

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

พหุนามเชิงตั้งฉากที่มีฟังก์ชันถ่วงเป็นฟังก์ชันที่ไม่มีอนุพันธ์ที่บางจุด

**ORTHOGONAL POLYNOMIALS WITH NONDIFFERENTIABLE WEIGHT
FUNCTION AT SOME POINTS**



ปิยพงศ์ สุจาริตติกุล

วิชุดา พิศเพ็ญ

สุธิษา คามีสักดิ์

รฟท.

ร/619 จว

2550

เลขหมู่.....

82776

เลขทะเบียน.....

วัน,เดือน,ปี 23 ก.ค. 2551

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

คณะวิทยาศาสตร์


สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2550

๗๑๕๕๑๕๕
b.....
f.....

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้เผยแพร่หรือทำ
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ORTHOGONAL POLYNOMIALS WITH NONDIFFERENTIABLE WEIGHT
FUNCTION AT SOME POINTS**



**PIYAPONG SUJARAKITTIKUL
WICHUTA PISPENG
SUTISA KAMEESAK**

**A SPECIAL PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE
FUCULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LARKRABANG
ACADEMIC YEAR 2007**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ พหุนามเชิงตั้งฉากที่มีฟังก์ชันถ่วงเป็นฟังก์ชันที่ไม่มีอนุพันธ์ที่บางจุด
ORTHOGONAL POLYNOMIALS WITH NONDIFFERENTIABLE
WEIGHT FUNCTION AT SOME POINTS

ชื่อนักศึกษา นายปิยพงศ์ สุจาริกิตติกุล 47050021
นางสาววิชุดา พิศเพ็ง 47050030
นางสาวสุธิดา คามีศักดิ์ 47050038

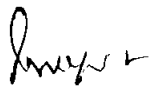
ภาควิชา คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

สาขาวิชา คณิตศาสตร์ประยุกต์

อาจารย์ที่ปรึกษา อาจารย์พรชัย ชัยสนิท
อาจารย์เทอดขวัญ ช้างเผือก

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระ
จอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้นำปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตร วิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ประจำปีการศึกษา 2550

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
ดร.พรรณทิพย์ ภัทรอินทากร ประธานกรรมการ	
รองศาสตราจารย์พ้องพรรณ รัตนธนาวัฒน์ กรรมการ	
อาจารย์พรชัย ชัยสนิท กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	
อาจารย์เทอดขวัญ ช้างเผือก กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	



(รองศาสตราจารย์ไพโรบลย์ พันธรักษ์พงษ์)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

ลิขสิทธิ์ของภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้เฉพาะเพื่อการศึกษายกเว้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แต่ สถาบันอันเป็นที่รัก
ปิยวงศ์



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	พหุนามเชิงตั้งฉากที่มีฟังก์ชันถ่วงเป็นฟังก์ชันที่ไม่มีอนุพันธ์ที่บางจุด	
ชื่อนักศึกษา	นายปิยพงศ์ สุจาริกิตติกุล	47050021
	นางสาววิชุดา พิศเพ็ง	47050030
	นางสาวสุธิษา คามีสักดิ์	47050038
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต	
ภาควิชา	คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์	
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์	
ปีการศึกษา	2550	
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์พรชัย ชัยสนิท	
	อาจารย์เทอดขวัญ ช้างเผือก	

บทคัดย่อ

ปัญหาพิเศษนี้เป็นการศึกษาลำดับของพหุนามเชิงตั้งฉากจำนวนหกลำดับ บนช่วง $[0,1]$ ตามฟังก์ชันถ่วงหกฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชันที่ไม่มีอนุพันธ์ที่บางจุด สำหรับแต่ละลำดับของพหุนามเชิงตั้งฉากจะทำการหาพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 1 ถึงพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 7 ทำการหารูปแบบการหาปริพันธ์เชิงตัวเลขชนิดรูปแบบเกาส์-ควอดเรเจอร์ และการหารูปแบบการประมาณค่าในช่วง แบบกำลังสองน้อยที่สุด

Title ORTHOGONAL POLYNOMIALS WITH NONDIFFERENTIABLE
WEIGHT FUNCTION AT SOME POINTS

Students Mr.Piyapong Sujarakittikul 47050021
Ms.Wichuta Pispeng 47050030
Ms.Sutisa Kameesak 47050038

Degree Bachelor of Science

Department Mathematics and Computer Science, Faculty of Science

Program Applied Mathematics

Academic Year 2007

Advisor Mr.Pornchai Chaisanit
Ms.Thurdkwun Changpuek

ABSTRACT

The purpose of this special problem is to study some for orthogonal polynomials with nondifferentiable weight function at some points. Six sequences of orthogonal polynomials on the interval $[0,1]$ with respect to the six weight function at any points. The orthogonal polynomials of degree 1 to 7 are constructed for each sequence of orthogonal polynomials. The numerical integration formulas, Gauss-Quadrature formula type, are formulated. There are two application in our constructed orthogonal polynomials; finding numerical values of define integrals; and interpolating functions by least-squares approximation.

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำปัญหาพิเศษเรื่องพหุนามเชิงตั้งฉากที่มีฟังก์ชันถ่วงเป็นฟังก์ชันที่ไม่มีอนุพันธ์ที่บางจุดสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีทางคณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ รศ.ดร. ไมตรี โพธิ์สุข อ.พรชัย ชัยสนิท และ อ.เทอดขวัญ ช่างเผือก อาจารย์ที่ปรึกษาปัญหาพิเศษที่กรุณาช่วยให้คำแนะนำและเป็นที่ปรึกษาในการแก้ปัญหาต่าง ๆ รวมทั้งเป็นผู้ตรวจสอบ ความถูกต้องของปัญหาพิเศษฉบับนี้

ขอขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสานวิชาความรู้ทั้งด้านทฤษฎีและภาคปฏิบัติแก่ทางคณะผู้จัดทำจนกระทั่งปัญหาพิเศษนี้สัมฤทธิ์ผลด้วยดีทุกประการ

ขอขอบพระคุณเจ้าหน้าที่ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ที่คอยให้ความสะดวกในการใช้ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์และอื่น ๆ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย	i
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ii
กิตติกรรมประกาศ	iii
สารบัญ	iv
สารบัญภาพ	vi
สารบัญตาราง	ix
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของวิทยานิพนธ์	1
1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ.....	2
1.3 ขอบเขตของปัญหา.....	2
1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน	3
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	3
บทที่ 2 นิยาม ทฤษฎีบท และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	4
2.1 ฟังก์ชันถ่วง.....	4
2.2 พหุนามเชิงตั้งฉาก.....	4
2.3 รูปแบบของนิวตัน-โคต (Newton-Cotes formula).....	5
2.4 รูปแบบเกาส์-ควอดเรเจอร์ (Gauss-Quadrature formula type).....	5
2.5 การประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยสุด (least-squares approximation).....	6
2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	8
บทที่ 3 วิธีดำเนินการปัญหาพิเศษ.....	11
3.1 ฟังก์ชันถ่วง.....	11
3.2 การหาค่าปริพันธ์ของฟังก์ชันถ่วง.....	12
3.3 การหาสัมประสิทธิ์.....	12

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และ iv ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.4 การหารากของพหุนามเชิงตั้งฉาก.....	13
3.5 การหาค่าถ่วง.....	13
3.6 การหาค่าปริพันธ์ของค่าถ่วง.....	14
3.7 การหาค่าประมาณแบบกำลังสองน้อยสุด.....	14
บทที่ 4 ผลงานการดำเนินการปัญหาพิเศษ.....	15
4.1 ค่าพหุนามเชิงตั้งฉาก.....	15
4.1.1 ฟังก์ชันถ่วงที่ 1.....	15
4.1.2 ฟังก์ชันถ่วงที่ 2.....	23
4.1.3 ฟังก์ชันถ่วงที่ 3.....	31
4.1.4 ฟังก์ชันถ่วงที่ 4.....	39
4.1.5 ฟังก์ชันถ่วงที่ 5.....	47
4.1.6 ฟังก์ชันถ่วงที่ 6.....	55
4.2 ค่าถ่วง(weight).....	63
4.3 การหาค่าปริพันธ์.....	75
4.4 การประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยสุด.....	96
บทที่ 5 สรุปผลงานการวิจัย และข้อเสนอแนะ.....	102
5.1 สรุปผลงานการวิจัย.....	102
5.1.1 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วง.....	102
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	102
รายการอ้างอิง.....	103

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
4.1 พหุนามเชิงตั้งฉากของฟังก์ชันถ่วงที่ 1.....	18
4.1.1 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 1 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 1.....	19
4.1.2 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 2 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 1.....	19
4.1.3 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 3 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 1.....	20
4.1.4 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 4 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 1.....	20
4.1.5 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 5 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 1.....	21
4.1.6 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 6 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 1.....	21
4.1.7 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 7 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 1.....	22
4.2 พหุนามเชิงตั้งฉากของฟังก์ชันถ่วงที่ 2.....	26
4.2.1 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 1 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 2.....	27
4.2.2 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 2 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 2.....	27
4.2.3 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 3 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 2.....	28
4.2.4 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 4 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 2.....	28
4.2.5 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 5 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 2.....	29
4.2.6 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 6 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 2.....	29
4.2.7 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 7 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 2.....	30
4.3 พหุนามเชิงตั้งฉากของฟังก์ชันถ่วงที่ 3.....	34
4.3.1 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 1 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3.....	35
4.3.2 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 2 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3.....	35
4.3.3 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 3 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3.....	36
4.3.4 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 4 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3.....	36
4.3.5 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 5 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3.....	37
4.3.6 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 6 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3.....	37
4.3.7 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 7 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3.....	38

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญภาพ(ต่อ)

ภาพที่	หน้า
4.3.6 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 6 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3.....	37
4.3.7 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 7 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3.....	38
4.4 พหุนามเชิงตั้งฉากของฟังก์ชันถ่วงที่ 4.....	42
4.4.1 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 1 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 4.....	43
4.4.2 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 2 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 4.....	43
4.4.3 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 3 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 4.....	44
4.4.4 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 4 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 4.....	44
4.4.5 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 5 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 4.....	45
4.4.6 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 6 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 4.....	45
4.4.7 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 7 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 4.....	46
4.5 พหุนามเชิงตั้งฉากของฟังก์ชันถ่วงที่ 5.....	50
4.5.1 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 1 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 5.....	51
4.5.2 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 2 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 5.....	51
4.5.3 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 3 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 5.....	52
4.5.4 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 4 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 5.....	52
4.5.5 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 5 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 5.....	53
4.5.6 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 6 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 5.....	53
4.5.7 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 7 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 5.....	54
4.6 พหุนามเชิงตั้งฉากของฟังก์ชันถ่วงที่ 6.....	58
4.6.1 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 1 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 6.....	59
4.6.2 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 2 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 6.....	59
4.6.3 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 3 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 6.....	60
4.6.4 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 4 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 6.....	60
4.6.5 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 5 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 6.....	61

สารบัญภาพ(ต่อ)

ภาพที่	หน้า
4.6.6 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 6 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 6.....	61
4.6.7 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 7 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 6.....	62
4.7 การปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ของฟังก์ชันถ่วงที่ 1.....	96
4.8 การปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ของฟังก์ชันถ่วงที่ 2.....	97
4.9 การปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3.....	98
4.10 การปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ของฟังก์ชันถ่วงที่ 4.....	99
4.11 การปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ของฟังก์ชันถ่วงที่ 5.....	100
4.12 การปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ของฟังก์ชันถ่วงที่ 6.....	101



สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
1.1 ฟังก์ชันถ่วงที่สำคัญ.....	1
4.1 ค่าถ่วง(weight value)ของฟังก์ชันถ่วงที่ 1.....	63
4.2 ค่าถ่วง(weight value)ของฟังก์ชันถ่วงที่ 2.....	65
4.3 ค่าถ่วง(weight value)ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3.....	67
4.4 ค่าถ่วง(weight value)ของฟังก์ชันถ่วงที่ 4.....	69
4.5 ค่าถ่วง(weight value)ของฟังก์ชันถ่วงที่ 5.....	71
4.6 ค่าถ่วง(weight value)ของฟังก์ชันถ่วงที่ 6.....	73
4.7 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x} dx$	75
4.8 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 2 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x} dx$	75
4.9 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 3 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x} dx$	76
4.10 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 4 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x} dx$	76
4.11 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 5 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x} dx$	77
4.12 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 6 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x} dx$	77
4.13 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x^2} dx$	78
4.14 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 2 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x^2} dx$	78
4.15 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 3 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x^2} dx$	79

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และix ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่	หน้า
4.16 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 4 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x^2} dx$	79
4.17 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 5 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x^2} dx$	80
4.18 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 6 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x^2} dx$	80
4.19 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+2x} dx$	81
4.20 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 2 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+2x} dx$	81
4.21 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 3 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+2x} dx$	82
4.22 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 4 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+2x} dx$	82
4.23 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 5 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+2x} dx$	83
4.24 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 6 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+2x} dx$	83
4.25 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+x} dx$	84
4.26 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 2 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+x} dx$	84
4.27 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 3 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+x} dx$	85

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และ x ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่		หน้า
4.28	ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 4 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+x} dx$	85
4.29	ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 5 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+x} dx$	86
4.30	ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 6 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+x} dx$	86
4.31	ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+2x} dx$	87
4.32	ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 2 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+2x} dx$	87
4.33	ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 3 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+2x} dx$	88
4.34	ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 4 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+2x} dx$	88
4.35	ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 5 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+2x} dx$	89
4.36	ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 6 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+2x} dx$	89
4.37	ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{4-2x} dx$	90
4.38	ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 2 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{4-2x} dx$	90
4.39	ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 3 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{4-2x} dx$	91

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และ xi ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่	หน้า
4.40 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 4 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{4-2x} dx$	91
4.41 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 5 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{4-2x} dx$	92
4.42 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 6 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{4-2x} dx$	92
4.43 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_1^2 w_1(x)x^2 dx$	93
4.44 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_1^2 w_1(x)(1+x) dx$	93
4.45 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_1^2 w_1(x)(2+x^2) dx$	94
4.46 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_1^2 w_1(x)(x^2-2x+1) dx$	94
4.47 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_1^2 w_1(x)(2x^2+5) dx$	95
4.48 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_1^2 w_1(x)\left(\frac{-5x^2}{1+2x}\right) dx$	95

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และxii ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาพิเศษ

ลำดับของพหุนามเชิงตั้งฉากเป็นลำดับอนันต์ $p_0(x), p_1(x), p_2(x), \dots$, ซึ่งแต่ละ $p_n(x)$ มีระดับชั้น n สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบ

$$p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

โดยในปัญหาพิเศษนี้จะคำนวณหาลำดับของพหุนามเชิงตั้งฉากหกลำดับ บนช่วง $[0,1]$ ตามฟังก์ชันถ่วง (weight functions) หกฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชันที่ไม่มีอนุพันธ์ที่บางจุด (nondifferentiable function at $p_0(x) = 1$ some point) โดยเริ่มต้นที่ โดยจะทำการหาพหุนามเชิงตั้งฉากถึงอันดับที่ 7 เมื่อได้พหุนามเชิงตั้งฉาก (orthogonal polynomials) แล้ว จะคำนวณหารูปแบบของการหาปริพันธ์เชิงตัวเลข เพื่อหาผลลัพธ์ของปริพันธ์จำกัดเขต และนำพหุนามเชิงตั้งฉากที่ได้ทั้งหมดนี้ไปใช้ประมาณค่าในช่วงของฟังก์ชันต่างๆ แบบกำลังสองน้อยสุด

ตาราง 1.1 ฟังก์ชันถ่วง ที่สำคัญ

ฟังก์ชันถ่วง $w(x)$	ช่วง	พหุนาม
1	$[-1,1]$	Legendre
e^{-x}	$[0, \infty)$	Laguerre
$x^\alpha e^{-x}$	$(0, \infty)$	Associated Laguerre
$(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$	$[-1,1]$	Chebyshev
e^{-x^2}	$(-\infty, \infty)$	Hermite
$(1-x^2)^{\alpha-\frac{1}{2}}$	$[-1,1]$	Gegenbauer
$(1-x)^\alpha(1+x)^\beta$	$[-1,1]$	Jacobi

1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ

- 1.2.1 เพื่อศึกษาลำดับของพหุนามเชิงตั้งฉากจำนวนหกลำดับ บนช่วง $[0,1]$ ตามฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชันที่ไม่มีอนุพันธ์ที่บางจุด
- 1.2.2 เพื่อหาพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 1 ถึงพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 7 ของลำดับของพหุนามเชิงตั้งฉากทั้งหกลำดับ
- 1.2.3 เพื่อนำไปคำนวณหารูปแบบของการหาปริพันธ์เชิงตัวเลขเพื่อหาผลลัพธ์ของปริพันธ์จำกัดเขต
- 1.2.4 เพื่อนำไปใช้ประมาณค่าในช่วง แบบกำลังสองน้อยสุดของฟังก์ชันต่างๆ

1.3 ขอบเขตของปัญหา

- 1.3.1 ศึกษาลำดับของพหุนามเชิงตั้งฉากจำนวนหกลำดับ บนช่วง $[0,1]$ ตามฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชันที่ไม่มีอนุพันธ์ที่บางจุด

$$w_1(x) = \begin{cases} 1-2x, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2x-1, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

$$w_2(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2-2x, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

$$w_3(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2x^2-4x+2, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

$$w_4(x) = \begin{cases} 2x^2, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 1-x, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

$$w_5(x) = \begin{cases} 2x^2, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2x^2-4x+2, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$w_6(x) = \begin{cases} \sqrt{2x}, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2 - 2x, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

- 1.3.2 หาพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 1 ถึงพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 7 ของลำดับของพหุนามเชิงตั้งฉากทั้งหมดลำดับ
- 1.3.3 นำไปคำนวณหารูปแบบของการหาปริพันธ์เชิงตัวเลขเพื่อหาผลลัพธ์ของปริพันธ์จำกัดเขต
- 1.3.4 นำไปใช้ประมาณค่าในช่วง แบบกำลังสองน้อยสุดของฟังก์ชันต่างๆ

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน

- 1.4.1 ค้นคว้าเอกสาร ทฤษฎีบทงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับพหุนามเชิงตั้งฉาก
- 1.4.2 ศึกษาเอกสาร ทฤษฎีบท งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับพหุนามเชิงตั้งฉากเพื่อเป็นแนวทางในการวิจัย
- 1.4.3 ทำการหาพหุนามเชิงตั้งฉากทั้งหมดลำดับ
- 1.4.4 ทำการหาค่ารากพหุนามเชิงตั้งฉากทั้งหมดลำดับ
- 1.4.5 ทำการประยุกต์ใช้ในสองแนวทาง ได้แก่ หาปริพันธ์เชิงตัวเลขและการประมาณในช่วง แบบกำลังสองน้อยสุด
- 1.4.6 สรุปผลและเขียนรูปเล่มปัญหาพิเศษ

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1.5.1 ได้ลำดับของพหุนามเชิงตั้งฉากจำนวนหกลำดับ บนช่วง[0,1]ตามฟังก์ชันถ่วงหกฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชันที่ไม่มีอนุพันธ์ที่บางจุด ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
- 1.5.2 ได้รูปแบบเชิงตัวเลขที่ดี สำหรับการหาค่าปริพันธ์แบบจำกัดเขต
- 1.5.3 ได้พหุนามเชิงตั้งฉากที่ใช้ในการประมาณค่าที่ดี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

นิยาม ทฤษฎีบทและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ฟังก์ชันถ่วง

นิยาม 2.1.1 ฟังก์ชันถ่วงเป็นเครื่องมืออย่างหนึ่งทางคณิตศาสตร์เมื่อมีการหาปริพันธ์ เพื่อที่จะให้บางส่วนมีค่าถ่วงต่างจากส่วนอื่น ค่าขอบเขตจะเป็นจำนวนจริงหรือเป็นอนันต์ก็ได้ แต่ต้องไม่เป็นศูนย์ระหว่างช่วงการหาปริพันธ์ และต้องได้ค่าบวก ฟังก์ชันถ่วงสามารถเป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องหรือฟังก์ชันต่อเนื่องได้

2.2 พหุนามเชิงตั้งฉาก

นิยาม 2.2.1 ให้ $p_k(x)$ เป็นพหุนามกำลัง k เรียก $p_k(x)$ ว่าเป็นพหุนามเชิงตั้งฉากในช่วงปิด $[a, b]$ ตามฟังก์ชันถ่วง $w(x)$ ถ้า $\int_a^b w(x)p_k(x)q_m(x)dx = 0$ เมื่อ $q_m(x)$ เป็นพหุนามกำลัง m ใดๆ ที่ $m \leq k-1$

นิยาม 2.2.2 ให้ $p_0(x), p_1(x), p_2(x), \dots, p_k(x), \dots$ เป็นลำดับของพหุนามเรียกลำดับของพหุนามเชิงตั้งฉากในช่วงปิด $[a, b]$ ตามฟังก์ชันถ่วง $w(x)$ ถ้าทุกๆ พหุนาม $p_i(x), i = 0, 1, \dots, k, \dots$ เป็นพหุนามเชิงตั้งฉากในช่วงปิด $[a, b]$ ตามฟังก์ชันถ่วง ($w(x)$ มีค่าเป็นบวกในช่วงเปิด (a, b))

ทฤษฎีบท 2.2.1 พหุนาม $p_k(x)$ ที่ทำให้ $\int_a^b w(x)p_k(x)q_m(x)dx = 0$ สำหรับทุก ๆ พหุนาม $q_m(x)$ ที่ $m \leq k-1$ มีจริงและมีเพียงหนึ่งเดียวเท่านั้น (ยกเว้นพหุนามที่เป็นผลคูณของ $p_k(x)$ กับค่าคงที่ใดๆ [1])

2.3 รูปแบบของนิวตัน-โค้ต (Newton–Cotes formula)

กำหนด x_1, x_2, \dots, x_n เป็นจุดอยู่ในช่วงปิด $[a, b]$ และค่า $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)$ ต้องการหาจำนวนจริง A_1, A_2, \dots, A_n เพื่อใช้หาค่าประมาณของ

$$\int_a^b w(x)f(x)dx = \sum_{k=1}^n A_k f(x_k) + E(f) \quad (2.3.1)$$

เรียกรูปแบบที่ (2.3.1) ว่าการหาค่าปริพันธ์ด้วยรูปแบบของนิวตัน-โค้ต $w(x)$ เรียกว่าฟังก์ชันถ่วง (weight function) x_k เรียกว่าจุดของรูปแบบ (nodal point) A_k เรียกว่าค่าถ่วง (weight value) $f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่ต้องการหาปริพันธ์ และ $E(f)$ เป็นค่าความคลาดเคลื่อน

นิยาม 2.3.1 ถ้า $x_1 = a$ และ $x_n = b$ แล้วเรียกรูปแบบนิวตัน-โค้ตจาก (2.3.1) ว่า รูปแบบ นิวตัน-โค้ต ชนิดปิด (Newton–Cotes closed formula) และถ้า $x_1 > a$ และ $x_n < b$ แล้วเรียกรูปแบบนิวตัน-โค้ตนี้ว่า รูปแบบ นิวตัน-โค้ตชนิดเปิด (Newton–Cotes open formula)

ทฤษฎีบท 2.3.1 ถ้ากำหนดจุด x_1, x_2, \dots, x_n เป็นจุดต่าง ๆ กันในช่วงปิด $[a, b]$ และค่า $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)$ และฟังก์ชันถ่วง $w(x)$ แล้วจะมีจำนวนจริง A_1, A_2, \dots, A_n ที่ทำให้

$$\int_a^b w(x)f(x)dx = \sum_{k=1}^n A_k f(x_k)$$

สำหรับ $f(x)$ เป็นพหุนามที่กำลังน้อยกว่าหรือเท่ากับ $n-1$ [1]

2.4 รูปแบบเกาส์-ควอดเรเจอร์ (Gauss–Quadrature formula)

รูปแบบเกาส์-ควอดเรเจอร์ เป็นรูปแบบการประมาณค่าปริพันธ์ของฟังก์ชัน โดยมีรูปแบบดังนี้

$$\int_a^b w(x)f(x)dx = \sum_{k=1}^n A_k f(x_k) + E(f)$$

เมื่อ เรียกว่า $w(x)$ ฟังก์ชันถ่วง (weight function) x_k เรียกว่าจุดของรูปแบบ (nodal point) ซึ่งเป็นรากของพหุนามเชิงตั้งฉาก $p_n(x)$ A_k เรียกว่าค่าถ่วง (weight value) $f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่ต้องการหาปริพันธ์และ $E(f)$ เป็นค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น

ทฤษฎีบท 2.4.1 กำหนดให้ x_1, x_2, \dots, x_n เป็นรากของพหุนามเชิงตั้งฉาก $p_n(x)$ ในช่วงปิด $[a, b]$ ตามฟังก์ชันถ่วง $w(x)$ สมมติว่าสามารถหาค่า A_1, A_2, \dots, A_n ได้และการหาค่าปริพันธ์

$$\int_a^b w(x)f(x)dx = \sum_{k=1}^n A_k f(x_k) + E(f) \quad (2.4.1)$$

ไม่มีความคลาดเคลื่อน สำหรับ $f(x)$ ที่เป็นพหุนามที่มีกำลังไม่เกิน $n-1$ แล้วรูปแบบ (2.4.1) จะไม่มีค่าความคลาดเคลื่อนเลย ถ้า $f(x)$ เป็นพหุนามที่มีกำลังไม่เกิน $2n-1$ [1]

ทฤษฎีบท 2.4.2 ถ้ารูปแบบ (2.4.1) ไม่มีค่าคลาดเคลื่อนเลยสำหรับฟังก์ชัน $f(x)$ ที่เป็น พหุนามที่มีกำลังไม่เกิน แล้วจุด $2n-1$ x_1, x_2, \dots, x_n จะเป็นรากของพหุนามเชิงตั้งฉาก $p_n(x)$ ในช่วงปิด $[a, b]$ ตามฟังก์ชันถ่วง $w(x)$ [1]

ทฤษฎีบท 2.4.3 ค่า A_1, A_2, \dots, A_n ในรูปแบบที่ (2.4.1) เป็นจำนวนจริงบวกทั้งหมด [1]

2.5 การประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยสุด (least-squares approximation)

สมมติให้ $f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่มีค่าแน่นอนในช่วงเปิด (a, b) และต้องการหาพหุนาม $p(x)$ ที่มีกำลังไม่เกิน k มาเป็นฟังก์ชันเพื่อใช้หาค่าแทน $f(x)$ โดยให้ค่า $\int_a^b [f(x) - p(x)]^2 w(x) dx$ มีค่าน้อยที่สุด เมื่อ $w(x)$ เป็นฟังก์ชันถ่วงของพหุนามเชิงตั้งฉากตามช่วงปิด $[a, b]$

ถ้า $p_0(x), p_1(x), p_2(x), \dots, p_k(x)$ เป็นลำดับของพหุนามเชิงตั้งฉากตามฟังก์ชันถ่วง $w(x)$ ในช่วงปิด $[a, b]$ แล้ว $y = d_0 p_0(x) + d_1 p_1(x) + d_2 p_2(x) + \dots + d_k p_k(x)$ โดยค่า $d_0, d_1, d_2, \dots, d_k$ จะเป็นเซตของจำนวนจริงเพียงเซตเดียวเท่านั้นเนื่องจาก $p_0(x), p_1(x), p_2(x), \dots, p_k(x)$ เป็นอันดับของพหุนามเชิงตั้งฉาก

$$\int_a^b [f(x) - p(x)]^2 w(x) dx = \int_a^b [f(x) - d_0 p_0(x) - d_1 p_1(x) - \dots - d_k p_k(x)]^2 w(x) dx$$

สิ่งที่ต้องการคือหา $d_0, d_1, d_2, \dots, d_k$ ที่ทำให้ค่าที่ได้จากการหาค่าปริพันธ์น้อยที่สุด

กำหนดให้ $g(d_0, d_1, d_2, \dots, d_k) = \int_a^b [f(x) - p(x)]^2 w(x) dx$ ดังนั้น จะต้องหา $d_0, d_1, d_2, \dots, d_k$ ที่ทำ

ให้เกิดค่าต่ำสุดของฟังก์ชัน g จากแคลคูลัสของฟังก์ชันหลายตัวแปรจะต้องหาค่า $d_0, d_1, d_2, \dots, d_k$ ที่ทำ

$$\text{ให้ } \frac{\partial g}{\partial d_0} = \frac{\partial g}{\partial d_1} = \dots = \frac{\partial g}{\partial d_k} = 0 \text{ แต่}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial g}{\partial d_i} &= \frac{\partial}{\partial d_i} \int_a^b [f(x) - d_0 p_0(x) - d_1 p_1(x) - \dots - d_k p_k(x)]^2 w(x) dx \\
&= \int_a^b \frac{\partial}{\partial d_i} [[f(x) - d_0 p_0(x) - d_1 p_1(x) - \dots - d_k p_k(x)]^2 w(x)] dx \\
&= \int_a^b \frac{\partial}{\partial d_i} \left[[f(x) - d_0 p_0(x) - d_1 p_1(x) - \dots - d_k p_k(x)]^2 \frac{\partial}{\partial d_i} w(x) \right] dx \\
&= \int_a^b w(x) - 2[f(x) - d_0 p_0(x) - d_1 p_1(x) - \dots - d_k p_k(x)](-p_i(x)) dx \\
&= -2 \int_a^b w(x) [f(x) p_i(x) - d_0 p_0(x) p_i(x) - d_1 p_1(x) p_i(x) - \dots - d_k p_k(x) p_i(x)] dx \\
&= -2 \left[\int_a^b w(x) f(x) p_i(x) dx - d_0 \int_a^b w(x) p_0(x) p_i(x) dx - d_1 \int_a^b w(x) p_1(x) p_i(x) dx - \dots - d_i \int_a^b w(x) p_i^2(x) dx - \dots - d_k \int_a^b w(x) p_k(x) p_i(x) dx \right] \\
&= 2 \left[\int_a^b w(x) f(x) p_i(x) dx - \dots - d_i \int_a^b w(x) p_i^2(x) dx \right]
\end{aligned}$$

