

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การหาค่า Build Up Factor ของรังสีแกมมาในเหล็กและทองแดง



เลขหมู่.....
เลขทะเบียน.....**62315**
วัน,เดือน,ปี- 8 ส.ค. 2549

b.....**44620201**
i.....

โครงการพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
ภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์
คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา พ.ศ.2548

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Measurement of Build Up Factor of Gamma Rays in Iron and Copper



Miss.Veeraya Vorakitphitakgul

Miss.Siriporn Jaikla

**A Special Project Submitted in Partial Fulfillment of the Requirement for the Degree of Bachelor
of Science**

Department of Applied Physics

Faculty of Science

King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang

Academic Year 2005

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โครงการพิเศษ	การหาค่า Build Up Factor ของรังสีแกมมาในเหล็กและทองแดง
นักศึกษา	นางสาววิรญา วรกิจพิทักษ์กุล นางสาวศิริพร ใจกล้า
ภาควิชา	ฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์
สาขาวิชา	ฟิสิกส์ประยุกต์
ปีการศึกษา	2548
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผศ.ดร.ปรีชา เทียนสมประสงค์

บทคัดย่อ

โครงการพิเศษนี้ศึกษาและทำการวัดหาค่า Build up factor ของรังสีแกมมาในวัสดุตัวกลางเหล็กและทองแดง ใช้ซีเซียม-137 เป็นแหล่งกำเนิดรังสีแกมมา ซึ่งมีค่าความแรงเริ่มต้น 200 mCi และมีค่าครึ่งชีวิตเท่ากับ 30.17 ปี สลายตัวให้รังสีแกมมาพลังงาน 0.662 MeV โดยใช้หัววัดรังสีโซเดียมไอโอไดด์ ทัลเลียม เป็นตัวตรวจจับรังสีแกมมา สิ่งสำคัญประการหนึ่งในโครงการนี้คือการจัดอุปกรณ์ โดยจัดให้ศูนย์กลางของลำรังสีแกมมา วัสดุตัวกลางและหัววัดรังสีอยู่ในแนวและระดับเดียวกัน ช่วงความหนาของวัสดุตัวกลางทั้งเหล็กและทองแดงที่ใช้หาค่า Build up factor คือ 10-130 mm พบว่าค่า Build up factor ของรังสีแกมมาสำหรับโลหะแต่ละชนิดมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อความหนาของวัสดุตัวกลางเพิ่มขึ้น และพบว่าค่า Build up factor ของรังสีแกมมาในทองแดงมีค่ามากกว่าในเหล็ก

Special Project Title Measurement of Build Up Factor of Gamma Ray in Iron
And Copper

Name Miss. Veeraya Vorakitphitakgul
Miss. Siriporn Jaikla

Department Applied Physics Faculty of Science

Program Applied Physics

Academic Year 2005

Special Project Advisor Asst.Prof.Dr.Preecha Teansomprasong

Abstract

This special project is the study and measurement of Build up factor of gamma ray in iron and copper. Cesium-137 was used as gamma ray source, its half life is 30.17 years and providing gamma rays of energies 0.662 MeV of initial activity 200 mCi. Sodium Iodide activated Thallium (NaI(Tl)) was used for gamma ray detector. An important point of this project is the set up of the instruments, through which the centers of gamma ray beam, target and detector were aligned and adjusted to the height. Target thicknesses of range 10-130 mm were used for both iron and copper. It was found that Build up factor for each element increases as the thickness increases and Build up factor of gamma rays in copper seem to be higher than iron.

กิตติกรรมประกาศ

โครงการพิเศษนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี เนื่องจากได้รับความเมตตาเป็นอย่างยิ่งจาก ผศ.ดร.ปรีชา เทียนสมประสงค์ อาจารย์ประจำภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อาจารย์ที่ปรึกษาโครงการพิเศษ ซึ่งได้ให้ คำปรึกษาและเอื้อเฟื้ออุปถัมภ์ในการวิจัยตลอดการดำเนินการวิจัย ขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบคุณพี่ๆ ห้องปฏิบัติการ Computational Physics Research Laboratory ทุกคนที่คอยให้ คำแนะนำและคำปรึกษาตลอดการทำโครงการนี้ และขอขอบคุณ คุณเฉลิมพล สาริบุตร นักศึกษา ปริญญาโท ภาควิชาฟิสิกส์ประยุกต์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่ให้ คำปรึกษาเกี่ยวกับโครงการพิเศษตลอดมา

ขอขอบคุณ พี่ทุกคน เพื่อนๆ ทุกคนที่คอยให้กำลังใจและให้คำปรึกษาดำเนินการทำโครงการนี้ คุณค่าและประโยชน์อันพึงมีจากโครงการพิเศษนี้ ผู้เขียนขอมอบแต่บิดามารดา และผู้มีพระคุณ ในการศึกษาทุกท่าน

นางสาววิรญา วรกิจพิทักษ์กุล

นางสาวศิริพร ใจกล้า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
สารบัญ	ก
สารบัญรูป	ข
สารบัญตาราง	ง
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 ความเป็นมาของโครงการพิเศษ	1
1.2 วัตถุประสงค์	1
1.3 ขอบเขตการวิจัย	2
1.4 ระยะเวลาในการดำเนินงาน	3
1.5 ผลที่คาดว่าจะได้รับ	4
บทที่ 2 ทฤษฎีและหลักการ	
2.1 รังสีแกมมา	5
2.2 อันตรกิริยาของรังสีแกมมากับสสาร	6
2.3 การลดทอนของรังสีแกมมา	17
2.4 Build Up Factor	21
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย	
3.1 อุปกรณ์การทดลอง	23
3.2 การจัดอุปกรณ์	29
3.3 วิธีการทดลองและการรวบรวมข้อมูล	39
บทที่ 4 ผลการทดลองและอภิปรายผล	
4.1 ผลการทดลอง	42
4.2 วิเคราะห์ผลการทดลอง	43
4.3 อภิปรายผลการทดลอง	46
บทที่ 5 สรุปและข้อเสนอแนะ	
5.1 สรุปผลการทดลอง	47
5.2 ปัญหาที่พบ	48
5.3 ข้อเสนอแนะ	48
เอกสารอ้างอิง	49
ภาคผนวก	50

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญภาพ

รูปที่	หน้า
รูปที่ 2.1 แสดงการเปลี่ยนแปลงระหว่างระดับพลังงานต่างกัน 2 ระดับในนิวเคลียส	5
รูปที่ 2.2 แสดงการเกิดปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก	7
รูปที่ 2.3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์การดูดกลืนสำหรับปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริกและพลังงานของโฟตอนสำหรับอะลูมิเนียม เหล็ก ดีบุกและตะกั่ว	9
รูปที่ 2.4 แสดงการกระเจิงของอิเล็กตรอนและ โฟตอนในปรากฏการณ์คอมป์ตัน	10
รูปที่ 2.5 ทิศทางการเคลื่อนที่ของโฟตอนของรังสีแกมมาจากการกระเจิงแบบคอมป์ตัน	10
รูปที่ 2.6 แสดงถึงกระบวนการชนแบบต่างๆ เนื่องจากรังสีแกมมาที่ค่าพลังงานต่างๆ ในโซเดียมไอโอไดด์	12
รูปที่ 2.7 แสดงการเกิดการผลิตุ	13
รูปที่ 2.8 ช่วงสำคัญของอันตรกิริยาโฟโตอิเล็กทริก คอมป์ตัน และการผลิตุที่ขึ้นอยู่กับเลขอะตอมของวัสดุตัวกลางและพลังงานของรังสีแกมมา	14
รูปที่ 2.9 แสดงภาคตัดขวางของการผลิตุของอูมิเนียมและตะกั่ว	15
รูปที่ 2.10 สัมประสิทธิ์การดูดกลืนรวม และอันตรกิริยาแต่ละชนิดสำหรับ โฟตอนที่มีค่าพลังงานต่างๆ ในตะกั่ว	16
รูปที่ 2.11 สัมประสิทธิ์การดูดกลืนรวมของตะกั่ว สังกะสี ทองแดง และอูมิเนียม สำหรับโฟตอนที่มีค่าต่างๆ	16
รูปที่ 2.12 ลำรังสีแกมมาทะลุผ่านแผ่นวัสดุไปยังหัววัดรังสี	17
รูปที่ 2.13 ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนของรังสีที่ผ่านตัวกลางต่อรังสีก่อนตกกระทบตัวกลางกับความหนาของตัวกลาง	18
รูปที่ 2.14 (ก) สัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงมวลของธาตุที่ค่าพลังงานต่างๆ (ข) สัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงมวลของวัสดุตัวกลางที่ค่าพลังงานต่างๆ	19
รูปที่ 2.15 สัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงมวลในตะกั่วของรังสีแกมมาที่ค่าพลังงานต่างๆ	20
รูปที่ 2.16 การเกิด Build up factor	22
รูปที่ 2.17 ค่า Build up factor ของเหล็กที่ความหนาต่างๆ สำหรับรังสีแกมมาจากแหล่งกำเนิด Ir และ Co	22
รูปที่ 3.1 แผนผังแสดงการจัดเครื่องมือวัดรังสีแกมมา	23

สารบัญญภาพ(ต่อ)

รูปที่	หน้า
รูปที่ 3.2 แสดงลักษณะของหัววัดรังสีแกมมาชนิดโซเดียมไอโอไดค์ (NaI(Tl))	24
รูปที่ 3.3 แสดง Full Width at Half Maximum ของสเปกตรัมของรังสีแกมมา	25
รูปที่ 3.4 แผนผังการสลายตัวของซีเซียม-137	26
รูปที่ 3.5 สเปกตรัมของรังสีแกมมาที่ได้จากแหล่งกำเนิดซีเซียม-137	26
รูปที่ 3.6 โครงสร้างของตัวบรรจุแหล่งกำเนิดรังสี	27
รูปที่ 3.7 แสดงวัสดุตัวกลางที่เป็นเหล็ก	28
รูปที่ 3.8 แสดงวัสดุตัวกลางที่เป็นทองแดง	28
รูปที่ 3.9 ไลอะแกรมการจัดวางอุปกรณ์การทดลอง	29
รูปที่ 3.10 แสดงอุปกรณ์ที่ใช้วางแหล่งกำเนิดรังสีและตำแหน่งในการปรับลำรังสีแกมมา	30
รูปที่ 3.11 กราฟแสดงการปรับ Horizontal Arrangement	32
รูปที่ 3.12 กราฟแสดงการปรับ Beam Alignment	33
รูปที่ 3.13 แสดงการปรับหาขนาดของลำรังสีแกมมาแนวซ้ายขวา	34
รูปที่ 3.14 กราฟแสดงการหาขนาดของลำรังสีแกมมาแนวบน	35
รูปที่ 3.15 กราฟแสดงการหาขนาดของลำรังสีแกมมาแนวล่าง	36
รูปที่ 3.16 แสดงการปรับหาขนาดของลำรังสีแกมมาแนวบนล่าง	37
รูปที่ 3.17 กราฟแสดงการหาขนาดของลำรังสีแกมมาแนวซ้าย	38
รูปที่ 3.18 กราฟแสดงการหาขนาดของลำรังสีแกมมาแนวขวา	39
รูปที่ 3.19 สเปกตรัมของรังสีแกมมา และการลากเส้นแบกกราวด์เพื่อหาพื้นที่ใต้กราฟ	39
รูปที่ 4.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า Build up factor กับความหนาของเหล็ก	45
รูปที่ 4.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า Build up factor กับความหนาของทองแดง	46
รูปที่ 5.1 เปรียบเทียบค่า Build up factor ของรังสีแกมมาในเหล็กที่ความหนาต่าง ๆ สำหรับแหล่งกำเนิดรังสีแกมมา Iron-182 Co-60 และ Cs-137	47

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
ตารางที่ 3.1 แสดงผลการปรับ Horizontal arrangement	31
ตารางที่ 3.2 แสดงผลการปรับ Beam Alignment	32
ตารางที่ 3.3 การหาขนาดของลำรังสีแนวขน	34
ตารางที่ 3.4 การหาขนาดของลำรังสีแนวล่าง	35
ตารางที่ 3.5 การหาขนาดของลำรังสีแนวซ้าย	37
ตารางที่ 3.6 การหาขนาดของลำรังสีแนวขวา	38
ตารางที่ 4.1 ความเข้มของรังสีแกมมาเมื่อรังสีแกมมาผ่านเหล็ก	42
ตารางที่ 4.2 ความเข้มของรังสีแกมมาเมื่อรังสีแกมมาผ่านทองแดง	43
ตารางที่ 4.3 สัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นรวมของเหล็กและทองแดง	44
ตารางที่ 4.4 แสดงค่า Build up factor ของรังสีแกมมาในเหล็ก	44
ตารางที่ 4.5 แสดงค่า Build up factor ของรังสีแกมมาในทองแดง	45

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาของโครงการพิเศษ

ในภาวะปัจจุบันการประยุกต์ใช้รังสีในประเทศไทยได้แทรกซึมไปทุกวงการ เช่น วงการแพทย์ งานวิจัย วงการอุตสาหกรรมและอื่นๆ และมีแนวโน้มว่าประเทศไทยจะมีความต้องการใช้รังสีอย่างแพร่หลายมากขึ้น โดยทุกวงการดังกล่าวล้วนแต่ต้องปฏิบัติงานอยู่ภายในบริเวณที่เสี่ยงต่อการได้รับรังสี และอาจเป็นอันตรายต่อผู้ปฏิบัติงานหากร่างกายได้รับรังสีในปริมาณที่มากเกินไปเกินกำหนด จึงควรมีระบบการป้องกันรังสีที่ดีเพื่อความปลอดภัยของผู้ปฏิบัติงาน เพราะเนื่องจากว่ารังสีที่แผ่ออกมาจากแหล่งกำเนิดนั้นไม่ได้แผ่ออกมาแค่ทิศทางเดียว แต่รังสีแผ่ออกมาจากแหล่งกำเนิดในทุกทิศทาง

เมื่อลำของรังสีแกมมาที่แผ่ออกมาจากแหล่งกำเนิดในลักษณะที่มีการบานออก และทะลุผ่านวัสดุตัวกลางที่มีความหนาก่อนที่จะไปถึงหัววัดรังสี ปริมาณของรังสีแกมมาที่หัววัดรังสีวัดได้เพิ่มขึ้นจากที่คาดการณ์ไว้ โดยค่าที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของปริมาณรังสีแกมมาก่อนและหลังผ่านวัสดุตัวกลางที่มีความหนาเรียกว่าค่า Build up factor ซึ่งเป็นค่าที่ขึ้นกับชนิดและความหนาของวัสดุตัวกลางที่นำมาใช้กั้นระหว่างแหล่งกำเนิดกับหัววัดรังสี

ในโครงการพิเศษนี้ทำการหาค่า Build up factor ของรังสีแกมมาในวัสดุตัวกลางที่เป็นเหล็กและทองแดงที่มีความหนาต่างๆ และผลที่ได้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานต่างๆ ได้ไม่ว่าจะเป็นงานวิจัย งานทางการแพทย์ ทางอุตสาหกรรมและอื่นๆ

1.2 วัตถุประสงค์

1. ศึกษาอันตรกิริยาของรังสีแกมมาเมื่อผ่านเข้าไปในโลหะ
2. ศึกษาและหาวิธีการหาค่า Build Up factor ของรังสีแกมมา ในโลหะชนิดต่างๆ ที่ค่าความหนาต่างๆกัน

1.3 ขอบเขตการวิจัย

ศึกษาเทคนิคการหาค่า Build Up factor ของรังสีแกมมาในโลหะที่มีความหนาต่างกัน ซึ่งในการศึกษาโครงการนี้จะใช้เหล็กและทองแดง โดยค่าความหนาที่ใช้อยู่ระหว่าง 10 mm. - 160 mm. สำหรับเหล็กและทองแดง โดยใช้รังสีแกมมาจากแหล่งกำเนิดรังสี ¹³⁷Cs ซึ่งมีความแรง 200 mCi



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.4 ระยะเวลาในการดำเนินงาน

ขั้นตอนและวิธีการดำเนินงาน	2548					2549				
	ม.ย.	ก.ค.	ธ.ค.	ก.ย.	ค.ค.	พ.ย.	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.
1. ศึกษาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับกรทดลอง										
2. ออกแบบและจัดอุปกรณ์										
3. ศึกษาการทำงานของหัววัดรังสีและโปรแกรมที่ใช้ในการวิเคราะห์										
4. ทดลองหาค่าBuild up factorในเหล็กและทองแดง										
5. ปรับปรุงแก้ไขข้อผิดพลาด										
6. วิเคราะห์และสรุปผล										
7. จัดทำรายงานฉบับสมบูรณ์										

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้สำหรับภายในใช้เพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น หน้าไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรรมใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งยังมีเหตุดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.5 ผลที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้เรียนรู้เกี่ยวกับอันตรายกิริยาของรังสีแกมมากับการสื่อสารต่างๆ รวมถึงศึกษาเกี่ยวกับประโยชน์ และอันตรายของรังสีแกมมา
2. ได้เรียนรู้เทคนิคการใช้เครื่องมือทางนิวเคลียร์สำหรับการวัดค่า Build up factor ของรังสีแกมมาในโลหะ
3. จากเทคนิคที่ได้เรียนรู้สามารถนำไปใช้หาค่า Build up factor ของรังสีแกมมาในตัวอย่างชนิดอื่นๆ ได้
4. ได้ตารางค่า Build up factor ของรังสีแกมมาในเหล็กและทองแดงที่ค่าความหนาต่างๆ
5. ผลที่ได้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการบำบัดรักษาโรคในทางการแพทย์ งานวิจัยและอุตสาหกรรมที่มีการใช้รังสีแกมมา



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

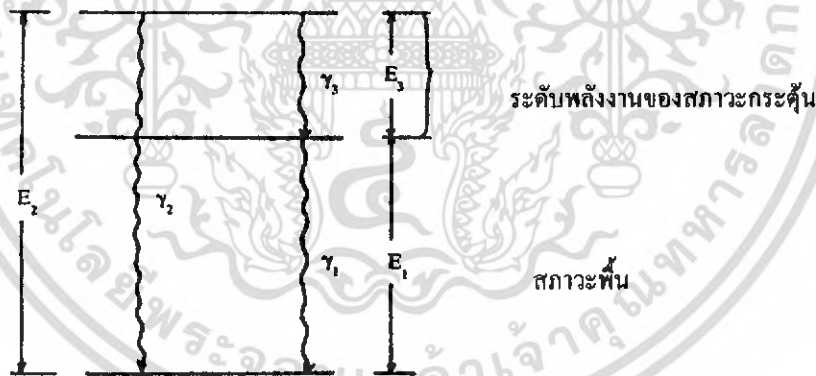
บทที่ 2

ทฤษฎีและหลักการ

2.1 รั้งสีแกมมา

รั้งสีแกมมาเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า และไม่มีประจุ จึงไม่สามารถวัดได้โดยการเบนด้วยสนามแม่เหล็ก และเนื่องจากรั้งสีแกมมามีอำนาจทะลุทะลวงสูง จึงมักวัดพลังงานโดยให้รั้งสีแกมมาผ่านสสาร ซึ่งรั้งสีแกมมาได้จากการเปลี่ยนแปลงทางนิวเคลียร์ (nuclear transitions) หรือการเปลี่ยนแปลงไอโซเมอริก (isomeric transition)

พลังงานของรั้งสีแกมมามีลักษณะเป็นโฟตอน มีพลังงานสูง เป็นผลเนื่องมาจากการปรับตัวเข้าสู่สถานะพื้นของธาตุที่อยู่ในสภาวะกระตุ้น ซึ่งเป็นการเปลี่ยนแปลงระดับพลังงานในนิวเคลียส ดังรูปที่ 2.1 เป็นการปล่อยโฟตอนพลังงาน E_1 และ E_2 ในการเปลี่ยนแปลงสภาวะที่กระตุ้นต่างๆ มายังสภาวะพื้น



รูปที่ 2.1 แสดงการเปลี่ยนแปลงระหว่างระดับพลังงานต่างกัน 2 ระดับในนิวเคลียส

พลังงานและความถี่ของรังสีแกมมา มีความสัมพันธ์ตามสมการของพลังค์ ช่วงเวลาของการสลายตัวให้รังสีแกมมาสั้นมาก และแตกต่างกันนิวไคลด์ โดยมักจะอยู่ในช่วงประมาณ 10^{-11} วินาที จึงทำให้รู้สึกว่ารังสีแกมมาปล่อยออกมาพร้อมๆกัน กับการสลายตัวของนิวไคลด์แม่ แต่ในบางนิวไคลด์ก็อาจใช้เวลามากกว่า 1 วินาที ในการปรับตัวเข้าสู่สถานะพื้น เช่น $^{137}_{55}\text{Cs}$ ซึ่งเป็นไอโซโทปรังสี (ไอโซโทปที่ไม่เสถียร) สลายตัวให้รังสีเบตา ได้นิวไคลด์ลูก ($^{137}_{56}\text{Ba}$ ซึ่งเป็นไอโซโทปที่เสถียร) ที่มีครึ่งชีวิต 2.55 วินาที ในการปรับตัวเข้าสู่สถานะพื้น อาจเรียกสถานะเช่นนี้ว่า สถานะอุปเสถียร (metastable state) จากสมการของพลังค์

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (2.1)$$

เมื่อ h เป็นค่าคงที่ของพลังค์ มีค่าเท่ากับ 6.6252×10^{-34} J.s

ν เป็นความถี่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า

λ คือความยาวคลื่น

c เป็นความเร็วแสง เท่ากับ 3×10^8 เมตร/วินาที

E เป็นค่าพลังงานของโฟตอน มีหน่วยเป็น MeV

พลังงานของรังสีแกมมาที่เกิดจากการกระตุ้นทางนิวเคลียร์ (Nuclear excitation energy) มักมีพลังงานอยู่ในช่วง 0.1 ถึง 10 MeV โดยที่รังสีแกมมาพลังงาน 1 MeV คือพลังงานของโฟตอน 1 MeV ดังนั้นรังสีแกมมาที่ได้ออกมาจึงมีพลังงานต่างๆกัน ซึ่งความยาวคลื่นของรังสีแกมมามีขนาดสั้นมากคืออยู่ในช่วง 10^{-9} จนถึง 10^{-11} เมตร

2.2 อันตรกิริยาของรังสีแกมมากับสสาร

รังสีแกมมาเป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า เมื่อกระทบกับสสารจะเกิดอันตรกิริยาดังกัน 3 อย่าง คือ ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก (Photoelectric Effect) การกระเจิงแบบคอมพ์ตัน (Compton Scattering) และการผลิตคู่ (Pair Production) ในทุกอันตรกิริยาที่เกิดขึ้น โฟตอนของรังสีแกมมาจะถ่ายเทพลังงานบางส่วนหรือทั้งหมดให้กับอิเล็กตรอนในอะตอมของตัวกลาง

2.2.1 ปฏิกิริยาโฟโตอิเล็กทริก (Photoelectric Effect)

ปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก เป็นปรากฏการณ์ที่โฟตอนซึ่งมีพลังงานมากกว่าพลังงานยึดเหนี่ยว (E_b : Binding Energy) ของอิเล็กตรอนในอะตอมของตัวกลาง วิ่งเข้าชนอิเล็กตรอนในอะตอม และถ่ายเทพลังงานทั้งหมดให้กับอิเล็กตรอนในวงโคจร และทำให้อิเล็กตรอนหลุดออกจากอะตอม ดังแสดงในรูปที่ 2.2

ถ้า E_e คือพลังงานจลน์ของโฟโตอิเล็กตรอน จะได้ว่า

$$E_e = h\nu - E_b \quad (2.2)$$

เมื่อ h เป็นค่าคงที่ของพลังค์มีค่าเท่ากับ 6.6252×10^{-34} J.s

ν เป็นความถี่ของโฟตอน

E_e เป็นพลังงานของอิเล็กตรอน

E_b เป็นพลังงานยึดเหนี่ยว



รูปที่ 2.2 แสดงการเกิดปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก

เรียกอิเล็กตรอนที่หลุดออกมาว่า โฟโตอิเล็กตรอน(Photoelectron) ในปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก ยังมีพลังงานที่เกิดจากการเคลื่อนถอยหลังของนิวเคลียส แต่เนื่องจากพลังงานที่เกิดจากการเคลื่อนถอยหลัง (recoil energy) ของนิวเคลียสมีค่าน้อยมาก (เนื่องจากนิวเคลียสมีมวลมาก) จึงไม่

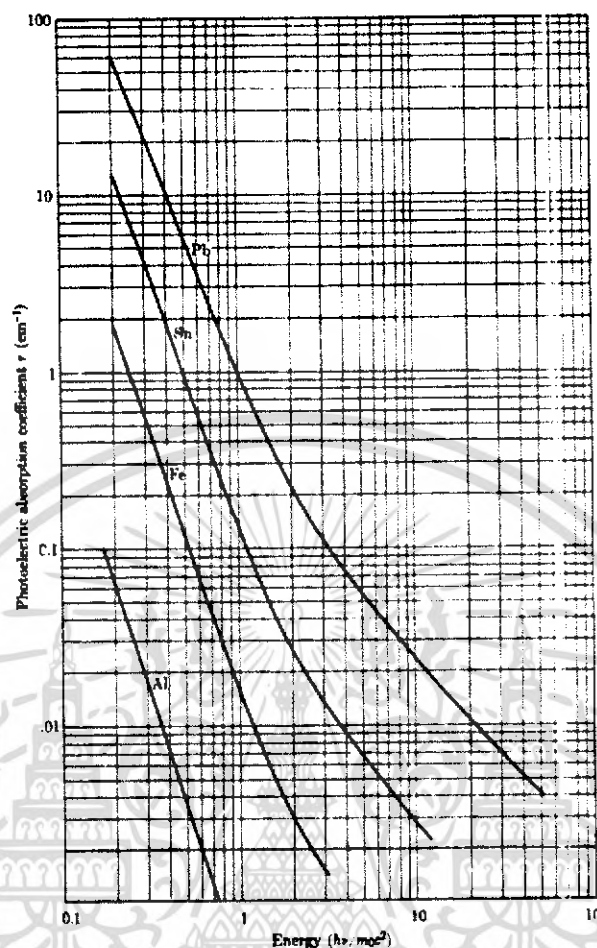
นำมาคิด ในกรณีที่โฟตอนที่วิ่งเข้าชนตัวกลางมีพลังงานสูง โฟโตอิเล็กตรอนจะถูกทำให้เคลื่อนที่ไปในทิศทางเดียวกับทิศทางของโฟตอนที่ตกกระทบ ส่วนโฟตอนที่วิ่งเข้าชนตัวกลางมีพลังงานต่ำ ทิศทางของโฟโตอิเล็กตรอนส่วนมากจะอยู่ในแนวตั้งฉากกับทิศทางของโฟตอนที่ตกกระทบ

ภาคตัดขวางของการดูดกลืนสำหรับปรากฏการณ์ โฟโตอิเล็กทริก (σ_{pe} : photoelectric absorption cross section) จะแปรตาม E^{-n} เมื่อ E คือค่าพลังงานของรังสีแกมมา โดยที่ $n \approx 3$ สำหรับรังสีแกมมาที่มีพลังงานน้อยกว่า 150 keV และที่ $n \approx 1$ สำหรับรังสีแกมมาที่มีพลังงานมากกว่า 5 MeV และภาคตัดขวางของการดูดกลืนโฟโตอิเล็กทริกยังขึ้นอยู่กับ Z^m เมื่อ Z คือเลขอะตอม ส่วน m จะมีค่าตั้งแต่ 4 ถึง 4.6 โดยที่ m มีค่าเป็น 4 เมื่อพลังงานรังสีแกมมามีค่าเป็น 100 keV และ m จะมีค่าเป็น 4.6 เมื่อพลังงานรังสีแกมมามีค่าประมาณ 3 MeV ดังนั้นภาคตัดขวางของปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริกเขียนได้เป็น

$$\sigma_{pe}(E) \propto Z^m / E^n \quad (2.3)$$

จากสมการ 2.3 จะเห็นได้ว่าโอกาสที่จะเกิดปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก จะมีค่ามากเมื่อเลขอะตอมของตัวกลางมีค่าสูง และพลังงานโฟตอนที่ชนมีค่าไม่มากนัก (< 1 MeV)

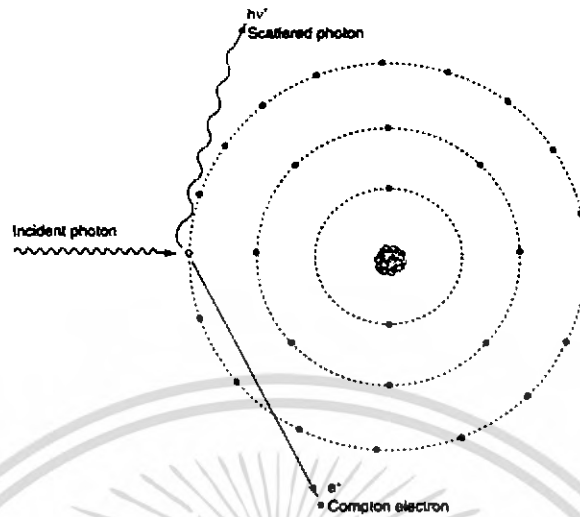
เมื่อรังสีแกมมาวิ่งผ่านเข้าไปในตัวกลาง บางส่วนของรังสีแกมมาจะถูกดูดกลืนโดยอันตรกิริยาต่างๆ (ถ้าตัวกลางต่างชนิดกันจะมีความสามารถในการดูดกลืนพลังงานแตกต่างกันโดยอันตรกิริยาต่างๆ) ความสามารถของสสารในการดูดกลืนโฟตอนด้วยปรากฏการณ์ต่างๆเหล่านี้ แสดงได้ด้วยตัวแปรที่เรียกว่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืน สัมประสิทธิ์การดูดกลืนสำหรับโฟตอนที่มีค่าพลังงานต่างๆโดยปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริกของตัวกลางชนิดต่างๆ แสดงอยู่ในรูป 2.3



