

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การพัฒนาโปรแกรมช่วยสอนเรื่องลิมิต อนุพันธ์และปริพันธ์

**COMPUTER-ASSISTED INSTRUCTION OF LIMIT
DERIVATIVE AND INTEGRAL**



เลขหาญ.....
เลขทะเบียน..... 83737
วัน,เดือน,ปี..... 15 ก.ย. 2551

b. 119 75319
i.

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2550

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**COMPUTER-ASSISTED INSTRUCTION OF LIMIT
DERIVATIVE AND INTEGRAL**



**A SPECIAL PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIRMENT FOR DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE
FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2007**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ การพัฒนาโปรแกรมช่วยสอนเรื่องลิมิต อนุพันธ์และปริพันธ์
COMPUTER-ASSISTED INSTRUCTION OF LIMIT DERIVATIVE
AND INTEGRAL

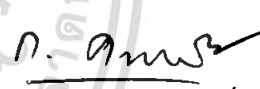


ชื่อนักศึกษา นายประวีณ อภิชัยยิ่งยอด 47050018
นายพีรภัทร บรรจงเลี้ยง 47050024

ภาควิชา คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

สาขาวิชา คณิตศาสตร์ประยุกต์

อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ภักคินี ชิตสกุล
รองศาสตราจารย์ธีรวัฒน์ ประกอบผล
อาจารย์เทอดขวัญ ช้างเผือก

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้นำปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร วิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ประจำปีการศึกษา 2550

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
ดร.กาญจนา คำนึ่งกิจ ประธานกรรมการ	
รองศาสตราจารย์กฤษฏา ไตรสุรัตน์ กรรมการ	
รองศาสตราจารย์ภักคินี ชิตสกุล กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	
รองศาสตราจารย์ธีรวัฒน์ ประกอบผล กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	ธีรวัฒน์ ประกอบผล
อาจารย์เทอดขวัญ ช้างเผือก กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	



(รองศาสตราจารย์ไพบุลย์ พันธรักษ์พงษ์)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

ลิขสิทธิ์ของภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับครูใช้สอนเพื่อการศึกษามานาน ไม่อนุญาตให้เข้าไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	การพัฒนาโปรแกรมช่วยสอนเรื่องลิมิต อนุพันธ์และปริพันธ์	
ชื่อนักศึกษา	นายประวิณ อภิชัยยิ่งยอด	47050018
	นายพีรภัทร บรรจงเลี้ยง	47050024
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต	
ภาควิชา	คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์	
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์	
ปีการศึกษา	2550	
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ภักคินี ชิตสกุล	
	รองศาสตราจารย์ธีรวัฒน์ ประกอบผล	
	อาจารย์เทอดขวัญ ช้างเผือก	

บทคัดย่อ

ปัญหาพิเศษนี้เป็นการทำสื่อการสอนเรื่อง ลิมิต อนุพันธ์ และปริพันธ์อย่างง่าย สำหรับมัธยมศึกษาตอนปลาย นอกจากนี้ได้เพิ่มส่วนโปรแกรมการคำนวณหาปริพันธ์อย่างง่าย เพื่อช่วยหาผลลัพธ์ด้วย สูตรสิ่งที่ได้คือ สามารถทำสื่อการสอนที่ต้องการได้ ส่วนโปรแกรมการคำนวณยังไม่สมบูรณ์ทั้งหมด

Special Project Title	COMPUTER-ASSISTED INSTRUCTION OF LIMIT DERIVATIVE AND INTEGRAL	
Students	Mr.Praween Apichaiyingyod	47050018
	Mr.Peerapat Banjonglieng	47050024
Degree	Bachelor of Science	
Department	Mathematics and computer of Science, Faculty of Science	
Programme	Applied Mathematics	
Academic Year	2007	
Advisor	Associate Professor Pakkinee Chitsakul Associate Professor Teerawat Prakobphon Ms.Thurdkwun Changpuek	

ABSTRACT

This special project develops CAI (COMPUTER-ASSISTED) with limit derivative and simple integrations for high school. A simple integrated computer program is added as well as results. Finally, The CAI shows that alls. But the computer program is not complete.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำปัญหาพิเศษเรื่อง การพัฒนาโปรแกรมช่วยสอนเรื่องลิมิต อนุพันธ์และปริพันธ์ สามารถสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ คณาจารย์ในคณะวิทยาศาสตร์ที่ คอยประสิทธิ์ประสาทวิชาให้ความรู้พื้นฐานต่างๆแก่คณะผู้จัดทำ รศ.ภักคินี ชิตสกุล รศ.ธีรวัฒน์ ประกอบผล และอ.เทอดขวัญ ช้างเผือก อาจารย์ผู้รับผิดชอบปัญหาพิเศษฉบับนี้ที่ กรุณาให้คำแนะนำและเป็นที่ยปรึกษาในการแก้ปัญหาต่างๆ รวมทั้งเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้อง ของปัญหาพิเศษฉบับนี้ ดร.กาญจนา คำนึ่งกิจและ รศ.กฤษฎา ไตรสุรัตน์ กรรมการสอบปัญหา พิเศษที่กรุณาให้คำปรึกษาต่างๆเกี่ยวกับปัญหาพิเศษนี้

นอกจากนี้แล้วทางคณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่ได้ให้ความสนับสนุน ทางด้านกำลังใจและทุนทรัพย์ เพื่อนๆสาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ที่คอยแลกเปลี่ยนความคิดและให้ กำลังใจในการทำงาน เจ้าหน้าที่ดูแลห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ของภาควิชาคณิตศาสตร์และ วิทยาการคอมพิวเตอร์ที่คอยอำนวยความสะดวกในการทำงานต่างๆไว้ ณ ที่นี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	i
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ii
กิตติกรรมประกาศ.....	iii
สารบัญ.....	iv
สารบัญรูป.....	vi
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์.....	1
1.3 ขอบเขตของปัญหา.....	1
1.4 ขั้นตอนการวิจัย.....	2
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
บทที่ 2 ทฤษฎีและแนวความรู้ต่างๆที่เกี่ยวข้อง.....	3
2.1 ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์.....	3
2.1.1 ลิมิต.....	4
2.1.2 อนุพันธ์.....	8
2.1.3 ปฏิยานุพันธ์.....	13
2.2 ทฤษฎีทางคอมพิวเตอร์.....	18
2.2.1 คอมพิวเตอร์ช่วยสอน.....	18
2.2.2 Macromedia Flash Player.....	21
2.2.3 จาวาสคริปต์.....	28
บทที่ 3 การออกแบบพัฒนาโปรแกรม.....	43
3.1 โปรแกรมช่วยสอนเรื่องลิมิต อนุพันธ์ และปริพันธ์.....	43
3.2 โปรแกรมช่วยคำนวณ.....	46
3.2.1 โปรแกรมการหาค่าปริพันธ์แบบไม่จำกัดเขต.....	46
3.2.2 โปรแกรมการหาค่าปริพันธ์แบบจำกัดเขต.....	47

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
บทที่ 4 โครงสร้างของโปรแกรม.....	50
4.1 ปุ่มควบคุมทั้งหมด.....	50
4.2 ส่วนหน้าเนื้อหาการสอน.....	55
4.3 ส่วนหน้าแบบฝึกหัด.....	59
4.4 โปรแกรมช่วยคำนวณการหาค่าอินทิเกรต.....	60
บทที่ 5 การวิจารณ์หรืออภิปรายผล.....	
5.1 อภิปรายและสรุปผล.....	70
รายการอ้างอิง.....	79
ภาคผนวก ก ระบบที่ใช้กับโปรแกรมช่วยสอน.....	73
ภาคผนวก ข การติดตั้งโปรแกรม Flash player 8.....	75
ภาคผนวก ค การใช้ภาษา สคริปต์ ใน Internet Explorer.....	78

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

ภาพที่	หน้า
2.1 แสดงตัวอย่างการใช้คำสั่ง alert.....	41
2.2 แสดงตัวอย่างการใช้คำสั่ง confirm.....	41
2.3 แสดงตัวอย่างการใช้คำสั่ง prompt.....	41
3.1 แผนภาพการแบ่งกลุ่มเนื้อหา.....	45
3.2 แผนภาพการทำงานของโปรแกรมการหาค่าอินทิเกรตไม่จำกัดเขต.....	46
3.3 แผนภาพการทำงานของโปรแกรมการหาค่าอินทิเกรตแบบจำกัดเขต.....	48
4.1 ปุ่มเริ่มสอนในบทต่างๆ.....	51
4.2 ปุ่มทำการเปลี่ยนไปยัง main menu อื่น.....	51
4.3 ปุ่มทำการปิดโปรแกรม.....	52
4.4 ปุ่ม forward ทำการเร่งให้จบการนำเสนอ.....	52
4.5 ปุ่ม backward เริ่มการนำเสนอใหม่.....	53
4.6 ปุ่ม play เริ่มการแสดงตัวอย่าง.....	53
4.7 ปุ่ม main menu ใช้ในการกลับไปยัง main menu ของบทนั้นๆ.....	54
4.8 ปุ่ม previous ทำการย้อนไปยังบทที่แล้ว.....	54
4.9 ปุ่ม skip ทำการข้ามไปยังบทต่อไป.....	55
4.10 หน้าจอเนื้อหาในเรื่อง ลิมิต.....	56
4.11 หน้าจอตัวอย่างโจทย์ในเรื่อง ลิมิต.....	56
4.12 หน้าจอเนื้อหาในเรื่อง ดิฟเฟอเรนเชียล.....	57
4.13 หน้าจอตัวอย่างในเรื่อง ดิฟเฟอเรนเชียล.....	57
4.14 หน้าจอเนื้อหาในเรื่อง อินทิเกรต.....	58
4.15 หน้าจอตัวอย่างในเรื่อง อินทิเกรต.....	58
4.16 หน้าจอแบบฝึกหัด.....	59
4.17 หน้าจอแสดงคะแนนแบบฝึกหัด.....	60
4.18 แสดงตัวอย่างโปรแกรมช่วยคำนวณหาค่าฟังก์ชันของการอินทิเกรตไม่จำกัดเขต.....	61
4.19 แสดงโปรแกรมช่วยคำนวณค่าของอินทิเกรตแบบจำกัดเขต.....	61
4.20 แสดงการใช้งานฟังก์ชัน sine.....	62

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป(ต่อ)

4.21 แสดงการใช้งานฟังก์ชันโอเปอเรเตอร์ +	63
4.22 แสดงการใช้งานฟังก์ชัน NUM ในอินทิเกรตไม่จำกัดเขต.....	63
4.23 แสดงการใช้งานคำสั่ง Calculate.....	64
4.24 แสดงการใช้งานฟังก์ชัน input b.....	65
4.25 แสดงการใช้งานฟังก์ชัน input a.....	66
4.26 แสดงการใช้งานฟังก์ชัน x^x	67
4.27 แสดงการใช้งานฟังก์ชันโอเปอเรเตอร์ -	68
4.27 แสดงการใช้งานฟังก์ชัน NUM ในอินทิเกรตจำกัดเขต.....	69
4.28 แสดงการใช้งานฟังก์ชัน calculate.....	69



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา

ในปัจจุบันการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถเชื่อมโยงและสามารถประยุกต์เข้าหากันได้เสมอ ซึ่งวิชาแคลคูลัส ก็เป็นแนวคิดหลักอีกเรื่องหนึ่งที่นักคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ มักจะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เสมอ

วิชาแคลคูลัสนั้นมีเนื้อหาวิชาที่มาก และการจะสอนให้คนที่เริ่มศึกษาใหม่ หรือ ผู้ที่ไม่มีใจรักในคณิตศาสตร์เข้าใจได้ง่ายนั้นต้องมีลูกเล่นหรือเทคนิควิธีช่วยจำ เพื่อให้การศึกษานั้นไม่น่าเบื่อ โดยที่จำเป็นต้องมีสื่อการสอนที่น่าสนใจมาช่วยในการแก้ปัญหา ซึ่งใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน (CAI) เป็นการสร้างสื่อการสอนที่สามารถช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ทักษะ และเพิ่มพูนความรู้ความสามารถ อีกทั้งยังสามารถสร้างแรงจูงใจ ความกระตือรือร้นสร้างความสนุกสนาน ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้และมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เหมาะกับการพัฒนาสื่อการสอนที่ดีต่อไปในอนาคต

1.2 วัตถุประสงค์

เพื่อสร้างโปรแกรมช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์สำหรับผู้สนใจหรือกลุ่มนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายที่ศึกษาในวิชาแคลคูลัสเบื้องต้น เพื่อเพิ่มพูนความรู้และทักษะทางการคำนวณหาลิมิต อนุพันธ์และการอินทิเกรตให้ดียิ่งขึ้น

1.3 ขอบเขตของปัญหา

1. เนื้อหาที่ใช้ช่วยสอนจะครอบคลุมในส่วนของวิชาแคลคูลัสในเรื่อง ลิมิต อนุพันธ์และการอินทิเกรต

2. โปรแกรมเป็นลักษณะของ Computer Assisted Instruction คือสามารถที่จะมีการตอบสนองกับ ผู้เรียน โดยการทดสอบและประเมินความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียน

3. มุ่งเน้นในกลุ่มนักเรียนมัธยมปลายที่สนใจและศึกษาเรื่อง ลิมิต อนุพันธ์ และการอินทิเกรต

4. โปรแกรมสามารถคำนวณหาค่าลิมิตอย่างง่ายได้ และการอินทิเกรตไม่จำกัดเขตได้ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

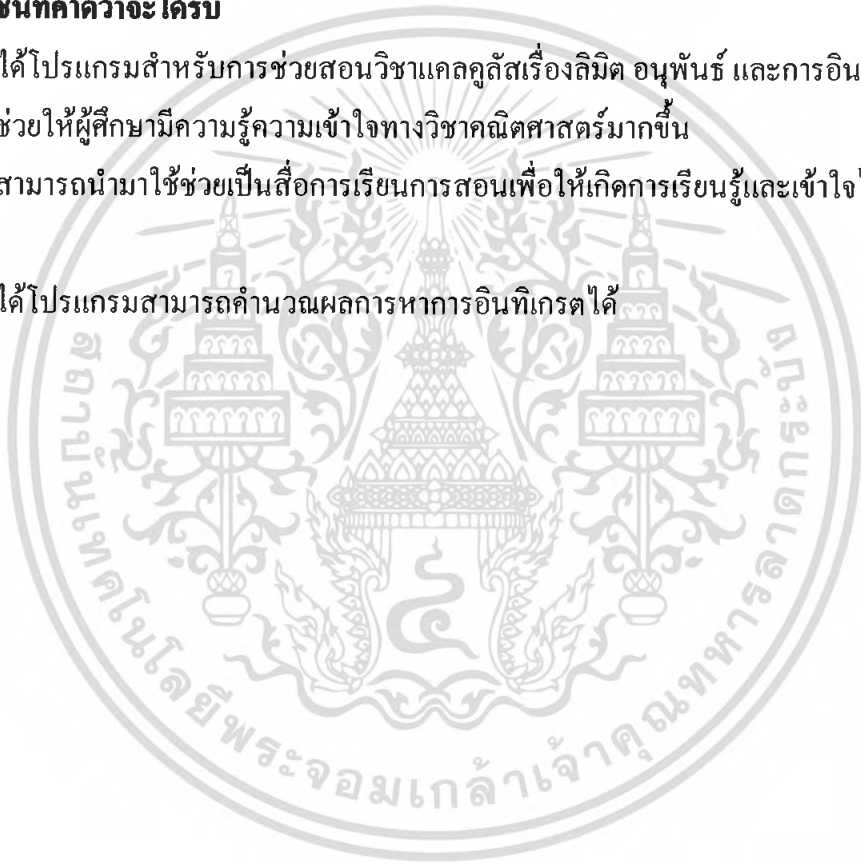
1.4 ขั้นตอนการวิจัย

1. กำหนดปัญหาและวางขอบเขตของปัญหา
2. ศึกษาปัญหาและขอบเขต
3. เลือกรูปแบบการทำงานของโปรแกรม
4. สร้างและพัฒนาโปรแกรมช่วยสอน
5. จัดทำเอกสารรายงาน

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้โปรแกรมสำหรับการช่วยสอนวิชาแคลคูลัสเรื่องลิมิต อนุพันธ์ และการอินทิเกรต
2. ช่วยให้ผู้ศึกษามีความรู้ความเข้าใจทางวิชาคณิตศาสตร์มากขึ้น
3. สามารถนำมาใช้ช่วยเป็นสื่อการเรียนการสอนเพื่อให้เกิดการเรียนรู้และเข้าใจได้รวดเร็ว
4. ได้โปรแกรมที่สามารถคำนวณผลการหาการอินทิเกรตได้

ยิ่งขึ้น



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ทฤษฎีและแนวความรู้ต่างๆที่เกี่ยวข้อง

ทฤษฎีบทและแนวความรู้ต่างๆที่เกี่ยวข้องในการใช้งาน สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท ดังนี้

2.1 ทฤษฎีบทและแนวความรู้ทางคณิตศาสตร์

แคลคูลัส เป็นสาขาหลักของคณิตศาสตร์ซึ่งพัฒนามาจากพีชคณิต เรขาคณิต และปัญหาทางฟิสิกส์ แคลคูลัสมีต้นกำเนิดจากสองแนวคิดหลัก ดังนี้

แนวคิดแรกคือ แคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ (Differential Calculus) เป็นทฤษฎีที่ว่าด้วยอัตราการเปลี่ยนแปลง และเกี่ยวข้องกับการหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างเช่น การหาความเร็ว, ความเร่ง หรือความชันของเส้นโค้ง บนจุดที่กำหนดให้. ทฤษฎีของอนุพันธ์หลายส่วนได้แรงบันดาลใจจากปัญหาทางฟิสิกส์

แนวคิดที่สองคือ แคลคูลัสเชิงปริพันธ์ (Integral Calculus) เป็นทฤษฎีที่ได้แรงบันดาลใจจากการคำนวณหาพื้นที่หรือปริมาตรของรูปทรงทางเรขาคณิตต่าง ๆ. ทฤษฎีนี้ใช้กราฟของฟังก์ชันแทนรูปทรงทางเรขาคณิต และใช้ทฤษฎีปริพันธ์ (หรืออินทิเกรต) เป็นหลักในการคำนวณหาพื้นที่และปริมาตร

ทั้งสองแนวคิดที่กำเนิดจากปัญหาที่ต่างกันกลับมีความสัมพันธ์กันลึกซึ้ง โดยทฤษฎีบทมูลฐานของแคลคูลัสกล่าวว่า แท้จริงแล้วทฤษฎีทั้งสองเปรียบเสมือนเป็นด้านทั้งสองของเหรียญอันเดียวกัน นั่นคือเป็นสิ่งเดียวกันเพียงแต่มองคนละมุมเท่านั้น (โดยคร่าว ๆ เรากล่าวได้ว่าอนุพันธ์และการอินทิเกรตเป็นฟังก์ชันผกผันของกันและกัน). ในการสอนแคลคูลัสเพื่อความเข้าใจตัวทฤษฎีอย่างลึกซึ้ง ควรกล่าวถึงทั้งสองทฤษฎีและความสัมพันธ์นี้ก่อน แต่การศึกษาในปัจจุบันมักจะกล่าวถึงแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ก่อนเพียงอย่างเดียว เนื่องจากนำไปใช้งานได้ง่ายกว่า

2.1.1 ลิมิต

นิยาม 2.1 นิยามของการหาลิมิต

กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชัน และ c เป็นค่าคงที่ซึ่งทำให้ f นิยาม ณ ค่า x บริเวณใกล้ๆ c แต่ไม่จำเป็นต้องนิยาม ณ x ที่ c ถ้า $f(x)$ เข้าใกล้ค่าคงที่ L สำหรับทุกๆ x ที่เข้าใกล้ c เราจะกล่าวว่า L เป็นลิมิตของ f เมื่อ x เข้าใกล้ c และจะเขียนแทนด้วย

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$$

การหาลิมิต

นิยาม 2.2 นิยามของลิมิตทางซ้ายและลิมิตทางขวา

ถ้าค่าของ f เข้าใกล้ค่าคงที่ L_1 ขณะที่ x เข้าใกล้ c ทางขวา ($x > c$) เรากล่าวว่า L_1 เป็นลิมิตขวาของฟังก์ชัน f เมื่อ x เข้าใกล้ c ทางขวา เขียนแทนด้วย

$$\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L_1$$

ถ้าค่าของ f เข้าใกล้ค่าคงที่ L_2 ขณะที่ x เข้าใกล้ c ทางซ้าย ($x < c$) เรากล่าวว่า L_2 เป็นลิมิตซ้ายของฟังก์ชัน f เมื่อ x เข้าใกล้ c ทางซ้าย เขียนแทนด้วย

$$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L_2$$

แม้ว่าลิมิตทั้งสองข้างของฟังก์ชัน หาค่าได้ก็ตามแต่ไม่เท่ากัน ดังนั้นถ้าเราจะกล่าวว่า ลิมิตของฟังก์ชัน f หาค่าได้ลิมิตทั้งสองข้างนั้นจะต้องเท่ากันด้วย

ทฤษฎี 2.1 ลิมิตที่หาค่าได้

ฟังก์ชัน f มีลิมิตเท่ากับ L เมื่อ x เข้าใกล้ c ก็ต่อเมื่อลิมิตขวาและลิมิตซ้ายหาค่าได้และมีค่าเท่ากัน เมื่อ x เข้าใกล้ c เขียนแทนด้วย

$$\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = L_1 \text{ และ } \lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = L_2$$

วิธีการหาค่าของลิมิต สามารถหาได้หลายวิธี จะแนะนำ 3 วิธี ดังนี้

วิธีที่ 1 โดยการแทนค่า x โดยตรงลงใน $f(x)$ ของลิมิต จะได้ค่าของลิมิตออกมาเลย

จัดเป็นวิธีหาลิมิตที่ง่ายที่สุด เมื่อแทนค่า x โดยตรงในฟังก์ชันของลิมิต

ค่าของลิมิตอยู่ในรูป ส่วนเป็น 0 ต้องใช้วิธีที่ 2 หรือวิธีที่ 3 ต่อไป

วิธีที่ 2 โดยการแยกตัวประกอบของฟังก์ชันเศษและฟังก์ชันส่วน (ถ้าแยกตัวประกอบได้)

ถ้าเศษและส่วนมีตัวประกอบที่เหมือนกัน ให้ตัดทอนกันไป แล้วจึงแทนค่า x

โดยตรงตามวิธีที่ 1 ก็จะได้ค่าของลิมิต

วิธีที่ 3 โดยการสังยุค (conjugate) ให้หาตัวประกอบมาคูณทั้งเศษและส่วน เพื่อให้ผลหาร

ง่ายขึ้น แล้วจึงแทนค่า x ตามวิธีที่ 1 ก็จะได้ค่าของลิมิต

กฎของการหาค่าลิมิต

ทฤษฎี 2.2 Main Limit Theorem

$$\lim_{x \rightarrow c} k = k$$

ทฤษฎี 2.3 Constant rule

$$\lim_{x \rightarrow c} x = c$$

ทฤษฎี 2.4 Multiple rule

$$\lim_{x \rightarrow c} k f(x) = k \lim_{x \rightarrow c} f(x)$$

ทฤษฎี 2.5 Sum rule

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow c} f(x) + \lim_{x \rightarrow c} g(x)$$

ทฤษฎี 2.6 Difference rule

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow c} f(x) - \lim_{x \rightarrow c} g(x)$$

ทฤษฎี 2.7 Product rule

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x)g(x)] = \left[\lim_{x \rightarrow c} f(x) \right] \left[\lim_{x \rightarrow c} g(x) \right]$$

ทฤษฎี 2.8 Quotient rule

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)} \quad \text{ถ้า } \lim_{x \rightarrow c} g(x) \neq 0$$

ทฤษฎี 2.9 Power rule

$$\lim_{x \rightarrow c} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \rightarrow c} f(x) \right]^n$$

เมื่อ n เป็นจำนวนตรรกยะและลิมิตทางขวาหาค่าได้

ทฤษฎี 2.10 Root rule

$$\lim_{x \rightarrow c} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}$$

โดยที่ $\lim_{x \rightarrow c} f(x) > 0$ เมื่อ n เป็นเลขคู่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทฤษฎี 2.11 Limit of a Polynomial Function

ถ้า $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a$ เป็นฟังก์ชันพหุนาม และให้ c เป็นจำนวนจริงใดๆแล้ว

$$\lim_{x \rightarrow c} P(x) = P(c)$$

ทฤษฎี 2.12 Limit of a Rational Function

ถ้า $Q(x) = \frac{P(x)}{D(x)}$ เป็นฟังก์ชันตรรกยะ และให้ c เป็นจำนวนจริงใดๆแล้ว

$$\lim_{x \rightarrow c} Q(x) = \frac{P(c)}{D(c)} \quad \text{โดยที่ } D(c) \neq 0$$

ลิมิตอนันต์**นิยาม 2.3** นิยามของลิมิตอนันต์

ให้ L เป็นจำนวนจริง

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ หมายถึง สำหรับทุกๆ $\varepsilon > 0$ จะมี $M > 0$ โดยที่ ถ้า $x > M$ แล้ว $|f(x) - L| < \varepsilon$
2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ หมายถึง สำหรับทุกๆ $\varepsilon > 0$ จะมี $N > 0$ โดยที่ ถ้า $x < -N$ แล้ว $|f(x) - L| < \varepsilon$

คุณสมบัติของลิมิตอนันต์**ทฤษฎี 2.13** สูตรผลบวก

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = L_1 + L_2$$

ทฤษฎี 2.14 สูตรผลต่าง

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = L_1 - L_2$$

ทฤษฎี 2.15 สูตรผลคูณ

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)g(x)] = L_1 L_2$$

ทฤษฎี 2.16 สูตรผลคูณด้วยสเกลาร์

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} kf(x) = kL_1 \quad k \text{ เป็นค่าคงที่}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทฤษฎี 2.17 สูตรผลหาร

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{L_1}{L_2} \quad \text{ถ้า } L_2 \neq 0$$

ทฤษฎี 2.18 สูตรยกกำลัง

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)]^n = (L_1)^n$$

ทฤษฎี 2.19 สูตรรากที่ n

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{L_1} \quad \text{โดยที่ } L_1 > 0 \text{ ถ้า } n \text{ เป็นเลขคู่}$$

ทฤษฎี 2.20 Limit at infinity

ถ้า n เป็นจำนวนตรรกยะบวก และ A เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็นศูนย์แล้ว $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{A}{x^n} = 0$

