

การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอแบบเวลาไม่ต่อเนื่อง
โดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ ด้วยการแปลงสัญญาณแบบไบลิเนียร์

DISCRETE-TIME PIDA CONTROLLER DESIGNED
BY KITTI'S METHOD WITH BILINEAR TRANSFORM



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมการวัดคุม

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2558

KMITL-2015-EN-M-060-063

การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอแบบเวลาไม่ต่อเนื่อง
โดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ทิรเศรษฐ ด้วยการแปลงสัญญาณแบบไบลิเนียร์

DISCRETE-TIME PIDA CONTROLLER DESIGNED
BY KITTI'S METHOD WITH BILINEAR TRANSFORM



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมการวัดคุม
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ. 2558

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการ KMITL 2015-EN-M-060-063 กรุณาให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

DISCRETE-TIME PIDA CONTROLLER DESIGNED
BY KITTI'S METHOD WITH BILINEAR TRANSFORM



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN INSTRUMENTATION ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2015

KMITL 2015-EN-M-060-063

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2015

FACULTY OF ENGINEERING

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอแบบเวลาไม่ต่อเนื่อง
โดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ ด้วยการแปลงสัญญาณแบบไบลิเนียร์

Thesis Title Discrete - Time PIDA Controller Designed by Kitti's Method with
Bilinear Transform

นักศึกษา นางสาวประไพศรี ละออศรี

รหัสประจำตัว 53611209

ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา วิศวกรรมการวัดคุม

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.ธนิตย์ ตีระสุวรรณวัฒน์

หมายเลขวิทยานิพนธ์ KMITL-2015-EN-M-060-063

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
รศ.ดร.วิศรุต	ศรีรัตน์	
รศ.ดร.พิทยา	ปานนิล	
ผศ.ดร.เชิดพงษ์	ดีเลิศไพบุลย์	
รศ.ประภาช	อุคคกิม่าพันธ์ุ	
รศ.ดร.ธนิตย์	ตรีสุวรรณวัฒน์	

วัน / เดือน / ปี ที่สอบ วันอังคารที่ 14 กรกฎาคม พ.ศ. 2558 เวลา 11.00-13.00 น.

สถานที่สอบ ณ อาคารเฉลิมพระเกียรติใหม่ ห้อง HM-302

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์ รับรองแล้ว



(รองศาสตราจารย์ ดร. คมสัน มาลีสี)

คณบดี คณะวิศวกรรมศาสตร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น วันที่ 14 กรกฎาคม พ.ศ. 2558
ขณดำเนินการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอแบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ ด้วยการแปลงสัญญาณ แบบไบลิเนียร์
นักศึกษา	นางสาวประไพศรี ละออศรี
รหัสประจำตัว	53611209
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมการวัดคุม
พ.ศ.	2558
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ.ดร.ธนิตย์ ตรีสุวรรณวัฒน์

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอ สำหรับกระบวนการอันดับสาม ซึ่งได้มีการเปรียบเทียบในแบบสัญญาณเวลาต่อเนื่องระหว่างวิธีการของ Richard C.Dorf และวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ ซึ่งในการออกแบบโดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ นั้นเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า Kitt's Method (KM) ในที่นี้ได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมในแบบสัญญาณเวลาต่อเนื่องและในแบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง สำหรับกระบวนการอันดับสาม พร้อมทั้งยกตัวอย่างการจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB ในการแสดงผล เมื่อเปรียบเทียบระหว่างโดยวิธีการแปลงสัญญาณแบบ Zero Order Hold (ZOH) และวิธีการแปลงสัญญาณแบบไบลิเนียร์ หรือเรียกว่า Tustin's Method พบว่าผลการตอบสนองจากวิธีการแปลงสัญญาณแบบไบลิเนียร์ใกล้เคียงกับสัญญาณเวลาต่อเนื่องได้ดีกว่าวิธีการแปลงสัญญาณแบบ Zero Order Hold(ZOH)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis Title	Discrete-Time PIDA Controller Designed by Kitti's Method with Bilinear Transform
Student	Miss Prapaisri La-orsri
Student ID.	53611209
Degree	Master of Engineering
Program	Instrumentation Engineering
Year	2015
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Dr.Thanit Trisuwannawat

ABSTRACT

This thesis has been presented the PIDA controller design for the third order system. In Continuous Time system, the methods of Richard C.Dorf and Assoc. Prof. Dr.Kitti Tirasesth known as "Kitti's Method" are compared. Furthermore, the thesis has presented the design of the controller in both Continuous Time signals and Discrete Time signals for the third order system. Moreover the example by in simulation MATLAB program has also given show. When compares the discretization method between Zero Order Hold(ZOH) method and Bilinear Transformation(Tustin's method), found that the response from Bilinear Transformation method has more closeness with the continuous-time signal than the Zero Order Hold(ZOH) method.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ดีด้วยความช่วยเหลือจากอาจารย์และบุคคลหลายท่านดังนี้
รองศาสตราจารย์ ดร.ธนิตย์ ศรีสุวรรณวัฒน์ อาจารย์ที่ปรึกษา ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษา ให้การสนับสนุน และฝึกฝนให้ผู้เขียนมีความสามารถและมีระเบียบวินัยในการทำงานวิจัย รวมทั้งยังเป็นแบบอย่างที่ดีให้กับผู้เขียนให้สามารถเป็นนักวิจัยที่ดี ตลอดจนการอบรมสั่งสอนให้แนวความคิดต่าง ๆ ในการดำเนินชีวิต ผู้เขียนจึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อหนูจิ้น คุณแม่ประทีป ละออศรี พี่ชายนายอาทิตย์ ละออศรี น้องชายนายชาญณรงค์ ละออศรี และญาติพี่น้องของข้าพเจ้า ที่ให้โอกาส เป็นกำลังใจ และคอยห่วงใยในทุกเรื่อง ทำให้ข้าพเจ้าสามารถทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

ขอขอบพระคุณครู-อาจารย์ แผนกวิชาช่างไฟฟ้ากำลัง วิทยาลัยเทคนิคนครราชสีมา ที่ให้โอกาส เป็นกำลังใจ ทำให้ข้าพเจ้าสามารถทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

ขอขอบพระคุณ คณะกรรมการสอบหัวข้อ และโครงร่างวิทยานิพนธ์ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำ ตลอดจนข้อชี้แนะ จนในที่สุดทำให้วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จลงได้

สุดท้ายนี้ขอขอบพระคุณ บุคคลทุกคนที่มีได้เอื้อนามมา ณ ที่นี้ ที่ได้ให้การสนับสนุน และเป็นกำลังใจแก่ผู้เขียนตลอดมา

คุณค่าและประโยชน์อันพึงมาจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

ประไพศรี ละออศรี

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VI
สารบัญรูป.....	VII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....	2
1.4 ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย.....	2
1.5 ขอบเขตงานวิจัย.....	3
1.6 ขั้นตอนของการศึกษา.....	3
1.7 ส่วนประกอบของวิทยานิพนธ์.....	3
บทที่ 2 หลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	5
2.1 บทนำ.....	5
2.2 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ.....	5
2.2.1 โครงสร้างของระบบควบคุมแบบป้อนกลับ.....	5
2.2.2 ข้อกำหนดของระบบ.....	6
2.3 ตัวควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative (PID).....	8
2.3.1 กริยาของการควบคุม.....	8
2.3.2 ข้อจำกัดของตัวควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative (PID).....	15
2.4 ตัวควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative-Acceleration (PIDA).....	16
2.5 การออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA ตามแนวทางของ Richard C. Dorf.....	18
2.6 ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA ตามแนวทางของ Richard C. Dorf.....	20
2.7 การออกแบบโดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์.....	22
2.8 ตัวอย่างการออกแบบโดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์.....	24
บทที่ 3 การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอแบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง.....	29
3.1 คำนำ.....	29
3.2 รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของการทำงาน sampler-and-hold.....	30
3.2.1 การซีกตัวอย่าง (sampler) กับ ZOH.....	32
3.2.2 Impulse Sampler.....	33

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ไปใช้ประโยชน์ด้วย
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
3.3 ตัวแปลง z	35
3.4 ระบบควบคุมแบบดิจิทัล (Digital Control System)	39
3.5 การออกแบบระบบควบคุมแบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง.....	39
3.5.1 ตัวควบคุมแบบ PIDA แบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง.....	40
3.5.2 ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA แบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง	41
บทที่ 4 การออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA ด้วยการแปลงสัญญาณแบบไบลิเนียร์.....	44
4.1 วิธีการแปลงเชิงไบลิเนียร์ (Bilinear transformation).....	44
4.2 การออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA โดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ ด้วยการแปลงสัญญาณแบบไบลิเนียร์	45
4.3 ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA แบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง	46
4.4 การเปรียบเทียบผลการจำลองระบบ	49
4.4.1 การเปรียบเทียบผลการจำลองในแบบสัญญาณเวลาต่อเนื่อง	49
4.4.2 การเปรียบเทียบผลการจำลองในแบบสัญญาณเวลาต่อเนื่อง และแบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง.....	50
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย	53
5.1 สรุปผลการวิจัย	53
5.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางในการพัฒนา	54
เอกสารอ้างอิง	55
ภาคผนวก	56
ภาคผนวก ก ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่.....	57
ภาคผนวก ข ฟังก์ชันที่ให้มาในโดเมน s เวลาหาตัวแปลง z วิธีตรงไปตรงมา คือการแปลงลาปลาซกลับให้อยู่ในโดเมนของ t	65
ประวัติผู้เขียน	68

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 การเปรียบเทียบระหว่างวิธีของ KM และ DA	28
ข1 คู่ one-sided z-transform	66
ข2 คู่ตัวแปลงลาปลาซและตัวแปลง z	67



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ	5
2.2 แสดงค่าต่าง ๆ ของระบบต่อการตอบสนองต่อสัญญาณอินพุตแบบ Unit Step	7
2.3 แสดงคุณสมบัติของกิริยาการควบคุมแบบ Proportional (P)	9
2.4 แสดงผลการตอบสนองของกิริยาการควบคุมแบบ Integral (I).....	10
2.5 แสดงตัวอย่างคุณสมบัติของกิริยาการควบคุมแบบ Derivative (D).....	11
2.6 แสดงตัวอย่างผลการตอบสนองของกิริยาการควบคุมแบบ Proportional-Integral (PI).....	12
2.7 แสดงผลการตอบสนองของกิริยาการควบคุมแบบ Proportional-Derivation (PD).....	13
2.8 แสดงผลการตอบสนองของกิริยาการควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative (PID).....	14
2.9 โครงสร้างของระบบควบคุมป้อนกลับ.....	17
2.10 ขอบเขตของทางเดินที่ครอบคลุมรากที่ยอมรับได้และตำแหน่งรากในวงปิดในระนาบเอส.....	18
2.11 แสดงตำแหน่งของโพลและซีโร่.....	26
2.12 แสดงทางเดินของรากของกระบวนการอันดับสาม.....	27
2.13 แสดงผลการตอบสนองเมื่อมีการออกแบบตัวควบคุม.....	28
3.1 ระบบควบคุมชักตัวอย่างข้อมูลแบบง่าย.....	29
3.2 การชักตัวอย่างเป็นคาบสม่ำเสมอ.....	30
3.3 การทำงานชักตัวอย่างและ hold	30
3.4 การทำงาน D/A	31
3.5 การทำงานของ A/D.....	31
3.6 การชักตัวอย่าง (sampler) กับ ZOH.....	32
3.7 รูปแบบของการชักตัวอย่างกับ ZOH.....	33
3.8 แสดงกระบวนการมอดูเลท.....	34
3.9 แสดงสัญลักษณ์ของการชักตัวอย่างอิมพัลซ์กับ $G_o(s)$	35
3.10 ระบบควบคุมแบบอินพุตเดี่ยวเอาต์พุตเดี่ยว.....	39
3.11 Discrete-Time controller design	40
3.12 การกำหนดมุมของซีโร่ $\angle(z - z_c)$	42
4.1 ประมาณพื้นที่ใต้เส้นโค้งด้วยวิธีการแปลงเชิงไบลิเนียร์.....	44
4.2 เส้นทางเดินของรากของกระบวนการอันดับสาม	49
4.3 แสดงการตอบสนองของระบบเมื่อเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุมแบบ PIDA	50
4.4 การเปรียบเทียบผลการจำลองในแบบสัญญาณเวลาต่อเนื่องและแบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่องเมื่อเพิ่มอัตราขยายตัวควบคุม	51
4.5 การเปรียบเทียบผลการจำลองแบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่องเมื่อเพิ่มอัตราขยายตัวควบคุม	52
5.1 การเปรียบเทียบผลการจำลองในแบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่องการตอบสนองของระบบ DA, KM, ZOH and Bilinear Method.....	54

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การออกแบบตัวควบคุมในกระบวนการทำงานของเครื่องจักรและในโรงงานอุตสาหกรรม ที่มีความต้องการใช้ตัวควบคุมพีไอดี (PID Controller) กันอย่างแพร่หลาย ไม่ว่าจะ เป็นกระบวนการแบบช้าหรือเร็ว ตัวควบคุมดังกล่าวสามารถควบคุมกระบวนการได้เป็นอย่างดีถ้ามีการปรับค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสม ตัวควบคุมพีไอดี (PID Controller) มีการทำงานที่ไม่ซับซ้อนเข้าใจได้ง่ายสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานได้หลายรูปแบบ แต่ในทางทฤษฎีและทางปฏิบัติตัวควบคุมพีไอดี (PID Controller) ใช้ได้ดีกับกระบวนการที่มีอันดับไม่เกินสอง แต่สำหรับในกระบวนการที่มีอันดับมากกว่าสองเช่น กระบวนการระบายความร้อนอันดับสูง, หอดั่นกลั่นไขแยกองค์ประกอบทางเคมีในกระบวนการอุตสาหกรรม เป็นต้น เป็นการยากที่จะใช้ตัวควบคุมพีไอดีเพียงอย่างเดียวมาใช้ในการควบคุมระบบให้ได้ผลตามข้อกำหนด เนื่องจากจำนวนโพลของกระบวนการมีค่ามากกว่าจำนวนซีโรของตัวควบคุม ด้วยเหตุนี้ ท่านรองศาสตราจารย์ ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ ได้นำเสนอแนวความคิดการออกแบบตัวควบคุมสำหรับกระบวนการอันดับ n ใด ๆ เพื่อใช้แทนระบบเดิมโดยเพิ่มตัวควบคุม PD (Proportional-Derivative) เรียกว่า PIDA (Proportional-Integral-Derivative-Acceleration) มาวิเคราะห์ในระบบเวลาต่อเนื่อง (Continuous-time System) นำไปสู่การวิเคราะห์การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete-time System)

โดยที่ตัวควบคุม PIDA (Proportional-Integral-Derivative-Acceleration) เป็นตัวควบคุมมีพารามิเตอร์ $K_p, K_I, K_D,$ และ K_A มีโครงสร้างดังนี้

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + \frac{K_D s}{(s+f)} + \frac{K_A s^2}{(s+d)(s+e)} \quad (1.1)$$
$$= K_{PIDA} \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{s(s+d)(s+e)}; f=d$$

ซึ่งในการออกแบบตัวควบคุมต้องหาคำตอบของพารามิเตอร์ a, b, c และ d, e คือซีโรและโพลของตัวควบคุม PIDA ที่เหมาะสมและสามารถใช้กับระบบที่อันดับสูงกว่าอันดับสองได้อย่างมีประสิทธิภาพ อย่างไรก็ตามปัจจุบันมีการประยุกต์ใช้คอมพิวเตอร์ในการควบคุมกระบวนการในทางอุตสาหกรรมมากขึ้น การส่งสัญญาณเข้าต้องผ่านตัวสุ่มสัญญาณ(Sampler) ซึ่งมีหน้าที่ในการแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิทัล ทำให้สัญญาณนั้นอยู่ในรูปแบบของสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete Signal) โดยวิทยานิพนธ์นี้ได้มีการนำแนวความคิดของท่านรองศาสตราจารย์ ดร.กิตติ

ของ PIDA by Kitti's Method ในรูปแบบของสัญญาณเวลาต่อเนื่อง (Continuous-time) และการเปรียบเทียบรูปแบบของสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete-Signal) ระหว่างวิธีการของ Back ward Transform (ZOH) และแบบ Bilinear Transform (Tustin's Method) เพื่อปรับปรุงผลการตอบสนองให้แม่นยำและใกล้เคียงกับระบบเวลาต่อเนื่อง (Continuous-time System)

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มุ่งหวังเพื่อศึกษาตัวควบคุมระบบสัญญาณเวลาต่อเนื่อง (Continuous-time System) และรูปแบบของสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete-time Signal) เพื่อพิจารณางานวิจัย โดยการนำเสนอการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอ (Proportion-Integral-Derivative-Acceleration) ในวิทยานิพนธ์นี้ จึงได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอ เหมาะสำหรับระบบควบคุมอันดับสาม และมีการเปรียบเทียบวิธีการของ PIDA by Dorf Approach (DA), PIDA by Kitti's Method (KM), Discrete PIDA by Kitti's Method และ Discrete PIDA by Kitti's Method with Bilinear Transform

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

เนื่องจากตัวควบคุมพีไอดี (PID Controller) นั้นจะทำงานได้ดีกับกระบวนการที่มีอันดับไม่เกิน สอง แต่ในกระบวนการที่มีอันดับมากกว่าสองนั้น จึงเป็นการยากที่จะใช้ตัวควบคุมพีไอดีเพียงอย่างเดียวเพื่อสร้างตอบสนองให้เป็นไปตามข้อกำหนด วิทยานิพนธ์เล่มนี้จึงแก้ไขปัญหาดังกล่าวโดยมีการออกแบบโดยใช้ตัวควบคุมพีไอดีเอ (PIDA Controller) ในกระบวนการของระบบอันดับสามและวิเคราะห์ผลของตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete-time System) รวมถึงการเปรียบเทียบผลการตอบสนองของระบบ

1.4 ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย

การออกแบบดำเนินงานในระนาบเอส โดยการจัดวางโพลและใช้การคำนวณทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาค่าที่เหมาะสมที่สุดสำหรับพารามิเตอร์ K_P , K_I , K_D , และ K_A ของตัวควบคุม ในการควบคุมพีไอดีเอ (PIDA Controller) พิจารณาการตอบสนองต่ออินพุตแบบขั้นบันได การออกแบบระบบพิจารณาเลือกใช้คาบเวลาการสุ่ม (Sampling Time) ในการสุ่มสัญญาณของระบบให้เหมาะสม และทำการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีทางเดินของราก โดยกำหนดตำแหน่งของซีโรว์ของตัวควบคุมภายใต้เงื่อนไขของมุม (Angle Condition) และเลือกวางตำแหน่งของซีโรว์ที่เพิ่มเข้าไปให้มีตำแหน่งใกล้เคียงกับตำแหน่งของโพลของระบบมากที่สุด โดยเหลือตำแหน่งซีโรว์ไว้หนึ่งตัว เพื่อใช้ในการกำหนดเส้นทางเดินของรากผ่านจุดของโพลวงปิดเด่นชัด (Dominant Closed-Loop Pole) จากรูปแบบของสัญญาณเวลาต่อเนื่อง (Continuous-time) การส่งสัญญาณเข้าผ่านตัวสุ่มสัญญาณ (Sampler) ซึ่งเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มีหน้าที่แปลงสัญญาณอนาล็อกให้เป็นสัญญาณดิจิทัล ทำให้สัญญาณนั้นอยู่ในรูปแบบของสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete Signal) มาวิเคราะห์ในรูปแบบของวิธีการ PIDA DT by ZOH Method และวิธีการ PIDA DT by Bilinear Method วิเคราะห์ผลการตอบสนองของระบบให้มีค่าใกล้เคียงกับระบบเวลาต่อเนื่อง (Continuous-time System)

1.5 ขอบเขตการวิจัย

วิทยานิพนธ์นี้กล่าวถึงที่มาและรูปแบบของตัวควบคุมพีไอดีเอ (PIDA Controller) ที่มีรูปแบบ $G_c(s)$ ตามสมการที่ (1.1) การออกแบบระบบควบคุมเปรียบเทียบวิธีการของ PIDA by Dorf Approach (DA) และ วิธีการของ PIDA by Kitti's Method ซึ่งอยู่ในรูปแบบของสัญญาณเวลาต่อเนื่อง (Continuous-time) และการเปรียบเทียบรูปแบบของสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete Signal) ระหว่างวิธีการแบบ Back ward Transform (ZOH) และวิธีการแบบ Bilinear Transform (Tustin's Method), การจำลองระบบด้วยโปรแกรม MATLAB แสดงผลการควบคุมของตัวควบคุมที่ออกแบบเปรียบเทียบและวิเคราะห์ผลการตอบสนองของระบบ

1.6 ขั้นตอนของการศึกษา

วิทยานิพนธ์เล่มนี้มีขั้นตอนการศึกษา โดยเริ่มจากการศึกษาโครงสร้างและการทำงานของตัวควบคุมแบบพีไอดีเอ (PIDA Controller) วิธีการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการทางเดินของรากศึกษา วิธีการของ PIDA by Dorf Approach และวิธีการของ PIDA by Kitti's Method ในรูปแบบของสัญญาณเวลาต่อเนื่อง (Continuous-time), การเปรียบเทียบรูปแบบของสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete Signal) รูปแบบวิธีการของ Back ward Transform (ZOH) และวิธีการของ Bilinear Transform (Tustin's Method) เพื่อเป็นพื้นฐานในการนำไปออกแบบจริง

1.7 ส่วนประกอบของวิทยานิพนธ์

วิทยานิพนธ์นี้ประกอบด้วยเนื้อหาทั้งหมด 5 บท ดังนี้

บทที่ 1 กล่าว ความเป็นมา แนวคิด วัตถุประสงค์ของการศึกษา ขอบเขตของการศึกษารวมถึงขั้นตอนวิธีการดำเนินการศึกษา

บทที่ 2 กล่าวถึงโครงสร้างของตัวควบคุมแบบ PIDA โดยวิธีการออกแบบตัวควบคุม PIDA ตามแนวทางของ Richard C. Dorf และการออกแบบโดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ พร้อมทั้งยกตัวอย่างการจำลองการควบคุมด้วยโปรแกรม MATLAB

บทที่ 3 กล่าวถึงเครื่องซึกตัวอย่าง (sampler) โครงสร้างตัวควบคุมแบบ PIDA สำหรับกระบวนการอันดับสามในแบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมใน z-domain

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยวิธีของ ZOH (Zero-Order Hold) พร้อมทั้งยกตัวอย่างการจำลองการควบคุมด้วยระบบโปรแกรม MATLAB

บทที่ 4 กล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA สำหรับกระบวนการอันดับสามในระบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมใน z-domain โดยวิธีการของ Bilinear Transform (Tustin's Method) พร้อมทั้งยกตัวอย่างการจำลองการควบคุมด้วยระบบโปรแกรม MATLAB และการเปรียบเทียบผลการจำลองระบบ

บทที่ 5 กล่าวถึงการสรุปผลการวิจัย ข้อเสนอแนะและในการพัฒนาออกแบบระบบควบคุมให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

แนวความคิดและหลักการ

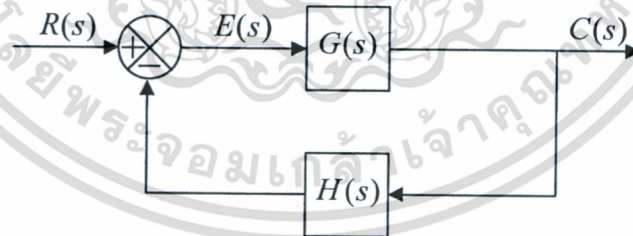
2.1 บทนำ

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีพื้นฐานต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องในการวิจัย การนำตัวควบคุมไปใช้ในการควบคุมระบบ ซึ่งจำเป็นต้องทราบพื้นฐานต่าง ๆ ของตัวควบคุม ซึ่งในทางทฤษฎีและทางปฏิบัติในการใช้ตัวควบคุม PIDA มีข้อจำกัดในการใช้กับระบบควบคุมในอันดับที่สูง ๆ ได้ไม่ค่อยดี ซึ่งท่านรองศาสตราจารย์ ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ ได้นำเสนอแนวความคิดการออกแบบสำหรับตัวควบคุมแบบ PIDA (PIDA Controller) กระบวนการระบบอันดับสามขึ้น[1] วิธีการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA มีแนวความคิดมาจากการเพิ่มซีโรทำงานร่วมกับตัวควบคุมแบบ PID เรียกตัวควบคุมนี้ว่า ตัวควบคุมแบบ PIDA ย่อมาจาก Proportional-Integral-Derivative-Acceleration

