

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคคอตีบและการได้รับวัคซีน
ในประเทศไทย

MATHEMATICAL MODEL FOR DIPHTHERIA
AND VACCINATION IN THAILAND



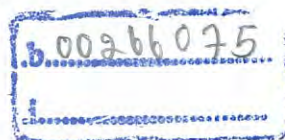
ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2558

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคคอตีบและการได้รับวัคซีน
ในประเทศไทย

MATHEMATICAL MODEL FOR DIPHTHERIA
AND VACCINATION IN THAILAND



ภาวดี แซ่เอี้ยบ
เศรษฐทรัพย์ ลิมรังสรรค์
อนงค์นภา แสงอ่อน



TB 00274

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2558

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

MATHEMATICAL MODEL FOR DIPHTHERIA
AND VACCINATION IN THAILAND



A SPECIAL PROBLEM SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF
THE REQUIREMENT FOR
THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE (APPLIED MATHEMATICS)
DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2015

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปัญหาพิเศษ

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคคอตีบและการได้รับวัคซีน
ในประเทศไทย

Mathematical Model For Diphtheria And Vaccination in
Thailand

ชื่อนักศึกษา

นางสาวภาวดี แซ่เอี้ยบ 55050115
นายเศรษฐทรัพย์ ลิ้มรังสรรค์ 55050147
นางสาวอนงค์นภา แสงอ่อน 55050168

ปริญญา

วิทยาศาสตร์บัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)

ภาควิชา

คณิตศาสตร์

ปีการศึกษา

2558



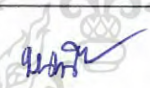

อาจารย์ที่ปรึกษา

รศ.ดร.พนธวี พงศ์สัมพันธ์

อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

ดร.เทิดขวัญ ช่างเผือก

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง(สจล.) อนุมัติให้
ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต(คณิตศาสตร์
ประยุกต์) ประจำปีการศึกษา 2558

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
ผศ.ดร.เดชา สมณะ ประธานกรรมการ	
ดร.สิริพร แชนนำ วินเทอร์ กรรมการ	
รศ.ดร.พนธวี พงศ์สัมพันธ์ กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	
ดร.เทิดขวัญ ช่างเผือก กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	

ลิขสิทธิ์ของคณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปัญหาพิเศษ	แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคคอตีบและการได้รับวัคซีนในประเทศไทย
ชื่อนักศึกษา	นางสาวภาวดี แซ่เอี้ยบ 55050115 นายเศรษฐทรัพย์ ลิ้มรังสรรค์ 55050147 นางสาวอนงค์นภา แสงอ่อน 55050168
ปริญญา	วิทยาศาสตร์บัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชา	คณิตศาสตร์
คณะ	วิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัย	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.)
ปีการศึกษา	2558
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ.ดร.พนัสนิ พงศ์สัมพันธ์
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	ดร.เทิดขวัญ ช่างเผือก

บทคัดย่อ

โรคคอตีบเป็นโรคที่เกิดจากการติดเชื้อของแบคทีเรียที่เรียกว่า *Corynebacterium diphtheriae* ในปัญหาพิเศษนี้ คณะผู้จัดทำได้ศึกษาเกี่ยวกับการเกิดโรคคอตีบและการได้รับวัคซีน โดยการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้เพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการเกิดโรคคอตีบและการได้รับวัคซีน คณะผู้จัดทำได้ทำการหาจุดสมดุล การหาเงื่อนไขที่ทำให้จุดสมดุลที่ได้มีความเสถียรภาพ และผลลัพธ์เชิงตัวเลข เพื่อให้ได้แบบจำลองสำหรับโรคคอตีบ อีกทั้งเพื่อเป็นแนวทางหาวิธีป้องกันโรคและลดจำนวนผู้ป่วยให้น้อยลง

คำสำคัญ : การได้รับวัคซีน ความเสถียรภาพ จุดสมดุล โรคคอตีบ

Title	Mathematical Model For Diphtheria And Vaccination in Thailand
Students	MISS PHAWADEE SAE-EAB 55050115 MR.SETTASUB LIMRUNGSAN 55050147 MISS ANONGNAPA SANGON 55050168
Degree	Bachelor of Science (Applied Mathematics)
Department	Applied Mathematics
Faculty	Science
University	King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL)
Academic Year	2015
Advisor	Assoc.Prof.Dr.Puntani Pongsumpun
Co-advisor (if any)	Dr.Thurdkwan Changpuek

Abstract

Diphtheria is caused by *Corynebacterium diphtheria*. In this special problem, we studied about the occurrence of diphtheria and vaccination. Mathematical knowledge is applied to create a mathematical model for the occurrence of diphtheria and vaccination. We find the equilibrium points and their stability conditions. The numerical results are found. The way for reducing the outbreak of this disease outbreak is suggested.

Keywords : Vaccination, Stable, Equilibrium points, Diphtheria

กิตติกรรมประกาศ

ในการจัดทำปัญหาพิเศษนี้ คณะผู้จัดทำขอขอบพระคุณอาจารย์ที่ปรึกษาปัญหาพิเศษซึ่งประกอบด้วย รศ.ดร.พนธนี พงศ์สัมพันธ์ และ ดร.เทิดขวัญ ช่างเผือก ที่ได้เสียสละเวลาให้คำแนะนำ คำปรึกษา ในการปรับปรุงการทำปัญหาพิเศษนี้รวมทั้งคณะกรรมการสอบทุกท่านที่ได้ให้คำแนะนำอันมีค่ากับปัญหาพิเศษนี้

นอกจากนี้คณะผู้จัดทำต้องขอขอบพระคุณ อาจารย์สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์ทุกท่านที่ได้ประสาทวิชา ความรู้ทั้งในภาคทฤษฎีและปฏิบัติแก่คณะผู้จัดทำ รวมทั้งเพื่อนๆทุกคนที่ช่วยเหลือต่างๆเกี่ยวกับปัญหาพิเศษ จนกระทั่งปัญหาพิเศษนี้ประสบความสำเร็จได้ด้วยดีทุกประการ

ภาวดี แซ่เอียบ
เศรษฐทรัพย์ ถิ้มรังสรรค์
อนงค์นภา แสงอ่อน



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ข
กิตติกรรมประกาศ.....	ค
สารบัญ.....	ง
สารบัญตาราง.....	ฉ
สารบัญรูป	ช
สัญลักษณ์.....	ญ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญ.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ.....	2
1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ.....	2
1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน	2
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	3
1.6 ระยะเวลาดำเนินการ	4
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	5
2.1 คำลักษณะเฉพาะ	5
2.2 พหุนามลักษณะเฉพาะ	6
2.3 จาคอบีเยนเมทริกซ์.....	6
2.4 จุดสมดุล.....	7
2.5 การหาผลเฉลยจุดสมดุลของระบบ.....	9
2.6 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	9
2.6.1 แบบจำลอง	9
2.6.2 ประเภทของแบบจำลอง.....	11
2.6.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	11
2.7 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	14
2.7.1 แบบจำลอง <i>SIR</i>	14
2.7.2 แบบจำลอง <i>SEIR</i>	18
2.7.3 แบบจำลอง <i>SIR</i>	22
2.8 โรคคอตีบ	25
2.8.1 สาเหตุโรคคอตีบ	25
2.8.2 ปัจจัยเสี่ยงของการเป็นโรคคอตีบ	26
2.8.3 อาการของโรคคอตีบ	26
2.8.4 อาการแทรกซ้อนของโรคคอตีบ.....	26
2.8.5 การรักษาโรคคอตีบ.....	27
2.8.6 วิธีป้องกันการเกิดโรคคอตีบ.....	27

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ทางธุรกิจ
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

	หน้า
2.8.7 วัคซีนโรคคอตีบ.....	28
2.8.8 กลุ่มเสี่ยงต่อการติดเชื้อ.....	28
2.8.9 การวินิจฉัย.....	29
2.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	29
บทที่ 3 วิธีการดำเนินงานวิจัย	30
3.1 การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ.....	30
3.1.1 แบ่งตามปี พ.ศ.2546-2556.....	30
3.1.2 แบ่งตามช่วงอายุ.....	32
3.1.3 แบ่งตามแต่ละภาคของประเทศไทย.....	34
3.2 การสร้างแบบจำลองโรคคอตีบในประเทศไทย.....	36
3.3 สมการคณิตศาสตร์จากแบบจำลองโรคคอตีบ.....	38
3.4 จุดสมดุล.....	41
3.5 ความเสถียรของจุดสมดุล.....	42
บทที่ 4 ผลการวิจัยและการอภิปรายผล	49
4.1 ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลข.....	49
4.2 ผลการวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์จากการคำนวณด้วยโปรแกรม Mathematica.....	51
4.3 การประยุกต์ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์.....	89
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ	100
5.1 สรุปผลงานวิจัย.....	100
5.2 ข้อจำกัดของโปรแกรม.....	101
5.3 ข้อเสนอแนะ.....	101
เอกสารอ้างอิง.....	102

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรแบบจำลอง <i>SIR</i>	15
2.2 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรเสริมแบบจำลอง <i>SIR</i>	15
2.3 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรแบบจำลอง <i>SEIR</i>	18
2.4 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรเสริมแบบจำลอง <i>SEIR</i>	18
2.5 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรแบบจำลอง <i>SIR</i>	22
2.6 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรเสริมแบบจำลอง <i>SIR</i>	22
3.1 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรต่างๆของแบบจำลองโรคคอตีบในประเทศไทย	36
3.2 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรเสริมต่างๆของแบบจำลองโรคคอตีบในประเทศไทย	37
4.1 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรต่างๆของแบบจำลองโรคคอตีบในประเทศไทย	49
4.2 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรเสริมต่างๆของแบบจำลองโรคคอตีบในประเทศไทย	49
4.3 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรต่างๆของแบบจำลองโรคคอตีบในประเทศไทย	83
4.4 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรเสริมต่างๆของแบบจำลองโรคคอตีบในประเทศไทย	83



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 แสดงการอธิบายขั้นตอนการสร้างแบบจำลอง	11
2.2 แสดงกระบวนการคิดของการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	13
2.3 แบบจำลอง <i>SIR</i>	14
2.4 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง <i>SIR</i> ของสมการ (2.1).....	16
2.5 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง <i>SIR</i> ของสมการ (2.2).....	16
2.6 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง <i>SIR</i> ของสมการ (2.3).....	16
2.7 แบบจำลอง <i>SEIR</i>	18
2.8 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง <i>SEIR</i> ของสมการ (2.7).....	19
2.9 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง <i>SEIR</i> ของสมการ (2.8).....	20
2.10 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง <i>SEIR</i> ของสมการ (2.9).....	20
2.11 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง <i>SEIR</i> ของสมการ (2.10).....	20
2.12 แบบจำลอง <i>SIR</i>	22
2.13 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง <i>SIR</i> ของสมการ (2.15).....	23
2.14 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง <i>SIR</i> ของสมการ (2.16).....	24
2.15 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง <i>SIR</i> ของสมการ (2.17).....	24
3.1 กราฟแสดงจำนวนผู้ป่วยโรคคอตีบของประเทศไทยตั้งแต่ปี พ.ศ.2546-2556.....	30
3.2 กราฟแสดงจำนวนผู้ป่วยโรคคอตีบแยกตามอายุ.....	32
3.3 กราฟแสดงอัตราผู้ป่วยโรคคอตีบของแต่ละภาค (ปี พ.ศ. 2547-2556).....	34
3.4 แสดงแบบจำลองโรคคอตีบในประเทศไทย	36
3.5 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคอตีบสมการ (3.1).....	38
3.6 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคอตีบสมการ (3.2).....	39
3.7 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคอตีบสมการ (3.3).....	39
3.8 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคอตีบสมการ (3.4).....	40
4.1 กราฟแสดงจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (<i>S</i>) เมื่อเทียบกับเวลา (วัน).....	51
4.2 กราฟแสดงจำนวนผู้ที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อโรคคอตีบ (<i>E</i>) เมื่อเทียบกับเวลา (วัน).....	52
4.3 กราฟแสดงจำนวนผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (<i>I</i>) เมื่อเทียบกับเวลา (วัน).....	53
4.4 กราฟแสดงจำนวนผู้ที่หายจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (<i>R</i>) เมื่อเทียบกับเวลา (วัน).....	54
4.5 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (<i>S</i>) เมื่ออัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (<i>e</i>) ลดลง.....	55
4.6 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่อยู่ระยะฟักตัวของเชื้อโรคคอตีบ (<i>E</i>) เมื่ออัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (<i>e</i>) ลดลง.....	56
4.7 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (<i>I</i>) เมื่ออัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (<i>e</i>) ลดลง.....	57

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่	หน้า
4.8 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่หายจากการติดเชื้อโรคคอตีบ เมื่ออัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (e) ลดลง.....	58
4.9 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) เมื่ออัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (e) เพิ่มขึ้น	59
4.10 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่อยู่ระยะฟักตัวของเชื้อโรคคอตีบ (E) เมื่ออัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (e) เพิ่มขึ้น.....	60
4.11 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (e) เพิ่มขึ้น.....	62
4.12 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่หายจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) เมื่ออัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (e) เพิ่มขึ้น.....	64
4.13 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) เมื่ออัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ (V) ลดลง.....	65
4.14 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่อยู่ระยะฟักตัวของเชื้อโรคคอตีบ (E) เมื่ออัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ (V) ลดลง.....	66
4.15 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ (V) ลดลง.....	68
4.16 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่หายจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) เมื่ออัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ (V) ลดลง.....	69
4.17 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) เมื่ออัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ (V) เพิ่มขึ้น	70
4.18 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่อยู่ระยะฟักตัวของเชื้อโรคคอตีบ (E) เมื่ออัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ (V) เพิ่มขึ้น	71
4.19 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ (V) เพิ่มขึ้น	72
4.20 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่หายจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) เมื่ออัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ (V) เพิ่มขึ้น	73
4.21 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) เมื่ออัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ (b) ลดลง	74
4.22 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่อยู่ระยะฟักตัวของเชื้อโรคคอตีบ (E) เมื่ออัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ (b) ลดลง	75
4.23 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ (b) ลดลง	76
4.24 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่หายจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) เมื่ออัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ (b) ลดลง	77

