

# สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

อิทธิพลของลักษณะเฉพาะตัวของแม่พิมพ์ตัวที่สองในการดึงขึ้นรูปลวดโลหะโดยใช้แม่พิมพ์คู่ โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

The Influence of Die Dimensions on Wire Drawing Diameter for Second Die by Finite Element Method

โดย

นาย ณัฐดนัย อินทรักษา

นาย ธนากร รุ่งสาโรจน์

นาย สรรพพรธ ศรีรัตวี

อาจารย์ที่ปรึกษา

รศ. สมชัย นรเศรษฐโสภณ

๒พ.  
๓๖๓๒๑๐  
๒๕๕๑

เลขหมู่.....  
เลขทะเบียน..... 72177  
วัน,เดือน,ปี..... 11 ส.ย. 2550

b. 117 64384  
i.....

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต  
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
คณะวิศวกรรมศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ปีการศึกษา 2549

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญาานิพนธ์ปีการศึกษา 2549

ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง อิทธิพลของลักษณะเฉพาะตัวของแม่พิมพ์ตัวที่สองในการดึงขึ้น

รูปลวดโลหะโดยใช้แม่พิมพ์คู่โดยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์

The Influence of Die Dimensions on Wire Drawing Diameter for

Second Die by Finite Element Method

ผู้จัดทำ

1. นาย ณัฐดนัย อินทรักษา 47015392
2. นาย ธนากร รุ่งสาโรจน์ 47015396
3. นาย สรรพวรรณ ศรีราตรี 47015412



อาจารย์ที่ปรึกษา  
(รศ. สมชัย นรเศรษฐ์โสภณ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## อิทธิพลของลักษณะเฉพาะตัวของแม่พิมพ์ตัวที่สองในการดึงขึ้นรูปลวดโลหะโดยใช้แม่พิมพ์คู่ โดยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์

นาย ฉัฐดนัย อินทรักษา 47015392

นาย ธนากร รุ่งสาโรจน์ 47015396

นาย สรรพพร ศรียาตรี 47015412

รศ. สมชัย นรเศรษฐโสภณ อาจารย์ที่ปรึกษา  
ปีการศึกษา 2549

### บทคัดย่อ

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาวิชา ผลกระทบของการลดขนาดเส้นลวดในขณะที่ทำการลดขนาดนั้นได้ถูกนำมาศึกษา โคนที่ในงานวิจัยนี้วัตถุประสงค์คือ ทดลองเพื่อที่จะศึกษาถึงพฤติกรรม โดยใช้เครื่องมือแม่พิมพ์สูงสุดโดยพื้นฐานการทดลองโดยใช้เครื่องมือแม่พิมพ์เหมาะสม การเปลี่ยนแปลงรูปร่าง และค่าความเครียดของตัวเส้นลวด ที่ได้มีการทดลองในแบบต่าง ๆ กันไป โดยเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนการลดขนาดและได้ถูกนำมาคำนวณโดยใช้การวิเคราะห์แบบ finite element แบบ 2 - D ซึ่งผลจากการวิเคราะห์ FEA โดยในขณะที่เส้นลวดได้มีการผ่านตัวแม่พิมพ์ จะเกิดผลกระทบเกิดขึ้นในบางส่วนของผิวหน้าและแกนกลางของเส้นลวดนั้นๆ ดังนั้นผลที่เกิดขึ้นในระหว่างการดึงลดขนาด ค่าความเครียด tensile stress และ ค่าความเครียดอัดที่เพิ่มขึ้นในขณะที่ทำการลดขนาดจึงได้ถูกทำการศึกษาต่อไป และวัสดุที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้คือ ลวดทองแดง และลวดอลูมิเนียม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## The Influence of Die Dimensions on Wire Drawing Diameter for Second Die by Finite Element Method

Natdanai Intraraksa

Thanakorn Rungsaroj

Sanpat Sriratri

Associate Professor Somchai Norrasetsopol Advisor

### ABSTRACT

The effect of reduction size on shaped-wire drawing were investigated. For this purpose , an experimental investigation for optimal die haft-wire was experimented in several case including of changing the reduction ratio were calculated by two – dimensional finite element analysis. As the FEA results , while the loading edge of the wire passed through the die , the necking due to wire drawing occurred on some parts of the wire surface and the middle of wire , The effects of reduction size on drawing stress , tensile stress in front of wire and contact compressive stress while shaped – wire drawing were carried out and the materials that use in this experimental is copper wire and aluminum wire.

## กิตติกรรมประกาศ

ปริญญาบัตรฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยดี โดยได้รับความอนุเคราะห์จากผู้มีพระคุณหลายท่าน โดยเฉพาะ รองศาสตราจารย์สมชัย นรเศรษฐ์โสภณ อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญาบัตร ซึ่งได้กรุณาสละเวลาให้คำแนะนำและคำปรึกษาเพื่อปรับปรุงแก้ไขส่วนที่บกพร่องต่างๆ ในเกือบทุกเรื่องทุกขั้นตอนและทำให้ “อิทธิพลของลักษณะเฉพาะตัวของแม่พิมพ์ตัวที่สองในการดึงขึ้นรูปลวดโลหะโดยใช้แม่พิมพ์คู่ โดยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์” สำเร็จไปได้ด้วยดี

ขอขอบพระคุณอาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ ทุกท่านที่ได้อบรมและประสาทวิชาความรู้ พร้อมกับการเปิดโอกาสที่ดีที่ทำให้ทีมงานได้เรียนรู้ถึงการทำงานจริงและแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นนอกเหนือจากบทเรียน ทำให้ทีมงานได้มีความสามารถที่จะนำไปพัฒนากับการทำงานจริงได้เป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณ คุณสมชัย(พี โหน่ง) รุ่นพี่ประจำคณะ ที่ได้กรุณาสละเวลาอันมีค่าและคอยช่วยเหลือแนะนำจนโปรเจกต์อิทธิพลของลักษณะเฉพาะตัวของแม่พิมพ์ตัวที่สองในการดึงขึ้นรูปลวดโลหะโดยใช้แม่พิมพ์คู่ โดยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์สามารถผ่านพ้นไปได้ด้วยดี

ขอขอบพระคุณสำหรับทุนทรัพย์มากมายที่บิดา มารดา ผู้ปกครองของทีมงานผู้ทำปริญญาบัตรทุกคน ได้เล็งเห็นถึงความสำคัญของการศึกษา และในความกรุณาทำให้ทีมงานสามารถสานฝันจากปลายปากกาจนสำเร็จออกมาเป็นโปรเจกต์อิทธิพลของลักษณะเฉพาะตัวของแม่พิมพ์ตัวที่สองในการดึงขึ้นรูปลวดโลหะโดยใช้แม่พิมพ์คู่ โดยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ได้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ขอขอบคุณสำหรับทุกแรงกายแรงใจจากเพื่อนพ้องทุกคนและทีมงานทุกคนที่ลงแรงลงใจ ให้ความช่วยเหลือในการทำโปรเจกต์อิทธิพลของลักษณะเฉพาะตัวของแม่พิมพ์ตัวที่สองในการดึงขึ้นรูปลวดโลหะโดยใช้แม่พิมพ์คู่ โดยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์ได้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

โปรเจกต์อิทธิพลของลักษณะเฉพาะตัวของแม่พิมพ์ตัวที่สองในการดึงขึ้นรูปลวดโลหะโดยใช้แม่พิมพ์คู่ โดยวิธีไฟไนท์เอลิเมนต์นี้นับได้ว่าเป็นเพียงก้าวหนึ่งที่เกิดจากความรู้ในห้องเรียนและจากประสบการณ์ต่างๆ ทางทีมงานผู้ทำปริญญาบัตรนี้หวังว่าประสบการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นในมหาวิทยาลัยนี้เป็นเพียงการเริ่มต้นก่อนที่จะก้าวออกไปปฏิบัติงานจริงได้อย่างดี ขอขอบพระคุณอย่างแท้จริง

นาย ณัฐคนัย อินทรักษา

นาย ธนากร รุ่งสาโรจน์

นาย สรรพพรธ ศรีราตรี

## สารบัญ

	หน้าที่
บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญรูปภาพ	VI
สารบัญกราฟ	VIII
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญความเป็นมา	1
1.2 วัตถุประสงค์	1
1.3 ขอบเขตงานวิจัย	1
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
บทที่ 2 ทฤษฎี	3
2.1 การดัดขึ้นรูปลวด	3
2.2 วิธีการขึ้นรูปลวด	5
2.3 การนำไปใช้และประโยชน์	19
2.4 วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์	21
2.5 วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ปัญหาของแข็ง	21
2.6 ปัญหาแผ่นระนาบ	30
2.7 ความเค้นและความเครียด	36
2.8 แรงดัดกลับ	39
2.9 การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของวัสดุหรือโลหะ	43
2.10 กลไกการเปลี่ยนรูปร่างของวัสดุหรือโลหะ	44
บทที่ 3 วิธีการจำลองการวิเคราะห์ขบวนการขึ้นรูปโลหะเบื้องต้น	52
3.1 วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับขบวนการขึ้นรูป	52
3.2 การนำไฟไนต์เอลิเมนต์ไปใช้ใน Plasticity	54
3.3 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย และ แนวคิดในการสร้างแบบจำลอง	59
3.4 ลักษณะของปัญหาในการสร้างแบบจำลอง	59
บทที่ 4 การดัดลวดผ่านตายโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์	62

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ (ต่อ)

4.1	จุดประสงค์	62
4.2	อุปกรณ์	62
4.3	วิธีการทดลอง	63
4.4	ผลการทดลอง	63
บทที่ 5 บทวิจารณ์และสรุป		88
5.1	สรุป	88
5.2	ปัญหาที่พบ	88
5.3	แนวทางการพัฒนา	89
บรรณานุกรม		90



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูปภาพ

	หน้าที่	
รูปภาพ 2.1	ภาพการดึงลวดกลมหน้าตัดผ่านคาย	3
รูปภาพ 2.2	แสดงสัดส่วนของคาย	4
รูปภาพ 2.3	แสดงส่วนประกอบของคาย	4
รูปภาพ 2.4	ทิศทางการเค้นในการดึงลวด	5
รูปภาพ 2.5	แสดงความสัมพันธ์ที่เกิดจากเส้น โครงของครึ่งมุมคายระหว่างการดึง	6
รูปภาพ 2.6	แสดงการดึงลวดผ่านคาย และ free body equilibrium ของเอลิเมนต์ในส่วนที่ผ่านการลดขนาด	7
รูปภาพ 2.7	ภาพแสดงการเกิดรอยแยกในแนวแกนกลางสำหรับการดึงขึ้นรูปที่อุณหภูมิห้อง	12
รูปภาพ 2.8	แผนภาพแสดงเกณฑ์การเกิดรอยแยกในแนวแกนกลางลวดจากการดึงหรืออัดขึ้นรูป	13
รูปภาพ 2.9	แผนภาพแสดงผลกระทบของมุมคายกับความเค้นดึง	14
รูปภาพ 2.10	แผนภาพแสดงสนามความเร็วของลวดขณะทำการขึ้นรูปผ่านคาย	18
รูปภาพ 2.11	ภาพแสดงการบิดเบี้ยวของสนามความเร็ว	18
รูปภาพ 2.12	ภาพลำดับสนามความเร็วแนวอนที่ต่อเนื่องกันอันเป็นผลให้เกิดการขาดแกนกลาง	19
รูปภาพ 2.13	แสดงการนำลวดที่ได้จากการดึงไปใช้ประกอบรวมกันสำหรับการทำลวดตัวนำยิ่งยวด	19
รูปภาพ 2.14	แสดงการนำลวดที่ได้จากการดึงไปใช้ในเครื่องสแกน 3 มิติ ( ลวดตัวนำยิ่งยวด ชนิดอุณหภูมิต่ำ)	20
รูปภาพ 2.15	การนำลวดวัตถุประกอบไปใช้ในรถไฟความเร็วสูง ( ลวดตัวนำยิ่งยวด ชนิดอุณหภูมิต่ำ)	20
รูปภาพ 2.16	แสดงความสมดุลของ ของแข็งในสามมิติ	22
รูปภาพ 2.17	พลังงานที่เกิดจากความเครียดในวัตถุ	24
รูปภาพ 2.18	เอลิเมนต์ทรงหกหน้าในวัตถุสามมิติ	27
รูปภาพ 2.19	ไฟไนต์เอลิเมนต์กับปัญหาความเค้นในระนาบบนแผ่นโลหะบาง	31
รูปภาพ 2.20	ไฟไนต์เอลิเมนต์กับปัญหาความเครียดในระนาบของเขื่อนที่มรัควมลึก	32
รูปภาพ 2.21	ลักษณะการกระจายของค่าเค้นในตัวในแนวแกน X กับ Y บนเอลิเมนต์สามเหลี่ยม	33
รูปภาพ 2.22	ความดันตลอดขอบ 2- 3 ของขอบสามเหลี่ยม	35
รูปภาพ 2.23	ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น และ ความเครียด	38
รูปภาพ 2.24	เครื่องจักรแบบการดึงต่อเนื่อง	39

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูปภาพ ( ต่อ )

รูปภาพ 2.25	การกระจายของแรงดันบนแม่พิมพ์ขณะที่คั่งเมื่อมีแรงคั่งกลับ	40
รูปภาพ 2.26	การกระจายของความดันไฮโดรสแตติกส์ภายในสภาวะการคั่งที่มีแรงคั่งกลับ	40
รูปภาพ 2.27	ลักษณะรอยแตกร้าวรูปถ้วยในเส้นลวด	41
รูปภาพ 2.28	การเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นโดยการคั่งที่มีแรงคั่งกลับ	42
รูปภาพ 2.29	ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นในแนวแกนของแกนของการคั่ง โดยมีแรงคั่งกลับกับตำแหน่งของรัศมี	42
รูปภาพ 2.30	แสดงไดอะแกรม Elastic Deformation และ Plastic Deformation	43
รูปภาพ 2.31	แสดงการเกิด การเลื่อนตัว	44
รูปภาพ 2.32	แสดงการ Twinning ในแบบต่างๆ	45
รูปภาพ 2.33	แสดงภาพโครงสร้างที่เกิดจากการ Twinning	45
รูปภาพ 2.34	แสดงลักษณะการเกิด Edge Dislocation	46
รูปภาพ 2.35	แสดงขั้นตอนในแบบต่างๆในการเกิด Edge Dislocation	46
รูปภาพ 2.36	แสดง Line การเกิด Screw Dislocation	47
รูปภาพ 2.37	แสดงการเลื่อนไหลในผลึกโลหะ	48
รูปภาพ 2.38	แสดงการเบี่ยงเบนเคลื่อนที่ของโครงสร้างอะตอมจากความเค้นเฉือน	48
รูปภาพ 2.39	แสดงรูปการเบี่ยงเบนพื้นฐาน	49
รูปภาพ 2.40	แสดงแรงกระทำที่ทำให้โครงสร้างอะตอมเกิดการเบี่ยงเบนมุมขึ้น	49
รูปภาพ 2.41	แสดงแรงที่กระทำทำให้โครงสร้างอะตอมเกิดการบิดให้เกิดการเบี่ยงเบนเป็นสกรู	50
รูปภาพ 2.42	แสดงกรณีที่ระนาบเลื่อนไหลมาติดกันที่ขอบเม็ดเกรนและมีการเบี่ยงเบนของโครงสร้างอะตอมตามแนวระนาบเลื่อนไหลจะมีผลทำให้เกิดความแข็งแรงมากขึ้น	51
รูปภาพ 3.1	แสดงลำดับขั้นตอนการคำนวณของขบวนการขึ้นรูปโลหะ	52
รูปภาพ 3.3	แสดงแผนภาพเส้นโค้งสำหรับวัสดุทางอุดมคติ	55
รูปภาพ 3.4	กราฟแสดงความสัมพันธ์ Stress – Strain	56
รูปภาพ 3.5	แสดงแบบจำลอง 2 มิติ	60
รูปภาพ 3.6	แสดงการกำหนดค่าขอบเขตการคำนวณในทิศทางแกน Y	61
รูปภาพ 3.7	แสดงการกำหนดค่าขอบเขตการคำนวณในทิศทางแกน X	61
รูปภาพ 4.1	แสดงภาพโปรแกรม MARC	63

## สารบัญกราฟ

	หน้าที่	
กราฟที่ 4.1	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดง ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.7 และมูมคายที่ 12 และ 6 องศา	64
กราฟที่ 4.2	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดง ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.7 และมูมคายที่ 6 และ 12 องศา	64
กราฟที่ 4.3	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดง ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.7 และมูมคายที่ 12 องศา	65
กราฟที่ 4.4	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดง ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.7 และมูมคายที่ 12 และ 6 องศา	65
กราฟที่ 1.5	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดง ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.9 และมูมคายที่ 6 องศา	66
กราฟที่ 4.6	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดง ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.9 และมูมคายที่ 6 และ 12 องศา	66
กราฟที่ 4.7	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดง ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.9 และมูมคายที่ 12 องศา	67
กราฟที่ 4.8	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดง ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.9 และมูมคายที่ 12 และ 6 องศา	67
กราฟที่ 4.9	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดง ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.2 และมูมคายที่ 6 องศา	68
กราฟที่ 4.10	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดง ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.2 และมูมคายที่ 6 และ 12 องศา	68
กราฟที่ 4.11	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดง ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.2 และมูมคายที่ 12 องศา	69
กราฟที่ 2	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดง ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.2 และมูมคายที่ 12 และ 6 องศา	69
กราฟที่ 4.13	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดง ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.6 และมูมคายที่ 6 องศา	70
กราฟที่ 3	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดง ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.6 และมูมคายที่ 6 และ 12 องศา	70

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญญกราฟ ( ต่อ )

กราฟที่ 4	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดง ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.6 และมุมคายที่ 12 และ 6 องศา	71
รูปภาพ 4.16	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดง ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.6 และมุมคายที่ 12 องศา	71
กราฟที่ 4.17	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียม ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.7 และมุมคายที่ 6 องศา	72
กราฟที่ 4.18	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียม ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.7 และมุมคายที่ 6 และ 12 องศา	72
กราฟที่ 4.19	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียม ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.7 และมุมคายที่ 12 องศา	73
กราฟที่ 4.20	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียม ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.7 และมุมคายที่ 12 และ 6 องศา	73
กราฟที่ 4.21	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียม ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.9 และมุมคายที่ 6 องศา	74
กราฟที่ 4.22	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียม ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.9 และมุมคายที่ 12 องศา	74
กราฟที่ 4.23	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียม ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.9 และมุมคายที่ 6 และ 12 องศา	75
กราฟที่ 4.24	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียม ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.9 และมุมคายที่ 12 และ 6 องศา	75
กราฟที่ 4.25	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียม ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.2 และมุมคายที่ 6 องศา	76
กราฟที่ 4.26	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียม ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.2 และมุมคายที่ 6 และ 12 องศา	76
กราฟที่ 4.27	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียม ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.2 และมุมคายที่ 12 องศา	77
กราฟที่ 4.28	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียม ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.2 และมุมคายที่ 12 และ 6 องศา	77
กราฟที่ 4.29	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียม ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.6 และมุมคายที่ 6 องศา	78

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญกราฟ ( ต่อ )

กราฟที่ 4.30	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียม ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.6 และมุมคายที่ 6 และ 12 องศา	78
กราฟที่ 4.31	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียม ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.6 และมุมคายที่ 12 องศา	79
กราฟที่ 4.32	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียม ที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.6 และมุมคายที่ 12 และ 6 องศา	79
กราฟที่ 4.33	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ mean normal stress ของลวดทองแดง ที่มีการลดขนาดเหลือ 7.7 มม.	80
กราฟที่ 4.34	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ drawing stress ของลวดทองแดง ที่มีการลดขนาดเหลือ 7.7 มม.	80
กราฟที่ 4.35	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ mean normal stress ของลวดทองแดง ที่มีการลดขนาดเหลือ 7.9 มม.	81
กราฟที่ 4.36	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ drawing stress ของลวดทองแดง ที่มีการลดขนาดเหลือ 7.9 มม.	81
กราฟที่ 4.37	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ mean normal stress ของลวดทองแดง ที่มีการลดขนาดเหลือ 8.2 มม.	82
กราฟที่ 4.38	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ drawing stress ของลวดทองแดง ที่มีการลดขนาดเหลือ 8.2 มม.	82
กราฟที่ 4.39	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ mean normal stress ของลวดทองแดง ที่มีการลดขนาดเหลือ 8.6 มม.	83
กราฟที่ 4.40	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ drawing stress ของลวดทองแดง ที่มีการลดขนาดเหลือ 8.6 มม.	83
กราฟที่ 4.41	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ mean normal stress ของลวดอลูมิเนียม ที่มีการลดขนาดเหลือ 7.7 มม.	84
กราฟที่ 4.42	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ drawing stress ของลวดอลูมิเนียม ที่มีการลดขนาดเหลือ 7.7 มม.	84
กราฟที่ 4.43	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ mean normal stress ของลวดอลูมิเนียม ที่มีการลดขนาดเหลือ 7.9 มม.	85
กราฟที่ 4.44	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ drawing stress ของลวดอลูมิเนียม ที่มีการลดขนาดเหลือ 7.9 มม.	85

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญกราฟ ( ต่อ )

กราฟที่ 4.45	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ mean normal stress ของลวดอลูมิเนียม ที่มีการลดขนาดเหลือ 8.2 มม.	86
กราฟที่ 4.46	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ drawing stress ของลวดอลูมิเนียม ที่มีการลดขนาดเหลือ 8.2 มม.	86
กราฟที่ 4.47	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ mean normal stress ของลวดอลูมิเนียม ที่มีการลดขนาดเหลือ 8.9 มม.	87
กราฟที่ 4.48	แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ drawing stress ของลวดอลูมิเนียม ที่มีการลดขนาดเหลือ 8.9 มม.	87



# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความสำคัญความเป็นมา

เทคโนโลยีขั้นสูงที่สำคัญก่อให้เกิด อุปกรณ์ประมวลผลข้อมูล อุปกรณ์ประมวลผลข้อมูล อุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ เครื่องมือวัดละเอียดและอุปกรณ์สารกึ่งตัวนำ และก่อให้เกิดความสนใจอย่างมากต่อเทคโนโลยีการผลิตลวดสายไฟคุณภาพสูง ซึ่งอย่างไรก็ตามการดึงลวดสายไฟที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางที่มีขนาดเล็กถึง 40-50 ไมโครเมตร หรือเล็กกว่านั้นไม่ง่ายเลยและนอกจากนั้นความต้องการที่ต้องการไม่ว่าจะเป็นเส้นผ่าศูนย์กลางที่ถูกต้อง คุณสมบัติทางกล ความสม่ำเสมอและยิ่งกว่านั้น ความต้องการในการลดราคาในการผลิตที่เพิ่มขึ้น เพื่อที่จะตอบสนองความต้องการนี้ ระดับขั้นความรู้ความสามารถทั้งหมดที่มีอยู่ในการรวบรวมวัสดุทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีการดึงลวด เป็นสิ่งสำคัญ สิ่งที่เป็นสิ่งสำคัญที่ทำให้ลวดเกิดการแตกร้าวได้นั้น ได้ถูกนำมาพิจารณาโดยการจำลองแบบการวิเคราะห์โดยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ในการที่จะได้มาซึ่งลวดสายไฟคุณภาพสูงโดยใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์วิเคราะห์การดึงแบบหลาย ๆ ช่วงการดึงเนื่องจากความพยายามของผู้วิจัยหลาย ๆ ท่าน ซึ่งปัญหาส่วนมากเกี่ยวข้องกับสิ่งที่เจือปนและความไม่บริสุทธิ์ขณะทำการหลอม ซึ่งอย่างไรก็ตามยังเกิดการแตกของลวดซึ่งยังมีให้เห็นในขณะการดึงลวดที่มีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 50 ไมโครเมตร หรือเล็กกว่านั้น และนั่นคือปัจจัยจำนวนมากที่เรายังไม่รู้ และในขณะนั้นความต้องการเครื่องจักรในการดึงลวดที่มีความละเอียดสูงได้มีการพัฒนาขึ้นมาไม่นานนัก และมีทั่วไปในท้องตลาด อย่างไรก็ตามเครื่องจักรก็ยังไม่สมบูรณ์และทำการดึงได้แค่ระดับเท่าที่เทคโนโลยีมีอยู่

ในรายงานนี้ จะกล่าวถึงลวดทองแดง , ผลกระทบที่เกิดขึ้นจากปัจจัยในการปฏิบัติ เช่นแรงดึงกลับ , ทิศทางในการดึง , รอยขีดข่วนบนแม่พิมพ์ และการแตกร้าวภายใน , แรงอัดบนแม่พิมพ์และความเค้นในแนวรัศมี ได้ทำการค้นคว้าและตรวจสอบโดยการวิเคราะห์ผลที่ได้ทางไฟไนต์เอลิเมนต์

### 1.2 วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาผลกระทบของแรงดึงกลับที่มีผลกระทบต่อขนาดของลวด
2. เพื่อศึกษาตัวแปรที่มีผลต่อการเกิดแรงดึงกลับ
3. เพื่อศึกษาถึงวิธีการสร้างแบบจำลองและหลักการทำงานของ โปรแกรมคอมพิวเตอร์

### 1.3 ขอบเขตงานวิจัย

ในปริิญญาานิพนธ์นี้มีขอบเขตงานวิจัยดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. เพื่อที่จะทำการศึกษาดังกล่าวถึงอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นของเส้นลวดโลหะ ในขณะที่ทำการดึงในขบวนการดึงลวดขนาดรูปลวด ที่เกิดจากอัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัด และมุมคายที่ได้มีการเปลี่ยนแปลงไป

- ความเค้นที่เกิดขึ้นในเส้นลวดโลหะภายหลังจากกระบวนการดึงลวดขนาด
- ลักษณะทางกายภาพของเส้นลวดโลหะภายหลังจากกระบวนการดึงลวดขนาด
- แรงดึงกลับที่เกิดขึ้นในขณะที่ทำการลดขนาดลวด

2. ทำการสร้างแบบจำลองของขบวนการดึงลวดขนาดของเส้นลวดโลหะโดยอาศัยโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปทางไฟไนต์เอลิเมนต์ เพื่อวิเคราะห์หาค่าที่เกิดขึ้นในขบวนการดึงลวดขนาดเส้นลวดในวัสดุทองแดงและอลูมิเนียม

3. ทำการดึงทดลองขนาดเส้นลวดโลหะทั้งอลูมิเนียมและทองแดง เพื่อให้ทราบถึงข้อจำกัดที่มีอยู่จริงในขบวนการดึงลวดขนาดเส้นลวดโลหะ

4. ทำการศึกษาวินิจฉัยผลที่ได้จากการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาข้อจำกัดในขบวนการลดขนาดเส้นลวด

#### 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ในปริญญานิพนธ์นี้เป็นการศึกษาดังกล่าวถึงอิทธิพลที่เกิดขึ้นในเส้นลวดโลหะในขบวนการดึงลวดขนาดโดยวิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งคาดว่าจะได้รับประโยชน์จากการศึกษาดังนี้

1. เป็นแนวทางที่ดีในการวิเคราะห์ขบวนการลดขนาดลวดโลหะ สำหรับงานที่สามารถสร้างชิ้นทดสอบขึ้นมาได้ หรือแม้ว่าจะสามารถสร้างได้ก็จำเป็นต้องใช้ค่าใช้จ่ายที่สูง
2. เป็นการลดเวลาและค่าใช้จ่าย ในการสร้างแบบจำลองขึ้นมาเพื่อใช้ในการทำการทดสอบ
3. เป็นแนวทางในการประยุกต์หลักการของกระบวนการดึงขึ้นรูปโลหะ เพื่อนำไปพัฒนาและประยุกต์ใช้ในโรงงานอุตสาหกรรมการผลิต

## บทที่ 2

### ทฤษฎี

#### 2.1 การดึงขึ้นรูปลวด

##### 2.1.1 คำจำกัดความ

การดึงลวด เป็นกระบวนการดึงเส้นโลหะโดยลวดเส้นใหญ่ จะถูกดึงผ่านดายรีดที่ขนาดรูเล็กกว่าหน้าตัดลวด เพื่อให้ลวดที่ได้มีรูปร่างและขนาดหน้าตัดตามดาย เป็นกระบวนการขึ้นรูปที่อยู่ในประเภทใช้แรงดึงและกด ทั้งนี้เนื่องจากบริเวณที่มีการเปลี่ยนแปลงรูปร่างจะประกอบไปด้วยความเค้นแรง และความเค้นแรงกด

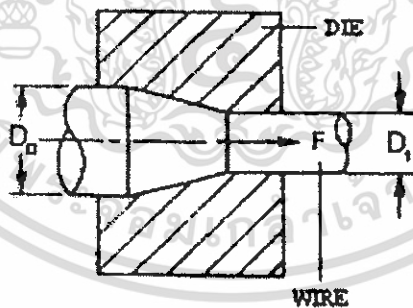
ในการดึงลวดจะแบ่งแยกประเภทตามขนาดของเส้นผ่าศูนย์กลางลวดที่ดึงดังนี้

การดึงหยาบ  $D_0 = 16$  ถึง  $3.2$

การดึงปานกลาง  $D_0 = 3.2$  ถึง  $1.6$

การดึงละเอียด  $D_0 = 1.6$  ถึง  $0.7$

การดึงสายลวด  $D_0 < 0.7$



รูปภาพ 2.1 ภาพการดึงลวดกลมหน้าตัดผ่านดาย

เครื่องดึงลวดที่ใช้โดยทั่วไปแบ่งออกเป็น เครื่องสำหรับการดึงขึ้นเดียว และเครื่องสำหรับการดึงหลายชั้น

วัสดุคืบสำหรับนำมาดึงเป็นลวด ได้แก่ เส้นลวดรีดร้อน สำหรับการดึงให้ได้ผลผลิตที่เป็นเส้นตรงวัสดุคืบส่วนใหญ่จะผ่านมาจากการรีดร้อน หรือจากการอัดเส้นร้อน

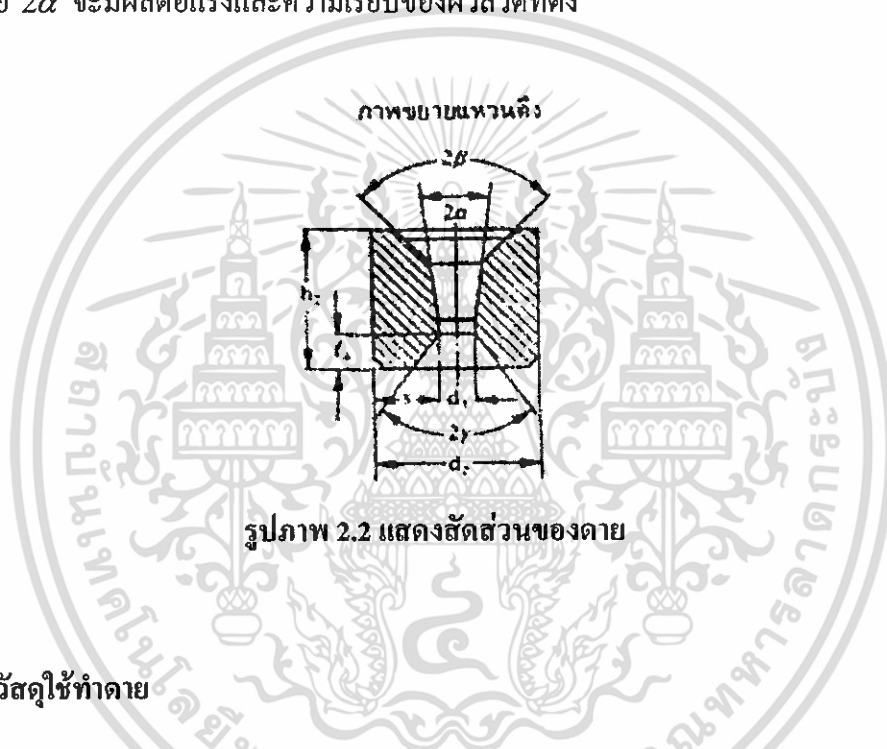
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.1.2 ดาย

ดายจะประกอบไปด้วยส่วนสำคัญ 3 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นเรียวบริเวณขาเข้า  $2\beta$  ส่วนที่เป็นเรียวที่ใช้ดึง  $2\alpha$  ส่วนที่ใช้ลดขนาดลวด  $l_3$  และเรียวขาออก  $l_4$  โดยที่ความยาวของ  $l_3$  จะมีค่า

$$l_3 = 0.15d_1 \quad (2.1)$$

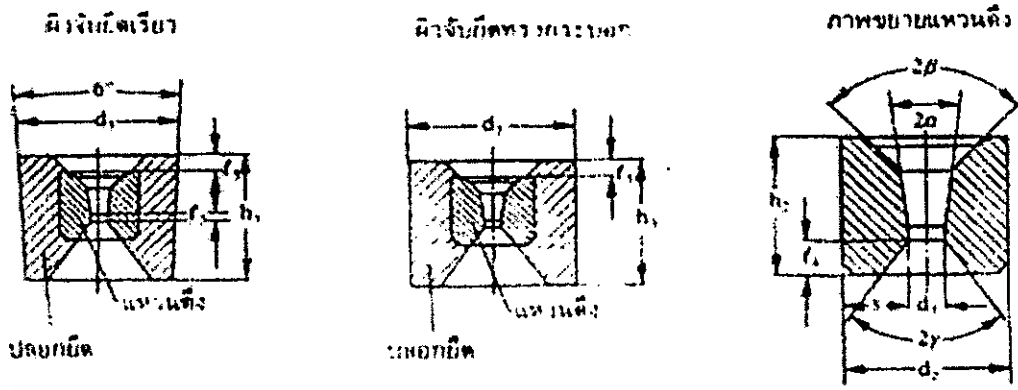
มุมเรียวของด้าย  $2\alpha$  จะมีผลต่อแรงและความเรียบของผิวลวดที่ดึง



รูปภาพ 2.2 แสดงสัดส่วนของด้าย

### 2.1.3 วัสดุใช้ทำด้าย

เหล็กกล้าที่ใช้ทำด้ายเพื่อใช้ดึงลวดอ้างอิงมาตรฐาน AISI 2203, 2453, 2080, 2436 ซึ่งด้ายจะมีความแข็งระหว่าง 63-67 HRC สำหรับเส้นลวดที่มีขนาดเล็กด้ายส่วนใหญ่จะทำจากโลหะแข็ง (Hard Metal) เกรด G10- G60

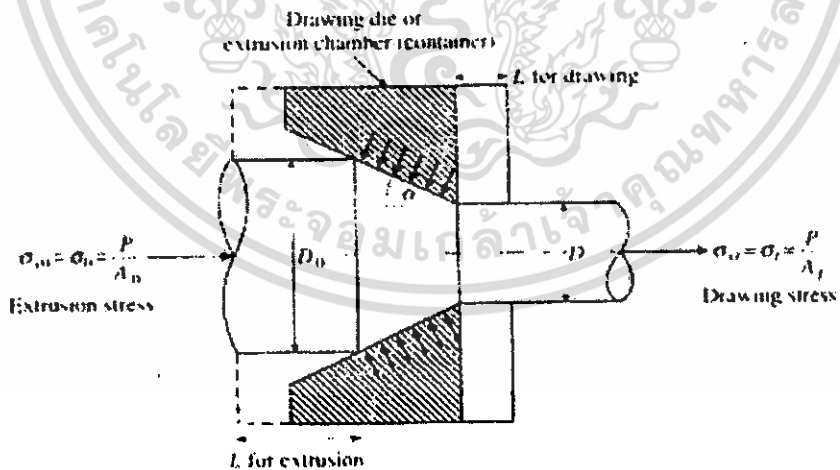


รูปภาพ 2.3 แสดงส่วนประกอบของตาย

2.2 วิธีการขึ้นรูปหลอด

วิธีการหาคำตอบสำหรับการคำนวณความเค้นดึงขึ้นรูป หรือความเค้นอัดขึ้นรูปสามารถหาได้จาก 4 วิธี ดังนี้

- 1.) Analytical
- 2.) Numerical
- 3.) Semi empirical
- 4.) Empirical



รูปภาพ 2.4 ทิศทางความเค้นในการดึงหลอด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การหาผลลัพธ์โดยการวิเคราะห์โดยตรง สำหรับปัญหาการขึ้นรูปโลหะ เช่น การดึงขึ้นรูป ทำได้ยากมาก เพราะว่าเป็นปัญหาที่ซับซ้อน ดังนั้น จำนวนข้อสมมุติต่างๆจึงถูกนำมาใช้เพื่อให้ง่ายแก่การวิเคราะห์ จากที่ได้กล่าวมาแล้วในตอนต้นผลที่แม่นยำ (Exact solutions) จะมีความพอเพียงกับความถูกต้องก็ต่อเมื่อมีข้อกำหนดเหล่านี้

1. เงื่อนไขการสมดุล คือ ต้องมีสมการสมดุล 3 สมการ
2. ความต่อเนื่องของการไหล ในที่นี้คือ วัสดุที่อัดตัวไม่ได้ และไม่มีที่ว่างเปล่า สำหรับการก่อรูปโลหะ เช่นต้องการสมการ Compatibility
3. ความสัมพันธ์ระหว่าง Stress-Strain และจุด Yield
4. เงื่อนไขขอบเขต (Boundary conditions) รวมทั้งผลกระทบจากความเสียดทาน

สำหรับการวิเคราะห์แบบวิธี Upper-and Lower ตัวอย่างเช่น บางสภาพถูก Relaxed สำหรับกระบวนการในการพิจารณา สำหรับบางตัวอย่างค่า Von Misses อาจจะถูกใช้ในการประมาณได้เป็นอย่างดี ซึ่งวัสดุที่เป็น Rigid (non elastic), Homogeneous, Isotropic, Nonstrain-hardening continuum นั้นเชื่อว่าสามารถพิจารณา ได้ที่จุด Von Misses Yield

สิ่งหนึ่งที่คาดว่าจะผสมผสานกลมกลืน ทางด้านทฤษฎีและผลลัพธ์คำตอบทางการทดลอง คือ Semi empirical solutions ในเชิงปฏิบัติจะต้องพยายามนำผลลัพธ์ที่ได้จากทางทฤษฎีให้สอดคล้องกับผลการทดลองในทางปฏิบัติ

การวิเคราะห์คำตอบทางคณิตศาสตร์ถูกหาโดยวิธีหนึ่งวิธีใด ตามการวิเคราะห์ดังต่อไปนี้

1. Drawing of extrusion without friction or redundancy losses
2. Free body equilibrium or slab technique
3. Upper-bound solution
4. Slip-Line field analysis , which is limited to plane strain conditions

ผลลัพธ์ที่ได้จากการสมดุลจาก Free body ถูกสมมุติว่า เป็น Homogeneous การเสีรูปร่างโดยตลอด ช่วงการเสีรูปร่าง ประกอบด้วย ผลกระทบจาก External friction แต่ไม่รวมไปถึง Internal shear losses หรือ Redundant work ซึ่งตัวแปรที่สำคัญคือ มุมคายนี่มีค่าเหมาะสม เพราะฉะนั้นผลลัพธ์จากการคาดการณ์ ความเค้นดึงขึ้นรูป หรือ ความเค้นด้นขึ้นรูป มีค่าต่ำกว่าความเป็นจริง ดังนั้นอาจหาค่าผลลัพธ์คำตอบโดยวิธี Lower-bound ทุกๆค่าตัวแปรที่สำคัญถูกพิจารณา จากการออกแบบ Flat-face ของคายน สำหรับการด้นขึ้นรูปในคอมพิวเตอรซึ่งจะกล่าวถึงต่อไปสำหรับคำตอบของวิธี Upper-bound ถูกสมมุติจากพลังงานจลน์ของสนามความเร็วที่ยอมรับได้

