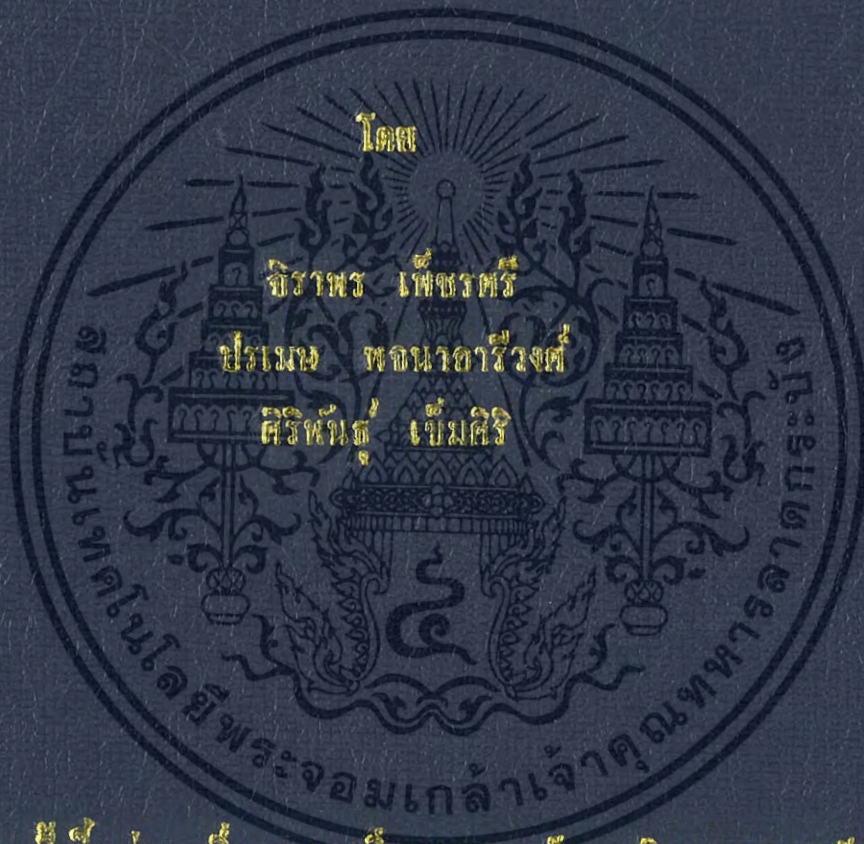


โปรแกรมช่วยสอนการแปลงลาปลาซและการประยุกต์

ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ต

COMPUTER ASSISTED INSTRUCTION IN LAPLACE TRANSFORM
AND ITS APPLICATIONS FOR THE INTERNET USERS



ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
มาศวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2542

โปรแกรมช่วยสอนการแปลงลาปลาซและการประยุกต์
ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ต

COMPUTER ASSISTED INSTRUCTION IN LAPLACE TRANSFORM
AND ITS APPLICATIONS FOR THE INTERNET USERS



พ. ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต
 45331
 2542

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
 คณะวิทยาศาสตร์

เลขที่.....
 เลขทะเบียน.....36131
 วัน, เดือน, ปี 1 1 ก.ค. 2543

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2542

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**COMPUTER ASSISTED INSTRUCTION IN LAPLACE TRANSFORM
AND ITS APPLICATIONS FOR THE INTERNET USERS**



JIRAPORN PETCHSRI

PORAMEST PHOTJANAAREEWONG

SIRIPHAN KHEMSIRI

**A SPECIAL PROJECT SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIRMENT FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCES
FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 1999**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	โปรแกรมช่วยสอนการแปลงลาปลาซและการประยุกต์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ต COMPUTER ASSISTED INSTRUCTION IN LAPLACE TRANSFORM AND ITS APPLICATIONS FOR THE INTERNET USERS	
ชื่อนักศึกษา	นางสาวจิราพร เพ็ชรศรี	39054105
	นายปรเมษ พจนอารีวงศ์	39054122
	นางสาวศิริพันธุ์ เข้มศิริ	39054143
ภาควิชา	คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์	
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์	
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์พัชรินทร์ เหมโชติ	

ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง อนุมัติให้นับปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์ ประจำปีการศึกษา 2542

	คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
ประธานกรรมการ	ผู้ช่วยศาสตราจารย์สุนทร สุชาติเวชภูมิ	
กรรมการ	อาจารย์กาญจนา คำนึ่งกิจ	
กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์พัชรินทร์ เหมโชติ	

(อาจารย์ไพโรบลย์ พันธรักษ์พงษ์)

หัวหน้าภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

ลิขสิทธิ์ของภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	โปรแกรมช่วยสอนการแปลงลาปลาซและการประยุกต์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ต	
ชื่อนักศึกษา	นางสาวจิราพร เพ็ชรศรี	39054105
	นายปรเมธ พจนอารีวงศ์	39054122
	นางสาวศิริพันธุ์ เข้มศิริ	39054143
ปริญญา	วิทยาศาสตร์บัณฑิต	
ภาควิชา	คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์	
สาขาวิชา	คณิตศาสตร์ประยุกต์	
ปีการศึกษา	2542	
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์พัชรินทร์ เหมโชติ	

บทคัดย่อ

ปัจจุบันเทคโนโลยีด้านการศึกษาก้าวหน้าอย่างรวดเร็ว มีสื่อการสอนที่ทันสมัยขึ้น พัฒนาการเรียนการสอนในห้องเรียนสู่ยุคแห่งการสื่อสารที่ไร้พรมแดน เกิดสื่อการสอนทางคอมพิวเตอร์หรือเรียกว่าคอมพิวเตอร์ช่วยสอนหรือซีเอไอ โดยโปรแกรมสื่อการสอนหรือซีเอไอจะประกอบไปด้วยเนื้อหาความรู้ในบทเรียนตามชื่อโปรแกรมนั้น ๆ ซึ่งปัจจุบันมีซีเอไอเกิดขึ้นมากมายหลายสาขาวิชา เช่น ซีเอไอทางคณิตศาสตร์ ทางฟิสิกส์ ทางเคมี เป็นต้น ในขณะที่เดียวกันอินเทอร์เน็ตซึ่งเป็นเครือข่ายคอมพิวเตอร์ที่ใหญ่ที่สุดในโลก เป็นแหล่งรวบรวมความรู้ที่ไม่มีขีดจำกัด กำลังเติบโตขึ้นเรื่อย ๆ โครงการพิเศษเรื่อง โปรแกรมช่วยสอนการแปลงลาปลาซและการประยุกต์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ตจึงเป็นโครงการที่มีวัตถุประสงค์ เพื่อรวบรวมความรู้เรื่องการแปลงลาปลาซและการประยุกต์โดยผ่านสื่ออินเทอร์เน็ต ซึ่งมีขั้นตอนในการพัฒนาโปรแกรม ดังนี้คือ ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับซีเอไอและการแปลงลาปลาซ ตลอดจนการประยุกต์การแปลงลาปลาซ ออกแบบและพัฒนาโปรแกรม โดยมีการใช้ภาษาเอชทีเอ็มแอลและจาวาสคริปต์ ซึ่งสามารถจัดการในส่วนแอปพลิเคชันและสามารถแสดงผลบนเวปเพจในอินเทอร์เน็ตได้ ผลจากการพัฒนาโปรแกรมจะได้ซีเอไอทางคณิตศาสตร์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ต ที่ประกอบไปด้วย เนื้อหาของการแปลงลาปลาซ การประยุกต์ใช้การแปลงลาปลาซในการแก้ปัญหาทางฟิสิกส์ มีการรวบรวมแบบฝึกหัดที่เกี่ยวข้อง ผู้ใช้สามารถใช้งานและทำความเข้าใจได้ง่าย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Special Project Title	Computer Assisted Instruction in Laplace Transform and its applications for the internet users	
Students	Miss.Jiraporn Petchsri	39054105
	Mr.Poramest Photjanaareewong	39054122
	Miss.Siriphan Khemsiri	39054143
Degree	Bachelor's Degree of Science	
Department	Mathematics and Computer Sciences, Faculty of Science	
Programme	Applied Mathematics	
Academic Year	1999	
Special Project Advisor	Assistant Professor Patcharin Hemchote	

ABSTRACT

Nowadays, technology of education advance rapidly. Having modernized educational aid which is developed from studying in class to boundless communication period and lead to creation computer educational aid called Computer Assisted Instruction or CAI. This program consists of the content of lesson followed by the name of that programs which have several subjects such as CAI in mathematical, physical, chemical, etc. In the same time, internet which is the largest network in the world. Gathers unlimited knowledge and still growing. So the project Computer Assisted in Laplace Transform and its applications for the internet users is the project that has the objective to collect the knowledge about Laplace Transform and its applications for the internet users. There are many processes to develop program which include study the involved theories designed and developed the program by using HTML and JAVA script which can manage in application part and can display on the web page on internet. The outcome of this project is having CAI in mathematical on internet network which consist of the content of Laplace Transform and its applications to solve physical problems collection of involved exercises which user can use and understand easily.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอญญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำปัญหาพิเศษเรื่องโปรแกรมช่วยสอนเรื่องการแปลงลาปลาซและการประยุกต์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ตฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณบุคคลต่าง ๆ เหล่านี้

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์พัชรินทร์ เหมโชติ ผู้ให้แนวทางในการทำปัญหาพิเศษ ตลอดจนให้คำปรึกษาเมื่อเกิดปัญหาต่าง ๆ ระหว่างการทำปัญหาพิเศษจนสามารถแก้ไขปัญหาลงได้ ทั้งยังช่วยวางแนวทางในการดำเนินงานและตรวจทานแก้ไขข้อบกพร่องที่เกิดขึ้นด้วยความเอาใจใส่อย่างยิ่ง

2. อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ทุกท่านที่ประสาทความรู้วิชาต่าง ๆ ในการทำปัญหาพิเศษนี้

3. บิดา มารดาที่ให้ความสนับสนุนทางด้านการศึกษาและกำลังใจ

4. เจ้าหน้าที่ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ทุกท่าน ที่สนับสนุนการใช้ห้องปฏิบัติการคอมพิวเตอร์ และให้ความสะดวกในการเบิกอุปกรณ์ต่าง ๆ ที่ใช้ในการทำปัญหาพิเศษ

5. เพื่อน ๆ ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ทุกคนที่ให้ความช่วยเหลือและเป็นกำลังใจในการทำปัญหาพิเศษ

คณะผู้จัดทำ

มีนาคม 2543

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VI
สารบัญรูป.....	VII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	1
1.3 สมมุติฐานของการศึกษา.....	1
1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการศึกษา.....	2
1.5 ขอบเขตการศึกษา.....	2
1.6 ขั้นตอนการศึกษา.....	2
บทที่ 2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง.....	3
2.1 ซีเอไอ.....	3
2.1.1 ประเภทบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน.....	5
2.1.2 ข้อได้เปรียบของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน.....	9
2.1.3 ข้อเสียเปรียบของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน.....	10
2.1.4 ส่วนประกอบบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน.....	10
2.1.5 ลักษณะโครงสร้างของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน.....	10
2.2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับอินเทอร์เน็ต.....	11
2.3 การแปลงลาปลาซ.....	34
2.3.1 ผลการแปลงลาปลาซ.....	34
2.3.2 การแปลงผกผัน.....	42
2.4 การประยุกต์การแปลงลาปลาซ.....	64

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.1	Volterra Integral Equation.....	70
2.4.2	Integrodifferential Equation.....	71
2.4.3	Dirac Delta Function.....	73
2.4.4	ระบบสมการเชิงอนุพันธ์.....	75
2.4.5	Single Spring.....	77
2.4.5	Coupled Springs.....	82
2.4.6	Networks.....	85
บทที่ 3	การวิจัยและการดำเนินงาน.....	88
บทที่ 4	ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	107
บทที่ 5	การวิจารณ์หรืออภิปรายผล.....	109
บทที่ 6	สรุปผลการศึกษาและข้อเสนอแนะ.....	110
บรรณานุกรม	112

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ส่วนประกอบของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน.....	4
2.2 รูปแบบโปรแกรมบทเรียนเพื่อการสอน.....	6
2.3 รูปแบบโปรแกรมบทเรียนเพื่อการฝึกหัด.....	6
2.4 รูปแบบโปรแกรมบทเรียนสถานการณ์จำลอง.....	7
2.5 รูปแบบโปรแกรมบทเรียนเกมส์เพื่อการสอน.....	8
3.1 แสดงหน้าจอหลักเมื่อเข้าสู่โปรแกรม.....	95
3.2 แสดงหน้าจอของบทคัดย่อ.....	96
3.3 แสดงหน้าจอเพื่อเลือกหัวข้อที่ต้องการ.....	97
3.4 แสดงหน้าจอแรกของความรู้พื้นฐานการแปลงลาปลาซ.....	98
3.5 แสดงหน้าจอหลักของแบบฝึกหัดการแปลงลาปลาซและการประยุกต์.....	99
3.6 แสดงหน้าจอกระดาษคำตอบส่วนบน.....	100
3.7 แสดงหน้าจอกระดาษคำตอบส่วนล่าง.....	101
3.8 แสดงหน้าจอรายงานผลการทดสอบ.....	102
3.9 แสดงหน้าจอเฉลยแบบฝึกหัด.....	103
3.10 แสดงหน้าจอแบบทดสอบ.....	104
3.11 แสดงหน้าจอสมุดเยี่ยมชม.....	105
3.12 แสดงหน้าจอผู้จัดทำ.....	106

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและที่มาของปัญหาพิเศษ

สมการเชิงอนุพันธ์ในวิชาคณิตศาสตร์ สามารถนำไปใช้ในทางวิทยาศาสตร์ได้หลายสาขา และสามารถประยุกต์ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ซึ่งวิธีการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ให้มีความรวดเร็วและง่ายขึ้นนั้นสามารถใช้วิธีการแปลงลาปลาซ นักเรียน นักศึกษา รวมทั้งผู้สนใจที่ต้องการมีความเข้าใจเนื้อหาเรื่องนี้เพิ่มเติม สามารถศึกษาถึงเนื้อหาตลอดจนใช้เทคนิคต่าง ๆ ในการแก้สมการเชิงอนุพันธ์โดยใช้ตัวอย่างของแบบฝึกหัดในรูปแบบของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เนื่องจากในปัจจุบันคอมพิวเตอร์มีบทบาทมากขึ้นในด้านการศึกษา ผู้จัดทำจึงต้องการพัฒนาสื่อการสอนเนื้อหาเรื่องการแปลงลาปลาซ โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อเสริมสร้างความเข้าใจ และเพื่อให้มีสื่อการสอนที่มีคุณภาพและมีประสิทธิภาพ ให้แก่ผู้ที่ต้องการศึกษาเรื่องการแปลงลาปลาซด้วยตนเอง

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. ให้ผู้ใช้สื่อการสอนนี้มีความเข้าใจถึงเนื้อหาวิธีการแปลงลาปลาซ เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาสมการเชิงอนุพันธ์ได้ด้วยตนเอง
2. สามารถใช้การประยุกต์การแปลงลาปลาซในการแก้ปัญหาทางฟิสิกส์ได้ โดยผ่านโปรแกรมการสอน
3. ใช้เป็นสื่อการสอนวิธีการแปลงลาปลาซที่สามารถใช้งานได้ง่าย ผู้ใช้สามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเองบนสื่ออินเทอร์เน็ต

1.3 สมมุติฐานของการศึกษา

สื่อการสอนนี้ผู้ใช้สามารถศึกษาได้ด้วยตนเองบนสื่ออินเทอร์เน็ต โดยการจัดเรียงเนื้อหาจะเริ่มจากง่ายไปหายาก กล่าวคือ จะเริ่มจากความรู้พื้นฐานของการแปลงลาปลาซ การแปลงผกผันไปจนถึงการประยุกต์การใช้การแปลงลาปลาซในการแก้ปัญหาทางฟิสิกส์ที่มีความยากขึ้น ซึ่งสื่อการสอนโดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์จะสามารถดึงดูดผู้เรียนให้สนใจในบทเรียน สามารถเข้าใจและใช้งานได้ง่าย เนื่องจากสื่อการสอนนี้ไม่มีความสลับซับซ้อน สามารถเข้าใจได้ด้วยตนเอง

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการศึกษา

ในส่วนของเนื้อหาประกอบไปด้วย เรื่องการแปลงลาปลาซ การแปลงลาปลาซผกผัน การประยุกต์การแปลงลาปลาซเพื่อแก้สมการในรูปแบบต่าง ๆ และการประยุกต์ใช้การแปลง ลาปลาซ เพื่อแก้ปัญหาในทางฟิสิกส์ อันได้แก่ การประยุกต์ทางไฟฟ้า สปริง โดยใช้ภาษา เอชทีเอ็มแอล และจาวาสคริปต์เพื่อนำเสนอสื่อการสอนนี้ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ตต่อไป

1.5 ขอบเขตการศึกษา

ขอบเขตของสื่อการสอนจะเน้นเนื้อหาเรื่องการแปลงลาปลาซการแปลงผกผัน การแก้ปัญหาสมการเชิงอนุพันธ์โดยใช้วิธีการแปลงลาปลาซ นำความรู้เรื่องการแปลงลาปลาซเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับวงจรไฟฟ้าและสปริงในทางฟิสิกส์ เพื่อให้ผู้สนใจในเรื่องนี้มีความเข้าใจ มากยิ่งขึ้น

1.6 ขั้นตอนการศึกษา

1. ศึกษาเนื้อหาและรายละเอียดของวิธีการแปลงลาปลาซ
2. ศึกษาเนื้อหาและรายละเอียดเกี่ยวกับการประยุกต์ของการแปลงลาปลาซ ในสาขาวิชาอื่น ๆ
3. จัดทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบของเนื้อหาทั้งหมด
4. ศึกษาวิธีเขียน โปรแกรมด้วยภาษาเอชทีเอ็มแอลและจาวาสคริปต์
5. ออกแบบหน้าจอบนอินเทอร์เน็ต
6. ทำการเขียน โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้เป็นสื่อการสอน
7. ทำการทดสอบและแก้ไขข้อผิดพลาดในโปรแกรม
8. รวบรวมข้อมูลและจัดทำเอกสารประกอบการทำปัญหาพิเศษ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 CAI (Computer Assisted Instruction)

ประวัติความเป็นมาของคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

วิวัฒนาการของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเป็นมีลำดับดังนี้

ปี ค.ศ. 1950 ศูนย์วิจัยของ IBM ได้ริเริ่มนำบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเพื่อใช้กับงานวิจัยด้านจิตวิทยา นับว่าเป็นการบุกเบิกด้านนี้เป็นแห่งแรก

ต่อมาปี ค.ศ. 1958 มหาวิทยาลัย Florida ได้พัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเพื่อใช้ทบทวนวิชาฟิสิกส์และสถิติ ในปีเดียวกันกับมหาวิทยาลัย Standford ได้นำคอมพิวเตอร์มาช่วยสอนวิชาภาษาอังกฤษและคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษา

ปี ค.ศ. 1960 มหาวิทยาลัย Illinois ได้จัดทำบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนในสาขาวิชาจิตวิทยาการศึกษา และด้านวิศวกรรมศาสตร์โดยตั้งชื่อว่า PLATO CAI (Programmed Learning For Automated Teaching Operation : CAI)

ปี ค.ศ. 1963 มีการสัมมนาให้บุคคลทั่วไปได้รับรู้เกี่ยวกับบทเรียน CAI และขยายวงกว้างขึ้น ต่อมาเมื่อคอมพิวเตอร์แพร่หลายมากขึ้น ได้มีการส่งเสริมพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมากขึ้น ในปี ค.ศ. 1967 มีบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนจำหน่ายมากกว่า 15,000 เรื่อง

ในปี ค.ศ. 1970 บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ได้เริ่มแพร่หลายในทวีปยุโรปองค์การ French National Experiment in Educational Computing ของฝรั่งเศส ได้เริ่มพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับผู้สอนในระดับมัธยมศึกษาพร้อม ๆ กับประเทศอังกฤษได้ริเริ่มโครงการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนมากกว่า 35 โครงการ

ปี ค.ศ. 1971 มหาวิทยาลัย Brigam Young ร่วมกับมหาวิทยาลัย Texas ได้พัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสำหรับมินิคอมพิวเตอร์ (Mini computer) โดยผสมผสานคอมพิวเตอร์กับโทรทัศน์เพื่อช่วยสอนวิชาภาษาอังกฤษและคณิตศาสตร์ ตั้งชื่อว่า TICCIT : Time Shared interactive Controlled Information Television

ต่อมาญี่ปุ่นได้พัฒนาบทเรียน CAI จนสามารถใช้กับไมโครคอมพิวเตอร์และได้มีการเผยแพร่ทั่วไปใช้เป็นบทเรียนช่วยสอน ตั้งแต่ระดับประถมศึกษา

พัฒนาการของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน กับเครื่องคอมพิวเตอร์ขนาดใหญ่ นับตั้งแต่ต้นมา จะประสบความสำเร็จในระดับหนึ่งเท่านั้น ต่อมาเมื่อไมโครคอมพิวเตอร์เริ่มเข้ามามีบทบาทใน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

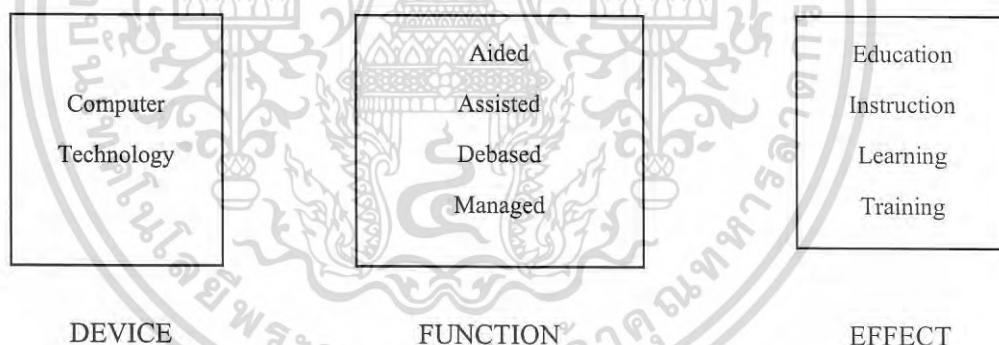
สถานศึกษามากขึ้น จึงมีการใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนกันอย่างจริงจังเช่น มหาวิทยาลัย Osaka ในประเทศญี่ปุ่น เป็นต้น

ปัจจุบันบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนได้มีบทบาทสำคัญต่อการสอนทั้งในห้องเรียน และการฝึกอบรมในสถานประกอบการ โดยเฉพาะเทคโนโลยีคอมพิวเตอร์ในปัจจุบันสามารถประยุกต์ใช้งานได้ทั้งภาพ เสียง และการโต้ตอบ ในลักษณะสื่อประสม (Multi Media) ทำให้แนวโน้มของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ได้แสดงบทบาทในการประยุกต์ใช้งานได้อย่างเต็มที่

ความหมายของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

Computer Assisted Instruction : CAI เป็นคำศัพท์เดิมที่นิยมใช้ในสหรัฐอเมริกา มีความหมายว่า การสอนโดยใช้คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องช่วยสอน แต่ปัจจุบันมีผู้นิยมใช้ คำว่า CBT (Computer Based Teaching หรือ Computer Based Training) มากกว่า ความหมายก็คือ การสอนหรือการฝึกอบรมโดยใช้คอมพิวเตอร์เป็นหลัก

นอกจากนี้ยังมีคำอื่น ๆ ที่กำหนดขึ้นมาอีก ซึ่งโดยส่วนใหญ่แล้วจะประกอบด้วย 3 ส่วนผสมกัน ได้แก่ เครื่องมือ (Device) หน้าที่ (function) และผลที่เกิด (Effect) ซึ่งสรุปได้ดังนี้



รูปที่ 2.1 ส่วนประกอบของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ความหมายของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน จึงตรงกับคำต่อไปนี้

Computer Assisted Instruction หรือ Computer Aided instruction : CAI

Computer Based Education : CBE

Computer Managed Instruction : CMI

Computer Managed Learning : CML

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับประเทศไทยนั้นจะคุ้นเคยกับคำว่า CAI มากกว่าคำอื่น ๆ ส่วนภาษาไทยนั้น จะใช้คำว่าบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน บทเรียนช่วยสอนด้วยคอมพิวเตอร์ บทเรียน โปรแกรมคอมพิวเตอร์ บทเรียนสำเร็จรูปด้วยคอมพิวเตอร์หรืออื่นๆ

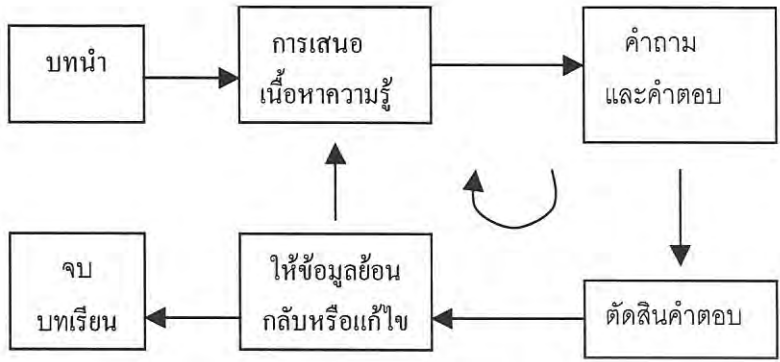
ความหมายของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน คือ บทเรียนสำเร็จรูปที่นำเสนอเนื้อหาสื่อ กิจกรรม การตรวจปรับการประเมินผล และกระบวนการเกี่ยวกับการเรียนรู้อื่นๆด้วยคอมพิวเตอร์

2.1.1 ประเภทบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

คอมพิวเตอร์เป็นสื่อการสอนที่เป็นเทคโนโลยีระดับสูง เมื่อมีการนำคอมพิวเตอร์มาใช้เป็นคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนั้นจะทำให้การเรียนการสอนมีการโต้ตอบกันได้ในระหว่างผู้เรียนกับเครื่องคอมพิวเตอร์ เช่นเดียวกับ การเรียน การสอนระหว่างครูกับนักเรียนที่อยู่ในห้องตามปกติ นอกจากนี้คอมพิวเตอร์ยังมีความสามารถในการตอบสนองต่อข้อมูลที่ผู้เรียนป้อนเข้าไปได้ในทันที ซึ่งเป็นการช่วยเสริมแรงให้แก่ผู้เรียน ดังนั้นในขณะนี้จึงมีการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนกันอย่างกว้างขวางและแพร่หลาย เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้จากโปรแกรมบทเรียนเพื่อการสอนในรูปแบบต่าง ๆ กัน ซึ่งการสร้างโปรแกรมบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน นั้นได้อาศัยแนวความคิดจากทฤษฎีการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้ากับการตอบสนอง โดยการออกแบบโปรแกรมจะเริ่มต้นจากการให้สิ่งเร้าแก่ผู้เรียน ประเมินการตอบสนองของผู้เรียน ให้ข้อมูลย้อนกลับเพื่อการเสริมแรงและให้ผู้เรียนเลือกสิ่งเร้าลำดับต่อไป การใช้บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสามารถจำแนกรูปแบบต่างๆ ได้ดังนี้

1. การใช้คอมพิวเตอร์เพื่อการสอน (Tutorial Instruction)

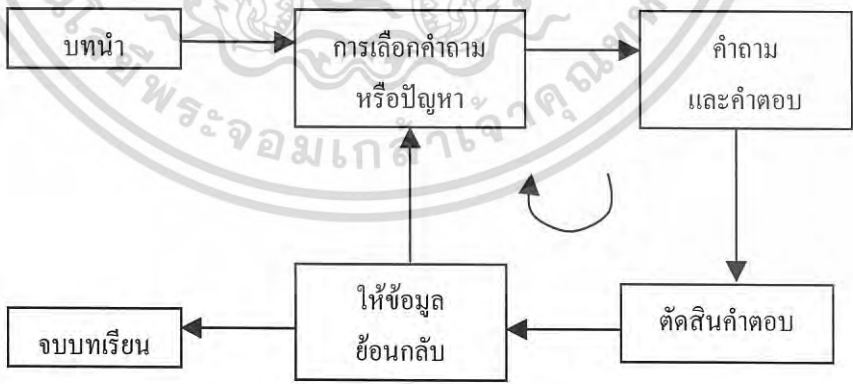
บทเรียนในแบบการสอนนี้ จะเป็น โปรแกรมซึ่งสอนเนื้อหาความรู้แก่ผู้เรียนในรูปแบบของเรื่องราว ข้อความ ภาพ เสียง หรือในทุกรูปแบบรวมกัน แล้วให้ผู้เรียนตอบคำถาม และให้ตัดสินใจเองว่า จะยังคงทบทวนความรู้ที่เสนอในบทนั้นอีกหรือจะเรียนในบทใหม่ต่อไป บทเรียนในการสอนแบบนี้นับว่าเป็นบทเรียนขั้นพื้นฐานของการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอน โดยสามารถใช้สอนได้ในแทบทุกสาขาวิชานับตั้งแต่ด้านมนุษยศาสตร์ไปจนถึงวิทยาศาสตร์ และเป็นบทเรียนที่เหมาะสมในการเสนอเนื้อหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับข้อเท็จจริง เพื่อการเรียนรู้ทางด้านกฎเกณฑ์หรือทางด้านวิธีการแก้ปัญหาต่างๆ



รูปที่ 2.2 รูปแบบโปรแกรมบทเรียนเพื่อการสอน

2. การใช้คอมพิวเตอร์เพื่อการฝึกหัด (Drills)

บทเรียนในการฝึกหัดจะเป็นโปรแกรมที่ไม่มีการเสนอเนื้อหาความรู้แก่ผู้เรียนก่อนแต่จะมีการให้คำถามหรือปัญหาที่ได้คัดเลือกมาจากการสุ่มหรืออย่างเฉพาะเจาะจง โดยการเสนอคำถามหรือปัญหานั้นซ้ำแล้ว ซ้ำเล่า เพื่อให้ผู้เรียนตอบ แล้วคอมพิวเตอร์ก็จะให้คำตอบที่ถูกต้อง เพื่อการตรวจสอบยืนยันหรือแก้ไข พร้อมกับให้คำถามหรือปัญหาต่อไปอีก จนกว่าผู้เรียนจะสามารถตอบคำถามหรือแก้ปัญหานั้นจนถึงระดับที่น่าพอใจ ดังนั้น ในการใช้คอมพิวเตอร์เพื่อการฝึกหัดนี้ผู้เรียนจึงจำเป็นต้องมีความคิดรวบยอด และมีความรู้ความเข้าใจในเรื่องราวและกฎเกณฑ์เกี่ยวกับเรื่องนั้น ๆ เป็นอย่างดีมาก่อนแล้วจึงสามารถตอบคำถามหรือแก้ปัญหานั้นได้

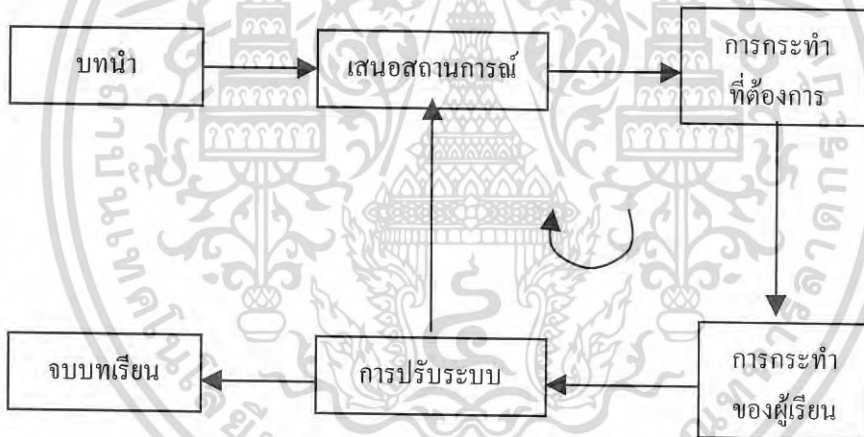


รูปที่ 2.3 รูปแบบโปรแกรมบทเรียนการฝึกหัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. การใช้คอมพิวเตอร์ในสถานการณ์จำลอง (Simulation) ในการสร้างโปรแกรมบทเรียนที่เป็นสถานการณ์จำลอง เพื่อการใช้ในการเรียนการสอน

ซึ่งจำลองความเป็นจริงโดยตัดรายละเอียดต่าง ๆ หรือนำกิจกรรมที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริง มาให้ผู้เรียนได้ศึกษานั้น เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้พบเห็นภาพจำลองของเหตุการณ์เพื่อการฝึกทักษะและการเรียนรู้ได้โดยไม่ต้องเสี่ยงภัยหรือเสียค่าใช้จ่ายมากนัก รูปแบบของโปรแกรมบทเรียนสถานการณ์จำลองอาจจะประกอบด้วยข้อเสนอความรู้ข้อมูล การแนะนำผู้เรียนเกี่ยวกับทักษะการฝึกปฏิบัติเพื่อเพิ่มพูนความชำนาญและความคล่องแคล่ว และการให้เข้าถึง ซึ่งอย่างใดก็ได้ในโปรแกรมบทเรียนสถานการณ์จำลองนี้จะมีโปรแกรมบทเรียนย่อยแทรกอยู่ด้วย ได้แก่ โปรแกรมสาธิต (Demonstration) ซึ่งโปรแกรมนี้มีไว้สำหรับการสอนเหมือนกับโปรแกรมการสอนแบบธรรมดา ซึ่งเป็นการเสนอเนื้อหาความรู้แล้วจึงให้ผู้เรียนทำกิจกรรม แต่โปรแกรมการสาธิตเป็นเพียงการแสดงให้ผู้เรียนได้ชมเท่านั้น



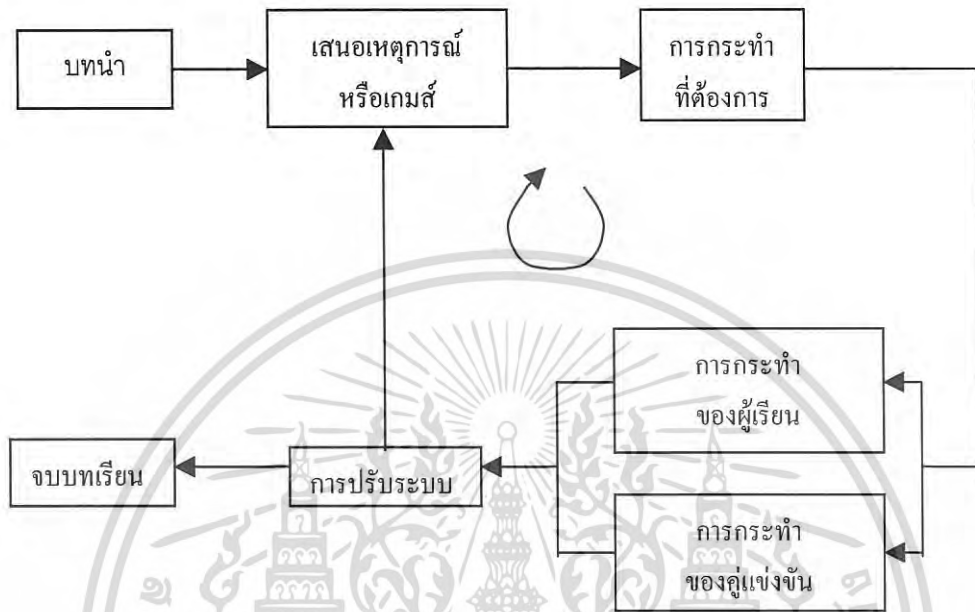
รูปที่ 2.4 รูปแบบโปรแกรมบทเรียนสถานการณ์จำลอง

4. การใช้คอมพิวเตอร์ในเกมส์เพื่อการสอน (Instructional Games)

การใช้เกมส์เพื่อการสอนการเรียนการสอนกำลังเป็นที่นิยมใช้กันมาก เนื่องจากเป็นสิ่งที่สามารถกระตุ้นผู้เรียนให้เกิดความอยากเรียนรู้ได้ง่าย เกมส์นั้นสามารถใช้ในการสอนเป็นสื่อที่จะให้ความรู้แก่ผู้เรียนได้เช่นกันในเรื่องของกฎเกณฑ์ แบบแผนของระบบ กระบวนการ ทักษะคติ ตลอดจนทักษะต่างๆ นอกจากนี้ การใช้เกมส์ยังช่วยเพิ่มบรรยากาศในการเรียนรู้ให้ดีขึ้น เนื่องจากมีการแข่งขันกันจึงให้ผู้เรียนต้องมีการตื่นตัวอยู่เสมอ รูปแบบโปรแกรมบทเรียนของเกมส์เพื่อ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การสอนนั้นคล้ายคลึงกับโปรแกรมบทเรียนสถานการณ์จำลอง แต่แตกต่างกัน โดยการเพิ่มบทบาทของผู้แข่งขันเข้าไปด้วย



รูปที่ 2.5 รูปแบบโปรแกรมบทเรียนเกมส์เพื่อการสอน

5. การใช้คอมพิวเตอร์เพื่อการทดสอบ (Tests)

การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อการทดสอบนั้น มิใช่เป็นการใช้เพียงเพื่อปรับปรุงคุณภาพของแบบทดสอบเพื่อวัดความรู้ของผู้เรียนเท่านั้น แต่ยังช่วยให้ผู้สอนมีความรู้สึกเป็นอิสระจากการผูกมัดทางด้านกฎเกณฑ์ต่าง ๆ เกี่ยวกับการทดสอบได้อีกด้วยเนื่องจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์จะสามารถช่วยเปลี่ยนแปลงการทดสอบจากแบบแผนเก่า ๆ ของปรนัยหรือคำถามจากบทเรียนมาเป็นการทดสอบแบบปฏิสัมพันธ์ระหว่างคอมพิวเตอร์กับผู้เรียนหรือผู้ที่ได้รับการทดสอบซึ่งเป็นที่น่าสนุกและน่าสนใจกว่า พร้อมกันนั้นก็อาจเป็นการสะท้อนถึงความสามารถของผู้เรียนที่จะนำความรู้ต่างๆ มาใช้ในการตอบได้อีกด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.2 ข้อได้เปรียบของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

จากผลการวิจัยในการใช้งานคอมพิวเตอร์ช่วยสอนสรุปได้ว่า

1. คอมพิวเตอร์จะช่วยเพิ่มแรงจูงใจในการเรียนรู้แก่ผู้เรียนเนื่องจากการเรียนด้วยคอมพิวเตอร์นั้นเป็นประสบการณ์ที่แปลกและใหม่
2. การใช้สื่อ ภาพลายเส้นที่มีการเคลื่อนไหว ตลอดจนเสียงดนตรีจะเป็นการเพิ่มความเหมือนจริงและดึงดูดใจผู้เรียนให้อยากเรียนรู้ ทำแบบฝึกหัด หรือทำกิจกรรมต่างๆเหล่านั้นเป็นต้น
3. ความสามารถของหน่วยความจำของเครื่องคอมพิวเตอร์ จะช่วยในการบันทึกพฤติกรรมต่างๆ ของผู้เรียนไว้เพื่อใช้ในการวางแผนบทเรียนในขั้นตอนต่อไปได้
4. ความสามารถในการเก็บข้อมูลของเครื่อง ทำให้สามารถนำมาใช้ในลักษณะของการศึกษารายบุคคลได้เป็นอย่างดี โดยสามารถกำหนดบทเรียนให้แก่ผู้เรียนแต่ละคนและแสดงผลความก้าวหน้าให้เห็นได้ทันที
5. ลักษณะของโปรแกรมบทเรียนที่ให้ความสำคัญส่วนตัวแก่ผู้เรียนเป็นการช่วยให้ผู้เรียนที่เรียนช้าสามารถเรียนไปได้ตามความสามารถของตน โดยสะดวกอย่างช้าๆ
6. เป็นการช่วยขยายขีดความสามารถของครูในการควบคุมผู้เรียนได้อย่างใกล้ชิด เนื่องจากสามารถบรรจุข้อมูลได้ง่ายและสะดวกในการนำออกมาใช้
7. บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับการเรียนการสอนในห้องเรียน
8. ลดเวลาเรียนลงเมื่อเทียบกับการสอนในห้องเรียน
9. ผู้เรียนสนใจเรียนมากขึ้นด้วยคอมพิวเตอร์ช่วยสอน
10. ผู้เรียนจะมีปฏิสัมพันธ์ กับบทเรียนอย่างแท้จริง โดยมีการโต้ตอบซึ่งกันและกันทำให้เกิดการเรียนรู้อย่างลึกซึ้ง
11. ผู้เรียนสามารถเป็นผู้ควบคุมบทเรียนด้วยตนเอง นับตั้งแต่การจัดการบทเรียนเลือกเรียนกิจกรรมที่ตนถนัด จนถึงการประเมินผลการเรียนด้วยตนเอง
12. บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนเสนอเนื้อหาได้รวดเร็วฉับไว เก็บเนื้อหาไว้ได้มากกว่าเสนอรูปภาพที่เคลื่อนไหวซับซ้อนและมีเสียงประกอบได้
13. สามารถนำติดตัวไปเรียนในสถานที่ต่างๆ โดยไม่มีข้อจำกัดด้านเวลาและสถานที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.3 ข้อเสียเปรียบของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

ข้อเสียเปรียบของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เมื่อเปรียบเทียบกับการเรียนการสอนปกติสรุปได้ว่า

1. ค่าใช้จ่ายการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน จำเป็นต้องลงทุนค่าใช้จ่ายค่อนข้างสูง ทั้งทางด้านฮาร์ดแวร์และซอฟต์แวร์
2. ผู้เชี่ยวชาญ ต้องจัดเตรียมผู้เชี่ยวชาญหลายด้านมาระดมความคิดเพื่อพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ทั้งด้านหลักสูตร การเรียนการสอน สื่อการสอน การวัดและการประเมินผลและด้านการโปรแกรมคอมพิวเตอร์
3. ระยะเวลาในการพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน จะต้องใช้เวลามากสำหรับการพัฒนา การทดสอบ และการปรับปรุงบทเรียน
4. ความยากในการออกแบบเนื่องจากบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน จะต้องออกแบบให้ยืดหยุ่นต่อการใช้งาน มีทางเลือกที่เหมาะสมกับผู้เรียนที่มีความถนัดแตกต่างกัน จึงเป็นการยากที่จะออกแบบเนื้อหา ให้สอดคล้องกับกลุ่มเป้าหมายที่มีความแตกต่างกัน
5. ในกรณีที่ยังขาดอุปกรณ์ที่ได้มาตรฐานเดียวกัน เพื่อให้ได้กับเครื่องคอมพิวเตอร์ต่างระบบกัน เป็นต้นว่า ซอฟต์แวร์ที่ผลิตขึ้นมาใช้ได้กับเครื่องคอมพิวเตอร์ระบบหนึ่งไม่สามารถใช้กับเครื่องอีกระบบได้

2.1.4 ส่วนประกอบบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน ประกอบด้วย

1. ฮาร์ดแวร์ ได้แก่ ตัวเครื่องและอุปกรณ์ที่ใช้เป็นทางผ่านของบทเรียนประกอบด้วยจอภาพ แป้นพิมพ์ เครื่องขับแผ่นดิสก์ เครื่องอ่านซีดีรอม ลำโพง และอื่นๆ
2. ซอฟต์แวร์ ได้แก่ โปรแกรมที่ใช้จัดการและนำเสนอบทเรียน

2.1.5 ลักษณะโครงสร้างของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน

บทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอน เป็นการนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในการเรียนการสอนการทบทวน การทำแบบฝึกหัด หรือการวัดผลผู้เรียนแต่ละคนจะนั่งอยู่หน้าเครื่องคอมพิวเตอร์เรียก โปรแกรมบทเรียนที่เตรียมไว้สำหรับการสอนในวิชานั้น ๆ ขึ้นมาแสดงบนหน้าจอภาพและอ่านทำความเข้าใจได้ ตอบกับบทเรียน ตามการจัดการของบทเรียน จนจบบทเรียน

ลักษณะสำคัญของบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนบทเรียนหนึ่ง ๆ จะประกอบด้วยสาระสำคัญ 5 ประการดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. การสนับสนุนการเรียนการสอนรายบุคคล
2. การโต้ตอบระหว่างผู้เรียนกับบทเรียน
3. รูปแบบการนำเสนอบทเรียน
4. การจัดการบทเรียน
5. ประสิทธิภาพในการใช้งานของบทเรียน

2.2 ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับอินเทอร์เน็ต

อินเทอร์เน็ตคืออะไร?

อินเทอร์เน็ตเป็นเครือข่ายคอมพิวเตอร์ที่ใหญ่ที่สุดในโลก และไม่ได้เป็นเพียงส่วนของซอฟต์แวร์หรือฮาร์ดแวร์ แต่เป็นสิ่งที่รวมไปด้วยคอมพิวเตอร์ สายเคเบิล และคนจำนวนมากมาย โดยเครือข่ายของคอมพิวเตอร์ที่พูดคุยกับเครื่องอื่นได้ โดยใช้ข้อกำหนดที่เรียกว่า “ Transmission Control Protocol / Internet Protocol “ (TCP/IP) TCP/IP เป็นชุดของกฎเกณฑ์ที่กำหนดวิธีการที่ข่าวสารจะถูกส่งไประหว่างเครื่องคอมพิวเตอร์ ข้อกำหนดหรือที่เรียกว่า "โปรโตคอล" (Protocol) ของการสื่อสารจะอนุญาตให้คอมพิวเตอร์ต่างชนิดกัน ซึ่งใช้ระบบปฏิบัติการต่างกันสามารถติดต่อกันได้ สิ่งนี้เป็นสิ่งสำคัญ เนื่องจากอินเทอร์เน็ตไม่ได้สร้างขึ้นสำหรับระบบคอมพิวเตอร์ชนิดใดชนิดหนึ่ง โดยการใช้ TCP/IP คอมพิวเตอร์ที่แตกต่างกันเป็นร้อย ๆ ชนิดสามารถติดต่อกันได้บนอินเทอร์เน็ต

โปรโตคอลพื้นฐานชุดนี้ ทำให้ผู้ใช้ที่เชื่อมต่ออยู่กับเครือข่ายใด ๆ บนอินเทอร์เน็ตสามารถติดต่อกับคนหรือซอฟต์แวร์ที่อยู่บนเครือข่ายอื่นในอินเทอร์เน็ตได้

อินเทอร์เน็ตเริ่มต้นจากการเป็นเครือข่ายเดี่ยวที่ชื่อว่า " ARPAnet" (U.S.Department of Defense Advanced Projects Research Agency Network) แต่ในขณะนี้อินเทอร์เน็ตเป็นจุดศูนย์กลางของเครือข่ายอื่นที่น้อยใหญ่อีกนับหมื่นรวมทั้ง National Science Foundation Network (NSFnet), Australian Academic and Research Network (AARnet), NASA Science Internet (NSI) และ Swiss Academic and Research Network (SWITCH)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อินเทอร์เน็ตมีความเป็นมาอย่างไร ?

ในปี ค.ศ. 1969 องค์การโครงการวิจัยขั้นสูง (Advanced Research Projects Agency) ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของกรมการป้องกันประเทศ (Department of Defense) ของรัฐบาลสหรัฐอเมริกาได้เซตอัปส่วนแรกสุดของเครือข่าย ที่ได้กลายมาเป็นอินเทอร์เน็ตในทุกวันนี้ในเวลานั้นเครือข่ายนี้มีชื่อว่า "ARPAnet" เครือข่ายนี้จะเชื่อมต่อกับกองทัพ ส่วนราชการทางการทหารและมหาวิทยาลัยบนเครือข่ายคอมพิวเตอร์แบบไร้รอยต่อ

ปัญหาหลักของเครือข่ายคอมพิวเตอร์ในเวลานั้นก็คือทุกเครื่องบนเครือข่ายต้องการจำเป็นที่จะต้องทำงานอยู่ตลอดเพื่อให้เครือข่ายทั้งหมดทำงานได้ ลองนึกถึงคอมพิวเตอร์ 3 เครื่อง ที่ต่อกันอยู่เป็นแถวเรียงกัน ถ้าเครื่องที่อยู่ตรงกลางไม่ได้ทำงาน(เช่น เพื่อปรับปรุงรักษาระบบ) เครื่องแรกและเครื่องสุดท้ายก็จะไม่สามารถติดต่อกันได้ เครือข่ายประเภทดังกล่าวไม่สามารถที่จะวางใจได้เลย

ARPAnet เป็นเครือข่ายแรกที่ไม่เป็นเช่นนั้นเนื่องจากเหตุผลหลายประการ ประการแรกเนื่องจากไม่มีจุดศูนย์กลาง คือ ไม่มีเครื่องคอมพิวเตอร์เครื่องหนึ่งที่เป็นตัวหลักในการทำงาน นอกจากนั้น ถ้าคอมพิวเตอร์เครื่องหนึ่งในเครือข่ายจะต้องหยุดทำงานลงมันเป็นความจำเป็นที่เครื่องอื่นที่เหลือจะต้องสามารถติดต่อกันได้ เครือข่าย ARPAnet จำเป็นที่จะต้องเชื่อมต่อกับคอมพิวเตอร์ไม่จำกัดจำนวน และสามารถที่จะหาเส้นทางส่งข้อมูลไปได้ใหม่อย่างอัตโนมัติเมื่อคอมพิวเตอร์บางเครื่องที่อยู่ในเส้นทางไม่ได้ต่อกับระบบแล้ว

เครือข่าย ARPAnet เริ่มต้นโดยการเชื่อมต่อกับสถานที่ 4 แห่งคือ Stanford University, UCLA, UC Santa Barbara และ University of Utah เครือข่าย ARPAnet ได้ขยายมาสู่การใช้งานที่ไม่ได้เป็นด้านการทหารในประมาณช่วงปี 70 เมื่อนักวิจัยของมหาวิทยาลัยและนักวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการป้องกันประเทศ ได้รับอนุญาตให้เข้าร่วมในเครือข่ายในตอนปลายของช่วงปี 70 เครือข่าย ARPAnet เป็นเครือข่ายที่ใหญ่มากจนโปรโตคอลมาตรฐาน และโปรโตคอลด้านการสื่อสารชุดแรกในตอนเริ่มต้นไม่สามารถสนับสนุนการเติบโตของเครือข่ายได้อีกต่อไปหลังจากมีการพิจารณากันแล้ว ARPAnet ได้สลับมาใช้โปรโตคอลสื่อสารที่ชื่อ TCP/IP (ซึ่งยังคงใช้อยู่ทุกวันนี้) ซึ่งสามารถรองรับการเติบโตของขนาดของเครือข่ายได้ในปี ค.ศ.1983 คอมพิวเตอร์บน ARPAnet ได้เปลี่ยนมาใช้ TCP/IP ทั้งหมด

ในปี ค.ศ.1987 มูลนิธิวิทยาศาสตร์แห่งชาติ (National Science Foundation) ได้สร้างเครือข่ายของตนเองขึ้นมาชื่อว่า "NSFnet" ซึ่งเป็นเครือข่ายที่มี "แบ็คโบน" (backbone: เส้นทางสื่อสารหลักที่เป็นแกนของเครือข่าย) ที่สนับสนุนการเจริญเติบโตอย่างมากของผู้ใช้เครือข่าย เช่นเดียวกันกับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การเพิ่มขึ้นของแอปพลิเคชันใหม่ ๆ ที่ใช้แบนด์วิดท์ (bandwidth) เป็นอย่างมากเครือข่าย ARPAnet และ NSFnet ซึ่งมีโครงสร้างและจุดประสงค์ที่คล้ายคลึงกัน ได้เริ่มต้นเพื่อร่วมมือกันและรวมกัน ในตอนท้ายของช่วงปี 80 เครือข่าย ARPAnet ได้ถูกกลืนเข้ามาเป็นส่วนหนึ่งของ NSFnet (ทุกวันนี้ NSFnet ยังคงเป็นแบ็กโบนหลักของการเชื่อมต่ออินเทอร์เน็ตในสหรัฐอเมริกา)

ในตอนกลางของช่วงปี 80 มลนิธิวิทยาศาสตร์แห่งชาติได้เริ่มต้นจัดหาเงินทุนเพื่อการสนับสนุนเครือข่ายด้านการวิจัยและการศึกษาทั่วทั้งสหรัฐอเมริกา โดยได้มีการเริ่มต้นเชื่อมต่อเครือข่ายดังกล่าวเข้ากับ NSFnet เหตุการณ์อย่างเดียวกันได้เกิดขึ้นทั่วทุกมุมโลก นักการศึกษา ข้าราชการ และผู้ที่เล่นคอมพิวเตอร์เป็นงานอดิเรกได้เชื่อมต่อคอมพิวเตอร์เข้ามาในเครือข่ายต่าง ๆ

จุดประสงค์หลักของ NSFnet ก็เพื่อสนับสนุนการศึกษาและการวิจัยการใช้งานเครือข่ายนี้เพื่อการธุรกิจเป็นการไม่เหมาะสม ถึงแม้ว่าคำแนะนำว่าคุณสามารถทำอะไรได้บ้างยังคงคลุมเครืออยู่แต่ นโยบายการใช้งานที่เหมาะสม (appropriate use policy) ของ NSFnet ได้ทำให้จุดประสงค์หลักชัดเจนขึ้น กิจกรรมทางธุรกิจเป็นสิ่งที่ไม่ห้ามเด็ดขาดในหลายกรณี ถึงแม้ว่ามันจะเป็นไปได้ที่จะส่งข้อมูลทางธุรกิจจากเครือข่ายสองแห่งที่เชื่อมต่อกันผ่าน NSFnet แต่ก็เป็นที่ที่ไม่ได้รับอนุญาต

ในปี ค.ศ. 1991 กลุ่มเครือข่ายทางด้านธุรกิจกลุ่มเล็ก ๆ ได้สร้างเครือข่ายของตัวเองขึ้นมาชื่อว่า "Commercial Internet Exchange" (CIX) ซึ่งยอมให้มีการใช้งานเชิงธุรกิจ และไม่มีนโยบายการใช้งานที่เหมาะสมในขณะนี้ ผู้ใช้ด้านธุรกิจสามารถที่จะติดต่อกันได้อย่างรวดเร็วและถูกต้องทางเครือข่ายด้วย CIX แทนที่ NSFnet สิ่งที่เขาตั้งใจก็คือการร่วมมือกันทางธุรกิจ เทคนิค ซึ่งสนับสนุนโดยการใช้จดหมายอิเล็กทรอนิกส์ ฐานข้อมูลที่จ่ายเงินเมื่อใช้ข้อมูลของ CIX ทำให้อินเทอร์เน็ตขยายตัวเพิ่มอีกอย่างมาก

การเติบโตของอินเทอร์เน็ต

อินเทอร์เน็ตเป็นเครือข่ายคอมพิวเตอร์ที่มีขนาดใหญ่ที่สุดในโลก ประกอบด้วย เครือข่ายย่อยจำนวนมากซึ่งกระจายอยู่เกือบทั่วทุกมุมโลก เครือข่ายย่อยเหล่านี้อยู่ในประเทศสหรัฐอเมริกามากที่สุดในโลก ขนาดของเครือข่ายอินเทอร์เน็ตสามารถประมาณเป็นตัวเลขเชิงสถิติได้เป็นข้อ ๆ ดังนี้ (ข้อมูลปี 2538)

1. อินเทอร์เน็ตประกอบด้วยเครือข่ายย่อยจำนวนมากกว่า 30,000 เครือข่าย
2. เป็นเครือข่ายที่มีสมาชิกกระจายอยู่มากกว่า 90 ประเทศทั่วโลก
3. คอมพิวเตอร์ในเครือข่ายอินเทอร์เน็ตมีจำนวนมากกว่า 4 ล้านเครื่อง
4. ผู้ใช้คอมพิวเตอร์ในเครือข่ายอินเทอร์เน็ตประมาณ 50 ล้านคนทั่วโลก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประโยชน์ของอินเทอร์เน็ต

เครือข่ายอินเทอร์เน็ตประกอบด้วยเครือข่ายย่อยจำนวนมากแต่ละเครือข่าย ประกอบด้วยคอมพิวเตอร์ที่เป็นแหล่งข้อมูลต่าง ๆ จำนวนมาก ซึ่งได้แก่ ข้อมูลทางการศึกษา ธุรกิจการค้าข่าวสารและการบันเทิง เป็นต้น ข้อมูลในเครือข่ายอินเทอร์เน็ตจึงประกอบด้วยข้อมูลทุกประเภทซึ่งเป็นข้อมูลฟรี และข้อมูลที่ต้องเสียค่าใช้จ่าย ซึ่งโดยมากจะเป็นข้อมูลทางธุรกิจการค้า อย่างไรก็ตาม การสืบค้นข้อมูลต่าง ๆ ในเครือข่ายอินเทอร์เน็ตทำได้โดยสืบค้นผ่าน โปรแกรมมาตรฐานจำนวนมาก อาทิเช่น โปรแกรมโกเฟอร์(gopher) โปรแกรมเวส(WAIS) โปรแกรมลิงซ์(Lynx) และ โปรแกรมเว็ลด์ไวด์เว็บเบราเซอร์ (World-Wide Web browser) เป็นต้น การสื่อสารผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ตอื่น ๆ ได้แก่ การกระจายข่าวสาร การเขียนข้อความโต้ตอบกันการถืออินเข้าสู่คอมพิวเตอร์ทางไกลและการสื่อสารโดยจดหมายอิเล็กทรอนิกส์ (e-mail) ซึ่งเป็นการส่งจดหมายที่รวดเร็วและสามารถส่งได้โดยไม่จำกัดจำนวน เป็นต้น

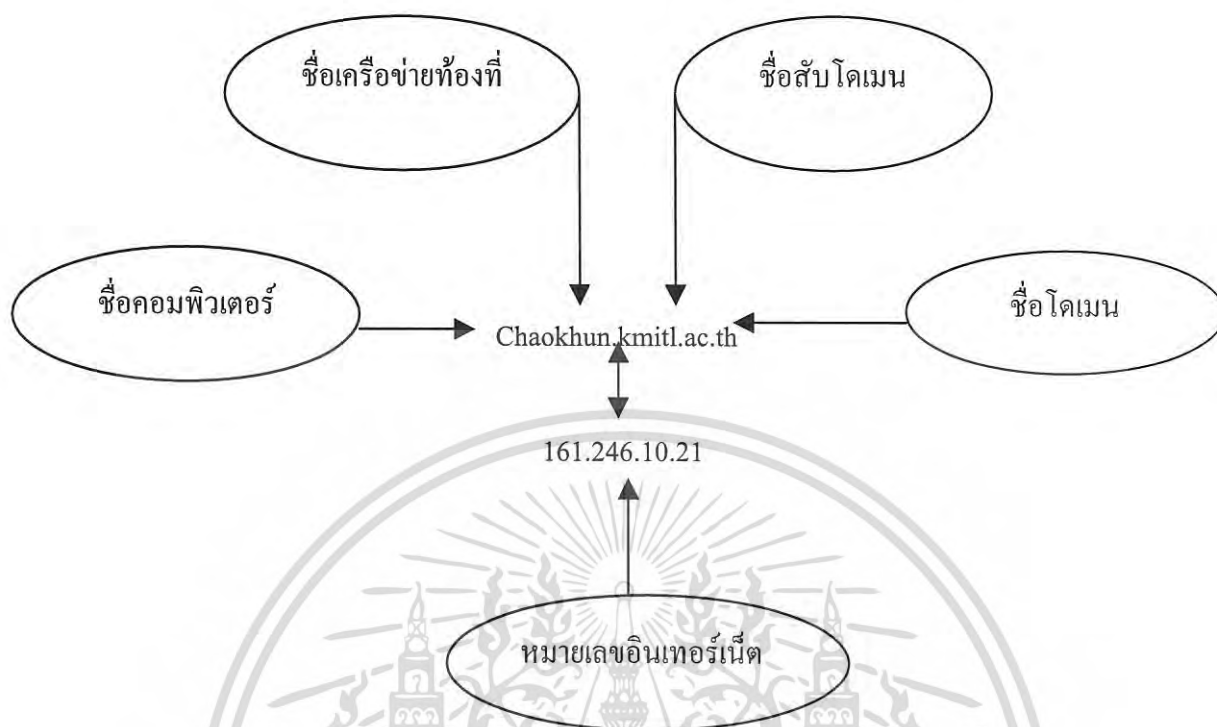
หมายเลขอินเทอร์เน็ต (Internet Number)

หมายเลขอินเทอร์เน็ตหรือหมายเลขไอพี (IP number) เป็นเลขรหัสประจำตัวคอมพิวเตอร์ที่ต่อเข้ากับเครือข่ายอินเทอร์เน็ตซึ่งเป็นเลขรหัสที่ไม่ซ้ำกัน หมายเลขอินเทอร์เน็ตประกอบด้วยเลข 4 จำนวน ซึ่งแต่ละจำนวนเป็นเลขตั้งแต่ 0 ถึง 255 โดยถูกคั่นด้วยเครื่องหมายจุด ดังตัวอย่างคอมพิวเตอร์ของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ซึ่งมีชื่อว่า Chaokhun มีหมายเลขไอพีเป็นดังนี้ 161.246.10.21

ชื่ออินเทอร์เน็ต

หมายเลขไอพีประจำตัวคอมพิวเตอร์นั้นเป็นตัวเลขที่จดจำได้ยาก ทำให้การอ้างถึงคอมพิวเตอร์ในเครือข่ายอินเทอร์เน็ตโดยหมายเลขไอพีจึงไม่สะดวกต่อผู้ใช้คอมพิวเตอร์ดังนั้นจึงมีระบบชื่อคอมพิวเตอร์มาตรฐานในเครือข่ายอินเทอร์เน็ต โดยมีชื่อว่า " ดีเอ็นเอส" (DNS:Domain Name Server) หรือ ระบบชื่อโดเมน โดยชื่อ ดีเอ็นเอส ประกอบด้วยชื่อเครื่องคอมพิวเตอร์ ชื่อเครือข่ายท้องถิ่น ชื่อสับโดเมน (subdomain) และชื่อโดเมน อย่างไรก็ตาม ชื่อดีเอ็นเอสเป็นชื่อที่สอดคล้องกับหมายเลขไอพี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ที่อยู่อินเทอร์เน็ต

ที่อยู่อินเทอร์เน็ต หรือ ที่อยู่จดหมายอิเล็กทรอนิกส์ในเครือข่ายอินเทอร์เน็ต (E-mail address) ประกอบด้วยชื่อล็อกอินของผู้ใช้ (login name) ซึ่งชื่ออินเทอร์เน็ต (Internet Name) มีรูปแบบดังนี้ `login_name@internet_name` หากผู้ใช้คอมพิวเตอร์มีชื่อล็อกอินเป็น s9054101 ซึ่งมีชื่ออินเทอร์เน็ตเป็น kmitl.ac.th ดังนั้นผู้ใช้คอมพิวเตอร์ผู้นี้จะมีที่อยู่อินเทอร์เน็ตเป็น ดังนี้ `s9054101@kmitl.ac.th`

TCP/IP

TCP/IP (ซึ่งย่อมาจาก Transmission Control Protocol/Internet Protocol) เป็นชื่อของชุดโปรโตคอลการสื่อสารมากกว่า 100 ประเภท ที่ใช้เพื่อจัดการคอมพิวเตอร์ภายในเครือข่ายคอมพิวเตอร์ที่สร้างรวมกันเป็นอินเทอร์เน็ตจะพูดคุยกับคอมพิวเตอร์เครื่องอื่น ๆ โดยใช้ภาษา หรือโปรโตคอลที่เรียกว่า TCP/IP คอมพิวเตอร์ใด ๆ ที่สามารถพูดภาษา TCP/IP ได้ก็จะเป็นส่วนหนึ่งของอินเทอร์เน็ตได้โดยตรง (สิ่งนี้ก็เป็นส่วนหนึ่งของเหตุผลที่ว่า ทำไมจึงมีคอมพิวเตอร์หลายประเภทอยู่บนเครือข่ายนี้ได้)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

TCP/IP เป็นตัวกำหนดรูปแบบของการอ้างที่อยู่ หรือแอดเดรสให้กับคอมพิวเตอร์บนอินเทอร์เน็ต TCP/IP จะกำหนดกฎเกณฑ์ของวิธีการที่ข้อมูลควรจะเคลื่อนย้ายระหว่างคอมพิวเตอร์ และโปรแกรมบนเครือข่ายโปรโตคอลของมันเป็นกฎที่คอมพิวเตอร์จะต้องทำตาม เพื่อที่จะได้เคลื่อนย้ายข่าวสารนานาชนิดจากที่หนึ่งไปอีกที่หนึ่งได้ โปรโตคอลบางตัวที่รวมกันขึ้นมาเป็นอินเทอร์เน็ต เช่น File Transfer Protocol(FTP) , Telnet protocol และ Simple Mail Transfer Protocol (SMTP)

TCP/IP ได้ถูกพัฒนาขึ้นมาสำหรับระบบการติดต่อภายในของ ARPAnet,PRnet (เป็นเครือข่ายแบบ packet radio) และ SATnet (เป็นเครือข่ายดาวเทียมที่ใช้แพคเกจ) ถึงแม้ว่าเครือข่ายเหล่านี้จะไม่มีอยู่ต่อไปแล้ว แต่ TCP/IP ก็ยังคงอยู่ข่าวสารที่ส่งผ่าน TCP/IP เรียกว่า "แพคเกจ" (packet) เราสามารถจะคิดถึงข่าวสารแต่ละแพคเกจที่ถูกส่งผ่านอินเทอร์เน็ต ว่าเป็นจดหมายฉบับหนึ่งก็ได้ TCP/IP จะรวมจดหมายแต่ละฉบับเข้าไปในซองจดหมายเจ้าหน้าที่ของจดหมายด้วยข้อมูลของผู้ส่งและผู้รับและส่งจดหมายไปตามทางของมัน แพคเกจเหล่านี้ได้ถูกออกแบบมาให้เล็ก (โดยปกติจะมีขนาดประมาณ 1,500 ไบต์) สิ่งต่างๆ ที่คุณส่งและรับบนอินเทอร์เน็ตส่วนมาก (ไม่ว่าจะเป็นข่าวสารใน e-mail,ไฟล์ ,ข่าวของ Usenet และสิ่งอื่น ๆ) จะใหญ่กว่าขนาดของแพคเกจ ดังนั้น TCP/IP จะแตกข่าวสารออกเป็นส่วนๆที่เท่ากับขนาดของแพคเกจกำหนดแอดเดรสให้กับแพคเกจและส่งมัน ไปตามเส้นทาง เมื่อถึงจุดหมาย TCP/IP จะประกอบแพคเกจเหล่านี้ขึ้นมาเป็นข่าวสารที่สอดคล้องกันเหมือนเดิมจริงๆ แล้ว TCP และ IP เป็นโปรโตคอลสองตัวที่แยกต่างหากจากกันแต่สามารถทำงานร่วมกันได้ IP ทำหน้าที่ในการย้ายแพคเกจไปที่เป้าหมายของมันในขณะที่ TCP ตรวจสอบความถูกต้องของแพคเกจเหล่านั้น และรวมมันกลับเข้าไปตามลำดับที่เหมาะสม

คำนิยามที่เกี่ยวข้องกับเว็ลด์ไวด์เว็บ

เว็ลด์ไวด์เว็บ(World-Wide Web:WWW) เป็นระบบการสืบค้นข้อมูลข่าวสารแบบไฮแมงมุม (Web) โดยการเชื่อมโยงและโอนย้ายข้อมูลจากแหล่งข้อมูลเว็ลด์ไวด์เว็บซึ่งเป็นแหล่งข้อมูลที่เรียกว่า "เว็ลด์ไวด์เว็บเซิร์ฟเวอร์" (WWW server) ข้อมูลเว็ลด์ไวด์เว็บเป็นได้ทั้งข้อมูลชนิดข้อความรูปภาพ และ เสียง ดังนั้นระบบเว็ลด์ไวด์เว็บจึงประกอบด้วยคำนิยามต่าง ๆ ดังนี้

แหล่งกำเนิดคำนิยามของเว็ลด์ไวด์เว็บ

เว็ลด์ไวด์เว็บเป็นระบบสืบค้นข้อมูลที่ได้รับการประดิษฐ์คิดค้นเมื่อปี พ.ศ. 2533 โดยทิมเบิร์นเนอร์ส-ลี (Tim Berners-Lee) และโรเบิร์ต ไกล์เลีย (Robert Cailliau) สองนักวิทยาศาสตร์ของ

สถาบันเซิร์น (CERN) ซึ่งเป็นห้องปฏิบัติการฟิสิกส์แห่งยุโรป (European Particle Physics Laboratory) ตั้งอยู่ที่นครเจนีวาประเทศสวิตเซอร์แลนด์ การริเริ่มประดิษฐ์โปรแกรมสำหรับแสดงข้อมูลในระบบเว็ลด์ไวด์เว็บโดยมีวัตถุประสงค์ เพื่อการสื่อสารข้อมูลบนคอมพิวเตอร์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ต โดยสามารถสื่อสารข้อมูลได้หลายรูปแบบ ได้แก่ ข้อมูล กราฟิก ซึ่งเป็นได้ทั้งรูปภาพและข้อความ ไฟล์ข้อมูลเสียง และไฟล์ข้อมูลวิดีโอ เป็นต้น

เว็ลด์ไวด์เว็บเซิร์ฟเวอร์ (WWW server)

เป็นแหล่งข้อมูลในระบบเว็ลด์ไวด์เว็บหรือหมายถึงคอมพิวเตอร์ของศูนย์คอมพิวเตอร์ ในเครือข่ายอินเทอร์เน็ต ซึ่งเป็นเซิร์ฟเวอร์บริการข้อมูลชนิดที่เรียกว่า " ข้อมูลเอชทีเอ็มแอล "(HTML)

รหัสสืบค้นยูอาร์แอล (URL:Uniform Resource Locator)

การเชื่อมโยงข้อมูลในระบบเว็ลด์ไวด์เว็บถูกกำหนดโดยรหัสสืบค้นข้อมูล หรือรหัสสืบค้นแหล่งข้อมูล โดยมีชื่อเรียกว่า "รหัสสืบค้นยูอาร์แอล" ซึ่งมีรูปแบบของรหัสสืบค้นยูอาร์แอลเป็นรูปแบบมาตรฐานสำหรับระบบเว็ลด์ไวด์เว็บ โดยกำหนดให้ขึ้นต้นด้วยคำ "http://" ซึ่งมีความหมายที่แสดงถึงการเชื่อมโยงกับแหล่งข้อมูลเว็ลด์ไวด์เว็บ โดยมีระบบการโต้ตอบของการสื่อสารเป็นแบบ " เอชทีทีพี " (HTTP: HyperText Transfer Protocol) หรือเป็นการแสดงข้อมูลแบบ " ไฮเปอร์เท็กซ์ " (hypertext) ซึ่งตามคำจำกัดความของไฮเปอร์เท็กซ์เป็นการกำหนดการเชื่อมโยงข้อมูลที่เป็นไฟล์ข้อมูลชนิด "เอชทีเอ็มแอล" (HTML) ซึ่งซ่อนอยู่เบื้องหลังคำ หรือวลีดังนั้นคำหรือวลีดังกล่าวนี้จึงถูกเรียกว่า "ไฮเปอร์เท็กซ์" สำหรับการกำหนดรูปแบบรหัสสืบค้นยูอาร์แอลเพื่อเชื่อมโยงข้อมูลประเภทอื่นๆ ภายใต้การทำงานของโปรแกรมระบบเว็ลด์ไวด์เว็บเป็นดังนี้

type://host[:port]/path/file

เมื่อ **type** เป็นชนิดของข้อมูลซึ่งได้แก่

- * **http** เป็นข้อมูลของระบบเว็ลด์ไวด์เว็บ
- * **gopher** เป็นข้อมูลของระบบโกเฟอร์(gopher)
- * **file** เป็นข้อมูลของระบบไฟล์ข้อมูล(ftp)
- * **news** เป็นข้อมูลของระบบข่าว (USENET)

host เป็นชื่อ โฮสต์ซึ่งเป็นคอมพิวเตอร์แหล่งข้อมูลที่ต้องการเชื่อมโยง

[:port] เป็นหมายเลขพอร์ตของคอมพิวเตอร์

path เป็นเส้นทางสำหรับกำหนดไคลเอนท์บนคอมพิวเตอร์ในระบบยูนิกซ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

file เป็นไฟล์ที่ต้องการโอนย้าย

เอชทีทีพี (HTTP)

เอชทีทีพี เป็นระบบสื่อสารเชื่อมโยงเพื่อโอนย้ายไฟล์ข้อมูลเอชทีเอ็มแอล (HTML) ซึ่งเป็นข้อมูลที่ใช้ในระบบเวปไซต์ ดังนั้นการเชื่อมโยงเพื่อโอนย้ายไฟล์ในระบบเวปไซต์จึงต้องระบุรูปแบบของรหัสสืบค้นข้อมูลด้วยการเชื่อมโยงโดยรหัสสืบค้นข้อมูลตามแบบเอชทีทีพี

เอชทีเอ็มแอล (HTML)