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่	หน้า
4.25 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้เสียชีวิตต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (<i>S</i>) เมื่ออัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ (<i>b</i>) เพิ่มขึ้น.....	78
4.26 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่อยู่ระยะฟักตัวของเชื้อโรคคอตีบ (<i>E</i>) เมื่ออัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ (<i>b</i>) เพิ่มขึ้น.....	79
4.27 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (<i>I</i>) เมื่ออัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ (<i>b</i>) เพิ่มขึ้น.....	81
4.28 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่หายจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (<i>R</i>) เมื่ออัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ (<i>b</i>) เพิ่มขึ้น.....	82
4.29 กราฟแสดงจำนวนผู้เสียชีวิตต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (<i>S</i>) เมื่อเทียบกับเวลา (วัน).....	85
4.30 กราฟแสดงจำนวนผู้ที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อโรคคอตีบ (<i>E</i>) เมื่อเทียบกับเวลา (วัน).....	86
4.31 กราฟแสดงจำนวนผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (<i>I</i>) เมื่อเทียบกับเวลา (วัน).....	87
4.32 กราฟแสดงจำนวนผู้ที่หายจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (<i>R</i>) เมื่อเทียบกับเวลา (วัน).....	88
4.33 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 1.....	89
4.34 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 2.....	89
4.35 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 3.....	90
4.36 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 4.....	90
4.37 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 5.....	90
4.38 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 6.....	91
4.39 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 7.....	91
4.40 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 8.....	91
4.41 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 9.....	92
4.42 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 10.....	92
4.43 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 11.....	92
4.44 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 12.....	93
4.45 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 13.....	93
4.46 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 14.....	93
4.47 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 15.....	94
4.48 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 16.....	94
4.49 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 17.....	94
4.50 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 18.....	95
4.51 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 19.....	95
4.52 กราฟแสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล (<i>S</i>) ด้วยโปรแกรม.....	96
4.53 กราฟแสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล (<i>E</i>) ด้วยโปรแกรม.....	97
4.54 กราฟแสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล (<i>I</i>) ด้วยโปรแกรม.....	98
4.55 กราฟแสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล (<i>R</i>) ด้วยโปรแกรม.....	99

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สัญลักษณ์

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
S	จำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ	คน
E	จำนวนประชากรที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ	คน
I	จำนวนประชากรที่ติดเชื้อ และสามารถถ่ายทอดเชื้อได้	คน
R	จำนวนประชากรที่หายป่วยจากการติดเชื้อ	คน
N	จำนวนประชากรทั้งหมด	คน
a	อัตราการเกิดของประชากร	ต่อวันต่อคน
b	อัตราการติดเชื้อของโรคคอตีบ	ต่อคน
c	อัตราการฟักตัวของเชื้อ	ต่อวันต่อคน
d	อัตราการหายจากเชื้อ	ต่อวันต่อคน
e	อัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ	ต่อคน
V	อัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ	ต่อคน
D	อัตราการเสียชีวิตประชากร	ต่อวันต่อคน
K	อัตราการเสียชีวิตด้วยโรคคอตีบขณะติดเชื้อ	ต่อวันต่อคน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

โรคคอตีบ(Diphtheria) เป็นโรคติดเชื้อเฉียบพลันของระบบทางเดินหายใจเกิดจากเชื้อ *Corynebacterium diphtheriae* ผู้ป่วยจะมีอาการเจ็บคอ ไข้ต่ำ และมีเยื่อขาวอยู่บนทอนซิล คอหอยและโพรงจมูก ผู้ป่วยบางรายมีอาการเฉพาะระบบผิวหนัง ส่วนน้อยมีภาวะแทรกซ้อน เช่น กล้ามเนื้อหัวใจอักเสบ (20%) หรือมีพยาธิสภาพของเส้นประสาทส่วนปลาย (10%)

จากการศึกษาโรคคอตีบ จากเดิมเป็นโรคที่พบได้บ่อย แต่ในปัจจุบันหลังจากมีการให้วัคซีนอย่างแพร่หลายก็พบได้น้อยลงมาก เนื่องจากทางการแพทย์ได้ศึกษาว่าโรคคอตีบเป็นโรคติดต่อร้ายแรงเกิดจากการติดเชื้อแบคทีเรียเชื้อนี้จะทำให้เกิดการอักเสบของเยื่อจมูก คอ และหลอดลม เชื้อนี้ทำให้เกิดเยื่ออุดหลอดลม โรคคอตีบเป็นโรคติดเชื้อแบคทีเรียแบบเฉียบพลันของระบบทางเดินหายใจซึ่งสามารถติดต่อได้ง่ายโดยการสัมผัสกับน้ำลาย เช่น การไอ จาม หรือพูดคุยในระยะประชิดหรือบางครั้งการใช้ภาชนะร่วมกัน เช่น ช้อนหรือแก้วน้ำ หรือการเล่นร่วมกันในเด็กเล็กจะทำให้เชื้อเข้าสู่ผู้รับได้ทางปากหรือทางการหายใจ ผู้ติดเชื้ออาจไม่มีการแสดงอาการ หรือ บางรายมีอาการรุนแรงซึ่งอาจทำให้ร่างกายพิการหรือถึงแก่ชีวิตได้โดยอาการของโรคคอตีบนั้นแบ่งเป็น 2 ระยะคือ

- ระยะพักตัว จะอยู่ที่ประมาณ 2 – 5 วันหรืออาจจะนานกว่านี้ ในบางกรณีผู้ติดเชื้ออาจจะไม่แสดงอาการใดๆ ซึ่งกลุ่มผู้ติดเชื้อซึ่งไม่แสดงอาการเหล่านี้มักจะพบว่าเป็นแหล่งแพร่เชื้อที่สำคัญ
- ระยะแสดงอาการ อาการจะเริ่มด้วยมีอาการเจ็บคอ มีไข้ต่ำ มีอาการคล้ายไข้หวัดในระยะแรก มีอาการเจ็บคอ เบื่ออาหาร ในเด็กโตอาจจะบ่นเจ็บคอคคล้ายอาการคออักเสบ บางรายจะพบอาการต่อมน้ำเหลืองโตบริเวณลำคอ และจะมีการพบแผ่นเยื่อสีขาวบนทอนซิลและลิ้นไก่ ซึ่งแผ่นเยื่อนี้เกิดการเจริญเติบโตของกลุ่มเชื้อแบคทีเรียซึ่งมีการสร้างสารพิษออกมาเป็นผลให้เนื้อเยื่อบริเวณโดยรอบตายลงและซ้อนทับกัน

นอกจากนี้อาการแทรกซ้อนที่สามารถพบได้เช่น ไชน์สอักเสบหรือหูชั้นในอักเสบ ในรายที่อาการรุนแรงสารพิษที่เชื้อแบคทีเรียสร้างออกมายังสามารถทำให้เกิดเส้นประสาทอักเสบหรือหัวใจอักเสบได้ นอกจากนี้อาจเกิดทางเดินหายใจตีตันซึ่งเกิดจากแผ่นเยื่อลามลงไปในลำคอและอาจเป็นอันตรายถึงชีวิตได้การระบาดของในแต่ละครั้งของโรคคอตีบมักจะพบในเด็กที่ยังไม่ได้วัคซีนหรือยังได้วัคซีนไม่ครบ และในกลุ่มคนที่มีประวัติได้รับวัคซีนไม่ครบถ้วนหรือไม่ได้รับวัคซีนกระตุ้นในเด็กวัยรุ่นและผู้ใหญ่ ทำให้ไม่มีภูมิคุ้มกันที่จะป้องกันโรคได้ โดยเมื่อปลายปีที่ผ่านมาประเทศไทยได้เกิดการระบาดของโรคคอตีบ โดยพบมากที่สุดในพื้นที่จังหวัดทางภาคตะวันออกเฉียงเหนือและรองลงมาคือทางภาคใต้ ถึงแม้ว่าอัตราการพบผู้ติดเชื้อจะเหลือเพียงไม่กี่ราย แต่โรคคอตีบเป็นโรคที่รุนแรง โดยในเด็กที่อายุต่ำกว่า 5 ปีและผู้ใหญ่ที่อายุมากกว่า 40 ปี จะมีอัตราเสี่ยงในการเสียชีวิตสูงกว่ากลุ่มอื่น

จากการสำรวจของสำนักระบาดวิทยาปี พ.ศ. 2556 (ค.ศ. 2013) สำนักระบาดวิทยา ได้รับรายงานผู้ป่วยจำนวน 31 ราย อัตราป่วย 0.04 ต่อประชากรแสนคน มีรายงานผู้เสียชีวิตจำนวน 7 ราย อัตราตายเท่ากับ 0.01 ต่อประชากรแสนคน อัตราป่วยตาย ร้อยละ 22.58 ในปีนี้มีการรายงานโรคคอตีบมาจากทุกภาค ส่วนใหญ่ได้รับรายงานมาจากภาคใต้ และภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ซึ่งเป็นกลุ่มเด็ก และกลุ่มผู้ใหญ่ ตามลำดับ ซึ่งแสดงให้เห็นว่ากลุ่มผู้ใหญ่ที่อาจจะไม่ได้รับวัคซีน หรือได้รับเอกสารเป็นเอกสารที่ส่งวันไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการรักษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการศึกษา ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วัคซีนไม่ครบในอดีต จึงมีความเสี่ยงต่อการเกิดโรคคอตีบ ดังนั้นความครอบคลุมของวัคซีนจะเป็นปัจจัยป้องกันต่อบุคคลที่เสี่ยงต่อการเกิดโรค และเกิดการระบาดของโรคคอตีบในอนาคตได้ จะเห็นได้ว่า อัตราป่วยของปี พ.ศ. 2556 มากกว่าช่วงปี พ.ศ. 2544 – 2552 (ก่อนที่จะพบการระบาดในภาคใต้) แต่ผลตรวจทางห้องปฏิบัติการพบผลบวกเพียง ร้อยละ 0.013 อาจเนื่องมาจากเจ้าหน้าที่มีความตระหนักรู้ต่อการให้การวินิจฉัยโรคคอตีบมากขึ้น อย่างไรก็ตาม เมื่อพิจารณาถึงอัตราป่วยตายของโรคคอตีบในประเทศไทย เทียบกับอัตราป่วยตายของโรคคอตีบในประเทศสหรัฐอเมริกาพบว่า ประเทศไทยมีอัตราป่วยตายสูงถึงร้อยละ 5 – 100 จากข้อมูลของ Centers for Disease Control and Prevention

ดังนั้น จากข้อมูลที่ได้จากการศึกษาจึงต้องมีการควบคุมและป้องกันการเกิดโรคคอตีบนี้ เพื่อลดอัตราการเกิดโรคคอตีบ

1.2 วัตถุประสงค์ของปัญหาพิเศษ

- 1) เพื่อศึกษาอัตราเพิ่ม-ลดจำนวนผู้ป่วยแต่ละปี ซึ่งแบ่งตามภาค (แบ่งตามลักษณะภูมิประเทศ) และตามช่วงอายุของผู้ป่วยโรคคอตีบในประเทศไทย
- 2) เพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สามารถนำไปเป็นแนวทางในการลดจำนวนผู้ป่วยโรคคอตีบในประเทศไทย
- 3) เพื่อศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายลักษณะผู้ป่วยที่เป็นโรคคอตีบในประเทศไทย
- 4) เพื่อพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้สามารถนำไปใช้ได้จริงในการประเมินความเสี่ยงโรคคอตีบในประเทศไทย

1.3 ขอบเขตของปัญหาพิเศษ

ศึกษาและวิเคราะห์สถิติจำนวนผู้ป่วยโรคคอตีบในแต่ละปี โดยแบ่งตามการแพร่กระจายของโรค ตามวิธีวินิจฉัยโรคตามช่วงอายุ ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2546-2556 เพื่อนำมาสร้างแบบจำลองโรคคอตีบและการได้รับวัคซีนในประเทศไทย

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงาน

- 1) กำหนดหัวข้อของปัญหาพิเศษ
- 2) สืบค้น รวบรวมข้อมูลและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโรคคอตีบ
- 3) วิเคราะห์ข้อมูลสถิติการเกิดโรคคอตีบที่ได้จากกรมระบาดวิทยา
- 4) สร้างสมการทางคณิตศาสตร์เพื่อพยากรณ์การเกิดโรคคอตีบ
- 5) สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการเกิดโรคคอตีบและการได้รับวัคซีน
- 6) ปรับปรุงและพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคคอตีบและการได้รับวัคซีน
- 7) สรุปผลที่ได้จากการศึกษาเพื่อให้สามารถนำไปใช้ได้จริง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 1) ได้ความเข้าใจและมีความรู้เกี่ยวกับโรคคอติบ
- 2) ได้ศึกษาแนวทางในการป้องกันโรคคอติบ
- 3) ได้ทราบแนวโน้มการเกิดโรคคอติบที่ได้จากการพยากรณ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการลดอัตราผู้ป่วยโรคคอติบ
- 4) ได้พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้สามารถนำไปใช้ได้จริง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.6 ระยะเวลาการดำเนินงาน

ตารางการดำเนินงาน

ขั้นตอนการดำเนินงาน/ระยะเวลาการดำเนินงาน	ส.ค.	ก.ย.	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.	เม.ย.	พ.ค.
หาหัวข้อปัญหาพิเศษ	←→									
สืบค้นและค้นหาข้อมูลของปัญหาพิเศษ		←→								
เก็บรวบรวมข้อมูลปัญหาพิเศษ			←→							
วิเคราะห์ข้อมูลสถิติของการเกิดโรค			←→							
ค้นคว้าและศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง			←→							
สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์				←→						
ปรับปรุงและแก้ไขแบบจำลองทางคณิตศาสตร์					←→					
พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์					←→					
สรุปผลที่ได้จากการศึกษา						←→				
เขียนเล่มรายงานปัญหาพิเศษ							←→			
จัดทำรูปเล่มรายงานปัญหาพิเศษ								←→		
ตรวจสอบรูปเล่มรายงานปัญหาพิเศษ									←→	

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 ค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ (Eigenvalue and Eigenvector)

บทนิยาม ให้ A เป็นเมทริกซ์ขนาด $n \times n$ และ λ เป็นจำนวนจริง เรียกว่า ค่าลักษณะเฉพาะ(eigenvalue)ของ A ก็ต่อเมื่อมีเวกเตอร์ X ใน R^n ที่ไม่เป็นศูนย์ ซึ่งทำให้

$$AX = \lambda X$$

เวกเตอร์ X เรียกว่า เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ (eigenvector) ของ A ที่สัมพันธ์กับ λ ถ้า λ เป็นค่าลักษณะเฉพาะของ A แล้วเซตของ

$$E_\lambda = E_\lambda(A) = \{X \mid X \text{ อยู่ใน } R^n \text{ และ } AX = \lambda X\}$$

