

การประมาณค่าปริมาตรจากรูปทรงของพื้นที่ภาคตัดขวาง

APPROXIMATION VOLUME FROM AREA OF CROSS SECTIONS



จันทรา ศรีสรвод
ศุภชัย ธรรมประสม
สมชาย ฤชาจิรกิจ

เลขหมู่.....

เลขทะเบียน.....59389

วัน,เดือน,ปี..... 2 ส.ค. 2549

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตร์บัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

คณะวิทยาศาสตร์


สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2548

b.....	004
i.....	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

APPROXIMATION VOLUME FROM AREA OF CROSS SECTION

The seal of King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang is a circular emblem. It features a central five-tiered umbrella (parasol) with a flame-like top, flanked by two smaller three-tiered umbrellas. The entire emblem is surrounded by a decorative border with Thai script. The text inside the seal reads "สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง" (King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang).

**JANASTHAR SRISUAN
SUPARCHAI THAMPASOM
SOMCHAI LUECHAJIRAKIT**

**A SPEACIAL PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE
FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2005**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	การประมาณค่าปริมาตรของรูปทรงจากพื้นที่ภาคตัดขวาง	
ชื่อนักศึกษา	นายจันสธา ศรีสรवल	45050005
	นายศุภชัย ธรรมประสม	45050058
	นายสมชาย ฤชาจิริกิจ	45050059
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต	
ภาควิชา	คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์	
สาขา	คณิตศาสตร์ประยุกต์	
ปีการศึกษา	2548	
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ.ภักคินี ชิตสกุล	
	ดร.นवलสวาท หิรัญสกุลวงศ์	

บทคัดย่อ

ปัญหาพิเศษนี้ขอนำเสนอวิธีการใหม่ สำหรับการคำนวณหาสัดส่วนปริมาตรเนื้อมะเร็งตาย ต่อกระดูกที่เป็นมะเร็ง วิธีการนี้ใช้การประมาณค่าในช่วงแบบรอมเบิร์ต ในการประมาณค่าปริมาตร จากภาคตัดขวาง ในการทดลองได้มีการพัฒนาวิธีการนี้ โดยใช้โปรแกรมภาษาซี จากผลการทดลอง พบว่าวิธีการใหม่นี้ ให้ค่าคลาดเคลื่อนน้อยกว่าวิธีการดั้งเดิมที่ใช้ในวงการแพทย์

Special Project Title	APPROXIMATION VOLUME FROM AREA OF CROSS SECTIONS	
Student	Mr.Janasthar Srisuan	45050005
	Mr.Suparchai Thamprasom	45050058
	Mr.Somchai Luechajirakit	45050059
Degree	Bachelor of Science	
Department	Mathematics and Computer Science , Faculty of Science	
Programme	Applied Mathematics	
Academic Year	2005	
Special Project Advisor	Assoc.Prof.Pakkinee Chitsakul Dr.Nualsawat Hiransakolwong	

Abstract

This special problem proposes a new method for calculating volume proportion of the Osteosacroma to bone with cancer. The new method uses Romberg's approximation to estimate volume from cross sections. It is implemented for experiments, using C language. The result shows that the new method gives error less than the conventional method.

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำปัญหาพิเศษเรื่อง “การประมาณค่าปริมาตรจากรูปทรงของพื้นที่ภาคตัดขวาง” ไปได้ด้วยดี ทางคณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ รศ.ภักคินี ชิตสกุล และ ดร.นวลสวาท หิรัญสกุลวงศ์ อาจารย์ที่ปรึกษาปัญหาพิเศษ นายทวีพงศ์ พิทักษ์มงคล ที่กรุณาช่วยให้คำแนะนำและคำปรึกษาในการแก้ปัญหาต่างๆ ใน ปัญหาพิเศษรวมทั้งตรวจสอบความถูกต้องของปัญหาพิเศษนี้

ขอขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านที่ได้ประสานวิชาความรู้ทั้งทางด้านทฤษฎีและภาคปฏิบัติแก่ทางคณะผู้จัดทำจนกระทั่งปัญหาพิเศษนี้ลุล่วงไปได้ด้วยดีทุกประการ

ขอขอบพระคุณเจ้าหน้าที่ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ที่คอยให้ความสะดวกในการใช้ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์

นอกจากนี้ทางคณะผู้จัดทำต้องขอขอบคุณเพื่อนๆทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือในด้านต่างๆ เกี่ยวกับปัญหาพิเศษไว้ ณ ที่นี้

คณะผู้จัดทำ

มีนาคม 2549

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VIII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ข้อสำคัญและที่มาของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการทำปัญหาพิเศษ.....	1
1.3 ขอบเขตของปัญหา.....	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน.....	2
บทที่ 2 วิธีการตรวจหาเนื้องอกมะเร็งที่ไจในปัจจุบัน.....	3
2.1 ตรวจโดยใช้เครื่อง CT Scan.....	3
2.2 ตรวจโดยเครื่อง MRI Scan.....	8
2.3 การรักษาด้วยวิธีการผ่าตัด.....	8
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัยและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	12
3.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย.....	12
3.1.1 ทฤษฎีการประมาณค่าที่ศึกษา.....	13
3.1.1.1 การประมาณค่าในช่วงแบบสี่เหลี่ยมคางหมู.....	13
3.1.1.2 กฎซิมป์สัน.....	16
3.1.1.3 การประมาณค่าในช่วงแบบรอมเบิร์ต.....	19
3.1.2 ทฤษฎีการประมาณค่าที่สนใจ.....	24
3.1.3 ทฤษฎีหาปริมาตรที่ศึกษา.....	26

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
3.1.4 การนำวิธีรอมเบิร์กมาประยุกต์ใช้เพื่อหาปริมาตร.....	27
3.2 แนวคิดในการหาพื้นที่หน้าตัดและปริมาตรของกระดุก.....	28
3.3 การวิเคราะห์และแก้ไขปัญหา.....	34
3.3.1 การคำนวณหาปริมาตร.....	34
3.3.2 วิธีการคำนวณหาอัตราส่วนของเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมด.....	34
3.3.3 วิธีการคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อน.....	36
บทที่ 4 ผลการทดลอง.....	37
4.1 การทดลองหาพื้นที่และปริมาตรของรูปทรงที่แน่นอน.....	37
4.1.1 ส่วนของการนำเข้าสู่ข้อมูล.....	37
4.1.2 การทดสอบโปรแกรม.....	38
4.1.3 ตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบเพื่อหาพื้นที่ใต้กราฟ.....	39
4.1.4 ตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบโปรแกรมเพื่อหาปริมาตร.....	49
4.1.5 ตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบโปรแกรมเพื่อหาปริมาตรของรูปทรงที่ซ้อนกัน.....	84
4.2 การเปรียบเทียบอัตราส่วนของเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีที่นำเสนอ.....	85
4.2.1 ส่วนของการนำเข้าสู่ข้อมูล.....	86
4.2.2 ส่วนของการแสดงผลลัพธ์ของการคำนวณ.....	87
4.2.3 ผลเปรียบเทียบการคำนวณระหว่างวิธีการที่ใช้ในปัจจุบันกับวิธีการใหม่ที่นำเสนอ.....	88
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย.....	93
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	93
5.1.1 การวิเคราะห์ผลการทดลองของการหาพื้นที่และปริมาตรของรูปทรงที่แน่นอน.....	94
5.1.2 การวิเคราะห์ผลการทดลองของการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน.....	95

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	97
ภาคผนวก.....	98
เอกสารอ้างอิง.....	118



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3.1 แสดงผลที่ได้ค่าจากแทนของ x ในแต่ละ $f(x)$	15
3.2 แสดงลำดับการหาค่าของ I	22
3.3 แสดงค่าโดยใช้ทฤษฎีรอมเบิร์ตหาค่า.....	23
3.4 แสดงค่าของการแบ่งในแต่ละส่วน.....	23
3.5 แสดงการคำนวณหาพื้นที่ด้วยวิธีต่างๆ.....	24
3.6 แสดงการคำนวณหาพื้นที่ด้วยวิธีต่างๆ.....	25
3.7 แสดงการคำนวณหาพื้นที่ด้วยวิธีรอมเบิร์ต.....	28
5.1 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการคำนวณหาอัตราส่วนเนื้อมะเร็งที่ ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดในกระดุก เมื่อแบ่งกระดุกออกเป็น 4 ส่วน ส่วนละ 2 เซนติเมตร...95	95
5.2 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการคำนวณหาอัตราส่วนเนื้อมะเร็งที่ ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดในกระดุก เมื่อแบ่งกระดุกออกเป็น 8 ส่วน ส่วนละ 1 เซนติเมตร...95	95
5.3 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการคำนวณหาอัตราส่วนเนื้อมะเร็งที่ ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดในกระดุก เมื่อแบ่งกระดุกออกเป็น 16 ส่วนส่วนละ 0.5 เซนติเมตร.....	96

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปภาพ

รูปที่	หน้า
2.1 เครื่อง CT Scan.....	8
2.2 เครื่อง MRI Scan.....	9
2.3 รูปแสดงเซลล์มะเร็งที่ตายในกระดูก Femur.....	10
2.4 รูปที่ได้จากการ X-RAY.....	10
2.5 รูปแสดงภาคตัดขวางของกระดูก.....	11
2.6 ลักษณะการตัดกระดูก.....	11
3.1 ลักษณะการตัดกระดูก.....	12
3.2 ลักษณะการแบ่งตามกฏสี่เหลี่ยมคางหมู.....	14
3.3 ลักษณะการแบ่งตามกฏสี่เหลี่ยมคางหมูแบบหลายช่วง.....	16
3.4 ลักษณะการแบ่งตามกฏซิมป์สัน.....	17
3.5 ลักษณะการแบ่งตามกฏซิมป์สันแบบหลายช่วง.....	18
3.6 การหมุนสมการรอบแกน x โดย Disk Method.....	26
3.7 แสดงการหมุนรอบโดยกราฟ 2 เส้น.....	26
3.8 แบ่งส่วนเพื่อหาพื้นที่.....	30
3.9 แสดงข้อมูลของแต่ละหน้าตัด.....	31
3.10 แสดงลักษณะของ 2 รูปซ้อนกัน.....	32
3.11 แสดงลักษณะของการแยกรูปออกมา.....	32
3.12 แสดงรูปการหาปริมาตร.....	33
3.13 รูปแสดงรูปทรงที่ไม่แน่นอน.....	33
3.14 จากรูปแสดงส่วนขอหน้าตัดที่ได้จากการแบ่งส่วนของรูปทรงในรูป 3.13.....	33
4.1 แสดงข้อมูลของแต่ละหน้าตัด.....	37
4.2 แสดงรูปการหาปริมาตร.....	38
4.3 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 8 ส่วน.....	39
4.4 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 8 ส่วน.....	40
4.5 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 8 ส่วน.....	41
4.6 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 8 ส่วน.....	42
4.7 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 8 ส่วน.....	43
4.8 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 16 ส่วน.....	44

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปลูกภาพ(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.9 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 8 ส่วน.....	45
4.10 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 16 ส่วน.....	46
4.11 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 8 ส่วน.....	47
4.12 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 16 ส่วน.....	48
4.13 แสดงการแบ่งรูปทรงกลมออกเป็น 8 ส่วน 9หน้าตัด.....	49
4.14 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 1.....	50
4.15 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 2.....	51
4.16 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 3.....	51
4.17 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 4.....	52
4.18 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 5.....	52
4.19 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 6.....	53
4.20 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 7.....	53
4.21 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 8.....	54
4.22 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 9.....	54
4.23 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาปริมาตรทั้งหมด.....	55
4.24 แสดงการแบ่งรูปทรงพาราโบลอยด์ออกเป็น 8 ส่วน 9หน้าตัด.....	56
4.25 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 1.....	57
4.26 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 2.....	58
4.27 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 3.....	58
4.28 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 4.....	59
4.29 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 5.....	59
4.30 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 6.....	60
4.31 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 7.....	60
4.32 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 8.....	61
4.33 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 9.....	61
4.34 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาปริมาตรทั้งหมด.....	62
4.35 แสดงการแบ่งรูปทรงรีออกเป็น 8 ส่วน 9หน้าตัด.....	63
4.36 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 1.....	64

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปภาพ(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.37 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 2.....	65
4.38 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 3.....	65
4.39 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 4.....	66
4.40 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 5.....	66
4.41 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 6.....	67
4.42 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 7.....	67
4.43 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 8.....	68
4.44 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 9.....	68
4.45 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาปริมาตรทั้งหมด.....	69
4.46 แสดงการแบ่งรูปทรงไฮเพอโบลอยด์ออกเป็น 8 ส่วน 9หน้าตัด.....	70
4.47 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 1.....	71
4.48 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 2.....	72
4.49 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 3.....	72
4.50 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 4.....	73
4.51 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 5.....	73
4.52 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 6.....	74
4.53 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 7.....	74
4.54 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 8.....	75
4.55 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 9.....	75
4.56 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาปริมาตรทั้งหมด.....	76
4.57 แสดงการแบ่งรูปทรงกระบอกออกเป็น 8 ส่วน 9หน้าตัด.....	77
4.58 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 1.....	78
4.59 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 2.....	79
4.60 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 3.....	79
4.61 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 4.....	80
4.62 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 5.....	80
4.63 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 6.....	81
4.64 ผลที่ได้จาก โปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 7.....	81

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปภาพ(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.65 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 8.....	82
4.66 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 9.....	82
4.67 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาปริมาตรทั้งหมด.....	83
4.68 แสดงการแบ่งรูปทรงกระบอกซ้อนกันออกเป็น 8 ส่วน 9หน้าตัด.....	84
4.69 แสดงตัวอย่างชุดข้อมูลที่จะนำเข้าโปรแกรม.....	86
4.70 แสดงตัวอย่างผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรม.....	87
4.71 กราฟเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีใหม่ที่ นำเสนอของเนื้อมะเร็งตายที่อยู่ในเกรด 1 (เนื้อมะเร็งที่ตาย 0 % ถึง 50 %) โดยการแบ่งกระดูก ออกเป็น 4 ส่วน.....	88
4.72 กราฟเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีใหม่ที่ นำเสนอของเนื้อมะเร็งตายที่อยู่ในเกรด 2 (เนื้อมะเร็งที่ตาย 51 % ถึง 90 %) โดยการแบ่ง กระดูกออกเป็น 4 ส่วน.....	89
4.73 กราฟเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีใหม่ที่ นำเสนอของเนื้อมะเร็งตายที่อยู่ในเกรด 3 (เนื้อมะเร็งที่ตาย 91 % แต่ไม่ถึง 100 %) โดยการแบ่ง กระดูกออกเป็น 4 ส่วน.....	89
4.74 กราฟเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีใหม่ที่ นำเสนอของเนื้อมะเร็งตายที่อยู่ในเกรด 1 (เนื้อมะเร็งที่ตาย 0 % ถึง 50 %) โดยการแบ่งกระดูก ออกเป็น 8 ส่วน.....	90
4.75 กราฟเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีใหม่ที่ นำเสนอของเนื้อมะเร็งตายที่อยู่ในเกรด 2 (เนื้อมะเร็งที่ตาย 51 % ถึง 90 %) โดยการแบ่ง กระดูกออกเป็น 8 ส่วน.....	90
4.76 กราฟเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีใหม่ที่ นำเสนอ ของเนื้อมะเร็ง ตายที่อยู่ในเกรด 3 (เนื้อมะเร็งที่ตาย 91 % แต่ไม่ถึง 100 %) โดยการ แบ่งกระดูกออกเป็น 8 ส่วน.....	91
4.77 กราฟเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีใหม่ที่ นำเสนอของเนื้อมะเร็งตายที่อยู่ในเกรด 1 (เนื้อมะเร็งที่ตาย 0 % ถึง 50 %) โดยการแบ่งกระดูก ออกเป็น 16 ส่วน.....	91

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูปภาพ(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.78 กราฟเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีใหม่ที่ นำเสนอของเนื้องมะเร็งตายที่อยู่ในเกรด 2 (เนื้องมะเร็งที่ตาย 51 % ถึง 90 %) โดยการแบ่ง กระดูกออกเป็น 16 ส่วน.....	92
4.79 กราฟเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีใหม่ที่ นำเสนอของเนื้องมะเร็งตายที่อยู่ในเกรด 3 (เนื้องมะเร็งที่ตาย 91 % แต่ไม่ถึง 100 %) โดยการ แบ่งกระดูกออกเป็น 16 ส่วน.....	92



บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหา

ในปัจจุบัน เทคโนโลยีต่างๆบนโลกได้ก้าวไปข้างหน้าอย่างต่อเนื่องและรวดเร็ว จึงจำเป็นที่จะต้องตามเทคโนโลยีนั้นๆให้ทัน และเทคโนโลยีที่คิดค้นได้นั้น ถ้าสามารถนำไปใช้กับงานทางด้านสุขภาพและอนามัยก็จะเป็นประโยชน์ต่อมนุษย์เป็นอย่างยิ่ง จึงได้เล็งเห็นว่าควรจะนำความรู้ทางวิทยาศาสตร์ที่ได้ศึกษามาประยุกต์ใช้กับความรู้ทางการแพทย์ โดยการศึกษานี้ได้เล็งเห็นความสำคัญของการวิเคราะห์หรือคำนวณหาค่าอัตราส่วนการเกิดเนื้อตายในผู้ป่วยมะเร็งกระดูก Osteosarcoma ซึ่งขั้นตอนการรักษาเริ่มจากแพทย์ให้ยาเคมีบำบัดก่อนการผ่าตัด จากนั้นศัลยแพทย์ จึงทำการผ่าตัดกระดูกส่วนที่เป็นมะเร็งออกจากตัวผู้ป่วย และส่งต่อไปให้แผนกพยาธิวิทยา ทำการส่งกล้องจุลทรรศน์ตรวจระดับเซลล์ เพื่อหาอัตราการเกิดเนื้อตายของมะเร็ง โดยที่ค่าอัตราการเกิดเนื้อตายของมะเร็งนี้จะเป็นตัวบ่งการพยากรณ์ ของโรค ว่ายาเคมี ที่ให้บำบัดไปก่อนการผ่าตัดนั้น มีประสิทธิภาพในการรักษาเพียงใด ถ้าค่าอัตราการเกิดเนื้อตายต่อเนื้อมะเร็งอยู่ในระดับสูงแพทย์จะทำการรักษาโดยให้ยาเคมีบำบัดชนิดเดียวกับก่อนการผ่าตัด แต่หาก ค่าอัตราการเกิดเนื้อตายอยู่ในระดับต่ำ แพทย์จะทำการเปลี่ยนชนิดของยาเคมีบำบัดต่อเนื้อมะเร็ง จะเห็นได้ว่าการคำนวณหาอัตราส่วนเนื้อตายต่อเนื้อมะเร็งดังกล่าวนี้ ถือเป็นขั้นตอนที่สำคัญ หากการคำนวณผิดพลาดแล้วทำให้ผลไปอยู่อีกเกรดหนึ่งการให้ยาก็จะผิดพลาดไปด้วย และเมื่อให้ยาผิดพลาดก็จะทำให้การรักษาไม่มีประสิทธิภาพเท่าที่ควร ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงขอนำเสนอวิธีการคำนวณหาอัตราส่วนของปริมาณเนื้อมะเร็งที่ตายแล้วต่อปริมาณเนื้อมะเร็งทั้งหมดโดยใช้การคำนวณทางคณิตศาสตร์มาช่วยเพื่อให้การพยากรณ์นั้นแม่นยำขึ้น ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการรักษาโรคมะเร็งได้ในอนาคต

1.2 วัตถุประสงค์ของการทำปัญหาพิเศษ

คำนวณหาสัดส่วนปริมาณเนื้อมะเร็งตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมด โดยนำวิธีการประมาณค่าในช่วงแบบรอมเบิร์กมาใช้ในการหาปริมาณจากภาคตัดขวาง เพื่อต้องการลดค่าความคลาดเคลื่อนจากวิธีที่ใช้อยู่ในปัจจุบัน

1.3 ขอบเขตของปัญหา

ในการศึกษาหาปริมาตรของรูปทรงใดๆ ในขั้นต้นจะต้องแบ่งส่วนของรูปทรงที่ต้องการหาปริมาตรแล้วทำการคำนวณหาค่าพื้นที่หน้าตัดของทุกหน้าตัดเสียก่อน จากนั้นจึงนำพื้นที่หน้าตัดมาทำการคำนวณหาปริมาตรต่อไป โดยการคำนวณหาพื้นที่หน้าตัดและปริมาตรจะใช้วิธีการคำนวณของรอมเบิร์ต แต่สำหรับการคำนวณหาอัตราส่วนของเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดนั้น ไม่สามารถใช้วิธีดังกล่าวมาคำนวณหาค่าพื้นที่หน้าตัดได้เนื่องจากข้อจำกัดบางประการ ดังนั้นพื้นที่หน้าตัดที่ใช้ในการคำนวณจะได้จากการที่แพทย์ตัดชิ้นกระดูกแล้วนำมาส่องกล้องจุลทรรศน์ หลังจากนั้นจึงนำค่าพื้นที่ที่ได้มาคำนวณหาค่าปริมาตร โดยวิธีรอมเบิร์ตต่อไป

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

เพื่อทำการวิเคราะห์หาอัตราส่วนของเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดได้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน

- 1.) ศึกษาและค้นคว้าเกี่ยวกับรูปทรงทางเรขาคณิตที่สอดคล้องกับกระดูก
- 2.) ศึกษาและค้นคว้าเกี่ยวกับการคำนวณทางคณิตศาสตร์
- 3.) ทดสอบและตรวจสอบค่าความคลาดเคลื่อนให้มีค่าน้อยที่สุด
- 4.) นำมาประยุกต์ใช้งานจริงในทางการแพทย์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

วิธีการตรวจหาเนื้องอกมะเร็งที่ใช้ในปัจจุบัน

ในปัจจุบันวิธีการรักษามะเร็งกระดูกมีด้วยกันหลายวิธี ซึ่งในแต่ละวิธีการนั้นจะมีข้อดีและข้อเสียแตกต่างกันเช่น การรักษาด้วยเครื่อง Scan (CT Scan , MRI Scan) การรักษาด้วยวิธีนี้จะต้องเสียเวลาและค่าใช้จ่ายค่อนข้างมาก ซึ่งหัวข้อต่างๆในบทนี้จะขอนำเสนอการวินิจฉัยด้วยการตรวจโดยใช้เครื่อง CT Scan การรักษาด้วยเครื่อง MRI Scan และ วิธีการผ่าตัด โดยสังเขป

2.1 ตรวจโดยเครื่อง CT Scan

เมื่อ 5-6 ปี ที่ผ่านมามีการพัฒนาการเครื่อง CT SCAN ขึ้นอีกระดับหนึ่ง ซึ่งสามารถตัดภาพได้รายละเอียดมากกว่าเดิม (High resolution CT or HRCT) อีกทั้งยังตัดภาพอวัยวะต่างๆ ได้อย่างรวดเร็ว ต่อเนื่อง (Continuous scan , spiral scan, helical scan, jett scan or volumetric scan) และสามารถนำข้อมูลมาประกอบเป็นภาพ ใน plane ต่างๆได้ (Multiplanar reconstruction) เหมือนกับเครื่อง MRI และสามารถประกอบเป็นภาพ 3 มิติ (3 Dimension reconstruction) ได้อีกด้วย ด้วยคุณสมบัติพิเศษที่สร้างขึ้นใหม่นี้ ทำให้การตรวจพบความผิดปกติ สามารถทำได้ดีกว่าวิธีที่ใช้อยู่เดิม เครื่อง CT แบบนี้ในปัจจุบัน มีใช้ในบ้านเราในบางสถาบัน เป็นที่คาดหมายว่าเครื่อง CT SCAN แบบใหม่นี้จะถูกนำมาใช้อย่างแพร่หลายในอนาคต แม้ว่าจะมีราคาแพงกว่าเครื่อง CT แบบเดิมประมาณ 1 ถึง 2 เท่าก็ตาม

เครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ หรือ เครื่อง CT scan เป็นเครื่องเอกซเรย์ชนิดหนึ่ง ซึ่งขณะใช้งานหลอดเอกซเรย์จะปล่อยรังสีเอกซ์ ออกมาเป็นลำรังสีแถบเล็กๆ ผ่านตัวผู้ป่วย ไปถึงตัวรับรังสี (detector) ตัวรับรังสี จะแปรความเข้มของรังสีเอกซ์ที่มาตกกระทบ เป็นความมากน้อยของสัญญาณไฟฟ้า เก็บข้อมูลสัญญาณไฟฟ้านี้เอาไว้ ที่หน่วยความจำของคอมพิวเตอร์ จากนั้น ก็จะมีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของหลอดเอกซเรย์ และ ตัวรับสัญญาณ ไปทีละน้อยอย่างมีแบบแผน โดยหลอดเอกซเรย์จะปล่อยรังสีเอกซ์ออกมาเรื่อยๆ พร้อมๆกับนั้นเครื่องคอมพิวเตอร์ ก็จะเก็บข้อมูลสัญญาณไฟฟ้า จากตัวรับรังสีจากตำแหน่งต่างๆที่เปลี่ยนไปจำนวนมาก เข้าไว้ในหน่วยความจำของเครื่องไปด้วยในเวลาเดียวกัน จนกระทั่งได้ข้อมูลมาเพียงพอ เมื่อต้องการดูภาพ เครื่องคอมพิวเตอร์ จะนำข้อมูลทั้งหมดที่เก็บไว้มาคำนวณ แปรผล และ วิเคราะห์ข้อมูล สร้างเป็นภาพหน้าตัดออกมา 1 ภาพ ที่เรียกกันว่า 1 Slice หรือ 1 ระดับ หรือ 1 cut หลังจากนั้น เครื่องก็จะเลื่อนตัวผู้ป่วย เพื่อทำการตัดภาพในระดับอื่นๆ ที่อยู่ถัดไป

เครื่อง CT scan รุ่นแรกๆ ประกอบด้วยหลอดกำเนิดรังสี X-ray อยู่ด้านหนึ่ง และ ตัวรับรังสีเพียง 1 อัน อยู่อีกด้านหนึ่งของตัวผู้ป่วย ทั้งหลอดเอกซเรย์และตัวรับรังสี จะเคลื่อนที่ขนานกันไป ในทิศทางเดียวกัน จากด้านหนึ่งไปยังอีกด้านหนึ่ง ซึ่งขณะเคลื่อนที่ไป หลอดเอกซเรย์จะปล่อยรังสีเอกซ์ออกมา ผ่านตัวผู้ป่วยที่ขวางอยู่ ไปถึงตัวรับรังสี ตัวรับรังสีจะรับข้อมูล ณ.จุดต่างๆที่เครื่องเคลื่อนที่ผ่านไป จนไปสุดที่ด้านอีกด้านหนึ่ง จากนั้นหลอดเอกซเรย์และตัวรับรังสี จะหมุนเปลี่ยนมุมไปอยู่ในตำแหน่งอื่น แล้วเคลื่อนที่แบบครั้งแรก จากด้านหนึ่งของตัวผู้ป่วย ไปยังอีกด้านหนึ่งของตัวผู้ป่วย พร้อมกับทำการเก็บข้อมูล ณ.จุดต่างๆที่เครื่องเคลื่อนที่ผ่านไป ทำซ้ำแบบเดิมไปเรื่อยๆ จนหมุนเปลี่ยนมุมไปได้รอบตัวผู้ป่วย เพื่อให้ได้ข้อมูลของสัญญาณไฟฟ้า มากเพียงพอที่จะนำมาสร้างภาพได้ 1 Slice เครื่อง CT scan รุ่นนี้ เรียกเป็น First generation CT

ในสมัยต่อมา ได้มีการพัฒนาเครื่องให้ดีขึ้น ให้ทำงานได้เร็วขึ้น โดยการเพิ่มจำนวนตัวรับรังสีให้มีจำนวนมากขึ้น ทำให้เครื่องคอมพิวเตอร์ สามารถเก็บข้อมูลได้ครั้งละหลายๆข้อมูลพร้อมๆกันในขณะที่หลอดเอกซเรย์ กำลังเปลี่ยนตำแหน่งไป ผลก็คือ ทำให้ใช้เวลาในการเก็บข้อมูลน้อยลง เครื่อง CT scan รุ่นนี้เรียกว่า Second generation CT (การเคลื่อนที่ หรือ การหมุนของหลอดเอกซเรย์ และ ตัวรับรังสียังคงใช้แบบเดิม) เนื่องจากการเคลื่อนที่ของหลอดเอกซเรย์ และ ตัวรับรังสีของเครื่อง CT Generation ที่ 1 และ Generation ที่ 2 นี้ค่อนข้างจะยุ่งยาก ซับซ้อน และมีปัญหา จึงได้มีการพัฒนาการเคลื่อนที่ของหลอดเอกซเรย์ และ ตัวรับรังสีมาเป็น วิธีการหมุนหลอด x-ray และ ตัวรับรังสีเป็นวงกลมไปพร้อมกัน 360 องศา ซึ่งวิธีนี้ทำให้ได้ข้อมูลเพิ่มมากขึ้น และ ใช้เวลาในการตรวจแต่ละรอบสั้นลง เครื่อง CT รุ่นนี้เรียกว่า Third generation CT ซึ่งเป็นรุ่นที่นำมาใช้กันอย่างแพร่หลายที่สุด ในปัจจุบันนี้

เนื่องจาก เครื่อง CT ที่ใช้กันในบ้านเราส่วนใหญ่ มีข้อจำกัดของหลอดเอกซเรย์ ตัวรับรังสี และ คอมพิวเตอร์ ทำให้การปล่อยแสงเอกซเรย์ และ การเก็บข้อมูล ของตัวรับรังสี ในเครื่อง CT แบบนี้สามารถทำได้เป็นแถบ แคบที่สุดเพียงประมาณ 1 ซม. เท่านั้น ในการหมุนหลอดแต่ละรอบ (Slice thickness 1 cm.) ยากที่จะทำให้แถบแคบไปมากกว่านี้ รอยโรค หรือ ความผิดปกติ หรือ ก้อนที่มีขนาดเล็กกว่า 1 ซม. จึงอาจไม่เห็นในภาพ CT หรือ เห็นไม่ชัดเจน ซึ่งเป็นข้อจำกัดของเครื่อง ที่อาจจะมีผลให้การวินิจฉัยรอยโรคขนาดเล็ก ผิดพลาด ดังนั้นบริษัทผู้ผลิตเครื่อง CT จึงมีการแข่งขันกัน ปรับปรุงเทคนิคต่างๆ เพื่อลดความกว้างของแถบบางกล่าวให้น้อยกว่า 1 ซม. โดยที่ยังให้คุณภาพของภาพที่ออกมา เป็นที่พอใจ เช่น ปรับตัวรับรังสี ให้มีขนาดเล็กลง (เพิ่มจำนวนตัวรับรังสีให้มากขึ้น) พัฒนาตัวรับรังสีให้มีความไวต่อรังสีมากขึ้น หรือ ลด Noise ลง ใช้วัสดุหรือวิธีการอื่นมาเป็นตัวรับรังสี แทนหลอดซินอน ที่ใช้กันมาแต่เดิม เช่น ใช้ Solid state detector หรือ Cadmium tungstate detector หรือ Rare earth detector เป็นต้น มีการพัฒนาหลอดเอกซเรย์ และ เครื่อง computer ให้มีความสามารถสูงขึ้น ผลจากการแข่งขันกันพัฒนาสิ่งเหล่านี้ เป็นเวลาสิบกว่าปี ทำให้เครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ มีการเปลี่ยนโฉมหน้าใหม่ หรือ เข้าสู่ยุคของคอมพิวเตอร์ยุคใหม่ ซึ่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พบว่าในช่วงระยะ 5-6 ปี ที่ผ่านมาเอง บริษัทผู้ผลิตเครื่อง CT Scan หลายบริษัท สามารถตัดภาพเป็นแถบแคบ 1 ถึง 2 มม. ได้ ทำให้ได้ภาพละเอียดกว่าเดิม เครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์แบบใหม่หรือ ยุคใหม่นี้เรียกว่า High Resolution CT (HRCT) ด้วยคุณสมบัติที่ปรับปรุงใหม่ หากมีแผลหรือก้อนที่มีขนาดเพียง 1 มม. เครื่องนี้ก็สามารถมองเห็นได้ คุณสมบัติอันนี้ทำให้เครื่อง CT ยุคใหม่ มีบทบาทในเรื่องของการตรวจอวัยวะต่างๆ มากขึ้น เช่น เนื้อปอด ซึ่งแต่เดิมมักจะตรวจได้ไม่ละเอียดรอยโรคขนาดเล็กมักถูกมองข้ามไป ทำให้พลาดการวินิจฉัยโรค ด้วยเครื่อง CT ยุคใหม่นี้ สามารถแสดงภาพอวัยวะภายในของปอด ได้อย่างละเอียด ถึงระดับ Pulmonary lobule ซึ่งเครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ ส่วนมากที่ใช้กันอยู่ในบ้านเรา ไม่สามารถให้รายละเอียดเหล่านี้ เป็นต้น

นอกเหนือจากการพัฒนาความสามารถให้ตัดภาพได้ละเอียดขึ้นกว่าเดิมแล้ว ยังมีการแข่งขันกันพัฒนาวิธีการทางด้าน Mechanic เพื่อให้เครื่อง CT ทำงานได้ดีขึ้น อุปสรรคอันหนึ่งของเครื่อง CT ที่ใช้กันอยู่คือเรื่องการเคลื่อนที่ของหลอดเอกซเรย์และตัวรับรังสีซึ่งจะต้องมีการเคลื่อนที่ไปด้วยกัน (อยู่ตรงข้ามกัน) หมุนรอบตัวผู้ป่วย เพราะหลอดเอกซเรย์จำเป็นต้องมีสายไฟแรงสูง สายไฟควบคุมการทำงานของหลอด สายไฟจุดใส่หลอด และ ฯลฯ. ทำนองเดียวกันกับตัวรับรังสีซึ่งจะต้องมีสายไฟรับสัญญาณจำนวนมากต่อออกมาภายนอก เมื่อมีการหมุนของหลอดและตัวรับเพื่อตัดภาพจากด้านหนึ่งไปอีกด้านหนึ่งจนครบวงกลม (360 องศา) จะมีการเหวี่ยงสายไฟจุดที่กล่าวแล้วตามการหมุน และเมื่อครบ 1 รอบแล้วไม่สามารถหมุนต่อไปในทิศทางเดิมเพราะจะทำให้สายไฟที่ต่อโยงออกมาภายนอกบิดตัวเป็นเกลียว จำเป็นต้องหมุนกลับในทิศทางตรงกันข้าม ด้วยข้อจำกัดนี้ทำให้สายไฟที่ติดกับหลอด x-ray และจากชุดตัวรับสัญญาณอาจเกิดการชำรุดได้ง่าย และการตัดภาพสามารถตัดภาพได้ที่ละรอบเพราะจะต้องมีการกลับทิศทางของการหมุนไปในทิศทางตรงกันข้าม และจำเป็นต้องใช้เวลาระหว่างรอบจำนวนหนึ่งเพื่อรอให้หลอดและตัวรับหยุดการเคลื่อนที่และหมุนไปในด้านตรงข้าม แล้วเริ่มหมุนใหม่จนกระทั่งความเร็วของการหมุนคงที่จึงทำการปล่อยรังสีพร้อมเก็บข้อมูลภาพต่อไป

เมื่อไม่กี่ปีนี้ได้มีการวิวัฒนาการการหมุนของหลอดเอกซเรย์แบบใหม่โดยไม่ใช่สายไฟต่อโยงออกมาภายนอก แต่ใช้การส่งต่อสายไฟด้วยระบบวงแหวนและแปรงสัมผัสเหมือนกับมอเตอร์ไฟฟ้า หรือสว่านไฟฟ้า ระบบนี้เรียกว่า Slip ring สายไฟทั้งหลายที่ออกมาจากส่วนที่จะต้องเคลื่อนที่ให้ต่อยื่นออกมาเป็นแปรงอยู่ในรัศมีของวงกลม โดยที่แปรงนี้จะต้องสัมผัสกับวงแหวนโลหะจำนวนหลายวงที่อยู่โดยรอบตลอดเวลาทุกขณะทุกมุมของการหมุนซึ่งวงแหวนเหล่านี้จะต่อกับวงจรภายนอกอีกทีหนึ่ง ด้วยวิธีการนี้ทำให้ทั้งหลอดเอกซเรย์และตัวรับรังสีสามารถหมุนได้อย่างต่อเนื่องโดยไม่ต้องหยุดหรือกลับทิศทาง การหมุน ทำให้การตัดภาพสามารถทำได้เร็วขึ้นกว่าเดิม และลดปัญหาต่างๆ ที่กล่าวมาแล้ว แต่ต้องมาเผชิญกับปัญหาใหม่ซึ่งเกิดจากระบบสัมผัส เช่น ปัญหาการเกิดประกายไฟที่จุดสัมผัส การเกิดความร้อนที่จุดสัมผัส และการรบกวนทางด้านสัญญาณไฟฟ้า ซึ่งแต่ละบริษัทผู้ผลิตต่างก็ใช้เทคนิคต่างกันในการแก้ปัญหา เช่น ใช้ Low voltage

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ผ่าน Slip ring แล้วไปแปลงเป็นไฟฟ้า High voltage ในส่วนที่หมุน หรือการใช้ระบบ Slip ring ชนิดปิดภายในบรรจุด้วย Gas เฉื่อย หรือ ฯลฯ ซึ่งต่างก็มีข้อดีและข้อเสีย และยังไม่เป็นที่ยืนยันแน่นอนว่าระบบใดเหนือกว่า ในการพิจารณาเลือกซื้อเครื่องตรวจดูจากผลงานที่ปรากฏให้เห็น และเหตุผลอื่นๆประกอบ