และถ้า x^n นิยามเมื่อ $x < 0$ แล้ว $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{A}{x^n} = 0$

วิธีการหาลิมิตอนันต์ ที่ $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ เมื่อ $x \rightarrow \pm \infty$

ให้ P(x) และ Q(x) เป็นฟังก์ชันพหุนาม

1. ถ้าดีกรีของ P(x) < ดีกรีของ Q(x) จะได้ $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = 0$

2. ถ้าดีกรีของ P(x) = ดีกรีของ Q(x) จะได้

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{\text{สัมประสิทธิ์ของ } x \text{ ที่กำลังสูงสุดของ } P(x)}{\text{สัมประสิทธิ์ของ } x \text{ ที่กำลังสูงสุดของ } Q(x)}$$

3. ถ้าดีกรีของ P(x) > ดีกรีของ Q(x) จะได้ $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{P(x)}{Q(x)} = \pm \infty$

การหาความต่อเนื่องของฟังก์ชันที่ $x = a$ **นิยาม 2.4** ความต่อเนื่อง

เราจะเรียกฟังก์ชัน f ว่ามีความต่อเนื่องที่ a ก็ต่อเมื่อเงื่อนไขทั้งสามข้อนี้ต้องเป็นจริง

1) $f(a)$ หาค่าได้

2) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ สามารถหาค่าได้ และ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$3) \quad \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

ถ้าฟังก์ชัน $f(x)$ ขาดคุณสมบัติข้อใดข้อหนึ่ง (หรือหลายข้อ) ในสามข้อดังกล่าวแล้ว จะกล่าวได้ว่า " $f(x)$ ไม่มีความต่อเนื่องที่ a "

การตรวจสอบว่าฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องหรือไม่ต่อเนื่องที่ $x = a$

มี 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ตรวจสอบ $f(a)$

$f(a)$ หาค่าไม่ได้ สรุปได้เลยว่า ฟังก์ชัน f ไม่ต่อเนื่องที่ $x = a$

$f(a)$ หาค่าได้ ยังสรุปไม่ได้ จะต้องทำขั้นตอนที่ 2 ต่อ

ขั้นตอนที่ 2 ตรวจสอบ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ หาค่าไม่ได้ สรุปได้เลยว่า ฟังก์ชัน f ไม่ต่อเนื่องที่ $x = a$

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ หาค่าได้ ยังสรุปไม่ได้ จะต้องทำขั้นตอนที่ 3 ต่อ

ขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ หรือไม่

ถ้า $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq f(a)$ สรุปได้เลยว่า ฟังก์ชัน f ไม่ต่อเนื่องที่ $x = a$

ถ้า $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ สรุปได้เลยว่า ฟังก์ชัน f ต่อเนื่องที่ $x = a$

ข้อสังเกต

ถ้าฟังก์ชัน f ต่อเนื่องที่ $x = a$ แล้ว $f(a) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$

ถ้าฟังก์ชัน f ไม่ต่อเนื่องที่ $x = a$ แล้ว $f(a) \neq \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$

2.1.2 อนุพันธ์

อนุพันธ์ (derivative) คือการหาค่าความเปลี่ยนแปลงของตัวแปรหนึ่ง เมื่ออีกตัวแปรหนึ่งเปลี่ยนแปลงในปริมาณที่น้อยมากๆ บางทีอนุพันธ์ที่เราจะได้พบครั้งแรกในโรงเรียนคือ สูตร $\text{อัตราเร็ว} = \text{ระยะทาง/เวลา}$ สำหรับวัตถุที่เคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็วคงที่ อัตราเร็วของคุณซึ่งเป็นอนุพันธ์ที่บอกการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งในระยะเวลาหนึ่ง วิชาแคลคูลัสพัฒนาขึ้น เพื่อจัดการกับปัญหาที่ซับซ้อนและเป็นธรรมชาติกว่านี้ ซึ่งอัตราเร็วของคุณอาจเปลี่ยนแปลงได้

เมื่อเรากล่าวถึงรายละเอียดแล้ว แคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ นิยามอัตราการเปลี่ยนแปลงในขณะใดขณะหนึ่ง (อนุพันธ์) ระหว่างค่าของฟังก์ชัน กับตัวแปรของฟังก์ชัน นิยามจริงๆ ของอนุพันธ์คือ ลิมิตของอัตราส่วนในการเปลี่ยนแปลง (difference quotient). อนุพันธ์คือหัวใจของวิทยาศาสตร์

กายภาพ กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน $\text{แรง} = \text{มวล} \times \text{ความเร่ง}$ มีความหมายในแคลคูลัส เพราะว่า แยกสารเป็นเอกสารที่ส่งงานไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตเห็นไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความเร่งเป็นอนุพันธ์ค่าหนึ่ง ทฤษฎีแม่เหล็กไฟฟ้าของแมกซ์เวล และทฤษฎีแรงโน้มถ่วงของไอน์สไตน์ (สัมพัทธภาพทั่วไป) นั้น ได้กล่าวถึงด้วยภาษาของแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ เช่นเดียวกับทฤษฎีพื้นฐานของวงจรไฟฟ้า

อนุพันธ์ของฟังก์ชัน กล่าวถึงกราฟของฟังก์ชันนั้นในช่วงสั้น ๆ ซึ่งทำให้เราสามารถหาจุดสูงสุดและจุดต่ำสุด ของฟังก์ชันได้ เพราะอยู่ที่จุดเหล่านั้นกราฟจะขนานกับแกนราบ คิเฟอเรนเชียล แคลคูลัสยังมีการประยุกต์ใช้อื่นๆอีก เช่น ระเบียบวิธีของนิวตัน (Newton's Method) ซึ่งเป็นวิธีการหาค่ารากของฟังก์ชัน โดยการประมาณค่าโดยเส้นสัมผัส ดังนั้นแคลคูลัสเชิงอนุพันธ์ จึงสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับหลากหลายคำถาม ซึ่งถ้ามองแค่ผิวเผินอาจไม่คิดว่า ไม่อาจใช้แคลคูลัสจัดการได้

การหาอนุพันธ์ โดยอัตราส่วนเชิงผลต่างของนิวตัน

อนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ในเชิงเรขาคณิต คือ ความชัน (slope) ของเส้นสัมผัส (tangent line) ของกราฟ f ที่ x เราไม่สามารถหาความชันของเส้นสัมผัสจากฟังก์ชันที่กำหนดให้โดยตรงได้ เพราะเราารู้เพียงจุดบนเส้นสัมผัส ซึ่งก็คือ $(x, f(x))$ เท่านั้น ในทางอื่น เราจะประมาณความชันของเส้นสัมผัสด้วยเส้นตัด (secant line) หลายๆเส้น ที่มีจุดตัดทั้ง 2 จุดอยู่ห่างกันเป็นระยะทางสั้น ๆ เมื่อหาขีดของความชันของเส้นตัดที่จุดตัดอยู่ใกล้กันมากๆ เราจะได้ความชันของเส้นสัมผัส ดังนั้นอาจนิยามอนุพันธ์ว่าเป็น ลิมิตของความชันของเส้นตัดที่เข้าใกล้เส้นสัมผัส เพื่อหาความชันของเส้นตัดที่จุดตัดอยู่ใกล้กันมากๆ ให้ h เป็นจำนวนที่มีค่าน้อยๆ h จะแทนการเปลี่ยนแปลงน้อยๆใน x ซึ่งจะเป็นจำนวนบวกหรือลบก็ได้ ดังนั้น ความชันของเส้นที่ลากผ่านจุด $(x, f(x))$ และ $(x+h, f(x+h))$ คือ

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

ซึ่งนิพจน์นี้ก็คือ อัตราส่วนเชิงผลต่างของนิวตัน (Newton's difference quotient) อนุพันธ์ของ f ที่ x คือ ลิมิตของค่าของผลหารเชิงผลต่าง ของเส้นตัดที่เข้าใกล้กันมากๆ จนเป็นเส้นสัมผัส:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

นิยาม 2.5 อนุพันธ์ของ f ที่ x

ฟังก์ชัน f จะเรียกว่า หาอนุพันธ์ได้ที่ x (Differentiable at x) ก็ต่อเมื่อ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ หาค่าได้ ถ้าลิมิตหาค่าได้ เราเรียกว่าอนุพันธ์ของ f ที่ x (Derivative at x) และเขียนแทนด้วย $f'(x)$

ทฤษฎี 2.21 The Constant rule

$$\frac{d}{dx} C = 0$$

ทฤษฎี 2.22 The Power rule

$$\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$$

ทฤษฎี 2.23 The Constant Multiple rule

ถ้า f เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ และ c เป็นจำนวนจริง แล้ว cf เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ และ $\frac{d}{dx} [cf(x)] = c \frac{d}{dx} [f(x)] = cf'(x)$

ทฤษฎี 2.24 The Sum and Difference rule

ผลบวกหรือผลต่าง ของฟังก์ชันสองฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ และอนุพันธ์ของผลบวกหรือผลต่าง เท่ากับอนุพันธ์ของฟังก์ชันทั้งสองบวกกันหรือลบกัน คือ

$$\text{กฎผลบวก} \quad \frac{d}{dx} [f(x) + g(x)] = f'(x) + g'(x)$$

$$\text{กฎผลต่าง} \quad \frac{d}{dx} [f(x) - g(x)] = f'(x) - g'(x)$$

ทฤษฎี 2.25 The product rule

ผลคูณของฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ f และ g เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ ยิ่งกว่านั้นอนุพันธ์ของ fg คือ ฟังก์ชันแรกคูณอนุพันธ์ของฟังก์ชันที่สองบวกฟังก์ชันที่สองคูณอนุพันธ์ของฟังก์ชันแรก นั่นคือ

$$\frac{d}{dx}[f(x)g(x)] = f(x)g'(x) + g(x)f'(x)$$

ทฤษฎี 2.26 The Quotient rule

ผลหาร f/g ของสองฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ f และ g จะหาอนุพันธ์ได้ทุกค่า x ที่ซึ่ง $g(x) \neq 0$ ยิ่งไปกว่านั้น อนุพันธ์ของ f/g คือฟังก์ชันตัวล่างคูณอนุพันธ์ของฟังก์ชันตัวบนลบฟังก์ชันตัวบนคูณอนุพันธ์ของฟังก์ชันตัวล่าง ทั้งหมดหารด้วยกำลังสองของฟังก์ชันตัวล่าง นั่นคือ

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}, \quad g(x) \neq 0$$

ทฤษฎี 2.27 The Chain rule

ถ้า $f = f(u)$ เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ของ u และ $u = g(x)$ เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ของ x แล้ว

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx}$$

ทฤษฎี 2.28 ฟังก์ชันลอการิทึม

อนุพันธ์ของ $\ln x$ คือ $\frac{1}{x}$

อนุพันธ์ของ $\log_b x = \frac{1}{x \ln b}$

ทฤษฎี 2.29 ฟังก์ชันเลขชี้กำลัง

$$\frac{d}{dx} e^x = e^x$$

$$\frac{d}{dx} a^x = a^x \ln a$$

ทฤษฎี 2.30 ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

$$\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$$

$$\frac{d}{dx} \cos x = -\sin x$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{d}{dx} \tan x = \sec^2 x$$

$$\frac{d}{dx} \csc x = -\csc x \cot x$$

$$\frac{d}{dx} \sec x = \sec x \tan x$$

$$\frac{d}{dx} \cot x = -\csc^2 x$$

ในคัลคูลัสดิฟเฟอเรนเชียลแคลคูลัส (Differential Calculus) จะเน้นแนวคิดหลักในเรื่องของอนุพันธ์ (Derivative) โดยแนวคิดพื้นฐานจะเริ่มต้นจากปัญหาการให้ความหมายของเส้นตรงเส้นสัมผัส กราฟของฟังก์ชัน และการคำนวณหาค่าความชันของเส้นตรงที่สัมผัสเหล่านั้น ความสำคัญของเรื่องอนุพันธ์จะนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาต่างๆมากมาย ขึ้นกับที่มาของปัญหา แต่อย่างไรก็ตามดูเหมือนว่าทุกปัญหาจะสามารถอธิบายให้เชื่อมโยงกับเส้นสัมผัสได้เสมอ

อินทิกรัลแคลคูลัส (Integral Calculus) จะเน้นแนวคิดหลักในเรื่องของการอินทิเกรต (Integral) โดยนิยามของการอินทิเกรตจะใช้แนวคิดพื้นฐานจากปัญหาเกี่ยวกับความหมายและการคำนวณหาพื้นที่ของบริเวณที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้งของฟังก์ชันที่มีค่าเป็นบวก (Positive Value Function) f และแกน x ช่วงปิด $[a, b]$ พื้นที่ของบริเวณ R จะถูกกำหนดให้อยู่ในรูปของอินทิกรัลจาก a ไปยัง b และแทนด้วย $\int_a^b f(x) dx$

แต่อย่างไรก็ตาม การอินทิเกรตก็คล้ายกับอนุพันธ์ กล่าวคือนำไปใช้ประยุกต์เพื่อแก้ปัญหามากมายเช่นกัน และในบางครั้งอาจจะไม่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับแนวคิดของการหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งเลย เช่น ปัญหาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ ความเร็ว การเพิ่มของประชากร การหาปริมาตรทรงตัน ความยาวเส้นโค้ง พื้นที่ผิว จุดศูนย์กลางของมวล เป็นต้น

ทฤษฎีที่สำคัญของเรื่องนี้คือทฤษฎีพื้นฐานของแคลคูลัส (Fundamental Theorem of Calculus) ซึ่งจะแสดงให้เห็นถึงความเชื่อมโยงระหว่างอนุพันธ์และการหาการอินทิเกรต ที่สำคัญจะแสดงให้เห็นถึงวิธีการคำนวณหาของการอินทิเกรตที่แบบขยลและยุ่งยาก โดยแสดงให้เห็นถึงว่า แทนที่เราจะศึกษาอนุพันธ์ของ $f(x)$ แต่การศึกษาการอินทิเกรต $\int_a^b f(x) dx$ กลับเป็นว่าเราต้องหา

$F(x)$ คือ $f(x)$ นั่นคือ $F'(x) = f(x)$ แสดงให้เห็นว่า การหาการอินทิเกรตเป็นกระบวนการที่ตรงกันข้ามกับการหาอนุพันธ์ ซึ่งจะอธิบายไว้ในหัวข้อถัดไป ในเรื่องการคำนวณที่ตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์ (Antidifferentiation)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.3 ปฏิยานุพันธ์ (Antiderivatives)

คำว่า การเปลี่ยนแปลง (Change) ดูเหมือนว่าจะเป็นเรื่องวิทยาศาสตร์ (Scientific Law) และหลักการ (Principles) ต่างๆ ตัวอย่างเช่น

กฎของนิวตันในเรื่องของความเร็วในตัว กล่าวไว้ว่า “อัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิ T ของวัตถุใดก็ตาม จะเป็นสัดส่วนกับผลต่างระหว่าง T กับอุณหภูมิเฉลี่ยรอบๆ วัตถุ”

$$\text{นั่นคือ } \frac{dT}{dt} = -k(T - A) \quad \dots\dots\dots(1.1)$$

เมื่อ k เป็นค่าคงที่เป็นบวก และ A (โดยปกติจะสมมติเป็นค่าคงที่) เป็นค่าอุณหภูมิรอบๆ วัตถุนั้น ในทำนองเดียวกัน “อัตราการเปลี่ยนแปลง (Rate of Change) ของประชากร P เมื่อ อัตราการเกิด และการตายคงที่ จะเป็นสัดส่วนกับขนาดของประชากร” นั่นคือ

$$\frac{dP}{dt} = kP \text{ เมื่อ } k \text{ เป็นค่าคงที่} \quad \dots\dots\dots(1.2)$$

กฎของ Torricelli เกี่ยวกับการถ่ายน้ำทิ้ง (Drain) กล่าวไว้ว่า “อัตราการเปลี่ยนแปลงของระดับความลึก y ของน้ำในการถ่ายน้ำออกจากถัง (Tank) จะเป็นสัดส่วนกับรากที่สองของ y ” นั่นคือ

$$\frac{dy}{dt} = -k\sqrt{y} \text{ เมื่อ } k \text{ เป็นค่าคงที่} \quad \dots\dots\dots(1.3)$$

รูปแบบทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Models) ของสถานการณ์จริง มีจำนวนไม่น้อยที่อยู่ในรูปของสมการซึ่งมีอนุพันธ์ของฟังก์ชันเป็นตัวไม่ทราบค่า ซึ่งเราเรียกว่า สมการเชิงอนุพันธ์ (Differential Equations)

สมการเชิงอนุพันธ์อย่างง่ายในรูปของ $\frac{dy}{dx} = f(x)$ เมื่อ f เป็นฟังก์ชันที่ถูกระบุค่ามาก่อน (Known Functions) และ $y(x)$ เป็นฟังก์ชันไม่ทราบค่า (Unknown Function) กระบวนการในการหาฟังก์ชัน $y(x)$ เป็นกระบวนการที่ตรงข้ามกับการหาอนุพันธ์ ถ้าสามารถหาฟังก์ชัน $y(x)$ ซึ่งมีอนุพันธ์ของมันเป็น $f(x)$ นั่นคือ $y'(x) = f(x)$ เราเรียก $y(x)$ ว่า ปฏิยานุพันธ์ของ $f(x)$

นิยาม 2.5 Antiderivative ปฏิยานุพันธ์ของฟังก์ชัน f คือ ฟังก์ชัน F โดยที่ $F'(x) = f(x)$ เมื่อ $f(x)$ หาค่าได้

ทฤษฎี 2.30 ถ้า $F'(x) = f(x)$ สำหรับแต่ละค่า x บนช่วงเปิด I แล้วทุกปฏิยานุพันธ์ G ของ f บน I จะอยู่ในรูปของ $G(x) = F(x) + C$ เมื่อ C เป็นค่าคงที่

การอินทิเกรตไม่จำกัดเขต (Indefinite Integral)

ถ้า F เป็นปฏิยานุพันธ์ของ f บนช่วง I เราจะได้ว่า $F(x) + C$ เป็นปฏิยานุพันธ์ของ f บนช่วง I ด้วย ชุดของปฏิยานุพันธ์ทั้งหมดของ f เราจะเรียกว่าการอินทิเกรตไม่จำกัดเขต (Indefinite Integral) ของ f เทียบกับ x เราสามารถเขียนเป็นนิยามได้ดังนี้

นิยาม 2.6 ถ้า $F(x)$ เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ และ $F'(x) = f(x)$ เราจะเรียก $F(x) + C$ เมื่อ C เป็นค่าคงที่ว่า การอินทิเกรตไม่จำกัดเขต (Indefinite Integral) ของฟังก์ชัน $f(x)$ เทียบกับ x และจะเขียนแทนด้วย

$$\int f(x)dx$$

นั่นคือ

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

หมายเหตุ

1. ถ้า $F(x)$ เป็นการอินทิเกรตไม่จำกัดเขตของ $f(x)$ แล้ว เราเรียกสั้นๆว่า $F(x)$ เป็นการอินทิเกรต (Integral) ของ $f(x)$
2. การอินทิเกรตของ $f(x)$ ก็คือ ปฏิยานุพันธ์ (Antiderivative) ของ $f(x)$ นั่นเอง
3. กระบวนการหาการอินทิเกรตของ $f(x)$ นี้เรียกว่า การอินทิเกรต (Integration) และเรียก $f(x)$ ว่าตัวอินทิเกรต
4. จากนิยาม 1.2 จะเห็นว่า ถ้าต้องการอินทิเกรตฟังก์ชันใดก็เพียงหาว่าฟังก์ชันอะไรที่เมื่อหาอนุพันธ์แล้วได้ผลลัพธ์เป็นฟังก์ชันนั้น

การอินทิเกรตจำกัดเขต (Definite Integral)

ในการนิยามเกี่ยวกับเรื่องการอินทิเกรต เราจะลงเงื่อนไขของการที่จะสมมติว่า f ต่อเนื่องเราจะกำหนดแต่เพียงว่า f นิยามบนช่วงปิด $[a,b]$ หมายความว่า $f(x)$ หาค่าได้สำหรับทุกๆค่าบน $[a,b]$ นั่นคือช่วงปิด $[a,b]$ จะต้องอยู่ในโดเมนของ f ด้วย

อย่างไรก็ตามในการนิยามการอินทิเกรตจำกัดเขต จะพิจารณาจากลิมิตที่อยู่ในรูปของ

$$\lim_{\|\Delta\| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x_i = L$$

ในการที่เราจะกล่าววลิมิตดังกล่าวนี้ได้ หมายความว่าสำหรับ $\varepsilon > 0$ จะต้องมี $\delta > 0$ ที่ทำให้สำหรับทุกๆแบบการแบ่ง (Partition) ด้วย $\|\Delta\| < \delta$ เราจะได้ว่า

$$\left| L - \sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x_i \right| < \varepsilon$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(ต้องจริงสำหรับทุกๆค่า c_i ที่เลือกในช่วงที่ I สำหรับ Δ)

นิยาม 2.7 ถ้า f นิยามบนช่วงปิด $[a,b]$ และลิมิต $\lim_{|\Delta| \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(c_i) \Delta x_i$ หากค่าได้แล้ว ลิมิตดังกล่าวนี้จะ

เรียกว่า การอินทิเกรตจำกัดเขต (Definite Integral) ของ f บนช่วง $[a,b]$ และเขียนลิมิตนี้แทนด้วย

$$\int_a^b f(x) dx$$

และเราจะกล่าวว่า f หากการอินทิเกรตได้บนช่วง $[a,b]$

สัญลักษณ์ $\int_a^b f(x) dx$ อ่านว่า การอินทิเกรตจาก a ไปยัง b ของ $f(x)$ เทียบกับ x แต่ละส่วนของ

สัญลักษณ์ดังกล่าวมีชื่อดังนี้

\int เรียกว่า เครื่องหมายการอินทิเกรต(Integral Sign) มีรูปร่างคล้ายตัว “S” ซึ่งมาจากคำว่า SUM เครื่องหมาย \int จึงมีลักษณะคล้าย S ที่ถูกดึงให้ยืดออก (Long “S”)

สัญลักษณ์นี้กำหนดขึ้นโดยนักคณิตศาสตร์ ชาวเยอรมัน ชื่อ กอตต์ฟรีด วิลเฮล์ม ไลบ์นิทซ์

(Gottfried Willhelm Leibnitz) ค.ศ. 1646-1716

b เรียกว่า ลิมิตบนของการอินทิเกรต (Upper Limit) ของการหาการอินทิเกรต

a เรียกว่า ลิมิตล่างของการอินทิเกรต (Lower Limit) ของการหาการอินทิเกรต

$f(x)$ เป็นฟังก์ชันที่ต้องการจะหาการอินทิเกรต เรียกว่า อินทิแกรนด์ (Integrand) dx แสดงให้เห็นถึงตัวแปรที่ใช้ในการหาการอินทิเกรต คือ “ x ”

เราอาจจะใช้ตัวแปร t, u ฯลฯ ในการอินทิเกรตแทนตัวแปร x ก็ได้เช่น

$$\int_a^b f(t) dx \quad \text{หรือ} \quad \int_a^b f(u) dx$$

เราเรียกตัวแปรเหล่านี้ว่า ตัวแปรคัมมี (Dummy Variable)

คุณสมบัติของการอินทิเกรตจำกัดเขต (Properties of Definite Integral)

นิยาม 2.8 Special Definite Integrals

(1) ถ้า f นิยาม ณ ที่ $x=a$ แล้ว $\int_a^a f(x) dx = 0$

(2) ถ้า f หากการอินทิเกรตได้บน $[a,b]$ แล้ว $\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$

สาเหตุที่เราต้องนิยามเนื่องจากการกล่าวถึง การหาการอินทิเกรตจำกัดเขตของ f บน $[a,b]$ ที่กล่าวมาแล้วนั้น เราจะพูดถึงกรณีที่ $a < b$ ไม่ได้กล่าวถึงกรณีที่ $a = b$ และรูปแบบการอินทิเกรตได้

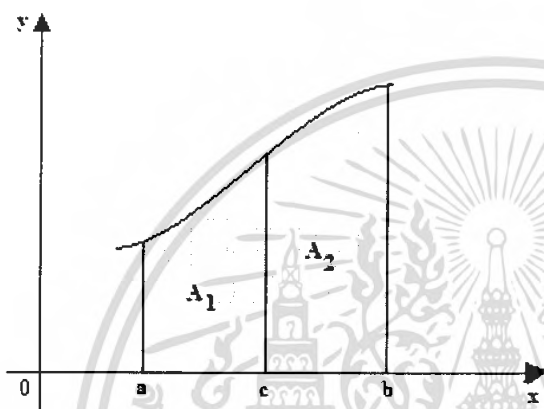
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยามเฉพาะรูปแบบ $\int_a^b f(x)dx$ เมื่อ $a < b$ ดังรูปแบบการอินทิเกรตในรูปแบบ $\int_b^a f(x)dx$ เมื่อ $a < b$

จึงต้องนิยามก่อน

ทฤษฎี 2.31 ถ้า f เป็นฟังก์ชันที่หาการอินทิเกรตได้บนช่วงปิดที่กำหนดจาก $[a,b]$ เมื่อ $c \in [a,b]$ แล้ว

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$



บริเวณของพื้นที่ใหญ่ถูกแบ่งออกเป็น
สองส่วน ณ ที่ $x=c$ เนื่องจากเส้นตรง $x=c$
มีพื้นที่เท่ากับ 0 จึงทำให้พื้นที่ใหญ่เป็น
ผลรวมของพื้นที่ทั้งสองส่วน

ทฤษฎีที่ 2.32 ถ้า f และ g เป็นฟังก์ชันหาการอินทิเกรตได้บน $[a,b]$ และ k เป็นค่าคงที่แล้วฟังก์ชัน kf และ $f \pm g$ จะหาการอินทิเกรตได้บน $[a,b]$ ด้วยและ

$$(1) \int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$$

$$(2) \int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$$

ทฤษฎีที่ 2.33 Preservation of Inequality

1. ถ้า f หาการอินทิเกรตได้ และ $f(x) \geq 0$ บนช่วงเปิด $[a,b]$ แล้ว $\int_a^b f(x)dx \geq 0$
2. ถ้า f และ g เป็นฟังก์ชันที่หาการอินทิเกรตได้บนช่วงเปิด $[a,b]$ และ $f(x) \leq g(x)$ สำหรับทุกๆ x ใน $[a,b]$ แล้ว

$$\int_a^b f(x)dx \leq \int_a^b g(x)dx$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาดูเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$(1) \quad \left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx$$

