ่งใช้วิธีการยิงแสงจากหลอดฉายแสงที่มีความเข้มแสงต่างกัน ไปตกกระทบที่จอภาพเพื่อแสดงระดับความเข้มของแสงแต่ละจุดตามแต่ค่าของแต่ละจุดภาพ และอีกแบบหนึ่งได้แก่ LCD (Liquid crystal displays) ซึ่งใช้หลักการกระดุนของเหลวในจอภาพของแต่ละจุดภาพในระดับที่ต่างกันเพื่อแสดงผลภาพ

2.2.4 การซ่อมแซมภาพ (Image restoration)

การประมวลผลภาพมีด้วยกันหลายอย่างตามวัตถุประสงค์ ตัวอย่างเช่นการปรับปรุงภาพ (Image Enhancement), การซ่อมแซมภาพ (Image restoration) และการเข้ารหัสและลดขนาดข้อมูลภาพ (Image coding) เป็นต้น ในวิทยานิพนธ์นี้จะกล่าวถึงเพียงการลดระดับสัญญาณรบกวน (Noise) ซึ่งการประมวลผลที่เกี่ยวข้องได้แก่การซ่อมแซมภาพ

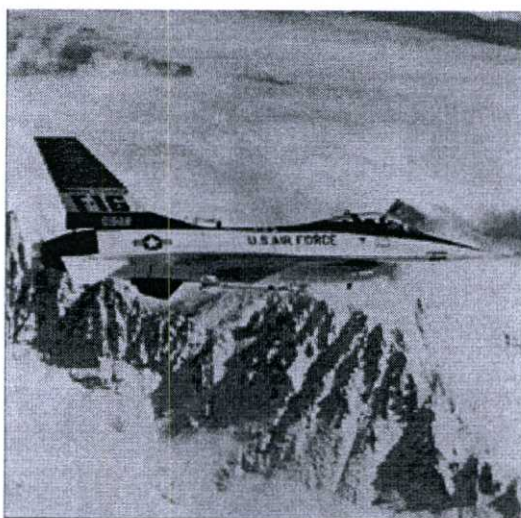
วัตถุประสงค์ของการซ่อมแซมข้อมูลภาพ คือการลด หรือกำจัดสิ่งที่ทำให้คุณภาพของภาพลดลง โดยสิ่งที่เป็นตัวอย่างของสิ่งที่ทำให้ข้อมูลภาพต้นฉบับที่ถูกทำให้คุณภาพลดลงได้แก่สัญญาณรบกวนดังแสดงในรูปที่ 2.4 และเขียนสามารถสมการได้ดังสมการที่ (2.2) ซึ่งวิธีการในการซ่อมแซมภาพที่เกิดจากสัญญาณรบกวนจะได้กล่าวถึงในภายหลัง

$$p(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) + v(n_1, n_2) \quad (2.2)$$

โดยที่ $p(n_1, n_2)$ คือข้อมูลภาพที่ถูกทำให้คุณภาพลดลง

$f(n_1, n_2)$ คือข้อมูลภาพต้นฉบับ

$v(n_1, n_2)$ คือสัญญาณรบกวน



(ก)



(ข)

รูปที่ 2.4 (ก) ข้อมูลภาพต้นฉบับ (ข) ข้อมูลภาพหลังบวกสัญญาณรบกวน

อีกตัวอย่างหนึ่งของสิ่งที่ทำให้ข้อมูลภาพต้นฉบับที่ถูกทำให้คุณภาพลดลงได้แก่ การพรมัวที่มักเกิดจากการปรับโฟกัสของดิจิทัลเซอร์ หรือจอแสดงผลไม่ได้คุณภาพ ดังแสดงในรูปที่ 2.5 และเขียนสามารถสมการที่(2.3)

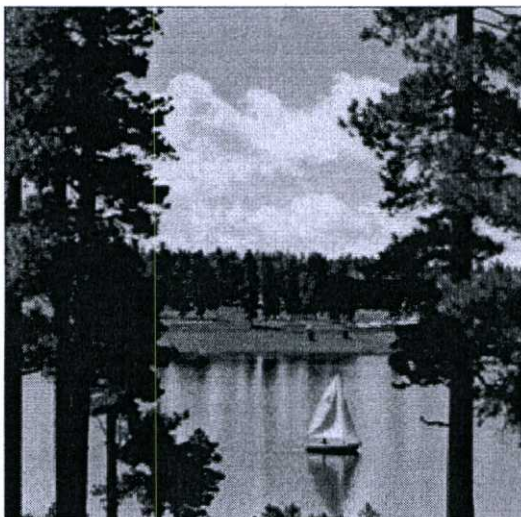
และอีกตัวอย่างหนึ่งของสิ่งที่ทำให้ข้อมูลภาพต้นฉบับที่ถูกทำให้คุณภาพลดลงได้แก่ การพรมัวที่มักเกิดจากการปรับโฟกัสของดิจิทัลไจเซอร์ หรือจอแสดงผลไม่ได้คุณภาพ ดังแสดงในรูปที่ 2.5 และเขียนสามารถสมการที่(2.3)

$$p(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) * b(n_1, n_2) \quad (2.3)$$

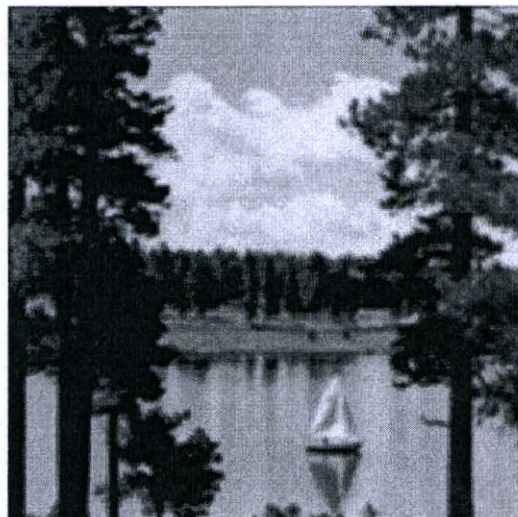
โดยที่ $p(n_1, n_2)$ คือข้อมูลภาพที่ถูกทำให้คุณภาพลดลง

$f(n_1, n_2)$ คือข้อมูลภาพต้นฉบับ

$b(n_1, n_2)$ คือผลตอบสนองอิมพัลส์(Impulse response)



(ก)



(ข)

รูปที่ 2.5 (ก) ข้อมูลภาพต้นฉบับ (ข) ข้อมูลภาพที่เกิดการพรมัว

2.3 ความน่าจะเป็น และตัวแปรเชิงสุ่ม

ในการทดลองปรากฏการณ์ทางกายภาพหลายๆอย่าง ผลลัพธ์ของการทดลองจะแสดงค่าที่เป็นค่าสุ่มซึ่งไม่สามารถทำนายผลลัพธ์ได้อย่างแม่นยำ อย่างไรก็ตามในกรณีนี้การใช้ค่าผลลัพธ์ในการโยนจำนวนหลายๆ จะแสดงบางความสม่ำเสมอของผลลัพธ์ ดังนั้นในการหาค่าเฉลี่ยของผลลัพธ์จะหาค่าโอกาสการออกหน้าของเหรียญได้ในเหตุการณ์นั้นๆ การศึกษาเกี่ยวกับการหาค่าเฉลี่ยจะสามารถกำหนดจำนวนความถี่ของการเกิดผลลัพธ์ในการทดลองที่แน่นอนดังเช่นการออกหน้าของเหรียญ ในทางคณิตศาสตร์เรียกสิ่งเหล่านี้ว่า ความน่าจะเป็น (Probability)

ตัวแปรเชิงสุ่ม (Random variable) คือตัวแปรที่มีค่าผลลัพธ์เป็นค่าสุ่ม เช่นผลลัพธ์ของการโยนเหรียญ ซึ่งสามารถกำหนดลักษณะเฉพาะของตัวแปรเชิงสุ่มได้ด้วยฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability density function: PDF)

2.3.1 ทฤษฎีของเซต (Set Theory)

เซตคือ ที่รวมของสิ่งต่างๆ(Object) ซึ่งสิ่งที่อยู่ในเซตจะเรียกว่าสมาชิก (Element) เช่น เซต $V =$ เซตของวันใน 1 สัปดาห์

$$V = \{\text{อาทิตย์, จันทร์, อังคาร, พุธ, พฤหัสบดี, ศุกร์, เสาร์}\}$$

เซต A จะเป็นเซตย่อย(Sub set) ของเซต B ถ้าสมาชิกทุกตัวในเซต A เป็นสมาชิกของเซต B ใช้สัญลักษณ์ $A \subseteq B$ เรียกว่า A เป็นเซตย่อยของ B

เซต A จะเท่ากับเซต B ถ้าเซต A มีสมาชิกทุกตัวเหมือนกับเซต B หรือเซต A เป็นเซตย่อยของเซต B และเซต B เป็นเซตย่อยของเซต A ใช้สัญลักษณ์ $A = B$ เช่น $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ และ $B = \{2, 4, 1, 3, 5\}$ จะได้ $A \subseteq B$, $B \subseteq A$ และ $A = B$

เซตเอกภพสัมพัทธ์ (Universal Set) คือ เซตของค่าทั้งหมดที่มีคุณสมบัติตามที่กำหนดในขอบเขตที่พิจารณา ใช้สัญลักษณ์ U เช่น เซตของวันใน 1 สัปดาห์ เช่น

$$U = \{\text{อาทิตย์, จันทร์, อังคาร, พุธ, พฤหัสบดี, ศุกร์, เสาร์}\}$$

$$A = \{\text{พฤหัสบดี, ศุกร์}\}$$

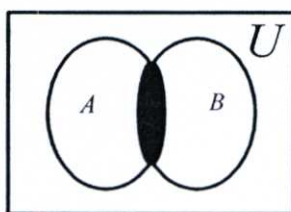
$$B = \{\text{อาทิตย์, พุธ, เสาร์}\}$$

$$\text{จะได้ } A \subseteq U \text{ และ } B \subseteq U$$

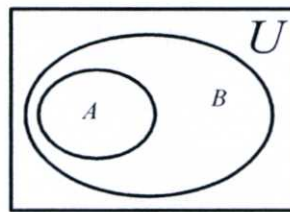
เซตว่าง (Empty Set) คือ เซตที่ไม่มีสมาชิกใดๆ ภายในเซต ใช้สัญลักษณ์ \emptyset เช่น $A \supseteq \emptyset$

2.3.1.1 โอเปอเรชันของเซต (Set Operations)

แผนภาพเวนน์ (Venn Diagram) เป็นวิธีการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเซต และการกระทำของเซต โดยจะแทนเซตเอกภพสัมพัทธ์ด้วยรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า และเซตอื่นๆ ด้วยรูปวงกลมหรือวงรีภายในกรอบ 4 เหลี่ยม



(ก)

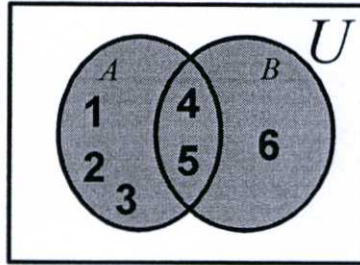


(ข)

รูปที่ 2.6 แผนภาพเวนน์ (ก) A และ B มีสมาชิกร่วมกัน (ข) $A \subseteq B \subseteq U$

Union ของเซต A และเซต B หมายถึง เซตของค่าทั้งหมดที่เป็นสมาชิกของเซต A หรือเซต B หรือทั้งคู่ ใช้สัญลักษณ์ $A \cup B$ เรียกว่า A ยูเนียน B เช่น

เมื่อ $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ แล้ว $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$



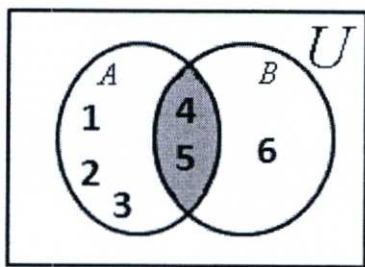
รูปที่ 2.7 แผนภาพเวนนี $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Intersection ของ A และเซต B หมายถึง เซตของค่าที่เป็นสมาชิกของทั้ง เซต A และเซต B ใช้สัญลักษณ์ $A \cap B$ เรียกว่า A อินเตอร์เซก B เช่น

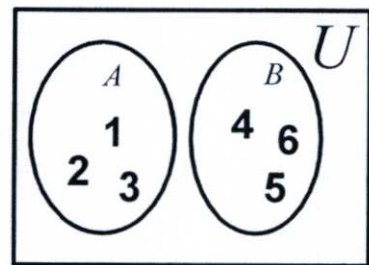
เมื่อ $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ แล้ว $A \cap B = \{4, 5\}$

Mutually Exclusive ของเซต A และเซต B หมายถึง เมื่อ $A \cap B$ แล้ว $A \cap B = \emptyset$ เช่น

เมื่อ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ แล้ว $A \cap B = \emptyset$



(ก)

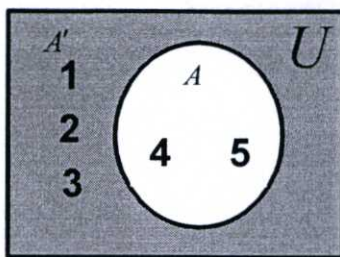


(ข)

รูปที่ 2.8 แผนภาพเวนนี (ก) $A \cap B = \{4, 5\}$ (ข) $A \cap B = \emptyset$

Complement ของเซต A หมายถึง เซตของค่าทั้งหมดที่ไม่ได้เป็นสมาชิกของเซต A ใช้สัญลักษณ์ A' หรือ \bar{A} เรียกว่า A Complement เช่น

เมื่อ $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{4, 5\}$ แล้ว $A' = \{1, 2, 3\}$



รูปที่ 2.9 แผนภาพเวนน $A' = \{1, 2, 3\}$

2.3.1.2 พีชคณิตของเซต (Algebra of Sets)

กำหนดให้ A, B, C เป็นเซตใดๆ และ U เป็นเซตเอกภพสัมพัทธ์

กฎของส่วนเติมเต็ม (Complementation Laws)

$$\text{ก. } A \cup A' = U \qquad \text{ข. } A \cap A' = \emptyset$$

$$\text{ค. } U' = \emptyset \text{ และ } \emptyset' = U$$

กฎของส่วนเติมเต็มซ้อน (Double Complementation Laws)

$$\text{ก. } ((A)')' = A$$

กฎเอกลักษณ์ (Identity Laws)

$$\text{ก. } A \cup \emptyset = A \qquad \text{ข. } A \cap U = A$$

$$\text{ค. } A \cup U = U \qquad \text{ง. } A \cap \emptyset = \emptyset$$

กฎการซ้ำ (Idempotent Laws)

$$\text{ก. } A \cup A = A \qquad \text{ข. } A \cap A = A$$

กฎการสลับที่ (Commutative Laws)

$$\text{ก. } A \cup B = B \cup A \qquad \text{ข. } A \cap B = B \cap A$$

กฎการเปลี่ยนกลุ่มได้ (Associative Laws)

$$\text{ก. } (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$\text{ข. } (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

กฎการกระจาย (Distributive Laws)

$$\text{ก. } A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$\text{ข. } A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

กฎของเดออร์มอร์แกน (De Morgan's Laws)

$$\text{ก. } (A \cap B)' = A' \cup B' \qquad \text{ข. } (A \cup B)' = A' \cap B'$$

2.3.2 ทฤษฎีความน่าจะเป็น (Probability theory)

การทดลองเชิงสุ่มเป็นจุดเริ่มต้นของการศึกษาทฤษฎีความน่าจะเป็น ดังนั้น ทฤษฎีความน่าจะเป็นจึงหมายถึงศาสตร์อย่างหนึ่งที่วัดด้วยความไม่แน่นอน ซึ่งเป็นผลลัพธ์มาจากการทดลองเชิงสุ่ม โดยคาดหวังว่าผลลัพธ์จากทฤษฎีความน่าจะเป็นนี้ จะช่วยให้สามารถคาดคะเนผลลัพธ์ที่มีความไม่แน่นอนของการทดลองเชิงสุ่ม

กำหนดให้ E เป็นการทดลองหนึ่ง (Experimental) และ S เป็นพื้นที่ในการสุ่ม (Sample space) และให้ A เป็นเหตุการณ์หนึ่ง (Event) โดยที่ A เป็นเซตย่อยของ S และ $P(A)$ คือความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A ซึ่งมีคุณสมบัติดังนี้

- (1). $0 \leq P(A) \leq 1$
- (2). $P(S) = 1$
- (3). ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ Mutually Exclusive ของแต่ละคู่ซึ่งกันและกันแล้ว

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

หากเหตุการณ์มีจำนวน n เหตุการณ์จะได้ว่า $P(\bigcup_{i=1}^n A_i) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$

- (4). ถ้าหากว่า $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ เป็นเหตุการณ์ Mutually Exclusive ของแต่ละคู่ซึ่งกันและกันแล้ว $P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) + \dots$
- (5). ถ้า \emptyset เป็นเซตว่างแล้ว $P(\emptyset) = 0$
- (6). ถ้า \bar{A} เป็นเหตุการณ์ที่ Complement ของเหตุการณ์ A แล้ว $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- (7). ถ้าหากว่า A กับ B เป็นสองเหตุการณ์ใดๆ แล้ว

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- (8). ถ้าหากว่า A, B และ C เป็นสามเหตุการณ์แล้ว

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$
- (9). ถ้าหากว่า $A \subset B$ แล้ว $P(A) \leq P(B)$
- (10). ถ้าหากว่า $A \subset S$ แล้ว $0 \leq P(A) \leq 1$

การหาค่าความน่าจะเป็น สามารถหาได้จากการทดลองด้วยสมการที่ 2.4

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_A}{N} \quad (2.4)$$

โดยที่ $P(A)$ คือความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ A
 n_A คือจำนวนของการเกิดเหตุการณ์ A
 n คือจำนวนของการทดลองทั้งหมด

กำหนดเหตุการณ์ A และ B เป็นซับเซตของกลุ่มของผลลัพธ์จากการทดลอง S หากการเกิดขึ้นของ A และ B มีความสัมพันธ์กัน โดยที่การเกิดขึ้นของ A หรือของ B ก็ตาม จะส่งผลกระทบไปถึงเหตุการณ์ที่เกิดหลังทั้งสิ้น หากเหตุการณ์ B ได้เกิดขึ้นแล้วความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A ก็จะเปลี่ยนไปจากเดิมขึ้นอยู่กับว่าเหตุการณ์ B แล้ว จะสามารถเขียนแทนความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A ที่เกิดขึ้นภายใต้เงื่อนไขของการเกิดของเหตุการณ์ B ได้ด้วย $P(A|B)$ (conditional probability of A given B) และนิยาม $P(A|B)$ ดังนี้

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} ; P(B) \neq 0 \quad (2.5)$$

ในทำนองเดียวกัน หาก $P(A|B)$ เป็นความน่าจะเป็นเงื่อนไขของเหตุการณ์ B เมื่อกำหนดว่าเหตุการณ์ A ได้เกิดขึ้นแล้ว จะได้

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} ; P(A) \neq 0 \quad (2.6)$$

พิจารณาเหตุการณ์ $A \cap B$, และ B จะได้ว่า $A \cap B \subseteq B$ และ $P(A \cap B) \leq P(B) \geq 0$ ดังนั้นแล้วจะได้ว่า

- (1). $0 \leq P(B|A) \leq 1$
- (2). $P(S|B) = 1, P(\emptyset|B) = 0$ และ $P(B|B) = 1$
- (3). ถ้า A_1, A_2, \dots เป็นเหตุการณ์ที่แยกต่างหากจากกัน และ B เป็นซับเซตของ Union ของ A_1, A_2, \dots แล้ว จะได้ว่า $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots | B) = P(A_1 | B) + P(A_2 | B) + \dots$

2.3.3 ตัวแปรเชิงสุ่ม (Random Variable)

เมื่อพิจารณากลุ่มผลทดลองของการทดลองเชิงสุ่มใดๆ จะเห็นว่าผลที่ได้ อาจเป็นตัวเลข เช่น การนับจำนวนลูกค้าที่มาใช้บริการในธนาคารระหว่าง 9 ถึง 10 นาฬิกา, การวัดจำนวนเชื้อเพลิงที่ใช้ในโรงงานแต่ละวัน, การบันทึกเวลาที่ใช้ในการรอกอรรถผล์มล์ที่ป้ายรถ เป็นต้น นอกจากนี้ผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองเชิงสุ่มอาจไม่เป็นตัวเลขก็ได้ เช่น ผลลัพธ์ของการทดลองโยนเหรียญ, ผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองเชิงสุ่มบอล n ลูกลงในกล่อง m กล่อง เป็นต้น

การที่จะบรรยายลักษณะของผลลัพธ์ที่ได้จากการทดลองหนึ่งๆ ในบางครั้งเป็นเรื่องที่ยุ่งยากสลับซับซ้อน หรือเป็นเรื่องสุดิวสัยที่จะบอกรายละเอียดของผลลัพธ์ในการทดลองได้ และในการทดลองโดยทั่วไปแล้วมักจะไม่วางใจรายละเอียดที่เกี่ยวกับผลลัพธ์แต่ละตัว แต่แท้ที่จริงแล้วจะสนใจตัวเลขที่มาจาก การนับ เช่น ในการทดลองสุ่มบอล 100 ลูก ลงในกล่อง 10 กล่อง ซึ่ง

ต้องการนับกล่องว่างว่าควรจะมีค่าเท่าใดบ้าง และในการดึงไฟ 5 โบกจากสำหรับที่มีไฟ 52 โบก ไม่ได้สนใจว่าผลลัพธ์ควรจะเป็นอย่างไร ซึ่งสนใจเพียงการนับจำนวนโบกบางประเภท หรืออื่นๆ นั่นคือสิ่งที่สนใจคือตัวเลขที่ได้จากการนับจำนวนผลลัพธ์ หรือผลทดลองของเหตุการณ์ในกลุ่มผลทดลองเท่านั้น

เพื่อความสะดวกจึงมีการกำหนดค่าตัวเลขให้แก่สมาชิกของกลุ่มผลการทดลอง S วิธีการกำหนดตัวเลขแก่สมาชิกของกลุ่มผลทดลอง S ใช้วิธีการแทนด้วย X และเรียก X ว่าตัวแปรเชิงสุ่ม โดยที่ X จะเป็นสัญลักษณ์หนึ่งซึ่งแปรไปขึ้นอยู่กับว่าผลลัพธ์ของการนับหรือการจัดเรียงสุ่มจะเป็นอย่างไร และค่าของผลลัพธ์ที่ได้จะออกมาเป็นตัวเลขค่าจริงด้วยความน่าจะเป็นอันหนึ่ง นั่นคือ ถ้าในการโยนลูกเต๋า ปรากฏว่า ออกหมายเลข 5 และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นี้คือ $\frac{1}{6}$ แล้ว สามารถเขียนแทนได้ว่า $P(X=5)$ มีความน่าจะเป็น $\frac{1}{6}$ และ X เป็นตัวแปรเชิงสุ่มเท่ากับว่าสามารถกำหนดตัวแปรเชิงสุ่มมีค่าเป็นตัวเลขค่าใดค่าหนึ่ง โดยเฉพาะเป็นเหตุการณ์ซึ่งเรารู้ค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์นี้ การที่จะทำเช่นนี้ได้ก็โดยการนิยามตัวแปรเชิงสุ่มเป็นฟังก์ชันของผลลัพธ์ s ที่อยู่ใน S โดยที่ $X(s)=x$ นั่นคือ $\{X=x\}=\{s: X(s)=x\}$ ซึ่งสามารถนิยามความน่าจะเป็นของ $\{s: X(s)=x\}$

และเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $P(X=x)$ ดังนั้น $P(X=x)=P(\{s: X(s)=x\})$ และในทำนองเดียวกัน สามารถแทนความน่าจะเป็นที่ X จะออกผลลัพธ์อยู่ในพิสัย (a,b) ด้วย $P(a < X < b)$ ดังนั้น $P(a < X < b)=P(\{s: a < X(s) < b\})$

ตัวอย่างเช่น ในจำนวนคน 80 คนมี 2 คนเป็นวิศวกร ในการเลือกคนมาเป็นตัวแทนกลุ่ม 3 คนอย่างสุ่ม กำหนดตัวแปรเชิงสุ่ม X เป็นจำนวนคนที่เป็วิศวกรที่ได้รับการคัดเลือก ดังนั้น

$$\begin{aligned} X(s) &= 0 \text{ ถ้า } s = \text{ไม่มีวิศวกร} \\ &= 1 \text{ ถ้า } s = \text{มีวิศวกร 1 คน} \\ &= 2 \text{ ถ้า } s = \text{มีวิศวกร 2 คน} \end{aligned}$$

ในการศึกษาเกี่ยวกับฟังก์ชัน X โดยทั่วไปสนใจที่จะหาความน่าจะเป็นที่ X จะมีผลลัพธ์เป็นค่าใดค่าหนึ่ง ส่วนในฟังก์ชันธรรมดาจะสนใจแต่เพียงว่าฟังก์ชันจะมีค่าเท่าไร สำหรับแต่ละค่าในโดเมนที่กำหนดให้เท่านั้น ซึ่งสามารถเขียนความน่าจะเป็นของ X ได้ว่า

$$P(X=4) = \frac{1}{3} \text{ เป็นต้น}$$

จากข้างต้นทำให้ทราบว่าผลลัพธ์ที่จะเป็นไปได้ทั้งหมดของตัวแปรสุ่ม X รวมกันเข้าเป็นชุดของตัวเลข เรียกว่าพื้นที่ (Space) ของ X หากในพื้นที่ของ X มีจำนวนตัวเลข (ซึ่งอาจเป็นตัวเลขตัวเต็มหรือไม่เป็นเลขตัวเต็ม) มากที่สุด เป็นจำนวนที่นับได้ จะเรียกตัวแปรสุ่มประเภท

นี้ว่า ตัวแปรเชิงสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete random variable) ตัวแปรเชิงสุ่มประเภทนี้มักจะเกิดจากการนับเชิงสุ่ม (Random counting) ตัวอย่างเช่น การนับจำนวนผลิตภัณฑ์คุณภาพต่ำกว่ามาตรฐานจากการสุ่มผลิตภัณฑ์ของกระบวนการผลิตหนึ่งมา 4 ชิ้น กำหนด X เป็นจำนวนผลิตภัณฑ์คุณภาพต่ำกว่ามาตรฐาน พิสัยของ X ก็คือ $\{x: x = 0, 1, 2, 3, 4\}$ แต่ในกรณีที่ชุดของตัวเลขที่เป็นพิสัยของ X มีจำนวนตัวเลขมากเป็นอนันต์นับไม่ได้ (Uncountably infinite) หรือพื้นที่ของ X เป็นแบบต่อเนื่อง เราเรียกตัวแปรเชิงสุ่มประเภทนี้ว่า ตัวแปรเชิงสุ่มแบบต่อเนื่อง (Continuous random variable) ตัวแปรเชิงสุ่มชนิดนี้ส่วนมากเกิดจากการวัดเชิงสุ่ม ตัวอย่างเช่น X เป็นคะแนนการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในภาคเรียนหนึ่ง X เป็นตัวแปรเชิงสุ่มต่อเนื่องที่มีพิสัยของ X ดังนี้ $\{x: 0 < x < 89\}$

ในการศึกษาเกี่ยวกับเรื่องของตัวแปรเชิงสุ่ม X จะต้องมีการคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นที่ X ออกผลลัพธ์เป็นค่าใดค่าหนึ่ง เช่น $P(X = x)$ หรือความน่าจะเป็นที่ X จะออกผลลัพธ์อยู่ในพิสัยหนึ่งๆ เช่น พิสัย (a, b) , $P(a < X < b)$ นั่นคือ ความสนใจมุ่งอยู่ที่ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ซึ่งเป็นเซตของพิสัยของ X

กำหนด X เป็นตัวแปรเชิงสุ่มซึ่งนิยามในกลุ่มผลทดลอง S และ R เป็นพิสัยของ X หาก E เป็นซับเซตของ R สามารถคำนวณความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ซึ่งสามารถแทนได้ด้วยสัญลักษณ์ $P(x \in E)$ ด้วยวิธีการเดียวกันกับการคำนวณความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A นั่นคือ เรามี E เป็นซับเซตของพิสัยของ X, R , และ A เป็นซับเซตของกลุ่มผลทดลอง S ซึ่งมีคุณสมบัติว่า $A = \{s: s \in S \text{ และ } X(s) \in E\}$

ดังนั้นสมาชิกของ A เป็นผลลัพธ์ของ S ซึ่งเป็นค่าของตัวแปรเชิงสุ่ม X และค่าเหล่านี้เป็นสมาชิก E อันเป็นผลให้ $P(X \in E) = P(A) = P(\{s: s \in S \text{ และ } X(s) \in E\})$ และจึงกล่าวได้ว่า $P(X \in E)$ ก็คือการกำหนดความน่าจะเป็นให้แก่เซต E ซึ่งเป็นซับเซตของ R (พิสัยของ X) ค่าที่ได้จะถูกกำหนดโดยใช้เซตฟังก์ชันน่าจะเป็น p และตัวแปรเชิงสุ่ม X และมักจะแทนด้วยสัญลักษณ์ $P_X(E)$ นั่นคือ $P(X \in E) = P_X(E) = P(A)$ ในเมื่อ $A = \{s: s \in S \text{ และ } X(s) \in E\}$ ดังนั้น ตัวแปรสุ่ม X เป็นฟังก์ชันซึ่งทอดภาพความน่าจะเป็นจากกลุ่มผลทดลอง S ไปสู่พิสัยของ X เรียกความน่าจะเป็นที่ได้นี้ว่า Induced Probability

ฟังก์ชัน $P_X(E)$ ซึ่งเรานิยามเขียนสั้นๆ ว่า $P(E)$ จะมีคุณสมบัติเช่นเดียวกับคุณสมบัติของเซตฟังก์ชันน่าจะเป็น กล่าวคือ

1. $P(E) = P(A) > 0$
2. $P(R) = P(S) = 1$ เมื่อ $S = \{s: s \in S \text{ และ } X(s) \in R\}$
3. $P(E_1 \cup E_2) = P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) = P(E_1) + P(E_2)$

เมื่อ $A_1 \cup A_2 = \{s : s \in S \text{ และ } X(s) = E_1\} \cup \{s : s \in S \text{ และ } X(s) \in E_2\}$ และ $A_1 \cap A_2 = \emptyset$ ดังนั้น $E_1 \cap E_2 = \emptyset$ ด้วย

เหตุการณ์ E อาจจะเป็นค่าใดค่าหนึ่งของ X หรืออาจเป็นค่าของ X ที่อยู่ในพิสัย (a, b) ก็ได้ โดยทั่วไปเรานิยามความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ดังนี้

$$P(E) = P(X = x) \quad \text{ถ้า } E = \{s : X(s) = x\}$$

$$P(E) = P(a < X < b) \quad \text{ถ้า } E = \{s : X(s) \in (a, b)\}$$

$$P(E) = P(a < X \leq b) \quad \text{ถ้า } E = \{s : X(s) \in (a, b]\}$$

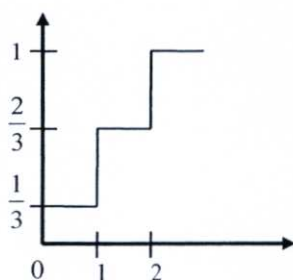
$$P(E) = P(a \leq X \leq b) \quad \text{ถ้า } E = \{s : X(s) \in [a, b]\}$$

2.3.4 ฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative distribution function: CDF)

ในตัวแปรเชิงสุ่ม X มี $P(A)$ เมื่อ A เป็นเซตหนึ่งมิติ โดยที่ x เป็นเลขจำนวนจริง และเซต A เป็นเซตจาก $-\infty$ ถึง x รวมทั้งจุด x ด้วยสำหรับเซต A ทั้งหมด โดยสามารถกำหนดได้ว่า $P(A) = P(X \in A) = P(X \leq x)$ ความน่าจะเป็นนี้ขึ้นอยู่กับจุด x นั่นคือความน่าจะเป็นนี้ คือ ฟังก์ชันนี้แสดงได้โดยสัญลักษณ์ $F(x) = P(X \leq x)$ เรียกว่าฟังก์ชันนี้ว่าฟังก์ชันการแจกแจง หรือฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวแปรเชิงสุ่ม X โดยถ้าหาก X เป็นตัวแปรเชิงสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องแล้ว $F(x) = \sum_j f(x_j)$ และถ้า X เป็นตัวแปรเชิงสุ่มชนิดต่อเนื่องแล้ว จะได้ว่า $F(x) = \int_{-\infty}^x f(w) dw$

ตัวอย่างเช่น สมมติว่าตัวแปรเชิงสุ่ม X มีสามค่า 0, 1 และ 2 พร้อมด้วยความน่าจะเป็น $\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}$

$$\begin{aligned} \text{ตามลำดับแล้ว} \quad F(x) &= 0 & x < 0 \\ &= \frac{1}{3} & 0 \leq x < 1 \\ &= \frac{2}{3} & 1 \leq x < 2 \\ &= 1 & x \geq 2 \end{aligned}$$



รูปที่ 2.10 ฟังก์ชันการแจกแจงชนิดไม่ต่อเนื่อง

2.3.5 ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability density function: PDF)

ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X สามารถหาได้จาก $f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$
ฟังก์ชันของตัวแปรเชิงสุ่ม X ที่เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นจะต้องสอดคล้องเงื่อนไขดังต่อไปนี้

ในกรณี X เป็นตัวแปรเชิงสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องแล้ว