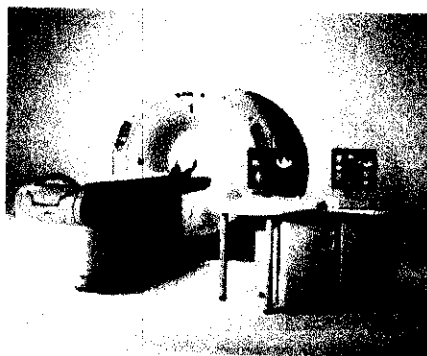
เมื่อไม่นานมานี้ได้มีวิวัฒนาการของเครื่อง CT-Scan ให้ดีขึ้นกว่าเดิมอีก โดยพัฒนาเครื่อง CT-Scan ชนิดตัดภาพได้ละเอียด (HRCT) ที่มีกลไกที่เรียกว่า Slip-ring ดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น โดยเพิ่มความสามารถของเตียงให้เตียงสามารถเลื่อนไปด้วยตลอดเวลาในขณะที่ทำการตัดภาพ ทำให้เครื่องแบบใหม่สามารถตัดภาพได้ตลอดเวลาในขณะที่เตียงเลื่อนจากจุดเริ่มต้นไปถึงจุดสิ้นสุด ซึ่งให้ลักษณะการตัดภาพแบบเกลียว (Spiral or Helical Scan) ผลดีของการตัดแบบนี้ก็คือสามารถตัดภาพให้แล้วเสร็จภายในเวลาอันรวดเร็ว เช่น ในช่วงเวลา 15 วินาที สามารถตัดได้ 15 ภาพ (15 Slices) ซึ่งทำให้เสร็จสิ้นการตรวจภายในเวลาอันรวดเร็ว หากมีการใช้สารทึบรังสีร่วมด้วยขณะตัดภาพจะใช้สารทึบรังสีปริมาณน้อย ผู้ป่วยได้รับรังสีน้อยลง เครื่อง CT เทคนิคใหม่สามารถใช้กับอวัยวะที่มีการเคลื่อนไหว เช่น ปอด หัวใจ หลอดเลือด และ ลำไส้ ได้เป็นอย่างดี สำหรับอวัยวะที่มีการเคลื่อนไหวตามการหายใจเมื่อจะตัดภาพให้ผู้ป่วยกลั้นหายใจ 1 ครั้ง แล้วทำการตัดเป็นช่วงยาว หลีกเลี่ยงหรือลดปัญหาการ Overlap ของภาพที่ตัด หรือหลีกเลี่ยงการตัดซ้ำในบางส่วนของอวัยวะนั้นๆ และที่สำคัญอย่างยิ่งก็คือข้อมูลที่เครื่องคอมพิวเตอร์รับเข้าไปมีความต่อเนื่องกัน สามารถนำข้อมูลเหล่านั้นมาประกอบเป็นภาพหลายระนาบ (เหมือนกับการสร้างภาพของเครื่อง MRI) หรือประกอบเป็นภาพสามมิติได้ สั่งให้หมุนมองภาพดูในทิศทางต่างๆที่ต้องการได้โดยใช้ Software ที่พัฒนาขึ้นใหม่ ในการพัฒนาเครื่องให้มีความสามารถถึงระดับนี้จำเป็นต้องพัฒนาหลอดเอกซเรย์ให้ทนต่อความร้อนได้สูง และมีการระบายความร้อนออกได้ดี เพราะการให้หลอดเอกซเรย์ปล่อยรังสีติดต่อกันเป็นเวลานานๆทำให้เกิดความร้อนขึ้นเป็นปริมาณมาก หากบริษัทผู้ผลิตใดสามารถทำได้ดีก็จะสามารถทำการตัดภาพได้ครั้งละหลายๆภาพ ไม่มีการติดขัดหรือต้องหยุดรอให้หลอดลดอุณหภูมิลงจึงจะสามารถทำงานต่อได้ นอกจากนี้ยังจะต้องพัฒนาความสามารถของเครื่องคอมพิวเตอร์ให้มีความเร็วในการรับข้อมูล การประมวลผล การเก็บข้อมูล รวมทั้งการใช้ Software ให้เครื่องทำงานได้เร็วกว่าระบบเดิม เพื่อให้คอมพิวเตอร์ทำงานให้ทันกับความเร็วของเครื่องระบบใหม่ เครื่องระบบใหม่จะต้องมีหน่วยความจำ (RAM, ROM) จำนวนมากพอเพื่อให้ทำงานได้เร็วขึ้น เชื่อกันว่าเครื่อง CT Scan แบบใหม่นี้เป็นเครื่องที่เปลี่ยนยุคของเครื่อง CT ให้เข้าสู่การเรียนรู้ระบบโครงสร้างที่ละเอียดซับซ้อนได้มากยิ่งขึ้น แม้ปัจจุบันเครื่อง CT ยุคใหม่จะมีราคาค่อนข้างสูงแต่คาดว่าในอนาคตราคาจะแพงกว่าเครื่อง CT แบบที่ใช้กันอยู่ไม่มาก และจะเป็นเครื่องที่ใช้ทดแทนเครื่อง CT ที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบันเพราะมีความสามารถมากกว่าหลายด้าน

เครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ชนิด HRCT ที่ทำการ Scan แบบเกลียว (Spiral หรือ Helical scan) นี้มีประโยชน์เหนือกว่าเครื่องแบบเก่ามากในการวินิจฉัยโรคในอวัยวะภายในต่างๆของร่างกาย เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยเฉพาะอย่างยิ่งปอดซึ่งเป็นอวัยวะที่มีการเคลื่อนไหวเกือบตลอดเวลาตามการหายใจ สามารถตรวจได้ดีในผู้ป่วยที่ต้องการให้การตรวจเสร็จสิ้นโดยเร็ว เช่นผู้ป่วยที่เหนื่อย กลั้นหายใจไม่ค่อยได้ ผู้ป่วยเด็ก ผู้ป่วยอุบัติเหตุ และผู้ป่วยหมดสติ จากการที่สามารถให้ภาพได้ละเอียดและต่อเนื่องจึงสามารถมองเห็น lesion ที่เล็กกว่า 1 ซม. ได้โดยไม่ผิดพลาด และสามารถแสดงให้เห็นรายละเอียดในเนื้อปอดได้ถึงระดับ Pulmonary lobule ทำให้สามารถวินิจฉัยโรคของถุงลม และหลอดลมได้ถึงระดับ Terminal bronchiole ได้ดี ได้การวินิจฉัยโรคตั้งแต่ระยะเริ่มของโรค สามารถให้การวินิจฉัย Bronchiectasis ได้โดยไม่ต้องเสี่ยงต่อการใส่สีทำ bronchography

ในด้านระบบ Cardiovascular การทำ Spiral CT ช่วยให้เห็นเส้นเลือดต่างๆ ทั้ง Aorta แขนงของ Aorta และ ฯลฯ. ได้อย่างชัดเจนโดยการฉีด contrast เพียงครั้งเดียว ใช้ปริมาณ contrast น้อยกว่าที่ใช้แต่ก่อนมาก สามารถวินิจฉัยโรคต่างๆของหลอดเลือดเช่น Aneurysm, Vascular occlusion ได้ดีอีกทั้งการสร้างภาพ 3 มิติ (3Dimension reconstruction) และการหมุนดู lesion ในมุมมองต่างๆ ยังช่วยแพทย์ในการบอกตำแหน่งของโรค ความสัมพันธ์กับอวัยวะอื่นได้เป็นอย่างดี ทางด้านผู้ป่วย trauma และผู้ป่วยเด็ก Spiral CT มีประโยชน์มากเพราะสามารถตรวจผู้ป่วยและให้การวินิจฉัยโรคได้ในเวลาอันรวดเร็ว แม้ผู้ป่วยจะไม่ร่วมมือในการตรวจหรือกลั้นหายใจไม่ได้ก็ตาม สำหรับการสร้างภาพของกระดูกในส่วนที่ละเอียดและมีความสลับซับซ้อน เช่น facial bone ซึ่งการสร้างภาพในหลายระนาบจาก CT ธรรมดาจะมีความละเอียดไม่มากพอ อาจเห็นรอยกระดูกแตกหรือรอยโรคอื่นไม่ชัดเจน การสร้างภาพ 3 มิติที่ได้จากการตรวจ Spiral CT จะสามารถดึงภาพเนื้อเยื่อและกระดูกในระนาบต่างๆออกดูรายละเอียดได้ที่ละเอียดขึ้นๆ แม้รอยกระดูกหักเพียงเล็กน้อยก็มองเห็นได้ ทำให้มีประโยชน์ต่อศัลยแพทย์ในการเตรียมการก่อนการผ่าตัดอย่างมาก

ในขณะที่เครื่อง CT scan มีการพัฒนาอยู่เรื่อยๆนั้น มีบริษัทผู้ผลิตหลายบริษัทคิดหาวิธีการใหม่ๆมาใช้ในการ scan ภาพ เช่น ใช้วิธีการติดตั้งรับรังสีจำนวนมากไว้โดยรอบ 360 องศา (ไม่เคลื่อนที่) โดยให้หลอดเอกซเรย์เคลื่อนที่แต่เพียงอย่างเดียว เครื่อง CT แบบนี้เรียกเป็น Fourth generation CT เครื่อง CT แบบใหม่จะมีจำนวน detector ปริมาณมากเรียงรายกันอยู่โดยรอบ ดังนั้นจึงต้องมีการพัฒนาเทคนิคในการจัดตำแหน่งตัวรับรังสีให้รับรังสีได้เอกซเรย์สม่ำเสมอๆกันในทุกตำแหน่งของหลอดเอกซเรย์ในขณะที่หลอดเอกซเรย์เคลื่อนที่ไปที่ตำแหน่งต่างๆ หากได้รับรังสีไม่สม่ำเสมอซึ่งจะมีผลต่อความละเอียดถูกต้องของภาพ เนื่องจากเครื่อง CT scan แบบ Fourth generation นี้มีขีดจำกัดหลายอย่าง บางบริษัทที่เคยมีประสบการณ์ในการสร้างเครื่องระบบ Fourth generation จึงหันกลับมาพัฒนาระบบ Third generation ต่อ ในขณะที่บางบริษัทก็ยังคงพัฒนา Spiral CT ในระบบ Fourth generation ต่อไป



รูปที่ 2.1 เครื่อง CT Scan

2.2 ตรวจโดยเครื่อง MRI Scan

ปัจจุบันได้มีการตรวจโดยใช้คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Magnetic Resonance Imaging) เพื่อช่วยในการวินิจฉัยโรคของกระดูกและข้อเป็นจำนวนมาก การตรวจโดยใช้คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าจะเห็นความผิดปกติที่เกิดขึ้นภายในโพรงกระดูก ได้อย่างชัดเจน ทำให้สามารถบอกขอบเขตได้อย่างแม่นยำ การตรวจชนิดนี้เป็นการตรวจที่ไวที่สุด สามารถตรวจพบความผิดปกติได้ แม้ภาพเอ็กซเรย์ธรรมดาจะยังไม่ชัดอยู่

MRI scan ราคาประมาณ 20-50 ล้านบาท ค่าดูแลรักษาปีละ 2 ล้านบาท ดังนั้นค่าตรวจจึงแพงกว่าเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ (CT scan) MRI scan เป็นเครื่องมือที่ใช้ตรวจอวัยวะของร่างกายได้ทุกส่วน ข้อดีคือไม่ถูกรบกวนโดยกระดูกของร่างกาย และไม่มีผลทางรังสีต่อผู้ป่วย เพราะใช้หลักการของคลื่นวิทยุ และคลื่นแม่เหล็ก สามารถสร้างภาพในแนวต่างๆ ที่เราต้องการ โดยให้ผู้ป่วยนอนนิ่งๆ สามารถสร้างภาพในแนวตั้งตะแคง แนวนอน หรือแนวเฉียง แล้วแต่เราว่าต้องการจะให้เกิดภาพในแนวใด ข้อเสียคือผู้ป่วยต้องนอนนิ่งๆ ใช้เวลานานกว่าการตรวจเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ (CT scan) ธรรมดา ตัวอย่างเช่น การตรวจสมองใช้เวลาประมาณ 1 ชั่วโมง ขณะที่เอกซเรย์คอมพิวเตอร์ CT scan ใช้เวลาประมาณ 10-30 นาที

การตรวจโดยใช้คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ปรอทจากรังสีเอ็กซ์ที่ใช้ในการถ่ายภาพรังสีธรรมดา และการตรวจเอ็กซเรย์คอมพิวเตอร์ จึงไม่เป็นอันตรายต่อร่างกาย และจากข้อมูลที่มีอยู่ในปัจจุบัน ไม่พบว่าการตรวจแบบนี้ มีอันตรายต่อทารกในครรภ์ นอกจากนี้การตรวจโดยใช้คลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า ยังสามารถให้ภาพที่แยกความแตกต่างระหว่างเนื้อเยื่อต่างๆ ได้ชัดเจน ทำให้มีความถูกต้องแม่นยำในการวินิจฉัยโรคมกยิ่งขึ้น อีกทั้งยังสามารถทำการตรวจได้ในทุกระยะ ไม่ใช่ว่าเฉพาะแนววางแผนการตรวจเอ็กซเรย์คอมพิวเตอร์



รูปที่ 2.2 เครื่อง MRI Scan

2.3 การรักษาด้วยวิธีการผ่าตัด

ในอดีตการรักษา Osteosarcoma ใช้วิธีการตัดแขนหรือขาส่วนที่มีโรคออกไป (amputation) ซึ่งผลการรักษาโดยวิธีนี้ก็ทำให้ผู้ป่วยมีอัตราการรอดชีวิตใน 5 ปีเพียงร้อยละ 20 เท่านั้น อย่างไรก็ตามด้วยวิธีการผ่าตัดที่มีวิวัฒนาการดีขึ้น ก็สามารถทำให้ผู้ป่วยมีอัตราการรอดชีวิตเพิ่มขึ้นเป็นร้อยละ 40 ตั้งแต่ปี ค.ศ 1972 เมื่อ Jaffe และคณะ ได้รายงานว่า ได้ใช้สารเคมีบำบัด Methotrexate และ Doxorubicin ในการรักษาผู้ป่วยที่มีมะเร็ง osteosarcoma กระจายไปที่ปอดแล้ว ได้ผลดีมาก จึงได้มีการศึกษาการใช้เคมีบำบัดร่วมกับการผ่าตัดเกิดขึ้นมากมายในช่วง 20 ปีนี้ และผลก็ปรากฏว่าได้ผลดีขึ้นมาก การให้ยาเคมีบำบัดก็เพื่อที่จะ ไปฆ่าเซลล์มะเร็งที่มีมาก การให้ยาเคมีบำบัดก็เพื่อที่จะ ไปฆ่าเซลล์มะเร็งที่มี micrometastasis เพราะเชื่อว่า osteosarcoma เป็น systemic disease ประมาณร้อยละ 80-95 ของผู้ป่วยมักมี systemic metastasis ไปแล้วตั้งแต่ก่อนผ่าตัด ดังนั้นการให้ยาเคมีบำบัดก่อนและ หลังผ่าตัดร่วมกันจึงมีผลทำให้การพยากรณ์โรคดีขึ้นมาก การให้ยาก่อนการผ่าตัดจะสามารถใช้ในการประเมินผลของการตอบสนองของเซลล์มะเร็งต่อการให้ยาได้ โดยการตรวจจาก specimen ที่ได้จากการผ่าตัดมีการตายของเซลล์มากขึ้นเพียงใด โดยระบุว่า มี tumor necrosis เป็นกึ่งเปอร์เซ็นต์ เป็นต้น

Huvos ได้แบ่งการตอบสนองของมะเร็งต่อยาเคมีบำบัดออกเป็น 4 เกรดดังนี้

เกรด 1 มีเนื้อมะเร็งตายประมาณร้อยละ 0-50

เกรด 2 มีเนื้อมะเร็งตายประมาณร้อยละ 50-90

เกรด 3 มีเนื้อมะเร็งตายมากกว่าร้อยละ 90 แต่ไม่ถึง 100

เกรด 4 มีเนื้อมะเร็งตายหมดร้อยละเปอร์เซ็นต์

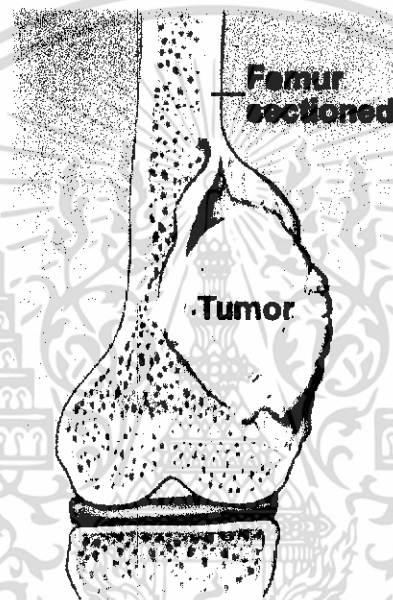
ผู้ป่วยอยู่ในเกรด 3 และ 4 (ของ Huvos) จะได้รับการรักษาโดยได้ยาหลังการผ่าตัดชนิดเดียวกับที่ได้ในก่อนผ่าตัด เช่น ได้ doxorubicin และ methotrexate ส่วนผู้ป่วยที่ได้อยู่ในเกรด 1 และ เกรด 2 นั้นต้องเปลี่ยนยาเช่น เปลี่ยนเป็น cis-platinum เป็นต้น

โดยวิธีที่ใช้คำนวณหาเปอร์เซ็นต์เนื้อมะเร็งตายนั้นในปัจจุบันได้ใช้วิธีการหาค่าเฉลี่ยจากพื้นที่หน้าตัดมาสรุปเสมือนเป็นปริมาตรของเนื้อมะเร็งทั้งชิ้น ซึ่งการบอกในลักษณะเป็นเปอร์เซ็นต์พื้นที่เสมือนปริมาตรทั้งชิ้นจะมีความคลาดเคลื่อนอย่างไรนั้นยังไม่มีข้อพิสูจน์

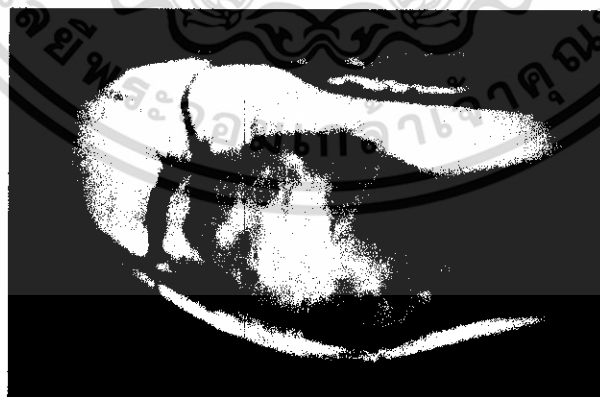
จากวิธีการรักษากระดูกที่กล่าวมาในข้างต้น สามารถสรุปได้ดังนี้

- ให้ยาแก้ปวด เพื่อลดผลการตอบสนองของมะเร็ง
- ทำการตัดกระดูกของผู้ป่วย เพื่อทำการวิเคราะห์หาเนื้อมะเร็งหลังจากใช้ยานั้นแล้ว
- นำกระดูกที่ทำการตัดมา แบ่งเป็นชิ้นบางๆ ประมาณชิ้นละ 1 เซนติเมตร และทำการส่องกล้อง

เพื่อวิเคราะห์ ว่าอัตราส่วนของเนื้อมะเร็งที่ตายอยู่ในกระดูก

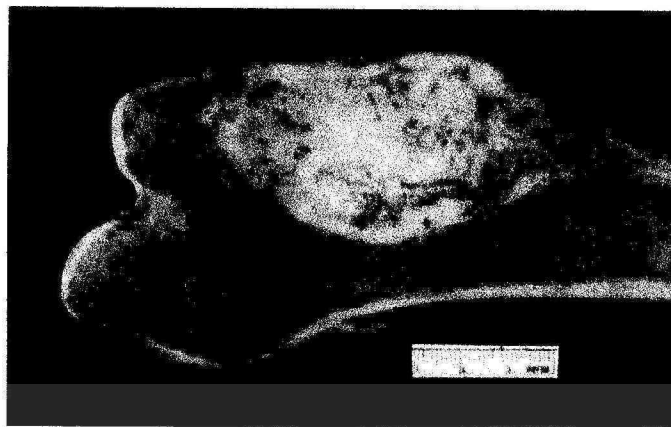


รูปที่ 2.3 รูปแสดงเซลล์มะเร็งที่ตายในกระดูก Femur



รูปที่ 2.4 รูปที่ได้จากการ X-RAY

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.5 รูปแสดงภาคตัดขวางของกระดูก



รูปที่ 2.6 ลักษณะการตัดกระดูก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัยและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ในปัจจุบันนี้เทคนิคการพยากรณ์มะเร็งเต้านมในกระดุก ทาง การแพทย์นั้นจะใช้วิธีการส่องกล้องจุลทรรศน์แล้วนำค่าที่หาได้ มาเปรียบเทียบกับเกณฑ์ของการแพทย์ที่ได้กำหนดระดับของมะเร็งเอาไว้ ซึ่งวิธีการส่องกล้องจุลทรรศน์จะค่อนข้างยุ่งยากและรู้ผลการประมาณค่าช้าเนื่องจากว่าต้องการทำการตัดกระดุก ออกมาเป็นชิ้นย่อยจากกระดุกทั้งหมด เพื่อทำการส่องกล้องจุลทรรศน์ แต่วิธีการตัดกระดุกออกมาเป็นชิ้นย่อยค่อนข้างจะไม่แน่นอนในการตัดซึ่งบางครั้งอาจตัดใหญ่เกินไปหรือเล็กเกินไป และที่สำคัญวิธีการคำนวณหาอัตราส่วนเนื้อมะเร็งเต้านมในปัจจุบันนั้นยังใช้วิธีการคำนวณโดยใช้ค่าเฉลี่ยจากพื้นที่หน้าตัดมาสรุปเสมือนเป็นปริมาตรของเนื้อมะเร็งทั้งชิ้น ซึ่งในส่วนนี้จะยากต่อการประมาณค่ามะเร็งเต้านมในกระดุกและความคลาดเคลื่อนในการประมาณนั้นจะดีหรือไม่ก็ยังไม่ชัดเจน ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงขอนำเสนอวิธีการใหม่ โดยปรับปรุงเทคนิคและเพิ่มประสิทธิภาพการประมาณอัตราส่วนของมะเร็งเต้านมในกระดุกให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น และให้ความคลาดเคลื่อนอยู่ในระดับที่สามารถจะยอมรับได้



รูปที่ 3.1 ลักษณะการตัดกระดุก

ในการคำนวณค่าปริมาตรของเนื้อมะเร็งโดยวิธีใหม่ที่จะนำเสนอนี้ จะใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์คือ ทฤษฎีการประมาณค่าในช่วงโดยการอินทิกรัลเชิงตัวเลข (Numerical Integration) มาประยุกต์ใช้ ดังนั้นในบทนี้จะกล่าวถึง รายละเอียดของทฤษฎีการประมาณค่าในช่วงแบบต่างๆ ทั้งการประมาณค่าในช่วงแบบสี่เหลี่ยมคางหมู การประมาณค่าในช่วงแบบซิมป์สัน และการประมาณค่าในช่วงแบบรอมเบิร์ต และในบทนี้ยังได้กล่าวถึงการวิเคราะห์และแก้ไขปัญหารวมทั้งแนวคิดเอาไว้ด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย

การอินทิเกรตเพื่อให้ได้ผลลัพธ์ออกมาเป็นตัวเลขนั้น เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการแก้ปัญหาต่างๆ ทั้งทางด้านวิศวกรรมศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในปัจจุบัน ซึ่งวิธีการหาค่าอินทิเกรตนั้นประกอบด้วย สูตรประเภทต่างๆ ในการอินทิเกรตในรูปแบบต่างๆ กันไป ซึ่งปกติจะเขียนในรูปแบบของสมการ ดังนี้ $I = \int_a^b f(x) dx$ ซึ่งมีความหมายว่า เราจะคูณฟังก์ชัน f ที่ตำแหน่ง x นั้นด้วยระยะ dx แล้ว

ทำ "การรวม" (Summation) ผลคูณที่ได้ในในช่วงจาก $x = a$ จนถึง $x = b$

เนื่องจากความหมายของคำว่าอินทิเกรต คือการนำส่วนย่อยๆ มารวมกันขึ้นเป็นส่วนใหญ่ นั่นคือประกอบกันขึ้นเป็นส่วนรวมทั้งหมด แต่ในทางปฏิบัติ ยังมีฟังก์ชันอีกเป็นจำนวนมาก ซึ่งไม่สามารถหาค่าอินทิเกรตได้โดยวิธีดังกล่าว ซึ่งฟังก์ชันเหล่านี้ล้วนเกิดขึ้นในการแก้ปัญหาทั่วไป ดังนั้นเราจึงหาพื้นที่โดยเลือกใช้วิธีการประมาณค่าแบบต่างๆ มาช่วยในการแบ่งเป็นส่วนย่อยๆ แล้วนำมาวมกัน นั่นคือ การอินทิเกรตเชิงตัวเลข (Numerical Integration)

3.1.1 ทฤษฎีการประมาณค่าที่ศึกษา

การประมาณค่าในช่วงนี้มีหลายแบบด้วยกัน แต่ในที่นี้จะขอเสนอรูปแบบที่สนใจ ดังนี้

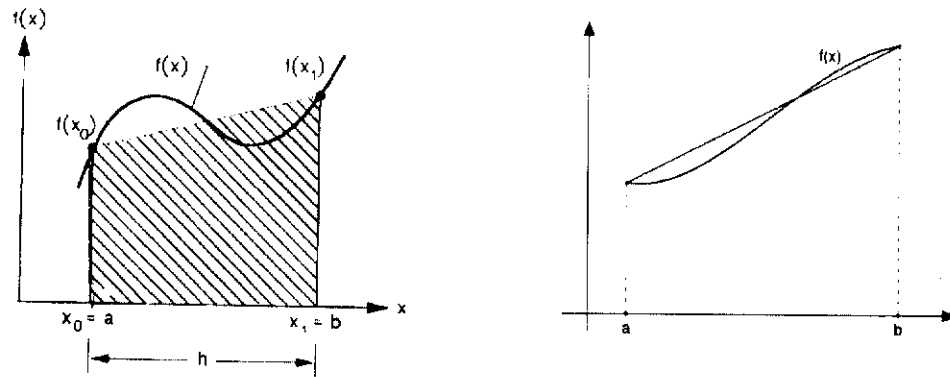
1. ประมาณค่าแบบสี่เหลี่ยมคางหมู
2. ประมาณค่าแบบซิมสัน
3. ประมาณค่าแบบรอมเบิร์ต

3.1.1.1 การประมาณค่าในช่วงแบบสี่เหลี่ยมคางหมู

โดยการประมาณค่าแบบกฎสี่เหลี่ยมคางหมูได้แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะคือ

1. กฎสี่เหลี่ยมคางหมู

การหาค่าอินทิเกรตโดยใช้กฎสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal Rule) จัดว่าเป็นระเบียบวิธีที่ง่ายแก่การทำความเข้าใจมากที่สุด หลักการในภาพรวมก็คือ ค่าอินทิเกรตของฟังก์ชันที่กำหนดมาให้ นั้นคำนวณมาจากพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมู ดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 ลักษณะการแบ่งตามกฎสี่เหลี่ยมคางหมู

เราจะประมาณค่าอินทิกรัลดังกล่าว ด้วยพื้นที่ สี่เหลี่ยมคางหมู พื้นที่แสดงด้วยเส้นเียงดังรูปที่ 3.2 โดยแบ่งช่วง $[a, b]$ ออกเป็น n ช่วงเท่าๆกันความยาวของแต่ละช่วงคือ $h = \frac{b-a}{n}$ จุดปลายช่วงใดๆ $[x_{k-1}, x_k]$ คือ $(x_{k-1}, f(x_{k-1}))$ และ $(x_k, f(x_k))$ โดยการลากเส้นตรงเชื่อมจุดปลายทั้งสอง จะได้สี่เหลี่ยมคางหมูพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูคือ

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}[f(x_k) + f(x_{k-1})](x_k - x_{k-1}) &= \frac{1}{2} \frac{b-a}{n} (f_{k-1} + f_k) \\ \int_{x_{k-1}}^{x_k} f(x) dx &= \frac{1}{2} \frac{b-a}{n} (f_{k-1} + f_k) \\ \int_a^b f(x) dx &= \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx \\ &= \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \dots + \int_{x_{n-2}}^{x_{n-1}} f(x) dx + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) dx \\ &= \frac{1}{2} \frac{b-a}{n} (f_0 + f_1) + \frac{1}{2} \frac{b-a}{n} (f_1 + f_2) + \dots \\ &\quad \dots + \frac{1}{2} \frac{b-a}{n} (f_{n-2} + f_{n-1}) + \frac{1}{2} \frac{b-a}{n} (f_{n-1} + f_n) \\ &= \frac{1}{2} \frac{b-a}{n} [(f_0 + f_1) + (f_1 + f_2) + \dots + (f_{n-2} + f_{n-1}) + (f_{n-1} + f_n)] \\ &= \frac{1}{2} h [f_0 + 2f_1 + 2f_2 + \dots + 2f_{n-2} + 2f_{n-1} + f_n] \\ &= h \left[\frac{1}{2} f_0 + f_1 + f_2 + \dots + f_{n-2} + f_{n-1} + \frac{1}{2} f_n \right] \\ I &= \frac{b-a}{2} [f(x_0) + f(x_1)] \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างที่ 3.1 กำหนด x และ $f(x)$ ดังตาราง จงหา $\int_{1.8}^{3.4} f(x)dx$

ตารางที่ 3.1 แสดงผลที่ได้ค่าจากการแทนของ x ในแต่ละ $f(x)$

x	$f(x)$	x	$f(x)$
1.6	4.953	2.8	16.445
1.8	6.050	3.0	20.086
2.0	7.389	3.2	24.533
2.2	9.025	3.4	29.964
2.4	11.023	3.6	36.598
2.6	13.464	3.8	44.701

วิธีทำ $\int_b^a f(x)dx = h \left(\frac{1}{2} f_0 + f_1 + f_2 + \dots + f_{n-1} + \frac{1}{2} f_n \right)$

$$\int_{1.8}^{3.4} f(x)dx$$

$$= 0.2 \left[\frac{6.050}{2} + 7.389 + 9.025 + 11.023 + 13.464 + 16.445 + 20.086 + 24.533 + \frac{29.964}{2} \right]$$

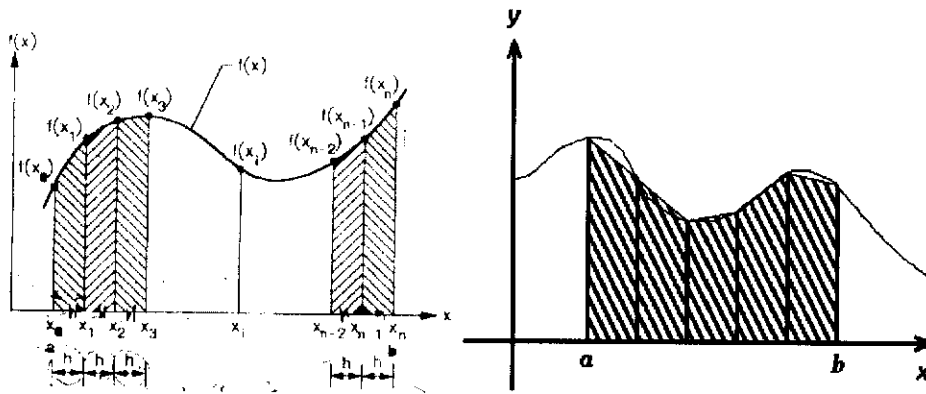
$$= 23.9944$$

ถ้า $f(x)$ บนตารางคือ e^x

$$\int_{1.8}^{3.4} e^x dx = e^x \Big|_{1.8}^{3.4} = e^{3.4} - e^{1.8} = 29.964 - 6.050 = 23.914$$

2. กฎสี่เหลี่ยมคางหมูแบบหลายช่วง

หากต้องการให้ค่าอินทิกรัลมีความเที่ยงตรงมากยิ่งขึ้น เราอาจแบ่งช่วงย่อยๆ แล้วสร้างพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูจากช่วงย่อยๆ นี้ แล้วจึงรวมพื้นที่ทั้งหมดเข้าด้วยกันซึ่งทำให้อินทิเกรตมีความเที่ยงตรงมากยิ่งขึ้นดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 ลักษณะการแบ่งตามกฎสี่เหลี่ยมคางหมูแบบหลายช่วง

จากรูปที่ 3.3 แสดงลักษณะการกระจายฟังก์ชัน $f(x)$ ใดๆ ในช่วง $a \leq x \leq b$ เราจะแบ่งช่วงจาก a ถึง b ออกเป็น n ช่วง ดังนั้นความกว้างของแต่ละช่วงจะเท่ากับ

$$h = \frac{b-a}{n} \quad 3.1$$

จะได้สมการสำหรับการคำนวณค่าอินทิกรัลดังนี้

$$\begin{aligned} I &\approx \frac{h}{2}(f(x_0) + f(x_1)) + \frac{h}{2}(f(x_2) + f(x_3)) + \dots + \frac{h}{2}(f(x_{n-1}) + f(x_n)) \\ &= \frac{h}{2}(f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)) \\ \therefore I &= \frac{h}{2} \left\{ f(x_0) + f(x_n) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right\} \quad 3.2 \end{aligned}$$

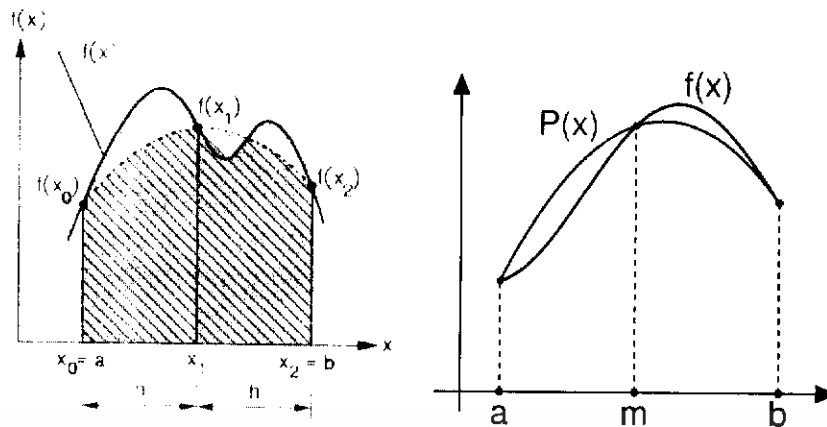
ในการอินทิกรัลโดยใช้กฎสี่เหลี่ยมคางหมูแบบหลายช่วงนี้หากเราแบ่งจำนวนช่วงเพิ่มขึ้นไป 2 เท่า ค่าของความผิดพลาดจะลดลงไป 4 เท่า

3.1.1.2 กฎซิมป์สัน

โดยการประมาณค่าแบบกฎซิมป์สันได้แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะคือ

1.กฎของซิมป์สัน

การหาค่าอินทิกรัลโดยใช้กฎของซิมป์สัน ซึ่งทำโดยวิธีการในทำนองเดียวกับกฎของสี่เหลี่ยมคางหมู แต่เป็นการหาพื้นที่ใต้เส้นโค้ง ดังรูปที่ 3.4 เส้นโค้งนี้เป็นเส้นโค้งที่อยู่ในรูปแบบของฟังก์ชันพหุนามอันดับสอง



รูปที่ 3.4 ลักษณะการแบ่งตามกฎซิมป์สัน

จากสูตรสี่เหลี่ยมคางหมู

$$\int_a^b f(x)dx = h \left(\frac{1}{2} f_0 + f_1 + f_2 + \dots + f_{n-2} + f_{n-1} + \frac{1}{2} f_n \right) \text{ คือ}$$

แทน $n = 2$ และตัดพจน์ผลต่างจำกัดอันดับมากกว่า 2

$$\begin{aligned} \int_{x_0}^{x_0+2h} f(x)dx &= h \int_0^2 f_p dp \\ &= h \int_0^2 \left(f_0 + p\Delta f_0 + \frac{1}{2}(p^2 - p)\Delta^2 f_0 \right) dp \\ &= h \left[(f_0) \int_0^2 dp + (\Delta f_0) \int_0^2 p dp + (\Delta^2 f_0) \int_0^2 \frac{1}{2}(p^2 - p) dp \right] \\ &= h \left[2f_0 + 2\Delta f_0 + \Delta^2 f_0 \left(\frac{8}{6} - \frac{4}{4} \right) \right] \\ &= h \left(2f_0 + 2\Delta f_0 + \frac{1}{3}\Delta^2 f_0 \right) \\ &= h \left(2f_0 + 2(f_1 - f_0) + \frac{1}{3}(\Delta f_1 - \Delta f_0) \right) \\ &= h \left(2f_1 + \frac{1}{3}((f_2 - f_1) - (f_1 - f_0)) \right) \\ &= h \left(2f_1 + \frac{1}{3}f_2 - \frac{1}{3}f_1 - \frac{1}{3}f_1 + \frac{1}{3}f_0 \right) \\ &= h \left(\frac{1}{3}f_0 + \left(2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \right) f_1 + \frac{1}{3}f_2 \right) \\ &= h \left(\frac{1}{3}f_0 + \frac{4}{3}f_1 + \frac{1}{3}f_2 \right) \\ &= \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + f_2) \end{aligned}$$

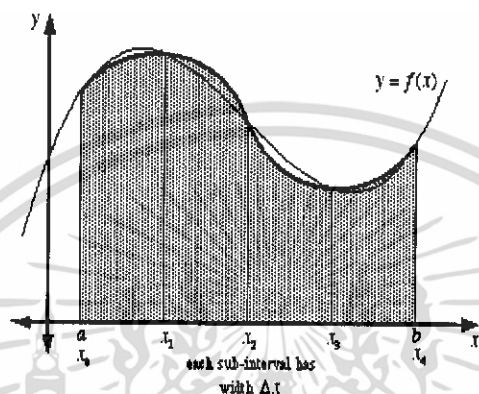
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมี 59389 ใดๆ และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งจะได้สมการ กฎของซิมป์สันเป็นดังนี้

$$I \approx \frac{h}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)] \quad 3.3$$

โดยที่ $h = \frac{b-a}{2}$

2.กฎซิมป์สันแบบหลายช่วง



รูปที่ 3.5 ลักษณะการแบ่งตามกฎซิมป์สันแบบหลายช่วง

จากสูตรซิมป์สันคือ

$$I \approx \frac{h}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)]$$

$$\int_{x_0}^{x_0+2h} f(x)dx = \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + f_2)$$

$$\int_{x_0+2h}^{x_0+4h} f(x)dx = \frac{h}{3}(f_2 + 4f_3 + f_4)$$

$$\begin{aligned} \int_{x_0}^{x_0+4h} f(x)dx &= \int_{x_0}^{x_0+2h} f(x)dx + \int_{x_0+2h}^{x_0+4h} f(x)dx \\ &= \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + f_2) + \frac{h}{3}(f_2 + 4f_3 + f_4) \\ &= \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + f_4) \end{aligned}$$

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}(f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + 2f_4 + \dots + 2f_{2n-2} + 4f_{2n-1} + f_{2n})$$

ซึ่งจะได้สมการ กฎของซิมป์สันแบบหลายช่วงเป็นดังนี้

$$I \approx \frac{h}{3}[f(x_0) + 4\sum_{i=1}^{n-1} f(x_{2i-1}) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_{2i}) + f(x_n)]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่
$$h = \frac{b-a}{2}$$

ตัวอย่างที่ 3.2 ประมาณค่า $\int_0^4 e^x dx$ โดยกฎของซิมป์สัน

วิธีทำ
$$\int_0^4 e^x dx = e^x \Big|_0^4 = e^4 - e^0 = 53.59815$$

$$n=2 \Rightarrow \int_0^4 e^x dx = \frac{1}{3} \frac{(4-0)}{2} (e^0 + 4e^2 + e^4) = 56.76958$$

$$n=4 \Rightarrow \int_0^4 e^x dx = \frac{1}{3} \frac{(4-0)}{4} (e^0 + 4e^1 + 2e^2 + 4e^3 + e^4) = 53.86385$$

$$n=8 \Rightarrow$$

$$\int_0^4 e^x dx = \frac{1}{3} \frac{(4-0)}{8} (e^0 + 4e^{\frac{1}{2}} + 2e^1 + 4e^{\frac{3}{2}} + 2e^2 + 4e^{\frac{5}{2}} + 2e^3 + 4e^{\frac{7}{2}} + e^4) = 53.61622$$

3.1.1.3 การประมาณค่าในช่วงแบบรอมเบิร์ต

การหาค่าอินทิกรัลแบบรอมเบิร์ต

เราได้ศึกษาวิธีหาค่าอินทิกรัลโดยการใช้อยู่กฎคางหมูแบบหลายช่วง เราได้พบว่าค่าผลลัพธ์อินทิกรัลที่เป็นค่าแม่นยำ I นั้นประกอบด้วย

$$I = I(h) + E(h) \quad 3.4$$

$I(h)$ แทนค่าอินทิกรัลโดยประมาณจากกฎสี่เหลี่ยมคางหมูแบบหลายช่วง ซึ่งค่าความเที่ยงตรงของผลลัพธ์ขึ้นอยู่กับระยะของช่วงย่อย h ที่ใช้ และ $E(h)$ แทนค่าความผิดพลาด

$$E = -\frac{1}{12} \frac{(b-a)^3}{n^2} \overline{f''} \quad 3.5$$

$\overline{f''}$ แทนค่าเฉลี่ยของฟังก์ชันอนุพันธ์อันดับสองจากทุกๆ ช่วงย่อย และ n แทนจำนวนช่วงย่อย หากเราแบ่งจำนวนช่วงย่อยเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า ค่าความผิดพลาด จะลดลงไป สี่เท่า ความสามารถในการทำนายค่าความผิดพลาดนี้เองเป็นที่มาของการหาค่าอินทิกรัลของรอมเบิร์ต หลักการคือ ทำการแบ่งช่วงอินทิเกรต จาก a ถึง b ออกเป็นจำนวนช่วงที่ต่างกัน 2 ครั้ง ซึ่งในแต่ละครั้งจะสามารถหาค่าความผิดพลาดได้ ซึ่งจะนำไปสู่ผลลัพธ์ที่มีความเที่ยงตรงมากขึ้น คล้ายกับการทำนายในรูปแบบของการประมาณค่านอกช่วง