แต่ต้องการ $\frac{\partial g}{\partial d_i} = 0$ สำหรับทุกๆ i

$$\begin{aligned}
\therefore \int_a^b w(x) f(x) p_i(x) dx &= d_i \int_a^b w(x) p_i^2(x) dx = 0 \\
\therefore d_i &= \frac{\int_a^b w(x) f(x) p_i(x) dx}{\int_a^b w(x) p_i^2(x) dx}
\end{aligned}$$

นั่นคือถ้าจะให้ g มีค่าน้อยสุด d_i จะต้องมีการตั้งข้างต้นสำหรับทุกๆ ค่าของ $i = 0, 1, 2, \dots, k$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

A.Carrido (2005) [2] ได้นำฟังก์ชันถ่วงของ Freud ซึ่งใช้ในพหุนามเชิงตั้งฉาก โดยฟังก์ชันถ่วงคือ $w(x) = e^{-x^4}$ และเรียกพหุนามเชิงตั้งฉากนี้ว่า Freud-type orthogonal polynomials

Alex Kasman (1996) [3] ได้แสดงถึงพหุนามเชิงตั้งฉากในการหาปริพันธ์แบบต่อเนื่องในกรณีเชิงเส้นคู่

$$c = \sum_{i=1}^m \delta_{\lambda_i} \circ \sum_{j=0}^{\mu} \alpha_j \delta_z', \delta_{\lambda_i} \text{ เป็นฟังก์ชันเดลตา } z = \lambda \text{ เป็นค่าคงที่, } \lambda \in C, \alpha_j \text{ เป็นตัวดำเนินการ}$$

ผลต่าง ∂/∂_z และ $\alpha_j \in C$ ซึ่ง $\alpha_{\mu} \neq 0$

Alicia Cachafeiro (2000) [4] ได้ศึกษาถึงพีชคณิต และการวิเคราะห์เกี่ยวกับพหุนามเชิง ตั้ง

$$\text{ฉาก } (p, q)_s = \sum_{k=0}^N \int_R \lambda_k p^{(k)}(x) q^{(k)}(x) d\mu_k(x) \text{ ซึ่ง } (\mu_k)_{k=0}^N \text{ และ } N=1 \text{ } p \text{ และ } q \text{ เป็นพหุนามเชิงตั้ง}$$

ฉากที่เป็น จำนวนจริง

A.Iserles (1988) [5] ได้แสดงว่าพหุนามเชิงตั้งฉากมีการประยุกต์ของคณิตศาสตร์และสมบัติของศูนย์ โดยเฉพาะส่วนของระบบจำนวนเชิงซ้อน โดยใช้ทฤษฎีบท 2 ทฤษฎีบท ได้ขยายการสำรวจตำแหน่งของศูนย์ในการตัดการกระจายในพหุนามเชิงตั้งฉาก

D.V.Chudnovsky (1999) [6] ใช้วิธีการวิเคราะห์ความกว้างของการสั่นสะเทือนของคลื่นวิทยุ (PWM) ปัญหานี้ได้นำสูตรมาใช้สองสูตร สูตรแรกเป็นพีชคณิตเป็นผลรวมของกำลังที่ กำหนดให้

$$\text{เซต } \{x_i\} (i=1, \dots, n) \text{ สมการคือ } \sum_{i=1}^n x_i^{2m-1} = s_{2m-1, m-1, \dots, n} \text{ สูตรที่สองเป็นผลรวมโคไซน์}$$

$$\text{กำหนดให้ } \{\alpha_i\} (i=1, \dots, n) \text{ สมการคือ } \sum_{i=1}^n \cos(2m-1)\alpha_i = c_{2m-1}, m=1, \dots, n \text{ สูตรนี้เป็นฐานหลัก}$$

ของวิธีการวิเคราะห์ความกว้างของการสั่นสะเทือนของคลื่นวิทยุ ได้นำการวิเคราะห์โดยใช้วิธีการประมาณค่าทางเทคนิค และวิธีการวิเคราะห์เชิงตัวเลขที่ได้ผลรวดเร็ว

Evgeniy D. Golovin (2003) [7] ได้ใช้วิธีใหม่สำหรับลักษณะเฉพาะของวงจรไฟฟ้า ซึ่งเป็นตัวแปรเสริมในอนุกรม โดยใช้การแปลงเชิงอนุพันธ์เทย์เลอร์ เช่นเดียวกันกับรูปแบบของความถี่เพิ่ม ซึ่งพิจารณาจากการลดทอนของจำนวนของพจน์ในอนุกรม โดยใช้การแปรผันจากดิกรีในฐานของพหุนามเชิงตั้งฉากของเลกเกอร์, เลอซีงค์ และรูปแบบที่หนึ่งของเซบีเซฟ และการเคลื่อนที่ของพหุนาม

Gradimir V. Milovanovic (2005) [8] ได้ทำการวิจัยพหุนามเชิงตั้งฉากบนครึ่งวงกลม ซึ่งเป็นพหุนามเชิง

$$\text{ตั้งฉากจำนวนเชิงซ้อน } [f, g]_m = \int_0^\pi f(e^{i\theta}) g(e^{i\theta}) w_m(e^{i\theta}) d\theta \quad m=1, 2, \dots, r \text{ บนฟังก์ชัน}$$

ถ่วง $w_m(x), m=1, 2, \dots, r$ ได้แสดงพหุนามเชิงตั้งฉากบนครึ่งวงกลมในรูปแบบ II ซึ่งเป็นพหุนามเชิงตั้งฉากของจำนวนจริง ตามฟังก์ชันถ่วง $w_m(x), m=1, 2, \dots, r$

Ira M. Gessel (1988) [9] ได้นำพหุนามของ Laguerre และ Charlier มาศึกษาในการวิจัยโดยมีลำดับของ

พหุนามเชิงตั้งฉากคือ $p_0, p_1(x), \dots$ และรูปในการหาปริพันธ์คือ $\int \prod_{i=1}^r p_n(x) d\mu$

J. Arveu' (2001) [10] พหุนามเชิงตั้งฉาก $\{p_n(x) : n = 0, 1, 2, \dots\}$ สอดคล้องกับ เมเชอร์ μ

บนเส้นจำนวนจริง p_n ซึ่ง n มีคิกรีสอดคล้องกับเงื่อนไข $\int p_n(x) x^j d\mu(x) = 0, j = 0, 1, \dots, n-1$

นิยามการคูณตัวประกอบพหุนามในกรณีที่พหุนามเชิงตั้งฉากไม่ต่อเนื่องเมเชอร์ μ

$$\mu = \sum_{k=0}^n p_k \delta_{x_k}, p_k > 0, x_k \in R \text{ และ } N \in n \cup \{+\infty\}$$

Jose' L. (1991) [11] ได้หาค่าประมาณในพหุนามเชิงตั้งฉากของแอร์มีต ภายใต้ลิมิตของพหุนามเชิง ตั้ง

$$\text{ฉาก } H_n(x) = n! \sum_{k=0}^{n/2} \frac{(-1)^k}{k!(n-2k)!} (2x)^{n-2k}$$

K. H. Kwon (2001) [12] อธิบายถึงสมการอนุพันธ์อันดับสอง ซึ่งมีรูปแบบ

$$L[u] := A(x, y)u_{xx} + 2B(x, y)u_{xy} + C(x, y)u_x + E(x, y)u_y = \lambda_n u \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

ว่าเป็นพหุนามเชิง ตั้งฉากที่เป็นฟังก์ชันเฉพาะ ขึ้นอยู่กับการเปลี่ยนตัวแปรของพีชคณิตเชิงซ้อน ซึ่งประกอบด้วย

$$(x^2 + y + 1)u_{xx} + 2x(y + 1)u_{xy} + (y + 1)^2 u_{yy} + g(xu_x + yu_y) = n(n - 1 + g)u$$

$$\text{และ } x^2 u_{xx} + 2xyu_{xy} + (y^2 - y) u_{yy} + g\{(x - 1)u_x + (y - \gamma)u_y\} = n(n - 1 + g)u$$

Manuel Alfaro (1991) [14] ได้ศึกษาพหุนามเชิงตั้งฉาก แบบเชิงเส้นคู่

$$B_s^{(N)}(f, g) = F(c)AG(c)^T + \langle u, f^{(N)} g^{(n)} \rangle \text{ โดยที่ } u \text{ เป็นคล้ายกับนิยามฟังก์ชันนัลเชิงเส้นบนปริภูมิ}$$

เชิงเส้นของพหุนามจำนวนจริง c เป็นจำนวนจริง N เป็นจำนวนเต็มบวก A เป็นเมตริกซ์สมมาตรที่เป็น

จำนวนจริง $N \times N$ ซึ่งแต่ละเมตริกซ์ย่อยเป็นเมตริกซ์สามัญและ $F(c) = (f(c), f'(c), \dots, f^{(N-1)}(c))$

$$G(c) = (g(c), g'(c), \dots, g^{(N-1)}(c))$$

Phimpraphai Phutthiwat (2548) [15] ได้คำนวณหาพหุนามเชิงตั้งฉากจำนวนสองลำดับ บนช่วง $[0, 1]$

โดยมีฟังก์ชันถ่วงคือ $\sqrt{1+x^2}$ และ $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ ซึ่งได้นำพหุนามเชิงตั้งฉากนี้ไปใช้ในการคำนวณหา

รูปแบบของการหาปริพันธ์เชิงตัวเลขเพื่อหาผลลัพธ์ของปริพันธ์จำกัดเขต และหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ

V.F.Aleksin (1996) [17] ได้ศึกษาถึงพหุนามเชิงตั้งฉากเพื่อนำไปใช้ในวิชาที่เกี่ยวกับแรงของการเคลื่อนตัวของของเหลว เนื่องจากการวิเคราะห์นั้นซับซ้อนจึงได้มีการนำการประมาณค่ามาใช้ในการคำนวณ รูปแบบของฟังก์ชันคือ $G_n^{(\alpha)} = \int_0^\infty w^\alpha(x) x^n dx$

$$\text{การคำนวณ รูปแบบของฟังก์ชันคือ } G_n^{(\alpha)} = \int_0^\infty w^\alpha(x) x^n dx$$

Yunier Bello Cruz (2005) [18] ได้นำพหุนามเชิงตั้งฉากของ Legendre มาศึกษา โดยมี พหุนามเชิงตั้งฉาก Legendre (Legendre orthogonal polynomial) $\int_{-1}^1 L_n(x)x^k dx = 0$ โดยที่ ζ เป็นจำนวนเชิงซ้อนและโดยที่ $n \in N$ ให้เป็นพหุนาม โมนิคที่มีระดับชั้น n ซึ่ง $(n+1)L_n(z) = ((z-\zeta)P_n(z))' - P_n(z) + (z-\zeta)P_n'(z)$ เรียก n ว่า พหุนามเชิงขั้ว Legendre (Legend repolar polynomial)

Sukpak Pansomboon (2550) ได้คำนวณพหุนามเชิงตั้งฉากลำดับ $[0,1]$ โดยมีฟังก์ชันถ่วง (weight functions) ห้าฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชันแบบขั้นบันได (step function) คือ

$$w_1(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ \frac{4}{3}, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases} \quad w_2(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}, & 0 \leq x < \frac{1}{3} \\ \frac{5}{3}, & \frac{1}{3} \leq x < \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3}, & \frac{2}{3} < x \leq 1 \end{cases} \quad w_3(x) = \begin{cases} \frac{4}{3}, & 0 \leq x < \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3}, & \frac{1}{3} \leq x < \frac{2}{3} \\ \frac{4}{3}, & \frac{2}{3} < x \leq 1 \end{cases}$$

$$w_4(x) = \begin{cases} \frac{4}{3}, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ \frac{2}{3}, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases} \quad w_5(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}, & 0 \leq x < \frac{1}{3} \\ 1, & \frac{1}{3} \leq x < \frac{2}{3} \\ \frac{1}{2}, & \frac{2}{3} < x \leq 1 \end{cases} \quad w_6(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 0 \leq x < \frac{1}{3} \\ 1, & \frac{1}{3} \leq x < \frac{2}{3} \\ \frac{3}{2}, & \frac{2}{3} < x \leq 1 \end{cases}$$

ซึ่งได้นำพหุนามเชิงตั้งฉากนี้ไปใช้ในการคำนวณหารูปแบบของการหาปริพันธ์เชิงตัวเลขเพื่อหาผลลัพธ์ของปริพันธ์จำกัดเขต และหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ

บทที่ 3

วิธีดำเนินการปัญหาพิเศษ

3.1 ฟังก์ชันถ่วง

การปัญหาพิเศษนี้ได้ศึกษาถึงพหุนามเชิงตั้งฉากจำนวนหกลำดับ บนช่วง $[0,1]$ ตามฟังก์ชันถ่วงหกฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชันที่ไม่มีอนุพันธ์ที่บางจุด

$$w_1(x) = \begin{cases} 2x & , 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2-2x & , \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

$$w_2(x) = \begin{cases} 1-2x & , 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2x-1 & , \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

$$w_3(x) = \begin{cases} x & , 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2x^2-4x+2 & , \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

$$w_4(x) = \begin{cases} 2x^2 & , 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 1-x & , \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

$$w_5(x) = \begin{cases} 2x^2 & , 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2x^2-4x+2 & , \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

$$w_6(x) = \begin{cases} \sqrt{2x} & , 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2-2x & , \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 การหาค่าปริพันธ์ของฟังก์ชันถ่วง

การหาค่าปริพันธ์ของฟังก์ชันถ่วงทั้งหกฟังก์ชันได้ใช้ ทฤษฎีบท 2.2.1 คำนวณโดยสูตร

$$c_k = \int_0^1 w(x)x^k dx$$

3.3 การหาสัมประสิทธิ์

นำค่าปริพันธ์ที่ได้จากการหาค่าปริพันธ์ของฟังก์ชันถ่วง มาทำการหาสัมประสิทธิ์ โดยใช้ ขั้นตอนในการพิสูจน์ของทฤษฎีบท 2.1.1

$$\begin{aligned} a_0c_0 + a_1c_1 + a_2c_2 + \dots + a_{k-1}c_{k-1} &= -c_k \\ a_0c_1 + a_1c_2 + a_2c_3 + \dots + a_{k-1}c_k &= -c_{k+1} \\ a_0c_2 + a_1c_3 + a_2c_4 + \dots + a_{k-1}c_{k+1} &= -c_{k+2} \\ &\vdots \\ a_0c_{k-1} + a_1c_k + a_2c_{k+1} + \dots + a_{k-1}c_{2k-1} &= -c_{2k-1} \end{aligned}$$

มาประยุกต์ใช้กับโปรแกรม MATLAB โดยค่า $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{13}$ เขียนแทนด้วย a_0, a_1, \dots, a_{13} ตามลำดับ ดังตัวอย่าง

```
[a0]=solve('a0=-7.0/12.0')
```

ผลที่ได้คือ $a_0 = -0.58333333333333333333333333333333$

```
[a0,a1]=solve('a0+(7.0/12.0)*a1=-5.0/12.0','(7.0/12.0)*a0+(5.0/12.0)*a1=-31.0/96.0')
```

ผลที่ได้คือ $a_0 = 0.19318181818181818181818181818177$

```
a1 = -1.0454545454545454545454545454545
```

```
[a0,a1,a2]=solve('a0+(7.0/12.0)*a1+(5.0/12.0)*a2=31.0/96.0','(7.0/12.0)*a0+
```

```
(5.0/12.0)*a1+(31.0/96.0)*a2=-21.0/80.0','(5.0/12.0)*a0+
```

```
(31.0/96.0)*a1+(21.0/80.0)*a2=-127.0/576.0')
```

