# การศึกษาวัสดุและรูปทรงของภาชนะทำอาหาร ที่มีผลต่อการนำความร้อน

# THE STUDY OF HOW MATERIALS AND FORM OF KITCHENWARE AFFECT HEAT CONDUCTION

นงค์รัตน์ แสนสมัคร
นงค์ราม แสนสมัคร

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2558

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

# การศึกษาวัสดุและรูปทรงของภาชนะทำอาหาร ที่มีผลต่อการนำความร้อน

# THE STUDY OF HOW MATERIALS AND FORM OF KITCHENWARE AFFECT HEAT CONDUCTION

T149250

นงค์รัตน์ แสนสมัคร
นงค์ราม แสนสมัคร

สาขหมู่ 2558
เลขทะเบียน 149250
วัน,เดือน,ปี 30 ส.ค. 2561

b. 42880684
.i.

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2558

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# THE STUDY OF HOW MATERIALS AND FORM OF KITCHENWARE AFFECT HEAT CONDUCTION

Nongrat Saensamak
Nongram Saensamak

A SPECIAL PROBLEM SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF

THE REQUIREMENT FOR

THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE (APPLIED MATHEMATICS)

DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF SCIENCE

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

ACADEMIC YEAR 2015

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

| | |
|---|---|
| **หัวข้อปัญหาพิเศษ** | การศึกษาวัสดุและรูปทรงของภาชนะทำอาหารที่มีผลต่อการนำความร้อน<br>The Study of How Materials And Form of Kitchenware Affect Heat Conduction |
| **ชื่อนักศึกษา** | นางสาวนงค์รัตน์ แสนสมัคร รหัสนักศึกษา 55050073<br>นางสาวนงค์ราม แสนสมัคร รหัสนักศึกษา 55050074 |
| **ปริญญา** | วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์) |
| **ภาควิชา** | คณิตศาสตร์ |
| **ปีการศึกษา** | 2558 |
| **อาจารย์ที่ปรึกษา** | อ. ศิริกุล ศิริธีรากุล |

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง(สจล.) อนุมัติให้ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์) ประจำปีการศึกษา 2558

| คณะกรรมการสอบ | ลายมือชื่อ |
|---|---|
| ผศ.ดร.อาทิตย์ แข็งธัญการ<br>ประธานกรรมการ | |
| ผศ.ดร.ใจปอง เกษมสุวรรณ์<br>กรรมการ | |
| อ. ศิริกุล ศิริธีรากุล<br>กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา | |

ลิขสิทธิ์ของคณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**หัวข้อปัญหาพิเศษ** การศึกษาวัสดุและรูปทรงของภาชนะทำอาหารที่มีผลต่อการนำความร้อน
**ชื่อนักศึกษา** นางสาวนงค์รัตน์ แสนสมัคร รหัสนักศึกษา 55050073
นางสาวนงค์ราม แสนสมัคร รหัสนักศึกษา 55050074
**ปริญญา** วิทยาศาสตรบัณฑิต(คณิตศาสตร์ประยุกต์)
**สาขาวิชา** คณิตศาสตร์
**คณะ** วิทยาศาสตร์
**มหาวิทยาลัย** สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง(สจล.)
**ปีการศึกษา** 2558
**อาจารย์ที่ปรึกษา** อ. ศิริกุล ศิริธีรากุล

## บทคัดย่อ

ในปัญหาพิเศษนี้จะศึกษา การคำนวณหาการนำความร้อนของวัสดุที่ใช้ทำภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะแตกต่างกัน 3 ชนิด ได้แก่ ทองเหลือง อลูมิเนียม และสเตนเลส รูปทรงแตกต่างกัน 2 ชนิด ได้แก่ ภาชนะทำอาหารแบบผิวเรียบ และภาชนะทำอาหารแบบผิวเป็นคลื่น ว่า ณ เวลาต่างๆ วัสดุและรูปทรงของภาชนะทำอาหารชนิดใดมีการนำความร้อนมากน้อยเพียงใด เพื่อเป็นแนวทางให้แก่ผู้ที่กำลังศึกษาหาข้อมูลเกี่ยวกับวัสดุและรูปทรงของภาชนะทำอาหารที่ช่วยในการลดการใช้เชื้อเพลิงและประหยัดเวลาในการทำอาหาร โดยจะนำสมการทางคณิตศาสตร์ที่เป็นสมการการนำความร้อน 1 มิติ และสมการการนำความร้อน 2 มิติ ของวัสดุประเภทต่างๆ มาใช้ในการคำนวณ ซึ่งการนำความร้อนผ่านวัสดุนั้นจะทำการคำนวณหาค่าอุณหภูมิที่แต่ละตำแหน่ง ด้วยวิธีผลต่างอันตะ (Finite difference Method) ภายใต้หลักการของเทย์เลอร์ ผลที่ได้จากการศึกษาพบว่าวัสดุและรูปทรงของภาชนะทำอาหารแต่ละชนิดนั้นมีผลต่อการนำความร้อนของภาชนะทำอาหารอย่างมาก ซึ่งจะพบว่าวัสดุที่ใช้ทำภาชนะทำอาหารที่เป็นอลูมิเนียมนั้นมีการนำความร้อนได้ดีที่กว่า ทองเหลือง สเตนเลส ตามลำดับ และรูปทรงของภาชนะทำอาหารแบบผิวเป็นคลื่นก็มีการนำความร้อนได้ดีกว่าแบบผิวเรียบ

**คำสำคัญ** : การนำความร้อน ภาชนะทำอาหาร ระเบียบวิธีการผลต่างอันตะ สมการความร้อน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

| | |
|---|---|
| **Title** | The Study of How Materials And Form of Kitchenware Affect Heat Conduction |
| **Students** | Miss. Nongrat Saensamak Student ID 55050073 |
| | Miss. Nongram Saensamak Student ID 55050074 |
| **Degree** | Bachelor of Science (Applied Mathematics) |
| **Department** | Mathematics |
| **Faculty** | Science |
| **University** | King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang(KMITL) |
| **Academic Year** | 2015 |
| **Advisor** | Ms. Sirikul Siriteerakul |


## Abstract


This research investigated transient heat conduction in kitchenware materials. Brass, aluminum and stainless steel were considered. In addition, thermal distribution that depends on surface shape—flat and corrugated—was also investigated. One and two-dimension heat conduction equations in rectangular coordinated system were used. The heat flowing through kitchenware material were determined by finite difference method under Taylor principle. The results of the study showed that type of materials and surface shape of kitchenware affected heat conduction in the material significantly. Heat conduction flowed through aluminum faster than brass and stainless steel in that order. Furthermore, grill pan with corrugated surface could transfer heat better than flat frying pan could. These results may help guide anyone who wants to investigate material and surface of kitchenware further in order to save energy and time for cooking.



**Keywords**: conduction, Kitchenware, finite difference method, heat equation



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# กิตติกรรมประกาศ

การทำปัญหาพิเศษ เรื่อง การศึกษาวัสดุและรูปทรงของภาชนะทำอาหารที่มีผลต่อการนำความร้อน สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี เนื่องมาจากความกรุณาและความร่วมมือของทุกๆท่าน คณะผู้จัดทำขอขอบพระคุณ อาจารย์ศิริกุล ศิริธีรากุล อาจารย์ที่ปรึกษาปัญหาพิเศษนี้ ที่คอยให้คำปรึกษาดูแลอย่างใกล้ชิด และให้ความช่วยเหลือคำแนะนำที่ดีในการปรับปรุงข้อบกพร่องรวมทั้งตรวจสอบความถูกต้องของปัญหาพิเศษฉบับนี้เป็นอย่างดี และขอขอบพระคุณกรรมการสอบปัญหาพิเศษ ผศ.ดร.อาทิตย์ แข็งธัญการ และ ผศ.ดร.ใจปอง เกษมสุวรรณ์ ที่ให้ข้อคิดเห็นและคำแนะนำต่างๆในการทำปัญหาพิเศษให้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

ขอขอบพระคุณ สำนักงานนโยบายและแผนพลังงาน กระทรวงพลังงาน ที่มอบทุนสนับสนุนในการทำปัญหาพิเศษ

ขอขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่ได้ให้รับการศึกษา ตลอดจนคอยเลี้ยงดูอบรมสั่งสอน และเป็นกำลังใจเป็นแรงผลักดันในการทำปัญหาพิเศษให้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี รวมถึงเพื่อนๆ และบุคคลอื่นๆ ที่ไม่ได้กล่าวมา คณะผู้จัดทำขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

นางสาวนงค์รัตน์ แสนสมัคร
นางสาวนงค์ราม แสนสมัคร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... ข
กิตติกรรมประกาศ ..... ค
สารบัญ ..... ง
สารบัญตาราง ..... ฉ
สารบัญรูป ..... ช

**บทที่ 1 บทนำ** ..... 1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา ..... 1-2
1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย ..... 2
1.3 ขอบเขตของงานวิจัย ..... 2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ ..... 2
1.5 ขั้นตอนในการดำเนินการ ..... 3
1.6 ระเวลาในการดำเนินงาน ..... 3-4

**บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง** ..... 5
2.1 วัสดุและลักษณะผิวภาชนะทำอาหาร ..... 5
2.1.1 วัสดุของภาชนะทำอาหารที่เลือกมาทำการวิจัย ..... 6-9
2.1.2 ลักษณะรูปทรงของผิวภาชนะทำอาหารที่เลือกมาทำการวิจัย ..... 9-10
2.2 ทฤษฎีเกี่ยวกับความร้อน ..... 10
2.2.1 การนำความร้อน (Conduction) ..... 10
2.2.2 สมการความร้อนในหนึ่งมิติ (One-Dimensional Heat Equation) ... 11-12
2.2.3 สมการความร้อนในสองมิติ (Two-Dimensional Heat Equation) ... 12-13
2.3 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Method) ..... 14
2.3.1 ระเบียบวิธีผลต่างอันตะ (Finite Difference Method) ..... 14-19

**บทที่ 3 วิธีการดำเนินงานวิจัย** ..... 20
3.1 รูปแบบของปัญหา ..... 20
- ปัญหาที่ 1 ..... 20-25
- ปัญหาที่ 2 ..... 25-39

**บทที่ 4 ผลการวิจัยและการอภิปรายผล** ..... 40
- ปัญหาที่ 1 ..... 40-44
- ปัญหาที่ 2 ..... 45-49

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญ(ต่อ)

หน้า

**บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ** ..... 50

5.1 สรุปผล ..... 50

5.2 ข้อเสนอแนะ ..... 51

เอกสารอ้างอิง ..... 52



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญตาราง

**ตารางที่** **หน้า**

1.1 ตารางแสดงระยะเวลาในการดำเนินงานตามแผนงาน ..... 3-4
3.1 ตารางแสดงแพร่สภาพความร้อนของวัสดุชนิดต่างๆ ..... 22
4.1 แสดงอุณหภูมิแต่ละโหนดที่เวลาต่างๆ ของภาชนะทำอาหารที่ทำจากอลูมิเนียม ..... 40
4.2 แสดงอุณหภูมิแต่ละโหนดที่เวลาต่างๆ ของภาชนะทำอาหารที่ทำจากทองเหลือง ..... 41
4.3 แสดงอุณหภูมิแต่ละโหนดที่เวลาต่างๆ ของภาชนะทำอาหารที่ทำจากสเตนเลส ..... 42
4.4 แสดงอุณหภูมิแต่ละโหนดที่เวลาต่างๆ ของภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบเรียบ ..... 45
4.5 แสดงอุณหภูมิแต่ละโหนดที่เวลาต่างๆ ของภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบคลื่น ..... 46

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญรูป

**รูปที่** **หน้า**

2.1 ทองเหลือง ..... 6
2.2 อลูมิเนียม ..... 7
2.3 สเตนเลส ..... 8
2.4 ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบเรียบ ..... 9
2.5 ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบคลื่น ..... 10
2.6 การนำความร้อนในแท่งโลหะ ..... 11
3.1 แสดงปัญหาที่ 1 ..... 20
3.2 แสดงโดเมนของปัญหาที่ 1 ..... 21
3.3 แสดงการแบ่งวัสดุออกเป็นหลายๆส่วนเพื่อใช้กับวิธีผลต่างอันตะ ..... 22
3.4 แผนภาพการคำนวณโดยระเบียบวิธีผลต่างชัดแจ้ง ..... 23
3.5 ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 1 (1มิติ) ..... 24
3.6 ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 2 (1มิติ) ..... 25
3.7 แสดงปัญหาที่ 2 ของลักษณะผิวภาชนะทำอาหารแบบเรียบ ..... 26
3.8 แสดงปัญหาที่ 2 ของลักษณะผิวภาชนะทำอาหารแบบคลื่น ..... 26
3.9 แสดงโดเมนของปัญหาที่ 2 ของลักษณะผิวภาชนะทำอาหารแบบเรียบ ..... 27
3.10 แสดงโดเมนของปัญหาที่ 2 ของลักษณะผิวภาชนะทำอาหารแบบคลื่น ..... 27
3.11 การแบ่งวัสดุออกเป็นตารางสี่เหลี่ยมเพื่อใช้กับวิธีผลต่างอันตะ ..... 28
3.12 การระบุตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในสมการ (3.11) ..... 29
3.13 ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 1 (2มิติ ลักษณะผิวแบบเรียบ) ..... 30
3.14 ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 2 (2มิติ ลักษณะผิวแบบเรียบ) ..... 31
3.15 ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 3 (2มิติ ลักษณะผิวแบบเรียบ) ..... 31
3.16 ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 4 (2มิติ ลักษณะผิวแบบเรียบ) ..... 32
3.17 ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 5 (2มิติ ลักษณะผิวแบบเรียบ) ..... 33
3.18 ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 6 (2มิติ ลักษณะผิวแบบเรียบ) ..... 34
3.19 ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 1 (2มิติ ลักษณะผิวแบบคลื่น) ..... 34
3.20 ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 2 (2มิติ ลักษณะผิวแบบคลื่น) ..... 35
3.21 ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 3 (2มิติ ลักษณะผิวแบบคลื่น) ..... 36
3.22 ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 4 (2มิติ ลักษณะผิวแบบคลื่น) ..... 37
3.23 ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 5 (2มิติ ลักษณะผิวแบบคลื่น) ..... 38
3.24 ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 6 (2มิติ ลักษณะผิวแบบคลื่น) ..... 39
4.1 กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่โหนดสุดท้ายของอลูมิเนียม ..... 40

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่ หน้า

4.2 กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่โหนดสุดท้ายของทองเหลือง ..... 41
4.3 กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่โหนดสุดท้ายของสเตนเลส ..... 42
4.4 กราฟเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่โหนดสุดท้ายของภาชนะทำอาหาร
ที่ทำจากวัสดุแต่ละชนิด ..... 43
4.5 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิแต่ละโหนดของอลูมิเนียม..... 44
4.6 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิแต่ละโหนดของทองเหลือง ..... 44
4.7 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิแต่ละโหนดของสเตนเลส ..... 44
4.8 กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิเฉลี่ยที่โหนดสุดท้ายของภาชนะทำอาหาร
ที่มีลักษณะผิวแบบเรียบ ..... 45
4.9 กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิเฉลี่ยที่โหนดสุดท้ายของภาชนะทำอาหาร
ที่มีลักษณะผิวแบบคลื่น ..... 46
4.10 กราฟเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิเฉลี่ยที่โหนดสุดท้ายของภาชนะ
ทำอาหารที่มีรูปทรงต่างกัน ..... 47
4.11 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิเฉลี่ยที่โหนดสุดท้ายของภาชนะทำอาหาร
ที่มีลักษณะผิวแบบเรียบ ..... 48
4.12 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิเฉลี่ยที่โหนดสุดท้ายของภาชนะทำอาหาร
ที่มีลักษณะผิวแบบเรียบ ..... 49

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 1
# บทนำ

## 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันผู้คนส่วนใหญ่ต่างให้ความสำคัญกับเรื่องพลังงานเป็นอย่างมาก ซึ่งสาเหตุที่เป็นเช่นนี้เพราะพลังงานเป็นทรัพยากรธรรมชาติที่ใช้แล้วหมดไป ดังนั้นเพื่อไม่ให้พลังงานสูญหายไปหลายๆหน่วยงานทั้งภาครัฐและเอกชนจึงร่วมมือกันในการหาพลังงานอื่นมาทดแทนเพื่อลดการใช้ นอกจากนี้ก็ยังมีการรณรงค์ลดการใช้พลังงานและการส่งเสริมการอนุรักษ์พลังงานด้วย และจากสภาพปัญหาเรื่องของการใช้พลังงาน ซึ่งทุกวันนี้การนำพลังงานไปใช้นั้นมีจำนวนมาก และก็เป็นส่วนหนึ่งที่ใช้ในครัวเรือนในการประกอบอาหารหลายๆประเภท โดยเฉพาะการต้ม นึ่ง ทอด ที่ใช้เวลาในการประกอบอาหารเป็นเวลานาน ในปัจจุบันทุกครัวเรือนก็ไม่สามารถปฏิเสธที่จะใช้พลังงานได้ไม่ว่าจะมากหรือน้อยก็ตาม และอีกสิ่งหนึ่งที่จำเป็นต้องใช้ในครัวเรือน นั่นก็คือ ภาชนะทำอาหาร ซึ่งวัสดุและลักษณะรูปทรงของผิวภาชนะทำอาหารในปัจจุบันนี้ก็มีหลากหลายรูปแบบให้เลือกใช้ โดยที่วัสดุและลักษณะรูปทรงของผิวภาชนะทำอาหารที่แตกต่างกันนั้น อาจจะส่งผลให้การนำความร้อนแตกต่างกันไปด้วย ซึ่งภาชนะทำอาหารที่มีราคาแพงๆ ก็ไม่ใช่ว่าจะมีคุณภาพดีเสมอไป

การซื้อภาชนะทำอาหารมาใช้ ก็ควรคำนึงและพิจารณา สิ่งต่อไปนี้ด้วย นั่นคือ โลหะ ชนิดของโลหะและความหนาเป็นตัวบ่งชี้ว่าร้อนเร็ว ช้า หรือความคงทนถาวร เช่น ทองแดง เป็นโลหะร้อนเร็วดีที่สุด อะลูมิเนียม เป็นตัวนำความร้อนได้ดีกว่าชนิดทองแดงบางๆเสียอีก สเตนเลส (โลหะผสมระหว่างเหล็ก นิกเกิล โครเมียม) เป็นตัวนำความร้อนที่ไม่ดี คือ ร้อนช้า เป็นต้น และด้วยเหตุที่โลหะมีสมบัติการนำ และการถ่ายเทความร้อนที่ดี มนุษย์เราจึงนิยมนำโลหะชนิดต่าง ๆ มาใช้เป็นภาชนะทำอาหาร แต่อย่างไรก็ดีโลหะแต่ละชนิดก็มีจุดเด่น จุดด้อยแตกต่างกันไป[1] ดังนั้นการเลือกใช้ภาชนะโลหะ จึงเป็นเรื่องใกล้ตัวที่น่าสนใจไม่น้อยเลย เช่น อะลูมิเนียม เป็นโลหะที่นิยมผลิตเป็นภาชนะทำอาหารต่างๆ เพราะราคาไม่แพง แต่ภาชนะอะลูมิเนียมมีข้อด้อย เรื่องอัตราการสูญเสียความร้อนสูง ทำให้ไม่สามารถเก็บความร้อนได้นานเมื่อยกออกจากเตา และเป็นรอยขูดขีดง่าย นอกจากนี้ยังสามารถทำปฏิกิริยากับอาหารที่มีฤทธิ์เป็นกรด(รสเปรี้ยว) ดังนั้นจึงควรหลีกเลี่ยง การใช้ภาชนะอะลูมิเนียม ในการประกอบอาหารที่มีรสเปรี้ยว ยกเว้น ภาชนะอะลูมิเนียม ที่ได้รับการเคลือบผิวแล้ว หรือผ่านกระบวนการปรับปรุงผิวแล้ว สเตนเลส เป็นเหล็กกล้าไร้สนิม ภาชนะเตนเลสมีข้อดีหลายประการไม่ว่าจะเป็นความสวยงาม ความแข็งแรงทนทาน ทนต่อแรงขูดขีด ไม่เป็นสนิม ดูแลรักษาง่าย ไม่ทำปฏิกิริยากับอาหาร แต่ก็มีข้อด้อยในเรื่องการนำความร้อนไม่ดี ราคาแพง มีน้ำหนักมาก ทองเหลือง เป็นโลหะผสมอีกชนิดที่นำมาใช้ผลิตเป็นภาชนะทำอาหาร มีความสวยงาม ภาชนะที่ทำด้วยทองเหลืองมีคุณสมบัติของโลหะที่ใช้ทำกระทะทองเหลืองคือมีความสามารถในการนำและกระจายความร้อนอย่างสม่ำเสมอ จึงทำให้ขนมที่ทำด้วยกระทะทองเหลือง ไม่ค่อยมีปัญหาเรื่องไหม้ติดกระทะ และนอกจากวัสดุที่ใช้ทำภาชนะทำอาหารแล้ว เรายังควรคำนึงถึงลักษณะรูปทรงของผิวภาชนะทำอาหารอีกด้วย เพราะลักษณะรูปทรงของผิวภาชนะทำอาหารที่มีให้เราเลือกใช้ในปัจจุบันนี้ เช่น ลักษณะผิวแบบเรียบ ลักษณะผิวแบบคลื่น แต่ละลักษณะก็มีการนำความร้อนที่แตกต่างกัน ซึ่งที่ผ่านมา หลายงานวิจัยได้นำความรู้ในเรื่องของระเบียบวิธีผลต่างอันตะ (Finite Difference Method) มาใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆมากมาย โดยในปี พ.ศ.2554 อรรถกร อาสนคา และคณะ[13] ได้