หากเราหาค่าอินทิกรัลของปัญหาเดียวกัน 2 ครั้ง โดยใช้ระยะของช่วงย่อยเท่ากับ h_1 และ h_2 ตามลำดับ ในแต่ละครั้งเราจะได้ค่าอินทิกรัลแม่นยำ I ดังแสดงในสมการ 3.6 เราจะได้เงื่อนไขที่ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$I(h_1) + E(h_1) = I(h_2) + E(h_2)$$

จากสมการ 3.5 สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบของ h ได้เป็น

$$E = -\frac{b-a}{12} h^2 f'' \quad 3.7$$

หากสมมุติให้ค่าเฉลี่ยของฟังก์ชันอนุพันธ์อันดับสองเนื่องจากการใช้ระยะของช่วงย่อย h_1 และ h_2 นั้นมีค่าเท่ากัน ดังนั้น อัตราส่วนของค่าความผิดพลาดจากการใช้ระยะของช่วงย่อยที่ต่างกันนี้คือ

$$\frac{E(h_1)}{E(h_2)} = \frac{h_1^2}{h_2^2} \quad 3.8$$

แทนสมการ 3.6 ลงในสมการ 3.8 จะได้

$$I(h_1) + E(h_2) \left(\frac{h_1^2}{h_2^2} \right)^2 = I(h_2) + E(h_2)$$

ซึ่งให้ค่าความผิดพลาดเนื่องจากการใช้ระยะช่วง h_2 คือ

$$E(h_2) = \frac{I(h_2) - I(h_1)}{(h_1/h_2)^2 - 1} \quad 3.9$$

แต่จากสมการ

$$I = I(h_2) + E(h_2) \quad 3.10$$

แทนสมการ 3.9 ลงในสมการ 3.10 จะได้

$$I = I(h_2) + \frac{I(h_2) - I(h_1)}{(h_1/h_2)^2 - 1} = \left(I + \frac{h_2^2}{h_1^2 - h_2^2} \right) I(h_2) - \left(\frac{h_2^2}{h_1^2 - h_2^2} \right) I(h_1) \quad 3.11$$

ให้

$$h_2 = \frac{h_1}{2}$$

ดังนั้นผลลัพธ์ของค่าอินทิกรัลในสมการ 3.11 จะได้

$$I = \frac{4}{3} I(h_2) - \frac{1}{3} I(h_1)$$

$$I^{(k)} = \frac{4^k I_{2n}^{(k-1)} - I_n^{(k-1)}}{4^k - 1} \quad \text{เมื่อ } k \text{ คือค่าของระดับชั้น} \quad 3.12$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การประมาณค่าจากทฤษฎีรอมเบิร์ตนั้นจะต้องแบ่งช่วงออกเป็น ส่วนโดย ระยะห่างในแต่ละส่วนเท่ากันที่เท่าๆกัน โดยเริ่มจากหนึ่งส่วน แล้วแบ่งครึ่งออกไป โดยแบ่งเป็น 2 เท่าจากส่วนเดิม ดังนี้

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 16 \rightarrow 32 \rightarrow \dots \rightarrow 2^n$$

จากนั้นก็ทำการหาค่า I ในระดับ 0 เสียก่อน

ซึ่งการหาค่า I ในระดับ 0 จะเริ่มจากสูตร Trapezoidal

$$\begin{aligned} I_n &= \frac{h}{2}[f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)] \\ &= \frac{h}{2}[f(a) + 2f(a+h) + 2f(a+2h) + \dots + 2f(a+(n-1)h) + f(b)] \end{aligned}$$

แทนด้วย n ด้วย $2n$ แทน h ด้วย $\frac{h}{2}$ แล้วแทน $\frac{h}{2}$ ด้วย $\frac{h}{4}$

$$\begin{aligned} I_{2n} &= \frac{h}{4}[f(a) + 2f(a+\frac{h}{2}) + 2f(a+2\frac{h}{2}) + 2f(a+3\frac{h}{2}) + \dots + 2f(a+(n-1)\frac{h}{2}) + f(b)] \\ &= \frac{h}{4}[f(a) + 2f(a+h) + \dots + 2f(a+(2n-2)\frac{h}{2}) + f(b)] \\ &\quad + \frac{h}{4}[2f(a+\frac{h}{2}) + 2f(a+3\frac{h}{2}) + \dots + 2f(a+(2n-1)\frac{h}{2})] \\ &= \frac{I_n}{2} + \frac{h}{2}[f(a+\frac{h}{2}) + f(a+3\frac{h}{2}) + \dots + f(a+(2n-1)\frac{h}{2})] \\ I_{4n} &= \frac{I_{2n}}{2} + \frac{h}{4}[f(a+\frac{h}{4}) + f(a+3\frac{h}{4}) + \dots + f(a+(2n-1)\frac{h}{4})] \end{aligned}$$

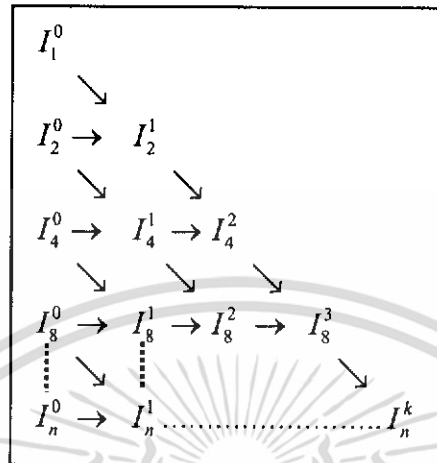
∴ จากสมการข้างบน จะได้สมการคำนวณดังนี้

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{b-a}{2}[f(a) + f(b)] \\ I_2 &= \frac{I_1}{2} + \frac{b-a}{2}[f(a+\frac{h}{2})] \\ I_4 &= \frac{I_2}{2} + \frac{b-a}{4}[f(a+\frac{h}{4}) + f(a+3\frac{h}{4})] \\ I_8 &= \frac{I_4}{2} + \frac{b-a}{8}[f(a+\frac{h}{8}) + f(a+3\frac{h}{8}) + f(a+5\frac{h}{8}) + f(a+7\frac{h}{8})] \\ &\quad \bullet \\ &\quad \bullet \\ I_n &= \frac{h}{2}[f(a) + 2f(a+h) + 2f(a+2h) + \dots + 2f(a+(n-1)h) + f(b)] \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อได้ค่า I ในระดับ 0 แล้วให้นำมาคำนวณหาค่า I ในระดับถัดไปด้วยรูปแบบดังตารางที่ 3.2
ต่อไปนี่

ตารางที่ 3.2 แสดงลำดับการหาค่าของ I



ซึ่งค่าที่คำนวณได้จากวิธีการรอมเบิร์กคือ I_n^k

ตัวอย่างที่ 3.3 approximate $\int_0^{\pi} \sin x dx$

วิธีทำ $\int_0^{\pi} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\pi} = -(\cos \pi - \cos 0) = -(-1 - 1) = 2$

Romberg method

$$I_1 = \frac{b-a}{2} [f(a) + f(b)] = \frac{\pi-0}{2} (\sin 0 + \sin \pi)$$

$$= 0$$

$$I_2 = \frac{I_1}{2} + \frac{b-a}{2} \left[f\left(a + \frac{h}{2}\right) \right] = \frac{0}{2} + \frac{\pi-a}{2} (\sin \frac{\pi}{2})$$

$$= 1.5708$$

$$I_4 = \frac{I_2}{2} + \frac{b-a}{4} \left[f\left(a + \frac{h}{4}\right) + f\left(a + 3\frac{h}{4}\right) \right]$$

$$= \frac{1.5708}{2} + \frac{\pi-0}{4} (\sin \frac{\pi}{4} + \sin 3\frac{\pi}{4})$$

$$= 1.89612$$

$$I_8 = \frac{I_4}{2} + \frac{b-a}{8} \left[f\left(a + \frac{h}{8}\right) + f\left(a + 3\frac{h}{8}\right) + f\left(a + 5\frac{h}{8}\right) + f\left(a + 7\frac{h}{8}\right) \right]$$

$$= \frac{1.89612}{2} + \frac{\pi-0}{8} (\sin \frac{\pi}{8} + \sin 3\frac{\pi}{8} + \sin 5\frac{\pi}{8} + \sin 7\frac{\pi}{8})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 &= 1.97423 \\
 I_{16} &= \frac{I_8}{2} + \frac{\pi-0}{16} \left(\sin \frac{\pi}{16} + \sin 3 \frac{\pi}{16} + \sin 5 \frac{\pi}{16} + \sin 7 \frac{\pi}{16} \right. \\
 &\quad \left. + \sin 9 \frac{\pi}{16} + \sin 11 \frac{\pi}{16} + \sin 13 \frac{\pi}{16} + \sin 15 \frac{\pi}{16} \right) \\
 &= 1.99357
 \end{aligned}$$

หลังจากได้ค่า I ในระดับ 0 แล้ว จึงนำมาหาค่า I ในระดับที่ 1 ดังตารางที่ 3.3

ตารางที่ 3.3 แสดงค่าของโดยใช้ทฤษฎีรอมเบิร์กหาค่า

n	I_n	$I_{(k)} = \frac{4^k I_{(k-1)2n} - I_{(k-1)n}}{4^k - 1}$	
1	0		
2	1.5708	$\frac{4 \times 1.5708 - 0}{3}$	= 2.09439
4	1.89612	$\frac{4 \times 1.89612 - 1.5708}{3}$	= 2.00456
8	1.97423	$\frac{4 \times 1.97423 - 1.89612}{3}$	= 2.00027
16	1.99357	$\frac{4 \times 1.99357 - 1.97423}{3}$	= 2.00002

จากตารางนี้ค่าที่ได้คือค่าระดับที่ 1 แล้วทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนได้ค่าสุดท้ายดังตารางที่ 3.4

ตารางที่ 3.4 แสดงค่าของการแบ่งในแต่ละส่วน

Romberg method					
n	I_n^0	I_n^1	I_n^2	I_n^3	I_n^4
1	0.00000				
2	1.57080	2.09439			
4	1.89612	2.00456	1.99857		
8	1.97423	2.00027	1.99998	2.00001	
16	1.99357	2.00002	2.00000	2.00000	2.00000

จากตารางจะได้ค่าสุดท้ายคือ 2.00000

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{และจากโจทย์ } \int_0^{\pi} \sin x dx = 2$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่าการคำนวณค่าจากรอมเบิร์ต จะมีค่าตรงกับค่าที่คำนวณได้จากการอินทิเกรต

3.1.2 ทฤษฎีการประมาณค่าที่สนใจ

จากหัวข้อ 3.1.1 มีทฤษฎีในการหาพื้นที่ทั้งหมด 3 ทฤษฎีดังนั้นในหัวข้อนี้จะนำทั้ง 3 ทฤษฎีนี้มาเปรียบเทียบกับกันเพื่อแสดงให้เห็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดระหว่าง 3 วิธี ดังตัวอย่าง

$$\text{ตัวอย่างที่ 3.4 } \int_0^{\pi} (x^4 + 1) dx$$

$$\text{วิธีทำ } \int_0^{\pi} (x^4 + 1) dx = \left(\frac{x^5}{5} + x \right) \Big|_0^{\pi} = \frac{4^5}{5} + 4 = 208.8$$

ตารางที่ 3.5 แสดงการคำนวณหาพื้นที่ด้วยวิธีต่างๆ

จำนวนส่วน/วิธีการ คำนวณ	Trapezoidal	Simpson's	Romberg
1	516.00000	*****	516.00000
2	292.00000	217.33333	217.33333
4	230.00000	209.33333	208.80000
8	214.12500	208.83333	208.80000
16	210.13282	208.80209	208.80000

หมายเหตุ จากตารางเนื่องจากกฎซิมป์สันจะต้องทำการแบ่งส่วนเป็นคู่ ดังนั้น 1 ส่วนจึงไม่มีข้อมูล จากตารางที่ 3.5 จะเห็นว่า

1. กฎสี่เหลี่ยมคางหมูจะได้ค่า 210.13282 เมื่อทำการแบ่ง 16 ส่วน
2. กฎซิมป์สันจะได้ค่า 208.80209 เมื่อทำการแบ่ง 16 ส่วนเช่นเดียวกับกฎสี่เหลี่ยมคางหมู
3. ทฤษฎีรอมเบิร์ตจะได้ค่า 208.80000 เมื่อทำการแบ่ง 8 ส่วน

จากโจทย์ อินทิเกรตได้ 208.8 ซึ่งเมื่อเทียบกับ 3 วิธี จะเห็นว่าทฤษฎีรอมเบิร์ตให้ค่าตรงที่สุดแม้จะแบ่งเพียง 8 ส่วน

ตัวอย่างที่ 3.5 $\int_0^{\pi} \sin x dx$

วิธีทำ $\int_0^{\pi} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\pi} = -(\cos \pi - \cos 0) = -(-1 - 1) = 2$

ตารางที่ 3.6 แสดงการคำนวณหาพื้นที่ด้วยวิธีต่างๆ

จำนวนส่วน/วิธีการ คำนวณ	Trapezoidal	Simpson's	Romberg
1	0.00000	*****	0.00000
2	1.57080	2.09439	2.09439
4	1.89612	2.00456	1.99857
8	1.97423	2.00027	2.00001
16	1.99357	2.00002	2.00000
32	1.99839	2.00000	2.00000
64	1.99960	2.00000	2.00000
128	1.99990	2.00000	2.00000
256	1.99997	2.00000	2.00000
512	1.99999	2.00000	2.00000
1024	2.00000	2.00000	2.00000

หมายเหตุ จากตารางเนื่องจากกฎซิมป์สันจะต้องทำการแบ่งส่วนเป็นคู่ ดังนั้น 1 ส่วนจึงไม่มีข้อมูล

จากตารางที่ 3.6 จะเห็นว่า

1. กฎสี่เหลี่ยมคางหมูจะได้ค่า 2.00000 เมื่อทำการแบ่ง 1024 ส่วน
2. กฎซิมป์สันจะได้ค่า 2.00000 เมื่อทำการแบ่ง 32 ส่วนเช่นเดียวกับกฎสี่เหลี่ยมคางหมู
3. ทฤษฎีรอมเบิร์กจะได้ค่า 2.00000 เมื่อทำการแบ่ง 16 ส่วน

จากโจทย์ อินทิเกรตได้ 2 ซึ่งเมื่อเทียบกับ 3 วิธี จะเห็นว่าทฤษฎีรอมเบิร์กให้ค่าตรงที่สุดแม้จะแบ่งเพียง 16 ส่วน

สรุป จากตัวอย่างทั้ง 2 ข้อแสดงให้เห็นว่าวิธีรอมเบิร์กคำนวณค่าออกมาได้ใกล้เคียงกับค่าจริงมากที่สุด และใช้การแบ่งส่วนน้อยที่สุดจากทั้ง 3 วิธี ดังนั้นในปัญหาพิเศษนี้จึงเลือกใช้วิธีรอมเบิร์กซึ่งถือเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดมาช่วยในการแก้ปัญหา

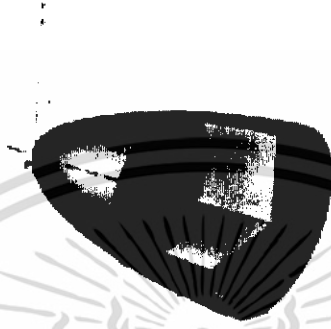
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.1.3 ทฤษฎีหาปริมาตรที่ศึกษา

ทฤษฎีที่ใช้ในการหาปริมาตรที่ศึกษามี 2 แบบ

1. The Disk Method

วิธีการ Disk Method คือการคำนวณหาปริมาตรที่เป็นรูปทรงเดี่ยวๆ โดยการนำสมการหนึ่งมาวาดกราฟแล้วทำการหมุนรอบแนวแกน x ดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.6 การหมุนสมการรอบแกน x โดย Disk Method

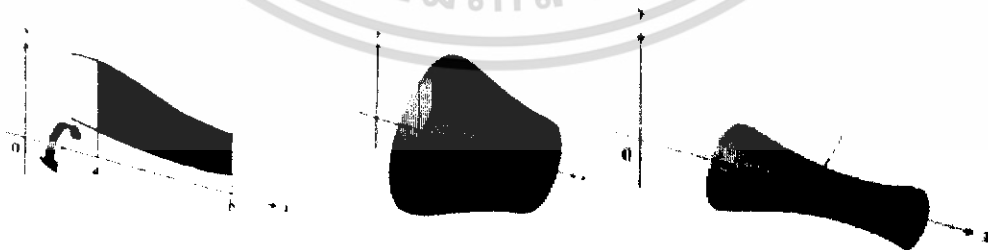
ซึ่งสูตรที่ใช้ในการคำนวณนี้คือ

$$V = \int_a^b \pi(r)^2 dx \quad ; r \text{ คือรัศมีหรือฟังก์ชันของรูปทรง}$$

$$= \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

2. The Washer Method

วิธีการ Washer Method เป็นการหาปริมาตรจากรูปทรงที่ซ้อนกันอยู่ โดยวิธีการทำ Washer Method จะนำสมการ 2 สมการที่ซ้อนกันอยู่มาทำการหมุนรอบแนวแกน x ดังรูปที่ 3.7



รูปที่ 3.7 แสดงการหมุนรอบโดยกราฟ 2 เส้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยจะมีค่าที่จะใช้คำนวณคือ $R(x)$ ค่ารัศมีวงนอก, $r(x)$ ค่ารัศมีวงในและสูตรในการคำนวณโดย Washer Method คือ

$$\begin{aligned} V &= \int_a^b \pi((\text{outerradius})^2 - (\text{innerradius})^2) dx \\ &= \pi \int_a^b (R^2(x) - r^2(x)) dx \quad ; R(x) = \text{outerradius} \\ &\qquad\qquad\qquad r(x) = \text{innerradius} \end{aligned}$$

3.1.4 การนำวิธีรอมเบิร์กมาประยุกต์ใช้เพื่อหาปริมาตร

จากหัวข้อ 3.1.2 จะเห็นว่าวิธีรอมเบิร์กเป็นวิธีที่เหมาะสมในการหาพื้นที่ในรูป 2 มิติ แต่จุดประสงค์ที่แท้จริงของปัญหาพิเศษฉบับนี้คือ ต้องการหาปริมาตรในรูป 3 มิติ ดังนั้นในหัวข้อนี้จึงทดลองนำวิธีรอมเบิร์กมาประยุกต์ใช้กับวิธี ของ Washer Method และ Disk Method ว่าจะสามารถใช้หาปริมาตรได้ผลดีหรือไม่

ตัวอย่างที่ 3.6 $R(x) = 3 - x, r(x) = x^2 + 1, -2 \leq x \leq 1$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} V &= \int_a^b \pi(R^2(x) - r^2(x)) dx \\ &= \int_{-2}^1 \pi((x-3)^2 - (x^2+1)^2) dx \\ &= \int_{-2}^1 \pi(x^2 - 6x + 9 - x^4 - 2x^2 - 1) dx \\ &= \int_{-2}^1 \pi(8 - 6x - x^2 - x^4) dx \\ &= \pi \left[\left(8x - 3x^2 - \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_{-2}^1 \right] \\ &= \pi \left[\left(8(1) - 3(1)^2 - \frac{(1)^3}{3} - \frac{(1)^5}{5} \right) - \left(8(-2) - 3(-2)^2 - \frac{(-2)^3}{3} - \frac{(-2)^5}{5} \right) \right] \\ &= \pi \left(8 - 3 - \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + 16 + 12 - \frac{8}{3} - \frac{32}{5} \right) \\ F(x) &= \int_{-2}^1 \pi((3-x)^2 - (x^2+1)^2) = \int_{-2}^1 \pi(8 - 6x - x^2 - x^4) = 23.4\pi \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3.7 แสดงการคำนวณหาพื้นที่ด้วยวิธีรอมเบิร์ก

Romberg Method				
n	I_n^0	I_n^1	I_n^2	I_n^3
1	0.00000 π			
2	16.03125 π	21.37500 π		
4	21.46289 π	23.27344 π	23.40001 π	
8	22.90979 π	23.39209 π	23.40000 π	23.4 π

จากตัวอย่างจะเห็นว่า ทำการแบ่งรูปออกเป็น เพียง 4 ชิ้นเท่านั้นจะได้ค่าปริมาตรซึ่งตรงกับค่าที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธี Washer Method

จากตัวอย่างสามารถบอกได้ว่าวิธีรอมเบิร์กสามารถใช้คำนวณหาปริมาตรของรูปทรง 3 มิติได้เช่นกัน

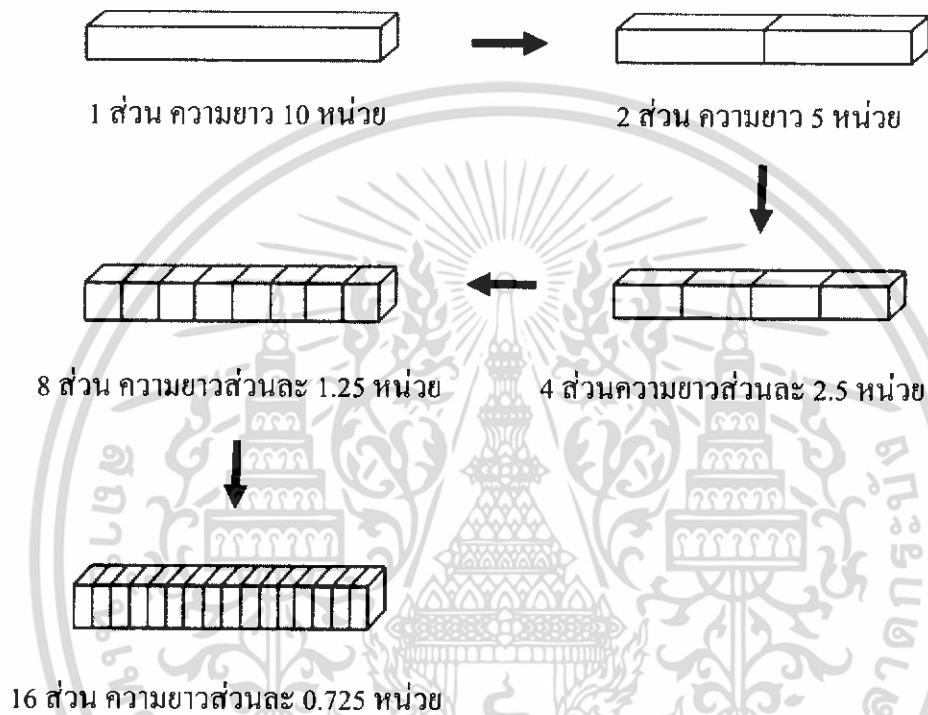
3.2 แนวคิดในการหาพื้นที่หน้าตัดและปริมาตรของกระดุก

ในงานวิจัยนี้ต้องการศึกษาหาวิธีที่จะคำนวณหาค่าปริมาตรของกระดุกให้ได้ค่าที่แม่นยำ แต่เนื่องจากกระดุกแต่ละชิ้นจะมีรูปทรงที่ไม่แน่นอนและแตกต่างกันออกไป และการที่จะทราบปริมาตรของกระดุกแต่ละชิ้นจะต้องผ่านกระบวนการทางการแพทย์ที่ซับซ้อนและใช้เวลานาน ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงเริ่มจากการนำรูปทรงเรขาคณิตที่แน่นอนมาคำนวณหาค่าปริมาตรโดยใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ และนำมาเปรียบเทียบกับค่าปริมาตรที่คำนวณได้จากโปรแกรมที่สร้างขึ้น โดยวัดจากค่าความคลาดเคลื่อนเพื่อแสดงให้เห็นว่าโปรแกรมที่สร้างขึ้นนั้นสามารถคำนวณหาปริมาตรได้ใกล้เคียงกับความเป็นจริงหรือไม่ หลังจากนั้นจึงทำการทดสอบกับรูปทรงที่ไม่แน่นอนต่อไป

ที่ผ่านมาได้ทราบแล้วว่าในงานวิจัยนี้ได้เลือกใช้วิธีการรอมเบิร์ก ในการหาปริมาตร ดังนั้นการที่จะหาปริมาตรของกระดุกหรือรูปทรงต่างๆจึงต้องมีส่วนที่สัมพันธ์กับการหาค่าด้วยวิธีรอมเบิร์ก ซึ่งในหัวข้อนี้จะอธิบายถึงวิธีการประยุกต์ วิธีของรอมเบิร์กเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา

ในขั้นต้นจะทำการนำกระดุกที่จะหาปริมาตรมาตัดเป็นท่อนๆ โดยมีระยะห่างในแต่ละท่อนเท่าๆกัน จากนั้นนำทุกๆหน้าตัดมาทำการคำนวณหาพื้นที่ของแต่ละหน้าตัด โดยวิธีรอมเบิร์ต เมื่อได้พื้นที่ของแต่ละหน้าตัดแล้วนำพื้นที่ของแต่ละหน้าตัดมาคำนวณหาปริมาตร โดยวิธีรอมเบิร์ตเช่นกัน จะแสดงเป็นลำดับดังนี้

การหาปริมาตรในขั้นต้นจะสาธิตรูปทรงสี่เหลี่ยมเพื่อให้เห็นภาพ โดยทำการตัดรูปทรงที่ต้องการหาปริมาตร โดยความยาวของแต่ละส่วนต้องเท่ากันดังนี้



ซึ่งจะแบ่งได้เรื่อยๆโดยจำนวนครั้ง (n) จะสัมพันธ์กับจำนวนชั้น (P_n) ดังนี้

$$P_n = 2^n$$

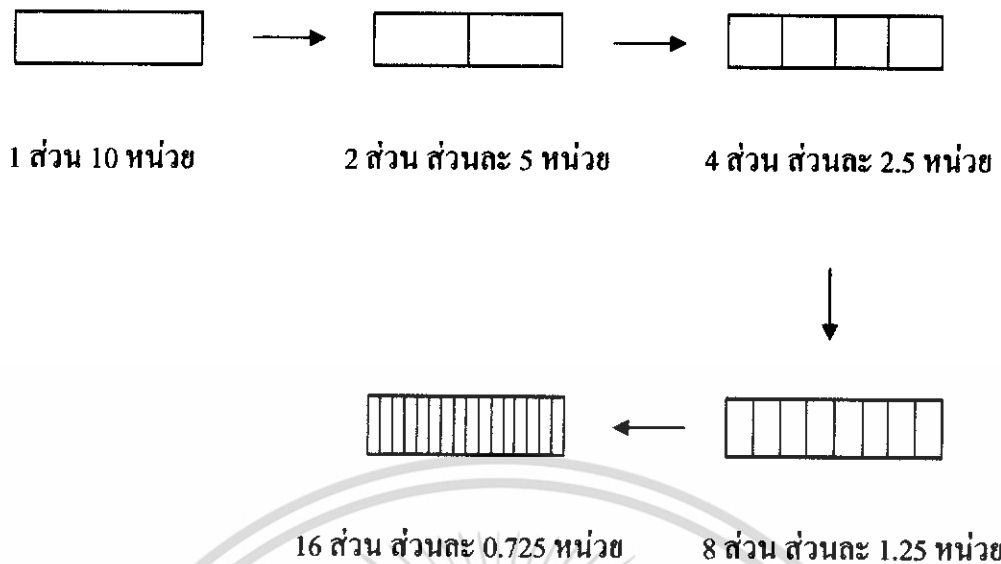
โดยกำหนดให้แต่ละหน้าตัดนั้นมีค่าพื้นที่เป็น $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$

ซึ่งการหาปริมาตรในงานวิจัยนี้จำเป็นต้องทราบพื้นที่หน้าตัดของแต่ละหน้าตัดเสียก่อน หลังจากนั้นจึงทำการนำค่าพื้นที่หน้าตัดที่ทราบมาทำการคำนวณค่าหาปริมาตรต่อไป ดังนั้นจะขอเสนอวิธีการหาพื้นที่หน้าตัดดังต่อไปนี้

การหาพื้นที่หน้าตัด

การหาพื้นที่หน้าตัด จะทำได้โดยนำหน้าตัดนั้นมาแบ่งส่วน โดยแต่ละส่วนมีระยะห่างเท่าๆกันดังนี้

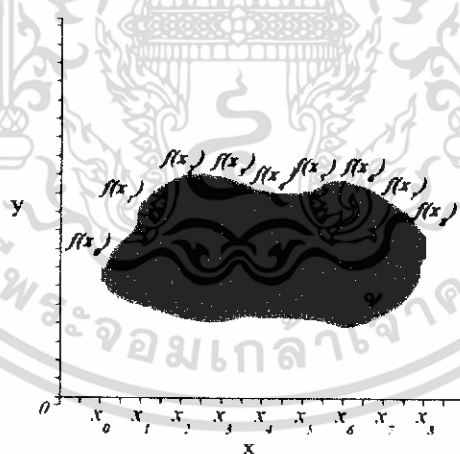
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ซึ่งจะแบ่งเช่นเดียวกับการตัดในรูปแบบปริมาตรนั่นคือจำนวนส่วนเท่ากับ 2"

ข้อสังเกต วิธีการแบ่งหาพื้นที่นั้นจะมีลักษณะคล้ายกับวิธีการแบ่งเพื่อหาปริมาตร สาเหตุมาจากการคำนวณหาพื้นที่กับวิธีการคำนวณหาปริมาตรนั้นเป็นวิธีเดียวกัน

หลังจากทำการแบ่งแล้ว จะนำค่าฟังก์ชันมาแทนในวิธีการรอมเบิร์ตเพื่อช่วยในการหาพื้นที่ดังรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 แบ่งส่วนเพื่อหาพื้นที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำ $f(x_0), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_8)$ มาแทนในสมการ

$$I_1 = \frac{b-a}{2} [f(x_0) + f(x_8)]$$

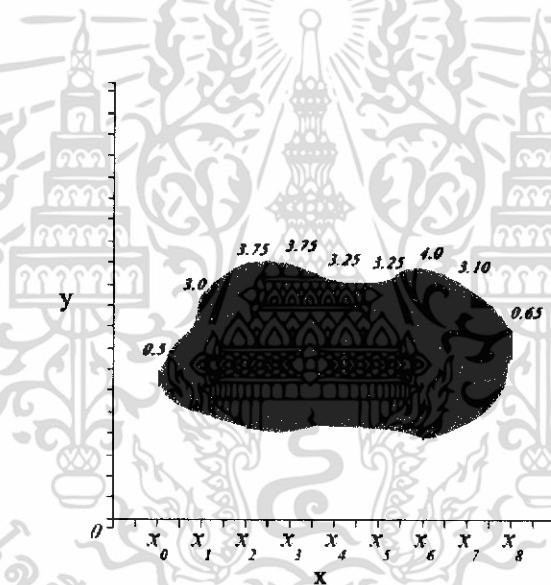
$$I_2 = \frac{I_1}{2} + \frac{b-a}{2} [f(x_4)]$$

$$I_4 = \frac{I_2}{2} + \frac{b-a}{4} [f(x_2) + f(x_6)]$$

$$I_8 = \frac{I_4}{2} + \frac{b-a}{8} [f(x_1) + f(x_3) + f(x_5) + f(x_7)]$$

จากรูปที่ 3.8 จะเห็นได้ว่าการที่จะใช้รอมเบิร์ตหาค่าพื้นที่ได้จะต้องรู้ค่า $f(x_0), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_8)$

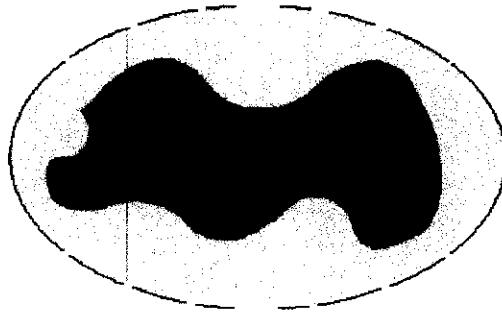
แต่ในทางคณิตศาสตร์การหาฟังก์ชันของรูปทรงที่ไม่แน่นอนนั้นทำได้ยาก ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะใช้การวัดความสูงแทนการหาค่า $f(x)$ ดังรูปที่ 3.9



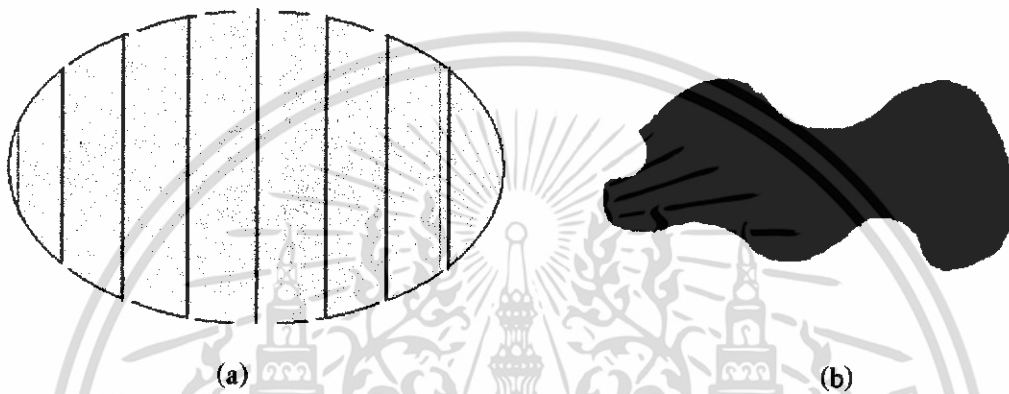
รูปที่ 3.9 แสดงข้อมูลของแต่ละหน้าตัด

เมื่อวัดได้ค่าความสูงของแต่ละช่วงแล้วก็นำมาแทนค่าในสมการรอมเบิร์ต ค่าที่ได้ออกมาจะเป็นค่าพื้นที่ของหน้าตัดนั้นซึ่งจะแทนค่าของพื้นที่หน้าตัดด้วยตัวแปร A ใดๆ

ในกรณีที่ต้องการหาพื้นที่ของรูปที่มีลักษณะซ้อนกันอยู่ ให้ทำการแยกรูปออกจากกันแล้วคำนวณ ตามรูป



รูปที่ 3.10 แสดงลักษณะของ 2 รูปซ้อนกัน



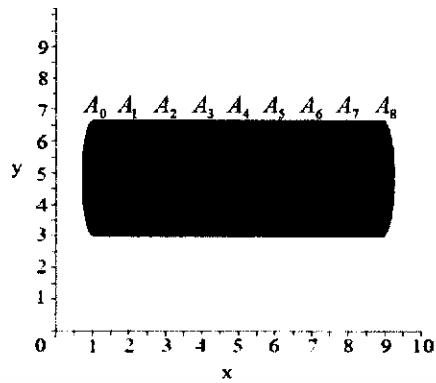
รูปที่ 3.11 แสดงลักษณะของการแยกรูปออกมา

จากรูปที่ 3.10 จะเป็นรูปที่มีลักษณะซ้อนกัน แต่การที่จะคำนวณพื้นที่นั้นต้องแยกส่วนตามรูปที่ 3.11 โดยที่ (a) เป็นพื้นที่ทั้งหมด และ (b) เป็นพื้นที่ของรูปใน

ทำการหาพื้นที่ของทุกหน้าตัดโดยกำหนดให้เป็น $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ ตามลำดับ หลังจากนั้นจึงนำค่าพื้นที่ของทุกหน้าตัดมาทำการคำนวณหาปริมาตรต่อไป

การหาปริมาตร

เมื่อได้พื้นที่ของแต่ละหน้าตัดแล้วก็นำมาแทนค่าในสมการรอมเบิร์ต ค่าที่ได้ออกมาจะเป็นค่าปริมาตรของรูปทรงที่เราสนใจ ดังรูปที่ 3.12

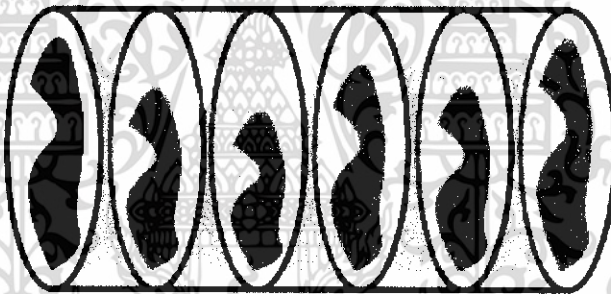


เมื่อ A คือพื้นที่หน้าตัด

รูปที่ 3.12 แสดงรูปการหาปริมาตร

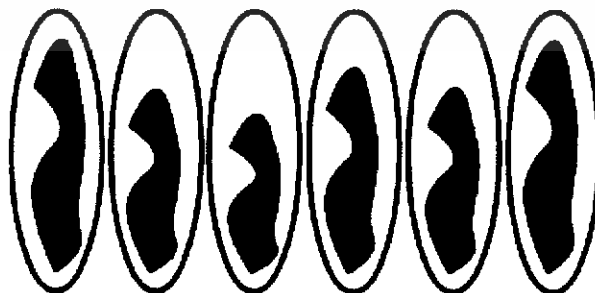
การนำวิธีการหาปริมาตรมาประยุกต์กับกระดุกที่เป็นมะเร็ง

ปัญหาในงานวิจัยนี้คือต้องการหาอัตราส่วนของเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมด จากรูปที่ 3.13 เป็นการจำลองภาพของกระดุกที่เป็นมะเร็ง ซึ่งเนื้อมะเร็งที่ตายแล้วนั้นเปรียบให้เป็นวงใน และ วงนอกคือเนื้อมะเร็งที่ยังไม่ตาย



รูปที่ 3.13 รูปแสดงรูปทรงที่ไม่แน่นอน

การหาปริมาตรจากวิธีรอมเบิร์กนั้นต้องใช้พื้นที่หน้าตัด ดังนั้นเราจึงนำรูปจำลองกระดุกมาทำการตัดแบ่งส่วนแล้วพิจารณาเฉพาะหน้าตัดเท่านั้น ซึ่งค่าปริมาตรที่ได้มานั้นจะเป็นค่าโดยประมาณ



รูปที่ 3.14 จากรูปแสดงส่วนของหน้าตัดที่ได้จากการแบ่งส่วนของรูปทรงในรูป 3.13

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 การวิเคราะห์และแก้ไขปัญหา

ในขั้นตอนการรักษา สิ่งที่ทำให้แพทย์ตัดสินใจว่าควรใช้ยาเคมีบำบัดชนิดใดหลังจากการผ่าตัดแล้วนั้นก็คือ ผลจากการตอบสนองของมะเร็งต่อยาเคมีบำบัดที่ให้ก่อนการผ่าตัด ซึ่งจากที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2 เกรดที่แบ่งนั้นนำมาจาก อัตราส่วนของเนื้อมะเร็งที่ตายจากการให้ยาเคมีบำบัดต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมด ซึ่งในกระบวนการนำกระดูกมาส่งกล้องจุลทรรศน์เพื่อตรวจหา อัตราส่วนเนื้อมะเร็งตายของงานพยาธิวิทยา เริ่มจากการนำส่วนกระดูกที่ศัลยแพทย์ออร์โธปิดิกส์ ตัดออกมา 1 ส่วนและทำการตัดขวางชิ้นกระดูกโดยมีความหนาแต่ละชิ้นประมาณ 1 เซนติเมตรและ ต้องทำการตัดเป็นชิ้นเล็กๆประมาณ 2×1 เซนติเมตร เพื่อทำเป็นชิ้นขนาดเล็กพอกับแผ่นสไลด์ นำไปส่งกล้องจุลทรรศน์ดูเปอร์เซ็นต์ของเนื้อมะเร็งที่ตายปกติจะมีขั้นตอนที่ละเอียดและจำนวน ชิ้นงานที่มากในการตรวจแต่ละครั้งซึ่งขั้นตอนเหล่านี้ก็ยังไม่สามารถที่จะทำให้ทราบถึงค่าจริงของ ปริมาตรเนื้อมะเร็งที่ตายและเนื้อมะเร็งทั้งหมดได้ โดยค่าปริมาตรจริงเหล่านี้เป็นค่าที่ใช้วัดอ้างอิงค่า ความคลาดเคลื่อนของแต่ละวิธีการคำนวณได้

