

การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยใช้วิธีกิตติ
ด้วยการดิสครีตไคเซชันแบบการคงค่าอันดับหนึ่งที่ล่าช้า

DESIGN OF DISCRETE-TIME PIDA CONTROLLER USING KITTI'S METHOD
WITH DELAYED FIRST ORDER HOLD DISCRETIZATION

ธีนพงษ์ สังข์สอน

TEENAPONG SUNGSORN

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมอัตโนมัติ

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2562

KMITL-2019-EN-M-257-004

การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยใช้วิธีกิตติ
ด้วยการดิสครีตไทดเซชันแบบการคงค่าอันดับหนึ่งทีล่าช้า

DESIGN OF DISCRETE-TIME PIDA CONTROLLER USING KITTI'S METHOD
WITH DELAYED FIRST ORDER HOLD DISCRETIZATION

ธีนพงษ์ สังข์สอน
TEENAPONG SUNGSORN

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมอัตโนมัติ
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ.2562
KMITL-2019-EN-M-257-004

การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยใช้วิธีกิตติ
ด้วยการดิสครีตไตเซชันแบบการคงค่าอันดับหนึ่งที่ล่าช้า

DESIGN OF DISCRETE-TIME PIDA CONTROLLER USING KITTI'S METHOD
WITH DELAYED FIRST ORDER HOLD DISCRETIZATION

ธีนพงษ์ สังข์สอน
TEENAPONG SUNGSORN

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมอัตโนมัติ
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ.2562
KMITL-2019-EN-M-257-004

DESIGN OF DISCRETE-TIME PIDA CONTROLLER USING KITTI'S METHOD
WITH DELAYED FIRST ORDER HOLD DISCRETIZATION

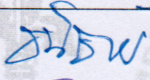

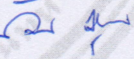
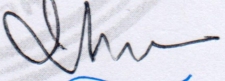

TEENAPONG SUNGSORN

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN AUTOMATION ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2019
KMITL-2019-EN-M-257-004

COPYRIGHT 2019
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

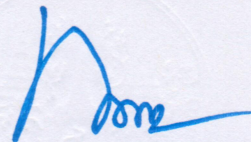
หัวข้อวิทยานิพนธ์ การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยใช้วิธีกิตติ
ด้วยการดิครีตไตเซชันแบบการคงค่าอันดับหนึ่งที่ล่าช้า
Thesis Title Design of Discrete-Time PIDA Controller Using Kitti's Method with Delayed
First Order Hold Discretization
นักศึกษา นายชินพงษ์ สังข์สอน
รหัสประจำตัว 57601343
ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา วิศวกรรมอัตโนมัติ
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.พิทยา ปานนิล
หมายเลขวิทยานิพนธ์ KMITL-2019-EN-M-257-004

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
รศ.ดร.ธนิตย์	ตรีสุวรรณวัฒน์	
รศ.ดร.ไสว	พงศ์สวัสดิ์	
รศ.ดร.อัมพวัน	จุลเสรีวงศ์	
รศ.ประภาช	อุคคกิมพันธ์ุ์	
รศ.ดร.พิทยา	ปานนิล	

วัน / เดือน / ปี ที่สอบ วันศุกร์ที่ 4 มกราคม พ.ศ. 2562 เวลา 13.00-15.00 น.
สถานที่สอบ ณ ห้องประชุม 3 ชั้น 5 อาคาร A

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์ รับรองแล้ว



(รองศาสตราจารย์ ดร. คมสัน มาลีสี)

คณบดี คณะวิศวกรรมศาสตร์

วันที่ 4 มกราคม พ.ศ. 2562

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยใช้วิธีกิตติ ด้วยการดิสครีตไตเซชันแบบการคงค่าอันดับหนึ่งที่ล่าช้า
นักศึกษา	นายธินพงษ์ สังข์สอน
รหัสประจำตัว	57601343
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมอัตโนมัติ
พ.ศ.	2562
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ.ดร.พิทยา ปานนิล

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอ (PIDA: proportional-integral-derivative-acceleration) ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง (DT: discrete-time) สำหรับกระบวนการอันดับสาม เทคนิคที่นำเสนอนี้ ประกอบไปด้วย สามขั้นตอนหลัก คือ ขั้นตอนที่หนึ่ง การแปลงกระบวนการที่ถูกควบคุมในระบบเวลาต่อเนื่อง (CT: continuous-time) เป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยใช้วิธีการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่ง (FOH: first order hold) ขั้นตอนที่สอง การแปลงโครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดีเอ ในระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยใช้วิธีการการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งที่ล่าช้า (DFOH : delayed first order hold) เพื่อให้ได้มาซึ่งโครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง และขั้นตอนสุดท้ายเป็นการออกแบบตัวควบคุมโดยใช้วิธีของ “ดร.กิตติ” ซึ่งคือการวางตำแหน่งของซีโร (zero) โดยตรงบนระนาบแซด (z -plane) ผลตอบสนองของระบบที่ได้จากการจำลองในโปรแกรมแมทแล็บ (MATLAB) ได้นำมายืนยันว่าการออกแบบตัวควบคุมโดยใช้เทคนิคที่นำเสนอ ให้ผลตอบสนองเทียบเท่ากับการออกแบบตัวควบคุมโดยใช้วิธีของตุสติน (Tustin’s method) เพื่อคงค่าสัญญาณของตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

Thesis	Design of Discrete-Time PIDA Controller Using Kitti's Method with Delayed First Order Hold Discretization
Student	Teenapong Sungsom
Student ID.	57601343
Degree	Master of Engineering
Program	Automation Engineering
Year	2019
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Dr. Pittaya Pannil

ABSTRACT

This thesis proposes a technique to designing a discrete-time (DT) proportional-integral-derivative-acceleration (PIDA) controller for third order plants. The proposed technique consists of three major steps. First step is discretization of the controlled plant by using the first order hold (FOH) method, second step is discretization of the continuous-time (CT) PIDA controller structure by using the delayed first order hold (DFOH) method to achieve the DT PIDA controller structure, and the last step is the target controller design by directly placing its zeros on z -plane based on Kitti's method. Simulation results confirm that the controller designed by using the proposed technique provides equivalent system response compared to a conventional controller designed by using Tustin's method

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาจากอาจารย์ที่ปรึกษา รศ.ดร.พิทยา ปานนิล และ รศ.ดร.ธนิตย์ ศรีสุวรรณวัฒน์ ที่ให้ความช่วยเหลือ ให้คำชี้แนะช่วยแก้ปัญหาตลอดจนให้ความรู้และ ประการณที่ดีแก่ข้าพเจ้า

สำหรับคุณงามความดีอันใดที่เกิดจากวิทยานิพนธ์นี้ ข้าพเจ้าขอมอบให้กับบิดามารดา ซึ่งเป็นที่รักและเคารพยิ่ง ตลอดจนครูอาจารย์ที่เคารพทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้และ ถวายทอดประสพการณที่ดีให้แก่ข้าพเจ้า

อินพงษ์ สังข์สอน

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	i
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ii
กิตติกรรมประกาศ.....	iii
สารบัญ.....	iv
สารบัญรูป.....	vi
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของวิทยานิพนธ์	1
1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์	3
1.3 ขั้นตอนการศึกษา.....	3
1.4 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์	4
บทที่ 2 ทฤษฎีและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	5
2.1 กล่าวนำ	5
2.2 ข้อกำหนดของระบบควบคุมและข้อจำกัดของตัวควบคุมพีไอดี	5
2.2.1 ข้อกำหนดของระบบควบคุม.....	6
2.2.2 ตัวควบคุมพีไอดี	8
2.3 ตัวควบคุมพีไอดีเอ	10
2.4 การออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีของ ดร. กิตติ.....	12
2.5 ระบบควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง.....	14
2.5.1 การเทียบเคียงค่าของสัญญาณในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยการหาปริพันธ์ เชิงตัวเลข.....	17
2.5.2 การคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์.....	18
2.5.3 การคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่ง	19
2.6 การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง.....	20

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 3 การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาต่อเนื่อง	23
3.1 กล่าวนำ	23
3.2 การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอสำหรับกระบวนการอันดับสาม.....	23
3.3 การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาต่อเนื่อง โดยวิธีของ ดร.ดอร์ฟ.....	26
3.4 การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาต่อเนื่อง โดยวิธีของ ดร.กิตติ	28
3.5 การเปรียบเทียบวิธีการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาต่อเนื่อง.....	31
บทที่ 4 การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง	33
4.1 กล่าวนำ	33
4.2 การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการคงค่าสัญญาณ อันดับศูนย์	33
4.3 การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการแปลงไบลิเนียร์	41
4.4 การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการคงค่าสัญญาณ อันดับหนึ่งที่ล่าช้า	48
4.5 การเปรียบเทียบวิธีการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง.....	58
บทที่ 5 บทสรุป	61
5.1 สรุปผลการวิจัย	61
5.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางในการพัฒนา.....	61

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับโดยทั่วไป	5
2.2 รายละเอียดของผลการตอบสนองของระบบควบคุมต่ออินพุตแบบขั้น.....	7
2.3 ตำแหน่งของโพลวงปิดบนแกนจำนวนจินตภาพ.....	12
2.4 ระบบควบคุมแบบระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง.....	15
2.5 แนวความคิดของการแปลงสัญญาณต่อเนื่องเป็นสัญญาณไม่ต่อเนื่อง	15
2.6 แนวความคิดของการแปลงไปลิเนียร์	17
2.7 การคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์.....	19
2.8 การคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่ง	20
2.9 ขั้นตอนการออกแบบของระบบควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง.....	21
3.1 ตำแหน่งของโพลเด่นบนระนาบจำนวนเชิงซ้อน.....	24
3.2 ตำแหน่งของโพลและซีโร เมื่อใช้ตัวควบคุมพีไอดีควบคุมกระบวนการอันดับสาม	24
3.3 ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้ตัวควบคุมพีไอดีควบคุมกระบวนการอันดับสาม.....	26
3.4 ผลตอบสนองของระบบที่ควบคุมด้วยตัวควบคุมพีไอดีเอ	28
3.5 ตำแหน่งของโพลและซีโร เมื่อวางตำแหน่งซีโรไว้ใกล้กับโพล	29
3.6 ตำแหน่งของโพลและซีโร เมื่อใช้ตัวควบคุมพีไอดีเอควบคุมกระบวนการอันดับสาม.....	30
3.7 ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้เทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติ กับตัวควบคุมพีไอดีเอ	31
3.8 การเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบระหว่างการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอ ในระบบเวลาต่อเนื่องโดยใช้วิธีของ ดร.ดอร์ฟ กับ ดร.กิตติ.....	32
4.1 เส้นทางเดินรากบนระนาบแซด เมื่อใช้การคงค่าอันดับศูนย์	
4.1 ก. เส้นทางเดินรากบนระนาบแซด.....	39
4.1 ข. เส้นทางเดินรากในวงกลมหนึ่งหน่วยบนระนาบแซด	40
4.1 ค. ส่วนขยายของเส้นทางเดินรากในวงกลมหนึ่งหน่วยที่แสดงตำแหน่งของโพลเด่น.....	40
4.2. ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้เทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติ กับตัวควบคุมพีไอดีเอ ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์	41
4.3 เส้นทางเดินรากบนระนาบแซด เมื่อใช้การแปลงไปลิเนียร์	
4.3 ก. เส้นทางเดินรากในวงกลมหนึ่งหน่วยบนระนาบแซด	46
4.3 ข. ส่วนขยายของเส้นทางเดินรากในวงกลมหนึ่งหน่วยที่แสดงตำแหน่งของโพลเด่น.....	47
4.4 ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้เทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติ กับตัวควบคุมพีไอดีเอ ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการแปลงไปลิเนียร์	47

สารบัญญรูป (ต่อ)

4.5	เส้นทางเดินรอกบนระนาบฉาก เมื่อใช้การคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งที่ล่าช้า	
4.5 ก.	เส้นทางเดินรอกบนระนาบฉาก.....	56
4.5 ข.	เส้นทางเดินรอกในวงกลมหนึ่งหน่วยบนระนาบฉาก	56
4.5 ค.	ส่วนขยายของเส้นทางเดินรอกในวงกลมหนึ่งหน่วยที่แสดงตำแหน่งของโพลเด่น.....	57
4.6	ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้เทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติ กับตัวควบคุมพีไอดีเอ ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยใช้การคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งที่ล่าช้า.....	57
4.7	การเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้เทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติ ทั้ง 3 วิธี ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องกับระบบเวลาต่อเนื่อง.....	59
4.8	การเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้เทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติ ทั้ง 3 วิธี ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องกับระบบเวลาต่อเนื่อง โดยเพิ่มอัตราขยายขึ้น 10 เท่า	60

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของวิทยานิพนธ์

งานชิ้นแรกที่เกี่ยวข้องกับระบบควบคุมเกิดขึ้นเมื่อศตวรรษที่สิบแปด โดยเป็นการควบคุมความเร็วของเครื่องจักรไอน้ำ ต่อมาในช่วงต้นศตวรรษที่สิบเก้าก็ได้มีการคิดค้นตัวควบคุมในระบบอัตโนมัติสำหรับการบังคับเรือซึ่งมีการแสดงให้เห็นว่าเสถียรภาพของระบบสามารถหาได้จากสมการเชิงอนุพันธ์ ต่อมาในปี ค.ศ. 1932 ไนควิสต์ (Nyquist) ได้พัฒนาความสัมพันธ์อย่างง่ายสำหรับการหาเสถียรภาพของระบบควบคุมวงปิดโดยใช้พื้นฐานของการตอบสนองของระบบวงเปิดต่อสัญญาณอินพุตแบบคลื่นไซน์ (sinusoidal) ในสถานะคงที่ ต่อมาในปี ค.ศ. 1934 นายฮาเซน (Hazen) ได้นำเสนอระบบกลไกเซอร์โว (servomechanism) สำหรับระบบที่ต้องการควบคุมตำแหน่ง [1]

ในช่วงกลางทศวรรษ 1940 วิธีการตอบสนองความถี่ช่วยให้วิศวกรออกแบบระบบควบคุมวงปิดแบบเชิงเส้นที่ให้ประสิทธิภาพตามต้องการได้ ระบบควบคุมในอุตสาหกรรมในช่วงทศวรรษที่ 1940 ถึง 1950 ส่วนใหญ่ใช้ตัวควบคุมพีไอดี (PID: proportional-integral-derivative) เพื่อควบคุมแรงดัน, อุณหภูมิ และอื่น ๆ โดยในช่วงทศวรรษ 1940 ซีกเลอร์ (Ziegler) และ นิโคลส์ (Nichols) ได้แนะนำหลักการสำหรับปรับค่าตัวแปรของตัวควบคุมพีไอดี [2] และในช่วงปลายทศวรรษ 1940 ถึง 1950 วิธีรูทโลคัส (root-locus) หรือเส้นทางเดินของรากก็ได้ถูกพัฒนาขึ้น การออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีทางเดินรากเป็นวิธีการออกแบบในเอสโดเมน (s -domain) ที่เป็นวิธีหลักของทฤษฎีระบบควบคุมเพื่อทำให้ระบบมีเสถียรภาพและสอดคล้องกับผลตอบสนองที่ต้องการ

ตัวควบคุมพีไอดีถูกนำมาใช้อย่างกว้างขวางในงานอุตสาหกรรมตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน เพราะสามารถออกแบบได้ง่ายและให้ผลตอบสนองที่ดีสำหรับกระบวนการอันดับสอง อย่างไรก็ตามการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีสำหรับกระบวนการอันดับสามทำได้ค่อนข้างยาก เนื่องจากอันดับของกระบวนการมีค่ามากกว่าจำนวนซีโร (zeros) ของตัวควบคุมพีไอดี ดังนั้นในงานวิจัย [3] จึงได้นำเสนอตัวควบคุมพีไอดีเอ (PIDA: proportional-integral-derivative-acceleration) เพื่อแก้ปัญหาดังกล่าวซึ่งผลตอบสนองที่ได้จากการออกแบบเป็นไปตามเกณฑ์ที่ต้องการสำหรับกระบวนการอันดับสาม โดยตัวควบคุมดังกล่าวประกอบไปด้วยซีโรและโพล (pole) อย่างละ 3 ตัว แต่จะไม่นำโพล 2 ตัวมาพิจารณาในการออกแบบ ซึ่งการเพิ่มซีโรอีกหนึ่งตัวให้กับตัวควบคุมพีไอดี จะทำให้เกิดเป็นตัวควบคุมพีไอดีเอ ซีโรที่เพิ่มขึ้นมาดังกล่าวจะเปลี่ยนเส้นทางเดินรากของกระบวนการอันดับสามและทำให้เส้นทางเดินรากผ่านตำแหน่งของโพลเด่น (dominant pole) ซึ่งเป็นตำแหน่งที่ทำให้ผลตอบสนองเป็นไปตามที่ต้องการ

ในปี 1998 ดร.กิตติ ได้นำเสนอตัวควบคุมพีไอดีที่ทำงานร่วมกับตัวควบคุมพีดี (PD: proportional-derivative) เรียกว่า PID x (n-2) stage PD cascade controller เพื่อใช้ควบคุม

สำหรับกระบวนการอันดับใด ๆ ที่เป็นระบบหนึ่งอินพุตหนึ่งเอาต์พุต (SISO: single input single output) [4] พร้อมกับการนำเสนอเทคนิคการออกแบบโดยใช้แนวคิดพื้นฐานของทางเดินรากที่ง่ายต่อการออกแบบตัวควบคุม เรียกว่า “วิธีของ ดร.กิตติ” เทคนิคการออกแบบดังกล่าว เริ่มจากการวางตำแหน่งซีโรส่วนใหญ่ของตัวควบคุมไว้ใกล้ ๆ กับโพลของกระบวนการ คงเหลือซีโรไว้หนึ่งตัวเพื่อคำนวณหาตำแหน่งและอัตราขยายของตัวควบคุม (controller gain) ที่ทำให้ได้ผลตอบสนองของระบบตามที่ต้องการ เทคนิคดังกล่าวทำให้ง่ายต่อการออกแบบตัวควบคุม

เนื่องด้วยในปัจจุบันได้มีการนำตัวควบคุมที่มีการประมวลผลแบบดิจิทัลมาใช้ในการควบคุมระบบหรือกระบวนการอย่างแพร่หลาย ยกตัวอย่างเช่น ระบบลงจอดอัตโนมัติของอากาศยาน, เครื่องกลึงซีเอ็นซี (CNC: computer numerical control) และอื่น ๆ ซึ่งทำให้การควบคุมระบบดังกล่าวเป็นระบบดิจิทัลที่มีข้อดีคือ เพิ่มความยืดหยุ่นให้กับระบบควบคุม โดยการเขียนโปรแกรมให้ตัวควบคุมที่สามารถนำไปใช้กับฟังก์ชันการควบคุมที่มีการเปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา (dynamic system) เพื่อให้เป็นไปตามความต้องการของระบบได้ โดยการจะได้มาซึ่งตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องที่ให้ประสิทธิภาพตามที่ต้องการนั้นจะต้องมีการออกแบบตัวควบคุมก่อนที่จะนำไปใช้งานจริงกับระบบทางกายภาพ (physical system) ซึ่งส่วนใหญ่แล้วเป็นระบบเวลาต่อเนื่อง (continuous time control system) ดังนั้นการจะใช้ตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องเพื่อควบคุมกระบวนการจะต้องทำการแปลงสัญญาณของตัวควบคุมในระบบเวลาต่อเนื่องให้เป็นสัญญาณในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง (discrete time control system) และต้องแปลงกระบวนการในระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง การแปลงระบบเวลาต่อเนื่องเป็นไม่ต่อเนื่องดังกล่าวเรียกว่า “ดิสครีตไทเซชัน” (discretization) ซึ่งมีวิธีการหลักอยู่ 3 วิธี คือ (1) การหาอนุพันธ์และปริพันธ์เชิงตัวเลข (numerical integration and differentiation) (2) การค้างสมมูล (hold equivalence) และ (3) การจับคู่โพลและซีโร (matching poles and zeros) [5] ด้วยเหตุนี้ในงานวิจัย [6] จึงได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยใช้เทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติ และใช้วิธีการค้างสมมูลด้วยการคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์ (ZOH: zero order hold) เพื่อแปลงกระบวนการจากระบบเวลาต่อเนื่องเป็นไม่ต่อเนื่อง ซึ่งเป็นการต่อยอดจากงานวิจัย [4] ที่เป็นการออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาต่อเนื่อง โดยใช้ตัวควบคุมและเทคนิคการออกแบบเช่นเดียวกัน ซึ่งสามารถทำให้ระบบมีเสถียรภาพและให้ผลตอบสนองของระบบเป็นไปตามที่ต้องการเช่นเดียวกัน

ด้วยข้อดีของเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมของ ดร.กิตติ ที่ได้กล่าวไปแล้วข้างต้น ในงานวิจัย [7] จึงได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอด้วยวิธีของ ดร.กิตติ ทั้งในระบบเวลาต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่อง ซึ่งในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องเป็นการออกแบบบนระนาบแซด (z -plane) โดยใช้วิธีการค้างสมมูลด้วยการคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์ เพื่อแปลงกระบวนการจากระบบเวลาต่อเนื่องเป็นไม่ต่อเนื่องเช่นเดียวกับงานวิจัย [6]

ดังที่ได้กล่าวไปแล้วว่าการแปลงระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่องมีวิธีการหลักอยู่ 3 วิธี งานวิจัย [8] จึงได้ออกแบบตัวควบคุมด้วยเทคนิคการออกแบบเช่นเดียวกับ [7] แต่เปลี่ยน

วิธีการแปลงกระบวนจากระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่องด้วยการหาปริพันธ์เชิงตัวเลข หรือวิธีการของทัสทิน (Tustin's method) หรือเรียกอีกอย่างว่าการแปลงไบลิเนียร์ (bilinear transform)

จากแนวความคิดที่นำเสนอใน [7] และ [8] วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จึงได้นำไปประยุกต์ใช้เพื่อ ออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องเช่นเดียวกัน แต่เปลี่ยนวิธีการแปลงกระบวนจากระบบเวลาต่อเนื่องเป็นไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการค้ำสมมูลแบบการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่ง (FOH: first order hold) และแปลงโครงสร้างของตัวควบคุมเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการค้ำสมมูลแบบการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งที่ล่าช้า (DFOH: delayed first order hold)

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

เพื่อศึกษาและนำเสนอแนวทางในการออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องที่แตกต่าง จากวิธีการออกแบบอื่น ๆ ซึ่งได้ถูกนำเสนอมาแล้วก่อนหน้านี้ ในวิทยานิพนธ์นี้ได้เลือกเอาตัวควบคุม พีไอดีเอซึ่งถูกนำเสนอโดย ดร.ริชาร์ด ดอร์ฟ [3] เป็นตัวควบคุมที่ใช้ควบคุมกระบวนการอันดับสาม และใช้วิธีการออกแบบที่นำเสนอโดย ดร.กิตติ ติเรเศรษฐ มาช่วยในการออกแบบตัวควบคุม โดย ผลตอบสนองของระบบที่ได้จากการออกแบบจะต้องเป็นไปตามเกณฑ์การออกแบบที่กำหนดไว้ นอกจากนี้ผลตอบสนองของระบบที่ได้จะต้องเทียบเท่า หรือดีกว่าเมื่อนำไปเปรียบเทียบกับวิธีการ ออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องอีกสองวิธีใน [7] และ [8] ที่ใช้การแปลงจากระบบเวลา ต่อเนื่องเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่องด้วยวิธีการคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์และการแปลงไบลิเนียร์ ตามลำดับ

ตัวควบคุมที่เลือกใช้เพื่อควบคุมกระบวนการและเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมใน วิทยานิพนธ์นี้ ใช้ตัวควบคุมและเทคนิคการออกแบบเช่นเดียวกับ [7], [8] และ [9] คือเป็นตัว ควบคุมพีไอดีเอ และใช้วิธีการออกแบบของ ดร.กิตติ แต่สิ่งที่แตกต่างกันคือวิธีการแปลงให้อยู่ในระบบ เวลาไม่ต่อเนื่อง โดยที่วิทยานิพนธ์นี้จะใช้การคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งที่ล่าช้า [10] และเป็นการ พิสูจน์ให้เห็นว่าวิธีการออกแบบของ ดร.กิตติ นั้น เป็นวิธีที่สามารถประยุกต์ใช้ได้กับทุกวิธีการแปลง จากระบบเวลาต่อเนื่องเป็นไม่ต่อเนื่อง ไม่ว่าจะเป็นการคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์ [7], การแปลง ไบลิเนียร์ หรือวิธีของทัสทิน [8] และสุดท้ายคือวิธีการที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้

1.3 ขั้นตอนการศึกษา

วิทยานิพนธ์นี้ได้ทำการศึกษาเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมของ “ดร.กิตติ” ทั้งการออกแบบ ตัวควบคุมในระบบเวลาต่อเนื่องและระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง เพื่อเป็นแนวทางในการนำมาออกแบบตัว ควบคุมพีไอดีเอที่ใช้ควบคุมกระบวนการอันดับสาม ซึ่งเริ่มจากการศึกษาว่าตัวควบคุมดังกล่าวถูก

นำเสนอด้วยวิธีการออกแบบอย่างไร เหมาะสำหรับกระบวนการประเภทใด และตัวควบคุมมีโครงสร้างอย่างไร