### 2.2.1 การดึง และการอัดขึ้นรูปลวด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากหลักการที่ว่าความเค้นเป็นเหตุให้เกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง bar drawing และ Forward extrusion กับคายรูปทรงกรวย มีความคล้ายคลึงกันมาก ดังจะอธิบายต่อไปนี้

ถ้าไม่คำนึงถึง External friction และ Internal shearing losses ค่าความเค้นดึงหรืออัดขึ้นรูปที่เกิดจาก Drawing หรือ Extrusion จะสามารถคิดอย่างง่ายๆ เมื่อให้วัสดุเปลี่ยนแปลงรูปร่างแบบ homogeneous ได้เป็น

$$\sigma = \bar{\sigma} \ln \frac{A_0}{A_f} = \bar{\sigma} \ln \left( \frac{1}{1-r} \right) \quad (2.2)$$

เมื่อ	$\sigma$	=	Drawing and Extrusion stress or pressure
	$A_0$	=	Entry or initial area
	$A_f$	=	Exit or final area $\frac{(A_0 - A_f)}{A_0}$
	$r$	=	Fractional reduction in area
	$\bar{\sigma}$	=	Flow stress for a non strain hardening material or the mean true flow stress $\sigma_{fm}$ for a strain hardening

หากพิจารณางานที่เสียไปจากแรงความเสียดทานของผิวลวดที่สัมผัสกับคายน (External friction) และ ผลจากแรงเฉือนในเนื้อวัสดุลวด (Internal shearing redundancy) เพื่อให้ได้สมการความเค้นที่ถูกต้องควรนำสมการ (2.2) มารดด้วยค่าประสิทธิภาพ  $\eta = w_h / w_i$  หรือ คูณด้วยตัวแปรหลัก 2 ตัว ค่าตัวแปรแรกคือ ตัวทดแทนสำหรับการสูญเสียจากความเสียดทานของผิวลวดที่สัมผัสกับคายน  $C_f(\alpha)$  ซึ่งเป็นฟังก์ชันของมุมครึ่งคายน ( $\alpha$ ) ค่าตัวแปรที่สองคือ ตัวทดแทนสำหรับค่าสูญเสียจากแรงเฉือนในเนื้อวัสดุลวด  $C_i(\alpha, r)$  ซึ่งเป็นฟังก์ชันของมุมครึ่งคายน ( $\alpha$ ) และยังเป็นฟังก์ชันของอัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัด  $r$  ค่าตัวแปรที่ถูกต้องนี้ยังขึ้นอยู่กับกระบวนการผลิต เช่น การดึงหรือดันขึ้นรูป ค่าครึ่งมุมของคายน ( $\alpha$ ) เป็นมุมที่ผิวของคายนกระทำกับแกนหลักในทิศทางการดึงหรือดันขึ้นรูปลวด ดังนั้นสมการด้านบนอาจจะเขียนได้ดังนี้

$$\sigma = C_f(\alpha) C_i(\alpha, r) \bar{\sigma} \ln \frac{A_0}{A_f} \quad (2.3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ

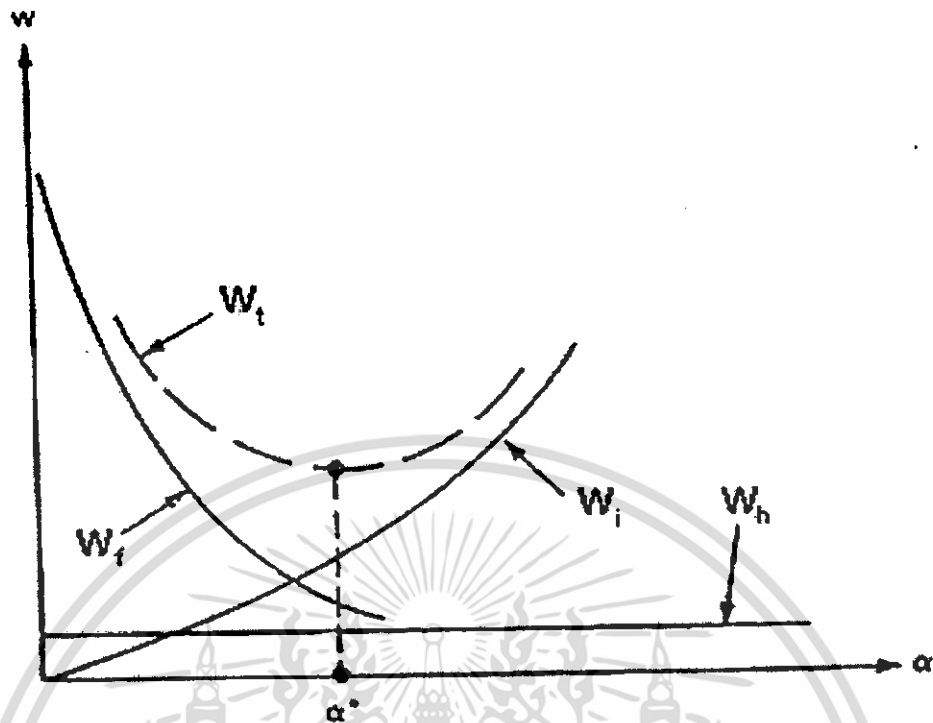
$$\sigma = C_f(\alpha)C_i(\alpha, r)\bar{\sigma} \ln\left(\frac{1}{1-r}\right) \quad (2.4)$$

ถ้าอัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัด ( $r$ ) ที่กำหนดค่าหล่อลื่นให้คง จะได้กราฟที่แสดงค่าครึ่งมุมคาย  $\alpha$  ซึ่งแปรผันสัมพันธ์กับความเค้นดึง และงาน ดังแสดงในรูป 2.5 ซึ่งสถานะก่อนหน้างานทั้งหมดต่อหน่วยปริมาตร คือ

$$W_t = W_h + W_f + W_i \quad (2.5)$$

การเปลี่ยนแปลงรูปร่าง (Homogenous)  $W_h$  จะไม่เป็นฟังก์ชันกับ  $\alpha$  ดังนั้นจึงเป็นค่าคงที่ค่าครึ่งมุมคายที่เหมาะสมกำหนดเป็น  $\alpha^*$  จากรูป 2.5 ด้านซ้ายของจุดต่ำสุดของค่า  $W_t$  เป็นบริเวณที่มีอิทธิพลจากความเสียดทานของผิวลวดกับคาย ดังนั้นต้องใช้ความเค้นดึงหรือคั้นที่มากเพื่อที่จะสามารถทำการขึ้นรูปได้ ดังทฤษฎีชิ้นงานชิ้นหนึ่งผ่านคายที่ยาวมาก เนื่องจากมีค่า  $\alpha$  ที่เล็กมาก แต่เมื่อค่า  $\alpha$  เพิ่มขึ้น  $W_t$  ลดลงแต่  $W_f$  ค่อยเพิ่มจนกระทั่งเข้าสู่ช่วงที่มันมีอิทธิพลกับการขึ้นรูปเต็มที่ เมื่อค่าครึ่งมุมคายเพิ่มจะเกิดจุดคายของเนื้อวัสดุบริเวณที่ลวดสัมผัสกับคายด้านเข้าที่ เรียกว่า Dead Zone ซึ่งเป็นค่าจำกัดขนาดครึ่งมุมคาย คือ ด้านขวาจากจุดต่ำสุดของ  $W_t$  เช่น มุมครึ่งของ คาย ที่ถูกเพิ่มอาจจะถึงช่วง Dead Zone ซึ่งความจำเป็นของค่าลิมิต ( $\alpha$ ) จะถูกอธิบายในภายหลังและแรงเสียดทาน ภายนอกที่เพิ่มขึ้นจนถึงจุดปลายสุด,  $\alpha^*$  มุมครึ่งของ คาย ที่เหมาะสมสำหรับแรงเสียดทานที่สูงใน Hot-working และ  $\alpha$  ที่ทำจะมีค่ามากกว่า ค่าที่เหมาะสมจะทำให้ผิวชิ้นงานมีคุณภาพที่ดีกว่าและ Safe tool loading ค่าครึ่งของ คาย ที่เหมาะสม  $\alpha^*$  เพิ่มขึ้นกับ ปริมาณการลดจาก  $3 \frac{1}{2}$  คือ 10% และ  $8 \frac{1}{2}$  สำหรับ 45%

สมการสำหรับการคั้นหรือคั้นขึ้นรูปหรือ Total work เขียนในเทอมของครึ่งมุมคาย ( $\alpha$ ) เพื่อให้ได้ค่ามุมที่เหมาะสมอาจจะพบ โดยสมการเชิงอนุพันธ์โดยหาค่าจุดต่ำที่สุด ให้สมการเท่ากับศูนย์



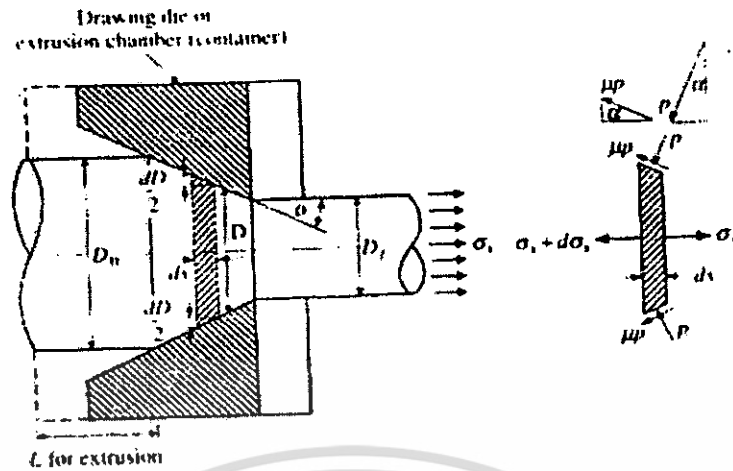
รูปภาพ 2.5 แสดงความสัมพันธ์ที่เกิดจากเส้นโครงของเครื่องมุดายระหว่งการคั้ง

จากรูป 2.5 ถ้าคำนวณความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นของการคั้งหรือคั้งขึ้นรูปเทียบกับงานสำหรับการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง  $W_h$  โดยไม่คิดแรงเสียดทานจากภายนอก และ Redundancy losses ค่าที่ได้จะมีความผิดพลาด การหาสมการของความเค้นคั้งหรือคั้งขึ้นรูปโดยพิจารณาผลจากแรงเสียดทานภายนอกแต่ไม่สนใจผลจาก redundancy โดยกำหนดให้  $W_t$  เท่ากับศูนย์ ซึ่งเป็นวิธีที่เก่าแก่ที่สุด สำหรับการคั้งหรือคั้งขึ้นรูป เป็นวิธีที่ใช้หลักการการสมดุลแรง หรือเรียกว่า Slab method

จะใช้การสมดุล หรือวิธี Slab สำหรับการคั้งขึ้นรูปลดทรงกระบอกกับค้ายทรงกรวย ในที่นี้จะสมมุติให้  $\alpha, \mu, \bar{\sigma}$  มีค่าคงที่

## 2.2.2 สภาพความสมดุลของการคั้งขึ้นรูป

รูป 2.6 แสดงโลหะทรงกระบอกถูกคั้งผ่านค้ายทรงกรวย และสมดุล Free body diagram บนเอติเมนต์ของลวดโลหะ ในกระบวนการระหว่งการคั้งลดขนาด



รูปภาพ 2.6 แสดงการดึงลวดผ่านคายน และ free body equilibrium ของเอลิเมนต์ในส่วนที่ผ่านการลดขนาด

สมดุลแรงในแนวแกนและในแนวรัศมี และให้เท่ากับศูนย์ ถ้าให้องค์ประกอบของแรงตามแนวแกน  $x$  ประกอบด้วย

1. Longitudinal stress,  $\sigma_x$
2. คาย pressure,  $P$ , แรงดันตั้งฉากที่ผิวของ คาย
3. Frictional drag,  $\mu p$ , on the extrusion chamber, คาย surface, and/or คาย land  $L$ , แสดงดังรูป 4 เมื่อ  $\mu$  คือ สัมประสิทธิ์ความเสียดทาน

สมดุลในแนวแกน  $x$

$$\Sigma F = (\sigma_x + d\sigma_x) \frac{\pi}{4} (D + dD)^2 - \sigma_x \frac{\pi}{4} D^2 + p \left( \pi D \frac{dx}{\cos \alpha} \right) \sin \alpha + \mu p \left( \pi D \frac{dx}{\cos \alpha} \right) \cos \alpha = 0 \quad (2.6)$$

เมื่อ  $D$  คือ เส้นผ่าศูนย์กลาง Cone และ  $(\alpha)$  คือมุมครึ่งของคายนแสดงดังรูป 2.6 ถ้าตัดเทอมที่มีค่าน้อยมากๆทิ้ง

$$2rdr\sigma_x + r^2 d\sigma_x + 2prdr + \frac{2rdr\tau}{\tan \alpha} = 0 \quad (2.7a)$$

และ

$$Dd\sigma_x + 2[\sigma_x + p(1 + \mu \cot \alpha)dD] = 0 \quad (2.7b)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ  $\tau =$  the friction shear stress  $= m\bar{\sigma} / \sqrt{3}$

สมดุลแรงมวนแนวรัศมี โดย  $\sigma_r$  ถัดค่าความเค้นที่ทำให้คายแตกหัก

$$\sum F_r = \sigma_r (\pi D dx) + \left[ \pi D \frac{dx}{\cos \alpha} \right] \cos \alpha - \mu p \left[ \pi D \frac{dx}{\cos \alpha} \right] \sin \alpha = 0 \quad (2.8)$$

และ

$$\sigma_r = -p(1 - \mu \tan \alpha) \quad (2.9)$$

สำหรับมุมที่เล็ก ๆ ค่า  $\mu \tan \alpha$  อาจจะตัดทิ้งได้ และ  $\sigma_r = -p$

โดย รวมค่า yield กับสมการ(2.7) สำหรับแรงในแนวแกน และให้  $B = \mu \cot \alpha$ , ทำการอินทิเกรตสมการเชิงอนุพันธ์ แล้วจัดรูปใหม่ให้สมการ เป็นค่าเฉลี่ยของ Drawing stress

$$\frac{\sigma_x}{\bar{\sigma}} = \frac{1+B}{B} \left[ 1 - \left( \frac{D_f}{D_0} \right)^{2B} \right] \quad (2.10)$$

เมื่อ  $\bar{\sigma}$  คือ mean flow stress  
 $B$  คือ  $\mu \cot \alpha$   
 $D_0$  คือ เส้นผ่าศูนย์กลางก่อนดึงผ่านคาย  
 $D_f$  คือ เส้นผ่าศูนย์กลางหลังดึงผ่านคาย

สำหรับการดึงหรืออัดขึ้นรูปที่ผ่านคายรูปสี่เหลี่ยม โดยลวดจะมีหรือไม่มีจุดค้ำยันก็สามารถใช้ขั้นตอนข้างต้นในการสมการสำหรับเป็นค่าพื้นฐานการออกแบบได้เช่นกัน

หากค่าแรงเสียดทาน  $\mu$  และ redundancy เท่ากับศูนย์ต้องใช้สมการที่เป็นผลการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง คือ สมการที่ 2.2

สมการต่อไปนี้เป็นสมการจากวิธี Slab หรือ สมการสมดุลสำหรับการดึงหรืออัดขึ้นรูปเพื่อป้องกันผลกระทบจากแรงเสียดทาน และ redundancy

1. การดึงผ่าน คาย รูปสี่เหลี่ยมใน Plane strain [ 8 ]

$$\frac{\sigma_x}{S} = \frac{1+B}{B} \left[ 1 - \left( \frac{h_f}{h_0} \right)^B \right] \quad (2.11)$$

เมื่อ  $S = 2/\sqrt{3}\sigma_0$  หรือ  $1.15\sigma_0$  ในที่นี้คือ Yield (Flow) stress ใน Plane strain ตามการทดสอบการอัด จนถึง Von Mises criterion และ  $\sigma_0$  คือ Yield stress ใน Uniaxial tension และ  $h_0, h_f$  คือ ความหนาหน้าคิ่งผ่านคายและหลังคิ่งผ่านคาย ตามลำดับ

## 2. Close-pass plug and straight mandrel drawing กับคายทรงกรวย

$$\frac{\sigma_x}{S} = \frac{1+B^*}{B^*} \left[ 1 - \left( \frac{h_f}{h_0} \right)^{B^*} \right] \quad (2.12)$$

เมื่อ  $B^* = \frac{\mu_1 \pm \mu_2}{\tan \alpha - \tan \beta}$  และ  $S = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_0$

$\mu_1$  คือ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่ผิวคายกับลวด

$\mu_2$  คือ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานที่ผิวลวดกับแกนค้ำยัน

$h_0$  คือ ความหนาหน้าคิ่งก่อนการคิ่งขึ้นรูป

$h_f$  คือ ความหนาหน้าคิ่งหลังการคิ่งขึ้นรูป

( ใช้เครื่องหมายบวกเมื่อเป็นการคิ่งขึ้นรูปท่อที่มีแท่งค้ำยันแกนท่อแบบ Plug และเครื่องหมายลบเมื่อเป็นการคิ่งขึ้นรูปท่อที่มีแท่งค้ำยันแกนท่อแบบ mandrel )

ในการคิ่งขึ้นรูปท่อที่มีแท่งค้ำยันแกนแบบ mandrel หากค่า  $\mu_1 = \mu_2$  ใช้สมการ (2.2) สำหรับการประยุกต์การเปลี่ยนแปลงรูปร่างเป็นเนื้อเดียวกัน และถ้า  $\mu_2 > \mu_1$  ความเค้นคิ่งขึ้นรูปท่อที่ใช้แท่งค้ำยันแบบ mandrel จะเกิดขึ้นน้อยกว่าสำหรับการลดพื้นที่หน้าตัดที่ค่าเดียวกัน

## 3. Tube sinking (tube drawing with no internal support)

$$\frac{\sigma_x}{1.1\sigma_0} = \frac{1+B}{B} \left[ 1 - \left( \frac{D_f}{D_0} \right)^B \right] \quad (2.13)$$

## 4. Round-bar extrusion ผ่านคายทรงกรวย

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_0} = \frac{1+B}{B} \left[ 1 - \left( \frac{D_f}{D_0} \right)^{2B} \right] \quad (2.14)$$

เมื่อ  $\sigma_n$  = Extrusion pressure บนปลายสุดของ billet

$$B = \mu \cot \alpha$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หมายเหตุ สภาพทางเข้าและทางเข้า สำหรับด้นขึ้นรูปแปรผกผันกับอัตราส่วนเส้นผ่านศูนย์กลาง  
 5. Extrusion of flat strip ผ่านมุมของคายนที่คงที่

$$\frac{\sigma_x}{S} = \frac{1+B}{B} \left[ 1 - \left( \frac{h_x}{h_f} \right)^B \right] \quad (2.15)$$

สมการข้างบนนี้ เป็นคำตอบพื้นฐาน โดยแทนคำตอบของ Lower-bound โดยในสภาวะต่อไป  
 เป็นการพิจารณาคำตอบแบบ Upper-bound

ประยุกต์งานการด้นขึ้นรูปลวดที่ความร้อนสูงผ่านคายนทรงกรวย โดยการแปลงสมการ (2.6) และ  
 จัดรูปใหม่ได้

$$-\sigma_{x0} = \bar{\sigma} \ln \left( \frac{A_0}{A_1} \right) + \frac{\tau \ln(A_0 / A_1)}{\sin \alpha \cos \alpha} \quad (2.16)$$

โดยเทอมแรกของสมการ (2.15) แทนการเปลี่ยนแปลงรูปร่างแบบเป็นเนื้อเดียว หรืองานน้อยมาก  
 และเทอมที่สอง คือ External friction loss [5.3]

### 2.2.3 ตัวแปรช่วงการเปลี่ยนรูป

จากความสัมพันธ์ดังแสดงในรูปที่ 2.5 อิทธิพลจาก Redundant work  $W_r$ , Friction work  $W_f$  และ  
 แรงที่ใช้ในการด้นขึ้นรูปในช่วงการเปลี่ยนรูปมีผลถึงคุณสมบัติและ โครงสร้างของชิ้นงานหลังการด้นเช่น  
 โพรงหรือการเกิดรอยแยกในแกนกลาง โดยกำหนดค่าตัวแปรเดียวสำหรับในขั้นตอนการผลิตคือ  $\Delta$  ซึ่ง  
 เป็นอัตราส่วนระหว่าง ค่าความหนาเฉลี่ย  $h = (h_1 + h_2)/2$  ค่าความยาวช่วงลวดและคายน  
 $h = (h_2 - h_1)/(2 \sin \alpha)$  ค่า  $h_2$  และ  $h_1$  คือความหนาของแผ่นวัตถุก่อนและหลังเข้าคายน

$$\Delta = \frac{h}{L} \quad (2.17)$$

สำหรับการด้นลวดหน้ากลมค่า  $h$  เป็นขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางลวดดังนั้นจะได้ค่า  $\Delta$  สำหรับการด้น  
 ลวด ควรออกแบบการด้นขึ้นรูปที่  $\Delta$  น้อยกว่า 2

$$\Delta = \frac{\sin \alpha}{r} (1 + \sqrt{1-r})^2 \quad (2.18)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ 2.5 ค่าอัตราส่วน  $W_f/W_h$  เพิ่มขึ้นเมื่อลดค่า  $\Delta$  เพราะค่าพื้นที่สัมผัสของสวดและคายน จะเพิ่มขึ้นทำให้มีค่าแรงเสียดทานเพิ่มขึ้น

สำหรับการวิเคราะห์การดึงแบบ Plane-strain และแบบสมมาตรรอบแกน axisymmetric ค่าอัตราส่วนของคายนและชิ้นงาน ค่าพื้นที่สัมผัสต่อพื้นที่หน้าตัดเฉลี่ย

$$\text{Area ratio} = \frac{2r}{(2-r)\sin \alpha} \quad (2.19)$$

สำหรับ Plane-strain เท่ากับ  $2/\Delta$  และสำหรับ axisymmetric เท่ากับ  $4/\Delta$

ในการคิดโดยวิธี Upper-bound slab [5] สำหรับค่าความเค้นเฉือนคงที่จะสามารถทำนายการกระจายค่าเสียดทานต่อค่า drawing load ได้ดังนี้

$$\frac{W_f}{W_h} = \frac{2r}{(2-r)\sin \alpha} \quad (2.20)$$

#### 2.2.4 การเกิดการแยกตัวในแกนสวดจากการดึงลดขนาดสวด

ในขั้นตอนการขึ้นรูปสวดโดยการอัดแบบ Forward extrusion อาจมีจุดเสียเกิดขึ้นได้คือ Center-burst หรือการเกิดเนื้อวัสดุแยกเป็นรูปลูกศร Chevron ที่เรียกว่า Cupping แม้ว่าจะไม่เกิดขึ้นบ่อยเนื่องด้วยไม่สามารถสังเกตเห็นจากภายนอกได้ แต่เป็นเรื่องที่สำคัญมากต้องใช้ในการตรวจสอบโดยรังสี X-Ray หรือคลื่นเสียง Ultrasonic จึงจะพบข้อบกพร่องนี้ได้



รูปภาพ 2.7 ภาพแสดงการเกิดรอยแยกในแนวแกนกลางสำหรับการดึงขึ้นรูปที่อุณหภูมิห้อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

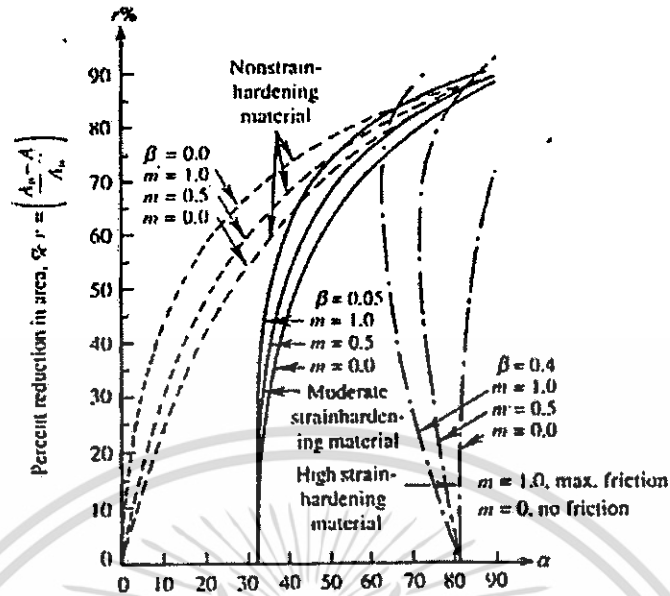
Center-burst เป็นการผิดปกติกายในที่เกิดตามแนวขวางของหน้าตัดลวด เกิดเป็นรูปหัวลูกศรชี้ไป ในทิศทางการเคลื่อนที่แสดงดังรูป 7 โดยปกติผลลัพธ์หากออกแบบคายให้มีค่าการลดขนาดไม่มากซึ่งใช้สำหรับโลหะกลุ่ม Non strain hardening ที่ผ่านกระบวนการขึ้นรูปเย็น(Cold work)ซึ่งเป็นการลดค่าของตัวบ่งชี้ของ Strain hardening ในการทำการลดขนาดลวดหลายขั้นตอนพบว่า Chevron จะเกิดขึ้นเมื่อนาลวดมาถึงหรือตันขึ้นรูปผ่านคานเพื่อลดขนาดหน้าตัดเล็กน้อยแล้วนำมาดึงผ่านคายใหม่เพื่อลดขนาดหน้าตัดลวดในอัตราการลดขนาดที่มาก ทำให้มีการเกิดแรงดึงเป็นช่วงๆผลทำให้เนื้อวัสดุมีการเปลี่ยนแปลงไม่สม่ำเสมอ โดยกระบวนการต้องการความเร่งแบบทันทีสำหรับการอัดลดขนาดลวด ทั้งพบว่าจะเกิดเมื่อมีการลดขนาดที่ไม่มาก การใช้คายที่มีมุมมาก ทั้งค่าความเสียหายผิวคายที่มาก และการทำงานที่อุณหภูมิห้อง โดยสรุปสามารถป้องกันข้อบกพร่องนี้โดย (1) เพิ่มค่าการลดขนาดหน้าตัด (2) ลดค่ามุมคาย (3) ลดแรงเสียหาย (4) เพิ่มค่า Strain hardening ของลวดโดยทำการอบความร้อนหลังการดึง ซึ่งทั้งหมดได้ข้อสรุปออกมาเป็นแผนภาพแสดงในรูปที่ 2.8 เมื่อ  $\beta$  คือ อัตราส่วนความชันของ True stress-True strain เป็นแนวโค้งของโลหะแข็งกลุ่มที่มีค่า Strain hardening เซึ่งเส้นตรงในช่วงของพลาสติกเทียบกับกราฟความเค้นกับความเครียดของโลหะกลุ่ม nonlinearly strain hardening ซึ่งเส้นโค้งของ True stress-True strain ในช่วงพลาสติกอาจจะนิยาม โดยความสัมพันธ์

$$\sigma = \sigma_n (1 - \beta \varepsilon_n) \quad (2.21)$$

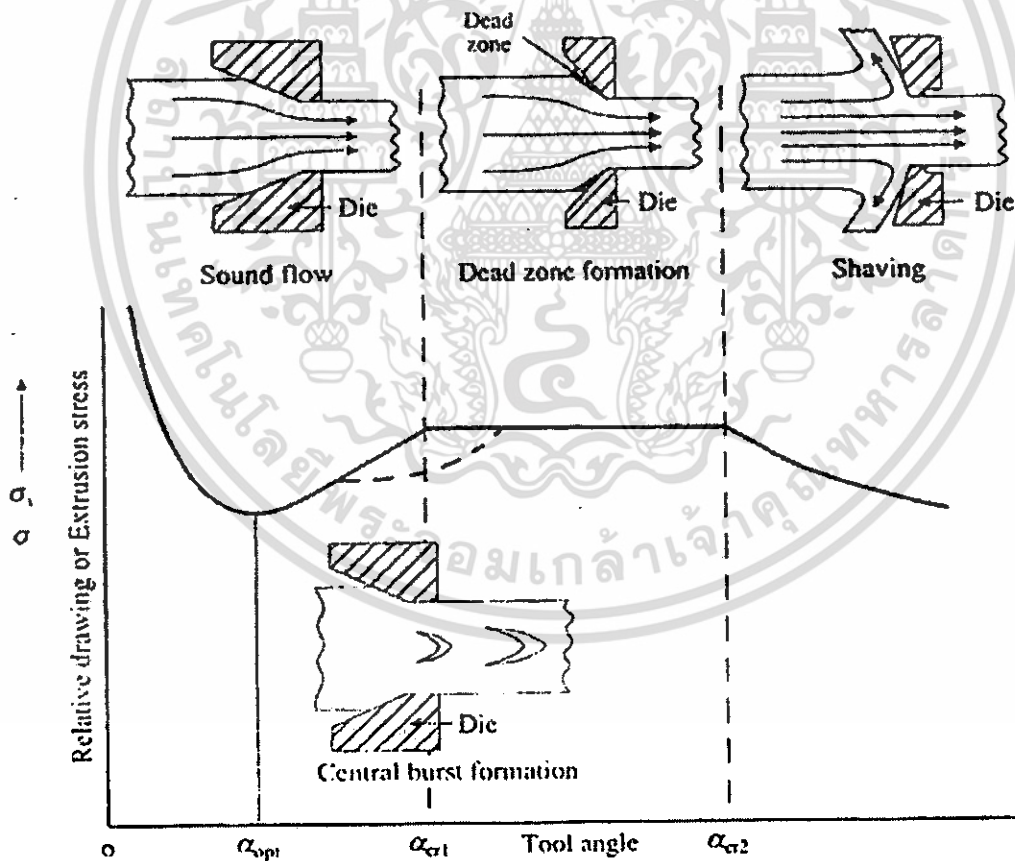
ถ้า stress ที่  $\varepsilon_1$  และ  $\varepsilon_2$  คือ  $\sigma_1$  และ  $\sigma_2$  ตามลำดับคำตอบของสมการข้างบนก่อนหน้าจึงเขียนได้เป็น

$$\beta = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_1 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)} \quad (2.22)$$

ในรูป 8, m คือ Friction shear factor ทางด้านซ้ายมือของเส้นโค้งเป็นบริเวณที่มากเกิด Central bursting สำหรับเงื่อนไขเฉพาะเส้นโค้งนั้นๆ จากรูปลูกศรชี้ในส่วนนั้นอาจจะป้องกันโดยลดมุมครึ่งของคายหรือเพิ่มอัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัด Sound metal flow อาจจะไม่ปรากฏสำหรับทุกๆมุมของคาย, เพลอร์เซ็นการลดพื้นที่, และความเสียหาย



รูปภาพ 2.8 แผนภาพแสดงเกณฑ์การเกิดรอยแยกในแนวแกนกลางลวดจากการดึงหรืออัดขึ้นรูป



รูปภาพ 2.9 แผนภาพแสดงผลกระทบของมุมตายกับความตึงดึง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความน่าจะเป็นที่จะเกิดการแยกของแกนกลางนั้นต้องนำข้อจำกัดต่างๆมาประกอบการพิจารณาด้วย เช่น มุมคายเท่าไรจึงจะพอ เลือกรูปการดึงหรือการดันขึ้นรูป เพื่อให้ได้ชิ้นงานที่สมบูรณ์ ต้องพิจารณาข้อจำกัดอื่นด้วย (1) การเปลี่ยนรูปในพื้นที่คาย (2) แรงเฉือน (2) การขาดของลวดหลังการดึง จากรูป 2.5 เมื่อครึ่งมุมคายเพิ่มขึ้นจาก  $0^\circ$  จนถึงค่าที่เหมาะสม  $\alpha^*$  External friction losses จะลดลงอย่างมาก และพลังงานของการความเค้นดึงหรืออัดขึ้นรูปลดลง จนถึงค่าที่ sound flow ของโลหะ ถัดจากจุดนี้ เมื่อมุมครึ่งคายเพิ่มขึ้นความเค้นที่เกิดจากการดึงหรือดันเพิ่มขึ้น เพราะว่า internal shear losses หรือ redundancy เพิ่มขึ้น อย่างรวดเร็ว

ในการดึงหรืออัดขึ้นรูป ค่าความเค้นที่เพิ่มขึ้นเมื่อมุมคายเพิ่มขึ้นจะมีความไม่แน่นอนแต่จะมีมุมครึ่งของคายอยู่จุดหนึ่งเรียกว่า จุดวิกฤติแรก First critical angle ( $\alpha_{cr1}$ ) Dead-zone formation เริ่มเกิดขึ้น แสดงดังรูป 2.9 ที่จุดนี้ internal shearing ของโลหะถัดจากผิวของคายปรากฏรูปร่างก่อตัวเป็น dead-metal zone formation

ที่มุมครึ่งของคายเพิ่มขึ้นต่อไป จุดวิกฤติที่สอง ( $\alpha_{cr2}$ ) จะมาถึงช่วง Dead-zone metal ซึ่งไม่มีการเกาะติดคายของเนื้อโลหะ และเริ่มมีเศษโลหะเคลื่อนที่ย้อนกลับไปด้านหลังซึ่งคล้ายกับการหลุดออกของเศษไม้เมื่อทำการไสด้วยมีด ซึ่งผิวด้านนอกของลวดโลหะที่ดึงผ่านคายจะหลุดออก ส่วนด้านในจะเคลื่อนที่ผ่านคายโดยปราศจากการเปลี่ยนรูปร่างแบบพลาสติก และความเร็วที่ทางเข้าและทางออกมีค่าเท่ากัน ค่าความเค้นจากการดึงหรืออัดขึ้นรูป ถูกพบว่าลดลงเมื่อค่า  $\alpha$  เพิ่มขึ้น ดังแสดงในรูป 2.9 ในช่วง shaving จุดวิกฤติสำหรับมุมครึ่งของคายช่วง Shaving, ( $\alpha_{cr2}$ ) จะขึ้นอยู่กับเปอร์เซ็นต์การลดพื้นที่หน้าตัด, ความคมของอุปกรณ์ และไม่ปรากฏ Built-up edge และชนิดของกระบวนการดึงหรืออัดขึ้นรูป

หากสภาพที่อำนวยความสะดวก Center-burst formation ดังแสดงในรูป 2.9 สำหรับค่า  $\alpha_{cr1}$  สามารถหาได้โดยเกณฑ์ Central-burst formation และจะเกิดการเสียหายของลวดได้หากมีองค์ประกอบที่อำนวยความสะดวก

### 2.2.5 เหตุการณ์เกิดการแยกตัวของเนื้อลวด

จากคำอธิบายของ Avitzer โดยการใช้ขอบเขตบนและขอบเขต รวมทั้งความเร็วสัมผัสที่ผิววัตถุโดยทำการแบ่งลวดในบริเวณทางเข้าและออกคายเป็นสามส่วน ดังแสดงในรูป 10

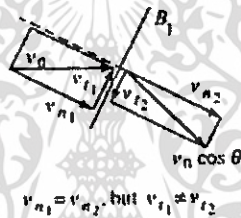
- โซน 1 คือ บริเวณทางเข้าคายความเร็วเนื้อวัตถุลวดขนานกับแนวยาวของลวดและคาย
- โซน 2 คือ บริเวณในคายความเร็วของวัตถุลวดจะเคลื่อนในทิศเข้าหาจุดยอดของมุมคาย
- โซน 3 คือ บริเวณทางออกคาย ความเร็ววัตถุลวดมีทิศกลับมามาขนานกับแกนตามยาวของลวดและคาย

72177

ขอบเขตการเปลี่ยนแปลงของโซน 1 ต่อ โซน 2 และ โซน 2 ต่อ โซน 3 มีการเปลี่ยนการไหลที่เล็กน้อย และเปลี่ยนอย่างสมบูรณ์ที่ขอบเขตแนวโค้ง B1 และ B2 ดังแสดงในรูป 2.10 โดยทั้งสองจุดมีรัศมี  $r_0$  และ  $r$  มีจุดศูนย์กลางที่จุดยอดของคานและความเร็วจะเพิ่ม เมื่อผ่านเข้าที่จุด 2 (B2) ทิศการไหลจะกลับมามานานกับแกนตามยาวของลวดและคาน ความเร็วแนวสัมผัสที่ผิวโค้ง B1 และ B2 มีขนาด  $V_0 \sin \theta$  และ  $V_r \sin \theta$  ตามลำดับ

ในโซน 2 ใกล้ศูนย์กลางลวดพบว่าวัตถุเคลื่อนที่เร็วขึ้นเนื่องจากต้องการสมดุลของปริมาตร ความเร็วของวัตถุเมื่อเข้าโซน 2 ที่จุด B1 มีขนาด  $V_0 \sin \theta$  โดย  $V_0$  เป็นค่าความเร็วเริ่มต้น  $\theta$  เป็นค่ามุมจากแกนตามยาวของลวดถึงจุดอ้างอิง B1 โดยที่ไม่มีการเปลี่ยนค่ามุม แต่ค่ารัศมี  $r$  ลดลง ดังนั้น  $V$  จะเพิ่ม

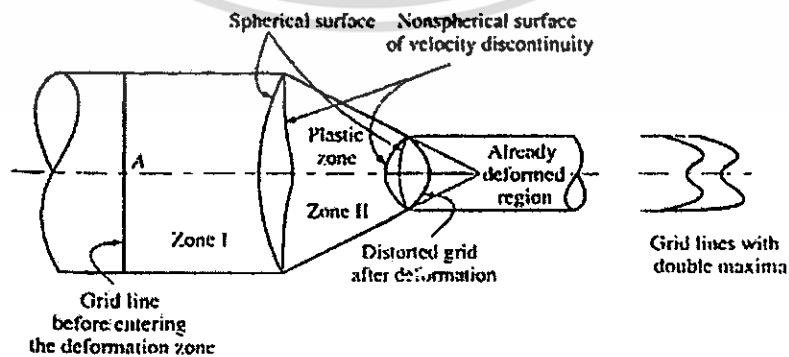
$$V_2 = V_0 \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 \cos \theta = V_r \left( \frac{r_f}{r} \right) \cos \theta \tag{2.23}$$



รูปภาพ 2.10 แผนภาพแสดงสนามความเร็วของลวดขณะทำการขึ้นรูปผ่านคาน

จากรูป 2.10(a) เส้นทแยงในภาคตัดลวดบิดเบี้ยวขณะไหลจากจุด A ไปจุด B การบิดเบี้ยวเพิ่มขึ้นเมื่อมุม  $\theta$  เพิ่ม ( $\theta > 30^\circ$ ) โดยบิดย้อนกลับไปด้านเข้าคาน แสดงว่าค่า Internal shear หรือ Redundancy แปรผันตาม  $\theta$

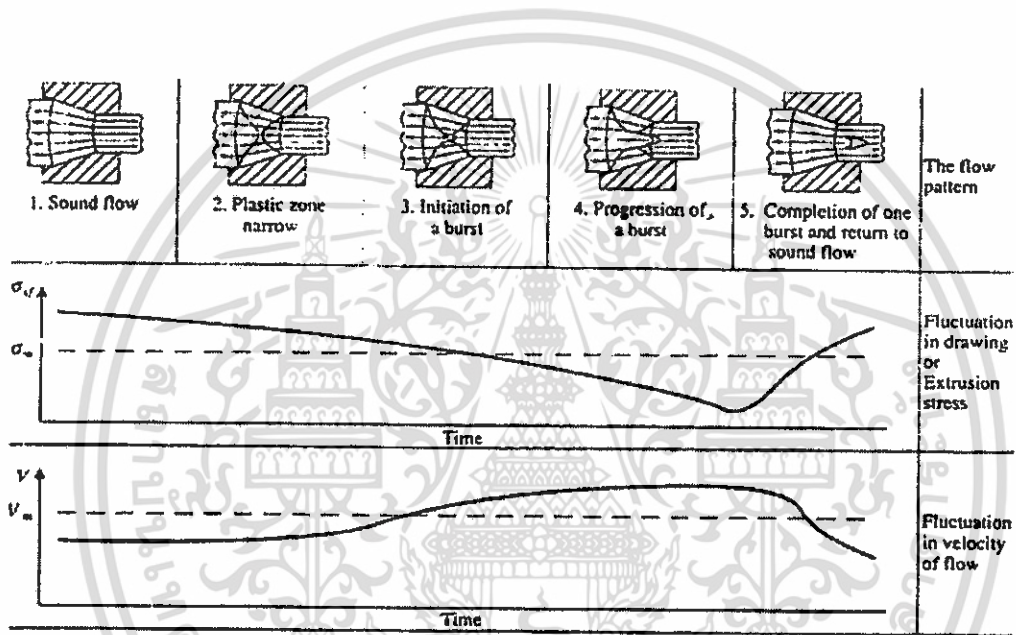
การแยกของเนื้อวัสดุลวดที่แกนกลางสามารถอธิบายจากค่าเฉลี่ยของการบิดเบี้ยวของสนามความเร็วที่แนวโค้งแสดงดังรูป 2.11(a) และ (b) ขอบเขตการบิดเบี้ยวจะสอดคล้องกับการเกิดการแยกชั้น ดังแสดงในรูป 11



รูปภาพ 2.11 ภาพแสดงการบิดเบี้ยวของสนามความเร็ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

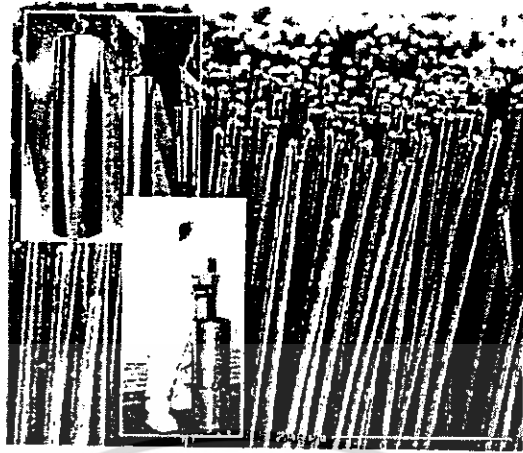
ขอบเขตความเร็วไม่ต่อเนื่องจาก B1 และ B2 จากค่าแนวโค้งที่เหมาะสมโดยเลือกมุมคายที่เหมาะสมที่สุด มีแนวโน้มการบิดเบี้ยวเพิ่ม เงื่อนไขการดึงลดขนาดผ่านคาย วัตถุจะสัมผัสซึ่งกันและกัน พื้นที่สัมผัสเพิ่มขึ้น ความเร็วด้านออกคาย  $V_f$  มีค่ามากกว่าความเร็วเข้าคาย  $V_0$  ความเร็วไม่ต่อเนื่องในระนาบเกิดขึ้น ทำให้เกิดการแยกเนื้อวัตถุขึ้นจากแกนกลางลวด โดยจะเกิดตลอดการไหลผ่านคายจะเป็นการไหลแบบ Nonsteady State จากนั้นเริ่มมีรอยแตก แล้วขยายแนวแตกออกไปซึ่งทำให้เกิดรอยแยกที่แกนกลางลวดดังรูป 12



รูปภาพ 2.12 ภาพลำดับสนามความเร็วแนวอนที่ต่อเนื่องอันเป็นผลให้เกิดการขาดแกนกลาง

### 2.3 การนำไปใช้และประโยชน์

1. เป็นวิธีหนึ่งในการลดขนาดชิ้นวัตถุขนาดเล็ก ที่ไม่ซับซ้อน
2. ใช้ในการออกแบบ และผลิตชิ้นส่วนที่มีขนาดเล็กในการผลิตเครื่องมือแพทย์
3. ใช้ในการออกแบบ และผลิตชิ้นส่วนอุปกรณ์ทางด้านไฟฟ้าอิเล็กทรอนิกส์

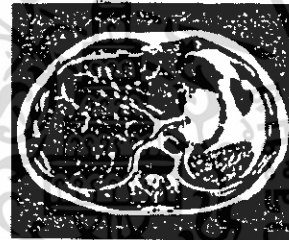


รูปภาพ 2.13 แสดงการนำลวดที่ได้จากการดึงไปใช้ประกอบรวมกันสำหรับการทำลวดตัวนำยิ่งยวด

(a) magnetic resonance imaging(MRI)



(b) portrait of the abdominal region



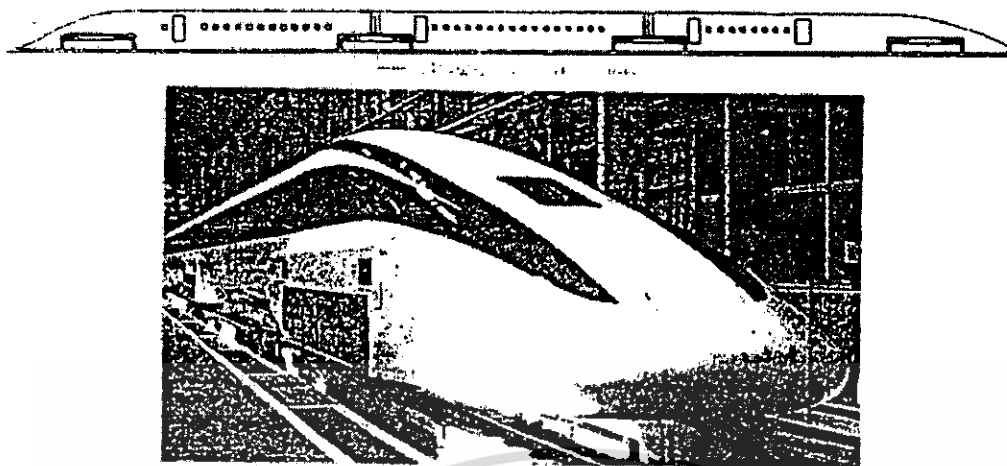
(c) portrait of the foot



Use of the superconducting wire.