3.3.1 การคำนวณหาปริมาตร

การหาปริมาตรด้วยวิธีการรอมเบิร์กนั้นจะใช้หน้าตัดจำนวน 2" มาใส่ในสมการของรอม เบิร์กเพื่อคำนวณค่าปริมาตร ซึ่งจากหัวข้อที่ 3.2 ได้กล่าวถึงวิธีการหาปริมาตรของรูปทรงที่แน่นอน พร้อมทั้งเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อน แต่เนื่องจากในทางปฏิบัติจริง เราไม่ทราบค่าหรือ สามารถคำนวณหาปริมาตรที่แท้จริงของเนื้อมะเร็งที่ตายและเนื้อมะเร็งทั้งหมดในกระดูกได้ ทำได้ เพียงหาค่าของพื้นที่ในแต่ละหน้าตัดมารวมกันแล้วเฉลี่ยสรุพออกมาเป็นอัตราส่วนของเนื้อมะเร็งที่ ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดเท่านั้นดังนั้นจึงต้องอาศัยการจำลองการปั้น โมเดลกระดูกโดยใช้โปรแกรม สามมิติมาช่วยแก้ปัญหาดังกล่าว

จากการศึกษาพบว่าโปรแกรม Form-Z เป็นอีกโปรแกรมหนึ่ง ที่มีข้อดีหลายอย่าง และมีความเหมาะสมที่จะนำมาใช้ในการอ้างอิงสำหรับงานวิจัยนี้ ซึ่งนอกจากโปรแกรม Form-Z จะ สามารถปั้น โมเดลรูปทรงต่างๆได้แล้ว โปรแกรมนี้ยังมีฟังก์ชันสำหรับการคำนวณหาพื้นที่และ ปริมาตรของโมเดลที่สร้างได้อีกด้วย

3.3.2 วิธีการคำนวณหาอัตราส่วนของเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมด

ในหัวข้อนี้ จะแบ่งเป็น 3 ส่วน

1) ส่วนที่คำนวณหาอัตราส่วนจริงของเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมด ซึ่งได้จากอัตราส่วนจริงนี้ได้มาจากการคำนวณจากโปรแกรม Form-Z เพื่อนำค่าที่ได้ไปเปรียบเทียบกับค่าอัตราส่วนที่หาได้จากวิธีการที่นำเสนอ สำหรับสูตรการคำนวณหาอัตราส่วนจริงของเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดมีรูปแบบดังนี้

$$R_{real} = \frac{V_{real_dead}}{V_{real_all}}$$

เมื่อ R_{real} เป็นค่าอัตราส่วนจริงของเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมด
 V_{real_dead} เป็นค่าปริมาตรจริงของส่วนเนื้อมะเร็งที่ตาย
 V_{real_all} เป็นค่าปริมาตรจริงของส่วนเนื้อมะเร็งทั้งหมด

2) สูตรที่คำนวณหาอัตราส่วนของเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดด้วยวิธีปัจจุบันมีรูปแบบดังนี้

$$R_{current} = \frac{\sum A_{current_dead}}{\sum A_{current_all}}$$

เมื่อ $R_{current}$ เป็นค่าอัตราส่วนของเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดจากวิธีปัจจุบัน
 $\sum A_{current_dead}$ เป็นค่าพื้นที่หน้าตัดของส่วนเนื้อมะเร็งที่ตายทุกหน้าตัดมาบวกกัน
 $\sum A_{current_all}$ เป็นค่าพื้นที่หน้าตัดของเนื้อมะเร็งทั้งหมดทุกหน้าตัดมาบวกกัน

3) สูตรที่คำนวณหาอัตราส่วนของเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดด้วยวิธีที่นำเสนอ มีรูปแบบดังนี้

$$R_{romberg} = \frac{V_{romberg_dead}}{V_{romberg_all}}$$

เมื่อ $R_{romberg}$ เป็นค่าอัตราส่วนของเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดจากวิธีรอมเบิร์ก
 $V_{romberg_dead}$ เป็นค่าปริมาตรของส่วนเนื้อมะเร็งที่ตาย
 $V_{romberg_all}$ เป็นค่าปริมาตรของส่วนเนื้อมะเร็งทั้งหมด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3.3 วิธีการคำนวณหาค่าความคลาดเคลื่อน

ในส่วนนี้จะเป็นการนำอัตราส่วนจากวิธีการคำนวณแบบปัจจุบันและอัตราส่วนจากวิธีการที่นำเสนอ มาเปรียบเทียบกับอัตราส่วนจริง เพื่อหาค่าความคลาดเคลื่อน โดยค่าที่ได้จะออกมาในรูป ร้อยละ หรือ เปอร์เซ็นต์

$$Err_{current} = \left| \frac{R_{real} - R_{current}}{R_{real}} \right| \times 100$$

และ

$$Err_{romberg} = \left| \frac{R_{real} - R_{romberg}}{R_{real}} \right| \times 100$$

เมื่อ	$Err_{current}$	เป็นเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของการคำนวณด้วยวิธีในปัจจุบัน
	$Err_{romberg}$	เป็นเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนของการคำนวณด้วยวิธีใหม่ที่นำเสนอ
	R_{real}	เป็นค่าอัตราส่วนจริงของเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมด
	$R_{current}$	เป็นค่าอัตราส่วนของเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดจากวิธีปัจจุบัน
	$R_{romberg}$	เป็นค่าอัตราส่วนของเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดจากวิธีรวม

เวิร์ก

บทที่ 4

ผลการทดลอง

ในบทนี้จะมี 2 ส่วนผลการทดลอง คือ การทดลองหาปริมาตรของรูปทรงที่เรขาคณิตที่แน่นอน และการทดลองหาอัตราส่วนของเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมด

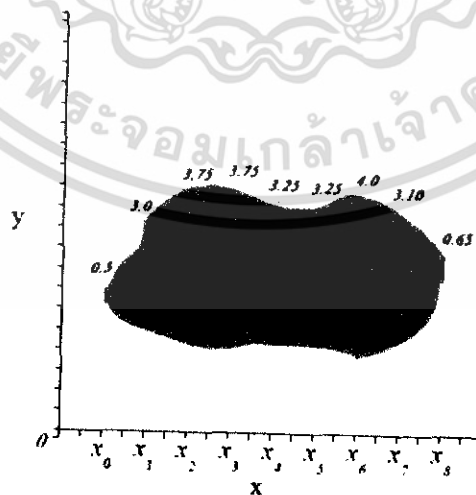
4.1 การทดลองหาพื้นที่และปริมาตรของรูปทรงที่แน่นอน

ในหัวข้อนี้จะแสดงผลการคำนวณค่าพื้นที่และปริมาตรที่ได้จากโปรแกรมว่ามีความน่าเชื่อถือหรือไม่ ซึ่งรูปแบบการทดลองนั้นจะเป็นการนำรูป 2 มิติ และ 3 มิติ ที่สามารถคำนวณค่าพื้นที่หรือค่าปริมาตรได้ด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์มาเปรียบเทียบกับค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรม และวิเคราะห์ค่าความคลาดเคลื่อนจากผลที่ได้ ซึ่งตัวอย่างที่จะนำมาใช้นั้นใน 2 มิติ จะนำสมการมาพลอตกราฟและทำการหาพื้นที่ใต้กราฟ โดยการหาพื้นที่นั้นจะใช้วิธีการอินทิเกรตที่มีขอบเขตและนำค่าที่ได้จากการอินทิเกรตมาเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากโปรแกรม และใน 3 มิติ จะยกตัวอย่างรูปทรงต่างๆที่สามารถหาปริมาตรจากสูตรมาเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากโปรแกรม

4.1.1 ส่วนของการนำเข้าข้อมูล

ข้อมูลที่ต้องนำเข้ามี 2 ประเภทดังนี้

1. ส่วนนำเข้าข้อมูลของแต่ละหน้าตัดซึ่งจะมีทั้งหมด 9 หน้าตัดและมีรายละเอียดดังนี้



รูปที่ 4.1 แสดงข้อมูลของแต่ละหน้าตัด

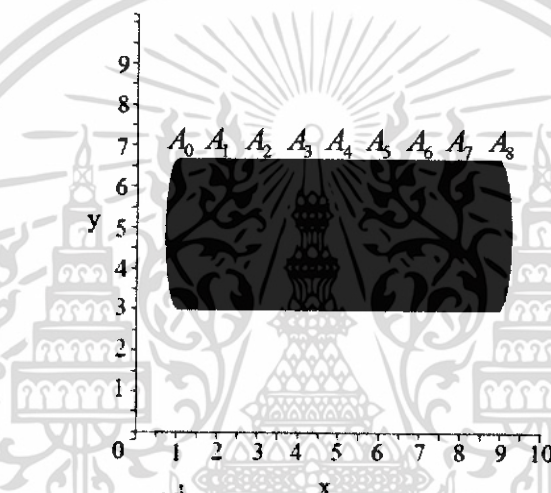
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.1 ค่าความกว้างของหน้าตัดของรูปทรงที่ต้องการจะหาค่า ซึ่งค่าความกว้างของหน้าตัดจะมีทั้งหมด 9 ค่า สำหรับการแบ่งหน้าตัดออกเป็น 8 ส่วน และจะมีทั้งหมด 17 ค่าสำหรับการแบ่ง 16 ส่วน จากรูปที่ 4.1 ที่จุด x_0 มีค่าความกว้างเท่ากับ 0.5 หรือ ที่จุด x_4 มีค่าความกว้างเท่ากับ 3.25 เป็นต้น

1.2 ค่าความยาวของหน้าตัดซึ่งค่าที่ต้องใส่คือจุดแรกและจุดสุดท้ายจากรูปที่ 4.1 นั่นคือ x_0 และ x_8

1.3 ค่าพื้นที่จริงที่คำนวณได้จากวิธีทางคณิตศาสตร์ (วิธีการอินทิเกรท)

2. ส่วนนำเข้าข้อมูลของรูปทรง



รูปที่ 4.2 แสดงรูปการหาปริมาตร

2.1 ค่าความยาวของปริมาตรซึ่งค่าที่ต้องใส่คือจุดแรกและจุดสุดท้ายจากรูปที่ 4.2 นั่นคือ 0 และ 8

2.2 ค่าปริมาตรจริงที่คำนวณได้จากวิธีทางคณิตศาสตร์ (วิธีการอินทิเกรท)

4.1.2 การทดสอบโปรแกรม

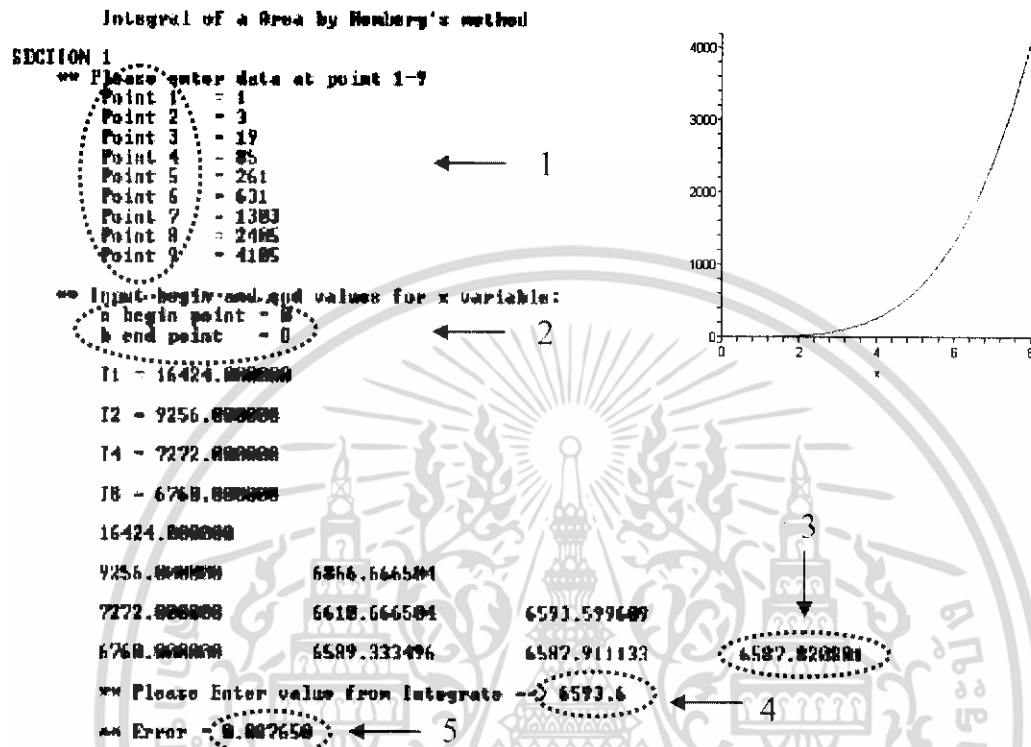
การทดสอบโปรแกรมจะแบ่งเป็น 2 ส่วนคือ

1. ทดสอบหาพื้นที่ของฟังก์ชัน 2 มิติ

2. ทดสอบหาปริมาตรของรูปทรงต่างๆของฟังก์ชัน 3 มิติ

4.1.3 ตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบโปรแกรมเพื่อหาพื้นที่ใต้กราฟ

ตัวอย่างที่ 4.1 $f(x) = x^4 + x + 1; L = 8$ (8 ส่วน)



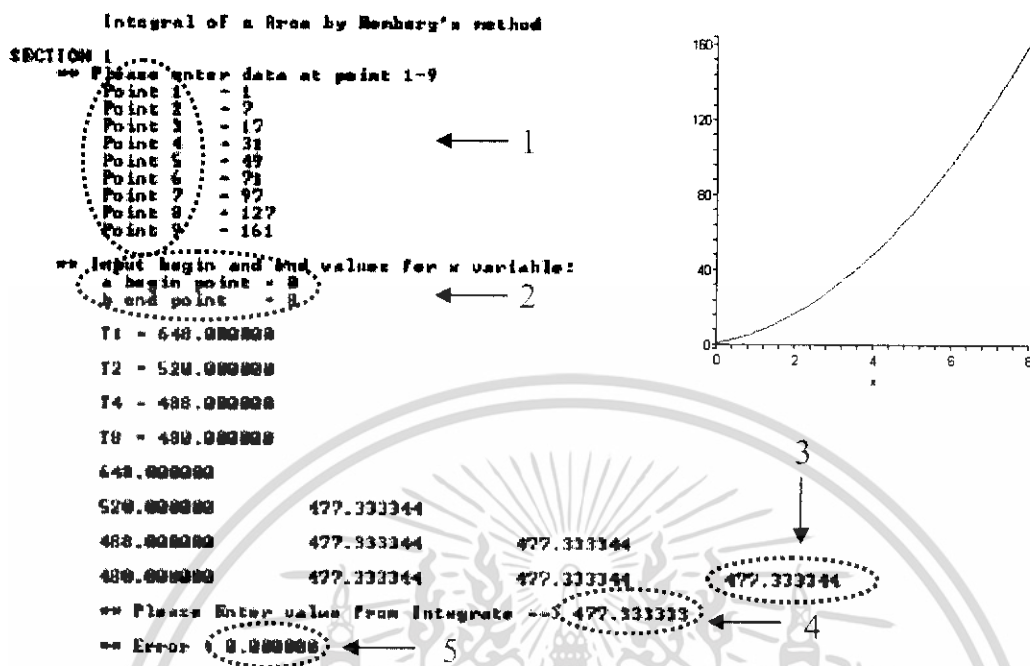
รูปที่ 4.3 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 8 ส่วน

จากตัวอย่างที่ 4.1 เป็นการหาค่าของ $f(x) = x^4 + x + 1; L = 8$ โดยทำการแบ่งออกเป็น 8 ส่วน

1. กรอกข้อมูลความกว้างของหน้าตัดทั้ง 9 ค่าจากการแบ่งหน้าตัดเป็น 8 ส่วน
2. กรอกค่าความยาวของหน้าตัดนั้นคือจุดเริ่มต้นและจุดปลายของรูป จากรูปจุดเริ่มต้นอยู่ที่ 0 และจุดปลาย อยู่ที่ 8
3. ค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรม จากรูปค่าที่ได้คือ 6587.820801
4. ค่าจริงที่คำนวณได้จากวิธีทางคณิตศาสตร์ (Integrate) จากรูปค่าที่ได้คือ 6593.6
5. ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรมกับค่าจริง โดยค่าที่ออกมาจะมีค่าเป็นเปอร์เซ็นต์ จากรูปความคลาดเคลื่อนของรูปนี้คือ 0.087650 %

ตัวอย่างที่ 4.2 $f(x) = 2x^2 + 4x + 1; L = 8$

(8 ส่วน)

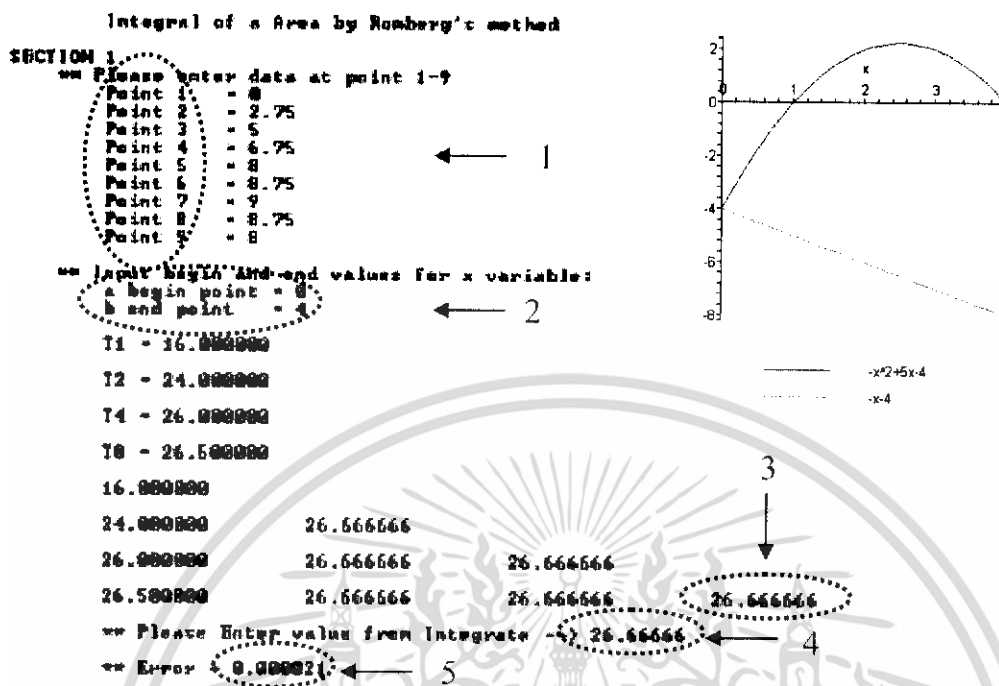


รูปที่ 4.4 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 8 ส่วน

จากตัวอย่างที่ 4.2 เป็นการหาค่าของ $f(x) = 2x^2 + 4x + 1; L = 8$ โดยทำการแบ่งออกเป็น 8 ส่วน

1. กรอกข้อมูลความกว้างของหน้าตัดทั้ง 9 ค่าจากการแบ่งหน้าตัดเป็น 8 ส่วน
2. กรอกค่าความยาวของหน้าตัดนั้นคือจุดเริ่มต้นและจุดปลายของรูป จากรูปจุดเริ่มต้นอยู่ที่ 0 และจุดปลายอยู่ที่ 8
3. ค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรม จากรูปค่าที่ได้คือ 477.333344
4. ค่าจริงที่คำนวณได้จากวิธีทางคณิตศาสตร์ (Integrate) จากรูปค่าที่ได้คือ 477.333333
5. ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรมกับค่าจริงโดยค่าที่ออกมาจะมีค่าเป็นเปอร์เซ็นต์ จากรูปความคลาดเคลื่อนของรูปนี้คือ 0.000000 %

ตัวอย่างที่ 4.3 $f(x) = 6x - x^2; L = 4$ (8 ส่วน)

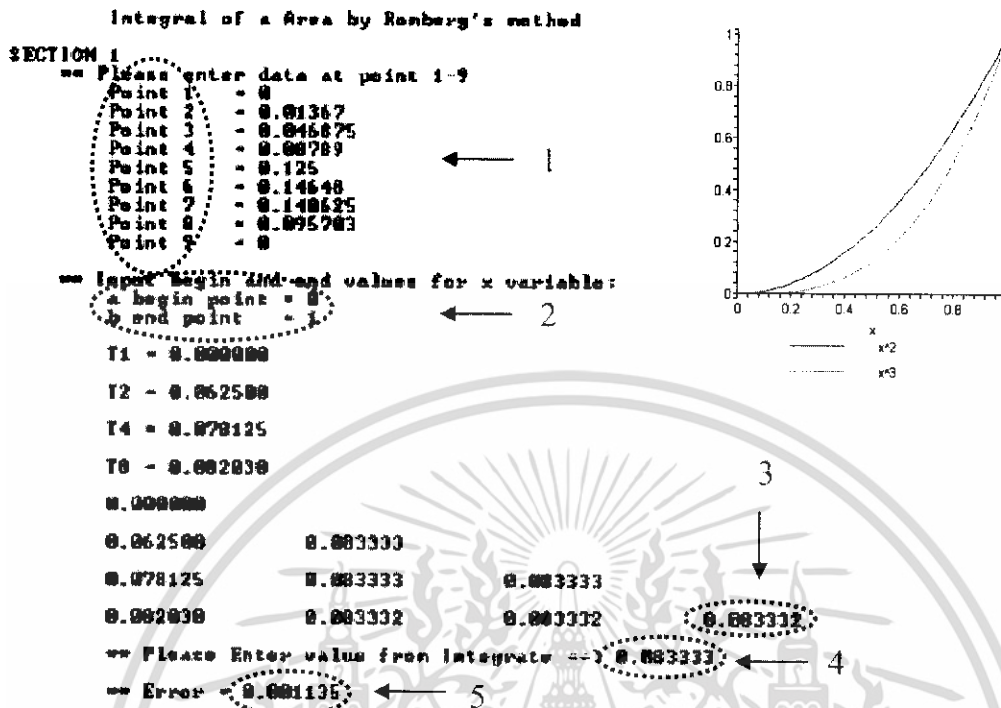


รูปที่ 4.5 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 8 ส่วน

จากตัวอย่างที่ 4.3 เป็นการหาค่าของ $f(x) = 6x - x^2; L = 4$ โดยทำการแบ่งออกเป็น 8 ส่วน

1. กรอกข้อมูลความกว้างของหน้าตัดทั้ง 9 ค่าจากการแบ่งหน้าตัดเป็น 8 ส่วน
2. กรอกค่าความยาวของหน้าตัดนั้นคือจุดเริ่มต้นและจุดปลายของรูป จากรูปจุดเริ่มต้นอยู่ที่ 0 และจุดปลาย อยู่ที่ 8
3. ค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรม จากรูปค่าที่ได้คือ 26.666666
4. ค่าจริงที่คำนวณได้จากวิธีทางคณิตศาสตร์ (Integrate) จากรูปค่าที่ได้คือ 26.666666
5. ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรมกับค่าจริง โดยค่าที่ออกมาจะมีค่าเป็นเปอร์เซ็นต์ จากรูปความคลาดเคลื่อนของรูปนี้คือ 0.000021 %

ตัวอย่างที่ 4.4 $f(x) = x^2 - x^3; L=1$ (8ส่วน)

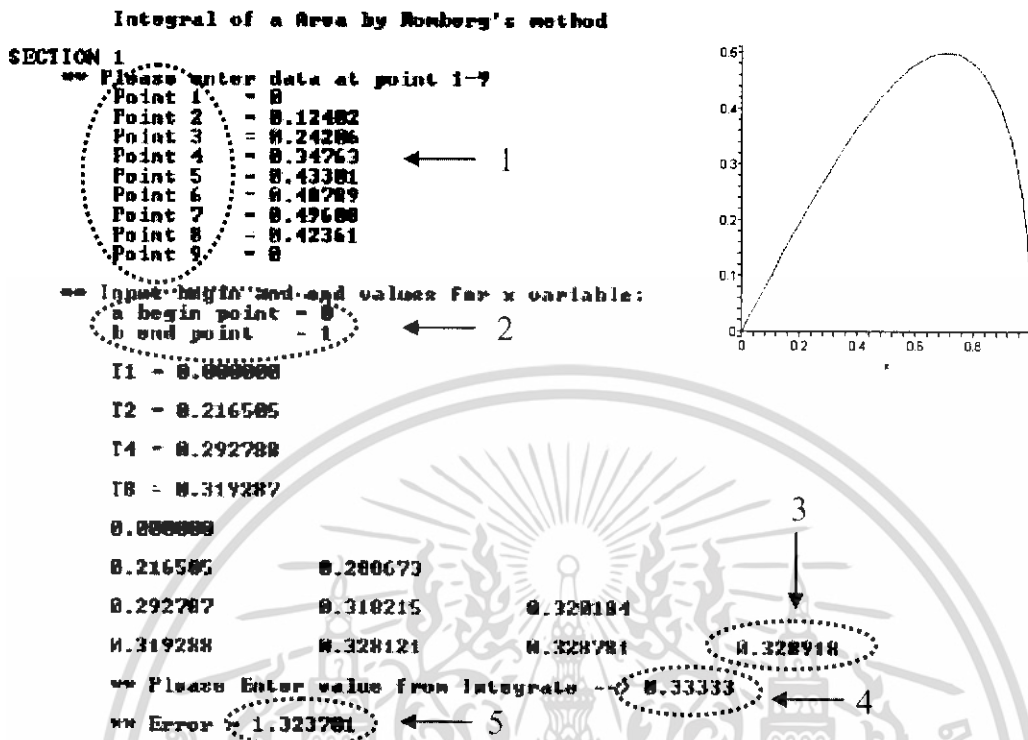


รูปที่ 4.6 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 8 ส่วน

จากตัวอย่างที่ 4.4 เป็นการหาค่าของ $f(x) = x^2 - x^3; L=1$ โดยทำการแบ่งออกเป็น 8 ส่วน

1. กรอกข้อมูลความกว้างของหน้าตัดทั้ง 9 ค่าจากการแบ่งหน้าตัดเป็น 8 ส่วน
2. กรอกค่าความยาวของหน้าตัดนั้นคือจุดเริ่มต้นและจุดปลายของรูป จากรูปจุดเริ่มต้นอยู่ที่ 0 และจุดปลายอยู่ที่ 1
3. ค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรม จากรูปค่าที่ได้คือ 0.083332
4. ค่าจริงที่คำนวณได้จากวิธีทางคณิตศาสตร์ (Integrate) จากรูปค่าที่ได้คือ 0.083333
5. ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรมกับค่าจริง โดยค่าที่ออกมาจะมีค่าเป็นเปอร์เซ็นต์ จากรูปความคลาดเคลื่อนของรูปนี้คือ 0.001135 %

ตัวอย่างที่ 4.5 $f(x) = x\sqrt{1-x^2}; L=1$ (8 ส่วน)

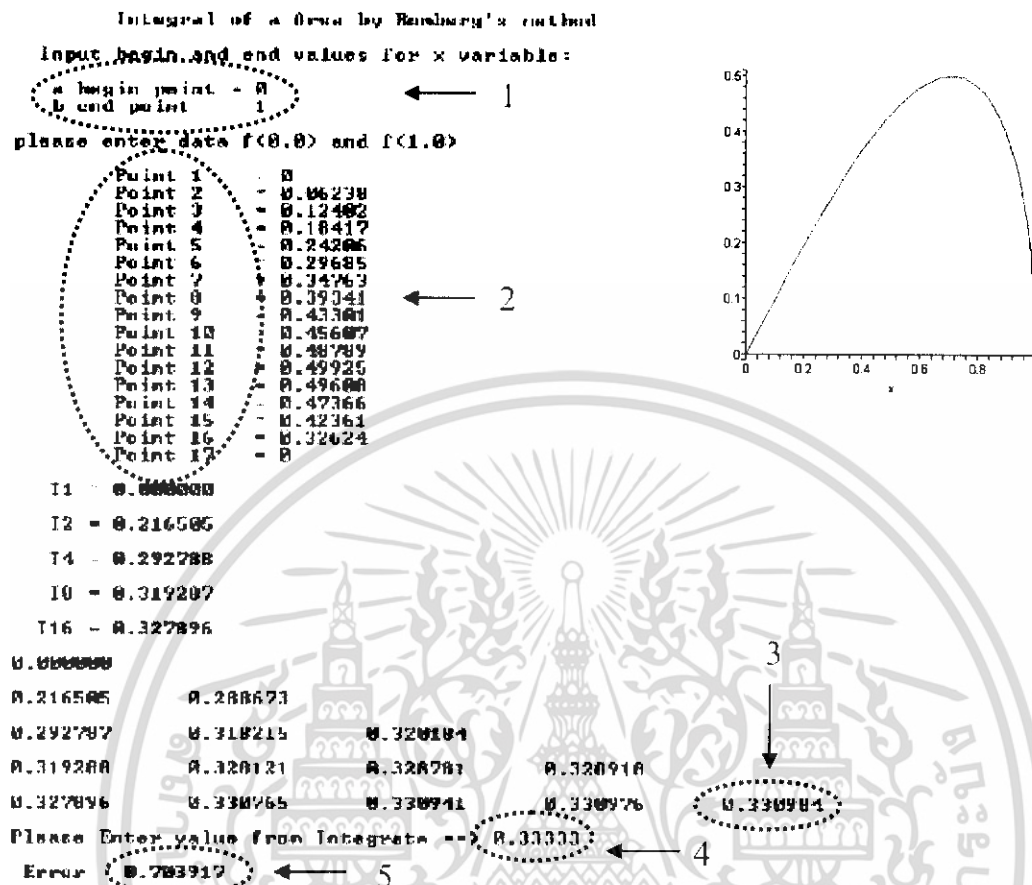


รูปที่ 4.7 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 8 ส่วน

จากตัวอย่างที่ 4.5 เป็นการหาค่าของ $f(x) = x\sqrt{1-x^2}; L=1$ โดยทำการแบ่งออกเป็น 8 ส่วน

1. กรอกข้อมูลความกว้างของหน้าตัดทั้ง 9 ค่าจากการแบ่งหน้าตัดเป็น 8 ส่วน
2. กรอกค่าความยาวของหน้าตัดนั้นคือจุดเริ่มต้นและจุดปลายของรูป จากรูปจุดเริ่มต้นอยู่ที่ 0 และจุดปลายอยู่ที่ 1
3. ค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรม จากรูปค่าที่ได้คือ 0.328918
4. ค่าจริงที่คำนวณได้จากวิธีทางคณิตศาสตร์ (Integrate) จากรูปค่าที่ได้คือ 0.33333
5. ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรมกับค่าจริง โดยค่าที่ออกมาจะมีค่าเป็นเปอร์เซ็นต์ จากรูปความคลาดเคลื่อนของรูปนี้คือ 1.323701 %

(16ส่วน)



รูปที่ 4.8 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 16 ส่วน

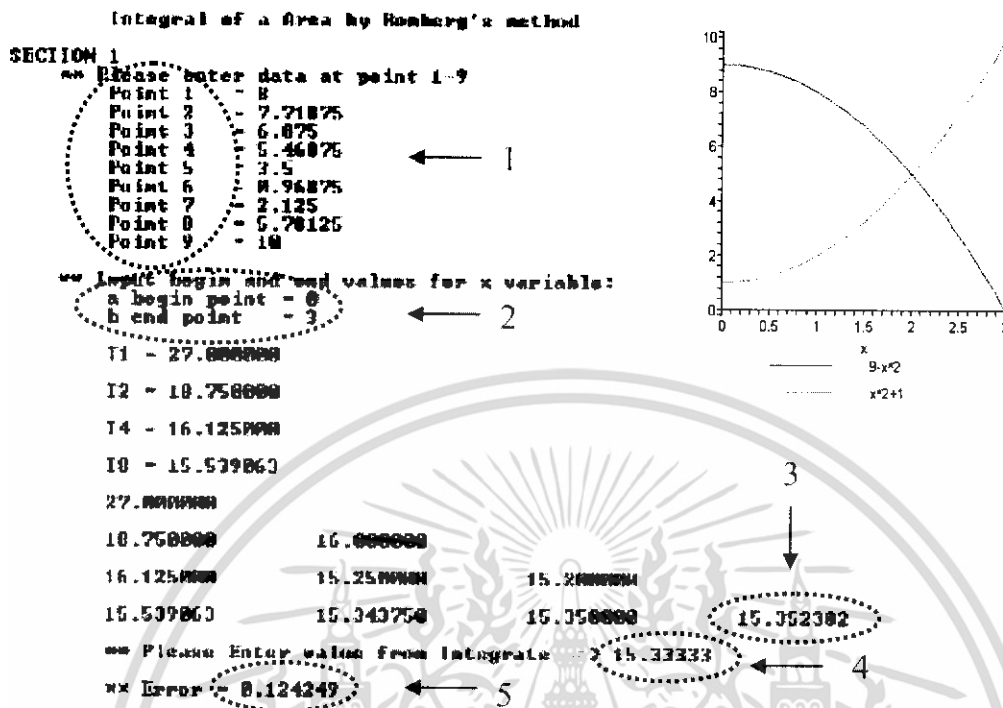
จากตัวอย่างที่ 4.5 เป็นการหาค่าของ $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$; $L=1$ โดยทำการแบ่งออกเป็น 16 ส่วน

1. กรอกราคาความยาวของหน้าตัดนั้นคือจุดเริ่มต้นและจุดปลายของรูป จากรูปจุดเริ่มต้นอยู่ที่ 0 และจุดปลายอยู่ที่ 1
2. กรอกรหัสข้อมูลความกว้างของหน้าตัดทั้ง 17 ค่าจากการแบ่งหน้าตัดเป็น 16 ส่วน
3. ค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรม จากรูปค่าที่ได้คือ 0.330984
4. ค่าจริงที่คำนวณได้จากวิธีทางคณิตศาสตร์ (Integrate) จากรูปค่าที่ได้คือ 0.33333
5. ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรมกับค่าจริง โดยค่าที่ออกมาจะมีค่าเป็นเปอร์เซ็นต์ จากรูปความคลาดเคลื่อนของรูปนี้คือ 0.703917 %

จะเห็นว่าค่าพื้นที่ จากโปรแกรมที่ได้จากการแบ่ง 8 ส่วนจะมีค่าความคลาดเคลื่อนมากกว่าค่าพื้นที่จากโปรแกรมที่ได้จากการแบ่ง 16 ส่วน

ตัวอย่างที่ 4.6 $f(x) = 2(4 - x^2); L = 3$

(8 ส่วน)

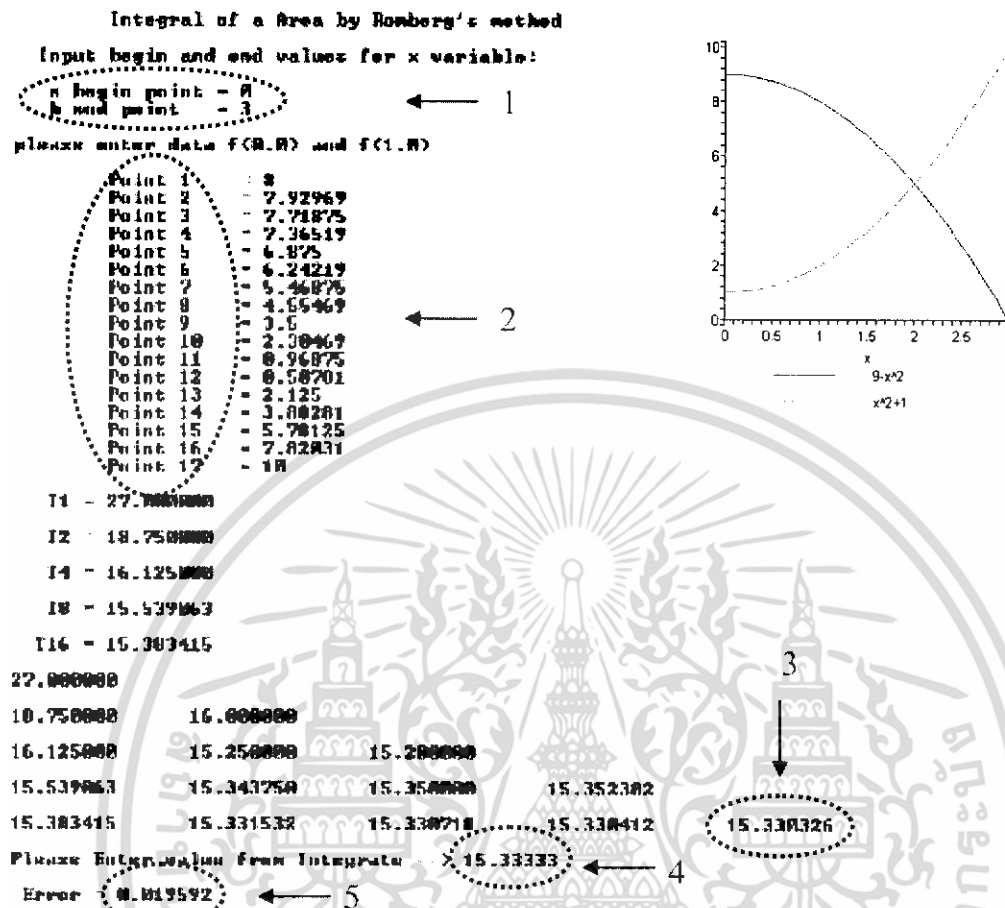


รูปที่ 4.9 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 8 ส่วน

จากตัวอย่างที่ 4.6 เป็นการหาค่าของ $f(x) = 2(4 - x^2); L = 3$ โดยทำการแบ่งออกเป็น 8 ส่วน

1. กรอกข้อมูลความกว้างของหน้าตัดทั้ง 9 ค่าจากการแบ่งหน้าตัดเป็น 8 ส่วน
2. กรอกค่าความยาวของหน้าตัดนั้นคือจุดเริ่มต้นและจุดปลายของรูป จากรูปจุดเริ่มต้นอยู่ที่ 0 และจุดปลายอยู่ที่ 3
3. ค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรม จากรูปค่าที่ได้คือ 15.352382
4. ค่าจริงที่คำนวณได้จากวิธีทางคณิตศาสตร์ (Integrate) จากรูปค่าที่ได้คือ 15.333333
5. ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรมกับค่าจริง โดยค่าที่ออกมาจะมีค่าเป็นเปอร์เซ็นต์ จากรูปความคลาดเคลื่อนของรูปนี้คือ 0.124249 %

(16ส่วน)



รูปที่ 4.10 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 16 ส่วน

จากตัวอย่างที่ 4.6 เป็นการหาค่าของ $f(x) = 2(4 - x^2)$; $L = 3$ โดยทำการแบ่งออกเป็น 16 ส่วน

1. กรอกราคาความยาวของหน้าตัดนั้นคือจุดเริ่มต้นและจุดปลายของรูป จากรูปจุดเริ่มต้นอยู่ที่ 0 และจุดปลายอยู่ที่ 3
2. กรอกข้อมูลความกว้างของหน้าตัดทั้ง 17 ค่าจากการแบ่งหน้าตัดเป็น 16 ส่วน
3. ค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรม จากรูปค่าที่ได้คือ 15.330326
4. ค่าจริงที่คำนวณได้จากวิธีทางคณิตศาสตร์ (Integrate) จากรูปค่าที่ได้คือ 15.333333
5. ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรมกับค่าจริง โดยค่าที่ออกมาจะมีค่าเป็นเปอร์เซ็นต์ จากรูปความคลาดเคลื่อนของรูปนี้คือ 0.019592 %