2.2 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ

2.2.1 โครงสร้างของระบบควบคุมแบบป้อนกลับ

ระบบควบคุมแบบป้อนกลับแสดงดังรูปที่ 2.1 การทำงานของระบบจะนำสัญญาณจากเอาต์พุต ($C(s)$) ของกระบวนการมาเปรียบเทียบกับสัญญาณปรับตั้งค่าที่กำหนด ($R(s)$) จากนั้นนำสัญญาณที่ได้จากการเปรียบเทียบ ($E(s)$) มาคำนวณตามกฎเกณฑ์ของการควบคุมเพื่อให้ได้สัญญาณควบคุมนำไปควบคุมกระบวนการ



รูปที่ 2.1 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ

โดยที่ $G(s)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการ (Plant)

$H(s)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนในส่วนป้อนกลับ

$R(s)$ คือ สัญญาณปรับตั้ง (Set Point)

$C(s)$ คือ สัญญาณเอาต์พุตของระบบ

$E(s)$ คือ สัญญาณผิดพลาดที่เกิดจากการเปรียบเทียบระหว่าง $C(s)$ และ $R(s)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ฟังก์ชันถ่ายโอน(Transfer Function) ของระบบควบคุมแบบป้อนกลับในรูปที่ 2.1 คือ

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (2.1)$$

จากสมการที่ (2.1) ซึ่งเป็นสมการคุณลักษณะ (Characteristic Equation) คือ

$$F(s) = 1 + G(s)H(s) = 0 \quad (2.2)$$

และฟังก์ชันถ่ายโอน $G(s)H(s)$ เท่ากับ ศูนย์ คือ

$$G(s)H(s) = \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \dots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots (T_p s + 1)} \quad (2.3)$$

เทอมของ s^N นั้นหมายถึงจำนวนของโพลที่จุดกำเนิด ใช้เรียกว่าชนิด (Type) ของระบบ เช่น $N=0$ แสดงว่าระบบนั้นเป็นระบบชนิด 0 หรือถ้า $N=1$ เราเรียกว่าเป็นระบบชนิด 1 เป็นต้น

2.2.2 ข้อกำหนดของระบบ

ข้อกำหนด คือค่าพารามิเตอร์ที่จำเป็นต้องทราบในการออกแบบตัวควบคุม ค่าเหล่านี้แสดงให้เห็นถึงการตอบสนองในสภาวะชั่วคราวของระบบควบคุมต่ออินพุตที่เป็นสัญญาณขั้นบันไดหนึ่งหน่วย (Unit Step) ข้อกำหนดที่สำคัญประกอบด้วย

1. ค่าพุ่งเกินสูงสุด (Maximum overshoot: M_p) เป็นค่าความแตกต่างระหว่างเอาต์พุตที่มีค่าสูงสุดกับเอาต์พุตที่สถานะอยู่ตัวของระบบ ในบางครั้งอาจแสดงอยู่ในรูปของเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินสูงสุด ($\%M_p$)

$$M_p = C_{max} - C_{ss}$$

โดยที่ C_{max} คือ ค่าสูงสุดของเอาต์พุต

C_{ss} คือ ค่าสูงสุดของเอาต์พุตที่สถานะอยู่ตัว

หรือ

$$\%M_p = \left| \frac{M_p}{C_{ss}} \right| \times 100\%$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

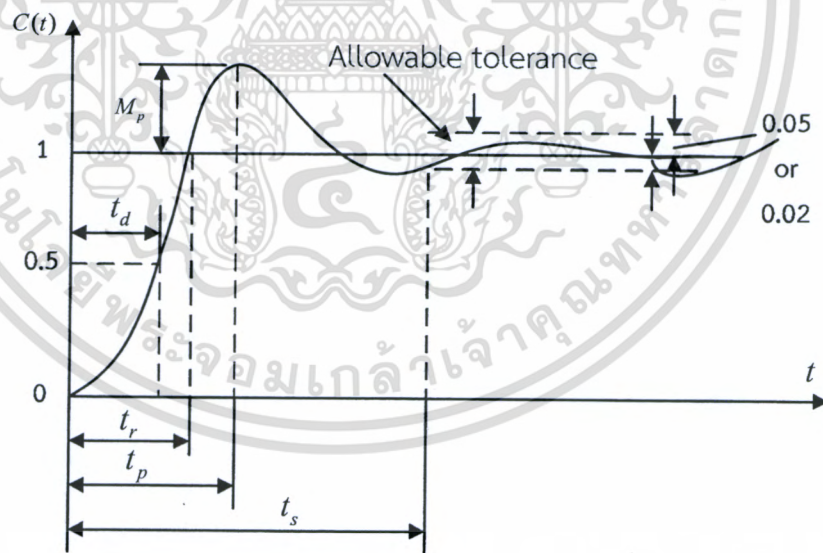
2. ค่าเวลาประวิง (Delay Time: t_d) คือช่วงเวลาที่ผลของการตอบสนองในสภาวะชั่วคราวของระบบมีค่าเข้าสู่ 50% ของค่าที่สถานะอยู่ตัว

3. ค่าช่วงเวลาขึ้น (Rise Time: t_r) คือช่วงเวลาที่ผลการตอบสนองในสภาวะชั่วคราวของระบบมีค่าเพิ่มขึ้นจาก 10% ไปเป็น 90% ของค่าที่สถานะอยู่ตัว ในบางกรณีค่าช่วงเวลาขึ้น หมายถึง ช่วงเวลาที่ผลการตอบสนองมีค่าจาก 5% ไปเป็น 95% หรือ 0% ไปเป็น 100% ของค่าที่สถานะอยู่ตัวก็ได้ ถ้าค่าช่วงเวลาขึ้นมีค่าน้อย หมายถึงระบบนั้นมีการตอบสนองเร็ว นอกจากนี้ อาจหมายถึง ค่าของเวลาที่ใช้ไปสำหรับให้ผลการตอบสนองมีค่าเท่ากับค่าสุดท้ายของการตอบสนองในสภาวะอยู่ตัว เป็นครั้งแรก

4. ค่าช่วงเวลาเข้าที่ (Setting Time: t_s) คือช่วงเวลาที่ผลตอบสนองของระบบมีค่าเข้าสู่ช่วง $\pm 2\%$ หรือ $\pm 5\%$ ของค่าที่สถานะอยู่ตัวและมีค่าอยู่ในช่วงนี้ตลอดไป หรือหมายถึงค่าของเวลาที่ผลการตอบสนองในสภาวะชั่วคราวเปลี่ยนไปเป็นการตอบสนองในสถานะอยู่ตัว

5. ค่าเวลายอด (Peak Time: t_p หรือ t_{max}) เป็นค่าเวลาของเวลาที่ผลตอบสนองในสภาวะชั่วคราวของระบบเกิดค่าพุ่งเกินสูงสุด

6. ค่าความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ตัว (Steady State Error: e_{ss}) เป็นค่าความแตกต่างของเอาต์พุตของระบบกับค่าปรับตั้งในขณะที่ระบบอยู่ในสถานะอยู่ตัว ระบบที่ดีจะต้องมีความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ตัวน้อยที่สุด



รูปที่ 2.2 แสดงค่าต่าง ๆ ของระบบต่อการตอบสนองต่อสัญญาณอินพุตแบบ Unit Step

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 ตัวควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative (PID)

ตัวควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative (PID) ประกอบด้วย ตัวควบคุมแบบ Proportional (P), ตัวควบคุมแบบ Integral (I) และตัวควบคุมแบบ Derivative (D) โดยทั่วไปตัวควบคุมแบบ PID มีฟังก์ชันถ่ายโอน ดังนี้

$$G_{PID}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (2.4)$$

โดยที่ K_P คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ Proportional (P)

K_I คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ Integral (I)

K_D คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ Derivative (D)

นอกจากฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบ PID ยังนิยมเขียนอยู่ในรูปของ

$$G_{PID}(s) = K_{pid} \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2.5)$$

โดยที่ K_{pid} คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ PID

T_i คือ เวลาปริพันธ์หรือ Reset time

T_d คือ เวลาอนุพันธ์หรือเวลาอัตรา Rate Time

2.3.1 กริยาของการควบคุม

การออกแบบระบบควบคุมนั้นต้องพิจารณาถึงคุณลักษณะของกระบวนการที่ต้องการควบคุมเสียก่อนซึ่งบางครั้งอาจพิจารณาในรูปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ คือฟังก์ชันการถ่ายโอน ทั้งนี้เพื่อที่จะได้เลือกชนิดการควบคุมให้เหมาะสมกับระบบ เพื่อให้การควบคุมมีเสถียรภาพ (Stability) มีประสิทธิภาพสูงสุด โดยสัญญาณที่ใช้ในการควบคุมจะเป็นไปตามลักษณะของการสร้างสัญญาณที่เรียกว่า กริยาควบคุม (Control Action)

1. กริยาการควบคุมแบบ Proportional (P)

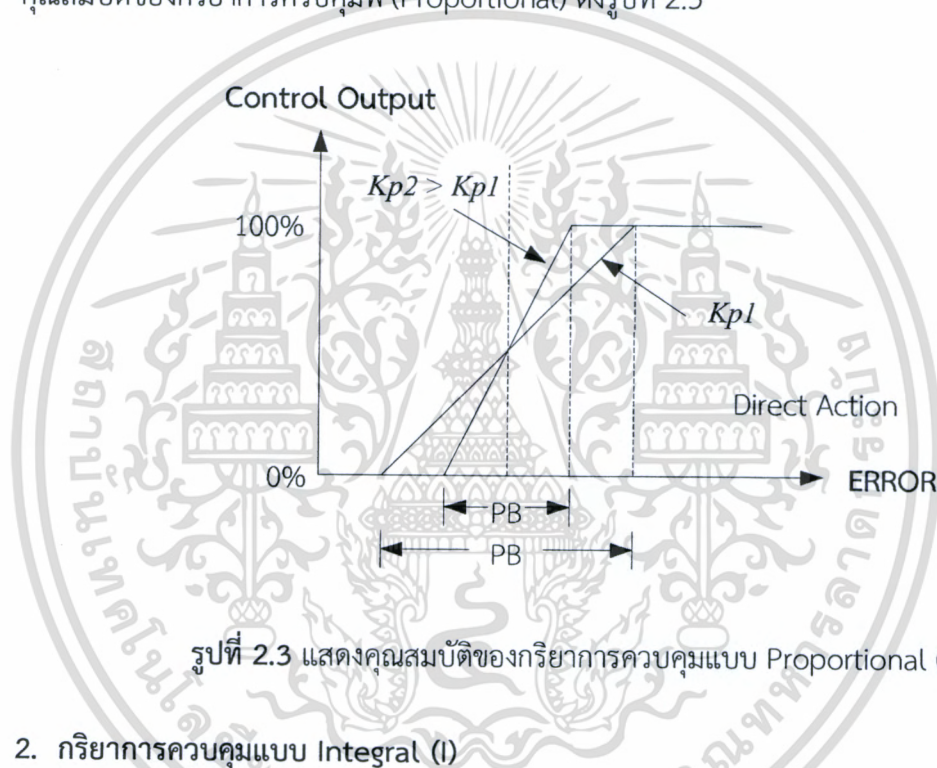
สำหรับการควบคุมพี ค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมจะเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นสัดส่วนโดยตรงกับค่าความคลาดเคลื่อน คือ ถ้าค่าความคลาดเคลื่อนมีค่ามากกว่าค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมจะมากขึ้นตาม และถ้าค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อยกว่าค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมค่าที่ได้จะลดลง ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 ตัวนี้ เรียกว่าอัตราขยายของตัวควบคุมแบบ Proportional (Proportional Gain) กริยาการควบคุมพี สามารถเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$m_p(t) = \bar{m} + K_p e(t) \quad (2.6)$$

- เมื่อ $m_p(t)$ คือ ค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมแบบ Proportional (P)
 K_p คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ Proportional (P)
 $e(t)$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อน
 \bar{m} คือ ค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมเมื่อความคลาดเคลื่อนเป็นศูนย์

คุณสมบัติของกริยาการควบคุมพี (Proportional) ดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 แสดงคุณสมบัติของกริยาการควบคุมแบบ Proportional (P)

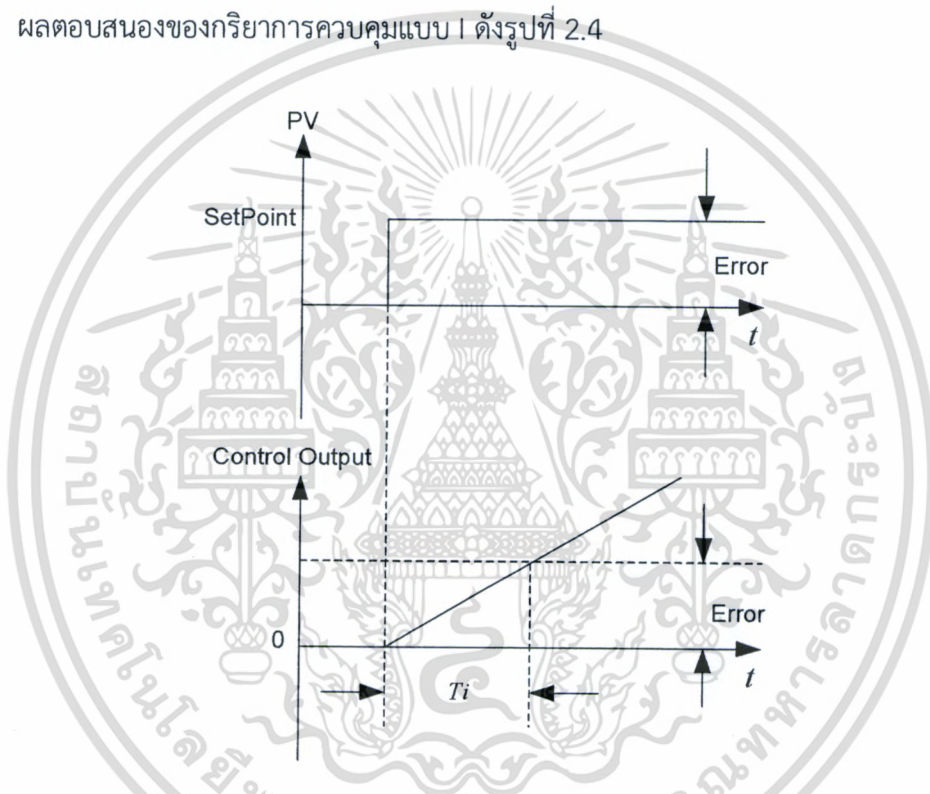
2. กริยาการควบคุมแบบ Integral (I)

สำหรับการควบคุมที่มีกริยาการควบคุมแบบ Integral (I) มีชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า การควบคุมแบบรีเซ็ต (Reset Control) โดยการควบคุมจะพิจารณาค่าคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นทั้งหมด ซึ่งการหาค่าความคลาดเคลื่อนในกริยาการควบคุมแบบ I นั้นจะต้องหาค่าพื้นที่ทั้งหมดภายใต้กราฟของค่าความคลาดเคลื่อนต่อเวลา จากนั้นนำไปคูณกับค่าคงที่ที่เรียกว่า อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ Integral (Integral Gain) เพื่อหาเอาต์พุต ดังสมการที่ (2.7)

$$m_I(t) = K_I \int_0^t e(t) dt + \overline{m_I}(0) \quad (2.7)$$

- เมื่อ $m_I(t)$ คือ ค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมแบบ Integral (I)
 K_I คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ Integral (I)
 $\int_0^t e(t) dt$ คือ พื้นที่ทั้งหมดของความคลาดเคลื่อน
 $\overline{m_I}(0)$ คือ ค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมที่เวลา t เท่ากับศูนย์ ($t=0$)

ผลตอบสนองของกริยาการควบคุมแบบ I ดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 แสดงผลการตอบสนองของกริยาการควบคุมแบบ Integral (I)
(P.Sai Krishna, 2009 : 69)

3. กริยาการควบคุมแบบ Derivative (D)

สำหรับการควบคุมที่มีกริยาการควบคุมแบบ Derivative (D) สัญญาณเอาต์พุตของตัวควบคุมจะขึ้นอยู่กับอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่าความคลาดเคลื่อนต่อเวลา (Time Rate of Change of Error) จะเห็นว่าค่าความคลาดเคลื่อนนี้มีโอกาสเป็นศูนย์ได้ และเอาต์พุตสามารถเปลี่ยนแปลงให้มีค่าสูงขึ้น เมื่อความคลาดเคลื่อนเปลี่ยนแปลง ซึ่งเรียกการกระทำดังกล่าวนี้ว่า อัตราการกระทำ (Rate Action)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$M_D(t) = K_D \frac{[e(t) - e(t_0)]}{(t - t_0)} \quad (2.8)$$

หรือ

$$M_D(t) = K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (2.9)$$

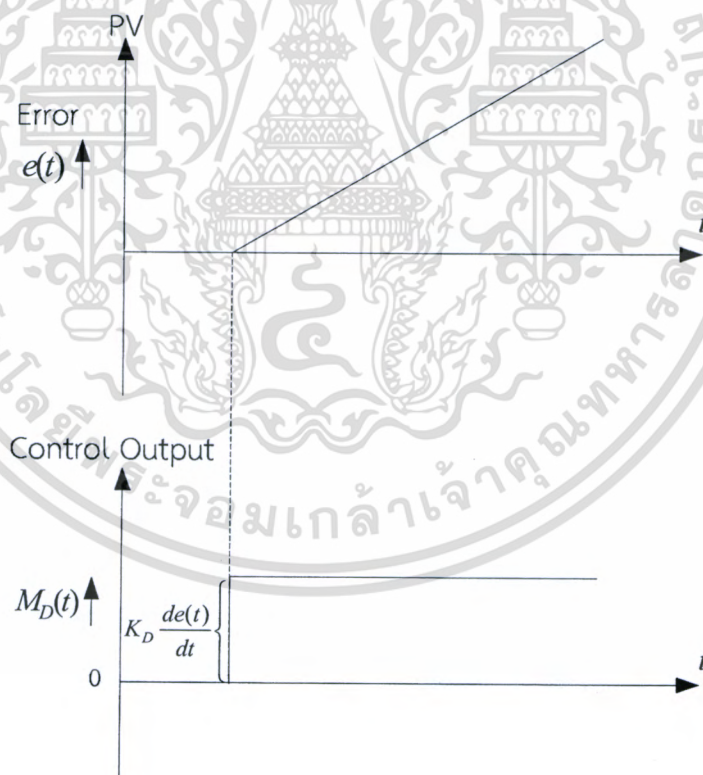
เมื่อ $M_D(t)$ คือ ค่าเอาต์พุตของตัวควบคุมแบบ Derivative (D)

K_D คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ Derivative (D)

$e(t)$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อนที่เวลา t

$e(t_0)$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อนที่เวลา t_0

คุณสมบัติของปฏิบัติการควบคุมแบบ D ดังรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 แสดงตัวอย่างคุณสมบัติของปฏิบัติการควบคุมแบบ Derivative (D)

(P.Sai Krishna, 2009 : 71)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. ฏิกิริยาการควบคุมแบบ Proportional-Integral (PI)

ตามที่กล่าวมาแล้วว่าฏิกิริยาการควบคุมแบบ Proportional (P) นั้น จะมีออฟเซ็ทเกิดขึ้น ซึ่งการกำจัดค่าออฟเซ็ทนี้ ทำได้โดยการเพิ่มฏิกิริยาการควบคุมแบบ Integral (I) เข้าไป ดังนั้นสมการสัญญาณเอาต์พุตของตัวควบคุมแบบนี้จะเป็นไปตามสมการที่ (2.10)

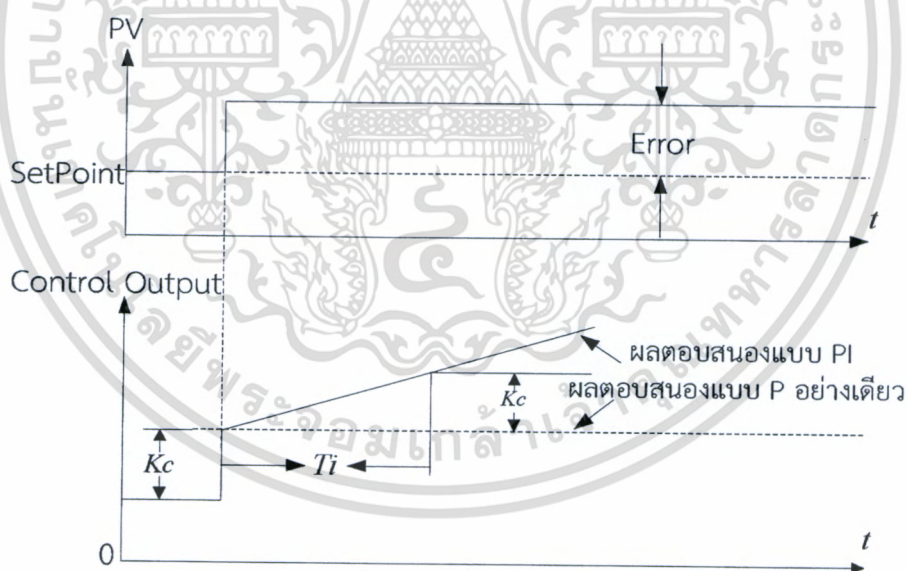
$$m_{PI}(t) = \bar{m} + K_p e(t) + K_p K_I \int_0^t e(t) dt \quad (2.10)$$

หรือ

$$m_{PI}(t) = \bar{m} + K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt \quad (2.11)$$

เมื่อ $K_I = 1/T_i$

คุณสมบัติของฏิกิริยาการควบคุมแบบ Proportional-Integral (PI) ดังรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 แสดงตัวอย่างผลการตอบสนองของฏิกิริยาการควบคุมแบบ Proportional-Integral (PI)

นอกจากฏิกิริยาการควบคุมแบบ Proportional-Integral (PI) ทำให้ค่าออฟเซ็ทที่สภาวะคงที่เป็นศูนย์แล้ว ยังช่วยลดค่าพุ่งเกิน (Maximum overshoot) และการแกว่ง (Oscillation) ของระบบลงได้ แต่ทำให้ค่าช่วงเวลาเข้าที่มีค่ามากขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5. กิริยาการควบคุมแบบ Proportional-Derivation (PD)

การประยุกต์ใช้กิริยาการควบคุมแบบ Derivation (D) ร่วมกับกิริยาการควบคุมแบบ Proportional (P) เพื่อให้ผลตอบสนองของระบบรวดเร็วขึ้น แต่จะไม่มีผลโดยตรงต่อผลตอบสนองที่สถานะคงที่ ซึ่งสมการเอาต์พุตของกิริยาการควบคุมแบบ Proportional-Derivation (PD) แสดงดังสมการที่ (2.12)

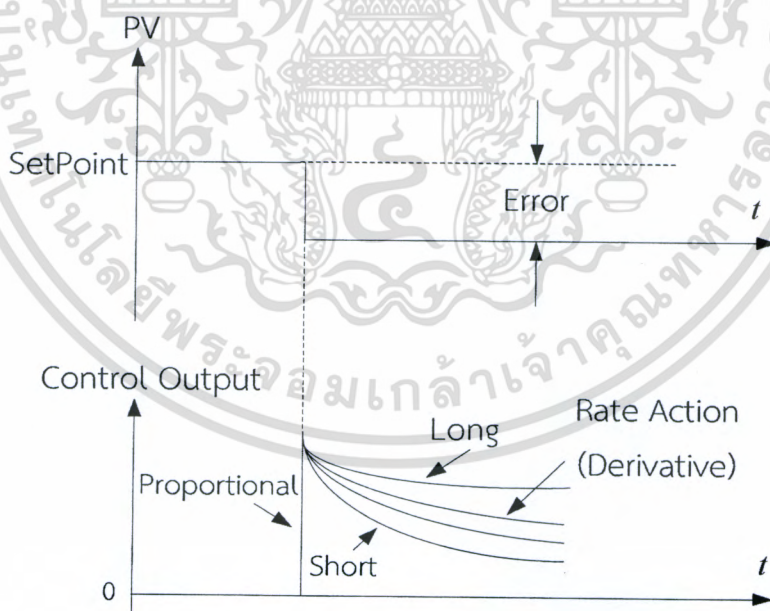
$$m_{PD}(t) = \bar{m} + K_p e(t) + K_p K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (2.12)$$

หรือ

$$m_{PD}(t) = \bar{m} + K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.13)$$

เมื่อ $K_D = T_d$

ข้อเสียของกิริยาการควบคุมแบบนี้ คือ ไม่สามารถทำให้ออฟเซ็ทของระบบลดลงหรือหมดไปได้ และอาจทำให้ค่าพุ่งเกินของระบบมีค่าสูงขึ้น ผลตอบสนองของกิริยาการควบคุมแบบ Proportional-Derivation (PD) ดังรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 แสดงผลการตอบสนองของกิริยาการควบคุมแบบ Proportional-Derivation (PD)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6. กิริยาการควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative (PID)

