

วิทยาลัยอาชีวศึกษา พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การสังเคราะห์พัลส์ซายน์กำลังสองด้วยวิธี ลากแยร์ โพลีโนเมียล
Synthesis of Sine-Squared Pulse by using Laguerre Polynomials



นางสาวจินตนา ไกรวัลย์
นายอมรินทร์ เทียนประยูร

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน.....**86759**.....
วัน,เดือน,ปี.....**14**.....**พ.ค.**.....**2552**

.b.....
.i.....

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาอุตสาหกรรมศาสตรบัณฑิต
สาขาวิชาเทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์
ภาควิชาเทคนิคอุตสาหกรรม
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2540

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปริญญานิพนธ์ การสังเคราะห์พอลิซายน์กำลังสองด้วยวิธีแลนแกร์ โพลีโนเมียล
 นักศึกษา นางสาวจินตนา ไกรวัลย์
 นายอมรินทร์ เทียนประยูร
 อาจารย์ที่ปรึกษา รศ.ประกิจ ตั้งจิตสานนท์
 รศ.ดร กนก เจนจิระพงศ์วิเศษ
 ภาควิชา เทคนิคอุตสาหกรรม
 ปีการศึกษา 2540

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังอนุมัติให้
 ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาหลักสูตรปริญญาอุตสาหกรรมศาสตรบัณฑิต
 คณะกรรมการสอบปริญญานิพนธ์



..... อาจารย์ที่ปรึกษา
 (.....)
 กรรมการ
 (.....)
 กรรมการ
 (.....)
 กรรมการ
 (.....)
 กรรมการ
 (.....)
 กรรมการ
 (.....)

ลิขสิทธิ์ของคณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปริญญานิพนธ์	การสังเคราะห์พัลซ์ชายน์กำลังสองด้วยวิธีลาแกร์ โพลีโนเมียล
นักศึกษา	นางสาวจินตนา ไกรวัลย์
	นายอมรินทร์ เทียนประยูร
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ.ประกิจ ตั้งติสานนท์
	รศ.ดร. กนก เอนจิระพงศ์เวช
ปีการศึกษา	2540

บทคัดย่อ

ปริญญานิพนธ์นี้ เป็นการนำเสนอการประมาณสัญญาณพัลซ์ชายน์กำลังสองในโดเมน โดย วิธีลาแกร์ โพลีโนเมียล (Laguerre Polynomial) ซึ่งใช้วิธี พาดร์ (Pade's Method) ในการหาค่าสัมประสิทธิ์เริ่มต้น และใช้เทคนิคการหาค่าโพลที่เหมาะสมด้วยวิธี แบร์ สโตว์ (Bairstow's Method) และได้นำวิธีการทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ เพื่อใช้งานร่วมกับเครื่องคอมพิวเตอร์ในการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ ของทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน และได้มีการนำทรานสเฟอร์ฟังก์ชันที่ประมาณค่าได้มาเปรียบเทียบกับฟังก์ชันพัลซ์ชายน์กำลังสองในทางอุดมคติ เพื่อให้ได้ค่าผิดพลาดที่ยอมรับได้ และทรานสเฟอร์ฟังก์ชันที่ได้สามารถนำไปประกอบเป็นวงจรมัลติเพล็กซ์ได้ โดยวิธีของลาแกร์ โพลีโนเมียล เนื่องจากทรานสเฟอร์ฟังก์ชันที่ได้จะมีค่ารากของโพลเป็นค่าจริงเท่านั้น จึงง่ายต่อการออกแบบและสร้างวงจร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Project Title Synthesis of Sine-Squared Pulse By using Laguerre Polynomials
Name Miss.Jintana Griwan
 Mr.Amarin Tianprayoon
Project Advisor Assoc.Prof.Prakit Tangtisanon
 Assoc.Prof.Dr.Kanok Jeinjirapongvej
Academic Year 1997

Abstract

This project imply, the approximation of sine squared pulse in time domain by using Laguerre Polynomial, and Pade's Method to compute the initial of the transfer function. In order to optimize with least error, the Bairstow's Method is utilized. Herein, it is shown that an appropriate choosing of poles make it possible to approximate the sine squared pulse response with minimum error. The transfer function can be obtained, and the network circuit with excite sine squared impulse response can be realized. The advantage of Laguerre Polynomial is that it has real poles which make the realized circuits simple and easy to implement.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิติกรรมประกาศ

ปริญญาบัตรฉบับนี้ สำเร็จลงได้ด้วยดีโดยได้รับความช่วยเหลือและคำแนะนำเป็นอย่างดีจาก รศ.ดร. กนก เจนจิระพงศ์เวช ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาที่ดีมาก รวมทั้งอาจารย์ประจำภาควิชาเทคนิคอุตสาหกรรมท่านอื่นๆ ทุกท่าน ที่ให้คำแนะนำทุกครั้งเมื่อเกิดปัญหาขึ้น จึงขอขอบพระคุณอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

ท้ายสุด จึงใคร่ขอกราบขอบพระคุณบิดา-มารดา ที่ช่วยเหลือด้านเงินทุนและเพื่อนร่วมชั้นเรียนทุกท่านที่ให้กำลังใจตลอดมา

นางสาวจินตนา ไกรวัลย์
นายอมรินทร์ เทียนประยูร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อ	
กิตติกรรมประกาศ	
บทที่ 1 บทนำ	1
วัตถุประสงค์	1
เนื้อหาของปริญญานิพนธ์	1
ประโยชน์ที่ได้รับจากปริญญานิพนธ์	2
บทที่ 2 ทฤษฎีทั่วไป	3
เน็คมวีร์กฟังก์ชัน	3
พัลซ์ชายน้กำลังสอง	5
บทที่ 3 การประมาณฟังก์ชันวิธี ลาแกร์ โพลีโนเมียล	13
วิธีพาคเรร์	13
วิธีดีเทอร์มิแนนท์	15
การประมาณฟังก์ชันวิธี ลาแกร์ โพลีโนเมียล	17
ผลจากการประมาณฟังก์ชัน	20
วิธีแบร์ สโตว์	22
ผลจากการประมาณฟังก์ชัน	26
บทที่ 4 การออกแบบและสร้างวงจร	30
การออกแบบและสร้างวงจรด้วยวิธี ลาแกร์ โพลีโนเมียล	30
การออกแบบและสร้างวงจรจริง	31
สรุปและวิจารณ์	37
เอกสารอ้างอิง	
ภาคผนวก	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

การออกแบบวงจรเนคเวิร์กเพื่อให้ได้สัญญาณพัลซ์ชาชน์กำลังสอง ซึ่งมีสมการเป็น $\sin^2(\pi t)/2T$ เนื่องจากพัลซ์ชาชน์กำลังสองดังกล่าว นิยมใช้เป็นสัญญาณทดสอบในการส่งสัญญาณภาพในระบบโทรทัศน การประมาณเนคเวิร์กฟังก์ชันเพื่อให้ได้ผลตอบสนองต่อสัญญาณพัลซ์ชาชน์กำลังสองด้วยวิธี ลากร์ โพลิโนเมียล (Laguerre Polynomial) นั้น เราจะสามารถสร้างวงจรเนคเวิร์กได้ง่ายกว่าวิธีอื่นๆ เนื่องจากทรานสเฟอร์ฟังก์ชันที่ได้จากการประมาณด้วยวิธี ลากร์ โพลิโนเมียลจะมีค่ารากของโพลเป็นค่าจริงเท่านั้น ซึ่งการประมาณเนคเวิร์กฟังก์ชันด้วยวิธีอื่นๆ ค่าโพลส่วนใหญ่จะเป็นค่าคอมเพล็กซ์ และเพื่อหลีกเลี่ยงผลดังกล่าว ในปริญยานิพนธ์นี้จึงได้นำเสนอการประมาณฟังก์ชันในไทม์โดเมนด้วยวิธี ลากร์ โพลิโนเมียล (Laguerre Polynomial) โดยการหาค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ จากวิธีการประมาณพาดร์ (Pade' Approximation) และเพื่อให้ได้ผลตอบสนองของสัญญาณพัลซ์ชาชน์กำลังสองที่ดีที่สุดจึงนำวิธีของแบร์ สโตว์ (Bairstow's Method) มาใช้ในการหาค่าโพลที่เหมาะสม ซึ่งทรานสเฟอร์ฟังก์ชันที่ได้จะสร้างวงจรได้ง่ายกว่าวิธี หลังจากนั้นนำทรานสเฟอร์ฟังก์ชันที่ได้ไปสร้างวงจรเนคเวิร์กต่อไป ซึ่งสามารถสร้างวงจรได้ทั้งแบบพาสซีฟ (Passive) และแบบแอคทีฟ (Active)

1.1 วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาวิธีการทางคณิตศาสตร์และนำมาประยุกต์ใช้ในงานอุตสาหกรรม
2. เพื่อศึกษาแนวทางการประมาณฟังก์ชันในไทม์โดเมน
3. เพื่อศึกษาเทคนิคในการประมาณฟังก์ชันวิธี ลากร์ โพลิโนเมียล
4. เพื่อศึกษาแนวทางการออกแบบวงจรเนคเวิร์กฟังก์ชันอย่างมีประสิทธิภาพ

1.2 เนื้อหาของปริญยานิพนธ์

สำหรับปริญยานิพนธ์นี้ เป็นการประมาณฟังก์ชันพัลซ์ชาชน์กำลังสองในไทม์โดเมน ด้วยการหาค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ โดยวิธีการประมาณพาดร์ และนำค่าที่ได้แทนในทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของลากร์ โพลิโนเมียล หลังจากนั้นนำฟังก์ชันพัลซ์ชาชน์กำลังสองในไทม์โดเมนที่ประมาณได้ไปเปรียบเทียบกับฟังก์ชันพัลซ์ชาชน์กำลังสองทางอุดมคติ และคำนวณค่าผิดพลาดของสัญญาณที่ประมาณได้ และนำทรานสเฟอร์ฟังก์ชันที่ได้ไปหาค่ารากของโพลที่เหมาะสมด้วยวิธี แบร์ สโตว์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และคำนวณค่าผิดพลาด แล้วนำมาเปรียบเทียบกับฟังก์ชันพัลซ์ชาชนกำลังสองทางอุดมคติ เพื่อให้ได้รูปสัญญาณที่ใกล้เคียงกับรูปสัญญาณทางอุดมคติและมีค่าผิดพลาดน้อยที่สุดด้วยเช่นกัน และท้ายสุดนำทรานสเฟอร์ฟังก์ชันที่ได้ไปออกแบบวงจรเน็คเวิร์กฟังก์ชันเพื่อสร้างสัญญาณพัลซ์ชาชนกำลังสองเพื่อใช้งานจริง

ในบทที่ 2 กล่าวถึงผลตอบสนองของเน็คเวิร์กฟังก์ชัน ทฤษฎีพัลซ์ชาชนกำลังสองที่ใช้ในการตรวจสอบข้อบกพร่องของระบบการส่งสัญญาณโทรทัศน์

ในบทที่ 3 กล่าวถึงการประมาณฟังก์ชันพัลซ์ชาชนกำลังสองด้วยวิธี ลาแกร์ โพลีโนเมียล การหาค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ ด้วยวิธีการประมาณพาดอร์ จากนั้นคำนวณค่าผิดพลาดของพัลซ์ชาชนกำลังสองที่ประมาณได้ และแสดงผลตอบสนองของฟังก์ชันที่ประมาณได้ กำหนดค่าโพลที่เหมาะสมด้วยวิธีแบร์ สตอว์ จากการประมาณทรานสเฟอร์ฟังก์ชันด้วยลาแกร์ โพลีโนเมียล จากนั้นคำนวณค่าผิดพลาดของพัลซ์ชาชนกำลังสองที่ประมาณได้ และแสดงผลตอบสนองของฟังก์ชันที่ประมาณได้

ในบทที่ 4 เป็นออกแบบวงจรเน็คเวิร์กจากทรานสเฟอร์ฟังก์ชันที่ได้ การสเกลค่าอุปกรณ์ทางขนาด (Magnitude Scaling) การสเกลค่าอุปกรณ์ทางความถี่ (Frequency Scaling) และในท้ายสุดเป็นผลตอบสนองจากการสร้างพัลซ์ชาชนกำลังสองเพื่อใช้งานจริง

บทสุดท้าย สรุปผลที่ได้จากการทำปริญญานิพนธ์นี้ และข้อเสนอแนะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้มีประสิทธิภาพต่อไป

ภาคผนวก เป็นรายละเอียดของโปรแกรมทั้งหมดที่ใช้ในการคำนวณค่าผลลัพธ์ต่างๆ ซึ่งสามารถแสดงได้ทาง จอแสดง (Monitor) เครื่องพิมพ์ (Printer)

1.3 ประโยชน์ที่ได้รับจากปริญญานิพนธ์

1. สามารถนำไปใช้ในการประมาณฟังก์ชันในไทม์ โดเมนและให้ผลตอบสนองต่อสัญญาณอิมพัลซ์ใกล้เคียงกับคุณลักษณะที่ต้องการทางอุดมคติ
2. สามารถนำไปใช้ในการประมาณฟังก์ชันในเฟรควเอนซ์โดเมน เพื่อให้ได้คุณลักษณะทางขนาดใกล้เคียงกับคุณลักษณะที่ต้องการได้
3. การประมาณฟังก์ชันโดยวิธีลาแกร์ โพลีโนเมียล สามารถที่จะวิเคราะห์ ตรวจสอบผลตอบสนองต่อสัญญาณอิมพัลซ์จนเป็นที่พอใจได้ แล้วจึงทำการสร้างวงจรเน็คเวิร์กเพื่อใช้งานจริง

บทที่ 2 ทฤษฎีทั่วไป

2.1 เน็คเวิร์กฟังก์ชัน

การออกแบบวงจรใดๆ เพื่อให้ผลตอบสนองตามที่ต้องการจะทำได้โดยหาเน็คเวิร์กฟังก์ชันของวงจรเทียบกับฟังก์ชันที่ต้องการในอุดมคติ ซึ่งค่าที่ได้จะต้องใกล้เคียงกับฟังก์ชันในทางอุดมคติมากที่สุด เช่น การออกแบบวงจรกรองความถี่ต่ำจะต้องให้เน็คเวิร์กฟังก์ชันที่ได้ยอมให้สัญญาณความถี่ในย่านผ่านออกไปได้ทั้งหมดโดยไม่มีการสูญเสียหรือผิดเพี้ยน และสามารถกำจัดสัญญาณในย่านความถี่ที่ไม่ต้องการได้ทั้งหมดโดยสิ้นเชิง ซึ่งวงจรใดๆ สามารถแทนได้เฉพาะฟังก์ชันที่อยู่ในรูปของเศษส่วนโพลิโนเมียลเท่านั้น จึงจำเป็นต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับผลตอบสนองชนิดต่างๆ ของฟังก์ชันแบบนี้ ซึ่งผลตอบสนองของเน็คเวิร์กฟังก์ชันต่อความถี่ที่สำคัญได้แก่

- ผลตอบสนองทางขนาด (Magnitude Response)
- ผลตอบสนองทางเฟส (Phase Response)

ผลตอบสนองทั้งสองชนิดนี้จะถูกพิจารณาเปรียบเทียบกับความถี่ของสัญญาณอินพุตที่มีการเปลี่ยนแปลง เน็คเวิร์กโดยทั่วไปสามารถเขียนเป็นทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันในรูปโพลิโนเมียลได้คือ

$$T(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad (2.1)$$

โดยที่ $N(s)$ และ $D(s)$ เป็นโพลิโนเมียลของเศษและโพลิโนเมียลของส่วนตามลำดับ

m เป็นลำดับของโพลิโนเมียลเศษ และ n เป็นลำดับของโพลิโนเมียลส่วน โดยที่ $n \geq m$

a และ b เป็นตัวเลขสัมประสิทธิ์ที่เป็นจำนวนจริง

s เป็นตัวแปรความถี่เชิงซ้อน (Complex-Frequency Variable)