ก. $f(x) > 0$ สำหรับ X ทั้งหมด

ข. $\sum_S f(x) = 1$

ค. $P(A) = P(X \in A) = \sum_A f(x)$

ตัวอย่างเช่น ให้ X เป็นตัวแปรเชิงสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องซึ่งมีพื้นที่การสุ่ม $S = \{x; x = 0, 1, 2, 3, 4\}$ กำหนดให้

$$P(A) = \sum_A f(x)$$

$$\text{เมื่อ } f(x) = \frac{4!}{x!(4-x)!} (1/2)^4 ; x \in S$$

และ $0! = 1$ แล้ว ถ้า $A = \{x; x = 0, 1\}$ จะได้

$$P(X \in A) = \frac{4!}{0!4!} (1/2)^4 + \frac{4!}{1!3!} (1/2)^4 = \frac{5}{16}$$

ในกรณีตัวแปร X เป็นตัวแปรเชิงสุ่มชนิดต่อเนื่องแล้ว

ก. $f(x) > 0$ สำหรับ X ทั้งหมด

ข. $\int_S f(x) dx = 1$

ค. $P(A) = P(X \in A) = \int_A f(x) dx$

2.3.6 ค่าเฉลี่ย, ความแปรปรวน, ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และโมเมนต์

การศึกษาเกี่ยวกับสมบัติของตัวแปรเชิงสุ่ม ในบางครั้งมักจะสนใจเกี่ยวกับค่าคุณสมบัติทางสถิติของตัวแปรเชิงสุ่มนั้น ซึ่งอธิบาย หรือแสดงคุณลักษณะของตัวแปรเชิงสุ่มด้วยค่ากลางๆ หรือลักษณะการแจกแจงของตัวแปรเชิงสุ่มนั้น โดยคุณสมบัติทางสถิติที่สนใจในที่นี้คือ ค่าเฉลี่ย (Mean), ความแปรปรวน (variance) และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation) และ โมเมนต์ (Moment)

ค่าเฉลี่ย หรือเรียกอีกอย่างว่าโมเมนต์ที่หนึ่ง (First Moment) เป็นค่าคงที่ที่ใช้บอกค่ากลางๆ ของตัวแปรเชิงสุ่ม X หรือบอกศูนย์กลางของการแจกแจงของ X เนื่องจากค่านี้เราหาได้ก่อนที่จะทำการทดลองแล้วเสร็จ เราจึงเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าเป็นค่าคาดหมาย (Expected value) ของ X และใช้แทนด้วยสัญลักษณ์ $E[X]$ กล่าวอีกนัยหนึ่งค่าเฉลี่ยก็คือ ค่าคาดหมายของที่ซึ่งบอกอย่างคร่าวๆ ว่า X จะออกค่าเป็นอย่างไร และเรานิยามค่าเฉลี่ยหรือ $E[X]$ ไว้ดังนี้

X เป็นตัวแปรสุ่มที่มีฟังก์ชันหนาแน่นน่าจะเป็น $f(x)$ แล้ว สามารถนิยามค่าเฉลี่ยหรือค่าคาดหมาย (Expected Value) ของตัวแปรสุ่ม X ด้วย $E[X]$ และส่วนมากจะเห็นการใช้สัญลักษณ์ μ แทน $E[X]$ ซึ่งกำหนดค่าไว้ดังนี้

$$\text{กรณี } X \text{ เป็นตัวแปรสุ่มไม่ต่อเนื่อง} \quad E[X] = \sum_{x \in R} x f(x) \quad (2.7)$$

$$\text{กรณี } X \text{ เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง} \quad E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (2.8)$$

ค่าความแปรปรวนของตัวแปรสุ่ม X สามารถกำหนดได้ด้วย $V[X]$ หรือ σ^2 ดังนี้

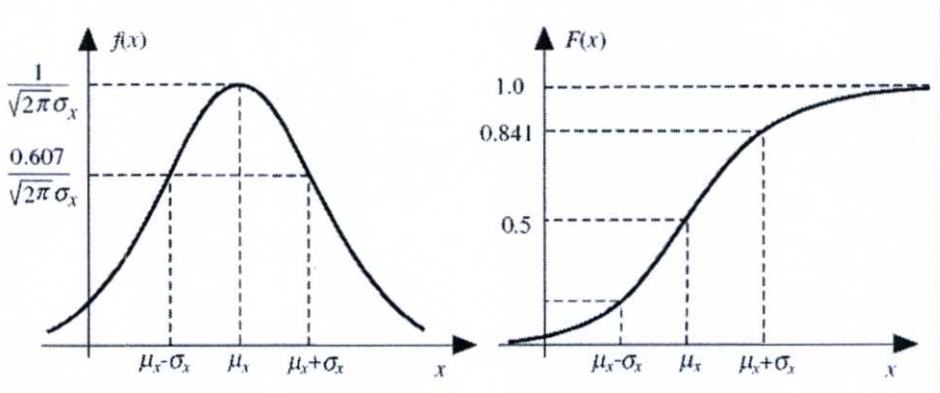
$$\begin{aligned} \sigma^2 &= V[X] = E[X - E[X]]^2 \\ &= E[X^2 - 2X(E[X]) + (E[X])^2] \\ &= E[X^2] - 2E[X]E[X] + (E[X])^2 \\ &= E[X^2] - (E[X])^2 \\ &= E[X^2] - \mu^2 \end{aligned} \quad (2.9)$$

ค่ารากที่สองของ $V[X]$ ที่มีค่าเป็นบวกนั้นจะเรียกค่านั้นว่าค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ X แสดงได้ด้วย σ สำหรับค่านั้น $V[X]$ จะแสดงในหน่วยกำลังสองของ X นั่นคือ ถ้าหากว่า X มีหน่วยเป็นวินาทีแล้ว $V[X]$ จะแสดงในหน่วยวินาทียกกำลังสอง นี่เป็นเหตุผลหนึ่งในการพิจารณาการใช้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน สาเหตุเพราะว่ามีหน่วยเดียวกับ X ถ้าหากตีความให้ $E[X]$ เป็นศูนย์กลางของมวลที่มีการแจกแจงตลอดเส้นเส้นหนึ่ง ซึ่งอาจตีความ $V[X]$ เป็นโมเมนต์ของมวลนี้รอบแกนตั้งฉากตลอดศูนย์กลางของมวล ถ้าหากเพิ่มจำนวนการยกกำลังมากขึ้นเป็น $E[X^i]; i=1,2,\dots$ ก็จะเรียกว่าโมเมนต์ลำดับที่ i ซึ่งโดยปกติในบางกระบวนการ หรือบางการประมวลผลที่ใช้ค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนในการการประมวลผลแล้วไม่สามารถให้ผลลัพธ์ที่ต้องการได้ ก็อาจจะมีคามจำเป็นที่จะต้องใช้โมเมนต์ที่มากขึ้นไปตามลำดับ

2.3.7 การแจกแจงแบบเกาส์เซียน (Gaussian Distribution (Normal Distribution))

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ทั่วไปจะมีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นแบบปกติ หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าเกาส์เซียนซึ่งมีโอกาสเกิดของเหตุการณ์ส่วนใหญ่อยู่ที่ค่ากลางๆ โดยฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นแบบเกาส์เซียนสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังสมการที่ (2.10)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (2.10)$$



รูปที่ 2.11 ความหนาแน่นน่าจะเป็น และการแจกแจงสะสมแบบเกาส์เซียน

ตัวแปรสุ่มที่มีความหนาแน่นแบบเกาส์เซียนมีความสำคัญต่อการศึกษาหลายด้านเนื่องจากความน่าจะเป็นในธรรมชาติส่วนใหญ่จะมีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นแบบนี้ รวมไปถึงสัญญาณรบกวนทางไฟฟ้า, ข้อมูลเสียง และข้อมูลภาพอีกด้วย

2.3.8 โมเมนต์ร่วม (Joint Moment)

กำหนดให้มีตัวแปรสุ่มสองตัวคือ X และ Y และมีหนึ่งฟังก์ชัน $g(X, Y)$ โดยที่ตัวแปรสุ่ม $Z = g(X, Y)$ สามารถหาค่าความเฉลี่ยของตัวแปรสุ่ม Z ได้ดังนี้

$$E[g(X, Y)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(X, Y) f_{X, Y}(x, y) dx dy \quad (2.11)$$

โดยที่ $f_{X, Y}(x, y)$ คือฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นร่วม (Joint Probability Density Function) ของตัวแปรสุ่มทั้งสอง ซึ่งโดยปกติแล้วการรู้เพียงแต่ฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มแต่ละตัว จะทำให้มีข้อมูลไม่เพียงพอที่จะหาฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นร่วมได้ ยกเว้นแต่ในกรณีที่ $f_{X, Y}(x, y) = f_X(x)f_Y(y)$

2.3.9 สหสัมพันธ์ และความแปรปรวนร่วมเกี่ยว (Correlation and Covariance)

สหสัมพันธ์ (Correlation) เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสุ่มที่มีความสัมพันธ์ต่อกันอย่างน้อยเพียงใด ในกรณีการหาสหสัมพันธ์ของตัวแปรสุ่ม X กับตัวแปรสุ่ม Y เรียกว่าการหาสหสัมพันธ์แบบไขว้ (Cross Correlation) โดยหาได้ด้วยสมการที่ (2.12) และถ้า X และ Y ไม่มีสหสัมพันธ์ (Uncorrelated) ซึ่งกันและกันแล้วจะมีค่าสหสัมพันธ์แบบไขว้เป็นศูนย์

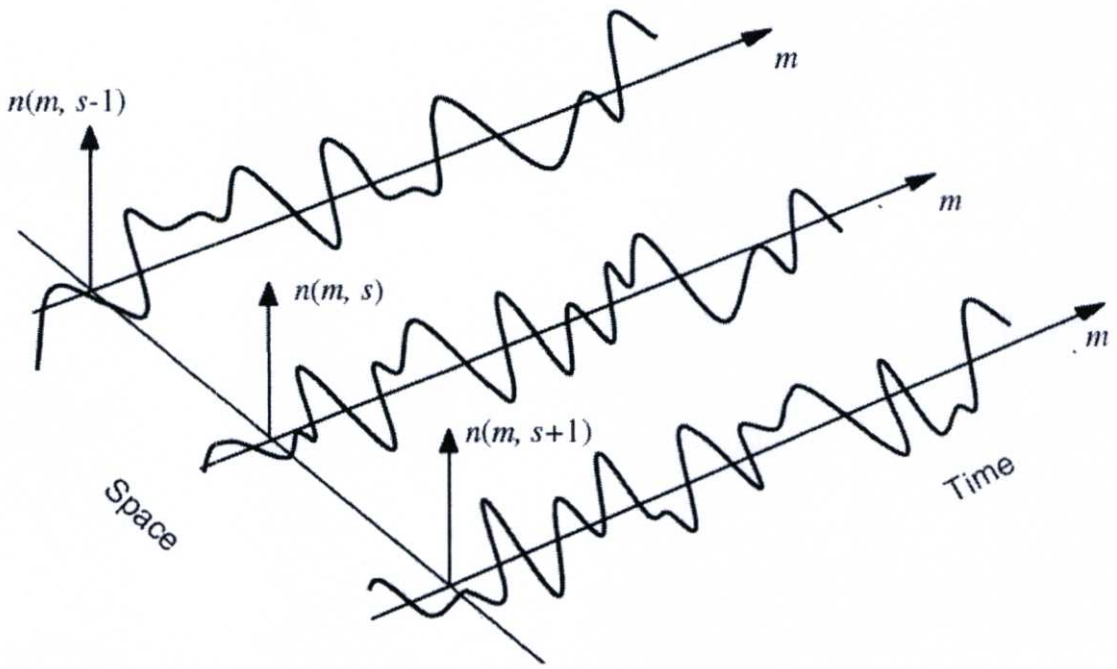
$$r_{X,Y}(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} XY f_{XY}(x,y) dx dy \quad (2.12)$$

ความแปรปรวนร่วมเกี่ยว (Covariance) เป็นการศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของความแปรปรวนระหว่างตัวแปรสุ่มที่มีความสัมพันธ์ต่อกันอย่างน้อยเพียงใด โดยหาได้ด้วยสมการที่ (2.13) และถ้า X และ Y ไม่มีสหสัมพันธ์ซึ่งกันและกันแล้วจะมีค่าความแปรปรวนร่วมเกี่ยวเป็นศูนย์

$$C_{X,Y} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (X - \mu_X)(Y - \mu_Y) f_{XY}(x,y) dx dy \quad (2.13)$$

2.4 กระบวนการสุ่ม (Stochastic Processes (Random process))

ในการศึกษาเกี่ยวกับความน่าจะเป็น และสถิติโดยทั่วไปมักจะเกี่ยวกับตัวแปรสุ่มใดๆที่เวลาใดเวลาหนึ่งเท่านั้น แต่ในบางสถานการณ์มีความจำเป็นต้องศึกษาเกี่ยวกับการผันแปรตามเวลาของตัวแปรสุ่มนั้นๆ เช่น พฤติกรรมของส่วนแบ่งการตลาดของบริษัทหนึ่ง, การแพร่ระบาดของโรคระบาด และสัญญาณรบกวน เป็นต้น นั่นคือ กระบวนการสุ่ม (Stochastic Processes) หรือเรียกอีกอย่างว่ากระบวนการสุ่ม (Random Process) $X(t)$ คือกระบวนการที่เป็นฟังก์ชันของผลลัพธ์ของการทดลองทั้งหมด S และเวลา t นั้นเอง และในกรณีที่ t มีค่าเป็นจำนวนจริงแล้ว กระบวนการสุ่มนั้นจะเป็นแบบต่อเนื่องทางเวลา (Continuous-Time Process) และถ้า t มีค่าเป็นจำนวนเต็มแล้วกระบวนการสุ่มนั้นจะเป็นแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา (Discrete-Time Process) และเพื่อป้องกันความสับสน สามารถเขียนแทนกระบวนการที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลาได้ด้วย $X(m)$ ตัวอย่างเช่น สัญญาณรบกวนที่เกิดขึ้นในสายโทรศัพท์สามสาย $N_i(t) = \{n(t, s+i)\}; i = -1, 0, 1$ ดังแสดงในรูปที่ 2.10 และตัวอย่างเช่น การวัดแรงดันกระเพื่อม (Ripple Voltage) ของแหล่งจ่าย (Power Supply) สามารถทำได้โดยการสุ่มตัวอย่างแหล่งจ่ายมา แล้ววัดค่าแรงดันโดยดูการเปลี่ยนแปลงของแรงดันของแหล่งจ่ายตัวนั้น ฉะนั้นที่เราได้ก็คือค่าแรงดันของแหล่งจ่ายตัวหนึ่งจากจำนวนที่เป็นไปได้นับไม่ถ้วน ซึ่งในแต่ละจุดเวลาที่วัดแรงดัน $v(m)$ เรียกว่าเป็นจุดตัวอย่าง (Sample Point) ของตัวแปรสุ่ม $V(m)$ ค่าทางเวลาของแรงดันที่วัด $v(m)$ จะเรียกว่าเป็น ฟังก์ชันตัวอย่าง (Sample Function) ของกระบวนการสุ่ม



รูปที่ 2.12 สัญญาณรบกวนในสายโทรศัพท์

2.4.1 สัญญาณสุ่ม (Random Signal)

สัญญาณสามารถแบ่งออกได้เป็นสองชนิดด้วยกันคือ สัญญาณกำหนดได้ (Deterministic Signals) และ สัญญาณที่ไม่มีความแน่นอน หรือสัญญาณสุ่ม (Random Signals) โดยที่สัญญาณใด ๆ นั้นอาจจะมีความต่อเนื่อง หรือไม่ต่อเนื่องทั้งในแกนเวลา และแกนขนาด และบ่อยครั้งที่สัญญาณสุ่มถือว่าเป็นสัญญาณสโตคาสติก (Stochastic Signal)

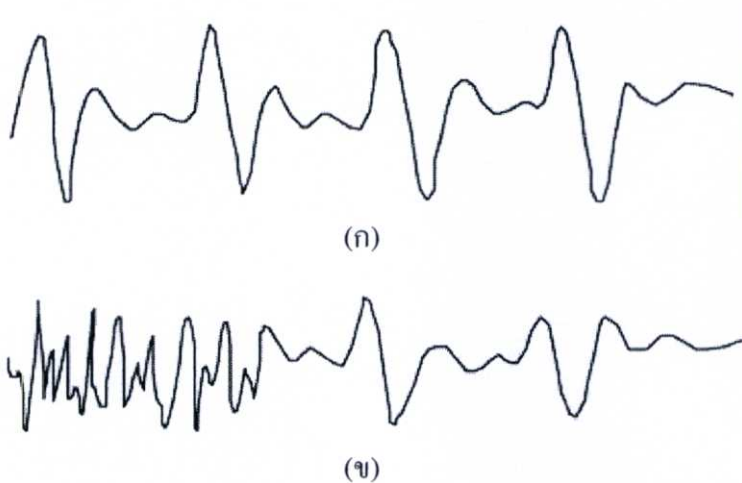
สัญญาณที่มีความแน่นอนนั้นคือสัญญาณที่สามารถอธิบายลักษณะของสัญญาณก่อนการเกิดขึ้นได้อย่างแน่นอนทั้งในเวลา และในพื้นที่ที่เกิด การแปรผันที่แท้จริงของสัญญาณที่มีความแน่นอนนั้นสามารถเขียนในรูปของฟังก์ชันของเวลาได้อย่างสมบูรณ์ และค่าของสัญญาณในแต่ละขณะเวลานั้นสามารถทำนายได้จากฟังก์ชัน และบางส่วนของสัญญาณที่เกิดขึ้นก่อนได้ ตัวอย่างเช่น สัญญาณคลื่นไซน์ (Sine Wave) $x(t)$ ซึ่งสามารถจำลองขึ้นได้จากสมการ $x(t) = A \sin(2\pi ft + V)$ หรือจากแบบจำลองการทำนายแบบเชิงเส้นอันดับที่สอง (Second-Order Linear Predictive Model)

สัญญาณสุ่มคือสัญญาณที่ไม่สามารถทำนายการแปรผันได้อย่างถูกต้อง ดังนั้นจึงเป็นไปได้ที่จะสร้างสมการใด ๆ ขึ้นมาเพื่อนำค่าสัญญาณที่เกิดขึ้นในอดีตมาทำนายค่าในอนาคตได้อย่างถูกต้องที่สุด สัญญาณส่วนใหญ่ เช่น สัญญาณเสียง, สัญญาณรบกวน ก็ถือว่าเป็นสัญญาณสุ่ม และหลักการของการสุ่ม (Randomness) มีความสัมพันธ์กับหลักการของข่าวสาร (Information) และสัญญาณรบกวน (Noise) ซึ่งอันที่จริงแล้วงานส่วนใหญ่ในเรื่องของการประมวลผลสัญญาณสุ่มจะเกี่ยวกับการแยกข่าวสารออกจากสัญญาณรบกวน และโดยทั่วไปแล้วถ้าสัญญาณใด ๆ นั้นมี

ความสามารถในการพหุศาสตร์แล้ว สัญญาณนั้นๆย่อมมีระดับของการสุ่มในระดับหนึ่ง ดังนั้น ข่าวดสารในสัญญาณใดๆ และสัญญาณรบกวนในสัญญาณใดๆ ก็ถือเป็นส่วนประกอบของความสุ่มของสัญญาณนั้นๆ อย่างไรก็ตามสัญญาณสุ่มสามารถอธิบายได้ด้วยลักษณะเฉพาะทางสถิติ (Statistical Characteristic) เช่น ค่าเฉลี่ย, ความแปรปรวน, ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และพาวเวอร์สเปกตรัม (Power Spectrum) เป็นต้น

2.4.2 กระบวนการสุ่มแบบหยุดนิ่ง (Stationary random processes)

ถึงแม้ว่าขนาดของสัญญาณใดๆอาจเปลี่ยนแปลงตามเวลาที่เพิ่มขึ้น แต่คุณลักษณะของกระบวนการที่สร้างสัญญาณนั้นๆอาจจะไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา (Time-Invariant) หรืออาจเปลี่ยนแปลงตามเวลา (Time-Varying) ก็ได้ โดยที่กระบวนการสุ่มใดๆที่สามารถเรียกได้ว่ากระบวนการสุ่มแบบหยุดนิ่ง (Stationary Processes) ถ้าคุณสมบัติทางสถิติของกระบวนการสุ่มนั้นๆ เช่น ค่าเฉลี่ย, ความแปรปรวน, ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา และถ้ากระบวนการใดที่มีคุณสมบัติทางสถิติเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาจะเรียกว่าเป็นกระบวนการสุ่มแบบไม่หยุดนิ่ง (Non-stationary Processes) ในทางปฏิบัติแล้วบางกระบวนการสุ่มอาจจะมีคุณสมบัติทางสถิติบางตัวที่เป็นแบบหยุดนิ่ง แล้วมีคุณสมบัติทางสถิติบางตัวเป็นแบบไม่หยุดนิ่งก็ได้



รูปที่ 2.13 (ก) สัญญาณที่คล้ายเป็นแบบหยุดนิ่ง (ข) สัญญาณที่เป็นแบบไม่หยุดนิ่ง

กระบวนการสุ่มแบบหยุดนิ่งใดๆสามารถเรียกว่าเป็นกระบวนการสุ่มแบบหยุดนิ่งแน่นอน (Strict-Sense Stationary Processes) ได้จะต้องมีคุณสมบัติทางสถิติทุกตัว หรือทุกโมเมนต์ที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา และถ้ากระบวนการสุ่มแบบหยุดนิ่งใดๆที่มีค่าเฉลี่ย และ สหสัมพันธ์แบบ ออโต (Autocorrelation) ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา จะเรียกว่ากระบวนการสุ่มแบบหยุดนิ่งหลวม (Wide-Sense Stationary Processes)

2.4.3 ค่าเฉลี่ย และความแปรปรวนของกระบวนการสุ่ม

เนื่องจากกระบวนการสุ่ม $X(t)$ ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา ดังนั้นสามารถหาค่าของค่าเฉลี่ยที่เปลี่ยนไปตามเวลาได้ด้วยสมการที่ (2.14) และค่าความแปรปรวนด้วยสมการที่ (2.15)

$$E[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) f_{X(t)}(x(t)) dx \quad (2.14)$$

$$\sigma_x^2(t) = E[X(t) - E[X(t)]] = \int_{-\infty}^{\infty} (x(t) - \mu_x(t))^2 f_{X(t)}(x_t) dx \quad (2.15)$$

2.4.4 สหสัมพันธ์แบบออโต (Autocorrelation)

สหสัมพันธ์ถูกใช้ในการจำลอง (Modeling) และการหาเอกลักษณ์ (Identification) ของรูปแบบ (Pattern) และโครงสร้าง (Structure) ในระบบการประมวลผลสัญญาณ โดยสหสัมพันธ์แบบออโต ของกระบวนการสุ่ม $X(t)$ เขียนแทนด้วย $r_{xx}(t_1, t_2)$ และเขียนเป็นสมการได้ดังสมการที่ (2.16)

$$r_{xx}(t_1, t_2) = E[X(t_1)X(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t_1)x(t_2) f_{X(t_1)X(t_2)}(x(t_1)x(t_2)) dx_1 dx_2 \quad (2.16)$$

สหสัมพันธ์แบบออโตคือการวัดความเหมือนกันของผลลัพธ์ของกระบวนการสุ่ม $X(t)$ ที่เวลา t_1 และเวลา t_2 ถ้าผลลัพธ์ของกระบวนการสุ่มที่เวลาทั้งสองไม่มีความสัมพันธ์กันแล้วจะได้ $r_{xx}(t_1, t_2) = 0$ สำหรับกระบวนการสุ่มแบบหยุดนิ่งหลวมแล้ว สหสัมพันธ์แบบออโตเป็นฟังก์ชันที่ไม่ขึ้นกับเวลา และขึ้นอยู่กับผลต่างระหว่าง t_1 และกับ t_2 ตามสมการที่ (2.17) และเป็นฟังก์ชันสมมาตรตามสมการที่ (2.18) และ (2.19)

$$r_{xx}(t_1 + \tau, t_2 + \tau) = r_{xx}(t_1, t_2) = r_{xx}(t_1 - t_2) = r_{xx}(t) \quad (2.17)$$

$$r_{xx}(-t) = r_{xx}(t) \quad (2.18)$$

$$r_{xx}(t) \leq r_{xx}(0) \quad (2.19)$$

2.4.5 ความแปรปรวนร่วมแบบออโต (Autocovariance)

ฟังก์ชันความแปรปรวนร่วม $c_{XX}(t_1, t_2)$ ของกระบวนการสุ่ม $X(t)$ คือการวัดการกระจายของ $X(t)$ ที่เกี่ยวกับค่าเฉลี่ย และสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$c_{XX}(t_1, t_2) = E[(x(t_1) - \mu_X(t_1))(x(t_2) - \mu_X(t_2))] \quad (2.20)$$

$$= r_{XX}(t_1, t_2) - \mu_X(t_1)\mu_X(t_2) \quad (2.21)$$

เมื่อ $\mu_X(m)$ คือค่าเฉลี่ยของกระบวนการสุ่ม $X(t)$ สำหรับกระบวนการแบบหยุดนิ่งแล้ว ฟังก์ชันความแปรปรวนร่วม $c_{XX}(t_1, t_2)$ จะเขียนสมการได้ดังนี้

$$c_{XX}(t_1, t_2) = c_{XX}(t_1 - t_2) = r_{XX}(t_1 - t_2) - \mu_X^2 \quad (2.22)$$

2.4.6 ความหนาแน่นสเปกตรัมกำลัง (Power spectral density)

ความหนาแน่นสเปกตรัมกำลัง หรือที่เรียกอีกอย่างว่า สเปกตรัมกำลัง (Power density) ของกระบวนการสุ่มใดๆ จะเกี่ยวข้องกับการแสดงการกระจายตัวของกำลังในระหว่างช่วงความถี่ ซึ่งเขียนแสดงด้วยสมการของการแปลงฟูรีเยร์ (Fourier Transform) ของฟังก์ชันสหสัมพันธ์แบบออโต ดังนี้

$$P_{XX}(f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} r_{XX}(t) e^{-j2\pi ft} \quad (2.23)$$

โดยที่ $r_{XX}(t)$ เป็นสหสัมพันธ์แบบออโต และ $P_{XX}(f)$ เป็นความหนาแน่นสเปกตรัมกำลังของ $x(n)$ ตามลำดับ และ f คือตัวแปรความถี่

2.4.7 ระบบเชิงเส้นที่มีสัญญาณสุ่มเป็นอินพุท

กำหนดให้ $x(n)$ เป็นกระบวนการสุ่มที่มีค่าเฉลี่ย μ_X และมีสหสัมพันธ์แบบออโต $R_{XX}(n)$ เป็นสหสัมพันธ์แบบออโต และ $y(n)$ เป็นกระบวนการสุ่มที่ได้จากการส่ง $x(n)$ ผ่านระบบเชิงเส้นที่ผลตอบสนองอิมพัลส์ $h(n)$ โดยที่ $h(n)$ เป็นกระบวนการสุ่มสัญญาณกำหนดได้ โดยสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k) \quad (2.24)$$

$$E[y(n)] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} E[x(k)]h(n-k) \quad (2.25)$$

2.5 สัญญาณรบกวน (Noise)

สัญญาณรบกวนทางไฟฟ้าคือสัญญาณที่ไม่ต้องการให้เกิดขึ้นในระบบการสื่อสาร, การวัดของสัญญาณอนาล็อก หรือระบบการเก็บรักษาข้อมูล ตัวสัญญาณรบกวนเป็นสัญญาณที่พาตัวเองไปกับข้อมูลข่าวสาร ซึ่งแหล่งกำเนิดของสัญญาณรบกวนมีมากมาย เช่น การเคลื่อนที่, การสั่น, เครื่องยนต์, พัดลมในเครื่องคอมพิวเตอร์, การเคาะคีย์บอร์ด, ลมและฝน สัญญาณรบกวนคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าที่มีความถี่ตรงกับความถี่ที่ใช้ในการสื่อสาร เป็นต้น

สัญญาณรบกวนมักจะเกิดแบบสุ่มดังนั้นส่วนมากจึงใช้หลักการของกระบวนการสุ่มในการศึกษาและจำลองสัญญาณรบกวนเพื่อลดหรือจำกัดความสามารถของสัญญาณรบกวนที่จะส่งผลกระทบต่อระบบจึงมีความสำคัญมากต่อ ระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่, การจดจำเสียง, ระบบการประมวลผลทางการแพทย์, ระบบเรดาร์, ระบบโซนาร์ และระบบการประมวลผลภาพ ความสำเร็จในของระบบการประมวลผลสัญญาณรบกวนขึ้นอยู่กับความสามารถในการกำหนดคุณลักษณะ, การจำลองกระบวนการของสัญญาณรบกวน, การใช้คุณลักษณะ และการจำลองกำหนดความแตกต่างของสัญญาณรบกวนกับสัญญาณข้อมูลเพื่อใช้ในการลดทอนสัญญาณรบกวน ซึ่งขึ้นอยู่กับแหล่งกำเนิดของสัญญาณรบกวนแบบต่างๆ

สัญญาณรบกวนสามารถแบ่งตามลักษณะทางกายภาพได้ดังนี้

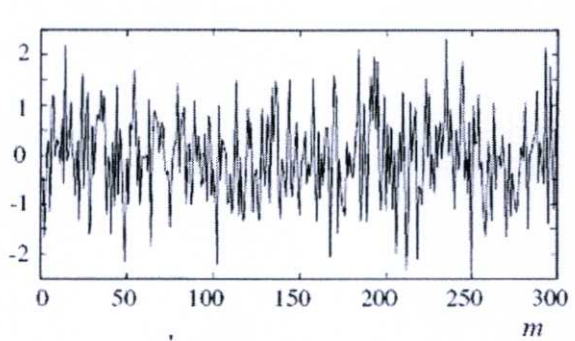
- (ก) สัญญาณรบกวนอะคูสติก (Acoustic Noise): เกิดจากการเคลื่อนที่, การสั่น หรือ การชน ซึ่งเป็นชนิดที่คุ้นเคยกันดีในชีวิตประจำวัน ตัวอย่างแหล่งกำเนิดสัญญาณรบกวนอะคูสติกได้แก่ การเคลื่อนที่ของรถยนต์, เครื่องปรับอากาศ, พัดลมในเครื่องคอมพิวเตอร์, การจราจร, การพูดคุยของคนอื่นเวลาใช้งานโทรศัพท์, เสียงจากลม และฝน เป็นต้น
- (ข) สัญญาณรบกวนแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic Noise): ปรากฏอยู่ทุกความถี่ในทุกย่านความถี่ในการสื่อสาร เกิดจากอุปกรณ์ไฟฟ้าและอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ เช่น เครื่องรับและเครื่องส่งวิทยุ และเครื่องรับและเครื่องส่งโทรทัศน์ เป็นต้น
- (ค) สัญญาณรบกวนไฟฟ้าสถิต (Electrostatic Noise): เกิดจากการที่อยู่ของแรงดันไฟฟ้าทั้งที่มีการไหลและไม่มีการไหลของกระแสไฟฟ้า เช่น หลอดฟลูออเรสเซนต์ (Fluorescent) เป็นต้น
- (ง) สัญญาณรบกวนจากกระบวนการใดๆ (Processing Noise): เกิดจากกระบวนการแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นดิจิทัล หรือกระบวนการแปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นอนาล็อก เช่น สัญญาณรบกวนจากการจัดระดับ (Quantization Noise) ในการเข้ารหัสดิจิทัลของสัญญาณเสียงหรือสัญญาณภาพ และการสูญเสียกลุ่มข้อมูล (Data Packets) ในระบบการสื่อสารข้อมูลดิจิทัล

สัญญาณรบกวนยังสามารถแบ่งตามคุณลักษณะของความถี่และเวลาได้ดังนี้

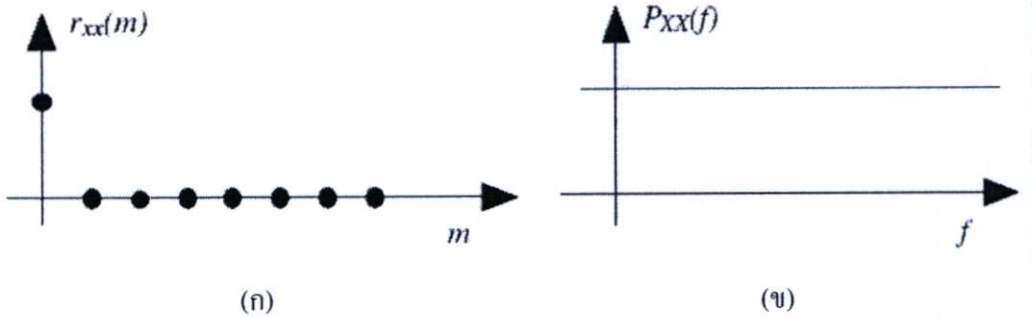
- (ก) สัญญาณรบกวนช่วงแคบ (Narrowband Noise): ตัวอย่างเช่นสัญญาณรบกวนฮัม (Hum) ที่เกิดขึ้นจากหม้อแปลงไฟฟ้าโดยมีช่วงความถี่ที่ 50Hz ถึง 60Hz เป็นต้น
- (ข) สัญญาณรบกวนขาว (White Noise): เป็นสัญญาณรบกวนแบบสุ่มที่มีแถบกำลังงาน (Power Spectrum) เรียบ ซึ่งมีการเกิดขึ้นทุกความถี่
- (ค) สัญญาณรบกวนขาวช่วงจำกัด (Band-limited White Noise): เป็นสัญญาณรบกวนขาวที่เกิดขึ้นเฉพาะช่วงความถี่ใดๆเท่านั้น ซึ่งเกิดจากขีดจำกัดของย่านความถี่ใช้งานของอุปกรณ์ หรือช่วงของความถี่ที่สนใจ
- (ง) สัญญาณรบกวนมีสี (Colored Noise): เป็นสัญญาณรบกวนที่ไม่มีแถบเรียบ และไม่เกิดขึ้นทุกความถี่ แต่เกิดขึ้นในช่วงกว้างเท่านั้น เช่น สัญญาณรบกวนชมพู (Pink Noise) และสัญญาณรบกวนน้ำตาล (Brown Noise) เป็นต้น
- (จ) สัญญาณรบกวนอิมพัลส์ (Impulsive noise): เกิดจากพัลส์ช่วงสั้น (Short-duration Pulses) เช่น การเปิดสวิตช์หลอดไฟฟ้า และการเสียบปลั๊กไฟฟ้า เป็นต้น
- (ฉ) สัญญาณรบกวนทรานเซียน (Transient Noise): เกิดจากพัลส์ของสัญญาณรบกวนที่มีช่วงการเกิดค่อนข้างยาว เช่น การเกิดโอเวอร์ชูท (Overshooting) ในตัวส่งสัญญาณของระบบการสื่อสารด้วยแสง (Fiber Optic Communication) เป็นต้น