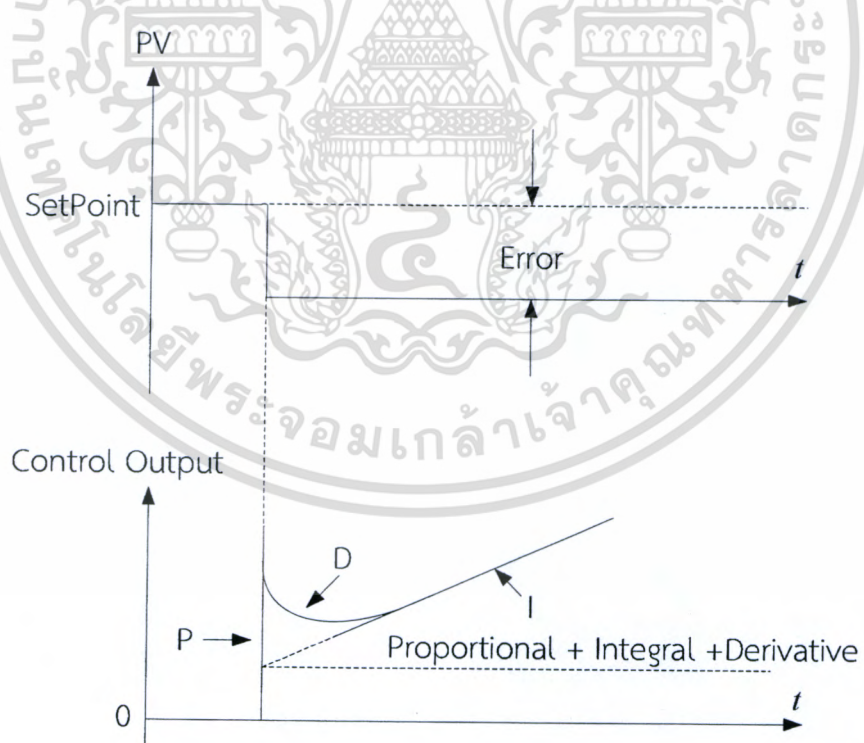
สำหรับการควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative (PID) ช่วยให้ผลตอบสนองของระบบควบคุมมีสมรรถนะที่ดีเมื่อได้รับการปรับค่าที่เหมาะสม ซึ่งทำให้ได้กิริยาการควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative (PID) ที่มีสมการสัญญาณเอาต์พุตดังสมการที่ (2.14) และ (2.15)

$$m_{PID}(t) = \bar{m} + K_p e(t) + K_p K_i \int_0^t e(t) dt + K_p K_D \frac{de(t)}{dt} \tag{2.14}$$

หรือ

$$m_{PID}(t) = \bar{m} + K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \tag{2.15}$$

ผลการตอบสนองของกิริยาการควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative (PID) ดังรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 แสดงผลการตอบสนองของกิริยาการควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative (PID)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.2 ข้อจำกัดของตัวควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative (PID)

พิจารณาสมการที่ (2.5) เมื่อนำมาจัดรูปแบบใหม่จะได้ว่า

$$G_{PID}(s) = K_{pid} \left(\frac{T_i T_d s^2 + T_i s + 1}{T_i s} \right) \quad (2.16)$$

จะเห็นได้ว่าตำแหน่งของซีโรว์บนระนาบ s (s -plane) ขึ้นอยู่กับค่า T_i และ T_d ดังนี้

$$T_i T_d s^2 + T_i s + 1 = 0$$

$$s_{1,2} = \frac{-T_i \pm \sqrt{(T_i)^2 - 4T_i T_d}}{2T_i T_d} \quad (2.17)$$

เมื่อพิจารณาค่ารากสมการ

ถ้า $T_i \geq 4T_d$ ตำแหน่งของซีโรว์ทั้งสองตัวจะอยู่บนแกนจริงในระนาบ s ซึ่งเป็นค่าเหมาะสมที่สุด (Optimum)

ถ้า $T_i < 4T_d$ ตำแหน่งของซีโรว์ทั้งสองตัวจะเป็นตัวเลขเชิงซ้อนสังยุค (Complex Quantity) ซึ่งไม่ใช่ค่าเหมาะสมที่สุด ดังนั้นจึงกำหนดให้

$$T_i = 4T_d$$

เมื่อ z_1, z_2 คือ ซีโรว์ของตัวควบคุม

$$z_1 = z_2 = \frac{1}{2T_d}$$

ทำให้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative (PID) จัดรูปแบบใหม่เป็น

$$G_{PID}(s) \equiv K_{pid} \frac{(s + z_1)(s + z_2)}{s} \quad (2.18)$$

จากฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative (PID) ในสมการที่ (2.18) พบว่าตัวควบคุมประกอบไปด้วยซีโรว์สองตัว และโพลหนึ่งตัวอยู่ที่จุดกำเนิดบนระนาบ s ดังนั้นกระบวนการที่ใช้ตัวควบคุมแบบ PID จะทำให้ระบบควบคุมเกิดการเปลี่ยนแปลงดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. อันดับของระบบเพิ่มขึ้นมาอีกหนึ่งอันดับ
2. ชนิดของระบบเพิ่มขึ้นมาอีกหนึ่ง

การที่อันดับของระบบเพิ่มขึ้น จะทำให้ระบบช้าลงและมีการล่าช้าทางเวลา (Time Lag) เกิดขึ้น อาจทำให้ระบบไม่มีเสถียรภาพได้ ส่วนการเพิ่มขึ้นของชนิดของระบบเป็นผลดีต่อระบบ เนื่องจากทำให้ไม่มีค่าความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ต่อสัญญาณอินพุตที่เป็นสัญญาณขั้นบันไดหนึ่งหน่วย อย่างไรก็ตามผลจากการที่ตัวควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative (PID) ประกอบไปด้วยซีโรสองตัวนั้น ทำให้ตัวควบคุมดังกล่าวเหมาะสำหรับกระบวนการอันดับสอง เมื่อนำไปควบคุมกระบวนการที่มีอันดับมากกว่าสองจะมีความยุ่งยาก และระบบไม่มีเสถียรภาพ เนื่องจากจำนวนซีโรของตัวควบคุมมีจำนวนน้อยกว่าโพลของกระบวนการด้วยเหตุนี้ใน [2] จึงได้มีการนำเสนอตัวควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative-Acceleration (PIDA) เพื่อใช้สำหรับระบบควบคุมกระบวนการอันดับสาม

2.4 ตัวควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative-Acceleration (PIDA)

การออกแบบตัวควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative-Acceleration (PIDA) มีแนวคิดมาจากการเพิ่มซีโรทำงานร่วมกับตัวควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative (PID) เรียกตัวควบคุมนี้ว่า ตัวควบคุมแบบ PIDA ตัวควบคุมดังกล่าวถูกออกแบบมาเพื่อควบคุมกระบวนการอันดับสาม โดยใช้เทคนิคและวิธีของตัวควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative (PID) เป็นพื้นฐานในการออกแบบตัวควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative-Acceleration (PIDA)

พิจารณาโครงสร้างของระบบควบคุมวงปิดดังรูปที่ 2.1 เมื่อสัญญาณป้อนกลับเป็นหนึ่งหน่วย (Unit Feedback) ตัวควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative-Acceleration (PIDA) โดยกำหนดให้ $G_c(s)$ ซึ่งมีโครงสร้างดังนี้

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + \frac{K_D s}{(s+f)} + \frac{K_A s^2}{(s+d)(s+e)} \quad (2.19)$$

สามารถจัดรูปแบบอย่างง่าย ได้ดังนี้

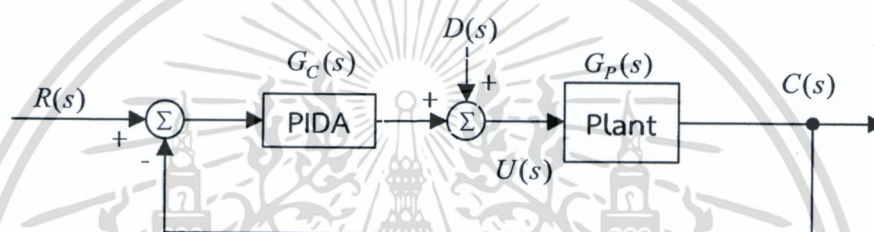
$$G_c(s) = K_{pida} \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{s(s+d)(s+e)} ; f=d \quad (2.20)$$

โดยที่ K_{pida} คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ PIDA

ดังนั้นสมการควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative-Acceleration (PIDA) สามารถจัดรูปแบบได้ดังนี้

$$K(s) = G_c(s) = K_{PIDA} \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{s} \quad (2.21)$$

เมื่อ a, b, c และ d, e คือซีโรและโพลของตัวควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative-Acceleration (PIDA) ตามลำดับ เนื่องจาก $a, b, c \ll d, e$ เมื่อพิจารณาโพลที่ d, e ซึ่งมีค่าเล็กน้อยมาก สามารถที่จะทิ้งโพลของตัวควบคุมนี้ได้ ซึ่งโครงสร้างของระบบควบคุมป้อนกลับมีโครงสร้างดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.9 โครงสร้างของระบบควบคุมป้อนกลับ

จากโครงสร้างของระบบควบคุมป้อนกลับดังรูปที่ 2.9 สามารถจัดรูปแบบได้ดังนี้

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_C(s)G_P(s)}{1 + G_C(s)G_P(s)} \quad (2.22)$$

จึงมีสมการคุณลักษณะของระบบควบคุม คือ

$$1 + G_C(s)G_P(s) = 0 \quad (2.23)$$

สำหรับกระบวนการที่มี n มีรูปแบบของฟังก์ชันถ่ายโอนแบบทั่วไปดังนี้

$$G^n(s) = \frac{K_n}{s^N (s + p_1)(s + p_2) \dots (s + p_p)} \quad (2.24)$$

โดยที่ K_n คือ อัตราขยายของกระบวนการ

$P_{1,2,\dots,p}$ คือ โพลของกระบวนการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.5 การออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA ตามแนวทางของ Richard C. Dorf

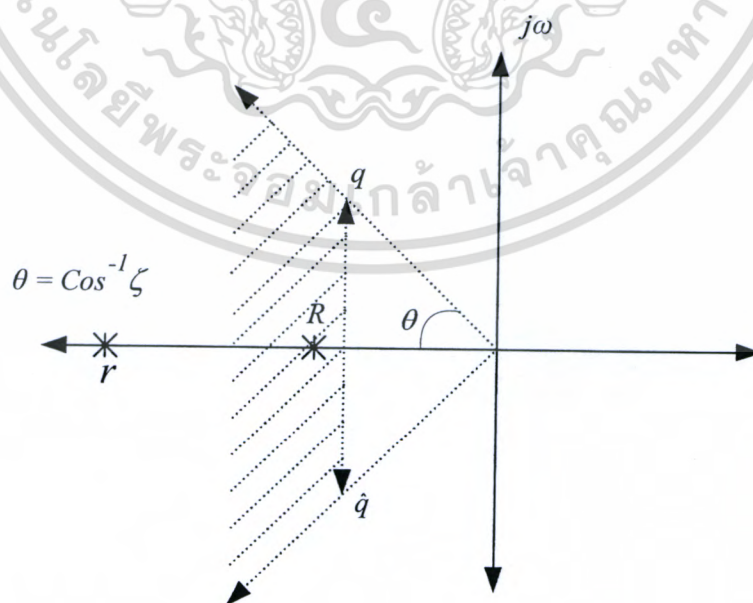
แนวความคิดการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA โดยแนวทางของ Richard C. Dorf (Dorf Approach: DA) เป็นการประยุกต์การใช้งานของกราฟทางเดินรากในระนาบเอส ดังรูปที่ 2.10 เมื่อตำแหน่งโพลของกระบวนการที่มีค่ามากที่สุดไม่ได้อยู่ที่จุดกำเนิดแต่มีค่าน้อยกว่า $-\zeta\omega_n$ ดังนั้นแทนตำแหน่งของโพลทั้งสองที่ให้ครอบคลุม โดยนำโพลตัวหนึ่งวางที่ตำแหน่งด้านซ้ายของโพลของกระบวนการที่มีค่ามากที่สุด และอีกตัวหนึ่งวางให้ไกลออกจากจุดกำเนิดในระนาบเอส โดยตำแหน่งใหม่ของโพลดังกล่าวจะเข้ามามีผลกระทบบ้างกับระบบแทน โดยสามารถปรับแต่งตำแหน่งจากการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA

สมรรถนะของระบบควบคุมสามารถกำหนดได้ตามเงื่อนไขการออกแบบ $P.O., t_s$ และ t_p ดังนั้นจึงกำหนดคุณสมบัติดังต่อไปนี้

$$P.O. \leq L, t_s \leq M, \quad (2.25)$$

$$\max \left| \frac{\text{Output response}}{\text{Disturbance signal}} \right| = \max \left| \frac{C(t)}{D(t)} \right| < W \quad (2.26)$$

เมื่อค่า L, M และ W จะถูกออกแบบโดยผู้ออกแบบตัวควบคุม ที่ทำให้ค่าผิดพลาดในสถานะอยู่ตัว $e_{ss} = 0$ ด้วยตัวควบคุมแบบ PIDA ที่เหมาะสม โดยค่า L และ M เป็นการกำหนดตำแหน่งรากที่ไกลจุดกำเนิดที่สุดบนระนาบเอส ซึ่งตัวควบคุมแบบ PIDA นี้ ถูกออกแบบสำหรับกระบวนการอันดับสาม ซึ่งให้คุณสมบัติเฉพาะได้ตามต้องการ



รูปที่ 2.10 ขอบเขตของทางเดินที่ครอบคลุมรากที่ยอมรับได้และตำแหน่งรากในวงปิดในระนาบเอส เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้เห็นแก่ประโยชน์ส่วนตนการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA Richard C. Dorf

ขั้นตอนที่ 1 หาค่าอัตราการหน่วงของระบบ (ζ) จากข้อกำหนดของ $P.O.$ คือ

$$\zeta = \frac{\left(\ln \frac{L}{100}\right)^2}{\pi^2 + \left(\ln \frac{L}{100}\right)^2} \quad (2.27)$$

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดค่า $\zeta\omega_n$ ของตำแหน่งรากที่ครอบคลุมเวลาเข้าที่ เมื่อ

$$\text{Percent Overshoot (P.O.)} = e^{\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} \times 100\% \quad (2.28)$$

$$\text{Setting Time (t}_s) = \frac{-\ln(0.02\sqrt{1-\zeta^2})}{\zeta\omega_n}, (\pm 2\%)$$

หรือ

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \text{ (กำหนดในช่วง 2\% ของค่าสุดท้าย)}$$

โดยที่ตำแหน่งรากครอบคลุมจะให้ $s = q, \hat{q}$ เมื่อ

$$q = -\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}, \hat{q} = -\zeta\omega_n - j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad (2.29)$$

ขั้นตอนที่ 3 เลือกค่ารากจริงแกนจริงให้เท่ากับค่าจริงของรากที่ต้องการให้ครอบคลุมโดยกำหนดดังนี้

$$R = \text{Re}\{\text{dominant roots}\} \leq -\zeta\omega_n \quad (2.30)$$

และเพื่อที่จะลดสิ่งที่เกิดขึ้นจากรากในวงปิดที่ไม่ครอบคลุม ดังนั้นจึงกำหนดเลือกค่า R โดยที่ กำหนด อยู่ทางด้านซ้ายของโพลที่มากที่สุดในวงเปิดของกระบวนการซึ่งไม่อยู่ที่จุดกำเนิดในครึ่งระนาบด้านซ้ายของระนาบเอส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 4 เลือกตำแหน่งรากที่มากที่สุดบนแกนจริงที่มีค่า r โดยที่กำหนด $r \ll -\zeta\omega_n$

ขั้นตอนที่ 5 เขียนสมการคุณลักษณะของระบบควบคุม $1 + G_c(s)G_p(s)$ และกำหนดให้

$$(s+r)(s+R)(s+q)(s+\hat{q})=0 \quad (2.31)$$

ขั้นตอนที่ 6 แก่สมการจากขั้นตอนที่ 5 เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ a, b, c และ K_{PIDA}

ขั้นตอนที่ 7 นำค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ออกแบบได้ นำไปจำลองกระบวนการหาผลการตอบสนองของระบบ ถ้าผลการตอบสนองของระบบไม่ได้ตามข้อกำหนดของระบบสามารถเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุมจนกว่าผลการตอบสนองตรงตามข้อกำหนด ถ้าไม่ได้อาจลองปรับตำแหน่งของ r และ R ทำการออกแบบแก่สมการคุณลักษณะใหม่และทำตามขั้นตอนเดิมอีกครั้ง

2.6 ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA ตามแนวทางของ Richard C. Dorf

ตัวอย่างการออกแบบจากสมการที่ (2.24) กำหนดให้สมการกระบวนการอันดับที่สาม โดยได้กำหนดให้ $P.O. \leq L = 5\%$ และ $t_s \leq M = 2 \text{ sec}$. ซึ่งได้สมมุติสมการ ดังนี้

$$G^3(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+7)} \quad (2.32)$$

ขั้นตอนที่ 1 และขั้นตอนที่ 2 การคำนวณหาค่าตำแหน่งของโพล

- จากสมการที่ (2.27) กำหนดให้ $P.O. \leq L = 5\%$ จะได้ค่า $\zeta = 0.6901$
- จากสมการที่ (2.28) กำหนดให้ $t_s \leq M = 2 \text{ sec}$ จะได้ค่า $\omega_n = 3.069 \text{ rad/sec}$
- จากสมการที่ (2.29) แทนค่า ζ, ω_n ในสมการ จะได้ค่า q, \hat{q} มีค่าเท่ากับ

$$q, \hat{q} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -2.1 \pm j2.0$$

ขั้นตอนที่ 3 และขั้นตอนที่ 4 เลือกค่ารากจริงแกนจริงให้เท่ากับค่าจริงของรากโดยตำแหน่ง

- เลือกค่า $R = -2.1$
- เลือกค่า $r = -30$

ขั้นตอนที่ 5 เขียนสมการคุณลักษณะของระบบควบคุมและนำสมการลักษณะเฉพาะทั้งสองสมการนี้มาเท่ากัน จากสมการที่ (2.20) เมื่อพิจารณาโพล d, e เมื่อ $a, b, c \ll d, e$ จะได้

$$G_c(s) = \frac{K(s+a)(s+b)(s+c)}{s} \quad (2.33)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และสมการลักษณะของระบบควบคุม $0 = 1 + G_c(s)G^3(s)$ จะได้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$0 = s^4 + (8 + K)s^3 + (7 + K(a + b + c))s^2 + K(ab + (a + b)c)s + Kabc \quad (2.34)$$

และสมการลักษณะเฉพาะ $(s + r)(s + R)(s + q)(s + \hat{q}) = 0$ เมื่อ $q, \hat{q} \leq -2.1 + j2.0, R = -2.1$ และ $r = -30$ จะได้ว่า

$$0 = s^4 + 36.3s^3 + 206.23s^2 + 534.561s + 529.83 \quad (2.35)$$

ขั้นตอนที่ 6 แก่สมการที่ (2.34) และ (2.35) เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ a, b, c และ K_{PIDA}

$$8 + K = 36.3 \quad (2.36)$$

$$7 + K(a + b + c) = 206.23 \quad (2.37)$$

$$K(ab + (a + b)c) = 534.561 \quad (2.38)$$

$$Kabc = 529.83 \quad (2.39)$$

จากสมการที่ (2.36) จะได้ค่า $K = 28.3$ นำไปแทนในสมการที่ (2.37) จะได้ว่า

$$(a + b) = 7.04 - c \quad (2.40)$$

และแทนค่า $K = 28.3$ ลงในสมการที่ (2.39) จะได้ว่า

$$ab = \frac{18.722}{c} \quad (2.41)$$

เมื่อแทนค่า $K, (a + b)$ และ ab ลงในสมการที่ (2.38) จะได้ค่า $c = 2.4478$ และเมื่อนำค่า c ไปแทนในสมการที่ (2.40) จะได้

$$b = 4.592 - a \quad (2.42)$$

และเมื่อนำค่า c และสมการที่ (2.42) ไปแทนในสมการที่ (2.41) จะได้

$$-a^2 + 4.592a - 7.6501 = 0$$

เอกสารนี้เป็น **ดั่งนั้น** $a = 2.2961 \pm j1.5416$ ซึ่งงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในทำนองเดียวกันในการหาค่า b โดยนำค่า $c = 2.4478$ แทนในสมการที่ (2.40) จะได้

$$a = 4.592 - b \quad (2.43)$$

และเมื่อนำค่า c และสมการที่ (2.43) ไปแทนในสมการที่ (2.41) จะได้

$$-a^2 + 4.592a - 7.6501 = 0$$

ดังนั้น $b = 2.2961 \pm j1.5416$

จะได้ค่า $c = 2.4478$ และค่า $a, b = 2.2961 \pm j1.5416$

จากสมการตัวควบคุมแบบ PIDA แทนค่า $K = 28.3$, $c = 2.4478$ และ $a, b = 2.2961 \pm j1.5416$ จะได้ว่า

$$G_c(s) = \frac{28.3(s^2 + 4.59s + 7.61)(s + 2.4477)}{s}$$

ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบเมื่อใช้ตัวควบคุมแบบ PIDA คือ

$$G_c(s)G_c^3(s) = 28.3 \frac{(s^2 + 4.59s + 7.61)(s + 2.4477)}{s^2(s+1)(s+7)}$$

นำค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ออกแบบได้นำไปจำลองผลกระบวนการหาผลการตอบสนองของระบบ

2.7 การออกแบบโดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์

ใน [3] รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ ได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA เรียกว่า Kitti's Method (KM) โดยเมื่อพิจารณาโครงสร้างของตามสมการที่ (2.23) ตัวควบคุมแบบ PIDA ประกอบไปด้วยโพลหนึ่งตัว ที่จุดกำเนิดและซีโรจำนวนสามตัว วิธีการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA ตามวิธีของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ จะเลือกวางตำแหน่งของซีโรจำนวน 2 ตัว ให้อยู่ทางด้านซ้ายมือ และใกล้กับโพลที่ไม่มีความสำคัญของกระบวนการ ส่วนซีโรที่เหลืออีกตัวหนึ่งถูกวางไว้ในตำแหน่งที่สอดคล้องกับเงื่อนไขของมุมในวิธีทางเดินราก

จากฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบ PIDA และกระบวนการ จากสมการที่ (2.23) และสมการที่ (2.24) ตามลำดับ ได้สมการคุณลักษณะของระบบ คือ

$$G_c(s)G^n(s) = \frac{K_n \cdot K_{PIDA} (s+a)(s+b)(s+c)}{s^N (s+p_1)(s+p_2)\dots(s+p_p)} \quad (2.44)$$

เมื่อ $K_c = K_n \cdot K_{PIDA}$

$$\begin{aligned} G_c(s)G^n(s) &= \frac{K_c (s+a)(s+b)(s+c)}{s^N (s+p_1)(s+p_2)\dots(s+p_p)} \\ &= G_c(s)G_p(s) \end{aligned} \quad (2.45)$$

จากสมการคุณลักษณะของระบบในรูปที่ 2.1 เมื่อ $G_c(s)G_p(s)$ เป็นปริมาณเชิงซ้อนสามารถแยกการพิจารณาออกเป็นสองเงื่อนไข คือ

เงื่อนไขของขนาด (Magnitude Condition) คือ

$$|G_c(s)G_p(s)| = |-1| = 1 \quad (2.46)$$

เงื่อนไขของมุม (Angle Condition) คือ

$$\angle G_c(s)G_p(s) = \pm(2k+1)\pi, k=0,1,2,\dots \quad (2.47)$$

วัตถุประสงค์ของการออกแบบระบบควบคุม คือ ตัวแปรที่ต้องการควบคุม เข้าสู่ค่าเป้าหมายที่ต้องการ ให้ระบบมีผลการตอบสนองตรงตามที่ออกแบบ หรือที่เรียกว่า ข้อกำหนดของระบบ อันได้แก่เวลาเข้าที่และค่าพุ่งเกิน ดังสมการ

$$\left. \begin{aligned} \text{Percent Overshoot (P.O.)} &= e^{\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} \times 100\% \\ \text{Setting Time (t}_s\text{)} &= \frac{-\ln(0.02\sqrt{1-\zeta^2})}{\zeta\omega_n}, (\pm 2\%) \end{aligned} \right\} \quad (2.48)$$