และจากสมการ (2.1) สามารถแยกตัวประกอบได้เป็น

$$T(s) = K \frac{(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_m)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_n)} \quad (2.2)$$

$$T(s) = K \frac{\prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\prod_{j=1}^n (s - p_j)}$$

โดยที่ K เป็นอัตราขยายซึ่งมีค่าคงที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

z_i เป็นตำแหน่งซีโรอันดับที่ i

p_j เป็นตำแหน่งโพลอันดับที่ j

เมื่อพิจารณาผลตอบสนองทางความถี่ของเน็คเวิร์ก โดยสมมติป้อนสัญญาณอินพุตเป็นรูปซายน์และเน็คเวิร์กเป็นแบบลิเนียร์ ผลตอบสนองของวงจรในสภาวะเสถียรของสัญญาณรูปซายน์ซึ่ง s มีค่าเท่ากับ $j\omega$ ดังนั้นสมการ (2.2) จะได้เป็น

$$T(j\omega) = K \frac{(j\omega - z_1)(j\omega - z_2) \dots (j\omega - z_m)}{(j\omega - p_1)(j\omega - p_2) \dots (j\omega - p_n)} \quad (2.3)$$

เมื่อพิจารณาแฟคเตอร์ $(j\omega - s_i)$ โดยให้ s_i เป็นซีโร คือ $s_i = z_i$ หรือเป็นโพล คือ $s_i = p_i$ ซึ่งค่า s_i เป็นตัวเลขเชิงซ้อนที่สมมติให้

$$s_i = \alpha_i + j\beta_i$$

ค่าแฟคเตอร์ $(j\omega + s_i)$ จะได้เป็น

$$-\alpha_i + j(\omega - \beta_i) = M_i e^{j\theta_i} \quad (2.4)$$

$$\text{เมื่อ } M_i = \sqrt{\alpha_i^2 + (\omega - \beta_i)^2}$$

$$\theta_i = \tan^{-1} \frac{\omega - \beta_i}{-\alpha_i}$$

ฉะนั้นสมการ (2.3) สามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$\begin{aligned} T(j\omega) &= K \frac{M_{z1} e^{j\theta_{z1}} M_{z2} e^{j\theta_{z2}} \dots M_{zm} e^{j\theta_{zm}}}{M_{p1} e^{j\theta_{p1}} M_{p2} e^{j\theta_{p2}} \dots M_{pn} e^{j\theta_{pn}}} \\ &= K \frac{M_{z1} M_{z2} \dots M_{zm}}{M_{p1} M_{p2} \dots M_{pn}} e^{j(\theta_{z1} + \theta_{z2} + \dots + \theta_{zm} - \theta_{p1} - \theta_{p2} - \dots - \theta_{pn})} \\ &= M(\omega) e^{j\theta(\omega)} \end{aligned} \quad (2.5)$$

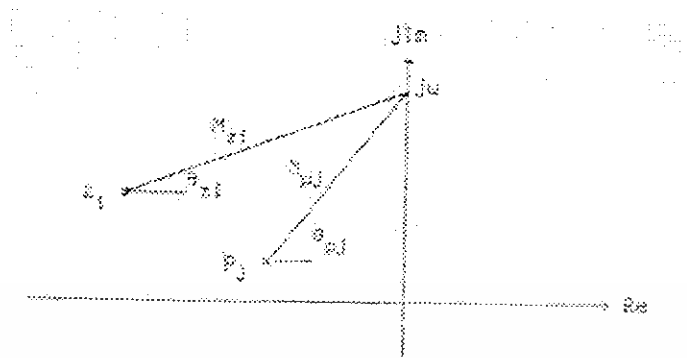
เมื่อ $M(\omega)$ เป็นขนาดของ $T(j\omega)$

$\theta(\omega)$ เป็นเฟสของ $T(j\omega)$

ใน S-Plane ค่าของแฟคเตอร์ $(j\omega - z_i)$ สามารถแสดงด้วยเวกเตอร์จาก z_i ไปยัง $j\omega$ และแฟคเตอร์ $(j\omega - p_j)$ สามารถแสดงด้วยเวกเตอร์จาก p_j ไปยัง $j\omega$ ดังนั้นสามารถเขียนเวกเตอร์ซึ่งแสดงขนาดและเฟสได้ดังรูปที่ 2.1

จากสมการ (2.5) และรูปที่ 2.1 จะเห็นว่าผลตอบสนองทางขนาด $M(\omega)$ คือค่าของ K คูณกับผลคูณของขนาดของเวกเตอร์ที่ลากจากตำแหน่งซีโรไปยังความถี่ ω บนแกนจินตภาพ M_z หารด้วยผลคูณของขนาดของเวกเตอร์ที่ลากจากตำแหน่งโพลไปยังความถี่ ω บนแกนจินตภาพ สำหรับผลตอบสนองเฟส $\theta(\omega)$ คือผลรวมของมุมเวกเตอร์ของซีโร θ_{z_i} ลบด้วยผลรวมของมุมเวกเตอร์ของโพล θ_{p_j}

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.1 แสดงเวกเตอร์ของซีโรและโพลใน S-Plane

ผลตอบสนองของกรุปดีเลย์ (Group Delay) ได้จากการพิจารณาสัญญาณไทม์โดเมน (Time Domain) โดยแสดงให้อยู่ในรูปของเฟรควเอนซีโดเมน (Frequency Domain) เช่นเดียวกับผลตอบสนองทางขนาดและเฟส โดยสมมติสัญญาณอินพุต V_1 ป้อนไปยังเน็คเวิร์กที่มีค่ากรุปดีเลย์เท่ากับ D วินาที ดังนั้นสัญญาณทางเอาต์พุต V_2 จะได้เป็น

$$V_2(t) = V_1(t - D) \quad (2.6)$$

เนื่องจากสัญญาณใดๆ เกิดจากองค์ประกอบของสัญญาณรูปไซน์เสมอ ฉะนั้นสัญญาณอินพุตจะได้

$$V_1 = A \sin(\omega t + \phi) \quad (2.7)$$

จากสมการ (2.6) จะได้เอาต์พุตคือ

$$V_2 = A \sin[\omega(t - D) + \phi]$$

หรือ

$$V_2 = A \sin[\omega t - \omega D + \phi] \quad (2.8)$$

จากสมการ (2.7) และ (2.8) จะเห็นได้ว่าสัญญาณอินพุตและเอาต์พุตมีเฟสต่างกันคือ

$$\theta = -\omega D \quad (2.9)$$

ฟังก์ชันของกรุปดีเลย์จะได้ออกจากการหาอนุพันธ์ของสมการ (2.9) เทียบกับ ω จะได้

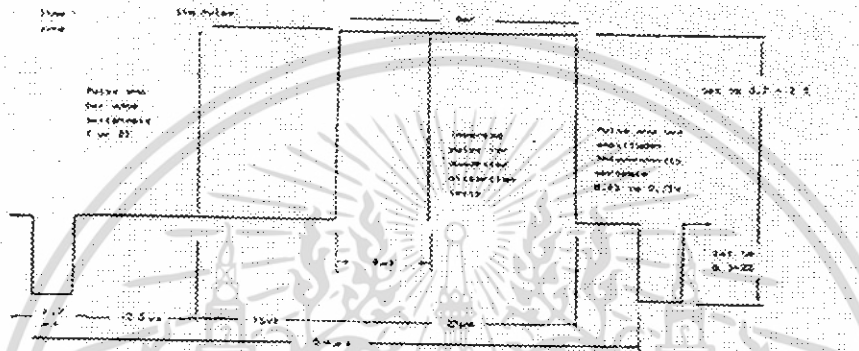
$$D = -\frac{d\theta}{d\omega} \quad (2.10)$$

2.2 ทฤษฎีพัลซ์ชาน์กำลังสอง

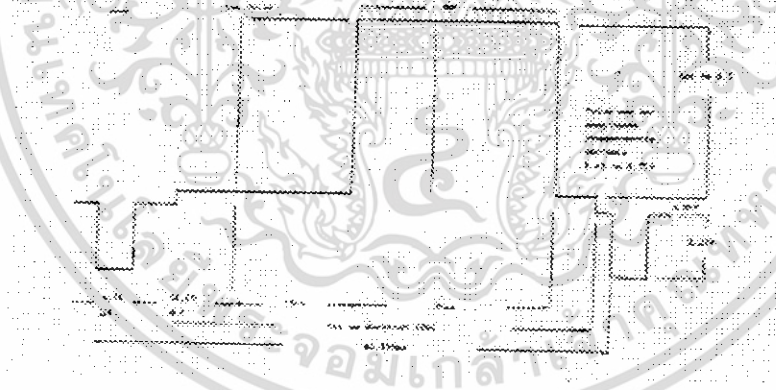
พัลซ์ชาน์กำลังสองเป็นที่นิยมในการใช้ตรวจสอบข้อบกพร่อง ซึ่งอาจจะเกิดขึ้นในระบบโทรทัศนส์ พัลซ์ดังกล่าวนี้อาจจะเป็นแบบ T หรือ 2T สำหรับตรวจสอบโทรทัศนส์ขาว-ดำและแบบมอดูเลท 20T ใช้ในการตรวจสอบโทรทัศนส์สี วิธีการตรวจสอบระบบใดๆ ทำได้โดยการป้อนเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พัลส์ชาน์กำลังสองให้กับระบบนั้นๆ แล้วสังเกตการตอบสนองต่างๆ ของระบบดังกล่าวคือ การตอบสนองทางขนาด (Amplitude Response) และการตอบสนองทางความถี่ (Phase Response)

รูปลักษณะคลื่นชาน์กำลังสอง ช่วงความกว้างของพัลส์ที่ใช้ทดสอบมีการกำหนดขนาดของพัลส์ในช่วงตรงกลาง เช่น ขนาดความกว้างของพัลส์ช่วงตรงกลาง HAD (Half Amplitude Duration) และเมื่อกำหนดให้ HAD เป็นสัญญาณชาน์กำลังสองของ T ช่วงความถี่ของพัลส์นี้คือ $f = 1/T$

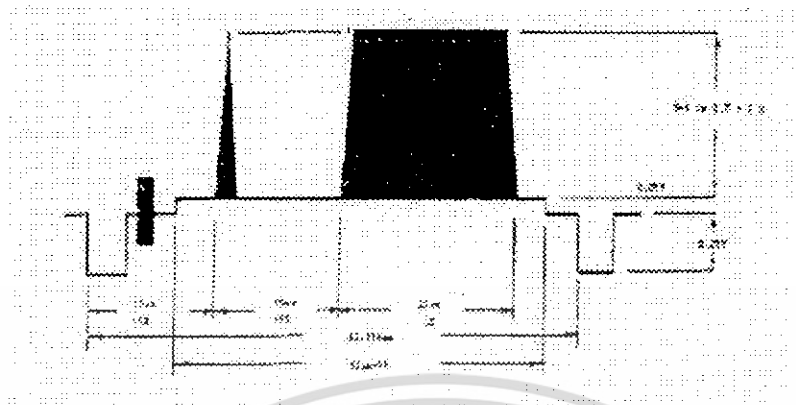


รูปที่ 2.2 รูปลักษณะของสัญญาณพัลส์ชาน์กำลังสองและบาร์ในระบบ 625 เส้น

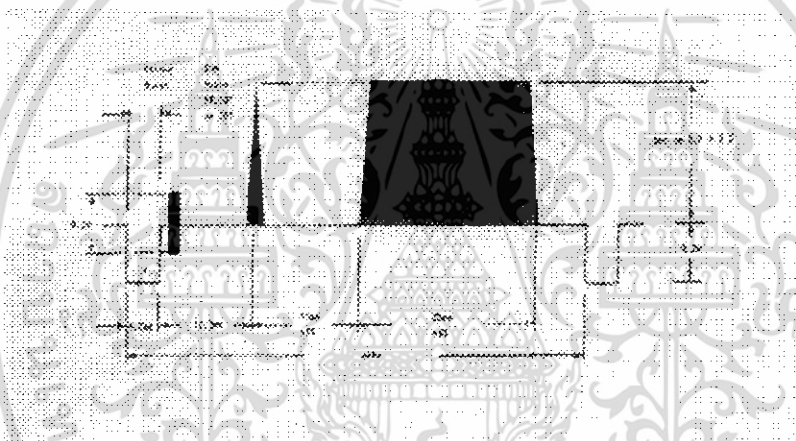


รูปที่ 2.3 รูปลักษณะของสัญญาณพัลส์ชาน์กำลังสองและบาร์ในระบบ 525 เส้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.4 รูปลักษณะสัญญาณมอดูเลทพัลซ์ซายน์กำลังสองและบาร์ในระบบ 625 เส้น



รูปที่ 2.5 รูปลักษณะสัญญาณมอดูเลทพัลซ์ซายน์กำลังสองและบาร์ในระบบ 525 เส้น

ถ้าสัญญาณพัลซ์ซายน์กำลังสองมี HAD เท่ากับ T เราเรียกพัลซ์ดังกล่าวว่า T พัลซ์ ถ้าพัลซ์นั้นมีความกว้างเป็น 2 เท่าเราเรียกว่า 2T พัลซ์ และถ้ากว้างเป็นครึ่งหนึ่งเราเรียกว่า 1/2T พัลซ์

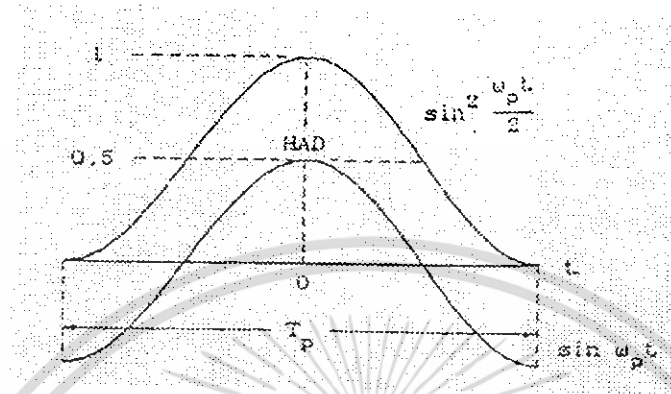
โดยที่สำหรับระบบ NTSC 2T pluse มี HAD = 0.25 μ s

 T pluse มี HAD = 0.125 μ s

 1/2 T pluse มี HAD = 0.063 μ s

การใช้พัลซ์ซายน์กำลังสองนั้นจำเป็นต้องเข้าใจถึงคุณลักษณะพิเศษของความถี่ใกล้จุดตัดออฟและพัลซ์บาร์ (Bar) ซึ่งเป็นตัวกำหนดย่านความถี่ช่วงต่ำและตรงกลาง ในทางปฏิบัติจะใช้ 2T พัลซ์, T พัลซ์, 1/2T พัลซ์ เมื่อต้องการตรวจสอบอุปกรณ์โทรทัศน์ขนาดความถี่ 4 MHz เช่น เครื่องบันทึกภาพ (VTR), อุปกรณ์โทรทัศน์ขนาด 8 MHz และอุปกรณ์โทรทัศน์ที่มีความถี่สูงกว่าตามลำดับ ส่วนพัลซ์บาร์ได้ออกแบบเพื่อให้ตรวจสอบได้โดยใช้มอโนเตอร์เมื่อความถี่ช่วงตรงกลางมีเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การขยายไม่ดีจะเกิดภาพมัวหรือเป็นริ้วยาวๆ ดังนั้นพัลซ์บาร์จึงมีประโยชน์มากในการกำหนดคุณลักษณะพิเศษของย่านความถี่ช่วงตรงกลาง



รูปที่ 2.6 แสดงลักษณะของพัลซ์ชาน์กำลังสอง

สมการของพัลซ์ชาน์กำลังสองที่แสดงในรูปที่ 2.6 คือ

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\sin^2 \frac{\omega_p t}{2}}{2} \\ \frac{1}{2} [1 - \cos \omega_p t] \end{cases} \quad (2.11)$$