2.5.1 สัญญาณรบกวนขาว (White Noise)

สัญญาณรบกวนขาวเป็นสัญญาณรบกวนที่ไม่มีสหสัมพันธ์ (Uncorrelated Noise Process) ที่มีกำลังงาน (Power) เท่ากันทุกความถี่ดังแสดงในรูปที่ 2.12 ซึ่งเกิดขึ้นในทางทฤษฎีเท่านั้น แต่อย่างไรก็ตามในทางปฏิบัติอาจจะเกิดสัญญาณรบกวนขาวช่วงจำกัดขึ้นได้ ซึ่งจะมีกำลังเท่ากันในช่วงความถี่ใช้งาน ตัวอย่างเช่น ระบบเสียง (Audio System) ที่มีช่วงกว้างความถี่เท่ากับ 10 kHz สัญญาณรบกวนใดๆที่มีช่วงกว้างความถี่มากกว่า 10 kHz และมีกำลังเท่ากันตลอดช่วงความถี่นั้นๆก็สามารถมองได้ว่าเป็นสัญญาณรบกวนขาว และสัญญาณรบกวนใดๆที่กำลังเท่ากันในตลอดช่วงกว้างความถี่ 10 kHz สัญญาณรบกวนนี้คือสัญญาณรบกวนขาวช่วงจำกัดนั่นเอง



รูปที่ 2.14 สัญญาณรบกวนขาว



รูปที่ 2.15 (ก) Autocorrelation ของสัญญาณรบกวนขาว (ข) แถบกำลังงาน (Power spectrum)

2.5.2 สัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์เซียน (Additive White Gaussian Noise)

ในระบบการสื่อสารแล้วการจำลองช่องสัญญาณมักนิยมจำลองเป็นช่องสัญญาณแบบสัญญาณรบกวนขาวแบบเกาส์เซียน ซึ่งมีการบวกแบบเชิงเส้นในช่วงความถี่กว้าง หรืออาจเรียกว่าเป็นแบบสัญญาณรบกวนขาวที่มีความหนาแน่นสเปกตรัมกำลังคงที่ และมีการกระจายตัวแบบเกาส์เซียน โดยการจำลองช่องสัญญาณแบบนี้ใช้เพื่อการทดสอบประสิทธิภาพของระบบการรับส่งสัญญาณแบบต่างๆ ทั้งนี้ยังนิยมใช้ในการประมวลผลภาพเพื่อทดสอบประสิทธิภาพของวิธีการต่างๆ ในการซ่อมแซมภาพอีกด้วย เนื่องจากสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนนั้นเกิดขึ้นบ่อยในธรรมชาติจึงมีการศึกษาเพื่อลดผลกระทบของสัญญาณรบกวนชนิดนี้ต่อ ข้อมูลข่าวสารอย่างกว้างขวาง

2.6 ตัวกรองวินเนอร์ (Wiener Filters)

กำหนดให้ $s(n_1, n_2)$ คือสัญญาณสองมิติใดๆ และ $v(n_1, n_2)$ คือสัญญาณรบกวนสองมิติซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ ซึ่งสัญญาณทั้งคู่เป็นกระบวนการสุ่มแบบหยุดนิ่ง และกำหนดให้สัญญาณ $x(n_1, n_2)$ คือผลลัพธ์สัญญาณ $s(n_1, n_2)$ ที่ถูกสัญญาณ $v(n_1, n_2)$ รบกวนโดยเขียนเป็นสมการได้ดังสมการที่ (2.26)

$$x(n_1, n_2) = s(n_1, n_2) + v(n_1, n_2) \quad (2.26)$$

โดยสามารถประมาณค่า $s(n_1, n_2)$ จาก $x(n_1, n_2)$ ได้ด้วยการประมาณค่าแบบเชิงเส้น (Linear Estimation) ดังสมการที่ (2.27)

$$\hat{s}(n_1, n_2) = x(n_1, n_2) * h(n_1, n_2) \quad (2.27)$$

และสามารถกำหนดแสดงค่าผิดพลาด $e(n_1, n_2)$ ระหว่าง $s(n_1, n_2)$ กับ $\hat{s}(n_1, n_2)$ ได้ดังสมการที่ (2.28) และ (2.29) โดยที่ $h(n_1, n_2)$ คือผลตอบอิมพัลส์ และ *Error* คือค่าเฉลี่ยความผิดพลาดยกกำลังสอง (Mean Square Error)

$$e(n_1, n_2) = s(n_1, n_2) - \hat{s}(n_1, n_2) \quad (2.28)$$

$$Error = E[|e(n_1, n_2)|^2] \quad (2.29)$$

จากสมการที่ (2.28) และ (2.29) สามารถเรียกแทนสมการเหล่านี้ได้ว่า การแก้ปัญหาค่าเฉลี่ยความผิดพลาดยกกำลังสองต่ำสุดแบบเชิงเส้น ซึ่งกำหนดให้ $e(n_1, n_2)$ และ $x(n_1, n_2)$ ไม่สัมพันธ์กัน (Uncorrelated) และสามารถเขียนสมการได้ดังสมการที่ (2.30)

$$E[e(n_1, n_2), x(m_1, m_2)] = 0 \quad (2.30)$$

จากสมการที่ (2.28), (2.29) และ (2.30) สามารถเขียนสมการได้ดังนี้

$$\begin{aligned} E[s(n_1, n_2), x(m_1, m_2)] &= E[\hat{s}(n_1, n_2), x(m_1, m_2)] \\ &= E[(h(n_1, n_2) * x(n_1, n_2)), x(m_1, m_2)] \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} h(k, l) E[(x(n_1 - k, n_2 - l), x(m_1, m_2))] \end{aligned} \quad (2.31)$$

สามารถเขียนสมการที่ (2.31) ใหม่ได้ดังนี้

$$R_{sx}(n_1 - m_1, n_2 - m_2) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} h(k, l) R_x(n_1 - k - m_1, n_2 - l - m_2) \quad (2.32)$$

และจากสมการที่ (2.32) จะได้ว่า

$$R_{sx}(n_1, n_2) = h(n_1, n_2) * R_x(n_1, n_2) \quad (2.33)$$

ดังนั้น

$$H(w_1, w_2) = \frac{P_{sx}(w_1, w_2)}{P_x(w_1, w_2)} \quad (2.34)$$

ถ้าหากกำหนดให้สัญญาณ $s(n_1, n_2)$ และ $e(n_1, n_2)$ ไม่สัมพันธ์กันแล้วจะเขียนสมการได้ดังสมการที่ (2.35)

$$E[s(n_1, n_2), v(m_1, m_2)] = E[s(n_1, n_2)]E[v(m_1, m_2)] \quad (2.35)$$

และถ้าหาก $s(n_1, n_2)$ และ $e(n_1, n_2)$ เป็นกระบวนการสุ่มที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์แล้ว จะเขียนได้ว่า

$$\begin{aligned} R_{sx}(n_1, n_2) &= R_s(n_1, n_2) \\ R_x(n_1, n_2) &= R_s(n_1, n_2) + R_w(n_1, n_2) \end{aligned} \quad (2.36)$$

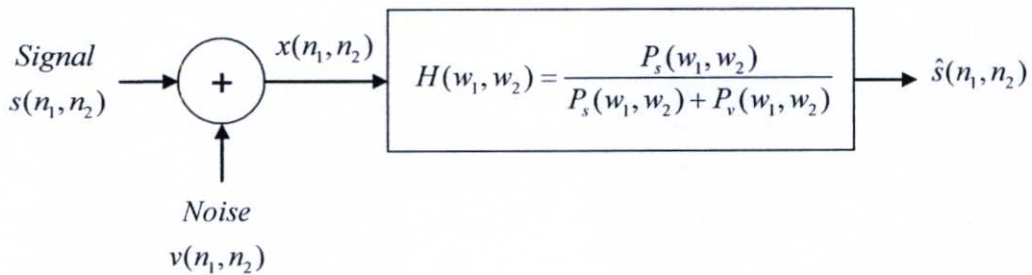
และจากสมการที่ (2.36) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} P_{sx}(w_1, w_2) &= P_s(w_1, w_2) \\ R_x(w_1, w_2) &= P_s(w_1, w_2) + P_w(w_1, w_2) \end{aligned} \quad (2.37)$$

และจากสมการที่ (2.35) และ (2.37) จะได้ว่า

$$H(w_1, w_2) = \frac{P_s(w_1, w_2)}{P_s(w_1, w_2) + P_v(w_1, w_2)} \quad (2.38)$$

จากสมการที่ (2.38) $H(w_1, w_2)$ เรียกว่าตัวกรองวินเนอร์ และสามารถใช้ในการลดสัญญาณรบกวนได้ดังรูปที่ 2.11



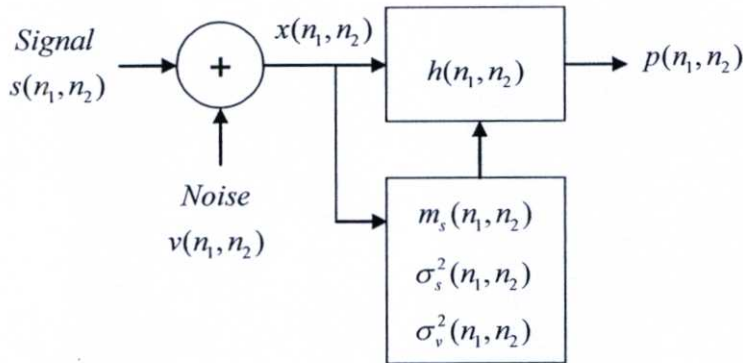
รูปที่ 2.16 การประยุกต์ใช้งานตัวกรองวินเนอร์เพื่อลดสัญญาณรบกวน

2.6.1 ตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (Additive Wiener filters)

ตัวกรองวินเนอร์ได้ถูกประยุกต์ใช้งานกับการประมวลผลภาพเป็นครั้งแรกในปี ค.ศ.1960 โดยอาศัยการคำนวณผลตอบอิมพัลส์จากอินพุทภาพทั้งหมด ซึ่งให้ประสิทธิภาพไม่ค่อนัก ดังนั้นเพื่อแก้จุดบกพร่องนี้ จึงได้มีการคิดค้นตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ขึ้น โดยแบ่งการคำนวณออกเป็นบล็อกซึ่งมีขนาดตั้งแต่ 3×3 ไปจนถึง 32×32 ขึ้นอยู่กับการออกแบบ โดยแนวคิดนี้ได้มาจากแนวคิดที่ว่า ในแต่ละบล็อกของอินพุทภาพใดๆอาจจะค่าคุณลักษณะทางสถิติที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับลักษณะของภาพในแต่ละบล็อก ดังนั้นค่าผลตอบสนองอิมพัลส์ในแต่ละบล็อกควรใช้ต่างกัน เช่นกำหนดให้ผลตอบสนองอิมพัลส์ของตัวกรองวินเนอร์เป็นแบบตัวกรองความถี่ต่ำผ่าน แล้วถ้าภาพในบล็อกหนึ่งมีความละเอียดน้อยก็สามารถเพิ่มค่าความถี่ตัด (Cutoff Frequency) ได้เต็มมาก แต่ถ้าภาพในบล็อกหนึ่งมีความละเอียดสูงก็เพิ่มค่าความถี่ตัดไม่มากเพื่อจะทำให้ภาพในบล็อกนั้นไม่เสียรายละเอียดไปถึงแม้ว่าจะทำให้ลดสัญญาณรบกวนได้น้อยลงก็ตาม เป็นต้น

การประยุกต์ใช้งานกับการประมวลผลภาพตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้กับการประมวลผลภาพสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังสมการที่ (2.39) และดังได้ดังรูปที่ 2.12

$$p(n_1, n_2) = h(n_1, n_2) * x(n_1, n_2) \quad (2.39)$$



รูปที่ 2.17 การประยุกต์ใช้งานตัวกรองวินเนอร์กับการประมวลผลภาพ

ในการออกแบบตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้นั้น ขั้นแรกกำหนดให้สัญญาณรบกวน $v(n_1, n_2)$ เป็นสัญญาณรบกวนแบบขาวที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และมีค่าความแปรปรวน σ_v^2 และมีความหนาแน่นสเปกตรัมกำลัง $P_v(w_1, w_2)$ ซึ่งจะเขียนสมการได้ว่า

$$P_v(w_1, w_2) = \sigma_v^2 \quad (2.40)$$

พิจารณาบล็อกที่มีสัญญาณ $s(n_1, n_2)$ เป็นกระบวนการสุ่มแบบหยุดนิ่งและสามารถเขียนกำหนดได้ด้วยสมการที่ (2.41)

$$s(n_1, n_2) = m_s + \sigma_s w(n_1, n_2) \quad (2.41)$$

โดย m_s และ σ_s คือค่าเฉลี่ย และค่าความแปรปรวนของสัญญาณ $s(n_1, n_2)$ ในบล็อกนั้น และ $w(n_1, n_2)$ คือสัญญาณรบกวนแบบขาวที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และมีค่าความแปรปรวนเท่ากับหนึ่ง และจากสมการที่ (2.40) จะเขียนได้ว่า

$$\begin{aligned} H(w_1, w_2) &= \frac{P_s(w_1, w_2)}{P_s(w_1, w_2) + P_v(w_1, w_2)} \\ &= \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_v^2} \end{aligned} \quad (2.42)$$

จากสมการที่ (2.42) จะสามารถเขียนผลตอบสนองอิมพัลส์ $h(n_1, n_2)$ ได้ด้วยสมการที่ (2.43)

$$h(n_1, n_2) = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_v^2} \delta(n_1, n_2) \quad (2.43)$$

และเขียนสมการสร้างความสัมพันธ์ของสัญญาณภาพที่ผ่านการประมวลผลแล้ว $p(n_1, n_2)$ กับ $h(n_1, n_2)$ และ $x(n_1, n_2)$ ได้ดังสมการที่ (2.44)

$$\begin{aligned} p(n_1, n_2) &= m_s + (x(n_1, n_2) - m_s) * \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_v^2} \delta(n_1, n_2) \\ &= m_s + \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_v^2} (x(n_1, n_2) - m_s) \end{aligned} \quad (2.44)$$

และถ้ากำหนดให้ m_s และ σ_s ถูกเปลี่ยนค่าทุกครั้งในการคำนวณแต่ละการคำนวณจุดภาพ $p(n_1, n_2)$ แล้ว จะสามารถเขียนสมการได้ดังสมการที่ (2.45)

$$p(n_1, n_2) = m_s(n_1, n_2) + \frac{\sigma_s^2(n_1, n_2)}{\sigma_s^2(n_1, n_2) + \sigma_v^2} (x(n_1, n_2) - m_s(n_1, n_2)) \quad (2.45)$$

ซึ่งค่า $m_s(n_1, n_2)$ สามารถประมาณค่าจาก $x(n_1, n_2)$ ได้ด้วยสมการที่ (2.46)

$$\hat{m}_s(n_1, n_2) = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{k=n_1-M}^{n_1+M} \sum_{l=n_2-M}^{n_2+M} x(k, l) \quad (2.46)$$

และค่า $\sigma_s^2(n_1, n_2)$ สามารถประมาณค่าได้ด้วยสมการที่ (2.47) และสมการ (2.48)

$$\hat{\sigma}_s^2(n_1, n_2) = \begin{cases} \hat{\sigma}_x^2(n_1, n_2) - \hat{\sigma}_v^2 & , \hat{\sigma}_x^2(n_1, n_2) > \sigma_v^2 \\ 0 & , \text{Otherwise} \end{cases} \quad (2.47)$$

$$\hat{\sigma}_x^2(n_1, n_2) = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{k=n_1-M}^{n_1+M} \sum_{l=n_2-M}^{n_2+M} (x(k, l) - \hat{m}_s(n_1, n_2))^2 \quad (2.48)$$

โดยที่ M คือค่าบล็อกรูป $M \times M$ จดภาพ ที่ใช้ในการประมวลผล และในกรณีที่ไม่ทราบค่า σ_v^2 แล้ว สามารถใช้การประมาณค่าได้

บทที่ 3

ฟัซซีเซต

ทฤษฎีฟัซซีเซต (Fuzzy set) ได้ถูกนำเสนอเป็นครั้งแรก โดย Lotfi Zadeh ในปี ค.ศ. 1965 ซึ่งได้แสดงถึงการอธิบายแยกแยะในสิ่งที่มีความคลุมเครือ โดยใช้ฟัซซีเซตแสดงแทนระบบของเซต ซึ่งที่มาของเซตประยุกต์มาจากพื้นฐานของทฤษฎีเซต และมีการนำทฤษฎีของฟัซซีเซตไปพัฒนาเพื่อใช้งานทางด้านวิศวกรรมศาสตร์ ทางด้านระบบควบคุม, ด้านการประมวลผลสัญญาณดิจิทัล, ด้านการประมวลผลในระบบสื่อสาร, ด้านการประมวลผลภาพ ซึ่งในการประมวลผลภาพได้มีการใช้งานอย่างกว้างขวาง อาทิเช่น การลดสัญญาณรบกวน, การหาขอบภาพ, การแบ่งกลุ่มข้อมูลภาพ, การรู้จำภาพ เป็นต้น

การประมวลผลในทางตรรกะ การใช้เพียงค่า จริง และ เท็จ อาจไม่เพียงพอต่อการอธิบายเหตุของผลที่เกิดขึ้นบางสิ่ง เช่น หากอยากรบว่าตอนนี้หนาวหรือไม่ ก็อาจสามารถตอบได้โดย ว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” แต่หากอยากรบว่าตอนนี้หนาวมากน้อยแค่ไหน คำตอบที่ได้ก็อาจตอบได้หลายอย่างขึ้นอยู่กับความรู้สึกรับของคนตอบ เช่น หนาวมาก, หนาวมากเล็กน้อย, หนาวปานกลาง, หนาวนิดหน่อย และ ไม่หนาว ความพยายามที่จะอธิบายความหมายของคำตอบเหล่านี้ จึงเป็นที่มาของการศึกษาทฤษฎีฟัซซีเซต

3.1 เซต และฟังก์ชันสมาชิก (Set and Membership function)

กำหนดให้ U เป็นเซตเอกภพสัมพัทธ์ (Universal Set) ซึ่งบรรจุสมาชิก (Elements) ทั้งหมดที่เป็นไปได้ของสิ่งที่สนใจ และเมื่อ A เป็นเซตที่อยู่ใน U ดังนั้นสมาชิกทั้งหมดของ A จะเป็นสมาชิกของ U ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

$$A = \{x \in U \mid x \text{ ถูกกำหนดตามเงื่อนไข}\} \quad (3.1)$$

สามารถแสดงนิยามของเซต A โดยอาศัยฟังก์ชันสมาชิก (Membership Function) ซึ่งมีสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เป็น $\mu_A(x)$ แสดงได้ดังนี้

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in A \\ 0 & \text{if } x \notin A \end{cases} \quad (3.2)$$

จากสมการ(3.2) แสดงให้เห็นว่าค่าสมาชิกภาพที่บอกความเป็นสมาชิกของเซต A นั้นจะมี สองค่าประกอบด้วย “ศูนย์” (แสดงว่าไม่เป็นสมาชิกภาพของเซต A) และ “หนึ่ง” (แสดง

ความเป็นสมาชิกภาพของเซต A) ซึ่งจะเห็นได้ว่าเงื่อนไขที่ใช้พิจารณาความเป็นสมาชิกภาพคือ $x \notin A$ และ $x \in A$ ซึ่งในความเป็นจริงอาจเกิดบางกรณีที่ไม่สามารถพิจารณาแยกแยะอย่างชัดเจนได้ว่า x เป็นสมาชิกของ A หรือไม่ ดังตัวอย่างเช่น

กำหนดให้ U เป็นเซตเอกภพสัมพัทธ์ของอุณหภูมิ(องศาเซลเซียส)

H เป็นเซตของกรณีบริเวณที่มีอุณหภูมิสูง

M เป็นเซตของกรณีบริเวณที่มีอุณหภูมิกกลาง

C เป็นเซตของกรณีบริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำ

สำหรับทฤษฎีของเซต จำเป็นต้องกำหนดการจำกัดความของเซต H, M และ C โดยกำหนดให้บริเวณที่มีอุณหภูมิน้อยกว่า 17 องศาเซลเซียส ถูกกำหนดให้เป็นบริเวณที่อากาศเย็น และบริเวณที่มีอุณหภูมิตั้งแต่ 17 องศาเซลเซียสไปจนถึง 30 องศาเซลเซียสเป็นบริเวณที่อากาศปกติ สุดท้ายให้บริเวณที่มีอุณหภูมิตั้งแต่ 30 องศาเซลเซียสขึ้นไปบริเวณที่อากาศปกติร้อนดังแสดงด้วย สมการที่ (3.3), (3.4) และ (3.5) ตามลำดับ

$$H = \{ x \in U \mid x < 17 \} \quad (3.3)$$

$$M = \{ x \in U \mid 17 \leq x \leq 30 \} \quad (3.4)$$

$$C = \{ x \in U \mid x > 30 \} \quad (3.5)$$

เมื่อ นำเงื่อนไขดังกล่าวมาเขียนฟังก์ชันสมาชิก จะได้สมการที่ (3.6), (3.7), (3.8) และแสดงโดยกราฟฟังก์ชันสมาชิก ได้ดังรูปที่ 3.1

$$\mu_H(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x < 17 \\ 0 & \text{if } x \geq 17 \end{cases} \quad (3.6)$$

$$\mu_M(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } 17 \leq x \leq 30 \\ 0 & \text{if } x < 17 \text{ \& } x > 30 \end{cases} \quad (3.7)$$

$$\mu_C(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } 17 \leq x \leq 30 \\ 0 & \text{if } x < 17 \text{ \& } x > 30 \end{cases} \quad (3.8)$$

ซึ่งในความเป็นจริงการกำหนดเงื่อนไขดังกล่าวไม่อาจใช้ได้เสมอไป เช่น บริเวณที่อุณหภูมิใกล้เคียงกับ 30 องศาเซลเซียส เช่นบริเวณที่อุณหภูมิ 30.55 องศาเซลเซียส อาจจัดอยู่ในบริเวณที่อากาศปกติ แต่บางบริเวณที่อุณหภูมิใกล้เคียงกับ 30 องศาเซลเซียสอาจจัดอยู่ในบริเวณอากาศร้อน ซึ่งในความเป็นจริงอาจตัดสินจากความรู้สึกของคนที่อยู่ภูมิประเทศที่ต่างกัน

ดังนั้นทฤษฎีของเซตจะไม่สามารถแบ่งแยกชนิดของสิ่งที่มีความคลุมเครือได้ ดังนั้นจึงได้มีการนำทฤษฎีของฟัซซีเซตซึ่งมีความยืดหยุ่นมากกว่ามาใช้ในการพิจารณา ซึ่งข้อแตกต่างระหว่างทฤษฎีของเซต และของทฤษฎีฟัซซีเซตสามารถแสดงได้ด้วยรูปที่ 3.1 แสดงกราฟฟังก์ชันสมาชิกแบบเซตของบริเวณที่อากาศปกติ และรูปที่ 3.2 ซึ่งแสดงถึงกราฟฟังก์ชันสมาชิกแบบฟัซซีเซตบริเวณที่อากาศปกติ



รูปที่ 3.1 กราฟฟังก์ชันสมาชิกแบบเซตของบริเวณที่อากาศปกติ



รูปที่ 3.2 กราฟฟังก์ชันสมาชิกแบบฟัซซีเซตของบริเวณที่อากาศปกติ

3.2 ทฤษฎีของฟัซซีเซต (Fuzzy set theory)

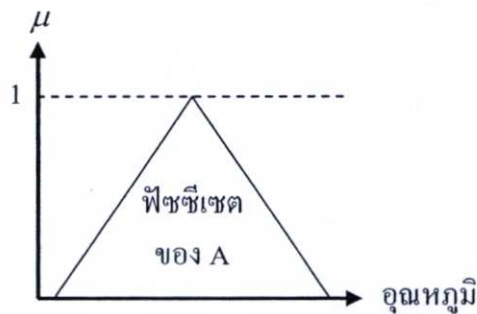
ฟัซซีเซตเป็นเซตที่เป็นสมาชิกของเอกภพสัมพัทธ์ ซึ่งมีคุณสมบัติของฟังก์ชันสมาชิก หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าฟังก์ชันความเป็นสมาชิก (Membership function) $\mu_A(x)$ ที่มีค่าอยู่ “ช่วงศูนย์ถึงหนึ่ง $[0, 1]$ ” ฟังก์ชันสมาชิกของฟัซซีเซตมีความแตกต่างจากฟังก์ชันสมาชิกของเซตที่มีค่าเพียง “ศูนย์” และ “หนึ่ง” เท่านั้น ซึ่งนิยามของฟัซซีเซต มีลักษณะที่คล้ายกับนิยามของเซต แต่ต่างกันตรงความต่อเนื่องของฟังก์ชันสมาชิก โดยฟัซซีเซต A สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.9),

(3.10) และ (3.11) ตามลำดับซึ่งจะได้อธิบายในลำดับต่อไป และสามารถแสดงได้โดยกราฟฟังก์ชันสมาชิกของฟัซซีเซต A ดังรูปที่ 3.3

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in U\} \quad (3.9)$$

$$A = \int_x \frac{\mu_A}{x} \quad (3.10)$$

$$A = \sum_i \frac{\mu_A(x_i)}{x_i} \quad (3.11)$$



รูปที่ 3.3 กราฟฟังก์ชันสมาชิกของฟัซซีเซต A

3.2.1 ฟัซซีลอจิก (Fuzzy Logic)

ฟัซซีลอจิกเป็นส่วนหนึ่งของทฤษฎีฟัซซีเซต ซึ่งฟัซซีลอจิกเป็นการศึกษาเกี่ยวกับภาษาที่จะนำมากำหนดความหมายให้แก่ตัวแปรที่สนใจ และอาจใช้ในการตัดสินใจความถูกต้องของสิ่งที่เป็นเหตุเป็นผลกัน อาจใช้ จริง (True) หรือ เท็จ (False) หากลอจิกนั้นเป็นแบบสองค่า (Two-value Logic) สำหรับฟัซซีลอจิก การตัดสินใจอาจได้คำตอบ จริง หรือ เท็จ หรือคำตอบที่อยู่กึ่งกลางๆ ระหว่างทั้งสองคำตอบนี้ เช่น อาจจริง หรือ อาจเท็จ เพื่อให้สะดวกในการกำหนดค่าความจริงของคำตอบที่เป็นไปได้ในโดเมนหนึ่งๆ อาจกำหนดค่าความเป็นสมาชิกเป็น $\{0, 0.5, 1\}$ ให้อ้างอิงว่า เท็จ อาจจริง และจริง ตามลำดับซึ่งการกำหนดคำตอบมากกว่าสองคำตอบนี้เรียกว่า ลอจิกแบบหลายค่า (Multi-value Logic)

3.2.2 คู่อันดับฟัซซี

นอกจากจะแทนฟัซซีเซตใดๆ ด้วยภาพแล้ว ยังสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของกลุ่มของคู่อันดับดังสมการที่ (3.9) และ (3.12)

$$A = \{(x_i, \mu_A(x_i))\} \quad (3.12)$$

เมื่อ u เป็นสมาชิกของเซตเอกภพสัมพัทธ์ และ $\mu(u)$ เป็นฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของ u ดังนั้นจึงสามารถเขียนเซต A ให้อยู่ในรูปเวกเตอร์ได้ดังสมการที่ (3.13)

$$A = \{(x_0, \mu(x_0)), (x_1, \mu(x_1)), \dots, (x_n, \mu(x_n))\} \quad (3.13)$$

เมื่อ n เป็นสมาชิก n ตำแหน่งที่ $i = 1, 2, \dots, n$ ที่อยู่ในเซตเอกภพสัมพัทธ์นั้น และสามารถเขียนให้อยู่ในอีกรูปแบบได้ดังสมการที่ (3.14)

$$A = \{\mu(x_1)/x_1\}, \{\mu(x_2)/x_2\}, \dots, \{\mu(x_n)/x_n\} \quad (3.14)$$

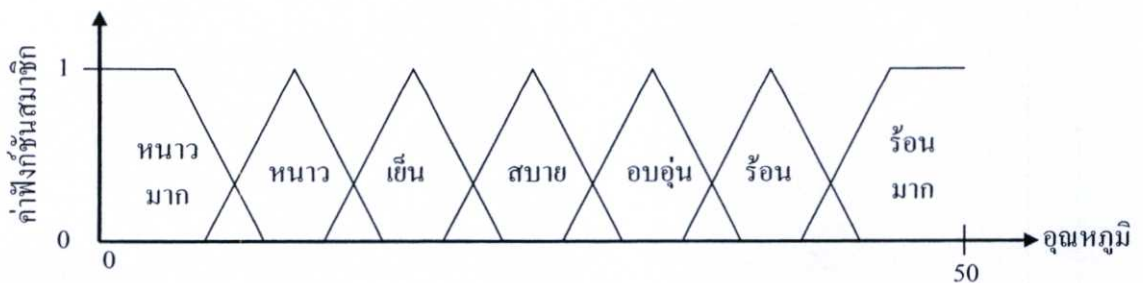
โดยเครื่องหมาย “/” ใช้เพื่อบอกค่าความเป็นสมาชิกของแต่ละตำแหน่งบนแกนแนวนอน

3.2.3 ตัวแปรฟัซซี (Fuzzy Linguistic Variable)

ปกติการแทนจำนวนจะใช้ตัวเลขในการบอกค่า ซึ่งในกรณีของตัวแปรฟัซซีก็เช่นกัน จะใช้คำหรือวลีในการบอกค่า ซึ่งเซตของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดจะเรียกว่าเทอมเซต (Term Set) แต่ละค่าในเซตนี้จะเรียกว่า ค่าของตัวแปรฟัซซี ซึ่งก็คือคำตอบของฟัซซีเซตที่เป็นไปได้ทั้งหมดนั่นเอง เช่น

$$T = \{\text{หนาวมาก, หนาว, เย็น, สบาย, อบอุ่น, ร้อน, ร้อนมาก}\} \quad (3.15)$$

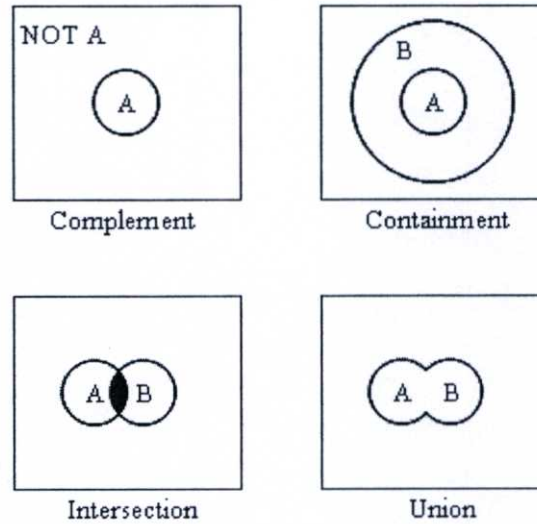
เมื่อ T คือเทอมเซต และค่าแต่ละค่าคือคำตอบที่เป็นไปได้ทั้งหมด เมื่อพิจารณาอุณหภูมิซึ่งอยู่ระหว่าง [0 องศา, 50 องศา] ดังแสดงในรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 แสดงฟัซซีเซตของอุณหภูมิ

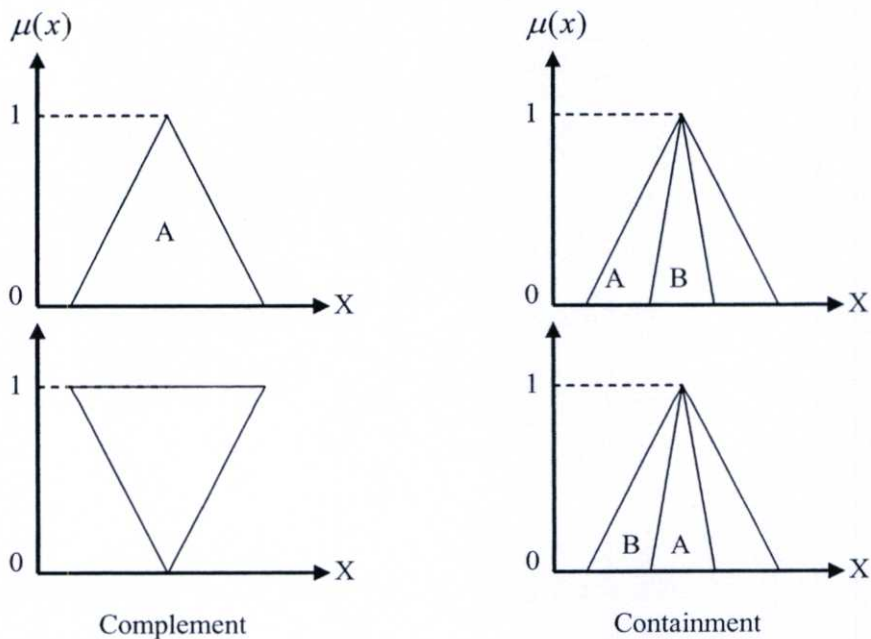
3.2.4 โอเปอเรชันของฟัซซีเซต (Operations on Fuzzy Sets)