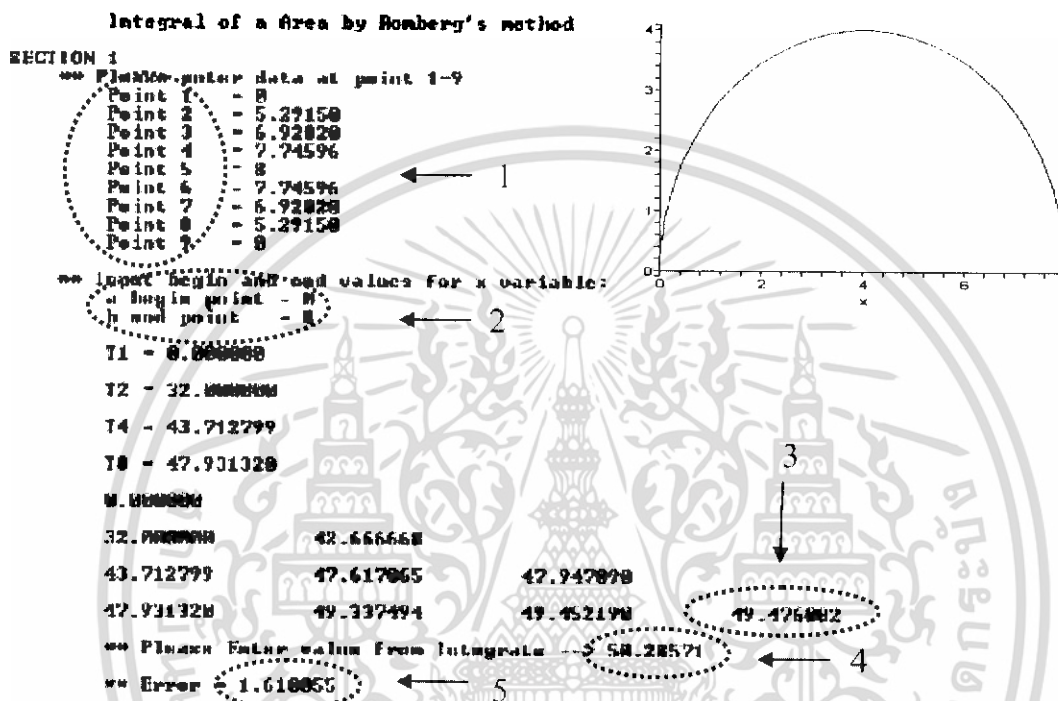
จะเห็นว่าค่าพื้นที่ จาก โปรแกรมที่ได้จากการแบ่ง 8 ส่วนจะมีค่าความคลาดเคลื่อนมากกว่าค่าพื้นที่จาก โปรแกรมที่ได้จากการแบ่ง 16 ส่วน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างที่ 4.7 หาพื้นที่วงกลมจาก $f(x) = \sqrt{16 - (x-4)^2}$

วิเคราะห์ เมื่อนำฟังก์ชันมาพล็อตกราฟ จะได้รูปครึ่งวงกลมรัศมี 4 ดังนั้นจะหาพื้นที่วงกลมได้จากการนำ 2 มาคูณเข้ากับพื้นที่ของครึ่งวงกลม

(8 ส่วน)

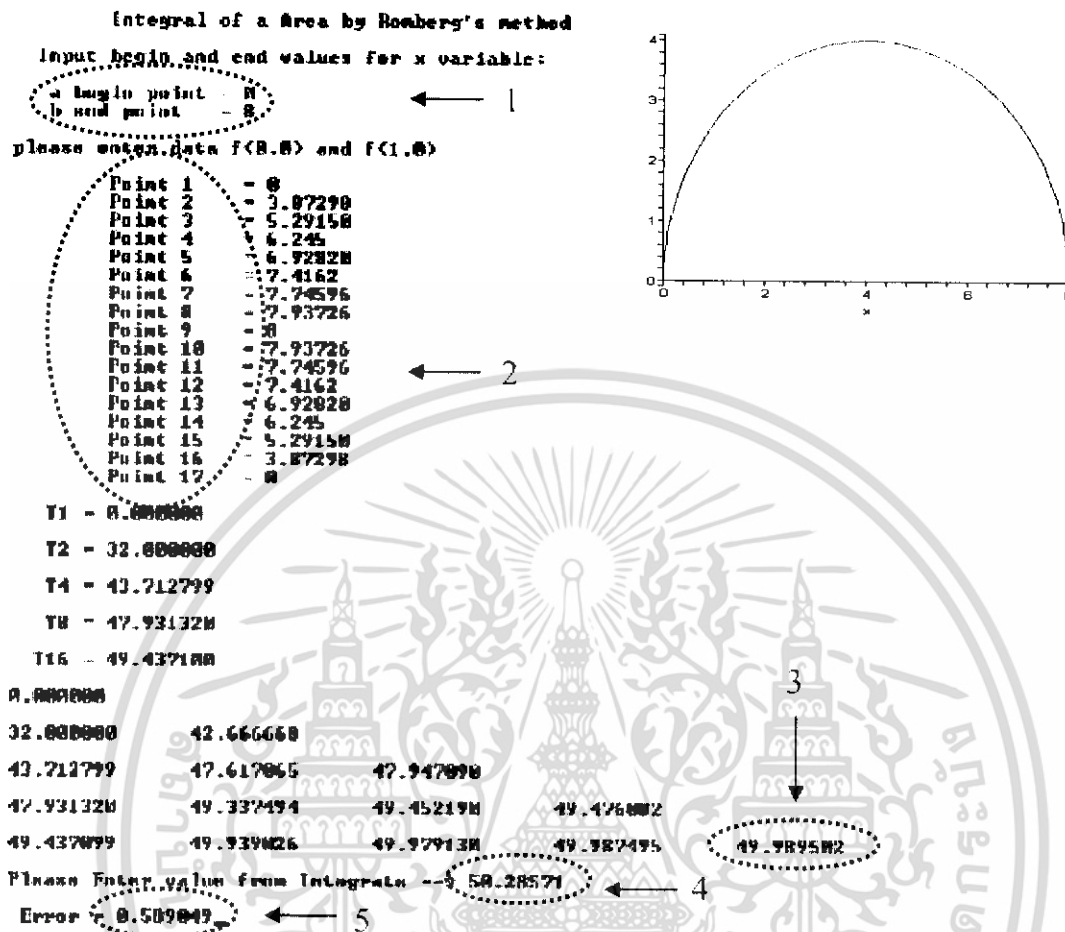


รูปที่ 4.11 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 8 ส่วน

จากตัวอย่างที่ 4.7 เป็นการหาค่าของ $f(x) = 2\sqrt{16 - (x-4)^2}; L=8$ โดยทำการแบ่งออกเป็น 8 ส่วน

1. กรอกข้อมูลความกว้างของหน้าตัดทั้ง 9 ค่าจากการแบ่งหน้าตัดเป็น 8 ส่วน
2. กรอกค่าความยาวของหน้าตัดนั้นคือจุดเริ่มต้นและจุดปลายของรูป จากรูปจุดเริ่มต้นอยู่ที่ 0 และจุดปลายอยู่ที่ 8
3. ค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรม จากรูปค่าที่ได้คือ 49.476082
4. ค่าจริงที่คำนวณได้จากวิธีทางคณิตศาสตร์ (Integrate) จากรูปค่าที่ได้คือ 50.28571
5. ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรมกับค่าจริง โดยค่าที่ออกมาจะมีค่าเป็นเปอร์เซ็นต์ จากรูปความคลาดเคลื่อนของรูปนี้คือ 1.610055 %

(16ส่วน)



รูปที่ 4.12 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่แบบ 16 ส่วน

จากตัวอย่างที่ 4.7 เป็นการหาค่าของ $f(x) = 2\sqrt{16 - (x-4)^2}$; $L = 8$ โดยทำการแบ่งออกเป็น 16 ส่วน

1. กรอกราคาความยาวของหน้าตัดนั้นคือจุดเริ่มต้นและจุดปลายของรูป จากรูปจุดเริ่มต้นอยู่ที่ 0 และจุดปลายอยู่ที่ 8
2. กรอกข้อมูลความกว้างของหน้าตัดทั้ง 17 ค่าจากการแบ่งหน้าตัดเป็น 16 ส่วน
3. ค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรม จากรูปค่าที่ได้คือ 49.989502
4. ค่าจริงที่คำนวณได้จากวิธีทางคณิตศาสตร์ (Integrate) จากรูปค่าที่ได้คือ 50.28571
5. ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรมกับค่าจริง โดยค่าที่ออกมาจะมีค่าเป็นเปอร์เซ็นต์ จากรูปความคลาดเคลื่อนของรูปนี้คือ 0.589049 %

จะเห็นว่าค่าพื้นที่ จากโปรแกรมที่ได้จากการแบ่ง 8 ส่วนจะมีค่าความคลาดเคลื่อนมากกว่าค่าพื้นที่จากโปรแกรมที่ได้จากการแบ่ง 16 ส่วน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีกรนำไปใช้

4.1.4 ตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบโปรแกรมเพื่อหาปริมาตร

ตัวอย่างที่ 4.8 $x^2 + y^2 + z^2 = 16$

ในการหาปริมาตรของทรงกลมในทางคณิตศาสตร์จะใช้สูตร $V_{sphere} = \frac{4}{3}\pi r^3$ และค่าปริมาตรของทรงกลมที่หาได้จากสูตรนี้คือ 268.083

แต่ในวิธีที่จะนำเสนอขึ้นนั้นต้องทำการตัดรูปทรงกลมออกมา 8 ส่วน 9 หน้าตัด ซึ่งแต่ละหน้าตัดมีรูปแบบสมการดังนี้



รูปที่ 4.13 แสดงการแบ่งรูปทรงกลมออกเป็น 8 ส่วน 9 หน้าตัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- Section 1 คือ $y_0 = 0$ (วงกลมรัศมี 0 หน่วย)
 Section 2 คือ $y_1 = 2\sqrt{7-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{7}$ หน่วย)
 Section 3 คือ $y_2 = 2\sqrt{12-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{12}$ หน่วย)
 Section 4 คือ $y_3 = 2\sqrt{15-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{15}$ หน่วย)
 Section 5 คือ $y_4 = 2\sqrt{16-x^2}$ (วงกลมรัศมี 4 หน่วย)
 Section 6 คือ $y_5 = 2\sqrt{15-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{15}$ หน่วย)
 Section 7 คือ $y_6 = 2\sqrt{12-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{12}$ หน่วย)
 Section 8 คือ $y_7 = 2\sqrt{7-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{7}$ หน่วย)
 Section 9 คือ $y_8 = 0$ (วงกลมรัศมี 0 หน่วย)
 ทำการคำนวณค่า y ในแต่ละ Section และนำมาแทนในโปรแกรม

```

Integral of a Area by Romberg's method
SECTION 1
** Please enter data at point 1-9
Point 1 - 0
Point 2 - 0
Point 3 - 0
Point 4 - 0
Point 5 - 0
Point 6 - 0
Point 7 - 0
Point 8 - 0
Point 9 - 0
** Input begin and end values for x variable:
a begin point - 0
b end point - 1
T1 - 0.000000
T2 - 0.000000
T4 - 0.000000
T8 - 0.000000
H.#####
H.#####          H.#####
0.000000          0.000000          0.000000
0.000000          0.000000          0.000000          0.000000
** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error - 1.#IND00
  
```

รูปที่ 4.14 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

SECTION 2
** Please enter data at point 1-9 ← 1
Point 1 = 0.126
Point 2 = 3.498
Point 3 = 4.581
Point 4 = 5.123
Point 5 = 5.392
Point 6 = 5.123
Point 7 = 4.581
Point 8 = 3.498
Point 9 = 0.126

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -3.646
b end point = 3.646

I1 = 0.666792
I2 = 14.336827
I4 = 19.289329
I8 = 21.050252

0.666792
14.336827      18.892439
19.289329      20.948447      21.076977
21.050253      21.637224      21.683676      21.693386

** Please Enter value from Integrals --> 0
** Error = 1.#INF00

```

รูปที่ 4.15 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 2

```

SECTION 3
** Please enter data at point 1-9 ← 1
Point 1 = 0.853
Point 2 = 4.583
Point 3 = 6
Point 4 = 6.788
Point 5 = 6.928
Point 6 = 6.788
Point 7 = 6
Point 8 = 4.583
Point 9 = 0.853

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -3.464
b end point = 3.464

I1 = 0.367184
I2 = 24.182184
I4 = 32.875092
I8 = 35.993558

0.367184
24.182184      32.128518
32.875092      35.772728      36.816289
35.993557      37.833847      37.117869      37.134544

** Please Enter value from Integrals --> 0
** Error = 1.#INF00

```

รูปที่ 4.16 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 3

```

SECTION 4
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0.174
Point 2 = 5.123
Point 3 = 6.700
Point 4 = 7.45
Point 5 = 7.746
Point 6 = 7.45
Point 7 = 6.700
Point 8 = 5.123
Point 9 = 0.174

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -3.073
b end point = 3.073

T1 = 1.347004
T2 = 30.674159
T4 = 41.317163
T8 = 45.006195

1.347004
30.674158      40.449600
41.317162      44.064030      45.159100
45.006195      46.235074      46.327278      46.345010

** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error = 1.#INP00

```

รูปที่ 4.17 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 4

```

SECTION 5
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0
Point 2 = 5.29150
Point 3 = 6.92820
Point 4 = 7.74596
Point 5 = 8
Point 6 = 7.74596
Point 7 = 6.92820
Point 8 = 5.29150
Point 9 = 0

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -4
b end point = 4

T1 = 0.000000
T2 = 32.000000
T4 = 43.712799
T8 = 47.931320

0.000000
32.000000      42.666660
43.712799      47.617065      47.947070
47.931320      49.337494      49.452190      49.476002

** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error = 1.#INP00

```

รูปที่ 4.18 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 5

SECTION 6

```

** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0.174
Point 2 = 5.123
Point 3 = 6.700
Point 4 = 7.45
Point 5 = 7.746
Point 6 = 7.45
Point 7 = 6.700
Point 8 = 5.123
Point 9 = 0.174

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -3.073
b end point = 3.073

T1 = 1.347804
T2 = 30.674159
T4 = 41.317163
T8 = 45.006195

1.347804
30.674158      40.449600
41.317162      44.864830      45.159180
45.006195      46.235874      46.327278      46.345818

** Please Enter value from Integrate ==> 0
** Error = 1.#INF00

```

รูปที่ 4.19 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 6

SECTION 7

```

** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0.053
Point 2 = 4.583
Point 3 = 6
Point 4 = 6.700
Point 5 = 6.928
Point 6 = 6.700
Point 7 = 6
Point 8 = 4.583
Point 9 = 0.053

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -3.464
b end point = 3.464

T1 = 0.367184
T2 = 24.182184
T4 = 32.075092
T8 = 35.993558

0.367184
24.182184      32.120518
32.075092      35.772728      36.016209
35.993557      37.033047      37.117069      37.134544

** Please Enter value from Integrate ==> 0
** Error = 1.#INF00

```

รูปที่ 4.20 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 7

```

SECTION 8
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0.126
Point 2 = 3.498
Point 3 = 4.581
Point 4 = 5.123
Point 5 = 5.292
Point 6 = 5.123
Point 7 = 4.581
Point 8 = 3.498
Point 9 = 0.126

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -2.646
b end point = 2.646

T1 = 0.666792
T2 = 14.336827
T4 = 19.289339
T0 = 21.858252
M.666792
14.336827      18.892439
19.289339      20.948443      21.876977
21.858253      21.637224      21.683676      21.693306

** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error = 1.#INFIN

```

รูปที่ 4.21 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 8

```

SECTION 9
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0
Point 2 = 0
Point 3 = 0
Point 4 = 0
Point 5 = 0
Point 6 = 0
Point 7 = 0
Point 8 = 0
Point 9 = 0

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = 0
b end point = 1

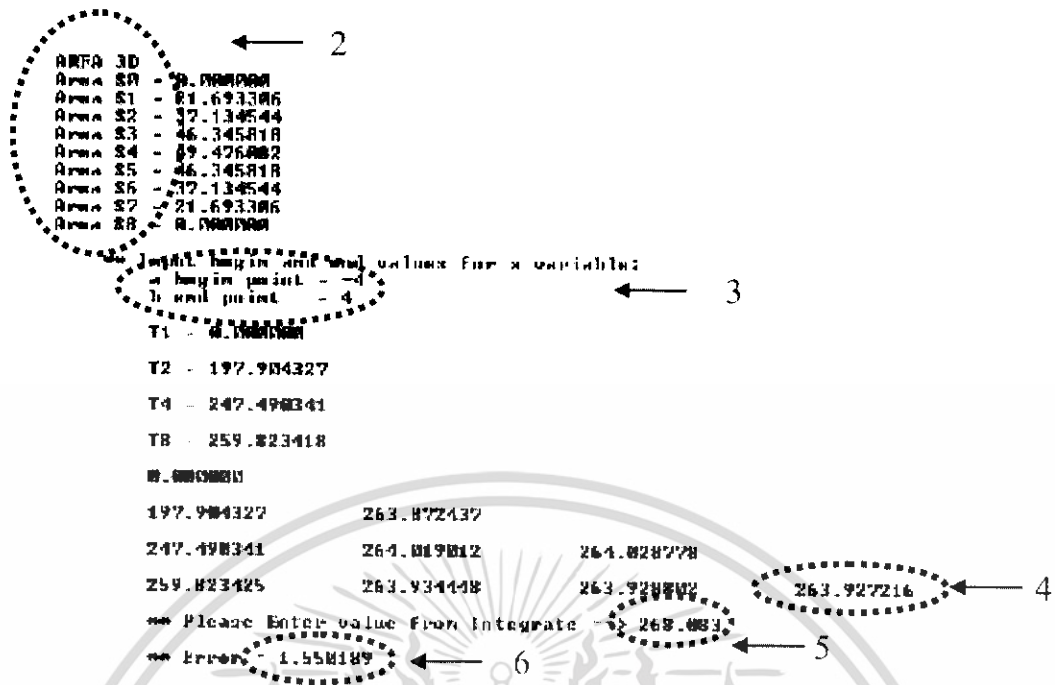
T1 = 0.000000
T2 = 0.000000
T4 = 0.000000
T0 = 0.000000
M.000000
0.000000      0.000000
0.000000      0.000000      0.000000
0.000000      0.000000      0.000000      0.000000

** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error = 1.#IND00

```

รูปที่ 4.22 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.23 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาปริมาตรทั้งหมด

จากตัวอย่างที่ 4.8 จะเห็นว่าเป็นการหาปริมาตรของรูปทรงกลม ในส่วนของโปรแกรมมีดังนี้

1. แสดงลำดับส่วนการหาค่าพื้นที่ของแต่ละเซกชัน ซึ่งการกรอกค่าลงในโปรแกรมจะเหมือนกับการหาค่าพื้นที่ ดังตัวอย่างแสดงวิธีการหาค่าพื้นที่
2. ค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรมของแต่ละเซกชัน
3. กรอกค่าจุดต้นและจุดปลาย โดยในตัวอย่างนี้ จุดเริ่มต้นคือ -4 และจุดสุดท้ายคือ 4 ของรูปทรงนี้
4. ค่าที่ได้จากการคำนวณของโปรแกรม โดยในตัวอย่างนี้ ค่าที่ได้คือ 263.927216
5. ค่าจริงที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์ (วิธีอินทิเกรท) โดยในตัวอย่างนี้ ค่าที่ได้คือ 268.083
6. ค่าความคลาดเคลื่อน ระหว่างค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรม กับค่าที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์ ค่าที่ได้ในตัวอย่างนี้คือ 1.550189 %

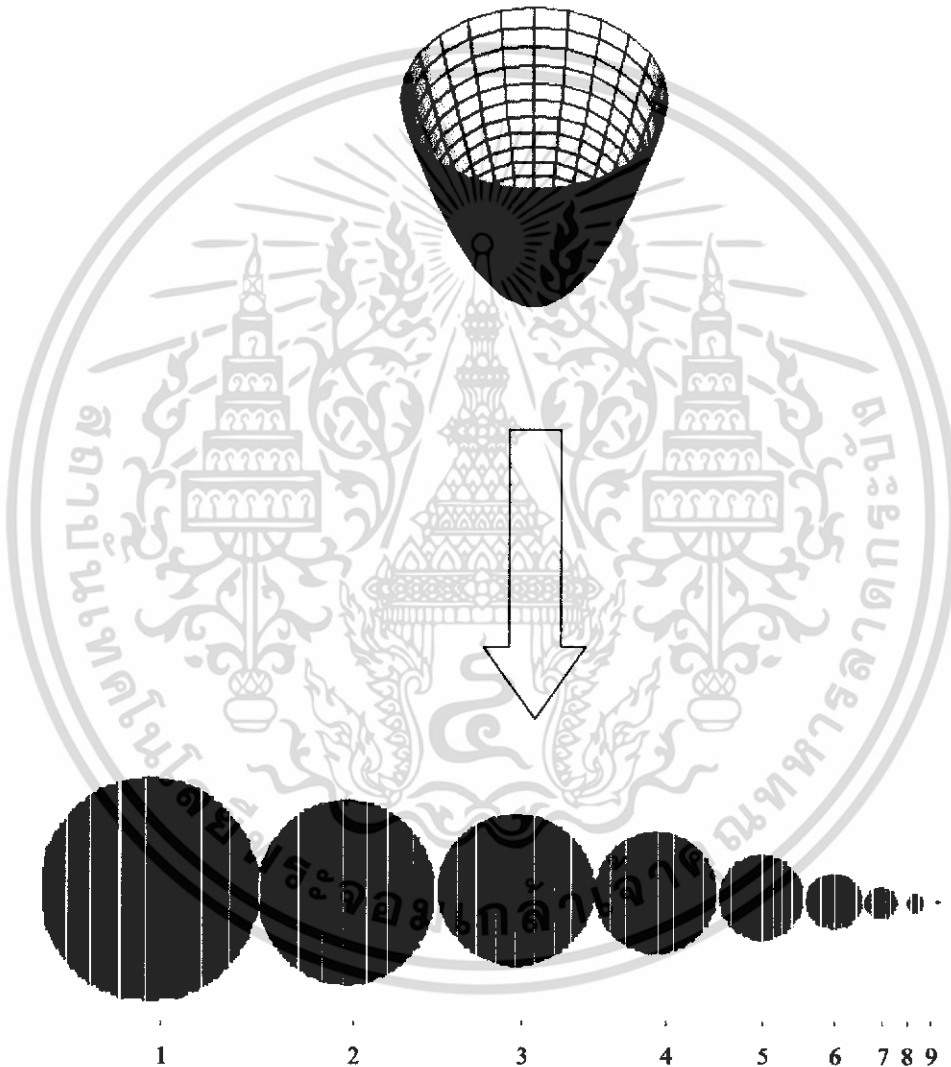
*หมายเหตุ จากรูปที่ 9 เซกชันจะเห็นว่า ค่าความคลาดเคลื่อนในแต่ละเซกชันมีค่าเป็น 1 ซึ่งหมายความว่าในแต่ละเซกชันไม่ได้ทำการทดสอบค่าความคลาดเคลื่อนของแต่ละเซกชัน แต่จะทำการทดสอบค่าในขั้นสุดท้ายคือหาค่าของทุกเซกชันแล้วจึงทำการเช็คค่าความคลาดเคลื่อน ดังนั้นในช่องใส่ค่าจริงที่คำนวณโดยทางคณิตศาสตร์จึงใส่ค่าเป็น 0 ดังนั้นค่าความคลาดเคลื่อนจึงมีค่าออกมาเป็น 1

ตัวอย่างที่ 4.9 $x^2 + y^2 + z = 8$

ในการหาปริมาตรของพาราโบลอยด์นั้นในทางคณิตศาสตร์จะใช้สูตร

$$V_{\text{paraboloid}} = \frac{1}{2} \pi abh \text{ และค่าปริมาตรของพาราโบลอยด์ที่หาได้จากสูตรนี้คือ } 100.53096$$

แต่ในวิธีที่จะนำเสนอ นั้นต้องทำการตัดรูปทรงพาราโบลอยด์ออกมา 8 ส่วน 9 หน้าตัด ซึ่งแต่ละหน้าตัดมีรูปแบบสมการดังนี้



รูปที่ 4.24 แสดงการแบ่งรูปทรงพาราโบลอยด์ออกเป็น 8 ส่วน 9 หน้าตัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Section 1 คือ $y_0 = 2\sqrt{8-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{8}$ หน่วย)

Section 2 คือ $y_1 = 2\sqrt{7-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{7}$ หน่วย)

Section 3 คือ $y_2 = 2\sqrt{6-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{6}$ หน่วย)

Section 4 คือ $y_3 = 2\sqrt{5-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{5}$ หน่วย)

Section 5 คือ $y_4 = 2\sqrt{4-x^2}$ (วงกลมรัศมี 2 หน่วย)

Section 6 คือ $y_5 = 2\sqrt{3-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{3}$ หน่วย)

Section 7 คือ $y_6 = 2\sqrt{2-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{2}$ หน่วย)

Section 8 คือ $y_7 = 2\sqrt{1-x^2}$ (วงกลมรัศมี 1 หน่วย)

Section 9 คือ $y_8 = 0$ (วงกลมรัศมี 0 หน่วย)

ทำการคำนวณค่า y ในแต่ละ Section และนำมาแทนในโปรแกรม

```

Integral of a Area by Romberg's method
SECTION 1
** Please enter data at point 1-9
Point 1 - 0.899
Point 2 - 3.242
Point 3 - 4.099
Point 4 - 5.477
Point 5 - 5.667
Point 6 - 5.477
Point 7 - 4.099
Point 8 - 3.242
Point 9 - 0.899

** Input begin and end value for x variable:
a begin point - -2.828
b end point - 2.828

T1 - 0.554288
T2 - 16.275141
T4 - 21.991943
T8 - 24.831638

0.554288
16.275141      21.515425
21.991943      23.897545      24.856353
24.831638      24.711538      24.765804      24.777055

** Please Enter value from Integrate ==> 0
** Error - 1.#INF00
  
```

รูปที่ 4.25 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

SECTION 2
 ** Please enter data at point 1-9
 Point 1 = 0
 Point 2 = 3.498
 Point 3 = 4.581
 Point 4 = 5.124
 Point 5 = 5.272
 Point 6 = 5.124
 Point 7 = 4.581
 Point 8 = 3.498
 Point 9 = 0

** Input begin and end values for x variable:
 a begin point = -2.646
 b end point = 2.646

I1 = 0.000000
 I2 = 14.002631
 I4 = 19.122641
 I8 = 20.968226
 0.000000
 14.002631 18.670176
 19.122641 20.829311 20.773253
 20.968226 21.583420 21.633694 21.644176

** Please Enter value from Integrator --> 0
 ** Error = 1.111100

รูปที่ 4.26 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 2

SECTION 3
 ** Please enter data at point 1-9
 Point 1 = 0.098
 Point 2 = 3.241
 Point 3 = 4.242
 Point 4 = 4.744
 Point 5 = 4.897
 Point 6 = 4.744
 Point 7 = 4.242
 Point 8 = 3.241
 Point 9 = 0.098

** Input begin and end values for x variable:
 a begin point = -2.449
 b end point = 2.449

I1 = 0.480004
 I2 = 12.237653
 I4 = 16.507404
 I8 = 18.031374
 0.480004
 12.237653 16.156878
 16.507404 17.730761 18.049831
 18.031374 10.539332 10.579900 10.500335

** Please Enter value from Integrator --> 0
 ** Error = 1.111100

รูปที่ 4.27 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

SECTION 4
 ** Please enter data at point 1-9

Point 1 = 0.034
 Point 2 = 2.950
 Point 3 = 3.873
 Point 4 = 4.330
 Point 5 = 4.472
 Point 6 = 4.330
 Point 7 = 3.873
 Point 8 = 2.950
 Point 9 = 0.034

** Input begin and end values for x variable:
 a begin point = -2.236
 b end point = 2.236

T1 = 0.152048
 T2 = 10.075417
 T4 = 13.697736
 T8 = 14.996052

0.152048
 10.075417 13.383206
 13.697737 14.905177 15.006641
 14.996053 15.429892 15.464872 15.472146

** Please Enter value from Integrate ==> 0
 ** Error = 1.#INP00

รูปที่ 4.28 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 4

SECTION 5
 ** Please enter data at point 1-9

Point 1 = 0
 Point 2 = 2.646
 Point 3 = 3.464
 Point 4 = 3.873
 Point 5 = 4
 Point 6 = 3.873
 Point 7 = 3.464
 Point 8 = 2.646
 Point 9 = 0

** Input begin and end values for x variable:
 a begin point = -2
 b end point = 2

T1 = 0.000000
 T2 = 8.000000
 T4 = 10.928000
 T8 = 11.983000

0.000000
 8.000000 10.666667
 10.927999 11.983999 11.986480
 11.983000 12.334666 12.363370 12.369360

** Please Enter value from Integrate --> 0
 ** Error = 1.#INP00

รูปที่ 4.29 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 5

SECTION 6 ← 1

```

** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0.027
Point 2 = 2.291
Point 3 = 3.000
Point 4 = 3.354
Point 5 = 3.464
Point 6 = 3.354
Point 7 = 3.000
Point 8 = 2.291
Point 9 = 0.027

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -1.732
b end point = 1.732

T1 = 0.093528
T2 = 6.046412
T4 = 0.219206
T8 = 0.998173

0.093528
6.046412      0.030706
0.219206      0.943470      9.0004321
0.998173      9.257829      9.270786      9.283142

** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error = 1.01MP00

```

รูปที่ 4.30 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 6

SECTION 7 ← 1

```

** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0.049
Point 2 = 1.872
Point 3 = 2.451
Point 4 = 2.730
Point 5 = 2.020
Point 6 = 2.730
Point 7 = 2.451
Point 8 = 1.872
Point 9 = 0.049

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -1.414
b end point = 1.414

T1 = 0.138572
T2 = 4.060070
T4 = 5.499753
T8 = 6.009147

0.138572
4.060070      6.377713
5.499753      5.976970      6.016915
6.009147      6.120945      6.192409      6.195195

** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error = 1.01MP00

```

รูปที่ 4.31 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

SECTION 8
** Please enter data at point 1-9
Point 1 - 0
Point 2 - 1.322
Point 3 - 1.732
Point 4 - 1.936
Point 5 - 2
Point 6 - 1.936
Point 7 - 1.732
Point 8 - 1.322
Point 9 - 0

** Input begin and end values for x variable:
a begin point - -1
b end point - 1

T1 - 0.000000
T2 - 2.000000
T4 - 2.732000
T8 - 2.995000
0.000000
2.000000      2.666667
2.732000      2.976000      2.996632
2.995000      3.002667      3.009770      3.091256

** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error - 1.#INF00

```

รูปที่ 4.32 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 8

```

SECTION 9
** Please enter data at point 1-9
Point 1 - 0
Point 2 - 0
Point 3 - 0
Point 4 - 0
Point 5 - 0
Point 6 - 0
Point 7 - 0
Point 8 - 0
Point 9 - 0

** Input begin and end values for x variable:
a begin point - 0
b end point - 1

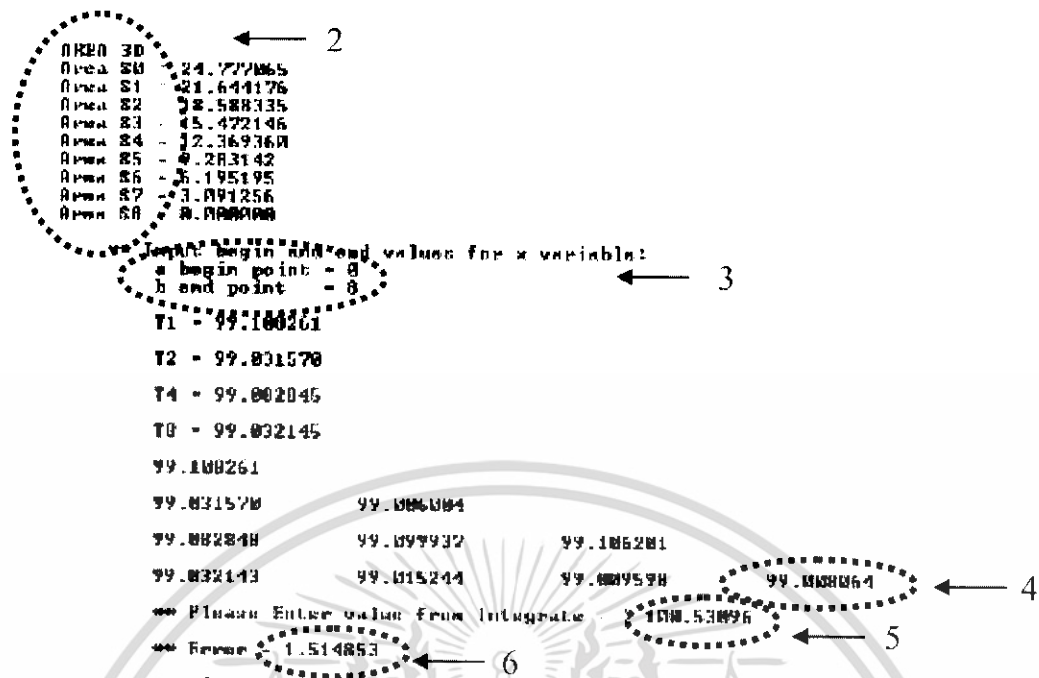
T1 - 0.000000
T2 - 0.000000
T4 - 0.000000
T8 - 0.000000
0.000000
0.000000      0.000000
0.000000      0.000000      0.000000
0.000000      0.000000      0.000000      0.000000

** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error - 1.#IND00

```

รูปที่ 4.33 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.34 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาปริมาตรทั้งหมด

จากตัวอย่างที่ 4.9 จะเห็นว่าเป็นการหาปริมาตรของรูปกราฟพาราโบลาอยด์ในส่วนของโปรแกรมมีดังนี้

1. แสดงลำดับส่วนการหาค่าพื้นที่ของแต่ละเซกชัน ซึ่งการกรอกค่าลงในโปรแกรมจะเหมือนกับการหาค่าพื้นที่ ดังตัวอย่างแสดงวิธีการหาค่าพื้นที่
2. ค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรมของแต่ละเซกชัน
3. กรอกค่าจุดต้นและจุดปลาย โดยในตัวอย่างนี้ จุดเริ่มต้นคือ 0 และจุดสุดท้ายคือ 8 ของรูปทรงนี้
4. ค่าที่ได้จากการคำนวณของโปรแกรม โดยในตัวอย่างนี้ ค่าที่ได้คือ 99.008064
5. ค่าจริงที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์ (วิธีอินทิเกรต) โดยในตัวอย่างนี้ ค่าที่ได้คือ 100.53096
6. ค่าความคลาดเคลื่อน ระหว่างค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรม กับค่าที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์ ค่าที่ได้ในตัวอย่างนี้คือ 1.514853 %

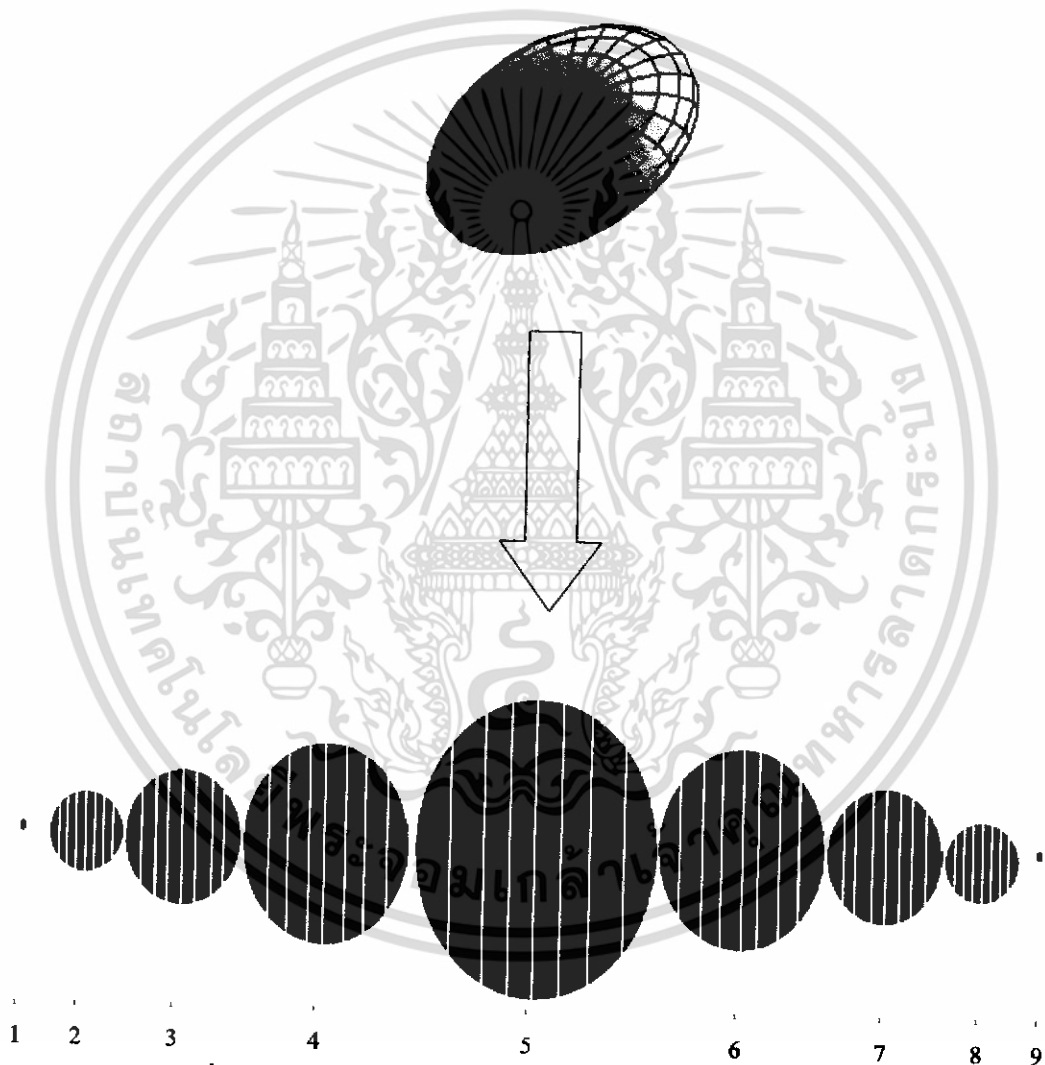
***หมายเหตุ** จากรูปที่ 9 เซกชันจะเห็นว่า ค่าความคลาดเคลื่อนในแต่ละเซกชันมีค่าเป็น 1 ซึ่งหมายความว่าในแต่ละเซกชันไม่ได้ทำการทดสอบค่าความคลาดเคลื่อนของแต่ละเซกชัน แต่จะทำการทดสอบค่าในขั้นสุดท้ายคือหาค่าของทุกเซกชันแล้วจึงทำการเช็คค่าความคลาดเคลื่อน ดังนั้นในช่องใส่ค่าจริงที่คำนวณโดยทางคณิตศาสตร์จึงใส่ค่าเป็น 0 ดังนั้นค่าความคลาดเคลื่อนจึงมีค่าออกมาเป็น 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างที่ 4.10 $\frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{3^2} + \frac{z^2}{4^2} = 1$

ในการหาปริมาตรของทรงรีนั้นในทางคณิตศาสตร์จะใช้สูตร $V_{\text{ellipsoid}} = \frac{4}{3}\pi abc$ และค่าปริมาตรของทรงรีที่หาได้จากสูตรนี้คือ 100.53096

แต่ในวิธีที่จะนำเสนออยู่นั้นต้องทำการตัดรูปทรงรีออกมา 8 ส่วน 9 หน้าตัด ซึ่งแต่ละหน้าตัดมีรูปแบบสมการดังนี้



รูปที่ 4.35 แสดงการแบ่งรูปทรงรีออกเป็น 8 ส่วน 9 หน้าตัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Section 1 คือ $y_0 = 0$

