



รายงานการวิจัยฉบับสมบูรณ์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ
นิวโรสปอร์รากับการหน่วงของเวลา

Mathematical Model for *Neurospora* with time delays

นางกาญจนา คำนึ่งกิจ

ได้รับทุนสนับสนุนงานวิจัยจากเงินรายได้ ประจำปีงบประมาณ 2558

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รายงานการวิจัยฉบับสมบูรณ์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ
นิวโรสปอร์รากับการหน่วงของเวลา

Mathematical Model for *Neurospora* with time delays

นางกาญจนา คำนึ่งกิจ

เลขหมู่.....
เลขทะเบียน..... 148542
รับเดือนปี 31 ต.ค. 2560

b..... 00266591
i.....

ได้รับทุนสนับสนุนงานวิจัยจากเงินรายได้ ประจำปีงบประมาณ 2558

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ชื่อโครงการ (ภาษาไทย) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนิเวศปอร์รากับการหน่วงของเวลา

แหล่งเงิน.....สนับสนุนงานวิจัยจากเงินรายได้คณะวิทยาศาสตร์ สจล.....

ประจำปีงบประมาณ.....2558..... จำนวนเงินที่ได้รับการสนับสนุน... 50,000.00... บาท

ระยะเวลาทำการวิจัย.....1..... ปี ตั้งแต่.....1 กันยายน 2557.....ถึง.....30 กันยายน 2558

ชื่อ-สกุล หัวหน้าโครงการ

หัวหน้าโครงการวิจัย

ผศ.ดร.กาญจนา คำนึ่งกิจ

สัดส่วน 100 %

หน่วยงานหลัก

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร ลาดกระบัง

ถนนฉลองกรุง เขตลาดกระบัง

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เป็นงานเกี่ยวกับการประยุกต์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนิเวศปอร์รากับการหน่วงของเวลาด้วยการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านระบบสมการเชิงอนุพันธ์ การวิเคราะห์เชิงตัวเลข และการวิเคราะห์มาบูรณาการร่วมกันโดยเน้นหาผลเฉลยให้มีสถานะเสถียรและสถานะเวียนบังเกิด ซึ่งการยืนยันการวิเคราะห์ต่างๆ นั้นใช้การแสดงด้วยกราฟที่ได้จากการคำนวณผลด้วยวิธีการวิเคราะห์ตัวเลขโดยใช้วิธีรุ่งงกุดตาอันดับ 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Research Title: Mathematical Model for *Neurospora* with time delays

Researcher:.....Asst.Dr.Kanchana Kumnungkit

Faculty:.....Science.....Department:.....Mathematics.....

ABSTRACT

This research is about applied finding for a mathematical model for *Neurospora* with time delays. There are taking some differential equation system, numerical analysis and theoretical analysis to integrate to find out some steady states and limit cycle states. The confirming outputs of the analysis are presented by Runge Kutta order 4 method's trajectories.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำวิจัยนี้ต้องขอขอบคุณคณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังที่ให้ทุนสนับสนุนตลอดการทำวิจัยนี้ นอกจากนี้ผู้วิจัยขอขอบคุณ เจ้าหน้าที่สาขาคณิตศาสตร์ สาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ และคณะวิทยาศาสตร์ที่ให้ความสะดวกในด้านต่างๆ รวมทั้งนักศึกษาทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือต่างๆ เกี่ยวกับงานวิจัยนี้ได้ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจให้จนกระทั่งงานวิจัยนี้สัมฤทธิ์ผลได้ด้วยดีทุกประการ

กาญจนา คำนึ่งกิจ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
บทที่ 1	1
บทนำ	1
ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย	1
วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย	2
ขอบเขตของโครงการวิจัย	2
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
บทที่ 2	3
ทฤษฎีและกรอบแนวคิดของโครงการวิจัย	3
บทที่ 3	10
การดำเนินงานการวิจัย	10
3.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนิวโรสปอร์รา	10
3.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนิวโรสปอร์รากับการหน่วงเวลา	13
บทที่ 4	18
ผลการดำเนินงาน	18
4.1 กรณี $L = 0.002$	18
4.2 กรณี $L = 1$	18
4.3 กรณี $L = 400$	35

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

บทที่ 5	47
สรุปผลการทำวิจัยและข้อเสนอแนะ	47
เอกสารอ้างอิง	48
ภาคผนวก	50
ประวัตินักวิจัย	52



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

ในบทนี้จะกล่าวถึง ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัยนี้ วัตถุประสงค์ของการวิจัย ข้อจำกัดและขอบเขตของการวิจัย ขั้นตอนการดำเนินงานและประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับดังแสดงรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ความสำคัญและที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย

เนื่องจากปัจจุบันกระบวนการด้านอาหารมีความสำคัญกับมนุษย์เราเป็นอย่างมาก สิ่งเกิดจากการผลิตอาหารหรือความต้องการทางด้านอาหารที่ถูกลักษณะหรือมีประโยชน์ต่อสุขภาพ โดยเฉพาะอย่างยิ่งอาหารสดหรืออาหารแห้ง สิ่งที่มีบริโภคทุกคนต้องคำนึงถึงคืออาหารดังกล่าวถูกสุขลักษณะ หรือมีประโยชน์ต่อร่างกายมากน้อยเพียงใดบ้าง และแน่นอนสิ่งที่สำคัญอย่างหนึ่งที่ได้จากการสังเกตด้วยตา หรือการมองเห็นคือเชื้อรา หากอาหารที่จะต้องการบริโภคมีเชื้อราหรือสังเกตจากสีของเชื้อราที่เกิดขึ้นนั้น เป็นการสังเกตที่ง่ายที่สุดและกระทบทางตาและความรู้สึกได้มากที่สุด จากการได้ทราบถึงกระบวนการผลิตของเชื้อราจำพวกนิวโรสปอราซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ และเมื่อกระบวนการผลิตของเชื้อราจำพวกนิวโรสปอราสามารถเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ ดังนั้นกระบวนการการวิเคราะห์ด้วยทฤษฎีบทพื้นฐานทางคณิตศาสตร์สามารถนำมาช่วยใช้ในการวิเคราะห์ได้ และนอกจากนี้การพิจารณาเรื่องการหน่วงของเวลาจะนำมาช่วยใช้ในการวิเคราะห์ในครั้งนี้ เพราะว่าการหน่วงของเวลาสามารถเกิดขึ้นได้เช่น หากเราพิจารณาจากอาหารสำเร็จรูปที่ปรุงสุกแล้ว หรืออาหารที่เรารับประทานนั้น หากผู้ที่รับประทานยังไม่ได้รับประทานแต่เก็บไว้ที่สภาวะปกติ กับการเก็บอาหารดังกล่าวไว้ในตู้เย็น จะพบว่าการเก็บอาหารไว้ในตู้เย็นจะทำให้อาหารเสียช้ากว่าการเก็บอาหารไว้ในตู้ธรรมดา ซึ่งการเสียของอาหารที่ช้ากว่านี้เป็นตัวอย่างของการหน่วงของเวลาการเกิดขึ้นของเชื้อราได้อย่างหนึ่ง

จากหลักการและเหตุผลดังกล่าวทำให้การวิจัยเรื่องแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนิวโรสปอรากับการหน่วงของเวลา เป็นที่สนใจและคาดว่าจะการวิจัยนี้เมื่อสำเร็จผลแล้วสามารถตีพิมพ์เผยแพร่เป็นผลงานทางวิชาการได้ด้วย

2. วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

1. เพื่อการปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับกระบวนการการเกิดขึ้นของเชื้อราที่รวมเรื่องการหน่วงของเวลาได้ แล้วจากนั้นนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้กระทำในหัวข้อสำคัญถัดไป
2. เพื่อการนำทฤษฎีเกี่ยวกับระบบสมการเชิงอนุพันธ์ การวิเคราะห์เชิงตัวเลข และการหน่วงของเวลา พร้อมทั้งการประยุกต์การเขียนโปรแกรมมาใช้วิเคราะห์หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเชื้อรานิวโรสปอรา เพื่อให้สัมฤทธิ์ผลและสามารถเขียนเป็นผลงานวิจัยที่สามารถตีพิมพ์เผยแพร่เป็นผลงานทางวิชาการได้

3. ขอบเขตของโครงการวิจัย

1. ศึกษาปัจจัยพื้นฐานของกระบวนการ การผลิตเชื้อรานิวโรสปอราว่าเป็นอย่างไร
2. ศึกษาหรือค้นคว้าการวิจัยเกี่ยวกับเชื้อรานิวโรสปอราโดยเฉพาะเรื่องเกี่ยวกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีแล้ว
3. พิจารณาเรื่องการหน่วงของเวลาว่าควรจะเกิดขึ้นที่ใด เพราะเหตุใด
4. ปรับปรุงเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่จะนำมาใช้วิเคราะห์ต่อไป
5. ใช้ทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับสมการเชิงอนุพันธ์มารวมวิเคราะห์ และพิจารณาผลที่ได้
6. จากผลที่ได้ในข้อ 5 ควรจะต้องหาสิ่งที่ยืนยันผลที่ได้อีกครั้ง ซึ่งการวิจัยนี้คาดว่าจะใช้ การโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ และการวิเคราะห์เชิงตัวเลข พร้อมทั้งการแสดงของลักษณะของรูปภาพเพื่อสะดวกต่อความเข้าใจได้ง่ายของนักวิจัยหรือบุคคลอื่นที่อาจจะไม่เข้าใจถึงทฤษฎีบททางสมการเชิงอนุพันธ์ที่นำมาใช้วิเคราะห์ได้ละเอียดหรือลึกซึ้งนัก
7. จากการกระทำในข้อ 1. ถึง ข้อ 6 แล้วคาดว่าจะเขียนเป็นผลงานวิจัยที่สามารถตีพิมพ์เผยแพร่เป็นผลงานทางวิชาการได้
8. สรุปผลการวิจัยและทำรูปเล่มของรายงานการวิจัยส่ง

4. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนิวโรสปอรากับการหน่วงของเวลา และผลการวิเคราะห์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ต่อไปจะกล่าวถึง บทที่ 2 ทฤษฎีและกรอบแนวคิดของการวิจัย บทที่ 3 อธิบายถึง
วิธีดำเนินการวิจัย และการแสดงผลการวิจัยได้แสดงรายละเอียดไว้ใน บทที่ 4 ส่วนสุดท้ายบท
ที่ 5 คือสรุปผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ทฤษฎีและกรอบแนวคิดของโครงการวิจัย

ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีต่างๆที่เกี่ยวข้อง และกรอบแนวคิดของโครงการวิจัยว่ามีลักษณะอย่างไร ซึ่งจะเป็นพื้นฐานในการดำเนินการวิจัยต่อไปดังนี้

ทฤษฎีบทพื้นฐาน

สมการเชิงอนุพันธ์แบ่งเป็นสมการเชิงเส้น หรือไม่เป็นเชิงเส้น (Classification as by Linear or Nonlinear)

บทนิยาม สมการเชิงอนุพันธ์ เป็นสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้น (Linear Differential Equation) ถ้า

- ทุกๆ ตัวแปรตามและทุกๆ อนุพันธ์ของตัวแปรตามที่ปรากฏในสมการที่มีเลขชี้กำลังเท่ากับ 1 เท่านั้น
- ไม่มีพจน์ (Term) ในรูปผลคูณของตัวแปรตาม และ/หรือ อนุพันธ์ของตัวแปรตามปรากฏในสมการ
- ไม่มีพจน์ในรูปฟังก์ชันอดิศัย (Transcendental function) เช่น ตรีโกณมิติและลอการิทึมของตัวแปรตามหรืออนุพันธ์ของตัวแปรตามปรากฏในสมการและสมการเชิงอนุพันธ์สามัญเชิงเส้นสามารถเขียนอยู่ในรูปแบบทั่วไปได้ดังนี้

$$a_0(x) \frac{d^n y}{dx^n} + a_1(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_{n-1}(x) \frac{dy}{dx} + a_n(x) y = b(x) \quad \text{เมื่อ } a_0 \neq 0$$

บทนิยาม สมการเชิงอนุพันธ์ที่ไม่ใช่สมการเชิงเส้น เรียกว่า สมการเชิงอนุพันธ์ไม่เชิงเส้น (Nonlinear Differential Equation)

ตัวอย่าง 1. สมการเชิงอนุพันธ์ที่เป็นสมการเชิงเส้น (Linear)

$$\begin{aligned} & - \frac{d^2 y}{dx^2} + 5 \frac{dy}{dx} - 16y = 0 \\ & - y'' - y' + 4y = 0 \end{aligned}$$

2. สมการเชิงอนุพันธ์ที่ไม่เป็นสมการเชิงเส้น (Nonlinear)

$$- \frac{d^2 y}{dx^2} + 5 \left(\frac{dy}{dx} \right)^3 - 16y = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$- \frac{d^2 y}{dx^2} + 3s \sin y = 0$$

สูตรของลิบนิสซ์

ผลเฉลยของสมการ (2.4) หาได้จาก $x = e^{\int a(t)dt} \left(\int e^{-\int a(t)dt} b(t)dt + c \right)$ โดยที่ t อยู่ใน I และ c เป็นค่าคงที่ใดๆ

ตัวอย่าง $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{t}x + t^2$; $t > 0$

วิธีทำ $\frac{dx}{dt} = a(t)x + b(t)$; $t > 0$

โดยที่ $a(t) = \frac{1}{t}$, $b(t) = t^2$

จาก สูตรของลิบนิสซ์จะได้

$$x = e^{\int a(t)dt} \left(\int e^{-\int a(t)dt} b(t)dt + c \right)$$

แทนค่า $a(t) = \frac{1}{t}$, $b(t) = t^2$ นั่นคือ

$$x = e^{\int \frac{1}{t} dt} \left(\int e^{-\int \frac{1}{t} dt} t^2 dt + c \right)$$

$$= e^{\ln t} \left(\int e^{-\ln t} t^2 dt + c \right)$$

$$= t \left(\int t dt + c \right)$$

$$= t \left(\frac{t^2}{2} + c \right)$$

$$= \frac{t^3}{2} + ct$$

ดังนั้น $x = \frac{t^3}{2} + ct$

#

สถานะจุดสมดุล (Stability of Equilibrium)

ให้สมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งที่เป็น Autonomous อยู่ในรูป

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \tag{1}$$

บทนิยาม ให้ $x = c$ เป็นจุดสมดุลของสมการ (1) เราจะกล่าวว่า c เป็น Stable ถ้าสำหรับทุกๆ

$\varepsilon > 0$ จะมี $\delta > 0$ ถ้า u เป็นผลเฉลยของ $|u(t_0) - c| < \delta$ สำหรับบาง t_0 แล้ว

$|u(t) - c| < \varepsilon$ สำหรับทุกๆ $t \geq t_0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้า δ สามารถเลือกได้จาก $|u(t_0) - c| < \delta$ แล้ว $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = c$ จะได้ว่า c เป็น