การกระทำพื้นฐานของเซตจะประกอบไปด้วย การอินเตอร์เซต (Intersection), การยูเนียน (Union), การคอมพิเมนต์ (Complement) และการเป็นซัพเซต (Subset or Containment) ดังแสดงในรูปที่ 3.5 และการกระทำพื้นฐานของฟัซซีเซตดังแสดงในรูปที่ 3.6

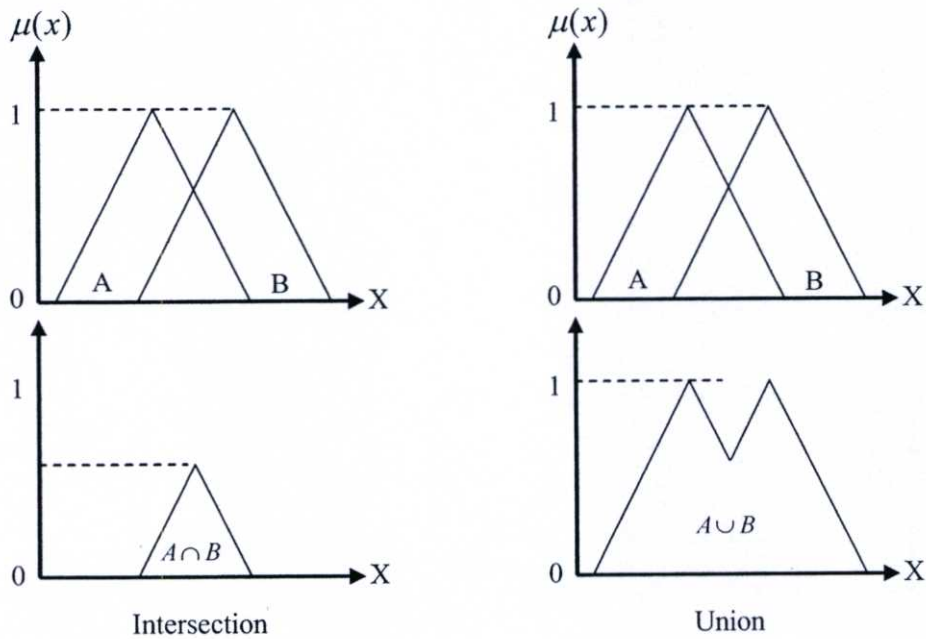


รูปที่ 3.5 การกระทำพื้นฐานของเซต

การกระทำพื้นฐานของเซต และการกระทำพื้นฐานของฟัซซีเซตแสดงจะมีความแตกต่างกันอยู่ค่อนข้างชัดเจน โดยการกระทำของฟัซซีเซต จะใช้การหาค่ามากที่สุด และน้อยที่สุดเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย ซึ่งการกระทำพื้นฐานของเซตธรรมดาจะไม่มี



รูปที่ 3.6 การกระทำพื้นฐานของฟัซซีเซต



รูปที่ 3.7 การกระทำพื้นฐานของฟัซซีเซต(ต่อ)

นิยาม 1 (การกระทำของเซต) ให้ A และ B เป็นฟัซซีเซต 2 เซตที่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์ X เดียวกัน

(ก) การอินเตอร์เซกชัน (Intersection) ของฟัซซีเซต A และ B คือ

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) \cap \mu_B(x) \quad \text{เมื่อ } x \in X \quad (3.16)$$

ตัวอย่างเช่น คนสูง = (0/165, 0/175, 0/180, 0.25/182.5, 0.5/185, 1/190)

คนสูงปานกลาง = (0/165, 1/175, 0.5/180, 0.25/182.5, 0/185, 0/190)

จากสมการที่ (3.17) จะได้อินเตอร์เซกชันระหว่างคนสูง และคนสูงปานกลาง

$$\text{คนสูง} \cap \text{คนสูงปานกลาง} = (0/165, 0/175, 0/180, 0.25/182.5, 0/185, 0/190)$$

(ข) การยูเนียน (Union) ของฟัซซีเซต A และ B คือ

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] = \mu_A(x) \cup \mu_B(x) \quad \text{เมื่อ } x \in X \quad (3.17)$$

ตัวอย่างเช่น คนสูง = (0/165, 0/175, 0/180, 0.25/182.5, 0.5/185, 1/190)

คนสูงปานกลาง = (0/165, 1/175, 0.5/180, 0.25/182.5, 0/185, 0/190)

จากสมการที่ (3.18) จะได้ยูเนียนระหว่างคนสูง และคนสูงปานกลาง

$$\text{คนสูง} \cup \text{คนสูงปานกลาง} = (0/165, 1/175, 0.5/180, 0.25/182.5, 0.5/185, 1/190)$$

(ค) คอมพลิเมนต์ (Complement) ของฟัซซีเซต A คือ

$$\mu_{NOT A}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad \text{เมื่อ } x \in X \quad (3.18)$$

ตัวอย่างเช่น คนสูง = (0/165, 0/175, 0/180, 0.25/182.5, 0.5/185, 1/190)

จากสมการที่ (3.18) จะได้คอมพลิเมนต์ของคนสูง หรือก็คือคนไม่สูงนั่นเอง

คนไม่สูง = (1/165, 1/175, 1/180, 0.75/182.5, 0.5/185, 0/190)

(ง) การเป็นซัพเซต (Subset)

กรณีเซตปกติ เซต X ใดๆ จะเป็นซัพเซตของเซต Y (เขียนได้เป็น $X \subseteq Y$) ถ้าทุกค่าที่อยู่ใน X ปรากฏอยู่ใน Y ด้วย ซึ่งกรณีฟัซซีเซต ฟัซซีเซต X ใดๆ จะเป็นซัพเซตของฟัซซีเซต Y (เขียนได้เป็น $X \subseteq Y$) ถ้าค่าฟังก์ชันความเป็นสมาชิกมีค่าน้อยกว่า หรือเท่ากับค่าความเป็นสมาชิกของ Y พิจารณาเซตคนสูง และคนสูงมาก แล้วจะพบว่าคนสูงมากเป็นซัพเซตของคนสูง

คนสูง = (0/180, 0.25/182.5, 0.5/185, 0.75/187.5, 1/190)

คนสูงมาก = (0/180, 0.06/182.5, 0.25/185, 0.56/187.5, 0/190)

3.2.6 คำเชื่อม (Connectives)

การสนทนาในชีวิตประจำวัน และในทางคณิตศาสตร์ ประโยคจะถูกเชื่อมด้วยคำต่างๆ ซึ่งได้แก่ “และ(AND)”, “หรือ(OR)”, “ถ้า-แล้ว / แสดงว่า (IF-THEN / IMPLIES)”, “ก็ต่อเมื่อ (IF AND ONLY IF)” ซึ่งคำเหล่านี้เองที่เรียกว่าคำเชื่อม (Connective) นอกจากนี้ยังมีประโยคที่เติมคำว่า “ไม่(NOT)” ลงไปเพื่อให้ความหมายเป็นปฏิเสธ โดยคำว่า “และ” ใช้เพื่อเชื่อมประโยคสองประโยคเข้าด้วยกันเรียกว่าคอนจังก์ชัน (Conjunction) และหากใช้ “หรือ” เชื่อมประโยคสองประโยคเข้าด้วยกันเรียกว่าดิสคอนจังก์ชัน (Disjunction) กรณีการสร้างประโยคเงื่อนไข (Conditional Sentence) จะใช้ “ถ้า-แล้ว” โดยประโยคที่ตามหลังคำว่า “ถ้า” จะเรียกว่าเหตุ (Antecedent) และประโยคที่ตามหลังคำว่า “แล้ว” จะเรียกว่าผล (Consequent) สำหรับคำเชื่อมและ “ก็ต่อเมื่อ” จะใช้เชื่อมระหว่างเงื่อนไขสองประโยค (Bi-Conditional) ทั้งนี้สามารถใช้เครื่องหมาย และสัญลักษณ์ในการแทนคำเชื่อมได้ดังนี้

- ¬ ใช้แทนคำว่า ไม่ (NOT)
- ∧ ใช้แทนคำว่า และ (AND)
- ∨ ใช้แทนคำว่า หรือ (OR)
- ⇒ ใช้แทนคำว่า ถ้าแล้ว (IF-THEN)

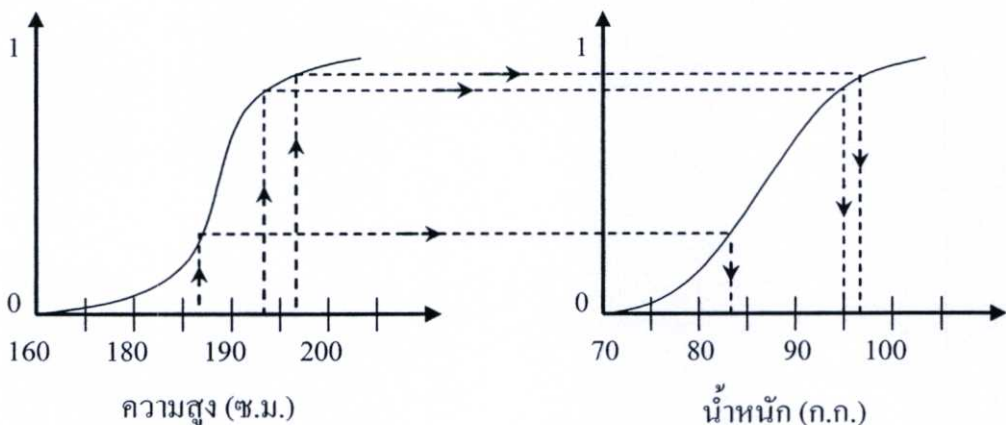
กฎของฟัซซี (Fuzzy Rules)

ตัวแปรฟัซซีและการกระทำของฟัซซีเซตคือประธานและกิริยาตามลำดับ จากนั้นคำเชื่อม “ถ้า-แล้ว” ในการคิดหาคำตอบของฟัซซีลอจิก ตัวอย่างของกฎของฟัซซีหนึ่งกฎหนึ่งเงื่อนไขสามารถแสดงได้ดังนี้

ถ้า x คือ A แล้ว y คือ B หรือ if x is A then y is B

เมื่อ x และ y คือตัวแปรฟัซซี และ A และ B เป็นค่าของตัวแปรฟัซซี ซึ่งกฎของฟัซซีนี้เป็นการกำหนดเงื่อนไขในส่วนของเหตุ หากเงื่อนไขในส่วนนี้เป็นจริง ก็จะได้ผลตามมาเป็นจริง ณ ค่าความเป็นสมาชิกที่ระดับเดียวกัน ตัวอย่างเช่นความสัมพันธ์ระหว่างความสูงกับน้ำหนักดังรูปที่ 3.7 ซึ่งจะพบว่าน้ำหนักของคนจะแปรไปตามความสูง ณ ระดับค่าความเป็นสมาชิกเดียวกัน โดยการที่ฟัซซีเซตทั้งสอง สามารถแทนได้ด้วยกฎของฟัซซีแบบฟัซซีหนึ่งกฎหนึ่งเงื่อนไข ได้ดังนี้

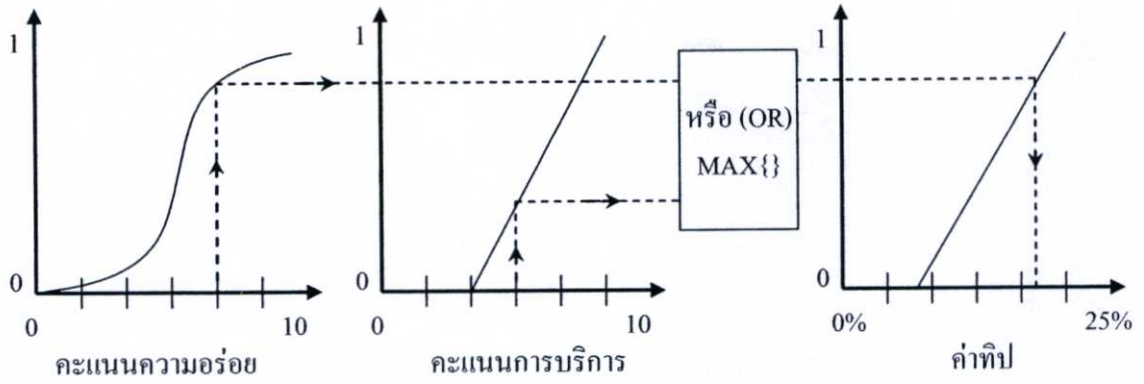
ถ้า ความสูง คือ สูง
แล้ว น้ำหนัก คือ นหนัก



รูปที่ 3.8 กฎของฟัซซีเกี่ยวกับคนสูงและคนหนัก

ในกรณีที่มีมากกว่าหนึ่งเงื่อนไขจะใช้คำเชื่อมเป็นตัวเชื่อมตัวแปรฟัซซีที่มากกว่าหนึ่งให้อยู่ในภายในกฎเดียวกันได้ ตัวอย่างเช่น

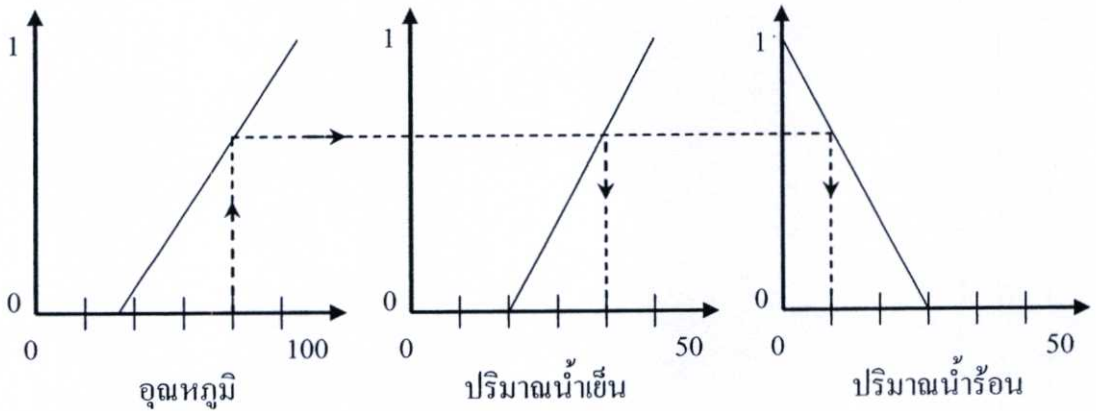
ถ้า อาหาร คือ อร่อย
หรือ บริการ คือ ดีเยี่ยม
แล้ว ทิป คือ จำนวนมาก



รูปที่ 3.9 กฎของฟัซซีเกี่ยวกับการให้ค่าทิป

และในกรณีที่ที่มีผลมากกว่าหนึ่งผล จะสามารถเขียนกฎได้ดังตัวอย่าง

ถ้า อุณหภูมิ คือ ร้อน
แล้ว ปริมาณน้ำเย็น คือ เพิ่ม;
ปริมาณน้ำร้อน คือ ลด

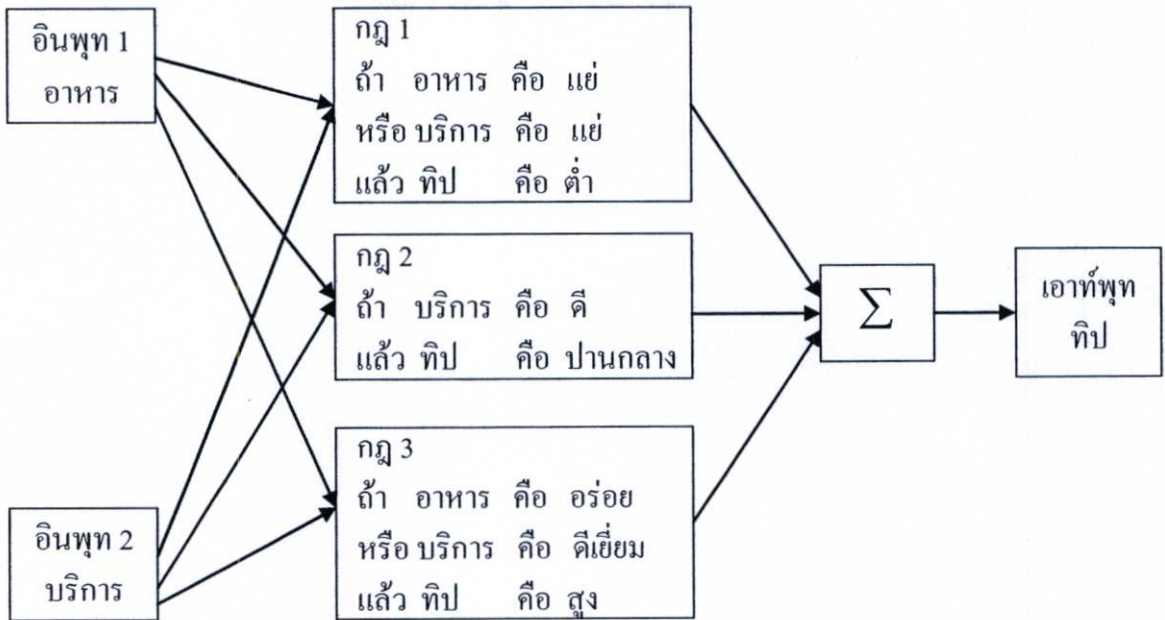


รูปที่ 3.10 กฎของฟัซซีเกี่ยวกับการปริมาณน้ำ

3.2.8 ฟัซซีอินเฟอร์เรนซ์ (Fuzzy Inference)

ฟัซซีอินเฟอร์เรนซ์คือกระบวนการในการแปลงอินพุตให้กลายเป็นเอาต์พุตตามที่ต้องการ โดยใช้ทฤษฎีของฟัซซีเซตและกฎของฟัซซี

ฟัซซีอินเฟอร์เรนซ์ที่เป็นพื้นฐานที่สุดคือวิธีของ Mamdani เพื่อแสดงให้เห็นการทำงานของฟัซซีอินเฟอร์เรนซ์ จะขอยกตัวอย่าง ปัญหาแบบ 2 อินพุต 1 เอาต์พุต ประกอบด้วย 3 กฎ ที่เกี่ยวกับการให้ทิปร้านอาหารดังรูปที่ 3.10

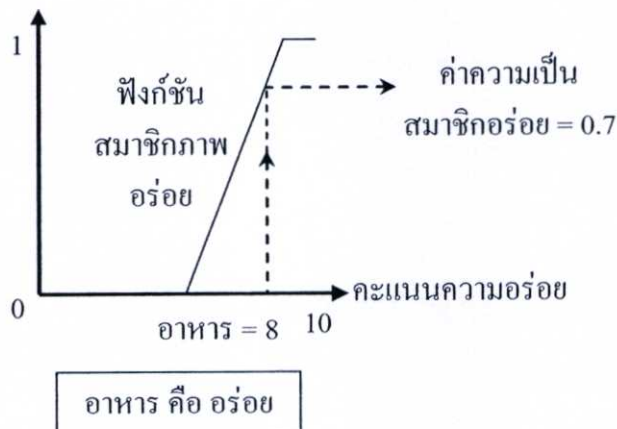


รูปที่ 3.11 แผนผังฟัซซีอินเฟอเรนซ์สำหรับการหาค่าทิปให้ร้านอาหาร

การทำงานของฟัซซีอินเฟอเรนซ์มีลำดับขั้นตอนดังต่อไปนี้

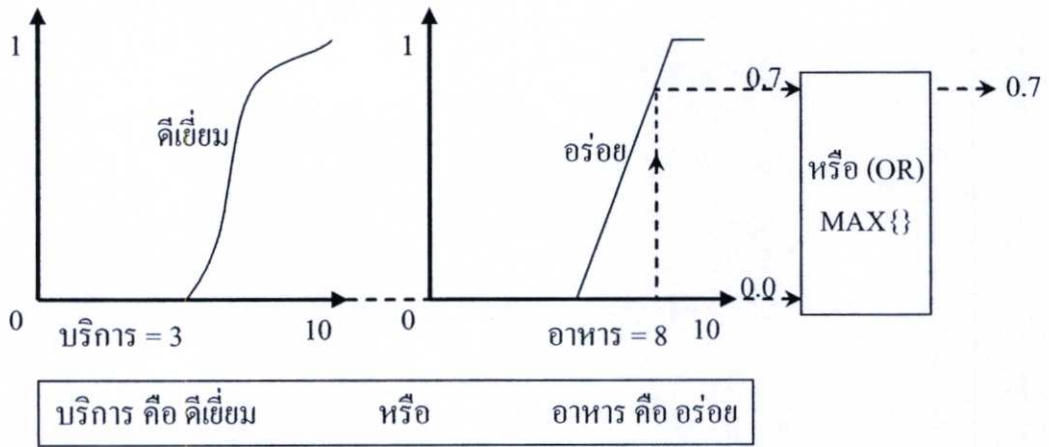
ขั้นตอนแรกได้แก่การแปลงค่าอินพุตแต่ละค่าให้อยู่ในรูปของฟัซซีเซตด้วยการใช้

ฟังก์ชันสมาชิก ดังเช่นตัวอย่างของค่าอินพุตอาหารแสดงในรูปที่ 3.11 โดยเซตของอินพุตอาหารมีค่าคะแนนความอร่อยตั้งแต่ 0 ถึง 10 และ เซตของฟังก์ชันสมาชิกอร่อย มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 ในกรณีนี้ถ้าอาหารมีค่า 8 แล้วค่าสมาชิกภาพของอาหารของฟังก์ชันสมาชิกอร่อย คือ 0.7



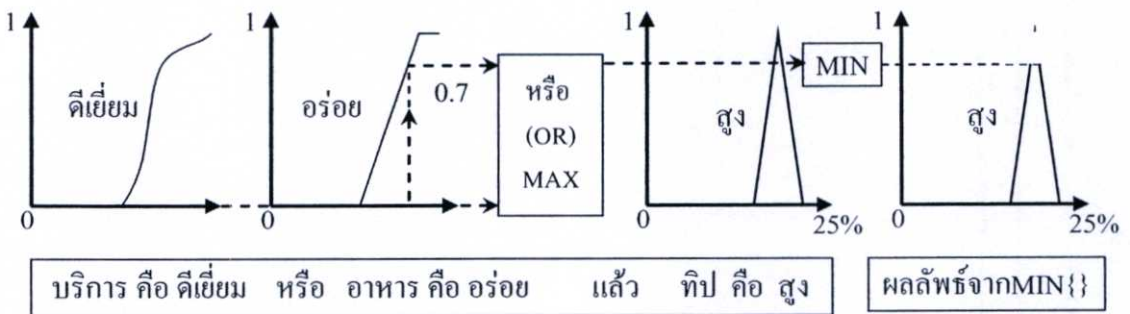
รูปที่ 3.12 การหาค่าสมาชิกภาพของอินพุตอาหาร

ขั้นตอนต่อมากระทำตามการกระทำของฟัซซีเซตของแต่ละกฎ ตัวอย่างเช่น “หรือ” ระหว่างอาหารและบริการตามกฎที่ 3 ดังแสดงในรูปที่ 3.12



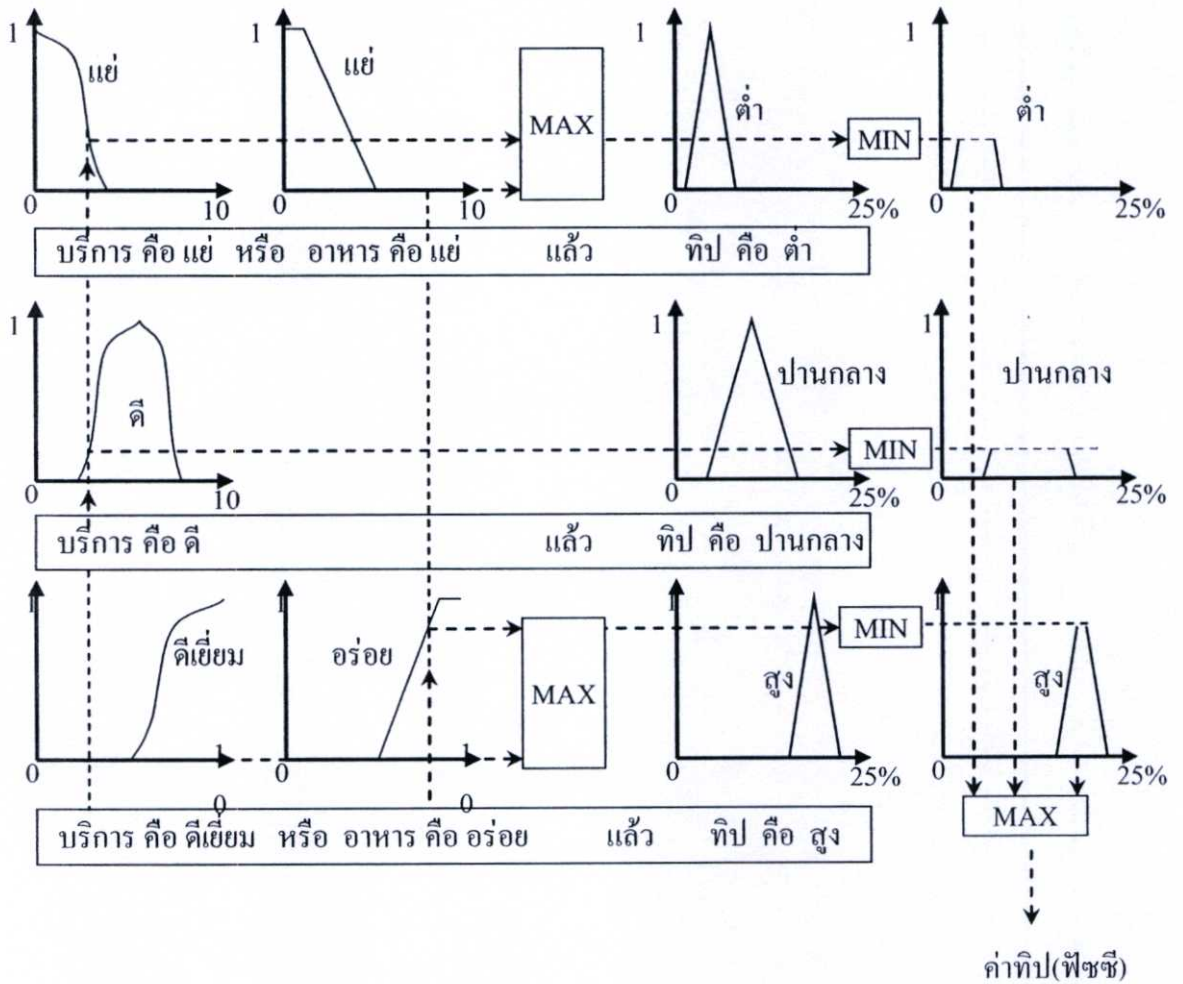
รูปที่ 3.13 การกระทำของฟังก์ชันเซตระหว่างอาหารอร่อย และบริการดีเยี่ยม

ขั้นตอนต่อมาคือใช้ค่าสมาชิกภาพที่ได้จากการกระทำของฟังก์ชันเซตมาแล้ว ดำเนินการตามวิธีการทำให้เกิดความเกี่ยวข้อง (Apply Implication Method) ด้วยการกระทำ $\min()$ กับค่าสมาชิกภาพของเอาต์พุตซึ่งจะทำแบบนี้กับทุกๆกฎตามในรูปที่ 3.13



รูปที่ 3.14 การดำเนินการตามวิธีการทำให้เกิดความเกี่ยวข้อง (Apply Implication Method)

ขั้นตอนต่อมาคือใช้วิธีการรวมตัว (Apply aggregation method) ของค่าสมาชิกภาพของเอาต์พุตของแต่ละกฎทั้งหมดด้วยกระทำ $\max()$ ดังแสดงในรูปที่ 3.14



รูปที่ 3.15 การรวมค่าสมาชิกภาพเอาท์พุทของแต่ละกฎด้วยวิธีการรวมตัว (Aggregation method)

ขั้นตอนสุดท้ายคือการแปลงค่าสมาชิกภาพของฟัซซีเซตเอาท์พุทที่ผ่านวิธีการรวมตัว ให้กลับไปเป็นค่าเซตปกติ ด้วยการดีฟัซซิฟิเคชัน (Defuzzification) เพื่อหาคำตอบ โดยทั่วไปนิยมใช้ที่เรียกว่า Center of area (COA) หรือ Center of gravity (COG) สามารถหาค่าได้ตามสมการที่ (3.19)

$$output = \frac{\sum_{i=j}^p C_i w_i \lambda_i}{\sum_{i=j}^p w_i \lambda_i} \tag{3.19}$$

โดยที่	C_i	คือ	จุดกึ่งกลางของฟังก์ชันความเป็นสมาชิก
	w_i	คือ	ความกว้างของฟังก์ชันความเป็นสมาชิก
	λ_i	คือ	ค่าความเป็นสมาชิก

3.3 การประยุกต์ใช้งานฟัซซีลอจิกในการประมวลผลภาพเพื่อลดสัญญาณรบกวน

(Application of fuzzy logic for image noise reduction)

ฟัซซีลอจิกได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้งานในการประมวลผลภาพในหลายๆด้านด้วยกัน เช่น การหาขอบภาพ (Edge detection), การแบ่งส่วนภาพ (Image segmentation) และตัวกรองแบบต่างๆ (Filtering) เป็นต้น

3.3.1 The iterative fuzzy control filter (IFC filter)

IFC filter เป็นการออกแบบตัวกรองฟัซซีที่ใช้หลักการของฟัซซีคอนโทรล (Fuzzy control) ที่มีการคำนวณแบบวนซ้ำ ซึ่งตัวกรอง IFC นี้ ออกแบบมาเพื่อใช้ลดสัญญาณรบกวนอิมพัลส์ และสัญญาณรบกวนเกาส์เซียน ภายใต้แนวคิดที่ว่า ถ้าหากผลต่างระหว่างจุดภาพกลางและจุดภาพข้างเคียงมากและอยู่ในเซตใดแล้ว การชดเชยค่านั้นก็ควรจะใช้ค่าที่อยู่ในเซตนั้นด้วย

การประมวลผลเริ่มด้วยการคำนวณผลต่างระหว่างจุดภาพกลาง P กับ จุดภาพข้างเคียง P_i จะได้ผลต่าง x_i ดังแสดงในรูปที่ 3.15

P1	P2	P3
P8	P	P4
P7	P6	P5

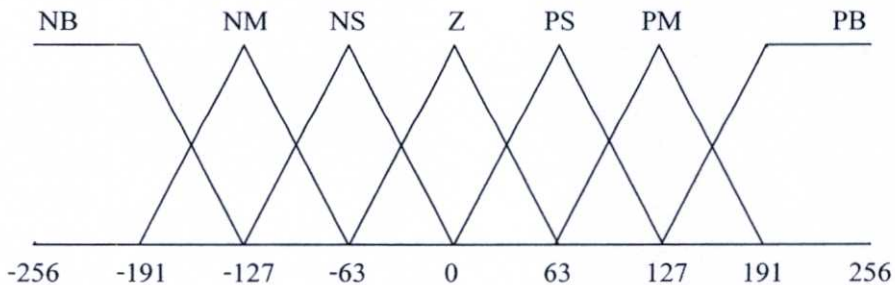
(ก)

x1	x2	x3
x8		x4
x7	x6	x5

(ข)

รูปที่ 3.16 (ก) จุดภาพกลาง และจุดภาพข้างเคียง (ข) หลังจากการคำนวณผลต่าง

จากนั้นนำค่า x_i ที่ได้มาแปลงค่าแต่ละค่าให้อยู่ในรูปของฟัซซีเซตด้วยฟังก์ชันสมาชิกที่มีทั้งหมด 7 ฟังก์ชัน ได้แก่ NB, NM, NS, Z, PS, PM และ PB ดังแสดงในรูปที่ 3.16



รูปที่ 3.17 ฟังก์ชันสมาชิก NB, NM, NS, Z, PS, PM และ PB

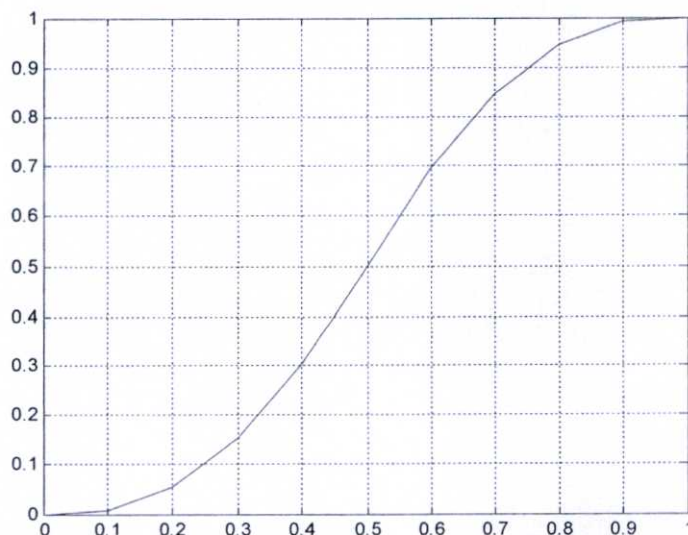
จากนั้นนำค่า x_i ที่อยู่ในรูปของฟัซซีเซตแล้วมากระทำตามการกระทำของฟัซซีเซตของแต่ละกฎทั้งหมด 7 กฎดังนี้

กฎ 1: ถ้า	$more\ of\ x_i$ คือ NB	แล้ว	λ_i คือ NB
กฎ 2: ถ้า	$more\ of\ x_i$ คือ NM	แล้ว	λ_i คือ NM
กฎ 3: ถ้า	$more\ of\ x_i$ คือ NS	แล้ว	λ_i คือ NS
กฎ 4: ถ้า	$more\ of\ x_i$ คือ PS	แล้ว	λ_i คือ PS
กฎ 5: ถ้า	$more\ of\ x_i$ คือ PM	แล้ว	λ_i คือ PM
กฎ 6: ถ้า	$more\ of\ x_i$ คือ PB	แล้ว	λ_i คือ PB
กฎ 0: อื่นๆ			λ_i คือ Z