Section 2 คือ $y_1 = \frac{3}{4}\sqrt{7-4x^2}$

Section 3 คือ $y_2 = \frac{3}{2}\sqrt{3-x^2}$

Section 4 คือ $y_3 = \frac{3}{4}\sqrt{15-4x^2}$

Section 5 คือ $y_4 = \frac{3}{2}\sqrt{4-x^2}$

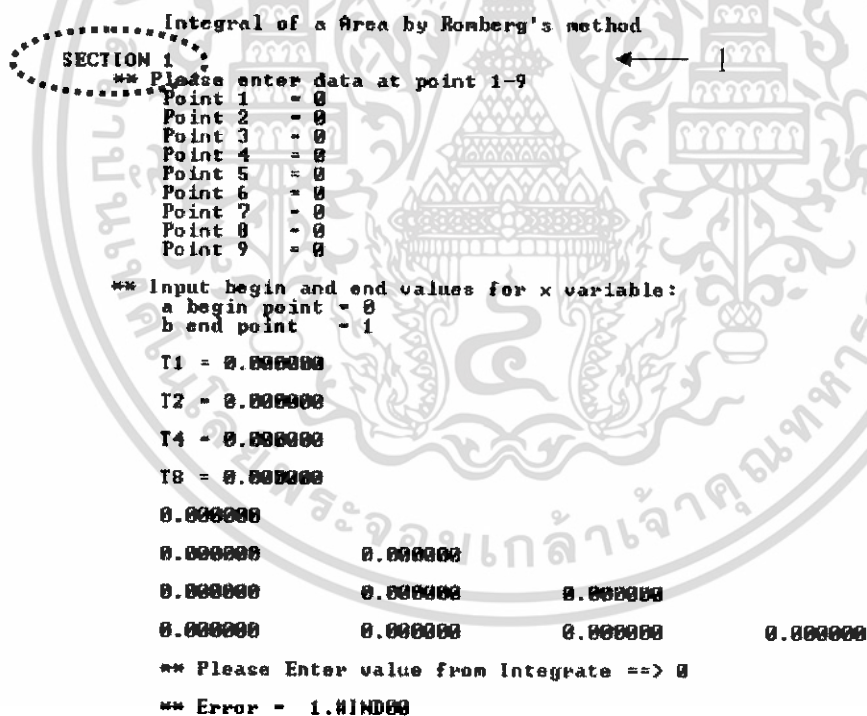
Section 6 คือ $y_5 = \frac{3}{4}\sqrt{15-4x^2}$

Section 7 คือ $y_6 = \frac{3}{2}\sqrt{3-x^2}$

Section 8 คือ $y_7 = \frac{3}{4}\sqrt{7-4x^2}$

Section 9 คือ $y_8 = 0$

ทำการคำนวณค่า y ในแต่ละ Section และนำมาแทนในโปรแกรม



```

Integral of a Area by Romberg's method
SECTION 1
** Please enter data at point 1-9
Point 1 - 0
Point 2 - 0
Point 3 - 0
Point 4 - 0
Point 5 - 0
Point 6 - 0
Point 7 - 0
Point 8 - 0
Point 9 - 0

** Input begin and end values for x variable:
a begin point - 0
b end point - 1

T1 = 0.000000
T2 = 0.000000
T4 = 0.000000
T8 = 0.000000

0.000000
0.000000      0.000000
0.000000      0.000000      0.000000
0.000000      0.000000      0.000000      0.000000

** Please Enter value from Integrate ==> 0
** Error - 1.#IND00
  
```

รูปที่ 4.36 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

SECTION 2
** Please enter data at point 1-9
Point 1 - 0
Point 2 - 2.626
Point 3 - 3.430
Point 4 - 3.844
Point 5 - 3.968
Point 6 - 3.844
Point 7 - 3.430
Point 8 - 2.626
Point 9 - 0

** Input begin and end values for x variables:
a begin point - 1.323
b end point - 1.323

T1 - 0.000000
T2 - 5.249664
T4 - 7.173306
T8 - 7.066550
M.#####
5.249664      6.999552
7.173306      7.014519      7.066051
7.856558      8.097642      8.116517      8.120448
** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error - 1.#INF00

```

รูปที่ 4.37 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 2

```

SECTION 3
** Please enter data at point 1-9
Point 1 - 0.04
Point 2 - 3.436
Point 3 - 4.5
Point 4 - 5.032
Point 5 - 5.196
Point 6 - 5.032
Point 7 - 4.5
Point 8 - 3.436
Point 9 - 0.04

** Input begin and end values for x variables:
a begin point - -1.732
b end point - 1.732

T1 - 0.130560
T2 - 9.060752
T4 - 12.320376
T8 - 13.497476
M.130560
9.060752      12.045483
12.320376      13.414917      13.506212
13.497476      13.007176      13.910659      13.925206
** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error - 1.#INF00

```

รูปที่ 4.38 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

SECTION 4
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0.13
Point 2 = 3.844
Point 3 = 5.832
Point 4 = 5.626
Point 5 = 5.81
Point 6 = 5.626
Point 7 = 5.832
Point 8 = 3.844
Point 9 = 0.13

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -1.936
b end point = 1.936

I1 = 0.503360
I2 = 11.499840
I4 = 15.491872
I8 = 16.912896
0.503360
11.499040      15.165333
15.491872      16.822550      16.933031
16.912895      17.386578      17.424171      17.431967

** Please Enter value from Integral: --> 0
** Error = 1.01NPRM

```

รูปที่ 4.39 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 4

```

SECTION 5
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0
Point 2 = 3.968
Point 3 = 5.196
Point 4 = 5.81
Point 5 = 6
Point 6 = 5.81
Point 7 = 5.196
Point 8 = 3.968
Point 9 = 0

** Input begin and end values for x variables:
a begin point = -2
b end point = 2

I1 = 0.000000
I2 = 12.000000
I4 = 16.392000
I8 = 17.974000
0.000000
12.000000      16.000000
16.392000      17.856001      17.979734
17.973999      18.501331      18.544353      18.553316

** Please Enter value from Integral: --> 0
** Error = 1.01NPRM

```

รูปที่ 4.40 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 5

```

SECTION 6
** Please enter data at point 1-9
Point 1 - 0.13
Point 2 - 3.044
Point 3 - 5.032
Point 4 - 5.626
Point 5 - 5.01
Point 6 - 5.626
Point 7 - 5.032
Point 8 - 3.044
Point 9 - 0.13

** Input begin and end values for x variable:
a begin point - -1.936
b end point - 1.936

I1 - 0.503360
I2 - 11.499840
I4 - 15.491072
I8 - 16.912896
M.503360
11.499840      15.165333
15.491072      16.022550      16.933031
16.912896      17.386570      17.424171      17.431967

** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error - 1.#INF00

```

รูปที่ 4.41 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 6

```

SECTION 7
** Please enter data at point 1-9
Point 1 - 0.04
Point 2 - 3.436
Point 3 - 4.5
Point 4 - 5.032
Point 5 - 5.176
Point 6 - 5.032
Point 7 - 4.5
Point 8 - 3.436
Point 9 - 0.04

** Input begin and end values for x variable:
a begin point - -1.732
b end point - 1.732

I1 - 0.130560
I2 - 9.060752
I4 - 12.328376
I8 - 13.497476
M.130560
9.060752      12.046401
12.328376      13.414917      13.506212
13.497476      13.807212      13.910659      13.925206

** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error - 1.#INF00

```

รูปที่ 4.42 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

SECTION 0
** Please enter data at point 1 ->
Point 1 = 0
Point 2 = 3.626
Point 3 = 3.438
Point 4 = 3.844
Point 5 = 3.968
Point 6 = 3.044
Point 7 = 3.438
Point 8 = 2.626
Point 9 = 0

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -1.323
b end point = 1.323

I1 = 0.000000
I2 = 5.249664
I4 = 7.173306
I8 = 7.066550
0.000000
5.249664      6.999552
7.173306      7.814519      7.066551
7.066550      8.097642      8.116517      8.120448

** Please Enter value from integrate --> 0
** Error = 1.01NF08

```

รูปที่ 4.43 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 8

```

SECTION 9
** Please enter data at point 1 9
Point 1 = 0
Point 2 = 0
Point 3 = 0
Point 4 = 0
Point 5 = 0
Point 6 = 0
Point 7 = 0
Point 8 = 0
Point 9 = 0

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = 0
b end point = 1

I1 = 0.000000
I2 = 0.000000
I4 = 0.000000
I8 = 0.000000
0.000000
0.000000      0.000000
0.000000      0.000000      0.000000
0.000000      0.000000      0.000000      0.000000

** Please Enter value from integrate --> 0
** Error = 1.01NF08

```

รูปที่ 4.44 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

      2
      3
      4
      5
      6
      7
      8
      9
     10
     11
     12
     13
     14
     15
     16
     17
     18
     19
     20
     21
     22
     23
     24
     25
     26
     27
     28
     29
     30
     31
     32
     33
     34
     35
     36
     37
     38
     39
     40
     41
     42
     43
     44
     45
     46
     47
     48
     49
     50
     51
     52
     53
     54
     55
     56
     57
     58
     59
     60
     61
     62
     63
     64
     65
     66
     67
     68
     69
     70
     71
     72
     73
     74
     75
     76
     77
     78
     79
     80
     81
     82
     83
     84
     85
     86
     87
     88
     89
     90
     91
     92
     93
     94
     95
     96
     97
     98
     99
    100
    101
    102
    103
    104
    105
    106
    107
    108
    109
    110
    111
    112
    113
    114
    115
    116
    117
    118
    119
    120
    121
    122
    123
    124
    125
    126
    127
    128
    129
    130
    131
    132
    133
    134
    135
    136
    137
    138
    139
    140
    141
    142
    143
    144
    145
    146
    147
    148
    149
    150
    151
    152
    153
    154
    155
    156
    157
    158
    159
    160
    161
    162
    163
    164
    165
    166
    167
    168
    169
    170
    171
    172
    173
    174
    175
    176
    177
    178
    179
    180
    181
    182
    183
    184
    185
    186
    187
    188
    189
    190
    191
    192
    193
    194
    195
    196
    197
    198
    199
    200
    201
    202
    203
    204
    205
    206
    207
    208
    209
    210
    211
    212
    213
    214
    215
    216
    217
    218
    219
    220
    221
    222
    223
    224
    225
    226
    227
    228
    229
    230
    231
    232
    233
    234
    235
    236
    237
    238
    239
    240
    241
    242
    243
    244
    245
    246
    247
    248
    249
    250
    251
    252
    253
    254
    255
    256
    257
    258
    259
    260
    261
    262
    263
    264
    265
    266
    267
    268
    269
    270
    271
    272
    273
    274
    275
    276
    277
    278
    279
    280
    281
    282
    283
    284
    285
    286
    287
    288
    289
    290
    291
    292
    293
    294
    295
    296
    297
    298
    299
    300
    301
    302
    303
    304
    305
    306
    307
    308
    309
    310
    311
    312
    313
    314
    315
    316
    317
    318
    319
    320
    321
    322
    323
    324
    325
    326
    327
    328
    329
    330
    331
    332
    333
    334
    335
    336
    337
    338
    339
    340
    341
    342
    343
    344
    345
    346
    347
    348
    349
    350
    351
    352
    353
    354
    355
    356
    357
    358
    359
    360
    361
    362
    363
    364
    365
    366
    367
    368
    369
    370
    371
    372
    373
    374
    375
    376
    377
    378
    379
    380
    381
    382
    383
    384
    385
    386
    387
    388
    389
    390
    391
    392
    393
    394
    395
    396
    397
    398
    399
    400
    401
    402
    403
    404
    405
    406
    407
    408
    409
    410
    411
    412
    413
    414
    415
    416
    417
    418
    419
    420
    421
    422
    423
    424
    425
    426
    427
    428
    429
    430
    431
    432
    433
    434
    435
    436
    437
    438
    439
    440
    441
    442
    443
    444
    445
    446
    447
    448
    449
    450
    451
    452
    453
    454
    455
    456
    457
    458
    459
    460
    461
    462
    463
    464
    465
    466
    467
    468
    469
    470
    471
    472
    473
    474
    475
    476
    477
    478
    479
    480
    481
    482
    483
    484
    485
    486
    487
    488
    489
    490
    491
    492
    493
    494
    495
    496
    497
    498
    499
    500
    501
    502
    503
    504
    505
    506
    507
    508
    509
    510
    511
    512
    513
    514
    515
    516
    517
    518
    519
    520
    521
    522
    523
    524
    525
    526
    527
    528
    529
    530
    531
    532
    533
    534
    535
    536
    537
    538
    539
    540
    541
    542
    543
    544
    545
    546
    547
    548
    549
    550
    551
    552
    553
    554
    555
    556
    557
    558
    559
    560
    561
    562
    563
    564
    565
    566
    567
    568
    569
    570
    571
    572
    573
    574
    575
    576
    577
    578
    579
    580
    581
    582
    583
    584
    585
    586
    587
    588
    589
    590
    591
    592
    593
    594
    595
    596
    597
    598
    599
    600
    601
    602
    603
    604
    605
    606
    607
    608
    609
    610
    611
    612
    613
    614
    615
    616
    617
    618
    619
    620
    621
    622
    623
    624
    625
    626
    627
    628
    629
    630
    631
    632
    633
    634
    635
    636
    637
    638
    639
    640
    641
    642
    643
    644
    645
    646
    647
    648
    649
    650
    651
    652
    653
    654
    655
    656
    657
    658
    659
    660
    661
    662
    663
    664
    665
    666
    667
    668
    669
    670
    671
    672
    673
    674
    675
    676
    677
    678
    679
    680
    681
    682
    683
    684
    685
    686
    687
    688
    689
    690
    691
    692
    693
    694
    695
    696
    697
    698
    699
    700
    701
    702
    703
    704
    705
    706
    707
    708
    709
    710
    711
    712
    713
    714
    715
    716
    717
    718
    719
    720
    721
    722
    723
    724
    725
    726
    727
    728
    729
    730
    731
    732
    733
    734
    735
    736
    737
    738
    739
    740
    741
    742
    743
    744
    745
    746
    747
    748
    749
    750
    751
    752
    753
    754
    755
    756
    757
    758
    759
    760
    761
    762
    763
    764
    765
    766
    767
    768
    769
    770
    771
    772
    773
    774
    775
    776
    777
    778
    779
    780
    781
    782
    783
    784
    785
    786
    787
    788
    789
    790
    791
    792
    793
    794
    795
    796
    797
    798
    799
    800
    801
    802
    803
    804
    805
    806
    807
    808
    809
    810
    811
    812
    813
    814
    815
    816
    817
    818
    819
    820
    821
    822
    823
    824
    825
    826
    827
    828
    829
    830
    831
    832
    833
    834
    835
    836
    837
    838
    839
    840
    841
    842
    843
    844
    845
    846
    847
    848
    849
    850
    851
    852
    853
    854
    855
    856
    857
    858
    859
    860
    861
    862
    863
    864
    865
    866
    867
    868
    869
    870
    871
    872
    873
    874
    875
    876
    877
    878
    879
    880
    881
    882
    883
    884
    885
    886
    887
    888
    889
    890
    891
    892
    893
    894
    895
    896
    897
    898
    899
    900
    901
    902
    903
    904
    905
    906
    907
    908
    909
    910
    911
    912
    913
    914
    915
    916
    917
    918
    919
    920
    921
    922
    923
    924
    925
    926
    927
    928
    929
    930
    931
    932
    933
    934
    935
    936
    937
    938
    939
    940
    941
    942
    943
    944
    945
    946
    947
    948
    949
    950
    951
    952
    953
    954
    955
    956
    957
    958
    959
    960
    961
    962
    963
    964
    965
    966
    967
    968
    969
    970
    971
    972
    973
    974
    975
    976
    977
    978
    979
    980
    981
    982
    983
    984
    985
    986
    987
    988
    989
    990
    991
    992
    993
    994
    995
    996
    997
    998
    999
    1000
  
```

รูปที่ 4.45 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาปริมาตรทั้งหมด

- จากตัวอย่างที่ 4.10 จะเห็นว่าเป็นการหาปริมาตรของรูปทรงรี ในส่วนของโปรแกรมมีดังนี้
1. แสดงลำดับส่วนการหาค่าพื้นที่ของแต่ละเซกชัน ซึ่งการกรอกค่าลงในโปรแกรมจะเหมือนกับกรอกค่าพื้นที่ ดังตัวอย่างแสดงวิธีการหาค่าพื้นที่
 2. ค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรมของแต่ละเซกชัน
 3. กรอกค่าจุดต้นและจุดปลาย โดยในตัวอย่างนี้ จุดเริ่มต้นคือ -4 และจุดสุดท้ายคือ 4 ของรูปทรงรี
 4. ค่าที่ได้จากการคำนวณของโปรแกรม โดยในตัวอย่างนี้ ค่าที่ได้คือ 99.081390
 5. ค่าจริงที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์ (วิธีอินทิเกรต) โดยในตัวอย่างนี้ ค่าที่ได้คือ 100.53096
 6. ค่าความคลาดเคลื่อน ระหว่างค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรม กับค่าที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์ ค่าที่ได้ในตัวอย่างนี้คือ 1.441914 %

***หมายเหตุ** จากรูปที่ 9 เซกชันจะเห็นว่า ค่าความคลาดเคลื่อนในแต่ละเซกชันมีค่าเป็น 1 ซึ่งหมายความว่าในแต่ละเซกชันไม่ได้ทำการทดสอบค่าความคลาดเคลื่อนของแต่ละเซกชัน แต่จะทำการทดสอบค่าในขั้นสุดท้ายคือหาค่าของทุกเซกชันแล้วจึงทำการเช็คค่าความคลาดเคลื่อน ดังนั้นในช่องใส่ค่าจริงที่คำนวณโดยทางคณิตศาสตร์จึงใส่ค่าเป็น 0 ดังนั้นค่าความคลาดเคลื่อนจึงมีค่าออกมาเป็น 1

ตัวอย่างที่ 4.11 $x^2 - \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$

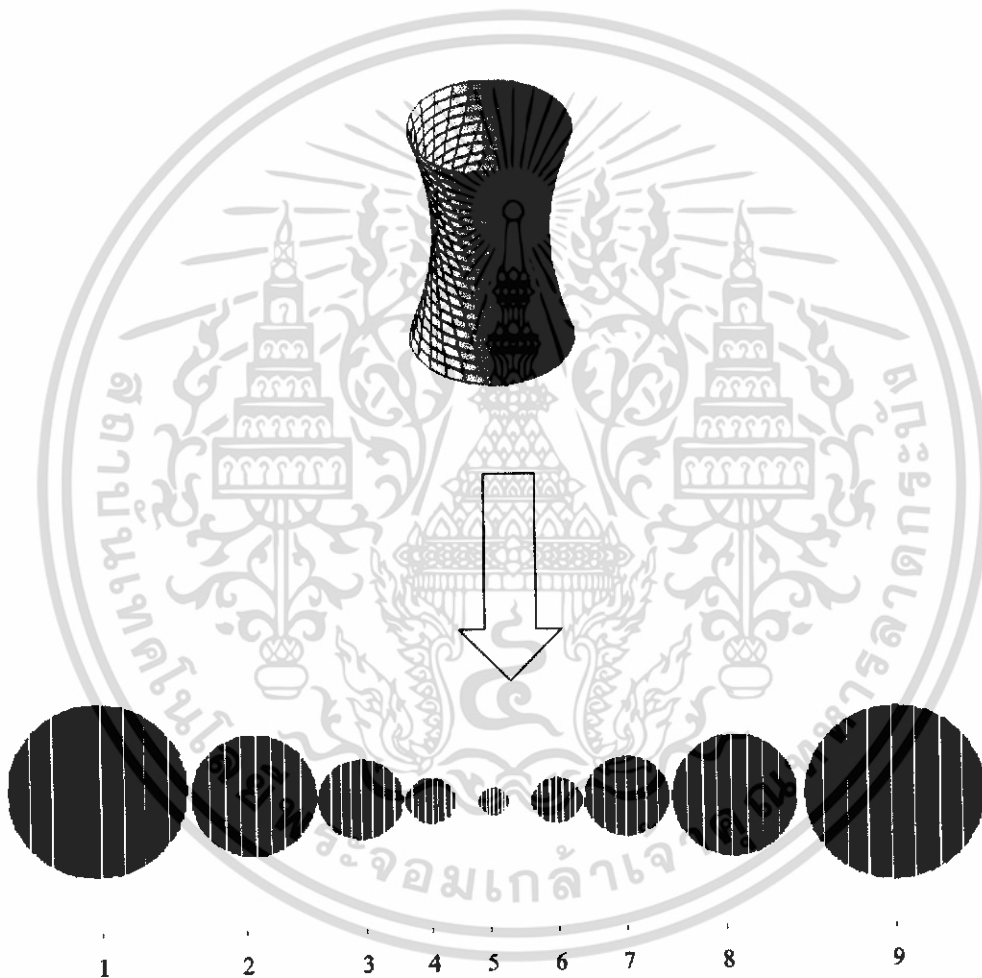
ในการหาปริมาตรของทรงไฮเพอร์โบลอยด์นั้นในทางคณิตศาสตร์จะใช้สูตร

$$V_{\text{hyperboloid}} = \pi h a^2 \left(1 + \frac{h^2}{12c^2} \right)$$

และค่าปริมาตรของทรงไฮเพอร์โบลอยด์ที่หาได้จากสูตรนี้คือ

58.64306

แต่ในวิธีที่จะนำเสนอ นั้นต้องทำการตัดรูปทรงไฮเพอร์โบลอยด์ออกมา 8 ส่วน 9 หน้าตัด ซึ่งแต่ละหน้าตัดมีรูปแบบสมการดังนี้



รูปที่ 4.46 แสดงการแบ่งรูปทรงไฮเพอร์โบลอยด์ออกเป็น 8 ส่วน 9 หน้าตัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Section 1 คือ $y_0 = 2\sqrt{5-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{5}$ หน่วย)

Section 2 คือ $y_1 = 2\sqrt{3.25-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{3.25}$ หน่วย)

Section 3 คือ $y_2 = 2\sqrt{2-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{2}$ หน่วย)

Section 4 คือ $y_3 = 2\sqrt{1.25-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{1.25}$ หน่วย)

Section 5 คือ $y_4 = 2\sqrt{1-x^2}$ (วงกลมรัศมี 1 หน่วย)

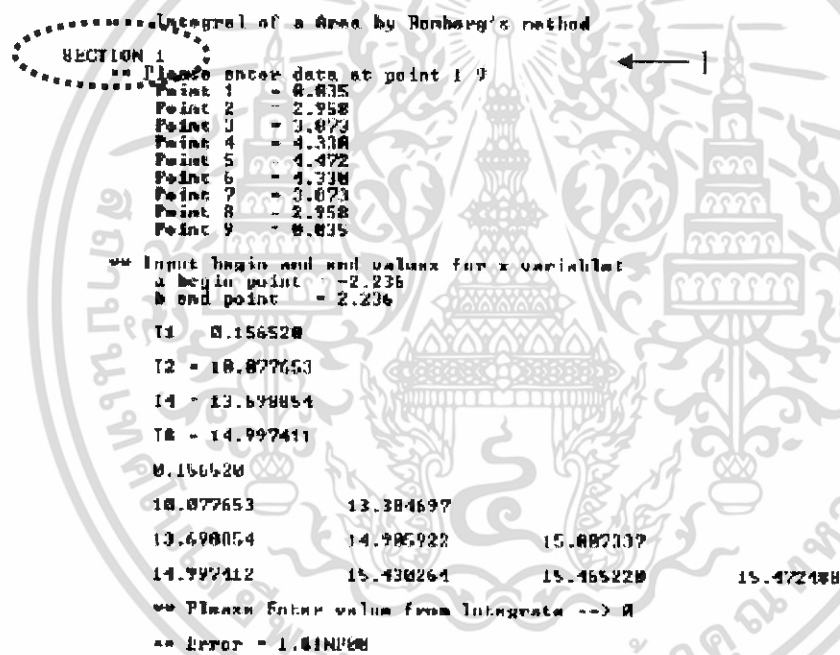
Section 6 คือ $y_5 = 2\sqrt{1.25-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{1.25}$ หน่วย)

Section 7 คือ $y_6 = 2\sqrt{2-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{2}$ หน่วย)

Section 8 คือ $y_7 = 2\sqrt{3.25-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{3.25}$ หน่วย)

Section 9 คือ $y_8 = 2\sqrt{5-x^2}$ (วงกลมรัศมี $\sqrt{5}$ หน่วย)

ทำการคำนวณค่า y ในแต่ละ Section และนำมาแทนในโปรแกรม



```

Integral of a Area by Romberg's method
SECTION 1
Please enter data at point 1 9
Point 1 = 0.035
Point 2 = 2.958
Point 3 = 3.079
Point 4 = 4.330
Point 5 = 4.472
Point 6 = 4.330
Point 7 = 3.079
Point 8 = 2.958
Point 9 = 0.035

** Input begin and end values for x variable
a begin point = 2.236
b end point = 2.236

T1 = 0.156520
T2 = 10.077653
T4 = 13.690054
T8 = 14.997411

0.156520
10.077653      13.384697
13.690054      14.905922      15.007137
14.997412      15.430264      15.465220      15.472100

** Please enter value from integrate --> 0
** Error = 1.64192E-04
  
```

รูปที่ 4.47 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

SECTION 2
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0
Point 2 = 2.306
Point 3 = 3.123
Point 4 = 3.491
Point 5 = 3.605
Point 6 = 3.491
Point 7 = 3.123
Point 8 = 2.305
Point 9 = 0

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -1.803
b end point = 1.000

I1 0.000000
I2 = 6.501610
I4 3.381578
I0 = 9.730000

M.000000
6.501610      8.668824
8.001577      9.674097      9.741959
9.730000      10.023428      10.046717      10.051554

** Please Enter value from Integrate ==> 0
** Error = 1.0INP00

```

รูปที่ 4.48 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 2

```

SECTION 3
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0.049
Point 2 = 1.872
Point 3 = 2.451
Point 4 = 2.739
Point 5 = 2.020
Point 6 = 2.730
Point 7 = 2.451
Point 8 = 1.872
Point 9 = 0.049

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -1.414
b end point = 1.414

I1 = 0.130672
I2 = 4.068878
I4 = 5.499753
I0 = 6.009147

0.138572
4.060070      6.077713
5.499253      5.996978      6.006915
6.009147      6.178945      6.192409      6.195195

** Please Enter value from Integrate ==> 0
*** Error = 1.0INP00

```

รูปที่ 4.49 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

SECTION 4
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0.012
Point 2 = 1.480
Point 3 = 1.930
Point 4 = 2.165
Point 5 = 2.236
Point 6 = 2.165
Point 7 = 1.930
Point 8 = 1.480
Point 9 = 0.012

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -1.110
b end point = 1.110

I1 = 0.030012
I2 = 2.518854
I4 = 3.426111
I0 = 3.750611
0.030012
2.518854      3.345802
3.426111      3.728530      3.754045
3.750611      3.850777      3.867460      3.869261

** Please Enter value from integrate --> 0
** Error = 1.01NF00

```

รูปที่ 4.50 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 4

```

SECTION 5
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0
Point 2 = 1.323
Point 3 = 1.732
Point 4 = 1.936
Point 5 = 2
Point 6 = 1.936
Point 7 = 1.732
Point 8 = 1.323
Point 9 = 0

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -1
b end point = 1

I1 = 0.000000
I2 = 2.000000
I4 = 2.732000
I0 = 2.995000
0.000000
2.000000      2.616667
2.732000      2.976000      2.996622
2.995000      3.003333      3.000400      3.001979

** Please Enter value from integrate --> 0
** Error = 1.01NF00

```

รูปที่ 4.51 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

SECTION 6
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0.017
Point 2 = 1.400
Point 3 = 1.930
Point 4 = 2.165
Point 5 = 2.236
Point 6 = 2.165
Point 7 = 1.930
Point 8 = 1.400
Point 9 = 0.017

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -1.118
b end point = 1.118

I1 = 0.000012
I2 = 2.518854
I4 = 3.426111
I8 = 3.750611

0.000012
2.518854      3.345802
3.426111      3.720530      3.754045
3.750611      3.858777      3.867460      3.869261

** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error = 1.#INF00

```

รูปที่ 4.52 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 6

```

SECTION 7
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0.049
Point 2 = 1.022
Point 3 = 2.451
Point 4 = 2.738
Point 5 = 2.820
Point 6 = 2.730
Point 7 = 2.451
Point 8 = 1.022
Point 9 = 0.049

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -1.414
b end point = 1.414

I1 = 0.138572
I2 = 4.060870
I4 = 5.499753
I8 = 6.009147

0.138572
4.060870      6.377913
5.499753      5.926978      6.016915
6.009147      6.170945      6.192409      6.195196

** Please Enter value from Integrate -> 0
** Error = 1.#INF00

```

รูปที่ 4.53 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

SECTION 8
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0
Point 2 = 2.396
Point 3 = 3.123
Point 4 = 3.491
Point 5 = 3.686
Point 6 = 3.491
Point 7 = 3.123
Point 8 = 2.385
Point 9 = 0

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -1.803
b end point = 1.000

T1 = 0.000000
T2 = 6.581610
T4 = 8.881578
T0 = 9.730000

S.000000
6.500618      0.660824
8.881577      9.674897      9.741969
9.730000      10.023428      10.046717      10.051554

** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error = 1.#INF00

```

รูปที่ 4.54 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 8

```

SECTION 9
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0.005
Point 2 = 2.958
Point 3 = 3.873
Point 4 = 4.330
Point 5 = 4.472
Point 6 = 4.330
Point 7 = 3.873
Point 8 = 2.958
Point 9 = 0.035

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = 2.206
b end point = 2.236

T1 = 0.156520
T2 = 10.077653
T4 = 13.698854
T0 = 14.977411

S.156520
10.077653      13.384697
13.698854      14.905922      15.007007
14.977412      15.430264      15.465220      15.472488

** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error = 1.#INF00

```

รูปที่ 4.55 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

AREA 3D
Area S1 = 15.472488
Area S2 = 6.195195
Area S3 = 7.069261
Area S4 = 3.891979
Area S5 = 7.869261
Area S6 = 6.195195
Area S7 = 10.851554
Area S8 = 15.472488
** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -4
b end point = 4
I1 = 123.779987
I2 = 74.257866
I4 = 61.989712
I8 = 58.796486
123.779987
74.257866 57.758519
61.989712 57.793661 57.796537
58.796486 57.758743 57.756416 57.755779
** Please Enter value from integrate -> 58.64306
** Error 1.513017

```

รูปที่ 4.56 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาปริมาตรทั้งหมด

จากตัวอย่างที่ 4.11 จะเห็นว่าเป็นการหาปริมาตรของไฮเพอร์โบลอย ในส่วนของโปรแกรมมีดังนี้

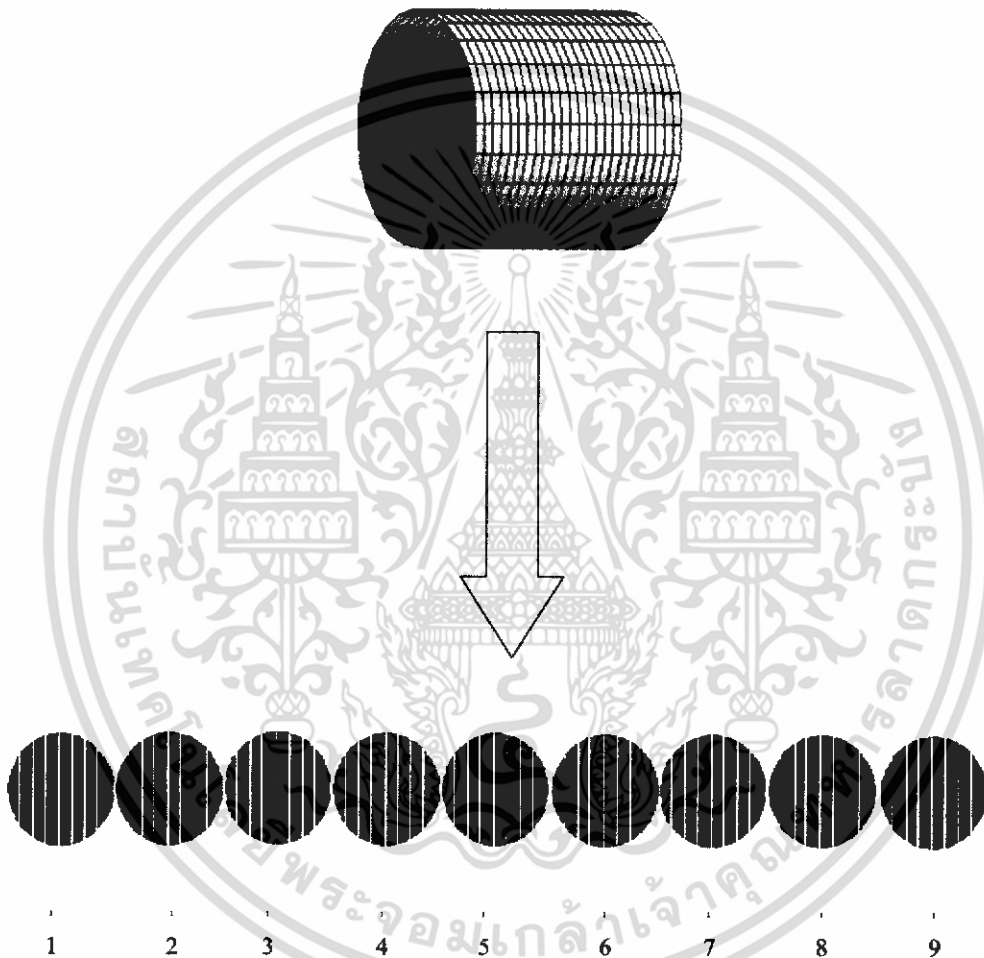
1. แสดงลำดับส่วนการหาค่าพื้นที่ของแต่ละเซกชัน ซึ่งการกรอกค่าลงในโปรแกรมจะเหมือนกับกรอกค่าพื้นที่ ดังตัวอย่างแสดงวิธีการหาค่าพื้นที่
2. ค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรมของแต่ละเซกชัน
3. กรอกค่าจุดต้นและจุดปลาย โดยในตัวอย่างนี้ จุดเริ่มต้นคือ -4 และจุดสุดท้ายคือ 4 ของรูปทรงนี้
4. ค่าที่ได้จากการคำนวณของโปรแกรม โดยในตัวอย่างนี้ ค่าที่ได้คือ 57.755779
5. ค่าจริงที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์ (วิธีอินทิเกรต) โดยในตัวอย่างนี้ ค่าที่ได้คือ 58.64306
6. ค่าความคลาดเคลื่อน ระหว่างค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรม กับค่าที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์ ค่าที่ได้ในตัวอย่างนี้คือ 1.513017 %

*หมายเหตุ จากรูปที่ 9 เซกชันจะเห็นว่า ค่าความคลาดเคลื่อนในแต่ละเซกชันมีค่าเป็น 1 ซึ่งหมายความว่าในแต่ละเซกชันไม่ได้ทำการทดสอบค่าความคลาดเคลื่อนของแต่ละเซกชัน แต่จะทำการทดสอบค่าในขั้นสุดท้ายคือหาค่าของทุกเซกชันแล้วจึงทำการเช็คค่าความคลาดเคลื่อน ดังนั้นในช่องใส่ค่าจริงที่คำนวณ โดยทางคณิตศาสตร์จึงใส่ค่าเป็น 0 ดังนั้นค่าความคลาดเคลื่อนจึงมีค่าออกมาเป็น 1

ตัวอย่างที่ 4.12 $x^2 + y^2 = 16$

ในการหาปริมาตรของทรงกระบอกนั้นในทางคณิตศาสตร์จะใช้สูตร $V_{cylinder} = \pi r^2 h$
และค่าปริมาตรของทรงกระบอกที่หาได้จากสูตรนี้คือ 402.124

แต่ในวิธีที่จะนำเสนอ นั้นต้องทำการตัดรูปทรงกระบอกออกมา 8 ส่วน 9 หน้าตัด ซึ่งแต่ละหน้าตัดมีรูปแบบสมการดังนี้



รูปที่ 4.57 แสดงการแบ่งรูปทรงกระบอกออกเป็น 8 ส่วน 9 หน้าตัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- Section 1 คือ $y_0 = 2\sqrt{16-x^2}$ (วงกลมรัศมี 4 หน่วย)
 Section 2 คือ $y_1 = 2\sqrt{16-x^2}$ (วงกลมรัศมี 4 หน่วย)
 Section 3 คือ $y_2 = 2\sqrt{16-x^2}$ (วงกลมรัศมี 4 หน่วย)
 Section 4 คือ $y_3 = 2\sqrt{16-x^2}$ (วงกลมรัศมี 4 หน่วย)
 Section 5 คือ $y_4 = 2\sqrt{16-x^2}$ (วงกลมรัศมี 4 หน่วย)
 Section 6 คือ $y_5 = 2\sqrt{16-x^2}$ (วงกลมรัศมี 4 หน่วย)
 Section 7 คือ $y_6 = 2\sqrt{16-x^2}$ (วงกลมรัศมี 4 หน่วย)
 Section 8 คือ $y_7 = 2\sqrt{16-x^2}$ (วงกลมรัศมี 4 หน่วย)
 Section 9 คือ $y_8 = 2\sqrt{16-x^2}$ (วงกลมรัศมี 4 หน่วย)
 ทำการคำนวณค่า y ในแต่ละ Section และนำมาแทนในโปรแกรม

```

*** Numerical of a Area by Numerical method
SECTION 1
** Please enter data at point 1 ?
Point 1 - 0
Point 2 - 5.292
Point 3 - 6.928
Point 4 - 7.746
Point 5 - 0
Point 6 - 7.746
Point 7 - 6.928
Point 8 - 5.292
Point 9 - 0
** Input begin and end values for x variable:
a begin point = 4
b end point = 4
T1 - 0.000000
T2 - 32.000000
T4 - 43.712000
T8 - 47.931798
0.000000
32.000000 43.666668
43.711998 47.615997 47.945953
47.931799 49.330665 49.453518 49.477448
** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error = 1.818708
  
```

รูปที่ 4.58 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

SECTION 2
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0
Point 2 = 5.292
Point 3 = 6.920
Point 4 = 7.746
Point 5 = 0
Point 6 = 7.746
Point 7 = 6.920
Point 8 = 5.292
Point 9 = 0

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -4
b end point = 4

T1 = 0.000000
T2 = 32.000000
T4 = 43.712000
T8 = 47.931990
0.000000
32.000000      42.666668
43.711998      47.615997      47.945953
47.931999      49.330665      49.453510      49.477440

** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error = 1.819999

```

รูปที่ 4.59 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 2

```

SECTION 3
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0
Point 2 = 5.292
Point 3 = 6.920
Point 4 = 7.746
Point 5 = 0
Point 6 = 7.746
Point 7 = 6.920
Point 8 = 5.292
Point 9 = 0

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -4
b end point = 4

I1 = 0.000000
I2 = 32.000000
I4 = 43.712000
I8 = 47.931990
0.000000
32.000000      42.666668
43.711990      47.615997      47.945953
47.931999      49.330665      49.453510      49.477440

** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error = 1.819999

```

รูปที่ 4.60 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

SECTION 4
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0
Point 2 = 5.292
Point 3 = 6.928
Point 4 = 7.746
Point 5 = 8
Point 6 = 7.746
Point 7 = 6.928
Point 8 = 5.292
Point 9 = 0

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = 4
b end point = 4

I1 = 0.000000
I2 = 32.000000
I4 = 43.712000
I8 = 47.931998
0.000000
32.000000      42.666668
43.711998      47.615997      47.945953
47.931999      49.330665      49.453510      49.477440

** Please Enter value from Integrate ==> 0
** Error = 1.01NF00

```

รูปที่ 4.61 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 4

```

SECTION 5
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0
Point 2 = 5.292
Point 3 = 6.928
Point 4 = 7.746
Point 5 = 8
Point 6 = 7.746
Point 7 = 6.928
Point 8 = 5.292
Point 9 = 0

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = 4
b end point = 4

I1 = 0.000000
I2 = 32.000000
I4 = 43.712000
I8 = 47.931998
0.000000
32.000000      42.666668
43.711998      47.615997      47.945953
47.931999      49.330665      49.453510      49.477440

** Please Enter value from Integrate ==> 0
** Error = 1.01NF00

```

รูปที่ 4.62 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

SECTION 6
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0
Point 2 = 5.292
Point 3 = 6.928
Point 4 = 7.746
Point 5 = 8
Point 6 = 7.746
Point 7 = 6.928
Point 8 = 5.292
Point 9 = 0

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -4
b end point = 4

I1 = 0.000000
I2 = 32.000000
I4 = 43.712000
I8 = 47.931990
0.000000
32.000000      42.666666
43.711998      47.615997      47.945953
47.931999      49.338665      49.453518      49.477448

** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error = 1.01NF00

```

รูปที่ 4.63 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 6

```

SECTION 7
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 0
Point 2 = 5.292
Point 3 = 6.928
Point 4 = 7.746
Point 5 = 8
Point 6 = 7.746
Point 7 = 6.928
Point 8 = 5.292
Point 9 = 0

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -4
b end point = 4

I1 = 0.000000
I2 = 32.000000
I4 = 43.712000
I8 = 47.931990
0.000000
32.000000      42.666666
43.711998      47.615997      47.945953
47.931999      49.338665      49.453518      49.477448

** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error = 1.01NF00

