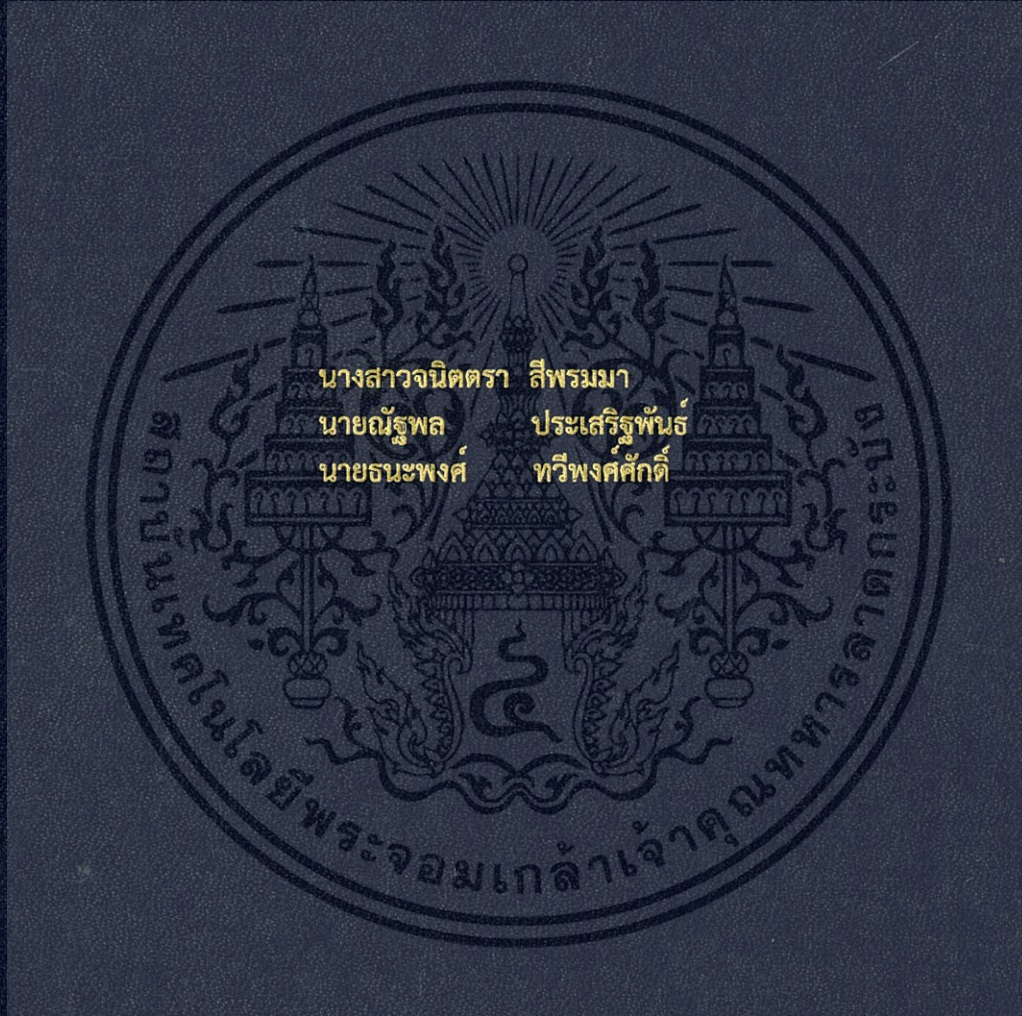


ชุดทดลองการสั่นสะเทือนในแนวด้านข้างของแบบจำลองย่อขนาดชุดล้อเพลาดเดี่ยว

Lateral Vibration Apparatus of Single-axle Wheelset Scaled Model



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล  
คณะวิศวกรรมศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ปีการศึกษา 2560

ชุดทดลองการสั่นสะเทือนในแนวด้านข้างของแบบจำลองย่อขนาดชุดล้อเพลลาเดี่ยว

Lateral Vibration Apparatus of Single-axle Wheelset Scaled Model



ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2560

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# Lateral Vibration Apparatus of Single-axle Wheelset Scaled Model



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF  
BACHELOR OF ENGINEERING IN MECHANICAL ENGINEERING  
FACULTY OF ENGINEERING  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG  
2017

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปริญญาานิพนธ์ปีการศึกษา 2560

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เรื่อง ชุดทดลองการสั่นสะเทือนในแนวด้านข้างของแบบจำลองย่อขนาดชุดล้อเพลลาเดี่ยว

LATERAL VIBRATION APPARATUS OF SINGLE-AXLE OF WHEELSET SCALED MODEL

ผู้จัดทำ

1.นางสาว จนิตตรา สีพรมมา รหัสประจำตัว 57010152

2.นาย ณัฐพล ประเสริฐพันธ์ รหัสประจำตัว 57010445

3.นาย ณะพงษ์ ทวีพงศ์ศักดิ์ รหัสประจำตัว 57010572



อาจารย์ที่ปรึกษา

( ผศ.ดร.มนต์ศักดิ์ พิมสาร )

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ชุดทดลองการสั่นสะเทือนในแนวด้านข้างของแบบจำลองย่อขนาดชุดล้อเพลาดียว

นางสาว จนิตรรา สีพรมมา	57010152
นาย ญัฐพล ประเสริฐพันธ์	57010445
นาย ณะพงษ์ ทวีพงศ์ศักดิ์	57010572
ผศ.ดร.มนต์ศักดิ์ พิมสาร อาจารย์ที่ปรึกษา ปีการศึกษา 2560	

### บทคัดย่อ

การสั่นสะเทือนด้านข้างที่อาจเกิดขึ้นจากความผิดปกติของรางวิ่งส่งผลต่อความสะดวกสบายของผู้โดยสาร อายุการใช้งานของรถไฟ และยังเป็นสาเหตุหลักที่ทำให้เกิดอุบัติเหตุไฟตกราง โครงการนี้จึงออกแบบและสร้างแบบจำลองรถไฟแบบครึ่งแคร่ที่มีองศาอิสระเท่ากับสอง เพื่อศึกษาการสั่นสะเทือนในแนวด้านข้าง และหาความเร็ววิกฤตซึ่งเป็นความเร็วที่ทำให้ชุดล้อมีการสั่นสะเทือนในแนวด้านข้างแบบเสถียรเล็กน้อย (marginal stable) ถ้าความเร็วชุดล้อมากกว่านี้จะเป็นการเคลื่อนที่สั่นสะเทือนแบบไม่คงตัว (unstable) ในการออกแบบใช้ความสัมพันธ์คล้ายคลึงทางกล (Mechanical Similarity Law) ในการคำนวณอัตราส่วนการย่อที่สำคัญ ได้แก่ ความยาว เวลา ความหนาแน่นของแบบจำลอง มวล แรงคืบ และค่าความแข็งสปริงของระบบกันสะเทือน ผลจากการออกแบบได้แบบจำลองที่มีอัตราส่วนย่อขนาดความยาวของแคร่รถไฟเท่ากับ 1:10 อัตราส่วนย่อมวล เท่ากับ 1:1000 อัตราส่วนย่อความหนาแน่นเท่ากับ 1:1 อัตราส่วนสัมพันธ์แรงคืบเท่ากับ 1:1000 และอัตราส่วนย่อของเวลาเท่ากับ 1:3.16 จากนั้นนำแบบจำลองดังกล่าวไปติดตั้งบนแท่นหมุนจำลองการเคลื่อนที่เพื่อทดลองหาผลการตอบสนองของการสั่นสะเทือนในแนวด้านข้าง และความเร็ววิกฤต และเปรียบเทียบกับผลที่ได้กับผลลัพธ์จากทางทฤษฎี โดยความเร็ววิกฤตที่คำนวณได้จากทางทฤษฎีมีค่าเท่ากับ 4.791 m/s แต่ความเร็ววิกฤตจากการทดลองไม่สามารถวัดค่าได้เนื่องจากเมื่อแบบจำลองมีความเร็วสูงขึ้นส่งผลให้ชุดล้อของแท่นหมุนเกิดการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง จึงไม่สามารถหาค่าความเร็ววิกฤตจากการทดลองได้

## LATERAL VIBRATION APPARATUS OF SINGLE-AXLE WHEELSET SCALED MODEL

Janittra	Sepromma	57010152
Nuttapon	Prasertpun	57010445
Tanapong	Tawipongsak	57010572
Asst. Prof. Dr. Monsak Pimsarn		Advisor
Year 2017		

**ABSTRACT**

Lateral vibrational generated by the track's irregularities can affect the passengers' comfort and a train's life and it is the main cause of the train derailment. The purposes of this project are to design and fabricate the half rolling stock scaled model, two-degree-of-freedom, for lateral vibration study and finding the train critical velocity, causing the train wheelset to laterally vibrate in marginal stable state. If the wheelset velocity is higher than this value, the vibration will be unstable. In the design process, the Mechanical Similarity Law was used to calculate various scale factors, such as, length, time, density of the model, mass, creep force and stiffness of suspension system. The design was accomplished and the model has 1:10 length scale factor, 1:1000 mass scale factor, 1:1 density scale factor, 1:1000 creep coefficients factor and 1:3.16 time scale factor. The model was created and set up on small - scale roller rig to test the effect of lateral vibration and critical speed and to compare the responses from experiments with the theoretical results. It was found that the theoretical critical speed was 4.791 m/s. However, the experiment critical speed can not be measured because when the wheelset velocity was increased, it resulted in the roller-rig laterally moved. Therefore, the experimental critical speed could not be found.

## กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลงได้จะสำเร็จลุล่วงไปได้หากไม่มีผู้มีความกรุณาธิคุณเฉกเช่น ผศ.ดร. มนต์ศักดิ์ พิมสาร อาจารย์ที่ปรึกษาซึ่งท่านได้ให้ความใส่ใจ ความเมตตาและความรักแก่พวกเรา คณะผู้จัดทำ เป็นอย่างมาก รวมถึงให้คำปรึกษา คำแนะนำที่เปี่ยมไปด้วยความรู้และประสบการณ์ซึ่งทำให้พวกเรา คณะผู้จัดทำซาบซึ้งมากจึงขอขอบคุณมา ณ ที่นี้

ขอขอบพระคุณอาจารย์ประจำห้องทดสอบปริญญานิพนธ์ที่ผ่านมาทุกท่าน อาจารย์อุณหัต พิณโสภณ อาจารย์บำรุง พ่วงเกิด อาจารย์จิตรราภรณ์ วงสาขาม และอาจารย์สยาม สงวนรัมย์ ที่ให้คำแนะนำในการ ปรับปรุงปริญญานิพนธ์ที่เปี่ยมล้นไปด้วยความหวังใย รวมไปถึงคณาจารย์ที่ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลผู้สั่งสอนพวกเรา ศิษย์ให้ได้สั่งสมวิชาความรู้จนเป็นที่ภาคภูมิใจและก้าวหน้าต่อไปด้วยความมุ่งมั่นบากบั่น พากเพียรในอนาคต

ขอขอบคุณ คุณจุลวิชัย มาฟักและคุณเจตจำนง เกษประดิษฐ์ ที่อำนวยความสะดวกในห้องปฏิบัติการ ทางวิศวกรรมเครื่องกลเอื้อเพื่อให้ยืมเครื่องมือและอุปกรณ์ที่ใช้ในโครงการนี้ให้แก่พวกเรา รวมถึงให้ความช่วยเหลือในด้านต่างๆ และคณะวิศวกรรมศาสตร์ที่ได้ให้สถานที่ในการศึกษาแก่พวกเรา นักศึกษาในการทำ โครงการครั้งนี้

และต้องขอขอบพระคุณบุคคลสำคัญที่สุดที่ทำให้ข้าพเจ้ามีวันนี้ ก็คือ บิดา มารดา อันเป็นที่เคารพรัก ยิ่ง ซึ่งได้เลี้ยงดูผู้จัดทำมาเป็นอย่างดี พร้อมทั้งให้โอกาสในการศึกษาอย่างเต็มที่ และยังให้กำลังใจ เอาใจใส่ เสมอมาในทุก ๆ ด้านอันหาที่เปรียบมิได้ ข้าพเจ้าขอระลึกในพระคุณอันสูงสุดประมาณ และขอกราบพระคุณ มา ณ ที่นี้

นางสาว จณิตตรา สีพรมมา

นาย ญัฐพล ประเสริฐพันธ์

นาย ธนะพงศ์ ทวีพงศ์ศักดิ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VIII
สารบัญรูปภาพ.....	IX
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญ.....	1
1.2 จุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	1
1.3 ขอบเขตของการศึกษา.....	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
1.5 วิธีการดำเนินงาน.....	2
บทที่ 2 งานวิจัยและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	3
2.1 บทนำ.....	3
2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	3
2.3 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	4
2.3.1 ความรู้ทั่วไปเกี่ยวกับรถไฟ.....	4
2.3.2 การสืบ.....	9
2.3.3 ระบบการขนส่งเห็อนหลายองศาความอิสระ.....	15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ (ต่อ)

หน้า

2.3.4 การสันเสเทือนด้านข้างของชุดล้อเพลลาเดี่ยว โดยมีองศาอิสระเท่ากับสอง.....	16
2.3.5 อัตราส่วนการย่อ.....	21
2.3.6 การคำนวณค่าความแข็งของสปริง.....	22
2.3.7 ค่าราคาที่สองของกำลังสองเฉลี่ย.....	23
2.3.8 การคำนวณค่ากำลังมอเตอร์.....	24
บทที่ 3 วิธีดำเนินงานและการออกแบบชุดทดลอง.....	27
3.1 บทนำ.....	27
3.2 ขั้นตอนการดำเนินงาน.....	27
3.3 อุปกรณ์การทดลอง.....	28
3.3.1 แบบจำลองชุดล้อเพลลาเดี่ยว.....	28
3.3.2 อัตราส่วนการย่อที่สัมพันธ์กับสมการการเคลื่อนที่.....	30
3.3.3 การสอบเทียบค่าความแข็งของสปริง.....	32
3.3.4 การสอบเทียบค่าความถี่กระตุ้นที่เกิดขึ้นจริงกับค่าความถี่แสดงบนกล่องควบคุม.....	33
3.3.5 การพัฒนาโปรแกรมการวิเคราะห์การเคลื่อนที่สายของชุดล้อเพลลาเดี่ยวด้วยโปรแกรม Matlab.....	34
บทที่ 4 วิธีการทดลองและผลลัพธ์.....	37
4.1 บทนำ.....	37
4.2 วิธีการทดลอง.....	37
4.2.1 การพิสูจน์การจำลองสถานการณ์ด้วยโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นมา.....	37

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ (ต่อ)

หน้า

4.2.2 การคำนวณผลตอบแทนทางทฤษฎี.....	39
4.2.3 การวัดผลตอบแทนความเร่งจากการทดลอง.....	39
4.3 ผลการทดลอง.....	41
4.3.1 ผลลัพธ์การพิสูจน์ความถูกต้องของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นมาด้วยโปรแกรม Matlab.....	41
4.3.2 การเปรียบเทียบรูปร่างลักษณะของความเร่งในการสั่นสะเทือน.....	43
4.3.3 การเปรียบเทียบค่ารากที่สองของกำลังสองเฉลี่ยของความเร่ง.....	46
4.3.4 ผลของมุมกรวยล้อต่อความเร็ววิกฤต.....	48
4.3.5 ผลของความแข็งสปริงต่อความเร็ววิกฤต.....	49
4.3.6 ลักษณะการเคลื่อนที่แบบหมุนควงในการสั่นสะเทือน.....	50
4.3.7 ลักษณะความเร่งหมุนควงในการสั่นสะเทือน.....	51
บทที่ 5 สรุปผลการทดลองและข้อเสนอแนะ.....	52
5.1 บทนำ.....	52
5.2 สรุปผลการทดลอง.....	52
5.3 ปัญหาจากการศึกษา.....	52
5.4 ข้อเสนอแนะ.....	52
ภาคผนวก.....	53
ภาคผนวก ก ชุดทดลองการสั่นสะเทือนในแนวด้านข้าง แบบจำลองย่อขนาดของชุดล้อเพลลาเดี่ยว.....	54
ภาคผนวก ข แบบแคร่รถไฟ PC-25.....	63
ภาคผนวก ค. แผนผังแสดงขั้นตอนการทำของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นมาด้วยโปรแกรม Matlab.....	64

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ (ต่อ)

หน้า

ค.1 แผนผังขั้นตอนในการคำนวณในโปรแกรม MATLAB.....	64
ค.2 ค่าความเร่งการตอบสนองที่ความเร็วต่างๆ.....	65
ค.3 สร้างฟังก์ชันสมการการเคลื่อนที่.....	67
ภาคผนวก ง. การคำนวณสัมประสิทธิ์แรงคืบในแนวการกลิ้งและแนวด้านข้าง.....	68
เอกสารอ้างอิง.....	70



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 Hertz Coefficients $m$ and $n$ .....	12
2.2 ค่าสัมประสิทธิ์การคืบและการกลิ้งของคาลเคอร์.....	15
2.3 ตารางแสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน.....	25
3.1 เปรียบเทียบค่าพารามิเตอร์ระหว่างขนาดรถไฟจริงกับแบบจำลอง.....	31
4.1 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองสถานการณ์ในโปรแกรม Matlab.....	38



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูปภาพ

รูปที่	หน้า
2.1 แสดงลักษณะของตัวรถไฟ.....	5
2.2 แสดงลักษณะของโบกี้รถไฟ.....	5
2.3 แสดงลักษณะการสั่นสะเทือนที่เกิดจากล้อ.....	6
2.4 แสดงทิศทางการสั่นสะเทือนของตู้รถไฟ.....	7
2.5 รูปแสดงแรงกระทำระหว่างบังใบล้อกับราง.....	7
2.6 รูปแสดงผิวสัมผัสระหว่างบังใบล้อกับหัวราง.....	8
2.7 แสดงการกระทำระหว่างล้อกับราง.....	8
2.8 แสดงการเกิดรอยร้าวที่หัวราง.....	9
2.9 ล้อลิ่งไปตามราง.....	9
2.10 พิกัดสัมผัส.....	10
2.11 รัศมีความโค้งของล้อและราง.....	11
2.12 พื้นที่สัมผัสรูปวงรีของล้อและราง.....	13
2.13 การสั่นสะเทือนตามแนวด้านข้างของรถไฟที่มีองศาอิสระเท่ากับสอง.....	16
2.14 แสดงทิศทางของแรงต่างๆ ที่เกิดขึ้นเนื่องจากการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง.....	16
2.15 แสดงทิศทางของแรงต่างๆ ที่เกิดขึ้นเนื่องจากการเคลื่อนที่แบบหมุนควง.....	17
2.16 แสดงลักษณะเส้นผ่านจุดศูนย์กลางของล้อซ้ายและขวาขณะเคลื่อนที่ ณ เวลาใดๆ.....	19
2.17 แสดงลักษณะการคำนวณพื้นที่ใต้กราฟด้วยวิธี Trapezoidal's rule.....	23
2.18 แสดงขนาดของแรงและโมเมนต์ต่างๆของชุดทดลอง เมื่อมองจากด้านข้าง.....	25
3.1 แบบจำลองย่อขนาดของชุดล้อเพลลาเดี่ยวในโปรแกรมคอมพิวเตอร์.....	29

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูปร่างภาพ (ต่อ)

รูปที่	หน้า
3.2 แบบจำลองย่อขนาดของชุดล้อเพลาดียวที่ทำขึ้นจากเหล็ก SCM-4 และชุดควบคุม.....	29
3.3 ขั้นตอนการทดสอบความแข็งของสปริงโดยใช้ เครื่องชั่งสปริง.....	32
3.4 ตัวอย่างกราฟแสดงความสัมพันธ์ของแรงกระทำกับระยะยืดของสปริง.....	32
3.5 แสดงการวัดความเร็วรอบเปรียบเทียบกันระหว่างกล่องควบคุม กับ เครื่องมือวัด Tachometer.....	33
3.6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ที่เกิดขึ้นกับความถี่ที่วัดได้.....	34
4.1 ตำแหน่งที่ติดตั้งเซ็นเซอร์วัดความเร็ว และ ช่องสัญญาณที่ใช้ในการเก็บค่าความเร็ว.....	39
4.2 ขั้นตอนการปรับความถี่ที่กล่องควบคุม.....	40
4.3 ขั้นตอนการใช้โปรแกรมรับค่าความเร็วจากเซ็นเซอร์วัดความเร็ว.....	40
4.4 ตัวอย่างไฟล์ค่าความเร็วที่ได้จากการทดลอง.....	41
4.5 กราฟแสดงการจัดกับเวลาที่ความเร็ว 76 m/s .....	42
4.6 กราฟแสดงการจัดกับเวลาที่ความเร็ว 77.85 m/s .....	42
4.7 กราฟแสดงการจัดกับเวลาที่ความเร็ว 80 m/s .....	42
4.8 กราฟแสดงผลของความเร่งตอบสนองจากการทดลองที่ความเร็ว 3 m/s (675 RPM).....	43
4.9 กราฟแสดงผลของความเร่งตอบสนองจากการทดลองที่ความเร็ว 4 m/s (900 RPM).....	43
4.10 กราฟแสดงผลของความเร่งตอบสนองจากการทดลองที่ความเร็ว 5 m/s (1125 RPM).....	44
4.11 กราฟแสดงผลของความเร่งตอบสนองจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็ว 3 m/s (675 RPM).....	44
4.12 กราฟแสดงผลของความเร่งตอบสนองจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็ว 4 m/s (900 RPM).....	45
4.13 กราฟแสดงผลของความเร่งตอบสนองจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็วเท่ากับความเร็ววิกฤต 4.791 m/s (1080 RPM).....	45

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูปภาพ (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.14 กราฟแสดงผลของความเร่งตอบสนองจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็ว 5 m/s (1125 RPM).....	46
4.15 กราฟเปรียบเทียบค่ารากที่สองของกำลังสองเฉลี่ยของความเร่งในการสั่นที่.....	47
4.16 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็ววิกฤตและมุมกรวยล้อ.....	48
4.17 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็ววิกฤตและค่าคงที่ของสปริง.....	49
4.18 กราฟแสดงผลของการเคลื่อนที่แบบหมุนคงจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็ว 4 m/s.....	50
4.19 กราฟแสดงผลของการเคลื่อนที่แบบหมุนคงจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็วเท่ากับความเร็ววิกฤต 4.791 m/s .....	50
4.20 กราฟแสดงผลของการเคลื่อนที่แบบหมุนคงจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็ว 5 m/s.....	50
4.21 กราฟแสดงผลของความเร่งหมุนคงจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็ว 4 m/s.....	51
4.22 กราฟแสดงผลของความเร่งหมุนคงจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็วเท่ากับความเร็ววิกฤต 4.791 m/s .....	51
4.23 กราฟแสดงผลของความเร่งหมุนคงจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็ว 5 m/s .....	51

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญ

ในปัจจุบันมีการพัฒนาระบบขนส่งมวลชนทางรถไฟในหลายประเทศเพื่อให้มีประสิทธิภาพมากขึ้นทั้งในด้านสมรรถนะการขับเคลื่อนและความสะดวกสบายของผู้โดยสาร ปัญหาหลักอย่างหนึ่งที่ทำให้เกิดอุบัติเหตุรถไฟตกราง คือการสั่นสะเทือนของรถไฟ โดยเมื่อความเร็วในการขับเคลื่อนของรถไฟเปลี่ยนแปลงความถี่ในการกระตุ้นให้เกิดการสั่นก็เพิ่มมากขึ้นไปด้วย

หนึ่งในวิธีที่ใช้ศึกษาการตอบสนองการเรียนการสอนของรถไฟเพื่อทำการพัฒนาระบบรองรับของรถไฟให้ดียิ่งขึ้นคือการสร้างแบบจำลองระบบสมมูลของระบบรองรับรถไฟโดยใช้หลักของความคล้ายคลึงทางกล (Mechanical Similarity Law) และทำการจำลองขนาดระบบที่ต้องการศึกษาให้มีขนาดเล็กลงอย่างมีความสอดคล้องกัน ข้อดีของการสร้างแบบจำลองคือมีราคาถูกกว่า ควบคุมได้ง่ายกว่า เปลี่ยนแปลงเพื่อปรับปรุงและซ่อมบำรุงได้ง่ายกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับระบบขนาดจริง

ในการศึกษานี้เป็นการศึกษาระบบสมมูลของระบบรองรับรถไฟแบบครึ่งแครในลักษณะของชุดทดลองระบบการสั่นแบบไม่มีตัวหน่วงที่มองศาความอิสระเท่ากับสอง ซึ่งเป็นการจำลองระบบอย่างง่ายในการศึกษาการตอบสนองการสั่นสะเทือนในแนวด้านข้างจากการคำนวณเปรียบเทียบกับผลการทดลองที่วัดได้จริง

### 1.2 จุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. เพื่อประยุกต์ใช้หลักความคล้ายคลึงทางกลในการออกแบบและสร้างแบบจำลองรถไฟแบบครึ่งแครที่มีอัตราส่วนย่อขนาดความยาว 10 เท่าจากขนาดของรถไฟจริง
2. เพื่อทำนายความเร็ววิกฤตที่ทำให้เกิดการสั่นสะเทือนในแนวด้านข้างแบบเสถียรเล็กน้อยของรถไฟจำลอง
3. เพื่อประยุกต์ใช้แบบจำลองที่พัฒนาขึ้นมาสำหรับการเรียนรู้เชิงปฏิบัติกรเรื่องการสั่นสะเทือนทางกล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 1.3 ขอบเขตของการศึกษา

ศึกษาการออกแบบแคร่รถไฟแบบสองเพลลา และสร้างแบบจำลองแคร่รถไฟแบบครึ่งแคร่โดยใช้ต้นแบบจากแคร่รถไฟรุ่น PC-25 เพื่อนำมาใช้ในการทดสอบและวิเคราะห์ความเร็ววิกฤตที่ทำให้เกิดการสั่นในแนวด้านข้างโดยใช้องค์ความรู้ที่เท่าเทียมกับสองและระบบการสั่นแบบไม่มีตัวหน่วง

### 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อสร้างแบบจำลองแคร่รถไฟที่สามารถนำมาใช้ในวิชาปฏิบัติการการสั่นสะเทือนทางกลได้
2. เพื่อสร้างแบบจำลองต้นแบบและสามารถนำไปพัฒนาให้มีความสอดคล้องกับรถไฟจริงเพื่อทำนายความเร็ววิกฤตที่ทำให้เกิดปัญหาของการสั่นสะเทือนในแนวด้านข้างของรถไฟที่เกิดขึ้น
3. เพื่อทำการตอบสนองจากปัญหาของรถไฟ

### 1.5 วิธีการดำเนินงาน

1. ศึกษาทฤษฎีการสั่นสะเทือนและหลักความคล้ายคลึงทางกล
2. ศึกษาการออกแบบแคร่รถไฟ
3. ออกแบบแคร่รถไฟจำลองโดยใช้หลักความคล้ายคลึงทางกล
4. สร้างแบบจำลองแคร่รถไฟแบบครึ่งแคร่
5. พัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการคำนวณผลจากทางทฤษฎี
6. ทดลองและบันทึกข้อมูล
7. นำข้อมูลที่ได้มาทำการวิเคราะห์เปรียบเทียบ
8. สรุปผลการทดลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 2

# งานวิจัยและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

### 2.1 บทนำ

ในการศึกษาเรื่องการสั่นด้านข้างของรถไฟ จำเป็นต้องมีความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับ การสั่นเนื่องมาจาก ความไม่สมดุลของแบบจำลอง การคืบระหว่างล้อและราง การย่อขนาดของแคร่รถไฟจริงมาเป็นแคร่รถไฟ จำลอง และการวิเคราะห์ผลเบื้องต้น ซึ่งจะกล่าวในบทนี้

### 2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Kalker [1] ได้นำเสนอทฤษฎีเกี่ยวกับปรากฏการณ์ที่เรียกว่า การเคลื่อนที่สาย (Hunting) หมายถึง การแกว่งไปแกว่งมาด้วยตัวเองของชุดล้อ ซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่อความเร็วรถถึงหรือเกินกว่าความเร็วที่กำหนดซึ่ง เรียกว่า ความเร็ววิกฤต เมื่อถึงความเร็ววิกฤตชุดล้อจะเกิดส่ายไปส่ายมาก่อให้เกิดการหมุนรอบแกนแนวตั้ง และปรากฏการณ์การเคลื่อนที่สายยังเกิดจากการสัมผัสกันของล้อและรางอีกด้วย แรงด้านข้างปริมาณมากที่ เกิดขึ้นในระหว่างปรากฏการณ์การเคลื่อนที่สายสามารถนำไปสู่อุบัติเหตุรถไฟตกราง

Knudsen [2] ได้นำเสนอ "แบบจำลองด้วยวิธีการพลศาสตร์ไม่เชิงเส้น" ที่สามารถนำมาใช้อย่างมี ประสิทธิภาพและถูกต้องเพื่อทำนายความเร็ววิกฤตของรถไฟ ดังนั้นจึงเน้นไปที่ชุดล้อเพลลาเดียว โดย แบบจำลองชุดล้อเพลลาเดียวมีหลายปัจจัยหลักที่สำคัญ หนึ่งในประเด็นดังกล่าวคือการคำนวณแรงและความเร่งที่เกี่ยวข้อง ในที่นี้สิ่งจำเป็นคือ ประสิทธิภาพและคำอธิบายที่ถูกต้องของล้อและทางรถไฟรูปทรง เรขาคณิต การคำนวณหาประสิทธิภาพที่แม่นยำของหน้าสัมผัสระหว่างล้อและราง การประเมินผลที่ถูกต้อง ของจลนศาสตร์ของชุดล้อและการคืบที่จุดสัมผัสและประสิทธิภาพและการคำนวณของการคืบและโมเมนต์