เป็นปริภูมิเวกเตอร์ (ปริภูมิย่อยของ R^n) เรียกว่า ปริภูมิลักษณะเฉพาะที่สัมพันธ์กับ λ ค่าลักษณะเฉพาะ หรืออาจใช้อีกชื่อว่า characteristic values และ เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ หรืออาจใช้อีกชื่อว่า characteristic vectors จากสมการในบทนิยาม $AX = \lambda X$ สามารถจัดใหม่เป็น

$$(\lambda I - A)X = 0$$

เมื่อ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด $n \times n$ และ E_λ ประกอบด้วยผลเฉลยทั้งหมดของระบบสมการเชิงเส้น ซึ่งเป็นเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะที่สัมพันธ์กับค่าลักษณะเฉพาะ λ ถ้าเป็นไปตามนี้ E_λ ประกอบด้วยเวกเตอร์อย่างน้อยหนึ่งเวกเตอร์ที่ไม่เป็นศูนย์ ซึ่งก่อนหน้านี้เงื่อนไขเขียนได้เป็น

$$(\lambda I - A)X = 0 \text{ สำหรับบาง } X \neq 0$$

เมื่อ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด $n \times n$ เนื่องจาก $X \neq 0$ นั่นคือ X จะเป็นเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ A ก็ต่อเมื่อ $(\lambda I - A)$ เป็นเมทริกซ์ที่ไม่ผกผัน

2.2 พหุนามลักษณะเฉพาะ (Characteristic polynomial)

ทฤษฎีบท 2.1 ให้ A เป็นเมทริกซ์ขนาด $n \times n$ ค่าลักษณะเฉพาะของ A เป็นรากที่เป็นจำนวนจริงของพหุนามลักษณะเฉพาะของ A นั่นคือมีจำนวนจริง λ ที่สอดคล้องกับสมการ

$$C_A(\lambda) = \det(\lambda I - A) = 0$$

เมื่อ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด $n \times n$ ปริภูมิลักษณะเฉพาะ E_λ ที่สมนัยกับ λ คือ

$$E_\lambda = \{X \mid (\lambda I - A)X = 0\}$$

ที่ประกอบด้วยผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น n สมการ n ตัวแปรเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะที่สมนัยกับ λ คือเวกเตอร์ที่ไม่เป็นศูนย์ทั้งหมดในปริภูมิ E_λ

2.3 จาคอเบียนเมทริกซ์ (Jacobian Matrix)

สมมติให้ $f_1(x, y)$ และ $f_2(x, y)$ เป็นฟังก์ชันของตัวแปรอิสระ x และ y เมื่อเมทริกซ์จาโคเบียน นิยามโดย $J(x, y)$ คือ

$$J(x, y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} \end{bmatrix}$$

ในทำนองเดียวกัน ถ้า $f_1(x, y, z)$, $f_2(x, y, z)$ และ $f_3(x, y, z)$ เป็นฟังก์ชันของตัวแปรอิสระ x, y และ z เมื่อเมทริกซ์จาโคเบียนขนาด 3×3 นิยามโดย $J(x, y, z)$ คือ

$$J(x, y, z) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_1}{\partial z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial z} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x} & \frac{\partial f_3}{\partial y} & \frac{\partial f_3}{\partial z} \end{bmatrix}$$

บทนิยาม ให้ $x = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n]^T$ และ $f(x)$ เป็นฟังก์ชันเวกเตอร์ของ x โดยที่ $f(x) = [f_1(x), f_2(x), f_3(x), \dots, f_m(x)]^T$ ดังนั้นอนุพันธ์ของ $f(x)$ เทียบกับ x จะเรียกว่า จาคอเบียนเมทริกซ์ (Jacobian matrix) หรือ จาคอเบียนของ $f(x)$ นิยามโดย

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \frac{\partial f_m(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_m(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_m(x)}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_m(x)}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

2.4 จุดสมดุล

บทนิยาม จุด $\tilde{x} \in \mathbb{R}^n$ เป็นจุดสมดุล (equilibrium point) สำหรับสมการเชิงอนุพันธ์

$$\frac{dx}{dt} = f(t, X)$$

ถ้า $f(t, \tilde{x}) = 0$ สำหรับทุกๆ t เป็นจุดสมดุลของ $f(t, \tilde{x})$ ที่ t

ทฤษฎีบท 2.2 ความเสถียรของจุดสมดุล (Stable of equilibrium point) พิจารณาจาก ค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) ที่หาได้จากการหา $\det(\lambda I - J) = 0$ ดังนี้

1. ถ้าค่าลักษณะเฉพาะ λ แต่ละตัวมีเครื่องหมายเป็นลบ แล้วจะได้ว่าจุดสมดุลนั้นมีจุดความเสถียร (stable)
2. ถ้าค่าลักษณะเฉพาะ λ แต่ละตัวมีเครื่องหมายต่างกัน แล้วจะได้ว่าจุดสมดุลนั้นเป็นจุดอานม้า (saddle point)
3. ถ้าค่าลักษณะเฉพาะ λ แต่ละตัวมีเครื่องหมายเป็นบวก แล้วจะได้ว่าจุดสมดุลนั้นไม่มีความเสถียร (unstable)

กฎ The Routh-Hourwitz

สมการตั้งต้น $\lambda^k + a_1\lambda^{k-1} + a_2\lambda^{k-2} + \dots + a_k = 0$

ให้สมการลักษณะเฉพาะของสมการตั้งต้น นิยามโดยเมทริกซ์ขนาด k โดย

$$H_1 = (a_1), H_2 = \begin{pmatrix} a_1 & 1 \\ a_3 & a_2 \end{pmatrix}, H_3 = \begin{pmatrix} a_1 & 1 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{pmatrix}, \dots$$

$$H_j = \begin{pmatrix} a_1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & 1 & \dots & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & a_2 & \dots & 0 \\ a_{2j-1} & a_{2j-2} & a_{2j-3} & a_{2j-4} & \dots & a_j \end{pmatrix}, \dots, H_k = \begin{pmatrix} a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_k \end{pmatrix}$$

โดยที่ (l, m) ในเมทริกซ์ H_j คือ

$$a_{2l-m} \text{ สำหรับ } 0 < 2l - m < k$$

$$1 \text{ สำหรับ } 2l = m$$

$$0 \text{ สำหรับ } 2l < m \text{ หรือ } 2l > k + m$$

ค่าลักษณะเฉพาะทั้งหมดจะเป็นจำนวนจริงลบ และทำให้จุดที่นำมาพิจารณานั้นมีความเสถียรภาพ ก็ต่อเมื่อ

$$\det H_j > 0 \quad (j = 1, 2, \dots, k)$$

ดังนั้น จะได้ว่า

$$k = 2 : a_1 > 0, a_2 > 0$$

$$k = 3 : a_1 > 0, a_3 > 0, a_1 a_2 > a_3$$

$$k = 4 : a_1 > 0, a_3 > 0, a_4 > 0, a_1 a_2 a_3 > a_3^2 + a_1^2 a_4$$

2.5 การหาผลเฉลยจุดสมดุลของระบบสมการเชิงเส้นชนิดต่อเนื่อง

การหาจุดสมดุลของระบบสมการ หาได้โดยพิจารณาแบบจำลองที่มีรูปแบบดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= F_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} &= F_2(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= F_n(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

ผลเฉลยจุดสมดุลของระบบสมการนี้ สามารถหาได้จากการให้สมการทุกสมการของ (a) เท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$F_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0$$

$$F_2(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0$$

$$\vdots$$

$$F_n(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0$$

2.6 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

2.6.1 แบบจำลอง

แบบจำลอง หมายถึง สิ่งที่ได้รับการพัฒนาขึ้นเพื่ออธิบายหรือแสดงให้เห็นถึงองค์ประกอบสำคัญ ของเรื่องใดเรื่องหนึ่งให้เข้าใจได้ง่ายขึ้น เพื่อเป็นแนวทางในการดำเนินการอย่างใดอย่างหนึ่งต่อไปซึ่งเป็นตัวแทนของวัตถุ ระบบหรือแนวคิด แบบจำลองอาจนำไปใช้งานในหลายลักษณะดังนี้

1. เป็นเครื่องช่วยคิด (An aid to thought) เช่น แบบจำลองโครงข่าย (Network Model) ช่วยทำให้ผู้สร้างแบบได้มองเห็นภาพรวมในการตัดใจ เรียงลำดับกิจกรรมที่จะทำว่าจะมีกิจกรรมที่ต้องทำอะไรบ้าง และลำดับก่อนหลัง

2. เป็นเครื่องสื่อความหมาย (An aid to communication) แบบจำลองจะช่วยให้เข้าใจพฤติกรรมของปัญหาที่เราสนใจ และช่วยให้สามารถอธิบายพฤติกรรมปัญหาและนำไปสู่การแก้ไข ปัญหา

3. เป็นเครื่องช่วยสอนและฝึกอบรม (Purpose of training and instruction) เป็นแบบจำลองที่จะช่วยให้เกิดความเข้าใจ จนเกิดความคุ้นเคยและทำได้จริง

4. เป็นเครื่องมือสำหรับการทำนาย (A tool of prediction) จากแบบจำลองจะช่วยให้เกิดความเข้าใจพฤติกรรมของปัญหา และจะช่วยให้ผู้สร้างแบบจำลองสามารถคาดคะเนหรือทำนายได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อมีเหตุการณ์ที่มีผลกระทบต่อองค์ประกอบของแบบจำลองขึ้นจะมีผลอะไรเกิดขึ้นกับสถานการณ์ที่เราสนใจ

5. เป็นเครื่องมือสำหรับการทดลอง (An aid to experimentation) โดยที่แบบจำลองเป็นสิ่งที่สร้างขึ้นแทนปัญหาที่เราสนใจ ในกรณีที่ต้องการทดลองเงื่อนไขต่างๆกับระบบงานจริงแต่ทำไม่ได้ ก็จะนำเอาเงื่อนไขนั้นๆมาทดลองกับแบบจำลองเพื่อดูว่าจะให้ผลอย่างไร เพื่อประโยชน์ในการตัดสินใจว่าควรจะนำเงื่อนไขนั้นๆ ไปใช้กับสถานการณ์จริง

โครงสร้างของแบบจำลองประกอบไปด้วย

1. องค์ประกอบ (Components) ในทุกแบบจำลองจะประกอบไปด้วยองค์ประกอบต่างๆในแบบจำลองที่ใช้แทนข้อมูลทั้งหมด ซึ่งต้องประกอบไปด้วยองค์ประกอบที่จำเป็นสำหรับการทำงานที่จำเป็นของแบบจำลอง

2. ตัวแปรและพารามิเตอร์ (Variables and parameters) ตัวแปรเป็นค่าที่ผันแปร มีได้หลายค่าตามสภาวะจริงของการใช้งาน จำแนกได้เป็น 2 ประเภท คือ ตัวแปรจากภายนอก (Exogenous Variables) หรือตัวแปรนำเข้า (Input Variables) หมายถึง ตัวแปรจากภายนอกในระบบซึ่งเข้ามามีผลกระทบต่อสมรรถนะของระบบหรือเป็นตัวแปรที่มีผลเนื่องมาจากปัจจัยภายนอกในระบบ และตัวแปรภายใน (Endogenous Variables) หมายถึง ตัวแปรที่เกิดขึ้นภายในระบบ ตัวแปรนี้อยู่ในลักษณะตัวแปรสถานะภาพ (Status Variables) ซึ่งเป็นตัวแปรที่ใช้บอกสภาพหรือเงื่อนไขของระบบ ในทางสถิติตัวแปรจากภายนอกคือตัวแปรอิสระ (Independent Variables) และตัวแปรภายในคือตัวแปรตาม (Dependent Variables) ส่วนพารามิเตอร์ คือ ค่าคงที่ที่ผู้ใช้แบบจำลองเป็นผู้กำหนด อาจเป็นค่าที่กำหนดขึ้นเองเพื่อศึกษาผลที่เกิดขึ้นจากค่าของพารามิเตอร์หรือเป็นค่าที่วัดหรือประเมินได้จากข้อมูล

3. ฟังก์ชันความสัมพันธ์ (Functional Relationships) คือ ฟังก์ชันที่อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรและพารามิเตอร์ ฟังก์ชันความสัมพันธ์นี้อาจอยู่ในลักษณะแน่นอนตายตัว (Deterministic) เป็นลักษณะที่เมื่อใส่ข้อมูลนำเข้าจะสามารถหาได้ว่าผลลัพธ์จะเป็นเท่าไรแน่นอน และอาจอยู่ในลักษณะไม่แน่นอน (Stochastic) ซึ่งเมื่อใส่ข้อมูลนำเข้าให้กับฟังก์ชัน ไม่แน่ว่าผลลัพธ์ออกมาเท่าไรลักษณะของฟังก์ชันความสัมพันธ์มักอยู่ในรูปของสมการทางคณิตศาสตร์ซึ่งฟังก์ชันความสัมพันธ์เหล่านี้ อาจหาได้จากการสมมติฐานหรือประเมินจากข้อมูลร่วมกับวิธีทางสถิติหรือคณิตศาสตร์

4. ขอบข่ายจำกัด (Constraint) คือ ข้อจำกัดของค่าของตัวแปรต่างๆ ซึ่งอาจเป็นข้อจำกัดที่ผู้ใช้แบบจำลองเป็นผู้กำหนด

แบบจำลองมีหลายประเภทขึ้นอยู่กับความเหมาะสมในการใช้งาน พอที่จะจำแนกประเภทได้อย่างคร่าวๆดังนี้

1. Deterministic model เป็นแบบจำลองที่ตัววัดต่างๆ เช่น อัตราการเติบโตมีค่าแน่นอน (deterministic) เนื่องจากไม่คำนึงถึงการสั่นไหวแบบไร้ทิศทาง (random fluctuations) ของสภาพแวดล้อม

2. Stochastic model เป็นแบบจำลองที่รวมเอาการสั่นไหวแบบไร้ทิศทางของสภาพแวดล้อมเข้ามาด้วย ทำให้ตัววัดต่างๆ เช่น อุณหภูมิ ปริมาณฝน อัตราการไหลของน้ำทิ้งมีค่าไม่คงที่ ซึ่งจะใช้ค่าเฉลี่ย (mean) เป็นตัวแทนและยังมีค่าเปลี่ยนไปตามเวลาอีกด้วย นอกจากนี้ตัววัดบางเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวมีค่าที่กระจายเป็นช่วง เช่น ขนาดของอนุภาคดิน ขนาดของฟองอากาศจากเครื่องเติมอากาศ ดังนั้นจึงต้องใช้ค่ากระจายทางสถิติ (statistical distributions) เช่น Gaussian, Poisson, binomial เป็นต้น มาอธิบายตัววัดเหล่านี้ การจำลองสถานการณ์โดยใช้แบบจำลองนี้ทำโดยการเลือกค่าตัววัดแบบสุ่ม (random) มาใช้หลายค่า จนได้ค่ากระจายของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ เรียกว่า Monte Carlo simulation

