

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การศึกษาการแพร่กระจายความร้อนของแผ่นกระเบื้อง

A STUDY ON HEAT EQUATION DIFFUSION OF TILE

คงสิทธิ์ อิศโยภาสกุล

นาฏนลิน สุสุทธิ

อาจพล จิตรไทย

ฉ.พ.
ค 115 ก
2550

เลขหมู่.....

เลขทะเบียน 82780

วัน,เดือน,ปี 23 ก.ค. 2551

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2550

ศก ๒๕๑๘๖๕
b.....
i.....

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ถูกไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

A STUDY ON HEAT EQUATION DIFFUSION OF TILE



**A SPECIAL PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIRMENT FOR DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE
FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2007**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ การศึกษาการแพร่กระจายความร้อนในกระเบื้องมุงหลังคา
A STUDY ON HEAT EQUATION DIFFUSION OF TILE

ชื่อนักศึกษา นายคงสิทธิ์ อธิธโยภาสกุล 47050004
นางสาวนาฏนลิน สุสุทธิ 47050016
นายอาจพล จิตรไทย 47050045

ภาควิชา คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

สาขาวิชา คณิตศาสตร์ประยุกต์

อาจารย์ที่ปรึกษา รองศาสตราจารย์ภักคินี ชิตสกุล
ดร.ใจปอง วงษ์สวัสดิ์
อาจารย์ศิริกุล บัณฑิตเสาวภาคย์

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระ
จอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้นำปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตร วิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ประจำปีการศึกษา 2550

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
ดร.พรรณทิพย์ ภักธรินทาการ ประธานกรรมการ	
อาจารย์พรชัย ชัยสนนิท กรรมการ	
รองศาสตราจารย์ภักคินี ชิตสกุล กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	
ดร.ใจปอง วงษ์สวัสดิ์ กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	
อาจารย์ศิริกุล บัณฑิตเสาวภาคย์ กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	



(รองศาสตราจารย์ไพโรบลย์ พันธรักษ์พงษ์)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

ลิขสิทธิ์ของภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ยืมได้เห็นว่าไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แต่คุณพ่อและคุณแม่ ซึ่งให้กำลังใจเสมอ

กงสิทธิ์

แต่คุณแม่และคุณพ่อผู้เป็นที่รัก ซึ่งเหน็ดเหนื่อยเพื่อลูกเสมอมา
ขอบคุณทุกสิ่งทุกอย่างที่มอบให้ ด้วยความรัก

นาฏนลิน

แต่คุณพ่อและคุณแม่ผู้เป็นที่รักและหวังดีเสมอ ขอขอบคุณสำหรับความรักที่มอบให้ลูก

อาจพล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	การศึกษาการแพร่กระจายความร้อนในกระเบื้องมุงหลังคา	
ชื่อนักศึกษา	นายคงสิทธิ์ อิทชโยภาสกุล	47050004
	นางสาวนาฏนลิน สุสุทธิ	47050016
	นายอาจพล จิตรไทย	47050045
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต	
ภาควิชา	คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์	
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์	
ปีการศึกษา	2550	
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ภักคินี จิตสกุล	
	ดร.ใจปอง วงษ์สวัสดิ์	
	อาจารย์ศิริกุล บัณฑิตเสาวภาคย์	

บทคัดย่อ

ปัญหาพิเศษนี้ ศึกษาการกระจายความร้อนในแผ่นกระเบื้องมุงหลังคา 3 รูปทรง คือ กระเบื้องแผ่นเรียบ กระเบื้องซีแพค โมเนีย และ กระเบื้องลอนคู่ใหญ่ ซึ่งมีจำหน่ายอยู่ตามท้องตลาดในขณะนี้ เพื่อตอบปัญหาที่ว่า รูปทรงและความหนาของแผ่นกระเบื้องมุงหลังคา มีผลต่อการกระจายความร้อนภายในแผ่นกระเบื้องมุงหลังคาหรือไม่ โดยใช้ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม (Finite Difference) และระเบียบวิธีชิ้นประกอบอันดับ (Finite Element) ซึ่งคำนวณได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และโปรแกรมภาษาซีที่สร้างขึ้นตามหลักการของเทเลอร์ กาลเลอร์คิน ผลที่ได้พบว่า รูปทรงทั้ง 3 แบบของแผ่นกระเบื้องมีผลกระทบต่อกระจายความร้อนภายในแผ่นกระเบื้อง และอุณหภูมิที่ถูกปล่อยออกมาจากด้านใต้ของแผ่นกระเบื้องแต่ละรูปทรงก็มีค่าแตกต่างกัน โดยกระเบื้องลอนคู่ใหญ่สามารถส่งผ่านความร้อนได้น้อยที่สุด

Title A STUDY ON HEAT EQUATION DIFFUSION OF TILE

Students Mr.Kongsit Itayopaskul 47050004
Ms.Nardnalin Susuthi 47050016
Mr. Ardpon Jittreethai 47050045

Degree Bechelor of Science

Department Mathematics and Computer Science, Faculty of Science

Programme Applied Mathematics

Academic Year 2007

Advisor Associate Professor Pakkinee Chitsakul
Dr.Jaipong Wangsawasdi
Ms.Sirikul Bunditsaovapak

ABSTRACT

This special project studied the heat diffusion on three types of roof-tile consisting of smooth , c-pacnonier and double wave. The finite difference method and the finite element method calculated by Easy FEM software and c-program developed by Taylor Garlerkin principal are applied. The results shown that all shapes of roof-tile effect on heat diffusion and the temperature from the lower surface of roof-tile are different. The double wave type has the highest absorbtion rate.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำปัญหาพิเศษเรื่องการศึกษาการแพร่กระจายความร้อนของแผ่นกระเบื้องมุงหลังคา โดยระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมและระเบียบวิธีผลต่างชั้นประกอบอันตะสามารถสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ทางคณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ภักดี นิชิตกุล ดร.ใจปอง วงษ์สวัสดิ์ และอาจารย์ศิริกุล บัณฑิตเสาวภาคย์ ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้รับผิดชอบปัญหาพิเศษฉบับนี้ที่กรุณาให้คำแนะนำและเป็นที่ยปรึกษาในการแก้ปัญหาต่าง ๆ รวมทั้งเป็นผู้ตรวจสอบความถูกต้องของปัญหาพิเศษฉบับนี้

นอกจากนี้คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่ได้ให้ความสนับสนุนทางด้านทุนทรัพย์และกำลังใจในการทำปัญหาพิเศษครั้งนี้สำเร็จด้วยดี รวมทั้งเพื่อน ๆ พี่ ๆ และน้อง ๆ ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือในด้านต่าง ๆ เกี่ยวกับปัญหาพิเศษไว้ ณ ที่นี้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	i
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ii
กิตติกรรมประกาศ.....	iii
สารบัญ.....	iv
สารบัญภาพ.....	vii
สารบัญตาราง.....	x

บทที่ 1 บทนำ.....	1
-------------------	---

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการทำปัญหาพิเศษ.....	2
1.3 ขอบเขตของปัญหา.....	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
1.5 ขั้นตอนและเวลาของการดำเนินงาน.....	3

บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	4
--	---

2.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับแผ่นกระเบื้องมุงหลังคา.....	4
2.1.1 กระเบื้องแผ่นเรียบ.....	4
2.1.2 กระเบื้องแบบซีแพค โมเนีย.....	5
2.1.3 กระเบื้องลอนคู่.....	5
2.2 สมการเชิงอนุพันธ์สำหรับการนำความร้อน.....	6
2.3 ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม (Finite Difference Method).....	8
2.3.1 ผลลัพธ์ของสมการวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม.....	10
2.3.2 วิธีจาโคบี (Jacobi Iteration).....	10
2.3.3 วิธีเมทริกซ์ผกผัน (Matrix Inversion).....	11
2.4 วิธีขึ้นประกอบอันดับ (Finite Element Method).....	12
2.4.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สองมิติ สำหรับเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม.....	15
2.4.2 การสร้างสมการขึ้นประกอบอันดับโดยวิธีการถ่วงน้ำหนักเศษคก้าง.....	17

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
บทที่ 3 การหาค่าผลเฉลยของกระเบื้องมุงหลังคา.....	19
3.1 การหาผลเฉลยโดยระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม.....	19
3.1.1 การหาค่าผลเฉลยของกระเบื้องมุงหลังคา แผ่นเรียบ.....	21
3.2 การหาผลเฉลยโดยระเบียบวิธีจันประกอบอันทะ.....	24
3.3 ขั้นตอนการหาผลเฉลยของปัญหาด้วยโปรแกรม.....	27
3.3.1 การหาผลเฉลยของกระเบื้องมุงหลังคาด้วย โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM	27
3.3.2 การหาผลเฉลยของกระเบื้องมุงหลังคาด้วย โปรแกรมภาษาซี.....	32
3.4 การทดลองหาอุณหภูมิเข้าและออก ณ ผิวของแผ่นกระเบื้อง ทั้ง 3 รูปทรง.....	34
บทที่ 4 การวิเคราะห์ผลการทดลอง.....	35
4.1 การกระจายอุณหภูมิภายในกระเบื้องมุงหลังคาแบบแผ่นเรียบ.....	35
4.1.1 ผลที่ได้จากการทดลอง.....	35
4.1.2 ผลที่ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM.....	38
4.1.3 โปรแกรมภาษาซีของสมการความร้อนจาก การคำนวณด้วยวิธีจันประกอบอันทะ.....	40
4.2 การกระจายอุณหภูมิภายในกระเบื้องมุงหลังคาแบบซีแพคโมเนีย.....	42
4.2.1 ผลที่ได้จากการทดลอง.....	42
4.2.2 ผลที่ได้จาก โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM.....	45
4.2.3 โปรแกรมภาษาซีของสมการความร้อนจาก การคำนวณด้วยวิธี จันประกอบอันทะ.....	48
4.3 การกระจายอุณหภูมิภายในกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่.....	51
4.3.1 ผลที่ได้การทดลอง.....	51
4.3.2 ผลที่ได้จาก โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM.....	54
4.3.3 โปรแกรมภาษาซีของสมการความร้อนจาก การคำนวณด้วยวิธี จันประกอบอันทะ.....	57
4.4 เปรียบเทียบผลต่างของอุณหภูมิที่เข้าและออกของกระเบื้องรูปทรงต่างๆ.....	59

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 อภิปรายและสรุปผลงานวิจัย.....	62
5.1 อภิปรายและสรุปผลงานวิจัย.....	62
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	63
รายการอ้างอิง.....	64
ภาคผนวก.....	65



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญญภาพ

รูปที่	หน้า
2.1 แบบกระเบื้องตามมาตรฐาน.....	5
2.2 แบบกระเบื้องที่ศึกษา.....	6
2.3 การแบ่งพื้นที่ในระบบ grid.....	9
2.4 การแบ่งรูปร่างลักษณะของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์แบบต่างๆ.....	13
2.5 เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบอย่าง ประกอบด้วยสามจุดต่อ.....	13
2.6 เอลิเมนต์สามเหลี่ยม.....	15
2.7 ลักษณะการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณภายในเอลิเมนต์.....	17
3.1 โดเมนของปัญหากระเบื้องแผ่นเรียบ.....	19
3.2 การแบ่งโดเมนของปัญหา.....	20
3.3 การแบ่งกริด โดเมนของกระเบื้องแผ่นเรียบ.....	21
3.4 แผนภาพขั้นตอนการทำงานของ โปรแกรม Easy EFM.....	28
3.5 การเลือกปัญหา กำหนดค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนและความหนา และรูปของ โดเมนของกระเบื้องแผ่นเรียบที่แบ่งกริดออกเป็นอีลิเมนต์แล้ว.....	29
3.6 การเลือกปัญหา กำหนดค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนและความหนา และรูปของ โดเมนของกระเบื้องซีแพค โมเนียที่แบ่งกริดออกเป็นอีลิเมนต์แล้ว.....	30
3.7 การเลือกปัญหา กำหนดค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนและความหนา และ รูปของ โดเมนของกระเบื้องลอนคู่ใหญ่ที่แบ่งกริดออกเป็นอีลิเมนต์แล้ว.....	31
3.8 แผนภาพขั้นตอนการทำงานของ โปรแกรม EFM.....	33
4.1 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณ การทดลองครั้งที่ 1.....	36
4.2 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณ การทดลองครั้งที่ 2.....	36
4.3 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณ การทดลองครั้งที่ 3.....	37
4.4 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณ การทดลองครั้งที่ 4.....	37
4.5 การแบ่งจำนวนเอลิเมนต์แบบ 6 x 4 ของกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบ.....	38
4.6 การแสดงอุณหภูมิด้วยกราฟฟิสิกส์ของกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบ.....	39

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญภาพ(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.7 กราฟแสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิภายในของกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบระหว่างโปรแกรมภาษาซีของสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะกับโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM.....	41
4.8 แสดงรูปแบบการทดลองจริงของกระเบื้องมุงหลังคา แบบชีแพค โมเนีย.....	42
4.9 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณการทดลองครั้งที่ 1.....	43
4.10 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณการทดลองครั้งที่ 2.....	44
4.11 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณการทดลองครั้งที่ 3.....	44
4.12 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณการทดลองครั้งที่ 4.....	45
4.13 การแบ่งจำนวนเอลิเมนต์แบบ 6 x 4 ของกระเบื้องมุงหลังคา แบบชีแพค โมเนีย.....	46
4.14 การแสดงอุณหภูมิด้วยกราฟฟิกส์ของกระเบื้องมุงหลังคา แบบชีแพค โมเนีย.....	46
4.15 กราฟแสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิภายในของกระเบื้องมุงหลังคาแบบชีแพค โมเนียระหว่าง โปรแกรมภาษาซีของสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ กับ โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM.....	50
4.16 แสดงรูปแบบการทดลองจริงของกระเบื้องมุงหลังคา แบบลอนคู่ใหญ่.....	51
4.17 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณการทดลองครั้งที่1.....	52
4.18 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณการทดลองครั้งที่2.....	53
4.19 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณการทดลองครั้งที่3.....	53
4.20 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณการทดลองครั้งที่4.....	54
4.21 การแบ่งจำนวนเอลิเมนต์แบบ 6 x 4 ของกระเบื้องมุงหลังคา แบบลอนคู่ใหญ่.....	55
4.22 การแสดงอุณหภูมิด้วยกราฟฟิกส์ของกระเบื้องมุงหลังคา แบบลอนคู่ใหญ่.....	56

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญญภาพ(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.23	กราฟแสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิภายในของกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่ระหว่างโปรแกรมภาษาซีของสมการความร้อน FEM กับ โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM.....58
4.24	การเปรียบเทียบผลต่างของอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้องและหลังผ่านภายในกระเบื้องมุงหลังคา ระหว่างโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ กับ โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM.....60
4.25	การเปรียบเทียบผลต่างของอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้องและหลังผ่านภายในกระเบื้องมุงหลังคา ระหว่างโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ กับ โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM.....61

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 ข้อมูลจำเพาะของกระเบื้องลอนคู่.....	5
4.1 ผลการทดลองจริงของกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบ.....	35
4.2 อุณหภูมิที่ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM.....	39
4.3 อุณหภูมิที่ได้จากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนจากการคำนวณด้วยวิธีชั้นประกอบอิสระ.....	40
4.4 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้องกับภายในกระเบื้องและหลังผ่านกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบ ระหว่างโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM กับ โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีชั้นประกอบอิสระ.....	41
4.5 ผลการทดลองจริงของกระเบื้องมุงหลังคา แบบซีแพคโมเนีย.....	43
4.6 อุณหภูมิที่ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM.....	47
4.7 อุณหภูมิที่ได้จากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนจากการคำนวณด้วยวิธีชั้นประกอบอิสระ.....	49
4.8 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้องกับภายในกระเบื้องและหลังผ่านกระเบื้องมุงหลังคา แบบซีแพคโมเนีย ระหว่างโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM กับ โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีชั้นประกอบอิสระ.....	50
4.9 ผลการทดลองจริงของกระเบื้องมุงหลังคา แบบลอนคู่ใหญ่.....	51
4.10 อุณหภูมิที่ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM.....	56
4.11 อุณหภูมิที่ได้จากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนจากการคำนวณด้วยวิธีชั้นประกอบอิสระ.....	57
4.12 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้องกับภายในกระเบื้องและหลัง ผ่านกระเบื้องมุงหลังคา แบบลอนคู่ใหญ่ ระหว่างโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM กับ โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีชั้นประกอบอิสระ.....	58
4.13 ผลต่างของอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้องและหลังผ่านภายในกระเบื้องมุงหลังคา.....	60
4.14 ผลต่างของอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้องและหลังผ่านภายในกระเบื้องมุงหลังคา.....	61
5.1 สรุปผลอุณหภูมิเข้าออกในแผ่นกระเบื้องทั้ง 3 รูปแบบด้วยวิธีต่างๆ.....	62

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่	หน้า
1 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิจากการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบแผ่นเรียบ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM.....	75
2 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิโดยเฉลี่ยของการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบแผ่นเรียบ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM.....	75
3 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิจากการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบแผ่นเรียบ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ.....	76
4 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิโดยเฉลี่ยของการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบแผ่นเรียบ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ.....	76
5 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิจากการนำการทดลองทั้ง 4 ครั้งมาเฉลี่ย ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบแผ่นเรียบ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ.....	77
6 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิโดยเฉลี่ยจากการนำการทดลองทั้ง 4 ครั้งมาเฉลี่ยก่อนของกระเบื้องมุงหลังคาแบบแผ่นเรียบ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และ โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ.....	77
7 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิจากการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบซีแพคโมเนีย ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM.....	78
8 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิโดยเฉลี่ยของการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบซีแพคโมเนีย ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM.....	79
9 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิจากการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบซีแพคโมเนีย ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ...80	
10 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิโดยเฉลี่ยของการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบซีแพคโมเนีย ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ.....	81
11 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิจากการนำการทดลองทั้ง 4 ครั้งมาเฉลี่ย ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบซีแพคโมเนีย ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ.....	82

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง(ต่อ)

ตารางที่	หน้า
12 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิโดยเฉลี่ยจากการนำการทดลองทั้ง 4 ครั้งมาเฉลี่ยก่อนของกระเบื้องมุงหลังคาแบบซีแพคโมเนีย ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และ โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ.....	83
13 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิจากการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM.....	84
14 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิโดยเฉลี่ยของการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM.....	85
15 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิจากการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ..	85
16 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิโดยเฉลี่ยของการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่ ด้วยวิธีการคำนวณจาก โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ.....	86
17 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิจากการนำการทดลองทั้ง 4 ครั้งมาเฉลี่ย ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่ ด้วยวิธีการคำนวณจาก โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และ โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ.....	87
18 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิโดยเฉลี่ยจากการนำการทดลองทั้ง 4 ครั้งมาเฉลี่ยก่อนของกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และ โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ.....	88

บทที่ 1

บทนำ

บทนี้จะกล่าวถึงเราจะกล่าวถึงความสำคัญและที่มาของปัญหาพิเศษเรื่อง การศึกษาการแพร่กระจายความร้อนในแผ่นกระเบื้องมุงหลังคารูปทรงต่างๆ ตามที่เราสนใจ สมมติฐานและวัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ รวมถึงขอบเขตของการศึกษา นอกจากนี้ยังกล่าวถึงประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากโครงการอีกด้วย

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา

ด้วยสภาวะอากาศในประเทศไทยที่มีทิศทางที่จะทวีอุณหภูมิมากขึ้นทุกวัน ความพยายามในการป้องกันและลดอุณหภูมิภายในบ้านจึงเป็นที่ต้องการมากขึ้นในปัจจุบัน ทั้งการติดตั้งเครื่องปรับอากาศ แผ่นสะท้อนความร้อน การออกแบบบ้านให้รับทางลม การจัดการสิ่งแวดล้อมภายนอกและภายในบ้าน รวมถึงการเลือกใช้วัสดุในการสร้างบ้าน กระเบื้องมุงหลังคาบ้านคือวัสดุหนึ่งที่ส่งผลต่ออุณหภูมิภายในบ้าน โดยจะเห็นว่ากระเบื้องที่มีขนาดและรูปทรงที่แตกต่างกัน จะส่งผลให้อุณหภูมิภายในบ้านแตกต่างกันไปด้วย

โครงการเรื่อง การศึกษาการแพร่กระจายความร้อนของแผ่นกระเบื้อง เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการแพร่กระจายความร้อนกับรูปทรง และขนาด โดยเปรียบเทียบผลการศึกษาว่าตัวอย่างทดลอง(กระเบื้อง)ลักษณะใดสามารถกระจายความร้อนได้ดีที่สุด โดยอาศัยสมการความร้อนเป็นสมการเริ่มต้นของการศึกษา สำหรับรูปแบบทั่วไปคือ

$$\frac{\partial u}{\partial t}(t, x, y) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(t, x, y) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(t, x, y)$$

ปัญหาของโครงการนี้คือ ตัวอย่างทดลองลักษณะใดสามารถกระจายความร้อนได้ดีที่สุด โดยมีเงื่อนไขว่า รูปทรง และเวลา มีผลต่อความสามารถในการกระจายความร้อน และเพื่อตอบปัญหาดังกล่าว จึงตั้งสมมติฐานว่า รูปทรงของตัวอย่างทดลอง มีผลต่อความสามารถในการกระจายความร้อน โดยกำหนดให้ลักษณะของรูปทรงเป็นตัวแปรอิสระ และกำหนดให้ขนาด ความร้อนที่ตัวอย่างทดลองได้รับ สภาพแวดล้อม และ คุณสมบัติเฉพาะของตัวอย่างทดลอง เป็นตัวแปรควบคุม ในปัญหาพิเศษนี้ กำหนดให้รูปทรงที่ศึกษามี 3 รูปแบบ คือ กระเบื้องแผ่นเรียบ กระเบื้องลอนคู่ใหญ่ และ กระเบื้องซีแพคโมเนีย

1.2 วัตถุประสงค์ของการทำปัญหาพิเศษ

1. เพื่อศึกษาทำความเข้าใจเกี่ยวกับสมการความร้อน และประยุกต์ใช้ตามเงื่อนไขที่สนใจได้
2. เพื่อศึกษาปัญหาการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิภายในแผ่นกระเบื้องมุงหลังคา 3 รูปแบบ คือ แบบแผ่นเรียบ แบบลอนคู่ใหญ่ และแบบซีแพค โมนีเย
3. เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้องกับอุณหภูมิหลังจากความร้อนไหลผ่านกระเบื้อง ทั้ง 3 รูปแบบ
4. เพื่อเข้าใจระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมในการแก้ปัญหาดังกล่าวข้างต้น
5. เพื่อเข้าใจระเบียบวิธีจิ้นประกอบอันตะในการแก้ปัญหาดังกล่าวข้างต้น
6. เพื่อจำลองการแพร่กระจายความร้อนของกระเบื้องมุงหลังคาในรูปแบบที่สนใจได้

1.3 ขอบเขตของปัญหา

1. โครงการนี้ศึกษาความสัมพันธ์และความแตกต่างของการแพร่กระจายความร้อนของตัวอย่างทดลองโดยมีมิติของ รูปทรง และเวลา เป็นเงื่อนไขสำคัญในการศึกษา
2. โครงการนี้ศึกษาการแพร่กระจายความร้อนใน 2 มิติของกระเบื้องในระนาบกว้าง-หนา เท่านั้น ไม่ครอบคลุมไปถึงมิติความลึกของตัวอย่างทดลอง
3. กระเบื้องที่ใช้ศึกษานั้นสมมุติให้มีค่าถ่วงความร้อนจำเพาะคงที่ และศึกษาตัวอย่างทดลองเดียว คือ แผ่นกระเบื้องคอนกรีตเท่านั้น ไม่มีการเปรียบเทียบตัวอย่างทดลองที่มีค่าถ่วงจำเพาะความร้อนที่แตกต่างกัน
4. สมมุติให้ความร้อนจากแหล่งกำเนิดมาสู่ตัวอย่างทดลองมีค่าคงที่ ณ ทุกๆเวลา
5. ให้สีของตัวอย่างทดลองเป็นตัวแปรควบคุม โดยจะศึกษากระเบื้องจากสีพื้นฐานเท่านั้น

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ทำให้ผู้วิจัยสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการแพร่กระจายความร้อนมาประยุกต์ใช้กับปัญหาในชีวิตประจำวันได้
2. ทำให้ผู้วิจัยได้รับความรู้เพิ่มเติมจากการศึกษาระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมและระเบียบวิธีจิ้นประกอบอันตะ
3. ทำให้ผู้วิจัยสามารถนำความรู้ทางระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม และระเบียบวิธีจิ้นประกอบอันตะมาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวันได้
4. เป็นแนวทางหนึ่งในการตัดสินใจเลือกรูปแบบของกระเบื้องมุงหลังคาให้เหมาะสมกับความต้องการของผู้บริโภคได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5. สามารถนำความรู้ที่ได้จากการศึกษาไปใช้เป็นแนวทางในการพัฒนาแบบจำลองที่ซับซ้อนในงานวิจัยระดับสูงได้
6. เป็นแนวทางสำหรับศึกษาและพัฒนาทางระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะต่อไปในอนาคต

1.5 ขั้นตอนและเวลาของการดำเนินงาน

1. ศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับวิธีการทำปัญหาพิเศษรวมทั้งการจัดทำรายงานปัญหาพิเศษ (30 วัน)
2. ทำความเข้าใจเกี่ยวกับสมการความร้อน และศึกษาลักษณะของกระเบื้องที่วางจำหน่ายตามท้องตลาด (15 วัน)
3. ประชุมคัดสมการความร้อนเพื่อศึกษาตามเงื่อนไขที่กำหนดได้ (5 วัน)
4. ทดลอง คำนวณในโปรแกรมที่เรานำมาศึกษา และสรุปผลการศึกษา (10 วัน)
5. จัดทำรายงานคู่มือการทำปัญหาพิเศษ (60 วัน)
6. ตรวจสอบ ปรับปรุง แก้ไขรายงานคู่มือการทำปัญหาพิเศษ (15 วัน)
7. จัดทำรูปเล่มคู่มือการทำปัญหาพิเศษ (15 วัน)

ส่วนประกอบของคู่มือการทำปัญหาพิเศษเล่มนี้จะเป็นดังนี้ บทที่ 1 กล่าวถึงบทนำของการทำปัญหาพิเศษ บทที่ 2 กล่าวถึงทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง บทที่ 3 กล่าวถึงการหาค่าผลเฉลยของกระเบื้องมุงหลังคา บทที่ 4 กล่าวถึงการวิเคราะห์ผลการทดลอง บทที่ 5 กล่าวถึงอภิปรายและสรุปผลการทำปัญหาพิเศษ ในส่วนของภาคผนวกนั้น ภาคผนวก ก. กล่าวถึงขั้นตอนการใช้โปรแกรม Easy Finite Element Method และภาคผนวก ข. กล่าวถึงผลเฉลยของอุณหภูมิภายในแต่ละโนดจากโปรแกรม

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาการแพร่กระจายความร้อนในแผ่นกระเบื้องมุงหลังคานั้น สมการเชิงอนุพันธ์สำหรับการนำความร้อนในพิกัดฉาก เป็นความรู้พื้นฐานสำคัญสำหรับการศึกษาองค์ประกอบและพฤติกรรมของการนำความร้อน เพื่อนำไปสู่วิธีการแก้ปัญหาการนำความร้อน ซึ่งแบ่งเป็น วิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ (analytical method) และวิธีวิเคราะห์เชิงตัวเลข (numerical method) สำหรับวิธีวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์แบ่งเป็นการหาคำตอบอย่างถูกต้อง (exact solution) และการหาคำตอบโดยประมาณ (approximate solution)

ในการคำนวณเกี่ยวกับสมการความร้อนในวัตถุรูปทรงต่างๆนั้น วิธีวิเคราะห์ปัญหาซึ่งเป็นที่นิยมนั้นมากคือ วิธีขึ้นประกอบอันตะ (Finite Element Method) ซึ่งเป็นวิธีที่ช่วยแก้ปัญหาสถานะรูปร่างที่ซับซ้อนต่างๆได้ โดยการแบ่งโดเมนของปัญหาออกเป็นอีลิเมนต์เล็กๆ ในที่นี้จะแบ่งโดเมนของปัญหาเป็นรูปสามเหลี่ยม เนื่องจากมีความยืดหยุ่นในการแบ่งและความถูกต้องของคำตอบสูง

ในบทนี้ จะกล่าวถึง ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับแผ่นกระเบื้องมุงหลังคาซึ่งเป็นโดเมนของปัญหาที่เราสนใจ สมการอนุพันธ์สำหรับการนำความร้อนในพิกัดฉาก 2 มิติ เชิงเส้นของตัวกลางไอโซทรอปิกที่ไม่มีแหล่งความร้อนในสถานะคงที่ ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง Finite Difference และวิธีขึ้นประกอบอันตะ

2.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับแผ่นกระเบื้องมุงหลังคา

กระเบื้องมุงหลังคาเป็นวัสดุก่อสร้างหนึ่งที่มีความสำคัญในการสร้างบ้าน ที่อยู่อาศัย อาคารสำนักงานต่างๆ ประเภทมุงหลังคาในปัจจุบันมีหลายประเภทหลายรูปแบบ แต่ในที่นี้จะกล่าวถึงวัสดุกระเบื้องมุงหลังคาแบบแผ่นเรียบ กระเบื้องมุงหลังคาลอนคู่ใหญ่และแบบซีแพค โมเนีย ซึ่งเป็นวัสดุประเภทของกระเบื้องที่นิยมใช้ในปัจจุบัน

2.1.1 กระเบื้องแผ่นเรียบ

กระเบื้องมุงหลังคาชนิดเรียบนั้น มีอยู่มากมายในท้องตลาด และกำลังเป็นที่นิยมอย่างมากในปัจจุบัน เนื่องจากการออกแบบที่สวยงามและทันสมัย กระเบื้องมุงหลังคาชนิดเรียบนี้ มีทั้งที่ทำมาจากดินเผาซึ่งเป็นกระเบื้องชนิดเก่า และทำจากคอนกรีต มีชื่อเรียกแตกต่างกันไปตามแต่ละยี่ห้อ