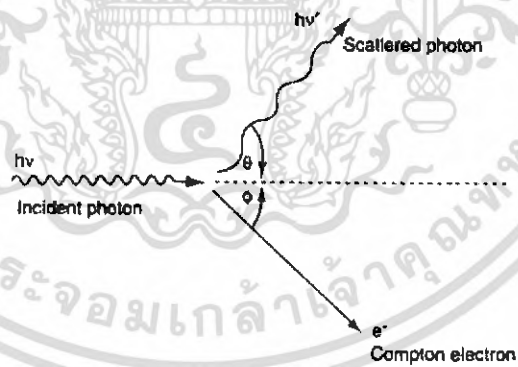
รูปที่ 2.3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์การดูดกลืนสำหรับปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริกกับพลังงานของโฟตอนสำหรับอะลูมิเนียม เหล็ก ดีบุกและตะกั่ว

2.2.2 การกระเจิงแบบคอมป์ตัน (Compton Scattering)

ในการกระเจิงแบบคอมป์ตัน โฟตอนของรังสีแกมมาที่วิ่งเข้าชนกับอิเล็กตรอนของวัสดุตัวกลางมีพลังงานมากกว่าพลังงานยึดเหนี่ยวอยู่มาก จึงถือได้ว่าเป็นการชนของโฟตอนกับอิเล็กตรอนอิสระ ในการชนแบบนี้ทั้งโมเมนตัมและพลังงานของโฟตอนไม่สูญหาย แต่โฟตอนจะสูญเสียพลังงานเพียงบางส่วนให้กับอิเล็กตรอนทำให้อิเล็กตรอนหลุดจากวงโคจรไป ดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 แสดงการกระเจิงของอิเล็กตรอนและโฟตอนในปรากฏการณ์คอมป์ตัน



รูปที่ 2.5 ทิศทางการเคลื่อนที่ของโฟตอนของรังสีแกมมาจากการกระเจิงแบบคอมป์ตัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

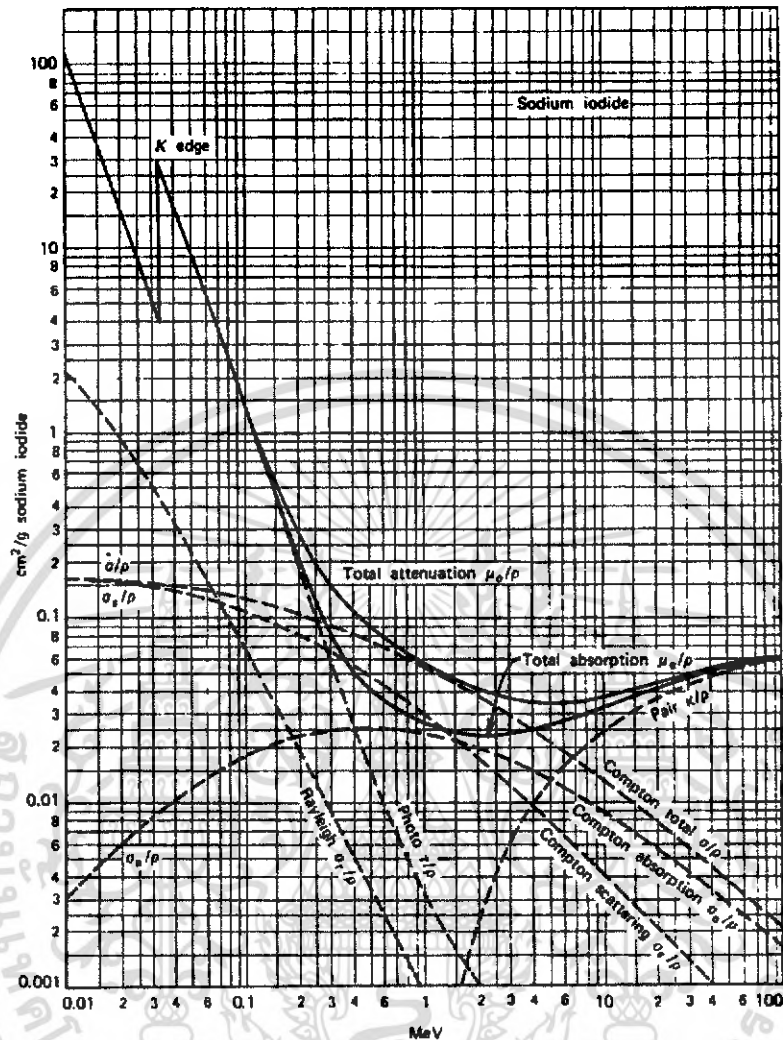
จากรูปที่ 2.4 และ 2.5 เมื่อโฟตอนที่มีพลังงาน $h\nu$ วิ่งเข้าชนอิเล็กตรอน ซึ่งถือว่าอยู่นิ่ง และมีมวลเป็น m_0 ภายหลังการชน โฟตอนจะกระเจิงออกมาด้วยพลังงานที่ไม่เท่าเดิมคือ $h\nu'$ ซึ่งทำมุม θ กับทิศทางเดิมของโฟตอน ส่วนอิเล็กตรอนที่หลุดออกมาทำมุม ϕ กับทิศทางการเคลื่อนที่ของโฟตอนที่ตกกระทบ เรียกอิเล็กตรอนที่หลุดออกมานี้ว่า คอมพ์ตันอิเล็กตรอน (Compton electron) พลังงานของโฟตอนที่เข้าชน ($h\nu$) และพลังงานของโฟตอนที่กระเจิงออกไป ($h\nu'$) มีความสัมพันธ์กันดังนี้

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_0c^2}(1 - \cos\theta)} \quad (2.4)$$

เมื่อ m_0c^2 คือ พลังงานของอิเล็กตรอนขณะหยุดนิ่ง (มีค่าเท่ากับ 0.511 MeV) จากสมการที่ 2.4 จะเห็นว่าถ้า θ มีค่าน้อยๆ พลังงานที่โฟตอนถ่ายเทให้กับอิเล็กตรอนก็จะมีค่าน้อย

ความน่าจะเป็นของการกระเจิงแบบคอมพ์ตันต่ออะตอมของวัสดุตัวกลางจะขึ้นอยู่กับจำนวนอิเล็กตรอนที่จะเป็นเป้าสำหรับการชน นั่นก็คือความน่าจะเป็นของการกระเจิงแบบคอมพ์ตันจะเพิ่มขึ้นตามเลขอะตอมของวัสดุตัวกลาง และในรูปที่ 2.6 เป็นการกระเจิงแบบคอมพ์ตันที่เกิดจากการชนแบบต่างๆ ซึ่งเกิดขึ้นในธาตุโซเดียมไอโอไดด์

ข้อแตกต่างที่พึงสังเกตได้ระหว่างปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก และการกระเจิงแบบคอมพ์ตัน คือปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริกนั้นโฟตอนจะถูกดูดกลืนพลังงานไว้ทั้งหมด แต่การกระเจิงแบบคอมพ์ตันนั้นโฟตอนจะสูญเสียพลังงานไปเพียงบางส่วน ซึ่งพลังงานของโฟตอนที่ลดลงนี้จะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับมุมที่โฟตอนกระเจิงไป สำหรับการกระเจิงแบบคอมพ์ตัน จะเห็นว่าโฟตอนที่กระเจิงไปจะมีพลังงานลดลง สำหรับวัสดุที่มีความหนาแน่นพอ โฟตอนจะเกิดการกระเจิงหลายครั้ง (multiple scattering) และถ้าโฟตอนที่กระเจิงไปนี้ไม่หลุดออกจากวัสดุตัวกลาง โฟตอนก็จะหมดไปด้วยปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก โอกาสของการเกิดปรากฏการณ์คอมพ์ตันจะมากขึ้นเมื่อวัสดุตัวกลางมีเลขอะตอมสูงและเมื่อพลังงานของโฟตอนน้อยลง



รูปที่ 2.6 แสดงถึงกระบวนการชนแบบต่างๆ เนื่องจากรังสีแกมมาที่ค่าพลังงานต่างๆ ในโซเดียมไอโอไดด์

2.2.3 การผลิตคู่ (Pair Production)

เมื่อโฟตอนของรังสีแกมมาที่มีพลังงานมากกว่าหรือเท่ากับ 1.02 MeV วิ่งเข้าไปใกล้นิวเคลียสของอะตอม โฟตอนจะถูกสนามไฟฟ้าความเข้มสูงของนิวเคลียสทำลายให้หายไปพร้อมกับเกิดอิเล็กตรอนและโพสิตรอนขึ้นมาคู่หนึ่ง ดังแสดงในรูปที่ 2.7 จากกฎการคงตัวของพลังงาน $h\nu$ จะมีค่า

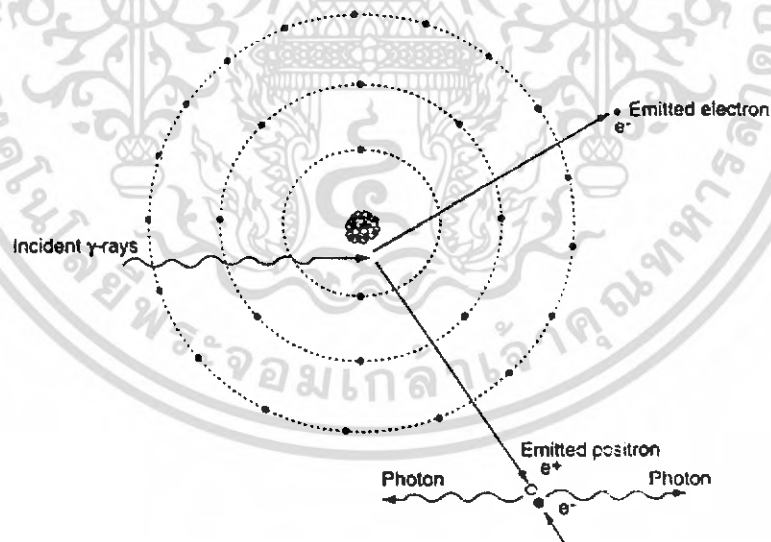
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$h\nu = 2m_0c^2 + E_+ + E_- + E_N \quad (2.5)$$

เมื่อ E_+ , E_- และ E_N เป็นพลังงานจลน์ของโพซิตรอน อิเล็กตรอน และนิวเคลียส ตามลำดับ เนื่องจากนิวเคลียสมีมวลมาก(จะมีเคลื่อนที่ได้้น้อยมาก) ค่าพลังงานจลน์ของนิวเคลียส (E_N) จึงมีค่าน้อยมากจนไม่จำเป็นต้องนำมาคิด สมการ 2.5 จึงเขียนได้เป็น

$$h\nu = 2m_0c^2 + E_+ + E_- \quad (2.6)$$

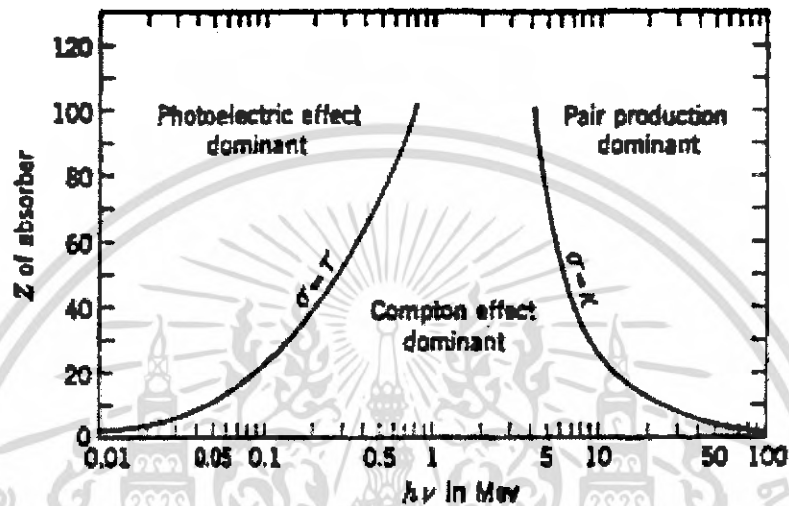
อิเล็กตรอนและโพซิตรอนที่เกิดขึ้นนี้มีพลังงานจลน์สูง ก็จะเกิดการชนกันกับอิเล็กตรอนที่อยู่ใกล้ๆ และมีพลังงานจลน์ลดลงเรื่อยๆ ในที่สุดจะเกิดการรวมตัวกันเองหรือกับอิเล็กตรอนอื่นที่อยู่ใกล้ กลายเป็นโฟตอน 2 ตัวซึ่งมีพลังงานตัวละ 0.511 MeV เรียกว่า การทำลายล้าง (annihilation radiation) โดยพลังงานของโฟตอนแต่ละตัวมีค่า 0.511 MeV หรือเท่ากับพลังงานหยุดนิ่งของอิเล็กตรอนหรือโพซิตรอน อย่างไรก็ตามโฟตอนเหล่านี้มีพลังงานต่ำและกระจัดกระจายออกไปทุกทิศทุกทาง ทำให้ปริมาณรังสีที่พุ่งต่อไปข้างหน้าลดน้อยลง



รูปที่ 2.7 แสดงการเกิดการผลิตรีงสี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อันตรกิริยาการผลิตคู่มิเพิ่มขึ้นตามเลขอะตอมของสารดังแสดงในสมการ 2.7 เมื่อพลังงานของรังสีแกมมามีค่าเพิ่มขึ้นอันตรกิริยาแบบโฟโตอิเล็กตริกและคอมพ์ตันจะลดลง แต่การผลิตคู่มิเพิ่มขึ้นสำหรับสารที่เลขอะตอมสูงขึ้น สำหรับรังสีแกมมาที่มีพลังงานมากกว่า 5 MeV กระบวนการผลิตคู่มิเป็นกระบวนการดูดกลืนโฟตอนที่มีความสำคัญที่สุด ดังแสดงในรูป 2.8



รูปที่ 2.8 ช่วงสำคัญของอันตรกิริยาโฟโตอิเล็กตริก คอมพ์ตัน และการผลิตคู่มิขึ้นอยู่กับเลขอะตอมของวัสดุตัวกลางและพลังงานของรังสีแกมมา

ค่าภาคตัดขวางของการผลิตคู่มิหรือโอกาสของการเกิดอันตรกิริยาการผลิตคู่มิ σ_{pp} ซึ่งขึ้นอยู่กับพลังงานของรังสีแกมมาและเลขอะตอมของวัสดุตัวกลาง มีค่าเป็น

$$\sigma_{pp} = Z^2 r_0^2 \alpha h \quad (2.7)$$

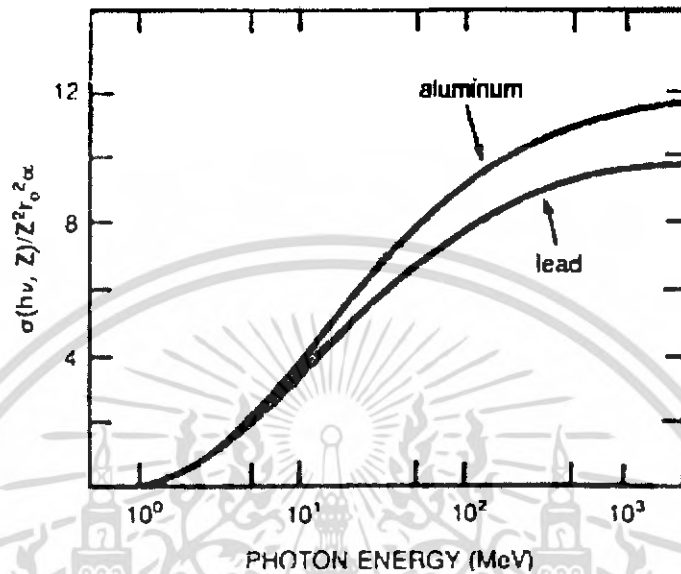
เมื่อ z คือเลขเชิงอะตอม

r_0 คือรัศมีของโฟตอน

α คือค่าความแรงของแหล่งกำเนิดรังสีแกมมา

h คือค่าคงที่ของพลังค์ มีค่าเท่ากับ 6.6252×10^{-34} J.s

ค่าภาคตัดขวางของการผลิตคู่ (σ_{pp}) ของอลูมิเนียม และตะกั่วแสดงในรูปที่ 2.9

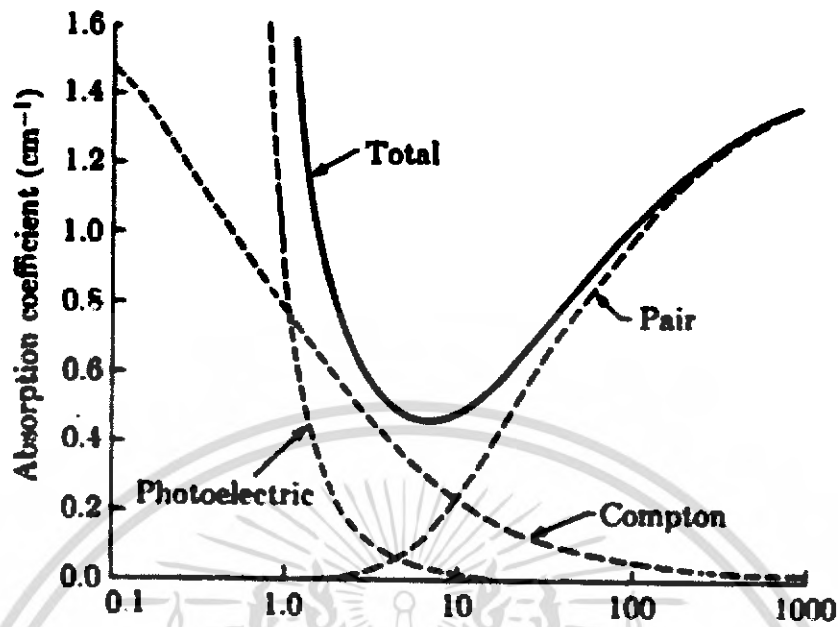


รูปที่ 2.9 แสดงภาคตัดขวางของการผลิตคู่ของอลูมิเนียมและตะกั่ว

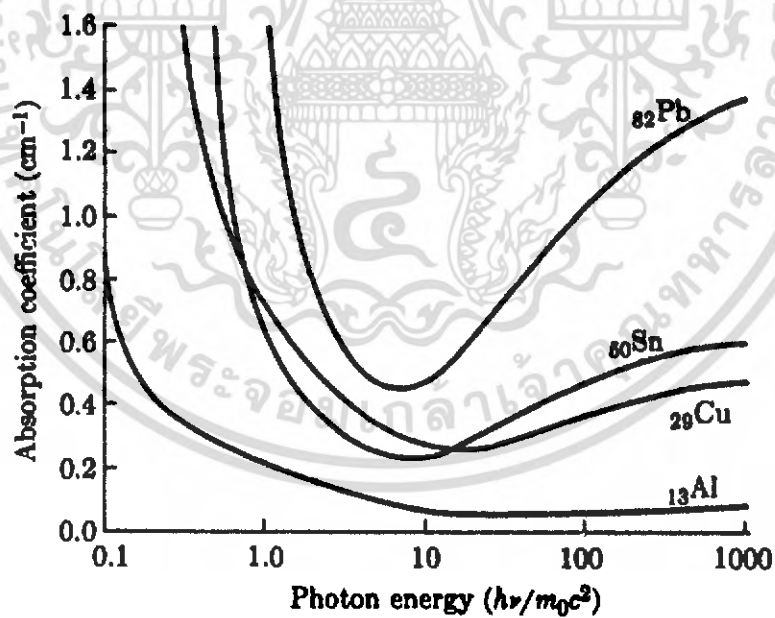
เมื่อโฟตอนมีพลังงานน้อยกว่า 1.02 MeV ค่าภาคตัดขวางของการผลิตคู่จะมีค่าเป็นศูนย์ เมื่อพลังงานเพิ่มขึ้นค่าภาคตัดขวาง ($h\nu, z$) จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วที่จะแปรตามค่า z^2 ดังปรากฏในสมการที่ 2.7 นั่นเอง

สำหรับการศึกษาค่า Build up factor ในโครงการพิเศษนี้เราใช้ ^{137}Cs เป็นแหล่งกำเนิดรังสีแกมมา ซึ่งมีพลังงาน 0.662 MeV ดังนั้นรังสีแกมมาในกรณีศึกษาจึงไม่มีขบวนการผลิตคู่เข้ามาเกี่ยวข้อง

สัมประสิทธิ์การดูดกลืนรวมและการเกิดอันตรกิริยารชนิดต่างๆ ในตะกั่ว สำหรับโฟตอนที่มีพลังงานต่างๆ และสัมประสิทธิ์การดูดกลืนรวมสำหรับพลังงานของวัสดุตัวกลางชนิดต่างๆ แสดงในรูปที่ 2.10 และ 2.11 ตามลำดับ



รูปที่ 2.10 สัมประสิทธิ์การดูดกลืนรวม และอันตรกิริยาแต่ละชนิดสำหรับโฟตอนที่มีค่าพลังงานต่างๆ ในตะกั่ว

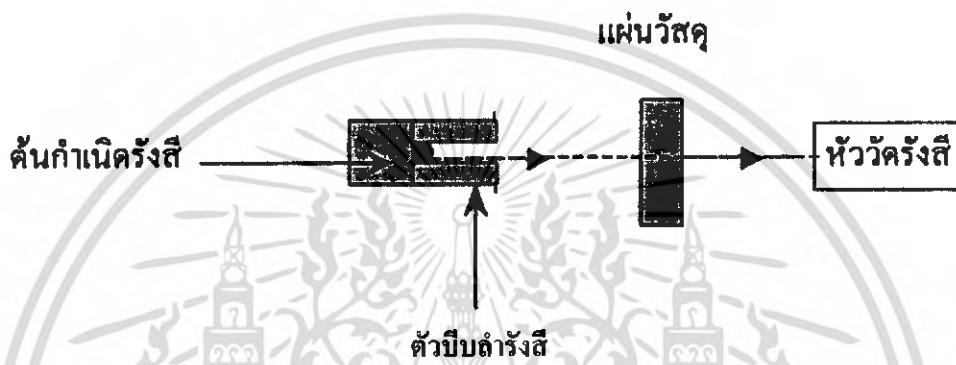


รูปที่ 2.11 สัมประสิทธิ์การดูดกลืนรวมของตะกั่ว สังกะสี ทองแดง และอลูมิเนียมสำหรับโฟตอนที่มีค่าต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 การลดทอนของรังสีแกมมา

เมื่อรังสีแกมมาวิ่งผ่านเข้าไปในสสาร รังสีส่วนหนึ่งจะเกิดอันตรกิริยาต่างๆ กับสสารดังที่ได้กล่าวมาแล้ว ความเข้มของรังสีที่ผ่านสสารออกมาจะลดทอนลงมากหรือน้อย ขึ้นกับความหนาและชนิดของสสารที่รังสีแกมมาทะลุผ่าน และขึ้นกับค่าพลังงานหรือความถี่ของรังสีแกมมา



รูปที่ 2.12 ลำรังสีแกมมาทะลุผ่านแผ่นวัสดุไปหัววัดรังสี

ถ้าพิจารณารังสีแกมมาพลังงานเดียว (monoenergetic gamma-ray) ซึ่งถูกบิบบักรังสีให้กลายเป็นลำแคบๆ วิ่งผ่านตัวกลางดังรูปที่ 2.12 ความสัมพันธ์ของความเข้มของรังสีแกมมาก่อนผ่านตัวกลาง (I_0) และหลังผ่านตัวกลาง (I) เป็นดังนี้

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (2.8)$$

เมื่อสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้น μ ซึ่งสัมพันธ์กับสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงมวล μ_m โดย

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.9)$$

เมื่อ ρ คือ ค่าความหนาแน่นของสสาร มีหน่วยเป็น (g/cm^3)

x คือความหนาของแผ่นวัสดุ มีหน่วยเป็น (cm)

เมื่อใช้ความสัมพันธ์นี้แทนลงในสมการ 2.9 จะได้เป็น

$$I = I_0 e^{-\mu_m \rho x} \quad (2.10)$$

ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนของรังสีที่ผ่านตัวกลาง ต่อรังสีก่อนตกกระทบตัวกลางกับความหนาของตัวกลางเป็นไปดังรูปที่ 2.13



รูปที่ 2.13 ความสัมพันธ์ของอัตราส่วนของรังสีที่ผ่านตัวกลางต่อรังสีก่อนตกกระทบตัวกลางกับความหนาของตัวกลาง

สัมประสิทธิ์การลดทอน

สัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นรวมสัมพันธ์กับภาคตัดขวางรวมของการดูดกลืน (total atomic absorption cross section), σ_A ดังนี้

$$\mu = N_A \sigma_A \quad (2.11)$$

สัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นรวม (total attenuation coefficient) ของวัสดุมีค่าเป็น

$$\mu = \mu_{pe} + \mu_c + \mu_{pp} \quad (2.12)$$

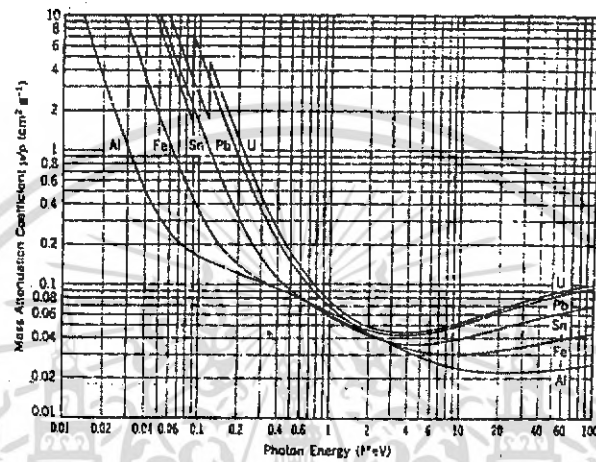
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ μ_{pe} เป็นสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นเนื่องจากปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กตริก

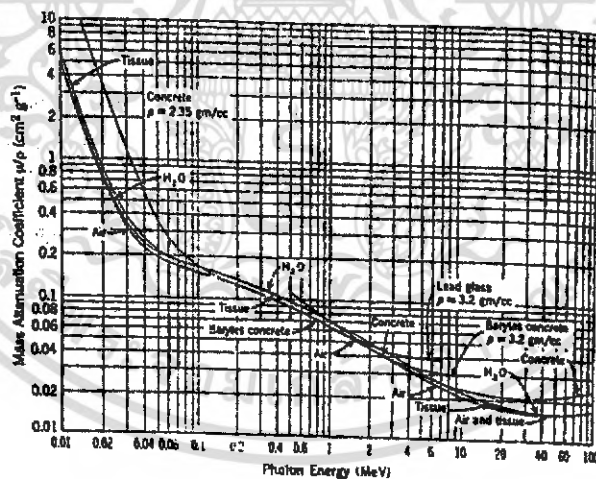
μ_c เป็นสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นเนื่องจากการกระเจิงแบบคอมพ์ตัน

μ_{pp} เป็นสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นเนื่องจากการผลิตคู่

ความสัมพันธ์ของพลังงานของโฟตอนกับสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงมวลของธาตุต่างๆ และวัสดุชนิดต่างๆ แสดงอยู่ในรูปที่ 2.14 (ก) และ (ข) ตามลำดับ



(ก)



(ข)

รูปที่ 2.14 (ก) สัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงมวลของธาตุที่ค่าพลังงานต่างๆ

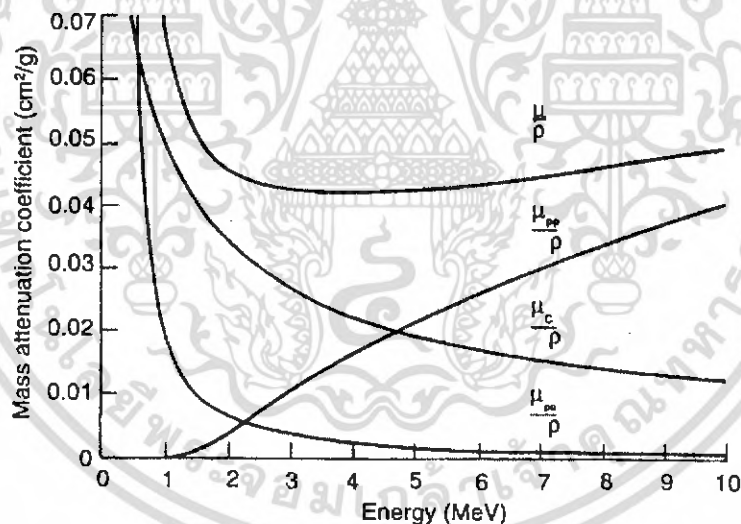
(ข) สัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงมวลของวัสดุตัวกลางที่ค่าพลังงานต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นนี้ อาจกล่าวในเทอมของสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงมวล (mass attenuation coefficient) ซึ่งมีหน่วยเป็น $\text{cm}^2/\text{กรัม}$ โดยมีความสัมพันธ์ดังสมการที่ 2.13

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu_{pe}}{\rho} + \frac{\mu_e}{\rho} + \frac{\mu_{pp}}{\rho} \quad (2.13)$$

ค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงมวล ขึ้นอยู่กับพลังงานของรังสีแกมมาและชนิดของวัสดุตัวกลาง ดังรูปที่ 2.15 แสดงสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงมวลของรังสีแกมมาในตะกั่วที่พลังงานของรังสีแกมมาค่าต่างๆ จะเห็นว่าที่พลังงานของรังสีแกมมาค่าต่ำๆ μ_{pe}/ρ และ μ_e/ρ จะมีค่ามากและจะมีค่าลดลงเมื่อพลังงานของรังสีแกมมามีค่ามากขึ้น ส่วน μ_{pp}/ρ มีค่าเพิ่มขึ้นตามค่าพลังงานของรังสีแกมมา และ μ/ρ เป็นสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงมวลรวม ซึ่งมีค่าต่ำสุดเมื่อรังสีแกมมามีพลังงานประมาณ 3.5 MeV



รูปที่ 2.15 สัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงมวลในตะกั่วของรังสีแกมมาที่ค่าพลังงานต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4 Build Up Factor