ถ้า $m \leq f(x) \leq M$ บน $[a, b]$ แล้ว $m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$

การหาค่าของการอินทิเกรต (Evaluation of Integral)

ในการหาค่าการอินทิเกรต โดยใช้ผลรวมรีมานน์ ตามนิยาม 1.6 เราจะพบว่ามีความยุ่งยากในการคำนวณ และต้องใช้เวลา และการคำนวณในรูปลิมิตนั้น ในกรณีที่ฟังก์ชันมีความยุ่งยากซับซ้อน เราอาจจะหาผลรวม n เทอมลำบาก ดังนั้นถ้าคำนวณหาค่าการอินทิเกรต โดยใช้นิยามโดยตรงนั้นจึงไม่ค่อยสะดวกแต่ก็ต้องถือเป็นความโชคดีที่มีผู้ค้นพบวิธีการคำนวณหาค่าการอินทิเกรต ที่มีความสะดวกและง่ายกว่าผู้ที่ค้นพบ วิธีการคำนวณคือ Isaac Newton เมื่อ ค.ศ. 1666 ในขณะที่เขายังคงเป็นนักศึกษามหาวิทยาลัย Cambridge ซึ่งเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงมาก อย่างไรก็ตาม 2-3 ปีต่อมา Gottfried Wilhelm Leibniz ได้พบสูตรการคำนวณคล้ายคลึงกัน แต่แนวทางในการค้นพบสูตรแตกต่างกัน

แนวคิดหลักของนิวตัน (Newton's key Idea)

แนวคิดของนิวตันในการคำนวณหาตัวเลขซึ่งเป็นค่าของ $\int_a^b f(x) dx$, $b > a$ นั้นในตอนแรก

เขาได้กำหนดฟังก์ชัน $A(x)$ ขึ้นมาอันหนึ่ง โดยที่

$$A(x) = \int_a^x f(t) dt \quad \dots\dots\dots(1.8)$$

โดยที่ x เป็นตัวแปรอิสระ และเป็นลิมิตบนของการอินทิเกรต และ t เป็นตัวแปรในการหาค่าการอินทิเกรต (Dummy Variable) เพื่อไม่ให้เกิดความสับสนในการหาค่าถ้า $f(x)$ เป็นฟังก์ชัน ต่อเนื่องที่มีค่าเป็นบวกและถ้า $x > a$ แล้ว $A(x)$ คือ พื้นที่ใต้เส้นโค้ง $y=f(x)$ บนช่วง $[a, x]$ เราเรียกว่า ฟังก์ชันพื้นที่ (Area Function) จากรูปแสดงให้เห็นว่า $A(x)$ มีค่าเพิ่มขึ้น ขณะที่ x มีเพิ่มขึ้นอีก Δx โดยให้ค่าที่เพิ่มขึ้นของ A แทนด้วย ΔA ซึ่งเป็นส่วนของพื้นที่เล็กๆ (Narrow Strip) โดยที่พื้นฐานของพื้นที่เล็กๆนั้นอยู่บนช่วง $[x, x + \Delta x]$ ถ้า Δx มีค่าน้อยๆ แล้วพื้นที่เล็กๆนั้น จะใกล้เคียงกับพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าเล็กๆที่สูง $f(x)$ และฐานอยู่บนช่วง $[x, x + \Delta x]$ นั่นคือ

$$\Delta A \approx f(x)\Delta x \quad \text{หรือ} \quad \frac{\Delta A}{\Delta x} \approx f(x)$$

เราจะได้ปริมาณอันหนึ่งซึ่งเป็นค่าลิมิต เมื่อ $\Delta x \rightarrow 0$

$$\frac{dA}{ax} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta x} = f(x)$$

นั่นคือ $A'(x) = f(x)$

หมายถึง อนุพันธ์ของฟังก์ชันพื้นที่ $A(x)$ มีค่าเท่ากับความสูงของฟังก์ชัน $f(x)$ หรือพูดได้อีกอย่างหนึ่งว่า $A(x)$ เป็นปฏิยานุพันธ์ (Antiderivative) ของ $f(x)$ นั่นเอง

2.2 ทฤษฎีบทและแนวความรู้ทางคอมพิวเตอร์

2.2.1 คอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ความหมายของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน CAI

คอมพิวเตอร์ช่วยสอน (COMPUTER-ASSISTED หรือ AIDED INSTRUCTION หรือ CAI) หมายถึง สื่อการเรียนการสอนทางคอมพิวเตอร์รูปแบบหนึ่ง ซึ่งใช้ความสามารถของคอมพิวเตอร์ในการนำเสนอสื่อประสมอัน ได้แก่ ข้อความ ภาพนิ่ง กราฟิก แผนภูมิ กราฟ วิดีทัศน์ ภาพเคลื่อนไหว และเสียง เพื่อดำยทอดเนื้อหาบทเรียน หรือองค์ความรู้ในลักษณะที่ ใกล้เคียงกับการสอนจริงในห้องเรียนมากที่สุด

โดยมีเป้าหมายที่สำคัญก็คือ สามารถดึงดูดความสนใจของผู้เรียน และกระตุ้นให้เกิดความต้องการที่จะเรียนรู้ คอมพิวเตอร์ช่วยสอนเป็นตัวอย่างที่ดีของสื่อการศึกษาในลักษณะตัวต่อตัว ซึ่งผู้เรียนเกิดการเรียนรู้จากการมีปฏิสัมพันธ์ หรือการ ได้ตอบพร้อมทั้งการ ได้รับผลป้อนกลับ (FEEDBACK) นอกจากนี้ยังเป็นสื่อ ที่สามารถตอบสนองความแตกต่างระหว่างผู้เรียนได้เป็นอย่างดี รวมทั้งสามารถที่จะประเมิน และตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน ได้ตลอดเวลา

ประโยชน์ของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน (CAI)

1. ช่วยให้ผู้เรียนที่เรียนอ่อน สามารถใช้เวลาอกเวลาเรียนในการฝึกฝนทักษะ และเพิ่มเติมความรู้ เพื่อปรับปรุงการเรียนของตน
2. ผู้เรียนสามารถนำคอมพิวเตอร์ช่วยสอนไปใช้ในการเรียนด้วยตนเองในเวลา และสถานที่ที่สะดวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. คอมพิวเตอร์ช่วยสอนสามารถที่จะจูงใจผู้เรียนให้เกิดความกระตือรือร้น สนุกสนานไปกับการเรียน

ข้อพึงระวังของการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน

1. ผู้สอนจะต้องมีความพร้อม ความชำนาญในการสอนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน
2. ผู้สอนควรมีการวางแผน และเตรียมความพร้อมให้แก่ผู้เรียนให้รอบคอบ ก่อนนำ

คอมพิวเตอร์ช่วยสอนไปใช้อย่างเหมาะสม

3. การผลิตคอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ได้มาตรฐานเป็นสิ่งสำคัญมาก หากคอมพิวเตอร์ช่วยสอนไม่ได้รับการออกแบบอย่างเหมาะสม จะทำให้ผู้เรียนรู้สึกเบื่อหน่ายและไม่ต้องการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนนั้น ๆ
4. ผู้ที่สนใจสร้างคอมพิวเตอร์ช่วยสอนควรที่คำนึงเวลาในการผลิตว่า คอมพิวเตอร์ช่วยสอนที่ได้มาตรฐานนั้นต้องใช้เวลาเท่าไร

การพัฒนาโปรแกรม (Program Development)

วัตถุประสงค์ของการเขียน โปรแกรมก็เพื่อสั่งคอมพิวเตอร์ให้หาคำตอบสำหรับปัญหาต่างๆ โดยคำนึงถึงขั้นตอนในการพัฒนาโปรแกรม4ขั้นตอน ดังนี้

1. ข้อกำหนด และการวิเคราะห์ปัญหา (Problem specification and analysis)
2. การพัฒนาขั้นตอนวิธี (Algorithm development)
3. การเขียน โปรแกรม (Program coding)
4. การปฏิบัติงานและการทดสอบโปรแกรม (Program execution and testing)

1. ข้อกำหนด และการวิเคราะห์ปัญหา (Problem specification and analysis)

โจทย์ของปัญหาบางครั้งก็คลุมเครือ หรือ ปะปนด้วยสิ่งที่ไม่เป็นสาระ ดังนั้นในขั้นตอนแรกจะต้องทบทวน โจทย์เพื่อพิจารณาว่าอะไรคือ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ (input) เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา และ อะไรคือคำตอบที่โจทย์ต้องการ (output) จากนั้นให้พิจารณาวิธีหาคำตอบ

2. การพัฒนาขั้นตอนวิธี (Algorithm development)

หลังจากการวิเคราะห์ข้อกำหนดของปัญหาโจทย์แล้วก็จะต้องกำหนดวิธี (algorithm) ที่จะหาคำตอบ (output) จากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ (input) ซึ่งการกำหนดขั้นตอนวิธีควรกำหนดเป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ลำดับขั้นตอนอย่างเหมาะสม และมีโครงสร้างที่ดี (structured algorithm) เพื่อให้ง่ายต่อการเขียนโปรแกรม, การนำไปใช้ (implement) และ ง่ายต่อการตรวจสอบแก้ไข (testing and debugging)

โครงสร้างของขั้นตอนวิธี มักจะถูกออกแบบให้ใช้อยู่ 3 ลักษณะ คือ

1. ตามลำดับ (sequential) ขั้นตอนจะถูกกำหนดให้ปฏิบัติตามลำดับ จากตอนต้นไปจนจบ แต่ละขั้นตอนจะทำงานเพียงครั้งเดียวเท่านั้น
2. ทางเลือก (selection) จะมีทางเลือกปฏิบัติหลายทาง แต่จะต้องเลือกทางปฏิบัติทางเดียวเท่านั้น
3. การทำซ้ำ (repetition) มีบางขั้นตอนที่มีการปฏิบัติซ้ำๆกัน

3. การเขียน โปรแกรม (Program coding)

ลำดับที่ใช้ในการพัฒนาโปรแกรมต่อมา ก็คือการนำเสนอขั้นตอนวิธี (algorithm) ที่อยู่ในรูปโปรแกรมเสมือนให้ป็นรูปแบบของโปรแกรม ซึ่งวิธีต้องถูกต้องตามหลักไวยากรณ์ (syntax) ของภาษาที่เลือกใช้ เพื่อให้คอมพิวเตอร์สามารถเข้าใจคำสั่งโปรแกรมได้

4. การปฏิบัติงานและการทดสอบโปรแกรม (Program execution and testing)

ขั้นตอนที่ 4 คือขั้นตอนการสั่งคอมพิวเตอร์ให้ปฏิบัติตามโปรแกรม ในขั้นตอนนี้เป็นการพิมพ์โปรแกรมเข้าไปในคอมพิวเตอร์โดยใช้โปรแกรม editor ที่มีอยู่ในระบบคอมพิวเตอร์ เมื่อพิมพ์โปรแกรมเสร็จแล้ว ให้จัดเก็บในแฟ้มชื่อ RevenueProblem.java จากนั้นให้ทำการแปล (compile) โปรแกรม RevenueProblem.java ให้เป็น โปรแกรมไบนารีโค้ด (byte code) ที่สามารถสั่งให้ปฏิบัติ (Run) ตามคำสั่ง โปรแกรม RevenueProblem.java ทำให้ได้ผลลัพธ์

แต่สำหรับโปรแกรมเมอร์มือใหม่อาจมีข้อผิดพลาด (error) ขึ้นได้ ไม่ว่าจะเป็นการออกแบบโปรแกรม, การพิมพ์, การแปล จนถึงการใช้ปฏิบัติ โดยแบ่งข้อผิดพลาด ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ความผิดพลาดทางไวยากรณ์ หรือ ความผิดพลาดขณะแปล (syntax error or compile-time error)

เป็นความผิดพลาดทางไวยากรณ์ของภาษา เช่น การสะกดคำผิด หรือการใช้เครื่องหมายไม่ถูกต้อง ความผิดพลาดประเภทนี้ จะถูกตรวจพบในขณะที่แปล ทำให้การแปลไม่สมบูรณ์และไม่สามารถสั่งปฏิบัติได้

2. ความผิดพลาดขณะปฏิบัติ (run-time error)

คือความผิดพลาดที่ไม่สามารถตรวจพบจนกว่าจะสั่งให้ปฏิบัติ (execute) เช่น โปรแกรมคำนวณที่มีตัวหารเป็นศูนย์ เมื่อสั่งให้ปฏิบัติจะปรากฏ ข้อความแสดงข้อผิดพลาดขึ้น ในกรณีเช่นนี้ จะต้องทำการแก้ไขโปรแกรม และทำการแปลใหม่ จึงสามารถปฏิบัติได้

3. ความผิดพลาดทางตรรกะ (Logical error)

ความผิดพลาดที่เกิดจากการออกแบบขั้นตอนวิธี (algorithm) หรือในขณะที่เขียนโปรแกรม (coding) ความผิดพลาดประเภทนี้นับว่าเป็นความผิดพลาดที่แก้ไขได้ยากกว่าความผิดพลาดทางไวยากรณ์ และความผิดพลาดขณะปฏิบัติ เนื่องจากคอมพิวเตอร์ไม่สามารถตรวจพบได้ ข้อสำคัญ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับใช้ในเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถนำเอกสารนี้ไปเผยแพร่หรือทำซ้ำโดยไม่ได้รับอนุญาต
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความผิดพลาดแบบตรรกะไม่มีข้อบ่งบอกใดๆ ว่าคำตอบที่ได้จากโปรแกรมถูกต้องหรือไม่ เพราะฉะนั้นผู้ใช้จะต้องสังเกตปฏิบัติโปรแกรมหลายๆ ครั้ง ด้วยการใส่ข้อมูลซึ่งรู้คำตอบที่ถูกต้องแล้ว เพื่อทดสอบการทำงานของโปรแกรมว่าได้ผลลัพธ์ตามที่คาดไว้หรือไม่ เรียกกระบวนการนี้ว่า การทดสอบความถูกต้อง (program validation) ข้อมูลที่ใช้ทดสอบนี้ควรครอบคลุมการตรวจสอบแต่ละส่วนของโปรแกรม เพื่อให้เกิดความมั่นใจว่าโปรแกรมที่เขียนมีความถูกต้อง เมื่อมีการทดสอบข้อมูลหลายๆ ชุด

2.2.2 Macromedia Flash Player

Flash เป็นโปรแกรมสร้างภาพกราฟิกชนิดหนึ่ง ที่มีความสามารถมากกว่าโปรแกรมสร้างภาพกราฟิกทั่วไป ที่ไม่ใช่แค่แสดงภาพเพียงอย่างเดียว แต่ Flash ยังสามารถส่งข้อมูลไปยัง CGI (Computer Graphic Interface) หรือแม้แต่ทำการประมวลผลเล็กน้อยได้ และโปรแกรม Flash นั้นใช้กราฟิกแบบเวกเตอร์(Vector) ซึ่งจะใช้ CPU ประมวลผลจากข้อมูลในไฟล์ Flash ให้เป็นภาพ ซึ่งจะทำให้ได้ภาพคมชัด และภาพที่แสดงก็ยังคงชัดจนถึงแม้จะทำการขยายขนาดภาพมากๆ แต่โปรแกรม Flash ก็ยังคงมีข้อจำกัด คือ การสร้างไฟล์ภาพในแต่ละไฟล์นั้น จะต้องสร้างจากเครื่องมือที่มีอยู่ในโปรแกรม Flash เท่านั้น แต่โปรแกรม Flash นั้นมีข้อดี คือ ขนาดไฟล์ภาพที่ได้จะมีขนาดเล็กกว่าภาพชนิดบิตแมพทั่วไป ทำให้โหลดได้เร็ว

ข้อดีของ Macromedia Flash Player

- ภาพชัด
- ขนาดเล็ก
- โหลดได้เร็ว
- ทำงานแทน CGI ได้ในระดับหนึ่ง
- ทำภาพเคลื่อนไหวได้โดยไม่ต้องพึ่ง Java Script
- สร้างฟอร์มสำหรับกรอกข้อมูลได้


ข้อเสียของ Macromedia Flash Player

- ผู้ใช้ที่มี Browser รุ่นเก่าๆ จะไม่สามารถดู Flash ได้
- จำเป็นต้องไปโหลดปลั๊กอินเพิ่มเติมเอง

องค์ประกอบของ Macromedia Flash Player


1. Tool box

1.1 เครื่องมือ Arrow ไว้สำหรับปรับแต่งรูปภาพเล็กๆ น้อยๆ และเคลื่อนย้ายรูปโดยการลากเมาส์เลือกรูปที่ต้องการย้ายแล้วก็ย้ายรูปไปยังที่ๆต้องการ รูปภาพที่ถูกเลือกแล้วนั้นจะมีเส้นประล้อมรอบเหมือนโปรแกรมทั่วๆไป สิ่งที่อยู่ในเครื่องมือ Arrow มีดังนี้

-  Snap เป็นเครื่องมือสำหรับล๊อครูปภาพให้ตรงกับภาพอื่นๆ และยังล๊อครูปให้ตรงที่เดิม ในกรณีที่ย้ายรูปไปข้างๆอีกด้วย

-  Smooth เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับปรับเส้นของรูปให้โค้งมนขึ้น คือจะมีส่วนของเส้นโค้งมากขึ้น


-  Straighten เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับปรับเส้นของรูปให้แข็งขึ้น คือจะมีส่วนของเส้นโค้งน้อยลง


-  Rotate ไว้สำหรับหมุนรูปภาพ ทำได้โดยเลือกรูปภาพที่จะทำการหมุนก่อนแล้วจึงกดปุ่ม Rotate หลังจากนั้นก็ให้ปรับแต่งได้ตามต้องการ

-  Scale ไว้สำหรับปรับแต่งขนาดของรูปภาพ การใช้เครื่องมือนี้จะเหมือนการใช้เครื่องมือ Rotate ทุกประการ


1.2 เครื่องมือ Lasso มีไว้สำหรับเลือกวัตถุที่ต้องการ โดยใช้เครื่องมือ Lasso ไปเลือกวัตถุที่ต้องการ สิ่งที่อยู่ในเครื่องมือ Lasso มีดังนี้

-  Magic Wand เป็นเครื่องมือที่ใช้เลือกวัตถุ จะใช้ได้กับรูปที่ Import เข้ามา ถ้าจะใช้กับวัตถุที่สร้างในโปรแกรม Flash แนะนำให้ใช้เครื่องมือ Arrow จะดีกว่า

-  Magic Wand Properties ไว้สำหรับปรับแต่งเครื่องมือ Lasso

-  Polygon Mode สำหรับปรับเครื่องมือ Lasso ให้สามารถ Select รูปแบบหลายๆเหลี่ยมได้ ก็คือทำให้เราสามารถกำหนดส่วนที่จะ Select ได้นั่นเอง



1.3 เครื่องมือ Line ไว้สำหรับวาดเส้นตรง สิ่งที่อยู่ในเครื่องมือ Line มีดังนี้

-  Line Color สำหรับกำหนดสีให้กับเส้นที่จะวาด โดยการกดปุ่มนี้จะมีตารางสีขึ้นมาให้เลือก ถ้าต้องการเพิ่มสีเข้าไปเองให้กดที่ปุ่ม Color

- Line Thickness ไว้สำหรับกำหนดขนาดความหนาของเส้น ถ้าต้องการกำหนดเองให้เลือก Custom


เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้


1.4  เครื่องมือ Text tool เป็นเครื่องมือที่ใช้พิมพ์ข้อความลงไป สิ่งที่อยู่ในเครื่องมือ Text tool มีดังนี้


- Font และ Font Size สำหรับกำหนด Font ที่จะพิมพ์ลงไป รวมทั้งกำหนดขนาดของ Font ด้วย
- Text Color ไว้กำหนดสีของข้อความที่จะพิมพ์ลงไป
-  Alignment สำหรับกำหนดตำแหน่งของข้อความที่พิมพ์ลงไป
-  Text Field สำหรับกำหนดให้ข้อความนั้น เป็นกล่องข้อความที่สามารถให้ผู้ใช้พิมพ์ข้อความลงไปได้

1.5  เครื่องมือ Oval ไว้สำหรับวาดรูปวงกลม โดยสามารถปรับสีของเส้นได้ที่ Line color และปรับขนาดรวมทั้งรูปแบบของเส้นได้ที่ Line Thickness และ Line Style ส่วน Fill color นั้นจะเป็นสีพื้นที่อยู่ในวงกลม ถ้าไม่ยอมให้มีสีพื้นที่ให้คลิกที่ปุ่ม Fill color แล้วเลือกสีโปร่งใสที่อยู่ทางด้านบนซ้ายสุด ซึ่งจะมียูสียูเดียวที่แยกออกมาจากกลุ่มสีทั้งหมด

1.6  เครื่องมือ Rectangle ไว้สำหรับวาดรูปสี่เหลี่ยม การกำหนดสีก็จะเหมือนกับเครื่องมือ Oval แต่จะมีเครื่องมือพิเศษเพิ่มมาอีกอย่างหนึ่งก็คือ Round Rectangle Radius มีไว้กำหนดความโค้งของมุมของรูปสี่เหลี่ยม



1.7  เครื่องมือ Pencil สำหรับวาดเส้น โดยใช้เมาส์ การกำหนดคุณสมบัติเกี่ยวกับเส้นจะเหมือนกับเครื่องมืออื่นๆทุกประการ แต่จะมีเครื่องมือพิเศษเพิ่มเข้ามาอีกอย่างหนึ่งก็คือ Pencil Mode เป็นการกำหนดให้เส้นที่วาดนั้น เป็นเส้นที่แข็งหรืออ่อน หรือเป็นเส้นตามที่เราวาด (Smooth , Straighten , Ink)



1.8  เครื่องมือ Brush ไว้สำหรับวาดรูปโดยใช้เมาส์ สามารถกำหนดคุณสมบัติต่างๆ ได้เหมือนเครื่องมือ Pencil แต่จะมีเครื่องมือพิเศษที่เพิ่มเข้ามาคือ Brush Mode เอาไว้สำหรับกำหนดรูปแบบของการวาดเช่น วาดทับเฉพาะส่วนที่เป็นสีพื้น เป็นต้น

1.9  เครื่องมือ Ink Bottle เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับระบายเส้นขอบ การกำหนดคุณสมบัติจะเหมือนกับเครื่องมือ Line ทุกประการ

1.10  เครื่องมือ Paint Bucket เป็นเครื่องมือสำหรับเทสีลงไปเพื่อเป็นสีพื้น สิ่งที่เพิ่มเข้ามาในเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาตไหนไปไซ้ประโยชน์ดานการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เครื่องมือ Paint Bucket นี้ก็คือ

-  Gap size ไว้สำหรับกำหนดขนาดของช่องว่างของรูปที่จะเทสีลงไป
-  Transform Fill ไว้สำหรับเปลี่ยนและจัดตำแหน่งสีในกรณีที่ใช้สีแบบ Gradient (ไล่สี)

1.11   เครื่องมือ Dropper และ เครื่องมือ Eraser จะเอาไว้ดูสีและลบรูปภาพ แต่ส่วนใหญ่แล้วจะไม่ค่อยได้ใช้เครื่องมือ Dropper บ่อยนักจะไปที่การสร้างสีใหม่แทน ส่วนเครื่องมือ Eraser จะเอาไว้ใช้แต่งขอบรูปที่อิมพอร์ตเข้ามาซะมากกว่า

2. Menu bar

Insert	Modify	Control	Libraries	W
Convert to Symbol				F8
New Symbol...				Ctrl+F8
Layer				
Motion Guide				
Frame				F5
Delete Frame				Shift+F5
Keyframe				F6
Blank Keyframe				F7
Clear Keyframe				Shift+F6
Create Motion Tween				
Scene				
Remove Scene				

Insert Convert to symbol (F8) เป็นการเปลี่ยนรูปสายเส้นให้เป็น Symbol

New Symbol (Ctrl+F8) เป็นคำสั่งที่ใช้สร้าง Symbol ใหม่ขึ้นมา โดยใน Symbol นั้นจะไม่มีวัตถุใดๆอยู่ในนั้นเลย

Layer เป็นคำสั่งที่ใช้สำหรับสร้าง Layer ใหม่ขึ้นมา

Motion Guide เอาไว้สำหรับใส่ Guide ซึ่งเป็นเลขอร์ที่เก็บทางเดินของเทคนิค Tweening Motion

Frame (F5) มีไว้เพิ่มจำนวนเฟรมแสดงผล

Delete Frame (Shift+F5) สำหรับลบเฟรมทุกชนิด

Keyframe (F6) สำหรับใส่คีย์เฟรม โดยคีย์เฟรมที่สร้างขึ้นมาจะไม่มีวัตถุอยู่ในเฟรมเหมือนเฟรมก่อนหน้า

Blank Keyframe (F7) สำหรับใส่คีย์เฟรมที่ไม่มีวัตถุอยู่ข้างใน

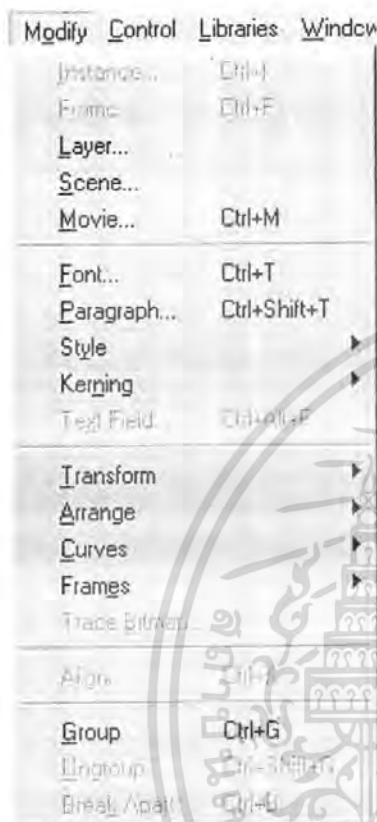
Clear keyframe (Shift+F6) สำหรับเปลี่ยนคีย์เฟรมให้เป็นเฟรมแสดงผล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Create Motion Tween สำหรับใส่เทคนิค Tweening Motion

Scene สำหรับเพิ่ม Scene เข้าไป Scene นี้จะคล้ายๆกับหน้าเว็บเพจที่สามารถมีหลายๆหน้าได้

Remove Scene สำหรับลบ Scene ปัจจุบัน



Instance (Ctrl+I) สำหรับแก้ไข กำหนดคุณสมบัติต่างๆของ Symbol มีค่าเท่ากับการดับเบิลคลิกที่ Symbol