โดย $more\ of\ x_i$ นั้นหมายถึงจำนวนของ x_i ที่อยู่ในกฎนั้นๆ หากด้วยจำนวน x_i ทั้งหมด เช่น ถ้า x_1, x_2 อยู่กฎ NS และ $x_0, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$ ที่เหลืออยู่กฎ PS แล้วค่าของ $more\ of\ x_i$ ของ NB จะเท่ากับ $2/8$ จากนั้นนำค่า $2/8$ ไปแปลงให้อยู่รูปของฟัซซีเซตด้วยฟังก์ชันสมาชิก $more$ ดังแสดงในรูปที่ 3.18 และสมการที่ (3.20)

ค่า λ_i จะหาค่าได้ด้วยสมการที่ (3.21) และสำหรับ λ_i ที่ $i=2,3,4,5,6$ จะใช้สมการเดียวกัน เพียงแต่เปลี่ยน NB เป็น NM, NS, Z, PS, PM และ PB ตามลำดับ และสำหรับ λ_0 จะหาค่าได้ด้วยสมการที่ (3.22)

$$\mu_{more}(z) = \frac{1}{1 + e^{-(\alpha_1 z - \beta_1)}} \quad (3.20)$$



รูปที่ 3.18 ฟังก์ชันสมาชิก $more$

$$\lambda_1 = \min \{ \mu_{NB}(x_i) : x_i \in \text{support}(NB) \} \times \mu_{more} \left[\frac{\text{number of } x_i \in \text{support}(NB)}{\text{total number of } x_i} \right] \quad (3.21)$$

$$\lambda_0 = \max \left\{ 0, 1 - \sum_{i=1}^6 \lambda_i \right\} \quad (3.22)$$

ขั้นตอนสุดท้ายคือการดิฟฟิเคชันเพื่อหาผลลัพธ์ที่ต้องนำไปบวกกับค่าจุดภาพกลางเดิมด้วยสมการที่ (3.23) แต่เนื่องจาก $C_0 = 0$ และ แต่ละ w_i มีค่าเท่ากัน จึงคำนวณได้ด้วยสมการที่ (3.24)

$$y = \frac{\sum_{i=0}^6 C_i w_i \lambda_i}{\sum_{i=0}^6 w_i \lambda_i} \quad (3.23)$$

$$y = \sum_{i=1}^6 C_i \lambda_i \quad (3.24)$$

3.3.2 GOA filter

GOA filter ออกแบบมาเพื่อใช้ลดสัญญาณรบกวนเกาส์เซียน ภายใต้แนวคิดที่ว่า ใช้ค่าเฉลี่ยของจุดภาพข้างเคียงแต่ละจุดภาพในการหาค่าจุดภาพกลางใหม่ แต่ต้องรักษารายละเอียดของภาพและขอบภาพได้ด้วย เพื่อให้บรรลุเป้าหมายนี้ได้จำเป็นต้องมีองค์ประกอบสำคัญสองส่วนด้วย ส่วนแรกได้แก่การแยกแยะค่าความแปรปรวนที่เกิดขึ้นจากสัญญาณรบกวน กับค่าความแปรปรวนที่เกิดขึ้นรายละเอียดของภาพและขอบภาพ โดยตัวกรองจะประมาณค่าฟัซซีเกรเดียนท์ (Fuzzy gradient) ของแต่ละทิศจุดภาพที่อยู่รอบจุดภาพกลาง ส่วนที่สองฟังก์ชันความเป็นสมาชิกจะถูกปรับตามระดับของสัญญาณรบกวนเพื่อคุณภาพการกรองที่มีประสิทธิภาพ และตัวกรองนี้ จะใช้การคำนวณแบบวนซ้ำ

การประมวลผลเริ่มด้วยการคำนวณผลต่างระหว่างกลุ่มของจุดภาพกลาง $I(x, y)$ กับกลุ่มจุดภาพข้างเคียงที่แบ่งเป็นทิศทางต่างๆ ดังแสดงในตารางที่ 3.1 และรูปที่ 3.18

ตารางที่ 3.1 ทิศทาง และตำแหน่งของ GOA filter

ทิศทาง	ตำแหน่ง	ตำแหน่งข้างเคียง
NW	(x-1, y-1)	{{(-1,1),(0,0),(1,-1)}
W	(x-1, y)	{{(0,1),(0,0),(0,-1)}
SW	(x-1, y+1)	{{(1,1),(0,0),(-1,-1)}
S	(x, y+1)	{{(1,0),(0,0),(-1,0)}
SE	(x+1, y+1)	{{(1,-1),(0,0),(-1,1)}
E	(x+1, y)	{{(0,-1),(0,0),(0,1)}
NE	(x+1, y-1)	{{(-1,-1),(0,0),(1,1)}
N	(x, y-1)	{{(-1,0),(0,0),(1,0)}

NW	N	NE
W	(x, y)	E
SW	S	SE

(ก)

-1,-1	0,-1	1,-1
-1,0	0,0	1,0
-1,1	0,1	1,1

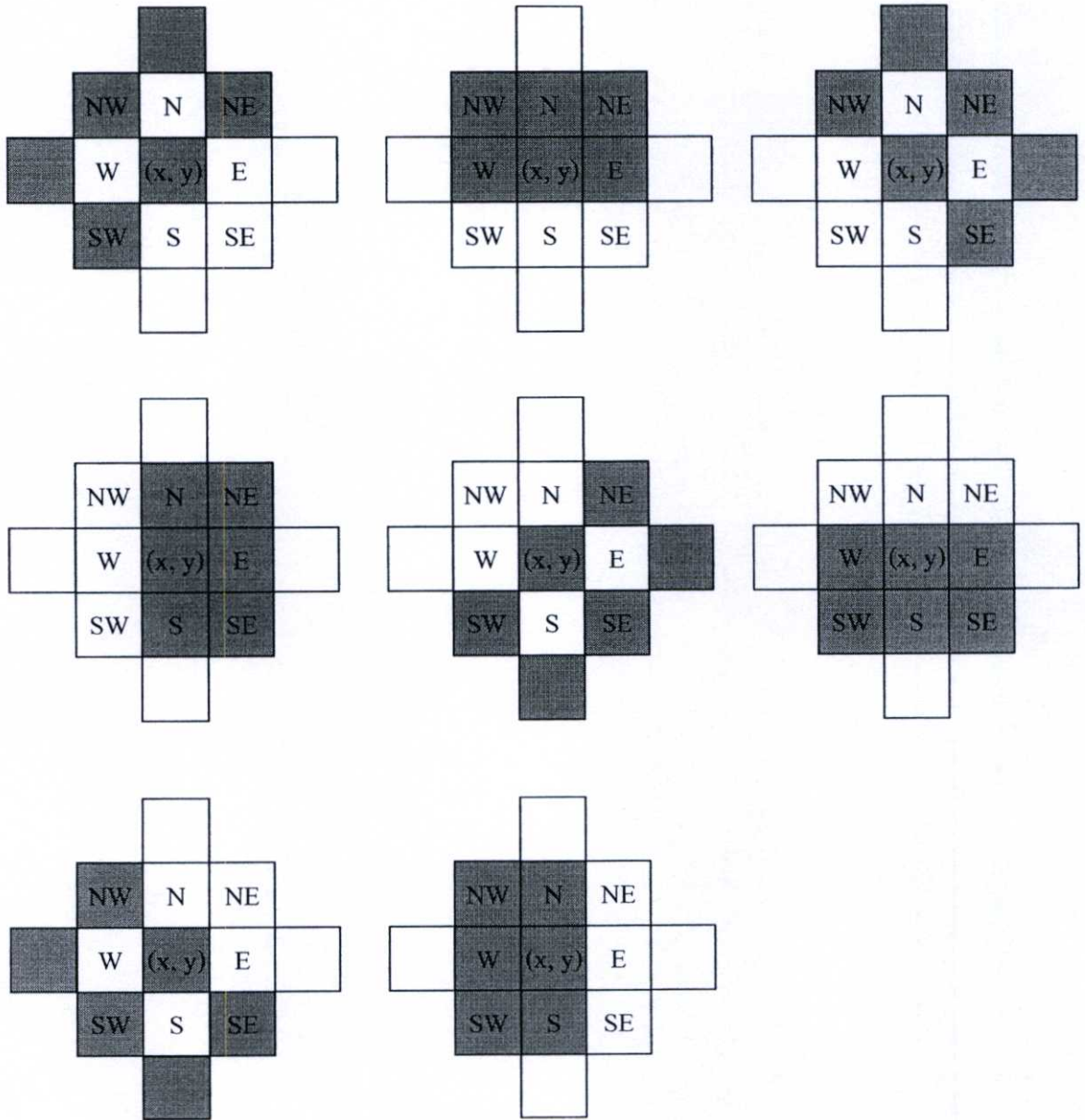
(ข)

รูปที่ 3.19 (ก) จุดภาพข้างเคียงในทิศทางต่างๆ (ข) ตำแหน่งของจุดภาพข้างเคียงต่างๆ

ซึ่งในการหาค่าผลต่างของแต่ละทิศทางต่างๆจะใช้สัญลักษณ์ $\nabla_D(x, y)$ โดยที่ D ($D \in direction = \{NW, W, SW, S, SE, NE, N\}$) หมายถึงทิศแต่ละทิศ ตัวอย่างเช่น ทิศ NW สามารถเขียนสมการได้ด้วยสมการที่ (3.25)

$$\nabla_{NW}(x, y) = I(x-1, y-1) - I(x, y) \quad (3.25)$$

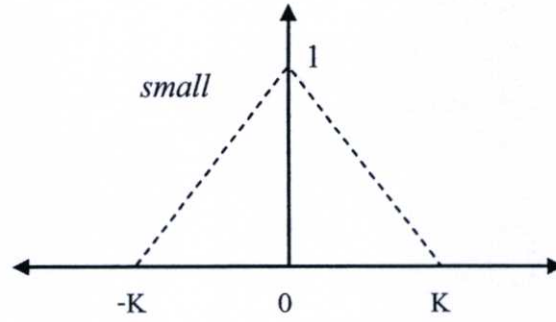
และเพื่อตรวจสอบว่าเป็นขอบภาพ จึงจำเป็นต้องหาค่าของจุดภาพข้างเคียงของจุดภาพในทิศ NW อีกสองจุดภาพด้วยกันดังแสดงในตารางที่ 3.1



รูปที่ 3.20 การหาผลต่างในทิศทางต่างๆ

เมื่อได้ค่าผลต่างมาครบแล้ว ขั้นตอนต่อไปคือการนำค่าได้มาแปลงแต่ละค่าให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันเซตด้วยฟังก์ชันสมาชิก *small* ซึ่งสมการได้ดังสมการที่ (3.26) และแสดงในรูปที่ 3.20 ซึ่งค่า K เป็นค่าที่สามารถปรับได้ในการวนซ้ำแต่ละครั้งซึ่งจะได้กล่าวถึงต่อไป

$$\mu_{small}(z) = \begin{cases} 1 - \frac{|z|}{K}, & 0 \leq |z| \leq K \\ 0, & |z| > K \end{cases} \quad (3.26)$$



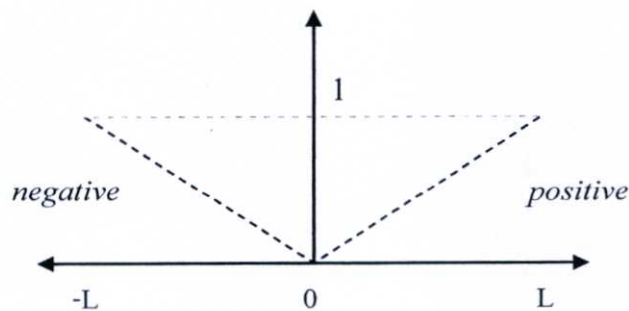
รูปที่ 3.21 ฟังก์ชันสมาชิก *small*

ขั้นตอนต่อไปคือการนำค่าสมาชิกภาพที่ได้มากระทำตามการกระทำของพีชคณิตของแต่ละกฎทั้งหมด 8 กฎตามค่าของทิศทางทั้ง 8 ที่ใช้ตามตารางที่ 3.1 ตัวอย่างเช่นทิศ NW และทิศ N

ถ้า $(\nabla_{NW}(x, y)$ คือ *small* และ $\nabla_{NW}(x-1, y+1)$ คือ *small*) หรือ
 $(\nabla_{NW}(x, y)$ คือ *small* และ $\nabla_{NW}(x-1, y+1)$ คือ *small*) หรือ
 $(\nabla_{NW}(x-1, y+1)$ คือ *small* และ $\nabla_{NW}(x-1, y+1)$ คือ *small*)
 แล้ว $\nabla_{NW}^F(x, y)$ คือ *small*

ถ้า $(\nabla_N(x, y)$ คือ *small* และ $\nabla_N(x-1, y)$ คือ *small*) หรือ
 $(\nabla_N(x, y)$ คือ *small* และ $\nabla_{NW}(x+1, y)$ คือ *small*) หรือ
 $(\nabla_N(x-1, y)$ คือ *small* และ $\nabla_{NW}(x+1, y)$ คือ *small*)
 แล้ว $\nabla_N^F(x, y)$ คือ *small*

จากนั้นนำค่า $\nabla_D(x, y)$ ของแต่ละทิศมาแปลงแต่ละค่าให้อยู่ในรูปของพีชคณิตด้วยฟังก์ชันสมาชิก *positive* และฟังก์ชันสมาชิก *negative* ดังแสดงในรูปที่ 3.21



รูปที่ 3.22 ฟังก์ชันสมาชิก *negative* และ *positive*

เมื่อได้ค่าจากนั้นนำค่าสมาชิกภาพ *positive* และ *negative* ของ $\nabla_D(x, y)$ ของแต่ละทิศทาง แล้วนำค่าสมาชิกภาพที่ได้มากระทำตามการกระทำของพีชคณิตของแต่ละกฎทั้งหมด 8 กฎตามค่าของทิศทางทั้ง 8 ที่ใช้ตามตารางที่ 3.1 ตัวอย่างเช่นทิศ NW

- ถ้า $(\nabla_{NW}^F(x, y)$ คือ *small* และ $\nabla_{NW}(x, y)$ คือ *positive*) แล้ว λ_{NW}^+ คือ *positive*
- ถ้า $(\nabla_{NW}^F(x, y)$ คือ *small* และ $\nabla_{NW}(x, y)$ คือ *negative*) แล้ว λ_{NW}^- คือ *negative*

ขั้นตอนสุดท้ายคือการดิฟเฟอเรนเชียลเพื่อหาผลลัพธ์ด้วยสมการที่ (3.27) โดยที่ค่า L คือค่าขนาดสูงสุดของภาพ และนำค่า Δ ที่ได้ไปบวกกับค่าจุดภาพกลางเดิมดังสมการที่ (3.28)

$$\Delta = \frac{L}{8} \sum_{D \text{ direction}} (\lambda_D^+ - \lambda_D^-) \quad (3.27)$$

$$I'(x, y) = I(x, y) + \Delta \quad (3.28)$$

ในการหาค่า K ของฟังก์ชันสมาชิก *small* จะใช้วิธีการแบ่งภาพเป็นบล็อกๆซึ่งมีขนาด $N \times N$ โดยจะต้องใช้ค่า $N=8$ ขึ้นไปจึงจะได้ผลดี จากนั้นสามารถหาค่าได้ 2 วิธีด้วยกันได้แก่ วิธีที่ 1 หาค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ ของแต่ละบล็อกแล้วนำมาหาค่าเฉลี่ยจากนั้นนำมาคูณกับค่าคงที่ α ซึ่งค่าคงที่นี้สามารถกำหนดได้เองดังแสดงในสมการที่ (3.29) และวิธีที่ 2 ใช้ค่าความเป็นเนื้อเดียวกัน (Homogeneity) H_p ซึ่งตัวห้อย p หมายถึงเปอร์เซ็นต์ของขนาดของฮิสโตแกรม (Histogram) ของค่าความเป็นเนื้อเดียวกันจากทุกบล็อก ซึ่งปกติจะใช้ค่า 20 เปอร์เซ็นต์ จากนั้นนำค่า $1 - H_p$ มาคูณกับค่าคงที่ γ_{N^2} ซึ่งจากการทดลองจะได้ค่า $\gamma_{81} = 52.1$ และสุดท้ายคูณด้วยค่าคงที่ α ดังแสดงในสมการที่ (3.30)

$$K = \alpha \sigma \quad (3.29)$$

$$K = \alpha(1 - \mu_p) \gamma_{N^2} \quad (3.30)$$

บทที่ 4

การลดสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนด้วยทฤษฎีของพีชซีเซต

ระบบสื่อสารปัจจุบันมีการสื่อสารด้วยข้อมูลภาพทั้งแบบแอนาล็อก และดิจิทัล ซึ่งได้มาจากตัวกำเนิดสัญญาณภาพที่มีคุณภาพไม่เท่าเทียมกันอันเป็นเหตุให้เกิดสัญญาณรบกวนขึ้นในข้อมูลภาพได้ และในการสื่อสารสัญญาณภาพแบบแอนาล็อก เช่น ระบบโทรทัศน์ ถ้าภาครับสัญญาณมีอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณระบบกวนน้อยจะ ทำให้ข้อมูลภาพที่ได้รับคุณภาพลดลง ทั้งนี้ข้อมูลภาพที่ทำการแปลงค่าจากข้อมูลแอนาล็อกที่มีคุณภาพดีเป็นข้อมูลดิจิทัลแล้วผ่านกระบวนการใดๆ อันเป็นเหตุให้เกิดสัญญาณรบกวนขึ้นข้อมูลภาพจะมีคุณภาพลดลงเช่นกัน ดังนั้นจึงต้องมีการปรับปรุงคุณภาพของข้อมูลภาพ

ด้วยความสามารถของวิธีการที่มีอยู่ในปัจจุบันทำให้รายละเอียด และความคมชัดของข้อมูลภาพลดลง หากมีวิธีการใดๆ ที่สามารถรักษารายละเอียด และความคมชัดของข้อมูลภาพ จะทำให้ข้อมูลภาพที่ได้มีคุณภาพที่ดีขึ้นด้วย ดังนั้นจึงได้มีศึกษาถึงการลดผลกระทบของสัญญาณรบกวนต่อข้อมูลภาพในลักษณะต่างๆ ในที่นี้จะศึกษาเกี่ยวกับการปรับปรุงคุณภาพของข้อมูลภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนซึ่งเป็นสัญญาณรบกวนพบได้บ่อยครั้ง โดยทั่วไปข้อมูลภาพที่ผ่านกระบวนการลดสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนในแบบต่างๆแล้ว จะมีคุณภาพของรายละเอียด และความคมชัดลดลง ทำให้มีการศึกษาการรักษารายละเอียด และความคมชัดของข้อมูลภาพเกิดขึ้น

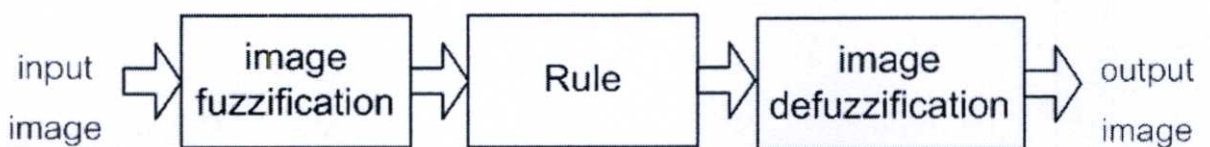
ปัจจุบันการลดสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนที่เกิดขึ้นกับภาพมีหลายวิธีด้วยกัน เช่น วิธีการกรองแบบเชิงเส้น, วงจรกรองวินเนอร์(Wiener Filter), วิธีการหาค่าเฉลี่ย เป็นต้น วิธีการประมวลผลภาพด้วยพีชซีเป็นอีกวิธีการหนึ่งที่ได้มีการศึกษาอย่างกว้างขวาง เช่น การใช้เป็นตัวกรองเส้นขอบภาพ, การแบ่งข้อมูลภาพ, การลดสัญญาณรบกวนอิมพัลส์, การลดสัญญาณรบกวนเกาส์เซียน เป็นต้น ทั้งนี้การลดสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนด้วย พีชซีอินเฟอเรนซ์มีความสามารถในการรักษารายละเอียด และความคมชัดของภาพ ซึ่งในขณะเดียวกันก็สามารถทำให้สัญญาณรบกวนลดลงได้อีกด้วย ด้วยความสามารถดังกล่าวจึงเป็นสิ่งที่น่าสนใจในการศึกษา อีกทั้งในการสร้างเพื่อใช้งานในระดับการประมวลผลทั้งในซอฟต์แวร์ และฮาร์ดแวร์นั้นระบบการลดสัญญาณรบกวนด้วยพีชซีอินเฟอเรนซ์มีความเร็วในการประมวล, ความง่ายต่อการสร้าง และยังใช้พื้นที่ของทรัพยากรที่ต้องสร้างในการใช้งานน้อยอีกด้วย

4.1 แนวทางการใช้ทฤษฎีของฟัซซีในการลดสัญญาณรบกวนเกาส์เซียน

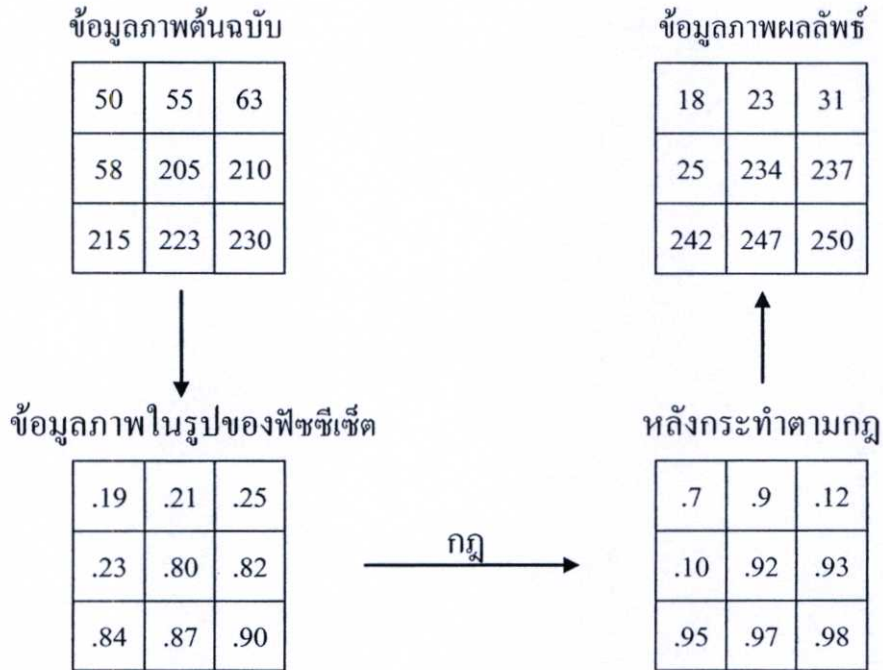
ลำดับแรกต้องแปลงค่าข้อมูลอินพุตในเซตปกติของข้อมูลค่าความเข้มแสงสว่างให้เป็นค่าสมาชิกภาพของฟัซซีเซตก่อน จากนั้นนำค่าข้อมูลค่าสมาชิกภาพในรูปแบบของฟัซซีเซตไปประมวลผลด้วยกฎที่สร้างขึ้นเพื่อรองรับกับปัญหาด้วยแนวคิดของการแบ่งกลุ่มข้อมูลจุดภาพข้างเคียงเป็นกลุ่มที่มีค่าต่างจากจุดภาพกลาง ซึ่งในกลุ่มที่มีค่าต่างจากจุดภาพกลางมากๆจะไม่ถูกนำมาคิดคำนวณรวมกับจุดภาพข้างเคียงที่มีค่าใกล้เคียงกับจุดภาพกลาง เนื่องจากถ้านำจุดจุดภาพข้างเคียงที่มีค่าต่างมากมาประมวลผลด้วยจะทำให้ผลของภาพที่ออกมาเกิดความพร่ามัวขึ้นได้ ในลำดับสุดท้ายคือทำการแปลงค่าข้อมูลในรูปแบบของฟัซซีเซตที่ได้จากการประมวลผลด้วยกฎให้กลับสู่เซตของข้อมูล วิธีการที่จะนำเสนอนี้ใช้แนวคิดในการสร้างกฎในการหาค่าเฉลี่ยของค่าผลต่างระหว่างจุดภาพกลางกับจุดภาพข้างเคียงเพื่อใช้หาค่าที่ต้องเพิ่มขึ้น หรือลดลงของจุดภาพกลางใหม่โดยใช้ค่าจุดภาพในการประมวลผลที่มีขนาดของบล็อก 3×3 จุดภาพ ด้วยการเลื่อนจากจุดแรกสุดจากทางขวาของแถวแรกสุด จากนั้นเลื่อนบล็อกไปทางซ้ายจนถึงสิ้นสุดแถวและขึ้นแถวใหม่จนกระทั่งสิ้นสุดที่บล็อกสุดท้ายทางขวามือของแถวสุดท้าย หลังจากจบกระบวนการดังกล่าวแล้วจะได้ค่าจุดภาพใหม่ทั้งหมดที่ผ่านการลดสัญญาณรบกวนเกาส์เซียน

ในการแบ่งกลุ่มข้อมูลจุดภาพข้างเคียงของแต่ละกลุ่มภาพของการประมวลผลนั้นจะใช้การกำหนดเงื่อนไขของค่าที่คิดว่าเป็นค่าที่สามารถแบ่งแยกระหว่างกลุ่มที่เป็นค่าใกล้เคียงกับจุดภาพกลางในกลุ่มภาพ ออกจากกลุ่มภาพที่มีค่าแตกต่างกันไปหรือน้อยไป เนื่องจากถ้านำค่าของกลุ่มภาพที่มีความแตกต่างกันมากมาคำนวณด้วยแล้วจะทำให้มีค่าของกลุ่มจุดภาพข้างเคียงที่เป็นบริเวณของเส้นขอบภาพ หรือบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าอย่างฉับพลันถูกนำมาหาร่วมค่าเฉลี่ยด้วยแล้วจะทำให้เกิดความพร่ามัวขึ้น แต่ถ้ากำหนดค่าที่สามารถแบ่งแยกระหว่างกลุ่มน้อยไปจะทำให้ไม่สามารถลดสัญญาณรบกวนได้อย่างมีประสิทธิภาพ คือจะยังมีสัญญาณรบกวนบางส่วนเหลือติดอยู่ในภาพเนื่องจากระบบการประมวลผลการฟัซซีเซตจะเข้าใจว่าเป็นจุดภาพข้างเคียงที่มีสัญญาณรบกวนทำให้ค่าลดลง หรือเพิ่มขึ้นนั้นๆ เป็นจุดภาพข้างเคียงที่เป็นบริเวณขอบภาพเป็นผลทำให้ลดสัญญาณรบกวนได้ไม่หมด

การประมวลผลภาพด้วยวิธีการของฟัซซีเซต โดยทั่วไปสามารถแสดงลำดับการทำงานได้ดังรูปที่ 4.1 และ รูปที่ 4.2



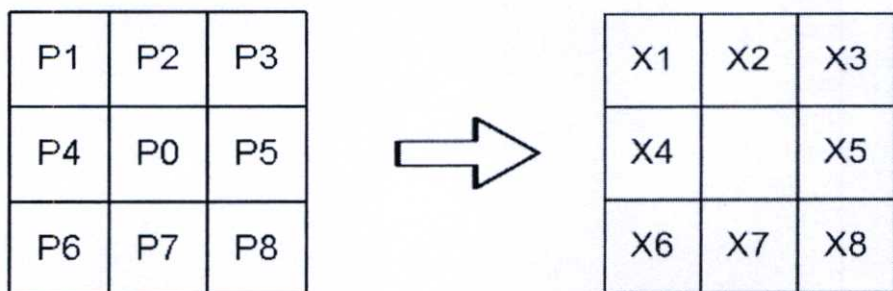
รูปที่ 4.1 ลำดับการทำงานของระบบการประมวลผลภาพด้วยฟัซซีเซตโดยทั่วไป



รูปที่ 4.2 ลำดับการทำงานของกระบวนการประมวลผลภาพด้วยพีชชีเซตในรูปของตัวเลข

4.2 การสร้างอินพุทให้ระบบพีชชีอินเฟอร์เรนซ์

การหาค่าเฉลี่ยของค่าผลต่างระหว่างค่าความเข้มของแสงสว่างของจุดภาพกลางกับจุดภาพข้างเคียงในบล็อกการประมวลผลเพื่อหาค่าความเข้มของแสงสว่างที่ใช้ในการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของจุดภาพกลางใหม่นั้นง่ายต่อการสร้างกฎในการสร้างเงื่อนไขการเพิ่มค่าหรือลดค่า มากกว่าการใช้ค่าจุดภาพปกติ ซึ่งการใช้ค่าผลต่างของค่าความเข้มของแสงสว่างนี้ทำได้โดยกำหนดให้ x_k เป็นอินพุทของตัวกรองภาพพีชชี และให้ P_0 เป็นจุดภาพกลางของบล็อกขนาด 3×3 จุดภาพที่ใช้การประมวลผล และจุด P_k เป็นจุดภาพข้างเคียง ซึ่งในแต่ละบล็อก จะมี 8 ค่าผลต่างของความเข้มของแสงสว่างดังแสดงในรูปที่ 4.3 และสามารถหา X_k ได้ทั้งหมด 8 จุดภาพได้ดังสมการที่ (4.1)



รูปที่ 4.3 ตำแหน่งจุดภาพในบล็อกที่ใช้ในการประมวลผลขนาด 3×3 จุดภาพ

$$X_k = P_k - P_0; k = 1, 2, \dots, 8 \quad (4.1)$$

4.3 การสร้างฟuzzyเซต

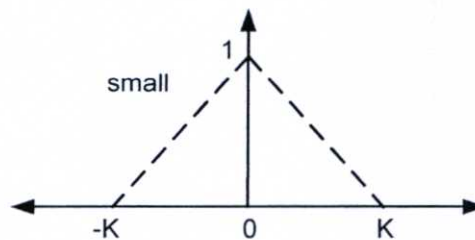
ในกระบวนการการแปลงค่าความเข้มแสงสว่างอินพุทของ X_k ด้วยค่าสมาชิกภาพจะเริ่มด้วยการใช้ฟuzzyเซต *small* (SM) เพื่อแบ่งกลุ่มจุดภาพข้างเคียง เนื่องจากหากจุดภาพข้างเคียงตัวใดมีค่าผลต่างมากแล้ว จุดภาพข้างเคียงนั้นจะถูกทำให้มีความสำคัญในการถูกใช้ร่วมในการหาค่าเฉลี่ยของผลต่างลดลงหรืออาจไม่ใช้เลย เพราะว่าจุดภาพข้างเคียงนั้นๆ จะถูกมองว่าเห็นเส้นขอบภาพ หรือบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าความเข้มแสงสว่างอย่างฉับพลัน โดยจะต้องกำหนดค่าที่ใช้ในการแบ่งกลุ่ม K โดยสามารถกำหนดได้สองวิธีคือ ด้วยค่าคงที่ หรือใช้การปรับค่ากึ่งอัตโนมัติ

รูปร่างของฟuzzyเซต SM ใช้รูปร่างสามเหลี่ยมที่สามารถแสดงค่าได้ด้วยพารามิเตอร์ K ของฟังก์ชันสมาชิกภาพ $\mu_{SM}(x)$ เมื่อ K คือความกว้างที่สมมาตรกันของฟuzzyเซต และเป็นค่าที่ใช้ในการแบ่งแยกความเป็นขอบภาพ อลตรารายละเอียดภาพดังแสดงในรูปที่ 4.4 และสามารถเขียนสมการได้ดังสมการที่ (4.2)

$$m_{SM}(x) = \begin{cases} 1 - \frac{|x|}{K}, & 0 \leq |x| \leq K \\ 0, & |x| > K \end{cases} \quad (4.2)$$

กรณีค่า K กำหนดแบบค่าแบบกึ่งปรับอัตโนมัติ จะใช้ค่าความเป็นเนื้อเดียวกัน H ซึ่งสามารถแสดงด้วยสมการที่ (4.3)

$$H = 1 - \frac{\max(P_k) - \min(P_k)}{L} \quad (4.3)$$



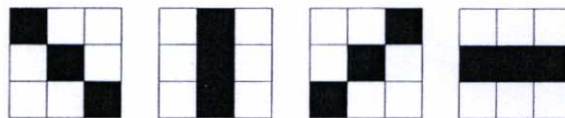
รูปที่ 4.4 ฟังก์ชันสมาชิกภาพ $\mu_{SM}(x)$ ของฟuzzyเซต *small* (SM)

จากนั้นนำค่า H ที่ได้มาสร้างความคูณกับค่าคงที่ จากแนวคิดที่ว่าถ้าหากกลุ่มจุดภาพมีค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดต่างกันน้อยแล้วหมายความว่าบริเวณนั้นเป็นบริเวณที่มีเพียงสัญญาณรบกวน ดังนั้นค่า K ควรจะมีค่ามากเพื่อให้จุดภาพกลางมีความราบเรียบที่เกิดจากทุกจุดภาพหรือจุดภาพส่วนใหญ่ แต่ในกรณีที่บริเวณนั้นมีค่าค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดต่างกันมากแล้วแสดงว่าบริเวณนั้นเป็นบริเวณที่มีส่วนของขอบภาพอยู่ด้วยดังนั้นค่า K จะต้องมีค่าไม่สูงมากนักเพื่อนำจุดภาพเฉพาะที่มีค่าใกล้เคียงกันมาประมวลผล ดังนั้นสามารถสร้างความสัมพันธ์ง่าย ๆ ด้วยการกำหนดค่าคงที่ค่าหนึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ γ เพื่อนำค่า H มาถ่วงน้ำหนักค่า γ นั้นเอง สามารถเขียนสมการได้ดังสมการที่ (4.4)