เมื่อรังสีแกมมาผ่านเข้าไปในตัวกลางใดๆ รังสีแกมมาจะทำอันตรกิริยากับตัวกลางนั้นทำให้รังสีแกมมาถูกลดทอนให้น้อยลงดังที่กล่าวมาในข้างต้น ซึ่งรังสีแกมมาจะลดทอนมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับคุณสมบัติและความหนาของวัสดุที่ใช้กันตามสมการ

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

ซึ่งคือสมการ (2.8) แต่เนื่องจากสูตรดังกล่าวใช้ได้กับรังสีที่บีบเป็นลำแคบและความหนา x ของตัวกลางมีค่าไม่มากนัก ในกรณีที่ความหนาของตัวกลางมีค่ามาก และในเชิงปฏิบัติลำของรังสีแกมมาไม่เป็นลำขนานจริง สมการที่ใช้ในการปฏิบัติงานจริงจะต้องปรับเปลี่ยนเป็นดังสมการที่

2.14

$$I = BI_0 e^{-\mu x} \quad (2.14)$$

เมื่อค่า B เป็นค่า Build up factor ซึ่งมีค่า ≥ 1 ทั้งนี้เนื่องจาก

1. ลำของรังสีแกมมาไม่ขนาน

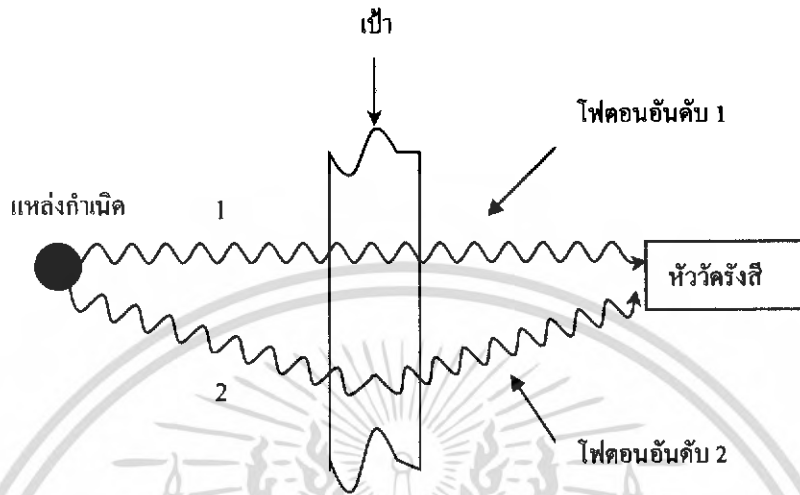
ในรูปที่ 2.16 นั้น โฟตอนในลำรังสีที่ 2 ซึ่งบานออกเมื่อรังสีตกกระทบวัสดุจึงเกิดการกระเจิงขึ้น โฟตอนก็มีโอกาสที่จะเดินทางมาที่หัววัดรังสีได้ ทำให้จำนวนนับปริมาณของรังสีเพิ่มขึ้น

2. วัสดุตัวกลางมีความหนามาก

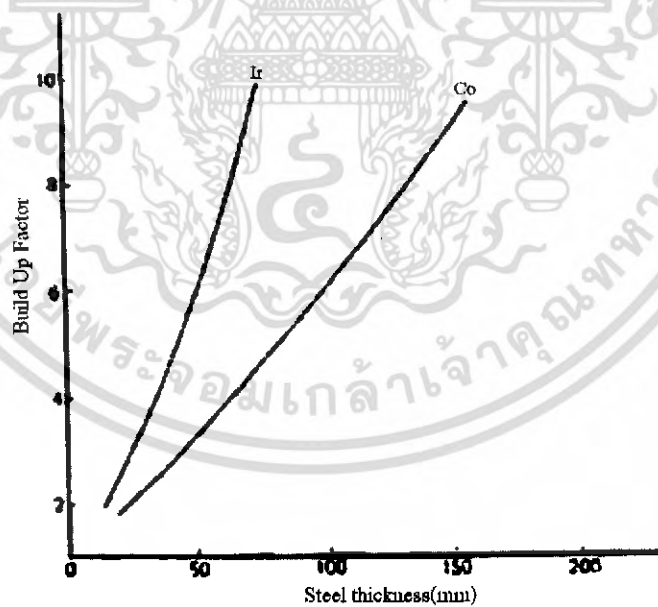
ในรูปที่ 2.16 ถึงแม้ว่าจะเป็นโฟตอนในลำรังสีที่ 1 เมื่อตกกระทบวัสดุตัวกลาง โฟตอนที่กระเจิงไปสามารถกระเจิงจากอะตอมหรือนิวเคลียสอื่นอีกได้มากกว่า 1 ครั้ง (multiple scattering) เพราะว่าวัสดุตัวกลางมีความหนามาก รังสีที่กระเจิงในครั้งที่ 2 หรือ 3 หรือมากกว่าสามารถเดินทางกลับเข้าไปหัววัดรังสีได้ จำนวนนับของปริมาณรังสีจึงเพิ่มขึ้นกว่าวัสดุตัวกลางที่บาง

ค่า Build up factor ของวัสดุชนิดหนึ่งๆ จะแปรตามความหนาของวัสดุตัวกลางและพลังงานของรังสีแกมมา ดังในรูป 2.17 ซึ่งแสดงค่า Build up factor ของเหล็กที่ความหนาต่างๆกัน สำหรับรังสีแกมมาที่แผ่ออกมาจากแหล่งกำเนิด Ir-182 (พลังงานของรังสีแกมมาเท่ากับ 0.13 MeV) และจากแหล่งกำเนิด Co-60 (พลังงานของรังสีแกมมาเท่ากับ 1.33 และ 1.17 MeV) จะเห็นว่ารังสีแกมมาที่มีพลังงานต่ำกว่าจะมีค่า Build up factor สูงกว่าเมื่อค่าความหนาของวัสดุตัวกลางเท่ากัน

นอกจากนี้แล้วค่า Build up factor สำหรับรังสีแกมมาที่ค่าพลังงานหนึ่งๆ จะมีค่าต่างกัน สำหรับวัสดุตัวกลางต่างชนิดกัน



รูปที่ 2.16 การเกิด Build up factor



รูปที่ 2.17 ค่า Build up factor ของเหล็กที่ความหนาต่างๆ สำหรับรังสีแกมมาจากแหล่งกำเนิด Ir และ Co

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

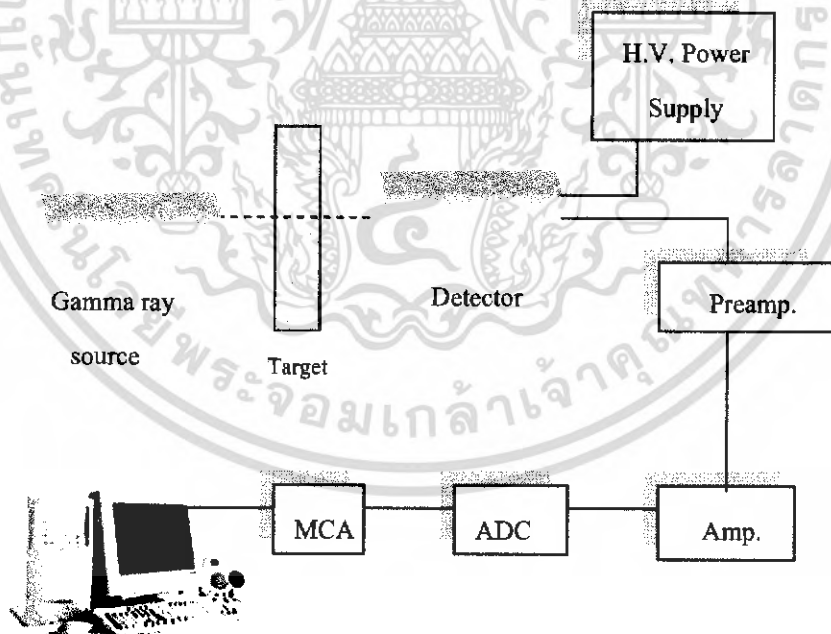
บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

เพื่อให้การวัดหาค่า Build up factor มีความแม่นยำสูงนั้น ต้องมีการจัดอุปกรณ์ให้ศูนย์กลางของลำรังสีแกมมา วัสดุตัวกลางและหัววัดรังสีอยู่ในแนวและระดับเดียวกัน เพื่อให้มั่นใจว่ารังสีแกมมาทั้งหมดตกกระทบวัสดุตัวกลางก่อนที่จะเกิดการลดทอนแล้วเดินทางไปหัววัดรังสี ในบทนี้จะกล่าวถึงอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองเป็นอันดับแรก จากนั้นเป็นวิธีการหาพื้นที่ใต้พิคสเปกตรัมของรังสีแกมมาซึ่งเป็นค่าที่สำคัญที่ใช้ในการหาค่า Build up factor

3.1 อุปกรณ์การทดลอง

ในงานวิจัยนี้อุปกรณ์ที่ใช้ประกอบด้วยแหล่งกำเนิดรังสี วัสดุตัวกลาง หัววัดรังสี และ conventional electronics equipment ซึ่งเชื่อมต่อกับคอมพิวเตอร์เพื่อแสดงผลทางหน้าจอและวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป ดังแสดงในรูป 3.1

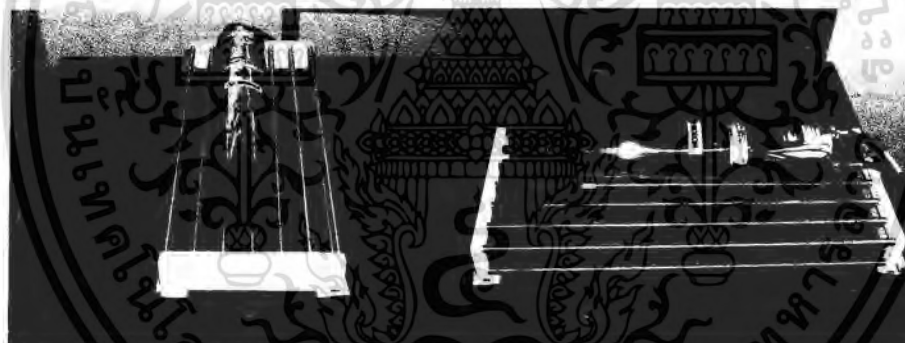


รูปที่ 3.1 แผนผังแสดงการจัดเครื่องมือการวัดหาค่า Build up factor ของรังสีแกมมาในวัสดุ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.1.1 หัววัดรังสีแกมมา

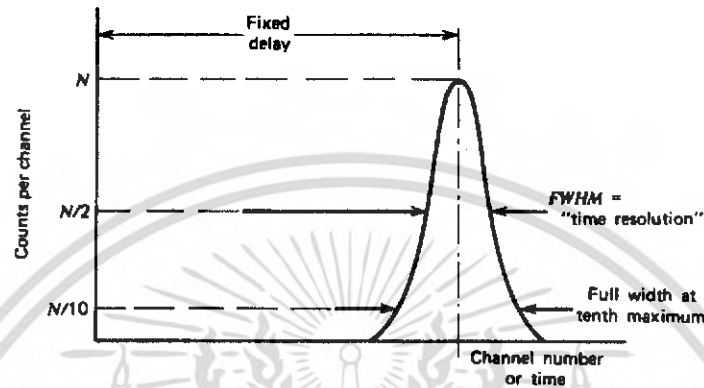
ระบบวัดรังสีแกมมา ดังแสดงในรูป 3.1 เมื่อรังสีแกมมาที่ทะลุผ่านวัสดุตัวกลาง ออกมาที่หัววัดรังสี ซึ่งมี High Voltage Power Supply เป็นแหล่งจ่ายกำลังความต่างศักย์สูง สัญญาณที่ออกมาจากหัววัดรังสีจะมาที่ตัวขยายสัญญาณเบื้องต้น (Preamplifier) แล้วมาที่ตัวขยายสัญญาณหลัก (Amplifier) จากนั้นสัญญาณที่ได้ซึ่งเป็นสัญญาณอนาล็อกจะถูกแปลงเป็นสัญญาณดิจิทัล และสัญญาณดิจิทัลจะเข้ามาที่เครื่องวิเคราะห์สัญญาณหลายช่อง (Multichannel Analyzer) จากนั้นคอมพิวเตอร์จะทำหน้าที่รวบรวมและแสดงผลออกมาทางหน้าจอคอมพิวเตอร์ หัววัดรังสีที่ใช้ในโครงการพิเศษนี้เป็นหัววัดรังสีชนิดแสงเรืองวาม (Scintillation Detector) ซึ่งในที่นี้ใช้ชนิดโซเดียมไอโอไดด์ ทลเลียม (Sodium Iodide Activated Thallium, NaI(Tl)) ดังแสดงในรูป 3.2 โดยโซเดียมไอโอไดด์จะเป็นสารเรืองแสง ส่วนทลเลียมเป็นตัวแอกติเวเตอร์ หัววัดรังสีนี้จะบรรจุอยู่ในภาชนะปิดซึ่งมักจะทำด้วยอลูมิเนียมหรือตะกั่วเพื่อป้องกันความชื้น เมื่อมีรังสีแกมมาเข้ามาในหัววัดรังสีจะเกิดอันตรกิริยากับผลึก NaI(Tl) เกิดการเรืองแสงขึ้นมา แสงที่เรืองขึ้นนั้นจะผ่านไปสู่หลอดทวีคูณแสงและแปลงเป็นสัญญาณพัลส์ต่อไป



รูปที่ 3.2 แสดงลักษณะของหัววัดรังสีแกมมาชนิดโซเดียมไอโอไดด์ ทลเลียม

หัววัดรังสีโซเดียมไอโอไดด์ทลเลียม ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ มี active volume เป็นรูปทรงกระบอกมีขนาดความยาว \times เส้นผ่านศูนย์กลาง เป็น $7.6 \text{ cm} \times 5.8 \text{ cm}$ ทำงานที่ความต่างศักย์ 800 V ช่วงอุณหภูมิของการทำงานคือ $0 - 50 \text{ }^{\circ}\text{C}$ Power Requirement สำหรับ Preamplifier เท่ากับ $\pm 12 \text{ VDC}$ ที่ค่ากระแส 15 mA ส่วนค่าความละเอียด (Resolution) ของหัววัดรังสี

โซเดียมไอโอดด์ ซึ่งหาจากค่า FWHM (Full Width at Half Maximum) ของสเปกตรัมของรังสีแกมมา ดังแสดงในรูป 3.3 ซึ่งในการทดลองนี้ค่าความละเอียดมีค่า 45.5 keV



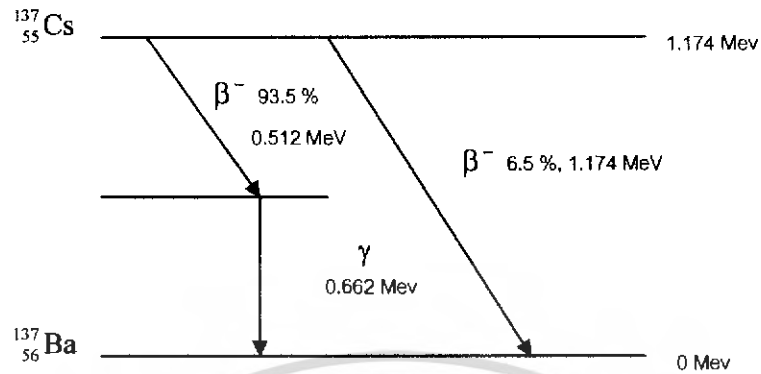
รูปที่ 3.3 แสดง Full Width at Half Maximum ของสเปกตรัมของรังสีแกมมา

3.1.2 แหล่งกำเนิดรังสีแกมมา

แหล่งกำเนิดรังสีแกมมาที่ใช้ในโครงการนี้คือ ซีเซียม-137 (^{137}Cs) ซึ่งมีค่าครึ่งชีวิตเท่ากับ 30.17 ปี สลายตัวให้รังสีแกมมาพลังงาน 0.662 MeV แหล่งกำเนิดรังสีแกมมาซีเซียม-137 ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ มีค่าความแรงเริ่มต้นเท่ากับ 200 mCi การสลายตัวของซีเซียม-137 เพื่อกลับสู่สถานะพื้น แสดงในสมการ 3.1 และรูป 3.4

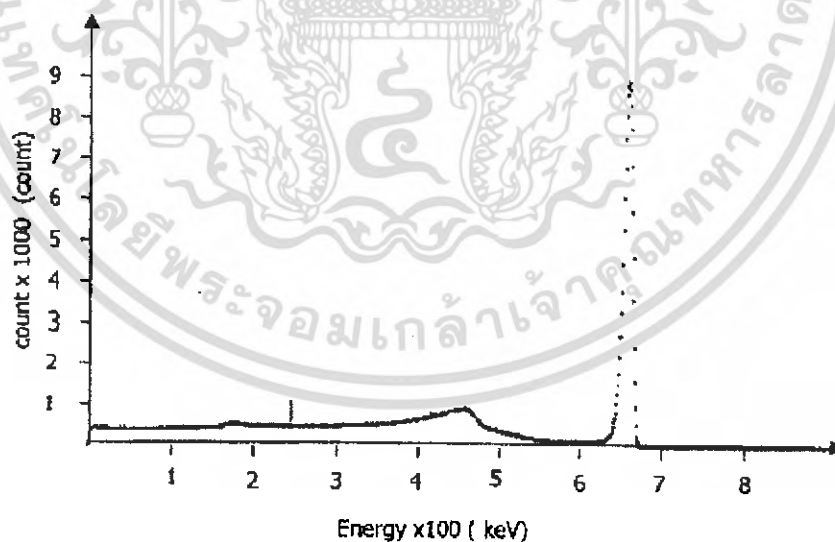


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.4 แผนผังการสลายตัวของซีเซียม-137

จากรูป 3.4 จะเห็นว่า 6.5 % ของการสลายตัวของซีเซียม-137 ให้รังสีเบตาพลังงาน 1.174 MeV เพื่อกลับสู่สถานะพื้น ส่วนอีก 93.5 % เป็นการสลายตัวให้รังสีเบตาพลังงาน 0.512 MeV แต่ยังคงอยู่ในสถานะอุปเสถียร (metastable state) ซึ่งมีพลังงานเหลืออยู่ $1.174 - 0.512 = 0.662$ MeV จึงสลายตัวให้รังสีแกมมาที่มีพลังงาน 0.662 MeV สเปกตรัมของรังสีแกมมาที่ออกมาจากแหล่งกำเนิดซีเซียม-137 แสดงอยู่ในรูป 3.5

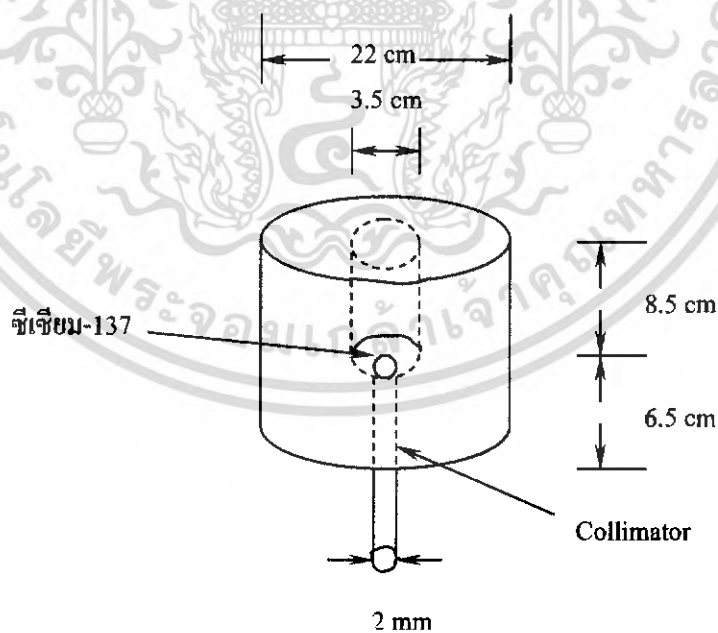


รูปที่ 3.5 สเปกตรัมของรังสีแกมมาที่ได้จากแหล่งกำเนิดซีเซียม-137

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในโครงการพิเศษนี้ที่ใช้ซีเซียม-137 เนื่องจากเป็นแหล่งกำเนิดที่สลายตัวให้รังสีแกมมาพลังงานเดียว ซึ่งสะดวกสำหรับการวิเคราะห์ผลการทดลอง เพราะถ้าเป็นแหล่งกำเนิดที่สลายตัวให้รังสีแกมมาหลายๆ ค่าพลังงาน Compton tail จากรังสีแกมมาที่มีพลังงานสูง จะไปปรากฏในพีคของรังสีแกมมาที่มีพลังงานต่ำกว่า ซึ่งจะส่งผลให้การวิเคราะห์ผลการทดลองยุ่งยากและมีความผิดพลาดสูงขึ้น และสิ่งที่ต้องคำนึงถึงอีกประการหนึ่งคือค่าครึ่งชีวิตของแหล่งกำเนิดที่ใช้คือ ต้องเป็นแหล่งกำเนิดที่มีค่าครึ่งชีวิตมากกว่าระยะเวลาที่ทำการรวบรวมข้อมูลมากพอสมควร ทั้งนี้เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาเรื่องค่าความแรงของแหล่งกำเนิดรังสีที่ลดลงในช่วงระยะเวลาที่ทำการทดลอง ดังนั้นซีเซียม-137 ซึ่งมีค่าครึ่งชีวิต 30.17 ปี จึงเหมาะสำหรับนำมาเป็นแหล่งกำเนิดรังสีแกมมาในโครงการพิเศษนี้

ซีเซียม-137 ซึ่งใช้เป็นแหล่งกำเนิดรังสีแกมมาบรรจุอยู่ในตะกั่วรูปทรงกระบอกที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 22 cm ยาว 15 cm และมีช่องว่างรูปทรงกระบอกที่ร่วมศูนย์กลางเดียวกัน ซึ่งมีความยาว 8.5 cm เส้นผ่านศูนย์กลาง 3.5 cm และที่ปลายด้านหนึ่งของทรงกระบอกกวางนี้จะมีรากตุ่มมันตรังสีซีเซียม-137 บรรจุอยู่ ตำแหน่งต่อจากทรงกระบอกกวางนี้มีช่องแคบรูปทรงกระบอกเป็นตัวบีบลำรังสีแกมมา (collimator) มีความยาว 6.5 mm เส้นผ่านศูนย์กลาง 2 mm (จุดศูนย์กลางเดียวกับทรงกระบอกกวาง) เพื่อให้รังสีผ่าน collimator ออกมาเป็นลำแคบๆ ตัวบรรจุแหล่งกำเนิดรังสีแกมมาแสดงอยู่ในรูป 3.6

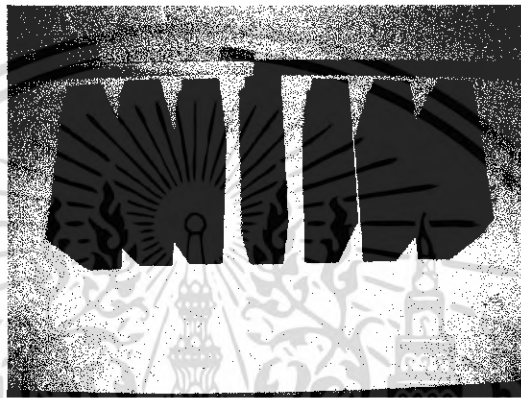


รูปที่ 3.6 โครงสร้างของตัวบรรจุแหล่งกำเนิดรังสี

3.1.3 วัสดุตัวกลาง

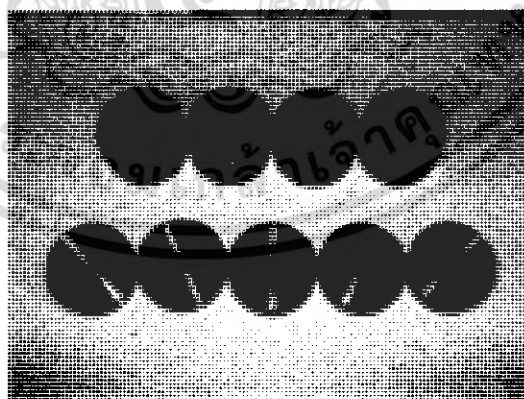
วัสดุตัวกลางที่เรานำมาศึกษาเพื่อหาค่า Build up factor ในโครงการพิเศษนี้ได้แก่ เหล็ก และทองแดง

- เหล็ก มีเลขอะตอมเท่ากับ 26 โดยเหล็กที่ใช้มีรูปทรงสี่เหลี่ยมขนาดกว้าง 68 mm ยาว 77 mm แสดงดังรูป 3.7 ช่วงความหนาที่ใช้ในการศึกษาคือ 10-130 mm



รูปที่ 3.7 แสดงวัสดุตัวกลางที่เป็นเหล็ก

- ทองแดง มีเลขอะตอมเท่ากับ 29 โดยทองแดงที่ใช้มีลักษณะเป็นรูปทรงกระบอก มีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 38 mm แสดงอยู่ในรูป 3.8 ช่วงความหนาที่ใช้ในการศึกษาคือ 10-130 mm



รูปที่ 3.8 แสดงวัสดุตัวกลางที่เป็นทองแดง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 การจัดอุปกรณ์

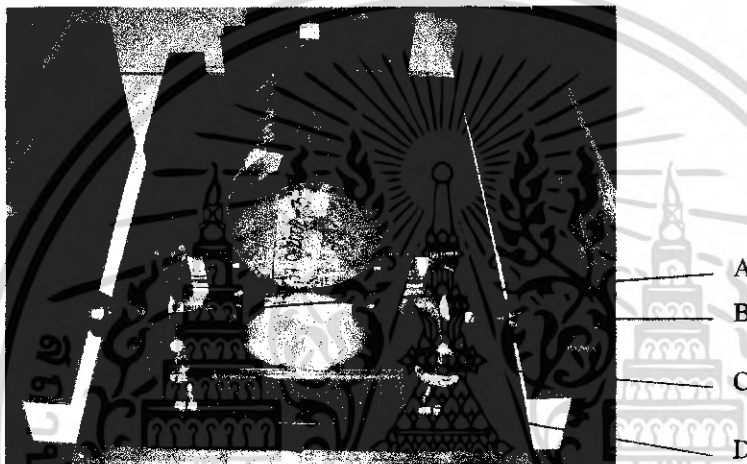
การจัดอุปกรณ์ใน โครงการงานวิจัยนี้สิ่งสำคัญคือ การจัดแนวของลำรังสีแกมมา (Beam alignment) ซึ่งการจัดแนวของลำรังสีต้องจัดให้ศูนย์กลางของลำรังสีแกมมาอยู่ที่ศูนย์กลางของวัสดุตัวกลาง และศูนย์กลางของหัววัดรังสี ดังแสดงดังในรูป 3.9 และอีกสิ่งหนึ่งที่ต้องคำนึงถึงในการจัดวางอุปกรณ์คือ ตำแหน่งและระยะห่างของแหล่งกำเนิดรังสี วัสดุตัวกลางและหัววัดรังสี ทั้งนี้เพื่อให้ค่า Dead Time มีค่าน้อยกว่า 40% ตำแหน่งของอุปกรณ์ทั้งหมดนี้จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงตลอดการทดลอง เนื่องจาก geometry ของระบบจะมีผลต่อค่า Build up factor



รูปที่ 3.9 โดอะแกรมการจัดวางอุปกรณ์การทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แหล่งกำเนิดรังสีวางอยู่บนแท่นที่มีสกรูสำหรับการจัดลำรังสีแกมมาให้อยู่ในแนวราบ (Horizontal Arrangement) และการจัดลำรังสีแกมมาให้อยู่ในแนวตรง (Beam Alignment) ดังแสดงในรูป 3.10 โดยที่สกรู A และ B ใช้สำหรับ Beam Alignment ส่วนสกรู C และ D ใช้สำหรับ Horizontal Arrangement เนื่องจากศูนย์กลางของลำรังสีแกมมาต้องอยู่ในแนวและระดับเดียวกับศูนย์กลางของวัตถุตัวกลางและหัววัดรังสี ดังนั้นต้องมีการปรับสกรูเพื่อ Beam Alignment และ Horizontal Arrangement



รูปที่ 3.10 แสดงอุปกรณ์ที่ใช้วางแหล่งกำเนิดรังสีและตำแหน่งในการปรับลำรังสีแกมมา

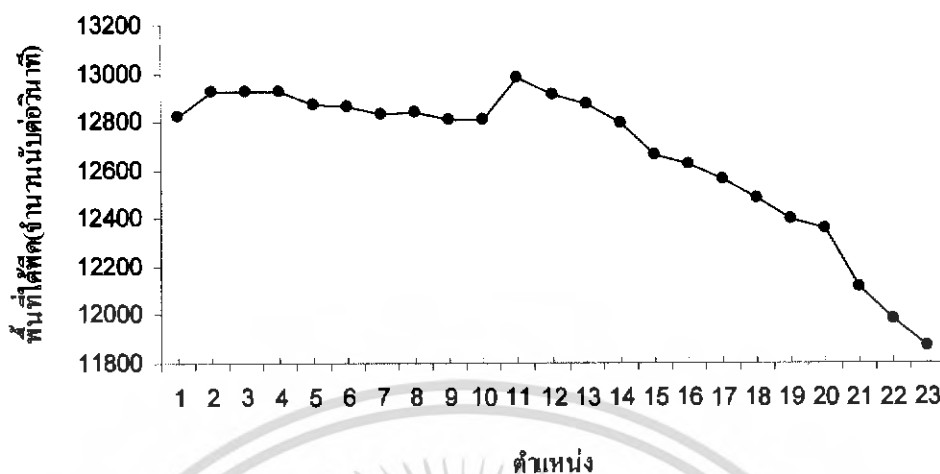
3.2.1 การปรับลำรังสีแกมมาให้อยู่ในแนวราบ(Horizontal Arrangement)

Horizontal Arrangement เป็นการปรับสกรู C และ D ตามรูป 3.10 จะเห็นว่ามีสกรู ข้ายาวเพื่อปรับขึ้นลงได้ที่ละข้าง ผลการปรับ Horizontal Arrangement พบว่าตำแหน่งที่วัดความเข้มของรังสีแกมมาได้มากที่สุดคือตำแหน่งที่ 11 ซึ่งเป็นตำแหน่งที่ปรับสกรู C และ D ข้างละ 5 รอบ ดังแสดงในตาราง 3.1 และรูป 3.11