ผลที่ได้คือ $a_0 = -0.058735380116959064327485380117067$

```
a1 = 0.66345029239766081871345029239826
```

```
a2 = -1.5628654970760233918128654970766
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$0.54845260110973155491450743175859^2 * A2 +$$

$$0.89471835730979765649476495774453^2 * A3 = 5/12'$$

ผลที่ได้คือ $A1 = 0.19719531345342270158960286485235$

$$A2 = 0.45789673476013001242255459434969$$

$$A3 = 0.34490795178644728598784254079796$$

3.6 การหาค่าปริพันธ์ของค่าถ่วง

นำค่าถ่วงที่ได้มาทำการหาค่าปริพันธ์โดยใช้รูปแบบเกาส์-ควอดเรเจอร์

(Gauss-Quadrature formula) จะทำให้ทราบค่าคลาดเคลื่อนซึ่งเกิดขึ้นระหว่างค่าจริงกับค่าที่คำนวณได้

3.7 การหาค่าประมาณแบบกำลังสองน้อยสุด

ในการประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยสุด ได้ใช้ฟังก์ชันถ่วง นำมาปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) กับฟังก์ชันต่างๆ โดยจัดให้อยู่ในรูปของสมการ

$y = d_0 p_0(x) + d_1 p_1(x) + d_2 p_2(x) + \dots + d_7 p_7(x)$ ค่า $d_0, d_1, d_2, \dots, d_7$ หาได้จาก

$$d_i = \frac{\int_a^b w(x) f(x) p_i(x) dx}{\int_a^b w(x) p_i^2(x) dx}$$

การปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ของฟังก์ชันถ่วงได้แก่

ฟังก์ชันถ่วงที่ 1 และฟังก์ชันถ่วงที่ 4 นำมาปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) กับฟังก์ชัน

$$f_1(x) = \frac{1}{x}, x \in [0,1]$$

ฟังก์ชันถ่วงที่ 2 และฟังก์ชันถ่วงที่ 6 นำมาปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) กับฟังก์ชัน

$$f_2(x) = \sqrt{x}, x \in [0,1]$$

ฟังก์ชันถ่วงที่ 3 และฟังก์ชันถ่วงที่ 5 นำมาปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) กับฟังก์ชัน

$$f_3(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}, x \in [0,1]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

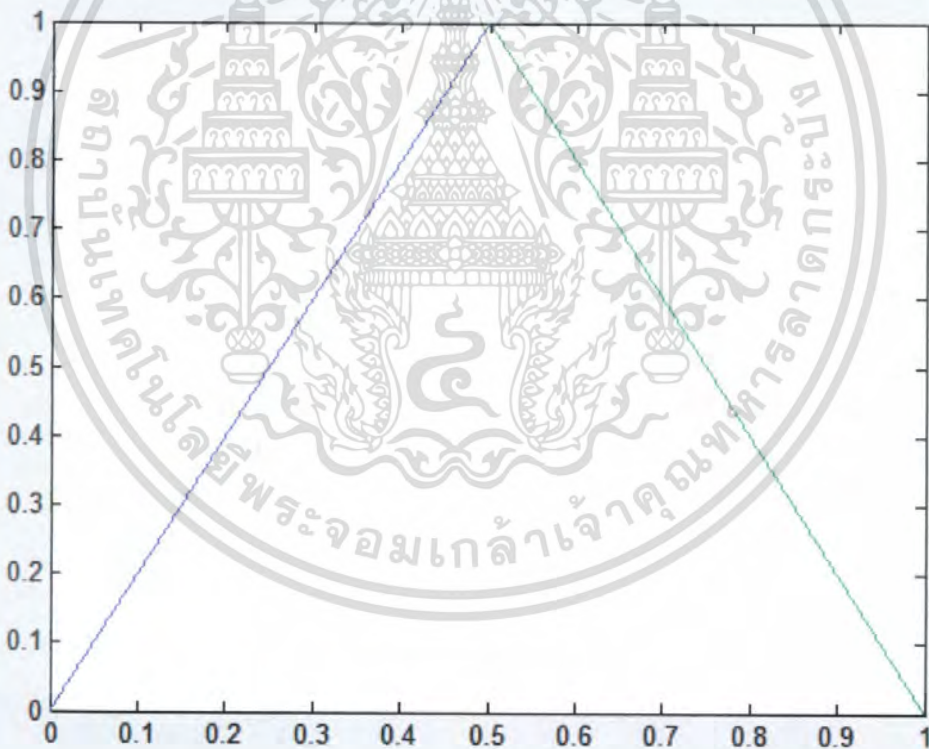
บทที่ 4

ผลงานการดำเนินการปัญหาพิเศษ

การวิจัยนี้ได้ทำการหาพหุนามเชิงตั้งฉากทั้งหมดลำดับ บนช่วง $[0,1]$ ตามฟังก์ชันถ่วงหกฟังก์ชันที่เป็นฟังก์ชันที่ไม่มีอนุพันธ์ที่บางจุด โดยคำนวณหาพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 1 ถึงพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 7 ของลำดับของ พหุนามเชิงตั้งฉากทั้งหมดลำดับ เพื่อทำการหาค่ารากพหุนามเชิงตั้งฉาก และทำการประยุกต์ใช้ในสองแนวทาง ได้แก่ หาปริพันธ์เชิงตัวเลขและการประมาณในช่วง แบบกำลังสองน้อยสุด ซึ่งได้ผลการวิจัยดังนี้

4.1 ค่าพหุนามเชิงตั้งฉาก

4.1.1 ฟังก์ชันถ่วงที่ 1



$$w_1(x) = \begin{cases} 2x & , 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2-2x & , \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ใช้การหาค่าปริพันธ์โดยสูตร $c_k = \int_0^1 w(x) \cdot x^k dx$ โดย $k=0,1,2,\dots,13$

$$c_1 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^1(2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^1(2-2x)dx = 0.25$$

$$c_2 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^2(2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^2(2-2x)dx = 0.14583333333$$

$$c_3 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^3(2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^3(2-2x)dx = 0.093750$$

$$c_4 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^4(2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^4(2-2x)dx = 0.0645833333333$$

$$c_5 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^5(2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^5(2-2x)dx = 0.046875$$

$$c_6 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^6(2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^6(2-2x)dx = 0.035435267857$$

$$c_7 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^7(2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^7(2-2x)dx = 0.027669270833$$

$$c_8 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^8(2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^8(2-2x)dx = 0.022178819444$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$c_9 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^9 (2x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^9 (2-2x) dx = 0.0181640625$$

$$c_{10} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{10} (2x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{10} (2-2x) dx = 0.015144116951$$

$$c_{11} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{11} (2x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{11} (2-2x) dx = 0.012817382813$$

$$c_{12} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{12} (2x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{12} (2-2x) dx = 0.010987669557$$

$$c_{13} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{13} (2x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{13} (2-2x) dx = 0.0095232282366$$

นำค่าปริพันธ์ที่ได้มาหาค่าพหุนามเชิงตั้งฉาก ตั้งแต่ $p_0(x)$ ถึง $p_7(x)$ ดังนี้

$$p_0(x) = 1$$

$$p_1(x) = x - 0.5$$

$$p_2(x) = x^2 - x + 0.2083333333 \\ = (x - 0.0212864461)(x - 0.9787135539)$$

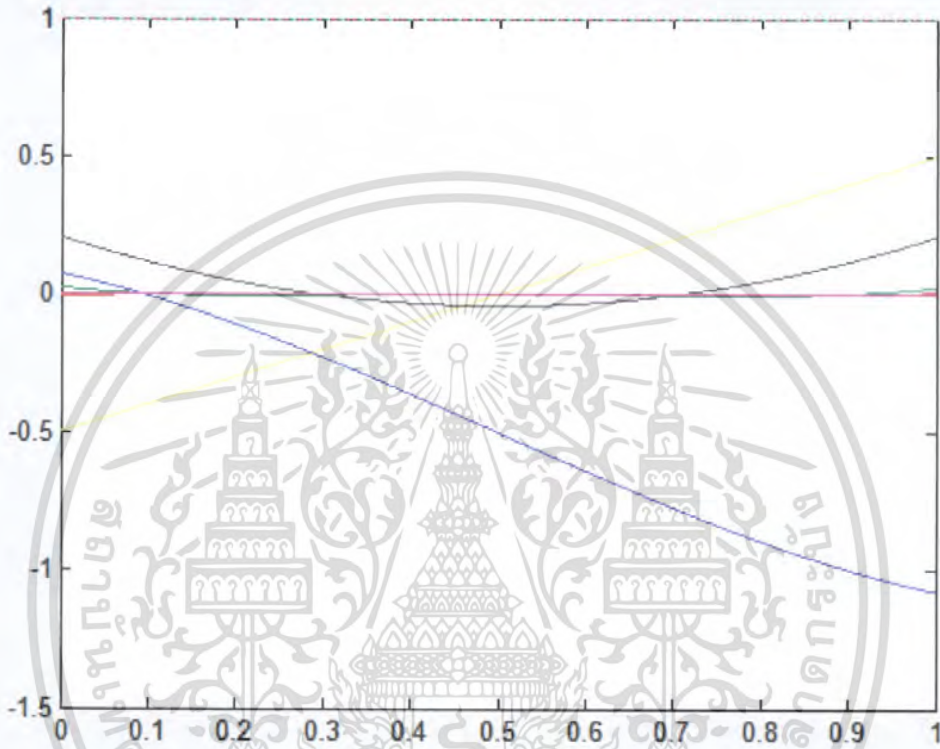
$$p_3(x) = x^3 - 1.5x^2 + 0.65x - 0.075 \\ = (x - 0.1837722339)(x - 0.4999999984)(x - 0.8162277688)$$

$$p_4(x) = x^4 - 2x^3 + 1.3418367355x^2 - 0.3418367351x + 0.0253826531 \\ = (x - 0.1245374286)(x - 0.3688850791)(x - 0.6311149208)(x - 0.8754625720)$$

$$p_5(x) = x^5 - 2.499999x^4 + 2.2807017140x^3 - 0.9210526040x^2 + 0.1565632760x - 0.0081062025 \\ = (x - 0.0892796978)(x - 0.2750398179)(x - 0.5)(x - 0.7249601697)(x - 0.9107202998)$$

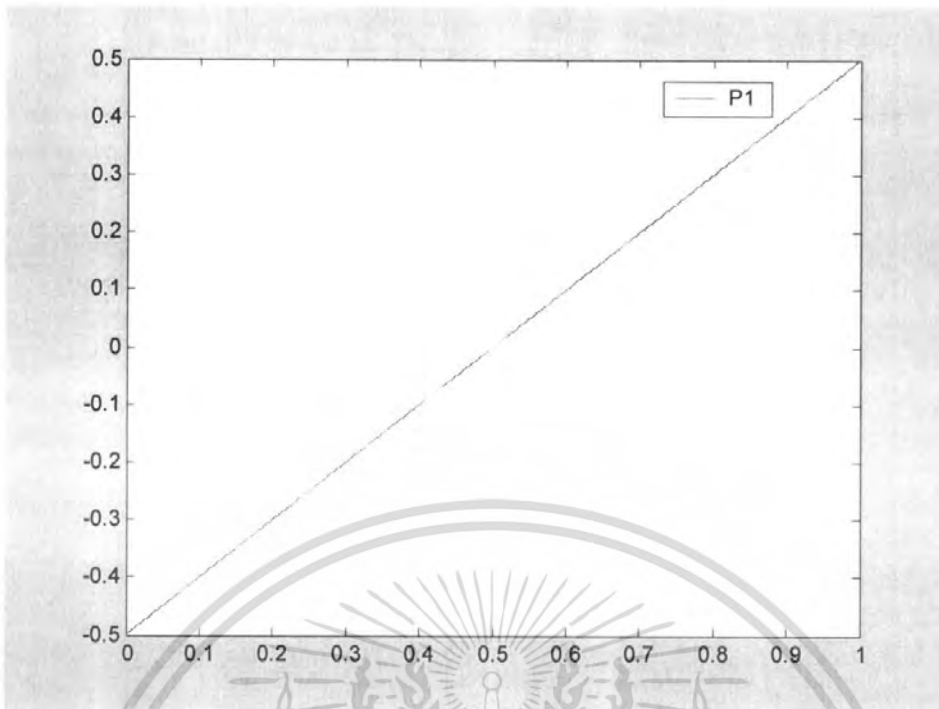
$$p_6(x) = x^6 - 3x^5 + 3.4700690383x^4 - 1.9401375203x^3 + 0.5357298945x^2 - 0.0656612115x \\ + 0.00251407 \\ = (x - 0.0671308533)(x - 0.2116926142)(x - 0.4028682105)(x - 0.5971319016) \\ (x - 0.7883074575)(x - 0.9328691669)$$

$$\begin{aligned}
 p_7(x) &= x^7 - 3.5x^6 + 4.9082852769x^5 - 3.5206442204x^4 + 1.3648051665x^3 - 0.2765822823x^2 \\
 &\quad + 0.0256647547x - 0.0007558338 \\
 &= (x - 0.0521931533)(x - 0.1670060263)(x - 0.3257972429)(x - 0.5000037359) \\
 &\quad (x - 0.6742099186)(x - 0.8329985569)(x - 0.9478084796)
 \end{aligned}$$

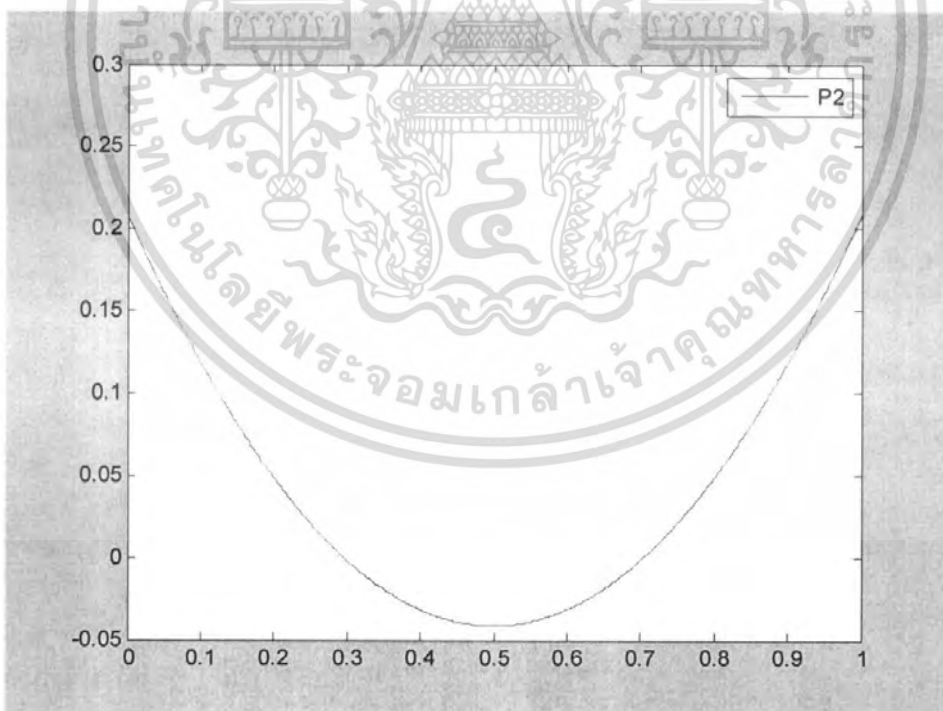


ภาพที่ 4.1 พหุนามเชิงตั้งฉากของฟังก์ชันถ่วงที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

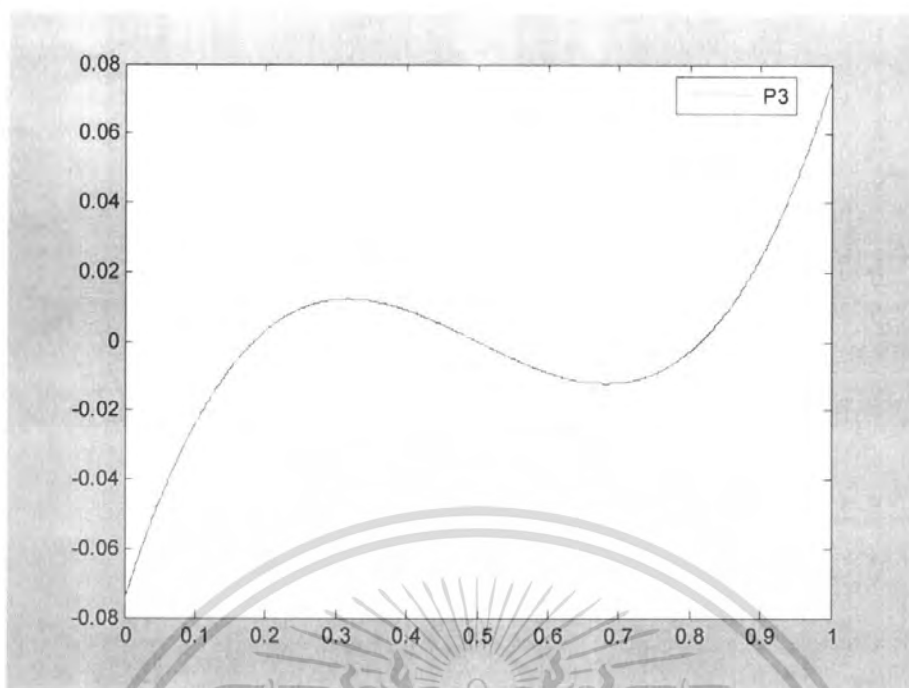


ภาพที่ 4.1.1 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 1 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 1

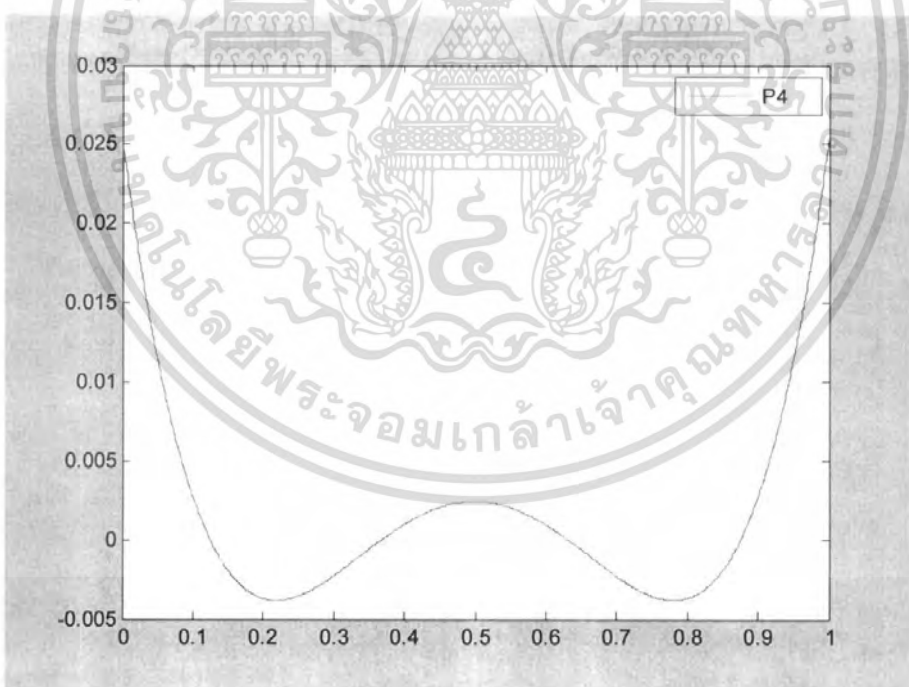


ภาพที่ 4.1.2 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 2 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

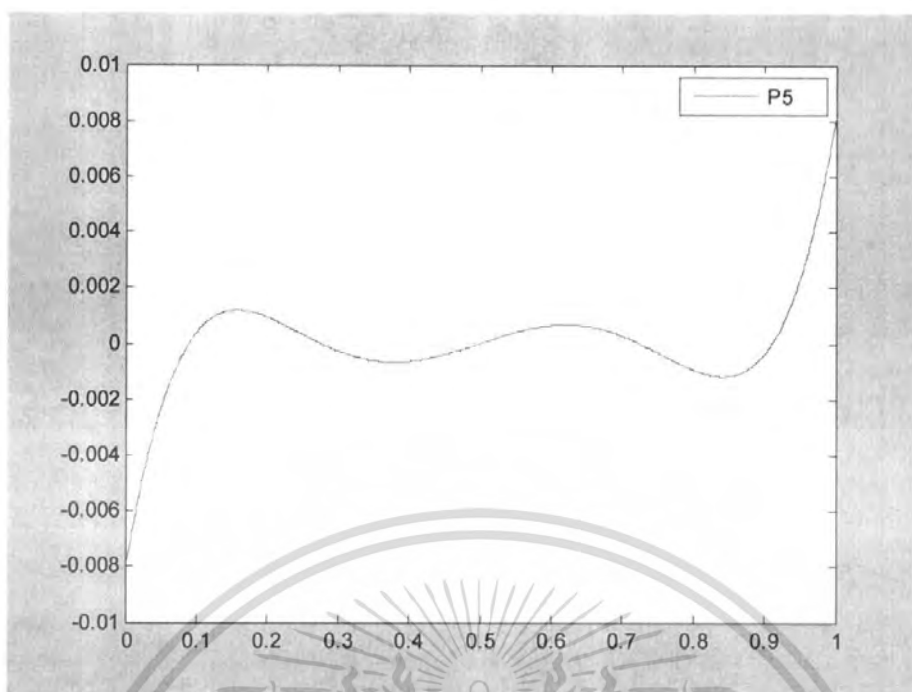


ภาพที่ 4.1.3 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 3 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 1

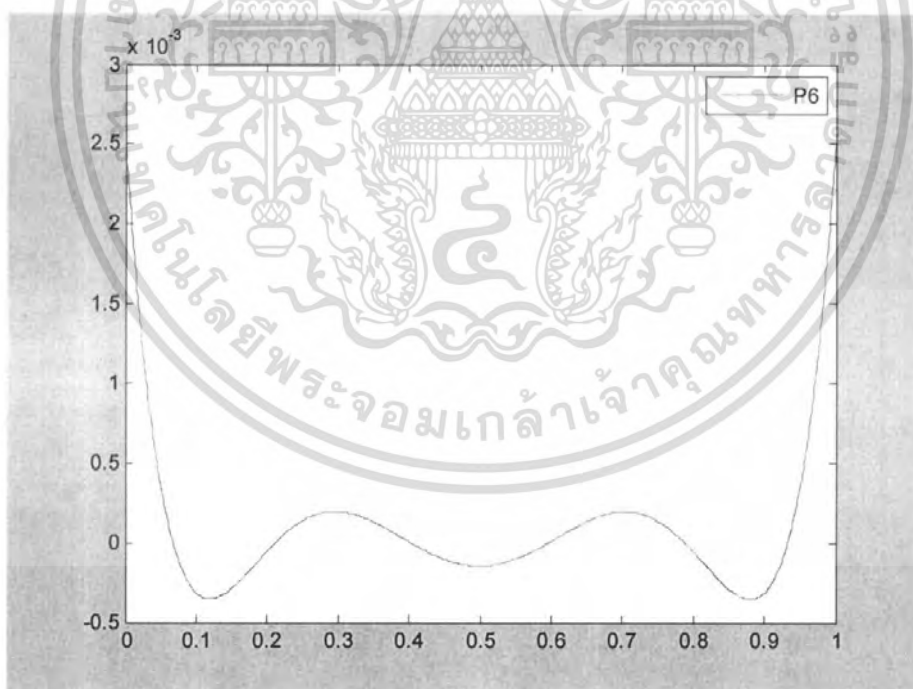


ภาพที่ 4.1.4 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 4 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

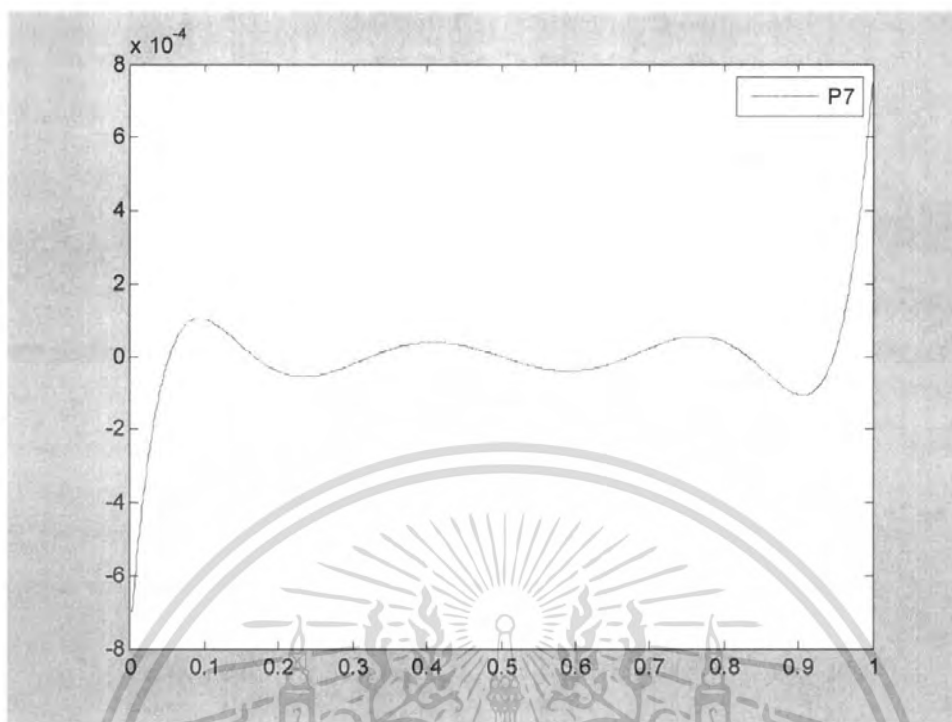


ภาพที่ 4.1.5 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 5 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 1



ภาพที่ 4.1.6 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 6 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 1

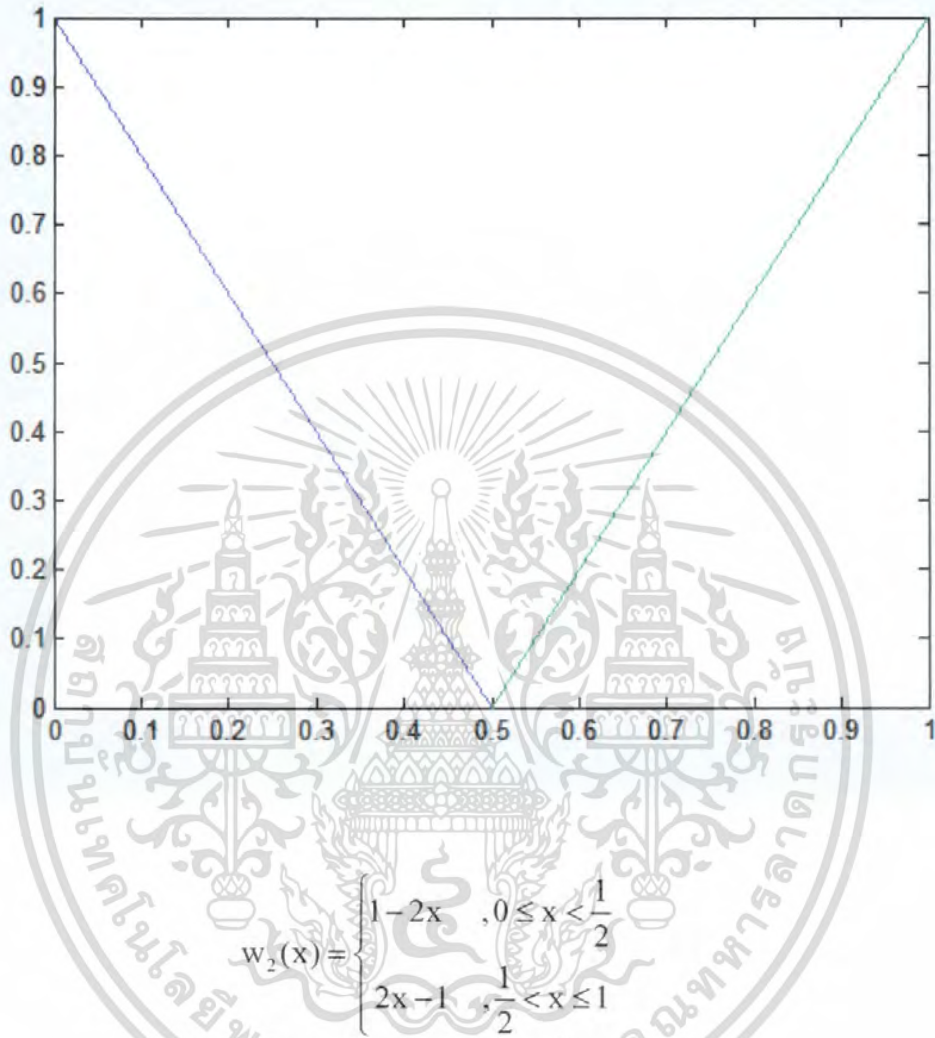
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาพที่ 4.1.7 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 7 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.2 ฟังก์ชันถ่วงที่ 2



ใช้การหาค่าปริพันธ์โดยสูตร โดย $c_k = \int_0^1 w(x) \cdot x^k dx$ โดย $k=0,1,2,\dots,13$

$$c_0 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^0 (1-2x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^0 (2x-1) dx = 0.5$$

$$c_1 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^1 (1-2x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^1 (2x-1) dx = 0.25$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$c_2 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^2(1-2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^2(2x-1)dx = 0.18750$$

$$c_3 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^3(1-2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^3(2x-1)dx = 0.156250$$

$$c_4 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^4(1-2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^4(2x-1)dx = 0.13541666667$$

$$c_5 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^5(1-2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^5(2x-1)dx = 0.119791666667$$

$$c_6 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^6(1-2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^6(2x-1)dx = 0.11074218750$$

$$c_7 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^7(1-2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^7(2x-1)dx = 0.0097330729167$$

$$c_8 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^8(1-2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^8(2x-1)dx = 0.088932291667$$

$$c_9 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^9(1-2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^9(2x-1)dx = 0.08183593750$$

$$c_{10} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{10}(1-2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{10}(2x-1)dx = 0.07564973958$$

$$c_{11} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{11}(1-2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{11}(2x-1)dx = 0.070515950521$$

$$c_{12} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{12}(1-2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{12}(2x-1)dx = 0.065935407366$$

$$c_{13} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{13}(1-2x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{13}(2x-1)dx = 0.061905343192$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำค่าปริพันธ์ที่ได้มาหาค่าพหุนามเชิงตั้งฉาก ตั้งแต่ $p_0(x)$ ถึง $p_7(x)$ ดังนี้

$$p_0(x) = 1$$

$$p_1(x) = x - 0.5$$

$$p_2(x) = x^2 - x + 0.125$$

$$= (x - 0.1464466094)(x - 0.8535533905)$$

$$p_3(x) = x^3 - 1.50x^2 + 0.5833333333x - 0.0416666667$$

$$= (x - 0.0919907965)(x - 0.5014400012)(x - 0.9084892118)$$

$$p_4(x) = x^4 - 1.999999980x^3 + 1.2499999969x^2 - 0.24999999872x + 0.010416666566$$

$$= (x - 0.0559630827)(x - 0.2701495774)(x - 0.7298504211)(x - 0.94403691677)$$

$$p_5(x) = x^5 - 2.4999999601x^4 + 2.1999999179x^3 - 0.799999946x^2 + 0.10624998x - 0.0031249994$$

$$= (x - 0.0403944667)(x - 0.2020691989)(x - 0.4999999789)(x - 0.7979307860)$$

$$(x - 0.9596055296)$$

$$p_6(x) = x^6 - 3x^5 + 3.3750005946x^4 - 1.7500004933x^3 + 0.4125001x^2 - 0.03750001x + 0.0007812$$

$$= (x - 0.0290174263)(x - 0.1464466268)(x - 0.3321447246)(x - 0.6678554365)$$

$$(x - 0.8535534508)(x - 0.9709825827)$$

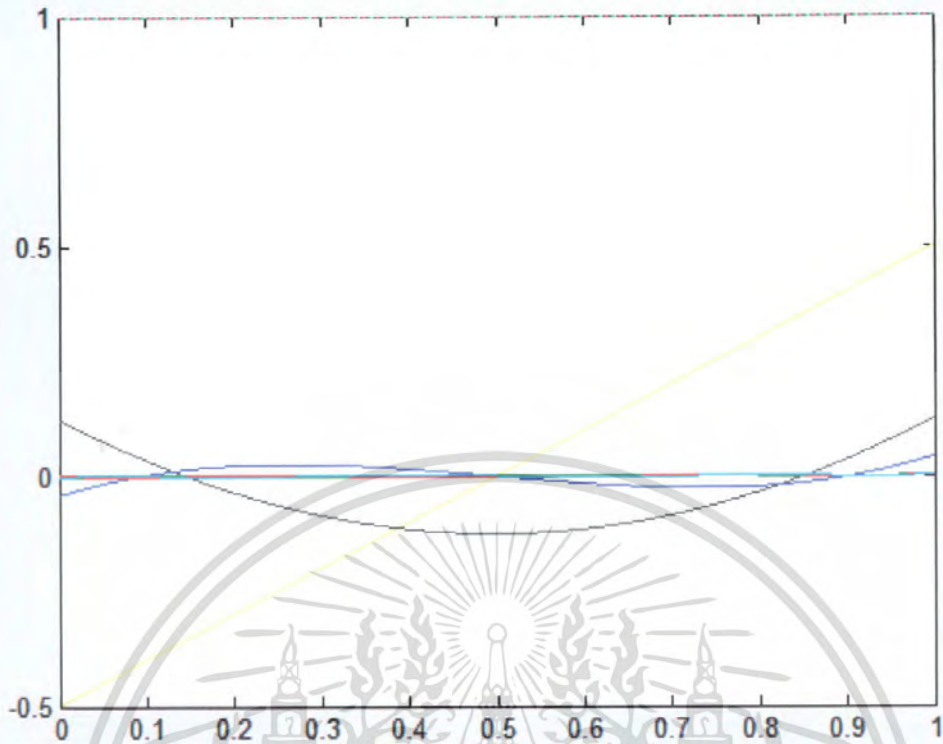
$$p_7(x) = x^7 - 3.5000476729x^6 + 4.8215725707x^5 - 3.3037347805x^4$$

$$+ 1.1697284491x^3 - 0.2009133094x^2 + 0.0138411775x - 0.0002232545$$

$$= (x - 0.0226615725)(x - 0.1157741384)(x - 0.2696068561)(x - 0.5000208178)$$

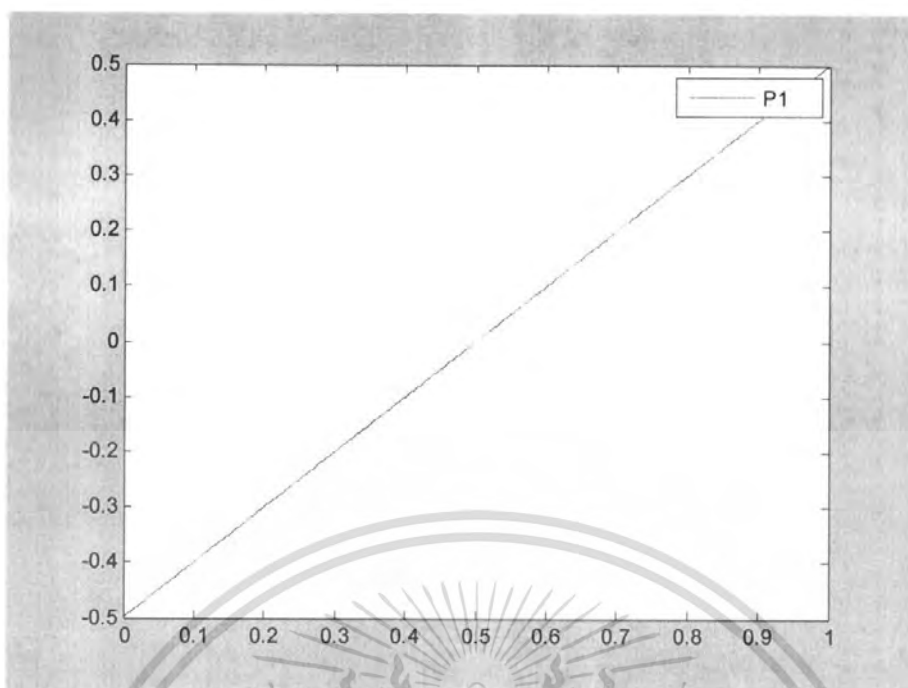
$$(x - 0.7304095924)(x - 0.8842344136)(x - 0.9773402823)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

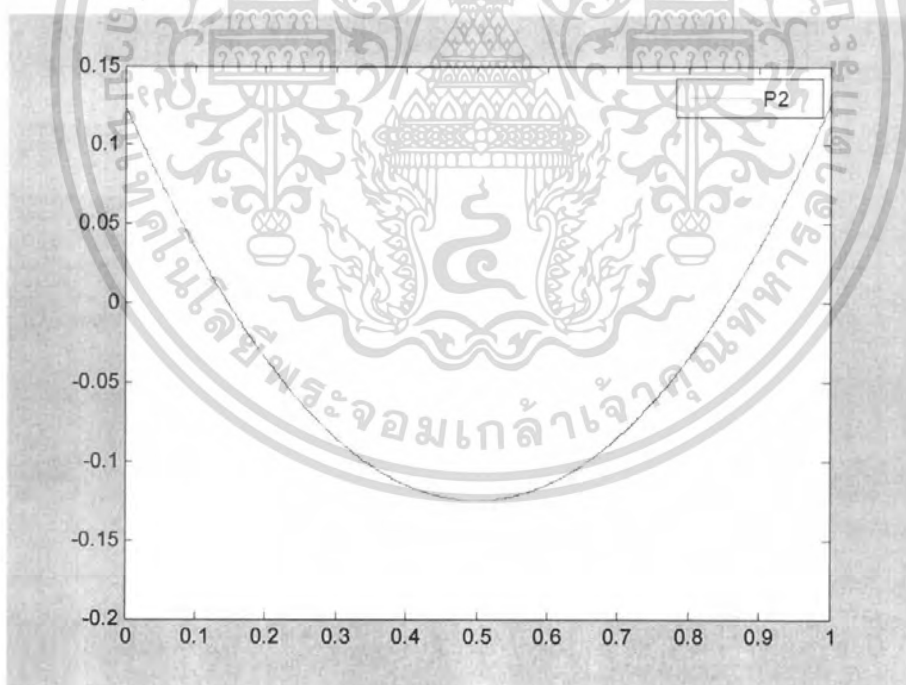


ภาพที่ 4.2 พหุนามเชิงตั้งฉากของฟังก์ชันถ่วงที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

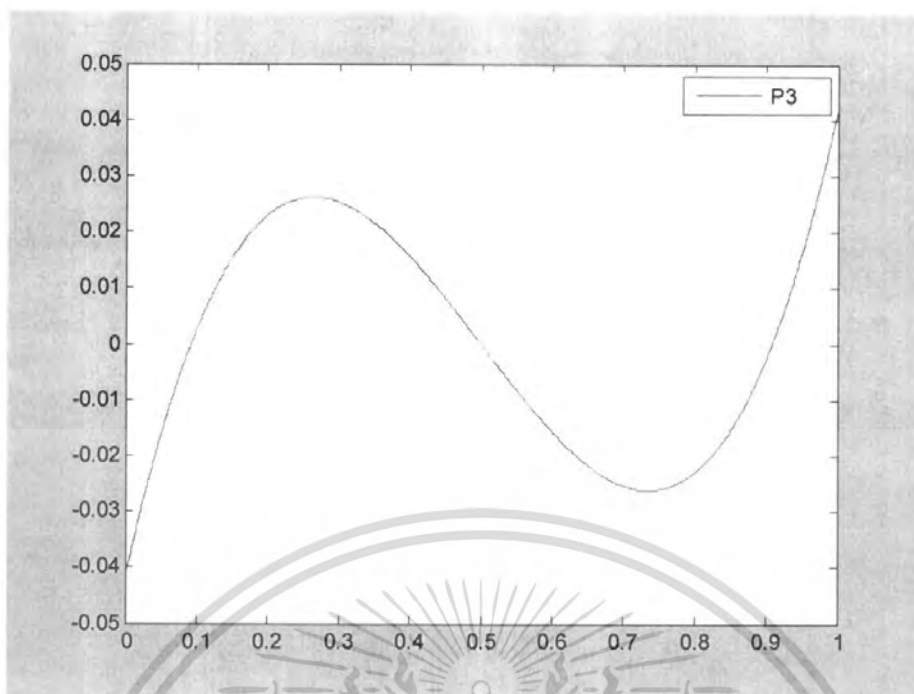


ภาพที่ 4.2.1 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 1 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 2

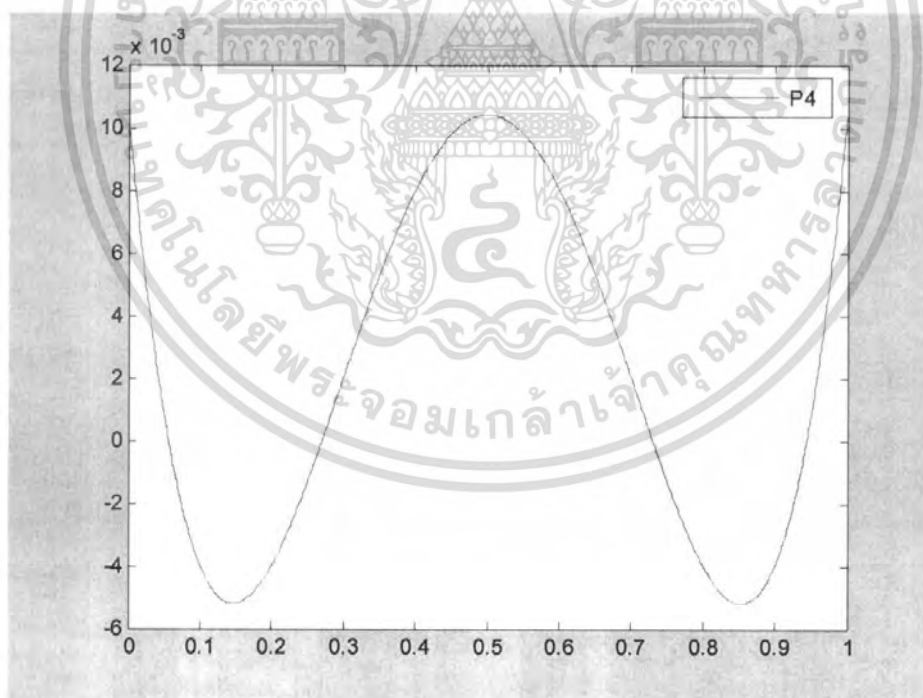


ภาพที่ 4.2.2 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 2 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

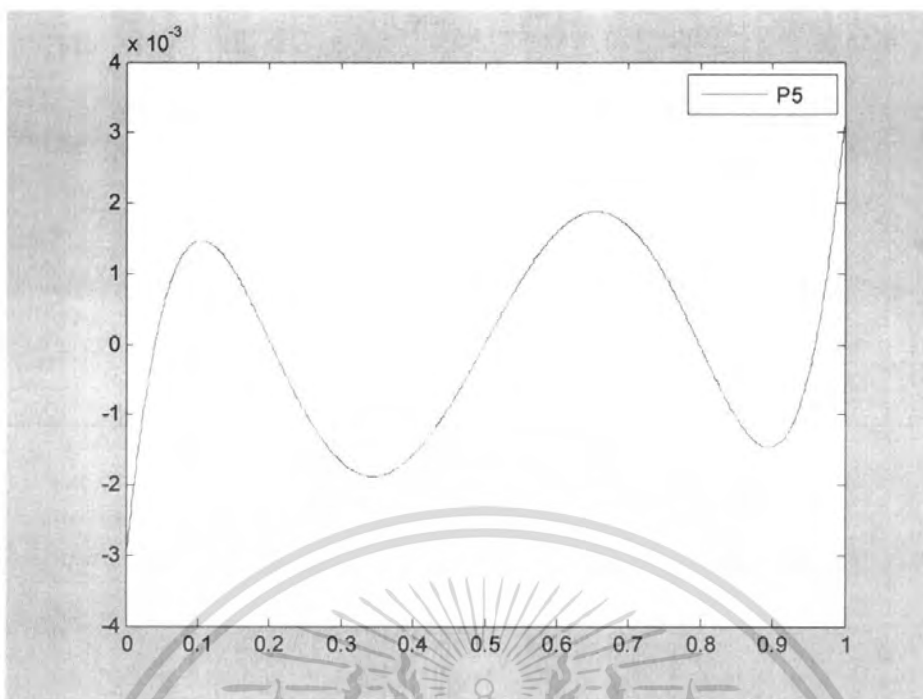


ภาพที่ 4.2.3 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 3 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 2