Frame (Ctrl+F) สำหรับแก้ไข กำหนดคุณสมบัติต่างๆของ มีค่าเท่ากับการดับเบิลคลิกที่เฟรม

Layer สำหรับแก้ไขคุณสมบัติต่างๆของเลเยอร์ มีค่าเท่ากับการดับเบิลคลิกที่รูปกระดาษในเลเยอร์

Scene สำหรับแก้ไขชื่อของ Scene

Movie (Ctrl+M) สำหรับแก้ไขคุณสมบัติต่างๆของ Movie ไม่ว่าจะเป็นการกำหนดขนาด หรือสี

Transform สำหรับกำหนดการปรับเปลี่ยนรูปของวัตถุ คำสั่งมีดังนี้

- **Scale** สำหรับแก้ไขขนาดของวัตถุ
- **Rotate** สำหรับหมุนวัตถุ
- **Flip Vertical** สำหรับกลับวัตถุจากซ้าย ไปขวา
- **Flip Horizontal** สำหรับกลับวัตถุจากบน ไปล่าง
- **Remove Transform (Ctrl+Shift+Z)** สำหรับยกเลิกคำสั่งที่เกี่ยวกับ Transform ทั้งหมด
- **Edit Center** สำหรับแก้ไขรูปให้ตรงกลางภาพ ใช้ได้ดีในส่วนของแก้ไข Symbol

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของคณะทำงานเอกสารศูนย์ส่งเสริมการเรียนรู้ในเขตภาคใต้ โดยใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- **Remove Color** สำหรับลบสีที่ Fill ข้างในรูปออก
- **Add Shape Hint** (Ctrl+H) สำหรับเพิ่ม Hint เข้าไป
- **Remove All Hints** สำหรับลบ Hint ทั้งหมด เรื่องเกี่ยวกับ Hint สามารถอ่านได้ที่บทความ

Tweening Shape จริบ

Group (Ctrl+G) สำหรับรวมรูปให้เป็นกลุ่ม **Ungroup** (Ctrl+Shift+G) สำหรับยกเลิกการรวมกลุ่ม
Break Apart (Ctrl+B) สำหรับเปลี่ยนวัตถุทุกชนิดที่ถูกเลือกเอาไว้ให้กลายเป็นลายเส้น ทำได้แม้กระทั่งตัวอักษร

Control	Libraries	Window	Help
Play			Enter
Rewind			Ctrl+Alt+R
Step Forward			
Step Backward			
Test Movie			Ctrl+Enter
Test Scene			Ctrl+Alt+Enter
Loop Playback			
Play All Scenes			
Enable Frame Actions			Ctrl+Alt+A
Enable Buttons			Ctrl+Alt+B
Mute Sounds			Ctrl+Alt+M

Play (Enter) สำหรับทดสอบ Movie แบบสดๆ คือไม่ต้องเปลี่ยนไปที่หน้าต่างพรีวิว

Test Movie (Ctrl+Enter) สำหรับทดสอบ Movie โดยไปที่หน้าต่างพรีวิว

Test Scene (Ctrl+Alt+Enter) สำหรับทดสอบ Scene ปัจจุบัน

Enable Frame Actions (Ctrl+Alt+A) สำหรับเปิดให้ Action ที่อยู่ในเฟรมทำงานได้ (โดยปกติแล้ว Action ในเฟรมจะทำงานไม่ได้ถ้าไม่สั่งพรีวิวซะก่อน)

Enable Buttons (Ctrl+Alt+B) สำหรับเปิดให้ปุ่มทำงานได้โดยไม่ต้องสั่งพรีวิวซะก่อน

Mute Sounds (Ctrl+Alt+M) สำหรับปิดเสียง ในกรณีที่ปุ่มนั้นเราใส่เสียงเข้าไปด้วยหรือในกรณีอื่นๆ

3. Timeline

ไทม์ไลน์ เป็นเครื่องมือที่ใช้สร้างภาพเคลื่อนไหว ประกอบด้วยสองส่วนหลักๆ คือ Layer และ Frame

3.1 Layer ในแต่ละเลเยอร์จะเปรียบเสมือนนำแผ่นใสที่มีการเคลื่อนที่การเคลื่อนที่ของวัตถุแต่ละชั้น โดยที่ เลเยอร์ที่อยู่ล่างสุดจะถูกนำมาวางก่อนแล้วค่อยนำเลเยอร์ที่อยู่บนขึ้นมาวางทับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




3.2 Frame ในแต่ละเลเยอร์จะประกอบด้วยเฟรมหลายเฟรม หน้าที่ของเฟรมเปรียบเสมือนภาพนิ่งหนึ่งภาพ

4. Symbol and Instance

ซิมโบล คือ กราฟิก ปุ่ม มูฟวีคลิบ รวมถึง ไฟล์กราฟฟิคต่างๆ ที่นำเข้ามาจากโปรแกรมอื่นๆ เพื่อมาเป็นต้นแบบ และนำไปใช้งานได้อย่างไม่จำกัด

อินสแตนซ์ คือ สำเนาของซิมโบล ดังนั้น การแก้ไขซิมโบลจึงมีผลต่ออินสแตนซ์ด้วย แต่การใส่ effect ที่อินสแตนซ์ใดๆ จะไม่มีผลต่ออินสแตนซ์ตัวอื่นๆ

ประเภทของซิมโบล

-  Movie Clip สร้างภาพเคลื่อนไหวที่นำมาใช้ซ้ำได้
-  Button สร้างปุ่มที่สามารถตอบสนองต่อการกระทำของเมาส์
-  Graphic สร้างรูปภาพเพื่อนำไปทำภาพเคลื่อนไหวหรือกราฟฟิค

5. การสร้างภาพเคลื่อนไหว

ในการสร้างภาพเคลื่อนไหว จะแบ่งการเคลื่อนไหวออกเป็น 4 ชนิดหลัก คือ

5.1 การเคลื่อนไหวแบบ Frame ต่อ Frame

เป็นการสร้างภาพเคลื่อนไหวขั้นพื้นฐานที่สุด เนื่องจากใช้ทฤษฎีของภาพเคลื่อนไหวทั้งหมด เลข กล่าวคือ จะต้องสร้างภาพที่ต่อเนื่องกันแล้วนำมาวางเรียงกัน ให้ดูเหมือนมีการเคลื่อนไหวจริง ถ้าต้องการการเคลื่อนไหวที่สมจริงก็ต้องสร้างภาพแต่ละภาพที่ต่อเนื่องกันให้แตกต่างกันน้อยที่สุด

5.2 การเคลื่อนไหวแบบ Tweening Shape

เป็นการสร้างภาพเคลื่อนไหวด้วยการเปลี่ยนรูปร่างของวัตถุ โดยกำหนดจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดของการเคลื่อนไหว ที่จุดสิ้นสุดนี้เอง เราจะนำรูป หรือวัตถุอื่นมาใส่ เพื่อเปลี่ยนรูปร่าง ระหว่างการเคลื่อนไหวเครื่องจะคำนวณทิศทาง ขนาด สี ตำแหน่งของข้อมูลเอง ทำให้ไฟล์มีขนาดเล็ก

5.3 การเคลื่อนไหวแบบ Motion Tween

เป็นการสร้างการเคลื่อนไหวโดยกำหนดจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดของการเคลื่อนไหว ระหว่างการเคลื่อนไหวเครื่องจะคำนวณทิศทาง ขนาด สี ตำแหน่งของข้อมูลเอง ทำให้ไฟล์มีขนาดเล็ก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.4 การเคลื่อนไหวแบบ Motion Guide

เป็นการสร้างภาพเคลื่อนไหวแบบเดียวกับ Motion Tween ครบ แต่สามารถกำหนดทิศทาง การเคลื่อนไหวที่ระหว่างเฟรมแรกกับเฟรมสุดท้าย โดยใช้เครื่องมือวาดเส้นต่างๆ เข้ามาช่วยในการเคลื่อนไหวที่

2.2.3 จาวาสคริปต์

จาวาสคริปต์ (Java script) เป็นภาษาหนึ่งทีวิวัฒนาการมาจากภาษาจาวา (Java) ซึ่งภาษาจาวาสคริปต์เป็นภาษาประเภทสคริปต์อีกชนิดหนึ่งที่นิยมนำมาเขียน ซึ่งภาษาประเภทสคริปต์นั้นมีด้วยกันหลากหลายภาษาหลากหลายประเภท และสามารถใช้งานได้ง่าย ซึ่งโดยส่วนใหญ่ภาษาสคริปต์นี้มักถูกนำมาใช้งาน เพื่อเสริมคุณค่าให้งานประเภทการสร้างเว็บเพจให้มีคุณภาพและความสวยงามมากยิ่งขึ้น

จาวาสคริปต์นั้นเป็นภาษาสคริปต์ที่มีการพัฒนามาจากภาษาจาวา (Java) ซึ่งจะใช้ลักษณะการเขียน คำสั่ง ข้อบังคับและ โครงสร้างของภาษาล้ายกับภาษาจาวา แต่การแปลภาษานั้นจะอยู่บน ส่วนของผู้รับ Client-Server แทน และภาษาจาวาสคริปต์นั้น จำเป็นจะต้องเขียนควบคู่กับภาษาอื่นๆ เช่น ภาษา HTML และ PHP เพราะภาษาจาวาสคริปต์เป็นภาษาที่ถูกกำหนดขึ้นมาเพื่อเพิ่มเติมความสามารถในการติดต่อกับผู้ใช้โดยเฉพาะ และเป็นภาษาเชิงวัตถุเช่นเดียวกับภาษาจาวา จึงทำให้โปรแกรมสามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพและมีความยืดหยุ่นในการใช้งานที่มากยิ่งขึ้น

การใช้งานภาษาจาวาสคริปต์นั้นสามารถนำมาเขียนร่วมกับภาษา HTML ได้ทันที โดยไม่จำเป็นต้องใช้ตัวแปลภาษาเพิ่มเติม ทั้งนี้ เพราะ ในปัจจุบันคอมพิวเตอร์รองรับการใช้งานภาษาจาวาสคริปต์อยู่แล้ว ซึ่งเว็บเบราว์เซอร์ที่สามารถแปลภาษาจาวาสคริปต์ได้นี้จะถูกเรียกว่า JavaScript-capable browser เช่น Internet Explorer 3.0 หรือ Netscape Navigator 2.0 ขึ้นไป

การเขียนโปรแกรม

การเขียนคำสั่งของจาวาสคริปต์ จำเป็นต้องเขียนร่วมกับภาษา HTML โดยจะแทรกจาวาสคริปต์นั้นไว้อยู่ภายในภาษา HTML ในส่วนของ <Head> หรือจะเขียนในส่วนของ <Body> ก็ได้ ตามความเหมาะสม โดยในการเขียนจาวาสคริปต์นั้น คำสั่งการเขียนสคริปต์ของ Java Script จะเริ่มต้นด้วย คำสั่ง <script language="JavaScript"> และลงท้ายด้วย </script>

ตัวแปร (Variable)

ตัวแปร (Variable) คือ สิ่งที่ถูกกำหนดขึ้นมาเพื่อใช้ในการเก็บค่าหรือข้อมูลต่างๆ เพื่อนำไปใช้งานในส่วนใดส่วนหนึ่งของโปรแกรม ซึ่งตัวแปรพื้นฐานในภาษาจาวาสคริปต์มี 4 ชนิดคือ

1. จำนวนเต็ม (Integer)
2. จำนวนจริง (Floating-point number)
3. ตัวแปรทางตรรก (Logical or Boolean value)
4. ข้อความ (String)

โดยในการเขียนโปรแกรม จำเป็นต้องมีการสร้างตัวแปรต่างๆขึ้นมา ตัวแปรแต่ละตัวจะต้องมีชื่อของตัวแปร โดยผู้เขียนสามารถทำการกำหนดชื่อของตัวแปรนั้นได้ โดยเพียงแค่ชื่อของตัวแปรนั้นไม่สามารถซ้ำกับคำสงวนในภาษาจาวาสคริปต์ได้ เพราะในภาษาจาวาสคริปต์ จำเป็นต้องใช้คำสงวนเหล่านี้ในการทำงาน โดยส่วนมากจะเป็นชื่อคำสั่ง หรือคำเฉพาะบางอย่าง ซึ่งคำสงวนมีดังต่อไปนี้

abstract	float	Public
boolean	for	return
break	function	short
byte	goto	static
case	if	super
catch	implements	switch
char	import	synchronized
class	in	this
const	instanceof	throw
continuc	int	throws
default	interface	transient
do	long	true
double	native	try
else	new	var
extends	null	void
false	package	while
final	private	with
finally	protected	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ชื่อตัวแปรในภาษาจาวาสคริปต์จะถูกกำหนดให้ตัวใหญ่หรือตัวเล็กมีความสำคัญ (Case Sensitive) หมายความว่า ชื่อตัวแปรที่ต่างกันด้วยตัวอักษรที่เขียนต่างกันเพียงตัวพิมพ์ใหญ่หรือพิมพ์เล็ก จะถือว่าเป็นตัวแปรคนละตัวกันและการตั้งชื่อตัวแปรก็ไม่สามารถใช้เป็นภาษาไทยได้ เพราะภาษาจาวาสคริปต์จะถือว่าภาษาไทยไม่ใช่ตัวอักษรแต่เป็นสัญลักษณ์ (Symbol) และการใช้งานตัวแปรก็ไม่จำเป็นต้องประกาศล่วงหน้าสามารถนำมาใช้ได้ทันที โดยที่จาวาสคริปต์จะทำการกำหนดชนิดตัวแปรให้ในทันที

1. ตัวแปรชนิดจำนวนเต็ม (Integer)

ตัวแปรชนิด Integer หรือจำนวนเต็มในจาวาสคริปต์นั้น โดยทั่วไปก็สามารถใช้งานได้เหมือนกับตัวแปรจำนวนเต็มในภาษาอื่นๆ แต่ในภาษาจาวาสคริปต์จะสามารถกำหนดค่าให้ตัวแปรชนิดนี้ได้ 3 แบบ คือ เลขฐาน 10 เลขฐาน 16 และเลขฐาน 8

- เลขฐาน 10 คือตัวเลขแบบปกติ กำหนดค่าโดยใช้ตัวเลข 0-9
- เลขฐาน 16 กำหนดโดยใช้ 0x หรือ 0X นำหน้าค่าที่เขียนด้วย 0-9 และ A-F โดยที่ A-F จะแทนค่าของ 10-15 ตามลำดับ
- เลขฐาน 8 กำหนดโดยใช้เลข 0 นำหน้าแล้วตามด้วยเลข 0-7

แต่ถึงแม้จะทำการเก็บค่าด้วยเลขฐานใดก็ตาม ผลลัพธ์ที่ได้จากการแสดงผลก็ยังคงเป็นเลขฐาน 10 เสมอ

2. ตัวแปรชนิดจำนวนจริง (Floating-Point)

ตัวแปรชนิดจำนวนจริง คือ ตัวแปรที่ไม่จำกัดอยู่ในจำนวนเต็มเท่านั้น ซึ่งจำนวนจริงมักจะนำไปใช้กับจำนวนที่มีค่ามากๆหรือจำนวนที่อยู่ในรูปจุดทศนิยม

3. ตัวแปรชนิดตรรก (Logical)

ค่าของตัวแปรชนิดตรรกจะมีเพียง 2 ค่าเท่านั้น คือ true (จริง) และ false (เท็จ) หากนำตัวแปรนี้มาใช้ในสมการค่าของตัวแปรชนิดนี้จะสามารถแปลงค่าเป็นจำนวนเต็มได้ โดยที่ true จะมีค่าเป็น 1 และ false จะมีค่าเป็น 0

4. ค่าของตัวแปรที่เป็นข้อความ (String)

ค่าของตัวแปรแบบ String คือค่าของตัวแปรที่มีลักษณะเป็นตัวอักษรหรือข้อความใดๆ ซึ่งการกำหนดให้ตัวแปรมีค่าเป็นแบบข้อความนี้จะทำได้โดยการใช้เครื่องหมาย “ (Double Quote) หรือ ‘ (Single Quote) ครอบข้อความ

หลักการปรับเปลี่ยนชนิดตัวแปร

ในการทำงานของภาษาจาวาสคริปต์ สามารถเอาตัวแปรชนิดต่างกันมาทำการคำนวณทางคณิตศาสตร์ (Operation) กันได้ ซึ่งชนิดของค่าตัวแปรจะเปลี่ยนแปลงไปเองตามอัตโนมัติ ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้จะมีการเปลี่ยนแปลงชนิดไปตามหลักการดังนี้

- หากนำตัวแปรชนิดจำนวนเต็มไปคำนวณกับตัวแปรชนิดจำนวนจริง ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นตัวแปรชนิดจำนวนจริง
- หากนำตัวแปรทางตรรกไปคำนวณกับตัวแปรชนิดจำนวนจริงหรือ ชนิดจำนวนเต็ม ค่าของตัวแปรทางตรรกจะมีค่าระหว่าง 0 และ 1 และส่วนผลลัพธ์ที่ได้ก็จะเป็นไปตามผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ของค่าที่กระทำกับ 0 และ 1
- หากนำตัวแปรชนิดจำนวนเต็ม ตัวแปรชนิดจำนวนจริง หรือ ตัวแปรชนิดตรรก ไปคำนวณกับค่าของตัวแปรที่เป็นข้อความ ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นค่าของตัวแปรตัวแปรที่เป็นข้อความ

ซึ่งนอกจากการปรับเปลี่ยนชนิดตัวแปรที่มาจากการคำนวณแล้วยังสามารถใช้ฟังก์ชันเพื่อให้เกิดการปรับเปลี่ยนชนิดตัวแปรได้ เช่น

- eval() จะใช้ในการเปลี่ยนค่าตัวแปรที่เก็บเป็นข้อความที่อยู่ในรูปของสมการให้แสดงอยู่ในรูปของผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ เช่น $x = \text{eval}("1+2")$ ตัวแปร x ก็จะทำการเก็บค่า 3 ซึ่งเป็นคำตอบของข้อความนั้น หากค่าของตัวแปรนั้นไม่สามารถแปลงได้ เช่น $y = \text{eval}("text")$ ก็จะไม่มีความเป็นคำตอบแสดงกลับมา
- parseInt() จะทำการเปลี่ยนค่าตัวแปรที่เก็บเป็นข้อความให้แสดงอยู่ในรูปของตัวแปรจำนวนเต็ม โดยไม่สนใจตัวอักษรอื่นภายในตัวแปรนั้นๆเลย
- parseFloat() จะทำการเปลี่ยนค่าตัวแปรที่เก็บเป็นข้อความให้แสดงอยู่ในรูปของตัวแปรจำนวนจริง โดยไม่สนใจตัวอักษรอื่นภายในตัวแปรนั้นๆเลย

ตัวแปรชนิดอาร์เรย์ (Array)

อาร์เรย์ เป็นตัวแปรรูปแบบหนึ่งในชนิดของ Complex Type ซึ่งจะเก็บข้อมูลอยู่ในรูปของชุดข้อมูลที่มาเรียงต่อกันเป็นลำดับ ซึ่งภาษาจาวาสคริปต์ มีวิธีประกาศการใช้งานของตัวแปรอาร์เรย์ได้ ดังนี้

```
x = new Array(3);
```

```
หรือ y = new Array('0','1','2','3','4')
```

จากตัวอย่างจะพบว่าตัวแปร x สมาชิกด้วยกัน 3 ตัว ส่วน y มีสมาชิกด้วยกัน 5 ตัว ซึ่งการกำหนดค่าให้แต่ละตัวในทันที เรียกว่า Dense Array ซึ่งส่วนวิธีอ้างถึงสมาชิกแต่ละตัวนั้น จะทำได้ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยการระบุหมายเลขลำดับ โดยเริ่มตั้งแต่ตัวแรกสุดจะนับว่าเป็น 0 ตัวที่สองจะนับว่าเป็น 1 ไปเรื่อยตามลำดับจนถึงตัวสุดท้าย ซึ่งสมาชิกแต่ละตัวของอาร์เรย์ให้ถือว่าเป็นตัวแปรตัวหนึ่งสามารถนำไปใช้งานได้แบบเดียวกันกับตัวแปรทุกอ็อบเจกต์ได้ด้วย

โอเปอเรเตอร์ (Operator)

โอเปอเรเตอร์ คือ เครื่องหมายที่เราใช้ดำเนินการระหว่างค่า หรือ ตัวแปร เช่น $a + b$, $a = 2$ จะเห็นได้ว่าเครื่องหมายบวกและเครื่องหมายเท่ากับ คือ โอเปอเรเตอร์นั่นเอง ซึ่งในภาษาจาวาสคริปต์ สามารถแบ่งโอเปอเรเตอร์ได้ทั้งหมด 7 ชนิด ดังนี้

- โอเปอเรเตอร์ที่กำหนดค่าให้กับตัวแปร
- โอเปอเรเตอร์ในทางคณิตศาสตร์
- โอเปอเรเตอร์ในทางตรรกศาสตร์
- โอเปอเรเตอร์ที่ใช้เปรียบเทียบค่า
- โอเปอเรเตอร์ที่ใช้กับข้อความ
- โอเปอเรเตอร์ที่ใช้กับเลขฐานสอง
- โอเปอเรเตอร์ Conditional Expression

1. โอเปอเรเตอร์ที่กำหนดค่าให้กับตัวแปร

โอเปอเรเตอร์ในกลุ่มนี้ทำหน้าที่ คือ ใช้กำหนดค่าให้กับตัวแปรต่าง ซึ่งมีดังต่อไปนี้

โอเปอเรเตอร์	ความหมาย
=	เอาค่าทางขวาของโอเปอเรเตอร์ไปใส่ในตัวแปรทางซ้าย
+=	เอาค่าทางขวาของโอเปอเรเตอร์ไปบวกเพิ่มในตัวแปรทางซ้าย
-=	เอาค่าทางขวาของโอเปอเรเตอร์ไปลบออกจากตัวแปรทางซ้าย
*=	เอาค่าทางขวาของโอเปอเรเตอร์ไปคูณด้วยตัวแปรทางซ้าย
/=	เอาค่าทางขวาของโอเปอเรเตอร์ไปหารด้วยตัวแปรทางซ้าย
%=	เอาค่าทางขวาของโอเปอเรเตอร์ไปหารด้วยตัวแปรทางซ้าย เอาเศษของการหารเก็บไว้ในตัวแปรทางซ้าย

ตารางแสดงโอเปอเรเตอร์ที่ใช้กำหนดค่า

2. โอเปอเรเตอร์ในทางคณิตศาสตร์

โอเปอเรเตอร์กลุ่มนี้เป็นโอเปอเรเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณข้อมูลที่เป็นตัวเลขซึ่งมีดังต่อไปนี้

โอเปอเรเตอร์	ความหมาย
+	บวก
-	ลบ
*	คูณ
/	หาร
%	หารเอาเศษ
++	เพิ่มค่า
--	ลดค่า

ตารางแสดงค่าโอเปอเรเตอร์ทางคณิตศาสตร์

3. โอเปอเรเตอร์ในทางตรรกศาสตร์

โอเปอเรเตอร์กลุ่มนี้ใช้ดำเนินการทางตรรกแล้วให้ผลลัพธ์เป็นค่าจริง (true) หรือ เท็จ (false) เท่านั้นซึ่งตามปกติแล้วมักจะพบโอเปอเรเตอร์นี้ในการตรวจสอบเงื่อนไขของโปรแกรม

โอเปอเรเตอร์	ความหมาย
&&	AND
	OR
!	NOT

ตารางแสดงโอเปอเรเตอร์ทางตรรกศาสตร์

4. โอเปอเรเตอร์ที่ใช้เปรียบเทียบค่า

โอเปอเรเตอร์กลุ่มนี้ มีไว้สำหรับเปรียบเทียบค่า 2 ค่า โดยจะให้ผลลัพธ์เป็น true หรือ false เท่านั้น และการใช้งานก็จะถูกนำไปใช้กับการตรวจสอบเงื่อนไขโปรแกรม เช่นเดียวกับ

โอเปอเรเตอร์ทางตรรกศาสตร์

โอเปอเรเตอร์	ความหมาย
==	เท่ากับ
!=	ไม่เท่ากับ
<	น้อยกว่า
>	มากกว่า
<=	น้อยกว่าหรือเท่ากับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

>=	มากกว่าหรือเท่ากับ
----	--------------------

ตารางแสดง โอเปอเรเตอร์ที่ใช้ตรวจสอบค่า

5. โอเปอเรเตอร์ที่ใช้กับข้อความ

โอเปอเรเตอร์ที่ใช้กับข้อความมีอยู่เพียงตัวเดียว คือ โอเปอเรเตอร์ + หมายถึงการเชื่อมต่อข้อความเข้าด้วยกัน เช่น

x = 'abcd';

y = 'efgh';

z = x+y;

ดังนั้น ข้อความที่อยู่ในตัวแปร z คือ 'abcdefgh' ซึ่งเกิดจากการนำข้อความ 'abcd' ในตัวแปร x มาเชื่อมต่อกับ 'efgh' ในตัวแปร y

6. โอเปอเรเตอร์ที่ใช้กับเลขฐานสอง

โอเปอเรเตอร์นี้จะใช้ดำเนินการกับข้อมูลที่เป็นเลขฐานสองเท่านั้น ซึ่งจะมีต่อไปดังนี้

โอเปอเรเตอร์	ความหมาย
&	AND
	OR
^	XOR
<<	เลื่อนบิตไปทางซ้าย
>>	เลื่อนบิตไปทางขวาแบบคิดเครื่องหมาย
>>>	เลื่อนบิตไปทางขวาแบบไม่คิดเครื่องหมาย

ตารางแสดง โอเปอเรเตอร์ที่ใช้กับเลขฐานสอง

7. โอเปอเรเตอร์ Conditional Expression

โอเปอเรเตอร์ชนิดนี้มีอยู่ตัวเดียว คือ โอเปอเรเตอร์ ?: ซึ่งมีรูปแบบดังนี้

เงื่อนไข? ค่าที่1 : ค่าที่2

โดยที่โปรแกรมจะทำการตรวจสอบเงื่อนไขหาเป็นจริง ผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นค่าที่ 1 หากเป็นเท็จผลลัพธ์ที่ได้จะเป็นค่าที่ 2

ประโยคคำสั่ง (Statement)

ประโยคคำสั่ง คือ คำสั่งต่างๆที่ใช้ภายในโปรแกรม ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ คือ