เอกสารนี้ใช้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทำการศึกษาเกี่ยวกับการจัดวางตำแหน่งท่อน้ำในแผ่นคอนกรีตเพื่อลดความร้อนสะสม โดยทำการศึกษาการกระจายอุณหภูมิภายในผนังแบบ 2 มิติ จากหลักการสมดุลพลังงาน หลักการถ่ายโอนความร้อนและวิธีการผลต่างอันตะ ในปี พ.ศ.2557 ชิดกมล แทบทาม และ ปุณยนุช อริยพาณิชวงศ์[5] ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์วัสดุอาคารเพื่อช่วยประหยัดพลังงาน โดยทำการคำนวณหาอุณหภูมิที่ผ่านวัสดุกรอบอาคารเพื่อที่อยู่อาศัยที่มีลักษณะแตกต่างกัน 5 ชนิด ได้แก่ อิฐมวลเบาแบบ ACC อิฐมอญทั่วไป อิฐดินดิบ ไม้ และกระจก ว่า ณ เวลาต่าง ๆ วัสดุกรอบอาคารชนิดใดมีการนำความร้อนเข้าสู่บ้านมากน้อยเพียงใด เป็นต้น

สำหรับงานวิจัยนี้เราจะศึกษาและเปรียบเทียบการนำความร้อนของภาชนะทำอาหารที่ทำจากวัสดุที่แตกต่างกันและภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะรูปทรงของผิวภาชนะที่แตกต่างกัน โดยจะนำมาพิจารณาว่าวัสดุที่ใช้ทำภาชนะทำอาหารชนิดใดมีการนำความร้อนได้ดีที่สุด รวมถึงจะพิจารณาในเรื่องของการเลือกใช้ลักษณะรูปทรงของผิวภาชนะทำอาหาร อันส่งผลต่อการใช้พลังงานซึ่งแตกต่างกัน โดยการนำความรู้ในเรื่องของระเบียบวิธีผลต่างจำอันตะ (Finite Difference Method) ในการหาผลเฉลยของอุณหภูมิที่แต่ละจุด แล้วแสดงผลในรูปแบบคัลเลอร์คอนทัวร์ และกราฟเปรียบเทียบแสดงผลของแต่ละรูปแบบ ซึ่งงานวิจัยนี้น่าจะส่งผลต่อการประหยัดการใช้พลังงาน และผู้บริโภคยังสามารถเลือกใช้ภาชนะทำอาหารให้เหมาะสมกับประเภทของอาหารได้

## 1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

1.2.1 เพื่อศึกษาสมการความร้อนและนำมาประยุกต์ใช้ในปัญหาที่สนใจ
1.2.2 เพื่อเข้าใจระเบียบวิธีผลต่างอันตะในการแก้ไขปัญหาดังกล่าว
1.2.3 เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบการนำความร้อนของภาชนะทำอาหารในลักษณะรูปทรงของผิวภาชนะทำอาหารแบบเรียบและแบบคลื่น
1.2.4 เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบวัสดุของภาชนะทำอาหาร ได้แก่ ทองเหลือง สเตนเลส และอลูมิเนียม

## 1.3 ขอบเขตของงานวิจัย

ศึกษาและเปรียบเทียบการนำความร้อนของภาชนะทำอาหารลักษณะรูปทรงแบบผิวเรียบที่ใช้วัสดุแตกต่างกันว่าวัสดุชนิดใดมีการนำความร้อนได้ดีที่สุด รวมถึงจะพิจารณาในเรื่องของการเลือกใช้ลักษณะรูปทรงของผิวภาชนะทำอาหาร อันส่งผลต่อการใช้พลังงาน โดยศึกษาอุณหภูมิเข้าที่เท่ากัน

## 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.4.1 ทำให้ผู้วิจัยสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการนำความมาประยุกต์ใช้กับปัญหาในชีวิตประจำวันได้
1.4.2 ผู้บริโภคสามารถนำปัญหาที่ศึกษามาเป็นแนวทางในการตัดสินใจเลือกใช้รูปแบบของภาชนะทำอาหารให้เหมาะสมกับความต้องการของผู้บริโภค
1.4.3 เพื่อเป็นแนวทางการลดใช้พลังงานและประหยัดเวลา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 1.5 ขั้นตอนในการดำเนินการ

1.5.1 ศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับการนำความร้อน
1.5.2 ศึกษาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับลักษณะรูปทรงของผิวภาชนะทำอาหาร
1.5.3 ศึกษาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับวัสดุที่นำมาใช้ทำภาชนะทำอาหาร
1.5.4 ศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่นำมาใช้แก้ปัญหาการนำความร้อน
1.5.5 นำสมการความร้อนรวมทั้งระเบียบวิธีผลต่างอันตะ (Finite Difference Method) มาประยุกต์ใช้ เพื่อศึกษาปัญหาที่กำหนดไว้
1.5.6 เปรียบเทียบการนำความร้อนของภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะรูปทรงของผิวภาชนะที่แตกต่างกัน
1.5.7 วิเคราะห์ สรุปผลจากการทดลองและจากการคำนวณ
1.5.8 จัดทำรายงานคู่มือการทำปัญหาพิเศษ
1.5.9 ตรวจสอบ ปรับปรุง แก้ไขรายงานคู่มือการทำปัญหาพิเศษ
1.5.10 จัดทำรูปเล่มรายงานคู่มือการทำปัญหาพิเศษ

## 1.6 ระยะเวลาการดำเนินงาน

ระยะเวลาการทำงานทั้งหมด 10 เดือนซึ่งจะแสดงระยะเวลาดำเนินงานตามแผนงานแสดงไว้ในตารางที่ 1.1

**ตาราง 1.1** แสดงระยะเวลาในการดำเนินงานตามแผนงาน

| กิจกรรม | ระยะเวลาในการดำเนินงาน | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ปี 2558 | | | | | ปี 2559 | | | | | | | |
| | ส.ค. | ก.ย. | ต.ค. | พ.ย. | ธ.ค. | ม.ค. | ก.พ. | มี.ค. | เม.ย. | พ.ค. | มิ.ย. | ก.ค. | ส.ค. |
| 1.ศึกษาปัญหาการนำความร้อนของภาชนะทำอาหารที่เลือกมาและกำหนดขอบเขตของปัญหา | | | | | | | | | | | | | |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.หาข้อมูลเกี่ยวกับชนิดของภาชนะทำอาหาร | | | | | | | | | | | | | |
| 3.ศึกษาค้นคว้าวิธีการทำแบบจำลองด้วยระเบียบวิธีผลต่างอันตะและสมการการนำความร้อนของภาชนะทำอาหาร | | | | | | | | | | | | | |
| 4.ศึกษาและทดสอบโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่นำมาใช้ในการทดสอบปัญหาการนำความร้อน | | | | | | | | | | | | | |
| 5.ปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องและประเมินประสิทธิภาพของงานวิจัย | | | | | | | | | | | | | |
| 6.วิเคราะห์และสรุปผล รวมทั้งจัดทำเอกสารโครงงาน | | | | | | | | | | | | | |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 2

# ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้เราจะกล่าวถึงข้อมูลของวัสดุและลักษณะรูปทรงของผิวภาชนะทำอาหารที่เลือกมาทำการวิเคราะห์เปรียบเทียบ รวมทั้งบอกถึงเหตุผลของการเลือกวัสดุ ทฤษฎีเกี่ยวกับความร้อน และระเบียบวิธีเชิงตัวเลข ซึ่งจะนำมาใช้ในการวิเคราะห์วัสดุในบทต่อไป

## 2.1 วัสดุและลักษณะผิวภาชนะทำอาหาร

ปัจจุบันวัสดุที่ใช้ทำภาชนะทำอาหารที่เราพบเห็นกันอยู่นั้น มีมากมายหลากหลายชนิดที่แตกต่างกันออกไป[7] อาทิ เช่น

- ภาชนะทองเหลือง กระทะหรือหม้อที่ทำจากทองเหลือง คือเคล็ดลับความอร่อยของเชฟมืออาชีพทั่วโลก เพราะเป็นวัสดุที่เปลี่ยนอุณหภูมิได้อย่างรวดเร็วตามไฟที่เราปรับ จึงสามารถควบคุมความสุกของอาหารได้อย่างแม่นยำ

- ภาชนะสเตนเลส ข้อดีของกระทะหรือหม้อชนิดนี้คือ มีความแข็งแรงทนทาน ต้านทานการกัดกร่อนสูง อีกทั้งไม่เป็นสนิมเพราะมีโครเมียมและนิเกิลเป็นส่วนผสม แต่ก็มีข้อเสียคือร้อนช้าและไม่เก็บกักความร้อน

- ภาชนะอะลูมิเนียม ข้อดีของเครื่องครัวอะลูมิเนียมคือ ร้อนเร็ว แต่ก็ไม่แข็งแรงเท่ากับวัสดุชนิดอื่น เป็นเหตุให้เกิดรอยขีดข่วนหรือบิดเบี้ยวได้ง่าย ทั้งยังทำให้อาหารติดภาชนะด้วย ดังนั้นหากจะซื้อควรเลือกแบบที่เคลือบสาร Non-stick เพื่อป้องกันอาหารติดหม้อหรือกระทะจะดีกว่า

- ภาชนะเหล็ก แม้ว่าข้อเสียของหม้อหรือกระทะเหล็กคือ ร้อนช้า แต่ก็มีข้อดีคือร้อนนาน ทั้งยังแข็งแรงและอายุการใช้งานยืนยาว โดยภาชนะชนิดนี้มักเคลือบสารป้องกันอาหารติดกระทะ จึงเป็นที่นิยมของหลาย ๆ บ้าน

- ภาชนะเซรามิกเคลือบ ข้อดีของหม้อหรือกระทะแบบเคลือบเซรามิก คือ ผิวภาชนะจะลื่น ทำให้อาหารไม่ติดกระทะ ทั้งยังทนความร้อนได้สูงสุด ๆ

- ภาชนะแก้ว หากซื้อหม้อหรือกระทะแบบแก้วมาใช้ ก็สบายใจได้เลยว่าไม่มีปัญหาภาชนะบิดเบี้ยวเสียรูป เป็นสนิม หรือหลุดลอก และยังช่วยให้เรามองเห็นอาหารที่ปรุงอยู่ได้อย่างชัดเจนอีกด้วย

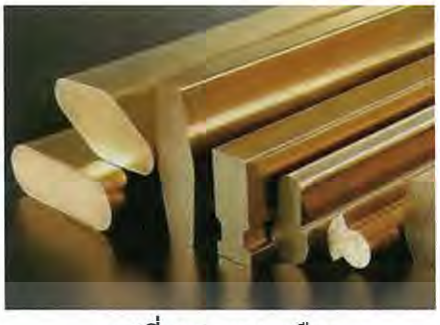
ซึ่งนอกจากวัสดุที่หลากหลายแล้ว ภาชนะทำอาหารก็ยังมีลักษณะของผิวที่แตกต่างกันออกไปอีก เช่น

- ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบเรียบ
- ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบคลื่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.1.1 วัสดุของภาชนะทำอาหารที่เลือกมาทำการวิจัย

**<u>ทองเหลือง</u>** (Brass)



**รูปที่ 2.1** ทองเหลือง

**ที่มา** : http://valmann.com/wp-content/uploads/230bb81de546ed9f5c03947396779cdc.jpg

ทองเหลือง[2] เป็นโลหะผสมระหว่างทองแดงกับสังกะสี ซึ่งทองแดงมีคุณสมบัติเกิดสนิมได้ยาก ดังนั้นเมื่อนำมาใช้ทำภาชนะทำอาหาร ทองเหลืองจึงไม่ทำปฏิกิริยากับกรดหรือสารใด ๆ และเกิดสนิมได้ยากไปด้วย เมื่อเราเอากระทะทองเหลืองมาทำอาหารหรือขนม ทำให้อาหารไม่ค่อยติดกระทะ และกลิ่นของอาหารก็ไม่ติดไปกับกระทะเช่นกัน ทั้งช่วยให้อาหารมีสีสดใส พวกทองหยิบ ทองหยอด ก็จะเป็นสีทองสวย และด้วยคุณสมบัติของโลหะที่ใช้ทำกระทะทองเหลืองนั้น มีความสามารถในการนำและกระจายความร้อนอย่างสม่ำเสมอ จึงทำให้ขนมที่ทำด้วยกระทะทองเหลือง ไม่ค่อยมีปัญหาเรื่องไหม้ติดกระทะ

ทองเหลืองที่มีสังกะสีผสมอยู่น้อยกว่า 39% จะเป็นโลหะเฟสเดียวคือ แอลฟาเฟส ซึ่งมีคุณสมบัติทางด้านความต้านทานแรงดึงและความเหนียวสูงเหมาะสำหรับนำไปใช้ในงานด้านวิศวกรรม แต่ถ้าทองเหลืองมีปริมาณสังกะสีอยู่ระหว่าง 39 – 46.6% โลหะจะมี 2 เฟส คือ a + b และมีปริมาณสังกะสีผสมเพิ่มขึ้นเป็น 46.6 – 50% โลหะจะมีเฟสเดียวคือ เบตาเฟส ในส่วนผสมนี้ คุณสมบัติทางด้านความเหนียว และความต้านทานแรงดึงของทองเหลืองจะลดลงมากซึ่งไม่เหมาะที่จะนำไปใช้งานทางด้านวิศวกรรม และถ้ามีปริมาณสังกะสีเพิ่มขึ้นมากกว่า 50 % โลหะทองเหลืองจะมี 2 เฟส คือ a + b ซึ่งจะทำให้โลหะนี้เปราะไม่เหมาะที่จะนำไปใช้งานเลย ด้วยเหตุนี้เองที่ทำให้ทองเหลืองที่มีปริมาณผสมของสังกะสีน้อยกว่า 40 % ถูกนำมาใช้งานทางด้านวิศวกรรมอย่างกว้างขวาง เช่น 70:30 Brass และ 60:40 Brass (Muntz Metal)

70:30 Brass ทองเหลืองชนิดนี้ซึ่งบางครั้งมีชื่อเรียกว่า Cartridge Brass ทองเหลืองชนิดนี้จะมีสังกะสีผสมอยู่ประมาณ 30 % โดยน้ำหนัก เป็นทองเหลืองที่มีความแข็งแรงและมีความเหนียวสูง เหมาะที่จะนำไปใช้งาน เช่น ทำปลอกกระสุน นอกจากนั้นยังอาจนำไปผลิตเป็นแผ่นโดยผ่านการรีดเย็น และเหมาะที่จะนำไปแปรรูปโดยกรรมวิธีการทำงานเย็น

60:40 Brass (Muntz Metal) ทองเหลืองชนิดนี้ถูกค้นพบโดย G.F. Muntz เป็นทองเหลืองที่เหมาะสำหรับงานหล่อหรือนำไปแปรรูปโดยกรรมวิธีการทำงานร้อน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**<u>อลูมิเนียม</u>** (Aluminium)

**รูปที่ 2.2** อลูมิเนียม
**ที่มา** : https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/5d/Aluminium-4.jpg

อลูมิเนียม[3] เป็นวัสดุธรรมชาติที่ได้จากการสกัดแร่อลูมินา เป็นวัสดุที่ทนความร้อนสูง แผ่ความร้อนต่ำ เป็นโลหะที่ได้รับการใช้งานมากที่สุดในกลุ่มโลหะ ทั้งนี้เพราะ อลูมิเนียมมีคุณสมบัติ ที่ดีเด่นหลายประการ

- อลูมิเนียมมีความหนาแน่นน้อย น้ำหนักเบา
- อลูมิเนียมมีความเหนียวมาก สามารถขึ้นรูปด้วยกรรมวิธีต่าง ๆ ได้ง่าย
- อลูมิเนียมจุดหลอมเหลวต่ำ หล่อหลอมง่าย
- อลูมิเนียมค่าการนำไฟฟ้า คิดเป็น 64.94 % ซึ่งไม่สูงนัก
- อลูมิเนียมเป็นโลหะที่ไม่มีพิษต่อร่างกาย
- อลูมิเนียม ผิวหน้าของอลูมิเนียมบริสุทธิ์ มีดัชนีการสะท้อนแสงสูงมาก จึงใช้ทำแผ่นสะท้อน ในแฟลชถ่ายรูป , จานสะท้อนแสงในโคมไฟ และไฟหน้ารถยนต์
- อลูมิเนียมทนทานต่อการเกิดเป็นสนิม และการผุกร่อน
- อลูมิเนียมซื้อหาได้ง่าย ในท้องตลาด และราคาไม่แพงนัก

ในปัจจุบันได้มีการนำอลูมิเนียมมาประยุกต์ใช้ในหลายวงการตั้งแต่การทำเป็นอุปกรณ์เครื่องใช้ทั่วไป เครื่องมือแพทย์ อวัยวะเทียมไปจนถึงอากาศยาน เนื่องจากคุณสมบัติโดดเด่นต่างๆ ของอลูมิเนียม ไม่ว่าจะเป็น น้ำหนักเบา สะท้อนความร้อนได้สูง ทนความร้อนสูง สามารถขึ้นรูปได้ ราคาเหมาะสมกับการประยุกต์ใช้ในภาคอุตสาหกรรม ทำให้อลูมิเนียมเป็นส่วนประกอบของวัสดุที่เราใช้ในชีวิตประจำวัน โดยที่เห็นกันบ่อย ๆ ก็คือ ภาชนะทำอาหารต่าง ๆ เพราะราคาไม่แพง แต่ภาชนะอะลูมิเนียมมีข้อด้อย เรื่องอัตราการสูญเสียความร้อนสูง ทำให้ไม่สามารถเก็บความร้อนได้นานเมื่อยกออกจากเตา และเป็นรอยขูดขีดง่าย นอกจากนี้ยังสามารถทำปฏิกิริยากับอาหารที่มีฤทธิ์เป็นกรด(รสเปรี้ยว) ดังนั้นจึงควรหลีกเลี่ยง การใช้ภาชนะอะลูมิเนียม ในการประกอบอาหารที่มีรสเปรี้ยว ยกเว้น ภาชนะอะลูมิเนียม ที่ได้รับการเคลือบผิวแล้ว หรือผ่านกระบวนการปรับปรุงผิวแล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**<u>สเตนเลส</u>** (stainless)

**รูปที่ 2.3** สเตนเลส
**ที่มา** : http://www.alusite.com/th/images/sheet01.jpg

สเตนเลส[4] หรือชื่ออย่างเป็นทางการ คือ “เหล็กกล้าไร้สนิม” เป็นศัพท์ทั่วไปที่ใช้เรียกเหล็กในกลุ่มที่มีความต้านทานการกัดกร่อนสูง สเตนเลสเป็นโลหะผสมระหว่างเหล็กและคาร์บอน ซึ่งส่วนประกอบจะมีปริมาณคาร์บอนต่ำ มีโครเมียมเป็นเป็นส่วนผสมหลักประมาณ 10.5% หรือมากกว่าทำให้เกิดการสร้างฟิล์มโครเมียมออกไซด์ (chromium oxide film : CrO2 หรือเรียกว่า passive film) ที่มองไม่เห็นเกาะติดแน่นอยู่ที่ผิวหนังทำให้เหล็กกล้ามีความต้านทานการกัดกร่อน ฟิล์มปกป้องนี้จะมีความบางเทียบเท่ากับการวางกระดาษ 1แผ่น บนตึกสูง 20 ชั้น ถ้าฟิล์มที่ผิวหน้านั้นถูกทำลายไม่ว่าจากแรงกล สารเคมีหรือออกซิเจนที่มีอยู่ในบรรยากาศ แม้จำนวนน้อยนิดจะเข้าทำปฏิกิริยากับโครเมียม สร้างฟิล์มโครเมียมออกไซด์ทดแทนขึ้นใหม่ด้วยตัวมันเอง

สเตนเลสสามารถปรับปรุงคุณสมบัติในการต้านทานการกัดกร่อนและสมบัติอื่นๆที่ต้องการให้สูงขึ้นได้โดยการเพิ่มส่วนผสมของโครเมียมและเพิ่มธาตุอื่นๆเช่นโมลิบดิบนัมนิกเกิล และไนโตรเจนเข้าไป สเตนเลสมีอยู่มากกว่า 60 ชนิด ด้วยคุณสมบัติที่ไม่เหมือนใคร เช่น ยากต่อการขึ้นสนิมเมื่อเทียบกับโลหะหรือวัสดุชนิดอื่นๆ ค่าบำรุงรักษาต่ำ ง่ายต่อการเชื่อมและการขึ้นรูป ระยะเวลาการใช้งานคุ้มค่ากับราคา และสามารถนำกลับมาใช้ได้ใหม่ทั้งหมดจึงทำให้สเตนเลสเป็นโลหะที่ทรงคุณค่า คุณสมบัติและประโยชน์ใช้สอยที่ไร้ขีดจำกัด

<u>ประโยชน์ของสเตนเลส</u>

- ทนทานต่อการกัดกร่อน สเตนเลสทุกตระกูลทนทานต่อการกัดกร่อน แต่จะแตกต่างกันไปตามส่วนผสมของโลหะ เช่น เกรดที่มีโลหะผสม ไม่สูง สามารถต้านทาน การกัดกร่อนในบรรยากาศทั่วไป ในขณะที่เกรดที่มีโลหะผสมสูงสามารถต้านทานการกัดกร่อน ในกรดด่าง สารละลาย บรรยากาศคลอไรด์ ได้เกือบทั้งหมด