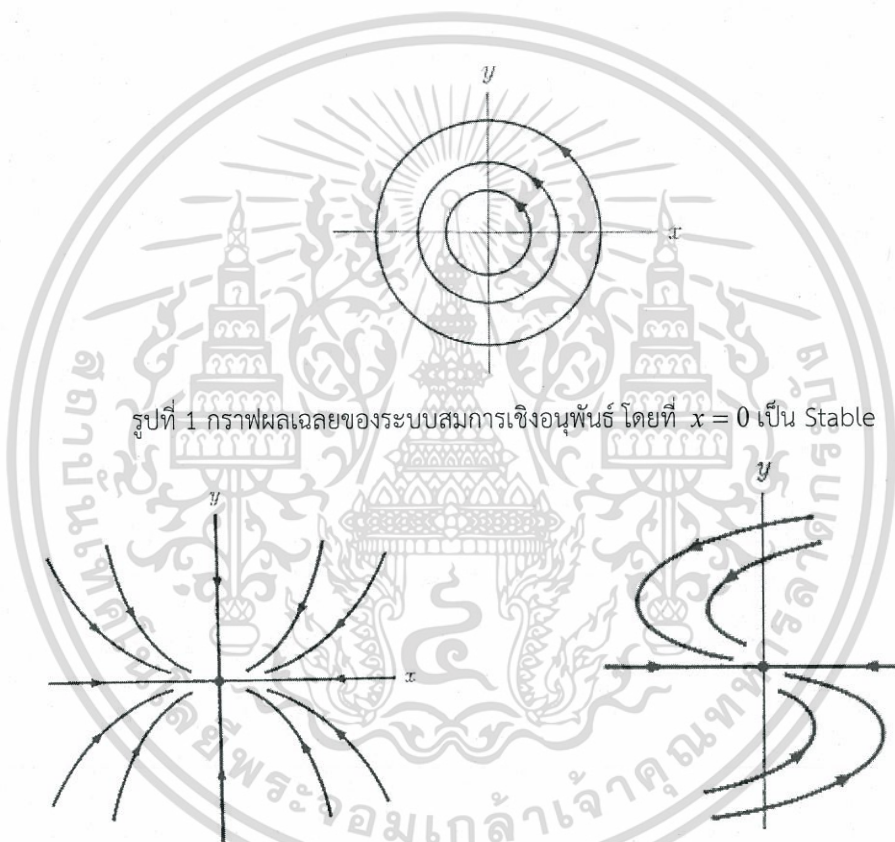
Asymptotically Stable และถ้า c ไม่เป็น Stable จะเรียกว่า Unstable

ทฤษฎีบท

ให้ $f(c) = 0$ ถ้า $f'(c) < 0$ แล้ว c เป็น Asymptotically Stable ถ้า $f'(c) > 0$ แล้ว c เป็น Unstable

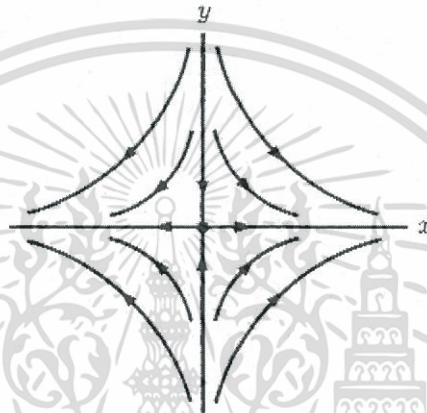
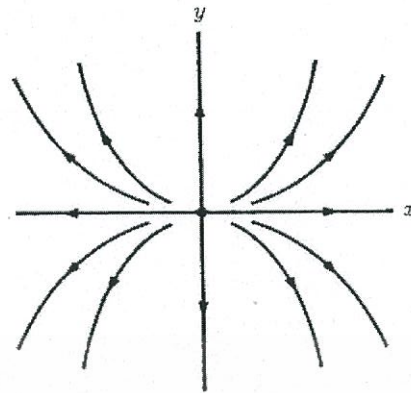
ถ้า $f'(c) = 0$ แล้ว $x = c$ สถานะภาพเป็น (Asymptotically) Stable ,

Unstable



รูปที่ 2 กราฟผลเฉลยของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ โดยที่ $x = 0$ เป็น Asymptotically Stable

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3 กราฟผลเฉลยของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ โดยที่ $x = 0$ เป็น Unstable

วิธีรุงกุตตา (Runge Kutta Methods)

วิธีรุงกุตตาอันดับสี่ (Forth Order Runge Kutta Method)

วิธีรุงกุตตา เป็นวิธีที่ได้รับความนิยม และนำไปใช้กันอย่างกว้างขวาง โดยเฉพาะในการคำนวณที่ต้องการค่าผลลัพธ์ที่มีความเที่ยงตรงสูง แนวความคิดที่ใช้ในการคิดค้นวิธีรุงกุตตา คือ การหาค่าความชันที่มีความเที่ยงตรงสูง เพื่อทำให้ได้ค่าผลลัพธ์ที่มีความเที่ยงตรงสูงตามมา สมการหลักที่ใช้ในการคำนวณค่าผลลัพธ์ในวิธีรุงกุตตามีรูปแบบที่แน่นอนซึ่งเหมือนกับวิธีต่าง ๆ ที่ได้ทำการศึกษา มาก่อนหน้านี้ คือ

$$y_{i+1} = y_i + \phi(x_i, y_i, h)h \quad (2)$$

โดย $\phi(x_i, y_i, h)$ เรียกว่า ฟังก์ชันส่วนเพิ่ม (Increment Function) หมายความว่าความชันเฉลี่ยตลอดขนาดช่วงกว้าง h ที่จะนำไปใช้ในการคำนวณหาค่าที่เหมาะสม และฟังก์ชันส่วนเพิ่มนี้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปโดยทั่วไปได้ ดังนี้

$$\phi = a_1k_1 + a_2k_2 + \dots + a_nk_n \quad (3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ a_i เป็นค่าคงที่ ($i = 1, 2, \dots, n$) และ

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (4ก)$$

$$k_2 = f(x_i + p_1 h, y_i + q_{11} k_1 h) \quad (4ข)$$

$$k_3 = f(x_i + p_2 h, y_i + q_{21} k_1 h + q_{22} k_2 h) \quad (4ค)$$

$$k_n = f(x_i + p_{n-1} h, y_i + q_{n-1,1} k_1 h + q_{n-1,2} k_2 h + \dots + q_{n-1,n-1} k_{n-1} h) \quad (4น)$$

วิธีรุงงคุดตาอันดับสี่ จัดว่าเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมใช้กันโดยแพร่หลาย สามารถทำได้โดยการดัดแปลงสมการ (2) - (4) ที่อยู่ในรูปทั่วไปโดยใช้ค่า $n=4$ ทำให้ได้สมการรุงงคุดตาอันดับสี่ ซึ่งให้ค่าคลาดเคลื่อนในรูปของช่วงกว้าง อันดับสี่ $O(h^4)$ ลักษณะของค่าผลลัพธ์ที่ได้จะมีค่าความเที่ยงตรงสูง ทำให้วิธีรุงงคุดตาอันดับสี่สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับงานการคำนวณหลายๆ ด้าน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในงานวิจัยค้นคว้าที่ต้องการความเที่ยงตรงสูง รูปของสมการรุงงคุดตาอันดับสี่ที่ใช้กันโดยทั่วไป สามารถนำไปประดิษฐ์เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้โดยตรง และมีลักษณะ ดังนี้

$$y_{i+1} = y_i + \left[\frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \right] h \quad (5)$$

โดยที่ $k_1 = f(x_i, y_i) \quad (6ก)$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk_1\right) \quad (6ข)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk_2\right) \quad (6ค)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + hk_3) \quad (6ง)$$

ตัวอย่าง

จงแก้สมการเชิงอนุพันธ์ โดยวิธีรุงงคุดตาอันดับสี่

$$f(x, y) = -2x^3 + 12x^2 - 20x + 8.5$$

เมื่อกำหนดช่วงกว้างเท่ากับ 0.5 และมีเงื่อนไขเริ่มต้นคือ

$$x = 0, y = 1, 0 \leq x \leq 4$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีทำ

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6} [k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4]$$

เมื่อ $k_1 = f(x_i, y_i)$

จะได้ $k_1 = f(0, 1) = -2(0)^3 + 12(0)^2 - 20(0) + 8.5 = 8.5$

$$\begin{aligned} k_2 &= f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk_1\right) \\ &= f\left(0 + \frac{1}{2}(0.5), 1 + \frac{1}{2}(0.5)(8.5)\right) \\ &= f(0.25, 3.125) \\ &= -2(0.25)^3 + 12(0.25)^2 - 20(0.25) + 8.5 = 4.21875 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_3 &= f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk_2\right) = f(0.25, 1 + \frac{1}{2}(0.5)(4.21875)) \\ &= f(0.25, 2.05469) = 4.21875 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_4 &= f(x_i + h, y_i + hk_3) \\ &= -2(0.5)^3 + 12(0.5)^2 - 20(0.5) + 8.5 = 1.25 \end{aligned}$$

$$y_{i+1} = y_i + \left[\frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \right] h$$

$$\begin{aligned} y(0.5) &= 1 + \left[\frac{1}{6}(8.5 + 2(4.21875) + 2(4.21875) + 1.25) \right] 0.5 \\ &= 3.21875 = y(0.5) \end{aligned}$$

ทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนกระทั่งได้ $y(4)$

ในบทถัดไปจะอธิบายถึงการดำเนินงานการวิจัยที่ใช้แสดงรายละเอียดของการวิเคราะห์และออกแบบโปรแกรม

บทที่ 3

การดำเนินงานการวิจัย

กล่าวถึงการดำเนินงานการวิจัยว่ามีรายละเอียดอย่างไร ดังต่อไปนี้

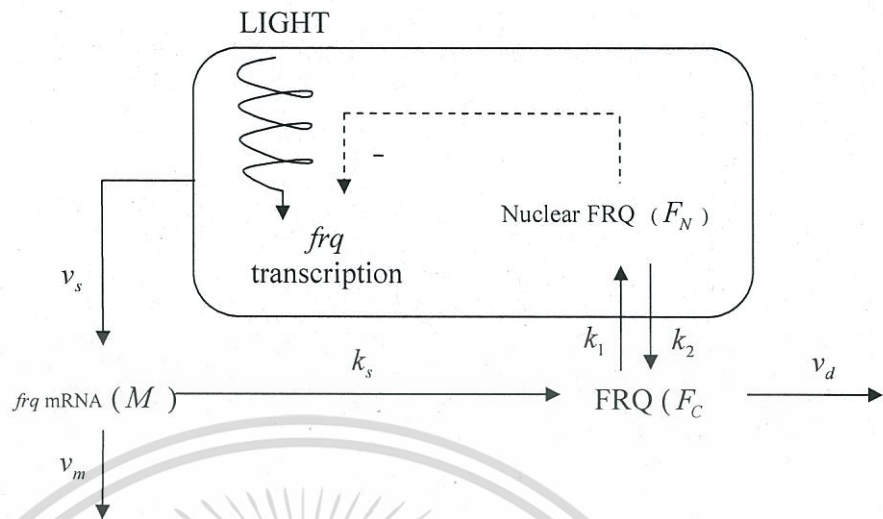
การดำเนินงานวิจัย ซึ่งจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วนใหญ่ๆ คือ

1. ศึกษาและทบทวนข้อมูลเกี่ยวกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนิวโรสปอราและพัฒนาเพิ่มการหน่วงของเวลา
2. หาผลลัพธ์ที่ง่ายต่อการอ่านของผู้สนใจจะศึกษาวิจัยเรื่องทำนองนี้ต่อไป

ศึกษาและทบทวนข้อมูลเกี่ยวกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนิวโรสปอรา

3.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนิวโรสปอรา (Mathematical Model for Neurospora)

กระบวนการยับยั้งการผลิตยีนเป็นต้นเหตุทำให้เกิดเวลาวัฏจักรชีวิตใน Neurospora โดยโปรตีน FRQ เคลื่อนที่เข้าสู่นิวเคลียสไปยับยั้งกระบวนการแปรรหัสพันธุกรรม (Transcription) ของยีน frq [1,2] ในทางกลับกันแสงทำหน้าที่ควบคุมเวลาวัฏจักรชีวิตของ Neurospora โดยการเพิ่มกระบวนการแปรรหัสพันธุกรรมของยีน frq [3]



รูปที่ 3.1 แผนภาพการทำงานของนิวโรสปอรา (Neurospora)

สามารถจำลองเป็นระบบสมการเชิงอนุพันธ์ 3 สมการดังนี้

$$\frac{dM}{dt} = v_s \frac{K_I^n}{K_I^n + F_N^n} - v_m \frac{M}{K_m + M} + L \tag{3.1-1}$$

$$\frac{dF_C}{dt} = k_s M - v_d \frac{F_C}{K_d + F_C} - k_1 F_C + k_2 F_N \tag{3.1-2}$$

$$\frac{dF_N}{dt} = k_1 F_C - k_2 F_N \tag{3.1-3}$$

โดยที่ M แทน ปริมาณ *frq* mRNA

F_C แทน ปริมาณโปรตีน FRQ ที่อยู่ภายนอกนิวเคลียส

F_N แทน ปริมาณโปรตีน FRQ ที่อยู่ภายในนิวเคลียส

v_s แทน อัตราของกระบวนการแปรรหัสพันธุกรรม *frq*

K_I แทน ค่าเริ่มต้นของกระบวนการแปรรหัสพันธุกรรม *frq* ก่อนที่ Nuclear

FRQ (F_N) จะควบคุมกระบวนการดังกล่าว

n แทน ค่าคงที่ของ Hill

v_m แทน อัตราเร็วสูงสุดในการสลายตัวของ *frq* mRNA

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

K_m แทน ค่าคงที่ Michaelis ซึ่งสัมพันธ์กับการสลายตัวของ *frq* mRNA

k_s แทน อัตราเร็วในการสังเคราะห์โปรตีน FRQ

v_d แทน อัตราสูงสุดในการสลายตัวของโปรตีน FRQ

K_d แทน ค่าคงที่ Michaelis ซึ่งสัมพันธ์กับการสลายตัวของโปรตีน FRQ

k_1 แทน อัตราการแพร่กระจายของโปรตีน FRQ เข้าสู่นิวเคลียส

k_2 แทน อัตราการแพร่กระจายของโปรตีน FRQ ที่ออกจากนิวเคลียส

L แทน ค่าความเข้มของแสง

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้ กำหนดให้โปรตีน FRQ ที่อยู่นอกนิวเคลียส (F_c) แพร่เข้าสู่นิวเคลียส และสามารถสลายตัวเป็นโปรตีน FRQ ที่เสถียร (F_s) โดยที่โปรตีน FRQ ที่เสถียรแล้วจะไม่สามารถแพร่เข้าสู่นิวเคลียส และให้โปรตีน FRQ ที่อยู่ในนิวเคลียส (F_N) สามารถเกิดการสลายตัวได้ และพบว่าหากนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ข้างต้นมาพิจารณาในส่วนของการกระตุ้นด้วยแสง และใช้การควบคุมของเวลาในการกระตุ้นด้วยแสงโดยทำทุกอย่างในห้องที่สามารถควบคุมความเข้มหรือยาวนานของแสงที่มีผลต่อการเกิดขึ้นของเชื้อรา*นีโรสปอร์รา*ได้ โดยที่ปัจจัยที่ควบคุมคือไฟหรือแสงที่ใช้ให้ความเข้มของแสงเป็นไปตามมาตรฐานที่ต้องการคือ

ตารางที่ 1 ตารางค่าความเข้มของแสง

ความเข้มแสง	ตัวอย่าง
10^{-5} lux	แสงจากดาวซีเรียสซึ่งเป็นดวงดาวที่สว่างที่สุดในท้องฟ้าเวลากลางคืน
10^{-4} lux	แสงของท้องฟ้าที่มีเมฆมาก
0.002 lux	แสงในตอนกลางคืนที่ไม่มีแสงจันทร์
0.01 lux	แสงในตอนกลางคืนที่มีพระจันทร์เสี้ยว
0.27 lux	แสงในตอนกลางคืนที่มีพระจันทร์เต็มดวง
1 lux	แสงในตอนกลางคืนที่มีพระจันทร์เต็มดวงในเขตเส้นศูนย์สูตร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4 lux	แสงในช่วงเวลาหลังจากพระอาทิตย์ตกหรือก่อนฟ้าสว่างในวันที่ท้องฟ้าปลอดโปร่ง
50 lux	แสงในห้องนั่งเล่นสำหรับครอบครัว
80 lux	แสงในห้องโถงหรือแสงในห้องน้ำ
100 lux	แสงในวันที่มีเมฆมาก
320–500 lux	แสงในสำนักงาน
400 lux	แสง ณ เวลาที่พระอาทิตย์ขึ้นหรือพระอาทิตย์ตกในวันที่ท้องฟ้าปลอดโปร่ง
1,000 lux	แสงในวันที่มีเมฆบางส่วน หรือแสงในห้องถ่ายทำรายการโทรทัศน์
10,000–25,000 lux	แสงในเวลากลางวัน
32,000–130,000 lux	แสงในขณะที่ถูกแสงอาทิตย์โดยตรง