ต่อมาคือการนำวิธีการออกแบบของ ดร.กิตติ มาเปรียบเทียบกับวิธีการออกแบบของ ดร.ริชาร์ด ดอร์ฟ ว่ามีขั้นตอนหรือวิธีการที่แตกต่างกันอย่างไร หลังจากนั้นจะเป็นการศึกษาวิธีการแปลงระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่องว่ามีขั้นตอนและวิธีการอย่างไร เมื่อได้ตัวควบคุมที่ได้จากการออกแบบแล้ว ได้นำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบควบคุมไปจำลอง เพื่อหาผลตอบสนองของระบบโดยใช้โปรแกรมแมทแล็บ (MATLAB) และนำผลตอบสนองของระบบดังกล่าวมาเปรียบเทียบกับ [7] และ [8] รวมถึงตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาต่อเนื่องว่ามี การตอบสนองที่ใกล้เคียง หรือดีกว่าอย่างไร

1.4 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์นี้ ได้รวบรวมเนื้อหาไว้ทั้งหมด 5 บทด้วยกัน ดังนี้

บทที่ 1 เป็นการกล่าวถึง ความเป็นมาและความสำคัญของวิทยานิพนธ์, วัตถุประสงค์, ขั้นตอนการศึกษา และรายละเอียดของวิทยานิพนธ์

บทที่ 2 เป็นการอธิบายแนวความคิดของการออกแบบระบบควบคุม โดยจะกล่าวถึง วัตถุประสงค์ของการออกแบบและวิเคราะห์ระบบควบคุม รวมถึงกระบวนการในการออกแบบระบบควบคุม และทบทวน, ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องที่ถูกนำเสนอไปแล้วก่อนหน้านี้ เช่น ตัวควบคุมพีไอดีเอ และวิธีการออกแบบของ ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์

บทที่ 3 แสดงการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาต่อเนื่อง ซึ่งจะแสดงวิธีการออกแบบด้วยกันสองวิธี คือ วิธีการของ ดร.ริชาร์ด ดอร์ฟ และวิธีการออกแบบ ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ แล้วนำผลลัพธ์ที่ได้จากการออกแบบทั้งสองวิธีมาเปรียบเทียบผลตอบสนองกัน เพื่อแสดงว่าวิธีการออกแบบทั้งสองสามารถให้ผลตอบสนองที่เป็นไปตามเกณฑ์ที่ต้องการ

บทที่ 4 แสดงการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยใช้เทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติ ซึ่งจะแสดงการออกแบบในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องด้วยกันทั้งหมด 3 วิธี เริ่มจากการคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์ และวิธีที่สองคือการแปลงไปลิเนียร์ ซึ่งทั้งสองวิธีข้างต้นเป็นวิธีที่ถูกนำเสนอในงานวิจัย [7, 8] ส่วนวิธีสุดท้ายเป็นวิธีการออกแบบที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ คือการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งที่ล่าช้า

บทที่ 5 เป็นบทสุดท้ายซึ่งกล่าวถึงผลสรุปของการวิจัย รวมถึงข้อเสนอแนะ และแนวทางในการพัฒนา

บทที่ 2

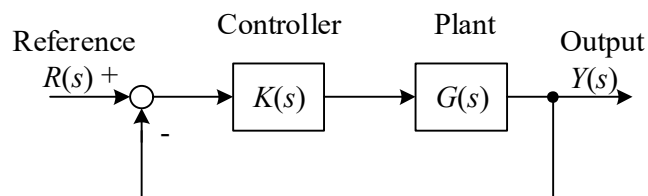
ทฤษฎีและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 กล่าวนำ

การจะออกแบบตัวควบคุมนั้นจะต้องมีความเข้าใจพื้นฐานของระบบควบคุมและตัวแปรต่าง ๆ ที่มีผลต่อการตอบสนองของระบบควบคุม ดังนั้นในบทนี้จะเริ่มต้นด้วยการกล่าวถึงทฤษฎีเบื้องต้นของระบบควบคุม [1] และตามด้วยตัวควบคุมในระบบเวลาต่อเนื่องหรือตัวควบคุมแอนะล็อกที่ถูกนำเสนอเพื่อแก้ปัญหาการออกแบบสำหรับกระบวนการอันดับสาม คือตัวควบคุมพีไอดีเอ [3] ต่อมาจะเป็นการกล่าวถึงวิธีการออกแบบของ ดร.กิตติ [4] ในส่วนของระบบควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง จะกล่าวถึงภาพรวมและการแปลงจากระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง [5] รวมถึงขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง [11]

2.2 ข้อกำหนดของระบบควบคุมและข้อจำกัดของตัวควบคุมพีไอดี

ระบบควบคุม คือการเชื่อมต่อกันของส่วนประกอบต่าง ๆ ทำให้เกิดเป็นองค์ประกอบของระบบ ซึ่งจะทำให้เกิดผลตอบสนองต่อระบบตามที่ต้องการ โดยพื้นฐานจะใช้ทฤษฎีของระบบเชิงเส้นในการวิเคราะห์ ระบบควบคุมทางวิศวกรรมโดยส่วนใหญ่ จำเป็นจะต้องควบคุมตัวแปรที่ขึ้นอยู่กับฟังก์ชันของเวลาหลาย ๆ ตัวแปรด้วยกัน [1] ดังนั้นตัวควบคุมต้องทำให้ผลตอบสนองและค่าความคลาดเคลื่อนของระบบเป็นไปตามที่ต้องการ ซึ่งตัวควบคุมส่วนใหญ่ที่ใช้นั้นจะอยู่ในรูปแบบการป้อนกลับของสัญญาณที่มีค่าเป็นลบ และมีการเพิ่มเซนเซอร์เพื่อตรวจวัดค่าของตัวแปรที่ต้องการควบคุม โดยจะทำการเปรียบเทียบค่าที่เซนเซอร์ตรวจวัดได้ ณ ช่วงเวลานั้น ๆ กับสัญญาณอ้างอิงซึ่งเป็นอินพุตของระบบ พฤติกรรมการทำงานของระบบจะขึ้นอยู่กับค่าความผิดพลาดซึ่งเป็นความแตกต่างระหว่างค่าอ้างอิงกับค่าที่เกิดขึ้นจริงที่เซนเซอร์วัดได้ ระบบควบคุมแบบป้อนกลับโดยทั่วไปแสดงดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับโดยทั่วไป

โดยที่ $R(s)$ คือ สัญญาณอินพุตหรือสัญญาณอ้างอิง (reference) หรือเป้าหมายของ

การควบคุม (set point)

$K(s)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม

$G(s)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของพลานต์ (plant) ที่ถูกควบคุม

$Y(s)$ คือ สัญญาณเอาต์พุตของระบบหรือผลตอบสนองของระบบ

ฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer Function) ของระบบควบคุมแบบป้อนกลับในรูปที่ 2.1 คือ

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)} \quad (2.1)$$

จากสมการ (2.1) สมการคุณลักษณะ (characteristic Equation) คือ

$$F(s) = 1 + K(s)G(s) = 0 \quad (2.2)$$

และฟังก์ชันถ่ายโอน $K(s)G(s) = 0$ คือ

$$K(s)G(s) = \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \cdots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots (T_p s + 1)} \quad (2.3)$$

เทอมของ s^N นั้นหมายถึงจำนวนของโพลที่จุดกำเนิด ใช้เรียกว่าชนิด (type) ของระบบ เช่น $N = 0$ แสดงว่าระบบนั้นเป็นระบบชนิด 0 หรือถ้า $N = 1$ เราจะเรียกว่าเป็นระบบชนิด 1 เป็นต้น

2.2.1. ข้อกำหนดของระบบควบคุม

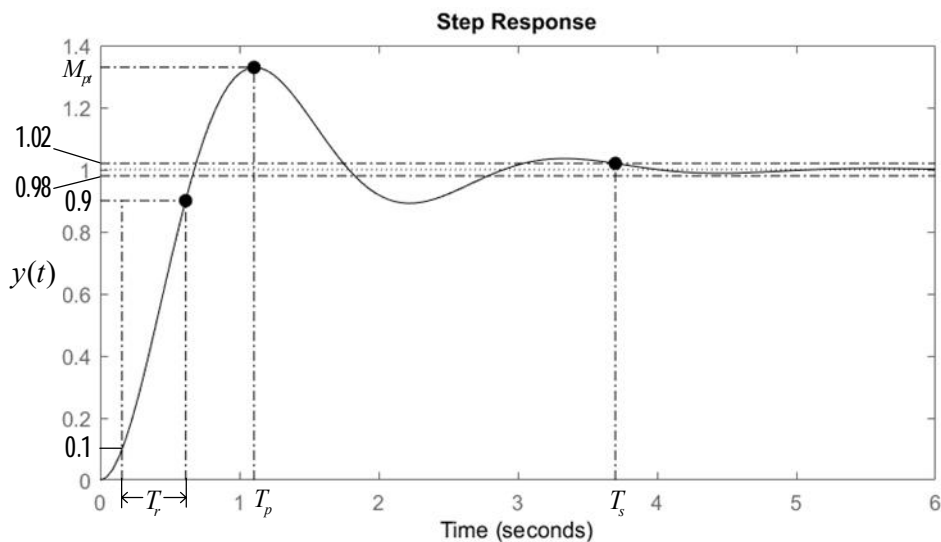
ระบบอันดับสอง เป็นระบบที่พบได้บ่อยในระบบควบคุมในงานอุตสาหกรรม การศึกษาพื้นฐานของระบบอันดับสองมีส่วนสำคัญต่อการออกแบบระบบควบคุมที่มีอันดับสูงขึ้นไป ระบบอันดับสองคือระบบที่มีโพลสองตัว ซึ่งอาจจะมีซีโรหรือไม่ก็ได้ โดยรูปแบบมาตรฐานของฟังก์ชันถ่ายโอนสำหรับระบบอันดับสอง คือ

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

โดยที่ ω_n คือ ความเร็วเชิงมุมในการแกว่งตามธรรมชาติ
(undamped natural frequency)

ζ คือ อัตราการหน่วงของระบบ (damping ratio)

การตอบสนองเชิงเวลาของระบบควบคุมประกอบด้วยสองส่วนคือ การตอบสนองชั่วคราว (transient response) และการตอบสนองในสภาวะคงตัว (steady-state response) ซึ่งการตอบสนองชั่วคราว คือการตอบสนองที่เกิดขึ้นในสภาวะเริ่มต้นจนถึงสภาวะสุดท้าย ส่วนการตอบสนองในสภาวะคงตัว คือพฤติกรรมซึ่งเป็นเอาต์พุตของระบบเมื่อเวลาเข้าสู่อนันต์ ดังนั้นผลตอบสนองของระบบคือผลรวมระหว่างการตอบสนองชั่วคราวและการตอบสนองในสภาวะคงตัว บ่อยครั้งที่ในทางปฏิบัตินั้นผลตอบสนองชั่วคราวของระบบควบคุมจะมีการแกว่งก่อนที่จะเข้าสู่สภาวะคงตัว ถ้าเอาต์พุตของระบบที่สภาวะคงตัวไม่ตรงกันกับอินพุต จะทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในสภาวะคงตัว (steady-state error) ซึ่งความคลาดเคลื่อนดังกล่าวจะเป็นตัวบอกความแม่นยำของระบบควบคุม ดังนั้นแล้วเราต้องสามารถทำนายหรือคาดการณ์พฤติกรรมการเปลี่ยนแปลงของระบบได้ เพื่อออกแบบระบบควบคุมให้มีความแม่นยำ โดยจะต้องพิจารณาทั้งพฤติกรรมของระบบในสภาวะชั่วคราวและสภาวะคงตัว ตัวอย่างรายละเอียดผลการตอบสนองของระบบควบคุมต่ออินพุตแบบขั้น (unit step) แสดงดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 รายละเอียดของผลการตอบสนองของระบบควบคุมต่ออินพุตแบบขั้น

จากรูปที่ 2.2 ข้อกำหนดของระบบควบคุม คือ ค่าพารามิเตอร์ที่จำเป็นต้องทราบในการออกแบบตัวควบคุม ซึ่งมีดังต่อไปนี้

- 1) ช่วงเวลาไต่ขึ้น (rise time, T_r) คือช่วงเวลาที่ผลตอบสนองมีค่าเท่ากับ 10% จนกระทั่งผลตอบสนองมีค่าเท่ากับ 90% ของค่าของผลตอบสนองในสภาวะคงตัว โดยที่ช่วงเวลาไต่ขึ้น
- 2) ช่วงเวลาถึงจุดสูงสุด (peak time, T_p) คือช่วงเวลาตั้งแต่เริ่มป้อนสัญญาณอินพุตให้กับระบบ จนกระทั่งผลตอบสนองมีค่าสูงสุด

3) **ช่วงเวลาเข้าที่ (settling time, T_s)** คือช่วงเวลาตั้งแต่เริ่มป้อนสัญญาณอินพุตให้กับระบบ จนกระทั่งผลตอบสนองเริ่มเข้าใกล้ค่าของผลตอบสนองในสภาวะคงตัวหรือมีค่าไม่เกิน 2% ของค่าในสภาวะคงตัว สามารถหาช่วงเวลาเข้าที่ได้จากสมการ (2.4) ในกรณีที่ให้ช่วงการเข้าที่ไม่เกิน 2% ของค่าในสภาวะคงตัว

$$T_s = \frac{-\ln(0.02\sqrt{1-\zeta^2})}{\zeta\omega_n} \quad (2.4)$$

4) **ค่าพุ่งเกินสูงสุด (maximum overshoot, M_p)** เป็นค่าความแตกต่างระหว่างเอาต์พุตที่มีค่าสูงสุดกับเอาต์พุตที่สถานะอยู่ตัวของระบบ ในบางครั้งอาจแสดงอยู่ในรูปของเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกิน (percent overshoot, PO) ซึ่งแสดงดังสมการ (2.5)

$$PO = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \times 100\% \quad (2.5)$$

โดยทั่วไปนิยมใช้ข้อกำหนดการออกแบบตัวควบคุมที่ให้ผลตอบสนองสภาวะชั่วคราวในเทอมของช่วงเวลา T_s และผลตอบสนองในสภาวะคงตัวในเทอม PO ของระบบควบคุมต่อสัญญาณอินพุตแบบขั้น ซึ่งแสดงอยู่ในรูปคู่จำนวนเชิงซ้อนสังยุคของโพลเด่นในระบบวงปิด (**complex-conjugate dominant closed-loop poles**) ดังสมการ (2.6)

$$s_{d\pm} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad (2.6)$$

2.2.2. ตัวควบคุมพีไอดี

ตัวควบคุมแบบพีไอดีประกอบด้วย ตัวควบคุมแบบสัดส่วน (**proportional**) ตัวควบคุมแบบปริพันธ์ (**integral**) และตัวควบคุมแบบอนุพันธ์ (**derivative**) โดยทั่วไปตัวควบคุมแบบพีไอดี มีฟังก์ชันถ่ายโอนดังสมการ (2.7)

$$K(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (2.7)$$

โดยที่ K_p คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบสัดส่วน
 K_i คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบปริพันธ์
 K_d คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบอนุพันธ์

นอกจากนี้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบพีไอดี ยังนิยมเขียนอยู่ในรูปของสมการ (2.8)

$$K(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2.8)$$

โดยที่ T_i คือ เวลาปริพันธ์หรือเวลาดั้งใหม่ (reset time)

T_d คือ เวลาอนุพันธ์หรือเวลาอัตรา (rate time)

เมื่อ $T_i = \frac{K_p}{K_i}$ และ $T_d = \frac{K_d}{K_p}$ ซึ่งค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบพีไอดีทั้งสามค่านี้ (K_p, K_i, K_d) จะใช้สำหรับปรับแต่งค่าให้กับตัวควบคุมเพื่อควบคุมกระบวนการที่ต้องการ เมื่อเพิ่มตัวควบคุมเข้าไปในกระบวนการ พบว่าฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมจะเป็นส่วนหนึ่งของสมการคุณลักษณะของระบบ ดังนั้นการตอบสนองจึงมีการเปลี่ยนแปลงไปเมื่อมีการเพิ่มตัวควบคุมเข้าไปในระบบ การเพิ่มตัวควบคุมพีไอดี ในระบบทำให้เกิดเทอมของสัดส่วน ปริพันธ์และอนุพันธ์ขึ้นในระบบ เมื่อพิจารณาสมการ (2.8) และนำมาจัดรูปแบบใหม่จะได้

$$K(s) = K_p \left(\frac{T_d s^2 + s + \frac{1}{T_i}}{s} \right) \quad (2.9)$$

จะเห็นว่าตำแหน่งซีโรของตัวควบคุมพีไอดีบนระนาบเอส (s -plane) ขึ้นอยู่กับค่าเวลา T_i และ T_d ดังสมการ (2.10)

$$s_{1,2} = \frac{-T_i \pm \sqrt{(T_i^2) - 4T_i T_d}}{2T_i T_d} \quad (2.10)$$

เมื่อพิจารณารากของสมการ

ถ้า $T_i \geq 4T_d$ ตำแหน่งของซีโรทั้งสองตัวจะอยู่บนแกนจริงบนระนาบเอส ซึ่งเป็นค่าเหมาะสมที่สุด

ถ้า $T_i < 4T_d$ ตำแหน่งของซีโรทั้งสองตัวจะเป็นจำนวนเชิงซ้อนสังยุค ซึ่งไม่ใช่ค่าที่เหมาะสมที่สุด

ดังนั้นจึงกำหนดให้

$$T_i = 4T_d$$

เมื่อ z_1, z_2 คือ ซีโรของตัวควบคุม

$$z_1 = z_2 = \frac{1}{2T_d}$$

ทำให้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมพีไอดี สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังสมการ (2.11)

$$K(s) \equiv K_c \frac{(s + z_1)(s + z_2)}{s} \quad (2.11)$$

โดยที่ $K_c = K_p$ คือ อัตราขยายของตัวควบคุม

จากฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมพีไอดีในสมการ (2.11) พบว่าตัวควบคุมพีไอดีประกอบไปด้วยซีโรสองตัว และโพลหนึ่งตัวอยู่ที่จุดกำเนิดบนระนาบเอส ดังนั้นกระบวนการที่ใช้ตัวควบคุมแบบพีไอดี จะทำให้ระบบควบคุมมีอันดับและชนิดของระบบเพิ่มขึ้นมาอีกหนึ่ง

การที่อันดับของระบบเพิ่มขึ้น จะทำให้ระบบช้าลงและมีการล่าช้าทางเวลา (time lag) เกิดขึ้น อาจทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพได้ ส่วนการเพิ่มขึ้นของชนิดของระบบเป็นผลดีต่อระบบเนื่องจากทำให้ไม่มีค่าความคลาดเคลื่อนที่สภาวะอยู่ตัว อย่างไรก็ตามผลจากการที่ตัวควบคุมพีไอดีประกอบไปด้วยซีโรสองตัว ทำให้ตัวควบคุมดังกล่าวเหมาะสมสำหรับกระบวนการอันดับสอง เมื่อนำไปควบคุมกระบวนการที่มีอันดับมากกว่าสองจะมีความยุ่งยาก และระบบที่ควบคุมอาจไม่มีเสถียรภาพได้

2.3 ตัวควบคุมพีไอดีเอ

จากที่กล่าวไปแล้วข้างต้นว่า ตัวควบคุมพีไอดี เป็นตัวควบคุมที่ถูกใช้อย่างแพร่หลายเพราะว่าสามารถนำไปใช้งานได้ง่ายสำหรับกระบวนการอันดับสอง แต่ก็มีระบบควบคุมจำนวนไม่น้อยที่ถูกออกแบบเป็นกระบวนการอันดับสาม เช่น ระบบควบคุมตำแหน่งของมอเตอร์กระแสสลับ ซึ่งโดยปกติแล้วตัวควบคุมที่ถูกออกแบบโดยวิธีรูทโลคัส ในครั้งแรกจะยังไม่เป็นไปตามข้อกำหนดการออกแบบที่ต้องการทั้งหมด แต่จะต้องทำการออกแบบซ้ำอีกจนกว่าจะได้ตัวควบคุมที่เป็นไปตามข้อกำหนดการออกแบบที่ต้องการ ซึ่งกระบวนการออกแบบดังกล่าวจะใช้เวลาค่อนข้างมาก ยิ่งถ้าเป็นการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีสำหรับกระบวนการอันดับสามด้วยแล้ว จะยิ่งเพิ่มความยุ่งยากขึ้นไปอีก เนื่องจากอันดับของกระบวนการมีค่ามากกว่าจำนวนซีโรของตัวควบคุมพีไอดี คู่ของโพลเด่นที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนสังยุค ซึ่งได้จากการปรับปรุงระบบโดยใช้ตัวควบคุมพีไอดี ยังไม่ใช่โพลเด่นที่สมบูรณ์ที่สุด

ดังนั้น ดร.ริชาร์ด ซี ดอร์ฟ จึงได้นำเสนอตัวควบคุมที่ใช้สำหรับควบคุมกระบวนการอันดับสามเพื่อให้เกิดการควบคุมที่คงทน (**robust control**) เรียกตัวควบคุมดังกล่าวว่า “ตัวควบคุมพีไอดีเอ” ซึ่งประกอบไปด้วยส่วนที่เป็นสัดส่วน, ปริพันธ์, อนุพันธ์ และการเร่ง

การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอคือการเพิ่มซีโรให้กับตัวควบคุมพีไอดี ทำให้ตัวควบคุมพีไอดีเอประกอบไปด้วยซีโรและโพลอย่างละ 3 ตัว ซึ่งวิธีการเพิ่มซีโรดังกล่าวไว้บนตำแหน่งที่เหมาะสม เป็นการเปลี่ยนเส้นทางเดินรากของระบบอันดับสามเพื่อให้โพลเด่นกลายเป็นโพลเด่นที่สมบูรณ์มากขึ้น โดยการกำจัดผลกระทบที่เกิดจากโพลซึ่งไม่ใช่โพลเด่น

กำหนดให้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมพีไอดีเอมีโครงสร้างดังสมการ (2.12)

$$K(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{s+d} + \frac{K_a s^2}{(s+d)(s+e)} = K_c \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{s(s+d)(s+e)} \quad (2.12)$$

โดยที่ a, b, c และ d, e คือซีโรและโพลของตัวควบคุมพีไอดีเอตามลำดับ ให้ตำแหน่งของโพลอยู่ไกลจาก ซีโรมาก ($a, b, c \ll d, e$) ดังนั้นในการออกแบบตัวควบคุมจึงไม่นำโพลทั้งสองมาพิจารณา

ขั้นตอนของการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอที่นำเสนอโดย ดร. ริชาร์ด ซี ดอร์ฟ มีดังต่อไปนี้

1). หาส่วนที่เป็นจำนวนจริงของโพลเด่น (เทอม $\zeta\omega_n$ ของสมการ 2.6) จากช่วงเวลาเข้าที่ที่ต้องการ ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังสมการ (2.4)

2). หาอัตราส่วนความหน่วง ζ จากเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินที่ต้องการ ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังสมการ (2.5) หลังจากนั้นหาส่วนที่เป็นจำนวนจินตภาพของโพลเด่น (เทอม $\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$ ของสมการ 2.6)

3). เลือกวางโพลวงปิดไว้บนแกนจำนวนจริง (จากรูปที่ 2.3 คือตำแหน่ง R) ซึ่งตำแหน่งดังกล่าวต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับส่วนที่เป็นจำนวนจริงของโพลเด่น ($R \leq \zeta\omega_n$) และตำแหน่งของโพลวงปิด q, \hat{q} โดยที่ $q, \hat{q} = R \pm j\omega_d$

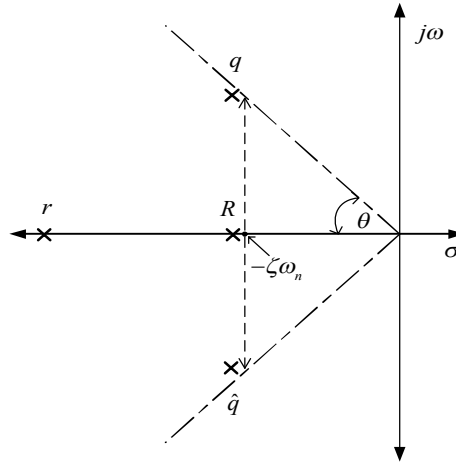
4). เลือกวางตำแหน่งโพลวงปิดอีกตัวหนึ่ง (จากรูปที่ 2.3 คือตำแหน่ง r) ไว้บนแกนจำนวนจริง

5). ให้สมการคุณลักษณะของระบบวงปิดเท่ากับศูนย์ $1+K(s)G(s)=0$ รวมถึงชุดสมการที่แยกตัวประกอบของโพลวงปิดทั้งสี่ตัวคือ $(s+r)(s+R)(s+q)(s+\hat{q})=0$

6). ให้ทั้งสองสมการในขั้นตอนที่ 5 มีค่าเท่ากัน

7). แก่สมการเพื่อหาตัวแปรที่ไม่ทราบค่า a, b, c และ K_c แล้วแทนค่าตัวแปรดังกล่าวลงในสมการ (2.1)

8). หาฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของระบบ เพื่อพล็อตผลตอบสนองของระบบ