ตารางที่ 3.1 แสดงผลการปรับ Horizontal arrangement

ตำแหน่ง	พื้นที่ได้พืช(จำนวนนับต่อวินาที)			
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	เฉลี่ย
1	12827.57	12827.79	12828.15	12827.83
2	12918.30	12926.93	12931.18	12925.47
3	12910.15	12919.27	12913.81	12925.52
4	12926.58	12927.21	12930.72	12928.17
5	12838.83	12890.02	12892.22	12873.69
6	12846.34	12871.38	12879.73	12865.82
7	12823.69	12837.89	12834.20	12831.93
8	12837.93	12840.27	12837.41	12838.63
9	12789.58	12834.03	12806.30	12809.97
10	12778.33	12826.46	12780.84	12811.41
11	12971.03	12976.10	12987.11	12978.08
12	12897.04	12919.37	12909.84	12908.75
13	12860.14	12875.85	12884.53	12873.51
14	12784.83	12795.13	12796.77	12792.24
15	12676.01	12569.27	12743.86	12663.05
16	12451.59	12677.68	12728.08	12619.12
17	12458.16	12637.94	12588.60	12561.01
18	12415.68	12482.40	12548.44	12482.18
19	12388.20	12395.87	12390.31	12391.46
20	12291.66	12390.00	12386.70	12356.10
21	12115.67	12113.91	12115.01	12114.93
22	11960.69	11992.48	11980.63	11977.93
23	11843.48	11888.19	11881.69	11871.12

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.11 กราฟแสดงการปรับ Horizontal Arrangement

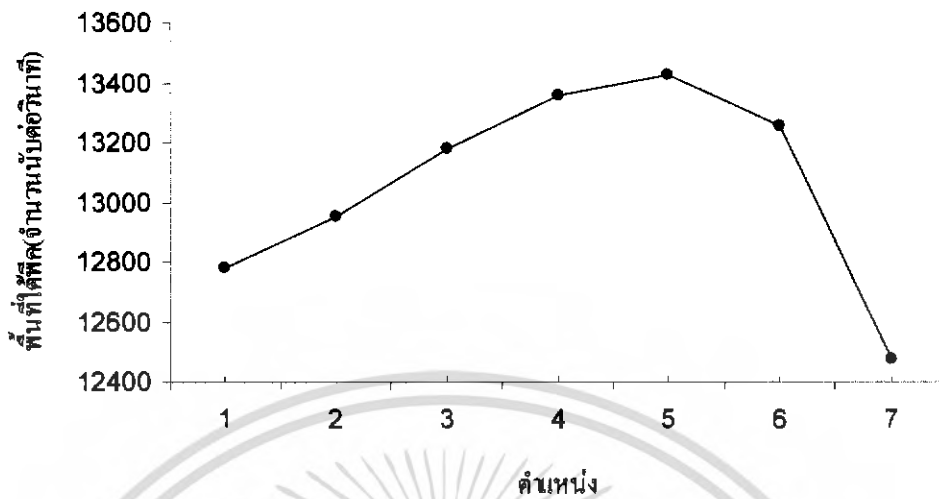
3.2.2 การปรับลำของรังสีแกมมาให้อยู่ในแนวตรง(Beam Alignment)

Beam Alignment เป็นการปรับสกรู A และ B ตามรูป 3.10 เป็นสกรูเพื่อปรับเลื่อนแหล่งกำเนิดรังสีแกมมาไปทางซ้ายขวาเพื่อหาตำแหน่งที่ลำรังสีแกมมาตรงกับหัววัดรังสี ผลการปรับ Beam Alignment พบว่าตำแหน่งที่ 5 เป็นตำแหน่งที่วัดความเข้มของรังสีแกมมาได้มากที่สุด ซึ่งปรับให้สกรู A อยู่คงที่และปรับสกรู B ไป 1 รอบ ดังแสดงในตารางที่ 3.2 และรูป 3.12

ตารางที่ 3.2 แสดงผลการปรับ Beam Alignment

ตำแหน่ง	พื้นที่ได้ฟัด(จำนวนนับต่อวินาที)			
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	เฉลี่ย
1	12784.71	12770.94	12779.32	12778.32
2	12956.22	12945.13	12950.95	12950.77
3	13173.60	13178.49	13188.23	13180.11
4	13345.13	13360.07	13363.88	13356.36
5	13416.23	13431.57	13437.82	13428.54
6	13233.91	13246.68	13276.87	13258.49
7	12456.22	12482.49	12498.17	12478.96

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



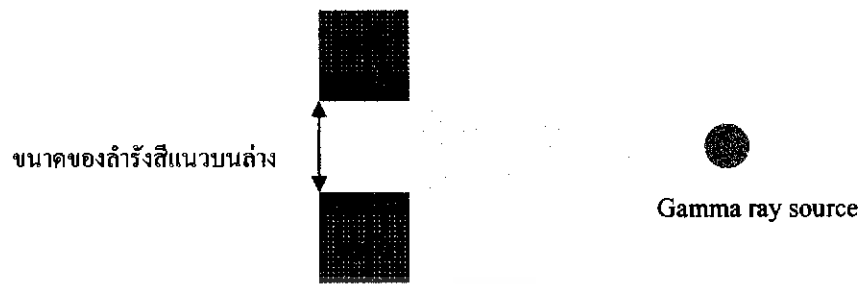
รูปที่ 3.12 กราฟแสดงการปรับ Beam Alignment

3.2.3 การหาขนาดของลำรังสีแกมมา

การหาขนาดของลำรังสีแกมมาถูกแบ่งเป็นการหาขนาดของลำรังสีแกมมาแนวบนล่าง และการหาขนาดของลำรังสีแกมมาแนวซ้ายขวา เนื่องจากในการทดลองเราจำเป็นต้องทราบขนาดของลำรังสีแกมมาเพื่อให้รู้ว่ามีขนาดเล็กกว่าขนาดของวัสดุตัวกลาง ทั้งนี้เพื่อให้ลำรังสีแกมมาตกลงบนวัสดุตัวกลางทั้งหมด

1. ขนาดของลำรังสีแกมมาแนวบนล่าง

การหาขนาดของลำรังสีแกมมาแนวบนล่างแสดงดังรูป 3.13 ซึ่งในการนี้เราทำการหาขนาดของลำรังสีแกมมาในแนวบนเป็นอันดับแรก พบว่าตำแหน่งที่มีการเปลี่ยนแปลงความเข้มของรังสีแกมมามากที่สุดคือตำแหน่งที่เลื่อนตะกั่วด้านบนออกมาจากจุดศูนย์กลาง 1.45 cm ดังแสดงในตารางที่ 3.3 และรูป 3.14 จากนั้นเราทำการหาขนาดของลำรังสีแกมมาในแนวล่าง และพบว่าตำแหน่งที่มีการเปลี่ยนแปลงความเข้มของรังสีแกมมามากที่สุดคือ ตำแหน่งที่เลื่อนตะกั่วด้านล่างออกมาจากจุดศูนย์กลาง 0.65 cm ดังแสดงในตารางที่ 3.4 และรูป 3.15 หาขนาดของลำรังสีแกมมาแนวซ้ายขวาได้เท่ากับ 2.10 cm ซึ่งเป็นขนาดของลำรังสีแกมมาที่ห่างจากที่วางวัสดุตัวกลาง 15 cm ดังนั้นหาขนาดของลำรังสีแกมมาตรงที่วางวัสดุตัวกลางได้เท่ากับ 2.35 cm

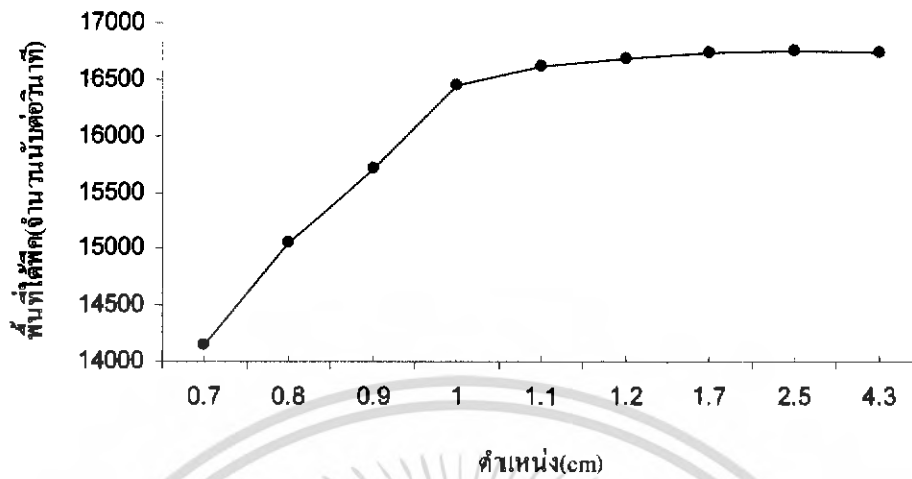


รูปที่ 3.13 แสดงการปรับหาขนาดของลำรังสีแกมมาแนวซ้ายขวา

ตารางที่ 3.3 การหาขนาดของลำรังสีแนวบน

ตำแหน่ง(cm)	พื้นที่ได้ฟิสิก(จำนวนนับต่อวินาที)			
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	เฉลี่ย
0.7	14150.45	14157.75	14165.80	14158.00
0.8	15046.10	15048.57	15050.35	15048.34
0.9	15702.12	15716.45	15713.82	15710.80
1.0	16443.38	16449.05	16450.40	16447.61
1.1	16610.67	16616.23	16618.93	16615.28
1.2	16670.30	16680.38	16678.25	16676.31
1.6	16736.20	16736.78	16744.82	16739.27
2.5	16739.98	16740.88	16751.80	16744.22
4.3	16726.52	16724.48	16736.95	16729.32

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

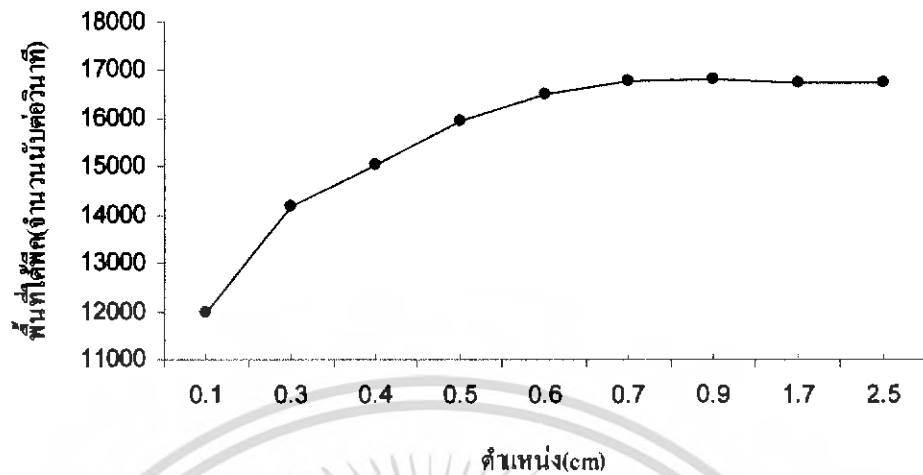


รูปที่ 3.14 กราฟแสดงการหาขนาดของลำรังสีแกมมาแนวบน

ตารางที่ 3.4 การหาขนาดของลำรังสีแนวล่าง

ตำแหน่ง(cm)	พื้นที่ได้พืช(จำนวนนับต่อวินาที)			
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	เฉลี่ย
0.1	11970.03	11977.47	11981.53	11976.34
0.3	14176.08	14170.77	14187.12	14177.99
0.4	15044.02	15060.80	15064.77	15056.53
0.5	15928.25	15931.48	15946.53	15935.42
0.6	16505.68	16507.97	16508.37	16507.34
0.7	16759.35	16774.45	16791.65	16775.15
0.9	16785.28	16825.78	16831.27	16814.11
1.7	16766.97	16768.37	16669.80	16735.05
2.5	16722.65	16729.98	16735.77	16729.47

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

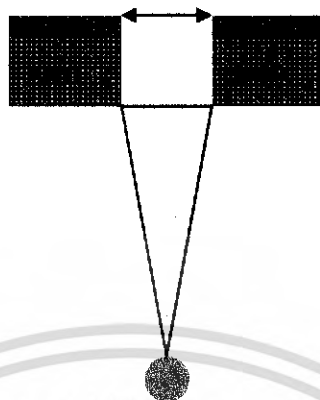


รูปที่ 3.15 กราฟแสดงการหาขนาดของลำรังสีแกมมาแนวล่าง

2. ขนาดของลำรังสีแนวซ้ายขวา

การหาขนาดของลำรังสีแกมมาแนวซ้ายขวาแสดงดังรูป 3.16 โดยเราทำการหาขนาดของลำรังสีแกมมาในแนวซ้ายก่อน พบว่าตำแหน่งที่มีการเปลี่ยนแปลงความเข้มของรังสีแกมมามากที่สุดคือตำแหน่งที่เลื่อนตะกั่วทางซ้ายออกมาจากจุดศูนย์กลาง 0.9375 cm ดังแสดงในตารางที่ 3.5 และรูป 3.17 จากนั้นเราทำการหาขนาดของลำรังสีแกมมาในแนวขวา และพบว่าตำแหน่งที่มีการเปลี่ยนแปลงความเข้มของรังสีแกมมามากที่สุดคือตำแหน่งที่เลื่อนตะกั่วทางขวาออกมาจากจุดศูนย์กลาง 1.125 cm ดังแสดงในตารางที่ 3.6 และรูป 3.17 หาขนาดของลำรังสีแกมมาแนวซ้ายขวาได้เท่ากับ 2.0625 cm ซึ่งเป็นขนาดของลำรังสีแกมมาที่จุดห่างจากที่วางวัสดุตัวกลาง 15 cm ดังนั้นหาขนาดของลำรังสีแกมมาตรงที่วางวัสดุตัวกลางได้เท่ากับ 2.30 cm

ขนาดของลำรังสีแนวซ้ายขวา



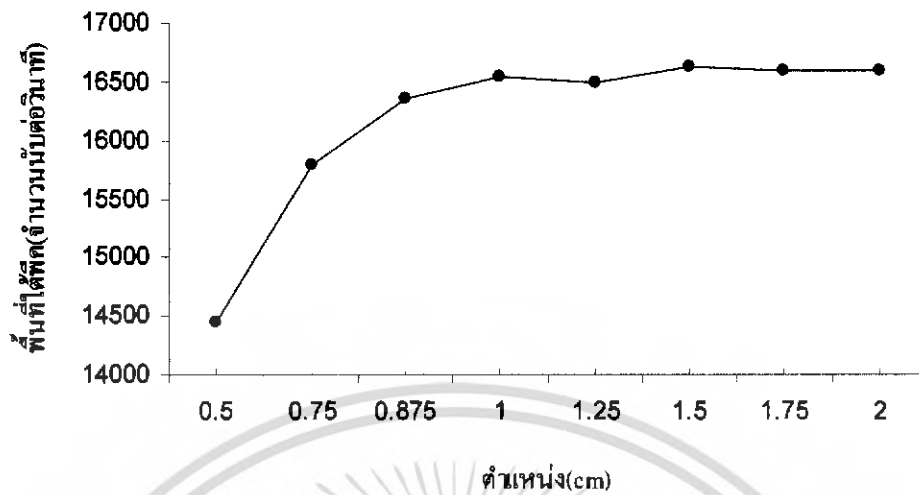
Gamma ray source

รูปที่ 3.16 แสดงการปรับหาขนาดของลำรังสีแกมมาแนวบนล่าง

ตารางที่ 3.5 การหาขนาดของลำรังสีแนวซ้าย

ตำแหน่ง(cm)	พื้นที่ได้ฟัด(จำนวนนับต่อวินาที)			
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	เฉลี่ย
0.50	14453.20	14461.43	14466.81	14460.48
0.75	15760.84	15798.72	15812.14	15790.57
0.875	16367.89	16345.28	16378.92	16364.03
1.00	16521.56	16542.63	16556.72	16540.30
1.25	16483.14	16498.71	16528.94	16503.60
1.50	16634.60	16624.56	16630.95	16630.01
1.75	16587.66	16596.28	16622.86	16602.27
2.00	16595.10	16610.46	16612.20	16605.92

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

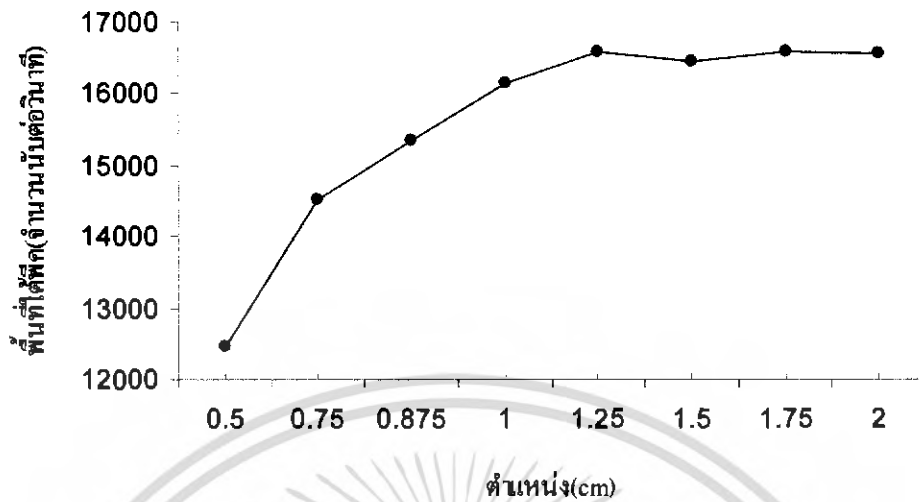


รูปที่ 3.17 กราฟแสดงการหาขนาดของลำรังสีแกมมาแนวซ้าย

ตารางที่ 3.6 การหาขนาดของลำรังสีแกมมา

ตำแหน่ง(cm)	พื้นที่ได้พืค(จำนวนนับต่อวินาที)			
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	เฉลี่ย
0.50	12467.12	12471.04	12488.44	12475.53
0.75	14528.97	14530.52	14552.38	14537.29
0.875	15327.72	15332.14	15375.58	15345.15
1.00	16149.69	16152.42	16161.78	16154.63
1.25	16599.84	16578.28	16553.92	16577.43
1.50	16477.29	16446.54	16452.84	16458.89
1.75	16577.70	16579.55	16594.15	16583.80
2.00	16561.20	16548.79	16554.83	16554.94

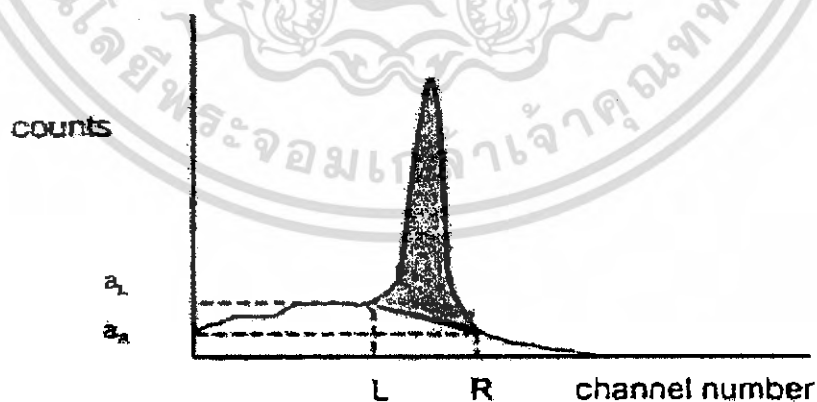
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 31.8 กราฟแสดงการหาขนาดของลำรังสีแกมมาแนวขวา

3.3 วิธีการทดลองและการรวบรวมข้อมูล

ในการหาค่า Build up factor ของรังสีแกมมาในเหล็กและทองแดงนี้ จะได้ความเข้มของรังสีแกมมาเมื่อผ่านวัสดุตัวกลางออกมา (พื้นที่ใต้พีคสเปกตรัมของรังสีแกมมา) ซึ่งจะแสดงผลทางจอคอมพิวเตอร์ ผลที่ได้จะอยู่ในรูปของสเปกตรัมของรังสีแกมมาที่ทะลุผ่านวัสดุตัวกลางออกมา ดังแสดงในรูป 3.19 ซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวกับสเปกตรัมของรังสีแกมมาที่ออกมาจากแหล่งกำเนิดโดยตรงในรูป 3.5 แต่ความเข้มของรังสีแกมมามีค่าลดลง



รูปที่ 3.19 สเปกตรัมของรังสีแกมมา และการลากเส้นแบคกราวด์เพื่อหาพื้นที่ใต้พีค

พื้นที่ที่ได้พิศสเปกตรัมของรังสีแกมมามีทั้งความเข้มของรังสีแกมมาจากแหล่งกำเนิดที่ทะลุผ่านตัวกลางและแบคกราวด์ เราต้องการหาพื้นที่ที่ได้พิศที่ไม่รวมแบคกราวด์ ดังนั้นต้องหาแบคกราวด์ของพื้นที่ที่ได้พิศก่อน สำหรับพื้นที่ที่ได้พิศช่วงแคบๆ แบคกราวด์สามารถประมาณได้ว่ามีลักษณะเป็นเส้นตรงและหาได้จากสมการ 3.2

$$\text{Background} = (a_L + a_R) \left[\frac{R-L}{2} \right] \quad (3.2)$$

และพื้นที่ที่ได้พิศทั้งหมดหาได้จากสมการ 3.3

$$\text{Totalcount} = \sum_{i=L}^R a_i \quad (3.3)$$

ดังนั้นพื้นที่ที่ได้พิศเมื่อหักแบคกราวด์แล้วหาจากสมการ 3.4

$$\begin{aligned} \text{Net count} &= \text{Total Counts} - \text{Background} \\ \text{Net count} &= \sum_{i=L}^R a_i - (a_L + a_R) \left[\frac{R-L}{2} \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

เมื่อ a_i = จำนวนนับในช่อง i

L = หมายเลขช่องซ้ายสุดของแบคกราวด์ทางด้านซ้ายของพิศ

R = หมายเลขช่องขวาสุดของแบคกราวด์ทางด้านขวาของพิศ

การหาพื้นที่ที่ได้พิศทำได้โดยการเลือกตำแหน่ง L และ R เพื่อป้อนข้อมูล โดยเลือกบริเวณที่แบคกราวด์มีการเปลี่ยนแปลงน้อยที่สุด เพื่อให้ได้แบคกราวด์ใกล้เคียงกับความจริงมากที่สุด ซึ่งข้อมูลที่ได้นำไปหาแบคกราวด์โดยใช้หลักการของ Least Square Fitting และเมื่อหาแบคกราวด์ได้แล้วก็สามารถหาพื้นที่ที่ได้พิศได้โดยสมการที่ 3.4

การหาค่า Build up factor ในงานวิจัยนี้ทำเมื่อจัดแนวลำรังสีแกมมาได้แล้วนำวัสดุตัวกลางแต่ละชนิดไปวาง ซึ่งจัดดังรูป 3.9 เราสามารถวัดความเข้มของรังสีแกมมาออกมาได้โดยแสดงผลทางหน้าจอคอมพิวเตอร์ ซึ่งโปรแกรมจะแสดงความเข้มของรังสีแกมมาที่ผ่านวัสดุตัวกลางออกมาแล้วเปลี่ยนความหนาของวัสดุตัวกลางทีละ 10 mm โดยเริ่มตั้งแต่ 10 mm จนถึง 130 mm แล้วนำค่าความเข้มของรังสีแกมมาที่ได้มาเขียนเป็นตาราง โดยแต่ละความหนาและชนิดของวัสดุตัวกลางเรา

จะทำการทดลอง 3 ครั้ง และนำค่าที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างค่า Build up factor กับความหนาของวัสดุตัวกลางแต่ละชนิด ตามสมการ 2.14

$$I = BI_0 e^{-\mu x}$$

ในการวัดความเข้มของรังสีแกมมา ในตอนแรกเราต้องวัดความเข้มของรังสีโดยที่ไม่มีวัสดุตัวกลาง เนื่องจากเราต้องหา I_0 ก่อน จากนั้นจึงวัดความเข้มของรังสีแกมมาของวัสดุตัวกลางแต่ละชนิดและที่ความหนาต่างๆ กัน



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

ผลการทดลองและอภิปรายผล

4.1 ผลการทดลอง

เมื่อจัดอุปกรณ์ได้ตำแหน่งที่ศูนย์กลางของลำของรังสีแกมมา วัสดุตัวกลางและหัววัดรังสี อยู่ในแนวระดับเดียวกันแล้ว ต่อไปเป็นการคำนวณหาค่า Build up factor โดยอันดับแรกทำการวัด ความเข้มของรังสีแกมมาก่อนผ่านวัสดุตัวกลาง (I_0) จากนั้นวัดความเข้มของรังสีแกมมาหลังผ่าน วัสดุตัวกลางที่มีความหนาต่าง ๆ (I) โดยทำการทดลองเช่นเดียวกันทั้งเหล็กและทองแดง ตารางที่ 4.1 และ 4.2 เป็นผลการวัดความเข้มของรังสีแกมมาเมื่อรังสีแกมมาผ่านเหล็กและทองแดงตามลำดับ พื้นที่ใต้พีคที่วัดได้ควรมีค่ามากกว่า 10000 counts เพื่อให้ความผิดพลาดในการนับของ หัววัดรังสีมีค่าน้อยกว่า 1% และพื้นที่ใต้พีคที่แสดงในตารางและที่นำมาคำนวณหาค่า Build up factor เป็นจำนวนนับใน 1 วินาทีทั้งสิ้น

ตารางที่ 4.1 ความเข้มของรังสีแกมมาเมื่อรังสีแกมมาผ่านเหล็ก

ความหนา (mm)	พื้นที่ใต้พีค			
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	เฉลี่ย
0	16142.80	16112.84	16168.16	16141.27
18	6639.23	6667.44	6682.23	6662.97
36	2831.05	2839.76	2846.34	2839.05
54	1404.84	1408.35	1412.58	1408.59
72	791.09	791.94	792.27	791.77
90	474.32	473.38	474.68	473.93
108	302.42	304.05	305.66	304.04
126	278.65	281.97	283.96	281.53

ตารางที่ 4.2 ความเข้มของรังสีแกมมาเมื่อรังสีแกมมาผ่านทองแดง

ความหนา (mm)	พื้นที่ใต้พีค			
	ครั้งที่ 1	ครั้งที่ 2	ครั้งที่ 3	เฉลี่ย
0	16142.80	16112.84	16168.16	16141.27
10	11109.89	11119.96	11124.33	11118.06
30	6919.34	6891.29	6922.82	6911.15
50	5372.15	5382.98	5391.27	5382.13
70	4774.73	4778.88	4780.97	4778.19
90	4468.89	4460.45	4485.59	4471.64
110	3954.10	3947.80	3961.24	3954.38
130	3640.60	3633.20	3654.28	3642.69

4.2 วิเคราะห์ผลการทดลอง

การหาค่า Build up factor ทำได้โดยนำผลการวัดความเข้มของรังสีแกมมาก่อนผ่านวัสดุตัวกลาง (I_0) และความเข้มของรังสีแกมมาหลังผ่านวัสดุตัวกลางที่ความหนาต่าง ๆ (I) จากหัวข้อ 4.1 มาวิเคราะห์หาค่า Build up factor โดยอาศัยสมการ

$$I = BI_0 e^{-\mu x}$$

โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นรวม (μ) ของเหล็กและทองแดงในตารางที่ 4.3 ซึ่งมาจากสมการ

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

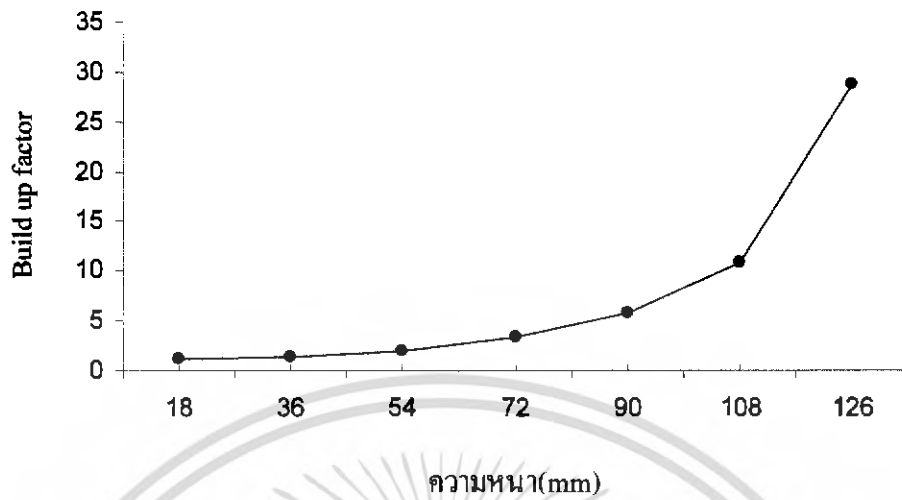
ตารางที่ 4.3 สัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นรวมของเหล็กและทองแดง

วัสดุตัวกลาง	ρ (g/cm ³)	μ_m (cm ² /g)	μ (cm ⁻¹)
เหล็ก	7.874	0.0747	0.588
ทองแดง	8.960	0.0725	0.650

ค่า Build up factor ของเหล็กและทองแดงที่คำนวณได้แสดงอยู่ในตารางที่ 4.4 และรูป 4.1 และตารางที่ 4.5 และรูป 4.2 ตามลำดับ

ตารางที่ 4.4 แสดงค่า Build up factor ของรังสีแกมมาในเหล็ก

ความหนา(mm)	I (count per second)	B
18	6662.97	1.190
36	2839.05	1.461
54	1408.59	2.088
72	791.77	3.383
90	473.93	5.835
108	304.04	10.788
126	281.53	28.786