หรือ

$$t_s \approx \frac{4}{\zeta\omega_n} \text{ (กำหนดในช่วง 2\% ของค่าสุดท้าย)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การออกแบบระบบควบคุมเพื่อให้ได้ผลตอบสนองที่สภาวะชั่วคราวและสภาวะคงตัวตามที่ต้องการ จะใช้วิธีการทางเดินของรากวิเคราะห์และการออกแบบระบบตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 หาอัตราการหน่วง (ζ) จากการกำหนดค่า $P.O.$ ตามสมการที่ (2.48)

ขั้นตอนที่ 2 หาความถี่ธรรมชาติ (ω_n) เมื่อกำหนดค่า t_s ตามสมการที่ (2.48)

ขั้นตอนที่ 3 หาดำแหน่งของ Dominant Closed-loop pole : s_d

$$s_d = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad (2.49)$$

ขั้นตอนที่ 4 วางตำแหน่งของ s_d โพลและซีโร จากสมการคุณลักษณะ $G_c(s)G^n(s)$ ลงบนระนาบเอส

ขั้นตอนที่ 5 หาผลรวมของมุมที่จุด s_d ของระบบแบบวงเปิด $G_c(s)G^n(s)$ ด้วยวิธีทางกราฟิก หรือการคำนวณพิจารณาหามุมที่จำเป็นของ $\angle(s_d + z_c)$ เพื่อที่จะทำให้ผลรวมของมุมเป็นไปตามเงื่อนไขสมการที่ (2.50)

$$\sum\theta_z - \sum\theta_p = \pm(2k+1)\pi, k=0,1,2,\dots,n \quad (2.50)$$

ขั้นตอนที่ 6 หาดำแหน่งของซีโร $\angle(s_d + z_c)$ โดยใช้มุมของ $\angle(s_d + z_c)$ ที่หาได้จากขั้นตอนที่ 5

ขั้นตอนที่ 7 หาอัตราขยาย K_c ของระบบตามเงื่อนไขทางเดินของรากจากสมการที่ (2.44)

ขั้นตอนที่ 8 นำค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ออกแบบได้ ไปจำลองกระบวนการหาผล การตอบสนองของระบบ ถ้าผลการตอบสนองของระบบไม่ได้ตามข้อกำหนดของระบบ สามารถปรับแต่งอัตราขยายของตัวควบคุมจนกว่าผลการตอบสนองตรงตามข้อกำหนด

2.8 ตัวอย่างการออกแบบโดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ

จากสมการที่ (2.32) และสมการที่ (2.33) ในฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบ PIDA ดังสมการที่ (2.51)

$$G(s)G^3(s) = \frac{K(s+a)(s+b)(s+c)}{s^2(s+1)(s+7)} \quad (2.51)$$

ในการออกแบบโดยให้ซีโรของตัวควบคุมอยู่ที่ตำแหน่งใกล้เคียงกัน $a = 1.1$ และ $b = 7.1$ แล้วคำนวณหาค่า c ของสมการคุณลักษณะของระบบควบคุมนี้คือ

$$G(s)G^3(s) = \frac{K_{PIDA}(s+1.1)(s+7.1)(s+c)}{s^2(s+1)(s+7)} \quad (2.52)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งตามเงื่อนไขของขนาด(Magnitude Condition) ตามสมการที่ (2.46) คือ
 $|G_c(s)G_p(s)| = |-1| = 1$ และตามเงื่อนไขของมุม (Angle Condition) ตามสมการที่ (2.47) คือ
 $\angle G_c(s)G_p(s) = \pm(2k+1)\pi, k=0,1,2,\dots$

ในการเลือกหาตำแหน่งของ Dominant ในฟังก์ชัน Closed-loop pole: s_d นั้น ซึ่งค่า s_d สามารถหาได้จาก $s_d = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -2.118 \pm j2.221$ ดังนั้น

$$\angle G(s)G^3(s) = \frac{K(s_d+a)(s_d+b)(s_d+c)}{(s_d)^2(s_d+1)(s_d+7)} \quad (2.53)$$

ซึ่งการคำนวณหาค่ามุมของ θ_c จากสมการเงื่อนไขของมุม โดยพิจารณาจาก

1. มุมของซีโรที่ตำแหน่งต่างๆ

$$\begin{aligned} \sum \theta_{zeros} &= \theta_a^\circ + \theta_b^\circ + \theta_c^\circ \\ &= \angle(s_d+a) + \angle(s_d+b) + \angle(s_d+c) \\ &= \angle(s_d+1.1) + \angle(s_d+7.1) + \theta_c^\circ \\ &= 114.62^\circ + 24.02^\circ + \theta_c^\circ \end{aligned}$$

$$\sum \theta_{zeros} = 138.644^\circ + \theta_c^\circ \quad (2.54)$$

2. มุมของโพลที่ตำแหน่งต่างๆ

$$\begin{aligned} \sum \theta_{poles} &= \theta_{p0}^\circ + \theta_{p1}^\circ + \theta_{p2}^\circ + \theta_{p3}^\circ \\ &= \angle(s_d) + \angle(s_d) + \angle(s_d+1) + \angle(s_d+7) \\ &= 133.639^\circ + 133.639^\circ + 116.715^\circ + 24.459^\circ \end{aligned}$$

$$\sum \theta_{poles} = 408.452^\circ \quad (2.55)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นจากสมการที่ (2.54) และสมการที่ (2.55) นำไปแทนในสมการที่ (2.50) เพื่อหาค่า θ_c° จะได้ว่า

$$\sum \theta_z - \sum \theta_p = \pm(2k+1)\pi, k=0,1,2,\dots,n$$

$$(138.644^\circ + \theta_c^\circ) - (408.452^\circ) = -180^\circ$$

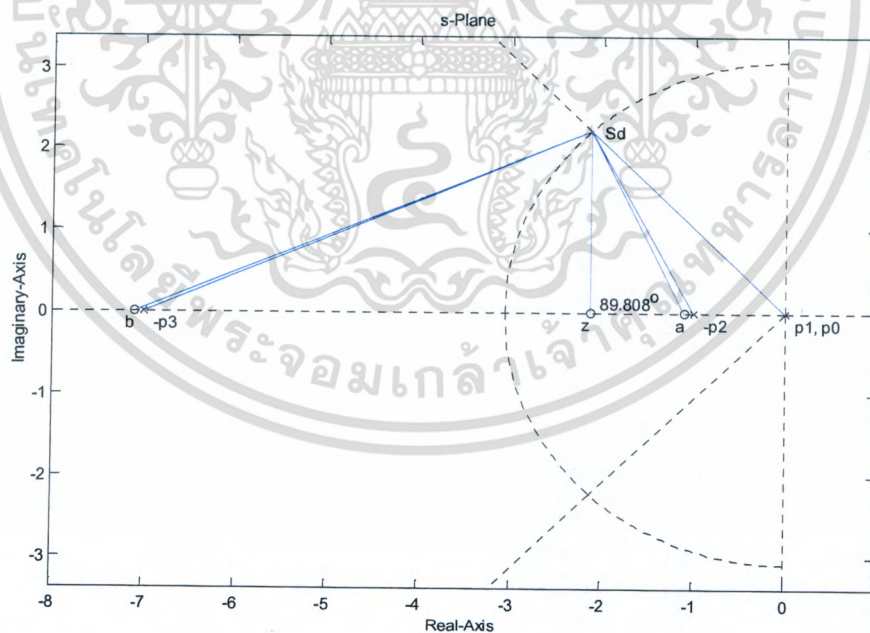
$$\theta_c^\circ = 89.808^\circ$$

เมื่อทราบค่า θ_c° สามารถคำนวณตำแหน่งของ c ได้จากสมการ

$$\tan(\hat{c}) = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}} = \frac{|\text{Im}(s_d)|}{x}, x = \frac{|\text{Im}(s_d)|}{\tan(\hat{c})},$$

$$c = x + |\text{Re}(s_d)| = |\text{Re}(s_d)| + \frac{|\text{Im}(s_d)|}{\tan(\hat{c})}$$

$$c = 2.125$$



รูปที่ 2.11 แสดงตำแหน่งของโพลและซีโร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การคำนวณหาค่าอัตราขยายของ K_{PIDA} จากสมการเงื่อนไขของขนาด

$$\left| \frac{K_{PIDA}(s+1.1)(s+7.1)(s+c)}{s^2(s+1)(s+7)} \right| = 1$$

$$K_{PIDA} = \frac{|(s_d)^2| |(s_d+1)| |(s_d+7)|}{|(s_d+a)| |(s_d+b)| |(s_d+c)|}$$

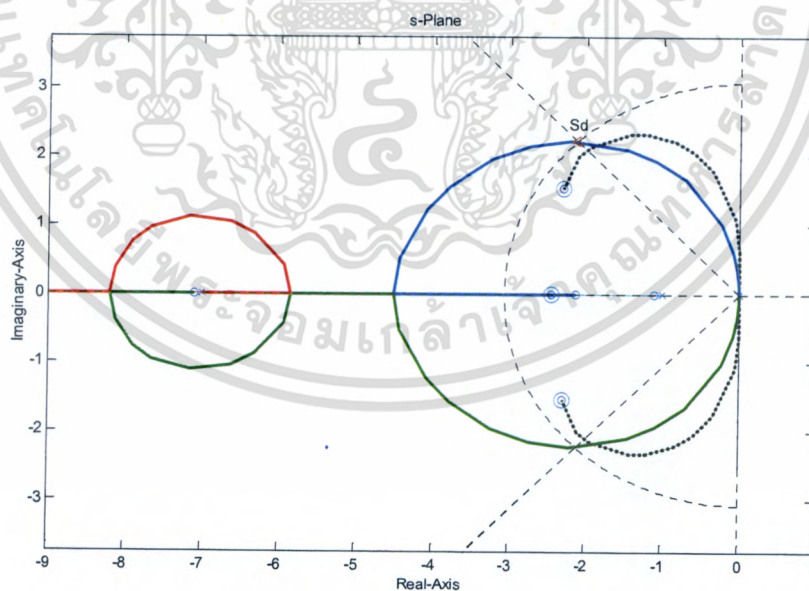
$$K_{PIDA} = \frac{(9.418)(2.486)(5.364)}{(2.443)(5.455)(2.221)}$$

$$K_{PIDA} = 4.243$$

ดังนั้น ฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบ คือ

$$G(s)G^3(s) = \frac{4.243(s+1.1)(s+7.1)(s+2.125)}{s^2(s+1)(s+7)}$$

นำค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ออกแบบได้ ไปจำลองกระบวนการหาผลการตอบสนองของระบบ



รูปที่ 2.12 แสดงทางเดินของรากของกระบวนการอันดับสาม

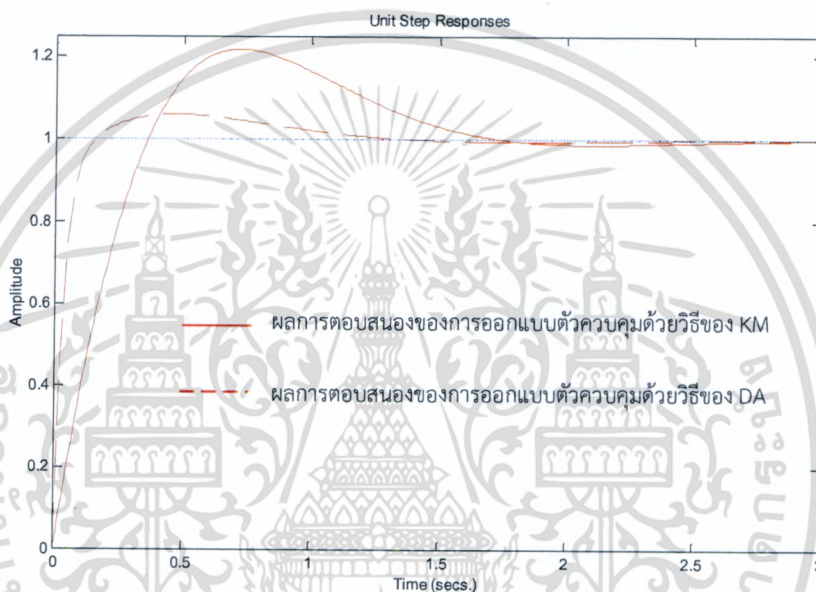
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.1 การเปรียบเทียบระหว่างวิธีของ KM และ DA

PIDA Controller

$$K(s) = G_c(s) = K \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{s}$$

by	K	a	b	c
KM	4.243	1.1	7.1	2.125
DA	28.3	2.2961 ± j1.5416		2.4478



รูปที่ 2.13 แสดงผลการตอบสนองเมื่อมีการออกแบบตัวควบคุม

สรุปการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA ตามแนวทางของ Richard C. Dorf นั้นให้ผลการตอบสนองของระบบที่เร็วและมีค่าพุงเกินน้อย แต่การหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆ มีความยุ่งยาก เมื่อนำไปควบคุมกระบวนการผลการตอบสนองอาจไม่ได้ตามข้อกำหนด สามารถปรับแต่งอัตราขยายของตัวควบคุม แต่ในบางครั้งเมื่อเพิ่มอัตราขยายแล้วผลการตอบสนองยังไม่ได้ตามข้อกำหนดอีก ต้องทดลองเปลี่ยนตำแหน่งของ r และ R แล้วหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการปรับแต่งของตัวควบคุมมีความยุ่งยาก ในขณะที่การออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA ตามหลักการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ สามารถทำได้ง่าย ถึงแม้ในครั้งแรกผลการตอบสนองระบบอาจไม่ได้ตามข้อกำหนด ก็สามารถปรับแก้ได้โดยง่ายเพียงแค่ปรับค่าอัตราขยายของตัวควบคุมทำให้ระบบมีเสถียรภาพตามข้อกำหนดและให้ผลตอบสนองที่เร็ว ค่าพุงเกินน้อย รวมทั้งใช้เวลาเข้าสู่ค่าคงตัวน้อย อย่างไรก็ตามตัวควบคุมแบบ PIDA เหมาะสำหรับกระบวนการที่มีอันดับสาม แต่เมื่อนำไปควบคุมกระบวนการที่มีอันดับสูงกว่าสาม ระบบอาจไม่มีเสถียรภาพตามต้องการได้เสมอไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

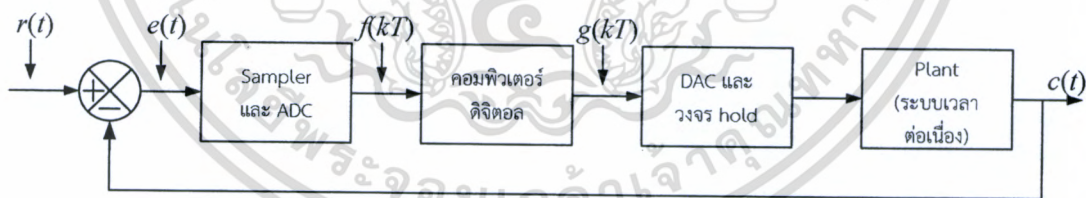
บทที่ 3

การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีเอแบบสัญญาณไม่ต่อเนื่อง

ในระบบโรงงานอุตสาหกรรมส่วนใหญ่ได้มีการประยุกต์ใช้คอมพิวเตอร์เพื่อควบคุมการทำงาน ซึ่งในส่วนของการรับส่งสัญญาณอยู่ในรูปแบบของสัญญาณไม่ต่อเนื่อง จึงได้มีการพัฒนาตัวควบคุมในระบบดิจิทัลขึ้นมา เช่น ตัวควบคุมพีไอดี (PID Controller), ตัวควบคุมพีไอดีเอ (PIDA Controller) เป็นต้น อย่างไรก็ตามในการควบคุมดังกล่าวย่อมมีข้อจำกัดเมื่อใช้ตัวควบคุมกระบวนการที่มีอันดับสูงๆ ในวิทยานิพนธ์นี้จึงได้เสนอตัวควบคุมเหมาะสำหรับระบบควบคุมอันดับสาม เรียกตัวควบคุมแบบนี้ว่า ตัวควบคุมพีไอดีเอ (Proportion-Integral-Derivative-Acceleration)

3.1 คำนำ

ระบบควบคุมที่มีสัญญาณทุกจุดในระบบเป็นฟังก์ชันเวลาต่อเนื่อง จะมีตัวควบคุมรับสัญญาณเข้าเป็นสัญญาณต่อเนื่องและส่งสัญญาณออกเป็นสัญญาณต่อเนื่องด้วย เรียกว่า ตัวควบคุมแบบอนาล็อก ตัวควบคุมแบบนี้มีขีดจำกัดในการใช้ โดยเฉพาะเมื่อระบบควบคุมสลับซับซ้อนขึ้น จำต้องใช้คอมพิวเตอร์ดิจิทัล หรือไมโครโปรเซสเซอร์ เป็นส่วนหนึ่งของวงจรควบคุมหรืออุปกรณ์ควบคุมมีลักษณะการใช้เวลาร่วม (time-sharing) หรือมีการส่งสัญญาณควบคุมเป็นระยะทางไกล หรือเอาต์พุตของอุปกรณ์ควบคุมเป็นสัญญาณ discrete กรณีเหล่านี้ต้องใช้การควบคุมแบบดิจิทัล ซึ่งมีคุณลักษณะว่ารับข้อมูลรูปพัลซ์ช่วงสั้น ๆ คือข้อมูลชกตัวอย่างหรือ discrete และส่งสัญญาณเอาต์พุตออกในรูปแบบเดียวกัน

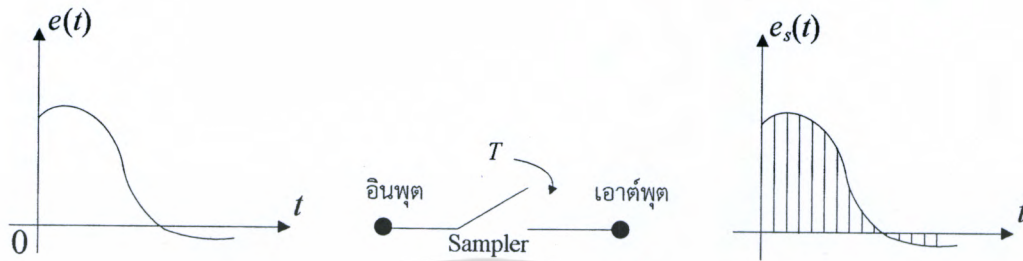


รูปที่ 3.1 ระบบควบคุมชกตัวอย่างข้อมูลแบบง่าย

ในระบบจำต้องใช้เครื่องชกตัวอย่าง (sampler) และตัวแปลงอนาล็อกเป็นดิจิทัล (ADC) ตรงอินพุตเข้าคอมพิวเตอร์ sampler นี้แปลงสัญญาณค่าคลาดเคลื่อน (error) เวลาต่อเนื่องเป็นลำดับพัลซ์ซึ่งแสดงค่าผ่านรูปรหัสตัวเลข เช่น binary code ส่วนตรงเอาต์พุตของคอมพิวเตอร์ดิจิทัลจะมีการแปลงกลับจากรหัสตัวเลขเป็นสัญญาณต่อเนื่องด้วยตัวแปลงดิจิทัลเป็นอนาล็อก (DAC) กับวงจร hold เพื่อเข้าสู่ระบบที่ต้องการควบคุมซึ่งเป็นระบบต่อเนื่องอีกทีระบบโดยรวมเป็น hybrid คือสัญญาณตรงตัวควบคุมอยู่ในรูปดิจิทัล แต่ที่ส่วนอื่นเป็นรูปต่อเนื่อง ระบบเช่นนี้เรียกว่าระบบควบคุมชกตัวอย่างข้อมูล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การซิกตัวอย่างหมายความว่า สัญญาณที่เอาต์พุตของ sampler เป็นรูปพัลซ์ช่วงสั้นตามด้วย ช่วงเวลาที่ไม่มีสัญญาณเลย เท่ากับว่าระบบควบคุมทำงานแบบควบคุมเปิด (open-loop control) ในช่วงนี้

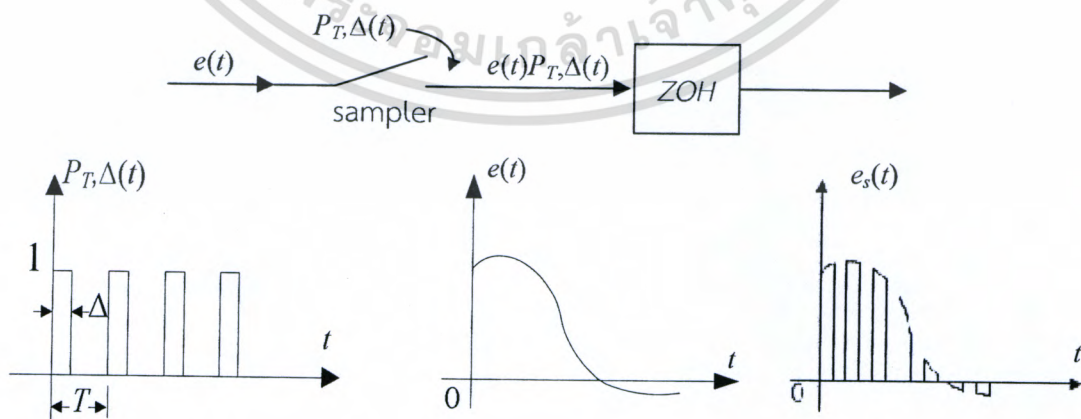


รูปที่ 3.2 การซิกตัวอย่างเป็นคาบสม่ำเสมอ

จากรูปที่ 3.2 แสดงการซิกตัวอย่างแบบเป็นคาบสม่ำเสมอ (uniform periodic sampling) จะ เห็นได้ว่าหากอัตราหรือความถี่ในการซิกตัวอย่างต่ำไป เนื้อหาที่สำคัญในสัญญาณอินพุตจะหายไปไม่ ปรากฏในเอาต์พุต ตามทฤษฎีการซิกตัวอย่างของ Shanon ความถี่ของการซิกตัวอย่างจะต้องไม่ต่ำ กว่าสองเท่าของความถี่สูงสุดในสัญญาณอินพุตแบบ band-limited จึงจะได้สัญญาณเอาต์พุตเหมือน สัญญาณอินพุต

3.2 รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของการทำงาน sampler-and-hold

การซิกตัวอย่าง(sampler) เป็นอุปกรณ์สำหรับเปลี่ยนสัญญาณอนาล็อกเป็นชบวน amplitude-modulated pulses ส่วนอุปกรณ์ hold ทำหน้าที่คงค่าพัลซ์ไว้ในเวลาที่กำหนด ในทางปฏิบัติ ส่วนใหญ่หน้าที่ซิกตัวอย่างและโฮลด์นี้รวมกันอยู่ในอุปกรณ์เดียว เรียกวางจร sample-and-hold (S/H) แต่ในการวิเคราะห์เราจะกระทำแยกกัน ดังรูปที่ 3.3

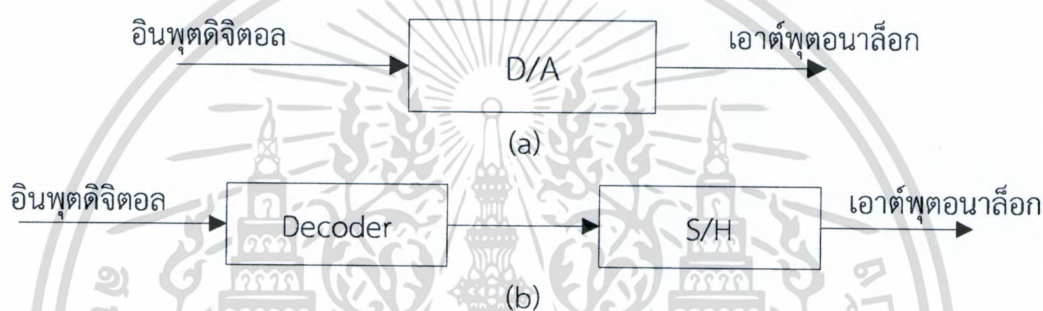


รูปที่ 3.3 การทำงานซิกตัวอย่างและ hold

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

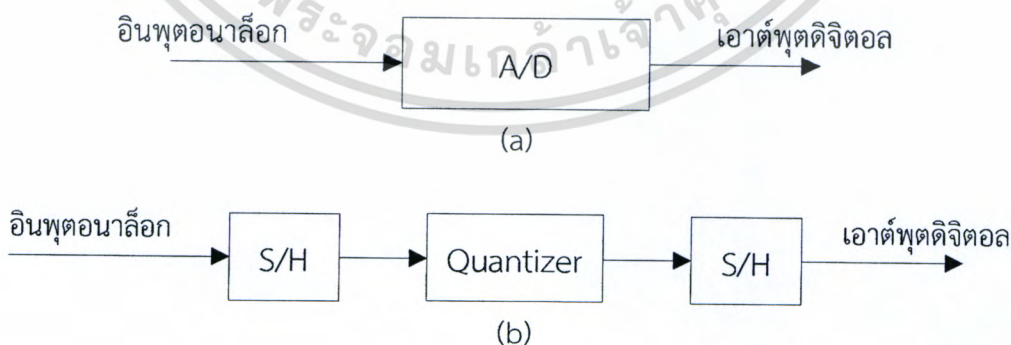
กระบวนการชักตัวอย่างเท่ากับการคูณสัญญาณ $e(t)$ ด้วยขบวนพัลซ์เป็นคาบขนาดหนึ่งหน่วย $P_T, \Delta(t)$ ทำให้ได้สัญญาณชักตัวอย่าง $e(t) P_T, \Delta(t)$ ช่วงพัลซ์หรือช่วงตัวอย่าง คือ $\Delta(t)$ คาบการชักตัวอย่าง คือ T ตามทฤษฎีชักตัวอย่างของ shanon ความถี่การชักตัวอย่างจะต้องไม่ต่ำกว่าสองเท่าของความถี่สูงสุดในสัญญาณอินพุตแบบ band-limited จึงจะได้สัญญาณเอาต์พุตเหมือนสัญญาณอินพุต