รูปภาพ 2.14 แสดงการนำลวดที่ได้จากการดึงไปใช้ในเครื่องสแกน 3 มิติ ( ลวดตัวนำยิ่งยวด ชนิดอุณหภูมิ  
ต่ำ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



Test super-express vehicle(500km/h over) at Japan railway technical research institute.

รูปภาพ 2.15 การนำลวดวัตถุประกอบไปใช้ในรถไฟความเร็วสูง ( ลวดตัวนำยิ่งยวด ชนิดอุณหภูมิต่ำ)

#### 2.4 วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์

ปัญหาที่เกิดขึ้นในงานวิศวกรรมและวิทยาศาสตร์ ส่วนใหญ่สามารถอธิบายได้ด้วย กฎเกณฑ์ทางฟิสิกส์ และสามารถทำให้อยู่ในรูปของสมการได้ โดยอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ (Differential Equation) หรือสมการอินทิกรัล (Integral Equation) แต่ทว่าการหาผลเฉลยแม่นยำตรง (Exact Solution) ที่ต้องการนั้นทำได้ยากจึงมีการหาวิธีการหาผลเฉลยโดยประมาณของปัญหา โดยแบ่งรูปร่างลักษณะของปัญหาที่ต้องการคำนวณออกเป็นชิ้นส่วนย่อยๆที่เรียกว่าเอลิเมนต์ (Element) เอลิเมนต์เหล่านี้เชื่อมต่อกันจุดต่อจุด (Node) ซึ่งเป็นตำแหน่งที่จะคำนวณหาค่าตัวแปรตาม (Dependent Variables) โดยทำการพิจารณาเอลิเมนต์ที่ละเอลิเมนต์ ด้วยสมการสำหรับเอลิเมนต์ที่สร้างขึ้น ซึ่งสมการดังกล่าวจะต้องสอดคล้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ของปัญหา เมื่อทำการรวมสมการสำหรับเอลิเมนต์ทั้งหมดเข้าด้วยกันจะเกิดระบบสมการชุดใหญ่ ที่รวมกันเป็นรูปร่างลักษณะทั้งหมดของปัญหาที่เกิดขึ้นจริง แล้วทำการปัญหาประยุกต์เงื่อนไขขอบเขตลงในระบบสมการชุดใหญ่ที่ได้กล่าวมาแล้วทำการแก้สมการชุดดังกล่าว จะทำให้ได้ผลเฉลยโดยปัญหาประมาณที่ต้องการ ความแม่นยำนั้น จะขึ้นอยู่กับข้อกำหนดขนาดของเอลิเมนต์และจำนวนของเอลิเมนต์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา

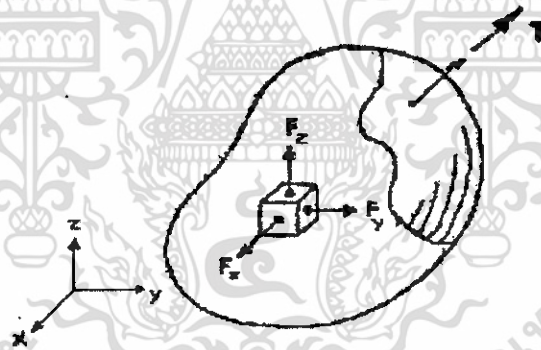
#### 2.5 วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์กับปัญหาของแข็ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ได้เริ่มพัฒนาจากการแก้ปัญหาทางด้านของแข็งโดยวิธีการหาค่าต่ำสุดของพลังงานศักย์รวมที่เกิดขึ้นอันเนื่องมาจากแรงภายนอกที่มากระทำในการใช้วิธีการดังกล่าวเราได้สมมติลักษณะการกระจายของการเคลื่อนตัว (Displacement) ซึ่งเป็นตัวแปรตัวหนึ่งบนเอลิเมนต์แล้วจึงทำการแก้ปัญหาเพื่อหาผลลัพธ์ของการเคลื่อนตัว ณ จุดต่อต่างๆ จากนั้นจึงทำการคำนวณหาความเครียดและความเค้น วิธีการเช่นนี้เรียกว่าวิธีการใช้การเคลื่อนตัว (Displacement Method) ในขณะเดียวกันในช่วงแรกของการพัฒนา วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ก็มีการใช้หลักการอื่นๆ การสมมติตัวแปรที่ต่างกันบนเอลิเมนต์เช่นการสมมติการกระจายของความเค้นและการเคลื่อนตัวไปพร้อมๆกัน กับบนเอลิเมนต์ซึ่งเรียกว่าวิธีการผสม (Mixed Method) เป็นต้น รายละเอียดของปัญหาของแข็งจะเริ่มการใช้สมการพื้นฐานดังนี้

### 2.5.1 สมการพื้นฐานทั่วไปในสามมิติ สมการเชิงอนุพันธ์

ความสมดุลของของแข็งที่มีการยึดหยุ่นได้ในสามมิติดังรูป



รูปภาพ 2.16 แสดงความสมดุลของ ของแข็งในสามมิติ

สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + F_x &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + F_y &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial y} + F_z &= 0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดย  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  แทนความเค้นในแนวแกน  $x, y, z$  ตามลำดับ และ  $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  แทนความเค้นเฉือน  $F_x, F_y, F_z$  แทนแรงวัตถุ (body force) ในแนวแกน  $x, y, z$  ตามลำดับตลอดผิวรอบนอกของของแข็งซึ่งแสดงในรูปอาจประกอบด้วยเงื่อนไขของความเค้นที่ผิว (Surface Traction) ในรูปแบบทั่วไปคือ

$$\vec{T} = T_x \hat{i} + T_y \hat{j} + T_z \hat{k} \quad (2.25)$$

โดย  $T_x, T_y, T_z$  แทนความเค้นที่ผิวในทิศแกน  $x, y, z$  ตามลำดับซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของความเค้นย่อยต่างๆ ได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} \quad (2.26)$$

ซึ่ง  $n_x, n_y, n_z$  เป็นทิศทางโคไซน์ของเวกเตอร์

$$\hat{n} = n_x \hat{i} + n_y \hat{j} + n_z \hat{k} \quad (2.27)$$

ซึ่งเป็นเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับผิว ณ จุดที่กำลังพิจารณาอยู่นั้น

นอกจากเงื่อนไขขอบเขตที่ผิวเหล่านั้น ของแข็งในสามมิติในรูป อาจมีความเครียดขั้นต้น (Prestrain) ที่เกิดขึ้นอยู่ก่อน ทำให้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและความเครียดโดยทั่วไปคือ

$$\{\sigma\} = [c]\{\varepsilon - \varepsilon_0\} \quad (2.28)$$

$$\{\sigma\}^T = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{xz}] \quad (2.29)$$

$$\{\varepsilon\}^T = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{xz}] \quad (2.30)$$

$$[c] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$\{\varepsilon_0\}$  แทน เวกเตอร์ของความเครียดขั้นต้นซึ่งอาจเกิดมาจากหลายสาเหตุ เช่น อาจเกิดจากอุณหภูมิที่ตำแหน่งต่างๆกัน  $T(x, y, z)$  นั้นมีค่าไม่เท่ากัน ในกรณีเช่นนี้เวกเตอร์นี้คือ

$$\{\varepsilon\}^T = [\alpha\Delta T \quad \alpha\Delta T \quad \alpha\Delta T \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (2.31)$$

โดย  $\alpha$  แทนสัมประสิทธิ์การขยายตัวและ  $\Delta T$  แทนอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงไปจากอุณหภูมิ  $T_0$  ซึ่งเป็นอุณหภูมิที่วัสดุนั้นไม่มีความเค้นตึงนี้

$$\Delta T = T(x, y, z) - T_0 \quad (2.32)$$

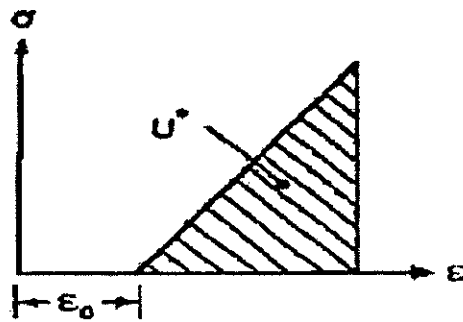
ความเครียดขั้นต้นอาจเกิดมาจากกรณีที่โครงสร้างนั้นมีความเครียดอยู่ก่อนแล้วและอยู่ในภาวะสมดุลก่อนที่จะมีแรงภายนอกกระทำ ความเครียดขั้นต้นที่เกิดขึ้นในสายเคเบิลต่างๆ ที่ใช้ยึดกันในโครงสร้างอวกาศชนิดหนึ่ง ซึ่งเป็นผลให้โครงสร้างนั้นมีเสถียรภาพและอยู่ได้ภาวะสมดุลก่อนที่จะมีแรงภายนอกชนิดอื่นเข้ามากระทำ อันจะทำให้ภาวะสมดุลนั้นเปลี่ยนแปลงไป ความเครียดขั้นต้นมีประโยชน์ต่อโครงสร้างต่างๆไป อาทิเช่น การใช้ความเครียดขั้นต้นในสายเคเบิลต่างๆ เพื่อให้ทำให้สะพานแขวนอยู่ในภาวะสมดุล ความเครียดขั้นต้นในโครงสร้างของร่มหลังจากที่กางออก เป็นต้น

### 2.5.2 ฟังก์ชันแปรผัน

ในการสร้างมาการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาทางด้านของแข็งโดยทั่วไป เราสามารถทำได้โดยเริ่มจากสมการเชิงอนุพันธ์ดังแสดงในสมการ(2.24) และใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง หรืออาจจะใช้วิธีการแปรผันเราจำเป็นต้องหาฟังก์ชันที่เมื่อทำการหาค่าต่ำสุดแล้วจะก่อให้เกิดสมการเชิงอนุพันธ์ (2.24) ฟังก์ชันดังกล่าวคือ พลังงานศักย์รวมนั่นคือ

$$J = U^* + V^* \quad (2.33)$$

โดย  $U^*$  คือพลังงานที่เกิดขึ้นจากความเครียดวัตถุ ดังแสดงในรูป



รูปภาพ 2.17 พลังงานที่เกิดจากความเครียดในวัตถุ

$$U^* = \frac{1}{2} \int_V [\varepsilon - \varepsilon_0] \{\sigma\} dV \quad (2.34)$$

แทน  $\{\sigma\}$  จากสมการ (2.28) ลงไปจะได้

$$U^* = \int_V [\varepsilon - \varepsilon_0] [c] [\varepsilon - \varepsilon_0] dV$$

ซึ่งหลังจากคูณขยายออกมาและจัดพจน์ต่างๆ จะได้

$$U^* = \frac{1}{2} \int_V [\varepsilon] [c] [\varepsilon] dV - \int_V [\varepsilon] [c] [\varepsilon_0] dV + \frac{1}{2} \int_V [\varepsilon_0] [c] [\varepsilon_0] dV \quad (2.35)$$

จากสมการ V คือพลังงานศักย์อันเกิดจากแรงวัตถุ (Body Force) ที่มีปริมาตร V และแรงที่ผิว (Surface Traction) บนผิวที่มีพื้นที่ S ซึ่งเราสามารถเขียนในรูปแบบดังนี้

$$\begin{aligned} V^* &= - \int_V (F_x u + F_y v + F_z w) dV - \int_S (T_x u + T_y v + T_z w) dS \\ &= - \int_V \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} dV - \int_S \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} dS \\ &= - \int_V \begin{bmatrix} \delta \\ \delta \\ \delta \end{bmatrix}_{1 \times 3} \begin{bmatrix} F \\ F \\ F \end{bmatrix}_{1 \times 3} dV - \int_S \begin{bmatrix} \delta \\ \delta \\ \delta \end{bmatrix}_{1 \times 3} \begin{bmatrix} T \\ T \\ T \end{bmatrix}_{1 \times 3} dS \end{aligned} \quad (2.36)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดย  $[\delta]$  แทนเวกเตอร์ที่ประกอบด้วยค่าเคลื่อนตัว  $U, V, W$ , ในทิศทางแกน  $X, Y, Z$  ตามลำดับ  $\{F\}$  แทนเวกเตอร์ที่ประกอบด้วยแรงในวัตถุทิศทางแกน  $X, Y, Z$  และ  $\{T\}$  แทนเวกเตอร์ที่ประกอบด้วยแรงที่ผิวในทิศทางแกน  $X, Y, Z$  จากนั้นแทนสมการ (2.35) และ (2.33) จะได้พลังงานศักย์รวมในรูปแบบดังนี้

$$J = \frac{1}{2} \int_V [\varepsilon] [c] \{\varepsilon\} dV - \int_V [\varepsilon] [c] \{\varepsilon_0\} dV + \frac{1}{2} \int_V [\varepsilon_0] [c] \{\varepsilon\} dV - \int_V [\delta] \{F\} dV - \int_S [\delta] \{T\} dS \quad (2.37)$$

ซึ่งเราสามารถนำไปใช้ในการสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับเอลิเมนต์ชนิดต่างๆได้

เพื่อให้เกิดความเข้าใจในขั้นตอนการประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ สำหรับปัญหาทางด้านของแข็งเราจะแสดงวิธีการสร้างไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับเอลิเมนต์ชนิดต่างๆ ในหัวข้อย่อยต่อไปโดยใช้วิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้างเช่นกันซึ่งเริ่มจากสมการเชิงอนุพันธ์ (2.24) แต่ละไว้ในที่นี้ เราจะประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์เหล่านี้ในรูปแบบของสมการที่ประกอบด้วยค่าเคลื่อนที่ไม่รู้ค่าที่จุดต่อ นั่นคือ เราจะสมมติการกระจายของการเคลื่อนตัวบนเอลิเมนต์ ซึ่งวิธีการนี้เราต้องมั่นใจว่าลักษณะการกระจายของการเคลื่อนตัวบนเอลิเมนต์ที่เราสมมติขึ้นมานั้นจะก่อให้เกิดผลลัพธ์ถูกต้อง (converged solution) หลังจากที่เราทำการแบ่งเอลิเมนต์ให้มีขนาดเล็กย่อยลงไป ปรากฏการณ์เช่นนี้จะเกิดขึ้นต่อเมื่อในกรณีที่พลังงานศักย์รวมดังเช่นแสดงในสมการ (2.37) ประกอบด้วยพจน์ที่เป็นอนุพันธ์อันดับหนึ่ง (First-order derivative) ของค่าเคลื่อนตัว

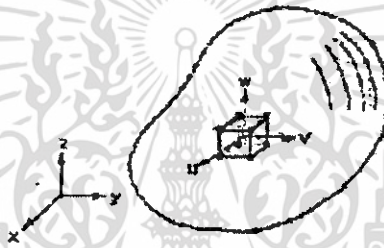
1. ลักษณะการกระจายของค่าเคลื่อนตัวนั้นจะเป็นต้องมีความต่อเนื่อง (compatibility) ตลอดรอยต่อของเอลิเมนต์ที่ติดกัน เราเรียกว่าความต่อเนื่องชนิดนี้ว่าความต่อเนื่องแบบ  $C^0$  ซึ่งในสมการ (2.37) เราจะเห็นว่าเราจำเป็นต้องสมมติลักษณะการกระจายค่าเคลื่อนตัวให้มีความต่อเนื่องระหว่างเอลิเมนต์เนื่องจากค่าความเครียด  $\varepsilon$  ซึ่งปรากฏอยู่ในสมการนี้คืออนุพันธ์อันดับหนึ่งของค่าเคลื่อนตัว

2. ลักษณะการกระจายของค่าเคลื่อนตัวที่สมมติบนเอลิเมนต์นั้นจำเป็นต้องมีความบริบูรณ์ (Completeness) ซึ่งหมายถึงว่าการกระจายดังกล่าวสามารถก่อให้เกิดค่าความเครียดที่มีค่าคงที่บนเอลิเมนต์นั้นได้สำหรับกรณีที่น่าเอลิเมนต์เช่นนี้ไปใช้กับปัญหาที่เกิดภาวะจริงเช่นนั้น เช่น เหล็กท่อนถูกดึงที่ปลายทั้งสองด้วยแรงที่คงที่ ซึ่งก่อให้เกิดความเครียดที่คงที่ตลอดความยาวของเหล็กท่อนนั้น

ข้อบังคับสองข้อนี้มีความสำคัญมากโดยเฉพาะในกรณีที่เราต้องการทำการสมมติลักษณะการกระจายของค่าเคลื่อนตัวแบบใหม่ๆ ขึ้นมาด้วยตนเอง ซึ่งอาจจะจัดมาใหม่ที่ไม่สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาโดยทั่วไปได้หรือผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้เอลิเมนต์ดังกล่าวจะไม่เข้าสู่ผลลัพธ์ที่ต้องการหลังจากเราเพิ่มจำนวนเอลิเมนต์ให้มากขึ้น อนึ่งลักษณะของการกระจายของค่าเคลื่อนตัวของเอลิเมนต์ชนิดต่างๆ ที่จะมีคุณสมบัติใช้ในหัวข้อต่างๆ ไปนี้จะสอดคล้องกับข้อบังคับที่อธิบายมาแล้วนี้โดยครบถ้วน

### 2.5.3 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์

หลังจากที่เราทราบฟังก์ชันแปรผันดังแสดงในสมการ (2.37) สำหรับวัตถุทั่วไปในสามมิติดังแสดงในรูป แล้วเราสามารถสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับเอลิเมนต์ในสามมิติทั่วไปได้ สมมติว่าเรามีเอลิเมนต์ทรงหกหน้าซึ่งประกอบไปด้วยแปดจุดดังแสดงในรูป



รูปภาพ 2.18 เอลิเมนต์ทรงหกหน้าในวัตถุสามมิติ

ขั้นตอนแรกที่เราจำเป็นต้องทำก็คือสมมติลักษณะการกระจายของค่าเคลื่อนตัวในสามทิศทาง โดยค่าเคลื่อนตัวในแต่ละทิศทางสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์ และค่าการเคลื่อน  $u$  ตำแหน่งจุดต่อทั้งแปดจุดได้ดังนี้

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= \begin{bmatrix} N(x, y, z) \\ 1 \times 8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ 8 \times 1 \end{Bmatrix} \\ v(x, y, z) &= \begin{bmatrix} N(x, y, z) \\ 1 \times 8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ 8 \times 1 \end{Bmatrix} \\ w(x, y, z) &= \begin{bmatrix} N(x, y, z) \\ 1 \times 8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w \\ 8 \times 1 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (2.38)$$

หรือเขียนรวมกันได้ว่า

$$\begin{bmatrix} \delta \\ 3 \times 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N(x, y, z) \\ 3 \times 24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ 24 \times 1 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$[\bar{\delta}]^T = [u \ v \ w]$$

$$[\bar{\delta}]^T = [u_1 \ v_1 \ w_1 \ u_2 \ v_2 \ w_2 \ u_3 \ v_3 \ w_3] \quad (2.40)$$

เวกเตอร์ของความเครียดดั่งแสดงในสมการ (2.30) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของค่าเคลื่อนตัวได้คือ

$$\{\varepsilon\}_{6 \times 1} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{Bmatrix} = [B(x, y, z)] \{\delta\}_{6 \times 24} \quad (2.41)$$

โดย  $[B(x,y,z)]$  แทนเมตริกซ์ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นและการเคลื่อนตัว หากเราแทนสมการ (2.39) และ (2.41) ลงในสมการของพลังงานศักย์รวม (2.38) เราจะได้

$$J = \frac{1}{2} \int_V [\delta]_{1 \times 24} [B]^T_{24 \times 6} [c]_{6 \times 6} [B]_{6 \times 24} \{\delta\}_{24 \times 1} dV - \int_V [\delta]_{1 \times 4} [B]_{4 \times 6} [c]_{6 \times 6} \{\varepsilon_0\}_{6 \times 1} dV \\ + \frac{1}{2} \int_V [\varepsilon_0]_{1 \times 6} [c]_{6 \times 6} \{\varepsilon_0\}_{6 \times 1} dV - \int_V [\delta]_{1 \times 24} [N]^T_{24 \times 3} \{F\}_{3 \times 1} dV \\ - \int_S [\delta]_{1 \times 24} [N]^T_{24 \times 3} \{T\}_{3 \times 1} dS$$

หรือเขียนย่อได้ว่า

$$J = \frac{1}{2} \int_V [\delta] [K] \{\delta\} dV - [\delta] \{F_0\} + \frac{1}{2} \int_V [\varepsilon_0] [c] \{\varepsilon_0\} dV \\ - [\delta] \{F_b\} - [\delta] \{F_s\} \quad (2.42)$$

โดย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$[K] = \int_V [B]^T [c] [B] dV \quad (2.43a)$$

$$[F_0] = \int_V [B]^T [c] \{\epsilon_0\} dV \quad (2.43b)$$

$$[F_B] = \int_V [B]^T \{F\} dV \quad (2.43c)$$

$$[F_t] = \int_S [N]^T \{T\} dS \quad (2.43d)$$

ในที่นี้  $[K]$  คือเอลิเมนต์ ของความแข็งเกร็ง  $\{F_0\}$ ,  $\{F_B\}$ ,  $\{F_t\}$  คือโหนดเวกเตอร์เนื่องมาจากความเค้น, แรงวัตถุ และแรงที่ผิวตามลำดับ

เราสามารถสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ได้โดยการหาค่าต่ำสุดของพลังงานศักย์รวมดังแสดงในสมการ (2.42) นั่นคือ

$$\frac{\partial J}{\partial \{\delta\}} = 0$$

ซึ่งจะก่อให้เกิดสมการไฟไนต์เอลิเมนต์รวมทั้งสิ้น 24 สมการย่อยสำหรับหนึ่งเอลิเมนต์ทรงหกเหลี่ยมที่ประกอบด้วยแปดจุดต่อ ทั้ง 24 สมการย่อยนี้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$[K] \{\delta\} = \{F_0\} + \{F_B\} + \{F_t\} \quad (2.44)$$

โดยขั้นตอนรายละเอียดจะละไว้ อนึ่งค่าอนุพันธ์ที่เกิดขึ้นจากพจน์ที่สามทางด้านขวาของสมการ (2.42) นั้นมีค่าเท่ากับศูนย์เนื่องจากพจน์ดังกล่าวมีฟังก์ชันของค่าเคลื่อนตัวที่จุดต่อ

หลังจากประกอบสมการไฟไนต์เอลิเมนต์จากทุกๆ เอลิเมนต์ขึ้นเป็นสมการระบบรวมของวัตถุสามมิติแล้ว แล้วทำการกำหนดเงื่อนไขขอบเขตและแก้สมการระบบรวมเพื่อใช้หาผลลัพธ์ของค่าเคลื่อนตัวที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทุกๆจุดต่อไปแล้วหาค่าความเค้นในทิศทางต่างๆ สามารถคำนวณได้โดยการใช้สมการ (2.42) และ (2.41) ดังนี้

$$\{\sigma\} = [c][B]\{\delta\} - [c]\{\epsilon_0\} \quad (2.45)$$

$\begin{matrix} 6 \times 1 & & 6 \times 6 & 6 \times 24 & 24 \times 1 & & 6 \times 6 & 6 \times 1 \end{matrix}$

สมการไฟไนต์เอลิเมนต์และเอลิเมนต์เมตริกซ์ต่างๆ เหล่านี้ในสามมิติสามารถดัดแปลงเพื่อนำไปสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์และเอลิเมนต์ต่างๆ สำหรับเอลิเมนต์ในหนึ่งสอง หรือสามมิติชนิดอื่นๆ ได้โดยง่ายโดยจะแสดงให้หัวข้อต่างๆ ดังต่อไปนี้

## 2.6 ปัญหาแผ่นระนาบ

### สมการพื้นฐาน

สมการเชิงอนุพันธ์ของความสมดุลในแผ่นระนาบ ซึ่งวางตัวอยู่ในแนวราบ x-y คือ

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + F_x &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + F_y &= 0 \end{aligned} \quad (2.46)$$

โดยที่ขอบเขตของแผ่นระนาบอาจประกอบด้วยเงื่อนไขขอบเขตของการกำหนดค่าเคลื่อนตัว  $U(x,y)$  และ  $U(x,y)$  ในทิศทาง x และ y ตามลำดับหรืออาจกำหนดแรงที่ขอบนอกซึ่งอยู่ในรูปแบบเดียวกัน สมการ (2.6) นั่นคือ

$$\begin{Bmatrix} T_x \\ T_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \end{Bmatrix} \quad (2.47)$$

เช่นความดัน (pressure) หรือแรงเสียดที่ผิวหนัง (skin friction) เป็นต้น ความสัมพันธ์ ระหว่างความเค้นและความเครียด ในรูปแบบของสมการ (2.31) คือ

$$\{\sigma\} = [c]\{\varepsilon - \varepsilon_0\} \quad (2.48)$$

ซึ่งในกรณีนี้

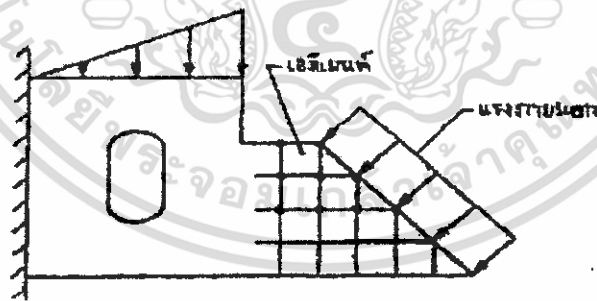
$$\{\sigma\}^T = [\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy}] \quad (2.49)$$

$$\{\varepsilon\}^T = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy}] \quad (2.50)$$

และหากความเครียดขั้นต้นนั้นเนื่องมาจากอุณหภูมิ

$$\{\varepsilon_0\}^T = \{\alpha\}^T (T(x) - T_0) \quad (2.51)$$

โดยเมตริกซ์  $[C]$  และ  $\{\varepsilon_0\}$  ขึ้นอยู่กับการสมมติจำแนกลักษณะของปัญหาว่าเป็นลักษณะของความเค้นในระนาบ (plane stress) หรือความเค้นในระนาบ (plane strain) ความหมายของปัญหาความเค้นในระนาบใช้กับปัญหาแผ่นระนาบบาง โดยตั้งอยู่บนสมมติฐานที่ว่าค่าความเค้นในทิศทางผ่านความหนาของแผ่นนั้นน้อยมากและกำหนดให้เท่ากับศูนย์ ตัวอย่างลักษณะปัญหาความเค้นในระนาบ เช่น การคำนวณความยืดหยุ่นของโลหะที่มีแรงกระทำที่ขอบต่างๆ ดังแสดงในรูปเป็นต้น



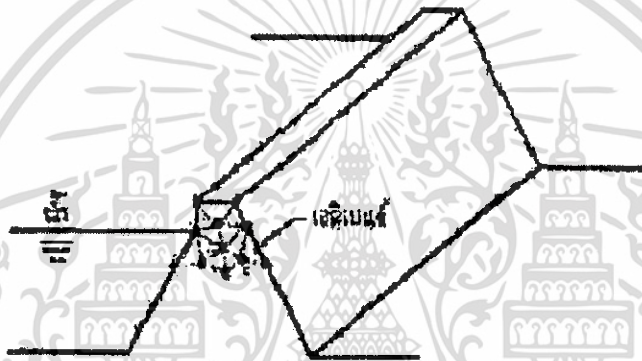
รูปภาพ 2.19 ไฟไนต์เอลิเมนต์กับปัญหาความเค้นในระนาบบนแผ่นโลหะบาง

ในกรณีของความเค้นในระนาบนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$[c] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad \{\alpha\} = \begin{Bmatrix} \alpha \\ \alpha \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.52)$$

ในขณะเดียวกัน ความหมายของปัญหาความเครียดในระนาบใช้กับปัญหาที่มีความลึกมาก โดยตั้งอยู่บนสมมติฐานที่ว่าค่าความเครียดในทิศทางผ่านความลึกนั้นไม่เกิดขึ้นนั่นคือให้เท่ากับ ศูนย์ ตัวอย่างลักษณะปัญหาความเครียดในระนาบ เช่นการคำนวณความเค้นที่เกิดขึ้นในตัวเชื่อมกันน้ำดังแสดงในรูปเป็นต้น



รูปภาพ 2.20 ไฟในเอลิเมนต์กับปัญหาความเครียดในระนาบของเขื่อนที่มรความลึก

โดยในกรณีของความเครียดในระนาบนี้

$$[c] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad \{\alpha\} = \begin{Bmatrix} \alpha(1+\nu) \\ \alpha(1+\nu) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.53)$$

### สมการไฟไนต์เอลิเมนต์

เราสามารถสร้างสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ได้โดยการใช้สมการเชิงอนุพันธ์ (2.46) และเงื่อนไขขอบเขต (2.47) ด้วยวิธีการถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง (Method of Residuals) ในที่นี้เราจะใช้วิธีการแปรผันโดยทำการตัดแปลงสมการไฟไนต์เอลิเมนต์ ที่ได้สร้างขึ้นมาแล้ว

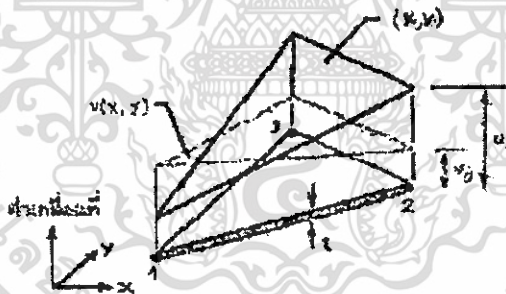
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากปัญหานี้เป็นปัญหาสองมิติ เราอาจเลือกใช้เอลิเมนต์สามเหลี่ยมหรือสี่เหลี่ยมก็ได้ ซึ่งรายละเอียดของเอลิเมนต์ทั้งสองได้เคยกล่าวมาแล้ว ซึ่งมีตัวแปรเพียงตัวเดียวเช่นลักษณะการกระจายของอุณหภูมิบนเอลิเมนต์ แต่ในปัญหาของความเค้นในระนาบหรือความเครียดในระนาบเรามีการกระจายค่าเคลื่อนตัว  $u$  และ  $v$  นี้บนเอลิเมนต์ เช่น เอลิเมนต์สามเหลี่ยม ได้แสดงไว้ในรูป ซึ่งในกรณีนี้ สมการ (2.39) คือ

$$\{\bar{\delta}\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} \quad (2.54)$$

$$= [N] \{\delta\}$$

$2 \times 6$     $6 \times 1$



รูปภาพ 2.21 ลักษณะการกระจายของค่าเคลื่อนตัวในแนวแกน X กับ Y บนเอลิเมนต์สามเหลี่ยม

โดย  $N_i$ ,  $i = 1, 2, 3$  แทนฟังก์ชันการประมาณภายในของสามเหลี่ยม ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและค่าเคลื่อนตัวในรูปแบบที่คล้ายสมการ (2.41) คือ

$$\begin{aligned} \{\varepsilon\}_{2 \times 1} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} h_1 & 0 & b_2 & 0 & b_3 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 & c_2 & 0 & c_3 \\ c_1 & b_1 & c_2 & b_2 & c_3 & b_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} \\ &= [B] \{\delta\} \end{aligned} \quad (2.55)$$

แทนเมตริกซ์ [B] ที่ได้ลงในสมการ (2.43a) เราจะได้ไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์ของ ความแข็ง เกร็ง ดังนี้

$$[K] = [B]^T [c] [B] tA \quad (2.56)$$

และ โหลดเวกเตอร์อื่นเนื่องจากอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลง ไปดังสมการ (2.43b) คือ

$$\{F_0\}_{6 \times 1} = [B]^T [c] (T - T_0) A \alpha \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.57)$$

สมการ (2.57) นี้ได้มาจากกรณีที่อุณหภูมิ  $T(x,y)$  ถูกสมมติให้คงที่ตลอดเอลิเมนต์ที่พิจารณา นั่นแต่ หากอุณหภูมิบนเอลิเมนต์นั้นแปรผันในลักษณะแผ่นเรียบ (Flat Plate) โหลดเวกเตอร์ที่ได้จะอยู่ในรูปแบบ สมการ (2.57) เช่นเดิมแต่ค่า  $T$  จะเป็นค่าเฉลี่ยของอุณหภูมิที่จุดต่อทั้งสามของเอลิเมนต์นั้น

จะเห็นได้ว่าเมตริกซ์ [B] ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและค่าเคลื่อนตัวคงแสดงใน สมการ (2.55) สำหรับเอลิเมนต์สามเหลี่ยมที่ประกอบด้วยจุดสามจุดต่อเป็นเมตริกซ์ที่มีค่าความเครียดที่ คงตัว (Constant Strain Triangle) โคนไม่ขึ้นกับตัวแปรต้น  $x, y$  ซึ่งทำให้การประดิษฐ์เอลิเมนต์เมตริกซ์ ต่างๆที่ตามมาดังเช่น แสดงในสมการ (2.55)-(2.56) นั้นทำได้โดยสะดวกอีกทั้งการประดิษฐ์ไฟไนต์เอลิ เมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์ก็สามารถทำได้โดยง่ายเช่นกัน เอลิเมนต์ชนิดนี้ใช้กัน โดยแพร่หลายในการ ออกแบบโดยทั่วไป เช่นในการคำนวณการขยายตัว และ ความเค้นที่เกิดขึ้นบนส่วนหัวของเครื่องยนต์บน

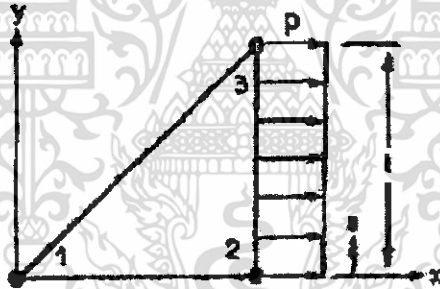
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เครื่องบินสมัยใหม่ ซึ่งจะเกิดอุณหภูมิจึงเนื่องจากการเสียดสีกับบรรยากาศในขณะที่ทำการบิน ด้วยความเร็วกว่าเสียงหลายเท่า เป็นต้น