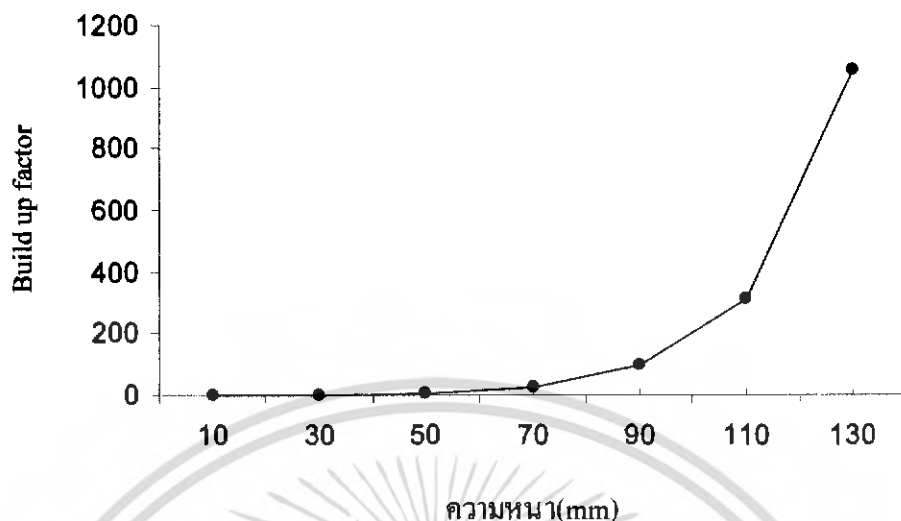


รูปที่ 4.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า Build up factor กับความหนาของเหล็ก

ตารางที่ 4.5 แสดงค่า Build up factor ของรังสีแกมมาในทองแดง

ความหนา(mm)	I (count per second)	B
10	11118.06	1.319
30	6911.15	3.009
50	5382.13	8.599
70	4778.19	28.013
90	4471.64	96.195
110	3954.38	312.138
130	3642.69	1055.051

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า Build up factor กับความหนาของทองแดง

4.3 อภิปรายผลการทดลอง

จากการทดลองพบว่าค่า Build up factor ของรังสีแกมมาเพิ่มขึ้นตามความหนาของวัสดุตัวกลางสำหรับทั้งเหล็กและทองแดง ที่ความหนาเดียวกันสำหรับเหล็กและทองแดง พบว่าค่า Build up factor ของรังสีแกมมาสำหรับทองแดงมีค่ามากกว่าเหล็ก และค่า Build up factor ของรังสีแกมมาสำหรับทองแดงที่ความหนามากกว่า 50 mm มีค่าสูงมากเกินไป แต่ยังไม่สามารถสรุปผลหรือวิจารณ์อะไรได้มาก คงจะต้องรอผลการทดลองอื่นๆ มาเสริม

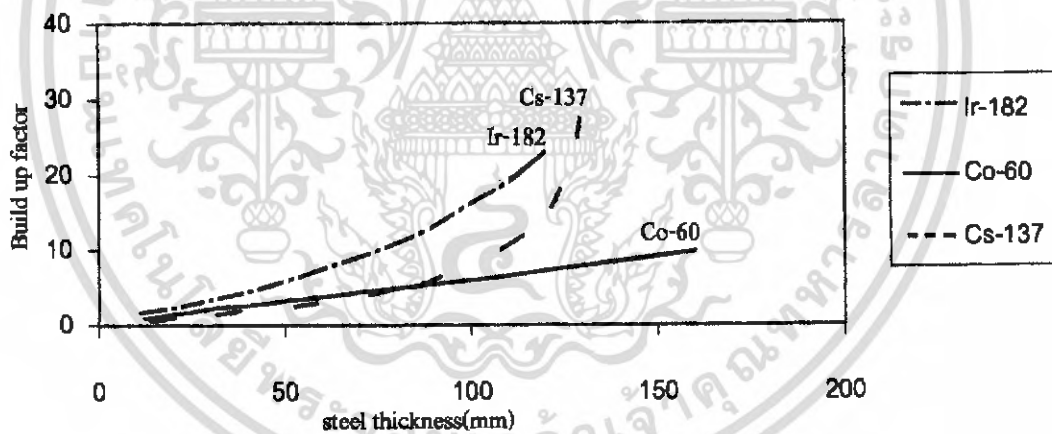
บทที่ 5

สรุปและข้อเสนอนะ

5.1 สรุปผลการทดลอง

จากการทดลองการหาค่า Build up factor ของรังสีแกมมาในวัสดุตัวกลางเหล็กและทองแดง พบว่าค่า Build up factor จะเพิ่มขึ้นเมื่อความหนาของวัสดุตัวกลางเพิ่มมากขึ้นตามหลักการของ multiple scattering และพบว่าค่า Build up factor แปรตามเลขอะตอม (Z) ของวัสดุตัวกลาง

ผลการทดลองที่ได้ (ดังรูป 5.1) นำมาเปรียบเทียบกับผลการทดลองของผู้อื่น ซึ่งใช้แหล่งกำเนิดรังสีแกมมา Ir-182 (มีพลังงานเท่ากับ 0.13 MeV) และ Co-60 (มีพลังงานเท่ากับ 1.33 และ 1.17 MeV) แสดงดังรูป 5.2



รูปที่ 5.1 เปรียบเทียบค่า Build up factor ของรังสีแกมมาในเหล็กที่ความหนาต่าง ๆ สำหรับแหล่งกำเนิดรังสีแกมมา Iron-182 Co-60 และ Cs-137

จากรูป 5.1 ค่า Build up factor ของรังสีแกมมาเพิ่มขึ้นตามความหนาของเหล็ก และลดลงเมื่อพลังงานของรังสีแกมมามีค่ามากขึ้น แหล่งกำเนิดรังสีแกมมา Cs-137 ที่ใช้ในการทดลองให้รังสีแกมมาพลังงาน 0.662 MeV ซึ่งมีพลังงานมากกว่า Ir-182 และน้อยกว่า Co-60 จึงทำให้เส้นกราฟสำหรับความหนาของเหล็กตั้งแต่ 90 mm ขึ้นไป ของแหล่งกำเนิดรังสีแกมมา Cs-137 อยู่ระหว่างเส้นกราฟของ Ir-182 และ Co-60 ซึ่งเป็นไปตามคาดการณ์ และที่ความหนาของเหล็กน้อยๆ สำหรับแหล่งกำเนิดรังสีแกมมา Cs-137 ค่า Build up factor ควรมีค่ามากกว่าของ Co-60

5.2 ปัญหาที่พบ

1. ค่า Dead time ขณะที่ทำการวัดความเข้มของรังสีแกมมาจากแหล่งกำเนิดโดยตรง มีค่าเกินกว่า 40% ซึ่งอาจส่งผลให้ค่า Build up factor ที่หาได้เกิดความคลาดเคลื่อน
2. รูปทรงและขนาดของวัสดุตัวกลางเหล็กและทองแดงต่างกัน ซึ่งมีผลกับการวัดค่าความเข้มของรังสีแกมมาและมีผลกับการเปรียบเทียบค่า Build up factor สำหรับตัวกลางทั้งสอง

5.3 ข้อเสนอแนะ

ในโครงการพิเศษนี้เป็นการศึกษาเบื้องต้นของการหาค่า Build up factor ในเหล็กและทองแดง ซึ่งมีขนาดของวัสดุตัวกลางที่ต่างกันซึ่งอาจทำให้ไม่สามารถเปรียบเทียบค่า Build up factor ของธาตุต่างชนิดกันได้แน่นอน ดังนั้นถ้าต้องการหาค่าการแปรผันของ Build up factor ตามค่าเลขเชิงอะตอม ควรใช้วัสดุตัวกลางที่มีขนาดและรูปทรงเรขาคณิตที่เหมือนกัน และความหนาของวัสดุตัวกลางควรเปลี่ยนแปลงค่าได้ละเอียดกว่านี้

การทดลองหาค่า Build up factor นี้ยังต้องการข้อมูลทางการทดลองอีกมาก เพื่อการเปรียบเทียบและสรุปผลการทดลอง เพื่อนำไปสู่การให้ความหมายของค่า Build up factor เชิงทฤษฎี

เอกสารอ้างอิง

Glenn F.Knoll. 1989. **Radiation detection and measurement**. Third Edition.

John Wiley & Sons. New York

นวลฉวี รุ่งชนเกียรติ .2545. **วิทยาศาสตร์นิวเคลียร์ (Nuclear Science) 4**. กรุงเทพฯ

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

วีรรัตน์ ลีลาธรรม และ เอกราช สุขสวัสดิ์. 2545. **การหาค่า Build Up Factor ในรังสีแกมมา**

โครงการพิเศษ. วิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เฉลิมพล สาริบุตร .2547. **การสร้างระบบขับเคลื่อนอัตโนมัติสำหรับการตรวจสอบรอยร้าวใน**

โลหะด้วยรังสีแกมมา. โครงการพิเศษ. วิทยาศาสตร์บัณฑิต สาขาวิชาฟิสิกส์ประยุกต์

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\sum_{i=1}^{\infty} y_i^2 = \sum_{i=1}^{\infty} [(y_i - \phi_i^n) + \phi_i^n]^2 \leq 2 \sum_{i=1}^{\infty} (y_i - \phi_i^n)^2 + 2 \sum_{i=1}^{\infty} (\phi_i^n)^2 < \infty$$

Thus, y is in \mathcal{L}_2 and $\lim_{n \rightarrow \infty} \|y - \phi^n\|_{\mathcal{L}_2} = 0$, which completes the proof. ■

The space \mathcal{L}_2 of infinite sequences of real numbers is a complete normed vector space with a scalar product. This collection of properties of a vector space is special enough to deserve a name.

Definition 5.3.5. A complete normed vector space with a scalar product is called a **Hilbert space**. ■

The space \mathcal{L}_2 is thus a Hilbert space. Another example of a Hilbert space is R^n , with the usual scalar product

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

Finally, while the proof is beyond the scope of this text, the result that follows is proved in Refs. 14, 15, and 22.

Theorem 5.3.3. For a bounded domain Ω in R^n with a smooth boundary, the space $L_2(\Omega)$, with scalar product and norm of Eqs. 5.2.2 and 5.2.4, is a complete vector space; i.e., it is a Hilbert space.

Least Square Approximation and Complete Sets of Functions

Let a sequence of functions $\{\phi^i(x)\}$ be orthonormal in $L_2(a, b)$. Consider the problem of approximating a square integrable function $f(x)$, in the **least square** sense, by a linear combination of the $\phi^i(x)$, $i = 1, \dots, n$. That is, choose $\mathbf{c} = [c_1, c_2, \dots, c_n]^T$ to minimize

$$F(\mathbf{c}) = \left\| f - \sum_{i=1}^n c_i \phi^i \right\|^2 = \int_a^b \left(f - \sum_{i=1}^n c_i \phi^i \right)^2 dx \tag{5.3.17}$$

Expanding this quantity yields

$$F(\mathbf{c}) = \int_a^b f^2 dx + \sum_{i=1}^n c_i^2 - 2 \sum_{i=1}^n c_i \int_a^b f \phi^i dx$$

The choice of \mathbf{c} that minimizes $F(\mathbf{c})$ is unaffected by addition of a constant term to

F(c). In particular, minimizing

$$\begin{aligned} F^*(c) &= \int_a^b f^2 dx + \sum_{i=1}^n c_i^2 - 2 \sum_{i=1}^n c_i \int_a^b f \phi^i dx + \sum_{i=1}^n \left(\int_a^b f \phi^i dx \right)^2 \\ &= \int_a^b f^2 dx + \sum_{i=1}^n \left(c_i - \int_a^b f \phi^i dx \right)^2 \end{aligned}$$

yields the same c as minimizing $F(c)$. This proves the following theorem.

Theorem 5.3.4. The functional $F(c)$ of Eq. 5.3.17 is minimized by choosing

$$c_i = \int_a^b f \phi^i dx = (\phi^i, f), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.3.18)$$

where $\{\phi^i(x)\}$ is an orthonormal sequence in $L_2(a, b)$. This yields the **least square approximation** of $f(x)$ in $L_2(a, b)$. ■

Example 5.3.4

The set of polynomials $\{\phi^1(x), \phi^2(x)\} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt{\frac{3}{2}}x \right\}$ is orthonormal in $L_2(-1, 1)$. In order to best approximate $f(x) = x^3$ in the least square sense, Eq. 5.3.18 yields

$$\begin{aligned} c_1 &= \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{2}} x^3 dx = \frac{x^4}{4\sqrt{2}} \Big|_{-1}^1 = 0 \\ c_2 &= \int_{-1}^1 \sqrt{\frac{3}{2}} x^4 dx = \frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} x^5 \Big|_{-1}^1 = \frac{\sqrt{6}}{5} \end{aligned}$$

Thus, the function

$$g(x) = c_1 \phi^1 + c_2 \phi^2 = \frac{3}{5} x$$

best approximates $f(x) = x^3$, in the least square sense on the interval $[-1, 1]$, using the $\phi^i(x)$ selected. As shown in Fig. 5.3.1, however, the approximation is not good outside the interval $[-1, 1]$. Since all linear functions can be represented as $c_1 \phi^1(x) + c_2 \phi^2(x)$, $g(x)$ is the best linear approximation of $f(x) = x^3$, in the least square sense, on the interval $[-1, 1]$.

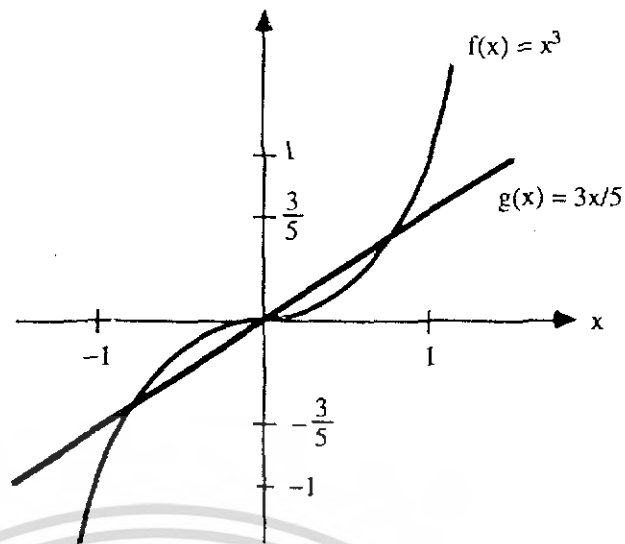


Figure 5.3.1 Linear Least Square Approximation of x^3 ■

The actual minimum value of the function in Eq. 5.3.17 is

$$\| f - \sum_{i=1}^n c_i \phi^i \|^2 = \int_a^b f^2 dx - \sum_{i=1}^n c_i^2 \geq 0$$

The quantity on the left is a positive nonincreasing function of n . This does not necessarily imply, however, that as n increases without bound, this quantity necessarily goes to zero. Taking the limit as n approaches ∞ yields **Bessel's inequality**,

$$\infty > \int_a^b f^2 dx \geq \sum_{i=1}^{\infty} c_i^2 \tag{5.3.19}$$

In terms of $c = [c_1, c_2, \dots]^T$, this is

$$\| c \|_{\ell_2}^2 \leq \| f \|_{L_2}^2 < \infty$$

so that the series $\sum_{i=1}^{\infty} c_i^2$ converges for any $f(x) \in L_2(a, b)$ and $c \in \ell_2$. Therefore, corre-

sponding to every function $f(x)$ in $L_2(a, b)$ and any orthonormal sequence $\{ \phi^i(x) \}$ in $L_2(a, b)$, the vector $c = [c_1, c_2, \dots]^T$ defined by Eq. 5.3.18 is in ℓ_2 .

Example 5.3.5

Bessel's inequality for the functions in Example 5.3.4 is

$$\frac{6}{25} = c_1^2 + c_2^2 < \int_{-1}^1 f^2(x) dx = \int_{-1}^1 x^6 dx = \frac{x^7}{7} \Big|_{-1}^1 = \frac{2}{7}$$

which is a strict inequality. ■

Definition 5.3.6. For a given orthonormal sequence $\{\phi^i(x)\}$ in $L_2(a, b)$, if Bessel's inequality is an equality for every square integrable function $f(x)$; i.e., if for all $f \in L_2(a, b)$,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\| f - \sum_{i=1}^n c_i \phi^i \right\|^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b \left(f - \sum_{i=1}^n c_i \phi^i \right)^2 dx = 0 \quad (5.3.20)$$

or

$$\|f\|_{L_2} = \|c\|_{\ell_2}$$

then $\{\phi^i(x)\}$ is said to be a **complete set of functions**, or a **basis for $L_2(a, b)$** , and

$\sum_{i=1}^{\infty} c_i \phi^i(x)$ converges in the mean to $f(x)$. ■

Since computations with infinite sets of functions are intricate, further examples are delayed until the sections that follow on Fourier series. The remainder of this section is devoted to developing generally applicable properties of the vector space $L_2(a, b)$.

Convergence in the mean in $L_2(a, b)$ does not imply pointwise convergence on (a, b) . Consider, for example, a square integrable function $g(x)$ that differs from $f(x)$ on a set of points that does not contribute to the integral; e.g., at a finite number of points. Then,

$$c_i = \int_a^b \phi^i f dx = \int_a^b \phi^i g dx$$

Thus, $\sum_{i=1}^{\infty} c_i \phi^i(x)$ is the same for $f(x)$ and $g(x)$ and the series converges in the mean to two

different functions. In general, stronger conditions on $f(x)$ than merely square integrability are required to guarantee pointwise convergence.

If the orthonormal sequence of functions $\{\phi^i(x)\}$ is complete, then Bessel's inequality becomes an equality; i.e., if

$$b_i = \int_a^b \phi^i f \, dx = (\phi^i, f)_{L_2}, \quad i = 1, 2, \dots$$

$$c_i = \int_a^b \phi^i g \, dx = (\phi^i, g)_{L_2}, \quad i = 1, 2, \dots$$

then, with $\mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots]^T$ and $\mathbf{c} = [c_1, c_2, \dots]^T$,

$$\|f\|_{L_2}^2 = \int_a^b f^2 \, dx = \sum_{i=1}^{\infty} b_i^2 = \|\mathbf{b}\|_{L_2}^2$$

$$\|g\|_{L_2}^2 = \int_a^b g^2 \, dx = \sum_{i=1}^{\infty} c_i^2 = \|\mathbf{c}\|_{L_2}^2$$

Also, using the triangle inequality,

$$\begin{aligned} \left| (f, g)_{L_2} - \sum_{i=1}^n b_i c_i \right| &= \left| \int_a^b fg \, dx - \sum_{i=1}^n b_i c_i \right| \\ &= \left| \int_a^b f \left(g - \sum_{i=1}^n c_i \phi^i \right) dx \right| \\ &\leq \|f\|_{L_2} \left(\int_a^b \left(g - \sum_{i=1}^n c_i \phi^i \right)^2 dx \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (5.3.21)$$

approaches zero, since $\{\phi^i(x)\}$ is complete, and

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b \left(g - \sum_{i=1}^n c_i \phi^i \right)^2 dx = 0$$

Taking the limit on both sides of Eq. 5.3.21 as n approaches ∞ proves the **Parseval relation**

$$(f, g)_{L_2} = \int_a^b fg \, dx = \sum_{i=1}^{\infty} b_i c_i = (\mathbf{b}, \mathbf{c})_{L_2} \quad (5.3.22)$$

Theorem 5.3.5. A sequence of orthonormal functions $\{\phi^i(x)\}$ in $L_2(a, b)$ is complete; i.e., it is a basis for $L_2(a, b)$, if and only if $\mathbf{0}$ is the only function in $L_2(a, b)$ that is orthogonal to all $\phi^i(x)$. ■

For purposes of proof, let $\{\phi^i(x)\}$ be complete and assume there exists a nonzero normalized function $f(x)$ such that

$$c_i = \int_a^b \phi^i f \, dx = 0$$

for all i . By direct calculation,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b \left(f - \sum_{i=1}^n c_i \phi^i \right)^2 dx = \int_a^b |f|^2 dx = 1$$

which contradicts the completeness assumption.

To prove the converse, let 0 be the only function orthogonal to all the $\phi^i(x)$ and assume that $\{\phi^i(x)\}$ is not complete. If this is so, there exists a function $f(x)$ for which Bessel's inequality is a strict inequality; i.e.,

$$\int_a^b f^2 dx - \sum_{i=1}^{\infty} c_i^2 > 0$$

where

$$c_i = (\phi^i, f)$$

However, since $c \in \mathcal{L}_2$, the sequence $g_n(x) = \sum_{i=1}^n c_i \phi^i(x)$ is a Cauchy sequence in $L_2(a, b)$ so it converges to a function $g(x)$, such that

$$c_i = (\phi^i, g) = (\phi^i, f)$$

Therefore, the function $h(x) = g(x) - f(x)$ is orthogonal to all the $\phi^i(x)$ and

$$\|h\| = \|g - f\| \geq \left| \|f\| - \|g\| \right| = \left| \|f\| - \left(\sum_{i=1}^{\infty} c_i^2 \right)^{1/2} \right| > 0$$

and $h(x)$ is not the zero function. This contradicts the hypothesis and shows that $\{\phi^i(x)\}$ is complete. ■

Theorem 5.3.6. The trigonometric functions of Example 5.2.5 form a basis for $L_2(-\pi, \pi)$. Expansion of a function $f(x)$ in $L_2(-\pi, \pi)$ in this basis, using the coefficients of Eq. 5.3.18, yields the **Fourier series** for $f(x)$ that converges to $f(x)$ in the mean; i.e.,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\| f(x) - \sum_{i=1}^n c_i \phi^i(x) \right\| = 0$$

■

The proof of Theorem 5.3.6 follows from results established in Section 9.3.

The trigonometric basis for $L_2(\Omega)$ is only one of many bases that exist [15], even though it is the best known. It remains to develop details on how to expand functions in terms of Fourier series and to determine pointwise convergence properties. This is the task of the remainder of this chapter.

EXERCISES 5.3

1. Show that the functions $\phi^i(x) = (1/\sqrt{\pi}) \sin ix$, $i = 1, 2, 3, \dots$, are not complete in $L_2(0, 2\pi)$.
2. Let $f(x)$ be continuous and have a piecewise continuous derivative on the interval $0 \leq x \leq 2\pi$, with $f(0) = f(2\pi)$. Show that $\sum_{i=1}^{\infty} i^2 (a_i^2 + b_i^2) < \infty$, where

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos nx \, dx$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin nx \, dx$$

[Hint: Apply Bessel's inequality to the function $f'(x)$.]

3. Show that the following sequence of vectors in ℓ_2 is a Cauchy sequence in ℓ_2 :

$$\phi^k = \left[\frac{1}{(1 + 1/k)^2}, \frac{1}{(2 + 1/k)^2}, \dots \right]^T = \left[\frac{1}{(i + 1/k)^2} \right]^T$$

Find its limit $\phi = \lim_{k \rightarrow \infty} \phi^k$ and show that $\phi \in \ell_2$.

4. Show that the sequence $\phi^i(x) = x + 1/i$, $i = 1, 2, \dots$, on the interval $0 < x < 1$ is a Cauchy sequence in $L_2(0, 1)$. Find its limit $\phi(x) = \lim_{i \rightarrow \infty} \phi^i(x)$ and show that $\phi(x) \in L_2'(0, 1)$.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

10.10 OTHER VARIATIONAL METHODS

The variational methods discussed thus far in this chapter are based on an equivalence between minimization of an energy functional and solving the linear operator equations $Au = f$ and $Au = \lambda Bu$. There are a number of other variational methods for approximating solutions of operator equations, but they are less restrictive in the hypotheses required in order that they are applicable. In particular, if a residual, or error term $R = Au - f$, associated with the operator equation $Au = f$ is formed, then the operator equation is satisfied when $R = 0$. This idea, and others that tend to cause the equation to be satisfied, form the basis for many variational methods.

Two commonly employed variational methods that are based on these ideas are summarized in this section. The presentation here is limited to formulation and application of these methods and does not treat their convergence properties, which are developed in Refs. 18 and 21.

The Method of Least Squares

Consider first the linear operator equation

$$Au = f \quad (10.10.1)$$

for u in D_A . The operator A is not necessarily symmetric or positive definite. It is clear that a function in D_A is the solution of Eq. 10.10.1 if and only if the norm of the **residual** or **error function** $R = Au - f$ is zero. This is equivalent to stating that the solution of Eq. 10.1.1 minimizes

$$\|R\|^2 = \|Au - f\|^2 \quad (10.10.2)$$

Selecting a sequence $\{\phi_k(x)\}$ in D_A , an approximate solution of the form

$$u_n = \sum_{k=1}^n a_k \phi_k(x) \quad (10.10.3)$$

is constructed by choosing the a_k to minimize the function of Eq. 10.10.2. This is called the **least square method** of solution of Eq. 10.10.1. As for the Ritz method, the coordinate functions selected should be complete, in order that it is reasonable to expect that they can provide a good approximation of the solution. Substituting Eq. 10.10.3 into the functional of Eq. 10.10.2, the following function is obtained, which depends only on the undetermined coefficients:

$$\|Au_n - f\|^2 = \left\| \sum_{k=1}^n a_k A\phi_k - f \right\|^2 = \left(\sum_{k=1}^n a_k A\phi_k - f, \sum_{j=1}^n a_j A\phi_j - f \right) \quad (10.10.4)$$

In order for this function to be a minimum, it is necessary that its derivative with respect to each of the coefficients a_i be zero. This yields

$$\sum_{j=1}^n a_j (A\phi_i, A\phi_j) = (f, A\phi_i), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10.10.5)$$

This set of linear equations can now be solved for the coefficients a_j to construct an approximate solution of Eq. 10.10.3. This approximation is called the **least square approximate solution** of Eq. 10.10.1.

It is shown in Ref. 21 that

- (a) The least square approximation converges more slowly than the Ritz approximation, when the Ritz method applies.
- (b) Au_n approaches f in the L_2 sense, which is not necessarily the case in the Ritz method.

While the least square method is not as efficient as the Ritz method, when the Ritz method applies, the least square method can be used for a much broader class of problems. For example, consider the nonlinear operator equation

$$Bu = f \quad (10.10.6)$$

where u is in the linear space D_B . In this case, the least square method can still be applied, using the approximation

$$u_n = \sum_{k=1}^n a_k \phi_k \quad (10.10.7)$$

but the equation

$$\frac{\partial}{\partial a_i} \|Bu_n - f\|^2 = \frac{\partial}{\partial a_i} \left\| B \left(\sum_{k=1}^n a_k \phi_k \right) - f \right\|^2 = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10.10.8)$$

is nonlinear in the unknown coefficients a_k . This creates the rather difficult task of solving a system of nonlinear algebraic equations. Formidable as this problem is, it is still solvable by approximate methods of numerical analysis, such as the Newton method for solution of nonlinear algebraic equations [8].

The Galerkin Method

Consider again the linear operator equation

$$Au = f \quad (10.10.9)$$

for u in D_A , where the operator A is linear, but it may not be symmetric or positive definite. A function u in D_A is sought such that the residual

$$R = Au - f \quad (10.10.10)$$

is zero.

If a sequence $\{\phi_k(x)\}$ in D_A is complete in L_2 , then $R = 0$ if and only if

$$(\phi_i, R) = 0, \quad i = 1, 2, \dots \quad (10.10.11)$$

To use this fact, consider an approximate solution of the form

$$u_n = \sum_{k=1}^n a_k \phi_k \quad (10.10.12)$$

Substituting this approximation into Eqs. 10.10.10 and 10.10.11 yields the linear equations

$$\left(\phi_i, \sum_{k=1}^n a_k A\phi_k - f \right) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

in the a_k , or

$$\sum_{k=1}^n a_k (A\phi_k, \phi_i) = (f, \phi_i), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10.10.13)$$

These equations serve to determine the coefficients a_k in the approximation. This process is called the **Galerkin method** of finding an approximate solution.

Note that if the operator A is symmetric and positive definite, Eq. 10.10.13 is precisely the Ritz equations of Eq. 10.8.8. Thus, the Galerkin method reduces to the Ritz method, when the Ritz method applies. The Galerkin method, however, is applicable to a much broader class of problems than is the Ritz method.

Likewise, for the eigenvalue problem $Au = \lambda Bu$, the residual

$$\bar{R} = Au - \lambda Bu \quad (10.10.14)$$

is to be zero. With the approximation of Eq. 10.10.12 and the conditions of Eq. 10.10.11,

$$\sum_{k=1}^n \{ (A\phi_k, \phi_i) - \lambda (B\phi_k, \phi_i) \} a_k = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10.10.15)$$

as conditions that determine the unknown coefficients a_k and the eigenvalue λ . It is clear that the determinant of the coefficient matrix in Eq. 10.10.15 must be zero. This provides an approximate eigenvalue and the associated approximate eigenvector.

Note that Eq. 10.10.15 is the Ritz equations of Eq. 10.9.21 when the operators A and B are positive definite and symmetric. Thus, the Galerkin method for the eigenvalue problem also reduces to the Ritz method, when the Ritz method applies.

Note finally that if an operator B is nonlinear, with a linear domain D_B , then the Galerkin method applies and results in the following nonlinear equations for the coefficients a_k :

$$\left(B \left(\sum_{k=1}^n a_k \phi_k \right) - f, \phi_i \right) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10.10.16)$$

as an approximate solution in D_B of the operator equation

$$Bu = f \quad (10.10.17)$$

The formidable problem of solving these nonlinear algebraic equations for the unknown coefficients a_k remains.

EXERCISES 10.10

1. Consider the boundary-value problem

$$-\frac{d}{dx} \left(x^2 \frac{du}{dx} \right) + u = 2, \quad 0 < x < 1$$

$$u(0) = u(1) = 1$$

- Formulate this problem as a linear operator equation.
- Select a set of coordinate functions that can be used in construction of an approximate solution.
- Using the first two coordinate functions selected in (b), find an approximate solution using the Galerkin method.

