

การศึกษาการกระจายตัวของความดันในดิฟฟิวเซอร์แบบไม่สมมาตร โดยใช้
พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2560

การศึกษาการกระจายตัวของความดันในดิฟฟิวเซอร์แบบไม่สมมาตร โดยใช้
พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิศวกรรมเคมี

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2560

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

STUDY OF THE PRESSURE DISTRIBUTION IN A PLANAR
ASYMMETRIC DIFFUSER BY COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS

JATURONG CHRAKAJRITTHIKUL

ADVISOR

DR. SANTI WATTANANUSORN

THIS THESIS IS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE
REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF ENGINEERING IN
CHEMICAL ENGINEERING FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

ACADEMIC YEAR 2017

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญานิพนธ์เรื่อง การศึกษาการกระจายตัวของความดันในดีฟิวเซอร์แบบไม่สมมาตร โดยใช้พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ

จัดทำโดย นายจตุรงค์ ฉกาจฤทธิกุล รหัสนักศึกษา 57010148

อาจารย์ที่ปรึกษา ผศ.ดร.สันติ วัฒนานุสรณ์

ปริญญานิพนธ์ วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2560

ปริญญานิพนธ์นี้ได้รับการพิจารณาและอนุมัติให้นับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเคมี

คณะกรรมการตรวจสอบปริญญานิพนธ์

ประธานกรรมการ

(ผศ.ดร. สันติ วัฒนานุสรณ์)

กรรมการ

(ผศ.ดร. ญาณิพร พัทธวรโชติ)

กรรมการ

(ดร. อมตะ อนันต์พิณิจวัฒนา)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และตั้งวางอ้างถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญานิพนธ์เรื่อง	การศึกษาการกระจายตัวของความดันในดิฟฟิวเซอร์แบบไม่สมมาตร โดยใช้พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ	
จัดทำโดย	นายจตุรงค์ ฅกาจฤทธิกุล	รหัสนักศึกษา 57010148
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผศ.ดร.สันติ วัฒนานุสรณ์	
ปริญญานิพนธ์	วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง	
ปีการศึกษา	2560	

บทคัดย่อ

ปริญญานิพนธ์นี้ได้ถูกจัดทำขึ้นโดยมีจุดประสงค์เพื่อที่จะศึกษาการกระจายตัวของความดันในดิฟฟิวเซอร์แบบไม่สมมาตร เนื่องจากการเกิดความดันลด (Pressure drop) ภายในท่อเป็นปัญหาสำคัญของการไหลภายในท่อ ซึ่งในกระบวนการบางอย่างในโรงงานอุตสาหกรรมอาจจำเป็นต้องทำให้ความดันภายในท่อมามีค่าที่เท่ากันเสมอ เช่น กระบวนการแยกด้วยเมมเบรน ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะใช้เทคนิคพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ ในการออกแบบพื้นที่หน้าตัดของดิฟฟิวเซอร์ โดยการหาความสัมพันธ์ของการขยายพื้นที่หน้าตัดของดิฟฟิวเซอร์ที่ทำให้ความดันตลอดความยาวของดิฟฟิวเซอร์มีค่าที่เท่ากัน และจะศึกษาในช่วงของไหลที่เป็นแบบปั่นป่วนเท่านั้น เนื่องจากในโรงงานอุตสาหกรรมส่วนใหญ่ การไหลภายในท่อจะเป็นการไหลแบบปั่นป่วน จากผลการจำลองจะพบว่าที่ตัวเลขเรย์โนลด์ต่ำ ความชันของการขยายพื้นที่หน้าตัดจะมีค่ามากกว่าที่ตัวเลขเรย์โนลด์สูง เนื่องจากที่ตัวเลขตัวเลขเรย์โนลด์ต่ำจะมีความดันลดที่มากกว่าที่ตัวเลขเรย์โนลด์สูง จึงต้องขยายพื้นที่หน้าตัดมากกว่า เพื่อที่จะทำให้ความดันภายในดิฟฟิวเซอร์มีค่าที่เท่ากันตลอดความยาวของดิฟฟิวเซอร์

Report Title Study of The Pressure Distribution in a Planar Asymmetric Diffuser by Computational Fluid Dynamics

By Mr. Jaturong Chrakajritthikul ID.NO. 57010148

Advisor Asst. Prof. Dr. Santi Wattananusorn

Report for Bachelor Degree of Chemical Engineering
Department of Chemical Engineering, Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang

Year 2017

Abstract

This project is study of the pressure distribution in a planar asymmetric diffuser an important problem of fluid flow in pipe is the pressure drop. For some industrials process, the constant pressure inside the pipe is necessary to be operated, such as membrane separation, plug flow reactor, etc. In this project, the cross-sectional area of diffuser was designed by considering the slope of cross-sectional area that represents the uniform pressure distribution. Further, the turbulent flow was only studied. From the simulated results, it was found that the slope of cross-sectional area was found to increase with decreasing Reynolds number because the kinetic energy of low turbulent Reynolds number was lower than that obtained by high Reynolds number. Then, the pressure recovery achieved by flow work of low Reynolds number would be lower than high Reynolds number. Hence, the slope of cross-sectional area of low Reynolds number should be higher than high Reynolds number to compensate for the pressure drop inside the diffuser.

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาโท ผศ.ดร.สันติ วัฒนานุสรณ์ ที่ให้ความรู้ในด้านกลศาสตร์ของไหล พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณและอื่นๆอีกมากมาย รวมถึงได้คำชี้แนะแนวทางการแก้ไขปัญหา การออกแบบการจำลอง รูปแบบการนำเสนอและการวิเคราะห์ผลการจำลอง ในงานวิจัยนี้ให้ผ่านพ้นไปด้วยดี

ขอขอบพระคุณ นายเอกราช บำรุงไทยชัยชาญ ที่ให้ความรู้ในทางทฤษฎี และการปฏิบัติเกี่ยวกับการใช้เทคนิคการจำลองโดยใช้โปรแกรม GAMBIT และ FLUENT รวมถึงได้คำชี้แนะแนวทางการนำเสนองานวิจัยให้มีความโดดเด่น และร่วมวิเคราะห์ผลการจำลอง ในงานวิจัยนี้ให้ผ่านพ้นไปด้วยดี

และสุดท้ายนี้ขอขอบพระคุณ บิดา มารดา อาจารย์ และคณะกรรมการคณบดีวิทยาลัยนิพนธ์ทุกท่าน ที่ให้กำลังใจและสนับสนุน ชี้แนะปัญหาและแก้ไขปัญหาในงานวิจัยนี้ ให้ผ่านพ้นไปด้วยดี รวมถึงภาควิชาวิศวกรรมเคมี สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่ได้เอื้อเฟื้อสถานที่ทำงานวิจัยนี้ให้ลุล่วงไปด้วยดี ถ้ามีข้อผิดพลาดประการใดในงานวิจัยนี้ ผู้จัดทำขอน้อมรับและขออภัยมา ณ ที่นี้

จตุรงค์ ฉกาจฤทธิกุล

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VIII
สารบัญรูป.....	IX
สัญลักษณ์.....	X
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของงานวิจัย.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	1
1.3 ขอบเขตของการศึกษา.....	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
บทที่ 2 ทฤษฎี.....	3
2.1 พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ (Computational Fluid Dynamics, CFD).....	3
2.2 สมการที่ใช้ในการอธิบายปรากฏการณ์การไหล.....	6
2.2.1 สมการควบคุม (Governing Equation).....	6
2.2.1.1 สมการการอนุรักษ์มวล (Mass Conservation Equation).....	6
2.2.1.2 สมการโมเมนตัม (Momentum Equation).....	7
2.2.1.3 สมการพลังงาน (Energy Equation).....	8
2.2.2 สมการการถ่ายเทมวลสาร (Species Transport Equations).....	8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และตี IV อ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.2.3 สมการนาเวียร์-สโตกส์ (Navier-Stokes Equations).....	9
2.3 ความปั่นป่วนและแบบจำลองความปั่นป่วน.....	10
2.3.1 ลักษณะการไหลแบบปั่นป่วน.....	10
2.3.1.1 การไหลแบบปั่นป่วนมีความไม่คงตัวสูง (Highly Unsteady)...	10
2.3.1.2 การไหลแบบปั่นป่วนมีลักษณะไม่ปกติ (Irregularity).....	11
2.3.1.3 การแพร่กระจาย (Diffusivity).....	11
2.3.1.4 การไหลแบบปั่นป่วนเกิดขึ้นในสามมิติ (Three Dimensional) 11	
2.3.1.5 การสลายตัว (Dissipative).....	11
2.3.1.6 เลขเรย์โนลด์สูง (Higher Reynolds Number).....	11
2.3.2 การคำนวณการไหลแบบปั่นป่วน.....	11
2.3.2.1 สมการนาเวียร์-สโตกส์เฉลี่ยเรย์โนลด์ (Reynolds Averaged Navier- Stokes Equations: RANS).....	12
2.3.2.2 แบบจำลองความปั่นป่วน k – epsilon.....	15
2.3.2.2.1 แบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-epsilon.....	16
2.4 ระเบียบวิธีแบบ SIMPLE.....	18
2.5 สมการต่อเนื่อง (Equation of continuity).....	22
2.6 สมการเบอร์นูลลี Bernoulli’s Equation.....	23
2.7 สมการ ดาร์ซี-เวิสบาค Darcy-Weisbach Equation.....	24
2.8 การคำนวณระยะห่างระหว่างกริดแรกกับผนังโดยใช้ Y^+	26

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และตัว V อ่างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 3 ขั้นตอนและวิธีการดำเนินงาน.....	27
3.1 คำอธิบายการทดลอง.....	27
3.2 การศึกษาความถูกต้องของแบบจำลองดิฟฟิวเซอร์ (Diffuser).....	27
3.2.1 โครงสร้างของดิฟฟิวเซอร์.....	27
3.2.2 การกำหนดความละเอียดของกริด (Grid) ในแบบจำลอง.....	28
3.2.3 แบบจำลองและการกำหนดคุณสมบัติ.....	30
3.3 การหาความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่หน้าตัดความยาวของท่อ.....	31
3.3.1 โครงสร้างของดิฟฟิวเซอร์.....	31
3.3.2 การหาความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่หน้าตัด.....	31
3.3.3 การศึกษาปัจจัยของความหนาแน่นและความหนืดของของไหลที่ส่งผลกับ ความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดพื้นที่หน้าตัด.....	32
3.3.4 การศึกษาปัจจัยของพื้นที่หน้าตัดทางเข้าที่ส่งผลกับความชันของการ เปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่หน้าตัด.....	32
บทที่ 4 ผลการจำลองและวิเคราะห์ผลการจำลอง.....	34
4.1 กริดที่ทำให้ผลการทดลองไม่เปลี่ยนแปลง (Grid Independent).....	34
4.2 การเปรียบเทียบผลการจำลองกับผลการทดลองที่อ้างอิง.....	35
4.3 ค่าความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดพื้นที่หน้าตัด.....	36
4.4 ปัจจัยของความหนาแน่นและความหนืดของของไหลที่ส่งผลกับความชันของการ เปลี่ยนแปลงขนาดพื้นที่หน้าตัด.....	37
4.5 ปัจจัยของพื้นที่หน้าตัดทางเข้าที่ส่งผลกับความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาด พื้นที่หน้าตัด.....	38

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และตี Vi อ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 สรุปผลการจำลอง.....	39
5.1 สรุปผลการจำลอง.....	39
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	40
ภาคผนวก.....	41
เอกสารอ้างอิง.....	44



สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 ค่าคงที่ของแบบจำลองความปั่นป่วน $k - \epsilon$	17
2.2 ค่าคงที่ของแบบจำลองความปั่นป่วน $V2F$	18
2.3 ค่าสัมประสิทธิ์ของสมการปรับแก้ความดัน.....	21
3.1 การกำหนดสภาวะขอบเขต.....	30
3.2 การตั้งค่าแบบจำลอง.....	30
3.3 คุณสมบัติของอากาศ.....	30
3.4 การตั้งค่ารูปแบบระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical schemes).....	30
3.5 การหาความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่หน้าตัดที่ตัวเลขเรย์โนลด์ต่างๆ.....	31
3.6 ปัจจัยของความหนาแน่นและความหนืดของของไหลที่ส่งผลกับความชันของการเปลี่ยนแปลง ขนาดพื้นที่หน้าตัด.....	32
3.7 ปัจจัยของพื้นที่หน้าตัดทางเข้าที่ส่งผลกับความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่หน้าตัด.....	33
ก.1 ความชันที่ตัวเลขเรย์โนลด์ต่างๆที่ทำให้ความดันภายในท่อคงที่.....	41
ก.2 คอนทัวร์ของความดันสถิตที่ตัวเลขเรย์โนลด์ต่างๆ.....	41

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ความเร็วของการไหลแบบปั่นป่วน.....	11
2.2 วิธีการคำนวณการไหลแบบปั่นป่วน.....	12
2.3 ขั้นตอนของระเบียบวิธีแบบ SIMPLE.....	22
2.4 แผนภาพของมูดดี (Moody diagram).....	25
3.1 โครงสร้างดิฟฟิวเซอร์ของ Buice และคณะ.....	28
3.2 โดเมนในการคำนวณ.....	28
3.3 ความละเอียดของกริด.....	29
3.4 โครงสร้างดิฟฟิวเซอร์ที่ใช้ในการจำลอง.....	31
4.1 รูปแบบของความเร็ว (Velocity Profiles) ตามแนวแกนที่ตำแหน่งต่างๆ.....	34
4.2 การเปรียบเทียบรูปแบบของความเร็ว (Velocity Profiles) ตามแนวแกนที่ตำแหน่งต่างๆของการจำลองกับผลจากการทดลอง.....	35
4.3 การเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์การเพิ่มขึ้นของความดันของการจำลองกับผลการทดลอง.....	35
4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลขเรย์โนลด์และความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดพื้นที่หน้าตัด.....	36
4.5 ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและตำแหน่งระยะต่างๆบริเวณผนังด้านล่างของดิฟฟิวเซอร์.....	37
4.6 ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและตำแหน่งระยะต่างๆบริเวณผนังด้านล่างของดิฟฟิวเซอร์ที่ตัวเลขเรย์โนลด์ $Re = 60,000$ เมื่อมีการเปลี่ยนความหนาแน่นและความหนืดของของไหล.....	37
4.7 ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและตำแหน่งระยะต่างๆบริเวณผนังด้านล่างของดิฟฟิวเซอร์ที่ตัวเลขเรย์โนลด์ $Re = 60,000$ เมื่อมีการเปลี่ยนขนาดของพื้นที่หน้าตัดทางเข้า.....	38

สัญลักษณ์

ตัวอักษรภาษาอังกฤษ

A	พื้นที่หน้าตัดที่ของไหลไหลผ่าน
a	ความเร็วเสียงอากาศ (m/s)
C_f	สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิว (Skin friction coefficient)
D	เส้นผ่านศูนย์กลางท่อ
E	พลังงานจำเพาะของของไหล
G_b	การเกิดขึ้นของพลังงานปั่นป่วนเนื่องจากแรงลอยตัว
G_k	การเกิดขึ้นของพลังงานปั่นป่วนเนื่องจากเกรเดียนต์ของความเร็วเฉลี่ย
\bar{J}_i	ฟลักซ์ของการแพร่ของสาร i
k	พลังงานจลน์ของความปั่นป่วน (Turbulent kinetic energy)
p	ความดัน (Pressure)
p^*	ความดันคาดเดา
p'	ความดันปรับแก้
R_i	อัตราสุทธิของผลิตภัณฑ์สาร i
S_E	แหล่งพลังงานอื่นๆ (Energy source terms)
S_i	เทอมของแหล่งกำเนิดของสาร i
S_M	เทอมของแหล่งโมเมนตัมอื่นๆ (Momentum Source Terms)
S_k	เทอมแหล่งกำเนิดที่ผู้ใช้กำหนดขึ้นของ k
S_ϵ	เทอมแหล่งกำเนิดที่ผู้ใช้กำหนดขึ้นของ ϵ
T	เวลาของความปั่นป่วน (Turbulent time)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สัญลักษณ์ (ต่อ)

ตัวอักษรภาษาอังกฤษ (ต่อ)

t	เวลา (Time)
u	ความเร็วในแนวแกน x
\bar{u}	เวกเตอร์ความเร็ว
u^*	ความเร็วคาดเดาในแนวแกน x
u'	ความเร็วปรับแก้ในแนวแกน x
v	ความเร็วในแนวแกน y
v^*	ความเร็วคาดเดาในแนวแกน y
v'	ความเร็วปรับแก้ในแนวแกน y
w	ความเร็วในแนวแกน z
w^*	ความเร็วคาดเดาในแนวแกน z
w'	ความเร็วปรับแก้ในแนวแกน z
Y_i	สัดส่วนโดยมวลของสาร i
Y_M	บทบาทของการขยายตัวที่กว้างในความปั่นป่วนที่อัดตัวได้ที่ส่งผลต่ออัตรากา สลายตัวทั้งหมด

สัญลักษณ์ (ต่อ)