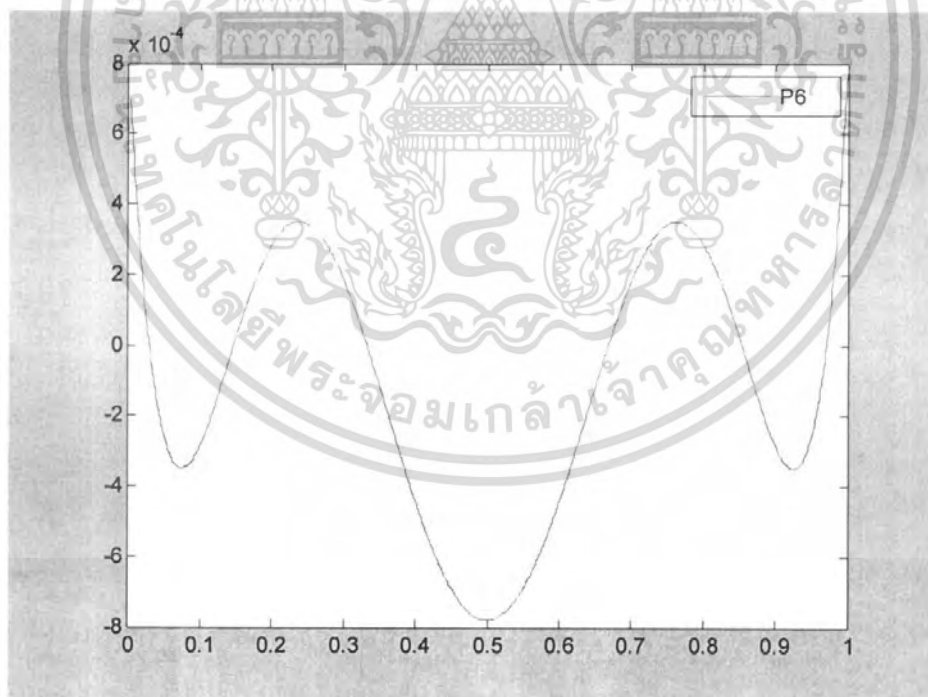


ภาพที่ 4.2.4 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 4 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

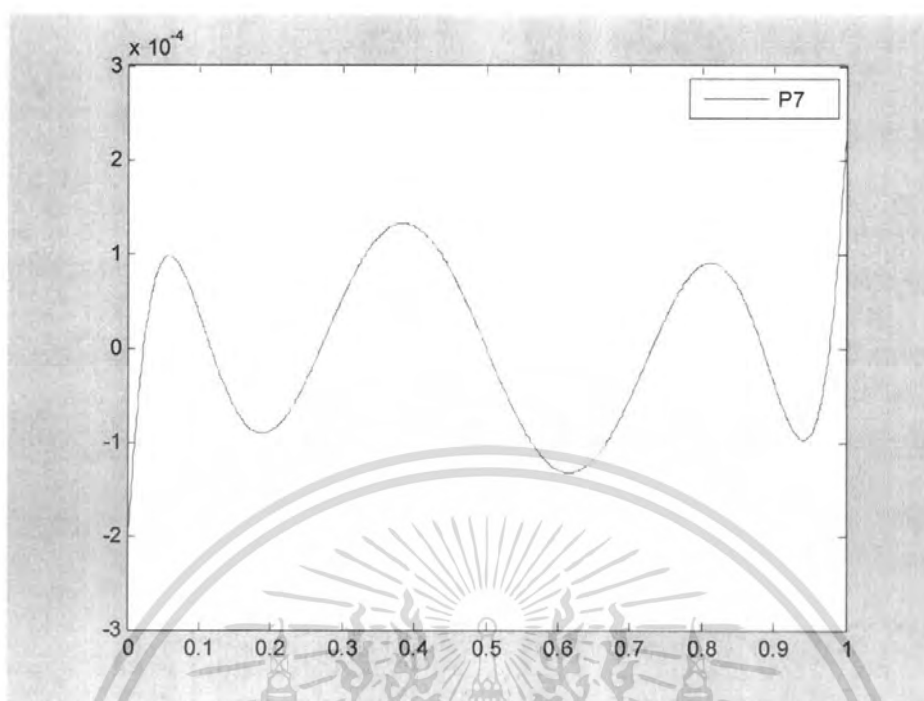


ภาพที่ 4.2.5 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 5 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 2



ภาพที่ 4.2.6 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 6 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 2

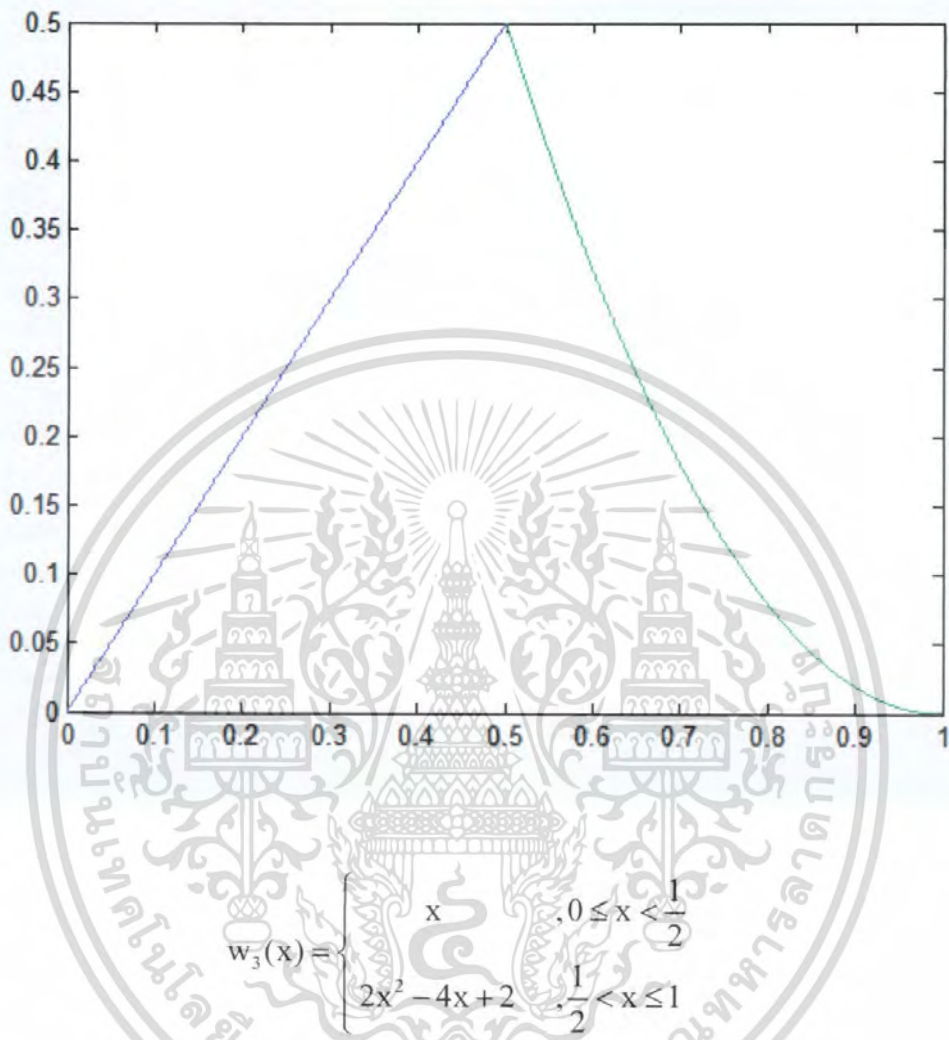
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาพที่ 4.2.7 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 7 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.3 ฟังก์ชันถ่วงที่ 3



ใช้การหาค่าปริพันธ์โดยสูตร โดย $c_k = \int_0^1 w(x) \cdot x^k dx$ โดย $k = 0, 1, 2, \dots, 13$

$$c_0 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^0(x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^0(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.2083333333$$

$$c_1 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^1(x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^1(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.09375$$

$$c_2 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^2(x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^2(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.04895833333$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$c_3 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^3(x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^3(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.0281250$$

$$c_4 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^4(x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^4(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.01733630952$$

$$c_5 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^5(x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^5(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.0113002232$$

$$c_6 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^6(x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^6(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.007711743551$$

$$c_7 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^7(x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^7(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.005468750$$

$$c_8 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^8(x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^8(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.00400587910353$$

$$c_9 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^9(x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^9(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.00301624644$$

$$c_{10} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{10}(x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{10}(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.0023251691342$$

$$c_{11} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{11}(x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{11}(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.0018290425394$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$c_{12} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{12}(x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{12}(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.0014641506767$$

$$c_{13} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{13}(x)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{13}(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.0011900220598$$

นำค่าปริพันธ์ที่ได้มาหาค่าพหุนามเชิงตั้งฉาก ตั้งแต่ $p_0(x)$ ถึง $p_7(x)$ ดังนี้

$$p_0(x) = 1$$

$$p_1(x) = x - 0.45$$

$$p_2(x) = x^2 - 0.8999999999999999x + 0.170000000000$$

$$= (x - 0.2697224362)(x - 0.6302775637)$$

$$p_3(x) = x^3 - 1.3809012874x^2 + 0.55160236741x - 0.058709262804$$

$$= (x - 0.1695974355)(x - 0.4619650619)(x - 0.7493387899)$$

$$p_4(x) = x^4 - 1.86258562x^3 + 1.1625888521x^2 - 0.27562484211x + 0.019063003575$$

$$(x - 0.1161071861)(x - 0.3438225713)(x - 0.5815057275)(x - 0.8211903710)$$

$$p_5(x) = x^5 - 2.3542688151x^4 + 2.0203142689x^3 - 0.76708154202x^2$$

$$+ 0.12256723602x - 0.0059657937310$$

$$= (x - 0.0839439851)(x - 0.2584647755)(x - 0.4698081306)$$

$$(x - 0.6750553005)(x - 0.8669966232)$$

$$p_6(x) = x^6 - 2.8448818847x^5 + 3.1166822659x^4 - 1.6489993579x^3$$

$$+ 0.43070180509x^2 - 0.049928784793x + 0.0018085261795$$

$$= (x - 0.0635266724)(x - 0.2002450035)(x - 0.3808150106)(x - 0.5599450923)$$

$$(x - 0.7429678867)(x - 0.8973822190)$$

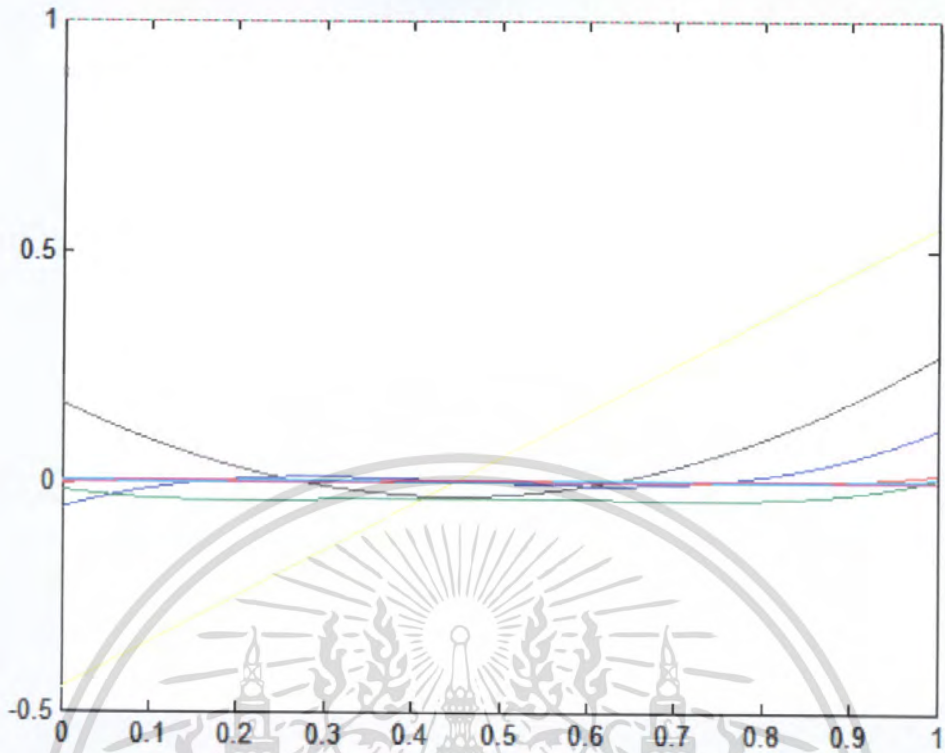
$$p_7(x) = x^7 - 3.3402138266x^6 + 4.4657243052x^5 - 3.0512557635x^4$$

$$+ 1.1260449529x^3 - 0.21715311675x^2 + 0.019171253135x - 0.00053716453885$$

$$= (x - 0.0496597011)(x - 0.1588512106)(x - 0.3096933761)(x - 0.4750174529)$$

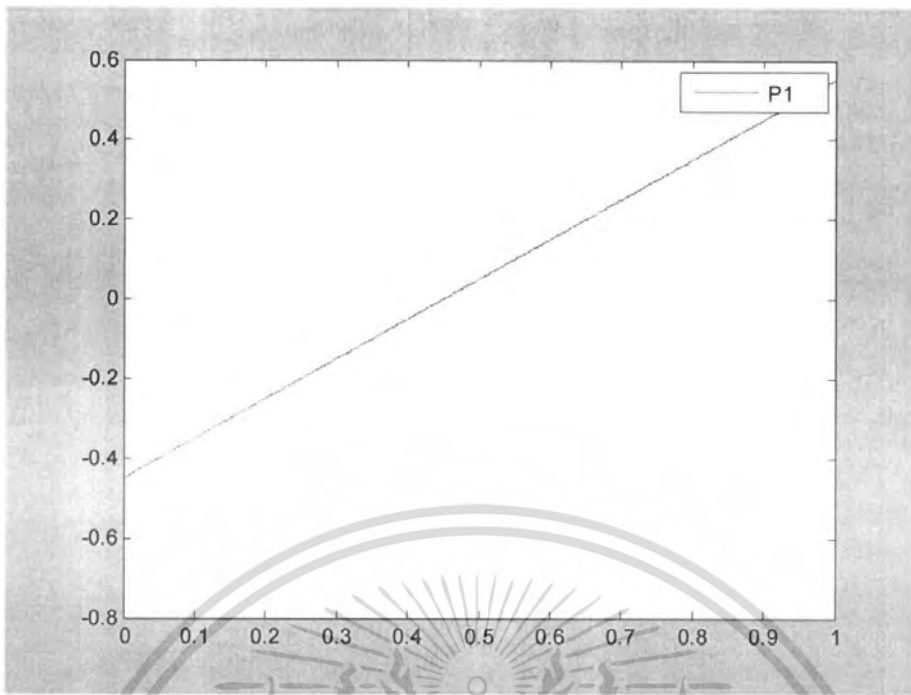
$$(x - 0.6356081606)(x - 0.7927903220)(x - 0.9185936030)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

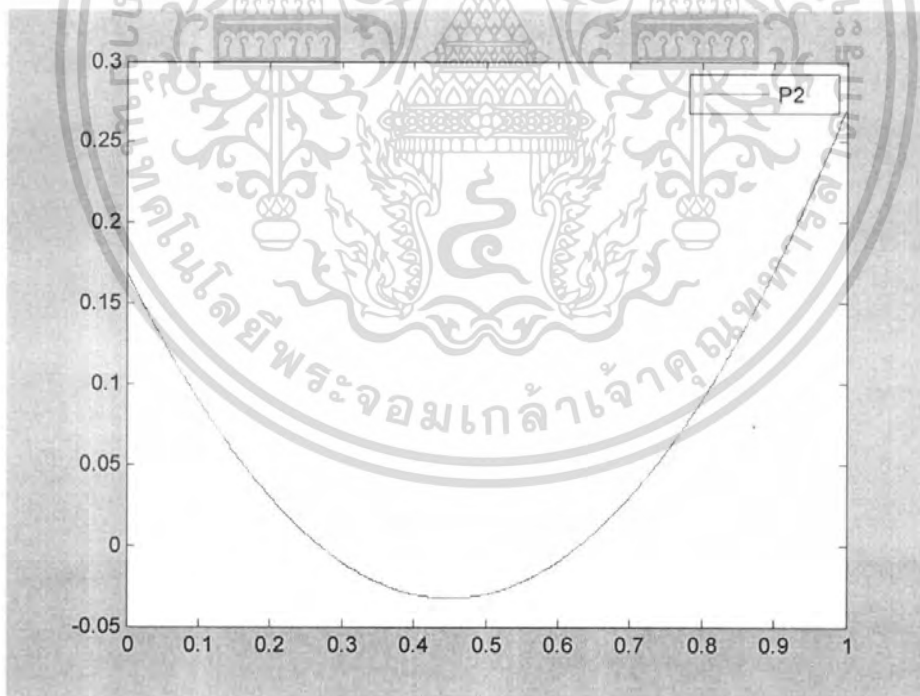


ภาพที่ 4.3 พหุนามเชิงตั้งฉากของฟังก์ชันถ่วงที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

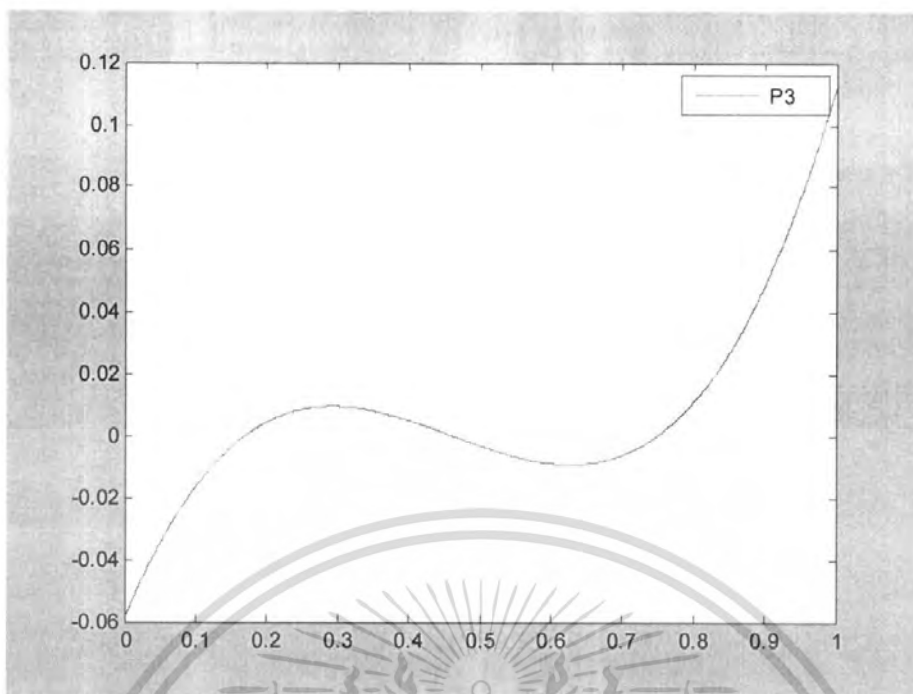


ภาพที่ 4.3.1 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 1 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3

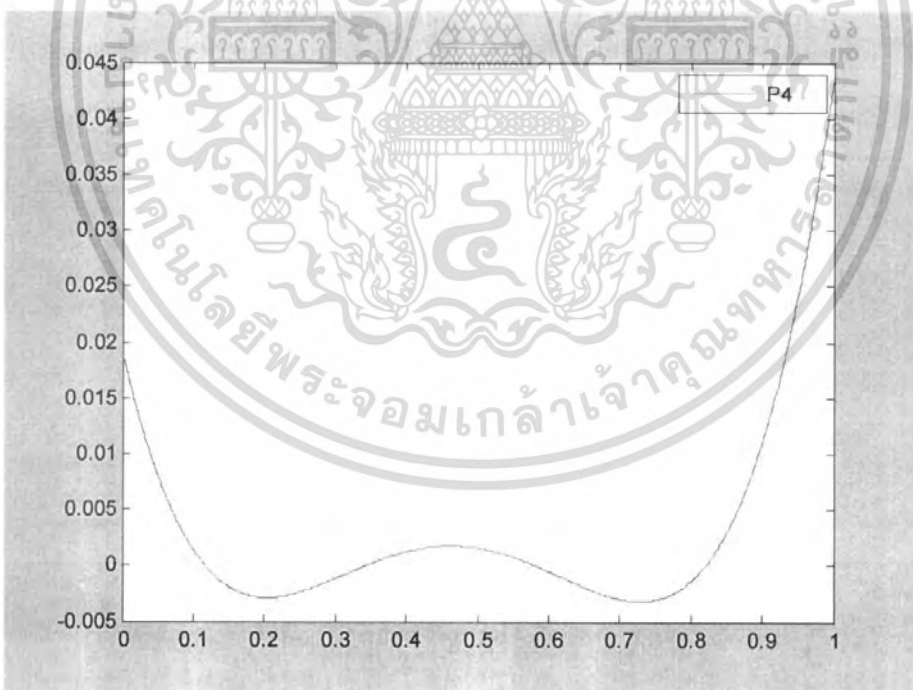


ภาพที่ 4.3.2 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 2 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

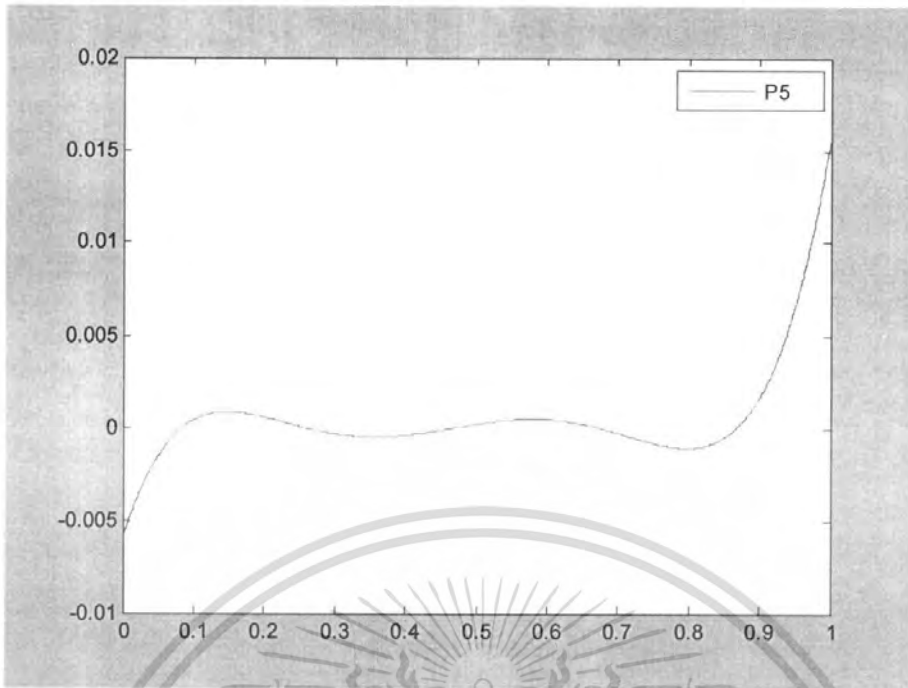


ภาพที่ 4.3.3 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 3 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3

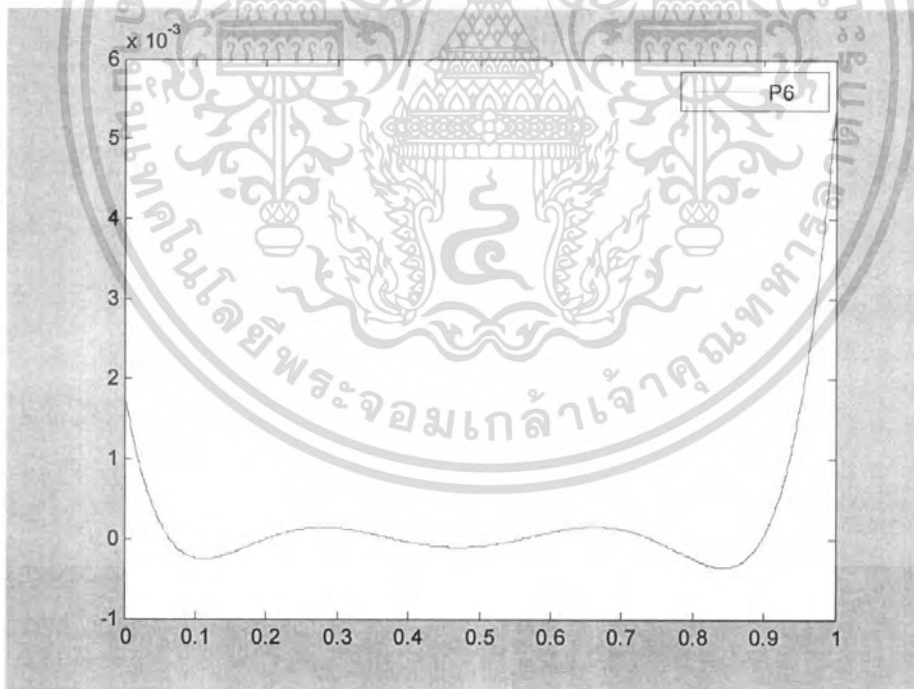


ภาพที่ 4.3.4 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 4 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

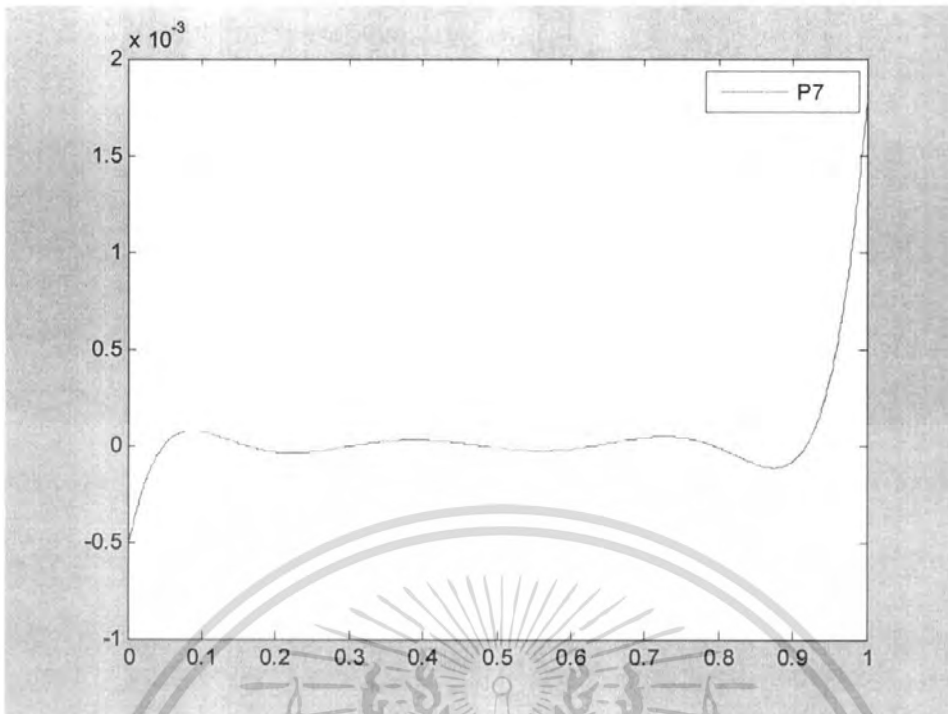


ภาพที่ 4.3.5 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 5 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3



ภาพที่ 4.3.6 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 6 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3

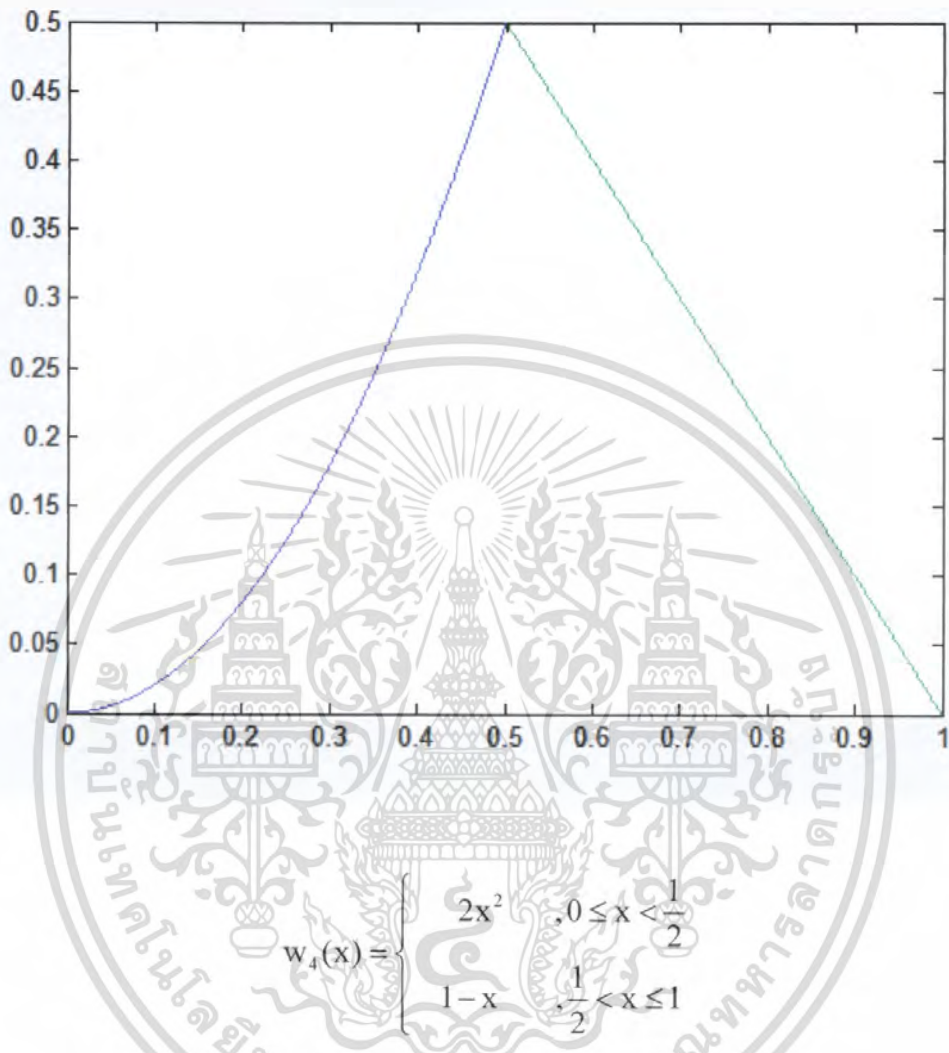
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาพที่ 4.3.7 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 7 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.4 ฟังก์ชันถ่วงที่ 4



ใช้การหาค่าปริพันธ์โดยสูตร $c_k = \int_0^1 w(x) \cdot x^k dx$ โดย $k = 0, 1, 2, \dots, 14$

$$c_0 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^0 (2x^2) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^0 (1-x) dx = 0.2083333333$$

$$c_1 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^1 (2x^2) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^1 (1-x) dx = 0.1145833333$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$c_2 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^2(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^2(1-x)dx = 0.069791666667$$

$$c_3 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^3(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^3(1-x)dx = 0.0458333333333$$

$$c_4 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^4(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^4(1-x)dx = 0.031919642857$$

$$c_5 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^5(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^5(1-x)dx = 0.023297991071$$

$$c_6 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^6(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^6(1-x)dx = 0.017663380456$$

$$c_7 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^7(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^7(1-x)dx = 0.013812934028$$

$$c_8 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^8(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^8(1-x)dx = 0.011080531881$$

$$c_9 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^9(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^9(1-x)dx = 0.0090783321496$$

$$c_{10} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{10}(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{10}(1-x)dx = 0.0075704934714$$

$$c_{11} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{11}(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{11}(1-x)dx = 0.0064080206902$$

$$c_{12} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{12}(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{12}(1-x)dx = 0.0054935441349$$

$$c_{13} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{13}(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{13}(1-x)dx = 0.0047614869617$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำค่าปริพันธ์ที่ได้มาหาค่าพหุนามเชิงตั้งฉาก ตั้งแต่ $p_0(x)$ ถึง $p_7(x)$ ดังนี้

$$p_0(x) = 1$$

$$p_1(x) = x - 0.55$$

$$p_2(x) = x^2 - 1.1x + 0.27$$

$$= x(-0.3697224362)(x - 0.7302775638)$$

$$p_3(x) = x^3 - 1.6190987125x^2 + 0.7897997925x - 0.1119918172$$

$$= (x - 0.2506612101)(x - 0.5380349379)(x - 0.8304025645)$$

$$p_4(x) = x^4 - 2.1373741440x^3 + 1.574711284x^2 - 0.4616752938x + 0.0434011574$$

$$= (x - 0.1788096293)(x - 0.4184924724)(x - 0.6561774289)(x - 0.8838928135)$$

$$p_5(x) = x^5 - 2.6457311466x^4 + 2.6032389273x^3 - 1.168248314x^2 + 0.23227168x - 0.01555652$$

$$= (x - 0.1330033704)(x - 0.3249446920)(x - 0.5301918582)(x - 0.7415352173)$$

$$(x - 0.9160560887)$$

$$p_6(x) = x^6 - 3.1551170617x^5 + 3.8922700626x^4 - 2.3689081276x^3 + 0.7349772533x^2$$

$$- 0.1067961468x + 0.0053825532$$

$$= (x - 0.1026176712)(x - 0.2570319097)(x - 0.4400546927)(x - 0.6191847352)$$

$$(x - 0.79975481038)(x - 0.9364732398)$$

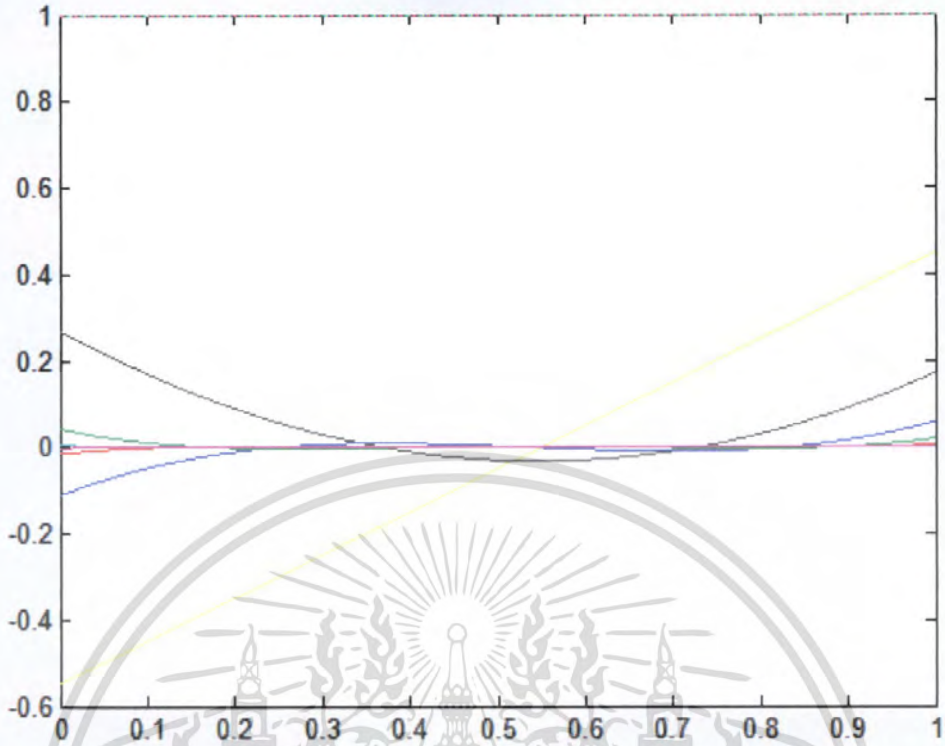
$$p_7(x) = x^7 - 3.6597913988x^6 + 5.4244606920x^5 - 4.1741861760x^4 + 1.7740080418x^3$$

$$- 0.4074898446x^2 + 0.0453165674x - 0.0017807080$$

$$= (x - 0.0814078960)(x - 0.2072125399)(x - 0.3643945555)(x - 0.5249837159)$$

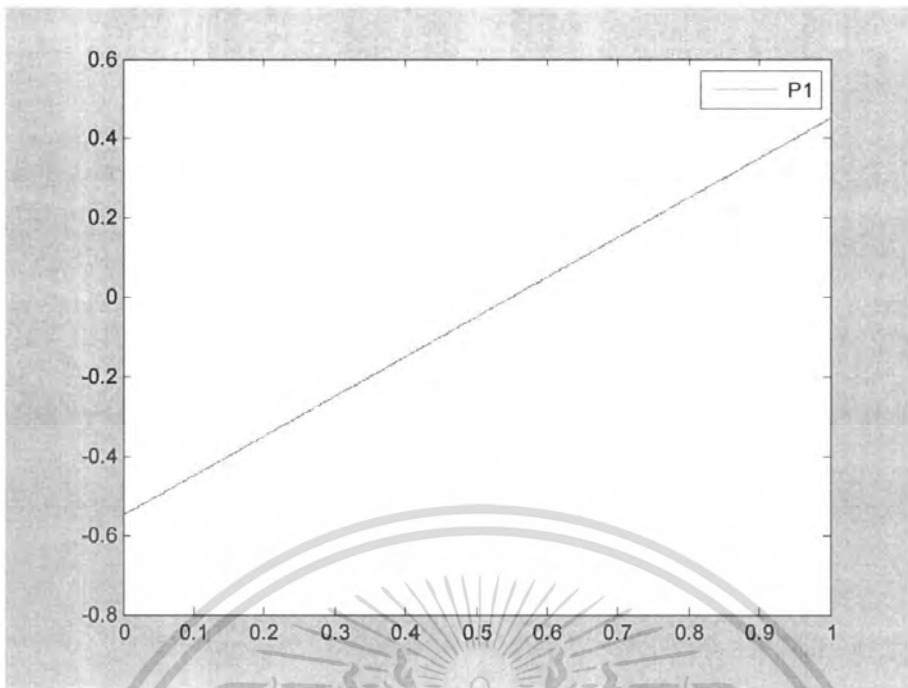
$$(x - 0.6903059877)(x - 0.8411472858)(x - 0.9503394180)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

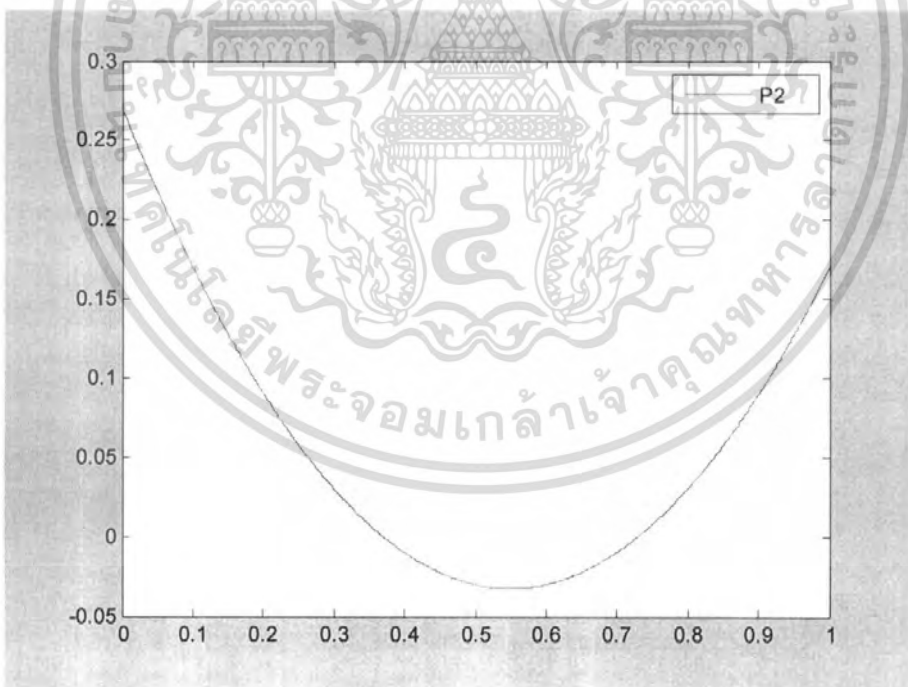


ภาพที่ 4.4 พหุนามเชิงตั้งฉากของฟังก์ชันถ่วงที่ 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

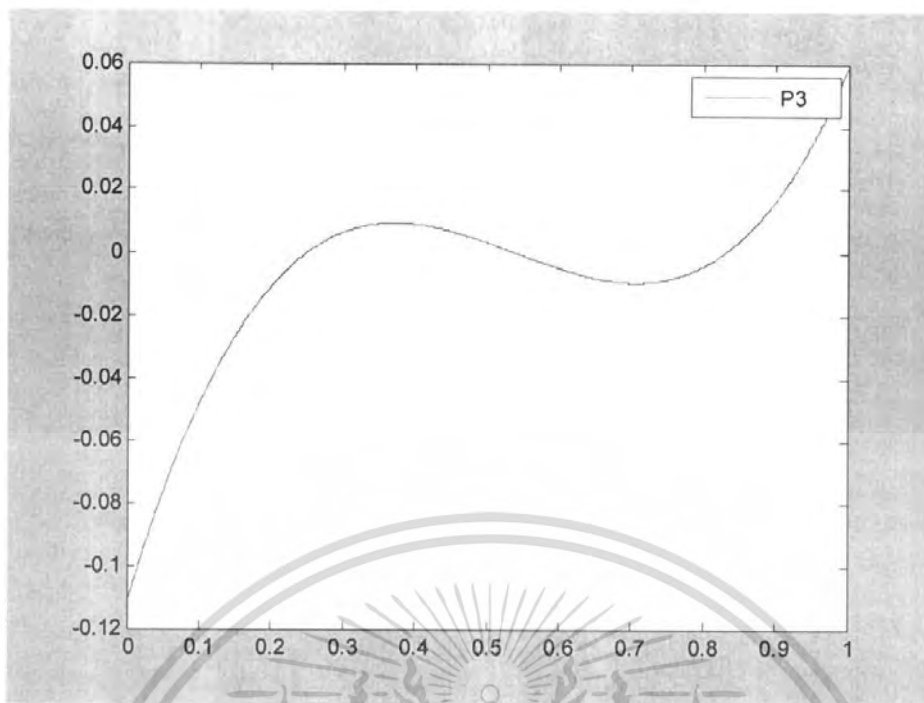


ภาพที่ 4.4.1 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 1 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 4

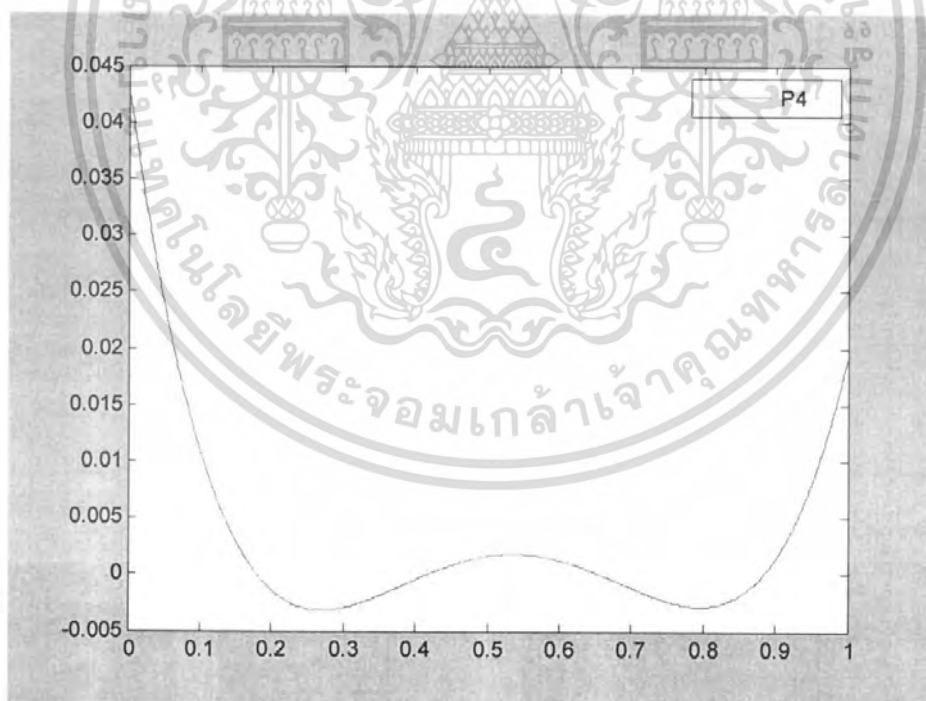


ภาพที่ 4.4.2 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 2 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

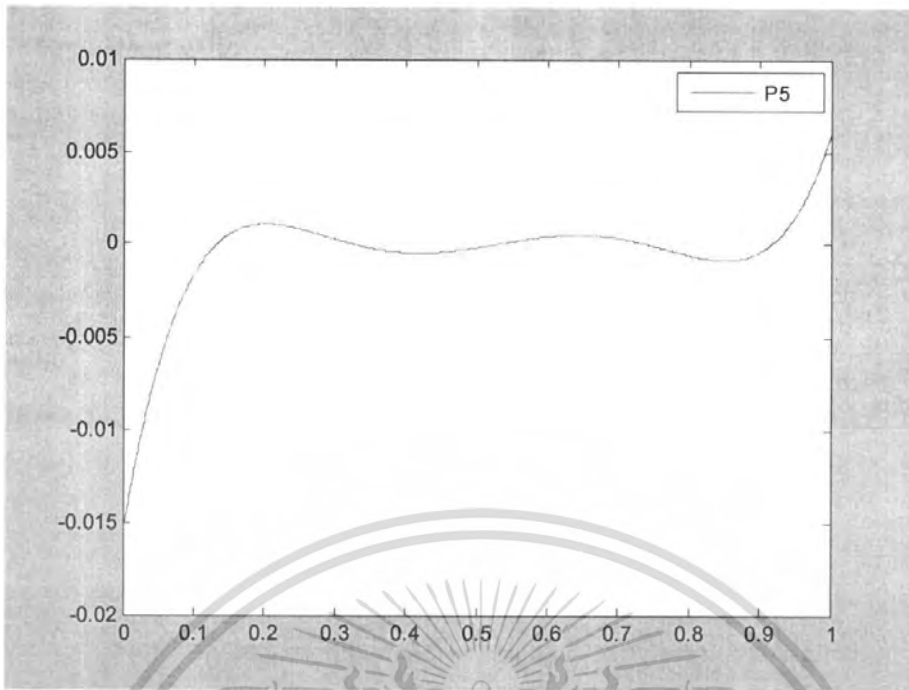


ภาพที่ 4.4.3 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 3 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 4

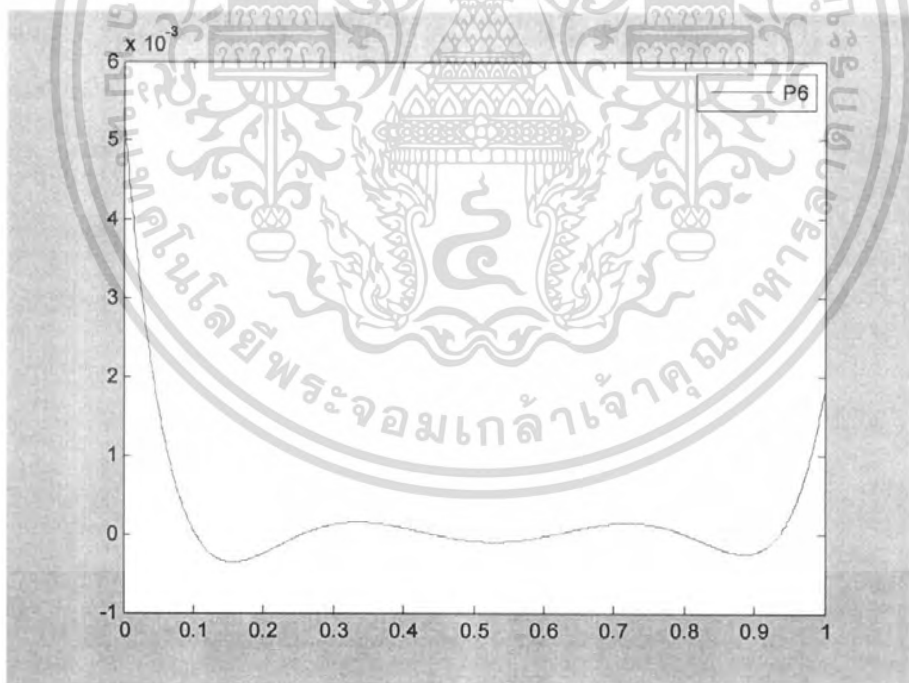


ภาพที่ 4.4.4 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 4 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

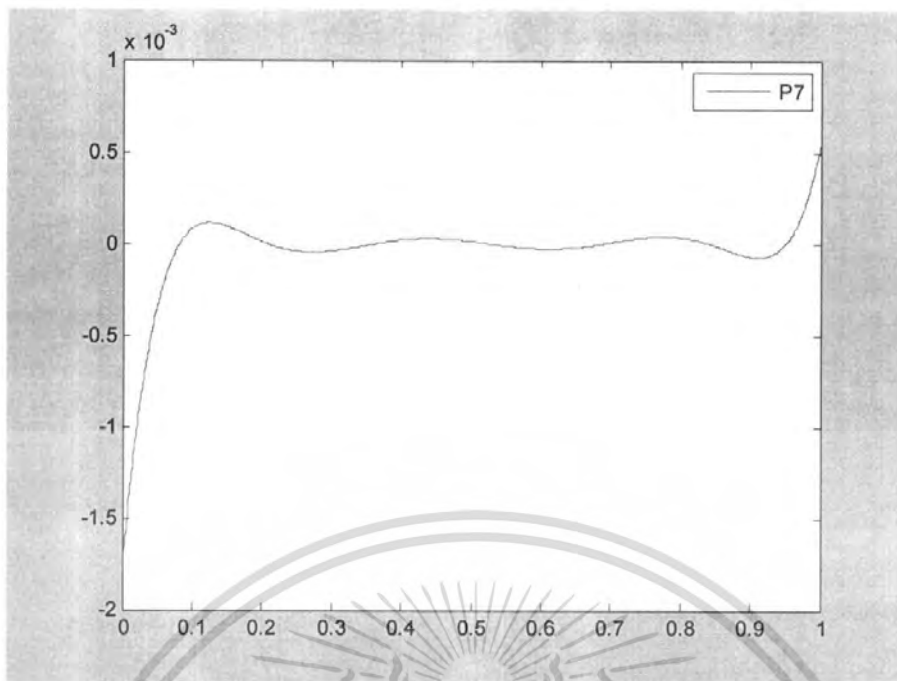


ภาพที่ 4.4.5 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 5 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 4

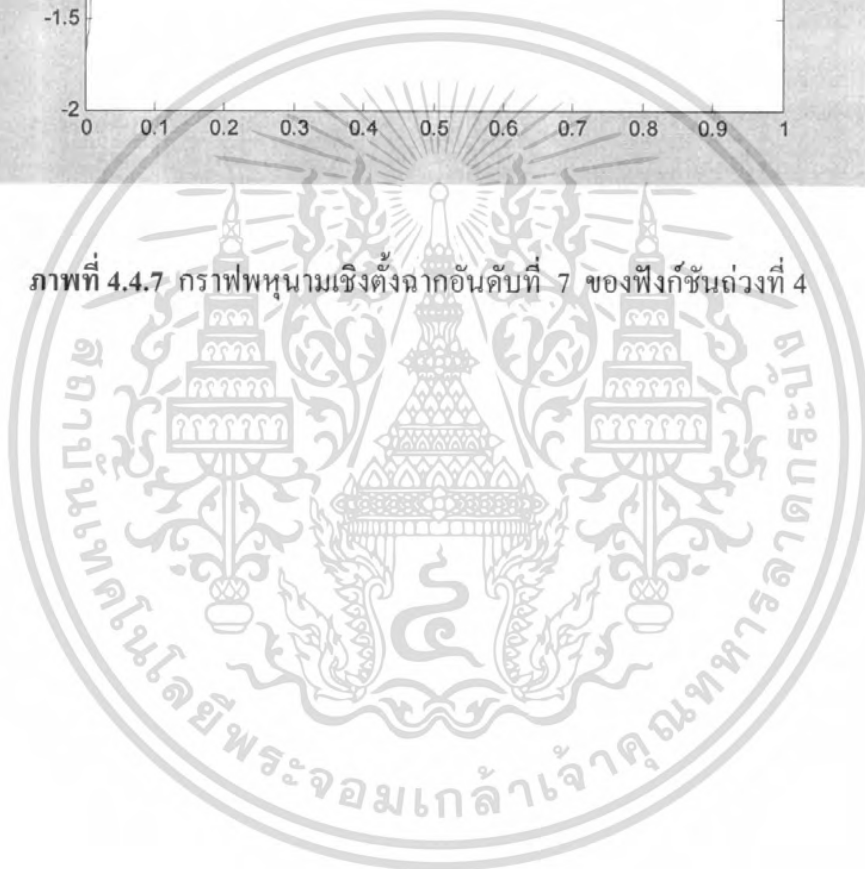


ภาพที่ 4.4.6 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 6 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

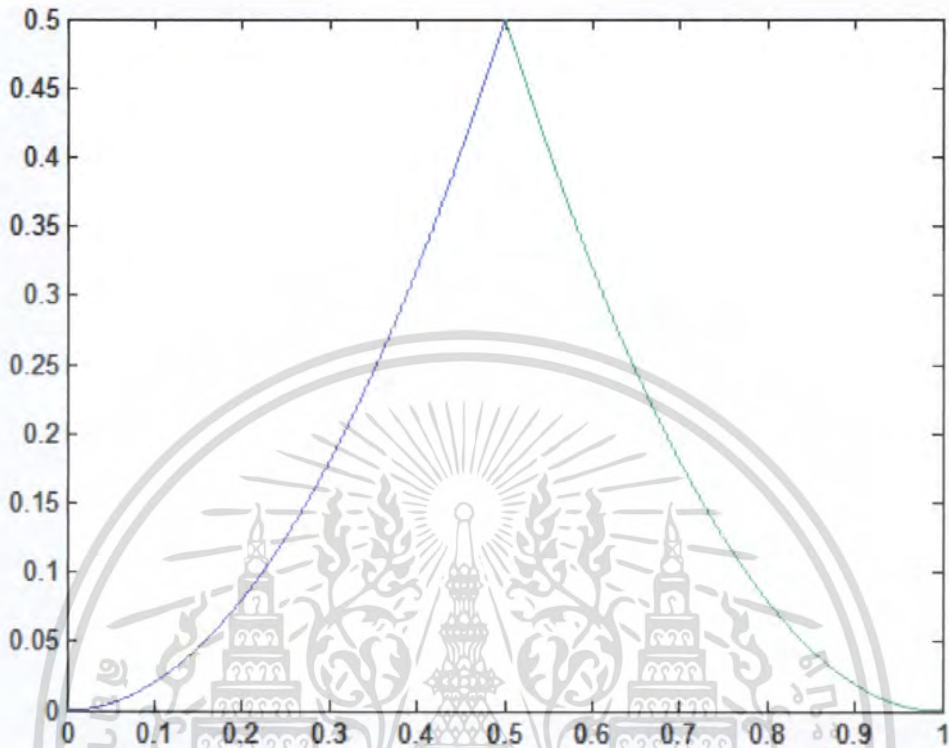


ภาพที่ 4.4.7 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 7 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 4



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.5 ฟังก์ชันถ่วงที่ 5