โดยที่ $\omega_p = 2\pi f_p = 2\pi \frac{1}{T_p}$

เมื่อ T_p เป็นช่วงเวลาความกว้างของพัลซ์

ส่วนสำคัญสำหรับสัญญาณทดสอบพัลซ์ชาน์กำลังสอง ก็คือ ช่วงเวลาที่ครึ่งหนึ่งของแอมพลิจูด (T) จะมีค่าเท่ากับ 1/2 ของช่วงเวลาของพัลซ์ (T_p) ดังนั้น

$$\omega_p = \frac{2\pi}{T_p} = \frac{2\pi}{2T} = \frac{\pi}{T} \quad (2.12)$$

โดยที่ $f_p = \frac{1}{2T}$

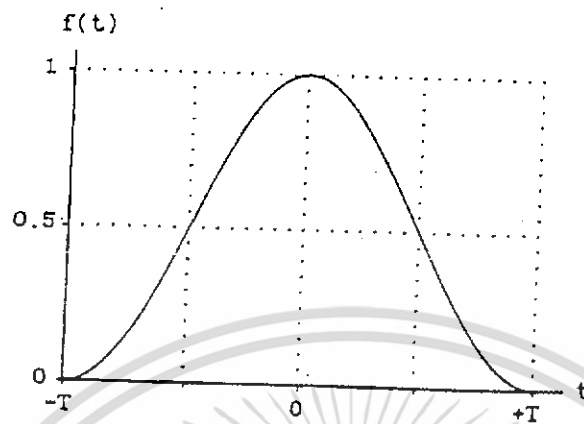
ตัวอย่างเช่นในระบบ NTSC สำหรับ T พัลซ์จะมีค่า 0.125 μ s โดยมีสเปคตรัมกว้าง 8 MHz และ 2T พัลซ์จะมีค่า 0.25 μ s ซึ่งจะมีสเปคตรัมกว้าง 4 MHz ส่วนในระบบ PAL 2T พัลซ์จะมีค่า 0.2 μ s ซึ่งควมย่านความถี่สเปคตรัม 5 MHz

แทนค่า ω_p จากสมการ (2.12) ลงในสมการ (2.11) จะได้

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\sin^2 \frac{\pi t}{2T}}{2T} \\ \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi t}{T} \right) \end{cases} \quad |t| \leq T \quad (2.13)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (2.13) สามารถเขียนเป็นพัลส์ชานน์กำลังสองได้ดังรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 แสดงพัลส์ชานน์กำลังสองแบบ T พัลส์

พัลส์ชานน์กำลังสองมีสมการคือ

$$A_T(t) = \begin{cases} A \sin^2 \frac{\pi t}{2T} & |t| \leq T \\ 0 & |t| > T \end{cases} \quad (2.14)$$

โดยที่ A เป็นแอมพลิจูดของพัลส์

T เป็นช่วงเวลากึ่งหนึ่งของแอมพลิจูดเฉลี่ยของแบบ T พัลส์

ฟูเรียร์ทรานสฟอร์ม

$$A_T(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A_T(t) e^{-j\omega t} dt$$

พัลส์ชานน์กำลังสองเป็นจำนวนคู่ดังนั้น

$$A_T(\omega) = 2 \int_0^{\infty} A_T(t) \cos \omega t dt \quad (2.15)$$

แทนค่าสมการ (2.14) ลงในสมการ(2.15) จะได้

$$A_T(\omega) = 2 \int_0^T A \sin^2 \frac{\pi t}{2T} \cos \omega t dt$$

ซึ่งจะได้ฟรีควเอนซ์สเปกตรัมของแบบ T พัลส์ ดังนี้

$$A_T(f) = AT \frac{\sin 2\pi fT}{2\pi fT} \left(\frac{1}{1 - (2fT)^2} \right) \quad (2.16)$$

ในทำนองเดียวกันฟรีควเอนซ์สเปกตรัมของแบบ 2T คือ

$$A_{2T}(f) = A_{2T} \frac{\sin 4\pi fT}{4\pi fT} \left(\frac{1}{1 - (4fT)^2} \right) \quad (2.17)$$

ฟรีควเอนซ์สเปกตรัมตามอุดมคติของแบบ T พัลส์และ 2T พัลส์ กำหนดได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$A_T(f) = \frac{1}{1-(2Tf)^2} \frac{\sin 2\pi Tf}{2\pi Tf} \quad (2.18)$$

$$A_{2T}(f) = \frac{1}{1-(4Tf)^2} \frac{\sin 4\pi Tf}{4\pi Tf} \quad (2.19)$$

เอ็นวีโกลฟรีควเอนซ์สเปคตรัมของแบบ T พัลซ์และ 2T พัลซ์ แสดงดังรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 ฟรีควเอนซ์สเปคตรัมตามอุดมคติของ T พัลซ์และ 2T พัลซ์

ในกรณีของฟรีควเอนซ์สเปคตรัมแบบ T พัลซ์ Periodic Sequence ของพัลซ์ชานี้กำลังสอง
คือ

$$A_T(t) = \begin{cases} A \sin^2 \frac{\pi t}{2T} & 0 < t < 2T \\ 0 & 2T < t < H \end{cases} \quad (2.20)$$

โดยที่ A เป็นขนาดของ T พัลซ์

H เป็นช่วงเวลาของเส้นสแกนตามแนวนอนมีขนาดเท่ากับ 64 μ s

$$\text{ซึ่ง} \quad |A_T(f)| = A \frac{2T}{H} \frac{1}{1-(2Tf)^2} \frac{\sin 2\pi Tf}{2\pi Tf} \quad (2.21)$$

$$\text{และ} \quad |A_T(0)| = A \frac{2T}{H} \lim_{f \rightarrow 0} \left(\frac{1}{1-(2Tf)^2} \frac{\sin 2\pi Tf}{2\pi Tf} \right) \quad (2.22)$$

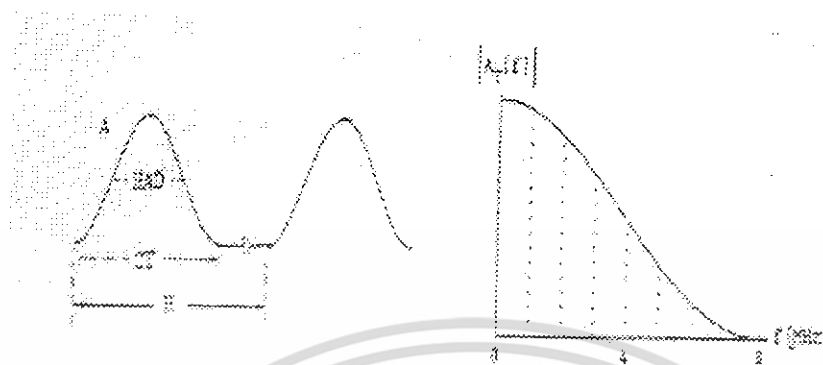
ให้ $A_T(0) = 1$ เพื่อความสะดวกแทนค่า $T = 0.125 \mu$ s , $H = 64 \mu$ s จะได้

$$|A_T(0)| = A \frac{2 \times 0.125}{64} = 0.0039A$$

อัตราขยาย (dB) จะได้

$$20 \log \frac{A_T(0)}{A} = 20 \log 0.0039 = -48 \text{ dB}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.10 Periodic Pulse Train ของ T พัลส์และสเปกตรัม

ดังนั้นพรีควีนซีสเปกตรัมของ T พัลส์ได้จากการหาค่า $A_T(f)$ กับความถี่ (f) MHz โดยใช้จำนวนเดซิเบลที่อ้างถึงกับขนาดของ A ดังนี้

$$\text{ขนาดของ T พัลส์} \quad |A_T(f)| = 0.0039A \frac{1}{1 - (2Tf)^2} \frac{\sin 2\pi Tf}{2\pi Tf}$$

$$\frac{|A_T(f)|}{A} = 0.0039 \frac{1}{1 - (2Tf)^2} \frac{\sin 2\pi Tf}{2\pi Tf}$$

ในทำนองเดียวกันเอ็นวิโลปของพรีควีนซีสเปกตรัมของ 2T พัลส์เป็น dB หาได้คือ

$$\frac{|A_{2T}(f)|}{A} = 0.00781 \frac{1}{1 - (4Tf)^2} \frac{\sin 4\pi Tf}{4\pi Tf}$$

$$\lim_{f \rightarrow 0} \frac{|A_{2T}(f)|}{A} = -24 \text{ dB}$$

ในการส่งสัญญาณซึ่งมีความถี่ย่านกว้าง 5 MHz จากการทดลองต่างๆ ไป พัลส์ทดสอบที่เหมาะสมจะต้องมีความถี่ 5 MHz กำหนดพัลส์ในเทอมของฮาล์ฟแอมพลิจูดเดชั่น (Half Amplitude Duration, T) ความสัมพันธ์ระหว่างย่านความกว้าง ความถี่และ T กำหนดได้คือ $f = 1/(2T)$ พัลส์บาร์ที่นำมาทดสอบจะมีส่วนเกินย่านที่ต้องการ ซึ่งเป็นเหตุหนึ่งของการเกิด Overshoot, Ringing และ Phase Shift ซึ่งธรรมชาติจะไม่เกิดขึ้นในการสื่อสารด้วยภาพ ไม่เพียงแต่พัลส์ชาน์นกำลังสองที่นำมาทดสอบจะอยู่ในช่วงความถี่ที่เหมาะสม แต่มันจะทำงานได้ดีกว่าดังเช่น ในการทดสอบด้วยระบบเดียวกันเมื่อใช้พัลส์บาร์ทดสอบจะเกิด Overshoot 8.9 % และเมื่อใช้พัลส์ชาน์นกำลังสองจะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เกิด Overshoot 13% ซึ่งแสดงให้เห็นว่าพัลส์ชาวน์กำลังสองมีความไวต่อการทดสอบมากกว่าพัลส์บาร์



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

การประมาณฟังก์ชันด้วย ลากแยร์ โพลีโนเมียล

การประมาณฟังก์ชันในขอบข่ายเวลาเพื่อให้ได้เน็คเวิร์กฟังก์ชันที่ตอบสนองต่อสัญญาณอิมพัลส์ (Impulse Response) ซึ่งต้องอาศัยรูปแบบวิชาทางคณิตศาสตร์ เช่น Calculus, Matrix, Laplace Transform, Differential Equation เป็นต้น โดยในบทนี้จะใช้เทคนิคการประมาณฟังก์ชันโดยใช้วิธี ลากแยร์ โพลีโนเมียล (Laguerre Polynomial) ซึ่งใช้การประมาณของพหุคูณ (Pade' Approximation) ช่วยในการคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ในเทอมของตัวแปรต่างๆ สำหรับเน็คเวิร์กฟังก์ชันที่ให้ผลตอบสนองในขอบข่ายเวลานั้น วิธีการประมาณพหุคูณนี้เราไม่จำเป็นต้องทราบค่าสัมประสิทธิ์ของเน็คเวิร์กฟังก์ชันมาก่อนก็สามารถออกแบบการประมาณฟังก์ชันได้ และใช้วิธีของ แบร์ สโตว์ ในการกำหนดค่าตำแหน่งโพลเริ่มต้นที่เหมาะสมให้แก่เน็คเวิร์กฟังก์ชัน หลังจากได้ค่าสัมประสิทธิ์ทุกตัวแล้วจึงแปลงกลับไปยังลากแยร์โพลีโนเมียล เพื่อนำไปสร้างวงจรเน็คเวิร์กต่อไป โดยการประมาณฟังก์ชันที่ได้จะมีผลตอบสนองในขอบข่ายเวลาใกล้เคียงกับฟังก์ชันทางอุดมคติ

3.1 Pade' Approximation

ถ้ากำหนดฟังก์ชัน $H(s)$ เป็นการวิเคราะห์ที่จุดออริจิน เราสามารถนำเสนอใหม่ได้โดยอนุกรมกำลังที่จุดออริจิน อนุกรมกำลังนี้เป็นการแสดงในรูปแบบของอนุกรมเทเลอร์ ดังนั้นฟังก์ชันเศษส่วนในอนุกรมเทเลอร์จะเหมือนกันกับฟังก์ชัน $H(s)$ และฟังก์ชันเศษส่วนนี้เรียกว่าการประมาณแบบพหุคูณ (Pade' Approximation) ของ $H(s)$ โดยปกติค่าคงที่ของการประมาณแบบพหุคูณ จะขึ้นอยู่กับกำลังของจำนวนเศษและกำลังของส่วนของโพลีโนเมียล

จากอนุกรมเทเลอร์ กำหนดให้

$$H(s) = h_0 + h_1 s + h_2 s^2 + \dots + h_k s^k + \sum_{i=k+1}^{\infty} h_i s^i \quad (3.1)$$

ซึ่งตรงกับรูปแบบการประมาณฟังก์ชัน คือ

$$\frac{P_{mn}(s)}{Q_{mn}(s)} = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_m s^m}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_n s^n} = (m, n) \quad (3.2)$$

กำลังของการประมาณแบบพหุคูณ m, n จะกำหนดเป็น (m, n) แม้ว่าจะมีค่าคงที่ $(m+n+2)$ ใน (m, n) และ $m+n+1$ ของค่าเหล่านั้นจะเป็นอิสระต่อกันเท่านั้น เพราะค่าคงที่ $m+n+2$ ที่กำหนดจะไม่คำนึงถึงการสูญเสียที่เกิดขึ้นต่างๆ ดังนั้นถ้า $P_{mn}(s)/Q_{mn}(s)$ เป็นการประมาณของ $H(s)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในรูปแบบของอนุกรมเทเลอร์ ซึ่งเทอมแรก $m+n+1$ จะเหมือนกันกับ $H(s)$ ทุกอย่าง ดังนั้นฟังก์ชันเศษส่วนจึงหาค่าได้ ถ้า P_{mn} และ Q_{mn} คือ

$$H(s)Q_{mn}(s) - P_{mn}(s) = \sum_{i=m+n+1}^{\infty} h_i s^i \quad (3.3)$$

เมื่อ

$$\frac{P_{mn}(s)}{Q_{mn}(s)} \quad (3.4)$$

เป็นการประมาณแบบพหุคูณ (m,n) มันจะไม่สำคัญถ้าเป็น a's และ b's ในการหา P_{mn} และ Q_{mn} แม้ว่าจะมีการพัฒนาของจุดออริจินที่เลือกเป็นจุดอ้างอิงในอนุกรมเทเลอร์ จุดอ้างอิงนี้สามารถชิฟ (Shift) ไปยังจุดอื่นๆ ใน s-Plane ได้โดยการทรานสฟอร์มแบบง่ายๆ และสามารถกำหนดได้ว่าการประมาณแบบพหุคูณและการกำหนดฟังก์ชันจะมีการนำเอาเทอมของอนุกรมเทเลอร์มาแสดงเหมือนกัน ทั้งสองฟังก์ชันจะเคลื่อนเข้าใกล้จุดออริจินมาก การประมาณจะให้ฟังก์ชันที่ใกล้เคียงกันมากที่สุด การประมาณที่จุดไกลออกไปจากจุดออริจินจะทำได้ยาก

ในการมองการประมาณแบบพหุคูณจะกำหนดฟังก์ชันในการพิจารณาในรูปของ $H(s)$ และความยาวของอนุกรมเทเลอร์ในวงกลมหนึ่งหน่วยจะถูกทำเป็นศูนย์กลางที่จุดออริจิน ฟังก์ชัน $1, s, s^2, \dots, s^k$ แทน $s = e^{j\theta}$ ที่มีความยาวออร์ทอกอนอล (Orthogonal) วงกลมหนึ่งหน่วยในตัวแปร θ เมื่อ