2. Consider the operator equation

$$Au = 4 \frac{d^4 u}{dx^4} - \frac{d}{dx} \left(x^2 \frac{du}{dx} \right) + e^x u = \sin x$$

$$D_A = \{ u \text{ in } C^4(0, 1); u(0) = u'(0) = u(1) = u''(1) = 0 \}$$

- Determine rigorously which boundary conditions are principal.
- Describe the energy space H_A of the operator.
- Using the Galerkin method, find a two-term approximate solution for the following coordinate functions in H_A :

$$\phi_1(x) = x^2(x-1), \quad \phi_2(x) = x^3(x-1)^2, \dots, \quad \phi_n(x) = x^{n+1}(x-1)^n$$

3. Derive equations for the least square solution of

$$-u'' + u' + u = f(x), \quad 0 < x < \ell$$

$$u(0) = u(\ell) = 0$$

X-Ray Mass Attenuation Coefficients

Table 1. Material constants assumed in the present evaluations for elemental media. Values are given for the ratio of atomic number-to-mass Z/A , the mean excitation energy I , and the density ρ . Some density values are only nominal; those for $Z = 85$ and 87 were arbitrarily set to 10 in order to complete the calculations.

Z	Element	Z/A	I (eV)	Density (g/cm ³)	
1	H	Hydrogen	0.99212	19.2	8.375E-05
2	He	Helium	0.49968	41.8	1.663E-04
3	Li	Lithium	0.43221	40.0	5.340E-01
4	Be	Beryllium	0.44384	63.7	1.848E+00
5	B	Boron	0.46245	76.0	2.370E+00
6	C	Carbon, Graphite	0.49954	78.0	1.700E+00
7	N	Nitrogen	0.49976	82.0	1.165E-03
8	O	Oxygen	0.50002	95.0	1.332E-03
9	F	Fluorine	0.47372	115.0	1.580E-03
10	Ne	Neon	0.49555	137.0	8.385E-04
11	Na	Sodium	0.47847	149.0	9.710E-01
12	Mg	Magnesium	0.49373	156.0	1.740E+00
13	Al	Aluminum	0.48181	166.0	2.699E+00
14	Si	Silicon	0.49848	173.0	2.330E+00
15	P	Phosphorus	0.48428	173.0	2.200E+00
16	S	Sulfur	0.49897	180.0	2.000E+00
17	Cl	Chlorine	0.47951	174.0	2.995E-03
18	Ar	Argon	0.45059	188.0	1.662E-03
19	K	Potassium	0.48595	190.0	8.620E-01
20	Ca	Calcium	0.49903	191.0	1.550E+00
21	Sc	Scandium	0.46712	216.0	2.989E+00
22	Ti	Titanium	0.45948	233.0	4.540E+00
23	V	Vanadium	0.45150	245.0	6.110E+00
24	Cr	Chromium	0.46157	257.0	7.180E+00
25	Mn	Manganese	0.45506	272.0	7.440E+00

26	Fe	Iron	0.46556	286.0	7.874E+00
27	Co	Cobalt	0.45815	297.0	8.900E+00
28	Ni	Nickel	0.47708	311.0	8.902E+00
29	Cu	Copper	0.45636	322.0	8.960E+00
30	Zn	Zinc	0.45879	330.0	7.133E+00
31	Ga	Gallium	0.44462	334.0	5.904E+00
32	Ge	Germanium	0.44071	350.0	5.323E+00
33	As	Arsenic	0.44046	347.0	5.730E+00
34	Se	Selenium	0.43060	348.0	4.500E+00
35	Br	Bromine	0.43803	343.0	7.072E-03
36	Kr	Krypton	0.42959	352.0	3.478E-03
37	Rb	Rubidium	0.43291	363.0	1.532E+00
38	Sr	Strontium	0.43369	366.0	2.540E+00
39	Y	Yttrium	0.43867	379.0	4.469E+00
40	Zr	Zirconium	0.43848	393.0	6.506E+00
41	Nb	Niobium	0.44130	417.0	8.570E+00
42	Mo	Molybdenum	0.43777	424.0	1.022E+01
43	Tc	Technetium	0.43919	428.0	1.150E+01
44	Ru	Ruthenium	0.43534	441.0	1.241E+01
45	Rh	Rhodium	0.43729	449.0	1.241E+01
46	Pd	Palladium	0.43225	470.0	1.202E+01
47	Ag	Silver	0.43572	470.0	1.050E+01
48	Cd	Cadmium	0.42700	469.0	8.650E+00
49	In	Indium	0.42676	488.0	7.310E+00
50	Sn	Tin	0.42120	488.0	7.310E+00
51	Sb	Antimony	0.41889	487.0	6.691E+00
52	Te	Tellurium	0.40752	485.0	6.240E+00
53	I	Iodine	0.41764	491.0	4.930E+00
54	Xe	Xenon	0.41130	482.0	5.485E-03
55	Cs	Cesium	0.41383	488.0	1.873E+00
56	Ba	Barium	0.40779	491.0	3.500E+00
57	La	Lanthanum	0.41035	501.0	6.154E+00
58	Ce	Cerium	0.41395	523.0	6.657E+00
59	Pr	Praseodymium	0.41871	535.0	6.710E+00
60	Nd	Neodymium	0.41597	546.0	6.900E+00

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้เพื่อการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table A-4g. Photon Interaction Coefficients and Average Energy Transferred or Absorbed per Photon Interaction for Copper

COPPER, Cu									
Z=29									
RHO=8960. kg/m ³									
RHO=2.749E+26 elect./kg									
9.478E+24 atom/kg									
Photon energy	Basic coef. in 10 ⁻²⁸				Interaction coef. in			Av. ener	
	msq/atom	msq/atom	msq/atom	msq/atom	cmsq/g	cmsq/g	cmsq/g	E _{tr}	E _a
hv	coh.	incoh.	photo	pair	MU/RHO	MU _{tr} /RHO	MU _{ab} /RHO	E _{tr}	E _a
[keV]									
1.09	526.8	.7259	1036000	0.0	9824.	9815.	9815.	1.10	
1.1	526.8	.7269	1199000	0.0	11370.	11360.	11360.	1.10	
2	477.1	1.685	247400.	0.0	2349.	2344.	2344.	2.00	
4	358.5	3.740	37410.	0.0	358.0	354.5	354.5	3.96	
5	307.1	4.658	20090.	0.0	193.4	190.4	190.4	4.92	
6	263.3	5.500	12030.	0.0	116.6	114.0	114.0	5.87	
8.97	172.5	7.616	3809.	0.0	37.81	36.10	36.10	8.57	
8.97	172.5	7.617	30300.	0.0	288.9	185.9	185.9	5.78	
10	152.4	8.214	22970.	0.0	219.2	148.7	148.7	6.79	
15	92.32	10.37	7785.	0.0	74.76	58.21	58.19	11.7	
20	63.47	11.68	3497.	0.0	33.86	27.90	27.88	16.5	
30	35.12	13.09	1091.	0.0	10.80	9.259	9.248	25.7	
40	22.24	13.69	468.3	0.0	4.779	4.097	4.090	34.3	
50	15.34	13.91	241.0	0.0	2.561	2.151	2.147	42.0	
60	11.29	13.93	139.6	0.0	1.562	1.266	1.263	48.6	
80	6.886	13.72	58.72	0.0	.7519	.5506	.5490	58.6	
100	4.642	13.37	29.98	0.0	.4549	.2934	.2924	64.5	
150	2.202	12.39	8.892	0.0	.2226	.1044	.1040	70.4	
200	1.278	11.50	3.793	0.0	.1570	.0594	.0592	75.7	
300	.5855	10.11	1.169	0.0	.1125	.0371	.0370	99.0	
400	.3340	9.104	.5192	0.0	.0944	.0318	.0316	135.	
500	.2153	8.335	.2812	0.0	.0837	.0298	.0296	178.	
550	.1783	8.009	.2178	0.0	.0797	.0291	.0289	201.	
662	.1236	7.393	.1339	0.0	.0725	.0281	.0279	257.	
800	.0848	6.797	.0819	0.0	.0660	.0272	.0269	329.	
[MeV]									
1	.0544	6.116	.0470	0.0	.0589	.0260	.0257	.441	
1.25	.0349	5.473	.0315	.0009	.0525	.0248	.0244	.589	
1.5	.0242	4.976	.0226	.0414	.0480	.0237	.0233	.741	
2	.0136	4.248	.0135	.1598	.0420	.0223	.0217	1.06	
3	.0061	3.343	.0074	.4393	.0360	.0211	.0204	1.76	
4	.0034	2.789	.0050	.7031	.0332	.0211	.0200	2.54	
5	.0022	2.409	.0037	.9345	.0317	.0214	.0201	3.37	
6	.0015	2.129	.0030	1.107	.0307	.0217	.0202	4.25	
8	.0009	1.742	.0021	1.447	.0303	.0230	.0208	6.08	
10	.0005	1.483	.0016	1.783	.0310	.0248	.0220	8.01	
15	.0002	1.098	.0011	2.281	.0320	.0276	.0232	12.9	
20	.0001	.8812	.0008	2.717	.0341	.0305	.0246	17.9	
30	.0001	.6415	.0005	3.268	.0371	.0345	.0255	27.9	
40	0.0	.5098	.0004	3.620	.0391	.0371	.0255	37.9	
50	0.0	.4255	.0003	3.918	.0412	.0395	.0254	48.0	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

60	0.0	.3667	.0002	4.107	.0424	.0410	.0248	58.0
80	0.0	.2892	.0002	4.422	.0447	.0435	.0237	78.0
100	0.0	.2400	.0001	4.684	.0467	.0458	.0227	98.0

[End of Table]

[Go to [Table A-4h](#), [Table A-4f](#), [Contents](#), [Home Page](#)]



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 1-4. Values of the mass attenuation coefficient μ/ρ [cm^2/g], excluding Rayleigh (coherent) scattering, the effect of binding on Compton scattering, and the photonuclear effect, for a number of elements. That is, values here are $(\tau_{pr} + \sigma_C + \kappa_a + \kappa_e)$ b/atom $\cdot (N_A/M) \cdot 10^{-24}$ [(cm^2/g)] (b/atom) using values of τ_{pr} , σ_C , κ_a and κ_e discussed in section 2 and tabulated in section 3. For coefficients extrapolated to absorption-edges, see sec. 3 tables.

PHOTON ENERGY	HYDROGEN Z=1	BERYLLIUM Z=4	BORON Z=5	CARBON Z=6	NITROGEN Z=7	OXYGEN Z=8	SODIUM Z=11	MAGNESIUM Z=12
Mev				cm^2/g				
1.00-02	3.85-01	5.36-01	1.09+00	2.17+00	3.57+00	5.58+00	1.51+01	2.03+01
1.50-02	3.76-01	2.68-01	4.18-01	7.22-01	1.09+00	1.62+00	4.37+00	5.98+00
2.00-02	3.69-01	2.06-01	2.66-01	3.88-01	5.41-01	7.54-01	1.88+00	2.56+00
3.00-02	3.57-01	1.71-01	1.92-01	2.30-01	2.76-01	3.35-01	6.39-01	8.39-01
4.00-02	3.46-01	1.59-01	1.71-01	1.93-01	2.12-01	2.36-01	3.55-01	4.37-01
5.00-02	3.35-01	1.52-01	1.61-01	1.79-01	1.87-01	1.99-01	2.54-01	2.98-01
6.00-02	3.26-01	1.47-01	1.55-01	1.70-01	1.74-01	1.81-01	2.09-01	2.36-01
8.00-02	3.09-01	1.39-01	1.45-01	1.58-01	1.60-01	1.62-01	1.70-01	1.83-01
1.00-01	2.94-01	1.32-01	1.38-01	1.50-01	1.50-01	1.52-01	1.52-01	1.61-01
1.50-01	2.65-01	1.19-01	1.24-01	1.34-01	1.34-01	1.34-01	1.31-01	1.36-01
2.00-01	2.43-01	1.09-01	1.13-01	1.23-01	1.23-01	1.23-01	1.18-01	1.22-01
3.00-01	2.11-01	9.45-02	9.85-02	1.07-01	1.06-01	1.07-01	1.02-01	1.06-01
4.00-01	1.89-01	8.47-02	8.83-02	9.55-02	9.54-02	9.54-02	9.14-02	9.44-02
5.00-01	1.73-01	7.73-02	8.06-02	8.72-02	8.71-02	8.71-02	8.34-02	8.61-02
6.00-01	1.60-01	7.15-02	7.45-02	8.07-02	8.05-02	8.06-02	7.72-02	7.96-02
8.00-01	1.40-01	6.29-02	6.55-02	7.09-02	7.08-02	7.08-02	6.78-02	6.99-02
1.00+00	1.26-01	5.65-02	5.89-02	6.37-02	6.36-02	6.37-02	6.09-02	6.29-02
1.50+00	1.03-01	4.60-02	4.79-02	5.19-02	5.18-02	5.18-02	4.97-02	5.12-02
2.00+00	8.75-02	3.94-02	4.11-02	4.45-02	4.45-02	4.46-02	4.28-02	4.42-02
3.00+00	6.91-02	3.14-02	3.28-02	3.57-02	3.58-02	3.60-02	3.49-02	3.61-02
4.00+00	5.81-02	2.66-02	2.80-02	3.05-02	3.07-02	3.10-02	3.04-02	3.16-02
5.00+00	5.05-02	2.35-02	2.48-02	2.71-02	2.74-02	2.78-02	2.76-02	2.87-02
6.00+00	4.50-02	2.12-02	2.25-02	2.47-02	2.51-02	2.55-02	2.56-02	2.68-02
8.00+00	3.75-02	1.82-02	1.95-02	2.16-02	2.21-02	2.26-02	2.32-02	2.44-02
1.00+01	3.25-02	1.63-02	1.75-02	1.96-02	2.02-02	2.09-02	2.18-02	2.31-02
1.50+01	2.54-02	1.36-02	1.49-02	1.70-02	1.78-02	1.86-02	2.02-02	2.16-02
2.00+01	2.15-02	1.22-02	1.37-02	1.58-02	1.67-02	1.77-02	1.96-02	2.12-02
3.00+01	1.74-02	1.10-02	1.25-02	1.47-02	1.58-02	1.70-02	1.96-02	2.13-02
4.00+01	1.54-02	1.04-02	1.21-02	1.44-02	1.56-02	1.69-02	1.99-02	2.17-02
5.00+01	1.41-02	1.02-02	1.19-02	1.42-02	1.56-02	1.70-02	2.02-02	2.22-02
6.00+01	1.33-02	1.00-02	1.18-02	1.43-02	1.57-02	1.72-02	2.06-02	2.24-02
8.00+01	1.24-02	9.91-03	1.18-02	1.44-02	1.60-02	1.75-02	2.13-02	2.35-02
1.00+02	1.19-02	9.92-03	1.19-02	1.46-02	1.63-02	1.79-02	2.18-02	2.41-02
1.50+02	1.13-02	1.00-02	1.22-02	1.50-02	1.68-02	1.86-02	2.28-02	2.53-02
2.00+02	1.12-02	1.02-02	1.24-02	1.53-02	1.72-02	1.91-02	2.35-02	2.60-02
3.00+02	1.11-02	1.04-02	1.28-02	1.59-02	1.78-02	1.98-02	2.44-02	2.70-02
4.00+02	1.12-02	1.06-02	1.30-02	1.62-02	1.82-02	2.02-02	2.49-02	2.76-02
5.00+02	1.13-02	1.08-02	1.32-02	1.64-02	1.85-02	2.05-02	2.52-02	2.80-02
6.00+02	1.13-02	1.09-02	1.34-02	1.66-02	1.87-02	2.07-02	2.55-02	2.83-02
8.00+02	1.15-02	1.11-02	1.36-02	1.69-02	1.90-02	2.10-02	2.59-02	2.87-02
1.00+03	1.16-02	1.12-02	1.37-02	1.71-02	1.92-02	2.12-02	2.61-02	2.90-02
1.50+03	1.17-02	1.14-02	1.40-02	1.73-02	1.95-02	2.16-02	2.65-02	2.93-02
2.00+03	1.18-02	1.15-02	1.41-02	1.75-02	1.96-02	2.18-02	2.67-02	2.96-02
3.00+03	1.20-02	1.16-02	1.43-02	1.77-02	1.99-02	2.20-02	2.69-02	2.98-02
4.00+03	1.20-02	1.17-02	1.44-02	1.78-02	2.00-02	2.21-02	2.70-02	3.00-02
5.00+03	1.21-02	1.18-02	1.44-02	1.79-02	2.00-02	2.22-02	2.71-02	3.01-02
6.00+03	1.21-02	1.18-02	1.45-02	1.79-02	2.01-02	2.22-02	2.72-02	3.02-02
8.00+03	1.22-02	1.19-02	1.45-02	1.80-02	2.02-02	2.23-02	2.72-02	3.02-02
1.00+04	1.22-02	1.19-02	1.46-02	1.80-02	2.02-02	2.23-02	2.73-02	3.03-02
1.50+04	1.22-02	1.19-02	1.46-02	1.81-02	2.03-02	2.24-02	2.74-02	3.03-02
2.00+04	1.23-02	1.20-02	1.47-02	1.81-02	2.03-02	2.24-02	2.74-02	3.04-02
3.00+04	1.23-02	1.20-02	1.47-02	1.82-02	2.03-02	2.25-02	2.74-02	3.04-02
4.00+04	1.23-02	1.20-02	1.47-02	1.82-02	2.03-02	2.25-02	2.75-02	3.05-02
5.00+04	1.23-02	1.20-02	1.47-02	1.82-02	2.04-02	2.25-02	2.75-02	3.05-02
6.00+04	1.23-02	1.20-02	1.47-02	1.82-02	2.04-02	2.25-02	2.75-02	3.05-02
8.00+04	1.23-02	1.20-02	1.47-02	1.82-02	2.04-02	2.25-02	2.75-02	3.05-02
1.00+05	1.23-02	1.20-02	1.47-02	1.82-02	2.04-02	2.25-02	2.75-02	3.05-02

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 1-4. (Continued)

PHOTON ENERGY	ALUMINUM Z = 13	SILICON Z = 14	PHOS- PHORUS Z = 15	SULFUR Z = 16	ARGON Z = 18	POTASSIUM Z = 19	CALCIUM Z = 20	IRON Z = 26
<i>Mev</i>				<i>cm²/g</i>				
1.00-02	2.58+01	3.36+01	4.02+01	5.03+01	6.38+01	8.01+01	9.56+01	1.72+02
1.50-02	7.66+00	9.97+00	1.20+01	1.52+01	1.95+01	2.46+01	2.96+01	5.57+01
2.00-02	3.24+00	4.19+00	5.10+00	6.42+00	8.27+00	1.05+01	1.26+01	2.51+01
3.00-02	1.03+00	1.31+00	1.55+00	1.94+00	2.48+00	3.14+00	3.82+00	7.88+00
4.00-02	5.14-01	6.35-01	7.31-01	8.91-01	1.11+00	1.39+00	1.67+00	3.46+00
5.00-02	3.34-01	3.96-01	4.44-01	5.27-01	6.30-01	7.77-01	9.25-01	1.84+00
6.00-02	2.55-01	2.92-01	3.18-01	3.67-01	4.20-01	5.12-01	5.95-01	1.13+00
8.00-02	1.89-01	2.07-01	2.15-01	2.38-01	2.52-01	2.96-01	3.34-01	5.50-01
1.00-01	1.62-01	1.73-01	1.75-01	1.89-01	1.89-01	2.16-01	2.37-01	3.42-01
1.50-01	1.34-01	1.40-01	1.38-01	1.45-01	1.36-01	1.50-01	1.59-01	1.84-01
2.00-01	1.20-01	1.25-01	1.22-01	1.27-01	1.17-01	1.28-01	1.33-01	1.39-01
3.00-01	1.03-01	1.07-01	1.04-01	1.08-01	9.79-02	1.06-01	1.09-01	1.07-01
4.00-01	9.22-02	9.54-02	9.28-02	9.58-02	8.68-02	9.38-02	9.66-02	9.21-02
5.00-01	8.41-02	8.70-02	8.46-02	8.72-02	7.90-02	8.52-02	8.78-02	8.29-02
6.00-01	7.77-02	8.05-02	7.82-02	8.06-02	7.29-02	7.87-02	8.09-02	7.62-02
8.00-01	6.83-02	7.06-02	6.86-02	7.08-02	6.40-02	6.90-02	7.09-02	6.65-02
1.00+00	6.14-02	6.35-02	6.17-02	6.36-02	5.75-02	6.20-02	6.37-02	5.96-02
1.50+00	5.00-02	5.18-02	5.03-02	5.19-02	4.69-02	5.06-02	5.20-02	4.87-02
2.00+00	4.32-02	4.48-02	4.36-02	4.49-02	4.07-02	4.39-02	4.52-02	4.25-02
3.00+00	3.54-02	3.68-02	3.59-02	3.71-02	3.38-02	3.66-02	3.78-02	3.62-02
4.00+00	3.11-02	3.24-02	3.17-02	3.29-02	3.02-02	3.28-02	3.40-02	3.31-02
5.00+00	2.84-02	2.97-02	2.92-02	3.04-02	2.80-02	3.06-02	3.17-02	3.14-02
6.00+00	2.66-02	2.79-02	2.75-02	2.87-02	2.67-02	2.91-02	3.03-02	3.05-02
8.00+00	2.44-02	2.57-02	2.55-02	2.68-02	2.51-02	2.76-02	2.89-02	2.98-02
1.00+01	2.31-02	2.46-02	2.45-02	2.58-02	2.44-02	2.70-02	2.83-02	2.98-02
1.50+01	2.19-02	2.34-02	2.36-02	2.51-02	2.41-02	2.68-02	2.83-02	3.07-02
2.00+01	2.16-02	2.33-02	2.35-02	2.52-02	2.44-02	2.73-02	2.89-02	3.21-02
3.00+01	2.19-02	2.38-02	2.42-02	2.61-02	2.55-02	2.86-02	3.05-02	3.45-02
4.00+01	2.24-02	2.45-02	2.50-02	2.70-02	2.66-02	2.99-02	3.19-02	3.65-02
5.00+01	2.30-02	2.52-02	2.57-02	2.78-02	2.75-02	3.10-02	3.31-02	3.82-02
6.00+01	2.35-02	2.57-02	2.64-02	2.86-02	2.84-02	3.19-02	3.42-02	3.95-02
8.00+01	2.44-02	2.67-02	2.74-02	2.98-02	2.96-02	3.34-02	3.58-02	4.16-02
1.00+02	2.51-02	2.75-02	2.83-02	3.07-02	3.06-02	3.45-02	3.70-02	4.32-02
1.50+02	2.63-02	2.89-02	2.98-02	3.24-02	3.25-02	3.68-02	3.94-02	4.58-02
2.00+02	2.71-02	2.99-02	3.07-02	3.34-02	3.34-02	3.77-02	4.05-02	4.75-02
3.00+02	2.82-02	3.10-02	3.19-02	3.48-02	3.48-02	3.93-02	4.22-02	4.94-02
4.00+02	2.88-02	3.17-02	3.27-02	3.56-02	3.56-02	4.02-02	4.32-02	5.06-02
5.00+02	2.92-02	3.22-02	3.32-02	3.61-02	3.61-02	4.08-02	4.38-02	5.14-02
6.00+02	2.95-02	3.25-02	3.35-02	3.65-02	3.65-02	4.12-02	4.43-02	5.19-02
8.00+02	3.00-02	3.30-02	3.40-02	3.70-02	3.71-02	4.19-02	4.50-02	5.27-02
1.00+03	3.02-02	3.33-02	3.44-02	3.74-02	3.75-02	4.23-02	4.55-02	5.32-02
1.50+03	3.07-02	3.38-02	3.48-02	3.80-02	3.80-02	4.29-02	4.61-02	5.39-02
2.00+03	3.09-02	3.41-02	3.51-02	3.83-02	3.82-02	4.32-02	4.64-02	5.43-02
3.00+03	3.12-02	3.44-02	3.54-02	3.86-02	3.86-02	4.36-02	4.68-02	5.48-02
4.00+03	3.13-02	3.45-02	3.56-02	3.88-02	3.87-02	4.38-02	4.70-02	5.50-02
5.00+03	3.14-02	3.46-02	3.57-02	3.89-02	3.89-02	4.39-02	4.72-02	5.51-02
6.00+03	3.15-02	3.47-02	3.58-02	3.90-02	3.89-02	4.40-02	4.73-02	5.52-02
8.00+03	3.16-02	3.48-02	3.59-02	3.91-02	3.91-02	4.41-02	4.74-02	5.54-02
1.00+04	3.16-02	3.48-02	3.59-02	3.91-02	3.91-02	4.42-02	4.75-02	5.55-02
1.50+04	3.17-02	3.49-02	3.60-02	3.92-02	3.92-02	4.43-02	4.76-02	5.56-02
2.00+04	3.17-02	3.50-02	3.61-02	3.93-02	3.93-02	4.43-02	4.77-02	5.56-02
3.00+04	3.18-02	3.50-02	3.61-02	3.93-02	3.93-02	4.44-02	4.77-02	5.57-02
4.00+04	3.18-02	3.51-02	3.61-02	3.94-02	3.93-02	4.45-02	4.77-02	5.57-02
5.00+04	3.18-02	3.51-02	3.62-02	3.94-02	3.93-02	4.45-02	4.78-02	5.58-02
6.00+04	3.18-02	3.51-02	3.62-02	3.94-02	3.94-02	4.45-02	4.78-02	5.58-02
8.00+04	3.18-02	3.51-02	3.62-02	3.94-02	3.94-02	4.45-02	4.78-02	5.58-02
1.00+05	3.19-02	3.51-02	3.62-02	3.94-02	3.94-02	4.45-02	4.78-02	5.58-02

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TABLE 1-4. (Continued)

PHOTON ENERGY	COPPER Z = 29	MOLYB- DENUM Z = 42	TIN Z = 50	IODINE Z = 53	TUNGSTEN Z = 74	LEAD Z = 82	URANIUM Z = 92	ABSORPTION EDGES
Mev				cm ² /g				
1.00-02	2.23+02	8.40+01	1.39+02	1.58+02	9.12+01	1.28+02	1.73+02	
1.50-02	7.33+01	2.68+01	4.53+01	5.34+01	1.39+02	1.12+02	6.03+01	L _{III} EDGE
2.00-02	3.30+01	1.17+01	2.02+01	2.47+01	6.51+01	8.34+01	6.85+01	L _{II} , L _I EDGES
3.00-02	1.06+01	2.83+01	4.07+01	7.98+00	2.18+01	2.84+01	3.96+01	
4.00-02	4.71+00	1.30+01	1.89+01	2.23+01	9.97+00	1.31+01	1.87+01	
5.00-02	2.50+00	6.97+00	1.04+01	1.23+01	5.40+00	7.22+00	1.04+01	
6.00-02	1.52+00	4.25+00	6.32+00	7.55+00	3.28+00	4.43+00	6.45+00	
8.00-02	7.18-01	11.92+00	2.90+00	3.52+00	7.66+00	2.07+00	3.04+00	
1.00-01	4.27-01	1.05+00	1.60+00	1.91+00	4.29+00	5.23+00	1.71+00	K EDGE
1.50-01	2.08-01	3.99-01	5.77-01	6.74-01	1.50+00	1.89+00	2.47+00	
2.00-01	1.48-01	2.28-01	3.07-01	3.49-01	7.38-01	9.45-01	1.23+00	
3.00-01	1.08-01	1.31-01	1.55-01	1.68-01	3.02-01	3.83-01	4.85-01	
4.00-01	9.19-02	1.01-01	1.10-01	1.16-01	1.80-01	2.20-01	2.73-01	
5.00-01	8.22-02	8.59-02	9.11-02	9.36-02	1.29-01	1.54-01	1.85-01	
6.00-01	7.52-02	7.67-02	7.91-02	8.07-02	1.03-01	1.20-01	1.40-01	
8.00-01	6.55-02	6.52-02	6.55-02	6.61-02	7.73-02	8.56-02	9.64-02	
1.00+00	5.86-02	5.77-02	5.71-02	5.75-02	6.39-02	6.90-02	7.54-02	
1.50+00	4.79-02	4.68-02	4.59-02	4.60-02	4.88-02	5.10-02	5.39-02	
2.00+00	4.19-02	4.14-02	4.08-02	4.09-02	4.34-02	4.50-02	4.70-02	
3.00+00	3.59-02	3.66-02	3.67-02	3.69-02	4.01-02	4.16-02	4.35-02	
4.00+00	3.32-02	3.48-02	3.54-02	3.59-02	3.98-02	4.14-02	4.34-02	
5.00+00	3.18-02	3.43-02	3.53-02	3.59-02	4.06-02	4.24-02	4.44-02	
6.00+00	3.10-02	3.43-02	3.57-02	3.63-02	4.16-02	4.34-02	4.54-02	
8.00+00	3.06-02	3.50-02	3.69-02	3.78-02	4.39-02	4.59-02	4.79-02	
1.00+01	3.08-02	3.62-02	3.85-02	3.95-02	4.63-02	4.84-02	5.06-02	
1.50+01	3.23-02	3.93-02	4.25-02	4.38-02	5.24-02	5.48-02	5.73-02	
2.00+01	3.39-02	4.23-02	4.61-02	4.76-02	5.77-02	6.06-02	6.36-02	
3.00+01	3.68-02	4.70-02	5.17-02	5.36-02	6.59-02	6.96-02	7.33-02	
4.00+01	3.91-02	5.05-02	5.57-02	5.78-02	7.16-02	7.57-02	7.99-02	
5.00+01	4.11-02	5.32-02	5.88-02	6.11-02	7.60-02	8.04-02	8.49-02	
6.00+01	4.25-02	5.53-02	6.13-02	6.37-02	7.94-02	8.41-02	8.89-02	
8.00+01	4.48-02	5.86-02	6.51-02	6.76-02	8.45-02	8.96-02	9.48-02	
1.00+02	4.65-02	6.09-02	6.77-02	7.04-02	8.81-02	9.34-02	9.84-02	
1.50+02	4.94-02	6.48-02	7.21-02	7.50-02	9.39-02	9.96-02	1.06-01	
2.00+02	5.11-02	6.72-02	7.44-02	7.78-02	9.76-02	1.03-01	1.10-01	
3.00+02	5.32-02	7.00-02	7.80-02	8.11-02	1.02-01	1.08-01	1.15-01	
4.00+02	5.44-02	7.16-02	7.98-02	8.30-02	1.04-01	1.11-01	1.17-01	
5.00+02	5.52-02	7.27-02	8.10-02	8.42-02	1.06-01	1.12-01	1.19-01	
6.00+02	5.58-02	7.35-02	8.19-02	8.51-02	1.07-01	1.13-01	1.21-01	
8.00+02	5.66-02	7.45-02	8.31-02	8.64-02	1.08-01	1.15-01	1.22-01	
1.00+03	5.72-02	7.53-02	8.38-02	8.71-02	1.09-01	1.16-01	1.23-01	
1.50+03	5.79-02	7.62-02	8.49-02	8.84-02	1.11-01	1.18-01	1.25-01	
2.00+03	5.83-02	7.67-02	8.56-02	8.90-02	1.11-01	1.18-01	1.26-01	
3.00+03	5.88-02	7.73-02	8.62-02	8.96-02	1.12-01	1.19-01	1.27-01	
4.00+03	5.90-02	7.77-02	8.65-02	9.00-02	1.13-01	1.20-01	1.27-01	
5.00+03	5.91-02	7.79-02	8.67-02	9.02-02	1.13-01	1.20-01	1.28-01	
6.00+03	5.93-02	7.80-02	8.68-02	9.04-02	1.13-01	1.20-01	1.28-01	
8.00+03	5.94-02	7.81-02	8.70-02	9.05-02	1.13-01	1.20-01	1.28-01	
1.00+04	5.95-02	7.83-02	8.71-02	9.06-02	1.14-01	1.21-01	1.28-01	
1.50+04	5.96-02	7.85-02	8.73-02	9.08-02	1.14-01	1.21-01	1.29-01	
2.00+04	5.96-02	7.85-02	8.74-02	9.10-02	1.14-01	1.21-01	1.29-01	
3.00+04	5.98-02	7.86-02	8.75-02	9.11-02	1.14-01	1.21-01	1.29-01	
4.00+04	5.98-02	7.86-02	8.76-02	9.11-02	1.14-01	1.21-01	1.29-01	
5.00+04	5.98-02	7.86-02	8.77-02	9.11-02	1.14-01	1.21-01	1.29-01	
6.00+04	5.98-02	7.87-02	8.77-02	9.12-02	1.14-01	1.21-01	1.29-01	
8.00+04	5.98-02	7.88-02	8.77-02	9.12-02	1.14-01	1.21-01	1.29-01	
1.00+05	5.98-02	7.88-02	8.77-02	9.12-02	1.14-01	1.21-01	1.29-01	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ทางการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

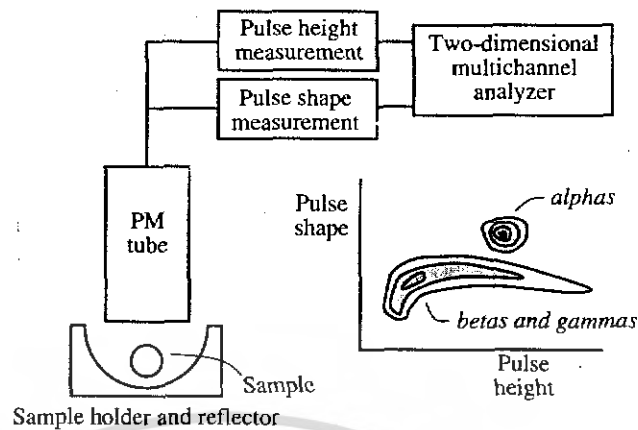


Figure 18.11 Example of a two-parameter analysis of the pulses from a photomultiplier tube viewing a liquid scintillator vial. Events build up into a surface represented by the contour lines on the display of the two-dimensional memory.

sometimes displayed as a surface contour plot, or as an isometric view of the surface from a perspective that can be changed using software routines for best viewing.