- ความต้านทานต่ออุณหภูมิสูงและอุณหภูมิต่ำ สเตนเลสบางเกรดสามารถทนความร้อนหรือ/และความเย็น รวมถึงการเปลี่ยนอุณหภูมิโดยฉับพลันได้ดี และด้วยคุณสมบัติพิเศษในการทนไฟ ทำให้มีการนำสเตนเลสไปใช้ในอุตสาหกรรมขนส่ง อุตสาหกรรม ปิโตรเคมีอย่างแพร่หลาย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ง่ายต่องานประกอบ หรือแปรรูป สเตนเลสส่วนใหญ่สามารถ ตัด เชื่อม ขึ้นรูป ตบแต่งทางกล ขึ้นรูปนูนต่ำได้ง่าย ด้วยรูปร่าง สมบัติ และลักษณะต่างๆของสเตนเลสช่วยให้ผู้ผลิตสามารถนำสเตนเลสไปประกอบกับวัสดุอื่นๆได้ง่าย

- ความทนทาน คุณสมบัติ เด่นอีกประการหนึ่งของสเตนเลส คือความแข็งแกร่งทนทาน สเตนเลสสามารถเพิ่มความแข็งได้ด้วยการขึ้นรูปเย็น ซึ่งใช้เพื่อออกแบบงาน โดยลดความหนา น้ำหนักและราคา สเตนเลสบางเกรดอาจใช้ในงานที่ทนความร้อนและยังคงความทนทานสูง

- ความสวยงาม ด้วยรูปทรงและพื้นผิวที่หลากหลายรูปแบบที่สวยงาม ทำความสะอาดได้ง่าย ปัจจุบันสเตนเลสมีสีให้เลือกมากมายด้วย กรรมวิธีชุบเคลือบผิวด้วยเคมี ไฟฟ้า สามารถทำให้สเตนเลสมีผิวสีทอง บรอนซ์ เขียว เงิน และสีดำ ทำให้สามารถเลือกประยุกต์ใช้สเตนเลสได้อย่างมากมาย นอกจากนี้ ความเงางามของสเตนเลสในอ่างล้างจาน อุปกรณ์ประกอบอาหาร หรือ เฟอร์นิเจอร์ทำให้บ้านดูสะอาดและน่าอยู่อีกด้วย

- ความปลอดภัยและถูกสุขลักษณะ การทำความสะอาด การดูแลรักษาสเตนเลสและมีความเป็นกลางสูงจึงไม่ดูดซึมรสใดๆ เป็นเหตุผลสำคัญที่สเตนเลสถูกนำมาใช้งานในงานโรงพยาบาล เครื่องครัว ด้านโภชนาการและด้านเภสัชกรรม เนื่องจากความทนทาน ต้องการการดูแลรักษาน้อย และค่าใช่จ่ายต่ำเมื่อเปรียบเทียบกับระยะเวลาการใช้ งาน การใช้อุปกรณ์เครื่องครัวสเตนเลสในบ้านเรือนให้ความรู้สึกถึงความปลอดภัยแก่ผู้ใช้

- ช่วยอนุรักษ์สิ่งแวดล้อม สเตนเลสเป็นวัสดุที่สามารถนำกลับมาใช้ได้ใหม่เกือบ 100 เปอร์เซ็นต์

ในปัจจุบันได้มีการนำสเตนเลสมาประยุกต์ใช้ในการทำอุปกรณ์เครื่องใช้หรือภาชนะทำอาหาร เนื่องจากสเตนเลสมีข้อดี หลายประการดังที่กล่าวมาข้างต้น แต่ก็มีข้อด้อยในเรื่องการนำความร้อนไม่ดี ราคาแพง และมีน้ำหนักมาก

### 2.1.2 ลักษณะรูปทรงของผิวของภาชนะทำอาหารที่เลือกมาทำการวิจัย

<u>ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะรูปทรงผิวแบบเรียบ</u>

**รูปที่ 2.4** ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบเรียบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะรูปทรงผิวแบบคลื่น**

**รูปที่ 2.5** ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบคลื่น

## 2.2 ทฤษฎีเกี่ยวกับความร้อน

### 2.2.1 การนำความร้อน (Conduction)

การนำความร้อน คือ วิธีการที่ความร้อนเคลื่อนที่จากบริเวณที่มีอุณหภูมิสูงไปยังบริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำภายในตัวกลางเดียวกัน หรือเป็นการเคลื่อนที่ของความร้อนระหว่างตัวกลางที่ติดกันแต่มีอุณหภูมิต่างกัน ในการนำความร้อน ความร้อนจะเคลื่อนที่ผ่านโมเลกุลของสาร โดยโมเลกุลไม่เคลื่อนที่ จะเกิดขึ้นได้ดีมากในตัวกลางที่เป็นของแข็งโดยเฉพาะกับตัวกลางที่เป็นวัสดุทึบแสง การเคลื่อนที่ความร้อนแบบการนำจะเกิดขึ้นบ้างในของเหลวและก๊าซอีกด้วย โดยสมการแสดงพฤติกรรมการนำความร้อนนั้น ได้ถูกนำเสนอโดยฟูเรียร์ โดยกฎข้อ1ของฟูเรียร์สามารถ เขียนเป็นสมการการนำความร้อนในแนวแกนเดียวได้ดังต่อไปนี้

$$q = -k\frac{\partial u}{\partial x} \tag{2.1}$$

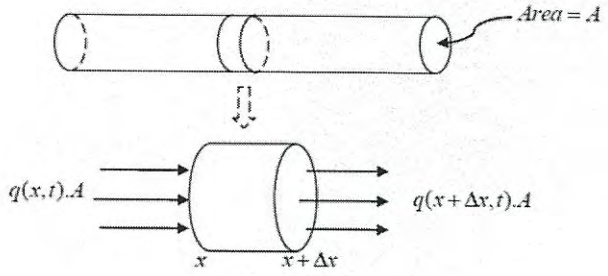
เมื่อ $q$ คือ อัตราการถ่ายเทความร้อนโดยการนำความร้อน $(watt/m^2)$

$k$ คือ ค่าการนำความร้อน (Thermal Conductivity) $(w/mK)$

$\frac{\partial u}{\partial x}$ คือ เกรเดียนท์ของอุณหภูมิในแนวแกน $x$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.2.2 สมการความร้อนในหนึ่งมิติ (One-Dimensional Heat Equation)




**รูปที่ 2.6** การนำความร้อนในแท่งโลหะ
**ที่มา** : [10]

กำหนดให้ $q(x,t)$ เป็นปริมาณความร้อนที่จุด $x$ ในขณะเวลา $t$ จะเห็นว่า

$$q(x,t) = C\rho Au(x,t)\cdot\Delta x \tag{2.2}$$

เมื่อ $C$ คือ ความร้อนจำเพาะ (Specific heat) $(J/K)$

$\rho$ คือ ความหนาแน่นของมวล (Mass density) $\left(kg/m^3\right)$

$u(x,t)$ คือ เป็นอุณหภูมิที่จุด $x$ ในขณะเวลา $t$

ดังนั้นอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณความร้อนในขณะเวลา $t$ ใดๆคือ

$$\frac{dq}{dt} = C\rho A\frac{\partial u}{\partial t}\cdot\Delta x \tag{2.3}$$

โดยหลักการของการอนุรักษ์พลังงาน (Principle of energy conservative) จะได้ว่า

$$\frac{dq}{dt} = q(x,t)A - q(x+\Delta x,t)A \tag{2.4}$$

จาก (2.3) และ (2.4) จะได้ว่า

$$C\rho\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{q(x+\Delta x,t)-q(x,t)}{\Delta x} \tag{2.5}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยการหาลิมิต เมื่อ $\Delta x \to 0$ จะได้ว่า

$$C\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial x} \tag{2.6}$$

โดยใช้กฎของฟูริเยร์ ( Fourier ' s Law ) ของการนำความร้อน

$$q = -k \frac{\partial u}{\partial x} \tag{2.7}$$

เมื่อ $k$ เป็นค่าการนำความร้อน (thermal conductivity)
แทนค่า $q$ ใน (2.6) จะได้ว่า

$$C\rho \frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

หรือ

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial u}{\partial t} \tag{2.8}$$

เมื่อ $\alpha = \frac{k}{C\rho}$ เป็นค่าการแพร่สภาพความร้อน (thermal diffusivity)

โดยที่ $k$ แทนค่าการนำความร้อนของวัสดุ $(w/mK)$

$\rho$ แทนค่าความหนาแน่นของวัสดุ $\left(kg/m^3\right)$

$C$ แทนค่าความจุความร้อนจำเพาะ $(J/kgK)$

### 2.2.3 สมการความร้อนในสองมิติ (Two-Dimensional Heat Equation)

จากหลักความจริงของการถ่ายเทความร้อนภายใต้สถานะไม่อยู่ตัวที่ว่า

ปริมาณความร้อนเข้า – ปริมาณความร้อนออก = ปริมาณความร้อนสะสม

นั่นคือ

$$(q_x + q_y) - (q_{x+\Delta x} + q_{y+\Delta y}) = C\rho A \Delta x \Delta y \frac{\partial u}{\partial t} \tag{2.9}$$

โดย $q$ แทนปริมาณความร้อนที่ไหลในทิศทางโคออร์ดิเนต $x$ หรือ $y$ ดังแสดงใน
รูปปริมาณความร้อนนี้ขึ้นอยู่กับค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนของแผ่นโลหะชนิดนั้นๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ในการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รวมทั้งพื้นที่หน้าตัดที่มีความร้อนไหลผ่านและความชันของอุณหภูมิ (temperature gradient) ตามกฎของฟูริเยร์ (Fourier's law) ดังนี้

$$q_x = -k(t\Delta y)\frac{\partial u}{\partial x} \tag{2.10}$$

$$q_y = -k(t\Delta x)\frac{\partial u}{\partial y} \tag{2.11}$$

แทนสมการ (2.10) และ (2.11)ลงในสมการ (2.9) และประยุกต์อนุกรมเทย์เลอร์เข้ากับพจน์ $q_{x+\Delta x}$ และ $q_{y+\Delta y}$ จะได้

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial u}{\partial x}\right)t\Delta x\Delta y + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(k\frac{\partial u}{\partial x}\right)t\left(\Delta x\right)^2\Delta y + \ldots$$

$$+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial u}{\partial y}\right)t\Delta x\Delta y + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(k\frac{\partial u}{\partial y}\right)t\Delta x\left(\Delta y\right)^2 + \ldots = C\rho A\Delta x\Delta y\frac{\partial u}{\partial t} \tag{2.12}$$

จากนั้นทำการหารสมการ (2.12) นี้ตลอดด้วย $t\Delta x\Delta y$ แล้วจึงให้ $\Delta x \to 0$ และ $\Delta y \to 0$ จะได้

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial u}{\partial y}\right) = C\rho\frac{\partial u}{\partial t} \tag{2.13}$$

สมมติให้ค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อน $k$ นั้นคงที่โดยไม่ขึ้นอยู่กับอุณหภูมิ และไม่ขึ้นกับตำแหน่ง $x, y$ บนแผ่นโลหะ จะได้

$$\alpha\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \tag{2.14}$$

เมื่อ $\alpha = \dfrac{k}{C\rho}$ เป็นค่าการแพร่สภาพความร้อน (thermal diffusivity)

โดยที่ $k$ แทนค่าการนำความร้อนของวัสดุ $(w/mK)$

$\rho$ แทนค่าความหนาแน่นของวัสดุ $\left(kg/m^3\right)$

$C$ แทนค่าความจุความร้อนจำเพาะ $(J/kgK)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.3 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (Numerical Method)

### 2.3.1 ระเบียบวิธีผลต่างอันตะ (Finite Difference Method)

วิธีการผลต่างอันตะ หรือ finite difference method คือ ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขวิธีหนึ่งที่มีไว้แก้สมการเชิงอนุพันธ์ โดยการแบ่งรูปแบบจำลองของปัญหาออกเป็นตาข่าย จำนวนจุดที่เส้นตาข่ายตัดกัน เรียกว่า nodes และประมาณทุกๆ อนุพันธ์ (derivatives) ซึ่งสมการเชิงอนุพันธ์ (differential equation) สามารถประมาณได้ โดยใช้ทฤษฎีของเทย์เลอร์

**Finite Difference method ในอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง (1 มิติ)**

พิจารณาฟังก์ชันการประมาณค่าที่เป็นอนุพันธ์อันดับหนึ่งได้จาก

$$U(x+\Delta x,t)=U(x,t)+\Delta x\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{(\Delta x)^2}{2!}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{(\Delta x)^3}{3!}\frac{\partial^3 U}{\partial x^3}+\ldots \tag{2.15}$$

$$U(x-\Delta x,t)=U(x,t)-\Delta x\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{(\Delta x)^2}{2!}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}-\frac{(\Delta x)^3}{3!}\frac{\partial^3 U}{\partial x^3}+,-\ldots \tag{2.16}$$

การกระจายอนุกรมเทย์เลอร์ ของ $U(x,t)$ โดยการขยาย $x$ ให้เป็น $x+\Delta x$ และ $x-\Delta x$ โดยที่ $\Delta x=h$ จาก (2.9) และ (2.10) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$U^t_{m+1}=U^t_m+\Delta x\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^t_m+\frac{(\Delta x)^2}{2!}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)^t_m+\frac{(\Delta x)^3}{3!}\left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^3}\right)^t_m+\ldots \tag{2.17}$$

$$U^t_{m-1}=U^t_m-\Delta x\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^t_m+\frac{(\Delta x)^2}{2!}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)^t_m-\frac{(\Delta x)^3}{3!}\left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^3}\right)^t_m+,-\ldots \tag{2.18}$$

เราสามารถหาฟังก์ชันการประมาณค่าที่เป็นอนุพันธ์อันดับหนึ่งสำหรับอนุพันธ์ของ $x$ ได้ 3 วิธี ดังต่อไปนี้

- ผลต่างข้างหน้า (Forward difference)

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^t_m=\frac{U^t_{m+1}-U^t_m}{\Delta x}+O(\Delta x) \tag{2.19}$$

- ผลต่างข้างหลัง (Backward difference)

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^t_m=\frac{U^t_m-U^t_{m-1}}{\Delta x}+O(\Delta x) \tag{2.20}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ผลต่างกลาง (Central difference)

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_m^t = \frac{U_{m+1}^t - U_{m-1}^t}{2(\Delta x)} + O(\Delta x) \tag{2.21}$$

โดยที่ $O(\Delta x)$ คือเทอมของ $U_m^t$ ที่มีอันดับของอนุพันธ์ที่มากกว่าอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง เนื่องจาก $h$ ในเทอมที่มีอนุพันธ์มากกว่าอันดับที่เราต้องการนั้นมีค่าลู่เข้า ซึ่งน้อยมากๆ เราเรียก $O((\Delta x)^n)$ ว่า Truncation error

ในทำนองเดียวกัน เราสามารถหาฟังก์ชันการประมาณค่าที่เป็นอนุพันธ์อันดับหนึ่งของ $t$ ได้จากการกระจายอนุกรมเทย์เลอร์ ของ $\mathrm{U}(x,t)$ โดยการขยาย $t$ ให้เป็น $t+\Delta t$ และ $t-\Delta t$ ได้ดังนี้

$$U\left(x,t+\Delta t\right) = U(x,t) + \Delta t\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\Delta t^2}{2!}\frac{\partial^2 \mathrm{U}}{\partial t^2} + \frac{\Delta t^3}{3!}\frac{\partial^3 \mathrm{U}}{\partial t^3} + \ldots \tag{2.22}$$

$$U\left(x,t-\Delta t\right) = U(x,t) - \Delta t\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\Delta t^2}{2!}\frac{\partial^2 \mathrm{U}}{\partial t^2} - \frac{\Delta t^3}{3!}\frac{\partial^3 \mathrm{U}}{\partial t^3} + , - \ldots \tag{2.23}$$

จาก (2.22) และ (2.23) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$U_m^{t+1} = U_m^t + \Delta t\left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_m^t + \frac{\Delta t^2}{2!}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}\right)_m^t + \frac{\Delta t^3}{3!}\left(\frac{\partial^3 U}{\partial t^3}\right)_m^t + \ldots \tag{2.24}$$

$$U_m^{t-1} = U_m^t - \Delta t\left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_m^t + \frac{\Delta t^2}{2!}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}\right)_m^t - \frac{\Delta t^3}{3!}\left(\frac{\partial^3 U}{\partial t^3}\right)_m^t + , - \ldots \tag{2.25}$$

เราสามารถหาฟังก์ชันการประมาณค่าที่เป็นอนุพันธ์อันดับหนึ่งสำหรับอนุพันธ์ของ $t$ ได้ 3 วิธี ดังต่อไปนี้

- ผลต่างข้างหน้า (Forward difference)

$$\left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_m^t = \frac{U_m^{t+1} - U_m^t}{\Delta t} + O(\Delta t) \tag{2.26}$$

- ผลต่างข้างหลัง (Backward difference)

$$\left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_m^t = \frac{U_m^t - U_m^{t-1}}{\Delta t} + O(\Delta t) \tag{2.27}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ผลต่างกลาง (Central difference)

$$\left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_m^t = \frac{U_m^{t+1} - U_m^{t-1}}{2(\Delta t)} + O(\Delta t) \tag{2.28}$$

<u>Finite Difference method ของอนุพันธ์อันดับที่สอง</u> (1 มิติ)

พิจารณาฟังก์ชันการประมาณค่าที่เป็นอนุพันธ์อันดับสอง ได้ เมื่อพิจารณา (2.11) + (2.12) จะได้ผลต่างกลาง คือ

$$U_{m+1}^t + U_{m-1}^t = \left( U_m^t + \Delta x\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_m^t + \frac{(\Delta x)^2}{2!}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_m^t + \frac{(\Delta x)^3}{3!}\left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^3}\right)_m^t + \ldots \right)$$

$$+ \left( U_m^t - \Delta x\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)_m^t + \frac{(\Delta x)^2}{2!}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_m^t - \frac{(\Delta x)^3}{3!}\left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^3}\right)_m^t +,-\ldots \right)$$

$$= 2U_m^t + (\Delta x)^2\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_m^t + \frac{2(\Delta x)^4}{4!}\left(\frac{\partial^4 U}{\partial x^4}\right)_m^t + \ldots$$

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)_m^t = \frac{U_{m-1}^t - 2U_m^t + U_{m+1}^t}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x)^2 \tag{2.29}$$

<u>Finite Difference method ในอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง</u> (2 มิติ)

พิจารณาฟังก์ชันการประมาณค่าที่เป็นอนุพันธ์อันดับหนึ่งได้จาก

$$U(x+\Delta x, y) = U(x,y) + \Delta x\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{(\Delta x)^3}{3!}\frac{\partial^3 U}{\partial x^3} + \ldots \tag{2.30}$$

$$U(x-\Delta x, y) = U(x,y) - \Delta x\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{(\Delta x)^3}{3!}\frac{\partial^3 U}{\partial x^3} +,-\ldots \tag{2.31}$$

การกระจายอนุกรมเทย์เลอร์ของ $U(x,y)$ โดยการขยาย $x$ ให้เป็น $x+\Delta x$ และ $x-\Delta x$ โดยที่ $\Delta x = h$ จาก (2.24) และ (2.25) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง


$$U^t_{m+1,n} = U^t_{m,n} + \Delta x\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^t_{m,n} + \frac{(\Delta x)^2}{2!}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)^t_{m,n} + \frac{(\Delta x)^3}{3!}\left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^3}\right)^t_{m,n} + \ldots \quad (2.32)$$

$$U^t_{m-1,n} = U^t_{m,n} - \Delta x\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^t_{m,n} + \frac{(\Delta x)^2}{2!}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)^t_{m,n} - \frac{(\Delta x)^3}{3!}\left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^3}\right)^t_{m,n} +, - \ldots \quad (2.33)$$

เราสามารถหาฟังก์ชันการประมาณค่าที่เป็นอนุพันธ์อันดับหนึ่งสำหรับอนุพันธ์ของ $x$ ได้ 3 วิธี ดังต่อไปนี้

- ผลต่างข้างหน้า (Forward difference)

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^t_{m,n} = \frac{U^t_{m+1,n} - U^t_{m,n}}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (2.34)$$

- ผลต่างข้างหลัง (Backward difference)

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^t_{m,n} = \frac{U^t_{m,n} - U^t_{m-1,n}}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (2.35)$$

- ผลต่างกลาง (Central difference)

$$\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^t_{m,n} = \frac{U^t_{m+1,n} - U^t_{m-1,n}}{2(\Delta x)} + O(\Delta x) \quad (2.36)$$

โดยที่ $O(\Delta x)$ คือเทอมของ $U^t_{m,n}$ ที่มีอันดับของอนุพันธ์ที่มากกว่าอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง เนื่องจาก $h$ ในเทอมที่มีอนุพันธ์มากกว่าอันดับที่เราต้องการนั้นมีค่าลู่เข้า ซึ่งน้อยมากๆ เราเรียก $O((\Delta x)^n)$ ว่า Truncation error

ในทำนองเดียวกันกับการประมาณค่าของอนุพันธ์ย่อยเทียบกับ $x$ ที่ผ่านมา สามารถสรุปการประมาณค่าของอนุพันธ์ย่อยเทียบกับ $y$ ได้ดังต่อไปนี้

พิจารณาฟังก์ชันการประมาณค่าที่เป็นอนุพันธ์อันดับหนึ่งได้จาก

$$U(x, y+\Delta y) = U(x,y) + \Delta y\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{(\Delta y)^2}{2!}\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{(\Delta y)^3}{3!}\frac{\partial^3 U}{\partial y^3} + \ldots \quad (2.37)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
149250

$$U(x,y-\Delta y)=U(x,y)-\Delta y\frac{\partial U}{\partial y}+\frac{(\Delta y)^2}{2!}\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}-\frac{(\Delta y)^3}{3!}\frac{\partial^3 U}{\partial y^3}+,-... \quad (2.38)$$

