

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การโก่งเดาะของวงแหวนผนังบาง

BUCKLING OF THIN - WALLED CYLINDER



รฟ.
ท.179ก
2549

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน..... 72104
วัน,เดือน,ปี..... 8 ส.ย. 2550

b. 117 63450
i.....

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2549

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

BUCKLING OF THIN-WALLED CYLINDER



A SPECIAL PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF
BACHELOR OF CIVIL ENGINEERING
DEPARTMENT OF CIVIL ENGINEERING, FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2006

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองโครงการพิเศษ

หัวข้อโครงการพิเศษ การโค้งเดาะของวงแหวนผนังบาง
นักศึกษา นายทวิช กล้าแท้ รหัสประจำตัวนักศึกษา 47015435
นายรังสรรค์ สำโรงทอง รหัสประจำตัวนักศึกษา 47015451
หลักสูตร วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา
ภาควิชา วิศวกรรมโยธา
อาจารย์ที่ปรึกษา ผศ.สุวัฒน์ ธีรเศรษฐ์

คณะกรรมการสอบโครงการพิเศษ	ลายมือชื่อ
ผศ.สุวัฒน์ ธีรเศรษฐ์	
รศ.ดร.ศรีกรีช หิรัญมาศ	
ผศ.ศักดิ์ชัย สกานูพงษ์	
อ.เกษม อมันตกุล	
อ.ถนอม ศรีวรษา	

ภาควิชาวิศวกรรมโยธารับรองแล้ว


(รศ.อำนวยการ พานิชกุลพงศ์)

หัวหน้าภาควิชาวิศวกรรมโยธา

วันที่ 6 เดือน มีนาคม พ.ศ. 2550

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อโครงการพิเศษ	การโก่งเคาะของวงแหวนผนังบาง	
	BUCKLING OF THIN-WALLED CYLINDER	
นักศึกษา	นายวิช กล้าแท้	รหัสประจำตัวนักศึกษา 47015435
	นายรังสรรค์ ลำโรงทอง	รหัสประจำตัวนักศึกษา 47015451
หลักสูตร	วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต	สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา
ภาควิชา	วิศวกรรมโยธา	
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผศ.สุวัฒน์ ธิรเศรษฐ์	
ปีการศึกษา	2549	

บทคัดย่อ

ปัจจุบันได้มีการพยายามทำการวิจัยและพัฒนาเกี่ยวกับการหาวัสดุทดแทน ที่มีคุณสมบัติตามต้องการ พร้อมทั้งลดข้อบกพร่องของตัววัสดุ เพื่อให้เหมาะสมกับการใช้งานมากที่สุด โดยปัจจัยหลักในการพิจารณานั้นต้องคำนึงถึงความประหยัด ปลอดภัยและง่ายต่อการทำงาน

โดยวงแหวนผนังบางหรือ โครงสร้างเปลือกบางนั้น ปัจจุบันได้มีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง และมีการนำมาใช้อย่างแพร่หลาย เนื่องด้วยโครงสร้างประเภทนี้มีลักษณะเป็นทรงกลมจึงส่งผลให้มีความสามารถในการรับแรงตามแนวแกน ได้ดีกว่ารูปทรงอื่นๆ จึงเป็นข้อได้เปรียบในการเลือกใช้ แต่ในขณะเดียวกัน รูปทรงประเภทนี้ก็มีข้อด้อยเช่นเดียวกัน โดยเมื่อมีแรงมากระทำด้านข้าง โดยโครงสร้างเองแล้วจะมีข้อบกพร่องมาก เพราะโครงสร้างมีลักษณะเป็นผิวโค้ง และมีความหนาน้อย จึงส่งผลกระทบต่อรับแรงด้านข้าง เพราะฉะนั้นถ้าผู้ใช้เลือกใช้ สามารถทราบถึงพฤติกรรมของตัวโครงสร้างแล้วก็จะเป็นการง่ายในการตัดสินใจเลือกใช้

โดยในการทำการวิเคราะห์โครงสร้างประเภทนี้ ต้องใช้หลักการและทฤษฎีในการวิเคราะห์ร่วมกันหลายขั้นตอน รวมถึงต้องนำการวิเคราะห์โดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ซึ่งมีความแม่นยำ และเชื่อถือได้ เข้ามาช่วยในการวิเคราะห์เพื่อให้ได้มาซึ่งความถูกต้องสูงสุด โดยทำการวิเคราะห์การโก่งตัวทางด้านข้าง ด้วยหลักการทางคณิตศาสตร์ และนำค่าที่ได้เปรียบเทียบกับการวิเคราะห์โดยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ รวมถึงการนำค่าที่ได้มาทำการเปรียบเทียบกับทดสอบตัวอย่างจริง ซึ่งค่าต่างๆที่ได้มาเมื่อเปรียบเทียบแล้วค่อนข้างได้ผลที่ใกล้เคียงกัน ซึ่งแสดงให้เห็นถึงความถูกต้องของสมการทางคณิตศาสตร์ และในการทดสอบตัวอย่างจริง ทำให้สามารถทราบถึงค่าความเครียดของตัววัสดุภายใต้แรงกระทำ ในลักษณะน้ำหนักที่แตกต่างกัน รวมถึงทราบแนวโน้มการวิบัติของตัววัสดุ ในสภาวะต่างๆ จึงทำให้เราทราบถึงพฤติกรรมของตัววัสดุ และสามารถรู้ถึงจุดที่มีการอ่อนแอมากที่สุด เพื่อนำไปสู่การวิจัยและพัฒนา เพื่อลดข้อบกพร่องในขั้นตอนต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Title : BUCKLING OF THIN-WALLED CYLINDER
Name : MR.TAWICH KLATHEA
: MR.RUNGSON SOMROUNGTHONG
Field : CIVIL ENGINEERING
Department : CIVIL ENGINEERING
Faculty : ENGINEERING
Advisor : ASST.PROF.SUWAT TEERASET

ABSTRACT

Currently, the effort of research and development has been put on substitution of which its desired property avails, namely, it not only diminishes the material defects, but also match the application optimally. The main factors that should be considered include safety and facileness.

The thinned-wall ring or membrane structure has been developed continuously and is widely used today. Because of its spherical structure that can bear greater the axial air force than other types of structure, it is helpful to application. However, the spherical structure has some disadvantages as a result of the air force acting lateral. The structure itself has considerable shortcomings. The curving surface structure and slight thickness have affected the bearing of air force acting lateral. To make a decision easier, it's necessary for the user to understand its structural behavior.

To delineate this kind of structure, the multi-step approach and theory are used. To obtain the optimal result, the accurate and reliable computer-based applications are applied using the mathematical analysis of lateral bending. The obtained value was

compared with analytic value using computer-based application, and compared with that of the actual testing sample. The finding has show that the compared value was relatively approximate, indicating the accurateness of mathematic equation. In actual testing, it enables us recognize the stress value of material under the pressured force at varying weight. In addition, it indicated the disaster trend in different circumstances and material behavior, including the most susceptible point, which may be beneficial to the further research and development and diminishes the defects.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

โครงการวิจัยเรื่อง การ โกงเตาะของวงแหวนผนังบาง สำเร็จลุล่วงได้ด้วยดี เพราะได้รับความกรุณาจากหลายฝ่าย ขอขอบพระคุณเป็นอย่างยิ่งในความกรุณาของ ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุวัฒน์ ธิร-เศษรินทร์ อาจารย์ที่ปรึกษาโครงการวิจัย ที่ให้การสนับสนุนช่วยเหลือ ให้ความรู้ คำแนะนำที่ดี ในการปฏิบัติงาน ตลอดจนแนวความคิดต่างๆ รวมทั้งช่วยเหลือในการแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้น และช่วยตรวจแก้ไขรายงานจนเสร็จสมบูรณ์

ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.ศรีกรีช หิรัญมาศ ที่ได้ให้คำแนะนำในการเลือกใช้ ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง และให้ความอนุเคราะห์หนังสือในการประกอบการทำโครงการวิจัย รวมทั้งให้ความรู้และข้อคิดที่เป็นประโยชน์ในการทำงาน

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ศักดิ์ชัย สกานูพงษ์ ที่ช่วยเพิ่มเติมหลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องในมุมมองที่แตกต่างออกไป เพื่อเพิ่มกระบวนการความคิดให้ละเอียดและรอบคอบยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณ อาจารย์เกษม อมันตกุล และ อาจารย์ถนอม ศรีวราษา คณะกรรมการสอบหัวข้อโครงการวิจัยและ คณะกรรมการการรายงานความก้าวหน้าของโครงการวิจัย ที่กรุณาให้คำแนะนำที่ดีในการเรียน การปฏิบัติงาน ตลอดจนกำลังใจและความช่วยเหลือในด้านต่างๆ

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ แผลมทอง เหล่าคงถาวร และ อ.ชลิดา อยู่ตะเถา ที่คอยให้คำปรึกษาในการเลือกใช้เครื่องมือในการทดสอบ และให้การช่วยเหลือในทุกๆ ด้าน

ขอขอบพระคุณ อาจารย์พุทธพร วานิชกร อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่ได้ให้คำแนะนำในการใช้สมการทางคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยแก้ปัญหาในการวิเคราะห์ตัวอย่างการทดสอบ

ขอขอบพระคุณ คณาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาท วิชาความรู้ ให้แก่ข้าพเจ้าตลอดระยะเวลาที่ศึกษาเล่าเรียน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขอขอบพระคุณ เจ้าหน้าที่ผู้ดูแลอาคารปฏิบัติการภาควิชาวิศวกรรมโยธา รวมถึง
เครื่องมือในการทดสอบทุกชิ้น

ขอขอบพระคุณ Master Ad Public Company Limited สำหรับตัวอย่าง รูปแบบ
การก่อสร้างของป้ายโฆษณา เพื่อใช้ในการประกอบการพิจารณาจำลองตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบ และ
คำแนะนำดีๆ ในการทำโครงการวิจัยครั้งนี้

ท้ายที่สุด ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และครอบครัวที่ข้าพเจ้ารัก ที่คอยเป็น
กำลังใจในยามที่ ข้าพเจ้าเหนื่อยล้า และให้การสนับสนุนส่งเสริมการศึกษามาโดยตลอด



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

บทที่	เรื่อง	หน้า
	ปกใน (ภาษาไทย)	ก
	ปกใน (ภาษาอังกฤษ)	ข
	หน้าอวมุติ	ค
	บทคัดย่อภาษาไทย	ง
	บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
	กิตติกรรมประกาศ	ช
	สารบัญ	ณ
	สารบัญตาราง	ฐ
	สารบัญรูป	ฒ
	คำอธิบายสัญลักษณ์	ด
1	บทนำ	1
	1.1. กล่าวนำ	1
	1.2. ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย	1
	1.3. วัตถุประสงค์ของการศึกษา	2
	1.4. ขอบเขตของการศึกษา	2
	1.5. วิธีการดำเนินโครงการพิเศษ	2
	1.5.1. การวิเคราะห์ปัญหาด้วยทฤษฎีทางเสถียรภาพ	3
	1.5.2. การทดสอบแบบจำลอง	3
	1.5.2.1. อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดสอบ	3
2	วรรณกรรมปริทัศน์	5
	2.1. กล่าวนำ	5
3	ทฤษฎีแผ่นบางเบื้องต้น	7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

3.1. ทฤษฎีแผ่นบางเบื้องต้น	7
3.1.1. ทฤษฎีพื้นฐานของแผ่นบาง	8
3.1.2. ความสัมพันธ์ของการโก่งตัวของแผ่นบางและ โมเมนต์บิด	8
3.1.2.1. กรณีที่โมเมนต์เพียงแนวเดียวกระทำกับแผ่นบางตรง	16
3.1.2.2. กรณีที่แผ่นบางมีความโค้งของหน้าตัด	17
3.2. ความสัมพันธ์ของคุณสมบัติวัสดุ	18
3.2.1. ความเค้นระนาบ	20
3.2.2. พลังงานความเครียด	22
3.2.2.1. พลังงานความเครียดเนื่องจากความเค้นตั้งฉาก	22
3.2.2.2. พลังงานความเครียดเนื่องจากความเค้นเฉือน	23
3.2.2.3. พลังงานความเครียดเนื่องจากความเค้น ที่เกิดขึ้นตามแนวแกน หลายแกน	24
3.3. ทฤษฎีโครงสร้างเปลือกบาง	25
3.3.1. ระบบความเค้นของเปลือกบาง	26
3.3.2. ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของเปลือกบาง	28
3.3.3. พลังงานความเครียดในเปลือกบาง	31
3.3.3.1. พลังงานความเครียดเนื่องจากการดัด	31
3.3.3.2. พลังงานความเครียดของเมมเบรน	31
3.4. การโก่งตัวสมมาตรของเปลือกทรงกระบอกผนังบาง	32
4 การวิเคราะห์ระยะการโก่งทางข้าง	35
4.1. การวิเคราะห์โดยทฤษฎีอีลาสติก	35
4.1.1. การใช้ทฤษฎีอีลาสติกในการวิเคราะห์แรงที่กระทำต่อโครงสร้าง	36
4.2. การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการวิเคราะห์แรงที่กระทำต่อโครงสร้าง	41
4.2.1. การหาระยะการโก่งตัวทางด้านข้างโดยใช้ โปรแกรม Solid Work 2007	42
4.3.1. การหาระยะที่เกิดค่าความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้น บน โครงสร้าง Solid Work 2007	46

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

5	การทดสอบ	50
	5.1. กล่าวนำ	50
	5.2. การทดสอบเพื่อหาค่าคุณสมบัติของวัสดุ	50
	5.2.1. รายการทดสอบ	50
	5.2.2. การเตรียมวัสดุ	51
	5.2.3. วิธีการทดสอบ	51
	5.2.4. ผลการทดลอง	53
	5.3. การทดสอบแรงหาระยะ โกงด้านข้างของวัสดุทดสอบ	54
	5.3.1. รายการทดสอบ	55
	5.3.2. วิธีการทดสอบ	55
	5.3.3. ผลการทดสอบ	57
	5.3.3.1. การหาค่าความเครียดสูงสุด	57
	5.3.3.2. การระยะ โกงตัวด้านข้าง	60
	5.4. การทดสอบหาความเครียดสูงสุดของวัสดุทดสอบด้วย โปรแกรม Solid works 2007	63
	5.4.1. ผลการทดสอบ	63
	5.4.1.1. การหาค่าความเครียดสูงสุด	63
	5.4.2. การหาระยะ โกงตัวด้านข้าง ด้วย โปรแกรม Solid Works 2007	64
6	สรุปและวิเคราะห์ผลการศึกษา	65
	6.1. บทนำ	65
	6.2. การเปรียบเทียบการ โกงตัวด้านข้างของโครงสร้าง ระหว่าง ทฤษฎีอีลาสติก กับ การทดลอง	65
	6.3. การเปรียบเทียบความเครียดสูงสุดระหว่าง โปรแกรม Solid Works 2007 กับการทดสอบ	69
	6.4. การเปรียบเทียบ ตำแหน่งที่เกิดความเครียดสูงสุดระหว่าง โปรแกรม Solid Works 2007 กับการทดสอบ	72
	6.5. สรุปผลการทดลอง	75

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

6.6. ประยุกต์การตรวจสอบโครงสร้าง	86
6.6.1. การหาแรงลมสูงสุดที่กระทำให้โครงสร้างพังทลายด้วยโปรแกรม Solid Works 2007	86
6.6.2. การหาแรงลมสูงสุดที่กระทำให้โครงสร้างพังทลายด้วยทฤษฎีอิลาสติก	88
6.7. การเปรียบเทียบระยะการโก่งตัวด้านข้างระหว่างทฤษฎีที่ค้นคว้า กับแบบคานยื่น	89
บรรณานุกรม	94
ภาคผนวก	ผ1
ก.แบบมาตรฐานโครงป้ายเสาเดี่ยว	ผ2
ข.ข้อมูลผลการทดลองตัวอย่าง	ผ13

สารบัญตาราง

ตารางที่	ชื่อตาราง	หน้า
4.1.	แสดงค่าแรงลมที่ความสูงต่างๆ	36
4.2.	แสดงการโก่งตัวทางด้านข้างที่ระยะต่างๆ	41
4.3.	แสดงค่าระยะการโก่งตัวด้านข้างที่จุดปลายของโครงสร้าง โดยใช้โปรแกรมSolid Works 2007	45
4.4.	แสดงการเปรียบเทียบค่าการโก่งตัวด้านข้าง ของทั้ง 2 วิธี และค่าความคลาดเคลื่อน	46
4.5.	แสดงค่าความเค้นสูงสุดและตำแหน่งที่เกิด โดยมีความหนา 1.8 cm. ระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลาง 2.0 m. กับ 2.2 m. และมีความยาว 30 m.	47
4.6.	แสดงค่าความเค้นสูงสุดและตำแหน่งที่เกิด โดยมีความหนา 2.2 cm. ระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลาง 2.0 m. กับ 2.2 m. และมีความยาว 30 m.	48
4.7.	แสดงค่าความเค้นสูงสุดและตำแหน่งที่เกิด โดยมีความหนา 1.8 cm. ระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลาง 2.0 m. กับ 2.2 m. และมีความยาว 35 m.	48
4.8.	แสดงค่าความเค้นสูงสุดและตำแหน่งที่เกิด โดยมีความหนา 2.2 cm. ระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลาง 2.0 m. กับ 2.2 m. และมีความยาว 35 m.	49
5.1.	แสดงการหาค่า Elasticity (E)	53
5.2.	แสดงค่าความเครียดสูงสุดและระยะที่เกิด โดยรับแรงกระทำตามแกน 100 kg	57
5.3.	แสดงค่าความเครียดสูงสุดและระยะที่เกิด โดยรับแรงกระทำตามแกน 120 kg	58
5.4.	แสดงค่าความเครียดสูงสุดและระยะที่เกิด โดยรับแรงกระทำตามแกน 140 kg.	59
5.5.	แสดงค่าระยะโก่งตัวด้านข้างที่ระยะ 60 cm. และ 95 cm. โดยรับแรงกระทำตามแกน 100 kg.	60
5.6.	แสดงค่าระยะโก่งตัวด้านข้างที่ระยะ 60 cm. และ 95 cm. โดยรับแรงกระทำตามแกน 120 kg.	61
5.7.	แสดงค่าระยะโก่งตัวด้านข้างที่ระยะ 60 cm. และ 95 cm. โดยรับแรงกระทำตามแกน 140 kg.	62
5.8.	แสดงค่าความเครียดสูงสุดและระยะที่เกิด	63
5.9.	แสดงค่าระยะโก่งตัวด้านข้างที่ระยะ 1.00m.	64

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง(ต่อ)

6.1.	แสดงการเปรียบเทียบค่าการ โกงตัวด้านข้างระหว่าง ทฤษฎีอิลาสติกกับการทดลอง โดยมีแรงกระทำตามแกน 100 kg.	66
6.2.	แสดงการเปรียบเทียบค่าการ โกงตัวด้านข้างระหว่าง ทฤษฎีอิลาสติกกับการทดลอง โดยมีแรงกระทำตามแกน 120 kg.	67
6.3.	แสดงการเปรียบเทียบค่าการ โกงตัวด้านข้างระหว่าง ทฤษฎีอิลาสติกกับการทดลอง โดยมีแรงกระทำตามแกน 140 kg.	68
6.4.	การเปรียบเทียบการตำแหน่งที่เกิดความเครียดสูงสุดระหว่าง โปรแกรม Solid Works 2007 กับการทดสอบที่แรง 100 kg.	69
6.5.	การเปรียบเทียบการตำแหน่งที่เกิดความเครียดสูงสุดระหว่าง โปรแกรม Solid Works 2007 กับการทดสอบที่แรง 120 kg.	70
6.6.	การเปรียบเทียบการตำแหน่งที่เกิดความเครียดสูงสุดระหว่าง โปรแกรม Solid Works 2007 กับการทดสอบที่แรง 140 kg.	71
6.7.	การเปรียบเทียบการตำแหน่งที่เกิดความเครียดสูงสุดระหว่าง โปรแกรม Solid Works 2007 กับการทดสอบที่แรง 100 kg.	72
6.8.	การเปรียบเทียบการตำแหน่งที่เกิดความเครียดสูงสุดระหว่าง โปรแกรม Solid Works 2007 กับการทดสอบที่แรง 120 kg.	73
6.9.	การเปรียบเทียบการตำแหน่งที่เกิดความเครียดสูงสุดระหว่าง โปรแกรม Solid Works 2007 กับการทดสอบที่แรง 140 kg.	74
6.10.	แสดงการเปรียบเทียบ x/l ของ โปรแกรม กับการทดสอบ ด้วยแรง 100 kg. ตามแกน	75
6.11.	แสดงการเปรียบเทียบ x/l ของ โปรแกรม กับการทดสอบ ด้วยแรง 120 kg. ตามแกน	76
6.12.	แสดงการเปรียบเทียบ x/l ของ โปรแกรม กับการทดสอบ ด้วยแรง 140 kg. ตามแกน	77
6.13.	แสดงการเปรียบเทียบความเครียดในแนวแกน y ระหว่างสมการที่ 6.2. กับการทดสอบ โดยรับแรงตามแกน 100 kg.	79
6.14.	แสดงการเปรียบเทียบความเครียดในแนวแกน x ระหว่างสมการที่ 6.1. กับการทดสอบ โดยรับแรงตามแกน 100 kg.	80

สารบัญตาราง(ต่อ)

6.15. แสดงการเปรียบเทียบความเครียดในแนวแกน y ระหว่างสมการที่ 6.2. กับการทดสอบโดยรับแรงตามแกน 120 kg.	81
6.16. แสดงการเปรียบเทียบความเครียดในแนวแกน x ระหว่างสมการที่ 6.1. กับการทดสอบโดยรับแรงตามแกน 120 kg	82
6.17. แสดงการเปรียบเทียบความเครียดในแนวแกน y ระหว่างสมการที่ 6.2. กับการทดสอบโดยรับแรงตามแกน 140 kg	83
6.18. แสดงการเปรียบเทียบความเครียดในแนวแกน x ระหว่างสมการที่ 6.1. กับการทดสอบโดยรับแรงตามแกน 140 kg.	84
6.19. แสดงการเปรียบเทียบค่าการโก่งตัวด้านข้างของโครงสร้าง โดยมีแรงกระทำตามแกน 100 kg.	89
6.20. แสดงการเปรียบเทียบค่าการโก่งตัวด้านข้างของโครงสร้าง โดยมีแรงกระทำตามแกน 120 kg.	90
6.21. แสดงการเปรียบเทียบค่าการโก่งตัวด้านข้างของโครงสร้าง โดยมีแรงกระทำตามแกน 140 kg.	91

สารบัญรูป

รูปที่	ชื่อรูป	หน้า
1.1.	ภาพแสดงค่า ε ในแต่ละช่วงความยาวของโครงสร้าง	3
3.1.	ภาพแสดงการโค้งตัวของแผ่นบาง	9
3.2.	ภาพแสดงการกระกรรมด้านเดียวที่กระทำบนแผ่นบาง	11
3.3.	ภาพแสดงการกระกรรมบนแผ่นบาง	14
3.4.	ภาพแสดงสถานะของความเค้นตามแนวแกน x, y, z	18
3.5.	ภาพแสดงความเค้นระนาบ	21
3.6.	ภาพแสดงความเค้นตั้งฉากปกติ	22
3.7.	ภาพแสดงความเค้นเฉือน	23
3.8.	ภาพแสดงสถานะของความเค้นแบบต่างๆ ไป	24
3.9.	ภาพแสดงพิสัยของเปลือก	25
3.10.	ภาพแสดงแรงลัพธ์และโมเมนต์ที่กระทำที่ผิวกลาง	25
3.11.	ภาพแสดงความเค้นในแนวแกน x ที่ห่างจากผิวกลางเท่ากับ z	26
3.12.	ภาพแสดงความยาว l_r ที่อยู่ห่างจากผิวกลางของเปลือกเท่ากับ z และลักษณะการกระจัดของผิวกลาง(Middle Surface) ในทิศทาง x	28
3.13.	ภาพแสดงเปลือกทรงกระบอกผนังบางรับแรงกดในแนวแกน	32
3.14.	ภาพแสดงลักษณะการโค้งตัวเมื่อเปลือกทรงกระบอกผนังบางรับแรงกดสูงสุด	34
4.1.	ภาพแสดงการโค้งตัวด้านข้างเมื่อรับแรง	36

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป(ต่อ)

4.2.	ภาพแสดงขั้นตอนการกำหนดค่าตัวแปรต่างๆให้กับวัสดุทดสอบ	42
4.3.	ภาพแสดงขั้นตอนการเลือกชนิดวัสดุที่ใช้ทำการทดสอบ	43
4.4.	ภาพแสดงขั้นตอนการใส่ฐานรองรับเป็นแบบยึดแน่น	43
4.5.	ภาพแสดงขั้นตอนการใส่แรงตามแนวแกน 196200 N	44
4.6.	ภาพแสดงขั้นตอนการใส่แรงด้านข้าง 353160 N	44
4.7.	ภาพแสดงขั้นตอนการประมวลผล	45
4.8.	ภาพแสดงGraphicค่าความเค้นบนวัสดุทดสอบ	47
5.1.	ภาพแสดงชิ้นส่วนอลูมิเนียมที่ใช้ในการทดสอบ	51
5.2.	ภาพแสดงการติดตั้งชิ้นวัสดุทดสอบ	52
5.3.	ภาพแสดงการปรับตำแหน่ง	52
5.4.	ภาพแสดงค่าความสัมพันธ์ระหว่างค่าความเค้นกับความเครียด	53
5.5.	ภาพแสดงอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดสอบ	54
5.6.	ภาพแสดงการทำความสะอาดตัวอย่าง	55
5.7.	ภาพแสดงการติด Electrical-Resistance Strain Gauge ตัวอย่างที่ใช้ทดสอบ	56
5.8.	ภาพแสดงการติดตั้งชุดทดสอบบนแท่นทดสอบ	56
6.1.	ภาพแสดงการเปรียบเทียบระยะการโก่งตัวด้านข้าง ระหว่าง ทฤษฎี กับ การทดสอบ โดยมีแรงกระทำตามแนวแกน 100 kg.	66

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป(ต่อ)

6.2.	ภาพแสดงการเปรียบเทียบระยะเวลา โกงตัวด้านข้าง ระหว่าง ทฤษฎี กับ การทดสอบ โดยมีแรงกระทำตามแนวแกน 120 kg.	67
6.3.	ภาพแสดงการเปรียบเทียบค่าการ โกงตัวด้านข้างระหว่าง ทฤษฎีอิลาสติก กับการทดลอง โดยมีแรงกระทำตามแกน 140 kg.	68
6.4.	ภาพแสดงแรงต้านการขยายตัวของ โครงสร้างแบบทรงกระบอก	78
6.5.	ภาพแสดงรูปการพังทลายของวัสดุทดสอบ	85
6.6.	ภาพแสดงการเลือกคุณสมบัติวัสดุทดสอบ	86
6.7.	ภาพการหาค่าความเค้นสูงสุด โดยมีแรงกระทำ 87500 kg.	87
6.8.	ภาพการหาค่าระยะ โกงด้านข้างสูงสุด โดยมีแรงกระทำ 87500 kg	87
6.9.	ภาพแสดงการเปรียบเทียบระยะเวลา โกงตัวด้านข้าง ระหว่าง ทฤษฎี การทดสอบ และแบบคานยื่น โดยมีแรงกระทำตามแนวแกน 100 kg.	90
6.10.	ภาพแสดงการเปรียบเทียบระยะเวลา โกงตัวด้านข้างระหว่าง ทฤษฎี การทดสอบ และแบบคานยื่น โดยมีแรงกระทำตามแนวแกน 120 kg.	91
6.11.	ภาพแสดงการเปรียบเทียบระยะเวลา โกงตัวด้านข้าง ระหว่าง ทฤษฎี การทดสอบ และแบบคานอื่น โดยมีแรงกระทำตามแนวแกน 140 kg.	92
6.12.	แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำตามแกน และระยะ โกงด้านข้าง	93

คำอธิบายสัญลักษณ์

สัญลักษณ์

ความหมาย

ϵ	ค่าความเครียด(Strain)
δ	ค่าระยะการ โกงตัวสูงสุด(Delta)
σ	ค่าความเค้น(Stress)
E	ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นของวัสดุ
I	ค่าโมเมนต์อินเนอร์เซียของวัสดุ
ν	อัตราส่วนปัวส์ซอง(Poisson's Ratio)
h	ค่าความหนาของแผ่นบาง
D	เส้นผ่านศูนย์กลางกลางภายนอกของท่อกลม
G	ค่าโมดูลัสการเฉือน
γ	ความเครียดเฉือน
τ	ความเค้นเฉือน
r	รัศมีความโค้ง
κ	ค่าความ โค้งหลัก
l_f	ความยาวที่ตำแหน่งใดๆ ในระนาบ xz
z	ระยะห่างจากผิวกลาง
χ	การเปลี่ยนแปลงค่าความ โค้งที่ผิวกลางเนื่องจากการตัด
U_b	พลังงานความเครียดเนื่องจากการตัด
U_m	พลังงานความเครียดของเมมเบรน
A	พื้นที่ของเปลือกบาง
L	ความยาวของเปลือกบางทรงกระบอก
P	น้ำหนักกระทำตามแนวแกน(Axial Load)
Q	น้ำหนักกระทำด้านข้าง(Lateral Load)
x	ค่าระยะความสูงต่างๆของวัสดุทดสอบ
l	ค่าระยะความสูงทั้งหมดของวัสดุทดสอบ
y	ค่าระยะการ โกงตัว ณ. จุดใดๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1. กล่าวนำ

ปัจจุบันในงานด้านวิศวกรรมได้มีการนำเหล็กแผ่นบาง (Thin Plate) เข้ามาใช้ในงานก่อสร้างและงานด้านอื่นๆเป็นจำนวนมาก และโดยส่วนใหญ่แล้วจะมีลักษณะเป็นแบบ ท่อกลมกลวงบาง (Thin-Shell) โดยโครงสร้างลักษณะนี้จะมีข้อได้เปรียบตรงที่ เมื่อทำการประกอบเป็นทรงกลมแล้ว จะมีความสามารถรับแรงได้ดี แต่จะมีบกพร่องเหมือนโครงสร้างโดยทั่วไป ตรงที่หากต้องรับแรงกด (Compression) แล้วตัวโครงสร้างจะเกิดการโก่ง-เดาะ (Buckling) โดยตัวอย่างที่ชัดเจนที่สุด และปัจจุบันนิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย สามารถพบเห็นได้โดยทั่วไป คือ โครงสร้างของป้ายโฆษณา ซึ่งนอกจากจะรับน้ำหนักของตัวโครงสร้างเองแล้ว (Axial Load) ยังต้องแบกรับภาระเนื่องจาก แรงลมที่มากกระทำบริเวณด้านข้างของตัวโครงสร้างอีกด้วย (Lateral Load) เหตุนี้จึงส่งผลทำให้โครงสร้างที่ต้องรับแรงอัดร่วมกับแรงคดนั้น (Compression and Bending) จะมีแนวโน้มทำให้เกิดการวิบัติของโครงสร้าง โดยในการศึกษาโครงงานวิจัยในครั้งนี้จะเป็นการศึกษาพฤติกรรมเมื่อตัวโครงสร้างรับภาระกรรมในลักษณะที่มีปริมาณของน้ำหนักที่แตกต่างกัน รวมทั้งทำการหาแนวโน้มการวิบัติของโครงสร้างว่าจะเกิดขึ้น ณ ตำแหน่งใดของความยาวโครงสร้าง ที่เป็นแบบท่อกลมกลวงบาง (Thin Shell) เพื่อเป็นแนวทางในการพิจารณาให้ความสำคัญในขั้นตอนการออกแบบต่อไป

1.2. ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย

โครงสร้างผนังบาง (Shell Structure, Thin Shell Structure) เป็นโครงสร้างที่ถูกนำมาประยุกต์ใช้ในงานทางวิศวกรรมหลายๆด้าน เช่น ท่อลำเลียงในระบบการผลิต ถึงกักเก็บน้ำ หรือแก๊สความดันสูง รวมถึงป้ายโฆษณาขนาดใหญ่ที่สามารถพบเห็นได้โดยทั่วไป ซึ่งในระยะหลังได้เกิดเหตุป้ายโฆษณาขนาดใหญ่ได้หักโค่นลงมาทับบ้านเรือนในขณะที่เกิดพายุฝน จนเป็นเหตุทำให้เกิดความสูญเสีย ชีวิตและทรัพย์สิน จากการสำรวจภายหลังเกิดเหตุทำให้ทราบว่า ป้ายโฆษณานี้สร้างผิดไปจากแบบก่อสร้างที่ได้รับจากกรุงเทพมหานคร ต่อมากรุงเทพมหานครได้มีการจัดตั้งทีมงานพิเศษออก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตรวจสอบป้ายโฆษณาทั่วกรุงเทพมหานครและเขตปริมณฑล รวมทั้งทำการตรวจสอบสภาพโครงสร้างของป้ายในเบื้องต้น เพื่อความมั่นคง แข็งแรง ภายหลังจากได้ทำการตรวจสอบป้ายโฆษณาจำนวน 1059 ป้าย ทางกรุงเทพมหานครได้รายงานว่ามีจำนวนถึง 327 ป้าย ที่เข้าข่าย “ไม่ปลอดภัย” โดยป้ายทั้งหมดได้ทำการก่อสร้างโดยไม่ขออนุญาต ก่อสร้างผิดแบบ หรือ มีการวิเคราะห์โครงสร้างที่ไม่ถูกต้องเพียงพอ จึงส่งผลให้เกิดเหตุการณ์ดังกล่าว

จากปัญหาในขั้นต้นหากสามารถทราบถึงแนวโน้มของ โครงสร้างว่าจะเกิดการวิบัติอยู่ในช่วงใดของความสูง ก็จะสามารถพิจารณาให้มีความสำคัญ ณ ตำแหน่งนั้นของ โครงสร้างเป็นกรณีพิเศษ ได้โดยอาจจะทำการออกแบบให้ตำแหน่งหรือบริเวณนั้นของ โครงสร้างมีขนาดที่หนากว่าตำแหน่งอื่นๆ โดยไม่จำเป็นที่จะต้องเพิ่มความหนาในส่วนอื่นของ โครงสร้าง

โดยโครงสร้างที่เป็นทอกลมกลวงบาง (Thin Shell) ของป้ายโฆษณาในบางป้าย จะทำการเสริมความแข็งแรงโดยการเสริม โครงเหล็ก (Truss) เข้าไว้ภายในตลอดความยาวซึ่งในบางจุดอาจไม่จำเป็นที่ต้องใส่ไว้ หากสามารถทราบแนวโน้มการวิบัติ ก็จะช่วยให้ประหยัดค่าใช้จ่ายในการก่อสร้างได้ และช่วยให้มีความปลอดภัยมากขึ้น

1.3. วัตถุประสงค์ของการศึกษา

วัตถุประสงค์ของการศึกษาโครงการพิเศษนี้คือ เพื่อหาระยะหรือแนวโน้มการวิบัติของโครงสร้าง ทอกลมกลวงบาง (Thin Shell) ที่จะเกิดขึ้น ณ จุดใด ตามหลักการทางเสถียรภาพของโครงสร้าง (Stability)

1.4. ขอบเขตของการศึกษา

1. วิเคราะห์การ โกงเดาะ (Buckling) เนื่องจากอิทธิพลของแรงดัด (Bending)
2. พิจารณาวัตถุที่เป็นวัสดุที่มีลักษณะเป็นเนื้อเดียว (Homogeneous)
3. พิจารณาโครงสร้างในส่วนรับแรงตามแกนที่เป็นแรงอัด (Compression)
4. ในการศึกษาจะทำการศึกษาเฉพาะใน โครงสร้างที่เป็นแบบทอกลมกลวงบาง(Thin Shell) เท่านั้น

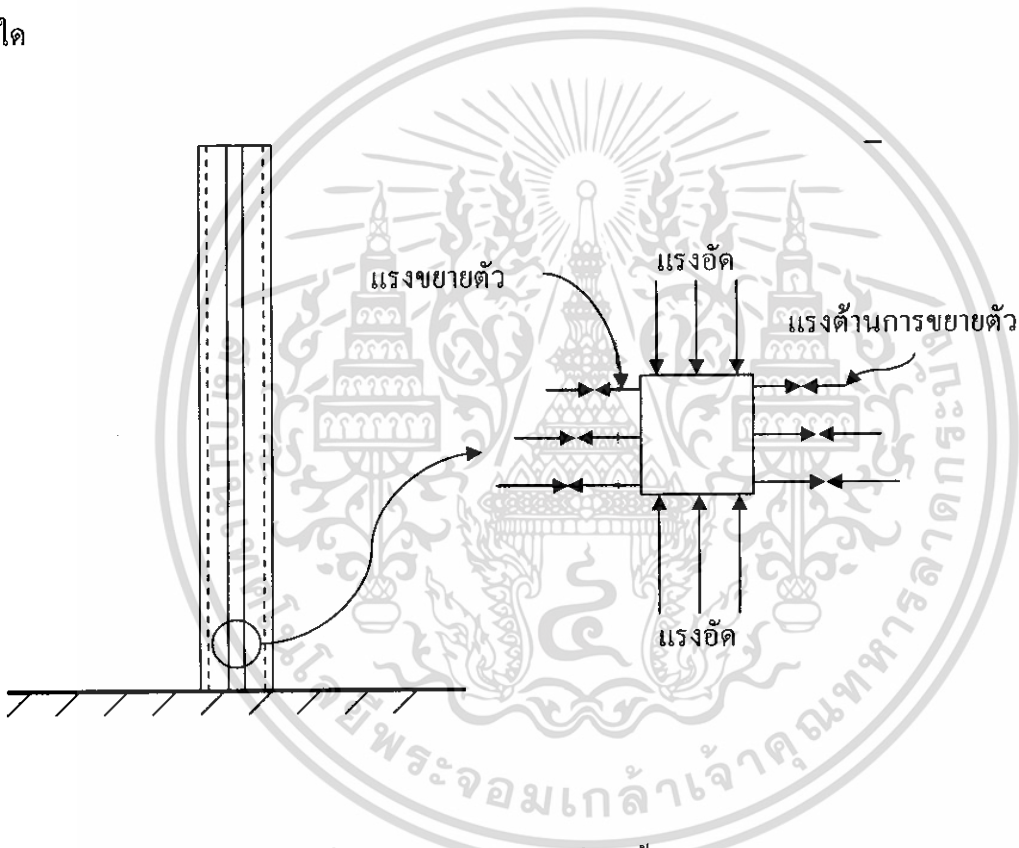
1.5. วิธีการดำเนินโครงการพิเศษ

สำหรับการศึกษาโครงการพิเศษจะแบ่งการศึกษาออกเป็น 2 ส่วนหลักๆซึ่งประกอบด้วยหัวข้อดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.5.1. การวิเคราะห์ปัญหาด้วยทฤษฎีทางเสถียรภาพ