3. Steady state models เป็นแบบจำลองที่ใช้ปรากฏการณ์อันใดอันหนึ่งเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ซึ่งคำนวณทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น เพราะสมการของแบบจำลองจะเป็นสมการพีชคณิต (algebraic equations) ได้แก่ แบบจำลองของกระบวนการบำบัดน้ำเสียต่างๆ ที่ทำงานภายใต้สภาวะคงที่ (Steady state) เป็นต้น

4. Dynamic models เป็นแบบจำลองที่คำนึงถึงผลที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของระบบ มักจะซับซ้อนเนื่องจากประกอบด้วยทั้งสมการพีชคณิตและสมการเชิงอนุพันธ์ (differential equations) การแก้สมการจะยุ่งยาก ซับซ้อนหากไม่ใช่เทคนิคการหาปริพันธ์แบบใช้ตัวเลข (numerical integration techniques) ด้วยคอมพิวเตอร์

2.6.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model)

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) คือ การสร้างหรือการออกแบบ เพื่อที่จะศึกษาสิ่งที่เราสนใจในระบบหรือปรากฏการณ์ใดๆ ซึ่งการสร้างหรือออกแบบจะต้องอาศัยการ ประกอบกันของการจำลองทางคณิตศาสตร์ แบบปัญหา สัญลักษณ์กราฟต่างๆ และสิ่งที่ได้จากผลการ ทดลอง แบบจำลองคณิตศาสตร์สามารถใช้เป็นสิ่งที่บ่งบอกถึงลักษณะเฉพาะของปรากฏการณ์นั้นๆ และถูกใช้เป็นเครื่องมือในการศึกษาปรากฏการณ์นั้นๆ แล้วแบบจำลองก็ยังสามารถใช้สร้างลักษณะพิเศษ เพื่อที่จะศึกษา ปรากฏการณ์พิเศษเหล่านั้นอีกด้วย



รูปที่ 2.1 แสดงการอธิบายขั้นตอนการสร้างแบบจำลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

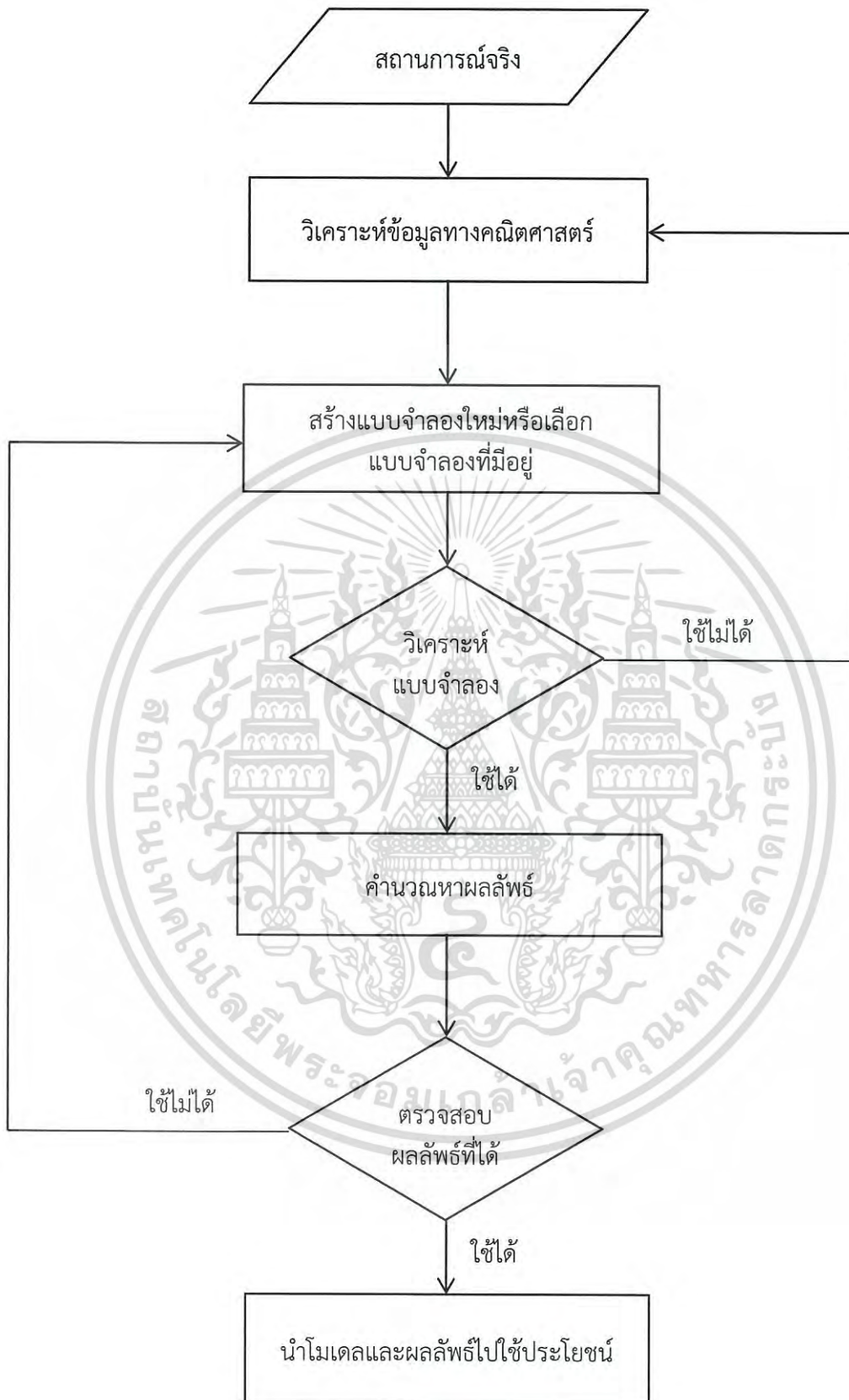
เริ่มจากปรากฏการณ์ของโลกแห่งความเป็นจริงและเราสามารถแทนเป็นรูปแบบแทนคณิตศาสตร์ โดยการสร้างแบบจำลองใหม่หรือเลือกมาจากที่มีอยู่แล้ว ในทางตรงกันข้ามเราสามารถคิดกลับด้านกันได้จากปรากฏการณ์ของผลการทดลอง

การพิจารณาคำถามของการสร้างแบบจำลองซึ่งมีเงื่อนไขที่หลากหลายหรือที่เราอาจจะไม่ได้สนใจและเพราะคณิตศาสตร์อาจจะซับซ้อนมากเกินไปและควบคุมได้ยาก

ความซับซ้อนนี้เกิดขึ้นได้ เช่น เมื่อเราพยายามใช้แบบจำลองที่เรากำหนดให้เป็นระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยหรือระบบสมการพีชคณิตไม่เชิงเส้นหรือปัญหาอาจจะใหญ่เกินไปซึ่งอาจจะเป็นไปได้ที่จะจับกลุ่มกันให้ได้ออกมาเป็นเพียงแบบจำลองเดียว



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.2 แสดงกระบวนการคิดของการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.7 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคติดเชื้อ

การสร้างแบบจำลองสำหรับโรคติดเชื้อ จะแบ่งกลุ่มประชากรออกเป็น 4 กลุ่ม

1. กลุ่มเสี่ยงที่จะติดเชื้อ (Susceptible) แทนด้วย S
2. กลุ่มที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ (Exposed) แทนด้วย E
3. กลุ่มติดเชื้อ (Infected) แทนด้วย I
4. กลุ่มฟื้นไข้ หรือกลุ่มหายป่วย (Recovered) แทนด้วย R

เมื่อกำหนดให้ประชากรทั้งหมดคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ณ $t=0$ เริ่มมีการติดเชื้อภายในกลุ่มประชากรทั้ง 4 กลุ่ม จากนั้นเชื้อได้แพร่กระจายเข้าไปในกลุ่มของผู้ที่มีความเสี่ยงในการติดเชื้อ เป็นการแพร่กระจายจากหนึ่งคนไปสู่อีกหนึ่งคน แบบจำลองนี้นำเสนอทั้งเชื้อที่ใช้และไม่ใช้เวลาในการฟักตัวของเชื้อ นั่นคือ ในกรณีที่ไม่มีอาการฟักตัวของเชื้อ เมื่อประชากรที่มีความเสี่ยงต่อการติดเชื้อได้รับเชื้อ จะเปลี่ยนไปเป็นผู้ป่วยที่เป็นโรครทันที โดยไม่ต้องรอการแสดงอาการของโรค และในกรณีที่มีการฟักตัวของเชื้อ เมื่อประชากรที่มีความเสี่ยงต่อการติดเชื้อได้รับเชื้อ จะต้องรอการแสดงอาการของโรค แล้วจึงเปลี่ยนไปเป็นผู้ป่วย ซึ่งในที่นี้นำเสนอตัวอย่างแบบจำลองสำหรับโรคติดเชื้อ 3 รูปแบบ ดังนี้

2.7.1 แบบจำลอง SIR

แบบจำลอง SIR นี้เป็นแบบจำลองที่ไม่ขึ้นกับเวลา เพราะเป็นระยะเวลาสั้นๆ จะไม่คำนึงถึงอัตราการเกิดและอัตราการเสียชีวิต แบบจำลองนี้แบ่งเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มเสี่ยงต่อการติดเชื้อ แทนด้วย S กลุ่มติดเชื้อ แทนด้วย I และกลุ่มที่หายป่วย แทนด้วย R



รูปที่ 2.3 แบบจำลอง SIR

ตารางที่ 2.1 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรของแบบจำลอง SIR

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
S	จำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ	คน
I	จำนวนประชากรที่ติดเชื้อ และสามารถถ่ายทอดเชื้อได้	คน
R	จำนวนประชากรที่หายป่วยจากการติดเชื้อ	คน
N	จำนวนประชากรทั้งหมด $S + I + R$	คน

ตารางที่ 2.2 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรเสริมของแบบจำลอง SIR

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
a	อัตราการติดเชื้อ	ต่อวันต่อคน
b	อัตราการหายป่วย	ต่อวันต่อคน

คำอธิบายแบบจำลอง SIR

ประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อจะมีจำนวนลดลง และเปลี่ยนไปเป็นผู้ติดเชื้อ ทำให้ประชากรที่ติดเชื้อมีจำนวนเพิ่มขึ้น เมื่อกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อได้รับการรักษาทำให้มีจำนวนลดลง แล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่หายป่วยและส่งผลให้จำนวนของผู้ที่หายป่วยมีจำนวนเพิ่มมากขึ้น

จากแบบจำลองนี้ เราสามารถเขียนสมการอัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรแต่ละกลุ่มได้ดังนี้

$$\frac{dS}{dt} = -aSI \quad (2.1)$$

$$\frac{dI}{dt} = aSI - bI \quad (2.2)$$

$$\frac{dR}{dt} = bI \quad (2.3)$$

โดยกำหนดให้ $N = S + I + R$

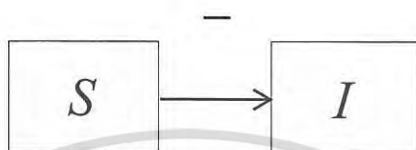
หมายเหตุ เนื่องจากสมการเป็นการบอกถึงการเปลี่ยนแปลงตามเวลา ดังนั้น

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรแต่ละกลุ่ม

= สิ่งที่มีผลต่อการเพิ่มขึ้นของประชากร - สิ่งที่มีผลต่อการลดลงของประชากร

อธิบายความหมายของแต่ละสมการของแบบจำลอง *SIR* ดังนี้

1. สมการ (2.1) $\frac{dS}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรกลุ่มที่มีความเสี่ยงต่อการติดเชื้อ *S* โดย $-aSI$ หมายถึง การลดลงของประชากรที่อยู่ในกลุ่มที่มีความเสี่ยงต่อการติดเชื้อ *S* เพราะติดเชื้อมีอัตรา *a* จะเห็นได้ว่า ผลการติดเชื้อนี้ขึ้นอยู่กับผลคูณของ *S* และ *I* ซึ่งแสดงถึงการที่ผู้รับเชื้อและผู้แพร่เชื้อมีความสัมพันธ์กัน ซึ่งเครื่องหมาย $-$ แสดงถึง อัตราการลดลงของกลุ่มประชากรที่มีความเสี่ยงต่อการติดเชื้อ *S* ดังแผนภาพ



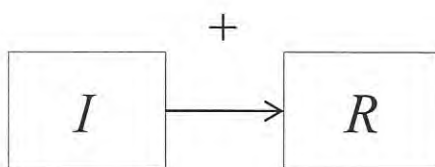
รูปที่ 2.4 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง *SIR* ของสมการ (2.1)

2. สมการ (2.2) $\frac{dI}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้โดยที่ $+aSI$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อ *I* ซึ่งเปลี่ยนมาจากกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ *S* ในขณะที่ $-bI$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ เพราะการหายป่วยด้วยอัตรา *b* แล้วเปลี่ยนไปเป็นประชากรกลุ่มที่หายป่วย *R* เครื่องหมาย $+$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อ *I* และเครื่องหมาย $-$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อ *I* ดังแผนภาพ



รูปที่ 2.5 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง *SIR* ของสมการ (2.2)

3. สมการ (2.3) $\frac{dR}{dt}$ หมายถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรกลุ่มที่หายป่วย โดยที่ $+bI$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่หายป่วย *R* ซึ่งเปลี่ยนมาจากกลุ่มที่ติดเชื้อ *I* ด้วยอัตราการหายป่วย *b* ซึ่งเครื่องหมาย $+$ หมายถึงอัตราการเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่หายป่วย *R* ดังแผนภาพ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้รูปที่ 2.6 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง *SIR* ของสมการ (2.3) โยชนด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ให้ (S^*, I^*, R^*) เป็นจุดสมดุลของระบบสมการ
และนำสมการ (2.1) - (2.3) มาหาจุดสมดุล ดังนี้

$$-aS^*I^* = 0 \quad (2.4)$$

$$(aS^* - b)I^* = 0 \quad (2.5)$$

$$bI^* = 0 \quad (2.6)$$

จาก (2.6) จะได้ว่า $I^* = 0$

แทนค่า $I^* = 0$ ใน (2.5) จะได้ $I^* = 0$ หรือ $S^* = \frac{b}{a}$

กรณีที่ 1: แทนค่า $I^* = 0$ ใน (2.4)