2.1.2 กระเบื้องแบบซีแพคโมเนีย

กระเบื้องแบบซีแพค โมเนียเป็นผลิตภัณฑ์จำพวกกระเบื้องคอนกรีต ซึ่งได้รับความนิยมมากในขณะนี้ เนื่องจากมีความสวยงามและมีสีสันต่างกันไปให้เลือกมากมาย กระเบื้องชนิดนี้ใช้มุงหลังคาที่มีความลาดเอียงต่ำสุดที่ 17 องศา และสูงสุดที่ 90 องศา ขนาดโดยรวม 330 x 420 มิลลิเมตร น้ำหนักต่อแผ่นอยู่ที่ 4 กิโลกรัม และมีสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (Thermal Conductivity , k) เท่ากับ 0.836 วัตต์ต่อเมตร • องศาเซลเซียส

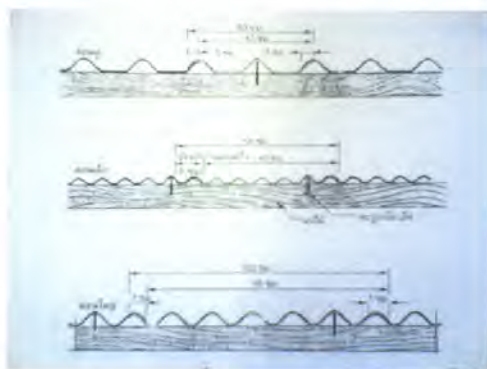
2.1.3 กระเบื้องลอนคู่

กระเบื้องลอนคู่เป็นผลิตภัณฑ์จากกระเบื้องซีเมนต์ใยหิน ซึ่งแตกต่างกับกระเบื้องแผ่นเรียบ และกระเบื้องซีแพค โมเนียซึ่งผลิตจากคอนกรีต กระเบื้องลอนคู่จะมีความสูงของลอน 5 เซนติเมตร เป็นกระเบื้องมุงหลังคาที่ได้รับความนิยมเป็นอันมาก เหมาะสำหรับพื้นที่หลังคาอาคารทั่วไป และมีส่วนเอียงลาดไม่น้อยกว่า 10 องศา เช่น บ้านพักอาศัย ทาวน์เฮาส์ โรงเรียน โรงงาน เป็นต้น

ชนิด	ขนาด(กว้าง*ยาว*หนา) (ซม.)	น้ำหนัก/แผ่น (กก.)
กระเบื้องลอนคู่	50*120*0.5	6.2
	50*150*0.5	7.7

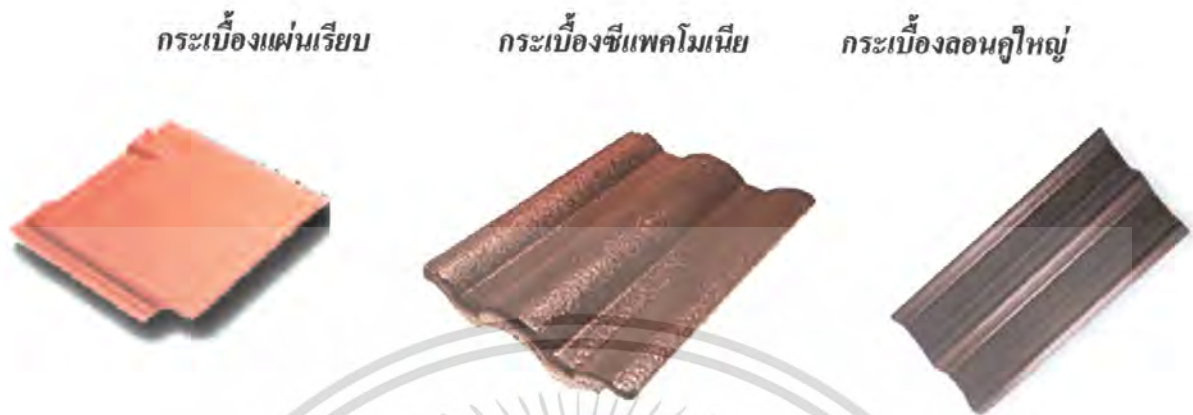
ตารางที่ 2.1 ข้อมูลจำเพาะของกระเบื้องลอนคู่

โดยปกติแล้ว รูปแบบกระเบื้องตามมาตรฐานของกระเบื้องมุงหลังคา แบบลอนคู่เล็ก และลอนคู่ใหญ่ เป็นดังรูปที่ 2.1



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูปที่ 2.1 แบบกระเบื้องตามมาตรฐาน
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปทรงของกระเบื้อง ที่เราได้นำมาศึกษา มีลักษณะรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.2 แบบกระเบื้องที่ศึกษา

2.2 สมการเชิงอนุพันธ์สำหรับการนำความร้อน

การนำความร้อนของตัวกลางใดๆ อยู่ภายใต้กฎของฟูเรียร์ (Fourier's law) กล่าวคือ “ ในพิกัดใดๆ ฟลักซ์ความร้อนของตัวกลางในทิศทางใดจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับความแตกต่างของอุณหภูมิของตัวกลางในทิศทางนั้น (โดย ถ่ายเทความร้อน จากบริเวณที่มี อุณหภูมิสูงไป สู่บริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำ) ”

พิจารณากำหนดการนำความร้อนของตัวกลางที่มีขนาด δx และ δy ในพิกัด x และ y ตามลำดับ โดยพิจารณาขณะสภาวะไม่คงที่ ไม่มีแหล่งความร้อนภายในตัวกลาง

ตัวกลางไอโซทรอปิก ($k_x = k_y = k$)

ฟลักซ์ความร้อนที่พิกัด (x, y) และ $(x + \delta x, y + \delta y)$ ได้แก่

$$q_x = -k_x \frac{\partial u}{\partial x}(x, y, t) \quad , \quad q_{x+\delta x} = q_x + \frac{\partial}{\partial x} \left[-k_x \frac{\partial u}{\partial x}(x, y, t) \right] \delta x \quad \dots(2.2.1a)$$

$$q_y = -k_y \frac{\partial u}{\partial y}(x, y, t) \quad , \quad q_{y+\delta y} = q_y + \frac{\partial}{\partial y} \left[-k_y \frac{\partial u}{\partial y}(x, y, t) \right] \delta y \quad \dots(2.2.1b)$$

อัตราการถ่ายเทความร้อนที่พิกัด (x, y) และ $(x + \delta x, y + \delta y)$ ได้แก่

$$Q_x = q_x \delta y \quad , \quad Q_{x+\delta x} = q_{x+\delta x} \delta y \quad \dots(2.2.2a)$$

$$Q_y = q_y \delta x \quad , \quad Q_{y+\delta y} = q_{y+\delta y} \delta x \quad \dots(2.2.2b)$$

อัตราการผลิตความร้อนในตัวกลางขนาด $\delta x \delta y = q_0 \delta x \delta y$... (2.2.3)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{อัตราการเพิ่มพลังงานภายในของตัวอย่าง} = \rho \delta x \delta y C_p \frac{\partial u}{\partial t}(x, y, t) \quad \dots(2.2.4)$$

โดยที่

k_x, k_y ค่าการนำความร้อนของตัวกลางไอโซทรอปิกในทิศทาง x, y ตามลำดับ มีหน่วยเป็น W/m.K

q_x, q_y ฟลักซ์ความร้อนในทิศ x, y ตามลำดับ ที่พิกัด (x, y) และมีหน่วยเป็น W/m²

$x + \delta x, y + \delta y$ ฟลักซ์ความร้อนในทิศ x, y ตามลำดับที่พิกัด $(x + \delta x, y + \delta y)$

Q_x, Q_y อัตราการถ่ายเทความร้อนในทิศ x, y ตามลำดับที่พิกัด (x, y) และมีหน่วยเป็น W

$Q_{x+\delta x}, Q_{y+\delta y}$ อัตราการถ่ายเทความร้อนในทิศ x, y ตามลำดับที่พิกัด $(x + \delta x, y + \delta y)$

$u(x, y, t)$ อุณหภูมิของตัวกลาง

C_p ค่าความร้อนจำเพาะของตัวกลางและมีหน่วยเป็น J/kg.K

ρ ความหนาแน่นของตัวกลาง และมีหน่วยเป็น kg/m³

จากสมการ (2.2.2), (2.2.3) และ (2.2.4) จะได้

$$\begin{aligned} (Q_x - Q_{x+\delta x} + Q_y - Q_{y+\delta y}) + q_0 \delta x \delta y &= \rho \delta x \delta y C_p \frac{\partial u}{\partial t}(x, y, t) \\ \left[\frac{\partial}{\partial x} \left[k_x \frac{\partial u}{\partial x}(x, y, t) \right] \delta x \delta y \right. &+ q_0 \delta x \delta y = \rho \delta x \delta y C_p \frac{\partial u}{\partial t}(x, y, t) \\ \left. + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_y \frac{\partial u}{\partial y}(x, y, t) \right] \delta x \delta y \right] & \end{aligned}$$

ใส่ลิมิตเมื่อ $\delta x \rightarrow 0$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[k_x \frac{\partial u}{\partial x}(x, y, t) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_y \frac{\partial u}{\partial y}(x, y, t) \right] + q_0 = \rho C_p \frac{\partial u}{\partial t}(x, y, t) \quad \dots(2.2.5)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y, t) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y, t) + \frac{q_0}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial u}{\partial t}(x, y, t) \quad \dots(2.2.6)$$

โดยที่

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \text{ และเรียกว่า สัมประสิทธิ์การกระจายความร้อน (thermal diffusivity)}$$

ซึ่ง k, ρ และ C_p คือ สัมประสิทธิ์การนำความร้อน, ความหนาแน่น และ ความจุความร้อนจำเพาะ

สมการ (2.2.6) เป็นสมการอนุพันธ์ควบคุมการนำความร้อนในพิกัดฉาก 2 มิติ สภาวะไม่คงที่ โดยมีแหล่งความร้อนภายในตัวกลาง และตัวกลางเป็นตัวกลางไอโซทรอปิก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณี 1 : เมื่อพิจารณาการนำความร้อนของตัวกลางที่ไม่มีแหล่งความร้อนในสภาวะไม่คงที่ สำหรับตัวกลางไอโซทรอปิก

$$\begin{aligned}\therefore \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y, t) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y, t) &= \frac{1}{\alpha} \frac{\partial u}{\partial t}(x, y, t) \\ \nabla^2 u(x, y, t) &= \frac{1}{\alpha} \frac{\partial u}{\partial t}(x, y, t) \quad \dots(2.2.7)\end{aligned}$$

สมการ (2.2.7) เรียกว่า สมการฟูเรียร์ (Fourier equation)

กรณี 2 : เมื่อพิจารณาการนำความร้อนของตัวกลางที่ไม่มีแหล่งความร้อนในสภาวะคงที่ สำหรับตัวกลางไอโซทรอปิก

$$\begin{aligned}\therefore \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y, t) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y, t) &= 0 \\ \nabla^2 u(x, y, t) &= 0\end{aligned}$$

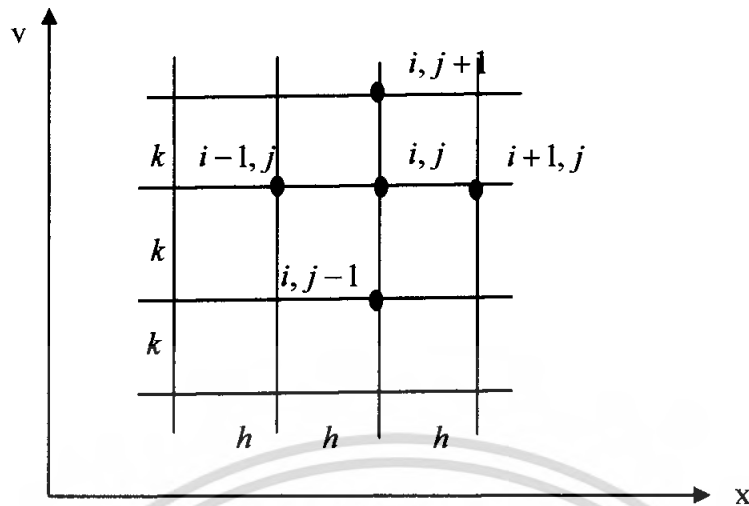
สมการนี้เรียกว่า สมการลาปลาซ (Laplace equation)

2.3 ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite Difference Method)

การหาค่าการกระจายอุณหภูมิโดยวิธีเชิงตัวเลข คือ การเขียนสมการการอนุรักษ์สำหรับโนด (Node) แต่ละโนด (Node) อย่างเหมาะสม และนำสมการนั้นไปใช้ในระบบ ผลลัพธ์ได้มาจากการแก้สมการอุณหภูมิพร้อมกันแต่ละโนด (Node) สำหรับโนด (Node) ที่อยู่ภายในของระบบสองมิติที่ไม่มีการกำเนิดพลังงานความร้อนในระบบและสัมประสิทธิ์การนำความร้อนมีค่าเท่ากัน จะใช้สมการความร้อนสมการที่ 2.2.6 ซึ่งเรียกว่า Exact Form ในสมการการอนุรักษ์พลังงานของระบบ อย่างไรก็ตามถ้าระบบดังกล่าวอยู่ในรูปของ Node Network จำเป็นจะต้องใช้วิธีการประมาณการ (Approximation) หรือวิธีผลต่างสืบเนื่อง ซึ่งสมการที่เราพิจารณาเป็นดังต่อไปนี้

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{d^2 u}{dy^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial u}{\partial t}(x, y, t) \quad \dots(2.3.1)$$

หลักการของระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่องประกอบอันตะที่มีระบบ Grid ที่มีระยะห่างเท่าๆกัน คือการแบ่งพื้นที่ออกเป็นส่วนๆ แต่ละลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งมีความกว้างเท่ากับ h และ k โดยที่ h, k เป็นค่าคงที่ แสดงได้ดังรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 การแบ่งพื้นที่ในระบบ grid

สมการวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมที่ เหมาะสมสำหรับ โหนด (Node) ที่อยู่ในของระบบสองมิติ สามารถหาได้โดยตรงจากสมการที่ 2.3.1 พิจารณาอนุพันธ์ลำดับที่สอง $\partial^2 u$ ซึ่งค่าอนุพันธ์ของ โหนดที่ m,n อาจประมาณได้จากสมการ

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_{i,j}}{\partial x^2} &= \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h^2} - \frac{2h^2}{4!} \frac{\partial^4 u_{i,j}}{\partial x^4} + \dots \\ &= \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h^2} + O(h^2) \end{aligned} \quad \dots(2.3.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{i,j}}{\partial x} &= \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2h} - \frac{h^2}{3!} \frac{\partial^3 u_{i,j}}{\partial x^3} + \dots \\ &= \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2h} + O(h^2) \end{aligned} \quad \dots(2.3.3)$$

ในทำนองเดียวกัน อนุพันธ์เทียบ y จะได้ว่า

$$\frac{\partial u_{i,j}}{\partial y} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2k} + O(k^2) \quad \dots(2.3.4)$$

$$\frac{\partial^2 u_{i,j}}{\partial y^2} = \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{k^2} + O(k^2) \quad \dots(2.3.5)$$

โดยที่ $O(h^2)$ และ $O(k^2)$ เป็นค่าคลาดเคลื่อนตัดปลาย (Truncation error) ซึ่งเป็นสัดส่วนกับ h^2 และ k^2 ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาโนด m, n ในสมการความร้อนและสมการเชิงอนุพันธ์ (Differential equation) ซึ่งเป็น Exact Differential Equation สามารถลดรูปเป็นสมการ Approximate Algebraic Equation ซึ่งเป็นการประมาณค่าสมการความร้อน Finite Difference สามารถประยุกต์ใช้กับ Node ภายในทุก ๆ โหนด (Node) ได้ ซึ่งแสดงว่าผลรวมของอุณหภูมิของโนด (Node) ทั้ง 4 อยู่ติดกัน มีค่าเท่ากับ 4 เท่าของอุณหภูมิที่ Node นั้น ๆ หรืออุณหภูมิของโนด m, n เป็นค่าเฉลี่ยของโนด 4 โหนด ที่อยู่ติดกับตัวมันเอง

2.3.1 ผลลัพธ์ของสมการผลต่างสี่เหลี่ยม (Finite Difference)

เมื่อสร้างโครงข่ายของโนด และ เขียนสมการผลต่างสี่เหลี่ยม (Finite Difference) สำหรับโนด (Node) แต่ละโนด (Node) แล้ว จะหาค่าการกระจายอุณหภูมิโดยการแก้สมการพีชคณิตของระบบ เช่น Linear Algebraic ซึ่งสามารถทำได้หลายวิธี อาจเป็นวิธีโดยตรง หรือวิธีทดลองค่า (Iterative Method) วิธีโดยตรงจะใช้ในกรณีจำนวนโนดที่ไม่รู้ค่าอุณหภูมิจำนวนไม่มาก ถ้าจำนวนโนดที่ไม่รู้ค่าของอุณหภูมิจำนวนมาก จะต้องใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยเพราะมีหน่วยความจำมาก ซึ่งจะเหมาะสมกับวิธีทดลองค่า

ในที่นี้จะพิจารณาโดยวิธี Matrix Inversion ซึ่งเป็นวิธีโดยตรงและวิธีทดลองค่า

2.3.2 วิธีจาโคบี (Jacobi Iteration)

การพิจารณาการนำความร้อนในระบบสองมิติ ภายใต้สภาวะสม่ำเสมอ ไม่มีการกำหนดพลังงานความร้อนภายในตัวกลาง จะได้สมการดังนี้

$$\frac{u_{m+1,n} - 2u_{m,n} + u_{m-1,n}}{h^2} + \frac{u_{m,n+1} - 2u_{m,n} + u_{m,n-1}}{k^2} = 0 \quad \dots(2.3.6)$$

ดังนั้นสามารถหาค่าอุณหภูมิตั้งที่ โหนด (m, n) ได้จากสมการ

$$u_{m,n} = \frac{k^2(u_{m+1,n} + u_{m-1,n}) + h^2(u_{m,n+1} + u_{m,n-1})}{2(h^2 + k^2)} \quad \dots(2.3.7)$$

โดยที่ $1 < n < N, 1 < m < M$

เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots, N$

$m = 1, 2, 3, 4, 5, \dots, M$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การหาค่าของอนุกรมโดยวิธีจาโคบี (Jacobi Iteration) เป็นการหาค่าโดยการประมาณค่า หรือ การเดาค่า ของอนุกรมจากสมมติฐานที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริง ซึ่งขั้นตอนแรกจะเดาลักษณะ การกระจายอนุกรมจากปัญหาของความร้อนจากเงื่อนไขของสมการ

$$u_{n,m}^{(0)} \quad ; 1 \leq n \leq N \quad ; 1 \leq m \leq M$$

ถ้าการกระจายอนุกรมที่เดามาเมื่อในสมการที่ (2.3.7) และการประมาณสมการจากเงื่อนไข ที่ขอบเขตของระบบ จะสามารถคำนวณหาค่าอนุกรมตัวใหม่ ($u_{n,m}$) ใหม่ ของแต่ละ โหนดได้จาก สมการ

$$u_{n,m}^{(i)} \quad ; 1 \leq n \leq N \quad ; 1 \leq m \leq M$$

ค่าของอนุกรมที่ใกล้เคียงหรือถูกต้องนั้นจะอยู่ที่ค่าการเปลี่ยนแปลงของอนุกรมใหม่มีค่าการ เปลี่ยนแปลงน้อยมากหรือไม่เปลี่ยนแปลงเลย

2.3.3 วิธีเมทริกซ์ผกผัน(Matrix Inversion)

พิจารณาระบบซึ่งมีสมการวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม เป็นตัวเลขจำนวนเต็มเพื่อระบุถึง โหนดหนึ่ง ดัง สมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} a_{11}u_1 + a_{12}u_2 + a_{13}u_3 + \dots + a_{1N}u_N &= C_1 \\ a_{21}u_1 + a_{22}u_2 + a_{23}u_3 + \dots + a_{2N}u_N &= C_2 \\ \vdots & \\ a_{N1}u_1 + a_{N2}u_2 + a_{N3}u_3 + \dots + a_{NN}u_N &= C_N \end{aligned} \quad \dots(2.3.8)$$

เมื่อ $a_{11}, a_{12}, \dots, C_1, \dots$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์และค่าคงที่ ซึ่งรู้ค่าเช่น $\Delta x, k, h$ และ u_∞ และ สมการข้างบนสามารถ เขียนเป็นสัญลักษณ์เมทริกซ์ได้เป็น

$$Au = C \quad \dots(2.3.9)$$

โดยที่

$$A \equiv \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix}, u \equiv \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix}, C \equiv \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_N \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ A คือเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ Coefficient Matrix ขนาด $(n+m)$ และแต่ละเอลิเมนต์กำกับด้วยตัวห้อยสองตัว ซึ่งตัวแรก หมายถึง แถว และตัวที่สอง หมายถึง หลัก เมทริกซ์ (u) และเมทริกซ์ (C) มีหลักเดียวเรียกว่า “ Column Vectors ” หรือบางครั้งเรียกว่า Solution Vector และเวกเตอร์ด้านขวามือ (Right Hand Side Vector) ตามลำดับ สมการที่ 2.3.8 และ 2.3.9 ใช้ Left Hand Side ในกรณี เพิ่มปริมาณของ เมทริกซ์ผลลัพธ์สามารถเขียนให้อยู่ในรูป

$$[u] = [A]^{-1} [C] \quad \dots(2.3.10)$$

โดยที่ $[A]^{-1}$ คือ ส่วนกลับ (Inverse) ของ (A) และกำหนดให้มีค่าเป็น

$$[A]^{-1} \equiv \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1N} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{N1} & b_{N2} & \dots & b_{NN} \end{bmatrix} \quad \dots(2.3.11)$$

ซึ่งอุณหภูมิของแต่ละและ โหนด สามารถหาได้จากสมการ ดังนี้คือ

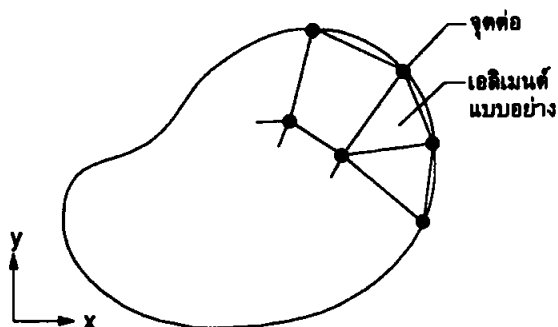
$$\begin{aligned} u_1 &= b_{11}C_1 + b_{12}C_2 + b_{13}C_3 + \dots + b_{1N}C_N \\ u_2 &= b_{21}C_1 + b_{22}C_2 + b_{23}C_3 + \dots + b_{2N}C_N \\ &\vdots \\ u_N &= b_{N1}C_1 + b_{N2}C_2 + b_{N3}C_3 + \dots + b_{NN}C_N \end{aligned} \quad \dots(2.3.12)$$

2.4 วิธีจิ้นประกอบอันตะ (Finite Element Method)

ส่วนระเบียบวิธีจิ้นประกอบอันตะเป็นการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเพื่อหาผลลัพธ์โดยประมาณของปัญหาที่กำหนดมาให้เช่นกัน โดยแบ่งรูปร่างลักษณะของปัญหาที่จะใช้ในการคำนวณออกเป็นจิ้นส่วนย่อยๆ ที่เรียกว่า เอลิเมนต์ เอลิเมนต์เหล่านี้เชื่อมต่อกันที่จุดต่อ(Nodes)ซึ่งเป็นตำแหน่งที่จะคำนวณหาค่าตัวแปรตาม(dependent variables) ที่ต้องการ

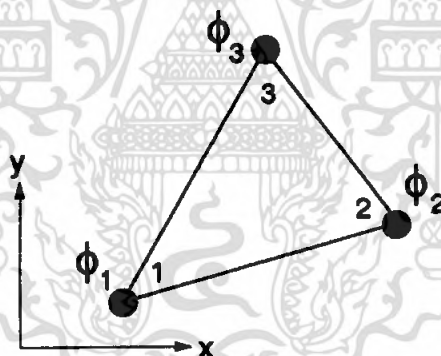
วิธีการจิ้นประกอบอันตะประกอบด้วยจิ้นตอนใหญ่ทั้งหมด 6 จิ้นตอน ดังต่อไปนี้

จิ้นตอนที่ 1 การแบ่งขอบเขตรูปร่างลักษณะของปัญหาที่ต้องการที่จะหาผลลัพธ์นั้นออกเป็นเอลิเมนต์ย่อย ๆ ดังรูปที่ 2.4 ขอบเขตดังกล่าวอาจเป็นขอบเขตของปัญหาชนิดต่าง ๆ กัน



รูปที่ 2.4 การแบ่งรูปร่างลักษณะของปัญหาออกเป็นเอลิเมนต์แบบต่าง ๆ

ขั้นตอนที่ 2 การเลือกประมาณฟังก์ชันภายในเอลิเมนต์ (element interpolation function) เช่น เอลิเมนต์สามเหลี่ยม เอลิเมนต์ คิงกล่าวประกอบด้วย 3 จุดต่อที่มีหมายเลข 1, 2, 3 ดังแสดงในรูปที่ 2.4 โดยที่จุดต่อเหล่านั้นเป็นตำแหน่งของตัวที่ไม่รู้ค่า (nodal unknowns) ซึ่งก็คือ ϕ_1 , ϕ_2 และ ϕ_3 ตัวที่ไม่รู้ค่าที่จุดต่อเหล่านี้อาจเป็นค่าการยืดหรือหดตัว หากเราทำปัญหาความยืดหยุ่นในของแข็ง หรืออาจเป็นค่าอุณหภูมิ หากเราทำปัญหาเกี่ยวกับปัญหาการถ่ายเทความร้อน หรือไม่ก็อาจเป็นปัญหาการถ่ายเทของของเหลว เป็นต้น



รูปที่ 2.5 เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบอย่าง ประกอบด้วยสามจุดต่อ

เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบอย่าง ประกอบด้วยสามจุดต่อ โดยมีตัวไม่รู้ค่าอยู่ ณ ตำแหน่งที่จุดต่อ ลักษณะการกระจายตัวไม่รู้ค่าบนเอลิเมนต์นี้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันการประมาณภายในและตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อดังนี้

$$\phi(x, y) = N_1(x, y)\phi_1 + N_2(x, y)\phi_2 + N_3(x, y)\phi_3 \quad \dots(2.4.1)$$

โดย $N_i(x, y)$, $i = 1, 2, 3$ คือฟังก์ชันประมาณภายในเอลิเมนต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ (2.4.1) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\phi(x, y) = [N_1 \quad N_2 \quad N_3] \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix}$$

$$= \underset{(1 \times 3)}{[N]} \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix}_{(3 \times 1)} \quad \dots(2.4.2)$$

โดย $[N]$ คือ เมทริกซ์ของฟังก์ชันการประมาณค่าภายในเอลิเมนต์
 $\{\phi\}$ คือ เวกเตอร์เมทริกซ์ที่ประกอบด้วยตัวที่ไม่รู้ค่าที่จุดต่อของเอลิเมนต์นั้น
 ซึ่งสัญลักษณ์ $[]$ หมายถึงเมทริกซ์ในแนวนอน
 และ $\{ \}$ หมายถึงเมทริกซ์ในแนวตั้ง

ขั้นตอนที่ 3 การสร้างสมการของเอลิเมนต์ ดังตัวอย่างเช่น สมการเอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบอย่าง จะอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}_e \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix}_e = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix}_e \quad \dots(2.4.3)$$

ซึ่งเขียนย่อได้เป็น

$$[k]_e \{\phi\}_e = \{F\}_e \quad \dots(2.4.4)$$

ขั้นตอนที่ 3 นี้ถือว่าเป็นหัวใจสำคัญของวิธีจันประกอบอันตะ การสร้างสมการของเอลิเมนต์ซึ่งอยู่ในรูปแบบของสมการที่ (2.4.3) สามารถทำได้โดย

- ก. วิธีการโดยตรง (direct approach)
- ข. วิธีการแปรผัน (variable approach)
- ค. วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (method of weighted residuals)

ขั้นตอนที่ 4 การนำสมการของแต่ละเอลิเมนต์ที่ได้มาประกอบกัน ก่อให้เกิดระบบสมการพร้อมกัน ขึ้น ในรูปแบบดังนี้

$$\sum (\text{elementequation}) \Rightarrow [k]_{\text{sys}} \{\phi\}_{\text{sys}} = \{F\}_{\text{sys}} \quad \dots(2.4.5)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์เพื่อการเรียนการสอนเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนที่ 5 ทำการประยุกต์เงื่อนไขขอบเขต ลงในสมการ (2.4.5) แล้วจึงทำการแก้สมการนั้นเพื่อหาค่า $\{\phi\}_{sys}$ อันประกอบด้วยตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อ ซึ่งอาจจะเป็นค่าของการเคลื่อนตัว ณ ตำแหน่งต่าง ๆ ของโครงสร้าง หรือค่าของอุณหภูมิที่จุดต่าง ๆ เมื่อเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการถ่ายเทความร้อน เป็นต้น

ขั้นตอนที่ 6 เมื่อคำนวณค่าต่าง ๆ ที่จุดต่อออกมาได้แล้วก็สามารถทำการหาค่าอื่นๆที่ต้องการทราบต่อไปได้ เช่น เมื่อรู้อุณหภูมิที่จุดต่าง ๆ ก็สามารถคำนวณหาปริมาณการถ่ายเทความร้อนได้ เป็นต้น

2.4.1 ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สองมิติสำหรับเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม

ปัญหาส่วนใหญ่ในสองมิติจะใช้เอลิเมนต์ที่มีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยม ทั้งนี้ก็เพราะว่าลักษณะขอบเขตของปัญหาแบบสองมิติทั่ว ๆ ไปสามารถแบ่งออกเป็นเอลิเมนต์สามเหลี่ยมย่อย ๆ ได้โดยง่าย อีกทั้งสมการเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยมสามารถสร้างขึ้นได้โดยง่ายและนำไปใช้ในการประดิษฐ์โปรแกรมได้โดยสะดวกด้วย เอลิเมนต์สามเหลี่ยมแบบที่ง่ายที่สุดประกอบด้วยสามจุดต่อ หมายเลข 1,2,3 ซึ่งวนอยู่ในทิศทวนเข็มนาฬิกา ดังแสดงในรูปที่ 2.5 โดยที่จุดต่อซึ่งอยู่ตำแหน่ง (x_i, y_i) , $i = 1,2,3$ เป็นตำแหน่งของตัวไม่รู้ค่า ϕ การสร้างฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สามเหลี่ยมก็สามารถทำได้เช่นเดียวกับเอลิเมนต์ในหนึ่งมิติ ซึ่งเอลิเมนต์สามเหลี่ยมเราจะเริ่มโดยสมมุติลักษณะการกระจายของผลลัพธ์โดยประมาณแบบแผ่นเรียบบนเอลิเมนต์ นั่นคือ



รูปที่ 2.6 เอลิเมนต์สามเหลี่ยม

$$\phi(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad \dots(2.4.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดย α_i , $i=1,2,3$ เป็นค่าคงตัว ซึ่งหาได้จากเงื่อนไขที่จุดต่อทั้งสาม ดังนี้

$$\text{จุดต่อที่ 1: } \phi(x_1, y_1) = \phi_1 = \alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 y_1$$

$$\text{จุดต่อที่ 2: } \phi(x_2, y_2) = \phi_2 = \alpha_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 y_2$$

$$\text{จุดต่อที่ 3: } \phi(x_3, y_3) = \phi_3 = \alpha_1 + \alpha_2 x_3 + \alpha_3 y_3$$

จากทั้ง 3 สมการนี้ เราสามารถหาค่า α_i , $i=1,2,3$ ให้อยู่ในรูปของค่าที่จุดต่อ ϕ_i และตำแหน่งของจุดต่อ (x_i, y_i) ซึ่งหลังจากแทนกลับลงไปนสมการ (2.4.6) แล้วทำการจัดพจน์ต่าง ๆ เราจะได้ลักษณะของการกระจายของผลเฉลยสำหรับเอลิเมนต์ที่อยู่ในรูป

$$\phi(x, y) = [N_1(x, y) \quad N_2(x, y) \quad N_3(x, y)] \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix} = [N]_{1 \times 3} \{\phi\}_{3 \times 1} \quad \dots(2.4.7)$$

โดย $[N]$ เรียกว่า เมทริกซ์ของการประมาณภายในเอลิเมนต์ (element Interpolation matrix)

$\{\phi\}$ คือ เวกเตอร์ของตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อ (vector of nodal unknowns)

และในที่นี้

$$N_i(x, y) = \frac{1}{2A} (a_i + b_i x + c_i y) \quad , i=1,2,3 \quad \dots(2.4.8)$$

โดย A = พื้นที่ของเอลิเมนต์สามเหลี่ยม

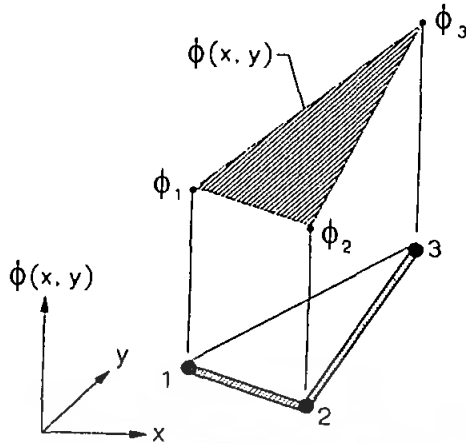
$$A = \frac{1}{2} [x_2(y_3 - y_1) + x_1(y_2 - y_3) + x_3(y_1 - y_2)] \quad \dots(2.4.9)$$

$$a_1 = x_2 y_3 - x_3 y_2 \quad , b_1 = y_2 - y_3 \quad , c_1 = x_3 - x_2$$

$$a_2 = x_3 y_1 - x_1 y_3 \quad , b_2 = y_3 - y_1 \quad , c_2 = x_1 - x_3$$

$$a_3 = x_1 y_2 - x_2 y_1 \quad , b_3 = y_1 - y_2 \quad , c_3 = x_2 - x_1 \quad \dots(2.4.10)$$

ฟังก์ชันการประมาณภายใน N_i เหล่านี้ เมื่อนำไปคูณกับค่าที่จุดต่อ Φ_i ดังแสดงในสมการ (2.4.7) จะก่อให้เกิดลักษณะของการกระจายของผลเฉลย โดยประมาณภายในเอลิเมนต์ดังแสดงในรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 ลักษณะการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณภายในเอลิเมนต์

2.4.2 การสร้างสมการขึ้นประกอบอันตะโดยวิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง

ดังที่กล่าวมาแล้วว่า กระบวนการ ในการสร้างสมการขึ้นประกอบอันตะนั้น มีด้วยกัน 3 วิธี คือ วิธีการ โดยตรง (direct approach) วิธีการแปรผัน (variable approach) และ วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (method of weighted residuals) เป็นที่ทราบกันดีว่า วิธีการ โดยตรง และวิธีแปรผันตรงนั้น สามารถสร้างสมการขึ้นประกอบอันตะขึ้นมาได้โดยง่าย แต่วิธีการดังกล่าวก็มีจุดอ่อนตรงที่เราต้องทราบฟังก์ชันการแปรผันที่สอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหานั้น ๆ ซึ่งสำหรับปัญหาทั่วไปในทางปฏิบัติ โดยปกติเราจะรู้เพียงแค่สมการเชิงอนุพันธ์ และไม่สามารถหาฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้องได้ ในปัญหาพิเศษนี้เราจึงเลือกใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง เพราะว่าวิธีดังกล่าวนี้ สามารถสร้างสมการขึ้นประกอบอันตะจากการใช้สมการอนุพันธ์โดยตรง โดยไม่จำเป็นต้องรู้ฟังก์ชันแปรผันที่สอดคล้องกัน โดยวิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง สามารถจำแนกออกได้หลายวิธีการย่อย แต่วิธีที่สะดวกและนิยมนำไปใช้ในการสร้างสมการขึ้นประกอบอันตะ ก็คือ วิธีการกาเลอร์กิน (Galerkin)

การถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างโดยวิธีการกาเลอร์กิน ทำโดยการคูณฟังก์ชันเศษตกค้าง R ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก (weighting function) W จากนั้นทำการอินทิเกรตตลอดทั้งโดเมนแล้วกำหนดผลที่ได้ให้เท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$\int R(t) W_i(t) dt = 0 \quad \dots(2.4.11)$$

และเนื่องจากเราต้องการ 2 สมการดังนั้นค่า $i = 1, 2$ การเลือกฟังก์ชันน้ำหนัก $W_i(t)$ นั้นโดยปกติจะเลือกจากฟังก์ชันที่เกี่ยวข้องกับตัวไม่รู้ค่า C_1 และ C_2 ที่ปรากฏอยู่ในสมการของผลเฉลยโดยประมาณ

$$X(t) = 1 + C_1 \underbrace{t}_{w_1} + C_2 \underbrace{t^2}_{w_2} \quad \dots(2.4.12)$$

แทน $w_1 = t$ และ $w_2 = t^2$ ลงในสมการ (2.4.6) จะได้

$$\int_0^1 R(t) t dt = 0 ; \quad \frac{1}{2} + \frac{5}{6}C_1 + \frac{11}{12}C_2 = 0$$

$$\int_0^1 R(t) t^2 dt = 0 ; \quad \frac{1}{3} + \frac{7}{12}C_1 + \frac{7}{10}C_2 = 0$$

และจาก 2 สมการนี้ เราจะได้

$$C_1 = -0.9143 \quad \text{และ} \quad C_2 = 0.2857 \quad \text{ดังนั้น}$$

$$x(t) = 1.09143t + 0.2857t^2 \quad \dots(2.4.13)$$

อนึ่ง ด้วยเหตุผลหลาย ๆ ประการดังที่ได้อธิบายในตอนท้ายของหัวข้อย่อยนี้ เราจะใช้วิธีการกาเลอร์คินนี้ในการสร้างสมการขึ้นประกอบอันตะในเอลิเมนต์ต่าง ๆ เช่น ลักษณะการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณบนเอลิเมนต์หนึ่งมิติ ดังเช่นสมการดังนี้

$$\phi = \underbrace{N_1}_{w_1} \phi_1 + \underbrace{N_2}_{w_2} \phi_2 \quad \dots(2.4.14)$$

ในที่นี้ ϕ_1 และ ϕ_2 ถือว่าไม่รู้ค่าเช่นเดียวกับ C_1 และ C_2 ในสมการ (2.4.12) ดังนั้น N_1 และ N_2 สามารถนำไปใช้เป็นฟังก์ชันน้ำหนัก w_1 และ w_2 ในการสร้างสมการขึ้นประกอบอันตะได้

บทที่ 3

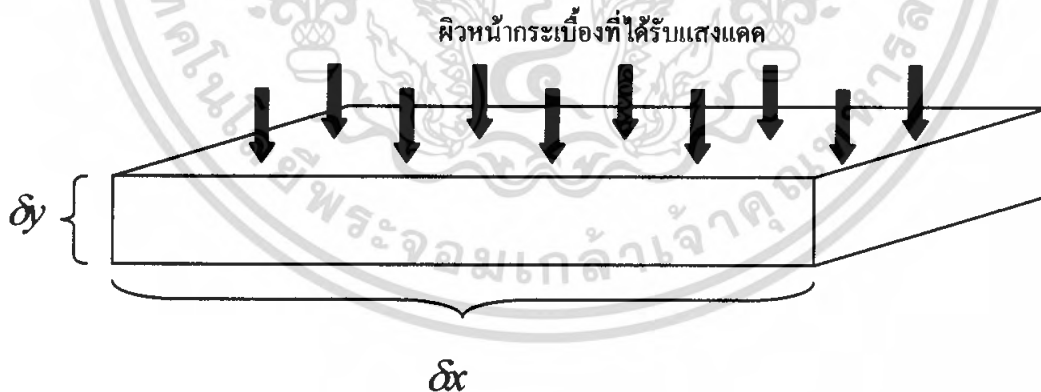
การหาค่าผลเฉลยของกระเบื้องมุงหลังคา

ในบทที่ 3 นี้จะกล่าวถึงการหาค่าผลเฉลยของกระเบื้องมุงหลังคา ซึ่งประกอบไปด้วยการหาผลเฉลยของกระเบื้องแผ่นเรียบโดยระเบียบวิธีผลต่างสี่บเนื้อง และการหาผลเฉลยของกระเบื้องรูปทรงต่างๆโดยระเบียบวิธีจันประกอบอันตะ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป EFM นอกจากนี้ ยังแสดงการหาอุณหภูมิเข้าและออกโดยการทดลองอย่างง่ายอีกด้วย

3.1 การหาผลเฉลยโดยระเบียบวิธีผลต่างสี่บเนื้อง

การหาผลเฉลยโดยระเบียบวิธีผลต่างสี่บเนื้อง (Finite difference Method)เหมาะสำหรับปัญหาที่มีโดเมนเป็นรูปสี่เหลี่ยม คณะผู้ศึกษาจึงเลือกวิธีหาผลเฉลยวิธีนี้ กับปัญหาของกระเบื้องแผ่นเรียบเท่านั้น ด้วยรูปร่างของกระเบื้องแผ่นเรียบ เป็นรูปสี่เหลี่ยม ซึ่งสอดคล้องและเหมาะสมกับวิธีดังกล่าวนี้ ในส่วนของกระเบื้องลอนทั้งสองแบบที่เหลือ จะใช้วิธีอื่นในการหาผลเฉลยต่อไป

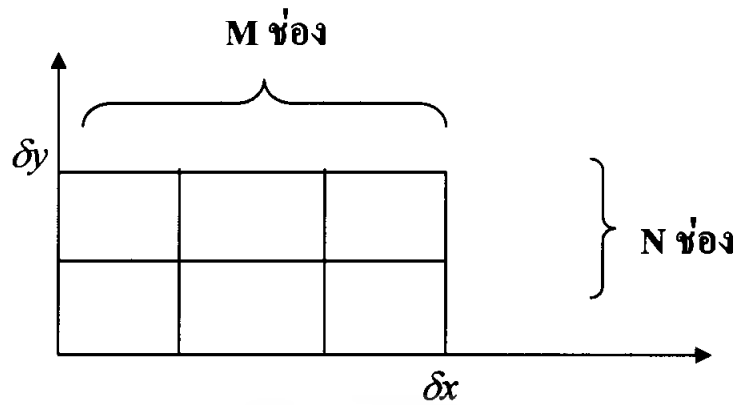
สำหรับกระเบื้องแผ่นเรียบที่ศึกษานี้ เราได้ศึกษาการนำความร้อนในแผ่นกระเบื้องที่มีขนาดด้านยาวเป็น Δx และขนาดด้านหน้าเป็น Δy ในพิกัด x และ y ตามลำดับ ขณะสภาวะคงที่ ไม่มีแหล่งความร้อนในตัว



รูปที่ 3.1 โดเมนของปัญหากระเบื้องแผ่นเรียบ

เมื่อพิจารณาการกระจายการนำความร้อนในด้านหน้าของแผ่นกระเบื้อง กำหนดให้ด้านหน้าที่พิจารณาเป็นโดเมนของปัญหา ทำการแบ่ง Grid ของโดเมนได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.2 การแบ่งโดเมนของปัญหา

โดยมีสมการความร้อนตั้งต้นคือ

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \dots(3.1)$$

อาจเขียนใหม่ได้ว่า

$$u_{xx} + u_{yy} = 0$$

โดยที่

$$u_{xx} = \frac{\partial^2 u_{m,n}}{\partial x^2} = \frac{u_{m+1,n} - 2u_{m,n} + u_{m-1,n}}{h^2} + O(h^2)$$

และ

$$u_{yy} = \frac{\partial^2 u_{m,n}}{\partial y^2} = \frac{u_{m,n+1} - 2u_{m,n} + u_{m,n-1}}{k^2} + O(k^2)$$

แทนค่าในสมการจะได้

$$u_{xx} + u_{yy} = \frac{u_{m+1,n} - 2u_{m,n} + u_{m-1,n}}{h^2} + O(h^2) + \frac{u_{m,n+1} - 2u_{m,n} + u_{m,n-1}}{k^2} + O(k^2) = 0 \quad \dots(3.2)$$

ให้

$$h = \frac{\delta x}{M} \quad \text{และ} \quad k = \frac{\delta y}{N} \quad \text{และ} \quad O(h^2) \rightarrow 0, \quad O(k^2) \rightarrow 0 \quad \text{จะได้สมการใหม่ดังต่อไปนี้}$$

$$u_{xx} + u_{yy} = \frac{M^2}{\delta x^2} (u_{m+1,n} - 2u_{m,n} + u_{m-1,n}) + \frac{N^2}{\delta y^2} (u_{m,n+1} - 2u_{m,n} + u_{m,n-1}) = 0 \quad \dots(3.3)$$

$$\frac{M^2}{\delta x^2} u_{m+1,n} - 2 \frac{M^2}{\delta x^2} u_{m,n} + \frac{M^2}{\delta x^2} u_{m-1,n} + \frac{N^2}{\delta y^2} u_{m,n+1} - 2 \frac{N^2}{\delta y^2} u_{m,n} + \frac{N^2}{\delta y^2} u_{m,n-1} = 0$$

$$-2 \frac{M^2}{\delta x^2} u_{m,n} + \frac{M^2}{\delta x^2} (u_{m+1,n} + u_{m-1,n}) - 2 \frac{N^2}{\delta y^2} u_{m,n} + \frac{N^2}{\delta y^2} (u_{m,n+1} + u_{m,n-1}) = 0$$

$$2u_{m,n} \left(\frac{M^2}{\delta x^2} + \frac{N^2}{\delta y^2} \right) = \frac{M^2}{\delta x^2} (u_{m+1,n} + u_{m-1,n}) + \frac{N^2}{\delta y^2} (u_{m,n+1} + u_{m,n-1}) \quad \dots(3.4)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้สมการทั่วไปของโนดต่างๆ คือ

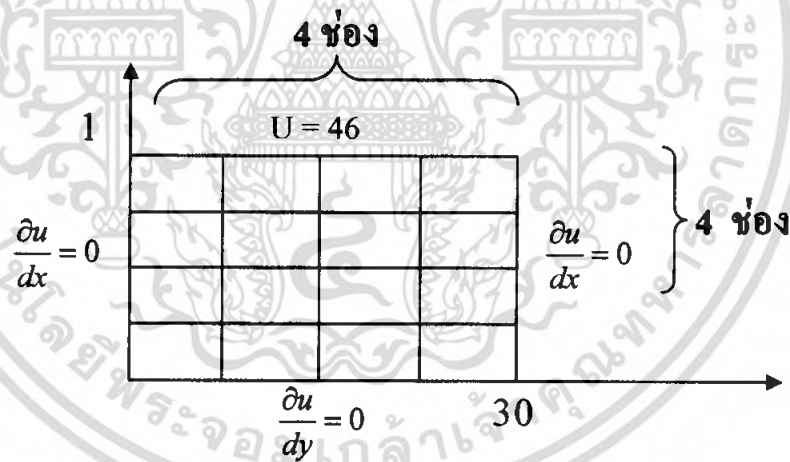
$$u_{m,n} = \frac{\frac{M^2}{\delta x^2} (u_{m+1,n} + u_{m-1,n}) + \frac{N^2}{\delta y^2} (u_{m,n+1} + u_{m,n-1})}{2 \left(\frac{M^2}{\delta x^2} + \frac{N^2}{\delta y^2} \right)} \quad \dots(3.5)$$

3.1.1 การหาค่าผลเฉลยของกระเบื้องมุงหลังคา แผ่นเรียบ

กระเบื้องแผ่นเรียบที่ใช้เป็นโดเมนของปัญหานี้มีองค์ประกอบต่างๆดังนี้
กระเบื้องแผ่นเรียบ มีด้านยาว $\delta x = 30$ เซนติเมตร ด้านหน้า $\delta y = 1$ เซนติเมตร
กำหนดให้

แบ่งกริด ด้านยาว $M = 4$ ด้านหน้า $N = 4$
เงื่อนไขค่าขอบของปัญหาคือ

อุณหภูมิเข้าขอบ $U = 46$ องศาเซลเซียส อุณหภูมิ ณ ขอบสองข้างเป็น $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$



รูปที่ 3.3 การแบ่งกริดโดเมนของกระเบื้องแผ่นเรียบ

จากสมการที่ 3.5 แทนค่า $M = 4$, $N = 4$, $\delta x = 30$, $\delta y = 1$ จะได้ว่า

$$u_{m,n} = \frac{\frac{4^2}{30^2} (u_{m+1,n} + u_{m-1,n}) + \frac{4^2}{1^2} (u_{m,n+1} + u_{m,n-1})}{2 \left(\frac{4^2}{30^2} + \frac{4^2}{1^2} \right)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$u_{m,n} = \frac{\frac{16}{900}(u_{m+1,n} + u_{m-1,n}) + 16(u_{m,n+1} + u_{m,n-1})}{2\left(\frac{16}{900} + 16\right)}$$

$$u_{m,n} = 0.000554939(u_{m+1,n} + u_{m-1,n}) + 0.499445061(u_{m,n+1} + u_{m,n-1})$$

เมื่อ

$$m = 0,1,2,3,4$$

$$n = 0,1,2,3$$

แทนค่า m,n จะได้ว่า

$$m = 0, n = 0 \quad u_{0,0} = 0.000554939(u_{1,0} + u_{-1,0}) + 0.499445061(u_{0,1} + u_{0,-1})$$

$$n = 1 \quad u_{0,1} = 0.000554939(u_{1,1} + u_{-1,1}) + 0.499445061(u_{0,2} + u_{0,0})$$

$$n = 2 \quad u_{0,2} = 0.000554939(u_{1,2} + u_{-1,2}) + 0.499445061(u_{0,3} + u_{0,1})$$

$$n = 3 \quad u_{0,3} = 0.000554939(u_{1,3} + u_{-1,3}) + 0.499445061(u_{0,4} + u_{0,2})$$

$$m = 1, n = 0 \quad u_{1,0} = 0.000554939(u_{2,0} + u_{0,0}) + 0.499445061(u_{1,1} + u_{1,-1})$$

$$n = 1 \quad u_{1,1} = 0.000554939(u_{2,1} + u_{0,1}) + 0.499445061(u_{1,2} + u_{1,0})$$

$$n = 2 \quad u_{1,2} = 0.000554939(u_{2,2} + u_{0,2}) + 0.499445061(u_{1,3} + u_{1,1})$$

$$n = 3 \quad u_{1,3} = 0.000554939(u_{2,3} + u_{0,3}) + 0.499445061(u_{1,4} + u_{1,2})$$

$$m = 2, n = 0 \quad u_{2,0} = 0.000554939(u_{3,0} + u_{1,0}) + 0.499445061(u_{2,1} + u_{2,-1})$$

$$n = 1 \quad u_{2,1} = 0.000554939(u_{3,1} + u_{1,1}) + 0.499445061(u_{2,2} + u_{2,0})$$

$$n = 2 \quad u_{2,2} = 0.000554939(u_{3,2} + u_{1,2}) + 0.499445061(u_{2,3} + u_{2,1})$$

$$n = 3 \quad u_{2,3} = 0.000554939(u_{3,3} + u_{1,3}) + 0.499445061(u_{2,4} + u_{2,2})$$

$$m = 3, n = 0 \quad u_{3,0} = 0.000554939(u_{4,0} + u_{2,0}) + 0.499445061(u_{3,1} + u_{3,-1})$$

$$n = 1 \quad u_{3,1} = 0.000554939(u_{4,1} + u_{2,1}) + 0.499445061(u_{3,2} + u_{3,0})$$

$$n = 2 \quad u_{3,2} = 0.000554939(u_{4,2} + u_{2,2}) + 0.499445061(u_{3,3} + u_{3,1})$$

$$n = 3 \quad u_{3,3} = 0.000554939(u_{4,3} + u_{2,3}) + 0.499445061(u_{3,4} + u_{3,2})$$

$$m = 4, n = 0 \quad u_{4,0} = 0.000554939(u_{5,0} + u_{3,0}) + 0.499445061(u_{4,1} + u_{4,-1})$$

$$n = 1 \quad u_{4,1} = 0.000554939(u_{5,1} + u_{3,1}) + 0.499445061(u_{4,2} + u_{4,0})$$

$$n = 2 \quad u_{4,2} = 0.000554939(u_{5,2} + u_{3,2}) + 0.499445061(u_{4,3} + u_{4,1})$$

$$n = 3 \quad u_{4,3} = 0.000554939(u_{5,3} + u_{3,3}) + 0.499445061(u_{4,4} + u_{4,2})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ $a = 0.00111$

$b = 0.000555$

$U_{m,n} =$ โหนดที่ต้องการทราบค่า

3.2 การหาผลเฉลยโดยระเบียบวิธีจิ้นประกอบอันตะ

การหาผลเฉลยโดยวิธีจิ้นประกอบอันตะ เป็นวิธีการหลักที่คณะผู้ศึกษา ได้นำมาใช้หาผลเฉลย เนื่องจากวิธีจิ้นประกอบอันตะเป็น วิธีที่สามารถรองรับการหาจุดที่ไม่ทราบค่าบนโดเมนที่มีรูปร่าง หรือรูปทรงลักษณะต่างๆ ได้ อีกทั้งยังเป็นที่ยอมรับอย่างมาก

การศึกษาคำนำความร้อนในแผ่นกระเบื้อง โดยวิธีจิ้นประกอบอันตะนี้ จะศึกษาในสภาวะไม่คงที่ ไม่มีความร้อนในตัวเอง

ขั้นตอนในการหาผลเฉลยโดยวิธีจิ้นประกอบอันตะ มีทั้งสิ้น 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. แบ่งรูปร่างของปัญหาเป็นส่วนย่อยๆ โดยแบ่งเป็นรูปสามเหลี่ยม โดยมีสมการความร้อนซึ่งเป็นสมการอนุพันธ์ของปัญหาที่ต้องการหาผลเฉลย คือ

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + Q = \rho c \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

เมื่อ ϕ เป็นตัวแปรตามเม้นตรง ภายใต้โดเมน Ω

2. สมมุติการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณบนอิเลเมนต์ในรูปของ

$$\phi = \phi(x, y) \sum_{i=1}^m N_i \phi_i = [N] \{\phi\}$$

โดย m คือ จำนวนจุดต่อของอิเลเมนต์นั้น

N_i คือ ฟังก์ชันการประมาณภายในอิเลเมนต์

ϕ_i คือ ตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อ

3. สร้างสมการจิ้นประกอบอันตะวิธีถ่วงน้ำหนัก โดย

$$R = L(\phi) = L([N]\{\phi\}) = L\left(\sum_{i=1}^m N_i \phi_i\right)$$

เมื่อ R คือเศษตกค้าง (Residual)

จากวิธีของกาเซอร์คิน โดยการอินทิเกรตตลอดทั้ง โดเมน Ω ของผลคูณของเศษตกค้าง R กับ ฟังก์ชันน้ำหนัก W แล้วให้ผลเท่ากับศูนย์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\int_{\Omega} R(\phi) W_i(\phi) d\Omega = 0$$

$$\int_{\Omega} w_i \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + Q - \rho c \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) d\Omega = 0 \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, \dots, m$$

4. อินทิเกรตทีละส่วน (integrate by parts)

เมื่อแผ่นกระเบื้องไม่มีแหล่งผลิตความร้อนในตัวเอง ดังนั้น $Q = 0$ จะได้ว่า

$$\int_{\Omega} w_i \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - \rho c \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) d\Omega = 0$$

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(w_i \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(w_i \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - \frac{\partial w_i}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} - w_i \rho c \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) d\Omega = 0$$

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(w_i \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(w_i \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right) d\Omega = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} + w_i \rho c \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) d\Omega$$

จาก Divergence theorem

$$\int_{\Omega} \left(w_i \rho c \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) d\Omega - \int_{\Gamma} w_i \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} n_x + \frac{\partial \phi}{\partial y} n_y \right) d\Gamma = 0$$

$$\int_{\Omega} \left(w_i \rho c \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) d\Omega - \int_{\Gamma_1} w_i \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} n_x + \frac{\partial \phi}{\partial y} n_y \right) ds - \int_{\Gamma_2} w_i \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} n_x + \frac{\partial \phi}{\partial y} n_y \right) ds = 0$$

5. แทนพจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของเอลิเมนต์, $\Gamma^{(e)}$, ด้วยภาวะขอบเขตอื่นๆที่เกี่ยวข้อง ซึ่งจะก่อให้เกิดสมการของเอลิเมนต์ที่สมบูรณ์สำหรับปัญหานั้น

กำหนดเงื่อนไขขอบเขต

$$\phi = T_0 \quad \Gamma_1 = \{x = x, y = 1\}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad \Gamma_2 = \{x = 0, x = 1\}$$

และจากคุณสมบัติของ Weight residual จะได้ว่า $\phi = 0$ ที่ Γ_1 ดังนั้น

$$\int_{\Omega} \left(w_i \rho c \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial w_i}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) d\Omega = 0 \quad (*)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จาก $w_i = \sum_{i=1}^n N_i \phi = \phi \sum_{i=1}^n N_i$ ϕ is constant

$$\frac{\partial w_i}{\partial x} = \phi \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial x} ; \quad \frac{\partial w_i}{\partial y} = \phi \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial y}$$

จาก $\phi = \sum_{j=1}^n N_j \phi_j \Rightarrow \phi = N_1 \phi_1 + N_2 \phi_2 + N_3 \phi_3, \quad j = 1, 2, 3$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \sum_{j=1}^n \phi_j \frac{\partial N_j}{\partial x} ; \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = \sum_{j=1}^n \phi_j \frac{\partial N_j}{\partial y} ; \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} = \sum_{j=1}^n N_j \frac{\partial \phi_j}{\partial t}$$

แทนค่าใน (*) จะได้ว่า

$$\int_{\Omega} \left(\sum_{i=1}^n N_i \rho c \sum_{j=1}^n N_j \frac{\partial \phi_i}{\partial x} + \phi \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial x} \sum_{j=1}^n \phi_j \frac{\partial N_j}{\partial x} + \phi \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i}{\partial y} \sum_{j=1}^n \phi_j \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) ds = 0$$

$$\phi \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[\int_{\Omega} \left(N_i N_j \rho c \frac{\partial \phi_j}{\partial t} + \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} \phi_j + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \phi_j \right) ds \right] = 0$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \int_{\Omega} (N_i N_j \rho c) d\Omega \frac{\partial \phi_j}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \int_{\Omega} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) d\Omega \phi_j = 0$$

6. เขียนสมการของเอลิเมนต์ ซึ่งมีทั้งหมด m สมการให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์
เขียนใหม่ได้ว่า

$$[A] \frac{\partial \phi_j}{\partial t} + [B] \phi_j = 0$$

โดย

$$A_{ij} = \int_{\Omega} (N_i N_j \rho c) d\Omega$$

$$B_{ij} = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) d\Omega$$

$$\phi_j(x, y) = \text{โนดอูณหภูมิที่ต้องการทราบค่า}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