โหลดเวกเตอร์อื่นๆ ซึ่งเกิดจากแรงวัตถุหรือแรงที่ผิวดังแสดงในสมการ (2.43c) และ (2.43d) ก็สามารถสร้างขึ้นมาได้โดยง่ายเช่นกันสำหรับเอลิเมนต์สามเหลี่ยมดังกล่าว โหลดเวกเตอร์อื่นเนื่องมาจากแรงวัตถุคือ

$$\{F_B\}^T = \frac{tA}{3} [F_x \ F_y \ F_x \ F_y \ F_x \ F_y] \quad (2.58)$$

ส่วนโหลดเวกเตอร์ที่เกิดจากแรงภายนอกกระทำที่ขอบนอกดังแสดงในรูป นั้นขึ้นอยู่กับลักษณะของด้านที่ถูกกระทำ เช่น มีความดันกระทำตลอดขอบที่ต่อระหว่างจุดต่อ 2 และ 3 ในแนวทิศแกน X ดังแสดงในรูป จากรูปนี้และสมการ (2.43d) ผลลัพธ์ของโหลดเวกเตอร์นี้ควรจะเป็น



รูปภาพ 2.22 ความดันตลอดขอบ 2-3 ของขอบสามเหลี่ยม

$$\{F_i\} = \begin{Bmatrix} F_{1x} = 0 \\ F_{1y} = 0 \\ F_{2x} = 0 \\ F_{2y} = 0 \\ F_{3x} = 0 \\ F_{3y} = 0 \end{Bmatrix}$$

เนื่องจากเมตริกซ์  $[N]$  นั้นอยู่ในรูปเชิงเส้นตรงตลอดขอบระหว่างจุดต่อ 2 และ 3 ดังนั้นค่า  $F_{2x}$  และ  $F_{3x}$  จึงสามารถคำนวณได้ง่ายๆ ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{Bmatrix} F_{2x} \\ F_{3x} \end{Bmatrix} = \int_0^l \begin{Bmatrix} 1 - \frac{s}{l} \\ \frac{s}{l} \end{Bmatrix} p(tds) = ptl \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{Bmatrix}$$

ซึ่งลำดับขั้นตอนนี้มีความหมายทางการกายภาพคือการแปลงความดันที่สม่ำเสมอไปเป็นแรงรวมที่จุดต่อ นั่นคือเปลี่ยนลักษณะของแรงภายนอกไป และผลลัพธ์ของโพลเวกเตอร์อันเนื่องมาจากแรงภายนอกที่กระทำบนเอลิเมนต์นี้คือ

$$\{F_i\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ ptl/2 \\ 0 \\ ptl/2 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.59)$$

ในทำนองเดียวกันหากขอบที่ต่อระหว่างจุดต่อ 2 และ 3 นั้นเอียงไม่อยู่ในแนวแกน x หรือ y เราก็สามารถใช้กระบวนการขั้นตอนในทำนองเดียวกัน ลำดับขั้นตอนทั้งหมดนี้อยู่บนรากฐานของความเข้าใจที่สำคัญที่ว่าฟังก์ชันการกระจายภายในที่ใช้ในเมตริกซ์ [N] นั้นจะอยู่ในรูปแบบเชิงเส้นตรงตลอดขอบใดๆ ของเอลิเมนต์สามเหลี่ยมนี้

## 2.7 ความเค้นและความเครียด

เมื่อได้ศึกษาคุณสมบัติทางกายภาพ ทางเคมี และทางกลของโลหะแล้ว ในลำดับต่อไปจะแสดงรายละเอียดเพิ่มเติมเกี่ยวกับคุณสมบัติทางกลของโลหะ ทั้งนี้เนื่องจากการศึกษาวิชาโลหะวิทยานั้นมีจุดมุ่งหมายเพื่อต้องการให้ผู้ศึกษาเข้าใจลักษณะต่าง ๆ ของโลหะ โดยเฉพาะอย่างยิ่งลักษณะทางกลหรือคุณสมบัติทางกลของโลหะ เพื่อนำความรู้ดังกล่าวไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในทางวิศวกรรม และเพื่อให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้นเกี่ยวกับแรงที่กระทำต่อโลหะนั้นเกิดการเปลี่ยนแปลงไปในลักษณะของการแตก หัก บิด งอ หรือขาดออกจากกัน ความรู้เหล่านี้จะเป็นข้อมูลสำคัญในการตัดสินใจเลือกใช้โลหะหรือปรับปรุงคุณสมบัติของโลหะให้เหมาะสมกับงานแต่ละประเภท

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คุณสมบัติของโลหะในการตอบสนองต่อแรงทางกล เมื่อมีแรงภายนอกกระทำต่อโลหะ โลหะนั้นจะมีอาการเกร็ง คือเกิดแรงขึ้นภายในเพื่อตอบสนองต่อแรงกระทำนั้น ซึ่งเป็นการป้องกันตนเองเพื่อไม่ให้เกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง แรงต้านทานนี้เรียกว่า “แรงเค้นหรือความเค้น (Stress) และเมื่อโลหะดังกล่าวยืดออกหรือหดตัวเข้าตามแนวแรงที่กระทำ คือ แรงดึง และแรงอัด ตามลำดับ ในลักษณะดังกล่าวนี้ก็หมายความว่า โลหะนั้นเกิดความเครียด โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

### 2.7.1 ความเค้น (Stress)

ความเค้นนั้นเกิดจากแรงภายนอกที่กระทำโลหะและการกระจายอย่างสม่ำเสมอบนพื้นที่หน้าตัดของโลหะนั้น ขณะเดียวกันภายในเนื้อโลหะก็จะเกิดแรงต่อต้านแรงเหล่านั้นอย่างสม่ำเสมอ และขนาดของความเค้นจะมีค่าเท่ากับขนาดของแรงกระทำจากภายนอกหารด้วยพื้นที่หน้าตัดของโลหะที่รับแรงภายในนั้น โดยเขียนเป็นสูตรได้ดังนี้

$$\text{stress} = \frac{P}{A} \quad (2.50)$$

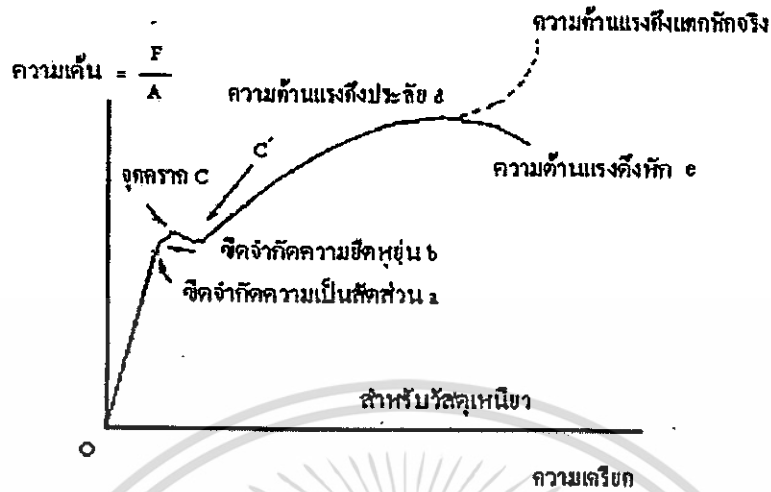
เมื่อ Stress = ความเค้น  
P = แรงกระทำ  
A = พื้นที่ภาคตัดที่รับแรง

### 2.7.2 ความเครียด (Strain)

ความเครียดเกิดขึ้นจากความเปลี่ยนแปลงของโลหะมาว่าจะเป็นการหดตัวเข้า (Contraction) หรือการยืดตัวออก (Elongation) เมื่อโลหะนั้นอยู่ภายใต้แรงอัด (Compressive) และแรงดึง (Tensile) ตามลำดับ

$$\text{strain} = \frac{L - L_0}{L_0} \quad (2.51)$$

เมื่อ Strain = ความเค้น  
L = ความยาวหลังจากที่โลหะถูกแรงกระทำ  
L<sub>0</sub> = ความยาวเดิม



รูปภาพ 2.23 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น และ ความเครียด

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียด คุณสมบัติต่างๆ ของวัสดุเป็นสิ่งสำคัญในการเลือกใช้โลหะที่จะนำมาทำโครงสร้างต่างๆ เช่น คุณสมบัติเชิงกลของวัสดุโดยเฉพาะกำลังของวัสดุ การทดสอบวัสดุที่สำคัญวิธีหนึ่งคือ การทดสอบโดยใช้แรงดึงโดยเฉพาะวัสดุที่มีความเหนียว เช่น เหล็ก จะพบว่ามีความเค้นจะเป็นปฏิภาคโดยตรงกับความเครียดในช่วงระยะหนึ่ง แต่เมื่อผ่านช่วงนี้ไปแล้วความสัมพันธ์ดังกล่าวจะไม่เป็นปฏิภาคโดยตรงต่อไปอีก เราสามารถนำมาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นกับความเครียดตลอดระยะจนกระทั่งขาดจากกัน กราฟที่ได้จะมีลักษณะคล้ายคลึงดังรูปที่ 2-3

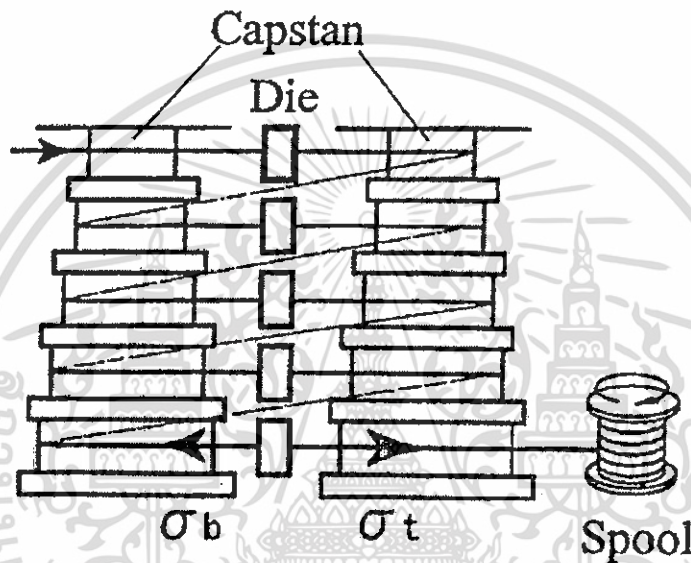
จากกราฟในรูปที่ 2-3 มีจุดต่างๆ ที่สำคัญดังนี้

- จาก 0 ถึง a กราฟจะเป็นตรงแสดงว่าแรงเป็นปฏิภาคโดยตรงกับส่วนที่ยืดออก หรือ ความเค้นเป็นปฏิภาคโดยตรงกับความเครียด
- จุด a ซึ่งเป็นจุดสูงสุดเรียกว่า ขีดจำกัดสัดส่วน (Proportional Limit) เป็นจุดสุดท้ายที่กราฟจะเป็นเส้นตรง หลังจากจุดนี้แล้ว ความเค้นจะเป็นปฏิภาคโดยตรงกับความเครียด คือกราฟจะไม่เป็นเส้นตรงนั่นเอง
- จุด b เรียกว่า ขีดจำกัดความยืดหยุ่น (Elastic Limit) เป็นจุดสุดท้ายที่ความยาวของวัตถุจะหดกลับเท่าเดิมได้อีก
- จุด c เรียกว่า จุดครากบน (Upper Yield Point) และจุด c ถึง e เป็นการเปลี่ยนแปลงแบบพลาสติก (Plastic) นั่นคือวัตถุยืดออกอย่างถาวร ถ้าปล่อยแรงวัตถุจะไม่หดตัวกลับมาอยู่ในสภาพเดิมอีก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- จาก o ถึง d การยืดเกิดขึ้นทุกส่วนตลอดความยาวของแท่งทดสอบ (Gauge Length)
- จาก d ถึง e การยืดเกิดขึ้นอย่างรวดเร็ว เฉพาะบริเวณที่จะเกิดการหักหรือขาดเท่านั้น
- จุด d เรียกว่า จุดแตกหัก (Rupture Point or Breaking Point) เป็นจุดที่วัสดุขาดออกจากกัน

สำหรับโลหะที่เปราะเช่นเหล็กหล่อ กราฟระหว่างความเค้นและความเครียดจะผิดไปจากเหล็กเหนียว เพราะเหล็กหล่อนั้นมีคุณสมบัติที่เปราะและแตกหักได้ง่าย มีส่วนผสมของคาร์บอนในเนื้อเหล็กมากจึงทำให้เหล็กหล่อนั้นมีความแข็งแรงจนทำให้เกิดการยืดตัวของเหล็กชนิดนี้จะได้ไม่มากนักก่อนที่จะขาดออกจากกัน อีกทั้งกราฟก็ไม่ได้แสดงให้เห็นจุดยืดตัวนี้ด้วย



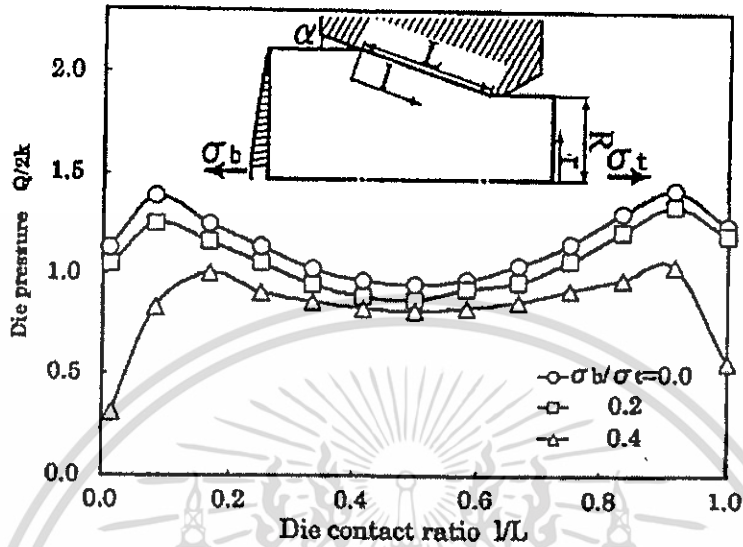
รูปภาพ 2.24 เครื่องจักรแบบการดึงต่อเนื่อง

## 2.8 แรงดึงกลับ

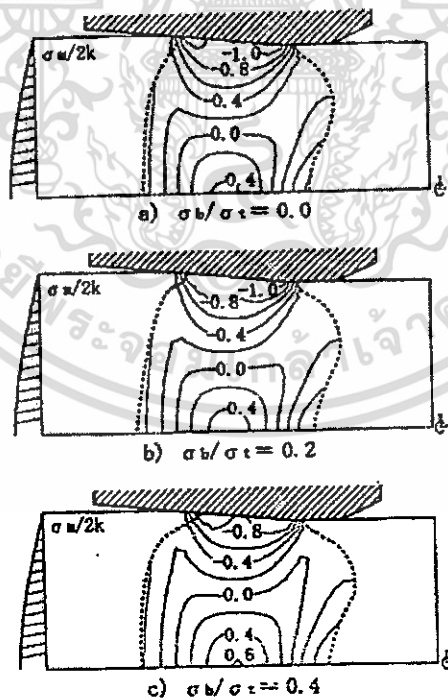
ผลกระทบจากแรงดึงกลับที่เกิดขึ้นในลวดที่มีความละเอียดสูง ในเครื่องจักรแบบการดึงต่อเนื่องของลวด ในรูปภาพ 2.24 ระดับของแรงดึงย้อนกลับ  $\sigma_b$  มีความจำเป็นต่อการพิจารณากลไกของเครื่องจักรกล ทำการบันทึกค่าแรงดึงกลับที่เกิดขึ้นสังเกตค่าคุณสมบัติทางกลและความยืดหยุ่นที่เปลี่ยนแปลงไป และยิ่งกว่านั้นการเอาใจใส่เป็นพิเศษในการปรับศูนย์กลางแม่พิมพ์ให้ตรงกับศูนย์กลางของลวด และการขจัดคาร์บอนสะเทือนระหว่างลวดกับก้านหรือโรลลิงให้หมดไป อย่างไรก็ตาม ยังมีแรงดึงมากเกินไปซึ่งทำให้ลวดแตกซึ่งเกิดจากการทดลองเอง ดังนั้นผู้เขียนได้ทำการทดสอบผลที่เกิดขึ้นจากแรงดึงกลับ ไม่ว่าจะเป็นแรงอัดบนแม่พิมพ์ ความเค้นบนไฮโดรสแตติกส์ (hydrostatic pressure stress) ซึ่งทั้งหมดใช้การจำลองแบบไฟไนต์เอลิเมนต์ ความเค้นไฮโดรสแตติกส์ นั้นได้ถูกอ้างอิงบ่อยมากในการหาข้อสรุปของการร้าวที่เกิดขึ้นในระหว่างการเกิดช่วง plastic working การวิเคราะห์นั้นใช้สมมติฐานของแรงดึงกลับ  $\sigma_b$  ระหว่าง 20 หรือ 40 เปอร์เซ็นต์ ของแรงดึงลวด  $\sigma_t$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในรูปที่ 2.26 แสดงการกระจายตัวของ แรงดันไฮโดรสแตติกส์ ซึ่งทั้งสองรูปจะไม่มีหน่วยโดยถูกหารด้วยความดันเฉลี่ยที่ไหลผ่าน



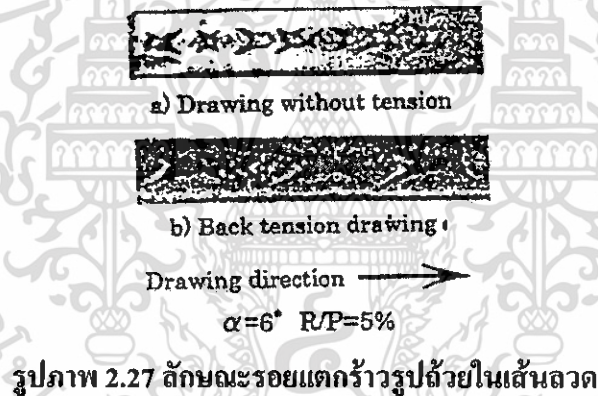
รูปภาพ 2.25 การกระจายของแรงดันบนแม่พิมพ์ขณะที่ตั้งเมื่อมีแรงดึงกลับ  
( $\alpha = 6$  องศา  $R/P = 15$  เปอร์เซ็นต์)



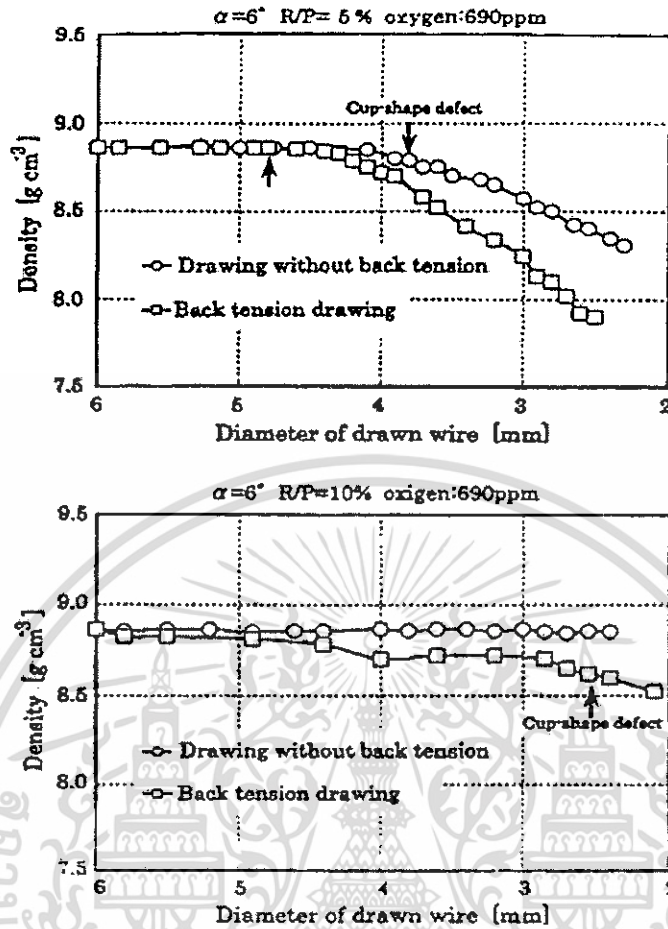
รูปภาพ 2.26 การกระจายของความดันไฮโดรสแตติกส์ภายในสภาวะการดึงที่มีแรงดึงกลับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

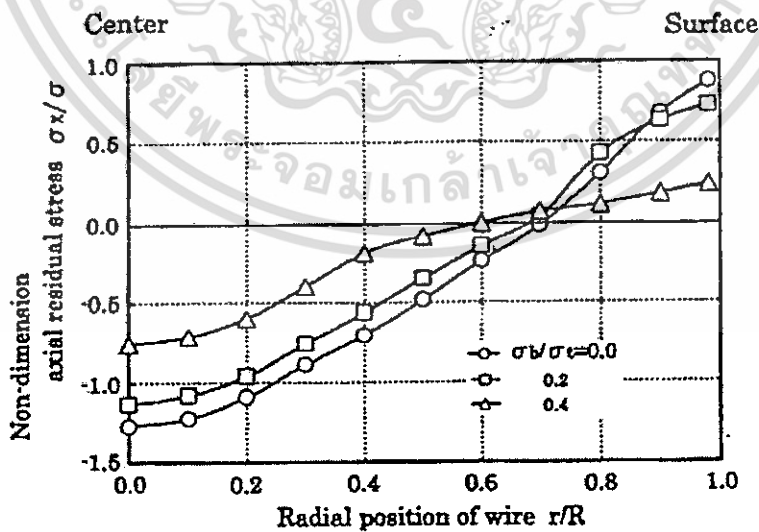
ผลเหล่านี้แสดงค่าแรงดันบนแม่พิมพ์ที่ลดลงกับแรงดึงกลับที่เพิ่มขึ้น ความยืดหยุ่นที่เกิดขึ้นสามารถคาดการณ์แนวโน้มได้โดยแรงดันบนแม่พิมพ์ ซึ่งผลการทดลองเหล่านี้ตรงกับสิ่งที่เกิดขึ้นในโรงงานผลิต อย่างไรก็ตามเมื่อมีแรงดึงกลับเกิดขึ้นถึง 40 เปอร์เซ็นต์ และเมื่อมากเกินไปจะเกิดความเค้นดึงใกล้กับส่วนแกนกลางของลวดอย่างมากในรูปที่ 3 ซึ่งจะเป็นการบ่งบอกถึงความเป็นไปได้สูงที่จะเกิดช่องว่างและการแตกร้าวภายในของลวดขณะที่ทำการดึงหลายๆ ช่วง ดังนั้นแรงดึงกลับ 40 เปอร์เซ็นต์ ไม่สามารถใช้งานได้ ส่วนในรูปที่ 4 เป็นภาพตัดขวางของการร้าวในลวด ซึ่งเกิดภายใต้เงื่อนไข ที่มุม  $\alpha = 6$  องศา และค่า R/P เท่ากับ 5 เปอร์เซ็นต์ของลวด ที่มีและไม่มีแรงดึงกลับประมาณ 50 เปอร์เซ็นต์ ในรูปที่ 5 แสดงความหนาแน่นของลวดที่ถูกใช้ในการทดลองหาผลกระทบจากแรงดึงย้อนกลับ ภายในเงื่อนไขที่ใช้แรงดึงกลับความหนาแน่นเริ่มลดลงเป็นระยะเวลานานก่อนที่จะเกิดการร้าวภายในซึ่งก่อให้เกิดช่องว่างขึ้น รูปที่ 6 แสดงความเค้นที่เหลืออกโดยไม่มีหน่วย ภายใต้การดึง 5 ครั้ง และใช้  $\sigma_b / \sigma$ , ช่วง 0 , 20 , 40 เปอร์เซ็นต์ แกนนอนแสดงตำแหน่งทิศทางในแนวรัศมีของลวด โดยค่าศูนย์กลางของเส้นลวด และความเค้นดึงตกค้างเกิดขึ้นที่ผิว ซึ่งผลลัพธ์นี้แสดงให้เห็นว่าแรงดึงกลับทำให้ความเค้นที่ผิวลดลง



แรงดึงกลับมีประโยชน์ต่ออายุของแม่พิมพ์และความเค้นตกค้าง อย่างไรก็ตามอาจจะก่อให้เกิดการแตกของลวดเนื่องจากการเกิดและการเพิ่มของช่องว่าง ส่วนในกรณีการดึงลวดที่บางมาก ๆ ความเค้นที่เกิดขึ้นเพียงเล็กน้อยหรือเปลี่ยนแปลงอาจทำให้ลวดเกิดการแตกร้าวได้บ่อยเช่นกัน และมันเป็นความสัมพันธ์โดยตรงกับค่าใช้จ่ายดังนั้นผู้เขียนเห็นว่าแรงดึงกลับนี้ควรจัดให้มีค่าน้อยๆ



รูปภาพ 2.28 การเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นโดยการดึงที่มีแรงดึงกลับ



รูปภาพ 2.29 ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นในแนวแกนของแกนของการดึงโดยมีแรงดึงกลับกับตำแหน่งของรัศมี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.9 การเปลี่ยนแปลงรูปของวัสดุหรือโลหะ

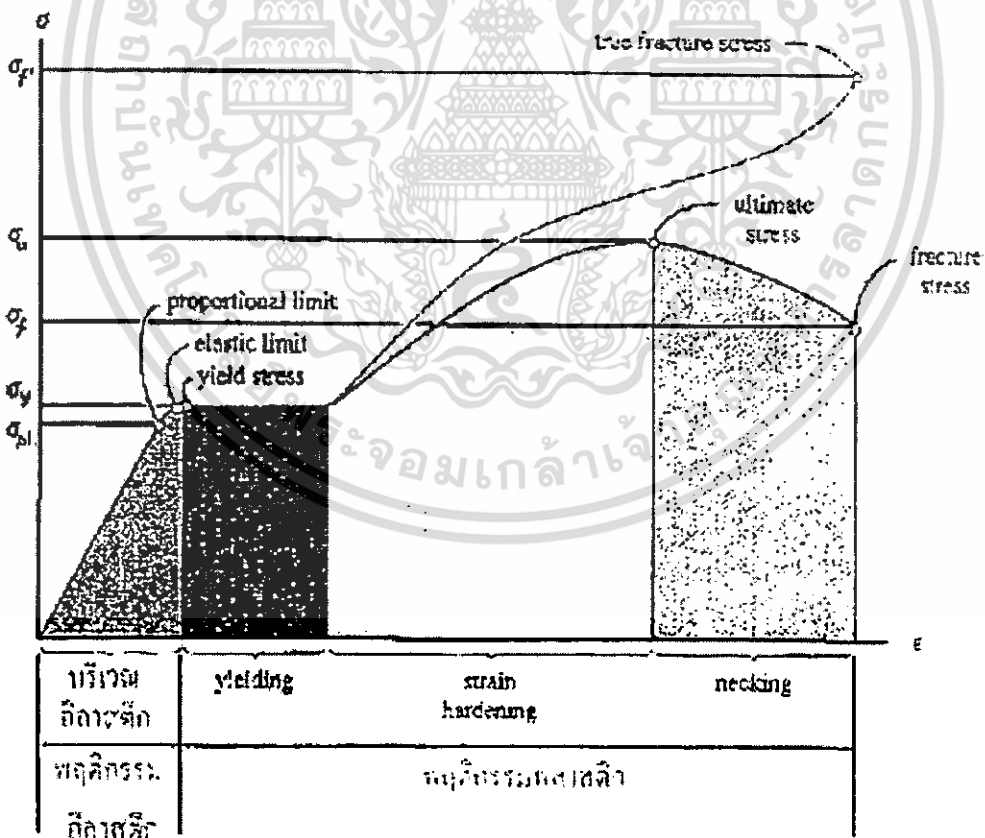
โดยทั่วไปจะแบ่งออกได้เป็น 2 ประเภท

### 2.9.1 Elastic Deformation

เป็นขบวนการเปลี่ยนรูปหรือแปรรูปแบบยืดหยุ่น กล่าวคือเมื่อมีแรงมากระทำต่อวัสดุหรือโลหะที่มีค่าอยู่ในช่วง ๆ หนึ่งวัสดุหรือโลหะจะสามารถทนอยู่ได้ โดยเมื่อเราปลดแรงหรือโหลด (Load) ออกวัสดุหรือโลหะนั้นจะสามารถกลับคืนรูปสู่สภาพเดิมได้

### 2.9.2 Plastic Deformation

เป็นขบวนการเปลี่ยนรูปแบบถาวร กล่าวคือเมื่อมีแรงมากระทำต่อวัสดุหรือโลหะจนถึงจุดพิกัดที่วัสดุหรือโลหะจะสามารถคงรูปให้อยู่ในสภาพเดิมต่อไปได้ จนถึงขนาดเกิดการเปลี่ยนแปลงขนาดไปอย่างถาวรจนไม่สามารถกลับคืนสู่สภาพเดิมได้อีก



รูปภาพ 2.30 แสดงไดอะแกรม Elastic Deformation และ Plastic Deformation

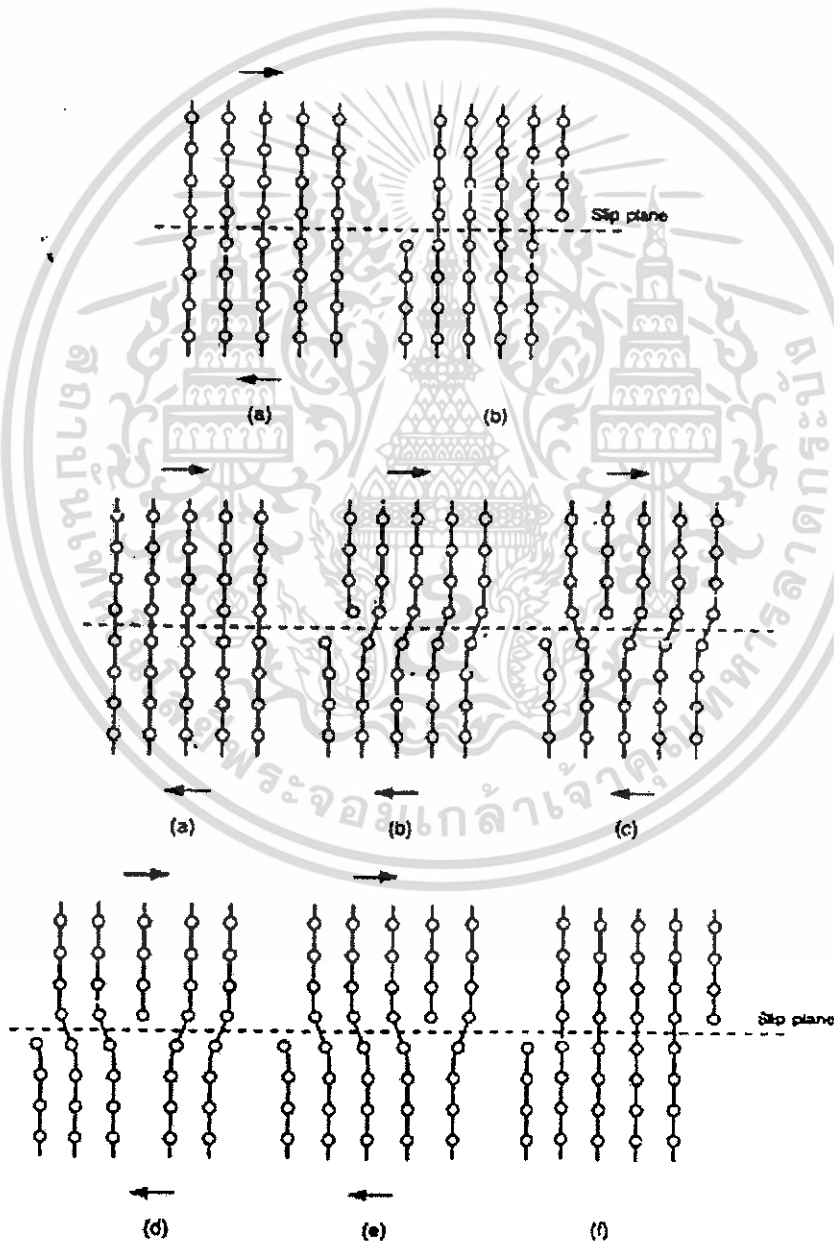
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.10 กลไกการเปลี่ยนรูปร่างของวัสดุหรือโลหะ

แบ่งออกเป็น 3 แบบหลักๆ คือ

### 2.10.1 การเลื่อนตัว (Slip)

เป็นการเลื่อนตัวหรือเลื่อนผ่านกัน ระหว่างผลึกในแนวขอบของอะตอมในระยะยาวของผลึก โดยเป็นการเคลื่อนตัวไปแบบถาวร โดยที่แม้ว่าจะไม่มีความเค้นใด ๆ แต่ผลึกนั้นก็ไม่สามารถเคลื่อนที่กลับมาอยู่ในสภาพดั้งเดิมได้

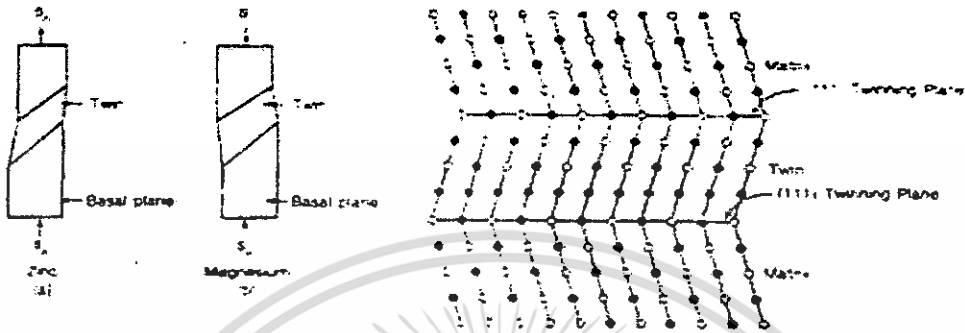


รูปภาพ 2.31 แสดงการเกิด การเลื่อนตัว

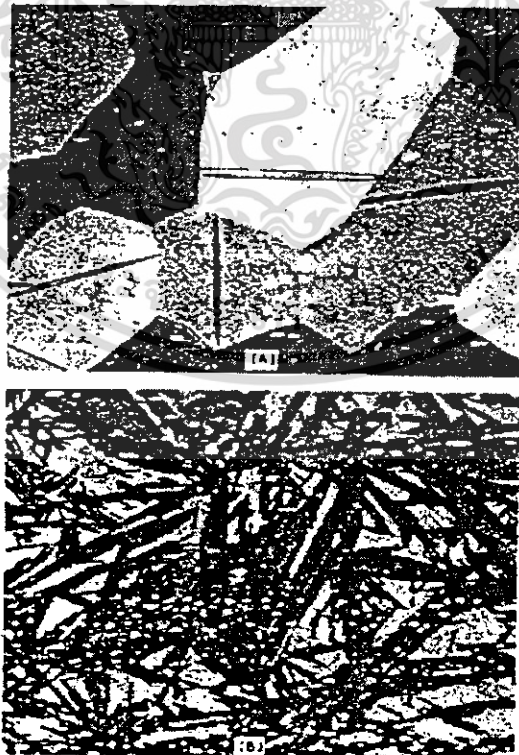
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.10.2 Twinning

เป็นกระบวนการในการเปลี่ยนรูปเนื่องจากกระชากหรือแนวของผลึกเกิดจากถูกเฉือนให้แยกออกเป็นสองส่วนที่มีลักษณะคล้ายๆกันหรือเหมือนกัน โดยจะเกิดในลักษณะหักเหไปทั้งระนาบ



รูปภาพ 2.32 แสดงการ Twinning ในแบบต่างๆ

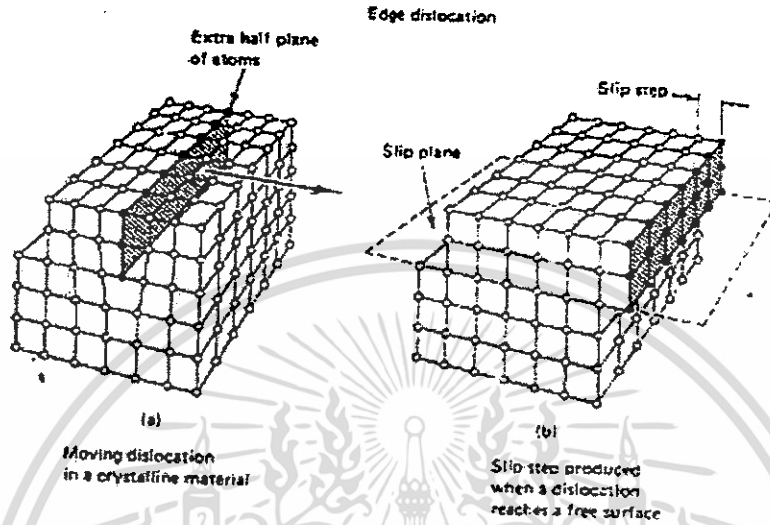


รูปภาพ 2.33 แสดงภาพโครงสร้างที่เกิดจากการ Twinning

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

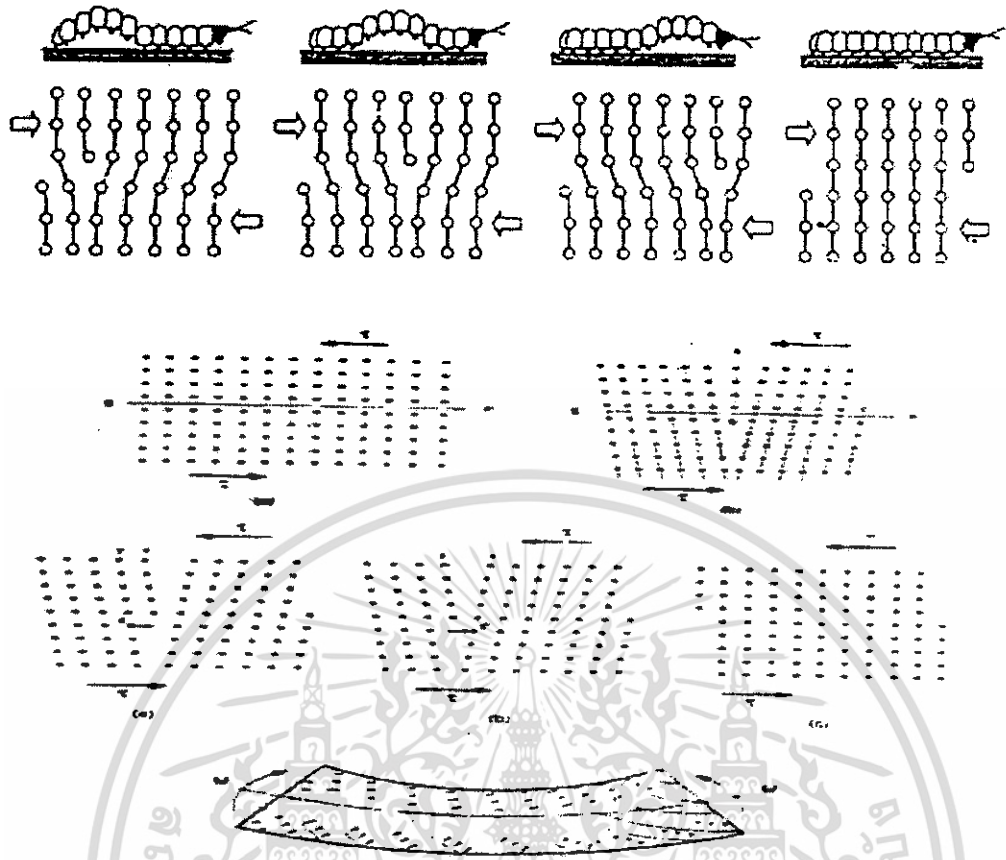
### 2.10.3 Dislocation

เป็นขบวนการที่เกิดการเคลื่อนที่ของวัสดุหรือโลหะ เมื่อเกิดแรงหรือได้รับแรงจากภายนอกมากระทำ จนเป็นผลให้อะตอมเกิดการเคลื่อนตัว