ตัวอักษรภาษากรีก

ρ	ความหนาแน่น (Density)
ε	อัตราการสลายตัวของพลังงานจลน์ปั่นป่วน
f	ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน (Friction Factor)
λ	สัมประสิทธิ์ความหนืดอันดับสอง (Second Viscosity Coefficient)
μ	สัมประสิทธิ์ความหนืด (Viscosity Coefficient)
μ_t	ความหนืดปั่นป่วน (Turbulent Viscosity)
μ_{eff}	ค่าสัมประสิทธิ์ความหนืดประสิทธิภาพ (Effective Viscosity)
σ_k	ตัวเลขพรีนด์เทิลปั่นป่วนสำหรับ k
σ_ε	ตัวเลขพรีนด์เทิลปั่นป่วนสำหรับ ε
τ	ความเค้นเฉือน (Shear Stress)
φ	เวลาเฉื่อยของคุณสมบัติการไหล
φ'	เวลาเฉื่อยของคุณสมบัติการไหลแกว่ง

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของงานวิจัย

ในการขนส่งของไหลผ่านทางท่อขนส่งเป็นวิธีการที่ใช้กันมากในโรงงานอุตสาหกรรม เช่น ระบบลำเลียงแก๊ส และระบบลำเลียงของเหลว เป็นต้น ซึ่งการไหลภายในท่อส่วนใหญ่พบว่าจะเกิดความดันตกภายในท่อ เป็นผลจากแรงเสียดทานในระบบ ขึ้นอยู่กับความเร็วของของไหลในเส้นท่อ ความยาวท่อ ขนาดท่อ ความขรุขระของท่อ เป็นต้น ในกระบวนการบางอย่างในโรงงานอาจจำเป็นต้องการให้ความดันภายในท่อมีค่าที่เท่ากันเสมอ เช่น กระบวนการแยกด้วยเมมเบรน ที่ต้องการให้ความดันภายในท่อมีค่าที่เท่ากันเพราะที่ ตำแหน่งที่มีความดันภายในท่อสูง เพอร์มิเอตฟลักซ์ (Permeate flux) จะมีค่าสูงและ จะเกิดตะกอน (Fouling) ปริมาณที่มาก ดังนั้นการศึกษาลักษณะการไหลและความดันภายในท่อ จึงมีความสำคัญต่อพัฒนากระบวนการผลิตที่ต้องอาศัยความดันภายในท่อในการทำงาน

ในปัจจุบันมีโปรแกรมสำเร็จรูปจำนวนมากที่ช่วยจำลองพลศาสตร์ของของไหล โดยเรียกเทคนิคการจำลองพลศาสตร์ของของไหลนี้ว่าเทคนิคพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ (Computational Fluid Dynamics : CFD) ซึ่งเป็นกระบวนการที่ใช้การคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical method) และขั้นตอนวิธี (Algorithm) ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการไหลของของไหล ซึ่งเป็นอีกหนึ่งเครื่องมือที่เหมาะสมในการนำมาวิเคราะห์ลักษณะการไหล และความดันภายในท่อ เนื่องจากการวิเคราะห์กระบวนการโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยแก้ไขกระบวนการที่ซับซ้อนให้ง่ายยิ่งขึ้น ใช้เวลาน้อยกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับกรทดลอง และสามารถผลิตข้อมูลจำนวนมากเพื่อนำไปใช้ในการวิเคราะห์ความดันภายในท่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ และนอกจากนี้ยังช่วยลดต้นทุนที่เกิดจากการทดลองได้ พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณจึงเป็นเครื่องมือที่เหมาะสมที่จะนำมาใช้ในการจำลองพลศาสตร์ของของไหลภายในท่อเมื่อมีการเปลี่ยนขนาดของพื้นที่หน้าตัด

1.2 วัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. เพื่อศึกษาการสร้างแบบจำลอง ด้วยโปรแกรม GAMBIT และศึกษาการจำลองลักษณะการไหลภายในท่อของท่อแบบดิฟฟิวเซอร์ (Diffuser) ด้วยโปรแกรม FLUENT 14.5
2. เพื่อเปรียบเทียบผลการจำลองด้วยวิธีเชิงตัวเลข กับผลการทดลอง
3. ศึกษาผลของพื้นที่หน้าตัดภายในท่อที่มีผลต่อความดันภายในท่อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.3 ขอบเขตของการศึกษา

1. สร้างแบบจำลองโดยใช้โปรแกรม GAMBIT และคำนวณการไหลโดยใช้โปรแกรม FLUENT ตรวจสอบผลการทำนาย ความเร็ว ความดันภายในท่อกับงานวิจัยที่อ้างอิง เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลอง
2. ศึกษารูปแบบการไหลภายในท่อแบบ 2 มิติ (2D) โดยมีภาวะการไหล (Flow Condition) ดังนี้
 - การไหลเป็นแบบปั่นป่วน (Turbulent Flow)
 - การไหลเป็นแบบคงตัว (Steady Flow)
 - ของไหลเป็นแบบอัดตัวไม่ได้ (Incompressible Fluid)
3. ศึกษาลักษณะการไหล และความดันภายในท่อ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดของท่อ

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเทคนิคพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ
2. ได้ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับกระบวนการทำงานของโปรแกรม GAMBIT และ FLUENT
3. ได้ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับผลของการเปลี่ยนพื้นที่หน้าตัดที่มีผลต่อความดัน
4. สามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์กระบวนการที่ต้องการความดันภายในท่อให้มีค่าคงที่

บทที่ 2

ทฤษฎี

2.1 พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ (Computational Fluid Dynamics, CFD)

พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณเป็นสาขาหนึ่งที่สร้างขึ้นเพื่อใช้แก้ไขปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการไหลของของไหล การถ่ายเทพลังงานและเกี่ยวข้องถึงปรากฏการณ์ต่าง ๆ อันได้แก่ ปฏิกริยาเคมี ซึ่งตั้งอยู่บนกฎ 3 ข้อด้วยกัน คือ กฎการอนุรักษ์มวล กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน (แรง=มวล×ความเร่ง) และกฎการอนุรักษ์พลังงาน โดยอาศัยระเบียบวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อเปลี่ยนสมการทางพลศาสตร์ของไหลที่เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยและไม่เป็นเชิงเส้นให้อยู่ในรูปสมการพีชคณิตเพื่อให้คอมพิวเตอร์สามารถคำนวณการไหลบนโดเมนที่เราสนใจซึ่งถูกทำให้อยู่ในรูปแบบไม่ต่อเนื่องแล้วจากนั้นสามารถนำเสนอผลออกมาในรูปแบบต่างๆเช่น คอนทัวร์ เวกเตอร์ เป็นต้น เพื่อใช้สำหรับวิเคราะห์ปรากฏการณ์การไหลต่างๆอย่างมีประสิทธิภาพและแม่นยำ[2]

สำหรับข้อเปรียบเทียบระหว่างการทดลองกับการจำลองโดยใช้เทคนิคพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณนั้นพบว่า ทั้งสองวิธีมีข้อดีข้อเสียแตกต่างกัน สำหรับข้อดีของการทดลองนั้น คือ สามารถทำได้ด้วยตัวเอง ผลที่ได้สามารถนำมาวิเคราะห์โดยผ่านการคำนวณที่ไม่ซับซ้อนมากเกินไปและข้อมูลที่ได้อ่อนช้อยน่าเชื่อถือ แต่มีข้อเสียที่การทดลองเพื่อออกแบบอุปกรณ์ จำเป็นต้องใช้งบประมาณ เวลา และทรัพยากรในการทำค่อนข้างสูง

ซึ่งข้อเสียและข้อจำกัดของการทดลองดังที่กล่าวมาถูกแก้ปัญหาคือการจำลองโดยใช้เทคนิคพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ เนื่องจากเทคนิคนี้สามารถคำนวณได้ปริมาณข้อมูลที่ละมากๆ มีความหลากหลาย มีข้อจำกัดต่ำและประหยัดทั้งทรัพยากรและเวลา อีกทั้งการประมาณค่าจากการคำนวณมีค่าใกล้เคียงกับความเป็นจริง ซึ่งเพียงพอต่อการนำไปวิเคราะห์ผลให้มีความแม่นยำและมีประสิทธิภาพ แต่การจำลองนั้นมีข้อจำกัดคือ ในกรณีที่ศึกษาการไหลที่ซับซ้อนมากๆ จำเป็นต้องใช้คอมพิวเตอร์ที่มีคุณภาพสูงนั้นหมายความว่าทรัพยากรที่ใช้ก็จะมากขึ้นเช่นกัน และที่สำคัญการจำลองต้องมีการเปรียบเทียบกับผลการทดลองหรือทฤษฎีก่อนทุกครั้ง เพื่อยืนยันว่าแบบจำลองของเรามีความถูกต้องตามผลการทดลองหรือทฤษฎีแล้วจึงสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการทำนายผลหรือใช้ในการออกแบบต่อไปได้

ด้วยข้อเด่นของเทคนิคพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ ประกอบกับความก้าวหน้าในปัจจุบันจึงทำให้เทคนิคพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณเป็นวิธีที่เหมาะสมอย่างยิ่งในด้านการวิจัยออกแบบและความคุ้มค่าด้านเศรษฐศาสตร์อันจะนำไปสู่ความก้าวหน้าทางอุตสาหกรรมและเทคโนโลยีต่อไป

หลักการพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณแบ่งออกได้เป็น 3 ส่วน

1. Pre-Processor คือ ขั้นตอนเตรียมความพร้อมก่อนการคำนวณ โดยการป้อนข้อมูลที่จำเป็นสำหรับการคำนวณปัญหาการไหลในรูปแบบต่างๆ ให้กับโปรแกรมคำนวณ ในส่วนนี้ประกอบด้วยขั้นตอนดังนี้คือ

1.1 นิยามรูปร่างขอบเขตที่สนใจ ซึ่งเป็นการกำหนดขอบเขตของปัญหาที่ต้องการคำนวณในขั้นตอนนี้ขอบเขตยังอยู่ในรูปต่อเนื่องตามธรรมชาติ

1.2 เนื่องจากขอบเขตที่ต่อเนื่องนั้นยากที่จะคำนวณได้ในทุกๆจุดจึงต้องมีการแบ่งขอบเขตของปัญหาที่มีความต่อเนื่องนั้นให้เป็นส่วนเล็กๆที่ไม่ต่อเนื่องจำนวนมากและไม่เกิดการทับซ้อนกันที่เรียกว่า กริด (Grid) หรือ เมช (Mesh) ซึ่งการแบ่งดังกล่าวจะเป็นการละทิ้งความสวยงามของธรรมชาติเนื่องจากคำตอบของปัญหาการไหล (ความเร็ว ความดัน อุณหภูมิและอื่นๆ) จะถูกนิยามอยู่บนโหนด (Nodes) ภายในแต่ละเซลล์ (Cell) เท่านั้น

1.3 เลือกสมการหรือแบบจำลองการคำนวณที่ใช้คำนวณปรากฏการณ์ธรรมชาติทั้งด้านกายภาพและเคมี ยกตัวอย่างเช่น ปรากฏการณ์การไหลแบบปั่นป่วนจำเป็นต้องใช้แบบจำลองความปั่นป่วนในการคำนวณการไหลเป็นต้น ส่วนสมการอื่นๆ ยกตัวอย่างเช่น สมการสภาวะ (Equation of State) สมการการถ่ายเทมวลสาร เป็นต้น

1.4 นิยามคุณสมบัติของของไหล เช่น ความหนืด ความหนาแน่น เป็นต้น

1.5 กำหนดเงื่อนไขขอบเขตที่เหมาะสมกับขอบเขตของปัญหา

สำหรับความแม่นยำของคำตอบที่ได้จากการคำนวณโดยวิธีพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณถูกควบคุมโดยคุณภาพของเซลล์ที่ขึ้นอยู่กับ

- จำนวนเซลล์ ซึ่งจำนวนเซลล์ยิ่งมากคำตอบของปัญหาก็จะแม่นยำมากขึ้น แต่การแบ่งเซลล์ในการคำนวณก็มีข้อจำกัดในเรื่องของประสิทธิภาพของคอมพิวเตอร์ด้วย
- ความบิดเบี้ยว (Skewness) โดยทั่วไปแล้วค่าความบิดเบี้ยวอยู่ในช่วงศูนย์ถึงหนึ่ง ซึ่งค่าความบิดเบี้ยวของเมชที่มีคุณภาพดีที่สุดจะเป็นศูนย์และเมชที่มีคุณภาพต่ำที่สุดจะเป็นหนึ่ง
- อัตราส่วนด้าน (Aspect Ratio) คืออัตราส่วนระหว่างด้านยาวที่สุดและด้านสั้นที่สุด (l_{max} / l_{min}) อัตราส่วนด้านในอุดมคติสำหรับเซลล์มีค่าเท่ากับหนึ่ง

2. Solver คือ ส่วนของการคำนวณ ซึ่งเทคนิคในการคำนวณเชิงตัวเลขมีอยู่ 4 แบบด้วยกัน คือ ระเบียบวิธี Finite Difference ระเบียบวิธี Finite Element ระเบียบวิธี Spectral และระเบียบวิธี Finite Volume รูปแบบพื้นฐานของการแก้ปัญหาขั้นตอนนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1 ประมาณตัวแปรการไหลที่ไม่ทราบค่าด้วยฟังก์ชันอย่างง่าย

2.2 เปลี่ยนสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย (Partial Differential Equations) ให้เป็นสมการพีชคณิตด้วยวิธีเชิงตัวเลขโดยการแทนค่าการประมาณลงในสมการควบคุมแล้วทำการจัดรูป

2.3 แก้ปัญหาของสมการพีชคณิต

เทคนิคเชิงตัวเลขที่ใช้ในงานวิจัยนี้เป็นแบบระเบียบวิธี Finite Volume ลำดับขั้นตอนการคำนวณเชิงตัวเลขของวิธีนี้ จะประกอบด้วย

- แบ่งโดเมนการคำนวณเป็นปริมาตรควบคุมเล็กๆ
- อินทิเกรตสมการควบคุมของของไหลทุกปริมาตรควบคุมภายใต้ขอบเขตของปัญหา
- เปลี่ยนสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยให้เป็นสมการพีชคณิตด้วยวิธีเชิงตัวเลข ด้วยการแทนค่าเทอมต่างๆ ของสมการควบคุมที่อินทิเกรตแล้วด้วยการประมาณค่า
- หาคำตอบของสมการพีชคณิตโดยวิธีการกระทำซ้ำ

3. Post-Processor คือ ส่วนแสดงผลที่ได้จากการคำนวณที่มีการพัฒนาเพื่อให้เหมาะสมกับการใช้งาน ด้วยความก้าวหน้าทางด้านงานวิศวกรรม ทำให้มีการแสดงผลแบบกราฟิกที่ดีขึ้น ซึ่งนำไปสู่ชุดโปรแกรมพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณที่ประกอบด้วย เครื่องมือที่ใช้ดูข้อมูลแบบอนเนกประสงค์ ประกอบด้วยรูปแบบต่างๆ เช่น

- รูปทรงโดเมนและการแสดงกริด
- เวกเตอร์
- เส้นและคอนทัวร์
- พื้นผิว 2 มิติและ 3 มิติ
- การติดตามอนุภาค
- การจัดภาพการมอง (การย้าย, การหมุน, การปรับ ฯลฯ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2 สมการที่ใช้ในการอธิบายปรากฏการณ์การไหล

2.2.1 สมการควบคุม (Governing Equation)

สมการควบคุมเป็นชุดสมการที่ใช้อธิบายปรากฏการณ์การไหลของของไหลที่ตั้งอยู่บนกฎการอนุรักษ์ทางฟิสิกส์ อันได้แก่ กฎการอนุรักษ์มวล (Conservation of Mass) กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน (แรง=มวล×ความเร่ง) และกฎการอนุรักษ์พลังงาน (Conservation of Energy) [9]

2.2.1.1 สมการการอนุรักษ์มวล (Mass Conservation Equation)

กฎการอนุรักษ์มวลกล่าวว่า “มวลไม่สามารถสร้างหรือทำให้หายไป” สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการดุลมวลของชั้นของไหลได้ดังนี้คือ

อัตราการเพิ่มขึ้นของมวลในชั้นของไหล = อัตราการไหลของมวลสุทธิเข้าสู่ชั้นของของไหล

หลังจากที่ดุลมวลของชั้นของไหลและจัดรูปสมการสำหรับการไหลสถานะไม่คงตัวในสามมิติ จะได้สมการอนุรักษ์มวลแสดงได้ดังนี้

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad \text{หรือ} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.1)$$

สมการที่ 2.1 ถูกเรียกว่า สมการความต่อเนื่อง (Continuity Equation)

โดย ρ คือ ความหนาแน่น (Density)

t คือ เวลา (Time)

\vec{u} คือ เวกเตอร์ความเร็ว (Velocity Vector) และกระจายเป็น $\vec{u} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$

u คือ ความเร็วในแนวแกน x

v คือ ความเร็วในแนวแกน y

w คือ ความเร็วในแนวแกน z

ในกรณีการไหลในสถานะคงตัว (Steady State) หรือสำหรับของไหลที่อัดตัวไม่ได้ (Incompressible Fluid) ที่มีความหนาแน่นคงที่ ทำให้สมการที่ 2.1 ลดรูปได้ดังนี้

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \text{ หรือ } \nabla \cdot (\rho \bar{u}) = 0 \quad (2.2)$$

2.2.1.2 สมการโมเมนตัม (Momentum Equation)

จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตันกล่าวว่า "แรงคืออัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม" ซึ่งสามารถแสดงได้โดย

$$\text{อัตราการเพิ่มขึ้นของโมเมนตัมในอนุภาคของไหล} = \text{ผลรวมของแรงที่มีต่ออนุภาคของไหล}$$

แรงแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภทคือ

- แรงกระทำต่อพื้นผิวของของไหล (Surface Force) อันประกอบไปด้วยแรงดัน (Pressure Forces) และแรงเนื่องจากความหนืด (Viscous Force)
- แรงกระทำต่อปริมาตรของไหล (Body Force) เช่น แรงโน้มถ่วง แรงเหวี่ยงหนีศูนย์กลาง ฯลฯ

หลังจากที่ดุลโมเมนตัมของชิ้นของไหลและจัดรูปสมการสำหรับการไหลสถานะไม่คงตัวในสามมิติ จะได้สมการโมเมนตัมในรูปแบบไม่อนุรักษ์ (Momentum Equation in Non-Conservation Form) ในทิศทาง x y และ z แสดงได้ดังนี้

$$\text{แนวแกน x : } \rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + S_{Mx} \quad (2.3)$$

$$\text{แนวแกน y : } \rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + S_{My} \quad (2.4)$$

$$\text{แนวแกน z : } \rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + S_{Mz} \quad (2.5)$$

เมื่อจัดรูปสมการโมเมนตัมในรูปแบบไม่อนุรักษ์ใหม่และนำไปเชื่อมโยงกับกฎการอนุรักษ์มวลจะได้สมการโมเมนตัมในรูปแบบอนุรักษ์ (Momentum Equation in Conservation Form) ในทิศทาง x y และ z แสดงได้ดังนี้

$$\text{แนวแกน x : } \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \bar{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + S_{Mx} \quad (2.6)$$

$$\text{แนวแกน y : } \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \bar{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + S_{My} \quad (2.7)$$

$$\text{แนวแกน z : } \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho w \bar{u}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + S_{Mz} \quad (2.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ขอสงวนสิทธิ์ในนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- โดย p คือ ความดัน (Pressure)
 τ คือ ความเค้นเฉือน (Shear Stress)
 S_M คือ เทอมของแหล่งโมเมนตัมอื่นๆ (Momentum Source Terms)

2.2.1.3 สมการพลังงาน (Energy Equation)

จากทฤษฎีบทหนึ่งของอุณหพลศาสตร์กล่าวว่า "พลังงานไม่มีการสูญหายหรือสร้างขึ้นใหม่ได้ แต่พลังงานจะเปลี่ยนแปลงจากพลังงานรูปแบบหนึ่งไปเป็นพลังงานอีกรูปแบบหนึ่ง" ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

อัตราการเพิ่มขึ้นของพลังงานของอนุภาค ของไหล	=	อัตราการเพิ่มของ ความร้อนสุทธิเข้า สู่อุณหภูมิของไหล	+	อัตราของงานสุทธิ ที่กระทำต่อ อนุภาคของไหล
--	---	--	---	---

หลังจากที่ดุลพลังงานของชั้นของไหลและจัดรูปสมการสำหรับการไหลสภาวะไม่คงตัวในสามมิติจะได้สมการอนุรักษ์พลังงานแสดงได้ดังนี้

$$\rho \frac{DE}{Dt} = -\nabla \cdot (p\bar{u}) + \left[\frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \right] + \nabla \cdot (k\nabla T) + S_E \quad (2.9)$$

- โดย E คือ พลังงานจำเพาะของของไหล
 k คือ สัมประสิทธิ์การนำความร้อน
 T คือ อุณหภูมิ
 S_E คือ แหล่งพลังงานอื่นๆ (Energy source terms)

2.2.2 สมการการถ่ายเทมวลสาร (Species Transport Equations)

สมการการถ่ายเทมวลสารเป็นสมการที่ใช้สำหรับแก้ปัญหาในระบบที่มีการการแพร่ของสาร รวมถึงมีปฏิกิริยาเกิดขึ้นในระบบ ซึ่งมีประโยชน์สำหรับทำนายสัดส่วนโดยมวลของสารแต่ละสารที่กระจายตัวอยู่ในระบบที่เวลาใดๆ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Y_i) + \nabla \cdot (\rho \bar{u} Y_i) = -\nabla \cdot \bar{J}_i + R_i + S_i \quad (2.10)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- โดย Y_i คือ สัดส่วนโดยมวลของสาร i
 \bar{J}_i คือ ฟลักซ์ของการแพร่ของสาร i
 R_i คือ อัตราสุทธิของผลิตภัณฑ์สาร i โดยปฏิกิริยาเคมี
 S_i คือ เทอมของแหล่งกำเนิดของสาร i

2.2.3 สมการนาเวียร์-สโตกส์ (Navier-Stokes Equations)

สมการนาเวียร์-สโตกส์ เป็นชุดสมการที่ถูกพัฒนาเพื่อใช้สำหรับคำนวณการไหลของของไหลที่ตั้งอยู่บนกฎข้อที่สองของนิวตันที่กล่าวว่า “แรงเค้นเฉือนในของไหลแปรผันตรงตามอัตราการเปลี่ยนแปลงความเครียด (Strain) (เช่น เกรเดียนต์ของความเร็ว)” เรียกของไหลเหล่านี้ว่า ของไหลแบบนิวโตเนียน (Newtonian Fluids) โดยทั่วไปแล้วสมการนาเวียร์-สโตกส์จะประกอบไปด้วยสมการความต่อเนื่องและสมการโมเมนตัม 3 สมการ จากสมการควบคุมในพจน์ของความเค้นเฉือนเป็นพจน์ที่มีความสำคัญอย่างมากที่ใช้อธิบายการไหล สามารถหาได้จากความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันของอัตราความเครียด (Strain Rate) ซึ่งในปี ค.ศ. 1845 สโตกส์ ได้นำเสนอว่า

$$\tau_{xx} = \lambda(\nabla \cdot \bar{u}) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.11)$$

$$\tau_{yy} = \lambda(\nabla \cdot \bar{u}) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.12)$$

$$\tau_{zz} = \lambda(\nabla \cdot \bar{u}) + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.13)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2.14)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2.15)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (2.16)$$

- โดย μ คือ สัมประสิทธิ์ความหนืด (Viscosity Coefficient)
 λ คือ คือสัมประสิทธิ์ความหนืดอันดับสอง (Second Viscosity Coefficient)

สโตกส์สร้างสมมติฐานว่า $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อแทนค่าความเค้นเฉือนลงในสมการโมเมนต์ในรูปแบบอนุพันธ์ (สมการ 2.6-2.8) และเขียนเทอมความเค้นเนื่องจากความหนืด (Viscous Stress) จะได้สมการนาเวียร์-สโตกส์ในระบบสามมิติในรูปอย่างง่ายได้ดังนี้

สมการความต่อเนื่อง :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{u}) = 0 \quad (2.17)$$

สมการโมเมนต์ :

$$\text{แนวแกน } x : \quad \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \bar{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nabla(\mu \nabla \cdot u) + S_{Mx} \quad (2.18)$$

$$\text{แนวแกน } y : \quad \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \bar{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \nabla(\mu \nabla \cdot v) + S_{My} \quad (2.19)$$

$$\text{แนวแกน } z : \quad \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho w \bar{u}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \nabla(\mu \nabla \cdot w) + S_{Mz} \quad (2.20)$$

2.3 ความปั่นป่วนและแบบจำลองความปั่นป่วน

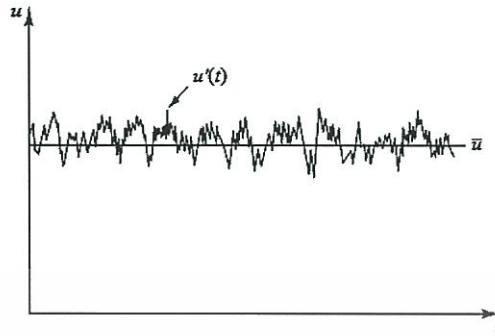
ในธรรมชาติรูปแบบการไหลของของไหลประกอบด้วย การไหลแบบราบเรียบ (Laminar) การไหลแบบทรานซิชัน (Transition) และการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulence) สามารถวิเคราะห์ได้โดยตัวเลขเรย์โนลด์ (Reynolds Number, Re) ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ของแรงเฉื่อย (Inertia Force) และแรงเนื่องจากความหนืด (Viscous Force) จากการทดลองในระบบของไหลพบว่า ถ้าการไหลมีค่าเลขเรย์โนลด์ต่ำกว่าเลขเรย์โนลด์วิกฤต (Critical Reynolds Number, Re_{crit}) การไหลนั้นจะเป็นแบบราบเรียบ ชั้นของของไหลแต่ละชั้นจะไหลผ่านชั้นของของไหลอื่นตามลำดับ ถ้าสภาวะขอบเขตไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา การไหลจะเป็นการไหลแบบคงตัว (Steady) เรียกช่วงการไหลนี้ว่าการไหลแบบราบเรียบ สำหรับการไหลที่มีค่าเลขเรย์โนลด์มากกว่าเลขเรย์โนลด์วิกฤต ความวุ่นวายจะเข้ามาแทนที่ เป็นสาเหตุของการเปลี่ยนแปลงลักษณะการไหลอย่างรวดเร็ว ในที่สุดการไหลจะเป็นแบบสุ่ม (Random) และวุ่นวาย (Chaotic) แม้ว่าสภาวะขอบเขตคงที่การไหลก็เป็นแบบไม่คงตัว (Unsteady) ความเร็วและคุณสมบัติการไหล (Flow Properties) อื่นๆจะมีลักษณะสุ่มและวุ่นวาย เรียกช่วงการไหลนี้ว่าการไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent Flow) [3]

2.3.1 ลักษณะการไหลแบบปั่นป่วน

2.3.1.1 การไหลแบบปั่นป่วนมีความไม่คงตัวสูง (Highly Unsteady) โดยคุณสมบัติ

เอกสารการไหลเป็นฟังก์ชันของเวลา ตัวอย่างการวัดความเร็วในการไหลแบบปั่นป่วนสามารถแสดงได้ดังรูปที่ค่าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1



รูปที่ 2.1 ความเร็วของการไหลแบบปั่นป่วน [9]

2.3.1.2 การไหลแบบปั่นป่วนมีลักษณะไม่ปกติ (Irregularity) ลักษณะการไหลที่ไม่ปกติทำให้การหาผลเฉลยแบบแม่นยำตรงเป็นไปไม่ได้ ดังนั้นจึงต้องใช้วิธีทางสถิติ (Statistical)

2.3.1.3 การแพร่กระจาย (Diffusivity) การไหลแบบปั่นป่วนต้องแสดงลักษณะการแพร่กระจาย ถ้ารูปแบบการไหลมีลักษณะสุ่ม (Random) แต่ไม่แสดงการแพร่กระจายตัวของคุณสมบัติการไหล จะไม่เรียกรูปแบบนี้ว่าการไหลแบบปั่นป่วน ลักษณะของการไหลแบบปั่นป่วนเป็นสาเหตุทำให้เกิดการผสมกันอย่างรวดเร็วและเพิ่มอัตราการถ่ายโอนของโมเมนตัมความร้อนและมวล

2.3.1.4 การไหลแบบปั่นป่วนเกิดขึ้นในสามมิติ (Three Dimensional) การไหลแบบปั่นป่วนเป็นการไหลแบบ 3 มิติและมีการหมุนวน (Rotational) ของของไหล

2.3.1.5 การสลายตัว (Dissipative) การไหลแบบปั่นป่วนสามารถสลายตัวได้ เช่น การใช้ซ็อนคนกาแฟในถ้วยจนการไหลเป็นแบบปั่นป่วน เมื่อยกซ็อนออกจากถ้วยกาแฟการไหลแบบปั่นป่วนจะเริ่มหายไป ในที่สุดกาแฟในถ้วยจะหยุดนิ่ง

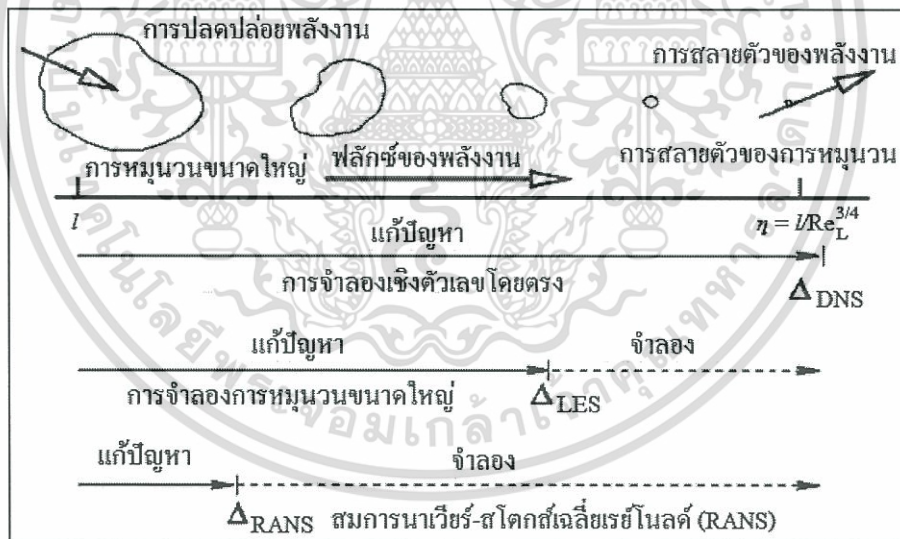
2.3.1.6 เลขเรย์โนลด์สูง (Higher Reynolds Number) การไหลแบบปั่นป่วนส่วนใหญ่เกิดขึ้นเมื่อมีเลขเรย์โนลด์สูง แต่ไม่จำเป็นเสมอไปที่ เลขเรย์โนลด์ต่ำก็สามารถเกิดการไหลแบบปั่นป่วนได้

2.3.2 การคำนวณการไหลแบบปั่นป่วน

สำหรับการคำนวณการไหลแบบปั่นป่วนโดยใช้สมการ นาเวียร์-สโตกส์ นั้นจะคำนวณได้ยากมากเนื่องจากสมการ นาเวียร์-สโตกส์ มีลักษณะเป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่ไม่เป็นเชิงเส้นชั้นสูง ดังนั้นจำเป็นต้องมีระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเพื่อหาคำตอบของสมการดังกล่าวที่เรียกว่า การจำลองเชิงตัวเลขโดยตรง (Direct Numerical Simulation: DNS) ในการไหลแบบปั่นป่วนประกอบด้วยการเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หมุนวนขนาดใหญ่ (Large-Scale Eddies) และการหมุนวนขนาดเล็ก (Small-Scale Eddies) เพื่อที่จะคำนวณการไหลปั่นป่วนของการหมุนวนขนาดเล็กจำเป็นต้องสร้างเมชที่มีขนาดเล็กเพียงพอที่จะอธิบายปรากฏการณ์ดังกล่าวได้ สำหรับกรณีระบบมีขนาดใหญ่การคำนวณการไหลแบบปั่นป่วนจึงต้องใช้เมชขนาดเล็กจำนวนมากดังนั้นการคำนวณจึงจำเป็นต้องใช้คอมพิวเตอร์ประสิทธิภาพสูงและระยะเวลาในการคำนวณยาวนานมาก ดังนั้นจึงเกิดแนวคิดที่จะเลือกคำนวณเฉพาะการหมุนวนขนาดใหญ่และใช้การจำลองกับการหมุนวนขนาดเล็กเรียกวิธีนี้ว่าการจำลองการหมุนวนขนาดใหญ่ (Large Eddy Simulation: LES) ถึงกระนั้นการคำนวณก็ยังคงใช้เวลานานและสิ้นเปลืองทรัพยากรอยู่ดี

จากปัญหาดังกล่าวนี้ทำให้เกิดการพัฒนาสมการคำนวณการไหลแบบปั่นป่วนโดยวิธีทางสถิติ ที่เรียกว่า สมการนาเวียร์-สโตกส์เฉลี่ยเรย์โนลด์ (Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations, RANS) เพื่อเพิ่มระดับการจำลองมากขึ้นแต่วิธีนี้จะมืองค์ประกอบความเร็วแกว่งที่อยู่ในเทอมความเค้นเฉือนเรย์โรลด์ (Reynolds Stress) ซึ่งยากต่อการคำนวณจึงมีการพัฒนาแบบจำลองความปั่นป่วนเพื่อแก้ไขความยุ่งยากดังกล่าว ซึ่งวิธีการคำนวณการไหลแบบปั่นป่วนสามารถสรุปได้ดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 วิธีการคำนวณการไหลแบบปั่นป่วน [10]

2.3.2.1 สมการนาเวียร์-สโตกส์เฉลี่ยเรย์โนลด์ (Reynolds Averaged Navier-Stokes Equations: RANS)

จากการไหลแบบปั่นป่วนสามารถคำนวณโดยวิธีทางสถิติ โดยคุณสมบัติการไหลฉับพลัน (ϕ) (Instantaneous Flow Property) เป็นผลรวมระหว่างคุณสมบัติของไหลเฉลี่ยตามเวลา เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยามให้หน้าไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