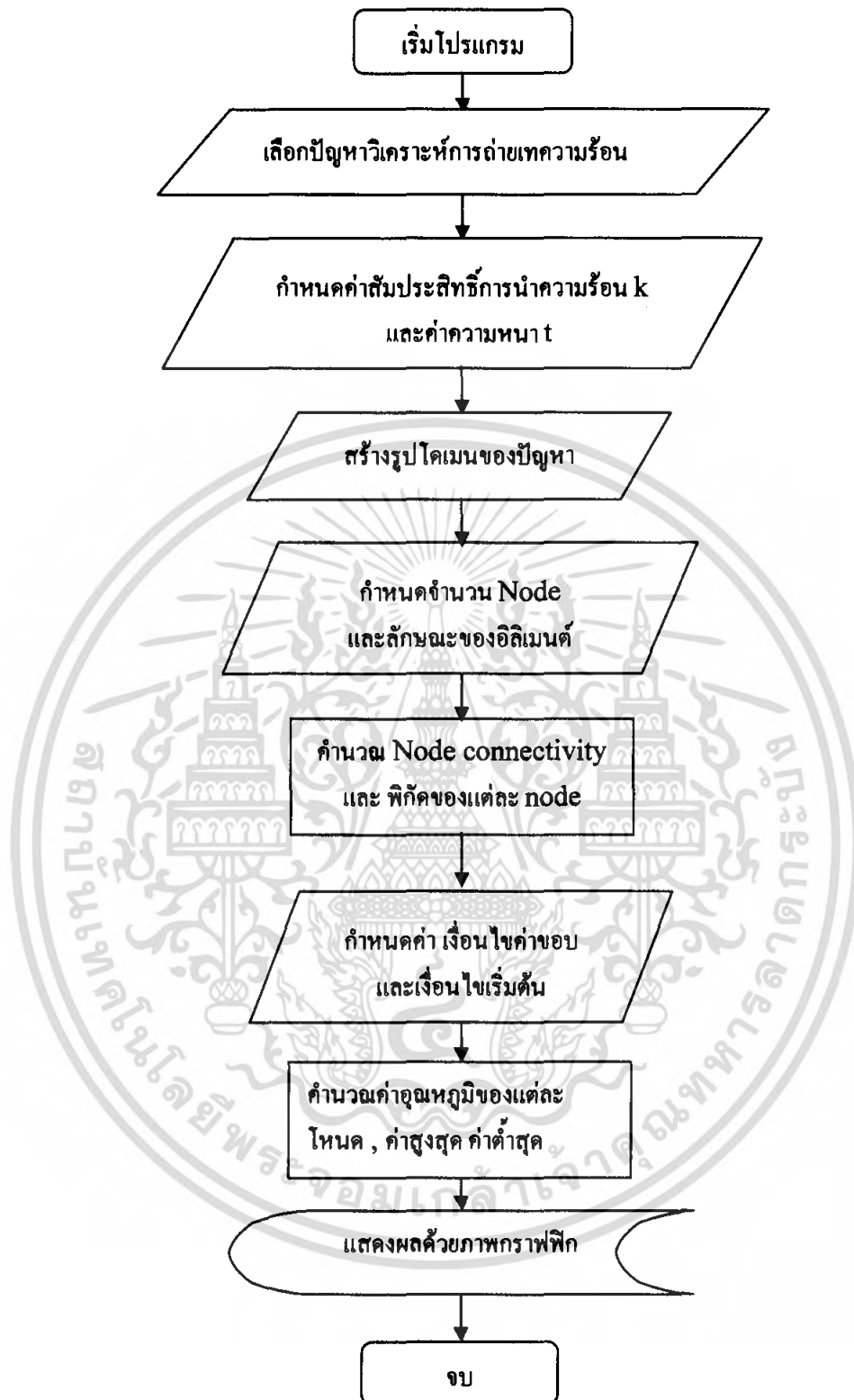
3.3 ขั้นตอนการหาผลเฉลยของปัญหาด้วยโปรแกรม

จากการแก้ปัญหาโดยระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะ นำมาเขียนเป็นขั้นตอนการทำงานโดยระบบคอมพิวเตอร์ได้ดังนี้

3.3.1 การหาผลเฉลยของกระเบื้องมุงหลังคา ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

โปรแกรมที่ใช้สำหรับคำนวณหาค่าอุณหภูมิที่ออกจากแผ่นกระเบื้องมุงหลังคา คือ โปรแกรมภาษาซี ที่เขียนขึ้นตามหลักการของเทเลอร์ กาลเลอร์กิน สำหรับโปรแกรมที่ใช้แสดงผลของอุณหภูมิของโนดต่างๆในแผ่นกระเบื้อง โดยมีขั้นตอนทำงานดังนี้

- ขั้นที่ 1** เลือกปัญหาเกี่ยวกับการวิเคราะห์การถ่ายเทความร้อน (Thermal Analysis) จากนั้นกรอกค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน (Conductivity) , k และค่าความหนา ลงใน Thickness , t
- ขั้นที่ 2** สร้างขอบเขตและ โดเมนของปัญหาเป็นรูปกระเบื้องทั้ง 3 แบบคือ แบบแผ่นเรียบ แบบซีแพค โมนีเย และแบบลอนคู่ใหญ่ โดยในรูปจะมีหมายเลขกำกับอยู่ที่จุดและเส้นขอบของรูป พร้อมทำการแบ่งขอบเขตของปัญหารูปเป็นเอลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม ซึ่งแต่ละเอลิเมนต์จะมีหมายเลขกำกับเช่นกัน
- ขั้นที่ 3** กำหนดเงื่อนไขค่าขอบและเงื่อนไขเริ่มต้นของปัญหา จากนั้นให้โปรแกรมประมวลผลออกมาเป็นค่าอุณหภูมิของแต่ละ node
- ขั้นที่ 4** แสดงผลของอุณหภูมิของแต่ละ node เป็นภาพกราฟฟิก



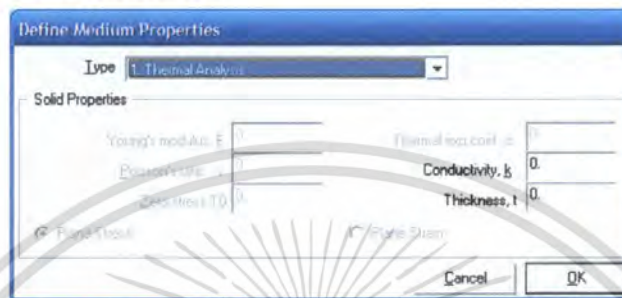
รูปที่ 3.4 แผนภาพขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม Easy EFM

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

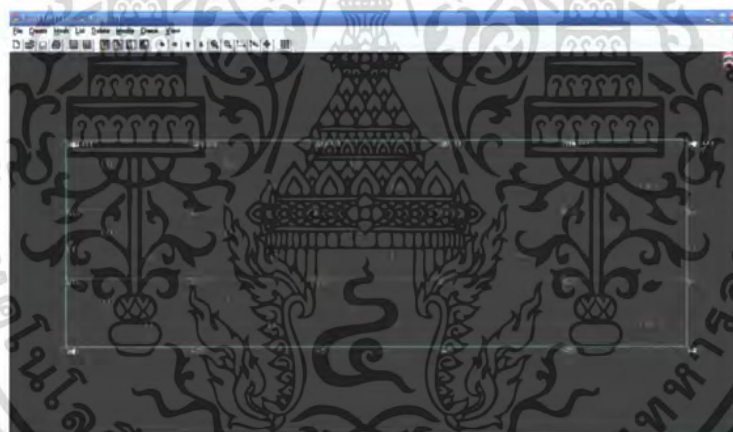
1.) การหาผลเฉลยของกระเบื้องแผ่นเรียบด้วยระเบียบวิธีขั้นประกอบอันตะโดยโปรแกรมสำเร็จรูป (ดูขั้นตอนการหาผลเฉลยโดยละเอียดในภาคผนวก ก)

ขั้นที่ 1 กำหนดค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนเท่ากับ 1.37

กำหนดให้ค่าความหนาเท่ากับ 1



ขั้นที่ 2 สร้างรูปโดเมนเป็นรูปเหลี่ยมและแบ่งกริด



รูปที่ 3.5 การเลือกปัญหา กำหนดค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนและความหนา และรูปของโดเมนของกระเบื้องแผ่นเรียบที่แบ่งกริดออกเป็นอิเลเมนต์แล้ว

ขั้นที่ 3 กำหนดเงื่อนไขค่าขอบและเงื่อนไขเริ่มต้นดังนี้

- ให้อุณหภูมิ ณ พื้นผิวที่ ได้รับแสง(ด้านบน) มีค่าเท่ากับ 46 องศาเซลเซียส
- ให้อุณหภูมิ ณ พื้นผิวด้านล่าง มีค่าเท่ากับ 39.87 องศาเซลเซียส
- อุณหภูมิเริ่มต้นทุก โนดขกเว้น โนดด้านที่ ได้รับแสงมีค่าเท่ากับ 25 องศาเซลเซียส

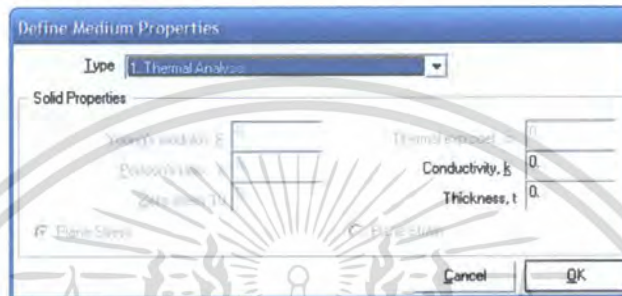
ขั้นที่ 4 แสดงผลของอุณหภูมิของแต่ละ node เป็นภาพกราฟฟิก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.) การหาผลเฉลยของกระเบื้องซีแพคโมเนียด้วยระเบียบวิธีขั้นประกอบอันตะโดยโปรแกรมสำเร็จรูป

(คู่มือขั้นตอนการหาผลเฉลยโดยละเอียดในภาคผนวก ก)

ขั้นที่ 1 กำหนดค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนเท่ากับ 0.836
กำหนดให้ค่าความหนาเท่ากับ 1



ขั้นที่ 2 สร้างรูปโดเมนเป็นรูปเหลี่ยมและแบ่งกริด



รูปที่ 3.6 การเลือกปัญหา กำหนดค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนและความหนา และรูปของโดเมนของกระเบื้องซีแพค โมเนียที่แบ่งกริดออกเป็นอีลิเมนต์แล้ว

ขั้นที่ 3 กำหนดเงื่อนไขค่าขอบและเงื่อนไขเริ่มต้นดังนี้

- ให้อุณหภูมิ ณ พื้นผิวที่ได้รับแสง(ด้านบน) มีค่าเท่ากับ 46 องศาเซลเซียส
- ให้อุณหภูมิ ณ พื้นผิวด้านล่าง มีค่าเท่ากับ 38.63 องศาเซลเซียส
- อุณหภูมิเริ่มต้นทุก โนด ยกเว้น โนดด้านที่ได้รับแสงมีค่าเท่ากับ 25 องศาเซลเซียส

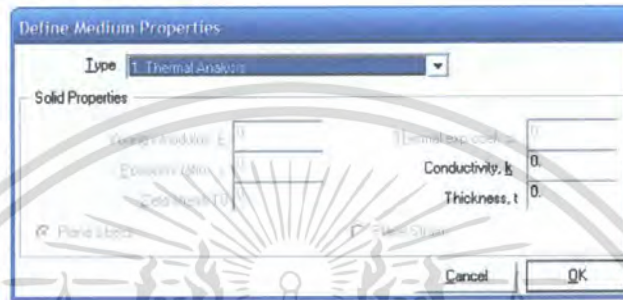
ขั้นที่ 4 แสดงผลของอุณหภูมิของแต่ละ node เป็นภาพกราฟฟิก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ภายใต้การขงเงินเฟอิกการพิทักษ์สิทธิณึ เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

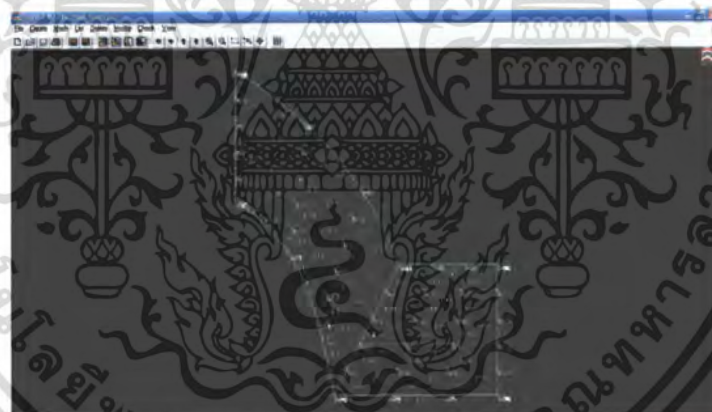
3.) การหาผลเฉลยของกระเบื้องลอนคู่ใหญ่ด้วยระเบียบวิธีจิ้นประกอบอันตะโดยโปรแกรมสำเร็จรูป

(ดูขั้นตอนการหาผลเฉลยโดยละเอียดในภาคผนวก ก)

ขั้นที่ 1 กำหนดค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนเท่ากับ 0.441
กำหนดให้ค่าความหนาเท่ากับ 1



ขั้นที่ 2 สร้างรูปโดเมนเป็นรูปเหลี่ยมและแบ่งกริด



รูปที่ 3.7 การเลือกปัญหา กำหนดค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนและความหนาและ รูปของโดเมนของกระเบื้องลอนคู่ใหญ่ที่แบ่งกริดออกเป็นอิเลิเมนต์แล้ว

ขั้นที่ 3 กำหนดเงื่อนไขค่าขอบและเงื่อนไขเริ่มต้นดังนี้

- ให้อุณหภูมิ ณ พื้นผิวที่ ได้รับแสง(ด้านบน) มีค่าเท่ากับ 46 องศาเซลเซียส
- ให้อุณหภูมิ ณ พื้นผิวด้านล่าง มีค่าเท่ากับ 38.00 องศาเซลเซียส
- อุณหภูมิเริ่มต้นทุก โนดยกเว้น โนดด้านที่ ได้รับแสงมีค่าเท่ากับ 25 องศาเซลเซียส

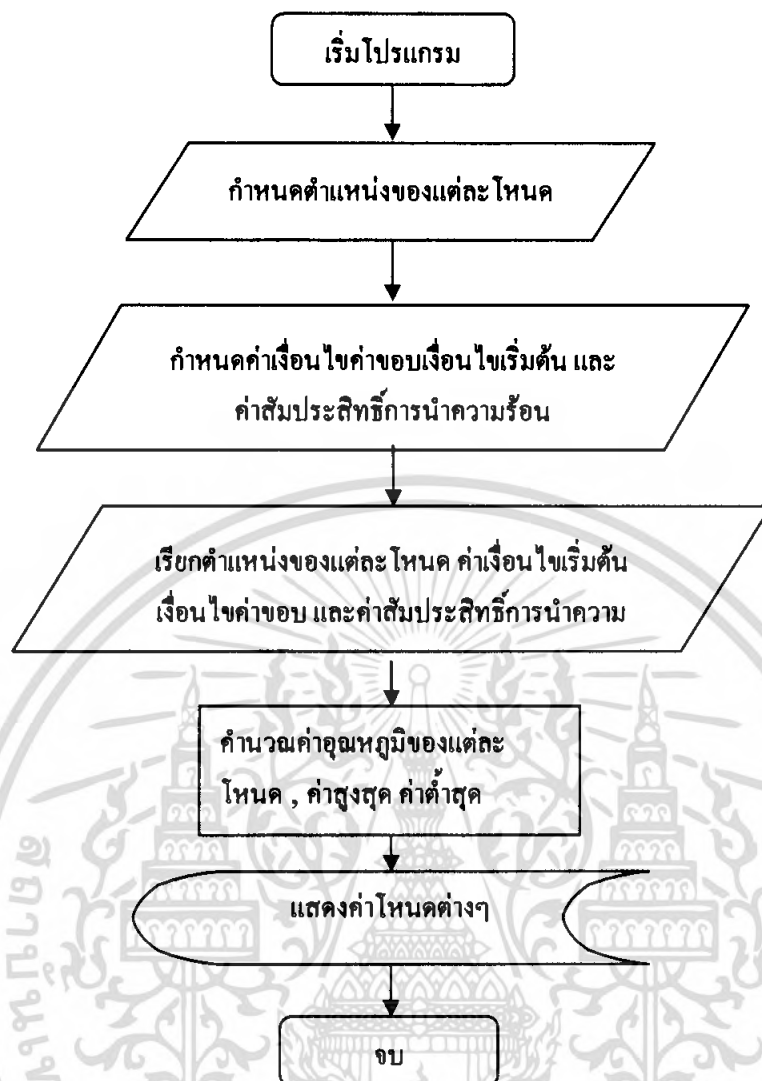
ขั้นที่ 4 แสดงผลของอุณหภูมิของแต่ละ node เป็นภาพกราฟฟิก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้เพื่อการเรียนการสอน เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3.2 การหาผลเฉลยของกระเบื้องมุงหลังคา ด้วยโปรแกรมภาษาซี

โปรแกรมภาษาซีสำหรับหาผลเฉลยปัญหาพิเศษนี้ นำมาใช้ในขั้นตอนการหาค่าผลเฉลยของอุณหภูมิในแต่ละโนด สำหรับขั้นตอนก่อนหน้า คือการกำหนด โดเมน แบ่งอิเลิเมนต์นั้น ผู้ศึกษาได้ดำเนินขั้นตอนดังกล่าวด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM ซึ่งมีขั้นตอนการทำงานดังนี้ คือ

- 1) สร้างขอบเขตและ โดเมนของปัญหาเป็นรูปกระเบื้องทั้ง 3 แบบคือ แบบแผ่นเรียบ แบบซี่แพค โมเนีย และแบบลอนคู่ใหญ่ โดยในรูปจะมีหมายเลขกำกับอยู่ที่จุดและเส้นขอบของรูป พร้อมทำการแบ่งขอบเขตของปัญหารูปเป็นอิเลิเมนต์รูปสามเหลี่ยม ซึ่งแต่ละอิเลิเมนต์จะมีหมายเลขกำกับ โดยทำเช่นเดียวกันกับการหาผลเฉลยด้วย โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM
- 2) สร้างขอบเขตและ โดเมนของปัญหาในโปรแกรมภาษาซีโดยนำตำแหน่งของ โนดต่างๆที่ได้จากการสร้างจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM มาใส่ในไฟล์ gengrid.txt ใน note pad พร้อมกำหนดเงื่อนไขค่าขอบ เงื่อนไขเริ่มต้น ในไฟล์เดียวกัน
- 3) เปิดโปรแกรมภาษาซีเพื่อเรียกใช้ไฟล์ gengrid.txt จากนั้น โปรแกรมจะคำนวณหาค่าอุณหภูมิ โนดต่างๆ
- 4) นำค่าที่ได้จาก โนดต่างๆมาจัดเรียงใหม่ให้มีตำแหน่งตรงกับ โนดจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM แล้วทำกราฟเปรียบเทียบค่า



รูปที่ 3.8 แผนภาพขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม EFM

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4 การทดลองหาอุณหภูมิเข้าและออก ณ ผิวของแผ่นกระเบื้อง ทั้ง 3 รูปทรง

ผู้ศึกษาจะหาผลเฉลยของกระเบื้องรูปทรงต่างๆทางการคำนวณโดยระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม และระเบียบวิธีซึ้นประกอบอันตะแล้ว คณะผู้ศึกษาข้งทดลองหาอุณหภูมิอย่างง่ายโดยการวัดค่าอุณหภูมิจริงที่ติดกระทบแผ่นกระเบื้องด้านรับแสงแดด และอุณหภูมิ ณ ผิวด้านใต้ของแผ่นกระเบื้อง

ขั้นตอนในการทดลองคือ

- สร้างแบบจำลอง โดยสร้างกล่องสำหรับวางแผ่นกระเบื้อง ขนาดกว้าง 30 เซนติเมตร ยาว 50 เซนติเมตร ลึก 40 เซนติเมตร ด้วยแผ่นไม้อัด บูข้างในทุกด้านด้วยโฟมเพื่อความร้อนที่อาจส่งผลกระทบต่ออุณหภูมิด้านล่างของแผ่นกระเบื้อง
- เลือกวันและเวลาที่มีแสงแดดออกสม่ำเสมอ เพื่อทำการทดลอง
- ติดเทอร์โมมิเตอร์ไว้ที่ตำแหน่งต่างๆบนแผ่นกระเบื้องทั้ง 3 รูปทรง
- บันทึกค่าอุณหภูมิของแผ่นกระเบื้องมุงหลังคา ทั้ง 3 แบบ และหาค่าเฉลี่ย อุณหภูมิเข้า และ อุณหภูมิออก ณ ผิวของกระเบื้องมุงหลังคาทั้ง 3 รูปทรง

บทที่ 4

การวิเคราะห์ผลการทดลอง

จากการศึกษาเนื้อหาที่ผ่านมาเกี่ยวกับวิธีขึ้นประกอบอันตะ การแก้ปัญหาการนำความร้อนบนแผ่นกระเบื้องมุงหลังคา เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบพฤติกรรมของการนำความร้อนในแผ่นกระเบื้องรูปร่างต่างๆ เราได้นำโปรแกรมขึ้นประกอบอันตะสำเร็จรูป ที่ชื่อว่า Easy FEM มาใช้เพื่อแก้ปัญหาการถ่ายเทความร้อน การแสดงผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจากระเบียบวิธีขึ้นประกอบอันตะด้วยกราฟฟิสิกส์ การกระจายอุณหภูมิภายในกระเบื้องมุงหลังคาจากการทดลองเราจะพิจารณาแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิก่อนเข้า ณ กระเบื้องมุงหลังคาและหลังผ่านกระเบื้องมุงหลังคาที่ได้รับความร้อนจากแสงแดดที่สม่ำเสมอ และพิจารณาถึงอุณหภูมิภายในกระเบื้องมุงหลังคาด้วย แนวโน้มการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิของกระเบื้องเราจะใช้การทดลองวิธีแบบจำลอง โดยโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และวิธีจากโปรแกรมภาษาซีของสมการความร้อนด้วยวิธี ขึ้นประกอบอันตะ สามารถแสดงโดยแบ่งตามชนิดของกระเบื้องได้ดังต่อไปนี้

4.1 การกระจายอุณหภูมิภายในกระเบื้องมุงหลังคาแบบแผ่นเรียบ

4.1.1 ผลที่ได้จากการทดลอง

จากการทดลอง เราได้นำกระเบื้องมุงหลังคาแผ่นเรียบไปทดลองจริง โดยนำไปวางกลางแดดแล้วนำเทอร์โมมิเตอร์ไปวัดอุณหภูมิจากด้านบนและด้านใต้ของกระเบื้องจะได้อุณหภูมิเข้าและอุณหภูมิออก ซึ่งได้ทำการทดลองทั้งหมด 4 ครั้ง ผลที่ได้เป็นดังนี้

ตารางการบันทึกผลจากการทดลองจริง ของกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบ

ครั้งที่	อุณหภูมิ ณ ผิวกระเบื้องด้านบนก่อนเข้า สู่ภายใน	อุณหภูมิ ณ ผิวกระเบื้องด้านล่าง หลัง ผ่านภายในกระเบื้อง
1	45.5	38.0
2	47.5	41.5
3	45.0	38.5
4	46.0	41.5
ค่าเฉลี่ย	46.0	39.87

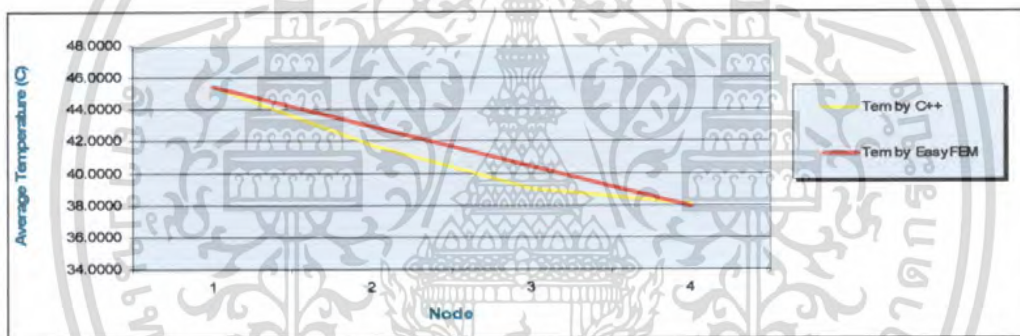
ตารางที่ 4.1 ผลการทดลองจริงของกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการเรียนการสอนเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่าง ค่าอุณหภูมิเฉลี่ยจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM กับ ค่าอุณหภูมิเฉลี่ยจาก โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันดับสอง แสดงดังรูปที่ 4.1 – 4.4 โดย Tem by Easy FEM คือ ค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิจากการคำนวณโดยโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และ Tem by C++ คือ ค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิจากการคำนวณโดยโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันดับสอง ซึ่งเราจะทำการเปรียบเทียบอุณหภูมิก่อนเข้า ฉนวน ผนังกระเบื้องมุงหลังคาภายใน ที่แตกต่างกัน ทั้งหมด 4 ครั้ง และ โหนด 1 – 4 แสดงถึงอุณหภูมิเฉลี่ยของแต่ละระดับของการแบ่งเอลิเมนต์

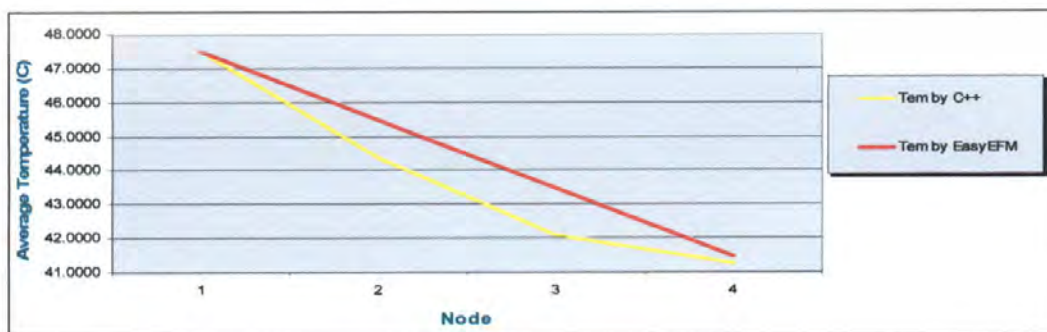
กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิ โดยเฉลี่ยของกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบ ด้วยวิธีการคำนวณ แสดงดังต่อไปนี้

กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยของกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบ การทดลองครั้งที่ 1



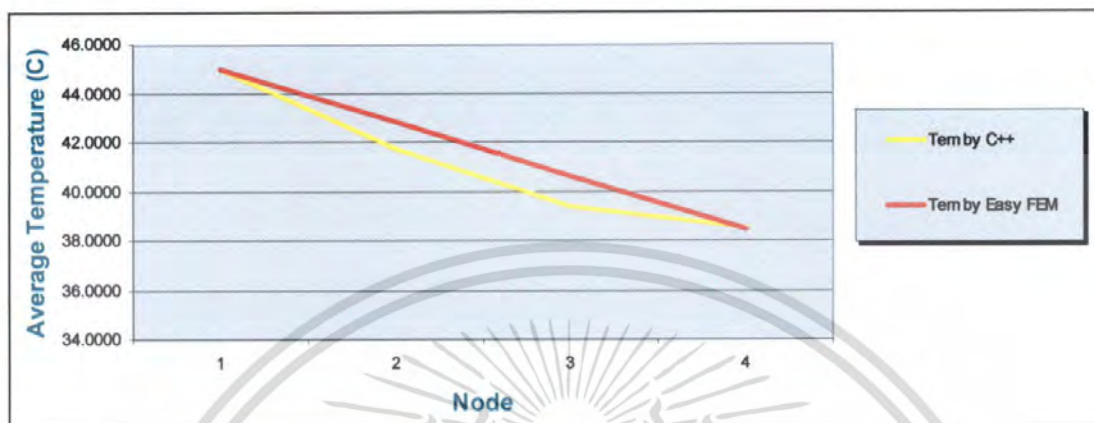
รูปที่ 4.1 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณ การทดลองครั้งที่ 1

กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยของกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบ การทดลองครั้งที่ 2



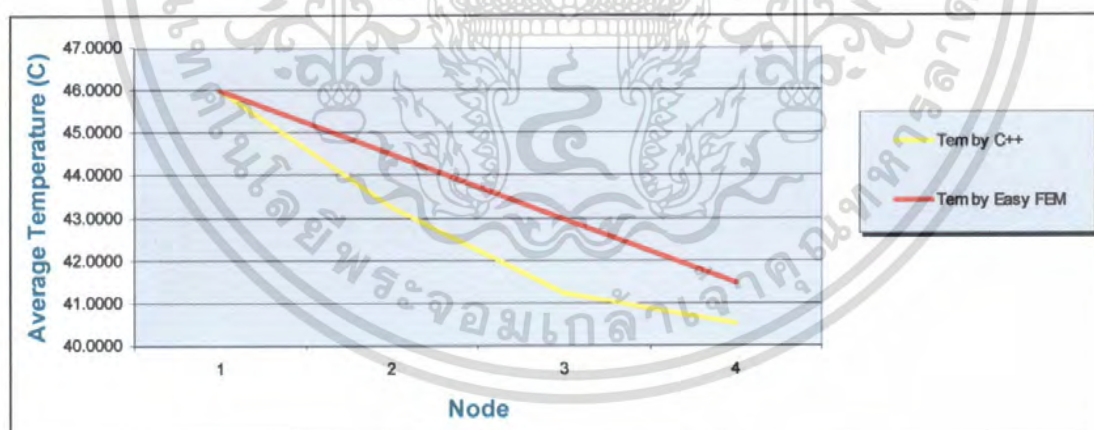
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถทำไปใช้ในประโยชน์อื่นใดได้
รูปที่ 4.2 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณ การทดลองครั้งที่ 2
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ย ของกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบ
การทดลองครั้งที่ 3



รูปที่ 4.3 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณ การทดลองครั้งที่ 3

กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยของกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบ
การทดลองครั้งที่ 4



รูปที่ 4.4 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณ การทดลองครั้งที่ 4