Yabuno [3] ได้ศึกษาเกี่ยวกับปัญหาของการเคลื่อนที่สายหลังจากความเร็ววิกฤต โดยได้ทำการ จำลองแคร่รถไฟจริงมาเป็นแคร่รถไฟจำลอง อาศัยการคำนวณสมการการเคลื่อนที่ของล้อและรางตามทฤษฎี ของคาลเคอร์ (Kalker's Theory) โดยแบบจำลองดังกล่าวถูกนำมาทดสอบบนแท่นหมุนจำลองการเคลื่อนที่ เพื่อทดสอบหาค่าความเร็ววิกฤตของแบบจำลอง

Moritz G. และ Alfred J. [4] ได้ออกแบบชุดเพลลาล้อโดยการย่อขนาดของแคร่รถไฟจริงมาเป็นแคร่ รถไฟจำลองขนาด 1:5 ซึ่งได้มาจากกฎความคล้ายคลึงทางกล อาศัยการคำนวณจากสมการการเคลื่อนที่ของ ล้อและรางตามทฤษฎีของคาลเคอร์ (Kalker's Theory) ที่เป็นสมการตั้งต้นเพื่อหาความสัมพันธ์ของอัตราส่วน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ย่อย่างได้แก่ ความยาว เวลา ค่าความแข็งของระบบรองรับ ความหนาแน่นของแบบจำลอง และแรงที่มากระทำ แบบจำลองดังกล่าวถูกนำมาทดสอบในสภาวะการเคลื่อนที่ที่แตกต่างกันบนเครื่องทดสอบการสั่นสะเทือน ผลที่ได้สามารถนำไปเปรียบเทียบกับแคร่รถไฟขนาดจริง

McFarlane [5] ได้นำเสนอการเปรียบเทียบทฤษฎีของแรงคืบ 5 ทฤษฎี คือ ทฤษฎีไม่เชิงเส้นของจอห์นสัน (Johnson) และเวมิวเลน (Vemeulen) ทฤษฎีเชิงเส้นของคาลเคอร์ (Kalker) , ทฤษฎีไม่เชิงเส้นของฮิวริสติก (Heuristic) , และทฤษฎีไม่เชิงเส้นของโพลาช (Polach) ส่วนใหญ่ได้กล่าวไว้ว่า การคืบและโมเมนต์เป็นสิ่งสำคัญที่สุดที่มีผลต่อล้อและราง ผลลัพธ์เหล่านี้มาจากการเคลื่อนที่ที่มีความสัมพันธ์กันระหว่างล้อและรางรถไฟ ขอบเขตของการเคลื่อนที่สัมพันธ์เกิดจากการคืบ ซึ่งหาค่าได้จากความแตกต่างของการกลิ้งในอุดมคติ (ความเร็วของล้อและรางรถไฟที่จุดสัมผัสนั้นมีค่าเท่ากัน) และส่วนเบี่ยงเบนของแต่ละการเคลื่อนที่

Baldovin [6] ได้ศึกษาเกี่ยวกับการเคลื่อนที่สาย (Hunting) ของรถไฟโดยการวิเคราะห์แบบจำลองแคร่รถไฟจริงเพื่อสร้างสมการการเคลื่อนที่ และนำไปสมการการเคลื่อนที่ของแบบจำลองไปใช้ในการจำลองสถานการณ์ในโปรแกรม Matlab ผลลัพธ์ที่ได้อยู่ในรูปของกราฟการขจัดกับเวลาซึ่งมีรูปร่างต่างกันไปตามความเร็วต่างๆ

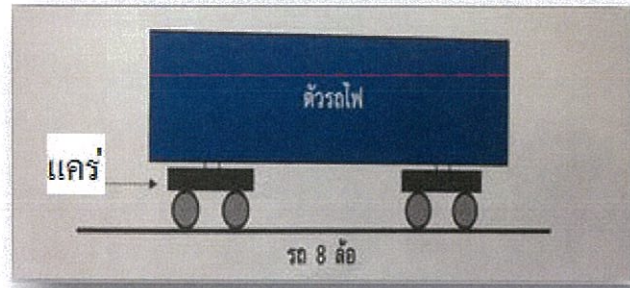
## 2.3 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

### 2.3.1 ความรู้ทั่วไปเกี่ยวกับรถไฟ (Basic Knowledge of Train)

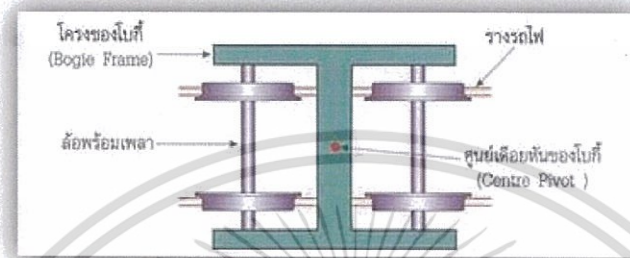
แคร่ หมายถึง ส่วนที่รองรับน้ำหนักตัวรถ ออกแบบเพื่อปรับปรุงสมรรถนะให้ตู้รถไฟสามารถวิ่งได้ด้วยความเร็วสูงอย่างปลอดภัยและมีความรู้สึกที่นิ่มนวลต่อผู้โดยสารดังรูปที่ 2.1

ตู้รถไฟที่สร้างใช้งานในระยะแรกยังไม่มีแคร่ ตัวรถจะวางอยู่บนล้อพร้อมเพลลา 4 ล้อ โดยมีสปริงรับน้ำหนักวางคั่นอยู่ตรงกลาง ซึ่งโดยทั่วไปไม่สามารถวิ่งได้เร็ว ยกเว้นตู้รถไฟ 4 ล้อ ที่พัฒนาขึ้นในสมัยใหม่ที่สามารถวิ่งได้เร็วกว่าเดิมแต่ก็ไม่สู้เป็นที่นิยมใช้มากนัก การมีแคร่ จะช่วยให้ตู้รถไฟมั่นคง วิ่งได้อย่างนุ่มนวลทั้งในทางตรงและทางโค้ง โดยแคร่จะรับการสั่นสะเทือนที่เกิดจากการยุบตัวหรือการไม่สม่ำเสมอของทางรถไฟทำให้ผู้โดยสารรู้สึกสบาย นอกจากนี้ยังลดผลที่เกิดการยุบตัวของรถไฟที่ส่งผลถึงคุณภาพการนั่งโดยสารอีกด้วย ชนิดของแคร่มีหลายแบบตั้งแต่แคร่ 1 เพลามี 2 ล้อ แคร่ 2 เพลามี 4 ล้อ (ซึ่งเป็นที่มาของคำว่า”แคร่”) หรือแคร่แบบอื่น ขึ้นอยู่กับการออกแบบเพื่อการรองรับน้ำหนักดังรูปที่ 2.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.1 แสดงลักษณะของตัวรถไฟ [12]

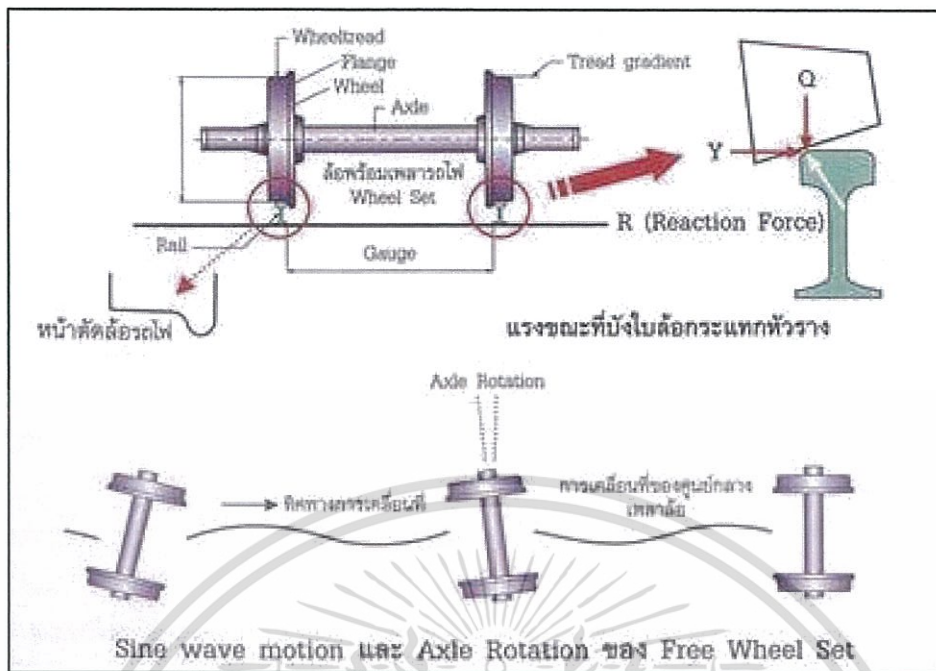


รูปที่ 2.2 แสดงลักษณะของโบกี้รถไฟ [12]

### การสั่นสะเทือนของรถไฟมีปฐมเหตุจากล้อ

การศึกษาและการปรับปรุงล้อรถไฟได้กระทำมาโดยลำดับ ล้อรถไฟในปัจจุบันมีรูปร่างเป็นรูปกรวยตัด (Truncated-cone Shape) พื้นล้อเป็นระนาบเอียง เนื่องจากต้องการให้ล้อพร้อมเพลามีคุณสมบัติตัดทำยตัวเอง กล่าวคือเมื่อผลึกให้ล้อพร้อมเพลาล้อเคลื่อนที่ไปบนราง ล้อด้านที่วิ่งด้วยเส้นผ่าศูนย์กลางโตกว่าจะวิ่งออกหน้าล้อที่วิ่งด้วยเส้นผ่าศูนย์กลางเล็กกว่า เพลาล้อก็จะเอียงไปในทิศทางที่จะตัดทำยให้ล้อพร้อมเพลาล้อเคลื่อนกลับไปในทางตรงกันข้าม ซึ่งล้อด้านที่เคยวิ่งด้วยเส้นผ่าศูนย์กลางเล็กกว่าจะเปลี่ยนเป็นวิ่งด้วยเส้นผ่าศูนย์กลางโตกว่า และวิ่งออกหน้าล้อด้านตรงข้ามเป็นการตัดทำยให้เกิดการส่ายตัวกลับสลับกันไปมา ดังนั้นหากเป็นการเคลื่อนที่ในสภาพปกติแล้ว แรงกระแทกระหว่างบังโบล้อกับหัวรางก็จะมี ความรุนแรงน้อยกว่าล้อรถไฟที่พื้นล้อเป็นรูปทรงกระบอก

ล้อรถไฟที่ลาดเอียงจะทำให้เพลาล้อส่ายตัวไปมารอบศูนย์กลาง (Axle Hunting) ขณะเดียวกันศูนย์กลางของเพลาล้อจะเคลื่อนที่ออกทางด้านข้างซ้ายขวาสลับกันศูนย์กลางของเพลาล้อในขณะที่ล้อเคลื่อนไปตามทางจึงสายเป็นลักษณะงูเลื้อยเรียกว่า (Sinusoidal Motion) ดังรูปที่ 2.3 การเคลื่อนที่ของล้อพร้อมเพลาดังนี้ ก่อให้เกิดการสั่นของตู้รถไฟที่นำมาวางลงบนล้อพร้อมเพลาล้อ



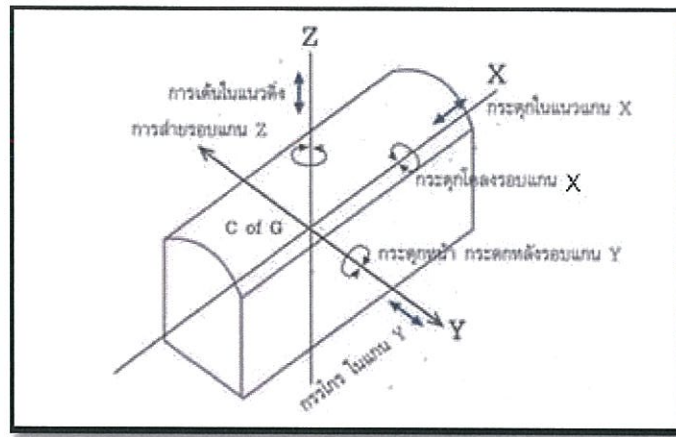
รูปที่ 2.3 แสดงลักษณะการสั่นสะเทือนที่เกิดจากล้อ [12]

### การสั่นสะเทือนของรถไฟ

เมื่อนำตัวรถไฟมาวางลงบนล้อพร้อมเพลาคู่หนึ่ง จะกลายเป็นรถ 4 ล้อ (4-Wheeled Car) ในขณะที่วิ่งไปบนรางก็จะรับเอาการส่ายของเพลาล้อมาโดยตรง ทำให้เกิดการส่ายรอบจุดศูนย์กลาง (Centre of Gravity : CG) ของตัวรถขึ้นในแนวแกนทั้งสาม คือ แกนนอนตามความยาวของรถ (X) แกนขวางของตัวรถ (Y) และ แกนความสูงของตัวรถ (Z) โดยมีการสั่นสะเทือนรอบแกนดังกล่าว 6 ลักษณะดังรูปที่ 2.4 ได้แก่

- การสั่นสะเทือนรอบแกน X มี 2 ลักษณะ คือการกระตุกของตัวรถในแนวแกน X เรียกว่า การกระตุก (Jerking) หรือ Fore & Aft Motion และการโคลงรอบแกน X ซึ่งเรียกว่า การโคลง (Rolling)
- การสั่นสะเทือนรอบแกน Y มี 2 ลักษณะคือการไกวออกทางด้านข้างในแนวแกน Y ซึ่งเรียกว่า การไกวตัว และการกระดกหน้า กระดกหลัง รอบแนวแกน Y ซึ่งเรียกว่าการกระดก (Pitching)
- การสั่นสะเทือนรอบแกน Z มี 2 ลักษณะคือการเต้นขึ้นลงในแนวตั้งตามแนวแกน Z เรียกว่า การกระด้าง (Bouncing) และส่ายตัวรอบแกน Z ที่เรียกว่า การเคลื่อนที่ส่าย (Swaying)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



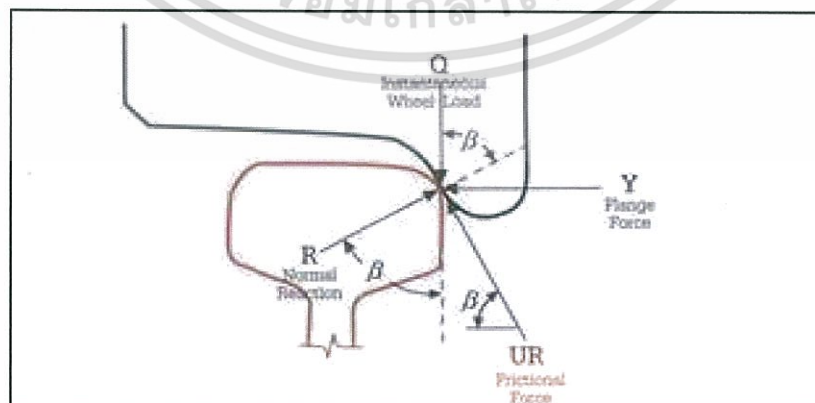
รูปที่ 2.4 แสดงทิศทางการสั่นสะเทือนของตู้รถไฟ [12]

การสั่นดังกล่าวของตัวรถ เกิดจากการส่ายตัวแบบวงเลี้ยวของล้อพร้อมเพลลาเป็นต้นเหตุ กล่าวคือ เมื่อรถ 4 ล้อเคลื่อนไปตามทางรถไฟ เพลาล้อที่ส่ายเป็นวงเลี้ยวก็จะพาเอาตัวรถเคลื่อนที่ตามไปด้วยดังนี้

ถ้าเอาเพลาล้อหน้าและหลังเคลื่อนออกทางด้านข้างโดยไม่ทำบรอยการเป็นมุม 180 องศา (180 Degree Out of Phase) ตัวรถจะหมุนส่ายไปมารอบจุดศูนย์กลางวง (Center of Gravity : CG) ในแนวแกน Z อย่างเดียว เรียกการสั่นนี้ว่า “Body Hunting”

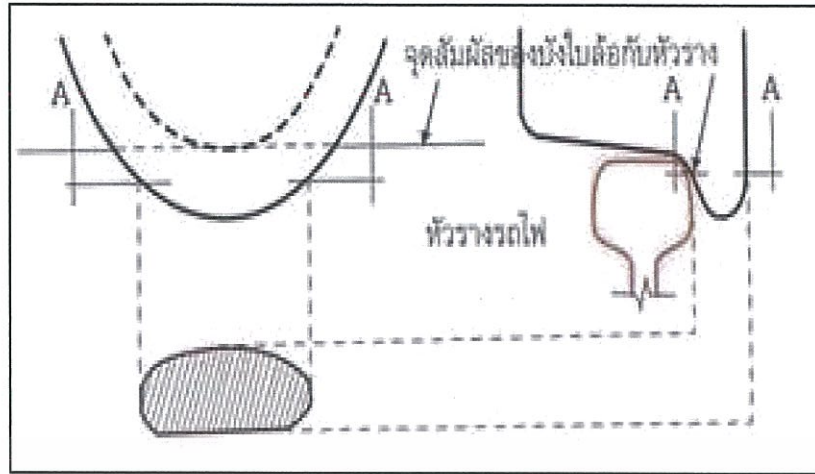
#### การสั่นที่เป็นอันตราย

ในขณะที่ล้อเคลื่อนที่ไปตามทางรถไฟ จะเกิดการเสียดสีระหว่างพื้นล้อกับหัวราง และเกิดการกระทบระหว่างบังใบล้อกับหัวรางไปพร้อมกัน การกระทบดังกล่าวเกิดขึ้น 3 ลักษณะ คือการกระทบตรงๆ (Zero Angularity Impact) การกระทบในจังหวะที่ล้อเคลื่อนเข้าปะทะกับราง (Positive Angularity Impact) ดังรูปที่ 2.5 และการกระทบในจังหวะซึ่งล้อกำลังจะเคลื่อนกลับไปในทิศทางตรงกันข้าม (Negative Angularity Impact) การเสียดสีและกระทบที่เกิดขึ้นซ้ำๆ จะทำให้ล้อและรางสึกหรอไป นอกจากนั้นในจังหวะการเคลื่อนเข้าปะทะของล้อรถไฟจะทำให้เกิดแรงกระทบ ดังแสดงในรูปที่ 2.6 แรงกระทบดังกล่าวจะแตกออกเป็นแรงในแนวตั้ง (W) และแรงในแนวนอนเป็น (Y) ซึ่งทำให้เกิดผลที่ตามมา 2 ประการคือ



รูปที่ 2.5 รูปแสดงแรงกระทบระหว่างบังใบล้อกับราง [12]

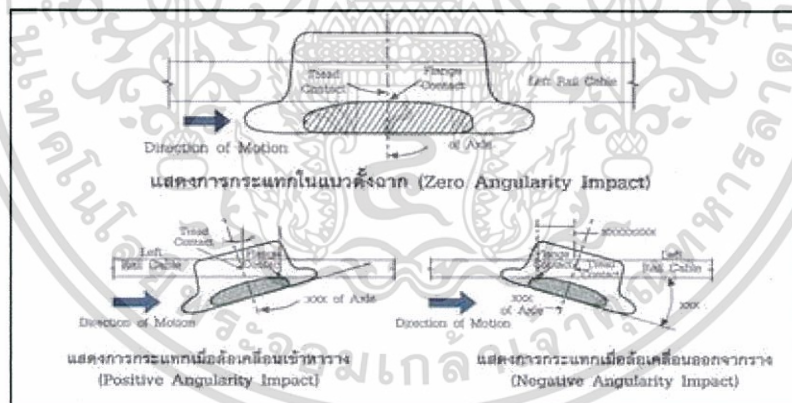
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.6 รูปแสดงผิวสัมผัสระหว่างขึงใบล้อกับหัวรางที่แนวตัด A-A [12]

ประการแรก แรงในแนวนอน (Y) ที่เกิดขึ้นขณะที่ล้อเคลื่อนเข้ากระแทกรางจะทำให้เกิดเหตุการณ์ดังรูปที่ 2.7 คือ

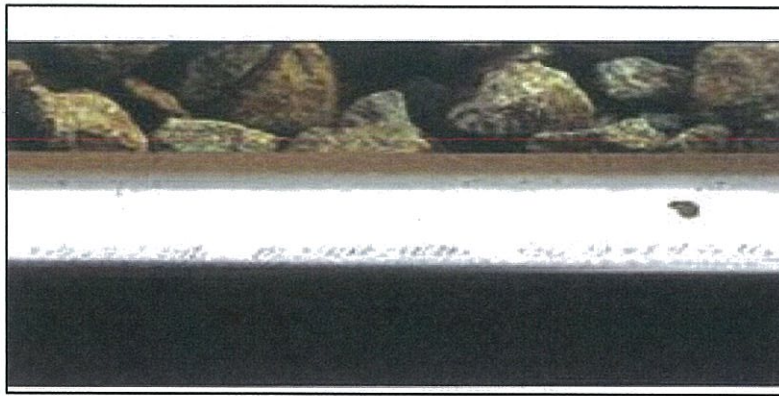
- 1) ล้อรถไฟเป็นราง ซึ่งอาจทำให้รถตกรางได้
- 2) ล้อรถไฟกระทบกับหัวราง ทำให้ความกว้างของรางเปลี่ยนไป เรียกว่าเกิดความคลาดเคลื่อนของทาง (track Irregularity) ซึ่งต้องมีการบำรุงรักษา
- 3) ตัวรถอาจพลิกคว่ำ (Overturn) หากกระแทกรุนแรงมาก



รูปที่ 2.7 แสดงการกระทบระหว่างล้อกับราง [12]

ประการที่สอง การที่ล้อเคลื่อนเข้ากระทบหัวรางและหมุนไปพร้อมกัน ทำให้เกิดแรงเฉือน (Creeping Force) ที่ล้อกับรางซึ่งเกิดซ้ำๆ กัน จะทำให้ผิวของล้อและรางเกิดรอยร้าวเล็กๆ (Hairline Crack) รอยร้าวนี้อาจขยายรุกรามจนทำให้รางหักหรือล้อแตก จึงต้องเจียรทิ้งเป็นระยะ กรณีหัวรางในทางโค้งที่ถูกกระทำซ้ำๆ จะเกิดปรากฏการณ์ที่เรียกว่า “การล้าจากการสัมผัสลิ่ง” ดังรูปที่ 2.8 ซึ่งเป็นต้นเหตุที่ทำให้ขบวนรถไฟในประเทศอังกฤษตกรางหลายครั้ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.8 แสดงการเกิดรอยร้าวที่หัวรางเนื่องจาก Gauge-corner Fatigue (RCF) [12]

### 2.3.2 การคืบ (Creepage)

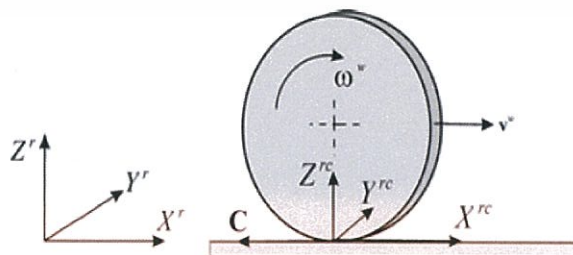
#### 2.3.2.1 ปราบฏุกการคืบ

ถ้าวัตถุที่สัมผัสกันมีความแตกต่างของความเร็วหรือความเร็วสัมพัทธ์ของวัตถุมีค่ามากกว่าศูนย์จะส่งผลให้วัตถุทั้งสองมีการเคลื่อนที่ที่กลิ้ง (rolling motion) และไถล (sliding motion) ระหว่างวัตถุ ความเร็วที่จุดสัมผัสของวัตถุมีค่าต่างกัน

วัตถุต่างกันจะมีองค์ประกอบของความเร็วเชิงมุมสัมพัทธ์ที่มีทิศทางตั้งฉากกับผิววัตถุทั้งสองที่จุดสัมผัสเรียกว่าการ “ หมุนควง (spin) ”

ในกรณีของวัตถุที่สัมผัสกันและอยู่ใต้แรงกด จุดสัมผัสบางจุด บนพื้นผิวสัมผัสอาจจะมีการเคลื่อนที่แบบไถลระหว่างกัน (slip motion) ในขณะที่จุดอื่นๆ จะติดกัน (stick) และความแตกต่างระหว่างความเครียดในแนวสัมผัส (tangential strain) ของวัตถุทั้งสองในบริเวณพื้นที่ผิวที่ติดกันจะก่อให้เกิดการลื่นไถลระหว่างกัน (slip) แบบน้อยๆ ซึ่งเรียกว่า “การคืบ (creepage)” ดังนั้นการคืบเกิดจากการผสมผสานกันเองของการเสียดแบบยืดหยุ่นและความเสียดทาน

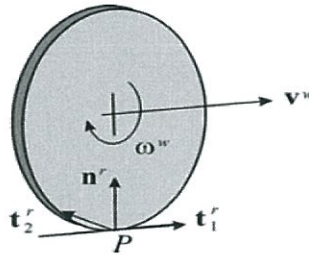
#### 2.3.2.2 การคืบระหว่างล้อกับราง



รูปที่ 2.9 ล้อกลิ้งไปตามราง [13]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาล้อที่อยู่บนราง ดังรูปที่ 2.9 กำหนดให้  $t_1^r$  และ  $t_2^r$  คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยในแนวสัมผัสกับรางที่จุดสัมผัส  $P$  ในทิศทางตามแนวยาวและทิศทางตามขวาง เวกเตอร์ทั้งสองตั้งฉากกันหรือทำมุม 90 องศาซึ่งกันและกัน ดังรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10 พิกัดสัมผัส (contact frame) [13]

กำหนดให้  $n^r$  คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยตั้งฉากกับพื้นผิวสัมผัสที่จุดสัมผัส  $P$  และหาได้จากสมการที่ (2.1)

$$n^r = \frac{t_1^r \times t_2^r}{|t_1^r \times t_2^r|} \quad (2.1)$$

ความเร็วสมบูรณ์ของล้อ กำหนดให้  $v^w$  คือขนาดของความเร็วตามแนวเวกเตอร์สัมผัสทิศทางตามแนวยาว สามารถหาได้ดังนี้

$$V = v^{wT} t_1^r \quad (2.2)$$

การคืบที่เกิดขึ้น ค่าของมันจะขึ้นอยู่กับค่านอร์มอลไลซ์ของความเร็วสัมผัส และมีนิยามดังนี้

$$\zeta_x = \frac{(v^w - v^r)^T t_1^r}{V} \quad (2.3)$$

$$\zeta_y = \frac{(v^w - v^r)^T t_2^r}{V} \quad (2.4)$$

$$\varphi = \frac{(\omega^w - \omega^w)^T n^r}{V} \quad (2.5)$$

โดยที่  $\zeta_x$  คือ ค่าการคืบตามแนวการกลิ้ง

$\zeta_y$  คือ ค่าการคืบตามแนวด้านข้าง

$\varphi$  คือ ค่าการคืบหมุนควง

$v^w, v^r$  คือ ความเร็วสัมผัสของล้อและราง

$\omega^w, \omega^w$  คือ ความเร็วเชิงมุมสัมผัสของล้อและราง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

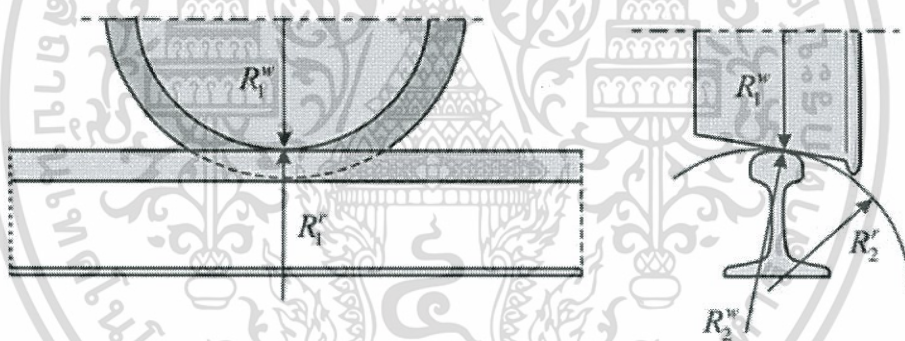
### 2.3.2.3 ทฤษฎีของเฮิร์ท

เฮิร์ทได้นำเสนอทฤษฎีการสัมผัสของวัตถุสองชิ้น ซึ่งการสัมผัสเป็นแบบไม่สอดรับกันของเฮิร์ทใช้เพื่อหาขนาดและรูปร่างของการสัมผัสมีสมมุติฐานดังนี้

1. พื้นผิวของวัตถุทั้งสองต้องมีความต่อเนื่องและเป็นการสัมผัสแบบไม่สอดรับกัน
2. ความเครียดหรือการเสียรูปมีค่าน้อย
3. ไม่มีความเค้นในบริเวณที่ไกลมากจากพื้นที่สัมผัส
4. ไม่มีความเสียดทานบนพื้นผิวของวัตถุทั้งสอง
5. วัสดุทั้งสองเป็นวัสดุยืดหยุ่นและมีการเสียรูปในบริเวณพื้นที่สัมผัสเป็นแบบยืดหยุ่น

### 2.3.2.4 การวิเคราะห์การสัมผัสของล้อกับรางด้วยทฤษฎีของเฮิร์ท

ในการวิเคราะห์การสัมผัสกันของล้อและราง กำหนดให้ล้อเป็นวัตถุ  $i$  และรายเป็นวัตถุ  $j$  และวัตถุทั้งสองมีรัศมีความโค้งแสดงดังรูปที่ 2.11



รูปที่ 2.11 รัศมีความโค้งของล้อและราง [13]

จากรูป  $R_1^i$  และ  $R_1^j$  คือค่ารัศมีความโค้งหลักแนวกลิ้งของล้อและราง

$R_2^i$  และ  $R_2^j$  คือค่ารัศมีความโค้งหลักแนวขวางของล้อและราง

เมื่อรู้ค่า 1.แรงสัมผัสตั้งฉาก ( normal contact force ,  $F_n$  )

2.รัศมีความโค้งแกนหลัก รัศมีความโค้งหลักแนวขวางของล้อและราง (หาได้จากข้อมูลทางเรขาคณิต)

3.ค่าสัมประสิทธิ์  $m$  และ  $n$  ซึ่งหาได้จากตาราง 2.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### Hertz Coefficients $m$ and $n$

$\theta$ (deg)	$m$	$n$	$\theta$ (deg)	$m$	$n$	$\theta$ (deg)	$m$	$n$
0.5	61.4	0.1018	10	6.604	0.3112	60	1.486	0.717
1	36.89	0.1314	20	3.813	0.4125	65	1.378	0.759
1.5	27.48	0.1522	30	2.731	0.493	70	1.284	0.802
2	22.26	0.1691	35	2.397	0.530	75	1.202	0.846
3	16.5	0.1964	40	2.136	0.567	80	1.128	0.893
4	13.31	0.2188	45	1.926	0.604	85	1.061	0.944
6	9.79	0.2552	50	1.754	0.641	90	1.0	1.0
8	7.86	0.285	55	1.611	0.678			

Source: Hertz, H., Über die berührung fester elastische Körper und über die Harte, *Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbefleisses*, Leipzig, Nov. 1882.