($\bar{\phi}$) (Time-averaged Flow Property) และคุณสมบัติของของไหลแกว่ง (Fluctuating Flow Property) สามารถแสดงได้ด้วยสมการที่ 2.21

$$\phi(t) = \bar{\phi} + \phi'(t) \quad (2.21)$$

ออสบอร์น เรย์โนลด์ (Osborne Reynolds) นำเสนอวิธีการแยกเรย์โนลด์ (Reynolds Decomposition) ซึ่งนิยามของเวลาเฉลี่ยของคุณสมบัติการไหล ϕ และเวลาเฉลี่ยของคุณสมบัติการไหลแกว่ง ϕ' แสดงได้ดังต่อไปนี้

$$\bar{\phi} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \phi(t) dt \quad (2.22)$$

$$\bar{\phi}' = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \phi'(t) dt \equiv 0 \quad (2.23)$$

การแยกเรย์โนลด์ (Reynolds Decomposition) ของความดัน เวกเตอร์ความเร็วและองค์ประกอบความเร็ว ซึ่งประกอบด้วยความเร็วในแนวแกน x y และ z สามารถแสดงได้ดังนี้

$$p(t) = \bar{p} + p'(t) \quad (2.24)$$

$$\bar{u}(t) = \bar{u} + \bar{u}'(t) \quad (2.25)$$

$$u(t) = \bar{u} + u'(t) \quad (2.26)$$

$$v(t) = \bar{v} + v'(t) \quad (2.27)$$

$$w(t) = \bar{w} + w'(t) \quad (2.28)$$

อิทธิพลของการแกว่งที่มีต่อการไหลเฉลี่ยสามารถหาได้จากการแทนที่สมการที่ (2.24) - (2.28) ลงในสมการควบคุมและใช้นิยามของเวลาเฉลี่ยดังแสดงในสมการที่ (2.22) - (2.23)

สมการความต่อเนื่องสำหรับการไหลเฉลี่ยของของไหลอัดตัวได้คือ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho \bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho \bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho \bar{w}) = 0 \text{ หรือ } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{u}) = 0 \quad (2.29)$$

สมการโมเมนตัมสำหรับการไหลเฉลี่ยของของไหลอัดตัวไม่ได้ที่ความหนืดคงที่คือ :

$$\text{องค์ประกอบ } x : \quad \frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{u}) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho \bar{u}^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho \bar{u} \bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho \bar{u} \bar{w})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} \\ + \left[-\frac{\partial}{\partial x} (\rho \overline{u'^2}) - \frac{\partial}{\partial y} (\rho \overline{u'v'}) - \frac{\partial}{\partial z} (\rho \overline{u'w'}) \right] + S_{Mx}$$

หรือ

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{u}) + \nabla \cdot (\rho \bar{u}\bar{u}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \nabla^2 \bar{u} \\ + \left[-\frac{\partial}{\partial x} (\rho \overline{u'^2}) - \frac{\partial}{\partial y} (\rho \overline{u'v'}) - \frac{\partial}{\partial z} (\rho \overline{u'w'}) \right] + S_{Mx} \quad (2.30)$$

องค์ประกอบ y :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{v}) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho \bar{v}\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho \bar{v}^2) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho \bar{v}\bar{w}) \\ = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \mu \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \\ + \left[-\frac{\partial}{\partial x} (\rho \overline{u'v'}) - \frac{\partial}{\partial y} (\rho \overline{v'^2}) - \frac{\partial}{\partial z} (\rho \overline{v'w'}) \right] + S_{My}$$

หรือ

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{v}) + \nabla \cdot (\rho \bar{v}\bar{u}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \mu \nabla^2 \bar{v} \\ + \left[-\frac{\partial}{\partial x} (\rho \overline{u'v'}) - \frac{\partial}{\partial y} (\rho \overline{v'^2}) - \frac{\partial}{\partial z} (\rho \overline{v'w'}) \right] + S_{My} \quad (2.31)$$

องค์ประกอบ z :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{w}) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho \bar{w}\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho \bar{w}\bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho \bar{w}^2) \\ = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \mu \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2} \\ + \left[-\frac{\partial}{\partial x} (\rho \overline{u'w'}) - \frac{\partial}{\partial y} (\rho \overline{v'w'}) - \frac{\partial}{\partial z} (\rho \overline{w'^2}) \right] + S_{Mz}$$

หรือ

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{w}) + \nabla \cdot (\rho \bar{w}\bar{u}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \mu \nabla^2 \bar{w} \\ + \left[-\frac{\partial}{\partial x} (\rho \overline{u'w'}) - \frac{\partial}{\partial y} (\rho \overline{v'w'}) - \frac{\partial}{\partial z} (\rho \overline{w'^2}) \right] + S_{Mz} \quad (2.32)$$

เรียกสมการที่ (2.30) – (2.32) ว่าสมการเรย์โนลด์ (Reynolds Equation) ซึ่งเทอมในวงเล็บที่เพิ่มขึ้นมาใหม่ซึ่งเกี่ยวข้องกับความเร็วแกว่งเนื่องจากการไหลแบบปั่นป่วน ความเค้นปั่นป่วนพิเศษ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(Extra Turbulent Stresses) สามารถอธิบายธรรมชาติของการแพร่ได้ ซึ่งเรียกความเค้นปั่นป่วนพิเศษนี้ว่า ความเค้นเรย์โนลด์ (Reynolds Stresses)

เพื่อความสะดวก Boussinesq เสนอความเค้นเรย์โนลด์สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\overline{\tau_{ij}} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial \overline{u}_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (2.33)$$

โดยที่ μ_t คือ ความหนืดปั่นป่วน (Turbulent Viscosity) หรือความหนืดหมุนวน (Eddy Viscosity) ซึ่งขึ้นกับตำแหน่ง

และ k คือ พลังงานจลน์ของความปั่นป่วน (Turbulent kinetic energy)

จากความสัมพันธ์ตามสมการที่ (2.33) ดังนั้นจึงเขียนสมการที่ (2.30-2.32) ได้ในรูปของสมการที่ (2.34-2.36)

องค์ประกอบ x:
$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \overline{u}) + \nabla \cdot (\rho \overline{u \mathbf{u}}) = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x} + \mu_{eff} \nabla^2 \overline{u} + S_{Mx} \quad (2.34)$$

องค์ประกอบ y:
$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \overline{v}) + \nabla \cdot (\rho \overline{v \mathbf{u}}) = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial y} + \mu_{eff} \nabla^2 \overline{v} + S_{My} \quad (2.35)$$

องค์ประกอบ z:
$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \overline{w}) + \nabla \cdot (\rho \overline{w \mathbf{u}}) = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial z} + \mu_{eff} \nabla^2 \overline{w} + S_{Mz} \quad (2.36)$$

โดยที่ μ_{eff} คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความหนืดประสิทธิภาพ (Effective Viscosity) ซึ่งสามารถแสดงได้ดังนี้

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (2.37)$$

2.3.2.2 แบบจำลองความปั่นป่วน k – epsilon

แบบจำลองความปั่นป่วน k – epsilon เป็นหนึ่งในแบบจำลองความปั่นป่วนที่ใช้สำหรับคำนวณการไหลแบบปั่นป่วนได้อย่างมีประสิทธิภาพและไม่ซับซ้อนเกินไป ด้วยเหตุนี้จึงทำให้ปัจจุบันมีงานวิจัยจำนวนมากนิยมเลือกใช้แบบจำลองนี้ในการวิจัยออกแบบ เริ่มแรกแบบจำลองดังกล่าวถูกคิดค้นโดย Launder และ Spalding [4] หลังจากนั้นได้มีการพัฒนาแบบจำลองให้มีความถูกต้องมากขึ้น จะประกอบด้วยชุดสมการการถ่ายโอน 2 ชนิดที่แยกออกจากกันคือ สมการพลังงาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จลน์ปั่นป่วน (Turbulent Kinetic Energy, k) และสมการของอัตราการสลายตัวของพลังงานจลน์ปั่นป่วน (Dissipation Rate of Turbulent Kinetic Energy, ε) แบบจำลองความปั่นป่วนทั้ง

2.3.2.2.1 แบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-epsilon

แบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-epsilon เป็นแบบจำลองกึ่งการทดลอง (Semi-Empirical Model) ซึ่งขึ้นอยู่กับ การจำลองสมการพลังงานจลน์ปั่นป่วนและสมการอัตราการสลายตัวของพลังงานจลน์ปั่นป่วน สำหรับสมการแบบจำลองการถ่ายโอนของพลังงานจลน์ปั่นป่วน (k) ถูกพิสูจน์จากสมการแม่นยำ (Exact Solution) ส่วนสมการแบบจำลองการถ่ายโอนของอัตราการสลายตัวของพลังงานจลน์ปั่นป่วน (ε) หาจากเหตุผลทางฟิสิกส์ ในการพิสูจน์ของแบบจำลอง k-epsilon สมมุติฐานแบบจำลองนี้คือ การไหลเป็นแบบปั่นป่วนเต็มรูปแบบ (Fully Turbulent) ดังนั้นผลของความหนืดเนื่องจากโมเลกุลสารถูกตัดออกไป [4]

สมการการถ่ายโอนสำหรับแบบจำลองความปั่นป่วน Standard k-epsilon

พลังงานจลน์ปั่นป่วน (k) และอัตราการสลายตัวของพลังงานจลน์ปั่นป่วน (ε) หาได้จากสมการการถ่ายโอนที่ 2.38 และ 2.39

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (2.38)$$

และ

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (2.39)$$

โดยที่

G_k คือ การเกิดขึ้นของพลังงานจลน์ปั่นป่วนเนื่องจากเกรเดียนของความเร็วเฉลี่ย

$$\text{หาได้จาก} \quad G_k = -\overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (2.40)$$

G_b คือ การเกิดขึ้นของพลังงานจลน์ปั่นป่วนเนื่องจากแรงลอยตัว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หาได้จาก
$$G_b = \beta g_i \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.41)$$

Y_M คือ บทบาทของการขยายตัวที่แกว่งในความปั่นป่วนที่อัดตัวได้ที่ส่งผลต่ออัตราการสลายตัวทั้งหมด

หาได้จาก
$$Y_M = 2\rho\varepsilon M_t^2 \quad (2.42)$$

เมื่อ $M_t = \sqrt{\frac{k}{a^2}}$ และ a คือความเร็วอากาศ

σ_k และ σ_ε เป็นตัวเลขพรินด์เทิลปั่นป่วนสำหรับ k และ ε

$C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$ และ $C_{3\varepsilon}$ เป็นค่าคงที่ เมื่อ $C_{3\varepsilon} = \tanh\left|\frac{v}{u}\right|$

S_k และ S_ε คือเทอมแหล่งกำเนิดที่ผู้ใช้กำหนดขึ้น

แบบจำลองสำหรับความหนืดความปั่นป่วน

สำหรับความหนืดความปั่นป่วน (μ_t) ถูกคำนวณด้วยความสัมพันธ์กันระหว่างพลังงานจลน์ปั่นป่วน (k) และอัตราการสลายตัวของพลังงานจลน์ปั่นป่วน (ε) ดังสมการที่ 2.43

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.43)$$

โดยค่า C_μ เป็นค่าคงที่

และค่าคงที่ต่างๆในแบบจำลองแสดงค่าตามตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 2.1 ค่าคงที่ของแบบจำลองความปั่นป่วน k - epsilon

$C_{1\varepsilon}$	$C_{2\varepsilon}$	C_μ	σ_k	σ_ε
1.44	1.92	0.09	1.0	1.3

2.3.2.2.1 แบบจำลองความปั่นป่วน V2F

แบบจำลองความปั่นป่วน V2F เป็นแบบจำลองที่มีลักษณะคล้ายกับเอกสารแบบจำลอง Standard k-epsilon นอกจากนี้ยังรวมผลกระทบของความปั่นป่วนบริเวณใกล้กับผนังเข้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เช่นเดียวกับผลกระทบจากความดัน แบบจำลองความปั่นป่วน V2F จะใช้ค่าของความเร็ว, v^2 เพื่อประเมินผลกระทบเนื่องจากความหนืด แทนการใช้ค่าของ turbulent kinetic energy[5]

แบบจำลองสำหรับความหนืดความปั่นป่วน

$$\nu_t^{\overline{v^2}} = C_\mu \overline{v^2} T \quad (2.44)$$

และปริมาณความปั่นป่วน ที่นอกเหนือจาก standard k และ ε หาได้จากสมการ 2.55

$$\frac{\partial \overline{v^2}}{\partial t} + U_j \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial x_j} = kf - \frac{\overline{v^2}}{k} \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{v^2}} \right) \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial x_j} \right] \quad (2.45)$$

และสมการ elliptic สำหรับ relaxation function f

$$L^2 \nabla^2 f - f = \frac{C_1 - 1}{T} \left(\frac{\overline{v^2}}{k} - \frac{2}{3} \right) - C_2 \frac{P_k}{\varepsilon} \quad (2.46)$$

เมื่อ L คือความยาวของความปั่นป่วน (Turbulence length)

$$L = C_L \max \left[\frac{k^{3/2}}{\varepsilon}, C_\eta \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \right] \quad (2.47)$$

และ T คือเวลาของความปั่นป่วน (Turbulent time)

$$T = \max \left[\frac{k}{\varepsilon}, C_T \left(\frac{\nu}{\varepsilon} \right)^{1/2} \right] \quad (2.48)$$

ตารางที่ 2.2 ค่าคงที่ของแบบจำลองความปั่นป่วน V2F

C_1	C_2	C_μ	C_T	C_L	C_η	σ_{v^2}
1.4	0.45	0.22	6	0.25	85	1

2.4 ระเบียบวิธีแบบ SIMPLE

ระเบียบวิธีแบบ SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) เป็นระเบียบวิธีการคำนวณเพื่อใช้สำหรับกระบวนการคาดเดาและปรับแก้การคำนวณความดันบนกริดที่เหลื่อมกันเนื่องจากไม่มีสมการโดยตรงที่ใช้หาค่าความดันโดยตรงจึงต้องอาศัยการหาค่าความดันผ่านสมการโมเมนตัมแทน ซึ่งระเบียบวิธีนี้ถูกนำเสนอโดย Patankar และ Spalding ในปี ค.ศ. 1972 [4]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยการพิจารณาสมการการไหลราบเรียบแบบคงตัวใน 2 มิติสำหรับระบบพิกัดฉาก ซึ่งสมการโมเมนตัมแยกสามารถแสดงได้ดังนี้

$$a_{i,j}u_{i,j} = \sum a_{nb}u_{nb} + (p_{I-1,j} - p_{I,j})A_{i,j} + b_{i,j} \quad (2.49)$$

$$a_{I,j}v_{I,j} = \sum a_{nb}v_{nb} + (p_{I,j-1} - p_{I,j})A_{I,j} + b_{I,j} \quad (2.50)$$

ในขั้นแรกจะคาดเดาค่าสนามความดัน p^* u^* และ v^* แล้วแทนค่าในสมการโมเมนตัมแยกที่ 2.49 และ 2.50 จะได้เป็น

$$a_{i,j}u_{i,j}^* = \sum a_{nb}u_{nb}^* + (p_{I-1,j}^* - p_{I,j}^*)A_{i,j} + b_{i,j} \quad (2.51)$$

$$a_{I,j}v_{I,j}^* = \sum a_{nb}v_{nb}^* + (p_{I,j-1}^* - p_{I,j}^*)A_{I,j} + b_{I,j} \quad (2.52)$$

ให้นิยามความดันจริง (Correct Pressure: p) เท่ากับผลรวมของความดันปรับแก้ (Pressure Correction: p') และความดันคาดเดา (Guessed Pressure: p^*) เมื่อจัดให้อยู่ในรูปของความดันปรับแก้ดังนี้

$$p' = p - p^* \quad (2.53)$$

ในทำนองเดียวกันองค์ประกอบของการปรับแก้ความเร็วตามแนวแกน x และแนวแกน y แสดงได้ดังนี้

$$u' = u - u^* \quad (2.54)$$

$$v' = v - v^* \quad (2.55)$$

แทนค่าสนามความดันจริง p ในสมการโมเมนตัมแยกจะได้ผลลัพธ์เป็นสนามความเร็วจริง (u , v) สมการโมเมนตัมแยกเชื่อมโยงกับสนามความเร็วจริงด้วยสนามความดันจริง ลบสมการที่ (2.49) และ (2.50) ด้วยสมการที่ (2.51) และ (2.52) ตามลำดับ จะได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$a_{i,j}(u_{i,j} - u_{i,j}^*) = \sum a_{nb}(u_{nb} - u_{nb}^*) + [(p_{I-1,j} - p_{I-1,j}^*) - (p_{I,j} - p_{I,j}^*)]A_{i,j} \quad (2.56)$$

$$a_{I,j}(v_{I,j} - v_{I,j}^*) = \sum a_{nb}(v_{nb} - v_{nb}^*) + [(p_{I,j-1} - p_{I,j-1}^*) - (p_{I,j} - p_{I,j}^*)]A_{I,j} \quad (2.57)$$