จากกราฟ รูปที่ 4.1 - 4.4 เราสามารถสังเกตเห็นจากการทดลองทั้ง 4 ครั้ง การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิภายในกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบ ระหว่างโปรแกรมภาษาซีของสมการความร้อน ด้วยวิธีขึ้นประกอบอันตะ กับ โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM ซึ่งค่าอุณหภูมิภายในที่คำนวณได้จากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ มีค่าสูงกว่าค่าอุณหภูมิที่คำนวณได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปเผยแพร่โดยไม่เสียค่าใช้จ่าย กรุณาติดต่อเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากตารางที่ 4.1 นำผลการทดลองทั้ง 4 ครั้งมาทำการหาค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิก่อนเข้า ฉนวน กระเบื้อง และหลังผ่านภายในแผ่นกระเบื้อง และนำค่าเฉลี่ยดังกล่าวไปใส่ใน โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และ โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ ซึ่งจะทำได้สามารถเปรียบเทียบค่าอุณหภูมิภายในของกระเบื้องมุงหลังคาได้ง่ายขึ้น ดังนี้

4.1.2 ผลที่ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM ที่เรานำมาศึกษานั้นเป็น โปรแกรมแบบสำเร็จรูปที่สามารถ แสดงการกระจายความร้อนภายในกระเบื้องมุงหลังคา เพื่อนำมาศึกษาอุณหภูมิภายในของ กระเบื้องมุงหลังคาแบบแผ่นเรียบ

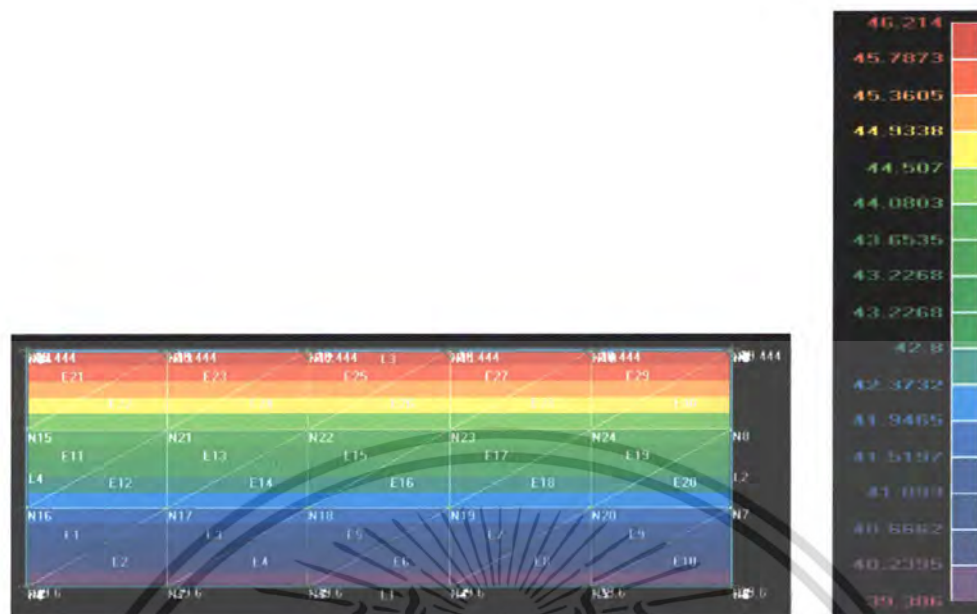
ทำการวาดรูปทรงของกระเบื้องมุงหลังคาที่เราสนใจใส่ใน โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM แล้ว ทำการแบ่งจำนวนเอลิเมนต์แบบ 6 x 4 ตามที่เราต้องการศึกษา จะได้ดังรูป



รูปที่ 4.5 การแบ่งจำนวนเอลิเมนต์แบบ 6 x 4 ของกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบ

จากรูปที่ 4.5 ใส่เป็นอุณหภูมิเข้าและอุณหภูมิออกที่ได้จากการทดลองจริงลงบนขอบเขต ด้านบนและด้านล่าง เพื่อดูการกระจายความร้อนภายในแผ่นกระเบื้องมุงหลังคา แผ่นเรียบผลที่ได้ เป็นดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.6 การแสดงอุณหภูมิด้วยกราฟฟิสิกส์ของกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบ

จากการใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM จะได้ค่าการกระจายความร้อน โดยแสดงเป็นลักษณะค่าของอุณหภูมิใน Node แต่ละ Node ภายในกระเบื้องมุงหลังคา ดังตาราง

Node	Tem by Easy FEM	Node	Tem by Easy FEM
1	39.6000	13	39.6000
2	41.7330	14	41.7330
3	43.8670	15	43.8670
4	46.0000	16	46.0000
5	39.6000	17	39.6000
6	41.7330	18	41.7330
7	43.8670	19	43.8670
8	46.0000	20	46.0000
9	39.6000	21	39.6000
10	41.7330	22	41.7330
11	43.8670	23	43.8670
12	46.0000	24	46.0000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ตารางที่ 4.2 แสดงอุณหภูมิที่ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะเห็นได้ว่าการกระจายอุณหภูมิมีลักษณะเป็นเส้นตรง และในตำแหน่งที่โนดอยู่ในระนาบเดียวกันจะมีอุณหภูมิที่เท่ากัน

4.1.3 ผลที่ได้จากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนจากการคำนวณด้วยวิธีจิ้นประกอบอันตะ

การทำงานของโปรแกรม คือ กำหนด โนด (Node) ภายในกระเบื้องมุงหลังคา โดยเราได้อิงการ plot ตำแหน่งของจุดแต่ละ โนด (Node) ตามรูปจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM นำค่าอุณหภูมิเข้าเฉลี่ยจากตารางที่ 4.1 มาเป็นค่าขอบเขตด้านบน ผลการทดลองจะได้ดังตาราง

Node	Tem by C++	Node	Tem by C++
1	39.6854	13	39.6853
2	40.5313	14	40.5313
3	42.8422	15	42.8421
4	45.9995	16	45.9991
5	39.6853	17	39.6853
6	40.5313	18	40.5313
7	42.8421	19	42.8421
8	45.9991	20	45.9991
9	39.6853	21	39.6854
10	40.5313	22	40.5313
11	42.8421	23	42.8422
12	45.9991	24	45.9995

ตารางที่ 4.3 แสดงอุณหภูมิที่ได้จากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนจากการคำนวณด้วยวิธีจิ้นประกอบอันตะ

หลังจากที่ได้ค่าต่างๆของอุณหภูมิภายในแผ่นกระเบื้องจากทั้ง 2 โปรแกรมแล้ว นำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลง โดยนำค่าอุณหภูมิในระดับเดียวกันมาหาค่าเฉลี่ย ซึ่งจะ ได้ 4 ระดับตามรูปที่ 4.5

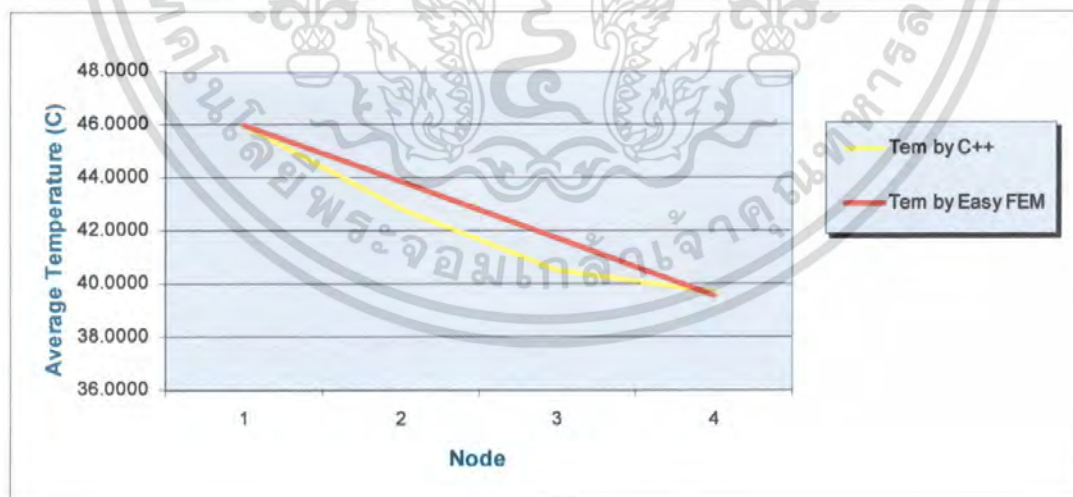
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิก่อนเข้า ฉนวน ผนังกระเบื้อง กับ ภายในกระเบื้อง และหลังผ่านกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบ ระหว่างโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM กับ โปรแกรมสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ ซึ่งแสดงดังตาราง ดังนี้

อุณหภูมิ	Average C++	Average Easy FEM
ระดับ 1	45.9992	46.0000
ระดับ 2	42.8421	43.8670
ระดับ 3	40.5313	41.7330
ระดับ 4	39.6853	39.6000
ระดับ 1 – ระดับ 2	6.3139	6.4000

ตารางที่ 4.4 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิก่อนเข้า ฉนวน ผนังกระเบื้อง กับ ภายในกระเบื้อง และหลังผ่านกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบ ระหว่างโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM กับ โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ

กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิภายในกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบ



รูปที่ 4.7 กราฟแสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิภายในของกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบ ระหว่างโปรแกรมภาษาซีของสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะกับโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากกราฟ รูปที่ 4.7 แสดงการเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิภายในกระเบื้องมุงหลังคา แบบแผ่นเรียบ ระหว่างโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีจิ้นประกอบอันดับกับโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM ค่าอุณหภูมิภายในที่คำนวณได้จากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อน วิธีจิ้นประกอบอันดับ มีค่าสูงกว่าค่าอุณหภูมิที่คำนวณได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM มีการกระจายในลักษณะเป็นเส้นตรงและส่วนของโปรแกรมภาษาซีมีลักษณะเป็นเส้นโค้ง

4.2 การกระจายอุณหภูมิภายในกระเบื้องมุงหลังคา แบบซีแพคโมเนีย

4.2.1 ผลที่ได้จากการทดลอง

รูปแบบการทดลอง คือ นำกระเบื้องมุงหลังคาแบบซีแพค โมเนีย มาทำการทดลองโดยนำกระเบื้องมาวางบนบ้านจำลองซึ่งมีลักษณะปิด ไม่มีผลกระทบจากสิ่งแวดล้อมภายนอก ดังรูป



รูปที่ 4.8 แสดงรูปแบบการทดลองจริงของกระเบื้องมุงหลังคา แบบซีแพค โมเนีย

จากนั้นนำบ้านจำลองดังกล่าวไปวางกลางแดดแล้วนำเทอร์โมมิเตอร์ไปวัดอุณหภูมิ ณ ผิวกระเบื้องก่อนเข้าและอุณหภูมิออก ซึ่งได้ทำการทดลองทั้งหมด 4 ครั้ง ผลที่ได้เป็นดังนี้

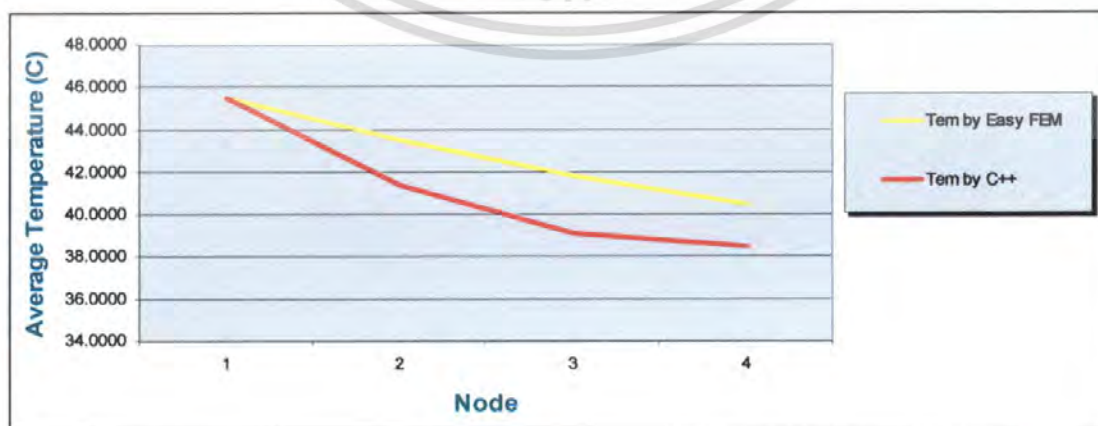
ตารางการบันทึกผลจากการทดลองจริง ของกระเบื้องมุงหลังคา แบบซีแพคโมเนีย

ครั้งที่	อุณหภูมิ ณ ผิวกระเบื้องด้านบน ก่อนเข้าสู่ภายใน	อุณหภูมิ ณ ผิวกระเบื้องด้านล่าง หลังผ่านภายในกระเบื้อง
1	45.5	37.5
2	47.5	40.5
3	45.0	37.5
4	46.0	39.0
ค่าเฉลี่ย	46.0	38.63

ตารางที่ 4.5 ผลการทดลองจริงของกระเบื้องมุงหลังคา แบบซีแพคโมเนีย

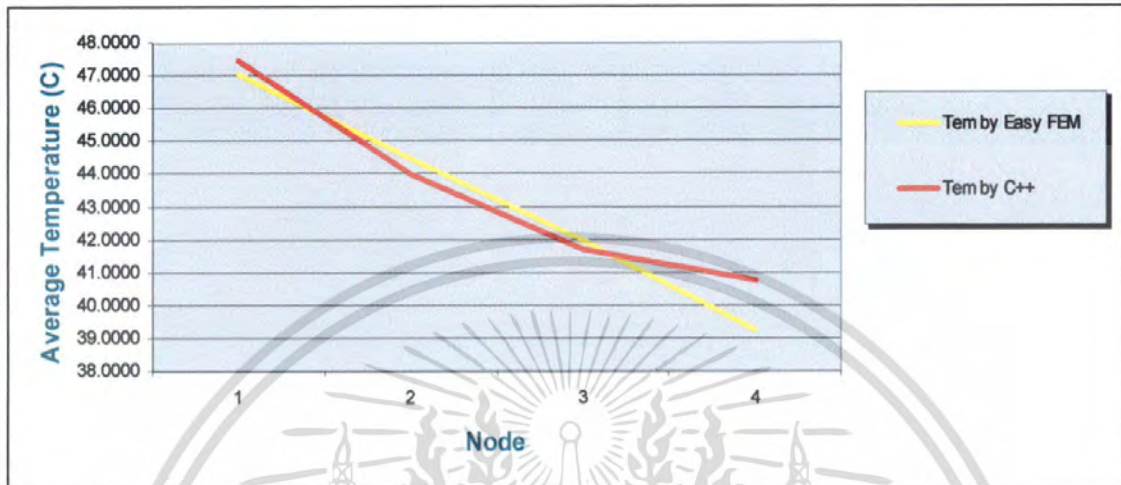
กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่าง ค่าอุณหภูมิเฉลี่ยจาก โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM กับ ค่าอุณหภูมิเฉลี่ยจาก โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันดับสอง แสดงดังรูปที่ 4.9 - 4.12 โดย Tem by Easy FEM คือ ค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิจากการคำนวณ โดยโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และ Tem by C++ คือ ค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิจากการคำนวณโดยโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันดับสอง ซึ่งเราจะทำการเปรียบเทียบอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้องมุงหลังคาภายใน ที่แตกต่างกัน ทั้งหมด 4 ครั้ง และ โหนด 1 - 4 แสดงถึงอุณหภูมิเฉลี่ยของแต่ละระดับของการแบ่งเอลิเมนต์

กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยของกระเบื้องมุงหลังคา แบบซีแพคโมเนีย การทดลองครั้งที่ 1



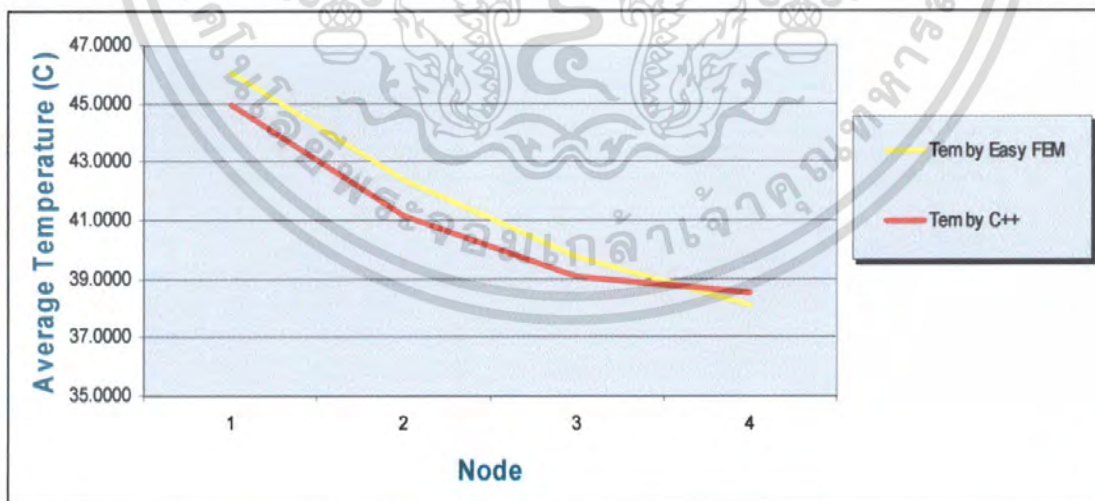
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูปที่ 4.9 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณ การทดลองครั้งที่ 1
ไม่ว่ากรรมใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยของกระเบื้องมุงหลังคา แบบซีแพคโมเนีย
การทดลองครั้งที่ 2



รูปที่ 4.10 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณ การทดลองครั้งที่ 2

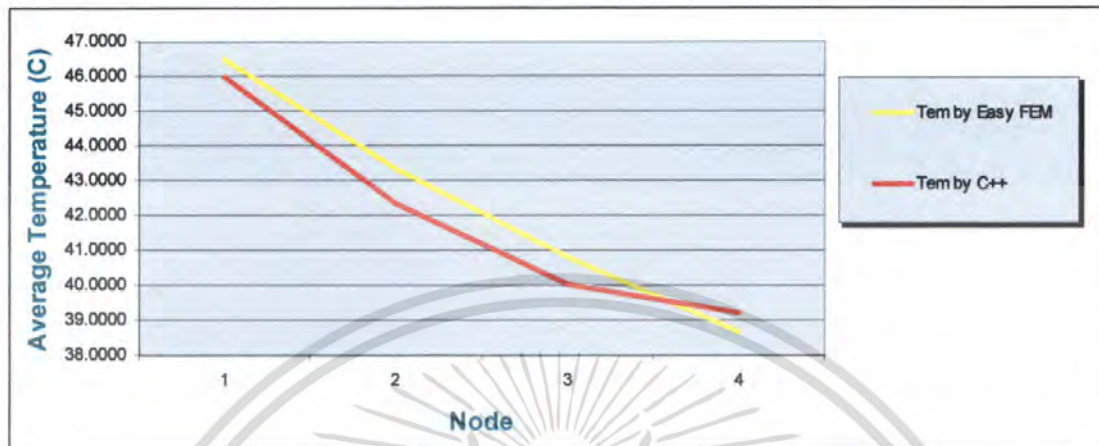
กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยของกระเบื้องมุงหลังคา แบบซีแพคโมเนีย
การทดลองครั้งที่ 3



รูปที่ 4.11 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณ การทดลองครั้งที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยของกระเบื้องมุงหลังคา แบบซีแพคโมเนีย
การทดลองครั้งที่ 4



รูปที่ 4.12 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณ การทดลองครั้งที่ 4

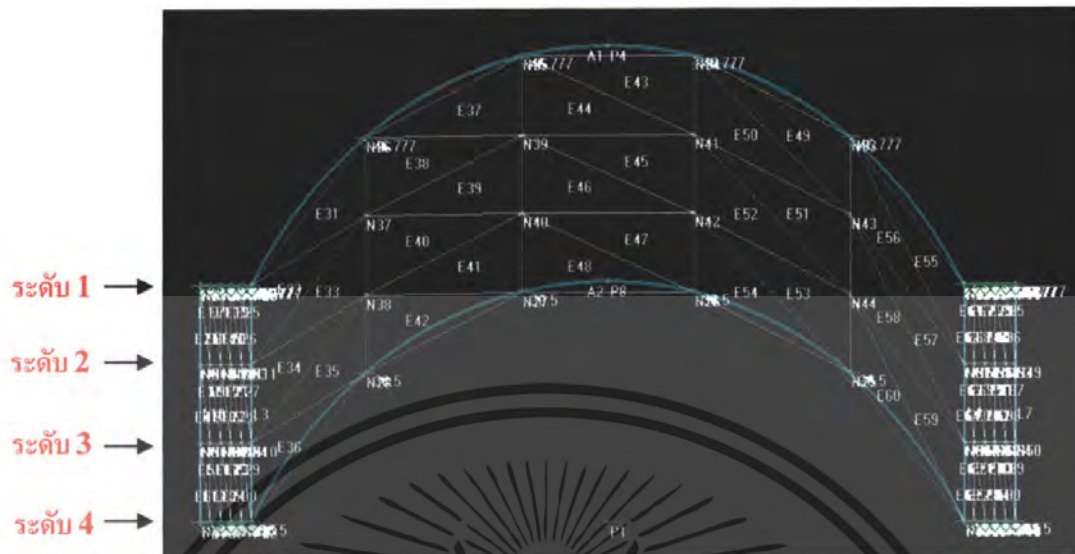
จากกราฟ รูปที่ 4.9-4.12 เราสามารถสังเกตเห็นจากการทดลองทั้ง 4 ครั้ง การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิภายในกระเบื้องมุงหลังคา แบบซีแพคโมเนีย ระหว่าง โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันดับ กับ โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM ซึ่งค่าอุณหภูมิภายในที่คำนวณได้จากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันดับ มีค่าสูงกว่าค่าอุณหภูมิที่คำนวณได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

จากตารางที่ 4.5 นำผลการทดลองทั้ง 4 ครั้งมาทำการหาค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิก่อนเข้า ฉ ผิว กระเบื้อง และหลังผ่านภายในแผ่นกระเบื้อง และนำค่าเฉลี่ยดังกล่าวไปใส่ในโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และ โปรแกรมสมการความร้อนวิธี FEM ซึ่งจะทำได้เปรียบเทียบอุณหภูมิได้ง่ายขึ้นดังนี้

4.2.2 ผลที่ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

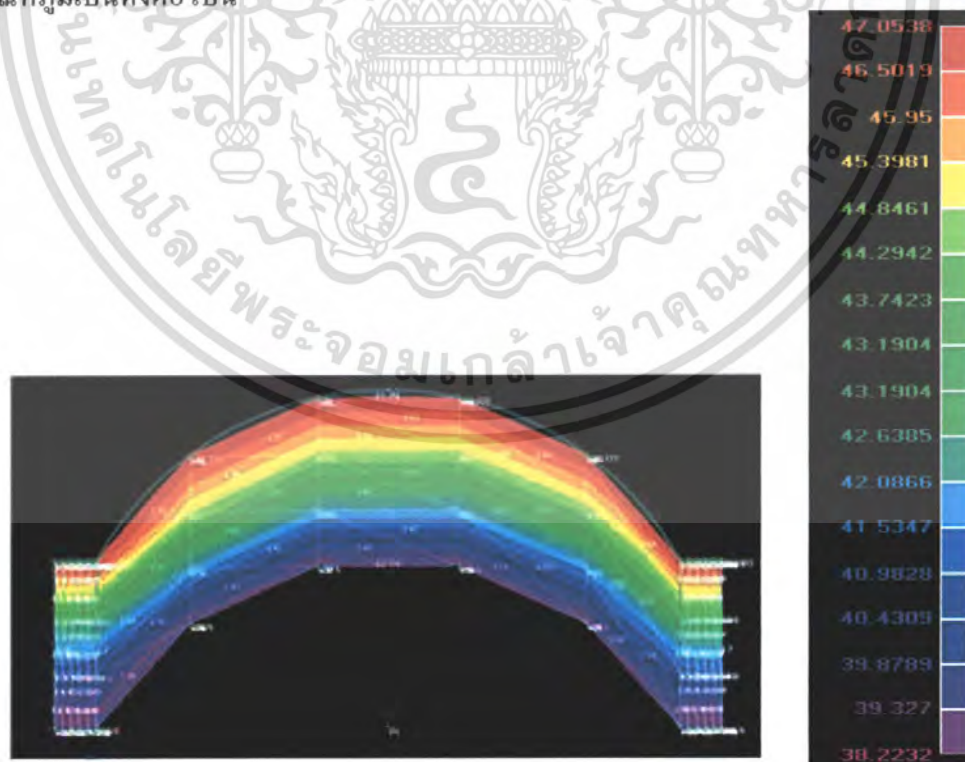
ในการพิจารณากระเบื้อง โดยใช้โปรแกรมนี้เราจะสนใจลักษณะกระเบื้องเพียงส่วนหนึ่งของกระเบื้องเพราะกระเบื้องมีลักษณะภายในแผ่นที่เหมือนกันแล้วทำการวาดรูปทรงของกระเบื้องมุงหลังคาที่เราสนใจใส่ใน โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM แล้ว ทำการแบ่งจำนวน Element เป็น 6 x 4 ตามที่เราต้องการศึกษา จะได้ดังรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.13 การแบ่งจำนวนเอลิเมนต์แบบ 6 x 4 ของกระเบื้องมุงหลังคา แบบซีแพค โมเนีย

จาก รูปที่ 4.13 ใส่อุณหภูมิเข้าและอุณหภูมิออกที่ได้จากการทดลองจริงลงบนขอบเขตด้านบนและด้านล่าง เพื่อดูการกระจายความร้อนภายในแผ่นกระเบื้องมุงหลังคา แบบซีแพค โมเนีย ผลการกระจายอุณหภูมิเป็นดังต่อไปนี้



รูปที่ 4.14 การแสดงอุณหภูมิด้วยกราฟฟิสิกส์ของกระเบื้องมุงหลังคา แบบซีแพค โมเนีย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการเรียนการสอนเท่านั้น เมื่อผู้เผยแพร่เห็นประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM จะได้ค่าการกระจายความร้อน โดยแสดงเป็น
ลักษณะค่าของอุณหภูมิใน Node แต่ละ Node ภายในกระเบื้อง ดัง ตารางที่ 4.6

Node	Tem by Easy FEM	Node	Tem by Easy FEM
1	38.5000	33	38.5000
2	40.3030	34	41.6920
3	43.0970	35	44.4480
4	46.7770	36	46.7770
5	38.5000	37	38.5000
6	40.2920	38	41.4640
7	43.0870	39	44.3110
8	46.7770	40	46.7770
9	38.5000	41	38.5000
10	40.2580	42	40.4670
11	43.0570	43	43.2770
12	46.7770	44	46.7770
13	38.5000	45	38.5000
14	40.2010	46	40.5370
15	43.0060	47	43.3370
16	46.7770	48	46.7770
17	38.5000	49	38.5000
18	40.1190	50	40.5890
19	42.9340	51	43.3820
20	46.7770	52	46.7770
21	38.5000	53	38.5000
22	40.0100	54	40.6250
23	42.8380	55	43.4140
24	46.7770	56	46.7770
25	38.5000	57	38.5000
26	41.7190	58	40.6470
27	44.6550	59	43.4320
28	46.7770	60	46.7770

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ท่านไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกไปเผยแพร่ และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Node	Tem by Easy FEM	Node	Tem by Easy FEM
29	38.5000	61	38.5000
30	41.7510	62	40.6540
31	44.4740	63	43.4390
32	46.7770	64	46.7770

ตารางที่ 4.6 (ต่อ) แสดงอุณหภูมิที่ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

4.2.3 โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนจากการคำนวณด้วยวิธีจันประกอบอันตะ

การทำงานของโปรแกรม คือ กำหนด โหนด ภายในกระเบื้องมุงหลังคา โดยเราได้อิงการตำแหน่ง ตำแหน่งของจุดแต่ละ Node ตามรูปจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM นำค่าอุณหภูมิเข้าจากตารางที่ 4.5 มาเป็นขอบเขตด้านบน ที่ได้จากโปรแกรมภาษาซีตามหลักของเทย์เลอร์ กาเลอร์-กิน เป็นดัง ตารางที่ 4.7

Node	Tem by C++	Node	Tem by C++
1	39.2878	33	40.0034
2	40.1331	34	40.8966
3	42.6869	35	43.3745
4	46.7700	36	46.7699
5	39.2880	37	40.8399
6	40.1341	38	41.9708
7	42.6802	39	44.4107
8	46.7700	40	46.7699
9	39.2884	41	39.2739
10	40.1376	42	40.1959
11	42.6595	43	42.4910
12	46.7700	44	46.7699
13	39.2880	45	39.2848
14	40.1458	46	40.1638
15	42.6233	47	42.5690
16	46.7700	48	46.7700

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีสิทธิ์ที่เปลี่ยนแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Node	Tem by C++	Node	Tem by C++
17	39.2845	49	39.2883
18	40.1625	50	40.1468
19	42.5685	51	42.6237
20	46.7700	52	46.7700
21	39.2738	53	39.2887
22	40.1942	54	40.1384
23	42.4903	55	42.6599
24	46.7699	56	46.7700
25	40.8334	57	39.2883
26	41.9625	58	40.1347
27	44.4029	59	42.6806
28	46.7699	60	46.7700
29	40.0067	61	39.2881
30	40.9015	62	40.1337
31	43.3799	63	42.6873
32	46.7699	64	46.7700

ตารางที่ 4.7 (ต่อ) แสดงอุณหภูมิที่ได้จากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนจากการคำนวณด้วยวิธีขึ้นประกอบอันตะ