เอชทีเอ็มแอล เป็นโปรแกรมสำหรับเขียนไฟล์ข้อมูลแบบไฮเปอร์เท็กซ์ซึ่งเป็นไฟล์ข้อมูลที่ใช้ในระบบเวปไซต์ ดังนั้นจึงเรียกข้อมูลชนิดนี้ว่า "ข้อมูลเอชทีเอ็มแอล" ข้อมูลชนิดนี้ประกอบด้วยข้อมูลได้หลายแบบ เช่น ข้อมูลภาพ และข้อมูลเสียง เป็นต้น ตัวอย่างข้อมูลชนิดนี้ได้แก่ ภาพจีไอเอฟ (GIF) ซึ่งฝังตัวอยู่บนไฟล์ข้อมูลเอชทีเอ็มแอลในการโอนย้ายไฟล์ข้อมูลเอชทีเอ็มแอลเป็นการโอนย้ายข้อมูลชนิดข้อความเป็นอันดับแรกและตามด้วยการ โอนย้ายข้อมูลภาพจีไอเอฟหรือภาพชนิดอื่น ๆ เนื่องจากข้อมูลภาพโดยมากเป็นไฟล์ขนาดใหญ่เมื่อเทียบกับไฟล์ข้อความ ดังนั้น หากผู้ใช้ต้องการความเร็วของการโอนย้ายข้อมูลเอชทีเอ็มแอลสามารถยกเลิกการ โอนย้ายข้อมูลภาพภายหลังการโอนย้ายข้อมูลชนิดข้อความ อย่างไรก็ตาม ผู้ใช้สามารถกำหนดการโอนย้ายไฟล์ข้อมูลเอชทีเอ็มแอลโดยไม่ให้มีการโอนย้ายข้อมูลภาพ โดยกำหนดผ่านโปรแกรมเวปไซต์เบราว์เซอร์สำหรับชื่อไฟล์ข้อมูลเอชทีเอ็มแอลถูกกำหนดให้มีชื่อขยายเป็น html ภายใต้ระบบยูนิกซ์ หรือ html ภายใต้ระบบจัดการของไมโครคอมพิวเตอร์สำหรับการโอนย้ายไฟล์ข้อมูลเอชทีเอ็มแอล เป็นการเชื่อมโยงชนิดที่เรียกว่า "ไฮเปอร์ลิงก์" (hyperlink) เนื่องจากข้อมูลเอชทีเอ็มแอลเป็นข้อมูลที่ประกอบด้วยข้อมูลพิเศษแบบต่าง ๆ ได้แก่ข้อมูลไฮเปอร์เท็กซ์ ข้อมูลภาพจีไอเอฟ และข้อมูลไฮเปอร์มีเดีย (hypermedia) ตัวอย่างไฟล์ข้อมูลเอชทีเอ็มแอล ได้แก่ข้อมูลโฮมเพจ (homepage) หรือข้อมูลที่ปรากฏบนโปรแกรมเวปไซต์เวปเบราว์เซอร์ทั่วไป

ไฮเปอร์เท็กซ์ (Hypertext)

ไฮเปอร์เท็กซ์ เป็นคำหรือข้อความพิเศษในไฟล์ข้อมูลเอชทีเอ็มแอล ซึ่งสามารถสื่อสารโดยเชื่อมโยงแหล่งข้อมูลได้ โดยใช้เมาส์คลิก ไปยังคำพิเศษนั้น การเชื่อมโยงข้อมูลภายใต้ไฮเปอร์เท็กซ์มีความหมายตรงกับการเชื่อมโยงข้อมูลเอชทีเอ็มแอล จากแหล่งข้อมูลที่เป็นเวปไซต์เวปเบราว์เซอร์ โดยผ่านรหัสสืบค้นข้อมูลยูอาร์แอล ซึ่งการเชื่อมโยงเช่นนี้ถูกเรียกว่าไฮเปอร์ลิงก์ ดังนั้นไฮเปอร์เท็กซ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จึงเปรียบเสมือนเป็นเมนูที่นำไปสู่การเชื่อมโยงแหล่งข้อมูล เพื่อโอนย้ายข้อมูลดังกล่าวมายังคอมพิวเตอร์ของผู้ใช้ พร้อมกับแสดงข้อมูลทางจอภาพภายใต้โปรแกรมเว็ลด์ไวด์เว็บเบราว์เซอร์ อย่างไรก็ตามข้อมูลที่เอ็มแอลที่ได้จากการโอนย้ายภายใต้ไฮเปอร์เท็กซ์ควรสอดคล้องหรือเกี่ยวข้องกับไฮเปอร์เท็กซ์นั้นด้วย มิฉะนั้นจะไม่ก่อให้เกิดประโยชน์ใด ๆ

ไฮเปอร์ลิงค์ (Hyperlink)

ไฮเปอร์ลิงค์ เป็นการเชื่อมโยงเพื่อโอนย้ายข้อมูลจากเว็ลด์ไวด์เว็บเซิร์ฟเวอร์มายังคอมพิวเตอร์ของผู้ใช้คอมพิวเตอร์นั้น ๆ โดยผ่านโฮมเพจ หรือระบบข้อมูลเอชทีเอ็มแอลการเชื่อมโยงแบบไฮเปอร์ลิงค์ทำได้โดยใช้เมาส์คลิกไปยังข้อความที่ถูกกำหนดให้มีการเชื่อมโยง โดยรหัสลับคั่นข้อมูลยูอาร์แอล หรืออาจกล่าวโดยสรุปได้ว่า "ไฮเปอร์ลิงค์เป็นการเชื่อมโยงผ่านไฮเปอร์เท็กซ์" วัตถุประสงค์ของการเชื่อมโยงแบบไฮเปอร์ลิงค์ คือความต้องการในการโอนย้ายข้อมูลเอชทีเอ็มแอล จากเว็ลด์ไวด์เว็บเซิร์ฟเวอร์

ไฮเปอร์มีเดีย (Hypermedia)

ไฮเปอร์มีเดียมีความหมายเช่นเดียวกับไฮเปอร์เท็กซ์กล่าวคือไฮเปอร์มีเดียเป็น ข้อความพิเศษบนข้อมูลเอชทีเอ็มแอล ซึ่งสามารถสื่อสารโดยเชื่อมโยงแหล่งข้อมูลโดยใช้เมาส์คลิกไปยังข้อความพิเศษนั้น ซึ่งการทำเช่นนี้เป็นการเชื่อมโยงที่เรียกว่าไฮเปอร์ลิงค์โดยทำให้เกิดผลของการเชื่อมโยงแหล่งข้อมูลเพื่อโอนย้ายข้อมูลที่สอดคล้องกับข้อความพิเศษนั้นและเนื่องจากการโอนย้ายไฟล์ข้อมูลเอชทีเอ็มแอลซึ่งเป็นข้อมูลที่ประกอบด้วยข้อมูลหลายสื่อ อันได้แก่ ข้อมูลภาพ ข้อมูลเสียง และข้อมูลวิดีโอ เป็นต้น ดังนั้นจึงเรียกการเชื่อมโยงเช่นนี้ว่า ไฮเปอร์มีเดีย สำหรับการแสดงข้อมูลเอชทีเอ็มแอลที่เป็น ข้อความ และภาพจิไอเอฟพี สามารถแสดงได้บนโปรแกรมเว็ลด์ไวด์เว็บเบราว์เซอร์ ส่วนข้อมูลเสียงและข้อมูลวิดีโอ สามารถแสดงได้โดยโปรแกรมวิวเวอร์ (viewer) สำหรับเสียง และสำหรับภาพวิดีโอ ตามลำดับ

ไฮเปอร์นิวส์ (Hypernews)

ไฮเปอร์นิวส์ เป็นรูปแบบใหม่ของเครือข่ายยูสเน็ต (USENET) แตกต่างจากการอ่านข่าวจากยูสเน็ตด้วยโปรแกรมอ่านข่าวชนิดอื่น ๆ กล่าวคือ ไฮเปอร์นิวส์เป็นการเชื่อมโยงกับยูสเน็ตโดยโปรแกรมเว็ลด์ไวด์เว็บเบราว์เซอร์ ซึ่งเป็นการเชื่อมโยงแบบไฮเปอร์มีเดีย ทำให้สามารถโอนย้ายไฟล์ข้อมูลข่าวสารจากแหล่งข่าวแต่ไม่สามารถตอบข่าวสารไปยังที่อื่น ๆ ซึ่งปกติการโต้ตอบข่าวสารโดย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมอ่านข่าวสารอื่น ๆ สามารถตอบข่าวสารได้

เว็ลด์ไวด์เว็บเพจ(WWW Page)

เว็ลด์ไวด์เว็บเพจเป็นไฟล์ข้อมูลเอชทีเอ็มแอล (HTML) หรือเป็นข้อมูลในระบบเว็ลด์ไวด์เว็บ (WWW) ซึ่งประกอบด้วยคำหรือข้อความพิเศษที่เรียกว่าไฮเปอร์เท็กซ์ หรือเป็นการเชื่อมโยงแบบไฮเปอร์ลิงค์ทั้งไฮเปอร์เท็กซ์ และไฮเปอร์ลิงค์ เป็นการเชื่อมโยงเพื่อติดต่อไปยังเว็ลด์ไวด์เว็บเซิร์ฟเวอร์แหล่งต่างๆที่ได้รับการกำหนดไว้บนเว็ลด์ไวด์เว็บเพจนั้น ๆ สำหรับคำที่มีความหมายเช่นเดียวกับเว็ลด์ไวด์เว็บเพจได้แก่เว็บเพจ(Webpage) และโฮมเพจ (Homepage) โดยที่คำว่าโฮมเพจเป็นการเน้นถึงการเป็นข้อมูลประจำเว็ลด์ไวด์เว็บเซิร์ฟเวอร์หรือเป็นข้อมูลหน้าแรกของเว็ลด์ไวด์เว็บเซิร์ฟเวอร์นั้น ๆ อย่างไรก็ตาม โฮมเพจอาจหมายถึงไฟล์ข้อมูลที่ถูกกำหนดโดยโปรแกรมเว็ลด์ไวด์เว็บเบราว์เซอร์ ดังนั้นโฮมเพจจึงอาจเป็นไฟล์หน้าแรกของโปรแกรมเว็ลด์ไวด์เว็บเบราว์เซอร์ หรือเป็นไฟล์ที่ได้จากการเชื่อมโยงและโอนย้ายมาจากเว็ลด์ไวด์เว็บเซิร์ฟเวอร์

เว็ลด์ไวด์เว็บเพจเป็นภาพการแสดงข้อมูลเอชทีเอ็มแอลในรูปแบบกราฟิก และรูปภาพกราฟิกจากเว็ลด์ไวด์เว็บเซิร์ฟเวอร์ โดยที่ข้อมูลเอชทีเอ็มแอลเป็นไฟล์ชื่อ *.html และรูปภาพกราฟิกเป็นไฟล์ชื่อ *.gif และหรือ *.bmp เป็นต้น

เว็ลด์ไวด์เว็บเพจหรือโฮมเพจเปรียบเสมือนเป็นเมนูชนิดกราฟิกของระบบเว็ลด์ไวด์เว็บประจำคอมพิวเตอร์ที่เป็นเซิร์ฟเวอร์หรือเป็นเมนูประจำตัวของผู้ใช้คอมพิวเตอร์ หน้าแรกของเว็ลด์ไวด์เว็บที่แท้จริงคือ เป็นข้อมูลหน้าแรกที่ใช้เริ่มต้นสำหรับการเชื่อมโยงไปยังข้อมูลต่างๆที่อ้างถึง ดังนั้นเนื้อหาของเว็ลด์ไวด์เว็บเพจจึงสอดคล้องกับงานของผู้ใช้คอมพิวเตอร์ หรือเป็นไปตามวัตถุประสงค์ของศูนย์คอมพิวเตอร์นั้น ๆ และหากมองเว็ลด์ไวด์เว็บเพจในแง่ของธุรกิจการค้าและการบริการต่าง ๆ พบว่าเว็ลด์ไวด์เว็บเพจเป็นสื่อโฆษณา เป็นการเสนอเพื่อจำหน่ายสินค้าและการบริการ ซึ่งเว็ลด์ไวด์เว็บเพจเหล่านี้อาจได้รับการติดตั้งบนเซิร์ฟเวอร์ ซึ่งเป็นคอมพิวเตอร์ของบริษัทหรือหน่วยงานต่าง ๆ หรือเป็นการเช่าพื้นที่ของโฮสต์ซึ่งเป็นศูนย์คอมพิวเตอร์ระบบยูนิกซ์ ในลักษณะการเช่าพื้นที่เป็นรายเดือนหรือรายปี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาษาเอชทีเอ็มแอล (HTML)

คำนิยามเอชทีเอ็มแอล

เอชทีเอ็มแอล (html) มีความหมายได้หลายอย่างขึ้นกับการกล่าวอ้าง ซึ่งโดยทั่วไปแล้ว เอชทีเอ็มแอลหมายถึงการสื่อสารในระบบเว็ลด์ไวด์เว็บภายใต้รูปแบบกราฟิก โดยมีความหมายเจาะจง ดังนี้

- (1) เอชทีเอ็มแอลเป็นไฟล์ข้อมูลชนิดพิเศษ ซึ่งเป็นไฟล์แสดงกราฟิกในระบบเว็ลด์ไวด์เว็บที่มีชื่อภายใต้ระบบยูนิกซ์เป็น *.html หรือมีชื่อเป็น *.htm ภายใต้ระบบจัดการของไมโครคอมพิวเตอร์
- (2) เอชทีเอ็มแอลเป็นภาษาที่ใช้เขียนไฟล์ข้อมูลในระบบเว็ลด์ไวด์เว็บ ซึ่งเรียกว่า ภาษาเอชทีเอ็มแอล ดังนั้นเอชทีเอ็มแอลจึงเป็นหัวใจของระบบเว็ลด์ไวด์เว็บ และโดยทั่วไปนั้นเว็ลด์ไวด์เว็บ หมายถึง การแสดงข่าวสารในรูปแบบของกราฟิก ฉะนั้น การกล่าวถึงเว็ลด์ไวด์เว็บ จึงหมายถึง การกล่าวถึงการแสดงข้อมูลเอชทีเอ็มแอลภายใต้รูปแบบกราฟิก เป็นหลัก

มาตรฐานของเอชทีเอ็มแอล

ความมาตรฐานในแง่ของข้อมูลเอชทีเอ็มแอล ขึ้นอยู่กับความมาตรฐานและความสามารถของโปรแกรมเว็ลด์ไวด์เว็บเบราว์เซอร์ เนื่องจากโปรแกรมเว็ลด์ไวด์เว็บเบราว์เซอร์เป็นโปรแกรมแปลข้อมูลเอชทีเอ็มแอล เพื่อแสดงผลทางจอภาพคอมพิวเตอร์ภายใต้รูปแบบกราฟิกความสามารถของโปรแกรมเว็ลด์ไวด์เว็บเบราว์เซอร์นั้นเปรียบได้กับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ (compiler) ซึ่งเป็นตัวแปลภาษาคอมพิวเตอร์ และถึงแม้ว่าคอมพิวเตอร์ของภาษาชนิดเดียวกันแต่อาจให้การแปลภาษาที่แตกต่างกันได้ ดังนั้น เอชทีเอ็มแอลจึงขึ้นกับตัวแปลของภาษาเอชทีเอ็มแอล ซึ่งหมายถึงโปรแกรมเว็ลด์ไวด์เว็บเบราว์เซอร์นั่นเอง โดยทั่วไปแล้วโปรแกรมเว็ลด์ไวด์เว็บเบราว์เซอร์ที่มีใช้ในปัจจุบันสามารถแสดงผลทางจอภาพได้คล้ายคลึงกัน ความสามารถในการแปลภาษาเอชทีเอ็มแอลของโปรแกรมเว็ลด์ไวด์เว็บเบราว์เซอร์อาจให้ผลแตกต่างกัน หรือบางโปรแกรมอาจไม่เข้าใจคำสั่งเอชทีเอ็มแอลบางคำสั่ง ตัวอย่าง เช่น คำสั่งเอชทีเอ็มแอลที่โปรแกรมเน็ตสเคป (Netscape) ไม่สามารถเข้าใจ ได้แก่ คำสั่ง <MENU> คำสั่ง <ADDRESS> และคำสั่ง <PRE> เป็นต้น สำหรับตัวอย่างคำสั่งเอชทีเอ็มแอลที่โปรแกรมโมเซอิก (Mosaic) ไม่เข้าใจ ได้แก่ คำสั่งการกำหนดขนาด ความกว้าง และตำแหน่งของเส้นกราฟิกซึ่งได้แก่ การกำหนดขนาด <HR SIZE = 20> และการกำหนดความกว้าง <HR WIDTH = 100> เป็นต้น หรือกล่าวได้ว่าการแสดงผลทางจอภาพบนโปรแกรมเน็ตสเคปและโปรแกรมโมเซอิก โดยคำสั่งดังกล่าวนี้ให้ผลแตกต่างกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมพิมพ์เอชทีเอ็มแอล

โปรแกรมพิมพ์เอชทีเอ็มแอลเป็นโปรแกรมสำหรับสร้างไฟล์ข้อมูลเอชทีเอ็มแอล ซึ่งเรียกว่า โปรแกรมเอชทีเอ็มแอลเอดิเตอร์ (HTML editor) หรือ ไฮเปอร์เอดิเตอร์ (hyper editor) โปรแกรมพิมพ์ดังกล่าวเป็นโปรแกรมอำนวยความสะดวกในการพิมพ์ข้อมูลเอชทีเอ็มแอล โปรแกรมเหล่านี้ ได้แก่ โปรแกรมเอชทีเอ็มแอล-แอสซิสแตนต์ (HTML-Assistant) โปรแกรมเอชทีเอ็มแอล-เอ็ด (HTML Ed) โปรแกรมเอชทีเอ็มแอล-ไฮเปอร์อีดิท (HTML- HyperEdit) และโปรแกรมเดอะฮ็อตเม็ตทอลเอดิเตอร์ (The HoTMetaL editor) เป็นต้น โปรแกรมพิมพ์ที่กล่าวถึงเหล่านี้ทำงานภายใต้ระบบวินโดวส์ อย่างไรก็ตาม โปรแกรมพิมพ์เอชทีเอ็มแอลดังกล่าวต้องทำงานร่วมกับโปรแกรมเว็ลด์ไวด์เว็บเบราว์เซอร์ ดังนั้นผู้ใช้คอมพิวเตอร์ จึงต้องมีโปรแกรมเว็ลด์ไวด์เว็บเบราว์เซอร์อย่างใดอย่างหนึ่งไว้สำหรับแสดงผลลัพธ์

โปรแกรมเอชทีเอ็มแอล-แอสซิสแตนต์ (HTML-Assistant)

โปรแกรมเอชทีเอ็มแอล-แอสซิสแตนต์เขียนโดย เอช.ฮาราวิตซ์ (H.Harawitz) เป็นโปรแกรมพิมพ์ภาษาเอชทีเอ็มแอลที่ได้รับความนิยมมากโปรแกรมหนึ่ง โปรแกรมเอชทีเอ็มแอลแอสซิสแตนต์ทำงานร่วมกับโปรแกรมเว็ลด์ไวด์เว็บเบราว์เซอร์ได้หลายโปรแกรม อันได้แก่ โปรแกรมเซลดโปรแกรมโมเซอิก และโปรแกรมเน็ตสเคป การกำหนดไคเรกทอรีของไฟล์เอชทีเอ็มแอล ที่เขียนโดยโปรแกรมเอชทีเอ็มแอลแอสซิสแตนต์ ต้องระบุไคเรกทอรีให้ตรงกับโปรแกรมเว็ลด์ไวด์เว็บเบราว์เซอร์ และการแสดงผลลัพธ์ของไฟล์เอชทีเอ็มแอลที่ได้รับการแก้ไข ทำได้โดยกดปุ่มคำสั่ง " รีโหลด" (reload) บนโปรแกรมเว็ลด์ไวด์เว็บเบราว์เซอร์ทุกครั้ง

โปรแกรมเอชทีเอ็มแอล-เอ็ด (HTML Ed)

โปรแกรมเอชทีเอ็มแอล-เอ็ดเขียนโดย ปีเตอร์ กรอว์ชอว์ (Peter Crawshaw) เป็นโปรแกรมอำนวยความสะดวกที่คล้ายคลึงกับโปรแกรมเอชทีเอ็มแอล-แอสซิสแตนต์ ข้อดีของโปรแกรมเอชทีเอ็มแอล เอ็ดคือให้ความสะดวกในการพิมพ์อักขระกลุ่ม (entity) หรืออักขระต่างประเทศที่ไม่ใช่ภาษาอังกฤษ ซึ่งนับว่าดีกว่าโปรแกรมเอชทีเอ็มแอลแอสซิสแตนต์ โดยที่โปรแกรมเอชทีเอ็มแอล-เอ็ด กำหนดอักขระต่างประเทศไว้บนทูลบาร์

คำสั่งเอชทีเอ็มแอล

คำสั่งเอชทีเอ็มแอลประกอบด้วยสองส่วน คือ คำสั่งหัวเรื่อง(head) และคำสั่งเนื้อความ(body) คำสั่งหัวเรื่องเป็นคำสั่งเพื่อแสดงข้อความอธิบายสถานที่ ที่เป็นเว็ลด์ไวด์เว็บเซิร์ฟเวอร์ของ โปรแกรม หรือเป็นชื่อโปรแกรมโฮมเพจนั่นเอง โดยชื่อโปรแกรมหักจะปรากฏบนเมนู ของโปรแกรม เว็ลด์ไวด์เว็บเบราว์เซอร์ในขณะที่โปรแกรมนี้ถูกเชื่อมโยงแบบไฮเปอร์เท็กซ์ดังนั้น หัวเรื่องจึงหมายถึง ชื่อประจำโฮมเพจเพราะเนื่องจากโปรแกรมเอชทีเอ็มแอลเป็นโปรแกรมของโฮมเพจ ส่วนคำสั่ง เนื้อความ เป็นคำสั่งแสดงข้อความบนโฮมเพจ ซึ่งประกอบด้วยคำสั่งแสดง แบบของตัวอักษร ของคำที่ใช้ ในการอธิบาย คำสั่งการจัดวางหน้าของข้อความ คำสั่งเพื่อการเชื่อมโยงแบบไฮเปอร์ลิงค์ และคำสั่ง เชื่อมโยงรูปภาพ เป็นต้น

ตารางที่ 2.1 แสดงคำสั่งหัวเรื่องและคำอธิบาย

คำสั่งหัวเรื่อง	คำอธิบาย
<TITLE>...</TITLE >	เพื่อแสดงชื่อไฟล์เอกสารหรือชื่อ โฮมเพจ
<ISINDEX>	เพื่อแสดงว่าไฟล์เอกสารเป็นชนิดที่สืบค้นได้
<NEXTID>	เพื่อแสดงเลขประจำตัวของไฟล์เอกสาร
<LINK>	เพื่อกำหนดความสัมพันธ์ระหว่างไฟล์เอกสาร ฉบับอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง
<BASE>	เพื่อกำหนดการอ้างอิงรหัสสืบค้นยูอาร์แอล

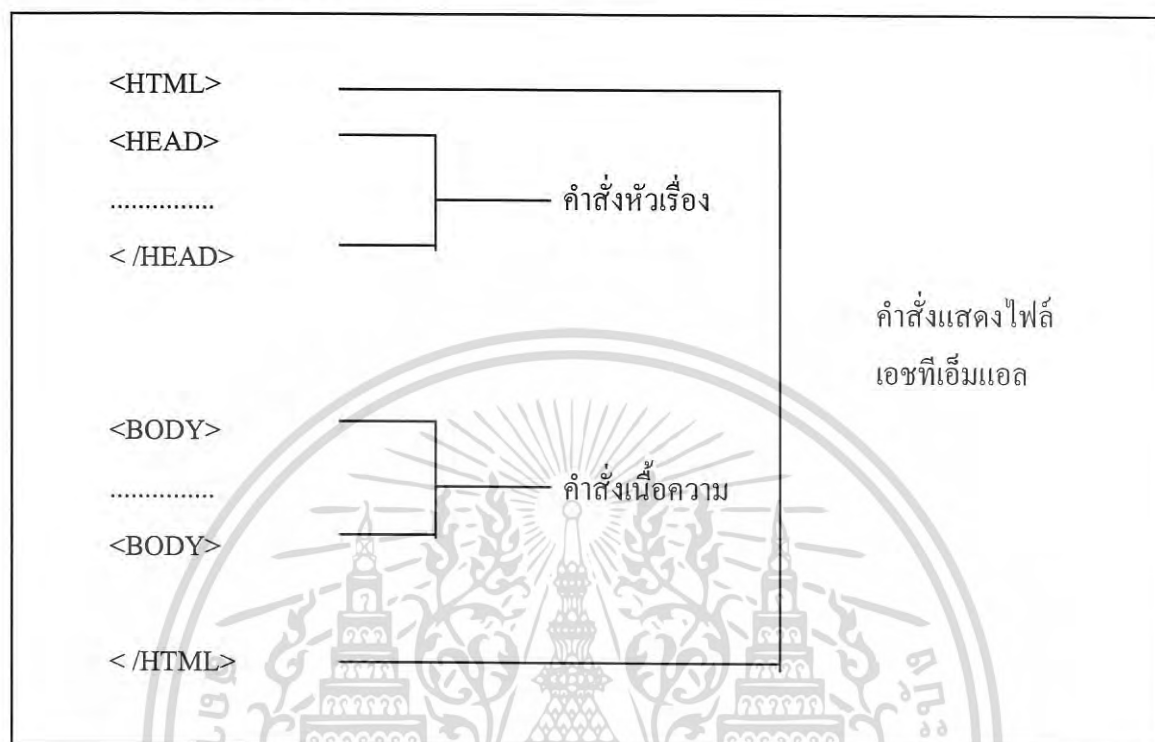
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.2 แสดงคำสั่งเนื้อความและคำอธิบาย

คำสั่งเนื้อความ	คำอธิบาย
<H1>...</H1 >	เพื่อกำหนดแบบหัวข้อให้เป็นตัวอักษรขนาดใหญ่ที่สุด
<H2>....</H2 >	เพื่อกำหนดแบบหัวข้อให้เป็นตัวอักษรขนาดยักษ์
<H3>...</H3 >	เพื่อกำหนดแบบหัวข้อให้เป็นตัวอักษรขนาดใหญ่
<H4>...</H4 >	เพื่อกำหนดแบบหัวข้อให้เป็นตัวอักษรขนาดกลาง
<H5>...</H5 >	เพื่อกำหนดแบบหัวข้อให้เป็นตัวอักษรขนาดเล็ก
<H6>...</H6 >	เพื่อกำหนดแบบหัวข้อให้เป็นตัวอักษรขนาดเล็กที่สุด
<A>...	เพื่อสร้างไฮเปอร์เท็กซ์สำหรับการเชื่อมโยง
<P>	เพื่อกำหนดย่อหน้าของข้อความ
 	เพื่อเว้นบรรทัดเมื่อจบข้อความ
<HR>	เพื่อขีดเส้นกราฟิกในแนวนอน
<PRE>...</PRE >	เพื่อกำหนดแบบตัวอักษรของข้อความ
...	เพื่อแสดงรายการโดยไม่ต้องเรียงลำดับ
...	เพื่อแสดงรายการโดยเรียงลำดับ
	เพื่อแสดงข้อความแต่ละบรรทัดตามคำสั่งและ
<DL>...</DL >	เพื่อแสดงการอธิบายรายการ
<DT>	เพื่อแสดงคำที่ต้องการอธิบายภายใต้คำสั่ง<DL>
<DD>	เพื่อแสดงข้อความอธิบายคำที่กำหนดโดยคำสั่ง<DT>
	เพื่อแสดงภาพจากการเชื่อมโยง

โครงสร้างของคำสั่งใน โปรแกรมเอชทีเอ็มแอล ประกอบด้วยคำสั่ง <HTML>...</HTML> ซึ่งเป็นคำสั่งพิเศษที่ใช้แสดงความเป็น โปรแกรมเอชทีเอ็มแอลส่วนคำสั่งหัวเรื่อง <HEAD>...</HEAD> โดยทั่วไปมักใช้เฉพาะคำสั่ง<TITLE>...</TITLE> เพื่อแสดงชื่อ โปรแกรมเอชทีเอ็มแอล ในขณะที่ ไฟล์ข้อมูลถูกเชื่อมโยงแบบ ไฮเปอร์เท็กซ์

แสดง โครงสร้างคำสั่งของ โปรแกรมเอชทีเอ็มแอล



คำสั่งเนื้อความ คำสั่งเอชทีเอ็มแอลในส่วนของเนื้อความสามารถอธิบายวิธีการใช้โดยแบ่งเป็นกลุ่มคำสั่งตามลักษณะที่คล้ายกันได้ดังนี้

คำสั่งกำหนดแบบของหัวข้อ

คำสั่งกำหนดแบบของหัวข้อได้แก่ คำสั่ง <H1>...</H1>, คำสั่ง <H2>...</H2>,

คำสั่ง <H3>...</H3>, คำสั่ง <H4>...</H4>, คำสั่ง <H5>...</H5> และคำสั่ง <H6>...</H6> เป็นการกำหนดขนาดตัวอักษรของหัวข้อคำสั่งเอชทีเอ็มแอลรุ่น HTML 3.0 สามารถกำหนด การวางหัวข้อ ดังนี้

<H? ALIGN=OP>...</H?>

เมื่อ ? = 1,2,3,4,5 หรือ 6

เมื่อ OP = LEFT เป็นการกำหนดให้ข้อความชิดด้านซ้าย

เมื่อ OP = CENTER เป็นการกำหนดให้ข้อความอยู่ตรงกลาง

เมื่อ OP = RIGHT เป็นการกำหนดให้ข้อความชิดด้านขวา

คำสั่งจัดวางคำ

คำสั่งจัดวางคำ เป็นคำสั่งเกี่ยวกับการจัดวางย่อหน้า การเว้นบรรทัด และการวางประโยค คำสั่งกลุ่มนี้ได้แก่ คำสั่ง <P> , คำสั่ง
, คำสั่ง<HR> และคำสั่ง <PRE>...</PRE> เป็นต้น สำหรับคำอธิบายคำสั่งเหล่านี้เป็นดังนี้

- คำสั่ง <P> เป็นคำสั่งกำหนดการขึ้นย่อหน้าใหม่ของข้อความ กล่าวคือข้อความที่ตามหลังคำสั่ง <P> เป็นการบังคับให้ข้อความนั้นเริ่มต้นบรรทัดใหม่โดยถูกกำหนดให้ย่อหน้าทุกครั้ง ตัวอย่างการเขียนข้อความโดยใช้คำสั่ง <P> สำหรับคำสั่งเอชทีเอ็มแอลรุ่น HTML 3.0 สามารถกำหนดการวางประโยค และการย่อหน้า ได้ดังนี้

```
<P ALIGN=OP>
```

เมื่อOP = LEFT เป็นการกำหนดให้ข้อความชิดด้านซ้าย

เมื่อOP = CENTER เป็นการกำหนดให้ข้อความอยู่ตรงกลาง

เมื่อOP = RIGHT เป็นการกำหนดให้ข้อความชิดด้านขวา

หมายเหตุ หากไม่มีการกำหนดค่าตัวแปร ALIGN จะมีความหมายเช่นเดียวกับการกำหนดเป็น

```
<P ALIGN=LEFT>
```

```
<HTML>
```

```
<TITLE> The Sample for "<P>" Command</TITLE>
```

```
<BODY>
```

```
<P>
```

This document will give a result of a paragraph.

```
</BODY>
```

```
<HTML>
```

- คำสั่ง
 เป็นคำสั่งเว้นบรรทัดหรือขึ้นบรรทัดใหม่ และสามารถกำหนดตำแหน่งของข้อความบนบรรทัดใหม่ได้โดยกำหนดค่าเพิ่มจากคำสั่งเดิม ดังตัวอย่างต่อไปนี้

```
<BR ALIGN=OP>
```

เมื่อOP = LEFT เป็นการกำหนดให้ข้อความชิดด้านซ้าย

เมื่อOP = CENTER เป็นการกำหนดให้ข้อความอยู่ตรงกลาง

เมื่อOP = RIGHT เป็นการกำหนดให้ข้อความชิดด้านขวา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หมายเหตุหากไม่มีการกำหนดค่าตัวแปร ALIGN จะมีความหมายเช่นเดียวกับการกำหนดเป็น <BR ALIGN=LEFT>

- คำสั่ง <HR> เป็นคำสั่งขีดเส้นกราฟิกในแนวนอนเพื่อแบ่งขอบเขตของข้อความที่มีเนื้อหาจบตอน เส้นกราฟิกสามารถถูกกำหนดรูปแบบได้ โดยการกำหนดค่าตัวแปรดังนี้

<HR NOSHADE> เป็นการกำหนดเส้น โดยไม่มีเส้นเงา

<HR SIZE=NO> เมื่อ NO เป็นเลขกำหนดความยาวของเส้นกราฟิก

<HR WIDTH=NO> เมื่อ NO เป็นเลขกำหนดความกว้างของเส้นกราฟิก

<HR ALIGN=OP> เมื่อ OP = LEFT เป็นการกำหนดให้เส้นกราฟิกชิดด้านซ้าย

เมื่อ OP = CENTER เป็นการกำหนดให้เส้นกราฟิกอยู่ตรงกลาง

เมื่อ OP = RIGHT เป็นการกำหนดให้เส้นกราฟิกชิดด้านขวา

- คำสั่ง <PRE>...</PRE> เป็นคำสั่งกำหนดขนาดตัวอักษรของคำในข้อความซึ่งเป็นตัวอักษรชนิด "โมนอสเปซ" (monospaced font) โดยมีรูปแบบคำสั่ง ดังนี้ <PRE WIDTH="NO">...</PRE>

เมื่อ NO เป็นขนาดความกว้างของอักษรโมนอสเปซต่อบรรทัด หากไม่มีการกำหนดค่าตัวแปร ความกว้างของข้อความจะมีขนาดเป็น 80 ตัวอักษรต่อบรรทัด

คำสั่งกำหนดรายการ

เป็นคำสั่งแสดงรายการแบบต่าง ๆ ซึ่งประกอบด้วยคำสั่งต่อไปนี้

- คำสั่ง ... เป็นคำสั่งแสดงรายการโดยไม่ต้องเรียงลำดับซึ่งเป็นคำสั่งที่ใช้ร่วมกับ

คำสั่ง ดังตัวอย่างต่อไปนี้

This is an Unordered List

 The line number one

 The line number two

 The line number three

- คำสั่ง ... เป็นคำสั่งแสดงรายการโดยเรียงลำดับ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

This is an Ordered List

 The line number one

 The line number two

 The line number three

- คำสั่ง เป็นคำสั่งแสดงข้อความแต่ละบรรทัดตามคำสั่ง และ
- คำสั่ง <DL>...</DL> เป็นคำสั่งแสดงการอธิบายรายการซึ่งใช้ร่วมกับคำสั่ง

<DT> และคำสั่ง <DD> โดยใช้คำสั่ง <DT> เป็นคำสั่งแรกซึ่งเป็นคำสั่งแสดงคำที่ต้องการอธิบายตามด้วยคำสั่ง <DD> ซึ่งเป็นคำสั่งแสดงข้อความอธิบาย ดังตัวอย่างต่อไปนี้

This is a Description List

<DL>

<DT> WWW

<DD> World-Wide Web

<DT> HTML

<DD> HyperText Markup Language

<DT> HTTP

<DD> HyperText Transfer Protocol

<DT> WYSIWYG

<DD> What You See Is What You Get

</DL>

- คำสั่ง <DT> เป็นคำสั่งแสดงคำที่ต้องการอธิบายภายใต้คำสั่ง <DL>...</DL>
- คำสั่ง <DD> เป็นคำสั่งแสดงข้อความอธิบายคำที่กำหนดโดยคำสั่ง <DT>

คำสั่งกำหนดแบบของตัวอักษร

คำสั่งประเภทนี้เป็นคำสั่งกำหนดตัวหนา ตัวเอน และตัวขนาดเท่ากับของตัวอักษร ดังคำสั่งต่อไปนี้

- คำสั่ง ... เป็นคำสั่งกำหนดตัวอักษรให้เป็น ตัวหนา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังตัวอย่างการกำหนดต่อไปนี้

This is a Boldface font.

- คำสั่ง <I>...</I> เป็นคำสั่งกำหนดตัวอักษรให้เป็น ตัวเอน

ดังตัวอย่างการกำหนดต่อไปนี้

<I>

This is a Italic font.

</I>

- คำสั่ง <TT>...</TT> เป็นคำสั่งกำหนดตัวอักษรให้เป็น ตัวพิมพ์ติด ดังตัวอย่างการกำหนดต่อไปนี้

<TT>

This is a fixed-width typewriter font.