จะได้ $-aS^*(0) = 0$ ดังนั้น $S^* = 0$ หรือ $S^* \neq 0$

จาก $N = S^* + I^* + R^*$ ถ้า $S^* = 0$ จะได้ $N = R^*$

ถ้า $S^* \neq 0$ จะได้ $N = S^* + R^*$

ถ้า $S^* = N$ จะได้ $R^* = 0$

กรณีที่ 2: แทนค่า $S^* = \frac{b}{a}$ ใน (2.4)

จะได้ $-bI^* = 0; b \neq 0$ ดังนั้น $I^* = 0$

จาก $N = S^* + I^* + R^*$ จะได้ $R^* = N - S^* - I^*$

$$R^* = N - \frac{b}{a} - 0$$

$$R^* = N - \frac{b}{a}$$

ดังนั้น จะได้จุดสมดุล ดังนี้

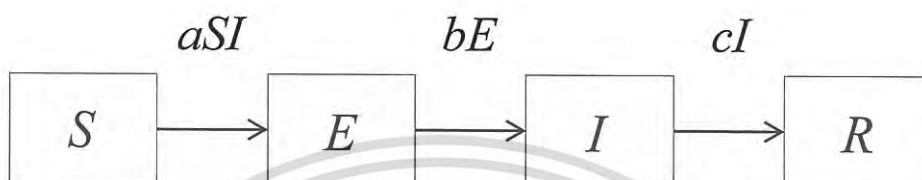
จากกรณีที่ 1 : $I^* = 0$ จะได้ $(S^*, I^*, R^*) = (N, 0, 0); S^* = N$

$$(S^*, I^*, R^*) = (0, 0, N); S^* = 0$$

จากกรณีที่ 2 : $S^* = \frac{b}{a}$ จะได้ $(S^*, I^*, R^*) = (\frac{b}{a}, 0, N - \frac{b}{a})$

2.7.2 แบบจำลอง SEIR

แบบจำลอง SEIR นี้เป็นแบบจำลองที่ไม่ขึ้นกับเวลา เพราะเป็นระยะเวลาสั้นๆ จะไม่คำนึงถึงอัตราการเกิดและอัตราการเสียชีวิต แบบจำลองนี้แบ่งเป็น 4 กลุ่ม คือ กลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ แทนด้วย S กลุ่มที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ แทนด้วย E กลุ่มที่ติดเชื้อ แทนด้วย I กลุ่มหายป่วย แทนด้วย R



รูปที่ 2.7 แบบจำลอง SEIR

ตารางที่ 2.3 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรของแบบจำลอง SEIR

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
S	จำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ	คน
E	จำนวนประชากรที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ	คน
I	จำนวนประชากรที่ติดเชื้อ และสามารถถ่ายทอดเชื้อได้	คน
R	จำนวนประชากรที่หายป่วยจากการติดเชื้อ	คน
N	จำนวนประชากรทั้งหมด $S + E + I + R$	คน

ตารางที่ 2.4 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรเสริมของแบบจำลอง SEIR

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
a	อัตราการติดเชื้อ	ต่อวันต่อคน
b	อัตราการฟักตัวของเชื้อ	ต่อวันต่อคน
c	อัตราการหายป่วย	ต่อวันต่อคน

คำอธิบายของแบบจำลอง SEIR

จำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อจะลดจำนวนลงแล้วเปลี่ยนแปลงไปเป็นผู้ที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ ทำให้ประชากรที่อยู่ในระยะการฟักตัวของเชื้อเพิ่มมากขึ้น กลุ่มประชากรที่อยู่ในระยะฟักตัวจะลดลงจากการเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ติดเชื้อ ทำให้จำนวนประชากรที่ติดเชื้อมีจำนวนเพิ่มมากขึ้น ไม่ช้าก็หมดไป ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และเมื่อประชากรที่ติดเชื้อได้รับการรักษาจะทำให้มีจำนวนที่ติดเชื้อลดลงแล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่หายป่วย โดยจะส่งผลให้จำนวนผู้ที่หายป่วยมีจำนวนเพิ่มขึ้น

จากแบบจำลอง สามารถนำมาเขียนเป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงของแต่ละกลุ่มประชากร ได้ดังนี้

$$\frac{dS}{dt} = -aSI \quad (2.7)$$

$$\frac{dE}{dt} = aSI - bE \quad (2.8)$$

$$\frac{dI}{dt} = bE - cI \quad (2.9)$$

$$\frac{dR}{dt} = cI \quad (2.10)$$

โดยกำหนดให้ $N = S + E + I + R$

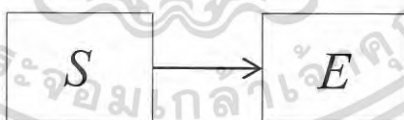
หมายเหตุ เนื่องจากสมการเป็นการบอกถึงการเปลี่ยนแปลงตามเวลา ดังนั้น

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรแต่ละกลุ่ม

= สิ่งที่มีผลต่อการเพิ่มขึ้นของประชากร - สิ่งที่มีผลต่อการลดลงของประชากร

อธิบายความหมายแต่ละสมการของแบบจำลอง *SEIR* ได้ดังนี้

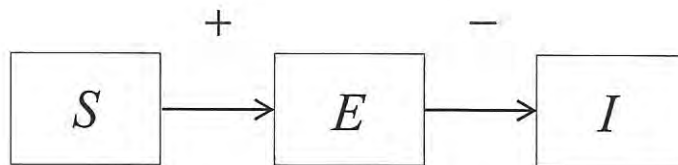
1. สมการ (2.7) $\frac{dS}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อของโรค โดยที่ $-aSI$ หมายถึง การลดลงของประชากรของกลุ่มเสี่ยงที่จะติดเชื้อ S เพราะมีการติดเชื้อด้วยอัตรา a โดยจะเห็นได้ว่า ผลของการติดเชื้อของโรคนั้นขึ้นอยู่กับผลคูณของ S และ I นั้นแสดงให้เห็นถึงผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ (ผู้รับเชื้อ) และผู้ที่แพร่เชื้อมีความสัมพันธ์กัน และ เครื่องหมาย $-$ หมายถึง การลดลงของกลุ่มประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ S ดังแสดงโดยแผนภาพ



รูปที่ 2.8 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง *SEIR* ของสมการ (2.7)

2. สมการ (2.8) $\frac{dE}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรกลุ่มที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ E โดยที่ $+aSI$ เป็นการเพิ่มขึ้นของกลุ่มที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ ซึ่งเปลี่ยนมาจากกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ S และ $-bE$ หมายถึงการลดลงของประชากรกลุ่มที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ E เพราะอัตราการฟักตัวของเชื้อ b ซึ่ง เครื่องหมาย $+$ หมายถึงการเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ E และ เครื่องหมาย $-$ หมายถึงการลดลงของประชากรกลุ่มที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ E ดังแผนภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



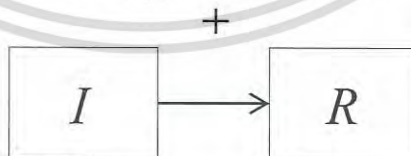
รูปที่ 2.9 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง *SEIR* ของสมการ (2.8)

3. สมการ (2.9) $\frac{dI}{dt}$ หมายถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่ติดเชื้อและอยู่ในภาวะที่สามารถแพร่เชื้อได้ I โดยที่ $+bE$ หมายถึงการเพิ่มขึ้นของกลุ่มที่ติดเชื้อและอยู่ในภาวะที่สามารถแพร่เชื้อ ซึ่งเปลี่ยนมาจากกลุ่มที่อยู่ในระยะฟักตัวของ E และ $-cI$ หมายถึง การลดลงของประชากรที่อยู่ในกลุ่มที่ติดเชื้อและอยู่ในภาวะที่สามารถแพร่เชื้อได้ I เพราะ อัตราการหายป่วย c ซึ่งเครื่องหมาย $+$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของกลุ่มประชากรที่สามารถแพร่เชื้อ I และเครื่องหมาย $-$ หมายถึง การลดลงของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อและอยู่ในภาวะที่แพร่เชื้อ I ดังแผนภาพ



รูปที่ 2.10 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง *SEIR* ของสมการ (2.9)

4. สมการ (2.10) $\frac{dR}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่หายป่วยจากโรค R โดยที่ $+cI$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของกลุ่มประชากรที่หายป่วยจากโรค ซึ่งเปลี่ยนแปลงมาจากกลุ่มที่ติดเชื้อและสามารถแพร่เชื้อ I ซึ่งเครื่องหมาย $+$ หมายถึง การเพิ่มของกลุ่มประชากรที่หายป่วยจากโรค R ดังแสดงโดยแผนภาพ



รูปที่ 2.11 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง *SEIR* ของสมการ (2.10)

ให้ (S^*, E^*, I^*, R^*) เป็นจุดสมดุลของระบบสมการ
และนำสมการ (2.7) – (2.10) มาหาจุดสมดุล ดังนี้

$$-aS^*I^* = 0 \quad (2.11)$$

$$aS^*I^* - bE^* = 0 \quad (2.12)$$

$$bE^* - cI^* = 0 \quad (2.13)$$

$$cI^* = 0 \quad (2.14)$$

จาก (2.14) จะได้ $I^* = 0$

แทนค่า $I^* = 0$ ใน (2.13) จะได้ $bE^* - c(0) = 0$

$$E^* = 0$$

แทนค่า $I^* = 0$ และ $E^* = 0$ ใน (2.12) จะได้ $aS^*(0) - b(0) = 0; a \neq 0$

ดังนั้น $S^* = 0$ หรือ $S^* \neq 0$

จาก $N = S^* + E^* + I^* + R^*$

ถ้า $S^* = 0$ จะได้ $N = R^*$

ถ้า $S^* \neq 0$ จะได้ $N = S^* + R^*$

ถ้า $S^* = N$ จะได้ $R^* = 0$

จะเห็นว่าเมื่อแทนค่า $I^* = 0$ ใน (2.11) จะได้ $-aS^*(0) = 0$

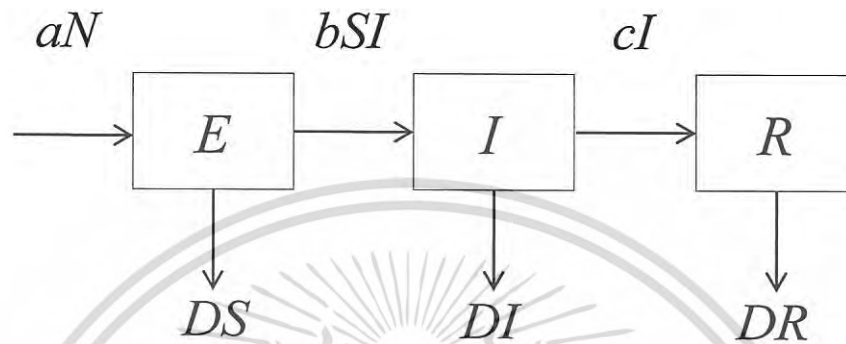
นั่นคือ $S^* = 0$ หรือ $S^* \neq 0$ เหมือนที่แสดงในข้างต้น

ดังนั้น จะได้จุดสมดุล ดังนี้

$$(S^*, E^*, I^*, R^*) = (0, 0, 0, N); S^* = 0 \text{ หรือ } (S^*, E^*, I^*, R^*) = (N, 0, 0, 0); S^* = N$$

2.7.3 แบบจำลอง SIR

แบบจำลอง SIR เป็นแบบจำลองที่ขึ้นกับเวลา เพราะเป็นระยะเวลาสั้น จะคำนึงถึงอัตราการเกิดและอัตราการเสียชีวิต แบบจำลองนี้แบ่งเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มเสี่ยงต่อการติดเชื้อ แทนด้วย S กลุ่มติดเชื้อ แทนด้วย I กลุ่มที่หายป่วย แทนด้วย R



รูปที่ 2.12 แบบจำลอง SIR

ตารางที่ 2.5 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรของแบบจำลอง SIR

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
S	จำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ	คน
I	จำนวนประชากรที่ติดเชื้อ และสามารถถ่ายทอดเชื้อได้	คน
R	จำนวนประชากรที่หายป่วยจากการติดเชื้อ	คน
N	จำนวนประชากรทั้งหมด $S + I + R$	คน

ตารางที่ 2.6 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรเสริมของแบบจำลอง SIR

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
a	อัตราการเกิดของประชากร	ต่อวันต่อคน
b	อัตราการติดเชื้อ	ต่อวันต่อคน
c	อัตราการหายป่วย	ต่อวันต่อคน
D	อัตราการเสียชีวิตของประชากร	ต่อวันต่อคน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำอธิบายแบบจำลอง SIR

จำนวนประชากรที่เพิ่มขึ้นในกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ ในขณะที่ประชากรกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อจะลดลงโดยการเสียชีวิตตามธรรมชาติและการเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ติดเชื้อ ทำให้ประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อมีจำนวนเพิ่มมากขึ้น กลุ่มประชากรที่ติดเชื้อจะลดลงโดยการเสียชีวิตตามธรรมชาติ และเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่หายป่วย

$$\frac{dS}{dt} = aN - bSI - DS \quad (2.15)$$

$$\frac{dI}{dt} = bSI - cI - DI \quad (2.16)$$

$$\frac{dR}{dt} = cI - DR \quad (2.17)$$

โดยกำหนดให้ $N = S + I + R$

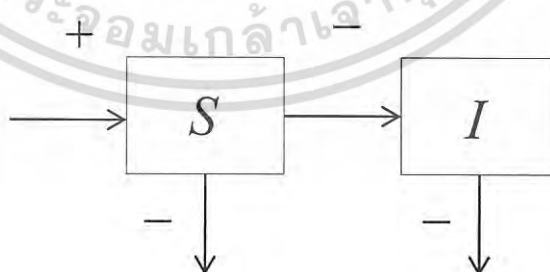
หมายเหตุ เนื่องจากสมการเป็นการบอกถึงการเปลี่ยนแปลงตามเวลา ดังนั้น