ตาราง 2.1 Hertz Coefficients  $m$  and  $n$  [13]

โดยที่ ค่า  $\theta$  สามารถหาได้จากสมการ

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{K_4}{K_3}\right) \quad (2.6)$$

ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์  $K_3$   $K_4$  หรือค่าสัมประสิทธิ์อื่นๆ ที่ใช้ในการคำนวณหา  $\theta$  หรือความยาวแกนหลัก (a) และแกนรอง (b) ของพื้นที่สัมผัสรูปวงรีตามลำดับ สามารถใช้สมการข้างล่างได้ ดังนี้

$$K_1 = \frac{1-(\nu^i)^2}{\pi E^i} \quad (2.7)$$

$$K_2 = \frac{1-(\nu^j)^2}{\pi E^j} \quad (2.8)$$

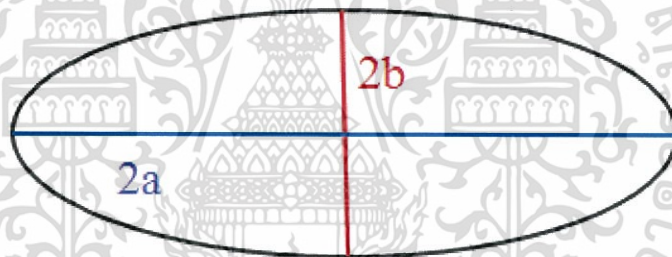
$$K_3 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_1^i} + \frac{1}{R_2^i} + \frac{1}{R_1^j} + \frac{1}{R_2^j} \right) \quad (2.9)$$

$$K_4 = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{R_1^i} - \frac{1}{R_2^i}\right)^2 + \left(\frac{1}{R_1^j} - \frac{1}{R_2^j}\right)^2 + 2 \left(\frac{1}{R_1^i} - \frac{1}{R_2^i}\right) \left(\frac{1}{R_1^j} - \frac{1}{R_2^j}\right) \cos 2\psi} \quad (2.10)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ $K_1, K_2$	คือ ค่าคงที่ที่เกิดขึ้นกับคุณสมบัติของวัสดุของล้อยและราง
$K_3, K_4$	คือ ค่าคงที่ที่ขึ้นอยู่กับคุณสมบัติทางเรขาคณิตของล้อยและราง
$v^i, v^j$	คือ ค่าอัตราส่วนพัวของของล้อยและราง
$E^i, E^j$	คือ ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นของล้อยและราง
$R_1^i, R_1^j$	คือ ค่ารัศมีความโค้งหลักแนวกลิ้งของล้อยและราง
$R_2^i, R_2^j$	คือ ค่ารัศมีความโค้งหลักแนวขวางของล้อยและราง
$\psi$	คือ ความเร็วการหมุนส่าย

จากนั้น หาค่าครึ่งหนึ่งของความยาวแกนหลัก ( $a$ ) และค่าครึ่งหนึ่งของความยาวแกนรอง ( $b$ ) ของพื้นที่สัมผัสรูปวงรีดังรูปที่ 2.12 จากสมการที่ (2.11) และสมการ (2.12)



รูปที่ 2.12 พื้นที่สัมผัสรูปวงรีของล้อยและราง

$$a = m(3\pi F_n (K_1 + K_2)/4K_3)^{1/3} \quad (2.11)$$

$$b = n(3\pi F_n (K_1 + K_2)/4K_3)^{1/3} \quad (2.12)$$

### 2.3.2.5 ทฤษฎีแรงคืบเชิงเส้นของคาลเคอร์

คาลเคอร์ ได้นำเสนอทฤษฎีที่ว่าถ้าการคืบมีค่าน้อยมากๆ ดังนั้นพื้นที่ส่วนการไถลจะมีค่าน้อยมาก เช่นเดียวกัน ดังนั้นผลของการไถลนี้ไม่ต้องนำมาคิด ดังนั้นพื้นที่สัมผัสถือว่าเป็นพื้นที่ส่วนยึดติดอย่างเดียว นอกจากนั้น คาลเคอร์ ยังอธิบายพฤติกรรมของจุดสัมผัสไว้ว่า ตามเส้นที่ขนานกับทิศทางการกลิ้งอนุภาคเริ่มที่จะแทรกเข้ามาในพื้นที่สัมผัส ในขณะที่ถือว่าไม่มีการลื่นไถล แรงเฉือน (traction) จะเริ่มเพิ่มมากขึ้น ส่วน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ของอนุภาคที่เริ่มหลุดออกจากพื้นที่สัมผัสแรงเฉือนนี้จะมีค่ากลายเป็นศูนย์ซึ่งสมการความสัมพันธ์ เชิงเส้นระหว่างแรงคืบและการคืบดังนี้

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix} = -Gab \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & \sqrt{abc}c_{23} \\ 0 & -\sqrt{abc}c_{23} & abc_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_x \\ \zeta_y \\ \varphi \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

โดยที่  $F_x$  คือ แรงคืบในทิศทางการกลิ้ง

$F_y$  คือ แรงคืบในทิศทางด้านข้าง

$M$  คือ โมเมนต์เนื่องจากการคืบ

$\zeta_x$  คือ ค่าการคืบตามแนวยาว

$\zeta_y$  คือ ค่าการคืบตามแนวด้านข้าง

$\varphi$  คือ ค่าการคืบหมุนควง

$a$  คือ ค่าครึ่งหนึ่งของแกนหลักของพื้นที่วงรีในทิศทางการกลิ้ง

$b$  คือ ค่าครึ่งหนึ่งของแกนรองของพื้นที่วงรีในทิศด้านข้าง

$G$  คือ โมดูลัสความแข็งแรง

$c_{ij}$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์การคืบ ซึ่งขึ้นอยู่กับอัตราส่วนพัวซอง และอัตราส่วนแกนของพื้นที่วงรี โดยหาค่าได้จากตาราง 2.2

## Kalker's Creepage and Spin Coefficients

g	c <sub>11</sub>			c <sub>22</sub>			c <sub>33</sub> = -c <sub>32</sub>			c <sub>33</sub>		
	v = 0	0.25	0.5	v = 0	0.25	0.5	v = 0	0.25	0.5	v = 0	0.25	0.5
(a/b)												
0.1	2.51	3.31	4.85	2.51	2.52	2.53	0.334	0.473	0.731	6.42	8.28	11.7
0.2	2.59	3.37	4.81	2.59	2.63	2.66	0.483	0.603	0.809	3.46	4.27	5.66
0.3	2.68	3.44	4.8	2.68	2.75	2.81	0.607	0.715	0.889	2.49	2.96	3.72
0.4	2.78	3.53	4.82	2.78	2.88	2.98	0.720	0.823	0.977	2.02	2.32	2.77
0.5	2.88	3.62	4.83	2.88	3.01	3.14	0.827	0.929	1.07	1.74	1.93	2.22
0.6	2.98	3.72	4.91	2.98	3.14	3.31	0.930	1.03	1.18	1.56	1.68	1.86
0.7	3.09	3.81	4.97	3.09	3.28	3.48	1.03	1.14	1.29	1.43	1.50	1.60
0.8	3.19	3.91	5.05	3.19	3.41	3.65	1.13	1.25	1.40	1.34	1.37	1.42
0.9	3.29	4.01	5.12	3.29	3.54	3.82	1.23	1.36	1.51	1.27	1.27	1.27
(b/a)												
1.0	3.4	4.12	5.2	3.40	3.67	3.98	1.33	1.47	1.63	1.21	1.19	1.16
0.9	3.51	4.22	5.3	3.51	3.81	4.16	1.44	1.57	1.77	1.16	1.11	1.06
0.8	3.65	4.36	5.42	3.65	3.99	4.39	1.58	1.75	1.94	1.10	1.04	0.954
0.7	3.82	4.54	5.58	3.82	4.21	4.67	1.76	1.95	2.18	1.05	0.965	0.852
0.6	4.06	4.78	5.8	4.06	4.50	5.04	2.01	2.23	2.50	1.01	0.892	0.751
0.5	4.37	5.10	6.11	4.37	4.90	5.56	2.35	2.62	2.96	0.958	0.819	0.650
0.4	4.84	5.57	6.57	4.84	5.48	6.31	2.88	3.24	3.70	0.912	0.747	0.549
0.3	5.57	6.34	7.34	5.57	6.40	7.51	3.79	4.32	5.01	0.868	0.674	0.446
0.2	6.96	7.78	8.82	6.96	8.14	9.79	5.72	6.63	7.89	0.828	0.601	0.341
0.1	10.7	11.7	12.9	10.7	12.8	16.0	12.2	14.6	18.0	0.795	0.526	0.228

Note:  $g = 0$ ,  $c_{11} = \pi^2/4(1 - \nu)$ ;  $c_{22} = \pi^2/4$ ;  $c_{33} = -c_{32} = \pi\sqrt{g} (1 + \nu(0.5\Delta + \ln 4 - 5))/3(1 - \nu)$ ;  $\Delta = \ln(16/g^2)$ ; and  $c_{33} = \pi^2/16(1 - \nu)g$ .

Source: Kalker, J.J., *Three-Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact*, Kluwer, Dordrecht, Netherlands, 1990. With permission.

## ตาราง 2.2 ค่าสัมประสิทธิ์การคืบและการกลิ้งของคาลเคอร์ [13]

## 2.3.3 ระบบการสั่นสะเทือนหลายองศาความอิสระ

## (Multiple Degree of Freedom System)

สำหรับการสั่นสะเทือนที่มีองศาอิสระมากกว่าหนึ่งขึ้นไป สามารถใช้พีชคณิตทางเมทริกซ์มาช่วยวิเคราะห์ในการแก้ไขปัญหา ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของสมการเมทริกซ์ได้ดังสมการที่ (2.14)

$$[M]\ddot{\underline{x}} + [C]\dot{\underline{x}} + [K]\underline{x} = \underline{0} \quad (2.14)$$

โดยที่	$[M]$	คือ เมทริกซ์มวล	มีขนาด $n \times n$
	$[C]$	คือ เมทริกซ์ความหน่วง	มีขนาด $n \times n$
	$[K]$	คือ เมทริกซ์ความแข็ง	มีขนาด $n \times n$
	$\underline{x}$	คือ เวกเตอร์การกระจัด	มีขนาด $n \times 1$
	$\dot{\underline{x}}$	คือ เวกเตอร์ความเร็ว	มีขนาด $n \times 1$
	$\ddot{\underline{x}}$	คือ เวกเตอร์ความเร่ง	มีขนาด $n \times 1$
	$\underline{0}$	คือ เวกเตอร์ศูนย์	มีขนาด $n \times 1$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



จากรูป 2.14 สามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ตามกฎของนิวตัน (Newton's Law) และจัดรูปของสมการ ได้ดังนี้

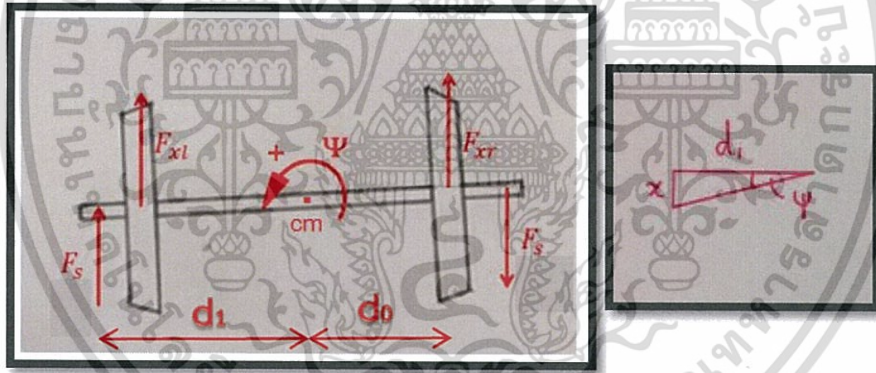
$$\overset{+}{\leftarrow} \sum \vec{F}_y = m(\vec{a}_y)_{cm} \quad (2.15)$$

$$-2F_s \cos\theta - F_{yl} - F_{yr} = m\ddot{Y} \quad (2.16)$$

โดยที่  $F_s = \frac{k_x}{2}(l - l_0)$  และ  $\cos\theta = \frac{Y}{l}$  แทนลงในสมการที่ (2.16)

$$-k_x(l - l_0)\frac{Y}{l} - F_{yl} - F_{yr} = m\ddot{Y} \quad (2.17)$$

$$m\ddot{Y} = -k_x\left(1 - \frac{l_0}{l}\right)Y - F_{yl} - F_{yr} \quad (2.18)$$



รูปที่ 2.15 แสดงทิศทางของแรงต่างๆ ที่เกิดขึ้นเนื่องจากการเคลื่อนที่แบบหมุนควง

จากรูป 2.15 สามารถเขียนสมการการเคลื่อนที่ตามกฎของออยเลอร์ (Euler's Law) และจัดรูปของสมการ ได้ดังนี้

$$\overset{+}{\curvearrowright} \sum \vec{M}_{cm} = (I\alpha)_{cm} \quad (2.19)$$

$$F_{xr}d_0 - F_{xl}d_0 - 2F_s d_1 = I_{cm}\ddot{\Psi} \quad (2.20)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่  $F_s = \frac{k_x}{2}(x)$  และ  $x = \psi d_1$  เมื่อ  $\psi \rightarrow 0$  หรือมีค่าน้อยมาก แทนลงในสมการที่ (2.20)

$$F_{xr}d_0 - F_{xl}d_0 - (k_x(\psi d_1))d_1 = I_{cm}\ddot{\psi} \quad (2.21)$$

$$I_{cm}\ddot{\psi} = -k_x d_1^2 \psi - F_{xl}d_0 + F_{xr}d_0 \quad (2.22)$$

โดยที่  $m$  คือ มวลของชุดล้อเพลลาเดี่ยว (kg)

$k_x$  คือ ค่านิจของสปริง (N/m)

$l_0$  คือ ความยาวเริ่มต้นของสปริง (m)

$l$  คือ ความยาวของสปริงที่สภาวะสมดุล (m)

$2d_0$  คือ ความกว้างของราง (m)

$2d_1$  คือ ระยะห่างระหว่างสปริงทั้ง 2 ด้านตามรูปที่ 2.13 (m)

$\gamma_e$  คือ มุมกรวยของล้อ (rad)

$r_0$  คือ รัศมีของล้อ (m)

$v$  คือ ความเร็วของรถไฟ (m/s)

$I_{cm}$  คือ โมเมนต์ความเฉื่อย (kg-m<sup>2</sup>)

$Y$  คือ การเคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง (m)

$\psi$  คือ การเคลื่อนที่แบบหมุนควง (rad)

$F_s$  คือ แรงของสปริง (N)

$F_{yl}$  คือ แรงค้ำในแนวด้านข้างของล้อซ้าย (N)

$F_{yr}$  คือ แรงค้ำในแนวด้านข้างของล้อขวา (N)

$F_{xl}$  คือ แรงค้ำในแนวกลิ้งของล้อซ้าย (N)

$F_{xr}$  คือ แรงค้ำในแนวกลิ้งของล้อขวา (N)

อ้างอิงจาก APPENDIX A [7]

$$F_{xi} = K_x \vartheta_{xi} \quad (2.23)$$

$$F_{yi} = K_y \vartheta_{yi} \quad (2.24)$$

โดยที่  $i$  คือ ล้อด้านซ้าย ( $l$ ) หรือล้อด้านขวา ( $r$ )

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\vartheta_{xl} = \frac{v+d_0\dot{\Psi}+r_l\omega}{v} \quad (2.25)$$

$$\vartheta_{xr} = \frac{v-d_0\dot{\Psi}+r_r\omega}{v} \quad (2.26)$$

$$\vartheta_{yl} = \frac{-v\Psi+\dot{Y}}{v} \quad (2.27)$$

$$\vartheta_{yr} = \frac{-v\Psi+\dot{Y}}{v} \quad (2.28)$$

พิจารณาสมการที่ (2.24) (2.27) และ (2.28) แทนลงในสมการ (2.18) ได้ดังนี้

$$m\ddot{Y} = -k_x \left(1 - \frac{l_0}{l}\right) Y - 2\left(K_y \left(\frac{-v\Psi+\dot{Y}}{v}\right)\right) \quad (2.29)$$

$$m\ddot{Y} = -\frac{2K_y}{v}\dot{Y} - k_x \left(1 - \frac{l_0}{l}\right) Y + 2K_y\Psi \quad (2.30)$$

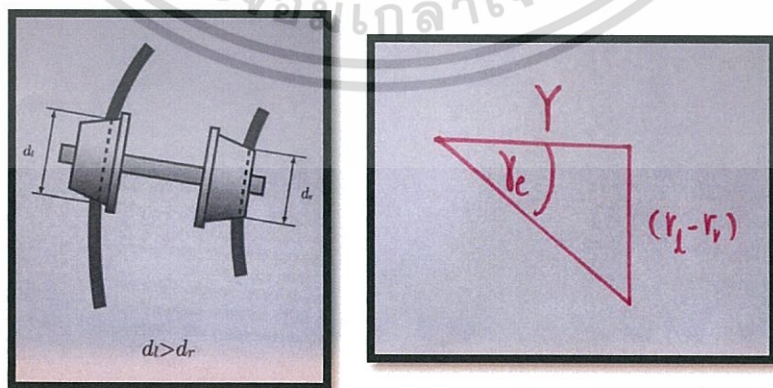
ต่อไป พิจารณาสมการที่ (2.23) (2.25) และ (2.26) แทนลงในสมการ (2.22) ได้ดังนี้

$$I_{cm}\ddot{\Psi} = -k_x d_1^2 \Psi - K_x d_0 \left(\frac{v+d_0\dot{\Psi}+r_l\omega}{v}\right) + K_x d_0 \left(\frac{v-d_0\dot{\Psi}+r_r\omega}{v}\right) \quad (2.31)$$

เนื่องจาก  $v = \omega r_0$

$$I_{cm}\ddot{\Psi} = -k_x d_1^2 \Psi - \frac{2K_x d_0^2}{v} \dot{\Psi} + \frac{K_x d_0}{r_0} (r_r - r_l) \quad (2.32)$$

พิจารณา  $(r_r - r_l) = -2\gamma_e Y$  จากรูป 2.16



รูปที่ 2.16 แสดงลักษณะเส้นผ่านจุดศูนย์กลางของล้อซ้ายและขวาขณะเคลื่อนที่ ณ เวลาใดๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณา รูปที่ 2.16 ทั้งสองล้อ จะได้ว่า

$$r_l - r_r = 2\gamma_e Y \quad (2.33)$$

$$r_r - r_l = -2\gamma_e Y \quad (2.34)$$

แล้วนำไปแทนในสมการ (2.32) ได้ดังนี้

$$I_{cm} \ddot{\Psi} = -\frac{2K_x d_0^2}{v} \dot{\Psi} - \frac{2K_x \gamma_e d_0}{r_0} Y - k_x d_1^2 \Psi \quad (2.35)$$

ดังนั้นสมการการเคลื่อนที่ จึงเป็นสมการที่ (2.36) และ (2.37)

$$m\ddot{Y} + \frac{2K_y}{v} \dot{Y} + k_x \left(1 - \frac{l_0}{l}\right) Y - 2K_y \Psi = 0 \quad (2.36)$$

$$I_{cm} \ddot{\Psi} + \frac{2K_x d_0^2}{v} \dot{\Psi} + \frac{2K_x \gamma_e d_0}{r_0} Y + k_x d_1^2 \Psi = 0 \quad (2.37)$$

โดยสมการที่ (2.36) และสมการที่ (2.37) สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I_{cm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{Y} \\ \ddot{\Psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{2K_y}{v} & 0 \\ 0 & \frac{2K_x d_0^2}{v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{Y} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x \left(1 - \frac{l_0}{l}\right) & -2K_y \\ \frac{2K_x \gamma_e d_0}{r_0} & k_x d_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ \Psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

หรือเขียนในรูปสัญลักษณ์เมทริกซ์ได้ตามสมการ (2.39)

$$[M]\ddot{X} + [C]\dot{X} + [K]X = \underline{0} \quad (2.39)$$

โดยที่  $[M]$  คือ เมทริกซ์มวล =  $\begin{bmatrix} m_0 & 0 \\ 0 & I_{cm} \end{bmatrix}$

$[C]$  คือ เมทริกซ์ความหน่วง =  $\begin{bmatrix} \frac{2K_y}{v} & 0 \\ 0 & \frac{2K_x d_0^2}{v} \end{bmatrix}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$[K] \text{ คือ เมทริกซ์ความแข็ง} = \begin{bmatrix} k_x \left(1 - \frac{l_0}{l}\right) & -2K_y \\ \frac{2K_x \gamma_e d_0}{r_0} & kd_1^2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{X} \text{ คือ เวกเตอร์การขจัด} = \begin{Bmatrix} Y \\ \Psi \end{Bmatrix}$$

$$\underline{\dot{X}} \text{ คือ เวกเตอร์ความเร็ว} = \begin{Bmatrix} \dot{Y} \\ \dot{\Psi} \end{Bmatrix}$$

$$\underline{\ddot{X}} \text{ คือ เวกเตอร์ความเร่ง} = \begin{Bmatrix} \ddot{Y} \\ \ddot{\Psi} \end{Bmatrix}$$

$$\underline{0} \text{ คือ เวกเตอร์ศูนย์} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

### 2.3.5 อัตราส่วนการย่อ (Scaling Factors)

อัตราส่วนการย่อ คือค่าอัตราส่วนเปรียบเทียบค่าตัวแปรต่างๆที่วัดได้จากขนาดจริงเทียบกับตัวแปรเดียวกันที่วัดได้จากแบบจำลอง โดยหลักการย่อขนาดเป็นไปตามหลักของ Similarity Law ของ Reynold จากงานวิจัยของ Moritz G. และ Alfred J. [4] ได้นิยามอัตราส่วนการย่อของความยาว (Length Scaling Factor,  $\varphi_l$ ) ดังสมการที่ (2.40)

$$\varphi_l = \frac{l_1}{l_0} \quad (2.40)$$

โดยที่  $l_1$  คือขนาดความยาวจริง และ  $l_0$  คือขนาดความยาวของแบบจำลอง ในลักษณะเดียวกันสามารถนิยามอัตราส่วนการย่อของเวลา (Time Scaling Factor,  $\varphi_t$ ) อัตราส่วนการย่อของมวล (Mass Scaling Factor,  $\varphi_m$ ) อัตราส่วนการย่อของความหนาแน่น (Density Scaling Factor,  $\varphi_\rho$ ) อัตราส่วนการย่อความแข็งสปริง (Stiffness Scaling Factor,  $\varphi_k$ ) อัตราส่วนการย่อของโมเมนต์ความเฉื่อย (Moment of inertia Scaling Factor,  $\varphi_{I_{cm}}$ ) และอัตราส่วนการย่อของแรงคืบ (Creep force Scaling Factor,  $\varphi_F$ ) ดังสมการที่ (2.41) (2.42) (2.43) (2.44) (2.45) และ (2.46) ตามลำดับ

$$\varphi_t = \frac{t_1}{t_0} \quad (2.41)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\varphi_m = \frac{m_1}{m_0} \quad (2.42)$$

$$\varphi_\rho = \frac{\rho_1}{\rho_0} \quad (2.43)$$

$$\varphi_k = \frac{k_1}{k_0} \quad (2.44)$$

$$\varphi_{I_{cm}} = \frac{I_{cm1}}{I_{cm0}} \quad (2.45)$$

$$\varphi_F = \frac{F_1}{F_0} \quad (2.46)$$

นิยามของแรงคืบ ( Creep force ) ตามทฤษฎี 2.3.2 สามารถจัดรูปสมการที่ (2.46) ใหม่ได้ดังนี้

$$\varphi_F = \frac{F_1}{F_0} = \frac{K_1 \zeta}{K_0 \zeta} = \frac{K_1}{K_0} \quad (2.47)$$

โดยที่  $K_1$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์แรงคืบของรถไฟจริง

$K_0$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์แรงคืบของรถไฟจำลอง

### 2.3.6 การคำนวณค่าความแข็งของสปริง (Spring's Stiffness Calculation)

เพื่อการออกแบบสปริงขดให้มีค่าความแข็งตามที่ต้องการสามารถคำนวณ [8] ได้จากสมการดังนี้

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{d^4 G}{8D^3 N_\alpha} \quad (2.48)$$

โดยที่  $k$  คือ ค่าความแข็งของสปริง (N/m)

$F$  คือ ขนาดของแรงที่กระทำต่อสปริง (N)

$d$  คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของลวดสปริง (m)

$G$  คือ ค่าโมดูลัสแรงเฉือนของความคงรูปของวัสดุที่นำมาทำสปริง (Pa)

$D$  คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของขดสปริง (m)

$N_\alpha$  คือ จำนวนขดทำงานของสปริง

$\delta$  คือ ระยะยัดหรือหดของสปริง (m)

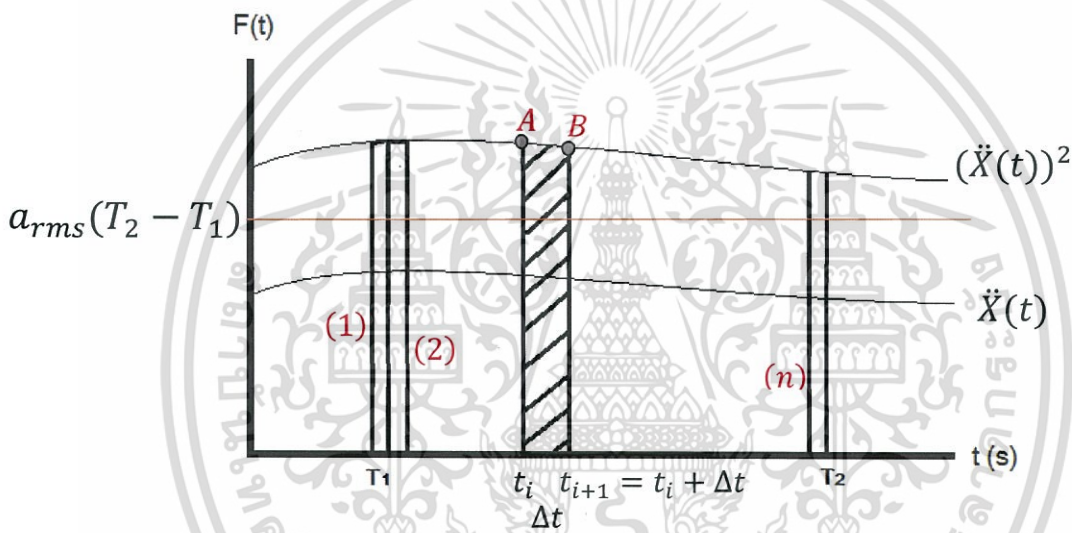
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.3.7 ค่ารากที่สองของกำลังสองเฉลี่ย (Root-Mean-Square Value)