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left(s^{\alpha} \cdot \frac{1}{s^{\beta}} \right) \Big|_{s=e^{j\theta}} d\theta = \int_{-\pi}^{\pi} e^{j(\alpha-\beta)\theta} d\theta = 2\pi \cdot \begin{cases} \alpha = \beta \\ = 0 \cdot \alpha \neq \beta \end{cases} \quad (3.5)$$

ถ้าขณะ $H(s)$ ถูกประมาณความยาวเส้นทางคอนทัวร์ (Contour) โดยอนุกรม

$$\hat{H}(s) = d_0 + d_1 s + d_2 s^2 + \dots + d_k s^k + \dots \quad (3.6)$$

เมื่อเส้นทางคอนทัวร์ C เป็นวงกลมหนึ่งหน่วย ซึ่งการแสดงนี้จะเป็นที่ยอมรับในการใช้ในการแสดงอนุกรมเทเลอร์ที่จุดออริจิน ดังนั้นสามารถพูดได้ว่าการนำอนุกรมเทเลอร์ที่จุดออริจินมาใช้จะให้การประมาณที่ดีที่สุดเมื่อวงกลมหนึ่งหน่วยแสดงด้วยออร์ทอกอนอลฟังก์ชัน (Orthogonal Function) $1, s, s^2, \dots, s^k$

ทั้ง $H(s)$, $\hat{H}(s)$ และ (m,n) จะใช้การแสดงผลของอนุกรมเทเลอร์เหมือนกันหรืออาจจะพูดได้ว่าการประมาณแบบพหุคูณของฟังก์ชันจะให้การประมาณค่าที่ดีที่สุดสำหรับฟังก์ชันใน least-mean-square-error เมื่อจุดศูนย์กลางของวงกลมหนึ่งหน่วยอยู่ที่จุดออริจิน

3.2 Determinant Method

จากสมการ (3.2) เราให้

$$a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_m s^m \equiv (h_0 + h_1 s + h_2 s^2 + \dots + h_{m+n} s^{m+n}) (b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_n s^n) \quad (3.7)$$

และค่าคงที่ของทั้งสองข้างของสมการ(3.7) ผ่าน s^{m+n} ในที่นี้จะให้ $a_i = 0$ เมื่อ $m+1 \leq i \leq m+n$ เราอาจจะเขียนใหม่โดยแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม คือ

$$\begin{aligned} a_0 &= h_0 b_0 \\ a_1 &= h_1 b_0 + h_0 b_1 \\ &\vdots \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} a_m &= h_m b_0 + h_{m-1} b_1 + \dots + h_0 b_m \\ 0 &= h_{m+1} b_0 + h_m b_1 + \dots + h_{m-n+2} b_{n-1} + h_{m-n+1} b_n \\ 0 &= h_{m+2} b_0 + h_{m+1} b_1 + \dots + h_{m-n+3} b_{n-1} + h_{m-n+2} b_n \\ &\vdots \\ 0 &= h_{m+n} b_0 + h_{m+n-1} b_1 + \dots + h_{m+1} b_{n-1} + h_m b_n \end{aligned} \quad (3.9)$$

และเราสมมติว่า $h_i = 0$ ถ้า $i < 0$ ดังนั้นเราสามารถหาค่าของ b_1, b_2, \dots, b_n จากสมการ(3.9)ในเทอมของ h 's และ b_0 ซึ่งค่า b_0 เราอาจจะกำหนดขึ้นมาก็ได้ ดังนั้นค่า b 's เหล่านี้เราจะนำไปแทนในสมการ (3.8)เพื่อให้ได้ค่า a 's จากสมการ (3.8)จะได้

$$b_k = -\frac{b_0}{\Delta_{mn}} \begin{vmatrix} h_m & h_{m-1} & \dots & h_{m-k+2} & h_{m+1} & h_{m-k} & h_{m-n+1} \\ h_{m+1} & h_m & \dots & h_{m-k+3} & h_{m+2} & h_{m-k+1} & h_{m-n+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{m+n-1} & h_{m+n-2} & \dots & h_{m-k+n+1} & h_{m+n} & h_{m-k+n-1} & h_m \end{vmatrix} \quad (3.10)$$

$$\Delta_{mn} = \begin{vmatrix} h_m & h_{m-1} & \dots & h_{m-k+2} & h_{m+1} & h_{m-k} & h_{m-n+1} \\ h_{m+1} & h_m & \dots & h_{m-k+3} & h_{m+2} & h_{m-k+1} & h_{m-n+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{m+n-2} & h_{m+n-3} & \dots & h_{m-k+n} & h_{m-k+n-1} & h_{m-k+n-1} & h_{m-l} \\ h_{m+n-1} & h_{m+n-2} & \dots & h_{m-k+n+1} & h_{m+n} & h_{m-k+n-1} & h_m \end{vmatrix} \quad (3.11)$$

เมื่อ $\Delta_{mn} \neq 0$ ขณะนี้เราอาจจะเลือก $b_0 = \Delta_{mn}$ เพื่อให้ง่ายขึ้น และจากสมการ (3.10)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$b_k = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_{m-k+1} & h_m & h_{m-1} & \dots & h_{m-k+2} & h_{m+1} & h_{m-k} & h_{m-n+1} \\ h_{m-k+2} & h_{m+1} & h_m & \dots & h_{m-k+3} & h_{m+2} & h_{m-k+n+1} & h_{m-n+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{m-k+n} & h_{m+n-1} & h_{m+n-2} & \dots & h_{m-k+n+1} & h_{m+n} & h_{m-k+n-1} & h_m \end{vmatrix} \quad (3.12)$$

ดีเทอร์มิแนนต์ในสมการ (3.12) เป็น $(n+1) \times (n+1)$ และค่าที่ได้จะเหมือนกับสมการ(3.10) ด้วยค่า $b_0 = \Delta_{mn}$ การเพิ่มคอลัมน์ที่จะไม่ทำให้ค่าของขอบเขตดีเทอร์มิแนนต์เปลี่ยน เมื่อคอลัมน์แรกและคอลัมน์ที่ $(k+1)$ ถูกเปลี่ยนและทั้งสองข้างของสมการ(3.12)ถูกคูณด้วย s^k เราจะได้

$$b_k s^k = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & s^k & 0 & 0 \\ h_{m+1} & h_m & h_{m-1} & \dots & h_{m-k+2} & h_{m-k+1} & h_{m-k} & h_{m-n+1} \\ h_{m+2} & h_{m+1} & h_m & \dots & h_{m-k+3} & h_{m-k+2} & h_{m-n+1} & h_{m-n+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{m+n} & h_{m+n-1} & h_{m+n-2} & \dots & h_{m-k+n+1} & h_{m-k+n} & h_{m-k+n-1} & h_m \end{vmatrix} \quad (3.13)$$

เอเลเมนต์ของดีเทอร์มิแนนต์ในสมการ(3.13)เป็นลำดับที่เหมาะสมและสัญลักษณ์เหล่านั้นจะสามารถทำให้ง่ายขึ้นด้วย ขณะนี้สมการจะง่ายขึ้นเป็น

$$Q_{mn}(s) = b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_n s^n$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & s & \dots & s^{n-1} & s^n \\ h_{m+1} & h_m & \dots & h_{m-n+2} & h_{m-n+1} \\ h_{m+2} & h_{m+1} & \dots & h_{m-n+3} & h_{m-n+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{m+n} & h_{m+n-1} & \dots & h_{m+1} & h_m \end{vmatrix} \quad (3.14)$$

จำนวนเศษของโพลิโนเมียล $P_{mn}(s)$ สามารถทำรูปแบบให้เหมือนกับค่าสัมประสิทธิ์ a_i ในสมการ (3.7) ได้ ดังนั้น $Q_{mn}(s)$ ที่เรารู้ค่าจะทำให้เราหาค่า $P_{mn}(s)$ ได้โดยคูณ $Q_{mn}(s)$ เข้าไปในอนุกรมเทเลอร์ของ $H(s)$ ซึ่งจะเหลือเทอมแรก $(m+1)$ เท่านั้น ขั้นตอนนี้สามารถทำให้สำเร็จได้ด้วยขั้นตอนที่ตามมาคือ

$$H(s) = \sum_{i=0}^{\infty} b_i s^i \quad (3.15)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H(s)Q_{mn}(s) = \begin{array}{cccc} \sum_{i=0}^{\infty} h_i s^i & \sum_{i=0}^{\infty} h_{i+1} s^{i+1} & \cdots & \sum_{i=0}^{\infty} h_{i+n-1} s^{i+n-1} & \sum_{i=0}^{\infty} h_{i+n} s^{i+n} \\ h_{m+1} & h_m & \cdots & h_{m-n+2} & h_{m-n+1} \\ h_{m+2} & h_{m+1} & \cdots & h_{m-n+3} & h_{m-n+2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ h_{m+n} & h_{m-n+1} & \cdots & h_{m+1} & h_m \end{array}$$

$$= P_{mn}(s) + \sum_{i=m+n+1}^{\infty} a_i s^i \tag{3.16}$$

ในสมการ(3.16) เทอม s^{m-1} จะผ่านเทอม s^{m-n} ที่คิดพลาดไปด้วยสมการ (3.8) เก็บเฉพาะเทอมที่เพิ่มขึ้นจาก s^k ในสมการ (3.16) เท่านั้น จะได้

$$P_{mn}(s) = \begin{array}{cccc} \sum_{i=0}^m h_i s^i & \sum_{i=0}^{m-1} h_{i+1} s^{i+1} & \cdots & \sum_{i=0}^{m-n+1} h_{i+n-1} s^{i+n-1} & \sum_{i=0}^{m-n} h_{i+n} s^{i+n} \\ h_{m+1} & h_m & \cdots & h_{m-n+2} & h_{m-n+1} \\ h_{m+2} & h_{m+1} & \cdots & h_{m-n+3} & h_{m-n+2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ h_{m+n} & h_{m-n+1} & \cdots & h_{m+1} & h_m \end{array} \tag{3.17}$$

ในสมการ(3.17) ผลรวมจะเป็นศูนย์ถ้าดัชนีที่เพิ่มขึ้นเป็นลบ

3.3 ลาแกร์ โพลีโนเมียล

เริ่มต้นจากผลตอบสนองอิมพัลส์ที่ต้องการ $h_u(t)$ ซึ่งเราจะสมมติขึ้นมาและจะแสดงในรูปของออโธนอร์มอลฟังก์ชัน (Orthonormal Function) และลาแกร์ โพลีโนเมียลมีการตั้งรูปแบบมาตรฐานในช่วง $\{1_n(t)\}_0^{\infty}$ เมื่อกำหนดลาแกร์ โพลีโนเมียลเป็น $(0, \infty)$ จะได้

$$1_n(t) = \frac{e^{-at}}{(2a)^n n!} \cdot \frac{d^n}{dt^n} \left\{ e^{-2at} (2at)^n \right\} \quad [t \geq 0] \tag{3.18}$$

หรือ

$$1_n(t) = \sqrt{2a} e^{-at} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \frac{(-2at)^k}{k!} \quad [t \geq 0] \tag{3.19}$$

เมื่อแทน n ลงในสมการ(3.19) จะได้

86759

$$\left. \begin{aligned} I_0(t) &= \sqrt{2a} e^{-at} \\ I_1(t) &= \sqrt{2a} e^{-at} (1 - 2at) \\ I_2(t) &= \sqrt{2a} e^{-at} \left(1 - 4at + 2a^2 t^2 \right) \\ I_3(t) &= \sqrt{2a} e^{-at} \left(1 - 6at + 6a^2 t^2 - \frac{4}{3} a^3 t^3 \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

ผลตอบสนองอิมพัลส์ที่ต้องการ $h_d(t)$ เมื่อแทนในลากรังจ์ โพลีโนเมียล

$$h_d(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n I_n(t) \quad (3.21)$$

เมื่อ

$$c_n = \int_0^{\infty} h_0(t) I_n(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} H_0(f) L_n^*(f) df \quad (3.22)$$

สมการ(3.21) ได้มาจาก Parseval และ $L_n(f)$ เป็นฟูเรียร์ทรานสฟอร์มของ $I_n(t)$

เมื่อได้ c_n ที่ดีที่สุดแล้วจึงนำไปหาค่าผิดพลาดด้วยวิธี least mean squared คือ

$$\epsilon^2 = \int_0^{\infty} [h_d(t) - h(t)]^2 dt \quad (3.23)$$

จากสมการ

$$h(t) = \sum_{n=0}^N c_n I_n(t) \quad (3.24)$$

เมื่อ c_n คือสมการ(3.22) และ ϵ^2 สามารถทำให้มีค่าน้อยๆ ได้ โดยการเลือกใช้ N ค่ามากๆ
ลาปลาซทรานสฟอร์มสมการ(3.21) จะได้

$$H_d(s) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n L_n(s) \quad (3.25)$$

เมื่อ $L_n(s)$ เป็นลาปลาซทรานสฟอร์มลำดับที่ n ของลากรังจ์ โพลีโนเมียล $I_n(t)$

$$L_n(s) = \frac{\sqrt{2a}}{s+a} \left(\frac{s-a}{s+a} \right)^n \quad (3.26)$$

จากสมการ(3.24) แทนสมการ(3.25)ลงไป จะได้

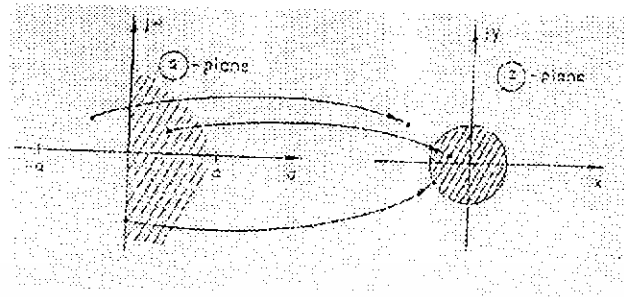
$$H_d(s) = \frac{\sqrt{2a}}{s+a} \sum_{n=0}^{\infty} c_n \left(\frac{s-a}{s+a} \right)^n \quad (3.27)$$

ทำการทรานสฟอร์ม

$$z = \frac{s-a}{s+a} \quad s = a \frac{1+z}{1-z} \quad (3.28)$$

ซึ่งเป็นการทรานสฟอร์มจากเฟลนครึ่งขวาของ S-Plane ไปสู่ด้านในของวงกลมหนึ่งหน่วย
ใน z-Plane คือ $s = j\omega$ ไปสู่ $|z| = 1$ และจากเฟลนครึ่งซ้ายของ S-Plane ไปสู่ด้านนอกของวงกลม
หนึ่งหน่วยใน z-Plane ดังรูปที่ 3.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.1 การทรานสฟอร์ม $z = (s-a)/(s+a)$

หลังจากทรานสฟอร์มจะกลายเป็น

$$Ha\left(a \frac{1+z}{1-z}\right) = \frac{1-z}{\sqrt{2a}} \sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n = \frac{1-z}{\sqrt{2a}} P(z) \quad (3.29)$$

เมื่อ $P(z)$ กำหนดจาก

$$P(z) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n \quad (3.30)$$

จากสมการ(3.29) กำหนดให้ $P(z)$ เป็นทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน

$$P(z) \cong R(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = \frac{a_0 + a_1 z + \dots + a_M z^M}{1 + b_1 z + \dots + b_N z} \quad (3.31)$$

ในขั้นตอนต่อมา จะต้องหาวิธีที่มีความสัมพันธ์ใกล้เคียงกันในการหาฟังก์ชันเศษส่วนในสมการ(3.31) ซึ่งในที่นี้จะใช้วิธีการประมาณของพาดอร์ จากสมการ(3.29)

$$P(z) = 1 + \frac{c_1 z^2 + c_2 z^3 + \dots}{1 + \frac{p_{20} z^2}{1 + \frac{p_{30} z^3}{1 + \frac{p_{40} z^4}{1 + \dots}}} \quad (3.32)$$