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรแต่ละกลุ่ม

= สิ่งที่มีผลต่อการเพิ่มขึ้นของประชากร - สิ่งที่มีผลต่อการลดลงของประชากร

อธิบายความหมายของแต่ละสมการของแบบจำลอง SIR ดังนี้

1. สมการ (2.15) $\frac{dS}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรกลุ่มที่มีความเสี่ยงต่อการติดเชื้อ S โดย $+aN$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ S เพราะจำนวนประชากรที่เพิ่มขึ้นมาด้วยอัตราเกิด a ในขณะที่ $-bSI$ หมายถึง การลดลงของประชากรที่อยู่ในกลุ่มที่มีความเสี่ยงต่อการติดเชื้อ S เพราะติดเชื้อด้วยอัตรา b และ $-DS$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ S เพราะเสียชีวิตโดยธรรมชาติด้วยอัตรา D เครื่องหมาย $+$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ S และเครื่องหมาย $-$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ S

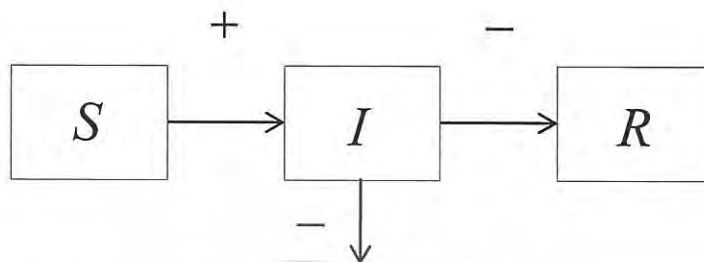


รูปที่ 2.13 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง SIR ของสมการ (2.15)

2. สมการ (2.16) $\frac{dI}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อ I โดยที่ $+bSI$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อ I ซึ่งเปลี่ยนมาจากกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ S ในขณะที่ $-cI$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ เพราะการหายป่วยด้วย

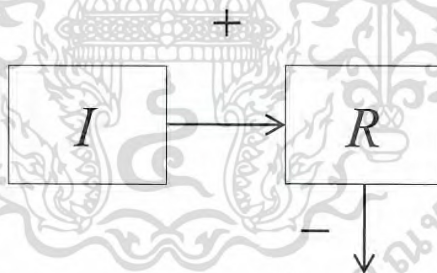
เอกสารนี้เป็นเอกสารของกรมส่งเสริมการค้าระหว่างประเทศ กระทรวงพาณิชย์
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้คัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อัตรา c และ $-DI$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อ I เพราะเสียชีวิตโดยธรรมชาติ ด้วยอัตรา D เครื่องหมาย $+$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อ I และเครื่องหมาย $-$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อ I ดังแผนภาพ



รูปที่ 2.14 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง SIR ของสมการ (2.16)

3. สมการ (2.17) $\frac{dR}{dt}$ หมายถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรกลุ่มที่หายป่วย R โดยที่ $+cI$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่หายป่วย R ซึ่งเปลี่ยนมาจากกลุ่มที่ติดเชื้อ I ด้วยอัตราการหายป่วย c และ $-DR$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อ R เพราะเสียชีวิตโดยธรรมชาติด้วยอัตรา D เครื่องหมาย $+$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่หายป่วย R และเครื่องหมาย $-$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่หายป่วย R ดังแผนภาพ



รูปที่ 2.15 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง SIR ของสมการ (2.17)

ให้ (S^*, I^*, R^*) เป็นจุดสมดุลของระบบสมการ

และนำสมการ (2.15) - (2.17) มาหาจุดสมดุล ดังนี้

$$aN - bS^*I^* - DS^* = 0 \quad (2.18)$$

$$bS^*I^* - cI^* - DI^* = 0 \quad (2.19)$$

$$cI^* - DR^* = 0 \quad (2.20)$$

จาก (2.19) จะเห็นว่า $(bS^* - c - D)I^* = 0$

$$\text{จะได้ } I^* = 0 \text{ หรือ } S^* = \frac{D+c}{b}$$

กรณีที่ 1 : แทนค่า $I^* = 0$ ใน (2.20) จะได้ $c(0) - DR^* = 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$R^* = 0$$

แทนค่า $I^* = 0$ ใน (2.18) จะได้ $aN - bS^*(0) - DS^* = 0$

$$S^* = \frac{aN}{D}$$

กรณีที่ 2 : แทนค่า $S^* = \frac{D+c}{b}$ ใน (2.18) จะได้ $aN - b\left(\frac{D+c}{b}\right)I^* - D\left(\frac{D+c}{b}\right) = 0$

$$I^* = \frac{aN}{D+c} - \frac{D}{c}$$

แทนค่า $I^* = \frac{aN}{D+c} - \frac{D}{c}$ ใน (2.20) จะได้

$$c\left(\frac{aN}{D+c} - \frac{D}{c}\right) - DR^* = 0$$

$$R^* = \frac{-c\left(\frac{aN}{D+c} - \frac{D}{c}\right)}{-D}$$

$$R^* = \frac{c}{D}\left(\frac{aN}{D+c} - \frac{D}{c}\right)$$

ดังนั้น จะได้จุดสมดุล ดังนี้

จากกรณีที่ 1 : $I^* = 0$ จะได้ $(S^*, I^*, R^*) = \left(\frac{aN}{D}, 0, 0\right)$

จากกรณีที่ 2 : $S^* = \frac{D+c}{b}$ จะได้ $(S^*, I^*, R^*) = \left(\frac{D+c}{b}, \frac{aN}{D+c} - \frac{D}{c}, \frac{c}{D}\left(\frac{aN}{D+c} - \frac{D}{c}\right)\right)$

2.8 โรคคอตีบ

โรคคอตีบเป็นโรคติดเชื้อแบคทีเรียแบบเฉียบพลันของระบบทางเดินหายใจซึ่งสามารถติดต่อได้ง่ายโดยการสัมผัสกับน้ำลาย เช่น การไอ จาม หรือพูดคุยในระยะประชิด หรือบางครั้งการใช้ภาชนะร่วมกัน เช่น ช้อนหรือแก้วน้ำ หรือการเล่นร่วมกันในเด็กเล็กจะทำให้เชื้อเข้าสู่ผู้รับได้ทางปากหรือทางการหายใจ ผู้ติดเชื้ออาจไม่มีอาการ หรือมีอาการรุนแรงซึ่งอาจทำให้พิการหรือถึงแก่ชีวิตได้

2.8.1 สาเหตุของโรคคอตีบ

โรคคอตีบ (Diphtheriae) เป็นโรคติดต่อร้ายแรงเกิดจากการติดเชื้อแบคทีเรียที่เรียกว่า *Corynebacterium diphtheriae* ติดต่อโดยทางเสมหะ น้ำมูก น้ำลาย เช่น การจาม หรือไอ หรือการใช้ภาชนะ ข้าวของเครื่องใช้ร่วมกับผู้ป่วย พบมากในแหล่งชุมชน หรือสถานที่แออัด เช่น สถานเลี้ยงเด็ก เชื้อนี้จะทำให้เกิดการอักเสบของเยื่อจมูก คอ และหลอดลม เชื้อนี้ทำให้เกิดเยื่ออุดหลอดลม โดยสาร Toxin ซึ่งจะทำให้เกิดกล้ามเนื้อหัวใจอักเสบ และอ่อนแรงของกล้ามเนื้อ โรคนี้มีระยะฟักตัวเพียงแค่ 1-7 วันเท่านั้น ซึ่งผู้ป่วยจะแพร่เชื้อได้ตั้งแต่เริ่มป่วย โดยทั่วไปอาจจะแพร่เชื้ออยู่ได้นาน 2 สัปดาห์ อาจมีบางรายแพร่เชื้อได้นานถึง 6 เดือน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.8.2 ปัจจัยเสี่ยงของการเป็นโรคคอตีบ

ปัจจัยเสี่ยงต่อการเกิดโรคคอตีบ คือ ผู้ที่ไม่เคยฉีดวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ (ทั้งเด็ก และผู้ใหญ่) หรือ ผู้ใหญ่ที่ไม่เคยฉีดวัคซีนกระตุ้น การอยู่ในสิ่งแวดล้อมที่แออัดและขาดสุขอนามัย และในผู้ที่มีภูมิคุ้มกันต้านทานโรคต่ำ แหล่งของเชื้อโรคคอตีบ คือ มนุษย์ โดยเชื้ออาศัยอยู่ใน โพรงจมูก โพรงหลังจมูก ในลำคอ และอาจพบที่ผิวหนังได้ นอกจากนี้ อาจพบเชื้อโรคคอตีบได้ใน ดิน และในบางแหล่งน้ำธรรมชาติ

2.8.3 อาการของโรคคอตีบ

อาการของโรคคอตีบนั้นแบ่งเป็น 2 ระยะ

- ระยะฟักตัว จะอยู่ที่ประมาณ 2 – 5 วันหรืออาจจะนานกว่านี้ ในบางกรณีผู้ติดเชื้ออาจจะไม่แสดงอาการใดๆ ซึ่งกลุ่มผู้ติดเชื้อซึ่งไม่แสดงอาการเหล่านี้มักจะพบว่าเป็นแหล่งแพร่เชื้อที่สำคัญ
- ระยะแสดงอาการ อาการจะเริ่มด้วยมีอาการเจ็บคอ มีไข้ต่ำ มีอาการคล้ายไข้หวัดในระยะแรก มีอาการเจ็บคอ เบื่ออาหาร ในเด็กโตอาจจะบ่นเจ็บคอคคล้ายอาการคออักเสบ บางรายจะพบอาการต่อมน้ำเหลืองโตบริเวณลำคอ และจะมีการพบแผ่นเยื่อสีขาวปนเทาติดแน่นอยู่บริเวณต่อมทอนซิลและลิ้นไก่ซึ่งแผ่นเยื่อนี้เกิดการเจริญเติบโตของกลุ่มเชื้อแบคทีเรียซึ่งมีการสร้างสารพิษออกมาเป็นผลให้เนื้อเยื่อบริเวณโดยรอบตายลงและซ้อนทับกัน

2.8.4 อาการแทรกซ้อนของโรคคอตีบ

อาการแทรกซ้อนที่สามารถพบได้ เช่น ไชน์สอักเสบหรือหูชั้นในอักเสบ ในรายที่มีอาการรุนแรงสารพิษที่เชื้อแบคทีเรียสร้างออกมายังสามารถทำให้เกิดเส้นประสาทอักเสบหรือหัวใจอักเสบได้ นอกจากนี้ อาจเกิดทางเดินหายใจตีตันซึ่งเกิดจากแผ่นเยื่อลามลงไปในลำคอและอาจเป็นอันตรายถึงชีวิตได้

การระบาดในแต่ละครั้งของโรคคอตีบมักจะพบในเด็กที่ยังไม่ได้วัคซีนหรือยังได้วัคซีนไม่ครบ และในกลุ่มคนที่มีประวัติได้รับวัคซีนไม่ครบถ้วนหรือไม่ได้รับวัคซีนกระตุ้นในเด็กวัยรุ่นและผู้ใหญ่ ทำให้ไม่มีภูมิคุ้มกันที่จะป้องกันโรคได้ การระบาดของโรคคอตีบ โดยพบมากที่สุดในจังหวัดทางภาคตะวันออกเฉียงเหนือและรองลงมาคือทางภาคใต้ ถึงแม้ว่าอัตราการพบผู้ติดเชื้อจะเหลือเพียงไม่กี่ราย แต่โรคคอตีบเป็นโรคที่รุนแรง โดยในเด็กที่อายุต่ำกว่า 5 ปี และในผู้ใหญ่ที่อายุมากกว่า 40 ปี จะมีอัตราเสี่ยงในการเสียชีวิตสูงกว่ากลุ่มอื่น ในรายที่รุนแรง โรคคอตีบอาจทำให้เกิดการสูญเสียถึงชีวิตได้เลย เพราะมันจะทำให้ทางเดินหายใจตีตัน จนหายใจไม่ออก และนอกจากไปอุดตันทางเดินหายใจแล้ว เชื้อโรคจากคอและหลอดลมจะปล่อยพิษออกมาในกระแสเลือด เข้าสู่กล้ามเนื้อหัวใจ และประสาทส่วนปลาย อาจทำให้เกิดอาการแทรกซ้อนเช่น โรคกล้ามเนื้อหัวใจอักเสบ ประสาทอักเสบ หรือโรคอัมพาตเนื่องจากพิษทางประสาทจนเสียชีวิต

2.8.5 การรักษาโรคคอตีบ

แพทย์วินิจฉัยโรคคอตีบได้จาก ประวัติอาการ ประวัติสัมผัสโรค ประวัติการฉีดวัคซีน การตรวจร่างกาย การตรวจย้อมเชื้อจากการป้ายสารถหลังจากโพรงหลังจมูก หรือจากลำคอ และอาจมีการตรวจอื่น ๆ เพิ่มเติม ทั้งนี้ขึ้นกับอาการผู้ป่วย และดุลพินิจของแพทย์ เช่น ตรวจเลือด ซีบีซี (CBC) การตรวจคลื่นไฟฟ้าหัวใจ และการเอกซเรย์ปอด แม้จะเป็นโรคติดต่อที่ดูน่ากลัว แต่ก็สามารถรักษาให้หายได้ หากมาพบแพทย์โดยเร็ว ไม่ปล่อยให้มีอาการหนัก ซึ่งแพทย์จะให้ยาปฏิชีวนะ ซึ่งตัวที่ใช้ได้ผลดีก็คือ เพนนิซิลลิน ต้องทานเป็นเวลา 14 วัน พร้อมกับให้ยาต้านสารพิษ Diphtheria antitoxin โดยเร็วที่สุด เพื่อให้ไปล้างฤทธิ์ของพิษ ก่อนที่พิษจะไปจับกับเนื้อเยื่อ นอกจากนี้ หากใครเคยฉีดวัคซีนคอตีบมาแล้ว แพทย์อาจจะฉีดกระตุ้นให้ร่างกายมีภูมิคุ้มกันต้านทานโรค ทั้งนี้เด็กที่เป็นโรคคอตีบจะต้องพักเตียงอย่างน้อย 2-3 สัปดาห์ เพื่อป้องกันโรคแทรกซ้อนทางหัวใจ ซึ่งมักจะเกิดขึ้นในปลายสัปดาห์ที่ 2 แต่หากปล่อยไว้นาน จนผู้ป่วยเป็นหนักถึงขั้นทางเดินหายใจอุดตัน แพทย์จะเจาะคอให้หรือใช้เครื่องช่วยหายใจ และให้ออกซิเจน พร้อมกับดูแลอย่างใกล้ชิด เพื่อป้องกันอาการแทรกซ้อนทางหัวใจ โดยอาจต้องพักรักษาตัวประมาณ 1 เดือน แต่หากมีอาการแทรกซ้อน เช่น กล้ามเนื้อหัวใจอักเสบ เส้นประสาทอักเสบ และปอดบวมเกิดขึ้นแล้ว แพทย์ก็จะรักษาตามอาการต่อไป