ในการวิเคราะห์การวิบัติของโครงสร้างกลมกลวงบาง (Thin Shell) โดยเมื่อโครงสร้างรับแรงอัดร่วมกับแรงดัด (Compression and Bending) แล้วจะเกิดการเปลี่ยนรูปร่าง (Deformation) ซึ่งจะมีการเปลี่ยนแปลงแตกต่างกันไปตามระยะความสูง หากโครงสร้างเกิดการวิบัติที่ตำแหน่งนั้นของโครงสร้างก็จะเกิดเปลี่ยนรูปร่าง (Deformation) มากที่สุด ซึ่งจากสมมติฐานในขั้นต้น หากหาความสัมพันธ์ระหว่างค่า ϵ (Strain) ที่แต่ละความสูง โดยใช้ทฤษฎีทางเสถียรภาพเข้ามาวิเคราะห์ ก็จะทราบความสัมพันธ์ และสามารถหาแนวโน้มการวิบัติของโครงสร้างได้ว่าเกิดขึ้นที่จุดใด



รูปที่ 1.1. ภาพแสดงค่า ϵ ที่เกิดขึ้นใน โครงสร้าง

1.5.2. การทดสอบแบบจำลอง

1.5.2.1. อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดสอบ

ในการทดสอบมีวัสดุและอุปกรณ์ที่ใช้ดังนี้

1. ท่ออลูมิเนียมกลมวงมีหน้าตัดกลม
2. แท่นฐานรองรับเป็นแบบยึดแน่น
3. เกจวัดระยะ (Dial Gauge)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. Strain Gage
5. เครื่องทดสอบวัสดุ UTM ขนาด 1 ton
6. ลวดสลิงเป็นตัวถ่ายแรงจากค้ำน้ำหนักสู่โครงสร้าง
7. ค้ำน้ำหนัก



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

วรรณกรรมปริทัศน์

2.1. กล่าวนำ

ในการทำการวิเคราะห์เรื่องการโก่งเคาะของวงแหวนผนังบางนั้นจะทำการวิเคราะห์โครงสร้างที่มีลักษณะเป็นทรงกระบอกกลมกลวง รับแรงตามแนวแกน (Axial Load) รวมถึงแรงที่กระทำด้านข้าง (Lateral Load) ทั้งนี้ลักษณะของตัวโครงสร้างโดยฐานเป็นแบบยึดแน่น (Fix End) ส่วนปลายของโครงสร้างเป็นแบบปลายปล่อยอิสระ (Free) ซึ่งโครงสร้างลักษณะนี้มีความคล้ายคลึงกับโครงสร้างของปีกโฆษณาที่พบเห็นโดยทั่วไป กล่าวคือ น้ำหนักของโครงสร้างจะกระทำต่อตัวโครงสร้างในลักษณะตามแนวแกน (Axial Load) ซึ่งน้ำหนักในลักษณะนี้จะเป็นน้ำหนักที่คงที่ตลอดหรือมีการแปรเปลี่ยนไม่มากนัก ส่วนแรงลมที่มากกระทำนั้นจะเปรียบเสมือนแรงกระทำด้านข้าง (Lateral Load) ซึ่งแรงลักษณะนี้ จะมีการแปรผันมาก โดยจะขึ้นอยู่กับลักษณะภูมิประเทศและความสูงของตัวโครงสร้างโฆษณา ซึ่งแต่ละภูมิภาคก็จะมีข้อกำหนดที่แตกต่างกัน โดยจะทำการอ้างอิงจาก (วสท.) และ (พรบ.) ซึ่งเป็นข้อกำหนดและมาตรฐานที่มีใช้ทั่วไปในประเทศไทย โดย จะทำการกำหนดค่าของแรงลมที่มากกระทำต่อตัวโครงสร้างเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ได้

ส่วนในการวิเคราะห์เรื่องการโก่งเคาะนั้น จะนำหลักทฤษฎีอิลาสติค สเตบิลิตี (Elastic Stability) ซึ่งทำการศึกษาโดย Stephon P. Timochenko มาทำการประยุกต์ใช้ให้เหมาะสม โดย Stephon P. Timochenko ได้ทำการศึกษาในกรณีที่โครงสร้างมีลักษณะฐานเป็นแบบยึดแน่น(Fix End) และส่วนปลายของโครงสร้างนั้นเป็นแบบปลายปล่อยอิสระ(Free) โดยลักษณะแรงที่มากกระทำนั้นเป็นแบบ ตามแนวแกน(Axial Load) และแรงกระทำด้านข้างของ โครงสร้าง แต่จะมีความแตกต่างคือ ลักษณะ โครงสร้างของ Stephon P. Timochenko ที่ได้ทำการศึกษานั้นจะไม่มี การเคลื่อนที่ ที่บริเวณปลายปล่อย เมื่อมีแรงมากกระทำ แต่ในสำหรับกรณีศึกษาในครั้งนี้ลักษณะของ โครงสร้างจะมีการเคลื่อนที่ใน ด้านปลายปล่อย(Free) โดยหลักการในการวิเคราะห์ จะได้นำทฤษฎีบทของออยเลอร์ เข้ามาประยุกต์ใช้ให้เหมาะสม โดยจะกำหนดค่าขอบเขต (Boundary) โดยจะทำการการอาศัยหลักการวิเคราะห์โครงสร้าง (Structure Analysis) รวมถึงได้ทำการนำหลักการทางคณิตศาสตร์ (Mathematic) เข้ามาแก้ปัญหา กล่าวคือ ในขั้นตอนแรกจะได้นำ ทฤษฎีการวิเคราะห์โครงสร้างเพื่อ กำหนดเป็นตัวอย่าง (Model) โดยในขั้นตอนดังกล่าวจะสามารถทำการหาผลลัพธ์ของ Moment ตลอดช่วงความยาวของ โครงสร้างได้ ซึ่งค่าต่างของ Moment ที่เกิดขึ้นในกรณีศึกษาในลักษณะนี้จะสามารถวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีบทของออยเลอร์ โดยจะทำการ กำหนดค่าขอบเขต (Boundary) ตามหลักของการ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิเคราะห์โครงสร้าง (Structure Analysis) หรือใช้หลักการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ (Differential Equation) เพื่อทำการหาผลเฉลยของสมการที่ได้ทำการวิเคราะห์ในข้างต้น ซึ่งผลเฉลยที่ได้คือการแอ่นตัวที่ระยะต่าง ๆ ตลอดช่วงความยาว (δ , Delta)

จากสมมุติฐานที่ว่าจุดที่โครงสร้างจะเกิดการวิบัติก็ต่อเมื่อจุดนั้นได้รับความเค้นสูงสุดซึ่งในความเป็นจริงแล้ว การวิเคราะห์หาค่าความเค้นดังกล่าว ก่อนข้างมีความยุ่งยากพอสมควร ซึ่งในปัจจุบันได้มี โปรแกรมที่สามารถนำมาใช้ในการวิเคราะห์มากมายโดยจะให้ค่าความเค้นที่มีความแม่นยำและความเที่ยงตรงสูง โดยใช้เวลาในการวิเคราะห์ไม่มากนัก โดยกรณีที่ทำการศึกษานี้ก็ได้นำโปรแกรมคอมพิวเตอร์เข้ามาการวิเคราะห์เช่นกัน

โดยใช้โปรแกรมทางไฟไนต์เอลิเมนต์ในการวิเคราะห์ซึ่งโปรแกรมที่นำมาใช้คือโปรแกรม Solid Works 2007 โดยเป็นที่นิยมและใช้กันอย่างแพร่หลาย ซึ่งให้ผลของการวิเคราะห์ที่เชื่อถือได้ โดยจะใช้ในการวิเคราะห์เพื่อหาค่าความเค้นสูงสุด (Stress Max) และตำแหน่งที่เกิดความเค้นสูงสุด



บทที่ 3

ทฤษฎีแผ่นบางเบื้องต้น

(THEORY OF PLATES)

3. ทฤษฎีแผ่นบางเบื้องต้น (THEORY OF PLATES)

3.1. ทฤษฎีแผ่นบางเบื้องต้น

แผ่นบางที่ใช้ในทางวิศวกรรมโดยทั่วไปนั้น ไม่ว่าจะเป็นแผ่นในลักษณะสี่เหลี่ยม ห่อกลมกลวงหรือลักษณะของแผ่นกลมก็ตาม มักจะใช้งานในลักษณะที่รองรับภาระกรรมที่กระจายอยู่ทั่วไปเช่น ภาระกรรมในรูปของความดัน หรือแรงกดจากวัตถุขนาดใหญ่ เป็นต้น ตัวอย่างของแผ่นบางที่ใช้กันอย่างกว้างขวางในงานวิศวกรรม ก็เช่น แผ่นบางสำหรับวัดความดัน เพื่อใช้ในการควบคุมความดันที่เกิดขึ้นภายในภาชนะบรรจุความดัน โดยความดันที่กระทำจะกระทำที่ด้านหนึ่งของระนาบในขณะที่ อีกด้านหนึ่งเป็นความดันบรรยากาศ การโค้งตัวของแผ่นบางจะสามารถบอกถึงความดันภายในภาชนะนั้นได้ นอกเหนือจากนั้นความเครียดความเค้นและการจัดที่หาได้จากทฤษฎีของแผ่นบางยังสามารถนำไปวิเคราะห์การป้องกันความเสียหายที่จะเกิดกับภาชนะที่บรรจุของเหลวแบบต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นเป็นถังน้ำ ถังบรรจุความดัน และถังเครื่องกำเนิดไอน้ำ เป็นต้น รวมถึงในกรณีของพื้นผิวขนาดใหญ่ที่ต้องรองรับแรงกระทำเช่น พื้นแผ่นโลหะชั่วคราวในกรณีการก่อสร้าง เป็นต้น

นิยามของแผ่นบางในที่นี้หมายความว่า แผ่นที่มีความหนา ของแผ่นน้อยกว่ามิติความยาวด้านอื่นๆมาก อย่างน้อยที่สุดต้องน้อยกว่า 1 ใน 10 ของความยาวด้านอื่น สำหรับผลที่ได้จากการพิจารณาแผ่นบางนี้บางส่วนจะแสดงให้เห็นว่ามีความคล้ายคลึงกับคานปกติที่เราได้ศึกษามาในวิชากลศาสตร์วัสดุพื้นฐาน (Strength of Materials) บ้างแล้วบางส่วนซึ่ง ส่วนที่แตกต่างจากคานก็คือระนาบนี้จะรับภาระกรรมพร้อมกันมากกว่าหนึ่งแนวและการเปลี่ยนรูปในแนวหนึ่งจะ ได้รับผลกระทบจากการเปลี่ยนรูปอีกแนวหนึ่งด้วย

สำหรับทฤษฎีต่างๆที่เราจะกล่าวถึงนี่จะเป็นการกล่าวถึง ทฤษฎีพื้นฐานของความเค้นที่เกิดขึ้นและการโค้งตัวเมื่อได้รับภาระกรรมเป็นหลัก โดยมีขอบเขตของการพิจารณาที่อยู่ทั่วสุดประเภทไอโซโทรปิก และการโค้งตัวของแผ่นบางเป็นการโค้งตัวไม่มากนัก ตลอดถึงการยึดตัวของระนาบ จะอยู่ในช่วงการยืดหยุ่นเชิงเส้นเท่านั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.1.1. ทฤษฎีพื้นฐานของแผ่นบาง

สำหรับรายละเอียดที่เกี่ยวข้องกับแผ่นบางที่เราจะกล่าวต่อไปนี้จะเป็นการกล่าวถึงเฉพาะพื้นฐานบางส่วนของแผ่นบางเท่านั้น ดังนั้นในเบื้องต้นนี้เราจะตั้งสมมุติฐานขึ้นเพื่อจำกัดขอบเขตของการพิจารณาดังนี้

สมมุติฐานที่ใช้สำหรับทฤษฎีของแผ่นบาง

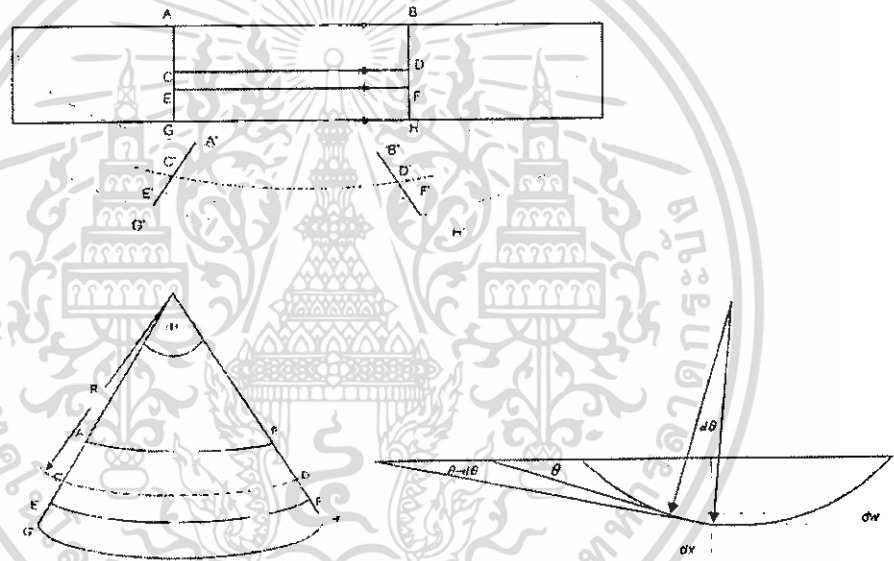
สมมุติฐานที่จะใช้ในการหาค่าความดัน-ความเครียด-การจัดที่เกิดขึ้นกับแผ่นบาง จะมีดังต่อไปนี้

1. ระนาบขนานหน้าตัดใดๆ ของแผ่นก่อนได้รับการกระชกยังคงสภาพเป็นระนาบ ภายหลังจากรับการกระชก ดังนั้นจะมีระนาบที่อยู่บนกึ่งกลางความหนาของแผ่นไม่มีการเปลี่ยนรูปร่างนี้เรียกว่า “ระนาบกลาง” (Neutral Plane)
2. กำหนดให้ด้านหนึ่งของแผ่นมีแรงกระทำต่อหน่วยพื้นที่เท่ากับ $(p -)$ การใช้เครื่องหมายเป็นลบแสดงว่าเป็นแรงที่กระทำเป็นแรงกด ในขณะที่อีกด้านหนึ่งไม่มีแรงกระทำ ซึ่งทำให้ความเค้นในแนวตั้งฉากกับแผ่นบางทางด้านที่ไม่มีแรงกดเป็นศูนย์ที่ผิวและที่ผิวด้านหนึ่งมีค่าความเค้นตั้งฉาก $(p -)$ ขณะเดียวกันค่าความเค้นที่เกิดขึ้นในแนวอื่นจะมีค่ามากกว่า $(p -)$ มากจึงสมมุติให้ค่าความเค้นในแนวตั้งฉากกับระนาบมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับความเค้นในแนวอื่น ซึ่งสามารถตัดค่าความเค้นตั้งฉากในทิศทางของความหนาออกจากการพิจารณาได้
3. การโก่งตัวของแผ่นมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับความหนาของแผ่นทำให้การโก่งตัวนี้อยู่ในช่วงการยืดหยุ่นเชิงเส้น (Linear Elasticity)
4. ไม่มีผลกระทบอื่นๆ นอกเหนือจากแรงกระทำในแนวตั้งฉากกับความหนาของแผ่น เช่น ความเค้นเฉือนมากกระทำบนแผ่นบาง
5. วัสดุที่ใช้ทำแผ่นบางเป็นวัสดุไอโซโทรปิก (Isotropic Material)

3.1.2. ความสัมพันธ์ของการโก่งตัวของแผ่นบางและโมเมนต์บิด

พิจารณาแผ่นบางที่วางอยู่ในสภาพก่อนรับแรงกระทำ และหลังรับแรงกระทำในรูปที่ 3.1. โดยรูปที่ 3.1(a). แสดงระบบแกนและการโก่งตัวของแผ่นบาง ส่วนรูปที่ 3.1(b). แสดงการโก่งตัวของส่วนย่อยส่วนหนึ่งจากรูปที่ 3.1. แผ่นบางตกอยู่ภายใต้โมเมนต์บิด M ทำให้เกิดการโก่งตัวตาม รูป 3.1(a). จากรูปจะเห็นว่าเส้นใยที่อยู่ด้านบน เช่น เส้น AB ในรูป จะหดสั้นลงในขณะที่ด้านเส้นใยที่อยู่ด้านล่าง เช่นเส้น GH จะยาวขึ้นด้วยเหตุนี้ทำให้ จะต้องมีการบิดหนึ่งซึ่งอยู่ระหว่าง $A B$ และ GH

ไม่เกิดการเปลี่ยนแปลงขนาดซึ่งในรูปที่ 3.1(a). ก็คือระนาบที่บรรจุเส้น CD ซึ่งระนาบนี้จะเรียกว่า ระนาบกลาง (Neutral Plane) และแกนที่บรรจุในระนาบนั้นจะเรียกว่า แกนกลาง (Neutral Axis) โดยในกรณีในรูปที่ 3.1(a). คือแกน x จากนั้นพิจารณาการเปลี่ยนรูปของหน้าตัด AG และ BH ตามรูปที่ 3.1. จากสมมุติฐานที่ว่า หลังจากเกิดการเปลี่ยนรูปไปแล้วหน้าตัดที่เป็นระนาบตรงยังคงเป็นระนาบตรงอยู่ ทำให้หน้าตัด $G'A'$ และ $H'B'$ ยังคงเป็นหน้าตัดตรงเหมือนเดิม และเส้นใย CD ซึ่งเป็นเส้นใยที่อยู่ในแนวแกนกลางเมื่อก่อนเปลี่ยนรูปไปเป็นเส้นใย $D'C'$ ก็จะมีคามยาวเท่าเดิม ส่วนเส้นใย EF ซึ่งเป็นเส้นใยที่ต่ำกว่าระนาบกลางเป็นระยะ z เมื่อเกิดการเปลี่ยนรูปเป็น $F'E'$ ก็จะมีคามยาวเปลี่ยนไป



รูปที่ 3.1. ภาพแสดงการโค้งตัวของแผ่นบาง

พิจารณาส่วนของแผ่นยาว dx เมื่อเปลี่ยนรูปจะเกิดเป็นส่วนโค้งขึ้นตามรูป 3.1(b). และความโค้งที่เกิดขึ้นนี้มีจุดศูนย์กลางความโค้งอยู่ที่ O ขณะที่รัศมีความโค้งวัดจากจุดศูนย์กลางความโค้งถึงระนาบกลางมีค่า R หากว่าการโค้งตัวของแผ่นไม่มากนักตามสมมุติฐาน เราจะได้ว่ามุมที่จุดศูนย์กลาง $d\theta$ จะมีค่าน้อยทำให้ จากรูป 3.1(b). จะได้

$$C'D' = CD = dx = -Rd\theta \quad (3.1)$$

หรือ

$$R = -\frac{dx}{d\theta} \quad (3.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หากเราพิจารณาใกล้ค่า R อีกครั้งจะได้ว่า

$$\frac{1}{R} = -\frac{d\theta}{dx} \quad (3.3.)$$

เครื่องหมายลบแสดงถึงการเพิ่มขนาดของ x จะทำให้ R ลดลง ต่อจากนั้นพิจารณาเส้น
 ใย EF ซึ่งเดิมยาว dx เมื่อแผ่นเปลี่ยนรูปไปจะมีความยาวเป็น $F'E'$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$E'F' = (R+z)d\theta \quad (3.4.)$$

ดังนั้น ความเครียดในแนวแกนของระนาบ ϵ_{xx} จะหาได้จาก

$$\epsilon_{xx} = \frac{(R+z)d\theta - Rd\theta}{Rd\theta} \quad (3.5.)$$

หรือ $\epsilon_{xx} = \frac{z}{R}$

แต่เนื่องจาก $\frac{1}{R} = -\frac{d\theta}{dx}$ ตามสมการ (3.3.) ดังนั้น

$$\epsilon_{xx} = -z \frac{d\theta}{dx} \quad (3.6.)$$

ถ้าให้การยุบตัวของแกนกลางจากสภาพเดิมซึ่งไม่มีภาระเกิดขึ้นเป็นระยะ w
 หลังจากได้รับภาระกรรมโดยวัดค่าการยุบตัวลงเป็นบวกเราจะได้จากรูปที่ 3.1(c) ว่า

$$\tan \theta = \frac{dw}{dx} \quad (3.7.)$$

เนื่องจากสมมุติฐานที่ว่า การโก่งตัวนั้นเกิดขึ้นเพียงเล็กน้อย ดังนั้นจะทำให้มุม θ มีค่า
 น้อยซึ่งสามารถทำให้เราประมาณได้ว่า $\tan \theta = \theta$ ดังนั้น

$$\theta = \frac{dw}{dx} \quad (3.8.)$$

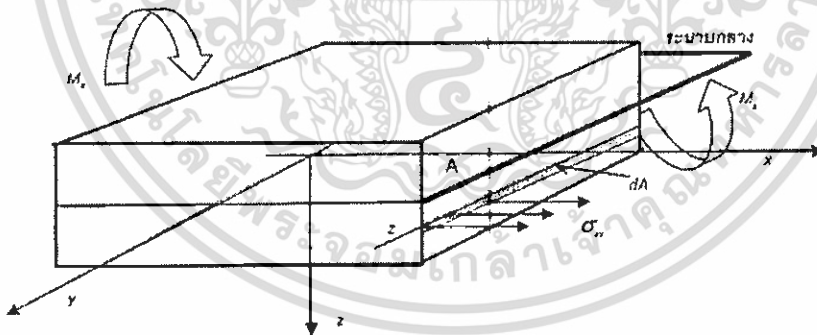
ซึ่งจากสมการ (3.3.)จะได้

$$\frac{1}{R} = \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.9.)$$

ซึ่งเมื่อพิจารณาพร้อมกับสมการ (3.6.)จะได้

$$\varepsilon_{xx} = -z \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.10.)$$

สำหรับการพิจารณาการโก่งตัวของแผ่นบางจะต่างกับการพิจารณาการโก่งตัวของคาน ตามที่เราได้ศึกษามาก่อนหน้านี้โดยตรงที่การโก่งของคานนั้นเกิดขึ้นในหนึ่งมิติ ส่วนการโก่งตัวของแผ่นบางจะเกิดขึ้นในสองมิติ อย่างไรก็ตามเนื่องจากการโก่งตัวนั้นเกิดขึ้นในช่วงของการยืดหยุ่นเชิงเส้นทำให้เราสามารถนำเอาวิธีการรวมการกระกรรม (Method of Super Position) นำเข้ามาใช้ในกรณีนี้ได้ ดังนั้นเพื่อที่จะหาความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น - ความเครียด - การโก่งตัวของระนาบ ชั้นแรกเราจะสมมุติว่าระนาบรับการกระกรรมเพียงด้านเดียวสมมุติว่าเป็นการกระกรรมทางแกน x แล้วหาความสัมพันธ์ดังกล่าว จากนั้นจึงจะนำผลของการโก่งตัวเมื่อมีการกระกรรมทางแนวอื่นรวมเข้าไป



รูปที่ 3.2. ภาพแสดงการกระกรรมด้านเดียวที่กระทำบนแผ่นบาง

ชั้นแรกพิจารณาแผ่นบางที่มีการกระกรรมกระทำตามแนวแกน x เท่านั้น ตามรูปที่ 3.2. โดยพิจารณาความกว้างของหน้าตัดมีค่าหนึ่งหน่วยจะเห็นว่าโมเมนต์ที่กระทำจะทำให้เกิดแรงความเค้นตามแนวแกน x มีค่าเท่ากับ σ_{xx} กระทำบนพื้นที่ย่อยๆ dA จากการสมดุลของแรงตามแนวแกน x จะได้ว่าแรงต่อหน่วยความยาวของหน้าตัดหรือในรูปที่ 3.2. คือความยาวตามทิศทางของแกน y มีค่าเป็น

$$dF_x = \sigma_{xx} dA \quad (3.11.)$$

สำหรับการสมดุลของโมเมนต์ ตลอดทั้งหน้าตัดที่ตั้งฉากกับแกน x พิจารณาจากรูป 3.2.จะได้ว่า

$$M_x = \int_A z dF_x \quad (3.12.)$$

เมื่อ A คือพื้นที่หน้าตัดที่ตั้งฉากกับแกน และ M_x คือโมเมนต์ ต่อหน่วยความกว้างของหน้าตัดที่ตั้งฉากกับแกน x จากสมการ (3.11.)และสมการ (3.12.)จะได้

$$M_x = \int_A z \sigma_{xx} dA \quad (3.13.)$$

อย่างไรก็ตามเนื่องจากความเค้นที่เกิดขึ้นมีเพียงค่าเดียวหรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งก็คือความเค้นนี้เป็นความเค้นในแนวแกนเดียว ดังนั้นความสัมพันธ์ ระหว่างความเค้นและความเครียดจะเป็น

$$\sigma_{xx} = E \varepsilon_{xx} \quad (3.14.)$$

จากค่าความเครียดตามสมการ (3.5.)จะได้

$$\sigma_{xx} = \frac{Ez}{R} \quad (3.12.)$$

ดังนั้นเมื่อแทน ค่าความเค้นตามสมการ (3.12.)ลงในสมการ (3.13.)จะได้

$$M_x = \frac{E}{R} \int_A z^2 dA \quad (3.16.)$$

สำหรับพจน์ของปริพันธ์ เป็นค่าที่เราคุ้นเคยกันดีอยู่แล้วคือค่าโมเมนต์ ความเฉื่อยของพื้นที่ (Area Moment of Inertia, I) รอบแกน z ดังนั้นเราสามารถเขียนสมการ (3.16.)ได้เป็น

$$\frac{1}{R} = \frac{M_x}{EI} \quad (3.17.)$$

ซึ่งจากสมการ (3.17.)และสมการ (3.9.)เราจะได้ว่า

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = - \frac{M_x}{EI} \quad (3.18.)$$

ซึ่งจะเห็นว่าเหมือนกับทฤษฎีของ การ โค้งตัวของคานาเบื้องต้นในขณะที่เกิดการบิด
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อ 12 ศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ด้านหนึ่งนั้น จะทำให้ เกิดความเครียดขึ้นในด้านที่ตั้งฉากกับด้านนั้นด้วย ซึ่งเราทราบกันดีตามทฤษฎีที่ว่าด้วยผลกระทบของปัวร์ซอง (Poisson's Effect) ซึ่งความเครียดที่เกิดขึ้นในแนวที่ตั้งฉากกับแกน x ซึ่งในที่นี้คือแกน y จะหาได้จาก

$$\epsilon_{yy} = -\nu\epsilon_{xx} = -\nu z \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.19.)$$

จากนั้นลองพิจารณาในกรณีที่มีแรงกระทำเฉพาะทางแกน y บ้างโดยลักษณะทั่วไป จะเหมือนกับทางด้านแกน x ทุกกรณี จากสมมติฐานที่กำหนดให้วัสดุเป็นไอเซนโทรปิกจะทำให้เราได้ว่า

$$\epsilon_{yy} = -z \frac{d^2 w}{dy^2} \quad (3.20.)$$

$$\epsilon_{xx} = -\nu\epsilon_{yy} = -\nu z \frac{d^2 w}{dy^2} \quad (3.21.)$$

ก่อนที่จะพิจารณาในส่วนต่อไปเพื่อป้องกันการสับสนของรัศมีความโค้งของการโค้งตัวของแผ่นบางทั้งตามแนวแกน x และแกน y จากสมการ (3.9.) เราสามารถนำมาประยุกต์หาค่ารัศมีความโค้งตามแกนทั้งสอง โดยตามแกน x จะได้

$$\frac{1}{R_x} = \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (3.22a.)$$

และตามแกน y จะได้

$$\frac{1}{R_y} = \frac{d^2 w}{dy^2} \quad (3.22b.)$$

ทำนองเดียวกันกับความสัมพันธ์ของโมเมนต์ที่พิจารณาตามสมการ (3.18.) ในกรณีที่มีภาระกระทำทั้งสองด้านจะได้

$$\frac{1}{R_x} = \frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{M_x}{EI} \quad (3.23a.)$$

$$\frac{1}{R_y} = \frac{d^2 w}{dy^2} = \frac{M_y}{EI} \quad (3.23b.)$$

ในการใช้ สมการ (3.23.) นี้ขออย่าว่าโมเมนต์ M_x และ M_y ที่พิจารณาในที่นี้เป็นการพิจารณาจากความกว้างหน้าตัดหนึ่งหน่วย หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งก็คือ โมเมนต์นี้เป็น โมเมนต์ต่อความกว้างของหน้าตัดที่ตั้งฉากกับแกนที่เราพิจารณาจากนั้นเมื่อรวมภาระการกระทำทั้งสองแนวเข้าด้วยกันตาม รูปที่ 3.3. เราจะได้ว่าความเครียดที่เกิดขึ้นจะต้องมาจากค่าความเค้นที่ กระทำทั้งสองแนวตั้งนั้น จากกฎทั่วไปของฮุก (Generalized Hooke's Law) เราจะได้ความสัมพันธ์ ของความเค้น-ความเครียดเป็น

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{E} - \nu \frac{\sigma_{yy}}{E} \quad (3.24a.)$$

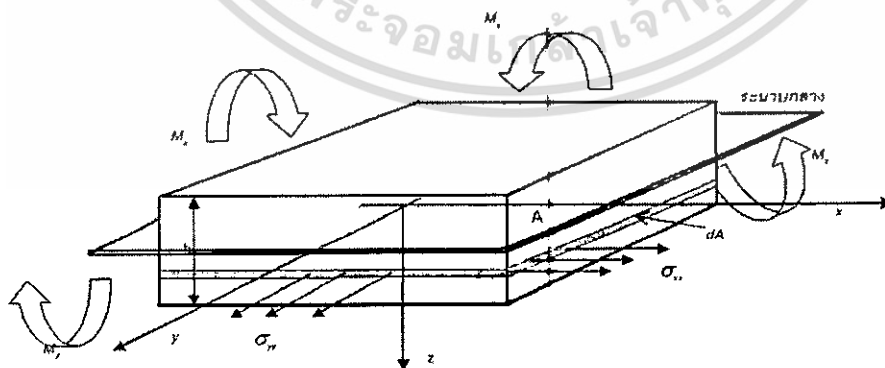
$$\varepsilon_{yy} = \frac{\sigma_{yy}}{E} - \nu \frac{\sigma_{xx}}{E} \quad (3.24b.)$$

ดังนั้นเมื่อใช้ สมการ (3.24a.), (3.24b.), (3.23.) และ (3.15.) จะได้

$$\sigma_{xx} = \frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{1}{R_x} + \frac{\nu}{R_y} \right) \quad (3.25a.)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{1}{R_y} + \frac{\nu}{R_x} \right) \quad (3.25b.)$$

สมการ (3.25.) นี้ทำให้ เราสามารถหาค่าความเค้นที่เกิดขึ้นบนแผ่นบางหากเราทราบค่ารัศมีความโค้งของแผ่นเมื่อเทียบกับแผ่นที่ไม่มีภาระกระทำ



รูปที่ 3.3. ภาพแสดงภาระการรบนแผ่นบาง

การพิจารณาต่อไปเราจะพิจารณาความสมดุลของแผ่นบางนี้ว่าภายใต้ภาระกรรมต่างๆที่ทำให้ แผ่นบางนี้อยู่ในสภาพสมดุลความสัมพันธ์ของภาระกรรมและความเค้นที่เกิดขึ้นสามารถหาได้ดังนี้คือเริ่มจากพิจารณารูปที่ 3.3. เมื่อรอบๆ แผ่นบางนี้มีโมเมนต์บิดกระทำแผ่นบางอยู่ในสภาพสมดุลได้ ก็ต่อ เมื่อ

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{xx} z dy dz = M_x dy \quad (3.26a.)$$

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{yy} z dx dz = M_y dx \quad (3.26b.)$$

เมื่อ h คือความหนาของแผ่นบางแทนค่า σ_{xx} และ σ_{yy} จากสมการ (3.25.) ลงในสมการ (3.26.) แล้วหาปริพันธ์ ตลอดความหนาของแผ่นบางจะได้

$$M_x = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left[\frac{1}{R_x} + \frac{\nu}{R_y} \right] \quad (3.27a.)$$

และ

$$M_y = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left[\frac{1}{R_y} + \frac{\nu}{R_x} \right] \quad (3.27b.)$$

ถ้าให้ $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ (3.28.)