สัมประสิทธิ์ p_{v0} สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\left. \begin{array}{l} p_{00} = 1 \\ p_{10} = 1 \quad p_{11} = c_1 \quad p_{12} = c_2 \quad \dots \\ p_{20} \quad p_{21} \quad p_{22} \quad \dots \\ \dots \end{array} \right\} \quad (3.33)$$

ถ้ามีการจำกัดเศษส่วนของสมการ(3.32) ผลที่เกิดขึ้นสมการจะถูกขัดจังหวะหลังจากผ่าน $2N$ ดังนั้นเราต้องทำการประมาณเศษส่วนในสมการ(3.31) ด้วย $M = N-1$ ของอนุกรม $P(z)$ การ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประมาณค่านั้น $R(z)$ จะถูกแสดงในรูปของอนุกรมเทเลอร์รอบ $z=0$ ค่าสัมประสิทธิ์ที่แสดงจะเหมือนกับค่าสัมประสิทธิ์ของอนุกรม $P(z)$ ที่มีดีกรี $2N$

จากสมการ(3.31)

$$P(z) \cong R(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = \frac{a_0 + a_1 z + \dots + a_M z^M}{1 + b_1 z + \dots + b_N z^N}$$

ทำการหาค่าสัมประสิทธิ์ต่างๆ ของสมการ ด้วยวิธีการประมาณพหุคูณ โดยใช้สมการ(3.2),(3.10) และ(3.11) จะได้ค่าสัมประสิทธิ์

$$P(z) = \frac{9.42 \cdot 10^{-5} + 5.12 \cdot 10^{-5} z - 2.97 \cdot 10^{-6} z^2}{9.42 \cdot 10^{-5} + 1.05 \cdot 10^{-5} z - 3.58 \cdot 10^{-10} z^2 + 1.28 \cdot 10^{-6} z^3} \quad (3.34)$$

นำสมการ(3.34) ไปแทนสมการ (3.29) จะได้

$$H_d\left(a \frac{1+z}{1-z}\right) = \frac{1-z}{\sqrt{2a}} P(z) = \frac{1-z}{\sqrt{2a}} \frac{9.42 \cdot 10^{-5} + 5.12 \cdot 10^{-5} z - 2.97 \cdot 10^{-6} z^2}{9.42 \cdot 10^{-5} + 1.05 \cdot 10^{-5} z - 3.58 \cdot 10^{-10} z^2 + 1.28 \cdot 10^{-6} z^3} \quad (3.35)$$

ทรานสเฟอร์ให้อยู่ในรูปของ s ในสมการ (3.27)

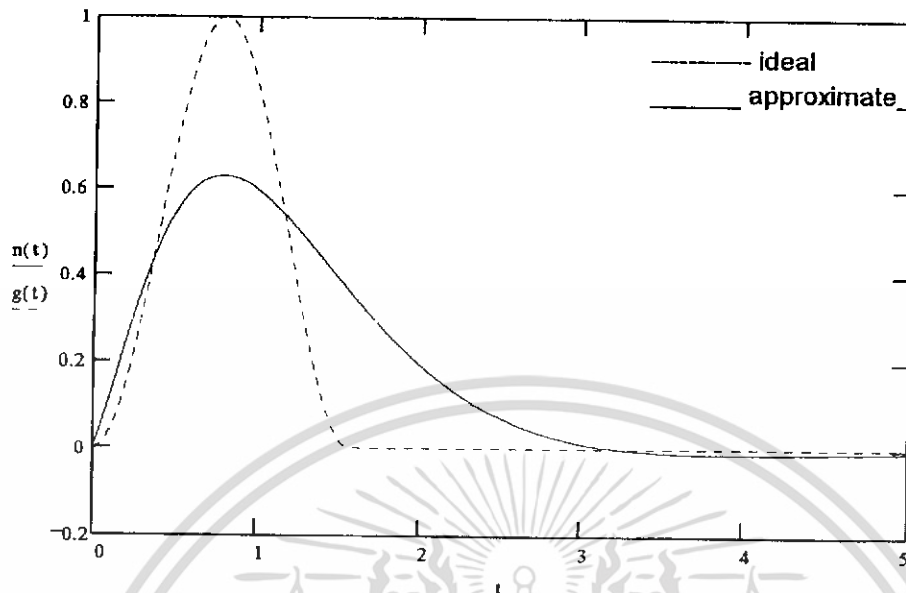
$$H(s) = \frac{\sqrt{2 \cdot 2}}{s+2} \frac{73.53 + 40 \left(\frac{s-2}{s+2}\right) - 2.33 \left(\frac{s-2}{s+2}\right)^2}{73.53 + 8.20 \left(\frac{s-2}{s+2}\right) - 2.97 \cdot 10^{-4} \left(\frac{s-2}{s+2}\right)^2 + \left(\frac{s-2}{s+2}\right)^3} \quad (3.36)$$

จากทรานสเฟอร์ฟังก์ชันในสมการ(3.36) Take Inverse Laplace เพื่อนำไปพล็อต (Plot) ในไทม์โดเมนจะได้ดังสมการ(3.37) และมีผลตอบสนองของสัญญาณดังรูปที่ 3.2

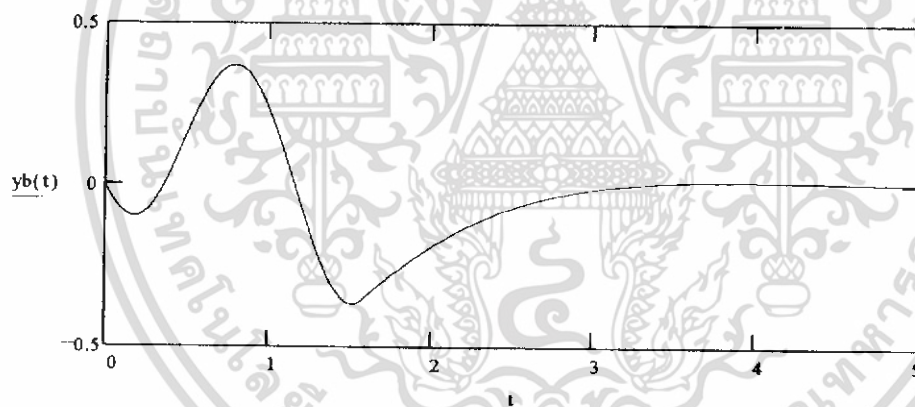
$$h(t) = (-7.7 \cdot 10^{-3} \cdot \exp(-2.14t) \cos(0.98t)) (-4.99 \cdot 10^{-2} \exp(-2.14t) \sin(0.98t) + 1.91 \cdot \exp(-2.14t) \cos(0.98t) - 0.29 \cdot \exp(-2.14t)) (-0.29t \cdot \exp(-2.14t) \sin(0.98t) + 0.54 \cdot \exp(-0.96t)) \cdot 2 \cdot t \quad (3.37)$$

สามารถหาค่าผิดพลาดเทียบกับผลตอบสนองทางอุดมคติได้โดยใช้สมการ (3.38) ซึ่งจะได้ค่าผิดพลาดดังรูปที่ 3.3

$$E = f(t) - h(t) \quad (3.38)$$



รูปที่ 3.2 ผลตอบสนองการประมาณพัลส์ชาชนก่าถึงสองด้วยวิธีลาแกร์ โพลีโนเมียล



รูปที่ 3.3 แสดงค่าผิดพลาดจากการประมาณพัลส์ชาชนก่าถึงสองด้วยวิธีลาแกร์ โพลีโนเมียล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4 วิธีแบร์ สโตว์

ถ้าโพลิโนเมียลมีสัมประสิทธิ์เป็นค่าจริงเท่านั้น ค่าของซีโรอาจจะเป็นค่าคอมเพล็กซ์ก็ได้ ในลักษณะแบบนี้มีความเป็นไปได้ที่จะคำนวณค่าของคอมเพล็กซ์ซีโร 2 ค่าในเวลาเดียวกันโดยการใช้ค่าจริงในทางคณิตศาสตร์ กระบวนการทำแบบนี้เราเรียกว่า วิธีแบร์ สโตว์ (Bairstow's Method)

มีวิธีการอยู่ 2-3 วิธีที่เฉพาะเจาะจงในการหาค่ารากของโพลิโนเมียลที่ส่วนใหญ่จะเป็นไปอย่างอัตโนมัติ ประกอบด้วย วิธีผลต่างของผลหาร (Quotient Difference Method) วิธีแบร์ สโตว์ และการประยุกต์ของการทำซ้ำแบบ QR แม้ว่าวิธีผลต่างของผลหารจะง่ายในการใช้ แต่มันไม่สามารถทำง่ายได้บ่อย การใช้การทำซ้ำแบบ QR จะดีที่สุด ใน 3 วิธีแต่ไม่สามารถใช้ได้ถ้าไม่มีความเข้าใจในเมทริกซ์ที่ใช้ วิธีแบร์ สโตว์จะมีปัญหาในเรื่องของความเที่ยงตรงและไม่สามารถใช้งานได้ในบางครั้ง แต่เราสามารถเข้าใจได้ดีกว่าวิธีผลต่างของผลหาร

วิธีแบร์ สโตว์ เป็นการประยุกต์รูปแบบการหาแฟกเตอร์กำลังสองของโพลิโนเมียลอย่างหนึ่งโดยไม่มีการเรียนรู้มาก่อน โดยการกระทำซ้ำจะประยุกต์วิธีแบร์ สโตว์เพื่อลดโพลิโนเมียลแฟกเตอร์กำลังสองทั้งหมดของโพลิโนเมียลจึงสามารถหาค่าได้

ค่ารากคอมเพล็กซ์ของโพลิโนเมียลจะประกอบด้วยสัมประสิทธิ์ค่าจริงเสมอในรูปของคู่คอมเพล็กซ์คอนจูเกต (complex conjugate pairs) ถ้าแฟกเตอร์กำลังสองเป็น $x^2 + px + q$ ซึ่งจะมีค่าของรากคอมเพล็กซ์คอนจูเกตที่ถูกแทนจากโพลิโนเมียล คู่ของค่าคอมเพล็กซ์สามารถคำนวณได้โดยการแก้ปัญหาค่า $x^2 + px + q = 0$ ดังนั้นค่ารากทั้งหมดของโพลิโนเมียลสามารถหาค่าได้โดยปราศจากการใช้ตัวแปรคอมเพล็กซ์ ข้อเสียอย่างหนึ่งของวิธีแบร์ สโตว์คือความเที่ยงตรงของผลลัพธ์ที่ได้บ่อยครั้งที่มีความเที่ยงตรงต่ำ ดังนั้นค่าความเที่ยงตรงของรากที่ถูกคำนวณจะต้องตรวจสอบหรือปรับปรุงด้วยวิธีการอื่นเสียก่อนดังเช่น วิธีนิวตัน (Newton's Method)

กำหนดโพลิโนเมียลลำดับ N เป็น

$$y = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_Nx^N \quad (3.39)$$

อาจจะเขียนใหม่ได้ในรูปของ

$$y = (x^2 + px + q)G(x) + R(x) \quad (3.40)$$

เมื่อ p และ q เป็นค่าที่กำหนด

G(x) เป็นโพลิโนเมียลของกำลัง N-2

R(x) เป็นตัวเศษ

ซึ่งโพลิโนเมียลกำลัง 1 ส่วนใหญ่จะเป็นลิเนียร์ฟังก์ชัน ถ้า p และ q ถูกเลือกเมื่อฟังก์ชันกำลังสอง

เป็น $(x^2 + px + q)$ จะทำให้ตัวเศษ R(x) เป็นศูนย์ ค่ารากของฟังก์ชันกำลังสองกำหนดโดยสูตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$

เราสามารถเขียนโพลิโนเมียลกำลัง $N-2$ และตัวเศษได้ตามลำดับ คือ

$$G(x) = b_2 + b_3x + b_4x^2 + \dots + b_Nx^{N-2} \quad (3.41)$$

$$R(x) = b_0 + b_1x \quad (3.42)$$

ค่า b_0 และ b_1 จะขึ้นอยู่กับค่าของ p และ q ดังนั้นเราสามารถเลือกฟังก์ชันของ p และ q ได้เป็น

$$b_0 = b_0(p, q) \quad (3.43)$$

$$b_1 = b_1(p, q)$$

จุดมุ่งหมายในการหาค่าเหล่านั้นคือ $p = \bar{p}$ และ $q = \bar{q}$ จะได้ว่า $b_0(\bar{p}, \bar{q}) = b_1(\bar{p}, \bar{q}) = 0$ ดังนั้น $R(x) = 0$ และ $(x^2 + \bar{p}x + \bar{q})$ จะกลายเป็นฟังก์ชันกำลังสอง

จากสมการ (3.43) เราจะนำสมการ (2.41) และสมการ (3.42) ไปแทนในสมการ (3.40) และผลลัพธ์ของสมการสามารถเขียนใหม่ในรูปของอนุกรมกำลังได้ ดังนั้นสมการที่ได้จะต้องเท่ากับสมการ (3.39) ค่าสัมประสิทธิ์ของกำลังของ x จะต้องเท่ากับทั้งสองสมการ โดยการเท่ากันของค่าสัมประสิทธิ์ที่ำลังเหมือนกัน เราจะได้ความสัมพันธ์เป็น

$$\begin{aligned} a_N &= b_N \\ a_{N-1} &= b_{N-1} + pb_N \\ a_{N-2} &= b_{N-2} + pb_{N-1} + qb_N \\ &\vdots \\ a_2 &= b_2 + pb_3 + qb_4 \\ a_1 &= b_1 + pb_2 + qb_3 \\ a_0 &= b_0 + qb_2 \end{aligned} \quad (3.44)$$

โดยเขียนสมการ (3.44) ได้ใหม่ในค่าสัมประสิทธิ์ b_N ที่ผ่าน b_0 และสามารถคำนวณในกำลังถัดไปได้ที่

$$\begin{aligned} b_N &= a_N \\ b_{N-1} &= a_{N-1} - pb_N \\ b_{N-2} &= a_{N-2} - pb_{N-1} - qb_N \\ &\vdots \\ b_2 &= a_2 - pb_3 - qb_4 \\ b_1 &= a_1 - pb_2 - qb_3 \\ b_0 &= a_0 - qb_2 \end{aligned} \quad (3.45)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขณะนี้เราเลือกค่า p และ q ในสมการ(3.43)โดยการกำหนดค่าขึ้นเองเพื่อหาค่าตามความเหมาะสม
เทอม $b_0(\bar{p}, \bar{q})$ และ $b_1(\bar{p}, \bar{q})$ สามารถจะขยายไปยังรูปแบบของอนุกรมเทเลอร์ที่เกี่ยวกับ p และ q
ได้เป็น

$$b_0(\bar{p}, \bar{q}) = b_0(p, q) + \Delta p \left(\frac{\partial b_0}{\partial p} \right) + \Delta q \left(\frac{\partial b_0}{\partial q} \right) + \dots \quad (3.46)$$

$$b_1(\bar{p}, \bar{q}) = b_1(p, q) + \Delta p \left(\frac{\partial b_1}{\partial p} \right) + \Delta q \left(\frac{\partial b_1}{\partial q} \right) + \dots \quad (3.47)$$

เมื่อ $\Delta p = \bar{p} - p$, $\Delta q = \bar{q} - q$ และพาร์เซียน เดริวาทีฟ (Partial Derivative) จะถูกหาค่าที่
 p และ q และจะเห็นว่าด้านซ้ายของสมการ (3.46) และ (3.47) จะเป็นศูนย์เพราะว่า \bar{p} และ \bar{q} เป็น
ค่าที่เหมาะสม การตัดด้านขวาของสมการ (3.46) และ (3.47) ภายหลังจะได้เทอมเดริวาทีฟกำลัง 1
เป็น

$$\Delta p \left(\frac{\partial b_0}{\partial p} \right) + \Delta q \left(\frac{\partial b_0}{\partial q} \right) = -b_0(p, q) \quad (3.48)$$

$$\Delta p \left(\frac{\partial b_1}{\partial p} \right) + \Delta q \left(\frac{\partial b_1}{\partial q} \right) = -b_1(p, q) \quad (3.49)$$