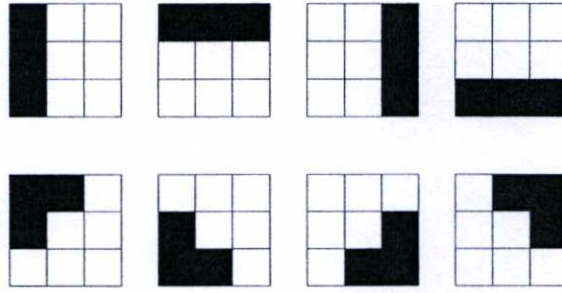
$$K = (1 - H)\gamma \quad (4.4)$$

4.4 การสร้างกฎฟิชชีเพื่อถ่วงน้ำหนัก

เมื่อได้ค่าจากฟิชชีเซต SM แล้วต่อไปกำหนดกฎของฟิชชีที่มีความสามารถรักษาขอบภาพและรายละเอียดภาพที่สร้างขึ้นด้วยแนวคิดสองส่วน ในส่วนแรกคือ หากจุดภาพกลางเป็นจุดที่มีการตัดผ่านของเส้นภาพแล้วให้นำเฉพาะส่วนของเส้นตัดผ่านในแนวของการตัดผ่านแนวนั้นๆ มาหาค่าเฉลี่ยของผลต่าง สามารถแสดงรูปแบบอินพุตได้ 4 รูปแบบ ดังแสดงในรูปที่ 4.5 ส่วนที่สองคือ หากจุดภาพข้างเคียงจุดใดๆ นั้นมีค่าใกล้เคียงกับจุดภาพข้างเคียงที่อยู่ติดกันอย่างน้อยหนึ่งจุดหมายความว่าจุดภาพนั้นๆ เป็นส่วนเดียวกันกับจุดภาพกลางดังแสดงในรูปที่ 4.6 การกำหนดแบบนี้เพื่อป้องกันจุดภาพนั้นๆ เป็นสัญญาณรบกวน เพราะถ้าหากใช้ค่าเพียงตัวจุดภาพเองเพียงจุดเดียวโดยไม่คิดค่าจุดภาพข้างเคียงแล้วจะทำให้เกิดความผิดพลาดได้ ในอีกแง่หนึ่งหากใช้ค่าข้างเคียงที่มากกว่าหนึ่งค่าแล้วจะทำให้ประสิทธิภาพในการรักษาขอบภาพและรายละเอียดภาพลดลง เนื่องจากถ้าลักษณะใดไม่เป็นไปตามเงื่อนไขแล้วจะมีผลทำให้ค่าจุดภาพนั้นๆ ไม่ถูกนำมาคิดรวมในการหาผลค่าเฉลี่ยผลต่าง ซึ่งบางครั้งค่าในจุดภาพนั้นๆ เป็นค่าที่ต้องถูกนำมาคิดรวมด้วย นี่จึงเป็นเหตุผลในการใช้จุดภาพข้างเคียงเพียงอย่างน้อยหนึ่งจุดภาพในการประมวลผล โดยในรูปที่ 4.5 และ 4.6 จุดสีดำได้แก่จุดภาพทั้งหมดในบล็อกที่ต้องนำมาใช้ใ้การสร้างเงื่อนไขกฎของแต่ละจุดภาพข้างเคียงซึ่งสามารถเขียนตารางค่าอินพุตที่ใช้ของแต่ละกฎได้ดังตารางที่ 4.1



รูปที่ 4.5 รูปแบบแนวเส้นตัดผ่านจุดภาพกลาง



รูปที่ 4.6 รูปแบบจุดภาพข้างเคียงของแต่ละจุดภาพ

ตารางที่ 4.1 อินพุตที่ใช้ในกฎทั้ง 8

เอาต์พุต v_k	อินพุตที่ใช้
v_1	x_1, x_2, x_4, x_8
v_2	x_2, x_1, x_3, x_7
v_3	x_3, x_2, x_5, x_6
v_4	x_4, x_1, x_6, x_5
v_5	x_5, x_3, x_8, x_4
v_6	x_6, x_4, x_7, x_3
v_7	x_7, x_6, x_8, x_2
v_8	x_8, x_5, x_7, x_1

สามารถแสดงการใช้กฎ *small* ของค่าจุดภาพ P_1 ถึง P_8 ได้ตามรูปแบบอินพุตดังต่อไปนี้

P_1 : IF x_1 IS small AND x_8 IS small OR x_1 IS small AND x_2 IS small OR x_1 IS small AND x_4 IS small THEN v_1 IS small

1	2	3
4		5
6	7	8

รูปที่ 4.7 ผลต่างจุดภาพที่ใช้กับกฎ *small* สำหรับ P_1

P_2 : IF x_2 IS small AND x_1 IS small OR x_2 IS small AND x_3 IS small OR x_2 IS small AND x_7 IS small
THEN v_2 IS small

1	2	3
4		5
6	7	8

รูปที่ 4.8 ผลต่างจุดภาพที่ใช้กับกฎ small สำหรับ P_2

P_3 : IF x_3 IS small AND x_2 IS small OR x_3 IS small AND x_5 IS small OR x_3 IS small AND x_6 IS small
THEN v_3 IS small

1	2	3
4		5
6	7	8

รูปที่ 4.9 ผลต่างจุดภาพที่ใช้กับกฎ small สำหรับ P_3

P_4 : IF x_4 IS small AND x_1 IS small OR x_4 IS small AND x_6 IS small OR x_4 IS small AND x_5 IS small
THEN v_4 IS small

1	2	3
4		5
6	7	8

รูปที่ 4.10 ผลต่างจุดภาพที่ใช้กับกฎ small สำหรับ P_4

P_5 : IF x_5 IS small AND x_3 IS small OR x_5 IS small AND x_8 IS small OR x_5 IS small AND x_4 IS small
THEN v_5 IS small

1	2	3
4		5
6	7	8

รูปที่ 4.11 ผลต่างจุดภาพที่ใช้กับกฎ *small* สำหรับ P_5

P_6 : IF x_6 IS small AND x_4 IS small OR x_6 IS small AND x_7 IS small OR x_6 IS small AND x_3 IS small
THEN v_6 IS small

1	2	3
4		5
6	7	8

รูปที่ 4.12 ผลต่างจุดภาพที่ใช้กับกฎ *small* สำหรับ P_6

P_7 : IF x_7 IS small AND x_6 IS small OR x_7 IS small AND x_8 IS small OR x_7 IS small AND x_2 IS small
THEN v_7 IS small

1	2	3
4		5
6	7	8

รูปที่ 4.13 ผลต่างจุดภาพที่ใช้กับกฎ *small* สำหรับ P_7

P_8 : IF x_8 IS small AND x_5 IS small OR x_8 IS small AND x_7 IS small OR x_8 IS small AND x_1 IS small
THEN v_8 IS small

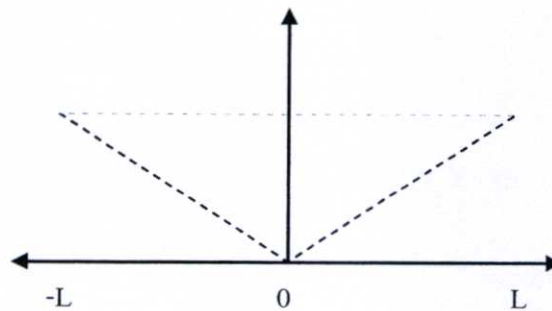
1	2	3
4		5
6	7	8

รูปที่ 4.14 ผลต่างจุดภาพที่ใช้กับกฎ *small* สำหรับ P_8

4.5 การกรองภาพ

ในส่วนของการกรองเพื่อลดระดับสัญญาณรบกวน จะใช้ฟังก์ชันเซตเพิ่มอีกสองเซตคือ *positive (PO)* และ *negative (NE)* ที่ใช้รูปร่างสามเหลี่ยมสามารถแสดงค่าได้ด้วยพารามิเตอร์ w และ c ของฟังก์ชันสมาชิกภาพ $\mu(x)$ เมื่อ w คือความกว้างที่สมมาตรกันของฟังก์ชัน, c คือจุดกึ่งกลางของฟังก์ชัน สำหรับฟังก์ชันเซต *PO* ค่า c จะเท่ากับ L , w จะเท่ากับ $2L$ และสำหรับฟังก์ชันเซต *NE* ค่า c จะเท่ากับ $-L$, w จะเท่ากับ $2L$ โดยที่ L คือระดับความเข้มภาพลบด้วยหนึ่ง ดังแสดงในรูปที่ 4.15 ซึ่งสามารถเขียนข้อกำหนดค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันสมาชิกภาพได้ตามสมการดังสมการที่ (4.5)

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & x \leq c - w \\ (w - |x - c|) / w, & c - w < x < c + w \\ 0, & x \geq c + w \end{cases} \quad (4.5)$$



รูปที่ 4.15 แสดงฟังก์ชันเซต *positive* และ *negative*

จากนั้นสร้างสองกลุ่มกฎได้แก่กลุ่มกฎบวกซึ่งมีกฎดังต่อไปนี้คือ ถ้า x_k มีค่าเป็นบวกและ v_k มีค่าน้อยแล้ว y_k มีค่าเป็นบวก ส่วนกลุ่มกฎลบมีกฎดังต่อไปนี้ ถ้า x_k มีค่าเป็นลบและ v_k มีค่าน้อยแล้ว y_k มีค่าเป็นลบ โดยที่ค่า v_k นั้นสามารถนำมาใช้ต่อจากส่วนการถ่วงน้ำหนักอินพุตได้โดยตรงเพราะ v_k มีค่าอยู่ในรูปของฟังก์ชันเซตอยู่แล้วนั่นเอง กลุ่มกฎบวกจะใช้ฟังก์ชันเซต *positive (PO)* และกลุ่มกฎลบจะใช้ฟังก์ชันเซต *negative (NE)* ดังแสดงกฎได้ดังต่อไปนี้

IF v_k IS small AND x_k IS positive

THEN y_k^+ IS positive

IF v_k IS small AND x_k IS negative

THEN y_k^- IS negative

4.6 ส่วนการแปลงค่าฟังก์ชันเซตเป็นค่าเซตความเข้มแสงสว่าง

ส่วนสุดท้ายคือส่วนการแปลงค่าฟังก์ชันเซตที่ได้ให้กลับเป็นค่าจุดภาพซึ่งค่าที่แปลงกลับแล้วนั้นจะนำไปบวกกับค่าจุดภาพกลางเดิมเนื่องจากค่าอินพุตที่เราใช้เป็นค่าผลต่างเมื่อเราแปลงกลับก็ยังคงเป็นค่าผลต่างอยู่ โดยการแปลงค่าฟังก์ชันเซตเป็นค่าเซตความเข้มแสงสว่างจะใช้วิธีการ Center of area เมื่อแปลงค่ากลับแล้วจึงต้องนำไปบวกกับจุดภาพกลางเดิมซึ่งสามารถหาได้ด้วยสมการที่ (4.6) และ (4.7) โดยให้ค่า P'_0 คือค่าจุดภาพกลางใหม่ที่ได้ และค่า Δ คือค่าเฉลี่ยผลต่างแต่ละจุดภาพ

$$\Delta = \frac{L-1}{8} \sum_{k=1}^8 (y_k^+ - y_k^-) \quad (4.6)$$

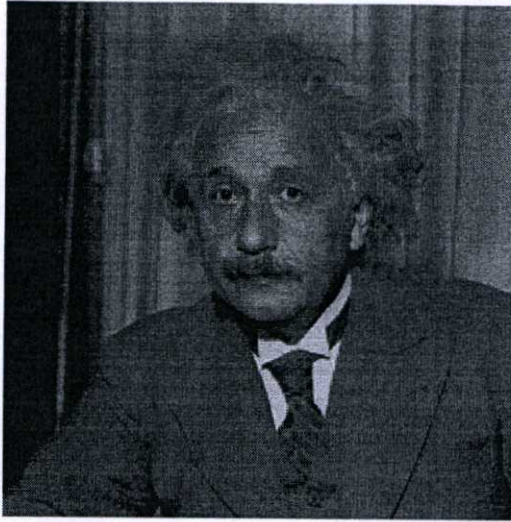
$$P'_0 = P_0 + \Delta \quad (4.7)$$

บทที่ 5

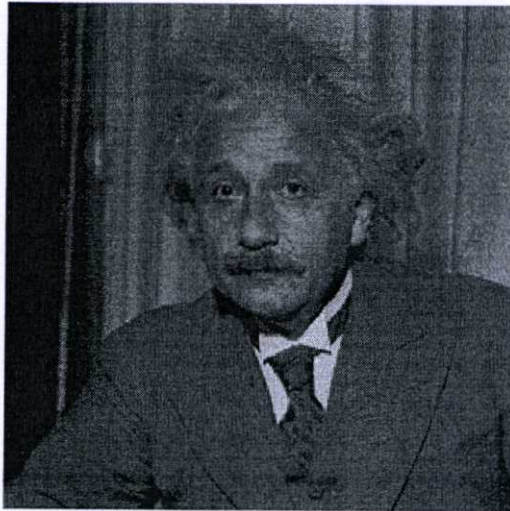
ผลการจำลองการประมวลผล

5.1 การทดลอง และผลการทดลอง

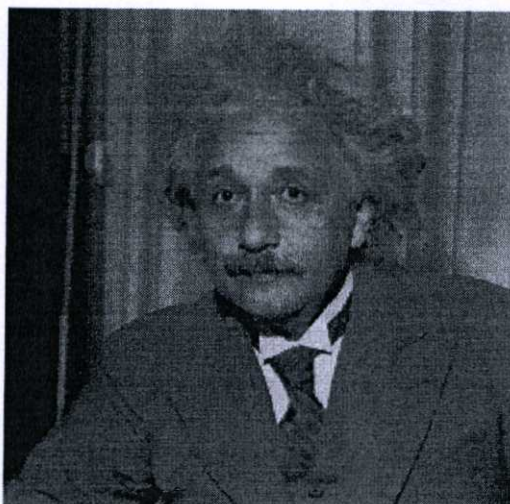
จากโครงสร้างของออกแบบตัวกรองด้วยพีซีซีเซต สามารถจำลองการประมวลผลภาพของตัวกรองโดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ในการประเมินประสิทธิภาพของวิธีการที่นำเสนอ จะใช้บางส่วนของผลการจำลองการทำงานบนเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ทำการทดลอง ภาพที่ใช้ทำการทดลอง จะใช้ภาพ Einstein ที่มีขนาด 3×3 จุดภาพ การทดลองจะใช้สัญญาณรบกวนที่มีค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ใช้ทั้งหมด 3 ค่า คือ 5, 10 และ 15 ซึ่งจะทำการทดลองปรับค่า K เพื่อเปรียบเทียบผลทั้งหมด 4 ค่า คือ 20, 40, 60 และ 80 และใช้วิธีการปรับค่ากึ่งอัตโนมัติซึ่งจะทำการทดลองปรับค่า γ ทั้งหมด 4 ค่า คือ 20, 40, 60 และ 80 โดยจะแสดงผลด้วยรูปขนาดปกติ และจะแสดงผลของรูปเข้าใกล้ ซึ่งจะแสดงบริเวณบางส่วนของภาพที่มีรายละเอียด และขอบภาพอยู่เพื่อแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของการรักษาขอบภาพ และรายละเอียดภาพในแต่ละวิธีการที่ใช้ในการทดลอง โดยวิธีที่ใช้เปรียบเทียบประสิทธิภาพ ได้แก่ IFC filter ที่วนซ้ำการทำงาน 2 รอบ, GOA filter ที่วนซ้ำการทำงาน 2 รอบ, ตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ขนาด (3×3) และตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (5×5) และจะแสดงผลการทดลองด้วยรูปที่ 5.1 ถึงรูปที่ 6.3 และการหาค่าประสิทธิภาพของตัวกรองสามารถที่จะหาได้จากการประมาณค่าด้วยเฉลี่ยยกกำลังสองของค่าความผิดพลาด (mean-square error, MSE) ของภาพที่ใช้การประมวลผลด้วยกระบวนการที่นำเสนอ เทียบกับกระบวนการแบบอื่นๆ โดยเปรียบเทียบไว้ในตารางที่ 5.1



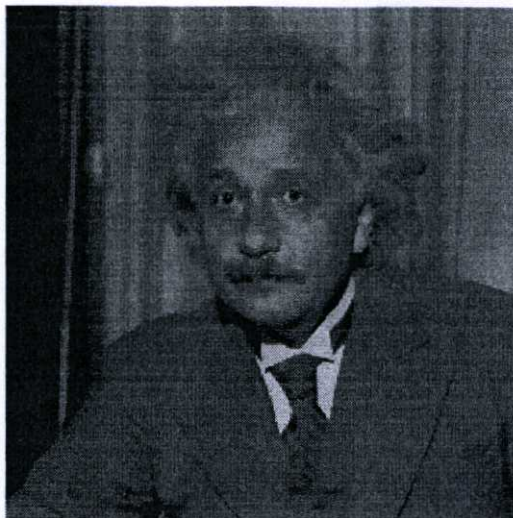
รูปที่ 5.1 ภาพ Einstein ดั้งเดิม



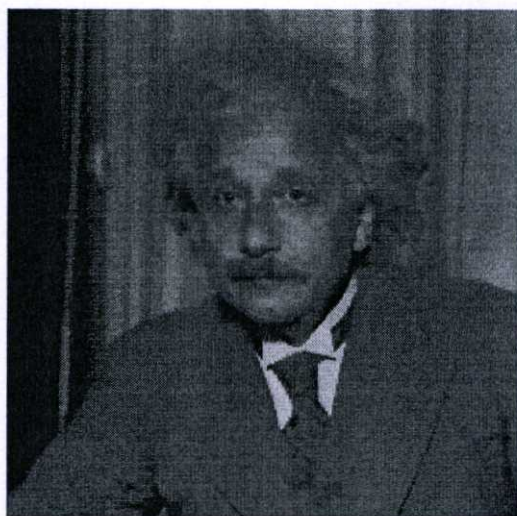
รูปที่ 5.2 ภาพ Einstein ที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนเกาส์เซียน $\sigma = 5$



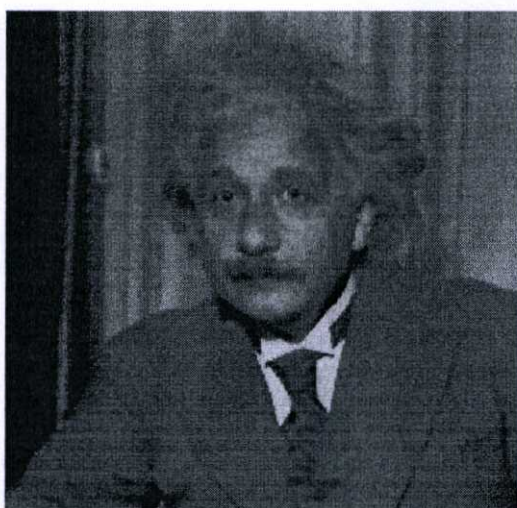
รูปที่ 5.3 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=20$) ที่ $\sigma = 5$



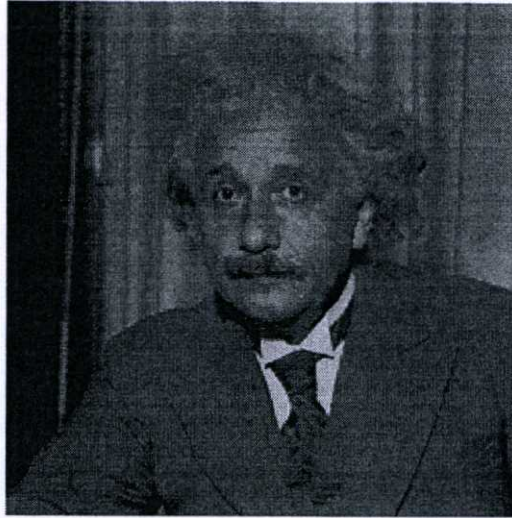
รูปที่ 5.4 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=40$) ที่ $\sigma = 5$



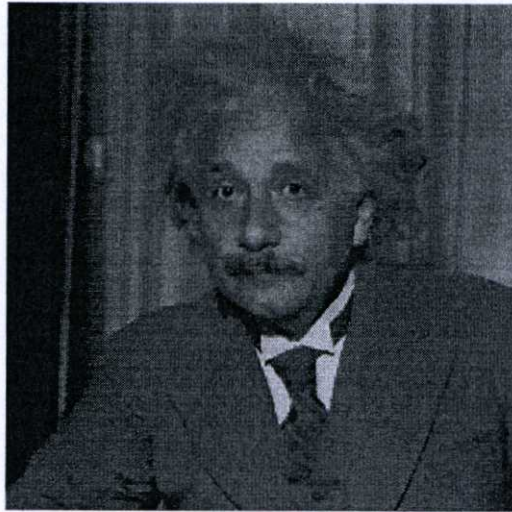
รูปที่ 5.5 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=60$) ที่ $\sigma = 5$



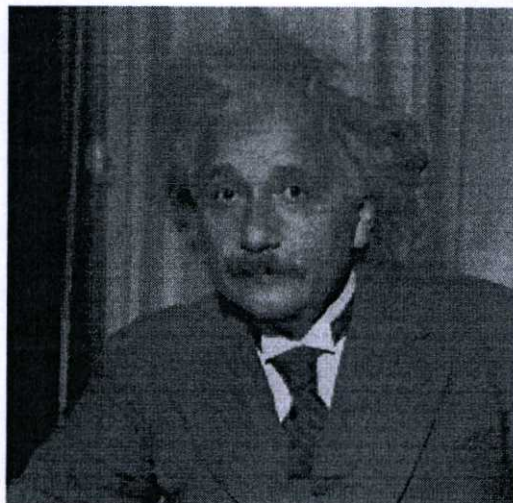
รูปที่ 5.6 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=80$) ที่ $\sigma = 5$



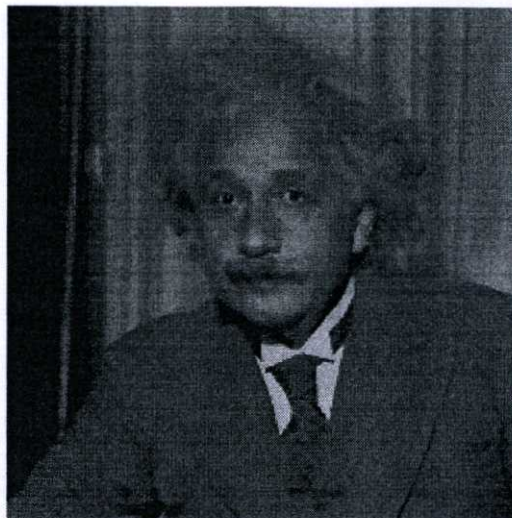
รูปที่ 5.7 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=20$) ที่ $\sigma = 5$



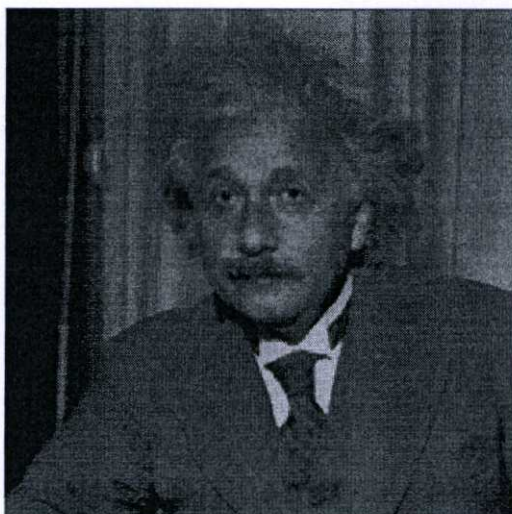
รูปที่ 5.8 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=40$) ที่ $\sigma = 5$



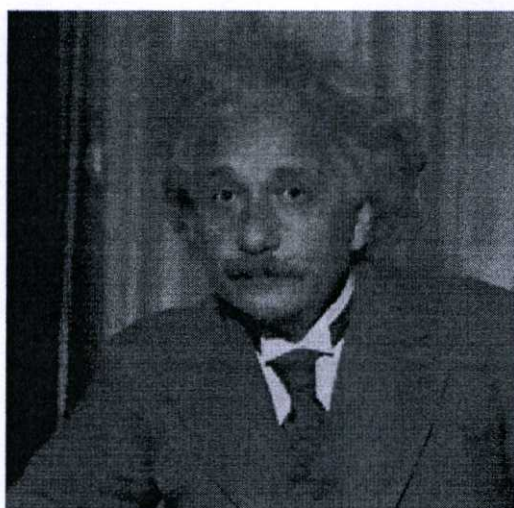
รูปที่ 5.9 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=60$) ที่ $\sigma = 5$



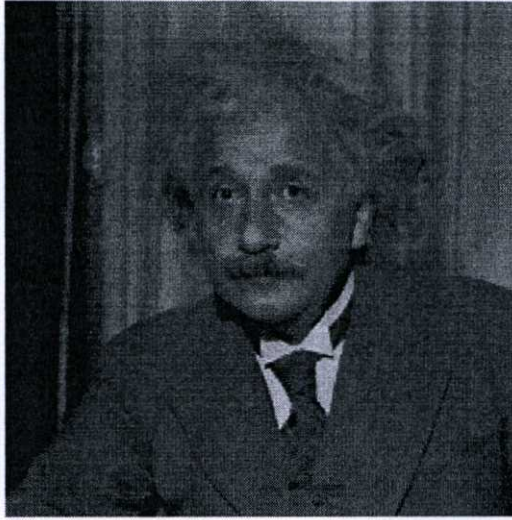
รูปที่ 5.10 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=80$) ที่ $\sigma = 5$



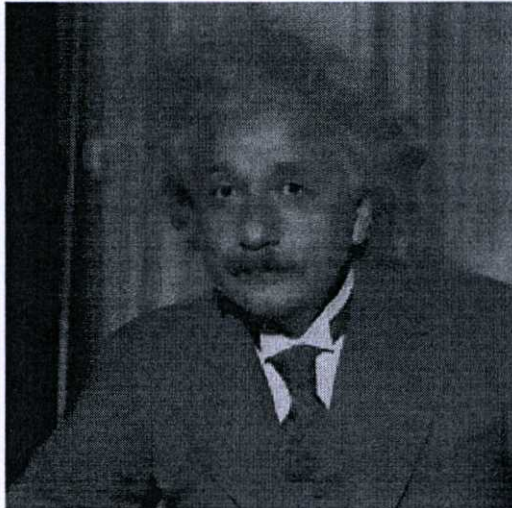
รูปที่ 5.11 ภาพ Einstein หลังผ่าน IFC filter ที่ $\sigma = 5$



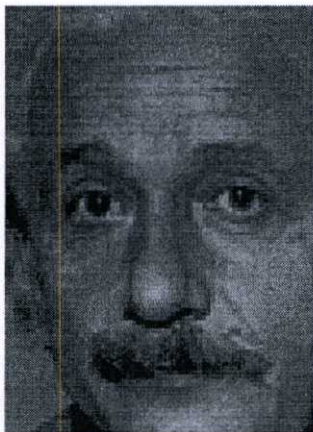
รูปที่ 5.12 ภาพ Einstein หลังผ่าน GOA filter ที่ $\sigma = 5$



รูปที่ 5.13 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (3×3) ที่ $\sigma = 5$



รูปที่ 5.14 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (5×5) ที่ $\sigma = 5$



(ก)



(ข)

รูปที่ 5.15 ภาพ Einstein ระยะใกล้ (ก) ดันฉบับ (ข) ถูกปรับที่ $\sigma = 5$



(ก)



(ข)

รูปที่ 5.16 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 5$ (ก) แบบค่าคงที่ ($K=20$) (ข) แบบค่าคงที่ ($K=40$)



(ก)



(ข)

รูปที่ 5.17 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 5$ (ก) แบบค่าคงที่ ($K=60$) (ข) แบบค่าคงที่ ($K=80$)



(ก)



(ข)

รูปที่ 5.18 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 5$ (ก) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=20$)
(ข) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=40$)



(ก)



(ข)

รูปที่ 5.19 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 5$ (ก) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma = 60$)
(ข) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma = 80$)



(ก)



(ข)

รูปที่ 5.20 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 5$ (ก) IFC filter (ข) GOA filter

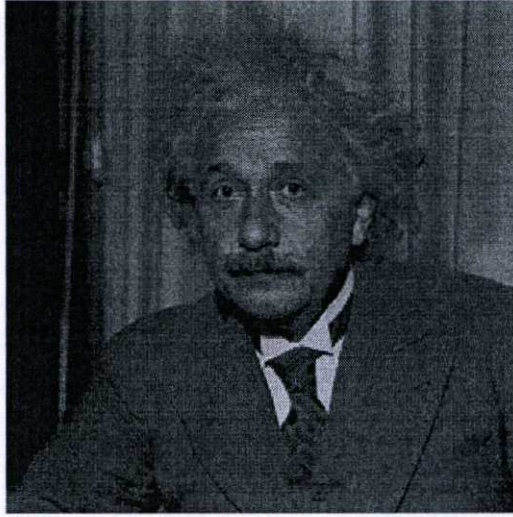


(ก)

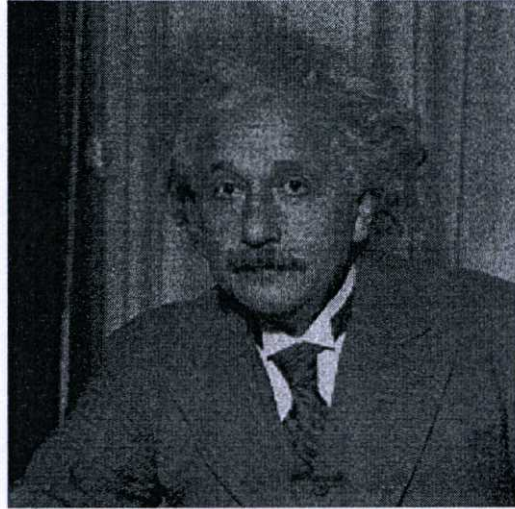


(ข)

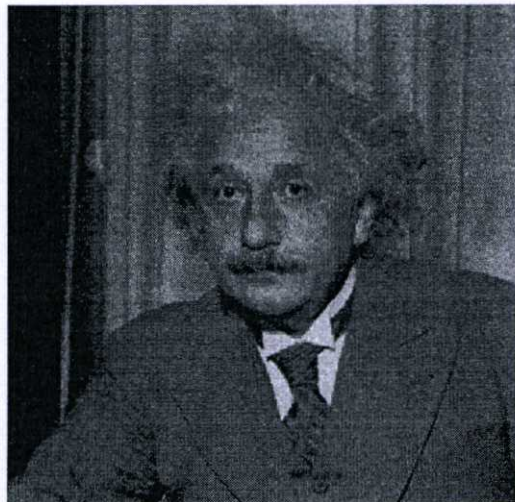
รูปที่ 5.21 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 5$ ตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (ก) (3×3)
(ข) (5×5)



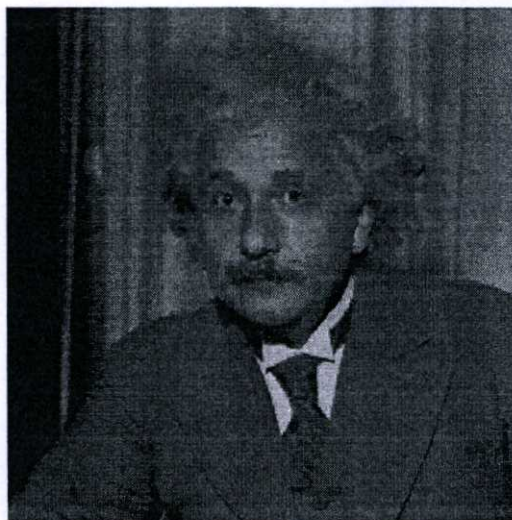
รูปที่ 5.22 ภาพ Einstein ดั้งฉบับ



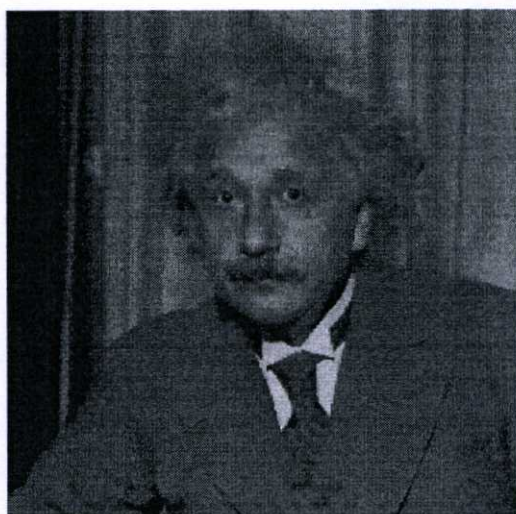
รูปที่ 5.23 ภาพ Einstein ที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนเกาส์เซียน $\sigma = 10$



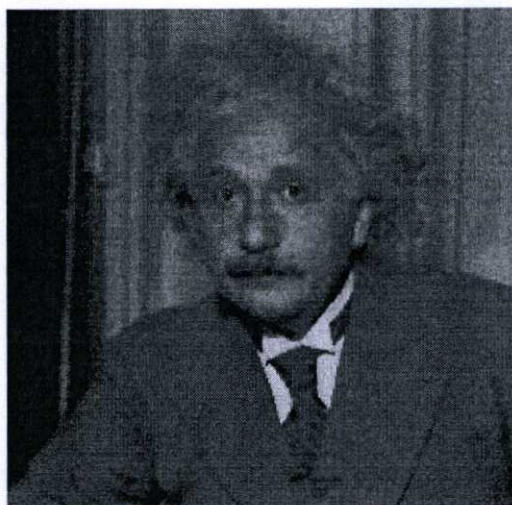
รูปที่ 5.24 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=20$) ที่ $\sigma = 10$