โดย D นิยมเรียก ค่าความแข็งแรงในการโค้งตัว (Flexual Rigidity) ทำให้ สมการ (3.27.) สามารถเขียนได้เป็น

$$M_x = D \left[\frac{1}{R_x} + \frac{\nu}{R_y} \right] \quad (3.29a.)$$

$$M_y = D \left[\frac{1}{R_y} + \frac{\nu}{R_x} \right] \quad (3.29b.)$$

จากคำรัศมีความโค้งที่ได้กล่าวถึงตอนต้นทำให้เราได้ความสัมพันธ์ระหว่าง โมเมนต์

และค่าการขจัดเป็น

$$M_x = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (3.30a.)$$

$$M_y = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] \quad (3.30b.)$$

ซึ่งสมการ (3.30.) สามารถเขียนในรูปของเมตริกได้เป็น

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \end{Bmatrix} = -D \begin{bmatrix} 1 & \nu \\ \nu & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \end{Bmatrix} \quad (3.31.)$$

ซึ่งทำให้เราเขียนความสัมพันธ์ของการขจัดโดยการแก้สมการ (3.31.) ได้เป็น

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \end{Bmatrix} = \frac{1}{D(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & -\nu \\ -\nu & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \end{Bmatrix} \quad (3.32.)$$

ซึ่งสมการ(3.32.)นี้ทำให้เราสามารถทราบค่ารัศมีความโค้งของการโค้งตัวของคานเมื่อทราบภาระกรรมจากภายนอกที่มากระทำเพื่อที่จะแสดงให้เห็นถึงประโยชน์ของสมการ (3.32.)นี้เราจะลองพิจารณากรณีพิเศษสองกรณี คือ

กรณีที่มีการกระทำด้านเดียวและแผ่นเป็นแผ่นตรง และอีกกรณีหนึ่งคือกรณีที่ภาระกรรมกระทำเพียงด้านเดียวและแผ่นเป็นแผ่นโค้ง

3.1.2.1. กรณีที่โมเมนต์เพียงแนวเดียวกระทำกับแผ่นบางตรง

สมมติว่ามีโมเมนต์ เพียงแนวเดียวกระทำกับแผ่นบางสี่เหลี่ยมที่มีด้านกว้าง b ซึ่งทำให้โมเมนต์บิดที่มากระทำทั้งหมดมีค่าเป็น

$$M = M_x b$$

$$\text{หรือ } M_x = \frac{M}{b}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

ส่วนด้านอื่นไม่มีโมเมนต์กระทำหรือ

$$M_y = 0$$

ดังนั้นจากสมการ (3.32.) จะได้ว่า

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\frac{1}{D} \frac{1}{1-\nu^2} M_x = \frac{12M}{Eh^3b} = -\frac{M}{EI} \quad (3.33.)$$

ซึ่งจะพบว่าทฤษฎีของแผ่นบางจะให้ผลเหมือนกับคานาที่ได้รับ โมเมนต์บิดกระทำ อย่างไรก็ตามสิ่งที่แตกต่างออกไปจากทฤษฎีของคานาปกติก็คือหน้าตัดอีกด้านหนึ่งจะเกิดการโก่งตัวไปด้วยเนื่องจากผลกระทบของปัวร์ซอง โดยตามสมการ (3.32.) จะได้ว่าความโค้งที่เกิดขึ้นมีค่าเป็น

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -\nu \frac{(1-\nu^2)}{D} M_x = -\nu \frac{M}{EI} \quad (3.34.)$$

ผลกระทบของปัวร์ซองมาจากว่าเมื่อด้านหนึ่งของคานาจะเกิดการดึงและมีขนาดยาวเพิ่มขึ้น อีกด้านหนึ่งก็จะหดสั้นลงสาเหตุที่เราไม่พิจารณาเรื่องนี้ในการศึกษาเรื่องการโก่งตัวของคานาเบื้องต้นก็เพราะว่าในเรื่องของคานา เราได้สมมุติว่าความกว้างและความหนาของคานาน้อยมาก เมื่อเทียบกับความยาวทำให้การเกิดความโค้งในแนวหน้าตัดสามารถตัดออกจากการพิจารณาได้ ซึ่งสมมุติฐานนี้จะไม่เป็นจริงในกรณีของแผ่นบาง

3.1.2.2. กรณีที่แผ่นบางมีความโค้งของหน้าตัด

จากกรณีที่ผ่านมาเราพบว่าเมื่อมีการกระทำที่ด้านหนึ่งของแผ่น หน้าตัดอีกด้านหนึ่งจะเกิดความโค้งเพราะผลกระทบของปัวร์ซอง หากว่าเราลองพิจารณาหน้าตัดที่เดิมมีความโค้งอยู่แล้วโดยรัศมีความโค้งเท่ากับสมการ (3.34.) แต่ ทิศทางตรงกันข้ามดังนั้นเมื่อได้รับการกระทำหน้าตัดนั้นก็จะได้รับการดึงกลับและกลับมาอยู่ในแนวตรงซึ่งย้อนกลับกับกรณีแรก ดังนั้นถ้าสภาพเริ่มต้นแผ่นบาง มีความโค้งจะได้ โมเมนต์มากระทำทั้งสองทิศทางเพื่อให้ ได้ผลว่าหน้าตัดกลับมาอยู่ในแนวตรงซึ่งให้ หลังการกระทำจะได้

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (3.35.)$$

จากสมการ (3.35.) นี้จะทำให้ w จะเปลี่ยนแปลงตาม x เท่านั้น ผลที่ได้จากสมการ (3.31.) คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้าม **72104** เนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$M_x = -D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (3.36)$$

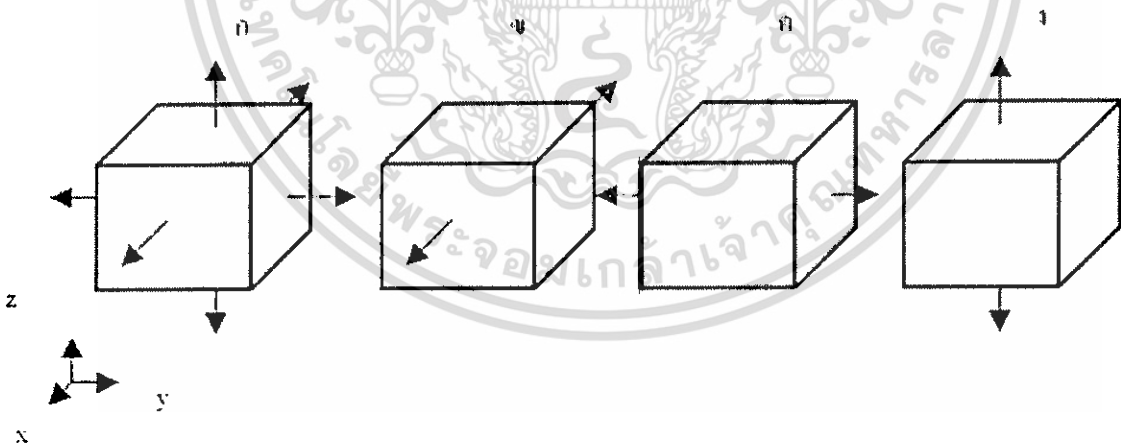
และ

$$M_y = -\nu D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \nu M_x \quad (3.37)$$

ดังนั้นหากพิจารณาสมการ (3.36.) เทียบกับสมการ (3.33.) จะพบว่าแผ่นบางที่เราให้หน้าตัดมีความโค้งอยู่ก่อนรับภาระกรรม จะทำให้แผ่นบางนั้นมีความแข็งแรงเพิ่มขึ้นกว่าที่เป็นหน้าตัดตรง โดยความแข็งแรงที่เพิ่มขึ้นจะมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{1-\nu^2}$ ซึ่งเราอาจพบปรากฏการณ์นี้ในชีวิตประจำวันมาบ้างแล้ว

3.2. ความสัมพันธ์ของคุณสมบัติวัสดุ (MATERIALS -PROPERTY RELATIONSHIPS)

โดยจะกล่าวถึง หลักการโดยทั่วไปของ ความเค้น (Stress) และ ความเครียด (Strain) ตามแนวแกนที่มีลักษณะหลายแกน เมื่อพิจารณา ความสัมพันธ์ของคุณสมบัติวัสดุ โดยในเบื้องต้นจะทำการ สมมุติว่าวัสดุมีเนื้อเดียวกันตลอด (Homogeneous) และมีคุณสมบัติเท่ากันทุกทิศทาง รวมทั้งมีพฤติกรรมแบบยืดหยุ่นเชิงเส้น



รูปที่ 3.4. ภาพแสดงสถานะของความเค้นตามแนวแกน x, y, z

เมื่อพิจารณารูป ที่ 3.4. (สถานะของความเค้นตามแนวแกน x y z) สมการโดยทั่วไปของฮุก (Generalized Hook's Law) เมื่อวัสดุที่จุดใด ๆ ถูกแรงกระทำด้วยสถานะของความเค้นตามแนวแกนทั้งสามเป็น σ_x , σ_y และ σ_z ดังแสดงใน ภาพ (3.4. ก.) จะเกิดความเครียดที่สอดคล้อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 18
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กับความเค้นคือ ε_x , ε_y และ ε_z ซึ่งความเค้นนี้ จะสามารถแสดงความสัมพันธ์กับความเครียดโดยอาศัยหลักการของการซ้อนทับ (Principle of Superposition) จากอัตราส่วนปัวส์ซอง ($\varepsilon_{lat} = -\nu \varepsilon_{long}$) และเป็นไปตามกฎของฮุก เมื่อทำการนำมาประยุกต์ใช้ในทิศทางตามแนวแกนเดียวโดยเริ่มจากการพิจารณาความเครียดของชิ้นส่วนในทิศทางแกน x ที่เกิด โดยทำการแยกพิจารณาความเค้นของแต่ละแกน เมื่อ σ_x กระทำดังแสดงใน ภาพ (3.4. ข.) ชิ้นส่วนดังกล่าวจะยืดออกในทิศทางแกน x เพราะฉะนั้นความเครียด ในทิศทางนี้คือ

$$\varepsilon'_x = \frac{\sigma_x}{E} \quad (3.38.)$$

จากรูป (3.4.) เมื่อมีแรงมากระทำในแนวแกน y (σ_y) จะทำให้ชิ้นส่วนเกิดการยืดตัวออก และเกิดการหดตัวด้วยความเครียด ε''_x ในทิศทางแกน x นั่นคือ

$$\varepsilon''_x = -\nu \frac{\sigma_y}{E} \quad (3.39.)$$

จากรูป (3.4.ง.) เมื่อพิจารณาในลักษณะเดียวกันในทิศทางแนวแกน z (σ_z) จะทำให้เกิดการหดตัวในแนวแกน x นั่นคือ

$$\varepsilon'''_x = -\nu \frac{\sigma_z}{E} \quad (3.40.)$$

เพราะฉะนั้น ความเครียด (ε_x) สำหรับสถานะความเค้นในภาพ (3.4. ก.) และสมการคล้ายคลึงกัน สามารถพิจารณาได้สำหรับความเครียด ในทิศทาง y และ z และสามารถสรุปผลลัพธ์สุดท้ายในรูปของสมการได้ดังนี้

$$\varepsilon_x = \left(\frac{1}{E}\right) [(\sigma_x - \nu)(\sigma_y - \sigma_z)] \quad (3.41.)$$

$$\varepsilon_y = \left(\frac{1}{E}\right) [(\sigma_y - \nu)(\sigma_z - \sigma_x)] \quad (3.42.)$$

$$\varepsilon_z = \left(\frac{1}{E}\right) [(\sigma_z - \nu)(\sigma_x - \sigma_y)] \quad (3.43.)$$

และเมื่อพิจารณาในลักษณะเดียวกันความเค้นเฉือนในแนวแกนคือ (τ_{yz}) และ (τ_{zx}) จะทำให้เกิดความเครียดเฉือนในแนวแกนคือ (γ_{xy}) และ (γ_{yx}) ตามลำดับ เพราะฉะนั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สามารถเขียนสมการสำหรับความเค้นเฉือนและความเครียดเฉือนดังนี้

$$\gamma_{xy} = \left(\frac{1}{G}\right)(\tau_{xy}) \quad (3.44.)$$

$$\gamma_{yz} = \left(\frac{1}{G}\right)(\tau_{yz}) \quad (3.45.)$$

$$\gamma_{xz} = \left(\frac{1}{G}\right)(\tau_{xz}) \quad (3.46.)$$

โดยที่

$$G = \left(\frac{E}{2}\right)(1 + \nu)$$

เมื่อ $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ = ความเค้นตั้งฉากในแนวแกน x, y, z ตามลำดับ

τ_x, τ_y, τ_z = ความเค้นเฉือนในแนวแกน x, y, z ตามลำดับ

$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ = ความเครียดตั้งฉากในแนวแกน x, y, z ตามลำดับ

$\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ = ความเครียดเฉือนตั้งฉากในแนวแกน x, y, z ตามลำดับ

E = โมดูลัสยืดหยุ่น

G = โมดูลัสการเฉือน

ν = อัตราส่วนปัวซอง

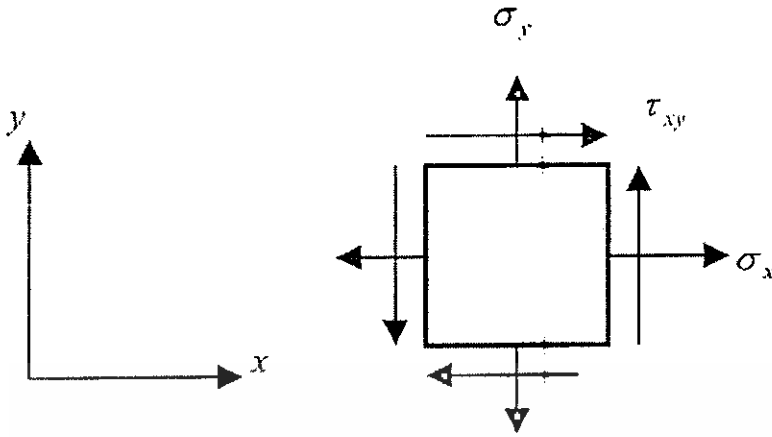
3.2.1. ความเค้นระนาบ

ปัญหาความเค้นระนาบ คือ ปัญหาที่อยู่บนสมมุติฐานที่ว่าความเค้นในระนาบต่าง ๆ มีค่าความเค้นในทิศทางที่ตั้งฉากกับความหนาของชิ้นงานมีค่าเท่ากับศูนย์ดังสมการ(3.47.) และสมการที่ (3.48.)

$$\sigma_z, \gamma_{xz}, \tau_{yz} = 0 \quad (3.47.)$$

$$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy} \neq 0 \quad (3.48.)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.5. ภาพแสดงความเค้นระนาบ

ในกรณีความเค้นระนาบ ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นความเครียดตามกฎของฮุก จะมีรูปสมการเป็นดังนี้

$$\sigma_x = \left[\frac{E}{(1-\nu^2)} \right] [\varepsilon_x + \nu \cdot \varepsilon_y] \quad (3.49)$$

$$\sigma_y = \left[\frac{E}{(1-\nu^2)} \right] [\varepsilon_y + \nu \cdot \varepsilon_x] \quad (3.50)$$

$$\tau_{xy} = \gamma_{xy} \cdot G \quad (3.51)$$

$$\varepsilon_x = \left[\frac{1}{E} \right] [\sigma_x - \nu \cdot \sigma_y] \quad (3.52)$$

$$\varepsilon_y = \left[\frac{1}{E} \right] [\sigma_y - \nu \cdot \sigma_x] \quad (3.53)$$

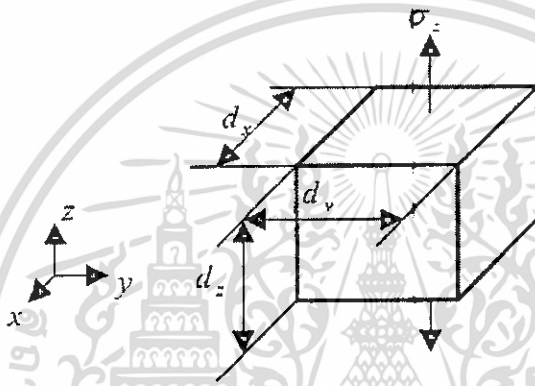
$$\varepsilon_z = \left[\frac{1}{E} \right] [\sigma_x - \nu \cdot \sigma_y] \quad (3.54)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} = \left[\frac{2(1+\nu)}{E} \right] \cdot \tau_{xy} \quad (3.55)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.2. พลังงานความเครียด

พิจารณาเมื่อก้อนวัตถุ ถูกแรงกระทำจากภายนอกจะทำให้เกิดการเปลี่ยนรูป จะเกิดแรงภายในวัสดุขึ้นเพื่อรักษารูปร่างให้อยู่ในสภาพสมดุลและก้อนวัตถุในสภาพเปลี่ยนรูปจะสามารถคืนกลับสู่สภาพเดิมได้เมื่อทำการนำแรงภายนอกที่มากระทำออกจะ เห็นว่าเมื่อวัตถุอยู่ในสภาพเปลี่ยนรูปนี้ มีความสามารถในการที่จะทำให้เกิดงานหรือมีพลังงานนั่นเอง สามารถเรียกพลังงานที่สะสมในวัตถุในสภาพเปลี่ยนรูปนี้ว่า พลังงานความเครียด



รูปที่ 3.6. ภาพแสดงความเค้นตั้งฉากปกติ

3.2.2.1. พลังงานความเครียดเนื่องจากความเค้นตั้งฉาก

ถ้าชิ้นส่วนเชิงปริมาตรดังแสดงในรูปที่ 3.5. ถูกกระทำด้วยความเค้น σ_z แล้วแรงที่เกิดขึ้นบนพื้นผิวบริเวณส่วนบนและส่วนล่างของชิ้นส่วนคือ $dF_z = \sigma_z dA = \sigma_z dx dy$ ขนาดของแรงจะเพิ่มจากศูนย์เป็น dF_z ในขณะที่เดียวกันที่ชิ้นส่วนจะเกิดลักษณะการยืดตัว $d\delta_z = \epsilon_z dz$ เพราะฉะนั้นงานที่ทำโดย dF_z คือ

$$dW_z = \left(\frac{1}{2}\right) dF_z d\delta_z = \left(\frac{1}{2}\right) [\sigma_z dx dy] \epsilon_z dz \quad (3.56.)$$

เมื่อพิจารณาในเชิงปริมาตรของชิ้นส่วนในภาพที่ 3.5. คือ $dV = dx dy dz$ จะได้ว่า

$$dW_z = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \sigma_z \epsilon_z dV \quad (3.57.)$$

เพราะฉะนั้นพลังงานความเครียดที่เก็บสะสมในวัตถุ $dU = dW_c$ เนื่องจากไม่มีการสูญเสียพลังงาน

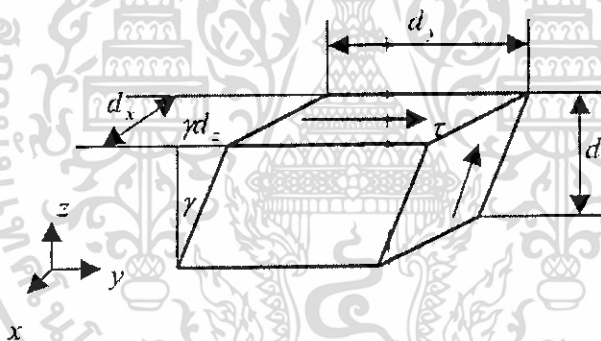
โดยทั่วไปแล้ว ถ้าวัตถุถูกกระทำด้วยความเค้นตามแนวแกน (σ) จะแสดงพลังงานความเครียดในวัตถุคือ

$$U = \int_V \frac{1}{2} \cdot \sigma \varepsilon dV \quad (3.58.)$$

นอกจากนั้น เมื่อวัสดุมีพฤติกรรมแบบยืดหยุ่นเชิงเส้นแล้วเราจะสามารถประยุกต์ใช้กฎของฮุก และสามารถแสดงการเกิดพลังงานความเครียดในรูปของความเค้น คือ

$$U = \int_V \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{E} dV \quad (3.59.)$$

3.2.2.2. พลังงานความเครียดเนื่องจากความเค้นเฉือน



รูปที่ 3.7. ภาพแสดงความเค้นเฉือน

เมื่อพิจารณาชิ้นส่วนเชิงปริมาตรในภาพที่ 3.7. ความเค้นเฉือนจะส่งผลทำให้ชิ้นส่วนเกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง กล่าวคือ แรงเฉือน $dF = \tau (dxdy)$ จะทำให้ชิ้นส่วนเชิงปริมาตรเกิดการเบ้หรือเอียงไปเท่ากับ γdz ดังนั้นพลังงานความเครียดที่ถูกสะสมในชิ้นส่วนเชิงปริมาตรคือ

$$dU = \left(\frac{1}{2} \right) \cdot [\tau (dxdy)] \cdot \gamma dz \quad (3.60.)$$

$$dU = \left(\frac{1}{2} \right) \cdot \tau \gamma dV \quad (3.61.)$$

เมื่อ $dV = dxdydz$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

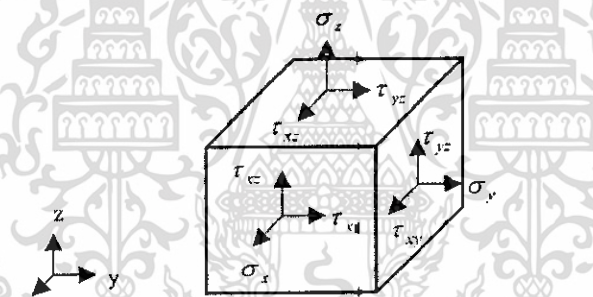
และเมื่อทำการอินทิเกรตครอบคลุมปริมาตรทั้งหมดของวัสดุเพื่อหาพลังงาน
ความเครียด ที่เก็บสะสมในวัตถุจะได้ว่า

$$U = \int_V \frac{1}{2} \cdot \tau \gamma \, dV \quad (3.62.)$$

ถ้าวัสดุมีลักษณะยืดหยุ่นเชิงเส้นและสามารถประยุกต์กฎของฮุก $\gamma = \tau / G$ จึง
สามารถทำการแสดงสมการของพลังงานความเครียด ในรูปของความเค้นเฉือนดังนี้

$$U = \int_V \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau^2}{G} \, dV \quad (3.63.)$$

3.2.2.3. พลังงานความเครียดเนื่องจากความเค้นที่เกิดขึ้นตามแนวแกนหลายแกน



รูปที่ 3.8. ภาพแสดงสภาวะของความเค้นแบบทั่วๆไป

การพิจารณาเพื่อทำการหาพลังงานความเครียด ในวัตถุเมื่อถูกกระทำด้วยสภาวะของ
ความเค้น แบบทั่ว ๆ ไป ดังแสดงในภาพ 3.5. พลังงานความเครียดที่สอดคล้องกันกับแต่ละ
องค์ประกอบของค่าความเค้นตั้งฉากและค่าความเค้นเฉือนรวมทั้งหมดในวัตถุ คือ

$$U = \int_V \left[\frac{1}{2} \cdot \sigma_x \epsilon_x + \frac{1}{2} \cdot \sigma_y \epsilon_y + \frac{1}{2} \cdot \sigma_z \epsilon_z + \frac{1}{2} \cdot \tau_{xy} \gamma_{xy} + \frac{1}{2} \cdot \tau_{yz} \gamma_{yz} + \frac{1}{2} \cdot \tau_{xz} \gamma_{xz} \right] \cdot dV \quad (3.64.)$$

จากกฎของฮุก 3 มิติหลังจากแทนค่าและรวมเทอมต่าง ๆ จะได้

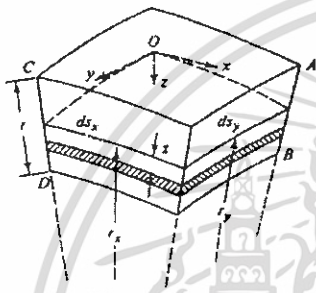
$$U = \int_V \left[\frac{1}{2E} \cdot (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x) + \frac{1}{2G} (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right] \cdot dV \quad (3.65.)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

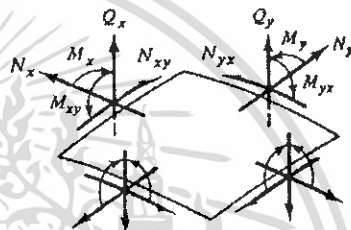
และสำหรับกรณีความเค้นระนาบที่เป็นลักษณะแบบแผ่นบาง $\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ จะสามารถหาพลังงานความเครียดรวม ได้เป็น

$$U = \int_A \left[\frac{1}{2E} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2\nu \cdot \sigma_x \sigma_y) + \frac{1}{2G} (\tau_{xy}^2) \right] dA \quad (3.66.)$$

3.3. ทฤษฎีโครงสร้างเปลือกบาง (THIN SHELL STRUCTURE)



รูปที่ 3.9. ภาพแสดงพิกัดของเปลือก



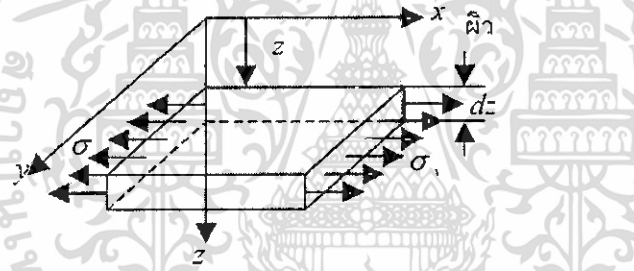
รูปที่ 3.10. ภาพแสดงแรงลัพธ์และ โมเมนต์ที่กระทำที่ผิวกลาง

โครงสร้างเปลือกบาง (Thin Shell Structure) คือโครงสร้างแผ่นบางที่มีลักษณะเป็นแผ่นที่โค้ง โดยหลักการวิเคราะห์โครงสร้างเปลือกบางนั้น จะจำกัดสำหรับเปลือกบาง ที่มีความหนาน้อยมาก เมื่อเปรียบเทียบกับสัดส่วนอื่น ๆ ของเปลือกบาง เช่น เมื่อทำการเปรียบเทียบกับรัศมีความโค้งของเปลือกบาง เป็นต้น โดยจากภาพที่ (3.9.) จะทำการแบ่งครึ่งความหนาของเปลือกนี้ จะเรียกว่า ผิวกลาง (Middle Surface) โดยทำการพิจารณาเปลือกชิ้นเล็ก ๆ ที่ถูกตัดโดยระนาบที่อยู่ข้างเคียงกัน 2 คู่ ซึ่งระนาบทั้ง 2 คู่ จะทำมุมฉากกับผิวกลางของเปลือกบาง (Middle Surface) ดังแสดงในภาพที่ (3.9.) ถ้ากำหนดให้จุด $oxyz$ เป็นตำแหน่งในระบบพิกัดของเปลือกบาง โดยที่จุด o แกน x และแกน y จะสัมพันธ์กับเส้นโค้งที่เกิดจากรัศมีความโค้งหลัก r_x, r_y ในระนาบ xz และ yz ตามลำดับ ส่วนในแนวแกน z มีทิศทางพุ่งลงในแนวโค้ง และทำการสมมุติให้เปลือกบางมีความหนา t โดยในการทำการวิเคราะห์โครงสร้างเปลือกบางนี้จะใช้ทฤษฎีของการยุบตัวน้อย (Small Deflection Theory) ซึ่งจะหมายความว่า การยุบตัวภายใต้การกระทำของแรงภายนอกจะอยู่ในขอบเขตจำกัด โดยทั่ว ๆ ไปแล้วภายใต้ทฤษฎีการยุบตัวน้อยๆ นี้ พฤติกรรมของเปลือกบาง จะอยู่ภายใต้สมมุติฐาน คือ จุดที่อยู่บนเส้นตรงที่ตั้งฉากกับจุดกึ่งกลางของเปลือกบาง ภายหลังของการตัดแล้ว จะยังคงตรงอยู่ โดยวัสดุจะมีลักษณะเป็นเนื้อเดียวกันตลอดและมีสมบัติเท่ากันทุกทิศทางรวมทั้งมี

พฤติกรรมแบบยืดหยุ่นเชิงเส้นและอยู่ภายใต้กฎของฮุก

3.3.1. ระบบความเค้นของเปลือกบาง

ทำการพิจารณาเอลิเมนต์เล็ก ๆ ที่บริเวณผิวกลาง (Middle Surface) ดังแสดงในภาพ (3.10.) จะมีแรงลัพธ์เป็น N_x , N_y , N_{xy} , N_{yx} , Q_x และ Q_y ซึ่งแรงลัพธ์นี้จะมีหน่วยเป็นแรงต่อหนึ่งหน่วยความยาว และสามารถทำการหาได้จากการอินทิเกรตความเค้น และเพื่อการพิสูจน์ โดยจะเริ่มจากการพิจารณาเอลิเมนต์ ๆ ของเปลือกบาง ดังแสดงในภาพ (3.10.) โดยมีความหนา dz และอยู่ห่างจากผิวกลาง (Middle Surface) เป็นระยะ z และความยาวของส่วนโค้งจะเท่ากับ $\left[1 - \left(\frac{z}{r_x}\right)\right] ds_x$ และ $\left[1 - \left(\frac{z}{r_y}\right)\right] ds_y$ ในระนาบ xz และ yz ตามลำดับ



รูปที่ 3.11. ภาพแสดงความเค้นในแนวแกน x ที่ห่างจากผิวกลางเท่ากับ z

เพราะฉะนั้น แรงลัพธ์ในแนวแกน x เป็น

$$N_x ds_y = \int \sigma_x dA \quad (3.67)$$

$$N_x ds_y = \int_{-1/2}^{1/2} \sigma_x \left(1 - \frac{z}{r_y}\right) ds_y dz \quad (3.68)$$

หรือ
$$N_x = \int_{-1/2}^{1/2} \sigma_x (1 - z\kappa_y) dz \quad (3.69)$$

เมื่อ
$$\frac{1}{r_y} = \kappa_y$$
 ค่าความโค้งหลักในทิศ y และ

$$r_y = \text{ค่ารัศมีมีความโค้งหลักในทิศ}$$

ในลักษณะเดียวกัน แรงลัพธ์ N_y , N_{xy} , N_{yx} , Q_x และ Q_y ก็สามารถพิจารณาได้เช่นเดียวกัน

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ N_{yx} \\ Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \int_{-l/2}^{l/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x (1 - zK_y) \\ \sigma_y (1 - zK_x) \\ \tau_{xy} (1 - zK_y) \\ \tau_{yx} (1 - zK_x) \\ \tau_{xz} (1 - zK_y) \\ \tau_{yz} (1 - zK_x) \end{Bmatrix} dz \quad (3.70.)$$

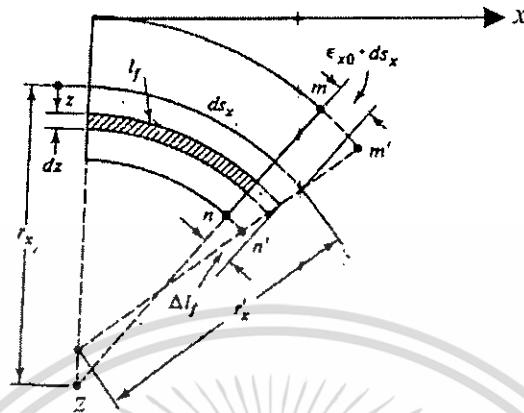
โดยจะสังเกตได้ว่า N_{xy} จะมีค่าไม่เท่ากับ N_{yx} เนื่องจากความแตกต่างของรัศมีความโค้ง r_x และ r_y แต่ถ้าความหนาของเปลือกบางเล็กมาก ๆ เมื่อเปรียบเทียบกับรัศมีความโค้ง r_x และ r_y ก็สามารลดตัดทอนของ $(\frac{z}{r_x})$ และ $(\frac{z}{r_y})$ ที่ทิ้งได้ ซึ่งจะทำให้ N_{xy} เท่ากับ N_{yx} และแรงเฉือนทั้งหมดก็จะเหมือนกับในกรณีของแผ่นบาง ส่วนโมเมนต์ M_x , M_y , M_{xy} และ M_{yx} จะได้เป็นดังนี้

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ M_{yx} \end{Bmatrix} = \int_{-l/2}^{l/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x (1 - zK_y) \\ \sigma_y (1 - zK_x) \\ \tau_{xy} (1 - zK_y) \\ \tau_{yx} (1 - zK_x) \end{Bmatrix} z dz \quad (3.71.)$$

ซึ่งเมื่อทำการตัดค่า $(\frac{z}{r_x})$ และ $(\frac{z}{r_y})$ ทิ้งก็จะได้เทอม M_x , M_y , M_{xy} และ M_{yx}

เหมือนกับกรณีของแผ่นบาง

3.3.2. ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดของเปลือกบาง



รูปที่ 3.12. ภาพแสดงความยาว l_f ที่อยู่ห่างจากผิวกลางของเปลือกเท่ากับ z และลักษณะการกระจัดของผิวกลาง(Middle Surface) ในทิศทาง x

โดยเมื่อทำการสมมุติพฤติกรรมของวัสดุเปลือกบางเป็นแบบยืดหยุ่นเชิงเส้นภายใต้ความเค้นระนาบแล้วนั้นเรา จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดตามกฎของฮุก ดังแสดงในสมการที่ (3.12.) ถึงสมการที่ (3.18.) ซึ่งความเครียดที่เกิดขึ้นนั้นสามารถพิจารณาได้จากการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของเปลือกบาง โดยทำการ พิจารณานี้ตัดของเปลือกชิ้นเล็ก ๆ ภายใต้แรงกระทำ จะเกิดการขยายตัว ดังแสดงภาพที่ (3.9.) โดยความเครียด ϵ_{x_0} ในทิศทาง x ที่ระยะ z จากผิวกลาง (Middle Surface) จะประกอบด้วย ความเครียดที่เกิดจากการขยายตัวของผิวกลาง(Middle Surface) และความเครียดที่เกิดจากการดัด จะได้ว่า

$$\epsilon_x = \frac{\Delta l_f}{l_f} \quad (3.72.)$$

โดยที่

$$l_f = ds_x \left(1 - \frac{z}{r_x} \right) \quad (3.73.)$$

$$\Delta l_f = ds_x (1 + \epsilon_{x_0}) \left(1 - \frac{z}{r_x'} \right) - l_f \quad (3.74.)$$

เมื่อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ε_{x_0} คือ ความเครียดในทิศ x ที่ตำแหน่งผิวกลาง
- r_x คือ รัศมีส่วนโค้งก่อนการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง
- r'_x คือ รัศมีส่วนโค้งหลังการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง
- ds_x คือ ความยาวของระนาบผิวกลางก่อนทำการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง
- l_f คือ ความยาวที่ตำแหน่งใด ๆ ในระนาบ xz
- z คือ ระยะห่างจากผิวกลางเป็นระยะเท่ากับ z

และแทนค่าสมการที่ (3.73.) และสมการที่ (3.74.) ในสมการที่ (3.72.) จะได้

$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon_{x_0} \left(1 - \frac{z}{r'_x}\right) - z \left(\frac{1}{r'_x} - \frac{1}{r_x}\right)}{1 - \frac{z}{r_x}} \quad (3.75.)$$

และเมื่อเทอม $\frac{z}{r_x}$ และ $\frac{z}{r'_x}$ มีค่าน้อยมากเทียบกับ 1 เพราะฉะนั้น จะได้ความเครียดในทิศทาง x เป็น

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x_0} - z \left(\frac{1}{r'_x} - \frac{1}{r_x}\right) = \varepsilon_{x_0} - z \chi_x \quad (3.76.)$$

เมื่อ $\chi_x = \left(\frac{1}{r'_x} - \frac{1}{r_x}\right)$ แทนการเปลี่ยนแปลงค่าความโค้งที่ผิวกลาง(Middle Surface) ที่เกิดจากการตัดทำนองเดียวกัน จะได้ว่า

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{y_0} - z \left(\frac{1}{r'_y} - \frac{1}{r_y}\right) = \varepsilon_{y_0} - z \chi_y \quad (3.77.)$$

ส่วนการกระจายของความเครียดเฉือน (γ_{xy}) ซึ่งกำหนดให้ (γ_{xy_0}) เป็นความเครียดเฉือนที่เกิดขึ้นที่ผิวกลาง(middle surface) คำนึงนั้นจะได้

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xy_0} - 2z \chi_{xy} \quad (3.78.)$$

แทนสมการที่ (3.76.), (3.77.) และสมการที่(3.78.) ในสมการที่(3.12.), (3.13.) และสมการที่(3.14.) จะได้สมการที่อยู่ในรูปทั่วไป เป็นดังนี้

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} [\varepsilon_{x_0} + \nu\varepsilon_{y_0} - z(\chi_x + \nu\chi_y)] \quad (3.79.)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\nu^2} [\varepsilon_{y_0} + \nu\varepsilon_{x_0} - z(\chi_y + \nu\chi_x)] \quad (3.80.)$$

$$\tau_{xy} = (\gamma_{xy_0} - 2z\chi_{xy})G \quad (3.81.)$$

สุดท้ายเมื่อแทนค่า σ_x และ σ_y จากสมการที่ (3.79.), (3.80.) และสมการที่ (3.81.) ในสมการที่ (3.70.) และสมการที่ (3.71.) แล้วทำการอินทิเกรต และไม่คิดเทอมของ $\left(\frac{z}{r_x}\right)$ และ $\left(\frac{z}{r_y}\right)$ เนื่องจากมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับ 1 จะได้สมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงลัพธ์กับความเครียดเป็นดังนี้

$$N_x = \frac{Et}{1-\nu^2} (\varepsilon_{x_0} + \nu\varepsilon_{y_0}) \quad (3.82.)$$

$$N_y = \frac{Et}{1-\nu^2} (\varepsilon_{y_0} + \nu\varepsilon_{x_0}) \quad (3.83.)$$

$$N_{xy} = N_{yx} = \frac{\gamma_{xy_0} Et}{2(1-\nu)} \quad (3.84.)$$

และสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดกับการเปลี่ยนแปลงส่วนโค้งเป็นดังนี้

$$M_x = -D(\chi_x - \nu\chi_y) \quad (3.85.)$$

$$M_y = -D(\chi_y + \nu\chi_x) \quad (3.86.)$$

$$M_{xy} = M_{yx} = -D(1-\nu)\chi_{xy} \quad (3.87.)$$

โดยที่ $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$ ความแข็งแกร่งต่อการดัด (Flexural

Rigidity) ของเปลือกบาง

3.3.3. พลังงานความเครียดในเปลือกบาง

พลังงานความเครียดในเปลือกบางจะประกอบด้วย 2 ส่วน คือ พลังงานความเครียดเนื่องจากการดัด (Bending-Strain Energy ; U_b) และพลังงานความเครียดของเมมเบรน (Membrane -Strain Energy ; U_m) ซึ่งสามารถแยกพิจารณาในแต่ละส่วนได้เป็นดังนี้ คือ

3.3.3.1. พลังงานความเครียดเนื่องจากการดัด (Bending-Strain Energy ; U_b)

จากสมการที่ (3.79.) ,(3.80.) และสมการที่(3.81.) เมื่อพิจารณาเฉพาะในส่วนของการดัดจะได้ว่า

$$\sigma_x = -\frac{Ez}{1-\nu^2} [(\chi_x + \nu\chi_y)] \quad (3.88.)$$

$$\sigma_y = -\frac{Ez}{1-\nu^2} [(\chi_y + \nu\chi_x)] \quad (3.89.)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{Ez}{1-\nu} \chi_{xy} \quad (3.90.)$$

แทนสมการที่ (3.88.) ,(3.89.) และสมการ(3.90.) ในสมการที่ (3.29.) จะได้พลังงานความเครียดเนื่องจากการดัด

$$U_b = \frac{1}{2} D \iint [(\chi_x + \chi_y)^2 - 2(1-\nu)(\chi_x\chi_y - \chi_{xy}^2)] dA \quad (3.91.)$$

เมื่อ A คือ พื้นที่ของเปลือกบาง

3.3.3.2. พลังงานความเครียดของเมมเบรน (Membrane Strain Energy ; U_m)

พลังงานความเครียดของเมมเบรน ที่ตำแหน่งผิวกลางของเปลือกบาง ที่เกิดจากแรงภายนอกเป็นดังนี้

$$U_m = \frac{1}{2} \iint (N_x \epsilon_{x_0} + N_y \epsilon_{y_0} + N_{xy} \gamma_{x_0 y_0}) dA \quad (3.92.)$$

แทนค่า N_x , N_y และ N_{xy} จากสมการที่ (3.82.) , (3.83.) และสมการที่ (3.84.) ในสมการที่ (3.92.) จะได้พลังงานความเครียดของเมมเบรนเป็นดังนี้

$$U_m = \frac{Et^3}{2(1-\nu^2)} \iint \left[(\varepsilon_{x_0} + \varepsilon_{y_0})^2 - 2(1-\nu) \left(\varepsilon_{x_0} \varepsilon_{y_0} - \frac{1}{4} \gamma_{xy_0}^2 \right) \right] dA \quad (3.93.)$$

3.4. การโค้งตัวสมมาตรของเปลือกทรงกระบอกผนังบาง

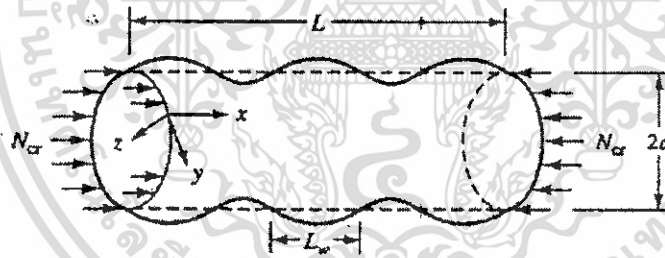
เมื่อพิจารณาเปลือกทรงกระบอกผนังบางที่มีความยาว L และรัศมี a ดังแสดงในภาพ (3.13.) เมื่อถูกแรงกดในแนวแกนกระจายตลอดแนวเส้นรอบวงของเปลือกทรงกระบอกผนังบางและไม่มีการเปลี่ยนแปลงแรงกดขณะที่เกิดการโค้งตัวพร้อมทั้งมีการยึดแบบธรรมดาที่ขอบทั้งสองข้าง จะได้การกระจัดในแนวรัศมีเท่ากับ

$$w = -c_0 \sin \frac{m\pi x}{L} \quad (3.94.)$$

เมื่อ

c_0 คือ ค่าคงที่

L คือ ความยาวของเปลือกทรงกระบอก



รูปที่ 3.13. ภาพแสดงเปลือกทรงกระบอกผนังบางรับแรงกดในแนวแกน

ในช่วงแรก ขณะที่เปลือกทรงกระบอกผนังบางถูกกระทำด้วยแรงกดน้อย ๆ ทำให้มีการขยุ้มตัว เป็นระยะสั้น ๆ ความเครียดในแนวแกนก่อนการโค้งตัว (ε_x) เท่ากับ

$$\varepsilon_x = -\frac{N}{Et} \quad (3.95.)$$

และเมื่อมีแรงเพิ่มขึ้นถึงค่าหนึ่งเปลือกทรงกระบอกผนังบางจะเริ่มโค้งตัวจากกฎของฮุกส่งผลให้

$$\varepsilon_x E = \frac{E}{1-v^2} (\varepsilon_{x_0} + v \varepsilon_{y_0}) \quad (3.96.)$$

$$\varepsilon_{x_0} + v \varepsilon_{y_0} = (1-v^2) \varepsilon_x \quad (3.97.)$$