3.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนิวโรสปอรากับการหน่วงเวลา (Mathematical Model for Neurospora with time delays)

การควบคุมระยะเวลาของความเข้มของแสงนี้ทำให้สามารถพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนิวโรสปอรากับการหน่วงของเวลา ได้โดยพิจารณาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในสมการที่ 3.1 เฉพาะสมการที่มีเรื่องของแสง แล้วนำการหน่วงของเวลาเพิ่มเข้าไป ดังนั้นทำให้ได้ระบบสมการใหม่คือ

$$\frac{dM}{dt} = v_s \frac{K_I^n}{K_I^n + F_N^n} - v_m \frac{M}{K_m + M} + (L - \tau) \quad (3.2-1)$$

$$\frac{dF_C}{dt} = k_s M - v_d \frac{F_C}{K_d + F_C} - k_1 F_C + k_2 F_N \quad (3.2-2)$$

$$\frac{dF_N}{dt} = k_1 F_C - k_2 F_N \quad (3.2-3)$$

τ แทน การหน่วงของเวลา (วินาที/หน่วย) และค่าพารามิเตอร์อื่นๆ คือค่าต่างๆ

ดังกล่าวแล้วในสมการ 3.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนดให้

$$\frac{dM}{dt} = g_1(M, F_C, F_S, F_N) \quad (3.3-1)$$

$$\frac{dF_C}{dt} = g_2(M, F_C, F_S, F_N) \quad (3.3-2)$$

$$\frac{dF_S}{dt} = g_3(M, F_C, F_S, F_N) \quad (3.3-3)$$

$$\frac{dF_N}{dt} = g_4(M, F_C, F_S, F_N) \quad (3.3-4)$$

ซึ่งหาจุดสมดุลจาก

$$g_1(M, F_C, F_S, F_N) = 0 \quad (3.4-1)$$

$$g_2(M, F_C, F_S, F_N) = 0 \quad (3.4-2)$$

$$g_3(M, F_C, F_S, F_N) = 0 \quad (3.4-3)$$

$$g_4(M, F_C, F_S, F_N) = 0 \quad (3.4-4)$$

สมมติให้ $(M_0, F_{C_0}, F_{S_0}, F_{N_0})$ เป็นจุดสมดุล (Equilibrium Point)

จะได้

$$v_s \frac{K_l^n}{K_l^n + F_{N_0}^n} - v_m \frac{M_0}{K_m + M_0} + (L - \tau) = 0 \quad (3.5-1)$$

$$k_s M_0 - k_1 F_{C_0} + k_2 F_{N_0} - k F_{C_0} = 0 \quad (3.5-2)$$

$$k F_{C_0} - v_d \frac{F_{S_0}}{K_d + F_{S_0}} = 0 \quad (3.5-3)$$

$$k_1 F_{C_0} - k_2 F_{N_0} - v_{dN} \frac{F_{N_0}}{K_{dN} + F_{N_0}} = 0 \quad (3.5-4)$$

พิจารณาจากสมการ (3.5-1) นั่นคือ

$$v_s \frac{K_l^n}{K_l^n + F_{N_0}^n} - v_m \frac{M_0}{K_m + M_0} + (L - \tau) = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$v_s \frac{K_l^n}{K_l^n + F_{N_0}^n} = \left(v_m \frac{M_0}{K_m + M_0} - (L - \tau) \right)$$

$$K_l^n + F_{N_0}^n = v_s \frac{K_l^n}{v_m \frac{M_0}{K_m + M_0} - (L - \tau)}$$

ดังนั้น
$$F_{N_0}^n = \left[K_l^n \left(-1 - \frac{v_s}{(L - \tau) - v_m \frac{M_0}{K_m + M_0}} \right) \right]^{\frac{1}{n}} \quad (3.5-5)$$

พิจารณาสมการ (3.5-2) นั่นคือ

$$k_s M_0 - k_1 F_{C_0} + k_2 F_{N_0} - k F_{C_0} = 0$$

$$(-k_1 - k) F_{C_0} = -k_s M_0 - k_2 F_{N_0}$$

$$F_{C_0} = \frac{k_s M_0 + k_2 F_{N_0}}{k_1 + k} \quad (3.5-6)$$

แทนค่าสมการ(3.5-5) ในสมการ (3.5-6) จะได้

$$F_{C_0} = \frac{\left[K_l^n \left(-1 - \frac{v_s}{L - v_m \frac{M_0}{K_m + M_0}} \right) \right]^{\frac{1}{n}} (k_2 + k_s M_0)}{k_1 + k} \quad (3.5-7)$$

พิจารณาสมการ (3.5-3) นั่นคือ

$$k F_{C_0} - v_d \frac{F_{S_0}}{K_d + F_{S_0}} = 0$$

$$\frac{F_{S_0}}{K_d + F_{S_0}} = \frac{k F_{C_0}}{v_d} \quad (3.5-8)$$

แทนค่าสมการ (3.5-7) ในสมการ (3.5-8) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$F_{S_0} = \frac{kK_d \left[k_s M_0 + k_2 \left(\left(-K_l^n - \frac{K_l^n v_s}{(L-\tau) - v_m \frac{M_0}{K_m + M_0}} \right)^{\frac{1}{n}} \right) \right]}{(k+k_1) - v_d + \frac{k \left[k_s M_0 + k_2 \left(\left(-K_l^n - \frac{K_l^n v_s}{(L-\tau) - v_m \frac{M_0}{K_m + M_0}} \right)^{\frac{1}{n}} \right) \right]}{(k+k_1)}} \quad (3.5-9)$$

นั่นคือ $(M_0, F_{C_0}, F_{S_0}, F_{N_0})$ เป็นจุดสมดุล (Equilibrium Point)

โดยที่ F_{C_0} , F_{S_0} และ F_{N_0} มีค่าเท่ากับสมการ (3.5-7) (3.5-9) และ (3.5-5) ตามลำดับ

ต่อไปจะพิจารณาช่วงของจุดสมดุลที่ทำให้เกิดสภาวะเสถียรในการพิจารณาพบว่าระบบสมการมีเรื่องของการหน่วงเวลาดังนั้นในการคำนวณต้องพิจารณาผลเฉลยในรูปแบบของ $g_1(t-\tau) = c_1 e^{\lambda(t-\tau)}$, $g_2(t) = c_2 e^{\lambda t}$ และ $g_3(t) = c_3 e^{\lambda t}$ เมื่อ c_1 , c_2 และ c_3 คือค่าคงที่ใดๆ หากพิจารณา $g_1(t-\tau) = c_1 e^{\lambda(t-\tau)} = c_1 e^{\lambda t} e^{-\lambda \tau} = e^{-\lambda \tau} g_2(t)$ แล้วแทนค่าใน (3.2-1) ถึง (3.2-3) แล้วปรับระบบสมการใหม่ แล้วหาสมการช่วยซึ่งจะได้ตั้งรูปแบบต่อไปนี้

$$H(\lambda) \equiv \lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + c + de^{-\lambda\tau} = 0 \quad (3.5-10)$$

$$\text{เมื่อ} \quad a = \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 \quad (3.5-11)$$

$$b = \mu_1\mu_2 + \mu_1\mu_3 + \mu_2\mu_3 \\ = \mu_1\mu_2 + (\mu_1 + \mu_2)\mu_3 \quad (3.5-12)$$

$$c = \mu_1\mu_2\mu_3 \quad (3.5-13)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$d = -\gamma(F(y_s) + y_s F'(y_s))(G(z_s) + z_s G'(z_s)) \quad (3.5-14)$$

โดยที่ τ เปรียบเสมือนเป็นไบเฟอร์เคชันพารามิเตอร์ หลังจากนั้นใช้การพิจารณา

1. ค่า $\tau = 0$ และเงื่อนไขของรูทเฮอริวิสเพื่อหาสถานะสมดุลย์และเวียนไม่รู้จักหรือสถานะเสถียรเช่นเดียวกับกรณีที่ไม่ได้ใส่ค่าการหน่วงเวลา
2. เมื่อกำหนดค่า τ น้อยๆ โดยที่ $\tau < \tau_0$ เมื่อ $\tau_0 > 0$ และ $\tau \in [0, \tau_0)$ จะได้สถานะสมดุลย์ที่ต้องการ
3. เมื่อกำหนดค่า τ น้อยๆ โดยที่ $\tau = \tau_0$ เมื่อ $\tau_0 > 0$ และ $\tau \in [0, \tau_0)$ จะได้สถานะเวียนไม่รู้จักหรือสถานะเสถียร

ผลลัพธ์ที่ได้จะแสดงด้วยกราฟเพื่อให้ง่ายต่อการพิจารณาสถานะต่างๆ ซึ่งได้จากการคำนวณด้วยวิธีการทางการวิเคราะห์เชิงตัวเลขในเทคนิคที่ใช้สำหรับการแก้ปัญหาเพื่อระบบสมการเชิงอนุพันธ์ ด้วยวิธีรุงเงกุตตาอันดับที่ 4 ดังที่แสดงไว้ในบทถัดไป



บทที่ 4

ผลการดำเนินงาน

ในบทนี้จะอธิบายถึงผลลัพธ์ในกรณีต่างๆ ทำคำนวณได้จากในบทที่ 3 โดยที่แสดงเป็นกรณีๆ คือทั้งกรณีเสถียร และกรณีเวียนไม่รู้จัก พร้อมทั้งการพิจารณาการควบคุมความเข้มของแสงด้วยดังต่อไปนี้

1. กรณีที่ $L = 0.002$

ก. กรณีที่เป็น Limit Cycle มีค่าพารามิเตอร์

ดังนี้

$$v_s = 5.5, v_m = 1.0, v_d = 3.0, v_{dN} = 1.7, k_s = 0.7, k = 0.4, k_1 = 0.8, k_2 = 0.05, \\ K_m = 0.2, K_I = 0.8, K_d = 1.2, K_{dN} = 0.2, n = 4, L = 0.002, \tau = 0$$

จะได้จุดสมดุล

$$\text{คือ } (M, F_C, F_S, F_N) = (3.16032, 1.89301, 0.40514, 1.18785)$$

ข. กรณีที่เป็น Stable มีค่าพารามิเตอร์ดังนี้

$$v_s = 4.5, v_m = 0.5, v_d = 3.0, v_{dN} = 1.7, k_s = 0.7, k = 0.4, k_1 = 1.8, k_2 = 0.5, \\ K_m = 2.0, K_I = 0.8, K_d = 1.2, K_{dN} = 1.2, n = 4, L = 0.002, \tau = 0$$

จะได้จุดสมดุล

$$\text{คือ } (M, F_C, F_S, F_N) = (1.96913, 0.997289, 0.184038, 1.63128)$$

2. กรณีที่ $L = 1$

ก. กรณีที่เป็น Limit Cycle มีค่าพารามิเตอร์

ดังนี้

$$v_s = 4.0, v_m = 2.0, v_d = 4.0, v_{dN} = 2.2, k_s = 0.9, k = 0.6, k_1 = 0.7, k_2 = 0.25, \\ K_m = 0.3, K_I = 0.8, K_d = 1.4, k_{dN} = 0.4, n = 5, L = 1, \tau = 0$$

จะได้จุดสมดุลคือ

$$(M, F_C, F_S, F_N) = (3.79256, 2.87819, 1.06361, 1.31337)$$

ข. กรณีที่เป็น Stable มีค่าพารามิเตอร์

ดังนี้

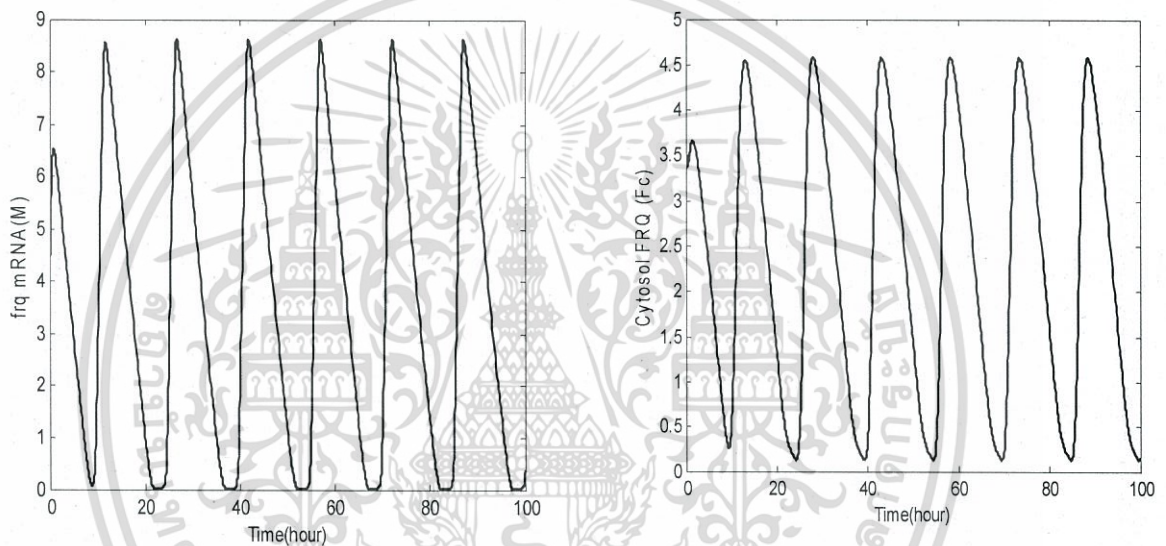
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$v_s = 4.0, v_m = 2.0, v_d = 4.0, v_{dN} = 2.2, k_s = 0.9, k = 0.6, k_1 = 1.7, k_2 = 1.25, \\ K_m = 0.3, K_I = 0.8, K_d = 1.4, K_{dN} = 0.4, n = 5, L = 1, \iota = 0$$

จะได้จุดสมดุลคือ

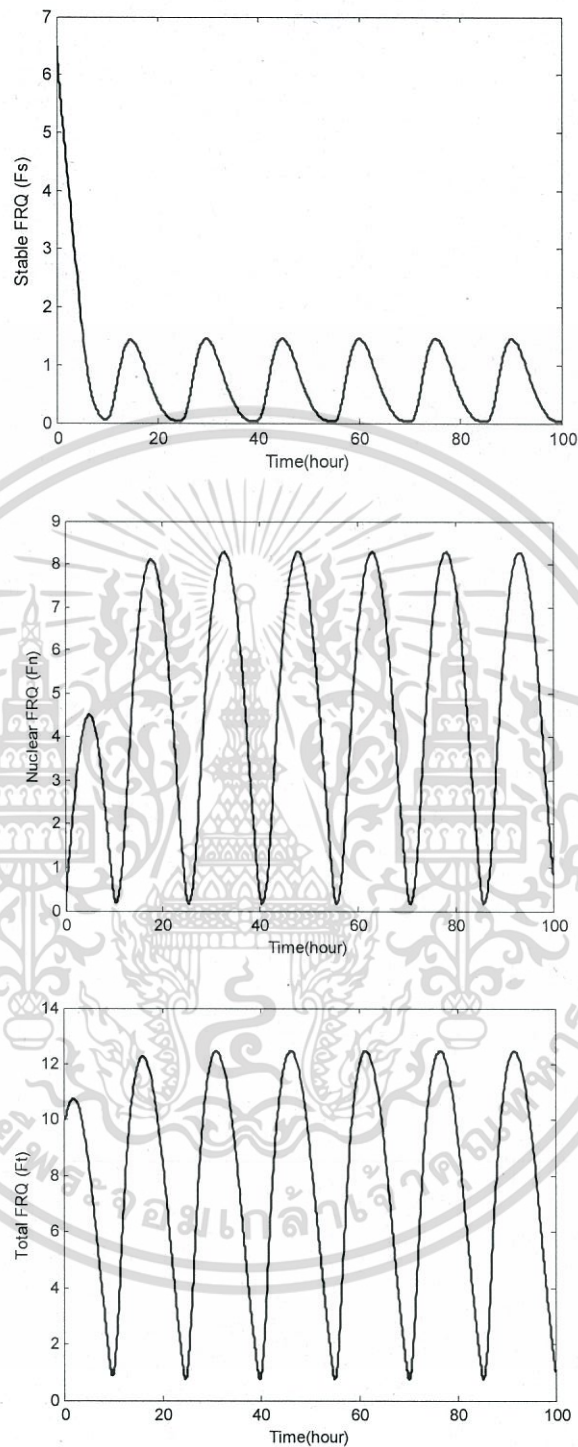
$$(M, F_C, F_S, F_N) = (2.91103, 1.71046, 0.483161, 1.05131)$$