ในการวัดค่าความเร่งของสัญญาณการสั่นสะเทือนว่ามีค่ามากน้อยเพียงใดนั้น โดยปกตินิยมใช้การวัดด้วยค่ารากที่สองเฉลี่ย (root mean square value) ดังนี้

$$a_{rms} = \frac{1}{T_2 - T_1} \sqrt{\int_{T_1}^{T_2} (\ddot{x}(t))^2 dt} \quad (2.49)$$

โดยการคำนวณค่ารากที่สองของกำลังสองเฉลี่ยนั้น คำนวณจากวิธี Trapezoidal's rule โดยการแบ่งช่วงย่อยเพื่ออินทิเกรตจะช่วยให้ผลลัพธ์ที่ได้มีความแม่นยำมากขึ้น เนื่องจากค่าที่ได้จากการทดลองและจากทฤษฎีเป็นค่าความเร่งของแต่ละตำแหน่งตามเวลา



รูปที่ 2.17 แสดงลักษณะการคำนวณพื้นที่ใต้กราฟด้วยวิธี Trapezoidal's rule

ซึ่งในการอินทิเกรตนั้นจะแบ่งพื้นที่ใต้กราฟเป็นพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูย่อยออกเป็น  $n$  พื้นที่ แล้วนำมาบวกกัน โดยที่จุด A กำหนด  $\ddot{X}_A^2 = \ddot{X}_t^2 = \ddot{X}_i^2$  ที่จุด B กำหนด  $\ddot{X}_B^2 = \ddot{X}_{t+\Delta t}^2 = \ddot{X}_{i+1}^2$  และจากเวลา  $T_1$  และ  $T_2$  สามารถหาเวลาในแต่ละช่วงเวลา ( $\Delta t$ ) ได้ดังนี้  $\Delta t = \frac{T_1 - T_2}{n}$  ดังนั้น พื้นที่ใต้กราฟทั้งหมดสามารถหาได้ดังสมการที่ (2.50)

$$\text{พื้นที่ใต้กราฟเฉลี่ยทั้งหมด} = \sqrt{\text{ผลรวมของพื้นที่สี่เหลี่ยมคางหมูจำนวน } n \text{ พื้นที่}} \quad (2.50)$$

$$\text{พื้นที่ใต้กราฟเฉลี่ยทั้งหมด} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(\ddot{X}_{i+1}^2 + \ddot{X}_i^2)}{2} \times \Delta t} \quad (2.51)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น ค่าความเร่งรากที่สองของกำลังสองเฉลี่ย มีสมการดังต่อไปนี้

$$a_{rms} = \frac{1}{T_2 - T_1} \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(\ddot{x}_{i+1}^2 + \ddot{x}_i^2)}{2} \times \Delta t} \quad (2.52)$$

ในส่วนของการเกิดความเร็ววิกฤตนั้น จะเกิดขึ้นเมื่อความถี่ในการกระตุ้น ( $\omega_i$ ) มีค่าสูงขึ้นจนถึงความถี่ที่ทำให้เกิดความเร็ววิกฤต ซึ่งจะมีสมการในการคำนวณดังนี้

$$v_{cr} = \omega_i r_0 \quad (2.53)$$

โดยที่  $v_{cr}$  คือ ความเร็ววิกฤต (m/s)

$r_0$  คือ รัศมีของล้อ (m)

$\omega_i$  คือ ความถี่ในการกระตุ้นหรือความเร็วรอบของชุดล้อ (rad/s)

### 2.3.8 การคำนวณค่ากำลังมอเตอร์

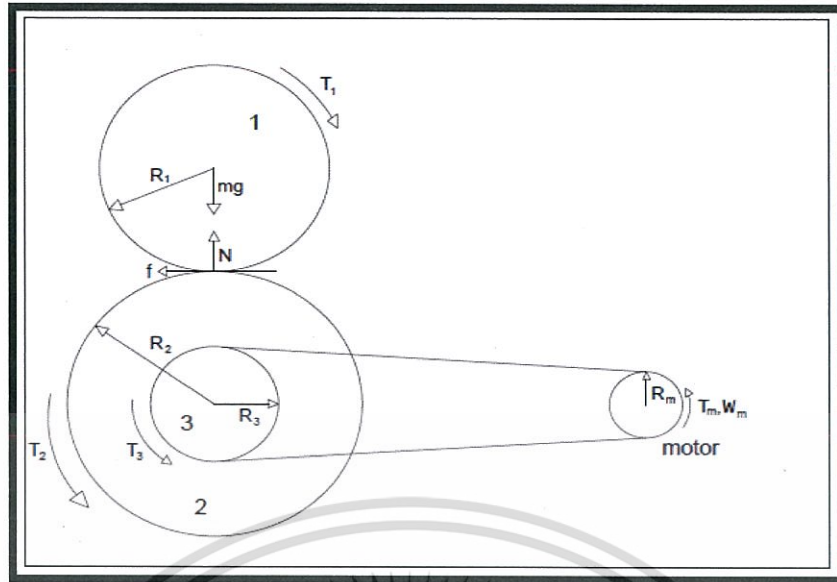
เพื่อหาขนาดของมอเตอร์ที่เหมาะสมกับชุดทดลอง ในการเลือกขนาดมอเตอร์จะพิจารณากำลังการขับเคลื่อนของมอเตอร์ ซึ่งสามารถคำนวณได้จากสมการ (2.54)

$$P = T\omega \quad (2.54)$$

โดยที่  $P$  คือ กำลังของมอเตอร์ (W)

$T$  คือ ทอร์กของมอเตอร์ (N.m)

$\omega$  คือ ความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์ (rad/s)



รูปที่ 2.18 แสดงขนาดของแรงและโมเมนต์ต่างๆของชุดทดลด เมื่อมองจากด้านข้าง

ในการหา  $T_m$  (ทอร์คของมอเตอร์) จะพิจารณาแรงเสียดทานระหว่างล้อ 1 กับล้อ 2 และนำไปคูณกับรัศมีของล้อ 2 เพื่อหาทอร์คของล้อที่ 2 ตามรูปที่ 2.18 ซึ่งแรงเสียดทานสามารถหาได้จากสมการ (2.55)

$$f = \mu N \quad (2.55)$$

โดยที่  $f$  คือ แรงเสียดทานระหว่างล้อ 1 กับล้อ 2 (N)

$\mu$  คือ สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างล้อ 1 กับล้อ 2 สามารถหาได้จากตาราง 2.3

$N$  คือ แรงปฏิกิริยาที่ล้อ 2 กระทำต่อล้อ 1 ซึ่งมีค่าเท่ากับน้ำหนักของล้อ 1 (N)

MATERIAL 1	MATERIAL 2	Coefficient Of Friction			
		Dry		Greasy	
		Static	Sliding	Static	Sliding
Steel (Mild)	Brass	0.51	0.44		
Steel (Mild)	Cast Iron		0.23	0.183	0.133
Steel	Cast Iron	0.4		0.21	
Steel	Copper Lead Alloy	0.22		0.16	0.145
Steel (Hard)	Graphite	0.21		0.09	
Steel	Graphite	0.1		0.1	
Steel (Mild)	Lead	0.95	0.95	0.5	0.3
Steel (Mild)	Phos. Bros		0.34		0.173
Steel	Phos Bros	0.35			
Steel (Hard)	Polythened	0.2		0.2	
Steel (Hard)	Polystyrene	0.3-0.35		0.3-0.35	
Steel (Mild)	Steel (Mild)	0.74	0.57		0.09-0.19
Steel (Hard)	Steel (Hard)	0.78	0.42	0.05-0.11	0.029-0.12
Steel	Zinc (Plated on steel)	0.5	0.45	-	-
Teflon	Steel	0.04		0.04	0.04
Teflon	Teflon	0.04		0.04	0.04
Tin	Cast Iron		.32		

ตาราง 2.3 ตารางแสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นจะได้ค่า ทอร์คของล้อ 2 ดังสมการ (2.56)

$$T_2 = fR_2 \quad (2.56)$$

เนื่องจากเพลาดียวกันจะมี ทอร์คเท่ากันทั้งหมด ดังนั้น

$$T_2 = T_3 \quad (2.57)$$

จากนั้นหา ทอร์คของมอเตอร์ เนื่องจากล้อ 3 กับมอเตอร์เชื่อมบนสายพานเดียวกัน จึงมีแรงกระทำที่สายพานเท่ากัน ดังนั้นจึงเป็นไปตามสมการ (2.58)

$$\frac{T_3}{T_m} = \frac{R_3}{R_m} \quad (2.58)$$

และจะได้ ทอร์คของมอเตอร์จาก  $T_m = T_3 \left( \frac{R_m}{R_3} \right)$

ในส่วนของความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์ ( $\omega_m$ ) เนื่องจากฟันผิวที่สัมผัสกันจะมี ความเร็วเชิงเส้นเท่ากัน จึงเป็นไปตามสมการ (2.59)

$$\omega_i R_i = \omega_n R_n \quad (2.59)$$

โดยที่  $\omega_i, \omega_n$  คือ ความเร็วเชิงมุมของฟันผิว  $i$  และฟันผิว  $n$  ที่สัมผัสกัน

$R_i, R_n$  คือ รัศมีของฟันผิว  $i$  และฟันผิว  $n$  ที่สัมผัสกัน

เนื่องจากเราทราบความเร็วเชิงมุมของล้อ 1 จากการคำนวณสมการเชิงคณิตศาสตร์ ดังนั้นเทียบค่าไปตามรูปที่ 2.18 เพื่อหาความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์ และนำค่าทอร์คของมอเตอร์รวมทั้งความเร็วเชิงมุมของมอเตอร์ไปแทนในสมการที่ (2.54) เพื่อหาค่ากำลังของมอเตอร์ และนำไปเลือกมอเตอร์ที่เหมาะสมกับชุดทดลอง

## วิธีดำเนินงานและการออกแบบชุดทดลอง

### 3.1 บทนำ

ขั้นตอนการดำเนินงานจะเริ่มตั้งแต่ การวิเคราะห์ปัญหา จนกระทั่งถึงการวิเคราะห์ผลข้อมูล ซึ่งประกอบไปด้วย วิธีการออกแบบและการสร้างแบบจำลองแคร่รถไฟ การใช้งานของชุดทดลอง เป็นต้น

### 3.2 ขั้นตอนการดำเนินงาน

ขั้นตอนการดำเนินงานจะต้องเริ่มต้นตั้งแต่การศึกษาว่ารถไฟจะเกิดการสั่นในแนวด้านข้างที่ความเร็วเท่าไรและศึกษาองค์ประกอบของแคร่รถไฟรวมถึงขนาดต่างๆ ซึ่งจะนำค่าข้อมูลเหล่านี้มาย่อเป็นแบบจำลอง แล้วออกแบบแบบจำลองชุดล้อเพลลาเดี่ยวหลังจากนั้นจึงสร้างแบบจำลองชุดล้อเพลลาเดี่ยวขึ้นมาจากนั้นนำแบบจำลองชุดล้อเพลลาเดี่ยวมาทดลองบนแท่นหมุนจำลองการเคลื่อนที่โดยจะนำค่าข้อมูลที่ได้จากการทดลองมาเปรียบเทียบกับข้อมูลที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎี

- 1.เลือกรถไฟที่นำมาสร้างแบบจำลองย่อส่วนและศึกษาข้อมูลของตัวรถไฟ
- 2.ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการเคลื่อนที่แบบสายของชุดล้อเพลลาเดี่ยว
- 3.ศึกษาการสร้างแบบจำลองย่อส่วนชุดล้อเพลลาเดี่ยวโดยใช้กฎความคล้ายคลึงทางกล
- 4.สร้างแบบจำลองชุดล้อเพลลาเดี่ยว
- 5.ออกแบบและสร้างแท่นหมุนจำลองการเคลื่อนที่
- 6.ออกแบบและสร้างวงจรการเก็บข้อมูลและการควบคุมชุดทดลอง
- 7.การสอบเทียบเซ็นเซอร์
- 8.ทำการทดลองแบบจำลองชุดล้อเพลลาเดี่ยวและนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบกับทฤษฎี

### 3.3 อุปกรณ์การทดลอง

#### 3.3.1 แบบจำลองชุดล้อเพลลาเดียว

แคร่รถไฟ PC-25 เป็นแคร่รถไฟแบบสองเพลลาที่ผลิตในประเทศญี่ปุ่นที่ใช้กับรถไฟโดยสารทั่วไป ความเร็วที่ใช้วิ่งคือ 90 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ตามขนาดต่างๆที่ได้ระบุไว้ ( ภาคผนวก ก) จะประกอบไปด้วยแคร่รถไฟครึ่งแคร่ ส่วนของชุดล้อเพลลาเดียว ชุดรองรับหลักและชุดรองรับรอง โดยไม่มีตัวหน่วง โดยได้ทำการออกแบบในโปรแกรมคอมพิวเตอร์ดังรูปที่ 3.1 และทำการสร้างขึ้นจากวัสดุหลักเป็นเหล็กทั้งหมดดังรูปที่ 3.2

1.แคร่รถไฟ ( Bogie ) เหล็กแผ่นถูกนำมาตัดตามแบบและทำการเพิ่มเติมแท่งทรงกระบอกขนาดเล็กเพื่อใช้เชื่อมต่อกับส่วนโครงสร้างรองรับหลักและใช้เชื่อมต่อกับชุดสปริงด้านล่าง และเจาะรูสำหรับสวมลูกปืนเพื่อรองรับแรงการเคลื่อนที่ของเพลลาของชุดล้อเพลลาเดียว

2.ชุดล้อ ( Wheelsets ) เพลลาและล้อมีหน้าที่สำคัญเพื่อเป็นแกนเคลื่อนที่ในการสั่นในทิศทางด้านข้างสวมลูกปืนด้านข้างเพื่อรองรับการเคลื่อนที่ของชุดล้อ

3.สปริง ( Springs ) จัดหาสปริงที่มีขนาดตามต้องการนำมาทดสอบค่าความเป็นความแข็ง และทำการตัดขนาดตามการคำนวณค่าความแข็งของอัตราส่วนการย่อ

4.ส่วนรองรับสปริง ( Springs Support ) เหล็กแผ่นถูกนำมาตัดตามแบบและทำการเชื่อมติดกับส่วนโครงสร้างรองรับหลักเพื่อรองรับแรงจากการเคลื่อนที่ของสปริงและยึดให้สปริงติดอยู่กับที่

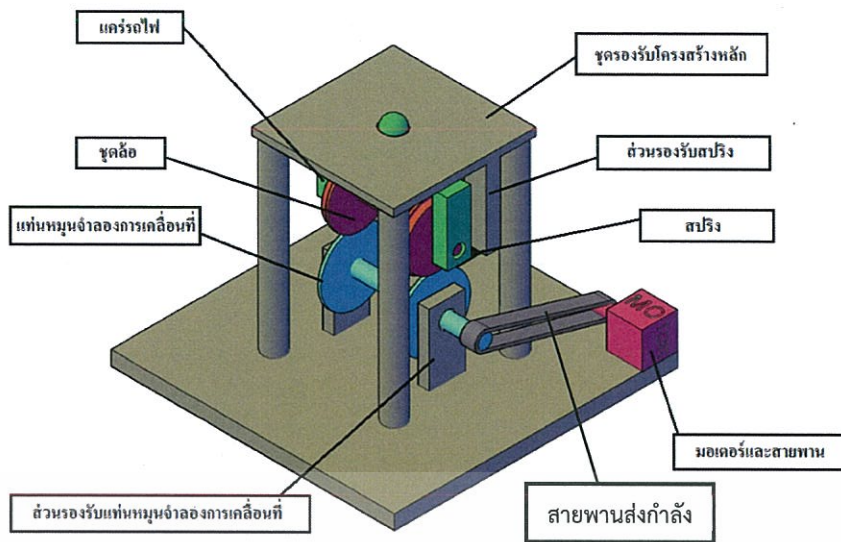
5.แท่นหมุนจำลองการเคลื่อนที่ ( Small - Scale Roller Rig ) ชุดจำลองการเคลื่อนที่ที่ใช้ในชุดทดลอง มีการขับเคลื่อนโดยอาศัยมอเตอร์ส่งผ่านกำลังไปยังสายพานทำให้ชุดลูกกลิ้งเกิดการหมุน เมื่อชุดลูกกลิ้งเกิดการหมุนจะทำให้สามารถจำลองการเคลื่อนที่ของรถไฟสมจริงนั้น

6.ส่วนรองรับแท่นหมุนจำลองการเคลื่อนที่ ( Small - Scale Roller Rig Supports ) เหล็กแผ่นถูกนำมาตัดตามแบบและทำการเชื่อมติดกับส่วนโครงสร้างรองรับหลักที่ด้านล่างเพื่อยึดแท่นหมุนจำลองการเคลื่อนที่ให้อยู่กับที่และเจาะรูเพื่อสวมลูกปืนเพื่อรองรับแรงจากการเคลื่อนที่ของแท่นหมุน

7.ชุดมอเตอร์และสายพาน ( Motor and Pulley ) มอเตอร์เป็นต้นกำเนิดกำลังและส่งผ่านกำลังไปยังสายพานทำให้แท่นหมุนจำลองการเคลื่อนที่เกิดการหมุน

8.ส่วนโครงสร้างรองรับหลัก ( Main Structure Support ) เป็นส่วนโครงสร้างที่ใช้รองรับแรงจากการเคลื่อนที่ของแบบจำลองชุดล้อเพลลาเดียวสำหรับการสั่นในแนวด้านข้างและรองรับแรงทั้งหมดจากชุดทดลองนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.1 แบบจำลองย่อขนาดของชุดล้อเพลาดียวในโปรแกรมคอมพิวเตอร์



ก.



ข.



ค.

รูปที่ 3.2 แบบจำลองย่อขนาดของชุดล้อเพลาดียวที่สร้างขึ้นจากเหล็ก SCM-4 และชุดควบคุม  
 ก.) แคร่รถไฟครึ่งแคร่ ข.) ชุดโครงสร้างหลักและระบบส่งกำลังด้วยสายพานและมอเตอร์ ค.) ชุดทดลองการ  
 สั่นสะเทือนในแนวด้านข้างและชุดควบคุม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.3.2 อัตราส่วนการย่อที่สัมพันธ์กับสมการการเคลื่อนที่

พฤติกรรมการสั่นสะเทือนในแนวด้านข้างของรถไฟ นอกจากการสั่นสะเทือนในแนวด้านข้างแล้วยังคำนึงถึงการแกว่งไปมาของตัวแคร่ด้วย ในการศึกษาเป็นการจำลองพฤติกรรมการสั่นของแบบจำลองชุดล้อเพลลาเดียว โดยเป็นการสั่นแบบไม่มีตัวหน่วงที่องศาความอิสระเท่ากับสอง (Undamped Two-Degree-of-freedom) แบบจำลองการสั่นจึงเป็นไปตามรูปที่ 2.13 และอธิบายได้ด้วยสมการที่ (2.18) และ (2.22) เพื่อคำนวณพารามิเตอร์ต่างๆ ที่สอดคล้องกับแบบจำลองแคร่รถไฟที่มีอัตราส่วนการย่อของความยาวเท่ากับ 1:10 ( $\varphi_l = 10$ ) ค่าอัตราส่วนการย่อต่างๆ ที่นิยามไว้จึงถูกนำมาคูณกับสมการที่ (2.18) และ (2.22) เป็นสมการที่ (3.1) และ (3.2) ตามลำดับ

$$m\ddot{Y} \cdot \frac{\varphi_m \varphi_l}{\varphi_t^2} = -k_x \left(1 - \frac{l_0}{l}\right) Y \cdot \varphi_k \varphi_l - (F_{y_l} + F_{y_r}) \cdot \varphi_F \quad (3.1)$$

$$I_{cm} \ddot{\Psi} \cdot \frac{\varphi_l}{\varphi_t^2} = -k_x d_1^2 \Psi \cdot \varphi_k \varphi_l^2 + (F_{x_l} - F_{x_r}) d_0 \cdot \varphi_F \varphi_l \quad (3.2)$$

จัดรูปของสมการใหม่จะได้

$$m\ddot{Y} = -k_x \left(1 - \frac{l_0}{l}\right) Y \cdot \frac{\varphi_k \varphi_t^2}{\varphi_m} - (F_{y_l} + F_{y_r}) \cdot \frac{\varphi_F \varphi_t^2}{\varphi_m \varphi_l} \quad (3.3)$$

$$I_{cm} \ddot{\Psi} = -k_x d_1^2 \Psi \cdot \frac{\varphi_k \varphi_l^2 \varphi_t^2}{\varphi_{lcm}} + (F_{x_l} - F_{x_r}) d_0 \cdot \frac{\varphi_F \varphi_l \varphi_t^2}{\varphi_l} \quad (3.4)$$

เพื่อให้สมการที่ (3.3) และ (3.4) เป็นจริงตามสมการที่ (2.18) และ (2.22) ดังนั้น

$$\frac{\varphi_k \varphi_t^2}{\varphi_m} = 1 \quad (3.5)$$

$$\frac{\varphi_F \varphi_t^2}{\varphi_m \varphi_l} = 1 \quad (3.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\varphi_k \varphi_l^2 \varphi_t^2}{\varphi_{Icm}} = 1 \quad (3.7)$$

$$\frac{\varphi_F \varphi_l \varphi_t^2}{\varphi_{Icm}} = 1 \quad (3.8)$$

จากสมการที่ (3.5) (3.6) (3.7) และ (3.8) สามารถหาค่า  $\varphi_{Icm}$   $\varphi_F$  และ  $\varphi_k$  ได้ดังนี้

$$\varphi_k = \frac{\varphi_m}{\varphi_t^2} \quad (3.9)$$

$$\varphi_F = \frac{\varphi_m \varphi_l}{\varphi_t^2} \quad (3.10)$$

$$\varphi_{Icm} = \varphi_k \varphi_l^2 \varphi_t^2 = \varphi_m \varphi_l^2 \quad (3.11)$$

สมการที่ (3.9) (3.10) และ (3.11) เป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนย่อแต่ละชนิดจากการออกแบบและเลือกวัสดุมาใช้ในการสร้างแบบจำลองพบว่า  $\varphi_p = 1$  และ  $\varphi_m = 1000$  อ้างอิงจากงานวิจัยของ Moritz G. และ Alfred J. [4] เลือกใช้  $\varphi_t = \sqrt{\varphi_l} = \sqrt{10}$  และคำนวณค่า  $\varphi_k = 100$   $\varphi_F = 1000$  และ  $\varphi_{Icm} = 100000$

จากค่าอัตราส่วนการย่อดังกล่าว สามารถคำนวณพารามิเตอร์ต่างๆเปรียบเทียบระหว่างขนาดรถไฟจริงกับแบบรถไฟจำลองดังตาราง 3.1

ตาราง 3.1 เปรียบเทียบค่าพารามิเตอร์ระหว่างขนาดรถไฟจริงกับแบบจำลอง

พารามิเตอร์	รถไฟจริง	รถไฟจำลอง
มวลของชุดล้อเพลลาเดี่ยว (มวลครึ่งแคร่)	2522 kg.	2.522 kg.
ความหนาแน่น	7700 kg/m <sup>3</sup>	7700 kg/m <sup>3</sup>
สปริงแคร่(ต่อหนึ่งตัว)	53.4 kN/m	533.5 N/m
โมเมนต์ความเฉื่อย	997.85 kg·m <sup>2</sup>	9978.5×10 <sup>-6</sup> kg·m <sup>2</sup>
ค่าสัมประสิทธิ์แรงคืบแนวตามยาว	518 kN	518 N
ค่าสัมประสิทธิ์แรงคืบแนวตามขวาง	443 kN	443 N

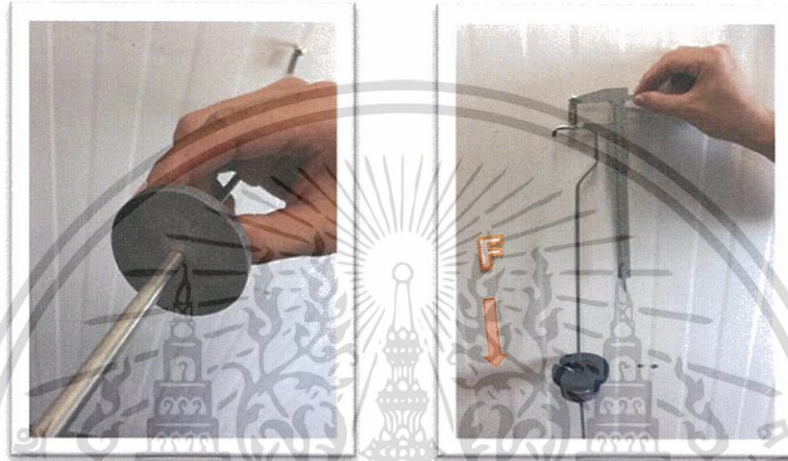
จากตารางคือค่าพารามิเตอร์ที่นำมาใช้ในการสร้างแบบจำลองเพื่อให้มีความสอดคล้องกับขนาดรถไฟจริงตามกฎความคล้ายคลึงทางกล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

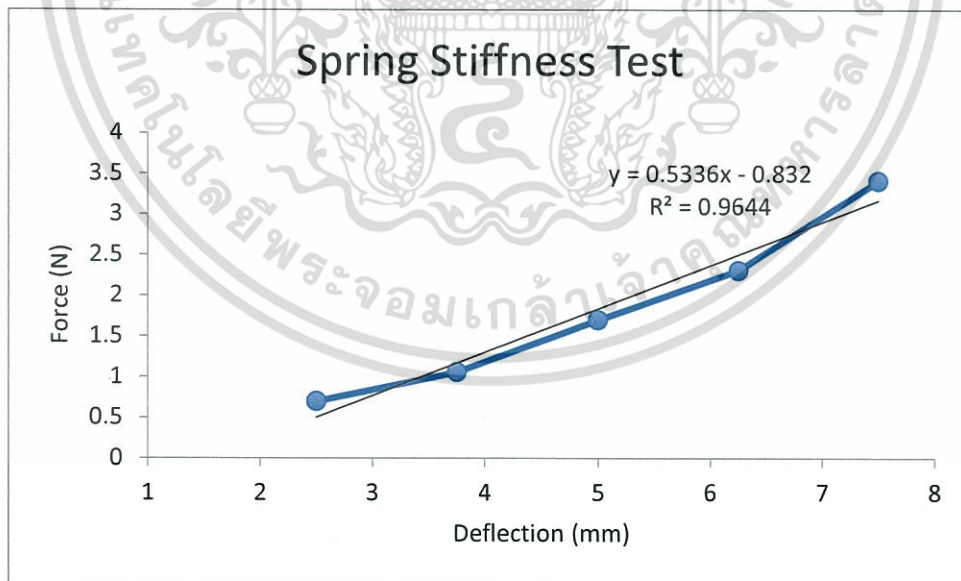
### 3.3.3 การสอบเทียบค่าความแข็งของสปริง

สำหรับสปริงเพื่อให้ค่าความแข็งมีค่าเท่ากับค่าที่คำนวณได้ต้องทำการทดสอบความแข็งของสปริงที่จัดหาได้ซึ่งควรมีค่าเท่ากับหรือน้อยกว่าที่คำนวณได้ คำนวณหาค่าความแข็งของสปริงที่ต้องใช้จากสมการ (3.9) และทำการทดสอบค่าความแข็งก่อนนำมาใช้ทุกครั้ง

การทดสอบค่าความแข็งของสปริงสามารถทำได้โดยนำชุดสปริงที่ต้องการทดสอบมาประกอบกับมวลมาตรฐาน จากนั้นทำการดึงเพิ่มแรงทีละลำดับ บันทึกค่าระยะยืดของสปริงดังรูปที่ 3.3 คำนวณและเขียนกราฟดังรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.3 ขั้นตอนการทดสอบความแข็งของสปริงโดยใช้ เครื่องชั่งสปริง



รูปที่ 3.4 ตัวอย่างกราฟแสดงความสัมพันธ์ของแรงกระทำกับระยะยืดของสปริง ที่มีค่าความแข็งคำนวณได้เท่ากับ 533.5 N/m