ค่าตัวเลขทางด้านขวาของสมการ (3.48) และ (3.49) สามารถหาค่าได้โดยสองสมการสุดท้าย
ของสมการ (3.45) ถ้าเราทราบพาร์เซียน เดริวาทีฟ ในสมการ (3.48)และ(3.49) ก็จะสามารถแก้
ปัญหาของ Δp และ Δq ได้

พาร์เซียน เดริวาทีฟ ที่ได้ในสมการ (3.48) และ (3.49) เราจะนำกลับมาคำนวณหาพาร์เซียน
เดริวาทีฟของสมการทั้งหมดในสมการ(3.45)

$$\begin{aligned} (b_N)_p &= 0 \\ (b_{N-1})_p &= -b_N - p(b_N)_p \\ (b_{N-2})_p &= -b_{N-1} - p(b_{N-1})_p - q b_N \\ &\vdots \\ (b_2)_p &= -b_3 - p(b_2)_p - p(b_3)_p - q(b_4)_p \\ (b_1)_p &= -b_2 - p(b_2)_p - q(b_3)_p \\ (b_0)_p &= -q(b_2)_p \end{aligned} \quad (3.50)$$

และ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
(b_N)_q &= 0 \\
(b_{N-1})_q &= 0 \\
(b_{N-2})_q &= -b_N \\
&\vdots \\
(b_2)_q &= -p (b_3)_q - b_4 - q(b_4)_q \\
(b_1)_q &= -p (b_2)_q - q(b_3)_q \\
(b_0)_p &= -b_2 - q(b_2)_q
\end{aligned} \tag{3.51}$$

เมื่อ p และ q กำหนดให้เป็นพารามิเตอร์เชิงอนุพันธ์ สองสมการสุดท้ายในสมการ(3.50)และสมการ(3.51) จะกำหนดค่าของพารามิเตอร์เชิงอนุพันธ์ในสมการ (3.48)และ(3.49)

ขั้นตอนของวิธีแบร์ สโตว์ มีดังนี้

1. ตั้งค่าเริ่มต้นของ p และ q และคำนวณค่า b_0 และ b_1 โดยสมการ (3.45)
2. คำนวณ $(b_0)_p$, $(b_1)_p$, $(b_0)_q$ และ $(b_1)_q$ โดยสมการ(3.50)และ(2.51)
3. แก้ปัญหาสมการ(3.48)และ(3.49) แทน Δp และ Δq
4. จะได้ค่า \bar{p} และ \bar{q} โดย $\bar{p} = p + \Delta p$ และ $\bar{q} = q + \Delta q$ ตามลำดับ

ขั้นตอน 1 ถึง 4 จะมีการทำซ้ำโดยการใช้ค่า \bar{p} และ \bar{q} จากขั้นตอนก่อนที่อัปเดต (Update) สำหรับการหาค่า p และ q

ข้อดีของวิธีแบร์ สโตว์ ก็คือ การทำซ้ำจะถูกลงไปยังแฟลคเตอร์กำลังสองโดยไม่คำนึงถึงค่าเริ่มต้นของ p และ q ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นปัญหา แม้ว่าบางครั้งการทำซ้ำจะไม่ถูกลงทั้งหมดก็ตาม ค่าสัมประสิทธิ์ของโพลิโนเมียล $G(x)$ จะลดลงเป็นไปโดยอัตโนมัติ ดังนั้นในการหาแฟลคเตอร์กำลังสองอย่างอื่น วิธีแบร์ สโตว์อาจจะประยุกต์ไปสู่โพลิโนเมียล $G(x)$ อีกครั้ง โดยการกระทำซ้ำนี้จะทำงานกระทั่งกำลังของโพลิโนเมียลน้อยกว่า 2 แฟลคเตอร์กำลังสองทั้งหมดจึงสามารถหาค่าได้ แต่ก็มีข้อเสียตรงที่ความเที่ยงตรงของค่าที่หาได้โดยวิธีนี้อาจจะไม่ดีพอ ดังนั้นจึงควรมีการปรับปรุงความเที่ยงตรงโดยนำไปปรับใหม่ในวิธีนิวตันอีกครั้งในแต่ละค่าราก

ข้อสรุปของวิธีแบร์ สโตว์

1. วิธีแบร์ สโตว์สามารถหาโพลิโนเมียลของแฟลคเตอร์กำลังสองจากคู่ของค่ารากที่ถูกคำนวณ
2. ค่ารากคอมเพล็กซ์ที่เกิดขึ้นในคู่ของคอมเพล็กซ์คอนจูเกต ค่ารากคอมเพล็กซ์จะสามารถคำนวณได้โดยปราศจากเลขคณิตที่ซับซ้อน

3. การประยุกต์การกระทำซ้ำของวิธีไปสู่การลดโพลิโนเมียล โดยสามารถหาแฟคเตอร์กำลังสองได้ทั้งหมด
4. ค่าผิดพลาดของโพลิโนเมียลและแฟคเตอร์กำลังสองจะเพิ่มขึ้นถ้าการกระทำซ้ำถูกประยุกต์
5. ความเที่ยงตรงของค่าราคาหาค่าได้มีน้อย ดังนั้นความเที่ยงตรงจะต้องถูกปรับปรุงด้วยวิธีการอื่นๆ
6. การทำซ้ำอาจจะไม่ลู่อเข้าที่จุดศูนย์กลางได้ทั้งหมด

ด้วยวิธีการหาค่าโพลที่เหมาะสมด้วยวิธีแบร์ สเตอว์นีย์ เราจะนำสมการ (3.33) มาหาค่ารากของโพลที่เหมาะสมใหม่อีกครั้ง จะได้พหุนามสเฟอริกซ์เป็น

$$H(s) = \frac{\sqrt{2} \cdot 2}{s+2} \frac{74.66 + 40.26 \left(\frac{s-2}{s+2} \right) - 2.31 \left(\frac{s-2}{s+2} \right)^2}{75.30 + 8.30 \left(\frac{s-2}{s+2} \right) - 1.57 \left(\frac{s-2}{s+2} \right)^2 + \left(\frac{s-2}{s+2} \right)^3} \quad (3.52)$$

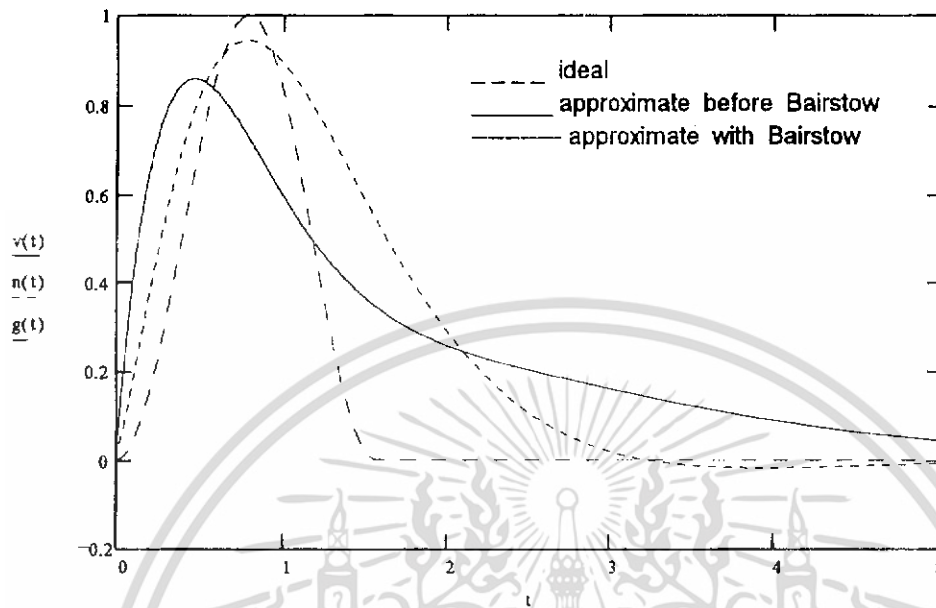
และนำสมการ(3.52) Take Inverse Laplace เพื่อนำฟังก์ชันที่ได้ไปพล็อตในไทม์โดเมนจะได้ดังสมการ (3.53)

$$h(t) = (-0.82 \cdot \exp(-3.55t) + 1.30 \cdot \exp(-1.56t) \cos(0.65t) + 0.81 \cdot \exp(-1.56t) \sin(0.65t) + 0.81 \cdot \exp(-1.56t) \sin(0.65t)) \cdot 2 \quad (3.53)$$

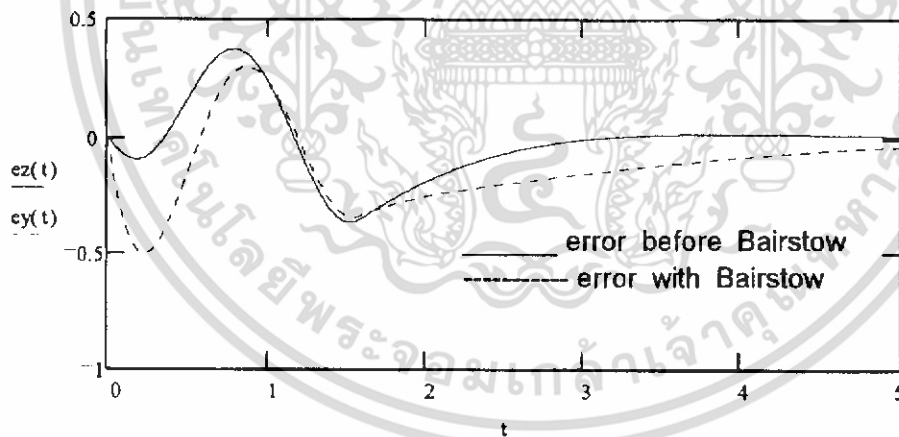
ซึ่งได้ผลตอบสนองของสัญญาณดังรูปที่ 3.4 และสามารถหาค่าผิดพลาดได้จากสมการ (3.52) โดยใช้สมการ(3.53) คือ

$$E = f(t) - h(t) \quad (3.53)$$

และแสดงค่าผิดพลาดดังรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.4 ผลตอบสนองของสัญญาณที่ได้จากวิธีแบร์ สโตว์



รูปที่ 3.5 แสดงค่าผิดพลาดที่ได้จากวิธีแบร์ สโตว์

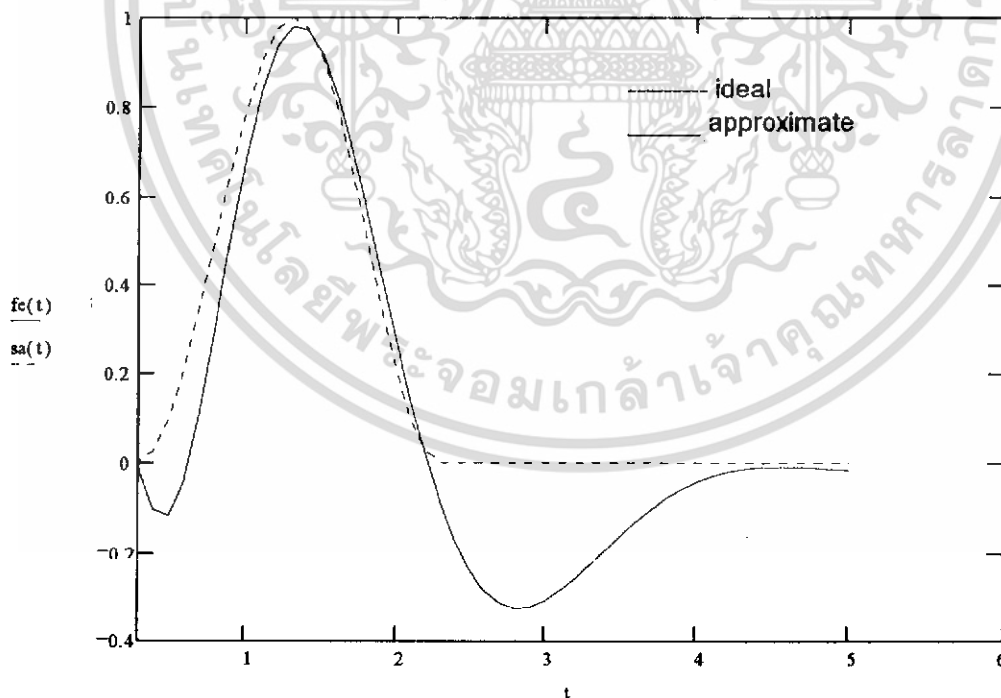
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และรูปที่ 3.6 แสดงผลตอบสนองการประมาณฟังก์ชันในกำลังที่สูงขึ้น คือ กำลัง 5 จะเห็นว่าผลตอบสนองของรูปสัญญาณมีความใกล้เคียงกับรูปสัญญาณทางอุดมคติมากขึ้น ดังนั้นหากทำการประมาณทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันที่กำลังสูงกว่ากำลัง 5 ก็จะทำให้ผลตอบสนองดีขึ้นตามไปด้วยเช่นกัน ซึ่งมีทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันเป็น

$$H(s) = \frac{\sqrt{2} \cdot 2}{2+s} \frac{38.06 + 6.27 \left(\frac{s-2}{s+2} \right) + 43.67 \left(\frac{s-2}{s+2} \right)^2 - 3.57 \left(\frac{s-2}{s+2} \right)^3 - 22.19 \left(\frac{s-2}{s+2} \right)^4}{38.06 + 7.98 \left(\frac{s-2}{s+2} \right) + 5.08 \cdot 10^{-5} \left(\frac{s-2}{s+2} \right)^2 - 1.99 \left(\frac{s-2}{s+2} \right)^3 - 2.37 \left(\frac{s-2}{s+2} \right)^4 + \left(\frac{s-2}{s+2} \right)^5} \quad (3.55)$$

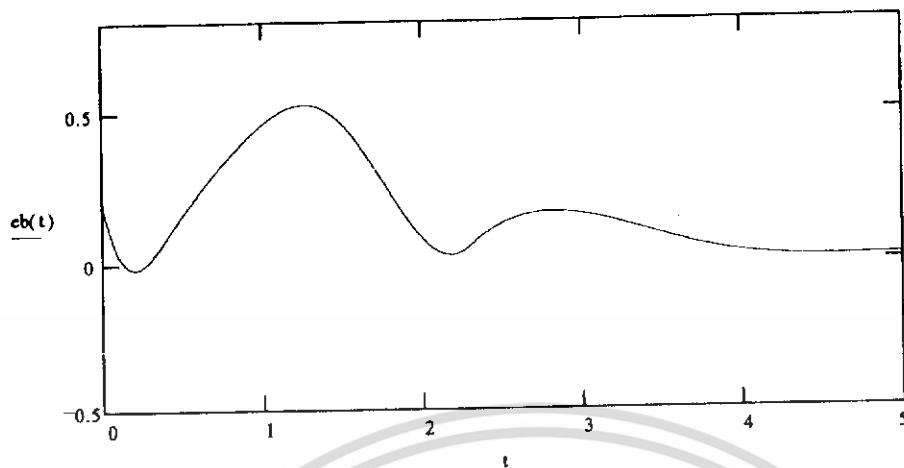
และ

$$h(t) = (2.15 \cdot \exp(-4.83t) \cos(2.27t) + 2.37 \cdot \exp(-4.83t) \sin(2.27t)) \\ (-1.51 \cdot \exp(-1.46t) \cos(1.95t) + 0.27 \cdot \exp(-1.46t) \sin(1.95t)) \\ - 5.29 \cdot 10^{-2} \cdot \exp(-0.68t) 2.2 \quad (3.56)$$