ตัวแปลง D/A ถือได้ว่าเป็นอุปกรณ์ประกอบด้วยตัวถอดรหัส(decoder) กับหน่วย S/H ดังรูปที่ 3.4 ตัวถอดรหัสจะเปลี่ยนรหัสดิจิทัลเป็นจำนวนเลข เครื่องชักตัวอย่างใน S/H ไม่จำเป็นต้องใช้ใน D/A คงใช้แต่ hold แต่เนื่องจาก S/H พิจารณาเป็นหน่วยเดียวกันจึงรวมไว้ เช่นนั้น ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของตัวถอดรหัสเป็นค่าเกินคงที่ และจะเท่ากับหนึ่งในกรณีอุดมคติ



รูปที่ 3.4 การทำงาน D/A

ตัวแปลง A/D ทำหน้าที่ชักตัวอย่างและโฮลด์ ควอนไทซ์และเข้ารหัส (encode) ดังรูปที่ 3.5 เวลาแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นดิจิทัล สัญญาณต่อเนื่องถูกชักตัวอย่างตามช่วงการชักตัวอย่าง สัญญาณชักตัวอย่างที่ได้จะคงค่าไว้ด้วยโฮลด์จนกระทั่งการแปลงเป็นดิจิทัลเสร็จสมบูรณ์ การโฮลด์จึงลดผลอันอาจเกิดจากการแปรเปลี่ยนของสัญญาณในระหว่างการแปลง ซึ่งกินเวลาชั่วขณะหนึ่ง



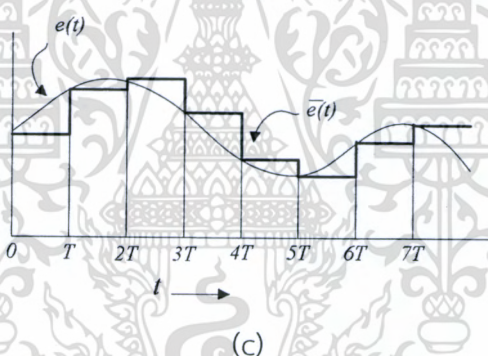
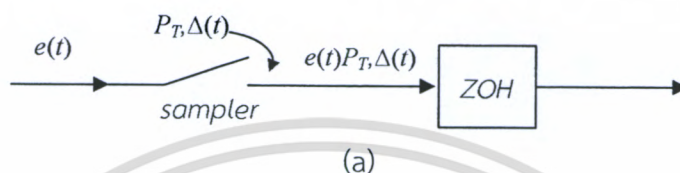
รูปที่ 3.5 การทำงานของ A/D

หาก resolution ของตัวแปลง A/D สูงมาก จนสามารถละเลยผลไม่เชิงเส้นของควอนไทเซอร์ได้ ประกอบกับทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของตัวถอดรหัสและตัวเข้ารหัสเป็นเกินค่าคงที่ ทั้ง D/A ของเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

A/D ในแง่การวิเคราะห์แล้วลดเป็นเพียงหน่วย S/H เท่านั้น ดังนั้นสำหรับการวิเคราะห์ระบบควบคุม ดิจิตอลตามรูปที่ 3.1

Zero-order hold กำหนดค่าสัญญาณลำดับตามเวลา $u(0), u(T), \dots, u(kT), \dots$ ให้เราต้องสร้างสัญญาณ $u(t), t \geq 0$

3.2.1 การซิกตัวอย่าง (sampler) กับ ZOH



รูปที่ 3.6 การซิกตัวอย่าง (sampler) กับ ZOH

ZOH คงค่าสัญญาณเอาต์พุตไว้ตรงค่าสัญญาณอินพุตขณะเริ่มช่วงซิกตัวอย่าง ในการวิเคราะห์หากช่วงตัวอย่าง Δ น้อยมากเมื่อเทียบกับคาบการซิกตัวอย่าง T และเมื่อเทียบกับค่าคงตัวเวลาค่าน้อยที่สุดของสัญญาณอินพุต $e(t)$ เราสามารถประมาณเอาต์พุตของการซิกตัวอย่างด้วยพัลส์ยอดเรียบ ดังรูปที่ 3.6(b) สำหรับพัลส์ลูกที่ k ส่วนขบวนพัลส์เอาต์พุตทั้งขบวนแทนด้วยสมการ

$$e(t)P_T, \Delta(t) = \sum_{k=0}^{\infty} e(kT)P_T, \Delta(t - kT) \quad (3.1)$$

เมื่อ $P_T, \Delta(t)$ เป็นขบวนพัลส์เป็นคาบขนาดหนึ่งหน่วยตามรูปที่ 3.3 ซึ่งพัลส์เอาต์พุตจาก ZOH ตรงเวลาซิกตัวอย่างที่ k สามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$e(kt)[\mu(t - kT) - \mu(t - (k + 1)T)] \quad (3.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $\mu(t)$ เป็นฟังก์ชัน unit-step จากนั้นจึงได้เอาต์พุตทั้งหมด ZOH ดังสมการ

$$\bar{e}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} e(kT) [\mu(t - kT) - \mu(t - (k+1)T)] \quad (3.3)$$

จากรูปที่ 3.7(c) แสดงคลื่นอินพุตและเอาต์พุตของการซิกตัวอย่างร่วมกับ ZOH ทำการแปลงลาปลาซที่สมการ (3.3) จะได้สมการดังนี้

$$\begin{aligned} \bar{E}(s) &= \sum_{k=0}^{\infty} e(kT) \left[\frac{e^{-skT} - e^{-s(k+1)T}}{s} \right] \\ &= \left[\frac{1 - e^{-sT}}{s} \right] \left[\sum_{k=0}^{\infty} e(kT) e^{-skT} \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

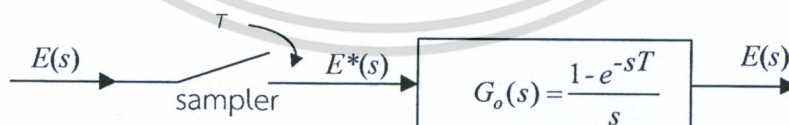
และจากสมการที่ (3.4) สามารถเขียนในรูปทรานสเฟอ์ฟังก์ชันและแสดงรูปแบบดังรูปที่ 3.8 โดยมีสมการดังนี้

$$E^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} e(kT) e^{-skT} \quad (3.5)$$

ซึ่งเรียกว่า starred Laplace transform เป็นอินพุตเข้าสู่ทรานสเฟอ์ฟังก์ชัน

$$G_o(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \quad (3.6)$$

รูปแบบของการซิกตัวอย่างกับ ZOH ดังรูปที่ 3.6 ไม่ได้เป็นรูปแบบของการซิกตัวอย่างทางกายภาพจริง ๆ และ $G_o(s)$ ก็ไม่ใช่เป็นรูปแบบโฮลด์ทางกายภาพจริง ๆ แต่รวมกันแล้วแทนรูปแบบการซิกตัวอย่าง ZOH ได้อย่างแม่นยำ



รูปที่ 3.7 รูปแบบของการซิกตัวอย่างกับ ZOH

3.2.2 Impulse Sampler

ค่า $E^*(s)$ อาจมองได้อีกแบบหนึ่งว่าเป็นตัวแปลงลาปลาซของเอาต์พุตของการซิกตัวอย่างอิมพัลส์ (ideal sampler) โดยการแปลงลาปลาซกับ $E^*(s)$ ได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

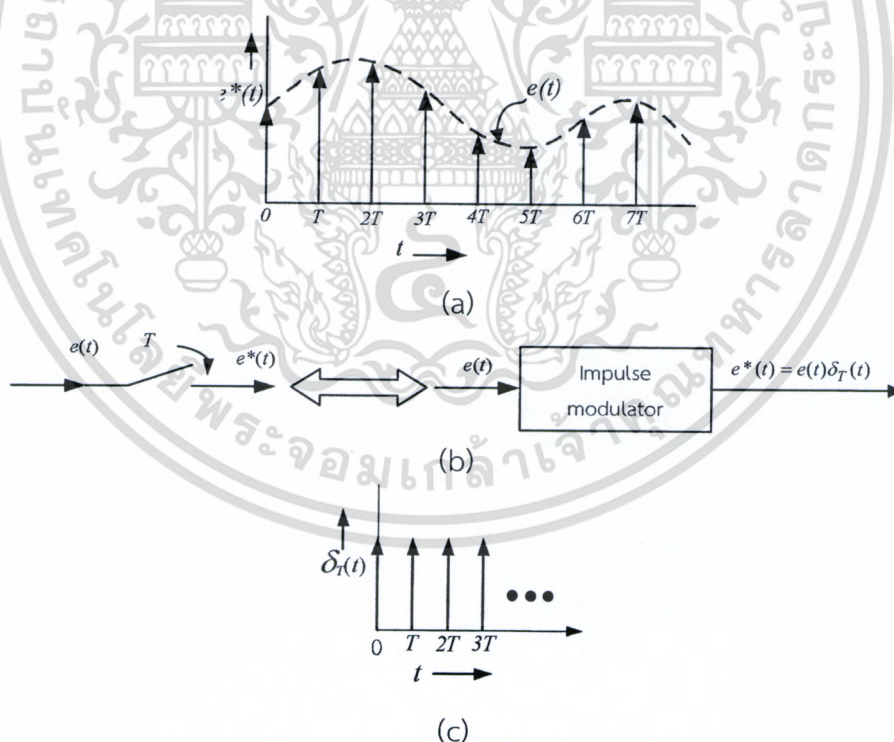
$$\begin{aligned}
 e^*(t) &= L^{-1}[E^*(s)] = e(0)\delta(t) + e(T)\delta(t-T) + e(2T)\delta(t-2T) + \dots \\
 &= \sum_{k=0}^{\infty} e(kT)\delta(t-kT)
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

เมื่อ $\delta(t)$ เป็นฟังก์ชันอิมพัลส์หนึ่งหน่วย (ซึ่งมีหน่วยแปลงลาปลาซเท่ากับ 1 และเมื่อใช้คุณสมบัติ real translation ของการแปลงลาปลาซ จะได้ $L[\delta(t-kT)] = e^{-skT}$)

จากสมการที่ (3.7) จะเห็นได้ว่า $e^*(t)$ เป็นขบวนฟังก์ชันอิมพัลส์ที่มีขนาดเท่ากับค่าของสัญญาณ $e(t)$ ตรงขณะที่ชักตัวอย่าง ดังรูปที่ 3.8(a) หมายความว่า การชักตัวอย่างในรูปที่ 3.7 เป็น impulse modulator มีคลื่นพาหะเป็นขบวนอิมพัลส์หนึ่งหน่วยเป็นคาบด้วยคาบ T

$$\delta_T(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t-kT) \tag{3.8}$$

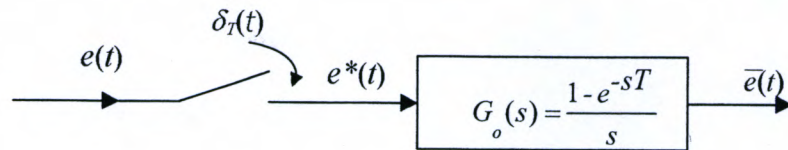
สัญญาณมอดูเลต $e(t)$ เราจึงเรียกรวมการชักตัวอย่างอิมพัลส์ หรือการชักตัวอย่างในอุดมคติ ดังรูปที่ 3.8 แสดงกระบวนการมอดูเลตดังกล่าว และรูปที่ 3.9 แสดงแผนผังบล็อกในโดเมนเวลาของรูปที่ 3.8 ด้วยสัญลักษณ์ของการชักตัวอย่างอิมพัลส์



รูปที่ 3.8 แสดงกระบวนการมอดูเลต

- (a) รูปคลื่นของ $e^*(t)$
- (b) การชักตัวอย่างอิมพัลส์หรืออิมพัลส์มอดูเลเตอร์
- (c) ขบวนอิมพัลส์หนึ่งหน่วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.9 แสดงสัญลักษณ์ของการซีกตัวอย่างอิมพัลซ์กับ $G_o(s)$

สรุปหากว่าจะแทน ZOH ด้วยทรานเฟอร์ฟังก์ชัน $G_o(s)$ สัญญาณซีกตัวอย่างที่เป็นอินพุตเข้าสู่ $G_o(s)$ ต้องมาจากการซีกตัวอย่างอิมพัลซ์ คือการซีกตัวอย่างพัลซ์ตามรูปที่ 3.6 กลายเป็นการซีกตัวอย่างอิมพัลซ์ ตามรูปที่ 3.9 และหากวิเคราะห์ในโดเมนความถี่ $j\omega$ ซึ่งจะไม่แสดงรายละเอียดในที่นี้ $G_o(s)$ นี้มีลักษณะคล้าย ideal low-pass filter

3.3 ตัวแปลง z

สำหรับลำดับ $f(k)$ เมื่อ $k \geq 0$ นิยามตัวแปลง z ข้างเดียว (one-sided z -transform) ของลำดับ $f(k)$ ว่า

$$z[f(k)] = F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^{-k} \quad (3.9)$$

เมื่อ z เป็นตัวแปรเชิงซ้อน $F(z)$ ที่ได้จะเป็นโพลีโนเมียลในเทอมของ z ส่วนการแปลงกลับเพื่อหาลำดับ $f(k)$ จาก $F(z)$ เรียกการแปลง z กลับ เขียนว่า

$$f(k) = z^{-1}[F(z)] \quad (3.10)$$

ตัวแปลง z ของลำดับใด ๆ จะมีอยู่ถ้าหากอนุกรมอนันต์ในสมการที่ (3.9) ลู่เข้า โดยทั่วไป ตัวแปลง z ข้างเดียวของลำดับ $f(k)$; $k \geq 0$ จะมีอาณาเขตของการลู่เข้ากำหนดโดย $|z| > R$ โดยที่รัศมีของการลู่เข้า R ขึ้นกับลำดับ $f(k)$ แต่สำหรับการนำมาประยุกต์ใช้ เป็นการแปลงลำดับไปสู่โดเมน z และแปลงกลับ

ฟังก์ชันเวลาต่อเนื่อง $f(t)$ สามารถหาตัวแปลง z ได้ โดยทำการซีกตัวอย่างด้วยคาบ T ได้ลำดับ $f(kT)$ แล้วจึงใช้นิยามจากสมการที่ (3.9) จะได้ว่า

$$z[f(t)] = z[f(kT)] = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)z^{-k} \quad (3.11)$$

3.3.1 ตัวแปลง z ชนิดฟังก์ชัน unit pulse

จะได้

$$\delta(k) = \begin{cases} 1; & k = 0 \\ 0; & k \neq 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

$$z[\delta(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(k)z^{-k} = 1 \quad (3.13)$$

3.3.2 ตัวแปลง z ชนิดฟังก์ชันโพลิโนเมียล a^k

$$f(k) = \begin{cases} a^k; & k = 0, 1, 2, \dots \\ 0; & k < 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

$$z[a(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} a^k z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} (az^{-1})^k \quad (3.15)$$

$$z[a(k)] = \frac{1}{1 - az^{-1}} = \frac{z}{z - a} \quad (3.16)$$

3.3.3 ตัวแปลง z ชนิด unit step

$$\mu(k) = \begin{cases} 1; & k \geq 0 \\ 0; & k < 0 \end{cases} \quad (3.17)$$

หาตัวแปลง z ได้โดยตรงจากฟังก์ชันโพลิโนเมียล โดยให้ $a = 1$ จะได้ว่า

$$z[\mu(k)] = \frac{z}{z - 1} \quad (3.18)$$

3.3.4 การอนุพันธ์คู่ตัวแปลง z ที่ทราบ ทำให้ได้คู่ตัวแปลง z ใหม่

จากฟังก์ชันโพลิโนเมียล a^k

$$\sum_{k=0}^{\infty} (az^{-1})^k = \frac{z}{z - a} \quad (3.19)$$

อนุพันธ์ทั้งสองข้างได้

$$-az^2 - 2a^2z^{-3} - \dots = -\frac{a}{(z - a)^2} \quad (3.20)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$az^2 + 2a^2z^{-1} + \dots = \frac{az^2}{(z-a)^2} \quad (3.21)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} (k+1)a^{k+1}z^{-k} = \frac{az^2}{(z-a)^2} \quad (3.22)$$

นั่นคือ

$$z[(k+1)a^{k+1}] = \frac{az^2}{(z-a)^2} \quad (3.23)$$

3.3.5 ตัวแปลง z ชนิด unit ramp function

$$f(t) = \begin{cases} t; & t \geq 0 \\ 0; & t < 0 \end{cases} \quad (3.23)$$

ทำการซิกตัวอย่าง $f(t)$ จะได้ว่า $f(kT) = kT; k = 0, 1, 2, \dots$
ดังนั้น

$$z[t] = z[kT] = \sum_{k=0}^{\infty} kTz^{-k} \quad (3.24)$$

$$= T(z^{-1} + 2z^{-2} + 3z^{-3} + \dots) \quad (3.25)$$

$$= T \frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2} = \frac{Tz}{(z-1)^2} \quad (3.26)$$

3.3.6 ตัวแปลง z ชนิด exponential function

$$f(t) = \begin{cases} e^{-at}; & t \geq 0 \\ 0; & t < 0 \end{cases} \quad (3.27)$$

$$z[e^{-at}] = z[e^{-akT}] = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-akT} z^{-k} \quad (3.28)$$

$$= 1 + e^{-aT} z^{-1} + e^{-2aT} z^{-2} + \dots \quad (3.29)$$

$$= \frac{1}{1 - e^{-aT} z^{-1}} = \frac{z}{z - e^{-aT}} \quad (3.30)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3.7 ตัวแปลง z ชนิด Sinusoidal function

$$f(t) = \begin{cases} \sin wt & ; t \geq 0 \\ 0 & ; t < 0 \end{cases} \quad (3.31)$$

$$z[\sin wt] = z \left[\frac{1}{2j} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) \right] \quad (3.32)$$

$$= \frac{1}{2j} \left(\frac{1}{1 - e^{j\omega} z^{-1}} - \frac{1}{1 - e^{-j\omega} z^{-1}} \right) ; \text{ใช้คุณสมบัติเชิงเส้น} \quad (3.33)$$

$$= \frac{1}{2j} \frac{(e^{j\omega} - e^{-j\omega}) z^{-1}}{1 - (e^{j\omega} - e^{-j\omega}) z^{-1} + z^{-2}} \quad (3.34)$$

$$= \frac{z^{-1} \sin \omega t}{1 - 2z^{-1} \cos \omega t + z^{-2}} \quad (3.35)$$

$$= \frac{z \sin \omega t}{z^2 + 2z \cos \omega t + 1} \quad (3.36)$$

ทำนองเดียวกัน

$$z[\cos \omega t] = \frac{1 - z^{-1} \cos \omega t}{1 - 2z^{-1} \cos \omega t + z^{-2}} = \frac{z^2 - z \cos \omega t}{z^2 - 2z \cos \omega t + 1} \quad (3.37)$$

ตัวแปลง z เขียนได้ทั้งสองแบบ คือในเทอมของ z^{-1} หรือ z

3.3.8 ฟังก์ชันที่ให้มาในโดเมน s เวลาหาตัวแปลง z

วิธีตรงไปตรงมาคือการแปลงลาปลาซกลับให้อยู่ในโดเมนของ t แล้วจึงใช้การชักตัวอย่างคณิตศาสตร์ เพื่อหาตัวแปลง z ตามตารางตัวแปลง z [ภาคผนวก ข.]

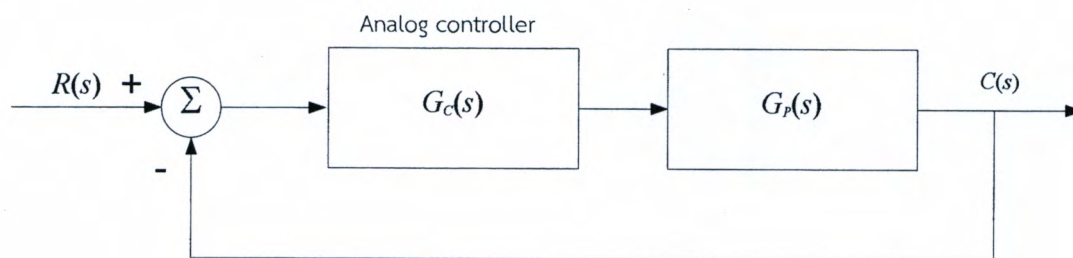
เช่น $F(s) = \frac{1}{s(s+1)}$ เมื่อทำการแปลงลาปลาซกลับได้

$$f(t) = 1 - e^{-t}; t \geq 0$$

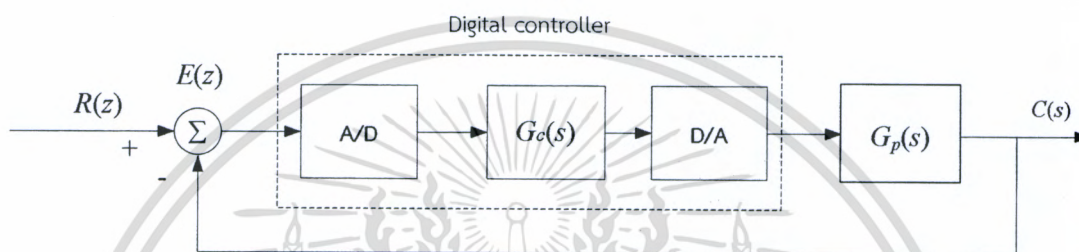
$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad z[1 - e^{-t}] &= \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-T}} \\ &= \frac{(1-e^{-T})z}{(z-1)(z-e^{-T})} \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4 ระบบควบคุมแบบดิจิทัล (Digital Control System)



(ก)



(ข)

รูปที่ 3.10 ระบบควบคุมแบบอินพุตเดียวเอาต์พุตเดียว

(ก) ระบบควบคุมแบบอนาล็อก

(ข) ระบบควบคุมแบบดิจิทัล

ในรูปที่ 3.10 รูป (ก) เป็นระบบควบคุมแบบอนาล็อก และรูป (ข) เป็นระบบควบคุมแบบดิจิทัล ซึ่งเป็นการแทนที่ตัวควบคุมแบบอนาล็อก ในรูป (ก) ด้วยตัวควบคุมแบบดิจิทัล จะมีตัวแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นสัญญาณดิจิทัล (A/D) และตัวแปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นอนาล็อก (D/A)

จากรูปที่ 3.10 แสดงให้เห็นถึงความแตกต่างระหว่างระบบควบคุมแบบอนาล็อกและระบบควบคุมแบบดิจิทัล โดยระบบควบคุมแบบดิจิทัลมีลักษณะดังนี้

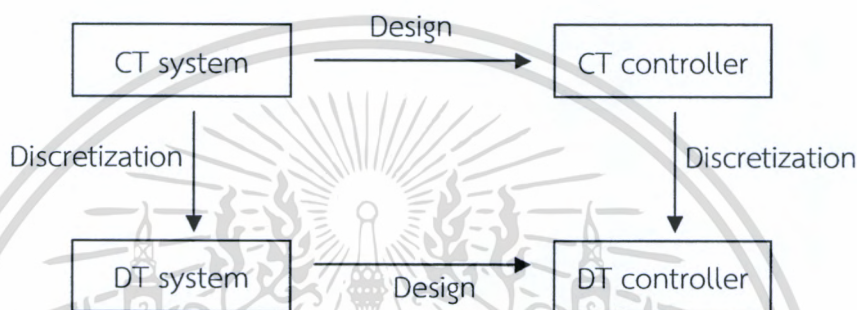
1. ตัวควบคุมแบบดิจิทัลจะถูกสร้างขึ้นบนคอมพิวเตอร์ ไมโครโพรเซสเซอร์ หรือตัวควบคุมชนิดอื่นตามเทคโนโลยีที่มีในยุคนั้นๆ
2. สัญญาณขาเข้าของตัวควบคุมแบบดิจิทัลเป็นสัญญาณสุ่มเวลาของผลต่างระหว่างค่าเป้าหมายและค่าผลตอบสนองจริง (Sampled Error Signal)
3. อัตราการสุ่มเวลาสัญญาณของตัวแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นดิจิทัล และตัวแปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นอนาล็อกจะต้องเหมือนกัน (Synchronize) โดยสัญญาณนาฬิกา (Clock) ตัวเดียวกัน

3.5 การออกแบบระบบควบคุมแบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง

การออกแบบระบบควบคุมสัญญาณไม่ต่อเนื่องควบคุมกระบวนการแบบดิจิทัลโดยสามารถทำได้สองวิธี คือ การออกแบบระบบควบคุมโดยการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบควบคุมชนิดเวลาต่อเนื่อง (Continuous-Time: CT) ขึ้นก่อน เพื่อให้ได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมใน s-domain จากนั้นจึงเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แปลงระบบควบคุมชนิดสัญญาณต่อเนื่องเป็นระบบควบคุมชนิดเวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete-Time: DT) ที่อยู่ใน z -domain ภายหลัง และการออกแบบระบบควบคุมชนิดสัญญาณไม่ต่อเนื่องโดยตรง ด้วยการแปลงฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการในระบบเดิม เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบควบคุมสัญญาณไม่ต่อเนื่องก่อน และออกแบบระบบควบคุมหรือชดเชยระบบควบคุมโดยใช้ทฤษฎีการแปลง z โดยวิธีทางเดินของราก

ในการออกแบบ DT (Discrete - Time) คอนโทรลเลอร์สำหรับควบคุม CT (Continuous - Time) ระบบมีสองทาง ดังแสดงในรูปที่ 3.11



รูปที่ 3.11 Discrete-Time controller design

3.5.1 ตัวควบคุมแบบ PIDA แบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง

การออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA แบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง เป็นการเพิ่มซีโรให้กับตัวควบคุมแบบ PID เรียกตัวควบคุมแบบ PIDA ตัวควบคุมดังกล่าวถูกออกแบบมาเพื่อควบคุมกระบวนการอันดับสาม โดยใช้เทคนิคและวิธีของตัวควบคุมแบบ PID เป็นพื้นฐานในการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบ PIDA แบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง ซึ่งมาจากสมการฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมใน z -domain โดยวิธีของ ZOH (Zero-Order Hold) ดังสมการที่ (3.38)

$$K(s) = G_{PIDA}(s) = [k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s][k_p + k_d s] \quad (3.38)$$

โดยกำหนดให้ $s = [(z-1)/T_z]$ เมื่อ T_z คือเวลาในการ sampling จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบ PIDA แบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง ดังสมการที่ (3.39)

$$G_{PIDA}(z) = [k_p + k_i \frac{T_z}{z-1} + k_d \frac{(z-1)}{T_z}][k_p + k_d \frac{(z-1)}{T_z}] \quad (3.39)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$K(z) = G_{PIDA}(z) \equiv K_{pida} \frac{(z-z_a)(z-z_b)(z-z_c)}{z^2(z-1)} \quad (3.40)$$

โดยที่ $K_{pida} = K$ คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ PIDA แบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง
 z_a, z_b, z_c คือ ซีโรของตัวควบคุมแบบ PIDA แบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง

3.5.2 ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA แบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง

การใช้ตัวควบคุมแบบ PIDA ในแบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB จากกระบวนการอันดับสาม มีฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการจากสมการที่ (2.32)

$$G^3(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+7)}$$

- โดยมีเงื่อนไขดังนี้
1. $P.O. \leq L = 5\%$ จะได้ค่า $\zeta = 0.6901$
 2. $t_s \leq M = 2 \text{ sec.}$ จะได้ค่า $\omega_n = 3.069 \text{ rad/sec.}$

การหาตำแหน่งของ z_d เมื่อกำหนดค่า $T = 1/500$ วินาที จะได้

$$z_d = e^{Tz_d} = e^{T(-\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})} = 0.996 \pm j0.004423$$

แปลงกระบวนการให้อยู่ในรูปแบบ z-domain จะได้ว่า

$$G^3(z) = \frac{(10^{-8})(z+3.7172)(z+0.2669)}{(z-1)(z-0.9980)(z-0.9861)} \quad (3.41)$$

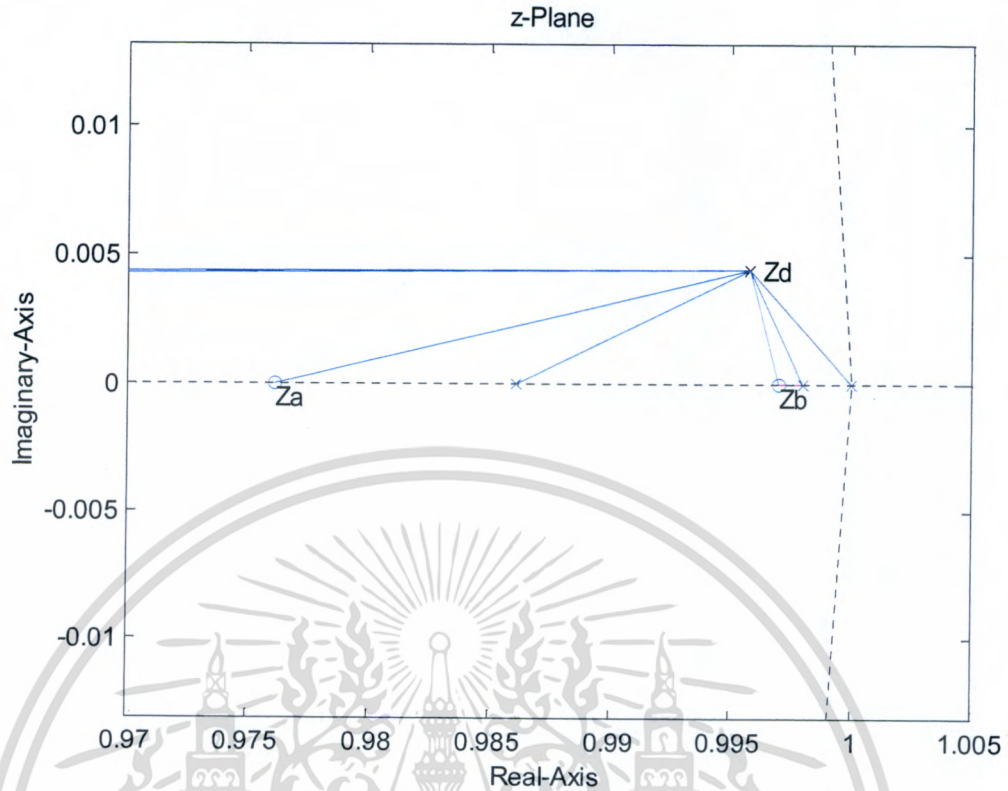
ดังนั้น จากสมการที่ (3.40)

$$K(z) = G_{PIDA}(z) \equiv K_{pida} \frac{(z-z_a)(z-z_b)(z-z_c)}{z^2(z-1)}$$

กำหนดให้ $K_{pida}(10^{-8}) = K$ และให้เลือกวางตำแหน่งของ z_a และ z_b โดยกำหนดตำแหน่งของ $z_a = 0.9761$ และ $z_b = 0.9970$ จะได้สมการฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบคือ

$$K(z)G^3(z) = \frac{K(z+3.7172)(z+0.2669)(z-0.9970)(z-0.9761)(z-z_c)}{z^2(z-1)^2(z-0.9980)(z-0.9861)} \quad (3.42)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.12 การกำหนดมุมของซีโร $\angle(z - z_c)$

โดยกำหนดมุมของซีโร $\angle(z - z_c)$; $\theta_{z_c} = \angle(z_d - z_c)$ สามารถคำนวณหาผลรวมของมุมที่จุด z_d หารได้จากของโพลและซีโรของฟังก์ชันถ่ายวงเปิด

- หามุมของซีโรที่ตำแหน่งต่าง ๆ ดังนี้

$$\theta_{z_1} = \angle(z_d - z_1) = \angle(z_d + 3.7172) = 0.0535^\circ$$

$$\theta_{z_2} = \angle(z_d - z_2) = \angle(z_d + 0.2669) = 0.1997^\circ$$

$$\theta_{z_a} = \angle(z_d - z_a) = \angle(z_d - 0.9979) = 105.2793^\circ$$

$$\theta_{z_b} = \angle(z_d - z_b) = \angle(z_d - 0.9761) = 12.5889^\circ$$

$$\sum \theta_z = \angle(z_d - z_1) + \angle(z_d - z_2) + \angle(z_d - z_a) + \angle(z_d - z_b)$$

$$= 0.0535^\circ + 0.1997^\circ + 105.2793^\circ + 12.5889^\circ = 118.1214^\circ$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- หามุมของโพลที่ตำแหน่งต่าง ๆ ดังนี้

$$\theta_{p_1} = \angle(z_d - p_1) = \angle(z_d - 1) = 133.6678^\circ$$

$$\theta_{p_2} = \angle(z_d - p_2) = \angle(z_d - 0.9980) = 116.5859^\circ$$

$$\theta_{p_3} = \angle(z_d - p_3) = \angle(z_d - 0.9861) = 24.3940^\circ$$

$$\theta_{p_a} = \angle(z_d - p_a) = \angle(z_d - 0) = 0.2532^\circ$$

$$\theta_{p_b} = \angle(z_d - p_b) = \angle(z_d - 0) = 0.2532^\circ$$

$$\theta_{p_c} = \angle(z_d - p_c) = \angle(z_d - 1) = 133.6678^\circ$$

$$\begin{aligned} \sum \theta_p &= \angle(z_d - p_1) + \angle(z_d - p_2) + \angle(z_d - p_3) \dots \\ &\quad + \angle(z_d - p_a) + \angle(z_d - p_b) + \angle(z_d - p_c) \\ &= 133.6678^\circ + 116.5859^\circ + 24.3940^\circ + 0.2532^\circ + \dots \\ &\quad + 0.2532^\circ + 133.6678^\circ = 408.8219^\circ \end{aligned}$$

ดังนั้นสามารถหาค่าตำแหน่งของ θ_{z_c} ได้จากสมการที่ (3.43)

$$\theta_{z_c} = -180^\circ - (\sum \theta_z - \sum \theta_p) \quad (3.43)$$

$$\theta_{z_c} = 110.7004^\circ$$

จาก θ_{z_c} จะได้ตำแหน่ง z_c สมการที่ (3.44)

$$z_c = |\operatorname{Re}(z_d)| + \frac{|\operatorname{Im}(z_d)|}{\tan(\pi + \theta_{z_c})} \quad (3.44)$$

$$z_c = 0.9975$$

ได้ค่าอัตราขยาย K_{pida} จากสมการที่ (3.45)

$$K_{pida} = \frac{1}{|K(z)G^3(z)|} \quad (3.45)$$

$$K_{pida} = 7.512 \times 10^4$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

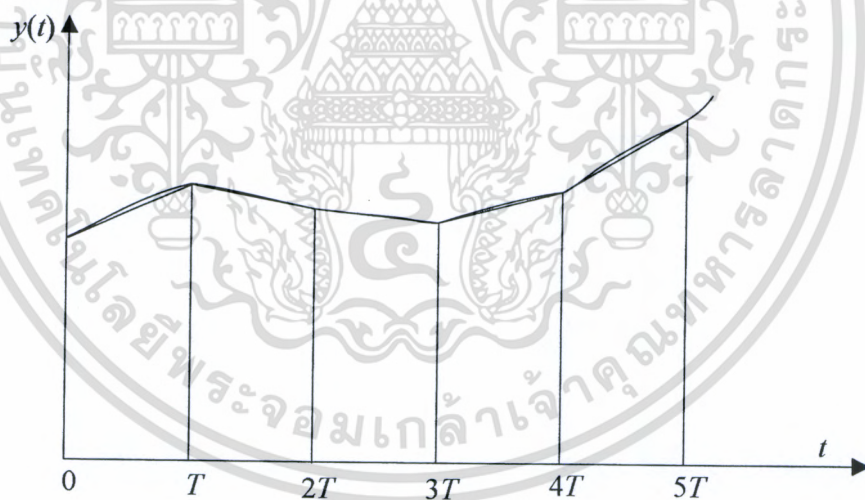
บทที่ 4

การออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA ด้วยการแปลงสัญญาณแบบไบลิเนียร์

ในบทนี้จะเป็นการกล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA สำหรับกระบวนการอันดับสาม ในแบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมใน z-domain โดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ ด้วยการแปลงสัญญาณแบบไบลิเนียร์ หรือเรียกว่า Tustin's Method พร้อมทั้งยกตัวอย่างการจำลองการควบคุมระบบด้วยโปรแกรม MATLAB

4.1 วิธีการแปลงเชิงไบลิเนียร์ (Bilinear transformation)

วิธีการแปลงเชิงไบลิเนียร์ (Bilinear transformation) วิธีนี้มีชื่อเรียกว่า วิธี trapezoidal integration หรือวิธี Tustin transformation ใช้การประมาณค่าพื้นที่ $\int_{(k-1)T}^{kT} y(t)dt$ และ $\int_{(k-1)T}^{kT} x(t)dt$ ด้วย $\frac{1}{2}[y(kT) + y((k-1)T)]T$ และ $\frac{1}{2}[x(kT) + x((k-1)T)]T$ ตามลำดับ



รูปที่ 4.1 ประมาณพื้นที่ใต้เส้นโค้งด้วยวิธีการแปลงเชิงไบลิเนียร์

กำหนดให้

$$y(kT) - y((k-1)T) = -a \int_{(k-1)T}^{kT} y(t)dt + a \int_{(k-1)T}^{kT} x(t)dt$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สามารถเขียนได้เป็น

$$y(kT) = y((k-1)T) - \frac{aT}{2}[y(kT) + y((k-1)T)] + \frac{aT}{2}[x(kT) + x((k-1)T)]$$

เมื่อทำการแปลง z ได้

$$y(z) = z^{-1}y(z) - \frac{aT}{2}[y(z) + z^{-1}y(z)] + \frac{aT}{2}[x(z) + z^{-1}x(z)]$$

$$\frac{y(z)}{x(z)} = H_D(z) = \frac{a}{(2/T)(1-z^{-1})/(1+z^{-1}) + a}$$

เมื่อทำการทรานเฟอร์ฟังก์ชันจะได้สมการที่ (4.1)

$$s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} = \frac{2}{T} \left[\frac{z-1}{z+1} \right] \quad (4.1)$$

ส่วนระนาบ s ซ้ายมือ จะแม็ปไปสู่อาณาเขต

$$\operatorname{Re} \left(\frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right) = \operatorname{Re} \left(\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \right) < 0$$

ซึ่งเป็นวงกลมหนึ่งหน่วยบนระนาบ z ดังนั้นการแปลงแบบไบลิเนียร์จะแม็ประนาบ s ซ้ายมือ ทั้งหมดลงในวงกลมหนึ่งหน่วย ศูนย์กลางที่ออริจิน นั้นหมายถึงว่าฟิลเตอร์ต่อเนื่องที่เสถียรจะแปลงเป็นฟิลเตอร์ดิสครีตที่เสถียร

4.2 การออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA โดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ติเรพรชฎ ด้วย การแปลงสัญญาณแบบไบลิเนียร์

การออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA แบบไม่ต่อเนื่อง จากสมการฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม ใน z -domain โดยวิธีของ Bilinear Transform (Tustin's Method) จากสมการที่ (4.2)

$$K(s) = G_{PIDA}(s) = \left[k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \right] [k_p + k_d s] \quad (4.2)$$

จากสมการที่ (4.1) กำหนดให้ $s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} = \frac{2}{T} \left[\frac{z-1}{z+1} \right]$ แทนในสมการที่ (4.2) จะได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G_{PIDA}(z) = \left[k_p + \frac{k_i T_z(z+1)}{2(z-1)} + \frac{2k_d(z-1)}{T_z(z+1)} \right] \left[k_p + \frac{2k_d(z-1)}{T_z(z+1)} \right] \quad (4.3)$$

$$K(z) = G_{PIDA}(z) \equiv K_{pida} \frac{(z-z_a)(z-z_b)(z-z_c)}{(z+1)^2(z-1)} \quad (4.4)$$

โดยที่ $K_{pida} = K$ คือ อัตราขยายของตัวควบคุม PIDA แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง
 z_a, z_b, z_c คือ ซีโรของตัวควบคุม PIDA แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

4.3 ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA แบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง

การใช้ตัวควบคุมแบบ PIDA แบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB จากกระบวนการอันดับสาม โดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ ซึ่งมีฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการจากสมการที่ (2.32)

$$G^3(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+7)}$$

- โดยมีเงื่อนไขดังนี้
1. $P.O. \leq L = 5\%$ จะได้ค่า $\zeta = 0.6901$
 2. $t_s \leq M = 2 \text{ sec.}$ จะได้ค่า $\omega_n = 3.069 \text{ rad/sec.}$

การหาตำแหน่งของ z_d เมื่อกำหนดค่า $T = 1/500$ วินาที จะได้

$$z_d = e^{Ts_d} = e^{T(-\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})} = 0.996 \pm j0.004423$$

แปลงกระบวนการให้อยู่ในรูปแบบ z-domain จะได้สมการที่ (4.5) คือ

$$G^3(z) = \frac{(10^{-8})(z+1.0127)(z+0.9937+i0.0109)(z+0.9937-i0.0109)}{(z-1)(z-0.9980)(z-0.9861)} \quad (4.5)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (4.4) และสมการที่ (4.5) จะได้สมการฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ คือ

$$\left. \begin{aligned} K(z)G^3(z) &= \frac{K(z-z_a)(z-z_b)(z-z_c)}{(z+1)^2(z-1)} \dots \\ &\frac{(z+1.0127)(z+0.9937+i0.0109)(z+0.9937-i0.0109)}{(z-1)(z-0.9980)(z-0.9861)} \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนดให้ $K_{pida}(10^{-8}) = K$ และให้เลือกวางตำแหน่งของ z_a และ z_b โดยกำหนดตำแหน่งของ $z_a = 0.9970$ และ $z_b = 0.9851$ โดยกำหนดมุมของซีโร $\angle(z - z_c)$; $\theta_{z_c} = \angle(z_d - z_c)$ สามารถคำนวณหาผลรวมของมุมที่จุด z_d หาได้จากของโพลและซีโรของฟังก์ชันถ่ายวงเปิด ได้ดังนี้

- หามุมของซีโรที่ตำแหน่งต่าง ๆ ดังนี้

$$\theta_{z_1} = \angle(z_d - z_1) = \angle(z_d + 1.0127) = 0.1262^\circ$$

$$\theta_{z_2} = \angle(z_d - z_2) = \angle(z_d + 0.9937 + i0.0109) = 0.4413^\circ$$

$$\theta_{z_3} = \angle(z_d - z_3) = \angle(z_d + 0.9937 - i0.0109) = -0.1865^\circ$$

$$\theta_{z_a} = \angle(z_d - z_a) = \angle(z_d - 0.9851) = 22.0863^\circ$$

$$\theta_{z_b} = \angle(z_d - z_b) = \angle(z_d - 0.9770) = 105.402^\circ$$

$$\begin{aligned} \sum \theta_z &= \angle(z_d - z_1) + \angle(z_d - z_2) + \angle(z_d - z_3) + \angle(z_d - z_a) + \angle(z_d - z_b) \\ &= 0.1262^\circ + 0.4413^\circ - 0.1865^\circ + 22.0863^\circ + 105.402^\circ = 127.869^\circ \end{aligned}$$

- หามุมของโพลที่ตำแหน่งต่าง ๆ ดังนี้

$$\theta_{p_1} = \angle(z_d - p_1) = \angle(z_d - 1) = 133.6678^\circ$$

$$\theta_{p_2} = \angle(z_d - p_2) = \angle(z_d - 0.9980) = 116.5651^\circ$$

$$\theta_{p_3} = \angle(z_d - p_3) = \angle(z_d - 0.9861) = 24.3940^\circ$$

$$\theta_{p_a} = \angle(z_d - p_a) = \angle(z_d + 1) = 0.1263^\circ$$

$$\theta_{p_b} = \angle(z_d - p_b) = \angle(z_d + 1) = 0.1263^\circ$$

$$\theta_{p_c} = \angle(z_d - p_c) = \angle(z_d - 1) = 133.6678^\circ$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
\sum \theta_p &= \angle(z_d - p_1) + \angle(z_d - p_2) + \angle(z_d - p_3) \dots \\
&\quad + \angle(z_d - p_a) + \angle(z_d - p_b) + \angle(z_d - p_c) \\
&= 133.6678^\circ + 116.5651^\circ + 24.3940^\circ + 0.1263^\circ + \dots \\
&\quad + 0.1263^\circ + 133.6678^\circ = 408.5473^\circ
\end{aligned}$$

ดังนั้นสามารถหาค่าตำแหน่งของ θ_{z_c} ได้จากสมการที่ (3.43)

$$\theta_{z_c} = -180^\circ - (\sum \theta_z - \sum \theta_p) \quad (3.43)$$

$$\theta_{z_c} = 100.676^\circ$$

หาค่า z_c ได้จากสมการที่ (3.44)

จะได้ว่า

$$z_c = |\operatorname{Re}(z_d)| + \frac{|\operatorname{Im}(z_d)|}{\tan(\pi + \theta_{z_c})}$$

$$z_c = 0.997$$

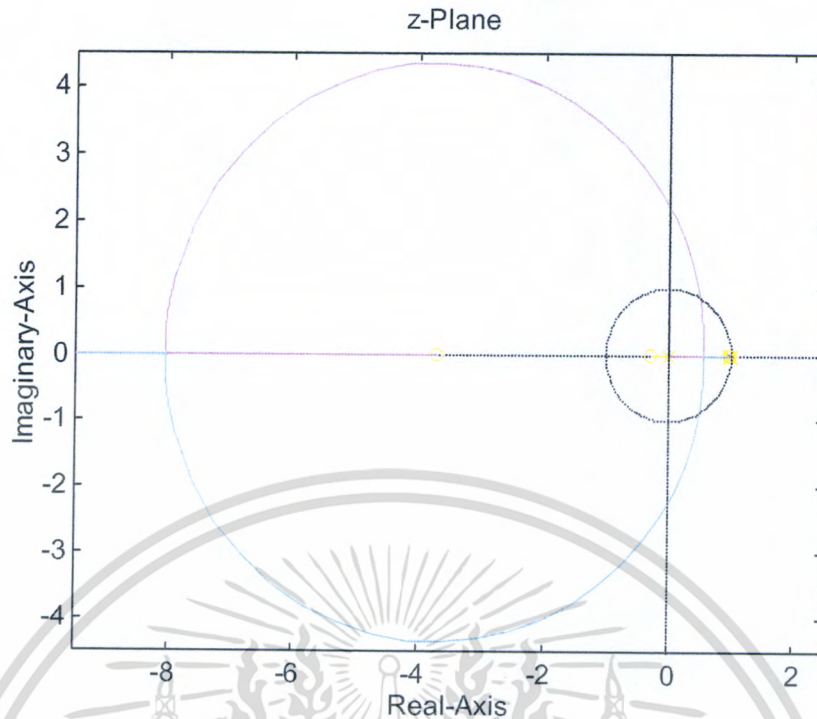
และได้ค่าอัตราขยาย K_{pida} จากสมการที่ (3.45)

จะได้ว่า

$$K_{pida} = \frac{1}{|K(z)G^3(z)|}$$

$$K_{pida} = 4.148 \times 10^5$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