การกระจายอนุกรมเทย์เลอร์ของ $U(x,y)$ โดยการขยาย $y$ ให้เป็น $y+\Delta y$ และ $y-\Delta y$ โดยที่ $\Delta y=h$ จาก (2.31) และ (2.32) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$U^t_{m,n+1}=U^t_{m,n}+\Delta y\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^t_{m,n}+\frac{(\Delta y)^2}{2!}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)^t_{m,n}+\frac{(\Delta y)^3}{3!}\left(\frac{\partial^3 U}{\partial y^3}\right)^t_{m,n}+... \quad (2.39)$$

$$U^t_{m,n-1}=U^t_{m,n}-\Delta y\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^t_{m,n}+\frac{(\Delta y)^2}{2!}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)^t_{m,n}-\frac{(\Delta y)^3}{3!}\left(\frac{\partial^3 U}{\partial y^3}\right)^t_{m,n}+,-... \quad (2.40)$$

เราสามารถหาฟังก์ชันการประมาณค่าที่เป็นอนุพันธ์อันดับหนึ่งสำหรับอนุพันธ์ของ $y$ ได้ 3 วิธี ดังต่อไปนี้

- ผลต่างข้างหน้า (Forward difference)

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^t_{m,n}=\frac{U^t_{m,n+1}-U^t_{m,n}}{\Delta y}+O(\Delta y) \quad (2.41)$$

- ผลต่างข้างหลัง (Backward difference)

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^t_{m,n}=\frac{U^t_{m,n}-U^t_{m,n-1}}{\Delta y}+O(\Delta y) \quad (2.42)$$

- ผลต่างกลาง (Central difference)

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^t_{m,n}=\frac{U^t_{m,n+1}-U^t_{m,n-1}}{2(\Delta y)}+O(\Delta y) \quad (2.43)$$

โดยที่ $O(\Delta y)$ คือเทอมของ $U^t_{m,n}$ ที่มีอันดับของอนุพันธ์ที่มากกว่าอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง เนื่องจาก $h$ ในเทอมที่มีอนุพันธ์มากกว่าอันดับที่เราต้องการนั้นมีค่าลู่เข้า ซึ่งน้อยมากๆ เราเรียก $O((\Delta x)^n)$ ว่า Truncation error

<u>Finite Difference method ของอนุพันธ์อันดับที่สอง</u> (2 มิติ)

พิจารณาฟังก์ชันการประมาณค่าที่เป็นอนุพันธ์อันดับสอง ได้ เมื่อพิจารณา (2.32) + (2.33) จะได้ผลต่างกลาง คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$U^t_{m+1,n}+U^t_{m-1,n}=\left(\mathrm{U}^t_{m,n}+\Delta x\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^t_{m,n}+\frac{(\Delta x)^2}{2!}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)^t_{m,n}+\frac{(\Delta x)^3}{3!}\left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^3}\right)^t_{m,n}+\ldots\right)$$
$$+\left(U^t_{m,n}-\Delta x\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^t_{m,n}+\frac{(\Delta x)^2}{2!}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)^t_{m,n}-\frac{(\Delta x)^3}{3!}\left(\frac{\partial^3 U}{\partial x^3}\right)^t_{m,n}+,-\ldots\right)$$
$$=2U^t_{m,n}+(\Delta x)^2\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)^t_{m,n}+\frac{2(\Delta x)^4}{4!}\left(\frac{\partial^4 U}{\partial x^4}\right)^t_{m,n}+\ldots$$

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)^t_{m,n}=\frac{U^t_{m-1,n}-2U^t_{m,n}+U^t_{m+1,n}}{(\Delta x)^2}+O(\Delta x)^2 \qquad (2.44)$$

พิจารณาฟังก์ชันการประมาณค่าที่เป็นอนุพันธ์อันดับสอง ได้ เมื่อพิจารณา (2.39) + (2.40) จะได้ผลต่างกลาง คือ

$$U^t_{m,n+1}+U^t_{m,n-1}=\left(\mathrm{U}^t_{m,n}+\Delta y\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^t_{m,n}+\frac{(\Delta y)^2}{2!}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)^t_{m,n}+\frac{(\Delta y)^3}{3!}\left(\frac{\partial^3 U}{\partial y^3}\right)^t_{m,n}+\ldots\right)$$
$$+\left(U^t_{m,n}-\Delta y\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^t_{m,n}+\frac{(\Delta y)^2}{2!}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)^t_{m,n}-\frac{(\Delta y)^3}{3!}\left(\frac{\partial^3 U}{\partial y^3}\right)^t_{m,n}+,-\ldots\right)$$
$$=2U^t_{m,n}+(\Delta y)^2\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)^t_{m,n}+\frac{2(\Delta y)^4}{4!}\left(\frac{\partial^4 U}{\partial y^4}\right)^t_{m,n}+\ldots$$

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)^t_{m,n}=\frac{U^t_{m-1,n}-2U^t_{m,n}+U^t_{m+1,n}}{(\Delta y)^2}+O(\Delta y)^2 \qquad (2.45)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่3

# วิธีการดำเนินงานวิจัย

ในการศึกษาการนำความร้อนของภาชนะทำอาหาร โดยใช้วัสดุและลักษณะรูปทรงของผิวภาชนะทำอาหารที่แตกต่างกัน ซึ่งวัสดุและลักษณะรูปทรงของผิวภาชนะทำอาหารที่เรานำมาใช้ในปัญหานี้ได้แก่ ทองเหลือง อะลูมิเนียม สเตนเลส ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบเรียบ และภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบคลื่น ตามลำดับ ซึ่งเราจะนำมาทำการประมาณค่าอุณหภูมิแต่ละจุดด้วยวิธีผลต่างอันตะ เพื่อคำนวณหาอุณหภูมิแต่จุดของภาชนะทำอาหารและพิจารณาอุณหภูมิของภาชนะทำอาหารที่ทำจากวัสดุแต่ละชนิดที่กล่าวมาข้างต้นโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ในการคำนวณ เนื่องจากเป็นโปรแกรมที่ใช้ง่ายและสามารถใช้แก้ปัญหาในการประมาณค่าอุณหภูมิแต่ละจุดของภาชนะทำอาหารได้ โดยแสดงผลในรูปแบบของกราฟ และใช้โปรแกรม Origin Lab ในการแสดงผลในรูปแบบคัลเลอร์คอนทัวร์

## 3.1 รูปแบบของปัญหา

เราจะแบ่งการพิจารณาปัญหาออกเป็น 2 ปัญหา ดังต่อไปนี้

- พิจารณาการนำความร้อนผ่านภาชนะทำอาหารที่มีวัสดุต่างชนิดกัน โดยศึกษาสมการที่เป็นแบบ 1 มิติ (One dimensional)
- พิจารณาการนำความร้อนผ่านภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวภาชนะที่แตกต่างกัน โดยศึกษาสมการที่เป็นแบบ 2 มิติ(Two dimensional)

### ปัญหาที่ 1

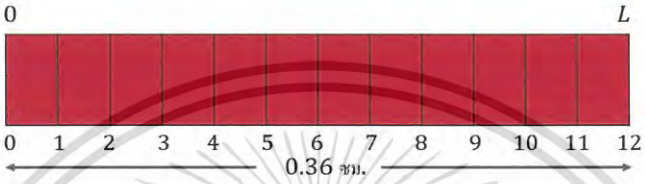
เริ่มต้นจากการพิจารณาการนำความร้อนผ่านภาชนะทำอาหารที่มีความหนา $(L)$ เท่ากับ 0.36 ซม. ซึ่งภาชนะทำอาหารที่เลือกนำมาทำการประมาณค่าอุณหภูมินั้น พิจารณาจากวัสดุทั้งหมด 3 ชนิด คือ ทองเหลือง อะลูมิเนียม สเตนเลส โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ในการคำนวณการประมาณค่าของอุณหภูมิของภาชนะทำอาหารที่ทำจากวัสดุที่แตกต่างกัน และเราจะศึกษาสมการที่เป็นแบบ 1 มิติ (One dimensional) โดยอาศัยหลักการของระเบียบวิธีผลต่างอันตะและสามารถเขียนโดเมนของปัญหาได้ดังรูปที่ 3.1

**รูปที่ 3.1** แสดงปัญหาที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยเราจะกำหนดให้อุณหภูมิที่ก้นของภาชนะทำอาหาร หรือเงื่อนไขขอบซ้ายเท่ากับ 120 องศาเซลเซียส อุณหภูมิเริ่มต้นที่ทุกโหนดเท่ากับ 25 องศาเซลเซียส และในปัญหานี้เรากำหนดให้ที่ผิวด้านหน้าของภาชนะทำอาหารไม่มีอัตราการเปลี่ยนแปลงใดๆ ของอุณหภูมิตามแนวแกน $x$

ดังนั้น เงื่อนไขที่ขอบ $\frac{\partial u}{\partial x}=0$ ด้านขวาเท่ากับและจากปัญหาดังกล่าวเราทำการแบ่งโดเมนของปัญหาออกเป็น 13 โหนด ซึ่งแต่ละโหนดตามแนวแกน $x$ จะห่างกัน 0.03 ซม. ดังรูปที่ 3.2




**รูปที่ 3.2** แสดงโดเมนของปัญหาที่ 1

จากสมการความร้อนใน 1 มิติ

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial u}{\partial t} \qquad \text{สำหรับ } 0\le x\le L\ ;\ L=0.36 \text{ ซม.}$$

โดยมีเงื่อนไขค่าขอบ คือ

$$u(0,t)=120°C \qquad \text{สำหรับทุกๆ } t>0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}=0 \qquad \text{สำหรับทุกๆ } t>0$$

และเงื่อนไขเริ่มต้น คือ

$$u(x,0)=25°C \qquad \text{สำหรับทุกๆ } t>0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

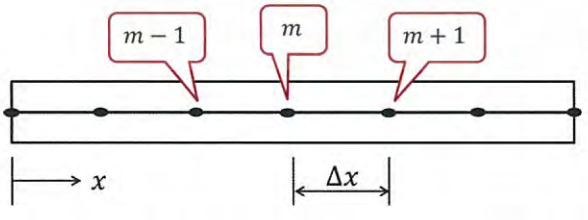
การประมาณค่าอุณหภูมิของภาชนะทำอาหารที่ทำจากวัสดุที่ต่างกัน เราใช้ค่าพารามิเตอร์ของวัสดุต่างๆ ดังตารางที่ 3.1

**ตาราง 3.1** แสดงค่าการแพร่สภาพความร้อนของวัสดุชนิดต่างๆ

| วัสดุ | ค่าการแพร่สภาพความร้อน (Thermal diffusivity)($m^2/s$) |
|---|---|
| อลูมิเนียม | $8.418 \times 10^{-5}$ |
| ทองเหลือง | $8.418 \times 10^{-5}$ |
| สเตนเลส | $3.352 \times 10^{-6}$ |

**ที่มา** : https://en.wikipedia.org/wiki/Thermal_diffusivity

**ขั้นตอนการแก้ปัญหาด้วยวิธีผลต่างอันตะ**




**รูปที่ 3.3** แสดงการแบ่งวัสดุออกเป็นหลายๆส่วนเพื่อใช้กับวิธีผลต่างอันตะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (2.8) สามารถประยุกต์วิธีผลต่างอันตะเข้ากับสมการเชิงอนุพันธ์ โดยใช้การประมาณของผลต่างข้างหน้า (forward difference) กับสมการอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งที่แปรผันไปตามเวลา $t$ จะได้ว่า

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{u_m^{t+1} - u_m^t}{\Delta t} \tag{3.1}$$

และใช้การประมาณของผลต่างกลาง (central difference) กับสมการอนุพันธ์อันดับสองที่แปรผันตามระยะทาง $x$ จะได้ว่า

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{u_{m+1}^t - 2u_m^t + u_{m-1}^t}{(\Delta x)^2} \tag{3.2}$$

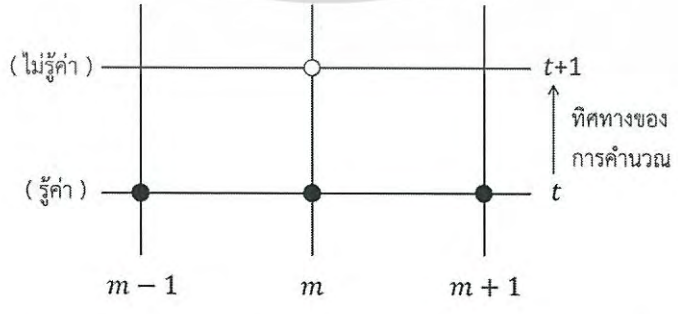
นำสมการที่ (3.1) และ (3.2) แทนลงในสมการที่ (2.8) จะได้ว่า

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial u}{\partial t}$$

$$\frac{u_{m+1}^t - 2u_m^t + u_{m-1}^t}{(\Delta x)^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{u_m^{t+1} - u_m^t}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta t\alpha}{(\Delta x)^2}\left(u_{m+1}^t - 2u_m^t + u_{m-1}^t\right) + u_m^t = u_m^{t+1} \tag{3.3}$$

โดยให้ $p = \dfrac{\Delta t\alpha}{(\Delta x)^2}$



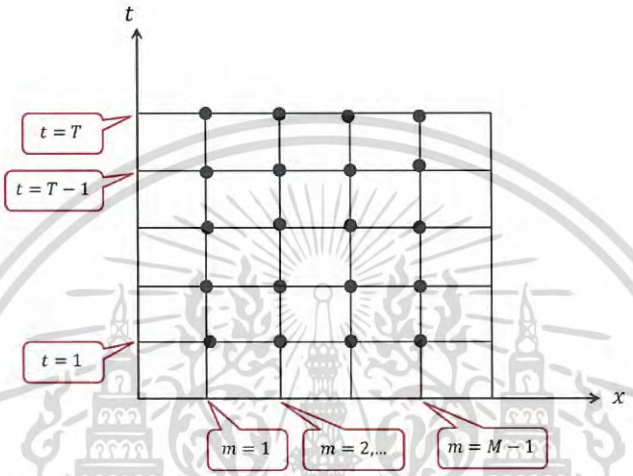

**รูปที่ 3.4** แผนภาพการคำนวณโดยระเบียบวิธีผลต่างชัดแจ้ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (3.3) สามารถแยกออกได้เป็น 2 กรณี ดังนี้
กรณีที่ 1 เมื่อ $t>0$ และ $m=1,2,3,\ldots,M-1$
กรณีที่ 2 เมื่อ $t>0$ และ $m=M$

**กรณีที่ 1** แทน $t>0$ ลงในสมการ (3.3) เมื่อ $m=1,2,3,\ldots,M-1$ จะได้ว่า

$$pu_{m+1}^{t}+(1-2p)u_{m}^{t}+pu_{m-1}^{t}=u_{m}^{t+1} \tag{3.4}$$




**รูปที่ 3.5** ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 1 (1มิติ)

**กรณีที่ 2** แทน $t>0$ ลงในสมการ (3.3) เมื่อ $m=M$ จะได้ว่า

$$pu_{M+1}^{t}+(1-2p)u_{M}^{t}+pu_{M-1}^{t}=u_{M}^{t+1} \tag{3.5}$$

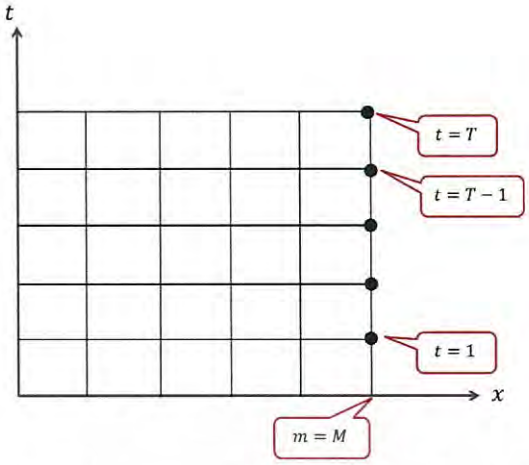
เนื่องจาก $u_{M+1}^{t}$ ในสมการ (3.5) อยู่นอกโดเมน ดังนั้น $u_{M+1}^{t}$ จะถูกประมาณค่าโดยการแทนค่าสูตรผลต่างข้างหน้า (Forward difference) ลงในเงื่อนไขขอบเขต จะได้ว่า

$$\frac{U_{M+1}^{t}-U_{M}^{t}}{\Delta x}=\frac{\partial u}{\partial x}=0 \quad \text{หรือ} \quad U_{M+1}^{t}=U_{M}^{t} \tag{3.6}$$

แทนสมการ (3.6) ลงในสมการ (3.5) จะได้ว่า

$$pu_{M}^{t}+(1-2p)u_{M}^{t}+pu_{M-1}^{t}=u_{M}^{t+1} \tag{3.7}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




**รูปที่ 3.6** ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 2 (1มิติ)

เนื่องจากค่าของอุณหภูมิที่เวลา $t+1$ สามารถคำนวณได้จากสมการที่ (3.3) โดยใช้ค่าของอุณหภูมิที่เวลา $t$ ระเบียบวิธีการผลอันตะ (Finite difference method) นี้ จึงถูกเรียกอีกชื่อว่า ระเบียบวิธีแบบชัดแจ้ง (Explicit Method) ถึงแม้ว่าระเบียบวิธีแบบชัดแจ้งนี้มีข้อดีคือสะดวกในการคำนวณ แต่จากผลการศึกษาในหลายกรณีของนักนักคณิตศาสตร์ ทำให้ทราบว่า ระเบียบวิธีแบบชัดแจ้งนี้จะมีความแม่นยำมากขึ้น เมื่อ $p$ ต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ $\frac{1}{2}$ เนื่องจากเป็นไปตามเงื่อนไขที่ว่าถ้าค่า $p$ อยู่ในช่วง $0 < p \leq \frac{1}{2}$ แล้วจะทำให้คำตอบของระเบียบวิธีชัดแจ้งนั้นเข้าใกล้คำตอบที่เป็น Exact solution ที่สุด ดังนั้นเมื่อเรานำเงื่อนไขนี้มาพิจารณาจากสมการที่ (3.3) จะได้ว่า

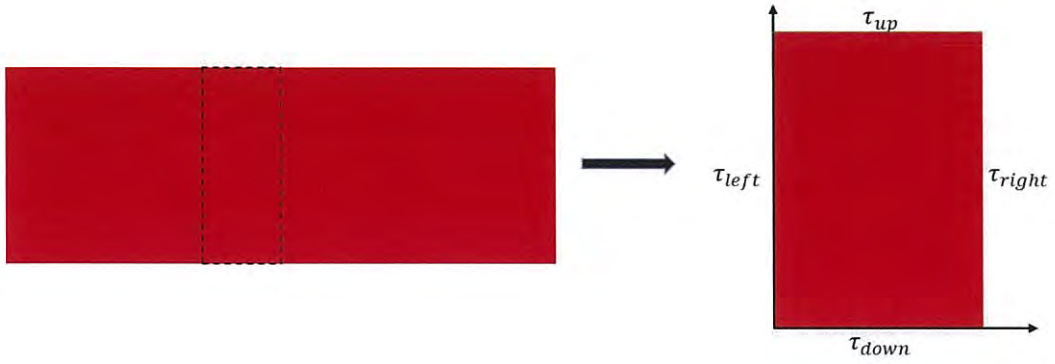
$$\Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2}{2}$$

เมื่อได้รูปแบบสมการที่สามารถนำไปคำนวณได้แล้ว เราจะนำไปคำนวณเพื่อประมาณค่าอุณหภูมิภายในของภาชนะทำอาหารที่ทำจากวัสดุที่แตกต่างกัน โดยใช้โปรแกรม Microsoft excel มาช่วยในการคำนวณ ซึ่งจะไปศึกษาและวิเคราะห์ต่อไป

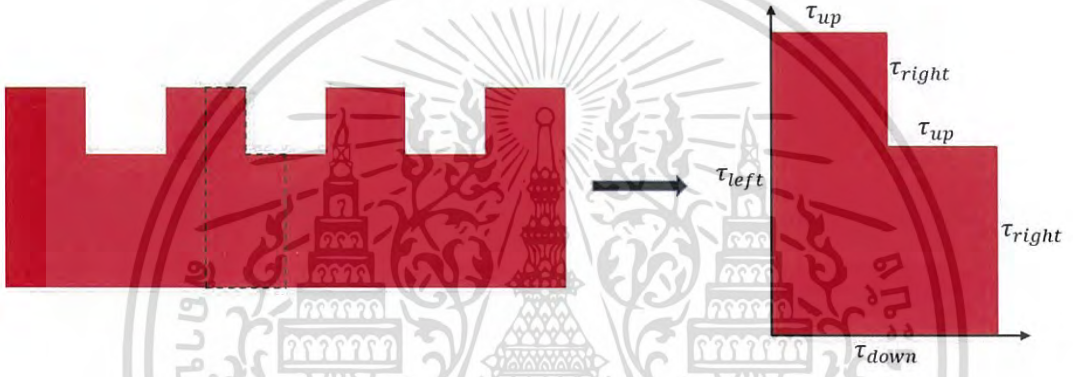
**ปัญหาที่ 2**

พิจารณาการนำความร้อนของภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวภาชนะที่แตกต่างกัน โดยใช้ขนาดภาชนะทำอาหารที่มีความหนา 0.36 ซม. และใช้ความยาวของภาชนะทำอาหารเท่ากับ 0.3 ซม. โดยลักษณะผิวภาชนะทำอาหารที่เลือกมาพิจารณาคือ ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบเรียบ และภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบคลื่น โดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel ในการคำนวณการประมาณค่าของอุณหภูมิของภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวภาชนะที่แตกต่างกัน และเราจะศึกษาสมการที่เป็นแบบ 2 มิติ (Two dimensional) โดยอาศัยหลักการของระเบียบวิธีผลต่างอันตะ และสามารถเขียนโดเมนของปัญหาได้ดังรูปที่ 3.7 และ 3.8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