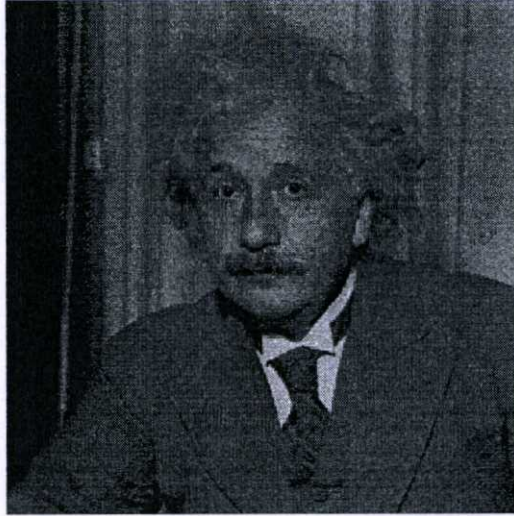
รูปที่ 5.25 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=40$) ที่ $\sigma = 10$



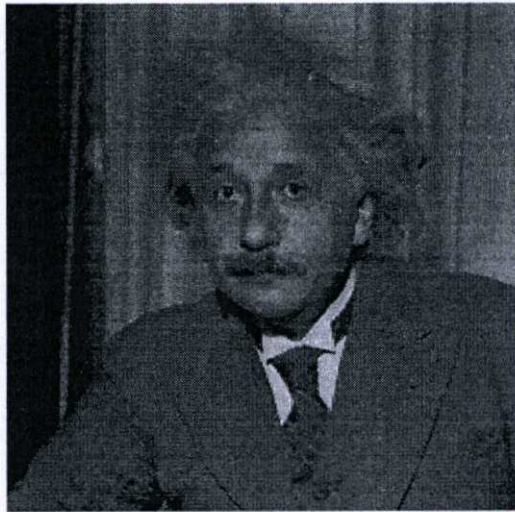
รูปที่ 5.26 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=60$) ที่ $\sigma = 10$



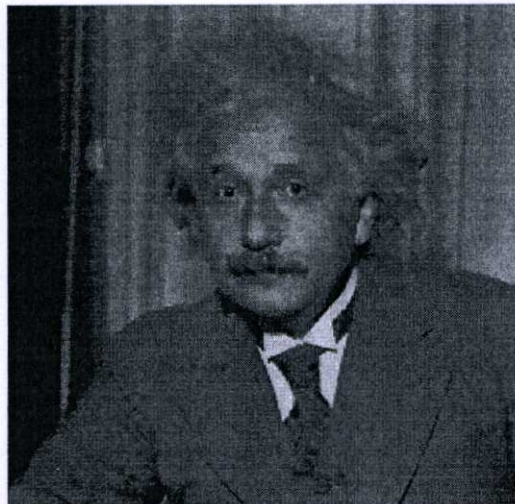
รูปที่ 5.27 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=80$) ที่ $\sigma = 10$



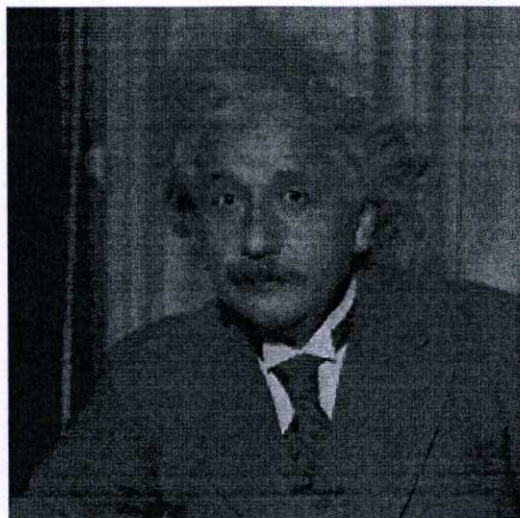
รูปที่ 5.28 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=20$) ที่ $\sigma=10$



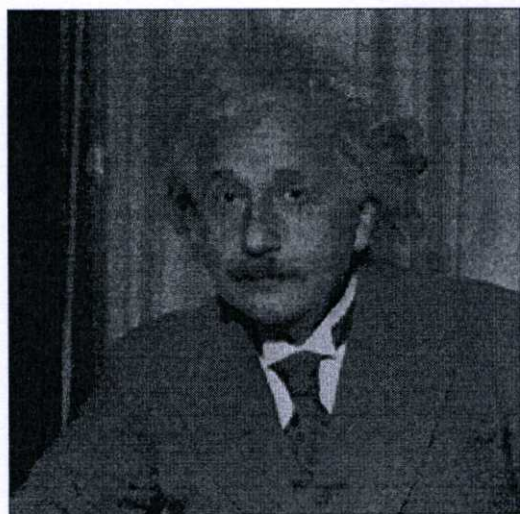
รูปที่ 5.29 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=40$) ที่ $\sigma=10$



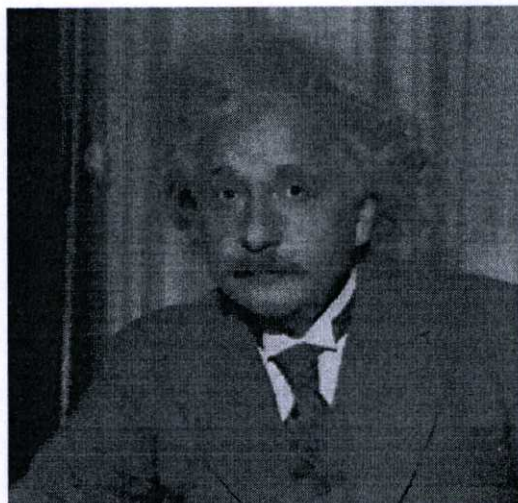
รูปที่ 5.30 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=60$) ที่ $\sigma=10$



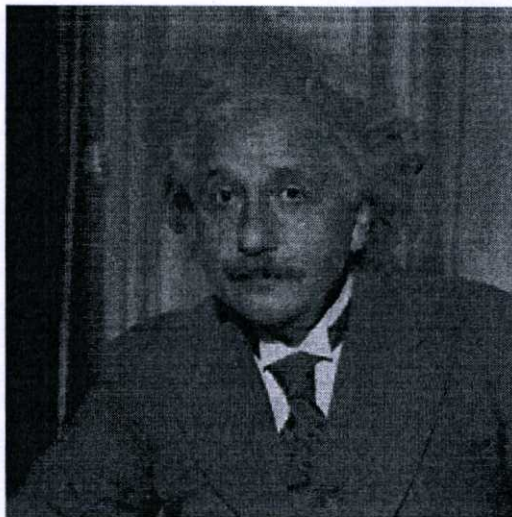
รูปที่ 5.31 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=80$) ที่ $\sigma=10$



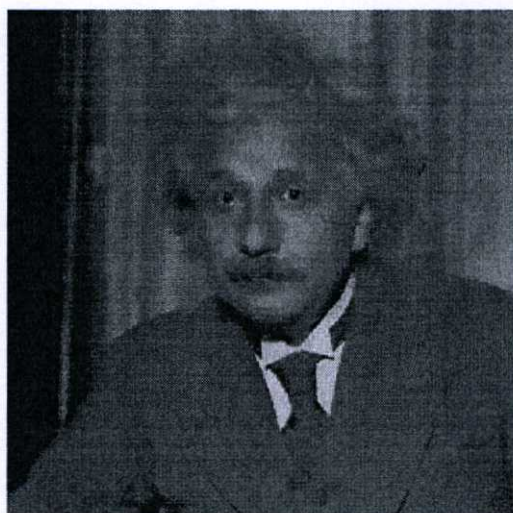
รูปที่ 5.32 ภาพ Einstein หลังผ่าน IFC filter ที่ $\sigma=10$



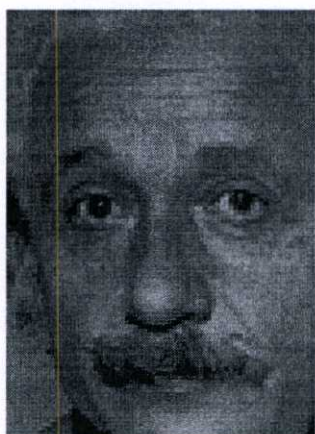
รูปที่ 5.33 ภาพ Einstein หลังผ่าน GOA filter ที่ $\sigma=10$



รูปที่ 5.34 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (3×3) ที่ $\sigma = 10$



รูปที่ 5.35 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (5×5) ที่ $\sigma = 10$



(ก)



(ข)

รูปที่ 5.36 ภาพ Einstein ละเอียด (ก) ดั้งฉบับ (ข) ถูกปรับที่ $\sigma = 10$



(ก)



(ข)

รูปที่ 5.37 ภาพ Einstein ระยะเวลาใกล้ ที่ $\sigma = 10$ (ก) แบบค่าคงที่ ($K=20$) (ข) แบบค่าคงที่ ($K=40$)



(ก)



(ข)

รูปที่ 5.38 ภาพ Einstein ระยะเวลาใกล้ ที่ $\sigma = 10$ (ก) แบบค่าคงที่ ($K=60$) (ข) แบบค่าคงที่ ($K=80$)



(ก)



(ข)

รูปที่ 5.39 ภาพ Einstein ระยะเวลาใกล้ ที่ $\sigma = 10$ (ก) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=20$)
(ข) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=40$)



(ก)



(ข)

รูปที่ 5.40 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 10$ (ก) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma = 60$)
(ข) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma = 80$)



(ก)



(ข)

รูปที่ 5.41 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 10$ (ก) IFC filter (ข) GOA filter

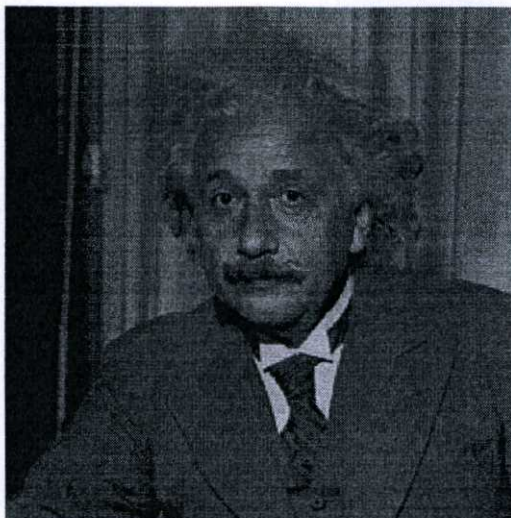


(ก)

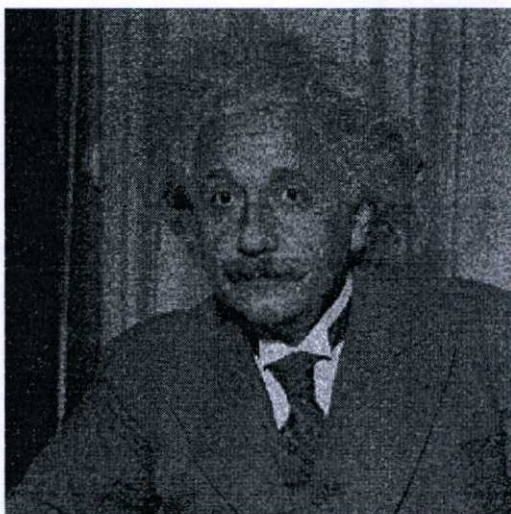


(ข)

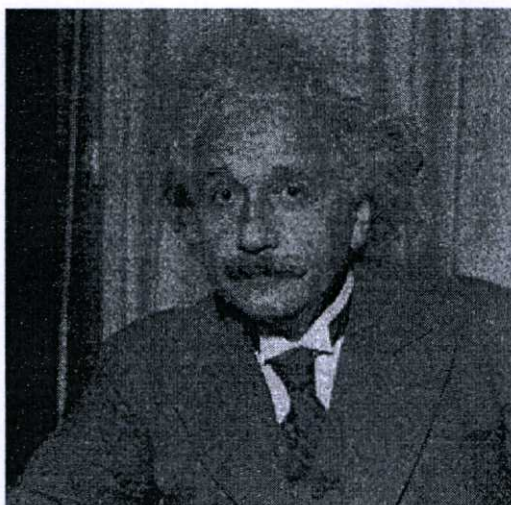
รูปที่ 5.42 ภาพ Einstein ระยะใกล้ ที่ $\sigma = 10$ ตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (ก) (3×3)
(ข) (5×5)



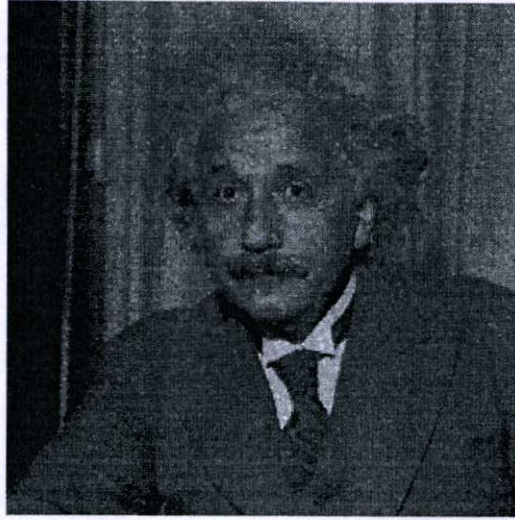
รูปที่ 5.43 ภาพ Einstein ดั้งเดิม



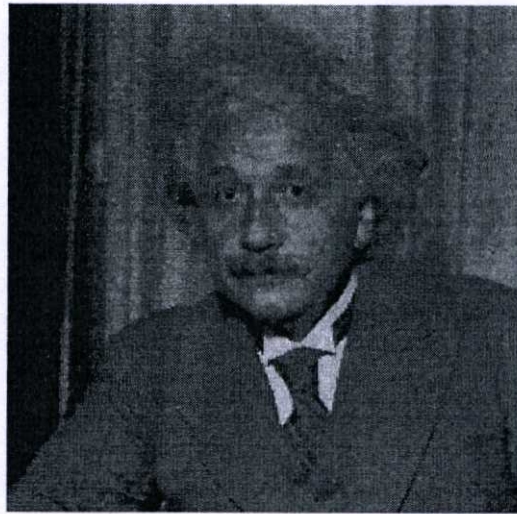
รูปที่ 5.44 ภาพ Einstein ที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนเกาส์เซียน $\sigma = 15$



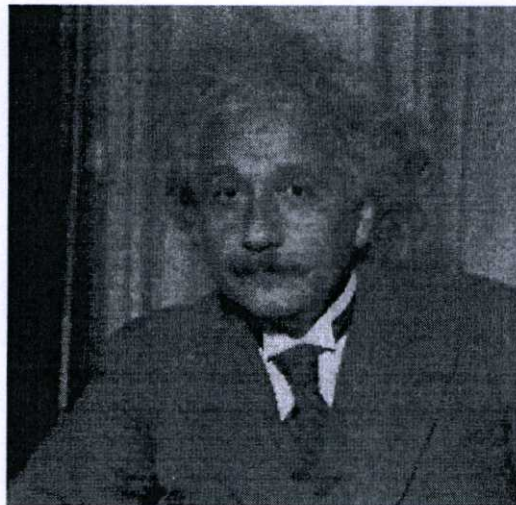
รูปที่ 5.45 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=20$) ที่ $\sigma = 15$



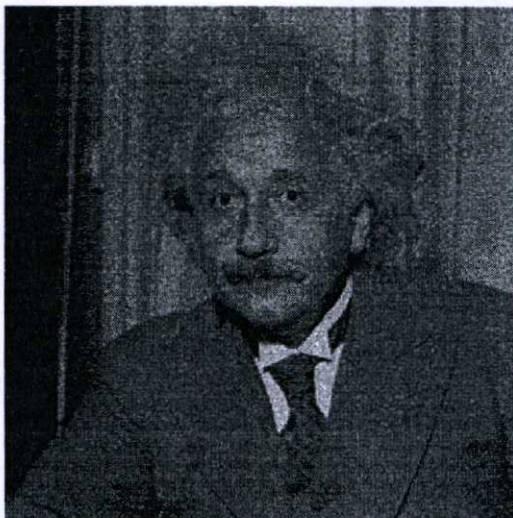
รูปที่ 5.46 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=40$) ที่ $\sigma = 15$



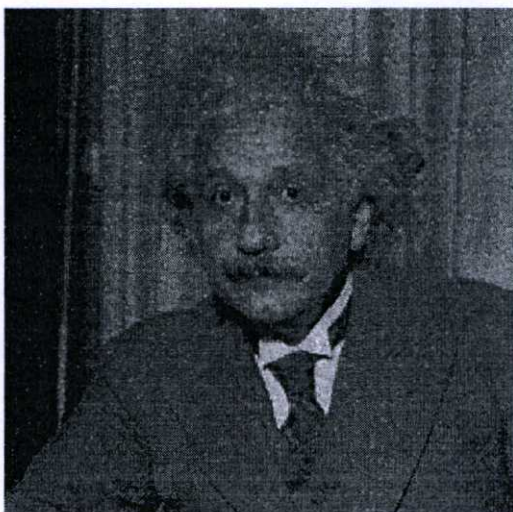
รูปที่ 5.47 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=60$) ที่ $\sigma = 15$



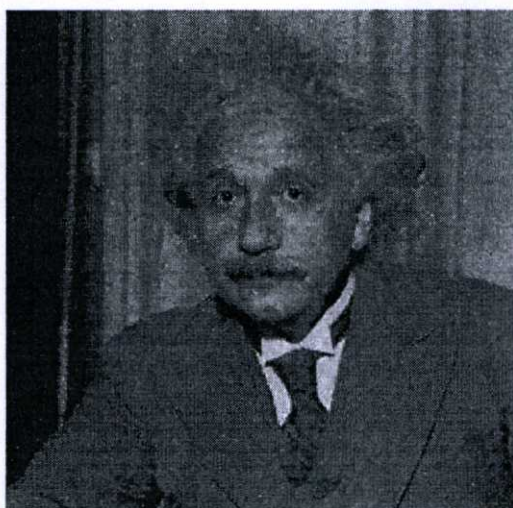
รูปที่ 5.48 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบค่าคงที่ ($K=80$) ที่ $\sigma = 15$



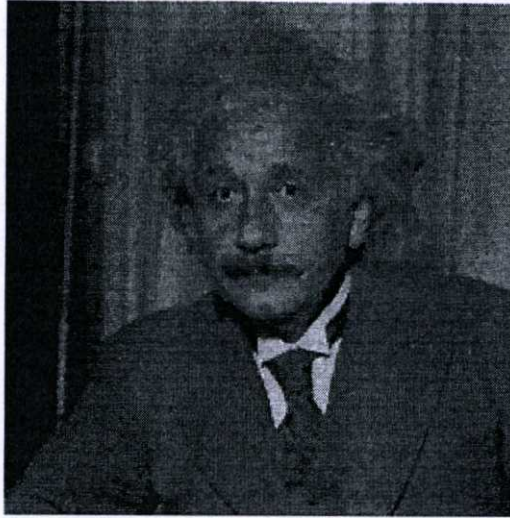
รูปที่ 5.49 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=20$) ที่ $\sigma=15$



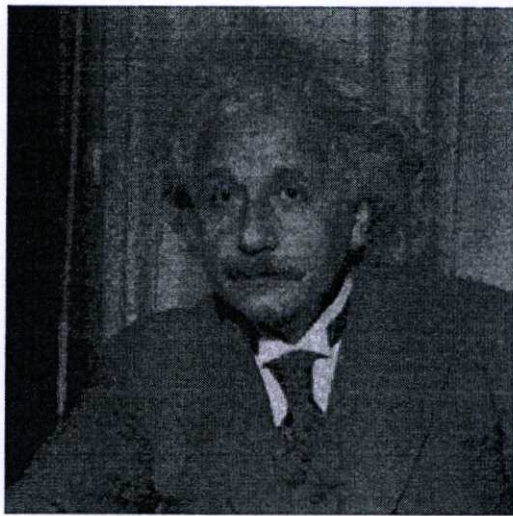
รูปที่ 5.50 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=40$) ที่ $\sigma=15$



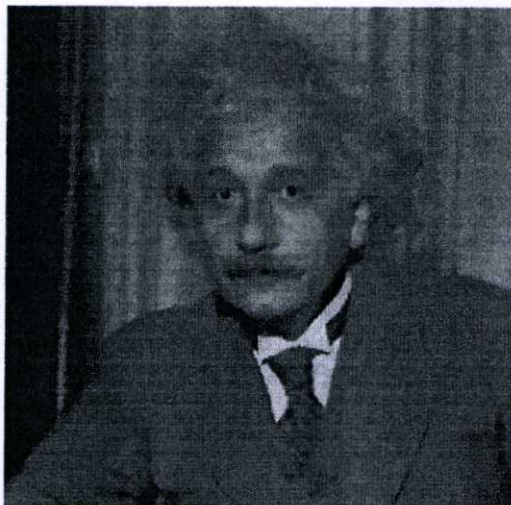
รูปที่ 5.51 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=60$) ที่ $\sigma=15$



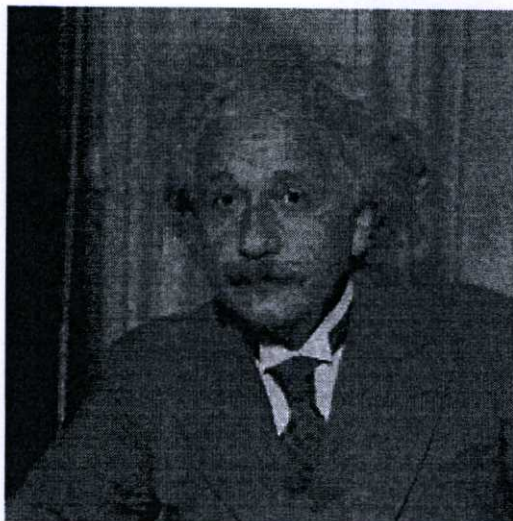
รูปที่ 5.52 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=80$) ที่ $\sigma=15$



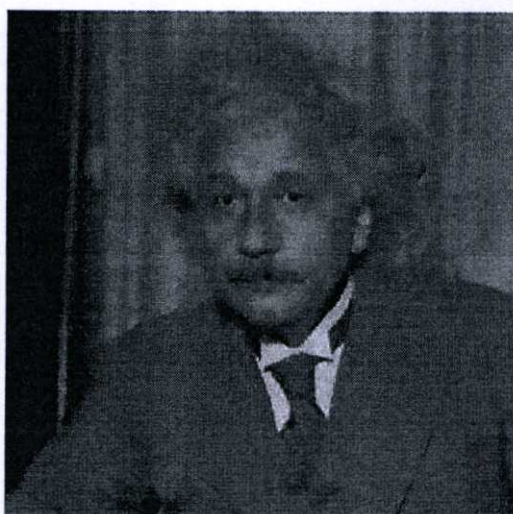
รูปที่ 5.53 ภาพ Einstein หลังผ่าน IFC filter ที่ $\sigma=15$



รูปที่ 5.54 ภาพ Einstein หลังผ่าน GOA filter ที่ $\sigma=15$



รูปที่ 5.55 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (3×3) ที่ $\sigma = 15$



รูปที่ 5.56 ภาพ Einstein หลังผ่านตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (5×5) ที่ $\sigma = 15$



(ก)



(ข)

รูปที่ 5.57 ภาพ Einstein ระยะใกล้ (ก) ดันฉบับ (ข) ถูกปรับที่ $\sigma = 15$



(ก)



(ข)

รูปที่ 5.58 ภาพ Einstein ระยะเวลาที่ $\sigma = 15$ (ก) แบบค่าคงที่ ($K=20$) (ข) แบบค่าคงที่ ($K=40$)

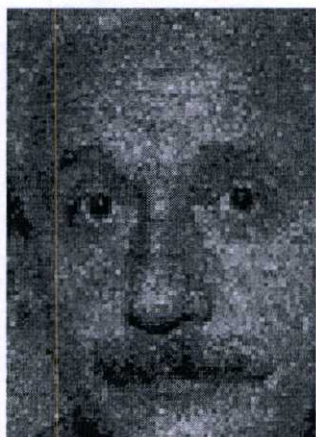


(ก)



(ข)

รูปที่ 5.59 ภาพ Einstein ระยะเวลาที่ $\sigma = 15$ (ก) แบบค่าคงที่ ($K=60$) (ข) แบบค่าคงที่ ($K=80$)



(ก)



(ข)

รูปที่ 5.60 ภาพ Einstein ระยะเวลาที่ $\sigma = 15$ (ก) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=20$)
(ข) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=40$)



(ก)



(ข)

รูปที่ 5.61 ภาพ Einstein ระยะเวลาที่ $\sigma = 15$ (ก) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma = 60$)
 (ข) แบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma = 80$)



(ก)



(ข)

รูปที่ 5.62 ภาพ Einstein ระยะเวลาที่ $\sigma = 15$ (ก) IFC filter (ข) GOA filter



(ก)



(ข)

รูปที่ 5.63 ภาพ Einstein ระยะเวลาที่ $\sigma = 15$ ตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (ก) (3×3)
 (ข) (5×5)

ตารางที่ 5.1 ผลค่า MSE ของการทดลอง

วิธีการ	ค่า MSE		
	$\sigma = 5$	$\sigma = 10$	$\sigma = 15$
ภาพที่ถูกรบกวน	25.079	100.967	224.282
ตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (3 x 3)	29.489	40.915	62.698
ตัวกรองวินเนอร์แบบปรับได้ (5 x 5)	46.115	53.766	68.576
IFC filter	36.137	54.744	85.682
GOA filter	38.785	45.893	56.445
วิธีการที่นำเสนอแบบค่าคงที่ (K=20)	20.682	69.734	188.221
วิธีการที่นำเสนอแบบค่าคงที่ (K=40)	33.735	43.286	99.780
วิธีการที่นำเสนอแบบค่าคงที่ (K=60)	42.277	49.322	68.549
วิธีการที่นำเสนอแบบค่าคงที่ (K=80)	47.377	55.379	69.607
วิธีการที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=20$)	19.498	76.862	201.090
วิธีการที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=40$)	29.502	46.464	133.469
วิธีการที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=60$)	36.650	45.116	86.618
วิธีการที่นำเสนอแบบกึ่งอัตโนมัติ ($\gamma=80$)	41.510	49.05	69.706

5.2 บทสรุป

จากผลการทดลองที่เกิดขึ้นจะพบว่าตัวกรองที่นำเสนอแบบใช้ค่าคงที่ K=20 และ K=40 นั้นในกรณีที่ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนมีระดับที่ต่ำแล้ว การใช้ค่าคงที่ที่มีประสิทธิภาพที่ดีมากเมื่อเทียบกับวิธีการอื่นๆ ตรงที่มีค่า MSE ที่น้อยกว่า อีกทั้งขอบภาพ และรายละเอียดของภาพ ได้ดีอีกด้วย แต่เมื่อสัญญาณรบกวนมีค่าค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานสูงขึ้น ที่ค่า K=20 และ K=40 นั้นไม่สามารถลดระดับสัญญาณรบกวนได้ทั้งหมดเนื่องค่า K น้อยเกินไปในการแบ่งแยกส่วนขอบภาพ และรายละเอียดภาพ และส่วนที่ K=60 และ K=80 ในกรณีที่ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของสัญญาณรบกวนมีระดับที่ต่ำแล้ว ก็ยังสามารถกรองได้ดีแต่ก็ทำให้ส่วนขอบภาพ และรายละเอียดภาพ มีความคมชัดลดลงเมื่อเทียบกับที่ค่า K ต่ำ แต่ที่ระดับสัญญาณรบกวนที่มีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานระดับสูงที่ K=60 ก็ยังไม่สามารถกรองได้ทั้งหมด แต่ที่ค่า K=80 นั้นสามารถกรองได้เกือบทั้งหมด และขอบภาพก็ยังคงมีความคมชัดในระดับที่ดี ดังนั้นอาจจะต้องเพิ่มค่า K ให้สูงขึ้น

ในกรณีที่สัญญาณรบกวนมีระดับความแรงสูงขึ้น และส่วนในแบบการปรับกึ่งอัตโนมัติที่ $\gamma=20$ และ $\gamma=40$ นั้นให้ผลโดยรวมไม่ค่อยจะดีนักแต่ที่ระดับสัญญาณรบกวนต่ำถือว่าดี แต่ที่ระดับสัญญาณรบกวนสูงได้ผลไม่ค่อยดีนักโดยไม่สามารถกรองสัญญาณรบกวนได้ทั้งหมดเช่นเดียวกับแบบใช้ค่าคงที่ แต่ที่ $\gamma=60$ และ $\gamma=80$ นั้นให้ผลโดยรวมที่ดีทั้งในระดับสัญญาณรบกวนต่ำ และสัญญาณรบกวนสูง ถึงแม้ที่ระดับสัญญาณรบกวนสูงจะมีส่วนที่กรองไม่ได้บ้างก็ตาม ในการใช้งานจริงอาจจะต้องใช้ค่า γ ที่สูงขึ้น แต่โดยรวมแล้วถือว่าทั้งในแบบใช้ค่าคงที่ และในแบบการปรับกึ่งอัตโนมัติทำได้ดีมากในเงื่อนไขของการใช้ข้อมูลเพียง 3×3 จุดภาพในการประมวลผลแต่ละจุดภาพ ซึ่งเมื่อเทียบกับวิธีการอื่นที่ต้องใช้ข้อมูลทั้งหมด หรือใช้ต้องการวนซ้ำการทำงาน หรือใช้ทั้ง 2 อย่าง ซึ่งทั้งการใช้ข้อมูลทั้งหมด หรือใช้ต้องการวนซ้ำการทำงาน จะนำมาซึ่งความสิ้นเปลืองของทรัพยากร และเวลาที่ต้องใช้ในการประมวลผลแต่ละครั้ง

บทที่ 6

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุปผลการดำเนินการวิจัย

จากการนำเสนอตัวกรองพีชชีสำหรับการใช้งานในการลดสัญญาณรบกวนเกาส์เซียน ตัวกรองแบบพีชชีที่มีการกำหนดกฎแบบให้ความสำคัญกับเส้นตัดผ่านและจุดภาพที่มีค่าใกล้เคียงกับจุดภาพข้างเคียงที่ได้นำเสนอไปแล้วนั้น ตัวกรองนี้มีความสามารถทำการลดสัญญาณรบกวนได้อย่างมีประสิทธิภาพในระดับที่ ถึงแม้ว่าที่ระดับสัญญาณรบกวนสูงอาจมีบางส่วนของที่กรองไม่ออกบ้าง และสามารถลดความเสียหายต่อโครงสร้างของภาพลงได้ดี และผลการทดลองได้แสดงว่าวิธีการที่นำเสนอนี้ไม่ต้องใช้วิธีการวนซ้ำรอบการทำงาน อีกทั้งยังสามารถใช้ได้ทั้งวิธีการปรับค่ากึ่งอัตโนมัติ และใช้ค่าคงที่อีกด้วย จึงเหมาะสมสำหรับการนำไปใช้ในงานในเวลาจริงที่ต้องการเวลาประมวลเร็วได้อีกด้วย และมีระดับสัญญาณรบกวนไม่สูงมากนัก

6.2 แนวทางในการพัฒนา

แนวทางการออกแบบตัวกรองโดยการใช้พีชชีเซตนั้นสามารถทำได้หลากหลาย แล้วแต่ความคิดสร้างสรรค์ในการออกแบบ แต่โครงสร้างการออกแบบที่ได้นำเสนอนี้อาจจะพัฒนาการออกแบบกฎ หรือการออกการหาค่าการตัดสินใจในการแบ่งขอบภาพ และรายละเอียดใหม่ หรือการออกแบบฟังก์ชันสมาชิกใหม่ หรือการออกแบบเพื่อนำไปใช้กับสัญญาณรบกวนแบบอื่นรวมไปถึงการออกแบบฮาร์ดแวร์เพื่อใช้งานในเวลาจริงอีกด้วย

บรรณานุกรม

- [1] Jae S. Lim **“Two-Dimensional Signal and Image Processing,”** Prentice Hall, 1990.
- [2] M. Nachtegael, D. Van der Weken, D. Van De Ville, E. Kerre, W. Philips and I. Lemahieu **“An Overview of Classical and Fuzzy-classical Filters for Noise Reduction,”** IEEE International Fuzzy Systems Conference, 2001.
- [3] Dimitri Van De Ville, Mike Nachtegael, Dietrich Van der Weken, Etienne E. Kerre, Wilfried Philips and Ignace Lemahieu **“Noise Reduction by Fuzzy Image Filtering,”** IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 11, no. 1, August 2003.
- [4] F. Farbiz, M. Bager Menha, Seyed A. Motamedi, and Martin T. Hagan, **“A New Fuzzy Logic Filter for Image Enhancement,”** IEEE Trans. System, Man, And Cybernetic-Part B: Cybernetics, Vol. 30, No. 1, February 2001.
- [5] M. Nachtegael, D. Van der Weken, D. Van De Ville, E. Kerre, W. Philips and I. Lemahieu **“An Overview of Fuzzy Filter for Noise Reduction,”** IEEE International Fuzzy Systems Conference, 2001
- [6] C.-S. Lee, Y.-H. Kuo, and P.-T. Yu, **“Weighted fuzzy mean filters for image processing,”** IEEE Fuzzy Sets Syst., no. 89, pp. 157–180, 1997.
- [7] F. Russo, **“Fire operators for image processing,”** IEEE Fuzzy Sets Syst., vol. 103, no. 2, pp. 265–275, 1999.
- [8] F. Russo and G. Ramponi, **“A fuzzy operator for the enhancement of blurred and noisy images,”** IEEE Trans. Image Processing, vol. 4, pp.1169–1174, August 1995.
- [9] F.Farbiz, M. Menhaj, S. Motamedi, **“Fixed Point Filter Design for Image Enhancement using Fuzzy Logic,”** In Proc. IEEE, 1998.
- [10] A. Taguchi, **“A design method of fuzzy weighted median filters,”** In Proc. Third IEEE Int. Conf Image Processing, vol. 1.,1996 p.423-426.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