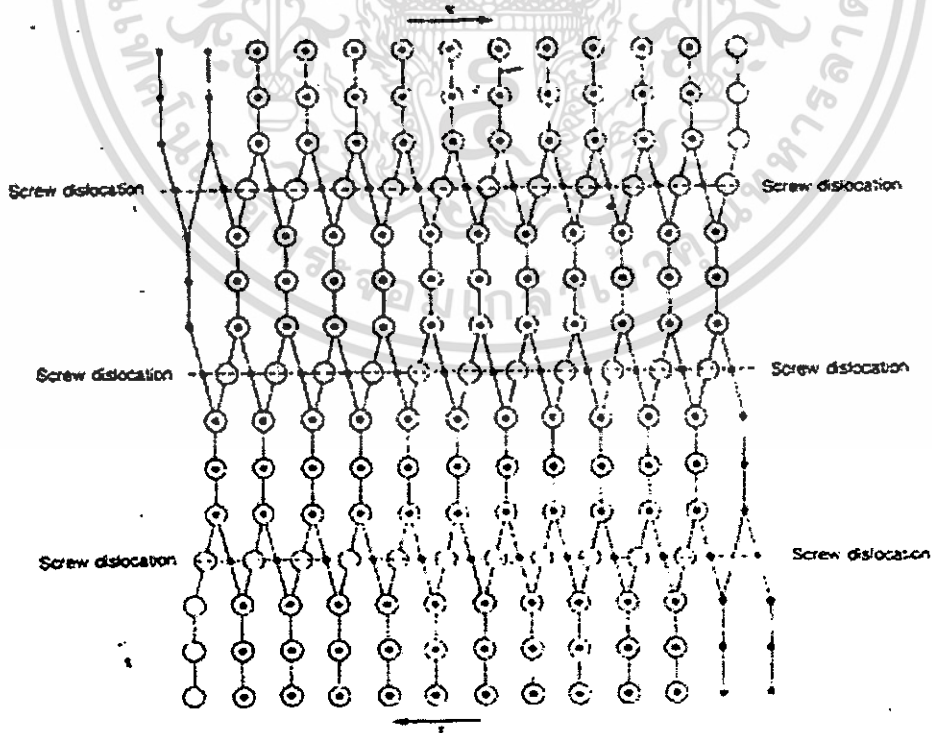


รูปภาพ 2.34 แสดงลักษณะการเกิด Edge Dislocation

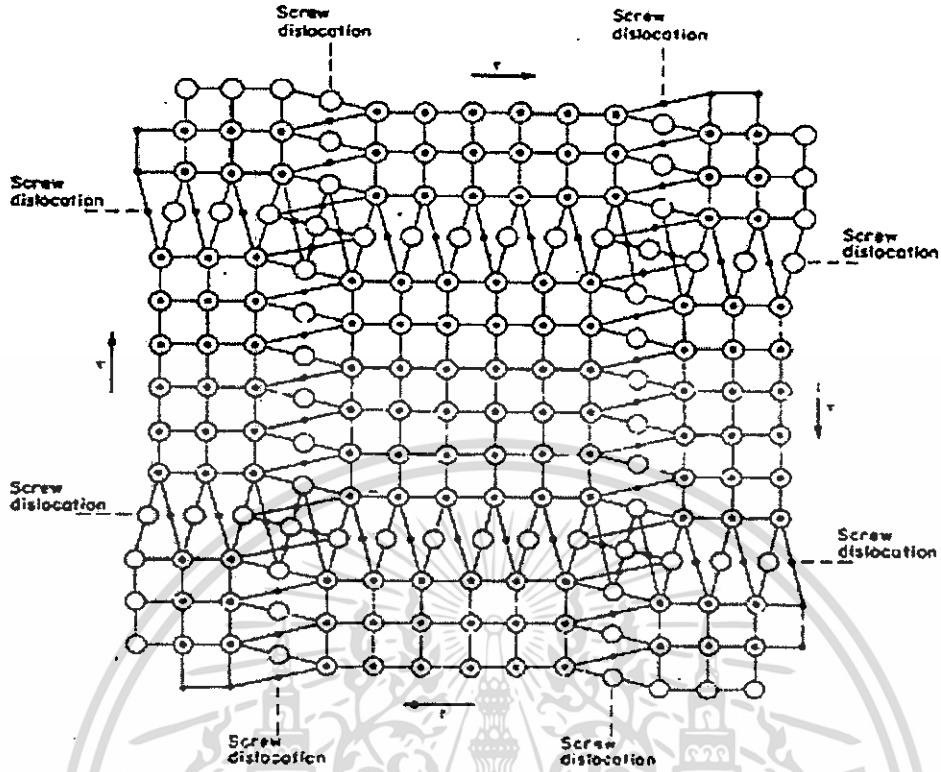
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปภาพ 2.35 แสดงขั้นตอนในแบบต่างๆในการเกิด Edge Dislocation

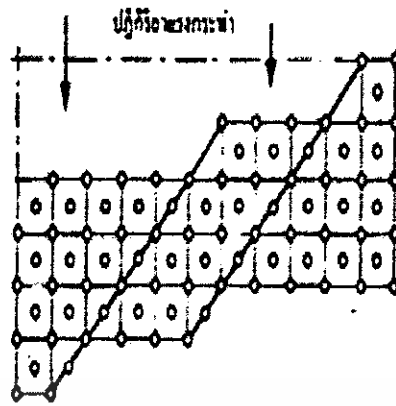


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



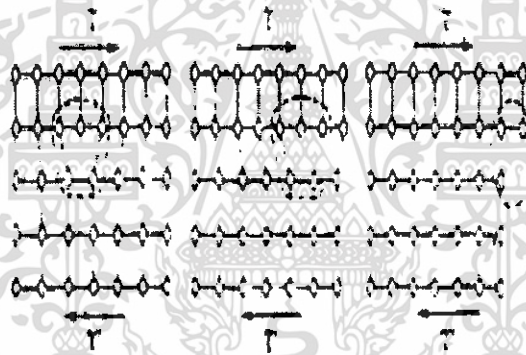
รูปภาพ 2.36 แสดง Line การเกิด Screw Dislocation

โดยลักษณะของการดึงตขขนาดของลวดโลหะผ่าน DIE นั้น จะเป็นกรรมวิธีการขึ้นรูปแบบเย็น ตัวอย่างเช่นการตัดแผ่นทองแดงที่ผลึกเม็ดเกรนหยาบให้มีมุมเป็น 90 องศา ผิวด้านนอกของแผ่นทองแดงจะมีลักษณะคล้ายเปลือกส้ม เนื่องจากการเลื่อนไถลของเม็ดเกรน โดยหากจะทำการตัดแผ่นทองแดงให้กลับไปมีสภาพเดิมนั้น จะต้องใช้แรงในการตัดที่มากกว่าเพื่อให้อกลับคืนสู่สภาพเดิมหรืออาจจะทำให้ไม่ได้เลยก็เป็นได้ ทั้งนี้เนื่องจากการตัดครั้งแรกจะทำให้แผ่นทองแดงเกิดความแข็งเพิ่มมากขึ้นสาเหตุมาจากการเลื่อนไถลไปของเม็ดเกรนนั่นเอง ทำให้มีการเบียดตัวกันอย่างหนาแน่น เป็นผลให้มีความแข็งเพิ่มมากขึ้น ถ้าการเลื่อนไถลไปของเม็ดเกรนยังมีต่อ วัสดุนั้นอาจเกิดการเสียหายแตกหักไปเลยก็เป็นได้ ทั้งนี้เนื่องจากแรงกลที่มากกระทำมีค่ามากกว่าแรงยึดเหนี่ยวของอะตอมที่มี



รูปภาพ 2.37 แสดงการเลื่อนไหลในผลึกโลหะ

การเบี่ยงเบนของโครงสร้างอะตอมส่วนใหญ่จะเกิดขึ้นเองในโครงสร้าง แต่สามารถเบี่ยงเบนจากแรงภายนอกที่มากระทำทำให้เบี่ยงเบนด้วยการเลื่อนไหลจากอะตอมไปสู่อะตอมได้ โดยไซแรงกระทำเพียงแต่เล็กน้อยก็จะเกิดการเคลื่อนที่ได้

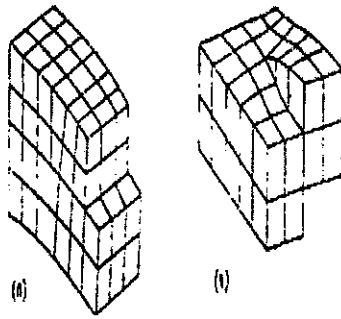


รูปภาพ 2.38 แสดงการเบี่ยงเบนเคลื่อนที่ของโครงสร้างอะตอมจากความเค้นเฉือน

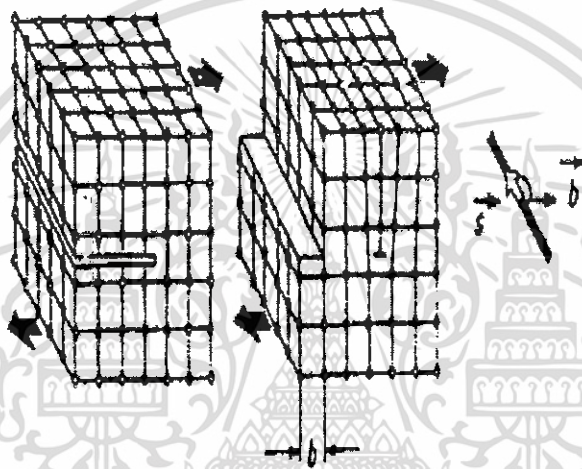
รูปแบบการเบี่ยงเบน (Dislocation) พื้นฐานจะได้แก่

1. การเบี่ยงเบนมุม (Edge Dislocation)
2. การเบี่ยงเบนแบบสกรู (Screw Dislocation)

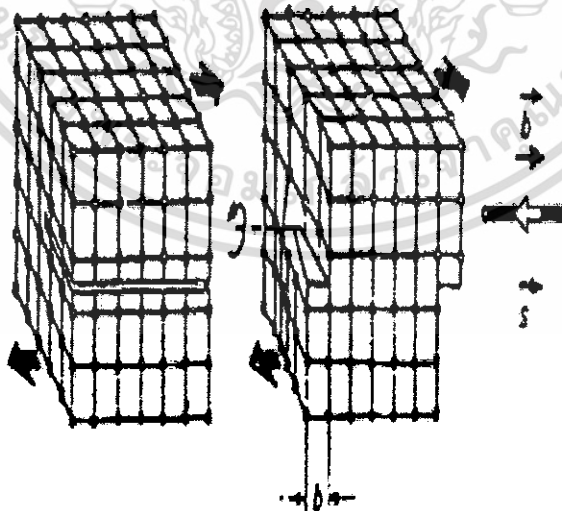
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปภาพ 2.39 แสดงรูปการเบี่ยงเบนพื้นฐาน  
 (ก) การเบี่ยงเบนมุม (ข) การเบี่ยงเบนรูปสกรู



รูปภาพ 2.40 แสดงแรงกระทำที่ทำให้โครงสร้างอะตอมเกิดการเบี่ยงเบนมุมขึ้น

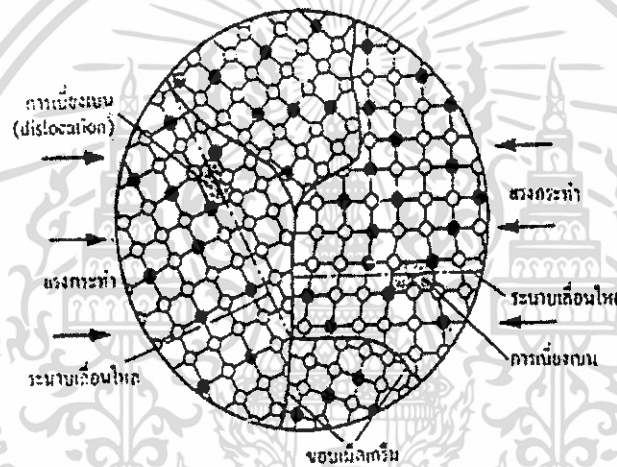


รูปภาพ 2.41 แสดงแรงที่กระทำทำให้โครงสร้างอะตอมเกิดการบิดให้เกิดการเบี่ยงเบนเป็นสกรู

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การเบี่ยงเบน (Dislocation) ที่เกิดขึ้นภายในเนื้อโลหะพอจะสรุปเป็นความหมายและคุณสมบัติได้ดังนี้

- การเกิดการเบี่ยงเบนจะทำให้เกิดความเค้นขึ้น
- จำนวนของการเบี่ยงเบนเคลื่อนที่จะทำให้เกิดการเปลี่ยนรูปมหภาคของโลหะได้
- การเบี่ยงเบนเคลื่อนที่จะทำให้เกิดการเบี่ยงเบนใหม่เกิดขึ้น (ยังผลให้โลหะเกิดความแข็งแรงขึ้น)
- การเบี่ยงเบนสามารถเลื่อนไหลตามขวางและเบี่ยงเบนได้ได้ (Climb of Dislocation)
- การเบี่ยงเบนจะทำให้ความยืดและความเหนียวลดลง ในขณะที่ความเค้น , ความเค้นครากและความแข็งของโลหะจะเพิ่มขึ้น



รูปภาพ 2.42 แสดงกรณีที่ระนาบเลื่อนไหลมาตัดกันที่ขอบเม็ดเกรนและมีการเบี่ยงเบนของโครงสร้างอะตอมตามแนวระนาบเลื่อนไหลจะมีผลทำให้เกิดความแข็งแรงมากขึ้น

### บทที่ 3

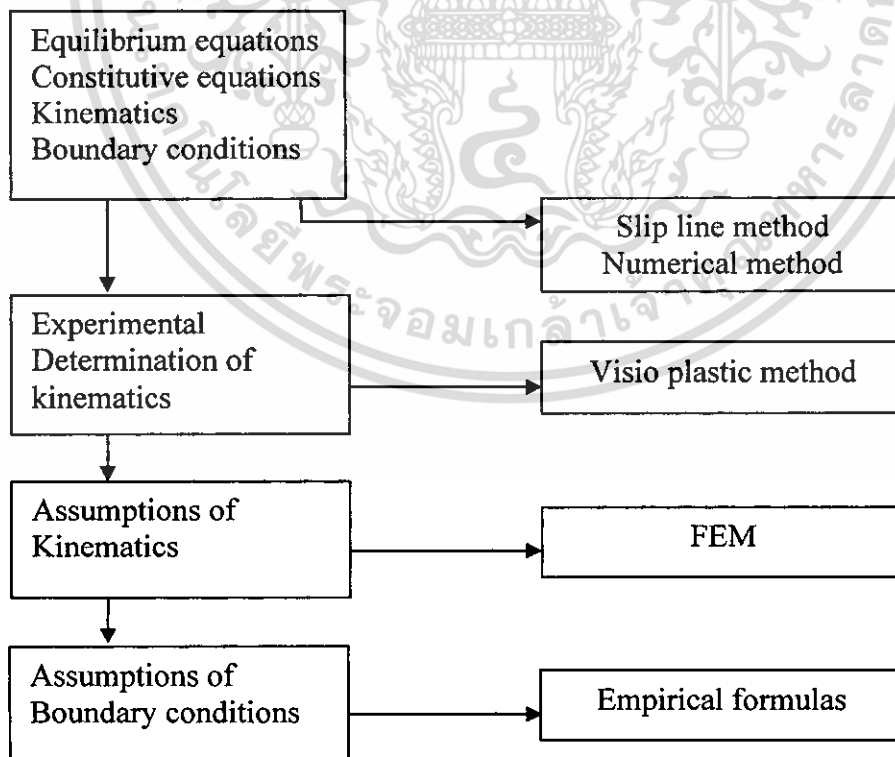
## วิธีการจำลองการวิเคราะห์ขบวนการขึ้นรูปโลหะเบื้องต้น

### 3.1 วิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับขบวนการขึ้นรูป

#### 3.1.1 บทนำ

การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์สามารถทำได้หลายวิธีตามรูป 3.1 สำหรับใช้ในการวิเคราะห์ขบวนการขึ้นรูปโลหะที่นำไปสู่การทำนายขนาดของความเค้น ความเครียด และการเคลื่อนตัวของวัตถุ เป็นวิธีการประมาณค่าโดยอาศัยผลที่เกิดจากส่วนย่อยที่เป็น

- 1) วิธีการ Slip-line สำหรับปัญหาความเค้นหลัก
- 2) ทฤษฎีเบื้องต้นซึ่งลดขนาดจากปัญหาสามมิติไปสู่ปัญหาหนึ่งมิติโดยอาศัยขีดจำกัดพลังงานจลน์ต่ำสุด
- 3) ทฤษฎีขอบเขตจำกัดล่าง และบน (Lower and Upper bound)



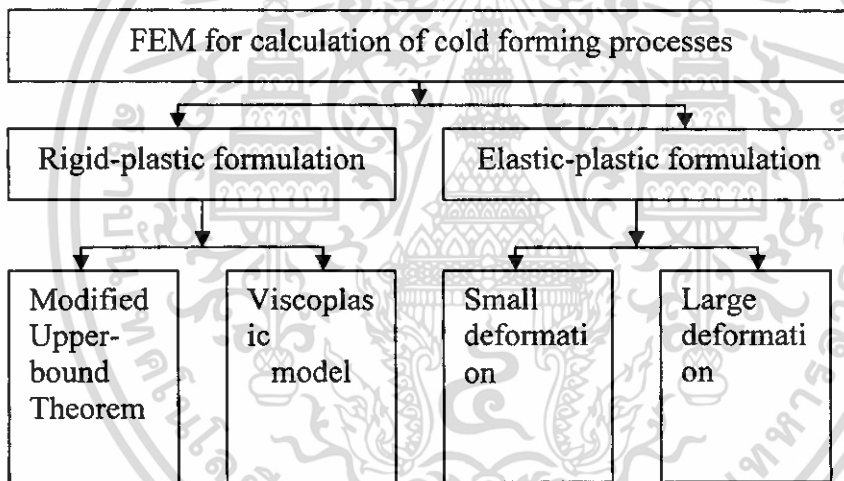
รูปภาพ 3.1 แสดงลำดับขั้นตอนการคำนวณของขบวนการขึ้นรูปโลหะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หากวิเคราะห์รูปทรงของส่วนที่เปลี่ยนรูปทรงอยู่ในบริเวณที่การไหลมีความซับซ้อน วิธีที่เหมาะสมคือการวิเคราะห์เชิงตัวเลขเช่น ไฟไนต์เอลิเมนต์ (FEM) เป็นวิธีที่ใช้ประโยชน์อย่างกว้างขวางสำหรับวิเคราะห์ความเค้นระนาบพื้นฐานจนถึงขั้นสามมิติที่ซับซ้อน เช่น ขบวนการขึ้นรูป

### 3.1.2 ภาพรวมของวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์

ปัจจุบันวิธีการทางไฟไนต์เอลิเมนต์ได้ถูกพัฒนาไปใช้งานหลายด้านแตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ใช้และรูปทรง กล่าวคือ Elastic-plastic และ Rigid-plastic ที่แสดงในรูป 3.2 และด้วยการใช้ทฤษฎี Plasticity เช่น Flow Theory หรือ Deform Theory ใช้ในกรณีวัสดุชนิด isotropic และเป็นวัสดุที่ไม่สามารถอัดตัว จะไม่นำค่าความเค้นวิกฤติและอนุพันธ์อันดับสามมาพิจารณา แสดงเป็นสมการของ  $f(J_2)=0$  โดยที่  $J_2 = -(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)$  ดังนั้นสมมติให้แบ่งแรงออกเป็นบางส่วนตามทฤษฎีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง ทฤษฎีการไหลจะมีความแม่นยำมากสำหรับกรณี Large plastic strain



สมการของ Rigid-plastic เป็นการเริ่มต้นสำหรับการพัฒนาของ FEM ไปสู่การคำนวณการขึ้นรูปวัสดุ โดยเฉพาะกับการเปลี่ยนแปลงรูปร่างในแบบพลาสติกขนาดใหญ่ แต่ก็ยังมีปัญหาเช่น การขึ้นรูปโลหะแผ่นซึ่งยังคงมีผลของ elastic มาเกี่ยวข้องในการเปลี่ยนรูปร่าง เพื่อให้สามารถจำลองการเปลี่ยนรูปร่างได้ดีกว่าจึงมีการใช้ขั้นตอน Elastic-plastic ที่แสดงในตาราง 3.1 ที่ได้กล่าวมาแล้ว ความแตกต่างของวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์พูดได้ก็คือ การใช้สมการ

1. Elastic-Plastic (E-P)FEM
2. Rigid-Plastic (R-P)FEM
3. Rigid-Viscoplastic (R-V)FEM

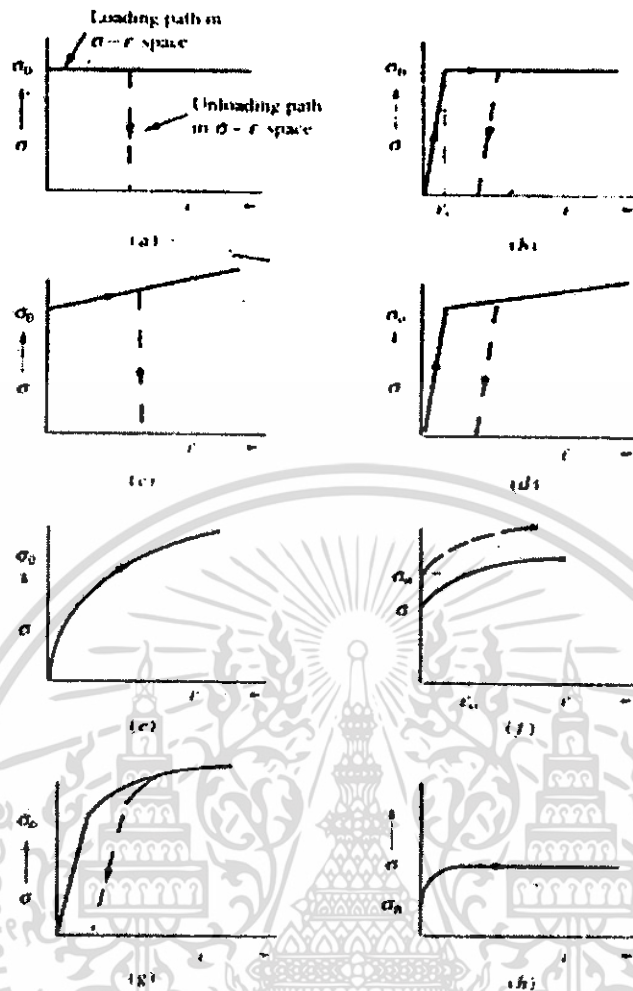
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Processes	Rigid plastic formulation		Elastic plastic formulation	
	(I)	(II)	(III)	(IV)
Indentation	x	x	x	x
Forging	x	x	x	x
Extrusion	x	x	x	x
Drawing	x			x
Rolling	x	x		x
Stretching		x		x
Deep drawing		x		x
Radial drawing	x		x	x
Hydraulic bulging			x	x
3D forming	x	x		x

ตารางที่ 3.1 ตารางแสดงการใช้ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานขึ้นรูปเย็น

### 3.2 การนำไฟไนต์เอลิเมนต์ไปใช้ใน Plasticity

พฤติกรรมของ Elastoplastic ในหนึ่งมิติเป็นคุณลักษณะภายในวัสดุ elastic ซึ่งจะนำไปสู่การเปลี่ยนแปลงในแบบ Plastic ที่เป็นเชิงเส้น ภายหลังจากเพิ่มขึ้นของระดับความเค้นที่แสดงในรูป 3.3(g)



รูปภาพ 3.3 แสดงแผนภาพเส้นโค้งสำหรับวัสดุทางอุดมคติ a) rigid-perfectly plastic; b) elastic-perfectly plastic; c) rigid-linearly strain hardening plastic; d) linearly elastic linearly strainhardening plastic; e) nonlinear strainhardening plastic; f) rigid nonlinear strainhardening plastic; g) linearly elastic-nonlinear strainhardening; h) elastic-steady state plastic

การเปลี่ยนแปลงรูปร่างในช่วง plasticity ไม่สามารถย้อนกลับได้เมื่อไม่มีภาระกระทำ การเริ่มการเปลี่ยนแปลงรูปร่างแบบ plastic จะเป็นไปตามกฎของ yield

นอกจากนั้นการเปลี่ยนรูปหรือการเกิด plastic จะปรากฏขึ้นเมื่อระบบความเค้นเป็นไปตามกฎรูปแบบการเปลี่ยนแปลงพื้นฐาน ดังเช่น

$$F'(\sigma, H) = 0 \quad (3.1)$$

เมื่อ  $H$  เป็นตัวแปร strain hardening (or softening) สำหรับ  $\sigma$  เป็นเมตริกซ์ของความเค้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



$$d\varepsilon = d\varepsilon_e + d\varepsilon_p \quad (3.5)$$

สมการที่ 3.5 อาจเขียนให้อยู่ในรูป

$$d\varepsilon_y = d\varepsilon_y^e + d\varepsilon_y^p \quad (3.6)$$

และ

$$d\{\varepsilon\} = d\{\varepsilon\}^e + d\{\varepsilon\}^p \quad (3.7)$$

เมื่อ e และ p เป็น elastic strain และ plastic strain

ดังนั้น Elastic strain ที่เพิ่มขึ้นเป็นอัตราส่วนกับ Elastic stress ที่เพิ่มขึ้นโดย สัดส่วน matrix D strain ที่เพิ่มขึ้นทั้งหมดสามารถแสดงได้ดังนี้

$$d\varepsilon = D^{-1}d\sigma + \frac{\partial F'}{\partial \sigma} \lambda \quad (3.8)$$

เมื่อเกิดการเปลี่ยนรูปร่างถาวร สถานะของความเค้นบน Yield surface ในสมการที่ 3.1 ซึ่งสามารถเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นอิสระกับ H

Differentiating สมการที่ 3.1 สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$dF' = \frac{\partial F'}{\partial \sigma_1} d\sigma_1 + \frac{\partial F'}{\partial \sigma_2} d\sigma_2 + \dots + \frac{\partial F'}{\partial H} dH = 0 \quad (3.9)$$

หรือ

$$\left\{ \frac{\partial F'}{\partial \sigma} \right\}^T d\sigma - A\lambda = 0 \quad (3.10)$$

ซึ่งทำการแบ่งเป็นช่วงย่อย

$$A = -\frac{\partial F'}{\partial H} dH \frac{1}{\lambda} \quad (3.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อใช้สมการ Levy-Mises สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{\partial F'}{\partial \sigma} = \frac{3}{2\bar{\sigma}} \{\sigma\}^T \quad (3.12)$$

เมื่อ  $A = n$  ความชันของเส้นโค้ง  $\bar{\sigma} - \bar{\epsilon}$  สมการที่ 3.8 และ 3.10 สามารถเขียนให้อยู่ในรูป single symmetric matrix ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} d\epsilon \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D^{-1} & \frac{\partial F'}{\partial \sigma} \\ \left(\frac{\partial F'}{\partial \sigma}\right) & -A \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

ค่าคงที่  $\lambda$  สามารถตัดทิ้งได้ ซึ่งแสดงผลลัพธ์ที่แน่นอน ในการหาค่าการเปลี่ยนแปลงของความเค้นในการใช้ matrix ดังนี้

$$d\sigma = D_{e,p}^* d\epsilon \quad (3.14)$$

เมื่อ

$$D_{e,p}^* = D - D \left\{ \frac{\partial F'}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial F'}{\partial \sigma} \right\}^T \cdot D \cdot \left[ A + \left\{ \frac{\partial F'}{\partial \sigma} \right\}^T D \left\{ \frac{\partial F'}{\partial \sigma} \right\} \right]^{-1} \quad (3.15)$$

รวม matrix elasticity-plasticity  $D_{e,p}^*$  เป็นเสมือน elasticity matrix  $D$  ในการวิเคราะห์ elastic ในสมการ

$$D = [D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.3 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย และ แนวคิดในการสร้างแบบจำลอง

การศึกษาวิจัยนี้ จะประยุกต์ใช้วิธี ไฟไนต์เอลิเมนต์เข้ามาแก้ปัญหาการดึงขึ้นรูปโลหะ (Wire Drawing Process) โดยปัญหาในงานอุตสาหกรรมในขณะนี้คือลวดโลหะเกิดการขาดขึ้นระหว่างการดึงลดขนาดเนื่องจากค่าตัวแปรต่างๆระหว่างลวดและ DIE ไม่เหมาะสม และปัญหาการไหลของกระแสไฟไม่สะดวกในลวดของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์

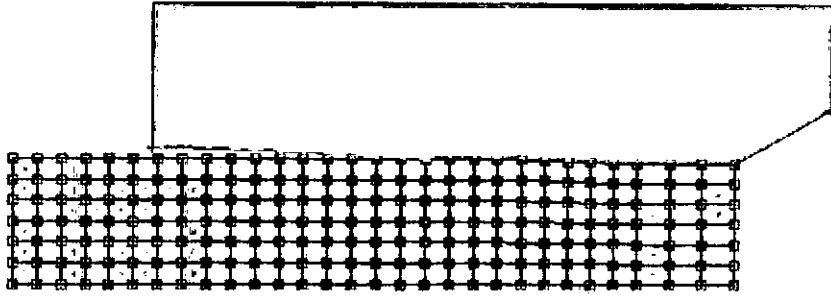
#### 3.3.1 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

- 1.1 ศึกษาระเบียบวิธีการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม
- 1.2 ศึกษากระบวนการดึงขึ้นรูปโลหะ (Wire Drawing Process)
- 1.3 ทำการทดลองการดึงขึ้นรูปลวดโลหะ
- 1.4 ทำการตั้งสมมติฐานและกำหนดปัจจัยต่างๆที่มีผลทางกายภาพต่อชิ้นงานภายหลังผ่านการดึง
- 1.5 ทำการสร้างแบบจำลองทางคอมพิวเตอร์
- 1.6 พิจารณาค่าความเค้นแรงดึง และความเครียด ที่ผลต่อลวด โลหะภายหลังผ่านการดึงลดขนาด
- 1.7 นำผลที่ได้จากการวิเคราะห์ทางโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์ไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองจริง
- 1.8 สรุปผลที่ได้รับจากงานวิจัย

#### 3.4 ลักษณะของปัญหาในการสร้างแบบจำลอง

ในส่วนการสร้างแบบจำลอง (Model) ในการศึกษาตัวแปรของขบวนการดึงขึ้นรูปโลหะ (ขบวนการดึงลดขนาดลวดโลหะ) บนโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำเร็จรูปทางไฟไนต์เอลิเมนต์นั้นได้ ทำการศึกษาขบวนการนี้ในลักษณะสมมาตร (Axisymmetric) เนื่องด้วยลวดโลหะที่นำมาทำการวิเคราะห์ นั้นมีลักษณะเป็น ทรงกระบอก หากทำการสร้างแบบจำลองในแบบ 3 มิติ ก็จะเป็นการสูญเสียเวลาในการคำนวณสูง จึงได้ทำการสร้างแบบจำลองในแบบ 2 มิติ โดยมีลักษณะการสร้างจากภาพตัดขวางตาม เส้นผ่านศูนย์กลางของลวดโลหะ และ DIE มาใช้ในการคำนวณ ซึ่งถือว่าได้ผลในการวิเคราะห์ที่ถูกต้อง แม่นยำเพียงพอกับความต้องการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



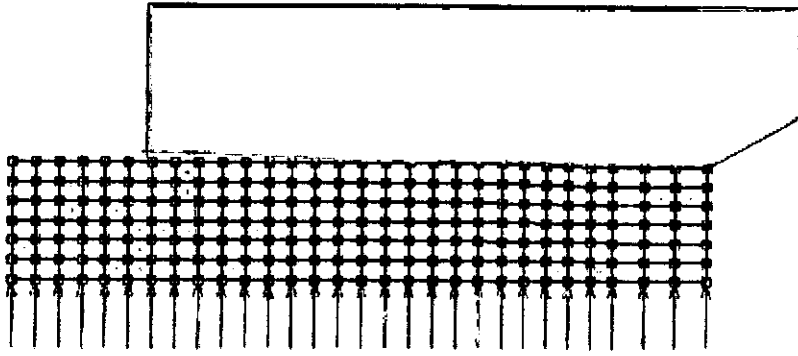
รูปภาพ 3.5 แสดงแบบจำลอง 2 มิติ

การกำหนดคุณสมบัติในส่วนของ DIE นั้น ด้วยเพราะวัสดุที่ใช้ทำตัว DIE นั้นเป็นวัสดุ ทั้งสแตนคาร์ไบด์ (Tungsten Carbide) ซึ่งมีความแข็งแรงแรงสูงกว่าวัสดุทองแดงและทองเหลืองที่ได้นำมาทำการสร้างแบบจำลองมาก จึงได้มีการกำหนดเป็น วัสดุแข็งเกร็ง (Rigid Body) เพื่อให้มีความง่ายในการคำนวณ อีกทั้งในการศึกษารุ่นนี้มุ่งเน้นไปที่การศึกษาพฤติกรรมและผลกระทบที่เกิดขึ้นกับลวดโลหะเป็นหลัก การกำหนดให้ DIE เป็นวัสดุแข็งเกร็งนั้น เป็นผลทำให้ต้องกำหนดค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานของวัสดุ DIE ให้มีค่าเท่ากับในวัสดุลวดโลหะคือ 0.2 (อ้างอิงจากงานวิจัยของ อาจารย์ Kazunari Yoshida , Tokai University , Japan)

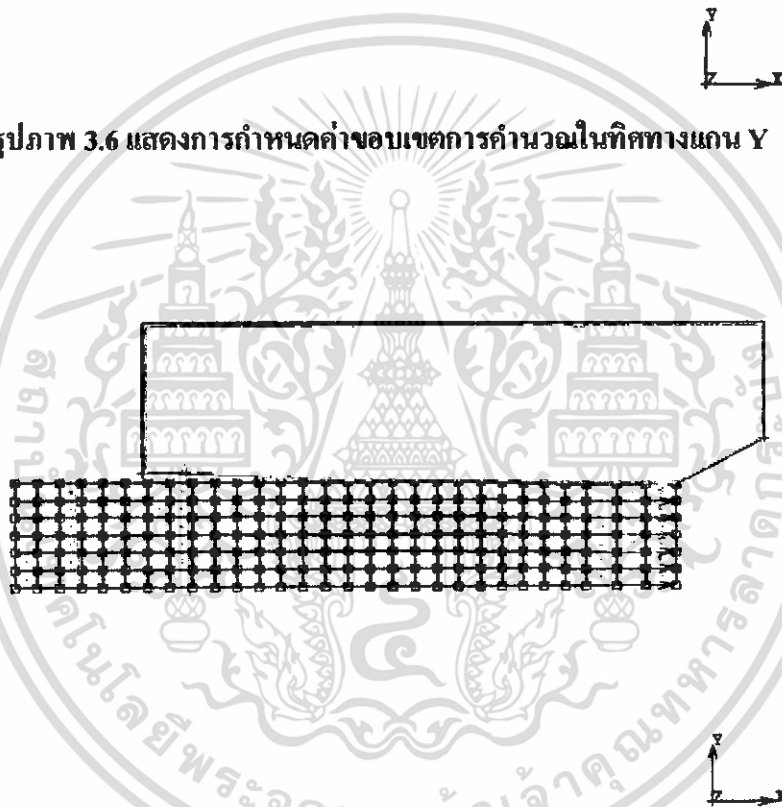
อีกส่วนหนึ่งในการออกแบบการสร้างแบบจำลองนั้นคือ ในส่วนของลวดโลหะ ได้มีการกำหนดให้วัสดุที่นำมาใช้เป็นวัสดุทองแดงและทองเหลือง ด้วยเพราะวัสดุทั้งสองนั้นมีค่าความแข็ง ความเหนียวในระดับหนึ่ง ซึ่งมีความเหมาะสมในการนำมาสร้างเป็นแบบจำลองในการศึกษาจากงานในลักษณะการขึ้นรูปโลหะในแบบที่มีการเปลี่ยนรูปแบบพลาสติก (Plastic Deformation) อีกทั้งวัสดุทั้งสองนั้นมีความสามารถในการนำไฟฟ้าซึ่งเป็นที่นิยมในงานอุตสาหกรรมอิเล็กทรอนิกส์ที่มีความต้องการใช้

งานลวดโลหะที่มีขนาดเล็ก โดยได้แบ่งตัวลวดออกเป็น เอลิเมนต์เล็กๆในลักษณะ เอลิเมนต์รูปทรงสี่เหลี่ยม (Quadrilateral Element) เพื่อใช้ในการคำนวณทาง ไฟไนต์เอลิเมนต์ ด้วยเพราะ Quadrilateral Element นั้นให้ผลวิเคราะห์การกระจัด ความเค้นและความเครียด ได้ถูกต้องแม่นยำกว่า เอลิเมนต์ในแบบอื่นในลักษณะที่มีจำนวนจุดต่อ (Node) และ ระดับความเสรี (Degree of Freedom) เท่ากัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปภาพ 3.6 แสดงการกำหนดค่าขอบเขตการคำนวณในทิศทางแกน Y



รูปภาพ 3.7 แสดงการกำหนดขอบเขตการคำนวณในทิศทางแกน X

ในส่วนการกำหนดค่าขอบเขตในการคำนวณ (Boundary Condition) ได้มีการกำหนดให้บริเวณแกนกลางของแบบจำลองกลดโลหะให้ไม่มีการเคลื่อนที่ในทิศทางแกน Y (ดังรูปที่ 3.2) และกำหนดค้ำให้มีแรงค้ำมากระทำบริเวณ จุดต่อ ทางด้านบนของกลดโลหะให้มึลักษณะเป็นแรงค้ำในทิศทาง X (ดังรูปที่ 3.3) เพื่อให้มีความใกล้เคียงกับงานจริงมากที่สุด

ในการหา Element Matrix เราจะใช้วิธีของ Newton – Raphson Method โดยตรวจสอบการลู่เข้า (Convergence) ของผลลัพธ์ในแต่ละรอบของการคำนวณ โดยใช้แบบ Relative Force Residual โดยกำหนดค่า Tol = 0.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 4

### การทดลองการดึงลวดผ่านคานโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์

#### 4.1 จุดประสงค์

- เพื่อศึกษาผลกระทบของแรงดึงกลับที่มีผลกระทบแก่การลดขนาดของลวด
- เพื่อศึกษาตัวแปรที่มีผลต่อการเกิดแรงดึงกลับ
- เพื่อศึกษาถึงวิธีการสร้างแบบจำลองและหลักการทำงานของ โปรแกรมคอมพิวเตอร์