จากนิยามในสมการ 2.53-2.55 เมื่อแทนค่าในสมการ 2.56 และ 2.57 จะได้เป็น

$$a_{i,j}u'_{i,j} = \sum a_{nb}u'_{nb} + (p'_{I-1,j} - p'_{I,j})A_{i,j} \quad (2.58)$$

$$a_{I,j}v'_{I,j} = \sum a_{nb}v'_{nb} + (p'_{I,j-1} - p'_{I,j})A_{I,j} \quad (2.59)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมการที่ (2.58) และ (2.59) ถูกทำให้เป็นสมการอย่างง่ายโดยการตัดเทอม $\sum a_{nb}u'_{nb}$ และ $\sum a_{nb}v'_{nb}$ เพื่อให้ได้การปรับแก้ความเร็ว การลดรูปนี้เป็นแนวคิดหลักในการประมาณด้วยระเบียบวิธีแบบ SIMPLE ซึ่งสมการอย่างง่ายสามารถแสดงได้ใหม่ดังนี้

$$u'_{i,j} = d_{i,j}(p'_{i-1,j} - p'_{i,j}) \quad (2.60)$$

$$v'_{i,j} = d_{i,j}(p'_{i,j-1} - p'_{i,j}) \quad (2.61)$$

โดยที่ $d_{i,j} = \frac{A_{i,j}}{a_{i,j}}$ และ $d_{I,j} = \frac{A_{I,j}}{a_{I,j}}$

แทนสมการที่ (2.60) และ (2.61) ในสมการที่ (2.54) และ (2.55) ได้ผลลัพธ์เป็น

$$u_{i,j} = u^*_{i,j} + d_{i,j}(p'_{i-1,j} - p'_{i,j}) \quad (2.62)$$

$$v_{i,j} = v^*_{i,j} + d_{i,j}(p'_{i,j-1} - p'_{i,j}) \quad (2.63)$$

ในทำนองเดียวกัน $u_{i+1,j}$ และ $v_{i,j+1}$ สามารถแสดงได้ดังนี้

$$u_{i+1,j} = u^*_{i+1,j} + d_{i+1,j}(p'_{i,j} - p'_{i+1,j}) \quad (2.64)$$

$$v_{i,j+1} = v^*_{i,j+1} + d_{i,j+1}(p'_{i,j} - p'_{i,j+1}) \quad (2.65)$$

โดยที่ $d_{i+1,j} = \frac{A_{i+1,j}}{a_{i+1,j}}$ และ $d_{i,j+1} = \frac{A_{i,j+1}}{a_{i,j+1}}$

สนามความเร็วต้องสอดคล้องกับสมการความต่อเนื่อง ซึ่งสมการความต่อเนื่องแยกคือ

$$[(\rho u A)_{i+1,j} - (\rho u A)_{i,j}] + [(\rho v A)_{i,j+1} - (\rho v A)_{i,j}] = 0 \quad (2.66)$$

แทนสมการที่ (2.62) ถึง (2.65) ในสมการความต่อเนื่องแยกได้เป็นสมการปรับแก้ความดัน (Pressure Correction Equation) ดังนี้

$$a_{i,j}p'_{i,j} = a_{i+1,j}p'_{i+1,j} + a_{i-1,j}p'_{i-1,j} + a_{i,j+1}p'_{i,j+1} + a_{i,j-1}p'_{i,j-1} + b'_{i,j} \quad (2.67)$$

โดยที่ $a_{i,j} = a_{i+1,j} + a_{i-1,j} + a_{i,j+1} + a_{i,j-1}$ และสัมประสิทธิ์อื่นสำหรับสมการปรับแก้ความดัน แสดงได้ดังตารางที่ 2.3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.3 ค่าสัมประสิทธิ์ของสมการปรับแก้ความดัน

สัมประสิทธิ์	ค่า
$a_{I+1,J}$	$(\rho dA)_{i+1,J}$
$a_{I-1,J}$	$(\rho dA)_{i,J}$
$a_{I,J+1}$	$(\rho dA)_{I,j+1}$
$a_{I,J-1}$	$(\rho dA)_{I,j}$
$b'_{I,J}$	$(\rho u^* A)_{i,J} - (\rho u^* A)_{i+1,J} + (\rho v^* A)_{I,j} - (\rho v^* A)_{I,j+1}$

เทอม b' แทนความไม่สมดุลเนื่องจากสนามความเร็วคาดเดาไม่เหมาะสม คำนวณสมการที่ (2.67) จะได้สนามการปรับแก้ความดันทั้งสนามการไหล เมื่อทราบสนามการปรับแก้ความดันแล้วจึงหาคความดันจริงได้จากสมการที่ (2.53) และองค์ประกอบความเร็วจากสมการที่ (2.62) ถึง (2.65) การตัดเทอม $\sum a_{nb}u'_{nb}$ และ $\sum a_{nb}v'_{nb}$ จะไม่ส่งผลต่อผลเฉลยสุดท้าย (ผลเฉลยลู่เข้า) เนื่องจากการปรับแก้ความดันและการปรับแก้ความเร็วมีค่าเป็นศูนย์ ($p^* = p$ $u^* = u$ และ $v^* = v$)

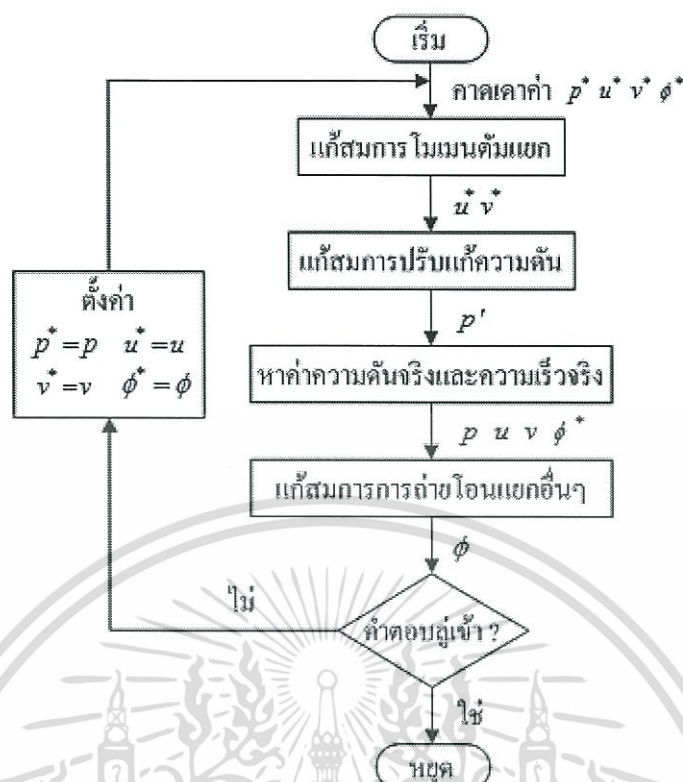
อย่างไรก็ตามสมการปรับแก้ความดันอาจเกิดการลู่ออกของผลเฉลย ซึ่งปัญหานี้สามารถแก้ไขได้ด้วย Underrelaxation ระหว่างกระบวนการการคำนวณซ้ำ ซึ่งหาคความดันใหม่ได้จาก

$$p^{new} = p^* + \alpha_p p' \quad (2.68)$$

โดยที่ α_p คือ ตัวประกอบได้การผ่อนปรนของความดัน

การตั้งค่าตัวประกอบได้การผ่อนปรนที่ถูกต้องจะช่วยประหยัดต้นทุนในการจำลอง การตั้งค่าสูงเกินไปจะทำให้ผลเฉลยลู่ออก แต่ถ้าตั้งค่าต่ำเกินไปจะทำให้ผลเฉลยลู่เข้าอย่างช้าๆ ซึ่งการตั้งค่าตัวประกอบได้การผ่อนปรนจะมีค่าต่างกันขึ้นกับกรณีของการไหล

ขั้นตอนของระเบียบวิธีแบบ SIMPLE สามารถสรุปได้ดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 ขั้นตอนของระเบียบวิธีแบบ SIMPLE

2.5 สมการต่อเนื่อง (Equation of continuity)

การเคลื่อนที่ของของไหลด้วยวิธีการเขียนเวกเตอร์ความเร็วของของไหลที่แต่ละจุด มีความยาวของเวกเตอร์แทนอัตราเร็วของการไหลและทิศทางของเวกเตอร์แทนทิศทางการไหล หรืออีกวิธีหนึ่งคือการเขียนที่เราเรียกว่า สายกระแส ซึ่งคือเส้นสัมผัสกับทิศทางของความเร็ว ระยะช่องไฟระหว่างแต่ละเส้นในสายกระแสเป็นตัวระบุความหนาแน่นของอัตราของการไหล ถ้าช่องไฟแคบแสดงว่าอัตราเร็วของการไหลมีค่าสูง และช่องไฟระหว่างเส้นห่างกันมากแสดงว่ามีอัตราการไหลต่ำ สำหรับการไหลแบบสม่ำเสมอ เส้นในสายกระแสจะไม่เปลี่ยนแปลง[6]

$$\dot{M}_1 = \dot{M}_2 \quad (2.69)$$

เมื่อ $\rho_1 = \rho_2$

$$V_1 A_1 = V_2 A_2 \quad (2.70)$$

V คือความเร็วของของไหล

A คือพื้นที่หน้าตัดที่ของไหลไหลผ่าน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.6 สมการเบอร์นูลลี Bernoulli's Equation

การใช้หลักการของการอนุรักษ์มวลวิเคราะห์การไหลของของไหลในท่อทำให้เราเข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างอัตราเร็วและพื้นที่หน้าตัด และเราได้ความสัมพันธ์ที่เรียกว่าสมการต่อเนื่อง ในหัวข้อต่อไปเราจะใช้หลักการอนุรักษ์พลังงานวิเคราะห์การไหลของของไหล[7] เพื่อที่จะใช้หลักการอนุรักษ์พลังงานสมการที่ 2.71

$$W = \Delta K + \Delta U \quad (2.71)$$

ซึ่งมีความหมายว่าการถ่ายโอนพลังงานคิดได้จากงาน W ซึ่งมีค่าเท่ากับผลบวกของการเปลี่ยนแปลงของพลังงานจลน์และพลังงานศักย์ของของไหลที่ไหลในท่อ

แรงภายนอกที่กระทำต่อของไหลที่อยู่ระหว่างพื้นที่หน้าตัดในระนาบ x และ y มีสองแรงคือแรง F_1 จากของไหลที่อยู่ทางด้านซ้ายมือคือ พื้นที่ของพื้นที่ A_2 อีกแรงหนึ่ง และ P_1 เป็นความดันของของไหลที่กระทำต่อพื้นที่

$$P_1 = \frac{F_1}{A_1} \quad (2.72)$$

เมื่อ P_2 เป็นความดันของของไหลที่กระทำต่อพื้นที่ A_1

$$P_2 = \frac{F_2}{A_2} \quad (2.73)$$

เมื่อ P_2 เป็นความดันของของไหลที่กระทำต่อพื้นที่ A_2

แรงภายนอกที่กระทำทำให้ของไหลซึ่งอยู่ระหว่างพื้นที่หน้าตัดที่ x และ y ย้ายไปอยู่ระหว่างพื้นที่หน้าตัด x' และ y' ตามลำดับ ภายในช่วงเวลา Δt แรง F_1 ดันของไหลที่พื้นที่ A_1 ให้ปลายล่างของไหลเคลื่อนที่ตามแนวระดับได้เป็นระยะสูงสุด ΔL_1 ดังนั้น งานหรือพลังงานที่ถ่ายโอนให้ของไหลในช่วงที่พิจารณาจะเข้าไปตามสมการที่ 2.74

$$W_1 = F_1 \Delta L_1 = P_1 A_1 \Delta L_1 \quad (2.74)$$

ภายใน Δt เดียวกัน ของไหลในท่อถูกดันทำให้ส่วนปลายด้านบนเคลื่อนที่ ตามแนวระดับได้เป็นระยะทางสูงสุด Δx_2 ดังนั้นพลังงานที่ถ่ายโอน

$$W_2 = F_2 \Delta L_2 = P_2 A_2 \Delta L_2 \quad (2.75)$$

เนื่องจาก F_2 มีทิศทางตรงกันข้ามกับ Δx_2 งาน W_2 จึงมีเครื่องหมายลบ หมายความว่าของไหลในช่วงที่เราพิจารณาเสียพลังงาน

เอกสารดั่งนั้นของไหลในช่วงที่เราพิจารณาเสียพลังงาน W เท่ากันนั้น ไม่นิยามให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$W = W_1 + W_2 \quad (2.76)$$

$$W = P_1 A_1 \Delta L_1 + P_2 A_2 \Delta L_2 \quad (2.77)$$

เนื่องจากความหนาแน่นไม่เปลี่ยนแปลงตามความดัน

$$A_1 \Delta L_1 = A_2 \Delta L_2 = \Delta V \quad (2.78)$$

เมื่อ ΔV เป็นปริมาตรของของไหลระหว่างระนาบ X และ Y' ดังนั้น

$$W = (P_1 - P_2) \Delta V \quad (2.79)$$

ถ้า Δm เป็นมวลของปริมาตร ΔV

V_2 เป็นค่าความเร็วของมวล Δm ที่เคลื่อนที่ออกจากท่อผ่านพื้นที่ A_2

V_1 เป็นค่าความเร็วของมวล Δm ที่เคลื่อนที่ผ่านออกจากท่อผ่านพื้นที่ A_1

พลังงานจลน์ที่เปลี่ยนไปของของไหลในท่อ (ΔK) จะเป็นไปตามสมการ 2.80 และพลังงานจลน์ที่เปลี่ยนแปลงไป (ΔU) จะเป็นไปตามสมการ 2.81

$$\Delta K = \left(\frac{1}{2}\right) \Delta m V_2^2 - \left(\frac{1}{2}\right) \Delta m V_1^2 \quad (2.80)$$

$$\Delta U = (\Delta m) g h_2 - (\Delta m) g h_1 \quad (2.81)$$

แทนสมการที่ 2.79 – 2.81 ลงในสมการที่ 2.71

$$(P_1 - P_2) \Delta V = \left(\frac{1}{2}\right) \Delta m V_2^2 - \left(\frac{1}{2}\right) \Delta m V_1^2 + (\Delta m) g h_2 - (\Delta m) g h_1 \quad (2.82)$$

$$(P_1 - P_2) = \left(\frac{\Delta m}{2 \Delta V}\right) (V_2^2 - V_1^2) + \left(\frac{\Delta m}{2 \Delta V}\right) (h_2 - h_1) \quad (2.83)$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + \rho g h_2 \quad (2.84)$$

2.7 สมการ ดาร์ซี-วิสบาด Darcy-Weisbach Equation

ในพลศาสตร์ของไหล สมการดาร์ซี-วิสบาด เป็นสมการที่เกี่ยวข้องกับการสูญเสียหลัก (Head loss) หรือการสูญเสียแรงดัน (Pressure loss) เนื่องจากแรงเสียดทานของท่อตามความยาวที่ของไหลไหลผ่าน ที่ความเร็วเฉลี่ยของการไหลของของไหล สำหรับของไหลที่ไม่สามารถอัดตัวได้ (Incompressible fluid) [8]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\Delta P}{L} = f \frac{\rho v^2}{2D} \quad (2.85)$$

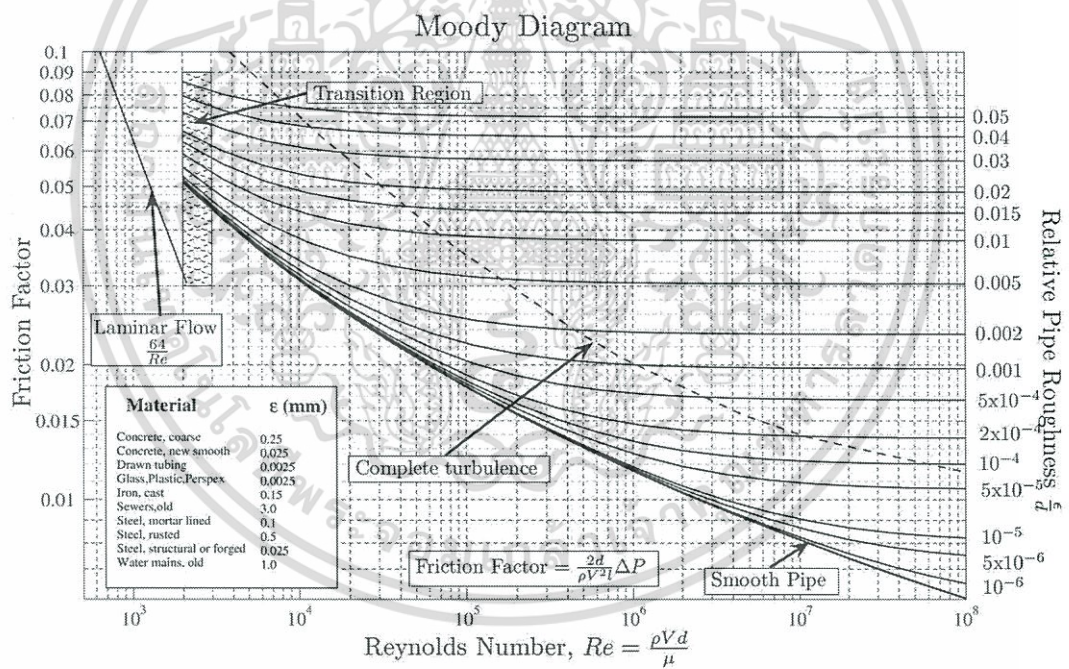
เมื่อ $\frac{\Delta P}{L}$ คือความความดันที่สูญเสียไปต่อหนึ่งหน่วยระยะทาง

ρ คือ ความหนาแน่นของของไหล (Density)

D คือ เส้นผ่านศูนย์กลางกลางของท่อ (Hydraulic diameter)

v คือ ความเร็วเฉลี่ย (Mean velocity)

f คือ ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน (Friction Factor) ซึ่งหาได้จากแผนภาพของมูดี้ (Moody diagram)