</TT>

คำสั่งเชื่อมโยง

คำสั่งนี้เป็นคำสั่งเชื่อมโยงเพื่อโอนย้ายไฟล์ข้อมูล ในลักษณะการเชื่อมโยงภายใต้ไฮเปอร์เท็กซ์ คำสั่งประเภทนี้คือ

- คำสั่ง <A>... เป็นคำสั่งเชื่อมโยงแหล่งข้อมูลประเภทต่าง ๆ เช่น ไฟล์เซิร์ฟเวอร์ โทเฟอร์เซิร์ฟเวอร์ และ เวิลด์ไวด์เว็บเซิร์ฟเวอร์ เป็นต้น คำสั่งนี้ประกอบด้วยตัวแปรสำหรับกำหนดค่า เพื่อการเชื่อมโยงแหล่งข้อมูล และเพื่อกำหนดชื่ออ้างอิง ซึ่งได้แก่ตัวแปร HREF และ NAME เป็นต้น การเชื่อมโยงแหล่งข้อมูลโดยคำสั่ง <A>... ทำได้โดย กำหนดตัวแปร HREF โดยการอ้างอิงชื่อหรือรหัสสืบค้นยูอาร์แอล ดังตัวอย่างต่อไปนี้

```
<A HREF="http://www.ncsa.uiuc.edu"> Link to NCSA</A>
```

จากตัวอย่างคำสั่งข้างบน เป็นคำสั่งเพื่อเชื่อมโยงไปยังเวิลด์ไวด์เว็บเซิร์ฟเวอร์ชื่อ www.ncsa.uiuc.edu ซึ่งเป็นการเชื่อมโยงภายใต้ไฮเปอร์เท็กซ์ชื่อ Link to NCSA

สำหรับการอ้างอิงชื่อเพื่อการค้นหาข้อความบนไฟล์เอชทีเอ็มแอล ต้องกำหนดคำสั่ง

<A>... อย่างน้อย 2 คำสั่ง สำหรับตัวอย่างการตั้งชื่อของคำสั่ง <A>... เพื่ออ้างอิงการค้นหาเป็นดังนี้

```
<A NAME ="BEGIN" HREF="#END">Go to end of file</A>
```

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

```
<A NAME ="END" HREF="#BEGIN">Go to end of file</A>
```

คำสั่งอ้างอิงบรรทัดแรกจะปรากฏอยู่ภายใต้ข้อความไฮเปอร์เท็กซ์ "Go to end of file" หากคลิกเมาส์ไปที่ข้อความดังกล่าวจะมีผลทำให้ข้อความบรรทัดสุดท้ายของไฟล์เลื่อนมาเป็นบรรทัดแรกของจอภาพ โดยการทำงานของตัวแปรอ้างอิง HREF = "#END" ในคำสั่ง <A>... ของบรรทัดแรก โดยเรียกข้อความบรรทัดที่มีชื่อตรงกับชื่อที่อ้างอิงหรือ NAME ="END" ซึ่งเป็นบรรทัดสุดท้ายนั่นเอง

คำสั่งแสดงภาพ

คำสั่งนี้เป็นคำสั่งแสดงภาพจากแหล่งข้อมูลที่อ้างอิงถึง หรือจากไคเรกทอรีที่กำหนดโดยโปรแกรมเว็บไคต์เว็บเบราว์เซอร์ คำสั่งดังกล่าวคือ

- คำสั่ง เป็นคำสั่งแสดงภาพที่ต้องระบุชื่อรูปภาพโดยตัวแปร SRC คำสั่งนี้ประกอบด้วยตัวแปรอื่น ๆ อีกเช่น ตัวแปร ALT และตัวแปร ALIGN สำหรับตัวอย่างคำสั่งการแสดงผลภาพชื่อ PICTR.GIF โดยกำหนดให้แสดงข้อความว่า " My picture " แทนภาพในขณะที่ยังไม่มีกรแสดงผลภาพซึ่งทำได้ดังนี้

```
<IMG SRC="PICTR.GIF" ALT="My picture">
```

คำสั่งตาราง

คำสั่งนี้เป็นคำสั่งแสดงตาราง คำสั่งตารางประกอบด้วยคำสั่งต่อไปนี้

- คำสั่ง <TABLE>...</TABLE> เป็นคำสั่งแสดงตารางชนิด 3 มิติ โดยกำหนดค่าตัวแปรต่าง ๆ ของคำสั่งดังนี้

<TABLE BORDER=NO>

เมื่อ NO เป็นเลขกำหนดขนาดกรอบของตารางอาจไม่ต้องระบุก็ได้

<TABLE BORDER COLSPAN=NO>

เมื่อ NO เป็นเลขกำหนดจำนวนคอลัมน์ของตาราง

<TABLE BORDER COLSPAN=2 WIDTH=NO>

เมื่อ NO เป็นเลขกำหนดความกว้างของตาราง

- คำสั่ง <TH>...</TH> คำสั่งนี้เป็นคำสั่งแสดงหัวข้อซึ่งอยู่แถวแรกของตาราง และสามารถกำหนดตำแหน่งโดยการขยายคำสั่งได้ดังนี้

<TH ALIGN=OP>

เมื่อ OP = LEFT เป็นการกำหนดให้ข้อความชิดด้านซ้าย

เมื่อ OP = CENTER เป็นการกำหนดให้ข้อความอยู่ตรงกลาง

เมื่อ OP = RIGHT เป็นการกำหนดให้ข้อความชิดด้านขวา

<TH ALIGN=CENTER COLSPAN=NO>

เมื่อ NO เป็นเลขกำหนดจำนวนคอลัมน์ของตาราง

- คำสั่ง <TR> เป็นคำสั่งกำกับคำสั่งแสดงข้อความในแต่ละแถวของตาราง
- คำสั่ง <TD>...</TD> เป็นคำสั่งแสดงข้อความในแถวของตารางซึ่งกำกับโดยคำสั่ง <TR> สำหรับการกำหนดตำแหน่งของข้อความ โดยการขยายคำสั่งเป็นดังนี้

<TD ALIGN=OP>

เมื่อ OP = LEFT เป็นการกำหนดให้ข้อความชิดด้านซ้าย

เมื่อ OP = CENTER เป็นการกำหนดให้ข้อความอยู่ตรงกลาง

เมื่อ OP = RIGHT เป็นการกำหนดให้ข้อความชิดด้านขวา

พื้นฐานของจาวาสคริปต์

จาวาสคริปต์เป็นภาษาสคริปต์ที่มีเป้าหมายในการออกแบบสำหรับผู้เขียนเอกสารเอกสารถือเอเอ็มแอลสำหรับการแสดงภายใต้ Netscape Navigator, Microsoft Internet Explorer 3 และต่อ ๆ ไป รวมทั้งเบราว์เซอร์อื่น ๆ ที่เข้ากันได้ จาวาสคริปต์จะไม่ขึ้นกับระบบเครื่อง เพราะสคริปต์จะถูกแปลที่ระดับเบราว์เซอร์(แทนที่จะคอมไพล์แบบเจาะจงระบบเครื่อง) สถาปัตยกรรมที่ขึ้นกับออบเจกต์ ทำให้จาวาสคริปต์สามารถโต้ตอบกับคุณสมบัติของออบเจกต์ที่รู้จัก : ออบเจกต์ที่สร้างไว้ภายใน (เช่น ออบเจกต์ Window) ออบเจกต์ของ Netscape Navigator (เช่น ออบเจกต์ document) หรือออบเจกต์ของจาวา (เช่น แอปพลิเคชันที่แสดงคุณสมบัติ) สคริปต์ที่เพิ่มเข้าไปในเอกสารเอกสารถือเอเอ็มแอลสามารถทำงานได้อย่างหลากหลาย รวมทั้งการตัดสินใจและการเข้าสู่ข้อมูลตามที่ใช้ป้อน การเพิ่ม ส่วนประกอบแบบโต้ตอบ เช่น การเพิ่มปุ่มเรดิโอบอกในเว็บเพจ และทำการคำนวณที่ซับซ้อน

จาวาสคริปต์ทำงานทั้งฝั่งไคลเอนต์ (สคริปต์จะทำงานหลังจากถูกโหลดลงในหน่วยความจำในเครื่องของผู้ใช้แต่ละคน) และฝั่งเซิร์ฟเวอร์ (สคริปต์จะทำงานบนเว็บเซิร์ฟเวอร์ภายใต้สภาพแวดล้อม LiveWire และ Netscape) ด้วยจาวาสคริปต์สามารถ

- ออกแบบเว็บเพจที่แสดงคำพูดต่าง ๆ บริเวณด้านบนของเพจทุก ๆ ครั้งที่แสดงเพจ โดยอัตโนมัติ
- สร้างอุปกรณ์เล่นมัลติมีเดียที่ใช้แอปพลิเคชันของจาวาเพื่อเล่นแฟ้มประเภทต่าง ๆ รวมทั้งเพิ่มภาพเคลื่อนไหว เพิ่มเสียง และการกระจายเสียง
- ออกแบบเครื่องมือสอนเสริมแบบออนไลน์ที่แสดงให้เห็นว่า จะเขียนสคริปต์โดยใช้เครื่องมือ อย่างเช่นจาวาสคริปต์ได้อย่างไร

สิ่งจำเป็นก่อนที่จะเริ่มต้นสร้างสคริปต์

จาวาสคริปต์แสดงให้เห็นถึงภาษาสคริปต์จริง ๆ สำหรับคนกลุ่มใหญ่ สามารถเริ่มต้น สร้างสคริปต์ที่เขียนมาอย่างดีมีประโยชน์ สำหรับคอมพิวเตอร์ใด ๆ ที่ใช้ Netscape Navigator(หรือเบราว์เซอร์อื่น ๆ ที่เข้ากันได้) โดยไม่จำเป็นต้องมีฮาร์ดแวร์และซอฟต์แวร์อะไรมากมาย เพียงมีโปรแกรมเท็กซ์เอดิเตอร์ง่าย ๆ สำหรับเขียนสคริปต์ และมี Netscape (เวอร์ชัน 2.01 ขึ้นไป) Microsoft Internet Explorer (เวอร์ชัน 3.0 ขึ้นไป) หรือเบราว์เซอร์อื่น ๆ ที่เข้ากันได้สำหรับทดสอบและใช้งานสคริปต์นอกเหนือจากฮาร์ดแวร์และซอฟต์แวร์แล้ว การมีพื้นฐาน ความรู้เกี่ยวกับสถาปัตยกรรมของเว็บและเอกสารถือเอเอ็มแอลก็เป็นสิ่งจำเป็นและถ้ามีความรู้เกี่ยวกับการเขียน โปรแกรมก็จะช่วยได้มากถ้าไม่มีประสบการณ์ในส่วนนี้ควรจะศึกษาค้นคว้าเพื่อจะเรียนรู้เกี่ยวกับจาวาสคริปต์ การมีประสบการณ์เกี่ยวกับการเขียน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โปรแกรมต่าง ๆ (จาก HyperTalk และ C++) จะช่วยในการทำความเข้าใจ และเชี่ยวชาญโครงสร้างทางตรรกศาสตร์ที่ใช้ในการสร้างคริปต์ที่มี

ประโยชน์ รวมทั้งความเข้าใจที่มีต่างความแตกต่างของจาวาสคริปต์กับภาษาอื่น ๆ ซอฟต์แวร์ที่ใช้ในการทำงานกับจาวาสคริปต์นั้นมีขนาดเล็ก ซึ่งจะต่างจากสภาพแวดล้อมในการเขียนโปรแกรมอื่น ๆ ที่ต้องใช้เครื่องมือที่มีราคาแพง และจำเป็นต้องมีการอัปเดตให้ทันสมัยอยู่เสมอ สิ่งที่ต้องใช้คือ :

- โปรแกรมเท็กซ์เอดิเตอร์ (คุณสมบัติอย่างหนึ่งที่ควรมี คือการจัดการกับหลาย ๆ ย่อหน้าได้ง่ายทำให้สามารถซ่อนคำสั่งต่าง ๆ เข้าด้วยกัน ซึ่งจะทำให้อ่านสคริปต์ได้ง่ายขึ้น)
- Netscape Navigator เวอร์ชันใด ๆ ที่ต่อจากเวอร์ชัน 3 (สามารถดาวน์โหลดจากอินเทอร์เน็ต หรือที่ผู้ให้บริการอินเทอร์เน็ตเตรียมไว้ให้กับสมาชิก เวอร์ชันก่อนหน้าเวอร์ชัน 2 จะไม่สามารถแปลจาวาสคริปต์ได้) นอกจากนี้ยังสามารถใช้ Microsoft Internet Explorer เวอร์ชัน 3 หรือหลังจากนี้

สามารถใช้โปรแกรมเท็กซ์เอดิเตอร์พื้นฐานได้ตามที่ต้องการ เช่น Notepad หรือ WordPad โปรแกรมเท็กซ์เอดิเตอร์ที่ออกแบบโดยคำนึงถึงการใช้งานของโปรแกรมเมอร์จะใช้ได้ง่ายและสะดวกขึ้น ตั้งแต่โปรแกรมเหล่านี้ถูกสร้างขึ้นเพื่อรองรับรูปแบบความนิยมที่เกิดขึ้นกับภาษา C และ C++ (ซึ่งจาวาและจาวาสคริปต์รับมา) โปรแกรมเท็กซ์เอดิเตอร์แชร์แวร์ (shareware: โปรแกรมที่แจกจ่าย ให้ใช้งานได้ฟรี โดยอาจจะยกเลิกความสามารถบางส่วนหรือกำหนดจำนวนครั้งหรือวันเวลา ในการใช้งานเอาไว้) หลาย ๆ ตัวถูกออกแบบมาสำหรับ โปรแกรมเมอร์ ได้ให้คุณสมบัติที่น่าแปลกใจ และสามารถแข่งกับโปรแกรมชั้นนำได้ถ้าสนใจในการสร้างสคริปต์โดยใช้จาวาสคริปต์ และมีเครื่องมือในการสร้างเว็บเพจซึ่งเป็นสิ่งที่จะช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการสร้างสคริปต์ เพราะจะสามารถกระโดดจากเอกสารเอชทีเอ็มแอลที่สร้างไปยังมุมมองจากเว็บเบราว์เซอร์ของเอกสารนั้นและเมื่อจาวาสคริปต์ถูกฝังไว้ในเอกสารเอชทีเอ็มแอลซึ่งสามารถกระโดดไปและกลับระหว่างมุมมองการสร้าง และการทำงาน จึงเป็นคุณสมบัติที่มีประโยชน์มากในการพัฒนาและดีบั๊ก

2.3 การแปลงลาปลาซ (Laplace Transform)

วิธีการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ ส่วนมากเป็นเชิงเส้น a, b และ c เป็นค่าคงตัว และ $g(t)$ ต่อเนื่องสามารถแก้สมการที่อยู่ในรูป $ay'' + by' + cy = g(t)$ โดยวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ หรือวิธีแปรผันของพารามิเตอร์

สำหรับสมการเชิงอนุพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับ mechanical และ electrical system นั้น $g(t)$ ไม่ต่อเนื่อง ผลการแปลงลาปลาซเป็นวิธีสำคัญในสายวิทยาศาสตร์และวิทยาศาสตร์ซึ่งวิธีในการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ที่มี $g(t)$ ต่อเนื่องเป็นช่วง หรือแสดงในรูปที่เป็นระบบ สำหรับคาบเวลาที่สั้นมาก หรือผลการแปลงลาปลาซใช้ได้กับฟังก์ชันที่อยู่ในรูปอินทิกรัล

2.3.1 ผลการแปลงลาปลาซ

ในวิชาแคลคูลัส มีการดำเนินการของอนุพันธ์และอินทิกรัล

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}[\alpha f(x) + \beta g(x)] &= \alpha \frac{d}{dx} f(x) + \beta \frac{d}{dx} g(x) \\ \int [\alpha f(x) + \beta g(x)] dx &= \alpha \int f(x) dx + \beta \int g(x) dx \end{aligned} \quad (1)$$

เมื่อ α, β เป็นค่าคงตัว ซึ่งคุณสมบัติดังกล่าวนี้ เรียกว่า การดำเนินการเชิงเส้น (linear operation) และอินทิกรัลจำกัดเขตของผลบวก คือ ผลบวกของอินทิกรัลดังนี้

$$\int_a^b [\alpha f(x) + \beta g(x)] dx = \alpha \int_a^b f(x) dx + \beta \int_a^b g(x) dx$$

เมื่อแต่ละอินทิกรัลหาค่าได้ ดังนั้นอินทิกรัลจำกัดเขตเป็นการดำเนินการเชิงเส้น

Basic Definition การดำเนินการเชิงเส้นของอนุพันธ์และอินทิเกรตของฟังก์ชัน แสดงได้ในรูปต่าง ๆ ดังตัวอย่าง

$$\frac{d}{dx} x^2 = 2x, \quad \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + c, \quad \int_0^3 x^2 dx = 9$$

ต่อไปจะพิจารณาเกี่ยวกับอินทิกรัลไม่ตรงแบบ ซึ่งผลการแปลงของฟังก์ชัน $f(t)$ เป็นฟังก์ชันที่มีตัวพารามิเตอร์ s

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยาม 2.1 ผลการแปลงลาปลาซ

ให้ $f(t)$ หาค่าได้เมื่อ $t \geq 0$ แล้วอินทิกรัล $\int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b e^{-st} f(t) dt$ เรียกว่า ผลการแปลงลาปลาซของ f เมื่อลิมิตหาค่าได้ สัญลักษณ์ของผลการแปลงลาปลาซแทนด้วย $L\{f(t)\}$ และจะได้

$$L\{f(t)\} = F(s)$$

ตัวอย่าง 1 จงหา $L\{1\}$

ผลเฉลย

$$\begin{aligned} L\{1\} &= \int_0^{\infty} e^{-st} (1) dt \\ &= \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b e^{-st} dt \\ &= \lim_{b \rightarrow \infty} \left. \frac{e^{-st}}{-s} \right|_0^b \\ &= \lim_{b \rightarrow \infty} \frac{-e^{-sb} + 1}{s} \\ &= \frac{1}{s} \quad \text{เมื่อ } s > 0 \end{aligned}$$

การใช้เครื่องหมายลิมิตต่อไปนี้ จะเขียนสั้น ๆ ด้วย $\left. \lim_{b \rightarrow \infty} (\) \right|_0^b$ ดังตัวอย่าง

$$L\{1\} = \int_0^{\infty} e^{-st} dt = \left. -\frac{e^{-st}}{s} \right|_0^{\infty} = \frac{1}{s}, s > 0$$

ซึ่งลิมิตบน $e^{-st} \rightarrow 0$ เมื่อ $t \rightarrow \infty$ สำหรับ $s > 0$

L เป็นการแปลงเชิงเส้น สำหรับผลบวกของฟังก์ชัน

$$\int_0^{\infty} e^{-st} [\alpha f(t) + \beta g(t)] dt = \alpha \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt + \beta \int_0^{\infty} e^{-st} g(t) dt$$

เมื่ออินทิกรัลทั้งสองคู่เข้า ดังนั้นจะได้

$$\begin{aligned} L\{\alpha f(t) + \beta g(t)\} &= \alpha L\{f(t)\} + \beta L\{g(t)\} \\ &= \alpha F(s) + \beta G(s) \end{aligned} \quad (3)$$

จากคุณสมบัติที่ได้ใน (3) เราได้ว่า L เป็นการแปลงเชิงเส้นหรือเป็นตัวดำเนินการเชิงเส้น
เงื่อนไขเพียงพอสำหรับการมีอยู่ของ $L\{f(t)\}$

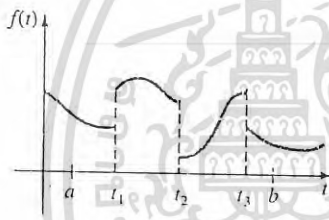
การแปลงลาปลาซไม่จำเป็นต้องลู่อเข้าเสมอไป ถึงแม้ว่าฟังก์ชันหาค่าได้ เช่น

$L\{\frac{1}{t}\}$ และ $L\{e^{t^2}\}$ แต่เงื่อนไขที่ประกันได้ว่า $L\{f(t)\}$ หาค่าได้ คือ

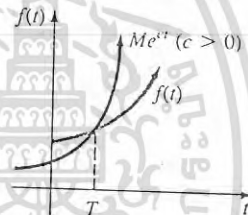
1. f ต่อเนื่องเป็นช่วงบน $[0, \infty)$
2. f เป็นอันดับชี้กำลัง (exponential order) เมื่อ $t > T$

$\Rightarrow f$ ต่อเนื่องเป็นช่วงบน $[0, \infty)$ ถ้าสำหรับในแต่ละช่วง $0 < a \leq t \leq b$ มีจำนวนของจุด
 $t_k, k=1,2,\dots,n$

($t_{k-1} < t_k$) เป็นจำนวนจำกัดที่ทำให้ f ไม่ต่อเนื่องและต่อเนื่องบนแต่ละช่วงเปิด $t_{k-1} < t < t_k$



รูปที่ 2.6



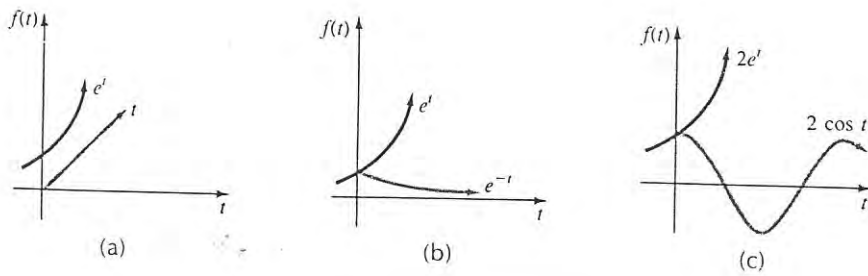
รูปที่ 2.7

$\Rightarrow f$ เป็นอันดับชี้กำลัง (exponential order) ถ้ามีจำนวน $c, M > 0$ และ $T > 0$ ซึ่งทำให้
 $|f(t)| \leq Me^{ct}$ สำหรับ $t > T$ หรือถ้า f เป็นฟังก์ชันเพิ่มขึ้นแล้วเงื่อนไข $|f(t)| \leq Me^{ct}, t > T$ จะ
 พบว่ากราฟบนช่วง (T, ∞) ต้องไม่เพิ่มขึ้นมากกว่ากราฟของ Me^{ct} เมื่อ c เป็นค่าคงตัวที่เป็น
 บวก (ดังรูปที่ 2.7)

ตัวอย่างเช่น $f(t) = t, f(t) = e^{-t}, f(t) = 2 \cos t$ เป็นอันดับชี้กำลังเมื่อ $t > 0$ เนื่องจากจะได้

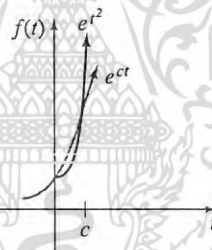
$$|t| \leq e^t, |e^{-t}| \leq e^t, |2 \cos t| \leq 2e^t$$

ตามลำดับ และมีกราฟบนช่วง $(0, \infty)$ ดังรูป 2.8



รูปที่ 2.8

สำหรับฟังก์ชัน $f(t) = e^{t^2}$ ไม่เป็นอันดับชี้กำลัง เนื่องจากฟังก์ชันเพิ่มขึ้นเร็วกว่าฟังก์ชัน e^{ct} เมื่อ $t > c > 0$ ดังรูป 2.9



รูปที่ 2.9

ฟังก์ชัน t^n เป็นอันดับชี้กำลังเนื่องจากสำหรับ $c > 0$

$$|t^n| \leq Me^{ct} \quad \text{หรือ} \quad \left| \frac{t^n}{e^{ct}} \right| \leq M \quad \text{เมื่อ } t > T$$

ซึ่งสมมูล (equivalent) ที่จะแสดงว่า $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t^n}{e^{ct}}$ เป็นลิมิตจำกัดสำหรับ $n = 1, 2, 3, \dots$ (แสดงได้โดยกฎโลปีตาล)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทฤษฎีบท 3.1 Existence

ให้ $f(t)$ ต่อเนื่องเป็นช่วงบนช่วง $[0, \infty)$ และเป็นอันดับชี้กำลังสำหรับ $t > T$ แล้ว $L\{f(t)\}$ หาค่าได้เมื่อ $s > c$

พิสูจน์

$$\begin{aligned} L\{f(t)\} &= \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \\ &= \int_0^T e^{-st} f(t) dt + \int_T^{\infty} e^{-st} f(t) dt \\ &= I_1 + I_2 \end{aligned}$$

I_1 หาค่าได้เนื่องจากเราสามารถเขียนได้ในรูปผลบวกของอินทิกรัลบนช่วงซึ่ง f ต่อเนื่อง

I_2 หาค่าได้เนื่องจาก

$$\begin{aligned} |I_2| &\leq \int_T^{\infty} |e^{-st} f(t)| dt \leq M \int_T^{\infty} e^{-st} e^{ct} dt \\ &= M \int_T^{\infty} e^{-(s-c)t} dt = \left. \frac{Me^{-(s-c)t}}{s-c} \right|_T^{\infty} \\ &= \frac{Me^{-(s-c)T}}{s-c} \quad \text{เมื่อ } s > c \end{aligned}$$

ในการศึกษาในที่นี้ จะเกี่ยวข้องกับฟังก์ชันต่อเนื่องและเป็นอันดับชี้กำลัง อย่างไรก็ตามพบว่าเงื่อนไขดังกล่าวพอเพียง แต่ไม่จำเป็นสำหรับการมีอยู่ของการแปลงลาปลาซ ฟังก์ชัน $f(t) = \frac{1}{t^2}$ ไม่ต่อเนื่องบนช่วง $[0, \infty)$ แต่หาผลการแปลงลาปลาซได้

ตัวอย่าง 2 จงคำนวณ $L\{t\}$

ผลเฉลย จากนิยาม 2.1 จะได้

$$\begin{aligned} L\{t\} &= \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \\ &= \left. \frac{-te^{-st}}{s} \right|_0^{\infty} + \frac{1}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} dt \\ &= \frac{1}{s} L\{1\} \\ &= \frac{1}{s} \left(\frac{1}{s} \right) \\ &= \frac{1}{s^2}, \quad s > 0 \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 3 จงคำนวณ $L\{e^{-3t}\}$

ผลเฉลย จากนิยาม 2.1

$$\begin{aligned} L\{e^{-3t}\} &= \int_0^{\infty} e^{-st} e^{-3t} dt \\ &= \int_0^{\infty} e^{-(s+3)t} dt \\ &= \frac{-e^{-(s+3)t}}{s+3} \Big|_0^{\infty} \\ &= \frac{1}{s+3}, s > -3 \end{aligned}$$

(เมื่อ $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-(s+3)t} = 0$ สำหรับ $s+3 > 0$ หรือ $s > -3$)

ตัวอย่าง 4 จงคำนวณ $L\{\sin 2t\}$

ผลเฉลย จากนิยาม 2.1 และอินทิเกรตทีละส่วน

$$\begin{aligned} L\{\sin 2t\} &= \int_0^{\infty} e^{-st} \sin 2t dt \\ &= -e^{-st} \sin 2t \Big|_0^{\infty} + \frac{2}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} \cos 2t dt \\ &= \frac{2}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} \cos 2t dt, s > 0 \\ &= \frac{2}{s} \left[\frac{-e^{-st} \cos 2t}{s} \Big|_0^{\infty} - \frac{2}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} \sin 2t dt \right] \\ &= \frac{2}{s^2} - \frac{4}{s^2} L\{\sin 2t\}, s > 0 \\ \therefore \left[1 + \frac{4}{s^2}\right] L\{\sin 2t\} &= \frac{2}{s^2} \\ L\{\sin 2t\} &= \frac{2}{s^2 + 4}, s > 0 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 5 จงคำนวณ $L\{3t - 5\sin 2t\}$

ผลเฉลย จากตัวอย่าง 2 และ 4 และคุณสมบัติเชิงเส้นของการแปลงลาปลาซจะได้

$$\begin{aligned} L\{3t - 5\sin 2t\} &= 3L\{t\} - 5L\{\sin 2t\} \\ &= 3 \cdot \frac{1}{s^2} - 5 \cdot \frac{2}{s^2 + 4} \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \frac{-7s^2 + 12}{s^2(s^2 + 4)}, s > 0$$

ตัวอย่าง 6 จงคำนวณ (a) $L\{te^{-2t}\}$

(b) $L\{t^2e^{-2t}\}$

ผลเฉลย (a) จากนิยาม 2.1 และอินทิเกรตทีละส่วน

$$L\{te^{-2t}\} = \int_0^{\infty} e^{-st}(te^{-2t})dt$$

$$= \int_0^{\infty} te^{-(s+2)t} dt$$

$$= \left. \frac{-te^{-(s+2)t}}{s+2} \right|_0^{\infty} + \frac{1}{s+2} \int_0^{\infty} e^{-(s+2)t} dt$$

$$= \left. \frac{-e^{-(s+2)t}}{(s+2)^2} \right|_0^{\infty} \quad (s > -2)$$

$$= \frac{1}{(s+2)^2} \quad (s > -2)$$

(b) $L\{t^2e^{-2t}\}$

$$= \left. \frac{-t^2e^{-(s+2)t}}{s+2} \right|_0^{\infty} + \frac{2}{s+2} \int_0^{\infty} te^{-(s+2)t} dt$$

$$= \frac{2}{s+2} \int_0^{\infty} e^{-st}(te^{-2t})dt \quad (s > -2)$$

$$= \frac{2}{s+2} L\{te^{-2t}\}$$

$$= \frac{2}{s+2} \left[\frac{1}{(s+2)^2} \right] \quad (\text{จาก (a)})$$

$$= \frac{2}{(s+2)^3} \quad (s > -2)$$

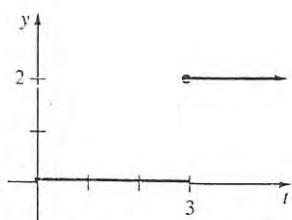
ตัวอย่าง 7 จงคำนวณ $L\{f(t)\}$ เมื่อ $f(t) = \begin{cases} 0, 0 \leq t < 3 \\ 2, t \geq 3 \end{cases}$

ผลเฉลย ฟังก์ชันต่อเนื่องเป็นช่วง ดังรูป 2.10

จากนิยาม 2.1

$$L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.10

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^3 e^{-st} f(t) dt + \int_3^{\infty} e^{-st} f(t) dt \\
 &= \int_0^3 e^{-st} (0) dt + \int_3^{\infty} e^{-st} (2) dt \\
 &= \left. \frac{-2e^{-st}}{s} \right|_3^{\infty} \\
 &= \frac{2e^{-3s}}{s}, \quad s > 0
 \end{aligned}$$

ทฤษฎีบท 2.2 การแปลงลาปลาซของฟังก์ชันที่สำคัญบางฟังก์ชัน

- (a) $L\{1\} = \frac{1}{s}$
 (b) $L\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$
 (c) $L\{e^{at}\} = \frac{1}{s-a}$
 (d) $L\{\sin kt\} = \frac{k}{s^2 + k^2}$
 (e) $L\{\cos kt\} = \frac{s}{s^2 + k^2}$
 (f) $L\{\sinh kt\} = \frac{k}{s^2 - k^2}$
 (g) $L\{\cosh kt\} = \frac{s}{s^2 - k^2}$

พิสูจน์

$$\begin{aligned}
 \text{(b) } L\{t^n\} &= \int_0^{\infty} e^{-st} t^n dt \\
 &= \left. \frac{-1}{s} e^{-st} t^n \right|_0^{\infty} + \frac{n}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} t^{n-1} dt \\
 &= \frac{n}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} t^{n-1} dt \\
 &= \frac{n}{s} L\{t^{n-1}\}, \quad n = 1, 2, 3, \dots
 \end{aligned}$$

$$\text{จาก } L\{1\} = \frac{1}{s}$$

$$L\{t\} = \frac{1}{s} L\{1\} = \frac{1}{s^2}$$

$$L\{t^2\} = \frac{2}{s} L\{t\} = \frac{2}{s} \left(\frac{1}{s^2} \right) = \frac{2}{s^3}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาของนักศึกษา ไม่นอนุญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$L\{t^3\} = \frac{3}{s} L\{t^2\} = \frac{3}{s} \left(\frac{2}{s^3} \right) = \frac{3!}{s^4}$$

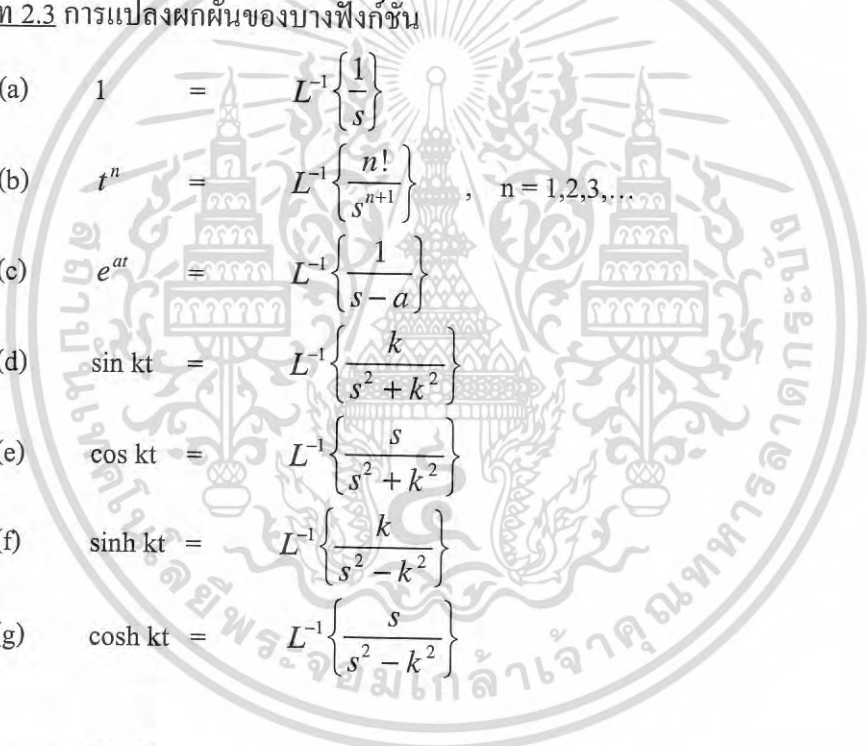
ในเทอมทั่วไปจะได้

$$L\{t^n\} = \frac{n}{s} L\{t^{n-1}\} = \frac{n}{s} \left[\frac{(n-1)!}{s^n} \right] = \frac{n!}{s^{n+1}}$$

2.3.2 การแปลงผกผัน (Inverse Transform)

โดยใช้นิยามของอินทิกรัลของการแปลงลาปลาซของฟังก์ชัน f เราจะหา F ซึ่ง F เป็นฟังก์ชันของการแปลงที่มีพารามิเตอร์ s เขียนแทนด้วย $L\{f(t)\} = F(s)$ เมื่อต้องการหา $f(t)$ ซึ่งเกี่ยวข้องกับการแปลงดังกล่าว เราเรียก $f(t)$ ว่าการแปลงลาปลาซผกผันของ $F(s)$ และ $f(t) = L^{-1}\{F(s)\}$ จากทฤษฎีบท 2.2 จะได้การแปลงผกผันดังนี้

ทฤษฎีบท 2.3 การแปลงผกผันของบางฟังก์ชัน



(a) $1 = L^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\}$

(b) $t^n = L^{-1}\left\{\frac{n!}{s^{n+1}}\right\}, n = 1, 2, 3, \dots$

(c) $e^{at} = L^{-1}\left\{\frac{1}{s-a}\right\}$

(d) $\sin kt = L^{-1}\left\{\frac{k}{s^2+k^2}\right\}$

(e) $\cos kt = L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+k^2}\right\}$

(f) $\sinh kt = L^{-1}\left\{\frac{k}{s^2-k^2}\right\}$

(g) $\cosh kt = L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2-k^2}\right\}$

L^{-1} เป็นการแปลงเชิงเส้น

สมมติให้การแปลงลาปลาซผกผันเป็นการแปลงเชิงเส้น สำหรับค่าคงตัว α และ β จะได้

$$L^{-1}\{\alpha F(s) + \beta G(s)\} = \alpha L^{-1}\{F(s)\} + \beta L^{-1}\{G(s)\}$$

เมื่อ F และ G เป็นการแปลงของฟังก์ชัน f และ g

การแปลงลาปลาซผกผันของฟังก์ชัน $F(s)$ ไม่เป็น Unique ซึ่งเป็นไปได้

ที่ $L\{f_1(t)\} = L\{f_2(t)\}$ โดยที่ $f_1 \neq f_2$ ถ้า $f_1 = f_2$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $[0, \infty)$ และ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เป็นอันดับชี้กำลัง เมื่อ $t > 0$ และถ้า $L\{f_1(t)\} = L\{f_2(t)\}$ แล้วจะได้ f_1 และ f_2 เหมือนกัน นั่นคือฟังก์ชันจะต่างกันเฉพาะจุดซึ่งไม่ต่อเนื่อง อย่างไรก็ตามถ้า f_1 และ f_2 ต่อเนื่องบน $[0, \infty)$ และ $L\{f_1(t)\} = L\{f_2(t)\}$ แล้ว $f_1 = f_2$ บนช่วง

ตัวอย่าง 1 จงคำนวณ $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\right\}$

ผลเฉลย จากทฤษฎี 2.3 ข้อ (b) เมื่อ $n=4$

จะได้ $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\right\} = \frac{1}{4!} L^{-1}\left\{\frac{4!}{s^5}\right\} = \frac{1}{24} t^4$

ตัวอย่าง 2 จงคำนวณ $L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2 + 64}\right\}$

ผลเฉลย $k^2 = 64$ เราคูณและหารด้วย 8 และใช้ทฤษฎีบท 2.3 ข้อ (d) จะได้

$$\begin{aligned} L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2 + 64}\right\} &= \frac{1}{8} L^{-1}\left\{\frac{8}{s^2 + 64}\right\} \\ &= \frac{1}{8} \sin 8t \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 3 จงคำนวณ $L^{-1}\left\{\frac{3s+5}{s^2+7}\right\}$

ผลเฉลย

$$\begin{aligned} L^{-1}\left\{\frac{3s+5}{s^2+7}\right\} &= 3L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+7}\right\} + \frac{5}{\sqrt{7}} L^{-1}\left\{\frac{\sqrt{7}}{s^2+7}\right\} \\ &= 3 \cos \sqrt{7}t + \frac{5}{\sqrt{7}} \sin \sqrt{7}t \end{aligned}$$

เศษส่วนย่อย (Partial Fractions)

การใช้เศษส่วนย่อยนั้นสำคัญมากในการหาการแปลงลาปลาซผกผัน ตัวอย่างต่อไปนี้เป็น 3 กรณีที่สำคัญ

$$(1) F(s) = \frac{1}{(s-1)(s+2)(s+4)}$$

$$(2) F(s) = \frac{s+1}{s^2(s+2)^3}$$

$$(3) F(s) = \frac{3s-2}{s^3(s^2+4)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จาก (1) ตัวหหารมีตัวประกอบเป็นเชิงเส้นที่ต่างกัน