รูปที่ 2.3 ตำแหน่งของโพลวงปิดบนแกนจำนวนจินตภาพ

2.4 การออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีของ ดร. กิตติ

การออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีการของ ดร.กิตติ ตีรเศรษฐ เป็นารออกแบบที่นำพื้นฐานแนวคิดของรูทโลคัสมาใช้สำหรับออกแบบระบบควบคุมเพื่อควบคุมกระบวนการที่มีอันดับมากกว่าสอง ซึ่งตัวควบคุมดังกล่าวเป็นตัวควบคุมพีไอดีที่ทำงานร่วมกับตัวควบคุมพีดี [4] ด้วยจุดประสงค์เช่นเดียวกันกับ ดร.ริชาร์ด ซี ดอร์ฟ ที่ต้องการนำเสนอตัวควบคุมพีไอดีเพื่อแก้ปัญหาความยุ่งยากในการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีสำหรับกระบวนการที่มีอันดับมากกว่าสอง เพียงแต่ว่าตัวควบคุมพีไอดีนั้นเหมาะสำหรับการออกแบบกระบวนการอันดับสาม ซึ่งไม่ได้ครอบคลุมไปถึงกระบวนการอันดับที่สูงขึ้นไป และเทคนิคการออกแบบที่ ดร.ริชาร์ด ซี ดอร์ฟ ได้นำเสนอ ซึ่งได้กล่าวถึงไปแล้วในหัวข้อ 2.3 นั้น ถือว่ายังมีขั้นตอนที่ยุ่งยากอยู่พอสมควรเมื่อเทียบกับเทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติ ตีรเศรษฐ ดังนั้นจึงได้มีการนำเสนอให้ใช้เทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติ ตีรเศรษฐ ดังนั้นจึงได้มีการนำเสนอให้ใช้เทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติ ตีรเศรษฐ แทนเทคนิคของ ดร.ริชาร์ด ซี ดอร์ฟ เพื่อออกแบบตัวควบคุมพีไอดี [7]

โดยปกติแล้วจะแบ่งชนิด (type, s^N) ของกระบวนการตามจำนวนโพลที่มีตำแหน่งอยู่ที่จุดกำเนิดบนระนาบเอส เช่น ชนิด 0 (type 0, $N = 0$) คือกระบวนการอันดับใด ๆ ที่ไม่มีโพลอยู่ที่จุดกำเนิด, ชนิด 1 (type 1, $N = 1$) คือมีโพลอยู่ที่จุดกำเนิดหนึ่งตัว เป็นต้น ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการอันดับใด ๆ คือ

$$G(s) = \frac{K}{(s + p_d) \prod_{i=1}^{n-1} (s + p_i)} \quad (2.13)$$

เมื่อ $-p_d$ คือตำแหน่งโพลบนแกนจำนวนจริงที่อยู่ใกล้กับจุดกำเนิด ในกรณีที่เป็นกระบวนการชนิด 0 และ $-p_d = 0$ ในกรณีที่เป็นกระบวนการชนิด 1

$-p_1, -p_2$ คือ โพลบนแกนจำนวนจริง
 n คือ อันดับของกระบวนการ (plant order)

จากฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมพีไอดีเอใน (2.13) และฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการอันดับสามในสมการ (2.13) เมื่อ $n = 3$ ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบควบคุมแบบป้อนกลับคือ

$$K(s)G(s) = K_c \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{s(s+d)(s+e)} \cdot \frac{K}{(s+p_d)(s+p_1)(s+p_2)} \quad (2.14)$$

เนื่องจากตำแหน่งของโพลของตัวควบคุมอยู่ไกลจาก ซิโรมาก ($a, b, c \ll d, e$) จึงไม่นำโพลทั้งสองมาพิจารณา ดังนั้นสมการ (2.14) จึงเขียนใหม่ได้ดังสมการ (2.15)

$$K(s)G(s) = \frac{K_L (s+a)(s+b)(s+c)}{s(s+p_d)(s+p_1)(s+p_2)} \quad (2.15)$$

เมื่อ $K_L = K_c K$ หรืออัตราขยายของลูปควบคุม (loop gain)

จากสมการ (2.15) จะเห็นว่าตำแหน่งของโพลหนึ่งตัวอยู่ที่จุดกำเนิด (s) ส่วนตำแหน่งของโพลอีกหนึ่งตัว ($s+p_d$) จะอยู่ใกล้ ๆ กับจุดกำเนิดหรืออาจจะเป็นที่จุดกำเนิดก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับชนิดของกระบวนการ โดยโพลทั้งสองตัวนี้เป็นโพลที่มีนัยสำคัญต่อการออกแบบ ส่วนโพลอื่น ๆ ที่เหลือ ($s+p_1$ และ $s+p_2$) จะถือว่าเป็นโพลที่ไม่มีนัยสำคัญ สำหรับตำแหน่งซิโรของตัวควบคุม ($s+c$) จะถูกใช้เพื่อเปลี่ยนเส้นทางเดินของรากให้ผ่านตำแหน่งของโพลเด่น ส่วนตำแหน่งซิโรตัวอื่น ๆ ที่เหลือ ($s+a$ และ $s+b$) จะวางไว้ด้านซ้ายมือใกล้ ๆ กับโพลที่ไม่มีนัยสำคัญ เพื่อลดผลกระทบที่จะทำให้อเส้นทางเดินรากไม่ผ่านตำแหน่งโพลเด่นที่ต้องการ จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถอธิบายให้อยู่ในรูปแบบของสมการได้ดังสมการ (2.16)

$$K(s)G(s) = \frac{K_L (s+p_1+\varepsilon_1)(s+p_2+\varepsilon_2)(s+c)}{s(s+p_d)(s+p_1)(s+p_2)} \quad (2.16)$$

เมื่อ $-a = -(p_1 + \varepsilon_1)$ และ $-b = -(p_2 + \varepsilon_2)$ ส่วน $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ คือจำนวนจริงที่มีค่าน้อยมาก

ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอโดยใช้เทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติ มีดังต่อไปนี้

1) หาอัตราส่วนความหน่วง (ζ), ความเร็วเชิงมุมในการแกว่งตามธรรมชาติ (ω_n) และ ตำแหน่งของโพลเด่น จากสมการความสัมพันธ์ (2.5), (2.4) และ (2.6) ตามลำดับ

2) วางตำแหน่งของโพลเด่นและโพลทุกตัว รวมถึงซีโรของตัวควบคุมสองตัวแรก ($s + a$ และ $s + b$) ยกเว้นซีโรของตัวควบคุมตัวสุดท้าย ($s + c$)

3) หาผลรวมของมุมจากโพลและซีโรวงเปิดทุกตัวไปยังโพลเด่น โดยให้มุมซีโรของตัวควบคุม ($\angle(s + c)$) เป็นมุมที่ยังไม่ทราบค่า แล้วใช้เงื่อนไขของมุมหามุมซีโรของตัวควบคุมดังกล่าว เขียนสมการผลรวมของมุมในรูปแบบเทคนิคของ ดร.กิตติ ได้ดังสมการ (2.17)

$$\begin{aligned} & [\angle(s_d + c) + \angle(s_d + p_1 + \varepsilon_1) + \angle(s_d + p_2 + \varepsilon_2)] \\ & - [\angle s_d + \angle(s_d + p_c) + \angle(s_d + p_1) + \angle(s_d + p_2)] \\ & = \pm(2k + 1)\pi, \quad k = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (2.17)$$

4) หาตำแหน่งซีโรของตัวควบคุม ($s + c$) โดยใช้มุมที่หาได้จากขั้นตอนที่ 3

5) หาอัตราขยายจากเงื่อนไขของขนาด ซึ่งเขียนให้อยู่ในรูปแบบเทคนิคของ ดร.กิตติ ได้ดังสมการ (2.18)

$$K_L = \frac{|s_d|(s_d + p_d)|(s_d + p_1)|(s_d + p_2)|}{|(s_d + z_c)|(s_d + p_1 + \varepsilon_1)|(s_d + p_2 + \varepsilon_2)|} \quad (2.18)$$

6) หาฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของระบบ เพื่อพล็อตผลตอบสนองของระบบ

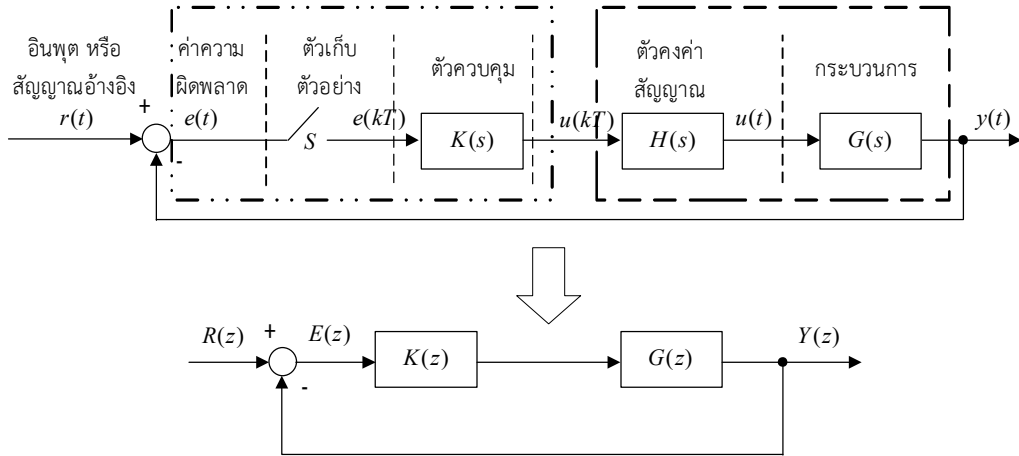
2.5 ระบบควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

การใช้ตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องเพื่อควบคุมกระบวนการนั้นสามารถอธิบายได้ดังรูปที่ 2.4 ตัวควบคุมจะมีค่าความผิดพลาดเป็นอินพุต ซึ่งค่าความผิดพลาดดังกล่าวเป็นผลต่างระหว่างค่าของสัญญาณอ้างอิงหรืออินพุตของระบบ กับค่าที่ถูกควบคุมหรือเอาต์พุตของกระบวนการ ส่วนเอาต์พุตของตัวควบคุมนั้นจะใช้เพื่อควบคุมกระบวนการ ซึ่งกระบวนการโดยส่วนใหญ่แล้วจะเป็นระบบแอนะล็อกหรือระบบเวลาต่อเนื่อง จะเห็นว่าตัวควบคุมและกระบวนการอยู่ต่างระบบเวลากัน ดังนั้นจึงต้องมีการแปลงทั้งตัวควบคุมและกระบวนการให้อยู่ในระบบเวลาเดียวกัน [5] โดยการแปลงค่าความผิดพลาดซึ่งเป็นสัญญาณต่อเนื่องให้เป็นสัญญาณไม่ต่อเนื่อง จะใช้การสุ่มสัญญาณ (sampling) ส่วนการแปลงสัญญาณเอาต์พุตของตัวควบคุมซึ่งเป็นสัญญาณไม่ต่อเนื่องเป็นสัญญาณต่อเนื่อง จะใช้การคงค่าสัญญาณ (hold) เพื่อควบคุมกระบวนการ

การใช้ตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องในระบบควบคุมทำให้สัญญาณในระบบควบคุมประกอบไปด้วยสัญญาณชนิดต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่อง การวิเคราะห์ระบบโดยใช้การแปลงลาปลาซ

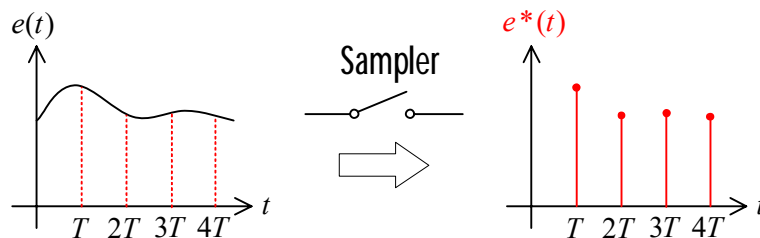
(Laplace transform) จึงไม่สามารถใช้ได้ แต่สามารถใช้การแปลงแซด (z -transform) เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์ระบบควบคุมแบบระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง ดังนั้นส่วนต่าง ๆ ของระบบควบคุมจึงต้องอยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอนแซด ดังรูปที่ 2.4 ซึ่งมีฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดดังสมการ (2.19)

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = T(z) = \frac{K(z)G(z)}{1 + K(z)G(z)} \quad (2.19)$$



รูปที่ 2.4 ระบบควบคุมแบบระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง จะต้องทำการแปลงโครงสร้างของตัวควบคุมในระบบเวลาต่อเนื่องไปเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง อินพุตของตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องคือค่าความผิดพลาด ซึ่งต้องถูกแปลงจากสัญญาณในระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง ในทางกายภาพแล้วการแปลงสัญญาณดังกล่าว ทำได้โดยการติดตั้งอุปกรณ์ที่ใช้สุ่มค่าของสัญญาณตามคาบเวลาที่กำหนด เรียกว่า “ตัวสุ่มสัญญาณ” (sampler) ซึ่งทำหน้าที่คล้าย ๆ กับสวิตช์ที่เปิด-ปิดตามคาบเวลาของการสุ่มสัญญาณ (sampling time, T) ทำให้ได้ขนาดสัญญาณตามลำดับของตัวเลข ดังรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 แนวความคิดของการแปลงสัญญาณต่อเนื่องเป็นสัญญาณไม่ต่อเนื่อง

ในทางคณิตศาสตร์จะใช้วิธีการแปลงแซด เพื่อเปลี่ยนแปลงรูปแบบจากสัญญาณต่อเนื่องเป็นสัญญาณไม่ต่อเนื่อง โดยการแปลงแซดเป็นการดำเนินการกับลำดับของตัวเลขจากฟังก์ชันของระบบเวลาต่อเนื่อง $e(t)$ ที่เวลามากกว่าศูนย์ $t > 0$ นั้นมีรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของสัญญาณที่ถูกสุ่มแล้ว หรือสัญญาณชนิดไม่ต่อเนื่องเป็น

$$e^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} e(kT)\delta(t - kT)$$

ทำการแปลงลาปลาซของสัญญาณที่ถูกสุ่มแล้วจะได้

$$\mathcal{L}\{e^*(t)\} = E^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} e(kT)\mathcal{L}\delta(t - kT) = \sum_{k=0}^{\infty} e(kT)e^{-kTs}$$

นิยามให้ $z = e^{Ts}$ ดังนั้นสมการการแปลงแซดสำหรับฟังก์ชันของเวลาต่อเนื่องเป็นเวลาไม่ต่อเนื่องคือ

$$E(z) = \mathcal{L}\{e^*(t)\} = \sum_{k=0}^{\infty} e(kT)z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} e(k)z^{-k} \quad (2.20)$$

ขยายผลรวมจากสมการ (2.20) จะได้ $\sum_{k=0}^{\infty} e(kT)z^{-k} = e(0) + e(T)z^{-1} + e(2T)z^{-2} + \dots$

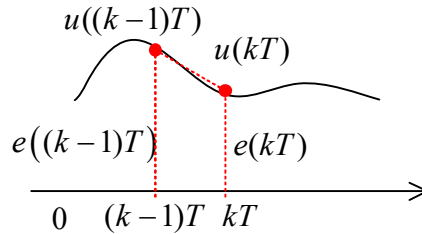
โดยที่สัมประสิทธิ์คือลำดับของตัวเลขในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องในที่นี้ คือ $e(kT)$

วิธีการหลัก ๆ สำหรับการแปลงระบบเวลาต่อเนื่อง เป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่องมีอยู่ 3 วิธีคือ (1) การหาอนุพันธ์และปริพันธ์เชิงตัวเลข (numerical integration and differentiation), (2) การค้างสมมูล (hold equivalence) และ (3) การจับคู่โพลกับซีโร (matched poles and zeros) ซึ่งวิทยานิพนธ์นี้ใช้วิธีการคงค่าสมมูล เพื่อแปลงระบบเวลาต่อเนื่อง เป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการค้างสมมูลนี้ก็มียู่ด้วยกันหลายวิธี เช่น การคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์, การคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่ง และการคงค่าสัญญาณอันดับใด ๆ ซึ่งวิทยานิพนธ์นี้เลือกใช้วิธีการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่ง เพื่อแปลงระบบเวลาต่อเนื่อง เป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง ดังนั้นในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงวิธีการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่ง โดยจะเริ่มจากการเทียบเคียงค่าของสัญญาณในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยการหาปริพันธ์เชิงตัวเลข แล้วตามด้วยการคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์ก่อน เนื่องจากเป็นพื้นฐานแนวคิดของการคงค่าสมมูล

2.5.1. การเทียบเคียงค่าของสัญญาณในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยการหาปริพันธ์

เชิงตัวเลข

เทคนิคการแปลงระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง สามารถทำได้โดยการหาปริพันธ์เชิงตัวเลข สมมติให้ขนาดของสัญญาณในระบบเวลาต่อเนื่องคือเส้นทึบที่แสดงในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 แนวความคิดของการแปลงไปลิเนียร์

พื้นที่ใต้กราฟของรูปที่ 2.6 คือ

$$\begin{aligned}
 u(kT) &= \int_0^{kT} e(\tau) d\tau \\
 &= \int_0^{(k-1)T} e(\tau) d\tau + \int_{(k-1)T}^{kT} e(\tau) d\tau \\
 &= u(k-1)T + \text{area of } e(t) \text{ over } (k-1)T \text{ to } kT
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

จากรูปที่ 2.7 จะเห็นว่าพื้นที่ใต้กราฟ ณ ช่วงเวลา $(k-1)T$ ถึง kT เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ดังนั้นสมการ (2.22) เขียนใหม่ได้เป็น

$$u(kT) = u(k-1)T + \frac{e(k-1)T + e(kT)}{2} T \tag{2.23}$$

แปลงเขตสมการ (2.23) จะได้

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Z} \{u(kT)\} &= \mathbf{Z} \left\{ u(k-1)T + \frac{e(k-1)T + e(kT)}{2} T \right\} \\
 &= \mathbf{Z} \{u(k-1)T\} + \frac{T}{2} \cdot \mathbf{Z} \{e(k-1)T + e(kT)\} \\
 U(z) &= z^{-1}U(z) + \frac{T}{2} [E(z) + z^{-1}E(z)] \\
 \frac{U(z)}{E(z)} &= \frac{T}{2} \cdot \frac{z+1}{z-1}
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

สมการ (2.24) คือการเทียบเคียงฟังก์ชันถ่ายโอนในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องของ $\frac{1}{s}$ ในระบบเวลาต่อเนื่อง โดยการหาปริพันธ์เชิงตัวเลข เมื่อประมาณค่าพื้นที่ใต้กราฟเป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู หรือเรียกว่า "การแปลงไบลิเนียร์" (bilinear transform) ซึ่งเทียบเคียงกับระบบเวลาต่อเนื่องได้เป็น

$$s = \frac{2}{T} \cdot \frac{z-1}{z+1} \quad (2.25)$$

2.5.2. การคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์

จากรูปที่ 2.4 อุปกรณ์ที่ทำหน้าที่แปลงสัญญาณไม่ต่อเนื่องเป็นสัญญาณต่อเนื่องในหัวข้อนี้เรียกว่า "ตัวคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์" โดยจะรับตัวอย่างค่าสัญญาณ $u(kT)$ ที่เวลา $t = kT$ และค้างค่าขนาดของสัญญาณดังกล่าวไว้เป็นค่าคงที่ จนกระทั่งมีตัวอย่างของค่าสัญญาณใหม่เข้ามาที่เวลา $t = kT + T$ เอาต์พุตของตัวคงค่าสัญญาณแทนด้วย $u(t)$ ซึ่งเป็นสัญญาณอินพุตในระบบเวลาต่อเนื่องที่ป้อนให้กับกระบวนการที่มีฟังก์ชันถ่ายโอน $G(s)$

ฟังก์ชันถ่ายโอนในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องของกระบวนการแทนด้วย $G(z)$ เมื่ออินพุตของตัวคงค่าสัญญาณเป็นตัวอย่งค่าสัญญาณของฟังก์ชันแบบขั้น $k = 0$ ดังนั้นขนาดของสัญญาณอินพุตคือ $u(kT) = 1$ เมื่อ $k = 0$ และ $u(kT) = 0$ เมื่อ $k \neq 0$ ส่วนเอาต์พุตของตัวคงค่าสัญญาณคือค่าสัญญาณที่มีความกว้างของสัญญาณเท่ากับคาบเวลาของการสุ่มสัญญาณ T และขนาดของสัญญาณมีค่าเท่ากับหนึ่ง ดังรูปที่ 2.8 ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของตัวคงค่าสัญญาณในโดเมนของเวลา (time domain) คือ $h(t) = u(t) - u(t - T)$ แปลงลาปลาซให้อยู่ในเอสโดเมนจะได้

$$H(s) = \frac{1}{s} - \frac{e^{-Ts}}{s} = \frac{1 - e^{-Ts}}{s}$$

จากรูปที่ 2.4 เอาต์พุตในระบบเวลาต่อเนื่องของกระบวนการ คือ

$$H(s)G(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \cdot G(s)$$

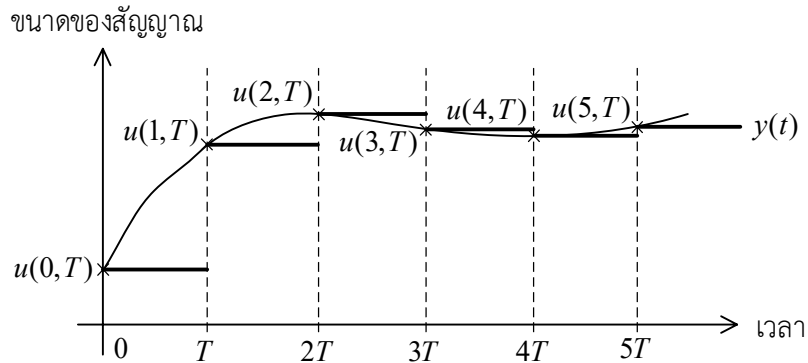
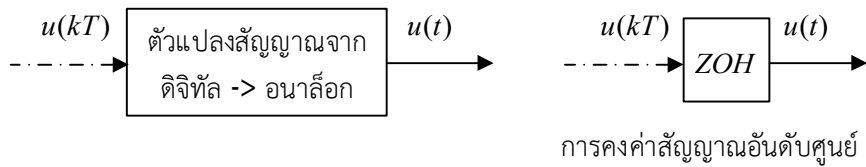
แปลงแซดเพื่อหาฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง จะได้

$$G(z) = Z \left\{ \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \cdot G(s) \right\}$$

เมื่อ $z = e^{Ts}$ ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง สำหรับการคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์ คือ

$$G(z) = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} \quad (2.26)$$

โดยรูปที่ 2.7 แสดงสัญญาณที่เกิดจากการคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์



รูปที่ 2.7 การคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์

2.5.3. การคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่ง

สัญญาณที่เกิดจากการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งคือ เส้นตรงที่มีค่าความชันที่เกิดจากค่าความต่างระหว่างขนาดของสัญญาณล่าสุดกับสัญญาณก่อนหน้านั้นหารด้วยคาบเวลาในการสุ่มสัญญาณ สมการความสัมพันธ์ดังกล่าวคือ

$$h(t) = \frac{u(k,T) - u(k-1,T)}{T} (t - kT) + u(k,T), \quad t \in [kT, (k+1)T]$$

แปลงลาปลาซให้อยู่ในรูปแบบของเอสโดเมนจะได้

$$H(s) = \frac{1 + Ts}{T} \left(\frac{1 - e^{-Ts}}{s} \right)^2$$

เอาต์พุตในระบบเวลาต่อเนื่องของกระบวนการ คือ

$$H(s)G(s) = \frac{1+Ts}{T} \left(\frac{1-e^{-Ts}}{s} \right)^2 \cdot G(s)$$

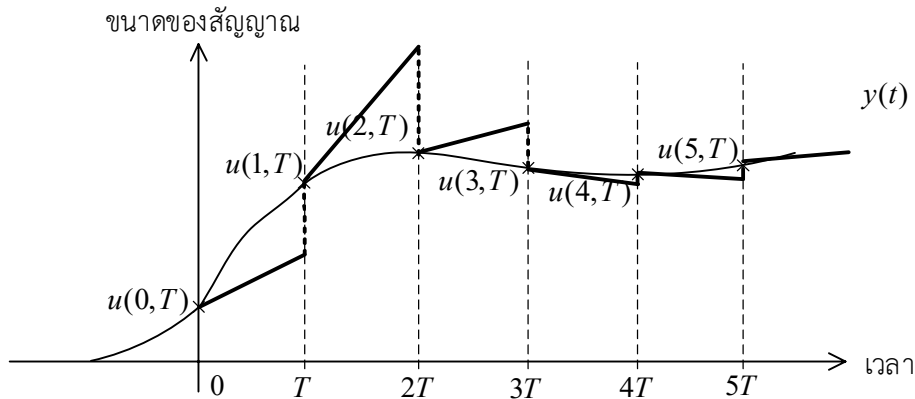
แปลงแซดเพื่อหาฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการและตัวคงค่าสัญญาณในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง จะได้

$$G(z) = Z \left\{ \frac{1+Ts}{T} \left(\frac{1-e^{-Ts}}{s} \right)^2 \cdot G(s) \right\}$$

เมื่อ $z = e^{Ts}$ ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องสำหรับการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่ง คือ

$$G(z) = \frac{(z-1)^2}{Tz} Z \left\{ \frac{G(s)}{s^2} \right\} \quad (2.27)$$

รูปที่ 2.8 แสดงสัญญาณที่เกิดจากการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่ง

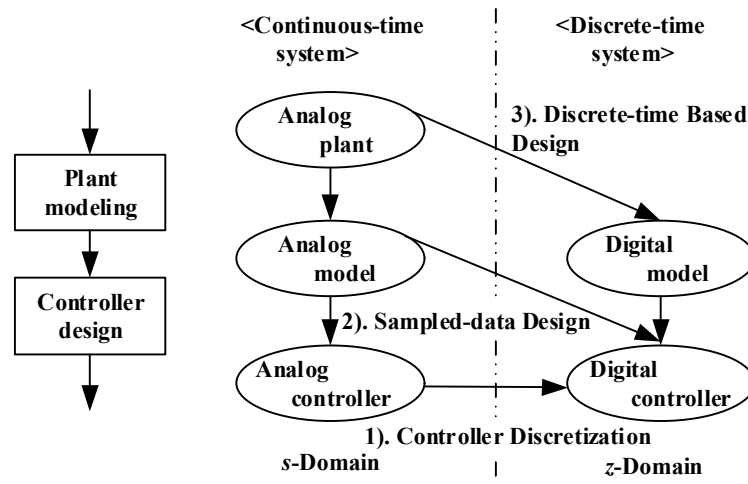


รูปที่ 2.8 การคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่ง

2.6 การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

ขั้นตอนการออกแบบของระบบควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง จะเริ่มต้นด้วยกระบวนการ ซึ่งเป็นระบบแวนะลือกหรือระบบเวลาต่อเนื่อง ดังรูปที่ 2.9 [11] วิธีการเปลี่ยนจากระบบเวลาต่อเนื่องไปเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่องนั้นมีอยู่ 3 วิธีด้วยกันคือ