รูปที่ 2.4 แผนภาพของมูดี้ (Moody diagram)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.8 การคำนวณระยะห่างระหว่างกริดแรกกับผนังโดยใช้ Y^+

[9] เราสามารถคำนวณตัวเลขเรย์โนลด์ (Reynolds number) ได้จากสมการที่ 2.86

$$Re = \frac{\rho \cdot U \cdot D}{\mu} \quad (2.86)$$

เมื่อ ρ คือ ความหนาแน่นของของไหล (Density)

D คือ เส้นผ่านศูนย์กลางของท่อ (Hydraulic diameter)

U คือ ความเร็วเฉลี่ย (Mean velocity)

μ คือ ความหนืด (Viscosity)

และเราสามารถหา Y^+ ได้จากสมการที่ 2.87

$$Y^+ = \frac{\rho \cdot U_\tau \cdot \Delta Y_1}{\mu} \quad (2.87)$$

เมื่อ U_τ หาได้จากสมการที่ 2.88

$$U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (2.88)$$

และ τ_w หาได้จากสมการที่ 2.89

$$\tau_w = \frac{1}{2} \cdot C_f \cdot \rho \cdot U^2 \quad (2.89)$$

โดยที่ C_f คือสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิว (Skin friction coefficient)

- การไหลภายใน (Internal flow) $C_f = 0.079 \cdot Re^{-0.25}$
- การไหลภายนอก (External flow) $C_f = 0.058 \cdot Re^{-0.2}$

ดังนั้นเราสามารถหาระยะห่างระหว่างกริดแรกกับผนัง (ΔY_1) ได้จากสมการที่ 2.90

$$\Delta Y_1 = \frac{Y^+ \cdot \mu}{\rho \cdot U_\tau} \quad (2.89)$$

บทที่ 3

ขั้นตอนและวิธีการดำเนินงาน

3.1 คำอธิบายการทดลอง

การที่จะทำให้ความดันภายในท่อมีค่าคงที่จะต้องอาศัยหลักการของดิฟฟิวเซอร์ (Diffuser) โดยการเพิ่มพื้นที่หน้าตัดภายในท่อ เมื่อพื้นที่หน้าตัดภายในท่อมีค่ามากขึ้นจะทำให้ความดันภายในท่อมีค่าสูงขึ้น ดังนั้นการทำให้ท่อมีความดันที่คงที่จะต้องทำการเพิ่มพื้นที่หน้าตัดเพื่อให้เกิดการชดเชยความดัน (Pressure recovery) มีค่าเท่ากับความดันที่สูญเสียไป (Pressure drop) จึงจะทำให้ความดันภายในท่อมีค่าคงที่ได้

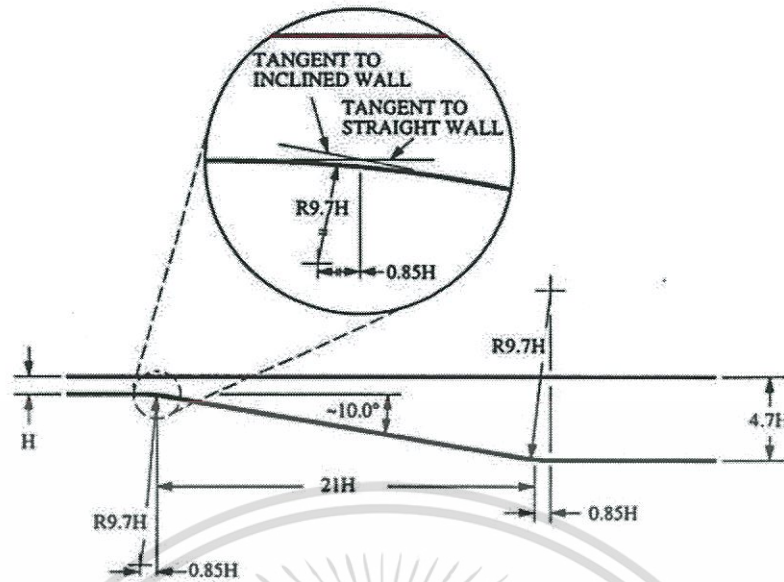
ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ออกแบบขั้นตอนการวิจัยไว้ 2 ส่วนด้วยกัน คือ

1. การศึกษาความถูกต้องของแบบจำลองของท่อแบบดิฟฟิวเซอร์ (Diffuser) โดยการสร้างแบบจำลองแล้วนำมาเปรียบเทียบกับผลการทดลองของ Buice และคณะ [10] และ Obi และคณะ [11] เพื่อยืนยันว่าแบบจำลองที่สร้างขึ้นมานั้นสามารถอธิบายลักษณะการไหลและความดันภายในท่อได้
2. การหาความขึ้นของการเปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่หน้าตัดความยาวของท่อ ที่ทำให้ความดันภายในท่อมีค่าคงที่

3.2 การศึกษาความถูกต้องของแบบจำลองดิฟฟิวเซอร์ (Diffuser)

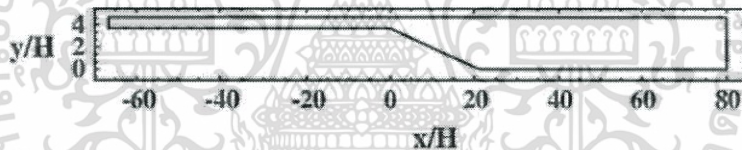
3.2.1 โครงสร้างของดิฟฟิวเซอร์

แบบจำลองดิฟฟิวเซอร์ถูกสร้างขึ้นในรูปแบบ 2 มิติ (2D) โดยใช้โปรแกรม Gambit โดยอ้างอิงรูปแบบโครงสร้างของดิฟฟิวเซอร์มาจากงานวิจัยของ Buice และคณะ [10] ดังรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 โครงสร้างตีฟิวเซอร์ของ Buice และคณะ [10]

และมีโดเมนการคำนวณ (Computational domain) ดังรูปที่ 3.2



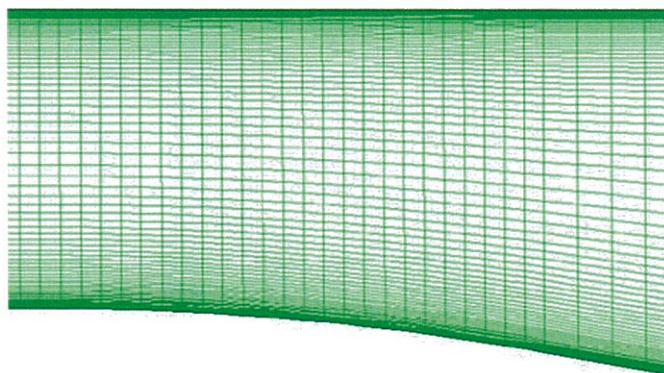
รูปที่ 3.2 โดเมนในการคำนวณ

3.2.2 การกำหนดความละเอียดของกริด (Grid) ในแบบจำลอง

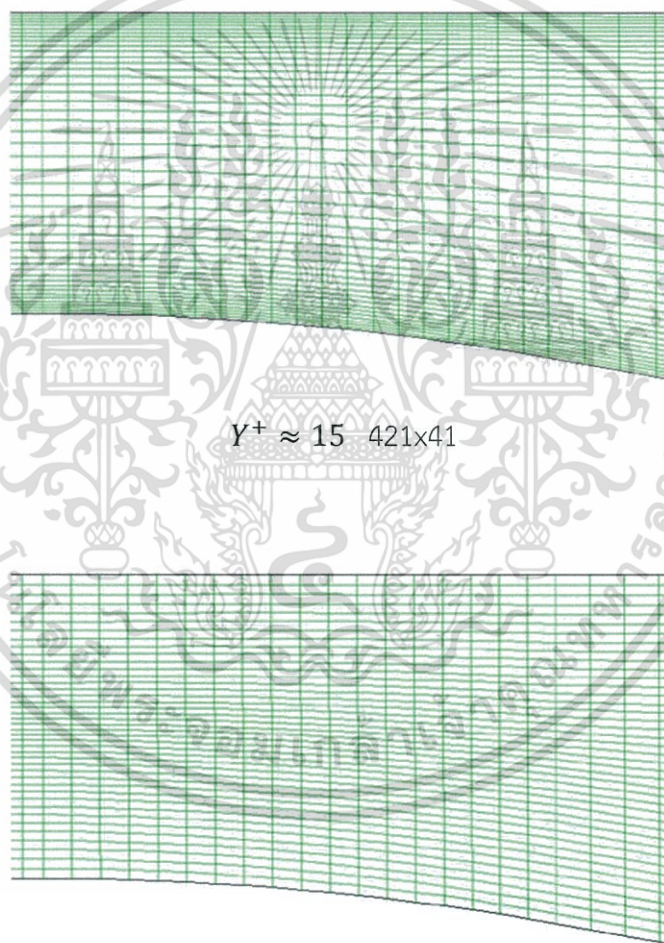
ในการจำลองโดยใช้พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณนั้น กริดเป็นสิ่งสำคัญในการจำลอง และหากกริดที่ใช้ในการจำลองนั้นมีความละเอียดไม่สัมพันธ์กับปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นภายในขอบเขตที่จำลองจะทำให้ผลของการจำลองนั้นมีความคลาดเคลื่อนไป แต่ถ้าหากกริดที่ใช้มีความละเอียดที่มากเกินไปจะทำให้ใช้เวลาในการจำลองมาก

การศึกษาปริมาณกริดที่เหมาะสมจะใช้กริดที่มีค่าระยะห่างระหว่างกริดแรกกับผนังที่ $Y^+ \approx 1, 15$ และ 30 เพื่อใช้ในการจำลอง ความละเอียดของกริดแสดงดังรูปที่ 3.3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



$$Y^+ \approx 1 \quad 421 \times 79$$



$$Y^+ \approx 15 \quad 421 \times 41$$

$$Y^+ \approx 30 \quad 421 \times 41$$

รูปที่ 3.3 ความละเอียดของกริด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.3 แบบจำลองและการกำหนดคุณสมบัติ

ในงานวิจัยนี้ใช้แบบจำลองการไหลภายในดิฟฟิวเซอร์จากงานวิจัยของ Buice และคณะ [10] เป็นพื้นฐานในการจำลองโดยการตั้งค่าต่าง ๆ นั้นแสดงในตารางที่ 3.1, 3.2, 3.3 และ 3.4

ตารางที่ 3.1 การกำหนดสภาวะขอบเขต

ประเภท	สภาวะขอบเขต
Inlet	ชนิด Velocity-Inlet และกำหนดความเร็วขาเข้า 0.4 m/s
Outlet	ชนิด Pressure-Outlet ความดันตามความดันบรรยากาศ
Wall	ชนิด Wall
Turbulence intensity	4.64%

ตารางที่ 3.2 การตั้งค่าแบบจำลอง

ประเภทของแบบจำลอง	แบบจำลอง
Turbulence model	V2F

ตารางที่ 3.3 คุณสมบัติของอากาศ

คุณสมบัติ	ค่าของตัวแปร
ความหนาแน่น (Density)	1.00 kg/m ³
ความหนืด (Viscosity)	1×10 ⁻⁵ kg/(m-s)

ตารางที่ 3.4 การตั้งค่ารูปแบบระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical schemes)

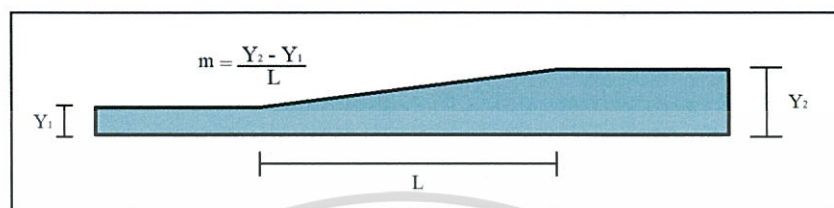
ประเภท	ระเบียบวิธีการ
Pressure-velocity Coupling Scheme	SIMPLE
Gradient	Least Squares Cell Based
Pressure	Standard
Momentum	Second Order Upwind
Turbulent Kinetic Energy	Second Order Upwind
Turbulent Dissipation Rate	Second Order Upwind

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 การหาความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่หน้าตัดความยาวของท่อ

3.3.1 โครงสร้างของดิวไฟเซอร์

แบบจำลองดิวไฟเซอร์ถูกสร้างขึ้นในรูปแบบ 2 มิติ (2D) โดยใช้โปรแกรม Gambit ตามโครงสร้างของดิวไฟเซอร์ ดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.4 โครงสร้างดิวไฟเซอร์ที่ใช้ในการจำลอง

Y_1 คือ ความสูงของทางเข้าดิวไฟเซอร์

Y_2 คือ ความสูงของทางออกดิวไฟเซอร์

L คือ ความยาวของดิวไฟเซอร์บริเวณที่สนใจ

m คือ ความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่หน้าตัด

3.3.2 การหาความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่หน้าตัด

สำหรับงานวิจัยนี้ จะศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่หน้าตัด เพียงปัจจัยเดียว คือ ตัวเลขเรย์โนลด์ (Reynolds Number) ซึ่ง ตัวเลขเรย์โนลด์จะมีค่าขึ้นอยู่กับความเร็วการไหล ความหนืด ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางท่อ และความหนาแน่นของของไหล ซึ่งในส่วนนี้จะกำหนดให้พื้นที่หน้าตัดของทางเข้าดิวไฟเซอร์ ความหนืด และความหนาแน่นของของไหลมีค่าที่แสดงดังตารางที่ 3.5

ตารางที่ 3.5 การหาความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่หน้าตัดที่ตัวเลขเรย์โนลด์ต่างๆ

ตัวแปร	ค่าของตัวแปร
พื้นที่หน้าตัดทางเข้า	1 m x 1 m
ความหนาแน่น (Density)	1.00 kg/m ³
ความหนืด (Viscosity)	1x10 ⁻⁵ kg/(m-s)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นตัวเลขเรย์โนลด์จะเปลี่ยนแปลงไปตามความเร็วของของไหลเพียงอย่างเดียวโดยช่วงของตัวเลขเรย์โนลด์ที่ใช้ในการศึกษาอยู่ที่ ตัวเลขเรย์โนลด์ 10,000 – 10,000,000 จากนั้นทำการหาค่าความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่หน้าตัด ที่ทำให้ความดันภายในท่อในช่วงของตัวเลขเรย์โนลด์ที่ศึกษามีค่าคงที่

3.3.3 การศึกษาปัจจัยของความหนาแน่นและความหนืดของของไหลที่ส่งผลกับความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดพื้นที่หน้าตัด

ในส่วนนี้จะทำการศึกษาปัจจัยของความหนาแน่นและความหนืดของของไหลที่ส่งผลต่อความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่หน้าตัด เมื่อตัวเลขเรย์โนลด์ที่ค่าเท่ากัน ซึ่งในส่วนนี้จะกำหนดให้ตัวเลขเรย์โนลด์ และคุณสมบัติของๆไหลมีค่าที่แสดงดังตารางที่ 3.6

ตารางที่ 3.6 การศึกษาปัจจัยของความหนาแน่นและความหนืดของของไหลที่ส่งผลกับความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่หน้าตัด

ตัวแปร	ค่าของตัวแปร
ตัวเลขเรย์โนลด์ (Reynolds Number)	60,000
พื้นที่หน้าตัดทางเข้า	1 m x 1 m
ความหนาแน่น (Density)	1.225 kg/m ³
ความหนืด (Viscosity)	1.7894x10 ⁻⁵ kg/m-s

โดยใช้ค่าความชันของการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัดจากที่หาได้จาก 3.3.2 และเปรียบเทียบว่าความดันภายในท่อที่ใช้ความชันของการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัดสามารถใช้กับของไหลที่มีความหนาแน่นและความหนืดของของไหลต่างกันหรือไม่ เมื่อตัวเลขเรย์โนลด์มีค่าเท่ากัน

3.3.4 การศึกษาปัจจัยของพื้นที่หน้าตัดทางเข้าที่ส่งผลกับความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่หน้าตัด

ในส่วนนี้จะทำการศึกษาปัจจัยของพื้นที่หน้าตัดทางเข้าที่ส่งผลต่อความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่หน้าตัด เมื่อตัวเลขเรย์โนลด์ที่ค่าเท่ากัน ซึ่งในส่วนนี้จะกำหนดให้ตัวเลขเรย์โนลด์ และคุณสมบัติของๆไหลมีค่าที่แสดงดังตารางที่ 3.7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3.7 การศึกษาปัจจัยของพื้นที่หน้าตัดทางเข้าที่ส่งผลกับความชันของการเปลี่ยนแปลง
ขนาดของพื้นที่หน้าตัด

ตัวแปร	ค่าของตัวแปร
ตัวเลขเรย์โนลด์ (Reynolds Number)	60,000
พื้นที่หน้าตัดทางเข้า	0.5 m x 1 m, 2 m x 1 m
ความหนาแน่น (Density)	1 kg/m ³
ความหนืด (Viscosity)	1x10 ⁻⁵ kg/m-s

โดยใช้ค่าความชันของการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัดจากที่หาได้จาก 3.3.2 และ
เปรียบเทียบว่าความดันภายในท่อที่ใช้ความชันของการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัดสามารถใช้กับ
พื้นที่หน้าตัดทางเข้าของดีฟฟิวเซอร์ต่างๆได้หรือไม่ เมื่อตัวเลขเรย์โนลด์มีค่าเท่ากัน