จาก (2) ตัวหหารมีตัวประกอบเป็นเชิงเส้นที่ซ้ำกัน

จาก (3) ตัวหหารมีตัวประกอบเป็นกำลังสอง

ตัวอย่าง 4 จงคำนวณ $L^{-1}\left\{\frac{1}{(s-1)(s+2)(s+4)}\right\}$

ผลเฉลย มีค่าคงตัว A,B และ C เพียงค่าเดียว ดังนั้นให้

$$\frac{1}{(s-1)(s+2)(s+4)} = \frac{A}{s-1} + \frac{B}{s+2} + \frac{C}{s+4}$$

$$= \frac{A(s+2)(s+4) + B(s-1)(s+4) + C(s-1)(s+2)}{(s-1)(s+2)(s+4)}$$

$$1 = A(s+2)(s+4) + B(s-1)(s+4) + C(s-1)(s+2)$$

ให้ $s = 1$

$$\therefore 1 = A(3)(5) \Rightarrow A = \frac{1}{15}$$

ให้ $s = -2$

$$\therefore 1 = B(-3)(2) \Rightarrow B = -\frac{1}{6}$$

ให้ $s = -4$

$$\therefore 1 = C(-5)(-2) \Rightarrow C = \frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{(s-1)(s+2)(s+4)} = \frac{1}{15} \frac{1}{s-1} - \frac{1}{6} \frac{1}{s+2} + \frac{1}{10} \frac{1}{s+4}$$

จากทฤษฎีบท 2.3 ข้อ (c) จะได้

$$\begin{aligned} L^{-1}\left\{\frac{1}{(s-1)(s+2)(s+4)}\right\} &= \frac{1}{15} L^{-1}\left\{\frac{1}{s-1}\right\} - \frac{1}{6} L^{-1}\left\{\frac{1}{s+2}\right\} + \frac{1}{10} L^{-1}\left\{\frac{1}{s+4}\right\} \\ &= \frac{1}{15} e^t - \frac{1}{6} e^{-2t} + \frac{1}{10} e^{-4t} \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 5 จงคำนวณ $L^{-1}\left\{\frac{s+1}{s^2(s+2)^3}\right\}$

ผลเฉลย ให้

$$\frac{s+1}{s^2(s+2)^3} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{s+2} + \frac{D}{(s+2)^2} + \frac{E}{(s+2)^3}$$

$$s+1 = As(s+2)^3 + B(s+2)^3 + Cs^2(s+2)^2 + Ds^2(s+2) + Es^2$$

$$\text{ให้ } s=0 \quad \therefore 1 = 8B \quad \Rightarrow B = \frac{1}{8}$$

$$\text{ให้ } s=-2 \quad \therefore -1 = 4E \quad \Rightarrow E = \frac{-1}{4}$$

โดยใช้การเทียบสัมประสิทธิ์ของ s^4, s^3 และ s จะได้

$$0 = A + C$$

$$0 = 6A + B + 4C + D$$

$$1 = 8A + 12B$$

แก้สมการจะได้ $A = \frac{-1}{16}, C = \frac{1}{16}$ และ $D = 0$

$$\begin{aligned} L^{-1}\left\{\frac{s+1}{s^2(s+2)^3}\right\} &= L^{-1}\left\{\frac{-\frac{1}{16}}{s} + \frac{\frac{1}{8}}{s^2} + \frac{\frac{1}{16}}{s+2} - \frac{\frac{1}{4}}{(s+2)^3}\right\} \\ &= \frac{-1}{16}L^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\} + \frac{1}{8}L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\right\} + \frac{1}{16}L^{-1}\left\{\frac{1}{s+2}\right\} - \frac{1}{8}L^{-1}\left\{\frac{2}{(s+2)^3}\right\} \\ &= \frac{-1}{16} + \frac{1}{8}t + \frac{1}{16}e^{-2t} - \frac{1}{8}t^2e^{-2t} \end{aligned}$$

(ในที่นี้เราใช้ $L^{-1}\left\{\frac{2}{(s+2)^3}\right\} = t^2e^{-2t}$)

ตัวอย่าง 6 จงคำนวณ $L^{-1}\left\{\frac{3s-2}{s^3(s^2+4)}\right\}$

ผลเฉลย ให้

$$\frac{3s-2}{s^3(s^2+4)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{s^3} + \frac{Ds+E}{s^2+4}$$

$$3s-2 = As^2(s^2+4) + Bs(s^2+4) + C(s^2+4) + (Ds+E)s^3$$

$$\text{ให้ } s=0 \quad \therefore -2 = 4C \Rightarrow C = \frac{-1}{2}$$

และใช้การเทียบสัมประสิทธิ์ของ s^4, s^3, s^2 และ s ตามลำดับ จะได้

$$0 = A+D, \quad 0 = B+E, \quad 0 = 4A+C, \quad 3 = 4B$$

$$\text{แก้สมการจะได้ } B = \frac{3}{4}, E = \frac{-3}{4}, A = \frac{1}{8} \text{ และ } D = \frac{-1}{8}$$

$$L^{-1}\left\{\frac{3s-2}{s^3(s^2+4)}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{\frac{1}{8}}{s} + \frac{\frac{3}{4}}{s^2} - \frac{\frac{1}{2}}{s^3} + \frac{-\frac{1}{8}s - \frac{3}{4}}{s^2+4}\right\}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{8} L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \right\} + \frac{3}{4} L^{-1} \left\{ \frac{1}{s^2} \right\} - \frac{1}{4} L^{-1} \left\{ \frac{2}{s^3} \right\} \\
&\quad - \frac{1}{8} L^{-1} \left\{ \frac{s}{s^2+4} \right\} - \frac{3}{8} L^{-1} \left\{ \frac{2}{s^2+4} \right\} \\
&= \frac{1}{8} + \frac{3}{4} t - \frac{1}{4} t^2 - \frac{1}{8} \cos 2t - \frac{3}{8} \sin 2t
\end{aligned}$$

ทฤษฎีบท 2.4 Behavior of $F(s)$ as $s \rightarrow \infty$

ให้ $f(t)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องเป็นช่วงบน $[0, \infty)$ และเป็นอันดับชี้กำลังเมื่อ $t > T$ แล้ว

$$\lim_{s \rightarrow \infty} L\{f(t)\} = 0$$

พิสูจน์ เนื่องจาก $f(t)$ ต่อเนื่องเป็นช่วงบน $0 \leq t \leq T$

ดังนั้น

$$|f(t)| \leq M_1 = M_1 e^{0t}$$

$$|f(t)| \leq M_2 e^{ct}$$

เมื่อ $t > T$ ถ้า M แทนค่าสูงสุดของ $\{M_1, M_2\}$ และ c แทนค่ามากที่สุดของ $\{0, c\}$ แล้ว

$$|L\{f(t)\}| \leq \int_0^{\infty} e^{-st} |f(t)| dt$$

$$\leq M \int_0^{\infty} e^{-st} e^{ct} dt$$

$$= \left. \frac{-M e^{-(s-c)t}}{s-c} \right|_0^{\infty}$$

$$= \frac{M}{s-c}$$

เมื่อ $s > c$ ขณะที่ $s \rightarrow \infty$ จะได้ $|L\{f(t)\}| \rightarrow 0$

$$\therefore |L\{f(t)\}| \rightarrow 0$$

ตัวอย่าง 7 ฟังก์ชัน $F_1(s) = s^2$ และ $F_2(s) = \frac{s}{s+1}$ ไม่เป็นการแปลงลาปลาซของฟังก์ชันต่อเนื่องเป็นช่วงของอันดับชี้กำลัง เพราะว่า

$$F_1(s) \not\rightarrow 0$$

และ

$$F_2(s) \not\rightarrow 0$$

เมื่อ $s \rightarrow \infty$ ดังนั้น $L^{-1}\{F_1(s)\}$ และ $L^{-1}\{F_2(s)\}$ หาค่าไม่ได้

ข้อสังเกต มีวิธีการอื่นในการหาสัมประสิทธิ์ในเศษส่วนย่อย เมื่อ $L\{f(t)\} = F(s)$ เป็นเศษส่วนเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นอนุญาติให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ของพหุนามคือ $\frac{P(s)}{Q(s)}$ และ $Q(s)$ เป็นผลคูณของตัวประกอบเชิงเส้นที่ต่างกันพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี จากทฤษฎีของเศษส่วนย่อย มีค่าคงตัว A,B และ C เพียงค่าเดียว ซึ่ง

$$\frac{s^2 + 4s - 1}{(s-1)(s-2)(s+3)} = \frac{A}{s-1} + \frac{B}{s-2} + \frac{C}{s+3}$$

สมมติว่าคูณทั้งสองด้วย s-1 แล้วให้ s = 1 เนื่องจาก B และ C มีสัมประสิทธิ์เป็นศูนย์ ดังนั้น

$$\frac{s^2 + 4s - 1}{(s-2)(s+3)} \Big|_{s=1} = A \quad \text{หรือ} \quad A = -1$$

ซึ่งเขียนแทนด้วย

$$\frac{s^2 + 4s - 1}{(s-1)(s-2)(s+3)} \Big|_{s=1} = A$$

เมื่อเราบ็อกซ์ ตัวประกอบใดหมายถึงเรากำหนด (1) ด้วย s-1 (ทางซ้ายมือของ (1)) แล้วเราไม่ต้องคำนวณตัวประกอบที่ถูกบ็อกซ์ ด้วย s = 1 เมื่อต้องการหา B และ C เรากำหนดซ้ายมือของ (1) ด้วย s-2 และ s-3 ตามลำดับ

$$\therefore \frac{s^2 + 4s - 1}{(s-1)\cancel{(s-2)}(s+3)} \Big|_{s=2} = B \quad \text{หรือ} \quad B = \frac{11}{5}$$

$$\frac{s^2 + 4s - 1}{(s-1)(s-2)\cancel{(s+3)}} \Big|_{s=-3} = C \quad \text{หรือ} \quad C = \frac{-1}{5}$$

$$\therefore \frac{s^2 + 4s - 1}{(s-1)(s-2)(s+3)} = \frac{-1}{s-1} + \frac{\frac{11}{5}}{s-2} + \frac{\frac{-1}{5}}{s+3}$$

วิธีการดังกล่าวนี้เราเรียกว่า Heaviside's expansion theorem

2.3.3 Operational properties

Translation Theorems and Derivative of a transform

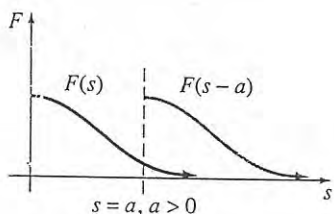
ทฤษฎีบท 2.5 First Translation Theorem ถ้า a เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้ว

$$L\{e^{at} f(t)\} = F(s-a)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $F(s) = L\{f(t)\}$

พิสูจน์ จากนิยาม 2.1



$$\begin{aligned} L\{e^{at} f(t)\} &= \int_0^{\infty} e^{-st} e^{at} f(t) dt \\ &= \int_0^{\infty} e^{-(s-a)t} f(t) dt \\ &= F(s-a) \end{aligned}$$

รูปที่ 2.11

ดังนั้นเมื่อรู้ $L\{f(t)\} = F(s)$ แล้วต้องการหา $L\{e^{at} f(t)\}$ ทำได้โดยแทน s ใน $F(s)$ ด้วย $s - a$ จะได้ $F(s-a)$ สำหรับกราฟของ $F(s-a)$ เป็นกราฟของ $F(s)$ ที่ถูกเลื่อนบนแกน s ไปเป็นจำนวน $|a|$ หน่วย ดังรูป 2.11 อาจเขียนแทนด้วย

$$L\{e^{at} f(t)\} = L\{f(t)\} \Big|_{s \rightarrow s-a}$$

ทฤษฎีบท 2.5 นี้เรียกว่า first translation theorem

ตัวอย่าง 1 จงคำนวณ (a) $L\{e^{5t} t^3\}$ และ

(b) $L\{e^{-2t} \cos 4t\}$

ผลเฉลย

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad L\{e^{5t} t^3\} &= L\{t^3\} \Big|_{s \rightarrow s-5} \\ &= \frac{3!}{s^4} \Big|_{s \rightarrow s-5} = \frac{6}{(s-5)^4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad L\{e^{-2t} \cos 4t\} &= L\{\cos 4t\} \Big|_{s \rightarrow s+2} \\ &= \frac{s}{s^2 + 16} \Big|_{s \rightarrow s+2} \\ &= \frac{s+2}{(s+2)^2 + 16} \end{aligned}$$

การแปลงลาปลาซผกผันของ ทฤษฎีบท 2.5 นั้นคือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 e^{at} f(t) &= L^{-1}\{F(s-a)\} \\
 &= L^{-1}\{F(s)\Big|_{s \rightarrow s-a}\}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

เมื่อ $f(t) = L^{-1}\{F(s)\}$

ตัวอย่าง 2 จงคำนวณ $L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+6s+11}\right\}$

ผลเฉลย

$$\begin{aligned}
 L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+6s+11}\right\} &= L^{-1}\left\{\frac{s}{(s+3)^2+2}\right\} \\
 &= L^{-1}\left\{\frac{s+3-3}{(s+3)^2+2}\right\} \\
 &= L^{-1}\left\{\frac{s+3}{(s+3)^2+2} - \frac{3}{(s+3)^2+2}\right\} \\
 &= L^{-1}\left\{\frac{s+3}{(s+3)^2+2}\right\} - 3L^{-1}\left\{\frac{1}{(s+3)^2+2}\right\} \\
 &= L^{-1}\left\{\frac{s}{s^2+2}\Big|_{s \rightarrow s+2}\right\} - \frac{3}{\sqrt{2}}L^{-1}\left\{\frac{\sqrt{2}}{s^2+2}\Big|_{s \rightarrow s+3}\right\} \\
 &= e^{-3t} \cos\sqrt{2}t - \frac{3}{\sqrt{2}}e^{-3t} \sin\sqrt{2}t
 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 3 จงคำนวณ $L^{-1}\left\{\frac{1}{(s-1)^3} + \frac{1}{s^2+2s-8}\right\}$

ผลเฉลย

$$\begin{aligned}
 L^{-1}\left\{\frac{1}{(s-1)^3} + \frac{1}{s^2+2s-8}\right\} &= L^{-1}\left\{\frac{1}{(s-1)^3} + \frac{1}{(s+1)^2-9}\right\} \\
 &= \frac{1}{2!}L^{-1}\left\{\frac{2!}{(s-1)^3}\right\} + \frac{1}{3}L^{-1}\left\{\frac{3}{(s+1)^2-9}\right\} \\
 &= \frac{1}{2!}L^{-1}\left\{\frac{2!}{s^3}\Big|_{s \rightarrow s-1}\right\} + \frac{1}{3}L^{-1}\left\{\frac{3}{s^2-9}\Big|_{s \rightarrow s+1}\right\} \\
 &= \frac{1}{2}e't^2 + \frac{1}{3}e^{-t} \sinh 3t
 \end{aligned}$$

Unit Step Function

นิยาม 2.2 Unit Step Function

สำหรับ $a \geq 0$ ฟังก์ชัน $U(t-a)$ กำหนดด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$U(t-a) = \begin{cases} 0, & t < a \\ 1, & t \geq a \end{cases}$$

ฟังก์ชันขั้นบันไดหน่วย อาจเรียกว่า Heaviside function

ตัวอย่าง 4 จงเขียนกราฟ (a) $U(t)$ และ

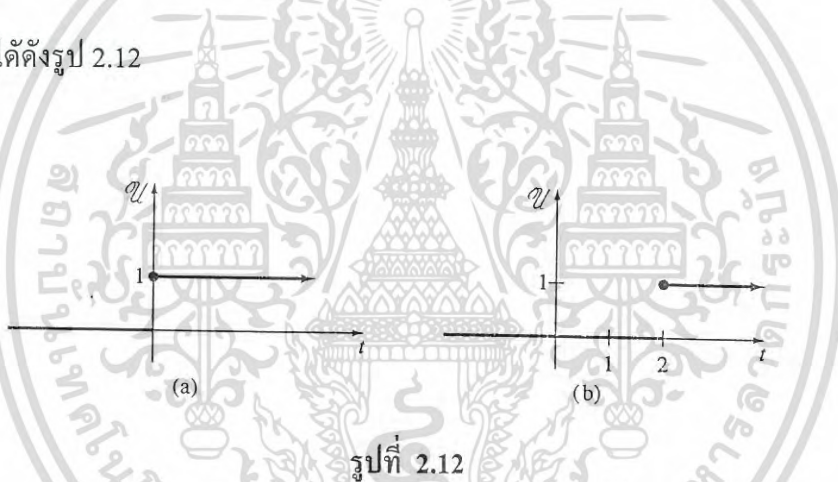
(b) $U(t-2)$

ผลเฉลย

$$(a) U(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$

$$(b) U(t-2) = \begin{cases} 0, & t < 2 \\ 1, & t \geq 2 \end{cases}$$

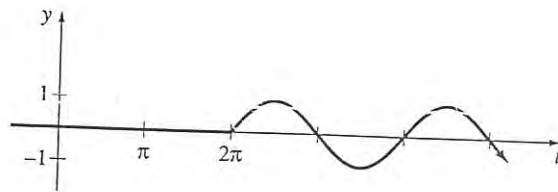
เขียนกราฟได้ดังรูป 2.12



รูปที่ 2.12

เมื่อรวมกับฟังก์ชันอื่นที่หาค่าได้เมื่อ $t \geq 0$ ฟังก์ชันขั้นบันไดหน่วยทำให้บางส่วนของกราฟของฟังก์ชันเดิมหายไป ดังตัวอย่าง

$$f(t) = \sin t U(-2\pi) = \begin{cases} 0, & t < 2\pi \\ \sin t, & t \geq 2\pi \end{cases}$$



รูปที่ 2.13

ฟังก์ชันขั้นบันไดหน่วย สามารถใช้เขียนฟังก์ชันที่มีค่าเป็นช่วง ให้อยู่ในรูปแบบกระชับ (compact form) เช่น

$$f(t) = \begin{cases} g(t), & 0 \leq t < a \\ h(t), & t \geq a \end{cases} \quad (2)$$

เขียนได้ดังนี้

$$f(t) = g(t) - g(t)U(t-a) + h(t)U(t-a) \quad (3)$$

ซึ่งมีวิธีการคือ เราใช้นิยามของ $U(t-a)$

$$f(t) = \begin{cases} g(t) - g(t) \cdot 0 + h(t) \cdot 0, & t < a \\ g(t) - g(t) \cdot 1 + h(t) \cdot 1, & t \geq a \end{cases}$$

ในทำนองเดียวกัน ฟังก์ชัน

$$f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < a \\ g(t), & a \leq t < b \\ 0, & t \geq b \end{cases} \quad (4)$$

เขียนได้คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$f(t) = g(t)[U(t-a) - U(t-b)] \quad (5)$$

ตัวอย่าง 5 โวลเตจใน circuit กำหนดด้วย

$$E(t) = \begin{cases} 20t, 0 \leq t < 5 \\ 0, t \geq 5 \end{cases}$$

จงเขียนกราฟ $E(t)$ และแสดง $E(t)$ ในเทอมของฟังก์ชันขั้นบันไดหน่วย

ผลเฉลย กราฟของ $E(t)$ แสดงได้ดังรูป 2.14 จาก(2) และ (3) $g(t) = 20t$ และ $h(t) = 0$

$$\therefore E(t) = 20t - 20tU(t-5)$$

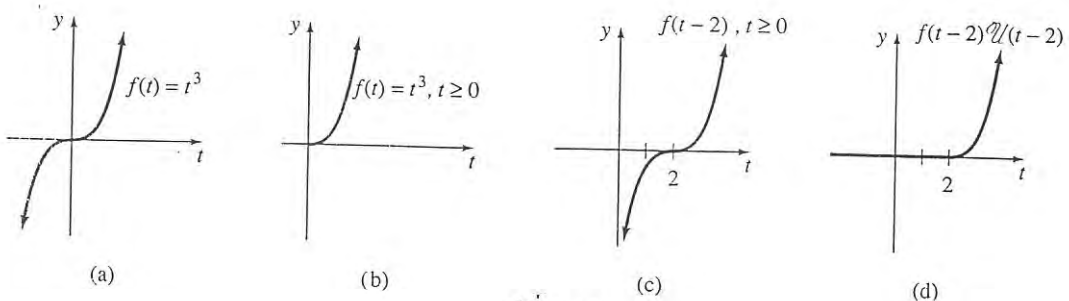


ตัวอย่าง 6 ฟังก์ชัน $y = f(t)$ กำหนดโดย $f(t) = t^3$

จงเปรียบเทียบกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้

- (a) $f(t) = t^3$
- (b) $f(t) = t^3, t \geq 0$
- (c) $f(t-2), t \geq 0$
- (d) $f(t-2)U(t-2)$

ผลเฉลย กราฟที่กำหนดแสดงได้ตามลำดับดังรูป 2.15 (a),(b), (c), (d)

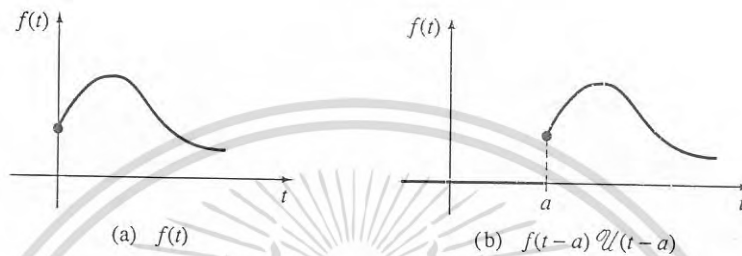


รูปที่ 2.15

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยทั่วไป ถ้า $a > 0$ แล้วกราฟของ $y = f(t-a)$ เป็นกราฟของ $f(t)$ ที่ถูกเลื่อน 1 หน่วยไปทางขวาบนแกน t เมื่อ $y = f(t-a)$ รวมกับฟังก์ชันขั้นบันไดหน่วย $U(t-a)$ ดังแสดงในตัวอย่างข้อ (d) สำหรับกราฟของ

$$y = f(t-a)U(t-a) \quad (6)$$



รูปที่ 2.16

กราฟของ $y = f(t-a)$ เมื่อ $t \geq a$ แต่เป็นศูนย์เมื่อ $t < a$ ดังรูป 2.16

ทฤษฎีบท 2.6 Second Translation Theorem ถ้า $a > 0$ แล้ว

$$L\{f(t-a)U(t-a)\} = e^{-as} L\{f(t)\} = e^{-as} F(s)$$

เมื่อ $F(s) = L\{f(t)\}$

พิสูจน์ จากนิยาม 2.1

$$\begin{aligned} L\{f(t-a)U(t-a)\} &= \int_0^{\infty} e^{-st} f(t-a)U(t-a) dt \\ &= \int_0^a e^{-st} f(t-a)U(t-a) dt \\ &\quad + \int_a^{\infty} e^{-st} f(t-a)U(t-a) dt \\ &= \int_a^{\infty} e^{-st} f(t-a) dt \end{aligned}$$

$$\text{ให้ } v = t - a, \quad dv = dt$$

$$\therefore L\{f(t-a)U(t-a)\} = \int_0^{\infty} e^{-s(v+a)} f(v) dv$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 &= e^{-as} \int_0^{\infty} e^{-sv} f(v) dv \\
 &= e^{-as} L\{f(t)\}
 \end{aligned}$$

ทฤษฎีบท 2.6 บางครั้งเรียกว่า second translation theorem

ตัวอย่าง 7 จงคำนวณ $L\{(t-2)^3 U(t-2)\}$

ผลเฉลย จากทฤษฎีบท 2.6 เมื่อ $a=2$

$$\begin{aligned}
 L\{(t-2)^3 U(t-2)\} &= e^{-2s} L\{t^3\} \\
 &= e^{-2s} \frac{3!}{s^4} \\
 &= \frac{6}{s^4} e^{-2s}
 \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 8 จงคำนวณ $L\{U(t-5)\}$

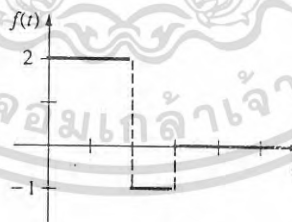
ผลเฉลย จากทฤษฎีบท 2.6 $f(t)=1$, $a=5$

$$L\{U(t-5)\} = e^{-5s} L\{1\} = \frac{e^{-5s}}{s}$$

ตัวอย่าง 9 จงหาการแปลงลาปลาซของฟังก์ชันที่แสดงดังรูป 2.17

ผลเฉลย จากฟังก์ชันขั้นบันไดหน่วย จะได้

$$f(t) = 2 - 3U(t-2) + U(t-3)$$



รูปที่ 2.17

จากทฤษฎีบท 2.6 จะได้

$$\begin{aligned} L\{f(t)\} &= L\{2\} - 3L\{U(t-2)\} + L\{U(t-3)\} \\ &= \frac{2}{s} - \frac{3e^{-2s}}{s} + \frac{e^{-3s}}{s} \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 10 จงคำนวณ $L\{\sin t U(t-2\pi)\}$

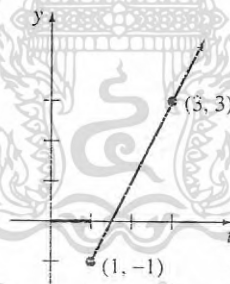
ผลเฉลย จากทฤษฎีบท 2.6 จะได้ $a = 2\pi$

$$\begin{aligned} L\{\sin t U(t-2\pi)\} &= L\{\sin(t-2\pi)U(t-2\pi)\} \\ &= e^{-2\pi s} L\{\sin t\} \\ &= \frac{e^{-2\pi s}}{s^2 + 1} \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 11 จงหาการแปลงลาปลาซของฟังก์ชันที่แสดงดังรูป 2.18

ผลเฉลย เป็นสมการเส้นตรง $y = 2t - 3$ และกราฟเป็นศูนย์เมื่อ $0 \leq t < 1$ และอยู่ในรูป

$$\begin{aligned} (2t-3)U(t-1) & \text{ เมื่อ } g(t) = 0 \\ h(t) = 2t-3 & \text{ และ } a = 1 \text{ ใน (3)} \end{aligned}$$



รูปที่ 2.18

จากทฤษฎีบท 2.6 ค่าในทันทีที่ไม่ได้เนื่องจากฟังก์ชัน $(2t-3)U(t-1)$ ไม่อยู่ในรูป $f(t-a)U(t-a)$ จึงต้องจัดใหม่ จะได้

$$\begin{aligned} 2t-3 &= 2(t-1)-1 \\ L\{(2t-3)U(t-1)\} &= L\{(2(t-1)-1)U(t-1)\} \\ &= e^{-s} L\{2t-1\} \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= e^{-s} \left(\frac{2}{s^2} - \frac{1}{s} \right)$$

* การแปลงลาปลาซผกผันของทฤษฎีบท 2.6 คือ

$$f(t-a)U(t-a) = L^{-1}\{e^{-as}F(s)\} \quad (7)$$

เมื่อ $a > 0$ และ $f(t) = L^{-1}\{F(s)\}$

ตัวอย่าง 12 จงคำนวณ $L^{-1}\left\{\frac{e^{-\pi s/2}}{s^2+9}\right\}$

ผลเฉลย $a = \frac{\pi}{2}$ และ $f(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2+9}\right\}$
 $= \frac{1}{3} \sin 3t$

ดังนั้นจาก (7)

$$\begin{aligned} L^{-1}\left\{\frac{e^{-\pi s/2}}{s^2+9}\right\} &= \frac{1}{3} L^{-1}\left\{\frac{3}{s^2+9}\right\} U\left(t-\frac{\pi}{2}\right) \\ &= \frac{1}{3} \sin 3\left(t-\frac{\pi}{2}\right) U\left(t-\frac{\pi}{2}\right) \\ &= \frac{1}{3} \cos 3t U\left(t-\frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

ถ้า $F(s) = L\{f(t)\}$ แล้ว

$$\frac{d}{ds} F(s) = \frac{d}{ds} \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt = \int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial s} [e^{-st} f(t)] dt$$

$$= - \int_0^{\infty} e^{-st} t f(t) dt = -L\{t f(t)\}$$

$$L\{t f(t)\} = \frac{d}{ds} L\{f(t)\}$$

$$L\{t^2 f(t)\} = L\{t \cdot t f(t)\} = \frac{-d}{ds} L\{t f(t)\}$$

$$= \frac{-d}{ds} \left(\frac{-d}{ds} L\{f(t)\} \right) = \frac{d^2}{ds^2} L\{f(t)\}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทฤษฎีบท 2.7 Derivatives of Transforms สำหรับ $n = 1, 2, 3, \dots$

$$\begin{aligned} L\{t^n f(t)\} &= (-1)^n \frac{d^n}{ds^n} L\{f(t)\} \\ &= (-1)^n \frac{d^n}{ds^n} F(s) \end{aligned}$$

เมื่อ $F(s) = L\{f(t)\}$

ตัวอย่าง 13 จงคำนวณ

(a) $L\{te^{3t}\}$

(b) $L\{t \sin kt\}$

(c) $L\{t^2 \sin kt\}$

(d) $L\{te^{-t} \cos t\}$

ผลเฉลย จากทฤษฎีบท 2.7

(a)
$$\begin{aligned} L\{te^{3t}\} &= \frac{-d}{ds} L\{e^{3t}\} \\ &= \frac{-d}{ds} \left(\frac{1}{s-3} \right) \\ &= \frac{1}{(s-3)^2} \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} L\{t \sin kt\} &= \frac{-d}{ds} L\{\sin kt\} \\ &= \frac{-d}{ds} \left(\frac{k}{s^2 + k^2} \right) \\ &= \frac{2ks}{(s^2 + k^2)^2} \end{aligned}$$

(c)
$$\begin{aligned} L\{t^2 \sin kt\} &= \frac{d^2}{ds^2} L\{\sin kt\} \\ &= \frac{-d}{ds} L\{t \sin kt\} \\ &= \frac{-d}{ds} \left[\frac{2ks}{(s^2 + k^2)^2} \right] \end{aligned}$$

จาก (b)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 &= \frac{-(s^2 + k^2)^2 2k - 8ks^2(s^2 + k^2)}{(s^2 + k^2)^4} \\
 &= \frac{6ks^2 - 2k^3}{(s^2 + k^2)^3}
 \end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned}
 L\{te^{-t} \cos t\} &= \frac{-d}{ds} L\{e^{-t} \cos t\} \\
 &= \frac{-d}{ds} L\{\cos t\}_{s \rightarrow s+1} \\
 &= \frac{-d}{ds} \left[\frac{s+1}{(s+1)^2 + 1} \right] \\
 &= \frac{(s+1)^2 - 1}{[(s+1)^2 + 1]^2}
 \end{aligned}$$

การแปลงของอนุพันธ์และการอินทิกรัล

ถ้า $f'(t)$ ต่อเนื่องเมื่อ $t \geq 0$ แล้ว

$$\begin{aligned}
 L\{f'(t)\} &= \int_0^{\infty} e^{-st} f'(t) dt \\
 &= e^{-st} f(t) \Big|_0^{\infty} + s \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \\
 &= -f(0) + sL\{f(t)\}
 \end{aligned}$$

หรือ

$$L\{f'(t)\} = sF(s) - f(0)$$

เมื่อ $e^{-st} f(t) \rightarrow 0$ ขณะที่ $t \rightarrow \infty$

ในทำนองเดียวกัน

$$\begin{aligned}
 L\{f''(t)\} &= \int_0^{\infty} e^{-st} f''(t) dt \\
 &= e^{-st} f'(t) + s \int_0^{\infty} e^{-st} f'(t) dt \\
 &= -f'(0) + sL\{f'(t)\} \\
 &= s[sF(s) - f(0)] - f'(0)
 \end{aligned}$$

หรือ

$$L\{f''(t)\} = s^2 F(s) - sf(0) - f'(0)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทฤษฎีบท 2.8 การแปลงของอนุพันธ์ ถ้า $f(t), f'(t), \dots, f^{(n-1)}(t)$ ต่อเนื่องบน $[0, \infty)$ และเป็นอันดับชี้กำลัง และถ้า $f^n(t)$ ต่อเนื่องเป็นช่วง $[0, \infty)$ แล้ว

$$L\{f^{(n)}(t)\} = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$$

เมื่อ $F(s) = L\{f(t)\}$

ตัวอย่าง 14

$$\begin{aligned} L\{kt \cos kt + \sin kt\} &= L\left\{\frac{d}{dt}(t \sin kt)\right\} \\ &= sL\{t \sin kt\} \quad \dots \text{ทฤษฎีบท 2.8} \\ &= s\left[-\frac{d}{ds} L\{\sin kt\}\right] \quad \dots \text{ทฤษฎีบท 2.7} \\ &= s\left[\frac{2ks}{(s^2 + k^2)^2}\right] \\ &= \frac{2ks^2}{(s^2 + k^2)^2} \end{aligned}$$

Convolution (สังวัตนาการ)

ถ้า f และ g เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องเป็นช่วงบน $[0, \infty)$ แล้ว Convolution ของ f และ g แทนด้วย $f * g$ ซึ่ง

$$f * g = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau$$

ตัวอย่าง 15 จงหา Convolution ของ $f(t) = e^t$ และ $g(t) = \sin t$

$$\begin{aligned} e^t * \sin t &= \int_0^t e^\tau \sin(t-\tau)d\tau \\ &= \frac{1}{2}(-\sin t - \cos t + e^t) \end{aligned}$$

ทฤษฎีบท 2.9 (Convolution theorem)

ให้ $f(t)$ และ $g(t)$ ต่อเนื่องเป็นช่วงบน $[0, \infty)$ และเป็นอันดับชี้กำลัง แล้ว

$$\begin{aligned} L\{f * g\} &= L\{f(t)\}L\{g(t)\} \\ &= F(s)G(s) \end{aligned}$$

พิสูจน์ ให้

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

$$G(s) = L\{g(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} g(t) dt$$

$$F(s)G(s) = \left(\int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \right) \left(\int_0^{\infty} e^{-st} g(t) dt \right)$$

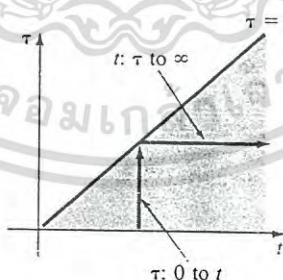
$$= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-s(\tau+\beta)} f(\tau) g(\beta) d\tau d\beta$$

$$= \int_0^{\infty} f(\tau) d\tau \int_0^{\infty} e^{-s(\tau+\beta)} g(\beta) d\beta$$

ถือว่า τ fixed และให้ $t = \tau + \beta$, $dt = d\beta$

$$F(s)G(s) = \int_0^{\infty} f(\tau) d\tau \int_{\tau}^{\infty} e^{-st} g(t-\tau) dt$$

ในระนาบ $t\tau$ เราอินทิเกรตบริเวณดังรูป 2.19



รูปที่ 2.19

เนื่องจาก f และ g ต่อเนื่องเป็นช่วงบน $[0, \infty)$ และเป็นอันดับชี้กำลัง เมื่อเปลี่ยนลำดับในการอินทิเกรตจะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 F(s)G(s) &= \int_0^{\infty} e^{-st} dt \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau \\
 &= \int_0^{\infty} e^{-st} \left\{ \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau \right\} dt \\
 &= L\{f * g\}
 \end{aligned}$$

นอกจากนั้นจะได้ $f * g = g * f$

เมื่อ $g(t) = 1$ และ $G(s) = \frac{1}{s}$ จากทฤษฎีบท Convolution จะได้การแปลงลาปลาซของการอินทิกรัลของ f คือ

$$L\left\{\int_0^t f(\tau)d\tau\right\} = \frac{F(s)}{s} \quad (10)$$

ตัวอย่าง 16 จงคำนวณ $L\left\{\int_0^t e^{\tau} \sin(t-\tau)d\tau\right\}$

ผลเฉลย จากทฤษฎีบท 2.9 เมื่อ $f(t) = e^t$ และ $g(t) = \sin t$

$$\begin{aligned}
 \therefore L\left\{\int_0^t e^{\tau} \sin(t-\tau)d\tau\right\} &= L\{e^t\} \cdot L\{\sin t\} \\
 &= \frac{1}{s-1} \cdot \frac{1}{s^2+1}
 \end{aligned}$$

ทฤษฎีบท Convolution ใช้ได้ในการหาการแปลงลาปลาซผกผันของผลคูณของการแปลงลาปลาซของสองการแปลง จากทฤษฎีบท 2.9 จะได้

$$L^{-1}\{F(s)G(s)\} = f * g \quad (11)$$

ตัวอย่าง 17 จงคำนวณ $L^{-1}\left\{\frac{1}{(s-1)(s+4)}\right\}$

ผลเฉลย

$$\begin{aligned}
 \text{ให้ } F(s) &= \frac{1}{s-1}, G(s) = \frac{1}{s+4} \\
 \therefore L^{-1}\{F(s)\} &= f(t) = e^t \\
 \therefore L^{-1}\{G(s)\} &= g(t) = e^{-4t}
 \end{aligned}$$

จาก(11)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
L^{-1}\left\{\frac{1}{(s-1)(s+4)}\right\} &= \int_0^t f(\tau)g(t-\tau)d\tau \\
&= \int_0^t e^\tau e^{-4(t-\tau)}d\tau \\
&= e^{-4t} \int_0^t e^{5\tau}d\tau \\
&= e^{-4t} \frac{1}{5} e^{5\tau} \Big|_0^t \\
&= \frac{1}{5} e^t - \frac{1}{5} e^{-4t}
\end{aligned}$$