Multiparameter analyzers generally require a much larger memory than single-parameter analyzers because, for equal resolution, memory requirements for two parameters are the square of the number of channels required for only one parameter. Often, however, one of the two parameters need not be recorded with the same degree of resolution so that nonsquare (rectangular) memory configurations will suffice. Three or more parameters require multidimensional memory allocations that can be impractical in size. In experiments in which many parameters are of interest for each event (for example, from multiple detectors recording coincident events), it may no longer be possible to dedicate a large enough memory to sort all the information in real time. An alternative mode of data recording called *list mode acquisition* can then be employed. Each of the multiple parameters is digitized with a separate ADC in real time, and the results are then quickly written to memory. A clock may also be read to provide a “time stamp” to record the time of occurrence of the event. As the measurement proceeds, the collection of data grows with each observed event but requires a memory whose size is only the product of the total number of events multiplied by the number of recorded parameters. After the conclusion of the measurement, the data can then be sorted off-line based on arbitrary criteria involving any or all of the recorded parameters.

MCA Dead Time

The dead time of an MCA is usually comprised of two components: the processing time of the ADC and the memory storage time. The first of these was discussed earlier and, for a Wilkinson-type ADC, is a variable time that is proportional to the channel number in which the pulse is stored. The processing time per channel is simply the period of the clock oscillator. For a typical clock frequency of 100 MHz, this time is 10 ns per channel. Once the pulse has been digitized, an additional fixed time of a few microseconds is generally required to store the pulse in the proper location in the memory. Thus, the dead time of an MCA using an ADC of this type can then be written

$$\tau = \frac{N}{\nu} + B \quad (18.3)$$

where ν is the frequency of the clock oscillator, N is the channel number in which the pulse is stored, and B is the pulse storage time. The analyzer control circuits will hold the input gate closed for a period of time that equals this dead time. A *dead time meter* is often driven by the input gate to indicate the fraction of time the gate is closed, as a guide to the experimenter. One normally tries to arrange experimental conditions so that the fractional dead time in any measurement does not exceed 30 or 40% to prevent possible spectrum distortions.

The automatic live time operation of an MCA described earlier is usually quite satisfactory for making routine dead time corrections. Circumstances can arise, however, in which the built-in live time correction is not accurate. When the fractional dead time is high, errors can enter because the clock pulses are not generally of the same shape and duration as signal pulses. One remedy^{12,13} is to use the pulser technique described on p. 642 to produce an artificial peak in the recorded spectrum. If introduced at the preamplifier, the artificial pulses undergo the same amplification and shaping stages as the signal pulses. The fraction that are recorded then can account for both the losses due to pileup and the analyzer dead time. Several authors^{14,15} have reviewed the live time correction problem and suggested conditions under which the pulser method is not accurate. To avoid potential problems, the pulse repetition rate must not be too high, and the use of a random rather than periodic pulser is preferred. Under these conditions, the pulser method can successfully handle virtually any conceivable case in which the shape of the spectrum does not change during the course of the measurement.

Additional complications arise if spectrum shape changes occur during the measurement, which lead to distortions and improper dead time corrections with the pulser method. A better method first suggested by Harms¹⁶ can accommodate spectrum changes but requires a nonstandard mode of MCA operation. In this method, the analysis is run for a fixed *clock time*. If a pulse is lost because the analyzer is dead (this can be sensed externally), compensation is made immediately by assigning a double weight to the next pulse and incrementing the corresponding memory location by two. Spectra that change during the course of the measurement are properly accommodated because the correction automatically takes into account the amplitude distribution of signal pulses at the time of the loss. This correction scheme has been tested by Monte Carlo simulation for a wide variety of spectrum shapes and time variations and has proved to be quite accurate in all cases.¹⁷ At higher rates, however, the assumption breaks down that only one pulse was lost during the dead time, and the Harms method begins to undercorrect for losses. One remedy is to modify the correction process by first calculating the expected number of counts lost during a dead period from a running measurement of the input pulse rate. The memory location corresponding to the next converted pulse is then incremented, not by two counts as above, but by one plus the calculated number of lost pulses. These artificial counts do not have the same statistical significance as the same number recorded normally, but they do maintain the total spectrum content as if there had been no losses. Normally called *loss free counting*,¹⁸ this technique is applicable in situations in which the dead fraction of the MCA is as high as 80%.¹⁹ It is particularly helpful in measurements from short-lived radioisotopes from which the counting rate may change by many orders of magnitude over the measurement period.

SPECTRUM STABILIZATION AND RELOCATION

Active Spectrum Stabilization

Any drifts that occur along the signal chain during the course of the measurement will cause peaks in the recorded spectrum to broaden or become otherwise distorted. These drifts can come about through changes in temperature of the detector or associated

electronics, gradual changes in voltage levels, or variations of the gain of the various active elements in the signal chain. Despite the best efforts to control temperature and other environmental conditions, spectra taken over long periods of time with high-resolution detectors often suffer an apparent loss of resolution due to these drifts. In some detectors (notably scintillation counters), large changes in counting rate can also lead to apparent gain changes over fairly short periods of time.

A *spectrum stabilizer* is a device that in some way senses the position of a peak in the measured spectrum during the course of the measurement, compares its position with a known reference, and generates an error signal that can be used in a feedback loop to change the gain of the system to restore the peak to its correct position. The element in the signal chain to which the feedback is applied can be any component whose gain can be conveniently changed, including the photomultiplier tube for a scintillation counter, or the linear amplifier in other spectroscopic systems.

The most common method of sensing the peak position during the measurement is illustrated in Fig. 18.12. Two SCA windows are set on opposite sides of a clearly resolved symmetrical peak and connected to circuitry that can measure the difference in count rate between the two windows. At the start of the measurement, the gains are adjusted so that the peak is precisely centered between the two windows, and the count rate difference is therefore zero. If the gain does drift, a difference in count rate between the two windows will be detected and will serve as the error signal. In this scheme, the window positions must be extremely stable because any changes in the SCA window positions will be interpreted as system gain changes. Ultimate stability is therefore limited by questions of

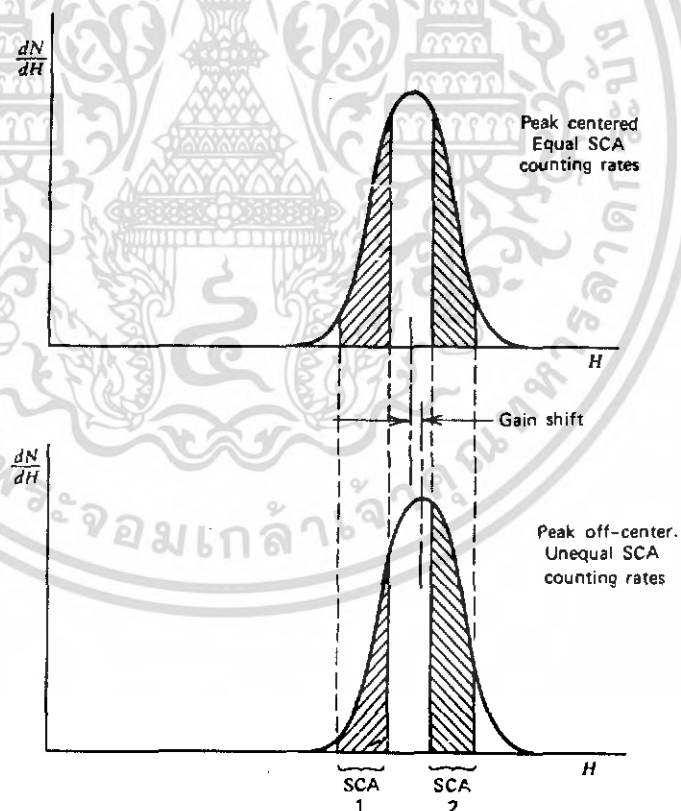


Figure 18.12 The principle of a spectrum stabilizer based on peak sensing. An error signal is derived from the counting rate difference in the two SCA windows.

SCA window stability. Methods have been developed^{20,21} to generate extremely stable SCA windows for this application.

For systems based on MCAs, the function of the windows can be performed by preselected groups of channels. In that way, the peak is held constant in the recorded spectrum and questions of window stability are no longer applicable. Digital stabilizers are available as commercial units that communicate with the MCA and adjust the gain of a preceding amplifier according to the error signals sensed by the stabilizer.

The gain correction can be implemented in a number of different ways. In one extreme, a small gain adjustment is made following almost every pulse that is recorded near the vicinity of the peak centroid. The edges of the two windows are brought together so that, within the region of interest, only a pulse that is stored in the preset peak centroid channel does not trigger an adjustment. If a pulse falls in the lower window, the gain is increased; and if the pulse falls in the upper window, the gain is decreased. Because of the normal statistical fluctuation in pulse amplitudes, this process results in slight "wandering" of the gain even in the absence of any real gain shifts. If the gain steps used in the adjustments are small enough, the broadening effect of this gain wandering can generally be kept to negligible levels.²²

An alternative approach is to collect a control pulse height spectrum (perhaps restricted to the channels near the peak of interest) in parallel with the primary spectrum in a separate section of memory. At periodic intervals, a software fit to the control peak is made and the current position of the centroid is derived. If this value is significantly different from the reference value set at the start of the measurement, then an appropriate gain adjustment is implemented. The control memory is then cleared and the process repeated at intervals throughout the measurement.

In common gain stabilizers, two peaks in the spectrum are usually monitored—one near the top and the other near the bottom of the spectrum range. In that way, corrections to drifts in both the slope and zero offset of the MCA calibration may be made if the amplifier allows adjustment of both its gain and zero offset.

If the spectrum to be recorded does not have readily identifiable peaks, other approaches must be adopted. A common remedy is to place a radioisotope "check source" near the detector that will produce its own peak or peaks in the spectrum. One possible drawback is that this source may also add undesirable background to other regions of the recorded spectrum. An alternative procedure is to place the lower window in a flat region of the spectrum and the upper window in a region where the spectrum drops off rapidly.²³ By adjusting the window width, a net zero counting rate difference can be set at the beginning of the measurement. Software techniques can also be applied²⁴ to sense changes in the shape of the recorded spectrum to serve as the basis for gain adjustments. In scintillation counters, methods based on the apparent position of a reference light pulser peak are also in common use. The light pulser must be incorporated into the scintillation assembly, where it produces pulses that do not interfere with the region of the spectrum in which the signal peaks of interest lie. This method of stabilization is described in more detail in Chapter 10.

Another option to stabilize spectra without peaks involves artificially creating a peak by mixing the output of an electronic pulser with the signal pulses. The standard methods can then be used to stabilize the pulser peak. The pulses should be introduced at the earliest possible point in the signal chain because any drifts that occur prior to that point will not be compensated. The pulser technique is similar to that described earlier (see p. 642) for determining losses caused by pile-up and dead time, and the same peak can also be used for gain stabilization.

3. Spectrum Alignment

An alternative to the active gain stabilization methods described above is to simply subdivide the measurement period into a number of small time intervals and record a separate

pulse height spectrum for each. If the individual time intervals are small enough, the gain drifts can be negligible within any single interval. However, if some drift does occur over the course of the full measurement, then the individual recorded spectra will not be aligned exactly. The degree of misalignment can be deduced from the location of peaks in the spectra, preferably using several that are widely spaced along the pulse height axis.

For best statistical accuracy, it is generally desirable to combine all the data into a single spectrum, but then some method of alignment must be implemented. This process is not as simple as it might first appear, since each spectrum will, in general, have different gain and/or zero offset. For alignment of multiple spectra, the raw data must therefore be "rebinned" or sorted into a new set of channels of a "master" spectrum, with each new channel having different width and edge locations with respect to the original spectra. The situation is illustrated in Fig. 18.13. The question then arises of how the number of counts in an original channel should be redistributed among the new channels that overlap its position.

Any measured pulse height spectrum is a discrete sampling from the continuous differential distribution dN/dH versus H that characterizes the source of the pulses. The number of counts in any given channel is just proportional to the area under the continuous distribution between the channel edges. To rebin the original data, it would be best to resample the original continuous distribution into the new channels. Because of the finite width of each channel, some information is lost in the original sampling process, and a perfect knowledge of the continuous distribution is not available. However, if the channel widths are small enough so that the continuous distribution changes only slowly over the width of a channel, then an analytical curve that is fitted to the points representing the counts in each channel (plotted at the channel midpoint) will be an acceptable approximation to the original continuous distribution. The rebinning process can then proceed as illustrated in Fig. 18.13, in the following steps:

1. An analytical fit is made to the data in the vicinity of the relocated channels to approximate the original continuous distribution. The functional form of the fit can be a polynomial of degree M that is fitted to the $M + 1$ channels that are centered about the channel of interest. Some factors of importance in choosing the value of M are discussed in Ref. 25.

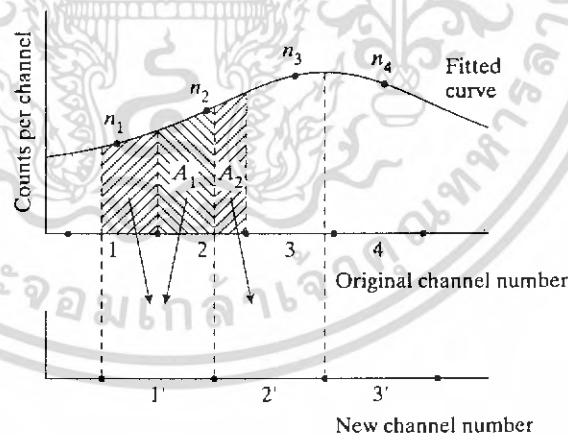


Figure 18.13 Schematic representation of the "rebining" process to relocate multichannel spectra. The original spectrum is shown at the top as a series of points plotted at the midpoints of the channels 1, 2, 3, . . . A continuous curve has been fit to these points. At the bottom is the new channel scale showing channels 1', 2', 3', . . . In the deterministic process mentioned in the text, the original number of counts n_2 in channel 2 are redistributed to new channels 1' and 2' with fractional assignments of $A_1/(A_1 + A_2)$ and $A_2/(A_1 + A_2)$, respectively.

2. The area under this fitted curve is determined between the edges of the nearest relocated channel, and the fractions of this area that overlap the original channel edges are determined.
3. These fractions are then used as weighting factors in reassigning the counts in an original channel to one, two, or more new channels, depending on the degree of overlap. The fraction of counts assigned to any new channel is proportional to the area under the curve calculated for the range of overlap (see Fig. 18.13).

If this reassignment of counts is carried out using the deterministic process described above, all counts in the original spectrum are reassigned to the new spectrum and the process conserves areas or absolute numbers of counts. Since the counts in any one original channel are distributed over multiple new channels, however, the statistical behavior of the relocated data is changed. Even if the counts in an original channel follow Poisson statistics (as is the usual case), the relocated counts will generally display a smaller expected variance. Statistical tests applied to the rebinned or combined spectra will therefore show results that depart from Poisson behavior. An alternative stochastic relocation process²⁵ can be applied that preserves the Poisson statistics of the relocated data. The number of counts relocated to a specific new channel is obtained by a random sampling from a binomial distribution whose average is the deterministic value. The channel-to-channel statistical fluctuations of the relocated spectrum will then mimic those of the original,²⁶ and standard goodness-of-fit tests that are usually part of spectrum analysis software can be applied to the relocated data.

V. SPECTRUM ANALYSIS

A. Deconvolution or Unfolding

The differential pulse height spectrum dN/dH that is recorded from any radiation detector is the convolution of its inherent response function and the energy distribution of the incident radiation. We represent the incident energy distribution as $S(E)$, where $S(E)dE$ is the differential number of incident quanta with energy within dE about E . Information about this incident spectrum $S(E)$ is often the object of our measurement. The measured pulse height spectrum results from the convolution:

$$\frac{dN}{dH} = \int R(H, E) S(E) dE \quad (18.4)$$

Here, $R(H, E) dH dE$ is the differential probability that a quantum of energy within dE about E leads to a pulse with amplitude within dH about H . In the special case that the incident radiation consists of only a single energy E_0 , the spectrum $S(E)$ can be represented by the product of the number of quanta S_0 and the Dirac delta function:

$$S(E) dE = S_0 \delta(E - E_0) dE$$

Putting this representation into the equation above, we observe

$$\left. \frac{dN}{dH} \right|_{E=E_0} = S_0 R(H, E_0)$$

Under these conditions, the measured pulse height distribution dN/dH is given by the *response function* $R(H, E_0)$ multiplied by the number of recorded pulses S_0 . The response function, introduced earlier in Chapter 4, is characterized by noting that $R(H, E_0) dH$ is the differential probability of recording a pulse of amplitude within dH about H given an incident quantum of energy E_0 . The shape of the response function will generally be different for incident quanta of different energy E_0 . It may also depend on a number of other possible variables, including the operating conditions of the detector, the source-detector geometry,

Gamma Ray Spectroscopy

Objectives

To use a scintillation detector to record γ -ray spectra; to study and understand the various features of γ -ray spectra, including photopeaks, the Compton edge, and backscatter peaks; to identify the components of a radioactive source; to study the absorption of γ -rays by matter.

You should read up in the references to learn about the various interactions of γ -rays with matter, and about the scintillation detector, before you start the experiment.

Apparatus

NaI(Tl) scintillation detector
Computer with *Integrated Computer Spectrometer* card
set of γ sources
set of metal foils

Warning! All radioactive sources are potentially dangerous and must be treated with caution and respect. The γ sources you will use for this experiment are intended for educational use and are quite weak, and so are relatively safe. Nonetheless it is important that you handle them carefully and use common sense when working with them. When not in use they must be stored in the lead container provided. **Do not carry them around in your pockets.** Do not eat them.

Introduction

An excited nucleus can emit one or more gamma rays of well-defined energies as it decays to its ground state. In this experiment you will investigate gamma ray spectra from several radioactive sources, using a sodium iodide scintillation counter.

The detector consists of a single crystal of sodium iodide “activated” with a small amount of thallium. A gamma ray absorbed by the crystal causes an electron to be ejected via the

photoelectric effect, which then produces light as it loses energy to the crystal. This light falls on the photocathode of a photomultiplier, producing electrons. These electrons are then accelerated towards a special electrode, called a *dynode*, held at a positive potential V_1 with respect to the photocathode. On striking the dynode the electrons are sufficiently energetic to cause secondary electron emission, and the secondary electrons formed in this way are accelerated towards a second dynode, at a potential V_2 , where a similar process occurs. The result is a large pulse of electrons received at the anode of the photomultiplier. The size of the pulse depends on the energy of the original gamma ray.

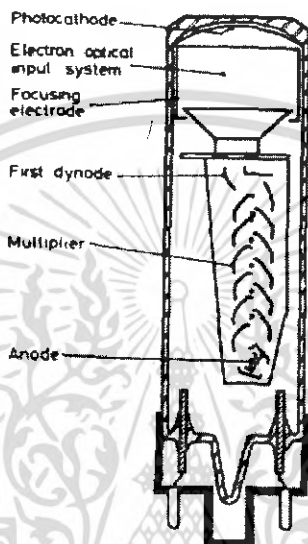


Figure 1: Schematic diagram of NaI detector

If m electrons are emitted per electron incident on any dynode, and if there is perfect collection between dynodes and there are n stages, then the overall gain will be m^n .

The pulses of electrons are fed into a multichannel analyzer (MCA) which sorts them according to size, with bigger pulses going into higher numbered channels. Thus channel number is related to gamma ray energy. The resulting spectrum will contain one or more photopeaks at the energies of the gamma rays emitted from the source. A typical gamma spectrum is shown in the figure below. In addition to the sharp peaks, note the lower energy features, which result from scattering of electrons in the crystal by the incident gamma rays. Note that the spectrum you see is not just a spectrum of the γ -ray energies emitted by the source, rather it gives the energies of the *photons* that eventually impinge on the

photomultiplier. There are several types of interactions between the γ s and the atoms or electrons in the detector that can affect the resulting spectrum. Be sure that you understand the process whereby a gamma ray incident on the scintillation crystal is recorded as a count in one channel of the multi-channel analyzer.

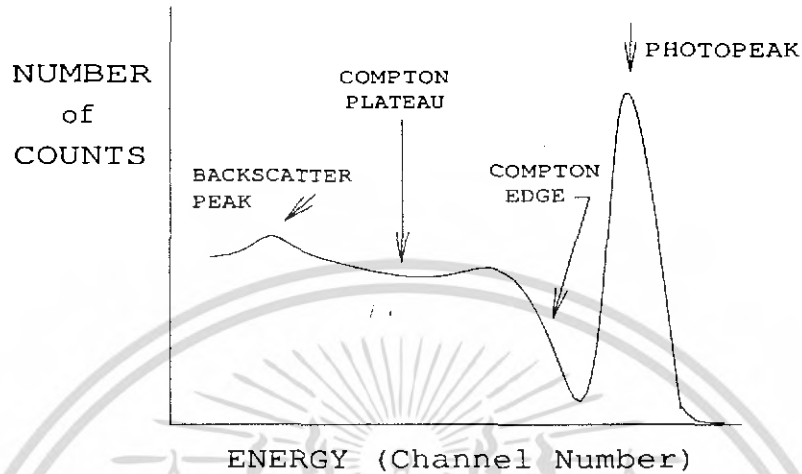


Figure 2: A Typical Gamma Ray Spectrum

The position of the photopeak depends on the gain, M , which is in turn proportional to V^n , where V is the applied voltage. Thus if write

$$M = kV^n \tag{1}$$

we can show that for a small change δV in the applied voltage Eq(1) becomes

$$M + \delta M = k(V + \delta V)^n$$

Expanding, neglecting second order terms and above,

$$M + \delta M = k(V + n\delta V)$$

so that

$$\frac{\delta M}{M} = n \frac{\delta V}{V} \tag{2}$$

The implication of Eq(2) is that if we want the gain of the photomultiplier to be stable to within x percent, the high voltage supply has to have a stability of (x/n) percent.

Photomultiplier Gain

Please see the ICS-PCI manual for a more complete description of the software. Note that you can save spectra in a data file — you are encouraged to do this often so that spectra can be retrieved and used in other data analysis and plotting programs.

Click on the ICS-PCI icon to start. When the Amp/HV/ADC settings window appears, set the High Voltage to 600 volts and the Conversion Gain to 2048 (if you want to use all 2048 channels). Using the Cs¹³⁷ source, obtain a spectrum and locate the position of the photopeak. Repeat, increasing the voltage by about 50 volts each time, up to a maximum applied voltage of 1000 volts. Plot a suitable graph to determine the value of n in Eq (1). What is its physical significance?

Calibration

- Reset the high voltage to 900 volts. Using the Na²² source, obtain a spectrum which fills the width of the screen. (This may require some adjustment of the gain and discriminator controls to display the best spectrum)
- Select *Settings – Energy Calibrate – 2 Point Cal.* Locate each peak and enter their energies in the appropriate boxes (511 keV and 1274 keV). You may find that a 3 Point Cal using a third peak from another source gives a better calibration.
- What is the mathematical relationship between channel number and gamma ray energy?
- Using the remaining sources in the box, confirm that the energy of each photopeak agrees with the values listed. Many isotopes emit a gamma ray of energy 0.500 MeV. This is often called *annihilation radiation* or *AR* which refers to 0.511 MeV photons created as a result of positron-electron annihilation.

Decay Products of Ra-226

Uranium-238 decays to lead-206 by processes of α and β emission, as shown in Figure 3.

Many of the intermediate daughter nuclei are γ emitters, one of which is Ra²²⁶. Obtain a spectrum from the Ra²²⁶ source. You may have to collect data for a long time (\sim several hours) to resolve the important features clearly. Determine the energies of as many lines as you can, and, using tables in the *CRC Handbook of Chemistry and Physics* as a guide

where $E_\gamma = h\nu$ is the energy of the incident γ -ray, m_0c^2 is the rest energy of an electron, and θ is the scattering angle. The maximum transfer of energy to the electron — and hence the minimum energy of the scattered γ — occurs for *backscattering*, when $\theta = 180^\circ$. Then the energy of the scattered γ is

$$E_{bs} = \frac{E_\gamma}{(2E_\gamma/m_0c^2) + 1}$$

and the energy of the electron is

$$E_{ce} = E_\gamma - E_{bs} = \frac{E_\gamma}{(1 + m_0c^2/2E_\gamma)}$$

E_{ce} is called the Compton edge, and shows up as the high-energy end of the region of the spectrum due to Compton scattering in Fig (2), while the peak at the low-energy end has energy E_{bs} .

Look for the backscatter peak and Compton edge using the Cs_{55}^{137} and Mn_{25}^{54} sources. Use your results to determine the rest mass of the electron with its associated uncertainty. Note that it is unlikely that your spectra will be as clean as that in Fig. 2

Energy Resolution

In theory, we expect gamma rays of a single energy to be recorded in one channel. In practice, each gamma ray appears as a peak, which can be approximated by a Gaussian function; the peak position corresponds to the energy of the gamma ray, while the width of the Gaussian tells us something about how precisely the NaI detector measures the energy of the gamma ray.

The standard definition of energy resolution R is:

$$R = \frac{\text{Full Width Half Maximum}}{\text{Peak Position}}$$

For a Gaussian distribution the position of the peak = mean, and Full Width Half Maximum (FWHM) is related to the standard deviation σ by $FWHM = 2.36\sigma$.

For each of the five peaks (2 from Na^{22} , 2 from Co^{60} , and 1 from Cs^{137}) estimate the FWHM and location of the peak in terms of the channel number and calculate the energy resolution. Make sure that you accumulate enough data for each sample by waiting until the spectrum has "smoothed" itself out. Can you establish a relationship between energy

resolution and gamma ray energy?

Photoelectric Absorption

When a gamma ray interacts with matter, it can cause an electron to be ejected from the absorbing atom. This is the process which usually occurs in the NaI detector. The energy of the emitted photoelectron is

$$E_e = h\nu - E_b$$

where E_b is the binding energy of the electron. The probability of a photoelectric interaction (normally called the cross-section, σ) depends on the atomic number Z of the absorber and the energy of the γ . The cross-section is proportional to the absorption coefficient, μ , which is defined by

$$I(x) = I(0)e^{-\mu x}.$$

Often the mass absorption coefficient $\mu' = \mu/\rho$ is used; then

$$I(x) = I(0)e^{-\mu' \rho x}.$$

μ' has units cm^2/g . Typically μ has the functional form

$$\mu = KZ^n E_\gamma^m \quad (3)$$

where K , m and n are constants. m is usually around -3.

Using the .662 MeV gamma of Cs_{55}^{137} and a series of aluminum absorbers of different thickness, confirm the exponential dependence of absorption on thickness and determine the absorption coefficient for Al at this energy. Note that you will have to increase your counting time as absorber thickness increases in order keep the uncertainties small. The software will display the total number of counts under the photopeak. You will need to check that the Region of Interest (ROI) is set appropriately. Be sure to properly deal with uncertainties in your measurement.