หมายเหตุ : ความยาวคุณลักษณะที่ใช้ในการคำนวณตัวเลขเรย์โนลด์คือ \sqrt{A} เมื่อ A คือ
ขนาดของพื้นที่หน้าตัด

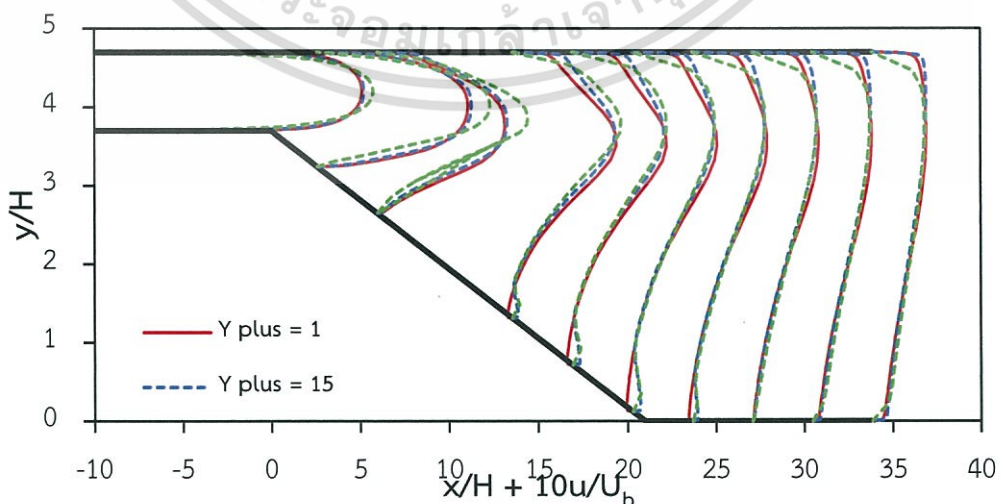
บทที่ 4

ผลการจำลองและวิเคราะห์ผลการจำลอง

4.1 กริดที่ทำให้ผลการทดลองไม่เปลี่ยนแปลง (Grid Independent)

ขนาดและความละเอียดของกริดจะส่งผลต่อความแม่นยำของผลคำตอบและเวลาในการคำนวณการใช้โปรแกรม FLUENT ในการจำลองพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ ขั้นต้นต้องหาจำนวนของกริดที่ทำให้ผลการทดลองไม่เปลี่ยนแปลง หรือกริดที่มีอิสระต่อคำตอบ (grid independent) โดยสามารถทำได้ด้วยวิธีการตีกริดที่มีจำนวนต่างกัน แล้วนำไปทำการจำลองโดยใช้พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ และใช้แบบจำลองความปั่นป่วน V2F เพื่อวิเคราะห์หาจำนวนกริดที่เหมาะสมที่สุด สำหรับงานวิจัยนี้จำนวนกริดที่ใช้จะขึ้นอยู่กับค่าของ Y^+ (Y^+ จะส่งผลต่อขนาดของกริดในชั้นแรก) โดยจะศึกษา $Y^+ = 1, 15$ และ 30 โดยรูปแบบของกริดแต่ละขนาดจะแสดงไว้ดังรูปที่ 3.3

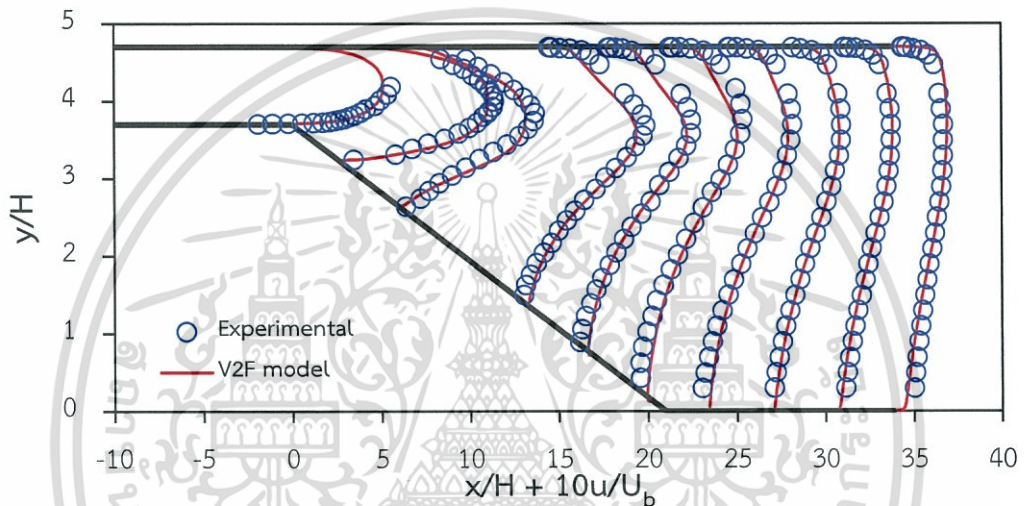
จากการจำลอง ในรูปที่ 4.1 แสดงรูปแบบของความเร็วย (Velocity Profiles) ตามแนวแกนที่ตำแหน่งต่างๆ แสดงให้เห็นว่าที่ $Y^+ = 1, 15$ และ 30 มีการคาดการณ์ผลของความเร็วยที่ตำแหน่งต่างๆ ใกล้เคียงกัน แต่บริเวณที่ใกล้กับผนัง $Y^+ = 15$ และ 30 ไม่สามารถคาดการณ์การไหลย้อนกลับของไหลบริเวณผนังได้ เนื่องจากการใช้แบบจำลองความปั่นป่วน V2F มีการละเทอมของ Wall Functions ดังนั้นการใช้แบบจำลองความปั่นป่วน V2F จะต้องทำการกำหนดขนาดของกริดที่บริเวณผนังให้มีค่าน้อยมาก และจำนวนกริดที่มาก เพื่อให้การคาดการณ์ที่บริเวณผนังมีค่าที่แม่นยำและถูกต้องมากขึ้น เนื่องจากที่บริเวณผนังจะมีการเปลี่ยนแปลงที่มาก ดังนั้นความละเอียดของกริดในชั้นแรก ที่มีค่า $Y^+ = 1$ จะถูกเลือกนำมาใช้ในงานวิจัยนี้ต่อไป



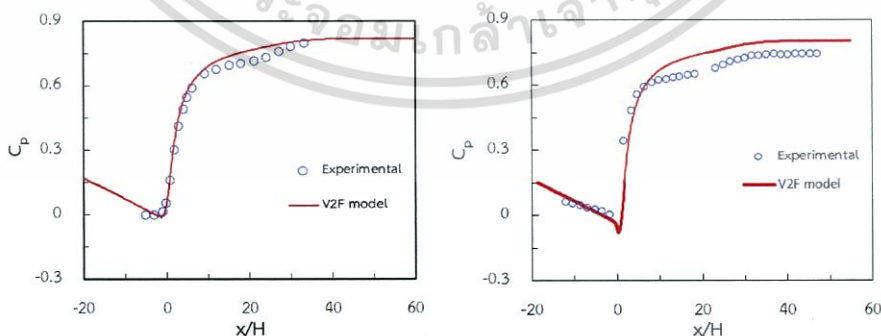
รูปที่ 4.1 รูปแบบของความเร็วย (Velocity Profiles) ตามแนวแกนที่ตำแหน่งต่างๆ

4.2 การเปรียบเทียบผลการจำลองกับผลการทดลองที่อ้างอิง

ในการเปรียบเทียบผลการจำลองจะใช้ผลการทดลองของ Buice และคณะ [10] ในการอ้างอิงเพื่อเป็นการยืนยันผลการจำลอง ในรูปที่ 4.2 จะแสดงการเปรียบเทียบรูปแบบของความเร็ว (Velocity Profiles) ตามแนวแกนที่ตำแหน่งต่างๆของการจำลองกับผลจากการทดลอง และในรูปที่ 4.3 จะแสดงการเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์การเพิ่มขึ้นของความดันของการจำลองกับผลการทดลอง พบว่า ผลการจำลองมีการคาดการณ์ของรูปแบบของความเร็ว (Velocity Profiles) ที่ใกล้เคียงกับผลการทดลองของ Buice และคณะ [10]



รูปที่ 4.2 การเปรียบเทียบรูปแบบของความเร็ว (Velocity Profiles) ตามแนวแกนที่ตำแหน่งต่างๆของการจำลองกับผลจากการทดลอง [10]



(ก) ผนังด้านบน

(ข) ผนังด้านล่าง

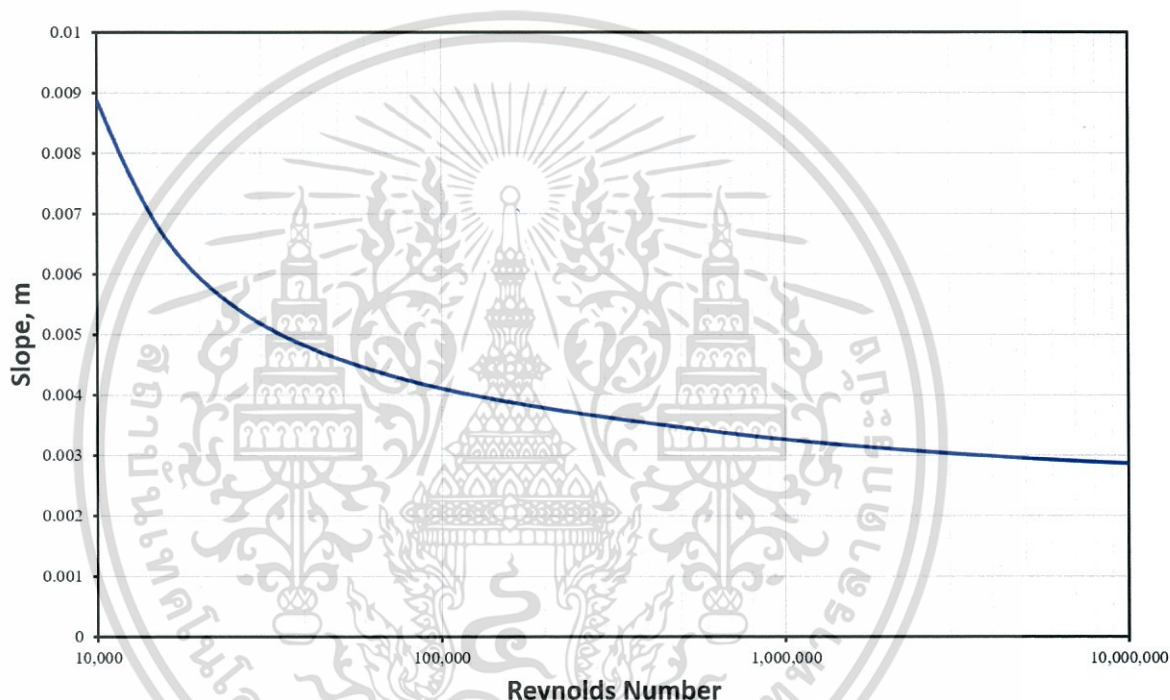
รูปที่ 4.3 การเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์การเพิ่มขึ้นของความดันของการจำลองกับผลการทดลอง [10]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่าแบบจำลองในโปรแกรม FLUENT สามารถนำมาใช้ทำนายลักษณะการไหล และความดันภายในท่อได้ เนื่องจากมีความแม่นยำที่สามารถยอมรับได้ และเพียงพอต่อการศึกษา

4.3 ค่าความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดพื้นที่หน้าตัด

ค่าความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดของพื้นที่หน้าตัด ที่ได้จากการจำลองพลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ ที่ตัวเลขเรย์โนลด์ที่อยู่ในช่วง 10,000 – 10,000,000 ซึ่งได้ผลแสดงในรูปที่ 4.4 และความดันภายในท่อที่ตัวเลขเรย์โนลด์ต่างๆ แสดงในรูปที่ 4.5



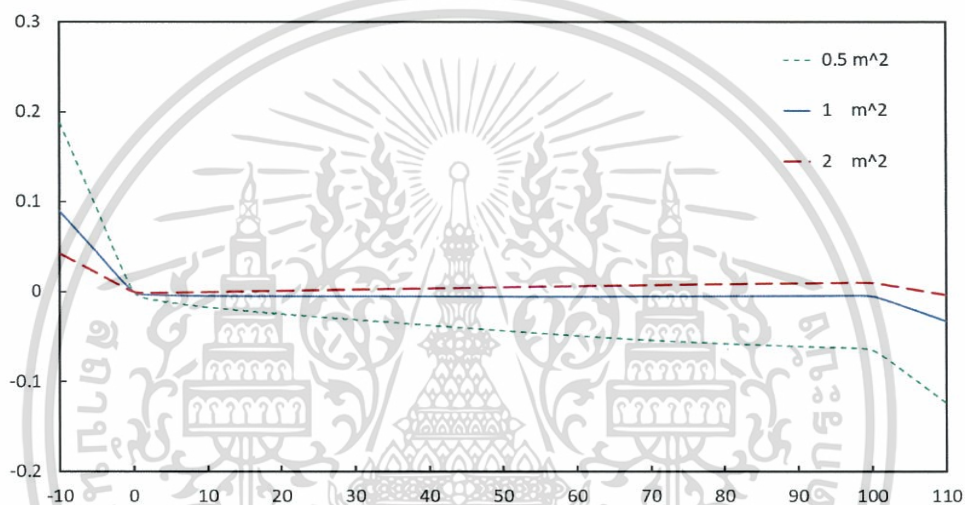
รูปที่ 4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลขเรย์โนลด์และความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดพื้นที่หน้าตัด

จากผลของการจำลองพบว่าความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดพื้นที่หน้าตัดจะเพิ่มขึ้นเมื่อตัวเลขเรย์โนลด์มีค่าลดลง เพราะพลังงานจลน์ที่ตัวเลขเรย์โนลด์ต่ำจะมีพลังงานต่ำกว่าที่ตัวเลขเรย์โนลด์สูง เนื่องจากการฟื้นฟูความดันที่ได้จากการพลังงานของการไหลที่ตัวเลขเรย์โนลด์ต่ำจะมีค่าน้อยกว่าที่ตัวเลขเรย์โนลด์สูง ดังนั้นค่าความชันของการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดที่ตัวเลขเรย์โนลด์ต่ำจะมีค่ามากกว่าที่ตัวเลขเรย์โนลด์สูงเพื่อที่จะชดเชยกับความดันลดที่เกิดขึ้นในดิฟฟิวเซอร์

จากผลการจำลองพบว่าความดันภายในดิฟฟิวเซอร์เมื่อมีการเปลี่ยนความหนาแน่นและความหนืดของของไหลมีค่าคงที่ เมื่อมีตัวเลขเรย์โนลด์ที่เท่ากัน ดังนั้นความหนาแน่นและความหนืดของของไหลไม่ส่งผลกระทบต่อความชันของการเปลี่ยนแปลงของพื้นที่หน้าตัด เมื่อตัวเลขเรย์โนลด์มีค่าเท่ากัน

4.5 ปัจจัยของพื้นที่หน้าตัดทางเข้าที่ส่งผลกับความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดพื้นที่หน้าตัด

ผลการจำลองเมื่อเปลี่ยนความหนาแน่นและความหนืดของของไหลที่ส่งผลกระทบต่อความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดพื้นที่หน้าตัด เมื่อมีตัวเลขเรย์โนลด์ที่เท่ากัน ซึ่งได้ผลแสดงดังรูปที่ 4.7



รูปที่ 4.7 ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและตำแหน่งระยะต่างๆบริเวณผนังด้านกลางของดิฟฟิวเซอร์ที่ตัวเลขเรย์โนลด์ $Re = 60,000$ เมื่อมีการเปลี่ยนขนาดของพื้นที่หน้าตัดทางเข้า

จากผลการจำลองพบว่าความดันภายในดิฟฟิวเซอร์เมื่อมีการเปลี่ยนขนาดของพื้นที่หน้าตัดทางเข้าของดิฟฟิวเซอร์จะมีค่าไม่คงที่ เมื่อมีตัวเลขของเรย์โนลด์ที่มีค่าเท่ากัน ที่ขนาดของพื้นที่หน้าตัดทางเข้าของดิฟฟิวเซอร์ขนาด 0.5 m^2 ความดันภายในดิฟฟิวเซอร์มีค่าลดลง และที่ขนาดของพื้นที่หน้าตัดทางเข้าของดิฟฟิวเซอร์ขนาด 2 m^2 ความดันภายในดิฟฟิวเซอร์มีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อใช้ค่าความชันของดิฟฟิวเซอร์จากรูปที่ 4.4 เนื่องจากท่อที่มีขนาดใหญ่จะเกิดความดันลดภายในท่อน้อยกว่าท่อที่มีขนาดเล็กกว่า ดังนั้นความชันของการเปลี่ยนแปลงขนาดพื้นที่หน้าตัด ในรูปที่ 4.4 สามารถใช้ได้กับท่อที่มีพื้นที่หน้าตัดทางเข้าเท่ากับ 1 m^2 เท่านั้น