- 1). หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการในรูปแบบของระบบเวลาต่อเนื่อง หลังจากนั้นก็ทำการออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาต่อเนื่อง แล้วจึงเปลี่ยนตัวควบคุมดังกล่าวจากระบบเวลาต่อเนื่องไปเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการแบ่งค่าต่อเนื่องออกเป็นช่วงการเก็บตัวอย่างค่าสัญญาณตามคาบเวลาที่กำหนด เพื่อให้ได้ตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง
- 2). หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการในรูปแบบของระบบเวลาต่อเนื่อง แล้วออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยการสุ่มค่าสัญญาณ
- 3). เป็นการออกแบบในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยจะหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการในรูปแบบระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง แล้วทำการออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว



รูปที่ 2.9 ขั้นตอนการออกแบบของระบบควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

ในงานวิจัยนี้ จะใช้วิธีการที่ 3 ในการออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง ซึ่งมี 3 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 หาฟังก์ชันถ่ายโอนในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องของกระบวนการ โดยการคงค่าสัญญาณ: แปลงกระบวนการซึ่งอยู่ในระบบเวลาต่อเนื่อง ให้อยู่ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง (วิทยานิพนธ์นี้ใช้วิธีคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่ง) เพื่อให้ได้แบบจำลองแบบในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

ขั้นตอนที่ 2 หาฟังก์ชันถ่ายโอนในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องของตัวควบคุม จากโครงสร้างของตัวควบคุม: เลือกชนิดของตัวควบคุม (วิทยานิพนธ์นี้ใช้ตัวควบคุมพีไอดีเอ) จากนั้นแปลงโครงสร้างของตัวควบคุมซึ่งอยู่ในระบบเวลาต่อเนื่อง ให้อยู่ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง (ในที่นี้ใช้วิธีคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งที่ล่าช้า) เพื่อให้ได้โครงสร้างของตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

ขั้นตอนที่ 3 การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง: เมื่อได้แบบจำลอง และ โครงสร้างของตัวควบคุมแบบในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องแล้ว ใช้ "วิธีของ ดร.กิตติ" เพื่อออกแบบตัว ควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องบนระนาบซาด

บทที่ 3

การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาต่อเนื่อง

3.1 กล่าวนำ

จากบทที่ 2 เราได้ทราบทฤษฎีเบื้องต้นของระบบควบคุม รวมถึงแนวความคิดและขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมพีไอดี และตัวควบคุมพีไอดีเอที่ไปแล้ว ดังนั้นในบทนี้จะแสดงวิธีการออกแบบตัวควบคุมพีไอดี และตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาต่อเนื่องเพื่อเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบ โดยจะเริ่มต้นด้วยการออกแบบตัวควบคุมพีไอดี ตามด้วยตัวควบคุมพีไอดีเอโดยวิธีการของ ดร.ดอร์ฟ หลังจากนั้นจะแสดงวิธีการออกแบบของ ดร.กิตติ ในระบบเวลาต่อเนื่อง เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับตัวควบคุมพีไอดีเอ และวิธีการออกแบบของ ดร.กิตติ [3,7] รวมทั้งแสดงให้เห็นถึงข้อเสียของตัวควบคุมพีไอดีเมื่อต้องออกแบบเพื่อใช้ควบคุมกระบวนการอันดับสาม ส่วนสุดท้ายของบทจะเป็นการเปรียบเทียบวิธีการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาต่อเนื่องระหว่างวิธีการออกแบบของ ดร.ดอร์ฟ และ ดร.กิตติ โดยใช้ผลตอบสนองของระบบเป็นตัวเปรียบเทียบวิธีการออกแบบทั้งสองวิธีดังกล่าว

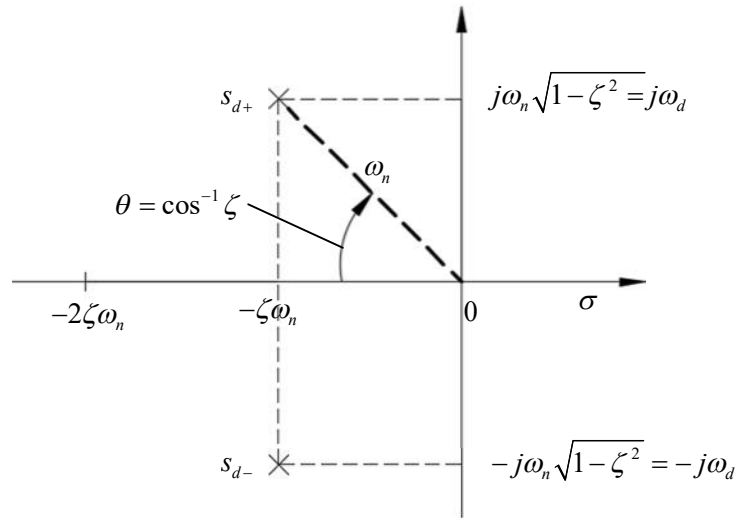
3.2 การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีสำหรับกระบวนการอันดับสาม

ในหัวข้อนี้แสดงการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอสำหรับกระบวนการอันดับสามซึ่งมีฟังก์ชันถ่ายโอนดังสมการ (3.1)

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+7)} \quad (3.1)$$

โดยที่เกณฑ์ในการออกแบบคือ ต้องมีเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินน้อยกว่าหรือเท่ากับ 5% และมีเวลาเข้าที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 2 วินาที

ขั้นตอนที่ 1 จากสมการ (2.5) $PO = e^{-\left(\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} \times 100\%$ จะได้อัตราส่วนความหน่วง $\zeta = 0.690$ หามุมที่เส้นอัตราส่วนความหน่วงทำกับแกนจำนวนจริงในทิศทางตามเข็มนาฬิกา จากรูปที่ 3.1 จะได้ $\theta = \cos^{-1} \zeta = \cos^{-1} 0.690 = 46.36^\circ$ แทนค่าอัตราส่วนความหน่วงดังกล่าวในสมการ (2.4) จะได้ $\omega_n = 3.069$ จากนั้นแทนค่า $\zeta = 0.690$ และ $\omega_n = 3.069$ ในสมการ (2.6) จะได้ตำแหน่งของโพลเด่นคือ $s_d = -2.118 \pm j2.221$



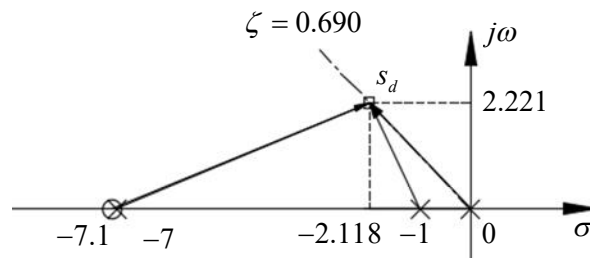
รูปที่ 3.1 ตำแหน่งของโพลเด่นบนระนาบจำนวนเชิงซ้อน

ขั้นตอนที่ 2 จากโครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดีในสมการ (2.11) และฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการในสมการ 3.1 ฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดคือ

$$K(s)G(s) = \left(K_c \frac{(s+z_1)(s+z_2)}{s} \right) \left(\frac{1}{s(s+1)(s+7)} \right) \quad (3.2)$$

เลือกวางตำแหน่งซีโรของตัวควบคุม 1 ตัว ให้อยู่ใกล้ด้านซ้ายของโพลของกระบวนการให้มากที่สุด ดังนั้นจึงกำหนดให้ $z_1 = -7.1$

ขั้นตอนที่ 3 หาผลรวมของมุม โดยนำตำแหน่งของโพลและซีโรทั้งหมดจากขั้นตอนที่ 2 ไปพล็อตลงบนระนาบจำนวนเชิงซ้อนดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 ตำแหน่งของโพลและซีโร เมื่อใช้ตัวควบคุมพีไอดีควบคุมกระบวนการอันดับสาม

จากรูปที่ 3.2 มุมจากโพลและซีโรแต่ละตัวไปยังโพลเด่นมีค่าดังต่อไปนี้

$$\angle(s_d + z_1) = \tan^{-1}\left(\frac{2.221}{7.1 - 2.118}\right) = 24.03^\circ$$

$$\angle s_d = 180^\circ - 46.36^\circ = 133.64^\circ$$

$$\angle(s_d + 1) = 180 - \tan^{-1}\left(\frac{2.221}{2.118 - 1}\right) = 116.72^\circ$$

$$\angle(s_d + 7) = \tan^{-1}\left(\frac{2.221}{7 - 2.118}\right) = 24.46^\circ$$

ใช้เงื่อนไขของมุมหาค่ามุมซีโร z_2 ของตัวควบคุม จะได้

$$[\angle(s_d + z_1) + \angle(s_d + z_2)] - [2\angle s_d + \angle(s_d + 1) + \angle(s_d + 7)] = 180^\circ$$

$$[24.03^\circ + \angle(s_d + z_2)] - [2(133.64^\circ) + 116.72^\circ + 24.46^\circ] = 180^\circ$$

$$\therefore \angle(s_d + z_2) = 564.43^\circ \approx 564.43^\circ - 540^\circ = 24.43^\circ$$

ขั้นตอนที่ 4 หาค่าตำแหน่งซีโรของตัวควบคุม $z_2 = 2.118 + \frac{2.221}{\tan 24.43^\circ} = 7.007$

ขั้นตอนที่ 5 หาอัตราขยายโดยใช้เงื่อนไขของขนาด จะได้

$$\begin{aligned} K_c &= \frac{|s_d|^2 |s_d + 1| |s_d + 7|}{|s_d + 7.1| |s_d + 7.007|} \\ &= \frac{|-2.118 + j2.221|^2 |-2.118 + j2.221 + 1| |-2.118 + j2.221 + 7|}{|-2.118 + j2.221 + 7.1| |-2.118 + j2.221 + 7.007|} \\ &= \frac{(3.0690)^2 (2.4865)(5.3635)}{(5.4546)(5.3698)} \end{aligned}$$

$$K_c = 4.2885$$

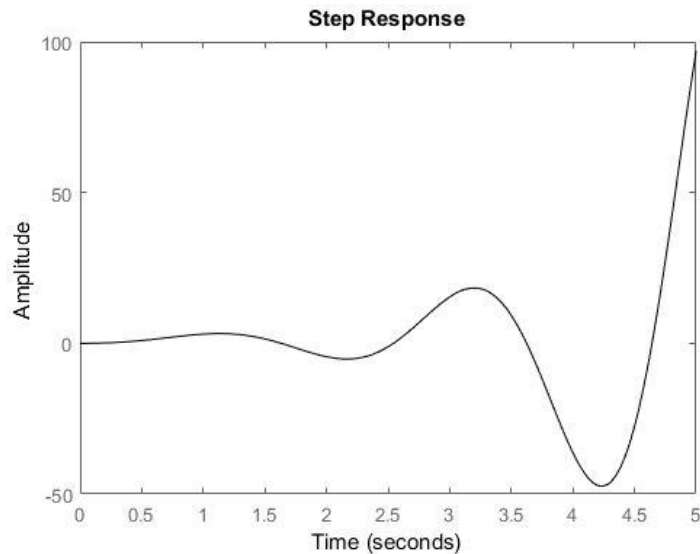
แทนค่าตัวแปรทุกตัวในสมการ (3.2) จะได้

$$K(s)G(s) = 4.2885 \frac{(s + 7.1)(s + 7.007)}{s^2 (s + 1)(s + 7)}$$

ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของระบบคือ

$$\frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)} = \frac{4.289s^4 + 94.81s^3 + 727.4s^2 + 2130s + 1493}{s^6 + 16s^5 + 82.29s^4 + 206.8s^3 + 776.4s^2 + 2130s + 1493} \quad (3.3)$$

นำสมการ (3.3) ไปพล็อตหาผลตอบสนองได้ดังรูปที่ 3.3 พบว่าระบบควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมพีไอดีสำหรับควบคุมกระบวนการอันดับสาม ผลตอบสนองที่ได้คือระบบดังกล่าวไม่มีเสถียรภาพ



รูปที่ 3.3 ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้ตัวควบคุมพีไอดี
ควบคุมกระบวนการอันดับสาม

3.3 การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีในระบบเวลาต่อเนื่อง โดยวิธีของ ดร.ดอร์ฟ

ในหัวข้อนี้แสดงการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีสำหรับกระบวนการอันดับสาม ซึ่งมีฟังก์ชันถ่ายโอนและเกณฑ์การออกแบบเช่นเดียวกับหัวข้อ 3.2 ขั้นตอนการออกแบบมีดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 จากสมการ (2.4) ส่วนที่เป็นจำนวนจริงของโพลเด่นคือ

$$T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}, \therefore \zeta\omega_n = \frac{4}{2} = 2$$

ขั้นตอนที่ 2 จากหัวข้อ 3.2 เราทราบว่าอัตราส่วนความหน่วง $\zeta = 0.690$ และมุมที่เส้นอัตราส่วนความหน่วงทำกับแกนจำนวนจริงในทิศทางตามเข็มนาฬิกาคือ $\theta = 46.36^\circ$ เนื่องจากต้องการเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินที่น้อยกว่า 5% ดังนั้นเพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณจึงเลือกมุมที่มีขนาดเล็กกว่าเกณฑ์การออกแบบที่กำหนดเล็กน้อย นั่นคือ $\theta = 45^\circ$ ซึ่งมีอัตราส่วนความหน่วง $\zeta = 0.707$ และเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินเท่ากับ 4.3% ดังนั้นส่วนที่เป็นจำนวนจินตภาพของโพลเด่นคือ $\omega_d = \zeta\omega_n \tan\theta = 2 \times 1 = 2$

ขั้นตอนที่ 3 เลือกวางตำแหน่งโพลวงปิดที่ $R = -2.1$ ดังนั้นตำแหน่งของโพลเด่นคือ $q = -2.1 + j2$, $\hat{q} = -2.1 - j2$

ขั้นตอนที่ 4 เลือกวางตำแหน่งโพลวงปิดที่ $r = -30$

ขั้นตอนที่ 5 สมการคุณลักษณะคือ

$$1 + K(s)G(s) = 1 + K \left(\frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{s(s+d)(s+e)} \right) \left(\frac{1}{s(s+1)(s+7)} \right) = 0$$

จากที่กล่าวไปแล้วก่อนหน้านี้ในหัวข้อ 2.3 ว่า $a, b, z \ll d, e$ จึงไม่นำเทอมของ d, e มาพิจารณา ดังนั้นสมการคุณลักษณะสำหรับกระบวนการที่ใช้ตัวควบคุมพีไอดีเอนี้คือ

$$s^4 + (8+K)s^3 + (K(a+b+c)+7)s^2 + K(ab+(a+b)c)s + Kabc \quad (3.4)$$

และชุดสมการที่เป็นการแยกตัวประกอบของโพลวงปิดทั้งสิ้นคือ

$$(s+30)(s+2.1)(s+2.1 \pm j2) = s^4 + 36.3s^3 + 206.23s^2 + 534.56s + 529.83 \quad (3.5)$$

ขั้นตอนที่ 6 ให้สมการ (3.4) เท่ากับ (3.5) จะได้

$$\begin{aligned} s^4 + (8+K)s^3 + (K(a+b+c)+7)s^2 + K(ab+(a+b)c)s + Kabc \\ = s^4 + 36.3s^3 + 206.23s^2 + 534.56s + 529.83 \end{aligned}$$

ขั้นตอนที่ 7 หาค่าตัวแปรที่ไม่ทราบค่าในขั้นตอนที่ 6 จะได้ $a, b = 2.2965 \pm j1.5418$, $c = 2.4471$ และ $K = 28.3$ เมื่อ $R = 2.1$ แทนค่าตัวแปรทั้งหมดในสมการ (2.12) จะได้

$$K(s) = 28.3 \frac{(s+2.2965+j1.5418)(s+2.2965-j1.5418)(s+2.4471)}{s}$$

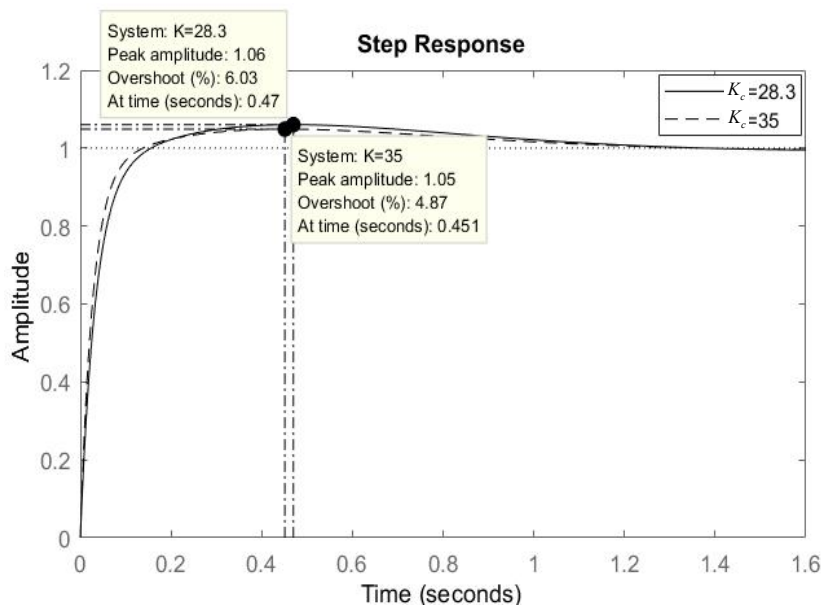
ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของระบบคือ

$$\frac{K(s)G(s)}{1+K(s)G(s)} = \frac{28.3s^3 + 199.2s^2 + 534.6s + 529.9}{s^4 + 36.3s^3 + 206.2s^2 + 534.6s + 529.9} \quad (3.6)$$

นำสมการ (3.6) ไปพล็อตหาผลตอบสนองได้ดังรูปที่ 3.4 พบว่าเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินเท่ากับ 6.03% ซึ่งมากกว่าเกณฑ์ที่ต้องการ วิธีการลดค่าเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินดังกล่าวทำได้โดยเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุมจาก 28.3 เป็น 35 ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของระบบเมื่อค่าอัตราขยายเท่ากับ 35 คือ

$$\frac{K(s)G(s)}{1+K(s)G(s)} = \frac{35s^3 + 246.4s^2 + 661.2s + 655.3}{s^4 + 43s^3 + 253.4s^2 + 661.2s + 655.3} \quad (3.7)$$

จากรูปที่ 3.4 เมื่อเพิ่มอัตราขยายจาก 28.3 เป็น 35 แล้ว ทำให้ค่าเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินลดลงจาก 6.03% เป็น 4.87% ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ที่ต้องการ



รูปที่ 3.4 ผลตอบสนองของระบบที่ควบคุมด้วยตัวควบคุมพีไอดีเอ

3.4 การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาต่อเนื่อง โดยวิธีของ ดร.กิตติ

ในหัวข้อนี้แสดงตัวอย่างการนำเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมของ ดร.กิตติ มาใช้ในการออกแบบตัวควบคุมควบคุมพีไอดีเอ โดยใช้กระบวนการอันดับสามเช่นเดียวกับตัวอย่างในหัวข้อ 3.2

ขั้นตอนที่ 1 จากหัวข้อ 3.2 เราทราบว่าอัตราส่วนความหน่วง $\zeta = 0.690$, $\omega_n = 3.069$ และตำแหน่งของโพลเด่นคือ $s_d = -2.118 + j2.221$

ขั้นตอนที่ 2 จากโครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดีเอในสมการ (2.9) และฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการในหัวข้อ 3.2 ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดคือ

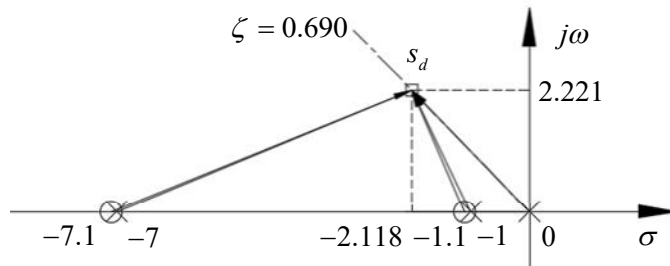
$$K(s)G(s) = \left(K_c \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{s(s+d)(s+e)} \right) \left(\frac{1}{s(s+1)(s+7)} \right)$$

เนื่องจาก $a, b, z \ll d, e$ จึงไม่นำเทอมของ d, e มาพิจารณา จะได้

$$K(s)G(s) = K_c \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{s^2(s+1)(s+7)} \quad (3.8)$$

กระบวนการนี้เป็นกระบวนการอันดับสาม จึงเลือกวางตำแหน่งของซีโรจำนวน $n-1=3-1=2$ ตัวไว้ทางซ้ายมือของโพลที่ไม่มีนัยสำคัญ ในที่นี้คือ $p_1=1$ และ $p_2=7$ ดังนั้นตำแหน่งของซีโร $a=1.1$ และ $b=7.1$

ขั้นตอนที่ 3 หาผลรวมของมุม โดยนำตำแหน่งของโพลและซีโรทั้งหมดจากขั้นตอนที่ 2 ไปพล็อตลงบนระนาบจำนวนเชิงซ้อนดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 ตำแหน่งของโพลและซีโร เมื่อวางตำแหน่งซีโรไว้ใกล้กับโพล

จากรูปที่ 3.4 มุมจากโพลและซีโรแต่ละตัวไปยังโพลเด่นมีค่าดังต่อไปนี้

$$\angle(s_d + a) = 180 - \tan^{-1} \left(\frac{2.221}{2.118 - 1.1} \right) = 114.62^\circ$$

$$\angle(s_d + b) = \tan^{-1} \left(\frac{2.221}{7.1 - 2.118} \right) = 24.03^\circ$$

$$\angle s_d = 180^\circ - 46.36^\circ = 133.64^\circ$$

$$\angle(s_d + 1) = 180 - \tan^{-1} \left(\frac{2.221}{2.118 - 1} \right) = 116.72^\circ$$

$$\angle(s_d + 7) = \tan^{-1} \left(\frac{2.097}{7 - 2} \right) = 24.46^\circ$$

แทนค่ามุมทั้งหมดลงในสมการ (2.17) แล้วใช้เงื่อนไขของมุมหาค่าซีโรของตัวควบคุม จะได้

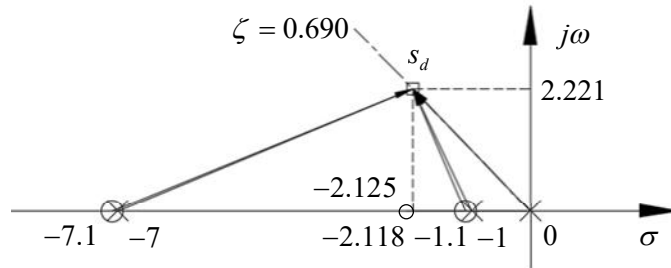
$$[\angle(s_d + a) + \angle(s_d + b) + \angle(s_d + c)] - [2\angle s_d + \angle(s_d + 1) + \angle(s_d + 7)] = 180^\circ$$

$$[114.62^\circ + 24.03^\circ + \angle(s_d + c)] - [2(133.64^\circ) + 116.72^\circ + 24.46^\circ] = 180^\circ$$

$$\therefore \angle(s_d + c) = 89.81^\circ$$

ขั้นตอนที่ 4 หาค่าตำแหน่งซีโรของตัวควบคุม $c = 2.118 + \frac{2.221}{\tan 89.81^\circ} = 2.125$ ดังนั้น

ตำแหน่งของโพลและซีโรทุกตัว แสดงดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 ตำแหน่งของโพลและซีโร เมื่อใช้ตัวควบคุมพีไอดีเคควบคุมกระบวนการอันดับสาม