รูปที่ 3.6 ผลตอบสนองที่ได้จากวิธีแบร์ สโตว์กำลัง 5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.7 แสดงค่าผิดพลาดที่ได้จากวิธีแบร์ สโตว์กำลัง 5



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

การออกแบบและสร้างวงจร

4.1 การออกแบบและสร้างวงจรด้วยวิธี ลากเกอร์ โพลีโนเมียล

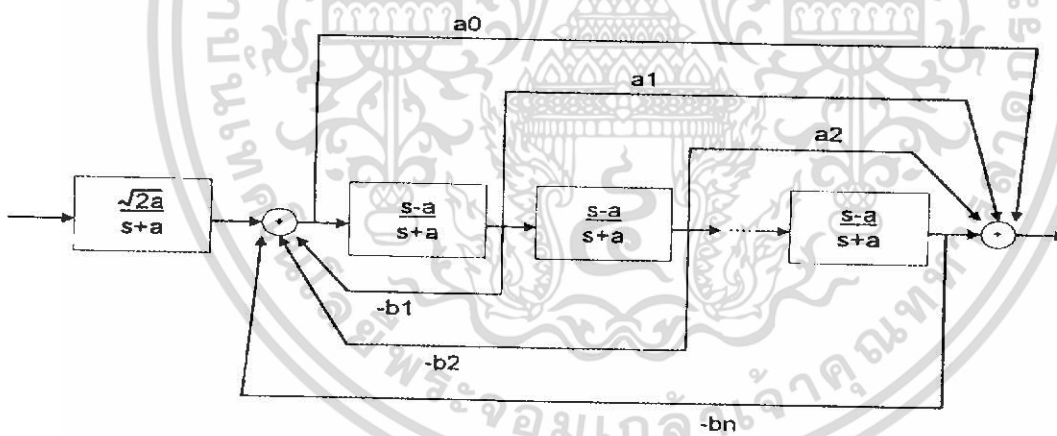
จากสมการ(3.29)และ(3.31) ที่กำหนดการประมาณของอินพุตฟังก์ชันที่ต้องการ จะได้

$$H_d\left(a \frac{1+z}{1-z}\right) = \frac{1-z}{\sqrt{2a}} P(z) \approx H\left(a \frac{1+z}{1-z}\right) = \frac{1-z}{\sqrt{2a}} \frac{N(z)}{D(z)} \tag{4.1}$$

หลังจากนั้นทราสฟอร์มกลับด้วยสมการ(3.28) จะได้

$$H(s) = \frac{\sqrt{2a} \left(a_0 + a_1 \frac{s-a}{s+a} + \dots + a_M \left(\frac{s-a}{s+a} \right)^M \right)}{s+a} \frac{1}{1 + b_1 \frac{s-a}{s+a} + \dots + b_N \left(\frac{s-a}{s+a} \right)^N} \tag{4.2}$$

ฟังก์ชันในสมการ(4.2)สามารถสร้างวงจรดึงบล็อกโคอะแกรมรูปที่ 4.1



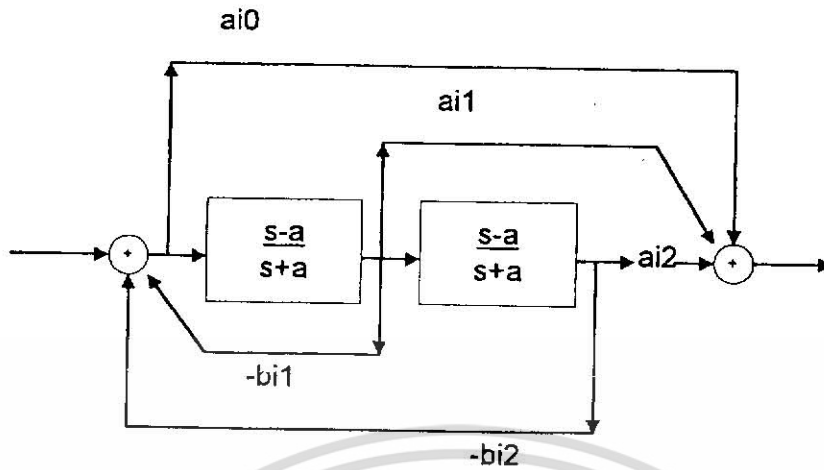
รูปที่ 4.1 การสร้างของฟังก์ชันในสมการ(4.2)

และจากสมการ(4.2)จะกลายเป็น

$$H(s) = \frac{\sqrt{2a} \prod_j \frac{a_{i0} + a_{i1} \frac{s-a}{s+a} + a_{i2} \left(\frac{s-a}{s+a} \right)^2}{1 + b_{i1} \frac{s-a}{s+a} + b_{i2} \left(\frac{s-a}{s+a} \right)^2}}{s+a} \tag{4.3}$$

ซึ่งสามารถสร้างเป็นวงจรเน็ตเวิร์กกำลังสองที่มีฟีดแบ็ก (feedback) ดังตัวอย่างแสดงในรูปที่ 4.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

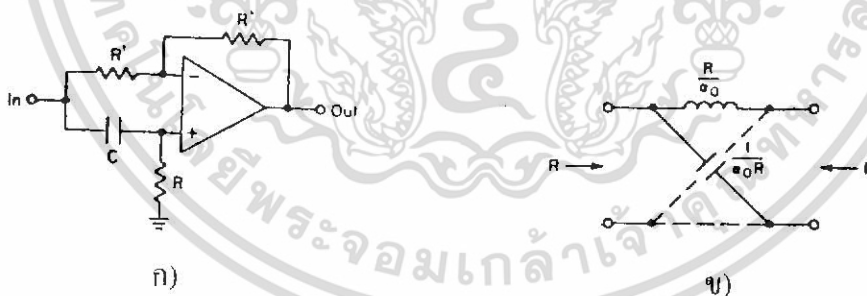


รูปที่ 4.2 วงจรเน็คเวิร์กกำลังสองที่มีฟีดแบ็ค

เน็คเวิร์กกำลังสองที่มีฟีดแบ็คจะมีความไวของอุปกรณ์ต่ำกว่าเน็คเวิร์กในรูปที่ 4.1 แต่อย่างไรก็ตาม เน็คเวิร์กนี้ก็ง่ายในการคำนวณค่า b_1 และ b_2 ภายใต้ค่าที่เสถียร

4.2 การออกแบบและสร้างวงจรจริง

จากสมการ(3.52)เราทำการออกแบบวงจรได้ โดยที่พจน์ของ $\frac{s-a}{s+a}$ เราสามารถออกแบบสร้างวงจรได้ดังรูปที่ 4.3



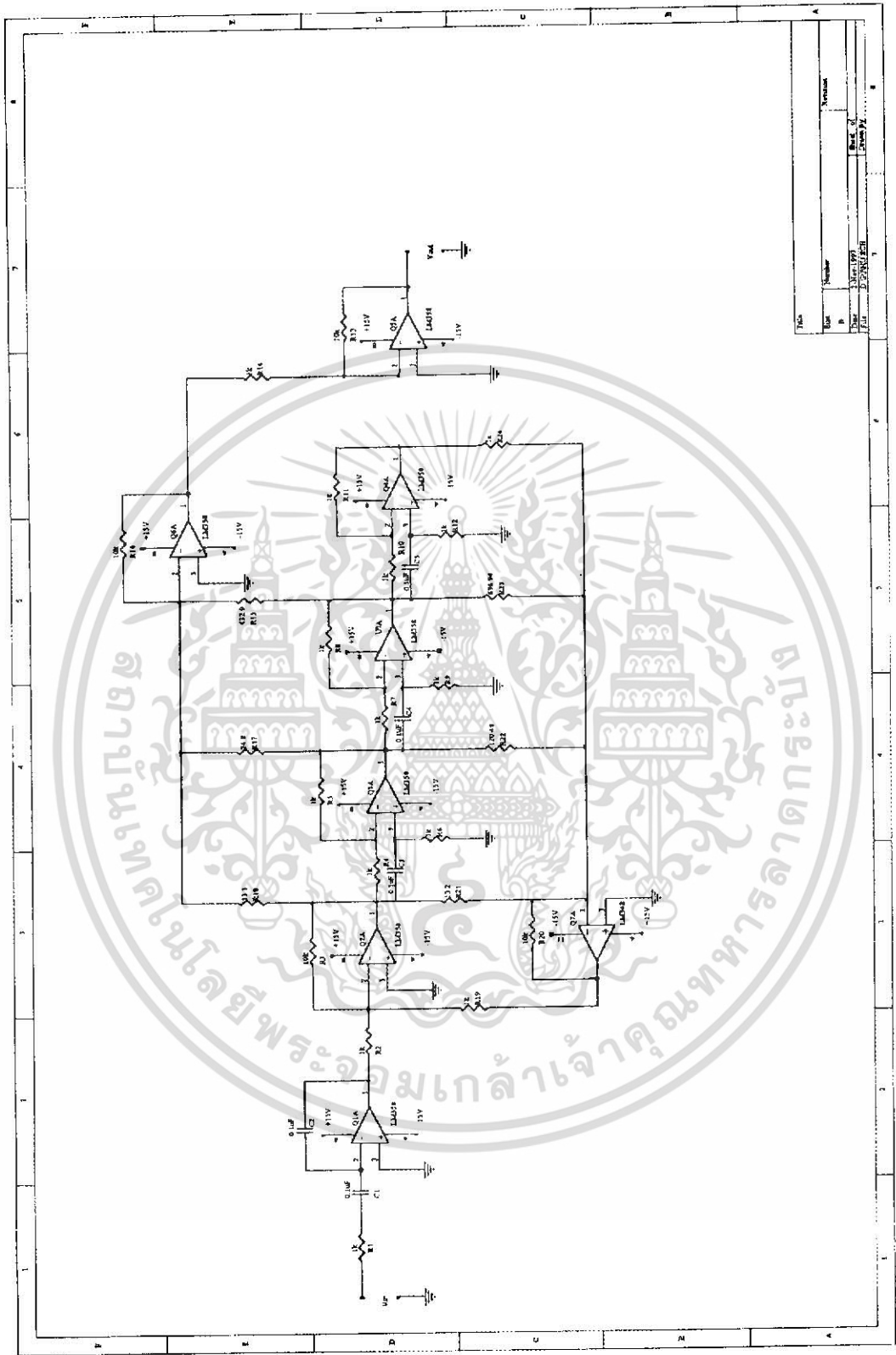
รูปที่ 4.3 วงจรของ $\frac{s-a}{s+a}$ ก). แอคทีฟ ข). พาสซีฟ

โดย $\frac{1}{RC} = a$ และ R' สามารถกำหนดได้ตามความเหมาะสม

ส่วน $\left(\frac{s-a}{s+a}\right)^N$ นั้นเราจะนำรูปที่ 4.3 มาคลาสเตสกันตามจำนวน N ที่ต้องการ และจะได้

วงจรทั้งหมดจากสมการ (3.52) ดังรูปที่ 4.4 ซึ่งเป็นวงจรแบบแอคทีฟและรูปที่ 4.5 เป็นวงจรแบบพาสซีฟ โดยใช้การสเกลแมกนิจูด 10^3 และการสเกลความถี่ $50 \cdot 10^3$

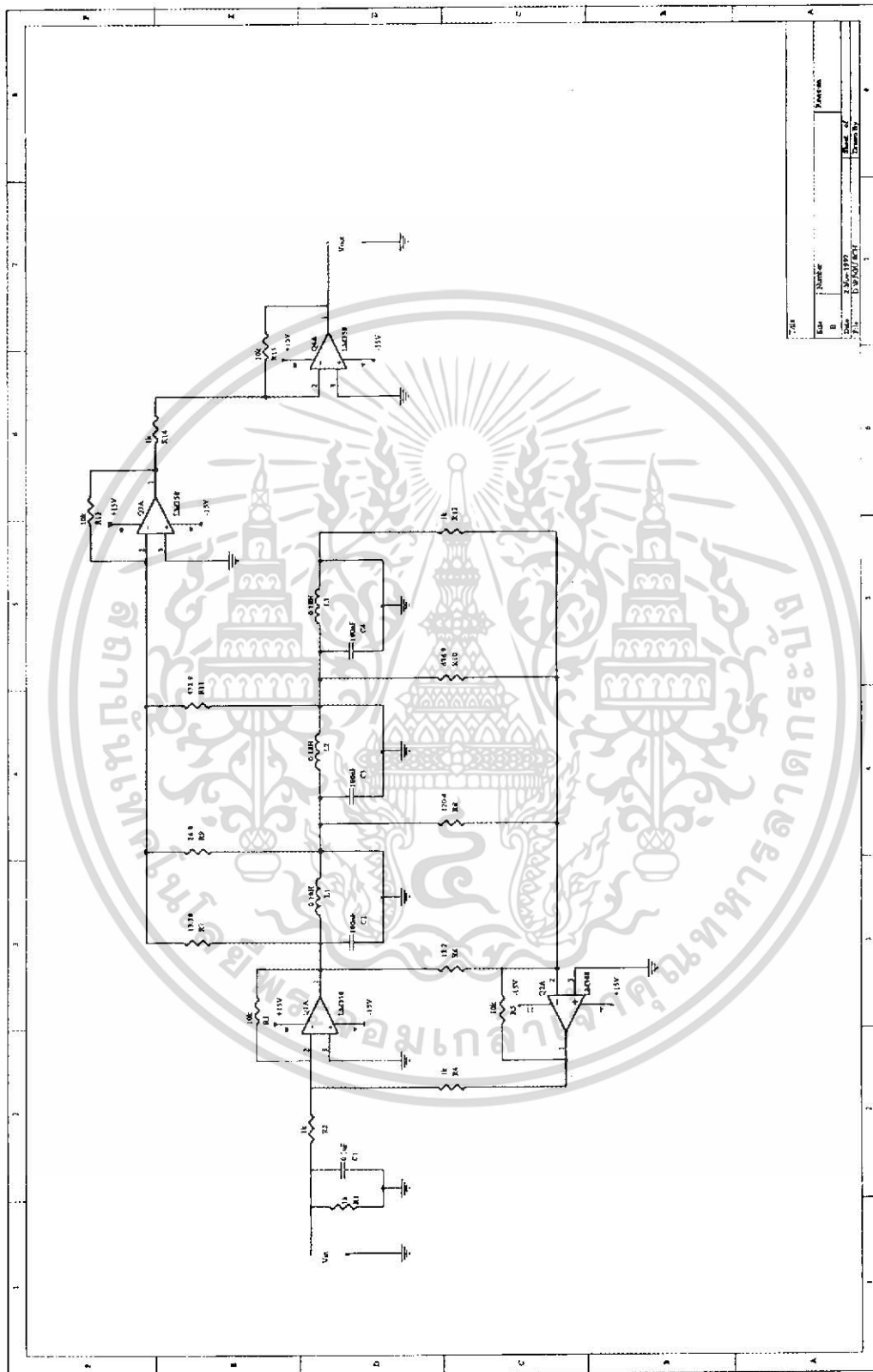
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