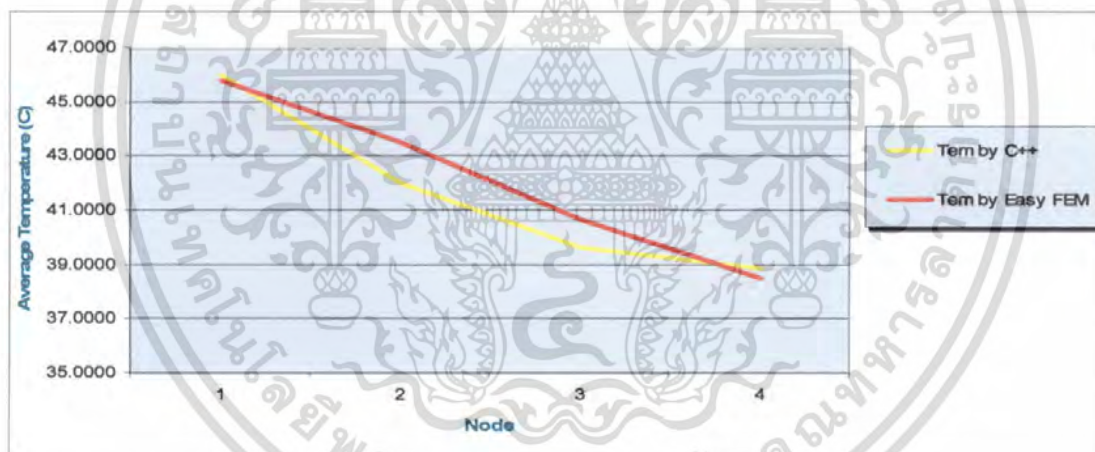
หลังจากที่ได้ค่าต่างๆของอุณหภูมิภายในกระเบื้องจากทั้ง 2 โปรแกรมแล้ว นำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลง โดยนำค่าอุณหภูมิในระดับเดียวกันมาหาค่าเฉลี่ย ซึ่งจะได้อัตราค่าตามรูปที่ 4.13

ตารางการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิก่อนเข้า ฉนวนกระเบื้อง กับ ภายในกระเบื้อง และหลังผ่านกระเบื้องมุงหลังคา แบบซีแพคโมเนีย ระหว่างโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM กับโปรแกรมภาษาซีของสมการความร้อนวิธี FEM

อุณหภูมิ	Average C++	Average Easy EFM
ระดับ 1	46.0000	45.8276
ระดับ 2	42.0230	43.5118
ระดับ 3	39.6402	40.7080
ระดับ 4	38.8633	38.5000
ระดับ 1 – ระดับ 4	7.1367	7.3276

ตารางที่ 4.8 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิก่อนเข้า ฉนวน กระเบื้อง กับ ภายในกระเบื้อง และหลังผ่านกระเบื้องหลังคา แบบซีแพค โมนีเย ระหว่าง โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM กับ โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ

กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิภายในกระเบื้องหลังคา แบบซีแพค โมนีเย



รูปที่ 4.15 กราฟแสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิภายในของกระเบื้องหลังคา แบบซีแพค โมนีเย ระหว่าง โปรแกรมภาษาซีของสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ กับ โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

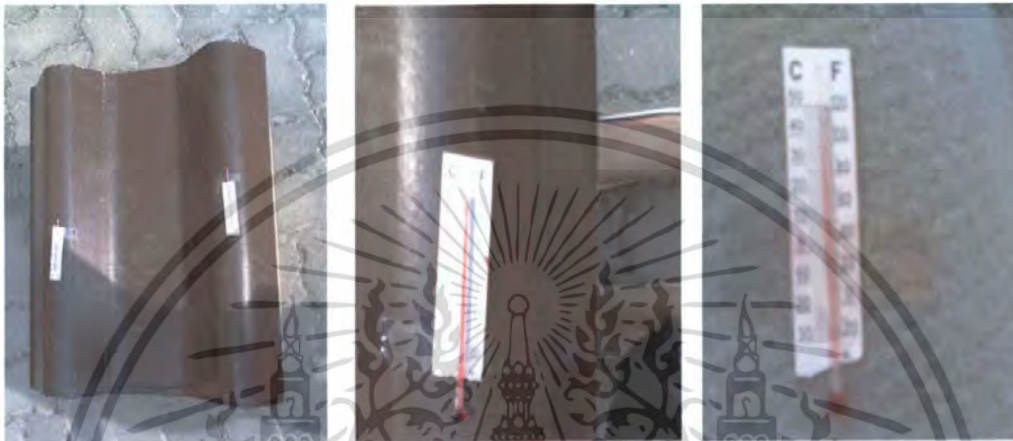
จากกราฟ รูปที่ 4.15 แสดงการเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิภายในกระเบื้องหลังคา แบบซีแพค โมนีเย ระหว่าง โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนด้วยวิธีขึ้นประกอบอันตะกับ โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM ค่าอุณหภูมิภายในที่คำนวณได้จาก โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะมีค่าสูงกว่าค่าอุณหภูมิที่คำนวณได้จาก โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3 การกระจายอุณหภูมิภายในกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่

4.3.1 ผลที่ได้จากการทดลอง

รูปแบบการทดลอง คือ นำกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่ มาทำการทดลองโดยนำกระเบื้องมาวางบนบ้านจำลองซึ่งมีลักษณะปิด ไม่มีผลกระทบจากสิ่งแวดล้อมภายนอก ดังรูป



รูปที่ 4.16 แสดงรูปแบบการทดลองจริงของกระเบื้องมุงหลังคา แบบลอนคู่ใหญ่

จากนั้นนำบ้านจำลองดังกล่าวไปวางกลางแดดแล้วนำเทอร์โมมิเตอร์ไปวัดอุณหภูมิ ณ ผิวกระเบื้องก่อนเข้า กับ อุณหภูมิออก ซึ่งได้ทำการทดลองทั้งหมด 4 ครั้ง ผลที่ได้เป็นดังนี้

ตารางการบันทึกผลจากการทดลองจริง ของกระเบื้องมุงหลังคา แบบลอนคู่ใหญ่

ครั้งที่	อุณหภูมิ ณ ผิวกระเบื้องก่อนเข้าสู่ภายใน	อุณหภูมิ ณ ผิวกระเบื้องหลังผ่านภายในกระเบื้อง
1	45.5	37.0
2	47.5	39.5
3	45.0	36.5
4	46.0	39.0
ค่าเฉลี่ย	46.0	38.0

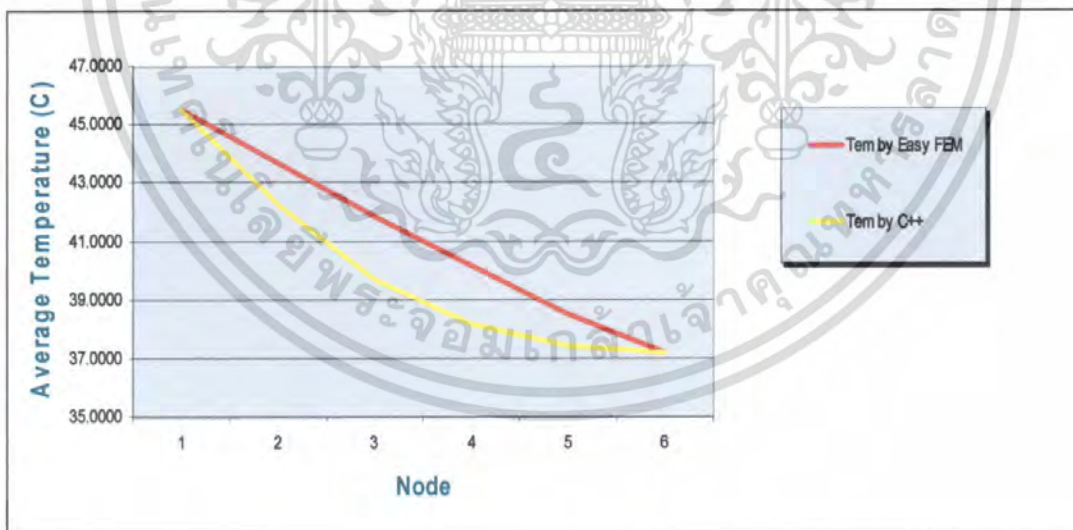
ตารางที่ 4.9 ผลการทดลองจริงของกระเบื้องมุงหลังคา แบบลอนคู่ใหญ่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่าง ค่าอุณหภูมิเฉลี่ยจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM กับ ค่าอุณหภูมิเฉลี่ยจาก โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันดับสอง แสดงดังรูปที่ 4.17 – 4.20 โดย Tem by Easy FEM คือ ค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิจากการคำนวณโดยโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และ Tem by C++ คือ ค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิจากการคำนวณโดยโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันดับสอง ซึ่งเราจะทำการเปรียบเทียบอุณหภูมิก่อนเข้าฉนวนผิวกระเบื้องมุงหลังคาภายใน ที่แตกต่างกัน ทั้งหมด 4 ครั้ง และ โหนด 1 – 6 แสดงถึงอุณหภูมิเฉลี่ยของแต่ละระดับของการแบ่งเอลิเมนต์

กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิโดยเฉลี่ยของกระเบื้องมุงหลังคา แบบลอนคู่ใหญ่ ด้วยวิธีการคำนวณ แสดงดังต่อไปนี้

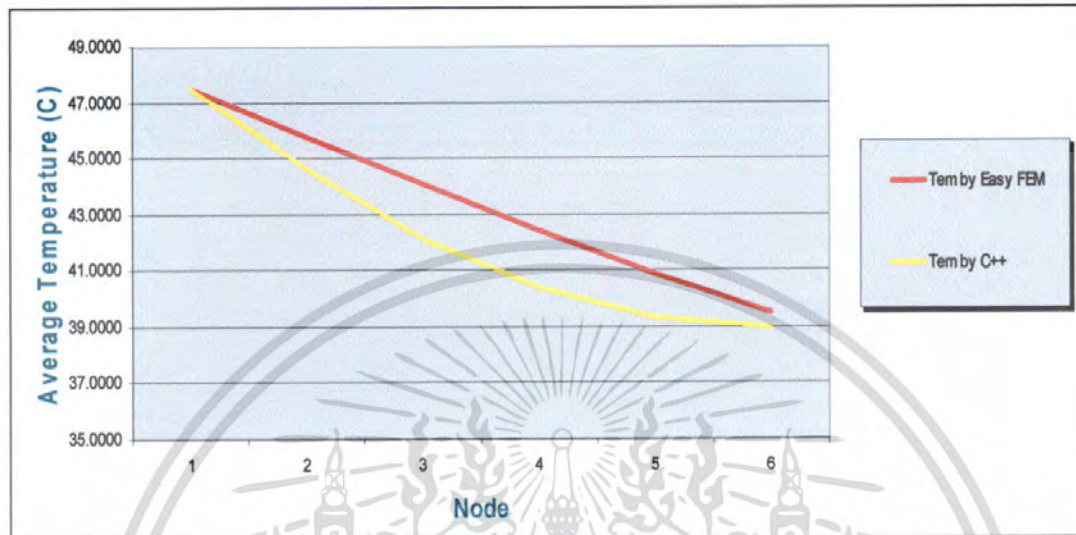
กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิโดยเฉลี่ยของ
กระเบื้องมุงหลังคา แบบลอนคู่ใหญ่ ด้วยวิธีการคำนวณ
กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยของกระเบื้องมุงหลังคา แบบลอนคู่ใหญ่
การทดลองครั้งที่ 1



รูปที่ 4.17 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณ การทดลองครั้งที่ 1

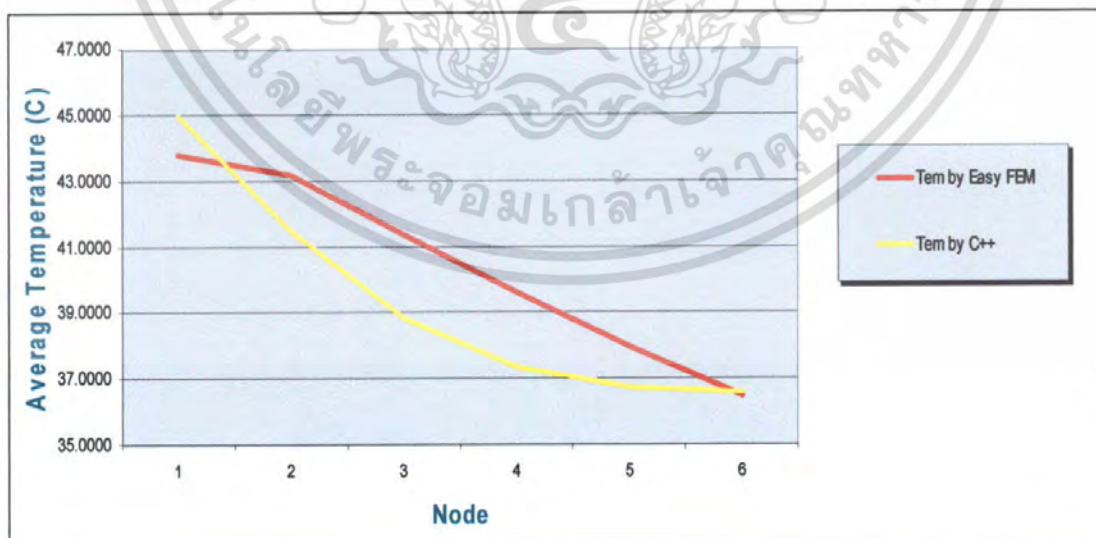
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยของกระเบื้องมุงหลังคา แบบลอนคู่ใหญ่
การทดลองครั้งที่ 2



รูปที่ 4.18 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณ การทดลองครั้งที่ 2

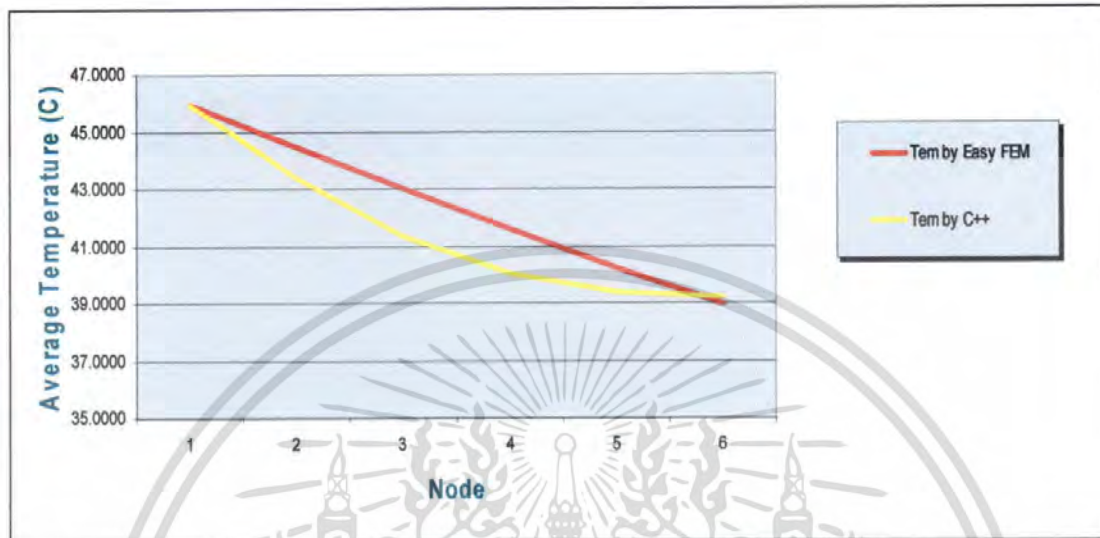
กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยของกระเบื้องมุงหลังคา แบบลอนคู่ใหญ่
การทดลองครั้งที่ 3



รูปที่ 4.19 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณ การทดลองครั้งที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยของกระเบื้องมุงหลังคา แบบลอนคู่ใหญ่
การทดลองครั้งที่ 4



รูปที่ 4.20 กราฟการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิเฉลี่ยด้วยวิธีการคำนวณ การทดลองครั้งที่ 4

จากกราฟ รูปที่ 4.17 – 4.20 เราสามารถสังเกตเห็นจากการทดลองทั้ง 4 ครั้ง การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิภายในกระเบื้องมุงหลังคา แบบลอนคู่ใหญ่ ระหว่างโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ กับ โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM ซึ่งค่าอุณหภูมิภายในที่คำนวณได้จากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนขึ้นประกอบอันตะ มีค่าสูงกว่าค่าอุณหภูมิที่คำนวณได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

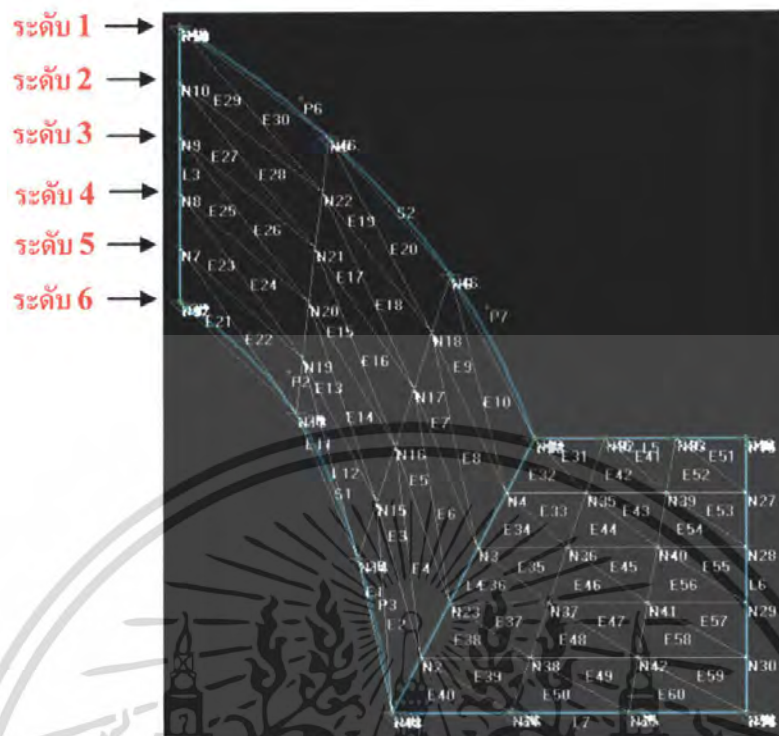
จากตารางที่ 4.9 นำผลการทดลองทั้ง 4 ครั้ง มาทำการหาค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้อง และหลังผ่านภายในแผ่นกระเบื้อง และนำค่าเฉลี่ยดังกล่าว ไปใส่ในโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และ โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ ซึ่งจะทำได้เปรียบเทียบอุณหภูมิได้ง่ายขึ้น ดังนี้

4.3.2 โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

ในการพิจารณากระเบื้องโดยใช้โปรแกรมนี้เราจะสนใจลักษณะกระเบื้องเพียงส่วนหนึ่งของกระเบื้องเพราะกระเบื้องมีลักษณะภายในแผ่นที่เหมือนกันแล้วทำการวาดรูปทรงของกระเบื้องมุงหลังคา แบบลอนคู่ใหญ่ที่เราสนใจใส่ในโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM แล้วทำการแบ่งจำนวน

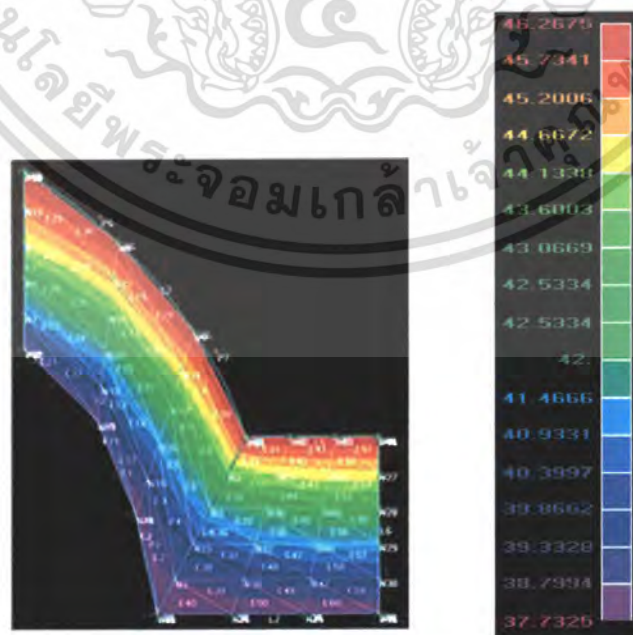
Element เป็น 6×4 ตามที่เราต้องการศึกษา จะได้ดังรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.21 การแบ่งจำนวนเอลิเมนต์แบบ 6 x 4 ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่

จาก รูปที่ 4.21 ใส่อุณหภูมิเข้าและอุณหภูมิออกที่ได้จากการทดลองจริงลงบนขอบเขตด้านบนและด้านล่าง เพื่อดูการกระจายความร้อนภายในแผ่นกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่ ผลการกระจายอุณหภูมิเป็นดังต่อไปนี้



รูปที่ 4.22 การแสดงอุณหภูมิด้วยกราฟฟิคสีของกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ด้วยวิธีการที่ป้องกันการคัดลอกซึ่งไม่อนุญาตให้ผู้อื่นได้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM จะได้ค่าการกระจายความร้อน โดยแสดงเป็นลักษณะค่าของอุณหภูมิในโนด (Node) แต่ละโนด (Node) ภายในกระเบื้องมุงหลังคา ดังตาราง

Tem C		Tem C	
node	by Easy FEM	node	by Easy FEM
1	38.00000	22	41.25700
2	40.41800	23	43.34300
3	42.40600	24	46.00000
4	43.99000	25	38.00000
5	45.18400	26	39.17200
6	46.00000	27	40.56400
7	38.00000	28	42.19700
8	39.67300	29	44.05900
9	41.42600	30	46.00000
10	43.11700	31	38.00000
11	44.65700	32	39.43400
12	46.00000	33	40.94300
13	38.00000	34	42.55300
14	39.21500	35	44.25400
15	40.76900	36	46.00000
16	42.51500	37	38.00000
17	44.31000	38	39.49900
18	46.00000	39	41.03700
19	38.00000	40	42.63600
20	38.55000	41	44.29800
21	39.65600	42	46.00000

ตารางที่ 4.10 แสดงอุณหภูมิที่ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

จากตารางที่ 4.10 แสดงค่าอุณหภูมิภายในในแต่ละโนด (node) ของกระเบื้องมุงหลังคา เอกสแบบลอนคู่ใหญ่จากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM เท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.3 โปรแกรมภาษาซีของสมการความร้อนจากการคำนวณด้วยวิธีจิ้นประกอบอันตะ

การทำงานของโปรแกรม คือ กำหนด โหนด (Node) ภายในกระเบื้องมุงหลังคา โดยเราได้อิงการ plot ตำแหน่งของจุดแต่ละ Node ตามรูปจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM นำค่าอุณหภูมิเข้าเฉลี่ยจากตารางที่ 4.9 มาเป็นค่าขอบเขตด้านบน ผลการทดลองจะได้ ดังตาราง

Node	Tem by C++	Node	Tem by C++
1	38.1368	22	38.6516
2	38.3982	23	40.9641
3	39.3185	24	45.9998
4	41.1593	25	37.9856
5	43.7558	26	37.9910
6	45.9999	27	38.1968
7	38.0771	28	39.2609
8	38.2383	29	41.9881
9	38.8449	30	45.9999
10	40.2322	31	37.9854
11	42.6383	32	38.0063
12	45.9998	33	38.2725
13	38.0159	34	39.4016
14	38.1508	35	42.0287
15	38.7652	36	45.9999
16	40.3291	37	37.9860
17	43.0335	38	38.0070
18	45.9998	39	38.2738
19	37.9607	40	39.3852
20	37.9367	41	42.0206
21	37.9844	42	46.0000

ตารางที่ 4.11 แสดงอุณหภูมิที่ได้จากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนจากการคำนวณวิธีจิ้นประกอบอันตะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

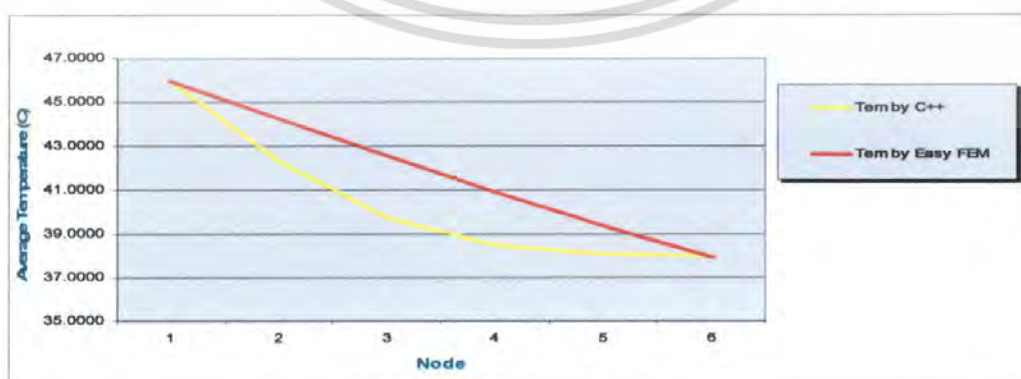
หลังจากที่ได้ค่าต่างๆของอุณหภูมิภายในแผ่นกระเบื้องจากทั้ง 2 โปรแกรมแล้ว นำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลง โดยนำค่าอุณหภูมิในระดับเดียวกันมาหาค่าเฉลี่ย ซึ่งจะได้ 6 ระดับตามรูปที่ 4.21

ตารางการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้อง กับ ภายในกระเบื้อง และหลังผ่านกระเบื้องนึ่งหลังคา แบบลอนคู่ใหญ่ ระหว่างโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM กับโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีจันประกอบอันตะ

อุณหภูมิ	Average C++	Average Easy FEM
ระดับ 1	45.9999	46.00000
ระดับ 2	42.3470	44.30071
ระดับ 3	39.7743	42.60929
ระดับ 4	38.5223	40.97157
ระดับ 5	38.1040	39.42300
ระดับ 6	38.0211	38.00000
ระดับ 1 – ระดับ 6	7.9788	8.0000

ตารางที่ 4.12 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้อง กับ ภายในกระเบื้อง และหลังผ่านกระเบื้องนึ่งหลังคา แบบลอนคู่ใหญ่ ระหว่างโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM กับ โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีจันประกอบอันตะ

กราฟแสดงการเปรียบเทียบค่าประมาณของอุณหภูมิภายในกระเบื้องนึ่งหลังคา แบบลอนคู่ใหญ่



รูปที่ 4.23 กราฟแสดงการเปรียบเทียบอุณหภูมิภายในของกระเบื้องนึ่งหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่
เอกสิทธิ์ อภิบาลย์, อ.ร.ค. ภาควิชาวิศวกรรมโยธา, คณะวิศวกรรมศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ไม่ว่าการณีใดๆ ระหว่างโปรแกรมภาษาซีของสมการความร้อน FEM กับ โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM ใช้

จากกราฟ รูปที่ 4.23 แสดงการเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิภายในกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่ ระหว่างโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ กับโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM ค่าอุณหภูมิภายในที่คำนวณได้จากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ มีค่าสูงกว่าค่าอุณหภูมิที่คำนวณได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

4.4 เปรียบเทียบผลต่างของอุณหภูมิที่เข้าและออกของกระเบื้องรูปทรงต่างๆ

จากผลการคำนวณอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้อง และหลังผ่านภายในกระเบื้องมุงหลังคาแบบแผ่นเรียบ แบบซีแพคโมเนีย และแบบลอนคู่ใหญ่ โดยใช้โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ และ โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM เราสามารถนำผลการคำนวณทั้ง 2 โปรแกรม มาเปรียบเทียบ เพื่อแสดงว่า กระเบื้องมุงหลังคาแบบไหน มีการส่งผ่านความร้อนจากผิวกระเบื้องด้านบน สู่วิธีกระเบื้องด้านล่าง ได้น้อยที่สุด โดย

Tin-Tout by Easy FEM คือ ผลต่างของค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้อง และหลังผ่านภายในกระเบื้องมุงหลังคาจากการคำนวณด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

Tin-Tout by C++ คือ ผลต่างของค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้อง และหลังผ่านภายในกระเบื้องมุงหลังคาจากการคำนวณด้วยโปรแกรมภาษาซีของสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ

นอกจากนี้เราสามารถทำการเปรียบเทียบได้ 2 กรณี คือ

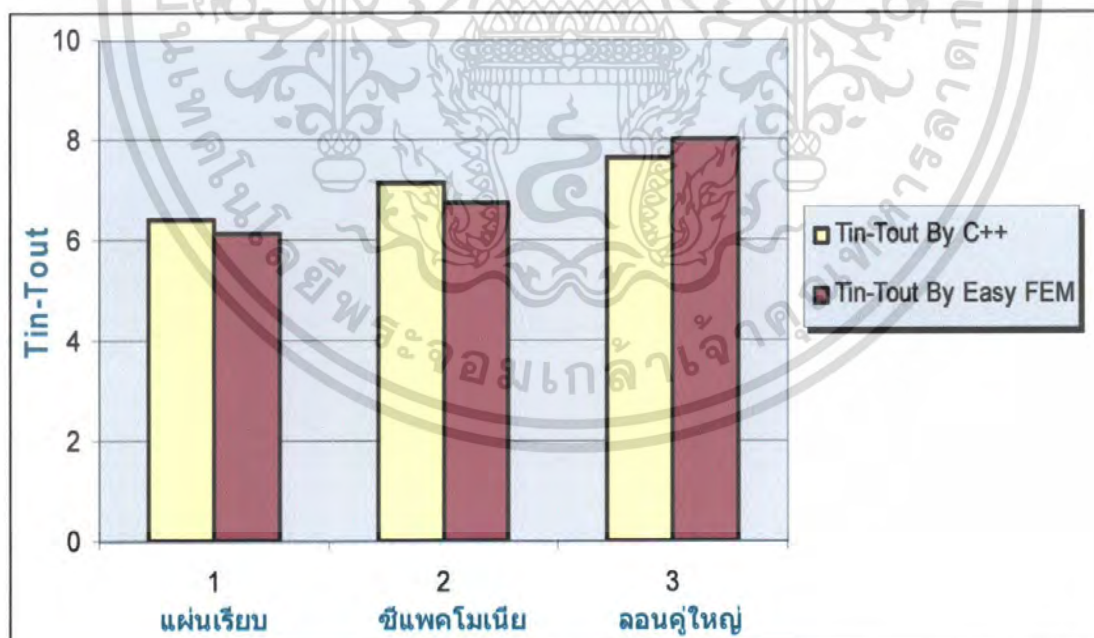
1. เปรียบเทียบผลต่างอุณหภูมิก่อนเข้า และหลังผ่านภายในกระเบื้องมุงหลังคา จากการนำค่าจากการทดลองทั้ง 4 ครั้ง ดังตารางที่ 4.1 มาคำนวณหาอุณหภูมิออกจากโปรแกรมทั้ง 2 โปรแกรม ทีละครั้งตามการทดลองทั้ง 4 ครั้ง แล้วจึงนำค่าที่คำนวณได้เฉพาะค่าอุณหภูมิด้านบน และอุณหภูมิด้านล่างของกระเบื้องมุงหลังคารูปทรงทั้ง 3 รูปทรงจากโปรแกรม มาเฉลี่ยทีหลัง ซึ่งจะทำให้ได้ค่าดังตาราง ต่อไปนี้