ขั้นตอนที่ 5 หาอัตราขยายโดยใช้เงื่อนไขของขนาด จากสมการ (2.18) จะได้

$$K_c = \frac{|s_d|^2 |s_d + 1| |s_d + 7|}{|s_d + 2.125| |s_d + 1.1| |s_d + 7.1|}$$

$$= \frac{|-2.118 + j2.221|^2 |-2.118 + j2.221 + 1| |-2.118 + j2.221 + 7|}{|-2.118 + j2.221 + 2.125| |-2.118 + j2.221 + 1.1| |-2.118 + j2.221 + 7.1|}$$

$$= \frac{(3.0690)^2 (2.4865)(5.3635)}{(2.2210)(2.4432)(5.4546)}$$

$$K_c = 4.2439$$

แทนค่าตัวแปรทุกตัวในสมการ (3.8) จะได้

$$K(s)G(s) = 4.2439 \frac{(s+1.1)(s+7.1)(s+2.125)}{s^2 (s+1)(s+7)}$$

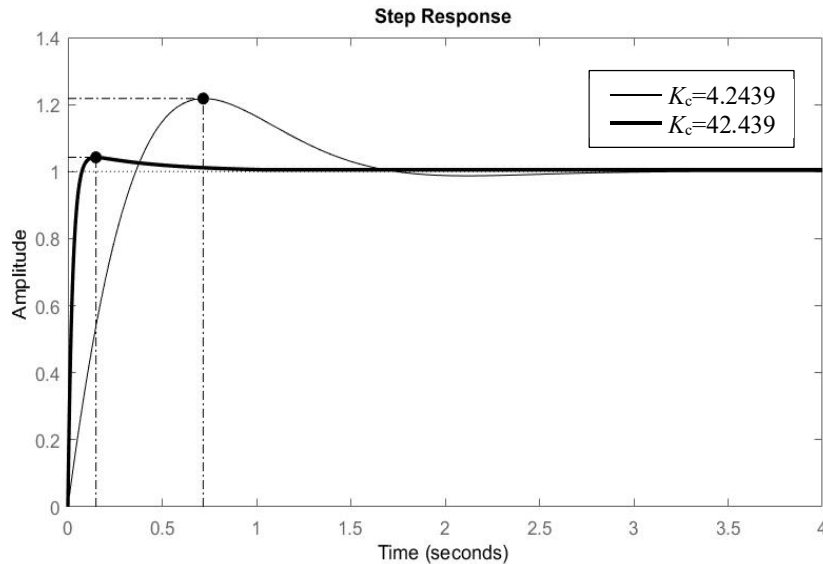
ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของระบบคือ

$$\frac{K(s)G(s)}{1+K(s)G(s)} = \frac{4.24s^3 + 43.82s^2 + 107.1s + 70.43}{s^4 + 12.24s^3 + 50.82s^2 + 107.1s + 70.43} \quad (3.9)$$

นำสมการ (3.9) ไปพล็อตหาผลตอบสนองได้ดังรูปที่ 3.7 พบว่าช่วงเวลาเข้าที่เท่ากับ 1.56 วินาที ซึ่งเป็นไปตามที่เกณฑ์การออกแบบคือน้อยกว่า 2 วินาที ในขณะที่เปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินเท่ากับ 21.8% ซึ่ง มากกว่าเกณฑ์ที่ต้องการ วิธีการลดค่าเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินดังกล่าวทำได้โดยเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุมขึ้น 10 เท่า นั่นคือจาก 4.2439 เป็น 42.439 ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของระบบคือ

$$\frac{K(s)G(s)}{1+K(s)G(s)} = \frac{42.44s^3 + 438.2s^2 + 1071s + 704.3}{s^4 + 50.44s^3 + 445.2s^2 + 1071s + 704.3} \quad (3.10)$$

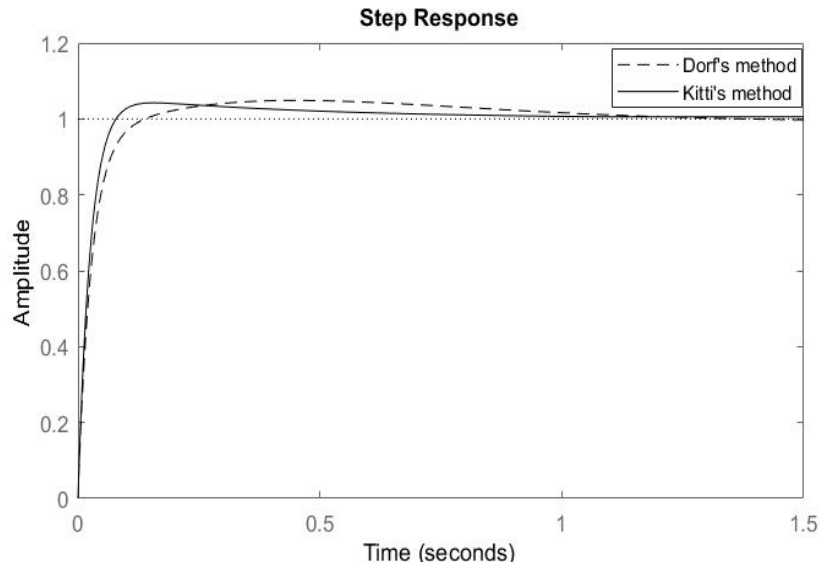
จากรูปที่ 3.6 เมื่อเพิ่มอัตราขยายจาก 4.2439 เป็น 42.439 แล้ว ทำให้ค่าเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกิน ลดลงจาก 21.8% เป็น 4.24% และช่วงเวลาเข้าที่ลดลงจาก 1.56 เป็น 0.149 วินาที ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ที่ต้องการ



รูปที่ 3.7 ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้เทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติ กับตัวควบคุมพีไอดีเอ

3.5 การเปรียบเทียบวิธีการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาต่อเนื่อง

การเปรียบเทียบวิธีการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาต่อเนื่องสำหรับกระบวนการอันดับสามโดยใช้วิธีของ ดร.กิตติ และ ดร.ดอร์ฟ แสดงดังรูปที่ 3.8 จะเห็นว่าวิธีของ ดร.กิตติ นอกจากจะมีขั้นตอนการออกแบบที่ง่ายกว่าแล้ว ยังให้ผลตอบสนองที่รวดเร็วกว่าและมีค่าเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินที่น้อยกว่า โดยเพียงแค่ทำการเปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ของอัตราขยายเพียงตัวเดียวนั้น



รูปที่ 3.8 การเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบระหว่างการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอ ในระบบเวลาต่อเนื่องโดยใช้วิธีของ ดร.ดอร์ฟ กับ ดร.กิตติ

บทที่ 4

การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

4.1 กล่าวนำ

ในบทนี้จะแสดงวิธีการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยใช้วิธีการออกแบบของ ดร.กิตติ และใช้วิธีการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งเพื่อแปลงกระบวนการในรูปแบบของระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง ส่วนตัวควบคุมจะใช้วิธีการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งที่ล่าช้าเพื่อแปลงโครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดีเอในรูปแบบของระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยจะเริ่มต้นด้วยวิธีการออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยใช้วิธีการคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์ และการแปลงโพลิเนียร์ซึ่งเป็นวิธีการออกแบบที่ถูกรักษาเสนอใน [7,8] สุดท้ายจึงเป็นวิธีการออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องที่น่าเสนอในงานวิจัยนี้ โดยใช้วิธีคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งที่ล่าช้าดังที่กล่าวไปแล้วข้างต้น ส่วนสุดท้ายของบทจะเป็นการเปรียบเทียบวิธีการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องระหว่างวิธีการออกแบบโดยการคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์, การแปลงโพลิเนียร์ และวิธีการออกแบบที่น่าเสนอในวิทยานิพนธ์นี้คือ การคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งที่ล่าช้า โดยใช้ผลตอบสนองของระบบเป็นตัวเปรียบเทียบผลลัพธ์ของวิธีการออกแบบทั้งสามวิธีดังกล่าว

4.2 การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการคงค่าสัญญาณ

อันดับศูนย์

ในหัวข้อนี้แสดงตัวอย่างการนำเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมของ ดร.กิตติ มาใช้ในการออกแบบตัวควบคุมควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์ กระบวนการที่ต้องการออกแบบเพื่อควบคุมเป็นกระบวนการอันดับสามเช่นเดียวกับตัวอย่างในหัวข้อ

3.1

ขั้นตอนที่ 1 หาฟังก์ชันถ่ายโอนในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องของกระบวนการ โดยการแบ่งค่าต่อเนื่องออกเป็นช่วงการเก็บตัวอย่างค่าสัญญาณตามคาบเวลาที่กำหนด: แทนฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการในระบบเวลาต่อเนื่องในสมการ (3.1) ลงในสมการ (2.26) จะได้

$$G(z) = (1 - z^{-1}) Z \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} = (1 - z^{-1}) Z \left\{ \frac{1}{s} \cdot \overbrace{\frac{1}{s(s+1)(s+7)}}^{F(s)} \right\} \quad (4.1)$$

แยกเศษส่วนย่อยของเทอม $F(s)$ จะได้

$$\begin{aligned}
 F(s) &= \frac{a}{s^2} + \frac{b}{s} + \frac{c}{s+1} + \frac{d}{s+7} \\
 &= \underbrace{\left(\frac{1}{7}\right)}_A + \underbrace{\left(-\frac{8}{49}\right)}_B + \underbrace{\left(\frac{1}{6}\right)}_C + \underbrace{\left(-\frac{1}{294}\right)}_D
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

แปลงจากเอสโดเมน ให้อยู่ในแซดโดเมน โดยเริ่มพิจารณาจากเทอม A จากตารางการแปลงแซด รูปแบบในเอสโดเมนที่ใกล้เคียงกับเทอม A คือ $\frac{1}{s^2} = \frac{Tz}{(z-1)^2}$ ดังนั้น $A = \frac{1}{7} \cdot \frac{Tz}{(z-1)^2}$

พิจารณาที่เทอม B จากตารางการแปลงแซด รูปแบบในเอสโดเมนที่ใกล้เคียงกับเทอม B คือ $\frac{1}{s} = \frac{z}{z-1}$ ดังนั้น $B = -\frac{8}{49} \cdot \frac{z}{z-1}$

พิจารณาที่เทอม C และ D จากตารางการแปลงแซด รูปแบบในเอสโดเมนที่ใกล้เคียงกับเทอม D และ E คือ $\frac{1}{s+a} = \frac{z}{z-e^{-aT}}$ ดังนั้น $D = \frac{1}{6} \cdot \frac{z}{z-e^{-T}}$ และ $D = -\frac{1}{294} \cdot \frac{z}{z-e^{-7T}}$

แทนค่า A, B, C, D และ E ในสมการ (4.2) ดังนั้นผลการแปลงแซดของ $F(s)$ คือ

$$\mathbf{Z}\{F(s)\} = \frac{1}{7} \cdot \frac{Tz}{(z-1)^2} - \left(\frac{8}{49} \cdot \frac{z}{z-1}\right) + \left(\frac{1}{6} \cdot \frac{z}{z-e^{-T}}\right) - \left(\frac{1}{294} \cdot \frac{z}{z-e^{-7T}}\right) \tag{4.3}$$

แทน (4.3) ใน (4.1) จะได้

$$\begin{aligned}
 G(z) &= \left(\frac{z-1}{z}\right) \left[\left(\frac{1}{7} \cdot \frac{Tz}{(z-1)^2}\right) - \left(\frac{8}{49} \cdot \frac{z}{z-1}\right) + \left(\frac{1}{6} \cdot \frac{z}{z-e^{-T}}\right) - \left(\frac{1}{294} \cdot \frac{z}{z-e^{-7T}}\right) \right] \\
 &= \left(\frac{1}{7} \cdot \frac{T}{z-1}\right) - \left(\frac{8}{49}\right) + \left(\frac{1}{6} \cdot \frac{z-1}{z-e^{-T}}\right) - \left(\frac{1}{294} \cdot \frac{z-1}{z-e^{-7T}}\right)
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

แทนค่าคาบเวลาที่ใช้สุ่มสัญญาณ $T = 1/500$ วินาที/การสุ่มสัญญาณ (sec/samples) และแยกสัมประสิทธิ์สมการ (4.4) ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง คือ

$$G(z) = \frac{10^{-8}(z+3.7172)(z+0.2669)}{(z-1)(z-0.9980)(z-0.9861)} \tag{4.5}$$

ขั้นตอนที่ 2 หาฟังก์ชันถ่ายโอนในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องของตัวควบคุม: โครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดีเอาระบุดังสมการ (2.12) โดยที่ a, b, c และ d, e คือซีโรและโพลของตัวควบคุมพีไอดีเอตามลำดับ ให้ตำแหน่งของโพลอยู่ไกลจาก ซีโรมาก ($a, b, z \ll d, e$) ดังนั้นในการออกแบบตัวควบคุมจึงไม่นำโพลทั้งสองมาพิจารณา ดังนั้นสมการ (2.12) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$K(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s + K_a s^2 \quad (4.6)$$

จากตารางการแปลงแซด $\frac{1}{s} = \frac{z}{z-1}$ แทนค่าดังกล่าวในสมการ (4.6) จะได้

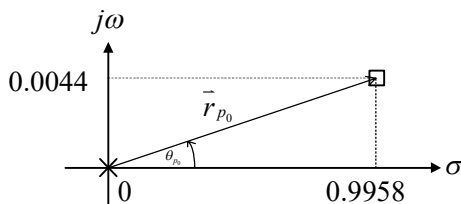
$$\begin{aligned} K(z) &= K_p + K_i \left(\frac{z}{z-1} \right) + K_d \left(\frac{z-1}{z} \right) + K_a \left(\left(\frac{z-1}{z} \right)^2 \right) \\ &= K_c \frac{(z-a)(z-b)(z-c)}{z^2(z-1)} \end{aligned} \quad (4.7)$$

จากฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการและตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องในสมการ (4.5) และ (4.7) ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องคือ

$$K(z)G(z) = \left(K_c \frac{(z-a)(z-b)(z-c)}{z^2(z-1)} \right) \left(\frac{10^{-8}(z+3.7172)(z+0.2669)}{(z-1)(z-0.9980)(z-0.9861)} \right) \quad (4.8)$$

จากวิธีการออกแบบของ ดร.กิตติ ในหัวข้อที่ 2.4 การวางตำแหน่งของซีโรคือวางไว้ใกล้กับตำแหน่งของโพลที่ไม่มีนัยสำคัญ ในที่นี้คือวางไว้ที่ตำแหน่ง $a = 0.9970$ และ $b = 0.9761$ โดยที่โพลเด่นบนระนาบแซดคือ $z_d = e^{Ts_d}$ จากหัวข้อ 3.2 ตำแหน่งของโพลเด่นบนระนาบเอสคือ $s_d = -2.118 + j2.221$ ดังนั้น $z_d = e^{\frac{1}{500}(-2.118 + j2.221)} = 0.9958 + j0.0044$ ใช้เงื่อนไขของมุมหาตำแหน่งของ c โดยมุมของโพลและซีโรแต่ละตัวที่ทำมุมกับโพลเด่นคือ

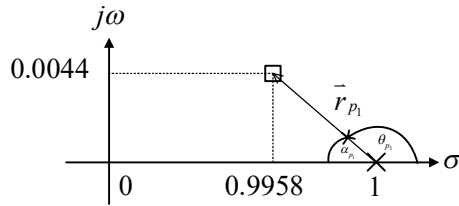
ที่โพลเท่ากับ 0, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{p,0}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ



$$\begin{aligned} \tan \theta_{p_0} &= \frac{0.0044}{0.9958}, \\ \therefore \theta_{p_0} &= \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{0.9958} \right) = 0.25^\circ \end{aligned}$$

และขนาดของเวกเตอร์ \vec{r}_{p_0} คือ $|\vec{r}_{p_0}| = \sqrt{0.9958^2 + 0.0044^2} = 0.9958$

ที่โพลเท่ากับ **1**, มุมที่เวกเตอร์ \vec{r}_{p_1} ทำกับแกนจำนวนจริงคือ



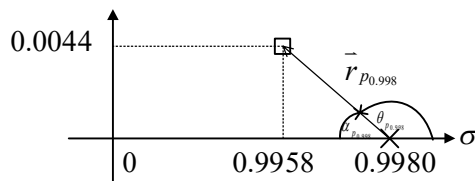
$$\tan \alpha_{p_1} = \frac{0.0044}{1 - 0.9958},$$

$$\therefore \alpha_{p_1} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{0.0042} \right) = 46.33^\circ,$$

$$\therefore \theta_{p_1} = 180^\circ - \alpha_{p_1} = 133.67^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ \vec{r}_{p_1} คือ $|\vec{r}_{p_1}| = \sqrt{0.0042^2 + 0.0044^2} = 0.0061$

ที่โพลเท่ากับ **0.9980**, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{p_{0.998}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ



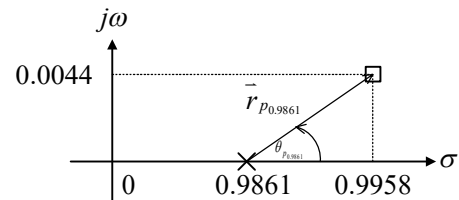
$$\tan \alpha_{p_{0.998}} = \frac{0.0044}{0.9980 - 0.9958},$$

$$\therefore \alpha_{p_{0.998}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{0.0022} \right) = 63.43^\circ,$$

$$\therefore \theta_{p_{0.998}} = 180^\circ - \alpha_{p_{0.998}} = 116.57^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{p_{0.998}}$ คือ $|\vec{r}_{p_{0.998}}| = \sqrt{0.0022^2 + 0.0044^2} = 0.0049$

ที่โพลเท่ากับ **0.9861**, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{p_{0.9861}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ

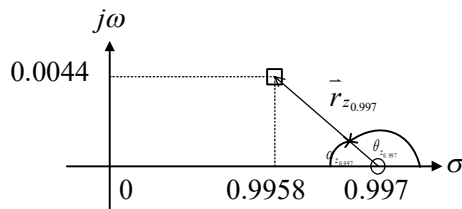


$$\tan \theta_{p_{0.9861}} = \frac{0.0044}{0.9958 - 0.9861},$$

$$\therefore \theta_{p_{0.9861}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{0.0097} \right) = 24.40^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{p_{0.9861}}$ คือ $|\vec{r}_{p_{0.9861}}| = \sqrt{0.0097^2 + 0.0044^2} = 0.0107$

ที่ซีโรเท่ากับ **0.9970**, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{0.997}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ



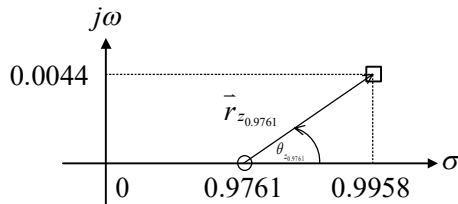
$$\tan \alpha_{z_{0.997}} = \frac{0.0044}{0.9970 - 0.9958},$$

$$\therefore \alpha_{z_{0.997}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{0.0012} \right) = 74.74^\circ$$

$$\therefore \theta_{z_{0.997}} = 180^\circ - \alpha_{z_{0.997}} = 105.26^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{0.997}}$ คือ $|\vec{r}_{z_{0.997}}| = \sqrt{0.0012^2 + 0.0044^2} = 0.0046$

ที่ซิริโอเท่ากับ **0.9761**, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{0.9761}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ

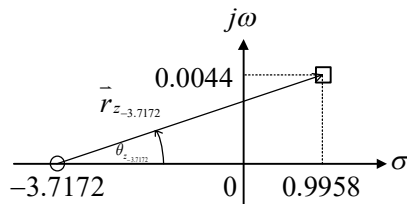


$$\tan \theta_{z_{0.9761}} = \frac{0.0044}{0.9958 - 0.9761},$$

$$\therefore \theta_{z_{0.9761}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{0.0197} \right) = 12.59^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{0.9761}}$ คือ $|\vec{r}_{z_{0.9761}}| = \sqrt{0.0197^2 + 0.0044^2} = 0.0202$

ที่ซิริโอเท่ากับ **-3.7172**, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{-3.7172}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ

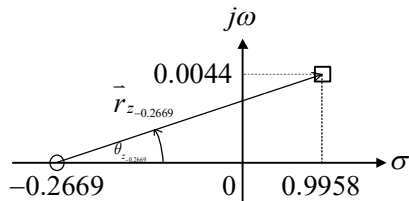


$$\tan \theta_{z_{-3.7172}} = \frac{0.0044}{0.9958 + 3.7172},$$

$$\therefore \theta_{z_{-3.7172}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{4.7130} \right) = 0.05^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{-3.7172}}$ คือ $|\vec{r}_{z_{-3.7172}}| = \sqrt{4.7130^2 + 0.0044^2} = 4.7130$

ที่ซิริโอเท่ากับ **-0.2669**, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{-0.2669}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ



$$\tan \theta_{z_{-0.2669}} = \frac{0.0044}{0.9958 + 0.2669},$$

$$\therefore \theta_{z_{-0.2669}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{1.2627} \right) = 0.20^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{-0.2669}}$ คือ $|\vec{r}_{z_{-0.2669}}| = \sqrt{1.2627^2 + 0.0044^2} = 1.2627$

แทนค่ามุมทั้งหมดลงในสมการ (2.17) แล้วใช้เงื่อนไขของมุมหาค่าซีโรของตัวควบคุม จะได้

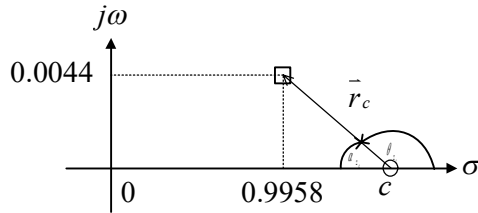
$$[\angle(z_d - 0.9970) + \angle(z_d - 0.9761) + \angle(z_d + 3.7172) + \angle(z_d + 0.2669) + \angle(z_d + c)] - [2\angle z_d + 2\angle(z_d - 1) + \angle(z_d - 0.9980) + \angle(z_d - 0.9861)] = 180^\circ$$

$$[105.26^\circ + 12.59^\circ + 0.05^\circ + 0.20^\circ + \angle(z_d + c)] - [2(0.25^\circ) + 2(133.67^\circ) + 116.57^\circ + 24.40^\circ] = 180^\circ$$

$$[118.10^\circ + \angle(z_d + c)] - [408.81^\circ] = 180^\circ$$

$$\angle(z_d + c) = 180^\circ + 408.81^\circ - 118.10^\circ = 470.71^\circ = 470.71^\circ - 360^\circ = 110.71^\circ$$

หาค่าหนึ่งของ c จากค่ามุม $\angle(z_d + c) = 110.71^\circ$ จะได้



$$\begin{aligned} \tan \alpha_{z_c} &= \frac{0.0044}{c - 0.9958}, \\ c &= 0.9958 + \frac{0.0044}{\tan(180^\circ - 110.71^\circ)} \\ &= 0.9975 \end{aligned}$$

และขนาดของเวกเตอร์ \vec{r}_c คือ $|\vec{r}_c| = \sqrt{(0.9975 - 0.9958)^2 + 0.0044^2} = 0.0047$

หาอัตราขยายโดยใช้เงื่อนไขของขนาด จากสมการ (2.18) จะได้

$$\begin{aligned} K(z)G(z) &= \left[K_c \frac{(z-a)(z-b)(z-c)}{z^2(z-1)} \right] \left(\frac{10^{-8}(z+3.7172)(z+0.2669)}{(z-1)(z-0.9980)(z-0.9861)} \right) = 1 \\ K_c &= 10^8 \times \frac{r_{p_0} \cdot r_{p_0} \cdot r_{p_1} \cdot r_{p_1} \cdot r_{p_{0.998}} \cdot r_{p_{0.9861}}}{r_{z_{0.997}} \cdot r_{z_{0.9761}} \cdot r_c \cdot r_{z_{-3.7172}} \cdot r_{z_{-0.2669}}} \\ &= 10^8 \times \frac{0.9958 \times 0.9958 \times 0.0061 \times 0.0061 \times 0.0049 \times 0.0107}{0.0046 \times 0.0202 \times 0.0047 \times 4.7130 \times 1.2627} \\ &= 7.4435 \times 10^4 \end{aligned}$$

แทนค่าซีโร a , b และ c ในสมการ (4.7) และนำสมการดังกล่าวไปพล็อตเส้นทางเดินของรากเพื่อตรวจสอบค่าอัตราขยายในโปรแกรมแมทแลบ ได้ดังรูปที่ 4.1 โดยรูปที่ 4.1ค แสดงเส้นทางเดินรากที่ผ่านตำแหน่งของโพลเด่น จะเห็นว่าที่ตำแหน่งดังกล่าว อัตราขยายมีค่าเท่ากับ 7.64×10^4 ซึ่งใกล้เคียงกับค่าที่คำนวณได้คือ $K_c = 7.4435 \times 10^4$

แทนค่าอัตราขยาย K_c , ตำแหน่งโพลและซีโรของตัวควบคุมในสมการ (4.7) จะได้

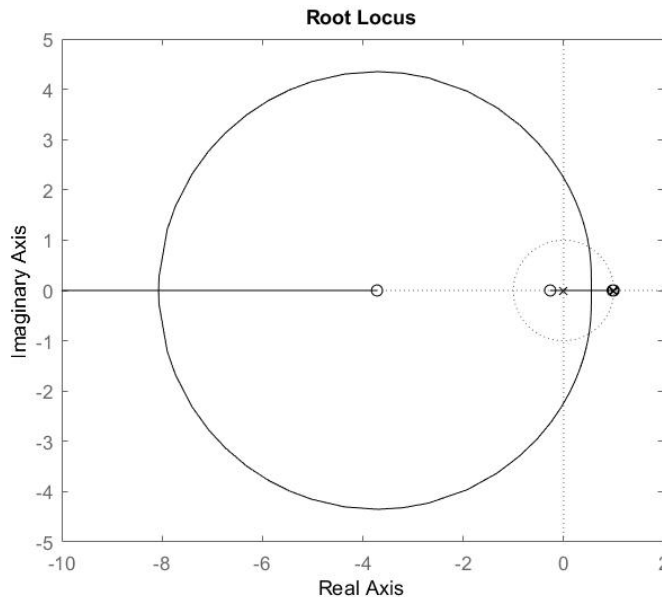
$$K(z)G(z) = \left((7.4435 \times 10^4) \frac{(z - 0.9970)(z - 0.9761)(z - 0.9975)}{z^2(z - 1)} \right) \times \left(\frac{10^{-8}(z + 3.7172)(z + 0.2669)}{(z - 1)(z - 0.9980)(z - 0.9861)} \right) \quad (4.9)$$

ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบวงปิดคือ

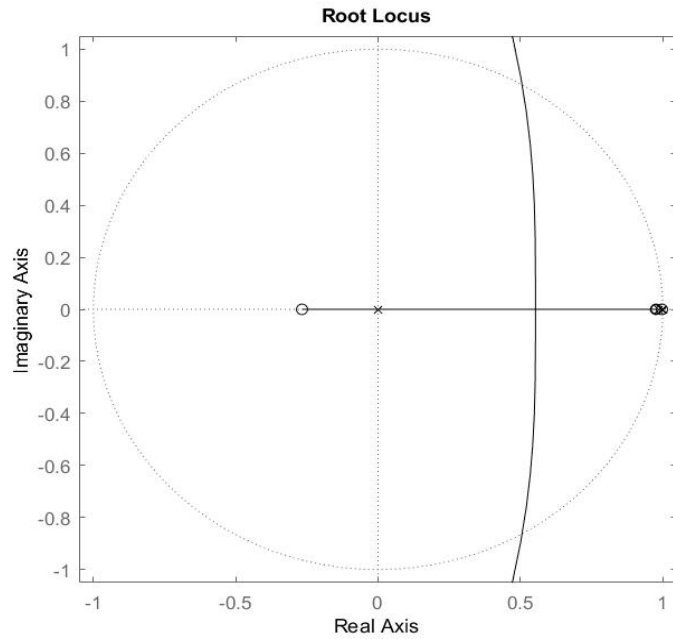
$$\frac{K(z)G(z)}{1 + K(z)G(z)} = \frac{(7.44z^5 + 7.54z^4 - 58.82z^3 + 58.06z^2 - 7.07z - 7.17) \times 10^{-4}}{z^6 - 3.98z^5 + 5.95z^4 - 3.96z^3 + 0.99z^2 - (7.07z + 7.17) \times 10^{-4}} \quad (4.10)$$

นำสมการ (4.10) ไปพล็อตหาผลตอบสนองได้ดังรูปที่ 4.2 พบว่าช่วงเวลาเข้าที่เท่ากับ 1.7 วินาที ซึ่งเป็นไปตามที่เกณฑ์การออกแบบคือน้อยกว่า 2 วินาที ในขณะที่เปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินเท่ากับ 27.6% ซึ่ง มากกว่าเกณฑ์ที่ต้องการ วิธีการลดค่าเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินดังกล่าวทำได้โดยเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุมขึ้น 10 เท่า นั่นคือจาก 7.4435×10^4 เป็น 74.435×10^4 ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของระบบคือ

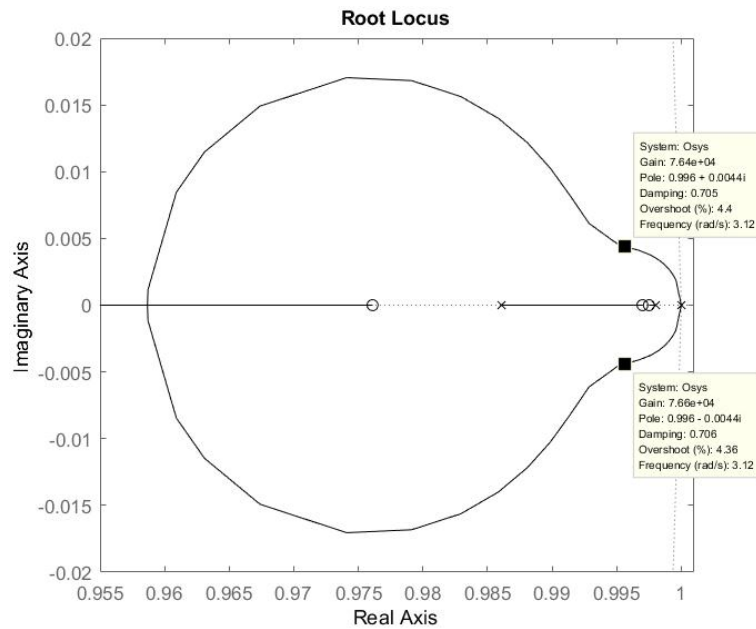
$$\frac{K(z)G(z)}{1 + K(z)G(z)} = \frac{(7.44z^5 + 7.54z^4 - 58.82z^3 + 58.06z^2 - 7.07z - 7.17) \times 10^{-3}}{z^6 - 3.98z^5 + 5.96z^4 - 4.01z^3 + 1.04z^2 - (7.07z + 7.17) \times 10^{-3}} \quad (4.11)$$



ก. เส้นทางเดินรากบนระนาบซแปด



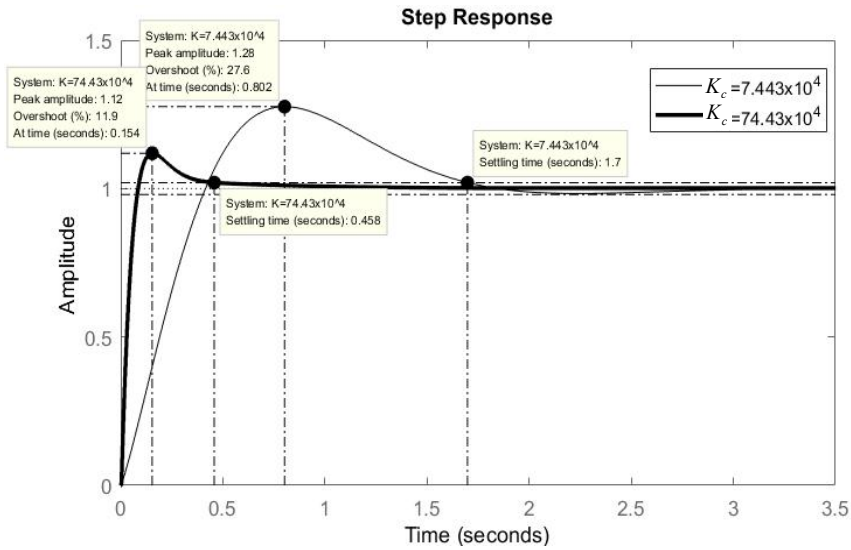
ข. เส้นทางเดินรากในวงกลมหนึ่งหน่วยบนระนาบซัด



ค. ส่วนขยายของเส้นทางเดินรากในวงกลมหนึ่งหน่วยที่แสดงตำแหน่งของโพลเด่น

รูปที่ 4.1 เส้นทางเดินรากบนระนาบซัด เมื่อใช้การคงค่าอันดับศูนย์

จากรูปที่ 4.2 เมื่อเพิ่มอัตราขยายจาก 7.4435×10^4 เป็น 74.435×10^4 แล้ว ทำให้ค่าเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินลดลงจาก 27.6% เป็น 11.9% และช่วงเวลาเข้าที่ลดลงจาก 1.7 เป็น 0.46 วินาที ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ที่ต้องการ



รูปที่ 4.2 ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้เทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติกับตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์

4.3 การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการแปลงโพลิเนียร์

ในหัวข้อนี้แสดงตัวอย่างการนำเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมของ ดร.กิตติ มาใช้ในการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการแปลงโพลิเนียร์ กระบวนการที่ต้องการออกแบบเพื่อควบคุมเป็นกระบวนการอันดับสามเช่นเดียวกับตัวอย่างในหัวข้อ 3.2

ขั้นตอนที่ 1 หาฟังก์ชันถ่ายโอนในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องของกระบวนการ: แทนค่าการเทียบเคียงในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องจากสมการ (2.25) ในฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการในระบบเวลาต่อเนื่องในสมการ (3.1) และ $T = 1/500$ วินาที/ตัวอย่าง จะได้

$$G(z) = \left(\frac{1}{s(s+1)(s+7)} \right)_{s=\frac{2(z-1)}{z+1}} \quad (4.12)$$

$$= \frac{10^{-8} \times (z+1.0127)(z+0.9937+j0.0109)(z+0.9937-j0.0109)}{(z-1)(z-0.9980)(z-0.9861)}$$

ขั้นตอนที่ 2 หาฟังก์ชันถ่ายโอนในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องของตัวควบคุม โดยการแปลงโพลิเนียร์สำหรับโครงสร้างของตัวควบคุม: แทนค่าการเทียบเคียงในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องจากสมการ (2.25) ในฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมพีไอดีเอ สมการ (4.6) จะได้

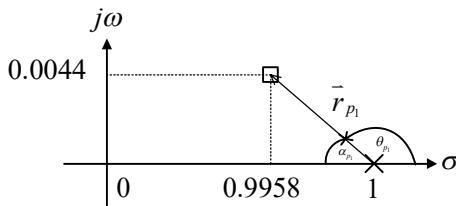
$$K(z) = \left(K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s + K_a s^2 \right)_{s=\frac{2(z-1)}{z+1}} = K_c \frac{(z-a)(z-b)(z-c)}{(z-1)(z+1)^2} \quad (4.13)$$

จากฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการและตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องในสมการ (4.12) และ (4.13) ฟังก์ชันถ่ายโอนระบบวงเปิดในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องคือ

$$K(z)G(z) = \left(K_c \frac{(z-a)(z-b)(z-c)}{(z-1)(z+1)^2} \right) \times \frac{10^{-8} \times (z+1.0127)(z+0.9937 \pm j0.0109)}{(z-1)(z-0.9980)(z-0.9861)} \quad (4.14)$$

จากวิธีการออกแบบของ ดร.กิตติ ในหัวข้อที่ 2.4 การวางตำแหน่งของซีโรคือวางไว้ใกล้กับตำแหน่งของโพลที่ไม่มีนัยสำคัญ ในที่นี้คือวางไว้ที่ตำแหน่ง $a=0.9970$ และ $b=0.9761$ โดยที่โพลเด่นบนระนาบแซดคือ $z_d = e^{T s_d}$ จากหัวข้อ 3.2 ตำแหน่งของโพลเด่นบนระนาบเอสคือ $s_d = -2.118 + j2.221$ ดังนั้น $z_d = e^{\frac{1}{500}(-2.118 + j2.221)} = 0.9958 + j0.0044$ ใช้เงื่อนไขของมุมหาตำแหน่งของ c โดยมุมของโพลและซีโรแต่ละตัวที่ทำมุมกับโพลเด่นคือ

ที่โพลเท่ากับ 1, มุมที่เวกเตอร์ \vec{r}_{p_1} ทำกับแกนจำนวนจริงคือ



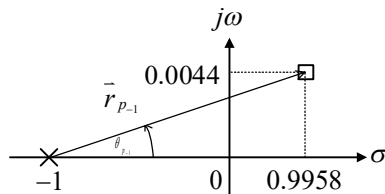
$$\tan \alpha_{p_1} = \frac{0.0044}{1 - 0.9958},$$

$$\therefore \alpha_{p_1} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{0.0042} \right) = 46.33^\circ,$$

$$\therefore \theta_{p_1} = 180^\circ - \alpha_{p_1} = 133.67^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ \vec{r}_{p_1} คือ $|\vec{r}_{p_1}| = \sqrt{0.0042^2 + 0.0044^2} = 0.0061$

ที่โพลเท่ากับ -1, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{p_{-1}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ

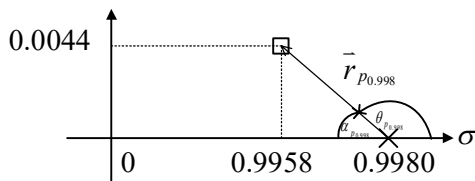


$$\tan \theta_{p_{-1}} = \frac{0.0044}{0.9958 + 1},$$

$$\therefore \theta_{p_{-1}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{1.9958} \right) = 0.13^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{p_{-1}}$ คือ $|\vec{r}_{p_{-1}}| = \sqrt{1.9958^2 + 0.0044^2} = 1.9958$

ที่โพลเท่ากับ 0.9980, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{p_{0.998}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ



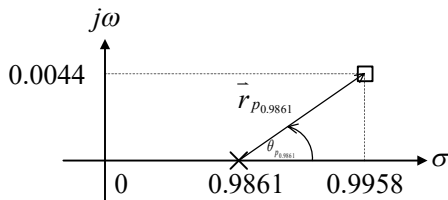
$$\tan \alpha_{p_{0.998}} = \frac{0.0044}{0.9980 - 0.9958},$$

$$\therefore \alpha_{p_{0.998}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{0.0022} \right) = 63.43^\circ,$$

$$\therefore \theta_{p_{0.998}} = 180^\circ - \alpha_{p_{0.998}} = 116.57^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{p_{0.998}}$ คือ $|\vec{r}_{p_{0.998}}| = \sqrt{0.0022^2 + 0.0044^2} = 0.0049$

ที่โพลเท่ากับ **0.9861**, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{p_{0.9861}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ

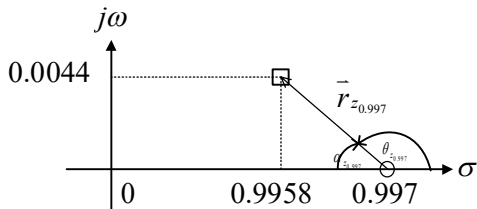


$$\tan \theta_{p_{0.9861}} = \frac{0.0044}{0.9958 - 0.9861},$$

$$\therefore \theta_{p_{0.9861}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{0.0097} \right) = 24.40^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{p_{0.9861}}$ คือ $|\vec{r}_{p_{0.9861}}| = \sqrt{0.0097^2 + 0.0044^2} = 0.0107$

ที่ซีโรเท่ากับ **0.9970**, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{0.997}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ



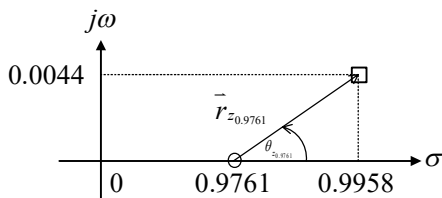
$$\tan \alpha_{z_{0.997}} = \frac{0.0044}{0.9970 - 0.9958},$$

$$\therefore \alpha_{z_{0.997}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{0.0012} \right) = 74.74^\circ$$

$$\therefore \theta_{z_{0.997}} = 180^\circ - \alpha_{z_{0.997}} = 105.26^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{0.997}}$ คือ $|\vec{r}_{z_{0.997}}| = \sqrt{0.0012^2 + 0.0044^2} = 0.0046$

ที่ซีโรเท่ากับ **0.9761**, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{0.9761}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ

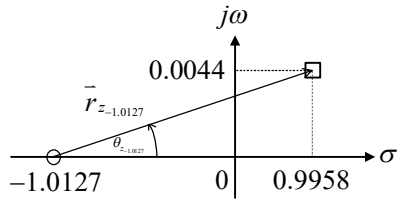


$$\tan \theta_{z_{0.9761}} = \frac{0.0044}{0.9958 - 0.9761},$$

$$\therefore \theta_{z_{0.9761}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{0.0197} \right) = 12.59^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{0.9761}}$ คือ $|\vec{r}_{z_{0.9761}}| = \sqrt{0.0197^2 + 0.0044^2} = 0.0202$

ที่ซิริโรเท่ากับ -1.0127 , มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{-1.0127}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ

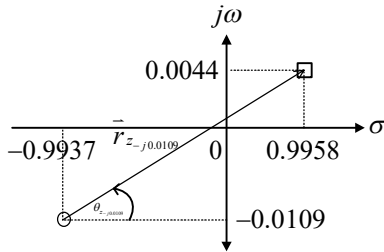


$$\tan \theta_{z_{-1.0127}} = \frac{0.0044}{0.9958 + 1.0127},$$

$$\therefore \theta_{z_{-1.0127}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{2.0085} \right) = 0.13^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{-1.0127}}$ คือ $|\vec{r}_{z_{-1.0127}}| = \sqrt{2.0085^2 + 0.0044^2} = 2.0085$

ที่ซิริโรเท่ากับ $-0.9937 - j0.0109$, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{-j0.0109}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ

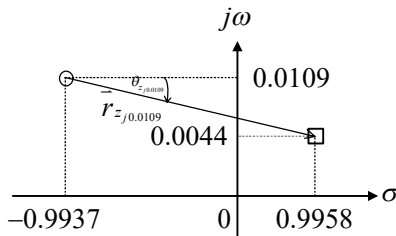


$$\tan \theta_{z_{-j0.0109}} = \frac{0.0044 + 0.0109}{0.9958 + 0.9937},$$

$$\therefore \theta_{z_{-j0.0109}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0153}{1.9895} \right) = 0.44^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{-j0.0109}}$ คือ $|\vec{r}_{z_{-j0.0109}}| = \sqrt{1.9895^2 + 0.0153^2} = 1.9896$

ที่ซิริโรเท่ากับ $-0.9937 + j0.0109$, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{j0.0109}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ



$$\tan \theta_{z_{j0.0109}} = \frac{0.0109 - 0.0044}{0.9958 + 0.9937},$$

$$\therefore \theta_{z_{j0.0109}} = -\tan^{-1} \left(\frac{0.0065}{1.9895} \right) = -0.19^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{j0.0109}}$ คือ $|\vec{r}_{z_{j0.0109}}| = \sqrt{1.9895^2 + 0.0065^2} = 1.9895$

แทนค่ามุมทั้งหมดลงในสมการ (2.17) แล้วใช้เงื่อนไขของมุมหาค่าซิริโรของตัวควบคุม จะได้

$$\left[\begin{aligned} &\angle(z_d - 0.9970) + \angle(z_d - 0.9761) + \angle(z_d + c) + \angle(z_d + 1.0127) + \dots \\ &\angle(z_d + 0.9937 + j0.0109) + \angle(z_d + 0.9937 - j0.0109) \end{aligned} \right]$$

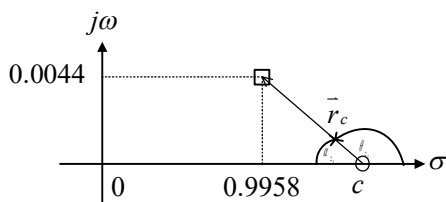
$$- [2\angle(z_d - 1) + 2\angle(z_d + 1) + \angle(z_d - 0.9980) + \angle(z_d - 0.9861)] = 180^\circ$$

$$[105.26^\circ + 12.59^\circ + \angle(z_d + c) + 0.13^\circ + 0.44^\circ - 0.19^\circ] - [2(133.67^\circ) + 2(0.13^\circ) + 116.57^\circ + 24.40^\circ] = 180^\circ$$

$$[118.23^\circ + \angle(z_d + c)] - [408.57^\circ] = 180^\circ$$

$$\angle(z_d + c) = 180^\circ + 408.57^\circ - 118.23^\circ = 470.34^\circ = 470.34^\circ - 360^\circ = 110.34^\circ$$

หาตำแหน่งของ c จากค่ามุม $\angle(z_d + c) = 110.34^\circ$ จะได้



$$\tan \alpha_c = \frac{0.0044}{c - 0.9958}$$

$$c = 0.9958 + \frac{0.0044}{\tan(180^\circ - 110.34^\circ)}$$

$$= 0.9974$$

และขนาดของเวกเตอร์ \vec{r}_c คือ $|\vec{r}_c| = \sqrt{(0.9974 - 0.9958)^2 + 0.0044^2} = 0.0047$

หาอัตราขยายโดยใช้เงื่อนไขของขนาด จากสมการ (2.18) จะได้

$$K(z)G(z) = \left| \left(K_c \frac{(z-a)(z-b)(z-c)}{(z-1)(z+1)^2} \right) \times \frac{10^{-8} \times (z+1.0127)(z+0.9937 \pm j0.0109)}{(z-1)(z-0.9980)(z-0.9861)} \right| = 1$$

$$K = 10^8 \times \frac{r_{p_1} \cdot r_{p_1} \cdot r_{p_{-1}} \cdot r_{p_{-1}} \cdot r_{p_{0.998}} \cdot r_{p_{0.9861}}}{r_{z_{0.997}} \cdot r_{z_{0.9761}} \cdot r_c \cdot r_{z_{-1.0127}} \cdot r_{z_{-j0.0109}} \cdot r_{z_{j0.0109}}}$$

$$= 10^8 \times \frac{0.0061 \times 0.0061 \times 1.9958 \times 1.9958 \times 0.0049 \times 0.0107}{0.0046 \times 0.0202 \times 0.0047 \times 2.0085 \times 1.9896 \times 1.9895}$$

$$= 2.2381 \times 10^5$$

แทนค่าซีโร a , b และ c ในสมการ (4.14) และนำสมการดังกล่าวไปพล็อตเส้นทางเดินของรากโดยไม่ต้องระบุค่าอัตราขยาย เพื่อตรวจสอบค่าอัตราขยายในโปรแกรมแมทแล็บ ได้ดังรูปที่ 4.3 โดยรูปที่ 4.3 แสดงเส้นทางเดินรากที่ผ่านตำแหน่งของโพลเด่น จะเห็นว่าที่ตำแหน่งดังกล่าว อัตราขยายมีค่าเท่ากับ 2.14×10^5 ซึ่งใกล้เคียงกับค่าที่คำนวณได้คือ $K_c = 2.2381 \times 10^5$

แทนค่าอัตราขยาย K_c , ตำแหน่งโพลและซีโรของตัวควบคุมในสมการ (4.14) จะได้

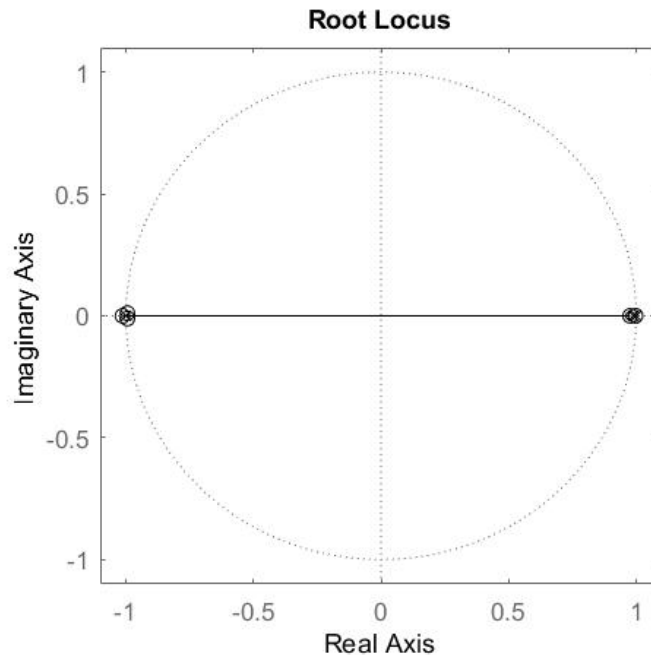
$$K(z)G(z) = \left(2.2381 \times 10^5 \times \frac{(z-0.9970)(z-0.9761)(z-0.9974)}{(z-1)(z+1)^2} \right) \times \frac{10^{-8} \times (z+1.0127)(z+0.9937 \pm j0.0109)}{(z-1)(z-0.9980)(z-0.9861)} \quad (4.15)$$

ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบวงปิดคือ

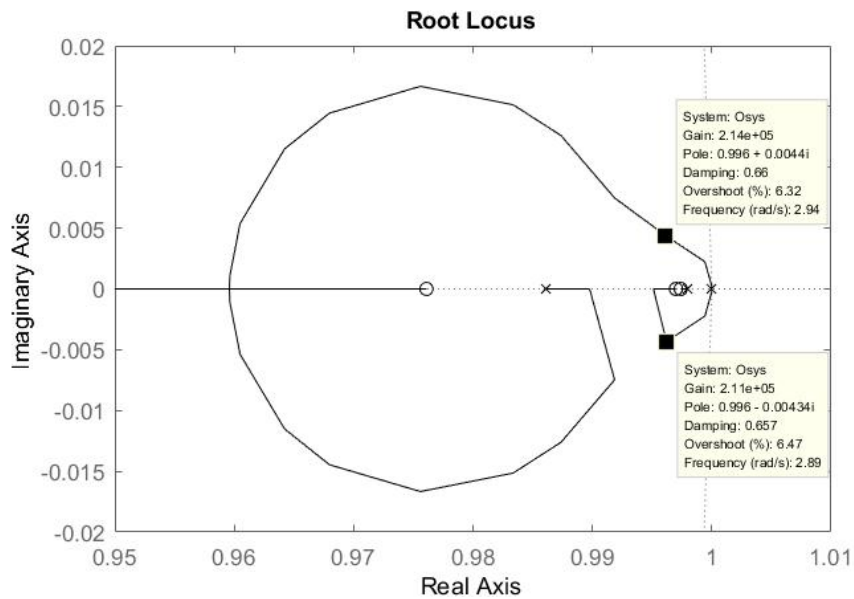
$$\frac{K(z)G(z)}{1+K(z)G(z)} = \frac{(22.38z^6 + 0.66z^5 + 66.48z^4 - 1.32z^3 + 65.83z^2 - 0.66z - 21.73) \times 10^{-4}}{z^6 - 1.98z^5 - 1.02z^4 + 3.97z^3 - 0.96z^2 - 1.98z + 0.98} \quad (4.16)$$

นำสมการ (4.16) ไปพล็อตหาค่าตอบสนองได้ดังรูปที่ 4.4 พบว่าช่วงเวลาเข้าที่เท่ากับ 1.7 วินาที ซึ่งเป็นไปตามที่เกณฑ์การออกแบบคือน้อยกว่า 2 วินาที ในขณะที่เปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินเท่ากับ 27.7% ซึ่ง มากกว่าเกณฑ์ที่ต้องการ วิธีการลดค่าเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินดังกล่าวทำได้โดยเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุมขึ้น 10 เท่า นั่นคือจาก 2.2381×10^5 เป็น 22.381×10^5 ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของระบบคือ

$$\frac{K(z)G(z)}{1+K(z)G(z)} = \frac{(22.38z^6 + 0.66z^5 + 66.48z^4 - 1.32z^3 + 65.83z^2 - 0.66z - 21.73) \times 10^{-3}}{1.02z^6 - 1.98z^5 - 1.01z^4 + 3.97z^3 - 0.90z^2 - 1.98z + 0.96} \quad (4.17)$$