ตรวจสอบค่าพารามิเตอร์ด้วยการวิเคราะห์เชิงตัวเลข แล้วนำผลลัพธ์ที่ได้ลงจุดต่างๆเป็นกราฟ ซึ่งแสดงถึงผลเฉลยได้ดังนี้



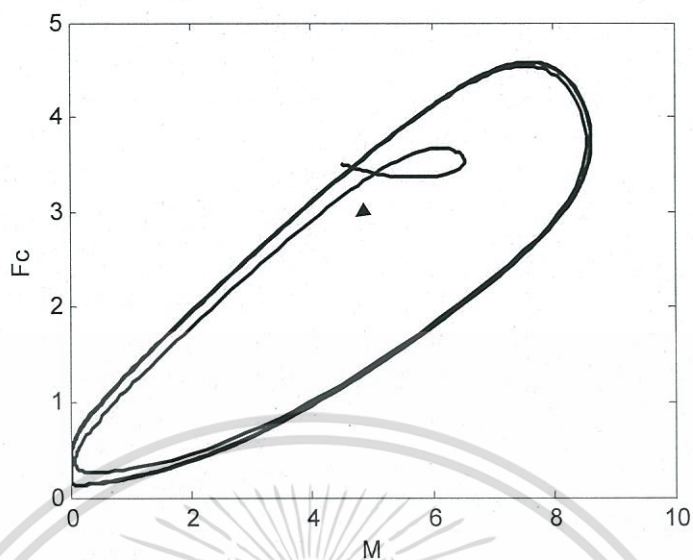
รูปที่ 4.1 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงของ M และ F_C ในช่วงเวลา 40 ชั่วโมง โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังนี้

$$v_s = 5.5, v_m = 1.0, v_d = 3.0, v_{dN} = 1.7, k_s = 0.7, k = 0.4, k_1 = 0.8, k_2 = 0.05, k_m = 0.2, K_I = 0.8, \\ K_d = 1.2, K_{dN} = 0.2, n = 4, L = 0.002, \tau = 0$$

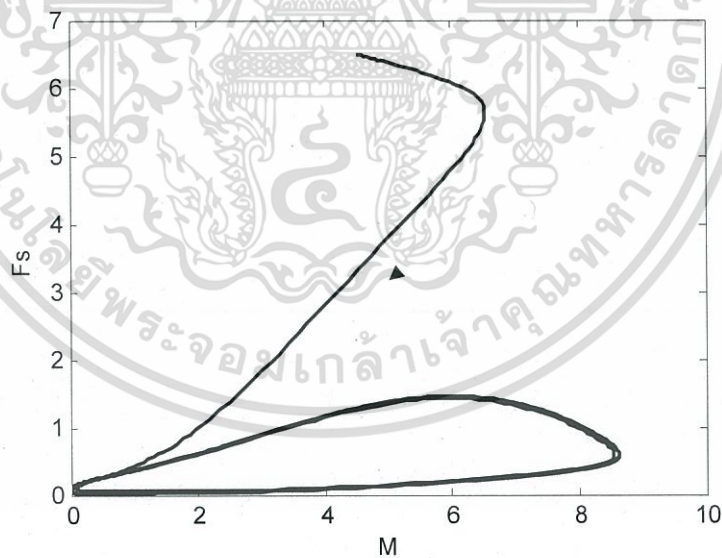


รูปที่ 4.2 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบสมการเชิงที่แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงของ F_S , F_N และ F_t ในช่วงเวลา 40 ชั่วโมงโดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

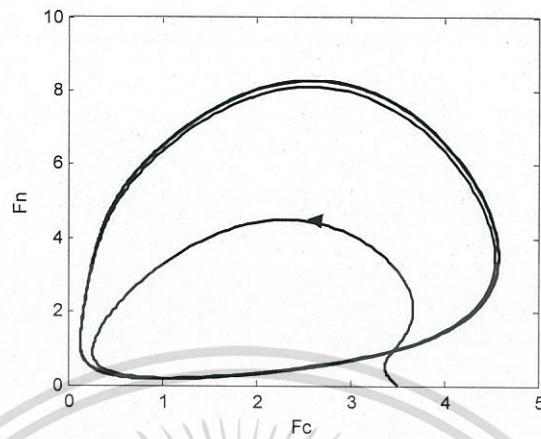


รูปที่ 4.3 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_c โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.4 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_s โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.1

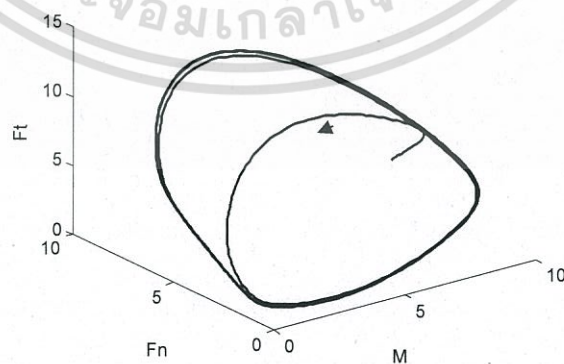
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.5 กราฟของผลเฉลยของ F_C และ F_N โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.1

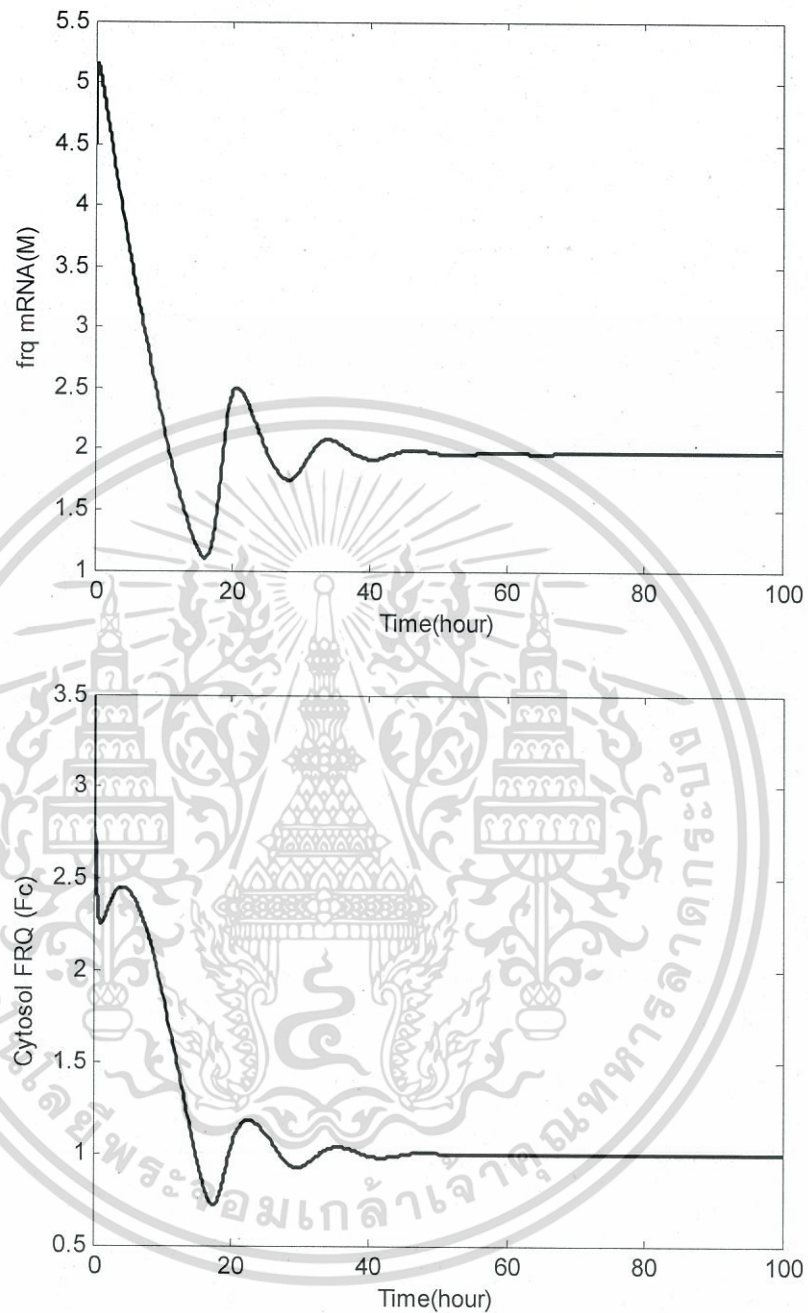


รูปที่ 4.6 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_N โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.1



รูปที่ 4.7 กราฟของผลเฉลย 3 มิติของ M F_N และ F , โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

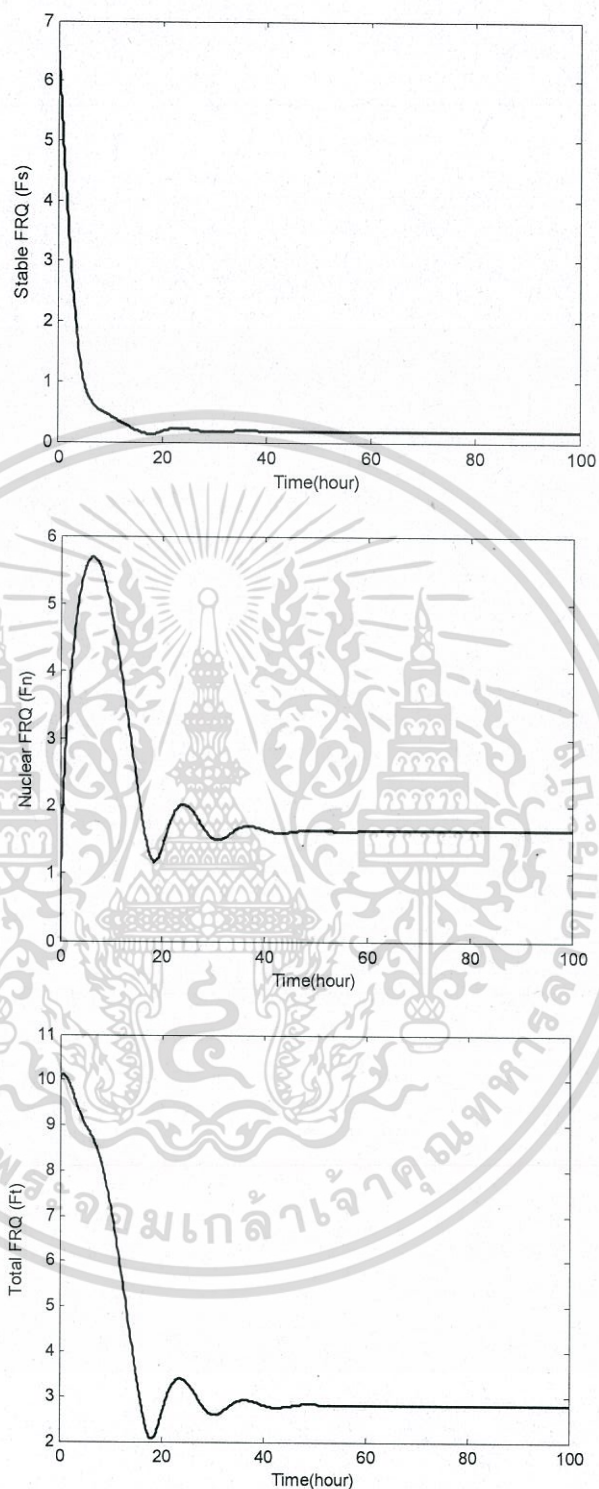


รูปที่ 4.8 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบสมการเชิงที่แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงของ M

และ F_C ในช่วงเวลา 100 ชั่วโมง โดยมีค่าพารามิเตอร์

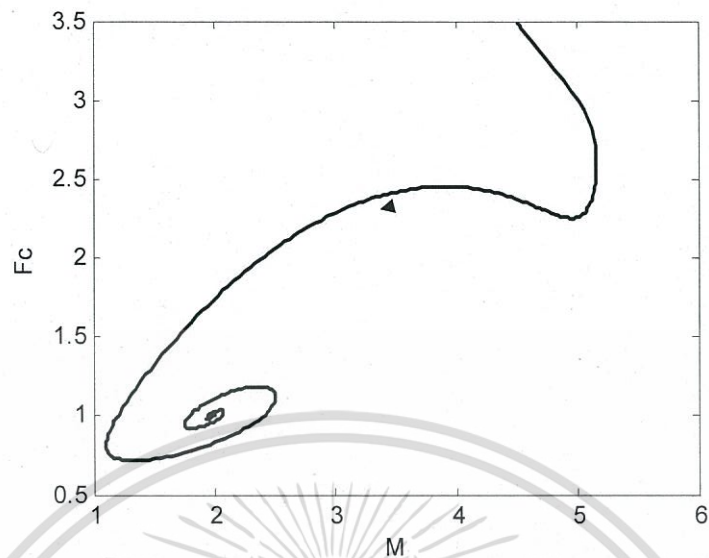
$$v_s = 4.5, v_m = 0.5, v_d = 3.0, v_{dN} = 1.7, k_s = 0.7, k = 0.4, k_1 = 1.8, k_2 = 0.5, k_m = 2.0, K_I = 0.8, \\ K_d = 1.2, K_{dN} = 1.2, n = 4, L = 0.002, \tau = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

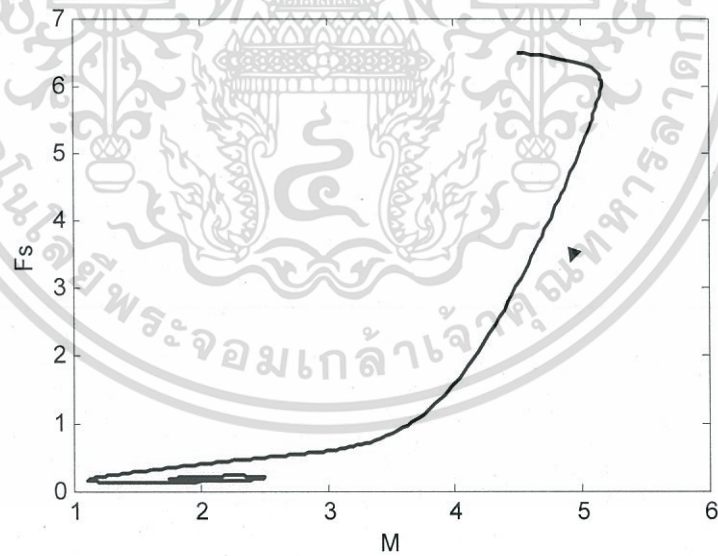


รูปที่ 4.9 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงของ F_S , F_N และ F_T ในช่วงเวลา 100 ชั่วโมง โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