สรุปผลการจำลอง

5.1 สรุปผลการจำลอง

1. การศึกษาการกระจายตัวของความดันในดีฟิวเซอร์แบบไม่สมมาตรจะเริ่มจากการศึกษาจำนวน กริดที่ทำให้ผลการทดลองไม่เปลี่ยนแปลง (Grid Independent) โดยใช้โปรแกรม GAMBIT ในการสร้างโครงสร้างดีฟิวเซอร์ และใช้โปรแกรม FLUENT ในการจำลองการไหลของของไหล โดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วน V2F ซึ่งในงานวิจัยนี้จำนวนจำนวนกริดที่ใช้จะขึ้นอยู่กับค่าของ Y^+ จากผลการจำลองพบว่าความละเอียดของกริดในชั้นแรก ที่มีค่า $Y^+ = 1$ เนื่องจากการใช้แบบจำลองความปั่นป่วน V2F จะต้องทำกำหนดขนาดของกริดที่บริเวณผนังให้มีค่าที่น้อยมาก และจำนวนกริดที่มาก เพื่อให้การคาดการณ์ที่บริเวณผนังมีค่าที่แม่นยำและถูกต้องมากขึ้น

2. การเปรียบเทียบผลการจำลองกับผลการทดลองที่อ้างอิงของ Buice และคณะ [10] โดยใช้แบบจำลองความปั่นป่วน V2F พบว่าแบบจำลองความปั่นป่วน V2F ให้ผลการจำลองของการคาดการณ์ของรูปแบบของความเร็ว (Velocity Profiles) และสัมประสิทธิ์การเพิ่มขึ้นของความดัน (Pressure Recovery Coefficient) ที่ใกล้เคียงกับผลการทดลองของ Buice และคณะ [10] ดังนั้นแบบจำลองในโปรแกรม FLUENT สามารถนำมาใช้ทำนายลักษณะการไหล และความดันภายในท่อของดีฟิวเซอร์ได้

3. การออกแบบท่อที่มีการกระจายตัวของความดันภายในท่อมีค่าคงที่โดยอาศัยหลักการของดีฟิวเซอร์ในการเพิ่มความดันสามารถใช้กราฟความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลขเรย์โนลด์และความชันของการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดที่แสดงดังรูปที่ 4.4 ในการออกแบบพื้นที่หน้าตัดของดีฟิวเซอร์ได้ ซึ่งความชันของการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดจะเพิ่มขึ้นเมื่อตัวเลขเรย์โนลด์มีค่าลดลง และของไหลต่างชนิดกันมีความหนาแน่นและความหนืดของของไหลต่างกันแต่มีตัวเลขของเรย์โนลด์ที่เท่ากันจะมีความชันของการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัดที่เท่ากัน ดังนั้นกราฟความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลขเรย์โนลด์และความชันของการเปลี่ยนแปลงพื้นที่หน้าตัด สามารถใช้ได้กับของไหลที่มีความหนาแน่นและความหนืดของของไหลต่างชนิดกันได้ แต่อย่างไรก็ตามกราฟนี้สามารถใช้ได้กับท่อที่มีพื้นที่หน้าตัดของทางเข้าเท่ากับ 1 ตารางเมตรเท่านั้นเนื่องจากพื้นที่หน้าตัดทางเข้าส่งผลต่อการเกิดความดันลด (Pressure Drop) ภายในท่อที่ต่างกันจึงทำให้ไม่สามารถใช้กราฟนี้ในการออกแบบท่อได้

5.2 ข้อเสนอแนะ

ผลที่ได้ทั้งหมดเกิดจากการจำลอง ควรจะมีการศึกษาเพิ่มเติมโดยทำการทดลองจริงเพื่อยืนยันผลการจำลองว่าถูกต้อง เนื่องจากการจำลองสามารถควบคุมสภาวะการดำเนินงานได้แต่การทดลองจริงอาจจะมีปัจจัยอื่นๆเข้ามาเกี่ยวข้อง ซึ่งต้องศึกษาและเปรียบเทียบต่อไป



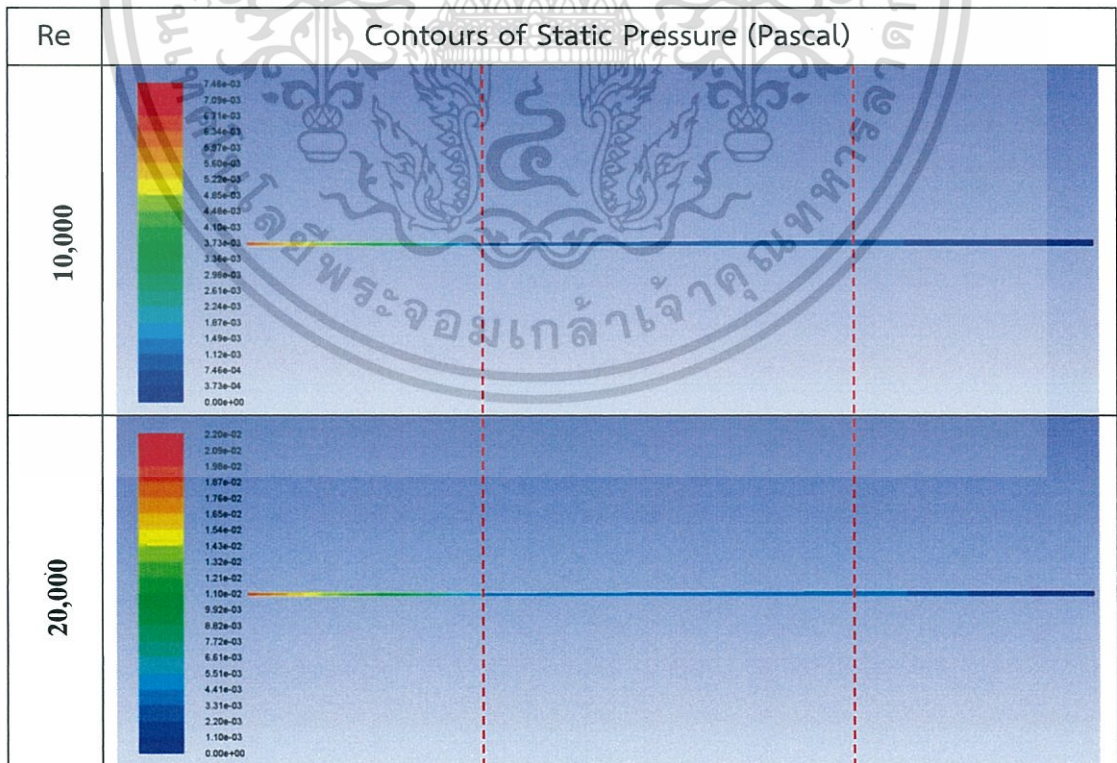
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก

ตารางที่ ก.1 ความชันที่ตัวเลขเรย์โนลด์ต่างๆที่ทำให้ความดันภายในท่อคงที่

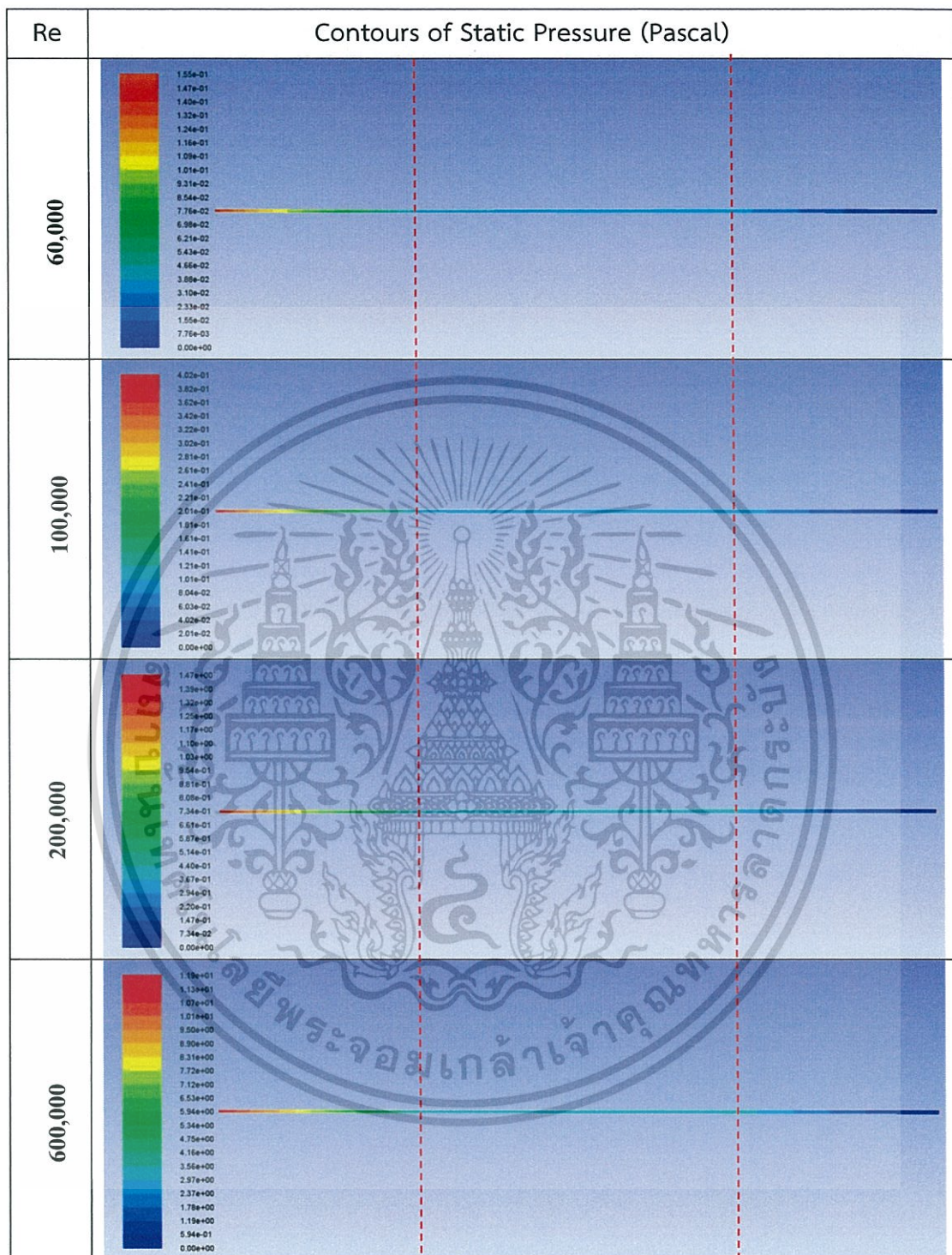
Re	ρ (kg/m ³)	μ (kg/(m-s))	A_{in} (m ²)	L_c (\sqrt{A})	V (m/s)	m
10,000	1	1×10^{-5}	1	1	0.1	0.0088
20,000	1	1×10^{-5}	1	1	0.2	0.0059
60,000	1	1×10^{-5}	1	1	0.6	0.00447
100,000	1	1×10^{-5}	1	1	1	0.0043
200,000	1	1×10^{-5}	1	1	2	0.00389
600,000	1	1×10^{-5}	1	1	6	0.00355
1,000,000	1	1×10^{-5}	1	1	10	0.0033
2,500,000	1	1×10^{-5}	1	1	25	0.0032
10,000,000	1	1×10^{-5}	1	1	100	0.00289

ตารางที่ ก.2 คอนทัวร์ของความดันสถิตที่ตัวเลขเรย์โนลด์ต่างๆ



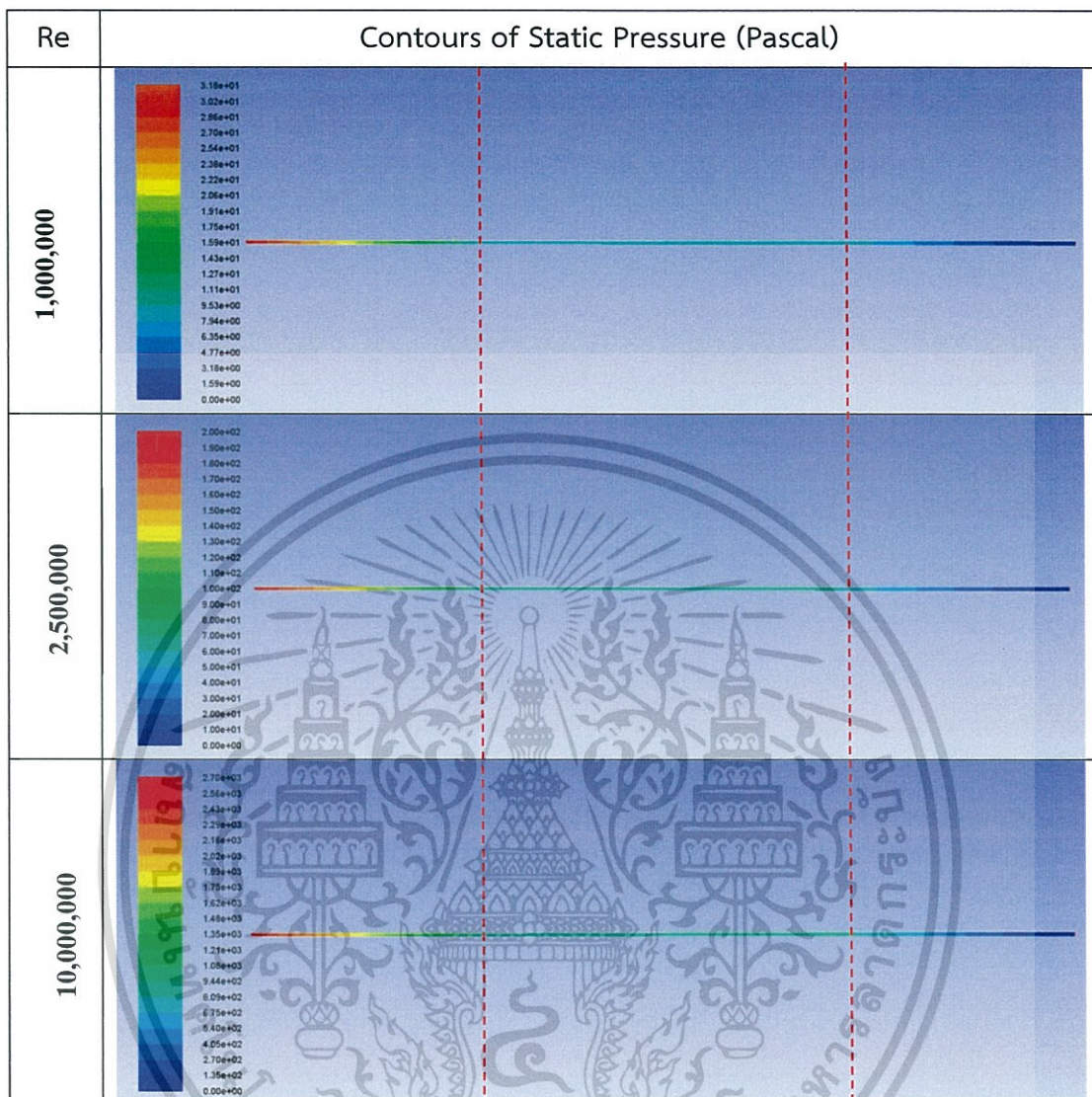
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ก.2 คอนทัวร์ของความดันสถิตที่ตัวเลขเรย์โนลด์ต่างๆ (ต่อ)



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ก.2 คอนทัวร์ของความดันสถิตที่ตัวเลขเรย์โนลด์ต่างๆ (ต่อ)



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

- [1] M. El-Beheery and H. Hamed, A Comparative Study of Turbulent Models Performance for Separating Flow in A Planar Asymmetric Diffuser, *Computer & Fluid*, 248-257, 2011.
- [2] J. H. Ferziger and M. Peric, *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Springer, 1996.
- [3] P. Wesseling, *Principles of Computational Fluid Dynamics*, Springer, 2001.
- [4] Celik, I. B., *Introductory Turbulence Modeling*, Morgantown: s.n., 1999.
- [5] Layrence, D.R., Uribe J.C., Utyuzhnikov, S.V. A Robust Formulation of the v2-f Model, *Flow Turbulence and Combustion*, 73, 169-185, 2004.
- [6] ผศ.ดร.วรงค์ ปวรอาจารย์, ผศ.ดร.อาทิวรรณ โชติพิทักษ์. “หนังสือหลักเทอร์โมไดนามิกส์สำหรับ วิศวกรรมเคมี (Introduction to Chemical Engineering Thermodynamics)”, สมการต่อเนื่อง Equation of continuity, หน้า.446.448,2552.
- [7] ผศ.ดร.วรงค์ ปวรอาจารย์, ผศ.ดร.อาทิวรรณ โชติพิทักษ์. “หนังสือหลักเทอร์โมไดนามิกส์สำหรับ วิศวกรรมเคมี (Introduction to Chemical Engineering Thermodynamics)”, สมการเบอร์นูลลี Bernoulli's Equation, หน้า.448.451,2552.
- [8] Brown, Glenn. "The Darcy-Weisbach Equation". Oklahoma State University-Stillwater.
- [9] ARIFF, M., SALIM, S.M., and CHEAH, S.C., “Wall Y+ Approach for Dealing with Turbulent Flow over a Surface Mounted Cube: Part I – Low Reynolds number CSIRO, Melbourne, Australia, 2009.
- [10] Buice CU, Eaton JK. Experimental investigation of flow through an asymmetric plane diffuser. *J Fluids Eng* 2000;122:433-5.
- [11] Obi S, Aoki K, Masuda S. Experimental and computational study of turbulent separating flow in an asymmetric plane diffuser. In: Ninth symposium on turbulent shear flows, Kyoto, Japan; 16-19 August, 1993. p. 305-1-4.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้