ใช้การหาค่าปริพันธ์โดยสูตร $w_5(x) = \begin{cases} 2x^2 & , 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2x^2 - 4x + 2 & , \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$ โดย $k = 0, 1, 2, \dots, 14$

$$c_0 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^0 (2x^2) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^0 (2x^2 - 4x + 2) dx = 0.16666666700$$

$$c_1 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^1 (2x^2) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^1 (2x^2 - 4x + 2) dx = 0.083333333000$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$c_2 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^2(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^2(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.045833333000$$

$$c_3 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^3(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^3(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.027083333000$$

$$c_4 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^4(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^4(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.016964285670$$

$$c_5 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^5(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^5(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.011160714290$$

$$c_6 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^6(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^6(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.0076574900790$$

$$c_7 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^7(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^7(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.0054470486110$$

$$c_8 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^8(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^8(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.0039970012620$$

$$c_9 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^9(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^9(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.0030125473490$$

$$c_{10} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{10}(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{10}(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.0023236041300$$

$$c_{11} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{11}(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{11}(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.018283718240$$

$$c_{12} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{12}(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{12}(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.0014638600330$$

$$c_{13} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{13}(2x^2)dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{13}(2x^2 - 4x + 2)dx = 0.0011898949040$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำค่าปริพันธ์ที่ได้มาหาค่าพหุนามเชิงตั้งฉาก ตั้งแต่ $p_0(x)$ ถึง คั้งนี้ $p_7(x)$

$$p_0(x) = 1$$

$$p_1(x) = x - 0.4999999970$$

$$p_2(x) = x^2 - 0.9999999730x + 0.2249999861 \\ = (x-0.6581138709)(x-0.3418861021)$$

$$p_3(x) = x^3 - 1.4999979059x^2 + 0.67856926149x - 0.089285206099 \\ = (x-0.2327379373)(x-0.4999992744)(x-0.7672606942)$$

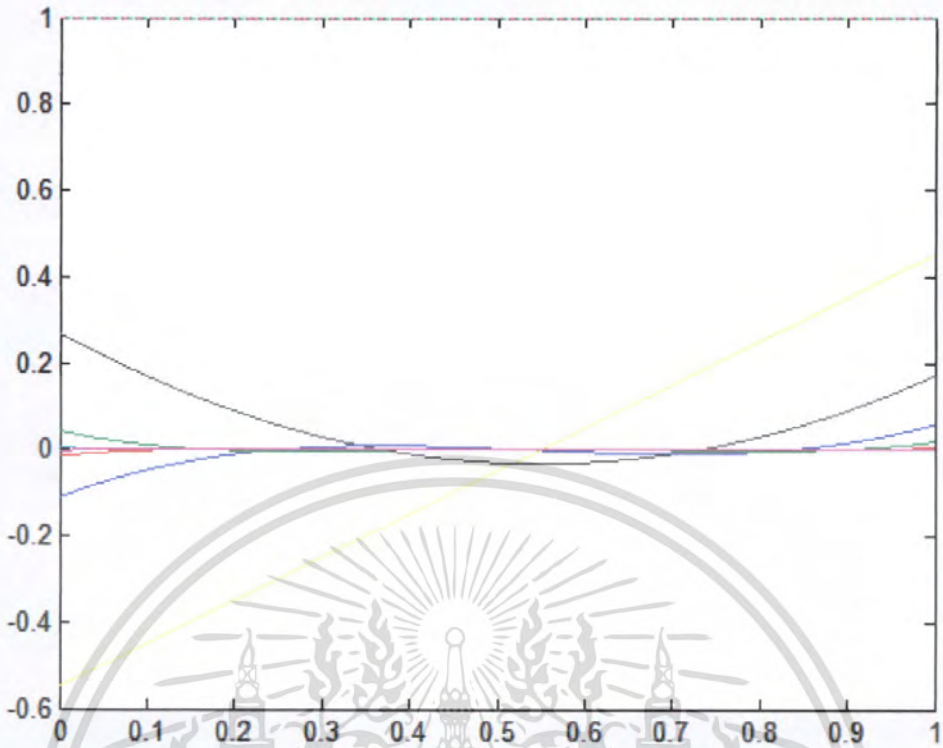
$$p_4(x) = x^4 - 1.9999740484x^3 + 1.3781643185x^2 - 0.3781855395x + 0.0333076489 \\ = (x-0.1677446693)(x-0.3931896830)(x-0.6067955541)(x-0.8322441420)$$

$$p_5(x) = x^5 - 2.4999009059x^4 + 2.3221018304x^3 - 0.9833121696x^2 + 0.1844385443x - 0.0116600570 \\ = (x-0.1254810348)(x-0.3064596064)(x-0.4999819134)(x-0.6934962774) \\ (x-0.8744820739)$$

$$p_6(x) = x^6 - 3.0008918508x^5 + 3.5179837412x^4 - 2.0335740155x^3 + 0.59913962575x^2 \\ = (x-0.0975171431)(x-0.2442486267)(x-0.4183069784)(x-0.5821257398) \\ (x-0.7560851906)(x-0.9026081721)$$

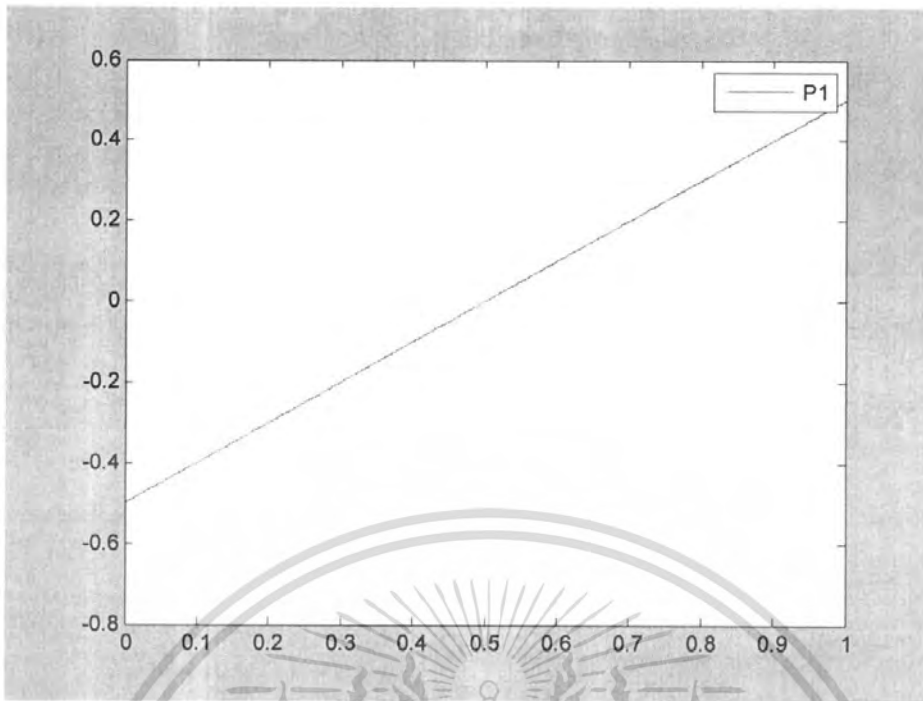
$$p_7(x) = x^7 - 3.5383672998x^6 + 5.0735130384x^5 - 3.7809686358x^4 + 1.5589019726x^3 \\ - 0.3482812763x^2 + 0.0378127861x - 0.0014584113 \\ = (x-0.080652119855098244741180852457676) \\ (x-0.20384779103161401074840525094324) \\ (x-0.35527640867626911501881594014886) \\ (x-0.50711027377564947619787980651520) \\ (x-0.65977787401165880631419653108837) \\ (x-0.80723385987390897414897702962367) \\ (x-0.92446897257580137283054458922298)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

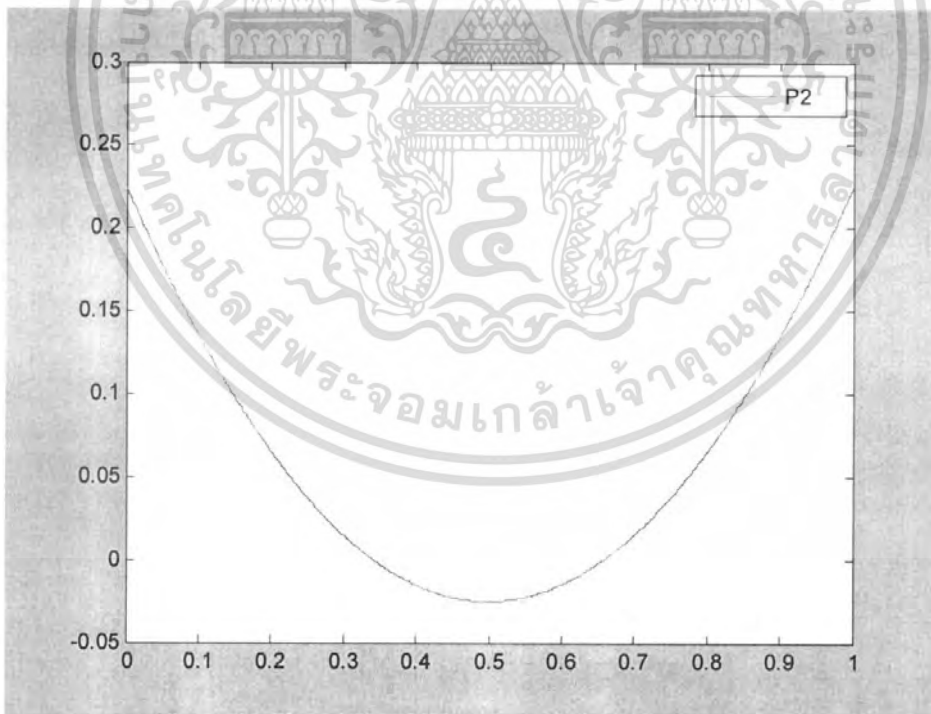


ภาพที่ 4.5 พหุนามเชิงตั้งฉากของฟังก์ชันถ่วงที่ 5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

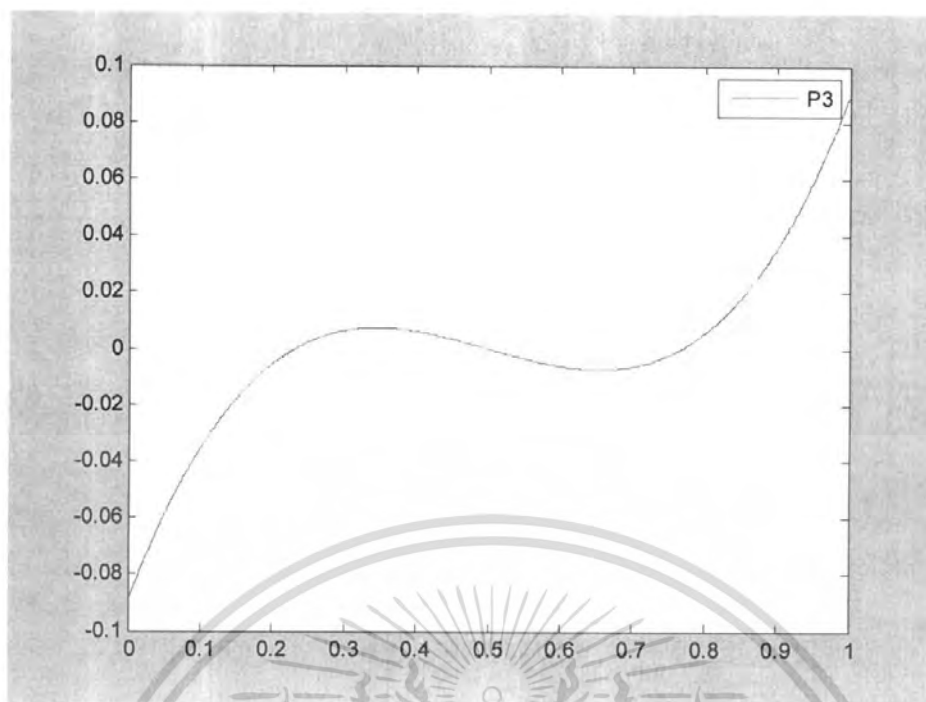


ภาพที่ 4.5.1 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 1 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 5

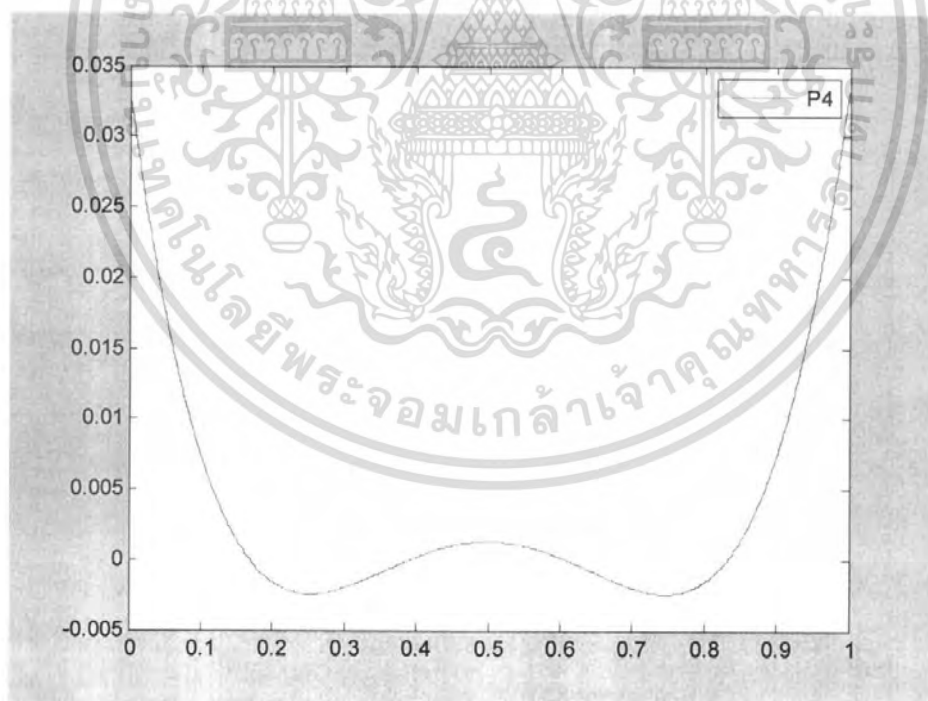


ภาพที่ 4.5.2 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 2 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

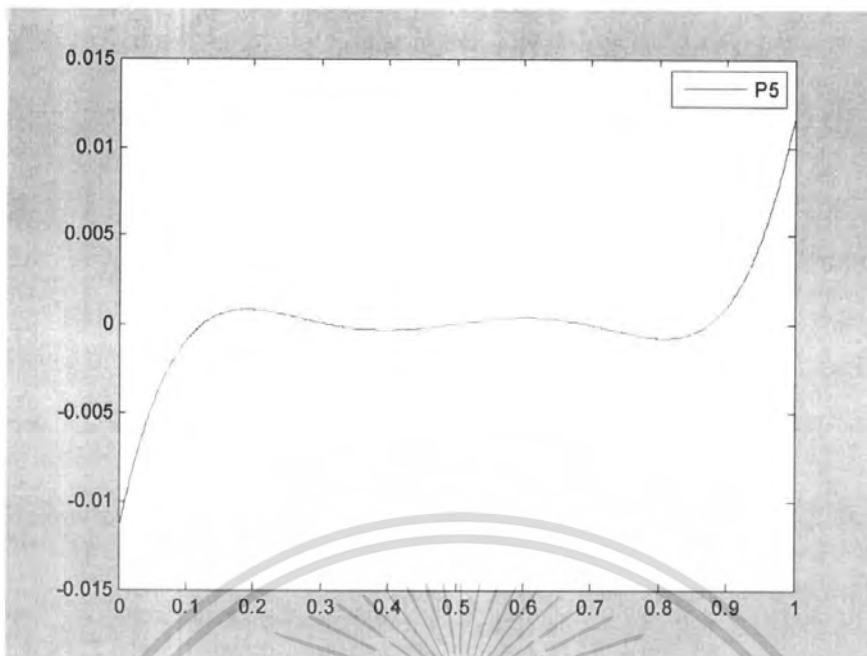


ภาพที่ 4.5.3 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 3 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 5

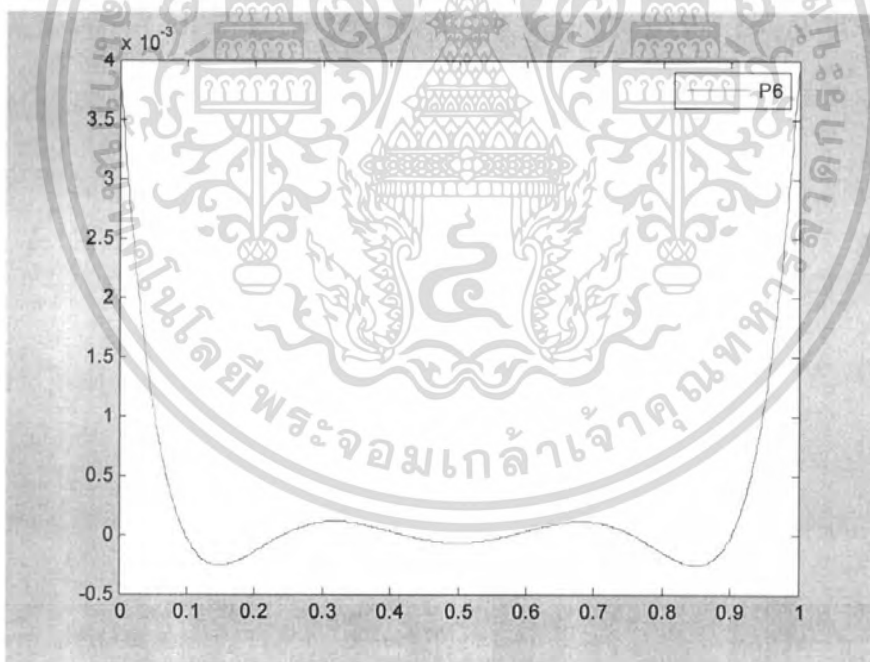


ภาพที่ 4.5.4 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 4 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

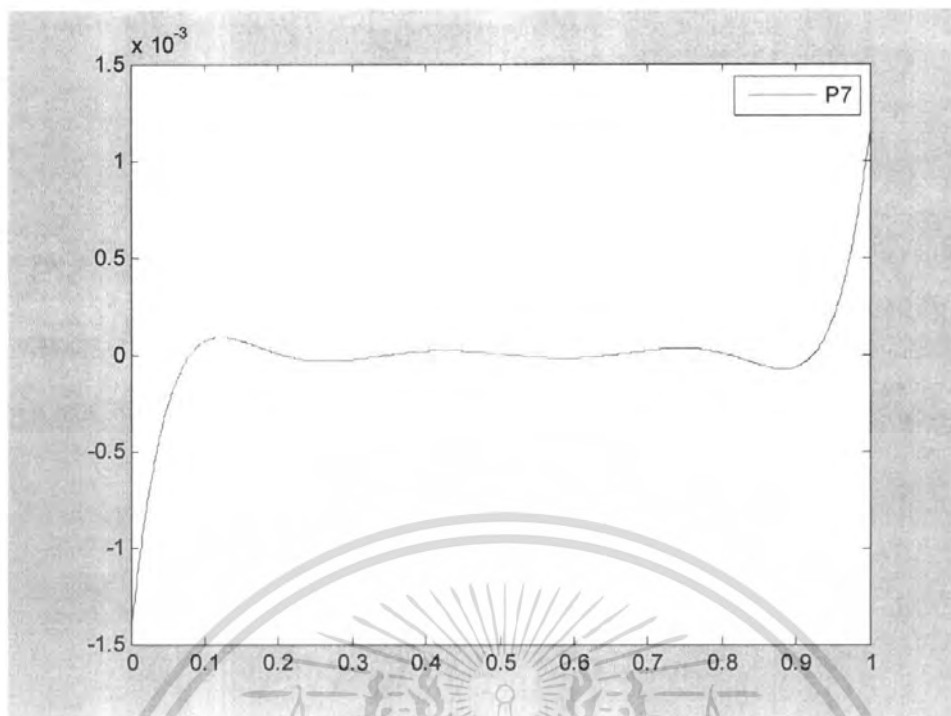


ภาพที่ 4.5.5 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 5 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 5



ภาพที่ 4.5.6 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 6 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

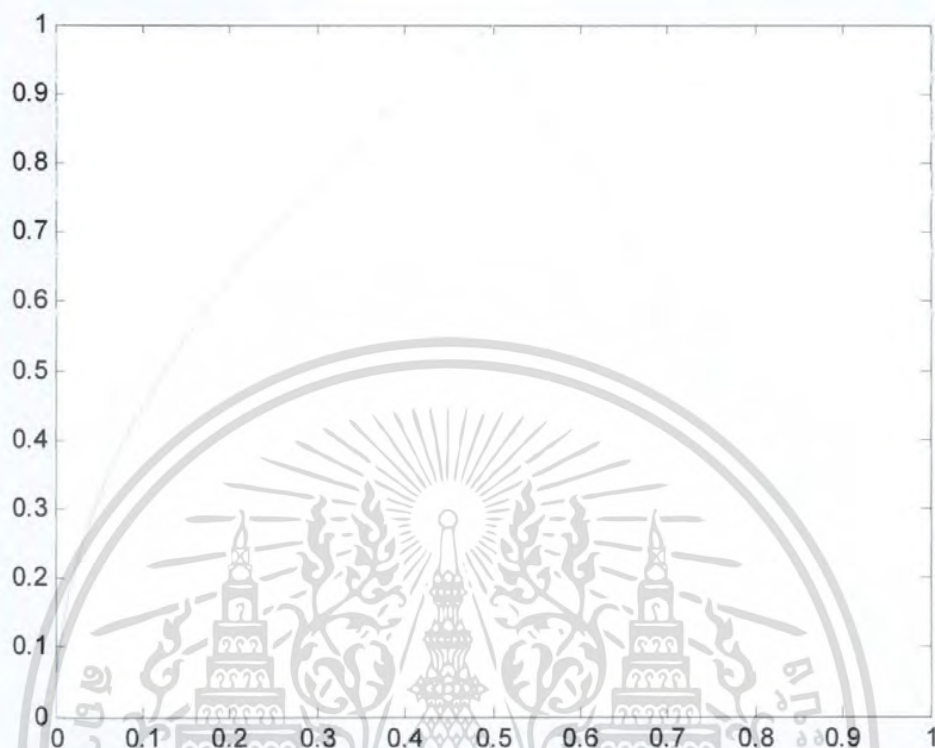


ภาพที่ 4.5.7 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 7 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 5



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.6 ฟังก์ชันถ่วงที่ 6



ใช้การหาค่าปริพันธ์โดยสูตร

$$w_6(x) = \begin{cases} \sqrt{2x} & , 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2-2x & , \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases} \quad \text{โดย } k = 0, 1, 2, \dots, 14$$

$$c_0 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^0 (\sqrt{2x}) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^0 (2-2x) dx = 0.583333333$$

$$c_1 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^1 (\sqrt{2x}) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^1 (2-2x) dx = 0.266666667$$

$$c_2 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^2 (\sqrt{2x}) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^2 (2-2x) dx = 0.1502976190$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$c_3 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^3(\sqrt{2x})dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^3(2-2x)dx = 0.09513888889$$

$$c_4 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^4(\sqrt{2x})dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^4(2-2x)dx = 0.06505681818$$

$$c_5 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^5(\sqrt{2x})dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^5(2-2x)dx = 0.04704670329$$

$$c_6 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^6(\sqrt{2x})dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^6(2-2x)dx = 0.03550037203$$

$$c_7 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^7(\sqrt{2x})dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^7(2-2x)dx = 0.03550037203$$

$$c_8 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^8(\sqrt{2x})dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^8(2-2x)dx = 0.02218909905$$

$$c_9 = \int_0^{\frac{1}{2}} x^9(\sqrt{2x})dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^9(2-2x)dx = 0.01816829004$$

$$c_{10} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{10}(\sqrt{2x})dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{10}(2-2x)dx = 0.01514588609$$

$$c_{11} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{11}(\sqrt{2x})dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{11}(2-2x)dx = 0.01281813401$$

$$c_{12} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{12}(\sqrt{2x})dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{12}(2-2x)dx = 0.01098799250$$

$$c_{13} = \int_0^{\frac{1}{2}} x^{13}(\sqrt{2x})dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 x^{13}(2-2x)dx = 0.009523368547$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำค่าปริพันธ์ที่ได้มาหาค่าพหุนามเชิงตั้งฉาก ตั้งแต่ $p_0(x)$ ถึง $p_7(x)$ ดังนี้

$$p_0(x) = 1$$

$$p_1(x) = x - 0.4571$$

$$p_2(x) = x^2 - 0.93091744351x + 0.16790919881$$

$$= (x - 0.6862360368)(x - 0.24468140668)$$

$$p_3(x) = x^3 - 1.4240128095x^2 + 0.56612498955x - 0.054993973868$$

$$= (x - 0.1440656467)(x - 0.4731275111)(x - 0.8068196515)$$

$$p_4(x) = x^4 - 1.9171034622x^3 + 1.2083586156x^2 - 0.27835151352x + 0.017053581542$$

$$= (x - 0.0945224346)(x - 0.3368252877)(x - 0.6155051310)(x - 0.8702506087)$$

$$p_5(x) = x^5 - 2.4145773477x^4 + 2.1001326773x^3 - 0.791282354x^2 + 0.120463326x - 0.005077668$$

$$= (x - 0.06636185874)(x - 0.2455308704)(x - 0.4804383287)(x - 0.7147732390)(x - 0.9074730507)$$

$$p_6(x) = x^6 - 2.9110994821x^5 + 3.2375807616x^4 - 1.7162520988x^3 + 0.43910733440x^2$$

$$- 0.047787620080x + 0.0014733511783$$

$$= (x - 0.0491274846)(x - 0.185846351)(x - 0.379904118)(x - 0.583965612)$$

$$(x - 0.781518436)(x - 0.930737478)$$

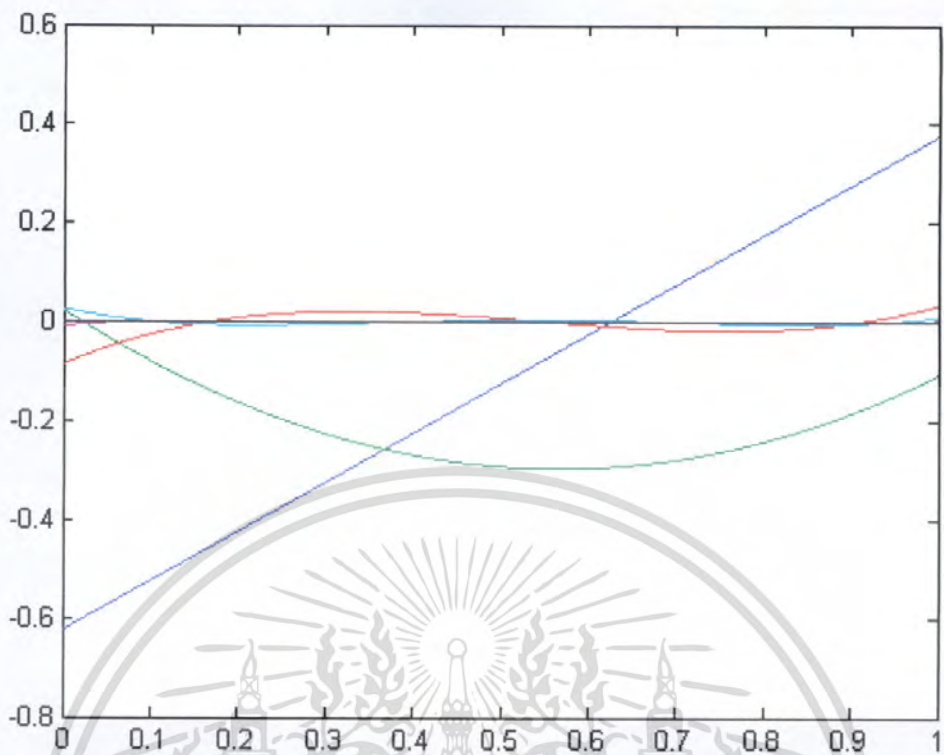
$$p_7(x) = x^7 - 3.3949640654x^6 + 4.5834117283x^5 - 3.13129535x^4 + 1.13776397x^3 - 0.21060553x^2$$

$$+ 0.017037379651x - 0.00039429417999$$

$$= (x - 0.037028627)(x - 0.142572777)(x - 0.299980437)(x - 0.481216015)$$

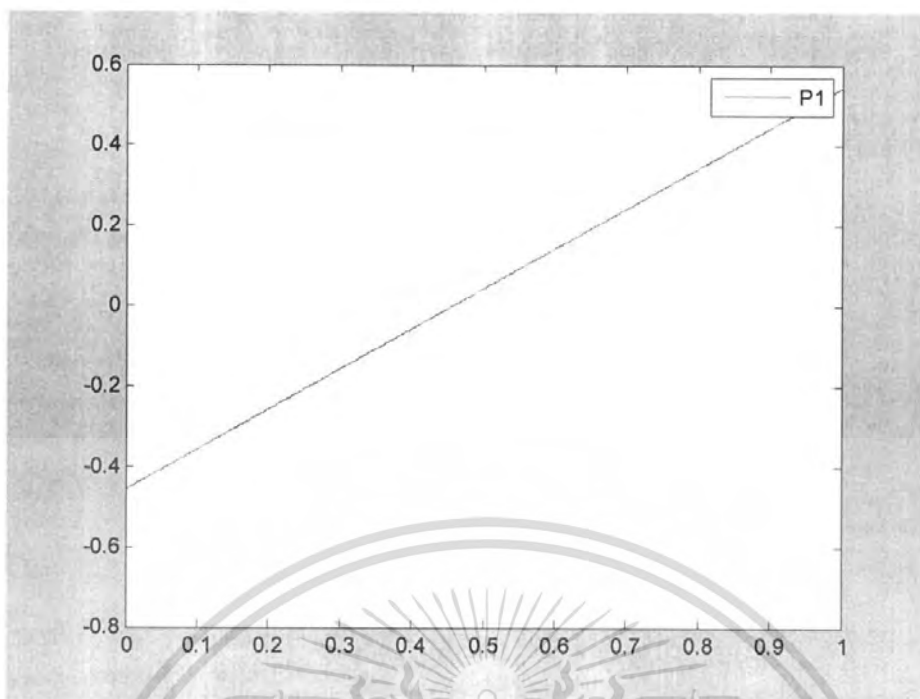
$$(x - 0.66185410)(x - 0.82654746)(x - 0.94576463)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

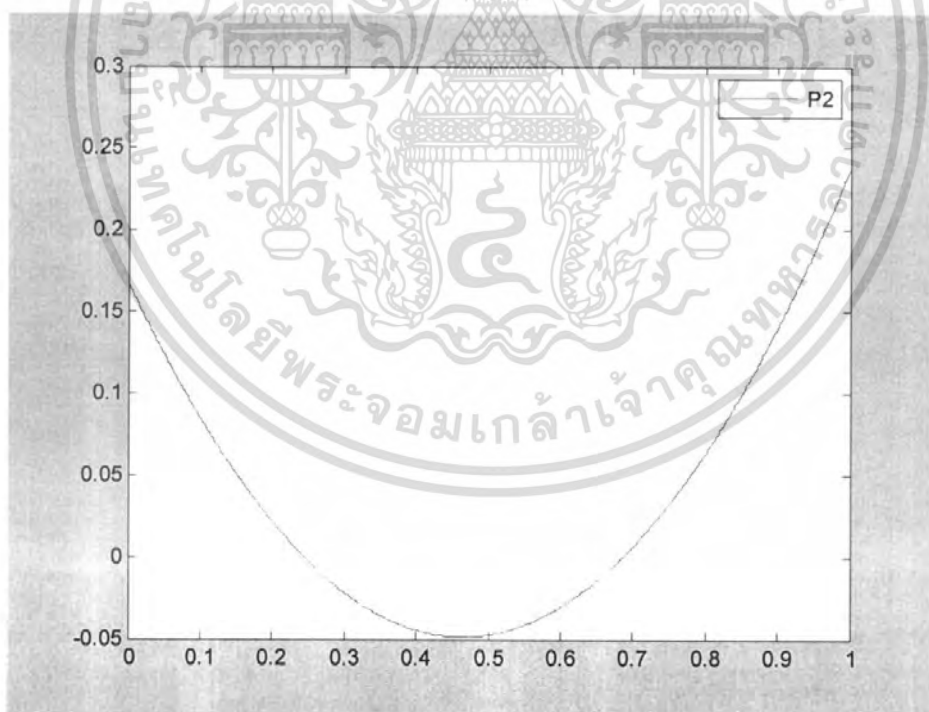


ภาพที่ 4.6 พหุนามเชิงตั้งฉากของฟังก์ชันถ่วงที่ 6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

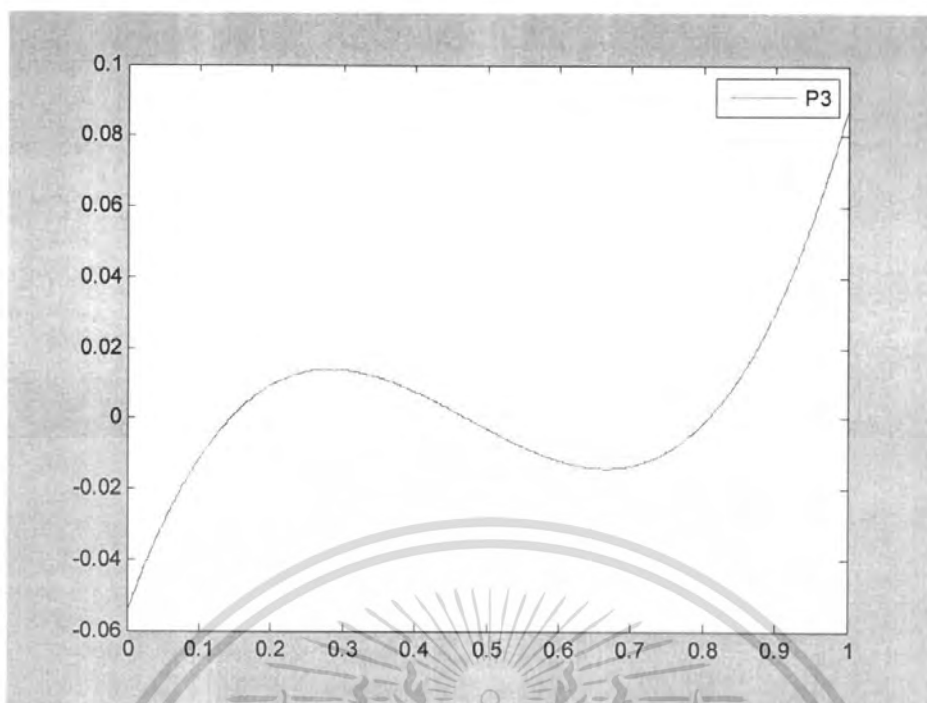


ภาพที่ 4.6.1 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 1 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 6

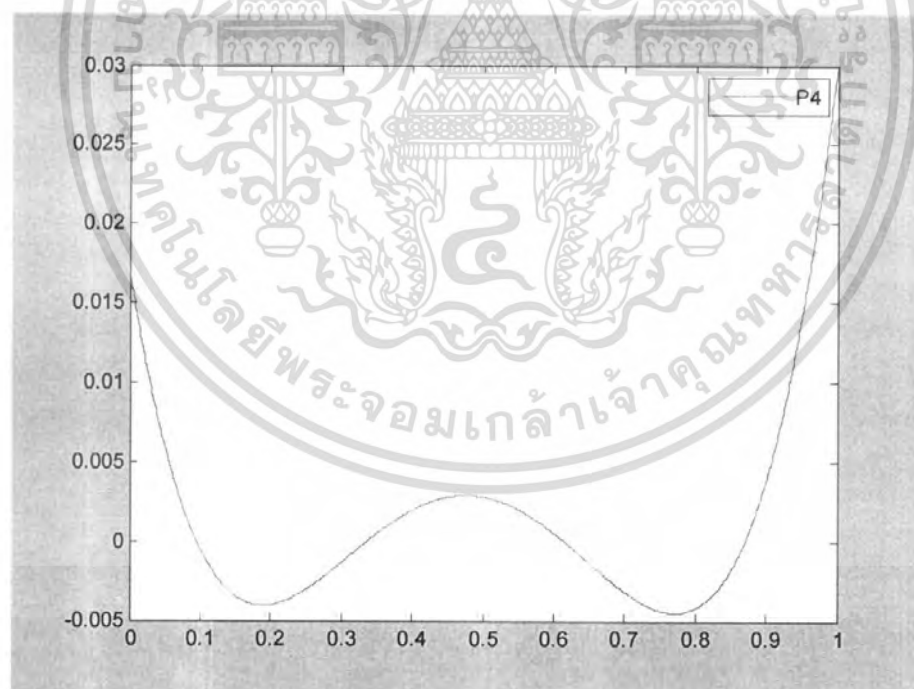


ภาพที่ 4.6.2 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 2 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

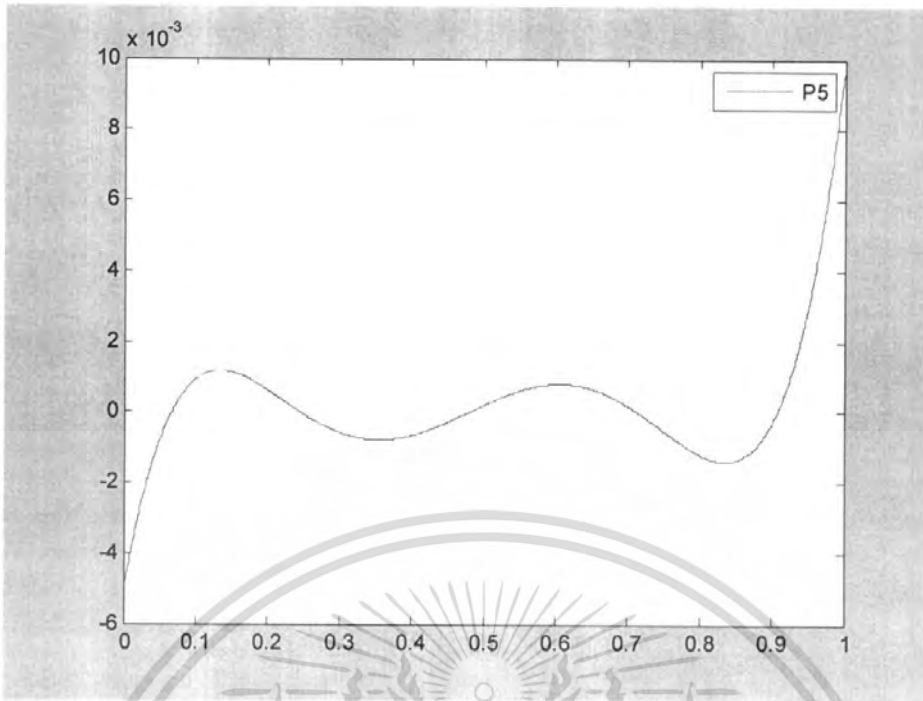


ภาพที่ 4.6.3 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 3 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 6

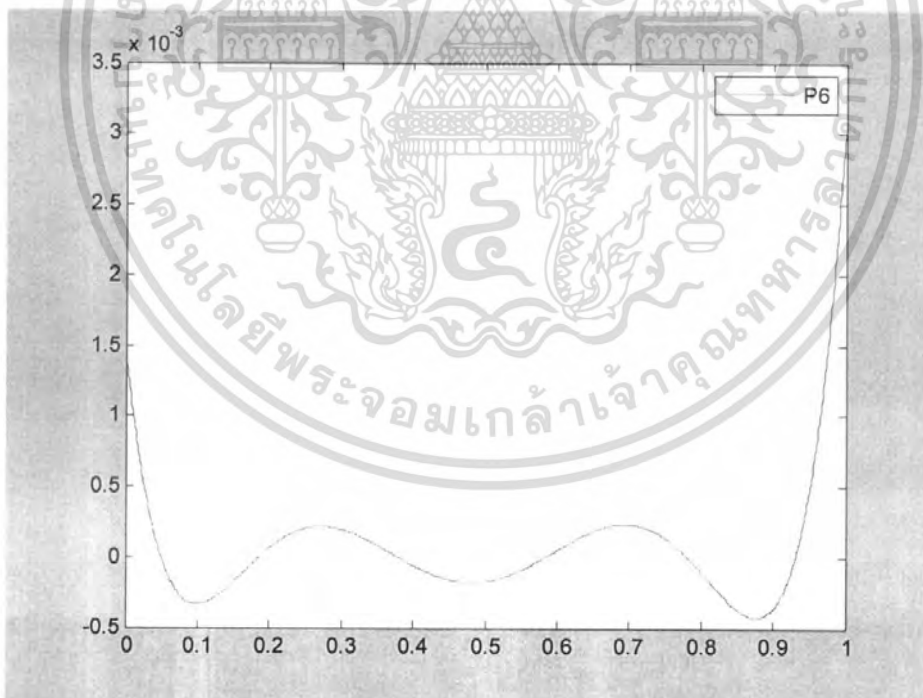


ภาพที่ 4.6.4 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 4 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

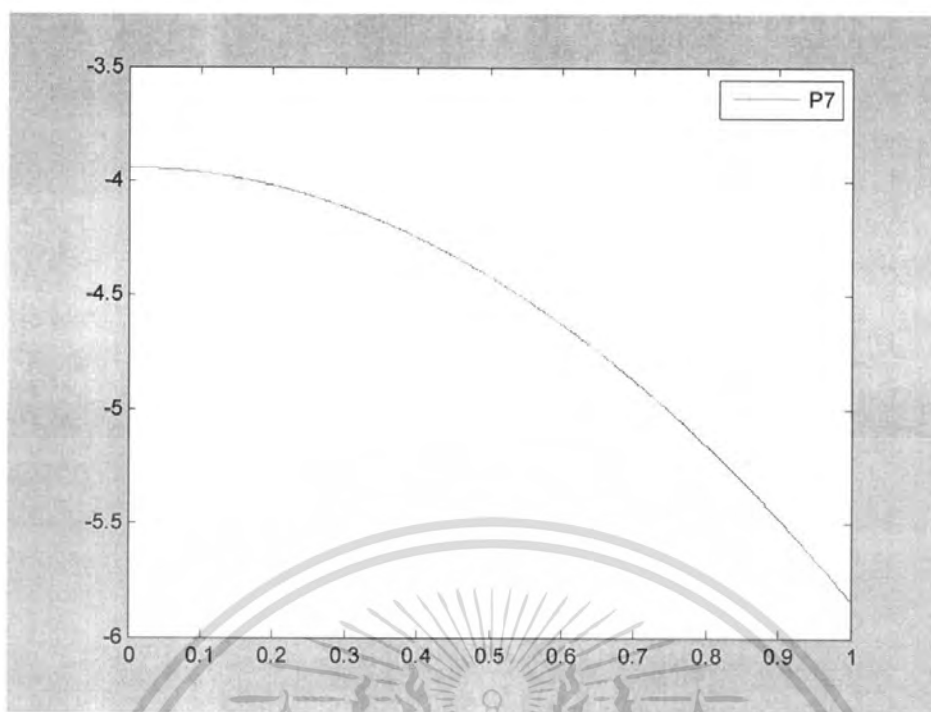


ภาพที่ 4.6.5 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 5 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 6



ภาพที่ 4.6.6 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 6 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาพที่ 4.6.7 กราฟพหุนามเชิงตั้งฉากอันดับที่ 7 ของฟังก์ชันถ่วงที่ 6



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2 ค่าถ่วง (weight value)

ค่าถ่วง (weight value) ของฟังก์ชันการหาปริพันธ์เชิงตัวเลข

ตารางที่ 4.1 ค่าของ $A_n, n = 1, 2, \dots, 7$ โดยที่ $a = 0$ และ $b = 1$ ของฟังก์ชันถ่วง

$$w_1(x) = \begin{cases} 2x^2 & , 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2x^2 - 4x + 2 & , \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

n	A_n
1	0.50000000
2	0.25000000 0.25000000
3	0.10416666 0.29166666 0.10416666
4	0.04943315 0.20056684 0.20056684 0.04943315
5	0.02582912 0.11973661 0.20886849 0.11973662 0.02582912

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6	0.01474828 0.07374063 0.16151113 0.16151108 0.07374058 0.01474827