#### 4.2 อุปกรณ์

##### 4.2.1 คุณสมบัติของลวดที่นำมาทดลอง

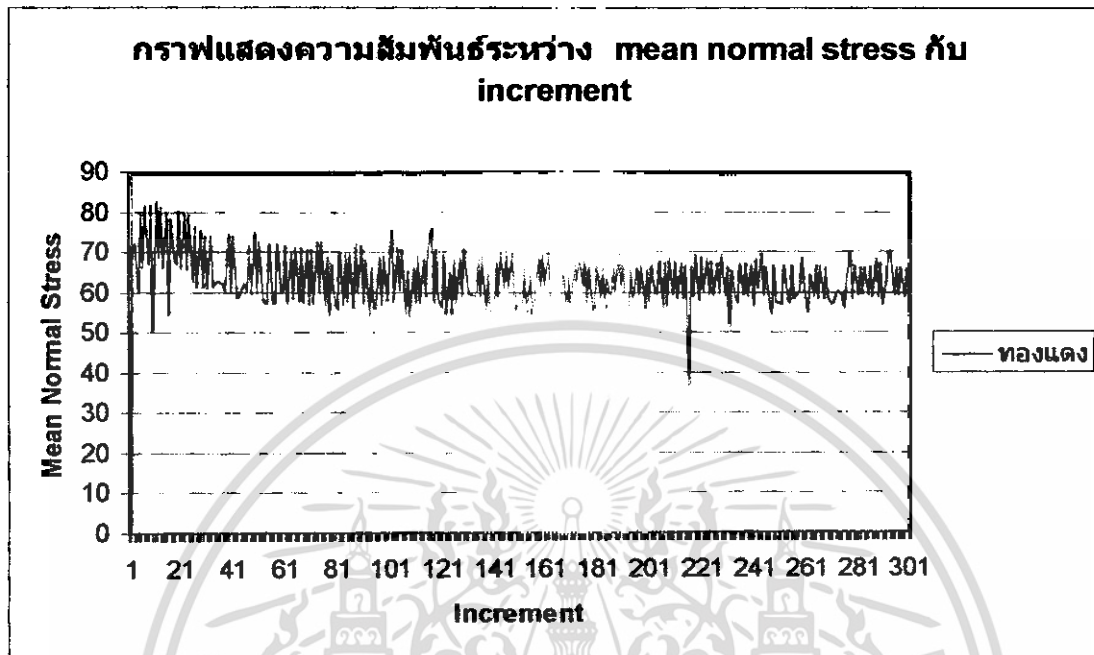
	ลวดทองแดง	ลวดอลูมิเนียม
Young's Modulus MPa	118000	73100
Poisson's Ratio	0.34	0.35
Coefficient of Friction	0.2	0.2
Yield	235	414

##### 4.2.2 โปรแกรม MARC

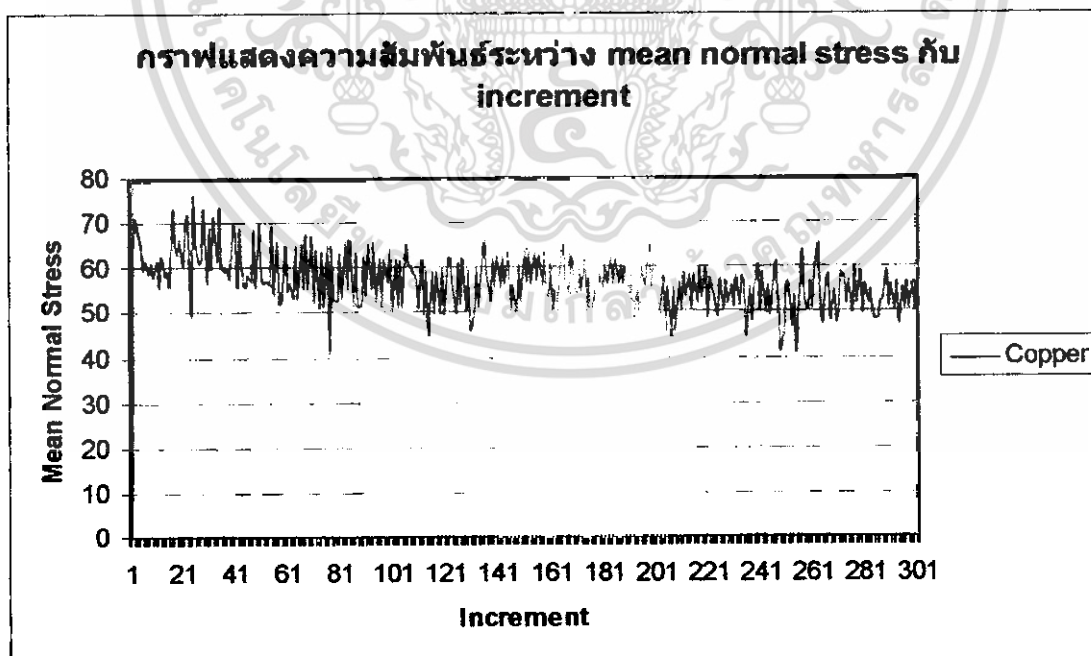
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



#### 4.4.1 สวดทองแดง

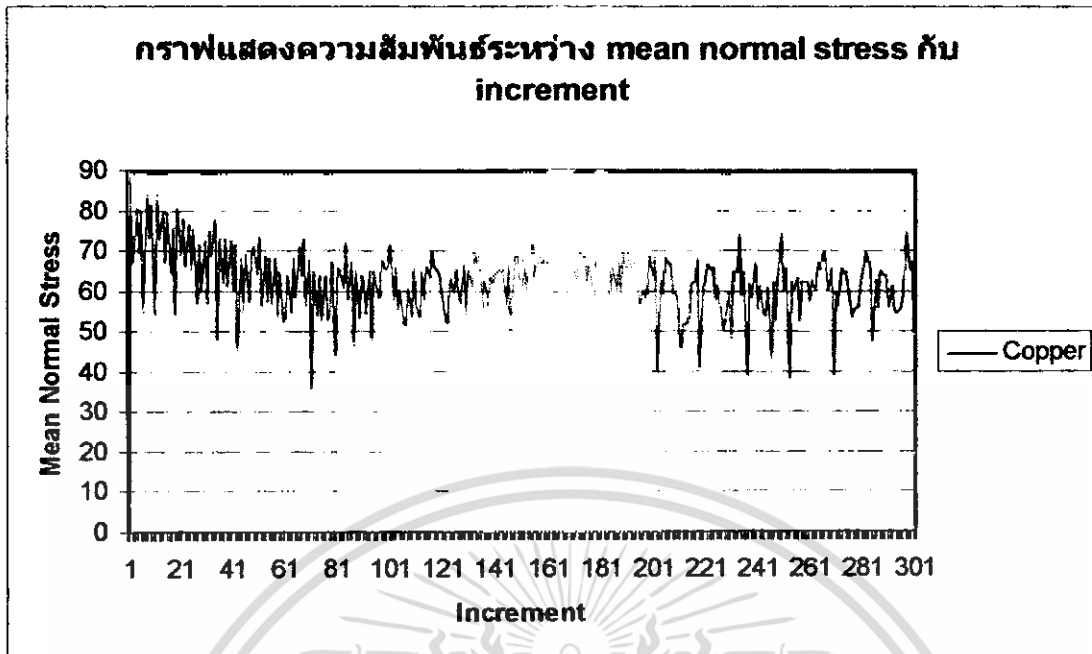


กราฟที่ 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของสวดทองแดงที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.7 และมุมคาชที่ 6 องศา

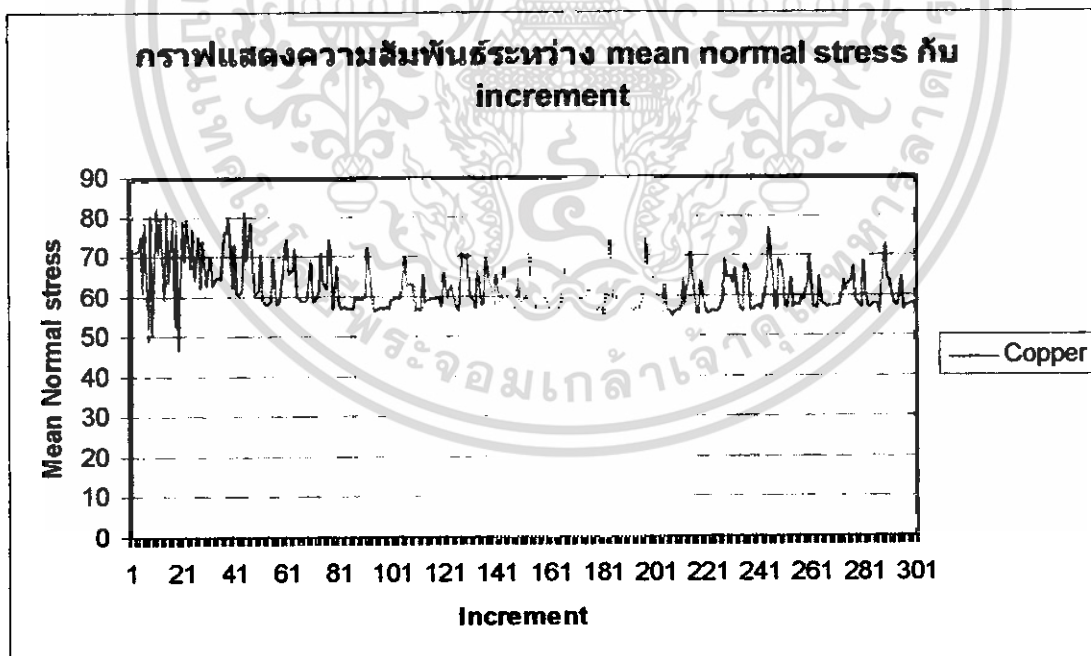


กราฟที่ 2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของสวดทองแดงที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.7 และมุมคาชที่ 6 และ 12 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

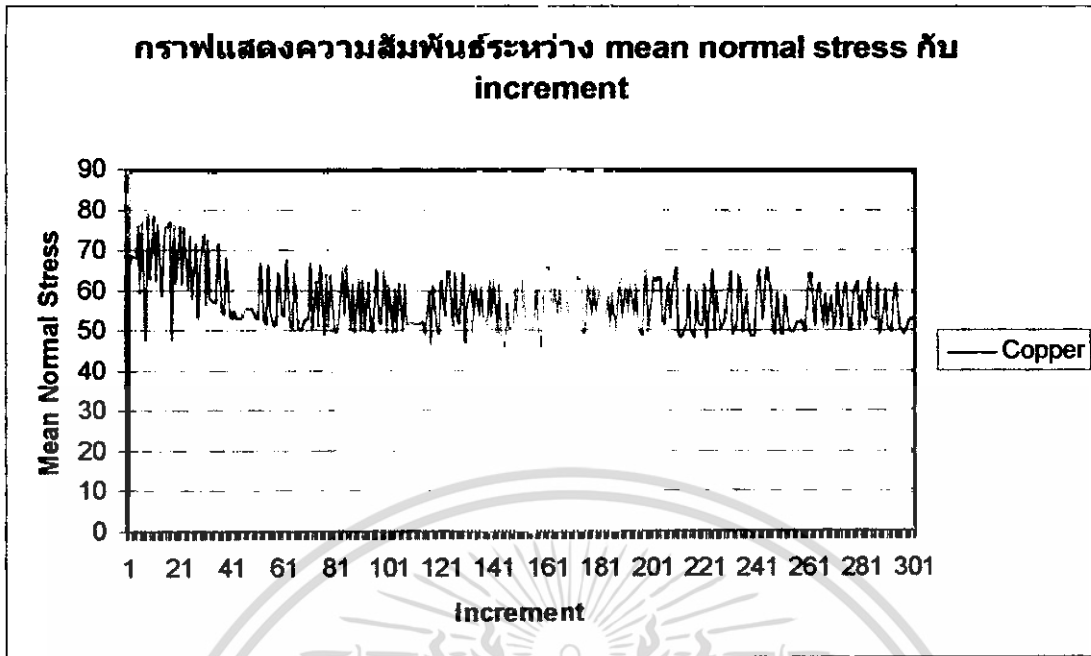


กราฟที่ 3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดงที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.7 และมอดชายที่ 12 องศา

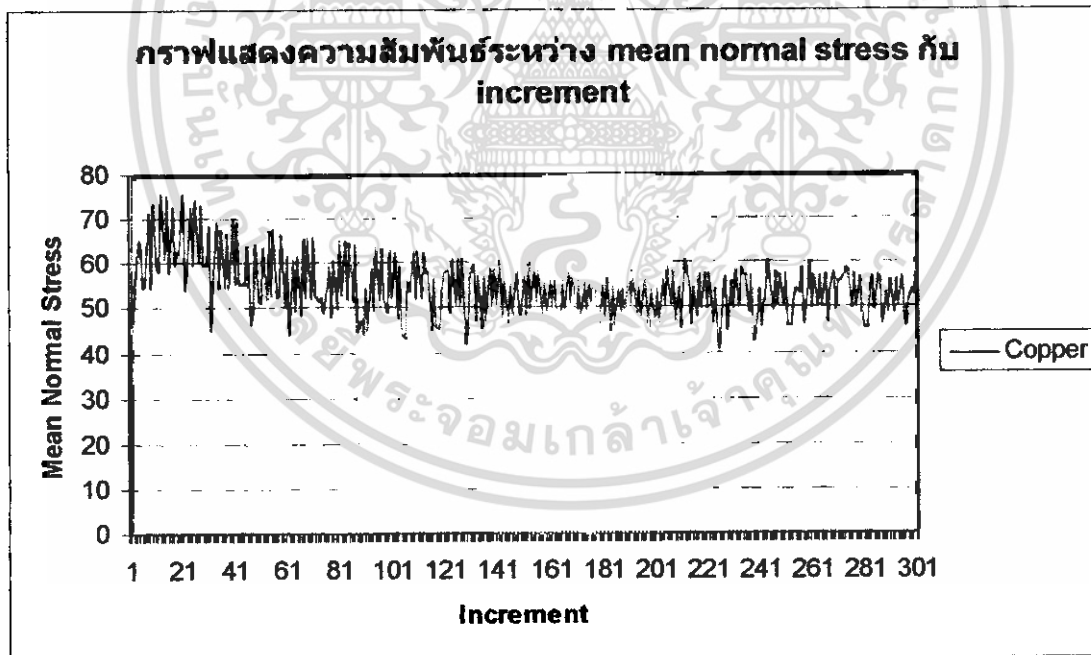


กราฟที่ 4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดงที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.7 และมอดชายที่ 12 และ 6 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

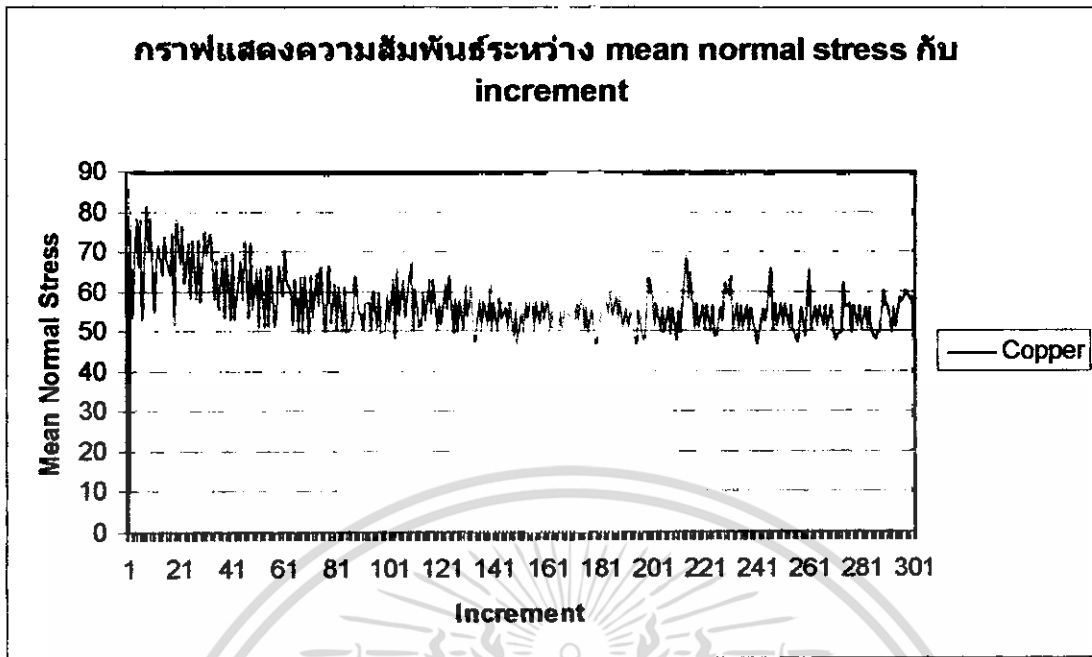


กราฟที่ 5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดงที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.9 และม้วนคายที่ 6 องศา

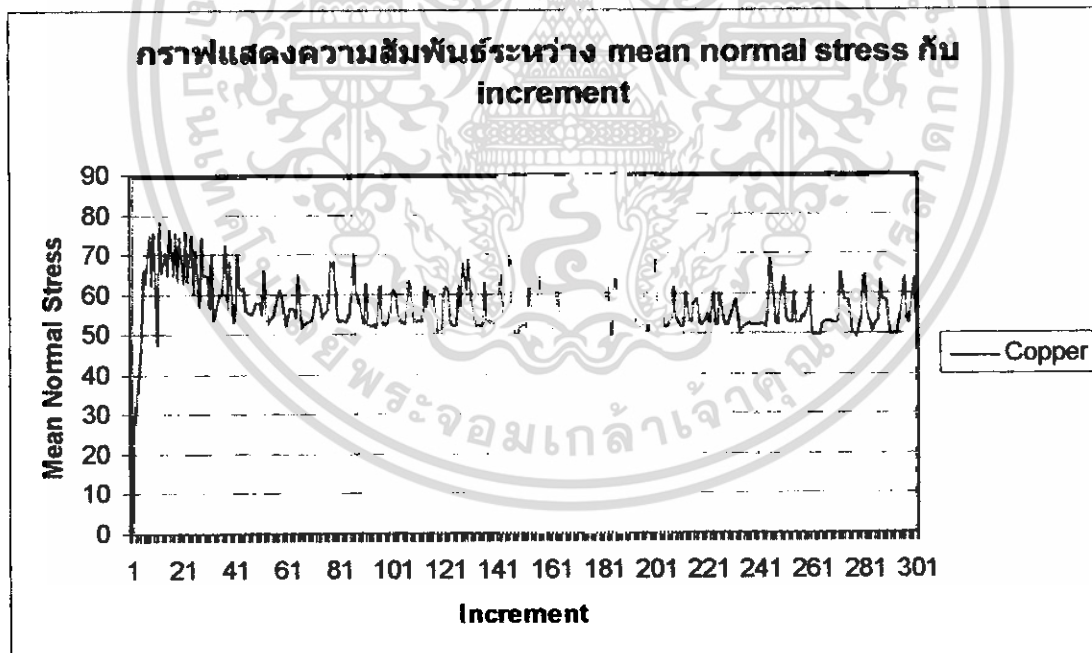


กราฟที่ 6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดงที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.9 และม้วนคายที่ 6 และ 12 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

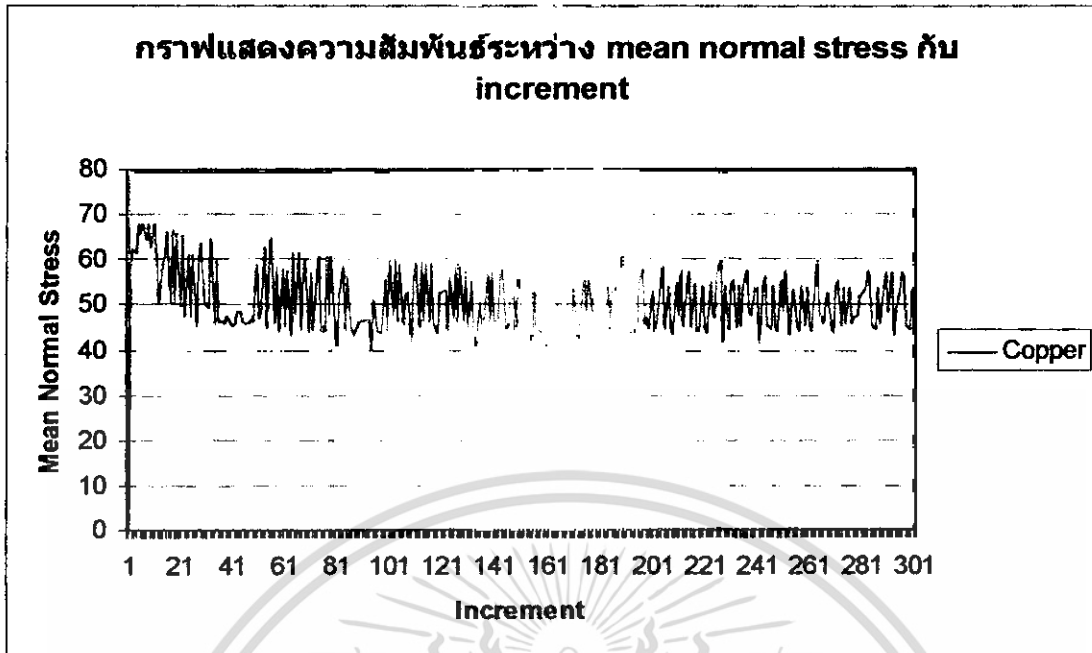


กราฟที่ 7 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดงที่มีขนาด 9.4  
ลดเหลือ 7.9 และมอดายที่ 12 องศา

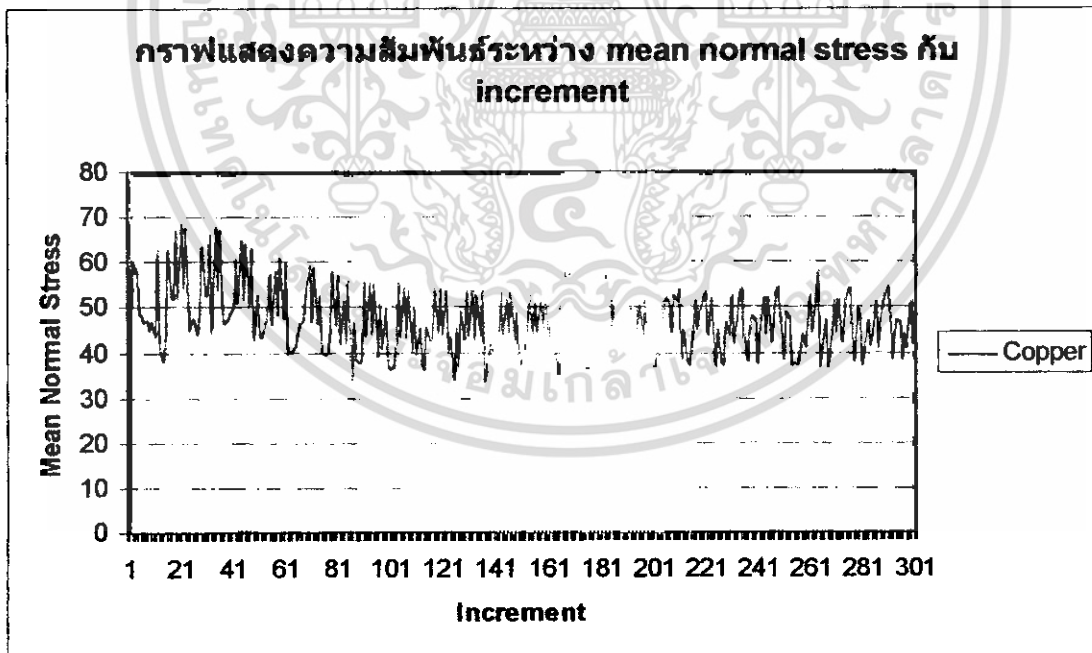


กราฟที่ 8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดงที่มีขนาด 9.4  
ลดเหลือ 7.9 และมอดายที่ 12 และ 6 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

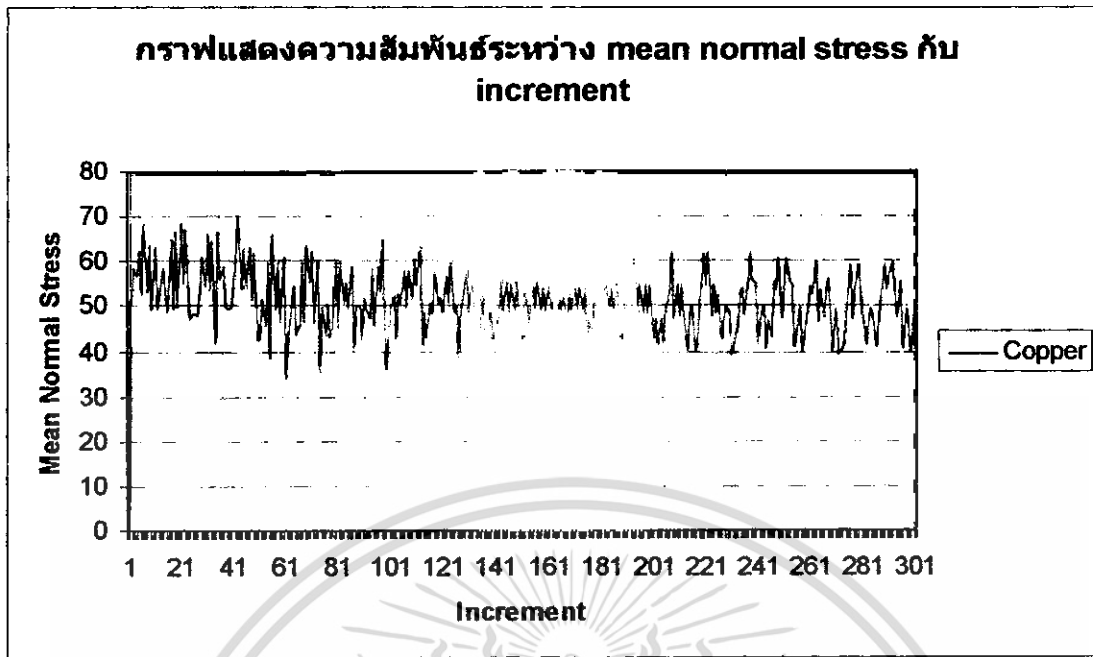


กราฟที่ 9 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดงที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.2 และมุมคายที่ 6 องศา

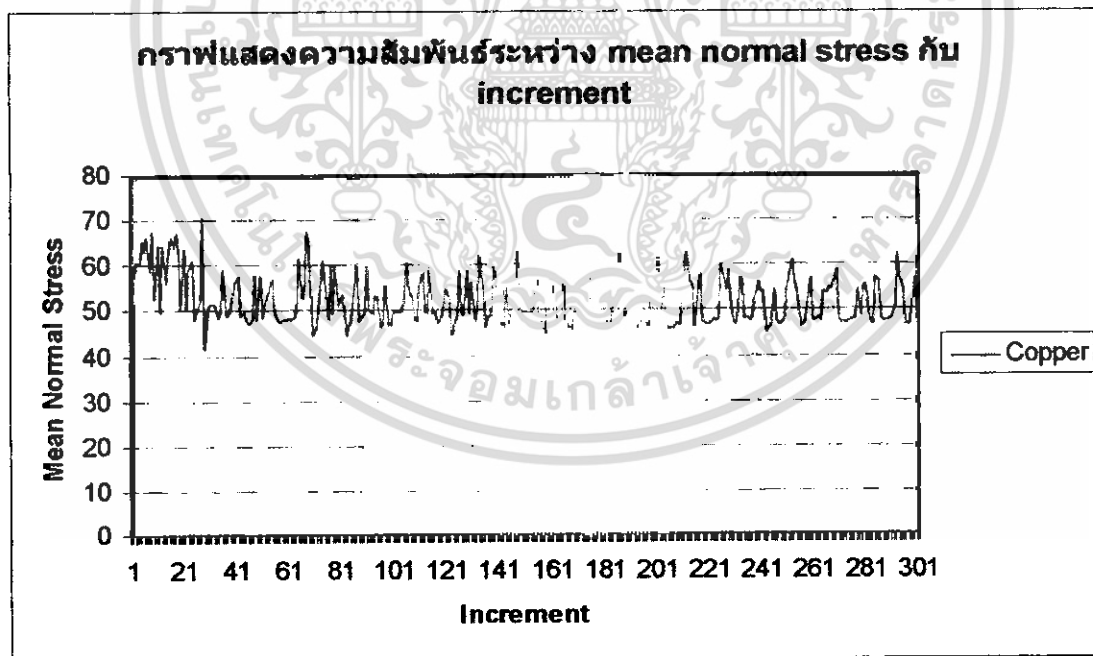


กราฟที่ 10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดงที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.2 และมุมคายที่ 6 และ 12 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

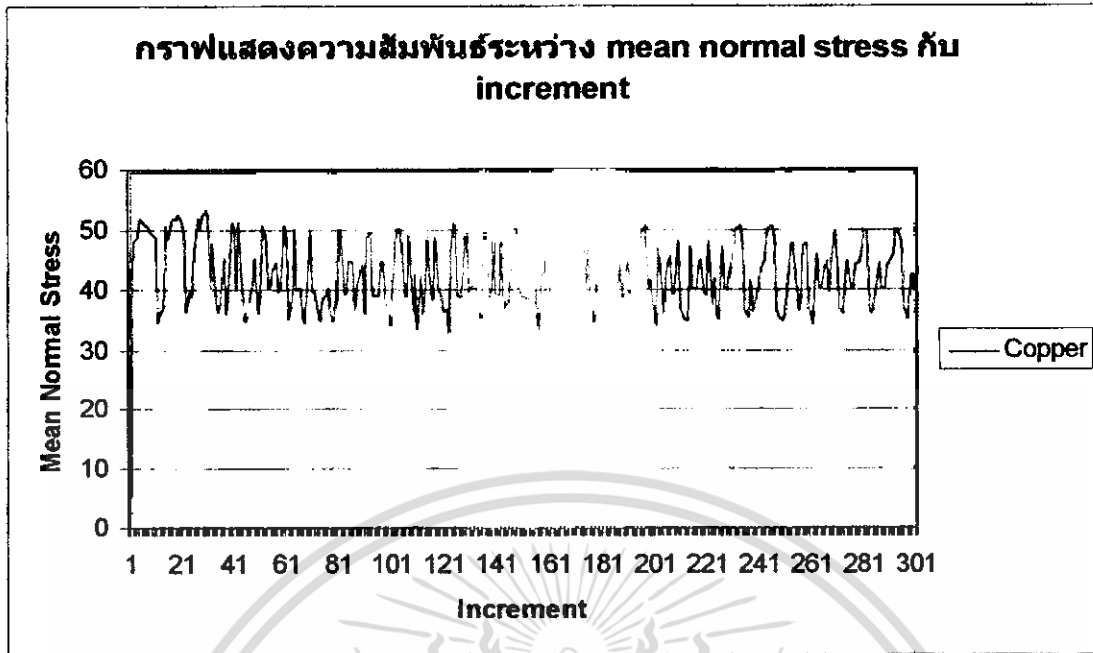


กราฟที่ 11 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดงที่มีขนาด 9.4 ดลเหลือ 8.2 และมมคายที่ 12 องศา

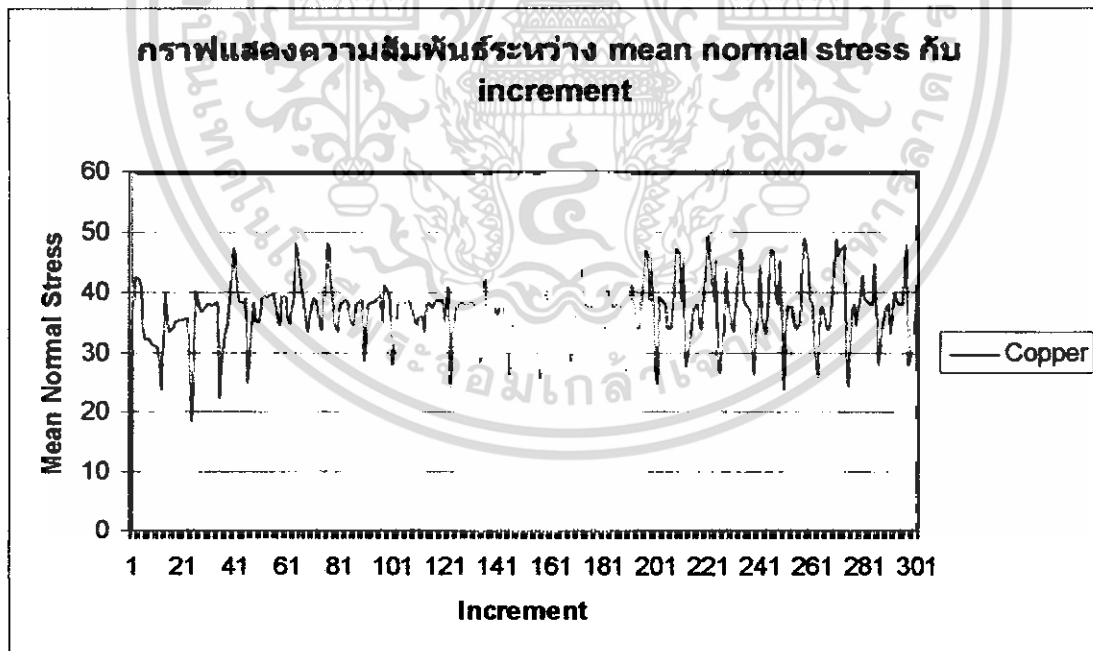


กราฟที่ 4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดงที่มีขนาด 9.4 ดลเหลือ 8.2 และมมคายที่ 12 และ 6 องศา

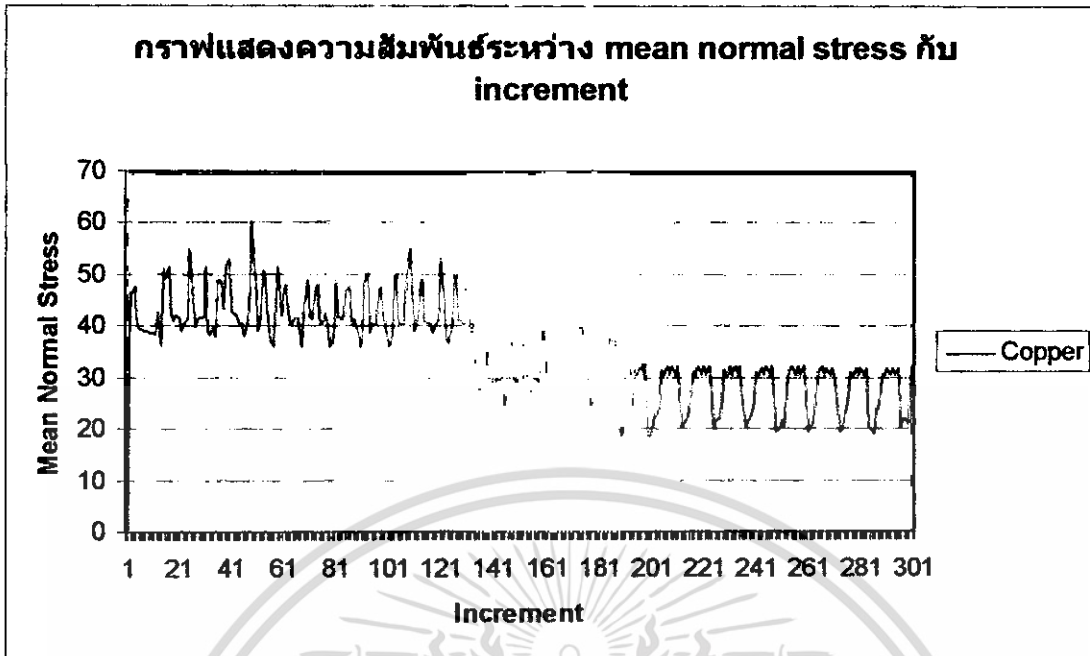
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



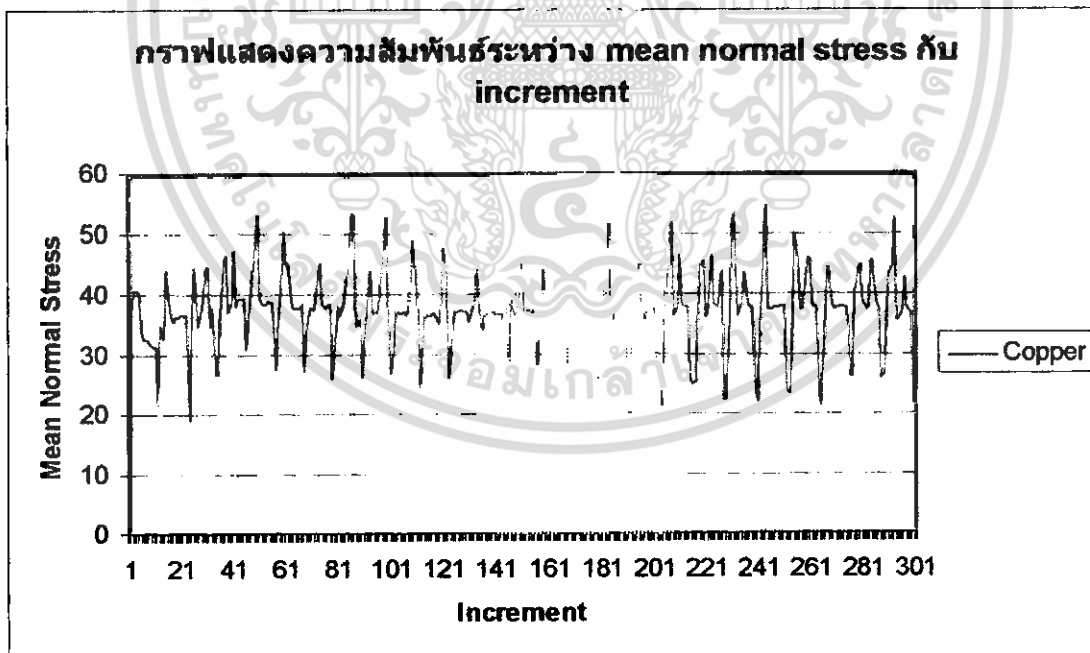
กราฟที่ 13 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดงที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.6 และม้วนคายที่ 6 องศา



กราฟที่ 14 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดงที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.6 และม้วนคายที่ 6 และ 12 องศา



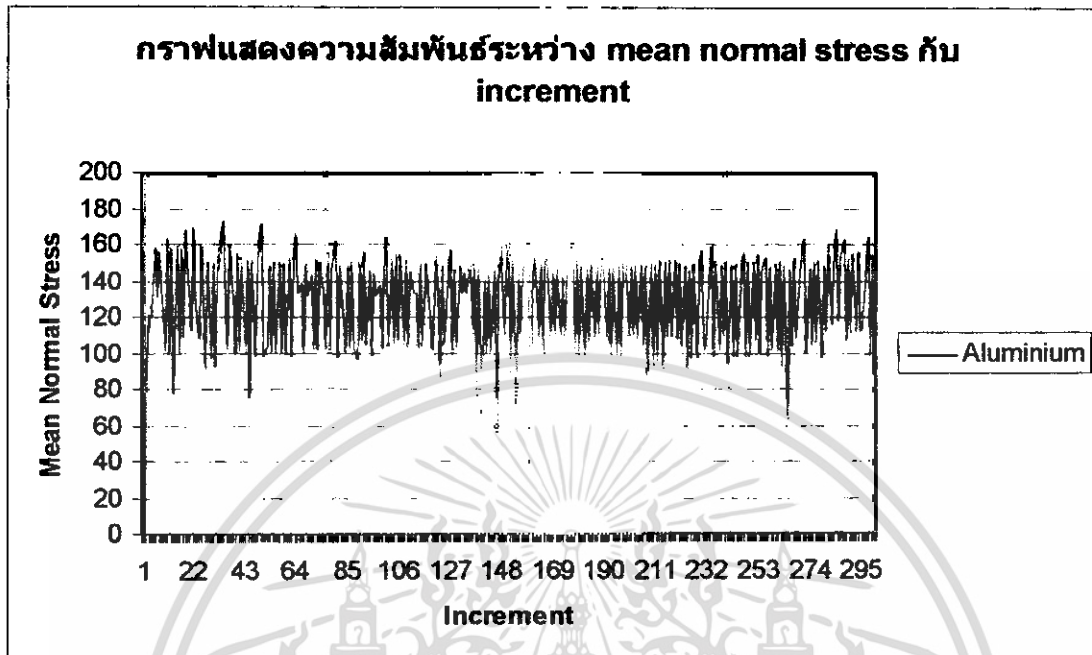
กราฟที่ 15 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดงที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.6 และมุดตายที่ 12 และ 6 องศา