1. การเขียนโปรแกรมแบบวนรอบ

เอกสารนี้เป็น 2. การเขียนโปรแกรมแบบมีเงื่อนไข การศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. การเขียนโปรแกรมแบบวนรอบ

การเขียนโปรแกรมแบบวนรอบเป็นการเขียนโปรแกรมเพื่อให้โปรแกรมทำงานซ้ำๆ กัน จนกว่าเงื่อนไขการหยุดจะมีค่าเป็นจริง (true) ซึ่งโปรแกรมแบบวนรอบมีด้วยกัน 3 แบบดังนี้

1.1 การวนรอบด้วยคำสั่ง while

การวนรอบด้วยคำสั่ง while มีรูปแบบการเขียนโปรแกรม ดังนี้

```
while (เงื่อนไข)
```

```
{
  ประโยคคำสั่ง;
  ประโยคคำสั่ง;
}
```

การวนรอบด้วยคำสั่ง while จะเริ่มทำงานเมื่อ เงื่อนไข เป็นจริง โดยจะทำงานตาม ประโยคคำสั่งจากบรรทัดแรกในเครื่องหมาย { ไปจนถึงบรรทัดสุดท้ายในเครื่องหมาย } และจะกลับไปเริ่มต้นเพื่อตรวจสอบเงื่อนไขใหม่ หากเป็นจริงก็จะทำการดำเนินการต่อไป อีก ไปเรื่อยๆ จนกว่าจะเป็นเท็จ

1.2 การวนรอบด้วยคำสั่ง do-while

การวนรอบด้วยคำสั่ง do-while มีรูปแบบการเขียน โปรแกรม ดังนี้

```
do{
  ประโยคคำสั่ง;
  ประโยคคำสั่ง;
}while (เงื่อนไข);
```

การวนรอบด้วยคำสั่ง do-while มีการทำงานคล้ายกับคำสั่ง while แต่จะแตกต่างกันที่คำสั่ง do while จะทำงานก่อน แล้วจึงทำการตรวจสอบเงื่อนไข ในขณะที่ while จะทำการตรวจสอบก่อน ทำให้คำสั่ง do while จะมีการทำงานอย่างน้อย 1 รอบเสมอ

1.3 การวนรอบด้วยคำสั่ง for

การวนรอบด้วยคำสั่ง for มีรูปแบบการเขียน โปรแกรม ดังนี้

```
for (ตัวแปร = ค่าเริ่มต้น; เงื่อนไขการทำงาน ; การเปลี่ยนแปลงค่า)
{
  ประโยคคำสั่ง;
  ประโยคคำสั่ง;
}
```

การวนรอบด้วยคำสั่ง for เป็นการวนรอบที่มีการกำหนดจำนวนรอบที่แน่นอน โดยจะทำงานจากค่าเริ่มต้น ไปเรื่อยๆจนกว่าจะผ่านเงื่อนไขการทำงานจึงจะหยุด ซึ่งมีการทำงานคล้ายกับคำสั่ง while

2. การเขียนโปรแกรมแบบมีเงื่อนไข

การเขียนโปรแกรมแบบมีเงื่อนไข เป็นการใช้คำสั่งเพื่อให้โปรแกรมเกิดการตัดสินใจ ในการเลือกเส้นทางการดำเนินงานต่างๆภายในโปรแกรม เพียงเส้นทางเดียว

2.1 คำสั่ง if

การเขียนด้วยคำสั่ง if มีรูปแบบดังนี้

```
if (เงื่อนไข)
```

```
{
```

```
    ประโยคคำสั่ง;
```

```
    ประโยคคำสั่ง;
```

```
}
```

```
else
```

```
{
```

```
    ประโยคคำสั่ง;
```

```
    ประโยคคำสั่ง;
```

```
}
```

ตามรูปแบบคำสั่ง ถ้าค่าภายในเงื่อนไขเป็นจริง โปรแกรมก็จะทำงานคำสั่งที่อยู่ภายในเครื่องหมาย {} ทั้งหมด แต่หากค่าภายในเงื่อนไขเป็นเท็จ ก็จะทำคำสั่งที่อยู่ภายใน {} หลัง else แทน

2.2 คำสั่ง switch

switch เป็นคำสั่งสำหรับเลือกทำงาน โดยที่มีทางเลือกได้มากกว่าสองทางขึ้นไป

```
switch (ตัวแปร)
```

```
case ค่าที่1;
```

```
    ประโยคคำสั่ง;
```

```
    ประโยคคำสั่ง;
```

```
break;
```

```
case ค่าที่2;
```

```
    ประโยคคำสั่ง;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

    ประโยคคำสั่ง;
    break;
    case ค่าที่3:
    ประโยคคำสั่ง;
    ประโยคคำสั่ง;
    break;
    default:
    ประโยคคำสั่ง;
    ประโยคคำสั่ง;
}

```

การเลือกของเลือกของ switch จะขึ้นอยู่กับตัวแปรว่ามีค่าเท่ากับเท่าใด ก็จะทำงานตามคำสั่งที่กำหนดในกรณีนั้น หากมีค่าไม่เท่ากับค่าใดเลย โปรแกรมก็จะทำงานตามที่กำหนดไว้ในส่วน default

ฟังก์ชัน (Function)

ฟังก์ชัน คือ กลุ่มคำสั่งของชุดคำสั่งชุดหนึ่งที่มีชื่อเฉพาะ และส่วนอื่นใดภายในโปรแกรมจะสามารถเรียกใช้กลุ่มคำสั่งชุดนี้ได้ด้วยการอ้างถึงชื่อเฉพาะนั้นๆ

ประโยชน์ของฟังก์ชัน

1. ไม่ต้องเขียนชุดคำสั่งเดิมๆซ้ำกันหลายๆครั้ง
2. สามารถค้นหาส่วนที่ผิดหรือส่วนที่ต้องปรับปรุงได้อย่างรวดเร็ว
3. ทำให้โปรแกรมมีขนาดเล็ก ทำความเข้าใจได้ง่าย
4. สามารถนำเอาฟังก์ชันที่มีอยู่มาใช้ในโปรแกรมอื่นได้ ทำให้ประหยัดเวลาในการเขียน

การประกาศและการเรียกใช้งานฟังก์ชัน

การประกาศฟังก์ชันมีรูปแบบดังนี้

function ชื่อฟังก์ชัน(พารามิเตอร์)

{

 ประโยคคำสั่ง;

 ประโยคคำสั่ง;

return

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อทำการประกาศฟังก์ชันแล้วจะสามารถนำฟังก์ชันนั้นมาใช้งานได้โดยการเขียนชื่อของฟังก์ชันลงไป ซึ่งในบางครั้ง โปรแกรมอาจจะสามารถทำการรับค่าผ่านเข้ามาเพื่อใช้ในการคำนวณ โดยผ่านพารามิเตอร์ได้ หรือจะสามารถคืนผลคำตอบกลับออกไปให้ผู้ใช้ได้ด้วยเช่นกัน

ในบางครั้งฟังก์ชันที่ใช้งานก็ไม่จำเป็นต้องมาจากการสร้างเสมอไป เนื่องจากในภาษาจาวาสคริปต์มีคลาสของฟังก์ชันที่สามารถนำมาใช้ได้ทันทีอยู่ด้วย ซึ่งในการเขียนก็สามารถนำมาใช้ได้ทันทีโดยการอ้างอิงถึงคลาสและฟังก์ชันนั้นโดยตรง

อ็อบเจกต์ Math

อ็อบเจกต์ Math จัดว่าเป็นอ็อบเจกต์ชนิดข้อมูลช่วยเหลือคือ ไม่ได้เป็นพรอเพอร์ตี้ของอ็อบเจกต์อื่นแต่มีหน้าที่ช่วยในการเขียน โปรแกรม ซึ่งในอ็อบเจกต์ Math ประกอบด้วยค่าคงที่และฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

ค่าคงที่ทางคณิตศาสตร์

ค่าคงที่ทั้งหมดจะอยู่ในรูปแบบของพรอเพอร์ตี้ที่ไม่สามารถเปลี่ยนค่าได้ ใช้อ่านค่าได้โดยตรง มีวิธีการใช้งานเหมือนพรอเพอร์ตี้ของอ็อบเจกต์ทั่วไป ซึ่งมีดังต่อไปนี้

พรอเพอร์ตี้	ความหมาย
E	ค่าคงที่ของออยเลอร์
LN2	ค่า $\log_e 2$
LN10	ค่า $\log_e 10$
LOG2E	ค่า $\log_2 e$
LOG10E	ค่า $\log_{10} e$
PI	ค่า π (มีค่าประมาณ 3.1416...)
SQRT1_2	รากที่สองของ $\frac{1}{2}$
SQRT	รากที่สองของ 2

ตารางแสดงค่าคงที่ของอ็อบเจกต์ Math

ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์

ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์จะอยู่ในรูปของเมธอด สามารถใช้คำสั่ง Math. ตามด้วยชื่อของเมธอด เพื่อเรียกใช้งานได้ที่ ซึ่งเมธอดต่างๆมีดังต่อไปนี้

เมธอด	ความหมาย
abs(x)	ให้ค่าสัมบูรณ์ของ x
acos(x)	ให้ค่า arc cosine ของ x
asin(x)	ให้ค่า arc sine ของ x
atan(x)	ให้ค่า arc tangent ของ x
atan2(x,y)	ให้ค่ามุมในพิกัดเชิงขั้วของ (x,y)
ceil(x)	ปัดเศษขึ้น
cos(x)	ให้ค่า cosine ของ x
exp(x)	ให้ค่า e^x
floor(x)	ปัดเศษลง
log(x)	ให้ค่า natural logarithm ของ x
max(x,y)	ให้ค่าที่มากกว่าระหว่าง x และ y
min(x,y)	ให้ค่าที่น้อยกว่าระหว่าง x และ y
pow(x,y)	ให้ค่า x^y
random()	ให้ค่าสุ่มตั้งแต่ 0-1
round()	ปัดเศษเข้าหาจำนวนเต็มทีใกล้ที่สุด
sin(x)	ให้ค่า sine ของ x
sqrt(x)	ให้ค่ารากที่สองของ x
tan(x)	ให้ค่า tangent ของ x

ตารางแสดงเมธอดของอ็อบเจกต์ Math

อ็อบเจกต์ Window

อ็อบเจกต์ window หมายถึงหน้าต่างที่ใช้แสดงเว็บเพจ ซึ่งจะถูกกำหนดอัตโนมัติเมื่อมีการเปิดหน้าต่างใหม่ และสามารถกำหนดค่าต่างๆเริ่มต้นให้กับ window ที่ถูกเปิดขึ้นมานั้นได้ โดยใช้คำสั่งดังนี้

`variable = open(url,name,[option])`

variable คือ ชื่อของอ็อบเจกต์ window ที่จะไปทำการเปิด

url คือ จุดหมายปลายทางของไฟล์ที่จะเปิด

name คือชื่อของ window

และ option คือ ลักษณะต่างๆของ window ที่เปิด มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

option	ค่าที่เป็นไปได้	ความหมาย
toolbar	yes/no	กำหนดการใช้ toolbar
location	yes/no	กำหนดการแสดงผล location
directories	yes/no	กำหนดการใช้งานของ directory button
status	yes/no	กำหนดการแสดงผลค่าของ status bar
menubar	yes/no	กำหนดการแสดงผลค่าของ menu bar
scrollbar	yes/no	กำหนดการใช้งาน scrollbar ได้
resizeable	yes/no	กำหนดให้สามารถการลด เพิ่ม ขนาดของหน้าจอ window ได้
width	integer	ปรับความกว้างของ window ในหน่วยพิกเซล
height	integer	ปรับความสูงของ window ในหน่วยพิกเซล
outerwidth	integer	ปรับค่า outer width ของ window
outerheight	integer	ปรับค่า outer height ของ window
left	integer	ปรับความกว้างจากทางขอบซ้ายของหน้าจอ
top	integer	ปรับความกว้างจากทางขอบขวาของหน้าจอ

ตารางแสดงเมธอด option ของ open

หากต้องการปิด window นั้นสามารถใช้คำสั่งดังนี้

```
variable.close()
```

โดยที่ variable ในคำสั่งของ open และ close จะต้องเป็นตัวเดียวกัน

คำสั่ง alert, confirm และ prompt

ในอ็อบเจกต์ window มีเมธอดสำหรับการติดต่อกับผู้ใช้ 3 ตัวด้วยกัน คือ

- alert () ใช้แสดงข้อความเป็นไดอะล็อกบ็อกซ์ โดยมีรูปแบบการใช้งานคือ

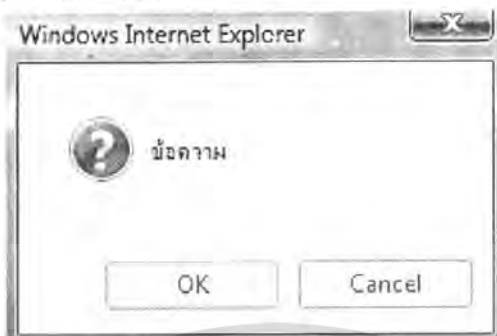
```
alert ('ข้อความ')
```



รูปที่ 2.1 แสดงตัวอย่างการใช้คำสั่ง alert('ข้อความ')

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- confirm() ใช้แสดงข้อความพร้อมปุ่ม OK และ Cancel เมื่อผู้ใช้ทำการกดจะคืนค่ากลับออกมาเป็น Logical มีรูปแบบการใช้งานคือ
result=confirm ('ข้อความ')



รูปที่ 2.2 แสดงตัวอย่างการใช้คำสั่ง confirm('ข้อความ')

- prompt() เป็นเมธอดเพื่อถามข้อมูล โดยจะแสดงช่องรับข้อมูลให้ผู้ใช้กรอก จากนั้นจะส่งค่ากลับมาเป็น String และมีรูปแบบการใช้งานคือ
prompt('ข้อความ', 'ค่าเริ่มต้น')



รูปที่ 2.3 แสดงตัวอย่างการใช้คำสั่ง prompt('ข้อความ', '')

อ็อบเจกต์ Form

ฟอร์ม (form) เป็น อ็อบเจกต์ชนิดหนึ่ง ซึ่งจะถูกสร้างขึ้นเมื่อมีการใช้งานแท็ก <FORM ...> ลงในโปรแกรม มีหน้าที่นำข้อมูลจากช่องกรอกข้อมูลต่างๆ นำมาเก็บค่าลงในตัวแปรเพื่อใช้ในการประมวลผล

ฟอร์ม จัดเป็นเป็นพรอเพอร์ตี้ตัวหนึ่งของอ็อบเจกต์ document ดังนั้น สามารถเรียกใช้งานรฟอร์มได้ด้วยรูปแบบดังนี้

document.formname

ฟอร์มมีพรอเพอร์ตี้ต่างๆหลายอย่างที่ใช้ในการติดต่อกับผู้ใช้ ซึ่งมิดังต่อไปนี้

อ็อบเจกต์	ลักษณะของอ็อบเจกต์
-----------	--------------------

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

button	ปุ่มกด
checkbox	ช่องสี่เหลี่ยมเพื่อให้ทำการคลิกในสิ่งที่ต้องการ
hidden	เป็นอีอบเจกต์ของฟอร์มที่ซ่อนเอาไว้ แต่ใช้เก็บค่าต่างๆ ได้
password	ใช้รับข้อความแบบรหัสผ่าน
radio	ใช้ในการตอบคำถามในลักษณะตัวเลือกที่ต้องตอบเพียงคำตอบเดียว
reset	ใช้ในการคืนค่าฟอร์มกลับสู่ค่าเริ่มต้นใหม่
select	สร้างเมนูแบบรายการ
submit	ส่งค่าต่างๆที่รับมาไปยังเซิร์ฟเวอร์หรือกระบวนการต่างๆ
text	ช่องรับข้อความแบบบรรทัดเดียว
textarea	ช่องรับข้อความแบบหลายบรรทัด

ตาราง แสดงพรอเพอร์ตี้ต่างๆในฟอร์ม



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

การออกแบบพัฒนาโปรแกรม

จากการศึกษาปัญหาและขอบเขตของการทำงาน โดยในการทำงานของโปรแกรมจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ

1. ส่วนโปรแกรมช่วยสอนเรื่องลิมิต อนุพันธ์ และการอินทิเกรต ในรูปแบบของ Computer Assisted Instruction (CAI)
2. ส่วนโปรแกรมช่วยการหาค่าการอินทิเกรตไม่จำกัดเขต และหาค่าการอินทิเกรตจำกัดเขต

การออกแบบระบบ

ในการออกแบบระบบเราจะใช้รูปแบบของ Computer Assisted Instruction (CAI) มาช่วยในส่วนของการสอนเนื้อหา โดยใช้รูปแบบของ MACROMEDIA FLASH โดยเราจะใช้จุดเด่นของ FLASH ซึ่งมีความน่าสนใจและดึงดูดมาช่วยในการสอน และใช้โปรแกรมจาวา เขียนโปรแกรมเพื่อใช้ในการคำนวณค่าลิมิต และการอินทิเกรต

3.1 โปรแกรมช่วยสอนเรื่องลิมิต อนุพันธ์ และการอินทิเกรต

เราจะใช้การช่วยสอนในรูปแบบของ Computer Assisted Instruction (CAI) โดยลักษณะการทำงานของโปรแกรมช่วยสอนจะใช้ โปรแกรม MACROMEDIA FLASH ในการนำเสนอจะมีทั้งส่วนของเนื้อหา และ ส่วนแบบฝึกหัดที่ใช้ความรู้จากบทเรียนที่ผ่านมาเป็นตัวทดสอบผลการเรียนที่ผ่านมาของทุกบทเรียน โดยมีการแบ่งเกณฑ์คะแนนไว้ 3 ระดับ โดยแบบฝึกหัดจะมีทั้งหมด 25 ข้อ ถ้าผู้เรียนทำแบบฝึกหัดได้คะแนนต่ำกว่า 10 คะแนนจะอยู่ในระดับควรปรับปรุง ถ้าผู้เรียนทำแบบฝึกหัดได้คะแนนอยู่ในระหว่าง 11 คะแนนถึง 20 คะแนนจะอยู่ในระดับพอใช้ ถ้าผู้เรียนทำแบบฝึกหัดได้คะแนนมากกว่า 20 คะแนนจะอยู่ในระดับยอดเยี่ยม

ในเบื้องต้น เราจำเป็นต้องศึกษาในส่วนของเนื้อหาทางแคลคูลัส โดยเราจะทำการแบ่งเนื้อหาเป็นส่วนๆดังต่อไปนี้

ลิมิต

ประวัติแคลคูลัส

นิยามของลิมิต

การหาค่าลิมิต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กฎของลิมิต

เทคนิคการหาลิมิต

ลิมิตอนันต์

คุณสมบัติลิมิตอนันต์

ความต่อเนื่อง

อนุพันธ์

อัตราการเปลี่ยนแปลง

อนุพันธ์ของฟังก์ชัน

ทฤษฎีบท

อนุพันธ์อันดับสูง

อนุพันธ์เชิงเรขาคณิต

การประยุกต์ของอนุพันธ์

ปริพันธ์

ทฤษฎีบทการอินทิเกรต

สูตร

การประยุกต์ของอินทิเกรต

อินทิเกรตจำกัดเขต

คุณสมบัติอินทิเกรตจำกัดเขต

การหาพื้นที่ใต้เส้นโค้ง

โดยในแต่ละบทของเนื้อหาจะใช้ Action Script ในการควบคุมทิศทางการทำงานทั้งจากทางปุ่มกดและการใส่ Action Script ใน frame เลข โดยคำสั่ง Action Script ที่ใช้ในการควบคุมทิศทางโดยพื้นฐาน คือ

`gotoAndStop`(หมายเลขเฟรม); หรือ `gotoAndStop`(“ชื่อซีน”, หมายเลขเฟรม);

เป็นการใส่คำสั่งเพื่อให้ข้ามการทำงานไปยังซีนหรือเฟรมที่ระบุแล้วหยุดการทำงานไว้ที่เฟรมนั้นก่อน

`gotoAndPlay`(หมายเลขเฟรม); หรือ `gotoAndPlay`(“ชื่อซีน”, หมายเลขเฟรม);

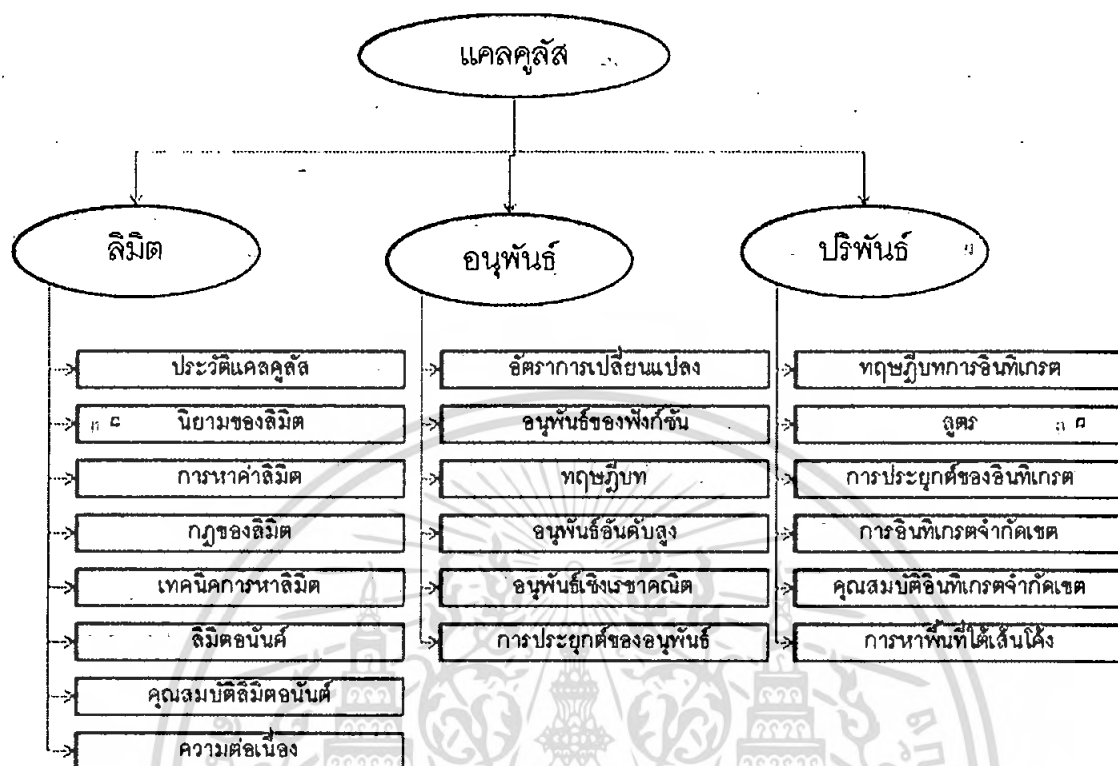
เป็นการใส่คำสั่งเพื่อให้ข้ามการทำงานไปยังซีนหรือเฟรมที่ระบุ แล้วเล่นต่อ

`Stop`();

เป็นการสั่งให้หยุดทำงานไว้ที่เฟรมนั้นก่อนเพื่อรับค่าต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การที่เราแบ่งเนื้อหาออกเป็นส่วนๆ นั้น เพื่อที่จะนำมาใช้สร้างรูปแบบในการสอน โดยวางเนื้อหาที่ทำการแบ่งนั้นออกมาไว้เป็นส่วน โดยสามารถแสดงเป็นแผนภาพได้ ดังนี้



รูปที่ 3.1 แผนภาพการแบ่งกลุ่มเนื้อหา

กระบวนการพัฒนาโปรแกรม

1. เนื่องจากในตัวโปรแกรม Flash เองนั้น ไม่มีฟังก์ชันช่วยในการพิมพ์สมการ ดังนั้นจึงต้องมีการใช้ฟังก์ชันการพิมพ์ตัวสมการจากตัวโปรแกรมอื่น อย่างเช่น Microsoft office word โดยทำการพิมพ์สมการทางคณิตศาสตร์ลงในโปรแกรม word ก่อนแล้วจึงทำการคัดลอกลงในตัวโปรแกรม Flash แต่ในส่วนอื่นที่ไม่ใช่สมการนั้นสามารถพิมพ์ลงในตัวโปรแกรม Flash ได้เลย
2. เมื่อทำการพิมพ์เนื้อหาในข้างต้นเรียบร้อยแล้วจะนำเนื้อหาไปทำรูปแบบการนำเสนอโดยใช้ฟังก์ชันการ Transition เพื่อให้ตัวอักษรปรากฏขึ้นมาเรียงตามการไหลของ frame ใน timeline
3. ส่วนในรูปแบบตัวอย่างในแต่ละหัวข้อนั้นจะใช้การเคลื่อนที่แบบ frame ต่อ frame ในการแสดงขั้นตอนการทำในแต่ละขั้นเพื่อให้มีความสมจริงมากที่สุด
4. เมื่อทำการใส่ฟังก์ชันการแสดงผลภาพเคลื่อนไหวแล้ว จะทำการใส่ปุ่มกดเพื่อควบคุมการไหลของ frame ใน timeline ด้วย action script
5. ทำการใส่ action script ในตัว frame ด้วยเพื่อควบคุมการทำงานของโปรแกรม โดนต์ โนมัติ