**รูปที่3.7** แสดงปัญหาที่ 2 ของลักษณะผิวภาชนะทำอาหารแบบเรียบ

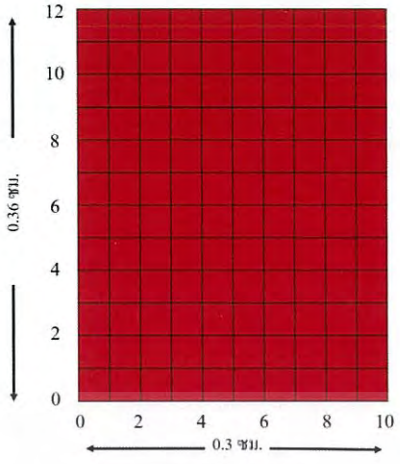



**รูปที่3.8** แสดงปัญหาที่ 2 ของลักษณะผิวภาชนะทำอาหารแบบคลื่น

โดยเราจะกำหนดให้อุณหภูมิที่ก้นของภาชนะทำอาหาร หรือเงื่อนไขค่าขอบ $\tau_{down}$ เท่ากับ 120 องศาเซลเซียส และในปัญหานี้เรากำหนดให้เงื่อนไขค่าขอบ $\tau_{up}$ , $\tau_{left}$ และ $\tau_{right}$ ไม่มีอัตราการเปลี่ยนแปลงใดๆ ของอุณหภูมิ

ดังนั้น เงื่อนไขขอบ $\tau_{left}$ และ $\tau_{right}$ เท่ากับ $\frac{\partial u}{\partial x}=0$ เงื่อนไขขอบ $\tau_{up}$ เท่ากับ $\frac{\partial u}{\partial y}=0$ และจากปัญหาดังกล่าวเราทำการแบ่งโดเมนของปัญหาภาชนะแบบผิวเรียบออกเป็น 143 โหนด โดเมนของปัญหาภาชนะแบบผิวคลื่นออกเป็น 118 โหนด ซึ่งแต่ละโหนด จะห่างกัน 0.03 ซม. ดังรูปที่ 3.9 และ 3.10

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




**รูปที่3.9** แสดงโดเมนของปัญหาที่ 2 ของลักษณะผิวภาชนะทำอาหารแบบเรียบ

**รูปที่3.10** แสดงโดเมนของปัญหาที่ 2 ของลักษณะผิวภาชนะทำอาหารแบบคลื่น

จากสมการความร้อนใน 2 มิติ

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial u}{\partial t} \tag{3.7}$$

โดยมีเงื่อนไขค่าขอบ คือ

$$u(x,0,t)=120°C \qquad \text{สำหรับทุกๆ } \tau_{down}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}=0 \qquad \text{สำหรับทุกๆ } \tau_{up}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ

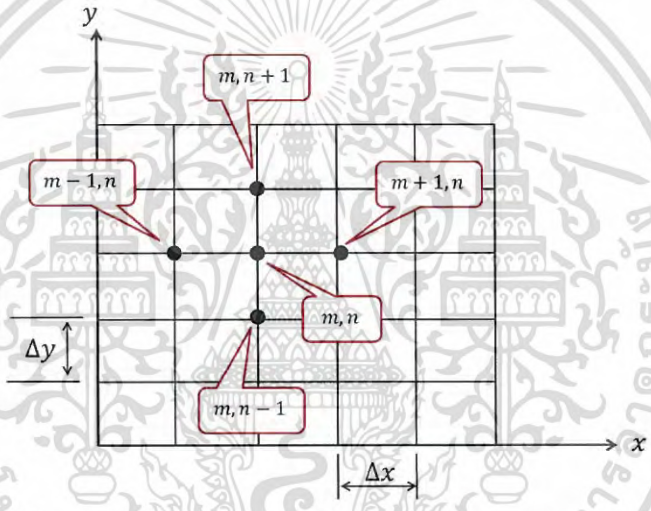
$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \qquad \text{สำหรับทุกๆ } \tau_{left}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \qquad \text{สำหรับทุกๆ } \tau_{right}$$

โดยมีเงื่อนไขเริ่มต้น คือ

$$u(x, y, 0) = 25°C \qquad \text{สำหรับทุกๆ } t > 0$$

**ขั้นตอนการแก้ปัญหาด้วยวิธีผลต่างอันตะ**




**รูปที่ 3.11** การแบ่งวัสดุออกเป็นตารางสี่เหลี่ยมเพื่อใช้กับวิธีผลต่างอันตะ

จากสมการ (3.7) สามารถประยุกต์วิธีผลต่างอันตะเข้ากับสมการเชิงอนุพันธ์ โดยใช้การประมาณของผลต่างข้างหน้า (forward difference) กับสมการอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งที่แปรผันไปตามเวลา $t$ จะได้ว่า

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{u_{m,n}^{t+1} - u_{m,n}^{t}}{\Delta t} \tag{3.8}$$

และใช้การประมาณของผลต่างกลาง (central difference) กับสมการอนุพันธ์อันดับสองที่แปรผันตามระยะทาง $x$ และ $y$ จะได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{u^t_{m+1,n} - 2u^t_{m,n} + u^t_{m-1,n}}{(\Delta x)^2} \tag{3.9}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \approx \frac{u^t_{m,n+1} - 2u^t_{m,n} + u^t_{m,n-1}}{(\Delta y)^2} \tag{3.10}$$

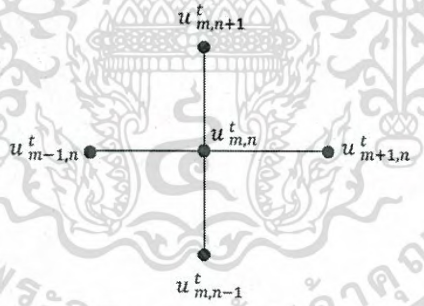
นำสมการที่ (3.8) , (3.9) และ (3.10) แทนลงในสมการที่ (3.7) จะได้ว่า

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial u}{\partial t}$$

$$\frac{u^t_{m+1,n} - 2u^t_{m,n} + u^t_{m-1,n}}{(\Delta x)^2} + \frac{u^t_{m,n+1} - 2u^t_{m,n} + u^t_{m,n-1}}{(\Delta y)^2} = \frac{1}{\alpha}\frac{u^{t+1}_{m,n} - u^t_{m,n}}{\Delta t}$$

$$\left[\frac{\Delta t\alpha}{(\Delta x)^2}\left(u^t_{m-1,n} + u^t_{m+1,n} + u^t_{m,n-1} + u^t_{m,n+1} - 4u^t_{m,n}\right)\right] + u^t_{m,n} = u^{t+1}_{m,n} \tag{3.11}$$

โดยให้ $p = \dfrac{\Delta t\alpha}{(\Delta x)^2}$




รูปที่ 3.12 การระบุตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในสมการ (3.11)

จากสมการ (3.11) สามารถแยกออกได้เป็น 6 กรณี (ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบเรียบ) ดังนี้

กรณีที่ 1 เมื่อ $t > 0$ และ $m = 1,2,3,\ldots,M-1$ , $n = 1,2,3,\ldots,N-1$

กรณีที่ 2 เมื่อ $t > 0$ และ $m = 0$ , $n = 1,2,3,\ldots,N-1$

กรณีที่ 3 เมื่อ $t > 0$ และ $m = M$ , $n = 1,2,3,\ldots,N-1$

กรณีที่ 4 เมื่อ $t > 0$ และ $m = 1,2,3,\ldots,M-1$ , $n = N$

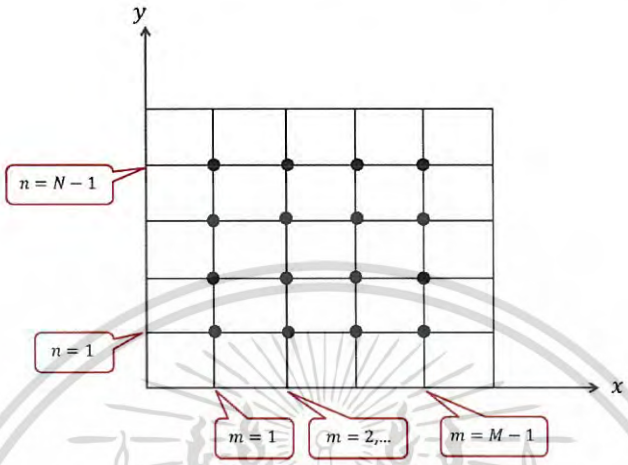
กรณีที่ 5 เมื่อ $t > 0$ และ $m = 0$ , $n = N$

กรณีที่ 6 เมื่อ $t > 0$ และ $m = M$ , $n = N$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**กรณีที่ 1** แทน $t>0$ ลงในสมการ (3.11) เมื่อ $m=1,2,3,\ldots,M-1$ , $n=1,2,3,\ldots,N-1$ จะได้ว่า

$$\left[p\left(u^t_{m-1,n}+u^t_{m+1,n}+u^t_{m,n-1}+u^t_{m,n+1}-4u^t_{m,n}\right)\right]+u^t_{m,n}=u^{t+1}_{m,n} \tag{3.12}$$




**รูปที่ 3.13** ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 1 (2มิติ ลักษณะผิวแบบเรียบ)

**กรณีที่ 2** แทน $t>0$ ลงในสมการ (3.3) เมื่อ $m=0$ , $n=1,2,3,\ldots,N-1$ จะได้ว่า

$$\left[p\left(u^t_{-1,n}+u^t_{1,n}+u^t_{0,n-1}+u^t_{0,n+1}-4u^t_{0,n}\right)\right]+u^t_{0,n}=u^{t+1}_{0,n} \tag{3.13}$$

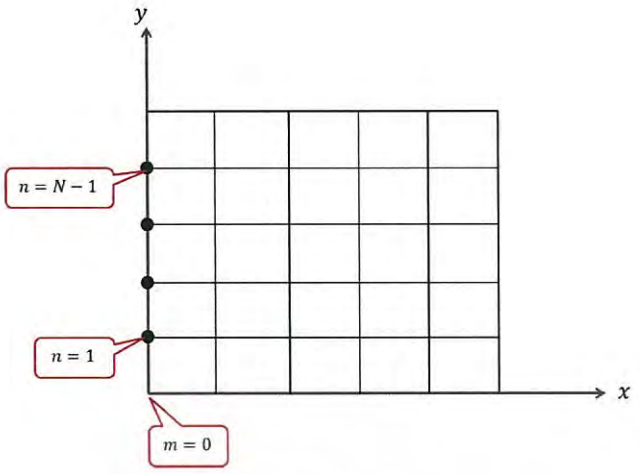
เนื่องจาก $u^t_{-1,n}$ ในสมการ (3.13) อยู่นอกโดเมน ดังนั้น $u^t_{-1,n}$ จะถูกประมาณค่าโดยการแทนค่าสูตรผลต่างข้างหลัง (Backward difference) ลงในเงื่อนไขขอบเขต จะได้ว่า

$$\frac{U^t_{m,n}-U^t_{m-1,n}}{\Delta x}=\frac{\partial u}{\partial x}=0 \quad \text{หรือ} \quad U^t_{m-1,n}=U^t_{m,n} \tag{3.14}$$

แทนสมการ (3.14) ลงในสมการ (3.13) จะได้ว่า

$$\left[p\left(u^t_{m,n}+u^t_{1,n}+u^t_{0,n-1}+u^t_{0,n+1}-4u^t_{0,n}\right)\right]+u^t_{0,n}=u^{t+1}_{0,n} \tag{3.15}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




**รูปที่ 3.14** ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 2 (2มิติ ลักษณะผิวแบบเรียบ)

**กรณีที่** 3 แทน $t>0$ ลงในสมการ (3.11) เมื่อ $m=M$ , $n=1,2,3,\ldots,N-1$ จะได้ว่า

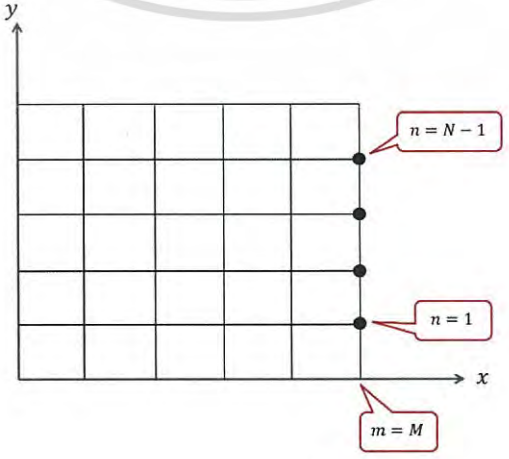
$$\left[p\left(u^t_{M-1,n}+u^t_{M+1,n}+u^t_{M,n-1}+u^t_{M,n+1}-4u^t_{M,n}\right)\right]+u^t_{M,n}=u^{t+1}_{M,n} \tag{3.16}$$

เนื่องจาก $u^t_{M+1,n}$ ในสมการ (3.16) อยู่นอกโดเมน ดังนั้น $u^t_{M+1,n}$ จะถูกประมาณค่าโดยการแทนค่าสูตรผลต่างข้างหน้า (Forward difference) ลงในเงื่อนไขขอบเขต จะได้ว่า

$$\frac{U^t_{M+1,n}-U^t_{M,n}}{\Delta x}=\frac{\partial u}{\partial x}=0 \quad \text{หรือ} \quad U^t_{M+1,n}=U^t_{M,n} \tag{3.17}$$

แทนสมการ (3.17) ลงในสมการ (3.16) จะได้ว่า

$$\left[p\left(u^t_{M-1,n}+u^t_{m,n}+u^t_{M,n-1}+u^t_{M,n+1}-4u^t_{M,n}\right)\right]+u^t_{M,n}=u^{t+1}_{M,n} \tag{3.18}$$




**รูปที่ 3.15** ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 3 (2มิติ ลักษณะผิวแบบเรียบ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**กรณีที่ 4** แทน $t>0$ ลงในสมการ (3.11) เมื่อ $m=1,2,3,\ldots,M-1$ , $n=N$ จะได้ว่า

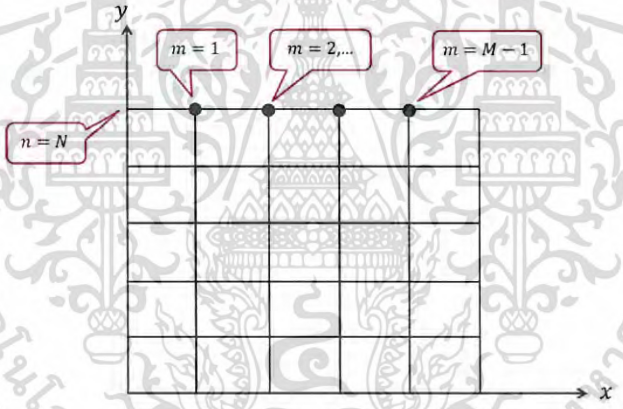
$$\left[p\left(u^t_{m-1,N}+u^t_{m+1,N}+u^t_{m,N-1}+u^t_{m,N+1}-4u^t_{m,N}\right)\right]+u^t_{m,N}=u^{t+1}_{m,N} \tag{3.19}$$

เนื่องจาก $u^t_{m,N+1}$ ในสมการ (3.19) อยู่นอกโดเมน ดังนั้น $u^t_{m,N+1}$ จะถูกประมาณค่าโดยการแทนค่าสูตรผลต่างข้างหน้า (Forward difference) ลงในเงื่อนไขขอบเขต จะได้ว่า

$$\frac{U^t_{m,N+1}-U^t_{m,N}}{\Delta y}=\frac{\partial u}{\partial y}=0 \quad \text{หรือ} \quad U^t_{m,N+1}=U^t_{m,N} \tag{3.20}$$

แทนสมการ (3.20) ลงในสมการ (3.19) จะได้ว่า

$$\left[p\left(u^t_{m-1,N}+u^t_{m+1,N}+u^t_{m,N-1}+u^t_{m,n}-4u^t_{m,N}\right)\right]+u^t_{m,N}=u^{t+1}_{m,N} \tag{3.21}$$




**รูปที่ 3.16** ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 4 (2มิติ ลักษณะผิวแบบเรียบ)

**กรณีที่ 5** แทน $t>0$ ลงในสมการ (3.11) เมื่อ $m=0$ , $n=N$ จะได้ว่า

$$\left[p\left(u^t_{-1,N}+u^t_{1,N}+u^t_{0,N-1}+u^t_{0,N+1}-4u^t_{0,N}\right)\right]+u^t_{0,N}=u^{t+1}_{0,N} \tag{3.22}$$

เนื่องจาก $u^t_{-1,N}$ , $u^t_{0,N+1}$ ในสมการ (3.22) อยู่นอกโดเมน ดังนั้น $u^t_{-1,N}$ , $u^t_{0,N+1}$ จะถูกประมาณค่าโดยการแทนค่าสูตรผลต่างข้างหลัง (Backward difference) สูตรผลต่างข้างหน้า (Forward difference) ลงในเงื่อนไขขอบเขต จะได้ว่า

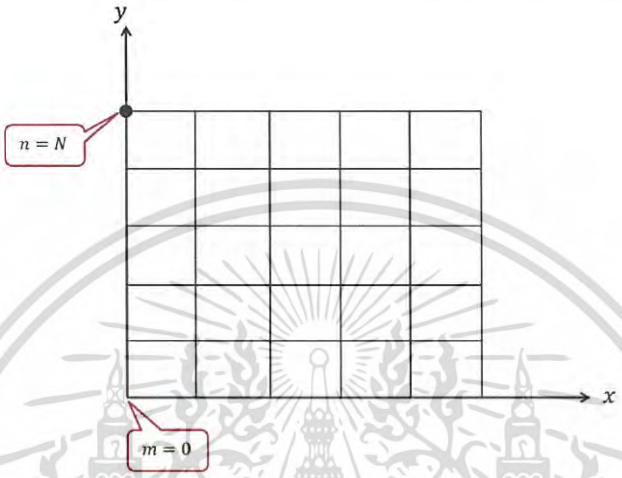
$$\frac{U^t_{m,n}-U^t_{m-1,n}}{\Delta x}=\frac{\partial u}{\partial x}=0 \quad \text{หรือ} \quad U^t_{m-1,n}=U^t_{m,n} \tag{3.23}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{U^t_{m,N+1}-U^t_{m,N}}{\Delta y}=\frac{\partial u}{\partial y}=0 \quad \text{หรือ} \quad U^t_{m,N+1}=U^t_{m,N} \tag{3.24}$$

แทนสมการ (3.23) และสมการ (3.24) ลงในสมการ (3.22) จะได้ว่า

$$\left[p\left(u^t_{m,N}+u^t_{1,N}+u^t_{0,N-1}+u^t_{0,n}-4u^t_{0,N}\right)\right]+u^t_{0,N}=u^{t+1}_{0,N} \tag{3.25}$$




**รูปที่ 3.17** ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 5 (2มิติ ลักษณะผิวแบบเรียบ)

**กรณีที่ 6** แทน $t>0$ ลงในสมการ (3.11) เมื่อ $m=M$ , $n=N$ จะได้ว่า

$$\left[p\left(u^t_{M-1,N}+u^t_{M+1,N}+u^t_{M,N-1}+u^t_{M,N+1}-4u^t_{M,N}\right)\right]+u^t_{M,N}=u^{t+1}_{M,N} \tag{3.26}$$

เนื่องจาก $u^t_{M+1,n}$ , $u^t_{m,N+1}$ ในสมการ (3.26) อยู่นอกโดเมน ดังนั้น $u^t_{M+1,n}$ , $u^t_{m,N+1}$ จะถูกประมาณค่าโดยการแทนค่าสูตรผลต่างข้างหน้า(Forward difference)ลงในเงื่อนไขขอบเขต จะได้ว่า

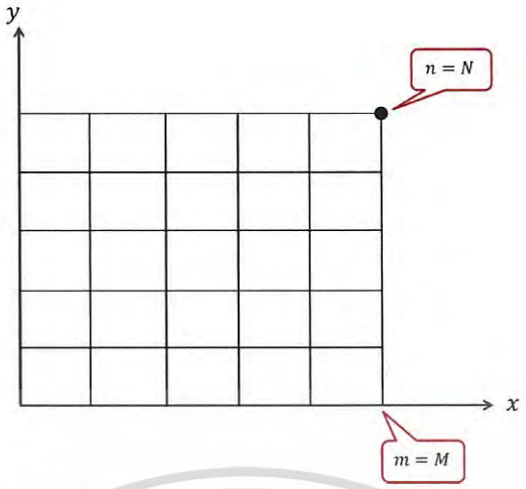
$$\frac{U^t_{M+1,n}-U^t_{M,n}}{\Delta x}=\frac{\partial u}{\partial x}=0 \quad \text{หรือ} \quad U^t_{M+1,n}=U^t_{M,n} \tag{3.27}$$

$$\frac{U^t_{m,N+1}-U^t_{m,N}}{\Delta y}=\frac{\partial u}{\partial y}=0 \quad \text{หรือ} \quad U^t_{m,N+1}=U^t_{m,N} \tag{3.28}$$

แทนสมการ (3.27) และสมการ (3.28) ลงในสมการ (3.26) จะได้ว่า

$$\left[p\left(u^t_{M-1,N}+u^t_{m,N}+u^t_{M,N-1}+u^t_{M,n}-4u^t_{M,N}\right)\right]+u^t_{M,N}=u^{t+1}_{M,N} \tag{3.29}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




**รูปที่ 3.18** ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 6 (2มิติ ลักษณะผิวแบบเรียบ)

จากสมการ (3.11) สามารถแยกออกได้เป็น 6 กรณี (ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบคลื่น) ดังนี้

กรณีที่ 1 เมื่อ $t>0$ และ $m=1,2,3,\ldots,\tau_{right}-1$ , $n=1,2,3,\ldots,\tau_{up}-1$