ตัวอย่าง 18 จงคำนวณ $L^{-1}\left\{\frac{1}{(s^2+k^2)^2}\right\}$

ผลเฉลย ให้ $F(s) = G(s) = \frac{1}{s^2+k^2}$

ดังนั้น $f(t) = g(t) = \frac{1}{k} L^{-1}\left\{\frac{k}{s^2+k^2}\right\}$
 $= \frac{1}{k} \sin kt$

$$\therefore L^{-1}\left\{\frac{1}{(s^2+k^2)^2}\right\} = \frac{1}{k^2} \int_0^t \sin k\tau \sin k(t-\tau)d\tau$$

จาก $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$... (ก)

$\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$... (ข)

(ข)-(ก) จะได้

$$\sin A \sin B = \frac{1}{2} [\cos(A-B) - \cos(A+B)]$$

ถ้าให้ $A = k\tau$ และ $B = k(t-\tau)$

$$\begin{aligned}
\therefore L^{-1}\left\{\frac{1}{(s^2+k^2)^2}\right\} &= \frac{1}{2k^2} \int_0^t [\cos k(2\tau-t) - \cos kt]d\tau \\
&= \frac{1}{2k^2} \left[\frac{1}{2k} \sin(2\tau-t) - \tau \cos kt \right]_0^t \\
&= \frac{\sin kt - kt \cos kt}{2k^3}
\end{aligned}$$

การแปลงของฟังก์ชันคาบ

ถ้าฟังก์ชันคาบมีคาบ $T, T > 0$ แล้ว $f(t+T) = f(t)$ การแปลงลาปลาซของฟังก์ชันคาบ
 ได้มาจากอินทิเกรตตามคาบนั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทฤษฎีบท 2.10 การแปลงของฟังก์ชันคาบให้ $f(t)$ ต่อเนื่องเป็นช่วงบน $[0, \infty)$ และเป็นอันดับชี้กำลัง ถ้า $f(t)$ มีคาบ T แล้ว

$$L\{f(t)\} = \frac{1}{1 - e^{-sT}} \int_0^T e^{-st} f(t) dt \quad (12)$$

พิสูจน์

$$L\{f(t)\} = \int_0^T e^{-st} f(t) dt + \int_T^\infty e^{-st} f(t) dt$$

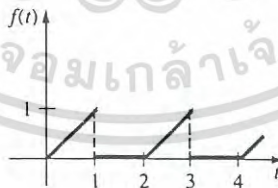
ให้ $t = u + T$

$$\begin{aligned} \int_T^\infty e^{-st} f(t) dt &= \int_0^\infty e^{-s(u+T)} f(u+T) du \\ &= e^{-sT} \int_0^\infty e^{-su} f(u) du \\ &= e^{-sT} L\{f(t)\} \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} L\{f(t)\} &= \int_0^T e^{-st} f(t) dt + e^{-sT} L\{f(t)\} \\ \therefore L\{f(t)\} &= \frac{1}{1 - e^{-sT}} \int_0^T e^{-st} f(t) dt \end{aligned}$$

ตัวอย่าง 19 จงหาการแปลงลาปลาซของฟังก์ชันคาบดังรูป 2.20



รูปที่ 2.20

ผลเฉลย บนช่วง $0 \leq t < 2$

$$f(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t < 1 \\ 0, & 1 \leq t < 2 \end{cases}$$

และ $f(t+2) = f(t)$

ดังนั้น $T = 2$

จาก (12)
$$L\{f(t)\} = \frac{1}{1-e^{-2s}} \int_0^2 e^{-st} f(t) dt \quad (13)$$

$$= \frac{1}{1-e^{-2s}} \left[\int_0^1 e^{-st} t dt + \int_1^2 e^{-st} (0) dt \right] \quad (14)$$

$$= \frac{1 - (s+1)e^{-s}}{s^2(1-e^{-2s})}$$

ถ้ากำหนด $g(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t < 1 \\ 0, & t \geq 1 \end{cases}$

แล้ว $f(t) = g(t)$ บนช่วง $[0, T]$ เมื่อ $T = 2$ แต่สามารถเขียน g ในเทอมของฟังก์ชันขั้นบันไดหน่วยคือ

$$g(t) = t - tU(t-1) = t - (t-1)U(t-1) - U(t-1)$$

ดังนั้นจาก(13)

$$\begin{aligned} L\{f(t)\} &= \frac{1}{1-e^{-2s}} L\{g(t)\} \\ &= \frac{1}{1-e^{-2s}} L\{t - (t-1)U(t-1) - U(t-1)\} \\ &= \frac{1}{1-e^{-2s}} \left[\frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^2} e^{-s} - \frac{1}{s} e^{-s} \right] \end{aligned}$$

2.4 การประยุกต์การแปลงลาปลาซ

เนื่องจาก $L\{y^n(t)\}, n > 1$ ขึ้นอยู่กับ $y(t)$ และ อนุพันธ์อันดับที่ $n-1$ ที่ $t=0$ การแปลงลาปลาซเหมาะที่จะใช้กับปัญหาค่าเริ่มต้นของสมการเชิงอนุพันธ์ ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นค่าคงที่ สมการเชิงอนุพันธ์ชนิดนี้สามารถลดรูปให้เป็นสมการพีชคณิตในรูปของฟังก์ชัน $Y(s)$

พิจารณาปัญหาเริ่มต้น

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = g(t)$$

$$y(0) = y_0, y'(0) = y'_0, \dots, y^{(n-1)}(0) = y_0^{(n-1)}$$

เมื่อ $a_i, i = 0, 1, \dots, n$ และ $y_0, y'_0, \dots, y_0^{(n-1)}$ เป็นค่าคงที่โดยคุณสมบัติเชิงเส้นของการแปลงลาปลาซจะได้

$$a_n L\left\{\frac{d^n y}{dt^n}\right\} + a_{n-1} L\left\{\frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}}\right\} + \dots + a_0 L\{y\} = L\{g(t)\} \quad \dots 1$$

จาก(1)โดยใช้ทฤษฎีบท 2.8 จะได้

$$a_n [s^n Y(s) - s^{n-1} y(0) - \dots - y^{(n-1)}(0)] + a_{n-1} [s^{n-1} Y(s) - s^{n-2} y(0) - \dots - y^{(n-2)}(0)] + \dots + a_0 Y(s) = G(s)$$

หรือ

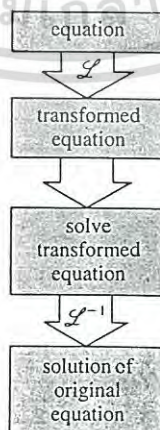
$$[a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0] Y(s) = a_n [s^{n-1} y_0 + \dots + y_0^{(n-1)}] + a_{n-1} [s^{n-2} y_0 + \dots + y_0^{(n-2)}] + \dots + G(s) \quad \dots (2)$$

เมื่อ $Y(s) = L\{y(t)\}$ และ $G(s) = L\{g(t)\}$

จาก (2) แก้สมการหา $Y(s)$ แล้วหา $y(t)$ โดยใช้การแปลงลาปลาซผกผัน

$$y(t) = L^{-1}\{Y(s)\}$$

ซึ่งขั้นตอนการหาผลเฉลยแสดงได้ดังรูป 2.21



รูปที่ 2.21

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง 1 จงแก้สมการ $\frac{dy}{dx} - 3y = e^{2t}$ เมื่อกำหนด $y(0) = 1$

ผลเฉลย Take Laplace ของแต่ละสมาชิกในสมการเชิงอนุพันธ์

$$L\left\{\frac{dy}{dt}\right\} - 3L\{y\} = L\{e^{2t}\}$$

$$sY(s) - y(0) - 3Y(s) = \frac{1}{s-2}$$

แทนค่า $y(0) = 1$

$$sY(s) - 1 - 3Y(s) = \frac{1}{s-2}$$

$$Y(s) = \frac{s-1}{(s-2)(s-3)}$$

โดยใช้การแยกเศษส่วนย่อย

$$\frac{s-1}{(s-2)(s-3)} = \frac{A}{s-2} + \frac{B}{s-3}$$

ให้ $s = 2$ และ $s = 3$ ในสมการสุดท้าย $A = -1, B = 2$ จะได้ ตามลำดับ

$$Y(s) = \frac{1}{s-2} + \frac{2}{s-3}$$

และ

$$y(t) = -L^{-1}\left\{\frac{1}{s-2}\right\} + 2L^{-1}\left\{\frac{1}{s-3}\right\}$$

จาก(c) ในทฤษฎีบท 2.3 จะได้

$$y(t) = -e^{2t} + 2e^{3t}$$

ตัวอย่าง 2 จงแก้สมการ $y'' - 6y' + 9y = t^2 e^{3t}$ เมื่อ $y(0) = 2, y'(0) = 6$

ผลเฉลย $L\{y''\} - 6L\{y'\} + 9L\{y\} = L\{t^2 e^{3t}\}$

$$\frac{s^2 Y(s) - sy(0) - y'(0)}{L\{y''\}} - \frac{6[sY(s) - y(0)]}{L\{y'\}} + \frac{9Y(s)}{L\{y\}} = \frac{2}{L\{t^2 e^{3t}\}}$$

แทนค่า $y(0) = 2, y'(0) = 6$ จะได้

$$(s^2 - 6s + 9)Y(s) = 2s - 6 + \frac{2}{(s-3)^3}$$

$$(s-3)^2 Y(s) = 2(s-3) + \frac{2}{(s-3)^3}$$

$$Y(s) = \frac{2}{s-3} + \frac{2}{(s-3)^5}$$

$$y(t) = 2L^{-1}\left\{\frac{1}{s-3}\right\} + \frac{2}{4!}L^{-1}\left\{\frac{4!}{(s-3)^5}\right\}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากทฤษฎีการเลื่อนครั้งแรกจะได้

$$L^{-1}\left\{\frac{4!}{s^5}\bigg|_{s \rightarrow s-3}\right\} = t^4 e^{3t}$$

$$\therefore y(t) = 2e^{3t} + \frac{1}{12}t^4 e^{3t}$$

ตัวอย่าง 3 จงแก้สมการ $y'' + 4y' + 6y = 1 + e^{-t}$ เมื่อ $y(0) = 0, y'(0) = 0$

ผลเฉลย $L\{y''\} + 4L\{y'\} + 6L\{y\} = L\{1\} + L\{e^{-t}\}$

$$s^2 Y(s) - sy(0) - y'(0) + 4[sY(s) - y(0)] + 6Y(s) = \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1}$$

$$(s^2 + 4s + 6)Y(s) = \frac{2s+1}{s(s+1)}$$

$$Y(s) = \frac{2s+1}{s(s+1)(s^2+4s+6)}$$

โดยใช้การแยกเศษส่วนย่อย

$$\frac{2s+1}{s(s+1)(s^2+4s+6)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+1} + \frac{Cs+D}{s^2+4s+6}$$

$$2s+1 = A(s+1)(s^2+4s+6) + Bs(s^2+4s+6) + (Cs+D)s(s+1)$$

ให้ $s = 0$ และ $s = -1$ จะได้ $A = \frac{1}{6}, B = \frac{1}{3}$ ตามลำดับ

และใช้การเทียบสัมประสิทธิ์ของ s^3 และ s จะได้

$$A + B + C = 0$$

$$10A + 6B + D = 2$$

แทนค่า $A = \frac{1}{6}, B = \frac{1}{3}$ แล้วแก้สมการจะได้ $C = -\frac{1}{2}$ และ $D = -\frac{5}{3}$ ดังนั้น

$$Y(s) = \frac{1}{s} + \frac{1}{3} \frac{1}{s+1} + \frac{-\frac{1}{2}s - \frac{5}{3}}{s^2+4s+6}$$

$$= \frac{1}{s} + \frac{1}{3} \frac{1}{s+1} + \frac{-\frac{1}{2}(s+2) - \frac{2}{3}}{(s+2)^2 + 2}$$

$$= \frac{1}{s} + \frac{1}{3} \frac{1}{s+1} - \frac{1}{2} \frac{s+2}{(s+2)^2 + 2} - \frac{2}{3} \frac{1}{(s+2)^2 + 2}$$

จากข้อ (a) และ (c) ในทฤษฎีบท 2.3 และทฤษฎีบทการเลื่อนครั้งที่ 1 จะได้

$$y(t) = \frac{1}{6}L^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\} + \frac{1}{3}L^{-1}\left\{\frac{1}{s+1}\right\} - \frac{1}{2}L^{-1}\left\{\frac{s+2}{(s+2)^2+2}\right\} - \frac{2}{3\sqrt{2}}L^{-1}\left\{\frac{\sqrt{2}}{(s+2)^2+2}\right\}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{3}e^{-t} - \frac{1}{2}e^{-2t} \cos \sqrt{2}t - \frac{\sqrt{2}}{3}e^{-2t} \sin \sqrt{2}t$$

ตัวอย่าง 4 จงแก้สมการ $x'' + 16x = \cos 4t$ เมื่อกำหนด $x(0) = 0, x'(0) = 1$

ผลเฉลย โดยใช้การแปลงลาปลาซและแทนค่า $x(0) = 0, x'(0) = 1$ จะได้

$$(s^2 + 16)x(s) = 1 + \frac{s}{s^2 + 16}$$

$$x(s) = \frac{1}{s^2 + 16} + \frac{s}{(s^2 + 16)^2}$$

จากทฤษฎีบท 2.3 ข้อ (d) และทฤษฎีบท 2.7 จะได้

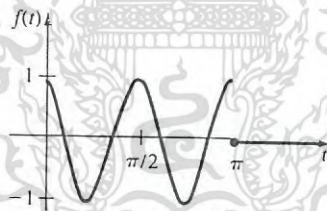
$$x(t) = \frac{1}{4}L^{-1}\left\{\frac{4}{s^2 + 16}\right\} + \frac{1}{8}L^{-1}\left\{\frac{8s}{(s^2 + 16)^2}\right\}$$

$$= \frac{1}{4}\sin 4t + \frac{1}{8}t \sin 4t$$

ตัวอย่าง 5 จงแก้สมการ $x'' + 16x = f(t)$ เมื่อ $f(t) = \begin{cases} \cos 4t & , 0 \leq t < \pi \\ 0 & , t \geq \pi \end{cases}$

และ $x(0) = 0, x'(0) = 1$

ผลเฉลย $f(t)$ แสดงได้ดังรูป 2.22



รูปที่ 2.22

โดยคาบของ cosine จะได้

$$f(t) = \cos 4t - \cos 4tU(t - \pi)$$

$$= \cos 4t - \cos 4(t - \pi)U(t - \pi)$$

จากทฤษฎีบทการเลื่อนที่ 2 จะได้

$$L\{x''\} + 16L\{x\} = L\{f(t)\}$$

$$s^2x(s) + sx(0) - x'(0) + 16x(s) = \frac{s}{s^2 + 16} - \frac{s}{s^2 + 16}e^{-\pi s}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$(s^2 + 16)x(s) = 1 + \frac{s}{s^2 + 16} - \frac{s}{s^2 + 16} e^{-\pi s}$$

$$\therefore x(s) = \frac{1}{s^2 + 16} + \frac{s}{(s^2 + 16)^2} - \frac{s}{(s^2 + 16)^2} e^{-\pi s}$$

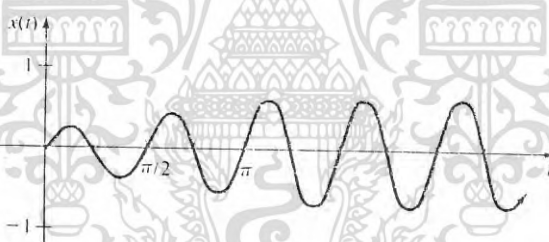
$$x(t) = \frac{1}{4} L^{-1} \left\{ \frac{4}{s^2 + 16} \right\} + \frac{1}{8} L^{-1} \left\{ \frac{8s}{(s^2 + 16)^2} \right\} - \frac{1}{8} L^{-1} \left\{ \frac{8s}{(s^2 + 16)^2} e^{-\pi s} \right\}$$

$$= \frac{1}{4} \sin 4t + \frac{1}{8} t \sin 4t - \frac{1}{8} (t - \pi) \sin 4(t - \pi) U(t - \pi)$$

สำหรับ $t \geq 0$

$$x(t) = \begin{cases} \frac{1}{4} \sin 4t + \frac{1}{8} t \sin 4t & , 0 \leq t < \pi \\ \frac{2 + \pi}{8} \sin 4t & , t \geq \pi \end{cases}$$

กราฟของ $x(t)$ แสดงได้ดังรูป 2.23



รูปที่ 2.23

ตัวอย่าง 6 จงแก้สมการ $y'' + 2y' + y = f(t)$

เมื่อ $f(t) = U(t-1) - 2U(t-2) + U(t-3)$ และ $y(0) = 0, y'(0) = 0$

ผลเฉลย โดยทฤษฎีการเลื่อนที่ 2 จะได้

$$(s+1)^2 Y(s) = \frac{e^{-s}}{s} - 2 \frac{e^{-2s}}{s} + \frac{e^{-3s}}{s}$$

$$Y(s) = \frac{e^{-s}}{s(s+1)^2} - 2 \frac{e^{-2s}}{s(s+1)^2} + \frac{e^{-3s}}{s(s+1)^2}$$

โดยการแยกเศษส่วนย่อย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$Y(s) = \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} - \frac{1}{(s+1)^2} \right] e^{-s} - 2 \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} - \frac{1}{(s+1)^2} \right] e^{-2s} + \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} - \frac{1}{(s+1)^2} \right] e^{-3s}$$

$$y(t) = [1 - e^{-(t-1)} - (t-1)e^{-(t-1)}]U(t-1) - 2[1 - e^{-(t-2)} - (t-2)e^{-(t-2)}]U(t-2)$$

$$+ [1 - e^{-(t-3)} - (t-3)e^{-(t-3)}]U(t-3)$$

2.4.1 Volterra Integral Equation

ทฤษฎี Convolution นั้นมีประโยชน์ในการแก้สมการ ซึ่งอยู่ในรูปที่อยู่ภายใต้เครื่องหมายอินทิกรัลและไม่ทราบฟังก์ชัน ในตัวอย่างต่อไปวิธีแก้สมการที่อยู่ในรูป Volterra Integral Equation

$$f(t) = g(t) + \int_0^t f(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

เมื่อกำหนด $g(t)$ และ $h(t)$

ตัวอย่าง 7 จงแก้สมการ $f(t) = 3t^2 - e^{-t} - \int_0^t f(\tau)e^{t-\tau}d\tau$

ผลเฉลย จากทฤษฎีบท 2.9

$$L\{f(t)\} = 3L\{t^2\} - L\{e^{-t}\} - L\{f(t)\}L\{e^t\}$$

$$F(s) = 3 \cdot \frac{2}{s^3} - \frac{1}{s+1} - F(s) \cdot \frac{1}{s+1}$$

$$\left[1 + \frac{1}{s+1}\right]F(s) = \frac{6}{s^3} - \frac{1}{s+1}$$

$$\frac{s}{s-1}F(s) = \frac{6}{s^3} - \frac{1}{s+1}$$

$$F(s) = \frac{6 \cdot (s-1)}{s^4} - \frac{s-1}{s(s+1)}$$

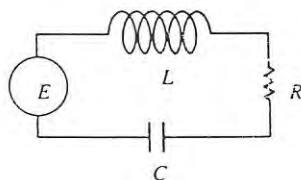
$$= \frac{6}{s^3} - \frac{6}{s^4} + \frac{1}{s} - \frac{2}{s+1}$$

$$\therefore f(t) = 3L^{-1}\left\{\frac{2!}{s^3}\right\} - L^{-1}\left\{\frac{3!}{s^4}\right\} + L^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\} - 2L^{-1}\left\{\frac{1}{s+1}\right\}$$

$$= 3t^2 - t^3 + 1 - 2e^{-t}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.2 Integrodifferential Equation



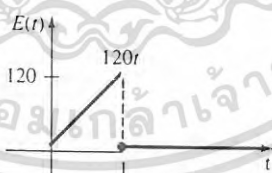
รูปที่ 2.24

จากการใช้ Kirchhoff's second law จะได้

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau = E(t) \quad (3)$$

ซึ่งเรียกว่า Integrodifferential Equation

ตัวอย่าง 8 จงหากระแสไฟฟ้า $i(t)$ ในวงจร Single Loop L-R-C เมื่อ $L = 0.1$ เฮนรี่, $R = 20$ โอห์ม $C = 10^{-3}$ ฟาเดร็ด, $i(0) = 0$ และ โวลเตจ $E(t)$ กำหนดดังรูป 2.25



รูปที่ 2.25

ผลเฉลย เนื่องจาก โวลเตจ กำหนดเมื่อ $t \geq 1$

$$\therefore E(t) = 120t - 120tU(t-1) \quad (4)$$

เมื่อจะใช้ทฤษฎีการเลื่อนที่2 จะต้องเขียน (4) ใหม่คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$E(t) = 120t - 120(t-1)U(t-1) - 120U(t-1)$$

จาก (3) จะได้

$$0.1 \frac{di}{dt} + 20i + 10^3 \int_0^t i(\tau) d\tau = 120t - 120(t-1)U(t-1) - 120U(t-1) \dots (5)$$

จากทฤษฎีบท 2.9

$$L\left\{\int_0^t i(\tau) d\tau\right\} = \frac{I(s)}{s}$$

เมื่อ $I(s) = L\{i(t)\}$

ดังนั้น Transform ของ (5) คือ

$$0.1sI(s) + 20I(s) + 10^3 \frac{I(s)}{s} = 120\left[\frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^2}e^{-s} - \frac{1}{s}e^{-s}\right]$$

คูณตลอดด้วย 10 s

$$(s+100)^2 I(s) = 1200\left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s}e^{-s} - e^{-s}\right]$$

$$I(s) = 1200\left[\frac{1}{s(s+100)^2} - \frac{1}{s(s+100)^2}e^{-s} - \frac{1}{(s+100)^2}e^{-s}\right]$$

โดยการแยกเศษส่วนย่อย

$$I(s) = 1200\left[\frac{1/10000}{s} - \frac{1/10000}{s+100} - \frac{1/100}{(s+100)^2} - \frac{(1/10000)}{s}e^{-s} + \frac{1/10000}{s+100}e^{-s} + \frac{1/100}{(s+100)^2}e^{-s} - \frac{1}{(s+100)^2}e^{-s}\right]$$

$$i(t) = \frac{3}{25}[1 - U(t-1)] - \frac{3}{25}[e^{-100t} - e^{-100(t-1)}U(t-1)] - 12te^{-100t} - 1188(t-1)e^{-100(t-1)}U(t-1)$$

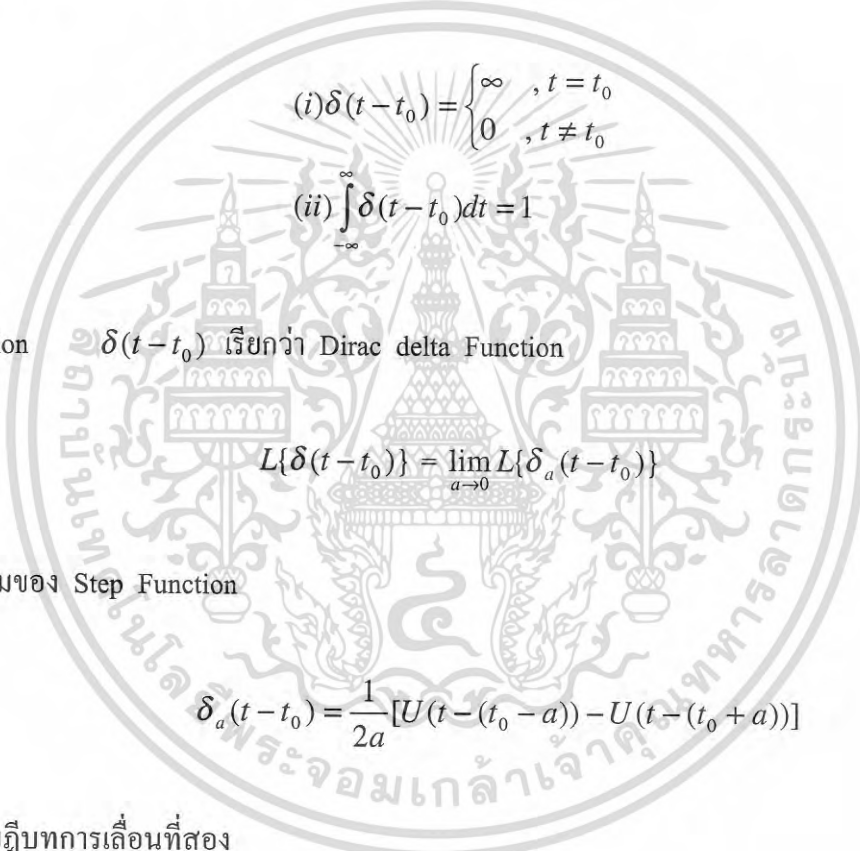
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.3 Dirac delta Function

ในทางปฏิบัติ ฟังก์ชัน $\delta_a(t-t_0)$ เรียกว่า Unit Impulse เนื่องจาก $\int_{-\infty}^{\infty} \delta_a(t-t_0) dt = 1$ Dirac Delta Function ในทางปฏิบัติมักใช้รูปแบบอื่นของ Unit Impulse คือ $\delta_a(t-t_0)$ ซึ่งกำหนดโดย

$$\delta(t-t_0) = \lim_{a \rightarrow 0} \delta_a(t-t_0) \quad (2)$$

จาก (2) จะได้ว่า



Expression $\delta(t-t_0)$ เรียกว่า Dirac delta Function

$$(i) \delta(t-t_0) = \begin{cases} \infty & , t = t_0 \\ 0 & , t \neq t_0 \end{cases}$$

$$(ii) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0) dt = 1$$

$$L\{\delta(t-t_0)\} = \lim_{a \rightarrow 0} L\{\delta_a(t-t_0)\}$$

จากนิยามของ Step Function

$$\delta_a(t-t_0) = \frac{1}{2a} [U(t-(t_0-a)) - U(t-(t_0+a))]$$

จากทฤษฎีบทการเลื่อนที่สอง

$$\begin{aligned} L\{\delta_a(t-t_0)\} &= \frac{1}{2a} \left[\frac{e^{-s(t_0-a)}}{s} - \frac{e^{-s(t_0+a)}}{s} \right] \\ &= e^{-st_0} \left(\frac{e^{sa} - e^{-sa}}{2sa} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

เนื่องจาก (3) อยู่ในรูปแบบอินดิเทอร์มินต์ $\frac{0}{0}$ เมื่อ $a \rightarrow 0$ โดยใช้กฎของ L' Hopital

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}\lim_{a \rightarrow 0} L\{\delta_a(t-t_0)\} &= e^{-st_0} \lim_{a \rightarrow 0} \left(\frac{e^{sa} + e^{-sa}}{2} \right) \\ &= e^{-st_0}\end{aligned}$$

ดังนั้น $L\{\delta(t-t_0)\} = e^{-st_0}$ (4)

เมื่อ $t_0 = 0$ จาก (4) จะได้

$$L\{\delta(t)\} = 1$$

และ $\delta(t)$ ไม่เป็น Ordinary function เนื่องจาก จากทฤษฎีบท 2.4

$$L\{f(t)\} \rightarrow 0 \text{ เมื่อ } s \rightarrow \infty$$

ตัวอย่าง 1 จงแก้สมการ $y'' + y = \delta(t - 2\pi)$

เมื่อ

$$\begin{aligned}\text{(a)} \quad & y(0) = 1, y'(0) = 0 \\ \text{(b)} \quad & y(0) = 0, y'(0) = 0\end{aligned}$$

ผลเฉลย (a) จาก (4) การแปลงลาปลาซของสมการเชิงอนุพันธ์คือ

$$\begin{aligned}s^2 Y'(s) - s + Y(s) &= e^{-2\pi s} \\ \therefore Y(s) &= \frac{s}{s^2 + 1} + \frac{e^{-2\pi s}}{s^2 + 1}\end{aligned}$$

จากทฤษฎีการเลื่อนที่ 2 จะได้

$$y(t) = \cos t + \sin(t - 2\pi)U(t - 2\pi)$$

เนื่องจาก

$$\sin(t - 2\pi) = \sin t$$

$$y(t) = \begin{cases} \cos t & , 0 \leq t \leq 2\pi \\ \cos t + \sin t & , t \geq 2\pi \end{cases} \quad (5)$$

(b) ในกรณีนี้ การแปลงของสมการคือ

$$Y(s) = \frac{e^{-2\pi s}}{s^2 + 1}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ $y(t) = \sin(t - 2\pi)U(t - 2\pi)$

$$= \begin{cases} 0 & , 0 \leq t \leq 2\pi \\ \sin t & , t \geq 2\pi \end{cases} \quad (6)$$

กราฟของ (5) แสดงได้ดังรูป 2.26 (a)

กราฟของ (6) แสดงได้ดังรูป 2.26 (b)



รูปที่ 2.26

2.4.4 ระบบสมการเชิงอนุพันธ์

ตัวอย่าง 1 จงแก้สมการ $2x' - y' - y = t$

$$x' + y' = t^2 \quad (1)$$

เมื่อกำหนด $x(0) = 1, y(0) = 0$

ผลเฉลย ถ้า $X(s) = L\{x(t)\}$ และ $Y(s) = L\{y(t)\}$ แล้วทำการหาการแปลงลาปลาซของแต่ละสมการที่กำหนดจะได้

$$2[sX(s) - x(0) + sY(s) - y(0) - Y(s)] = \frac{1}{s^2}$$

$$sX(s) - x(0) + sY(s) - y(0) = \frac{2}{s^3}$$

หรือ $2sX(s) + (s-1)Y(s) = 2 + \frac{1}{s^2}$

$$sX(s) + sY(s) = 1 + \frac{2}{s^3} \quad (2)$$

คูณสมการที่ 2 ของ (2) ด้วย 2 แล้วลบกับสมการแรกของ (2)

$$(-s-1)Y(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{4}{s^3}$$

$$Y(s) = \frac{4-s}{s^3(s+1)} \quad (3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยวิธีการแยกเศษส่วนย่อย

$$\frac{4-s}{s^3(s+1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{s^3} + \frac{D}{s+1}$$

$$4-s = As^2(s+1) + Bs(s+1) + C(s+1) + Ds^2$$

ให้ $s = 0$ และ $s = -1$ จะได้ $C = 4$ และ $D = -5$ ตามลำดับ และ

เมื่อเทียบสัมประสิทธิ์ของ s^3 และ s^2

จะได้ $A + D = 0$ และ $A + B = 0$

แก้สมการจะได้ $A = 5$ และ $B = -5$

$$\therefore Y(s) = \frac{5}{s} - \frac{5}{s^2} + \frac{4}{s^3} - \frac{5}{s+1}$$

และ

$$\begin{aligned} y(t) &= 5L^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\} - 5L^{-1}\left\{\frac{1}{s^2}\right\} + 2L^{-1}\left\{\frac{2!}{s^3}\right\} - 5L^{-1}\left\{\frac{1}{s+1}\right\} \\ &= 5 - 5t + 2t^2 - 5e^{-t} \end{aligned}$$

จากสมการที่ 2 ของ (2)

$$X(s) = -Y(s) + \frac{1}{s} + \frac{2}{s^4}$$

และ

$$\begin{aligned} X(t) &= -L^{-1}\{Y(s)\} + L^{-1}\left\{\frac{1}{s}\right\} + \frac{2}{3!}L^{-1}\left\{\frac{3!}{s^4}\right\} \\ &= -4 + 5t - 2t^2 + \frac{1}{3}t^3 + 5e^{-t} \end{aligned}$$

ดังนั้นผลเฉลยของสมการ(1)ที่กำหนดให้คือ

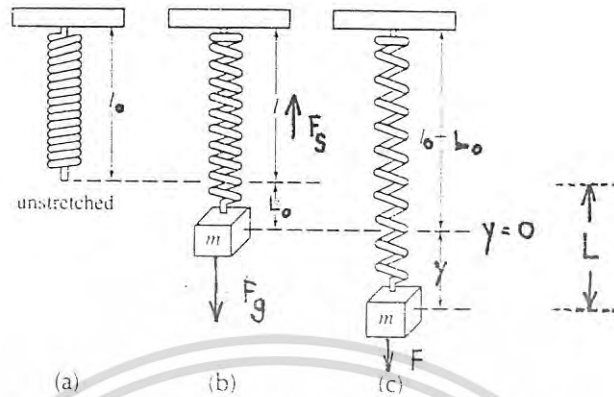
$$X(t) = -4 + 5t - 2t^2 + \frac{1}{3}t^3 + 5e^{-t}$$

$$y(t) = 5 - 5t + 2t^2 - 5e^{-t}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.5 Single Spring

พิจารณาสปริงที่แขวนติดกับเพดาน



รูปที่ 2.27

มวล m มีค่ามากกว่ามวลของสปริงมาก ๆ จนตัดค่ามวลของสปริงทิ้งได้ ผูกน้ำหนัก m ที่ปลายของสปริง สปริงจะถูกดึงให้ยืดลงมาเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก

$$F_g = mg$$

ในขณะเดียวกันสปริงมีแรงต้านเป็นไปตาม Hook's law

$$F_s = -kL_0$$

ถ้าสปริงอยู่ในสถานะสมดุล $F_g + F_s = 0$

$$mg = kL_0 \quad \text{หรือ} \quad mg - kL_0 = 0$$

ออกแรง $F(t)$ ดึงสปริง โดย y เป็นระยะที่มวลเคลื่อนที่จากสถานะสมดุล แล้ว

$$F_s = -kL_0 - ky$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การเคลื่อนที่มีแรงหน่วงเนื่องจาก แรงต้านทานของอากาศ โดยแรงต้านมีค่าเป็นสัดส่วนกับความเร็วในการเคลื่อนที่

$$F_d = -c \frac{dy}{dt}$$

แรงทั้งหมดที่กระทำต่อสปริงนี้จะเป็นไปตามกฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน

$$F = ma = m \frac{d^2 y}{dt^2}$$

ในสถานะสมดุลย์

$$F = F_g + F_s + F_d + F(t)$$

สมการเชิงอนุพันธ์ที่แสดงสถานะการเคลื่อนที่ของมวล m ในระบบสปริงนี้ คือ

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = mg - kL_0 - ky - c \frac{dy}{dt} + F(t)$$

$$\text{หรือ } m \frac{d^2 y}{dt^2} = -c \frac{dy}{dt} - ky + F(t)$$

$$\text{หรือ } \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{c}{m} \frac{dy}{dt} + \frac{k}{m} y = \frac{1}{m} F(t)$$

$$\text{โดย } y(0) = y_0, \quad \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = v_0$$

ไม่มีแรงภายนอกกระทำ $F(t) = 0$ เรียกการเคลื่อนที่อย่างอิสระ

ถ้าไม่มีแรงต้านของอากาศ $c = 0$

มีแรงภายนอก มีแรงต้าน

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{c}{m} \frac{dy}{dt} + \frac{k}{m} y = \frac{1}{m} F(t)$$

มีแรงภายนอก ไม่มีแรงต้าน

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{k}{m} y = \frac{1}{m} F(t)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ไม่มีแรงภายนอก มีแรงต้าน

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{c}{m} \frac{dy}{dt} + \frac{k}{m} y = 0$$

ไม่มีแรงภายนอก ไม่มีแรงต้าน

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{k}{m} y = 0$$

กรณีมีแรงต้าน

สมการช่วย คือ

$$r^2 + \frac{c}{m} r + \frac{k}{m} = 0$$

$$r = \frac{-\frac{c}{m} \pm \sqrt{\frac{c^2}{m^2} - 4\frac{k}{m}}}{2}$$

หรือ

$$r = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4km}}{2m}$$

ถ้า $c^2 - 4km < 0 \Rightarrow$ รากเชิงซ้อนสองราก

$c^2 - 4km = 0 \Rightarrow$ รากจริงสองรากซ้ำกัน

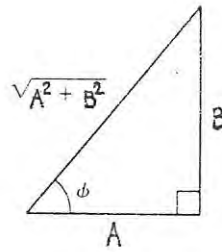
$c^2 - 4km > 0 \Rightarrow$ รากจริงสองค่าต่างกัน

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{k}{m} y = 0$$

สมการช่วยคือ $r^2 + \frac{k}{m} = 0 \Rightarrow r = \pm \sqrt{k/m} i$

ให้ $w_0 = \sqrt{k/m} \Rightarrow r = \pm w_0 i$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.28

$$y(t) = A \cos w_0 t + B \sin w_0 t$$

$$\begin{aligned} y(t) &= \sqrt{A^2 + B^2} \left[\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \cos w_0 t + \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \sin w_0 t \right] \\ &= c(\cos \phi \cos w_0 t + \sin \phi \sin w_0 t) \\ &= c[\cos(w_0 t - \phi)] \end{aligned}$$

$$\text{เมื่อ } c = \sqrt{A^2 + B^2}, \phi = \tan^{-1}(B/A)$$

ตัวอย่าง วัตถุหนัก 1/2 กก. ต่อเข้ากับสปริงที่ยึดติดกับเพดานมีค่าโมดูลัส $k = 10$ นิวตัน/เมตร ที่จุดสมดุล เมื่อเวลาเริ่มต้น $t = 0$ ป้อนแรงจากภายนอกเข้าสู่ระบบด้วยแรง $f(t) = 5 \cos 2t$ จงหาการเคลื่อนที่ของวัตถุ ถ้าแรงต้านมีขนาดเป็น 2 เท่าของความเร็ว