2.8.6 วิธีป้องกันการเกิดโรคคอตีบ

โรคคอตีบ เป็นโรคที่ติดต่อกันได้ผ่านการสัมผัส และการหายใจ ดังนั้น เราควรป้องกันดังนี้

1. แยกผู้ป่วยโรคคอตีบออกจากผู้อื่นอย่างน้อย 3 สัปดาห์ หลังเริ่มมีอาการ หรือตรวจเพาะเชื้อไม่พบเชื้อแล้ว 2 ครั้ง เพราะผู้ป่วยจะมีเชื้อดังกล่าวอยู่ในจมูก ลำคอ ประมาณ 2-3 สัปดาห์ ดังนั้นจึงต้องแยกออกจากผู้อื่นเพื่อป้องกันการแพร่เชื้อ ทั้งนี้ผู้ป่วยที่หายจากโรคคอตีบแล้วอาจไม่มีภูมิคุ้มกันโรคเกิดขึ้นเต็มที่ จึงอาจเป็นโรคคอตีบซ้ำอีกได้ ดังนั้นจึงต้องให้วัคซีนป้องกันโรค แก่ผู้ป่วยที่หายแล้วทุกคน

2. สำหรับผู้ที่ใกล้ชิดผู้ป่วยถือเป็นกลุ่มเสี่ยงที่จะติดโรคได้สูง หากไม่มีภูมิคุ้มกันโรค ดังนั้น ผู้ใกล้ชิดก็ควรไปพบแพทย์ด้วย โดยแพทย์อาจจะให้ยาปฏิชีวนะมาทานป้องกันก่อน หรือฉีดยาให้ภูมิคุ้มกัน แม้จะไม่มีอาการป่วยก็ตาม ทั้งนี้ ควรดูแลตัวเองให้มีสุขภาพแข็งแรง อย่าสัมผัส หรือใกล้ชิดผู้ป่วย อย่าใช้ข้าวของเครื่องใช้ร่วมกัน รวมทั้งใช้หน้ากากอนามัยมาปิดปากปิดจมูก เพื่อป้องกันการติดเชื้อและแพร่ระบาด

3. ในเด็กทั่วไป วิธีป้องกันโรคคอตีบที่ดีที่สุดก็คือ การฉีดวัคซีนโรคคอตีบ เพื่อให้ร่างกายสร้างภูมิคุ้มกันขึ้นมา ซึ่งจะได้ผลดีในเด็กเล็กซึ่งวิธีการป้องกันที่ดีที่สุดคือ การฉีดวัคซีน (แบบ DTP หรือ dT) ซึ่งถ้าเคยได้รับวัคซีนมาก่อนแล้วนั้น ควรมีการฉีดกระตุ้นทุก 10 ปี แต่ถ้าไม่เคยได้รับวัคซีนมาก่อน ให้เริ่มรับการฉีดวัคซีนทันที อาการข้างเคียงที่อาจจะเกิดได้ในเด็กเล็กจากการฉีดวัคซีนนั้น เช่น การปวด บวม แดง ร้อนบริเวณที่ฉีดวัคซีน ซึ่งมักจะมีอาการไม่เกินสองวัน ส่วนอาการที่อาจเกิดได้ในเด็กโตและผู้ใหญ่ก็ไม่รุนแรง ในบางรายอาจมีปฏิกิริยาเฉพะที่ นอกจากนี้การป้องกันโรคคอตีบด้วยวิธีอื่น ๆ เช่น หลีกเลี่ยงการสัมผัสกับผู้ป่วย การใส่หน้ากากอนามัย การล้างมือบ่อยๆ ด้วยน้ำและสบู่ โดยเฉพาะเมื่อสัมผัสกับผู้ป่วย วิธีการเหล่านี้ยังช่วยลดการระบาดได้อีกด้วยดังนั้นแล้วนอกจากการรับวัคซีนและการปฏิบัติตนเพื่อป้องกันการติดเชื้อแล้ว หากมีอาการที่สงสัยว่าอาจเป็นโรคคอตีบให้รีบพบ

สถานพยาบาลทันทีเพื่อรักษาและลดการแพร่เชื้อสู่ชุมชน ศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หมายเหตุ

- DTP คือวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ บาดทะยัก ไอกรน, dT คือ วัคซีนป้องกันโรคคอตีบ บาดทะยัก
- เด็กที่อายุมากกว่า 2 เดือนแต่น้อยกว่า 6 ปีสามารถเริ่มฉีดวัคซีนได้ โดยฉีดให้อย่างน้อยอีก 2 ครั้งห่างกัน 2 เดือน และกระตุ้นอีก 1 ครั้ง หลังฉีดครบชุดแล้ว $1\frac{1}{2}$ ปี

2.8.7 วัคซีนโรคคอตีบ

การฉีดวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ ซึ่งรวมอยู่ในเข็มเดียวกับวัคซีนป้องกันไอกรน และบาดทะยัก สำหรับวัคซีนนี้สกัดมาจากพิษของเชื้อคอตีบเอง โดยสามารถฉีดได้ในเด็กตั้งแต่อายุ 2-3 เดือนขึ้นไป ต้องฉีดให้ครบ 5 เข็มเป็นระยะ ๆ คือ

- เข็มที่ 1 ฉีดตอนอายุประมาณ 2 เดือน
- เข็มที่ 2 ฉีดตอนอายุประมาณ 4 เดือน
- เข็มที่ 3 ฉีดตอนอายุประมาณ 6 เดือน
- เข็มที่ 4 ฉีดตอนอายุประมาณ 18 เดือน
- เข็มที่ 5 ฉีดตอนอายุประมาณ 4-6 ปี

จากนั้นฉีดกระตุ้นอีกครั้ง เมื่ออายุประมาณ 12-16 ปี เฉพาะวัคซีนคอตีบ และบาดทะยัก โดยสามารถฉีดได้ฟรีตามสถานีนามัย ศูนย์บริการสาธารณสุขและโรงพยาบาลของรัฐทุกแห่ง อย่างไรก็ตาม บางคนอาจได้รับปฏิกิริยาหลังการฉีดวัคซีน เช่น อาจมีไข้ ปวดบวมแดงเฉพาะที่ ซึ่งอาการดังกล่าวจะเกิดขึ้นภายใน 48 ชั่วโมงภายหลังได้รับวัคซีน

ทั้งนี้ หากมีอาการ ก็สามารถเช็ดตัว และให้ยาลดไข้ได้ รวมทั้งประคบบริเวณที่ฉีดด้วยน้ำอุ่น เพื่อลดอาการบวม แดงร้อนเฉพาะที่ และยังสามารถอาบน้ำฟอกสบู่ได้ตามปกติ นอกจากนี้ ในวัยผู้ใหญ่ก็เป็นกลุ่มที่มีโอกาสเป็นโรคคอตีบได้เช่นกัน โดยเฉพาะผู้ที่มีอายุ

ระหว่าง 20-50 ปี เป็นกลุ่มที่มีระดับภูมิคุ้มกันโรคคอตีบต่ำที่สุด เนื่องจากเป็นกลุ่มที่เกิดก่อน พ.ศ. 2520 ซึ่งเป็นปีที่ประเทศไทยเริ่มใช้แผนงานสร้างเสริมภูมิคุ้มกันโรคในเด็กในระดับชาติ จึงยังไม่เคยได้รับวัคซีนชนิดนี้ ทำให้มีความเสี่ยงติดเชื้อและป่วยเป็นโรคคอตีบได้สูง จึงควรฉีดวัคซีนป้องกันโรคคอตีบไว้เช่นกัน

2.8.8 กลุ่มเสี่ยงต่อการติดเชื้อ

ส่วนมากจะพบในเด็กอายุต่ำกว่า 10 ปี แต่จะไม่พบในเด็กที่อายุต่ำกว่า 6 เดือน เพราะเด็กยังมีภูมิคุ้มกันจากแม่อยู่ในเด็กที่อายุมากกว่า 15 ปี จนถึงวัยผู้ใหญ่ก็สามารถพบผู้ป่วยได้ เพราะอาจไม่ได้ฉีดวัคซีนกระตุ้นภูมิคุ้มกัน หรืออาจไม่เคยได้รับการวัคซีนป้องกัน

2.8.9 การวินิจฉัยโรคคอตีบ

แพทย์จะตรวจดูอาการของผู้ป่วยว่ามีอาการบ่งบอกว่าเป็นโรคคอตีบหรือไม่ เช่น ไอเสียงก้อง เจ็บคอ ตรวจพบแผ่นเยื่อในลำคอ บริเวณทอนซิล และลิ้นไก่ มีอาการของทางเดินหายใจตีบตัน นอกจากนี้ แพทย์อาจจะทำการเพาะเชื้อด้วย เพื่อตรวจสอบให้แน่ใจ

2.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.9.1 การศึกษาระดับภูมิคุ้มกันต่อโรคคอตีบและบาดทะยักในเด็กก่อนและหลังการฉีดวัคซีนป้องกัน คอตีบ-บาดทะยัก และไอกรน ของ ศิราภรณ์ สวัสดิ์วร

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาระดับภูมิคุ้มกันต่อโรคคอตีบ และบาดทะยักในเด็ก จำนวน 324 คน อายุ 2 เดือน 7 ปี ที่ฉีดวัคซีน DPT เมื่ออายุ 2,4,6 เดือน และกระตุ้น เมื่อ 1.5 ปี และ 4 ปี ศึกษา ระดับภูมิคุ้มกันก่อนและหลังการฉีดวัคซีน โดยวิธี ELISA ถือระดับภูมิคุ้มกันที่ป้องกันโรคได้ = 0.1 IU/ml. พบว่าระดับภูมิคุ้มกันต่อคอตีบและบาดทะยักมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญหลังการฉีดทุกครั้ง โดยเฉพาะหลังจากการฉีดกระตุ้นจำนวนร้อยละของเด็กที่มีภูมิคุ้มกันสูงเกินระดับป้องกันโรคได้ พบว่า ในเด็กอายุ 2 เดือน ก่อนได้รับวัคซีนคอตีบมี 60 % ต่อ บาดทะยักมี 80 % สำหรับคอตีบเมื่อได้วัคซีนแล้ว 3 เข็ม นาน 1 1/2 ปี คือ ก่อนการกระตุ้นครั้งที่หนึ่งมีเด็กที่มีภูมิคุ้มกันสูงเกินระดับป้องกันโรคได้ เพียง 76.6% และเมื่อมีการกระตุ้นครั้งที่หนึ่งไปแล้วนาน 2 1/2 ปี มี 100% ภายหลังกระตุ้นครั้งที่สองนาน 3 ปี มี 93.5%

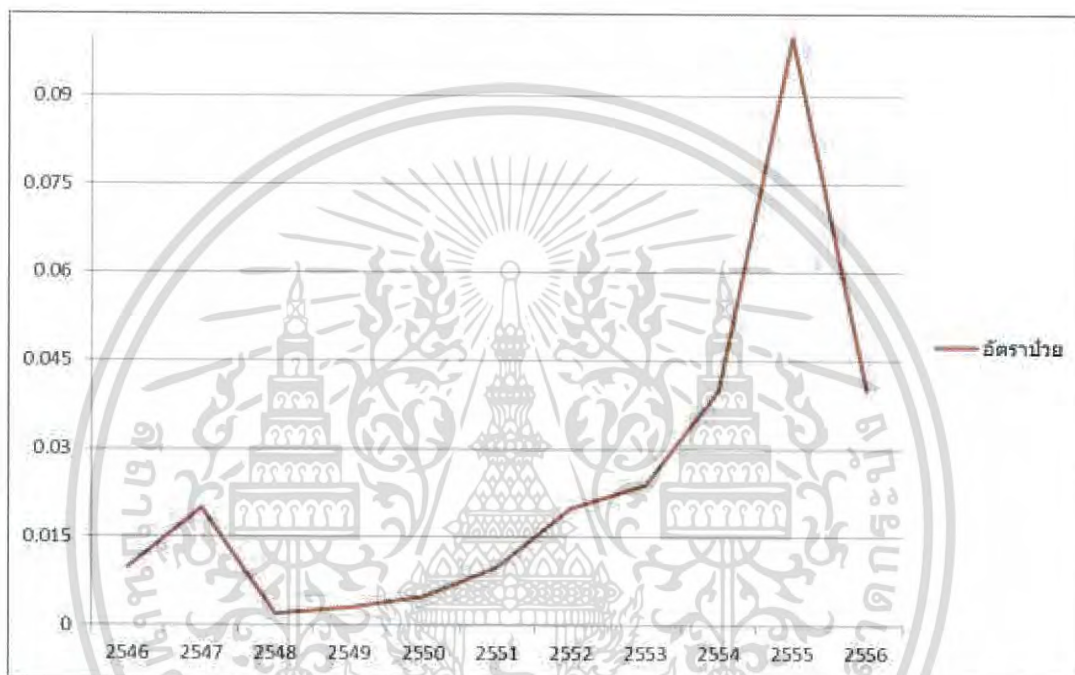
2.9.2 Mathematical model of the infection process in diphtheria for determining the therapeutic dose of antitoxic anti-diphtheria serum

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการติดเชืโรคคอตีบที่ประกอบไปด้วยสมการเชิงอนุพันธ์หกสมการที่อธิบายการเปลี่ยนแปลงของพิษโรคคอตีบ และแอนติบอดีต้านพิษในเซรัม(เซรัมมาป้องกันพิษโรคคอตีบ) และผลอันเสกขนาดใหญ่ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทำนายหลักสูตรของกระบวนการติดเชื้อ ระดับของพิษของโรคคอตีบ แอนติบอดีต้านพิษในเซรัมของคนที่เป็นโรคคอตีบ และการคำนวณปริมาณการรักษาของแต่ละบุคคลของการใช้เซรัมต้านพิษสำหรับผู้ป่วยแต่ละราย

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย

3.1 การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ

3.1.1 แบ่งตามปี พ.ศ.2517-2556 ดังนี้



ที่มา : สำนักโรคติดต่อ Bureau of Epidemiology, Thailand
(<http://www.boe.moph.go.th>)

รูปที่ 3.1 กราฟแสดงจำนวนผู้ป่วยโรคคอตีบของประเทศไทยตั้งแต่ปี พ.ศ.2546-2556

ปี 2546 (ค.ศ.2003)