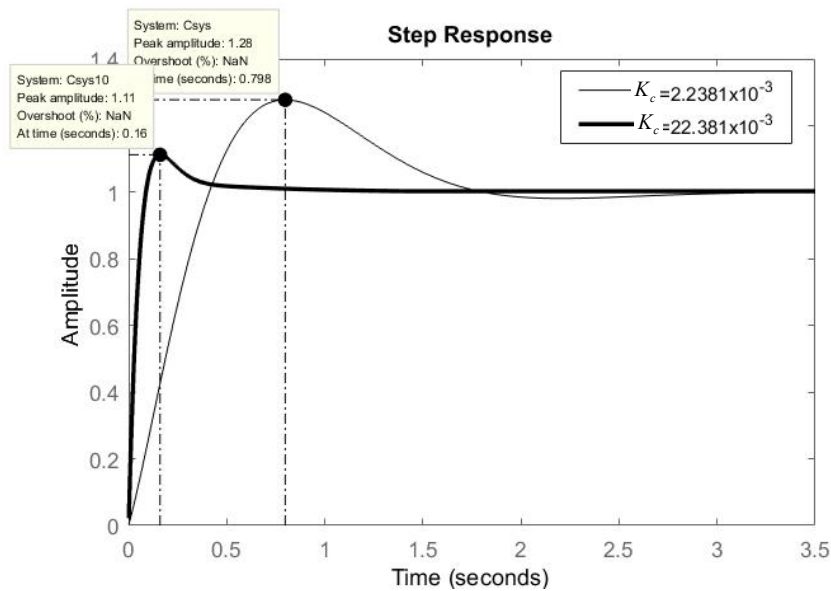


ก. เส้นทางเดินรากในวงกลมหนึ่งหน่วยบนระนาบซัด



ข. ส่วนขยายของเส้นทางเดินรากในวงกลมหนึ่งหน่วยที่แสดงตำแหน่งของโพลเด่น

รูปที่ 4.3 เส้นทางเดินรากบนระนาบซัด เมื่อใช้การแปลงไบลิเนียร์



รูปที่ 4.4 ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้เทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติกับตัวควบคุมพีไอดีในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการแปลงไบลิเนียร์

จากรูปที่ 4.4 เมื่อเพิ่มอัตราขยายจาก จาก 2.2381×10^5 เป็น 22.381×10^5 แล้ว ทำให้ค่าเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินลดลงจาก 27.7% เป็น 11.2% และช่วงเวลาเข้าที่ลดลงจาก 1.7 เป็น 0.47 วินาที ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ที่ต้องการ

4.4 การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการคงค่าสัญญาณอันดับ หนึ่งที่ล่าช้า

ในหัวข้อนี้แสดงตัวอย่างการนำเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมของ ดร.กิตติ มาใช้ในการออกแบบตัวควบคุมควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งสำหรับกระบวนการที่ต้องการออกแบบเพื่อควบคุมเป็นกระบวนการอันดับสามเช่นเดียวกับตัวอย่างในหัวข้อ 3.1

เทคนิคที่นำเสนอประกอบไปด้วยสามขั้นตอนหลักๆ สำหรับการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอแบบสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา

ขั้นตอนที่ 1 การแปลงค่าต่อเนื่องออกเป็นช่วงการเก็บตัวอย่างค่าสัญญาณตามคาบเวลาที่กำหนด ของกระบวนการที่ถูกควบคุม โดยใช้วิธีคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่ง: ให้มีคาบเวลาการสุ่มสัญญาณ T จาก [12] สามารถแปลงกระบวนการซึ่งอยู่ในระบบเวลาต่อเนื่อง เป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยวิธีคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งได้ โดยที่ฟังก์ชันถ่ายโอนของสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา คือ

$$G(z) = \frac{(z-1)^2}{Tz} \mathbf{Z} \left\{ \frac{1}{s^2} G(s) \right\}. \quad (4.18)$$

แทนฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการในระบบเวลาต่อเนื่องในสมการ (3.1) ใน (4.18)

$$G(z) = \frac{(z-1)^2}{Tz} \mathbf{Z} \left\{ \overbrace{\frac{1}{s^2 \cdot s(s+1)(s+7)}}^{F(s)} \right\}. \quad (4.19)$$

แยกเศษส่วนย่อยของ $F(s)$ ใน (4.19)

$$\begin{aligned} F(s) &= \frac{a}{s^3} + \frac{b}{s^2} + \frac{c}{s} + \frac{d}{(s+1)} + \frac{e}{(s+7)} \\ &= \underbrace{\left(\frac{1}{7}\right)}_A + \underbrace{\left(\frac{-8}{49}\right)}_B + \underbrace{\left(\frac{57}{343}\right)}_C + \underbrace{\left(\frac{-1}{6}\right)}_D + \underbrace{\left(\frac{1}{2058}\right)}_E \end{aligned} \quad (4.20)$$

แปลงจากเอสโดเมนให้อยู่ในเซตโดเมน โดยเริ่มพิจารณาจากเทอม A จากตารางการแปลงเซต รูปแบบในเอสโดเมนที่ใกล้เคียงกับเทอม A คือ $\frac{1}{s^3} = \frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^2}$ ดังนั้น

$$A = \frac{1}{14} \cdot \frac{T^2 z(z+1)}{(z-1)^2}$$

พิจารณาที่เทอม B จากตารางการแปลงแซด รูปแบบในเอสโดเมนที่ใกล้เคียงกับเทอม B

$$\text{คือ } \frac{1}{s^2} = \frac{Tz}{(z-1)^2} \text{ ดังนั้น } B = -\frac{8}{49} \cdot \frac{Tz}{(z-1)^2}$$

พิจารณาที่เทอม C จากตารางการแปลงแซด รูปแบบในเอสโดเมนที่ใกล้เคียงกับเทอม C

$$\text{คือ } \frac{1}{s} = \frac{z}{z-1} \text{ ดังนั้น } C = -\frac{57}{343} \cdot \frac{z}{z-1}$$

พิจารณาที่เทอม D และ E จากตารางการแปลงแซด รูปแบบในเอสโดเมนที่ใกล้เคียงกับ

$$\text{เทอม } D \text{ และ } E \text{ คือ } \frac{1}{s+a} = \frac{z}{z-e^{-aT}} \text{ ดังนั้น } D = -\frac{1}{6} \cdot \frac{z}{z-e^{-T}} \text{ และ } E = \frac{1}{2058} \cdot \frac{z}{z-e^{-7T}}$$

แทนค่า A, B, C, D และ E ในสมการ (4.20) จะได้

$$\left\{ \begin{aligned} Z\{F(s)\} &= \left\{ \left(\frac{1}{14} \right) \left[\frac{T^2 z(z+1)}{(z-1)^3} \right] + \left(\frac{-8}{49} \right) \left[\frac{Tz}{(z-1)^2} \right] + \left(\frac{57}{343} \right) \left[\frac{z}{z-1} \right] + \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{-1}{6} \right) \left[\frac{z}{z-e^{-T}} \right] + \left(\frac{1}{2058} \right) \left[\frac{z}{z-e^{-7T}} \right] \right\} \\ &= \frac{Tz}{(z-1)^2} \left\{ \left(\frac{1}{14} \right) \left[\frac{T(z+1)}{(z-1)} \right] + \left(\frac{-8}{49} \right) + \left(\frac{57}{343} \right) \frac{(z-1)}{T} + \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{-1}{6} \right) \left[\frac{(z-1)^2}{T(z-e^{-T})} \right] + \left(\frac{1}{2058} \right) \left[\frac{(z-1)^2}{T(z-e^{-7T})} \right] \right\} \end{aligned} \right. \quad (4.21)$$

แทน (4.21) ใน (4.19) จะได้

$$\left\{ \begin{aligned} G(z) &= \frac{(z-1)^2}{Tz} \cdot \frac{Tz}{(z-1)^2} \left\{ \left(\frac{1}{14} \right) \left[\frac{T(z+1)}{(z-1)} \right] + \left(\frac{-8}{49} \right) + \left(\frac{57}{343} \right) \frac{(z-1)}{T} + \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{-1}{6} \right) \left[\frac{(z-1)^2}{T(z-e^{-T})} \right] + \left(\frac{1}{2058} \right) \left[\frac{(z-1)^2}{T(z-e^{-7T})} \right] \right\} \\ &= \left(\frac{1}{14} \right) \left[\frac{T(z+1)}{(z-1)} \right] + \left(\frac{-8}{49} \right) + \left(\frac{57}{343} \right) \frac{(z-1)}{T} + \\ &\quad \left(\frac{-1}{6} \right) \left[\frac{(z-1)^2}{T(z-e^{-T})} \right] + \left(\frac{1}{2058} \right) \left[\frac{(z-1)^2}{T(z-e^{-7T})} \right] \end{aligned} \right. \quad (4.22)$$

เขียนสมการ (4.22) ให้อยู่ในรูปแบบของเมทริกซ์ (matrix) ได้ดังนี้

$$G(z) = \frac{\begin{bmatrix} z^3 \\ z^2 \\ z \\ 1 \end{bmatrix}}{(z-1)(z-e^{-T})(z-e^{-7T})}. \quad (4.23)$$

เมื่อ $\beta_3, \beta_2, \beta_1$ และ β_0 คือ ค่าสัมประสิทธิ์ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง และให้ $T = 1/500$ วินาที/ตัวอย่างการสุ่ม (sec/samples) จะได้

$$\begin{cases} \beta_3 = 3.323 \times 10^{-10}, \\ \beta_2 = 3.643 \times 10^{-9}, & e^{-T} = 0.998, \\ \beta_1 = 3.632 \times 10^{-9}, & e^{-7T} = 0.986, \\ \beta_0 = 3.291 \times 10^{-10}. \end{cases} \quad (4.24)$$

ดังนั้นฟังก์ชันการถ่ายโอนของกระบวนการในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง คือ

$$G(z) = 10^{-8} \frac{(z+9.867)(z+0.997)(z+0.101)}{(z-1)(z-0.998)(z-0.9861)}. \quad (4.25)$$

ขั้นตอนที่ 2 การแบ่งค่าต่อเนื่องออกเป็นช่วงการเก็บตัวอย่างค่าสัญญาณตามคาบเวลาที่กำหนดสำหรับโครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดีเอ โดยใช้วิธีคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งทีละซ้ำ [13]: ฟังก์ชันการถ่ายโอนที่ต้องการในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง หาได้จาก

$$K(z) = (1 - 2z^{-1} + z^{-2}) \mathbf{Z} \left\{ \mathbf{L}^{-1} \left(\frac{K(s)}{Ts^2} \right) \right\}. \quad (4.26)$$

แทนค่าฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมพีไอดีเอจากสมการ (4.6) ใน (4.26) จะได้

$$\begin{cases} \frac{K(s)}{Ts^2} = \frac{1}{Ts^2} \left(K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s + K_a s^2 \right), \\ \mathbf{L}^{-1} \left(\frac{K(s)}{Ts^2} \right) = \left\{ \frac{K_p}{T} \left(\frac{Tz}{(z-1)^2} \right) + \frac{K_i}{T} \left(\frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3} \right) + \frac{K_d}{T} \left(\frac{z}{z-1} \right) + \frac{K_a}{T} \right\}, \\ K(z) = \left(\frac{(z-1)^2}{z^2} \right) \left\{ \frac{K_p}{T} \left(\frac{Tz}{(z-1)^2} \right) + \frac{K_i}{T} \left(\frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3} \right) + \frac{K_d}{T} \left(\frac{z}{z-1} \right) + \frac{K_a}{T} \right\}. \end{cases} \quad (4.27)$$

เขียนสมการ (4.27) ให้อยู่ในรูปแบบของเมทริกซ์ ได้ดังนี้

$$\left\{ \begin{array}{l} K(z) = \frac{\beta_3 z^3 + \beta_2 z^2 + \beta_1 z + \beta_0}{z^2(z-1)}, \quad \begin{bmatrix} \beta_3 \\ \beta_2 \\ \beta_1 \\ \beta_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2T} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 2 \\ 2T & T^2 & -4 & -6 \\ -2T & T^2 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_p \\ K_i \\ K_d \\ K_a \end{bmatrix}, \\ K(z) \equiv K_c \frac{(z-a)(z-b)(z-c)}{z^2(z-1)}. \end{array} \right. \quad (4.28)$$

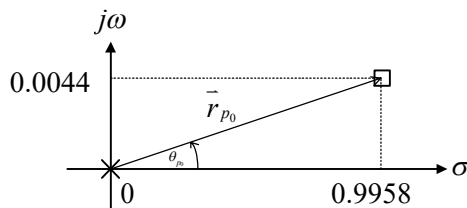
เมื่อ a , b และ c คือซีโรของตัวควบคุมพีไอดีเอ บนระนาบซัด

ขั้นตอนที่ 3 การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอแบบสัญญาณที่ไม่ต่อเนื่องทางเวลา โดยใช้ "วิธีของ ดร.กิตติ": ฟังก์ชันการถ่ายโอนของระบบควบคุมวงเปิด ใช้เพื่อออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง จาก (4.25) และ (4.28) สามารถเขียนฟังก์ชันการถ่ายโอนได้เป็น

$$K(z)G(z) = K_c \frac{(z-a)(z-b)(z-c)}{z^2(z-1)} \times 10^{-8} \frac{(z+9.8670)(z+0.9970)(z+0.1010)}{(z-1)(z-0.9980)(z-0.9861)}. \quad (4.29)$$

จากวิธีการออกแบบของ ดร.กิตติ ในหัวข้อที่ 2.4 การวางตำแหน่งของซีโรคือวางไว้ใกล้กับตำแหน่งของโพลที่ไม่มีนัยสำคัญ ในที่นี้คือวางไว้ที่ตำแหน่ง $a=0.9970$ และ $b=0.9851$ โดยที่โพลเด่นบนระนาบซัดคือ $z_d = e^{T s_d}$ จากหัวข้อ 3.2 ตำแหน่งของโพลเด่นบนระนาบเอสคือ $s_d = -2.118 + j2.221$ ดังนั้น $z_d = e^{\frac{1}{500}(-2.118 + j2.221)} = 0.9958 + j0.0044$ ใช้เงื่อนไขของมุมหาตำแหน่งของ c โดยมุมของโพลและซีโรแต่ละตัวที่ทำมุมกับโพลเด่นคือ

ที่โพลเท่ากับ 0 , มุมที่เวกเตอร์ \vec{r}_{p_0} ทำกับแกนจำนวนจริงคือ

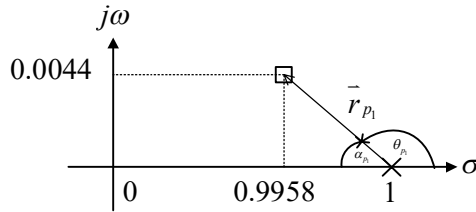


$$\tan \theta_{p_0} = \frac{0.0044}{0.9958},$$

$$\therefore \theta_{p_0} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{0.9958} \right) = 0.25^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ \vec{r}_{p_0} คือ $|\vec{r}_{p_0}| = \sqrt{0.9958^2 + 0.0044^2} = 0.9958$

ที่โพลเท่ากับ 1 , มุมที่เวกเตอร์ \vec{r}_{p_1} ทำกับแกนจำนวนจริงคือ



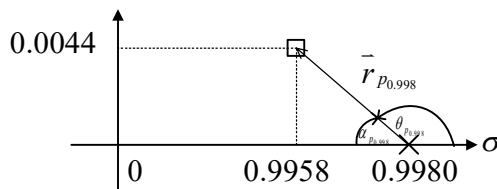
$$\tan \alpha_{p_1} = \frac{0.0044}{1 - 0.9958},$$

$$\therefore \alpha_{p_1} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{0.0042} \right) = 46.33^\circ,$$

$$\therefore \theta_{p_1} = 180^\circ - \alpha_{p_1} = 133.67^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ \vec{r}_{p_1} คือ $|\vec{r}_{p_1}| = \sqrt{0.0042^2 + 0.0044^2} = 0.0061$

ที่โพลเท่ากับ **0.9980**, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{p_{0.998}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ



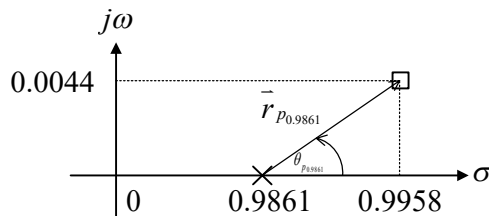
$$\tan \alpha_{p_{0.998}} = \frac{0.0044}{0.9980 - 0.9958},$$

$$\therefore \alpha_{p_{0.998}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{0.0022} \right) = 63.43^\circ,$$

$$\therefore \theta_{p_{0.998}} = 180^\circ - \alpha_{p_{0.998}} = 116.57^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{p_{0.998}}$ คือ $|\vec{r}_{p_{0.998}}| = \sqrt{0.0022^2 + 0.0044^2} = 0.0049$

ที่โพลเท่ากับ **0.9861**, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{p_{0.9861}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ

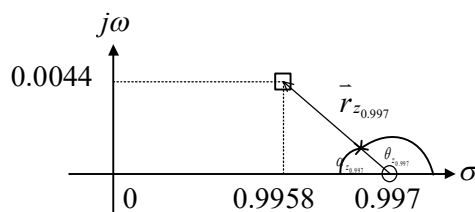


$$\tan \theta_{p_{0.9861}} = \frac{0.0044}{0.9958 - 0.9861},$$

$$\therefore \theta_{p_{0.9861}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{0.0097} \right) = 24.40^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{p_{0.9861}}$ คือ $|\vec{r}_{p_{0.9861}}| = \sqrt{0.0097^2 + 0.0044^2} = 0.0107$

ที่ซีโรเท่ากับ **0.9970**, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{0.997}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ



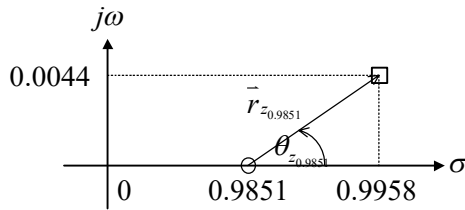
$$\tan \alpha_{z_{0.997}} = \frac{0.0044}{0.9970 - 0.9958},$$

$$\therefore \alpha_{z_{0.997}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{0.0012} \right) = 74.74^\circ$$

$$\therefore \theta_{z_{0.997}} = 180^\circ - \alpha_{z_{0.997}} = 105.26^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{-0.997}}$ คือ $|\vec{r}_{z_{-0.997}}| = \sqrt{0.0012^2 + 0.0044^2} = 0.0046$

ที่ซีโรเท่ากับ **0.9851**, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{0.9851}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ



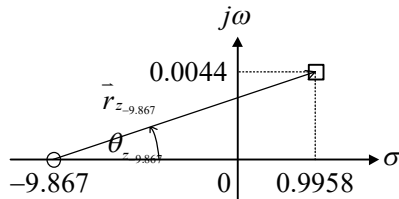
$$\tan \theta_{z_{0.9851}} = \frac{0.0044}{0.9958 - 0.9851},$$

$$\therefore \theta_{z_{0.9851}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{0.0107} \right) = 22.35^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{0.9851}}$ คือ

$$|\vec{r}_{z_{0.9851}}| = \sqrt{0.0107^2 + 0.0044^2} = 0.0116$$

ที่ซีโรเท่ากับ **-9.8670**, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{-9.867}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ

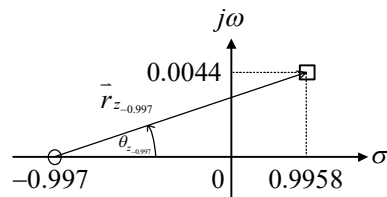


$$\tan \theta_{z_{-9.867}} = \frac{0.0044}{0.9958 + 9.867},$$

$$\therefore \theta_{z_{-9.867}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{10.8628} \right) = 0.02^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{-9.867}}$ คือ $|\vec{r}_{z_{-9.867}}| = \sqrt{10.8628^2 + 0.0044^2} = 10.8628$

ที่ซีโรเท่ากับ **-0.9970**, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{-0.997}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ

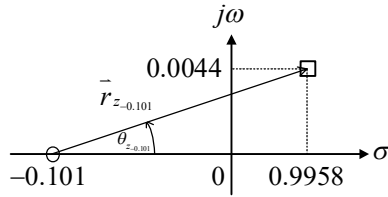


$$\tan \theta_{z_{-0.997}} = \frac{0.0044}{0.9958 + 0.997},$$

$$\therefore \theta_{z_{-0.997}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{1.9928} \right) = 0.13^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{-0.997}}$ คือ $|\vec{r}_{z_{-0.997}}| = \sqrt{1.9928^2 + 0.0044^2} = 1.9928$

ที่ซีโรเท่ากับ **-0.1010**, มุมที่เวกเตอร์ $\vec{r}_{z_{-0.101}}$ ทำกับแกนจำนวนจริงคือ



$$\tan \theta_{z_{-0.101}} = \frac{0.0044}{0.9958 + 0.101},$$

$$\therefore \theta_{z_{-0.101}} = \tan^{-1} \left(\frac{0.0044}{1.0968} \right) = 0.23^\circ$$

และขนาดของเวกเตอร์ $\bar{r}_{z_{-0.101}}$ คือ $|\bar{r}_{z_{-0.101}}| = \sqrt{1.0968^2 + 0.0044^2} = 1.0968$

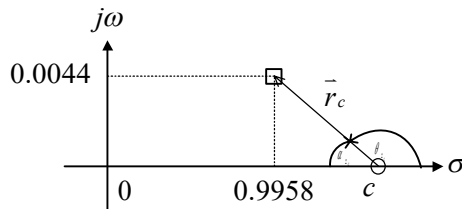
แทนค่ามุมทั้งหมดลงในสมการ (2.17) แล้วใช้เงื่อนไขของมุมหาค่าซีโรของตัวควบคุม จะได้

$$\begin{aligned} & \left[\angle(z_d - 0.9970) + \angle(z_d - 0.9851) + \angle(z_d + c) + \dots \right. \\ & \left. \angle(z_d + 9.8670) + \angle(z_d + 0.9970) + \angle(z_d + 0.1010) \right] \\ & - [2\angle z_d + 2\angle(z_d - 1) + \angle(z_d - 0.9980) + \angle(z_d - 0.9861)] = 180^\circ \\ & [105.26^\circ + 22.35^\circ + \angle(z_d + c) + 0.20^\circ + 0.13^\circ + 0.23^\circ] \\ & - [2(0.25^\circ) + 2(133.67^\circ) + 116.57^\circ + 24.40^\circ] = 180^\circ \end{aligned}$$

$$[128.17^\circ + \angle(z_d + c)] - [408.81^\circ] = 180^\circ$$

$$\angle(z_d + c) = 180^\circ + 408.81^\circ - 128.17^\circ = 470.34^\circ = 460.64^\circ - 360^\circ = 100.64^\circ$$

หาค่าหนึ่งของ c จากค่ามุม $\angle(z_d + c) = 100.64^\circ$ จะได้



$$\tan \alpha_c = \frac{0.0044}{c - 0.9958},$$

$$c = 0.9958 + \frac{0.0044}{\tan(180^\circ - 100.64^\circ)}$$

$$= 0.9965$$

และขนาดของเวกเตอร์ \bar{r}_c คือ $|\bar{r}_c| = \sqrt{(0.9965 - 0.9958)^2 + 0.0044^2} = 0.0046$

หาอัตราขยายโดยใช้เงื่อนไขของขนาด จากสมการ (2.18) จะได้

$$K(z)G(z) = \left| \frac{K_c \frac{(z-a)(z-b)(z-c)}{z^2(z-1)}}{\times 10^{-8} \frac{(z+9.8670)(z+0.9970)(z+0.1010)}{(z-1)(z-0.9980)(z-0.9861)}} \right| = 1.$$

$$\begin{aligned}
K_c &= 10^8 \times \frac{r_{p_0} \cdot r_{p_0} \cdot r_{p_1} \cdot r_{p_1} \cdot r_{p_0.9980} \cdot r_{p_0.98610}}{r_{z=0.9970} \cdot r_{z=0.9851} \cdot r_{z=0.9965} \cdot r_{z=0.9870} \cdot r_{z=0.9970} \cdot r_{z=0.1010}} \\
&= 10^8 \times \frac{0.9958 \times 0.9958 \times 0.0061 \times 0.0061 \times 0.0049 \times 0.0107}{0.0046 \times 0.0116 \times 0.0046 \times 10.8628 \times 1.9928 \times 1.0968} \\
&= 3.3195 \times 10^4
\end{aligned}$$

แทนค่าซีโร a , b และ c ในสมการ (4.29) และนำสมการดังกล่าวไปพล็อตเส้นทางเดินของรากโดยไม่ต้องระบุค่าอัตราขยาย เพื่อตรวจสอบค่าอัตราขยายในโปรแกรมแมทแล็บ ได้ดังรูปที่ 4.5 โดยรูปที่ 4.5 แสดงเส้นทางเดินรากที่ผ่านตำแหน่งของโพลเด่น จะเห็นว่าที่ตำแหน่งดังกล่าวอัตราขยายมีค่าเท่ากับ 3.32×10^4 ซึ่งใกล้เคียงกับค่าที่คำนวณได้คือ $K_c = 3.3195 \times 10^4$