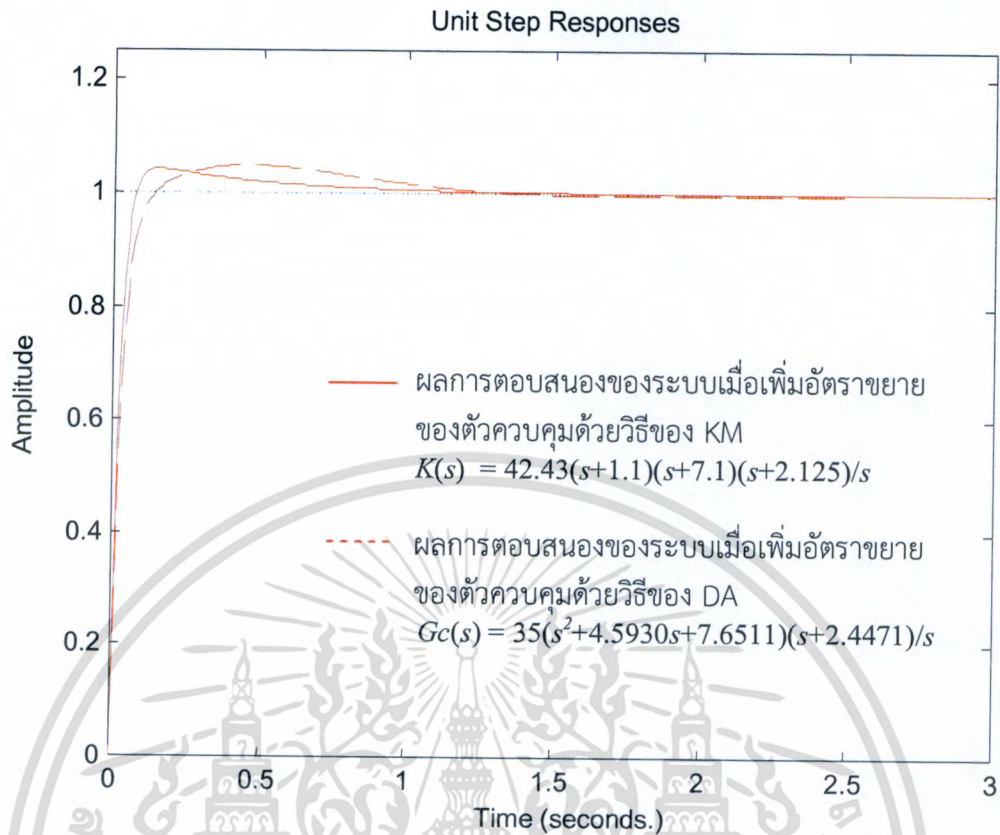


รูปที่ 4.2 เส้นทางเดินของรากของกระบวนการอันดับสาม

4.4 การเปรียบเทียบผลการจำลองระบบ

4.4.1 การเปรียบเทียบผลการจำลองในแบบสัญญาณเวลาต่อเนื่อง

เมื่อพิจารณาการเปรียบเทียบผลการตอบสนองของระบบเมื่อใช้ตัวควบคุมแบบ PIDA ทั้งสองแบบ แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมแบบ PIDA ตามแนวทางของ Richard C.Drof ให้ผลการตอบสนองที่เร็วกว่าและมีค่าพุงเกินน้อยกว่าการออกแบบระบบด้วยหลักการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ โดยผลการตอบสนองของระบบที่ออกแบบด้วยหลักการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ มีค่าพุงเกินสูงกว่าข้อกำหนดที่ออกแบบไว้ แต่สามารถเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุมให้เพิ่มขึ้น 10 เท่าดังรูปที่ 4.3 ผลการตอบสนองที่ดีขึ้น คือใช้เวลาในการเข้าสู่ค่าคงตัวน้อยกว่าและยังมีค่าพุงเกินน้อยกว่า ซึ่งจะเห็นได้ว่าการออกแบบโดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ นั้นสามารถทำได้ง่าย และเมื่อนำมาเปรียบเทียบกับตัวควบคุมแบบ PID \times ($n-2$) stage PD [3] ซึ่งเป็นการใช้ตัวควบคุมแบบ PID ทำงานร่วมกันกับตัวควบคุมแบบ PD โดยตัวควบคุมแบบนี้เมื่อนำไปควบคุมกระบวนการอันดับสามจะเหมือนกับตัวควบคุมแบบ PIDA ที่ใช้หลักการเดียวกันในการออกแบบระบบ ซึ่งตัวควบคุมแบบ PIDA ใช้กับกระบวนการอันดับสาม แต่เมื่อนำไปควบคุมกระบวนการที่มีอันดับสูงกว่าสาม ระบบอาจไม่มีเสถียรภาพตามต้องการได้เสมอไป

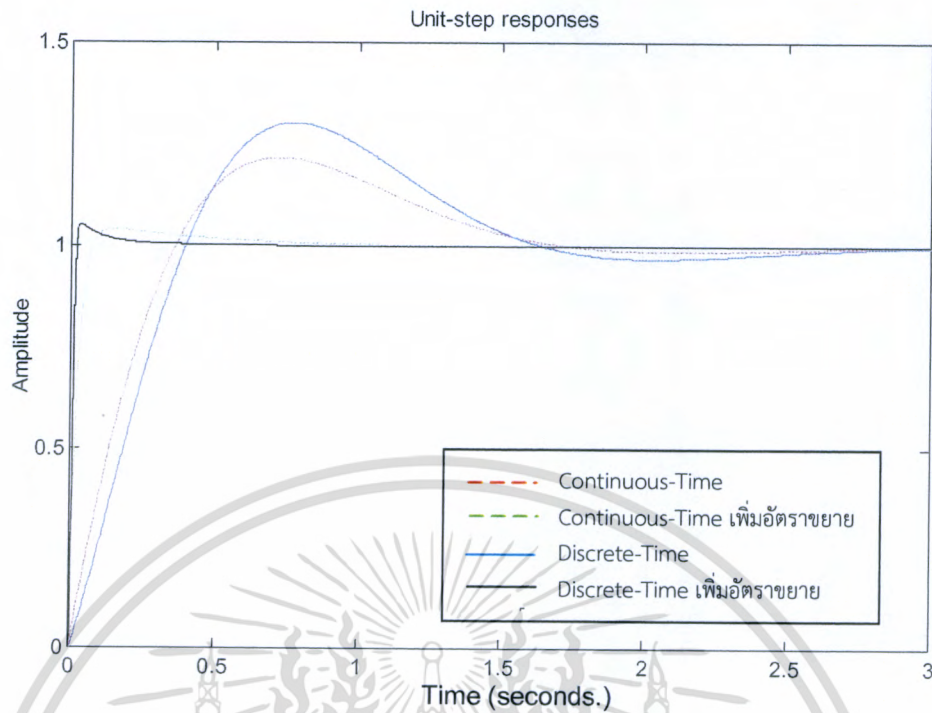


รูปที่ 4.3 แสดงการตอบสนองของระบบเมื่อเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุมแบบ PIDA

4.4.2 การเปรียบเทียบผลการจำลองในแบบสัญญาณเวลาต่อเนื่องและแบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง

4.4.2.1 การเปรียบเทียบผลการจำลองในแบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง ด้วยการแปลงสัญญาณของ ZOH (Zero-Order Hold)

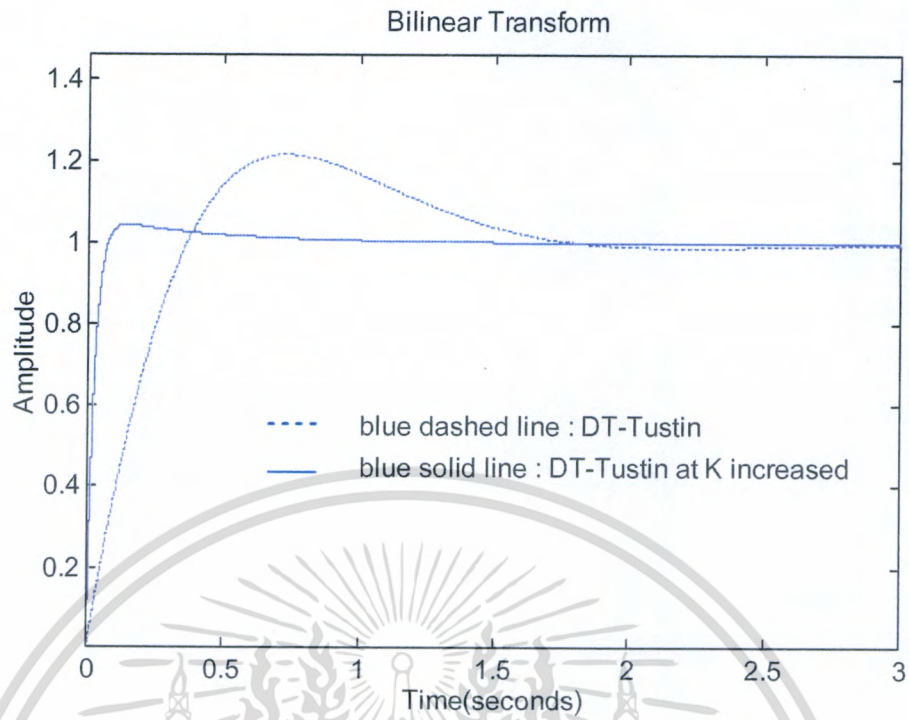
เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบผลการตอบสนองของระบบจากตัวอย่าง 3.5.2 พบว่าการออกแบบระบบด้วยตัวควบคุมนี้ตอนแรกผลการสนองของระบบมีค่าพุ่งเกินสูงกว่าข้อกำหนดที่ออกแบบไว้ แต่เมื่อเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุม พบว่า ระบบใช้เวลาเข้าสู่ค่าคงตัวเร็วขึ้นและยังมีค่าพุ่งเกินน้อยกว่าแสดงถึงระบบมีความเสถียรภาพที่ดี ดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4 การเปรียบเทียบผลการจำลองในแบบสัญญาณเวลาต่อเนื่องและแบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่องเมื่อเพิ่มอัตราขยายตัวควบคุม

4.4.2.2 การเปรียบเทียบผลการจำลองในแบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง ด้วยการแปลงสัญญาณแบบไบลิเนียร์หรือเรียกว่า Tustin's Method

เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบผลการตอบสนองของระบบจากตัวอย่าง 4.3 พบว่าการออกแบบระบบด้วยตัวควบคุมนี้ทำการออกแบบในลักษณะเดียวกัน ด้วยการแปลงสัญญาณของ ZOH (Zero-Order Hold) เพียงเปลี่ยนมาใช้ในการแปลงสัญญาณแบบไบลิเนียร์ หรือเรียกว่า Tustin's Method เนื่องจากว่าวิธีการของ Tustin's Method นั้น การแปลงแบบไบลิเนียร์จะแปลงแกน $j\omega$ ทั้งแกนเป็นเส้นรอบวงกลมหนึ่งหน่วย 1 รอบพอดี ต่างจากการแปลงสัญญาณของ ZOH ดังนั้นจึงไม่มีการซับซ้อนทับซ้อนของความถี่ ทำให้ผลการตอบสนองของระบบมีค่าพ่วงเกินสูงกว่าข้อกำหนดที่ออกแบบไว้ แต่เมื่อเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุม ดังรูปที่ 4.5 พบว่าระบบใช้เวลาเข้าสู่ค่าคงตัวเร็วขึ้นและยังมีค่าพ่วงเกินน้อยกว่า แสดงถึงระบบมีความเสถียรภาพที่ดีขึ้น



รูปที่ 4.5 การเปรียบเทียบผลการจำลองแบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่องเมื่อเพิ่มอัตราขยายตัวควบคุม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

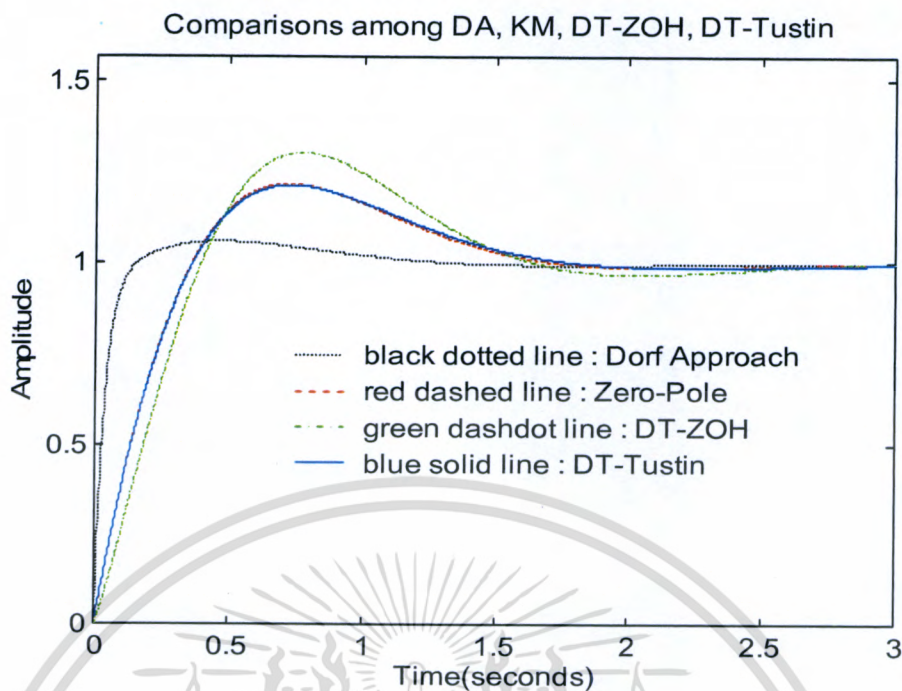
บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย

5.1 สรุปผลการวิจัย

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีวัตถุประสงค์ในการศึกษาและออกแบบตัวควบคุมในระบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง เพื่อควบคุมกระบวนการที่มีอันดับสามเท่านั้น โดยใช้วิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ จึงได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุม PIDA แบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง การออกแบบตัวควบคุมนี้เป็น การนำกระบวนการที่อยู่ในรูปแบบ s-domain มาแปลงให้อยู่ในรูปแบบของ z-domain แล้วจึงใช้ตัว ควบคุม PIDA แบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง จากการทดลองพบว่าตัวควบคุมนี้สามารถทำได้ดีใน ระบบควบคุมอันดับสามเท่านั้น แต่เมื่อนำไปควบคุมกระบวนการที่มีอันดับสูงกว่าสาม ระบบอาจไม่มี เสถียรภาพตามต้องการได้เสมอไป ยังสามารถทำให้ระบบควบคุมมีความเสถียรภาพมากขึ้นโดยการ เพิ่มค่าอัตราขยายของตัวควบคุมให้มากขึ้นเพื่อให้ได้ผลเป็นไปตามข้อกำหนด

จากผลการทดสอบการทำงานการออกแบบตัวควบคุม PIDA เปรียบเทียบกับตัวควบคุมแบบ ต่าง ๆ เช่น การออกแบบโดยวิธีการตามแนวทางของ Richard C. Dorf, การออกแบบโดยวิธีการ ของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ ด้วยโปรแกรม MATLAB พบว่า โดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ นั้น สามารถทำได้ง่าย ถึงแม้ในครั้งแรกผลการตอบสนองระบบอาจไม่ได้ตามข้อกำหนด ก็สามารถ ปรับแก้ได้โดยง่ายเพียงแค่ปรับค่าอัตราขยายของตัวควบคุมก็ทำให้ระบบมีเสถียรภาพตามข้อกำหนด และให้ผลตอบสนองที่เร็ว ค่าพุงเกินน้อย รวมทั้งใช้เวลาเข้าสู่ค่าคงตัวน้อย เมื่อพิจารณาใช้ตัวควบคุม PIDA สำหรับกระบวนการอันดับสาม ในแบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยวิธีการของ ZOH (Zero-Order Hold) ระบบใช้เวลาเข้าสู่ค่าคงตัวเร็วขึ้นและยังมีค่าพุงเกินน้อยกว่า แสดงถึงระบบมีความ เสถียรภาพที่ดี แต่เมื่อเปรียบเทียบกับการใช้ตัวควบคุม PIDA สำหรับกระบวนการอันดับสามในระบบ สัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ ด้วยการแปลงสัญญาณแบบไบลิเนียร์ หรือเรียกว่า Tustin's Method พบว่าระบบใช้เวลาเข้าสู่ค่าคงตัวเร็วขึ้นและยังมีค่าพุงเกินน้อยกว่า แสดงถึงระบบมีความเสถียรภาพที่ดีขึ้น และใกล้เคียงกับระบบสัญญาณเวลาต่อเนื่อง ซึ่งได้ทำการ เปรียบเทียบผลการตอบสนองของระบบ DA, KM, ZOH and Bilinear Method ดังรูปที่ 5.1



รูปที่ 5.1 การเปรียบเทียบผลการจำลองในแบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่องการตอบสนองของระบบ DA, KM, ZOH and Bilinear Method

5.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางในการพัฒนา

การออกแบบตัวควบคุมแบบ PIDA โดยวิธีตามแนวทางของ Richard C. Dorf, การออกแบบโดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ ด้วยโปรแกรม MATLAB ในระบบสัญญาณเวลาต่อเนื่องในรูปแบบ s-domain มาแปลงให้อยู่ในรูปแบบของ z-domain ในระบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง ซึ่งในระบบสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง ได้มีการเปรียบเทียบผลการจำลอง โดยวิธีการของ ZOH (Zero-Order Hold) และวิธีการแปลงสัญญาณแบบไบลิเนียร์ หรือเรียกว่า Tustin's Method ซึ่งให้ผลการตอบสนองที่ดีในกระบวนการอันดับสาม แต่จะทำได้ยากในกระบวนการที่มีอันดับที่สูงกว่ากระบวนการอันดับสาม เพราะจะทำให้ระบบอาจไม่มีเสถียรภาพตามต้องการ

ในวิทยานิพนธ์เล่มนี้เป็นเพียงการจำลองผ่านคอมพิวเตอร์เท่านั้น ดังนั้นแนวทางในการพัฒนาตัวควบคุมนี้อาจนำไปทดลองกระบวนการที่มาซับซ้อนมากในกระบวนการจริง หรือทดลองกับกระบวนการจำลองในห้องปฏิบัติการที่กระบวนการอันดับสาม สามารถทำได้ง่าย

เอกสารอ้างอิง

- [1] Seul Jung and Richard C. Dorf, "Analytic PID Controller Design Technique for A Third Order System", **Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control**, pp. 2513-2518, Kobe, Japan, December 1996.
- [2] R.C. Dorf and D.R. Miller, **A Method for Enhanced PID Controller Design**, Journal of Robotics and Automation, Vol. 6 pp. 41-47, 1991.
- [3] Thanit Trisuwannawat, Kittitiraseseth, Jongkol Ngamwivit and Michihiko Iida, "PIDx(n-2) stage PD cascade controller for SISO systems", **SICE'98 Proceedings of the 37th SICE Annual Conference, International session Papers**, pp. 965-968, 1998.
- [4] Prapart Ukakimaparn, Pittaya Pannil, Peerapongpan Boonchuay and Thanit Trisuwannawat, "PID Controller Designed by Kitti's Method", **ICROS-SICE International Joint Conference, Fukuoka International Congress Center, Japan**, pp 18-21, 2009.
- [5] รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์, หนังสือ "การวิเคราะห์ระบบควบคุมเชิงเส้น เล่มที่ 1", หน้า 25-44
- [6] รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์, หนังสือ "การวิเคราะห์ระบบควบคุมเชิงเส้น เล่มที่ 2", หน้า 279-284
- [7] วิพันธ์ ปรีชาพานิช, หนังสือ "การวิเคราะห์ระบบแนวใหม่", หน้า 1-4
- [8] รศ.วิพันธ์ ปรีชาพานิช, หนังสือ "การวิเคราะห์ระบบควบคุมเวลาติดครีต", หน้า 1-19, 90-91
- [9] สุเจียร เกียรติสุนทร, หนังสือ "วิศวกรรมระบบและการควบคุม", หน้า 182-192
- [10] อนุชิต จารุณาววัฒน์. 2543. "การออกแบบตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD สำหรับกระบวนการอันดับ n." วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- [11] สุนิศา สอนเมือง. 2553. "การออกแบบตัวควบคุมพีไอดีแบบเหมาะสมที่สุดด้วยวิธีพีชคณิตและจินเนติกอัลกอริทึม." วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาคผนวก ก.

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

Krit Smerpitak, Prapart Ukakimaparn, Thanit Trisuwannawat and

Prapaisri La-orsri

Discrete-Time PIDA Controller Designed by Kitti's Method

with Bilinear Transform

2012 12th International Conference on Control, Automation and Systems

Oct. 17-21, 2012 in ICC, Jeju Island, Korea

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ICCAS 2012

October 17(Wed)~21(Sun), 2012
ICC, Jeju Island, Korea

2012 12TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL, AUTOMATION AND SYSTEMS
<http://2012.iccas.org>



Topics

- Control Theory and Applications
- Control Devices and Instruments
- Industrial Applications of Control
- Sensors and Signal Processing
- Intelligent Systems
- Robot Mechanism and Control
- Robot Vision
- Human-Robot Interaction
- Robotic Applications
- Unmanned Vehicle Systems
- Navigation, Guidance and Control
- Process Systems
- Biomedical Systems
- Information and Networking
- Multimedia Systems
- Civil and Urban Systems

Contact Point

<http://2012.iccas.org>
TEL:+82-32-234-5801(Ext.3) FAX:+82-32-234-5807
E-mail:conference@icros.org

Important Dates

- April 13, 2012 : Submission of organized session proposals
- April 27, 2012 : Submission of papers
- June 1, 2012 : Notification of paper acceptance
- June 29, 2012 : Submission of final camera-ready papers

Paper Submission

Authors are cordially invited to submit a full paper (3 to 6 pages) to <http://2012.iccas.org>. Paper templates can be downloaded from this website. Accepted papers will be indexed in IEEE Xplore and EI Compendex.

Organized by

Institute of Control, Robotics and Systems (ICROS)

Technically Co-Sponsored by

- IEEE Industrial Electronics Society
- IEEE Robotics and Automation Society
- IEEE Control Systems Society
- The Society of Instrument and Control Engineers (SICE)
- Asian Control Association (ACA)
- The Instrumentation, Systems and Automation Society (ISA)
- Chinese Automatic Control Society (CACS)
- The Chinese Association of Automation (CAA)
- The Chinese Association for Artificial Intelligence (CAAI)

Domestically Sponsored by

- The Korean Society of Mechanical Engineers (KSME)
- The Korean Institute of Electrical Engineers (KIEE)
- The Institute of Electronics Engineers of Korea (IEEK)
- The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences (KSAS)
- The Korean Institute of Chemical Engineers (KICHE)




เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2012 12th International Conference on Control, Automation and Systems
Oct. 17-21, 2012 in ICC, Jeju Island, Korea

Discrete-Time PIDA Controller Designed by Kitti's Method with Bilinear Transform

Krit Smerpitak¹, Prapart Ukakimaparn¹, Thanit Trisuwannawat¹ and Prapaisri La-orsri^{2*}

¹ Department of Instrumentation and Control Engineering, Faculty of Engineering,
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL), Bangkok, 10520, Thailand
(Tel : +66-2-329-8347/-8; E-mail: { kskrit, kuprapar, ktthanit }@kmitl.ac.th)

² Graduate Student, Graduate Studies Division, Faculty of Engineering, KMITL, Bangkok, 10520, Thailand
(Tel : +66-83-729-7874; E-mail: lnoon1@hotmail.com) * Corresponding author

Abstract: This paper presents a new method for designing the PIDA (Proportional-Integral-Derivative-Acceleration) Controller for a third order system. Just changing of the discretization from Zero Order Hold (ZOH) to Bilinear Method, the results from simulations shown that all desired specifications can easily met with better than usual by changing only one parameter.

Keywords: Discrete-Time PID, -PD, -PIDA Controller, Root locus Technique.

1. INTRODUCTION

"Kitti's Method (KM)" is named after Associate Professor Dr. Kitti Tiraseseth who has been introduced a simplest method for designing the PD (Proportional-Derivative) controller to be incorporated with the conventional PID (Proportional-Integral-Derivative) controller to controls the n -th order plant. Since, most industrial plants are type 0 and consist of three to five first order lags or dead time plus one first order lag and the PID controller is widely used in industry. However, it is clear that the PID controller is properly applied in the typical second order plant, and it quite difficult to use only the PID Controller alone for the third or higher order plant due to the order of the plant is greater than the number of zeros provided by the PID Controller. To overcome this problem [1, 2] are then proposed by using KM in continuous and discrete-time controls respectively. Instead of using Analytic PIDA Controller Design Technique for A Third Order System in [3], this paper presents the PIDA controller designed by using KM.

2. METHODOLOGY

There are 2 steps for control systems design procedure as follows:

- 1) find the mathematical model of the plant $G(s)$,
- 2) find the controller $K(s)$ or $G_c(s)$, such that the desired specifications are acceptable.

The desired specifications to be designed are usually specified in terms of transient and steady state response characteristics of a control system to a unit-step input exhibited by a pair of complex-conjugate dominant closed-loop poles s_d as follows:

$$\left. \begin{aligned} \text{Percent Overshoot (P.O.)} &= e^{\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} \times 100\%, \\ \text{Settling Time (} t_s \text{)} &= \frac{-\ln(0.02\sqrt{1-\zeta^2})}{\zeta\omega_n}, (\pm 2\%). \end{aligned} \right\} (1)$$

For the n -th order plant to be controlled here, its transfer function is assumed to be given as

$$G^n(s) = \frac{K_n}{s^N (T_1s+1)(T_2s+1)\dots(T_p s+1)} \quad (2)$$

where, the order of the plant is $n = N + p$ and the term s^N in the denominator representing a pole of multiplicity N at the origin, it uses for classify the types of a system.

Suppose that a type 1, 3rd order plant to be controlled in (2) is given as

$$G^3(s) = \frac{1}{s(s+1)(s+7)} \quad (3)$$

and the desired specifications in (1) are

- Percent Overshoot (P.O.) $\leq L = 5\%$,
- Settling Time (t_s) $\leq M = 2$ secs.