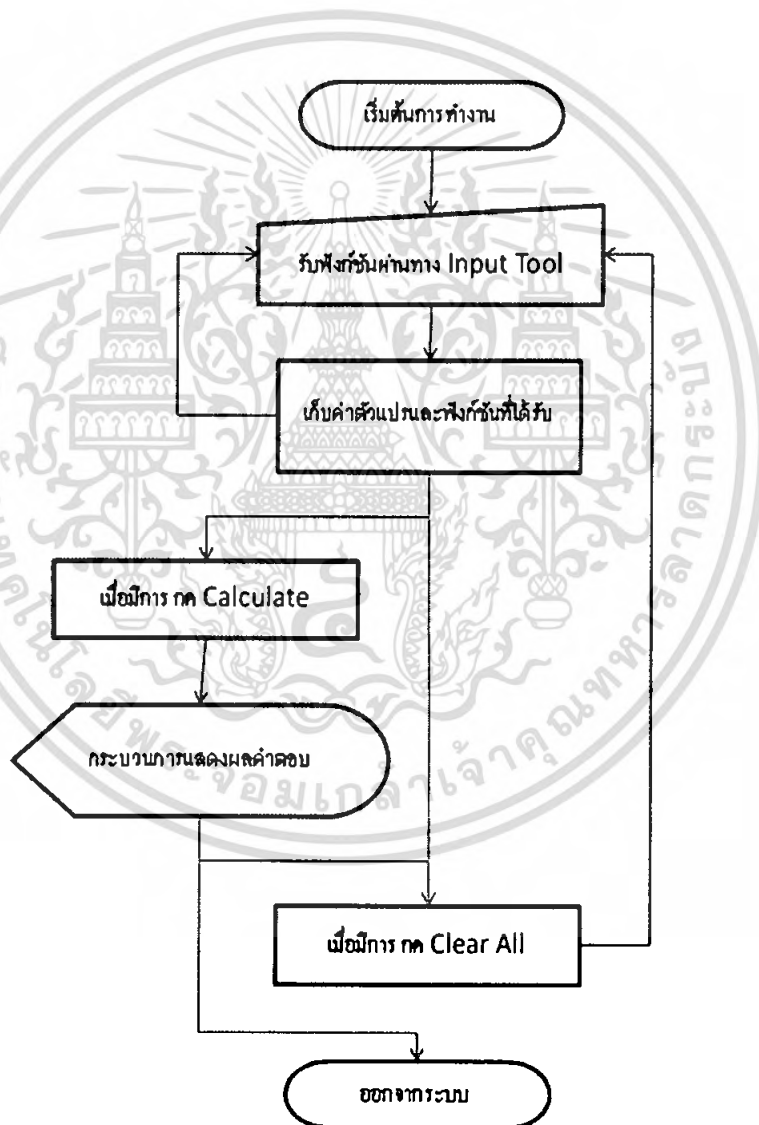
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 โปรแกรมช่วยคำนวณ

ในส่วนของโปรแกรมช่วยคำนวณจะเขียนโดยใช้ภาษาจาวาสคริปต์และ HTML เป็นหลัก ซึ่งมีด้วยกันเป็น 2 ส่วน คือ โปรแกรมการหาค่าการอินทิเกรตแบบไม่จำกัดเขต และ โปรแกรมการหาค่าการอินทิเกรตจำกัดเขต

3.2.1 โปรแกรมการหาค่าการอินทิเกรตแบบไม่จำกัดเขต

ในส่วนของโปรแกรมการหาค่าการอินทิเกรตไม่จำกัดเขตจะเป็นการใส่ค่าฟังก์ชัน $f(x)$ เพื่อให้โปรแกรมทำการหาค่าการอินทิเกรตแบบไม่จำกัดเขต ลักษณะโครงสร้างของโปรแกรมเป็นดังต่อไปนี้



รูปที่ 3.2 แผนภาพการทำงานของโปรแกรมการหาค่าอินทิเกรตไม่จำกัดเขต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

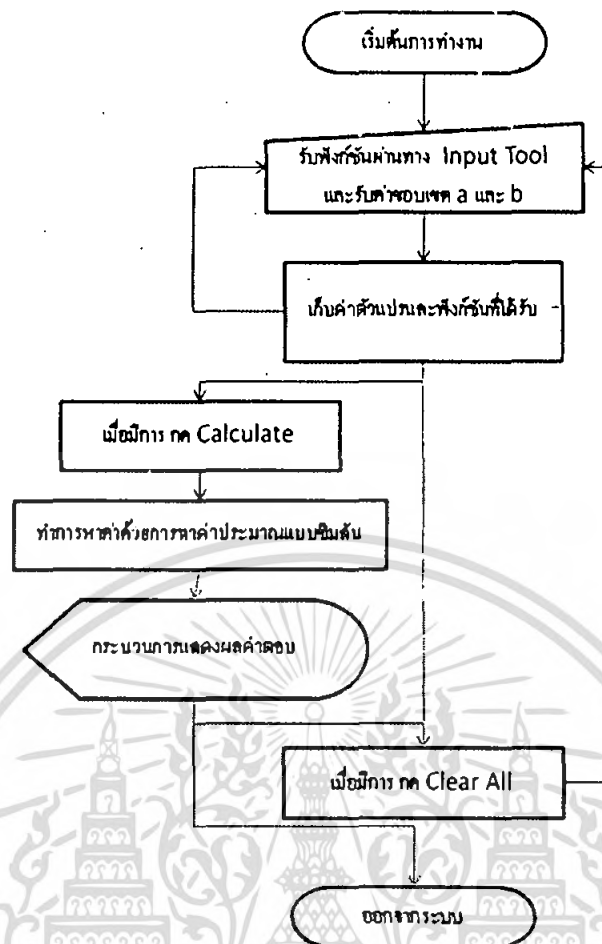
ในการทำงานของโปรแกรม เริ่มต้น โปรแกรมจะทำการรับค่าฟังก์ชันของสมการต่างๆ ผ่านทาง Input Tool โดยในทุกครั้งที่มีการกดรับฟังก์ชัน โปรแกรมจะทำการเรียกฟังก์ชันต่างๆตามปุ่ม Button ที่ได้กดลงไป เพื่อทำการนำค่าของฟังก์ชันไปเก็บใส่ไว้ในตัวแปรแต่ละชุด และจากนั้น โปรแกรมจะทำการเก็บกระบวนการทำงานของสมการไว้อีกตัวแปรหนึ่ง หากผู้ใช้งานทำการกด - Calculate โปรแกรมก็จะทำการแสดงคำตอบ โดยอ่านจากตัวแปรที่เก็บสมการว่าตัวใดที่ต้องกระทำการอินทิเกรตบ้าง จากนั้นก็จะทำการแสดงคำตอบผ่านทาง F(x) หากต้องการจะทำการพิมพ์ค่าสมการใหม่ก็สามารถกด All Clear เพื่อทำการรีเซ็ตโปรแกรมใหม่ได้

ฟังก์ชันการคำนวณต่างๆของสมการที่สามารถนำมาใช้ในการคำนวณหาค่าอินทิเกรตไม่จำกัดขอบเขต ได้มีด้วยกันดังต่อไปนี้

- ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ได้แก่ $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, $\operatorname{cosec} x$, $\sec x$, $\cot x$, $\sin nx$, $\cos nx$, $\sin^2 x$, $\cos^2 x$, $\tan^2 x$, $\csc^2 x$, $\sec^2 x$, $\cot^2 x$, $\sin^{-1} x$, $\cos^{-1} x$ และ $\tan^{-1} x$
- ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียล e^{nx} และ e^{x^n}
- ค่าตัวแปร x , x^n , $x^{1/n}$ และค่าคงที่
- โอเปอเรเตอร์ การบวกและลบ

3.2.2 โปรแกรมการหาค่าอินทิเกรตแบบจำกัดเขต

ในส่วนของโปรแกรมการหาค่าอินทิเกรตแบบจำกัดเขต จะคล้ายกับโปรแกรมอินทิเกรตไม่จำกัดเขต แต่จะแตกต่างกันตรงที่ส่วนของการคำนวณ ซึ่งจะใช้ การหาค่าประมาณแบบซิมสัน (Simpson)



รูปที่ 3.3 แผนภาพการทำงานของ โปรแกรมการหาค่าอินทิเกรตแบบจำกัดเขต

จะเห็นได้ว่า โปรแกรมมีการกระทำที่แตกต่างกันในส่วนของการเก็บค่าตัวแปร เพื่อทำการหาค่าประมาณแบบซิมสัน โดยจากการเก็บค่าตัวแปรแบบปกติ จะต้องทำการเก็บค่าตัวแปรเป็น 4 ตัว เพื่อใช้ในการคำนวณการหาค่าประมาณแบบซิมสัน 4 พจน์ จากนั้น ก็เก็บรูปแบบของสมการไว้อีกตัวแปรหนึ่งตามเดิม เมื่อมีการใช้คำสั่ง calculate โปรแกรมก็จะทำการแทนค่าตัวแปรทั้งหมดลงในฟังก์ชัน เพื่อหาค่าประมาณแบบซิมสัน จากนั้นแสดงคำตอบออกมาตามปกติ หากต้องการจะทำการพิมพ์ค่าสมการใหม่ก็สามารถกด All Clear เพื่อทำการรีเซ็ต โปรแกรมใหม่ได้

ฟังก์ชันการคำนวณต่างๆของสมการที่สามารถนำมาใช้ในการคำนวณหาค่าอินทิเกรตแบบจำกัดขอบเขต ได้มีด้วยกันดังต่อไปนี้

- ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ได้แก่ $\sin nx$, $\cos nx$, $\tan nx$, $\operatorname{cosec} nx$, $\sec nx$, $\cot nx$, $\sin^m nx$, $\cos^m nx$, $\tan^m nx$, $\operatorname{csc}^m nx$, $\sec^m nx$, $\cot^m nx$, $\sin^{-1} nx$, $\cos^{-1} nx$ และ $\tan^{-1} nx$
- ฟังก์ชันเอ็กซ์โปเนนเชียลและลอการิทึม e^{mx} และ e^{x^n}

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ค่าตัวแปร $x, x^n, x^{1/n}$ และค่าคงที่
- ใช้โอเปอเรเตอร์ การบวก การลบ การคูณ การหาร และ ใส่วงเล็บได้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

โครงสร้างของโปรแกรม

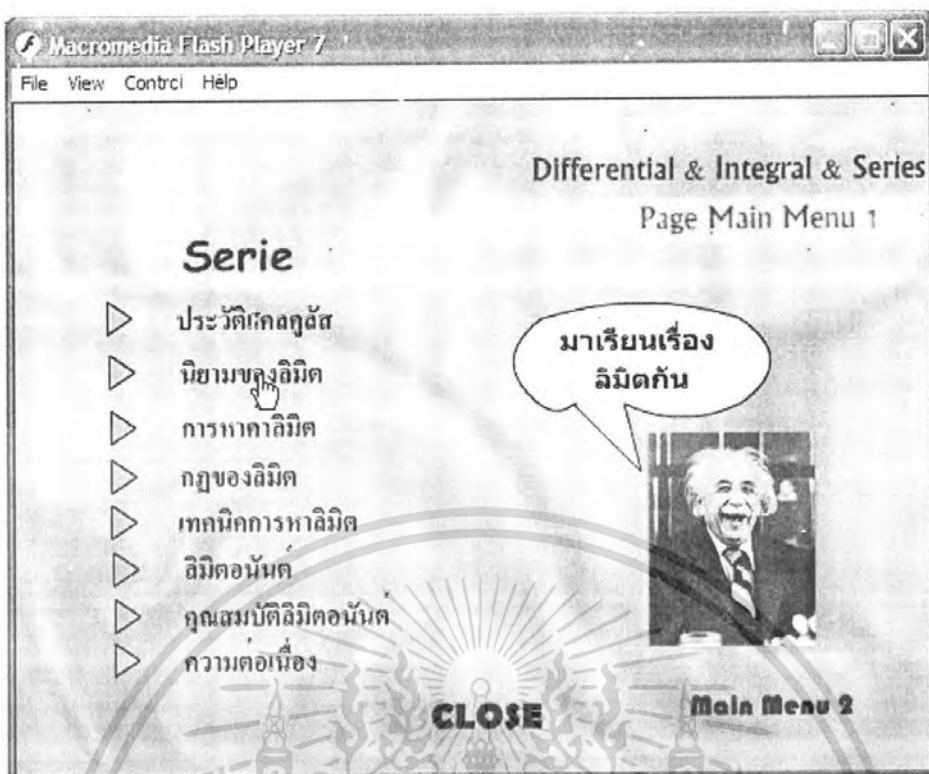
โครงสร้างของ โปรแกรมช่วยสอนวิชาแคลคูลัสในระดับชั้น มัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งเริ่มโปรแกรมจะปรากฏหน้าจอ ดังรูปที่ 4.1 หน้าเมนู

4.1 ปุ่มควบคุมทั้งหมด

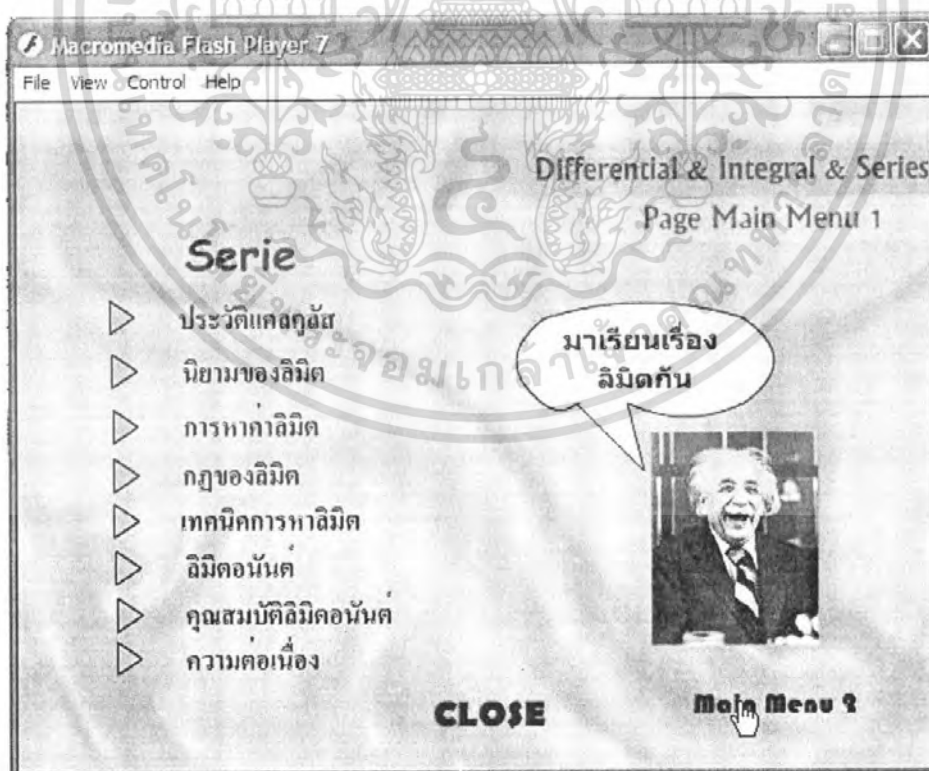
เมื่อเปิดโปรแกรม หน้าจอเมนูจะถูกแสดงขึ้นมาโดยจะมีปุ่มให้เลือก บทที่ต้องการให้ทำการสอนในเรื่อง ลิมิต โดยแต่ละปุ่มมีรายละเอียดดังนี้

1. ปุ่มเริ่มสอนในบทต่างๆ
2. ปุ่มทำการเปลี่ยนไปยัง main menu อื่น
3. ปุ่ม close ใช้ในการปิดโปรแกรม
4. ปุ่ม forward ทำการเร่งให้จบการนำเสนอ
5. ปุ่ม backward เริ่มการนำเสนอใหม่
6. ปุ่ม play เริ่มการแสดงตัวอย่าง
7. ปุ่ม main menu ใช้ในการกลับไปยังmain menu ของบทนั้นๆ
8. ปุ่ม previous ทำการย้อนไปยังบทที่แล้ว
9. ปุ่ม skip ทำการข้ามไปยังบทต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.1 ปุ่มเริ่มสอนในบทต่างๆ

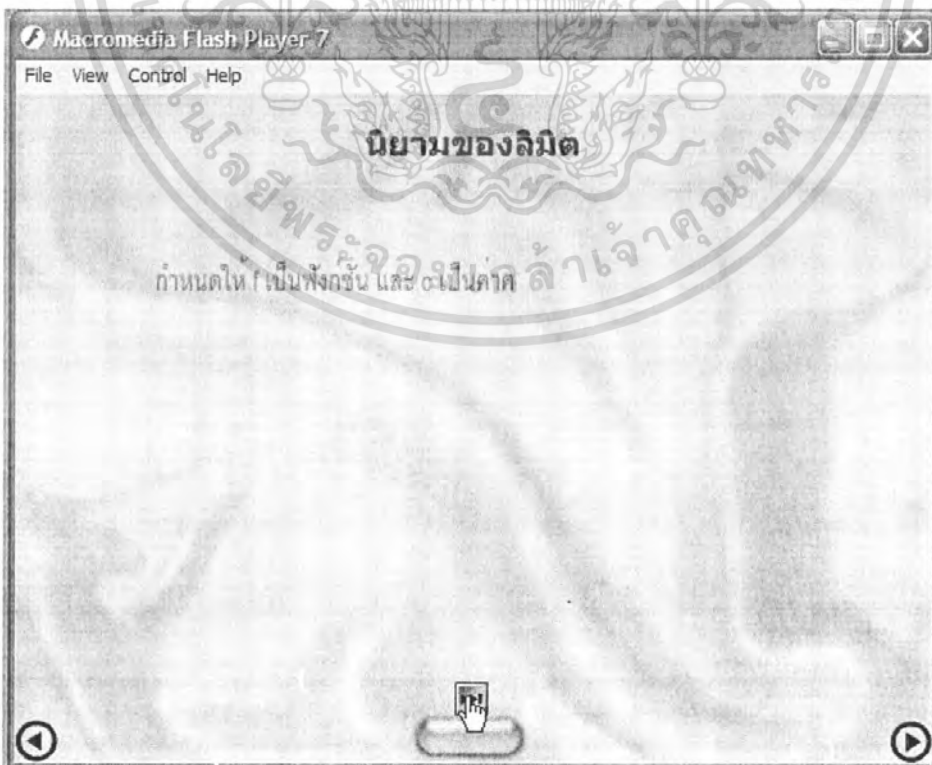


รูปที่ 4.2 ปุ่มทำการเปลี่ยนไปยัง main menu อื่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

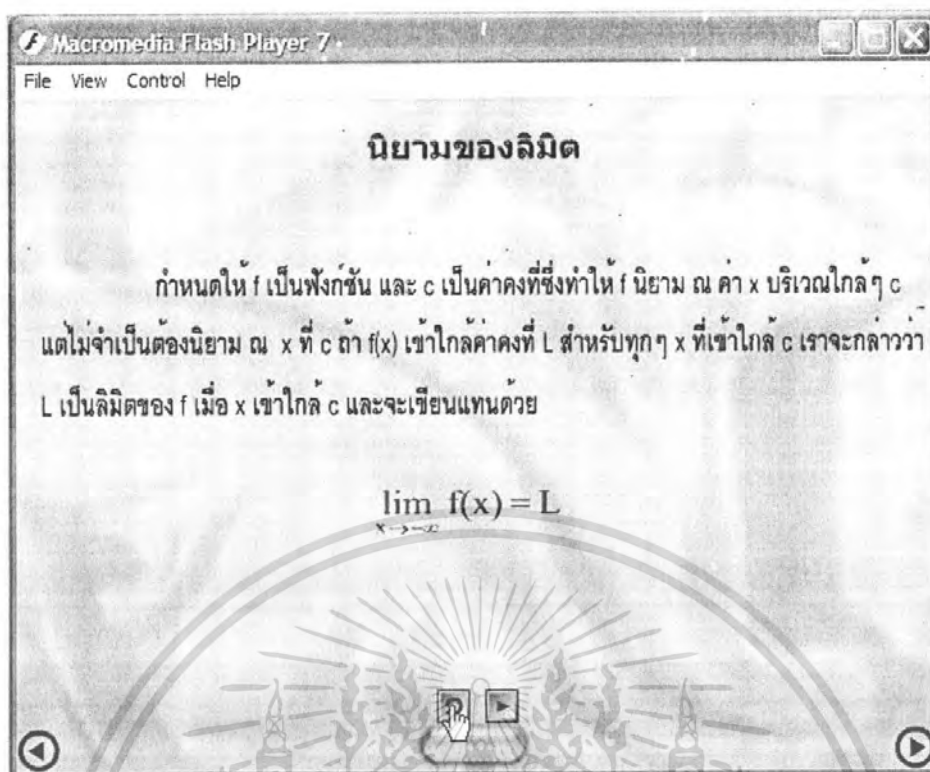


รูปที่ 4.3 ปุ่มทำการปิด โปรแกรม

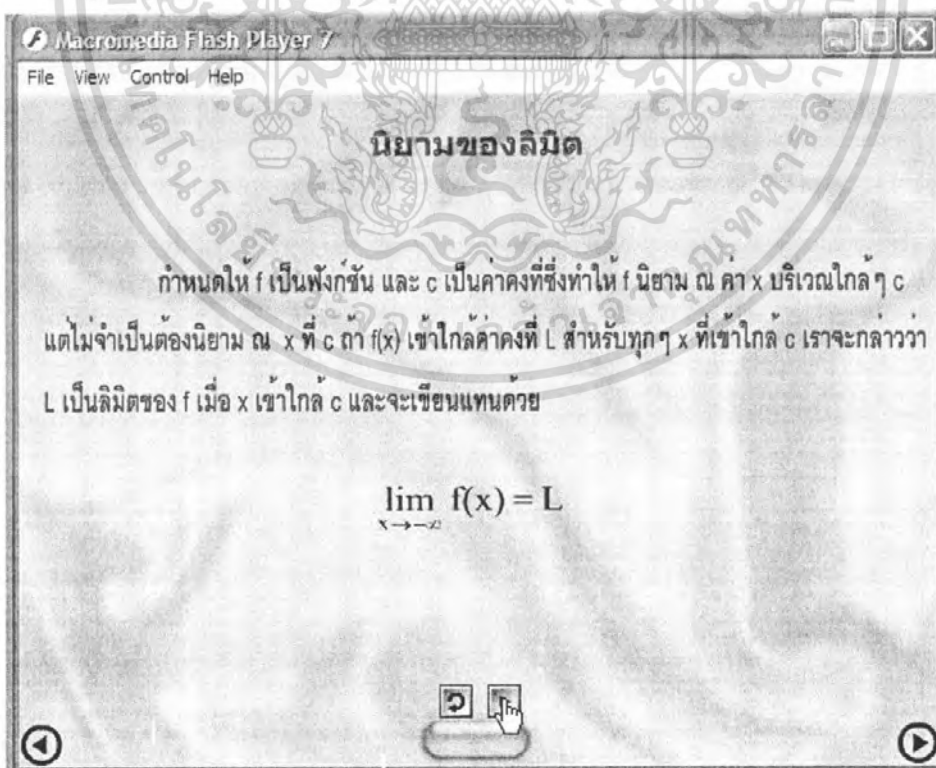


รูปที่ 4.4 ปุ่ม forward ทำการเร่งให้จบการนำเสนอ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.5 ปุ่ม backward เริ่มการนำเสนอใหม่



รูปที่ 4.6 ปุ่ม play เริ่มการแสดงตัวอย่าง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้เรียนการสอนเท่านั้น มิอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Macromedia Flash Player 7

File View Control Help

นิยามของลิมิต

ตัวอย่าง

$f(x) = x+1$

ดูที่ จุด $x=2$ ทั้งทางบวก
และลบจะได้ y เท่าเดียว

เพราะฉะนั้น $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

รูปที่ 4.7 ปุ่ม main menu ใช้ในการกลับไปยัง main menu ของบทนั้นๆ

Macromedia Flash Player 7

File View Control Help

นิยามของลิมิต

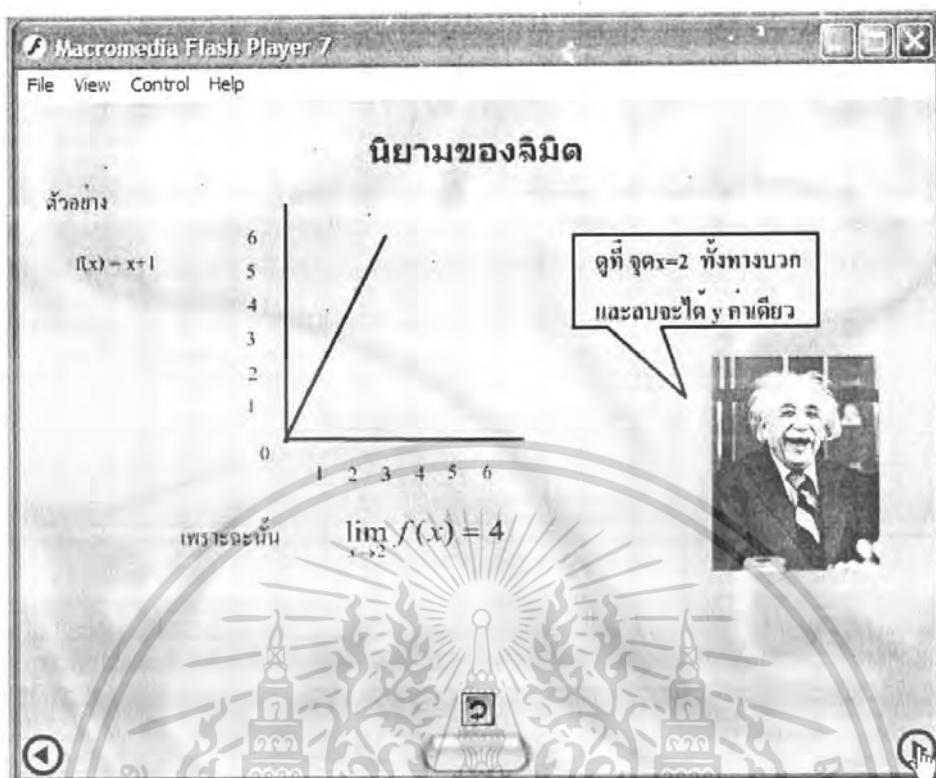
ตัวอย่าง

$f(x) = x+1$

ดูที่ จุด $x=2$ ทั้งทางบวก
และลบจะได้ y เท่าเดียว

เพราะฉะนั้น $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ในงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ใช้ได้เข้าไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.9 ปุ่ม skip ทำการข้าม ไปยังบทต่อไป