กรณีที่ 2 เมื่อ $t>0$ และ $m=\tau_{left}$ , $n=1,2,3,\ldots,\tau_{up}-1$

กรณีที่ 3 เมื่อ $t>0$ และ $m=\tau_{right}$ , $n=1,2,3,\ldots,\tau_{up}-1$

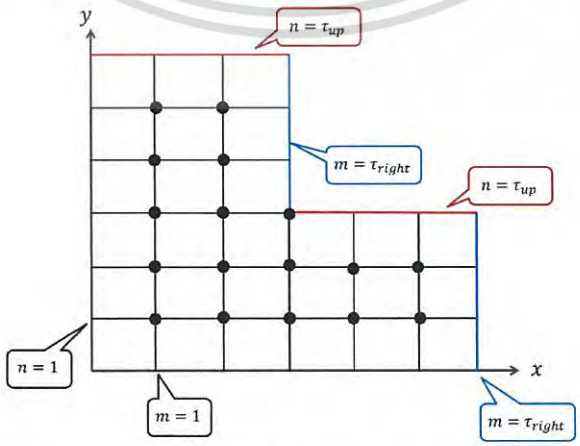
กรณีที่ 4 เมื่อ $t>0$ และ $m=1,2,3,\ldots,\tau_{up}-1$ , $n=\tau_{up}$

กรณีที่ 5 เมื่อ $t>0$ และ $m=\tau_{left}$ , $n=\tau_{up}$

กรณีที่ 6 เมื่อ $t>0$ และ $m=\tau_{right}$ , $n=\tau_{up}$

**กรณีที่ 1** แทน $t>0$ ลงในสมการ (3.11) เมื่อ $m=1,2,3,\ldots,\tau_{right}-1$ , $n=1,2,3,\ldots,\tau_{up}-1$ จะได้ว่า

$$\left[p\left(u^{t}_{m-1,n}+u^{t}_{m+1,n}+u^{t}_{m,n-1}+u^{t}_{m,n+1}-4u^{t}_{m,n}\right)\right]+u^{t}_{m,n}=u^{t+1}_{m,n} \qquad (3.30)$$




**รูปที่ 3.19** ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 1 (2มิติ ลักษณะผิวแบบคลื่น)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**กรณีที่ 2** แทน $t>0$ ลงในสมการ (3.11) เมื่อ $m=\tau_{left}$ , $n=1,2,3,\ldots,\tau_{up}-1$ จะได้ว่า

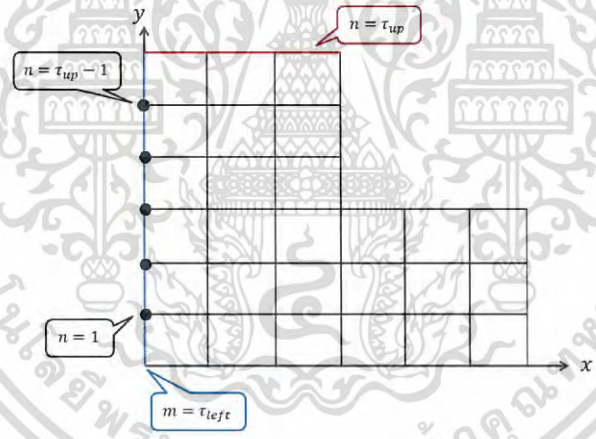
$$\left[p\left(u^t_{\tau_{left}-1,n}+u^t_{\tau_{left}+1,n}+u^t_{\tau_{left},n-1}+u^t_{\tau_{left},n+1}-4u^t_{\tau_{left},n}\right)\right]+u^t_{\tau_{left},n}=u^{t+1}_{\tau_{left},n} \qquad (3.31)$$

เนื่องจาก $u^t_{\tau_{left}-1,n}$ ในสมการ (3.31) อยู่นอกโดเมน ดังนั้นจะ $u^t_{\tau_{left}-1,n}$ ถูกประมาณค่าโดยการแทนค่าสูตรผลต่างข้างหลัง (Backward difference) ลงในเงื่อนไขขอบเขต จะได้ว่า

$$\frac{U^t_{\tau_{left},n}-U^t_{\tau_{left}-1,n}}{\Delta x}=\frac{\partial u}{\partial x}=0 \qquad \text{หรือ} \quad U^t_{\tau_{left}-1,n}=U^t_{\tau_{left},n} \qquad (3.32)$$

แทนสมการ (3.32) ลงในสมการ (3.31) จะได้ว่า

$$\left[p\left(u^t_{\tau_{left},n}+u^t_{\tau_{left}+1,n}+u^t_{\tau_{left},n-1}+u^t_{\tau_{left},n+1}-4u^t_{\tau_{left},n}\right)\right]+u^t_{\tau_{left},n}=u^{t+1}_{\tau_{left},n} \qquad (3.33)$$




**รูปที่ 3.20** ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 2 (2มิติ ลักษณะผิวแบบคลื่น)

**กรณีที่ 3** แทน $t>0$ ลงในสมการ (3.11) เมื่อ $m=\tau_{right}$ , $n=1,2,3,\ldots,\tau_{up}-1$ จะได้ว่า

$$\left[p\left(u^t_{\tau_{right}-1,n}+u^t_{\tau_{right}+1,n}+u^t_{\tau_{right},n-1}+u^t_{\tau_{right},n+1}-4u^t_{\tau_{right},n}\right)\right]+u^t_{\tau_{right},n}=u^{t+1}_{\tau_{right},n} \qquad (3.34)$$

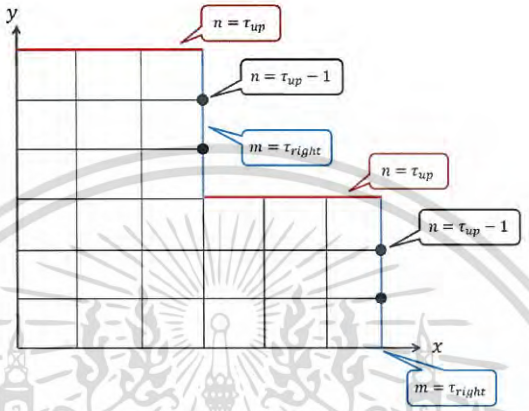
เนื่องจาก $u^t_{\tau_{right}+1,n}$ ในสมการ (3.34) อยู่นอกโดเมน ดังนั้น $u^t_{\tau_{right}+1,n}$ จะถูกประมาณค่าโดยการแทนค่าสูตรผลต่างข้างหน้า (Forward difference) ลงในเงื่อนไขขอบเขต จะได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{U^t_{\tau_{right},n} - U^t_{\tau_{right}+1,n}}{\Delta x} = \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \text{หรือ} \quad U^t_{\tau_{right}+1,n} = U^t_{\tau_{right},n} \tag{3.35}$$

แทนสมการ (3.35) ลงในสมการ (3.34) จะได้ว่า

$$\left[ p\left( u^t_{\tau_{left},n} + u^t_{\tau_{left}+1,n} + u^t_{\tau_{left},n-1} + u^t_{\tau_{left},n+1} - 4u^t_{\tau_{left},n} \right) \right] + u^t_{\tau_{left},n} = u^{t+1}_{\tau_{left},n} \tag{3.36}$$




**รูปที่ 3.21** ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 3 (2มิติ ลักษณะผิวแบบคลื่น)

**กรณีที่** 4 แทน $t > 0$ ลงในสมการ (3.11) เมื่อ $m = 1,2,3,\ldots,\tau_{up} - 1$ , $n = \tau_{up}$ จะได้ว่า

$$\left[ p\left( u^t_{m-1,\tau_{up}} + u^t_{m+1,\tau_{up}} + u^t_{m,\tau_{up}-1} + u^t_{m,\tau_{up}+1} - 4u^t_{m,\tau_{up}} \right) \right] + u^t_{m,\tau_{up}} = u^{t+1}_{m,\tau_{up}} \tag{3.37}$$

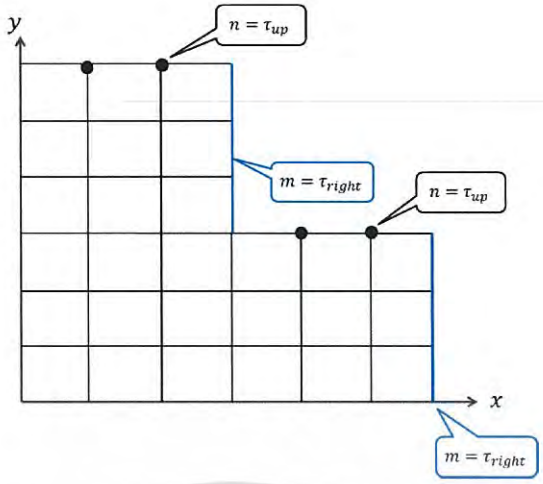
เนื่องจาก $u^t_{m,\tau_{up}+1}$ ในสมการ (3.37) อยู่นอกโดเมน ดังนั้น $u^t_{m,\tau_{up}+1}$ จะถูกประมาณค่าโดยการแทนค่าสูตรผลต่างข้างหน้า (Forward difference) ลงในเงื่อนไขขอบเขต จะได้ว่า

$$\frac{U^t_{m,\tau_{up}+1} - U^t_{m,\tau_{up}}}{\Delta y} = \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \text{หรือ} \quad U^t_{m,\tau_{up}+1} = U^t_{m,\tau_{up}} \tag{3.38}$$

แทนสมการ (3.38) ลงในสมการ (3.37) จะได้ว่า

$$\left[ p\left( u^t_{m-1,\tau_{up}} + u^t_{m+1,\tau_{up}} + u^t_{m,\tau_{up}-1} + u^t_{m,\tau_{up}+1} - 4u^t_{m,\tau_{up}} \right) \right] + u^t_{m,\tau_{up}} = u^{t+1}_{m,\tau_{up}} \tag{3.39}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




**รูปที่** 3.22 ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 4 (2มิติ ลักษณะผิวแบบคลื่น)

**กรณีที่** 5 แทน $t > 0$ ลงในสมการ (3.11) เมื่อ $m = \tau_{left}$ , $n = \tau_{up}$ จะได้ว่า

$$\left[ p\left( u^t_{\tau_{left}-1,\tau_{up}} + u^t_{\tau_{left}+1,\tau_{up}} + u^t_{\tau_{left},\tau_{up}-1} + u^t_{\tau_{left},\tau_{up}+1} - 4u^t_{\tau_{left},\tau_{up}} \right) \right] + u^t_{\tau_{left},\tau_{up}} = u^{t+1}_{\tau_{left},\tau_{up}} \tag{3.40}$$

เนื่องจาก $u^t_{\tau_{left}-1,\tau_{up}}$ , $u^t_{\tau_{left},\tau_{up}+1}$ ในสมการ (3.40) อยู่นอกโดเมน ดังนั้น $u^t_{\tau_{left}-1,\tau_{up}}$ , $u^t_{\tau_{left},\tau_{up}+1}$ จะถูกประมาณค่าโดยการแทนค่าสูตรผลต่างข้างหลัง (Backward difference) สูตรผลต่างข้างหน้า (Forward difference) ลงในเงื่อนไขขอบเขต จะได้ว่า

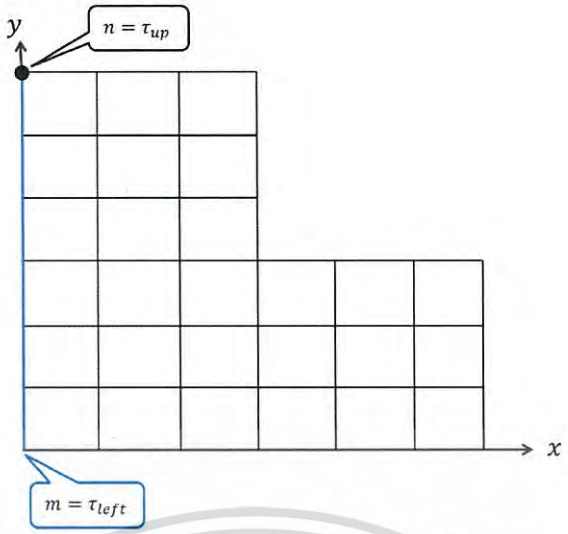
$$\frac{U^t_{\tau_{left},n} - U^t_{\tau_{left}-1,n}}{\Delta x} = \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \text{หรือ} \quad U^t_{\tau_{left}-1,n} = U^t_{\tau_{left},n} \tag{3.41}$$

$$\frac{U^t_{m,\tau_{up}+1} - U^t_{m,\tau_{up}}}{\Delta y} = \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \text{หรือ} \quad U^t_{m,\tau_{up}+1} = U^t_{m,\tau_{up}} \tag{3.42}$$

แทนสมการ (3.41) และสมการ (3.42) ลงในสมการ (3.40) จะได้ว่า

$$\left[ p\left( u^t_{\tau_{left},\tau_{up}} + u^t_{\tau_{left}+1,\tau_{up}} + u^t_{\tau_{left},\tau_{up}-1} + u^t_{\tau_{left},\tau_{up}} - 4u^t_{\tau_{left},\tau_{up}} \right) \right] + u^t_{\tau_{left},\tau_{up}} = u^{t+1}_{\tau_{left},\tau_{up}} \tag{3.43}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




**รูปที่ 3.23** ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 5 (2มิติ ลักษณะผิวแบบคลื่น)

**กรณีที่ 6** แทน $t > 0$ ลงในสมการ (3.11) เมื่อ $m = \tau_{right}$ , $n = \tau_{up}$ จะได้ว่า

$$\left[ p\left( u^t_{\tau_{right}-1,\tau_{up}} + u^t_{\tau_{right}+1,\tau_{up}} + u^t_{\tau_{right},\tau_{up}-1} + u^t_{\tau_{right},\tau_{up}+1} - 4u^t_{\tau_{right},\tau_{up}} \right) \right] + u^t_{\tau_{right},\tau_{up}} = u^{t+1}_{\tau_{right},\tau_{up}} \qquad (3.44)$$

เนื่องจาก $u^t_{\tau_{right}+1,n}$ , $u^t_{m,\tau_{up}+1}$ ในสมการ (3.44) อยู่นอกโดเมน ดังนั้น $u^t_{\tau_{right}+1,n}$ , $u^t_{m,\tau_{up}+1}$ จะถูกประมาณค่าโดยการแทนค่าสูตรผลต่างข้างหน้า(Forward difference)ลงในเงื่อนไขขอบเขต จะได้ว่า

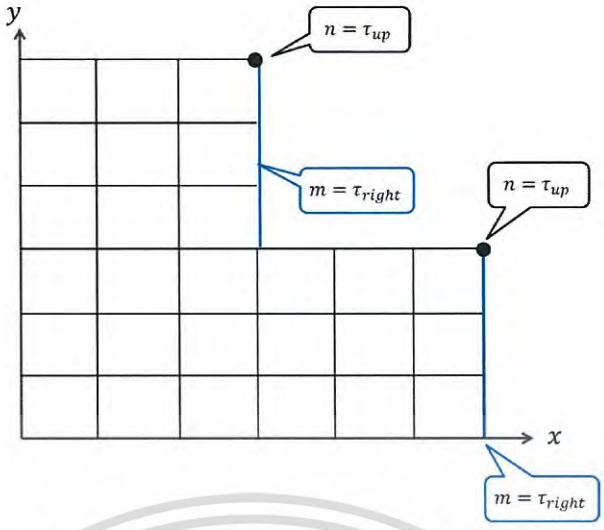
$$\frac{U^t_{\tau_{right}+1,n} - U^t_{\tau_{right},n}}{\Delta x} = \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \text{หรือ} \quad U^t_{\tau_{right}+1,n} = U^t_{\tau_{right},n} \qquad (3.45)$$

$$\frac{U^t_{m,\tau_{up}+1} - U^t_{m,\tau_{up}}}{\Delta y} = \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \text{หรือ} \quad U^t_{m,\tau_{up}+1} = U^t_{m,\tau_{up}} \qquad (3.46)$$

แทนสมการ (3.45) และสมการ (3.46) ลงในสมการ (3.44) จะได้ว่า

$$\left[ p\left( u^t_{\tau_{right}-1,\tau_{up}} + u^t_{\tau_{right},\tau_{up}} + u^t_{\tau_{right},\tau_{up}-1} + u^t_{\tau_{right},\tau_{up}} - 4u^t_{\tau_{right},\tau_{up}} \right) \right] + u^t_{\tau_{right},\tau_{up}} = u^{t+1}_{\tau_{right},\tau_{up}} \qquad (3.47)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




**รูปที่ 3.24** ตำแหน่งของผลเฉลย $u$ ในกรณีที่ 6 (2มิติ ลักษณะผิวแบบคลื่น)

เมื่อได้รูปแบบสมการที่สามารถนำไปคำนวณได้แล้ว เราจะนำไปคำนวณเพื่อประมาณค่าอุณหภูมิภายในของภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแตกต่างกัน โดยใช้โปรแกรม Microsoft excel มาช่วยในการคำนวณ ซึ่งจะไปศึกษาและวิเคราะห์ต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 4

# ผลการวิจัยและการอภิปลายผล

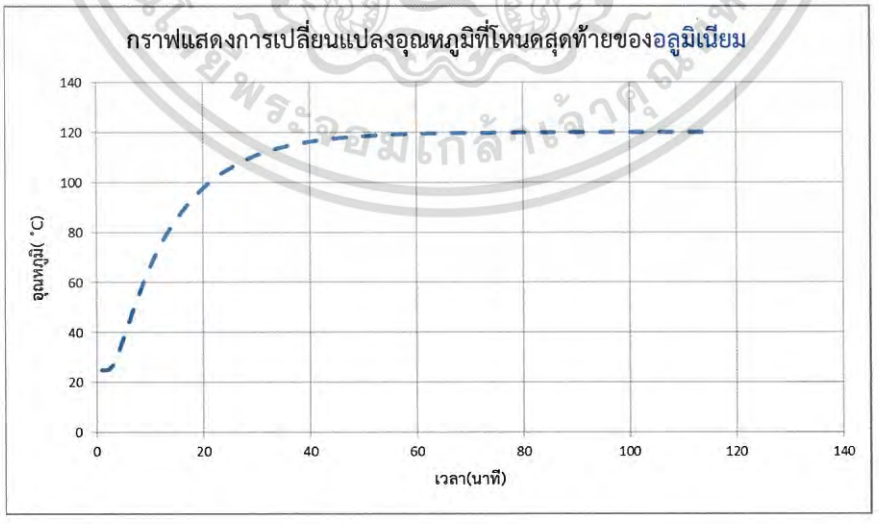
## ปัญหาที่ 1

จากการพิจารณาในส่วนของภาชนะทำอาหารที่มีความหนาเท่ากันคือ หนา 0.36 เซนติเมตร และใช้วัสดุภาชนะทำอาหารที่แตกต่างกันคือ ทองเหลือง อลูมิเนียม และสเตนเลส โดยกำหนดให้ $\Delta x = 0.03$ ดังนั้น ในปัญหานี้ ภาชนะทำอาหารทุกชนิดถูกแบ่งเป็น $m = 13$ โหนดเท่ากัน

เมื่อประมาณค่าโดยใช้โปรแกรม Microsoft excel ได้ผลเป็นดังต่อไปนี้

| เวลา/โหนด | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 นาที | 120 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 |
| 30 นาที | 120 | 118.94 | 117.89 | 116.88 | 115.92 | 115.02 | 114.20 | 113.47 | 112.84 | 112.33 | 111.94 | 111.68 | 111.54 |
| 1 ชั่วโมง | 120 | 119.93 | 119.85 | 119.78 | 119.71 | 119.65 | 119.59 | 119.54 | 119.50 | 119.46 | 119.43 | 119.42 | 119.41 |
| 1 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 119.99 | 119.99 | 119.98 | 119.98 | 119.98 | 119.97 | 119.97 | 119.96 | 119.96 | 119.96 | 119.96 | 119.96 |
| 2 ชั่วโมง | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| 2 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| 3 ชั่วโมง | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| 3 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| 4 ชั่วโมง | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| 4 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| 5 ชั่วโมง | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| 5 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| 6 ชั่วโมง | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| 6 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 59 ชั่วโมง | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| 59 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |

**ตารางที่ 4.1** แสดงอุณหภูมิแต่ละโหนดที่เวลาต่าง ๆ ของภาชนะทำอาหารที่ทำจากอลูมิเนียม



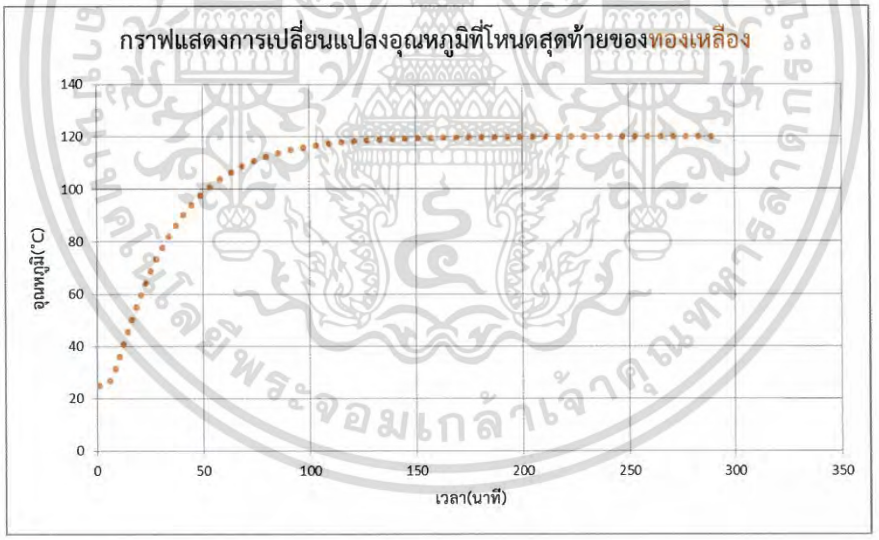

**รูปที่ 4.1** กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่โหนดสุดท้ายของอลูมิเนียม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.1 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่โหนดสุดท้ายของภาชนะทำอาหารที่ทำจากอลูมิเนียม จะสังเกตได้ว่า อลูมิเนียมใช้เวลาที่ 133 นาที 56 วินาที หรือประมาณ 1 ชั่วโมง 54 นาที ในการลู่เข้าสู่สภาวะคงที่

| เวลา/โหนด | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 นาที | 120 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 |
| 30 นาที | 120 | 114.72 | 109.52 | 104.49 | 99.71 | 95.24 | 91.17 | 87.55 | 84.44 | 81.90 | 79.95 | 78.64 | 77.97 |
| 1 ชั่วโมง | 120 | 118.16 | 116.35 | 114.60 | 112.93 | 111.37 | 109.95 | 108.69 | 107.60 | 106.72 | 106.04 | 105.58 | 105.35 |
| 1 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 119.36 | 118.73 | 118.12 | 117.53 | 116.99 | 116.50 | 116.06 | 115.68 | 115.37 | 115.13 | 114.97 | 114.89 |
| 2 ชั่วโมง | 120 | 119.78 | 119.56 | 119.34 | 119.14 | 118.95 | 118.78 | 118.63 | 118.49 | 118.39 | 118.30 | 118.25 | 118.22 |
| 2 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 119.92 | 119.85 | 119.77 | 119.70 | 119.63 | 119.57 | 119.52 | 119.47 | 119.44 | 119.41 | 119.39 | 119.38 |
| 3 ชั่วโมง | 120 | 119.97 | 119.95 | 119.92 | 119.90 | 119.87 | 119.85 | 119.83 | 119.82 | 119.80 | 119.79 | 119.79 | 119.78 |
| 3 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 119.99 | 119.98 | 119.97 | 119.96 | 119.96 | 119.95 | 119.94 | 119.94 | 119.93 | 119.93 | 119.93 | 119.92 |
| 4 ชั่วโมง | 120 | 120.00 | 119.99 | 119.99 | 119.99 | 119.98 | 119.98 | 119.98 | 119.98 | 119.98 | 119.97 | 119.97 | 119.97 |
| 4 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 119.99 | 119.99 | 119.99 | 119.99 | 119.99 | 119.99 | 119.99 | 119.99 |
| 5 ชั่วโมง | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| 5 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| 6 ชั่วโมง | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| 6 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 59 ชั่วโมง | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| 59 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |

**ตารางที่ 4.2** แสดงอุณหภูมิแต่ละโหนดที่เวลาต่าง ๆ ของภาชนะทำอาหารที่ทำจากทองเหลือง




**รูปที่ 4.2** กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่โหนดสุดท้ายของทองเหลือง

จากรูปที่ 4.2 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่โหนดสุดท้ายของภาชนะทำอาหารที่ทำจากทองเหลือง จะสังเกตได้ว่า ทองเหลืองใช้เวลาที่ 287 นาที 16 วินาที หรือประมาณ 4 ชั่วโมง 47 นาที ในการลู่เข้าสู่สภาวะคงที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

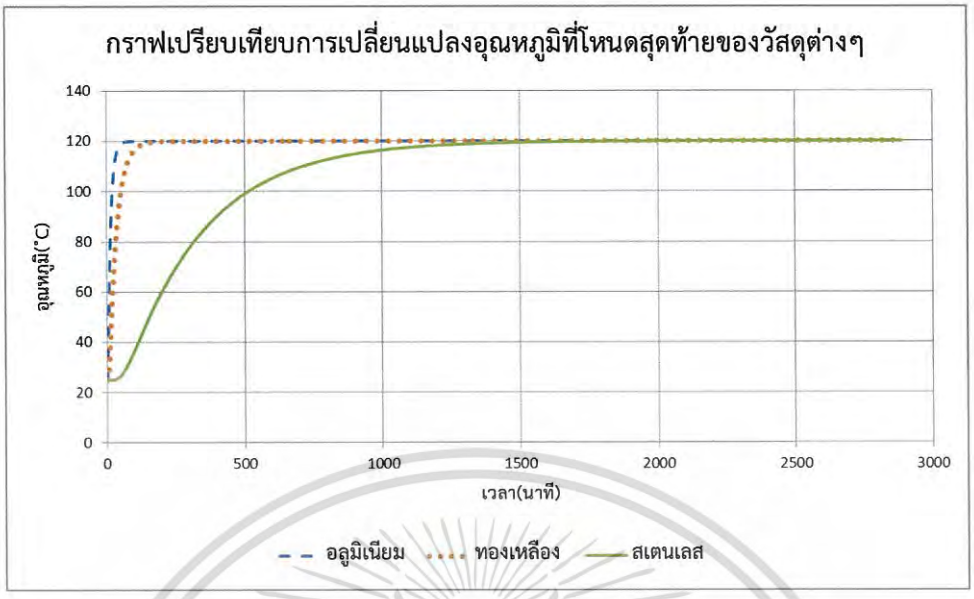
| เวลา/โหนด | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 120 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 |
| 30 นาที | 120 | 99.42 | 80.35 | 63.98 | 50.95 | 41.30 | 34.67 | 30.41 | 27.86 | 26.43 | 25.68 | 25.32 | 25.18 |
| 1 ชั่วโมง | 120 | 105.37 | 91.29 | 78.24 | 66.59 | 56.58 | 48.30 | 41.71 | 36.67 | 32.99 | 30.47 | 28.90 | 28.16 |
| 1 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 108.05 | 96.40 | 85.34 | 75.10 | 65.87 | 57.77 | 50.90 | 45.25 | 40.81 | 37.55 | 35.41 | 34.35 |
| 2 ชั่วโมง | 120 | 109.70 | 99.60 | 89.91 | 80.80 | 72.42 | 64.91 | 58.36 | 52.83 | 48.39 | 45.04 | 42.80 | 41.68 |
| 2 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 110.90 | 101.96 | 93.34 | 85.18 | 77.62 | 70.77 | 64.73 | 59.58 | 55.40 | 52.22 | 50.08 | 49.00 |
| 3 ชั่วโมง | 120 | 111.88 | 103.89 | 96.17 | 88.84 | 82.02 | 75.81 | 70.32 | 65.62 | 61.78 | 58.85 | 56.88 | 55.89 |
| 3 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 112.71 | 105.54 | 98.61 | 92.01 | 85.87 | 80.27 | 75.30 | 71.04 | 67.56 | 64.90 | 63.10 | 62.20 |
| 4 ชั่วโมง | 120 | 113.45 | 107.00 | 100.76 | 94.83 | 89.30 | 84.25 | 79.77 | 75.92 | 72.77 | 70.37 | 68.74 | 67.92 |
| 4 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 114.11 | 108.30 | 102.69 | 97.35 | 92.36 | 87.82 | 83.78 | 80.31 | 77.47 | 75.30 | 73.84 | 73.10 |
| 5 ชั่วโมง | 120 | 114.69 | 109.47 | 104.42 | 99.61 | 95.12 | 91.02 | 87.39 | 84.26 | 81.71 | 79.75 | 78.43 | 77.76 |
| 5 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 115.22 | 110.52 | 105.97 | 101.64 | 97.60 | 93.91 | 90.64 | 87.82 | 85.52 | 83.76 | 82.57 | 81.97 |
| 6 ชั่วโมง | 120 | 115.70 | 111.47 | 107.37 | 103.47 | 99.83 | 96.51 | 93.56 | 91.03 | 88.95 | 87.36 | 86.29 | 85.75 |
| 6 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 116.13 | 112.32 | 108.63 | 105.11 | 101.84 | 98.85 | 96.19 | 93.91 | 92.04 | 90.61 | 89.65 | 89.16 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 59 ชั่วโมง | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| 59 ชั่วโมง 30 นาที | 120 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |

**ตารางที่ 4.3** แสดงอุณหภูมิแต่ละโหนดที่เวลาต่าง ๆ ของภาชนะทำอาหารที่ทำจากสเตนเลส

**รูปที่ 4.3** กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่โหนดสุดท้ายของสเตนเลส

จากรูปที่ 4.3 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่โหนดสุดท้ายของภาชนะทำอาหารที่ทำจากสเตนเลส จะสังเกตได้ว่า สเตนเลสใช้เวลาที่ 2,886 นาที 22 วินาที หรือประมาณ 48 ชั่วโมง 6 นาที ในการลู่เข้าสู่สภาวะคงที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

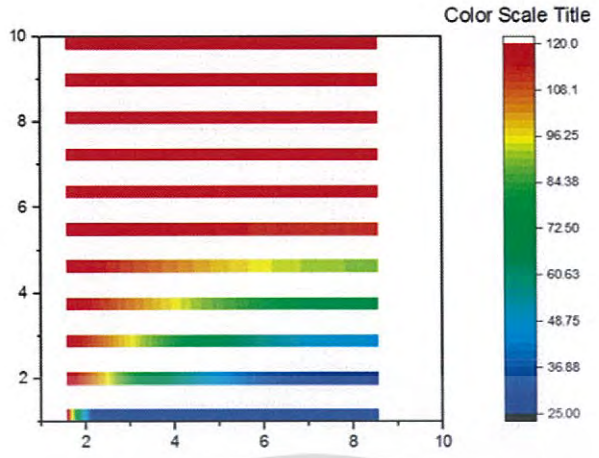



**รูปที่ 4.4** กราฟเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่โหนดสุดท้ายของภาชนะทำอาหารที่ทำจากวัสดุแต่ละชนิด

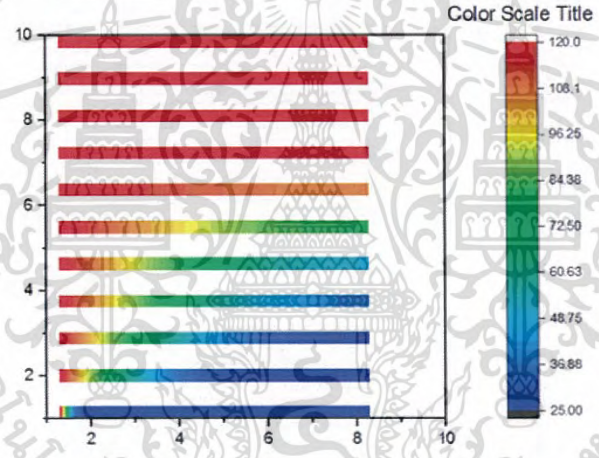
จากรูปที่ 4.4 แสดงการเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่โหนดสุดท้ายของภาชนะทำอาหารที่ทำจากวัสดุต่างชนิดกันได้แก่ ทองเหลือง อลูมิเนียม และสเตนเลส ตามลำดับ จะเห็นว่าภาชนะทำอาหารที่ทำจากอลูมิเนียม ลู่เข้าสู่สภาวะคงที่เร็วที่สุด รองลงมาคือภาชนะทำอาหารที่ทำจากทองเหลืองและสเตนเลส ตามลำดับ

จากตารางแสดงอุณหภูมิแต่ละโหนดที่เวลาต่าง ๆ ของภาชนะทำอาหารที่ทำจากวัสดุชนิดต่าง ๆ สามารถนำค่าในตารางมาประยุกต์ใช้ในโปรแกรม Origin Lab เพื่อแสดงผลในรูปแบบคัลเลอร์คอนทัวร์ ได้ดังนี้

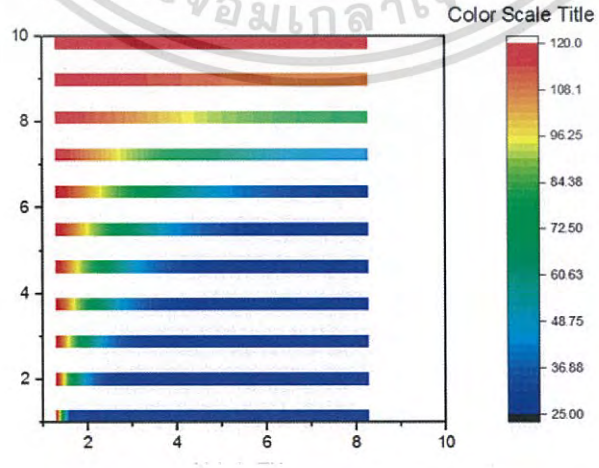
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




**รูปที่ 4.5** แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของทองเหลือง




**รูปที่ 4.6** แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของอลูมิเนียม




**รูปที่ 4.7** แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของสเตนเลส

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

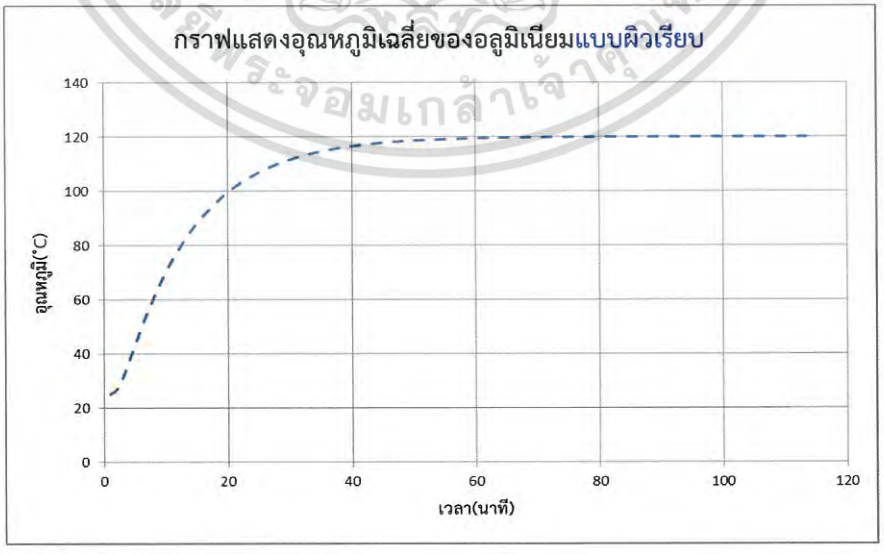
**ปัญหาที่ 2**

ในปัญหานี้จะพิจารณาในส่วนของภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวที่ต่างกัน ได้แก่ ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบเรียบ และภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบคลื่น โดยกำหนดให้ $\Delta x = 0.03$ ดังนั้น ในปัญหานี้ ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบเรียบจะถูกแบ่งเป็น $m = 118$ โหนด และภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบคลื่นจะถูกแบ่งเป็น โหนด $m = 143$

เมื่อประมาณค่าโดยใช้โปรแกรม Microsoft excel ได้ผลเป็นดังต่อไปนี้

| เวลา/โหนด(n,m) | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 นาที | 0 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| | 1 | 118.94 | 118.94 | 118.94 | 118.94 | 118.94 | 118.94 | 118.94 | 118.94 | 118.94 | 118.94 | 118.94 |
| | 2 | 117.89 | 117.89 | 117.89 | 117.89 | 117.89 | 117.89 | 117.89 | 117.89 | 117.89 | 117.89 | 117.89 |
| | 3 | 116.88 | 116.88 | 116.88 | 116.88 | 116.88 | 116.88 | 116.88 | 116.88 | 116.88 | 116.88 | 116.88 |
| | 4 | 115.92 | 115.92 | 115.92 | 115.92 | 115.92 | 115.92 | 115.92 | 115.92 | 115.92 | 115.92 | 115.92 |
| | 5 | 115.02 | 115.02 | 115.02 | 115.02 | 115.02 | 115.02 | 115.02 | 115.02 | 115.02 | 115.02 | 115.02 |
| | 6 | 114.20 | 114.20 | 114.20 | 114.20 | 114.20 | 114.20 | 114.20 | 114.20 | 114.20 | 114.20 | 114.20 |
| | 7 | 113.47 | 113.47 | 113.47 | 113.47 | 113.47 | 113.47 | 113.47 | 113.47 | 113.47 | 113.47 | 113.47 |
| | 8 | 112.84 | 112.84 | 112.84 | 112.84 | 112.84 | 112.84 | 112.84 | 112.84 | 112.84 | 112.84 | 112.84 |
| | 9 | 112.33 | 112.33 | 112.33 | 112.33 | 112.33 | 112.33 | 112.33 | 112.33 | 112.33 | 112.33 | 112.33 |
| | 10 | 111.94 | 111.94 | 111.94 | 111.94 | 111.94 | 111.94 | 111.94 | 111.94 | 111.94 | 111.94 | 111.94 |
| | 11 | 111.68 | 111.68 | 111.68 | 111.68 | 111.68 | 111.68 | 111.68 | 111.68 | 111.68 | 111.68 | 111.68 |
| | 12 | 111.54 | 111.54 | 111.54 | 111.54 | 111.54 | 111.54 | 111.54 | 111.54 | 111.54 | 111.54 | 111.54 |
| 1 ชั่วโมง | 0 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| | 1 | 119.93 | 119.93 | 119.93 | 119.93 | 119.93 | 119.93 | 119.93 | 119.93 | 119.93 | 119.93 | 119.93 |
| | 2 | 119.85 | 119.85 | 119.85 | 119.85 | 119.85 | 119.85 | 119.85 | 119.85 | 119.85 | 119.85 | 119.85 |
| | 3 | 119.78 | 119.78 | 119.78 | 119.78 | 119.78 | 119.78 | 119.78 | 119.78 | 119.78 | 119.78 | 119.78 |
| | 4 | 119.71 | 119.71 | 119.71 | 119.71 | 119.71 | 119.71 | 119.71 | 119.71 | 119.71 | 119.71 | 119.71 |
| | 5 | 119.65 | 119.65 | 119.65 | 119.65 | 119.65 | 119.65 | 119.65 | 119.65 | 119.65 | 119.65 | 119.65 |
| | 6 | 119.59 | 119.59 | 119.59 | 119.59 | 119.59 | 119.59 | 119.59 | 119.59 | 119.59 | 119.59 | 119.59 |
| | 7 | 119.54 | 119.54 | 119.54 | 119.54 | 119.54 | 119.54 | 119.54 | 119.54 | 119.54 | 119.54 | 119.54 |
| | 8 | 119.50 | 119.50 | 119.50 | 119.50 | 119.50 | 119.50 | 119.50 | 119.50 | 119.50 | 119.50 | 119.50 |
| | 9 | 119.46 | 119.46 | 119.46 | 119.46 | 119.46 | 119.46 | 119.46 | 119.46 | 119.46 | 119.46 | 119.46 |
| | 10 | 119.43 | 119.43 | 119.43 | 119.43 | 119.43 | 119.43 | 119.43 | 119.43 | 119.43 | 119.43 | 119.43 |
| | 11 | 119.42 | 119.42 | 119.42 | 119.42 | 119.42 | 119.42 | 119.42 | 119.42 | 119.42 | 119.42 | 119.42 |
| | 12 | 119.41 | 119.41 | 119.41 | 119.41 | 119.41 | 119.41 | 119.41 | 119.41 | 119.41 | 119.41 | 119.41 |