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

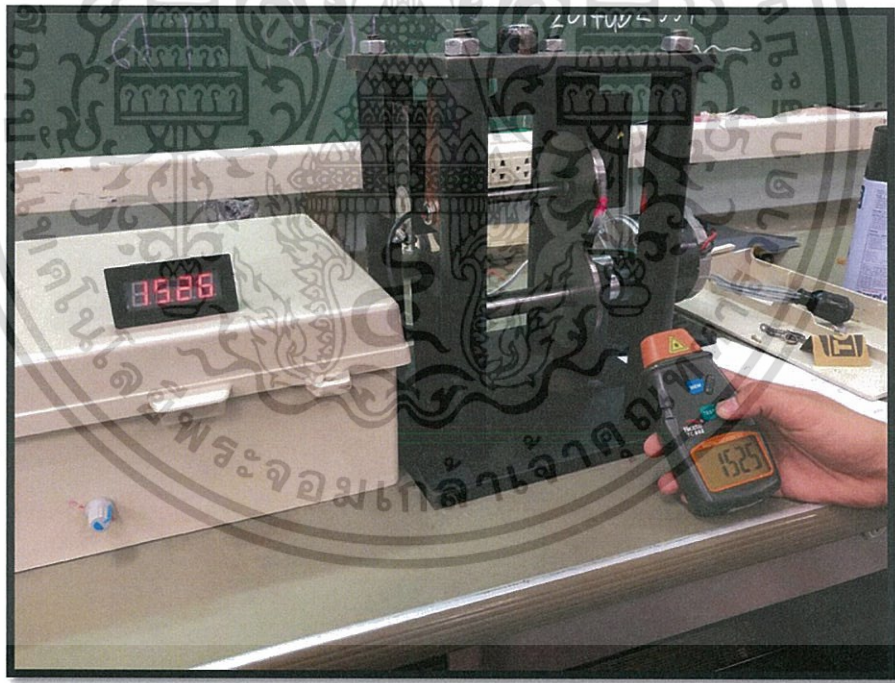
ค่าความคลาดเคลื่อนของสปริงที่นำมาสอบเทียบ สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.11)

$$\% \text{ ความคลาดเคลื่อน} = \left| \frac{\text{ค่าจากทฤษฎี} - \text{ค่าจริง}}{\text{ค่าจากทฤษฎี}} \right| \times 100 \quad (3.11)$$

จากการสอบเทียบได้ค่าความแข็งจริงของสปริงเท่ากับ 533.5 N/m (ต่อสปริง 1 ตัว) และค่าความแข็งทางทฤษฎีของสปริงเท่ากับ 500 N/m (ต่อสปริง 1 ตัว) สามารถคำนวณเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนได้เท่ากับ 6.7 % ซึ่งเป็นค่าที่สามารถยอมรับได้

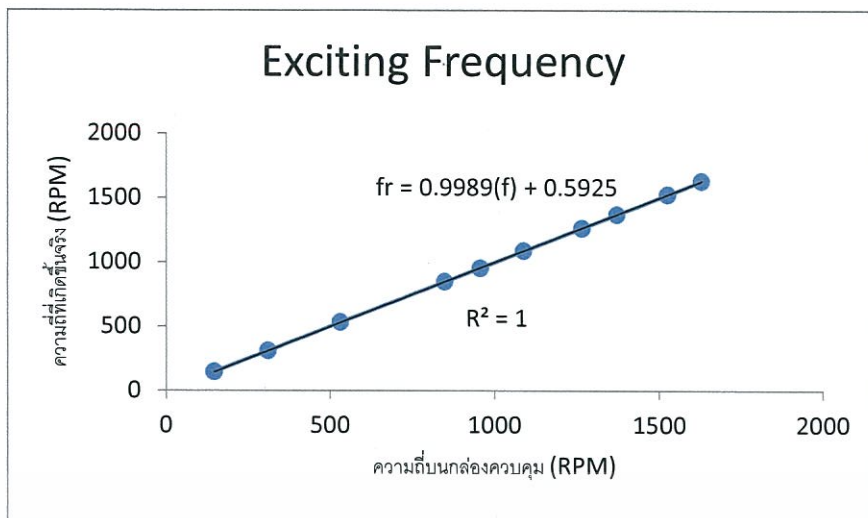
### 3.3.4 การสอบเทียบค่าความถี่กระตุ้นที่เกิดขึ้นจริงกับค่าความถี่แสดงบนกล่องควบคุม

เนื่องจากค่าของความถี่ที่แสดงบนกล่องควบคุมไม่ได้แสดงให้เห็นถึงความถี่กระตุ้นที่เกิดขึ้นจริง การเปรียบเทียบรอบของล้อจำลองกับความถี่ที่กล่องควบคุมแสดงสามารถทำได้จากการวัดรอบของล้อจำลองโดยใช้ Tachometer วัดความเร็วรอบดังรูปที่ 3.5 จากนั้นนำมาเขียนกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ที่แสดงบนกล่องควบคุมกับความถี่ที่เกิดขึ้นจริงได้ดังรูปที่ 3.6



รูปที่ 3.5 แสดงการวัดความเร็วรอบเปรียบเทียบกันระหว่างกล่องควบคุม กับ เครื่องมือวัด Tachometer

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ที่เกิดขึ้นกับความถี่ที่วัดได้

พบว่าความถี่ทั้งสองชนิดมีความสัมพันธ์กันเป็นลักษณะเชิงเส้น สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (3.12)

$$fr = 0.9989(f) + 0.5925 \quad (3.12)$$

โดยที่  $f$  คือ ความถี่ที่แสดงบนกลองควบคุม (RPM)

$fr$  คือ ความถี่ที่เกิดขึ้นจริง (RPM) ที่จะต้องนำไปใช้ในสมการคำนวณผลตอบแทนทางทฤษฎี

### 3.3.5 การพัฒนาโปรแกรมการวิเคราะห์การเคลื่อนที่สายของชุดล้อเพลลาเดี่ยวด้วยโปรแกรม Matlab

เนื่องจากสมการควบคุมการเคลื่อนที่ของชุดล้อเพลลาเดี่ยว ในสมการ (2.38) เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับสองของตัวแปร  $Y$  และ  $\Psi$  ซึ่งต้องทำการอินทิเกรตเทียบกับเวลาเพื่อหาผลเฉลยของทั้งสองตัวแปรโดยในการอินทิเกรต ต้องมีเงื่อนไขเริ่มต้นของการเคลื่อนที่ (Initial condition) โดยทั่วไปคือ ค่าการขจัดเริ่มต้นและความเร็วเริ่มต้นของทั้งสองตัวแปร หรือสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\underline{x}_0 = \begin{Bmatrix} Y_0 \\ \Psi_0 \end{Bmatrix} \text{ และ } \dot{\underline{x}}_0 = \begin{Bmatrix} \dot{Y}_0 \\ \dot{\Psi}_0 \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การเขียนโปรแกรมคำนวณการวิเคราะห์ผลเฉลยของสมการ (2.38) ด้วยโปรแกรม Matlab โดยใช้ Toolbox คำสั่งการอินทิเกรตเชิงตัวเลข ด้วยคำสั่ง ode45 ( Runge-Kutta fourth order ) ต้องมีการสร้าง State variables ดังนี้

$$\underline{x} = \begin{Bmatrix} Y \\ \Psi \\ \dot{Y} \\ \dot{\Psi} \end{Bmatrix} \text{ และ } \underline{\dot{x}} = \begin{Bmatrix} \dot{Y} \\ \dot{\Psi} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{\Psi} \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

ดังนั้นจากสมการ (2.38) และ (3.14) สามารถเขียนสมการความสัมพันธ์ของเวกเตอร์  $\underline{x}$  และ  $\underline{\dot{x}}$  ในสมการ (3.14) ได้ดังนี้

$$\underline{\dot{x}} = \begin{bmatrix} \underline{0}_{2 \times 2} & \underline{I}_{2 \times 2} \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \underline{x} + [B]\underline{F} \quad (3.15)$$

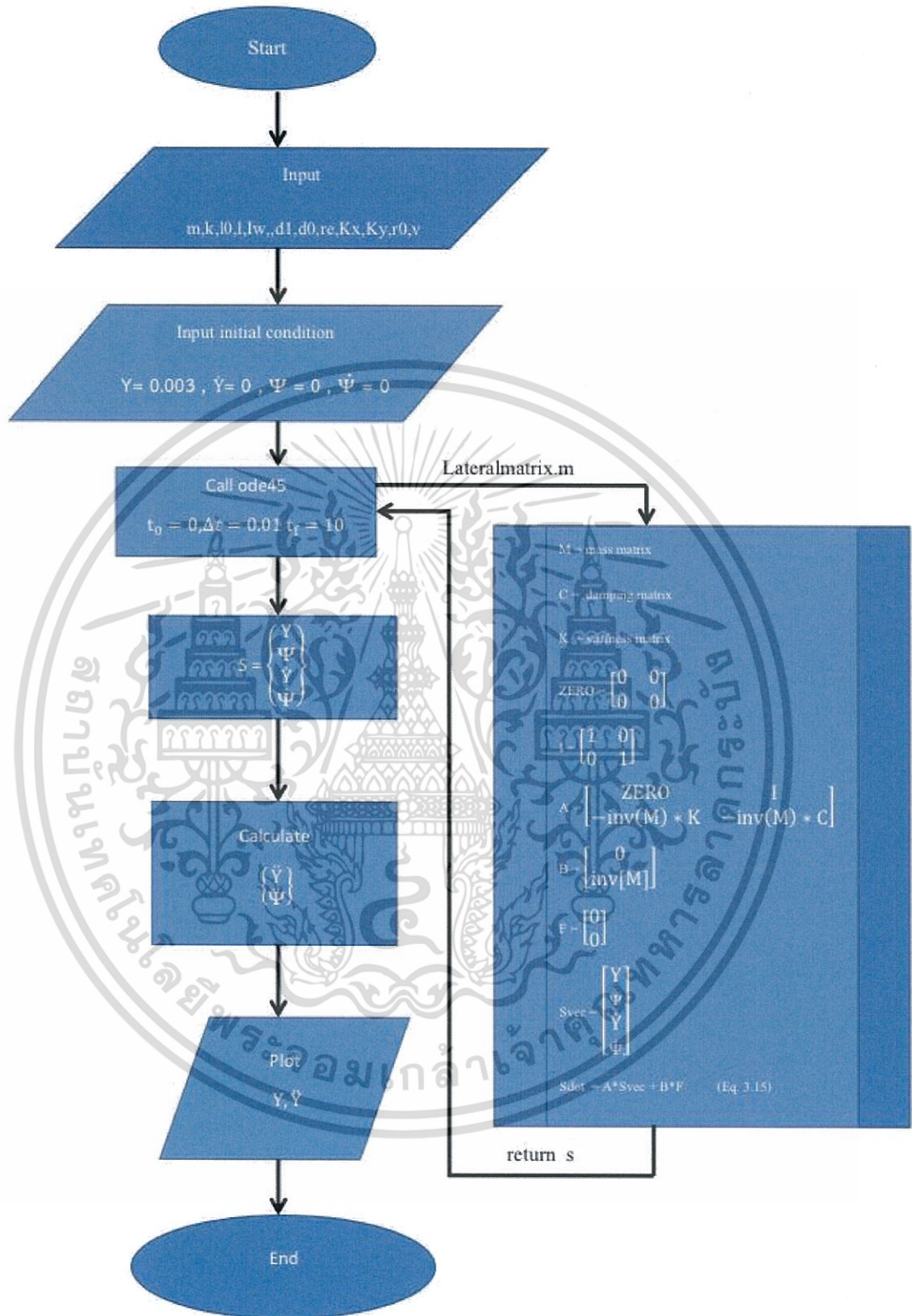
และเงื่อนไขเริ่มต้นที่ใช้ในการอินทิเกรตคือ

$$\underline{x}_0 = \begin{Bmatrix} Y_0 \\ \Psi_0 \\ \dot{Y}_0 \\ \dot{\Psi}_0 \end{Bmatrix} \text{ ซึ่งในโครงงานนี้จะมีค่าดังนี้}$$

$$\underline{x}_0 = \left. \begin{Bmatrix} Y_0 = 0.003 \text{ m} \\ \Psi_0 = 0 \\ \dot{Y}_0 = 0 \\ \dot{\Psi}_0 = 0 \end{Bmatrix} \right\} \quad (3.16)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แผนภาพแสดงการทำงานของโปรแกรม ( Flow chart ) สามารถแสดงได้ดังนี้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## วิธีการทดลองและผลลัพธ์

### 4.1 บทนำ

หลังจากที่ทราบขั้นตอนการดำเนินงานและอุปกรณ์การทดลองไปแล้วในบทนี้จะทราบถึงการหาผลที่ได้มาจากการคำนวณจากโปรแกรม MATLAB วิธีการทดลองซึ่งรวมถึงการใช้ชุดทดลอง ผลการทดลองที่ได้จากชุดทดลอง รวมไปถึงวิธีการวิเคราะห์ผลเพื่อเปรียบเทียบผลการคำนวณทางทฤษฎีกับผลการทดลองที่เก็บได้

### 4.2 วิธีการทดลอง

วิธีการทดลองแบ่งออกเป็น 3 ส่วนด้วยกันได้แก่ การพิสูจน์การจำลองสถานการณ์ของโปรแกรมที่ได้พัฒนาไว้ในหัวข้อ 3.3.5 การคำนวณผลการตอบสนองทางทฤษฎี และการวัดผลตอบสนองความเร่งจากการทดลอง

#### 4.2.1 การพิสูจน์การจำลองสถานการณ์ด้วยโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นมา

เนื่องจากการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในโปรแกรม Matlab นั้นต้องทำการพิสูจน์ความถูกต้องกับสมการการเคลื่อนที่ที่ได้อ้างอิงจากงานวิจัยของ BALDOVIN D. และ SIRETEANU T. [6] ซึ่งมีสมการการเคลื่อนที่ดังนี้

$$m_0 \ddot{y} + \left( 2C_y + \frac{2\chi Q}{v} \right) \dot{y} + 2k_y y - 2\chi Q \Psi = 0 \quad (4.1)$$

$$I_{Oz} \ddot{\Psi} + \left( 2C_x + 2\chi Q \frac{e^2}{v} \right) \dot{\Psi} + 2bk_x \Psi + 2exQ \frac{y}{r} = 0 \quad (4.2)$$

สมการ (4.1) และ (4.2) สามารถเขียนเป็นเมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} \underline{0}_{2 \times 2} & \underline{I}_{2 \times 2} \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \underline{x} + [B]\underline{F} \quad (4.3)$$

โดยที่  $\underline{x} = \text{state variables} = \begin{Bmatrix} Y \\ \Psi \\ \dot{Y} \\ \dot{\Psi} \end{Bmatrix}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$[M] = \text{เมตริกซ์มวล} = \begin{bmatrix} m_0 & 0 \\ 0 & I_{0z} \end{bmatrix}$$

$$[C] = \text{เมตริกซ์การหน่วง} = \begin{bmatrix} 2C_y + \frac{2\chi Q}{v} & 0 \\ 0 & 2C_x + 2\chi Q \frac{e^2}{v} \end{bmatrix}$$

$$[K] = \text{เมตริกซ์ความเป็นสปริง} = \begin{bmatrix} 2k_y & 2\chi Q \\ 2e\chi Q \frac{\gamma}{r} & 2bk_x \end{bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} \underline{0}_{2 \times 2} \\ [M]^{-1} \end{bmatrix}$$

$$[F] = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

ตาราง 4.1 ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองสถานการณ์ในโปรแกรม Matlab

Wheelset mass	$m_0 = 1200 \text{ kg}$
Quasi-slipping coefficients	$\chi = 300$
Static load to the wheelset	$Q = 75 \text{ kN}$
Elasticity coefficients	$k_x = 9 \cdot 10^5 \text{ N/m}$ $k_y = 5.43 \cdot 10^5 \text{ N/m}$
Damping coefficients	$C_x = 0 \text{ kNs/m}$ $C_y = 0 \text{ kNs/m}$
Track gauge	$e = 0.75 \text{ m}$
Distance between suspension	$b = 1 \text{ m}$
Wheel conicity	$\gamma = 0.05$
Initial Condition	$Y_0 = 3 \text{ mm}$ $\Psi_0 = 0.5$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

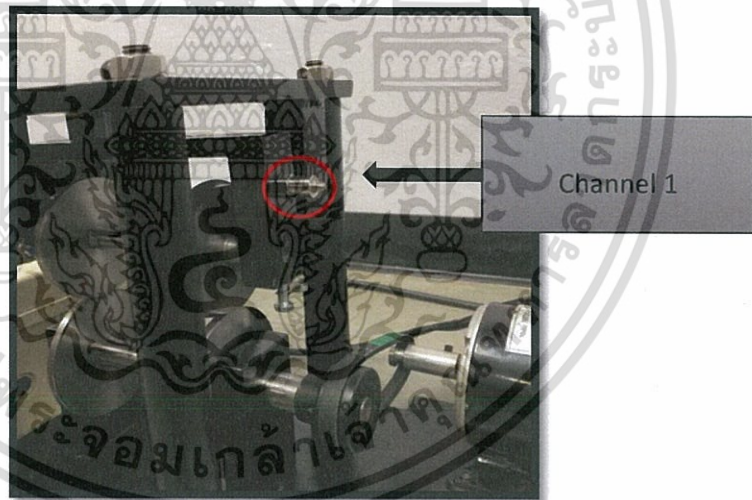
#### 4.2.2 การคำนวณผลการตอบสนองทางทฤษฎี

ผลตอบสนองทางทฤษฎีสามารถใช้วิธีการคำนวณจากโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นมาด้วย Matlab โดยใช้วิธีการเชิงตัวเลข ด้วยคำสั่ง ode45 (ภาคผนวก ค) ในการแก้สมการอนุพันธ์ที่ (2.36) และ (2.37) โดยการป้อนค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองที่คำนวณได้จากกฎความคล้ายคลึงทางกลดังตารางที่ 3.1 โดยเขียนชุดคำสั่งให้โปรแกรมทำการคำนวณขนาดของความเร่งตอบสนองในช่วงเวลา 1 ถึง 10 วินาทีและเขียนกราฟบันทึกค่าที่ได้และกราฟไว้ใช้เป็นข้อมูลเปรียบเทียบผลการทดลอง

#### 4.2.3 การวัดผลตอบสนองความเร่งจากการทดลอง

ก่อนที่จะได้ผลลัพธ์จากการทดลอง ต้องอาศัยขั้นตอนต่อไปนี้

1. ติดตั้งแบบจำลองแควร์รถไฟครึ่งคันในตำแหน่งกึ่งกลางของล้อเลื่อน
2. ติดตั้งเซ็นเซอร์วัดความเร่ง ที่ตำแหน่งบริเวณแควร์จำลอง (Channel1) ดังรูปที่ 4.1 ซึ่งสายสัญญาณของตู้แปลงสัญญาณจะเขียนเลขของ Channel กำกับอยู่

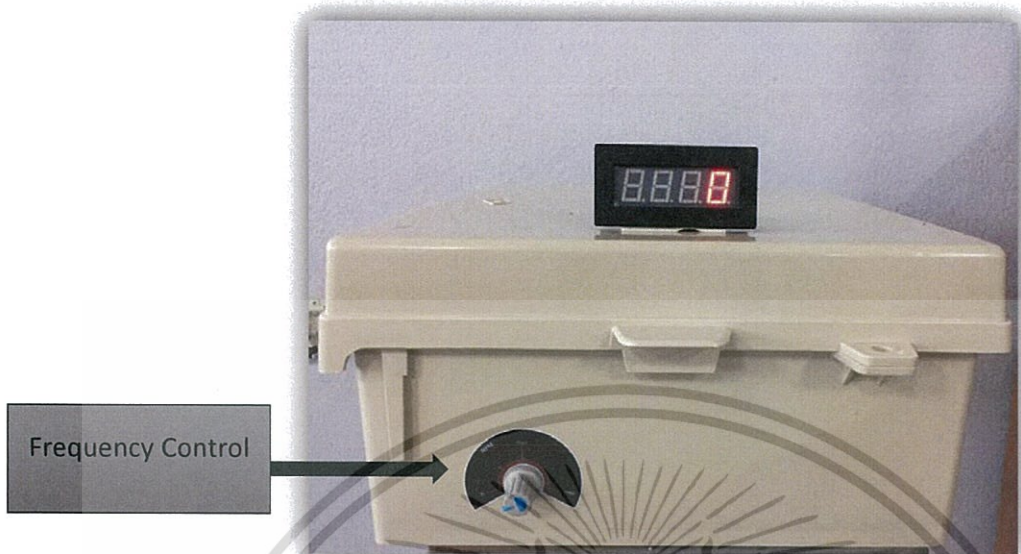


รูปที่ 4.1 ตำแหน่งที่ติดตั้งเซ็นเซอร์วัดความเร่ง และ ช่องสัญญาณที่ใช้ในการเก็บค่าความเร่ง

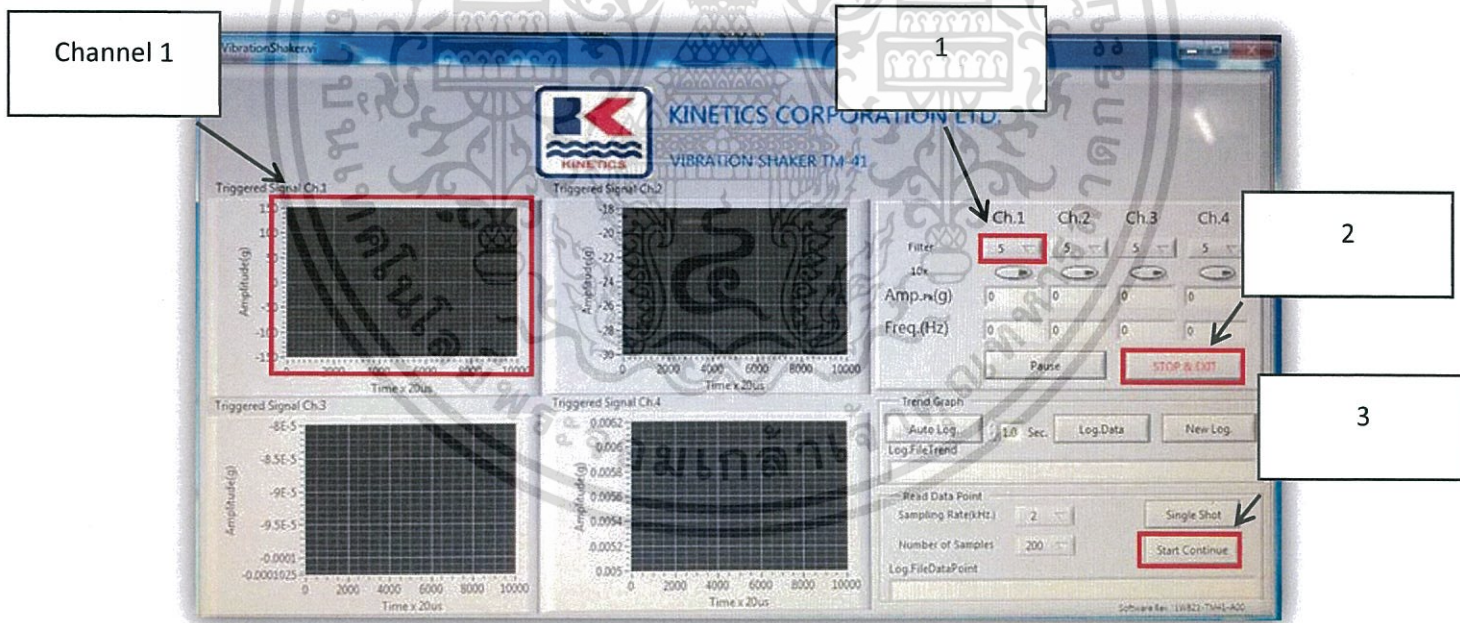
3. ต่อสาย USB เข้าเครื่องคอมพิวเตอร์เพื่อเก็บข้อมูล
4. เปิดโปรแกรม Vibration shaker ขึ้นมา
5. ตั้งค่าโปรแกรมโดยที่กำหนด Sampling rate 2 kHz. และ Number of Samples 200

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6. ปรับค่าความถี่จากกล่องควบคุม โดยหมุนปรับตามค่าที่ต้องการ



รูปที่ 4.2 ขั้นตอนการปรับความถี่ที่กล่องควบคุม



รูปที่ 4.3 ขั้นตอนการใช้โปรแกรมรับค่าความเร่งจากเซ็นเซอร์วัดความเร่ง

7. กำหนด filter ที่ช่องหมายเลข 1 ในรูปที่ 4.3 เพื่อสัญญาณรบกวน ค่าที่ควรใช้ระหว่าง 5-5000

8. เมื่อกราฟความเร่งที่ช่องข้อมูลปรากฏขึ้นและกําจัดสัญญาณรบกวนออกแล้ว กดบันทึกข้อมูลโดยกดที่ "Start Continue" ช่องหมายเลข 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

9.บันทึกไฟล์นามสกุลเป็น .xls จากนั้นรอประมาณ 10-20 วินาที ออกจากโปรแกรมโดยกด “Stop Continue” และ “STOP & EXIT” ที่ช่องหมายเลข 3 และ 2 ตามลำดับ

10.เปิดไฟล์ที่บันทึกขึ้นมา จะพบข้อมูลความเร่งโดยที่ Channel1 คือ ความเร่งตอบสนองของการสั่นสะเทือนด้านข้างของแครงจำลอง ดังรูปที่ 4.4

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Data Num	Data Ch.1	Data Ch.2	Data Ch.3	Data Ch.4			
2	Sampling Rate 2kHz							
3	1	-0.16647	0	0	0			
4	2	-0.19998	0	0	0			
5	3	0.18323	0	0	0			
6	4	-0.18323	0	0	0			
7	5	0.18323	0	0	0			
8	6	-0.16647	0	0	0			
9	7	-0.13296	0	0	0			
10	8	-0.1162	0	0	0			
11	9	0.08268	0	0	0			
12	10	-0.06593	0	0	0			
13	11	0.03241	0	0	0			
14	12	0.001102	0	0	0			
15	13	0.034616	0	0	0			
16	14	0.068131	0	0	0			
17	15	0.101645	0	0	0			
18	16	0.135159	0	0	0			
19	17	0.151917	0	0	0			
20	18	0.168674	0	0	0			
21	19	0.185431	0	0	0			

รูปที่ 4.4 ตัวอย่างไฟล์ค่าความเร่งที่ได้จากการทดลอง

ค่าที่อ่านได้จากโปรแกรมในแต่ละ Channel มีหน่วยเป็น “g” ซึ่งสามารถเปลี่ยนค่าเป็นความเร่งได้ด้วยการคูณ  $9.81 \text{ m/s}^2$  สำหรับ Channel 2 3 และ 4 นั้นเป็นช่องสัญญาณที่ไม่ได้ติดตั้งเซนเซอร์วัดความเร่ง และไม่ได้อยู่ในขอบเขตของการศึกษาครั้งนี้

ค่าความถี่ที่ปรับได้ของการทดลองจะอยู่ในช่วง 200-1500 RPM ที่แสดงบนกล่องควบคุมเนื่องมาจากหากใช้ความถี่ต่ำกว่าในย่านนี้ แรงเนื่องจากการหมุนของมอเตอร์ไม่สามารถเอาชนะแรงเสียดทานระหว่างล้อรถไฟจำลองกับล้อหมุนจำลองได้และไม่สามารถวัดค่าความเร่งได้เช่นกัน

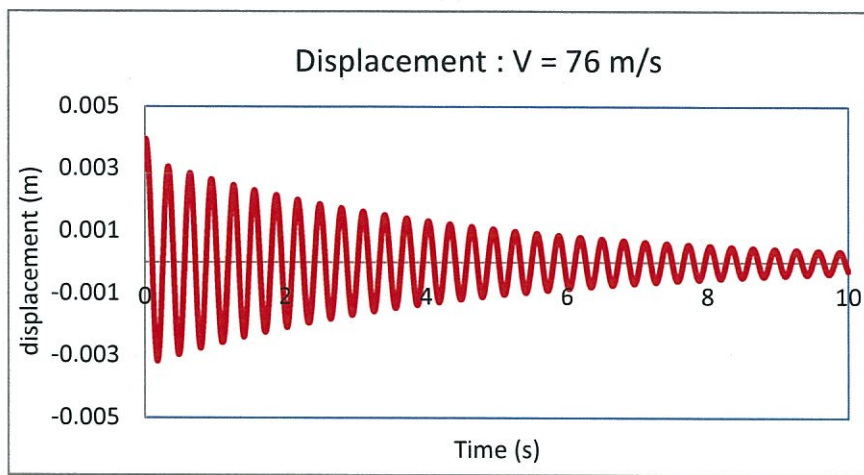
### 4.3 ผลการทดลอง

ผลของการศึกษาในครั้งนี้จะแบ่งออกเป็น 2 การเปรียบเทียบได้แก่ การเปรียบเทียบรูปร่างลักษณะของความเร่งในการสั่นสะเทือนระหว่างการคำนวณทางทฤษฎีกับผลการทดลอง และการเปรียบเทียบค่ารากที่สองของกำลังสองเฉลี่ย

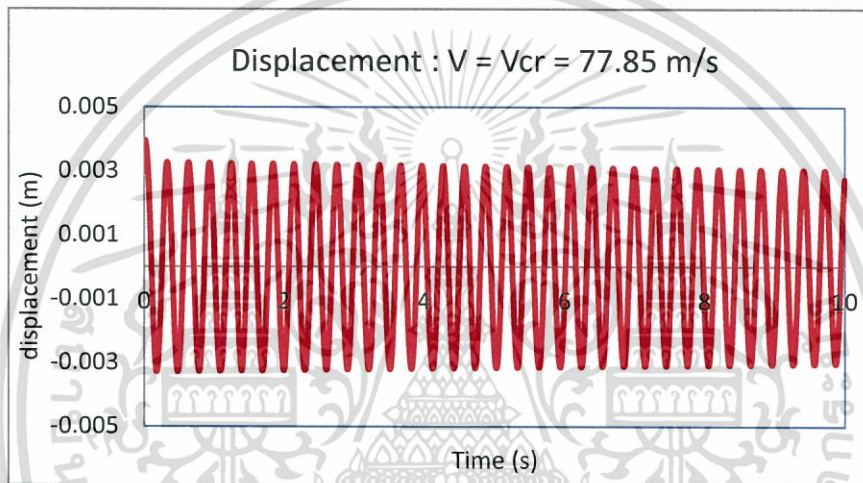
#### 4.3.1 ผลลัพธ์การพิสูจน์ความถูกต้องของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นมาด้วยโปรแกรม Matlab