7	0.00897069 0.04696382 0.11237503 0.16338735 0.11237142 0.04696150 0.00897015



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.2 ค่าของ $A_n, n=1,2,\dots,7$ โดยที่ $a=0$ และ $b=1$ ของฟังก์ชันถ่วง

$$w_2(x) = \begin{cases} 1-2x & , 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2x-1 & , \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

n	A_n
1	0.5000000
2	0.2500000 0.2500000
3	0.1875000 0.1250000 0.1875000
4	0.12499999 0.12500000 0.12499999 0.12500000
5	0.09410076 0.12812145 0.05555555 0.12812145 0.09410076

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6	0.06944444 0.11111113 0.06944443 0.06944447 0.11111109 0.06944441
7	0.05511799 0.09705057 0.08220932 0.03124974 0.08221204 0.09704650 0.05511380



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.3 ค่าของ $A_n, n=1,2,\dots,7$ โดยที่ $a=0$ และ $b=1$ ของฟังก์ชันถ่วง

$$w_3(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2x^2 - 4x + 2, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

n	A_n
1	0.20833333
2	0.10416666 0.10416666
3	0.04434871 0.12753936 0.03644525
4	0.01385777 0.08581231 0.08718422 0.02147901
5	0.01141469 0.05281887 0.09382492 0.04442939 0.00584543

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6	0.00676928 0.031582763 0.07555517 0.06596396 0.02755240 0.00090974
7	0.00406000 0.02123368 0.05068732 0.07467970 0.04384329 0.01245587 0.00137344



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.4 ค่าของ $A_n, n=1,2,\dots,7$ โดยที่ $a=0$ และ $b=1$ ของฟังก์ชันถ่วง

$$w_4(x) = \begin{cases} 2x^2, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 1-x, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

n	A_n
1	0.20833333
2	0.10416666 0.10416666
3	0.03644525 0.12753936 0.04434871
4	0.01385778 0.08581231 0.08718422 0.02147901
5	0.00584543 0.04442939 0.093824925 0.05281887 0.01141470

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6	0.00272478 0.02308273 0.07086628 0.07208975 0.03296724 0.00660253
7	0.00137352 0.01245628 0.04384368 0.07467892 0.05068691 0.02123388 0.00406012



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.5 ค่าของ $A_n, n=1,2,\dots,7$ โดยที่ $a=0$ และ $b=1$ ของฟังก์ชันถ่วง

$$w_5(x) = \begin{cases} 2x^2, 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2x^2 - 4x + 2, \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

n	A_n
1	0.166666667
2	0.083333339 0.083333332
3	0.02916641 0.10833339 0.02916685
4	0.01144300 0.07188684 0.07189182 0.01144498
5	0.00490809 0.03723774 0.08236117 0.03724800 0.00491164

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6	0.002338850 0.01979961 0.06129911 0.06117617 0.01972375 0.00232914
7	0.00133005 0.01171704 0.03980301 0.06663795 0.03600585 0.010073895 0.00109884



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.6 ค่าของ $A_n, n=1,2,\dots,7$ โดยที่ $a=0$ และ $b=1$ ของฟังก์ชันถ่วง

$$w_6(x) = \begin{cases} \sqrt{2x}, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2-2x, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

n	A_n
1	0.58333333
2	0.28068066 0.30265267
3	0.14514100 0.32300834 0.11518398
4	0.07909887 0.23267199 0.21789264 0.05366982
5	0.04711393 0.15386840 0.22566300 0.12893956 0.27748427

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6	0.30231227 0.10479148 0.18162166 0.17239826 0.07858908 0.01570160
7	0.01990558 0.07217517 0.13562877 0.17441212 0.12090766 0.05062179 0.00968424



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3 การหาค่าปริพันธ์ Gauss Quadrature

นำ $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x} dx$ หาค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 – 6 และนำมาหาค่าความคลาดเคลื่อนโดยเปรียบเทียบกับค่าจริง

ตารางที่ 4.7 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x} dx$

ค่าจริง= 0.3397980736

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.66666667	0.32686859
2	0.37113402	$0.31335947 \times 10^{-1}$
3	0.33979328	$0.47920000 \times 10^{-5}$
4	0.33979793	$0.13760000 \times 10^{-6}$
5	0.33979806	$0.39000000 \times 10^{-8}$
6	0.33979807	$0.10000000 \times 10^{-9}$
7	0.33979807	0

ตารางที่ 4.8 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 2 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x} dx$

ค่าจริง= 0.353349107

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.66666667	0.31331756
2	0.35294117	$0.40793050 \times 10^{-3}$
3	0.35333333	$0.15773700 \times 10^{-4}$
4	0.35334872	$0.37720000 \times 10^{-6}$
5	0.35334909	$0.13200000 \times 10^{-7}$
6	0.35334910	$0.40000000 \times 10^{-9}$
7	0.35334910	0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.9 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 3 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x} dx$

ค่าจริง = 0.1459914715

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.14367815	0.14367815
2	0.14593397	$0.57494044 \times 10^{-4}$
3	0.14598997	$0.14965012 \times 10^{-5}$
4	0.14319434	$0.27971246 \times 10^{-2}$
5	0.14599147	$0.11492900 \times 10^{-8}$
6	0.14596965	$0.21816458 \times 10^{-4}$
7	0.14599147	$0.5156000 \times 10^{-11}$

ตารางที่ 4.10 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 4 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x} dx$

ค่าจริง = 0.136294

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.64516129	0.50886729
2	0.13625175	$0.42241900 \times 10^{-4}$
3	0.13629330	$0.69050000 \times 10^{-6}$
4	0.13629433	$0.33310000 \times 10^{-6}$
5	0.13629436	$0.33310000 \times 10^{-6}$
6	0.13629436	$0.36110000 \times 10^{-6}$
7	0.13629436	$0.36110000 \times 10^{-6}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.11 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 5 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x} dx$

ค่าจริง= 0.1123867958

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.66666660	0.55427987
2	0.11235955	$0.27244700 \times 10^{-4}$
3	0.11238615	$0.63860000 \times 10^{-6}$
4	0.11238677	$0.16000000 \times 10^{-7}$
5	0.11238679	$0.20000000 \times 10^{-9}$
6	0.11238679	$0.60000000 \times 10^{-9}$
7	0.11238679	$0.60000000 \times 10^{-9}$

ตารางที่ 4.12 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 6 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x} dx$

ค่าจริง=0.40989000

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.40033856	$0.95514400 \times 10^{-2}$
2	0.40961069	$0.27931000 \times 10^{-3}$
3	0.40988086	$0.91400000 \times 10^{-5}$
4	0.40988855	$0.14500000 \times 10^{-5}$
5	0.40988878	$0.12200000 \times 10^{-5}$
6	0.40988878	$0.12200000 \times 10^{-5}$
7	0.40988878	$0.12200000 \times 10^{-5}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.13 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x^2} dx$

ค่าจริง= 0.3966410308

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.80000000	0.42886597
2	0.37113402	0
3	0.39661344	0.39664103
4	0.39664194	$0.25507925 \times 10^{-1}$
5	0.39664103	$0.25507013 \times 10^{-1}$
6	0.39664102	$0.25507008 \times 10^{-1}$
7	0.39503434	$0.23900323 \times 10^{-1}$

ตารางที่ 4.14 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 2 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x^2} dx$

ค่าจริง= 0.388754

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.80000000	0.41124600
2	0.38938053	$0.62653100 \times 10^{-3}$
3	0.38867924	$0.74754700 \times 10^{-4}$
4	0.38875943	$0.54338000 \times 10^{-5}$
5	0.38875712	$0.31261000 \times 10^{-5}$
6	0.38875710	$0.31278000 \times 10^{-5}$
7	0.38875713	$0.31329000 \times 10^{-5}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.15 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 3 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x^2} dx$

ค่าจริง= 0.1715645172

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.09908838	$0.72476131 \times 10^{-1}$
2	0.17165365	$0.89139926 \times 10^{-4}$
3	0.17155660	$0.79172000 \times 10^{-5}$
4	0.16839506	$0.31694536 \times 10^{-2}$
5	0.17156451	$0.25461460 \times 10^{-8}$
6	0.17156842	$0.39099217 \times 10^{-5}$
7	0.17156451	$0.69800000 \times 10^{-12}$

ตารางที่ 4.16 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 4 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x^2} dx$

ค่าจริง= 0.159454

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.76775431	$4.86922151 \times 10^{-3}$
2	0.15957599	$1.52177999 \times 10^{-3}$
3	0.15944674	$1.14539642 \times 10^{-4}$
4	0.15945367	$3.46091498 \times 10^{-6}$
5	0.15945352	$3.10572743 \times 10^{-8}$
6	0.15945352	$9.84589398 \times 10^{-9}$
7	0.15945352	$5.45567813 \times 10^{-10}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.17 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 5 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x^2} dx$

ค่าจริง=0.1326975235

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.80000000	$1.93738243 \times 10^{-2}$
2	0.13276064	$1.30644587 \times 10^{-3}$
3	0.13269357	$1.24450241 \times 10^{-4}$
4	0.13269763	$5.15835960 \times 10^{-6}$
5	0.13269752	$2.93075521 \times 10^{-8}$
6	0.13269752	$9.72228642 \times 10^{-9}$
7	0.13269752	$6.52419118 \times 10^{-10}$

ตารางที่ 4.18 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 6 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+x^2} dx$

ค่าจริง=0.47592700

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.48251619	$0.65891900 \times 10^{-2}$
2	0.47637649	$0.44949000 \times 10^{-3}$
3	0.47588596	$0.41040000 \times 10^{-4}$
4	0.47592884	$0.18400000 \times 10^{-5}$
5	0.47592723	$0.23000000 \times 10^{-6}$
6	0.47592723	$0.23000000 \times 10^{-6}$
7	0.47592724	$0.24000000 \times 10^{-6}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.19 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+2x} dx$

ค่าจริง=0.2616240719

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	1.50000000	1.23837592
2	0.37757589	0.11595182
3	0.26157407	$0.49997900 \times 10^{-4}$
4	0.26162058	$0.34847000 \times 10^{-5}$
5	0.26162382	$0.24210000 \times 10^{-6}$
6	0.26162405	$0.17200000 \times 10^{-7}$
7	0.26162407	$0.17200000 \times 10^{-7}$

ตารางที่ 4.20 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 2 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+2x} dx$

ค่าจริง= 0.287685

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	1.50000000	1.21231500
2	0.28571428	$0.19707143 \times 10^{-2}$
3	0.28750000	$0.18500000 \times 10^{-3}$
4	0.28767123	$0.13767100 \times 10^{-4}$
5	0.28768115	$0.38406000 \times 10^{-5}$
6	0.28768201	$0.29850000 \times 10^{-5}$
7	0.28768206	$0.29322000 \times 10^{-5}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.21 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 3 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+2x} dx$

ค่าจริง = 0.1140096981

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.28735631	0.17334661
2	0.11374521	$0.26448737 \times 10^{-3}$
3	0.11399282	$0.16868299 \times 10^{-4}$
4	0.11052914	$0.34805571 \times 10^{-2}$
5	0.11400962	$0.77905909 \times 10^{-7}$
6	0.11397227	$0.37420398 \times 10^{-4}$
7	0.11400969	$0.37457100 \times 10^{-9}$

ตารางที่ 4.22 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 4 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+2x} dx$

ค่าจริง = 0.102386

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	2.10000000	1.99761400
2	0.10221962	$0.16637380 \times 10^{-3}$
3	0.10237591	$0.10082900 \times 10^{-4}$
4	0.10238500	$0.99240000 \times 10^{-6}$
5	0.10238558	$0.41430000 \times 10^{-6}$
6	0.10238562	$0.37650000 \times 10^{-6}$