```

รูปที่ 4.64 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

SECTION 8
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 8
Point 2 = 5.292
Point 3 = 6.928
Point 4 = 7.746
Point 5 = 8
Point 6 = 7.746
Point 7 = 6.928
Point 8 = 5.292
Point 9 = 8

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -4
b end point = 4

I1 = 0.000000
I2 = 32.000000
I4 = 43.712000
I8 = 47.931999
0.000000
32.000000      42.666668
43.711999      47.615997      47.945953
47.931999      49.330665      49.453518      49.477440

** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error = 1.#INF00

```

รูปที่ 4.65 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 8

```

SECTION 9
** Please enter data at point 1-9
Point 1 = 8
Point 2 = 5.292
Point 3 = 6.928
Point 4 = 7.746
Point 5 = 8
Point 6 = 7.746
Point 7 = 6.928
Point 8 = 5.292
Point 9 = 8

** Input begin and end values for x variable:
a begin point = -4
b end point = 4

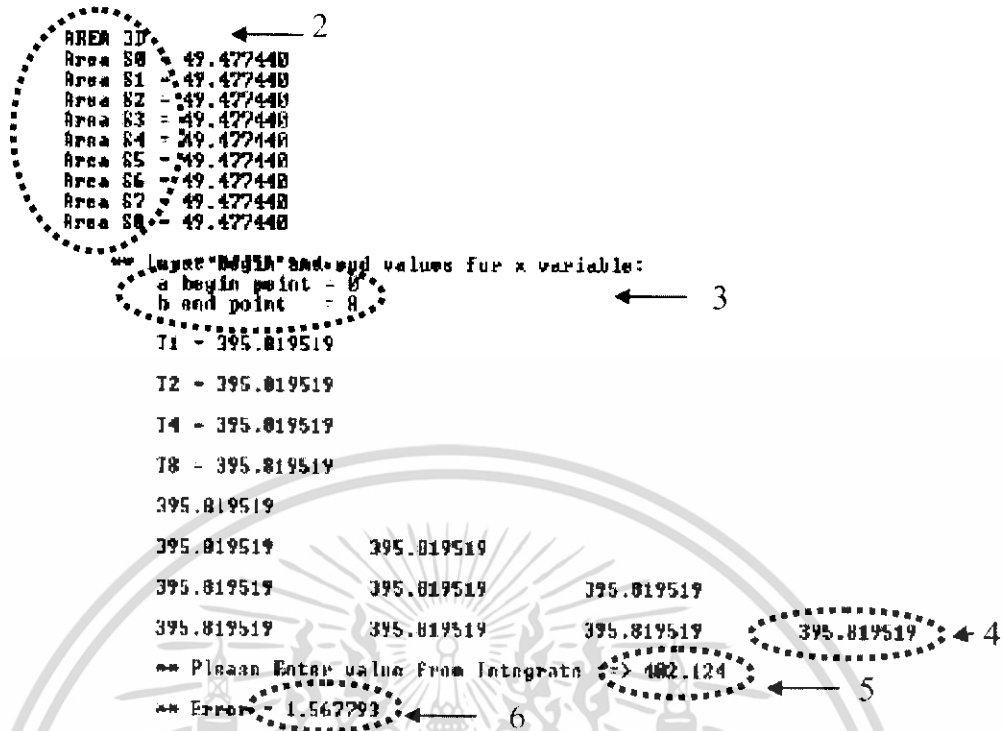
I1 = 0.000000
I2 = 32.000000
I4 = 43.712000
I8 = 47.931999
0.000000
32.000000      42.666668
43.711999      47.615997      47.945953
47.931999      49.330665      49.453518      49.477440