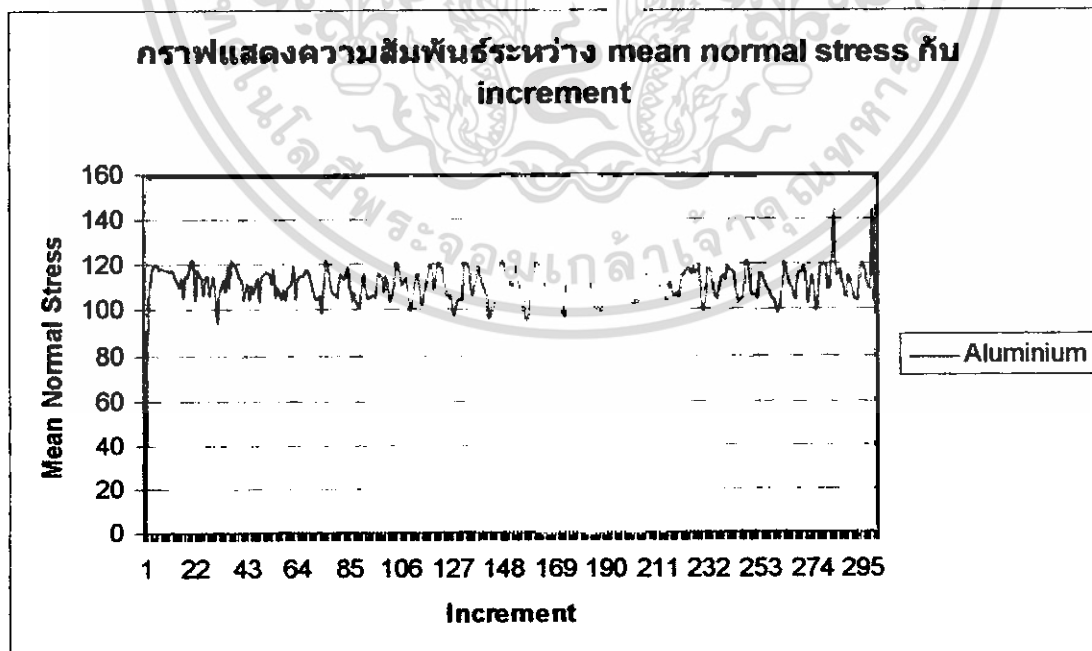
รูปภาพ 16 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดทองแดงที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.6 และมุดตายที่ 12 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.4.2 ลวดอลูมิเนียม

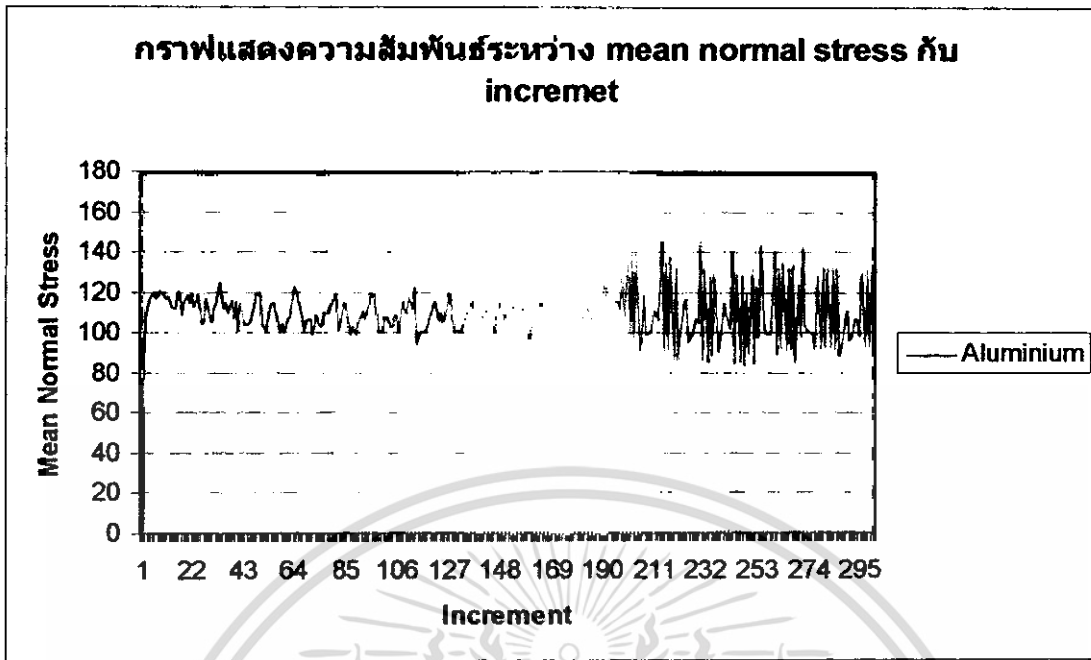


กราฟที่ 17 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียมที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.7 และมุงคายที่ 6 องศา

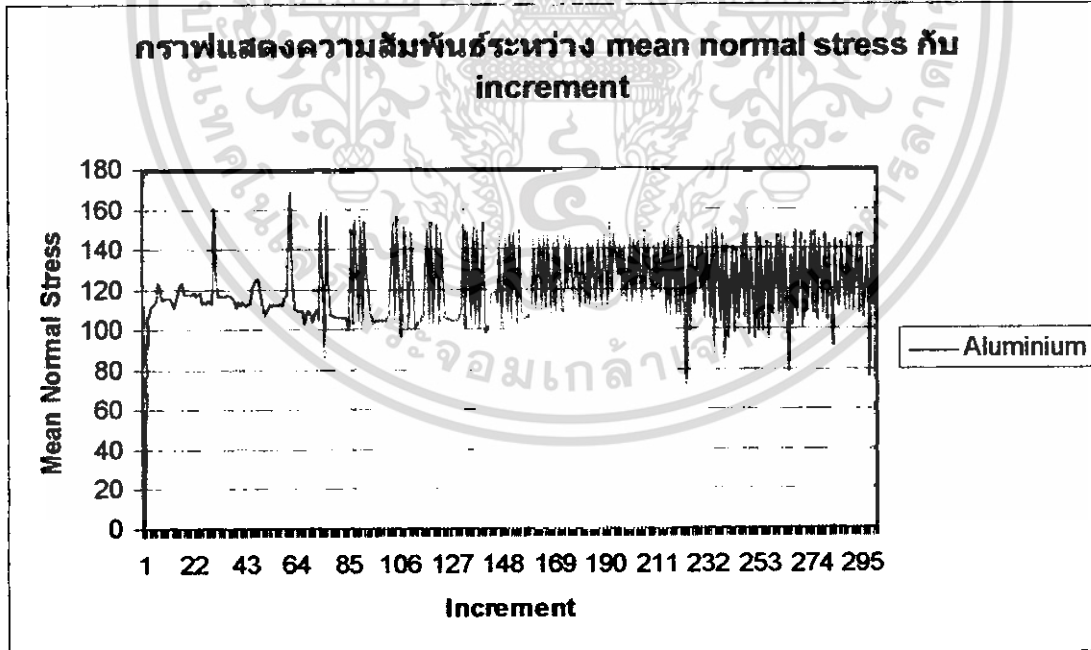


กราฟที่ 18 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียมที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.7 และมุงคายที่ 6 และ 12 องศา

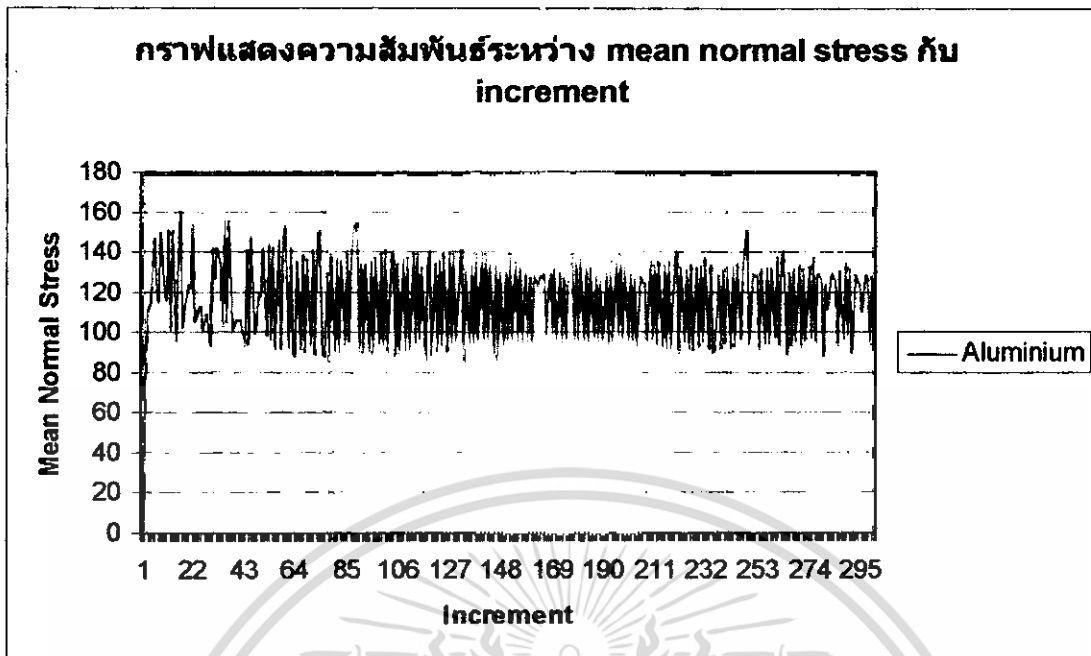
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



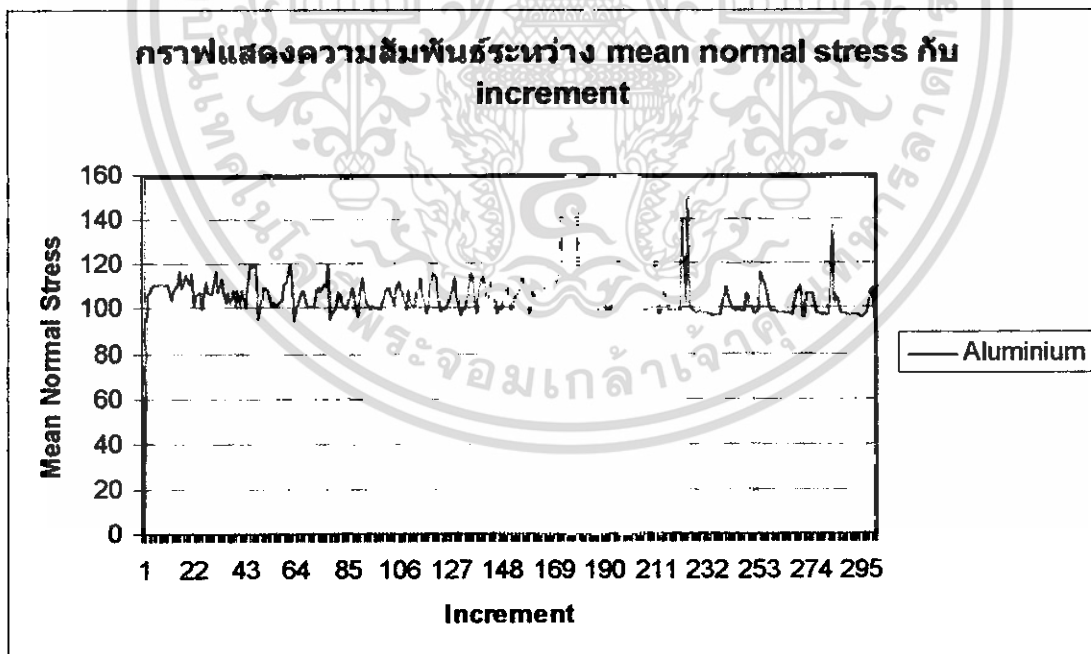
กราฟที่ 19 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียมที่มีขนาด 9.4 ดลเหลือ 7.7 และมุมคายที่ 12 องศา



กราฟที่ 20 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียมที่มีขนาด 9.4 ดลเหลือ 7.7 และมุมคายที่ 12 และ 6 องศา

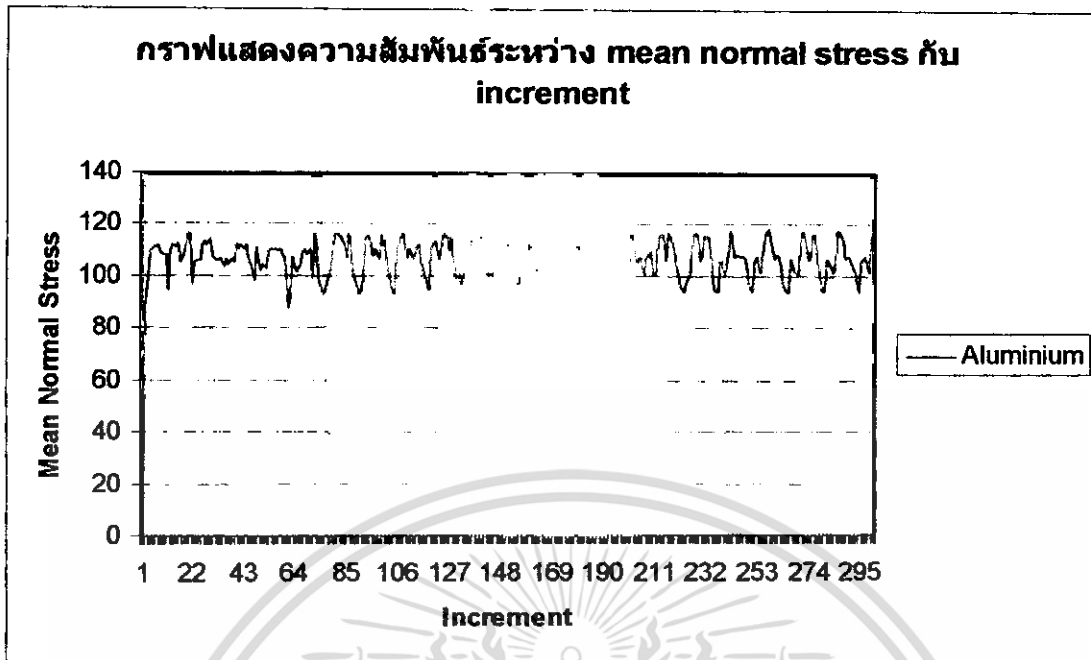


กราฟที่ 21 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียมที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.9 และมุมคายที่ 6 องศา

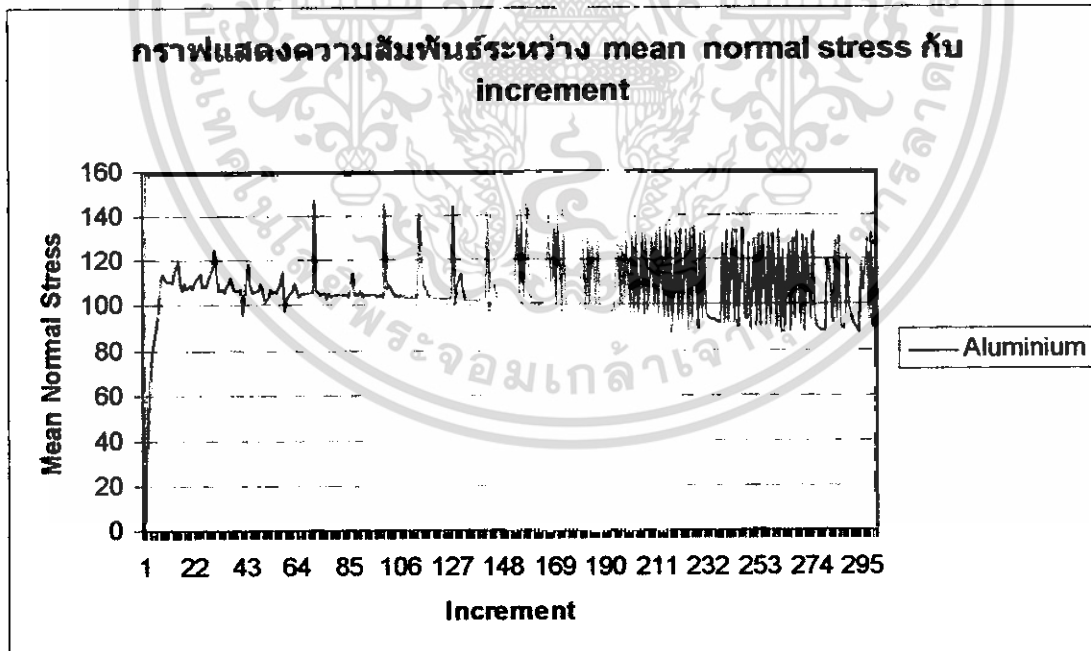


กราฟที่ 22 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียมที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.9 และมุมคายที่ 12 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

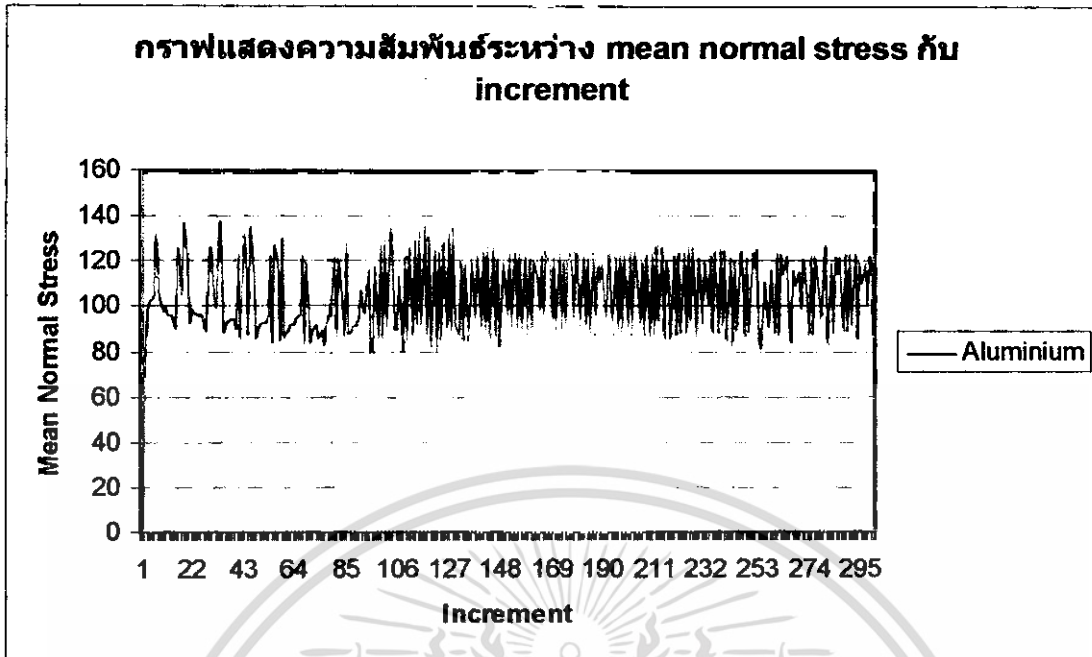


กราฟที่ 23 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียมที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.9 และม้วนคายที่ 6 และ 12 องศา

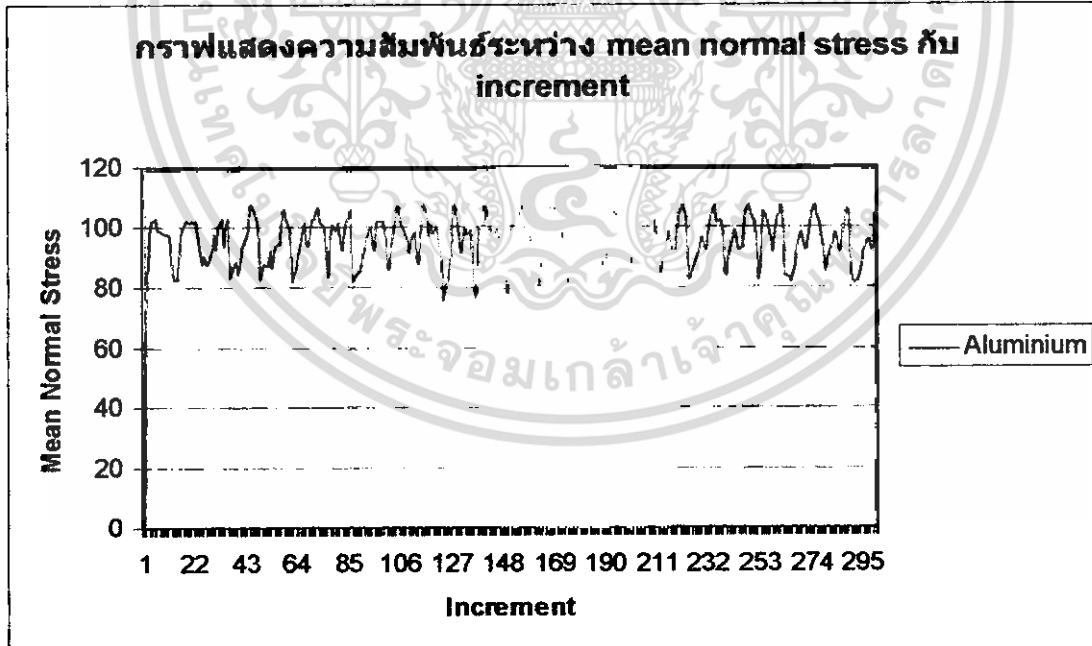


กราฟที่ 24 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียมที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 7.9 และม้วนคายที่ 12 และ 6 องศา

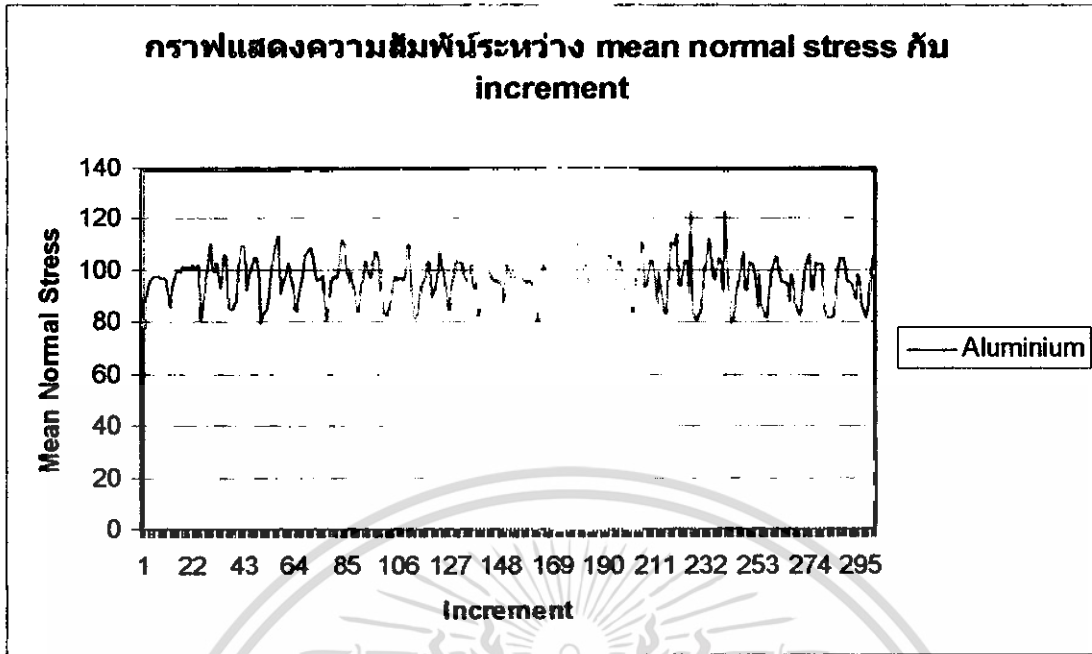
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



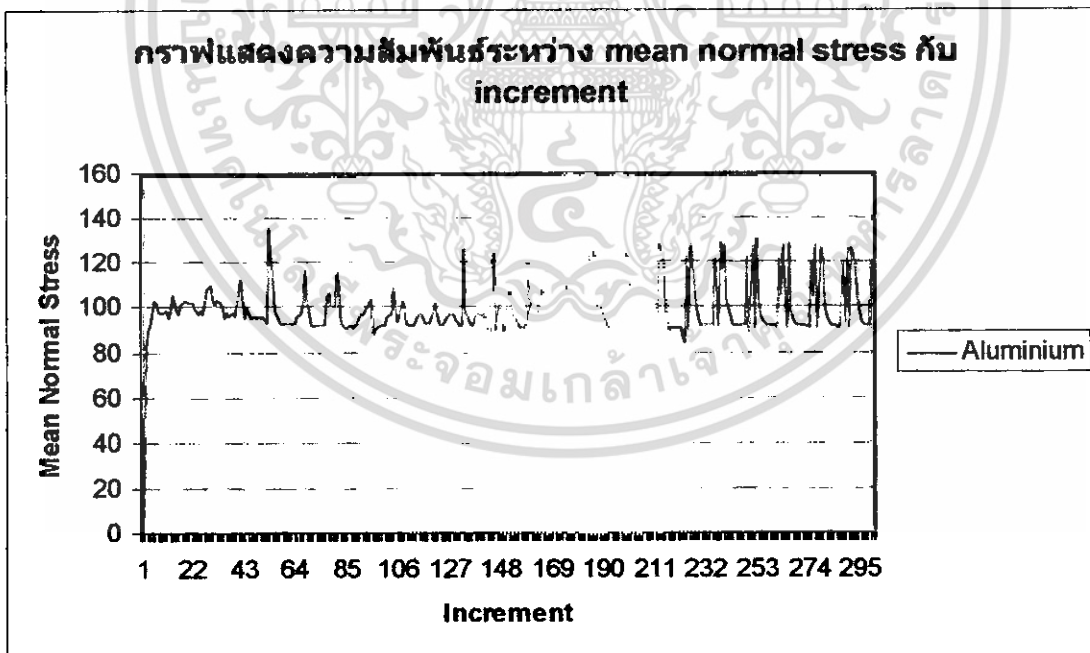
รูปภาพ 25 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียมที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.2 และมุมคายที่ 6 องศา



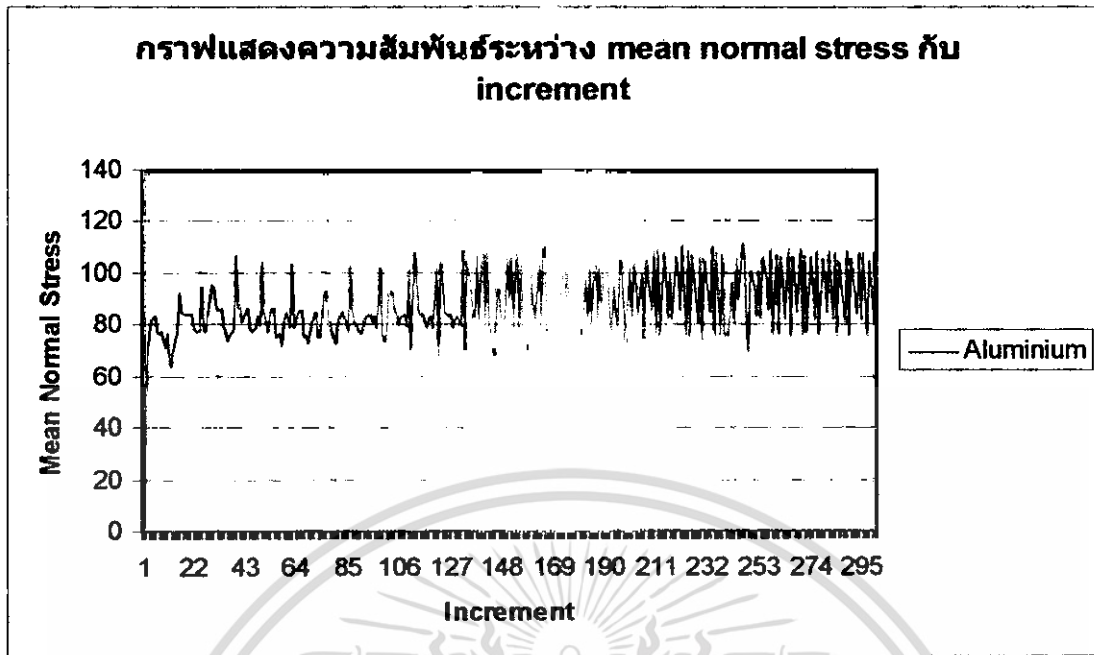
รูปภาพ 26 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียมที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.2 และมุมคายที่ 6 และ 12 องศา



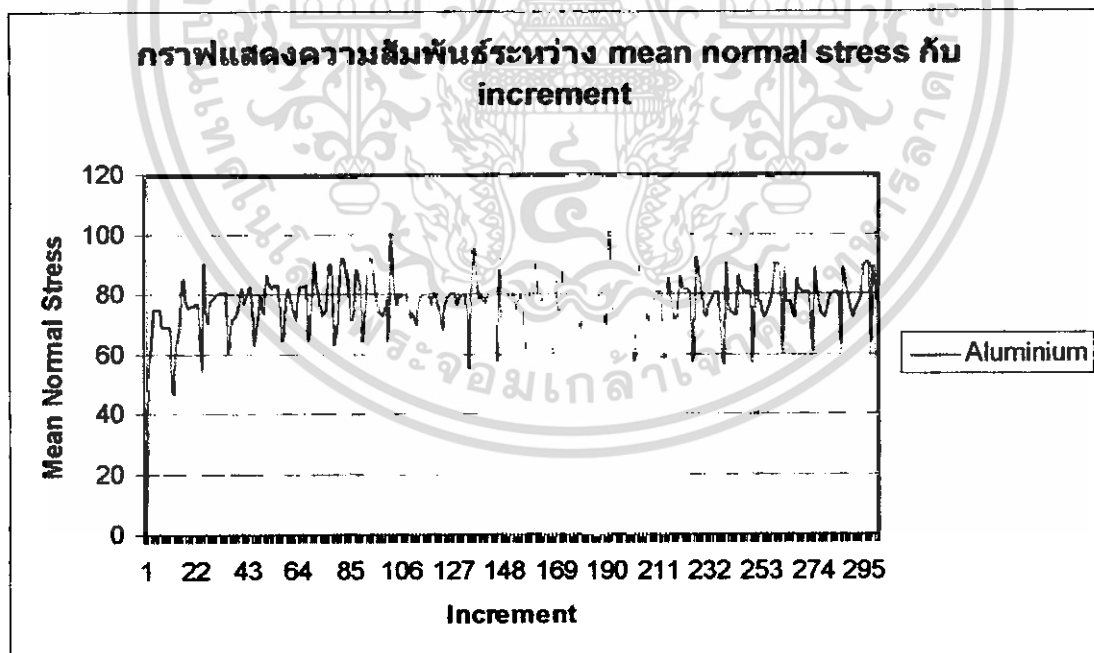
รูปภาพ 27 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียมที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.2 และม้วนคายที่ 12 องศา



รูปภาพ 28 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียมที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.2 และม้วนคายที่ 12 และ 6 องศา

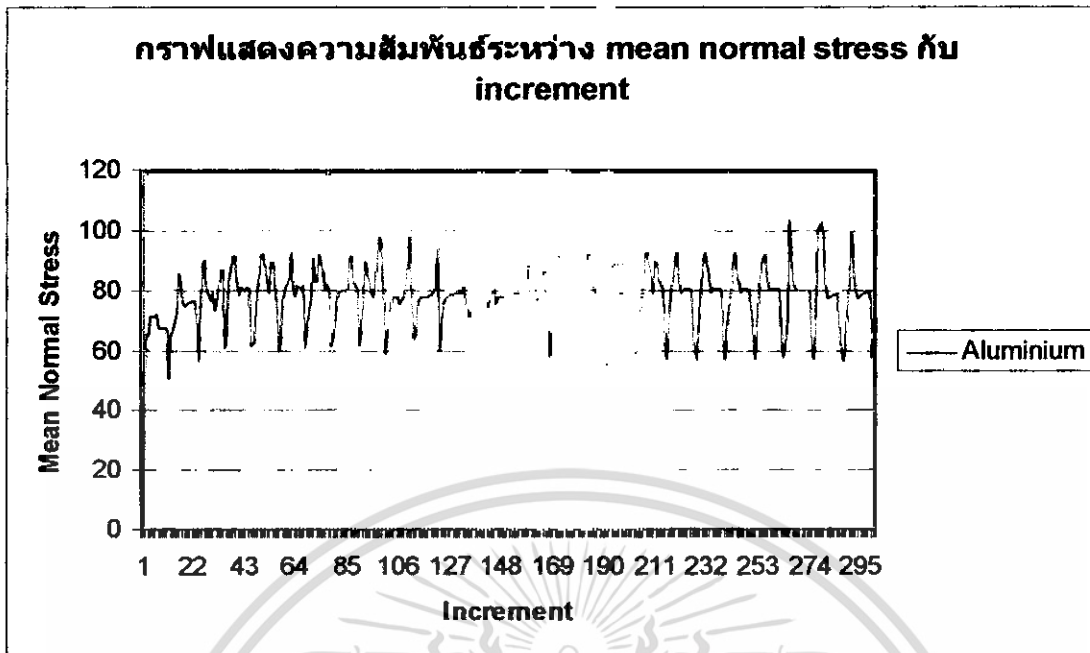


รูปภาพ 29 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียมที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.6 และมุมคายที่ 6 องศา

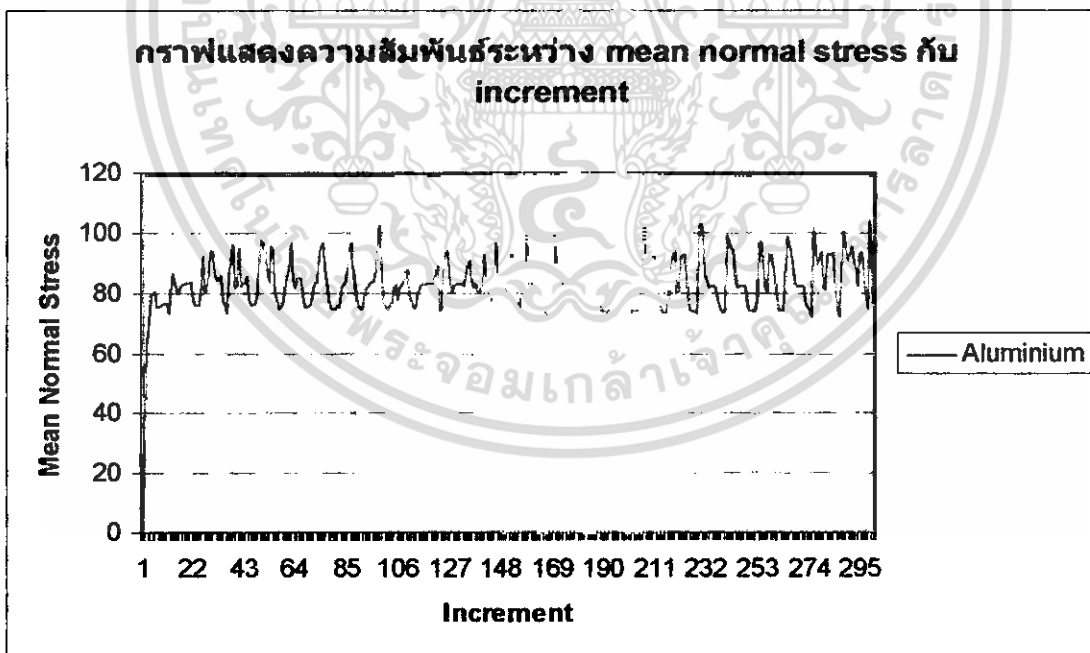


รูปภาพ 30 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียมที่มีขนาด 9.4 ลดเหลือ 8.6 และมุมคายที่ 6 และ 12 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



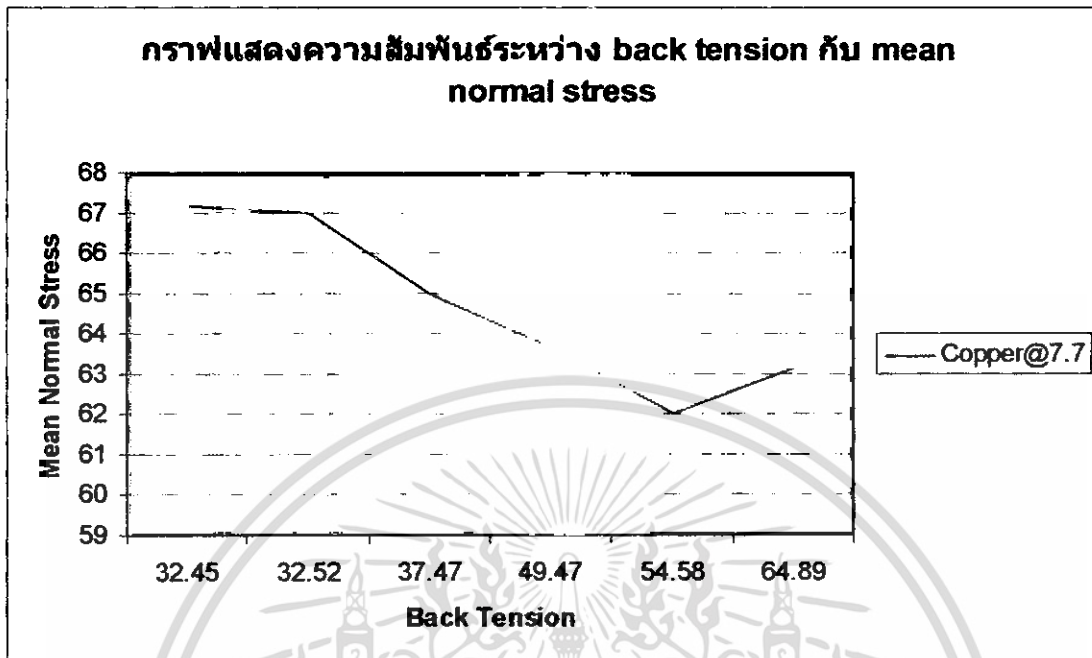
รูปภาพ 31 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียมที่มีขนาด 9.4 มม. หรือ 8.6 มม. และมีมุมคายนี 12 องศา



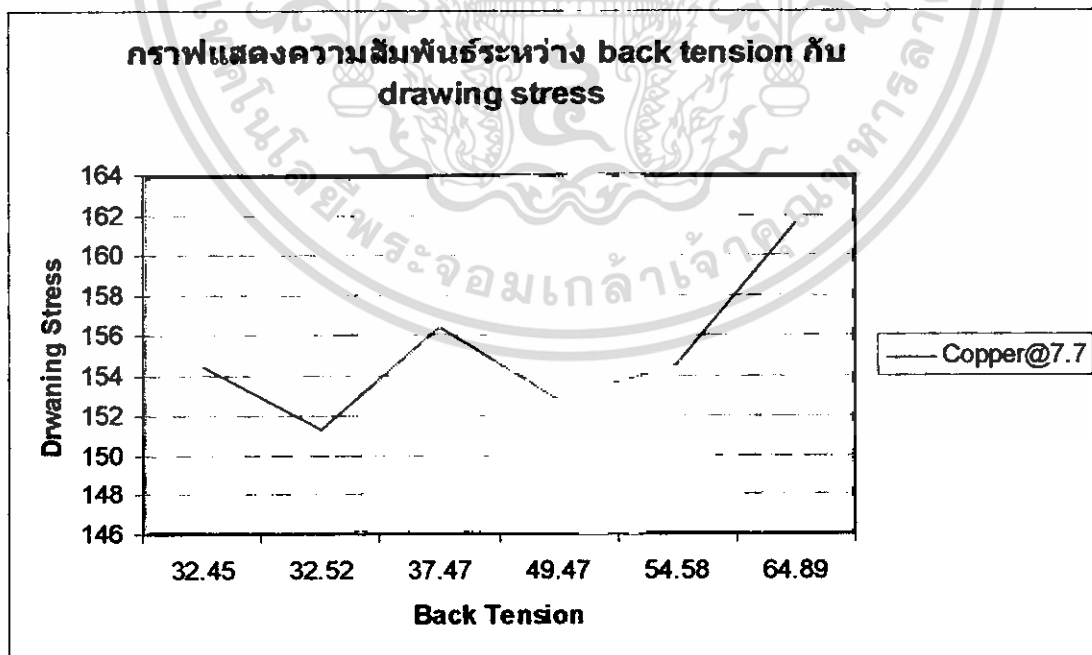
รูปภาพ 32 แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง mean normal stress กับ increment ของลวดอลูมิเนียมที่มีขนาด 9.4 มม. หรือ 8.6 มม. และมีมุมคายนี 12 และ 6 องศา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 4.4.3 ลวดทองแดง

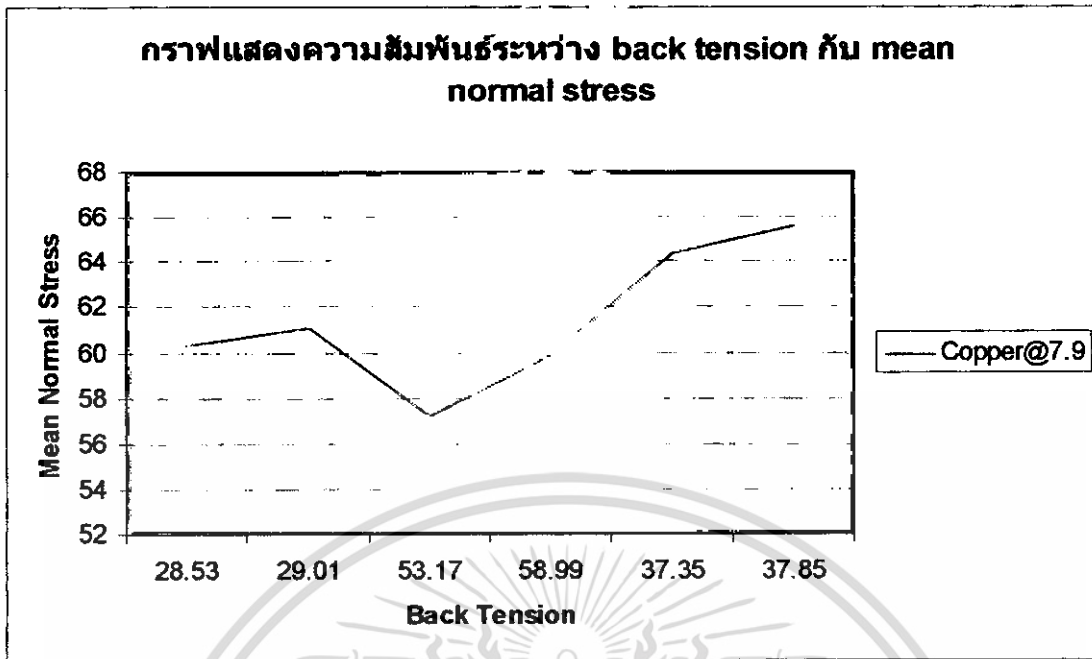


รูปภาพ 33 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ mean normal stress ของลวดทองแดง ที่มีการลดขนาดเหลือ 7.7 มม.