Repeat this experiment using a higher energy gamma from either the Co^{60} or Na^{22} sources. What does Eq (3) predict about the variation of μ with gamma energy?

References

1. D.W. Preston and E.R. Deitz, *The Art of Experimental Physics*, (Wiley, New York, 1991), pp. 316–324 and pp. 376–385.
2. A. Beiser, *Concepts of Modern Physics*, 4th ed. (McGraw-Hill, New York, 1987), Ch. 12.
3. G.F. Knoll, *Radiation Detection and Measurement*, (Wiley, New York, 1979).



INTERACTIONS OF GAMMAS

Advanced Laboratory, Physics 407
University of Wisconsin
Madison, Wisconsin 53706

Abstract

In this experiment a Sodium Iodide Scintillator is used to both detect and measure gammas in the range of 22 keV to 2.6 MeV. The experiment is to study the interactions of gammas in various materials and in the detector itself.

Theory

A photon can interact with matter by a number of competing mechanisms. The interaction can be with the entire atom, as in the photoelectric effect, or with one electron in the atom, as in the Compton effect, or with the atomic nucleus (as in pair production). The probability for each of these competing independent processes can be expressed as a collision cross section per atom, per electron, or per nucleus in the absorber. The sum of all these cross sections, normalized to a per atom basis, is then the probability that the incident photon will have an interaction of some kind while passing through a very thin absorber which contains one atom per cm^2 of area normal to the path of the incident photon.

The total collision cross section, σ , per atom when multiplied by the number, n , of atoms per cm^3 of absorber is then the linear attenuation coefficient, μ_0 per centimeter of travel in the absorber. The fraction of incident photons which can pass through a thickness x of absorber without having an interaction of any kind is given by

$$I_0 = e^{-\mu_0 x} = e^{-\sigma n x}$$

We sometimes wish to express the absorption in terms of the equivalent matter traversed, namely $\xi = \text{gm}/\text{cm}^2$. Then the thickness of the material can be expressed by $d\xi$, where:

$$d\xi = \rho dx.$$

The mass absorption coefficient is defined by:

$$\mu_m = \frac{\mu_0}{\rho},$$

so that the fraction of the beam not absorbed is:

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu_m \epsilon}$$

In this experiment we will measure the mass absorption coefficient of materials of different Z for gamma rays of a large range of energies. We will try to understand these results in terms of what we know about the interactions of gamma rays with matter.

As mentioned above, there are three mechanisms of interaction which are important at the gamma ray energies we are interested in: photoelectric effect, pair production, and Compton effect. These are described briefly below. You should also read Eisberg and Resnick, p. 53–56 and/or Evans, Chapters 23 and 24.

- Photoelectric Effect

In this interaction the photon ejects an electron from an atom (generally from the K or L shells). The photon is completely absorbed and all its energy is transferred to the atomic electron. The atom then emits characteristic X-rays and Auger electrons as it returns to normal.

- Pair Production

In pair production a photon of sufficiently high energy is annihilated and an electron-positron pair is created. For a free photon conservation of energy and momentum would not be possible, so pair production must take place in the field of a nucleus (or of another electron) which will take up the balance of momentum. The energy threshold for this process is $2mc^2$ or 1.02 MeV.

- Compton Effect

In the Compton effect the gamma ray scatters off of a loosely bound electron and loses only part of its energy. The electron recoils in one direction and the gamma goes off in another direction with a reduced energy.

The following figure (1.1) (from Evans, p. 712) provides a guide to the relative importance of these three principal interactions over a wide range of energy, $h\nu$, of the incident photons and atomic numbers, Z of the attenuating material.

Knowledge of these interactions will also be important in understanding the detection of gammas with a scintillation detector.

Detection of Gammas – Scintillation Detectors

Gamma rays may be detected in a number of ways, including gas-filled counters, solid-state detectors, and scintillation detectors. This experiment makes use of a scintillation detector.

In a scintillation detector the gamma ray passes into an organic or inorganic crystal where it interacts with the atoms of the crystal by one of the above interactions. The result of these interactions are the production of charged particles (electrons and gammas) and scattered gammas. The scattered gammas travel a distance through the crystal which depends on their energy and they may or may not interact again before leaving the crystal. The charged particles travel a relatively short distance through the crystal leaving behind a trail of excited atoms. A few materials will emit light in the UV and visible wave lengths as the excited atoms return to the ground state. These “scintillations” are detected by a photomultiplier attached to the crystal. Materials to be used as scintillators must of course

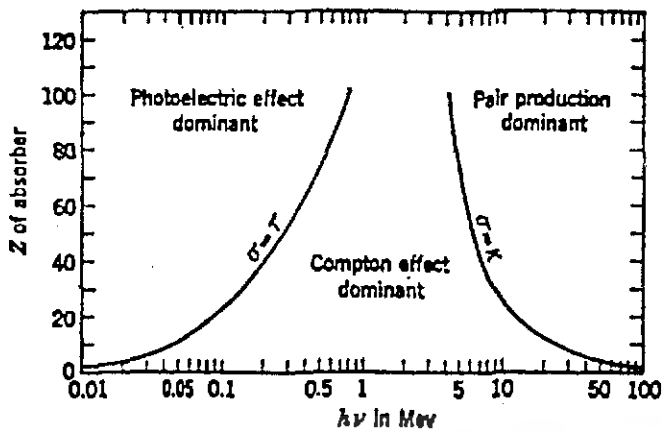


Figure 1.1: Relative importance of the three major types of γ -ray interaction. The lines show the values of Z and $h\nu$ for which the two neighboring effects are just equal.

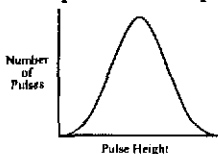
be transparent to their own light so that it can be seen by the photomultiplier. A discussion of organic and inorganic materials suitable for scintillators is given in an appendix. In this experiment we use an inorganic crystal, NaI, as a scintillator.

If monoenergetic gammas interact in the NaI crystal the pulses produced by the photomultiplier will not all be of the same height but will show a certain distribution in height. A "pulse height spectrum" is obtained by plotting a graph of the number of pulses per unit time versus pulse height. The feature of these pulse height spectra can be understood in terms of the interaction the gamma undergoes in the crystal.

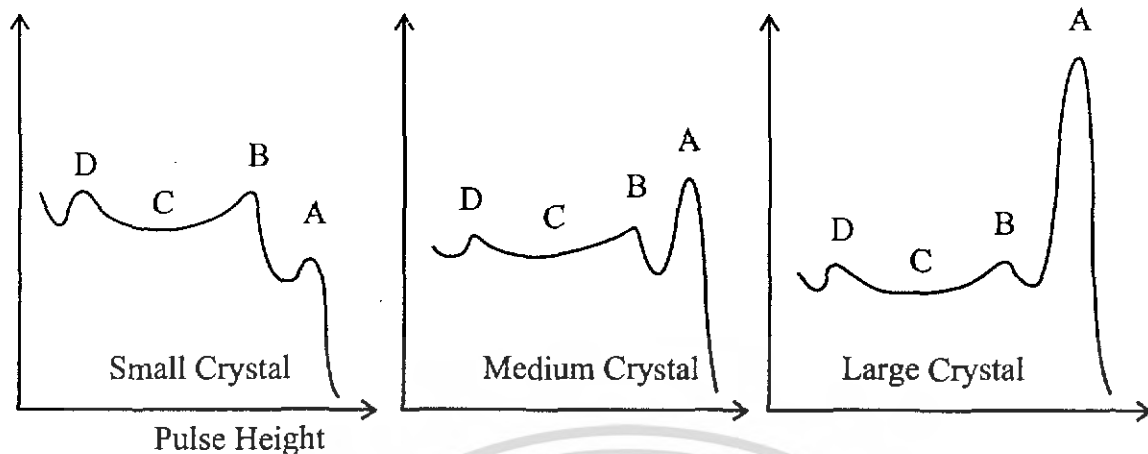
In the photoelectric effect and pair production all of the gamma ray energy is converted to electron (or positron) energy. Path lengths of charged particles are short so there is a good chance for all of the energy being absorbed in the crystal. In Compton scattering, however, part of the energy is converted to electron energy and part remains in the scattered photon. The scattered photon may interact again in the crystal by a second Compton scattering or by photoelectric absorption, but in some cases the scattered gamma ray escapes the crystal, carrying its energy with it.

If all the gamma ray energy is captured in the crystal there will still be a pulse height distribution of finite width due to a number of effects which depend on the location of the events in the crystal:

1. Inhomogeneities in the crystal.
2. Variations in reflections from the walls.
3. Variations in photocell sensitivity.
4. Statistical fluctuation due to the moderate number of photoelectrons in the photomultiplier. The pulse height spectrum in this case would look like:



In practice, however, because of the finite size of the crystal some of the Compton scattered gammas will escape the crystal and in this case the spectra will look like these:



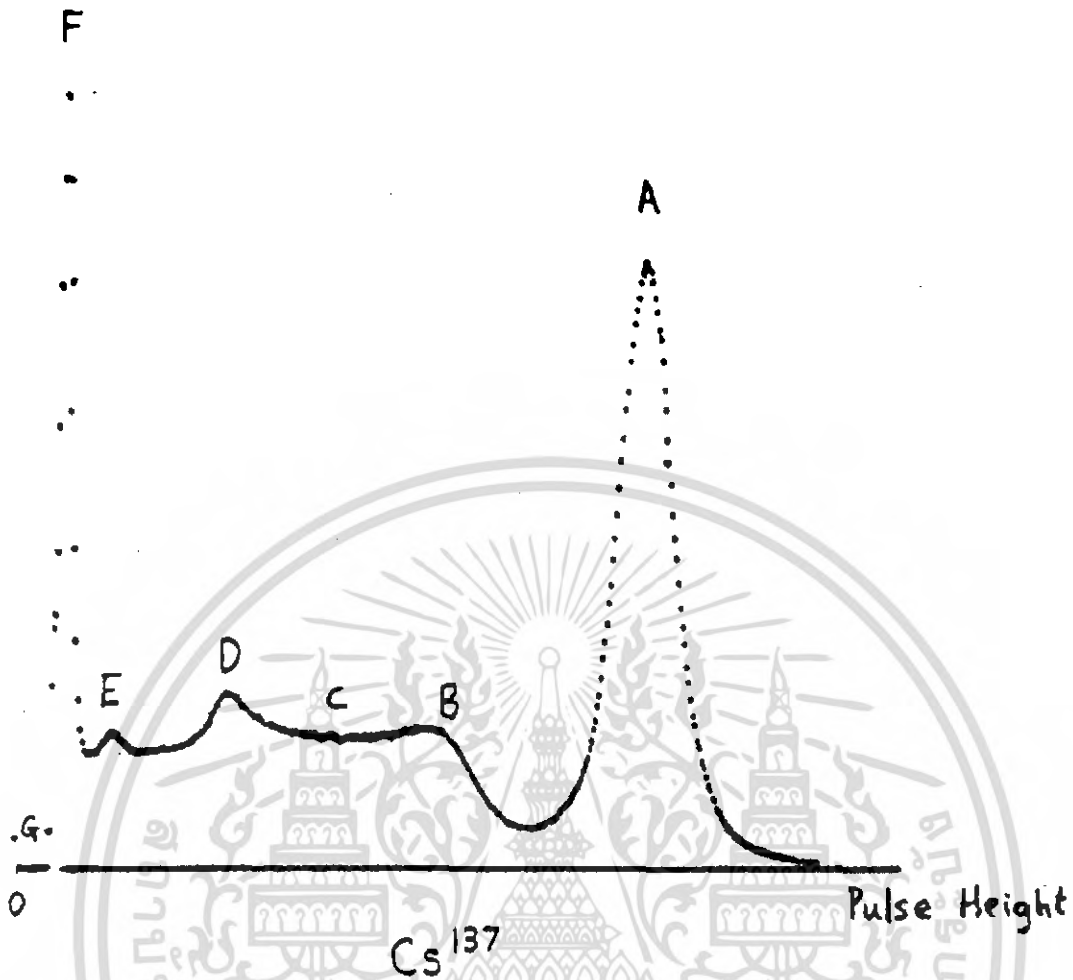
The peak A corresponds to interactions in which no gamma escapes. The peak B and the plateau C correspond to Compton interactions in which the scattered gamma escapes the crystal. B is called the "Compton Edge" and corresponds to a Compton scattering in which the gamma is scattered in the backward direction and then escapes the crystal. In this case the photon transfers a maximum amount of energy to the electron so that a minimum of energy escapes. Small peaks and bumps like that at D may be caused in various ways:

- (D1) Photoelectric interactions in the source itself or in the shielding can give K-shell X-rays. These are then detected in the usual manner by the detector at energies around 20 to 50 keV.
- (D2) Gammas may Compton scatter (even backwards) from the shielding or photomultiplier glass and enter the crystal and be detected. The energy is dependent upon the angle and the energy of the original gamma.
- (D3) A small group between B and A can be caused by a K-shell X-ray escaping from the crystal after a photoelectric interaction in the crystal.

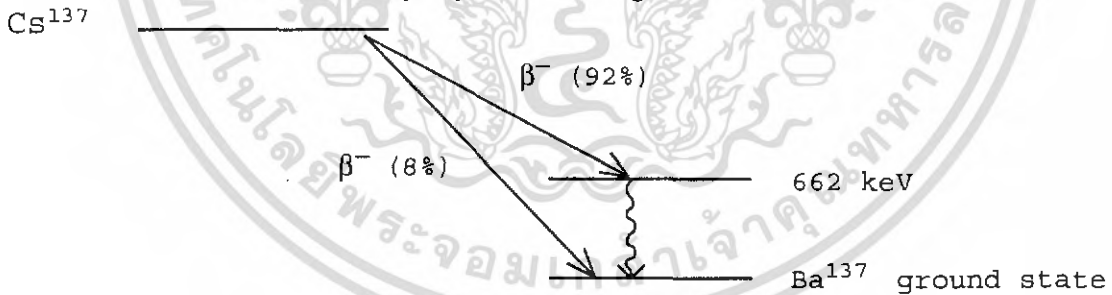
All of the above defects (except 1) are reduced by using larger (and more expensive) crystals which have a higher probability of both capturing the original gammas and also capturing scattered gammas which might otherwise escape.

A Typical Spectrum

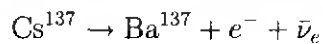
The following figure shows a typical spectrum obtained with a 5.1 cm × 5.1 cm NaI scintillator and a Cs¹³⁷ source.



The Cesium-137 nucleus decays by the following scheme:



The Cs^{137} emits an electron (β) plus a neutrino thereby increasing the nuclear charge from 55 to 56 by changing a neutron to a proton.



In 92% of the decays only 514 keV is transferred to the electron and neutrino and the Ba^{137} is left in a metastable, excited state. This decays ($T_{1/2} = 2.6$ min.) by either emitting a 662 keV gamma (90%) or "internally converting" the gamma (10%) before it leaves the Ba atom and ejecting a K shell electron instead. In effect, the gamma interacts with the K shell electron as the gamma is created by the nucleus. In this case a fast electron is thrown

out and then followed by a 32 keV x-ray as the K shell of the Ba is refilled.

The spectrum shows the following features:

- A. This is due to the complete absorption of 662 keV gamma, usually a Compton scatter followed by a second scatter and/or a photoelectric interaction. The lead shielding collimates the incoming gammas so that all strike near the center of the NaI crystal and so are unlikely to escape without a second interaction. The NaI absorption of 662 keV gammas follows the equation

$$N(x) = N_0 e^{-x/d}$$

where $d = 3.7$ cm. However scattered gammas are much more likely to interact. For example, if the energy of the scattered gamma is 300 keV then $d = 1.6$ cm.

- B. "Compton Edge". The gammas which are scattered once and then escape can transfer a maximum of 478 keV by being scattered backwards ($\theta = \pi$).
- C. This region is due to single Compton scatters with $0 < \theta < \pi$. The region extends from the Compton edge to zero energy.
- D. This peak is due to gammas which have been scattered through $0 < \theta < \pi$ outside the crystal. For example some 662 keV gammas leave the source and strike the lead at the back of the cavity holding the source. The 662 keV can be scattered forward with an energy of 184 keV and pass into the detector where it will be detected. Alternatively a 662 keV gamma may pass through the crystal without interaction and then be backscattered from the front face of the photomultiplier back into the detector crystal.
- E. The lead shielding can produce X-rays by electrons returning to the K-shell after they have been ejected by a photoelectric interaction with a gamma ray. The K_α X-rays from lead have an energy of 75 keV.
- F. This peak is due to the 32 keV X-rays produced by Ba^{139} after internal conversion.
- G. Pulses smaller than 20 keV can be produced by photomultiplier noise and so the LLD of the detector has been set to remove these.

Useful Gammas

Energy (keV)	Source	Lifetime	% Giving Gamma	Origin or Comment
2614.4*	Th ²²⁸	1.9 y		Gives a range of 84 through 2614 keV (From daughter Bi ²¹⁴) (From daughter Bi ²¹⁴)
2204.2	Ra ²²⁶	1600 y		
1769.7	Ra ²²⁶	1600 y		
1332.5*	Co ⁶⁰	5.3 y	100	From positron-electron annihilation
1274.5	Na ²²	2.6 y	100	
1173.2*	Co ⁶⁰	5.3 y	100	
661.6*	Cs ¹³⁷	30 y	85	
511.0*	Na ²²	2.6 y	180	
356*	Ba ¹³³	10 y		
302	Ba ¹³³	10 y		
280*	Se ⁷⁵	120 d	25	
265	Se ⁷⁵	120 d	60	
136	Se ⁷⁵	120 d	57	
122*	Co ⁵⁷	23 d	98	K-X-ray from Ag ¹⁰⁹ after K capture
87.7*	Cd ¹⁰⁹	1.3 y	1.0	
81.0*	Ba ¹³³	10 y		K-X-ray sometimes from Pb shielding
75.0				
59.5*	Am ²⁴¹	458 y	36	K-X ray from Ba ¹³⁷ after internal conv.
32.1*	Cs ¹³⁷	30 y	6.8	
31	Ba ¹³³	10 y		K-X-ray from Cs ¹³³ after K capture
22.1	Cd ¹⁰⁹	1.3 y	25	K-X-ray from Ag ¹⁰⁹ after K capture

y = year
d = day

The table of available gammas gives 18 energies. However, some are closer together and since there is little point in using energies within 5% of each other, you should choose about 13 energies such as those marked *

Apparatus

Gamma Ray Sources

A number of radioactive sources (Th²²⁸, Ra²²⁶, Cs¹³⁷, Ba¹³³, Cd¹⁰⁹, Se⁷⁵, Co⁶⁰, Co⁵⁷ and Na²²) are available mounted in small plastic rods and are kept in a lead container in Room 2507. Most of them are supplied by Isotope Products Labs. The sources are not strong (1–100 μ Ci) but they could interfere with the counting in this experiment and for this reason they should be kept inside the shielding when not in use.

Gamma Ray Detector

The gamma ray detector is a scintillation detector consisting of a scintillation crystal, a photomultiplier tube, and a preamplifier assembled in a single unit supplied by a Mech-

Tronics Nuclear. The crystal is a 2 inch diameter, 2 inch thick NaI crystal doped with thallium. The photomultiplier is an RCA 8053 with 10 dynodes and a maximum voltage rating of 1500 volts. The photomultiplier anode output is connected to an amplifier by a short length of coaxial cable.

During operation, the crystal absorbs energy from a gamma event and produces a proportional flash of light. The light flash causes the photomultiplier tube cathode to emit a proportional quantity of electrons. These are attracted from dynode to dynode through the tube with a multiplication effect at each successive dynode due to secondary emission. The highly intensified burst of electrons which arrives at the anode of the tube, still proportional to the energy of origin, is transferred to form a charge at the input capacitor in the preamplifier. The amplifier responds by creating a positive output pulse which retains the basic proportional significance.

There are two connectors on the photomultiplier tube base:

- Anode Output: Connects photomultiplier output pulses to the amplifier. This output pulse is always negative and has an amplitude depending on the input pulse and the HV of the photomultiplier. The connection between the photomultiplier output and the amplifier input is always made with a 50 ohm coaxial cable.
- HV: Connects the high voltage power supply to the photomultiplier tube, using HV BNC for the white HV cable.

Amplifier

The amplifier is an ORTEC unit. Usually you will find the model 575A. The amplifier accepts both positive or negative input pulses and provides both pulse shaping and amplitude expansion of these pulses. The amplifier gain is set via a control knob setting and there are both unipolar positive and bipolar positive going outputs on BNC connectors. The function of the amplifier is to produce positive output pulses of suitable amplitude and shape so that they can be fed into the pulse height analyzer.

Multi-Channel Pulse Height Analyzer

The multichannel analyzer is a PC containing an ORTEC model 916A pulse height analyzer card (MCA) run by the Maestro II software package. The MCA card contains an Analog to Digital Converter (ADC), single channel analyzer (SCA), multichannel scaler (MCS), and a dual-ported memory. The card, along with the standard software, transforms the personal computer into a multichannel analyzer. An input of 0 to 10 volt positive pulses from a shaping amplifier is the only external signal necessary for pulse height analysis operation. For further details consult the manual for the 916A and the manual for the Maestro II software which runs the MCA board. The software is located in the MCA directory and is started by typing MCA on the command line. The MCA has been set up for the input voltage range of 0 to 10 Volts to correspond to channel 0 (0 V) and channel 512 (10 V).

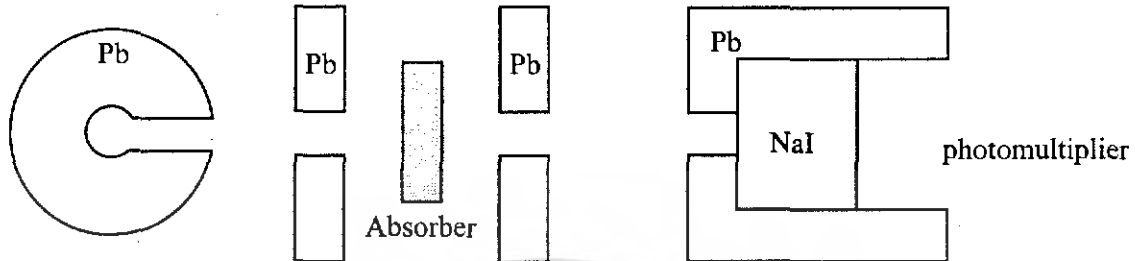
High Voltage Supply

The high voltage supply for the gamma ray detector is usually a Hewlett Packard Model 6522A using the positive HV output connector. The supply can furnish an output of $\pm 0 - 2000$ V DC. We normally run the photomultiplier somewhere between 800-1000 Volts.

Oscilloscope

Any mobile scope may be used to display the pulses being input to the multi-channel pulse height analyzer.

Lead Collimators



The source is placed in the center of a lead cylinder so that gamma rays may pass freely:

- through a side hole in the cylinder.
- through a second collimating hole in a circular lead plate.
- through any absorber.
- through a third collimating hole in a second circular lead plate.
- through a fourth hole in the lead shielding the NaI detector.

The purpose of the 4 collimating holes is to insure that only gammas which are not scattered may reach the detector. Once a gamma ray has been scattered by the lead or by the absorber, then it is unlikely to reach the detector. The NaI crystal has a diameter of 5.1 cm but the entry hole in the lead has a diameter of only 3.2 cm. This is to insure that the gammas which enter the NaI have a high probability of losing all their energy in the NaI.

Procedure

A. Set up the system

1. Connect the "Output" connector of the detector to the DC input of the amplifier. Set the input polarity switch to "neg" and use the "Uni" output.
2. Connect the output of the amplifier to the BNC connector labeled "ADC" on the MCA card located in the rear of the PC.
3. Connect the high voltage supply to the "HV" connector on the detector using the white HV cable with HV BNC connectors. Turn it on and set to about +800 volts to start.
4. Place a Cs^{137} source with a strength near 100 μCi in the cylinder and check the pulses from the preamplifier and amplifier with a scope. Note the amplitude and width of the pulses.

Take Care

The gamma sources used in this experiment have strengths of up to 100 μCi . Although these are relatively safe sources, you should act as if they are stronger.

1. Never leave sources lying about. They should be taken from their lead storage container directly to the cylindrical lead mounting or vice-versa.
2. Handle the sources by the clear plastic rods.
3. Report a missing source immediately.
4. Use the survey meter to check radiation levels around the sources.

B. Observe some typical spectra

1. Observe the spectrum of pulses from the Cs^{137} source. Adjust the amplifier gain so that the peak at 662 keV is located in the upper half of the available range. Collect enough data to smooth out the statistical fluctuations. Print out the spectrum and tape it in your data book. Identify the features of the spectrum.
2. Collect and record the spectra from a few other isotopes, such as Na^{22} , Co^{60} , Ba^{133} , and Th^{228} . Always adjust the gain so that the significant peaks are within the range of the analyzer.

C. Measure the attenuation in Aluminum of 662 keV gamma rays

1. Measure the intensity of gammas transmitted through 7 or 8 different thicknesses of Al using the gammas in the 662 keV peak from Cs^{137} . Set up the 662 keV peak as a "Region of Interest" (ROI) and use "Sum" counts as your measure of intensity. Does this properly correct for the background counting rate?
2. Plot the intensity of the 662 keV peak as a function of thickness of Al on semi-log paper. Draw a straight line through the data points and from the slope of the line determine the linear attenuation coefficient of Al for 662 keV gammas. Taking the density of Al to be 2.70 g/cm^3 , calculate the mass attenuation coefficient. Compare your result to that quoted in Melissinos, p. 208.
3. Using SigmaPlot, fit the above data to a straight line with a least squares fit. Have the computer calculate the slope and the standard deviation of the slope. How does this value of the slope compare with that which you determined graphically?

D. Measure the attenuation in Al as a function of the energy, E, of the gammas.

1. Some gamma ray sources available in the lab and the energy of their gammas are listed in the accompanying table. The most useful of these are indicated with an asterisk. Measure the attenuation in Al of these gammas. You need only measure the transmission for one thickness at each energy. Because the transmission varies

so much with energy, the thickness required for an accurate measurement will vary with energy. The optimum thickness for determining the transmission with maximum accuracy in a given counting time is that thickness which gives a transmission of 37%. Can you prove this? In order to get the various peaks at a reasonable channel position for measurement, you will have to change the gain of the amplifier as you change the energy of the gammas.

2. Calculate the mass attenuation constant, μ_m , at each energy and plot your results as a function of energy.

E. Measure the attenuation of 662 keV gammas in materials of different Z .

1. The absorbing materials available in the lab are listed in the accompanying table, along with their density, atomic number, and the energy corresponding to their K-shell absorption edge. Measure the transmission of each of these materials for the 662 keV gamma ray from Cs^{137} .
2. Calculate the mass attenuation coefficient for each material and plot your results as a function of the atomic number Z , of the material.

F. Comment on the following:

1. The Z dependence of the Compton scattering at about 500 keV.
2. Any indication of pair production.
3. The Z and E dependence of the photo-electric effect.

Be prepared to answer questions on the following:

1. The effectiveness of the lead shielding.
2. The shape of any gamma spectrum.
3. The principle of operation of a multichannel analyzer.
4. The principle of operation of the photomultiplier.
5. The K absorption edge of lead is at 88 keV yet it emits X-rays at only 75 keV.

Absorber	Z	Density (gm/cm ²)	K-shell Edge (KeV)
Wax (CH ₂) _n		2.71	
Lucite (C ₅ H ₈ O ₂)		1.16-1.20	
Be	4	1.848	0.111
C (graphite)	6	1.5	0.284
Al	13	2.70	1.56
Fe	26	7.86	7.114
Ni	28	8.90	8.333
Cu	29	8.96	8.999
Mo	42	10.2	20.00
Sn	50	7.29	29.20
W	74	19.1	69.52
Au	79	19.3	80.72
Hg	80	13.55	83.10
Pb	82	11.35	88.10
U (depleted 238)	92	18.9	115.6

References

1. R.D. Evans, "The Atomic Nucleus" McGraw Hill, (1955).
2. Eisberg and Resnick, "Quantum Physics" Wiley, (1974).
3. R.D. Evans "Gamma Rays" Chap. 8e in "American Institute of Physics Handbook", 3rd Ed., McGraw-Hill, (1972).

Appendix

Scintillator Materials

1. Organic Scintillators These are the cheapest. Examples are:

- (a) Anthracene crystals.
- (b) Stilbene Crystals.
- (c) Polystyrene with traces of Terphenyl and POPOP.
- (d) Xylene or Toluene with traces of Terphenyl and POPOP.
- (e) Various commercial plastic scintillators such as NE102.

Organic scintillators give fast light pulses - about 5 to 15 nsec long. The basic material usually will absorb the light which it emits and so wavelength shifters are dissolved in the liquid (or plastic) to absorb the short wavelengths and re-emit them with longer wavelengths. The wavelength shifters are usually very complex aromatic substances and are used in very dilute concentrations.

The wavelength shifters also absorb UV (from sunlight or the fluorescent lights) and emit a very pleasant and characteristic blue glow.

Organic scintillators have 3 disadvantages:

- (a) Their efficiency of conversion (particle energy loss to light output) is lower than for NaI (see below).
- (b) Their conversion is not as precise as for NaI. Identical particles giving the same energy loss E in an organic scintillator will result in various light outputs with a $\pm 10\%$ variation.
- (c) When compared with inorganic scintillators such as NaI or CsI, organic scintillators have both lower mass densities and lower average atomic numbers Z . Hence the organic scintillators interact less with gammas (to produce free electrons and ionization) and are usually not used as gamma detectors.

2. Inorganic Scintillators

The best are single crystals of ZnS, NaI, CsI or BaF. The light output can be sometimes increased by doping (or "activating") the crystal with an element such as thallium. This experiment uses a 5.1cm \times 5.1 cm cylinder of NaI with about 0.1% Tl. The Tl increases the light output by about 15%.

Inorganic scintillators give a larger and more precise light pulse than organic scintillators. However, the light pulse is emitted over a longer time, about 1 μ sec and so NaI is not as useful for fast coincidence work as organic scintillators.

Read Melissinos 194-196.