ผลเฉลย สมการการเคลื่อนที่คือ

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + c \frac{dy}{dt} + ky = 5 \cos 2t \quad \text{เมื่อ } y(0) = 0, y'(0) = 0$$

$$m = 1/2, c = 2, k = 10$$

$$\text{จะได้ } \frac{1}{2} \frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} + 10y = 5 \cos 2t$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 4 \frac{dy}{dt} + 20y = 10 \cos 2t$$

take Laplace ของแต่ละสมาชิกในสมการเชิงอนุพันธ์

$$L\left\{\frac{d^2 y}{dt^2}\right\} + 4L\left\{\frac{dy}{dt}\right\} + 20L\{y\} = L\{10 \cos 2t\}$$

$$s^2 Y(s) - sy(0) - y'(0) + 4[sY(s) - y(0)] + 20Y(s) = \frac{10s}{s^2 + 2^2}$$

$$\text{แทนค่า } y(0) = 0, y'(0) = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$Y(s)[s^2 + 4s + 20] = \frac{10s}{s^2 + 2^2}$$

$$Y(s) = \frac{10s}{(s^2 + 2^2) + (s^2 + 4s + 20)}$$

โดยใช้การแยกเศษส่วนย่อย

$$\frac{10s}{(s^2 + 2^2)(s^2 + 4s + 20)} = \frac{As + B}{s^2 + 2^2} + \frac{Cs + D}{s^2 + 4s + 20}$$

$$10s = (s^2 + 4s + 20)(As + B) + (s^2 + 2^2)(Cs + D)$$

เมื่อทำการเทียบสัมประสิทธิ์ของ s , s^2 , s^3 จะได้

$$20A + 4B + 4C = 10$$

$$4A + B + D = 0$$

$$A + C = 0$$

$$20B + 4D = 0$$

จะได้ $A = \frac{1}{2}$, $B = \frac{1}{2}$, $C = -\frac{1}{2}$, $D = -\frac{5}{2}$

$$Y(s) = \frac{\frac{1}{2}s + \frac{1}{2}}{s^2 + 2^2} + \frac{-\frac{1}{2}s - \frac{5}{2}}{s^2 + 4s + 20}$$

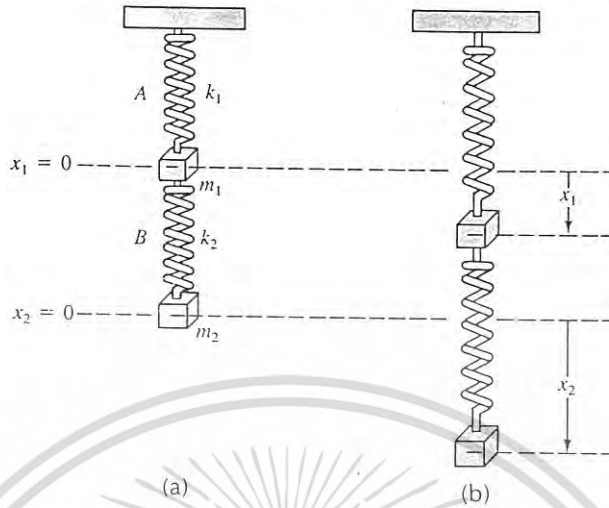
$$y(t) = L^{-1}\left\{\frac{\frac{1}{2}(s+1)}{s^2 + 2^2}\right\} + L^{-1}\left\{\frac{-\frac{1}{2}s - \frac{5}{2}}{s^2 + 4s + 20}\right\}$$

$$y(t) = \frac{1}{2} \cos 2t + \frac{1}{4} \sin 2t + e^{-2t} \left[-\frac{1}{2} \cos 4t - \frac{3}{8} \sin 4t \right]$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.5 Coupled Springs

นำลูกตุ้มมวล m_1 และ m_2 ติดไว้ปลายล่างของสปริง A และ B ดังรูป 2.29



รูปที่ 2.29

สมมติให้มวลของลูกตุ้มมีค่ามากกว่ามวลของสปริงมาก ๆ จนไม่นำมวลของสปริงมาคิดทำให้สปริงยืดออกไปจากตำแหน่งเดิมเป็นระยะ $x_1(t)$ และ $x_2(t)$ สถานะที่สปริงยืดออกไปเต็มที่เนื่องจากน้ำหนักของลูกตุ้มและหุคหนึ่งเรียกว่า สถานะสมดุล (Equilibrium position) ต่อมาออกแรงดึงให้ลูกตุ้มเคลื่อนที่ในแนวตั้งสปริง B ขึ้นอยู่กับการยืดออกและหดเข้าเป็นระยะ $x_2 - x_1$ ดังนั้น จากกฎของฮุก (Hook's Law)

จะได้ว่าแรงภายในสปริง A และ B บน m_1 คือ $-k_1 x_1$ และ $k_2(x_2 - x_1)$ ตามลำดับ ถ้าไม่มีแรงภายนอกมากระทำในระบบ และไม่มีแรงหน่วง (Damping Force) แล้วแรงบน m_1 คือ

$$-k_1 x_1 + k_2(x_2 - x_1)$$

จากกฎของนิวตันข้อ 2 จะได้

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -k_1 x_1 + k_2(x_2 - x_1)$$

ในการทำงานเดียวกันแรงภายในของมวล m_2 ขึ้นอยู่กับการยืดออกของ B ซึ่งเท่ากับ $-k_2(x_2 - x_1)$

ดังนั้นจะได้ $m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -k_2(x_2 - x_1)$

ซึ่งอาจเขียนระบบสมการที่ได้คือ

$$m_1 x_1'' = -k_1 x_1 + k_2(x_2 - x_1)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$m_2 x_2'' = -k_2(x_2 - x_1) \quad (5)$$

ในตัวอย่างต่อไป จะแก้สมการ (5) ภายใต้อสมการ $k_1 = 6, k_2 = 4, m_1 = 1, m_2 = 1$ และมวลเริ่มจากสถานะสมดุลด้วยความเร็ว 1 หน่วยในทิศทางตรงข้าม

ตัวอย่าง 2 จงแก้สมการ

$$\begin{aligned} x_1'' + 10x_1 - 4x_2 &= 0 \\ -4x_1 + x_2'' + 4x_2 &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

เมื่อ $x_1(0) = 0, x_1'(0) = 1, x_2(0) = 0, x_2'(0) = -1$

ผลเฉลย การแปลงลาปลาซของแต่ละสมการคือ

$$\begin{aligned} s^2 x_1(s) - s x_1(0) - x_1'(0) + 10x_1(s) - 4x_2(s) &= 0 \\ -4x_1(s) + s^2 x_2(s) - s x_2(0) - x_2'(0) + 4x_2(s) &= 0 \end{aligned}$$

เมื่อ $x_1(s) = L\{x_1(t)\}$ และ $x_2(s) = L\{x_2(t)\}$

และจะได้

$$\begin{aligned} (s^2 + 10)x_1(s) - 4x_2(s) &= 1 \\ -4x_1(s) + (s^2 + 4)x_2(s) &= -1 \end{aligned} \quad (7)$$

กำจัด x_2

$$\therefore x_1(s) = \frac{s^2}{(s^2 + 2)(s^2 + 12)}$$

โดยการแยกเศษส่วนย่อย

$$\begin{aligned} \frac{s^2}{(s^2 + 2)(s^2 + 12)} &= \frac{As + B}{s^2 + 2} + \frac{Cs + D}{s^2 + 12} \\ s^2 &= (As + B)(s^2 + 12) + (Cs + D)(s^2 + 2) \end{aligned}$$

โดยการเทียบสัมประสิทธิ์

$$A + C = 0, \quad B + D = 1, \quad 12A + 2C = 0, \quad 12B + 2D = 0$$

ซึ่งแก้สมการจะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$A=0, \quad C=0, \quad B=-\frac{1}{5}, \quad D=\frac{6}{5}$$

จากสมการแรกของ(7)

$$x_1(s) = -\frac{1/5}{s^2+2} + \frac{6/5}{s^2+12}$$

$$\therefore x_1(t) = -\frac{1}{5\sqrt{2}} L^{-1}\left\{\frac{\sqrt{2}}{s^2+2}\right\} + \frac{6}{5\sqrt{12}} L^{-1}\left\{\frac{\sqrt{12}}{s^2+12}\right\}$$

จากสมการแรกของ (7) คือ

$$x_2(s) = \frac{s^2+6}{(s^2+2)(s^2+12)}$$

$$= -\frac{2/5}{s^2+2} - \frac{3/5}{s^2+12}$$

$$\therefore x_2(t) = \frac{2}{5\sqrt{2}} L^{-1}\left\{\frac{\sqrt{2}}{s^2+2}\right\} - \frac{3}{5\sqrt{12}} L^{-1}\left\{\frac{\sqrt{12}}{s^2+12}\right\}$$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{5} \sin \sqrt{2}t - \frac{\sqrt{3}}{10} \sin 2\sqrt{3}t$$

ดังนั้นผลเฉลยของระบบสมการ (6) คือ

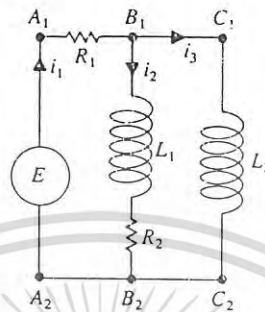
$$x_1(t) = -\frac{\sqrt{2}}{10} \sin \sqrt{2}t + \frac{\sqrt{3}}{5} \sin 2\sqrt{3}t$$

$$x_2(t) = -\frac{\sqrt{2}}{10} \sin \sqrt{2}t - \frac{\sqrt{3}}{5} \sin 2\sqrt{3}t \quad (8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.7 Networks

ข่ายงานทางไฟฟ้าซึ่งมีมากกว่าหนึ่ง Loop จะทำให้เกิดสมการเชิงอนุพันธ์หลายสมการ จากรูป 2.30 กระแส $i_1(t)$ แยกเป็น 2 ทิศทางที่ B เรียกว่า Branch point ของข่ายงานโดย Kirchhoff's first law จะได้



รูปที่ 2.30

$$i_1(t) = i_2(t) + i_3(t) \quad (9)$$

สำหรับ Loop $A_1B_1B_2A_2A_1$ จะได้

$$E(t) = i_1R_1 + L_1 \frac{di_2}{dt} + i_2R_2 \quad (10)$$

สำหรับ Loop $A_1B_1C_1C_2B_2A_2A_1$ จะได้

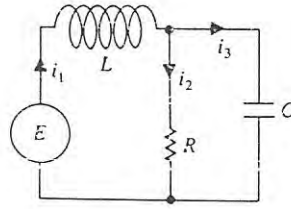
$$E(t) = i_1R_1 + L_2 \frac{di_3}{dt}$$

(10) และ (11) ใช้ Kirchhoff's Second Law

ใช้ (9) กำจัด i_1 ใน (10) และ (11) จะได้

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_2}{dt} + (R_1 + R_2)i_2 + R_1i_3 &= E(t) \\ L_2 \frac{di_3}{dt} + R_1i_2 + R_1i_3 &= E(t) \end{aligned} \quad (12)$$

เมื่อกำหนด $i_2(0) = 0$ และ $i_3(0) = 0$ แล้วหาผลเฉลยได้โดยใช้การแปลงลาปลาซ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่หรือใช้ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.31

จากรูป 2.31 จะได้

$$\begin{aligned} L \frac{di_1}{dt} + Ri_2 &= E(t) \\ RC \frac{di_2}{dt} + i_2 - i_1 &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

ตัวอย่าง 3 จงแก้สมการ (13) เมื่อกำหนด $E = 60$ โวลต์, $L = 1$ เฮนรี่, $R = 50$ โอห์ม, $C = 10^{-4}$ ฟารัด และ i_1, i_2 ที่เริ่มต้นเป็นศูนย์
ผลเฉลย จาก (13) แทนค่า E, L, R, C

$$\begin{aligned} \frac{di_1}{dt} + 50i_2 &= 60 \\ 50(10^{-4}) \frac{di_2}{dt} + i_2 - i_1 &= 0 \end{aligned}$$

เมื่อ $i_1(0) = 0, i_2(0) = 0$ เมื่อใช้การแปลงลาปลาซในแต่ละสมการจะได้

$$\begin{aligned} sI_1(s) + 50I_2(s) &= \frac{60}{s} \\ -200I_2(s) + (s + 200)I_2(s) &= 0 \end{aligned}$$

เมื่อ $I_1(s) = L\{i_1(t)\}$ และ $I_2(s) = L\{i_2(t)\}$ แก้สมการหา i_1 และ i_2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$I_1(s) = \frac{60s + 12000}{s(s+100)^2}$$

$$I_2(s) = \frac{12000}{s(s+100)^2}$$

ใช้การแยกเศษส่วนย่อย

$$I_1(s) = \frac{6/5}{s} - \frac{6/5}{s+100} - \frac{60}{(s+100)^2}$$

$$I_2(s) = \frac{6/5}{s} - \frac{6/5}{s+100} - \frac{120}{(s+100)^2}$$

$$\therefore i_1(t) = \frac{6}{5} - \frac{6}{5}e^{-100t} - 60te^{-100t}$$

$$i_2(t) = \frac{6}{5} - \frac{6}{5}e^{-100t} - 120te^{-100t}$$

หมายเหตุ $i_1(t)$ และ $i_2(t)$ ในตัวอย่างเข้าใกล้ $\frac{E}{5} = \frac{6}{5}$ เมื่อ $t \rightarrow \infty$

$i_3(t) = i_1(t) - i_2(t) = 60te^{-100t}$ และ $i_3(t) \rightarrow 0$ เมื่อ $t \rightarrow \infty$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

การวิจัยและการดำเนินงาน

1. รวบรวมข้อมูลที่ใช้ในการเขียนโปรแกรมช่วยสอนการแปลงลาปลาซและการประยุกต์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ต

เวปเพจที่จัดทำขึ้นนี้ จะรวบรวมเนื้อหา , นิยาม , ทฤษฎีบท , ตัวอย่างการคำนวณ , แบบทดสอบและแบบฝึกหัด การแปลงลาปลาซและการประยุกต์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ตเพื่อเปิดโอกาสการเรียนรู้อย่างไร้ขีดจำกัดบนระบบเครือข่ายนี้ และเพื่อให้เวปเพจมีความสวยงามดึงดูดความสนใจแก่ผู้ใช้อย่างยิ่งขึ้น จึงใช้เทคนิคของจาวาสคริปต์ร่วมกับเอชทีเอ็มแอลเพื่อสร้างเวปเพจให้มีความสมบูรณ์แบบที่สุด

ภาษาเอชทีเอ็มแอล

HTML (Hypertext Markup Language) เป็นภาษาที่ใช้ในการสร้างเอกสารอิเล็กทรอนิกส์ใช้ในการสร้างเวปเพจโดย source ของเอกสารเอชทีเอ็มแอลนั้นจะเป็นเพียงรูปแบบของ เท็กซ์ไฟล์ธรรมดา มีรูปแบบขึ้นพื้นฐานของชุดตัวอักษรพิเศษที่เราเรียกว่า Markup tag เป็นตัวควบคุมรูปแบบเอกสาร และในเอกสารแต่ละชุดจะประกอบด้วย 1 Page หรือมากกว่า ให้คิดว่าแต่ละ Page เป็นเอกสารเดี่ยวๆ ที่เก็บแยกกันไป เหมือนกับที่เราเห็นจากการเก็บไฟล์ใน file manager ของวินโดวส์

ในการเขียนเอชทีเอ็มแอลนั้นเราอาจใช้ อิดิเตอร์สำหรับเอชทีเอ็มแอลอย่างเช่น HTML Assistant, HTML Write หรือเท็กซ์อิดิเตอร์ใดๆก็ได้ จากนั้นเราเซฟลิงที่เราพิมพ์เป็นไฟล์ที่มีนามสกุล htm ตัวภาษาเอชทีเอ็มแอลไม่ได้ทำให้เราเขียนเวปเพจในลักษณะ WYSIWYG (What You See is What you Get) เหมือนกับเวิร์ดโปรเซสเซอร์ อย่างเช่น ไมโครซอฟต์เวิร์ด หรือเวิร์ดเพอร์เฟกต์ ซึ่งสามารถเห็นตัวอักษรที่เราพิมพ์ว่ามีขนาดเท่าไร รูปแบบอย่างไร (ตัวหนา , ตัวเอียงหรือขีดเส้นใต้) ได้ทันที ดังนั้นเราจะต้องเป็นคนกำหนดรูปแบบของเอกสารทั้งหมด

การสร้างเว็บเพจด้วยภาษาเอชทีเอ็มแอล

ก่อนที่จะเริ่มต้นเข้าสู่การสร้างเว็บเพจด้วยภาษาเอชทีเอ็มแอลจำเป็นต้องมีเครื่องมือที่จะใช้ในการสร้างเอกสารเอชทีเอ็มแอลซึ่งเครื่องมือในการสร้างเอกสารเอชทีเอ็มแอลนี้ประกอบด้วย 2 ส่วน ได้แก่

1. เท็กซ์เอดิเตอร์ (Text Editor)

เป็นส่วนของโปรแกรมที่ช่วยในการกำหนดข้อความ และรูปแบบคำสั่งต่างๆ ในมาตรฐานของเอชทีเอ็มแอลซึ่งในที่นี้จะใช้โปรแกรม Notepad บนระบบวินโดวส์ เป็นหลักส่วนการบันทึกไฟล์จะกำหนดชนิดของไฟล์เป็น .htm เพื่อให้สามารถนำไปใช้ในระบบ MS-DOS ได้ด้วยการพิมพ์รูปแบบคำสั่ง สามารถที่จะใช้อักษรตัวพิมพ์เล็กหรือตัวพิมพ์ใหญ่ ก็ได้

2. เว็บบราวเซอร์ (Web Browser)

เป็นส่วนที่ใช้เรียกเอกสารเอชทีเอ็มแอลออกมาแสดงผลบนจอภาพในระบบอินเทอร์เน็ต (Internet) เปรียบเสมือนการคอมไพล์ (Compiled) และการรัน (Run) โปรแกรมในภาษาคอมไพเลอร์แต่ต่างกันตรงที่ถ้าเกิดข้อผิดพลาดใด ๆ ในเอกสารเอชทีเอ็มแอลผลที่แสดงออกมาทางเว็บเบราว์เซอร์จะไม่บ่งบอกถึงจุดผิดพลาดนั้น

ขั้นตอนในการสร้างและการทดสอบไฟล์เอกสารเอชทีเอ็มแอล

1. เปิดใช้โปรแกรมเท็กซ์เอดิเตอร์ใด ๆ (ในที่นี้ได้แก่โปรแกรม Notepad) แล้วทำการพิมพ์คำสั่งต่าง ๆ ในภาษาเอชทีเอ็มแอลเพื่อสร้างเว็บเพจที่ต้องการ จากนั้นบันทึกไฟล์ชนิด .htm หรือ .html

2. เข้าสู่โปรแกรมเว็บเบราว์เซอร์

3. เรียกไฟล์เอกสารเอชทีเอ็มแอลจากเว็บเบราว์เซอร์โดยสามารถเรียกใช้ได้หลายลักษณะดังต่อไปนี้

3.1

- Netscape Communicator จาก Location Toolbar
- Internet Explorer จาก Address Bar

พิมพ์ตำแหน่งที่อยู่ของไฟล์เอชทีเอ็มแอลที่ต้องการแล้วกด Enter

3.2

- Netscape Communicator จาก File เลือกคำสั่ง Open Page

พิมพ์ตำแหน่งที่อยู่ของไฟล์เอชทีเอ็มแอลที่ต้องการ แล้วเลือกปุ่ม Open หรือ Enter

- Internet Explorer จาก File เลือกคำสั่ง Open

พิมพ์ตำแหน่งที่อยู่ของไฟล์เอชทีเอ็มแอลที่ต้องการ แล้วเลือกปุ่ม OK หรือกด Enter

3.3

- Netscape Communicator จากการคลิกปุ่ม Start เลือกเมนู Run
- Internet Explorer จากการคลิกปุ่ม Start เลือกเมนู Run

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

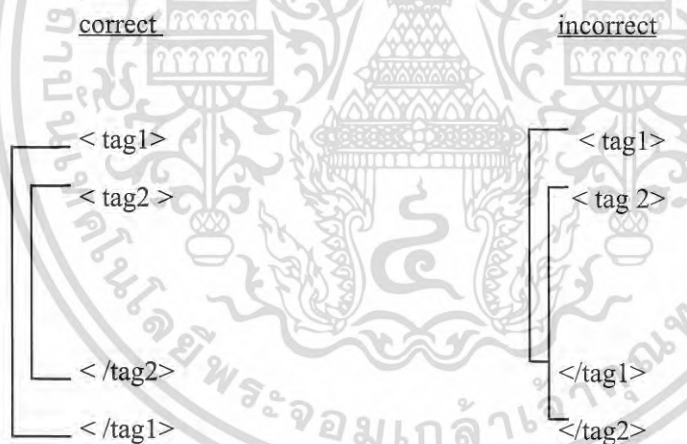
ในส่วนของ Open พิมพ์ตำแหน่งที่อยู่ของไฟล์เอชทีเอ็มแอล ที่ต้องการ แล้วคลิกปุ่ม OK หรือกด Enter

4. คุณผลลัพธ์ที่ได้ของเอกสารเอชทีเอ็มแอลบนเว็บเบราว์เซอร์

โครงสร้างของภาษาเอชทีเอ็มแอล

การสร้างเอกสารเอชทีเอ็มแอลมีองค์ประกอบหลักอยู่ 2 ส่วน คือ ส่วนที่เป็นข้อความที่จะพิมพ์ และส่วนที่เป็นคำสั่ง สำหรับส่วนที่เป็นคำสั่งที่จะนำมาใช้เพื่อเปลี่ยนแปลงรูปร่างและแบบของตัวอักษรหรือเอกสารใดๆ (Attribute) จะถูกเรียกว่า แท็ก (Tag) และเขียนไว้อยู่ในเครื่องหมาย < > ในรูปแบบ < คำสั่ง > เช่น < HTML > , < B > , < U > เป็นต้น โดยแต่ละแท็กจะทำหน้าที่แตกต่างกันออกไป แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม ดังนี้

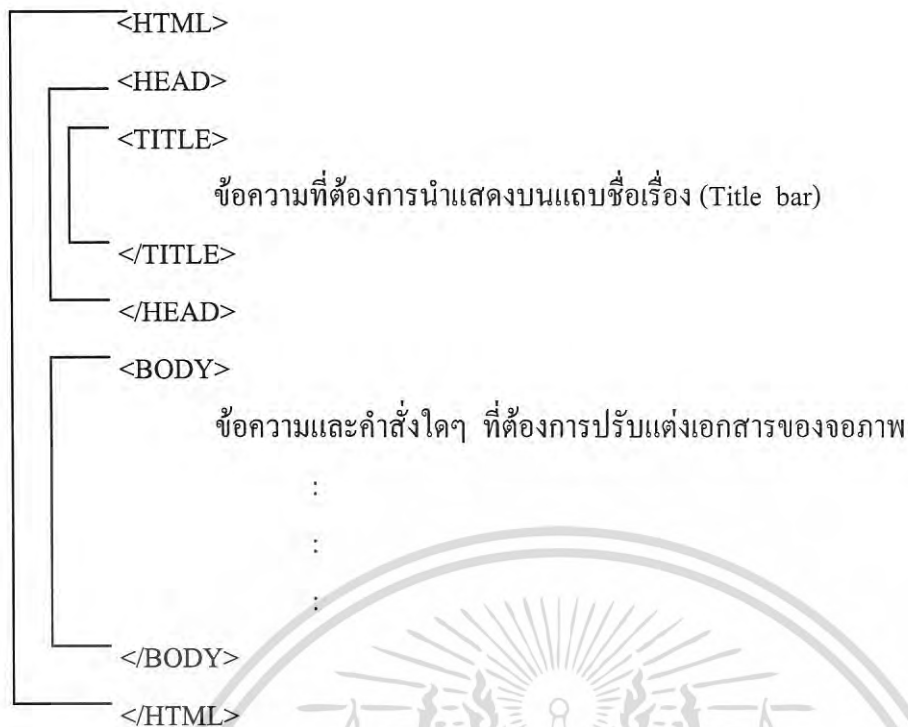
1. รูปแบบคำสั่งที่มีเพียงคำสั่งเดียวหรือมีแท็กเดียวสามารถใช้งานได้เลยและสิ้นสุดความหมายด้วยตัวเอง เช่น < BR > , < WBR > เป็นต้น
2. รูปแบบคำสั่งที่แยกออกเป็น 2 ส่วน หรือแท็กคู่ มีส่วนเริ่มต้นและส่วนของคำสั่ง โดยที่ส่วนจบของรูปแบบคำสั่งจะมีเครื่องหมาย Slash (/) กำกับไว้หน้าแท็กนั้น ๆ



คำสั่งในการกำหนดโครงสร้างหลัก

รูปแบบการจัดวางต่อไปนี้เป็นรูปแบบมาตรฐาน ประกอบไปด้วยคำสั่งหลักๆ อยู่ 4 คำสั่ง โดยมีลักษณะการจัดวางและรายละเอียดต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



- คำสั่งหลัก < HTML>.....< HTML> เป็นคำสั่งที่ทำหน้าที่บอกจุดเริ่มต้นและจุดจบของเอกสาร
- คำสั่งหลัก <HEAD>.....<HEAD> เป็นคำสั่งที่ทำหน้าที่กำหนดส่วนหัวเรื่อง โดยจะประกอบไปด้วยคำสั่งหลัก <TITLE><TITLE> ซึ่งเป็นคำสั่งที่ใช้กำหนดข้อความที่ต้องการนำมาแสดงบนแถบชื่อเรื่อง (Title bar) โดยกำหนดความยาวของข้อความไม่เกิน 64 ตัวอักษร
- คำสั่งหลัก < BODY></BODY> เป็นคำสั่งที่ทำหน้าที่กำหนดข้อความและรูปแบบคำสั่งใด ๆ ที่ต้องการปรับแต่งเอกสารบนส่วนของจอภาพ และแสดงผลบนจอภาพเมื่อถูกเรียกใช้จากเว็บเบราว์เซอร์

จาวาสคริปต์กับเอชทีเอ็มแอล

จาวาสคริปต์เป็นคุณสมบัติเฉพาะโปรแกรม Netscape Navigator (หมายความว่าทำงานได้ดีที่สุดกับโปรแกรม Netscape Navigator)

การเขียนจาวาสคริปต์อาจรวมอยู่ในไฟล์เดียวกับเอชทีเอ็มแอลได้ซึ่งแตกต่างจากการเขียนโปรแกรมจาวาที่ต้องเขียนแยกออกมาเป็นไฟล์ต่างหาก ไม่สามารถเขียนรวมอยู่ในไฟล์เดียวกับเอชทีเอ็มแอลได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีการเขียนจาวาสคริปต์เพื่อสั่งให้เว็บเพจทำงานมียู่ด้วยกัน 2 วิธี

- เขียนด้วยชุดคำสั่งของจาวาสคริปต์เอง
- เขียนจากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นตามการใช้งานจากชุดคำสั่งของเอชทีเอ็มแอล

เมื่อเริ่มใช้งาน โปรแกรม Navigator จะอ่านข้อมูลจากส่วนบนของเว็บเพจเอชทีเอ็มแอล และทำงานไปตามลำดับจากบนลงล่าง (Top-down) โดยเริ่มที่ส่วน < HEAD>...< /HEAD> ก่อน จากนั้นจึงทำงานในส่วน < BODY>...</BODY> เป็นลำดับต่อมา

นอกเหนือจากการช่วยลดภาระการทำงานของเซิร์ฟเวอร์แล้วจาวาสคริปต์ยังมีความสามารถที่เหนือกว่าภาษาสำหรับการตรวจสอบความถูกต้องในฟอร์มทั่วไปจาวาสคริปต์เป็นเสมือนกาวที่ทางฝั่งไคลเอนต์ใช้ในการเก็บส่วนประกอบของเว็บเพจเข้าด้วยกัน โดยใช้ลอจิกขั้นพื้นฐานที่ตัดสินใจได้ว่าจะใช้บราวเซอร์หรือปลั๊กอินตัวใด

จาวาสคริปต์กลายเป็นภาษากลางสำหรับควบคุมการติดต่อสื่อสารระหว่างอ็อบเจกต์อย่าง ปลั๊กอิน , เลเยอร์ , เฟรม , ฟอร์ม , สไคล์ชีต , และแอปเพล็ต ซึ่งได้รับการยอมรับมากขึ้นยิ่งกว่าภาษาเอชทีเอ็มแอลเสียอีก

หลักการเขียนจาวาสคริปต์ในเอชทีเอ็มแอล

จาวาสคริปต์เป็นภาษาซึ่งทำหน้าที่เพิ่มขีดความสามารถและสมบัติต่าง ๆ ที่ไม่มีในภาษาเอชทีเอ็มแอล ดังนั้นลักษณะคำสั่งของจาวาสคริปต์จึงแตกต่างไปจากภาษาคอมพิวเตอร์ชนิดอื่นๆ เราสามารถเพิ่มคำสั่งจาวาสคริปต์เข้าไปในเว็บเพจด้วยวิธีการดังต่อไปนี้

- เขียนคำสั่งหรือกำหนดฟังก์ชันไว้ภายในส่วนหัวของเว็บเพจ
- เรียกใช้ฟังก์ชันจากสคริปต์อื่นๆ ที่เขียนขึ้นมา
- เรียกใช้ฟังก์ชันโดยคำแอตทริบิวต์ (attribute) ของคำสั่งเอชทีเอ็มแอล

เครื่องมือสำหรับเขียนจาวาสคริปต์

การเขียนจาวาสคริปต์สามารถทำได้โดยอาศัยโปรแกรมประเภทเท็กซ์อีดิเตอร์ทั่วไปเป็นเครื่องมือเช่นเดียวกับการเขียนเอชทีเอ็มแอลหรือใช้ MS FrontPage97 สามารถเรียกอีดิเตอร์สำหรับการเขียนสคริปต์โดยเฉพาะได้จากคำสั่งสคริปต์ จากเมนู Insert ภายในโปรแกรม ซึ่งอีดิเตอร์ตัวนี้สามารถใช้เขียนสคริปต์ได้ทั้งจาวาสคริปต์และ VBScript

การใช้คำสั่ง <SCRIPT>...</SCRIPT>

คำสั่ง <SCRIPT>...</SCRIPT> เป็นคำสั่งเพิ่มเติมในภาษาเอชทีเอ็มแอลใช้กำหนดขอบเขตที่แน่นอนของคำสั่งภาษาสคริปต์ (เหมือนกับกรณีของคำสั่ง <HTML>...</HTML> ซึ่งเป็นตัวกำหนดขอบเขตของภาษา HTML) เพื่อให้บราวเซอร์จำแนกแยกแยะได้ว่าส่วนไหนเป็นชุดของคำสั่งของภาษาสคริปต์ ส่วนไหนเป็นชุดคำสั่งของภาษาเอชทีเอ็มแอล เพราะการทำงานของบราวเซอร์ในชุดของคำสั่งทั้งสองแตกต่างกัน การเขียนจาวาสคริปต์มีรูปแบบดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
<SCRIPT>
```

```
JAVASCRIPT Statements...
```

```
</SCRIPT>
```

คำสั่ง `<SCRIPT>` เป็นจุดเริ่มต้นที่บราวเซอร์จะทำงานตามชุดคำสั่งของจาวาสคริปต์ไปเรื่อยๆ จนกระทั่งพบคำสั่ง `</SCRIPT>` อันเป็นจุดสิ้นสุดการทำงานในส่วนของสคริปต์ หลังจากนั้นเว็บเบราว์เซอร์จะอ่านชุดคำสั่งของเอชทีเอ็มแอลที่อยู่นอกสคริปต์ต่อไป ซึ่งภายในเว็บเพจหนึ่งๆ จะใช้คำสั่ง `<SCRIPT>...</SCRIPT>` เท่าใดก็ได้ไม่จำกัดจำนวน

ตำแหน่งของสคริปต์

คำสั่ง `<SCRIPT>...</SCRIPT>` เป็นการกำหนดบริเวณพื้นที่และขอบเขตของการสั่งงานด้วยชุดคำสั่งของจาวาสคริปต์ซึ่งเราไม่สามารถเขียนชุดคำสั่งของจาวาสคริปต์นอกเหนือขอบเขตดังกล่าวได้ แต่ถ้านำคำสั่งจาวาสคริปต์ไปเขียนไว้ในนอกขอบเขตที่กำหนด เอชทีเอ็มแอลจะตีคำสั่งสคริปต์นั้นเป็นเหมือนข้อความธรรมดาทั่วไปที่ต้องการนำเสนอภายในเว็บเพจ โดยไม่แสดงข้อความแจ้งเหตุผิดพลาดใดๆ บนจอภาพทั้งสิ้น แต่ในทางกลับกัน หากนำเอาชุดคำสั่งของเอชทีเอ็มแอลไปเขียนอยู่ในขอบเขตของคำสั่ง `<SCRIPT>...</SCRIPT>` โปรแกรมจะแสดงความผิดพลาดขึ้นมา ยกเว้นกรณีที่น่าเอาชุดคำสั่งเอชทีเอ็มแอลนั้นๆ ไปใช้ร่วมกับชุดคำสั่งตามแบบของจาวาสคริปต์

สามารถเขียนชุดคำสั่งจาวาสคริปต์ให้อยู่ในตำแหน่งที่ต้องการทั้งในส่วน `<HEAD>...</HEAD>` และส่วน `<BODY>...</BODY>` โดยที่โปรแกรมจะแสดงผลของเอชทีเอ็มแอลและปฏิบัติตามคำสั่งจาวาสคริปต์ตามที่ต้องการ

ตัวอย่าง การทำงานของสคริปต์ตามลำดับก่อนหลัง

```
<HTML>
<HEAD>
<SCRIPT>
:
:
</SCRIPT>
</HEAD>
<BODY>
:
</BODY>
</HTML>
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่าง การเขียนชุดคำสั่งของจาวาสคริปต์ภายในส่วนของ <BODY>...</BODY>

```
<HTML>
<BODY>
    <SCRIPT>
        :
        :
    </SCRIPT>
</BODY>
</HTML>
```

การตัดสินใจเขียนจาวาสคริปต์ไว้ภายในส่วนใดนั้น ขึ้นอยู่กับความพึงพอใจของผู้เขียนเป็นหลัก แต่ถ้าประเมินความนิยมแล้วพบว่านิยมเขียนไว้ภายในส่วน <HEAD>...</HEAD> มากกว่า เพราะว่ามีข้อดีคือ ชุดคำสั่งและฟังก์ชันต่าง ๆ ที่เขียนนั้น จะถูกโหลดเก็บไว้ในหน่วยความจำก่อนการโหลดเอชทีเอ็มแอลส่วนอื่น ๆ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. ออกแบบหน้าจอโปรแกรม

โปรแกรมช่วยสอนการแปลงลาปลาซและการประยุกต์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ตจะมีหน้าหลัก ๆ อยู่ด้วยกัน 7 หน้า

1. แนะนำตัว
2. บทคัดย่อ
3. ความรู้พื้นฐาน
4. แบบฝึกหัด
5. แบบทดสอบ
6. สมุดเยี่ยมชม
7. ผู้จัดทำ

ซึ่งจะมีรายละเอียดของแต่ละหน้าดังนี้

1. แนะนำตัว

CAI in Laplace Transform

เว็บเพจหน้านี้เป็นโปรแกรมช่วยสอน(Computer Assisted Instruction—CAI) ของการแปลงลาปลาซและการประยุกต์ (in Laplace Transform and its applications)

[ข้อแนะนำ : การใช้ Web browser เป็น Internet Explorer version 4 ขึ้นไป ที่ความละเอียด ๘๐๐x๖๐๐ bit.]