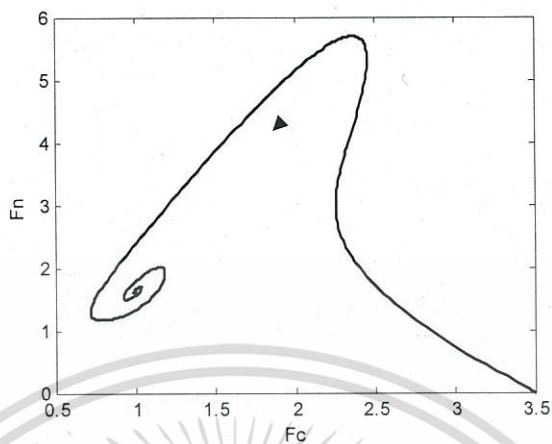


รูปที่ 4.10 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_c โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.8

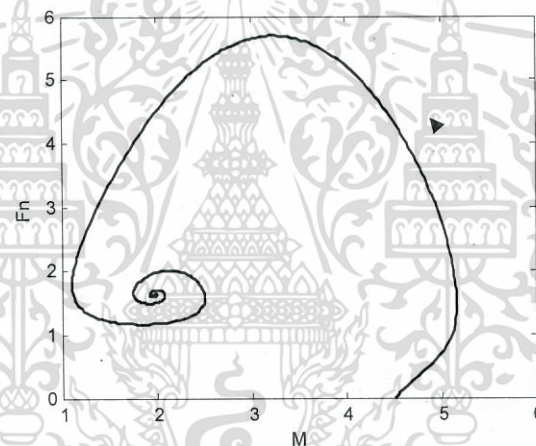


รูปที่ 4.11 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_s โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.8

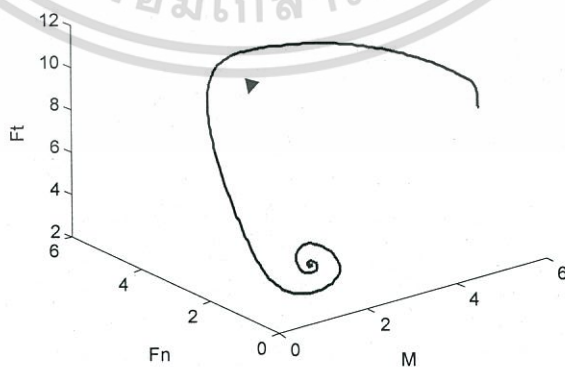
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.12 กราฟของผลเฉลยของ F_C และ F_N โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.8

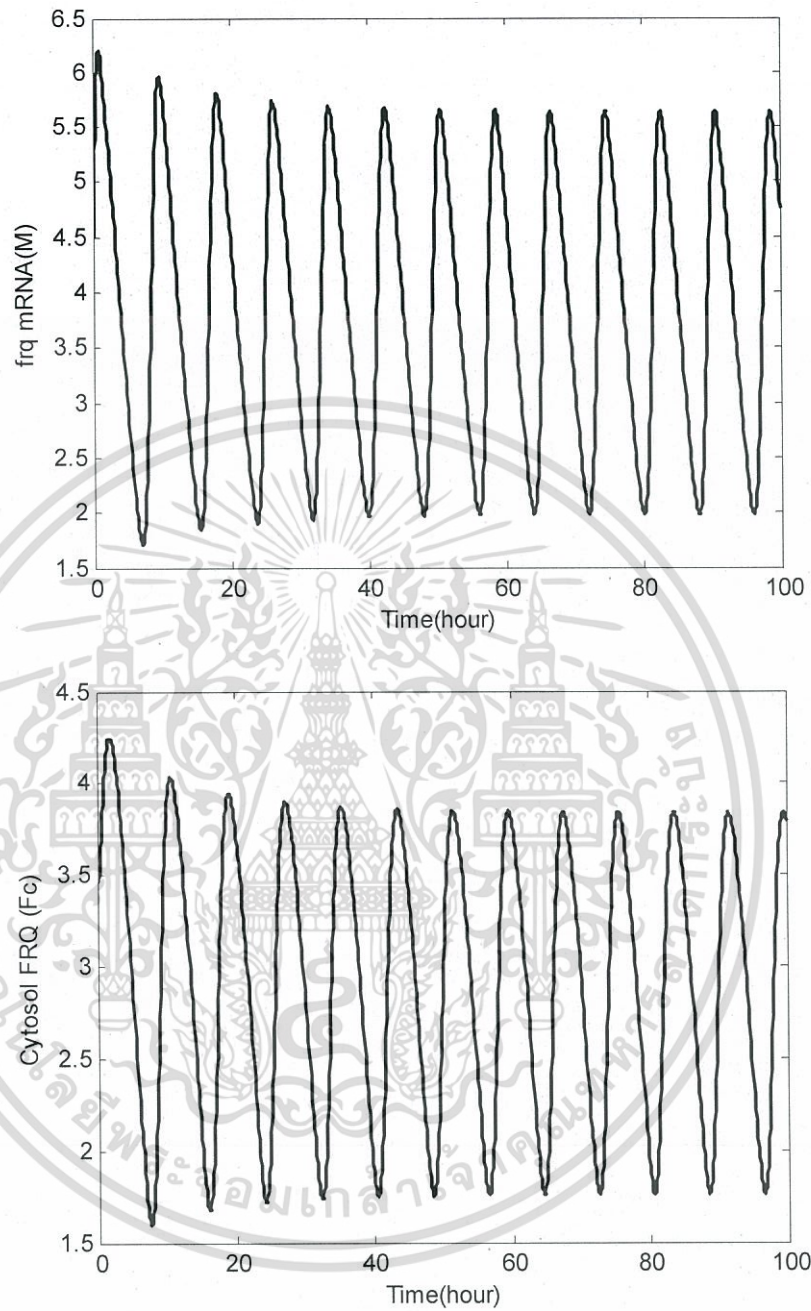


รูปที่ 4.13 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_N โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.8



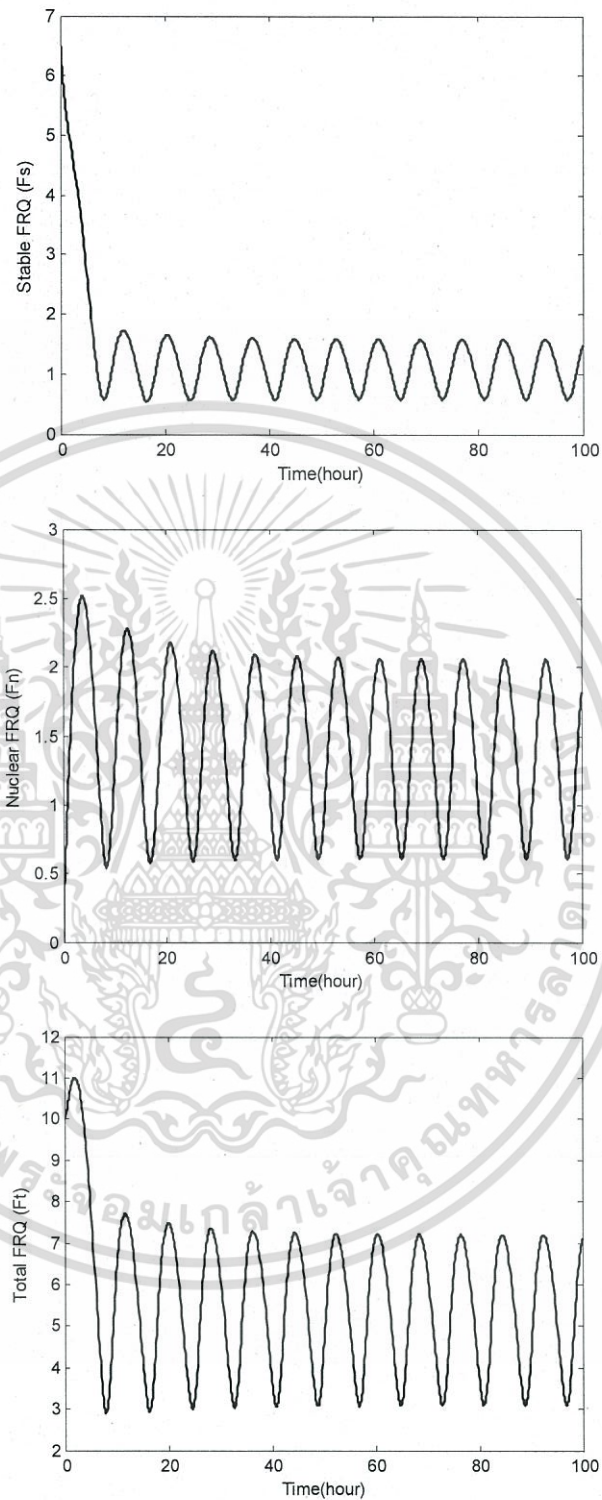
รูปที่ 4.14 กราฟของผลเฉลย 3 มิติของ M F_C และ F_t โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



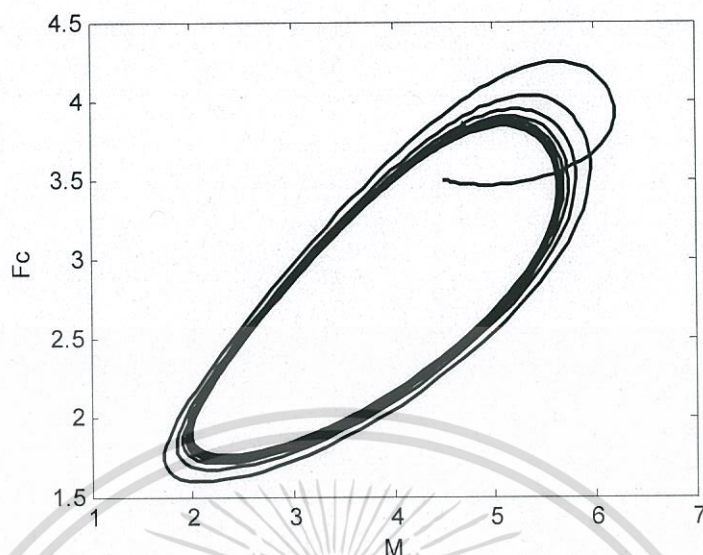
รูปที่ 4.15 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงของ M และ F_C ในช่วงเวลา 100 ชั่วโมง โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังนี้
 $v_s = 4.0, v_m = 2.0, v_d = 4.0, v_{dN} = 2.2, k_s = 0.9, k = 0.6, k_1 = 0.7, k_2 = 0.25, K_m = 0.3, K_l = 0.8,$
 $K_d = 1.4, K_{dN} = 0.4, n = 5, L = 1, \tau = 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

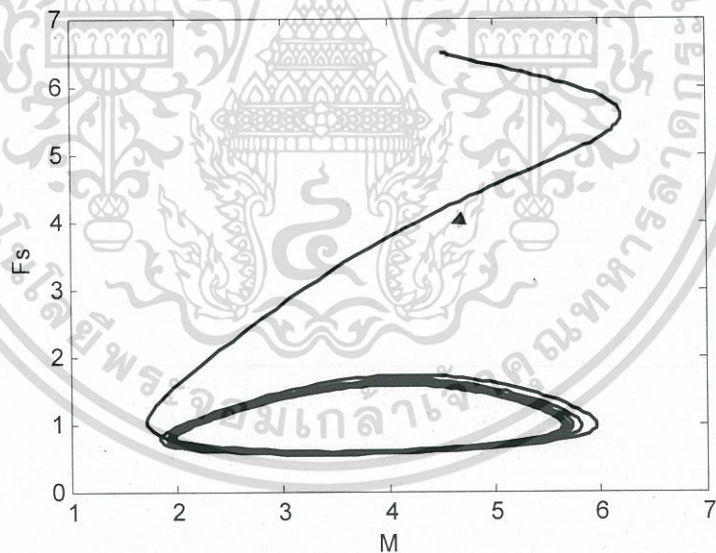


รูปที่ 4.16 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงของ F_S , F_N และ F_T ในช่วงเวลา 100 ชั่วโมง โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

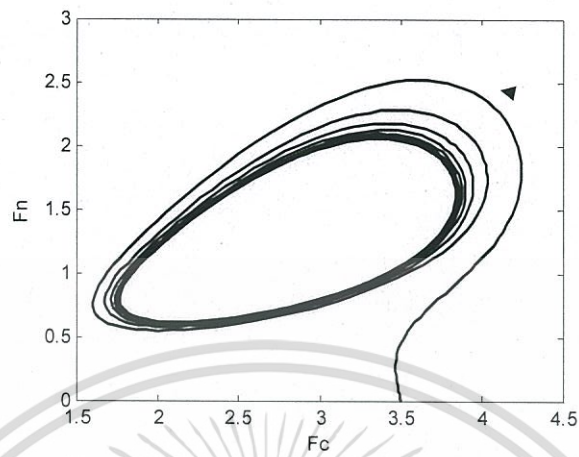


รูปที่ 4.17 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_c โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.15



รูปที่ 4.18 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_s โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

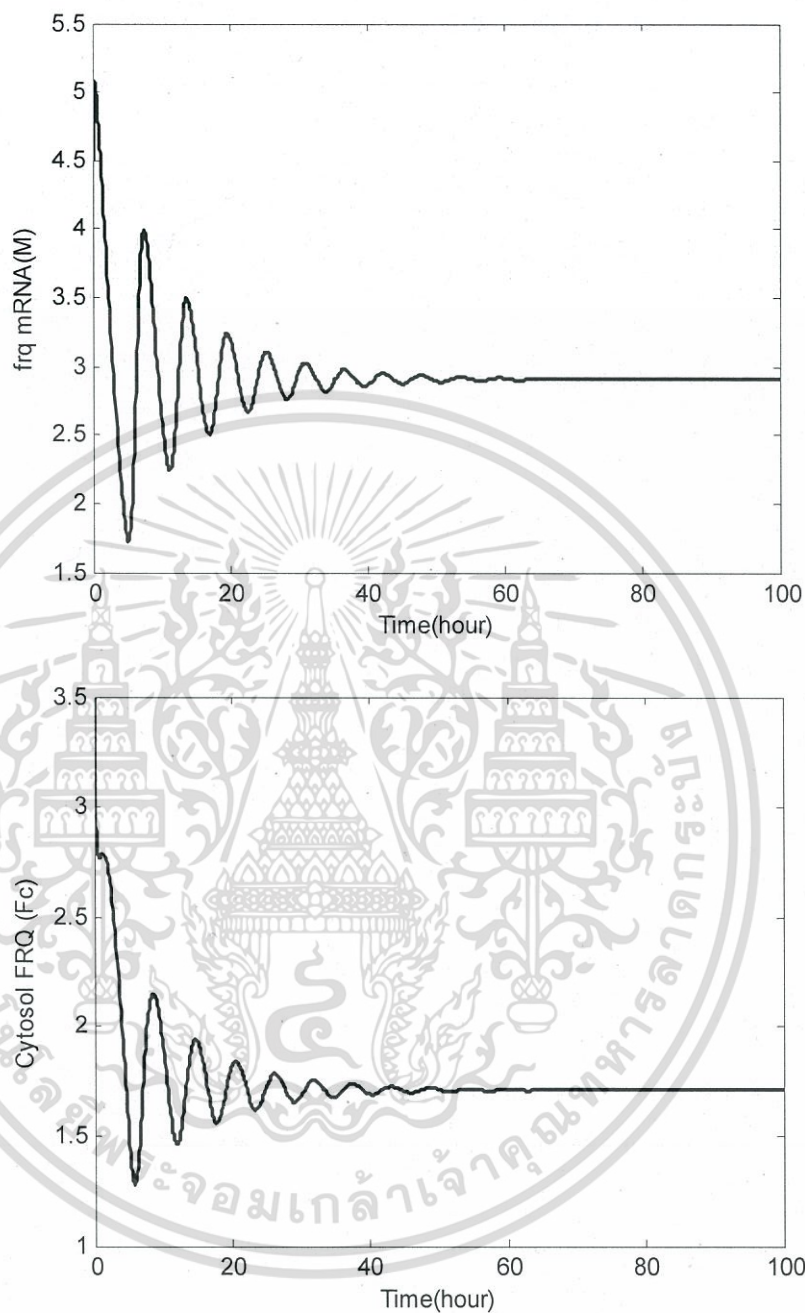


รูปที่ 4.19 กราฟของผลเฉลยของ F_C และ F_N โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.15