4.2 ส่วนหน้าเนื้อหาการสอน

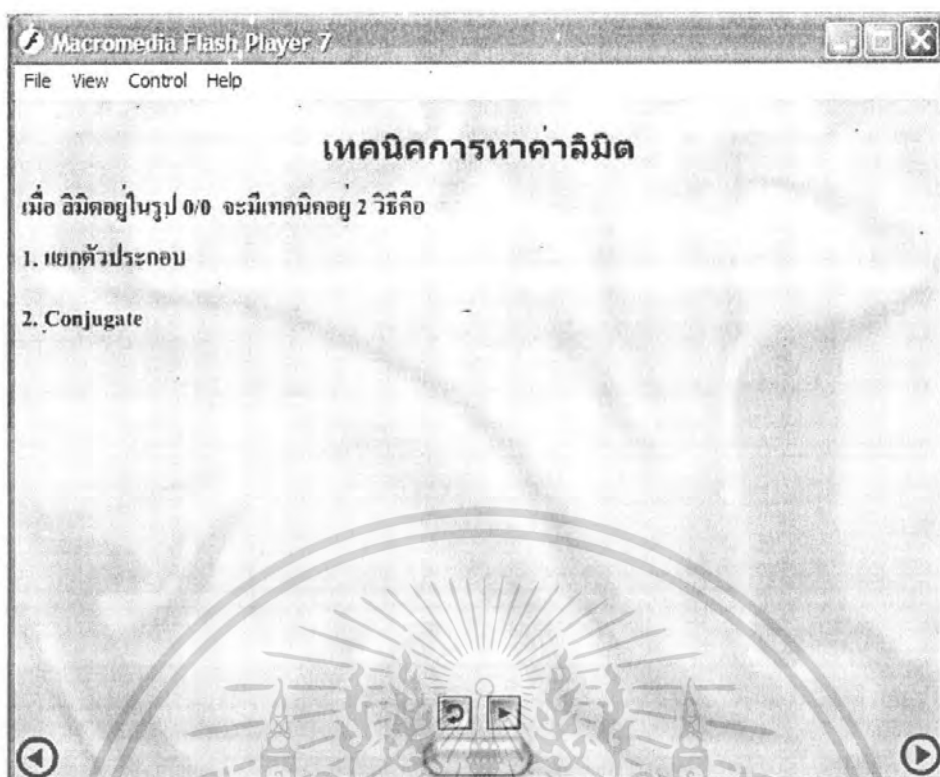
ในการสอนวิชาแคลคูลัส เนื้อหาถูกแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม ซึ่งผู้ศึกษาสามารถเลือกเรื่องที่จะทำการศึกษาได้เองมีดังนี้

กลุ่มที่ 1 เรื่องลิมิต คือ ประวัติแคลคูลัส, นิยามของลิมิต, การหาค่าของลิมิต, กฎของลิมิต, เทคนิคการหาลิมิต, ลิมิตอนันต์, คุณสมบัติลิมิตอนันต์, ความต่อเนื่อง

กลุ่มที่ 2 เรื่องดิฟเฟอเรนเชียล คือ อัตราการเปลี่ยนแปลง, อนุพันธ์ของฟังก์ชัน, ทฤษฎีบท, อนุพันธ์อันดับสูง, อนุพันธ์เชิงเรขาคณิต, การประยุกต์ของอนุพันธ์

กลุ่มที่ 3 เรื่องอินทิเกรต คือ ทฤษฎีบทการอินทิเกรต, สูตร, การประยุกต์ของอินทิเกรต, อินทิเกรตจำกัดเขต, คุณสมบัติอินทิเกรตจำกัดเขต, การหาพื้นที่ใต้เส้นโค้ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.10 หน้าจอเนื้อหาในเรื่อง ลิมิต



รูปที่ 4.11 หน้าจอตัวอย่าง โจทย์ในเรื่อง ลิมิต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Macromedia Flash Player 7

File View Control Help

อัตราการเปลี่ยนแปลง

นิยาม ถ้า $y = f(x)$ เป็นฟังก์ชันใดๆ เมื่อค่า x เปลี่ยนจาก x ไปเป็น $x+h$ โดยที่ $h \neq 0$ ค่าของ y เปลี่ยนจาก $f(x)$ ไปเป็น $f(x+h)$ แล้ว

อัตราการเปลี่ยนแปลงเฉลี่ย ของ y เมื่อเทียบกับ x ในช่วง x ถึง $x+h$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

อัตราการเปลี่ยนแปลง ของ y เทียบกับ x ขณะ x มีค่าใดๆคือ $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ เมื่อ $h \rightarrow 0$ คือ

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

รูปที่ 4.12 หน้าจอเนื้อหาในเรื่อง คิฟเฟอร์เรนเซียน

Macromedia Flash Player 7

File View Control Help

อัตราการเปลี่ยนแปลง


ตัวอย่างโจทย์

จงหาความชันของกราฟ $f(x) = 2x-3$ ที่จุด $(2,1)$

วิธีทำ

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

ทำการใส่ฟังก์ชัน $f(x+h), f(x)$ ที่ได้จากโจทย์ $f(x) = 2x-3$



รูปที่ 4.13 หน้าจอตัวอย่างในเรื่อง คิฟเฟอร์เรนเซียน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Macromedia Flash Player 7

File View Control Help

ทฤษฎีบทการอินทิเกรต

เราเรียกการกระทำที่ตรงข้ามกับ การหาอนุพันธ์ว่า การอินทิเกรต

ถ้า $\frac{dy}{dx} = f'(x)$ แล้วให้หา $f(x)$ จะต้องใช้การอินทิเกรต

เพื่อหา อินทิกรัล คือ $\int f'(x)dx = f(x)$

จะมีทฤษฎีบทดังนี้

- $\int k dx = kx + c$
- $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
- $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$
- $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$

รูปที่ 4.14 หน้าจอเนื้อหาในเรื่อง อินทิเกรต

Macromedia Flash Player 7

File View Control Help

ทฤษฎีบทการอินทิเกรต

ตัวอย่างโจทย์การอินทิเกรต

กำหนดให้ $f''(x) = \frac{1}{x^3}$ และเส้นโค้งมีความชันเท่ากับ 1 ณ จุด $(-1, 0)$

จงหาสมการเส้นโค้ง

หาความชันได้ $f'(x) = \int f''(x) dx = \int \frac{1}{x^3} dx$

$$= \frac{x^{-2}}{-2} + c$$

แทนค่า $x = -1, f'(x) = 1$
จะได้ค่า c

รูปที่ 4.15 หน้าจอตัวอย่างในเรื่อง อินทิเกรต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

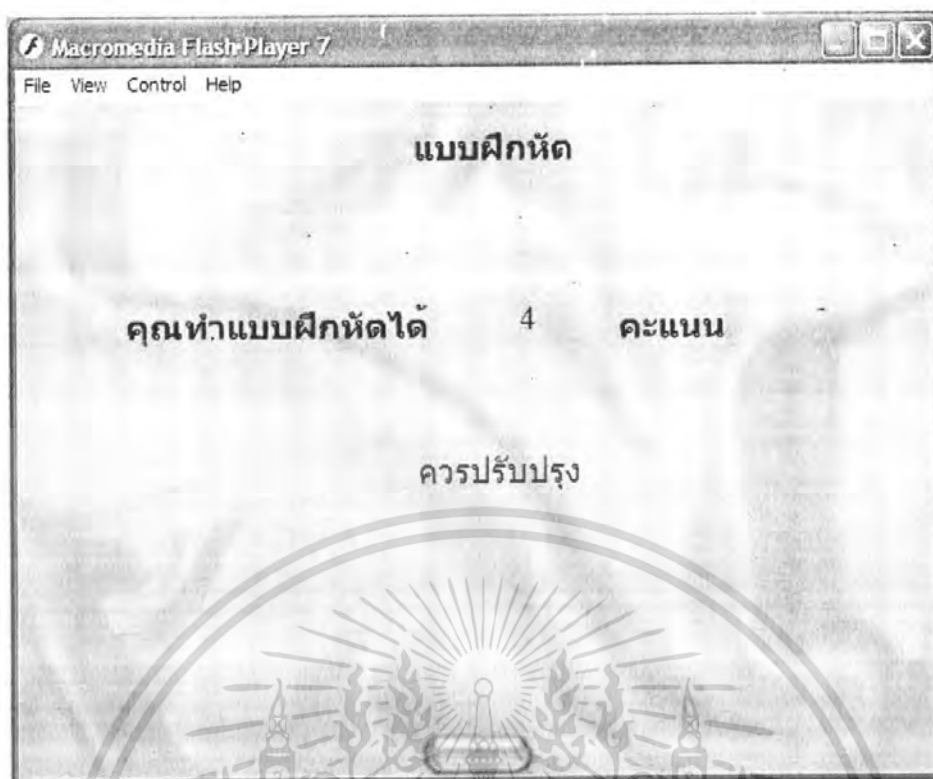
4.3 ส่วนหน้าแบบฝึกหัด

ในหน้าเมื่อนั้นนอกจากจะมีเนื้อหาที่สอนในเรื่อง แคลคูลัส ยังมีส่วนแบบฝึกหัดที่เป็นการทดสอบผู้ศึกษาหลังการเรียน ทั้งในเรื่อง ลิมิต, ดิฟเฟอเรนเชียล, อินทิเกรต



รูปที่ 4.16 หน้าจอแบบฝึกหัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.17 หน้าจอแสดงคะแนนแบบฝึกหัด

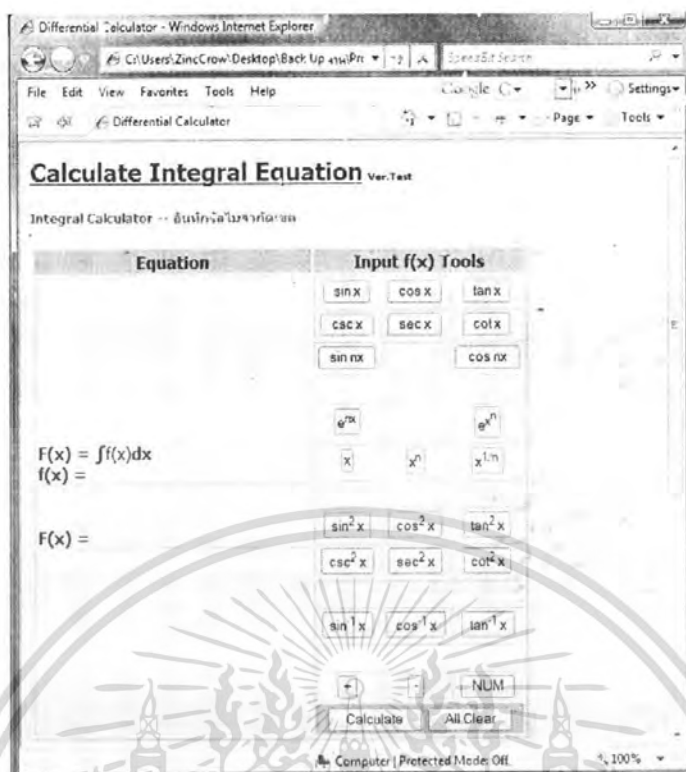
4.4 โปรแกรมช่วยคำนวณค่าของการอินทิเกรต

ในส่วนนี้จะเป็โปรแกรมเพื่อช่วยในการหาค่าของการอินทิเกรต โดยจะใช้ภาษา JAVA เป็นพื้นฐาน ซึ่งในที่นี้เราเลือกใช้ภาษาจาวาสคริปต์ โดยเขียนในลักษณะของ HTML ซึ่งในการเลือกที่จะใช้งานด้วยภาษาจาวาสคริปต์นั้น ก็เพื่อให้ง่ายต่อการใช้งานและการลิงค์จาก FLASH ไปยังโปรแกรมช่วยคำนวณ

จาก โปรแกรมช่วยสอน CAI จะมีหน้าต่างเพื่อทำการลิงค์มายังส่วนของโปรแกรมช่วยคำนวณ ซึ่งโปรแกรมช่วยคำนวณนี้จะมีด้วยกันทั้งหมด 2 แบบ คือ

1. โปรแกรมช่วยคำนวณค่าของอินทิเกรตแบบไม่จำกัดขอบเขต
2. โปรแกรมช่วยคำนวณค่าของอินทิเกรตแบบจำกัดขอบเขต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.18 แสดงตัวอย่าง โปรแกรมช่วยคำนวณหาค่าฟังก์ชันของการอินทิเกรตไม่จำกัดเขต



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่มอบไว้สำหรับอาจารย์ในวงเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาที่ใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูปที่ 4.19 แสดง โปรแกรมช่วยคำนวณค่าของอินทิเกรตแบบจำกัดเขต
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

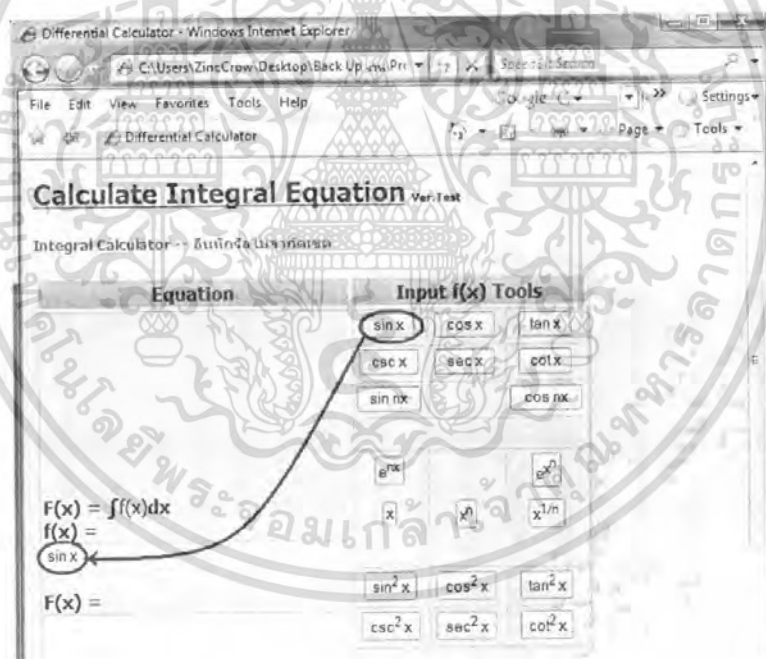
การรับและแสดงผล

โปรแกรมทั้งสองจะใช้การรับข้อมูลฟังก์ชันเหมือนกันคือ ใช้ภาษา HTML โดยในการเขียนปุ่ม BUTTON ต่างๆ เพื่อใช้ในการรับค่าจากช่องของ Input $f(x)$ Tool ทางขวามือ และนำมาเก็บลงในตัวแปร STATIC ภายใน JAVA SCRIPT จากนั้นฟังก์ชันจะทำการแยกแยะกระบวนการทำงานและแสดงผลออกมาตามหน้า EQUATION ทางซ้ายมือ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

1. โปรแกรมช่วยคำนวณค่าของอินทิเกรตแบบไม่จำกัดขอบเขต

สมมติต้องการทำการหาค่า $\int (\sin x + 2) dx$ โดยใช้โปรแกรมการหาค่าอินทิเกรตไม่จำกัดขอบเขตผู้ใช้งานจะต้องทำการป้อนค่าฟังก์ชันจาก Input $f(x)$ Tool ตามลำดับของสมการ และหลังจากนั้นก็ทำการกด Calculate เพื่อทำการแสดงค่าคำตอบออกมา

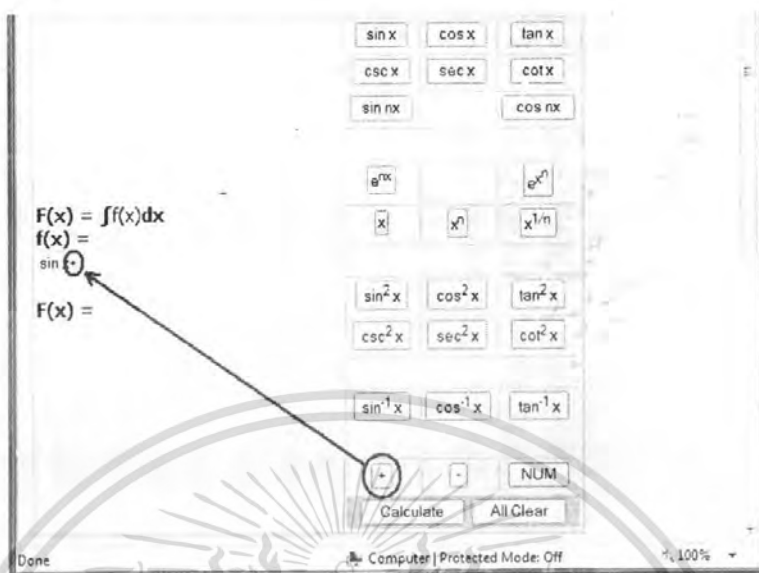
1 ทำการคลิกฟังก์ชัน $\sin x$



รูปที่ 4.20 แสดงการใช้งานฟังก์ชัน \sin

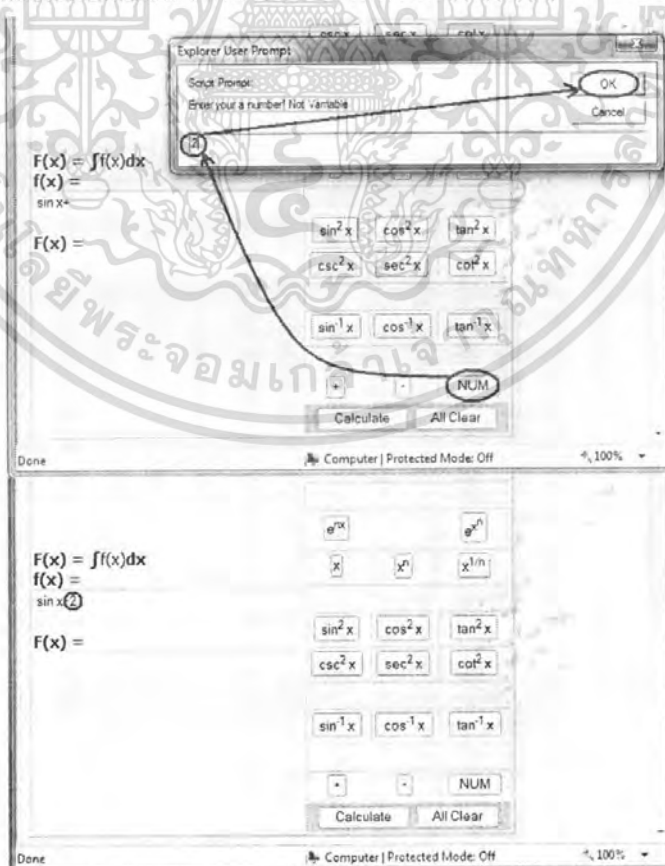
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2 ทำการคลิกฟังก์ชัน +



รูปที่ 4.21 แสดงการใช้งานฟังก์ชัน โอเปอเรเตอร์ +

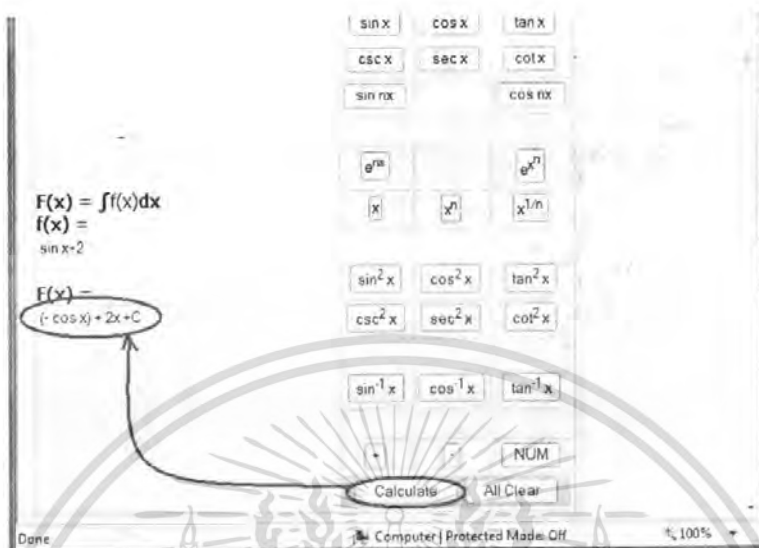
3 ทำการคลิกฟังก์ชัน num จากนั้นทำการใส่ค่าที่ต้องการคือ 2 จากนั้น คลิก ok



รูปที่ 4.22 แสดงการใช้งานฟังก์ชัน NUM ในอินทิเกรตไม่จำกัดเขต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่ขึ้นด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4 เมื่อครบสมการแล้วทำการคลิก Calculate เพื่อแสดงคำตอบ



รูปที่ 4.23 แสดงการใช้งานคำสั่ง Calculate

ซึ่งจะได้ว่า $\int(\sin x + 2)dx = (-\cos x) + 2x + C$ นั่นเอง

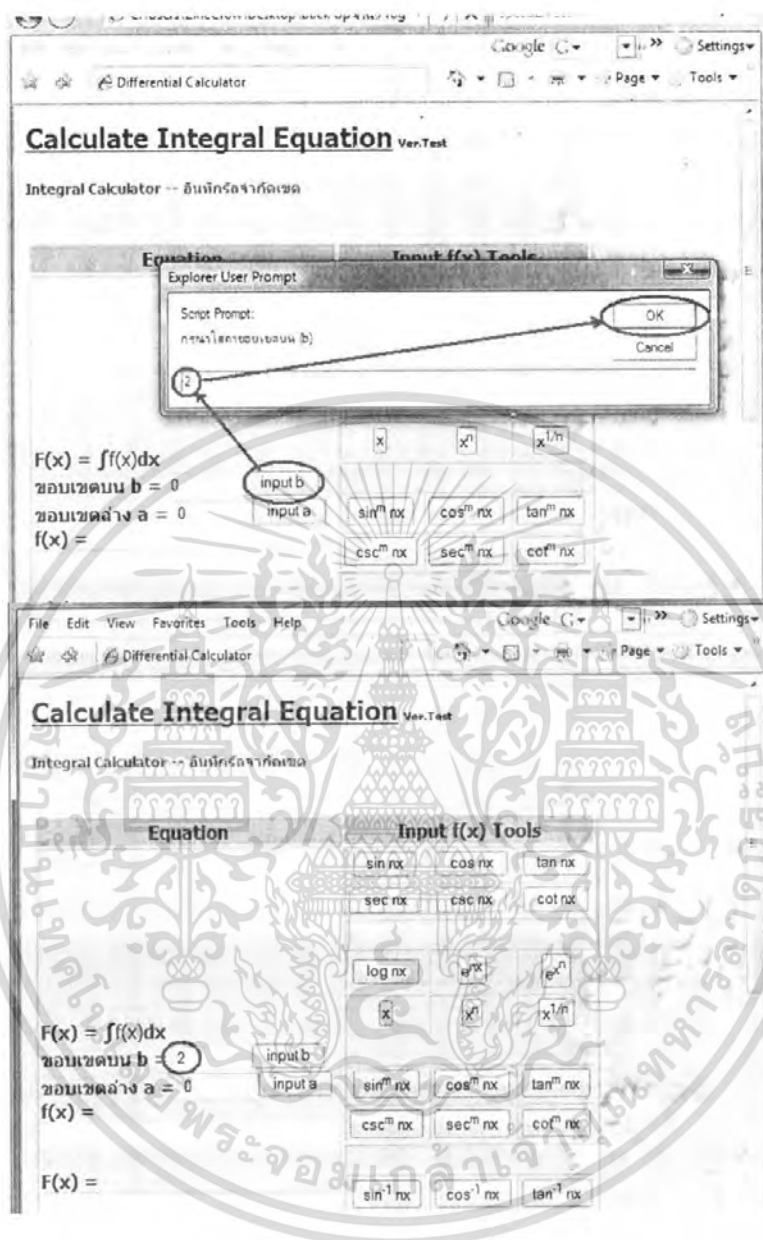
1. โปรแกรมช่วยคำนวณค่าของอินทิเกรตแบบไม่จำกัดขอบเขต

สมมติต้องการทำการหาค่า $\int_1^2 (x^2 - 2)$ โดยใช้โปรแกรมการหาค่าอินทิเกรตไม่จำกัด

ขอบเขตผู้ใช้งานจะต้องทำการรับค่าขอบเขตบน b และขอบเขตล่าง a ก่อน จากนั้นจึงทำการ ป้อนค่าฟังก์ชันจาก Input f(x) Tool ตามลำดับของสมการ และหลังจากนั้นก็ทำการกด Calculate เพื่อทำการแสดงค่าคำตอบออกมา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

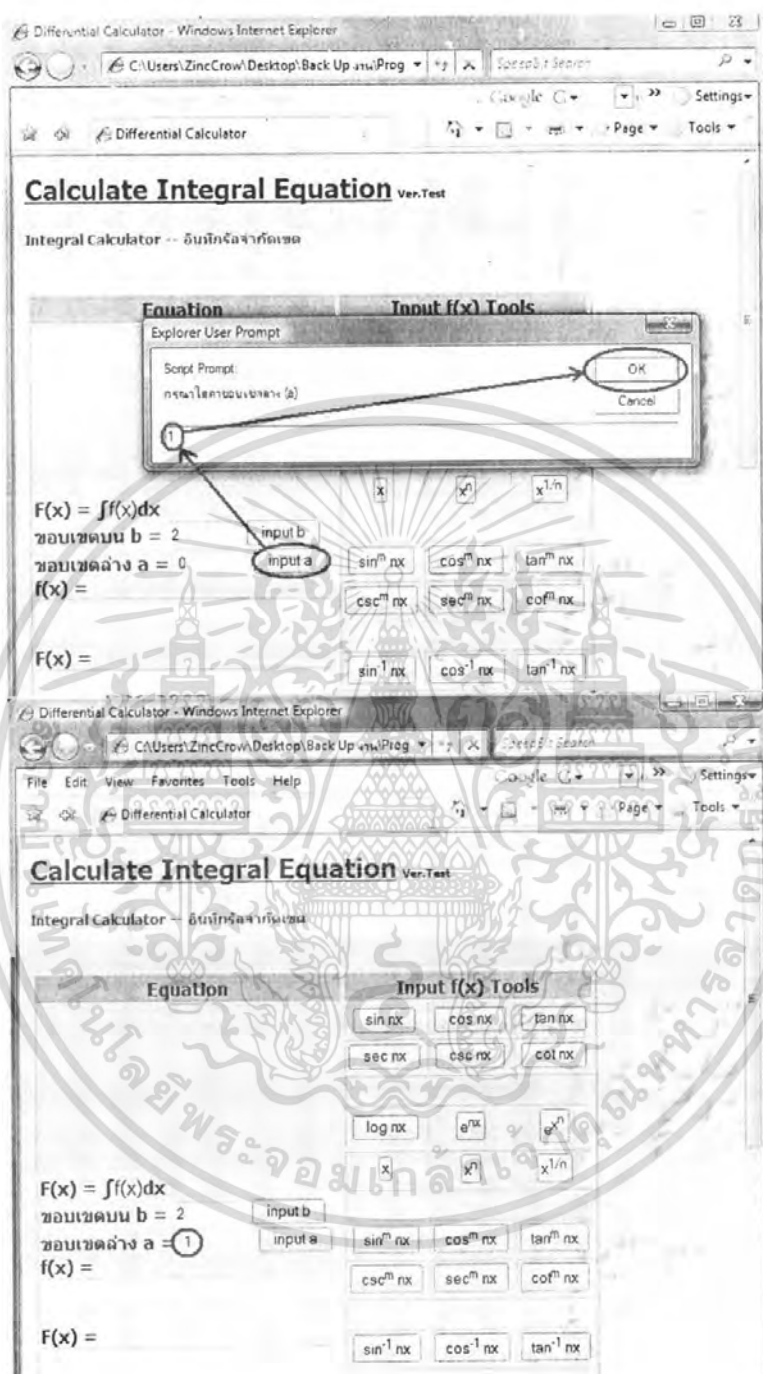
1. คลิก input b และใส่ค่าที่ต้องการคือ 2 เพื่อทำการกำหนดค่าขอบเขตบน