ซึ่ง ε_{x_0} และ ε_{y_0} เป็นความเครียดในแนวแกนและแนวเส้นรอบวงที่ตำแหน่งผิวกลางหลังการโค้งตัวสุดท้ายจะให้ความเครียดที่เกิดขึ้นในแนวเส้นรอบวงเท่ากับ

$$\varepsilon_{y_0} = -v \varepsilon_x - \frac{w}{a} = -v \varepsilon_x + \frac{c_0}{a} \sin \frac{m\pi x}{L} \quad (3.98.)$$

แทนสมการที่ (3.97.) ในสมการที่(3.96.) จะให้ความเครียดในแนวแกนหลังการโค้งตัวเท่ากับ

$$\varepsilon_{x_0} = \varepsilon_x - v \frac{c_0}{a} \sin \frac{m\pi x}{L} \quad (3.99.)$$

เนื่องจากว่ามีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างอย่างสมมาตรจะได้

$$\gamma_{xy_0} = \chi_y = \chi_{xy} = 0 \quad (3.100.)$$

เมื่อ
$$\chi_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

ดังนั้นพลังงานความเครียดเนื่องจากการดัดและพลังงานเครียดของเมมเบรน สามารถหาได้จากการแทนสมการ ที่(3.98.) (3.99.) และสมการที่ (3.100.) ในสมการที่(3.91.) และสมการที่ (3.93.) สุดท้ายจะได้พลังงานความเครียดรวมทั้งสิ้น

$$\delta U = -2\pi h E v \varepsilon_x \int_0^L c_0 \sin \frac{m\pi x}{L} dx + \frac{m c_0^2 E h L}{2a} + c_0^2 \frac{\pi^4 m^4}{2L^4} \pi a L D \quad (3.101.)$$

งานสุทธระหว่างที่เกิดการโค้งตัว

$$\delta W = 2\pi N_{cr} \left[v \int_0^L c_0 \sin \frac{m\pi x}{L} dx + \frac{a}{4} c_0 \frac{\pi^2 m^2}{L} \right] \quad (3.102.)$$

จะเห็นว่าเทอมแรกในวงเล็บของสมการที่ (3.102.) เกิดจากการเปลี่ยนแปลงความเครียดในแนวแกน ($\varepsilon_{x_0} - \varepsilon_x$) และเทอมที่สองเกิดจากการดัด

โดยอาศัยหลักการพลังงานศักย์รวมต่ำสุด $\delta W = \delta U$ จะได้

$$\left[\frac{\pi EtL}{2a} + \frac{\pi^5 am^4 D}{2L^3} - \frac{\pi^3 am^2 N_{cr}}{2L} \right] c^2_0 \neq 0 \quad (3.103.)$$

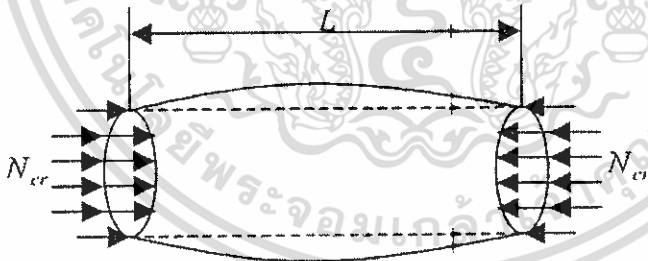
สมการนี้จะเป็นจริงก็ต่อเมื่อเทอมที่อยู่ในวงเล็บจะต้องเท่ากับ ศูนย์ ดังนั้นจึงได้แรงกดสูงสุดเป็น

$$N_{cr} = D \left[\frac{\pi^2 m^2}{L^2} + \frac{EtL^2}{Da^2 m^2 \pi^2} \right] \quad (3.104.)$$

สมการที่ (3.104.) แสดงให้เห็นว่าถ้าแรงกดสูงสุดขึ้นอยู่กับคุณสมบัติทางกายภาพของเปลือกทรงกระบอกผนังบางและจำนวน m คลื่นครึ่งลูกของการโก่งตัวของเปลือกทรงกระบอกผนังบาง และแรงกดจะเกิดขึ้นสูงสุดในเปลือกทรงกระบอกผนังบางเมื่อ m เท่ากับ 1 และ

$$L = \pi^4 \sqrt{\frac{a^2 t^2}{12(1-\nu^2)}} \quad \text{ดังแสดงในภาพที่ (3.14.) จะได้แรงกดสูงสุดเท่ากับ}$$

$$N_{cr} = \frac{Et}{a\sqrt{3(1-\nu^2)}} \quad (3.105.)$$



รูปที่ 3.14. ภาพแสดงลักษณะการโก่งตัวเมื่อเปลือกทรงกระบอกผนังบางรับแรงกด สูงสุด

บทที่ 4

การวิเคราะห์ระยะการโก่งข้าง (LATERAL BUCKLING)

4.1. การวิเคราะห์โดยทฤษฎีอีลาสติก

ในงานวิจัยเรื่องการโก่งเคาะของวงแหวนผนังบางนั้นสามารถทำการทดสอบได้หลายวิธี โดยในขั้นต้นจะทำการใช้ ทฤษฎี อีลาสติกในการหาระยะของการแอ่นตัวที่เกิดขึ้นทางด้านข้าง เพื่อหาสมการการแอ่นตัว โดยทำการจำลอง โครงสร้างที่มีพฤติกรรมรับแรงตามแนวแกน และรับแรงทางด้านข้าง โดยแรงที่กระทำตามแกนนั้นคงที่ตลอดความยาวของโครงสร้าง และแรงทางด้านข้างกระทำที่ตำแหน่งปลายโครงสร้างมีลักษณะแรงกระทำเป็นจุด จากแรงที่กระทำในข้างต้นดังกล่าว แรงที่กระทำตามแนวแกนจะทำให้เกิดพฤติกรรมของการโก่งเคาะ (Buckling) ส่วนแรงที่กระทำทางด้านข้าง จะทำให้เกิดพฤติกรรมการโก่งคด (Bending) ซึ่งสามารถหาสมการการโก่งคดทางด้านข้างของโครงสร้าง ลักษณะนี้ได้จากการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้สมการเชิงอนุพันธ์ และ กำหนดค่าขอบเขต (Boundary) เพื่อหาผลเฉลยของสมการ และใช้ในการตรวจสอบสมการดังกล่าวได้อีกด้วย

การทำวิจัยในครั้งนี้จะจำลองโครงสร้างของป้ายโฆษณา โดยมีสมมติฐานที่จะกำหนดเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

1. โครงสร้างมีแรงอัดตามแนวแกน ซึ่งกระทำร่วมกับแรงคด
2. โครงสร้างดังกล่าวเป็นวัสดุเนื้อเดียวกัน (Homogeneous) ตลอดโครงสร้าง
3. โครงสร้างมีลักษณะกลมกลวง และมีอัตราส่วน เส้นผ่านศูนย์กลางต่อความหนา อย่างน้อยที่สุดต้องน้อยกว่า 1 ใน 10 ของความยาวด้านอื่น
4. การวิจัยในครั้งนี้จะไม่รวมผลของแรงบิด (Torsion) เข้ามาเกี่ยวข้อง

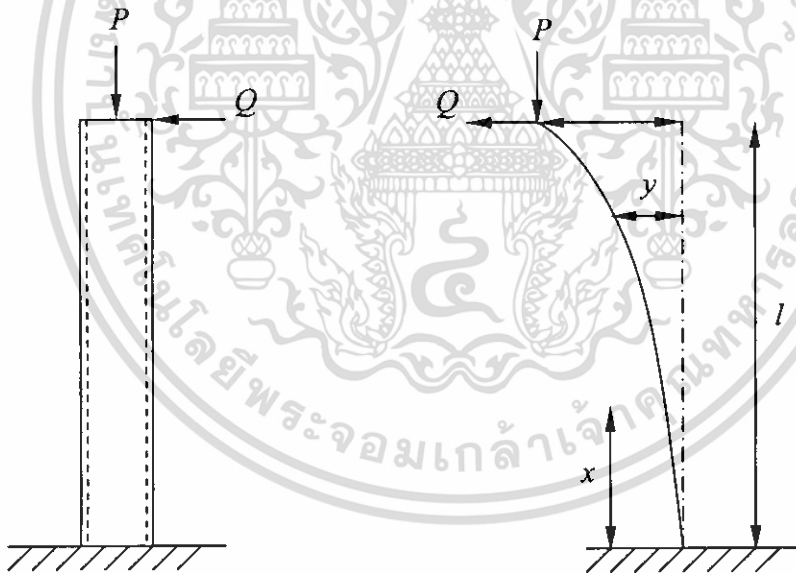
โดยการวิจัยในครั้งนี้จะใช้น้ำหนักจากการคำนวณตามแบบในภาคผนวก และแรงลม จะใช้มาตรฐานแรงลมตามพระราชบัญญัติควบคุมอาคาร พ.ศ.2544 ดัง ตารางที่ 4.1.

ประเภทและส่วนต่างๆ ของอาคาร	หน่วยแรงลม (kg./ m ²)
ส่วนของอาคารที่สูงไม่เกิน 10 เมตร	50
ส่วนของอาคารที่สูงระหว่าง 10 < l ≤ 20 เมตร	80
ส่วนของอาคารที่สูงระหว่าง 20 < l ≤ 40 เมตร	120
ส่วนของอาคารที่สูงระหว่าง 40 < l ≤ 80 เมตร	160
ส่วนของอาคารที่สูงเกิน 80 เมตร	200

ตารางที่ 4.1. แสดงค่าแรงลมที่ความสูงต่างๆ

4.1.1. การใช้ทฤษฎีอิลาสติกในการวิเคราะห์แรงที่กระทำต่อโครงสร้าง

จากรูปที่ 4.1. เมื่อโครงสร้างรับแรงกระทำ P เกิดขึ้นเนื่องจากน้ำหนักของตัวโครงสร้าง และแรง Q เกิดขึ้นเนื่องจากแรงกระทำด้านข้าง



รูปที่ 4.1. ภาพแสดงการ โกงตัวด้านข้างเมื่อรับแรง

และจากแรงกระทำดังกล่าวทำให้เกิด Moment จากสมการ

$$M = P(\delta - y) + Q(l - x) \quad (4.1.)$$

ใช้การแก้สมการ Differential Equation

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = P(\delta - y) + Q(l - x) \quad (4.2.)$$

โดย การกำหนดค่า

$$p^2 = \frac{P}{EI}$$

แทนค่าในสมการที่ (4.2.)

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = p^2 \delta - p^2 y + \frac{Q}{EI} (l - x) \quad (4.3.)$$

ย้ายข้างสมการ

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + p^2 y = p^2 \delta + \frac{Q}{EI} (l - x) \quad (4.4.)$$

จากสมการ ของ Euler

$$y = C_1 \cos px + C_2 \sin px + \delta + \frac{Q}{P} (l - x) \quad (4.5.)$$

กำหนดค่าเริ่มต้น ในการแก้สมการ

$$(y)_{x=0} = 0 \quad , \quad (y)_{x=l} = \delta \quad , \quad \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = 0 \quad , \quad C_1 \cos px + C_2 \sin px = 0$$

จาก $(y)_{x=0} = 0$ แทนค่าในสมการ (4.5.)

$$y = C_1 \cos px + C_2 \sin px + \delta + \frac{Q}{P} (l - x)$$

จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$0 = C_1 \cos 0 + C_2 \sin 0 + \delta + \frac{Ql}{P}$$

เพราะฉะนั้น

$$0 = C_1 + \delta + \frac{Ql}{P}$$

แก้สมการหาค่า C_1

$$C_1 = -\left(\delta + \frac{Ql}{P}\right) \quad (4.6.)$$

จาก $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0} = 0$

Differential สมการ (4.5.)

$$y = C_1 \cos px + C_2 \sin px + \delta + \frac{Q}{P}(l-x) \text{ จะได้}$$

$$\frac{dy}{dx} = -pC_1 \sin px + pC_2 \cos px - \frac{Q}{P} \quad (4.7.)$$

แทนค่า $\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0} = 0$ ใน (4.7.)

$$0 = -pC_1 \sin 0 + pC_2 \cos 0 - \frac{Q}{P}$$

$$0 = 0 + pC_2 - \frac{Q}{P}$$

$$pC_2 = \frac{Q}{P}$$

เพราะฉะนั้น

$$C_2 = \frac{Q}{pP}$$

ผลเฉลย ของสมการ (4.7.)

$$y = C_1 \cos px + C_2 \sin px + \delta + \frac{Q}{P}(l-x)$$

จาก

$$y = -\left(\delta + \frac{Ql}{P}\right) \cos px + \frac{Q}{pP} \sin px + \delta + \frac{Q}{P}(l-x) \quad (4.8.)$$

จาก $(y)_{x=l} = \delta$

$$\begin{aligned} \delta &= -\left(\delta + \frac{Ql}{P}\right) \cos pl + \frac{Q}{pP} \sin pl + \delta + \frac{Q}{P}(l-l) \\ 0 &= -\left(\delta + \frac{Ql}{P}\right) \cos pl + \frac{Q}{pP} \sin pl \\ \frac{\left(\delta + \frac{Ql}{P}\right)}{\left(\frac{Q}{pP}\right)} &= \tan pl \\ \delta &= \frac{Q}{pP} \tan pl - \frac{Ql}{P} \end{aligned} \quad (4.9.)$$

แทนค่า δ ในสมการ (4.8)

$$y = -\left(\frac{Q}{pP} \tan pl - \frac{Ql}{P} + \frac{Ql}{P}\right) \cos px + \frac{Q}{pP} \sin px + \frac{Q}{pP} \tan pl - \frac{Ql}{P} + \frac{Ql}{P} - \frac{Qx}{P}$$

$$y = -\frac{Q}{pP} \tan pl \cdot \cos px + \frac{Q}{pP} \sin px + \frac{Q}{pP} \tan pl - \frac{Q}{P} x$$

$$y = \frac{Q}{pP} (\sin px - \cos px \tan pl + \tan pl - px)$$

เมื่อกำหนด $p = \sqrt{\frac{P}{EI}}$

$$y = \frac{Q}{\sqrt{\frac{P}{EI}}P} \left(\sin\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) - \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) \tan\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) + \tan\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) - \left(\sqrt{\frac{P}{EI}}x\right) \right)$$

ตรวจสอบสมการจาก $(y)_{x=0} = 0$

$$y = \frac{Q}{\sqrt{\frac{P}{EI}}P} \left(\sin(0) - \cos(0) \cdot \tan\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) + \tan\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) - \left(\sqrt{\frac{P}{EI}}(0)\right) \right)$$

$$y = \frac{Q}{\sqrt{\frac{P}{EI}}P} \left((0) - \tan\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) + \tan\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) - (0) \right)$$

เมื่อ $y = 0$

ตรวจสอบสมการจาก $(y)_{x=l} = \delta$

$$y = \frac{Q}{\sqrt{\frac{P}{EI}}P} \left(\sin\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) - \cos\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) \tan\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) + \tan\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) - \left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) \right)$$

$$y = \frac{Q}{\sqrt{\frac{P}{EI}}P} \left(\sin\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) - \sin\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) + \tan\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) - \left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) \right)$$

$$y = \frac{Q}{\sqrt{\frac{P}{EI}}P} \left(\tan\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) - \left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) \right)$$

$$y = \frac{Q}{\sqrt{\frac{P}{EI}}P} \tan\left(\sqrt{\frac{P}{EI}}l\right) - \frac{Ql}{P}$$

ซึ่งมีค่าเท่ากับ δ ในสมการที่ (4.9.)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการดังกล่าวในข้างต้น สามารถหาระยะ โกงตัวทางด้านข้างได้หากกำหนดค่าดังต่อไปนี้
ใช้วัสดุเหล็ก 1023 Carbon steel sheet (SS)

Elasticity	=	2.05×10^{11}	N/m ²
Poisson's ratio	=	0.29	
Shear modulus	=	8.0×10^{11}	N/m ²
Tensile Strength	=	4.25×10^8	N/m ²
Yield Strength	=	2.83×10^8	N/m ²
Moment of Inertia	=	0.077134	m ⁴

จากค่าดังกล่าวสามารถหาระยะการ โกงที่ระยะต่างๆบน โครงสร้างได้ ดังตารางที่ 4.2.

Axial Load (P)	=	196200	N	Elasticity	=	2.05E+11	N/m. ²
l	=	30	m	I	=	0.077134	m. ⁴

no.	Lateral Load (Q)	x (m.)					
		0	10	15	20	25	30
1	147150	0.0000	0.0125	0.0263	0.0436	0.0633	0.0841
2	196200	0.0000	0.0166	0.0350	0.0582	0.0844	0.1122
3	245250	0.0000	0.0208	0.0438	0.0727	0.1055	0.1402
4	294300	0.0000	0.0249	0.0526	0.0872	0.1266	0.1683
5	353160	0.0000	0.0299	0.0631	0.1047	0.1519	0.2019

ตารางที่ 4.2. แสดงการ โกงตัวทางด้านข้างที่ระยะต่างๆ

4.2. การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการวิเคราะห์แรงที่กระทำต่อโครงสร้าง

ในการวิเคราะห์โครงสร้างที่มีความซับซ้อนหากใช้การคำนวณ โดยการใช้มือหรือคำนวณโดยทั่วไปอาจใช้เวลานาน และอาจมีข้อผิดพลาดได้อย่างมาก ในปัจจุบันได้มีการพัฒนาโปรแกรมเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ หรือออกแบบซึ่งมีความแม่นยำและใช้เวลาไม่มาก อีกทั้งยังมีความละเอียดสูง และในบางโปรแกรมใช้จำลองการเกิดการวิบัติของ โครงสร้างก่อนที่โครงสร้างนั้นๆ ได้สร้าง ซึ่งทำให้ได้ทราบปัญหาและจะได้ทำการแก้ไข ซึ่งทำให้ลดค่าใช้จ่ายในการทดสอบวัสดุ และเป็นการช่วยรักษาสภาพแวดล้อมอีกทาง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

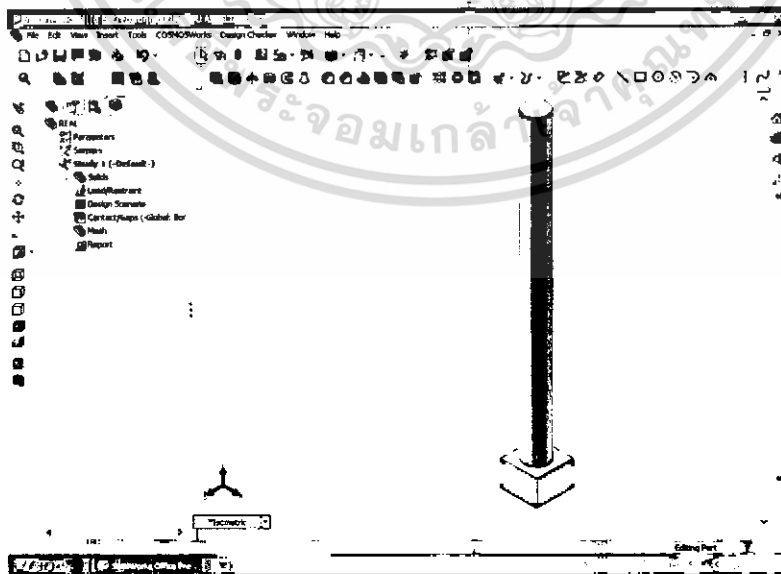
โปรแกรมที่ใช้ควบคู่กับงานวิจัยในครั้งนี้จะใช้โปรแกรม Solid Works 2007 ซึ่งโปรแกรม Solid Work 2007 จะใช้ในการเขียนชิ้นรูปตัววัตถุ ส่วนการประมวลผลจะใช้ Cosmos Work ในการคำนวณ หาค่า ความเค้นสูงสุด ความเครียด สูงสุด และยังหาระยะการโก่งตัวสูงสุดได้อีกด้วย

โปรแกรม Solid Work 2007 เป็นที่นิยมใช้มากในงานวิศวกรรมเครื่องกลซึ่งใช้ได้ทั้งเขียนแบบ 3 มิติ ออกแบบ และทดสอบได้ในเวลาเดียวกัน ลักษณะของงานทางวิศวกรรมเครื่องกลจะมีเครื่องจักรที่ซับซ้อน และต้องใช้ความละเอียดสูง แต่ในงานวิจัยในครั้งนี้โครงสร้างที่ใช้ทดสอบมีความซับซ้อนที่น้อยกว่า ผู้ทำการวิจัยจึงมีความเห็นว่าสามารถใช้วิเคราะห์เพื่อทำการเปรียบเทียบระหว่าง ทฤษฎี และการทดสอบได้จึงเลือกใช้ โปรแกรม Solid Work 2007 ควบคู่กับการวิจัยในครั้งนี้

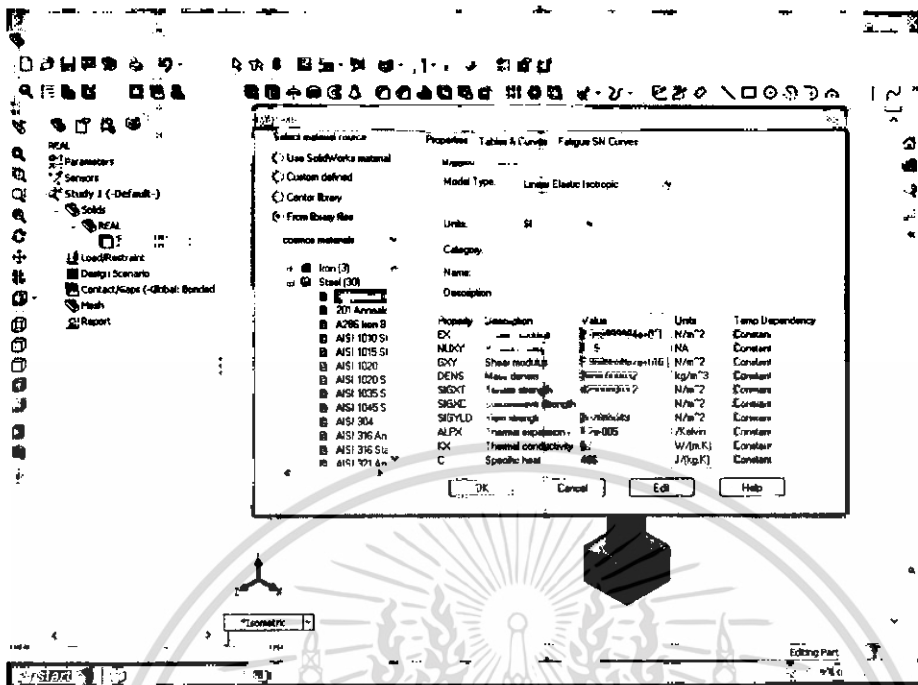
โปรแกรม Solid Works 2007 ใช้การประมวลผลการคำนวณทางวิศวกรรม โดยใช้ Cosmos Work ซึ่งการประมวลผลทางวิศวกรรมนั้นจะใช้หลักการ Finite Element ในการประมวลผล โดยผู้ใช้จะต้องกำหนดคุณสมบัติของวัสดุต่างๆลงใน โปรแกรม และหลังจากการประมวลผลแล้ว ก็สามารถหาค่าต่างๆที่กำหนดไว้ได้

4.2.1. การหาระยะการโก่งตัวทางด้านข้างโดยใช้โปรแกรม Solid Work 2007

หลังจากทำการขึ้นรูปวัสดุที่ใช้ทดสอบ ในโปรแกรมแล้วจะทำการวิเคราะห์หาระยะโก่งตัวสูงสุดทางด้านข้าง โดยใช้การประมวลผลของ Cosmos Work ดังขั้นตอนต่อไปนี้

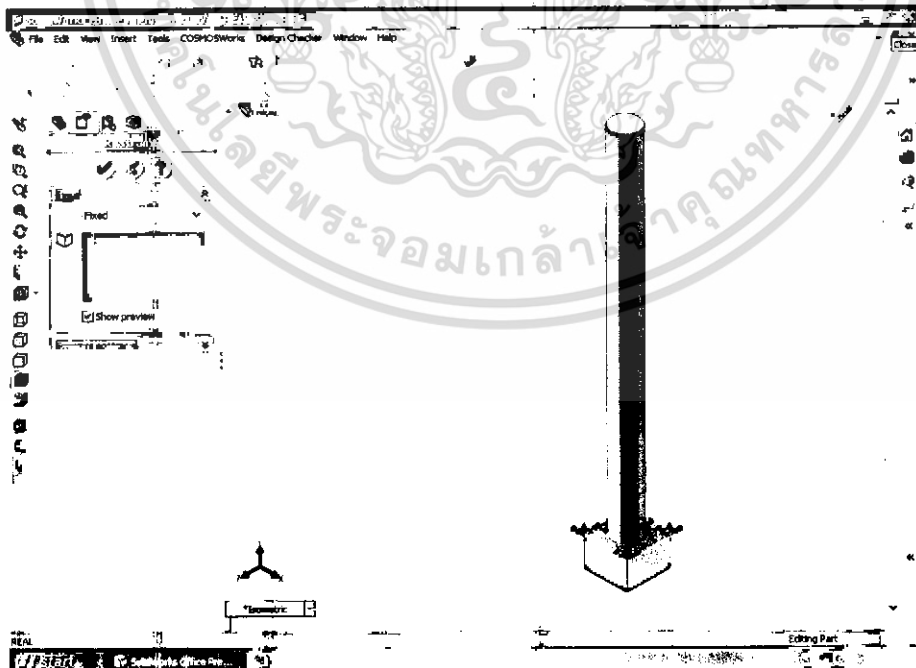


รูปที่ 4.2. ภาพแสดงขั้นตอนการกำหนดค่าตัวแปรต่างๆ ให้กับวัสดุทดสอบ



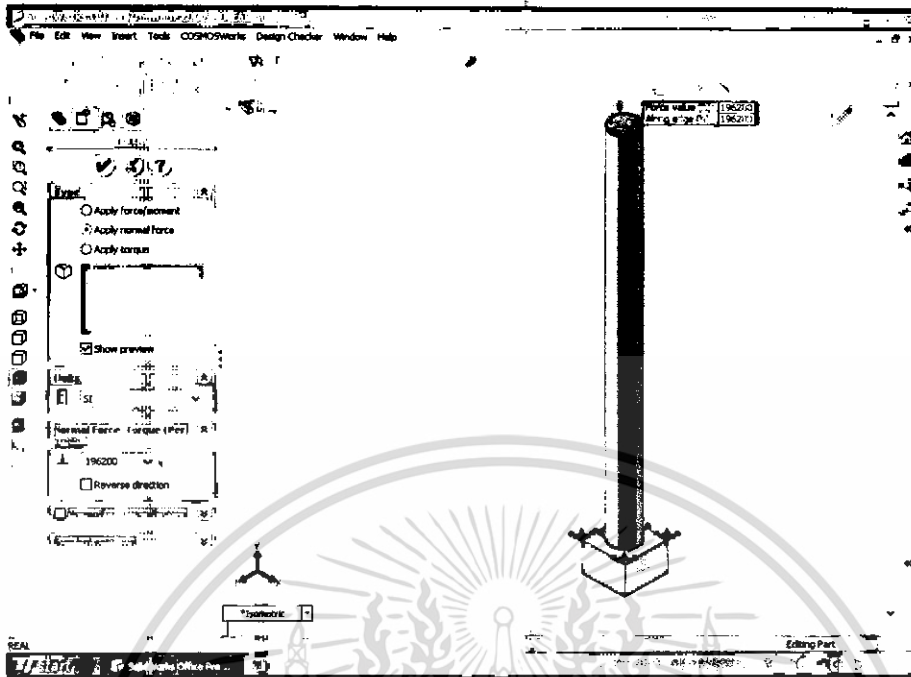
รูปที่ 4.3. ภาพแสดงขั้นตอนการเลือกชนิดวัสดุที่ใช้ทำการทดสอบ

ในการทดสอบด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์จะใช้ค่าตามที่ ทฤษฎีกลศาสตร์เพื่อนำค่ามาเปรียบเทียบกันซึ่งใช้ วัสดุเหล็ก 1023 Carbon steel sheet (SS)

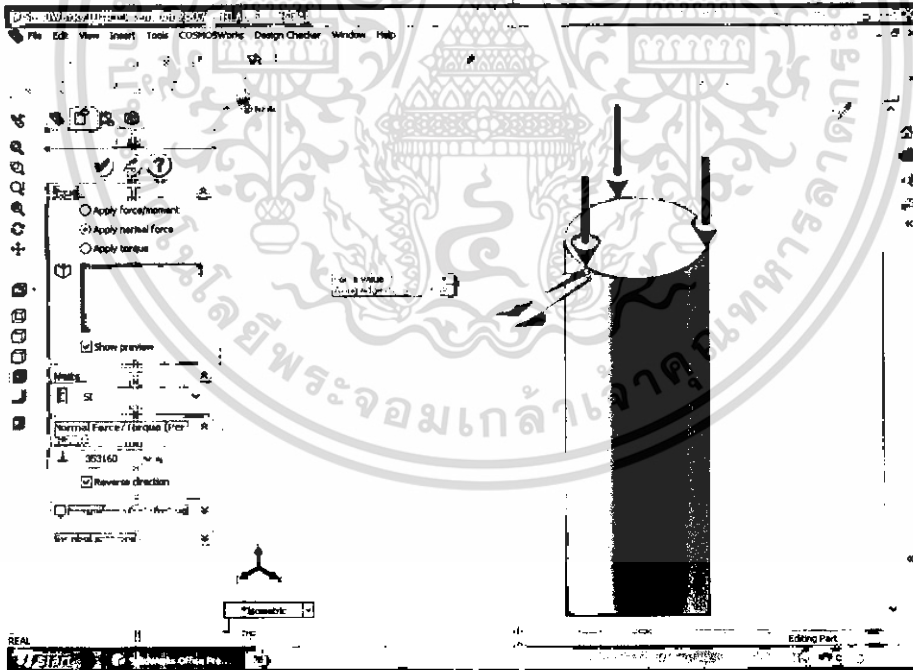


รูปที่ 4.4. ภาพแสดงขั้นตอนการใส่ฐานรองรับเป็นแบบยึดแน่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

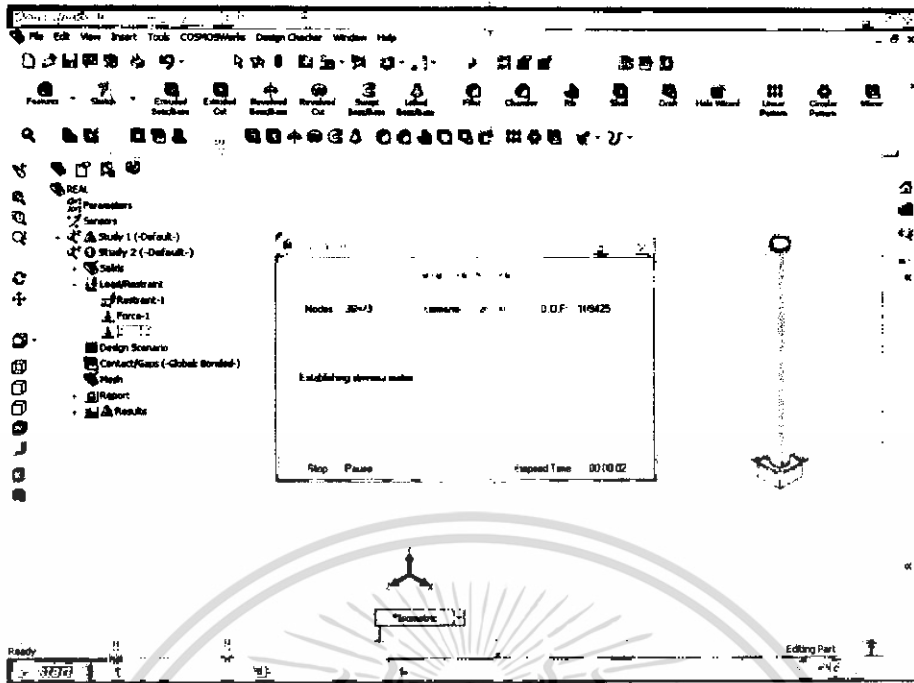


รูปที่ 4.5.ภาพแสดงขั้นตอนการใส่แรงตามแนวแกน 196200 N



รูปที่ 4.6.ภาพแสดงขั้นตอนการใส่แรงด้านข้าง 353160 N

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.7. ภาพแสดงขั้นตอนการประมวลผล

หลังจากการประมวลผลโดยใช้โปรแกรมแล้วได้ค่าต่างๆดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \text{Axial Load } (P) &= 196200 \text{ N} \\ l &= 30 \text{ m.} \end{aligned}$$

No.	Lateral Load (Q)	x (m)
		30
1	147150	0.0742
2	196200	0.0989
3	245250	0.1236
4	294300	0.1483
5	353160	0.1780

ตารางที่ 4.3. แสดงค่าระยะการโก่งตัวด้านข้างที่จุดปลายของโครงสร้าง
โดยใช้โปรแกรม Solid Works 2007

จากการคำนวณระยะการโก่งตัวด้านข้างโดยทั้งสองวิธีสรุปความแตกต่างได้ดังตารางที่ 4.4.

$$\begin{aligned} \text{Axial Load } (P) &= 196200 \text{ N} & \text{Elasticity} &= 2.05\text{E}+11 \text{ N/m}^2 \\ l &= 30 \text{ m.} & I &= 0.077134 \text{ m}^4 \end{aligned}$$

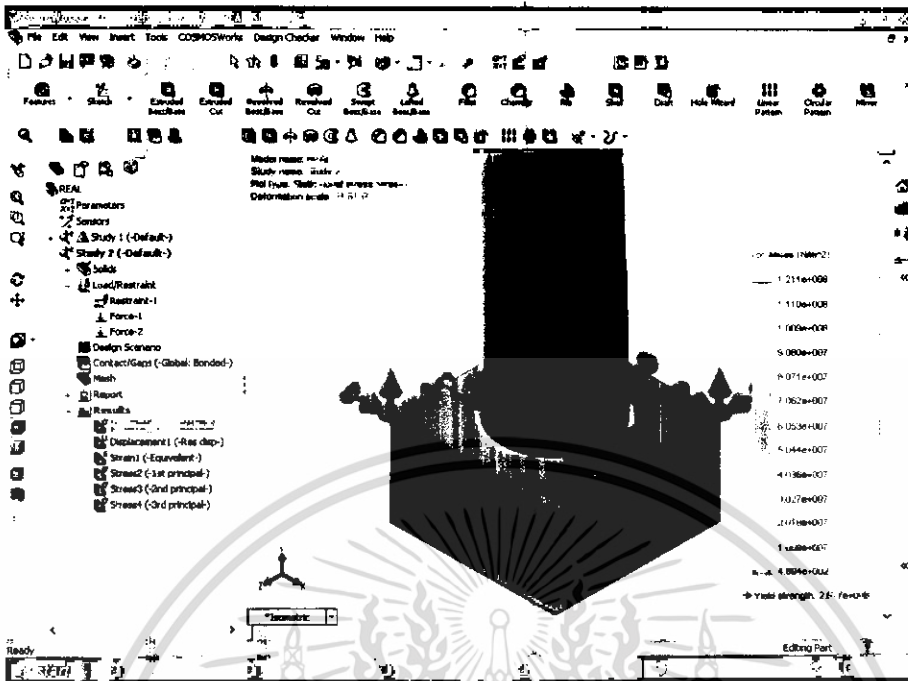
Method		Elastic Theory	Solid Works 2007		
No.	Lateral Load (Q)	x (m.)	x (m.)	Error%	Remark
		30	30		
1	147150	0.0841	0.0742	13.4	
2	196200	0.1122	0.0989	13.4	
3	245250	0.1402	0.1236	13.4	
4	294300	0.1683	0.1483	13.4	
5	353160	0.2019	0.1780	13.5	

ตารางที่ 4.4. แสดงการเปรียบเทียบค่าการโก่งตัวด้านข้างของทั้ง 2 วิธี และค่าความคลาดเคลื่อน

ในการคำนวณโดยใช้โปรแกรม จะคำนวณน้ำหนักของโครงสร้างเสาด้วยโดยอ้างอิงจากความหนาแน่นของวัสดุและปริมาตรของวัสดุนั้นๆ ด้วยเหตุนี้ค่าความคลาดเคลื่อนจึงออกมาเท่ากันทุกค่า

4.3.1. การหาระยะที่เกิดค่าความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้น บนโครงสร้าง Solid Work 2007

หลังจากทำการขึ้นรูปวัสดุที่ใช้ทดสอบ ในโปรแกรมแล้วจะทำการวิเคราะห์ค่าความเค้นสูงสุดสูงสุด โดยใช้การประมวลผลของ Cosmos Work โดยขั้นตอนจะเหมือน กับรูปที่ 4.2.-4.7. ซึ่งโปรแกรม จะแสดง Graphic ดังรูปที่ 4.8.



รูปที่ 4.8. ภาพแสดง Graphic ค่าความเค้นบนวัสดุทดสอบ

ซึ่งจากการทดสอบโดยการเปลี่ยนแปลงค่า เส้นผ่านศูนย์กลาง ความหนา และความยาว แล้ว สามารถหาค่า ความเค้นสูงสุด และระยะที่เกิดได้ดังตารางที่ 4.5-4.8.

$$\begin{aligned} \text{Axial Load } (P) &= 196200 \text{ N} & \text{Elasticity} &= 2.05\text{E}+11 \text{ N/m.}^2 \\ l &= 30 \text{ m.} & Tk &= 0.018 \text{ m.} \end{aligned}$$

No.	Lateral Load (Q)	D (m.)		D (m.)		Remark
		σ_{\max} N/m. ²	x m.	σ_{\max} N/m. ²	x m.	
1	147150	7.62E+07	0.648	5.97E+07	0.6133	
2	196200	1.01E+08	0.648	8.01E+07	0.613	
3	245250	1.26E+08	0.648	1.01E+08	0.613	
4	294300	1.50E+08	0.648	1.21E+08	0.613	
5	353160	1.80E+08	0.648	1.46E+08	0.613	

ตารางที่ 4.5. แสดงค่าความเค้นสูงสุดและตำแหน่งที่เกิด โดยมีความหนา 1.8 cm.

ระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลาง 2.0 m. กับ 2.2 m. และมีความยาว 30 m.

$$\begin{aligned} \text{Axial Load } (P) &= 196200 \text{ N} & \text{Elasticity} &= 2.05\text{E}+11 \text{ N/m.}^2 \\ l &= 30 \text{ m.} & Tk. &= 0.022 \text{ m.} \end{aligned}$$

No.	Lateral Load (Q)	D (m.) 2.00		D (m.) 2.20		Remark
		σ_{\max} N/m. ²	x m.	σ_{\max} N/m. ²	x m.	
1	147150	5.63E+07	0.163	4.83E+07	0.283	
2	196200	7.54E+07	0.163	6.40E+07	0.283	
3	245250	9.46E+07	0.163	7.94E+07	0.283	
4	294300	1.14E+08	0.163	9.53E+07	0.283	
5	353160	1.37E+08	0.163	1.14E+08	0.283	

ตารางที่ 4.6. แสดงค่าความเค้นสูงสุดและตำแหน่งที่เกิดโดยมีความหนา 2.2 cm.

ระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลาง 2.0 m. กับ 2.2 m. และมีความยาว 30 m.

$$\begin{aligned} \text{Axial Load } (P) &= 196200 \text{ N} & \text{Elasticity} &= 2.05\text{E}+11 \text{ N/m.}^2 \\ l &= 35 \text{ m.} & Tk. &= 0.018 \text{ m.} \end{aligned}$$

No.	Lateral Load (Q)	D (m.) 2.00		D (m.) 2.20		Remark
		σ_{\max} N/m. ²	x m.	σ_{\max} N/m. ²	x m.	
1	147150	8.25E+07	0.847	6.71E+07	0.424	
2	196200	1.09E+08	0.847	8.91E+07	0.424	
3	245250	1.36E+08	0.847	1.11E+08	0.424	
4	294300	1.63E+08	0.847	1.33E+08	0.424	
5	353160	1.96E+08	0.847	1.59E+08	0.424	

ตารางที่ 4.7. แสดงค่าความเค้นสูงสุดและตำแหน่งที่เกิดโดยมีความหนา 1.8 cm.

ระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลาง 2.0 m. กับ 2.2 m. และมีความยาว 35 m.

Axial Load (P) = 196200 N Elasticity = 2.05E+11 N/m.²
 l = 35 m. Tk = 0.022 m.

No.	Lateral Load (Q)	D (m.)		D (m.)		Remark
		σ_{max} N/m. ²	x m.	σ_{max} N/m. ²	x m.	
1	147150	7.77E+07	0.566	5.46E+07	0.288	
2	196200	1.03E+08	0.566	7.32E+07	0.288	
3	245250	1.28E+08	0.566	9.18E+07	0.288	
4	294300	1.54E+08	0.566	1.10E+08	0.288	
5	353160	1.84E+08	0.566	1.33E+08	0.288	

ตารางที่ 4.8. แสดงค่าความเค้นสูงสุดและตำแหน่งที่เกิด โดยมีความหนา 2.2 cm.
 ระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลาง 2.0 m. กับ 2.2 m. และมีความยาว 35 m.

จากการทดสอบดังกล่าวจะทำให้ทราบแนวโน้มและระยะที่จะเกิดการวิบัติ ซึ่งจะใช้เป็นช่วงที่จะทำการทดสอบ ในบทต่อไป

บทที่ 5

การทดสอบ

5.1. กล่าวนำ

ในการทำการทดสอบโครงสร้างกมกลวงบาง (Thin Shell) หากจะทำการหาค่า ϵ (Strain) จะทำได้ยากและเป็นการสิ้นเปลืองวัสดุโดยใช้เหตุ เนื่องจากการคาดการณ์ แล้วระยะที่คาดว่าจะเกิดการวิบัติ ซึ่งจะอยู่ในช่วง $0 - 1/3$ ในระยะดังกล่าวจะให้ความสนใจเป็นพิเศษ ซึ่งหากการทดลองในตัวอย่างแรกๆ มีค่าเลยจากระยะดังกล่าวก็จะทำการปรับค่าให้อยู่ในช่วงที่เกิดการวิบัติ เมื่อได้ทำการทดลองแล้วจะนำค่าที่ได้ ไปเปรียบเทียบกับทฤษฎีที่ได้ทำการศึกษา มา ในส่วนของการทดสอบนั้นจะประกอบด้วย 2 หัวข้อหลักคือ การทดสอบหาค่า คุณสมบัติของวัสดุ (E) และการหาค่า ϵ (Strain) ที่เกิดขึ้นใน โครงสร้าง

5.2. การทดสอบเพื่อหาค่าคุณสมบัติของวัสดุ

วัสดุประสงค์

เพื่อหาค่า โมดูลัส (E) ของอลูมิเนียม ไปใช้ในการคำนวณหาระยะการโก่งตัวด้านข้าง ส่วนค่า Poisson's ratio (ν) ของวัสดุที่ใช้ทดสอบคือ อลูมิเนียมจะมีค่า เท่ากับ 0.33

5.2.1. รายการทดสอบ

อุปกรณ์ในการทดสอบ

1. อลูมิเนียมแผ่นขนาดหน้าตัด 25.0 มิลลิเมตรหนา 1.2 มิลลิเมตร
2. เครื่องทดสอบรับแรงดึง (Instron 5566)

5.2.2. การเตรียมวัสดุ

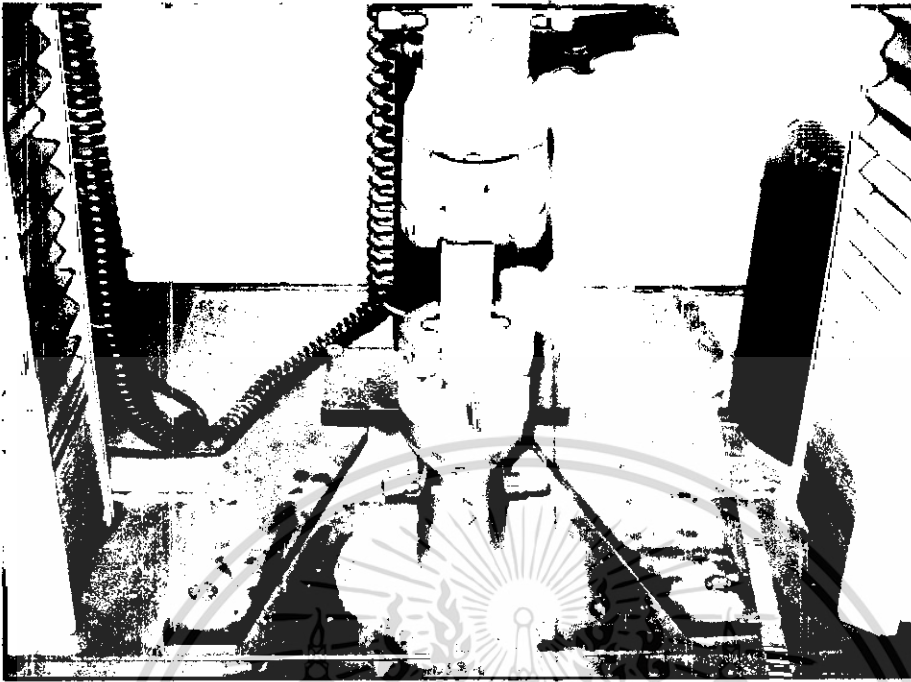
ตัดอลูมิเนียมเพื่อนำมาทดสอบขนาดแผ่นหน้าตัด 25.0 มิลลิเมตร หนา 1.2 มิลลิเมตร ความยาว 5.0 เซนติเมตร เพื่อใช้ในเครื่องทดสอบรับแรงดึงในการหาค่าโมดูลัสของอลูมิเนียม



รูปที่ 5.1. ภาพแสดงชิ้นส่วนอลูมิเนียมที่ใช้ในการทดสอบ

5.2.3. วิธีการทดสอบ

1. นำแผ่นอะลูมิเนียม เข้าเครื่องทดสอบรับแรงดึง
2. ตั้งค่าให้หัวจับพอดีกับแผ่นอะลูมิเนียม
3. ทดสอบและบันทึกค่าโมดูลัส



รูปที่5.2. ภาพแสดงการติดตั้งชิ้นวัสดุทดสอบ



รูปที่5.3. ภาพแสดงการปรับตำแหน่ง

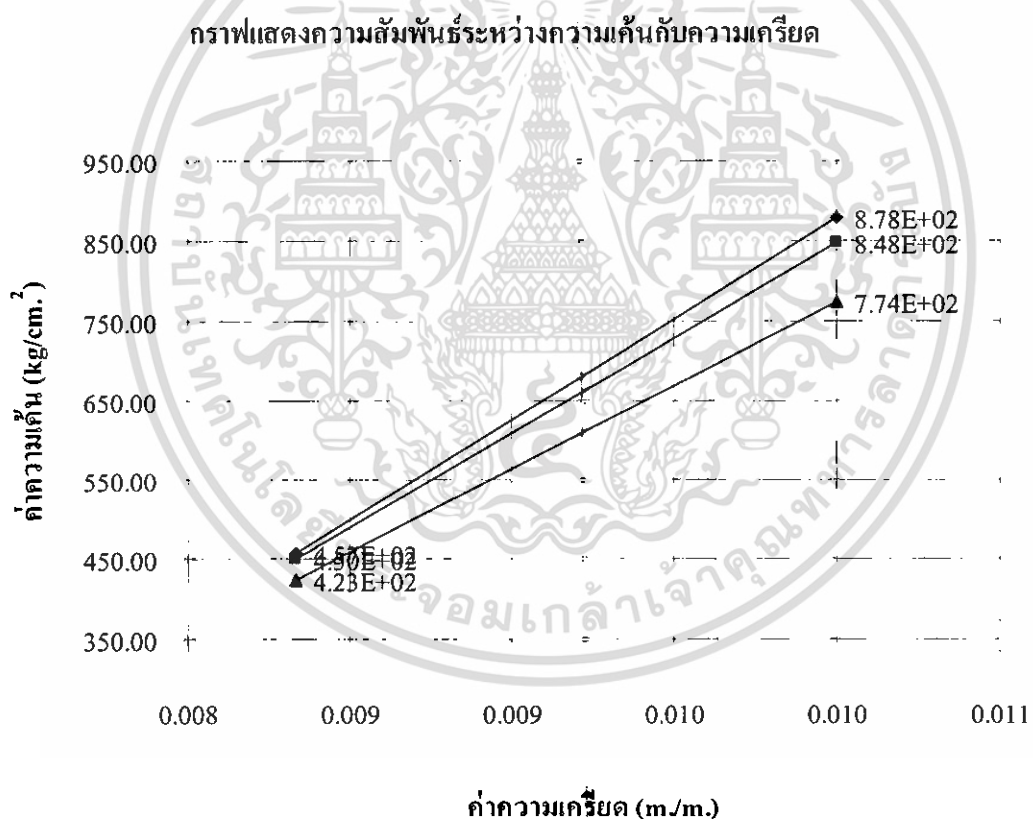
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2.4. ผลการทดลอง

ผลการทดสอบหาค่า โมดูลัสของคาน์นิวมที่ใช้ทดสอบ

Section area (cm. ²)	Load at 0.5 mm (kg.)	Load at 0.6 mm (kg.)
0.30	457	887
0.30	450	848
0.30	423	774

ตารางที่ 5.1. แสดงการหาค่า Elasticity (E)



รูปที่ 5.4. ภาพแสดงค่าความสัมพันธ์ระหว่างค่าความเค้นกับความเครียด

จากรูปที่ 5.1. ค่า Elasticity (E) สามารถหาได้จากความชันของกราฟและเฉลี่ยได้ค่า Elasticity (E) เท่ากับ 234000 kg./cm.²

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.3. การทดสอบแรงหาระยะโก่งค้ำข้างและความเครียดของวัสดุทดสอบ

วัสดุประสงค์

เพื่อหาระยะการโก่งค้ำด้านข้างและน้ำหนักที่ได้ไปเปรียบเทียบกับทฤษฎีอิลาสติก และโปรแกรม Solid Works 2007

5.3.1. รายการทดสอบ

1. ท่ออลูมิเนียมเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.10 m.
2. แท่นทดสอบพร้อมอุปกรณ์
3. เครื่องวัดความเครียด (Electrical-Resistance Strain Gauge)
4. เครื่องอ่านความเครียด (Strain Indicator)
5. Dial Gauge
6. ค้อนน้ำหนัก



รูปที่ 5.5. ภาพแสดงอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดสอบ

5.3.2.วิธีการทดสอบ

1. ทำความสะอาดตัวอย่างก่อนติด Electrical-Resistance Strain Gauge
2. ทำการทดสอบ Electrical-Resistance Strain Gauge ว่าสามารถทำงานได้หรือไม่
3. ติด Electrical-Resistance Strain Gauge กับตัวอย่างที่ใช้ทดสอบ
4. ติดตั้งตัวอย่างบนแท่นทดสอบ พร้อมติดตั้ง Dial Gauge
5. ต่อบางระหว่าง Electrical-Resistance Strain Gauge กับ Strain Indicator
6. ให้ Load กับโครงสร้าง (Axial & Bending) โดยใช้ค้อนน้ำหนัก
7. อ่านค่า $\mu\epsilon$ จาก Strain Indicator เมื่อ Dial Gauge หยุดนิ่ง พร้อมจดค่า โดยขั้นตอนต่างๆ แสดงอยู่ในรูป ที่ 5.6.- 5.8.



รูปที่5.6. ภาพแสดงการทำความสะอาดตัวอย่าง



รูปที่ 5.7. ภาพแสดงการติด Electrical-Resistance Strain Gauge กับตัวอย่างที่ใช้ทดสอบ



รูปที่ 5.8. ภาพแสดงการติดตั้งชุดทดสอบบนแท่นทดสอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.3.3. ผลการทดสอบ

5.3.3.1. การหาค่าความเครียดสูงสุด

จากการทดสอบตัวอย่าง โดยรับแรงตามแกน (Axial Load) 100, 120, 140 kg. ได้ผลตามตารางที่ 5.2. - 5.4.

(Axial Load) $P = 100.00$ kg. $l = 1000.00$ mm.

Diameter = 100.00 mm. $Tk = 1.20$ mm.

Sample 1			Sample 2			Sample 3		
Load Q (kg.)	$(\epsilon \times 10^{-6})$ (mm./mm.)	x mm.	Load Q (kg.)	$(\epsilon \times 10^{-6})$ (mm./mm.)	x mm.	Load Q (kg.)	$(\epsilon \times 10^{-6})$ (mm./mm.)	x mm.
30	-527.30	52.10	30	-520.85	35.69	30	-519.68	48.05
60	-1012.00	54.00	60	-1033.15	33.11	60	-1008.12	53.17
90	-1336.78	55.79	90	-1297.24	38.45	90	-1341.23	50.89
100	-1710.74	53.60	100	-1631.09	38.25	100	-1689.63	49.97
120	-2051.29	54.21	120	-1974.84	38.20	120	-2056.63	49.65
140	-2440.82	54.02	140	-2328.27	37.98	140	-2389.22	49.58
150	-2660.43	54.87	150	-2514.45	37.64	150	-2595.23	48.89
160	-2848.65	54.43	160	-2715.73	37.56	160	-2817.62	48.32
170	-3087.28	56.69	170	-2959.23	36.00	170	-3077.36	47.30
180	-3168.83	57.14	180	-3322.52	29.62	180	-3325.66	42.69
190	-3205.82	49.83				185	-3465.84	41.90
						187	-3504.11	41.72
						189	-3560.07	41.33

ตารางที่ 5.2. แสดงค่าความเครียดสูงสุดและระยะที่เกิด โดยรับแรงกระทำตามแกน 100 kg.

(Axial Load) $P = 120.00$ kg.

$l = 1000.00$ mm.

Diameter = 100.00 mm.

$Tk = 1.20$ mm.

Sample 1

Sample 2

Sample 3

Load Q (kg.)	$(\epsilon \times 10^{-6})$ (mm./mm.)	x mm.	Load Q (kg.)	$(\epsilon \times 10^{-6})$ (mm./mm.)	x mm.	Load Q (kg.)	$(\epsilon \times 10^{-6})$ (mm./mm.)	x mm.
30	-656.36	34.46	30	-470.07	40.75	30	-546.04	39.60
60	-1231.20	60.87	60	-928.24	42.67	60	-1057.13	42.55
90	-1552.88	61.14	90	-1243.58	42.90	90	-1383.70	47.69
100	-1938.40	56.77	100	-1557.51	44.25	100	-1717.39	45.20
120	-2295.06	55.63	120	-1870.57	45.00	120	-2069.67	46.00
140	-2712.37	56.38	140	-2189.16	45.00	140	-2434.95	45.30
150	-2975.38	56.21	150	-2391.08	45.29	150	-2646.22	45.90
160	-3192.17	55.75	160	-2577.15	45.00	160	-2845.32	49.56
170	-3552.81	52.59	170	-2769.71	45.19	170	-3227.61	47.87
180	-4035.23	53.14	180	-3047.33	44.66	180	-3716.71	44.28
190	-4750.31	53.28	190	-2779.77	47.81			

ตารางที่ 5.3. แสดงค่าความเครียดสูงสุดและระยะที่เกิด โดยรับแรงกระทำตามแกน 120 kg.

(Axial Load) $P = 140.00$ kg.

$l = 1000.00$ mm.

Diameter = 100.00 mm.

$Tk = 1.20$ mm.

Sample 1			Sample 2			Sample 3		
Load Q (kg.)	$(\epsilon \times 10^{-6})$ (mm./mm.)	x mm.	Load Q (kg.)	$(\epsilon \times 10^{-6})$ (mm./mm.)	x mm.	Load Q (kg.)	$(\epsilon \times 10^{-6})$ (mm./mm.)	x mm.
30	-394.02	55.33	30	-506.79	42.86	30	-486.94	45.68
60	-579.28	55.97	60	-1002.00	32.50	60	-1024.85	48.70
90	-675.04	55.32	90	-1348.02	38.50	90	-1374.85	48.96
100	-752.26	54.20	100	-1677.94	41.72	100	-1740.12	48.73
120	-818.41	53.18	120	-2052.21	39.00	120	-2121.84	48.90
140	-812.76	52.38	140	-2425.84	37.00	140	-2501.01	49.15
150	-797.23	51.63	150	-2632.51	38.60	150	-2772.90	46.76
160	-786.15	49.94	160	-2827.75	39.29	160	-2966.73	49.00
170	-818.25	46.47	170	-3070.75	38.21	170	-3248.48	48.48
180	-913.65	41.13	180	-3363.87	39.39	180	-3618.90	48.34
190	-970.56	42.65	190	-3832.87	31.65			
			200	-6009.70	36.20			

ตารางที่ 5.4. แสดงค่าความเครียดสูงสุดและระยะที่เกิด โดยรับแรงกระทำตามแกน 140 kg.

5.3.3.2. การระยะโค้งตัวด้านข้าง

จากการทดสอบตัวอย่าง โดยรับแรงตามแกน (Axial Load) 100, 120, 140 kg. ได้ผลตามตารางที่ 5.5. - 5.7.

(Axial Load) $P = 100.00 \text{ kg.}$ $l = 1000.00 \text{ mm.}$

Diameter = 100.00 mm $Tk. = 1.20 \text{ mm.}$

Sample 1			Sample 2			Sample 3		
x (mm.)	600	950	x (mm.)	600	950	x (mm.)	600	950
Load Q (kg.)	y		Load Q (kg.)	y		Load Q (kg.)	y	
	mm.	mm.		mm.	mm.		mm.	mm.
30	3.46	4.80	30	3.35	5.75	30	4.84	8.01
60	9.14	11.51	60	9.64	16.88	60	12.00	19.12
90	14.72	15.08	90	13.75	23.28	90	15.17	25.76
100	22.32	24.37	100	17.64	29.24	100	19.27	32.32
120	26.85	29.85	120	20.89	34.68	120	22.71	37.95
140	32.49	35.54	140	24.08	39.89	140	26.15	43.65
150	35.11	38.64	150	24.63	42.46	150	27.17	45.42
160	37.52	42.52	160	26.10	44.98	160	29.17	48.63
170	45.93	51.94	170	27.91	47.91	170	31.10	51.66
180	47.58	53.70	180	30.74	52.48	180	33.58	55.61
190	52.76	71.54				185	34.98	57.75

ตารางที่ 5.5. แสดงค่าระยะโค้งตัวด้านข้างที่ระยะ 60 cm. และ 95 cm.

โดยรับแรงกระทำตามแกน 100 kg.

(Axial Load) $P = 120.00 \text{ kg.}$ $l = 1000.00 \text{ mm.}$

Diameter = 100.00 mm. $\Delta k = 1.20 \text{ mm.}$

Sample 1			Sample 2			Sample 3		
x (mm.)	600	950	x (mm.)	600	950	x (mm.)	600	950
Load Q (kg.)	y		Load Q (kg.)	y		Load Q (kg.)	y	
	mm.	mm.		mm.	mm.		mm.	mm.
30	2.88	5.36	30	3.54	6.09	30	5.19	10.62
60	8.65	14.46	60	9.54	15.49	60	11.78	20.28
90	11.81	19.46	90	13	20.99	90	18.92	29.68
100	16.06	26.18	100	16.11	27.5	100	23.51	38.32
120	20.07	32.34	120	20.54	34.55	120	26.87	43.76
140	23.52	38.11	140	25.68	42.8	140	29.93	48.76
150	25.2	39.86	150	28.15	46.65	150	31.48	50.33
160	26.85	43.39	160	30.92	51.04	160	33.17	54.06
170	28.87	46.76	170	33.59	55.28	170	35.18	57.31
180	31.09	50.34	180	36.61	59.98	180	37.38	59.97
190	34.1	55.34	190	40.02	65.6			

ตารางที่ 5.6. แสดงค่าระยะ โกงตัวด้านข้างที่ระยะ 60 cm. และ 95 cm.

โดยรับแรงกระทำตามแกน 120 kg.

(Axial Load) $P = 140.00$ kg. $l = 1000.00$ mm.

Diameter = 100.00 mm. $Tk. = 1.20$ mm.

Sample 1			Sample 2			Sample 3		
x (mm.)	600	950	x (mm.)	600	950	x (mm.)	600	950
Load Q (kg.)	y		Load Q (kg.)	y		Load Q (kg.)	y	
	mm.	mm.		mm.	mm.		mm.	mm.
30	4.16	6.00	30	3.76	6.55	30	3.56	6.18
60	11.15	16.62	60	9.91	16.22	60	9.13	16.20
90	15.88	23.92	90	13.11	21.40	90	12.76	22.09
100	18.87	28.72	100	16.54	26.95	100	17.97	30.18
120	21.58	31.07	120	19.55	31.93	120	22.23	36.89
140	25.09	40.40	140	21.23	36.52	140	26.19	49.20
150	25.71	43.10	150	22.49	38.70	150	29.09	47.81
160	27.47	47.02	160	23.85	40.97	160	30.14	49.56
170	29.15	49.72	170	25.31	43.52	170	32.14	52.79
180	31.24	53.09	180	27.11	46.54	180	34.42	56.51
190	33.82	57.22	190	29.29	50.11			

ตารางที่ 5.7. แสดงค่าระยะ โกงตัวด้านข้างที่ระยะ 60 cm. และ 95 cm.

โดยรับแรงกระทำตามแกน 140 kg.

5.4. การทดสอบหาความเครียดสูงสุดของวัสดุทดสอบ ด้วย โปรแกรม Solid works 2007

วัสดุประสงค์

เพื่อหาระยะเวลา โกงตัวด้านข้างและนาค่าที่ได้ไปเปรียบเทียบกับทฤษฎีอิลาสติก และ

การทดลอง

5.4.1. ผลการทดสอบ

5.4.1.1. การหาค่าความเครียดสูงสุด

จากการทดสอบตัวอย่าง โดยรับแรงตามแกน (Axial Load) 100, 120, 140 kg. ได้ผลตามตารางที่ 5.8.

$$\begin{aligned} \text{Diameter} &= 100.00 \text{ mm.} & l &= 1000.00 \text{ mm.} \\ T_k &= 1.20 \text{ mm.} \end{aligned}$$

(Axial Load) $P = 100 \text{ kg.}$			(Axial Load) $P = 120 \text{ kg.}$			(Axial Load) $P = 140 \text{ kg.}$		
Load Q (kg.)	$(\epsilon \times 10^{-6})$ (mm./mm.)	x mm.	Load Q (kg.)	$(\epsilon \times 10^{-6})$ (mm./mm.)	x mm.	Load Q (kg.)	$(\epsilon \times 10^{-6})$ (mm./mm.)	x mm.
30	-1031.73	42.85	30	-1048.59	42.85	30	-1065.69	42.85
60	-1978.04	42.85	60	-1995.96	42.85	60	-2012.36	42.85
90	-2925.33	34.88	90	-2942.11	42.85	90	2959.24	42.85
100	-3240.88	34.88	100	-3257.95	34.88	100	3275.37	42.85
120	-3878.56	34.88	120	-3889.40	34.88	120	3904.76	42.85
140	-4523.77	27.15	140	-4520.60	34.88	140	4536.13	42.85
150	-4853.33	27.15	150	-4836.18	34.88	150	4851.67	42.85
160	-5182.88	27.15	160	-5164.87	27.15	160	-5168.84	34.88
170	-5512.45	27.15	170	-5494.43	27.15	170	-5484.42	34.88
180	-5842.00	27.15	180	-5823.99	27.15	180	-5798.89	34.88
190	-6171.56	27.15	190	-6153.55	27.15	185	-6135.54	27.15

ตารางที่ 5.8. แสดงค่าความเครียดสูงสุดและระยะที่เกิด

5.4.2. การหาระยะโก่งตัวด้านข้าง ด้วย โปรแกรม Sold Works 2007

จากการทดสอบตัวอย่าง โดยรับแรงตามแกน (Axial Load) 100, 120, 140 kg. ได้ผลตามตารางที่ 5.9.

Diameter = 100.00 mm.

$l = 1000.00$ mm.

$Tk. = 1.20$ mm.

(Axial Load) $P = 100$ kg.		(Axial Load) $P = 120$ kg.		(Axial Load) $P = 140$ kg.	
x (mm.)	1000	x (mm.)	1000	x (mm.)	1000
Load Q (kg.)	y mm.	Load Q (kg.)	y mm.	Load Q (kg.)	y mm.
30	7.42	30	7.41	30	7.41
60	17.13	60	15.95	60	14.84
90	22.28	90	22.28	90	22.27
100	24.76	100	24.76	100	24.75
120	29.72	120	29.71	120	29.70
140	34.67	140	34.66	140	34.66
150	37.15	150	37.14	150	37.14
160	39.62	160	39.62	160	39.62
170	42.10	170	42.10	170	42.09
180	44.58	180	44.57	180	44.57
190	47.05	190	47.05	190	47.05

ตารางที่ 5.9. แสดงค่าระยะโก่งตัวด้านข้างที่ระยะ 1000 mm.

บทที่ 6

สรุปและวิเคราะห์ผลการศึกษา

6.1. บทนำ

ในการศึกษาการโก่งคาะของวงแหวนผนังบาง เมื่อโครงสร้างรับแรงตามแนวแกน และแรงด้านข้าง โดยวัตถุประสงค์คือ การหาแนวโน้มที่โครงสร้างจะเกิดการพังทลาย ที่ตำแหน่งใดๆ ซึ่งจากการทดลองที่ผ่านมา หากจะระบุไปที่จุดใดจุดหนึ่งบน โครงสร้างนั้น ดูจะเป็นไปได้ยาก แต่หากจะระบุเป็นช่วงแล้วจะง่ายและปลอดภัยกว่า โดยการสรุปจะสรุปแยกเป็นหัวข้อใหญ่ๆดังนี้

1. การเปรียบเทียบการโก่งตัวด้านข้างของโครงสร้างระหว่างทฤษฎีอิลาสติก กับ การทดลอง และ โปรแกรม Solid Works 2007
2. การเปรียบเทียบค่าระยะที่เกิดความเครียดสูงสุด ระหว่างการทดลอง กับ โปรแกรม Solid Works 2007

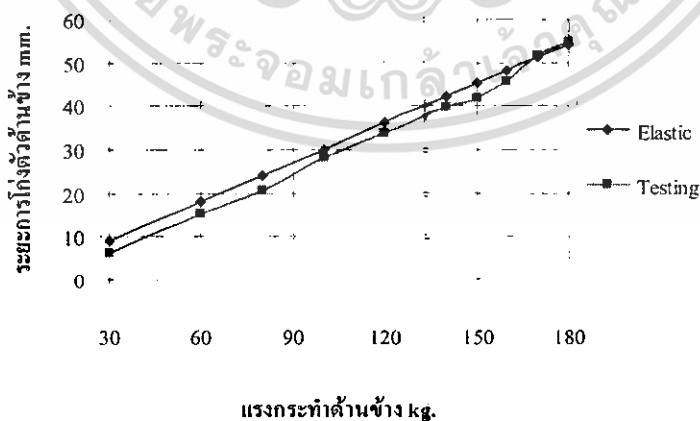
6.2. การเปรียบเทียบการโก่งตัวด้านข้างของโครงสร้างระหว่าง ทฤษฎีอิลาสติก กับ การทดลอง

ในที่นี้จะแสดงตัวอย่างจากการนำสมการอิลาสติก กับ การทดลอง มาเปรียบเทียบกัน ซึ่งแสดงในตารางที่ 6.1.-6.3.

Axial Load (P) = 100 kg Elasticity = 234000 kg/cm²
 I = 1000 mm. I = 454544 mm.⁴

Method		y (mm.)				Mean	Error%
		Elastic	Testing		x (mm.)		
			Sample 1	Sample 2			
No.	Q	x (mm.) 950.00	x (mm.) 950.00		x (mm.) 950.00		
1	30	9.04	4.80	8.01	6.41	-29.12	
2	60	18.07	11.51	19.12	15.32	15.26	
3	80	24.10	15.08	25.76	20.42	15.26	
4	100	30.12	24.37	32.32	28.35	5.89	
5	120	36.14	29.85	37.95	33.90	6.21	
6	140	42.17	35.54	43.65	39.60	6.10	
7	150	45.18	38.64	45.42	42.03	6.97	
8	160	48.19	42.52	48.63	45.58	5.43	
9	170	51.20	51.94	51.66	51.80	-1.16	
10	180	54.22	53.70	55.61	54.66	-0.81	

ตารางที่ 6.1. แสดงการเปรียบเทียบค่าการโก่งตัวด้านข้างระหว่าง ทฤษฎีอิลาสติกกับการทดลอง โดยมีแรงกระทำตามแกน 100 kg.



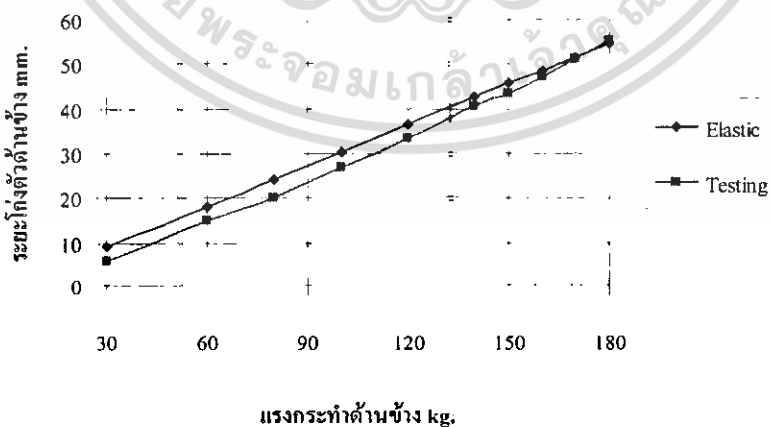
รูปที่ 6.1. ภาพแสดงการเปรียบเทียบระยะการโก่งตัวด้านข้าง ระหว่าง ทฤษฎีกับการทดสอบ โดยมีแรงกระทำตามแนวแกน 100 kg.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการเรียนเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อ 66 และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Axial Load (P) = 120 kg. Elasticity = 234000 kg/cm²
 I = 1000 mm. I = 454544 mm.⁴

Method		y (mm.)			Mean	Error%
		Elastic	Testing			
			Sample 1	Sample 2		
No.	Q	x (mm.) 950.00	x (m.) 950.00		x (m.) 950.00	
1	30	9.11	5.36	6.09	5.73	-37.14
2	60	18.21	14.46	15.49	14.98	-17.78
3	80	24.29	19.46	20.99	20.23	-16.72
4	100	30.36	26.18	27.50	26.84	-11.59
5	120	36.43	32.34	34.55	33.45	-8.19
6	140	42.50	38.11	42.80	40.46	-4.81
7	150	45.54	39.86	46.65	43.26	-5.01
8	160	48.57	43.39	51.04	47.22	-2.79
9	170	51.61	46.76	55.28	51.02	-1.14
10	180	54.64	50.34	59.98	55.16	0.95

ตารางที่ 6.2. แสดงการเปรียบเทียบค่าการโก่งตัวด้านข้างระหว่าง ทฤษฎีอีลาสติก กับการทดลอง โดยมีแรงกระทำตามแกน 120 kg.



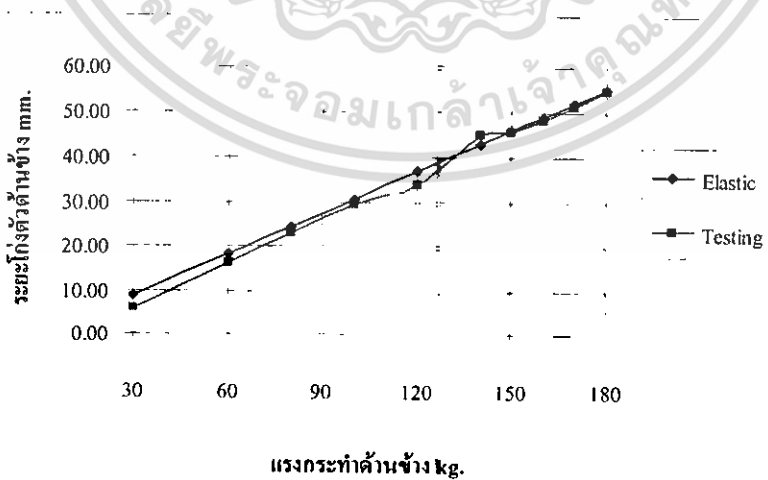
รูปที่ 6.2. ภาพแสดงการเปรียบเทียบระยะการโก่งตัวด้านข้าง ระหว่าง ทฤษฎี กับการทดสอบ โดยมีแรงกระทำตามแนวแกน 120 kg.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อที่ 67 และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Axial Load (P) = 140 kg. Elasticity = 234000 kg./cm²
 l = 1000 mm. I = 454544 mm.⁴

Method		y (mm.)			Mean	Error%
		Elastic	Testing			
			Sample 1	Sample 2		
No.	Q	x (mm.) 0.95	x (mm.) 0.95		x (mm.) 0.95	
1	30	9.18	6.00	6.18	6.09	33.7
2	60	18.36	16.62	16.20	16.41	10.6
3	80	24.48	23.92	22.09	23.01	6.0
4	100	30.60	28.72	30.18	29.45	3.8
5	120	36.72	31.07	36.89	33.98	7.5
6	140	42.84	40.40	49.20	44.80	-4.6
7	150	45.90	43.10	47.81	45.46	1.0
8	160	48.96	47.02	49.56	48.29	1.4
9	170	52.02	49.72	52.79	51.26	1.5
10	180	55.08	53.09	56.51	54.80	0.5

ตารางที่ 6.3. แสดงการเปรียบเทียบค่าการโก่งตัวด้านข้างระหว่าง ทฤษฎีอีลาสติก กับการทดลอง โดยมีแรงกระทำตามแกน 140 kg.



รูปที่ 6.3. ภาพแสดงการเปรียบเทียบค่าการโก่งตัวด้านข้างระหว่าง ทฤษฎีอีลาสติก กับการทดลอง โดยมีแรงกระทำตามแกน 140 kg.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อที่ 68 และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.3. การเปรียบเทียบความเครียดสูงสุด ระหว่าง โปรแกรม Solid Works 2007 กับการทดสอบ

ในที่นี้จะแสดงตัวอย่างจากการนำผลการทดสอบจากโปรแกรม Solid Works 2007 กับการทดลอง มาเปรียบเทียบกันซึ่งแสดงในตารางที่ 6.4.-6.6.

$$\begin{aligned} \text{Axial Load } (P) &= 100 \text{ kg.} & \text{Elasticity} &= 234000 \text{ kg/cm}^2 \\ I &= 1000 \text{ m.} & I &= 454544 \text{ mm.}^4 \end{aligned}$$

Method		Program	Testing		Mean	Error%
			Sample 1	Sample 2		
No.	Q	$(\epsilon \times 10^{-6})$ (mm./mm.)	$(\epsilon \times 10^{-6})$ (mm./mm.)	$(\epsilon \times 10^{-6})$ (mm./mm.)	$(\epsilon \times 10^{-6})$ (mm./mm.)	
1	30	-1031.73	-520.85	+519.68	-520.27	49.57
2	60	-1978.04	-1033.15	-1008.12	-1020.64	48.40
3	80	-2925.33	-1297.24	-1341.23	-1319.23	54.90
4	100	-3240.88	-1631.09	-1689.63	-1660.36	48.77
5	120	-3878.56	-1974.84	-2056.63	-2015.73	48.03
6	140	-4523.77	-2328.27	-2389.22	-2358.74	47.86
7	150	-4853.33	-2514.45	-2595.23	-2554.84	47.36
8	160	-5182.88	-2715.73	-2817.62	-2766.67	46.62
9	170	-5512.45	-2959.23	-3077.36	-3018.30	45.25
10	180	-5842.00	-3322.52	-3325.66	-3324.09	43.10

ตารางที่ 6.4. แสดงการเปรียบเทียบความเครียดสูงสุด ระหว่าง โปรแกรม Solid Works 2007 กับการทดสอบที่แรง 100 kg.

Axial Load (P) = 120 kg. Elasticity = 234000 kg/cm²
 l = 1000 mm. I = 454544 mm.⁴

Method		y (mm.)			Mean	Error%
		Program	Testing			
			Sample 1	Sample 2		
No.	Q	($\epsilon \times 10^{-6}$) (mm./mm.)	($\epsilon \times 10^{-6}$) (mm./mm.)		($\epsilon \times 10^{-6}$) (mm./mm.)	
1	30	-1048.59	-470.07	-546.04	-508.05	51.55
2	60	-1995.96	-928.24	-1057.13	-992.68	50.27
3	80	-2942.11	-1243.58	-1383.70	-1313.64	55.35
4	100	-3257.95	-1557.51	-1717.39	-1637.45	49.74
5	120	-3889.40	-1870.57	-2069.67	-1970.12	49.35
6	140	-4520.60	-2189.16	-2434.95	-2312.06	48.86
7	150	-4836.18	-2391.08	-2646.22	-2518.65	47.92
8	160	-5164.87	-2577.15	-2845.32	-2711.24	47.51
9	170	-5494.43	-2769.71	-3227.61	-2998.66	45.42
10	180	-5823.99	-3047.33	-3716.71	-3382.02	41.93

ตารางที่ 6.5. แสดงการเปรียบเทียบความเครียดสูงสุด
 ระหว่าง โปรแกรม Solid Works 2007 คับการทดสอบที่แรง 120 kg.

Axial Load (P) = 140 kg. Elasticity = 234000 kg/cm.²
 l = 1000 mm. I = 454544 mm.⁴

Method		y (mm.)			Mean	Error%
		Program	Testing			
			Sample 1	Sample 2		
No.	Q	($\epsilon \times 10^{-6}$) (mm./mm.)	($\epsilon \times 10^{-6}$) (mm./mm.)		($\epsilon \times 10^{-6}$) (mm./mm.)	
1	30	-1065.69	-506.79	-486.94	-496.86	-53.38
2	60	-2012.36	-1002.00	-1024.85	-1013.42	-49.64
3	80	-2959.24	-1348.02	-1374.85	-1361.44	-53.99
4	100	-3275.37	-1677.94	-1740.12	-1709.03	-47.82
5	120	-3904.76	-2052.21	-2121.84	-2087.02	-46.55
6	140	-4536.13	-2425.84	-2501.01	-2463.43	-45.69
7	150	-4851.67	-2632.51	-2772.90	-2702.71	-44.29
8	160	-5168.84	-2827.75	-2966.73	-2897.24	-43.95
9	170	-5484.42	-3070.75	-3248.48	-3159.61	-42.39
10	180	-5798.89	-3363.87	-3618.90	-3491.38	-39.79

ตารางที่ 6.6. แสดงการเปรียบเทียบความเครียดสูงสุด
 ระหว่าง โปรแกรม Solid Works 2007 กับการทดสอบที่แรง 140 kg.

6.4. การเปรียบเทียบ ตำแหน่งที่เกิดความเครียดสูงสุด ระหว่าง โปรแกรม Solid Works 2007 กับการทดสอบ

ในที่นี้จะแสดงตัวอย่างจากการนำผลการทดสอบจากโปรแกรม Solid Works 2007 กับการทดลอง มาเปรียบเทียบกันซึ่งแสดงในตารางที่ 6.7,-6.8.

$$\begin{aligned} \text{Axial Load } (P) &= 100 \text{ kg} & \text{Elasticity} &= 234000 \text{ kg/cm}^2 \\ l &= 1000 \text{ mm.} & I &= 454544 \text{ mm.}^4 \end{aligned}$$

Method	y (mm.)				Mean	Error%
	Program	Testing		Sample		
No.	Q	x (mm.)	Sample 1	Sample 2	x (mm.)	
		950.00	950.00	950.00	950.00	
1	30	42.85	35.69	48.05	41.87	-2.29
2	60	42.85	33.11	53.17	43.14	-0.68
3	80	34.88	38.45	50.89	44.67	-28.06
4	100	34.88	38.25	49.97	44.11	-26.45
5	120	34.88	38.20	49.65	43.92	-25.92
6	140	27.15	37.98	49.58	43.78	-61.27
7	150	27.15	37.64	48.89	43.27	-59.37
8	160	27.15	37.56	48.32	42.94	-58.16
9	170	27.15	36.00	47.30	41.65	-53.41
10	180	27.15	29.62	42.69	36.15	-33.17

ตารางที่ 6.7. แสดงการเปรียบเทียบตำแหน่งที่เกิดความเครียดสูงสุด ระหว่าง โปรแกรม Solid Works 2007 กับการทดสอบที่แรง 100 kg.

Axial Load (P) = 120 kg Elasticity = 234000 kg/cm²
 I = 1000 mm. I = 454544 mm.⁴

Method		y (mm.)				Mean	Error%
		Program	Testing		x (mm.)		
			Sample 1	Sample 2			
No.	Q	x (mm.) 950.00	x (mm.) 950.00		x (mm.) 950.00		
1	30	42.85	40.75	39.60	40.18	-6.24	
2	60	42.85	42.67	42.55	42.61	0.57	
3	80	42.85	42.90	47.69	45.29	-5.70	
4	100	34.88	44.25	45.20	44.73	-28.21	
5	120	34.88	45.00	46.00	45.50	-30.44	
6	140	34.88	45.00	45.30	45.15	-29.43	
7	150	34.88	45.29	45.90	45.60	-30.71	
8	160	27.15	45.00	49.56	47.28	-74.16	
9	170	27.15	45.19	47.87	46.53	-71.40	
10	180	27.15	44.66	44.28	44.47	-63.81	

ตารางที่ 6.8. แสดงการเปรียบเทียบค่าแรงที่เกิดความเครียดสูงสุดระหว่าง โปรแกรม Solid Works 2007 กับการทดสอบที่แรง 120 kg.

Axial Load (P) = 140 kg Elasticity = 234000 kg/cm²
 I = 1000 mm. I = 454544 mm.⁴

Method		y (mm.)			Mean	Error%
		Program	Testing			
			Sample 1	Sample 2		
No.	Q	x (mm.) 950.00	x (mm.) 950.00		x (mm.) 950.00	
1	30	42.85	55.33	45.68	50.50	17.85
2	60	42.85	55.97	48.70	52.34	-22.13
3	80	42.85	55.32	48.96	52.14	-21.67
4	100	42.85	54.20	48.73	51.47	-20.10
5	120	42.85	53.18	48.90	51.04	-19.10
6	140	42.85	52.38	49.15	50.76	-18.46
7	150	42.85	51.63	46.76	49.20	-14.81
8	160	34.88	49.94	49.00	49.47	-41.81
9	170	34.88	46.47	48.48	47.47	-36.10
10	180	34.88	41.13	48.34	44.73	-28.24

ตารางที่ 6.9. แสดงการเปรียบเทียบตำแหน่งที่เกิดความเครียดสูงสุด ระหว่าง โปรแกรม Solid Works 2007 กับการทดสอบที่แรง 140 kg.

6.5. สรุปผลการทดลอง

จากการทดสอบการโก่งตัวด้านข้าง จากทฤษฎีอิลาสติกกับการทดสอบ จะสังเกตเห็นว่า ในส่วนของทฤษฎีอิลาสติกจะให้ค่า การโก่งตัวที่มากกว่าการทดสอบ เนื่องจากในขั้นตอนการทดสอบอาจมีข้อผิดพลาดเนื่องจากหลายสาเหตุ เช่น เกิดจากการให้ตัวของรอก กล่าวคือ เมื่อรอกทำการรับแรงแล้ว เกิดการขยับตัวทำให้ระยะของการโก่งตัวด้านข้างลดลง ซึ่งจะเห็นจากรูปที่ 6.1. – 6.3. ซึ่งค่าการโก่งตัวด้านข้างในช่วง แรง 30 kg. - 100 kg. จะมีค่าต่ำกว่าทฤษฎีอิลาสติกมาก แต่เมื่อแรงด้านข้างเกิน 100 kg. ไปแล้วจะมีค่าใกล้เคียงกัน

การทดสอบหาความเครียดสูงสุด จากการทดสอบ และ โปรแกรม Solid Works 2007 นั้น หากจะเปรียบเทียบระยะ ที่เกิดขึ้นจริง กับ โปรแกรม นั้น จะดูว่าห่างกันมาก เกือบ 50 % แต่หากจะเทียบอย่างนั้นก็ดูว่าจะ ไม่ถูกต้องซะทีเดียว ถ้าหากจะเปรียบเทียบจริงก็ควรจะเปรียบเทียบระหว่างความยาวของโครงสร้าง รับจุดที่เกิด (x/l) จึงจะเหมาะสมกว่า ซึ่งสรุป ได้ดัง ตาราง ที่ 6.10. – 6.12.

$$\begin{aligned} \text{Axial Load (P)} &= 100 \text{ kg} & \text{Elasticity} &= 234000 \text{ kg/cm}^2 \\ l &= 1000 \text{ mm.} & I &= 454544 \text{ mm.}^4 \end{aligned}$$

Method		Program	Testing		Mean	Error%
			Sample 1	Sample 2		
No.	Q	x/l	x/l		x/l	
1	30	0.0429	0.0357	0.0481	0.0419	-2.29
2	60	0.0429	0.0331	0.0532	0.0431	-0.68
3	80	0.0349	0.0385	0.0509	0.0447	-28.06
4	100	0.0349	0.0383	0.0500	0.0441	-26.45
5	120	0.0349	0.0382	0.0496	0.0439	-25.92
6	140	0.0271	0.0380	0.0496	0.0438	-61.27
7	150	0.0271	0.0376	0.0489	0.0433	-59.37
8	160	0.0271	0.0376	0.0483	0.0429	-58.16
9	170	0.0271	0.0360	0.0473	0.0416	-53.41
10	180	0.0271	0.0296	0.0427	0.0362	-33.17

ตารางที่ 6.10. แสดงการเปรียบเทียบ x/l ของโปรแกรม กับการทดสอบ ด้วยแรง 100 kg. ตามแกน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อ 75 และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Axial Load (P) = 120 kg Elasticity = 234000 kg/cm²
 l = 1000 mm. I = 454544 mm.⁴

Method		Program	Testing		Mean	Error%
			Sample 1	Sample 2		
No.	Q	x/l	x/l		x/l	
1	30	0.0429	0.0408	0.0396	0.0402	-6.24
2	60	0.0429	0.0427	0.0425	0.0426	0.57
3	80	0.0429	0.0429	0.0477	0.0453	-5.70
4	100	0.0349	0.0443	0.0452	0.0447	-28.21
5	120	0.0349	0.0450	0.0460	0.0455	-30.44
6	140	0.0349	0.0450	0.0453	0.0452	-29.43
7	150	0.0349	0.0453	0.0459	0.0456	-30.71
8	160	0.0271	0.0450	0.0496	0.0473	-74.16
9	170	0.0271	0.0452	0.0479	0.0465	-71.40
10	180	0.0271	0.0447	0.0443	0.0445	-63.81

ตารางที่ 6.11. แสดงการเปรียบเทียบ x/l ของโปรแกรม กับการทดสอบ ด้วยแรง 120 kg. ตามแกน

Axial Load (P) = 140 kg Elasticity = 234000 kg/cm²
 l = 1000 mm. I = 454544 mm.⁴

Method		Program	Testing		Mean	Error%
			Sample 1	Sample 2		
No.	Q	x/l	x/l		x/l	
1	30	0.0429	0.0553	0.0457	0.0505	17.85
2	60	0.0429	0.0560	0.0487	0.0523	-22.13
3	80	0.0429	0.0553	0.0490	0.0521	-21.67
4	100	0.0429	0.0542	0.0487	0.0515	-20.10
5	120	0.0429	0.0532	0.0489	0.0510	-19.10
6	140	0.0429	0.0524	0.0492	0.0508	-18.46
7	150	0.0429	0.0516	0.0468	0.0492	-14.81
8	160	0.0349	0.0499	0.0490	0.0495	-41.81
9	170	0.0349	0.0465	0.0485	0.0475	-36.10
10	180	0.0349	0.0411	0.0483	0.0447	-28.24

ตารางที่ 6.12. แสดงการเปรียบเทียบ x/l ของโปรแกรม กับการทดสอบ ด้วยแรง 140 kg. ตามแกน

โดยเมื่อ โครงสร้างเมื่อรับแรงอัดแล้ว ตามกฎของ Poisson's ก็จะหดตัวในแกนหนึ่งและยืดตัวออกอีก แกนซึ่งเมื่อโครงสร้างเป็นแบบแผ่นบาง $\sigma_z, \gamma_{xz}, \tau_{yz} = 0$ แล้ว $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy} \neq 0$ เมื่อเราได้ค่าความเครียด เราก็สามารถหาความเค้น ได้สูงสุดได้ จากสมการที่ (3.49.) และ สมการ (3.50.)

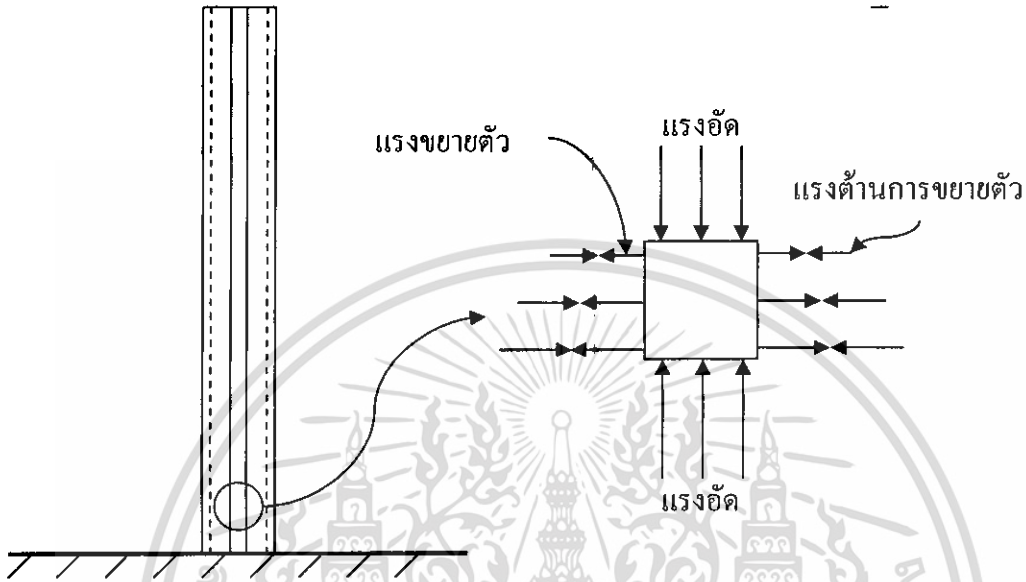
$$\text{สมการที่ 3.49. } \sigma_x = \left[\frac{E}{(1 - \nu^2)} \right] [\epsilon_x + \nu \cdot \epsilon_y]$$

$$\text{สมการที่ 3.50. } \sigma_y = \left[\frac{E}{(1 - \nu^2)} \right] [\epsilon_y + \nu \cdot \epsilon_x]$$

และจากรูปที่ 6.5. ซึ่งแสดงแรงต้านเนื่องจากรูปทรงของ โครงสร้างที่เป็นแบบ ทรงกระบอกซึ่งหากโครงสร้างยืดหดตัวอย่างอิสระแล้วตามกฎของ Poisson's แล้ว จะได้ดังสมการ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$v = - \frac{\mathcal{E} |a|}{\mathcal{E}_{long}} \quad (6.1.)$$

ซึ่งแรงที่ต้านไม่ให้เกิดการขยายตัวอย่างอิสระก็คือส่วนต่างของ ค่า ความเครียด



รูปที่ 6.4. แสดงแรงต้านการขยายตัวของ โครงสร้างแบบทรงกระบอก

จากรูปที่ 6.5. สามารถหาค่า ความเค้นในแนวแกน y ได้จาก สมการ 6.2.

$$\sigma_y = \frac{M c}{I} + \frac{P}{A} \quad (6.2.)$$

และหาค่า σ_x จากสมการที่ 6.1. ซึ่งค่าที่ได้ แสดงในตารางที่ 6.13.-6.18.

Axial Load (P) = 100 kg. Elasticity = 234000 kg/cm²
 l = 1000 m. I = 454544 mm.⁴

Method		ϵ_y			Mean	Error%
		σ_y / E	Testing			
			Sample 1	Sample 2		
No.	Q	($\epsilon \times 10^{-6}$) (mm./mm.)	($\epsilon \times 10^{-6}$) (mm./mm.)		($\epsilon \times 10^{-6}$) (mm./mm.)	
1	30	-1467.38	-520.85	-519.68	-520.27	64.54
2	60	-2815.01	-1033.15	-1008.12	-1020.64	63.74
3	80	-3708.87	-1297.24	-1341.23	-1319.23	64.43
4	100	-4609.68	-1631.09	-1689.63	-1660.36	63.98
5	120	-5509.46	-1974.84	-2056.63	-2015.73	63.41
6	140	-6409.26	-2328.27	-2389.22	-2358.74	63.20
7	150	-6862.36	-2514.45	-2595.23	-2554.84	62.77
8	160	-7314.59	-2715.73	-2817.62	-2766.67	62.18
9	170	-7774.80	-2959.23	-3077.36	-3018.30	61.18
10	180	-8271.85	-3322.52	-3325.66	-3324.09	59.81

ตารางที่ 6.13. แสดงการเปรียบเทียบความเครียดในแนวแกน y ระหว่างสมการที่ 6.2. กับการทดสอบ โดยรับแรงตามแกน 100 kg.

Axial Load (P) = 100 kg. Elasticity = 234000 kg/cm²
 I = 1000 m. I = 454544 mm.⁴

Method		ϵ_x			Mean	Error%
		$-v\epsilon_y$	Testing			
			Sample 1	Sample 2		
No.	Q	($\epsilon \times 10^{-6}$) (mm./mm.)	(mm./mm.)		($\epsilon \times 10^{-6}$) (mm./mm.)	
1	30	425.54	155.16	167.89	161.52	62.04
2	60	816.35	327.89	341.44	334.67	59.00
3	80	1075.57	430.10	469.75	449.93	58.17
4	100	1336.81	548.07	598.11	573.09	57.13
5	120	1597.74	626.14	723.63	674.88	57.76
6	140	1858.69	723.15	863.57	793.36	57.32
7	150	1990.09	779.92	939.68	859.80	56.80
8	160	2121.23	846.13	1009.61	927.87	56.26
9	170	2254.69	905.47	1067.45	986.46	56.25
10	180	2398.84	994.78	1176.08	1085.43	54.75

ตารางที่ 6.14. แสดงการเปรียบเทียบความเครียดในแนวแกน x ระหว่างสมการที่ 6.1. กับการทดสอบ โดยรับแรงตามแกน 100 kg.

Axial Load (P) = 120 kg. Elasticity = 234000 kg/cm²
 l = 1000 mm. I = 454544 mm.⁴

Method		ϵ_y				Mean	Error%
		σ_y / E	Testing				
			Sample 1	Sample 2			
No.	Q	($\epsilon \times 10^{-6}$) (mm./mm.)	($\epsilon \times 10^{-6}$) (mm./mm.)		($\epsilon \times 10^{-6}$) (mm./mm.)		
1	30	-1491.28	-470.07	-546.04	-508.05	65.93	
2	60	-2838.02	-928.24	-1057.13	-992.68	65.02	
3	80	-3728.06	-1243.58	-1383.70	-1313.64	64.76	
4	100	-4628.28	-1557.51	-1717.39	-1637.45	64.62	
5	120	-5522.06	-1870.57	-2069.67	-1970.12	64.32	
6	140	-6421.76	-2189.16	-2434.95	-2312.06	64.00	
7	150	-6867.45	-2391.08	-2646.22	-2518.65	63.32	
8	160	-7303.46	-2577.15	-2845.32	-2711.24	62.88	
9	170	-7757.32	-2769.71	-3227.61	-2998.66	61.34	
10	180	-8222.96	-3047.33	-3716.71	-3382.02	58.87	

ตารางที่ 6.15. แสดงการเปรียบเทียบความเครียดในแนวแกน y ระหว่างสมการที่ 6.2. กับการทดสอบ โดยรับแรงตามแกน 120 kg.

Axial Load (P) = 120 kg. Elasticity = 234000 kg/cm²
 l = 1000 mm. I = 454544 mm.⁴

Method		ϵ_x				Mean	Error%
		$-v\epsilon_y$	Testing				
			Sample 1	Sample 2			
No.	Q	($\epsilon \times 10^{-6}$) (mm./mm.)	($\epsilon \times 10^{-4}$) (mm./mm.)		($\epsilon \times 10^{-6}$) (mm./mm.)		
1	30	432.47	161.55	195.35	148.45	65.67	
2	60	823.03	392.32	302.02	347.17	57.82	
3	80	1081.14	417.22	410.21	413.71	61.73	
4	100	1342.20	454.70	540.29	497.49	62.93	
5	120	1601.40	458.33	672.34	565.34	64.70	
6	140	1862.31	447.36	778.33	612.85	67.09	
7	150	1991.56	386.53	852.33	619.43	68.90	
8	160	2118.00	398.37	923.09	660.73	68.80	
9	170	2249.62	400.30	1027.15	713.73	68.27	
10	180	2384.66	436.61	1131.43	784.02	67.12	

ตารางที่ 6.16. แสดงการเปรียบเทียบความเครียดในแนวแกน x ระหว่างสมการที่ 6.1. กับการทดสอบ โดยรับแรงตามแกน 120 kg.

Axial Load (P) = 140 kg. Elasticity = 234000 kg/cm.²
 l = 1000 mm. I = 454544 mm.⁴

Method		ϵ_y			Mean	Error%
		σ_y / E	Testing			
			Sample 1	Sample 2		
No.	Q	($\epsilon \times 10^{-6}$) (mm./mm.)	($\epsilon \times 10^{-6}$) (mm./mm.)		($\epsilon \times 10^{-6}$) (mm./mm.)	
1	30	-1476.72	-506.79	-486.94	-496.86	-66.35
2	60	-2810.58	-1002.00	-1024.85	-1013.42	-63.94
3	80	-3702.29	-1348.02	-1374.85	-1361.44	-63.23
4	100	-4596.60	-1677.94	-1740.12	-1709.03	-62.82
5	120	-5490.81	-2052.21	-2121.84	-2087.02	-61.99
6	140	-6384.84	-2425.84	-2501.01	-2463.43	-61.42
7	150	-6842.06	-2632.51	-2772.90	-2702.71	-60.50
8	160	-7286.99	-2827.75	-2966.73	-2897.24	-60.24
9	170	-7749.80	-3070.75	-3248.48	-3159.61	-59.23
10	180	-8220.76	-3363.87	-3618.90	-3491.38	-57.53

ตารางที่ 6.17. แสดงการเปรียบเทียบความเครียดในแนวแกน y ระหว่างสมการที่ 6.2. กับการทดสอบ โดยรับแรงตามแกน 140 kg.

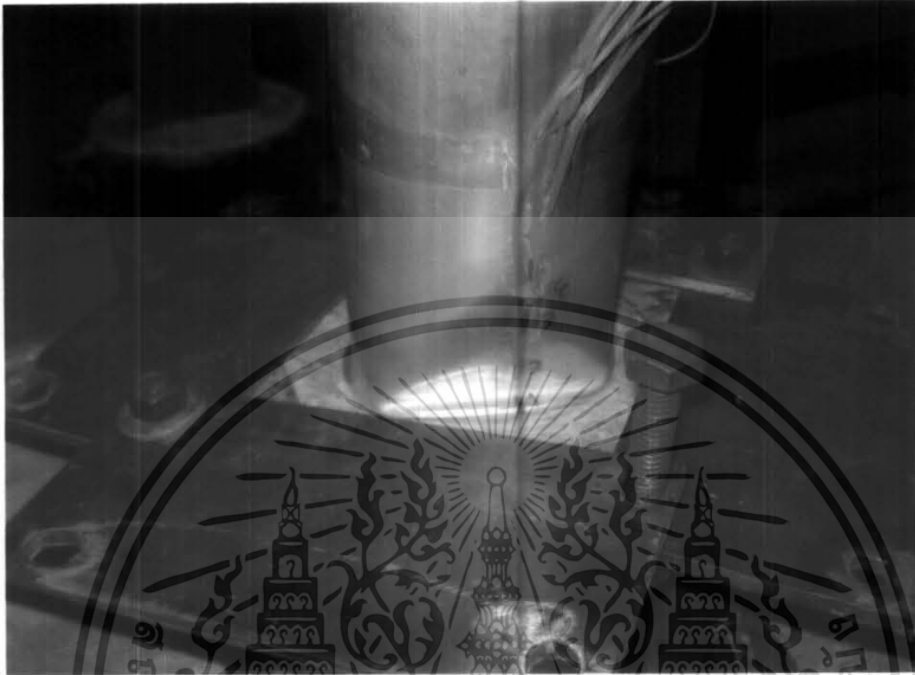
Axial Load (P) = 140 kg. Elasticity = 234000 kg/cm.²
 l = 1000 mm. l = 454544 mm.⁴

Method		ϵ_x			Mean	Error%
		$-v\epsilon_y$	Testing			
			Sample 1	Sample 2		
No.	Q	$(\epsilon \times 10^{-6})$ (mm./mm.)	$(\epsilon \times 10^{-6})$ (mm./mm.)		$(\epsilon \times 10^{-6})$ (mm./mm.)	
1	30	428.25	94.76	140.56	117.66	-72.53
2	60	815.07	178.27	270.77	224.52	-72.45
3	80	1073.67	201.32	371.35	286.33	-73.33
4	100	1333.01	242.89	456.91	349.90	-73.75
5	120	1592.33	281.94	551.59	416.77	-73.83
6	140	1851.60	328.91	646.98	487.94	-73.65
7	150	1984.20	322.15	729.54	525.85	-73.50
8	160	2113.23	329.67	746.71	538.19	-74.53
9	170	2247.44	352.86	809.76	581.31	-74.13
10	180	2384.02	376.73	889.78	633.26	-73.44

ตารางที่ 6.18. แสดงการเปรียบเทียบความเครียดในแนวแกน x ระหว่างสมการที่ 6.1. กับการทดสอบ โดยรับแรงตามแกน 140 kg.

จากค่าที่แสดงดังตารางที่ 6.10-6.12. จากการทดสอบโดยโปรแกรม ค่า x มีแนวโน้มที่ต่ำลง เนื่องจาก x/l ลดลงหลังจากการรับแรงกระทำด้านข้างที่มากขึ้น ซึ่งจากการทดลองก็มีแนวโน้มเช่นเดียวกัน หรืออาจกล่าวได้ว่าเมื่อโครงสร้างรับแรงมากขึ้น จุดที่รับความเค้นก็จะต่ำลง แต่ในการทดสอบจริงแล้ว จุดที่จะเกิดการพังทลายจะไม่สามารถเกิดที่โคนของโครงสร้างได้ หากฐานรากของโครงสร้างไม่เกิดการพังทลายเสียก่อน เนื่องจากเกิดสภาวะขีดยิ่งโครงสร้างในส่วนที่ถูกฝังในคอนกรีตไม่สามารถที่จะขีดยหรือหดตัวได้ จึงไม่เกิดการเสียรูปด้วยเหตุนี้ การเสียรูปจึงมีระยะที่สูงขึ้นมาจากฐานของโครงสร้าง ซึ่งเมื่อโครงสร้างส่วนนั้นจะเกิดการพังทลาย ย่อมที่จะเกิดความเครียดที่สูงสุด เนื่องจากเกิดการเสียรูปมาก ซึ่งสามารถหาค่าได้จากการทดลอง แต่ในการทดสอบไม่สามารถทดสอบแบบเห็นค่าจริง (Real Time) ได้ตลอด เนื่องจากจะต้องบันทึกค่าแต่ละค่าตลอด และเมื่อถึงเวลาที่โครงสร้างเกิดการพังทลาย ก็ไม่สามารถบันทึกค่าแต่ละจุดได้ทัน ด้วยเหตุนี้หากโครงสร้างเกิดการพังทลาย ค่าความเครียด

ที่อ่านได้ อาจจะมีจุดที่ต่ำลง ซึ่งจุดที่โครงสร้างพังจริงจากการทดลองในครั้งนี้ไม่ใช่จุดที่เกิดความเครียดสูงสุดดังรูปที่ 6.4



รูปที่ 6.5. แสดงรูปการพังทลายของวัตถุทดสอบ

ซึ่งผลที่ตามมาคือการเสียรูปในแนว ที่ตั้งฉากกับผิว โครงสร้าง ประกอบกับน้ำหนักของ โครงสร้างทำให้เกิดการพังทลายในลักษณะดังกล่าว ซึ่งจากการทดสอบ จะมีค่าไม่เกิน $0.06l$ หรือ $0.6D$ ซึ่งหากจะให้ปลอดภัย ควรเลือกค่าที่มากกว่า 2 ค่านี้ โดยอาจจะเสริมความแข็งแรงของโครงสร้างในช่วงดังกล่าว โดยเพิ่มความหนา ของแผ่นเหล็ก หรือเพิ่ม Stiffness ภายในชิ้นส่วนดังกล่าว โดยการเพิ่ม Stiffener Plate

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อ 85 และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

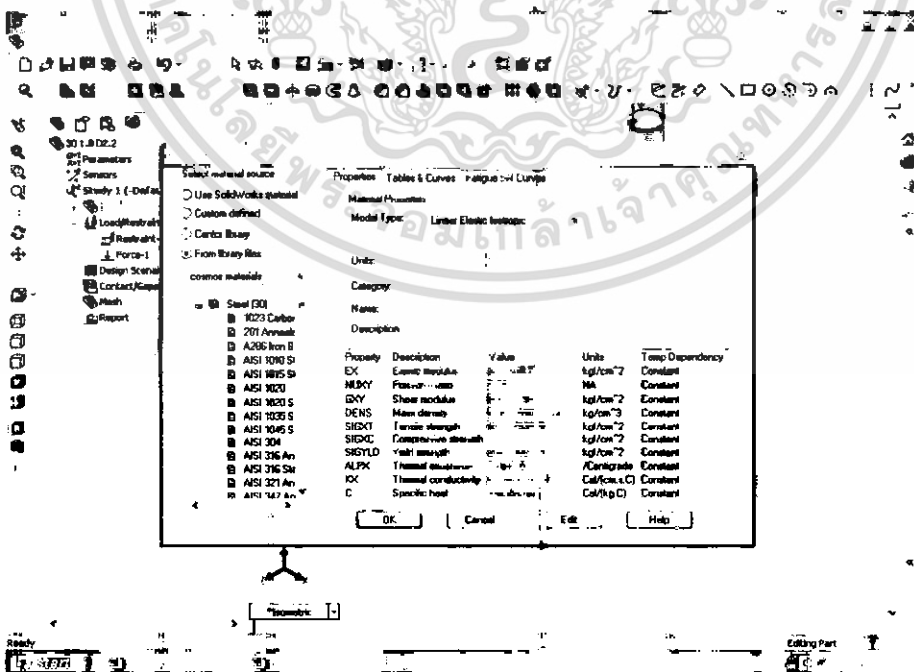
6.6. ประยุกต์การตรวจสอบโครงสร้าง

ในหัวข้อนี้จะใช้โปรแกรม และทฤษฎี อิลาสติก เข้ามาประยุกต์เพื่อใช้ในการตรวจสอบโครงสร้าง เพื่อหาค่าแรงลมสูงสุดที่จะทำให้โครงสร้างเกิดการพังทลาย และจะทำให้ทราบว่าโครงสร้างจะเกิดการโก่งตัวด้านข้างเท่าไรถึงจะเกิดการวิบัติ

6.6.1. การหาแรงลมสูงสุดที่กระทำให้โครงสร้างพังทลายด้วยโปรแกรม Solid Works 2007

จากแบบรูปในภาคผนวก น้ำหนักของโครงสร้าง 22.00 Ton และใช้ความหนาต่อ 18 mm. ใช้วัสดุเหล็ก 1023 Carbon steel sheet (SS)

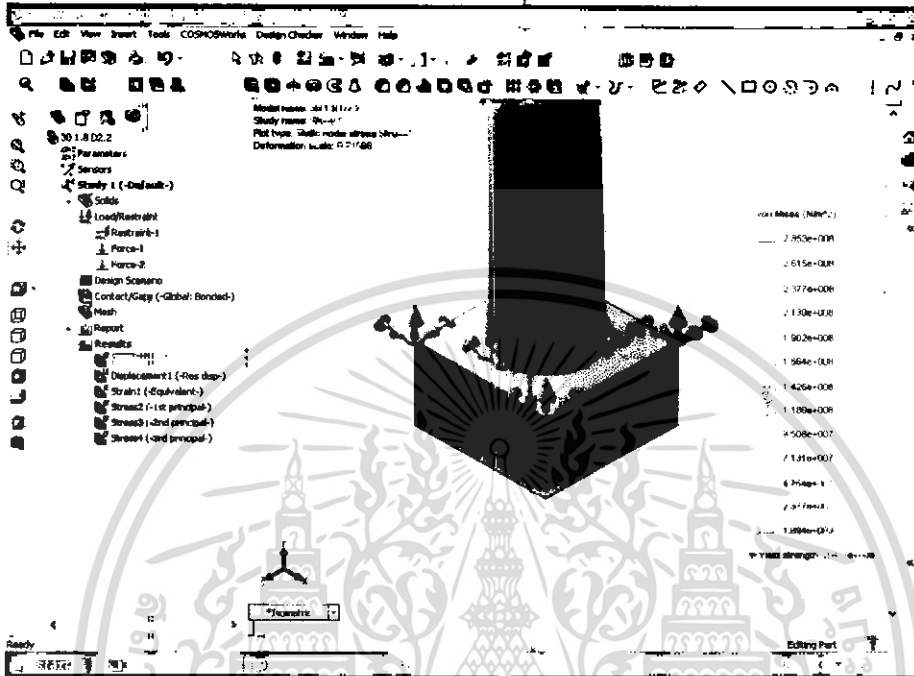
Elasticity	=	2.05×10^{11}	N/m ²
Poisson's ratio	=	0.29	
Shear modulus	=	8.0×10^{11}	N/m ²
Tensile Strength	=	4.25×10^8	N/m ²
Yield Strength	=	2.83×10^8	N/m ²
Moment of Inertia	=	0.077134	m ⁴



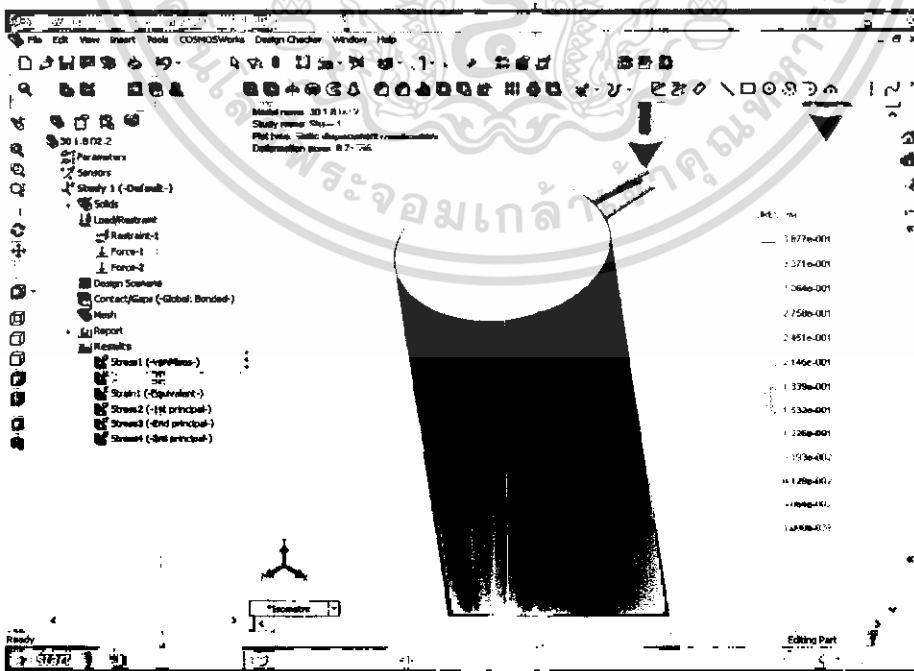
รูปที่ 6.6. แสดงการเลือกคุณสมบัติวัสดุทดสอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อที่ 86 และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แล้วทำการทดสอบเพื่อหาค่า ความเค้นสูงสุดที่เกิดขึ้นบน โครงสร้าง หากมีค่าใกล้เคียง Yield Point โครงสร้างจะเกิดการวิบัติซึ่งจากการทดสอบได้ผลสูงสุดที่ 8750 kg.



รูปที่ 6.7. แสดงการหาค่าความเค้นสูงสุดโดยมีแรงกระทำ 87500 kg.



รูปที่ 6.8. แสดงการหาค่าระยะ โกงด้านข้างสูงสุดโดยมีแรงกระทำ 87500 kg

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของกรมการช่างในพิธีการที่เชียงใหม่ เมื่ออยู่ใต้เงื่อนไขและเงื่อนไขด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อที่ 87 และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากค่าที่ได้ดังกล่าว แรงที่กระทำ เท่ากับ 87500 kg. ระยะโค้งตัว เท่ากับ 368 mm. หากเทียบกับพื้นที่รับแรงของโครงสร้างจากรูปแบบ ในภาคผนวก มีพื้นที่รับแรง 300 m² ป้ายจะรับแรงลมสูงสุด ได้ 290 kg./m² ซึ่งมีค่ามากกว่าแรงลมสูงสุดตามพระราชบัญญัติควบคุมอาคาร พ.ศ. 2544 ที่ระดับความสูงเดียวกัน คือ 120 kg./m² อยู่ 2.40 เท่า หากใช้มาตรฐานแรงลม ของสมาคมวิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย สามารถหาแรงลมได้จากสมการ

$$q_z = 0.00483 K_z K_{zt} K_d V^2 I \quad (6.3.)$$

โดย	V	=	140	km./hr.	
	I	=	0.87		
	K_{zt}	=	1.00	สำหรับพื้นที่ราบ	
	K_d	=	0.85	สำหรับป้ายทึบ	
	K_z	=	1.20	ที่ระดับความสูง 25 เมตร	
	q_z	=	84.00	kg./m ²	
	$F = q_z G_f C_f$				(6.4.)
	G_f	=	1.074		
	C_f	=	1.20		
	F	=	108.26	kg./m ²	

หากใช้มาตรฐานแรงลม ของสมาคมวิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย จะมีค่าน้อยกว่าแรงลมสูงสุดที่ระดับความสูงเดียวกัน อยู่ 2.68 เท่า

6.6.2. การหาแรงลมสูงสุดที่กระทำให้โครงสร้างพังทลายด้วยทฤษฎีอิลาสติก

จากแบบรูปในภาคผนวก น้ำหนักของโครงสร้าง 22.00 Ton และใช้ความหนาต่อ 18 mm. ใช้วัสดุเหล็ก 1023 Carbon steel sheet (SS)

Elasticity	=	2.05×10^{11}	N/m ²
Poisson's ratio	=	0.29	
Shear modulus	=	8.0×10^{11}	N/m ²
Tensile Strength	=	4.25×10^8	N/m ²
Yield Strength	=	2.83×10^8	N/m ²
Moment of Inertia	=	0.077134	m ⁴

โดยการรับแรงทางด้านข้าง 65700 kg. เมื่อใช้ทฤษฎี อีลาสติก จะได้ระยะโก่งตัวเท่ากับ 368 mm. หากเทียบกับพื้นที่รับแรงของ โครงสร้างจากรูปแบบ ในภาคผนวก มีพื้นที่รับแรงลม 300 m² ป้ายจะรับแรงลมสูงสุด ได้ 219 kg./m² ซึ่งมีค่ามากกว่าแรงลมสูงสุดตามพระราชบัญญัติควบคุมอาคาร พ.ศ. 2544 ที่ระดับความสูงเดียวกัน คือ 120 kg./m² อยู่ 1,83 เท่า หากใช้มาตรฐานแรงลม ของสมาคม วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย จะมีค่าน้อยกว่าแรงลมสูงสุดที่ระดับความสูงเดียวกัน อยู่ 2.02 เท่า

6.7. การเปรียบเทียบระยะการโก่งตัวด้านข้างระหว่าง ทฤษฎีที่คั่นคว่ำ กับแบบคานยื่น

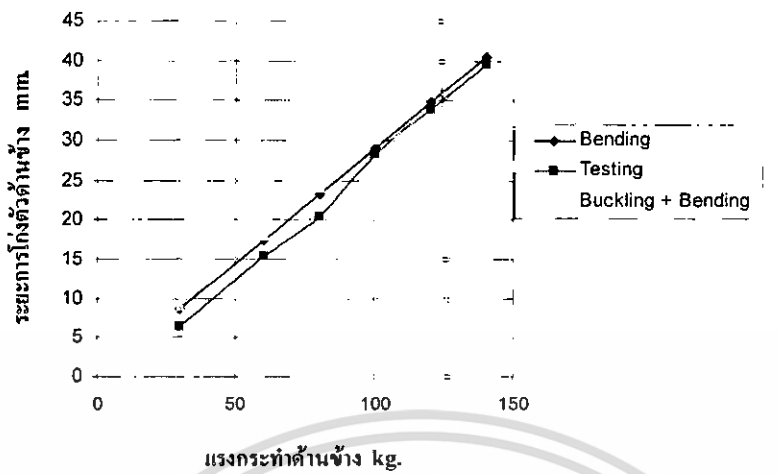
ในหัวข้อนี้จะเปรียบเทียบระยะการโก่งตัวด้านข้างระหว่างทฤษฎีที่คั่นคว่ำมา กับ แบบคานยื่น ซึ่งแบบคานยื่นนั้นจะไม่มีแรงกระทำตามแกน เพื่อดูว่าแรงกระทำตามแกนมีผลต่อโครงสร้าง มากน้อยเพียงใด

จากคุณสมบัติของวัสดุที่หาได้สามารถหาค่าการโก่งตัวด้านข้างได้ดังตารางที่ 6.19.-6.21.

$$\begin{aligned} \text{Axial Load (P)} &= 100 \text{ kg} & \text{Elasticity} &= 2.34\text{E}+05 \text{ kg/cm}^2 \\ l &= 1000 \text{ mm.} & I &= 4.55\text{E}+05 \text{ mm.}^4 \end{aligned}$$

Method		y (mm.)		
		Testing	Buckling And Bending	Bending
No.	Q	x (mm.)	x (mm.)	x (mm.)
		950.00	950.00	950.00
1	30	6.41	9.04	8.70
2	60	15.32	18.07	17.39
3	80	20.42	24.10	23.19
4	100	28.35	30.12	28.99
5	120	33.90	36.14	34.79
6	140	39.60	42.17	40.59

ตารางที่ 6.19. แสดงการเปรียบเทียบค่าการโก่งตัวด้านข้างของโครงสร้าง โดยมีแรงกระทำตามแกน 100 kg.

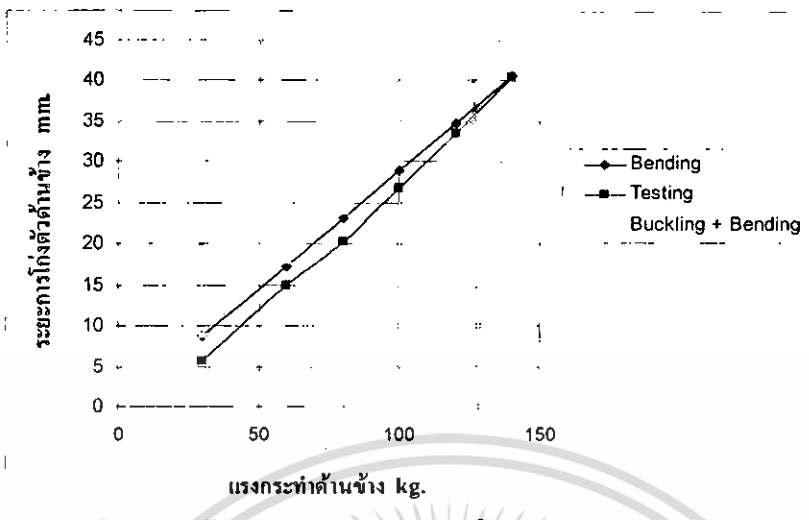


รูปที่ 6.9. ภาพแสดงการเปรียบเทียบระยะการโก่งตัวด้านข้าง ระหว่าง ทฤษฎี การทดสอบ และแบบคานอื่น โดยมีแรงกระทำตามแนวแกน 100 kg.

Axial Load (P) = 120 kg Elasticity = $2.34E+05$ kg/cm²
 I = 1000 mm. I = $4.55E+05$ mm.⁴

No.	Method	y (mm.)		
		Testing	Buckling And Bending	Bending
	Q	x (mm.)	x (mm.)	x (mm.)
		950.00	950.00	950.00
1	30	5.73	9.11	8.70
2	60	14.98	18.21	17.39
3	80	20.23	24.29	23.19
4	100	26.84	30.36	28.99
5	120	33.45	36.43	34.79
6	140	40.46	42.50	40.59

ตารางที่ 6.20. แสดงการเปรียบเทียบค่าการโก่งตัวด้านข้างของ โครงสร้าง โดยมีแรงกระทำตามแกน 120 kg.



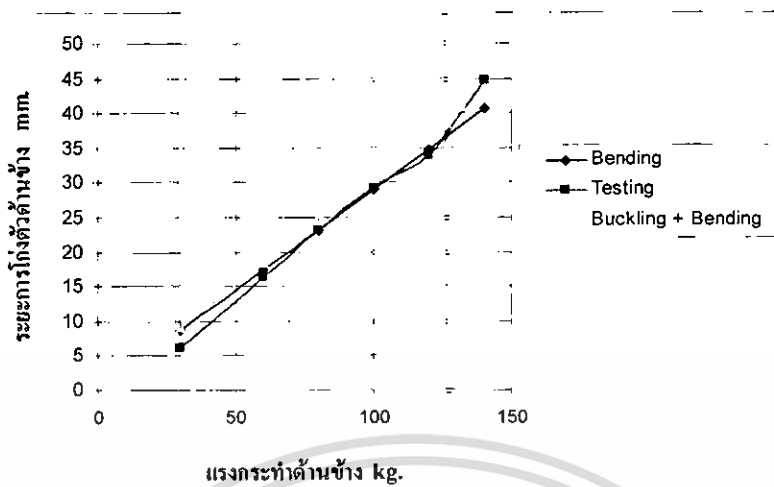
รูปที่ 6.10. ภาพแสดงการเปรียบเทียบระยะการโก่งตัวด้านข้าง ระหว่าง ทฤษฎี การทดสอบ และแบบคานยี่น โดยมีแรงกระทำตามแนวแกน 120 kg.

Axial Load (P) = 140 kg Elasticity = $2.34E+05$ kg/cm²
 l = 1000 mm. I = $4.55E+05$ mm.⁴

Method	Q	y (mm.)		
		Testing	Buckling And Bending	Bending
No.		x (mm.)	x (mm.)	x (mm.)
		950.00	950.00	950.00
1	30	6.09	9.18	8.70
2	60	16.41	18.36	17.39
3	80	23.01	24.48	23.19
4	100	29.45	30.60	28.99
5	120	33.98	36.72	34.79
6	140	44.80	42.84	40.59

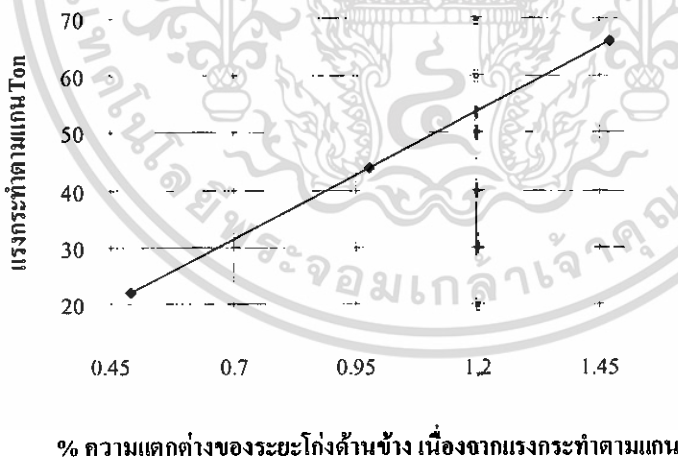
ตารางที่ 6.21. แสดงการเปรียบเทียบค่าการโก่งตัวด้านข้างของโครงสร้าง โดยมีแรงกระทำตามแกน 140 kg.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อ 91 และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.11. ภาพแสดงการเปรียบเทียบระยะการโก่งตัวด้านข้าง ระหว่าง ทฤษฎี การทดสอบ และแบบคานยื่น โดยมีแรงกระทำตามแนวแกน 140 kg.

จากค่าในตารางที่ 6.19.-6.21. แรงกระทำตามแนวแกน มีผลต่อระยะโก่งตัวด้านข้าง โดยจะมี % ความแตกต่าง เป็นแบบเส้นตรง ดังรูปที่ 6.12.



รูปที่ 6.12. แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำตามแกน และระยะโก่งตัวด้านข้าง

หรือแรงที่กระทำตามแกนจะมีผลต่อการเพิ่มลดต่อการโก่งตัวด้านข้างของโครงสร้าง ในสัดส่วนที่เท่าๆกัน

บรรณานุกรม

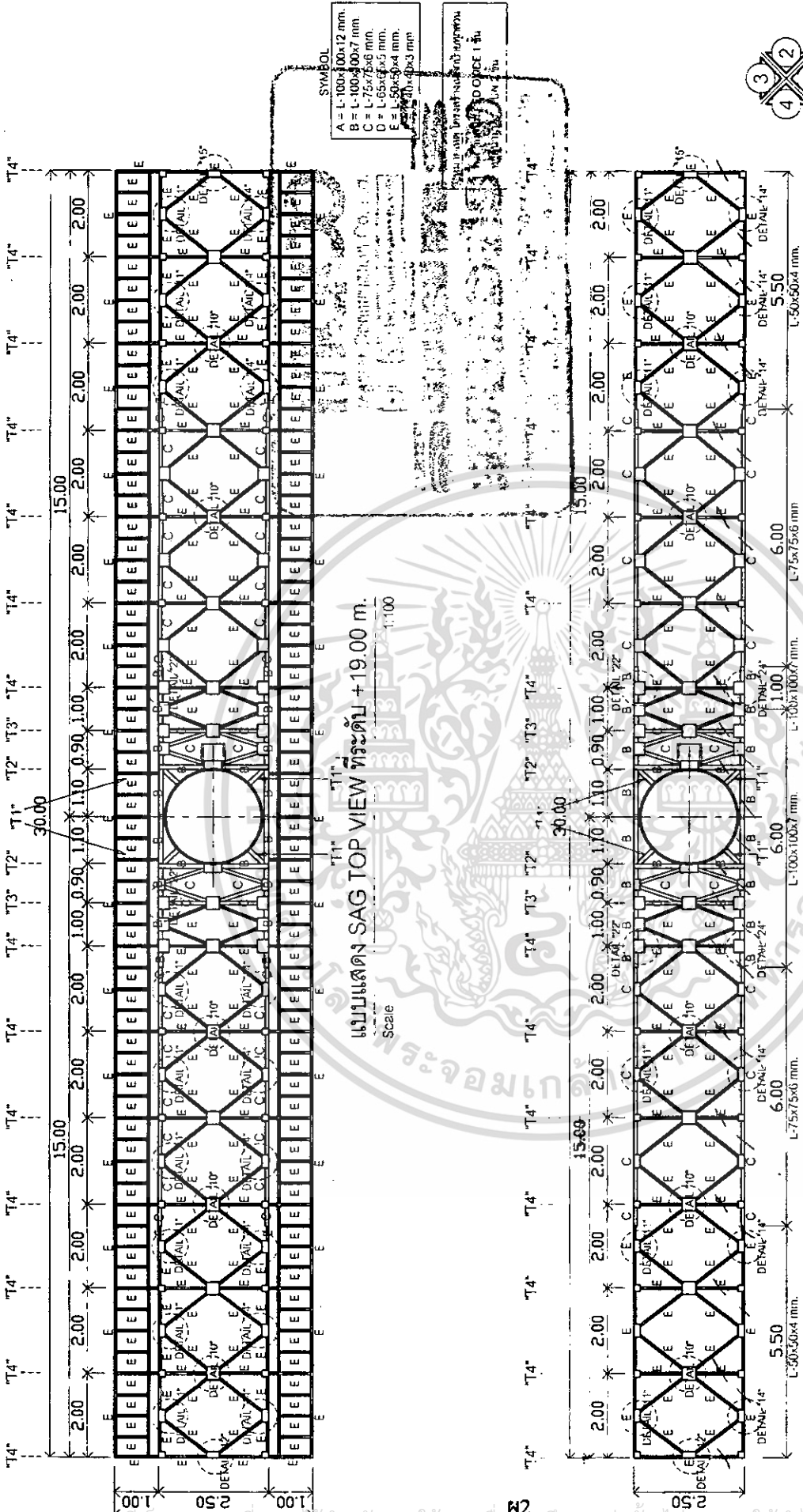
- [1]. Timoshenko, S.P., and Gere, J. M., (1961). Theory of elastic stability , McGraw-Hill, New York.
- [2]. Timoshenko, S.P., and Woinowsky-Krieger, S., (1959). Theory of Plate and Shells, 2nd ed., McGraw-Hill, New York.
- [3]. Timoshenko, S.P., (1983). History of Strength of Materials, Dover Publications.
- [4]. Ferdinand P. Beer , E.Russell Johnston, Jr., and John T. DeWolf., (2004). Mechanics of Materials. Third Edition in SI Units , McGraw-Hill, New York.
- [5]. Gere, J. M., and Timoshenko, S.P., (1997). Mechanics of Materials. 4th ed., PWS Publishing.
- [6]. Lardner, T.J., and Archer, R. R., (1994). Mechanics of Solids: An Introduction, McGraw-Hill.
- [7]. Wempner. G., (1995). Mechanics of Solids ., PWS Publishing.
- [8]. Shames, I. H., (1989). Introduction to Solids Mechanics, 2nd ed., Prentice-Hill.
- [9]. ศักดิ์ชัย ครศรี, จำลอง ลิ้มตระกูล. การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของเปลือกทรงกระบอกผนังบางถูกแรงกดในแนวแกนโดยมีการเสริมตามแนวยาว. ใน : การประชุมวิชาการ 40 ปี คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น . 23-24 มกราคม 2547 ; ขอนแก่น.

ภาคผนวก

แบบมาตรฐาน โครงข่ายเสาเดียว



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



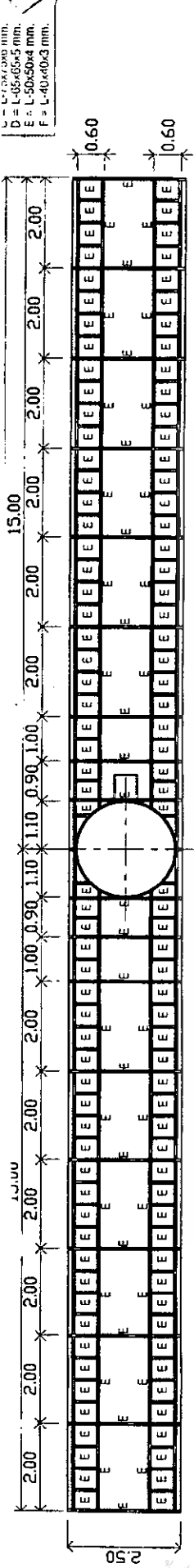
แบบแสดง SAG TOP VIEW ที่ระดับ +19.00 m.

แบบแสดง SAG TOP VIEW ที่ระดับ +20.00, +22.00, +24.00, +26.00, +28.00 และ +30.00 m.

Scale 1:100

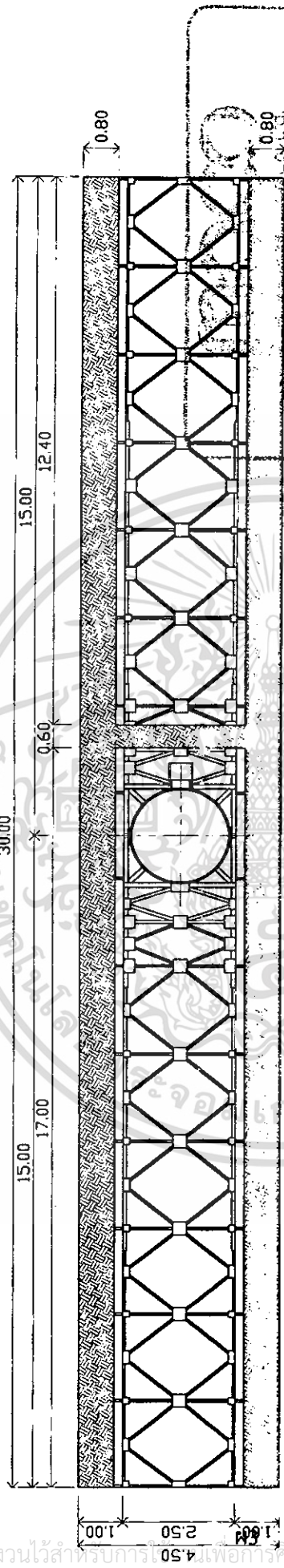
	DESIGNER Master Construction Co., Ltd. 29/599 หมู่ 16 แขวงสามวาตะวันตก เขตคลองสามวา กทม. 10510	OWNER Master Construction Co., Ltd. 29/599 หมู่ 16 แขวงสามวาตะวันตก เขตคลองสามวา กทม. 10510	PROJECT & LOCATION (แบบมาตรฐาน) โครงการแยกเดี่ยว สูง 30.00 x ยาว 30.00 m. (ยาว @ 15 x 15 = 30 m.)	DWG TITLE แบบแสดง SAG TOP VIEW	DATE DRAWN 17/01/48	ENGINEER นายสุวัฒน์ พิเศษภักดาพร สย.2295	APPROVED นายสุวัฒน์ พิเศษภักดาพร สย.2295	DWG NO. TOTAL 04 / 14 Side : A3 CODE DRM-PRO-CON-078
	DATE REVISED นายสุวัฒน์ พิเศษภักดาพร	ARCHITECT นายสุวัฒน์ พิเศษภักดาพร	DATE REVISED นายสุวัฒน์ พิเศษภักดาพร	ARCHITECT นายสุวัฒน์ พิเศษภักดาพร	DATE REVISED นายสุวัฒน์ พิเศษภักดาพร	ARCHITECT นายสุวัฒน์ พิเศษภักดาพร	APPROVED นายสุวัฒน์ พิเศษภักดาพร สย.2295	APPROVED นายสุวัฒน์ พิเศษภักดาพร สย.2295

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านอื่นๆ
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำ

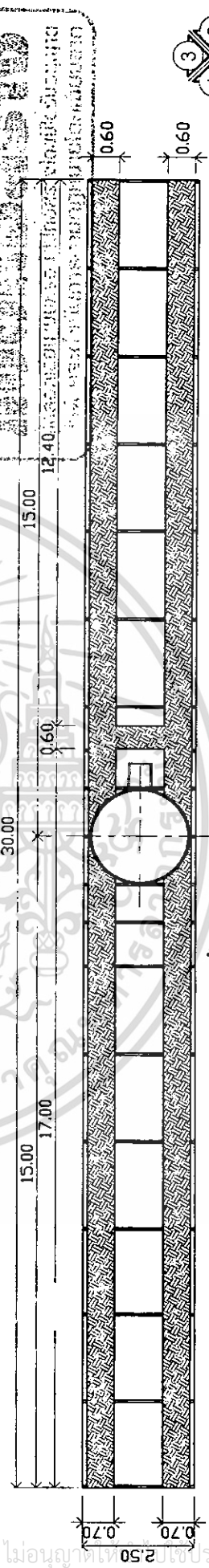


แบบแสดง SAG TOP VIEW ที่ระดับ +29.00 m.
Scale 1:100

หมายเหตุ: โครงสร้างเหล็กเป็นรูปทรง
1. ท่อเหล็กเส้น RED OXIDE 1 นิ้ว
2. ท่อเหล็กเส้น JO-LIN 2 นิ้ว



แบบแสดงแปลนพื้นทางเดิน CAT WALK ที่ระดับ +19.00 m.
Scale 1:100



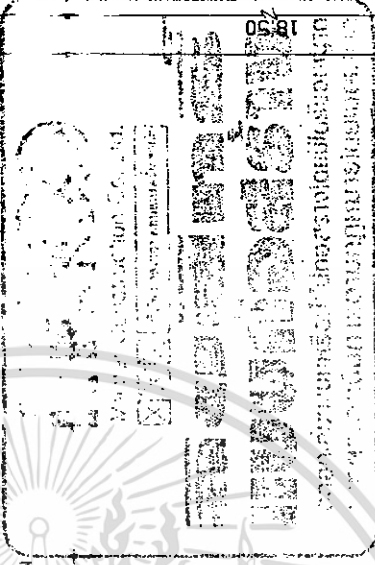
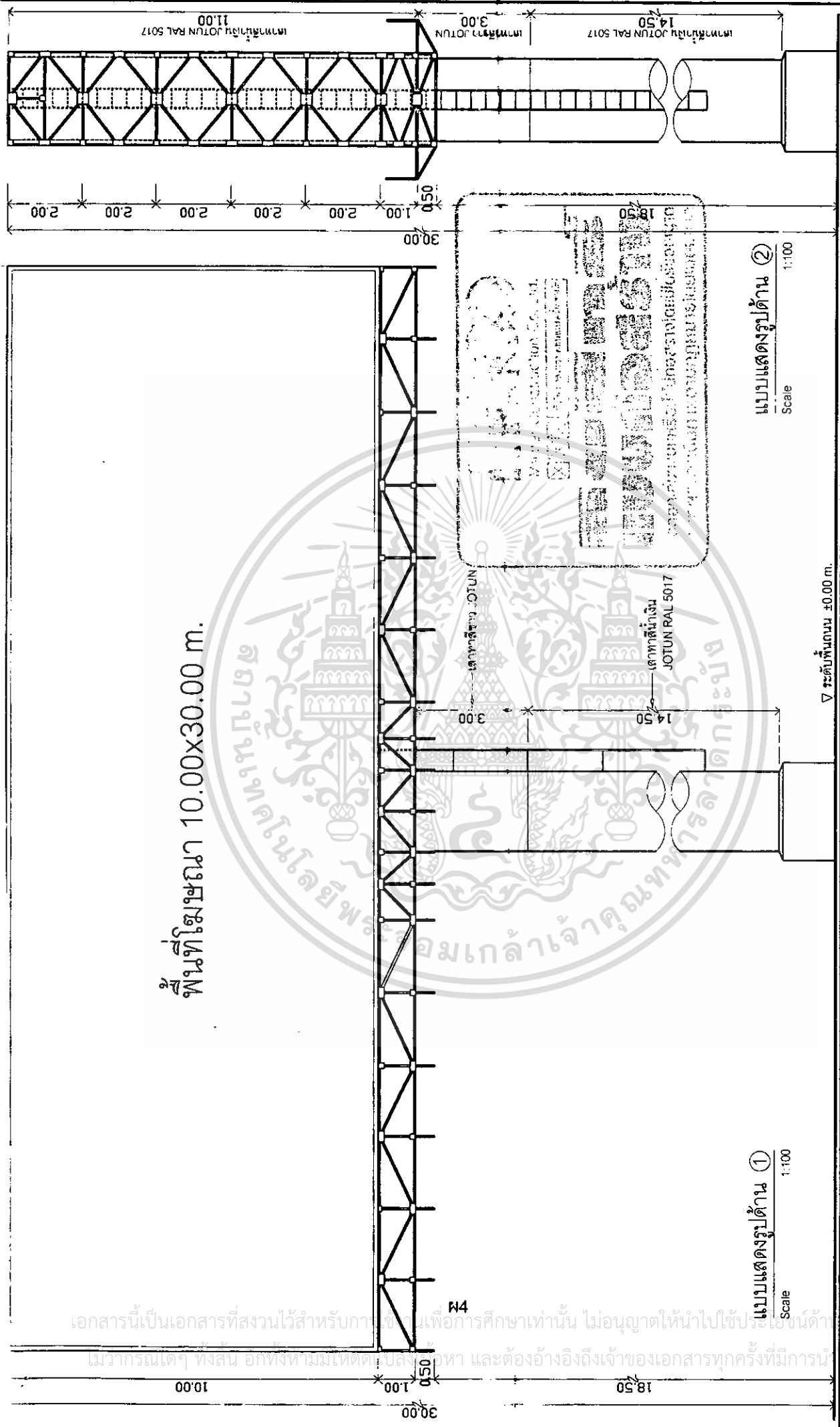
แบบแสดงแปลนพื้นทางเดิน CAT WALK ที่ระดับ +29.00 m.
Scale 1:100



ELEVATION

DESIGNER Master Construction Co., Ltd. 29/599 หมู่ 16 แขวงเวียงจันทน์ เขตคลองสามวา กทม. 10510	OWNER Master Construction Co., Ltd. 29/599 หมู่ 16 แขวงเวียงจันทน์ เขตคลองสามวา กทม. 10510	PROJECT & LOCATION (แบบมาตรฐาน) โครงข่ายเสาเข็ม สูง 30.00 x ยาว 30.00 m. (ขนาด 15 x 15=30 m.)	DATE DRAWN 17/01/48	ENGINEER	DWG TITLE แบบแสดง SAG TOP VIEW, แปลนพื้นทางเดิน CAT WALK	APPROVED นายสุจินต์ พัทธมเสถียร สย.2295	DWG NO. 05
			DATE REVISED	ARCHITECT		DRAWN นายสุจินต์ พัทธมเสถียร	TOTAL 14

พื้นที่โฆษณา 10.00x30.00 ม.



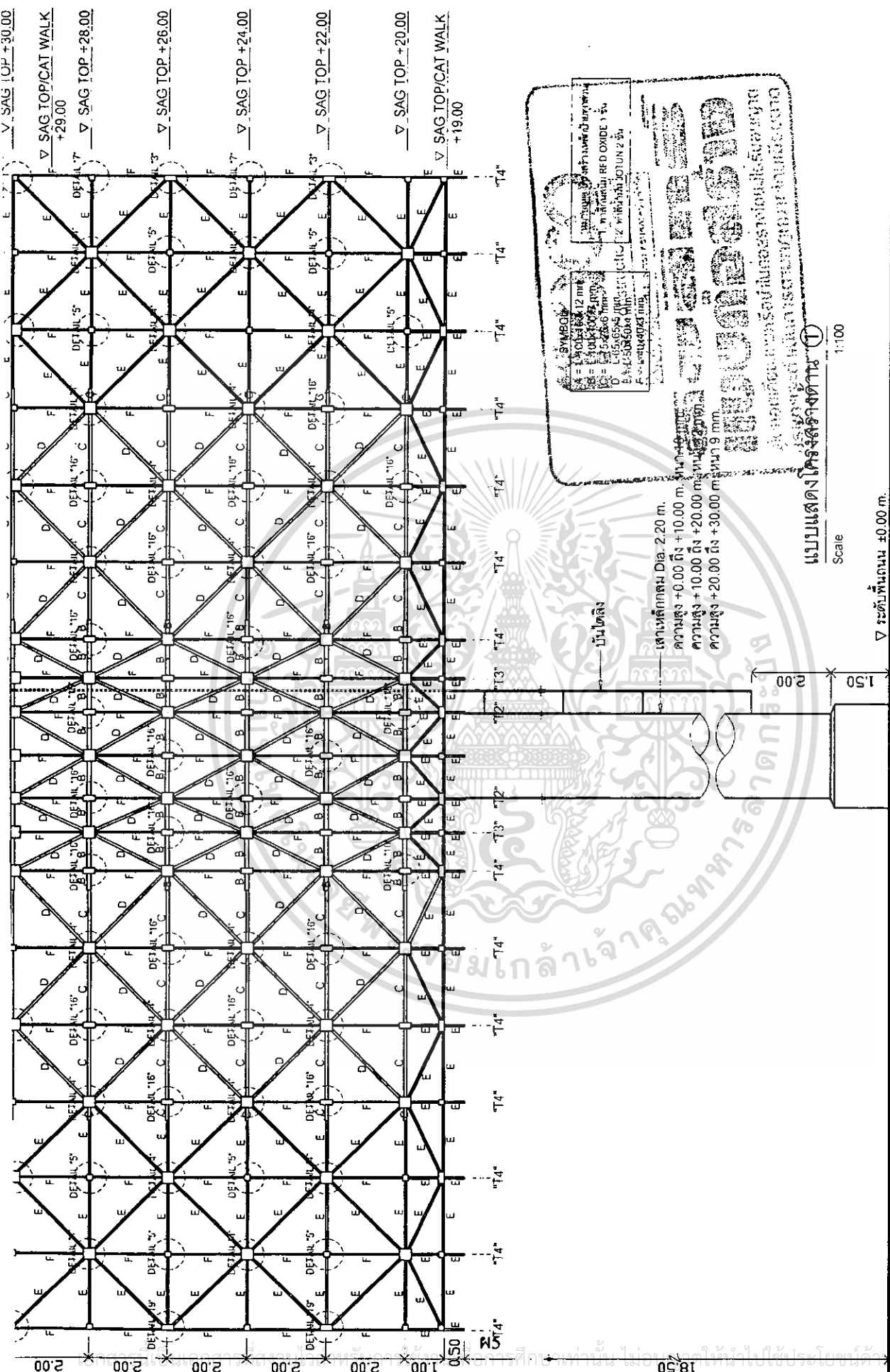
แบบแสดงรูปด้าน ②
Scale 1:100

แบบแสดงรูปด้าน ①
Scale 1:100

DWC NO. 06 TOTAL 14 Side A3 CODE DRM-PRO-CON-078	APPROVED นายสุวิทย์ วัฒนะพุทธธา สม.2285	ENGINEER	DATE DRAWN 17/01/48	DWG TITLE แบบแสดงรูปด้าน 1.2	PROJECT & LOCATION (แบบมาตรฐาน) โครงการเขาเตี้ย สูง 30.00 x ยาว 30.00 ม. (ยาว @ 15+15=30 m.)	OWNER Master Construction Co., Ltd. 29/599 หมู่ 16 แขวงสามวาตะวันตก เขตคลองเตย กทม. 10510	DESIGNER Master Construction Co., Ltd. 29/599 หมู่ 16 แขวงสามวาตะวันตก เขตคลองเตย กทม. 10510
	DRAWN นายสุวิทย์ วัฒนะพุทธธา	ARCHITECT	DATE REVISED				

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ใดๆ
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามเผยแพร่ข้อมูลใดๆ และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำ





SYMBOL

1. หนาเหล็ก 12 มม.
2. หนาเหล็ก 10 มม.
3. หนาเหล็ก 8 มม.
4. หนาเหล็ก 6 มม.
5. หนาเหล็ก 4 มม.

1. หนาเหล็ก RED OXIDE 1 มม.
2. หนาเหล็ก ZOTUN 2 มม.

บริษัท อี.ที.ซี. จำกัด
เลขที่ 101/101 ถนนวิภาวดีรังสิต แขวงจตุจักร เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10300
โทรศัพท์ 0-2654-1111 โทรสาร 0-2654-1112
FAX 0-2654-1113

บริษัท อี.ที.ซี. จำกัด
เลขที่ 101/101 ถนนวิภาวดีรังสิต แขวงจตุจักร เขตจตุจักร กรุงเทพฯ 10300
โทรศัพท์ 0-2654-1111 โทรสาร 0-2654-1112
FAX 0-2654-1113

แบบแสดงโครงสร้างคาน
Scale 1:100

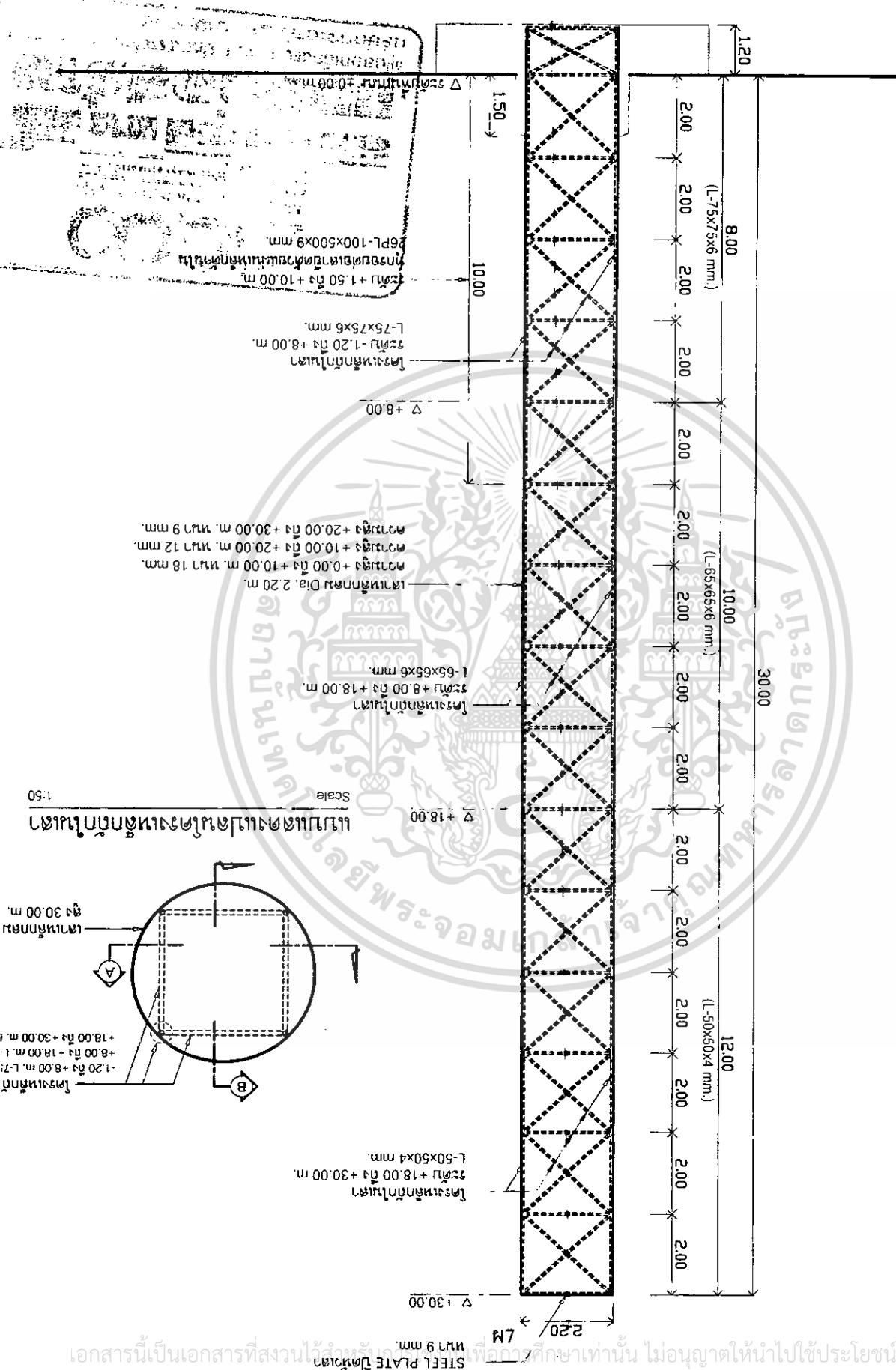
▽ ระดับพื้นถนน ±0.00 m.

<p>Master Construction Co., Ltd. 29/599 หมู่ 16 แขวงสามวาตะวันตก เขตคลองสามวา กทม. 10510</p>	<p>OWNER</p> <p>Master Construction Co., Ltd. 29/599 หมู่ 16 แขวงสามวาตะวันตก เขตคลองสามวา กทม. 10510</p>	<p>PROJECT & LOCATION</p> <p>(แบบมาตรฐาน) โครงป้ายเสาตัว สูง 30.00 x ยาว 30.00 m. (ยาว @ 15+15=30 m.)</p>	<p>DWG TITLE</p> <p>แบบแสดงโครงสร้างคาน 1</p>	<p>DATE DRAWN</p> <p>17/01/48</p>	<p>ENGINEER</p> <p>นายสุจินต์ พัฒนภักดาพร สย.2295</p>	<p>DWG. NO.</p> <p>TOTAL 07 / 14</p> <p>Side - A3</p> <p>CODE: DRM-PRO-CON-078</p>
				<p>DATE REVISED</p>	<p>ARCHITECT</p> <p>นายสุจิตินธุ์ วัชรบุษย์</p>	

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงแก้ไข และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำ

แบบแสดงรูปตัด A,B โครงเหล็กทึบเสา

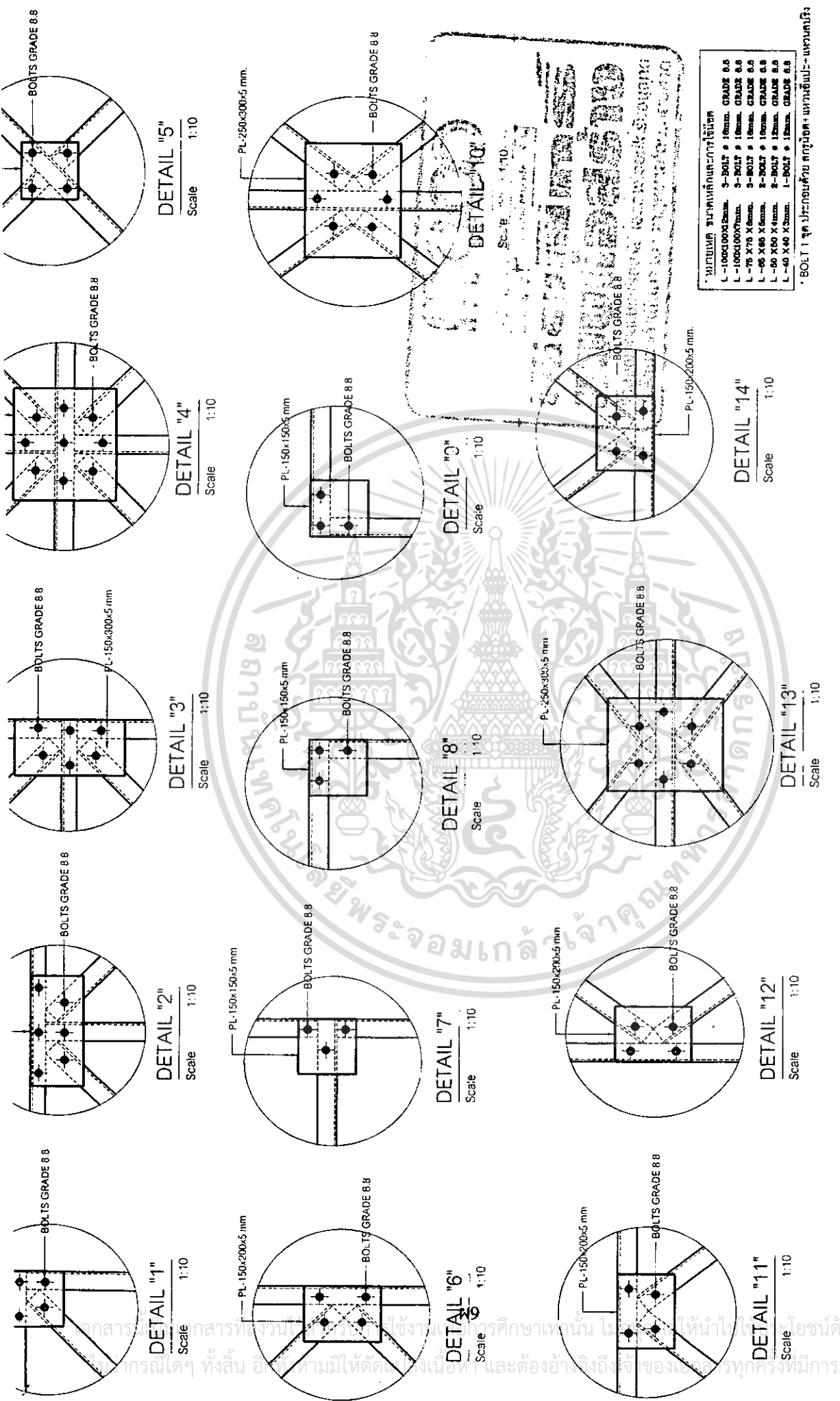
Scale 1:100



DWG NO. 09	TOTAL 14	Side A3	CODE DRM-PRO-COM-078	APPROVED	ENGINEER	DATE DRAWN	DATE REVISED	DWG TITLE แบบแสดงโครงเหล็กทึบเสา	PROJECT & LOCATION (แบบมาตรฐาน) โครงป้ายเสาเดียว สูง 30.00 x บัว 30.00 ม. (เสา 15-15=30 ม.)	OWNER Master Construction Co., Ltd. 29/599 หมู่ 16 แขวงสามวาตะวันตก เขตคลองเตย กทม. 10510	DESIGNER Master Construction Co., Ltd. 29/599 หมู่ 16 แขวงสามวาตะวันตก เขตคลองเตย กทม. 10510
				นายสุจินต์ พันนงกลางกร สย.2295	นายสุจินต์ พันนงกลางกร สย.2295	22/04/48					
				DRAWN	ARCHITECT						
				นายสุจินต์ พันนงกลางกร สย.2295							
				นายสุจินต์ พันนงกลางกร สย.2295							

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้ใช้เฉพาะการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ใดๆ
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำ

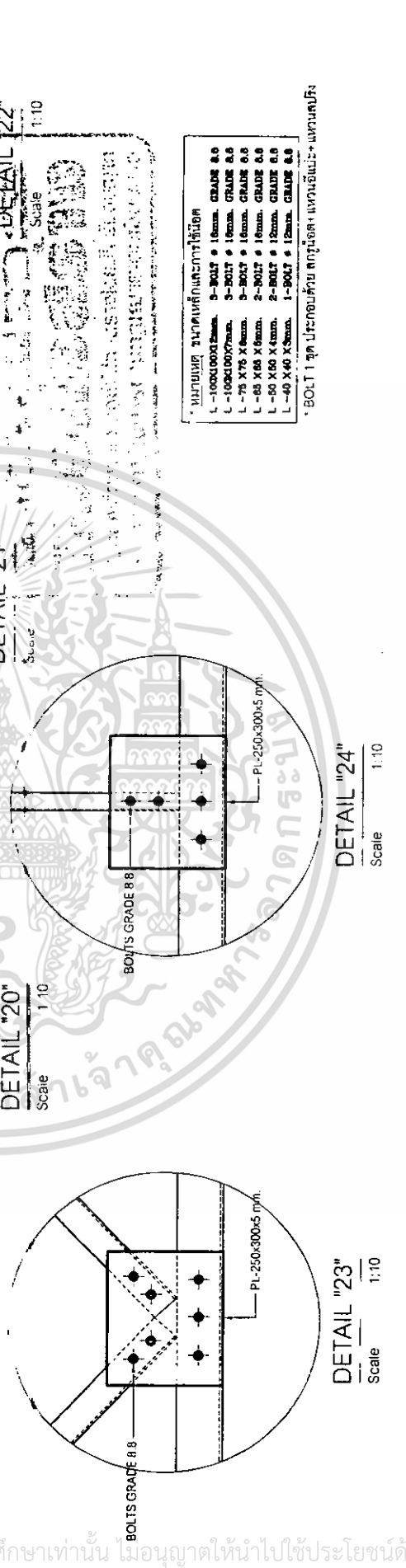
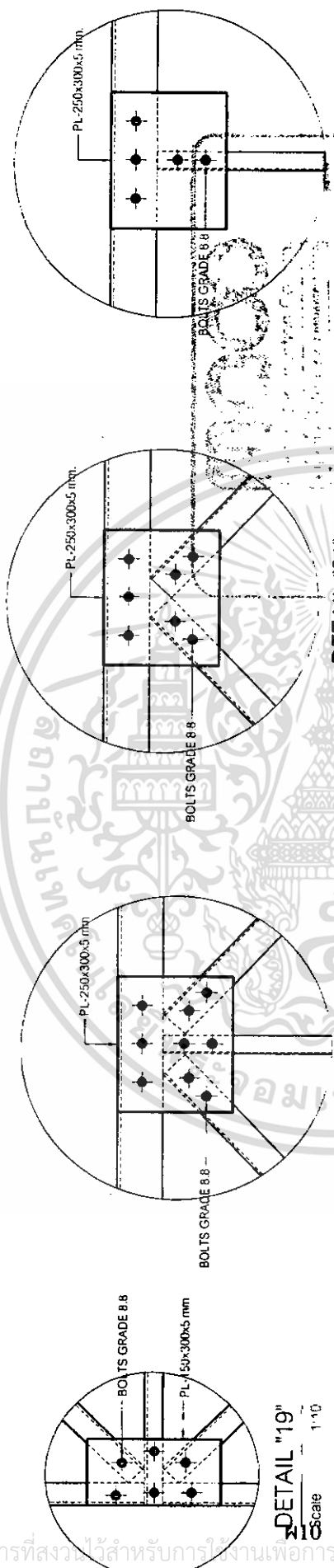
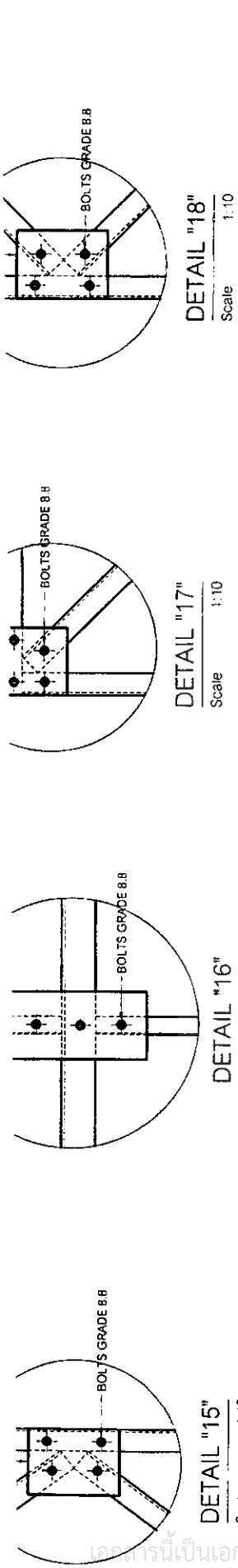




- รายละเอียด ขนาดเหล็กและค่าใช้สอย
- L-100x100x5mm. 3-BOLT φ 16mm. GRADE 8.8
 - L-100x100x5mm. 3-BOLT φ 18mm. GRADE 8.8
 - L-75 X75 X5mm. 3-BOLT φ 16mm. GRADE 8.8
 - L-65 X65 X5mm. 3-BOLT φ 16mm. GRADE 8.8
 - L-50 X50 X5mm. 3-BOLT φ 12mm. GRADE 8.8
 - L-40 X40 X3mm. 1-BOLT φ 12mm. GRADE 8.8

* BOLT 1 ชุด ประกอบด้วย สกรูชนิด- แพนเฮดเป็น- แพนเฮด

	DESIGNER Master Construction Co.,Ltd. 29/599 หมู่ 16 แขวงสามวาตะวันตก เขตคลองสามวา กทม. 10510	OWNER Master Construction Co.,Ltd. 29/599 หมู่ 16 แขวงสามวาตะวันตก เขตคลองสามวา กทม. 10510	PROJECT & LOCATION (แบบมาตรฐาน) โครงสร้างเสาตึกร สูง 30.00 x ยาว 30.00 ม. (เสา @ 15+15=30 ม.)	DWG TITLE แบบ DETAIL "1"-14"	DATE DRAWN 17/01/48	ENGINEER DRAMM	APPROVED นายสุจินต์ พิเศษฤทธสาร สบ.2295	DWG NO. TOTAL 14 Side A-J CODE DRM-PRO-CON-078
					DATE REVISED ARCHITECT	นายสุจินต์ พิเศษฤทธสาร		



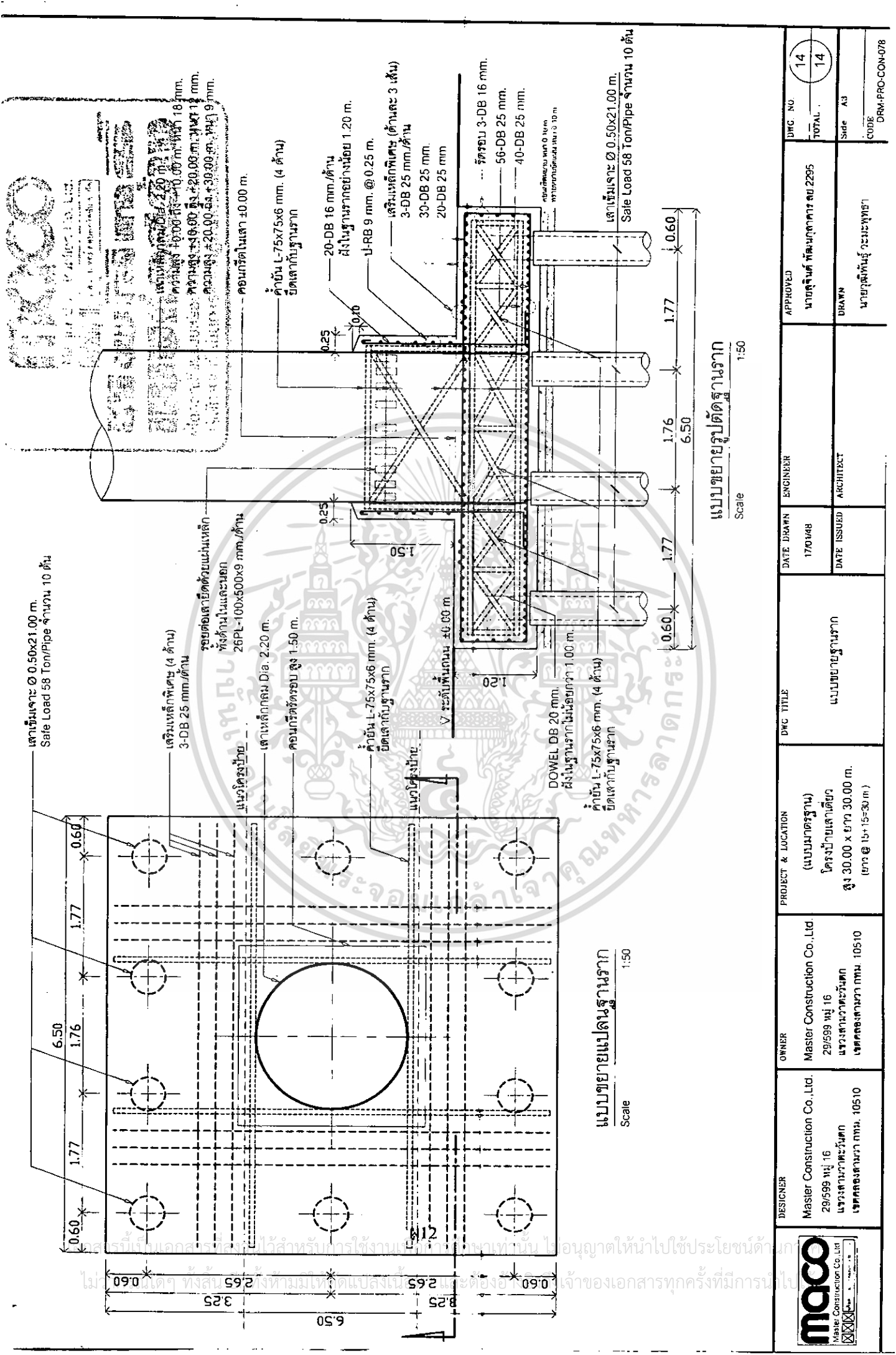
หมายเหตุ ขนาดเหล็กและกาที่เชื่อม

L-100x100x5mm.	3-BOLT * 16mm.	GRADE 8.8
L-100x100x7mm.	3-BOLT * 16mm.	GRADE 8.8
L-75 X 75 X 5mm.	3-BOLT * 16mm.	GRADE 8.8
L-65 X 65 X 5mm.	2-BOLT * 16mm.	GRADE 8.8
L-50 X 50 X 5mm.	2-BOLT * 12mm.	GRADE 8.8
L-40 X 40 X 5mm.	1-BOLT * 12mm.	GRADE 8.8

* BOLT 1 ชุด ประกอบด้วย ทุกรุ่นลด+ แนวนอนเป็น+ แนวนอนเป็น

	DESIGNER Master Construction Co.,Ltd. 29/599 หมู่ 16 แขวงจันทบุรีเขต เขตคลองสานว. กทม. 10510	OWNER Master Construction Co.,Ltd. 29/599 หมู่ 16 แขวงจันทบุรีเขต เขตคลองสานว. กทม. 10510	PROJECT & LOCATION (แบบมาตรฐาน) โครงสร้างเหล็ก สูง 30.00 x ยาว 30.00 ม. (เสา @ 15 x 15 = 30 ม.)	DWG TITLE แบบ DETAIL "15"- "24"	DATE DRAWN 17/01/48 ENGINEER	DATE REVISID ARCHITECT	APPROVED นายสุจินต์ พิเศษกุลดา สบ.22395 DRAWN นายอภิสิทธิ์ วัชรพิทยกุล	DWG NO TOTAL 12 14 Side - A3 CODE DRM-PRO-CON-078
--	--	---	---	------------------------------------	------------------------------------	---------------------------	---	--

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านอื่น
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำ



เสาเข็มเจาะ $\varnothing 0.50 \times 21.00$ m.
Safe Load 58 Ton/Pipe จำนวน 10 ต้น

เสริมเหล็กพิเศษ (4 ต้น)
3-DB 25 mm/ต้น

รอยต่อเดายึดด้วยแผ่นเหล็ก
ทั้งด้านในและนอก
26PL-100x500x9 mm/ต้น

แนวโครงสร้าง

เสาเหล็กกลม Dia. 2.20 m.
คอนกรีตรัดรอบ สูง 1.50 m.

ค้ำยัน L-75x75x6 mm. (4 ต้น)
ยึดเดากับฐานราก

แนวโครงสร้าง

DOWEL DB 20 mm.
ฝังในฐานรากไม่น้อยกว่า 1.00 m.

ค้ำยัน L-75x75x6 mm. (4 ต้น)
ยึดเดากับฐานราก

รีดรอบ 3-DB 16 mm.
56-DB 25 mm.
40-DB 25 mm.

คอนกรีตหนา 0.10 m.
พาดรอบค้ำยันทุกต้น 0.10 m

แบบขยายแปลนฐานราก
Scale 1:50

แบบขยายรูปตัดฐานราก
Scale 1:50

	DESIGNER Master Construction Co., Ltd. 29/599 หมู่ 16 แขวงสามวาตะวันตก เขตคลองสามวา กทม. 10510	OWNER Master Construction Co., Ltd. 29/599 หมู่ 16 แขวงสามวาตะวันตก เขตคลองสามวา กทม. 10510	PROJECT & LOCATION (แบบมาตรฐาน) โครงสร้างค้ำยันค้ำยัน สูง 30.00 x ยาว 30.00 m. (ยาว $\varnothing 15+15=30$ m.)	DWG TITLE แบบขยายฐานราก	DATE DRAWN 17/04/48	ENGINEER	APPROVED นายสุจินต์ พัฒนภักดากร เลข 2295 DRAWN นายสุวัฒน์ วัฒนประพุก	DWG. NO. TOTAL 14 Side A3 CODE DRM-PRO-CON-078
	DATE ISSUED	ARCHITECT	DATE ISSUED	ARCHITECT	DATE ISSUED	ARCHITECT	APPROVED	APPROVED

CHANNEL NO	Y (cm.)	Q (kg.)	0	30	60	80	100	120	140	150	160	170	180	190	200
1	0.00		-42	-456	-863	-1143	-1465	-1760	-2085	-2267	-2438	-2248	-2449	-3121	-876
2	0.025	ด้าน	-45	-527	-1010	-1332	-1708	-2047	-2436	-2653	-2842	-3061	-3144	-3200	-3982
3	0.050	หน้า	-57	-508	-980	-1307	-1655	-1990	-2364	-2585	-2763	-2974	-3080	-3248	-1900
4	0.075		-49	-512	-969	-1300	-1641	-1963	-2334	-2541	-2710	-2920	-3042	-3262	-1340
10	0.00		-35	44	12	-14	-98	-163	-139	-208	-158	-181	-230	-327	2500
9	0.025	ด้าน	-37	-47	-52	-29	-9	17	26	50	49	132	126	211	-2347
7	0.050	ข้าง	4	-20	-20	-4	23	65	102	144	95	172	196	220	-4900
5	0.075		-21	-20	-15	36	57	83	142	124	133	154	169	159	-2476

DELTA	Y (cm.)	Q (kg.)	0	30	60	80	100	120	140	150	160	170	180	190
$\delta 1$	0.95		0	4.8	11.51	15.08	24.37	29.85	35.54	38.64	42.52	51.94	53.7	71.54
$\delta 2$	0.80		0	3.46	9.14	14.72	22.32	26.85	32.49	35.11	37.52	45.93	47.58	52.76
$\delta 3$	0.60		0	2.3	7.3	9.7	14.25	17.7	21.82	27.79	29.62	29.9	31.21	35.14
$\delta 4$	0.40		0	1.3	4.85	7.3	10.82	13.21	16.13	17.5	18.9	23.14	24.07	27.07

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น มิใช่เพื่อให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ควรนำข้อมูลนี้ไปใช้ซ้ำโดยไม่ได้รับอนุญาต และต้องแจ้งผู้เป็นเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

NO. 2 DATE... 08-02-2007 P=... 120 kg.. STRAIN=($\epsilon \times 10^{-6}$) DELTA=($\delta \times 0.01\text{mm.}$)

CHANNEL NO	Y (cm.)	Q (kg.)	0	30	60	80	100	120	140	150	160	170	180	190	200
1	1.00		17	145	307	377	530	676	866	983	1119	1364	1862	3283	4342
2	2.50		-140	-617	-1229	-1547	-1810	-2147	-2522	-2720	-2908	-3184	-3524	-3958	3484
3	4.50	ด้าน	-64	108	279	376	485	596	729	799	860	944	1095	1136	4208
4	5.50	หน้า	-136	-648	-1149	-1349	-1938	-2295	-2712	-2975	-3192	-3550	-4033	-4749	-1539
5	7.00		57	192	351	456	547	673	785	850	899	980	1071	1196	-5221
6	8.50		-103	-418	-1194	-1464	-1837	-2159	-2554	-2758	-2935	-3044	-3380	-3824	-1512
7	1.50		2	-40	-53	-71	-72	-86	-104	-109	-121	-130	-78	-83	-745
8	4.50	ด้าน	7	-62	108	310	235	352	214	217	260	289	115	31	-3767
9	10.00	ข้าง	52	238	312	460	515	627	746	809	862	914	1008	1128	-2204
10	3.00		89	221	167	236	312	326	390	443	532	522	489	631	3550

DELTA	Y (cm.)	Q (kg.)	0	30	60	80	100	120	140	150	160	170	180	190
δ_1	0.95		0.56	5.92	15.02	20.02	26.74	32.90	38.67	40.42	43.95	47.32	50.90	55.90
δ_2	0.80		0.30	4.54	12.10	16.28	21.85	26.95	31.75	32.96	35.01	36.76	40.67	43.74
δ_3	0.60		0.20	3.08	8.85	12.01	16.26	20.27	23.72	25.40	27.05	29.07	31.29	34.30
δ_4	0.40		0.10	2.63	5.60	7.80	11.85	14.62	15.98	18.16	18.31	20.66	21.18	23.28

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่ควรนำไปใช้เพื่อประโยชน์อื่นใดโดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกฉบับที่มีการนำไปใช้

NO.3.....

DATE...09-02-2007.....

P=...140 kg..

STRAIN=($\epsilon \times 10^{-6}$)

DELTA =($\delta \times 0.01mm.$)

CHANNEL NO	Y (cm.)	Q (kg.)	0	30	60	80	100	120	140	150	160	170	180	190	195
1	2.50		19	-229	-300	-342	-404	-481	-513	-532	-564	-671	-833	-857	-210
2	4.00		-25	75	169	180	213	256	306	294	304	331	372	421	-183
3	5.50	ด้าน	-86	-394	-579	-675	-752	-817	-810	-793	-777	-795	-854	-915	1187
4	7.00	หน้า	8	109	159	197	248	273	303	314	321	358	390	434	-417
5	8.50		-19	-236	-334	-356	-365	-388	-387	-381	-347	-344	-317	-317	437
8	10.00		16	-82	-257	-405	-315	-261	-237	-245	-142	-55	-31	-42	-827
6	2.50	ด้าน	-12	-44	-82	-94	-124	-149	-197	-209	-222	-265	-316	-376	209
7	5.50		-9	-25	-41	-61	-50	-83	-100	-216	-136	-164	-193	-232	-650
9	1.00	ข้าง	17	18	50	43	18	46	112	84	66	97	118	22	772
10	4.00		-74	-95	-53	680	673	41	136	500	46	51	87	20	541

DELTA	Y (cm.)	Q (kg.)	0	30	60	80	100	120	140	150	160	170	180	190
$\delta 1$	0.95		0.46	6.46	17.08	24.38	29.18	31.53	40.86	43.56	47.48	50.18	53.55	57.68
$\delta 2$	0.80		0.43	5.07	14.93	21.04	24.83	29.77	34.33	36.57	38.93	41.23	44.03	47.40
$\delta 3$	0.60		-0.50	3.66	10.65	15.38	18.37	21.08	24.59	25.21	26.97	28.65	30.74	33.32
$\delta 4$	0.40		-0.40	2.30	7.26	10.60	12.60	15.07	17.37	19.44	20.60	21.70	23.14	24.80

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ทำซ้ำโดยไม่ได้รับอนุญาต
 ไม่สามารถนำข้อมูลนี้ไปใช้เพื่อวัตถุประสงค์อื่นใดโดยไม่ได้รับอนุญาต
 ข้อมูลนี้เป็นข้อมูลเบื้องต้นเท่านั้น ข้อมูลที่แท้จริงอาจแตกต่างกันไป

NO...4..... DATE...10-02-2007..... P=...140 kg.. STRAIN=($\epsilon \times 10^{-6}$) DELTA=($\delta \times 0.01\text{mm.}$)

CHANNEL NO	Y (cm.)	Q (kg.)	0	30	60	80	100	120	140	150	160	170	180	190	195
1	1.00		-468	-759	-1157	-1444	-1741	-2042	-2207	-2403	-2602	-3081	-3509	4534	4534
2	2.00		23	215	390	520	645	781	916	979	1035	1106	1134	1047	7845
3	3.00	ด้าน	-3	-500	-999	-1331	-1646	-2022	-2400	-2594	-2785	-3031	-3335	-3831	-5926
4	4.00	หน้า	4	183	356	495	600	747	878	972	1085	1140	1260	1460	13575
5	5.00		5	-504	-855	-1317	-1662	-2008	-2337	-2565	-2771	-2989	-3327	-3600	-5605
6	6.00		5	423	591	474	599	767	878	936	1017	1111	1218	1381	7106
7	1.00		0	217	533	-11	-2	-33	-14	7	28	245	-9	82	7078
8	2.00	ด้าน	2	-76	130	31	375	454	381	637	112	106	106	107	
9	3.00	ข้าง	-6	-78	-125	-728	-723	-767	-706	-704	-683	-675	-654	-659	-14609
10	4.00		7	177	122	505	253	205	213	237	273	210	218	200	-5780

DELTA	Y (cm.)	Q (kg.)	0	30	60	80	100	120	140	150	160	170	180	190
$\delta 1$	0.95		0	6.55	16.22	21.4	26.95	31.93	36.52	38.7	40.97	43.52	46.54	50.11
$\delta 2$	0.80		0	5.28	13.45	17.79	22.36	26.57	30.33	32.1	33.99	36.02	38.56	41.58
$\delta 3$	0.60		0	3.76	9.91	13.11	16.54	19.55	21.23	22.49	23.85	25.31	27.11	29.29
$\delta 4$	0.40		0	2.35	6.77	9	13.45	13.51	15.31	16.14	17.05	18.04	19.26	20.75

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ทำซ้ำโดยไม่ได้รับอนุญาต
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีให้ดูบนเว็บไซต์ และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

NO...5..... DATE...10-02-2007 P=...120 kg.. STRAIN=($\epsilon \times 10^{-6}$) DELTA=($\delta \times 0.01\text{mm.}$)

CHANNEL NO	Y (cm.)	Q (kg.)	0	30	60	80	100	120	140	150	160	170	180	190	192	194	196	198
1	1.00		6	184	351	692	585	710	841	876	772	768	771	670	656	398	445	210
2	2.00		18	-420	-767	-911	-923	-900	-855	-709	-684	-726	-773	-755	-699	-682	-653	-574
3	3.00	ด้าน	0	161	467	295	501	552	621	605	628	662	687	679	630	604	591	601
4	4.00	หน้า	-3	-470	-926	-1238	-1538	-1832	-2132	-2321	-2499	-2683	-2966	-2620	-2527	-2442	2400	2367
5	5.00		20	156	319	479	421	419	393	331	333	331	360	323	304	305	279	263
6	6.00		6	-427	-834	-1061	-1290	-1526	-1731	-1802	-1910	-2063	-2166	-2391	-2364	2373	-2377	-2291
7	7.00		-4	83	90	128	155	157	219	229	299	351	400	431	440	444	454	468
8	1.00	ด้าน	-5	60	-36	-58	-18	-128	-111	-105	-116	-100	-234	-247	-183	-188	-162	-122
9	3.00	ข้าง	0	-20	-37	-53	-84	-99	-105	-112	-105	-153	-152	-151	-146	-153	-159	-177
10	2.00		-38	-19	-21	-33	-29	-13	20	153	0	54	132	40	118	99	0	33

DELTA	Y (cm.)	Q (kg.)	0	30	60	80	100	120	140	150	160	170	180	190	192	194	196	198
δ1	0.95		0	6.09	15.49	20.99	27.5	34.55	42.8	46.65	51.04	55.28	59.98	65.6	66.52	67.83	68.97	70.75
δ2	0.80		0	4.07	12.17	16.91	22.47	27.51	34.5	37.85	41.55	45.15	49.27	53.89	54.68	55.8	56.8	58.35
δ3	0.60		0	3.54	9.54	13	16.11	20.54	25.68	28.15	30.92	33.59	36.61	40.02	40.6	40.4	41.15	42.3
δ4	0.40		0	2.15	6.4	8.82	11.72	14.83	18.17	19.92	21.84	23.73	25.86	28.24	28.64	29.22	29.72	30.52

NO. 6 DATE... 11-02-2007 P=...100 kg.. STRAIN=($\epsilon \times 10^{-6}$) DELTA =($\delta \times 0.01\text{mm.}$)

CHANNEL NO	Y (cm.)	Q (kg.)	0	30	60	80	100	120	140	150	160	170	180	190	192
1	1.00		16	149	262	315	401	508	675	810	997	1289	2790		
2	2.00		-34	-483	-884	-1121	-1402	-1685	-1990	-2153	-2317	-2613	-3232		
3	3.00	ด้าน	17	163	337	453	574	708	839	918	995	1082	1166		
4	4.00	หน้า	-32	-518	-992	-1296	-1629	-1972	-2324	-2508	-2708	-2942	-3217		
5	5.00		12	176	346	471	604	713	870	951	1029	1102	1191		
6	6.00		-18	-430	-806	-1057	-1306	-1559	-1821	-1934	-2064	-2235	-2419		
7	7.00		2	163	340	464	589	699	835	905	988	1079	1157		
8	1.00	ด้าน	114	148	227	255	266	522	538	434	487	448	317		
9	3.00	ข้าง	12	67	177	158	192	200	329	253	265	331	292		
10	2.00		-62	-22	-128	-87	-148	-96	-93	-155	-164	-132	-58		

DELTA	Y (cm.)	Q (kg.)	0	30	60	80	100	120	140	150	160	170	180	190	192
δ1	0.95		0	5.75	16.88	23.28	29.24	34.68	39.89	42.46	44.98	47.91	52.48		
δ2	0.80		0	4.62	13.97	19.36	24.26	28.79	33.01	35.15	37.16	39.51	43.25		
δ3	0.60		0	3.35	9.64	13.75	17.64	20.89	24.08	24.63	26.1	27.91	30.74		
δ4	0.40		0	2.11	7.25	10.09	12.7	14.96	17.02	18.07	19.02	20.22	22.1		

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ทำซ้ำโดยไม่ได้รับอนุญาต
 ไม่ควรนำข้อมูลทั้งหมดไปใช้โดยไม่แจ้งให้ทราบก่อน

NO...7.....

DATE...11-02-2007.....

P=...120 kg..

STRAIN=($\epsilon \times 10^{-6}$)

DELTA=($\delta \times 0.01\text{mm.}$)

CHANNEL NO	Y (cm.)	Q (kg.)	0	30	60	80	100	120	140	150	160	170	180	190	192
1	1.00		-8	127	314	440	581	740	962	1109	1317	1692	2579		
2	2.00		-3	-450	-890	-1193	-1072	-1803	-2141	-2322	-2546	-2844	-3180		
3	3.00	ด้าน	4	166	342	456	585	769	833	915	997	1117	1318		
4	4.00	หน้า	4	-546	-1055	-1369	-1687	-2053	-2422	-2629	-2814	-3197	-3700		
5	5.00		-5	109	282	406	528	651	771	847	923	1029	1136		
6	6.00		8	-442	-957	-1346	-1493	-2003	-2336	-2552	-2808	-3155	-3492		
7	7.00		6	204	333	444	564	678	799	871	939	1030	1115		
8	1.00	ด้าน	3	31	129	197	222	299	297	294	315	432	300		
9	3.00	ข้าง	2	39	126	276	255	282	305	331	354	423	355		
10	2.00		28	29	337	108	171	35	33	23	67	55	98		

DELTA	Y (cm.)	Q (kg.)	0	30	60	80	100	120	140	150	160	170	180	190	192
$\delta 1$	0.95		0	10.62	20.28	29.68	38.32	43.76	48.76	50.33	54.06	57.31	59.97		
$\delta 2$	0.80		0	7.06	16.96	24.99	22.33	26.87	31.06	33.18	35.49	38.22	41.22		
$\delta 3$	0.60		0	5.19	11.78	18.92	23.51	26.87	29.93	31.48	33.17	35.18	37.38		
$\delta 4$	0.40		0	3.46	8.89	13.26	17.18	19.42	21.45	22.48	23.6	24.96	26.42		

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้ทำซ้ำโดยไม่ได้รับอนุญาต
 ไม่ควรนำข้อมูลนี้ไปใช้ในที่อื่น ถ้าทั้งท่านมีข้อผิดพลาดหรือข้อสงสัย กรุณาแจ้งเจ้าหน้าที่ที่เกี่ยวข้อง

NO...8..... DATE...12-02-2007..... P=...140 kg... STRAIN=($\epsilon \times 10^{-6}$) DELTA=($\delta \times 0.01\text{mm.}$)

CHANNEL NO	Y (cm.)	Q (kg.)	0	30	60	80	100	120	140	150	160	170	180	190	192
1	1.00		7	198	407	546	699	852	1096	1277	1367	1683	2412		
2	2.00		15	-304	-613	-812	-1025	-1229	-1446	-1616	-1702	-1880	-2119		
3	3.00	ด้าน	31	165	381	611	600	753	883	1020	1039	1122	1369		
4	4.00	หน้า	0	-478	-987	-1321	-1674	-2036	-2397	-2699	-2844	-3127	-3489		
5	5.00		10	138	266	361	452	545	642	700	740	801	875		
6	6.00		37	-430	-961	-1293	-1630	-1993	-2355	-2490	-2787	-3025	-3365		
7	7.00		9	172	338	447	565	684	813	956	959	1040	1149		
8	2.00	ด้าน	3	358	21	138	25	41	51	34	105	62	74		
9	4.00	ข้าง	73	337	444	52	77	55	85	57	69	80	94		
10	6.00		21	180	-54	73	75	14	162	173	82	106	95		

DELTA	Y (cm.)	Q (kg.)	0	30	60	80	100	120	140	150	160	170	180	190	192
δ_1	0.95		0	6.18	16.2	22.09	30.18	36.89	49.2	47.81	49.56	52.79	56.51		
δ_2	0.80		0	4.98	13.45	18.45	25.29	30.95	36.25	40.07	41.53	44.21	47.27		
δ_3	0.60		0	3.56	9.13	12.76	17.97	22.23	26.19	29.09	30.14	32.14	34.42		
δ_4	0.40		0	2.27	6.98	9.65	13.37	16.38	19.13	21.18	21.85	23.23	24.8		