รูปที่ 4.20 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_N โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

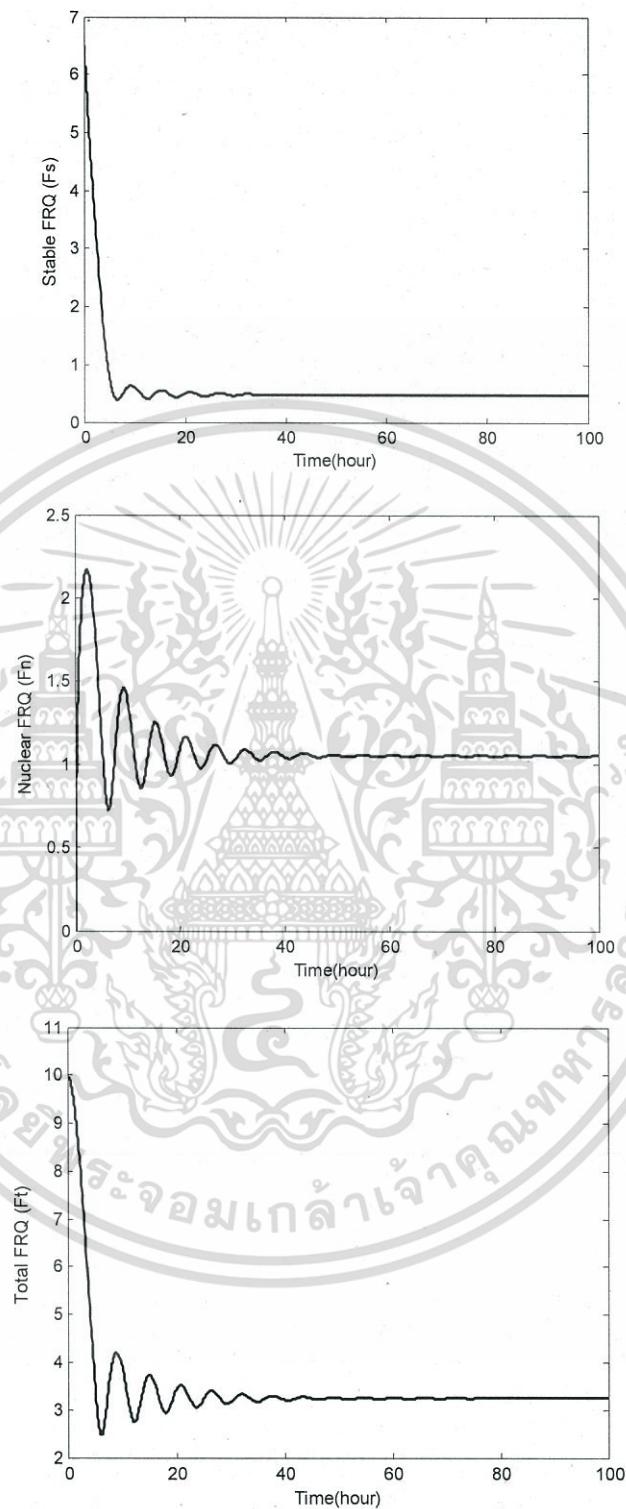


รูปที่ 4.22 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่แสดงให้เห็นถึงการ

เปลี่ยนแปลงของ M และ F_c ในช่วงเวลา 100 ชั่วโมง โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังนี้

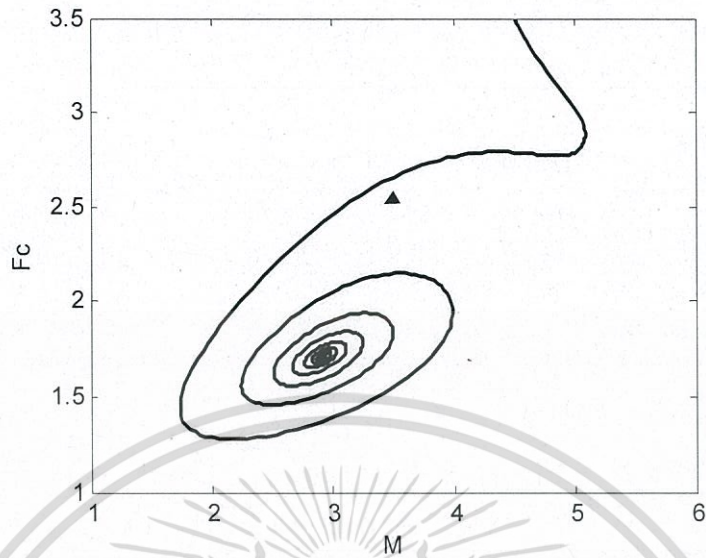
$$v_s = 4.0, v_m = 2.0, v_d = 4.0, v_{dN} = 2.2, k_s = 0.9, k = 0.6, k_1 = 1.7, k_2 = 1.25, K_m = 0.3, K_l = 0.8, K_d = 1.4, K_{dN} = 0.4, n = 5, L = 1, \tau = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

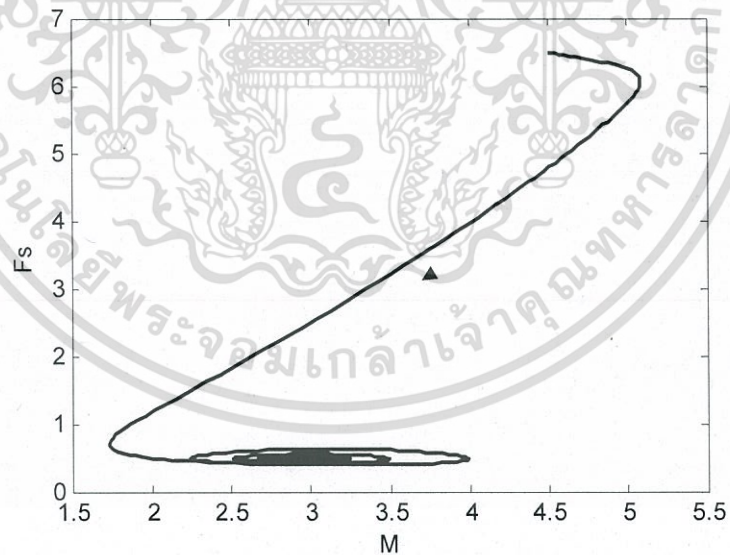


รูปที่ 4.23 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงของ F_s , F_n และ F_t ในช่วงเวลา 100 ชั่วโมงโดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.22

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

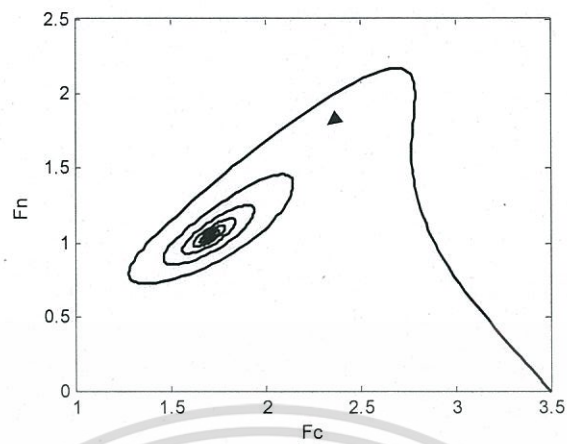


รูปที่ 4.24 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_c โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.22

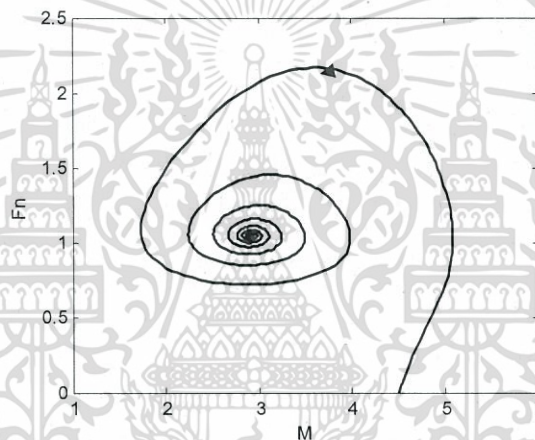


รูปที่ 4.25 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_s โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.22

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.26 กราฟของผลเฉลยของ F_C และ F_N โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.22



รูปที่ 4.27 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_N โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.22

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณีที $L = 400$

1. กรณีที่เป็น Limit Cycle มีค่าพารามิเตอร์

ดังนี้

$$v_s = 95.0, v_m = 470.0, v_d = 65.0, v_{dN} = 4.5, k_s = 5.0, k = 6.6, k_1 = 5.5, k_2 = 1.1, \\ K_m = 0.04, K_I = 0.6, K_d = 1.0, K_{dN} = 0.1, n = 4, L = 400, \tau = 2.05$$

จะได้จุดสมดุลคือ

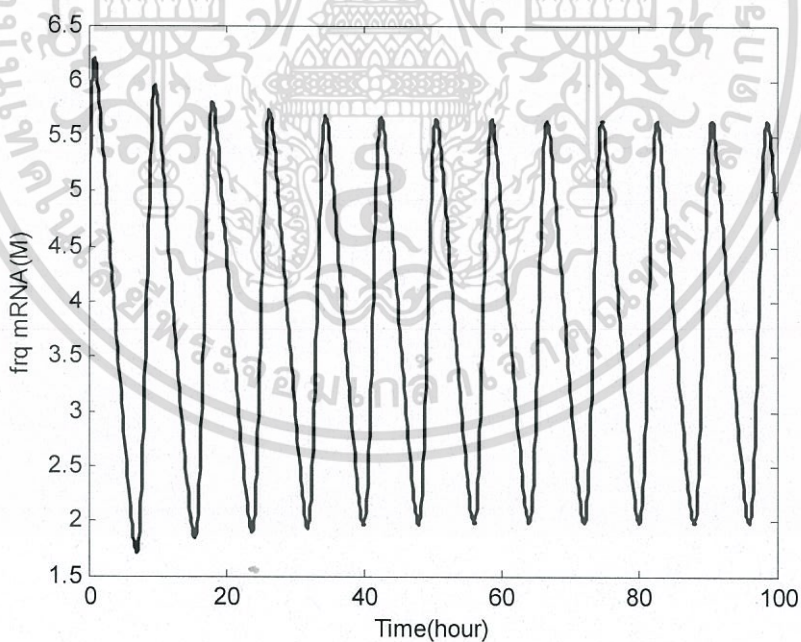
$$(M, F_C, F_S, F_N) = (1.80224, 0.792509, 0.0875122, 0.525576)$$

2. กรณีที่เป็น Stable มีค่าพารามิเตอร์ดังนี้

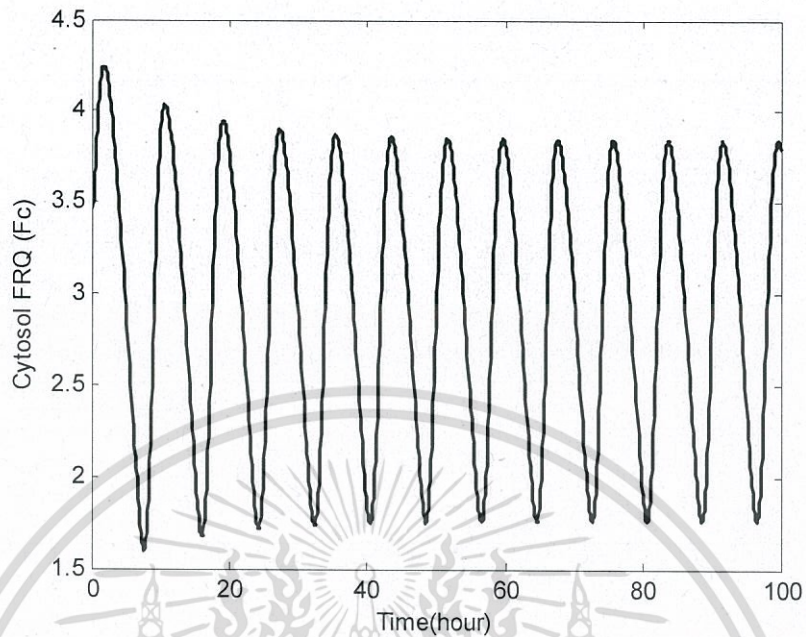
$$v_s = 95.0, v_m = 470.0, v_d = 35.0, v_{dN} = 1.5, k_s = 5.0, k = 6.6, k_1 = 1.5, k_2 = 0.1, \\ K_m = 0.04, K_I = 0.6, K_d = 1.0, K_{dN} = 0.1, n = 4, L = 400, \tau = 1.05 (\tau < \tau_0)$$

จะได้จุดสมดุลคือ

$$(M, F_C, F_S, F_N) = (1.41521, 0.880271, 0.199032, 0.541681)$$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

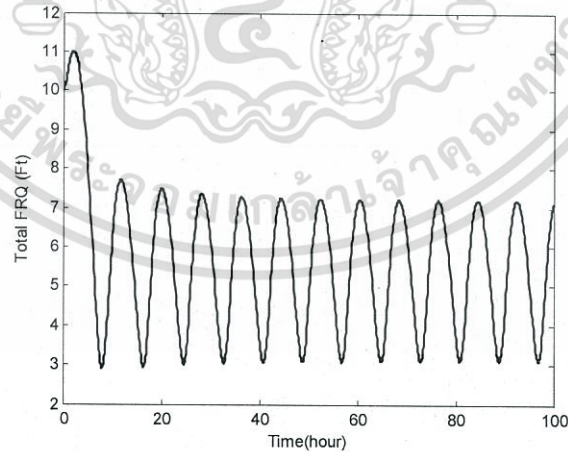
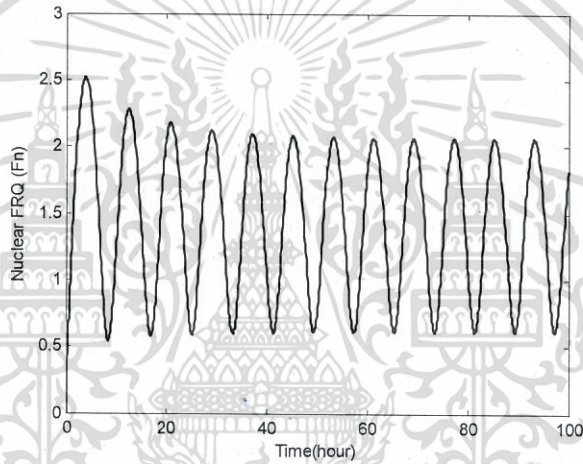
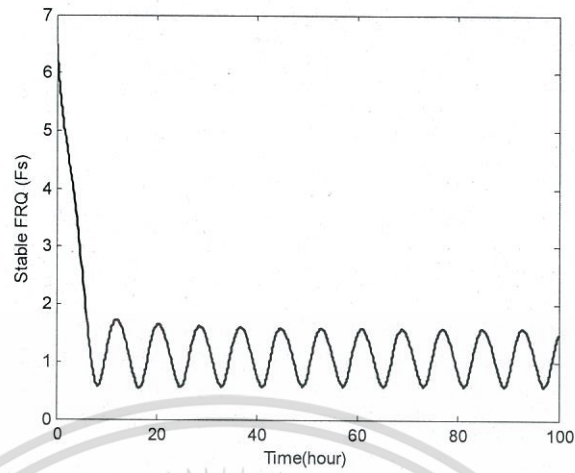