เมื่อทำการพิสูจน์ความถูกต้องของโปรแกรม Matlab ด้วยจำลองสถานการณ์สมการการเคลื่อนที่ของงานวิจัยของ BALDOVIN D. และ SIRETEANU T. [6] ได้ผลลัพธ์ดังรูปที่ (4.5) (4.6) (4.7)

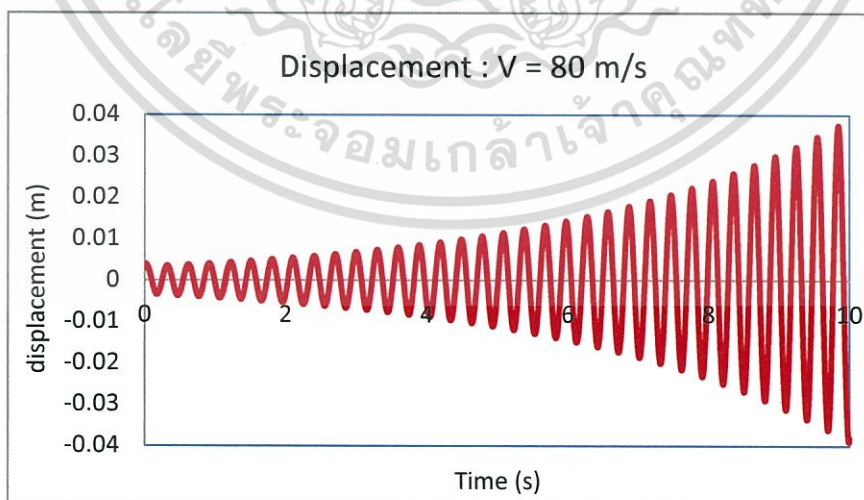
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.5 กราฟแสดงการขจัดกับเวลาที่ความเร็ว 76 m/s  
เมื่อความเร็วเข้าใกล้ความเร็ววิกฤต พบว่ากราฟมีลักษณะเสถียร (stable)



รูปที่ 4.6 กราฟแสดงการขจัดกับเวลาที่ความเร็ว 77.85 m/s  
เมื่อความเร็วเท่ากับความเร็ววิกฤต พบว่ากราฟมีลักษณะเสถียรเล็กน้อย (marginal stable)

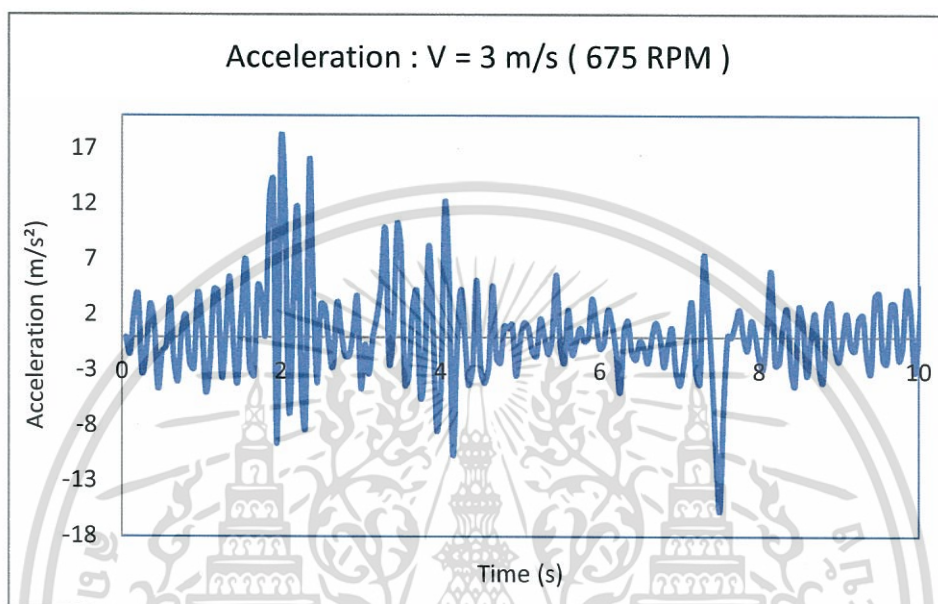


รูปที่ 4.7 กราฟแสดงการขจัดกับเวลาที่ความเร็ว 80 m/s  
เมื่อความเร็วเกินความเร็ววิกฤต พบว่ากราฟมีลักษณะไม่เสถียร (unstable)

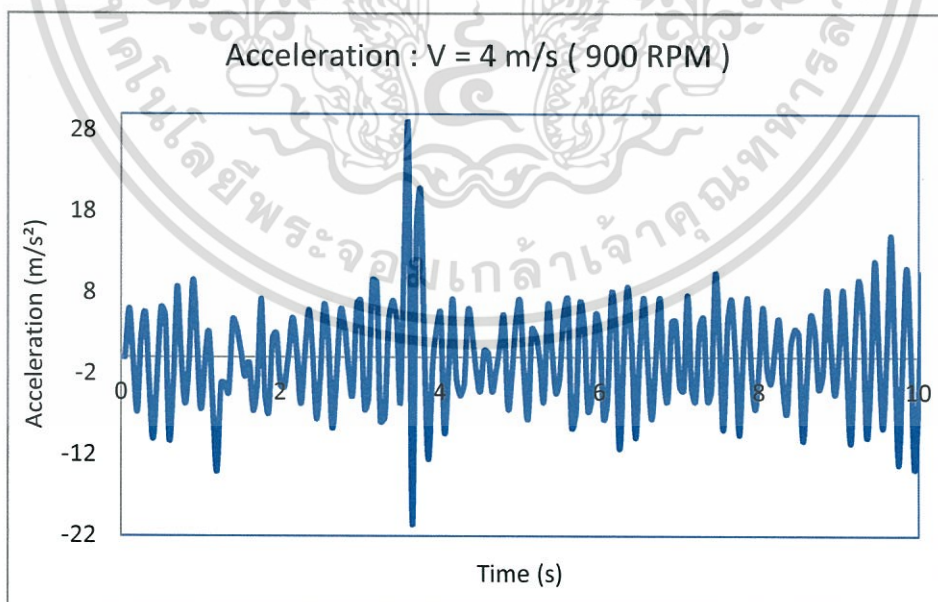
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.3.2 การเปรียบเทียบรูปร่างลักษณะของความเร่งในการสั่นสะเทือน

เมื่อทำการทดลองวัดการสั่นสะเทือนในช่วงความถี่กระตุ้น 200-1500 RPM ที่กล่องควบคุมจำนวนหาค่าความถี่ ผลการตอบสนองของความเร่งของแบบจำลองรถไฟที่ได้จากการคำนวณทางทฤษฎีถูกนำมาเขียนกราฟเปรียบเทียบกับผลการทดลองได้ดังตัวอย่างด้านล่าง โดยเส้นสีแดงคือผลจากการจำลองสถานการณ์และเส้นสีน้ำเงินคือผลจากการทดลอง

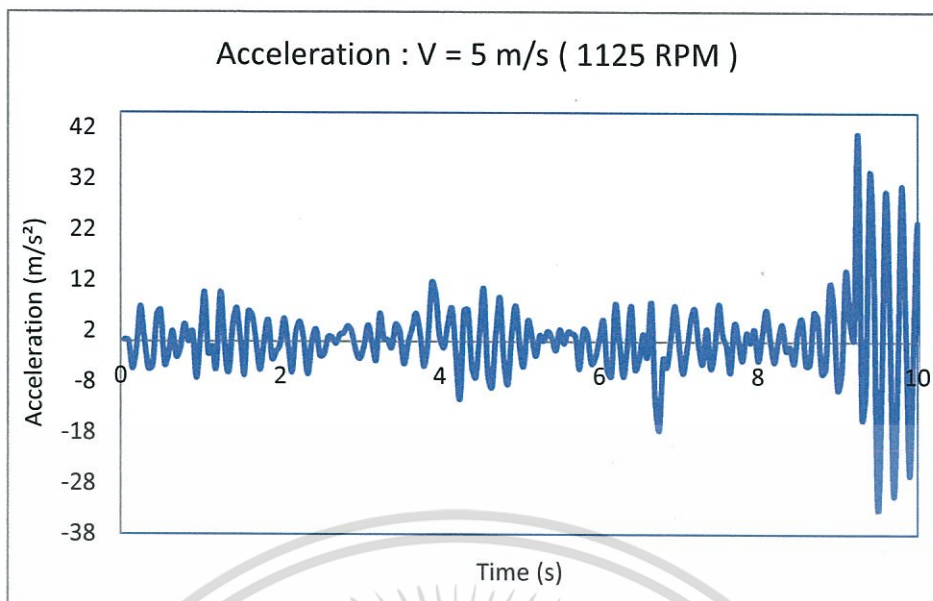


รูปที่ 4.8 กราฟแสดงผลของความเร่งตอบสนองจากการทดลองที่ความเร็ว 3 m/s (675 RPM)



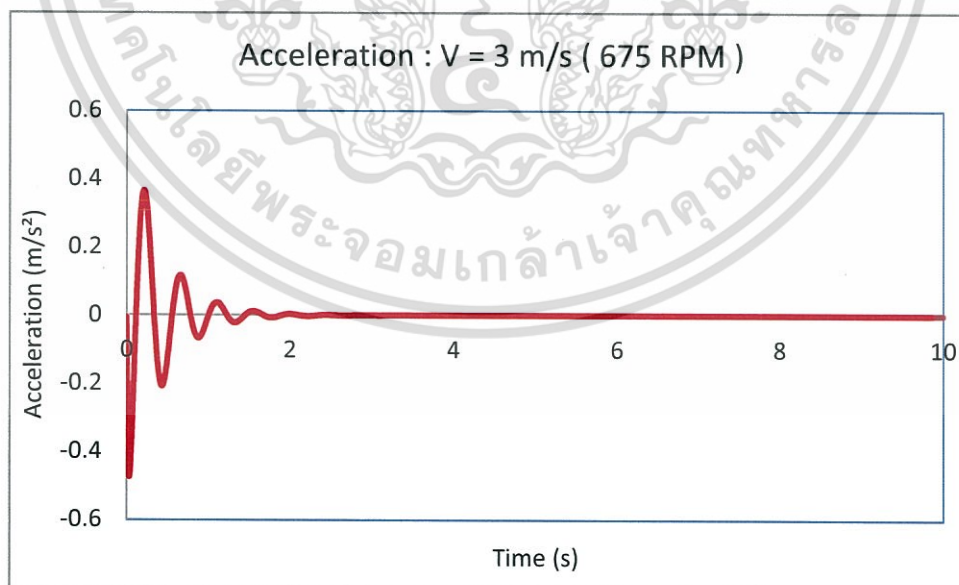
รูปที่ 4.9 กราฟแสดงผลของความเร่งตอบสนองจากการทดลองที่ความเร็ว 4 m/s (900 RPM)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



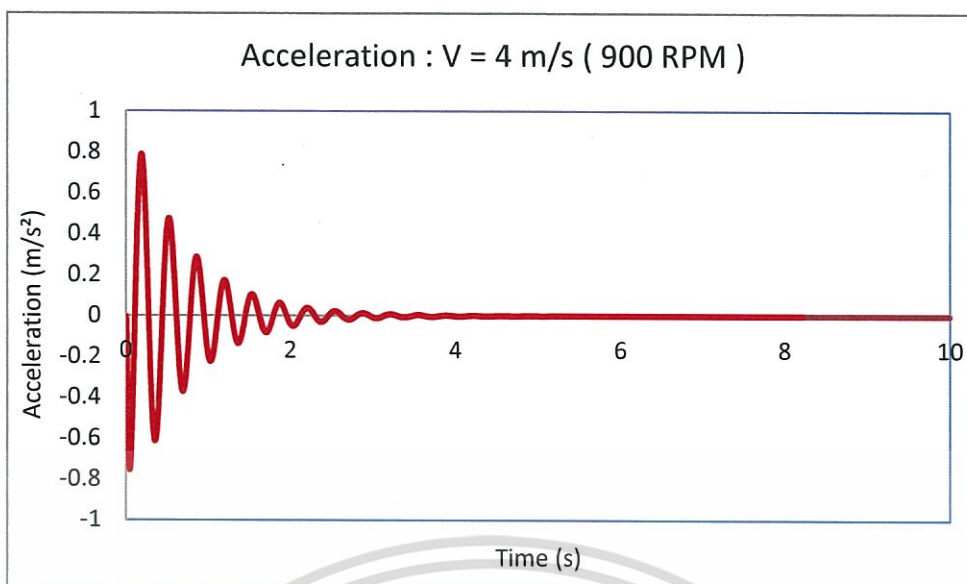
รูปที่ 4.10 กราฟแสดงผลของความเร่งตอบสนองจากการทดลองที่ความเร็ว 5 m/s (1125 RPM)

จากรูปที่ 4.8 4.9 และ 4.10 เมื่อแบบจำลองมีความเร็วเพิ่มขึ้น พบว่าค่าความเร่งของการสั่นสะเทือนด้านข้างมีค่าเพิ่มขึ้น และพบว่าขนาดแอมพลิจูดของกราฟไม่คงที่ เนื่องจากสัญญาณรบกวนต่างๆ ในขณะทำการทดลอง



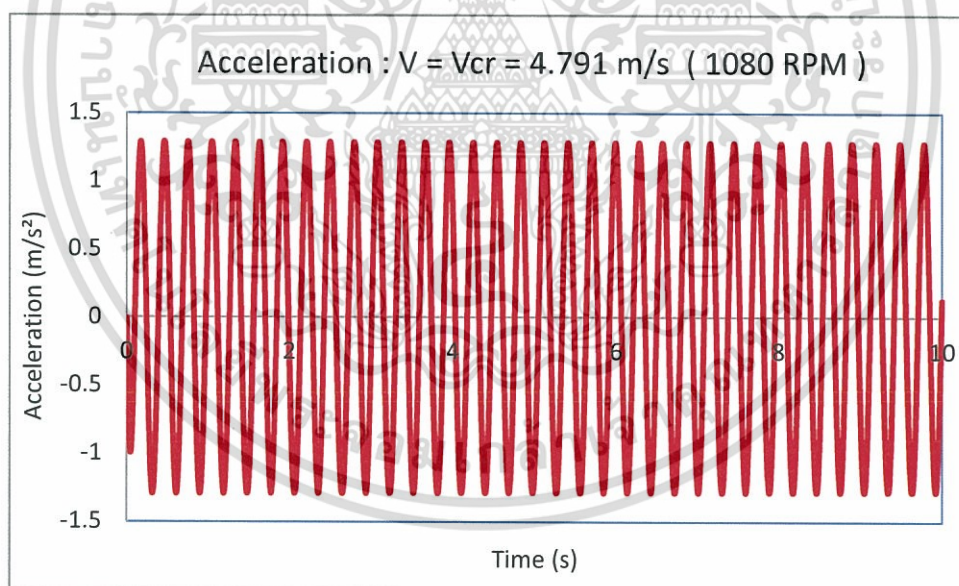
รูปที่ 4.11 กราฟแสดงผลของความเร่งตอบสนองจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็ว 3 m/s (675 RPM)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.12 กราฟแสดงผลของความเร่งตอบสนองจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็ว  $4 \text{ m/s (900 RPM)}$

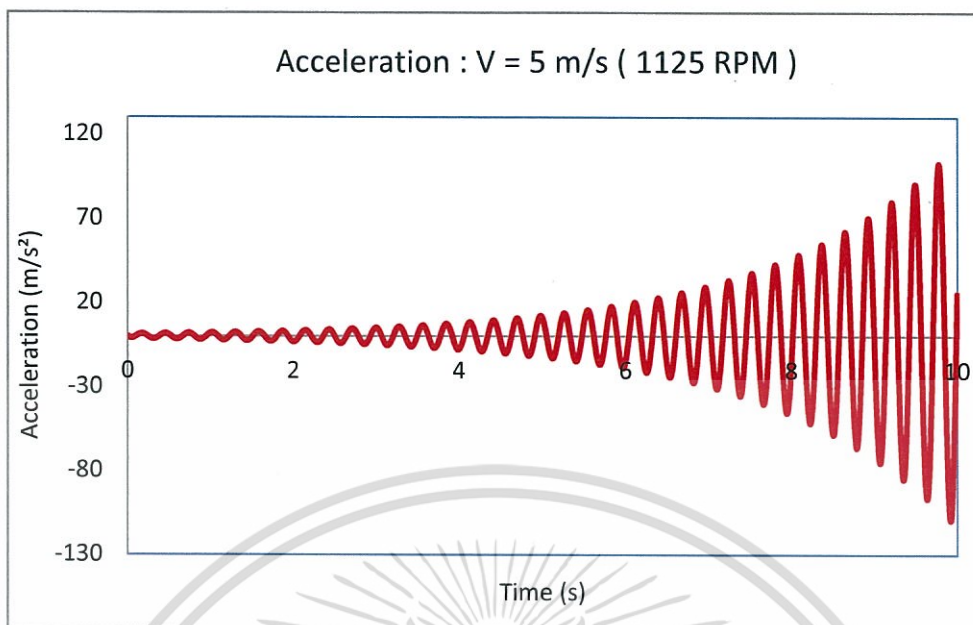
จากรูปที่ 4.11 และ 4.12 เมื่อความเร็วเข้าใกล้ความเร็ววิกฤต พบว่าค่าความเร่งมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อความเร็วเพิ่มขึ้นในช่วงแรก และเมื่อเวลาผ่านไปกราฟมีลักษณะลู่เข้าหรือเสถียร (stable)



รูปที่ 4.13 กราฟแสดงผลของความเร่งตอบสนองจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็วเท่ากับความเร็ววิกฤต  $4.791 \text{ m/s (1080 RPM)}$

จากรูปที่ 4.13 เมื่อความเร็วมีค่าเท่ากับความเร็ววิกฤต พบว่าขนาดแอมพลิจูดของความเร่งมีค่าคงที่ และกราฟมีลักษณะเสถียรเล็กน้อย (marginal stable)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.14 กราฟแสดงผลของความเร่งตอบสนองจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็ว 5 m/s (1125 RPM)

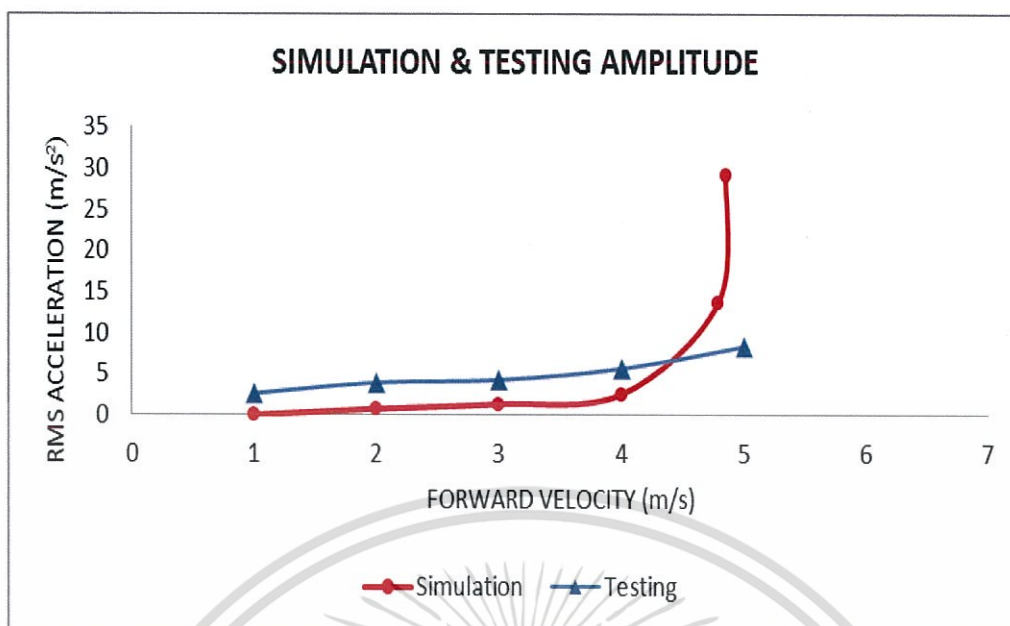
จากรูปที่ 4.14 เมื่อความเร็วมีค่าเกินความเร็ววิกฤต พบว่าค่าความเร่งมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อเวลาผ่านไป และกราฟมีลักษณะลู่ออกหรือไม่เสถียร (unstable)

จากการเปรียบเทียบรูปร่างของผลตอบสนองความเร่งจากผลการคำนวณทางทฤษฎีพบว่า รูปร่างการตอบสนองจากการทดลองที่ทุกความถี่มีรูปร่างค่อนข้างคล้ายคลึงกับทางทฤษฎี เป็นเพราะว่าความถี่ของการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นจริงมีแนวโน้มที่ตรงกันกับการจำลองสถานการณ์ ส่วนในเรื่องขนาดของแอมพลิจูดของความเร่งในการทดลองถือว่าใกล้เคียงกับทฤษฎีเช่นกัน แต่ยังมีบางความถี่ที่แตกต่างกันเล็กน้อย เพื่อให้เห็นการเปรียบเทียบแอมพลิจูดที่ชัดเจนขึ้น จึงต้องใช้วิธีคำนวณค่ารากที่สองของกำลังสองเฉลี่ย

#### 4.3.3 การเปรียบเทียบค่ารากที่สองของกำลังสองเฉลี่ยของความเร่ง

เนื่องจากการสังเกตรูปร่างลักษณะของกราฟเพียงอย่างเดียวไม่เพียงพอที่จะอธิบายความแม่นยำของการทดลองได้เพื่อตรวจสอบว่าขนาดแอมพลิจูดของการสั่นสะเทือนมีความใกล้เคียงกันมากระหว่างการทดลองกับทฤษฎีข้อมูลความเร่งที่ได้จากการคำนวณและทดลองถูกนำมาหาค่ารากที่สองของกำลังสองเฉลี่ยจากนั้นนำมาเปรียบเทียบกัน และสามารถเขียนกราฟเปรียบเทียบได้ดังรูป 4.15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

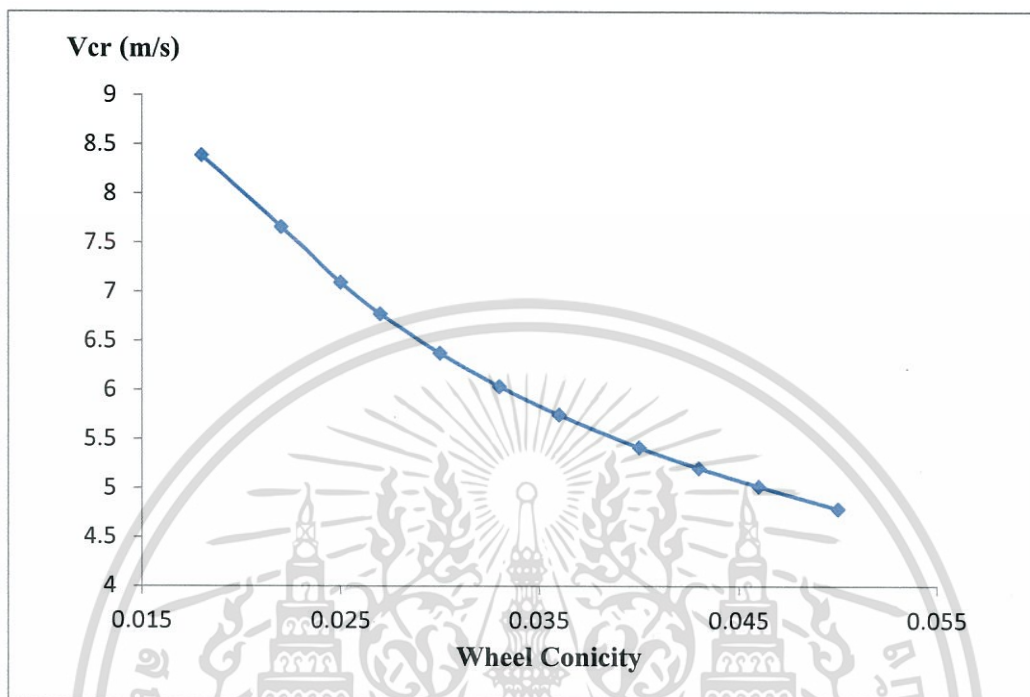


รูปที่ 4.15 กราฟเปรียบเทียบค่ารากที่สองของกำลังสองเฉลี่ยของความเร่งในการสั่นที่ความเร็วต่างๆของแบบจำลองกับการคำนวณทางทฤษฎี

จากรูปที่ 4.15 แสดงให้เห็นผลการเปรียบเทียบค่ารากที่สองของกำลังสองเฉลี่ยที่ความเร็วต่างๆพบว่าผลจากการจำลองสถานการณ์ค่าความเร่งมีค่าเพิ่มขึ้นเป็นอย่างมากที่ความเร็ว 4.791 m/s ซึ่งเรียกความเร็วนี้ว่า " ความเร็ววิกฤต " เมื่อความเร็วเกินความเร็ววิกฤตไปค่าความเร่งจะมีค่าสูงมากตามรูปที่ 4.14 และผลจากการทดลองพบว่าค่าความเร่งกำลังสองเฉลี่ยมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นไปในแนวทางเดียวกันกับการคำนวณทางทฤษฎี แต่ในส่วนของความเร็ววิกฤตของแบบจำลองนั้นไม่สามารถวัดค่าได้เนื่องจากเมื่อความเร็วเพิ่มขึ้นทำให้ความเร่งเพิ่มขึ้นด้วยส่งผลให้เกิดแรงกระทำระหว่างบังใบล้อกับรางของแบบจำลองซึ่งมีค่ามากจนทำให้ล้อเลื่อนเกิดการเคลื่อนที่ทำให้ไม่สามารถวัดค่าความเร่งจากเครื่องมือวัดความเร่งได้อย่างมีประสิทธิภาพ ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นมีผลมาจากการขึ้นรูปชิ้นงาน ซึ่งในทางปฏิบัติไม่สามารถขึ้นรูปชิ้นงานได้แม่นยำเป็นหลักทศนิยมหลายตำแหน่งได้ตามที่คำนวณไว้และเนื่องจากในการคำนวณจากสมการที่ (2.36) และ (2.37) เป็นสมการการเคลื่อนที่แบบอุดมคติ แต่ในความเป็นจริงแรงเสียดทานจากการสัมผัสกันของชิ้นส่วนซึ่งเกิดจากการเกิดสนิมของวัสดุที่นำมาขึ้นรูปมีผลทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนของขนาดแอมพลิจูดของการสั่นของความเร่งที่ความเร็วต่างๆมีขนาดลดน้อยกว่าขนาดแอมพลิจูดจากการจำลองสถานการณ์และอีกสาเหตุหนึ่งคือค่าความแข็งของสปริง ในทางปฏิบัติไม่สามารถกำหนดจำนวนขดได้เป็นทศนิยมตามการคำนวณได้

#### 4.3.4 ผลของมุมกรวยล้อต่อความเร็ววิกฤต

เมื่อทำการจำลองสถานการณ์และเปลี่ยนค่าของมุมกรวยล้อ ได้ผลลัพธ์ความสัมพันธ์ระหว่างความเร็ววิกฤตและมุมกรวยล้อดังรูปที่ 4.16

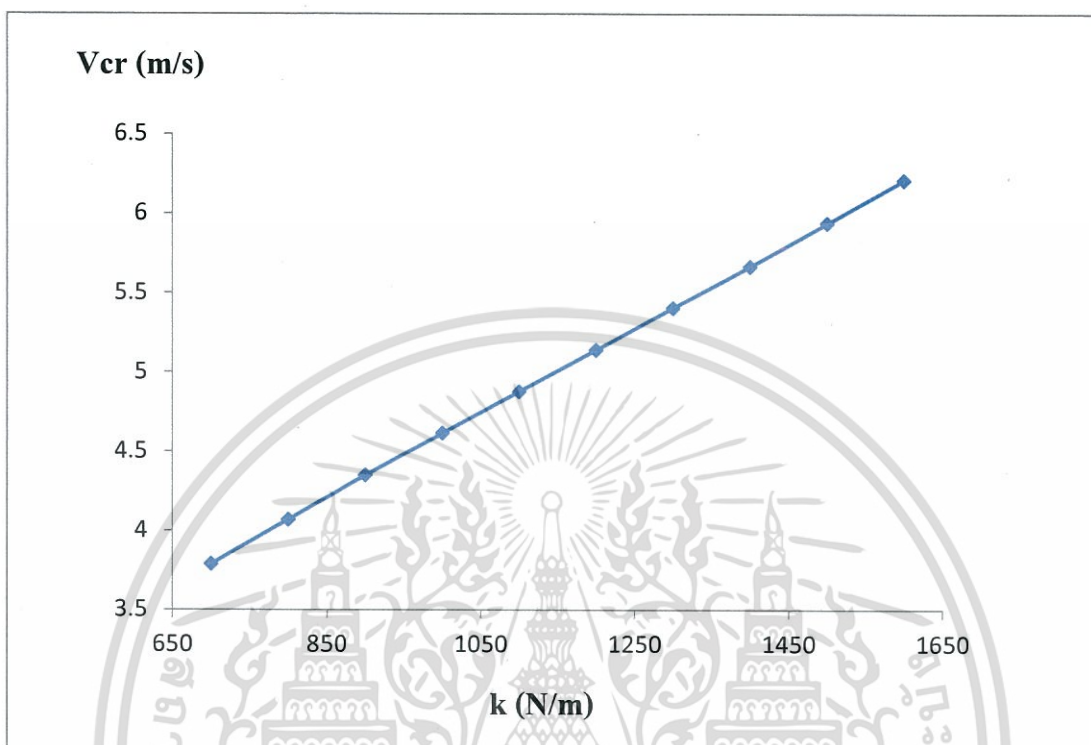


รูปที่ 4.16 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็ววิกฤตและมุมกรวยล้อ