รูปที่ 4.24 แสดงการใช้งานฟังก์ชัน input b

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

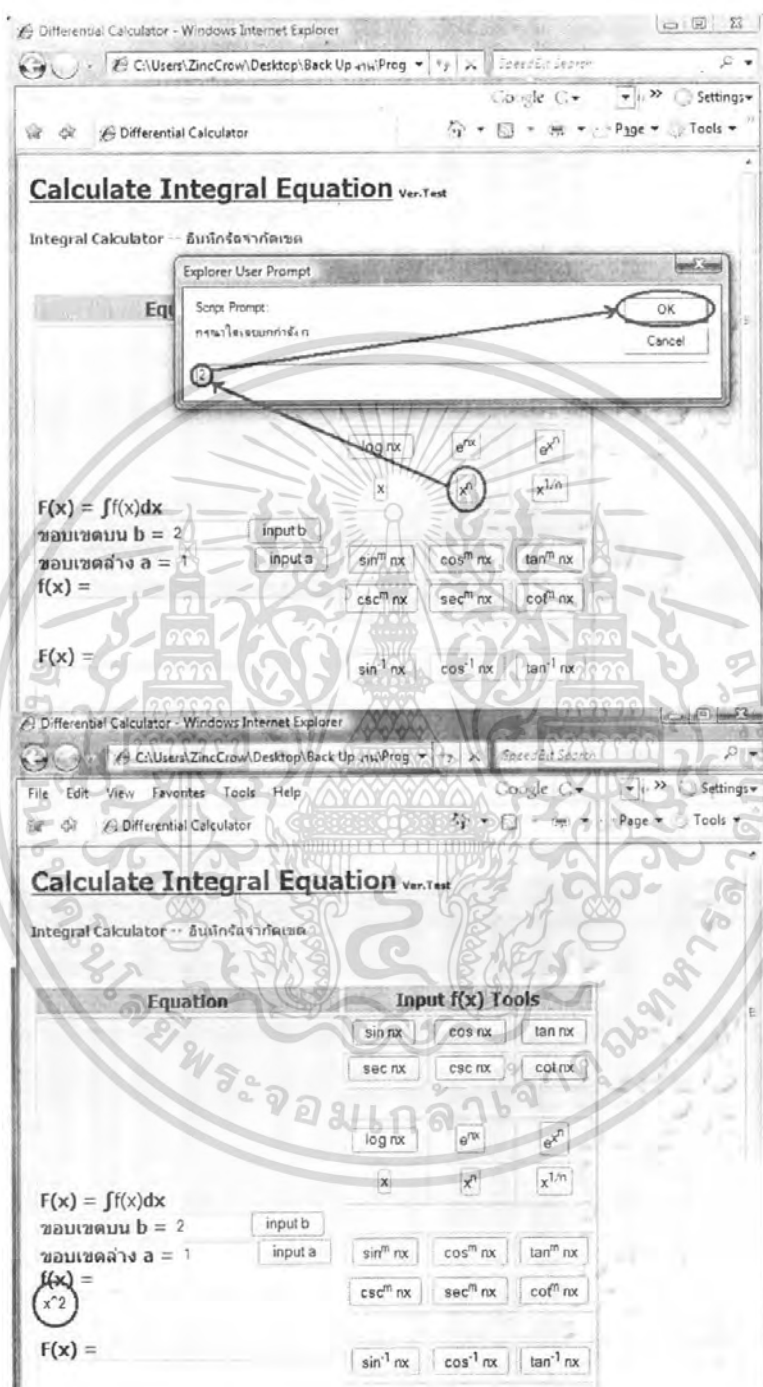
2 คลิก input a และใส่ค่าที่ต้องการคือ 1 เพื่อทำการกำหนดค่าขอบเขตล่าง



รูปที่ 4.25 แสดงการใช้งานฟังก์ชัน input a

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

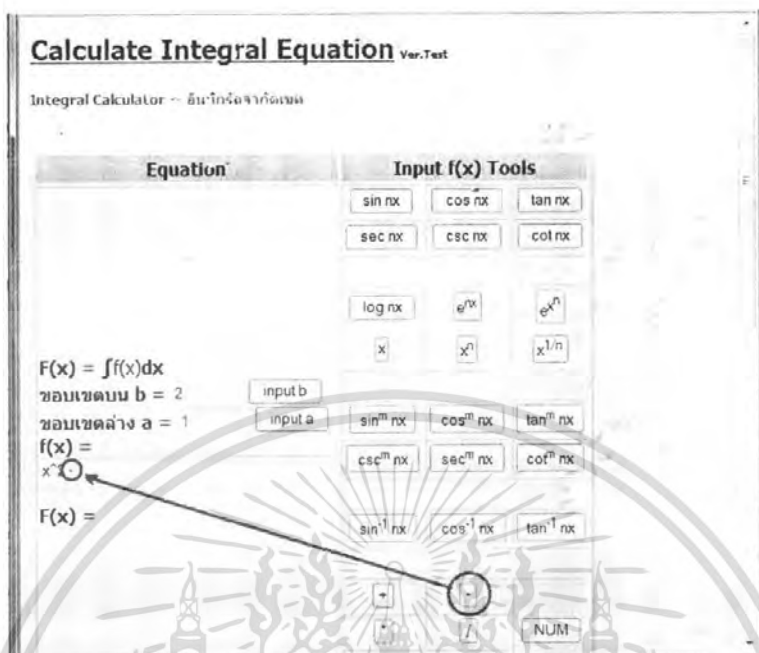
3 ทำการคลิกฟังก์ชัน x^n



รูปที่ 4.26 แสดงการใช้งานฟังก์ชัน x^n

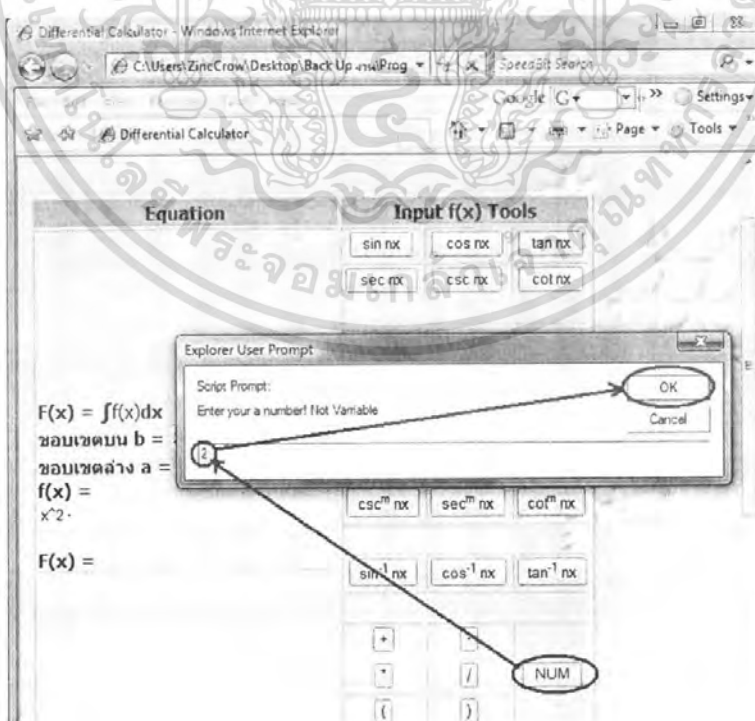
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4 ทำการคลิกฟังก์ชัน -

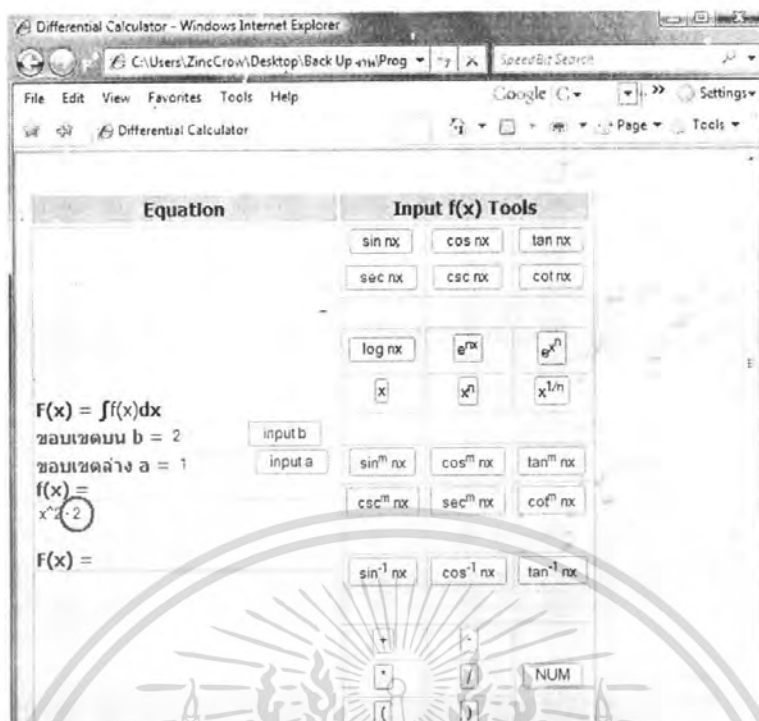


รูปที่ 4.27 แสดงการใช้งานฟังก์ชัน โอเปอเรเตอร์ -

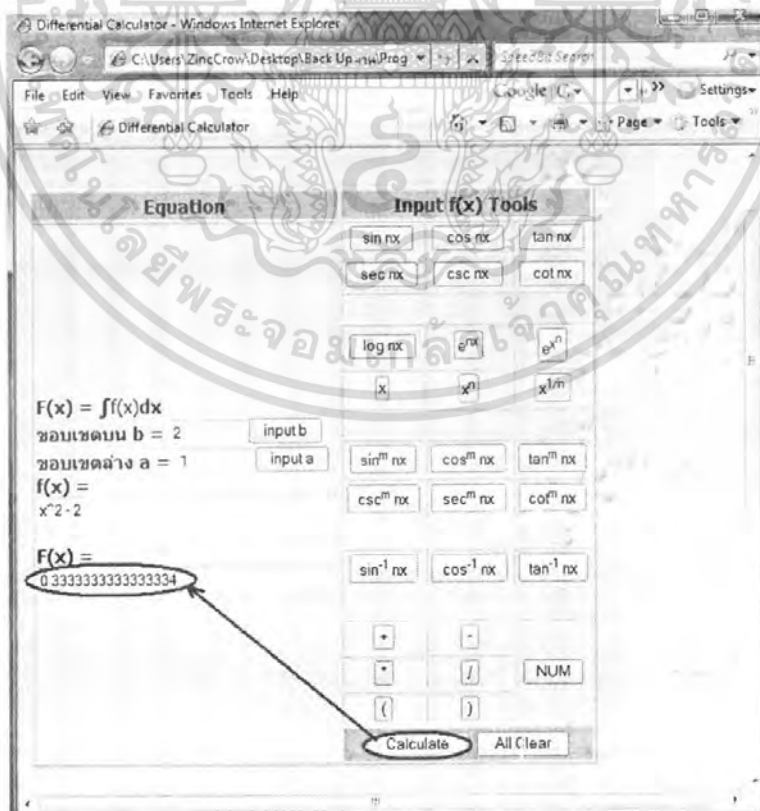
5 ทำการคลิกฟังก์ชัน NUM จากนั้นทำการใส่ค่าที่ต้องการคือ 2 จากนั้น คลิก ok



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.27 แสดงการใช้งานฟังก์ชัน NUM ในอินทิเกรตจำกัดเขต 6 เมื่อครบสมการแล้วทำการคลิก Calculate เพื่อแสดงคำตอบ



รูปที่ 4.28 แสดงการใช้งานฟังก์ชัน calculate

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับครูใช้เท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ซึ่งจะได้ว่า $\int (x^2 - 2)dx = 0.333333 = 1/3$ นั่นเอง
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

การอภิปราย สรุปผล และข้อเสนอแนะ

ในการทำปัญหาพิเศษนั้นเราได้จัดทำโปรแกรมช่วยสอน (CAI) และโปรแกรมช่วยคำนวณ การหาค่าอินทิเกรต เพื่อประโยชน์ทางการศึกษาของผู้ที่สนใจหรือต้องการเรียนรู้ในวิชา แคลคูลัส ซึ่งสรุปได้ดังนี้

5.5 ประโยชน์ช่วยการเรียนการสอน

1. เนื่องจากเป็นโปรแกรมช่วยสอนจึงสามารถที่จะใช้ศึกษาได้ด้วยตนเอง และง่ายต่อการ ใช้งาน
2. ใช้เป็นสื่อที่ช่วยเสริมและทบทวนบทเรียนที่เคยได้เรียนมาจากการเรียนปกติใน ห้องเรียน และมีแบบฝึกหัด รวมถึงโปรแกรมช่วยคำนวณเพื่อให้ง่ายต่อการศึกษามาก ยิ่งขึ้น
3. โน้มน้าวให้ผู้ที่สนใจเกิดความชอบในวิชาคณิตศาสตร์และมีใจรักในวิชาแคลคูลัส

5.6 ผลการจัดทำปัญหาพิเศษ

เนื่องจากเป็นโปรแกรมที่ใช้ FLASH ในการเขียนจึงมีลูกเล่นและการใช้งานที่ง่ายเหมาะแก่ ผู้ที่สนใจรวมถึงผู้ที่ต้องการทบทวนบทเรียนหรือหาความรู้เพิ่มเติม ไม่ว่าจะเป็นเรื่องลิมิต อนุพันธ์ หรืออินทิเกรต อีกทั้งยังมีแบบฝึกหัดช่วยในการทบทวนบทเรียนและประเมินความรู้ที่ได้รับจาก โปรแกรม อีกทั้งยังมีโปรแกรมช่วยในการหาอินทิเกรตอีกด้วย

5.7 ข้อเสนอแนะ

5.7.1 โปรแกรมช่วยสอน

เนื่องจากเป็นโปรแกรมประเภท FLASH ในบางจุดก็ยังคงมีข้อจำกัดในการเขียน หรือ อาจจะต้องใช้เทคนิคขั้นสูง ในการเขียน เพื่อให้ได้ CAI ที่มีความสวยงามมากยิ่งขึ้น และรวมถึง ข้อจำกัดทางด้านเวลาทำให้ไม่สามารถสร้าง CAI ที่มีความสวยงามและดึงดูดได้มากเท่าที่ควร

5.7.1.1 โปรแกรมช่วยคำนวณหาค่าการอินทิเกรต

ในการเขียนโปรแกรมเพื่อคำนวณหาค่าอินทิเกรตจำเป็นต้องมีการให้โปรแกรมรับรู้ถึง สมการ และทำการวิเคราะห์ว่าจะต้องแก้หาค่าคำตอบได้อย่างไร ซึ่งเป็นการยากมากที่จะให้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมรับรู้ถึงการวิเคราะห์สมการว่า ใช้วิธีการใดในการคิด ซึ่งในโปรแกรมนี้อีกยังไม่ครอบคลุมทุกรูปแบบของสมการ ในส่วนของการหาค่าการอินทิเกรตก็เช่นเดียวกัน การที่จะให้มีการแสดงค่าของการอินทิเกรตไม่จำกัดเขต ก่อนข้างจะยากในการแสดงผล ซึ่งในที่นี้จำเป็นต้องมีการระบุเงื่อนไขต่างๆมากมาย ทำให้โปรแกรมยังไม่สมบูรณ์ จำเป็นต้องมีการแก้ไขต่อไป



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รายการอ้างอิง

- [1] รศ.ดร. ชนศักดิ์ บ่ายเที่ยง, รศ. ศรีบุตร แววจริณ, “อนุพันธ์และการประยุกต์”, บริษัท วงตะวัน จำกัด, 2545.
- [2] รศ.ดร. ชนศักดิ์ บ่ายเที่ยง, รศ. ศรีบุตร แววจริณ, “อินทิกรัลและการประยุกต์”, บริษัท วงตะวัน จำกัด, 2549.
- [3] ธนวัฒน์(สันติ) สันทราพรพล, “คณิตศาสตร์ 1 ม.4-5-6”, SCIENCE CENTER, 2546.
- [4] ยุทธชัย รุจิวิมล, “คู่มือการเรียนรู้และเทคนิคการใช้งาน Macromedia Flash”, บริษัทซัคเซส มีเดีย จำกัดพิมพ์, 2544.
- [5] ทรวิฑูมิ กอสุวรรณศิริ, “เสริมแต่งโฮมเพจครั้งใหม่! ให้มีชีวิตชีวาด้วย JavaScript”, บริษัท วิดีโอ กรุ๊ป จำกัด, 2544.
- [6] <http://www.cg-links.com/index.php>
- [7] <http://www.webthaiidd.com/flash/>
- [8] <http://www.thaiflashdev.com>

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ก.

ระบบที่ใช้กับโปรแกรมช่วยสอน (CAI)



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระบบที่ใช้กับโปรแกรมช่วยสอน (CAI)

เครื่องคอมพิวเตอร์ที่จะพร้อมใช้งานควรมีคุณสมบัติดังนี้

- PC ที่มี CPU อย่างน้อยน้อย Pentium 200MHz ขึ้นไป
- หน่วยความจำ RAM 64 ขึ้นไป
- ระบบปฏิบัติการ Window98/2000/xp
- จอภาพ เป็นสี ขนาด 14 นิ้วขึ้นไป ความละเอียด (resolution) 800 x 600 ขึ้นไป
- เนื้อที่ฮาร์ดดิสก์ ที่ใช้มีขนาดอย่างน้อย 400 MB ขึ้นไป
- เมาส์
- CD-ROM Drive
- Sound Card พร้อมลำโพง
- คีย์บอร์ด
- รองรับการใช้งาน โปรแกรม flash player



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ข.

การติดตั้งโปรแกรม Flash player 8



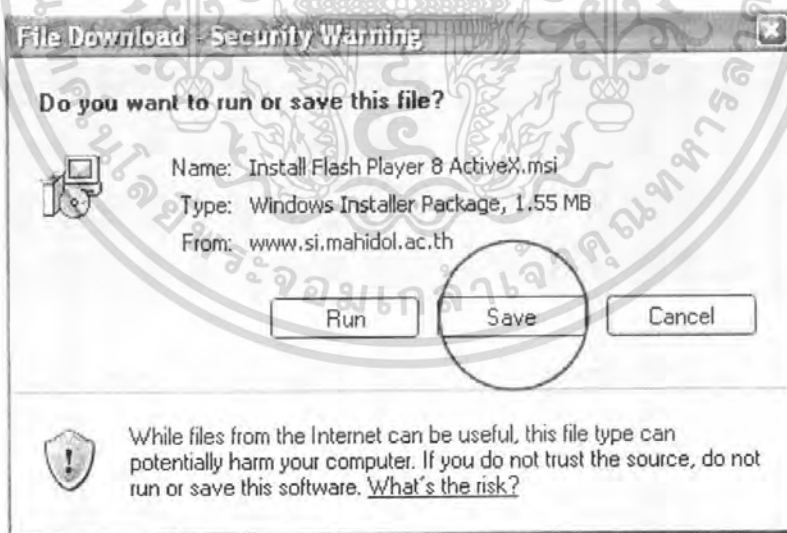
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การติดตั้งโปรแกรม Flash player 8

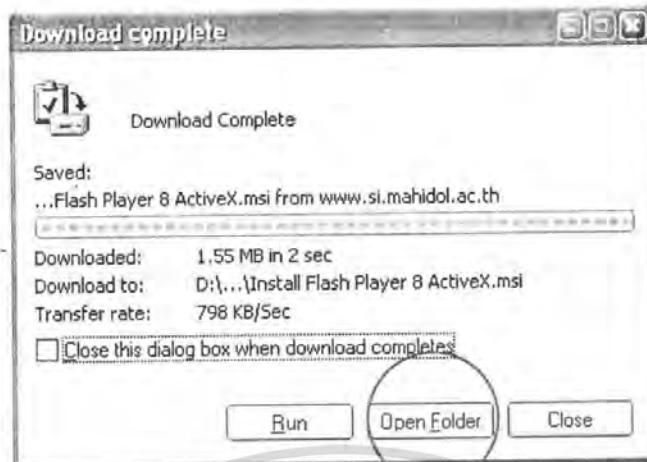
ในการใช้งาน โปรแกรมช่วยสอน (CAI) จำเป็นต้องมีโปรแกรม Flash player ซึ่งจำเป็นต้องติดตั้งโปรแกรมก่อน และสามารถที่จะหาโหลดโปรแกรมได้จาก

<http://www.adobe.com/products/flashplayer/>

1. ทำการคลิกเลือก ที่ download now



2. เลือกที่ Save (เลือก Save จะทำการติดตั้งได้ง่ายกว่า Run เพราะเลือก run บางครั้งอาจจะทำการ
 เอกสาร (เลือก Save จะทำการติดตั้งได้ง่ายกว่า Run เพราะเลือก run บางครั้งอาจจะทำการ
 ติดตั้งไม่ได้) เมื่อท่าน save เสร็จ ให้ทำการปิด Internet Explorer ทั้งหมดลงก่อน ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



3. เมื่อ Download เสร็จ ทำการเลือกที่ Open Folder จะทำการเปิด Folder ที่เราได้ทำการ save ไว้ขึ้น

4. เลือกเปิด file ที่ชื่อว่า Install Flash Player 8 ActiveX.exe เพื่อทำการติดตั้ง Flash player



5. กดเลือก Finish เพื่อทำการเสร็จสิ้นการติดตั้ง Flash player 8



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก ค.

การใช้ภาษา สคริปต์ ใน Internet Explorer



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การใช้งาน ภาษาสคริปต์ใน Internet Explorer

ในการใช้งานโปรแกรมช่วยคำนวณ หากใช้เบราว์เซอร์เป็นโปรแกรม Internet Explorer อาจเกิดปัญหาไม่สามารถทำการรันโปรแกรมได้ เพราะเนื่องจากเป็นโปรแกรมที่มาจากภาษาประเภทสคริปต์ ทำให้เครื่องคอมพิวเตอร์บางเครื่องไม่สามารถทำการรันอ็อบเจ็กต์ได้ในทันที จึงจำเป็นต้องมีการกดใช้งานให้สามารถรันสคริปต์ได้ เสียก่อน

หากคอมพิวเตอร์นั้นมีการป้องกันไม่ให้ภาษาสคริปต์ทำงานได้ในทันทีซึ่งจะขึ้นแถบสีเหลืองว่า “To help protect your security, Internet Explorer has restricted this webpage from running scripts or ActiveX Controls that could access your computer. Click here for option...”

ดัง

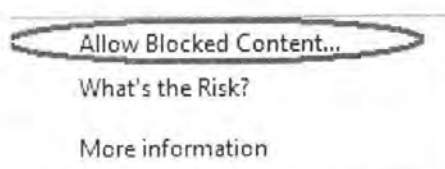
รูป



ซึ่งสามารถทำการแก้ไขได้ดังนี้

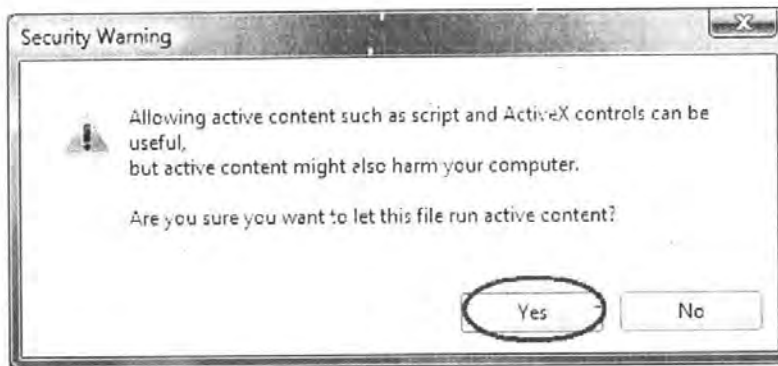


1. ทำการคลิกที่แถบสีเหลืองจะมีเมนูคำสั่งแสดงขึ้น

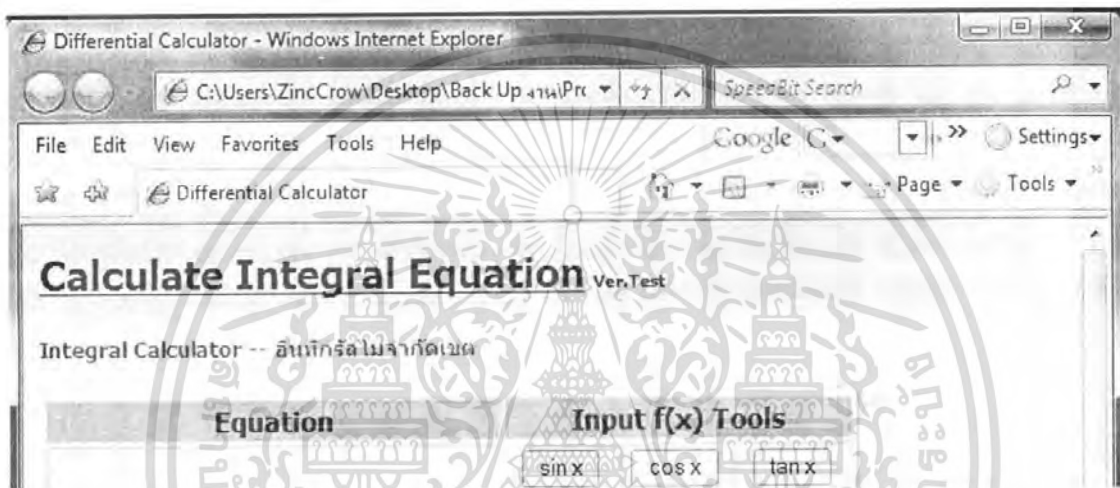


2. คลิก คำสั่ง Allow Blocked Content...

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



3. คลิก Yes เพื่อทำการอนุญาตให้เครื่องสามารถทำการรันภาสคริปต์ได้



4. เมื่อแถบสีเหลืองจะหายไปเป็นอันเสร็จสิ้น การสั่งให้ใช้งานภาษาสคริปต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้