Topic	Number	Version
Topic	B	
Date	25/11/77	Rev. 0
File	22222222	

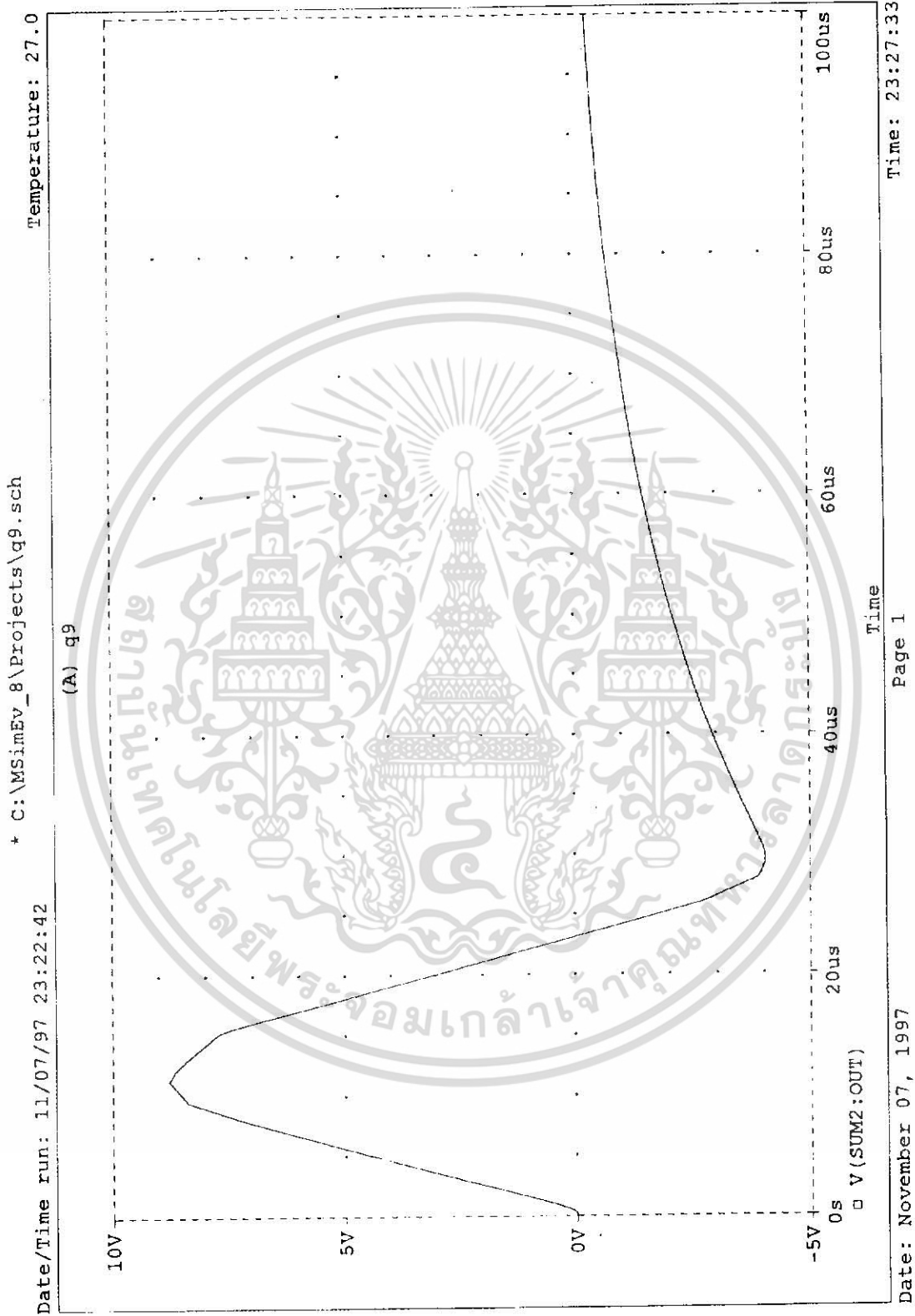
รูปที่ 4.4 วงจรจริงแบบแอกทีฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 - ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



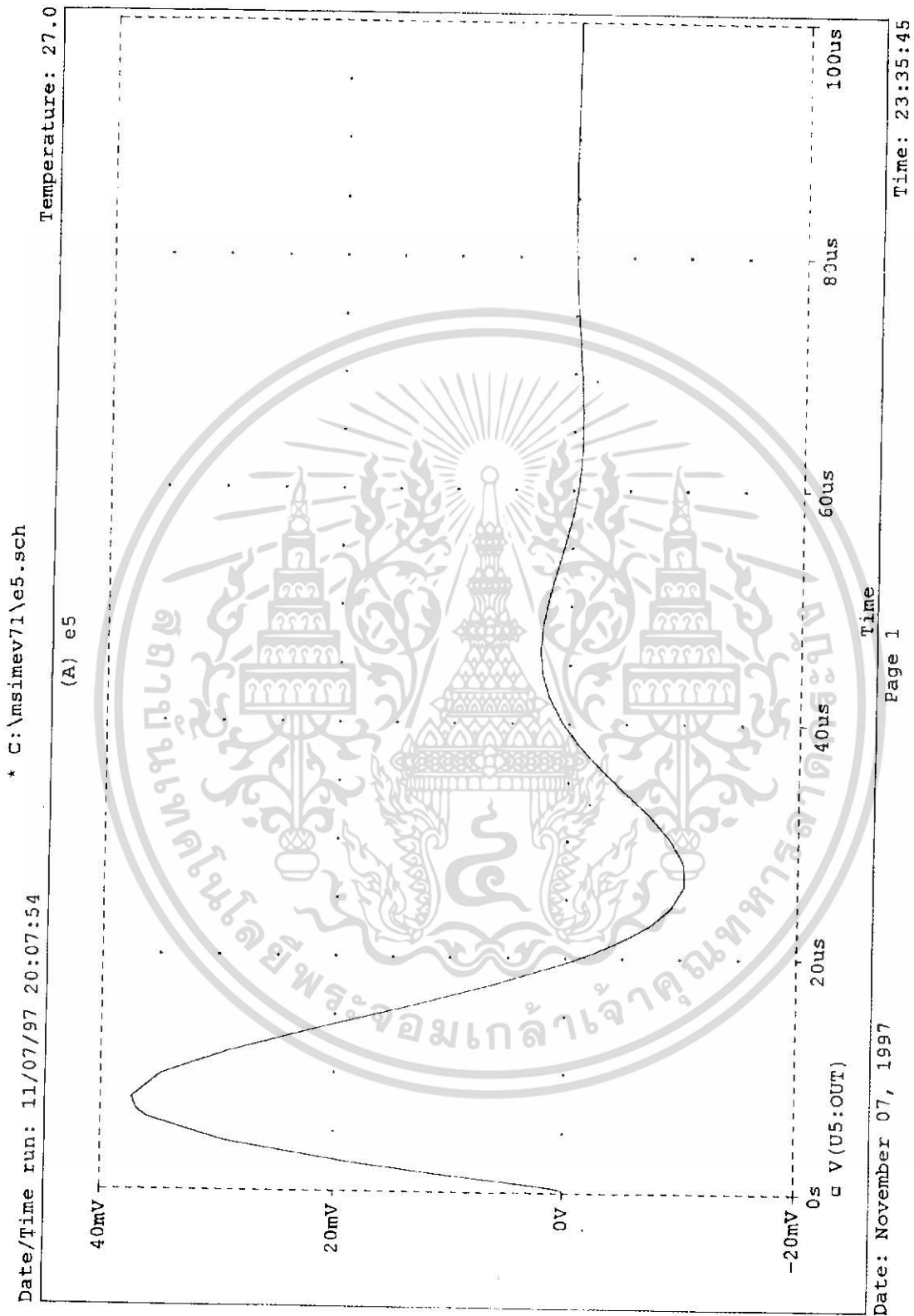
รูปที่ 4.5 วงจรจริงแบบพาสซีฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.6 ผลตอบสนองที่ได้จากวงจรจริงแบบแอกทีฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

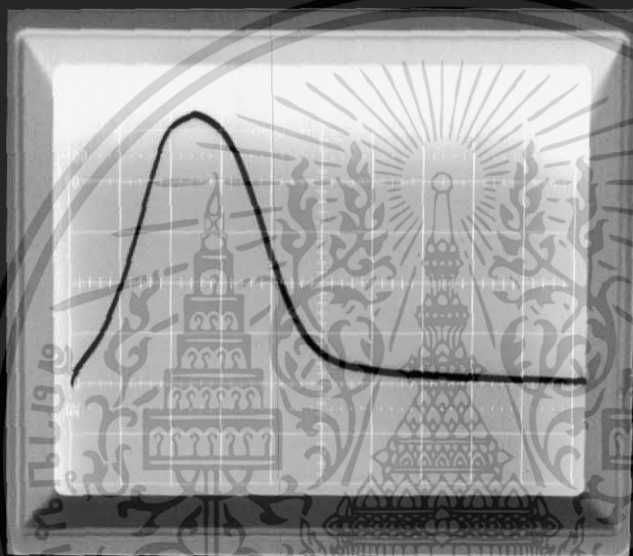


รูปที่ 4.7 ผลตอบสนองที่ได้จากวงจรจริงแบบพาสซีฟ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.6 และรูปที่ 4.7 เป็นผลตอบสนองของวงจรที่ได้จากการซิมูเลท (simulate) วงจรในรูปที่ 4.4 และรูปที่ 4.5 ด้วยโปรแกรม PSPICE ซึ่งจะเห็นว่าผลตอบสนองที่ได้ให้รูปสัญญาณใกล้เคียงกับทางอุดมคติ และถ้าเราเพิ่มกำลังของทรานสเฟอ์ฟังก์ชันให้มากขึ้นผลตอบสนองจะยิ่งใกล้เคียงกับอุดมคติมากขึ้น

รูปที่ 4.8 เป็นผลตอบสนองของสัญญาณพัลส์ชาน์กำลังสองที่เกิดขึ้นจากการทดลองจริงซึ่งใช้ทรานสเฟอ์ฟังก์ชันที่มีกำลังเท่ากับ 3 และวงจรที่ใช้ต่อเป็นแบบแอกทีฟ



Time / Div = 5 μ Sec

Volts / Div = 0.1 V

รูปที่ 4.8 สัญญาณพัลส์ชาน์กำลังสองที่เกิดขึ้นจากการทดลอง

สรุปและวิจารณ์

จากการทดลองในการประมาณฟังก์ชันพัลส์ชายน์กำลังสองในไทม์โดเมน ด้วยวิธีการของลาแกร์ โพลีโนเมียลนี่เป็นที่น่าพอใจ เนื่องจากเราทำการทดลองที่ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันกำลัง 3 จึงได้รูปสัญญาณที่ประมาณค่อนข้างลาดเมื่อเทียบกับรูปสัญญาณทางอุดมคติ เป็นเพราะว่ากำลังที่ใช้ในการทดลองต่ำ ดังนั้นถ้าเราใช้ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันกำลังสูงขึ้น เช่น กำลัง 5 ก็จะทำให้ได้รูปสัญญาณที่ประมาณใกล้เคียงกับรูปสัญญาณทางอุดมคติมากขึ้น แต่จะเกิด Overshoot เพิ่มขึ้นด้วยสาเหตุที่เป็นแบบนี้ก็เนื่องมาจากเรามีการหาค่าสัมประสิทธิ์ด้วยวิธีพาดร์ แล้วจึงแปลงกลับมาเป็นลาแกร์โพลีโนเมียล ซึ่งอยู่ในรูปของ $(s-a)/(s+a)$ จึงเป็นการจำกัดรูปสัญญาณ ทำให้การปรับรูปสัญญาณทำได้ยากและลำบากกว่าวิธีอื่น เช่น root mean squares ซึ่งจะสามารถปรับรูปสัญญาณได้ง่ายกว่า แต่วิธีการประมาณทรานสเฟอร์ฟังก์ชันด้วยวิธีลาแกร์ โพลีโนเมียลนี้จะมีข้อดีตรงที่เราสามารถสร้างวงจรได้ด้วยวงจรทั้งแบบพาสซีฟและแบบแอคทีฟ อาร์ซี ได้ง่ายกว่าวิธีอื่น เนื่องมาจากค่าารากของโพลที่เกิดขึ้นมีเฉพาะค่าจริงเท่านั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

1. วิทยา สงวนวรรณ “การใช้งาน Mathcad เวอร์ชัน 4.0 สำหรับวินโดวส์” จัดพิมพ์และจำหน่ายโดย บริษัทซีเอ็ดยูเคชั่น จำกัด(มหาชน) พิมพ์ที่ หจก.เม็ดทรายพริ้นติ้ง พ.ศ 2537
2. Erwin Kreszig., “Advanced Engineering Mathematics 7th ed,” John Wiley & Sons, Inc. New York Chichester Brisbane Toronto Singapore 1993
3. Kendall L.Su., “Time-Domain Synthesis of Linear Network,” Prentice-Hall, Inc Englewood Cliffs, New Jersey 1971
4. Temes, G.C., “Optimization Method in Circuit Design. Filter Design in Transformed Frequency Variable. Chapter 5 and 6 in: Computer Oriented Circuit Design,” Englewood Cliffs, New Jersey 1969
5. Sappl, E., “Entwurf von Laguerre-Netzwerken mit minimalem Zeit-Bandbreite-Produkt,” Arch. Elekt. Übertragung 24(1970):12, pp545-552
6. Zadeh, L. & Desoer, C., “Linear System Theory,” New York 1963
7. Rice, J.R., “The Approximation of Function Linear Theory,” Reading, Massachusetts 1964
8. William, A.B., “Active Filter Design,” Artech House, Dedham, Mass., 1975

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

Program Bairstow;
Const NearZero = 1e-20;
Var A,B,C      : Array [1..100] of Real;
    iter,N,N1,i,j : Integer;
    U,V,rel1,rel2,img : Real;
    Converge     : Boolean;
    Error        : Real;
    X,Y,Det,du,dv : Real;
    iterMax,rt,K  : Integer;
Begin
    Clrscr;
    writeln('      * Bairstow method *');
    writeln;
    write('Order of Polynomial = ');
    readln(N);
    writeln(' Enter Coefficient of equation ( Max to min order )');
    for i := 1 to N+1 do
        begin
            write('a',i,' = ');
            readln(A[i+2]);
        end;
    write(' Admissible Error = ');
    readln(Error);
    write(' max. iteration = ');
    readln(IterMax);
    rt:=1;
    for i := 1 to N+1 do
        begin
            U:=-1;V:=-1;
            B[1]:=0;B[2]:=0;
            C[2]:=0;iter:=0;C[1] :=0;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

repeat
  Converge:=false;
  B[3]:=A[3];B[4]:=A[4]+U*B[3];
  C[3]:=A[3];C[4]:=B[4]+U*C[3];
  for j := 5 to N+3 do
    begin
      R[j]:= A[j] + U*B[j-1] + V*B[j-2];
      C[j]:= B[j] + U*C[j-1] + V*C[j-2];
    end;
  Det := Sqr(C[N+1]) - (C[N]*C[N+2]);
  if Abs(Det) <= NearZero then
    begin { det = 0 }
      U:=U+1;
      V:=V+1
    end { det = 0 }
  else
    begin { det > 0 }
      du:=((B[N+2]*C[N+1])-(B[N+3]*C[N]))/Det;
      dv:=((B[N+3]*C[N+1])-(B[N+2]*C[N+2]))/Det;
      U:=U-du;
      V:=V-dv;
      if (abs(du)<Error) or (abs(dv)<Error) then
        ConVerge := true else iter:= iter+1;
      end; { det > 0 }
  until (converge) or (iter > iterMax);
  if converge then
    begin { Converge }
      if N = 2 then
        begin
          U := (-1)*A[4]/A[3];
          V := (-1)*A[5]/A[3];

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

end;
x:= U/2;
y:= (x*x) + V;
if y < 0 then
begin { Y < 0 }
rel1 := x;
rel2 := x;
img := Sqrt((-1)*y);
end { Y < 0 }
else
begin { Y > 0 }
rel1 := x+sqrt(y);
rel2 := x-sqrt(y);
img := 0;
end; { Y > 0 }
writeln('Root',rt,',',rel1,',',img,',');
writeln('Iteration = ',iter);
writeln('Root',rt+1,',',rel2,',',(-1)*img,',');
writeln('Iteration = ',iter);
rt := rt + 2;
N := N - 2;
if N = 0 then exit;
if N = 1 then
begin { N = 1 }
writeln('Root',rt,',',(-1)*B[4]/B[3]);
writeln;
exit;
end; { N = 1 }
for j := 3 to N+3 do
begin
A[j]:=B[j];

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
end;
end { converge }
else
begin { No Converge }
writeln(' NO CONVERGE !!!');
exit;
end; { No converge }
end; { i }
end.
```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้