จากรูปที่ 4.16 แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างความเร็ววิกฤตและมุมกรวยล้อ จะเห็นได้ว่าเมื่อมุมกรวยล้อมีขนาดเล็กลงค่าความเร็ววิกฤตก็จะมีค่าเพิ่มขึ้นซึ่งมีความสัมพันธ์แบบผกผันกัน เนื่องจากล้อรถไฟมีรูปร่างเป็นกรวยตัดส่งผลให้เมื่อล้อเคลื่อนที่จะเกิดการส่ายไปส่ายมาตามรัศมีของล้อ ซึ่งล้อที่มีมุมกรวยใหญ่จะมีความคล่องตัวในการส่ายไปส่ายมาน้อยจึงทำให้เกิดการส่ายไปส่ายมาที่รุนแรงในช่วงความเร็วต่ำๆ แต่ล้อที่มีมุมกรวยเล็กจะมีความคล่องตัวในการส่ายไปส่ายมามากจึงทำให้เกิดการส่ายไปส่ายมาที่รุนแรงในช่วงความเร็วสูงๆ และความถี่ธรรมชาติของระบบจะเปลี่ยนไปตามขนาดของมุมกรวยล้อ

#### 4.3.5 ผลของความแข็งสปริงต่อความเร็ววิกฤต

เมื่อทำการจำลองสถานการณ์และเปลี่ยนค่าคงที่ของสปริง ได้ผลลัพธ์ความสัมพันธ์ระหว่างความเร็ววิกฤตและค่าคงที่สปริงดังรูปที่ 4.17

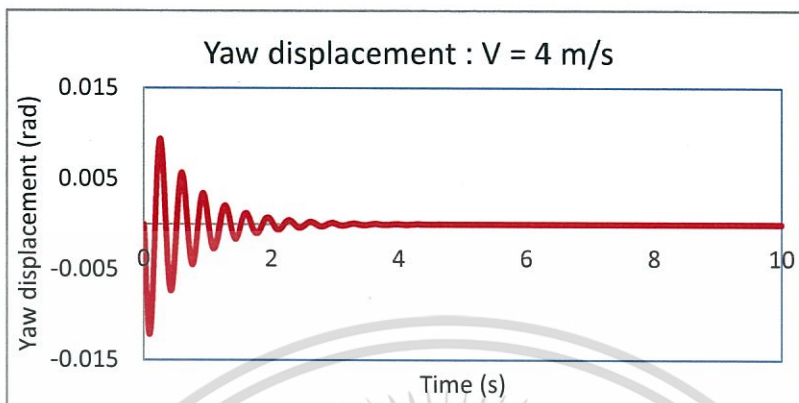


รูปที่ 4.17 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็ววิกฤตและค่าคงที่ของสปริง

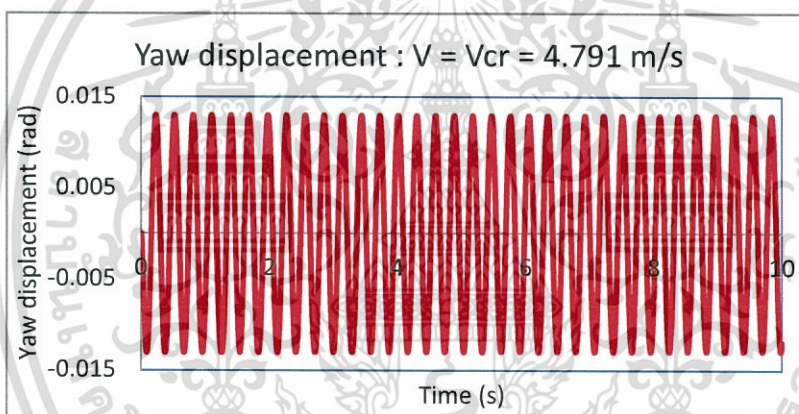
จากรูปที่ 4.17 แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างความเร็ววิกฤตและค่าคงที่ของสปริง จะเห็นได้ว่าเมื่อค่าคงที่ของสปริงเพิ่มขึ้นค่าความเร็ววิกฤตก็จะเพิ่มขึ้นด้วยซึ่งมีความสัมพันธ์แบบแปรผันตรงกัน เนื่องจากค่าคงที่ของสปริงมีผลต่อการเคลื่อนที่สายไปสายมา โดยเมื่อค่าคงที่ของสปริงมีค่ามากจะทำให้ความคล่องตัวในการสายไปสายมาของชุดล้อย่อยจึงทำให้เกิดการสายไปสายมาที่รุนแรงในช่วงความเร็วสูงๆ ซึ่งเมื่อค่าคงที่ของสปริงมีค่าน้อยจะทำให้ความคล่องตัวในการสายไปสายมาของชุดล้อย่อยมากจึงทำให้เกิดการสายไปสายมาที่รุนแรงในช่วงความเร็วต่ำๆ และค่าความถี่ธรรมชาติของระบบจะเปลี่ยนไปตามค่าคงที่ของสปริง

#### 4.3.6 ลักษณะการเคลื่อนที่แบบหมุนควงในการสั่นสะเทือน

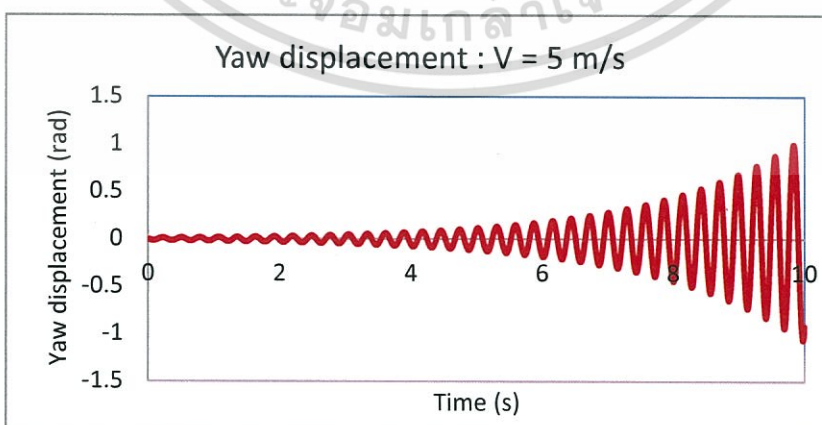
เมื่อทำการจำลองสถานการณ์ ได้ผลลัพธ์ความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนที่แบบหมุนควงกับเวลาดังรูปที่ 4.18 4.19 และ 4.20



รูปที่ 4.18 กราฟแสดงผลของการเคลื่อนที่แบบหมุนควงจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็ว 4 m/s



รูปที่ 4.19 กราฟแสดงผลของการเคลื่อนที่แบบหมุนควงจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็วเท่ากับความเร็ววิกฤต 4.791 m/s

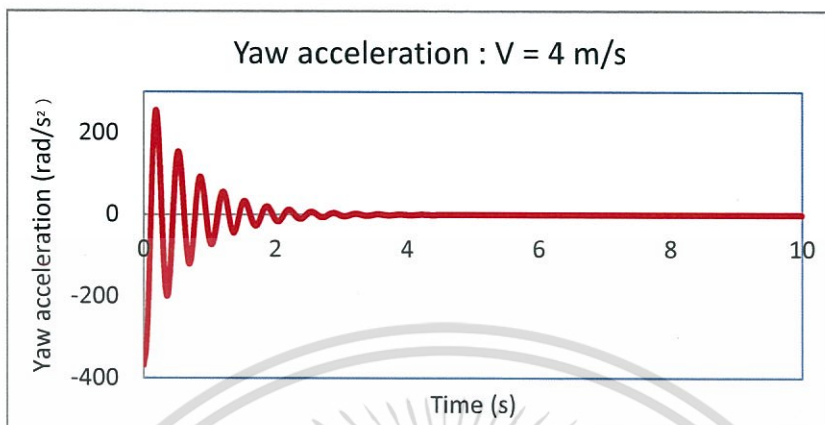


รูปที่ 4.20 กราฟแสดงผลของการเคลื่อนที่แบบหมุนควงจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็ว 5 m/s

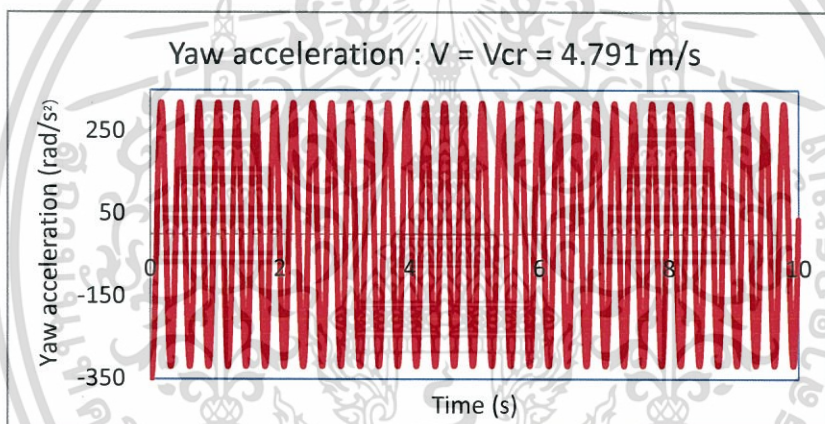
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 4.3.7 ลักษณะความเร่งหมุนควงในการสั่นสะเทือน

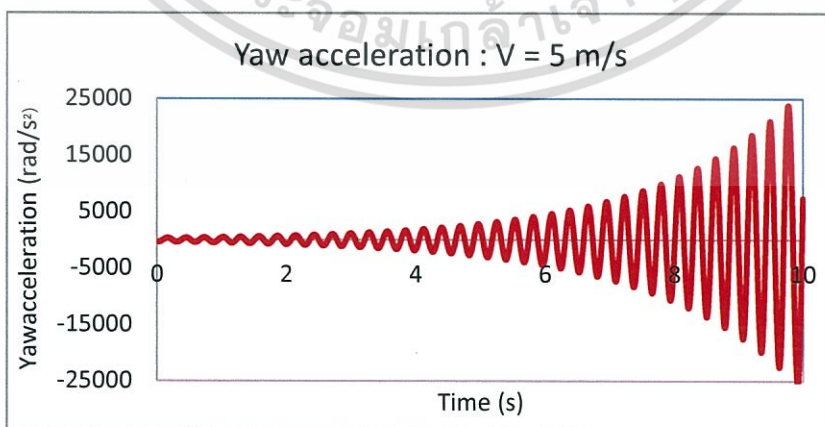
เมื่อทำการจำลองสถานการณ์ ได้ผลลัพธ์ความสัมพันธ์ระหว่างการเคลื่อนที่แบบหมุนควงกับเวลาดังรูปที่ 4.21 4.22 และ 4.23



รูปที่ 4.21 กราฟแสดงผลของความเร่งหมุนควงจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็ว 4 m/s



รูปที่ 4.22 กราฟแสดงผลของความเร่งหมุนควงจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็วเท่ากับความเร็ววิกฤต 4.791 m/s



รูปที่ 4.23 กราฟแสดงผลของความเร่งหมุนควงจากการจำลองสถานการณ์ที่ความเร็ว 5 m/s

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

# สรุปผลการทดลองและข้อเสนอแนะ

### 5.1 บทนำ

เมื่อได้ผลการทดลองจากการทดลองมาเปรียบเทียบกับผลจากการจำลองสถานการณ์แล้วผู้ทดลองจะทราบถึงความผิดพลาดที่เกิดขึ้นซึ่งจะกล่าวไว้ในบทนี้รวมถึงปัญหาที่เกิดขึ้นและข้อเสนอแนะในการพัฒนาชุดทดลองต่อไป

### 5.2 สรุปผลการทดลอง

1. สามารถใช้หลักคล้ายคลึงทางกลสร้างแบบจำลองรถไฟความเร็วสูงด้วยตัวแบบจำลองถูกย่อขนาดความยาวในอัตราส่วน 1 ต่อ 10 จากขนาดของจริง ทำให้มวลสามารถลดลงได้ 1000 เท่าซึ่งง่ายต่อการดำเนินงานและติดตั้งอุปกรณ์เป็นอย่างมากโดยสามารถลดมวลแคว่รถไฟความเร็วสูงจากมวลจริง 2522 กิโลกรัมเหลือเพียง 2.522 กิโลกรัม

2. สามารถหาความเร็ววิกฤตได้เท่ากับ 4.79 m/s จากโปรแกรมที่ได้พัฒนาขึ้นมาแต่ไม่สามารถหาความเร็ววิกฤตจากอุปกรณ์การทดลอง เนื่องจากเมื่อแบบจำลองมีความเร็วสูงขึ้นส่งผลให้ชุดล้อของแท่นหมุนเกิดการเคลื่อนที่ในแนวด้านข้าง จึงไม่สามารถหาค่าความเร็ววิกฤตจากการทดลองได้

3. สามารถทำแบบจำลองที่สร้างขึ้นมาใช้ในการเรียนรู้เชิงปฏิบัติการเรื่องการสั่นสะเทือนทางกลในแนวด้านข้างของชุดล้อรถไฟได้

### 5.3 ปัญหาจากการศึกษา

การสร้างพารามิเตอร์ต่างๆของแบบจำลองสามารถทำได้เพียงใกล้เคียงกับค่าที่คำนวณได้เท่านั้นไม่สามารถทำให้เป็นค่าที่แม่นยำตรงตามที่คำนวณได้เนื่องจากวัสดุที่นำมาใช้ไม่ได้มีความหนาแน่นเท่ากันทุกชิ้นและค่าความแข็งของสปริงสามารถทำให้มีค่าตามที่ต้องการได้ แต่ไม่สามารถได้ค่าที่แม่นยำตรงตามที่คำนวณเช่นกันเนื่องจากในการกำหนดจำนวนขดในทางปฏิบัติจะนับได้เป็นจำนวนเต็มในขณะที่ค่าจากการคำนวณมีค่าจำนวนขดที่ติดทศนิยมและด้วยข้อจำกัดด้านงบประมาณทางกลุ่มได้ใช้วัสดุในการสร้างแบบจำลองเป็นเหล็กซึ่งมีปัญหาตามมาคือเกิดการเกิดสนิม แต่ทางผู้จัดทำได้ทำการพ่น ACRYLIC LACQUER SPRAY ไว้แล้วซึ่งมีคุณสมบัติป้องกันสนิมได้แค่ชั่วคราว

### 5.4 ข้อเสนอแนะ

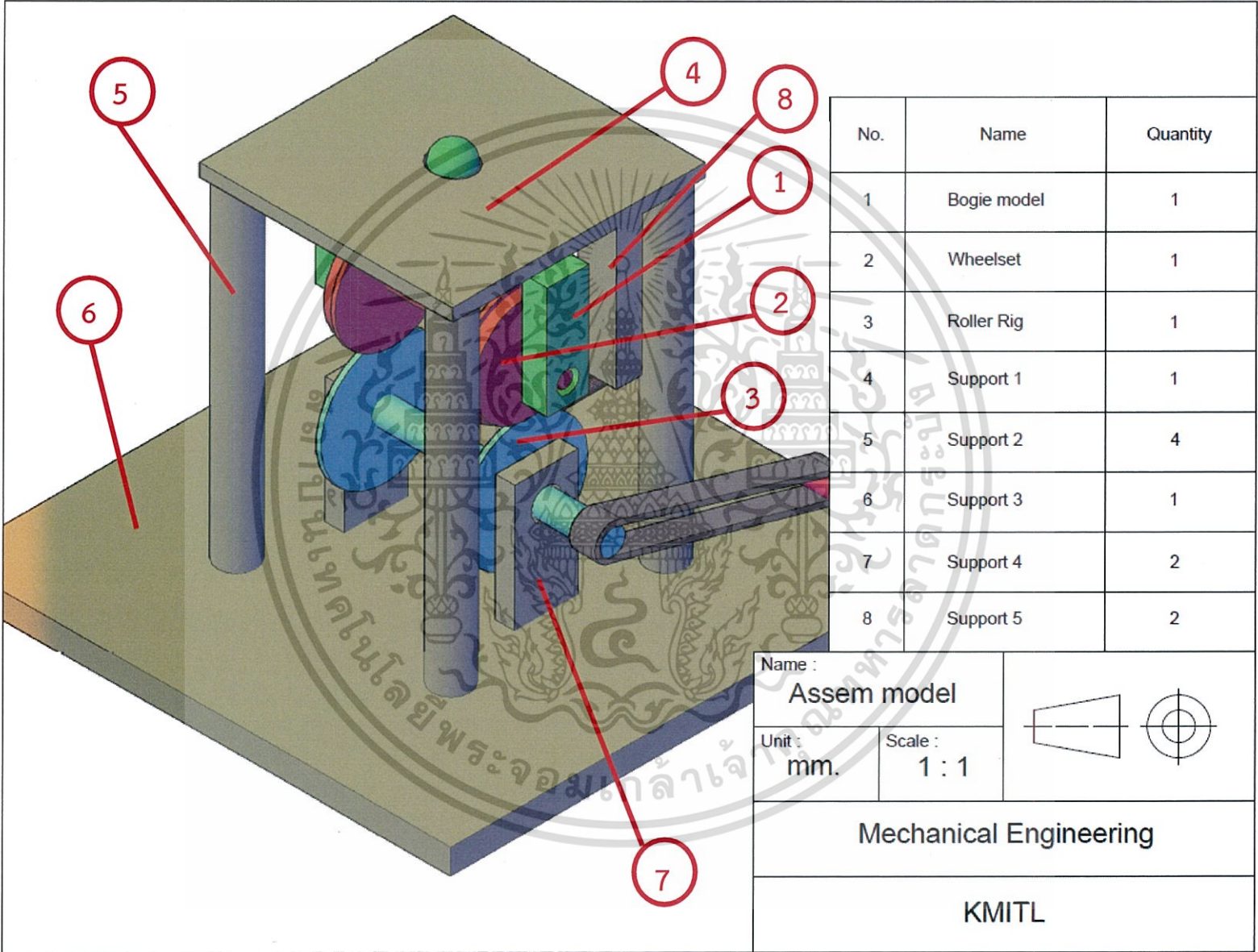
ในการศึกษาการสั่นของรถไฟจำลองนั้นต้องคำนึงถึงตัวแปรที่มีผลหลักคือค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานทางกลุ่มจึงแนะนำให้เปลี่ยนวัสดุเป็นวัสดุที่ไม่เกิดสนิมตามการเวลาอย่างเช่น สแตนเลส, อลูมิเนียม เพราะสนิมมีผลต่อระบบการขับเคลื่อนของแบบจำลองการสั่นในแนวด้านข้างและควรออกแบบแบบจำลองให้มีความแข็งแรงกว่านี้เพื่อจะได้รับการรับแรงที่เกิดจากการสั่นในช่วงความเร็ววิกฤตได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



## ภาคผนวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

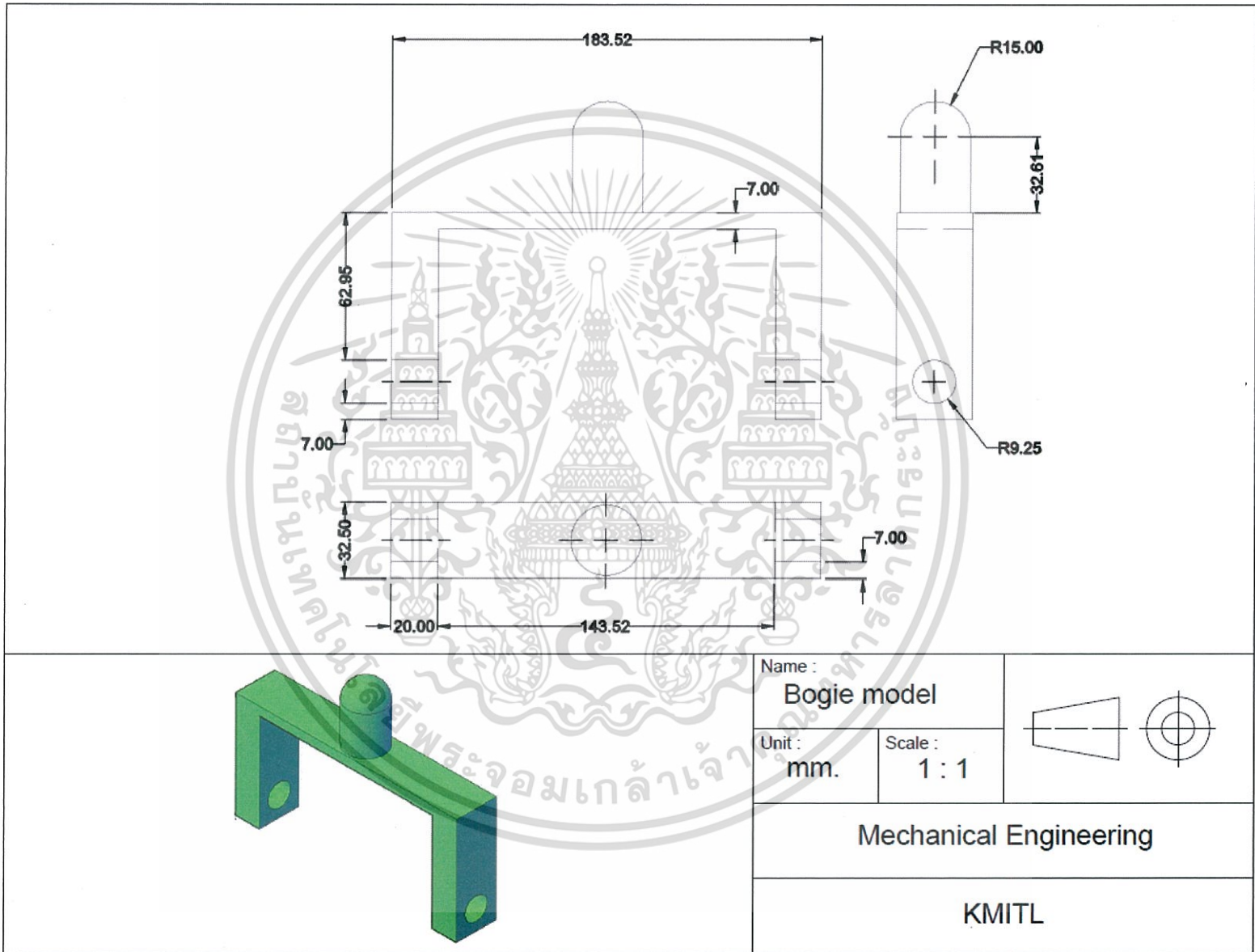


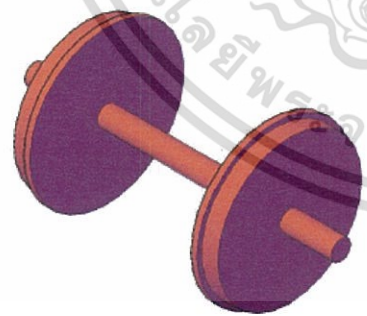
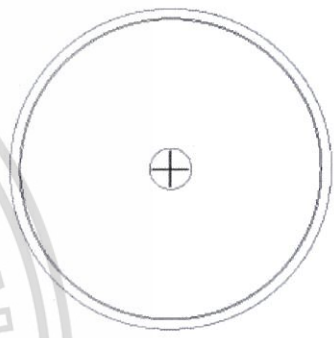
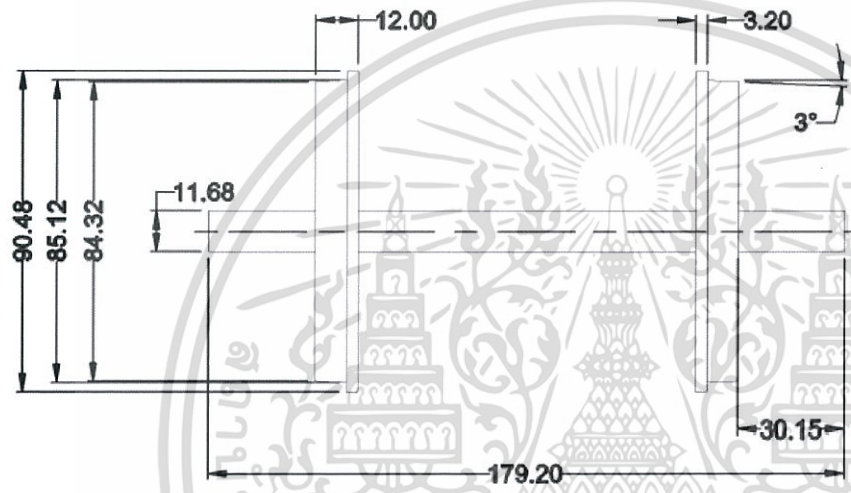
No.	Name	Quantity
1	Bogie model	1
2	Wheelset	1
3	Roller Rig	1
4	Support 1	1
5	Support 2	4
6	Support 3	1
7	Support 4	2
8	Support 5	2

Name : <b>Assem model</b>		
Unit : <b>mm.</b>	Scale : <b>1 : 1</b>	
<b>Mechanical Engineering</b>		
<b>KMITL</b>		

ชุดทดลองการสั่นสะเทือนในแนวตั้งข้าง แบบจำลองขนาดของชุดล้อเพลาเดี่ยว

ภาคผนวก ก

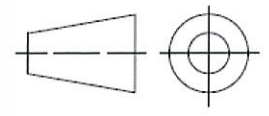




Name :  
**Wheelset**

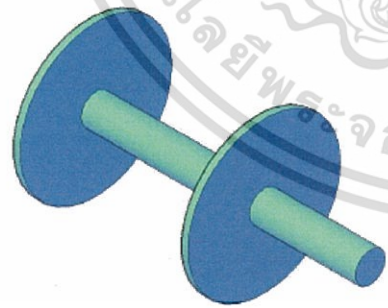
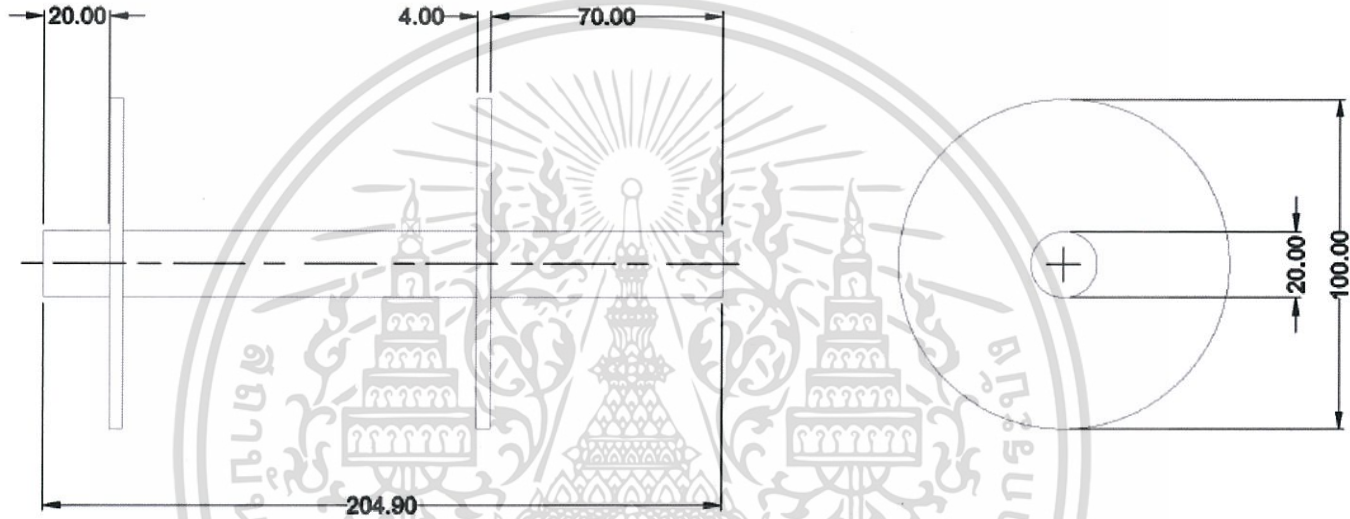
Unit :  
 mm.