รูปที่ 4.29 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงของ M และ F_c ในช่วงเวลา 5 ชั่วโมง โดยมีค่าพารามิเตอร์

ดังนี้

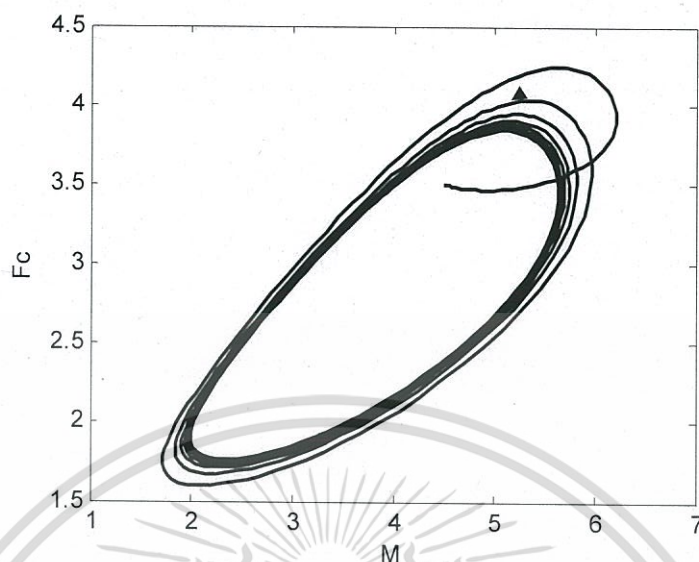
$$v_s = 95.0, v_m = 470.0, v_d = 65.0, v_{dN} = 4.5, k_s = 5.0, k = 6.6, k_1 = 5.5, k_2 = 1.1, K_m = 0.04, K_l = 0.6, K_d = 1.0, K_{dN} = 0.1, n = 4, L = 400, \tau = 2.05$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

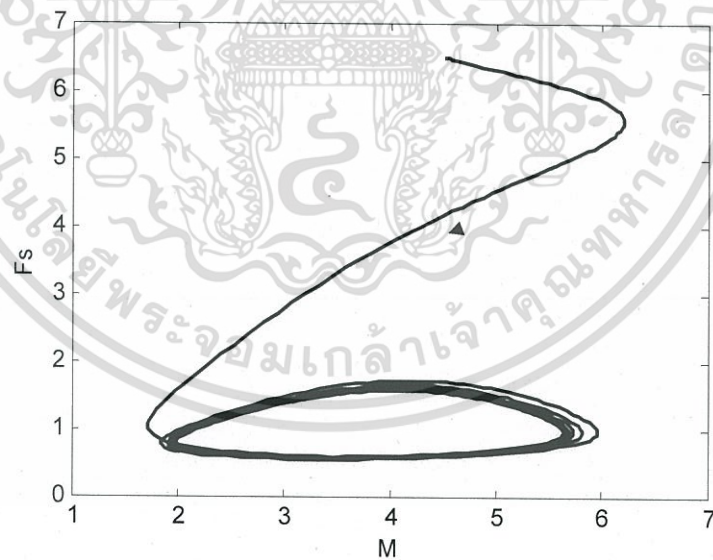


รูปที่ 4.30 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่ให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงของ F_S , F_N และ F_T ในช่วงเวลา 5 ชั่วโมง โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.29

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

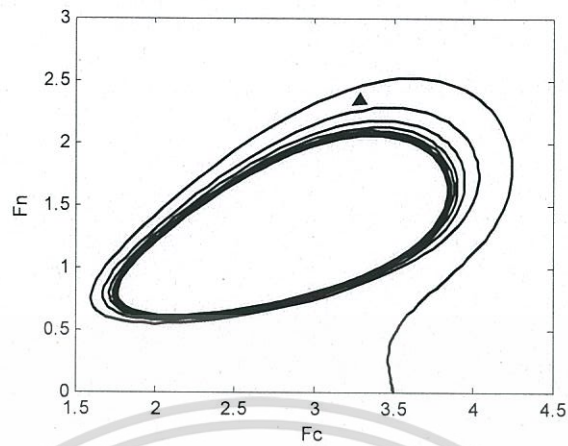


รูปที่ 4.31 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_c โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.29

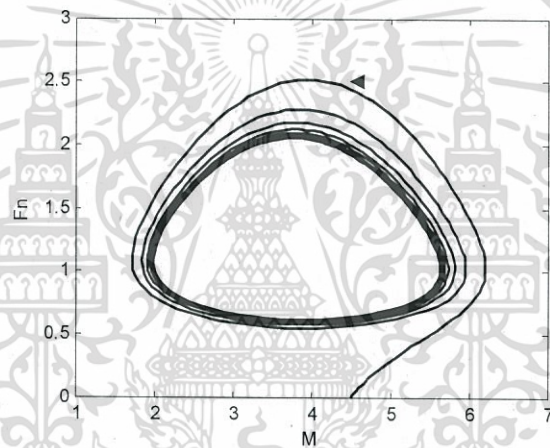


รูปที่ 4.32 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_s โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.29

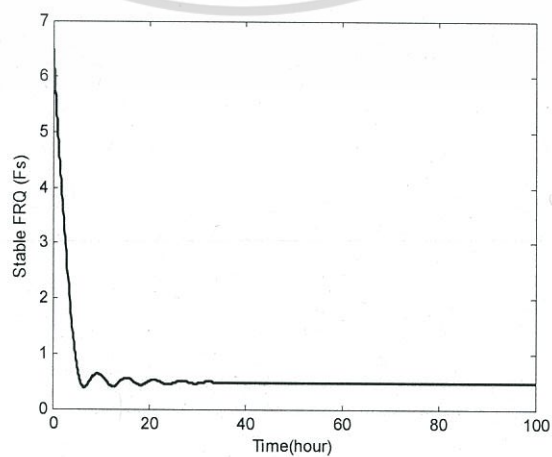
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



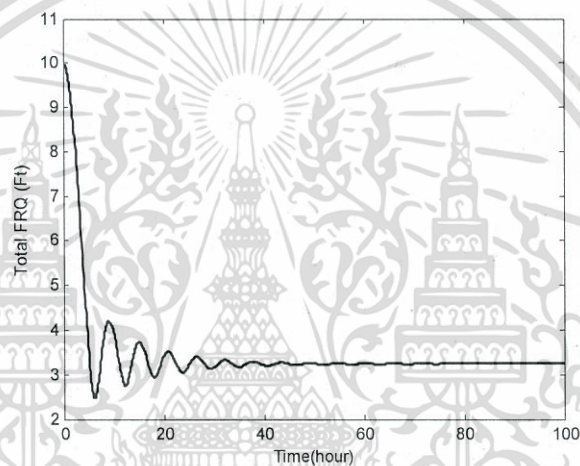
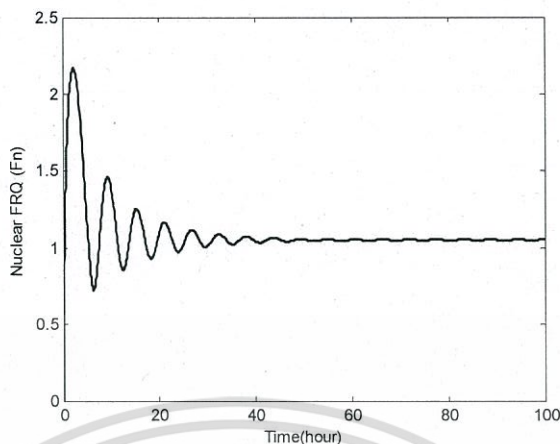
รูปที่ 4.33 กราฟของผลเฉลยของ F_C และ F_N โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.29



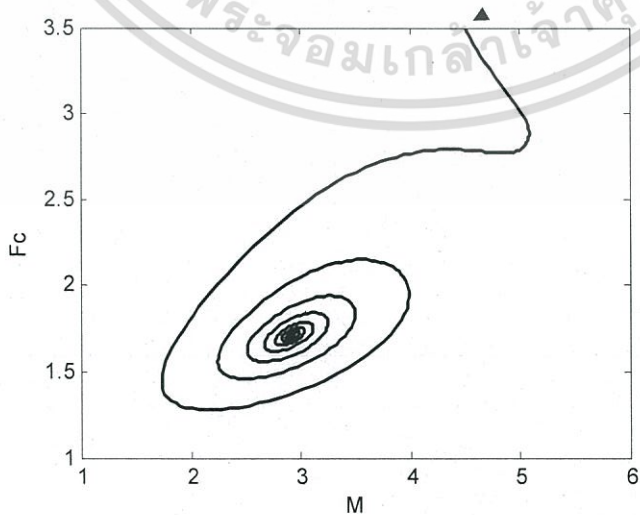
รูปที่ 4.34 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_N โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.29



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

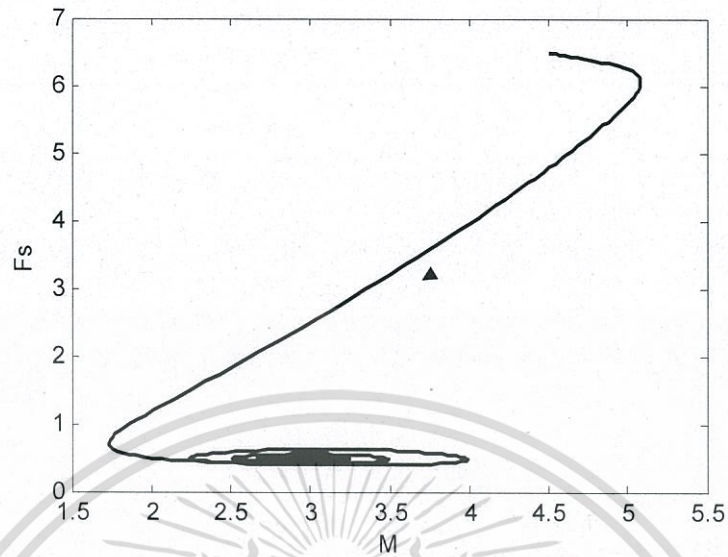


รูปที่ 4.23 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงของ F_s , F_N และ F_I ในช่วงเวลา 100 ชั่วโมง โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังนี้ $v_s = 95.0, v_m = 470.0, v_d = 35.0, v_{dN} = 1.5, k_s = 5.0, k = 6.6, k_1 = 1.5, k_2 = 0.1, K_m = 0.04, K_I = 0.6, K_d = 1.0, K_{dN} = 0.1, n = 4, L = 400, \tau = 1.05$ ($\tau < \tau_0$)

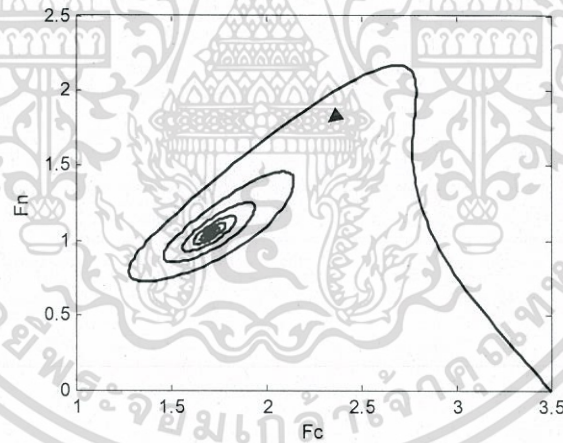


รูปที่ 4.24 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_C โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.22

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

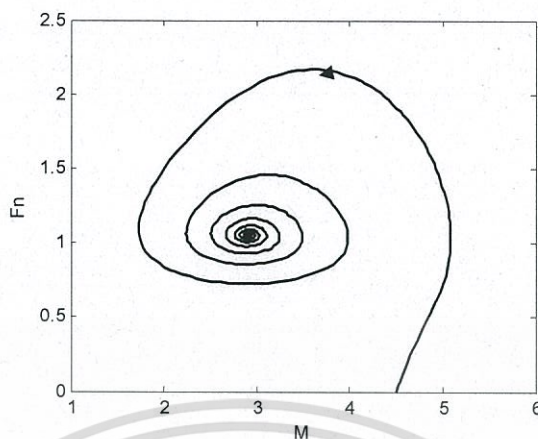


รูปที่ 4.25 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_s โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.22



รูปที่ 4.26 กราฟของผลเฉลยของ F_c และ F_n โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.22

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

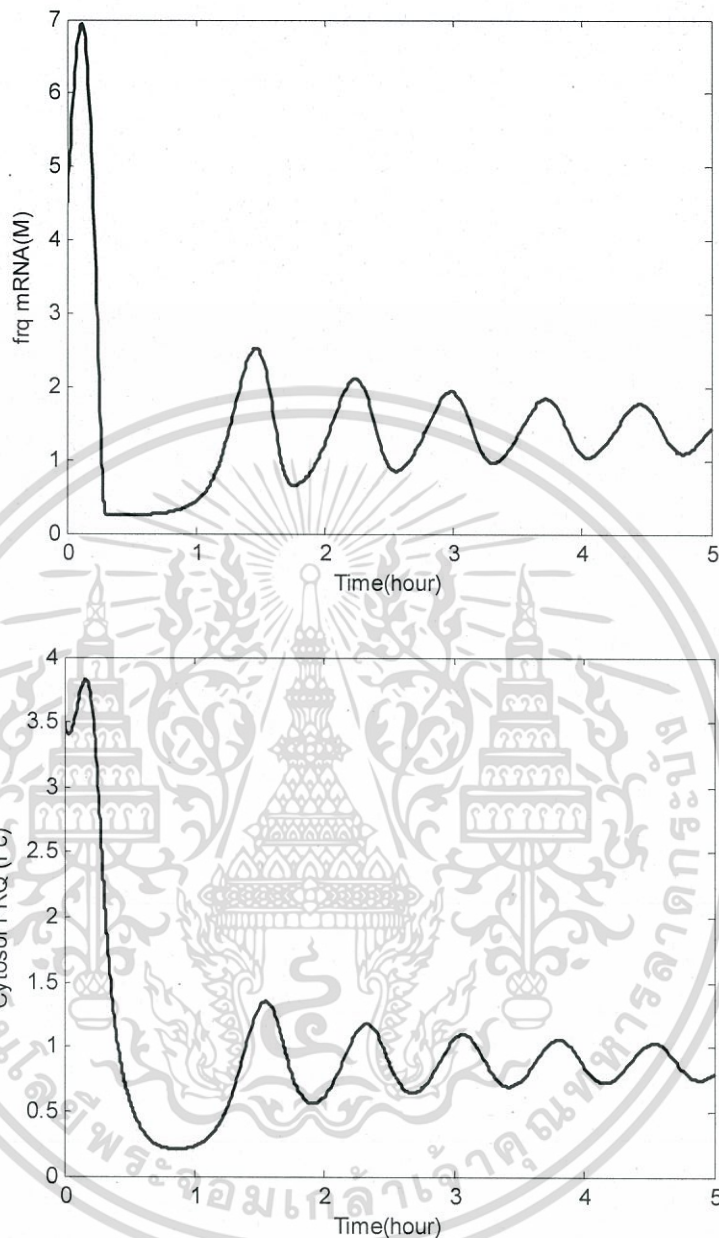


รูปที่ 4.27 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_N โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.22



รูปที่ 4.28 กราฟของผลเฉลย 3 มิติของ M , F_N และ F_I โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.22