โปรแกรมช่วยสอนการแปลงลาปลาซและการประยุกต์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ต

ปัญหาพิเศษชิ้นนี้ เป็นโปรแกรมช่วยสอนการแปลงลาปลาซและการประยุกต์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ต ซึ่งที่เราเลือกทำชิ้นนี้ก็เพราะว่า ในปัจจุบันคอมพิวเตอร์ได้เข้ามาบทบาทมากในชีวิตประจำวันมากขึ้นในหลายด้าน โดยเฉพาะทางด้านการศึกษา ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีการใช้คอมพิวเตอร์ในการสอน หรือคอมพิวเตอร์ช่วยสอนนั่นเอง (CAI) โดยโปรแกรมช่วยสอนจะอธิบายถึงเนื้อหาและมีแบบฝึกหัดเอาไว้ให้ผู้สนใจได้รับความสะดวก นอกจากนั้นโปรแกรมช่วยสอนสามารถมีการโต้ตอบกับผู้ใช้งานได้ สามารถศึกษาใช้งานด้วยตนเอง ซึ่งเป็นจุดดีบางส่วนของโปรแกรมช่วยสอน

การใช้ที่เราได้ทำโปรแกรมช่วยสอนผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ตก็เพราะว่า ในปัจจุบันอินเทอร์เน็ตสามารถทำให้เราติดต่อสื่อสารได้ทั่วโลก ไม่ว่าเราจะอยู่ส่วนไหนของโลก จึงทำให้ผู้สนใจที่จะศึกษาโปรแกรมช่วยสอนตัวนี้ สามารถที่จะศึกษาโปรแกรมตัวนี้ได้ ไม่ว่าอยู่ที่ไหน

และจากข้อดีที่กล่าวไว้ข้างต้น เราจะเห็นได้ว่าการใช้เทคโนโลยีเข้ามาประยุกต์ใช้กับการศึกษา มันสามารถทำให้ประสิทธิภาพในการเรียนการสอนนั้นเพิ่มขึ้น ทั้งยังอำนวยความสะดวกสบายให้แก่ผู้ใช้

[แนะนำตัว | บทคัดย่อ | ความรู้พื้นฐาน | แบบฝึกหัด | แบบทดสอบ | สมุดเยี่ยมชม | ผู้จัดทำ]

รูปที่ 3.1 แสดงหน้าจอหลักเมื่อเข้าสู่โปรแกรม

หน้านี้จะพุดถึงข้อได้เปรียบของโปรแกรมช่วยสอน และประโยชน์ของการติดต่อสื่อสารผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ตอย่างคร่าว ๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. บทคัดย่อ



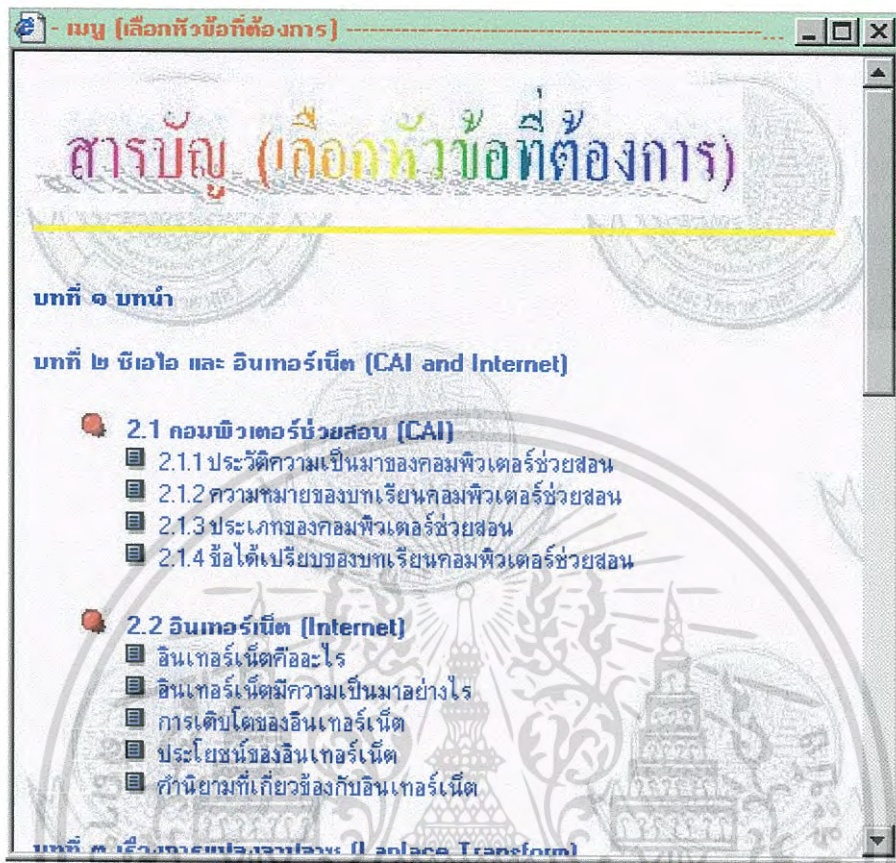
รูปที่ 3.2 แสดงหน้าจอของบทคัดย่อ

ในหน้านี้จะเป็นส่วนของบทคัดย่อ (Abstract) ซึ่งจะพูดถึงเกี่ยวกับ

- ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา
- ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา
- สมมุติฐานของการศึกษา
- ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการศึกษา
- ขอบเขตการศึกษา
- ขั้นตอนการศึกษา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. ความรู้พื้นฐาน



รูปที่ 3.3 แสดงหน้าจอเพื่อเลือกหัวข้อที่ต้องการ

เมื่อเข้าสู่หน้าจอนี้จะได้เจอกับสารบัญหรือเมนูที่ได้เชื่อมโยงกับหัวข้อของเนื้อหาการแปลงลาปลาซ และการประยุกต์ ซึ่งผู้ใช้สามารถเลือกหัวข้อที่ต้องการได้ทันที เมื่อคลิกเข้าไปในหัวข้อต่าง ๆ ก็จะมีเนื้อหาในหัวข้อนั้นให้ผู้ใช้ได้ศึกษา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

CAI in Laplace Transform

เว็บเพจหน้านี้จะ เป็นโปรแกรมช่วยสอน(Computer Assisted Instruction—CAI) ของการแปลงลาปลาสและการประยุกต์ (in Laplace Transform and its applications)

- แนะนำตัว
- บทคัดย่อ
- ความรู้พื้นฐาน
- แบบฝึกหัด
- แบบทดสอบ
- สมุดเยี่ยมชม
- ผู้จัดทำ

การแปลงลาปลาส (Laplace Transform)

วิธีการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ ส่วนมากเป็นเชิงเส้น a, b และ c เป็นค่าคงตัว และ $g(t)$ ต่อเนื่อง สามารถแก้สมการที่อยู่ในรูป $ay'' + by' + cy = g(t)$ โดยวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ หรือวิธีแปรผันของพารามิเตอร์

สำหรับสมการเชิงอนุพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับ mechanical และ electrical system นั้น $g(t)$ ไม่ต่อเนื่อง ผลการแปลงลาปลาสเป็นวิธีสำคัญในสายวิทยาศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ ซึ่งวิธีในการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ที่มี $g(t)$ ต่อเนื่องเป็นช่วง หรือแสดงในรูปที่เป็นระบบสำหรับคาบเวลาที่สั้นมาก หรือผลการแปลงลาปลาสใช้ได้กับฟังก์ชันที่อยู่ในรูปอินทิกรัล

หน้าทีลซ้าย < -> หน้าถัดไป

[แนะนำตัว | บทคัดย่อ | ความรู้พื้นฐาน | แบบฝึกหัด | แบบทดสอบ | สมุดเยี่ยมชม | ผู้จัดทำ]

รูปที่ 3.4 แสดงหน้าจอแรกของความรู้พื้นฐานการแปลงลาปลาส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. แบบฝึกหัด

CAI in Laplace Transform

เว็บเพจหน้านี้จะ เป็นโปรแกรมช่วยสอน(Computer Assisted Instruction—CAI) ของการแปลงลาปลาซและการประยุกต์ (in Laplace Transform and its applications)

เว็บเพจหน้านี้เป็นแบบฝึกหัด ซึ่งจะมีคำถามอยู่ทั้งหมด ๒ ชุด ชุดละ ๒๐ ข้อ ชุดแรกจะเป็นเรื่องการแปลงลาปลาซ ชุดที่สองจะเป็นเรื่องการประยุกต์ของการแปลงลาปลาซ ซึ่งจะมีการกำหนดเวลาในการทำแบบฝึกหัด ซึ่งจะใช้เวลา ๕๐ นาทีต่อการทำแบบฝึกหัด ๑ ชุด

เมื่อผู้ทดสอบได้กดเข้าไปเพื่อจะทำแบบฝึกหัด ก็จะเจอกับเว็บเพจเป็นกระดานคำตอบและคำถาม ให้ผู้ทดสอบใส่ชื่อของตัวเองลงไป เมื่อพร้อมแล้วให้กดปุ่ม เริ่มทดสอบ ก็จะเป็นการเริ่มทำข้อสอบ เวลาที่จะเดิน เมื่อผู้ทดสอบทำข้อสอบเสร็จให้กดปุ่มส่งกระดาษคำตอบ โปรแกรมก็จะตรวจข้อสอบที่ท่านได้ทำและรายงานผลออกมาให้ผู้ทดสอบทราบ แล้วยังมีเฉลยพร้อมวิธีทำ เพื่อให้ผู้ทดสอบสามารถเข้าไปศึกษาเรียนรู้

แบบฝึกหัดการแปลงลาปลาซ	แบบฝึกหัดการประยุกต์การแปลงลาปลาซ
เฉลยแบบฝึกหัดการแปลงลาปลาซ	เฉลยแบบฝึกหัดการประยุกต์การแปลงลาปลาซ

[แนะนำตัว | บทคัดย่อ | ความรู้พื้นฐาน | แบบฝึกหัด | แบบทดสอบ | สมุดเยี่ยมชม | ผู้จัดทำ]

รูปที่ 3.5 แสดงหน้าจอหลักของแบบฝึกหัดการแปลงลาปลาซและการประยุกต์

หน้านี้เป็นส่วนของแบบฝึกหัดซึ่งจะมีคำถามอยู่ทั้งหมด 2 ชุด ชุดละ 20 ข้อ

- ชุดที่หนึ่งเป็นแบบฝึกหัดเรื่องการแปลงลาปลาซ
- ชุดที่สองเป็นแบบฝึกหัดเรื่องการประยุกต์การแปลงลาปลาซ

วันที่ทำการทดสอบ :
03/27/2000 10:49:08

สิ้นสุดการทดสอบเวลา :
[]

ชื่อ-นามสกุล ผู้ทดสอบ :
[]

(กรุณาระบุด้วย)

[กระดาษคำตอบ]				
ก.	ข.	ค.	ง.	จ.
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

[กระดาษคำตอบ]

แบบฝึกหัดการแปลงลาปลาซ

- $f(t) = t^2 + 8t - 16$
 ก. $\frac{1}{2s^3} + \frac{1}{8s^2} - 16$ ข. $\frac{2}{s^3} - \frac{8}{s^2} - \frac{16}{s}$
 ค. $\frac{1}{2s^3} - \frac{1}{8s^2} - 16$ ง. $\frac{2}{s^3} + \frac{8}{s^2} - \frac{16}{s}$
- $f(t) = e^{5t+2}$
 ก. $\frac{(s-5)}{e^2}$ ข. $\frac{e^2}{(s-5)}$
 ค. $\frac{e^2}{(s+5)}$ ง. $\frac{1}{e^2(s-5)}$
- $f(t) = \sin(5t+2)$
 ก. $s \cos 2 + 5 \sin 2$ ข. $5 \cos 2 - s \sin 2$

รูปที่ 3.6 แสดงหน้าจอกระดาษคำตอบส่วนบน

โดยจะมีเงื่อนไขดังนี้ เมื่อคลิกเข้าไปทำแบบฝึกหัดผู้ใช้จะต้องใส่ชื่อของตนเองภายในช่องรับชื่อ และเมื่อเริ่มทำข้อสอบจะต้องกดปุ่มเริ่มทดสอบและจะมีการจับเวลาโดยจะให้เวลา 60 นาที ต่อการทำแบบฝึกหัด 1 ชุด

6.

7.

8.

9.

10.

11.

12.

13.

14.

15.

16.

17.

18.

19.

20.

9. $f(t) = (\cos at - \cos bt) / t$

ก. $\frac{1}{2} \ln \left(\frac{s^2 - b^2}{s^2 - a^2} \right)$ ข. $\frac{1}{(s^2 + a^2) - (s^2 + b^2)}$

ค. $\frac{1}{(s^2 - a^2) + (s^2 - b^2)}$ ง. $\frac{1}{2} \ln \left(\frac{s^2 + b^2}{s^2 + a^2} \right)$

10. $f(t) = \sinh(at + b)$

ก. $\frac{a \cos b + s \sin b}{(s + a)^2}$ ข. $\frac{a \sinh b + s \cosh b}{s^2 - a^2}$

ค. $\frac{a \cos b - s \sin b}{(s - a)^2}$ ง. $\frac{a \cosh b + s \sinh b}{s^2 - a^2}$

11. $F(s) = \frac{n\pi}{(s + 2)^2 + n^2\pi^2}$

ก. $e^{-2t} \cos n^2\pi t$ ข. $e^{-2t} \sin n^2\pi t$

ค. $e^{-2t} \sin n\pi t$ ง. $e^{-2t} \cos n\pi t$

12. $F(s) = \frac{s}{(s + 3)^2 + 1}$

รูปที่ 3.7 แสดงหน้าจอกระดาษคำตอบส่วนล่าง

เมื่อผู้ใช้งานป้อนคำตอบ โปรแกรมจะทำการตรวจสอบคำตอบที่ผู้ใช้งานทำและรายงานผลให้ทราบทันที และจะมีการวัดผลว่าผู้ใช้งานหรือไม่ผ่านการทดสอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

King's Mongkut Institute of Technology Ladkrabang

ผลการทดสอบ

ผู้ทดสอบ :

*** UNKNOWN ***

ไม่ถ่าน (พยายามใหม่ะ)

ข้อที่	ข้อที่เลือก	เฉลย	หมายเหตุ
1.	ไม่ได้ทำ	ง	ผิด
2.	ไม่ได้ทำ	ข	ผิด
3.	ไม่ได้ทำ	ง	ผิด
4.	ไม่ได้ทำ	ก	ผิด
5.	ไม่ได้ทำ	ข	ผิด
6.	ไม่ได้ทำ	ง	ผิด
7.	ไม่ได้ทำ	ข	ผิด
8.	ไม่ได้ทำ	ข	ผิด
9.	ไม่ได้ทำ	ง	ผิด
10.	ไม่ได้ทำ	ง	ผิด
11.	ไม่ได้ทำ	ค	ผิด
12.	ไม่ได้ทำ	ข	ผิด
13.	ไม่ได้ทำ	ค	ผิด
14.	ไม่ได้ทำ	ก	ผิด
15.	ไม่ได้ทำ	ง	ผิด
16.	ไม่ได้ทำ	ก	ผิด
17.	ไม่ได้ทำ	ง	ผิด
18.	ไม่ได้ทำ	ก	ผิด
19.	ไม่ได้ทำ	ข	ผิด
20.	ไม่ได้ทำ	ข	ผิด

เฉลย พร้อมวิธีทำ

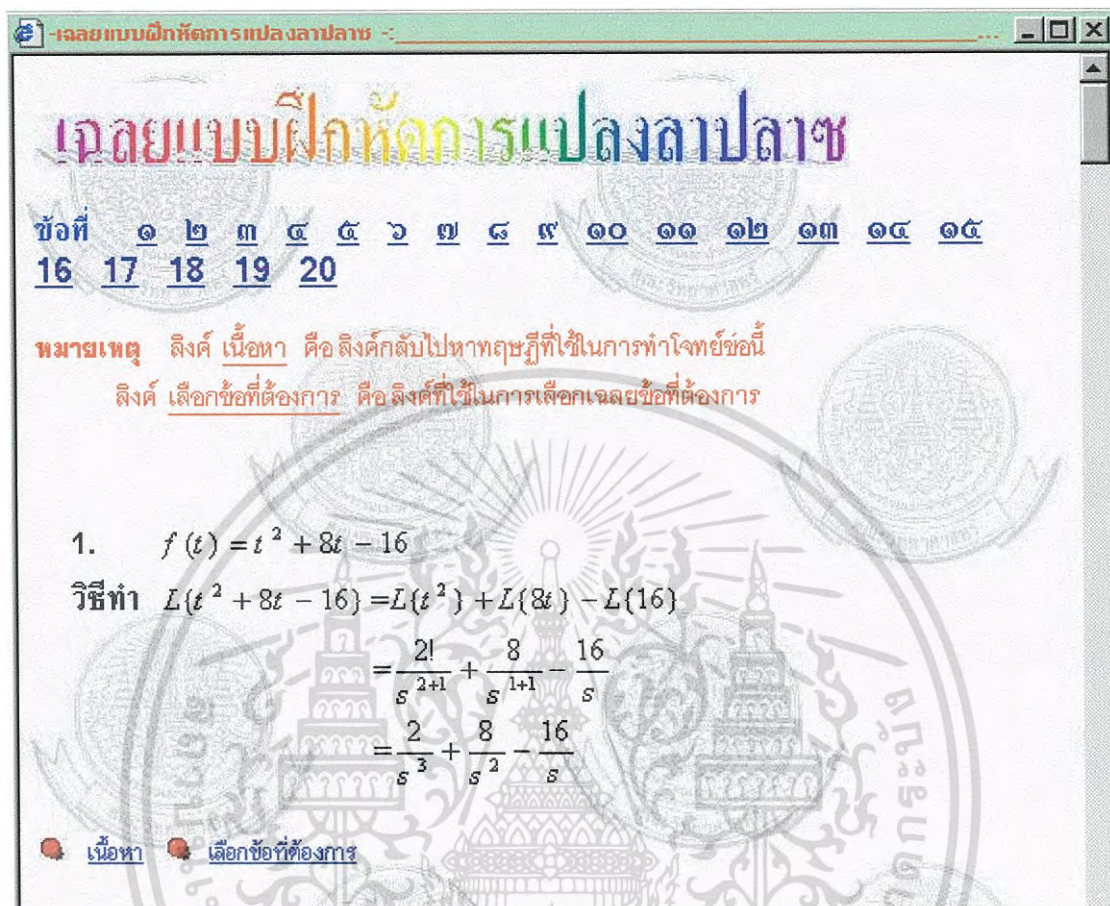
ทำนทำได้อ คะแนน คิดเป็นร้อยละ : 0

Mar. 27, 2000 วันที่ทดสอบ

รูปที่ 3.8 แสดงหน้าจอรายงานผลการทดสอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นอกจากนี้โปรแกรมยังมีส่วนของการเฉลยวิธีทำในแต่ละข้อให้ผู้ใช้ได้ศึกษาอย่างละเอียดด้วย



เฉลยแบบฝึกหัดการแปลงลาปลาซ

ข้อที่ [๑](#) [๒](#) [๓](#) [๔](#) [๕](#) [๖](#) [๗](#) [๘](#) [๙](#) [๑๐](#) [๑๑](#) [๑๒](#) [๑๓](#) [๑๔](#) [๑๕](#)
[16](#) [17](#) [18](#) [19](#) [20](#)

หมายเหตุ ลิงค์ เนื้อหา คือ ลิงค์กลับไปหาทฤษฎีที่ใช้ในการทำโจทย์ข้อนี้
 ลิงค์ เลือกข้อที่ต้องการ คือ ลิงค์ที่ใช้ในการเลือกเฉลยข้อที่ต้องการ

1. $f(t) = t^2 + 8t - 16$
 วิธีทำ $L(t^2 + 8t - 16) = L(t^2) + L(8t) - L(16)$
 $= \frac{2!}{s^{2+1}} + \frac{8}{s^{1+1}} - \frac{16}{s}$
 $= \frac{2}{s^3} + \frac{8}{s^2} - \frac{16}{s}$

[เนื้อหา](#) [เลือกข้อที่ต้องการ](#)

รูปที่ 3.9 แสดงหน้าจอเฉลยแบบฝึกหัด

ในหน้าเฉลยแบบฝึกหัด หากผู้ใช้ต้องการดูวิธีทำในข้อใดก็สามารถเลือกข้อจากด้านบนของเว็บเพจได้ทันที และหากผู้ใช้ต้องการทราบว่า มีเนื้อหาใดที่เกี่ยวข้องกับการทำแบบฝึกหัดในข้อนั้น ผู้จัดทำได้เชื่อมโยงกลับไปยังเนื้อหาทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง โดยการคลิกปุ่มเนื้อหาก็คะทำการลิงค์กลับไปยังเนื้อหาที่ใช้ในการทำโจทย์ข้อนั้นทันที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5. แบบทดสอบ

หน้านี้จะเป็นส่วนของแบบทดสอบ ซึ่งจะมีแบบทดสอบทั้งหมด 4 ชุดแต่ละชุดโดยแบ่งเป็นแบบทดสอบการแปลงลาปลาซ 2 ชุด แบบทดสอบการประยุกต์แปลงลาปลาซ 2 ชุด ซึ่งแต่ละชุดมี 20 ข้อ ดังนี้

- แบบทดสอบการแปลงลาปลาซชุดที่ 1
- แบบทดสอบการแปลงลาปลาซชุดที่ 2
- แบบทดสอบการประยุกต์การแปลงลาปลาซชุดที่ 1
- แบบทดสอบการประยุกต์การแปลงลาปลาซชุดที่ 2

CAI in Laplace Transform

เว็บเพจหน้าจะเป็นโปรแกรมช่วยสอน(Computer Assisted Instruction—CAI) ของการแปลงลาปลาซและการประยุกต์ (in Laplace Transform and its applications)

เว็บเพจหน้านี้เป็นแบบทดสอบ ซึ่งจะมีคำถามอยู่ทั้งหมด ๔ ชุด ชุดละ ๒๐ ข้อ ๒ ชุดแรกจะเป็นเรื่องการแปลงลาปลาซ อีก ๒ ชุดจะเป็นเรื่องการประยุกต์ของการแปลงลาปลาซ ซึ่งจะมีการกำหนดเวลาในการทำแบบฝึกหัด ซึ่งจะใช้เวลา ๖๐ นาทีต่อการทำแบบทดสอบ ๑ ชุด

เมื่อผู้ทดสอบได้กดเข้าไปเพื่อทำแบบทดสอบ ก็จะเจอกับเว็บเพจที่เป็นกระดาษคำตอบและคำถามให้ผู้ทดสอบใส่ชื่อของตัวเองลงไป เมื่อพร้อมแล้วก็กดปุ่มเริ่มทดสอบ ก็จะเป็นการเริ่มทำข้อสอบ เวลาที่จะเดินเมื่อผู้ทดสอบทำข้อสอบเสร็จให้กดปุ่มส่งกระดาษคำตอบ โปรแกรมก็จะตรวจข้อสอบที่ท่านได้ทำและรายงานผลออกมาให้ผู้ทดสอบทราบ

๑. แบบทดสอบการแปลงลาปลาซชุดที่ ๑
 ๒. แบบทดสอบการประยุกต์การแปลงลาปลาซชุดที่ ๑

๓. แบบทดสอบการแปลงลาปลาซชุดที่ ๒
 ๔. แบบทดสอบการประยุกต์การแปลงลาปลาซชุดที่ ๒

[หน้าที่ ๑ | บทคัดย่อ | ความรู้พื้นฐาน | แบบฝึกหัด | **แบบทดสอบ** | สมุดเยี่ยมชม | ผู้จัดทำ]

รูปที่ 3.10 แสดงหน้าจอแบบทดสอบ

เมื่อผู้ทดสอบทำแบบทดสอบเสร็จจะมีการรายงานผลการทำแบบทดสอบ และจะแสดงผลการทำแบบทดสอบว่าผู้ทดสอบทำข้อใดถูกข้อใดผิด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6. สมุดเยี่ยมชม

หน้าจอนี้สำหรับรับคำแนะนำ ดิชมจากผู้ที่ได้เข้ามาใช้โปรแกรม โดยสามารถแนะนำผ่านทางสมุดเยี่ยมชมหรือ Guestbook



รูปที่ 3.11 แสดงหน้าจอสมุดเยี่ยมชม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

7. ผู้จัดทำ

หน้าจอนี้จะเป็นรายละเอียดของผู้จัดทำ ซึ่งผู้ใช้สามารถติดต่อกับผู้จัดทำผ่านทางอีเมลล์ โดยคลิกที่ชื่อของผู้จัดทำ

The screenshot shows a presentation slide with the following content:

CAI in Laplace Transform

เวปเพจหน้านี้เป็นรายละเอียดของผู้จัดทำปัญหาพิเศษ

คณะผู้จัดทำ

ปัญหาพิเศษเรื่อง โปรแกรมช่วยสอนการแปลงลาปลาซและการประยุกต์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ต

จัดทำโดย

1. นางสาว จิราพร เพ็ชรศรี ๓๙๐๕๕๑๐๕
 2. นาย ปรีเมษ พจนาวีรียงค์ ๓๙๐๕๕๑๒๒
 3. นางสาว ศิริพันธุ์ เข้มศิริ ๓๙๐๕๕๑๔๓

ปีการศึกษา ๒๕๕๒
 สาขาวิชา คณิตศาสตร์ประยุกต์
 ภาควิชา คณิตศาสตร์ประยุกต์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
 คณะ วิทยาศาสตร์
 สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

[แนะนำตัว | บทคัดย่อ | ความรู้พื้นฐาน | แบบฝึกหัด | แบบทดสอบ | สมศเยี่ยมชม | ผู้จัดทำ]

รูปที่ 3.12 แสดงหน้าจอผู้จัดทำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในปัจจุบันการใช้อินเทอร์เน็ต เป็นที่นิยมมากขึ้นและมีบทบาทสำคัญยิ่งขึ้น ซึ่งอินเทอร์เน็ตเป็นระบบเครือข่าย (Network) ที่เชื่อมโยงเครือข่ายมากมายหลากหลายเครือข่ายทั่วโลกเข้าด้วยกัน อินเทอร์เน็ตจึงเป็นแหล่งข้อมูลขนาดใหญ่ที่มีข้อมูลในทุก ๆ ด้านแก่ผู้ที่สนใจ ซึ่งเปรียบเสมือนสังคมขนาดใหญ่ที่มีผู้เข้ามาใช้ร่วมกันมากมาย โดยระบบเครือข่ายได้อำนวยประโยชน์ในด้านบริการต่างๆกับผู้ใช้ เช่น การเผยแพร่ข้อมูลข่าวสารขององค์กรต่อบุคคลภายนอก การค้นหาข้อมูลที่ต้องการและที่สำคัญยังเป็นแหล่งศึกษาค้นคว้าบทเรียนเพิ่มเติมในแขนงวิชาต่างๆ โดยผ่านสื่ออินเทอร์เน็ตที่เป็นที่สนใจมากที่สุดคือ เวิลด์ไวด์เว็บ (World Wide Web หรือ WWW) ซึ่งเป็นการบริการข้อมูลข่าวสารในแบบสื่อผสมหรือมัลติมีเดีย (Multimedia) กล่าวคือ ข้อมูลเหล่านี้จะเป็นข้อมูลที่มีข้อความ , ภาพ , และเสียงประกอบกัน แทนที่จะมีเพียงตัวอักษรเพียงอย่างเดียว จึงสามารถเรียกถึงความสนใจจากผู้ใช้ได้เป็นอย่างดี ความก้าวหน้าของเทคโนโลยีปัจจุบัน ทำให้การนำเสนอข้อมูลประเภทนี้สามารถแสดงเสียงและภาพเคลื่อนไหวในแบบต่างมากมาย เมื่อนำการเรียนการสอนผ่านระบบอินเทอร์เน็ต นี้จึงทำให้การเรียนการสอนมีการโต้ตอบกันระหว่างผู้เรียนกับเครื่องคอมพิวเตอร์โดยผ่านระบบเครือข่ายได้เป็นอย่างดี และยังสามารถดึงดูดความสนใจให้กับผู้เรียนด้วยเทคนิคการสอนทั้งภาพและเสียง ซึ่งเหล่านี้เกิดขึ้นในระบบเครือข่ายทั้งสิ้น

ซึ่งผลจากการพัฒนาโปรแกรมช่วยสอนการแปลงลาปลาซและการประยุกต์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ตสามารถประเมินผลได้ดังนี้

1. ความสะดวกในการใช้งานของผู้ใช้ เนื่องจากโปรแกรมช่วยสอนการแปลงลาปลาซและการประยุกต์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ตนี้ได้จัดทำในรูปแบบของเว็บเพจ และเป็นภาษาไทย จึงสะดวกต่อการใช้งาน
2. เว็บเพจนี้ได้นำเสนอ การอธิบายเนื้อหาการแปลงลาปลาซและการประยุกต์โดยรวม ทฤษฎีบท นิยาม ตัวอย่างการคำนวณ ซึ่งมีการเรียบเรียงเนื้อหาที่น่าสนใจยิ่งขึ้น
3. มีการวัดผลการเรียนผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ตให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น โดยการจัดทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบออนไลน์ กำหนดเวลาในการทดสอบและคิดคะแนนเป็นเปอร์เซ็นต์ เพื่อวัดระดับคะแนนของผู้เรียนอย่างแท้จริง โดยระดับคะแนนแบ่งออกเป็น 6 ช่วง ดังนี้คือ

- คะแนน ≤ 49 ผู้เรียนจะอยู่ในระดับคะแนนไม่ผ่าน (Fail)
- $50 \leq$ คะแนน ≤ 59 ผู้เรียนจะอยู่ในระดับคะแนนผ่าน (Pass)
- $60 \leq$ คะแนน ≤ 79 ผู้เรียนจะอยู่ในระดับคะแนนดี (Good)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- $80 \leq \text{คะแนน} \leq 89$ ผู้เรียนจะอยู่ในระดับคะแนนดีมาก (Very Good)
 - $90 \leq \text{คะแนน} \leq 99$ ผู้เรียนจะอยู่ในระดับคะแนนดีเยี่ยม (Excellent)
 - คะแนน = 100 ผู้เรียนจะอยู่ในระดับคะแนนเยี่ยมยอด (Expert)
4. การทำแบบฝึกหัดผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ต ถ้าผู้เรียนมีข้อสงสัยในข้อที่ตนทำผิด สามารถตรวจสอบคำตอบที่ถูกต้องพร้อมวิธีเฉลยอย่างละเอียดได้
 5. มีการนับจำนวนผู้ใช้ที่เข้ามาใช้บริการในการเข้าชม
 6. ผู้ใช้สามารถติชมมายังคณะผู้จัดทำได้ทางสมุดเยี่ยมชม (GuestBook) เพื่อเป็นแนวทางให้คณะผู้จัดทำปรับปรุงเว็บเพจให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น
 7. มีการบอกรายละเอียด ความสำคัญและที่มาของปัญหาพิเศษ , วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ , สมมติฐาน , ขอบเขตของปัญหาพิเศษ , ทฤษฎีที่ใช้ในการศึกษา
 8. มีการบอกข้อมูลผู้จัดทำ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

การวิจารณ์หรืออภิปรายผล

สมการเชิงอนุพันธ์ทางคณิตศาสตร์สามารถนำไปใช้ในทางวิทยาศาสตร์ได้หลายสาขาวิชา อีกทั้งยังเป็นการเริ่มต้นของการแก้ปัญหาในทางฟิสิกส์ ซึ่งการแก้สมการเชิงอนุพันธ์สามารถทำได้รวดเร็ว โดยการใช้การแปลงลาปลาซแก้ไขปัญหาดังกล่าว ดังนั้นหากมีสื่อการสอนที่ช่วยให้เกิดความรู้ความเข้าใจในเรื่องการแปลงลาปลาซจะทำให้เกิดประโยชน์อย่างมาก ผู้ที่สนใจสามารถทำความเข้าใจในเรื่องการแปลงลาปลาซด้วยตนเองโดยผ่านสื่อการสอนนี้

ปัจจุบันคอมพิวเตอร์นั้นมีบทบาทในชีวิตประจำวันมากขึ้น และเครือข่ายอินเทอร์เน็ต เป็นเครือข่ายที่กว้างขวางสามารถเข้าถึงทุกเพศ ทุกวัย เพื่อให้ความรู้ในเรื่องต่าง ๆ แพร่หลายไปได้ อย่างรวดเร็วจึงมีโปรแกรมช่วยสอนทางคอมพิวเตอร์เกิดขึ้นมากมาย การจัดทำโปรแกรมช่วยสอน เรื่องการแปลงลาปลาซและการประยุกต์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ต จึงเป็นสื่อการสอนที่เรียนรู้ได้ อย่างกว้างขวาง ผู้ที่สนใจในเรื่องการแปลงลาปลาซนี้สามารถศึกษาได้ด้วยตนเองโดยไม่มีข้อจำกัด ทางด้านเวลาและสถานที่ เพราะผู้เรียนสามารถเรียนจาก โปรแกรมช่วยสอนนี้ได้ทุกเวลาที่ ต้องการ ทุกที่ที่เชื่อมต่อเครือข่ายอินเทอร์เน็ต นอกจากนี้ยังประเมินผลการศึกษาได้ด้วยตนเอง ผ่านแบบทดสอบ เพื่อประสิทธิภาพในการเรียนจากโปรแกรมช่วยสอนนี้ ผู้เรียนควรทำแบบฝึกหัด และแบบทดสอบในแต่ละหัวข้อด้วยตนเองให้ครบถ้วนสมบูรณ์เพื่อความเข้าใจยิ่งขึ้น

บทที่ 6

สรุปผลการศึกษาและข้อเสนอแนะ

6.1 สรุปผลปัญหาพิเศษ

ความสามารถของโปรแกรมช่วยสอนการแปลงลาปลาซและการประยุกต์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ต สรุปได้ดังนี้

1. โปรแกรมช่วยสอนนี้รวบรวมเนื้อหาของการแปลงลาปลาซ การแก้ปัญหามหาสมการเชิงเส้น โดยใช้การประยุกต์การแปลงลาปลาซ
 2. ผู้ที่เริ่มต้นศึกษาเรื่องการแปลงลาปลาซสามารถเข้าใจได้ง่าย เนื่องจากมีการจัดเรียงลำดับของบทเรียนจากง่ายไปหายาก เริ่มความรู้ขั้นพื้นฐานไปจนถึงการประยุกต์
 3. แบบฝึกหัดในสื่อการสอนนี้จะทำให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจในเนื้อหาได้ดียิ่งขึ้น
 4. มีการประเมินผลความรู้ความสามารถของผู้เรียนผ่านแบบทดสอบ ทำให้ผู้เรียนทราบระดับความสามารถของตนเอง เพื่อพัฒนาระดับความสามารถของตนเองต่อไป
 5. ใช้เป็นสื่อการสอนที่สามารถใช้ได้อย่างกว้างขวางทางสื่ออินเทอร์เน็ต
- ข้อจำกัดของการใช้โปรแกรม

1. โปรแกรมช่วยสอนการแปลงลาปลาซและการประยุกต์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ตใช้งานได้บนเครื่องคอมพิวเตอร์ที่มีระบบปฏิบัติการวินโดวส์ 95,98,2000 หรือ NT
2. เครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ต้องพร้อมเชื่อมต่อเครือข่ายอินเทอร์เน็ต และมีโปรแกรมเท็กซ์เอดิเตอร์ง่ายๆ และเว็บเบราว์เซอร์
3. เครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการรันโปรแกรมต้องเป็นเครื่อง PentiumII ขึ้นไป หน่วยความจำอย่างน้อย 32 MB เพื่อความสะดวกรวดเร็วในขณะใช้งาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6.2 ข้อเสนอแนะ

เนื่องจากปัญหาพิเศษ ในหัวข้อโปรแกรมช่วยสอนการแปลงลาปลาซและการประยุกต์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ตมีระยะเวลาในการจัดทำจำกัด ผู้ที่สนใจจึงสามารถพัฒนาให้เกิดความสมบูรณ์ต่อไป ดังนั้นจึงขอเสนอแนวทางในการศึกษา ดังต่อไปนี้

1. ข้อเสนอแนะในส่วนของโปรแกรม

ผู้เรียนหรือผู้ที่สนใจในเนื้อหาเรื่องการแปลงลาปลาซและการประยุกต์ผ่านเครือข่ายอินเทอร์เน็ตสามารถศึกษาได้จาก <http://www.geocities.com/poramest>

การพัฒนาเกี่ยวกับโปรแกรมควรมีหน้าจอที่ดึงดูดผู้เรียน โดยอาจเพิ่มไฟล์เสียง ภาพเคลื่อนไหวลงในโปรแกรม และควรเพิ่มจำนวนแบบฝึกหัดให้มีความหลากหลาย เพื่อให้ผู้เรียนมีความเข้าใจเพิ่มขึ้น

2. ข้อเสนอแนะในส่วนของผู้ใช้โปรแกรม

เพื่อให้ผู้เรียนเกิดประโยชน์ในการศึกษาเรื่องการแปลงลาปลาซมากที่สุด หลังจากศึกษาถึงเนื้อหาในแต่ละหัวข้อแล้วควรสังเกตถึงวิธีการแก้ปัญหาจากตัวอย่าง และควรเพิ่มความชำนาญในการแก้ปัญหาโดยทำแบบฝึกหัด พร้อมทั้งประเมินผลตนเองด้วยแบบทดสอบ ในตอนท้ายให้สมบูรณ์

บรรณานุกรม

กิตติ บุญยกิจ โหมทัย และคณะ.2539. ไขปัญหาอินเทอร์เน็ต.กรุงเทพฯ:ซีเอ็ดยูเคชั่น.

งามนิจ อาจอินทร์.2542.การเขียนโปรแกรมบนเว็บ.ขอนแก่น:ขอนแก่นการพิมพ์.

ทรงศักดิ์ บรรจงมณี.2541.เริ่มต้นเรียนรู้ JAVA SCRIPT.กรุงเทพฯ:ซีเอ็ดยูเคชั่น.

วิทยา เรื่องพรวิสุทธิ.2539.เรียนอินเทอร์เน็ตผ่านเว็ลด์ไวด์เว็บอย่างง่าย.กรุงเทพฯ:ซีเอ็ดยูเคชั่น.

สิทธิชัย ประสานวงศ์.2542.สร้างเว็บเพจด้วย HTML4.กรุงเทพฯ:ซอฟต์แวร์เพรส.

Dennis g. zill and Michael R.cullen.1992.Advanced engineering mathematics.PWS-KENT Publishing company.

Finizio N. and Ladas G.1988.An Introduction to Differential Equations Belmont:

Wadsworth Publishing Company.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้