**ตารางที่ 4.4** แสดงอุณหภูมิแต่ละโหนดที่เวลาต่าง ๆ ของภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบเรียบ



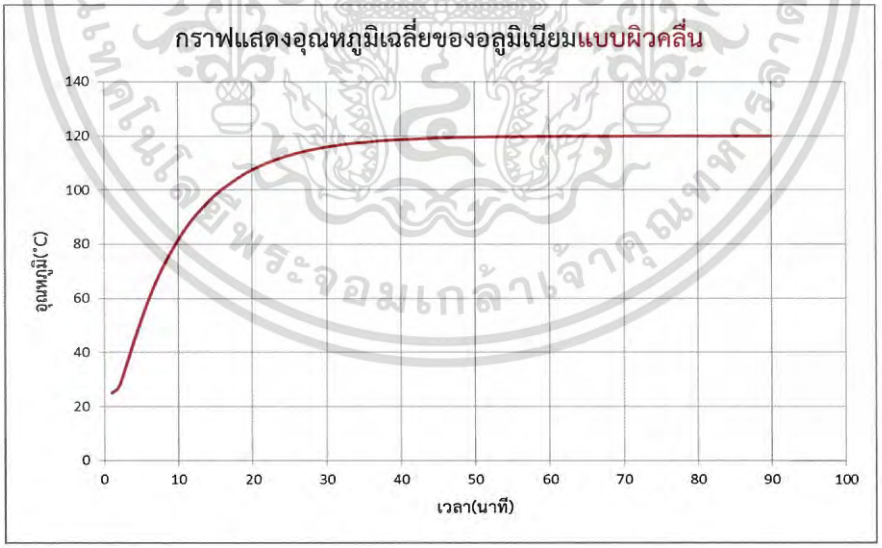

**รูปที่ 4.8** กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิเฉลี่ยที่โหนดสุดท้ายของภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบเรียบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.8 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิเฉลี่ยที่โหนดสุดท้ายของภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบเรียบ จะสังเกตได้ว่า ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบเรียบใช้เวลาที่ 113 นาที 56 วินาที หรือประมาณ 1 ชั่วโมง 54 นาที ในการลู่เข้าสู่สภาวะคงที่

| เวลา/โหนด(n,m) | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 30 นาที | 0 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| | 1 | 119.44 | 119.44 | 119.45 | 119.47 | 119.49 | 119.51 | 119.53 | 119.55 | 119.57 | 119.58 | 119.59 |
| | 2 | 118.88 | 118.89 | 118.91 | 118.94 | 118.98 | 119.02 | 119.07 | 119.12 | 119.15 | 119.18 | 119.20 |
| | 3 | 118.33 | 118.35 | 118.38 | 118.42 | 118.48 | 118.56 | 118.63 | 118.71 | 118.77 | 118.81 | 118.83 |
| | 4 | 117.81 | 117.83 | 117.86 | 117.93 | 118.01 | 118.11 | 118.23 | 118.33 | 118.42 | 118.48 | 118.51 |
| | 5 | 117.30 | 117.33 | 117.37 | 117.45 | 117.55 | 117.69 | 117.86 | 118.01 | 118.13 | 118.21 | 118.25 |
| | 6 | 116.83 | 116.85 | 116.91 | 116.99 | 117.11 | 117.30 | 117.55 | 117.76 | 117.92 | 118.02 | 118.07 |
| | 7 | 116.40 | 116.42 | 116.47 | 116.55 | 116.67 | 116.88 | 117.33 | 117.62 | 117.80 | 117.92 | 117.98 |
| | 8 | 116.01 | 116.03 | 116.07 | 116.13 | 116.21 | 116.29 | - | - | - | - | - |
| | 9 | 115.69 | 115.70 | 115.73 | 115.77 | 115.82 | 115.85 | - | - | - | - | - |
| | 10 | 115.43 | 115.44 | 115.46 | 115.49 | 115.52 | 115.54 | - | - | - | - | - |
| | 11 | 115.26 | 115.26 | 115.28 | 115.30 | 115.32 | 115.33 | - | - | - | - | - |
| | 12 | 115.17 | 115.17 | 115.19 | 115.20 | 115.22 | 115.23 | - | - | - | - | - |
| 1 ชั่วโมง | 0 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 | 120.00 |
| | 1 | 119.98 | 119.98 | 119.98 | 119.98 | 119.98 | 119.98 | 119.98 | 119.98 | 119.98 | 119.99 | 119.99 |
| | 2 | 119.96 | 119.96 | 119.96 | 119.96 | 119.96 | 119.97 | 119.97 | 119.97 | 119.97 | 119.97 | 119.97 |
| | 3 | 119.94 | 119.94 | 119.94 | 119.94 | 119.95 | 119.95 | 119.95 | 119.95 | 119.96 | 119.96 | 119.96 |
| | 4 | 119.92 | 119.92 | 119.93 | 119.93 | 119.93 | 119.93 | 119.94 | 119.94 | 119.94 | 119.95 | 119.95 |
| | 5 | 119.91 | 119.91 | 119.91 | 119.91 | 119.91 | 119.92 | 119.93 | 119.93 | 119.93 | 119.94 | 119.94 |
| | 6 | 119.89 | 119.89 | 119.89 | 119.89 | 119.90 | 119.91 | 119.91 | 119.92 | 119.93 | 119.93 | 119.93 |
| | 7 | 119.87 | 119.87 | 119.88 | 119.88 | 119.88 | 119.89 | 119.91 | 119.92 | 119.92 | 119.93 | 119.93 |
| | 8 | 119.86 | 119.86 | 119.86 | 119.86 | 119.87 | 119.87 | - | - | - | - | - |
| | 9 | 119.85 | 119.85 | 119.85 | 119.85 | 119.85 | 119.86 | - | - | - | - | - |
| | 10 | 119.84 | 119.84 | 119.84 | 119.84 | 119.84 | 119.84 | - | - | - | - | - |
| | 11 | 119.83 | 119.83 | 119.83 | 119.84 | 119.84 | 119.84 | - | - | - | - | - |
| | 12 | 119.83 | 119.83 | 119.83 | 119.83 | 119.83 | 119.83 | - | - | - | - | - |

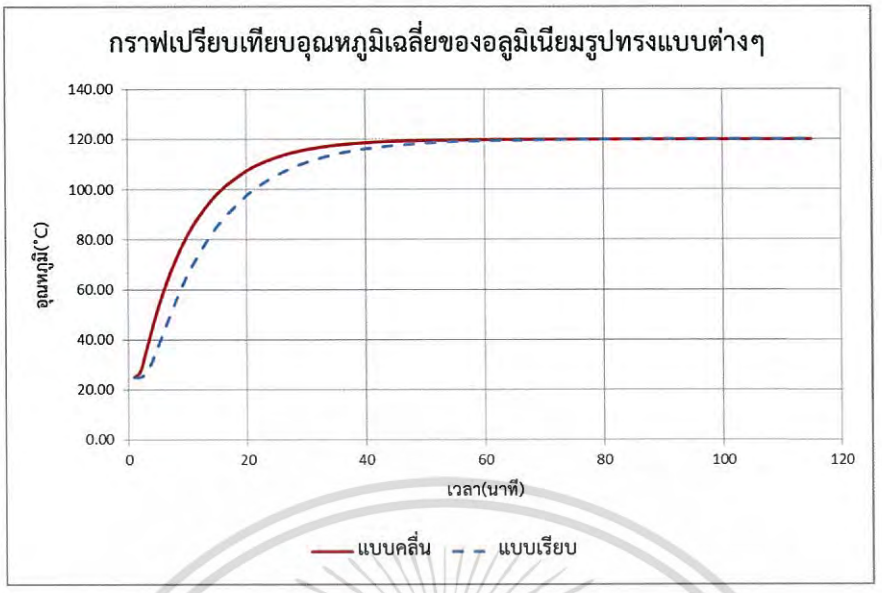
**ตารางที่ 4.4** แสดงอุณหภูมิแต่ละโหนดที่เวลาต่าง ๆ ของภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบคลื่น




**รูปที่ 4.9** กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิเฉลี่ยที่โหนดสุดท้ายของภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบคลื่น

จากรูปที่ 4.9 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิเฉลี่ยที่โหนดสุดท้ายของภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบคลื่น จะสังเกตได้ว่า ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบคลื่นใช้เวลาที่ 91 นาที 30 วินาที หรือประมาณ 1 ชั่วโมง 32 นาที ในการลู่เข้าสู่สภาวะคงที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

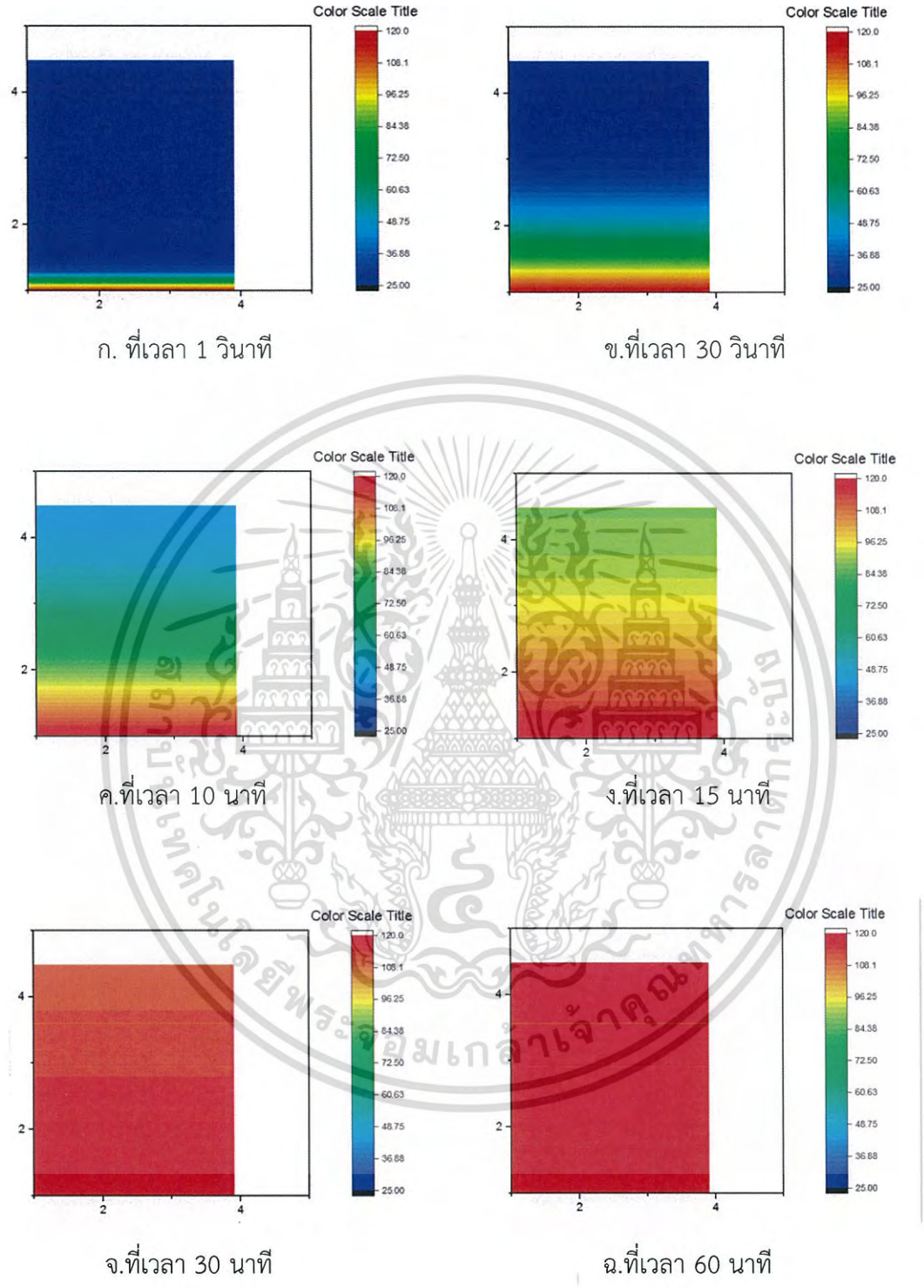



**รูปที่ 4.10** กราฟเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิเฉลี่ยที่โหนดสุดท้ายของภาชนะทำอาหารที่มีรูปทรงต่างกัน

จากรูปที่ 4.10 แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิเฉลี่ยที่โหนดสุดท้ายของภาชนะทำอาหารที่มีรูปทรงต่างกัน จะสังเกตได้ว่า ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบคลื่นจะลู่เข้าสู่สภาวะคงที่เร็วกว่าภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบเรียบ

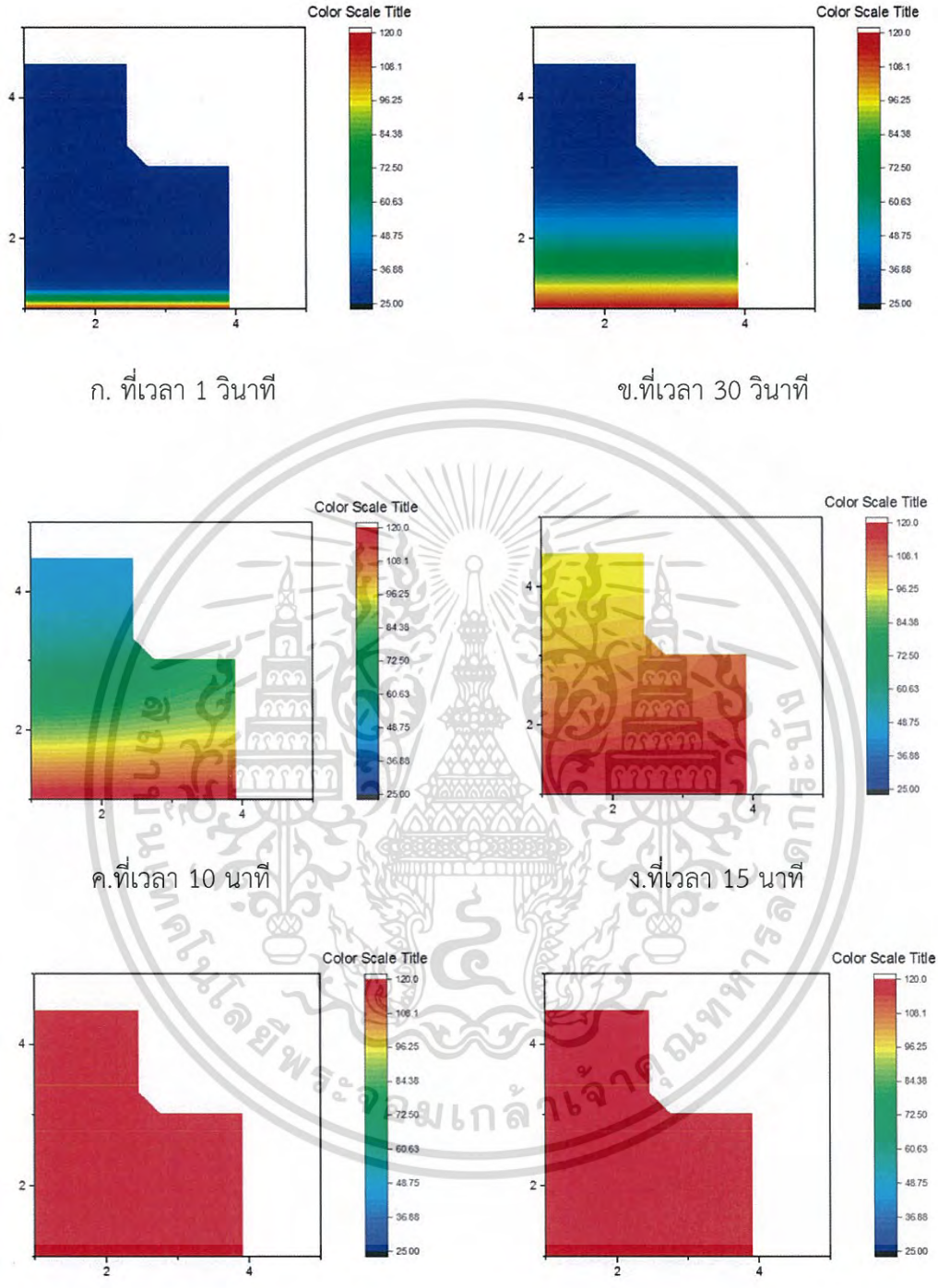
จากตารางแสดงอุณหภูมิแต่ละโหนดที่เวลาต่าง ๆ ของภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวภาชนะแตกต่างกัน สามารถนำค่าในตารางมาประยุกต์ใช้ในโปรแกรม Origin Lab เพื่อแสดงผลในรูปแบบคัลเลอร์คอนทัวร์ ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




**รูปที่ 4.11** แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบเรียบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




ก. ที่เวลา 1 วินาที ข.ที่เวลา 30 วินาที

ค.ที่เวลา 10 นาที ง.ที่เวลา 15 นาที

จ.ที่เวลา 30 นาที ฉ.ที่เวลา 60 นาที

**รูปที่ 4.12** แสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบคลื่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 5

# สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

## 5.1 สรุปผล

จากการศึกษาการนำความร้อนของวัสดุภาชนะทำอาหารทั้ง 3 ชนิด ได้แก่ ทองเหลือง อลูมิเนียม และสเตนเลส ซึ่งเราได้แบ่งกรณีในการพิจารณาออกเป็น 2 กรณี ได้แก่

**1. กรณีเปรียบเทียบวัสดุ**

เมื่อกำหนดให้ภาชนะทำอาหารที่ทำจากวัสดุทองเหลือง อลูมิเนียม และสเตนเลส มีความหนาเท่ากันคือ 0.36 เซนติเมตร และทำการประมาณค่าด้วยระเบียบวิธีผลต่างอันตะ 1 มิติ โดยแบ่งโหนดของภาชนะทำอาหารที่ทำจากวัสดุชนิดต่างๆ ให้มีจำนวนโหนดและระยะห่างระหว่างโหนดเท่ากัน และกำหนดให้อุณหภูมิที่ขอบด้านซ้ายของภาชนะทำอาหารมีอุณหภูมิเท่ากับ 120 องศาเซลเซียส และอุณหภูมิที่เวลาเริ่มต้นของทุกๆ โหนดมีอุณหภูมิเท่ากับ 25 องศาเซลเซียส มาทำการประมาณค่าอุณหภูมิภายในภาชนะทำอาหารที่ทำจากวัสดุชนิดต่างๆ โดยใช้โปรแกรม Microsoft excel ในการคำนวณ

จากผลการประมาณค่าอุณหภูมิของภาชนะทำอาหารที่ทำจากวัสดุที่แตกต่างกัน โดยกำหนดให้มีความหนาเท่ากัน คือ 0.36 เซนติเมตร พบว่า ภาชนะทำอาหารที่ทำจากวัสดุประเภทอลูมิเนียมนั้นใช้เวลาในการลู่เข้าสู่สภาวะคงที่ประมาณ 1 ชั่วโมง 54 นาที ซึ่งมีการนำความร้อนเร็วที่สุด รองลงมาเป็นภาชนะทำอาหาที่ทำจากวัสดุประเภททองเหลืองใช้เวลาในการลู่เข้าสู่สภาวะคงที่ประมาณ 4 ชั่วโมง 47 นาที และสเตนเลสใช้เวลาในการลู่เข้าสู่สภาวะคงที่ประมาณ 48 ชั่วโมง 6 นาที ตามลำดับ

**2. กรณีเปรียบเทียบรูปทรง**

จากผลการศึกษากรณีที่ 1 วัสดุที่นำความร้อนได้เร็วที่สุดคือ อลูมิเนียม เราจึงนำภาชนะทำอาหารที่ทำจากอลูมิเนียมมาทำการพิจารณาเปรียบเทียบรูปทรงที่ต่างกัน ได้แก่ ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบเรียบ และภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบคลื่น

โดยกำหนดให้ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบเรียบ และภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบคลื่น มีความหนาเท่ากันคือ 0.36 เซนติเมตร และทำการประมาณค่าด้วยระเบียบวิธีผลต่างอันตะ 2 มิติ โดยแบ่งระยะห่างระหว่างโหนดของภาชนะทำอาหารให้เท่ากัน และกำหนดให้อุณหภูมิที่ขอบด้านล่างของภาชนะทำอาหารมีอุณหภูมิเท่ากับ 120 องศาเซลเซียส และอุณหภูมิที่เวลาเริ่มต้นของทุกๆ โหนดมีอุณหภูมิเท่ากับ 25 องศาเซลเซียส มาทำการประมาณค่าอุณหภูมิภายในภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวต่างกัน โดยใช้โปรแกรม Microsoft excel ในการคำนวณ

จากผลการประมาณค่าอุณหภูมิของภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวที่แตกต่างกัน โดยกำหนดให้มีความหนาเท่ากัน คือ 0.36 เซนติเมตร พบว่า ภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบคลื่นนั้นใช้เวลาในการลู่เข้าสู่สภาวะคงที่ประมาณ 1 ชั่วโมง 32 นาที ซึ่งมีการนำความร้อนเร็วกว่าภาชนะทำอาหารที่มีลักษณะผิวแบบเรียบที่ใช้เวลาในการลู่เข้าสู่สภาวะคงที่ประมาณ 1 ชั่วโมง 54 นาที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 5.2 ข้อเสนอแนะ

การเลือกใช้ภาชนะทำอาหารนั้น ควรคำนึงถึงประเภทของอาหารด้วย เนื่องจากอาหารแต่ละประเภทนั้น เหมาะสมกับอุณหภูมิที่แตกต่างกันออกไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# เอกสารอ้างอิง


[1] การเลือกใช้เครื่องครัวโลหะ บุญรักษ์ กาญจนวรวณิชย์ ศูนย์เทคโนโลยีโลหะและวัสดุแห่งชาติ. สืบค้นเมื่อวันที่ 5 พฤศจิกายน 2558, จาก http://www.novabizz.com/CDC/Home_Design/Kitchen_18.php#ixzz3twZKkzgx

[2] ทองเหลือง. สืบค้นเมื่อวันที่ 17 กุมภาพันธ์ 2559 ,จาก http://www.zincinfothailand.com/index.php?lay=show&ac=article&Ntype=8

[3] คุณสมบัติสเตนเลส.สืบค้นเมื่อวันที่ 5 พฤศจิกายน 2558 ,จาก http://www.tssda.org/index.php?actions=about&id=6

[4] คุณสมบัติอลูมิเนียม. สืบค้นเมื่อวันที่ 5 พฤศจิกายน 2558 ,จาก https://sites.google.com/site/aluminium9999/introduction-to-aluminum-1

[5] ชิดกมล แทบทาม และ ปุณยนุช อริยพาณิชวงศ์. 2557. การวิเคราะห์วัสดุอาคารเพื่อช่วยประหยัดพลังงาน. ปัญหาพิเศษวิทยาศาสตรบัณฑิต สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.

[6] ปราโมทย์ & นิพนธ์. (2557). ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม. พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

[7] วัสดุภาชนะอาหาร. สืบค้นเมื่อวันที่ 5 พฤศจิกายน 2558 ,จาก http://home.kapook.com/view108581.html

[8] วรสิทธิ์. (2557). ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข Numerical Methods. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

[9] เอกสารเรื่อง Finite difference method. สืบค้นเมื่อวันที่ 5 พฤศจิกายน 2558 ,จาก http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~kuzmin/cfdintro/lecture4.pdf

[10] เอกสารเรื่อง One-Dimensional Heat Equation. สืบค้นเมื่อวันที่ 5 พฤศจิกายน 2558 , จากhttp://www.google.co.th/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&ved=0ahUKEwi5s8Wxc_JAhVYkY4KHVHuASwQFggiMAE&url=http%3A%2F%2Fhome.kku.ac.th%2Fwattou%2Fteaching%2F323462%2F301.pdf&usg=AFQjCNFwyFHXHmWDotX6Yb2ZdiHT2kaQ7A&bvm=bv.109395566,d.c2E

[11] Thermal diffusivity. สืบค้นเมื่อวันที่ 5 พฤศจิกายน 2558, จาก https://en.wikipedia.org/wiki/Thermal_diffusivity

[12] Pakkinee Chitsakul. เอกสารประกอบการสอนวิชา “Partial Differential Equation” สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.

[13] อรรถกร อาสนคา และคณะ. 2554. การจัดวางตำแหน่งท่อน้ำในแผ่นคอนกรีตเพื่อลดความร้อนสะสม. ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้