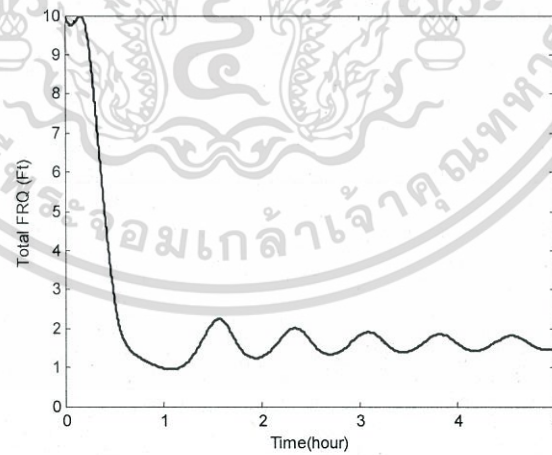
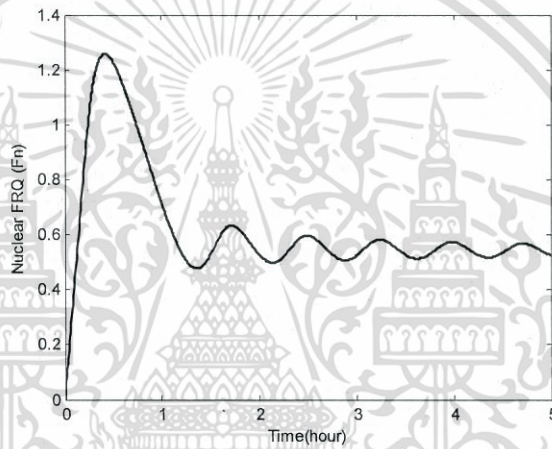
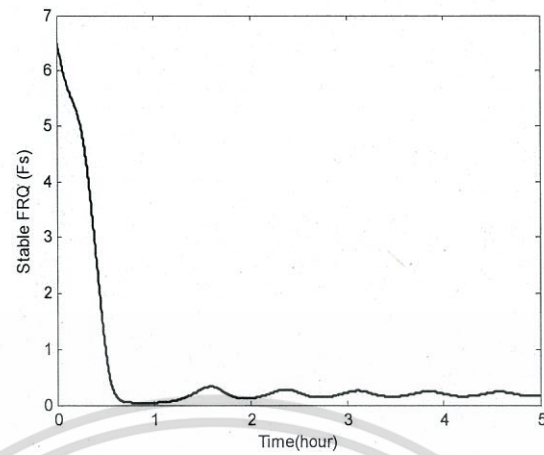
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.36 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงของ M และ F_C ในช่วงเวลา 5 ชั่วโมง โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังนี้

$$v_s = 95.0, v_m = 470.0, v_d = 35.0, v_{dN} = 1.5, k_s = 5.0, k = 6.6, k_1 = 1.5, k_2 = 0.1, K_m = 0.04, K_I = 0.6, K_d = 1.0, K_{dN} = 0.1, n = 4, L = 400, \tau = 0.75 (\tau < \tau_0)$$

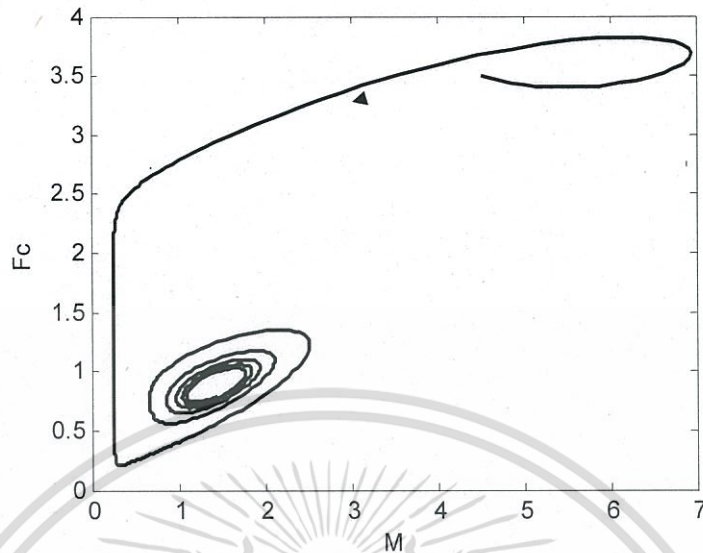
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



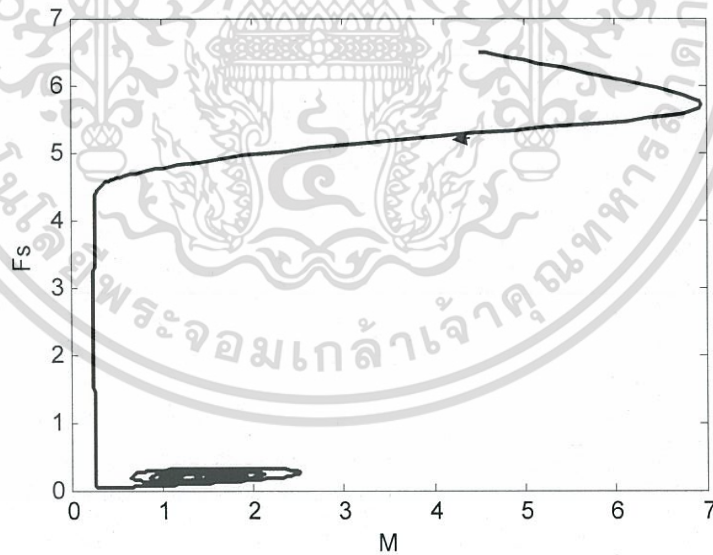
รูปที่ 4.37 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ที่แสดงให้เห็นถึงการเปลี่ยนแปลงของ F_S , F_N และ F_t ในช่วงเวลา 5 ชั่วโมง โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่

4.36

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

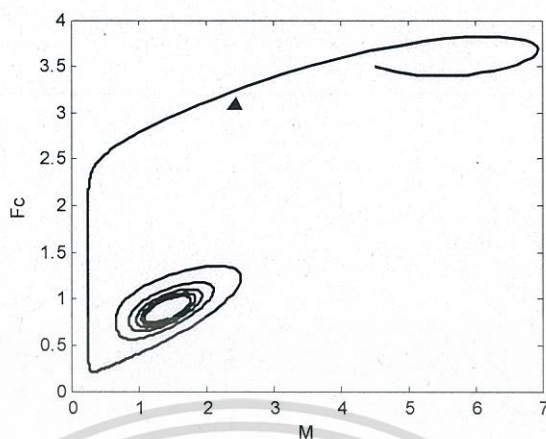


รูปที่ 4.38 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_c โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.36



รูปที่ 4.39 กราฟของผลเฉลยของ M และ F_s โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.36

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.40 กราฟของผลเฉลยของ F_C และ F_N โดยมีค่าพารามิเตอร์ดังรูปที่ 4.36

ในบทถัดไปคือบทที่ 5 จะเป็นการอธิบายถึงสรุปผลการทำวิจัยและข้อเสนอแนะ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุปผลการทำวิจัยและข้อเสนอแนะ

การนำความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่องแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการประยุกต์เกี่ยวกับการเกิดขึ้นของเชื้อราในวัสดุเพาะกล้ากับการหน่วงของเวลา ทำให้สามารถได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังสมการ 3.2.1 ถึง สมการ 3.2.4 และด้วยการใช้ทฤษฎีเกี่ยวกับระบบสมการเชิงอนุพันธ์ หลักการของรูทเฮอริวิตซ์ และการวิเคราะห์เชิงตัวเลขทำให้ได้ผลลัพธ์เป็นกรณีต่างๆ ที่แสดงในบทที่ 3 ในตอนท้ายเล่ม และผลลัพธ์เพื่อยืนยันได้แสดงไว้ทั้งหมดในบทที่ 4 แต่ในการทำวิจัยนี้ได้พิจารณาค่าของความเข้มของแสงดังต่อไปนี้เท่านั้น คือ แสงในตอนกลางวันที่มีพระจันทร์เต็มดวงในเขตเส้นศูนย์สูตร (1 Lux) และ แสง ณ เวลาที่พระอาทิตย์ขึ้นหรือพระอาทิตย์ตกในวันที่ท้องฟ้าปลอดโปร่ง (400 Lux) เท่านั้น

ข้อเสนอแนะ

1. การหาสถานะเสถียรของแบบจำลองระบบสมการนั้นค่อนข้างซับซ้อน ทั้งในกรณีที่เป็น Stable และ Limit Cycle เนื่องจากต้องทำการพิจารณาค่าพารามิเตอร์ที่เป็นไปตามสถานะดังกล่าว นอกจากนี้ยังมีทฤษฎีที่มารองรับไม่มากนัก ในที่นี้ใช้หลักการของรูทเฮอริวิตซ์ (Routh-Hurwitz) ควรค้นหาด้วยวิธีอื่นมาเปรียบเทียบทั้งกระบวนการและผลลัพธ์ที่ได้ด้วย

2. พิจารณากรณีที่แตกต่างของความเข้มของแสงอื่นๆ

เอกสารอ้างอิง

- [1] Aronson B.D., Johnson K.A., Loros J.J., Dunlap J.C., *Negative feedback defining a circadian clock: Autoregulation of the clock gene frequency*, Science 263 (1994) 1578–1584.
- [2] Crosthwaite S.K., Dunlap J.C., Loros J.J., *Neurospora wc-1 and wc-2: transcription, photoresponses, and the origins of circadian rhythmicity*, Science 276 (1997) 763–769.
- [3] Crosthwaite S.K., Loros J.J., Dunlap J.C., *Light-induced resetting of a circadian clock is mediated by a rapid increase in frequency transcript*, Cell 81 (1995) 1003–1012.
- [4] de Mairan J.J. Dortous, *Observation botanique*, Histoire de l'Académie Royale des Sciences (Paris) (1729) 35.
- [5] Didier G., Jean-Christophe L., Albert G., *“Theoretical model for circadian rhythms in Neurospora and Drosophila”*, C. R. Acad. Sci. Life Sciences 323 (2000) 57–67.
- [6] Drescher K., Cornelius G., Rensing L., *Phase response curves obtained by perturbing different variables of a 24 hr model oscillator based on translational control*, J. Theor. Biol. 94 (1982) 345–353.
- [7] Dunlap J.C., *Genetic and molecular analysis of circadian rhythms*, Annu. Rev. Genet. 30 (1996) 579–601.
- [8] Goldbeter A., *Biochemical Oscillations and Cellular Rhythms: The Molecular Bases of Periodic and Chaotic Behaviour*, Cambridge University Press, Cambridge, 1996 .
- [9] Goodwin B.C., *Oscillatory behavior in enzymatic control processes*, Adv. Enzyme Regul. 3 (1965) 425–438.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

[10] Otto P, “*Ordinary Differential Equations*”, Holden-Day, San Francisco, California, 1971.

[11] Robert M, “*Stability and Complexity in Model Ecosystems*”, New Jersey : Princeton University Press, 1973.

[12] กาญจนา คำนึ่งกิจ, “การวิเคราะห์เชิงตัวเลข พิมพ์ครั้งที่ 2”, แผนกตำราและสื่อการ
สอน คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร ลาดกระบัง, 2554
ISBN978-974-8308-88-3



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การเผยแพร่ได้กระทำได้ดังนี้

- การนำเสนอผลงานในรูปแบบ poster ที่การประชุมนานาชาติ “ The 5th KMITL-TKU International Joint Symposium on Mathematics and Applied Mathematics (MAM2016) ” ที่ประเทศไทย ระหว่างวันที่ 21-22 มีนาคม 2559
- การตีพิมพ์ผลงานใน *Proceedings of The 5th KMITL-TKU International Joint Symposium on Mathematics and Applied Mathematics (MAM2016), 2016, p106*



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้วิจัย

หัวหน้าโครงการวิจัย

- ชื่อ (ภาษาไทย) ผศ.ดร.กาญจนา คำนึ่งกิจ
(ภาษาอังกฤษ) Asst.Prof. Kanchana Kumnungkit
- ตำแหน่งปัจจุบัน ผู้ช่วยศาสตราจารย์

3. หน่วยงานที่สังกัดและที่ติดต่อได้

สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
E-mail: kanchana.ku@kmitl.ac.th

4. ประวัติการศึกษา

ระดับการศึกษา	วุฒิการศึกษา ที่ได้รับ	สาขาวิชา	ปีที่สำเร็จ การศึกษา	สถานศึกษา
ปริญญาเอก	ปร.ด.	คณิตศาสตร์	2548	ม. มหิดล
ปริญญาโท	วท.ม.	คณิตศาสตร์ ประยุกต์	2537	ม. มหิดล
ปริญญาตรี	วท.บ. (เกียรตินิยม อันดับ 2)	คณิตศาสตร์ ประยุกต์	2532	สถาบันเทคโนโลยีพระ จอมเกล้าเจ้าคุณทหาร ลาดกระบัง

5. ประสบการณ์ที่เกี่ยวกับงานวิจัยและงานวิจัยทั้งภายในและภายนอกประเทศ

- Detection of slow-fast limit cycles in a model for electrical activity in the pancreatic β -cell, IMA Journal of Mathematics Applied in Medicine & Biology(1996) 13, 1-21 โดยเป็นผู้ร่วมวิจัย
- The dynamic behaviors of RBC, EPO and Oxygen with time delay, proceedings of The 1st IMT-GT Regional Conference on Mathematics, Statistics and Their Application, 2005,183-190
- A Mathematical Model for Erythroid Regulation - WSEAS Transactions on Mathematics, 2006, 6, 5:701-705

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. Effect of Time Delay in a Physiological Process Containing Both a Positive and Negative Feedback Response, WSEAS Transactions on Mathematics, 2006, 9, 5: 1045 – 1052
5. Modeling of Platelet Production With Delay and Simulations of the Behaviours, RCMSA 06, proceedings of The 2nd IMT-GT Regional Conference on Mathematics, Statistics and Their Application, Volume II- Applied Mathematics ,2006, 213-218
6. A Closed Loop Replicated Virus Model With Effective Delay, KMITL SCIENCE Journal, Vol. 6 No.2a, May-Dec, 2006
7. Platelet Regulation Modeling with Delay And Its Simulations, Proceedings of the 16th IASTED International Conference APPLIED SIMULATION AND MODELLING, Aug 29-31, 2007, 414-418
8. Warunee Sarika, Yongwimon Lenbury, Kanchana Kumnungkit and Wannapa Kuphasuuang, Modelling Glucose-Insulin Feedback Signal Interchanges Involving β -Cells with Delays, Science Asia Vol 4 No.1, March 2008, 077-086
9. K. Kumnungkit and S. Suwannaut, Effective Neurospora Process Model on Light and FRQ Protein, Proceedings of the 6th IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics and its Applications (ICMSA2010), ISBN 978-983-41743-3-0, 3-4 Nov.2010,796-808
10. Kanchana Kumnungkit and Nipon Wongvisetsirikul, Neurospora Biorhythm Mathematical Model with Light-Dark Cycle, Proceedings of the 6th IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics and its Applications (ICMSA2010), ISBN 978-983-41743-3-0, 3-4 Nov.2010,809-821
11. Sarawut Suwannaut and Kanchana Kumnungkit, Analysis of Effective Neurospora Process Model, International Conference in Mathematics and Applications MAHIDOL University 2011,367-373
12. Tatiporn Pattranurakyothin and Kanchana Kumnungkit, Forecasting Model for Para Rubber's Export Sales, Proceeding of the Third KMITL-TKU Joint International Symposium on Mathematics and Applied Mathematics(MAM2012), 120-125

13. Kanchana Kumnungkit, Application of Flat Rate or Compound Rate Using, Proceedings of the International Journal of Arts and Sciences 7 (3), 2014
14. Kanchana Kumnungkit, Mathematical Model for *Neurospora* with Time delays, Proceedings of The 5th KMITL-TKU International Joint Symposium on Mathematics and Applied Mathematics (MAM2016), 2016, p106 (poster)
15. Kanchana Kumnungkit, Dynamical Chaos of differential equation mathematical model, Proceedings of The 5th KMITL-TKU International Joint Symposium on Mathematics and Applied Mathematics (MAM2016), 2016 ,p107 (poster)



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้