แทนค่าอัตราขยาย K_c , ตำแหน่งโพลและซีโรของตัวควบคุมในสมการ (4.14) จะได้

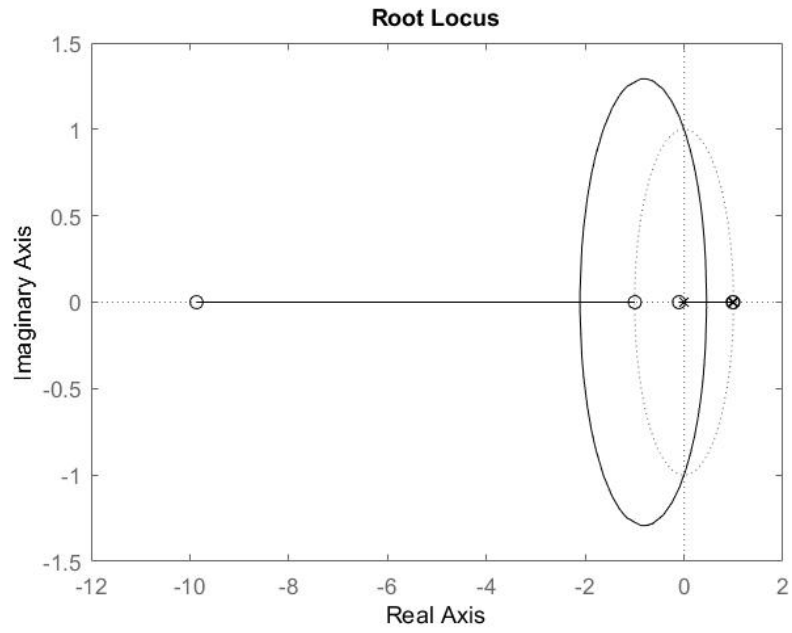
$$\begin{aligned}
K(z)G(z) &= 3.3195 \times 10^{-4} \frac{(z-0.9970)(z-0.9851)(z-0.9965)}{z^2(z-1)} \\
&\quad \times 10^{-8} \frac{(z+9.8670)(z+0.9970)(z+0.1010)}{(z-1)(z-0.9980)(z-0.9861)} \quad (4.30)
\end{aligned}$$

ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบวงปิดคือ

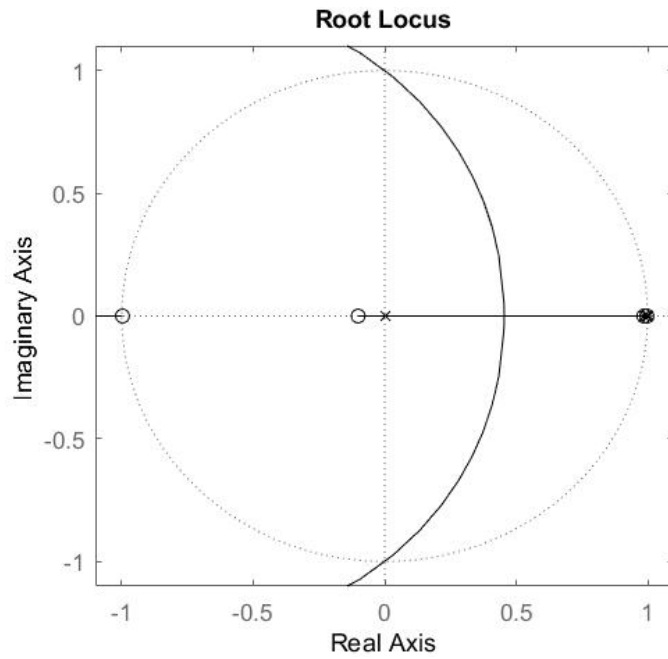
$$\frac{K(z)G(z)}{1+K(z)G(z)} = \frac{(3.32z^6 + 26.51z^5 + 62.30z^4 - 0.43z^3 + 61.90z^2 - 25.77z - 3.23) \times 10^{-4}}{z^6 - 3.98z^5 + 5.95z^4 - 3.95z^3 + 0.99z^2 - (25.77z + 3.23) \times 10^{-4}} \quad (4.31)$$

นำสมการ (4.31) ไปพล็อตหาผลตอบสนองได้ดังรูปที่ 4.6 พบว่าช่วงเวลาเข้าที่เท่ากับ 2.19 วินาที ซึ่งไม่เป็นไปตามที่เกณฑ์การออกแบบคือต้องน้อยกว่า 2 วินาที เช่นเดียวกันกับเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินที่เท่ากับ 24.1% ซึ่ง มากกว่าเกณฑ์ที่ต้องการ วิธีการลดค่าเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินดังกล่าวทำได้โดยเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุมขึ้น 10 เท่า นั่นคือจาก 3.3195×10^4 เป็น 33.195×10^4 ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดของระบบคือ

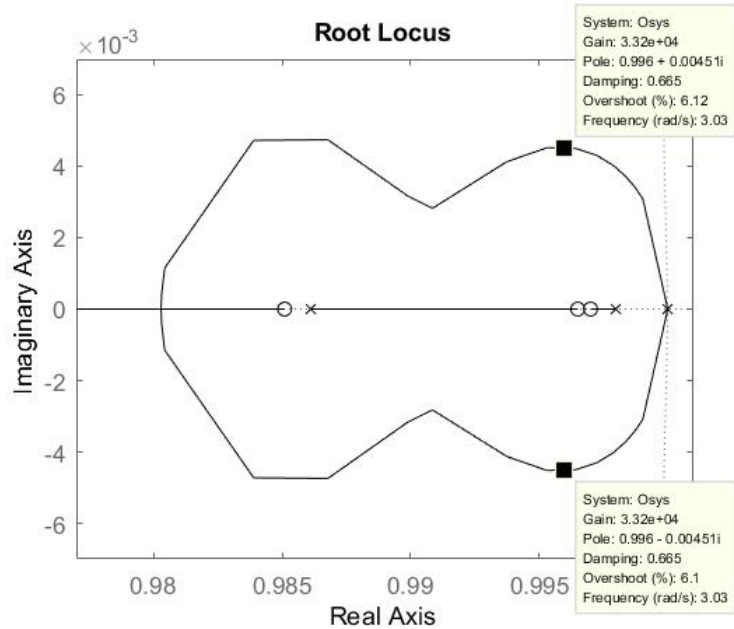
$$\frac{K(z)G(z)}{1+K(z)G(z)} = \frac{(3.32z^6 + 26.51z^5 + 62.30z^4 - 0.43z^3 + 61.90z^2 - 25.77z - 3.23) \times 10^{-3}}{z^6 - 3.96z^5 + 5.89z^4 - 3.95z^3 + 1.05z^2 - (25.77z + 3.23) \times 10^{-3}} \quad (4.32)$$



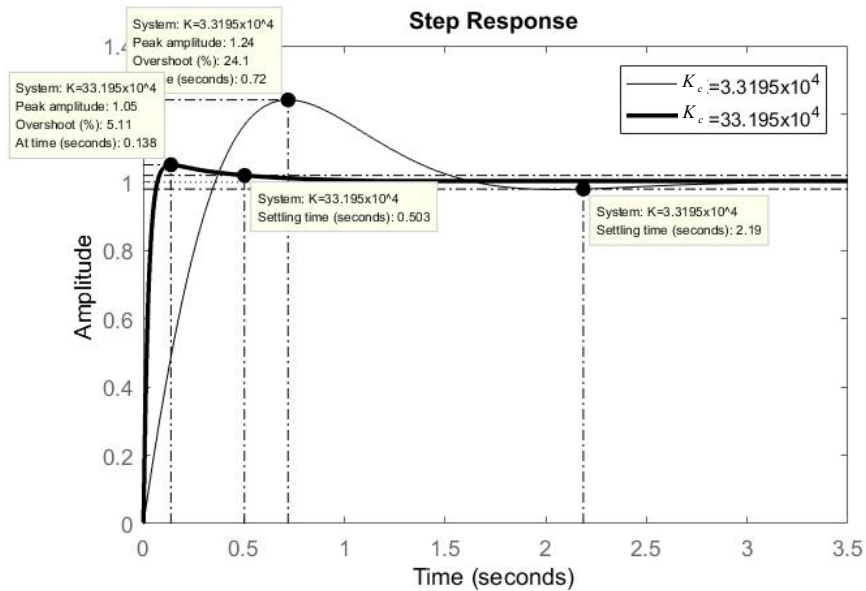
ก. เส้นทางเดินรากบนระนาบแซด



ข. เส้นทางเดินรากในวงกลมหนึ่งหน่วยบนระนาบแซด



ค. ส่วนขยายของเส้นทางเดินรากในวงกลมหนึ่งหน่วยที่แสดงตำแหน่งของโพลเด่น
รูปที่ 4.5 เส้นทางเดินรากบนระนาบแฉด เมื่อใช้การคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งที่ล่าช้า



รูปที่ 4.6 ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้เทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติ กับตัวควบคุมพีไอดีเอ
ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยใช้การคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งที่ล่าช้า

จากรูปที่ 4.6 เมื่อเพิ่มอัตราขยายจาก จาก 3.3195×10^4 เป็น 33.195×10^4 แล้ว ทำให้ค่า
เปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินลดลงจาก 24.1% เป็น 5.11% และช่วงเวลาเข้าที่ลดลงจาก 2.19 เป็น 0.5 วินาที
ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ที่ต้องการ

4.5 การเปรียบเทียบวิธีการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

ในหัวข้อนี้จะเป็นการเปรียบเทียบการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการใช้การเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมของ ดร.กิตติ สำหรับการออกแบบในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องที่แตกต่างกัน 3 วิธี ดังที่ได้แสดงวิธีการออกแบบไปแล้วในหัวข้อ 4.1 ถึง 4.3 โดยที่การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องทั้ง 3 วิธี มีฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดดังต่อไปนี้

การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์

$$K(z)G(z) = \left(7.4435 \times 10^4 \times \frac{(z-0.9970)(z-0.9761)(z-0.9975)}{z^2(z-1)} \right) \times \left(\frac{10^{-8}(z+3.7172)(z+0.2669)}{(z-1)(z-0.9980)(z-0.9861)} \right)$$

การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการแปลงไบลิเนียร์

$$K(z)G(z) = \left(2.2381 \times 10^5 \times \frac{(z-0.9970)(z-0.9761)(z-0.9974)}{(z-1)(z+1)^2} \right) \times \left(\frac{10^{-8} \times (z+1.0127)(z+0.9937 \pm j0.0109)}{(z-1)(z-0.9980)(z-0.9861)} \right)$$

การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่ง

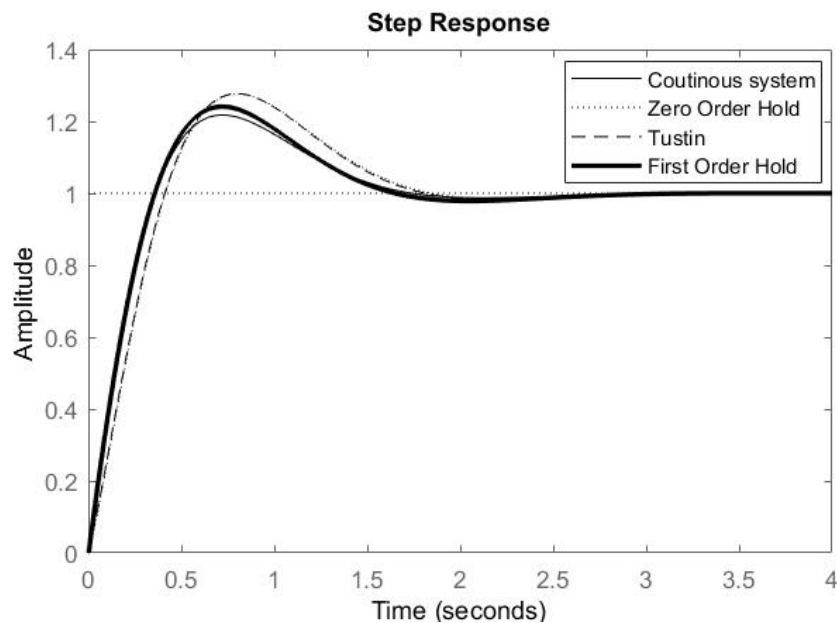
$$K(z)G(z) = \left(3.3195 \times 10^4 \frac{(z-0.9970)(z-0.9851)(z-0.9965)}{z^2(z-1)} \right) \times \left(10^{-8} \frac{(z+9.8670)(z+0.9970)(z+0.1010)}{(z-1)(z-0.9980)(z-0.9861)} \right)$$

นำฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดที่ได้จากการออกแบบทั้ง 3 วิธี รวมถึงฟังก์ชันถ่ายโอนในระบบเวลาต่อเนื่อง ไปพล็อตหาผลตอบสนองต่อสัญญาณแบบขั้นได้ดังรูปที่ 4.7

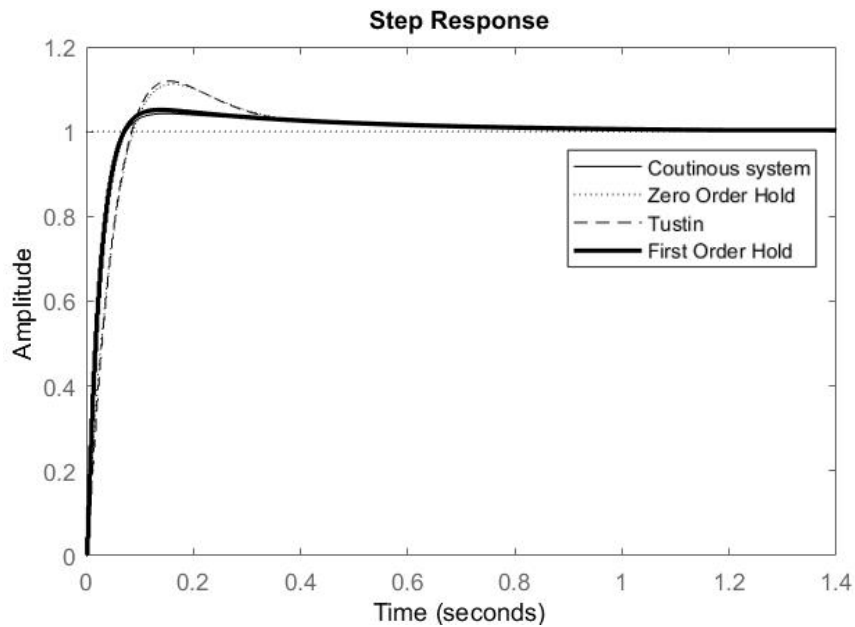
จากรูปที่ 4.7 แสดงการเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบซึ่งใช้ตัวควบคุมพีไอดีเอสำหรับควบคุมกระบวนการให้เป็นไปตามข้อกำหนดของการออกแบบ โดยนำเทคนิคของ ดร.กิตติ มาใช้ในการออกแบบ จากรูปกำหนดให้เส้นสีดำ คือผลตอบสนองในระบบเวลาต่อเนื่อง, เส้นประจุด คือผลตอบสนองในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยใช้วิธีการคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์เพื่อแปลงระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง, เส้นประยาว คือผลตอบสนองในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยใช้วิธีการแปลงไบลิเนียร์เพื่อแปลงระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง และเส้นทึบ คือ

ผลตอบสนองในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยใช้วิธีการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งเพื่อแปลงระบบเวลา ต่อเนื่องเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง จะเห็นว่าผลตอบสนองของระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยใช้วิธีการคง ค่าสัญญาณอันดับศูนย์และการแปลงไบลิเนียร์นั้นมีผลตอบสนองที่ใกล้เคียงกันมาก คือมีช่วงเวลาเข้า ที่เท่ากับ 1.7 วินาที ในขณะที่เปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินเท่ากับ 27.6% สำหรับวิธีการแปลงเป็นระบบเวลา ไม่ต่อเนื่องโดยการคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์ และช่วงเวลาเข้าที่เท่ากับ 1.7 วินาที ในขณะที่เปอร์เซ็นต์ ค่าพุ่งเกินเท่ากับ 27.7% สำหรับวิธีการแปลงเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยการแปลง ไบลิเนียร์ ซึ่ง วิธีทั้งสองมีช่วงเวลาเข้าที่เป็นไปตามเกณฑ์การออกแบบที่ต้องการ คือน้อยกว่า 2 วินาที แต่มี เปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินมากกว่าเกณฑ์ที่ต้องการ คือ 20%

ส่วนผลตอบสนองในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยใช้วิธีการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งเพื่อแปลง ระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง ซึ่งเป็นวิธีการที่นำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ มีช่วงเวลาเข้าที่ เท่ากับ 2.19 วินาที และเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินเท่ากับ 24.1% ซึ่งไม่เป็นไปตามเกณฑ์การออกแบบทั้ง สองเงื่อนไข โดยมีช่วงเวลาเข้าที่มากกว่าอีก 2 วิธีที่กล่าวไปข้างต้น แต่ให้ค่าเปอร์เซ็นต์ ค่าพุ่งเกินที่ น้อยกว่า ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับผลตอบสนองในระบบเวลาต่อเนื่องแล้ว จะพบว่าวิธีการนี้ให้ผล ตอบสนองที่ใกล้เคียงกับผลตอบสนองในระบบเวลาต่อเนื่องมากกว่าอีก 2 วิธีข้างต้นที่กล่าวไป



รูปที่ 4.7 การเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้เทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติ ทั้ง 3 วิธี ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องกับระบบเวลาต่อเนื่อง



รูปที่ 4.8 การเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้เทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติทั้ง 3 วิธี ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องกับระบบเวลาต่อเนื่อง โดยเพิ่มอัตราขยายขึ้น 10 เท่า

วิธีการแก้ปัญหาที่ผลตอบสนองไม่เป็นไปตามเกณฑ์การออกแบบ คือการเพิ่มอัตราขยายขึ้น 10 เท่าจากที่คำนวณได้ โดยค่าอัตราขยายที่เพิ่มขึ้นดังกล่าว จะทำให้ผลตอบสนองของแต่ละวิธีการออกแบบเป็นไปตามรูปที่ 4.8 ซึ่งจะเห็นว่าการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยใช้เทคนิคของ ดร.กิตติ กับวิธีการแปลงระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่องทั้ง 3 วิธีนั้น ให้ผลตอบสนองที่เป็นไปตามเกณฑ์ที่ต้องการทั้งหมด เมื่อเพิ่มอัตราขยายขึ้น 10 เท่า โดยการแปลงระบบเวลาต่อเนื่องเป็นระบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยวิธีการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่ง ซึ่งนำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ เป็นวิธีการที่ทำให้ผลตอบสนองใกล้เคียงกับระบบเวลาต่อเนื่องมากที่สุด

บทที่ 5

บทสรุป

5.1 สรุปผลการวิจัย

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีวัตถุประสงค์ในการศึกษาและออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง เพื่อควบคุมกระบวนการอันดับสาม จึงได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องโดยใช้เทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติ ซึ่งใช้พื้นฐานการออกแบบของเส้นทางเดินรากล มีขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนแรกคือนำกระบวนการในระบบเวลาต่อเนื่อง (อยู่ในรูปแบบของเอสโดเมน) มาแปลงให้อยู่ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง (อยู่ในรูปแบบของแซดโดเมน) ซึ่งในงานวิจัยนี้ใช้วิธีการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่ง

ขั้นตอนที่สองคือนำโครงสร้างของตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาต่อเนื่องมาแปลงให้อยู่ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง ซึ่งในงานวิจัยนี้ใช้วิธีการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่งที่ล่าช้า

หลังจากนั้นจึงทำการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง ซึ่งเป็นการออกแบบโดยตรงบนระนาบแซด จากผลการทดสอบการทำงานของตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง เมื่อนำไปควบคุมกระบวนการอันดับสาม โดยได้แสดงวิธีการแปลงระบบเวลาต่อเนื่องเป็นไม่ต่อเนื่องทั้งหมดสามวิธีด้วยกันคือ การแปลงโพลิเนียร์, การคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์ และการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่ง พบว่าผลตอบสนองที่ได้จากการใช้เทคนิคการออกแบบของ ดร.กิตติ เป็นไปตามข้อกำหนดการออกแบบทั้งสามวิธีสำหรับวิธีการแปลงระบบเวลาต่อเนื่องเป็นไม่ต่อเนื่อง โดยผลตอบสนองของระบบที่ใช้วิธีการคงค่าสัญญาณอันดับศูนย์และการแปลงโพลิเนียร์นั้นมีผลตอบสนองที่ใกล้เคียงกันมาก ส่วนวิธีการคงค่าสัญญาณอันดับหนึ่ง ซึ่งนำเสนอในวิทยานิพนธ์นี้ เป็นวิธีการที่ทำให้ผลตอบสนองใกล้เคียงกับระบบเวลาต่อเนื่องมากที่สุด

5.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางในการพัฒนา

การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง จะต้องรู้ฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการเสียก่อนจึงจะสามารถควบคุมระบบได้ การออกแบบตัวควบคุมโดยใช้พื้นฐานการออกแบบของเส้นทางเดินรากล จะต้องกำหนดตำแหน่งการวางซีโรของตัวควบคุมที่เหมาะสมจึงจะสามารถลดผลกระทบของโพลที่มีต่อระบบได้ และการเลือกคาบเวลาการสุ่มสัญญาณมีความสำคัญต่อการออกแบบ ถ้าใช้คาบเวลาการสุ่มน้อยก็จะได้สัญญาณสุ่มที่มีลักษณะใกล้เคียงกับสัญญาณชนิดต่อเนื่องเดิมมาก แต่ถ้าใช้คาบเวลาการสุ่มมากเกินไปจะเป็นการลดจำนวนการสุ่มสัญญาณ ซึ่งสัญญาณที่ได้จะแตกต่างจากสัญญาณต่อเนื่องเดิมมาก

ในวิทยานิพนธ์นี้เป็นเพียงการทดลองการจำลองผ่านคอมพิวเตอร์เท่านั้น ดังนั้นแนวทางในการพัฒนาตัวควบคุมนี้อาจนำตัวควบคุมไปทดลองควบคุมกระบวนการจริง เช่น การออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบควบคุมความเร็วที่ไซมูเลเตอร์เหนี่ยวนำ (induction motor) ซึ่งเป็นกระบวนการอันดับสาม หรือทดลองกับกระบวนการจำลองในห้องปฏิบัติการ โดยอาศัยผลงานวิจัยนี้เป็นต้นแบบ

เอกสารอ้างอิง

- [1] R. C. Dorf and R. H. Bishop. 2010. Modern Controls Systems. 12th Ed. New Jersey: Prentice Hall.
- [2] J. G. Ziegler and N. B. Nichols. 1942. "Optimum setting for automatic controllers." Transactions of the A.S.M.E. Vol. 64. pp. 759-768.
- [3] S. Jung and R. C. Dorf. 1996. "Analytic PID controller design technique for a third order system." pp.2513-2518. Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control, Japan,
- [4] T. Trisuwannawat, K. Tirasesth, J. Ngamwiwit and M. Iida. 1998. "PID \times (n-2) stage PD cascade controller for SISO systems." pp.965-968. SICE'98 Proceedings of the 37th SICE Annual Conference, International session Papers.
- [5] C.A. Rabbath and N. Lechevin. 2014. Discrete-Time Control System Design with Applications. New York: Springer.
- [6] Pittaya Pannil, Suksiri Kanchanasomranvong, Prapart Ukakimaparn, Thanit Trisuwannawat and Kitti Tirasesth. 2008. "Discrete PID \times (n-2) stage PD cascade controller for SISO systems." pp.1784-1787. SICE Annual Conference.
- [7] P. Ukakimaparn, P. Pannil, P. Boonchuay and T. Trisuwannawat. 2009. "PID controller designed by Kitti's method." pp.1547-1550. ICROS- SICE International Joint Conference. Japan.
- [8] K. Smerpitak, P. Ukakimaparn, T. Trisuwannawat and P. La-orsri, "Discrete-time PID controller designed by Kitti's method with bilinear transform", 12th International Conference on Control, Automation and Systems, Korea, 2012, pp. 1585-1590.
- [9] N. Narkvitul, P. Ukakimaparn, P. Pannil and T. Trisuwannawat, "Closed-form formulas for continuous/discrete-time PID controllers' parameters", 15th International Conference on Control, Automation and Systems, Korea, 2015, pp. 326-329.
- [10] C. Chiengtee, P. Pannil, P. Ukakimaparn, and T. Trisuwannawat, "Discrete-time PID \times (n-2) stage PD cascade controllers with first order hold and delayed first order hold discretization", Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists 2, Vol.1, 2017, pp. 251-255.

- [11] H. Fujimoto, "General framework of multirate sampling control and applications to motion control systems", Ph.D. Dissertation, The University of Tokyo, submitted in December 2000 and published in March 2001.
- [12] J. B. Hoagg, S. L. Lacy, R. S. Erwin, and D. S. Bernstein, "First-order-hold sampling of positive real systems and subspace identification of positive real models", Proceeding of the 2004 American Control Conference, Boston, Massachusetts, 2004, pp. 861-866.
- [13] M. Tomizuka, T. Tsao and K. Chew, "Analysis and synthesis of discrete-time repetitive controllers", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Transaction of the ASME, Vol.111, 1989, pp. 353-358.

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล	นายธินพงษ์ สังข์สอน
วัน เดือน ปีเกิด	24 สิงหาคม พศ.2527 ที่จังหวัดน่าน
ที่อยู่	88/29 หมู่บ้านวินเพลส หมู่.4 ต.บ่อวิน อ.ศรีราชา จ.ชลบุรี รหัสไปรษณีย์ 20230
ประวัติการศึกษา	2550 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล มหาวิทยาลัยนเรศวร
ประสบการณ์การทำงาน	
พ.ศ. 2550 – 2553	บริษัทซัมมิต ฟู้ดโก๊ยะ คุราตะ เมนูแพคเจอร์ริง จำกัด แผนกวิศวกรรมการผลิต ตำแหน่งวิศวกรดูแลโครงการ
พ.ศ. 2554 – ปัจจุบัน	บริษัทเจเนรัล มอเตอร์ (ประเทศไทย) จำกัด แผนกวิศวกรรมการผลิต ตำแหน่งวิศวกรระบบควบคุมอัตโนมัติ