** Please Enter value from Integrate --> 0
** Error = 1.#INF00

```

รูปที่ 4.66 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาพื้นที่ของส่วนที่ 9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.67 ผลที่ได้จากโปรแกรมคำนวณหาปริมาตรทั้งหมด

จากตัวอย่างที่ 4.12 จะเห็นว่าเป็นการหาปริมาตรของรูปทรงกระบอก ในส่วนของโปรแกรมมีดังนี้

1. แสดงลำดับส่วนการหาค่าพื้นที่ของแต่ละเซกชัน ซึ่งการกรอกค่าลงในโปรแกรมจะเหมือนกับกรอกค่าพื้นที่ ดังตัวอย่างแสดงวิธีการหาค่าพื้นที่
2. ค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรมของแต่ละ เซกชัน
3. กรอกค่าจุดต้นและจุดปลาย โดยในตัวอย่างนี้ จุดเริ่มต้นคือ 0 และจุดสุดท้ายคือ 8 ของรูปทรงนี้
4. ค่าที่ได้จากการคำนวณของโปรแกรม โดยในตัวอย่างนี้ ค่าที่ได้คือ 395.819519
5. ค่าจริงที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์ (วิธีอินทิเกรต) โดยในตัวอย่างนี้ ค่าที่ได้คือ 402.124
6. ค่าความคลาดเคลื่อน ระหว่างค่าที่คำนวณได้จากโปรแกรม กับค่าที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์ ค่าที่ได้ในตัวอย่างนี้คือ 1.567793 %

*หมายเหตุ จากรูปทั้ง 9 เซกชันจะเห็นว่า ค่าความคลาดเคลื่อนในแต่ละเซกชันมีค่าเป็น 1 ซึ่งหมายความว่าในแต่ละเซกชันไม่ได้ทำการทดสอบค่าความคลาดเคลื่อนของแต่ละเซกชัน แต่จะทำการทดสอบค่าในขั้นสุดท้ายคือหาค่าของทุกเซกชันแล้วจึงทำการเช็คค่าความคลาดเคลื่อน ดังนั้นในช่องใส่ค่าจริงที่คำนวณ โดยทางคณิตศาสตร์จึงใส่ค่าเป็น 0 ดังนั้นค่าความคลาดเคลื่อนจึงมีค่าออกมาเป็น 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

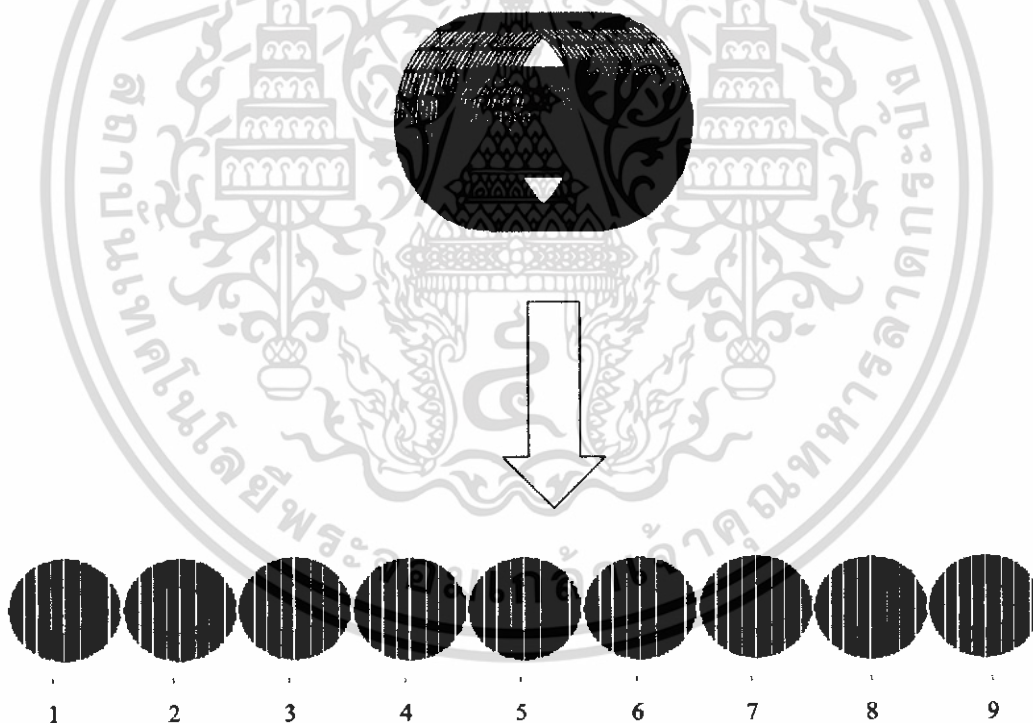
4.1.5 ตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบโปรแกรมเพื่อหาปริมาตรของรูปทรงที่ซ้อนกัน

ในการหาปริมาตรของรูปทรงที่ซ้อนกันนั้น ให้ทำการตัดแบ่งออกมาเป็น 8 ส่วน 9 หน้าตัดเสียก่อน แล้วจากนั้นให้ทำการแยกคิด โดยส่วนแรกให้คิดเฉพาะพื้นที่ของรูปภายใน และ อีกส่วนคือคิดพื้นที่ทั้งหมด

ตัวอย่างที่ 4.13 $x_1^2 + y_1^2 = 16$ และ $x_2^2 + y_2^2 = 4$ ความยาว 8 หน่วย

จากสมการทั้งสองสามารถบอกได้ว่าเป็นรูปทรงกระบอก ดังนั้นจึงใช้สูตร $V_{cylinder} = \pi r^2 h$ เพื่อหาปริมาตร ซึ่งเมื่อแทนค่าแล้ว ปริมาตรของทรงกระบอก $x_2^2 + y_2^2 = 4$ เท่ากับ 100.531 และปริมาตรของทรงกระบอก $x_1^2 + y_1^2 = 16$ เท่ากับ 402.124

แต่ในวิธีที่จะนำเสนอ นั้นต้องทำการตัดรูปทรงกระบอกออกมา 8 ส่วน 9 หน้าตัด ซึ่งแต่ละหน้าตัดมีรูปแบบสมการดังนี้



รูปที่ 4.68 แสดงการแบ่งรูปทรงกระบอกซ้อนกันออกเป็น 8 ส่วน 9 หน้าตัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และเมื่อทำการแทนค่าต่างๆลงในโปรแกรมเป็นที่เรียบร้อยแล้ว ค่าปริมาตรของทรงกระบอกภายในนั้นเท่ากับ 98.959 และค่าปริมาตรของทรงกระบอกทั้งหมดเท่ากับ 395.820 จะสรุปได้ว่า

- ปริมาตรทั้งหมด จากการใช้สูตรเท่ากับ 402.124 และ จากโปรแกรมเท่ากับ 395.820 คลาดเคลื่อน 1.567 %
- ปริมาตรด้านใน จากการใช้สูตรเท่ากับ 100.531 และ จากโปรแกรมเท่ากับ 98.955 คลาดเคลื่อน 1.567 %
- ปริมาตรด้านนอก จากการใช้สูตรเท่ากับ 301.593 และ จากโปรแกรมเท่ากับ 296.865 คลาดเคลื่อน 1.567 %

เนื่องจากปัญหาของงานวิจัยนี้ ต้องการทราบอัตราส่วนของปริมาตรด้านในต่อปริมาตรด้านนอก

- อัตราส่วนที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์ $R_{real} = \frac{V_{dead}}{V_{all}} = \frac{100.531}{402.124} = 0.25$

- อัตราส่วนที่ได้จากการคำนวณทางโปรแกรม $R_{romberg} = \frac{V_{dead}}{V_{all}} = \frac{98.955}{395.82} = 0.25$

- ค่าคลาดเคลื่อนคือ $Err = \left| \frac{0.25 - 0.25}{0.25} \right| \times 100 = 0\%$

อัตราส่วนที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์เมื่อนำมาเทียบกับการคำนวณจากโปรแกรมแล้วจะเห็นว่าค่าความคลาดเคลื่อนนั้นเป็น 0

4.2 การเปรียบเทียบอัตราส่วนของเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดด้วยวิธีปัจจุบัน และวิธีที่นำเสนอ

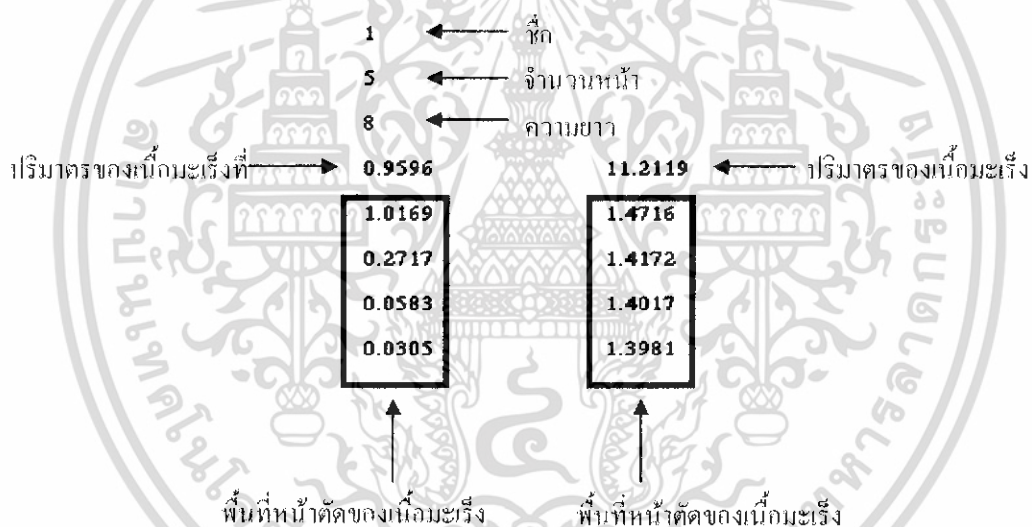
ในหัวข้อนี้จะแสดงกราฟเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนของอัตราส่วนที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีการคำนวณด้วยรอมเบิร์ก โดยเริ่มต้นจากการสร้างโมเดลด้วยโปรแกรม Form-Z แล้วทำการตัดแบ่งส่วนเพื่อหาพื้นที่หน้าตัด ซึ่งในโปรแกรม Form-Z ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ก็ได้มีเครื่องมือสำหรับแบ่งโมเดลออกเป็นส่วนๆ พร้อมทั้งสามารถบอกรายละเอียดของปริมาตรและพื้นที่หน้าตัดแต่ละหน้าตัดได้อีกด้วย หลังจากที่ได้พื้นที่หน้าตัดของแต่ละหน้าตัดมาแล้วก็นำมาคำนวณหา อัตราส่วนของแต่ละวิธี เพื่อนำค่าที่ได้มาเปรียบเทียบกับอัตราส่วนจริงต่อไป

สำหรับขั้นตอนของการคำนวณนั้น ได้ใช้โปรแกรมที่เขียนขึ้นเองมาช่วยในการคำนวณ ซึ่งโปรแกรมที่เขียนขึ้นนี้จะทำการแสดงผล อัตราส่วนจริง อัตราส่วนที่ได้จากวิธีปัจจุบัน อัตราส่วนที่ได้จากวิธีรอมเบิร์ก ค่าความคลาดเคลื่อนของอัตราส่วนที่ได้จากปัจจุบัน และ ค่าความคลาดเคลื่อนของอัตราส่วนที่ได้จาวีธีรอมเบิร์ก

หลังจากที่ได้ผลต่างๆออกมาแล้ว ก็ทำการนำค่าความคลาดเคลื่อนของอัตราส่วนที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีการคำนวณด้วยรอมเบิร์กมาเขียนกราฟเพื่อแสดงความแตกต่างต่อไป

4.2.1 ส่วนของการนำเข้าข้อมูล

สำหรับข้อมูลที่จะใช้ในการคำนวณของโปรแกรม ก็คือชื่อของโมเดล จำนวนหน้าตัด ความยาวทั้งหมด ปริมาตรของเนื้อมะพร้าวที่ตาย ปริมาตรของเนื้อมะพร้าวทั้งหมด พื้นที่หน้าตัดของเนื้อมะพร้าวที่ตาย และ พื้นที่หน้าตัดของเนื้อมะพร้าวทั้งหมด ซึ่งในการนำชุดข้อมูลคั้นเข้าสู่โปรแกรมนี้จะใช้รูปแบบของไฟล์ข้อความธรรมดา (Text File) ซึ่งมีรูปแบบดังที่แสดงรูปที่ 4.69



รูปที่ 4.69 แสดงตัวอย่างชุดข้อมูลที่จะนำเข้าโปรแกรม

จากรูปที่ 4.66 แสดงรูปแบบของไฟล์ชุดข้อมูลที่จะใช้ในโปรแกรม ประกอบด้วยส่วนหลักๆดังนี้

- ชื่อโมเดล สำหรับโปรแกรมที่เขียนขึ้นนี้สามารถรับชุดข้อมูลได้มากกว่า 1 ชุดข้อมูล ดังนั้นการที่ใส่ชื่อโมเดลไว้จึงจำเป็นสำหรับการแยกว่าส่วนใดเป็นส่วนใดของโมเดลชุดใด
- จำนวนหน้าตัด สำหรับโปรแกรมที่เขียนขึ้นนี้สามารถคำนวณค่าของโมเดลที่มี 5 , 9 และ 17 หน้าตัดเท่านั้น ซึ่งค่าที่จะใส่ในส่วนนี้ต้องสัมพันธ์กับจำนวนข้อมูลของหน้าตัดด้วย
- ค่าพื้นที่หน้าตัดของเนื้อมะพร้าวที่ตายและเนื้อมะพร้าวทั้งหมด เป็นค่าที่ได้จากการตัดกระดุกออกเป็นท่อนๆ แล้วนั่นเอง ซึ่งค่าข้อมูลในส่วนนี้ต้องเท่ากับค่าข้อมูลจำนวนหน้าตัด ซึ่งค่าข้อมูลในส่วนนี้จะนำไปใช้เพื่อคำนวณหาอัตราส่วนของเนื้อมะพร้าวที่ตายทั้งวิธีแบบปัจจุบันและวิธีที่น่าเสนอ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ปริมาตรเนื้อมะเร็งที่ตายและปริมาตรเนื้อมะเร็งทั้งหมด ทั้งสองค่านี้อจะเป็นค่าจริงที่ได้มาจากโปรแกรม Form-Z และจะนำมาใช้เพื่อเปรียบเทียบหาค่าความคลาดเคลื่อนของการคำนวณโดยวิธีแบบปัจจุบันและวิธีที่น่าเสนอ

4.2.2 ส่วนของการแสดงผลพัทธ์ของการคำนวณ

เป็นส่วนที่แสดงผลพัทธ์การคำนวณที่ได้จากโปรแกรม ซึ่งในที่นี้จะแสดงผลพัทธ์ออกมา 2 ทาง คือ แสดงทางหน้าจอ และเก็บข้อมูลเป็นไฟล์ข้อความ (Text File) เช่นเดียวกับการรับข้อมูลเข้า ซึ่งทั้งสองทางจะแสดงดังรูปที่ 4.70

No.	Form-Z(%)	Current(%)		Romberg(%)	
	Rational(%)	Rational(%)	Error(%)	Rational(%)	Error(%)
1	8.55876	19.46387	127.41457	13.77814	68.98279
2	12.11768	17.52547	44.62725	10.44348	13.81621
3	12.29593	16.82177	38.30139	13.96931	13.60922
4	12.73282	13.62172	6.98792	13.17814	3.50394
5	12.75988	28.33422	59.37868	11.08554	13.11642
6	13.49437	28.32888	109.93105	15.52687	15.06103
7	13.71878	14.48731	5.81887	12.15948	11.36617
8	18.45723	26.87278	41.26811	18.52789	8.38285
9	18.88498	21.94423	16.69371	19.77682	5.16371
10	20.94885	34.66323	65.52928	28.95546	8.86978
11	21.52455	22.98638	6.79146	28.89146	6.65792
12	22.38239	22.78388	1.43276	22.58867	8.56415
13	22.52882	43.65881	93.79425	22.18749	1.86678
14	24.28678	31.47888	29.58874	19.92328	17.96628
15	29.68844	51.53843	74.83969	35.28138	18.88969
16	32.33596	35.62887	18.15621	38.56338	5.48199
17	33.33347	37.49936	12.49764	33.33228	8.88379
18	35.85632	41.61256	18.78288	35.85293	2.27237
19	36.29335	41.58889	14.56668	40.34969	11.17651
20	37.89112	55.25784	48.97862	45.81841	23.52933
21	38.84859	48.88123	23.76571	35.81852	7.79978
22	41.88368	53.39573	27.48576	54.81929	28.97455
23	42.35848	41.25796	2.57953	42.39846	8.11348
24	46.34842	58.36168	8.67748	45.72373	1.33879
25	46.27875	56.56899	22.21885	42.93989	7.21648
		Maximum	127.41457		68.98279
		Minimum	1.43276		8.88379
		Average	36.89685		18.83666

รูปที่ 4.70 แสดงตัวอย่างผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

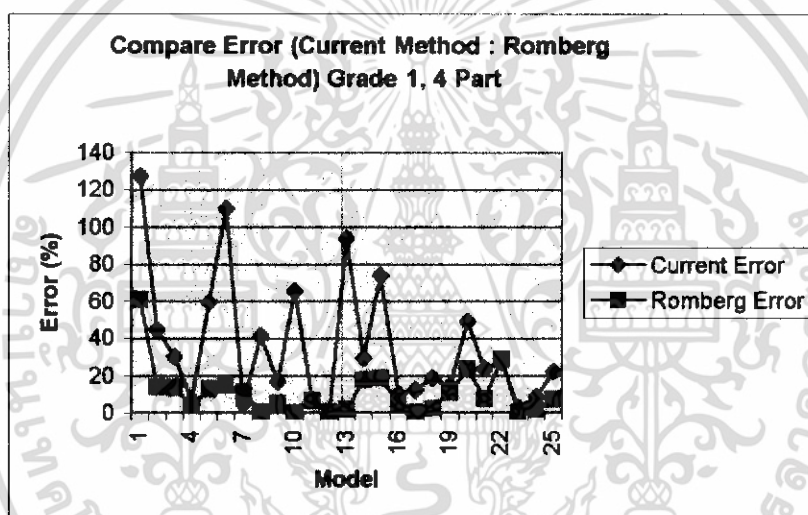
4.2.3 ผลเปรียบเทียบการคำนวณระหว่างวิธีการที่ใช้ในปัจจุบันกับวิธีการใหม่ที่น่าสนใจ

ในหัวข้อนี้จะแสดงผลการทดลองที่ได้จากการสร้างโมเดลกระดูกชั้นทดสอบในรูปแบบที่มีลักษณะของเนื้อมะพร้าวที่ตายแตกต่างกันออกไป โดยจะทำการแบ่งออกเป็น 3 กรณี นั่นคือ กรณีที่แบ่ง 4 ส่วน 5 หน้าตัด กรณีที่แบ่ง 8 ส่วน 9 หน้าตัดและกรณีที่แบ่งเป็น 16 ส่วน 17 หน้าตัด

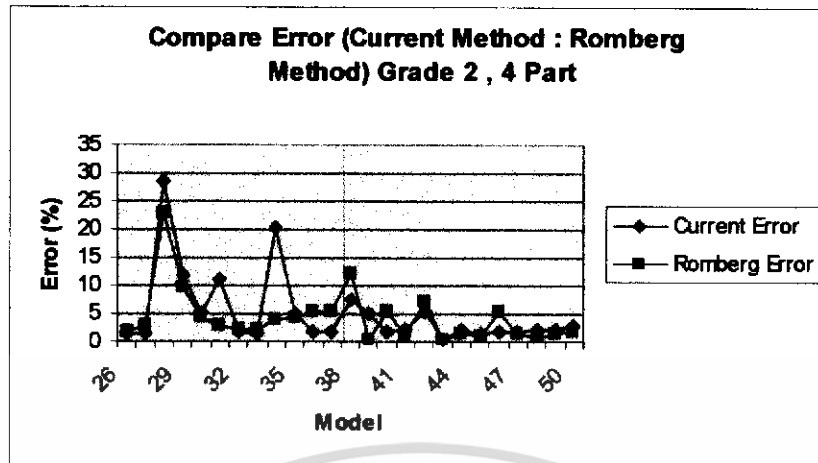
ซึ่งในแต่ละกรณีก็ยังแบ่งเป็นเกรดต่างๆอีก 3 เกรด

1) แบบแบ่ง 4 ส่วน 5 หน้าตัด

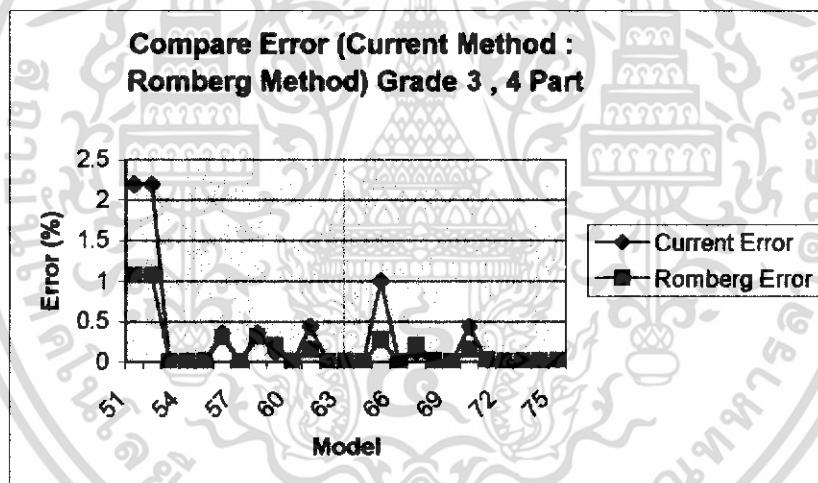
ในการทดลองแบ่งแบบ 4 ส่วน นั้นได้ทำการสร้างโมเดลขึ้นมาทั้งหมด 75 โมเดลที่แตกต่างกัน โดยได้แบ่งออกเป็น 3 เกรด เกรดละ 75 โมเดล เพื่อทำการทดสอบหาค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีที่ใช้ในปัจจุบันกับวิธีใหม่ที่น่าสนใจ ซึ่งผลการทดลองของทั้ง 3 เกรด มีดังนี้



รูปที่ 4.71 กราฟเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีใหม่ที่น่าสนใจของเนื้อมะพร้าวที่อยู่ในเกรด 1 (เนื้อมะพร้าวที่ตาย 0 % ถึง 50 %) โดยการแบ่งกระดูกออกเป็น 4 ส่วน



รูปที่ 4.72 กราฟเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีใหม่ที่น่าสนใจของเนื้อมะเร็งเต้านมที่อยู่ในเกรด 2 (เนื้อมะเร็งที่ตาย 51 % ถึง 90 %) โดยการแบ่งกระดูกออกเป็น 4 ส่วน

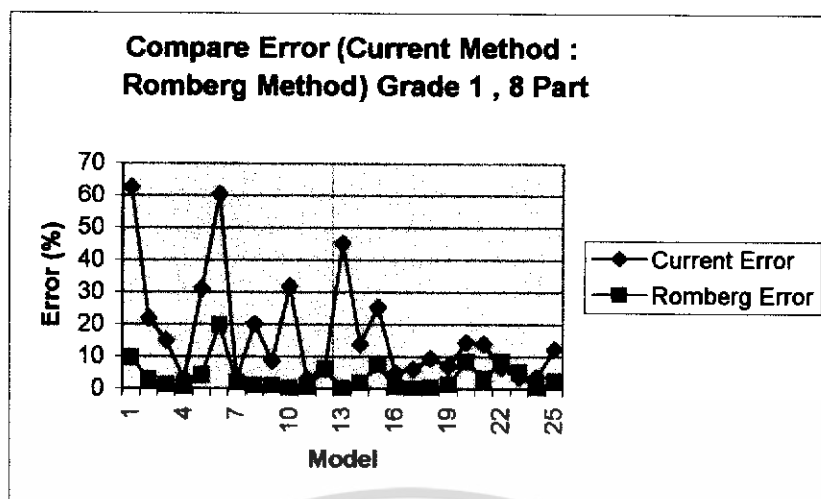


รูปที่ 4.73 กราฟเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีใหม่ที่น่าสนใจของเนื้อมะเร็งเต้านมที่อยู่ในเกรด 3 (เนื้อมะเร็งที่ตาย 91 % แต่ไม่ถึง 100 %) โดยการแบ่งกระดูกออกเป็น 4 ส่วน

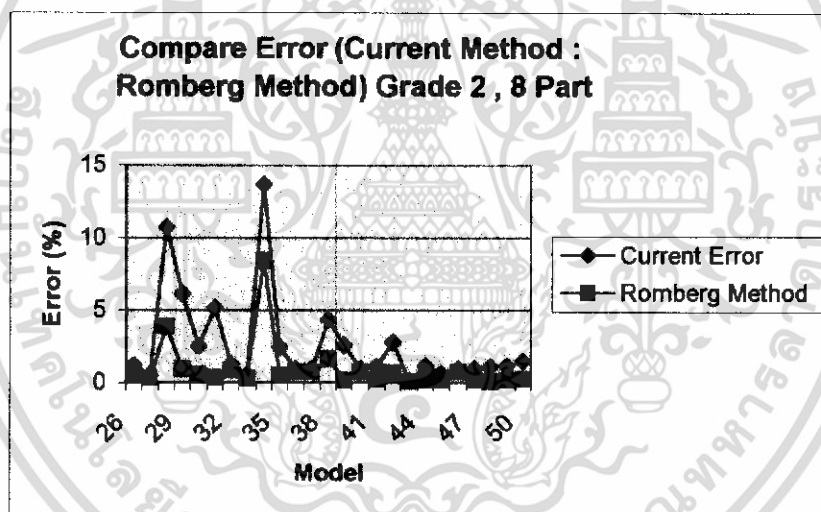
2) แบบแบ่ง 8 ส่วน 9 หน้าตัด

ในการทดลองแบบแบ่ง 8 ส่วน นั้นโมเดลที่ใช้เหมือนกับ โมเดลที่ทำการแบ่ง 4 ส่วน แต่ทำการตัดแบ่งเพิ่มเป็น 8 ส่วน โดยได้แบ่งออกเป็น 3 เกรด เกรดละ 75 โมเดล เพื่อทำการทดสอบหาค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีที่ใช้ในปัจจุบันกับวิธีใหม่ที่น่าสนใจ ซึ่งผลการทดลองของทั้ง 3 เกรด มีดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

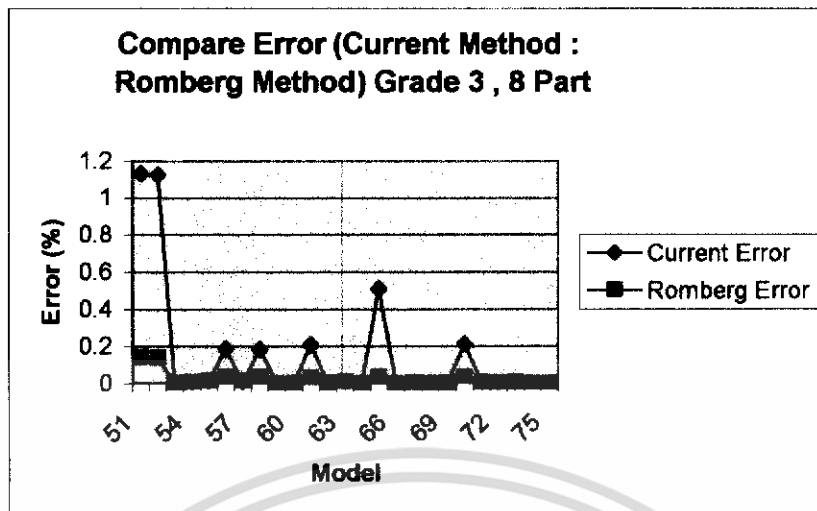


รูปที่ 4.74 กราฟเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีใหม่ที่น่าสนใจของเนื้อมะเร็งเต้านมที่อยู่ในเกรด 1 (เนื้อมะเร็งที่ตาย 0 % ถึง 50 %) โดยการแบ่งกระดูกออกเป็น 8 ส่วน



รูปที่ 4.75 กราฟเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีใหม่ที่น่าสนใจของเนื้อมะเร็งเต้านมที่อยู่ในเกรด 2 (เนื้อมะเร็งที่ตาย 51 % ถึง 90 %) โดยการแบ่งกระดูกออกเป็น 8 ส่วน

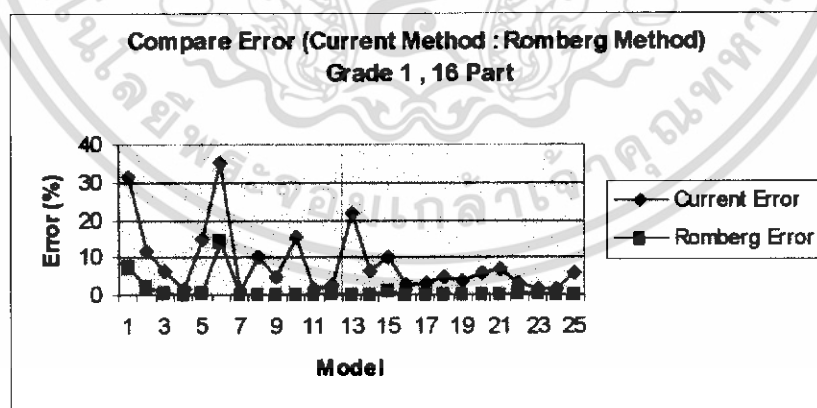
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.76 กราฟเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีใหม่ที่น่าสนใจของเนื้อมะเร็ง คายที่อยู่ในเกรด 3 (เนื้อมะเร็งที่ตาย 91 % แต่ไม่ถึง 100 %) โดยการแบ่งกระดูกออกเป็น 8 ส่วน

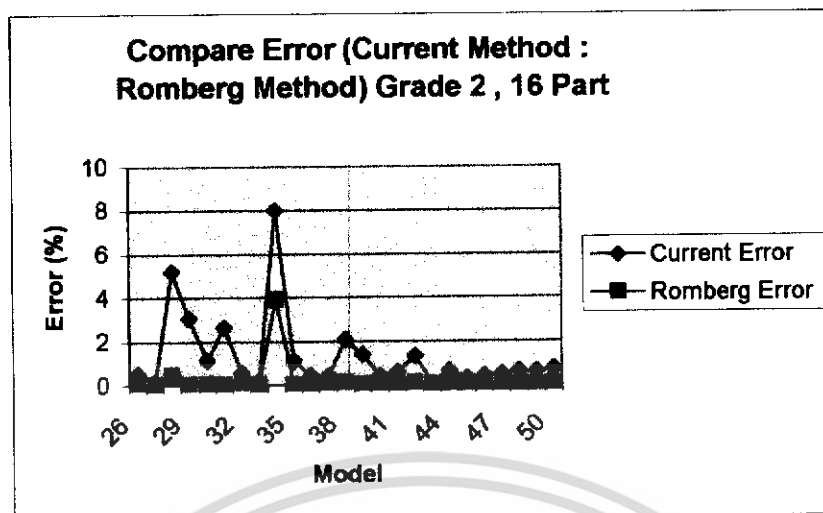
3) แบบแบ่ง 16 ส่วน 17 หน้าตัด

ในการทดลองแบ่งแบบ 16 ส่วน นั้นโมเดลที่ใช้เหมือนกับ โมเดลที่ทำการแบ่ง 4 ส่วน และ 8 ส่วน แต่ทำการตัดแบ่งเพิ่มเป็น 16 ส่วน โดยได้แบ่งออกเป็น 3 เกรด เกรดละ 75 โมเดล เพื่อทำการทดสอบหาค่าความคลาดเคลื่อนของวิธีที่ใช้ในปัจจุบันกับวิธีใหม่ที่น่าสนใจ ซึ่งผลการทดลองของทั้ง 3 เกรด มีดังนี้

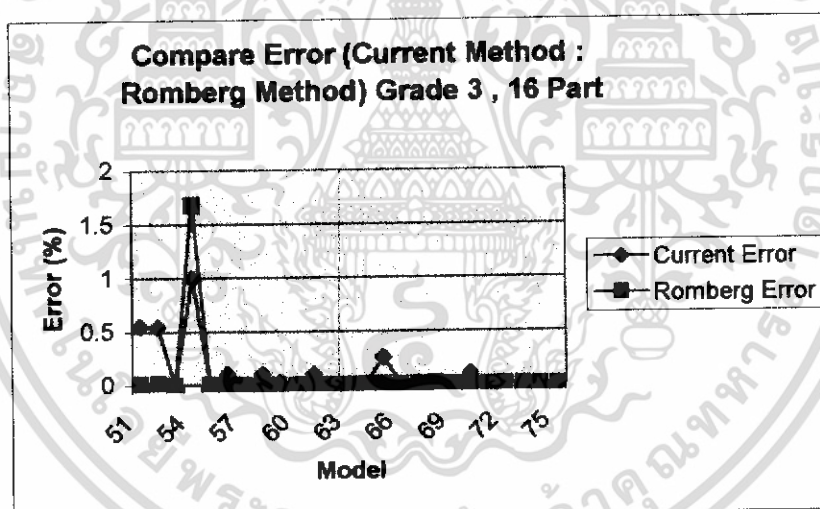


รูปที่ 4.77 กราฟเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีใหม่ที่น่าสนใจของเนื้อมะเร็งคายที่อยู่ในเกรด 1 (เนื้อมะเร็งที่ตาย 0 % ถึง 50 %) โดยการแบ่งกระดูกออกเป็น 16 ส่วน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.78 กราฟเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีใหม่ที่น่าสนใจของเนื้อมะเร็งเต้านมที่อยู่ในเกรด 2 (เนื้อมะเร็งที่ตาย 51 % ถึง 90 %) โดยการแบ่งกระดูกออกเป็น 16 ส่วน



รูปที่ 4.79 กราฟเปรียบเทียบเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันและวิธีใหม่ที่น่าสนใจของเนื้อมะเร็งเต้านมที่อยู่ในเกรด 3 (เนื้อมะเร็งที่ตาย 91 % แต่ไม่ถึง 100 %) โดยการแบ่งกระดูกออกเป็น 16 ส่วน

จากรูปที่ 4.71 ถึง รูปที่ 4.79 จะเห็นว่าการคำนวณด้วยวิธีใหม่ที่น่าสนใจนั้นให้ผลลัพธ์ที่มีค่าความคลาดเคลื่อนน้อยกว่าการคำนวณด้วยวิธีที่ใช้อยู่ในปัจจุบัน นอกจากนี้ยังแสดงให้เห็นว่าการที่แบ่งส่วนให้มากขึ้น จะสามารถช่วยให้ค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นลดน้อยลงได้อีกด้วย

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย

5.1 สรุปผลการวิจัย

การรักษาโรคมะเร็งในกระดูกในปัจจุบันนั้นได้พัฒนาไปอย่างมากเมื่อเทียบกับในอดีต ดังจะเห็นได้จากการที่มีเครื่อง CT Scan และ MRI Scan มาช่วยในการรักษา แต่เนื่องจากการรักษาด้วยเครื่องดังกล่าวนั้นยังมีราคาสูง และ การที่จะตรวจหาเนื้องอกที่ตายในกระดูกหลังจากได้รับยาเคมีบำบัดนั้นยังไม่มีเครื่องมือที่จะสามารถทำได้ ซึ่งในปัจจุบันการตรวจและวิเคราะห์หาเนื้องอกที่ตายในกระดูกยังคงใช้วิธีการผ่าตัดชิ้นกระดูกเพื่อนำมาส่งกล้องจุลทรรศน์ ซึ่งขบวนการดังกล่าวนี้มีความแม่นยำในการระบุตำแหน่งหรือพื้นที่ส่วนของเนื้องอกตาย แต่ขบวนการดังกล่าวกลับมีส่วนของการคำนวณอัตราส่วนของเนื้องอกตายที่เป็นแบบใช้ค่าเฉลี่ยของพื้นที่หน้าตัดมาสรุปเสมือนเป็นปริมาตรเนื้องอกทั้งหมด ซึ่งวิธีการคำนวณดังกล่าวนี้ยังไม่มีข้อพิสูจน์ว่าค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้ก็นำเชื่อถือหรือไม่ เนื่องจากในการรักษามะเร็งในกระดูกนั้นจะใช้วิธีการให้ยาเคมีบำบัดก่อน แล้วจากนั้นก็ทำการผ่าตัดเพื่อนำชิ้นกระดูกมาดูว่าการให้ยาในขั้นต้นนั้นสามารถทำให้กระดูกอยู่ในเกรดใด ซึ่งหากมีการคำนวณที่ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนมากก็จะทำให้ประสิทธิภาพในการรักษาลดลง เนื่องจากการให้ยาหลังจากนั้นอาจเป็นการให้ยาที่ไม่เหมาะสมกับการรักษา ดังนั้นขั้นตอนในการคำนวณจึงเป็นขั้นตอนที่สำคัญขั้นตอนหนึ่ง

ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงทำการศึกษาและวิเคราะห์เพื่อแก้ไขปัญหา โดยใช้ทฤษฎีการประมาณค่าในช่วง โดยการอินทิเกรตเชิงตัวเลข (Numerical Integration) และวิธีที่นำมาใช้ก็คือการประมาณค่าในช่วงแบบรอมเบิร์ต ซึ่งเป็นวิธีการคำนวณทางคณิตศาสตร์ วิธีการรอมเบิร์ตนั้นเป็นวิธีที่สามารถคำนวณหาพื้นที่ได้ ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้ทำการนำมาประยุกต์เพื่อใช้ในการหาพื้นที่หน้าตัดและปริมาตร โดยใช้โปรแกรม C++ มาช่วยในการคำนวณ

วิธีการคำนวณหาปริมาตร โดยใช้วิธีรอมเบิร์ตนั้นจะทำโดยนำกระดูกที่เป็นมะเร็งนั้นมาตัดแบ่งส่วนออกเป็นส่วนที่เท่าๆกันจำนวน 2^n ชิ้นแล้วต่อมาก็ทำการคำนวณพื้นที่หน้าตัดโดยการแบ่งส่วนย่อยในรูปแบบเดิม หลังจากนั้นนำค่าความกว้างและค่าความยาวของแต่ละส่วนย่อยมาใส่ลงในสมการรอมเบิร์ต ซึ่งในขั้นตอนนี้ได้ใช้โปรแกรมที่จัดทำขึ้นมาช่วยคำนวณ เมื่อเราทำการใส่ค่าข้อมูลเรียบร้อยในทุกหน้าตัดแล้ว โปรแกรมก็จะทำการคำนวณค่าปริมาตรออกมาโดยอัตโนมัติ แต่การที่จะรับรองว่าวิธีการนี้เหมาะสมที่จะนำมาใช้ในการหาปริมาตรของเนื้องอกที่ตายในกระดูกได้นั้นต้องมีการทดสอบว่าค่าคลาดเคลื่อนที่ได้จากการคำนวณนั้นอยู่ในช่วงที่จะสามารถยอมรับได้หรือไม่ ซึ่งการทดสอบในขั้นต้นของงานวิจัยนี้ได้ใช้วิธีการนำรูปทรงเรขาคณิตที่สามารถ

คำนวณหาปริมาตรได้มาใช้ในการเปรียบเทียบ โดยค่าข้อมูลที่น่ามาใช้นั้นได้มาจากการนำ รูปทรงต่าง ๆ มาตัดเป็น 8 ส่วน แล้วทำการใส่ค่าข้อมูลเพื่อคำนวณหาพื้นที่หน้าตัดทั้งหมด 9 หน้าตัด ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้เลือกรูปทรงกลม ทรงรี ทรงกระบอกทรงไฮเปอร์โบลอยด์ และทรงพาราโบลอยด์มาใช้ในการทดสอบ ซึ่งผลการคำนวณเมื่อนำมาเทียบกับการหาโดยใช้สูตรหาปริมาตรแล้วปรากฏว่าค่าความคลาดเคลื่อนอยู่ในช่วงที่น้อยกว่า 2 ซึ่งถือว่าอยู่ในระดับที่สามารถจะยอมรับได้

แต่เนื่องจากการรักษาในปัจจุบันนั้นยังมีข้อจำกัดบางอย่างที่ทำให้ไม่สามารถประมาณค่าพื้นที่หน้าตัดได้ด้วยการคำนวณ ดังนั้นพื้นที่หน้าตัดที่จะนำมาคำนวณจึงเป็นค่าที่ได้จากการส่องกล้องจุลทรรศน์ของแผนกพยาธิวิทยา และนำค่าพื้นที่หน้าตัดที่ได้มาคำนวณหาอัตราส่วนของเนื้อเยื่อที่ตายโดยใช้วิธีการประมาณค่าแบบรอมเบิร์กมาช่วยในการประมาณ ซึ่งในการประมาณค่านั้นจะนำพื้นที่หน้าตัดของเนื้อเยื่อที่ตายทุกหน้าตัดมาคำนวณหาปริมาตรของเนื้อเยื่อที่ตายและนำพื้นที่หน้าตัดทั้งหมดมาคำนวณหาปริมาตรเนื้อกระดูกทั้งชิ้น หลังจากนั้นจึงคำนวณหาอัตราส่วนของเนื้อเยื่อที่ตาย แล้วนำมาเปรียบเทียบกับอัตราส่วนที่ได้จากปริมาตรเนื้อเยื่อที่ตายต่อปริมาตรเนื้อเยื่อทั้งหมดซึ่งเป็นค่าสุทธิจริงที่ได้จากโมเดลกระดูกที่จำลองขึ้น และจะนำค่าความคลาดเคลื่อนที่คำนวณได้จากวิธีรอมเบิร์กมาเปรียบเทียบกับค่าคลาดเคลื่อนที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันที่ใช้การประมาณค่าอัตราส่วนของเนื้อเยื่อที่ตายด้วยค่าเฉลี่ยของพื้นที่หน้าตัดทุกหน้าตัด ซึ่งจากการทดลองโดยการจำลองโมเดลกระดูกสามมิติ และเขียนโปรแกรมคำนวณทางคณิตศาสตร์ขึ้นทดสอบ แสดงให้เห็นว่าวิธีการใหม่ที่น่าเสนอนี้ สามารถลดเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณหาอัตราส่วนของเนื้อเยื่อที่ตายต่อเนื้อเยื่อทั้งหมดในกระดูกจากวิธีเดิมได้

5.1.1 การวิเคราะห์ผลการทดลองของการหาพื้นที่และปริมาตรของรูปทรงที่แน่นอน

การทดสอบโปรแกรม จากตัวอย่างในหัวข้อ 4.1.3 นั้นเป็นการคำนวณหาพื้นที่ที่ได้กราฟเมื่อนำเปรียบเทียบกันระหว่างค่าที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์กับค่าที่ได้จากโปรแกรม จะเห็นว่าค่าความคลาดเคลื่อนที่ได้ออกมาจะน้อยมาก ส่วนในตัวอย่างที่ 4.5 ถึง 4.7 นั้นเป็นการแสดงให้เห็นถึงการแบ่งส่วนที่ละเอียดขึ้น กล่าวคือการแบ่งเพื่อรับค่าข้อมูลเพียง 8 ส่วนนั้นจะให้ค่าคลาดเคลื่อนที่มากกว่าเมื่อเทียบกับการรับค่าข้อมูลถึง 16 ส่วน ซึ่งถ้าเรายิ่งแบ่งส่วนมากขึ้นเท่าใดก็จะทำให้การคำนวณใกล้เคียงความจริงมากขึ้นเท่านั้น แต่อย่างไรก็ตามการแบ่งส่วนที่มากขึ้นนั้นหมายถึงการที่ต้องรับค่าข้อมูลมากขึ้นตามไปด้วยแต่ในการผ่าตัดนั้นหมายถึงจำนวนชิ้นที่ต้องมีมากขึ้น ดังนั้นในการหาปริมาตรในงานวิจัยนี้จึงขอใช้การแบ่งเพียง 8 เท่านั้น

ส่วนในหัวข้อ 4.1.4 นั้นเป็นตัวอย่างที่แสดงถึงการหาปริมาตร ของรูปทรงเรขาคณิตต่างๆ ซึ่งในที่นี้มี ทรงกระบอก ทรงกลม ทรงรี ทรงพาราโบลอยด์ และทรงไฮเปอร์โบลอยด์ จากการทดสอบหาปริมาตรจากการกรอกค่าข้อมูลลงโปรแกรมแล้วปรากฏว่าค่าคลาดเคลื่อนที่ได้เมื่อเปรียบเทียบกับค่าปริมาตรที่ได้จากการคำนวณทางคณิตศาสตร์นั้น มีค่าไม่เกิน 2 เปอร์เซ็นต์ ซึ่งเมื่อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดูจากค่าคลาดเคลื่อนนี้แล้วถือว่ายังอยู่ในระดับที่ยอมรับได้ ดังนั้นจึงอาจกล่าวได้ว่าวิธีการที่นำเสนอนี้มีประสิทธิภาพเพียงพอในการคำนวณหาค่าปริมาตร

ส่วนในหัวข้อ 4.1.5 นั้นได้เริ่มนำเอาปัญหาการหาอัตราส่วนเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดมาประยุกต์ใช้โดยเริ่มจากการนำรูปทรงที่แน่นอนมาทำการซ้อนกันและหาปริมาตรภายในและ ปริมาตรทั้งหมด จากนั้นทำการหาอัตราส่วนของปริมาตรภายในต่อปริมาตรทั้งหมด แล้วทำการนำอัตราส่วนที่ได้จากวิธีที่นำเสนอมาเปรียบเทียบกับวิธีการคำนวณทางคณิตศาสตร์เพื่อหาค่าความคลาดเคลื่อน ซึ่งจากตัวอย่างที่ 4.13 จะเห็นได้ว่าเมื่อนำอัตราส่วนมาทำการเปรียบเทียบกันแล้วค่าคลาดเคลื่อนที่ได้นั้นเป็น 0 แต่จากโจทย์นั้นจะเห็นได้ว่าเป็นรูปทรงที่แน่นอน

5.1.2 การวิเคราะห์ผลการทดลองของการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน

ต่อไปจะเป็นตารางแสดงการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน

ตารางที่ 5.1 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการคำนวณหาอัตราส่วนเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดในกระดูก เมื่อแบ่งกระดูกออกเป็น 4 ส่วน ส่วนละ 2 เซนติเมตร

ระดับเกรดที่เกิดเนื้อตาย	ค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน	
	วิธีการปัจจุบัน	วิธีการใหม่ที่นำเสนอ
เกรด 1	36.09605 %	10.83666 %
เกรด 2	5.10543 %	4.27698 %
เกรด 3	0.29002 %	0.15201 %

ตารางที่ 5.2 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการคำนวณหาอัตราส่วนเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดในกระดูก เมื่อแบ่งกระดูกออกเป็น 8 ส่วน ส่วนละ 1 เซนติเมตร

ระดับเกรดที่เกิดเนื้อตาย	ค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน	
	วิธีการปัจจุบัน	วิธีการใหม่ที่นำเสนอ
เกรด 1	17.35947 %	3.52235 %
เกรด 2	2.62332 %	0.92465 %
เกรด 3	0.14447 %	0.02034 %

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 5.3 เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการคำนวณหาอัตราส่วนเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดในกระดุก เมื่อแบ่งกระดุกออกเป็น 16 ส่วน ส่วนละ 0.5 เซนติเมตร

ระดับเกรดที่เกิดเนื้อตาย	ค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อน	
	วิธีการปัจจุบัน	วิธีการใหม่ที่น่าเสนอ
เกรด 1	8.58126 %	1.12799 %
เกรด 2	1.30792 %	0.20791 %
เกรด 3	0.11156 %	0.07040 %

จากข้อมูลที่แสดงในตารางที่ 5.1 ตารางที่ 5.2 และ ตารางที่ 5.3 พบว่าค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบัน นั้นมากกว่า ค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีการใหม่ที่น่าเสนอ อีกทั้งยังบอกได้อีกว่า ยิ่งเนื้อมะเร็งตายมีมากขึ้น เปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนก็จะน้อยลง

จากตารางพบว่าการแบ่งกระดุกออกเป็น 4 ส่วน ถึงแม้จะลดเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนจากวิธีปัจจุบันได้ แต่ ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนประมาณ 10 เปอร์เซ็นต์ ยังถือว่ามาก ดังนั้นจึงควรแบ่งเพิ่มเป็น 8 ส่วน ซึ่งทำให้ค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนลดลงเหลือประมาณ 3 เปอร์เซ็นต์ ซึ่งถือว่าเป็นค่าความคลาดเคลื่อนที่สามารถยอมรับได้ และในการทดสอบยังแสดงให้เห็นอีกว่า หากทำการตัดแบ่งส่วนออกเป็นจำนวนที่มากขึ้น 2 เท่า ก็จะทำให้ค่าคลาดเคลื่อนที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีปัจจุบันนั้นลดลง 2 เท่า แต่ค่าคลาดเคลื่อนที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีการใหม่ที่น่าเสนอนั้นลดลงถึง 4 เท่า นั้นหมายถึงการคำนวณมีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น แต่ในการผ่าตัดเพื่อรักษาโรคมะเร็งในกระดุกนั้นมีข้อจำกัดต่างๆมากมาย เช่น การผ่าตัดกระดุกออกมาแต่ละชิ้นต้องยาวไม่น้อยกว่า 1 ซม. ดังนั้นตารางที่ 5.3 จึงไม่เหมาะสมที่จะนำมาใช้กับตัวอย่างในงานวิจัยนี้ ถึงแม้ว่าจะมีประสิทธิภาพมากกว่า แต่ก็มีขนาดชิ้นที่เล็กเกินไป ซึ่งการที่จะสรุปว่าแบ่งกี่ส่วนจึงจะเหมาะสมนั้น ขึ้นอยู่กับความยาวของชิ้นกระดุกและเงื่อนไขในทางการแพทย์ ซึ่งในงานวิจัยนี้การแบ่งกระดุกเป็น 8 ส่วน ส่วนละ 1 เซนติเมตร จะเป็นการแบ่งที่เหมาะสมที่สุด แต่หากต้องการลดชิ้นงานลงในกรณีที่ไม่ต้องการความแม่นยำในการคำนวณมากนัก อาจแบ่งกระดุกเพียงแค่ 4 ส่วน ส่วนละ 1 เซนติเมตรได้

5.2 ข้อเสนอแนะ

วิธีการพยากรณ์หาอัตราส่วนเนื้อมะเร็งที่ตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดที่ได้นำเสนอในงานวิจัยนี้เป็นอีกวิธีหนึ่งที่ช่วยเพิ่มความแม่นยำและมีประสิทธิภาพในการรักษา แต่วิธีที่ได้จัดทำนั้นอาจจะยังไม่ใช่วิธีที่ดีที่สุด เนื่องจากมีวิธีทางคณิตศาสตร์เพียง 3 วิธีเท่านั้นที่สนใจและเลือกมาเปรียบเทียบในงานวิจัยนี้ ซึ่งวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการประมาณค่ายังมีอีกมากมาย เพราะฉะนั้นอาจมีบางวิธีที่ใช้คำนวณแล้วได้ค่าแม่นยำและมีประสิทธิภาพมากกว่าวิธีที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ ในปัจจุบันอาจจะมีงานวิจัยหลายงาน ซึ่งทำการวิจัยหาวิธีที่เหมาะสมในการหาอัตราส่วนเนื้อมะเร็งตายต่อเนื้อมะเร็งทั้งหมดในกระดุก ดังนั้นงานวิจัยนี้ขอเป็นแนวทางหนึ่งที่จะช่วยในการพัฒนาประสิทธิภาพในการรักษาโรคมะเร็งในกระดุกให้ดียิ่งขึ้น



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

Dyce, K.M., “Textbook of Veterinary Anatomy.” Saunders, 1987.

Books (entire): Boyde A 1972 **The Biochemistry and Physiology of Bone**, 2nd ed., vol. 1.

Academic Press, New York, NY, USA.

รศ.ถักคินี ชิตสกุล, “เอกสารประกอบการสอนวิชา Numerical Analysis” สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง 2004.

UMBC.2005. “Department of Mathematics and Statistics”. [Online]. Aviable :

www.math.umbc.edu/~rouben/dynagraph/examples.html

Schneider Children’s Hospital. 2005. “Bone Marrow”. [Online]. Aviable :

http://www.schneiderchildrenshospital.org/peds_html_fixed/peds/oncology/bonetran.htm

นายแพทย์เจริญพิน เจนจิตราพันธ์ รังสีแพทย์ แผนกเอกซเรย์. 2005. เครื่องเอกซเรย์คอมพิวเตอร์ (CT Scan) และเครื่องตรวจพลังแม่เหล็ก (MRI). [Online]. Aviable : <http://www.ram-hosp.co.th/books/6ct.htm>

มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ คณะวิทยาศาสตร์. 2005. “Interpolation and Approximation”.

[Online]. Aviable : http://mylesson.swu.ac.th/py472/html/chapter_3.htm

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาคผนวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้


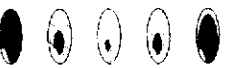




















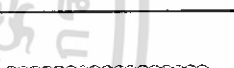


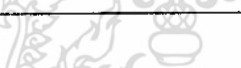









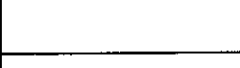

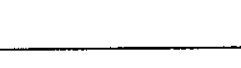
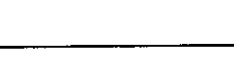


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ ก.1 ตารางแสดงโมเดลจำลองกระดูก

รูปที่	โมเดลกระดูกจำลอง	แบ่ง 4 ส่วน	แบ่ง 8 ส่วน	แบ่ง 16 ส่วน
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
















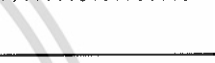





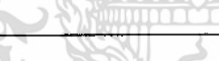










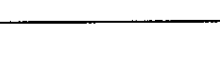
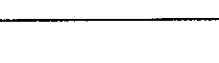
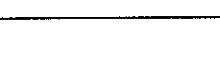
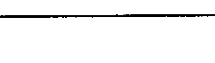
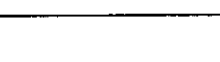
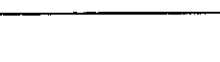
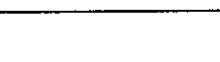
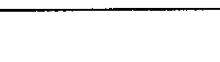
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่	โมเดลกระดูกจำลอง	แบ่ง 4 ส่วน	แบ่ง 8 ส่วน	แบ่ง 16 ส่วน
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				











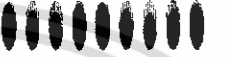





























เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่	โมเดลกระดูกจำลอง	แบ่ง 4 ส่วน	แบ่ง 8 ส่วน	แบ่ง 16 ส่วน
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่	โมเดลกระดูกจำลอง	แบ่ง 4 ส่วน	แบ่ง 8 ส่วน	แบ่ง 16 ส่วน
30				
31				
32				
33				
34				
35				
36				
37				
38				
39				

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่	โมเดลกระดูกจำลอง	แบ่ง 4 ส่วน	แบ่ง 8 ส่วน	แบ่ง 16 ส่วน
40				
41				
42				
43				
44				
45				
46				
47				
48				
49				

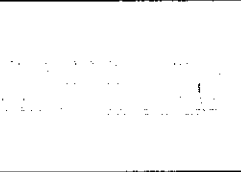
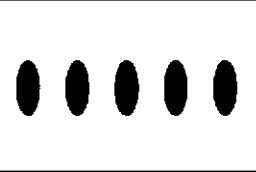
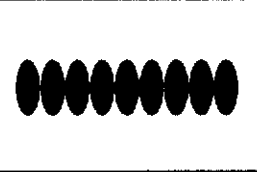
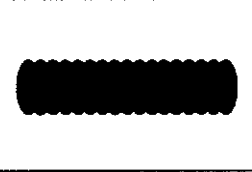
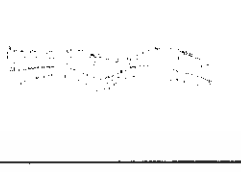
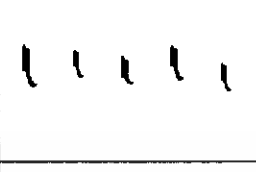
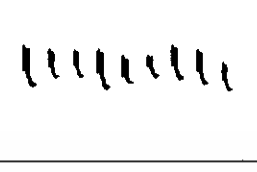

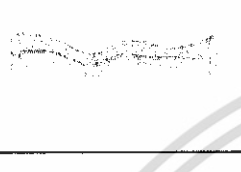
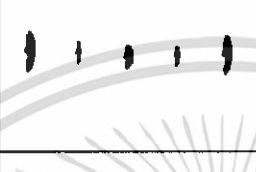
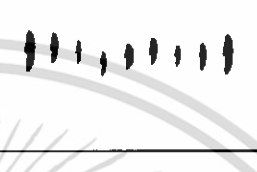
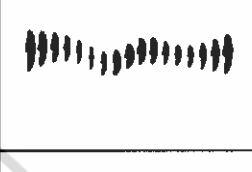
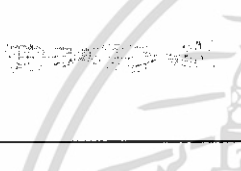
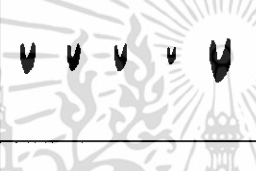
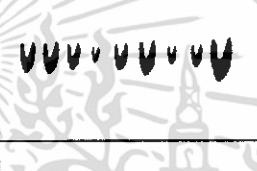
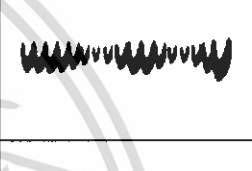
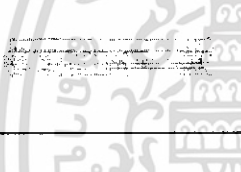


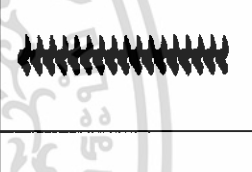




เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่	โมเดลกระดูกจำลอง	แบ่ง 4 ส่วน	แบ่ง 8 ส่วน	แบ่ง 16 ส่วน
50				
51				
52				
53				
54				
55				
56				
57				
58				
59				

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่	โมเดลกระดูกจำลอง	แบ่ง 4 ส่วน	แบ่ง 8 ส่วน	แบ่ง 16 ส่วน
60				
61				
62				
63				
64				
65				
66				
67				
68				
69				

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่	โมเดลกระดูกจำลอง	แบ่ง 4 ส่วน	แบ่ง 8 ส่วน	แบ่ง 16 ส่วน
70				
71				
72				
73				
74				
75				

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาคผนวก ข.

**ตารางค่าความคลาดเคลื่อน แสดงการเปรียบเทียบ
ระหว่างวิธีปัจจุบัน กับวิธีการที่นำเสนอ**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง ข.1 ตารางแสดงการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อน เกรด 1 แบบแบ่ง 4 ส่วน

Model	Form-Z	Current Method		Romberg Method	
	Rational(%)	Rational(%)	Error(%)	Rational(%)	Error(%)
1	8.55876	19.46387	127.41457	13.77814	60.98279
2	12.11768	17.52547	44.62725	10.44348	13.81621
3	12.29593	16.02177	30.30139	13.96931	13.60922
4	12.73202	13.62172	6.98792	13.17814	3.50394
5	12.75908	20.33422	59.37068	11.08554	13.11642
6	13.49437	28.32888	109.93105	15.52687	15.06183
7	13.71878	14.40731	5.01887	12.15948	11.36617
8	18.45723	26.0727	41.26011	18.52789	0.38285
9	18.80498	21.94423	16.69371	19.77602	5.16371
10	20.94085	34.66323	65.52928	20.95546	0.06978
11	21.52455	22.98638	6.79146	20.09146	6.65792
12	22.38239	22.70308	1.43276	22.50867	0.56415
13	22.52802	43.65801	93.79425	22.10749	1.8667
14	24.2867	31.47088	29.58074	19.92328	17.96628
15	29.60844	51.53043	74.03969	35.20138	18.88969
16	32.33596	35.62007	10.15621	30.5633	5.48199
17	33.33347	37.49936	12.49764	33.3322	0.00379
18	35.05632	41.61256	18.702	35.85293	2.27237
19	36.29335	41.58009	14.56668	40.34969	11.17651
20	37.09112	55.25784	48.97862	45.81841	23.52933
21	38.84859	48.08123	23.76571	35.81852	7.7997
22	41.88368	53.39573	27.48576	54.01929	28.97455
23	42.3504	41.25796	2.57953	42.39846	0.11348
24	46.34042	50.3616	8.67748	45.72373	1.33079
25	46.27875	56.56099	22.21805	42.93909	7.2164
	Maximum		127.41457		60.98279
	Minimum		1.43276		0.00379
	Average		36.09605		10.83666

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง ข.2 ตารางแสดงการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อน เกรด 1 แบบแบ่ง 8 ส่วน

Model	Form-Z(%)	Current Method		Romberg Method	
	Rational(%)	Rational(%)	Error(%)	Rational(%)	Error(%)
1	8.55876	13.91135	62.53921	9.38485	9.65197
2	12.11768	14.75929	21.79962	12.4552	2.78535
3	12.29593	14.14813	15.06352	12.43155	1.10294
4	12.73202	13.12212	3.06393	12.65368	0.61527
5	12.75908	16.71724	31.02237	13.28377	4.11233
6	13.49437	21.62628	60.26146	16.17811	19.88781
7	13.71878	14.13328	3.02139	13.96711	1.81012
8	18.45723	22.18827	20.21452	18.28014	0.95945
9	18.80498	20.43014	8.64217	18.61283	1.0218
10	20.94085	27.61756	31.8837	20.96618	0.12099
11	21.52455	22.21161	3.19202	21.64694	0.56861
12	22.38239	23.74516	6.08854	23.75122	6.11562
13	22.52802	32.70732	45.18508	22.53336	0.02369
14	24.2867	27.65357	13.86303	24.73493	1.84561
15	29.60844	37.08762	25.26029	27.36033	7.59279
16	32.33596	33.96925	5.05099	32.4806	0.44731
17	33.33347	35.41649	6.24904	33.33342	0.00013
18	35.05632	38.40718	9.55849	34.94687	0.31224
19	36.29335	38.88924	7.15252	35.81451	1.31936
20	37.09112	42.45042	14.44902	33.93063	8.52088
21	38.84859	44.29944	14.031	40.10854	3.24322
22	41.88368	44.65347	6.61305	38.36206	8.40809
23	42.3504	43.91499	3.69439	44.54057	5.17154
24	46.34042	48.05019	3.68957	46.2674	0.15759
25	46.27875	52.01632	12.39784	47.32656	2.26412
Maximum			62.53921		19.88781
Minimum			3.02139		0.00013
Average			17.35947		3.52235

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง ข.3 ตารางแสดงการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อน เกรด 1 แบบแบ่ง 16 ส่วน

Model	Form-Z(%)	Current Method		Romberg Method	
	Rational(%)	Rational(%)	Error(%)	Rational(%)	Error(%)
1	8.55876	11.26134	31.57676	9.19442	7.42701
2	12.11768	13.51297	11.51451	12.36331	2.02701
3	12.29593	13.11527	6.66348	12.2495	0.37766
4	12.73202	12.92616	1.52481	12.7367	0.03679
5	12.75908	14.64222	14.75925	12.70946	0.38889
6	13.49437	18.21103	34.95275	15.40691	14.17288
7	13.71878	13.89588	1.29091	13.70029	0.13475
8	18.45723	20.3422	10.21263	18.44832	0.04829
9	18.80498	19.67787	4.64179	18.81394	0.04764
10	20.94085	24.21358	15.6285	20.94395	0.01483
11	21.52455	21.84555	1.49134	21.52234	0.01028
12	22.38239	22.97817	2.6618	22.26659	0.51737
13	22.52802	27.50546	22.09445	22.53764	0.04271
14	24.2867	25.82438	6.33137	24.24793	0.1596
15	29.60844	32.57706	10.02628	29.32836	0.94594
16	32.33596	33.12661	2.44512	32.31031	0.07931
17	33.33347	34.37457	3.12331	33.33276	0.00213
18	35.05632	36.74673	4.82196	35.01853	0.1078
19	36.29335	37.62807	3.67757	36.28454	0.02428
20	37.09112	39.31511	5.99601	37.10585	0.03971
21	38.84859	41.49121	6.80237	38.77471	0.19018
22	41.88368	43.20166	3.14676	42.07146	0.44832
23	42.3504	42.9824	1.4923	42.0462	0.71831
24	46.34042	47.12772	1.69894	46.33507	0.01156
25	46.27875	49.03533	5.95647	46.17398	0.2264
Maximum			34.95275		14.17288
Minimum			1.29091		0.00213
Average			8.58126		1.12799

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง ข.4 ตารางแสดงการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อน เกรด 2 แบบแบ่ง 4 ส่วน

Model	Form-Z(%)	Current Method		Romberg Method	
	Rational(%)	Rational(%)	Error(%)	Rational(%)	Error(%)
26	50.5083	51.28661	1.54094	49.63172	1.73553
27	52.74801	53.44729	1.3257	51.29269	2.759
28	53.27084	68.49313	28.57527	65.44146	22.84668
29	54.55443	48.05067	11.92159	59.90865	9.81445
30	55.69875	58.58034	5.17353	53.29118	4.32248
31	58.76727	65.22409	10.98711	57.16206	2.73146
32	58.48238	59.4315	1.62292	57.17469	2.23603
33	59.11223	59.85295	1.25307	57.89457	2.05992
34	60.91506	73.34607	20.40712	63.32049	3.94883
35	61.14305	64.24816	5.07843	58.41404	4.46332
36	63.0569	62.02253	1.64036	66.43024	5.34968
37	46.67982	45.91355	1.64155	49.176	5.34744
38	45.36401	41.93341	7.56238	50.9347	12.27998
39	68.313	71.70933	4.97172	68.46272	0.21917
40	70.63985	69.47988	1.64208	74.41689	5.3469
41	70.41066	71.99198	2.24586	71.28091	1.23597
42	71.10299	75.01401	5.5005	65.94247	7.2578
43	75.58719	75.41826	0.22349	75.85002	0.34772
44	77.6383	79.41368	2.28674	78.64114	1.29168
45	78.3728	79.41559	1.33055	77.46609	1.15693
46	79.19881	77.8979	1.6426	83.43357	5.34699
47	83.74071	85.32404	1.89076	82.65194	1.30017
48	84.35743	86.0657	2.02503	84.88612	0.62673
49	85.42775	87.36886	2.27222	86.50769	1.26416
50	88.21933	90.75504	2.87432	86.77659	1.6354
	Maximum		28.57527		22.84668
	Minimum		0.22349		0.21917
	Average		5.10543		4.27698

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง ข.5 ตารางแสดงการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อน เกรด 2 แบบแบ่ง 8 ส่วน

Model	Form-Z(%)	Current Method		Romberg Method	
	Rational(%)	Rational(%)	Error(%)	Rational(%)	Error(%)
26	50.5083	51.10382	1.17905	50.83838	0.65351
27	52.74801	53.01474	0.50567	52.87871	0.24777
28	53.27084	58.99648	10.74818	51.22163	3.84678
29	54.55443	51.20392	6.14159	54.04483	0.93412
30	55.69875	57.10042	2.51652	56.01162	0.56172
31	58.76727	61.79866	5.15831	58.56475	0.3446
32	58.48238	59.23875	1.29333	58.97251	0.83809
33	59.11223	59.42514	0.52935	59.25592	0.24307
34	60.91506	69.25275	13.68741	66.0448	8.42113
35	61.14305	62.63581	2.44142	61.44707	0.49721
36	63.0569	62.43811	0.98131	62.58807	0.7435
37	46.67982	46.22203	0.98072	46.33359	0.74173
38	45.36401	43.3866	4.35899	44.60931	1.66364
39	68.313	70.09061	2.60217	68.21987	0.13632
40	70.63985	69.94703	0.98077	70.11599	0.74159
41	70.41066	71.19621	1.11567	70.27855	0.18763
42	71.10299	73.07953	2.77983	71.5665	0.65188
43	75.58719	75.49657	0.11989	75.55135	0.04742
44	77.6383	78.5304	1.14905	77.5154	0.1583
45	78.3728	78.8717	0.63656	78.49625	0.15752
46	79.19881	78.42147	0.98151	78.61092	0.7423
47	83.74071	84.55105	0.96768	83.88046	0.16689
48	84.35743	85.30084	1.11835	84.33968	0.02105
49	85.42775	86.40289	1.14148	85.28932	0.16204
50	88.21933	89.51466	1.4683	88.40151	0.20651
	Maximum		13.68741		8.42113
	Minimum		0.11989		0.02105
	Average		2.62332		0.92465

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง ข.6 ตารางแสดงการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อน เกรด 2 แบบแบ่ง 16 ส่วน

Model	Form-Z(%)	Current Method		Romberg Method	
	Rational(%)	Rational(%)	Error(%)	Rational(%)	Error(%)
26	50.5083	50.7703	0.51871	50.47084	0.07417
27	52.74801	52.83594	0.1667	52.7331	0.02827
28	53.27084	56.03214	5.1835	53.51601	0.46023
29	54.55443	52.89773	3.03678	54.56958	0.02778
30	55.69875	56.3306	1.13441	55.67789	0.03744
31	58.76727	60.31715	2.63732	58.778	0.01826
32	58.48238	58.79675	0.53755	58.42239	0.10256
33	59.11223	59.22571	0.19197	59.10157	0.01803
34	60.91506	65.77727	7.98194	63.29792	3.91177
35	61.14305	61.82405	1.11378	61.12417	0.03088
36	63.0569	62.80051	0.40659	63.08357	0.0423
37	46.67982	46.49841	0.38865	46.71233	0.06963
38	45.36401	44.42734	2.06478	45.40933	0.0999
39	68.313	69.2459	1.36564	68.304	0.01317
40	70.63985	70.35473	0.40362	70.67274	0.04656
41	70.41066	70.81497	0.57422	70.39869	0.017
42	71.10299	72.03053	1.30451	71.04705	0.07867
43	75.58719	75.54729	0.05278	75.5907	0.00464
44	77.6383	78.10857	0.60572	77.64931	0.01418
45	78.3728	78.58509	0.27087	78.35414	0.02381
46	79.19881	78.87906	0.40374	79.23589	0.04682
47	83.74071	84.12798	0.46247	83.73279	0.00946
48	84.35743	84.85109	0.5852	84.35499	0.00289
49	85.42775	85.93877	0.59819	85.43292	0.00606
50	88.21933	88.84424	0.70836	88.20762	0.01328
	Maximum		7.98194		3.91177
	Minimum		0.05278		0.00289
	Average		1.30792		0.20791

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง ข.7 ตารางแสดงการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อน เกรด 3 แบบแบ่ง 4 ส่วน

Model	Form-Z(%)	Current Method		Romberg Method	
	Rational(%)	Rational(%)	Error(%)	Rational(%)	Error(%)
51	90.88557	92.87879	2.19311	89.92155	1.0607
52	90.91303	92.90553	2.19165	89.94575	1.06397
53	90.98751	90.98712	0.00043	90.9876	0.0001
54	92.04491	92.04124	0.00398	92.04231	0.00282
55	93.48643	93.49893	0.01338	93.49574	0.00996
56	93.51682	93.84645	0.35249	93.79909	0.30184
57	88.31345	88.31268	0.00087	88.31167	0.00202
58	94.3858	94.71925	0.35328	94.67256	0.30382
59	95.4406	95.32532	0.12079	95.6294	0.19782
60	95.58371	95.58741	0.00387	95.58932	0.00587
61	95.65347	95.24256	0.42958	95.79739	0.15046
62	95.64659	95.64823	0.00171	95.64951	0.00305
63	95.68094	95.68471	0.00394	95.68578	0.00506
64	95.72867	95.72594	0.00285	95.72556	0.00324
65	95.74976	96.7036	0.99617	95.49219	0.26901
66	95.96578	95.96677	0.00103	95.96754	0.00184
67	96.07205	95.9562	0.12059	96.26238	0.19811
68	96.79216	96.78561	0.00676	96.78004	0.01252
69	96.89842	96.89751	0.00094	96.89557	0.00294
70	97.27566	96.85766	0.42971	97.42145	0.14987
74	97.48898	97.48277	0.00637	97.47041	0.01904
72	97.51291	97.50799	0.00505	97.50545	0.00765
73	97.63962	97.63857	0.00107	97.63194	0.00787
74	97.9389	97.93307	0.00595	97.93197	0.00707
75	98.28028	98.27532	0.00505	98.26693	0.01359
Maximum			2.19311	1.06397	
Minimum			0.00043	0.0001	
Average			0.29002	0.15201	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง ข.8 ตารางแสดงการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อน เกรด 3 แบบแบ่ง 8 ส่วน

Model	Form-Z(%)	Current Method		Romberg Method	
	Rational(%)	Rational(%)	Error(%)	Rational(%)	Error(%)
51	90.88557	91.91248	1.12988	91.01427	0.14161
52	90.91303	91.93687	1.12618	91.03695	0.1363
53	90.98751	90.98544	0.00227	90.98431	0.00351
54	92.04491	92.04032	0.00498	92.03962	0.00574
55	93.48643	93.49673	0.01103	93.49657	0.01085
56	93.51682	93.68864	0.18374	93.48621	0.03273
57	88.31345	88.31896	0.00624	88.32281	0.0106
58	94.3858	94.55833	0.18279	94.35302	0.03473
59	95.4406	95.4404	0.00021	95.44074	0.00015
60	95.58371	95.58582	0.00221	95.58463	0.00096
61	95.65347	95.45313	0.20944	95.62447	0.03032
62	95.64659	95.64677	0.00019	95.64505	0.00161
63	95.68094	95.68829	0.00769	95.69061	0.01011
64	95.72867	95.72805	0.00065	95.72923	0.00058
65	95.74976	96.2383	0.51022	95.78133	0.03296
66	95.96578	95.96597	0.00019	95.96535	0.00045
67	96.07205	96.0703	0.00183	96.06954	0.00261
68	96.79216	96.78929	0.00296	96.7913	0.00089
69	96.89842	96.90057	0.00221	96.90242	0.00413
70	97.27566	97.07085	0.21054	97.24456	0.03197
71	97.48898	97.48385	0.00526	97.48444	0.00466
72	97.51291	97.50949	0.00351	97.51062	0.00235
73	97.63962	97.63591	0.0038	97.63352	0.00624
74	97.9389	97.93758	0.00135	97.94012	0.00125
75	98.28028	98.27795	0.00238	98.27922	0.00108
	Maximum		1.12988		0.14161
	Minimum		0.00019		0.00015
	Average		0.14447		0.02034

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตาราง ข.9 ตารางแสดงการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อน เกรด 3 แบบแบ่ง 16 ส่วน

Model	Form-Z(%)	Current Method		Romberg Method	
	Rational(%)	Rational(%)	Error(%)	Rational(%)	Error(%)
51	90.88557	91.38411	0.54853	90.87533	0.01127
52	90.91303	91.40696	0.5433	90.89714	0.01748
53	90.98751	90.98813	0.00068	90.98967	0.00237
54	92.04491	91.12679	0.99747	90.49642	1.68231
55	93.48643	93.49319	0.00724	93.49172	0.00566
56	93.51682	93.60835	0.09788	93.51698	0.00018
57	88.31345	88.31525	0.00204	88.31318	0.00031
58	94.3858	94.47697	0.09659	94.38461	0.00126
59	95.4406	95.45566	0.01578	95.44112	0.00055
60	95.58371	95.58371	0	95.58237	0.0014
61	95.65347	95.56126	0.09641	95.65463	0.00121
62	95.64659	95.64753	0.00098	95.64778	0.00124
63	95.68094	95.68465	0.00388	95.68285	0.002
64	95.72867	95.72852	0.00016	95.7287	0.00003
65	95.74976	95.9906	0.25153	95.74488	0.0051
66	95.96578	95.96443	0.00141	95.96358	0.0023
67	96.07205	96.08591	0.01443	96.07142	0.00066
68	96.79216	96.79851	0.00656	96.8035	0.01171
69	96.89842	96.89856	0.00014	96.89742	0.00104
70	97.27566	97.18108	0.09723	97.27618	0.00053
71	97.48898	97.48756	0.00146	97.48921	0.00024
72	97.51291	97.51376	0.00088	97.51638	0.00356
73	97.63962	97.6418	0.00223	97.64518	0.0057
74	97.9389	97.93852	0.00038	97.93885	0.00005
75	98.28028	98.27856	0.00175	98.27843	0.00189
Maximum			0.99747		1.68231
Minimum			0		0.00003
Average			0.11156		0.0704

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้