7	0.10238562	$0.37400000 \times 10^{-6}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.23 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 5 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+2x} dx$

ค่าจริง = 0.08558328838

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	1.99999999	1.91441670
2	0.08547008	$0.11320238 \times 10^{-3}$
3	0.08557692	$0.63643600 \times 10^{-5}$
4	0.08558288	$0.39840000 \times 10^{-6}$
5	0.08558326	$0.24130000 \times 10^{-7}$
6	0.085583288	$0.22000000 \times 10^{-9}$
7	0.085583283	$0.12700000 \times 10^{-8}$

ตารางที่ 4.24 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 6 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{1+2x} dx$

ค่าจริง = 0.32280000

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.30474001	0.1805999×10^{-1}
2	0.32151675	0.1283250×10^{-2}
3	0.32271001	0.8999000×10^{-4}
4	0.32279308	0.6920000×10^{-5}
5	0.32279904	$0.96000000 \times 10^{-6}$
6	0.32279946	$0.54000000 \times 10^{-6}$
7	0.32279949	$0.51000000 \times 10^{-6}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.25 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+x} dx$

ค่าจริง= 0.2013551355

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.40000000	0.19864486
2	0.32432432	0.12296918
3	0.20135501	$0.12200000 \times 10^{-6}$
4	0.20135513	$0.12000000 \times 10^{-8}$
5	0.20135513	0
6	0.20135513	0
7	0.20135513	0

ตารางที่ 4.26 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 2 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+x} dx$

ค่าจริง= 0.204112

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.40000000	0.19588800
2	0.20408163	$0.30367300 \times 10^{-4}$
3	0.20410958	$0.30367300 \times 10^{-4}$
4	0.20410994	$0.20305000 \times 10^{-5}$
5	0.20410997	$0.20274000 \times 10^{-5}$
6	0.20410997	$0.20274000 \times 10^{-5}$
7	0.20410997	$0.20274000 \times 10^{-5}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.27 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 3 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+x} dx$

ค่าจริง= 0.08550091966

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.08503401	0.00046690
2	0.08549692	$0.39905701 \times 10^{-5}$
3	0.08550088	$0.35783926 \times 10^{-7}$
4	0.08454691	$0.95400265 \times 10^{-3}$
5	0.08550091	$0.52800000 \times 10^{-12}$
6	0.08549610	$0.48119928 \times 10^{-5}$
7	0.08550091	$0.27640000 \times 10^{-11}$

ตารางที่ 4.28 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 4 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+x} dx$

ค่าจริง= 0.082113

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.39215686	0.31004386
2	0.08210973	$0.32627500 \times 10^{-5}$
3	0.08211305	0.51810000
4	0.08211308	$0.80620000 \times 10^{-7}$
5	0.08211308	$0.80890000 \times 10^{-7}$
6	0.08211308	$0.80890000 \times 10^{-7}$
7	0.08211308	$0.80890000 \times 10^{-7}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.29 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 5 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+x} dx$

ค่าจริง = 0.06693643280

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.40000000	0.33306356
2	0.06693440	$0.20282900 \times 10^{-5}$
3	0.06693641	$0.16390000 \times 10^{-7}$
4	0.06693643	$0.8000000 \times 10^{-10}$
5	0.06693643	$0.23000000 \times 10^{-9}$
6	0.06693643	$0.23000000 \times 10^{-9}$
7	0.066936433	$0.23000000 \times 10^{-9}$

ตารางที่ 4.30 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 6 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+x} dx$

ค่าจริง = 0.23932900

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.23740724	$0.19217600 \times 10^{-2}$
2	0.23931947	$0.95300000 \times 10^{-5}$
3	0.23933871	$0.97100000 \times 10^{-5}$
4	0.23933890	$0.99000000 \times 10^{-5}$
5	0.23933890	$0.99000000 \times 10^{-5}$
6	0.23933890	$0.99000000 \times 10^{-5}$
7	0.23933890	$0.99000000 \times 10^{-5}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.31 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+2x} dx$

ค่าจริง= 0.1698990368

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.33333330	0.16343426
2	0.20761245	$0.37713419 \times 10^{-1}$
3	0.16989664	$0.23960000 \times 10^{-5}$
4	0.16989896	$0.68800000 \times 10^{-7}$
5	0.16989903	$0.20000000 \times 10^{-8}$
6	0.16989903	$0.10000000 \times 10^{-9}$
7	0.16989903	0

ตารางที่ 4.32 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 2 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+2x} dx$

ค่าจริง= 0.1766769

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.33333330	0.15665640
2	0.17647058	$0.20631180 \times 10^{-3}$
3	0.17666666	$0.10233300 \times 10^{-4}$
4	0.17667436	$0.25351000 \times 10^{-5}$
5	0.17667454	$0.23531000 \times 10^{-5}$
6	0.17667455	$0.23467000 \times 10^{-5}$
7	0.17667455	$0.23465000 \times 10^{-5}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.33 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 3 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+2x} dx$

ค่าจริง= 0.07299573576

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.07183907	0.00115665
2	0.07296698	$0.28747032 \times 10^{-4}$
3	0.07299498	$0.74826063 \times 10^{-6}$
4	0.07159717	$0.13985623 \times 10^{-2}$
5	0.07299573	$0.58464500 \times 10^{-9}$
6	0.07298482	$0.10908239 \times 10^{-4}$
7	0.07299573	$0.74220000 \times 10^{-11}$

ตารางที่ 4.34 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 4 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+2x} dx$

ค่าจริง= 0.0681471

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.32258064	0.25443354
2	0.06812587	$0.21220960 \times 10^{-4}$
3	0.06814665	$0.44525000 \times 10^{-6}$
4	0.06814716	$0.66540000 \times 10^{-7}$
5	0.06814718	$0.80180000 \times 10^{-7}$
6	0.06814718	$0.80550000 \times 10^{-7}$
7	0.06814718	$0.80560000 \times 10^{-7}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.35 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 5 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+2x} dx$

ค่าจริง= 0.05619339792

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.33333333	0.27713993
2	0.056179775	$0.13622390 \times 10^{-4}$
3	0.056193078	$0.31931000 \times 10^{-6}$
4	0.056193389	$0.80400000 \times 10^{-8}$
5	0.056193398	$0.80000000 \times 10^{-10}$
6	0.056193396	$0.30000000 \times 10^{-9}$
7	0.056193395	$0.30000000 \times 10^{-9}$

ตารางที่ 4.36 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 6 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{2+2x} dx$

ค่าจริง= 0.20494400

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.20016928	$0.47747200 \times 10^{-2}$
2	0.20480534	$0.13866000 \times 10^{-3}$
3	0.20494043	$0.35700000 \times 10^{-5}$
4	0.20494427	$0.27000000 \times 10^{-6}$
5	0.20494439	$0.39000000 \times 10^{-6}$
6	0.20494439	$0.39000000 \times 10^{-6}$
7	0.20494439	$0.39000000 \times 10^{-6}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.37 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{4-2x} dx$

ค่าจริง= 0.1698990368

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.33333330	0.16343426
2	0.18556701	$0.15667973 \times 10^{-1}$
3	0.16989664	$0.23960000 \times 10^{-5}$
4	0.16989896	$0.68800000 \times 10^{-7}$
5	0.16989903	$0.20000000 \times 10^{-8}$
6	0.16989903	$0.10000000 \times 10^{-9}$
7	0.16989903	0

ตารางที่ 4.38 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 2 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{4-2x} dx$

ค่าจริง= 0.1766769

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.33333330	0.15665640
2	0.17647058	$0.20631180 \times 10^{-3}$
3	0.17666666	$0.10233300 \times 10^{-4}$
4	0.17667436	$0.25351000 \times 10^{-5}$
5	0.17667436	$0.25351000 \times 10^{-5}$
6	0.17667455	$0.23467000 \times 10^{-5}$
7	0.17667455	$0.23465000 \times 10^{-5}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.39 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 3 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{4-2x} dx$

ค่าจริง= 0.07299573576

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.06720430	0.00579143
2	0.06812587	$0.48698567 \times 10^{-2}$
3	0.06814665	$0.48490810 \times 10^{-2}$
4	0.06942642	$0.35693072 \times 10^{-2}$
5	0.06814718	$0.48485555 \times 10^{-2}$
6	0.06812838	$0.48673511 \times 10^{-2}$
7	0.06814718	$0.48485552 \times 10^{-2}$

ตารางที่ 4.40 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 4 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{4-2x} dx$

ค่าจริง= 0.072995

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.34482758	0.27183258
2	0.07296698	$0.28011270 \times 10^{-4}$
3	0.07299498	$0.12500000 \times 10^{-7}$
4	0.07299571	$0.71504000 \times 10^{-6}$
5	0.07299573	$0.73517000 \times 10^{-6}$
6	0.07299573	$0.73574000 \times 10^{-6}$
7	0.07299573	$0.73575000 \times 10^{-6}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.41 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 5 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{4-2x} dx$

ค่าจริง= 0.05619339792

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.33333333	0.27713993
2	0.05617977	$0.13622640 \times 10^{-4}$
3	0.05619307	$0.31959000 \times 10^{-6}$
4	0.05619338	$0.83400000 \times 10^{-8}$
5	0.05619339	$0.22000000 \times 10^{-9}$
6	0.05619339	0
7	0.05619339	0

ตารางที่ 4.42 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 6 โดยสูตร $\int_0^1 \frac{w(x)}{4-2x} dx$

ค่าจริง=0.19314500

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	0.18903795	$0.41070500 \times 10^{-2}$
2	0.19303327	$0.11173000 \times 10^{-3}$
3	0.19314400	$0.10000000 \times 10^{-5}$
4	0.19314708	$0.20800000 \times 10^{-5}$
5	0.19314717	$0.21700000 \times 10^{-5}$
6	0.19314718	$0.21800000 \times 10^{-5}$
7	0.19314718	$0.21800000 \times 10^{-5}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างการหาค่าปริพันธ์รูปแบบต่างๆ

จะนำเสนอการหาค่าปริพันธ์ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_1^2 w_1(x)x^2 dx$,

$$\int_1^2 w_1(x)(1+x)dx, \int_1^2 w_1(x)(2+x^2)dx, \int_1^2 w_1(x)(x^2-2x+1)dx, \int_1^2 w_1(x)(2x^2+5)dx,$$

$$\int_1^2 w_1(x)\left(\frac{-5x^2}{1+2x}\right)dx$$

ผลที่ได้มีดังนี้

ตารางที่ 4.43 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_1^2 w_1(x)x^2 dx$

ค่าจริง=1.25000000

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	1.25000000	0
2	1.25000000	0
3	1.25000000	0
4	1.25000000	0
5	1.25000000	0
6	1.25000000	0
7	1.25000000	0

ตารางที่ 4.44 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_1^2 w_1(x)(1+x)dx$

ค่าจริง=1.14583333

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	1.23958333	$9.38000000 \times 10^{-2}$
2	1.14583333	0
3	1.14583333	0
4	1.14583333	0
5	1.14583333	0
6	1.14583333	0
7	1.14583333	0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.45 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_1^2 w_1(x)(2+x^2)dx$

ค่าจริง=2.145833333

n	ผลลัพธ์	ค่าความคาดเคลื่อน
1	2.12500000	$0.20833330 \times 10^{-1}$
2	2.23958333	$0.93750000 \times 10^{-1}$
3	2.14583333	0
4	2.14583333	0
5	2.14583333	0
6	2.14583333	0
7	2.14583333	0

ตารางที่ 4.46 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_1^2 w_1(x)(x^2 - 2x + 1)dx$

ค่าจริง=0.145833333

n	ผลลัพธ์	ค่าความคาดเคลื่อน
1	0.12500000	$0.20833330 \times 10^{-1}$
2	0.23958333	$0.93749997 \times 10^{-1}$
3	0.14583333	$0.30000000 \times 10^{-10}$
4	0.14583333	$0.30000000 \times 10^{-10}$
5	0.14583333	$0.30000000 \times 10^{-10}$
6	0.14583333	$0.30000000 \times 10^{-10}$
7	0.14583333	$0.30000000 \times 10^{-10}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.47 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_1^2 w_1(x)(2x^2 + 5)dx$