1. A Saninud, S. Cheawprecha, S. Wisetpanichkit and K. Dejhan "A Fuzzy Filter for Image Corrupted by Gaussian Noise," Ladbang Engineering Journal, Volume 22 Number 3, September 2005, pp. 24-29,



ISSN 0125-1724

วิศวกรรม

ลาดกระบัง

ฉบับวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

LADKRABANG ENGINEERING JOURNAL

ปีที่ 22 ฉบับที่ 3

กันยายน 2548

- | | |
|--|----|
| 1. การพัฒนาระบบขยายตัวของฟองก๊าซในพอลิเมอร์โฟม | 1 |
| พงศ์ประภาส ปิอนใบชา สุวัฒน์ อารีวิทย์ | |
| 2. เจนผลค่างสารเบื้องต้นของปฏิกิริยาระหว่างคาร์บอนมอนอกไซด์กับในควิลลอกไซด์โดยใช้ตัวเร่งปฏิกิริยาโพลิเมอร์อะลูมินา | 7 |
| วิไลภรณ์ อวงสวัสดิ์ ศวกมล ณ ระนอง ประภอบ กิจโยธา Takonh Aida | |
| 3. การสังเคราะห์ไอศกรีมรสผลไม้จากพืชมะเขือเทศและแตงโม | 13 |
| ไพศาล นาคพิพัฒน์ อรุณ สุริยกุล | |
| 4. การสังเคราะห์วัสดุประกอบทอซีเมนต์และเส้นใย | 19 |
| ไพศาล นาคพิพัฒน์ อมรรรัตน์ สุภทพรค์ | |
| 5. ศึกษาองค์ประกอบสำหรับภาพที่ดูความถี่ของสัญญาณรบกวนทางเสียง | 24 |
| อมรรต สมนัด สุวัฒน์ วิภาวิศา สมภาร วิเศษพาณิชย์ กอบชัย เศรษฐา | |
| 6. วงจรหรือกระแสแบบหลายขั้วที่ได้อัจฉริยะจากสถานะและวงจรสะท้อนกระแส | 30 |
| สมชาย อานุกูลวิสารโรจน์ มนตรี คำเงิน ศิพัฒน์ พรหมณี กอบชัย เศรษฐา | |
| 7. โครงข่ายแบบความถี่ความถี่สูงโดยใช้อุปกรณ์แบบหลายขั้ว | 36 |
| มนตรี คำเงิน อธิวัฒน์ ทาบุญนะ ศิพัฒน์ พรหมณี กอบชัย เศรษฐา กฤษณ์ อ่างแก้ว | |
| 8. แหล่งจ่ายกระแสไฟฟ้าสำหรับเครื่องผลิตพลังงานที่มีกระบวนการแบบอินทรีย์ ชนิดป้อนป้อน | 41 |
| วิศิธร กานตีกุล วิจิตร กิณฑ | |
| 9. การทำนายค่าของไหลต่ออย่างประจักษ์โดยวิธีวิเคราะห์ประจักษ์ | 47 |
| ภูวสิทธิ์ สักขพร สมชาติ ธีรภากร | |



ISSN 0125-1724

วิศวกรรม

ลาดกระบัง

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าลาดกระบัง

LADKRABANG ENGINEERING JOURNAL

Volume 22 Number 3

September 2005

1. Prediction of Bubble Growth in Polyurethane Foam	1
<i>P. Pramothcha and S. Arerat</i>	
2. Preliminary Kinetics of CO+NO Reaction Over Rh/Al ₂ O ₃	7
<i>R. Yvangaewad, D. Ni-Ratong, P. Kirichaiya and T. Aida</i>	
3. The Synthesis of Leather-Like Composites from PVC and Leather Dust	13
<i>P. Nakpipat and A. Sirikhot</i>	
4. The Synthesis of Polyethylene-Leather Dust Composite	19
<i>P. Nakpipat and A. Sunkompong</i>	
5. A Fuzzy Filter for Image Corrupted by Gaussian Noise	24
<i>A. Sannud, S. Cheauprecha, S. Wisetpanichkit and K. Dejhan</i>	
6. Voltage Rectifier Circuit Using a Current Conveyor and Current Mirror	30
<i>S. Lapwisumsarech, M. Kuringern, P. Prommee and K. Dejhan</i>	
7. Dual Input All-Pass Networks Using Multiple-Output OTA	36
<i>M. Kuringern, C. Hanchana, P. Prommee, K. Dejhan and K. Angkeaw</i>	
8. A Single-Phase Trapezoidal AC Power Supply Using Feedforward Integral Control	41
<i>V. Kuntikorn and V. Kinnaree</i>	
9. Economic Load Dispatch Prediction By Using Artificial Neural Networks	47
<i>P. Laksoori and S. Jirivithakorn</i>	

ตัวกรองฟัซซีสำหรับภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวน เกาส์เซียน

A Fuzzy Filter for Image Corrupted by Gaussian Noise

อมรเทพ สนิษิต ศรวัฒน์ จิวปรีชา สมปอง วิเศษพาณิชย์ กอบชัย เคชหาญ

คณะวิศวกรรมศาสตร์และสำนักวิจัยการสื่อสารและเทคโนโลยีสารสนเทศ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

บทคัดย่อ

ในบทความนี้โครงสร้างตัวกรองฟัซซีสำหรับลดสัญญาณรบกวนของภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนเกาส์เซียน จะถูกนำเสนอ ตัวกรองที่นำเสนอจะประกอบไปด้วยกฎฟัซซีสองกลุ่มกฎด้วยกัน กลุ่มกฎแรกใช้เพื่อคำนวณค่าถ่วงน้ำหนักฟัซซีของจุดภาพข้างเคียงทั้งแปดจุดภาพ ซึ่งสามารถใช้ค่าการแบ่งได้ทั้งแบบใช้ค่าคงที่ หรือแบบใช้ค่าปรับตัวเองได้ กลุ่มกฎที่สองใช้เพื่อลดสัญญาณรบกวนโดยการใช้ค่าถ่วงน้ำหนักฟัซซีที่ได้จากกฎแรกนำมาถ่วงน้ำหนักของแต่ละจุดภาพข้างเคียง ตัวกรองนี้มีความสามารถลดสัญญาณรบกวนพร้อมกันนั้นยังสามารถรักษารายละเอียดภาพไว้ได้เป็นอย่างดี สุดท้ายผลการจำลองการทำงานด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์แสดงประสิทธิภาพของวิธีการที่ได้นำเสนอนี้

Abstract

In this paper a novel fuzzy filter structure for smoothing of an image corrupted by Gaussian noise is presented. The proposed filter consists of two fuzzy rules. The first fuzzy rule computes a fuzzy weight value for eight neighboring pixels with constant threshold value or adaptive threshold value. The second fuzzy rule uses these fuzzy weight value to perform fuzzy smoothing by weighting the contribution of neighboring pixels. It is able to perform noise smoothing while preserving image details very well. Finally, computer simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed filter.

1. บทนำ

การประมวลผลภาพโดยทั่วไปแล้ว หากภาพที่ต้องการนำไปประมวลผลขั้นสูงถูกสัญญาณรบกวนทำให้คุณภาพลดลง การกรองภาพเป็นสิ่งที่ต้องกระทำก่อนการประมวลผลขั้นสูง โดยทั่วไปในการกรองภาพเราจะได้ค่าจุดภาพใหม่จากค่าจุดภาพข้างเคียง หรือบริเวณข้างเคียงที่มีขนาดเล็กหรือใหญ่แล้วแต่การออกแบบ แต่การใช้ขนาดที่ใหญ่ขึ้นนั้นหมายความว่าต้องใช้จำนวนฮาดร์แวร์ที่มากขึ้นด้วย ในกรณีของภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียน ค่าจุดภาพใหม่ที่หาได้ง่ายที่สุดจะได้จาก

การใช้ค่าเฉลี่ยจากจุดภาพกลางกับจุดภาพข้างเคียง วิธีการนี้ภาพจะถูกทำให้พร่ามัวในบริเวณที่เป็นขอบรวมถึงรายละเอียดภาพก็จะถูกทำให้ลดความคมชัดลง

ในบทความนี้เราจะมุ่งประเด็นไปที่การกรองภาพที่ถูกรบกวนด้วยสัญญาณรบกวนที่มีการกระจายตัวแบบเกาส์เซียนที่มีประสิทธิภาพในการรักษาขอบภาพพร้อมกับทำให้ระดับสัญญาณรบกวนลดลง ที่ผ่านได้มีการออกแบบตัวกรองที่มีคุณสมบัติดังกล่าวด้วยวิธีการต่างๆ วิธีการกรองแบบเชิงเส้น[1] มีความสามารถลดสัญญาณรบกวนได้แต่ทำให้ขอบภาพลดความคมชัดลง, วงจรกรองวินเนอ

(wiener filter)[1] มีประสิทธิภาพทั้งการลดสัญญาณรบกวนและการรักษาขอบภาพ, วิธีการพีซซี[2],[3] เป็นอีกวิธีการหนึ่งที่มีประสิทธิภาพในการรักษาขอบภาพ วิธีการ[2] ใช้การหาขอบภาพในทิศทางรอบจุดกลางภาพ ถ้าในทิศทางใดเป็นขอบภาพแล้วจะไม่นำมาคิดรวมในการหาค่าเฉลี่ยและ การแบ่งค่าความเป็นขอบภาพนั้นใช้ความสัมพันธ์ของค่าความเป็นเนื้อเดียวกัน(homogeneous) ซึ่งจะมีการปรับทวนรอบการทำงาน และต้องใช้ภาพจำนวน 8×8 จุดภาพในการหาค่าแบ่งค่าความเป็นขอบภาพจึงจำเป็นต้องใช้เนื้อที่ในการเป็นข้อมูลเพิ่มขึ้นอีกทั้งต้องมีการวนซ้ำการทำงาน(iterative)อีกด้วย

วิธีการที่จะได้นำเสนอต่อไปนี้จะใช้แนวคิดในการแบ่งกลุ่มภาพเป็นขอบภาพ และพื้นภาพหากจุดกลางภาพอยู่ในกลุ่มใดก็นำค่าในกลุ่มนั้นมาหาค่าเฉลี่ยถ้าไม่เข้ากลุ่มก็จะไม่นำมาคิดอีกทั้งยังสร้างลักษณะอินพุตหลายๆ ด้วยรูปแบบอินพุตที่น้อยในการประมวลผลจะไม่ใช้วิธีการวนซ้ำการทำงาน ค่าที่ใช้ในการแบ่งกลุ่มสามารถใช้ได้สองแบบได้แก่การใช้ค่าคงที่ และแบบใช้ค่าความเป็นเนื้อเดียวกันขนาด 3×3 จุดภาพเพื่อลดความซับซ้อนรวมถึงจำนวนของฮาร์ดแวร์ที่จำเป็นต้องใช้สร้างสำหรับกรณีที่จะนำไปใช้ใหม่ในการประมวลผลภาพในเวลาจริง(real-time) บทความนี้จะมีส่วนประกอบดังต่อไปนี้ ส่วนที่ 2 จะกล่าวถึงโครงสร้างของตัวกรอง ส่วนที่ 3 จะกล่าวถึงผลการทดลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ และส่วนที่ 4 จะกล่าวถึงบทสรุป

2. หลักการของตัวกรอง

2.1 การหาค่าอินพุต

ในส่วนนี้แสดงถึงโครงสร้างของตัวกรองที่ใช้แนวคิดในการหาค่าเฉลี่ยของค่าผลต่างระหว่างจุดกลางภาพกับจุดภาพข้างเคียงเพื่อใช้หาค่าที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงของจุดกลางภาพใหม่โดยใช้ค่าจุดภาพขนาด 3×3 จุดภาพ การใช้ค่าผลต่างนี้ง่ายต่อการสร้างกฎมากกว่าการใช้ค่าจุดภาพปกติซึ่งสามารถทำได้ตามขั้นตอนต่อไปนี้ กำหนดให้ x_k เป็นอินพุตของตัวกรองภาพพีซซี ให้ P_0 เป็นจุดกลางภาพ และจุด P_k เป็นจุดภาพข้างเคียงในแต่ละจุดภาพข้างเคียงมีทั้งหมด

แปดผลต่างดังแสดงในรูปที่ 1 เราจะสามารถหาผลต่างของแต่ละจุดภาพข้างเคียงได้ทั้งหมดแปดจุดภาพดังแสดงสมการได้ดังนี้

$$x_k = P_k - P_0, \quad k = 1, 2, \dots, 8$$

P1	P2	P3
P4	P0	P5
P6	P7	P8

รูปที่ 1 แสดงตำแหน่งจุดภาพขนาด 3×3

2.2 การถ่วงน้ำหนักอินพุต

การถ่วงน้ำหนักอินพุต x_k ด้วยค่าความเป็นสมาชิกใช้พีซซี *small (SM)* โดยเซต *SM* สร้างขึ้นเพื่อแบ่งกลุ่มจุดภาพข้างเคียงภายใต้แนวคิดที่ว่าหากจุดภาพข้างเคียงตัวใดมีค่าผลต่างมาก จุดภาพข้างเคียงนั้นจะถูกทำให้มีความสำคัญในการถูกใช้ร่วมในการหาค่าเฉลี่ยของผลต่างลดลงหรืออาจไม่ใช้เลย ซึ่งการกำหนดค่าการแบ่งนั้นสามารถกำหนดด้วยค่าคงที่ หรือจะใช้ค่าปรับโดยอัตโนมัติก็ได้แล้วแต่ความต้องการ ได้โดยไม่ทำให้ความคิดพลาคามีค่าต่างกันมากนักเพียงแต่การใช้ค่าคงที่ที่ต้องกำหนดให้เหมาะสมกับงานเท่านั้น

รูปร่างของพีซซีเซต *SM* ใช้รูปร่างสามเหลี่ยมที่สามารถแสดงค่าได้ด้วยพารามิเตอร์(Parameter) K ของฟังก์ชันความเป็นสมาชิก(membership function) $m_{SM}(x)$ เมื่อ K คือความกว้างที่สมมาตรกันของพีซซีเซต และเป็นค่าการแบ่งดังแสดงในรูปที่ 3(a) สามารถกำหนดค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันความเป็นสมาชิกดังนี้

$$m_{SM}(x) = \begin{cases} 1 - \frac{|x|}{K}, & 0 \leq |x| \leq K \\ 0, & |x| \leq K \end{cases}$$

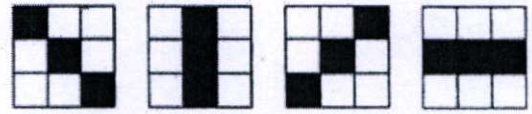
สำหรับค่า K ที่ใช้การกำหนดแบบค่าแบบปรับอัตโนมัติโดยใช้ค่าความเป็นเนื้อเดียวกันโดยสามารถแสดงได้ด้วยสมการต่อไปนี้จาก[2]

$$\mu = 1 - \frac{\max(P_i) - \min(P_i)}{L}$$

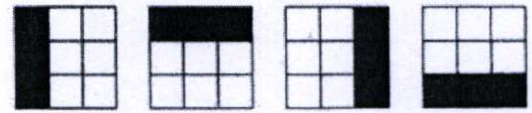
นำค่า μ ที่ได้มาสร้างความสัมพันธ์กับค่าคงที่ตามแนวคิดที่ว่าถ้าหากกลุ่มจุดภาพในส่วนที่ใช้ประมวลผลขนาด 3×3 นั้นมีค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดต่างกันน้อยแล้วหมายความว่าบริเวณนั้นเป็นบริเวณที่มีเพียงสัญญาณรบกวน ดังนั้นค่า K ควรจะมีค่ามากเพื่อทำให้จุดภาพกลางมีความราบเรียบที่เกิดจากทุกจุดภาพหรือจุดภาพส่วนใหญ่ แต่ในกรณีที่บริเวณนั้นมีค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดต่างกันมากแล้วแสดงว่าบริเวณนั้นเป็นบริเวณที่มีส่วนของขอบภาพอยู่ด้วย ดังนั้นค่า K จะต้องมีค่าไม่สูงมากนักเพื่อทำให้การแบ่งขอบภาพมีประสิทธิภาพ ดังนั้นจะสามารถสร้างความสัมพันธ์ง่าย ๆ ด้วยการกำหนดค่าคงที่ค่าหนึ่งเพื่อนำค่า μ มาถ่วงน้ำหนักค่านั้นสามารถเขียนได้ดังนี้

$$K = (1 - \mu)\lambda$$

เมื่อได้ค่าความเป็นสมาชิกของเซต SM มาแล้วขั้นต่อไปคือการกำหนดกฎที่มีความสามารถรักษาขอบภาพและรายละเอียดภาพซึ่งสร้างขึ้นด้วยแนวคิดสองส่วน ในส่วนแรกคือแนวคิดที่ว่าหากจุดกลางภาพเป็นจุดที่มีการตัดผ่านของเส้นภาพแล้วให้นำเฉพาะส่วนของเส้นตัดผ่านในแนวของการตัดผ่านแนวนั้นๆ มาหาค่าเฉลี่ยของผลต่างสามารถแสดงรูปแบบอินพุตได้ 4 รูปแบบ ดังแสดงในรูปที่ 2(a) ส่วนที่สองคือแนวคิดที่ว่าหากจุดภาพข้างเคียงจุดใด ๆ นั้นมีค่าใกล้เคียงกับจุดภาพข้างเคียงที่อยู่ติดกันอย่างน้อยหนึ่งจุดหมายความว่าจุดภาพนั้นๆ เป็นส่วนเดียวกันจุดกลางภาพ การกำหนดแบบนี้เพื่อป้องกันจุดภาพนั้นๆ เป็นสัญญาณรบกวน เพราะถ้าหากใช้ค่าเพียงตัวจุดภาพเองเพียงจุดเดียวโดยไม่คิดค่าจุดภาพข้างเคียงแล้วจะทำให้เกิดความผิดพลาดได้ง่าย ในอีกแง่หนึ่งหากใช้ค่าข้างเคียงที่มากกว่าหนึ่งค่าแล้วจะทำให้ประสิทธิภาพในการรักษาขอบภาพและรายละเอียดภาพลดลงเนื่องจากถ้าลักษณะใดไม่เป็นไปตามเงื่อนไขแล้วจะมีผลทำให้ค่าจุดภาพนั้นๆ ไม่น่ามาคิดรวมในการหาค่าเฉลี่ยผลต่าง ซึ่งบางครั้งค่าในจุดภาพนั้นๆ เป็นค่าที่ต้องถูกนำมาคิดรวมด้วย นี่จึงเป็นเหตุผลในการใช้จุดภาพข้างเคียงเพียงอย่างน้อยหนึ่งจุดภาพ ดังแสดงในรูปที่ 2(b) ในรูปที่ 3 จุดสีค่าได้แก่จุดที่นำมาใช้สร้างเงื่อนไขกฎของแต่ละจุดภาพข้างเคียงซึ่งเรา



(a)



(b)

รูปที่ 2(a) รูปแบบแนวเส้นตัดผ่านจุดกลางภาพ, (b) รูปแบบจุดภาพข้างเคียงของแต่ละจุดภาพ

สามารถเขียนตารางของอินพุตของแต่ละกฎที่ใช้ได้ดังตารางที่ 1 และสามารถแสดงตัวอย่างการใช้กฎ *small* ที่ใช้พีชคณิต *small (SM)* ของจุดภาพ P_i ได้ตามรูปแบบอินพุตดังต่อไปนี้

IF x_1 IS small AND x_2 IS small OR
 x_1 IS small AND x_2 IS small OR
 x_1 IS small AND x_4 IS small
 THEN v_1 IS small

ตารางที่ 1

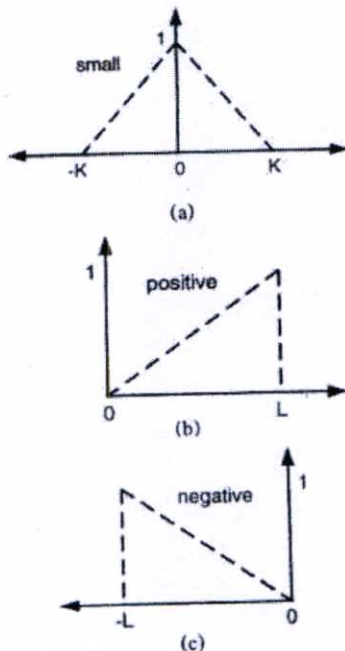
แสดงค่าอินพุตที่ใช้ในแต่ละกฎ

เอาต์พุต v_k	อินพุตที่ใช้
v_1	x_1, x_2, x_4, x_8
v_2	x_2, x_1, x_3, x_7
v_3	x_3, x_2, x_5, x_6
v_4	x_4, x_1, x_6, x_5
v_5	x_5, x_3, x_8, x_4
v_6	x_6, x_4, x_7, x_3
v_7	x_7, x_6, x_8, x_2
v_8	x_8, x_5, x_7, x_1

2.3 ส่วนการกรอง

ในส่วนของการกรองจะใช้ฟังก์ชันเพิ่มเติมอีกสองเซต คือ *positive (PO)* และ *negative (NE)* รูปร่างของ ฟังก์ชันเซต *PO* และ ฟังก์ชันเซต *NE* ใช้รูปร่างสามเหลี่ยม เช่นกันที่สามารถแสดงค่าได้ด้วยพารามิเตอร์ w และ c ของฟังก์ชันความเป็นสมาชิก (membership function) $m(x)$ เมื่อ w คือความกว้างที่สมมาตรกันของฟังก์ชัน, c คือจุดกึ่งกลางของฟังก์ชัน สำหรับฟังก์ชันเซต *PO* ค่า c จะเท่ากับ L , w จะเท่ากับ $2L$ และสำหรับฟังก์ชันเซต *NE* ค่า c จะเท่ากับ $-L$, w จะเท่ากับ $2L$ โดยที่ L คือระดับความเข้มภาพด้วยหนึ่ง ดังแสดงในรูปที่ 3(b) และ 3(c) ซึ่งสามารถเขียนข้อกำหนดค่าพารามิเตอร์ของ ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกได้ตามสมการดังต่อไปนี้

$$m(x) = \begin{cases} 0, & x \leq c - w \\ (w - |x - c|) / w, & c - w < x < c + w \\ 0, & x \geq c + w \end{cases}$$



รูปที่ 3 แสดงฟังก์ชันเซต (a) *small*, (b) *positive* และ (c) *negative*

การหาค่าเฉลี่ยของแต่ละผลต่างจุดภาพเพื่อนั้นค่าเฉลี่ย นั้นไปบวกกับค่าจุดภาพกลางเก่าแล้วได้ค่าจุดภาพกลาง ใหม่จะใช้สองกลุ่มกฎได้แก่กลุ่มกฎบวกซึ่งมีกฎดังต่อไปนี้ ถ้า x_k มีค่าเป็นบวกและ v_k มีค่าน้อยแล้ว y_k มีค่าเป็นบวก ส่วนกลุ่มกฎลบมีกฎดังต่อไปนี้ ถ้า x_k มีค่าเป็นลบ และ v_k มีค่าน้อยแล้ว y_k มีค่าเป็นลบ โดยที่ค่า v_k นั้น สามารถนำมาจากส่วนการถ่วงน้ำหนักอินพุตได้โดยตรง เพราะ v_k มีค่าอยู่ในฟังก์ชันชุดอยู่แล้วนั่นเอง กลุ่มกฎบวกจะใช้ฟังก์ชันเซต *positive (PO)* และกลุ่มกฎลบจะใช้ฟังก์ชันเซต *negative (NE)* ดังแสดงกฎได้ดังต่อไปนี้

IF v_k IS small AND x_k IS positive
THEN y_k^+ IS positive
IF v_k IS small AND x_k IS negative
THEN y_k^- IS negative

ส่วนสุดท้ายคือส่วนการแปลงค่าฟังก์ชันเซตที่ได้ให้กลับ เป็นค่าจุดภาพซึ่งค่าที่แปลงกลับแล้วนั้นจะนำไปบวกกับค่า จุดกลางภาพเดิมเนื่องจากค่าอินพุตที่เราใช้เป็นค่าผลต่าง เมื่อเราแปลงกลับก็ยังคงเป็นค่าผลต่างอยู่ ดังนั้นเมื่อแปลง ค่ากลับแล้วจึงต้องนำไปบวกกับจุดกลางภาพเดิมสามารถ หาได้ดังนี้จาก[2]

$$\Delta = \frac{L-1}{8} \sum_{k=1}^8 (y_k^+ - y_k^-)$$

$$P'_0 = P_0 + \Delta$$

โดยให้ค่า P'_0 คือค่าจุดกลางภาพใหม่ที่ได้ และ ค่า Δ คือค่าเฉลี่ยผลต่างแต่ละจุดภาพ

3. ผลการทดลอง

ในการประเมินประสิทธิภาพของวิธีการที่นำ เสนอ จะใช้บางส่วนของผลการจำลองการทำงานบนเครื่อง คอมพิวเตอร์ที่ทำการทดลอง ภาพที่ใช้ทำการทดลองจะใช้ ภาพ Cameraman ที่มีขนาด 256×256 จุดภาพ การ ทดลองจะใช้สัญญาณรบกวนที่มีค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard derivative, σ) สองค่าคือ 5 และ 10 และจะ ทำการทดลองปรับค่า K เพื่อเปรียบเทียบผลทั้งหมดสองค่า คือ 25, 45 และใช้วิธีการปรับค่าอัตโนมัติ โดยรูปที่ 4 แสดง ภาพต้นฉบับ, รูปที่ 5 แสดงภาพที่ได้จากการทดลอง แต่

เนื่องจากการดูภาพทั้งหมด ไม่สามารถดูไม่ถึงรายละเอียดภาพ ดังนั้นรูปที่ 6 จะใช้ในการแสดงบริเวณบางส่วนของภาพที่มีรายละเอียด และขอบภาพอยู่เพื่อแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของการรักษาขอบภาพ และรายละเอียดภาพในแต่ละวิธีการที่ใช้ในการทดลอง



โดยรูปที่ 4 แสดงภาพค้นฉบับ



(a)



(b)



(c)



(d)

รูปที่ 6 แสดงภาพที่ได้จากการทดลอง (a) สัญญาณรบกวนที่มีค่า σ เท่ากับ 5, (b) ตัวกรองวงวินเนอขนาด 3×3 , (c) วิธีการที่นำเสนอมค่า K มีเท่ากับ 25, (d) วิธีการที่นำเสนอมค่า K ใช้วิธีการปรับค่าอัตโนมัติ



(a)



(b)



(c)



(d)

รูปที่ 5 แสดงภาพที่ได้จากการทดลอง (a) สัญญาณรบกวนที่มีค่า σ เท่ากับ 5, (b) ตัวกรองวงวินเนอขนาด 3×3 , (c) วิธีการที่นำเสนอมค่า K มีเท่ากับ 25, (d) วิธีการที่นำเสนอมค่า K ใช้วิธีการปรับค่าอัตโนมัติ

ประการหนึ่ง การหาค่าประสิทธิภาพของตัวกรองสามารถที่จะหาได้จากการประมาณค่าด้วยเฉลี่ยยกกำลังสองของค่าความผิดพลาด (mean-square error, MSE) ของภาพที่ใช้การประมวลผลด้วยกระบวนการที่นำเสนอ เทียบกับกระบวนการแบบอื่นๆ ตารางที่ 2 แสดงค่าที่ได้จากกระบวนการพีซีซี, ตัวกรองแบบใช้ค่าเฉลี่ย (mean filter) ขนาด 3×3 , ตัวกรองของวินเนอขนาด 3×3 ที่ใช้ค่า σ ของสัญญาณรบกวน เท่ากับ 5 และ 10 ค่าที่ได้เอามาจะเห็นได้ว่าตัวกรองจากกระบวนการพีซีซีที่นำเสนอให้ค่าที่ดีกว่าวิธีแบบอื่นซึ่งจะเปลี่ยนแปลงตามค่า K แต่ละค่าในกรณีที่ค่า σ ของสัญญาณรบกวนค่านั้นควรจะมิตค่า K ที่ต่ำเนื่องจากค่านั้นเป็นตัวกำหนดค่าความที่ต้องการนำมาคิดรวมในการหาค่าเฉลี่ยแต่ในกรณีที่สัญญาณรบกวนมีค่า σ มากแล้ว หากยังใช้ค่า K ที่ต่ำจะทำให้ไม่สามารถลดสัญญาณรบได้ทั้งหมด เมื่อใช้การกำหนดค่า K ด้วยวิธีการปรับค่าอัตโนมัติแล้วจะไม่จำเป็นต้องหาค่าที่เหมาะสมเอง แต่จะให้ผลที่ดีทั้งในแบบที่สัญญาณรบกวนมีค่า σ มากและน้อยกว่าการใช้ K ที่เป็นค่าคงที่เล็กน้อยดังจะเห็นได้

จากตารางที่ 2 ค่า MSE ในกรณีที่ใช้ค่า K เท่ากับ 45 จะสามารถกรองภาพได้ทั้งค่า σ ของสัญญาณรบกวน เท่ากับ 5 และ 10 แต่ที่ค่า K เท่ากับ 25 จะสามารถกรองได้ดีเฉพาะค่า σ ของสัญญาณรบกวน เท่ากับ 5 เท่านั้น แบบปรับค่าอัตโนมัติแล้วจะได้ค่าที่คู่ทั้งที่ค่า σ ค่าและสูงดีกว่าการกำหนดค่า K ด้วยค่า 45 แต่การใช้ค่าคงที่จะลดความซับซ้อนและเนื้อที่ในการสร้างฮาร์ดแวร์ได้แต่ต้องกำหนดค่าให้เหมาะสม วิธีการแบบปรับค่าอัตโนมัติจะเพิ่มขนาดฮาร์ดแวร์ขึ้นแต่ยังสามารถใช้ขนาดจุดภาพในการตัดสินใจน้อยกว่าวิธีอื่น ซึ่งส่วนใหญ่แล้วจำเป็นจะต้องใช้ขนาด 8×8 เมื่อเป็นเช่นนี้วิธีการที่นำเสนอจึงเหมาะสมสำหรับการสร้างใช้งานเพื่อใช้ในเวลาจริง อนึ่งเมื่อเพิ่มค่า K แล้วจะทำให้ขอบภาพและรายละเอียดภาพลดลงตามไปด้วย แต่ผลที่ได้ยังคงมีรายละเอียดในส่วนขอบภาพและรายละเอียดภาพที่ดีกว่าตัวกรองของวินเนอ แต่ยังไม่สามารถให้ผลที่ดีได้เมื่อค่า σ ของสัญญาณรบกวนมีค่ามากๆ แต่โดยทั่วแล้วในการส่งสัญญาณภาพในเวลาจริงระดับสัญญาณรบกวนจะไม่มีค่าสูงมาก

ตารางที่ 2

แสดงค่าจากการทดลอง

วิธีการ	MSE	
	$\sigma = 5$	$\sigma = 10$
ภาพที่ถูกรบกวน	24.98	99.87
หาค่าเฉลี่ย 3×3	167.12	175.44
ตัวกรองวินเนอ 3×3	42.46	56.44
วิธีการที่นำเสนอ(K=25)	16.61	52.8
วิธีการที่นำเสนอ(K=45)	33.87	44.82
วิธีการที่นำเสนอแบบปรับค่าอัตโนมัติ	29.41	43.27

4. บทสรุป

ตัวกรองแบบพีซีซีที่มีการกำหนดกฎแบบให้ความสำคัญกับเส้นตัดผ่านและจุดภาพที่มีค่าใกล้เคียงกับจุดภาพข้างเคียงที่ได้นำเสนอไปแล้วนั้น ตัวกรองนี้มีความสามารถทำการลดสัญญาณรบกวนได้อย่างมีประสิทธิภาพมากโดยปราศจากการทำให้โครงสร้างของภาพหายไป หรือถูก

ทำลายไป ผลการทดลองได้แสดงว่าวิธีการที่นำเสนอนี้มีประสิทธิภาพและไม่ต้องใช้วิธีการวนซ้ำรอบการทำงานทั้งยังสามารถใช้ได้ทั้งวิธีการปรับค่าอัตโนมัติ และใช้ค่าคงที่อีกด้วย จึงเหมาะสมสำหรับการนำไปใช้ในในงานในเวลาจริงที่ต้องการเวลาประมวลต้องเร็วได้อีกด้วย

5. เอกสารอ้างอิง

- [1] M. Nachtgael, D. Van der Weken, D. Van De Ville, E. Kerre, W. Philips and I. Lemahieu "An Overview of Classical and Fuzzy-classical Filters for Noise Reduction," IEEE International Fuzzy Systems Conference, 2001.
- [2] Dimitri Van De Ville, Mike Nachtgael, Dietrich Van der Weken, Etienne E. Kerre, Wilfried Philips and Ignace Lemahieu "Noise Reduction by Fuzzy Image Filtering," IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 11, no. 1, August 2003.
- [3] F. Farbiz, M. Bager Menha, Seyed A. Motamedi, and Martin T. Hagan, "A New Fuzzy Logic Filter for Image Enhancement," IEEE Trans. System, Man, And Cybernetic-Part B: Cybernetics, Vol. 30, No. 1, February 2001.
- [4] M. Nachtgael, D. Van der Weken, D. Van De Ville, E. Kerre, W. Philips and I. Lemahieu "An Overview of Fuzzy Filter for Noise Reduction," IEEE International Fuzzy Systems Conference, 2001
- [5] Jae S. Lim "Two-Dimensional Signal and Image Processing," Prentice Hall, 1990.

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล นาย อมรเทพ สนิ่นัด
วัน เดือน ปีเกิด 28 มกราคม 2522 ที่ จังหวัดเชียงใหม่

ประวัติการศึกษา

2544-2547 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

2547-ปัจจุบัน วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง