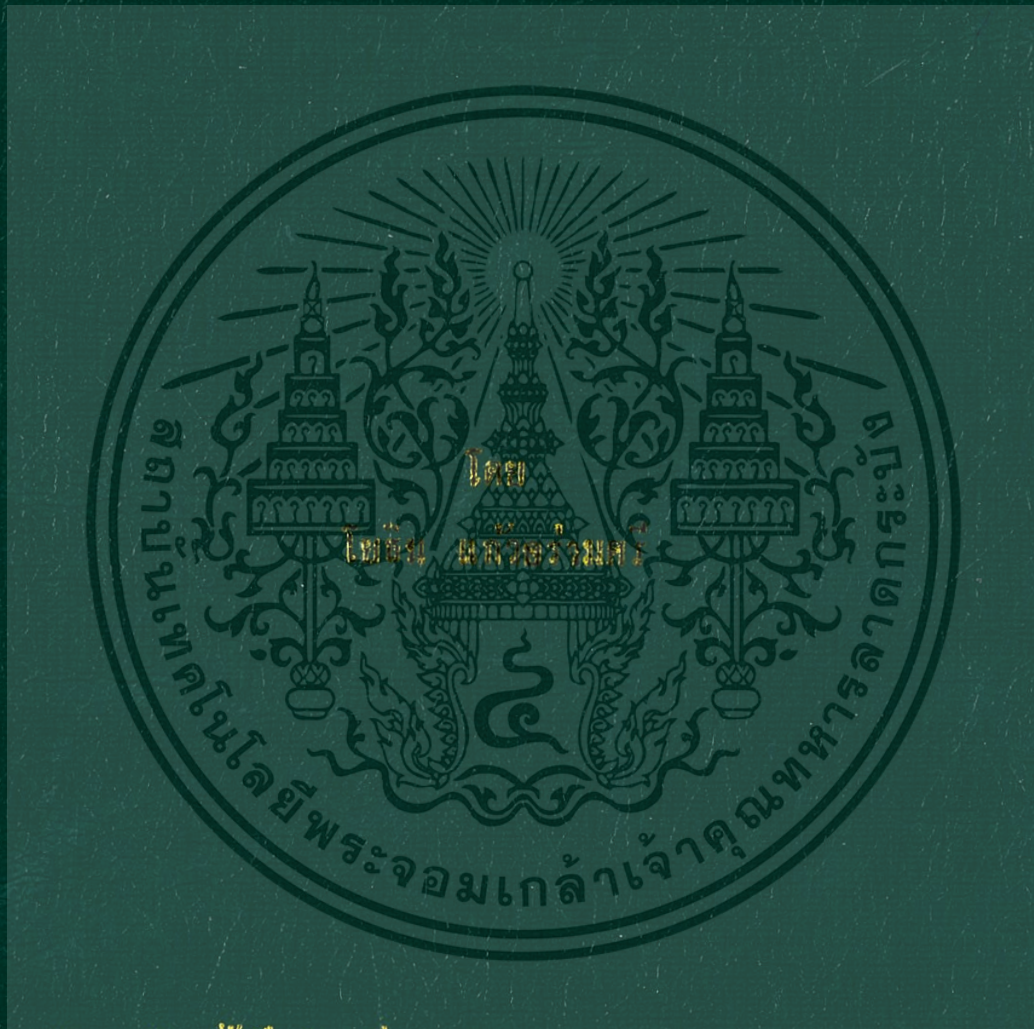


การปรับปรุงวิธีการประมาณค่ามิติเศษส่วน

สำหรับภาพระดับสีเทา

IMPROVED FRACTAL DIMENSION ESTIMATION METHOD  
FOR GRAY LEVEL IMAGES



งานวิจัยนี้เป็นส่วนหนึ่งของวิทยานิพนธ์ของนักศึกษาปริญญาโท สาขาวิชาเทคโนโลยีสารสนเทศ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครพนม

นางสาววิภาดาพร น้อยใจ โรงเรียนสาธิต นครพนม

คณะศึกษาศาสตร์ วิทยาลัยราชภัฏ นครพนม

นางสาวรัชฎา น้อยใจ วิทยาลัยราชภัฏนครพนม สาขาวิชาเทคโนโลยีสารสนเทศ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครพนม

ภาคการศึกษาด้านที่ 2 ปีการศึกษา 2557

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การปรับปรุงวิธีการประมาณค่ามิติเศษส่วน

สำหรับภาพระดับสีเทา

IMPROVED FRACTAL DIMENSION ESTIMATION METHOD  
FOR GRAY LEVEL IMAGES

โดย



T144544

โยธิน แก้วอร่ามศรี

YOTHIN KAEWARAMSRI

อาจารย์ที่ปรึกษา

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. กันต์พงษ์ วรรณปัญญา

เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน 144544  
วัน,เดือน,ปี. 25 11 2559

00268127  
b. 12812365  
i.....

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาเทคโนโลยีสารสนเทศ

คณะเทคโนโลยีสารสนเทศ

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้ภายในห้องสมุดเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**IMPROVED FRACTAL DIMENSION ESTIMATION METHOD  
FOR GRAY LEVEL IMAGES**

**YOTHIN KAEWARAMSRI**



**A PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF  
BACHELOR OF SCIENCE PROGRAM IN INFORMATION TECHNOLOGY  
FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
2/2014  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



**COPYRIGHT 2015**

**FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

เอกสารนี้เป็นลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ไม่สามารถนำเอกสารนี้ไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตจากทางสถาบันฯ  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ใบรับรองปริญญาโท ประจำปีการศึกษา 2557

คณะเทคโนโลยีสารสนเทศ

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง การปรับปรุงวิธีการประมาณค่ามิติเศษส่วนสำหรับภาพระดับสีเทา

IMPROVED FRACTAL DIMENSION ESTIMATION METHOD  
FOR GRAY LEVEL IMAGES

ผู้จัดทำ

1. นายโยธิน แก้วอร่ามศรี รหัสนักศึกษา 54070078



.....อาจารย์ที่ปรึกษา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. กนต์พงษ์ วรรณปัญญา)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอญู เตเห็นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

|                  |   |
|------------------|---|
| หัวข้อโครงการ    | การปรับปรุงวิธีการประมาณค่ามิติเศษส่วนสำหรับภาพระดับสีเทา |
| นักศึกษา         | นายโยธิน แก้วอร่ามศรี รหัสนักศึกษา 54070078               |
| ปริญญา           | วิทยาศาสตร์บัณฑิต   |
| สาขาวิชา         | เทคโนโลยีสารสนเทศ   |
| ปีการศึกษา       | 2557  |
| อาจารย์ที่ปรึกษา | ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กนต์พงษ์ วรรณปัญญา                  |

### บทคัดย่อ

มิติเศษส่วนเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพซึ่งมักถูกนำมาใช้อธิบายคุณลักษณะภาพที่มีพื้นผิวขรุขระ และวัตถุที่มีความซับซ้อนในตัวเอง อย่างไรก็ตามสำหรับในภาพธรรมชาตินั้นการประมาณค่ามิติเศษส่วนยังคงต้องการวิธีการที่มีประสิทธิภาพ ซึ่งวิธีการที่มีอยู่ในปัจจุบันมุ่งเน้นไปที่การปรับปรุงการเลือกความสูงของการนับกล่อง (Box-count) ให้เหมาะสม แต่นั่นไม่ใช่วิธีการแก้ปัญหาเรื่อง การนับเกินจริง (Overcounting) ซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญ ที่มีผลต่อความแม่นยำในการประมาณค่ามิติเศษส่วน ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอ วิธีการเพิ่มความแม่นยำในการประมาณค่า มิติเศษส่วนด้วยการเพิ่มความละเอียดในการนับกล่อง เทคนิคการแบ่งกล่องสามเหลี่ยม (Triangle box-counting) ซึ่งช่วยเพิ่มความละเอียดในการนับกล่องเป็นสองเท่า ด้วยจุดนี้จึงสามารถแก้ปัญหาการเกิดการนับเกินจริงได้ และช่วยเพิ่มความแม่นยำในการประมาณค่ามิติเศษส่วน วิธีการที่นำเสนอนี้ ใช้การประเมินประสิทธิภาพ ด้วยการวัดค่าความผิดพลาด ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่า วิธีการที่นำเสนอนี้ มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีการที่มีอยู่ การนับกล่องที่ต่างกัน (Differential box-counting : DBC) การนับกล่องที่ต่างกันแบบปรับปรุง (Improved differential box-counting : IDBC) และ การนับกล่องที่ต่างกันด้วยการปรับความสูง (Box-counting method with adaptable box height : ADBC)

|                      |  |
|----------------------|--|
| <b>Project Title</b> | Improved Fractal Dimension Estimation Method for Gray Level Images |
| <b>Student</b>       | Mr. Yothin Kaewaramsri Student ID 54070078                         |
| <b>Degree</b>        | Bachelor of Science  |
| <b>Program</b>       | Information Technology   |
| <b>Academic Year</b> | 2014   |
| <b>Advisor</b>       | Asst.Prof. Dr. Kuntpong Woraratpanya                               |

## ABSTRACT

A fractal dimension (FD) is an effective feature, which characterizes roughness and self-similarity of complex objects. However, the FD in nature scene requires the effective method for estimation. The existing methods focus on the improvement of selecting the suitable height of box-counts. This cannot overcome the overcounting problem, which is a key factor to have an impact on the accuracy of the FD estimation. This paper proposes a more accurate FD estimation, an improved triangle box-counting method, to increase the precision of box-counts associated with box sizes. The triangle-box-partition technique provides the double precision for box-counts, thus it can solve the overcounting issue and enhance the accuracy of the FD estimation. The proposed method is evaluated its performance in terms of fitting error. The experimental results show that the proposed method outperforms the existing methods, including differential box-counting (DBC), improved DBC (IDBC), and box-counting with adaptable box height (ADBC) methods.

## กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยฉบับนี้สามารถดำเนินการสำเร็จไปได้ด้วยดีจากการดูแล และให้ความช่วยเหลือของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. กนต์พงษ์ วรรณปัญญญา อาจารย์ที่ปรึกษาของงานวิจัยฉบับนี้ ที่ได้แนะแนวทาง และให้ความรู้มากมาย รวมทั้งคอยติดตามแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆด้วยความเอาใจใส่อย่างสม่ำเสมอตลอดมา นอกจากนี้ผู้จัดทำยังขอขอบคุณพี่ๆ ภายในห้องวิจัย PRIP LAB ที่คอยให้คำปรึกษา และช่วยเหลือในตอนที่งานวิจัยเกิดปัญหา ช่วยให้งานวิจัยดำเนินต่อไปได้จนสำเร็จลุล่วง ผู้จัดทำจึงขอขอบพระคุณทุกท่านเป็นอย่างสูงมา ณ ที่นี้ด้วย



โยธิน แก้วอร่ามศรี

# สารบัญ

|                          | หน้า |
|--------------------------|------|
| บทคัดย่อภาษาไทย .....    | I    |
| บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... | II   |
| กิตติกรรมประกาศ.....     | IV   |
| สารบัญ .....             | IV   |
| สารบัญรูป .....          | VI   |
| สารบัญตาราง .....        | VII  |

## บทที่

|  |   |
|--|---|
| 1. บทนำ.....                                       | 1 |
| 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา .....           | 1 |
| 1.2 วัตถุประสงค์.....                              | 2 |
| 1.3 สมมติฐานของงานวิจัย .....                      | 2 |
| 1.4 ขอบเขตและข้อตกลงเบื้องต้น .....                | 2 |
| 1.5 นิยามคำศัพท์ .....                             | 2 |
| 1.6 กรอบแนวคิดที่นำเสนอ.....                       | 2 |
| 2. ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....              | 4 |
| 2.1 มิติพิเศษส่วน .....                            | 4 |
| 2.1.1 หลักการเปลี่ยนขนาด .....                     | 4 |
| 2.2 การนับกล่อง.....                               | 5 |
| 2.2.1 การนับกล่องแบบพื้นฐาน .....                  | 5 |
| 2.2.2 การนับกล่องสามเหลี่ยม.....                   | 6 |
| 2.2.3 การนับกล่องที่ต่างกัน .....                  | 7 |
| 2.2.4 การนับกล่องที่ต่างกันแบบปรับปรุง .....       | 7 |
| 2.2.5 การนับกล่องที่ต่างกันด้วยการปรับความสูง..... | 8 |
| 2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....                     | 9 |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ (ต่อ)

|  | หน้า |
|--|------|
| 3. ขั้นตอนและวิธีการดำเนินงานวิจัย.....                          | 11   |
| 3.1 ขั้นตอนการทำงานของวิธีการนั้บกล้อง.....                      | 11   |
| 3.1.1 วิธีการนั้บกล้องสำหรับภาพขาวดำ .....                       | 11   |
| 3.1.2 วิธีการนั้บกล้องสำหรับภาพระดับสีเทา .....                  | 12   |
| 3.2 การพัฒนาวิธีการนั้บกล้องสามเหลี่ยมสำหรับภาพระดับสีเทา .....  | 13   |
| 3.2.1 วิเคราะห์การแบ่งกล้อง.....                                 | 13   |
| 3.2.2 การปรับปรุงประสิทธิภาพวิธีการการนั้บกล้องสามเหลี่ยม.....   | 14   |
| 3.2.3 การประยุกต์ใช้การนั้บกล้องสามเหลี่ยมกับวิธีการต้นแบบ ..... | 16   |
| 4. ผลการวิจัย .....  | 18   |
| 4.1 การนั้บกล้องสำหรับภาพขาวดำ .....                             | 18   |
| 4.2 การนั้บกล้องสำหรับภาพระดับสีเทา.....                         | 20   |
| 4.3 สถิติทดสอบที่ .....  | 23   |
| 5. สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ .....                             | 25   |
| บรรณานุกรม.....  | 26   |
| ประวัติผู้เขียน.....   | 27   |

# สารบัญรูป

หน้า

รูปที่

|   |    |
|---|----|
| 2.1 หลักการเปลี่ยนขนาดของเส้นตรง 1 มิติ และสี่เหลี่ยม 2 มิติ.....   | 4  |
| 2.2 ขั้นตอนการหาค่ามิติเศษส่วน .....  | 6  |
| 2.3 รูปแบบการแบ่งกล่องสามเหลี่ยม .....  | 6  |
| 3.1 ตัวอย่างกริดขนาด 4×4 พิกเซล ประกอบด้วยค่าความเข้มแสงสูงสุด และต่ำสุดที่ต่างกันมาก<br>.....  | 13 |
| 3.2 การแบ่งกล่องออกเป็นกล่องสามเหลี่ยมทั้ง 4 รูปแบบ (a) สามเหลี่ยมบนเส้นทแยงขวา (b)<br>สามเหลี่ยมล่างเส้นทแยงขวา (c) สามเหลี่ยมบนเส้นทแยงซ้าย (d) สามเหลี่ยมล่างเส้นทแยงซ้าย<br>..... | 15 |



# สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่

|  |    |
|--|----|
| 2.1 รูปแบบที่เป็นไปได้ในการแบ่งกริด โดยใช้อัตราส่วน $r$ .....                  | 8  |
| 4.1 เปรียบเทียบ BC และ TBC กับข้อมูลชุดที่ 1 .....                             | 18 |
| 4.2 เปรียบเทียบ BC และ TBC กับข้อมูลชุดที่ 2 .....                             | 19 |
| 4.3 เปรียบเทียบค่า error fitting ของ DBC, TDBC, IDBC, TIDBC, ADBC, TADBC ..... | 20 |
| 4.4 ค่าสถิติของคู่วิธีการ .....  | 24 |
| 4.5 สถิติทดสอบที่ของคู่วิธีการ .....   | 24 |



# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในการจำแนกเพื่อหาความเหมือนหรือแตกต่างของรูปทรงเรขาคณิตเราสามารถทำได้ด้วยการใช้สูตรสมการคณิตศาสตร์ในการคำนวณหา รูปร่าง ขนาด พื้นที่ และปริมาตร ในการระบุถึงความแตกต่างของแต่ละรูปทรง แต่ในโลกความเป็นจริงภาพต่างๆในธรรมชาตินั้นล้วนมีรูปร่างที่ไม่แน่นอน เช่น ท้องฟ้า พื้นดิน ต้นไม้ เราไม่สามารถคำนวณหา รูปร่าง ขนาด พื้นที่ และปริมาตร ที่ถูกต้องจากภาพเหล่านั้นได้ ดังนั้นเราจึงต้องใช้การประมาณค่าเพื่อจำแนกหาความเหมือนหรือแตกต่างของภาพเหล่านั้นแทน โดยหนึ่งในเครื่องมือในการประมาณค่าที่มีประสิทธิภาพและเป็นที่ยอมรับหนึ่งนั้นคือ มิติเศษส่วน (fractal dimension) ซึ่งเป็นตัวอธิบายคุณลักษณะที่นิยมนำมาใช้ในการอธิบายคุณลักษณะของภาพประเภทพื้นผิวขรุขระ และภาพที่มีความซ้ำซ้อนในตัวเองซึ่งพบได้มากในธรรมชาติ มิติเศษส่วนถูกนำไปใช้ในการจำแนกกลุ่มของภาพธรรมชาติเช่น ใบไม้ พื้นผิววัสดุ และยังถูกใช้ในทางการแพทย์เช่น การวิเคราะห์ภาพสมอง วิเคราะห์ภาพสแกนร่างกาย

การนับกล่อง (box-counting) เป็นเครื่องมือที่ถูกนำมาใช้ในการประมาณค่ามิติเศษส่วนอย่างแพร่หลาย ซึ่งมีงานวิจัยจำนวนมากที่ทำการพัฒนาและปรับปรุงวิธีการเพื่อให้ได้ประสิทธิภาพมากขึ้น การนับกล่องสามเหลี่ยม (triangle box-counting) คือหนึ่งในวิธีการที่ถูกปรับปรุงขึ้น โดยมีแนวคิดในการแบ่งสี่เหลี่ยมออกเป็นสองส่วน เพื่อให้มีความแม่นยำในการนับมากขึ้น แต่การนับกล่องทั้งสองแบบนี้สามารถใช้ได้กับภาพขาวดำ (black-white) เท่านั้น ต่อมาจึงได้มีงานวิจัยที่ปรับปรุงการนับกล่องเพื่อใช้สำหรับภาพระดับสีเทา (grayscale) ขึ้นเรียกว่า การนับกล่องที่ต่างกัน (differential box-counting) ซึ่งถือว่าเป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในระดับหนึ่ง แต่ยังมีปัญหาในเรื่องของการแบ่งขนาดของกล่อง ความสูงของกล่อง และการนับจำนวนกล่องที่เกิด การนับต่ำกว่าความจริง (undercounting) และ การนับเกินจริง (overcounting) ผู้จัดทำได้มองเห็นว่าแนวคิดในการนับกล่องสามเหลี่ยมนั้นช่วยให้การนับกล่องมีประสิทธิภาพมากขึ้น จึงได้ทำการออกแบบและปรับปรุงการนับกล่องสามเหลี่ยมให้เป็น การนับกล่องสามเหลี่ยมที่ต่างกัน (triangle differential box-counting) ซึ่งคาดว่าจะให้ผลลัพธ์ของการประมาณค่ามิติเศษส่วนที่แม่นยำกว่าเดิม

งานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาวิธีการนับกล่องแบบพื้นฐาน การนับกล่องสามเหลี่ยม การนับกล่องที่ต่างกัน เพื่อวิเคราะห์ปัญหาของแต่ละวิธีการและทำการสรุปปัญหาเพื่อหาวิธีการในการเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปรับปรุง จากนั้นจึงออกแบบและสร้างการนับกล่องสามเหลี่ยมที่ต่างกัน และดำเนินการทดสอบประสิทธิภาพของวิธีการใหม่นี้โดยการนำวิธีการต้นแบบที่ทำการศึกษามาเป็นคู่เทียบประสิทธิภาพ ส่วนภาพที่นำมาใช้เพื่อวัดประสิทธิภาพคือ ชุดภาพ Brodatz Texture

## 1.2 วัตถุประสงค์

1.2.1 เพื่อพัฒนาขั้นตอนวิธีการประมาณค่ามิติเศษส่วนสำหรับภาพระดับสีเทา

1.2.2 เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการนับกล่องสามเหลี่ยมที่ต่างกัน กับวิธีการที่นำมาเป็นคู่เทียบ

## 1.3 สมมติฐานของงานวิจัย

การนับกล่องสามเหลี่ยมที่ต่างกัน (differential triangle box-counting) สามารถหาค่ามิติเศษส่วนได้ แม่นยำกว่าวิธีการที่นำมาเป็นคู่เทียบ และทำให้ได้ตัวอธิบายคุณลักษณะที่มีประสิทธิภาพ

## 1.4 ขอบเขตและข้อตกลงเบื้องต้น

1.4.1 งานวิจัยนี้ มุ่งเน้นเฉพาะการพัฒนาวิธีการใหม่สำหรับ การนับกล่องที่ต่างกัน เท่านั้น

1.4.2 ข้อมูลที่นำมาใช้ จะเป็นรูปภาพจากชุดภาพ Brodatz Texture ซึ่งไม่มีค่ามิติเศษส่วนตามทฤษฎี ทางผู้จัดทำจึงใช้วิธีการเปรียบเทียบ โดยการนำเอาผลลัพธ์ที่ได้จากวิธีการใหม่มาเทียบกับวิธีการที่เป็นคู่เทียบแทน

## 1.5 นิยามคำศัพท์

การนับกล่องสามเหลี่ยมที่ต่างกัน คือ ชื่อที่ผู้จัดทำกำหนดขึ้นสำหรับวิธีการใหม่ในการนำการนับกล่องที่ต่างกัน มาปรับปรุงโดยใช้แนวคิดของการนับกล่องสามเหลี่ยม

## 1.6 กรอบแนวคิดที่นำเสนอ

งานวิจัยนี้มุ่งเน้นไปที่การพัฒนาวิธีการหาค่ามิติเศษส่วนสำหรับภาพระดับสีเทา ซึ่งแบ่งการวิจัยออกเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกเป็นการสร้างคู่เทียบประสิทธิภาพ โดยการศึกษาวิธีการนับกล่องแบบต่างๆจากงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และส่วนที่สองเป็นการออกแบบวิธีหาค่ามิติเศษส่วน โดยใช้เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แนวคิดเรื่องการแบ่งกล่องสามเหลี่ยมเป็นหลัก ภายใต้สมมติฐานที่จะได้วิธีการใหม่ที่มีประสิทธิภาพมากขึ้น



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

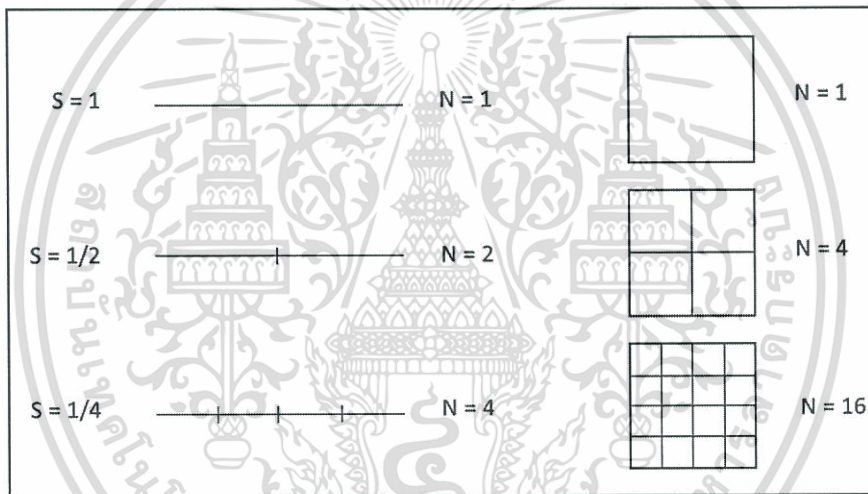
## บทที่ 2

# ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 2.1 มิติเศษส่วน (fractal dimension)

มิติเศษส่วนเป็นตัวอธิบายคุณลักษณะที่ใช้ในการหามิติที่แท้จริงของรูปทรงหรือวัตถุ ที่มีลักษณะเป็นพื้นผิวขรุขระหรือมีความซ้ำซ้อนในตัวเอง แนวคิดของมิติเศษส่วน คือ การวัดขนาดของวัตถุในอัตราส่วนที่เปลี่ยนไป และพิจารณารูปแบบการเปลี่ยนแปลงของข้อมูล ระหว่างขนาดของวัตถุและอัตราส่วนของภาพ

#### 2.1.1 หลักการเปลี่ยนขนาด (role of scaling)



รูปที่ 2.1 หลักการเปลี่ยนขนาดของเส้นตรง 1 มิติ และสี่เหลี่ยม 2 มิติ

แนวคิดของมิติเศษส่วนอยู่ที่มุมมองใหม่ๆ ในเรื่องของมิติ และอัตราส่วน ความคิดดั้งเดิมของเรขาคณิตคือ สามารถอธิบายออกมาได้โดยใช้การวัดขนาดและรูปทรง สอดคล้องกับแนวคิดเกี่ยวกับ ปริมาตรและพื้นที่ เช่น การประมาณค่าเส้นตรง เมื่อเปลี่ยนอัตราส่วนในการวัดเป็น  $\frac{1}{2}$  ทำให้สามารถแบ่งพื้นที่ได้เป็น 2 ส่วน ที่อัตราส่วน  $\frac{1}{4}$  แบ่งได้เป็น 4 ส่วน และเมื่อลองประมาณค่าของสี่เหลี่ยม เมื่ออัตราส่วนเป็น  $\frac{1}{2}$  สามารถแบ่งได้ 4 ส่วน ที่อัตราส่วน  $\frac{1}{4}$  แบ่งได้ 16 ส่วน

เราสามารถหามิติของภาพได้จากสมการ (2.1)

$$N = \frac{1}{S^d} \quad (2.1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ  $S$  คืออัตราส่วนในการแบ่งวัตถุ  $N$  คือพื้นที่ที่นับได้ และ  $d$  คือมิติของภาพ เมื่อแทนค่าตามสมการเราจะพบว่า เส้นตรงมี  $d=1$  นั่นคือเส้นตรงมีเพียง 1 มิติ และสี่เหลี่ยมมี  $d=2$  หมายความว่ารูปสี่เหลี่ยมมี 2 มิติ

เนื่องด้วยภาพตามธรรมชาตินั้นไม่ได้มีรูปร่างที่สมมาตรเหมือนทรงเรขาคณิต ค่าของมิติที่ได้จึงไม่เป็นจำนวนเต็มแต่อยู่ในรูปของเศษส่วนทศนิยม เราจึงเรียกมิติที่ไม่เป็นจำนวนเต็มนี้ว่า มิติเศษส่วน

## 2.2 การนับกล่อง (box-counting)

การนับกล่องเป็นวิธีการในการรวบรวมข้อมูลเพื่อวิเคราะห์รูปภาพที่ซับซ้อน โดยการใช้การแบ่งอัตราส่วนให้มีขนาดเล็กลงเรื่อย ๆ โดยให้ข้อมูลที่แบ่งออกมานั้นมีลักษณะเป็นกล่องสี่เหลี่ยม และวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้ในแต่ละอัตราส่วนนั้น จุดสำคัญของวิธีการนี้อยู่ที่การที่สามารถเปรียบเทียบรูปภาพเดียวกันที่มีการเปลี่ยนแปลงขนาด และอัตราส่วนซึ่งเกิดจากการย่อ-ขยายได้

กล่องขนาดย่อยที่ถูกนำมาใช้ในการวิเคราะห์นั้นสามารถหาได้จากการสแกนเพื่อเก็บข้อมูล โดยที่ขนาดของกล่องขึ้นอยู่กับข้อกำหนดอัตราส่วนของผู้ใช้ ลักษณะการสแกนแบ่งออกเป็น

1. ตารางคงที่ (fixed grid) เป็นการแบ่งภาพออกเป็นส่วนที่เท่ากัน โดยในการนับแต่ละส่วนจะ ไม่มีการนับซ้อนทับกัน
2. เลื่อนกล่อง (sliding box) เป็นการกำหนดขนาดของกล่องไว้หลังจากนั้นทำการเลื่อนกล่องไปเรื่อยๆจนครบทั้งภาพ โดยในการเลื่อนแต่ละครั้งจะมีการทับซ้อนกันกับส่วนที่เคยถูกเลือกไปแล้ว

เราสามารถใช้ในการนับกล่องในการหาค่ามิติเศษส่วนได้จากสมการ (2.2)

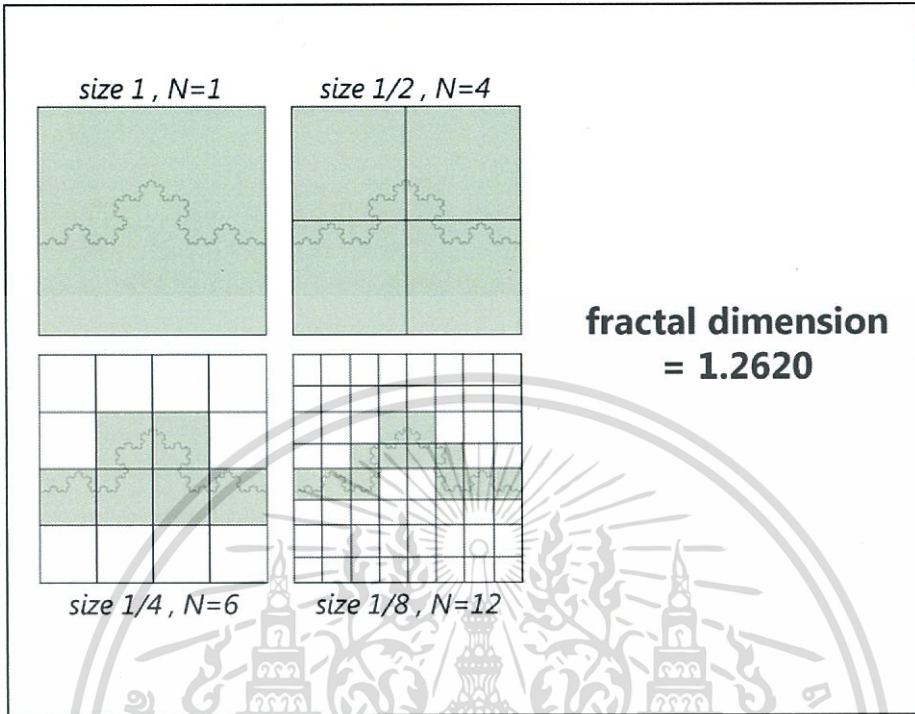
$$FD \approx \frac{\log(N(s))}{\log(1/s)} \quad (2.2)$$

ซึ่งสมการ (2.2) นี้เกิดจากการแปลงสมการ (2.1) เพื่อให้ง่ายในการหาค่ามิติเศษส่วน โดยที่  $s$  คือขนาดของกล่อง และ  $N(s)$  คือจำนวนกล่องที่นับได้จากกล่องทั้งหมดในขนาดนั้นๆ

### 2.2.1 การนับกล่องแบบพื้นฐาน (basic box-counting : BC)

ใช้สำหรับภาพขาวดำเท่านั้น วิธีการเริ่มจากกำหนดขนาดของกล่องโดยการแบ่งอัตราส่วนภาพให้มีขนาดเป็นเลขยกกำลังของ 2 (2, 4, 8, 16, ...) จากนั้นนับจำนวนกล่องที่มีข้อมูลอยู่ เมื่อได้เอกสารค่าในทุกขนาดแล้วให้แทนลงในสมการ (2.2) แล้วนำค่าที่ได้มาสร้างกราฟความสัมพันธ์ระหว่างค่าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

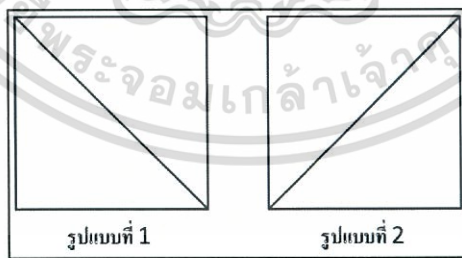
$\log(N(s))$  กับ  $\log(1/s)$  จากนั้นหาสมการเส้นตรงที่พอดีกับกราฟนั้น ค่าความชันของเส้นตรงคือค่ามิติเศษส่วน



รูปที่ 2.2 ขั้นตอนการหาค่ามิติเศษส่วน

2.2.2 การนับกล่องสามเหลี่ยม (triangle box-counting : TBC)

เป็นวิธีการที่พัฒนามาจากการปรับปรุงวิธีการ การนับกล่องแบบพื้นฐาน โดยการใช้การแบ่งกล่องสี่เหลี่ยมออกเป็นกล่องสามเหลี่ยมสองกล่อง ซึ่งมีอยู่ด้วยกัน 2 รูปแบบ



รูปที่ 2.3 รูปแบบการแบ่งกล่องสามเหลี่ยม

ทำให้จากการที่ในหนึ่งกล่องสามารถมีค่าได้เป็น 0 หรือ 1 เท่านั้น กลายเป็นสามารถนับกล่องออกมาได้เป็น 0 - 2 แทน ซึ่งหมายความว่า สามารถนับค่าได้ละเอียดขึ้นจากการนับกล่องแบบพื้นฐาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.2.3 การนับกล่องที่ต่างกัน (differential box-counting : DBC)

การนับกล่องที่ต่างกันพัฒนาขึ้นเพื่อประมาณค่ามิติเศษส่วนของภาพระดับสีเทา วิธีการนี้ ใช้การแสดงผลภาพระดับสีเทาด้วยระบบพิกัดสามมิติ (three dimensional coordinate system) โดยที่ พิกัด  $x, y$  ใช้แสดงความกว้างและความยาวของรูปภาพ และพิกัด  $z$  ใช้แสดงระดับสีเทา วิธีการนี้จะ แบ่งภาพขนาด  $M \times M$  ออกเป็น  $s \times s$  กริด (grids) แต่ละกริดประกอบไปด้วยกล่องขนาด  $s \times s \times h$  โดยที่  $h$  คือความสูงของแต่ละกล่องและมีขนาดเท่ากับ  $s \times G/M$  และ  $G$  คือจำนวนของระดับสีเทา แทนค่า ความเข้มแสง (intensity) สูงสุด และต่ำสุด ที่  $l^{\text{th}}$  และ  $k^{\text{th}}$  ลงในกริด  $(i,j)^{\text{th}}$  จำนวนกล่องที่นับได้  $n_d(i,j)$  สามารถคำนวณได้โดยใช้สมการ (2.3) และผลรวมของจำนวนกล่องที่นับ  $N_d$  หาได้จากสมการ (2.4)

$$n_d(i,j) = l - k + 1 \quad (2.3)$$

$$N_d = \sum_{i,j} n_d(i,j) \quad (2.4)$$

สามารถประมาณค่ามิติเศษส่วนของภาพได้จากสมการเส้นตรงที่พอดี (Linear least square) ของ  $\log(N_d)$  เทียบกับ  $\log(1/d)$

อย่างไรก็ตาม การนับกล่องที่ต่างกันนั้นยังมีข้อเสียอยู่ในเรื่องของสัดส่วนความสูงของกล่อง  $h$  เทียบกับขนาดของกริด  $s$  ซึ่งยิ่งขนาดของกริดใหญ่เท่าไร ความสูงของกล่องจะยิ่งมากขึ้นเท่านั้น ทำให้เกิดผลกระทบโดยตรงต่อค่าสูงสุดและต่ำสุดของความเข้มแสง และส่งผลต่อความแม่นยำในการนับ  $n_d$

### 2.2.4 การนับกล่องที่ต่างกันแบบปรับปรุง (improved differential box-counting : IDBC)

การนับกล่องที่ต่างกันแบบปรับปรุง ได้แก้ไขจากวิธีการเดิม 3 ปัจจัยด้วยกัน

#### 1. การเลือกความสูง

กำหนดให้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) ของภาพ คือ  $\sigma$  และค่าคงที่ คือ  $\alpha$  เราจะหาความสูงใหม่ของกล่องโดยใช้สมการ (2.5) ความสูงของกล่องที่ได้นั้น จะลดลงในขนาดของกล่องที่ต่างกันไป

$$h' = \frac{h}{1 + 2\alpha\sigma} \quad (2.5)$$

#### 2. การคำนวณจำนวนกล่อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้ก่อนการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ให้ค่าความเข้มแสงสูงสุด และต่ำสุดของบล็อก  $(i,j)$  แทนด้วย  $l$  และ  $k$  จำนวนของกล่องที่นับหาได้จากสมการ (2.6)

$$n'_d = \begin{cases} \text{ceil}\left(\frac{l-k}{h'}\right) & ; l \neq k \\ 1 & ; l = k \end{cases} \quad (2.6)$$

### 3. การแบ่งส่วนรูปภาพ

แบ่งออกเป็นสองขั้นตอนเพื่อให้แน่ใจว่าแบ่งครอบคลุมทั้งภาพ

- แบ่งภาพขนาด  $M \times M$  ออกเป็นกริดขนาด  $s \times s$  พิกเซล และให้ขอบของกริดมีการซ้อนทับ (Overlapping) กันทั้งแถวและหลัก
- ใช้  $r$  แทนขนาดใหม่ของบล็อก  $s \times s$  พิกเซล โดย  $r = s-1$  ซึ่งเป็นตัวแทนของระยะห่างสูงสุดระหว่างสองพิกเซลในบล็อกทั้งในแนวตั้งและแนวนอน

วิธีการนี้ช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการประมาณค่ามิติเศษส่วน โดยลดการเกิดปัญหา การนับต่ำกว่าความจริง

#### 2.2.5 การนับกล่องที่ต่างกันด้วยการปรับความสูง (box-counting method with adaptable box height : ADBC)

การนับกล่องด้วยการปรับความสูงนั้น ได้นำเสนอวิธีการประมาณค่ามิติเศษส่วนของภาพที่ไม่จำเป็นต้องเป็นภาพที่มีด้านกว้างและยาวเท่ากัน โดยใช้หลักการอัตราส่วน ตัวอย่างเช่น ให้ภาพ  $I$  มีขนาด  $M \times N$  พิกเซล  $r$  แทนอัตราส่วน โดย  $r \geq 2$  ไว้ใช้สำหรับคำนวณขนาดของกริด  $m \times n$  โดยที่  $m = M/r$  และ  $n = N/r$  ขนาดของกริดใหม่สามารถแบ่งออกเป็น 4 กรณีดังใน ตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 รูปแบบที่เป็นไปได้ในการแบ่งกริด โดยใช้อัตราส่วน  $r$

| Case                             | $m \times n$ | $m \times (N - n \times r)$ | $(M - m \times r) \times n$ | $(M - m \times r) \times (N - n \times r)$ |
|----------------------------------|--------------|-----------------------------|-----------------------------|--|
| $M = m \times r, N = n \times r$ | $r \times r$ | -                           | -                           | -  |
| $M = m \times r, N > n \times r$ | $r \times r$ | $r \times 1$                | -                           | -  |
| $M > m \times r, N = n \times r$ | $r \times r$ | -                           | $1 \times r$                | -  |
| $M > m \times r, N > n \times r$ | $r \times r$ | $r \times 1$                | $1 \times r$                | 1  |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หลังจากแบ่งภาพออกเป็นกริดแล้ว ขนาดของกล่องจะเท่ากับ  $m \times n \times h''$  โดย  $h''$  แทนความสูงของกล่อง เพื่อนับจำนวนกล่องในแต่ละแถว ความสูงของกล่องคำนวณได้จาก  $h'' = G/r$  จำนวนกล่องที่กริด  $(i,j)^{th}$  จะเป็นจำนวนจริงไม่ใช่จำนวนเต็ม จำนวนกล่องที่นับสามารถคำนวณได้จากสมการ(2.7)

$$n_d'' = \left( \frac{I_{Max}(i,j) - I_{Min}(i,j)}{h''} + 1 \right) \times \frac{S(i,j)}{m \times n} \tag{2.7}$$

เมื่อ  $S(i,j)$  คือพื้นที่ของกริด  $(i,j)^{th}$  ตามสมการข้างต้น ไม่มีการใช้ฟังก์ชันปัดเศษ (ceiling) จึงทำให้  $n_d''$  เป็นจำนวนจริง จำนวนกล่องทั้งหมดของภาพที่อัตราส่วน  $r$  คือ

$$N_d'' = \sum_{i,j} n_d''(i,j) \tag{2.8}$$

เราสามารถหาขนาดของกล่องที่ต้องแบ่งทั้งหมดได้จากสมการ (2.9)

$$H = \min\{\sqrt{mn}, m, n\} \tag{2.9}$$

ขนาดของกล่องที่ต้องแบ่งทั้งหมด เท่ากับ  $2 \leq r \leq H$

### 2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษาค้นคว้างานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนับกล่อง ซึ่งมีอยู่หลายงานวิจัยที่นำเสนอวิธีการที่เป็นประโยชน์ในการพัฒนาต่อ สามารถสรุปได้ดังนี้

Woraratpanya K. et.al. (2012) ได้นำเสนอการนับกล่องรูปแบบใหม่ โดยการเปลี่ยนจากกล่องสี่เหลี่ยมเป็นกล่องสามเหลี่ยมซึ่งทำให้มีการนับที่ละเอียดขึ้นเนื่องจากใช้พื้นที่ครึ่งหนึ่งของสี่เหลี่ยมจึงแบ่งย่อยข้อมูลออกมาได้มากกว่าการนับกล่องแบบปกติ แต่งานวิจัยนี้ยังมีการทดสอบกับคำมิตพิเศษส่วนตามทฤษฎีเพียงไม่กี่ภาพเท่านั้น และในคำมิตพิเศษส่วนที่มากกว่า 1.6 นั้น การนับกล่องสามเหลี่ยมยังได้ผลลัพธ์ที่ไม่ดีเท่าที่ควร

Jian Li et.al. (2009: 2460-2469) ได้ทำการปรับปรุงวิธีการนับกล่องที่ต่างกัน สำหรับภาพระดับสีเทา ซึ่งได้ยกประเด็นที่ปรับปรุงวิธีการนี้มา 3 ข้อดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. การเลือกความสูงของกล่อง ที่ใช้การปรับความสูงของกล่องตามความเรียบของพื้นผิวภาพ
2. การคำนวณจำนวนกล่อง ที่เพิ่มเงื่อนไขในการนับเพื่อลดความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในการนับเกิน
3. การแบ่งขนาดของกล่อง แบ่งกล่อง โดยให้มีพื้นที่ส่วนที่ทับซ้อนกันเพื่อให้เกิดความต่อเนื่องของข้อมูล



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 3

# ขั้นตอนและวิธีการดำเนินงานวิจัย

มิติเศษส่วนนั้นถูกนำไปประยุกต์ใช้งานอย่างกว้างขวาง เช่น การสกัดคุณลักษณะ การลดขนาดของคุณลักษณะ เป็นต้น โดยการนับกล่องในรูปแบบสี่เหลี่ยมจัตุรัสและสามเหลี่ยมมุมฉากซึ่งเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมเพื่อใช้หาค่ามิติเศษส่วน แต่สองวิธีการข้างต้นยังมีส่วนที่สามารถปรับปรุงได้เพื่อให้การนับกล่องหรือกล่องสามเหลี่ยมมีประสิทธิภาพขึ้นได้

ในบทนี้ได้แบ่งขั้นตอนงานวิจัยออกเป็น 2 ส่วนใหญ่ คือ

1. สร้างคู่เทียบสำหรับทดสอบผลลัพธ์
2. การพัฒนาวิธีการนับกล่องสามเหลี่ยมสำหรับภาพระดับสีเทา

### 3.1 ขั้นตอนการทำงานของวิธีการนับกล่อง

ในส่วนแรกนั้นแบ่งออกเป็น 2 ช่วง โดยในช่วงแรกเป็นการพัฒนาเครื่องมือตามวิธีการที่ได้ศึกษาจากงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้ในการวัดประสิทธิภาพ สำหรับภาพขาวดำ และในช่วงที่สองเป็นการพัฒนาวิธีการที่ใช้กับภาพระดับสีเทา

#### 3.1.1 วิธีการนับกล่องสำหรับภาพขาวดำ

การนับกล่องแบบพื้นฐาน (basic box-counting : BC)

1. ให้  $s$  แทนขนาดของกริด โดย  $2 \leq s \leq M/2$  เมื่อ  $M$  แทนความกว้างของภาพ
2. แบ่งภาพออกเป็นกริด แต่ละกริดมีขนาด  $s \times s$
3. กำหนดค่าให้  $n_s(i,j)$  แต่ละตัว โดยถ้าผลรวมของกริดนั้นเท่ากับ 0 ,  $n_s(i,j)=0$  แต่ถ้าผลรวมมากกว่า 1 ,  $n_s(i,j)=1$
4. หาค่า  $N_s$  ของทุกขนาดด้วยการใช้สมการ (2.4)
5. หาค่ามิติเศษส่วนโดยใช้สมการ (2.2)

การนับกล่องสามเหลี่ยม (triangle box-counting : TBC)

1. ให้  $s$  แทนขนาดของกริด โดย  $2 \leq s \leq M/2$  เมื่อ  $M$  แทนความกว้างของภาพ
2. แบ่งภาพออกเป็นกริด แต่ละกริดมีขนาด  $s \times s$
3. แบ่งแต่ละกริดออกเป็น 2 รูปแบบตามรูปที่ 2.3
4. กำหนดค่าให้กริด  $n_s(i,j)$  ตามจำนวนกล่องที่นับได้  $n_s(i,j) = \{0,1,2\}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5. เลือกค่า  $n_s(i,j)$  จากรูปแบบที่นับจำนวนกล่องได้น้อยที่สุด
6. หาค่า  $N_s$  ของทุกขนาดด้วยการใช้สมการ (2.4)
7. หาค่ามิติเศษส่วนโดยใช้สมการ (2.2)

### 3.1.2 วิธีการนับกล่องสำหรับภาพระดับสีเทา

#### การนับกล่องที่ต่างกัน (differential box-counting : DBC)

1. แบ่งภาพออกเป็นกริดขนาด  $s \times s$  โดยที่  $2 \leq s \leq M/2$  เมื่อ  $M$  แทนความกว้างของภาพ
2. หาค่าความสูงของกล่อง  $h$  โดยที่  $h = s \times G/M$  เมื่อ  $G$  แทนระดับความเข้มแสง
3. แต่ละกล่องจะมีขนาดเท่ากับ  $s \times s \times h$
4. หาค่าความเข้มแสงสูงสุด  $I$  และค่าความเข้มแสงต่ำสุด  $k$  ในแต่ละกริด
5. คำนวณหาจำนวนกล่อง  $n_d(i,j)$  จากสมการ (2.3)
6. หาค่า  $N_d$  ของทุกขนาดด้วยการใช้สมการ (2.4)
7. หาค่ามิติเศษส่วนโดยใช้สมการ (2.2)

#### การนับกล่องที่ต่างกันแบบปรับปรุง (improved differential box-counting : IDBC)

1. แบ่งภาพออกเป็นกริดขนาด  $s \times s$  โดยที่  $2 \leq s \leq M/2$  เมื่อ  $M$  แทนความกว้างของภาพ และแต่ละกริดนั้นจะซ้อนทับกัน 1 พิกเซล
2. แต่ละกล่องจะมีขนาดเท่ากับ  $r \times r \times h'$  เมื่อ  $r$  คือขนาดของกริดใหม่ โดยที่  $r = s - 1$
3. หาค่าความสูงของกล่อง  $h'$  โดยที่ ด้วยการ ใช้สมการ (2.5)
4. หาค่าความเข้มแสงสูงสุด  $I$  และค่าความเข้มแสงต่ำสุด  $k$  ในแต่ละกริด
5. คำนวณหาจำนวนกล่อง  $n_d(i,j)$  จากสมการ (2.6)
6. หาค่า  $N_d$  ของทุกขนาดด้วยการใช้สมการ (2.4)
7. หาค่ามิติเศษส่วน โดยใช้สมการ (2.2)

#### การนับกล่องที่ต่างกันด้วยการปรับความสูง (box-counting method with adaptable box height :

#### ADBC)

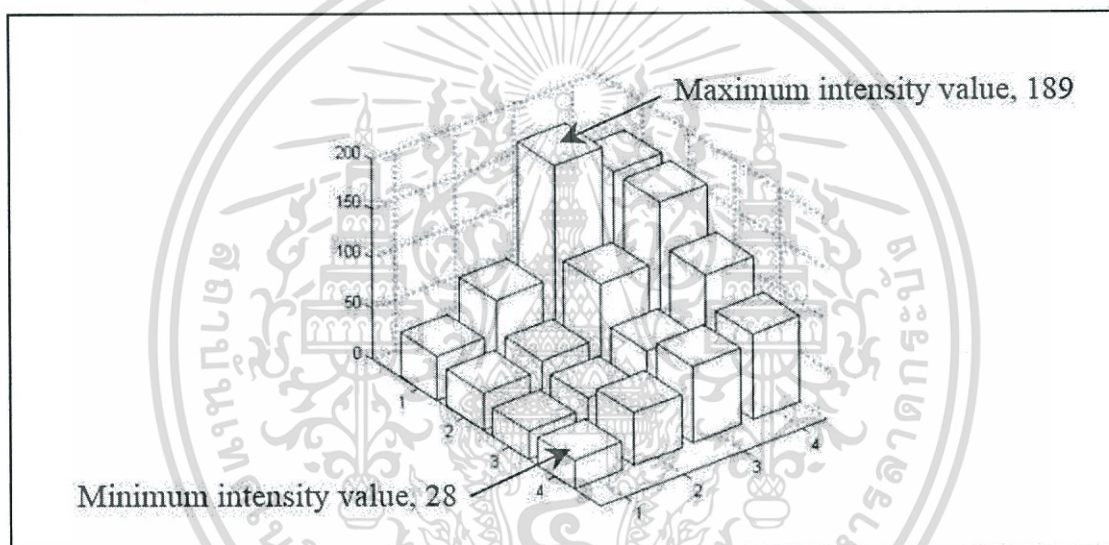
1. แบ่งภาพออกเป็นกริดขนาด  $m \times n$  โดยที่  $m = M/r$  ,  $n = N/r$
2. อัตราส่วน  $r$  อยู่ในช่วง  $2 \leq r \leq H$  โดย  $H$  หาได้จากสมการ (2.9)
3. แต่ละกล่องจะมีขนาดเท่ากับ  $m \times n \times h''$  เมื่อ  $h''$  คือความสูงของกล่องหาได้จาก  $h'' = G/r$  โดยที่  $G$  แทนระดับความเข้มแสง
4. หาค่าความเข้มแสงสูงสุด  $I_{max}$  และค่าความเข้มแสงต่ำสุด  $I_{min}$  ในแต่ละกริด
5. คำนวณหาจำนวนกล่อง  $n_d''(i,j)$  จากสมการ (2.7)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6. หาค่า  $N_d$  ของทุกขนาดด้วยการใช้สมการ (2.8)
7. หาค่ามิติเศษส่วนโดยใช้สมการ (2.2)

### 3.2 การพัฒนาวิธีการนับกล่องสามเหลี่ยมสำหรับภาพระดับสีเทา

ในส่วนที่สองนี้ได้แบ่งขั้นตอนการวิจัยออกเป็น 3 ช่วง โดยในช่วงแรกเป็นการวิเคราะห์การแบ่งส่วนในรูปแบบสี่เหลี่ยมจัตุรัส (square box partition analysis) ในช่วงถัดมาเป็นการปรับปรุงประสิทธิภาพวิธีการการนับกล่องสามเหลี่ยม (improved triangle box-counting algorithm) และในช่วงสุดท้ายคือการประยุกต์ใช้การนับกล่องสามเหลี่ยมกับวิธีการต้นแบบ (applied triangle box-counting with other method)



รูปที่ 3.1 ตัวอย่างกริดขนาด 4x4 พิกเซล ประกอบด้วยค่าความเข้มแสงสูงสุด และต่ำสุดที่ต่างกันมาก

#### 3.2.1 วิเคราะห์การแบ่งกล่อง

โดยส่วนใหญ่แล้วการประมาณค่ามิติเศษส่วนมักจะใช้การแบ่งแบบเป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัส ซึ่งให้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำในระดับหนึ่ง แต่อย่างไรก็ตามเทคนิคนี้ยังสามารถพัฒนาต่อได้อีกตามที่ได้มีการพิสูจน์ใน [7] นอกจากนี้ที่กริดขนาดใหญ่ การนับกล่องใน (2.3) ทำให้เกิดกรณีของการนับเกินจริง เมื่อค่าความเข้มแสงสูงสุด และต่ำสุดตกอยู่ในกริดเดียวกัน นี่เป็นปัจจัยสำคัญที่ส่งผลกระทบต่อความแม่นยำในการประมาณค่ามิติเศษส่วนรูปที่ 3.1 คือตัวอย่างเพื่ออธิบายปรากฏการณ์นี้ ภาพสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 4x4 พิกเซล ค่าความเข้มแสงสูงสุด และต่ำสุดคือ 189 และ 28 ตามลำดับ อยู่ที่ตำแหน่งด้านบน บนะด้านล่างของกริด สมมติให้กล่องสูง 4 พิกเซล นับจำนวนกล่อง  $n_d$  จำนวนโดยใช้สมการ (2.3) ได้ 42 ที่  $l=48=\text{ceiling}(189/4)$  และ  $k=7=\text{ceiling}(28/4)$  ยังมี

ความต่างของค่าความเข้มแสงสูงสุด และต่ำสุดมากในแต่ละกริด จะส่งผลให้เกิดความผิดพลาดในการประมาณค่ามิติเศษส่วนมากขึ้นตามไปด้วย ปัญหานี้สามารถแก้ได้โดยใช้เทคนิคการแบ่งกล่องสามเหลี่ยมที่จะพูดถึงในหัวข้อถัดไป

### 3.2.2 การปรับปรุงประสิทธิภาพวิธีการการนับกล่องสามเหลี่ยม

ในหัวข้อนี้ จะนำเสนอวิธีการเพิ่มความแม่นยำในการประมาณค่ามิติเศษส่วน ด้วยการปรับปรุงประสิทธิภาพวิธีการการนับกล่องสามเหลี่ยม มีขั้นตอนวิธีการดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1. แบ่งภาพขนาด  $M \times M$  พิกเซล ออกเป็น กริดสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีขนาด  $s$  โดยแบ่งตั้งแต่ 2 ถึง  $M/2$

ขั้นที่ 2. หาความสูงของกล่อง  $h = s \times G/M$  เมื่อ  $G$  คือ จำนวนระดับความเข้มแสงทั้งหมด แต่ละกล่องที่ได้จะมีขนาด  $s \times s \times h$

ขั้นที่ 3. ใช้เทคนิคการแบ่งกล่องสามเหลี่ยมกับแต่ละกล่องที่ได้จาก ขั้นที่ 2. ผลลัพธ์การแบ่งแสดงอยู่ในรูปที่ 3.2 ซึ่งมีด้วยกันสองรูปแบบ คือ  $p_1$  ที่ประกอบด้วยสามเหลี่ยมบน และสามเหลี่ยมล่างแบบเส้นทแยงขวา และ  $p_2$  ที่ประกอบด้วยสามเหลี่ยมบน และสามเหลี่ยมล่างแบบเส้นทแยงซ้าย

ขั้นที่ 4. หาจำนวนกล่องที่ต้อนับ  $n_d$  ของแต่ละรูปแบบในรูปที่ 3.2 โดยใช้สมการ (2.3) โดย  $I$  และ  $k$  สามารถคำนวณโดย  $I_{Max}/h$  และ  $I_{Min}/h$  ตามลำดับเมื่อ  $I_{Max}$  และ  $I_{Min}$  แทนค่าความเข้มแสงสูงสุด และต่ำสุดในแต่ละกริด

ขั้นที่ 5. คำนวณหา  $p_1$  โดยหาค่าเฉลี่ยจากจำนวนกล่องของรูปแบบสามเหลี่ยมบน และสามเหลี่ยมล่างแบบเส้นทแยงขวา หา  $p_2$  เช่นเดียวกัน โดยหาค่าเฉลี่ยจากจำนวนกล่องของรูปแบบสามเหลี่ยมบน และสามเหลี่ยมล่างแบบเส้นทแยงซ้าย

ขั้นที่ 6. เลือกจำนวนกล่องที่นับ  $n_d(i,j)$  โดยใช้สมการ (3.1)

$$n_d(i,j) = \max\{p_1, p_2\} \quad (3.1)$$

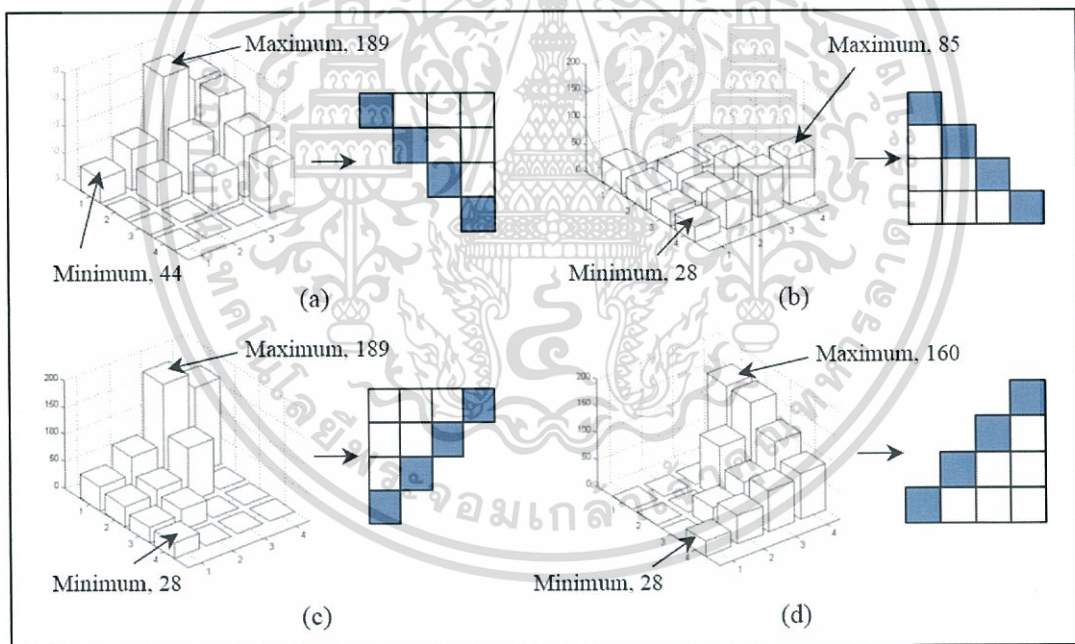
ขั้นที่ 7. ใช้สมการ (2.4) คำนวณหาจำนวนกล่องทั้งหมดที่นับได้  $N_d$

ในหัวข้อที่แล้วที่ได้พูดถึงข้อเสียของการแบ่งกล่องแบบสี่เหลี่ยมจัตุรัส เราสามารถลดความต่างของค่าความเข้มแสงสูงสุด และต่ำสุดในแต่ละกริดลงได้ ด้วยการแบ่งกล่องสี่เหลี่ยมออกเป็นกล่องสามเหลี่ยมตาม รูปที่ 3.2 ในตัวอย่างนี้จะแสดงสองรูปแบบ ทั้ง สามเหลี่ยมบน และสามเหลี่ยมล่าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ล่างแบบเส้นทแยงขวา  $p_1$  และ สามเหลี่ยมบน และสามเหลี่ยมล่างแบบเส้นทแยงซ้าย  $p_2$  ที่สามเหลี่ยมบนเส้นทแยงขวาค่าความเข้มแสงสูงสุด และต่ำสุดคือ 189 และ 44 สมมติให้ความสูงของกล่อง  $h$  เท่ากับ 4 จำนวนกล่องที่นับจะเท่ากับ 38 โดย  $l=48=\text{ceiling}(189/4)$  และ  $k=11=\text{ceiling}(44/4)$  เช่นเดียวกันค่าความเข้มแสงสูงสุด และต่ำสุดในสามเหลี่ยมล่างเส้นทแยงขวา คือ 85 และ 28 จำนวนกล่องที่นับจะเท่ากับ 16 ดังนั้น  $p_1$  จะมีค่าเท่ากับผลเฉลี่ยของ 38 และ 16 ผลลัพธ์ที่ได้ เท่ากับ 27

ในทางกลับกัน จำนวนกล่อง  $n_d$  ของสามเหลี่ยมบนเส้นทแยงซ้ายเท่ากับ 42 และสามเหลี่ยมล่างเส้นทแยงซ้าย เท่ากับ 34 ดังนั้น  $p_2$  จะมีค่าเท่ากับผลเฉลี่ยของ 42 และ 34 ผลลัพธ์ที่ได้ เท่ากับ 38 ในกรณีนี้จำนวนกล่อง  $n_d(i,j)$  ของกริดนี้จะเท่ากับ  $p_2$  ตามสมการ (3.1) และเมื่อนำมาเปรียบเทียบกับกริดแบบสี่เหลี่ยมจัตุรัสจากในหัวข้อที่แล้ว จำนวนกล่อง  $n_d(i,j)$  คือ 38 ซึ่งน้อยกว่า 42 สิ่งนี้เป็นการพิสูจน์ว่า การแบ่งแบบสามเหลี่ยมสามารถเข้ามาช่วยแก้ปัญหการนับเกินจริงได้



รูปที่ 3.2 การแบ่งกล่องออกเป็นกล่องสามเหลี่ยมทั้ง 4 รูปแบบ (a) สามเหลี่ยมบนเส้นทแยงขวา (b) สามเหลี่ยมล่างเส้นทแยงขวา (c) สามเหลี่ยมบนเส้นทแยงซ้าย (d) สามเหลี่ยมล่างเส้นทแยงซ้าย

โดยขั้นตอนวิธีการข้างต้นนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับวิธีการอื่นๆ โดยเปลี่ยนแปลงขั้นตอนการแบ่งกล่องจากแบ่งแบบสี่เหลี่ยมจัตุรัสปกติ ให้เปลี่ยนเป็นการแบ่งแบบสามเหลี่ยม จากนั้นทำการเลือกความสูงและนับกล่องตามวิธีการต้นแบบเพื่อหา  $p_1$  และ  $p_2$  แล้วหาความสูงที่เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เหมาะสมโดยใช้สมการ (3.1) ในการเลือก โดยผลลัพธ์การทดสอบวิธีการใหม่และคู่เทียบจะอยู่ในบทต่อไป

### 3.2.3 การประยุกต์ใช้การนับกล่องสามเหลี่ยมกับวิธีการต้นแบบ

#### การนับกล่องสามเหลี่ยมที่ต่างกัน (DBC with triangle box partition : TDBC)

1. แบ่งภาพออกเป็นกริดขนาด  $s \times s$  โดยที่  $2 \leq s \leq M/2$  เมื่อ  $M$  แทนความกว้างของภาพ
2. หาค่าความสูงของกล่อง  $h$  โดยที่  $h = s \times G/M$  เมื่อ  $G$  แทนระดับความเข้มแสง
3. แต่ละกล่องจะมีขนาดเท่ากับ  $s \times s \times h$
4. แบ่งกล่องออกเป็นสามเหลี่ยมตามรูปแบบใน รูปที่ 3.2
5. หาค่าความเข้มแสงสูงสุด  $l$  และค่าความเข้มแสงต่ำสุด  $k$  ในแต่ละกริด
6. คำนวณหาจำนวนกล่อง  $n_d(i,j)$  ของทั้ง  $p1$  และ  $p2$  จากสมการ (2.3)
7. หาค่า  $N_d$  ของทุกขนาดด้วยการใช้สมการ (2.4)
8. หาค่ามิติเศษส่วนโดยใช้สมการ (2.2)

#### การนับกล่องสามเหลี่ยมที่ต่างกันแบบปรับปรุง (IDBC with triangle box partition : TIDBC)

1. แบ่งภาพออกเป็นกริดขนาด  $s \times s$  โดยที่  $2 \leq s \leq M/2$  เมื่อ  $M$  แทนความกว้างของภาพ และแต่ละกริดนั้นจะซ้อนทับกัน 1 พิกเซล
2. แต่ละกล่องจะมีขนาดเท่ากับ  $h \times h \times h'$  เมื่อ  $h$  คือขนาดของกริดใหม่ โดยที่  $h = s - 1$
3. หาค่าความสูงของกล่อง  $h'$  ด้วยการ ใช้สมการ (2.5)
4. แบ่งกล่องออกเป็นสามเหลี่ยมตามรูปแบบใน รูปที่ 3.2
5. หาค่าความเข้มแสงสูงสุด  $l$  และค่าความเข้มแสงต่ำสุด  $k$  ในแต่ละกริด
6. คำนวณหาจำนวนกล่อง  $n_d(i,j)$  ของทั้ง  $p1$  และ  $p2$  จากสมการ (2.6)
7. หาค่า  $N_d$  ของทุกขนาดด้วยการใช้สมการ (2.4)
8. หาค่ามิติเศษส่วนโดยใช้สมการ (2.2)

#### การนับกล่องสามเหลี่ยมที่ต่างกันด้วยการปรับความสูง (ADBC with triangle box partition : TADBC)

1. แบ่งภาพออกเป็นกริดขนาด  $m \times n$  โดยที่  $m = M/r$ ,  $n = N/r$
2. อัตราส่วน  $r$  อยู่ในช่วง  $2 \leq r \leq H$  โดย  $H$  หาได้จากสมการ (2.9)
3. แต่ละกล่องจะมีขนาดเท่ากับ  $m \times n \times h''$  เมื่อ  $h''$  คือความสูงของกล่องหาได้จาก  $h'' = G/r$  โดยที่  $G$  แทนระดับความเข้มแสง
4. แบ่งกล่องออกเป็นสามเหลี่ยมตามรูปแบบใน รูปที่ 3.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5. หาค่าความเข้มแสงสูงสุด  $I_{max}$  และค่าความเข้มแสงต่ำสุด  $I_{min}$  ในแต่ละกริด
6. คำนวณหาจำนวนกล่อง  $n_d(i,j)$  ของทั้ง p1 และ p2 จากสมการ (2.7)
7. หาค่า  $N_d''$  ของทุกขนาดด้วยการใช้สมการ (2.8)
8. หาค่ามิติเศษส่วนโดยใช้สมการ (2.2)



## บทที่ 4

### ผลการวิจัย

#### 4.1 การนับกล่องสำหรับภาพขาวดำ


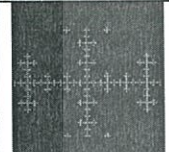
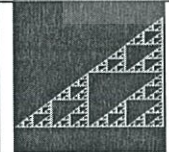
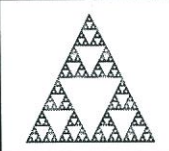
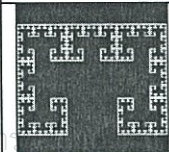
ในส่วนนี้จะแสดงผลการทดลองเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการนับกล่อง (BC) และการนับกล่องสามเหลี่ยม (TBC) โดยที่จะแบ่งผลการทดลองออกเป็นสองชุดตามกลุ่มภาพที่จัดมา

ชุดที่ 1 จะเป็นกลุ่มภาพที่ได้มีการปรับขนาดให้มีขนาดเท่ากันทั้งหมดเป็น  $512 \times 512$

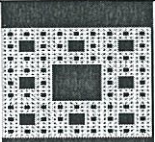


ชุดที่ 2 จะเป็นภาพที่ไม่ผ่านการปรับขนาด โดยจะให้โปรแกรมทำการเพิ่มส่วนภาพ (padding) ให้เป็นภาพสมมาตร

โดยผลลัพธ์ที่ได้จะถูกนำมาเปรียบเทียบกับค่ามิติเศษส่วนมาตรฐาน เพื่อหาค่าความผิดพลาด (error) ซึ่งเกิดจากการที่ผลลัพธ์ที่ได้คลาดเคลื่อนจากค่ามิติเศษส่วนมาตรฐาน


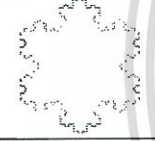


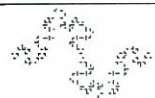
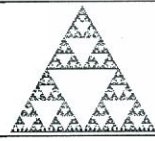



ตารางที่ 4.1 เปรียบเทียบ BC และ TBC กับข้อมูลชุดที่ 1

| Images  | FD Theory | BC     |       | TBC    |       |
|---|-----------|--------|-------|--------|-------|
|   |           | FD     | Error | FD     | Error |
|  | 1.2620    | 1.2418 | 1.60  | 1.2935 | 2.50  |
|  | 1.4650    | 1.3435 | 8.29  | 1.4066 | 3.99  |
|  | 1.5850    | 1.4759 | 6.88  | 1.5109 | 4.68  |
|  | 1.5850    | 1.3946 | 12.01 | 1.4146 | 10.75 |
|  | 1.6280    | 1.5372 | 5.58  | 1.5512 | 4.72  |

ตารางที่ 4.1 (ต่อ) เปรียบเทียบ BC และ TBC กับข้อมูลชุดที่ 1

|   |        |        |       |        |       |
|---|--------|--------|-------|--------|-------|
|  | 1.8930 | 1.7356 | 8.31  | 1.7560 | 7.24  |
|  | 1.9000 | 1.7047 | 10.28 | 1.7847 | 6.07  |
|  | 2.0000 | 1.7017 | 14.92 | 1.7872 | 10.64 |

ตารางที่ 4.2 เปรียบเทียบ BC และ TBC กับข้อมูลชุดที่ 2

| Images  | FD Theory | BC     |       | TBC    |       |
|---|-----------|--------|-------|--------|-------|
|   |           | FD     | Error | FD     | Error |
|   | 1.2618    | 1.1532 | 8.61  | 1.1539 | 8.55  |
|  | 1.2618    | 1.2871 | 2.01  | 1.2845 | 1.80  |
|  | 1.4649    | 1.3019 | 11.13 | 1.3306 | 9.17  |
|  | 1.4649    | 1.2979 | 11.40 | 1.3144 | 10.27 |
|  | 1.5000    | 1.2810 | 14.60 | 1.3118 | 12.55 |
|  | 1.5849    | 1.5129 | 4.54  | 1.5276 | 3.62  |
|  | 1.6995    | 1.4310 | 15.80 | 1.4363 | 15.49 |
|  | 1.8617    | 1.5726 | 15.53 | 1.5904 | 14.57 |
|  | 1.8928    | 1.5965 | 15.65 | 1.6399 | 13.36 |

## 4.2 การนับกล่องสำหรับภาพระดับสีเทา

ในการประเมินผลทดสอบประสิทธิภาพของวิธีการปรับปรุงการนับกล่องสามเหลี่ยม ในรูปของความแม่นยำในการประมาณค่ามิติเศษส่วน ในการทดลองนี้จะใช้ชุดภาพโบรดาซ (Brodatz texture image) ซึ่งเป็นภาพถ่ายพื้นผิวต่างๆจำนวน 112 ภาพ โดยจะทำการตัดภาพออกมาที่ขนาด  $512 \times 512$  พิกเซล เพื่อใช้ในการประเมินประสิทธิภาพของแต่ละวิธีการ วิธีการพื้นฐานที่นำมาทดสอบคือ DBC, IDBC และ ADBC จากนั้นทดสอบวิธีการที่เพิ่มการแบ่งแบบสามเหลี่ยมเข้าไปคือ TDBC, TIDBC และ TADBC แต่เนื่องด้วยรูปภาพในชุดนี้ไม่ได้มีค่ามิติเศษส่วนที่เป็นมาตรฐานระบุไว้ ดังนั้นการทดสอบประสิทธิภาพความแม่นยำในการประเมินค่ามิติเศษส่วนจึงสามารถทำได้ โดยการประเมินค่า ความผิดพลาด  $E$  ระบุไว้ใน (4.1) เพื่อวัดค่าเส้นตรงที่พอดีที่สุดของสมการ (2.2)

$$E = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(mx_i + c - y_i)^2}{(1+m^2)}} \quad (4.1)$$

เมื่อ  $m$ ,  $x_i$ ,  $y_i$  และ  $n$  แทนความชันของกราฟ, ค่าของ  $\log(1/s)$ , ค่าของ  $\log(N)$  และจำนวนของข้อมูล ตามลำดับ

ตารางที่ 4.3 เปรียบเทียบค่า error fitting ของ DBC, TDBC, IDBC, TIDBC, ADBC, TADBC

| Image | DBC  |        | TDBC |        | IDBC |        | TIDBC |        | ADBC |        | TADBC |        |
|-------|------|--------|------|--------|------|--------|-------|--------|------|--------|-------|--------|
|       | FD   | Error  | FD   | Error  | FD   | Error  | FD    | Error  | FD   | Error  | FD    | Error  |
| 1     | 2.47 | 0.0140 | 2.47 | 0.0136 | 2.59 | 0.0141 | 2.59  | 0.0137 | 2.62 | 0.0014 | 2.61  | 0.0014 |
| 2     | 2.58 | 0.0121 | 2.57 | 0.0113 | 2.69 | 0.0121 | 2.69  | 0.0115 | 2.76 | 0.0008 | 2.74  | 0.0008 |
| 3     | 2.68 | 0.0118 | 2.67 | 0.0115 | 2.77 | 0.0120 | 2.77  | 0.0118 | 2.88 | 0.0010 | 2.87  | 0.0009 |
| 4     | 2.67 | 0.0110 | 2.67 | 0.0105 | 2.78 | 0.0115 | 2.77  | 0.0110 | 2.86 | 0.0009 | 2.84  | 0.0009 |
| 5     | 2.57 | 0.0149 | 2.56 | 0.0143 | 2.67 | 0.0147 | 2.66  | 0.0141 | 2.77 | 0.0009 | 2.75  | 0.0009 |
| 6     | 2.58 | 0.0169 | 2.58 | 0.0161 | 2.67 | 0.0162 | 2.66  | 0.0152 | 2.82 | 0.0009 | 2.77  | 0.0010 |
| 7     | 2.54 | 0.0147 | 2.54 | 0.0142 | 2.64 | 0.0140 | 2.63  | 0.0131 | 2.71 | 0.0009 | 2.68  | 0.0010 |
| 8     | 2.43 | 0.0089 | 2.44 | 0.0087 | 2.55 | 0.0082 | 2.55  | 0.0074 | 2.52 | 0.0010 | 2.51  | 0.0010 |
| 9     | 2.71 | 0.0093 | 2.70 | 0.0089 | 2.80 | 0.0096 | 2.79  | 0.0091 | 2.86 | 0.0009 | 2.85  | 0.0009 |
| 10    | 2.58 | 0.0140 | 2.57 | 0.0134 | 2.69 | 0.0145 | 2.68  | 0.0138 | 2.78 | 0.0009 | 2.76  | 0.0009 |
| 11    | 2.65 | 0.0111 | 2.64 | 0.0105 | 2.74 | 0.0110 | 2.73  | 0.0104 | 2.80 | 0.0008 | 2.78  | 0.0007 |
| 12    | 2.66 | 0.0124 | 2.67 | 0.0125 | 2.75 | 0.0123 | 2.75  | 0.0121 | 2.85 | 0.0008 | 2.84  | 0.0008 |
| 13    | 2.62 | 0.0145 | 2.61 | 0.0140 | 2.69 | 0.0128 | 2.68  | 0.0123 | 2.76 | 0.0008 | 2.75  | 0.0008 |
| 14    | 2.70 | 0.0131 | 2.69 | 0.0126 | 2.78 | 0.0134 | 2.78  | 0.0129 | 2.91 | 0.0009 | 2.89  | 0.0008 |
| 15    | 2.66 | 0.0117 | 2.66 | 0.0115 | 2.76 | 0.0117 | 2.76  | 0.0116 | 2.84 | 0.0009 | 2.84  | 0.0009 |
| 16    | 2.74 | 0.0071 | 2.73 | 0.0067 | 2.83 | 0.0076 | 2.82  | 0.0072 | 2.85 | 0.0008 | 2.84  | 0.0008 |

ตารางที่ 4.3 (ต่อ) เปรียบเทียบค่า error fitting ของ DBC, TDBC, IDBC, TIDBC, ADBC, TADBC

|    |      |        |      |        |      |        |      |        |      |        |      |        |
|----|------|--------|------|--------|------|--------|------|--------|------|--------|------|--------|
| 17 | 2.68 | 0.0126 | 2.67 | 0.0121 | 2.77 | 0.0128 | 2.76 | 0.0122 | 2.87 | 0.0009 | 2.86 | 0.0009 |
| 18 | 2.53 | 0.0150 | 2.52 | 0.0144 | 2.63 | 0.0142 | 2.62 | 0.0133 | 2.70 | 0.0010 | 2.69 | 0.0009 |
| 19 | 2.56 | 0.0116 | 2.55 | 0.0107 | 2.67 | 0.0116 | 2.66 | 0.0105 | 2.72 | 0.0007 | 2.70 | 0.0007 |
| 20 | 2.62 | 0.0178 | 2.62 | 0.0179 | 2.71 | 0.0171 | 2.70 | 0.0170 | 2.87 | 0.0009 | 2.87 | 0.0009 |
| 21 | 2.78 | 0.0096 | 2.78 | 0.0092 | 2.86 | 0.0100 | 2.86 | 0.0097 | 2.92 | 0.0012 | 2.92 | 0.0011 |
| 22 | 2.68 | 0.0130 | 2.67 | 0.0128 | 2.77 | 0.0131 | 2.77 | 0.0129 | 2.88 | 0.0010 | 2.87 | 0.0009 |
| 23 | 2.50 | 0.0166 | 2.50 | 0.0164 | 2.60 | 0.0156 | 2.60 | 0.0151 | 2.68 | 0.0012 | 2.66 | 0.0012 |
| 24 | 2.72 | 0.0097 | 2.71 | 0.0095 | 2.82 | 0.0102 | 2.81 | 0.0100 | 2.89 | 0.0010 | 2.88 | 0.0010 |
| 25 | 2.36 | 0.0199 | 2.35 | 0.0179 | 2.46 | 0.0170 | 2.44 | 0.0146 | 2.49 | 0.0020 | 2.44 | 0.0020 |
| 26 | 2.52 | 0.0153 | 2.51 | 0.0144 | 2.62 | 0.0150 | 2.61 | 0.0140 | 2.71 | 0.0009 | 2.67 | 0.0010 |
| 27 | 2.48 | 0.0163 | 2.47 | 0.0153 | 2.59 | 0.0156 | 2.58 | 0.0146 | 2.67 | 0.0012 | 2.65 | 0.0012 |
| 28 | 2.53 | 0.0150 | 2.52 | 0.0139 | 2.64 | 0.0144 | 2.63 | 0.0134 | 2.72 | 0.0009 | 2.70 | 0.0009 |
| 29 | 2.58 | 0.0135 | 2.57 | 0.0124 | 2.68 | 0.0132 | 2.67 | 0.0122 | 2.77 | 0.0008 | 2.74 | 0.0008 |
| 30 | 2.32 | 0.0159 | 2.32 | 0.0148 | 2.43 | 0.0148 | 2.43 | 0.0135 | 2.42 | 0.0019 | 2.41 | 0.0017 |
| 31 | 2.41 | 0.0163 | 2.41 | 0.0157 | 2.51 | 0.0143 | 2.51 | 0.0138 | 2.53 | 0.0016 | 2.51 | 0.0016 |
| 32 | 2.49 | 0.0185 | 2.49 | 0.0177 | 2.57 | 0.0170 | 2.56 | 0.0151 | 2.65 | 0.0017 | 2.59 | 0.0017 |
| 33 | 2.47 | 0.0194 | 2.46 | 0.0180 | 2.54 | 0.0171 | 2.53 | 0.0152 | 2.60 | 0.0019 | 2.55 | 0.0019 |
| 34 | 2.53 | 0.0233 | 2.51 | 0.0220 | 2.57 | 0.0199 | 2.56 | 0.0186 | 2.70 | 0.0021 | 2.64 | 0.0023 |
| 35 | 2.63 | 0.0134 | 2.62 | 0.0131 | 2.72 | 0.0133 | 2.71 | 0.0129 | 2.82 | 0.0008 | 2.81 | 0.0008 |
| 36 | 2.70 | 0.0124 | 2.70 | 0.0124 | 2.79 | 0.0128 | 2.79 | 0.0126 | 2.90 | 0.0011 | 2.89 | 0.0010 |
| 37 | 2.48 | 0.0112 | 2.48 | 0.0104 | 2.62 | 0.0115 | 2.62 | 0.0109 | 2.66 | 0.0008 | 2.64 | 0.0008 |
| 38 | 2.64 | 0.0113 | 2.63 | 0.0106 | 2.72 | 0.0100 | 2.72 | 0.0093 | 2.77 | 0.0009 | 2.75 | 0.0008 |
| 39 | 2.38 | 0.0131 | 2.38 | 0.0116 | 2.48 | 0.0113 | 2.48 | 0.0097 | 2.46 | 0.0013 | 2.44 | 0.0012 |
| 40 | 2.56 | 0.0129 | 2.57 | 0.0133 | 2.65 | 0.0116 | 2.64 | 0.0109 | 2.69 | 0.0009 | 2.67 | 0.0009 |
| 41 | 2.62 | 0.0126 | 2.62 | 0.0125 | 2.71 | 0.0119 | 2.70 | 0.0116 | 2.78 | 0.0008 | 2.76 | 0.0008 |
| 42 | 2.65 | 0.0115 | 2.65 | 0.0115 | 2.72 | 0.0104 | 2.72 | 0.0102 | 2.78 | 0.0008 | 2.77 | 0.0007 |
| 43 | 2.55 | 0.0142 | 2.55 | 0.0139 | 2.60 | 0.0105 | 2.60 | 0.0102 | 2.63 | 0.0008 | 2.63 | 0.0008 |
| 44 | 2.48 | 0.0107 | 2.48 | 0.0105 | 2.57 | 0.0074 | 2.57 | 0.0073 | 2.57 | 0.0010 | 2.57 | 0.0011 |
| 45 | 2.49 | 0.0165 | 2.49 | 0.0163 | 2.56 | 0.0140 | 2.56 | 0.0135 | 2.59 | 0.0013 | 2.58 | 0.0012 |
| 46 | 2.47 | 0.0194 | 2.47 | 0.0187 | 2.55 | 0.0167 | 2.54 | 0.0160 | 2.63 | 0.0013 | 2.62 | 0.0011 |
| 47 | 2.43 | 0.0161 | 2.43 | 0.0156 | 2.54 | 0.0151 | 2.54 | 0.0144 | 2.56 | 0.0016 | 2.55 | 0.0014 |
| 48 | 2.24 | 0.0135 | 2.24 | 0.0130 | 2.34 | 0.0100 | 2.34 | 0.0102 | 2.26 | 0.0017 | 2.25 | 0.0018 |
| 49 | 2.73 | 0.0115 | 2.73 | 0.0115 | 2.84 | 0.0119 | 2.84 | 0.0119 | 2.91 | 0.0011 | 2.91 | 0.0011 |
| 50 | 2.49 | 0.0110 | 2.50 | 0.0107 | 2.60 | 0.0101 | 2.59 | 0.0093 | 2.60 | 0.0009 | 2.59 | 0.0009 |
| 51 | 2.58 | 0.0168 | 2.58 | 0.0165 | 2.65 | 0.0143 | 2.64 | 0.0141 | 2.71 | 0.0013 | 2.70 | 0.0014 |
| 52 | 2.60 | 0.0153 | 2.60 | 0.0149 | 2.68 | 0.0143 | 2.67 | 0.0134 | 2.79 | 0.0009 | 2.76 | 0.0008 |
| 53 | 2.70 | 0.0132 | 2.69 | 0.0129 | 2.79 | 0.0133 | 2.79 | 0.0130 | 2.89 | 0.0011 | 2.89 | 0.0011 |
| 54 | 2.60 | 0.0155 | 2.60 | 0.0152 | 2.69 | 0.0146 | 2.68 | 0.0140 | 2.80 | 0.0008 | 2.78 | 0.0008 |
| 55 | 2.64 | 0.0127 | 2.63 | 0.0120 | 2.73 | 0.0127 | 2.72 | 0.0120 | 2.83 | 0.0008 | 2.81 | 0.0008 |
| 56 | 2.52 | 0.0156 | 2.51 | 0.0149 | 2.62 | 0.0150 | 2.61 | 0.0142 | 2.69 | 0.0012 | 2.68 | 0.0012 |

ตารางที่ 4.3 (ต่อ) เปรียบเทียบค่า error fitting ของ DBC, TDBC, IDBC, TIDBC, ADBC, TADBC

|    |      |        |      |        |      |        |      |        |      |        |      |        |
|----|------|--------|------|--------|------|--------|------|--------|------|--------|------|--------|
| 57 | 2.67 | 0.0124 | 2.66 | 0.0120 | 2.76 | 0.0125 | 2.75 | 0.0121 | 2.86 | 0.0009 | 2.85 | 0.0008 |
| 58 | 2.51 | 0.0148 | 2.50 | 0.0138 | 2.60 | 0.0136 | 2.59 | 0.0125 | 2.66 | 0.0009 | 2.64 | 0.0010 |
| 59 | 2.33 | 0.0117 | 2.32 | 0.0104 | 2.43 | 0.0082 | 2.43 | 0.0067 | 2.39 | 0.0009 | 2.38 | 0.0008 |
| 60 | 2.60 | 0.0152 | 2.59 | 0.0145 | 2.69 | 0.0145 | 2.68 | 0.0136 | 2.77 | 0.0009 | 2.75 | 0.0009 |
| 61 | 2.51 | 0.0145 | 2.49 | 0.0133 | 2.58 | 0.0114 | 2.57 | 0.0102 | 2.61 | 0.0009 | 2.58 | 0.0008 |
| 62 | 2.46 | 0.0189 | 2.46 | 0.0184 | 2.55 | 0.0165 | 2.55 | 0.0162 | 2.63 | 0.0012 | 2.62 | 0.0012 |
| 63 | 2.49 | 0.0134 | 2.49 | 0.0128 | 2.58 | 0.0117 | 2.58 | 0.0108 | 2.62 | 0.0008 | 2.60 | 0.0008 |
| 64 | 2.57 | 0.0154 | 2.56 | 0.0148 | 2.62 | 0.0119 | 2.62 | 0.0112 | 2.64 | 0.0010 | 2.63 | 0.0010 |
| 65 | 2.57 | 0.0158 | 2.58 | 0.0162 | 2.65 | 0.0145 | 2.65 | 0.0139 | 2.73 | 0.0013 | 2.72 | 0.0013 |
| 66 | 2.47 | 0.0188 | 2.47 | 0.0181 | 2.57 | 0.0181 | 2.57 | 0.0172 | 2.68 | 0.0019 | 2.65 | 0.0020 |
| 67 | 2.60 | 0.0175 | 2.61 | 0.0175 | 2.69 | 0.0169 | 2.69 | 0.0166 | 2.85 | 0.0009 | 2.84 | 0.0009 |
| 68 | 2.62 | 0.0148 | 2.62 | 0.0146 | 2.68 | 0.0129 | 2.68 | 0.0124 | 2.77 | 0.0008 | 2.76 | 0.0008 |
| 69 | 2.55 | 0.0110 | 2.55 | 0.0108 | 2.64 | 0.0099 | 2.64 | 0.0092 | 2.67 | 0.0007 | 2.65 | 0.0007 |
| 70 | 2.52 | 0.0115 | 2.51 | 0.0107 | 2.59 | 0.0079 | 2.59 | 0.0072 | 2.59 | 0.0007 | 2.57 | 0.0007 |
| 71 | 2.60 | 0.0112 | 2.59 | 0.0104 | 2.65 | 0.0081 | 2.65 | 0.0072 | 2.66 | 0.0007 | 2.65 | 0.0007 |
| 72 | 2.55 | 0.0145 | 2.55 | 0.0142 | 2.64 | 0.0132 | 2.63 | 0.0126 | 2.71 | 0.0009 | 2.69 | 0.0009 |
| 73 | 2.56 | 0.0138 | 2.55 | 0.0129 | 2.67 | 0.0137 | 2.66 | 0.0129 | 2.75 | 0.0008 | 2.72 | 0.0008 |
| 74 | 2.62 | 0.0195 | 2.61 | 0.0193 | 2.67 | 0.0170 | 2.67 | 0.0168 | 2.80 | 0.0012 | 2.78 | 0.0012 |
| 75 | 2.48 | 0.0215 | 2.49 | 0.0221 | 2.57 | 0.0197 | 2.57 | 0.0197 | 2.68 | 0.0017 | 2.67 | 0.0018 |
| 76 | 2.66 | 0.0128 | 2.65 | 0.0123 | 2.74 | 0.0124 | 2.74 | 0.0120 | 2.83 | 0.0008 | 2.82 | 0.0008 |
| 77 | 2.72 | 0.0112 | 2.71 | 0.0107 | 2.79 | 0.0110 | 2.78 | 0.0104 | 2.86 | 0.0009 | 2.85 | 0.0009 |
| 78 | 2.63 | 0.0103 | 2.62 | 0.0094 | 2.72 | 0.0103 | 2.71 | 0.0092 | 2.77 | 0.0007 | 2.74 | 0.0007 |
| 79 | 2.66 | 0.0110 | 2.65 | 0.0104 | 2.76 | 0.0114 | 2.76 | 0.0107 | 2.84 | 0.0009 | 2.82 | 0.0008 |
| 80 | 2.68 | 0.0106 | 2.69 | 0.0104 | 2.78 | 0.0110 | 2.78 | 0.0106 | 2.86 | 0.0009 | 2.85 | 0.0009 |
| 81 | 2.70 | 0.0118 | 2.69 | 0.0114 | 2.78 | 0.0115 | 2.77 | 0.0111 | 2.86 | 0.0009 | 2.84 | 0.0009 |
| 82 | 2.65 | 0.0097 | 2.64 | 0.0090 | 2.76 | 0.0107 | 2.76 | 0.0099 | 2.81 | 0.0007 | 2.79 | 0.0007 |
| 83 | 2.64 | 0.0097 | 2.63 | 0.0090 | 2.77 | 0.0107 | 2.76 | 0.0100 | 2.82 | 0.0008 | 2.80 | 0.0008 |
| 84 | 2.67 | 0.0139 | 2.66 | 0.0135 | 2.75 | 0.0134 | 2.74 | 0.0130 | 2.86 | 0.0009 | 2.85 | 0.0009 |
| 85 | 2.72 | 0.0112 | 2.71 | 0.0107 | 2.77 | 0.0096 | 2.77 | 0.0092 | 2.82 | 0.0009 | 2.81 | 0.0009 |
| 86 | 2.63 | 0.0146 | 2.62 | 0.0139 | 2.70 | 0.0135 | 2.69 | 0.0128 | 2.80 | 0.0008 | 2.78 | 0.0008 |
| 87 | 2.70 | 0.0148 | 2.71 | 0.0151 | 2.77 | 0.0142 | 2.77 | 0.0141 | 2.89 | 0.0010 | 2.89 | 0.0010 |
| 88 | 2.38 | 0.0165 | 2.37 | 0.0158 | 2.48 | 0.0143 | 2.47 | 0.0135 | 2.47 | 0.0015 | 2.46 | 0.0015 |
| 89 | 2.47 | 0.0171 | 2.47 | 0.0167 | 2.55 | 0.0144 | 2.55 | 0.0136 | 2.59 | 0.0012 | 2.57 | 0.0012 |
| 90 | 2.43 | 0.0164 | 2.42 | 0.0153 | 2.52 | 0.0136 | 2.51 | 0.0124 | 2.55 | 0.0011 | 2.53 | 0.0010 |
| 91 | 2.29 | 0.0150 | 2.28 | 0.0140 | 2.38 | 0.0105 | 2.38 | 0.0094 | 2.33 | 0.0013 | 2.32 | 0.0012 |
| 92 | 2.64 | 0.0117 | 2.63 | 0.0109 | 2.73 | 0.0118 | 2.72 | 0.0110 | 2.80 | 0.0007 | 2.78 | 0.0007 |
| 93 | 2.67 | 0.0084 | 2.67 | 0.0081 | 2.76 | 0.0080 | 2.75 | 0.0077 | 2.79 | 0.0009 | 2.78 | 0.0009 |
| 94 | 2.53 | 0.0127 | 2.52 | 0.0120 | 2.62 | 0.0123 | 2.62 | 0.0113 | 2.65 | 0.0011 | 2.63 | 0.0011 |
| 95 | 2.54 | 0.0161 | 2.54 | 0.0157 | 2.63 | 0.0146 | 2.62 | 0.0141 | 2.70 | 0.0011 | 2.69 | 0.0011 |
| 96 | 2.45 | 0.0123 | 2.45 | 0.0119 | 2.57 | 0.0118 | 2.56 | 0.0110 | 2.58 | 0.0011 | 2.56 | 0.0011 |

ตารางที่ 4.3 (ต่อ) เปรียบเทียบค่า error fitting ของ DBC, TDBC, IDBC, TIDBC, ADBC, TADBC

|     |      |        |      |        |      |        |      |        |      |        |      |        |
|-----|------|--------|------|--------|------|--------|------|--------|------|--------|------|--------|
| 97  | 2.71 | 0.0144 | 2.70 | 0.0141 | 2.75 | 0.0123 | 2.74 | 0.0119 | 2.83 | 0.0008 | 2.82 | 0.0008 |
| 98  | 2.42 | 0.0152 | 2.41 | 0.0140 | 2.54 | 0.0145 | 2.53 | 0.0133 | 2.58 | 0.0013 | 2.56 | 0.0012 |
| 99  | 2.45 | 0.0169 | 2.44 | 0.0159 | 2.52 | 0.0134 | 2.52 | 0.0126 | 2.54 | 0.0012 | 2.53 | 0.0011 |
| 100 | 2.66 | 0.0114 | 2.66 | 0.0112 | 2.75 | 0.0115 | 2.75 | 0.0112 | 2.83 | 0.0008 | 2.82 | 0.0008 |
| 101 | 2.57 | 0.0212 | 2.58 | 0.0213 | 2.67 | 0.0207 | 2.66 | 0.0204 | 2.88 | 0.0010 | 2.86 | 0.0010 |
| 102 | 2.55 | 0.0210 | 2.55 | 0.0206 | 2.64 | 0.0203 | 2.64 | 0.0197 | 2.85 | 0.0009 | 2.84 | 0.0010 |
| 103 | 2.72 | 0.0132 | 2.72 | 0.0132 | 2.80 | 0.0131 | 2.80 | 0.0130 | 2.91 | 0.0012 | 2.91 | 0.0012 |
| 104 | 2.73 | 0.0139 | 2.74 | 0.0140 | 2.81 | 0.0136 | 2.81 | 0.0136 | 2.93 | 0.0012 | 2.93 | 0.0012 |
| 105 | 2.81 | 0.0075 | 2.80 | 0.0071 | 2.84 | 0.0061 | 2.84 | 0.0059 | 2.87 | 0.0010 | 2.86 | 0.0010 |
| 106 | 2.80 | 0.0055 | 2.80 | 0.0054 | 2.85 | 0.0052 | 2.85 | 0.0049 | 2.86 | 0.0010 | 2.86 | 0.0010 |
| 107 | 2.62 | 0.0137 | 2.62 | 0.0136 | 2.72 | 0.0136 | 2.72 | 0.0133 | 2.82 | 0.0008 | 2.81 | 0.0008 |
| 108 | 2.62 | 0.0174 | 2.61 | 0.0168 | 2.67 | 0.0151 | 2.66 | 0.0145 | 2.76 | 0.0010 | 2.74 | 0.0010 |
| 109 | 2.64 | 0.0139 | 2.65 | 0.0141 | 2.71 | 0.0130 | 2.71 | 0.0124 | 2.81 | 0.0008 | 2.79 | 0.0008 |
| 110 | 2.69 | 0.0109 | 2.69 | 0.0108 | 2.78 | 0.0111 | 2.77 | 0.0107 | 2.85 | 0.0008 | 2.84 | 0.0008 |
| 111 | 2.65 | 0.0135 | 2.65 | 0.0135 | 2.73 | 0.0130 | 2.73 | 0.0126 | 2.83 | 0.0008 | 2.82 | 0.0008 |
| 112 | 2.55 | 0.0133 | 2.54 | 0.0125 | 2.66 | 0.0132 | 2.65 | 0.0122 | 2.73 | 0.0008 | 2.71 | 0.0008 |

หลังจากที่ทำการทดลองและได้ผลลัพธ์ออกมาทั้งหมดแล้ว พบว่าค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นในวิธีการที่ใช้การแบ่งกล่องสามเหลี่ยมเข้าไปนั้นจะมีค่าความผิดพลาดลดลงจากวิธีการเดิม ต่อมาจึงนำเอาค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นนี้มาทดสอบทางสถิติเพื่อพิสูจน์สมมติฐานว่า การแบ่งกล่องสามเหลี่ยมช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการนับกล่องอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่

#### 4.3 สถิติทดสอบที (T-test)

การทำสถิติทดสอบทีทำเพื่อยืนยันสมมติฐานที่ตั้งไว้ และเพื่อดูว่าข้อมูลชุดนี้มีความต่างกันอย่างมีนัยสำคัญหรือไม่

จากผลการทำสถิติทดสอบที เป็นกลุ่มพบว่าค่าความผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากวิธีการต้นแบบ และวิธีการที่ใช้การแบ่งกล่องสามเหลี่ยมเข้าไปช่วย มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ค่าความเชื่อมั่น 95% โดยสามารถดูข้อมูลทางสถิติได้จาก ตารางที่ 4.4-4.5

ตารางที่ 4.4 ค่าสถิติของคู่วิธีการ

|        |       | Mean     | N   | Std. Deviation | Std. Error Mean |
|--------|-------|----------|-----|----------------|-----------------|
| Pair 1 | DBC   | .0138759 | 112 | .00316095      | .00029868       |
|        | TDBC  | .0133795 | 112 | .00312531      | .00029531       |
| Pair 2 | IDBC  | .0128946 | 112 | .00282670      | .00026710       |
|        | TIDBC | .0122563 | 112 | .00277764      | .00026246       |
| Pair 3 | ADBC  | .0010304 | 112 | .00030339      | .00002867       |
|        | TADBC | .0010179 | 112 | .00031112      | .00002940       |

ตารางที่ 4.5 สถิติทดสอบทีของคู่วิธีการ

|        |              | Paired Differences |                |                 |   |           | t      | df  | Sig.<br>(2-tailed) |
|--------|--------------|--------------------|----------------|-----------------|---|-----------|--------|-----|--------------------|
|        |              | Mean               | Std. Deviation | Std. Error Mean | 95% Confidence Interval of the Difference |           |        |     |                    |
|        |              |                    |                |                 | Lower                                     | Upper     |        |     |                    |
| Pair 1 | DBC - TDBC   | .00049643          | .00042233      | .00003991       | .00041735                                 | .00057551 | 12.440 | 111 | .000               |
| Pair 2 | IDBC - TIDBC | .00063839          | .00041983      | .00003967       | .00055978                                 | .00071700 | 16.092 | 111 | .000               |
| Pair 3 | ADBC - TADBC | .00001250          | .00006314      | .00000597       | .00000068                                 | .00002432 | 2.095  | 111 | .038               |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

โครงการนี้ได้นำเสนอวิธีการปรับปรุงการนับกล่องสามเหลี่ยม ที่สร้างขึ้นเพื่อช่วยเพิ่มประสิทธิภาพความแม่นยำในการประมาณค่ามิติเศษส่วนสำหรับภาพระดับสีเทา วิธีการนี้ใช้การเพิ่มความละเอียดในการนับกล่องเป็นสองเท่าด้วยการแบ่งกล่องสี่เหลี่ยมออกเป็นกล่องสามเหลี่ยมสองกล่อง นี่เป็นปัจจัยสำคัญที่เข้ามาแก้ปัญหาการนับเกินจริง และช่วยเพิ่มความแม่นยำในการประมาณค่ามิติเศษส่วน วิธีการที่นำเสนอนี้ประเมินประสิทธิภาพในรูปแบบของค่า ความผิดพลาดบนพื้นฐานของผลการทดลอง วิธีการที่นำเสนอนี้ให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่าวิธีการที่มีอยู่ทั้ง การนับกล่องที่ต่างกัน (differential box-counting : DBC) การนับกล่องที่ต่างกันแบบปรับปรุง (improved differential box-counting : IDBC) และ การนับกล่องที่ต่างกันด้วยการปรับความสูง (box-counting method with adaptable box height : ADBC)

## บรรณานุกรม

- [1] Lopes, R., Betrouni, N.: **Fractal and multifractal analysis: A review.** *Med Image Anal.* 13(4), 634–649 (2009)
- [2] Yu, L., Zhang, D., Wang, K., Yang, W.: **Coarse iris classification using box-counting to estimate fractal dimensions.** *Pattern Recogn.* 38(11), 1791–1798 (2005)
- [3] Bruno, O., Plotze, R. Falvo, M., Castro, M.: **Fractal dimension applied to plant identification.** *Inform Sciences.* 178(12), 2722–2733 (2008)
- [4] Sarkar, N., Chaudhuri, B.: **An Efficient Differential Box-Counting Approach to Compute Fractal Dimension of Image.** *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics.* 24(1), 115–120 (1994)
- [5] Li, J. Du, Q., Sun, C.: **An improved box-counting method for image fractal dimension estimation.** *Pattern Recogn.* 42(11), 2460–2469 (2009)
- [6] Long, M. Peng, F.: **A Box-Counting Method with Adaptable Box Height for Measuring the Fractal Feature of Images.** *Radioengineering.* 22(1), 208–213 (2013)
- [7] Woraratpanya, K., Kakanopas, D., Varakulsiripunth, R.: **Triangle-box Counting Method for Fractal Dimension Estimation.** *ASEAN Engineering Journal Part D.* 1(1), 5–16 (2012)

# ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล นายโยธิน แก้วอร่ามศรี  
วัน เดือน ปีเกิด 4 เมษายน 2536  
ที่อยู่ 87 หมู่ 10 ตำบลมิตรภาพ อำเภอมวกเหล็ก จังหวัดสระบุรี 18180  
ประวัติการศึกษา 2557 วิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาเทคโนโลยีสารสนเทศ  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
อีเมล benz.it@windowslive.com



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# IMPROVED FRACTAL DIMENSION ESTIMATION METHOD FOR GRAY LEVEL IMAGES

Yothin Kaewaramsri

*Faculty of Information Technology,*

*King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok*

*Emails: benz.it@windowslive.com*

## ABSTRACT

A fractal dimension (FD) is an effective feature, which characterizes rough-ness and self-similarity of complex objects. However, the FD in nature scene requires the effective method for estimation. The existing methods focus on the improvement of selecting the suitable height of box-counts. This cannot overcome the overcounting problem, which is a key factor to have an impact on the accuracy of the FD estimation. This paper proposes a more accurate FD estimation, an improved triangle box-counting method, to increase the precision of box-counts associated with box sizes. The triangle-box-partition technique provides the double precision for box-counts, thus it can solve the overcounting issue and enhance the accuracy of the FD estimation. The proposed method is evaluated its performance in terms of fitting error. The experimental results show that the proposed method outperforms the existing methods, including differential box-counting (DBC), improved DBC (IDBC), and box-counting with adaptable box height (ADBC) methods.

**Keywords** - Fractal Dimension; Fractal Dimension Estimation; Box Counting; Triangle Box-Counting; Improved Triangle Box-Counting

## 1. INTRODUCTION

A fractal dimension (FD) is an effective measure for complex objects found in nature, such as coastlines, mountains, and clouds. The FD has been broadly applied in many applications such as pattern recognition, texture analysis, segmentation, and medical signal analysis [1]. Although the achievement in applying FD to broad research areas was reported, the accurate FD estimation is still a grand challenge.

Box counting (BC) is one of the most successful methods to estimate FD. Yu, L. et al. [2] and Bruno, O. et al. [3] applied the BC method to estimate FD for automatic coarse classification of iris images, and for plan identification, respectively. However, this method cannot apply to gray-scale images.

Many papers have proposed techniques to improve the FD estimation in various applications. Sarkar, N. et al. [4] introduced to the differential box-counting (DBC) method for gray-scale images. This method partitions an image into grids with size  $s \times s$ . On each grid, there is a column of boxes representing intensity levels. The heart of this method is box-counting, which determines from the difference of the maximum and minimum intensity levels on an  $s \times s$  grid. The DBC method commonly increases estimation errors, since it covers the maximum and minimum intensity levels in a box when the difference between intensity levels is less than the scale  $s$ . This phenomenon is called undercounting.

The improved DBC (IDBC) method was introduced by Li, J. [5]. This method was improved by modifying the conventional methods in three

factors, (i) box-height selection, (ii) box-number calculation, and (iii) image intensity surface partition. These modifications can increase the accuracy of the FD estimation by reducing the error of box-counts.

A box-counting method with adaptable box-height [6] was proposed for applying to arbitrary size images. This method allows the height of a box at the top of each grid to be locally adaptable to the maximum and minimum gray-scales. The ratio technique is used to partition an image into grid sizes, so that common rectangle images are also supported. A drawback of this method is that in the large box size the difference of the maximum and minimum intensity levels is high. This leads to the inaccurate FD estimation.

Most of these approaches focus on the improvement of selecting the suitable height of box-counts to overcome the undercounting problem, but none of these approaches attempt to overcome the overcounting problem. Therefore, this paper proposes a more accurate FD estimation by using an improved triangle box-counting method to increase the precision of box-counts associated with box sizes. The triangle-box-partition technique is able to double the precision of box-counts, thus it can enhance the accuracy of the FD estimation.

The rest of this paper is organized as follows. Section 2 reviews and identifies problems of related works. The improved method is proposed in section 3. In section 4, the experimental results are reported and discussed. Finally, the conclusions are presented in section 5.

## 2. RELATED WORKS

Although many approaches have been proposed to improve the accuracy of FD estimation, some limitations have been unsolved. The following subsections describe existing methods and identify their drawbacks.

### 2.1. Box-Counting Method

A box-counting method is a classical technique to estimate the FD for binary images with a box size of length  $s$ . A binary image is partitioned into grids with size  $s \times s$  and is counted objects  $N(s)$  on each grid size that varies from larger to smaller scales. The FD is approximate as

$$FD \approx \frac{\log(N(s))}{\log(1/s)} \quad (1)$$

where  $N(s)$  is the number of boxes in the scale  $s$  needed to completely cover the image. The steps to estimate the FD of binary images can be briefly described as follows. First, the image is repeatedly partitioned into different grid sizes that vary from larger to smaller scales. On each scale of grid size,  $s$ , the objects are counted and recorded the number of box-counts  $N(s)$ . Subsequently, a graph of  $\log(N(s))$  versus  $\log(1/s)$  is plotted. Finally, a least-square regression line through the data points on the graph is calculated. The slope of a regression line represents the estimated FD. Nonetheless, this method does not achieve the precision of box-counts as proved by [7].

### 2.2. Triangle Box-Counting Method

The triangle box-counting (TBC) method [7] was proposed to improve traditional box-counting (BC). This method simply divides square boxes provided by a grid into two equally triangle boxes to increase the precision of box-counts associated with box sizes and to fit the requirements of the minimum box covering. The TBC greatly improves the estimation accuracy. However, it only works well with binary images.

### 2.3. Differential Box-Counting Method

Sarkar et al. [4] proposed a differential box-counting (DBC) to estimate the FD of gray-scale images. In this method, a gray-scale image is represented with a three-dimensional  $(x, y, z)$

coordinate system, such that the  $(x, y)$  coordinate denotes an image plane and  $z$  denotes a gray scale. With this system, a square image  $M \times M$  can be partitioned into  $s \times s$  grids. Each grid contains a column of boxes whose size is  $s \times s \times h$ , where  $h$  is the height of a single box and is equal to  $s \times G/M$ , such that  $G$  is the total number of gray levels. Let maximum and minimum intensity values in  $(i, j)^{th}$  grid locate at the box number  $l^{th}$  and  $k^{th}$ , respectively, the box-count  $n_d(i, j)$  can be calculated by using (2) and the total number of box-counts  $N_d$  is determined by using (3).

$$n_d(i, j) = l - k + 1 \quad (2)$$

$$N_d = \sum_{i,j} n_d(i, j) \quad (3)$$

The FD of an image can be estimated by the linear least square fit of  $\log(N_d)$  against  $\log(1/s)$ .

However, the DBC method still has a drawback. The box height  $h$  is proportional to the grid size  $s$ ; the larger grid size, the higher box-height. This has a direct impact on the small difference of the maximum and minimum intensities; it leads to a low precision of counting  $n_d$ .

#### 2.4. Improved Differential Box-Counting Method

Li, J. et al. [5] proposed an IDBC method by modifying the conventional method in three factors, (i) box-height selection, (ii) box-number calculation, and (iii) image intensity surface partition. These modifications can be briefly summarized as follows.

(i) Box height selection: Let a standard deviation of an image be  $\sigma$  and a constant be  $a$ . A new scale of box height is determined by using (4). The box height of the IDBC method is much smaller at different scale  $h$ .

$$h' = \frac{h}{1 + 2a\sigma} \quad (4)$$

(ii) Box-number calculation: Let maximum and minimum intensity levels of the  $(i, j)^{th}$  block be  $l$  and  $k$ , respectively, the number of boxes is calculated as in (5).

$$n'_d = \begin{cases} \text{ceil}\left(\frac{l-k}{h'}\right) & ; \quad l \neq k \\ 1 & ; \quad l = k \end{cases} \quad (5)$$

(iii) Image intensity surface partition: The following two partition schemes are required to ensure that the image intensity is covered.

- Partition an  $M \times M$  image into grids with  $s \times s$  pixels, and allow a grid boundary overlapping with an adjacent row and column.
- Give a new scale  $r = s - 1$  of a block with  $s \times s$  pixels, and represent the maximum distance between two pixels in a block.

This method helps improve accuracy of FD estimation by reducing the error caused by an undercounting problem.

#### 2.5. Box-Counting Method with Adaptable Box Height

A box-counting method with adaptable box height [6] was introduced to estimate FD of images whose size is not a square. It uses the ratio-based box-counting method. For instance, by given an image  $I$  with  $M \times N$  pixels, a ratio  $r$ , such that  $r \geq 2$ , is used to calculate a grid size  $m \times n$ , where  $m = M/r$  and  $n = N/r$ . The new grid size  $m \times n$  can be categorized into four cases as summarized in Table 1.

After partitioning an image into grids, the box size is equal to  $m \times n \times h'$ , where  $h'$  represents a box height. To count the number of boxes in each column, the box height is calculated by  $h' = G/r$ . The number of boxes in the  $(i, j)^{th}$  grid has to be real numbers instead of integers. The box-counts are calculated by using equation (6).

**Table 1.** Four possible patterns of grid partitions based on a ratio  $r$ .

| Case                             | $m \times n$ | $m \times (N - m \times r)$ | $(M - m \times r) \times n$ | $(M - m \times r) \times (N - m \times r)$ |
|----------------------------------|--------------|-----------------------------|-----------------------------|--|
| $M = m \times r, N = m \times r$ | $r \times r$ | -                           | -                           | -  |
| $M = m \times r, N > m \times r$ | $r \times r$ | $r \times 1$                | -                           | -  |
| $M > m \times r, N = m \times r$ | $r \times r$ | -                           | $1 \times r$                | -  |
| $M > m \times r, N > m \times r$ | $r \times r$ | $r \times 1$                | $1 \times r$                | 1  |

$$n_d'' = \left( \frac{I_{Max}(i, j) - I_{Min}(i, j)}{h''} + 1 \right) \times \frac{S(i, j)}{m \times n} \quad (6)$$

where  $S(i, j)$  is the area of the  $(i, j)^{th}$  grid. In above equation, it does not perform ceiling function to allow  $n_d''$  to be a real number. The total number of boxes of an entire image with ratio  $r$  is  $N_d'' = \sum_{i,j} n_d''(i, j)$ . In addition, the upper limit  $H$  of the box size is defined as in (7).

$$H = \min \{ \sqrt{mn}, m, n \} \quad (7)$$

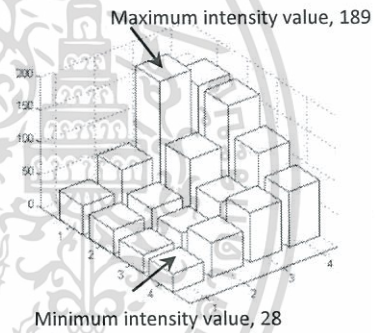
where  $m$  and  $n$  denote the grid sizes. The range of the box size is  $2 \leq r \leq H$ .

As mentioned in [4-6], most of them mainly attempt to overcome the box height calculation to eliminate the undercounting problem, but none of these approaches attempt to improve the precision of box-counts to eliminate the over-counting problem. Therefore, this paper proposes the improved triangle box-counting method to increase the precision of box-counts, so that the overcounting problem is solved and accuracy of FD estimation is improved.

In this section, the square box partition is analyzed in order to point out the key factor affecting to the accuracy of FD estimation. Then the improved triangle box-counting algorithm is described in the last subsection.

### 3.1. Square Box Partition Analysis

Most of FD estimation methods use a square box partition technique, which is simple and practical. However, this technique does not provide the precision for box-counts as proved by [7]. Furthermore, for the large grid in size, the box-count in (2) fails to overcounting situation, when the maximum and minimum intensity levels fall into the same grid. This is a key factor that directly affects to the estimation accuracy.



**Figure 1.** An example of a grid with 4x4 pixels containing the great difference of maximum and minimum intensity values.

Figure 1 is an example to explain this phenomenon. It shows a square box whose size is 4x4 pixels. The maximum and minimum intensity values, 189 and 28, are located at the upper and lower of that grid. Suppose that the box height is 4, the box-count  $n_d$  calculated by using (2) is 42, where  $l$  and  $k$  are equal to 48,  $\text{ceiling}(189/4)$ , and 7,  $\text{ceiling}(28/4)$ , respectively. The greater difference of maximum and minimum intensity levels on each grid leads to the higher error of FD estimation. This problem can be solved by using a triangle partition technique as described in the following subsection.

### 3.2. Improved Triangle Box-Counting Algorithm

In this subsection, an improved triangle box-counting method is proposed in order to increase the accuracy of fractal dimension estimation. The algorithm is as follows.

Step 1. Partition an image with  $M \times M$  pixels into square grids with box size  $s$  varying from 2 to  $M/2$ .

Step 2. Calculate box height  $h = s \times G/M$ , where  $G$  is the total number of gray levels. Each box size can be computed by  $s \times s \times h$ .

Step 3. Apply triangle box partition technique to each box in Step 2. The results are shown in Figure 2. There are two patterns,  $p_1$  and  $p_2$ , such that  $p_1$  is composed of upper and lower right diagonals while  $p_2$  is composed of upper and lower left diagonals.

Step 4. Determine the box-count  $n_d$  of each pattern in Figure 2 using (2), such that  $l$  and  $k$  can be computed by  $l_{Max}/h$  and  $l_{Min}/h$ , where  $l_{Max}$  and  $l_{Min}$  are the maximum and minimum intensities of each grid.

Step 5. Compute  $p_1$  by averaging the box-counts of upper and lower right diagonals, whereas compute  $p_2$  by averaging the box-counts of the upper and lower left diagonals.

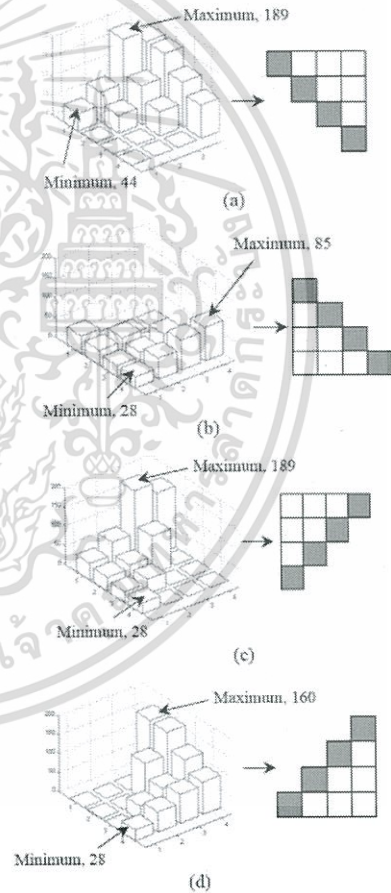
Step 6. Obtain each box-count  $n_d(i, j)$  by using (8).

$$n_d(i, j) = \max\{p_1, p_2\} \quad (8)$$

Step 7. Use (3) to calculate the total number of box-counts  $N_d$ .

As mentioned to the drawback of the square box partition in previous subsection, the great difference of maximum and minimum intensity levels on each grid can be reduced by dividing a square box into two equally triangle boxes as shown in Figure 2. This example can be viewed as two patterns, upper and lower right diagonals,  $p_1$

and upper and lower left diagonals,  $p_2$ . In the upper right diagonal, the maximum and minimum intensity values are 189 and 44, respectively. Suppose that the box height  $h$  is 4, the box-count  $n_d$  of the upper right diagonal is equal to 38, such that  $l$  and  $k$  are equal to 48, ceiling(189/4) and 11, ceiling(44/4), respectively. In the same way, the maximum and minimum intensity values in the lower right diagonal are 85 and 28, respectively. Thus, the box-count  $n_d$  of the lower left diagonal is equal to 16. Then  $p_1$  is computed by averaging 38 and 16. The result is 27.



**Figure 2.** Illustration of dividing an image box into two triangle boxes with four patterns: (a) upper right diagonal, (b) lower right diagonal, (c) upper left diagonal, and (d) lower left diagonal.

On the other hand, the box-counts  $n_d$  of the lower right diagonal is equal to 42 and of the upper right diagonal is equal to 34. Then  $p_2$  is calculated by

averaging 42 and 34. The result is 38. Finally, in this case the box-count  $n_d(i, j)$  of this image box equals to  $\rho_2$  based on the criterion in (8). When compared with the square box partition as explained in previous subsection, the box-count  $n_d(i, j)$  is 38, which is less than 42. This proves that the triangle box partition can overcome the overcounting problem.

#### 4. EXPERIMENTAL RESULTS

In order to evaluate the efficiency of the improved triangle box-counting method in terms of accuracy of FD estimation, the experiments are set up as follows. 16 Brodatz texture images with 512x512 pixels as shown in Figure 3 are used to evaluate the performance of algorithms. The baseline algorithms are DBC [4], IDBC [5], and ADBC [6] methods implemented with simulation programming. The accuracy of FD estimation is evaluated by fitting error  $E$  as defined in (8) to measure the least square linear fit of  $\log(N_s)$  versus  $\log(1/s)$ .

$$E = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(mx_i + c - y_i)^2}{(1+m^2)}} \quad (8)$$

where  $m$ ,  $x_i$ ,  $y_i$ , and  $n$  denote a slope of graph, a value of  $\log(1/s)$ , a value of  $\log(N_s)$ , and a number of samples, respectively.

The triangle box partition is applied to baseline algorithms, including DBC, IDBC, and ADBC, and is implemented with simulation programming. Therefore, there are three improved triangle box-counting algorithms. That is, the DBC with triangle box partition (TDBC), IDBC with triangle box partition (TIDBC), and ADBC with triangle box partition (TADBC) algorithms. As illustrated in Table 2, the experimental results reveal that all proposed algorithms outperform the conventional DBC, IDBC, and ADBC algorithms. A comparison of accuracy illustrates that the TDBC, TIDBC, and TADBC methods can estimate fractal dimension with much smaller fitting error when compared to DBC, IDBC, and ADBC methods, respectively.

**Table 2.** A comparison of FD estimations and fitting errors of the proposed and baseline methods.

| Test images | DBC [4] |           | TDBC |                | IDBC [5] |           | TIDBC |                | ADBC [6] |           | TADBC |                |
|-------------|---------|-----------|------|----------------|----------|-----------|-------|----------------|----------|-----------|-------|----------------|
|             | FD      | Fit. Err. | FD   | Fit. Err.      | FD       | Fit. Err. | FD    | Fit. Err.      | FD       | Fit. Err. | FD    | Fit. Err.      |
| d08         | 2.43    | 0.00894   | 2.44 | <b>0.00870</b> | 2.55     | 0.00820   | 2.55  | <b>0.00742</b> | 2.52     | 0.00104   | 2.51  | <b>0.00097</b> |
| d11         | 2.65    | 0.01111   | 2.64 | <b>0.01047</b> | 2.74     | 0.01104   | 2.73  | <b>0.01037</b> | 2.80     | 0.00075   | 2.78  | <b>0.00074</b> |
| d23         | 2.50    | 0.01657   | 2.50 | <b>0.01635</b> | 2.60     | 0.01561   | 2.60  | <b>0.01506</b> | 2.68     | 0.00118   | 2.66  | 0.00119        |
| d38         | 2.64    | 0.01131   | 2.63 | <b>0.01056</b> | 2.72     | 0.00998   | 2.72  | <b>0.00929</b> | 2.77     | 0.00086   | 2.75  | <b>0.00083</b> |
| d55         | 2.64    | 0.01268   | 2.63 | <b>0.01204</b> | 2.73     | 0.01270   | 2.72  | <b>0.01199</b> | 2.83     | 0.00084   | 2.81  | <b>0.00081</b> |
| d56         | 2.52    | 0.01559   | 2.51 | <b>0.01491</b> | 2.62     | 0.01503   | 2.61  | <b>0.01424</b> | 2.69     | 0.00121   | 2.68  | <b>0.00118</b> |
| d62         | 2.46    | 0.01887   | 2.46 | <b>0.01836</b> | 2.55     | 0.01649   | 2.55  | <b>0.01617</b> | 2.63     | 0.00118   | 2.62  | 0.00121        |
| d69         | 2.55    | 0.01099   | 2.55 | <b>0.01076</b> | 2.64     | 0.00990   | 2.64  | <b>0.00915</b> | 2.67     | 0.00073   | 2.65  | <b>0.00072</b> |
| d71         | 2.60    | 0.01116   | 2.59 | <b>0.01036</b> | 2.65     | 0.00809   | 2.65  | <b>0.00720</b> | 2.66     | 0.00071   | 2.65  | 0.00071        |
| d89         | 2.47    | 0.01707   | 2.47 | <b>0.01667</b> | 2.55     | 0.01443   | 2.55  | <b>0.01357</b> | 2.59     | 0.00123   | 2.57  | <b>0.00117</b> |
| d90         | 2.43    | 0.01639   | 2.42 | <b>0.01527</b> | 2.52     | 0.01356   | 2.51  | <b>0.01241</b> | 2.55     | 0.00109   | 2.53  | <b>0.00103</b> |
| d91         | 2.29    | 0.01504   | 2.28 | <b>0.01403</b> | 2.38     | 0.01053   | 2.38  | <b>0.00939</b> | 2.33     | 0.00127   | 2.32  | <b>0.00120</b> |
| d93         | 2.67    | 0.00839   | 2.67 | <b>0.00808</b> | 2.76     | 0.00805   | 2.75  | <b>0.00768</b> | 2.79     | 0.00092   | 2.78  | <b>0.00090</b> |
| d98         | 2.42    | 0.01516   | 2.41 | <b>0.01403</b> | 2.54     | 0.01447   | 2.53  | <b>0.01332</b> | 2.58     | 0.00128   | 2.56  | <b>0.00121</b> |
| d99         | 2.45    | 0.01689   | 2.44 | <b>0.01588</b> | 2.52     | 0.01341   | 2.52  | <b>0.01258</b> | 2.54     | 0.00121   | 2.53  | <b>0.00115</b> |
| d100        | 2.66    | 0.01139   | 2.66 | <b>0.01121</b> | 2.75     | 0.01152   | 2.75  | <b>0.01117</b> | 2.83     | 0.00081   | 2.82  | <b>0.00077</b> |

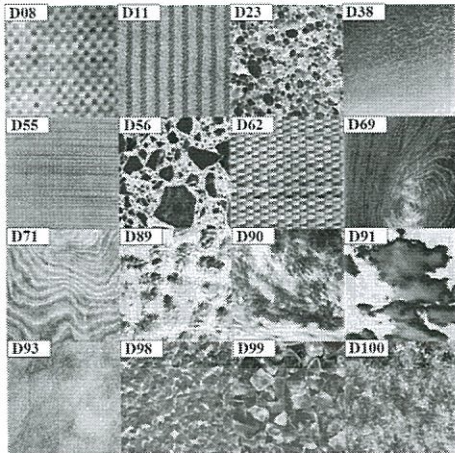


Figure 3. Brodatz texture test images.

## 5. CONCLUSIONS

In this paper, an improved triangle box-counting approach has been proposed to increase the accuracy of fractal dimension estimation for gray-scale images. This method provides the double precision for box counts by simply dividing square boxes into two equally triangle boxes. Thus, it can solve the overcounting issue and enhance the accuracy of the FD estimation. The proposed method is evaluated its performance in terms of fitting error. Based on the experimental results, the proposed method outperforms the existing methods, including differential box-counting

(DBC), improved DBC (IDBC), and box-counting with adaptable box height (ADBC) methods.

## REFERENCES

- [1] Lopes, R., Betrouni, N.: Fractal and multifractal analysis: A review. *Med Image Anal.* 13(4), 634–649 (2009)
- [2] Yu, L., Zhang, D., Wang, K., Yang, W.: Coarse iris classification using box-counting to estimate fractal dimensions. *Pattern Recogn.* 38(11), 1791–1798 (2005)
- [3] Bruno, O., Plotze, R. Falvo, M., Castro, M.: Fractal dimension applied to plant identification. *Inform Sciences.* 178(12), 2722–2733 (2008)
- [4] Sarkar, N., Chaudhuri, B.: An Efficient Differential Box-Counting Approach to Compute Fractal Dimension of Image. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics.* 24(1), 115–120 (1994)
- [5] Li, J. Du, Q., Sun, C.: An improved box-counting method for image fractal dimension estimation. *Pattern Recogn.* 42(11), 2460–2469 (2009)
- [6] Long, M. Peng, F.: A Box-Counting Method with Adaptable Box Height for Measuring the Fractal Feature of Images. *Radioengineering.* 22(1), 208–213 (2013)
- [7] Woraratpanya, K., Kakanopas, D., Varakulsiripunth, R.: Triangle-box Counting Method for Fractal Dimension Estimation. *ASEAN Engineering Journal Part D.* 1(1), 5–16 (2012)