ค่าจริง= 4.79166666

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	4.75000000	$4.16666660 \times 10^{-2}$
2	4.97916666	$1.87500000 \times 10^{-1}$
3	4.79166666	0
4	4.79166666	0
5	4.79166666	0
6	4.79166666	0
7	4.79166666	0

ตารางที่ 4.48 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงในฟังก์ชันถ่วงที่ 1 โดยสูตร $\int_1^2 w_1(x)\left(\frac{-5x^2}{1+2x}\right)dx$

ค่าจริง= -1.407919712

n	ผลลัพธ์	ค่าความคลาดเคลื่อน
1	-1.40625000	$1.66971200 \times 10^{-3}$
2	-1.41574585	$7.82614400 \times 10^{-3}$
3	-1.40791933	$3.75000000 \times 10^{-7}$
4	-1.40791970	$6.00000000 \times 10^{-9}$
5	-1.40791971	$1.00000000 \times 10^{-9}$
6	-1.40791971	0
7	-1.40791971	0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4 การประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยสุด (least-squares approximation)

การประมาณค่าแบบกำลังสองน้อยสุด (least-squares approximation) ได้แสดงโดยการปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ดังนี้

4.4.1 สมการของการปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ของฟังก์ชันถ่วงที่ 1 ผลที่ได้มี ดังนี้

$$y_1(x) = 7.408121055 - 9.271064666x$$

$$y_2(x) = 14.06149109 - 41.20724083x + 31.93617616x^2$$

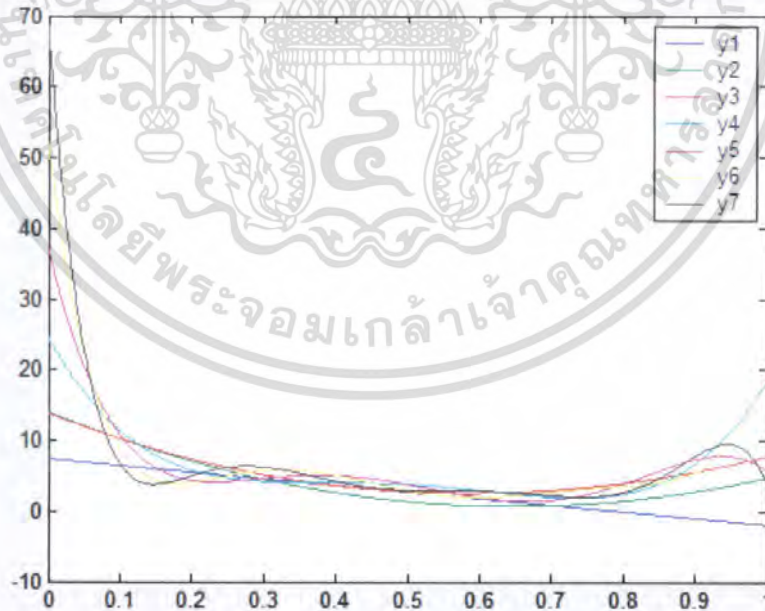
$$y_3(x) = 13.85082974 - 39.38150913x + 36.14940315x^2 - 2.808817990x^3$$

$$y_4(x) = 24.49412103 - 182.7182963x + 598.7997764x^2 - 841.4359894x^3 + 419.3135857x^4$$

$$y_5(x) = 37.13006039 - 426.7689562x + 2034.535547x^2 - 4396.591276x^3 + 16.065104x^4 - 1558.798884x^5$$

$$y_6(x) = 51.77031644 - 809.1356385x + 5154.265714x^2 - 15694.64579x^3 + 24523.65624x^4 - 19028.77999x^5 + 5823.326641x^6$$

$$y_7(x) = 68.40884119 - 1374.105949x + 11242.80152x^2 - 45738.74352x^3 + 102025.2526x^4 - 127077.1712x^5 + 82870.84876x^6 - 22013.47011x^7$$



ภาพที่ 4.7 การปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ของฟังก์ชันถ่วงที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4.2 สมการของการปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ของฟังก์ชันถ่วงที่ 2 ผลที่ได้มี ดังนี้

$$y_1(x) = 0.2366934644 + 0.8141936381 x$$

$$y_2(x) = 0.1577956430 + 1.445376209 x - 0.6311825712 x^2$$

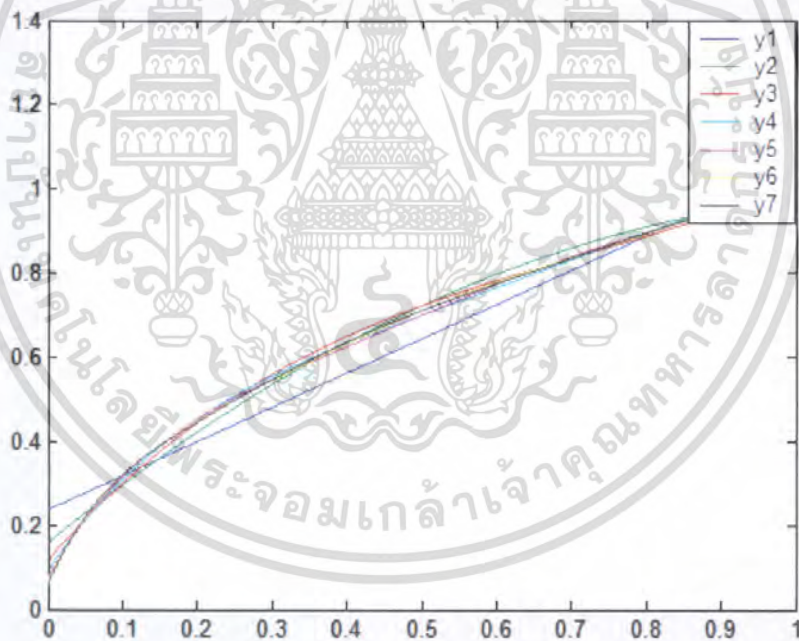
$$y_3(x) = 0.1170527789 + 2.015776306 x - 2.097925678 x^2 + 0.9778287379 x^3$$

$$y_4(x) = 0.09454263111 + 2.556019855 x - 4.799143432 x^2 + 5.299777150 x^3 - 2.160974208 x^4$$

$$y_5(x) = 0.07889784136 + 3.087942739 x - 8.804210021 x^2 + 16.31371060 x^3 - 0.67680794 x^4 + 5.006333571 x^5$$

$$y_6(x) = 0.06806885342 + 3.607734156 x - 14.52191503 x^2 + 40.57063816 x^3 - 61.45802045 x^4 + 46.58962969 x^5 - 13.86109756 x^6$$

$$y_7(x) = 0.05970785418 + 4.126093492 x - 22.04622352 x^2 + 84.37758020 x^3 - 185.1846154 x^4 + 227.1600436 x^5 - 144.9397131 x^6 + 37.45052288 x^7$$



ภาพที่ 4.8 การปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ของฟังก์ชันถ่วงที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4.3 สมการของการปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3 ผลที่ได้มี ดังนี้

$$y_1(x) = 1.191581541 - 2.583894958 * x$$

$$y_2(x) = 2.255370955 - 8.215722141 x + 6.25758635 x^2$$

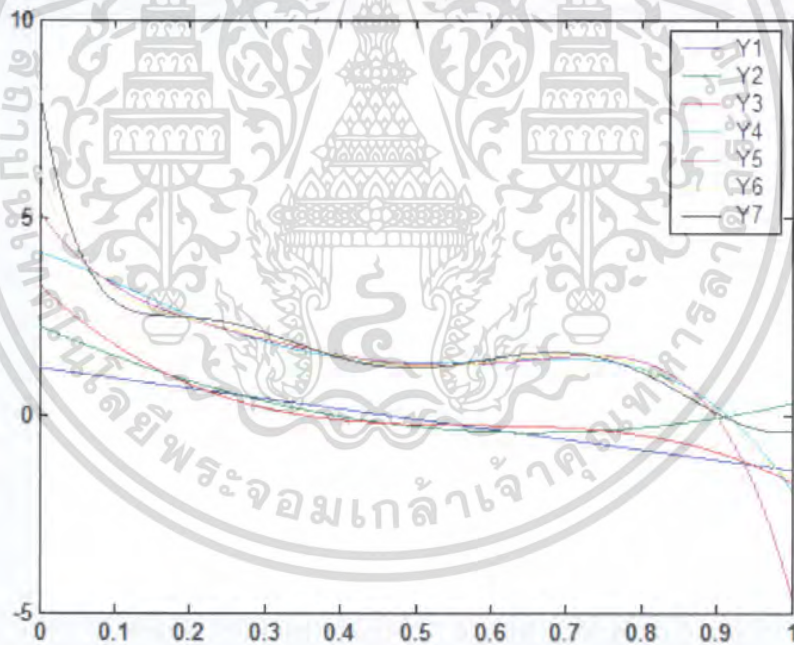
$$y_3(x) = 3.301540061 - 18.04501081 x + 30.86460787 x^2 - 17.81955039 x^3$$

$$y_4(x) = 4.115711805 - 6.272429926 x - 18.79453995 x^2 + 61.74390268 x^3 - 42.71689655 * x^4$$

$$y_5(x) = 5.129416170 - 27.11799050 x + 111.7447679 x^2 - 282.2142471 x^3 + 358.2280074 x^4 - 170.3493876 x^5$$

$$y_6(x) = 6.152588156 - 55.33636668 x + 354.7871024 x^2 - 1211.224930 x^3 + 2111.376759 x^4 - 1768.309021 x^5 + 560.9575191 x^6$$

$$y_7(x) = 8.190648080 - 116.2695945 x + 939.8118007 x^2 - 3803.080269 x^3 + 8140.261275 x^4 - 9359.033690 x^5 + 5445.290769 x^6 - 1255.581366 x^7$$



ภาพที่ 4.9 การปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ของฟังก์ชันถ่วงที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4.4 สมการของการปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ของฟังก์ชันถ่วงที่ 4 ผลที่ได้มี ดังนี้

$$y_1(x) = 5.002482038 - 5.227955584x$$

$$y_2(x) = 8.947754994 - 21.30128985x + 14.61212206x^2$$

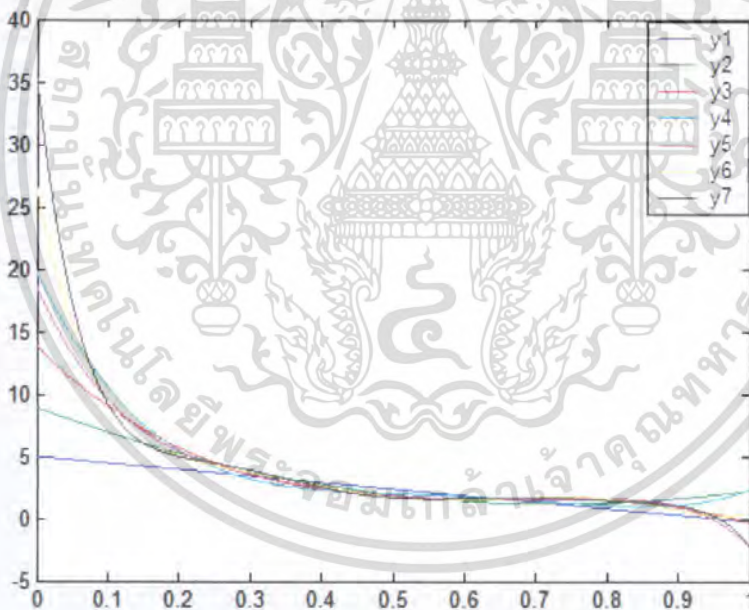
$$y_3(x) = 13.81584252 - 55.63249914x + 84.99149828x^2 - 43.46824298x^3$$

$$y_4(x) = 19.73745984 - 118.6230870x + 299.8437781x^2 - 335.0897690x^3 + 136.4391568x^4$$

$$y_5(x) = 18.56158696 - 126.4501723x + 441.1805394x^2 - 837.1737989x^3 + 806.6610742x^4 - 304.8915516x^5$$

$$y_6(x) = 26.47361838 - 283.4341240x + 1521.553166x^2 - 4319.327139x^3 + 6528.065394x^4 - 4942.725027x^5 + 1469.940222x^6$$

$$y_7(x) = 35.34864949 - 509.2914502x + 3552.478541x^2 - 13160.96576x^3 + 27332.16821x^4 - 31978.18374x^5 + 19710.30454x^6 - 4983.990159x^7$$



ภาพที่ 4.10 การปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ของฟังก์ชันถ่วงที่ 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4.5 สมการของการปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ของฟังก์ชันถ่วงที่ 5 ผลที่ได้มีดังนี้

$$y_1(x) = 2.405194842 - 1.837806696x$$

$$y_2(x) = 3.239160872 - 5.544322514x + 3.706515918x^2$$

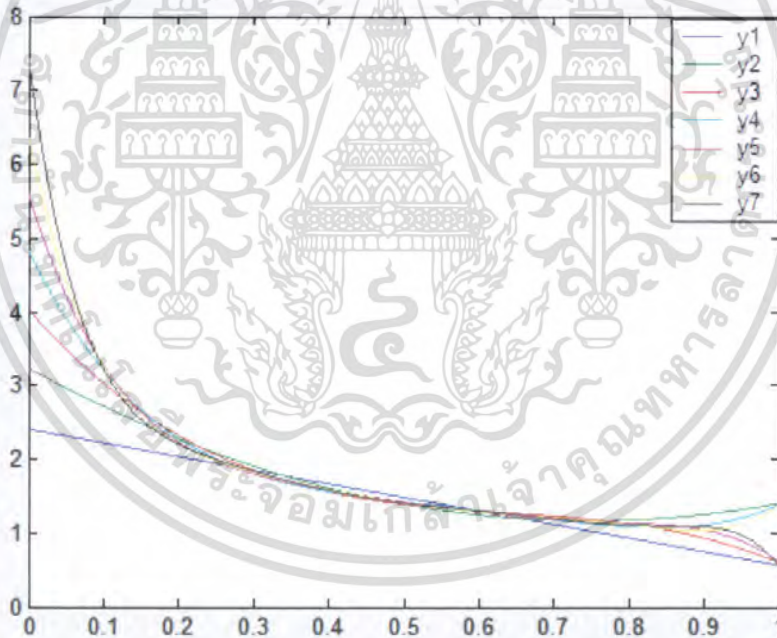
$$y_3(x) = 4.036723587 - 11.60581429x + 17.10562709x^2 - 8.932753247x^3$$

$$y_4(x) = 4.819025666 - 20.48831855x + 49.47479289x^2 - 55.90646365x^3 + 23.48715997x^4$$

$$y_5(x) = 5.589391602 - 32.67395135x + 114.4410453x^2 - 209.3249386x^3 + 188.6526061x^4 - 66.06879724x^5$$

$$y_6(x) = 6.358292863 - 48.73455293x + 230.8278140x^2 - 604.3599161x^3 + 872.0438263x^4 - 649.0115550x^5 + 194.2565033x^6$$

$$y_7(x) = 7.422183965 - 76.31846256x + 484.8942355x^2 - 1741.557557x^3 + 3630.208668x^4 - 4350.069838x^5 + 2775.446993x^6 - 729.4863057x^7$$



ภาพที่ 4.11 การปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ของฟังก์ชันถ่วงที่ 5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4.6 สมการของการปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ของฟังก์ชันถ่วงที่ 6 ผลที่ได้มี ดังนี้

$$y_1(x) = 2.069074431 - 1.099825064x$$

$$y_2(x) = 1.935423646 + 4.983913590x - 5.370722933x^2$$

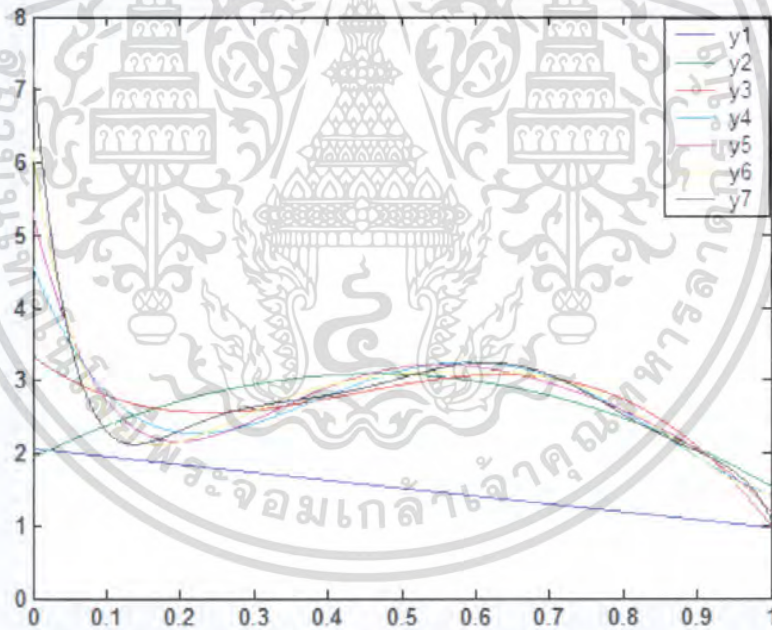
$$y_3(x) = 3.348403137 - 7.491029696x + 21.56852562x^2 - 16.43312050x^3$$

$$y_4(x) = 4.577812525 - 25.26437679x + 89.93543147x^2 - 112.9063121x^3 + 45.07956209x^4$$

$$y_5(x) = 5.312602465 - 40.99384782x + 183.1941304x^2 - 336.8645271x^3 + 279.1216222x^4 - 88.57982148x^5$$

$$y_6(x) = -66.40197326x + 6.166454629 + 397.3136515x^2 - 1105.200831x^3 + 1612.907186x^4 - 1195.853705x^5 + 352.5105624x^6$$

$$y_7(x) = 7.302568985 - 112.3923241x + 927.1729370x^2 - 3768.592265x^3 + 8435.123170x^4 - 10504.48794x^5 + 6794.514933x^6 - 1777.556813x^7$$



ภาพที่ 4.12 การปรับเรียบเส้นโค้ง (curve smoothing) ของฟังก์ชันถ่วงที่ 6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุปผลงานการวิจัย และข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลงานการวิจัย

การวิจัยนี้ได้ทำการหาพหุนามเชิงตั้งฉากทั้งหมดลำดับ เพื่อทำการหาค่ารากพหุนามเชิงตั้งฉากและทำการประยุกต์ใช้ในสองแนวทาง ได้แก่ หาปริพันธ์เชิงตัวเลขและการประมาณค่าในช่วงแบบกำลังสองน้อยสุด ซึ่งได้ผลดังนี้

5.1.1 ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วง

ค่าปริพันธ์ของค่าถ่วง ได้ใช้รูปแบบของเกาส์-ควอดเรตเจอร์ (Gauss-Quadrature formula type) โดยรากของพหุนามเชิงตั้งฉาก $p_n(x)$ ในช่วงปิด $[a, b]$ ตามฟังก์ชันถ่วง $w(x)$ ซึ่งค่าถ่วงเหล่านี้จะเป็นค่าคงที่ ทำให้ A_1, A_2, \dots, A_n มีค่าคงที่ด้วย นั่นคือในรูปแบบแต่ละรูปแบบของของเกาส์จะมี จุดจากพหุนามเชิงตั้งฉากหนึ่ง และมีเพียงรูปแบบเดียวเท่านั้น

การหาค่าปริพันธ์ของค่าถ่วงได้ทำการหาค่าปริพันธ์โดยใช้

$$\text{สูตร } \int_0^1 \frac{w(x)}{1+x} dx, \int_0^1 \frac{w(x)}{1+x^2} dx, \int_0^1 \frac{w(x)}{1+2x} dx, \int_0^1 \frac{w(x)}{2+x} dx, \int_0^1 \frac{w(x)}{2+2x} dx \text{ และ } \int_0^1 \frac{w(x)}{4-2x} dx \text{ ซึ่งเมื่อนำค่าที่ได้}$$

ระหว่างค่าจริงกับค่าที่คำนวณได้ มาเปรียบเทียบกับ พบว่า การหาค่าปริพันธ์โดยมีฟังก์ชันถ่วงเป็นตัวที่ช่วยในการทำให้เกิดค่าคลาดเคลื่อนที่น้อยกว่ามาก

5.2 ข้อเสนอแนะ

การหาฟังก์ชันถ่วงใหม่ๆที่มีประโยชน์ในการประยุกต์ใช้ในงานต่างๆ ฟังก์ชันถ่วงทั้งหมดฟังก์ชันที่น่าเสนอนี้เป็นฟังก์ชันถ่วงที่กำหนดขึ้นในช่วง $[a, b]$ เนื่องจากต้องการศึกษาให้สอดคล้องกับสมการอนุพันธ์ หากต้องการนำฟังก์ชันถ่วงไปประยุกต์ใช้ในงานด้านต่างๆ สามารถกำหนดฟังก์ชันถ่วงและช่วงของฟังก์ชันถ่วงได้ เพื่อให้สอดคล้องกับงานที่จะนำไปใช้ในด้านนั้นๆ ได้อย่างเหมาะสม

ฟังก์ชันถ่วงต่างๆนั้นสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับงานทางด้านคณิตศาสตร์วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งการประยุกต์ใช้ที่เหมาะสมนั้นจะทำให้ค่าที่ได้ใกล้เคียงกับค่าจริง โดยการประยุกต์ขึ้นอยู่กับงานที่จะใช้หากมีการคำนวณที่เหมาะสมกับงานจะทำให้การคำนวณนั้นคุ้มค่านื่องจากมีการคำนวณที่ต่อเนื่องดังนั้นจึงควรใช้ฟังก์ชันถ่วงที่เหมาะสมกับงานที่จะประยุกต์นั้น

รายการอ้างอิง

- [1] ไมตรี โพธิ์สุข. การวิเคราะห์เชิงตัวเลขพื้นฐาน. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: โครงการตำราคณะครุศาสตร์อุตสาหกรรมวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2529.
- [2] A.Garrido. **An Electrostatic Interpretation of the Zero of the Freud-Type Orthogonal Polynomials.** Mathematics. Kent State University, 2005.
- [3] Alex Kasma. **Orthogonal polynomials and the finite Toda lattice.** Mathematics. University of Georgia, 1996.
- [4] Alicia Cachafeiro. **On asymptotic properties of Freud–Sobolev orthogonal polynomials.** Matematica Aplicada. Universidad de Vigo, 2000.
- [5] A.Iserles. **Zero of expansions in orthogonal polynomials.** Applied Mathematics and Theoretical Physics. University of Cambridge, 1988.
- [6] D. V. Chudnovsky. **Solution of the pulse width modulation problem using orthogonal polynomials and Korteweg-de Vries equations.** Mathematics and Advanced Supercomputing. Polytechnic University, 1999.
- [7] Evgeniy D. Golovin. **Usage of Orthogonal Polynomials at Calculation of Transfer Processes in Electric Circuits with Variable Parameters Using Differential Transformations.** Master of Education. Tomsk State University, 2003.
- [8] Gradimir V. Milovanovic □. **Multiple Orthogonal Polynomials on the semicircle.** Ser.Math. Facta Universitatis, 2005.
- [9] Ira M. Gessel. **Generalized Rook Polynomials and Orthogonal Polynomials.** Mathematics. Brandeis University, 1988.
- [10] J. Arveu □. **Some discrete multiple orthogonal polynomials.** Mathematics. Universidad Carlos III de Madrid, 2001.
- [11] Jose □ L. **Approximation of Orthogonal Polynomials in Terms of Hermite Polynomials.** Matematica Aplicada. Universidad de Zaragoza, 1991.
- [12] K.H.Kwon. **Orthogonal Polynomials Eigenfunctions of second-order partial differential equation.** American Mathematical society. Seoul National University, 2001,64

- [13] Le Active Math. **Definition of step functions**. [Online]. Available:
<http://demo.activemath.org/ActiveMath2/search/edit.cmd?dictNum=0&stepnum=4>
- [14] Manuel Alfaro. **Sobolev orthogonal polynomials: the discrete–continuous case**. Mathematics. Universidad de Zaragoza, 1991.
- [15] Phimpraphai Phutthiwat. **Orthogonal Polynomials and Applications**. Master of Science. King Mongkut’s Institute of Technology Ladkrabang, 2005
- [16] Sci–Tech Dictionary. **Weight function**. [Online]. Available: <http://www.answers.com/topic/weight-function>
- [17] V.F.Aleksin. **Construction and Application of Orthogonal Polynomials in Kinetics of Quasi–particles**. Physics and Technology. Kharkov State University, 1996.
- [18] Yunier Bello Cruz. **Legendre Orthogonal Polynomial Primitives**. Mathematics. Universidad de Matanzas, 2005.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้