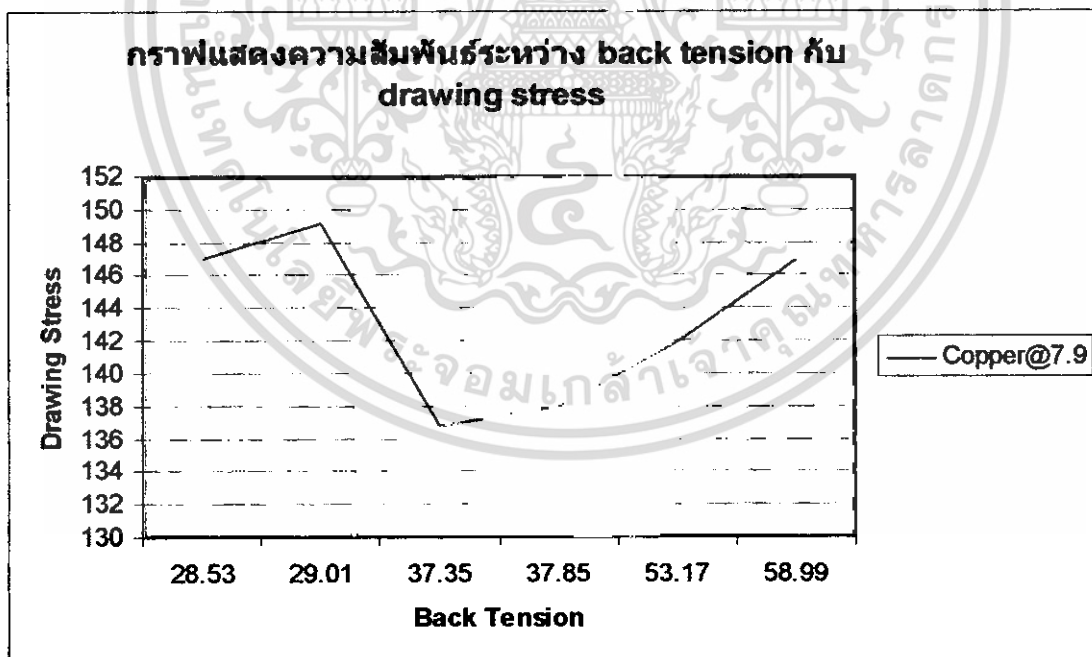


รูปภาพ 34 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ drawing stress ของลวดทองแดง ที่มีการลดขนาดเหลือ 7.7 มม.

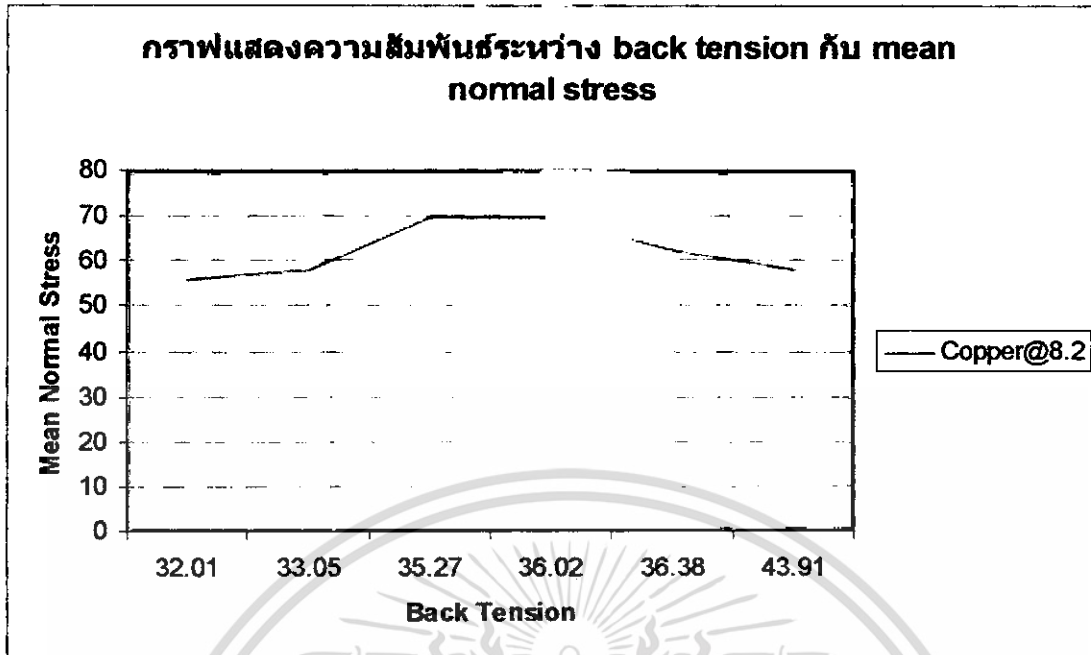
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



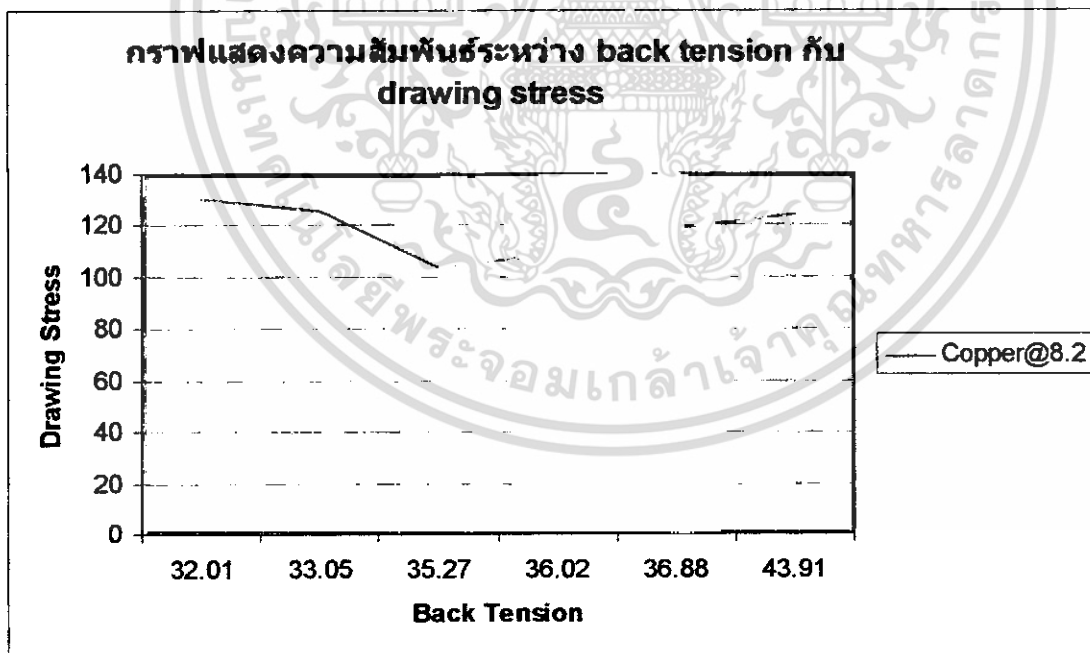
รูปภาพ 35 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ mean normal stress ของลวดทองแดง ที่มีการลดขนาดเหลือ 7.9 มม.



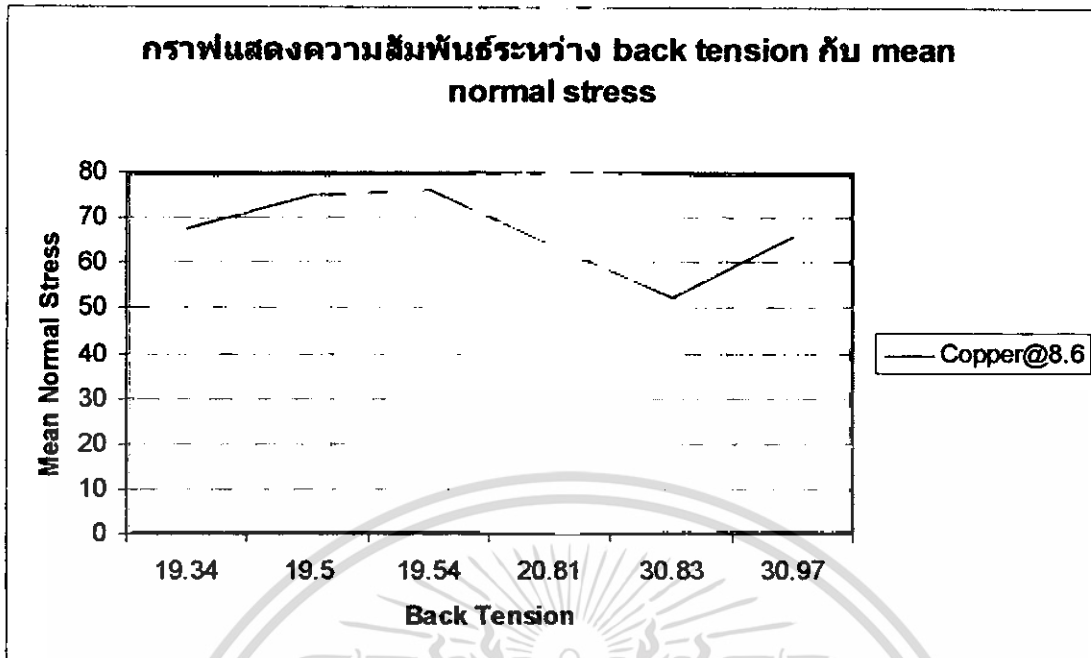
รูปภาพ 36 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ drawing stress ของลวดทองแดง ที่มีการลดขนาดเหลือ 7.9 มม.



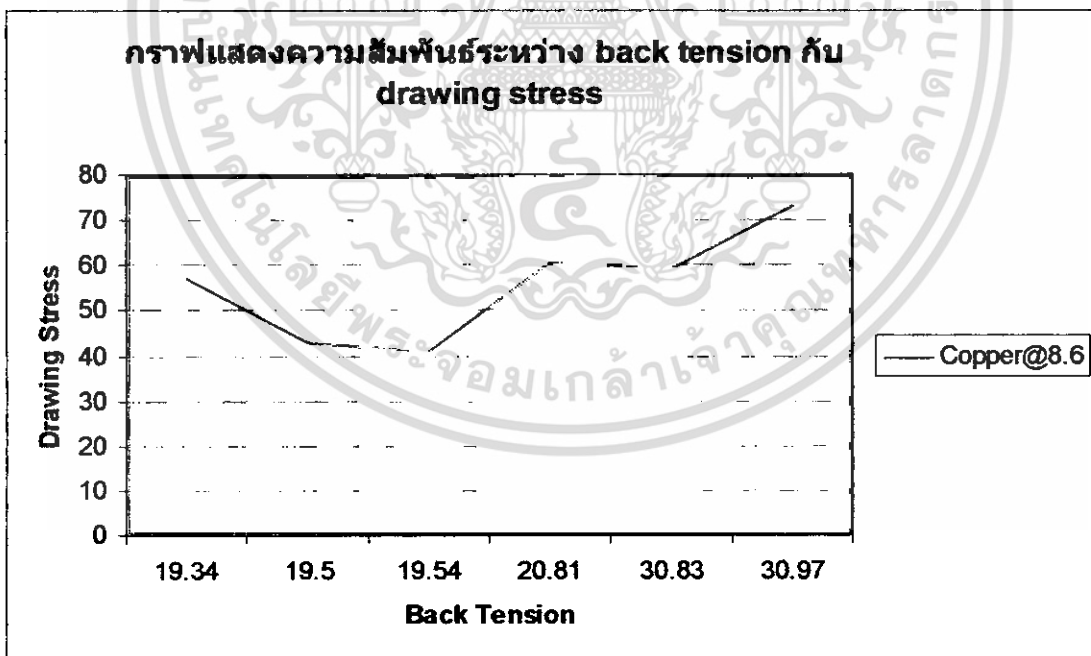
รูปภาพ 37 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ mean normal stress ของลวดทองแดง ที่มีกรลดขนาดเหลือ 8.2 มม.



รูปภาพ 38 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ drawing stress ของลวดทองแดง ที่มีกรลดขนาดเหลือ 8.2 มม.

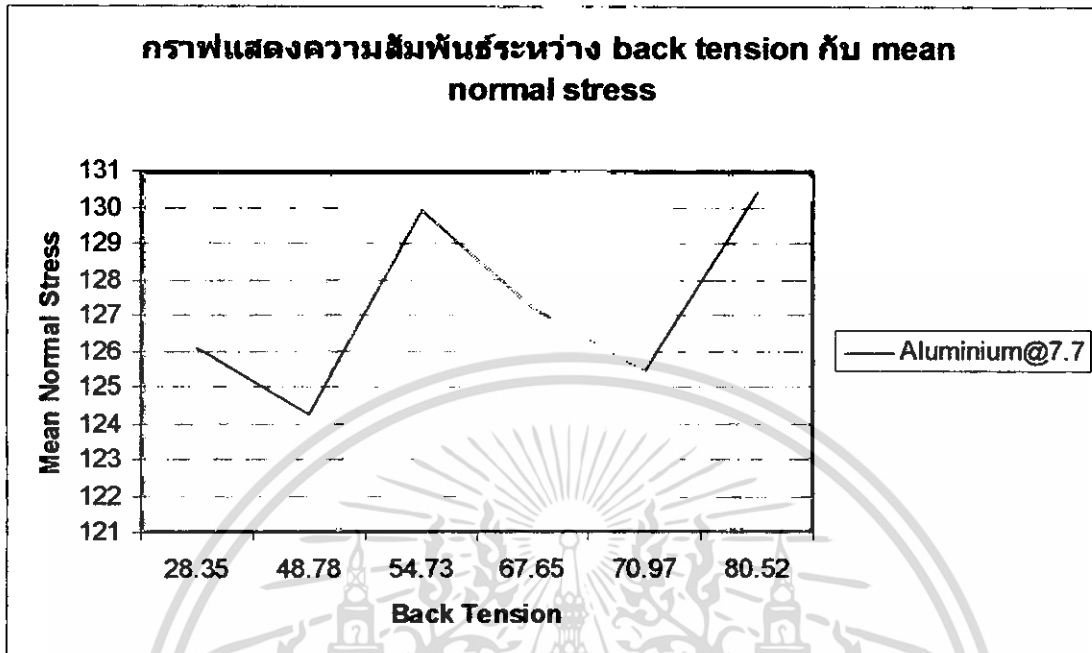


รูปภาพ 39 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ mean normal stress ของลวดทองแดง ที่มีการลดขนาดเหลือ 8.6 มม.

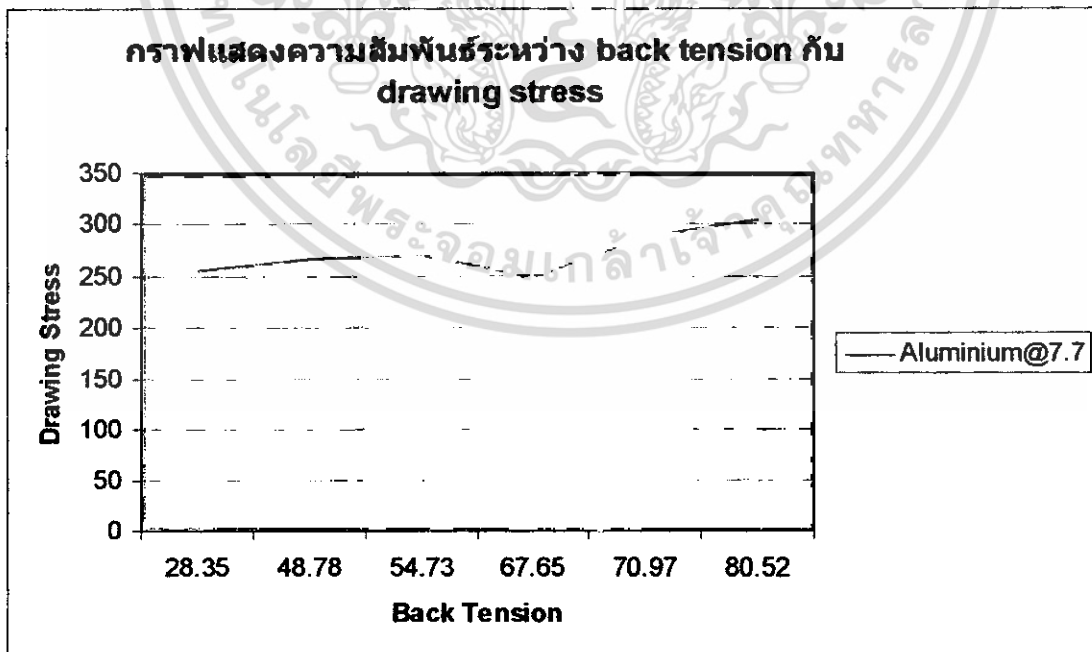


รูปภาพ 40 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ drawing stress ของลวดทองแดง ที่มีการลดขนาดเหลือ 8.6 มม.

#### 4.4.4 ลวดอลูมิเนียม

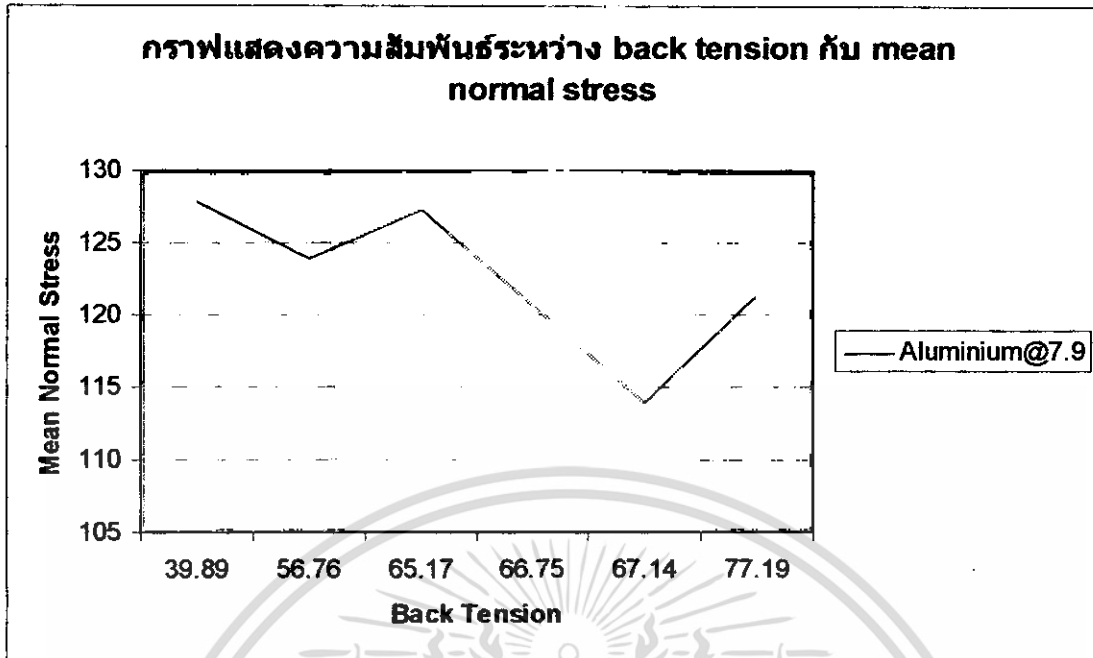


รูปภาพ 41 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ mean normal stress ของลวดอลูมิเนียม ที่มีการลดขนาดเหลือ 7.7 มม.

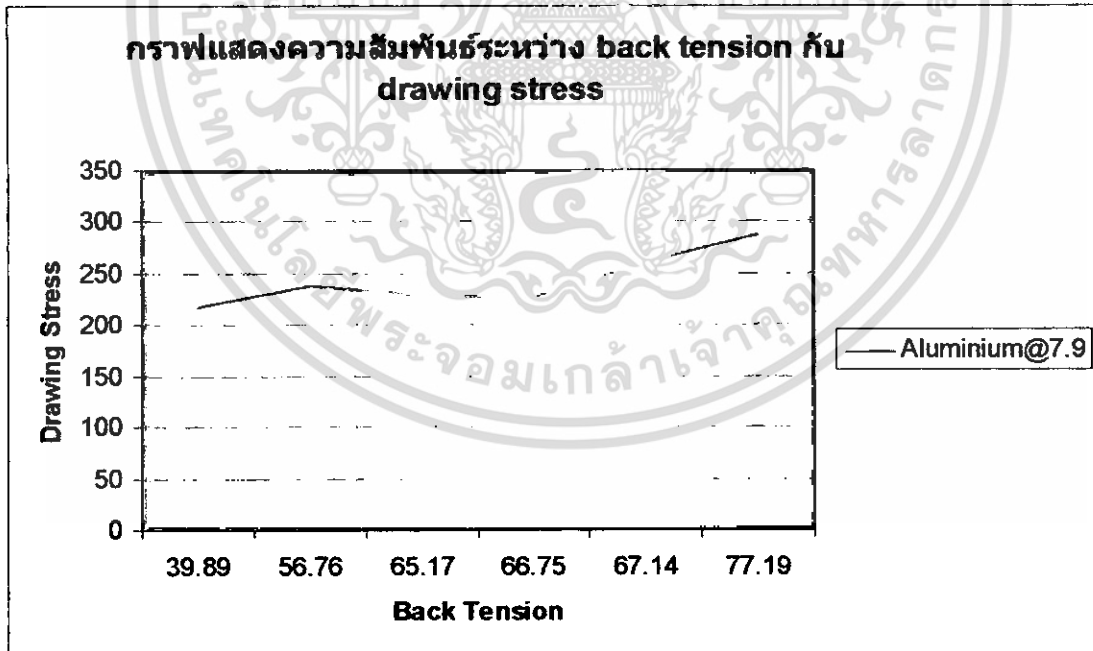


รูปภาพ 42 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ drawing stress ของลวดอลูมิเนียม ที่มีการลดขนาดเหลือ 7.7 มม.

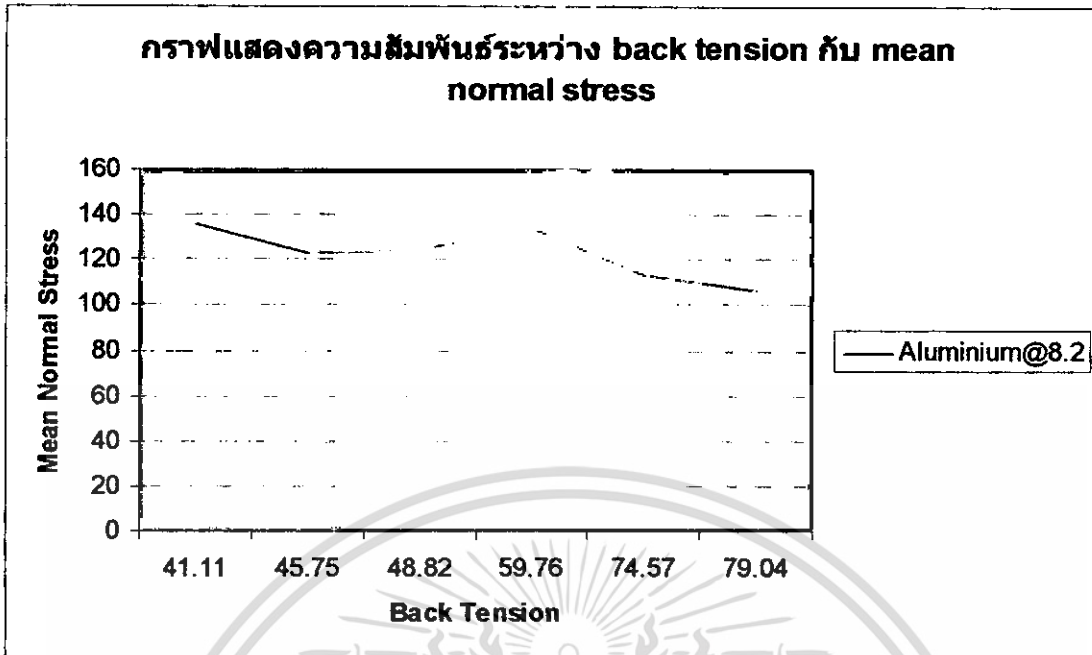
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



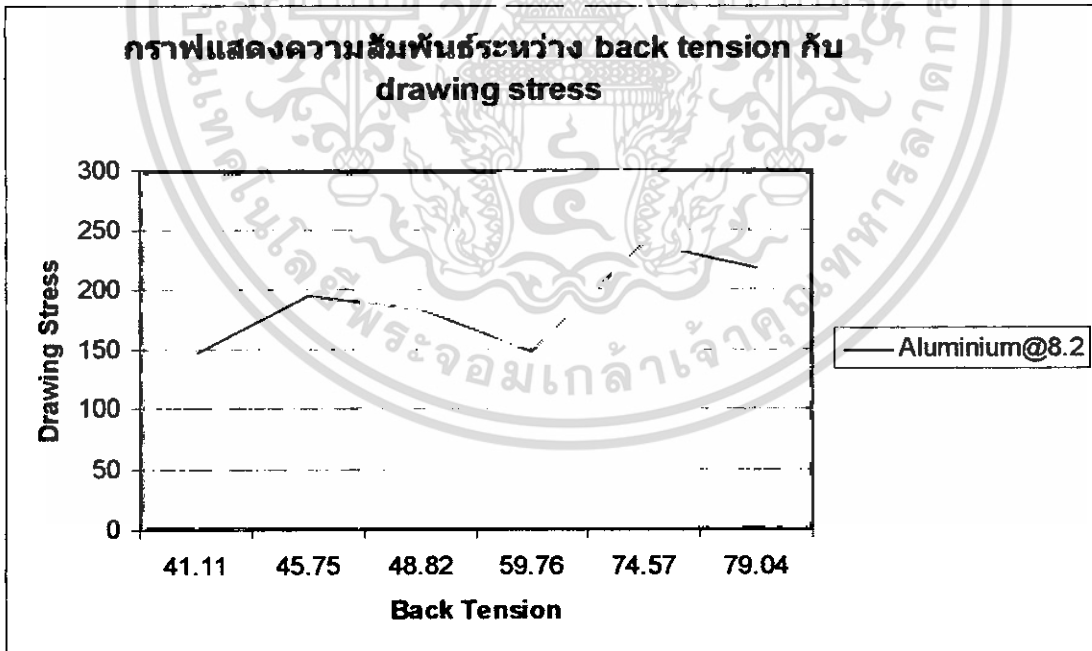
รูปภาพ 43 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ mean normal stress ของลวดอลูมิเนียม ที่มีการลดขนาดเหลือ 7.9 มม.



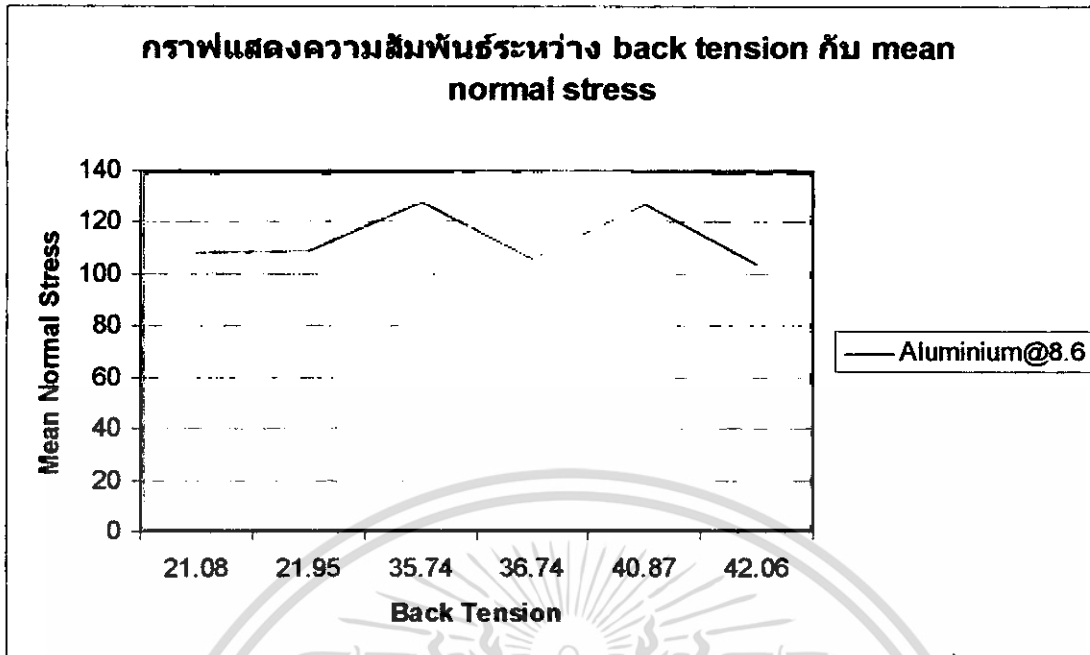
รูปภาพ 44 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ drawing stress ของลวดอลูมิเนียม ที่มี การลดขนาดเหลือ 7.9 มม.



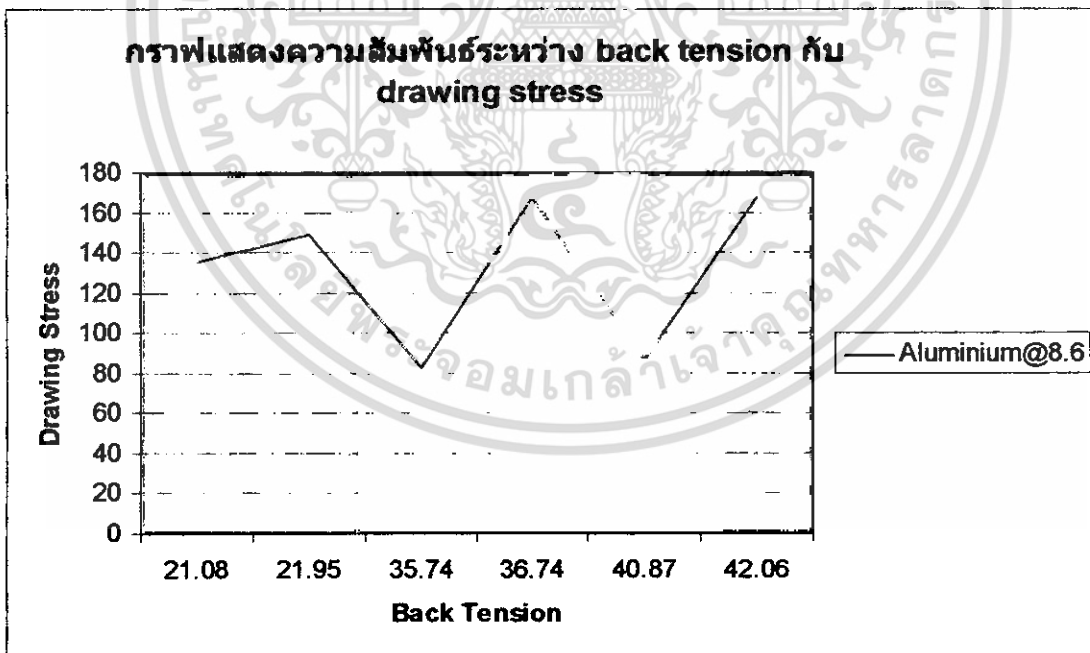
รูปภาพ 45 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ mean normal stress ของลวดอลูมิเนียม ที่มีการลดขนาดเหลือ 8.2 มม.



รูปภาพ 46 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ drawing stress ของลวดอลูมิเนียม ที่มีการลดขนาดเหลือ 8.2 มม.



รูปภาพ 47 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ mean normal stress ของลวดอลูมิเนียม ที่มีการลดขนาดเหลือ 8.9 มม.



รูปภาพ 48 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง back tension กับ drawing stress ของลวดอลูมิเนียม ที่มีการลดขนาดเหลือ 8.9 มม.

## บทที่ 5

### บทวิจารณ์และสรุป

#### 5.1 สรุป

5.1.1 จากการทดลองการสร้างแบบจำลองไฟในเอลิเมนต์ พบว่า จะมีค่าแรงดึงกลับที่เหมาะสมต่อการดึงลดขนาดลวด ซึ่งแรงดึงกลับนี้จะทำให้มีค่า mean normal stress ต่ำที่สุด ซึ่งค่า mean normal stress เป็นค่าที่เกิดขึ้นในบริเวณกึ่งกลางเส้นลวด โดยเมื่อลดขนาดหน้าตัดลงมามากเกินกว่า 40 เปอร์เซ็นต์ จะเกิดการขาดเกิดขึ้นเนื่องจากเกิดแรงเสียดทานมากเกินไป

5.1.2 มุมรีดคายที่ใช้ในการลดขนาดพื้นที่หน้าตัด จะอยู่ในช่วง 5 – 10 องศา โดยมุมนี้จะเป็นมุมที่เกิดขึ้นที่คายตัวที่สองเท่านั้น ซึ่งถ้าใช้มุมในคายตัวที่สองมีค่ามากเกินไป จะเกิดค่าความเค้นเกิดขึ้นสูงกว่าใช้มุมคายอยู่ในช่วงที่เหมาะสม

5.1.3 คายที่เป็นตัวสร้างแรงดึงกลับ คือคายตัวแรก เป็นตัวที่สร้างแรงดึงกลับ โดยจะมีอัตราส่วนการลดพื้นที่หน้าตัดน้อยๆ โดยในการทดลองนี้ เราได้ใช้เปอร์เซ็นต์การลดขนาดพื้นที่หน้าตัดประมาณไม่เกิน 10 เปอร์เซ็นต์

5.1.4 จากการวิเคราะห์กราฟที่เกิดขึ้นระหว่างวัสดุทั้งสองชนิด ทองแดง และอลูมิเนียม จะสังเกตเห็นว่าค่าอัตราส่วนความเค้นดึง โดยพิจารณาว่าท้องศาครึ่งมุมของแม่พิมพ์ และอัตราการลดพื้นที่หน้าตัดเดียวกัน วัสดุอลูมิเนียมจะมีค่า Drawing stress ที่สูงกว่าค่าที่เกิดขึ้นจากวัสดุที่ใช้ทองแดง ซึ่งเป็นผลอันเนื่องมาจากในวัสดุอลูมิเนียมมีค่า Initial yield stress ที่สูงกว่าในวัสดุที่ใช้ทองแดง กล่าวคือในวัสดุที่มีค่าความ Initial yield stress ที่สูงค่าแรงที่ใช้ในการดึงนั้นต้องใช้แรงที่มากกว่า เนื่องจากวัสดุนั้นจะมีค่าความต้านทานการเปลี่ยนแปลงสูง

#### 5.2 ปัญหาที่พบ

- 5.2.1 ในการสร้างแบบจำลองไม่สามารถดูการปริแตกที่แกนกลางได้
- 5.2.2 ไม่สามารถดูลักษณะพื้นผิวของลวดได้
- 5.2.3 ชุดทดสอบ UTM มีปัญหาไม่สามารถทำการทดลองจริงได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 5.3 แนวทางการพัฒนา

- 5.3.1 ปรับเปลี่ยนความเร็วในการดึงลวดโลหะ
- 5.3.2 คำนวณหาค่ามุมคายนที่เหมาะสมในการดึงลวด โดยผ่านคายนสองคายน
- 5.3.3 มีการทดลองจริงเปรียบเทียบด้วย
- 5.3.4 ทำการปรับเปลี่ยนอัตราส่วนการลดขนาดพื้นที่หน้าตัดของคายนตัวแรกเพื่อดูผลกระทบของแรง back tension



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บรรณานุกรม

- [1] ขวลิต เชียงกุล, “โลหะวิทยา”, สมาคมส่งเสริมเทคโนโลยี (ไทย-ญี่ปุ่น)
- [2] รองศาสตราจารย์ ดร.เดช พุทธเจริญทอง : “การวิเคราะห์ด้วยวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์”, ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพ, กรุงเทพฯ, 1998.
- [3] รองศาสตราจารย์ทวี เทศเจริญ, “กรรมวิธีการผลิต”, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
- [4] ศาสตราจารย์ ดร.ปราโมทย์ เดชะอำไพ : “ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม (*Finite Element Method in Engineering*)”, สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ, ISBN 974-632-736-4, 1995.
- [5] รองศาสตราจารย์สมชาย นรเศรษฐ์โสภณ, “กลศาสตร์ของแข็ง เล่ม 1”, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
- [6] Clough, R.W., : “*The Finite Element Method in Plane Stress Analysis*”, Proceedings, American Society of Civil Engineering, 2<sup>nd</sup> Conference on Electronic Computation, Pittsburgh, 1960.
- [7] Clough, R.W., and Rashid, Y., : “*Finite Element Analysis of Axisymmetric solids*”, Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineering, 1965.
- [8] Kazuzri Yoshida and Hiroshi Tanaka, “The draw ability of Ni-Ti shape-memory alloy wires”
- [9] Shiro Kobayashi, Soo-Ik Oh and Taylan Altan: “*Metal Forming and Finite-Element Method*”, Oxford University Press, New York, 1989.