ตาราง แสดงผลต่างของอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้อง และหลังผ่านภายใน
และหลังผ่านภายในกระเบื้องมุงหลังคา

กระเบื้องมุง หลังคา	ผลต่างของอุณหภูมิก่อน ณ ผิวกระเบื้องและหลังผ่านภายใน กระเบื้องมุงหลังคา	
	โปรแกรมสมการความร้อน ด้วยวิธี FEM	โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM
แบบแผ่นเรียบ	6.3892	6.1250
แบบซีแพคโมเนีย	6.7190	7.1455
แบบลอนคู่ใหญ่	7.9932	7.6395

ตารางที่ 4.13 ผลต่างของอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้องและหลังผ่านภายในกระเบื้องมุงหลังคา

กราฟแสดงการเปรียบเทียบผลต่างของอุณหภูมิที่เข้าและออกของกระเบื้องมุงหลังคา



รูปที่ 4.24 แสดงการเปรียบเทียบผลต่างของอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้องและหลังผ่านภายใน
กระเบื้องมุงหลังคา ระหว่างโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ

กับ โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

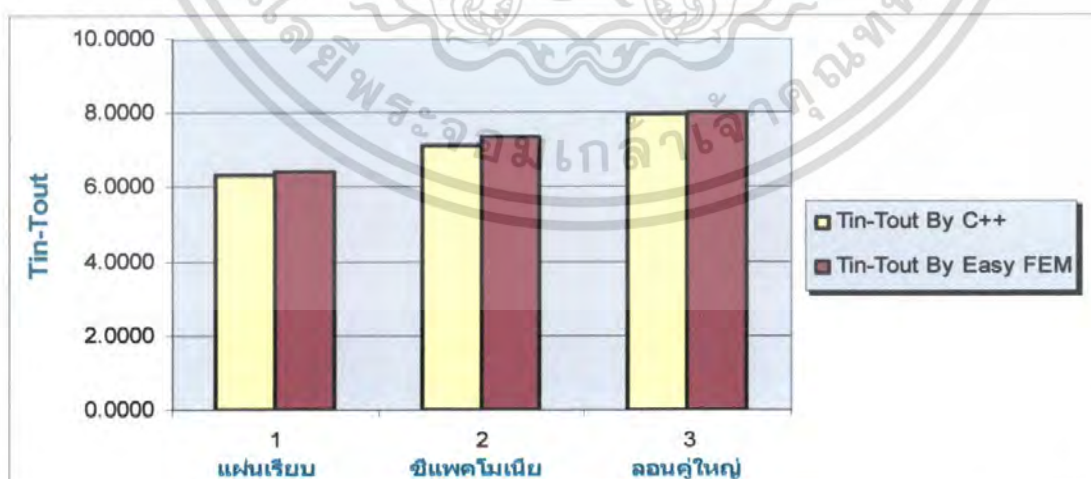
2. เปรียบเทียบผลต่างอุณหภูมิก่อนเข้า และหลังผ่านภายในกระเบื้องมุงหลังคา โดยนำค่าจากการทดลองจริงทั้ง 4 ครั้งมาเฉลี่ยกันก่อน แล้วนำอุณหภูมิที่เฉลี่ยได้จากการทดลองจริง ดังตารางที่ 4.1 มาคำนวณหาอุณหภูมิจากโปรแกรมทั้ง 2 โปรแกรม แล้วจึงหาผลต่างของอุณหภูมิระหว่างค่าอุณหภูมิด้านบนและอุณหภูมิด้านล่างของกระเบื้องมุงหลังคาซึ่งได้ค่าดังตาราง ต่อไปนี้

ตาราง แสดงผลต่างของอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้องและหลังผ่านภายในกระเบื้องมุงหลังคา

กระเบื้องมุง หลังคา	ผลต่างของอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้องและหลังผ่านภายในกระเบื้องมุงหลังคา	
	โปรแกรมสมการความร้อนด้วย วิธี FEM	โปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM
แบบแผ่นเรียบ	6.3139	6.4000
แบบซีแพคโมเนีย	7.1367	7.3276
แบบลอนคู่ใหญ่	7.9788	8.0000

ตารางที่ 4.11 แสดงผลต่างของอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้อง และหลังผ่านภายในกระเบื้องมุงหลังคา

กราฟแสดงการเปรียบเทียบผลต่างของอุณหภูมิที่เข้าและออกของกระเบื้องมุงหลังคา



รูปที่ 4.25 แสดงการเปรียบเทียบผลต่างของอุณหภูมิก่อนเข้า ณ ผิวกระเบื้องและหลังผ่านภายในกระเบื้องมุงหลังคา ระหว่างโปรแกรมสมการความร้อนด้วยวิธี FEM กับ โปรแกรมเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าสำเร็จรูป Easy FEM

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

อภิปรายและสรุปผลงานวิจัย

ในบทนี้เราจะอภิปรายผลการศึกษาค้นคว้าจากบทที่ 4 และสรุปงานวิจัยว่าสามารถตอบคำถามและสอดคล้องกับสมมุติฐานหรือไม่

5.1 อภิปรายและสรุปผลงานวิจัย

จากการศึกษาการกระจายอุณหภูมิในแผ่นกระเบื้องทั้ง 3 รูปแบบ กำหนดอุณหภูมิเข้าโดยเฉลี่ย ณ ผิวกระเบื้องด้านบนเท่ากัน คือ 46 องศาเซลเซียส ปรากฏผลดังนี้

ชนิดกระเบื้องมุงหลังคา	อุณหภูมิที่ไหลออก ด้านล่างจาก โปรแกรม FEM (องศาเซลเซียส)	อุณหภูมิที่ไหลออก ด้านล่างจาก โปรแกรมภาษาซี (องศาเซลเซียส)	อุณหภูมิที่ไหลออก ด้านล่างจาก การทดลอง (องศาเซลเซียส)
1. กระเบื้องแผ่นเรียบ	39.60	39.6853	39.87
2. กระเบื้องซีแพค โมเนีย	38.50	39.5691	38.63
3. กระเบื้องลอนคู่ใหญ่	38.00	38.0211	38.00

ตารางที่ 5.1 สรุปผลอุณหภูมิเข้าออกในแผ่นกระเบื้องทั้ง 3 รูปแบบด้วยวิธีต่างๆ

จากผลการทดลองจะพบว่า อุณหภูมิที่ไหลออกจากด้านล่างของแผ่นกระเบื้องทั้ง 3 รูปแบบ ทั้ง จาก โปรแกรม FEM โปรแกรมภาษาซี และจากการทดลองจริง ให้ค่าอุณหภูมิที่แตกต่างกัน โดย กระเบื้องแผ่นเรียบจะให้อุณหภูมิไหลออกมามากที่สุด ตามด้วยกระเบื้องซีแพคโมเนีย และ กระเบื้องลอนคู่ใหญ่ ตามลำดับ หากพิจารณาที่ลักษณะของรูปทรงจะพบว่า กระเบื้องลอนคู่ใหญ่ ซึ่งมีความโค้งมากที่สุด ให้อุณหภูมิลดลงได้น้อยที่สุด ในขณะที่กระเบื้องแผ่นเรียบซึ่งไม่มีความโค้งเลย ให้อุณหภูมิลดลงมากที่สุด จึงอาจกล่าวได้ว่า รูปทรงของแผ่นกระเบื้องมีผลต่ออุณหภูมิที่ถูกลดลงออกมาจากด้านล่าง โดยกระเบื้องที่มีรูปทรงโค้งมากกว่า จะปล่อยความร้อนออกมาจากด้านใต้แผ่นได้น้อยกว่ารูปทรงที่ไม่มีความโค้งเลย

นอกจากนี้ยังจะสังเกตเห็น ได้อีกว่า อุณหภูมิที่ได้จากการทดลองจริง มีค่าใกล้เคียงกับอุณหภูมิ จากโปรแกรมภาษาซี และ โปรแกรม FEM แม้ว่าความหนาของแผ่นกระเบื้องแต่ละรูปทรงใน เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรม FEM และ โปรแกรมภาษาซี จะกำหนดให้เท่ากัน ในขณะที่ความหนาของแผ่นกระเบื้องจากการทดลองจริงมีความหนาที่ต่างกันในแต่ละรูปทรง และต่างกับกับความหนาที่กำหนดให้ในโปรแกรมทั้งสอง จึงกล่าวได้ว่า ความหนาที่แตกต่างกันเพียงเล็กน้อยแทบจะไม่มีผลต่ออุณหภูมิที่ถูกล้อยออกมาจากด้านล่างของแผ่นกระเบื้อง

ถ้าหากพิจารณาที่การกระจายอุณหภูมิภายในแผ่นกระเบื้องทั้ง 3 รูปทรง จะเห็นว่า การกระจายของอุณหภูมิภายในแผ่นกระเบื้องทั้งสามมีลักษณะที่แตกต่างกันอย่างน่าสนใจ จากรูปที่ 4.3 รูปที่ 4.6 และรูปที่ 4.9 พบว่า สำหรับ โปรแกรมภาษาซีมีลักษณะการกระจายความร้อนลดลงแบบเกือบจะคงที่ในกระเบื้องแผ่นเรียบ มีลักษณะการกระจายความร้อนลดลงแบบลดลงในกระเบื้องซีแพค โมนีเย และมีลักษณะการกระจายความร้อนลดลงแบบลดลงมากขึ้นในกระเบื้องลอนคู่ใหญ่ ในขณะที่โปรแกรม FEM มีลักษณะการกระจายความร้อนลดลงแบบคงที่ทั้ง 3 แบบ อาจกล่าวได้ว่า รูปทรงมีผลต่อการกระจายความร้อนภายในของแผ่นกระเบื้อง โดยรูปทรงที่มีความโค้งมากกว่า จะมีลักษณะการกระจายความร้อนลดลงแบบลดลงมากกว่ากระเบื้องที่มีความโค้งน้อยกว่า ในส่วนของโปรแกรม FEM ที่มีลักษณะการกระจายความร้อนลดลงแบบคงที่ในทุกรูปทรงนั้น อาจเป็นเพราะข้อจำกัดบางประการของโปรแกรม

จากการทำปัญหาพิเศษนี้ พบว่าเป็นการทดลองและหาผลสรุปเพื่อตอบคำถามและช่วยเป็นเหตุผลประกอบการตัดสินใจในการเลือกซื้อกระเบื้องขั้นต้นเท่านั้น เนื่องจากในความเป็นจริงแล้วจะมีปัจจัยต่างๆที่ส่งผลต่อ การเลือกซื้อนั้นมีอีกหลายประการ เช่น ราคาของกระเบื้อง ความสวยงามของกระเบื้อง ฯลฯ

5.2 ข้อเสนอแนะ

1. ปัญหาพิเศษนี้สามารถนำไปพัฒนาและศึกษาต่อภายใต้ขอบเขตการศึกษาอื่นๆได้ อาทิเช่น ภายได้ปัญหา 3 มิติ หรือ กระเบื้องที่มีรูปทรงและสีต่าง ๆ
2. เป็นองค์ความรู้เบื้องต้นสำหรับการสร้างแบบจำลองของแผ่นกระเบื้องที่มีการกระจายความร้อนที่เหมาะสมกับการสร้างกระเบื้องมุงหลังคามากที่สุดได้
3. สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาการกระจายความร้อนในวัสดุอื่นๆได้
4. สามารถนำปัญหาพิเศษดังกล่าวไปหาผลเฉลยด้วยระเบียบวิธีอื่นหรือโปรแกรมสำเร็จรูปอื่นๆนอกเหนือจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และ โปรแกรมภาษาซี ได้ ซึ่งอาจได้ค่าผลเฉลยที่แตกต่างออกไป

รายการอ้างอิง

- [1] Donald W. Trim , APPLIED PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATION,PWS-KENT Publishing Company,USA, 1990
- [2] R.W. Liwis, K. Morgan , H.R. Thomas , K.N. Seetharamu , THE FINITE ELEMENT METHOD IN HEAT TRANSFER ANALYSIS,John Wiley & Sons Ltd,England,1996
- [3] Jack P. Holman ,รศ.ดร.ชนาคม สุนทรชัยนาคแสง แปลและเรียบเรียง, HEAT TRANSFER , บริษัท สำนักพิมพ์ท็อป จำกัด,กรุงเทพฯ,Thai Editon,2004
- [4] George R. Buchanan ,ดร. สงวน วงษ์สวัสดิกุล และ ดร.พิมาน ชาญวานิชบริการ แปลและเรียบเรียง, THEORY AND PROBLEMS OF FINITE ELEMENT ANALYSIS , แมคกรอฮิล อินเทอร์เน็ตเนชันแนล เอ็นเตอร์ไพรส์ ینگค์,กรุงเทพฯ,Thai Edition,1998
- [5] ปราโมทย์ เคชะอำไพ,สุทธิศักดิ์ พงศ์ธนาพาณิชย์, ไฟไนต์อีลิเมนต์อย่างง่ายพร้อมซอฟต์แวร์, สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,กรุงเทพฯ,2548
- [6] ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พรชัย สารทวาหาฒช,การวิเคราะห์เชิงตัวเลข 1,คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
- [7] <http://www1.cementthaionline.com/CRC/Product/Monier.asp>
- [8] <http://www.cpacrooftile.com/content/category/6/19/33/>
- [9] <http://scgweb.cementthai.co.th/products/thai/monier/index.htm>
- [10] <http://www.mahaphant.com/en/mnpg/index.htm>
- [11] <http://www.diamondtile.com/>



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนการใช้โปรแกรม Easy Finite Element Method

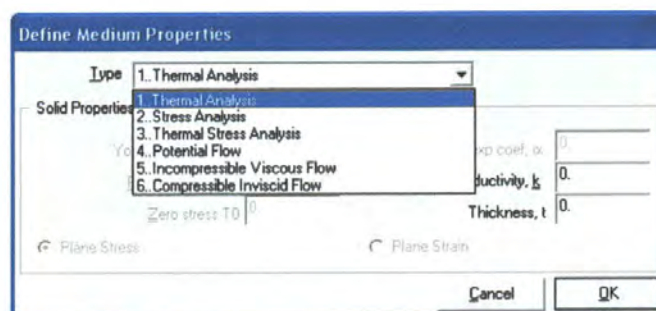
1. เมื่อติดตั้งโปรแกรม Easy Finite Element Method เสร็จแล้วจะมีไอคอนหน้าจอ



2. ดับเบิลคลิกที่ไอคอนเพื่อเริ่มการใช้งาน เมื่อเข้าโปรแกรมจะมีหน้าต่างปรากฏบนหน้าจอ



3. หลังจากเปิดโปรแกรม Easy FEM ให้ทำการเตรียมพื้นที่สำหรับสร้างแบบจำลองและการวิเคราะห์ปัญหาใหม่ โดยใช้คำสั่ง File > New

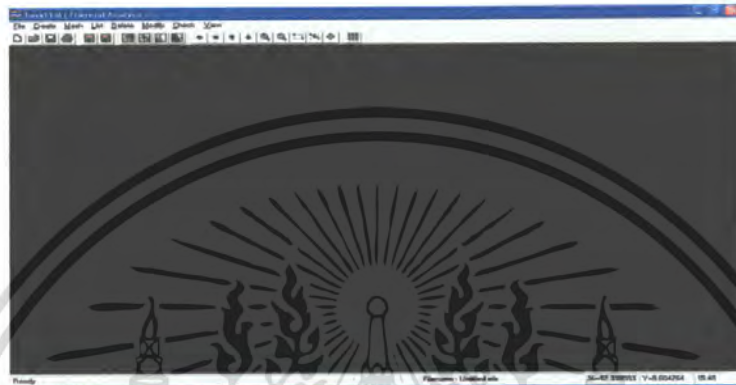


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 - Type เป็นเมนูสำหรับเลือกลักษณะของปัญหาที่ต้องการวิเคราะห์
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมีเหตุดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- Conductivity , k เป็นช่องสำหรับกรอกค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน
- Thickness , t เป็นช่องสำหรับใส่ค่าความหนา

สำหรับปัญหาพิเศษนี้ใช้ปัญหาคณิตที่ 1 คือ Thermal Analysis จากนั้นใส่ค่า k และค่า t แล้วกด

จะปรากฏหน้าจอเพิ่มเริ่มในการวาดรูปดังนี้

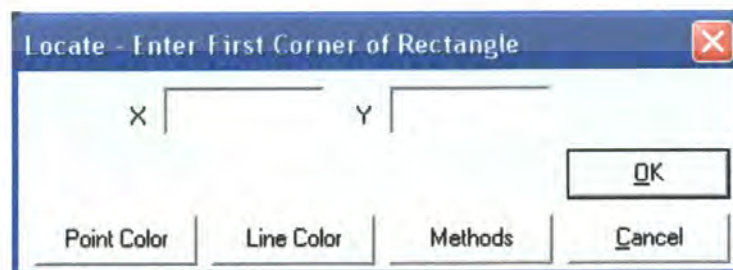


4. เริ่มการวาดรูปที่ต้องการ โดยใช้เมนู Create โดยภายในในคำสั่งจะมีเมนูให้เลือกดังนี้

- Point เป็นคำสั่งสำหรับการสร้างจุด
- Line เป็นคำสั่งสำหรับการสร้างเส้นตรง
- Arc เป็นคำสั่งสำหรับการสร้างส่วนโค้ง
- Circle เป็นคำสั่งสำหรับการสร้างวงกลม
- Spline เป็นคำสั่งสำหรับการสร้างเส้นโค้ง

วิธีการวาดโมเดลของกระเบื้องมุงหลังคา แผ่นเรียบ ทำดังนี้

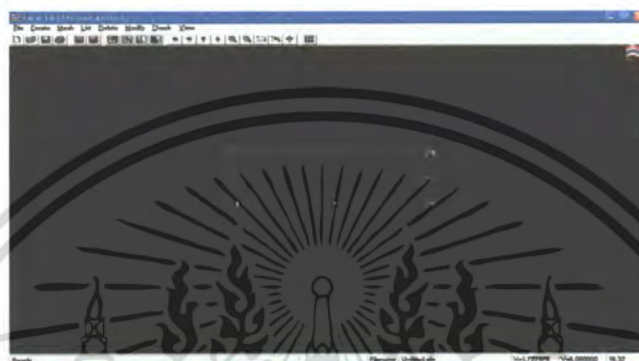
- กดคำสั่ง Create แล้วเลือก Line > Rectangle เพื่อสร้าง เส้นตรง โดยโปรแกรมจะขึ้นช่องให้ใส่ค่า (x,y)



โดยในการใส่ค่า (x,y) จะต้องใส่ 2 ค่าคือค่าที่จุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายโดยจะใส่ดังนี้ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้โดยไม่ผ่านการคัดค้านใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

X	Y
0	0
6	2

จะได้โมเดลดังนี้

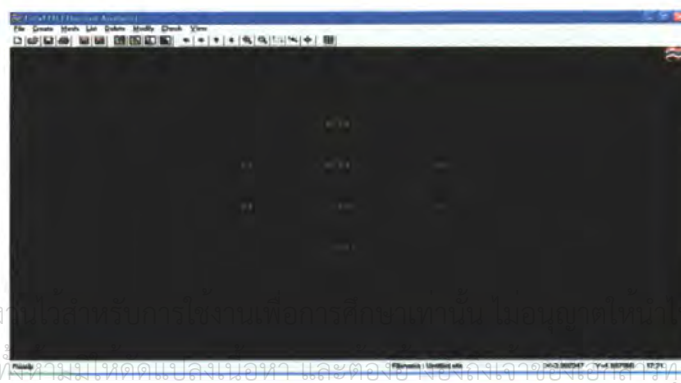


สำหรับวิธีการวาดโมเดลของกระเบื้องมุงหลังคาซีแพคโมเนีย

- กดคำสั่ง Create แล้วเลือก Arc > center-start-end เพื่อสร้าง เส้นโค้ง โดยกำหนดค่า (x,y) ดังนี้

X	Y
6	-2
9.5	0
2.5	0
6	0
9.5	2
2.5	2

จะได้รูปดังนี้

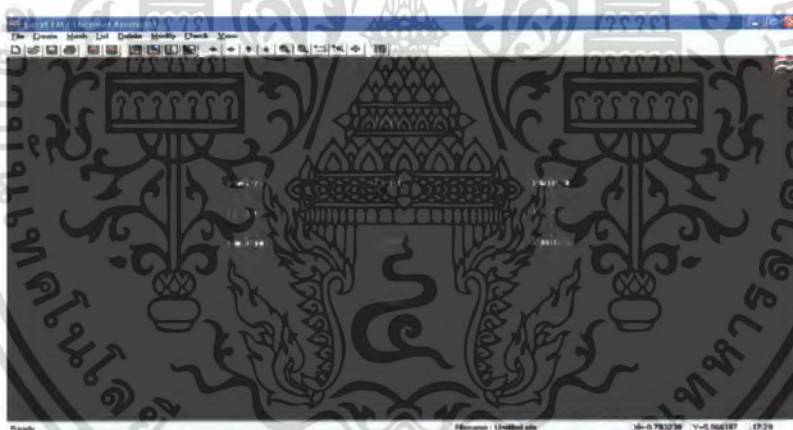


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์และสงวนสิทธิ์ในเนื้อหาทั้งหมด ไม่สามารถนำเนื้อหาไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งสามารถขอเปลี่ยนแปลงเนื้อหา และต้องแจ้งไปยังเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนั้นวาดวงของเส้นตรงโดยใช้คำสั่งคำสั่ง Create แล้วเลือก Line > Projected Points โดยให้ค่า (x,y) ดังนี้

X	Y	X	Y	X	Y
2	0	2	2	10	2
2.5	0	2	0	10	0
2.5	0	9.5	0	10	0
2.5	2	9.5	2	9.5	0
2.5	2	9.5	2		
2	2	10	2		

จะได้รูปดังนี้



วิธีการวาดโมเดลของกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่

- กดคำสั่ง Create แล้วเลือก spline > Projected control Points เพื่อสร้าง เส้นโค้ง โดยกำหนดค่า(x,y) ดังนี้

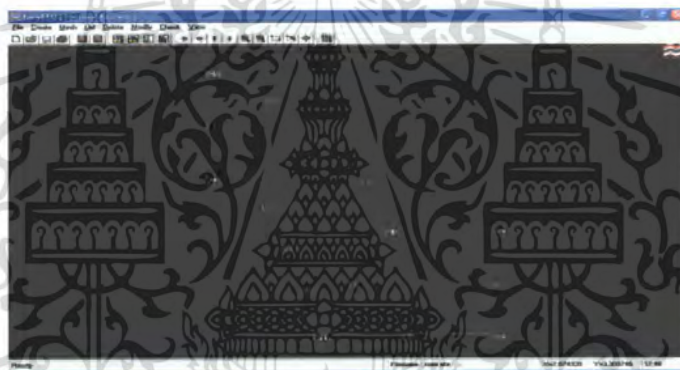
X	Y	X	Y
0	3	0	5
0.82	2.18	1.06	4.19
1.257	1.126	1.91	3.189
1.5	0	2.5	0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนั้นวาดวงของเส้นตรงโดยใช้คำสั่งคำสั่ง Create แล้วเลือก Line > Projected Points โดยให้ค่า (x,y) ดังนี้

X	Y	X	Y
1.5	0	4	2
2.5	2	4	0
2.5	2	4	0
4	2	1.5	0

จะได้รูปโมเดลดังนี้



5. ขั้นตอนการกำหนดขอบเขตและการสร้างเอลิเมนต์สามเหลี่ยม

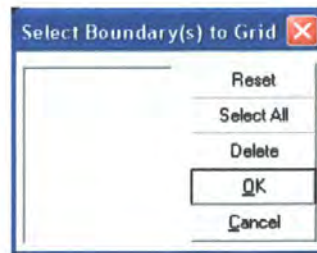
หลังจากวาดรูปแล้วขั้นตอนต่อไปคือการกำหนดขอบเขตและเอลิเมนต์ทำโดยคำสั่ง Mesh>Define Boundary จะมีหน้าจอปรากฏดังนี้



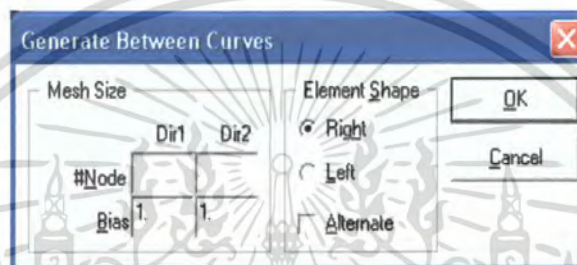
จากนั้นเลือกเส้นที่เป็นขอบแล้วกด OK

จากนั้นเป็นการแบ่ง Grid จะทำโดยใช้คำสั่ง Mesh>structured mesh จะมีหน้าจอปรากฏดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



จากนั้นเลือกขอบเขตที่ต้องการแบ่ง Grid แล้วกด OK จะมีหน้าจอปรากฏ

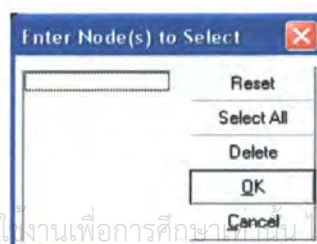


โดยจะให้ใส่ค่าจำนวน Grid ที่ต้องการแล้วกด OK จะได้



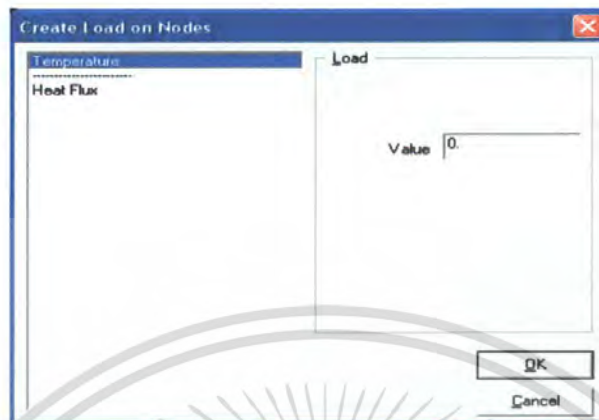
6. ขั้นตอนการใส่เงื่อนไขค่าขอบ

หลังจากแบ่งเอลิเมนต์แล้วต้องมาทำการใส่เงื่อนไขค่าขอบทำโดยใช้คำสั่ง Create > Load > on node จะมีหน้าจอปรากฏ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เลือก node ที่ต้องการใส่ค่า แล้วกด OK จะมีหน้าจอปรากฏ



ใส่ค่าอุณหภูมิที่ต้องการแล้วกด OK

*ในการใส่ค่าเงื่อนไขนั้นจะต้องทำทั้งด้านบนและด้านล่าง

7. ขั้นการแสดงผลการกระจายอุณหภูมิของโมเดล

หลังจากกำหนดเงื่อนไขแล้วจะทำการแสดงผลโดยใช้เมนู File>Analyze จะมีหน้าจอปรากฏ

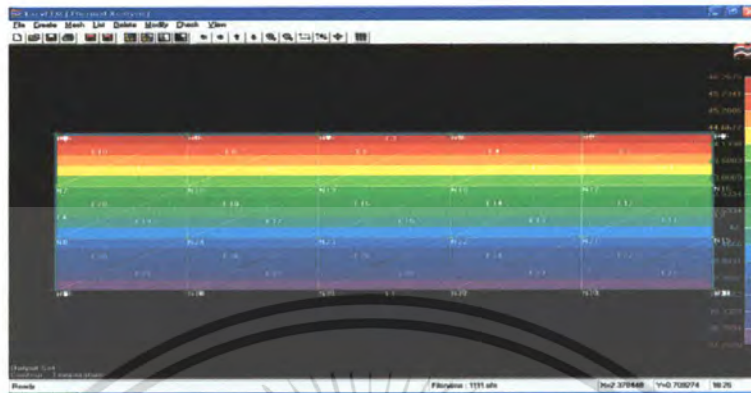


กด OK เครื่องจะทำการ Run แล้วหยุดไปที่เมนู View > Select จะมีหน้าจอปรากฏ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เลือก Fringe Plot แล้วกด OK จะได้รูปของการกระจายอุณหภูมิต่างๆ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผลเฉลยของอุณหภูมิภายในแต่ละโนด

กระเบื้องมุงหลังคา แผ่นเรียบ

ตารางที่ 1 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิจากการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบแผ่นเรียบ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

Node	ตำแหน่ง		อุณหภูมิของการทดลอง Easy FEM			
	X	Y	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4
1	0	0	38.0000	41.5000	38.5000	41.5000
2	0	0.6667	40.5000	43.5000	40.6670	43.0000
3	0	1.3333	43.0000	45.5000	42.8330	44.5000
4	0	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
5	1.2	0	38.0000	41.5000	38.5000	41.5000
6	1.2	0.6667	40.5000	43.5000	40.6670	43.0000
7	1.2	1.3333	43.0000	45.5000	42.8330	44.5000
8	1.2	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
9	2.4	0	38.0000	41.5000	38.5000	41.5000
10	2.4	0.6667	40.5000	43.5000	40.6670	43.0000
11	2.4	1.3333	43.0000	45.5000	42.8330	44.5000
12	2.4	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
13	3.6	0	38.0000	41.5000	38.5000	41.5000
14	3.6	0.6667	40.5000	43.5000	40.6670	43.0000
15	3.6	1.3333	43.0000	45.5000	42.8330	44.5000
16	3.6	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
17	4.8	0	38.0000	41.5000	38.5000	41.5000
18	4.8	0.6667	40.5000	43.5000	40.6670	43.0000
19	4.8	1.3333	43.0000	45.5000	42.8330	44.5000
20	4.8	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
21	6	0	38.0000	41.5000	38.5000	41.5000
22	6	0.6667	40.5000	43.5000	40.6670	43.0000
23	6	1.3333	43.0000	45.5000	42.8330	44.5000
24	6	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000

ตารางที่ 2 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิโดยเฉลี่ยของการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบแผ่นเรียบ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

node	อุณหภูมิเฉลี่ย			
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4
ด้านบน 1	45.4993	47.4992	44.9993	45.9992
ภายใน 2	41.8030	44.3928	41.7621	43.2601
ภายใน 3	39.0975	42.1192	39.3926	41.2552
ด้านล่าง 4	38.1071	41.2868	38.5252	40.5212
Node 1 - Node 4	7.3922	6.2124	6.4741	5.4780

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3 แสดงค่าประมาณของอนุภูมิภาคจากการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบแผ่นเรียบ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีชั้นประกอบ อันตะ

Node	ตำแหน่ง		อุณหภูมิของการทดลอง C++			
	X	Y	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4
1	0	0	38.1071	41.2868	38.5252	40.5212
2	0	0.6667	39.0976	42.1192	39.3927	41.2552
3	0	1.3333	41.8031	44.3929	41.7622	43.2602
4	0	2	45.4996	47.4995	44.9996	45.9995
5	1.2	0	38.1071	41.2868	38.5252	40.5212
6	1.2	0.6667	39.0975	42.1192	39.3926	41.2552
7	1.2	1.3333	41.8030	44.3928	41.7621	43.2601
8	1.2	2	45.4992	47.4990	44.9991	45.9990
9	2.4	0	38.1071	41.2868	38.5252	40.5212
10	2.4	0.6667	39.0975	42.1191	39.3926	41.2551
11	2.4	1.3333	41.8029	44.3928	41.7620	43.2600
12	2.4	2	45.4992	47.4990	44.9991	45.9990
13	3.6	0	38.1071	41.2868	38.5252	40.5212
14	3.6	0.6667	39.0975	42.1191	39.3926	41.2551
15	3.6	1.3333	41.8029	44.3928	41.7620	43.2600
16	3.6	2	45.4992	47.4990	44.9991	45.9990
17	4.8	0	38.1071	41.2868	38.5252	40.5212
18	4.8	0.6667	39.0975	42.1192	39.3926	41.2552
19	4.8	1.3333	41.8030	44.3928	41.7621	43.2601
20	4.8	2	45.4992	47.4990	44.9991	45.9990
21	6	0	38.1071	41.2868	38.5252	40.5212
22	6	0.6667	39.0976	42.1192	39.3927	41.2552
23	6	1.3333	41.8031	44.3929	41.7622	43.2602
24	6	2	45.4996	47.4995	44.9996	45.9995

ตารางที่ 4 แสดงค่าประมาณของอนุภูมิภาคโดยเฉลี่ยของการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบแผ่นเรียบ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีชั้นประกอบอันตะ

node	อุณหภูมิเฉลี่ย			
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4
ด้านบน 1	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
ภายใน 2	43.0000	45.5000	42.8330	44.5000
ภายใน 3	40.5000	43.5000	40.6670	43.0000
ด้านล่าง 4	38.0000	41.5000	38.5000	41.5000
Node 1 - Node 4	7.5000	6.0000	6.5000	4.5000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 5 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิจากการนำการทดลองทั้ง 4 ครั้งมาเฉลี่ย ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบแผ่นเรียบ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ

node	ตำแหน่ง		อุณหภูมิจากค่าเฉลี่ยการทดลอง 4 ครั้ง	
	X	Y	Tem by Easy FEM	Tem by C++
1	0	0	39.6000	39.6854
2	0	0.6667	41.7330	40.5313
3	0	1.3333	43.8670	42.8422
4	0	2	46.0000	45.9995
5	1.2	0	39.6000	39.6853
6	1.2	0.6667	41.7330	40.5313
7	1.2	1.3333	43.8670	42.8421
8	1.2	2	46.0000	45.9991
9	2.4	0	39.6000	39.6853
10	2.4	0.6667	41.7330	40.5313
11	2.4	1.3333	43.8670	42.8421
12	2.4	2	46.0000	45.9991
13	3.6	0	39.6000	39.6853
14	3.6	0.6667	41.7330	40.5313
15	3.6	1.3333	43.8670	42.8421
16	3.6	2	46.0000	45.9991
17	4.8	0	39.6000	39.6853
18	4.8	0.6667	41.7330	40.5313
19	4.8	1.3333	43.8670	42.8421
20	4.8	2	46.0000	45.9991
21	6	0	39.6000	39.6854
22	6	0.6667	41.7330	40.5313
23	6	1.3333	43.8670	42.8422
24	6	2	46.0000	45.9995

ตารางที่ 6 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิโดยเฉลี่ยจากการนำการทดลองทั้ง 4 ครั้งมาเฉลี่ยก่อน ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบแผ่นเรียบ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ

node	Average C++	Average Easy FEM
ด้านบน 1	45.9992	46.0000
ภายใน 2	42.8421	43.8670
ภายใน 3	40.5313	41.7330
ด้านล่าง 4	39.6853	39.6000
Node1 - Node4	6.3139	6.4000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กระเบื้องมุงหลังคา แบบซีแพคโมเนีย

ตารางที่ 7 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิจากการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบซีแพค
โมเนีย ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

Node	ตำแหน่ง		อุณหภูมิของการทดลอง Easy FEM			
	X	Y	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4
1	2	0	40.5000	38.5000	38.5000	38.5000
2	2	0.6667	41.5890	41.3570	39.6080	40.4530
3	2	1.3333	43.2770	43.9720	42.3000	43.0720
4	2	2	45.5000	46.7770	46.7770	46.7770
5	2.1	0	40.5000	38.5000	38.5000	38.5000
6	2.1	0.6667	41.5820	41.3590	39.5900	40.4450
7	2.1	1.3333	43.2710	43.9700	42.2800	43.0600
8	2.1	2	45.5000	46.7770	46.7770	46.7770
9	2.2	0	40.5000	38.5000	38.5000	38.5000
10	2.2	0.6667	41.5620	41.3680	39.5370	40.4230
11	2.2	1.3333	43.2530	43.9630	42.2190	43.0230
12	2.2	2	45.5000	46.7770	46.7770	46.7770
13	2.3	0	40.5000	38.5000	38.5000	38.5000
14	2.3	0.6667	41.5270	41.3820	39.4460	40.3850
15	2.3	1.3333	43.2220	43.9520	42.1160	42.9600
16	2.3	2	45.5000	46.7770	46.7770	46.7770
17	2.4	0	40.5000	38.5000	38.5000	38.5000
18	2.4	0.6667	41.4780	41.4040	39.3160	40.3320
19	2.4	1.3333	43.1780	43.9340	41.9690	42.8690
20	2.4	2	45.5000	46.7770	46.7770	46.7770
21	2.5	0	40.5000	40.5000	37.5000	39.0000
22	2.5	0.6667	41.4120	41.4330	39.1450	40.2620
23	2.5	1.3333	43.1210	43.9100	41.7720	42.7480
24	2.5	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
25	3.63	1.25	40.5000	40.5000	37.5000	39.0000
26	3.63	1.93	42.4450	43.2120	40.4500	41.7380
27	3.63	2.59	44.2180	45.7240	43.0610	44.2050
28	3.63	3.26	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
29	5.16	1.94	40.5000	40.5000	37.5000	39.0000
30	5.16	2.62	42.4640	43.2500	40.4450	41.7490
31	5.16	3.28	44.1090	45.5520	42.9130	44.0520
32	5.16	3.95	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
33	6.84	1.94	40.5000	40.5000	37.5000	39.0000
34	6.84	2.62	42.4280	43.1890	40.4040	41.7010
35	6.84	3.28	44.0930	45.5250	42.8970	44.0320
36	6.84	3.95	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
37	8.376	1.25	40.5000	40.5000	37.5000	39.0000
38	8.376	1.93	42.2900	42.9430	40.2480	41.5110
39	8.376	2.59	44.0100	45.3800	42.8140	43.9270
40	8.376	3.26	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
41	9.5	0	40.5000	40.5000	37.5000	39.0000
42	9.5	0.6667	41.6880	41.9090	39.4930	40.6570
43	9.5	1.3333	43.3860	44.3440	42.0780	43.0930

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้เผยแพร่ข้อมูลไปยังเว็บไซต์อื่นใด
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดลอกเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

44	9.5	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
45	9.6	0	40.5000	38.5000	38.5000	38.5000
46	9.6	0.6667	41.7300	41.8370	39.6330	40.6900
47	9.6	1.3333	43.4220	44.3340	42.2510	43.1890
48	9.6	2	45.5000	46.7770	46.7770	46.7770
49	9.7	0	40.5000	38.5000	38.5000	38.5000
50	9.7	0.6667	41.7620	41.7840	39.7390	40.7170
51	9.7	1.3333	43.4490	44.3250	42.3800	43.2590
52	9.7	2	45.5000	46.7770	46.7770	46.7770
53	9.8	0	40.5000	38.5000	38.5000	38.5000
54	9.8	0.6667	41.7840	41.7470	39.8130	40.7360
55	9.8	1.3333	43.4680	44.3190	42.4710	43.3080
56	9.8	2	45.5000	46.7770	46.7770	46.7770
57	9.9	0	40.5000	38.5000	38.5000	38.5000
58	9.9	0.6667	41.7970	41.7260	39.8570	40.7470
59	9.9	1.3333	43.4800	44.3140	42.5240	43.3370
60	9.9	2	45.5000	46.7770	46.7770	46.7770
61	10	0	40.5000	38.5000	38.5000	38.5000
62	10	0.6667	41.8010	41.7190	39.8720	40.7510
63	10	1.3333	43.4830	44.3130	42.5420	43.3460
64	10	2	45.5000	46.7770	46.7770	46.7770

ตารางที่ 8 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิโดยเฉลี่ยของการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบซีแพคโมเนีย ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

Node	อุณหภูมิเฉลี่ย			
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4
ด้านบน 1	45.5000	47.0481	46.1106	46.4856
ภายใน 2	43.5275	44.4894	42.4117	43.3425
ภายใน 3	41.8337	41.9762	39.7873	40.8311
ด้านล่าง 4	40.5000	39.2500	38.1250	38.6875
Node1 – Node4	5.0000	7.7981	7.9856	7.7981

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 9 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิจากการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบซีแพค โมนีเย ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบ อันตะ

Node	ตำแหน่ง		อุณหภูมิของการทดลอง C++			
	x	Y	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4
1	2	0	38.4731	40.4021	38.4750	39.0079
2	2	0.6667	39.0079	41.2752	38.9716	39.7665
3	2	1.3333	41.2297	43.7390	41.0347	42.1339
4	2	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
5	2.1	0	38.4721	40.4029	38.4741	39.0079
6	2.1	0.6667	39.0062	41.2781	38.9701	39.7668
7	2.1	1.3333	41.2221	43.7343	41.0276	42.1271
8	2.1	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
9	2.2	0	38.4693	40.4049	38.4715	39.0076
10	2.2	0.6667	39.0016	41.2873	38.9658	39.7681
11	2.2	1.3333	41.1986	43.7199	41.0058	42.1063
12	2.2	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
13	2.3	0	38.4640	40.4066	38.4666	39.0062
14	2.3	0.6667	38.9953	41.3049	38.9599	39.7725
15	2.3	1.3333	41.1573	43.6942	40.9675	42.0699
16	2.3	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
17	2.4	0	38.4555	40.4050	38.4586	39.0020
18	2.4	0.6667	38.9898	41.3348	38.9548	39.7833
19	2.4	1.3333	41.0950	43.6544	40.9096	42.0152
20	2.4	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
21	2.5	0	38.4414	40.3949	38.4456	38.9916
22	2.5	0.6667	38.9896	41.3833	38.9546	39.8065
23	2.5	1.3333	41.0064	43.5958	40.8274	41.9375
24	2.5	2	45.4999	47.4998	44.9999	45.9999
25	3.63	1.25	39.0583	42.2840	39.0185	40.3042
26	3.63	1.93	40.0582	43.3558	39.9469	41.3586
27	3.63	2.59	42.6357	45.5070	42.3403	43.6953
28	3.63	3.26	45.4999	47.4998	44.9999	45.9999
29	5.16	1.94	38.5963	41.5761	38.5894	39.5478
30	5.16	2.62	39.2579	42.3824	39.2038	40.3813
31	5.16	3.28	41.5794	44.5765	41.3594	42.7273
32	5.16	3.95	45.4999	47.4998	44.9999	45.9999
33	6.84	1.94	38.5945	41.5732	38.5877	39.5449
34	6.84	2.62	39.2542	42.3779	39.2003	40.3768
35	6.84	3.28	41.5739	44.5717	41.3544	42.7221
36	6.84	3.95	45.4999	47.4998	44.9999	45.9999
37	8.376	1.25	39.0621	42.2906	39.0220	40.3100
38	8.376	1.93	40.0642	43.3640	39.9525	41.3662
39	8.376	2.59	42.6431	45.5142	42.3471	43.7026
40	8.376	3.26	45.4999	47.4998	44.9999	45.9999
41	9.5	0	38.4410	40.3961	38.4452	38.9915
42	9.5	0.6667	38.9899	41.3863	38.9549	39.8078
43	9.5	1.3333	41.0061	43.5975	40.8271	41.9379
44	9.5	2	45.4999	47.4998	44.9999	45.9999
45	9.6	0	38.4551	40.4064	38.4583	39.0021

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

46	9.6	0.6667	38.9899	41.3373	38.9549	39.7842
47	9.6	1.3333	41.0948	43.6559	40.9095	42.0154
48	9.6	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
49	9.7	0	38.4638	40.4080	38.4664	39.0063
50	9.7	0.6667	38.9953	41.3071	38.9600	39.7731
51	9.7	1.3333	41.1572	43.6956	40.9674	42.0701
52	9.7	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
53	9.8	0	38.4691	40.4064	38.4713	39.0077
54	9.8	0.6667	39.0016	41.2892	38.9658	39.7686
55	9.8	1.3333	41.1985	43.7212	41.0058	42.1065
56	9.8	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
57	9.9	0	38.4720	40.4044	38.4740	39.0080
58	9.9	0.6667	39.0063	41.2799	38.9701	39.7671
59	9.9	1.3333	41.2221	43.7356	41.0276	42.1273
60	9.9	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
61	10	0	38.4730	40.4036	38.4749	39.0080
62	10	0.6667	39.0079	41.2770	38.9716	39.7668
63	10	1.3333	41.2297	43.7402	41.0347	42.1341
64	10	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000

ตารางที่ 10 แสดงค่าประมาณของอนุหภูมิโดยเฉลี่ยของการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบซีแพคโมเนีย ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอิสระ

Node	อนุหภูมิเฉลี่ย			
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4
ด้านบน 1	45.5000	47.4999	45.0000	46.0000
ภายใน 2	41.3906	44.0283	41.1841	42.3518
ภายใน 3	39.1635	41.7013	39.1161	40.0509
ด้านล่าง 4	38.5538	40.7853	38.5499	39.2346
Node1 – Node4	6.9462	6.7146	6.4500	6.7653

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 11 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิจากการนำการทดลองทั้ง 4 ครั้งมาเฉลี่ย ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบซีแพคโมเนีย ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีชั้นประกอบอันตะ

Node	ตำแหน่ง		อุณหภูมิจากค่าเฉลี่ยการทดลอง 4 ครั้ง	
	x	Y	Tem by FEM	Tem by C++
1	2	0	38.5000	38.6984
2	2	0.6667	40.3030	39.4069
3	2	1.3333	43.0970	41.8251
4	2	2	46.0000	46.0000
5	2.1	0	38.5000	38.6979
6	2.1	0.6667	40.2920	39.4060
7	2.1	1.3333	43.0870	41.8173
8	2.1	2	46.0000	46.0000
9	2.2	0	38.5000	38.6961
10	2.2	0.6667	40.2580	39.4038
11	2.2	1.3333	43.0570	41.7932
12	2.2	2	46.0000	46.0000
13	2.3	0	38.5000	38.6926
14	2.3	0.6667	40.2010	39.4020
15	2.3	1.3333	43.0060	41.7512
16	2.3	2	46.0000	46.0000
17	2.4	0	38.5000	38.6860
18	2.4	0.6667	40.1190	39.4041
19	2.4	1.3333	42.9340	41.6883
20	2.4	2	46.0000	46.0000
21	2.5	0	38.5000	38.6734
22	2.5	0.6667	40.0100	39.4158
23	2.5	1.3333	42.8380	41.5996
24	2.5	2	46.0000	45.9999
25	3.63	1.25	38.5000	39.7289
26	3.63	1.93	41.7190	40.8204
27	3.63	2.59	44.6550	43.3757
28	3.63	3.26	46.0000	45.9999
29	5.16	1.94	38.5000	39.0323
30	5.16	2.62	41.7510	39.8604
31	5.16	3.28	44.4740	42.3325
32	5.16	3.95	46.0000	45.9999
33	6.84	1.94	38.5000	39.0297
34	6.84	2.62	41.6920	39.8559
35	6.84	3.28	44.4480	42.3270
36	6.84	3.95	46.0000	45.9999
37	8.376	1.25	38.5000	39.7343
38	8.376	1.93	41.4640	40.8277
39	8.376	2.59	44.3110	43.3833
40	8.376	3.26	46.0000	45.9999
41	9.5	0	38.5000	38.6731
42	9.5	0.6667	40.4670	39.4165
43	9.5	1.3333	43.2770	41.5996
44	9.5	2	46.0000	45.9999
45	9.6	0	38.5000	38.6857

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

46	9.6	0.6667	40.5370	39.4046
47	9.6	1.3333	43.3370	41.6883
48	9.6	2	46.0000	46.0000
49	9.7	0	38.5000	38.6924
50	9.7	0.6667	40.5890	39.4023
51	9.7	1.3333	43.3820	41.7512
52	9.7	2	46.0000	46.0000
53	9.8	0	38.5000	38.6960
54	9.8	0.6667	40.6250	39.4039
55	9.8	1.3333	43.4140	41.7931
56	9.8	2	46.0000	46.0000
57	9.9	0	38.5000	38.6978
58	9.9	0.6667	40.6470	39.4061
59	9.9	1.3333	43.4320	41.8172
60	9.9	2	46.0000	46.0000
61	10	0	38.5000	38.6983
62	10	0.6667	40.6540	39.4070
63	10	1.3333	43.4390	41.8251
64	10	2	46.0000	46.0000

ตารางที่ 12 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิโดยเฉลี่ยจากการนำการทดลองทั้ง 4 ครั้งมาเฉลี่ยก่อนของกระเบื้องมุงหลังคาแบบซีแพคโมเนีย ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และ โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันดับ

Node	Average C++	Average Easy FEM
ด้านบน 1	46.0000	45.8276
ภายใน 2	42.0230	43.5118
ภายใน 3	39.6402	40.7080
ด้านล่าง 4	38.8633	38.5000
Node1 – Node4	7.1367	7.3276

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กระเบื้องมุงหลังคา แบบลอนกึ่งใหญ่

ตารางที่ 13 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิจากการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนกึ่งใหญ่ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

Node	ตำแหน่ง		อุณหภูมิของการทดลอง Easy FEM			
	X	Y	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4
1	0	3	37.0000	39.5000	36.5000	39.0000
2	0	3.4	39.5690	41.9180	39.0690	41.1150
3	0	3.8	41.6820	43.9060	41.1820	42.8560
4	0	4.2	43.3640	45.4900	42.8640	44.2410
5	0	4.6	44.6330	46.6840	44.1330	45.2860
6	0	5	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
7	0.82	2.18	37.0000	39.5000	36.5000	39.0000
8	0.87	2.58	38.7780	41.1730	38.2780	40.4640
9	0.91	2.99	40.6400	42.9260	40.1400	41.9980
10	0.96	3.39	42.4370	44.6170	41.9370	43.4770
11	1	3.79	44.0730	46.1570	43.5730	44.8250
12	1.06	4.19	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
13	1.26	1.13	37.0000	39.5000	36.5000	39.0000
14	1.39	1.53	38.2910	40.7150	37.7910	40.0630
15	1.52	1.95	39.9420	42.2690	39.4420	41.4230
16	1.65	2.36	41.7970	44.0150	41.2970	42.9500
17	1.78	2.77	43.7040	45.8100	43.2040	44.5210
18	1.91	3.19	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
19	1.5	0	37.0000	39.5000	36.5000	39.0000
20	1.7	0.4	37.5840	40.0500	37.0840	39.4810
21	1.9	0.8	38.7590	41.1560	38.2590	40.4490
22	2.1	1.2	40.4610	42.7570	39.9610	41.8500
23	2.3	1.6	42.6770	44.8430	42.1770	43.6750
24	2.5	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
25	2.33	0	37.0000	39.5000	36.5000	39.0000
26	2.47	0.4	38.2450	40.6720	37.7450	40.0250
27	2.6	0.8	39.7240	42.0640	39.2240	41.2430
28	2.74	1.2	41.4600	43.6970	40.9600	42.6730
29	2.87	1.6	43.4380	45.5590	42.9380	44.3020
30	3	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
31	3.17	0	37.0000	39.5000	36.5000	39.0000
32	3.24	0.4	38.5230	40.9340	38.0230	40.2540
33	3.29	0.8	40.1270	42.4430	39.6270	41.5750
34	3.37	1.2	41.8370	44.0530	41.3370	42.9840
35	3.44	1.6	43.6450	45.7540	43.1450	44.4720
36	3.5	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000
37	4	0	38.5930	39.5000	36.5000	39.0000
38	4	0.4	38.5930	40.9990	38.0930	40.3120
39	4	0.8	40.2270	42.5370	39.7270	41.6570
40	4	1.2	41.9260	44.1360	41.4260	43.0570
41	4	1.6	43.6920	45.7980	43.1920	44.5110
42	4	2	45.5000	47.5000	45.0000	46.0000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 14 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิโดยเฉลี่ยของการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM

Node	อุณหภูมิจากค่าเฉลี่ย			
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4
ด้านบน 1	45.5000	47.5000	43.7857	46.0000
ภายใน 2	43.6946	45.8007	43.1946	44.5131
ภายใน 3	41.8974	44.1093	41.3974	43.0331
ภายใน 4	40.1573	42.4716	39.6573	41.6001
ภายใน 5	38.5119	40.9230	38.0119	40.2449
ด้านล่าง 6	37.2276	39.5000	36.5000	39.0000
Node1 - Node4	8.2724	8.0000	7.2857	7.0000

ตารางที่ 15 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิจากการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีจิ้นประกอบ อันตะ

Node	ตำแหน่ง		อุณหภูมิของการทดลอง C++			
	X	Y	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4
1	0	3	37.7973	40.6573	36.9553	39.8207
2	0	3.4	38.2681	41.2538	37.3578	40.2286
3	0	3.8	39.5398	42.6156	38.5431	41.2939
4	0	4.2	41.4907	44.4064	40.5313	42.8726
5	0	4.6	43.7634	46.2377	43.0131	44.6609
6	0	5	45.4999	47.4999	44.9999	45.9999
7	0.82	2.18	37.5337	39.9604	36.7912	39.5594
8	0.87	2.58	37.8452	40.4491	37.0473	39.8359
9	0.91	2.99	38.7519	41.5402	37.8650	40.6078
10	0.96	3.39	40.3666	43.1872	39.4490	41.9378
11	1	3.79	42.6513	45.2034	41.8607	43.7642
12	1.06	4.19	45.4998	47.4997	44.9998	45.9998
13	1.26	1.13	37.2510	39.0179	36.6247	39.2695
14	1.39	1.53	37.5534	39.5852	36.8588	39.5458
15	1.52	1.95	38.4703	40.7945	37.6801	40.3322
16	1.65	2.36	40.2759	42.7520	39.4483	41.8250
17	1.78	2.77	42.9082	45.2611	42.1889	43.9473
18	1.91	3.19	45.4998	47.4996	44.9998	45.9998
19	1.5	0	36.8701	37.9272	36.4042	38.8842
20	1.7	0.4	36.9505	38.2327	36.4303	38.9745
21	1.9	0.8	37.2241	38.8603	36.6038	39.2404
22	2.1	1.2	38.2427	40.2725	37.5033	40.1212
23	2.3	1.6	40.7472	42.9622	40.0035	42.1795
24	2.5	2	45.4998	47.4996	44.9998	45.9998
25	2.33	0	36.9953	38.2732	36.4805	39.0092
26	2.47	0.4	37.0945	38.5371	36.5346	39.1099

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

27	2.6	0.8	37.5970	39.4346	36.9158	39.5703
28	2.74	1.2	39.0330	41.2465	38.2408	40.7896
29	2.87	1.6	41.8363	44.1102	41.0977	43.0725
30	3	2	45.4999	47.4999	44.9999	45.9999
31	3.17	0	37.0279	38.4475	36.4930	39.0471
32	3.24	0.4	37.1643	38.7586	36.5766	39.1808
33	3.29	0.8	37.7640	39.7596	37.0441	39.7239
34	3.37	1.2	39.2697	41.6127	38.4416	40.9982
35	3.44	1.6	41.9396	44.2853	41.1775	43.1660
36	3.5	2	45.4999	47.4999	44.9999	45.9999
37	4	0	37.0348	38.5017	36.4957	39.0556
38	4	0.4	37.1727	38.8093	36.5801	39.1906
39	4	0.8	37.7837	39.8301	37.0539	39.7448
40	4	1.2	39.2760	41.6634	38.4363	41.0084
41	4	1.6	41.9468	44.3169	41.1774	43.1749
42	4	2	45.5000	47.4999	45.0000	46.0000

ตารางที่ 16 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิโดยเฉลี่ยของการทดลอง 4 ครั้ง ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีชั้นประกอบอันดับ

Node	อุณหภูมิจากค่าเฉลี่ย			
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	ครั้งที่ 4
ด้านบน 1	45.4999	47.4998	44.9999	45.9999
ภายใน 2	42.2561	44.6253	41.5027	43.4236
ภายใน 3	39.7078	42.1630	38.8644	41.3647
ภายใน 4	38.1616	40.4050	37.3865	40.0733
ภายใน 5	37.4355	39.3751	36.7694	39.4380
ด้านล่าง 6	37.2157	38.9693	36.6064	39.2351
Node1 - Node4	8.2841	8.5305	8.3935	6.7648

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 17 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิจากการนำการทดลองทั้ง 4 ครั้งมาเฉลี่ย ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy FEM และโปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีชั้นประกอบอันตะ

Node	ตำแหน่ง		อุณหภูมิเฉลี่ยจากการทดลอง 4 ครั้ง	
	X	Y	อุณหภูมิ Easy FEM	อุณหภูมิ C++
1	0	3	38.00000	38.1368
2	0	3.4	40.41800	38.3982
3	0	3.8	42.40600	39.3185
4	0	4.2	43.99000	41.1593
5	0	4.6	45.18400	43.7558
6	0	5	46.00000	45.9999
7	0.82	2.18	38.00000	38.0771
8	0.87	2.58	39.67300	38.2383
9	0.91	2.99	41.42600	38.8449
10	0.96	3.39	43.11700	40.2322
11	1	3.79	44.65700	42.6383
12	1.06	4.19	46.00000	45.9998
13	1.26	1.13	38.00000	38.0159
14	1.39	1.53	39.21500	38.1508
15	1.52	1.95	40.76900	38.7652
16	1.65	2.36	42.51500	40.3291
17	1.78	2.77	44.31000	43.0335
18	1.91	3.19	46.00000	45.9998
19	1.5	0	38.00000	37.9607
20	1.7	0.4	38.55000	37.9367
21	1.9	0.8	39.65600	37.9844
22	2.1	1.2	41.25700	38.6516
23	2.3	1.6	43.34300	40.9641
24	2.5	2	46.00000	45.9998
25	2.33	0	38.00000	37.9856
26	2.47	0.4	39.17200	37.9910
27	2.6	0.8	40.56400	38.1968
28	2.74	1.2	42.19700	39.2609
29	2.87	1.6	44.05900	41.9881
30	3	2	46.00000	45.9999
31	3.17	0	38.00000	37.9854
32	3.24	0.4	39.43400	38.0063
33	3.29	0.8	40.94300	38.2725
34	3.37	1.2	42.55300	39.4016
35	3.44	1.6	44.25400	42.0287
36	3.5	2	46.00000	45.9999
37	4	0	38.00000	37.9860
38	4	0.4	39.49900	38.0070
39	4	0.8	41.03700	38.2738
40	4	1.2	42.63600	39.3852
41	4	1.6	44.29800	42.0206
42	4	2	46.00000	46.0000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 18 แสดงค่าประมาณของอุณหภูมิโดยเฉลี่ยจากการนำการทดลองทั้ง 4 ครั้งมาเฉลี่ยก่อน
ของกระเบื้องมุงหลังคาแบบลอนคู่ใหญ่ ด้วยวิธีการคำนวณจากโปรแกรมสำเร็จรูป Easy
FEM และ โปรแกรมภาษาซีด้วยสมการความร้อนวิธีขึ้นประกอบอันตะ

Node	Average C++	Average Easy FEM
ด้านบน 1	45.9999	46.00000
ภายใน 2	42.3470	44.30071
ภายใน 3	39.7743	42.60929
ภายใน 4	38.5223	40.97157
ภายใน 5	38.1040	39.42300
ด้านล่าง 6	38.0211	38.00000
Node1 - Node4	7.9788	8.0000



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้