2.1 PIDA by Dorf Approach (DA)

There are 2 characteristic equations to be equated, the first characteristic equation is

$$(s+r)(s+R)(s+q)(s+\hat{q}) = 0, \quad (4)$$

where r, R, q and \hat{q} are desired root locations with specifications based on the design criteria. The second characteristic equation is formed from the nominal control structure of the plant in (3) and PIDA controller

$$K(s) = G_c(s) = K \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{s} \quad (5)$$

Hence, the second characteristic equation can be written as

$$\left. \begin{aligned} 0 &= 1 + G_c(s)G^3(s) \\ &= s^4 + (8+K)s^3 + (7+K(a+b+c))s^2 \dots \\ &\quad + K(ab + (a+b)c)s + Kabc. \end{aligned} \right\} (6)$$

For a given $q, \hat{q} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = 2.1 \pm j2.0$,
 $r = -30 \ll -\zeta\omega_n$ and $R = -2.1 \leq -\zeta\omega_n$, where $t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}$

and damping factor $\zeta = \frac{(\ln(L/100))^2}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(L/100))^2}}$, then the

first characteristic in (4) can be expressed as $0 = s^4 + 36.3s^3 + 206.23s^2 + 534.561s + 529.83$. (7)

Equates (6) and (7), and then the simultaneous sets of four equation are

$$\left. \begin{aligned} 8 + K &= 36.3, \\ 7 + K(a + b + c) &= 206.23, \\ K(ab + (a + b)c) &= 534.561, \\ Kabc &= 529.83. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Solving for a, b, c and K in (8) yields $K = 28.3$, and by the following 3rd order polynomial equation

$$z^3 - \left(\frac{206.23 - 7}{K}\right)z^2 + \left(\frac{534.561}{K}\right)z - \left(\frac{529.83}{K}\right) = 0,$$

then, $c = 2.4478$ and $a, b = 2.2961 \pm j1.5416$ are obtained.

2.2 PIDA by Kitti's Method

From (3) and (5), the open-loop transfer function can be written as

$$K(s)G^3(s) = K \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{s^2(s+1)(s+7)} \quad (9)$$

By observing the denominator of (9), the designers just set $a=1.1$ and $b=7.1$ in according to any poles that located at $s = -\sigma$ with general form as $\sigma + \Delta\sigma$. Only the remaining zero $(s+c)$ and K must be solved under the criteria of Root Locus Method by Walter R. Evans [6] as follows:

$$\left. \begin{aligned} \angle K(s)G^n(s) &= \pm(2k+1)\pi, \quad k = 0, 1, 2, \dots \\ |K(s)G^n(s)| &= 1. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

The location of zero $(s+z)$ can find from the angle condition in (10) at the desired dominant closed-loop poles $s_d = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -2.118 \pm j2.221$ as follows:

$$\angle K(s_d)G^3(s_d) = \frac{K(s_d+a)(s_d+b)(s_d+c)}{(s_d)^2(s_d+1)(s_d+7)}$$

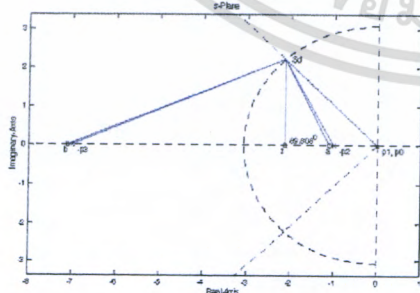


Fig. 1 Determination of the angle of the zero $(s+c)$.

$$\begin{aligned} \sum \theta_{zeros} &= \angle(s_d+a) + \angle(s_d+b) + \angle(s_d+c), \\ &= 114.62^\circ + 24.024^\circ + \hat{c}^\circ \\ &= 138.644^\circ + \hat{c}^\circ. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum \theta_{poles} &= \angle(s_d) + \angle(s_d) + \angle(s_d+1) + \angle(s_d+7), \\ &= 133.639^\circ + 133.639^\circ + 116.715^\circ + 24.459^\circ \\ &= 408.452^\circ. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \angle K(s_d)G^3(s_d) &= \sum \theta_{zeros} - \sum \theta_{poles}, \\ &= 138.644^\circ + \hat{c}^\circ - 408.452^\circ, \\ &= -269.808^\circ + \hat{c}^\circ = -180^\circ, \\ \hat{c}^\circ &= 89.808^\circ. \end{aligned}$$

Let the length of the adjacent side of the angle \hat{c} in Fig. 1 is x . Hence,

$$\begin{aligned} \tan(\hat{c}) &= \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}} = \frac{|\text{Im}(s_d)|}{x}, \quad x = \frac{|\text{Im}(s_d)|}{\tan(\hat{c})}, \\ c &= x + |\text{Re}(s_d)| = |\text{Re}(s_d)| + \frac{|\text{Im}(s_d)|}{\tan(\hat{c})} = 2.125. \end{aligned}$$

The loop gain K also can find from the magnitude condition in (10) at s_d as follows:

$$\begin{aligned} \left| \frac{K(s_d+a)(s_d+b)(s_d+c)}{(s_d)^2(s_d+1)(s_d+7)} \right| &= 1, \\ \frac{9.417 \cdot 2.486 \cdot 5.364}{|s_d|^2 \cdot |s_d+1| \cdot |s_d+7|} &= K = K_{s_d} = 4.243. \end{aligned}$$

Table 1 Comparison between KM and DA.

PIDA Controller				
$K(s) = G_c(s) = K \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{s}$				
by	K	a	b	c
KM	4.243	1.1	7.1	2.125
DA	28.3	2.2961 ± j1.5416		2.4478

The unit-step responses of PIDA controller designed by KM; $K(s)$ and DA; $G_c(s)$ are compared in Fig. 2. It is shown that both responses have unsatisfied in the desired percent overshoot as the designed values.

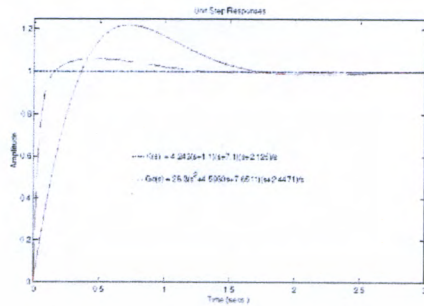


Fig. 2 Unit-step responses at designed values.

The corresponding root loci is shown in Fig. 3, it revealed that the reason for the response of KM has the percent overshoot greater than DA because of its damping ratio ζ is smaller. However, increasing of K in KM will cause the shorter of settling time as same as smaller or no overshoot response can be obtained at the same time, differ from DA that has no these merits at all.

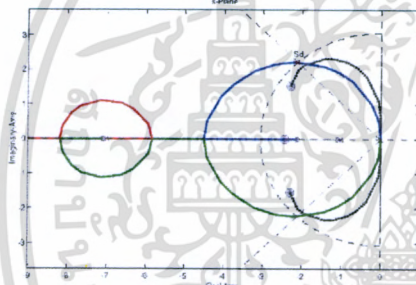


Fig. 3 Root Loci in s-Plane.

The unit-step responses after increasing of K to satisfy all desired specifications are shown in Fig. 4. It is evidently seen that the PIDA controller designed by KM provide the faster response by changing the loop gain K only.

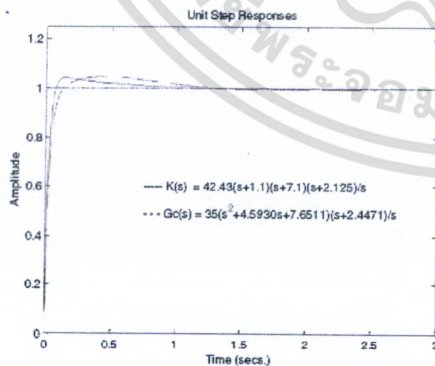


Fig. 4 Unit-step responses at K increased.

2.3 Discrete PIDA by Kitti's Method

In order to design the DT (Discrete-Time) controller for controlling the CT (Continuous-Time) system, there are two ways as shown in Fig. 5.

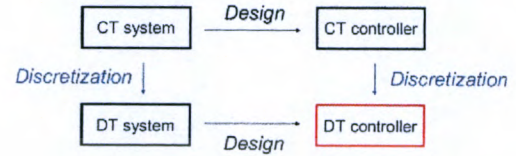


Fig. 5 Discrete-Time controller design.

As the idea for PIDA controller is to give more flexibility to the PID controller by adding one more zero. Hence, from the discrete transfer function of the conventional digital PID controller, when one more zero is added, then the Discrete PIDA controller [4] transfer function can be written as

$$K_{PIDA}(z) = [k_p + k_i Tz/(z-1) + k_d (z-1)/Tz] [k_p \dots + k_d (z-1)/Tz], \quad (T \text{ is the sampling time}),$$

$$K_{PIDA}(z) = K(z) \equiv K_{pidt} \frac{(z-z_a)(z-z_b)(z-z_c)}{z^2(z-1)} \quad (11)$$

For the continuous-time plant in (3), it must be discretized, for example by the ZOH (Zero-Order Hold) method or etc. With the sampling time $T = 1/500$ sec. per samples, the discrete transfer function of the plant is

$$G^3(z) = \frac{(10^{-3})(z+3.7172)(z+0.2669)}{(z-1)(z-0.9980)(z-0.9861)} \quad (12)$$

Then, from (11) and (12) the open-loop transfer function of discrete-time system is

$$K(z)G^3(z) = \left[\frac{K(z-z_a)(z-z_b)(z-z_c) \dots (z+3.7172)(z+0.2669)}{z^2(z-1)^2(z-0.9980)(z-0.9861)} \right] \quad (13)$$

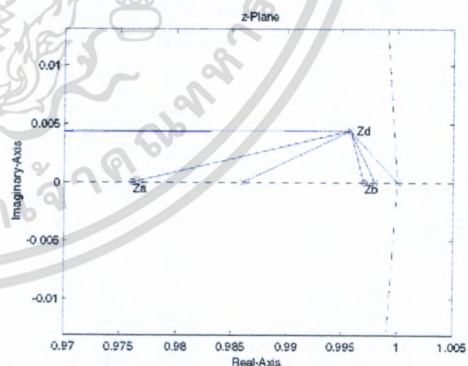


Fig. 6 Determination of the angle of the zero $(z-z_c)$.

The angle of the zero $(z-z_c)$; $\theta_z = \angle(z_d - z_c)$ at z_d can find from the angle criteria as follows:

$$\theta_{z_c} = -180^\circ - \{(\theta_{z_1} + \theta_{z_2} + \theta_{z_3} + \theta_{z_4}) - (\theta_{p_1} + \theta_{p_2} \dots + \theta_{p_3} + \theta_{p_4} + \theta_{p_5} + \theta_{p_6})\} = 110.7004^\circ$$

Where its certain place can be calculated from $z_c = |\text{Re}(z_d)| + |\text{Im}(z_d)| / \tan(\pi - \theta_{z_c}) = 0.9975$

From (13), $K_{PIDA} = 1 / |K(z_d)G^3(z_d)| = 7.512 \times 10^4$

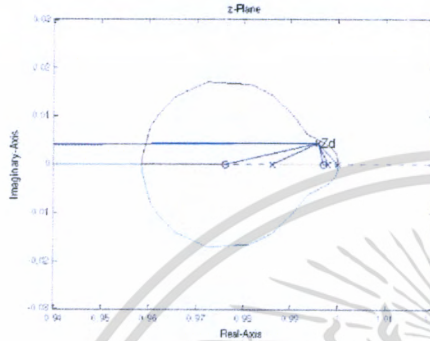


Fig. 7 Inside unit-circle portion.

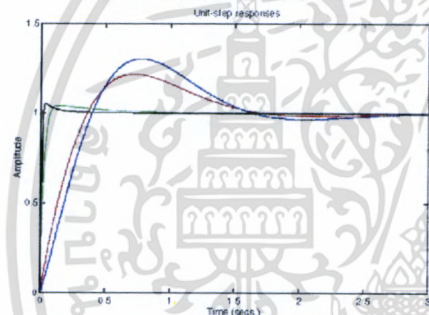


Fig. 8 CT versus DT unit-step responses.

2.4 Discrete PIDA by Kitti's Method with Bilinear Transform

There are several ways for mapping from the s -plane to z -plane. One of these, the bilinear transformation, has the advantage that it maps the entire left half of the s -plane into the unit circle in the z -plane. The bilinear transformation maps from s -plane to z -plane using the following relation [5]:

$$s = \frac{2}{T} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)$$

Then Discrete PIDA controller with bilinear transform transfer function can be written as

$$K_{PIDA}(z) = \left(\left[k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \right] \left[k_p + k_d s \right] \right)_{s=\frac{2}{T} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)}$$

(T is the sampling time),

$$K_{PIDA}(z) = \left[k_p + \frac{k_i T z(z+1)}{2(z-1)} + \frac{2k_d(z-1)}{Tz(z-1)} \right] \left[k_p + \frac{2k_d(z-1)}{Tz(z-1)} \right]$$

(T is the sampling time),

$$K_{PIDA}(z) = K(z) \equiv K_{PIDA} \frac{(z-z_a)(z-z_b)(z-z_c)}{(z+1)^2(z-1)} \quad (14)$$

The continuous-time plant in (3) by using the bilinear transform with the sampling time $T = 1/500$ second per samples, the discrete transfer function of the plant is

$$G^3(z) = \frac{[(10^{-8})(z+1.0127)(z+0.9937+j0.0109) \dots (z+0.9937-j0.0109)]}{(z-1)(z-0.9980)(z-0.9861)} \quad (15)$$

The open-loop transfer function of discrete-time system from (14) and (15) is then,

$$K(z)G^3(z) = \left. \begin{aligned} & \left[\frac{K(z-z_a)(z-z_b)(z-z_c) \dots}{(z+1)^2(z-1)} \right] \\ & \left. \frac{(10^{-8})(z+1.0127)(z+0.9937+j0.0109)(z+0.9937-j0.0109)}{[(z-1)(z-0.9980)(z-0.9861)]} \right] \quad (16) \end{aligned} \right\}$$

There are 4 unknown parameters in (16) to be solved as follows: z_a, z_b, z_c and K_{PIDA} with respect to the locations of the corresponding dominant closed-loop poles in z -plane $z_d = e^{T\omega_d} = 0.9958 \pm j0.0044$. However, when KM is employed, the designers can pre-assign the locations of the zeros at $z_a = 0.9970$ and $z_b = 0.9851$ then only find the location of the remaining zero z_c and the loop gain K_{PIDA} under the criteria of Root Locus Method [6] such that the root loci will pass through z_d during K is varied from 0 to $+\infty$.

The angle of the zero $(z-z_c)$; $\theta_{z_c} = \angle(z_d - z_c)$ at z_d can find from the angle criteria as follows:

$$\theta_{z_c} = -180^\circ - \{(\theta_{z_1} + \theta_{z_2} + \theta_{z_3} + \theta_{z_4}) - (\theta_{p_1} + \theta_{p_2} \dots + \theta_{p_3} + \theta_{p_4} + \theta_{p_5} + \theta_{p_6})\} = 110.5266^\circ$$

Where,

$$\begin{cases} \theta_{z_1} = \angle(z_d + z_1) = \angle(z_d + 1.0127) = 0.1262^\circ \\ \theta_{z_2} = \angle(z_d + z_2) = \angle(z_d + 0.9937 + 0.0109i) = 0.4413^\circ \\ \theta_{z_3} = \angle(z_d + z_1) = \angle(z_d + 0.9937 - 0.0109i) = -0.1865^\circ \\ \theta_{z_4} = \angle(z_d + z_1) = \angle(z_d + 0.9761) = 12.6762^\circ \\ \theta_{z_5} = \angle(z_d + z_1) = \angle(z_d + 0.9970) = 105.6166^\circ \end{cases}$$

$$\times \begin{cases} \theta_{p_1} = \angle(z_d + p_1) = \angle(z_d - 1) = 133.7657^\circ \\ \theta_{p_2} = \angle(z_d + p_2) = \angle(z_d - 0.9980) = 116.8820^\circ \\ \theta_{p_3} = \angle(z_d + p_3) = \angle(z_d - 0.9861) = 24.5922^\circ \\ \theta_{z_0} = \angle(z_d + p_0) = \angle(z_d + 1) = 0.127^\circ \\ \theta_{z_1} = \angle(z_d + p_1) = \angle(z_d + 1) = 0.127^\circ \\ \theta_{z_2} = \angle(z_d + p_2) = \angle(z_d - 1) = 133.7657^\circ \end{cases}$$

Where its certain place can be calculated from

$$z_c = |\text{Re}(z_d)| + |\text{Im}(z_d)| / \tan(\pi - \theta_{z_c}) = 0.997$$

From (16), $K_{pidz} = 1 / |K(z_d)G^3(z_d)| = 4.148 \times 10^5$

The whole root locus of close-loop system is shown in Fig.9 while the stable region inside the unit-circle as show in Fig.10

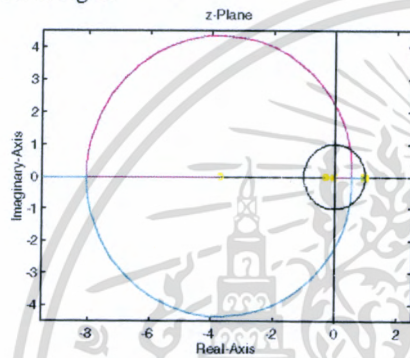


Fig.9 Root loci in z-Plane

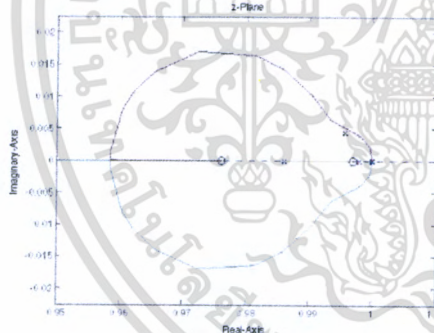


Fig.10 unit-circle portion

Table 2 Comparisons among DA, KM, ZOH and Bilinear Method

PIDA by Dorf Approach (DA)			
$G_c(s) = K \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{s}$			
K	a	b	c
28.3	2.2961 ± j1.5416		2.4478

PIDA by Kitti's Method (KM)			
$K(s) = K \frac{(s+a)(s+b)(s+c)}{s}$			
K	a	b	c
4.243	1.1	7.1	2.125
DT by ZOH Method			
$K_{PIDA}(z) = K(z) \equiv K_{pidz} \frac{(z-z_a)(z-z_b)(z-z_c)}{z^2(z-1)}$			
K	a	b	c
7.512×10^4	0.9761	0.9970	0.9970
DT by Bilinear Method			
$K_{PIDA}(z) = K(z) \equiv K_{pidz} \frac{(z-z_a)(z-z_b)(z-z_c)}{(z+1)^2(z-1)}$			
K	a	b	c
4.418×10^5	0.9970	0.9851	0.9970

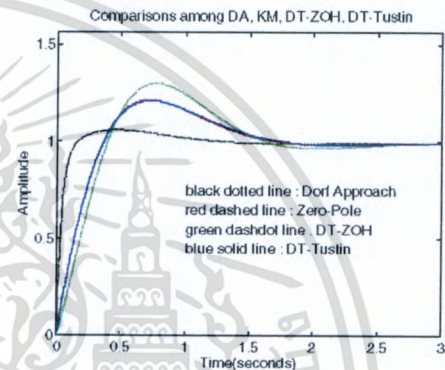


Fig.11 Comparisons among DA, KM, ZOH and Bilinear Method

In Fig.11 show the responses among continuous-time system, discrete-time with ZOH and discrete-time with bilinear method. Note that the response of the discrete-time with ZOH method has the percentage overshoot more than the discrete-time with bilinear method. When compare between the discrete-time with ZOH and discrete-time with bilinear method. The discrete-time with bilinear method has the response close to the continuous-time system design by using Kitti's Method. When the loop gain K is increased to 10 times, Fig.12 show the responses for both before and after of increasing of K .

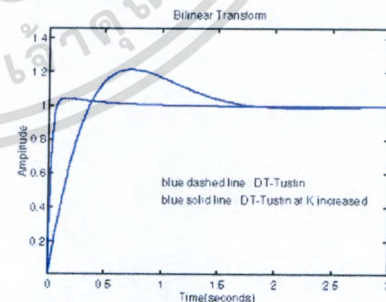


Fig.12 DT-Tustin, when K is increased.

3. CONCLUSIONS

The designing of Continuous-Time PIDA Controller for a third order system by employing Kitti's Method and Dorf Approach are compared and shown that Kitti's Method is not only easier in the design procedure but also provide the faster with smaller or no overshoot response at the same time by changing only one parameter that causes the root loci have the circular shape, result in the closed-loop system is robustly stable. The Discrete-Time PIDA Controller designed by Kitti's Method with bilinear transformation is also presented and the merits of Kitti's Method are also held without using high sampling time, but the response of the sampled system is more closer to the continuous-time system, than of using the ZOH method.

REFERENCES

- [1] Thanit Trisuwannawat, Kitti Tirasesth, Jongkol Ngamwiwit and Michihiko Iida, "PID $\times(n-2)$ stage PD cascade controller for SISO systems", *SICE '98 Proceedings of the 37th SICE Annual Conference, International session Papers*, pp. 965-968, 1998.
- [2] Pittaya Pannil, Suksiri Kanchanasomranvong, Prapart Ukakimaparn, Thanit Trisuwannawat and Kitti Tirasesth, "Discrete PID $\times(n-2)$ stage PD cascade controller for SISO systems", *SICE Annual Conference 2008*, pp. 1784-1787, The University Electro Communications, Japan, August 20-22, 2008.
- [3] Jung and Richard C. Dorf, "Analytic PIDA Controller Design Technique for A Third Order System", *Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control*, pp. 2513-2518, Kobe, Japan, December 1996.
- [4] Prapart Ukakimaparn, Pittaya Pannil, Peerapongpan Boonchuay and Thanit Trisuwannawat, "PIDA Controller Designed by Kitti's Method", *ICROS-SICE International Joint Conference, Fukuoka International Congress Center, Japan*, pp 18-21, 2009.
- [5] *Control Tutorials for Matlab* [homepage on the Internet]. The University of Michigan c1996 - [cited 26 April 2012]. Available from: http://www.engin.umich.edu/group/ctm/extras/PID_Bilinear.html
- [6] Gregory Walter Evans, "Bringing Root Locus to The Classroom – The story of Walter R. Evans and his textbook – Control-System Dynamics", *IEEE Control System s Magazine*, pp. 74-81, December 2004.



ภาคผนวก ข.
ฟังก์ชันที่ให้มาในโดเมน s เวลาหาตัวแปลง z วิธีตรงไปตรงมาคือการแปลง
ลาปลาซกลับให้อยู่ในโดเมนของ t

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ข1 : คู่ one-sided z-transform

$f(t)$ $t \geq 0$	$f(t), f(kT)$ $k \geq 0$	$F(z)$
	$\delta(k)$	1
	$u(t)$ หรือ 1	$\frac{z}{z-1}$
	a^k	$\frac{z}{z-a}$
	ka^k	$\frac{az}{(z-a)^2}$
	$k^2 a^k$	$\frac{az(z+a)}{(z-a)^3}$
	$(k+1)a^k$	$\frac{z^2}{(z-a)^2}$
	$\frac{(k+1)(k+2)a^k}{2!}$	$\frac{z^3}{(z-a)^3}$
	$\frac{(k+1)(k+2)(k+3)a^k}{3!}$	$\frac{z^4}{(z-a)^4}$
	$\frac{a^k}{k!}$	$e^{az^{-1}}$
t	kT	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
t^2	$(kT)^2$	$\frac{T^2 z(z+1)}{(z-1)^3}$
e^{-at}	e^{-akT}	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
te^{-at}	kTe^{-akT}	$\frac{2Te^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}$
$\sin \omega t$	$\sin \omega kT$	$\frac{z \sin \omega T}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$
$\cos \omega t$	$\cos \omega kT$	$\frac{z(z - \cos \omega T)}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ข2 : คู่ตัวแปลงลาปลาซและตัวแปลง z

$F(s)$	$F(z)$
$1/s$	$\frac{z}{z-1}$
$1/s^2$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
$1/s^3$	$\frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3}$
$\frac{1}{s+a}$	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
$\frac{1}{(s+a)^2}$	$\frac{Tze^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}$
$\frac{a}{s(s+a)}$	$\frac{z(1-e^{-aT})}{(z-1)(z-e^{-aT})}$
$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$	$\frac{z \sin \omega T}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$
$\frac{s}{s^2+\omega^2}$	$\frac{z(z - \cos \omega T)}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$
$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$\frac{ze^{-aT} \sin \omega T}{z^2 + 2ze^{-aT} \cos \omega T + e^{-2aT}}$
$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$\frac{z^2 - ze^{-aT} \cos \omega T}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos \omega T + e^{-2aT}}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