Scale :  
 1 : 1

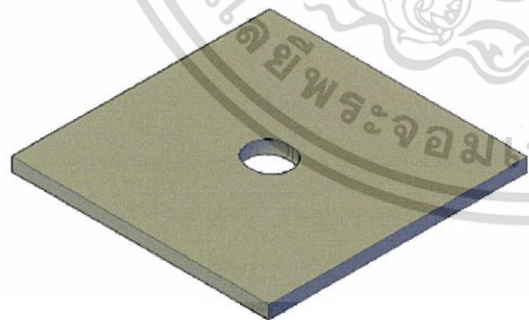
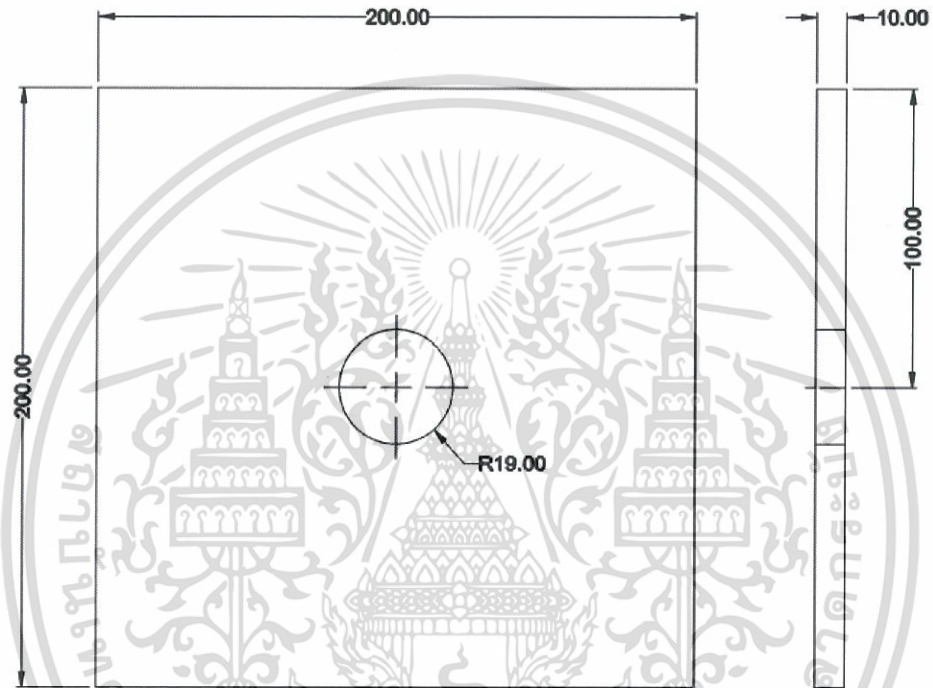


Mechanical Engineering

KMITL



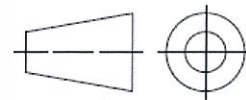
Name : <b>Roller Rig</b>		
Unit : <b>mm.</b>	Scale : <b>1 : 1</b>	
<b>Mechanical Engineering</b>		
<b>KMITL</b>		



Name :  
**Support 1**

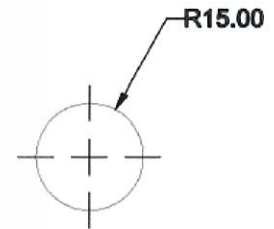
Unit :  
**mm.**

Scale :  
**1 : 1**



**Mechanical Engineering**

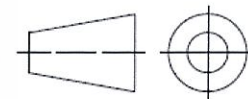
**KMITL**



Name :  
Support 2

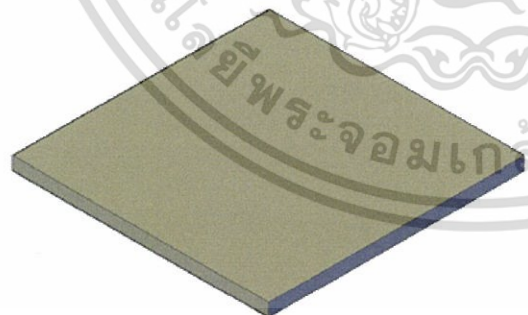
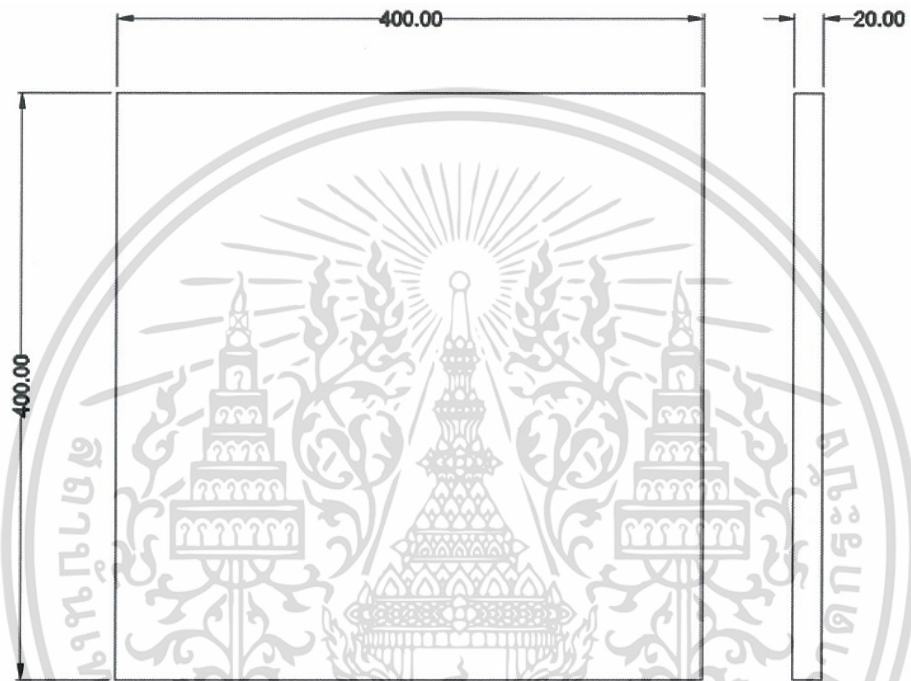
Unit :  
mm.

Scale :  
1 : 1



Mechanical Engineering

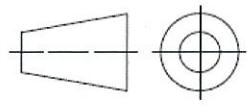
KMITL



Name :  
**Support 3**

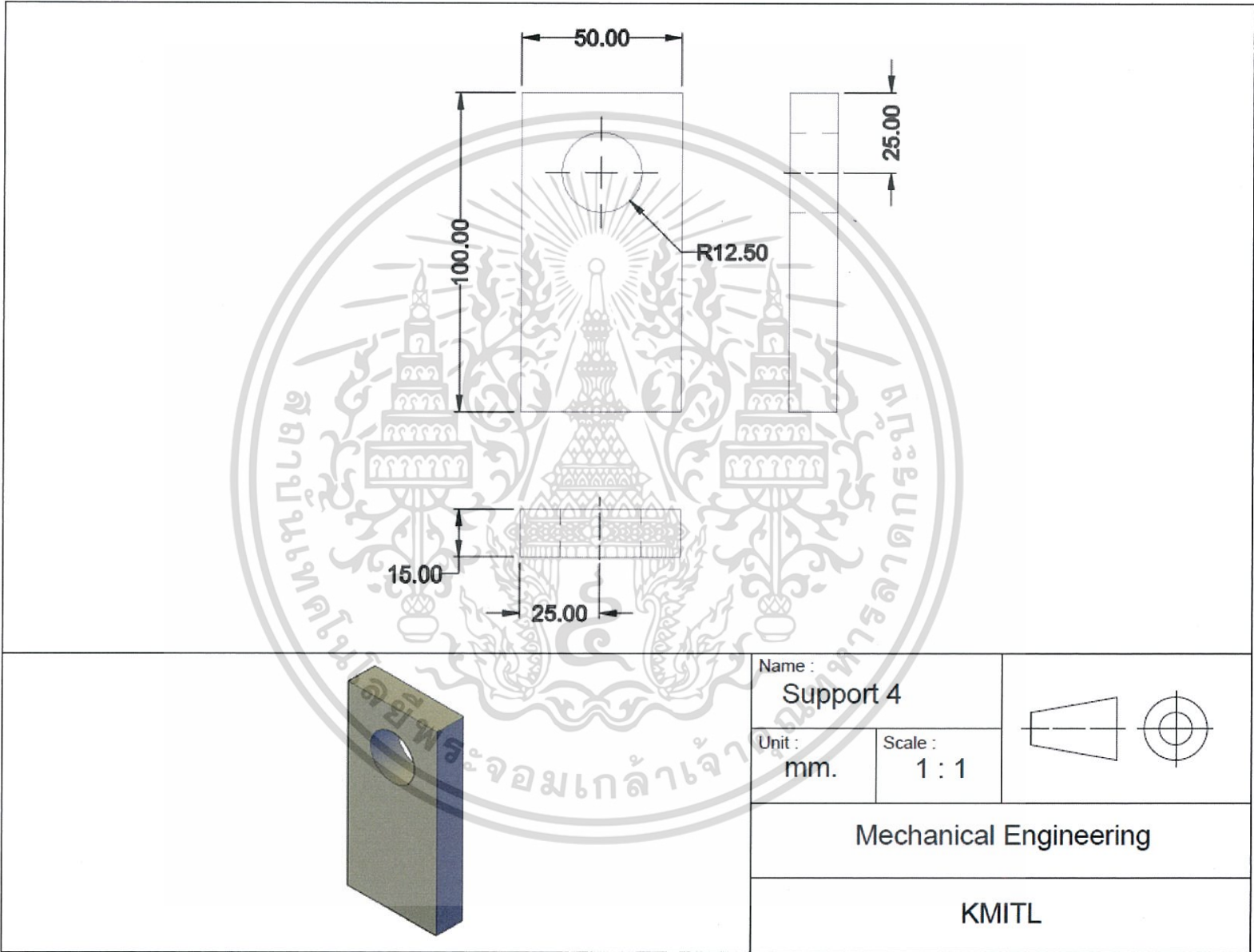
Unit :  
**mm.**

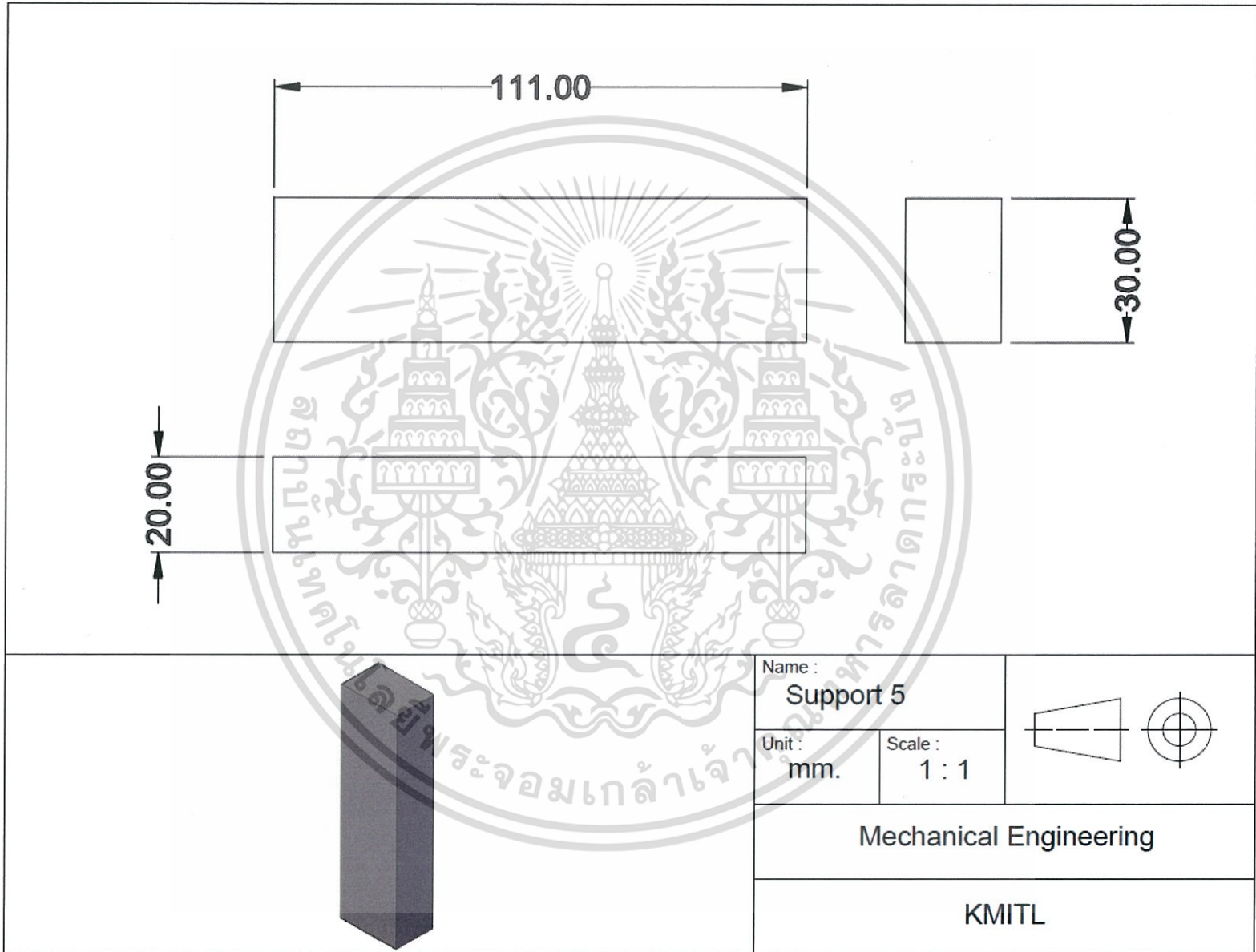
Scale :  
**1 : 1**



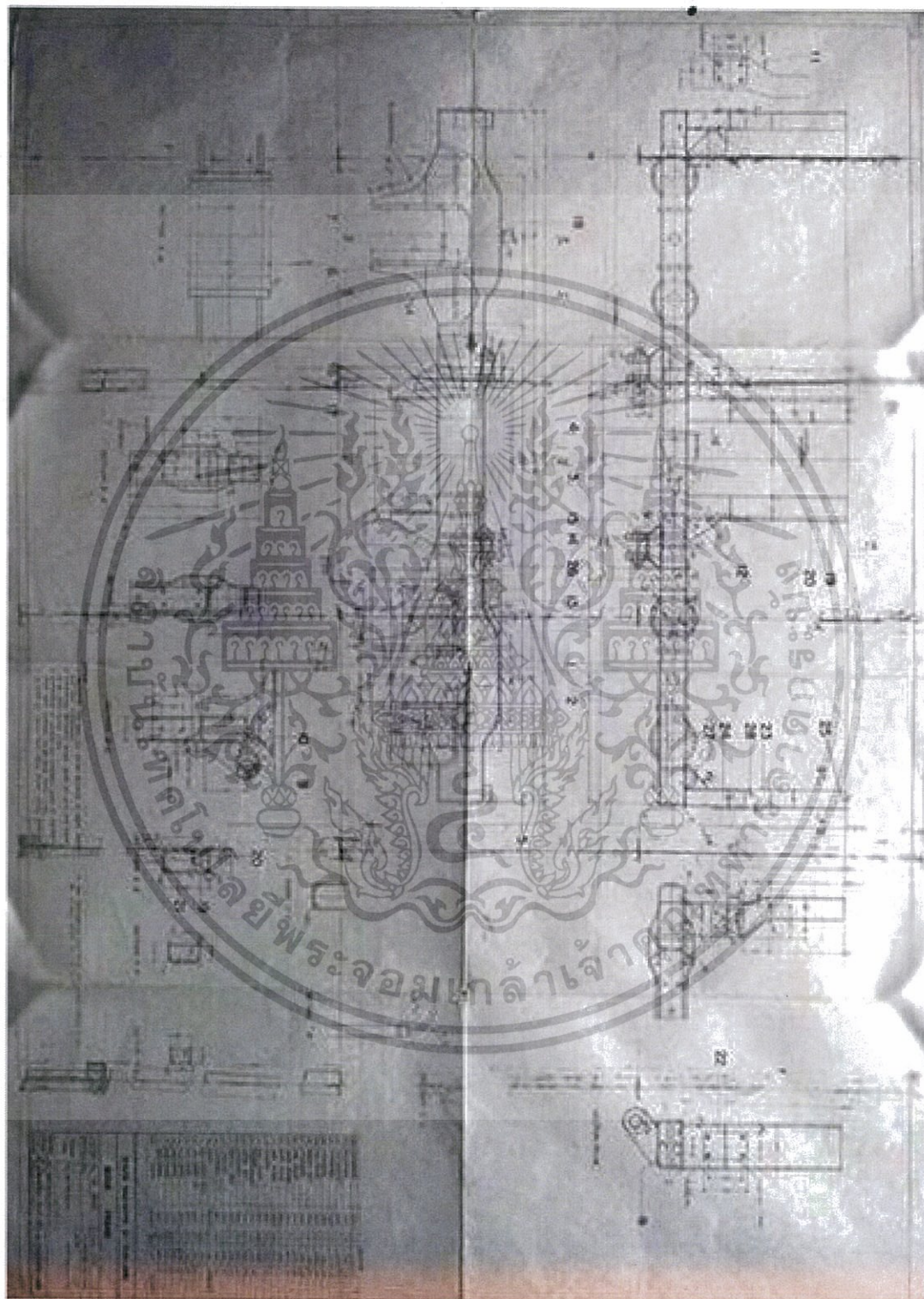
**Mechanical Engineering**

**KMITL**





ภาคผนวก ข  
แบบเครื่องไฟ PC-25

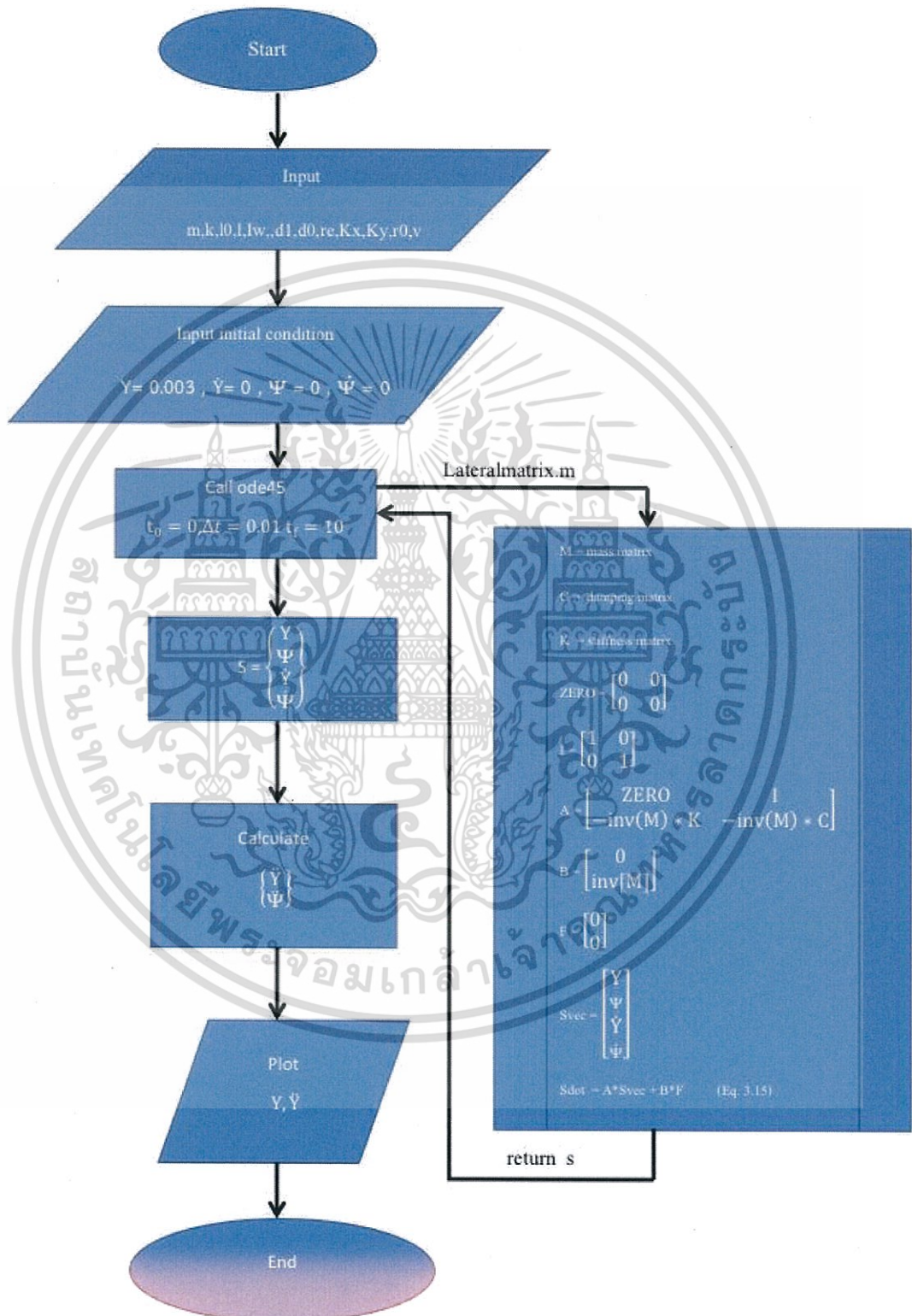


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ภาคผนวก ค.

แผนผังแสดงขั้นตอนการทำของโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นมาด้วยโปรแกรม Matlab

## ค.1 แผนผังขั้นตอนในการคำนวณในโปรแกรม MATLAB



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ค.2 คำนวณค่าความเร่งการตอบสนองที่ความเร็วต่างๆ

m = 2.522; %% mass of wheelset

k = 1067; %% spring stiffness ( 2 springs )

l0 = 0.035; %% equilibrium spring length

l = 0.035112; %% spring length

lw = 0.009978; %% Moment of inertia of wheelset

d1 = 0.0896; %% half length of two spring

d0 = 0.05345; %% track gauge

re = 0.05 ; %% wheel tread angle

Kx = 518; %% longitudinal creep force coefficient

Ky = 443; %% lateral creep force coefficient

r0 = 0.04242; %% centered wheel rolling radius

v = 4.79; %% \*\* critical speed

%initial conditions

IC = [0.003,0,0,0];

%timespan

t0 = 0;

tf = 20;

tspan = [t0,tf];

options = odeset('RelTol', 1e-5);

%Numerical Integration

[t,s] = ode45(@lateralmatrix,tspan,IC,options);

y = s(:,1);

yaw = s(:,2);

ydot = s(:,3);

yawdot = s(:,4);

ydotdot = ((2\*Ky\*yaw)-(2\*Ky\*ydot/v)-(k\*(1-l0/l)\*y))/m;

yawdotdot = (((-2\*Kx\*re\*y)/r0)-((2\*Kx\*yawdot\*d0\*d0)/v)-(k\*yaw\*d1\*d1))/lw;

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
%%plot
figure(1)
plot(t,y,'b-','LineWidth',2)
xlabel('time (s)')
ylabel('Lateral displacement (m)')
title('Lateral displacement Vs Time')
grid on
```

```
figure(2)
plot(t,yaw,'b-','LineWidth',2)
xlabel('time (s)')
ylabel('Yaw displacement (rad)')
title('Yaw displacement Vs Time')
```

```
figure(3)
plot(t,ydotdot,'b-','LineWidth',2)
xlabel('time (s)')
ylabel('Lateral Acceleration (m/s^2)')
title('Lateral Acceleration Vs Time')
grid on
```

```
figure(4)
plot(t,yawdotdot,'b-','LineWidth',2)
xlabel('time (s)')
ylabel('Yaw acceleration (rad/s^2)')
title('Yaw acceleration Vs Time')
grid on
```

```
col_header={'t','ydotdot'};
xlswrite('data1.xlsx',[t(:),ydotdot(:)],'Sheet1','A2');
xlswrite('data1.xlsx',col_header,'sheet1','A');
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### ค.3 สร้างฟังก์ชันสมการการเคลื่อนที่

```
function sdot = lateralmatrix(t,s)
```

```
global m k l0 l lw d1 d0 re Kx Ky r0 v
```

```
%mass matrix
```

```
M = [m, 0; 0, lw];
```

```
%damping matrix
```

```
C = [2*Ky/v, 0; 0, 2*Kx*d0*d0/v];
```

```
%stiffness matrix
```

```
K = [k*(1-l0/l), -2*Ky; 2*Kx*re*d0/r0, k*d1*d1];
```

```
%identity matrix
```

```
ZERO = zeros(2,2);
```

```
I = eye(2,2);
```

```
A = [ZERO, I; -inv(M)*K, -inv(M)*C];
```

```
B = [ZERO; inv(M)];
```

```
F = [0;0];
```

```
Svec = [s(1); s(2); s(3); s(4)];
```

```
sdot = A*Svec + B*F;
```

```
end
```

## ภาคผนวก ง.

## การคำนวณสัมประสิทธิ์แรงคืบในแนวการกลิ้งและแนวด้านข้าง

ง.1 จากสมการ (2.7) (2.8) (2.9) (2.10) จะได้ว่า

$$K_1 = \frac{1 - (0.29)^2}{\pi \times 207 \times 10^9} = 1.408 \times 10^{-12}$$

$$K_2 = \frac{1 - (0.29)^2}{\pi \times 207 \times 10^9} = 1.408 \times 10^{-12}$$

$$K_3 = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{0.4242} + \frac{1}{\infty} + \frac{1}{\infty} + \frac{1}{0.5} \right) = 2.179 \text{ m}^{-1}$$

$$K_4 = \frac{1}{2} \sqrt{\left( \frac{1}{0.4242} - \frac{1}{\infty} \right)^2 + \left( \frac{1}{\infty} - \frac{1}{0.5} \right)^2 + 2 \left( \frac{1}{0.4242} - \frac{1}{\infty} \right) \left( \frac{1}{\infty} - \frac{1}{0.5} \right) \cos(2 \times 0)}$$

$$= 0.209 \text{ m}^{-1}$$

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{K_4}{K_3} \right) = 84.5^\circ$$

นำค่า  $\theta$  เปิดตาราง 2.1 จะได้ค่า  $m = 1.0677$

$$n = 0.9389$$

นำ  $m$  และ  $n$  แทนในสมการที่ (2.11) (2.12)

$$a = 1.0677 \left[ \frac{3\pi \times 0.63 \times 10^3 \times 2.816 \times 10^{-12}}{4 \times 2.179} \right]^{\frac{1}{3}} = 1.326 \times 10^{-3}$$

$$b = 0.9389 \left[ \frac{3\pi \times 0.63 \times 10^3 \times 2.816 \times 10^{-12}}{4 \times 2.179} \right]^{\frac{1}{3}} = 1.166 \times 10^{-3}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{1.166 \times 10^{-3}}{1.326 \times 10^{-3}} = 0.88$$

นำค่า  $\frac{b}{a}$  เปิดตาราง 2.2 จะได้ค่า  $C_{11} = 4.1876$

$$C_{22} = 3.5848$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำค่า  $C_{11}$  และ  $C_{22}$  แทนในสมการดังนี้

$$K_x = GabC_{11} = 8 \times 10^{10} \times 1.326 \times 10^{-3} \times 1.166 \times 10^{-3} \times 4.1876 = 517960 \text{ N}$$

$$K_y = GabC_{22} = 8 \times 10^{10} \times 1.326 \times 10^{-3} \times 1.166 \times 10^{-3} \times 3.5848 = 443401 \text{ N}$$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## เอกสารอ้างอิง

- [1] Kalker, J.J., (1979), Survey of wheel-rail rolling contact theory Vehicle System Dynamics, 5, pp.317–358.
- [2] Knudsen C., Slivsgaard, E., Rose, M., True, H., Feldberg, R. (1994), Dynamics of a Model of a Railway Wheelset, Nonlinear Dynamics, 6, 215-236.
- [3] Yabuno, H., Okamoto, T., and Aoshima, N., (2001), “Stabilization of the hunting motion of a railway wheelset,” Vehicle System Dynamics Supplement.
- [4] Moritz Gretzschel and Alfred Jaschinski, (2004). Design of an active wheelset on a scaled roller rig vehicle.
- [5] McFarlane M. (2009), Dynamics of Single-Axle Rail Wheelsets Incorporating Profiled Wheels and Rails, M.Sc.Eng. thesis, Lakehead University, Canada.
- [6] BALDOVIN D. & SIRETEANU T., (2010), The influence of the wheel conicity on the hunting motion critical speed of high speed railway wheelset with elastic joints.
- [7] Hedrick K., Lugnerl P., (2001), ICTAM PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL CONGRESS OF THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS Volume 35 of Supplement to vehicle system dynamics, Vehicle system dynamics.
- [8] Richard G. Budynas, J.Keith Nisbett. Shigley’s Mechanical Engineering Design, (2006), Eighth Edition, McGraw-Hill Education.
- [9] JOURNAL OF VIBRATION AND CONTROL, (2008), 14, 1-2, pp.209-230.
- [10] Meilan L., (2014), A Nonlinear Dynamic Model for Single-axle Wheelsets with Profiled Wheels and Rails, Lakehead University.
- [11] Daniel J.Inman, (2014), Engineering Vibration Fourth Edition, University of Michigan.
- [12] นคร จันทศร, (2554), ช่างรถไฟความรู้ทั่วไปด้านวิศวกรรมรถไฟ (ฉบับที่ 1), สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ
- [13] ผศ.ดร. มนศักดิ์ พิมสาร, (2557), Railroad Vehicle Dynamics Chapter4 & Chapter8.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้