จำนวนผู้ป่วยโรคคอตีบทั้งหมด 9 คน แสดงเป็นอัตราผู้ป่วย 0.01 ต่อประชากรแสนคน

ปี 2547 (ค.ศ.2004)

จำนวนผู้ป่วยโรคคอตีบทั้งหมด 13 คน แสดงเป็นอัตราผู้ป่วย 0.02 ต่อประชากรแสนคน

ปี 2548 (ค.ศ.2005)

จำนวนผู้ป่วยโรคคอตีบทั้งหมด 1 คน แสดงเป็นอัตราผู้ป่วย 0.002 ต่อประชากรแสนคน

ปี 2549 (ค.ศ.2006)

จำนวนผู้ป่วยโรคคอตีบทั้งหมด 2 คน แสดงเป็นอัตราผู้ป่วย 0.003 ต่อประชากรแสนคน

ปี 2550 (ค.ศ.2007)

จำนวนผู้ป่วยโรคคอตีบทั้งหมด 3 คน แสดงเป็นอัตราผู้ป่วย 0.005 ต่อประชากรแสนคน

เอกสารนี้เป็นเอกสารของกรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุข ไม่สามารถนำออกจำหน่ายโดยไม่ได้รับอนุญาต หากมีข้อสงสัยหรือต้องการข้อมูลเพิ่มเติม กรุณาติดต่อกรมควบคุมโรค โทร. 0-2554-9000

ปี 2551 (ค.ศ.2008)

จำนวนผู้ป่วยโรคคอติบทั้งหมด 8 คน แสดงเป็นอัตราผู้ป่วย 0.01 ต่อประชากรแสนคน

ปี 2552 (ค.ศ.2009)

จำนวนผู้ป่วยโรคคอติบทั้งหมด 12 คน แสดงเป็นอัตราผู้ป่วย 0.02 ต่อประชากรแสนคน

ปี 2553 (ค.ศ.2010)

จำนวนผู้ป่วยโรคคอติบทั้งหมด 77 คน แสดงเป็นอัตราผู้ป่วย 0.024 ต่อประชากรแสนคน

ปี 2554 (ค.ศ.2011)

จำนวนผู้ป่วยโรคคอติบทั้งหมด 28 คน แสดงเป็นอัตราผู้ป่วย 0.04 ต่อประชากรแสนคน

ปี 2555 (ค.ศ.2012)

จำนวนผู้ป่วยโรคคอติบทั้งหมด 63 คน แสดงเป็นอัตราผู้ป่วย 0.1 ต่อประชากรแสนคน

ปี 2556 (ค.ศ.2013)

จำนวนผู้ป่วยโรคคอติบทั้งหมด 31 คน แสดงเป็นอัตราผู้ป่วย 0.04 ต่อประชากรแสนคน

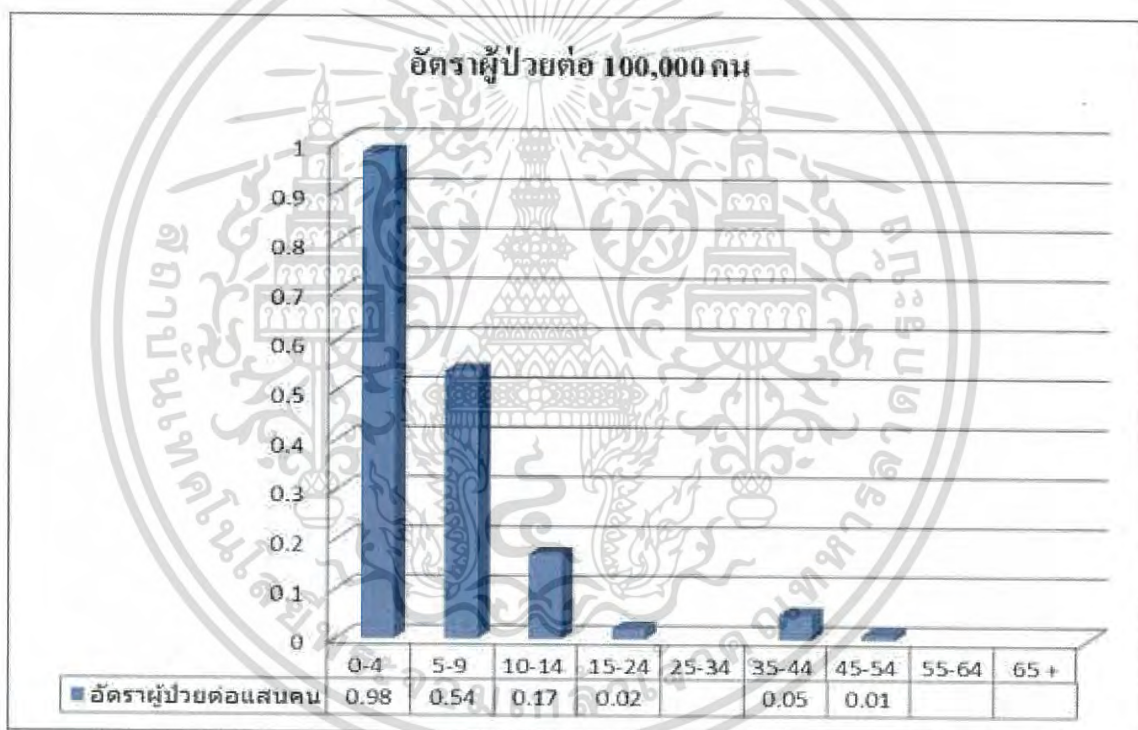
จากกราฟจะเห็นได้ว่าอัตราป่วยโรคคอติบมีแนวโน้มเพิ่มสูงขึ้น และในปี พ.ศ.2555 มีอัตราป่วยโรคคอติบต่อประชากรแสนคนเพิ่มสูงขึ้นมากที่สุดในรอบ 10 ปี และมีการลดลงในปี พ.ศ.2556



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.1.2 แบ่งตามช่วงอายุ ดังนี้

- 1) ช่วงอายุ 0-4 ปี
- 2) ช่วงอายุ 5-9 ปี
- 3) ช่วงอายุ 10-14 ปี
- 4) ช่วงอายุ 15-24 ปี
- 5) ช่วงอายุ 25-34 ปี
- 6) ช่วงอายุ 35-44 ปี
- 7) ช่วงอายุ 45-54 ปี
- 8) ช่วงอายุ 55-64 ปี
- 9) ช่วงอายุ 64 ปีขึ้นไป



หมายเหตุ ช่วงอายุ 25-34, 55-64, 65+ ไม่ปรากฏข้อมูล

ที่มา : สำนักระบาดวิทยา Bureau of Epidemiology, Thailand

(<http://www.boe.moph.go.th>)

รูปที่ 3.2 กราฟแสดงจำนวนผู้ป่วยโรคคอตีบแยกตามช่วงอายุ

ช่วงอายุ 0-4 ปี แสดงอัตราผู้ป่วย 0.98 ต่อประชากรแสนคน

ช่วงอายุ 5-9 ปี แสดงอัตราผู้ป่วย 0.54 ต่อประชากรแสนคน

ช่วงอายุ 10-14 ปี แสดงอัตราผู้ป่วย 0.17 ต่อประชากรแสนคน

ช่วงอายุ 15-24 ปี แสดงอัตราผู้ป่วย 0.02 ต่อประชากรแสนคน

ช่วงอายุ 25-34 ปี ไม่แสดงอัตราผู้ป่วยโรคคอตีบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ช่วงอายุ 35-44 ปี แสดงอัตราผู้ป่วย 0.05 ต่อประชากรแสนคน
 ช่วงอายุ 45-54 ปี แสดงอัตราผู้ป่วย 0.01 ต่อประชากรแสนคน
 ช่วงอายุ 55-64 ปี ไม่แสดงอัตราผู้ป่วยโรคคอติบ
 ช่วงอายุ 65+ ปี ไม่แสดงอัตราผู้ป่วยโรคคอติบ

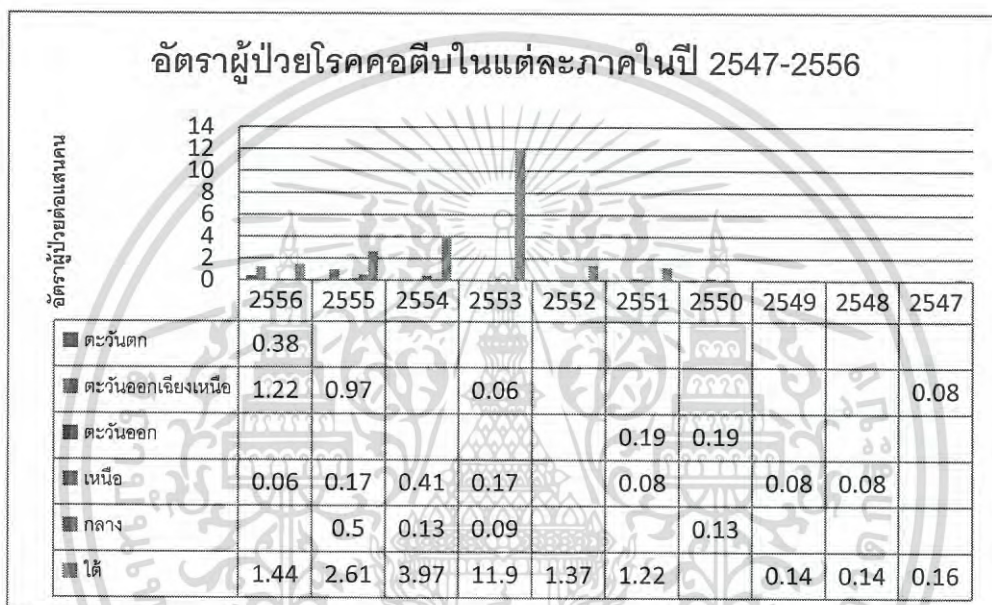
สรุปที่ได้จากกราฟ คือ จะเห็นได้ว่าในช่วงอายุ 0-4 ปี มีอัตราผู้ป่วยโรคคอติบสูงสุด รองลงมา คือ ช่วงอายุ 5-9 ปี, ช่วงอายุ 10-14 ปี, ช่วงอายุ 35-44 ปี, ช่วงอายุ 15-24 ปี, ช่วงอายุ 45-54 ปี ตามลำดับ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.1.3 แบ่งตามภาคของประเทศไทย โดยอาศัยลักษณะทางภูมิประเทศ (ปี พ.ศ. 2547 – พ.ศ.2556) ดังนี้

- 1) ภาคตะวันตก (5 จังหวัด)
- 2) ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ (20 จังหวัด)
- 3) ภาคตะวันออก (7 จังหวัด)
- 4) ภาคเหนือ (9 จังหวัด)
- 5) ภาคกลาง (21 จังหวัด)
- 6) ภาคใต้ (14 จังหวัด)



หมายเหตุ ภาคตะวันออกปี พ.ศ. 2548-2555, ภาคตะวันออกเฉียงเหนือปี พ.ศ. 2548-2552,2554, ภาคตะวันออก ปี พ.ศ. 2547-2549,2552-2556, ภาคเหนือปี พ.ศ. 2547,2550,2552, ภาคกลางปี พ.ศ. 2547-2549,2551-2552,2556, ภาคใต้ปี พ.ศ. 2548 ไม่ปรากฏข้อมูล

ที่มา : สำนักโรคติดต่อ Bureau of Epidemiology, Thailand
(<http://www.boe.moph.go.th>)

รูปที่ 3.3 กราฟแสดงอัตราผู้ป่วยโรคคอตีบของแต่ละภาค (ปี พ.ศ. 2547 – พ.ศ.2556)

ปี 2547 (ค.ศ.2004) : จำนวนผู้ป่วยโรคคอตีบทั้งหมด 13 คน ภาคตะวันออกเฉียงเหนือมีอัตราผู้ป่วย 0.08 ต่อประชากร ต่อแสนคน ภาคใต้มีอัตราผู้ป่วย 0.16 ต่อประชากรต่อแสนคน

ปี 2548 (ค.ศ.2005) : จำนวนผู้ป่วยโรคคอตีบทั้งหมด 1 คน ภาคเหนือมีอัตราผู้ป่วย 0.08 ต่อประชากรแสนคน ภาคใต้มีอัตราผู้ป่วย 0.14 ต่อประชากรแสนคน

ปี 2549 (ค.ศ.2006) : จำนวนผู้ป่วยโรคคอตีบทั้งหมด 2 คน ภาคเหนือมีอัตราผู้ป่วย 0.08 ต่อประชากรแสนคน ภาคใต้มีอัตราผู้ป่วย 0.14 ต่อประชากรแสนคน

ปี 2550 (ค.ศ.2007) : จำนวนผู้ป่วยโรคคอตีบทั้งหมด 3 คน ภาคตะวันออกมีอัตราผู้ป่วย 0.19 ต่อประชากรแสนคน ภาคกลางมีอัตราผู้ป่วย 0.13 ต่อประชากรแสนคน

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์ภายใต้เงื่อนไขการใช้งานไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปี 2551 (ค.ศ.2008) : จำนวนผู้ป่วยโรคคอติบทั้งหมด 8 คน ภาคตะวันออกเฉียงเหนือมีอัตราผู้ป่วย 0.19 ต่อประชากรแสนคน ภาคเหนือมีอัตราผู้ป่วย 0.08 ต่อประชากรแสนคน ภาคใต้มีอัตราผู้ป่วย 1.22 ต่อประชากรแสนคน

ปี 2552 (ค.ศ.2009) : จำนวนผู้ป่วยโรคคอติบทั้งหมด 12 คน ภาคใต้มีอัตราผู้ป่วย 1.37 ต่อประชากรแสนคน

ปี 2553 (ค.ศ.2010) : จำนวนผู้ป่วยโรคคอติบทั้งหมด 10 คน ภาคตะวันออกเฉียงเหนือมีอัตราผู้ป่วย 0.06 ต่อประชากรต่อแสนคน ภาคเหนือมีอัตราผู้ป่วย 0.17 ต่อประชากรแสนคน ภาคกลางมีอัตราผู้ป่วย 0.09 ต่อ ประชากรแสนคน ภาคใต้มีอัตราผู้ป่วย 11.9 ต่อประชากรแสนคน

ปี 2554 (ค.ศ.2011) : จำนวนผู้ป่วยโรคคอติบทั้งหมด 28 คน ภาคเหนือมีอัตราผู้ป่วย 0.41 ต่อประชากรแสนคน ภาคกลางมีอัตราผู้ป่วย 0.13 ต่อประชากรแสนคน ภาคใต้มีอัตราผู้ป่วย 3.97 ต่อประชากรแสนคน

ปี 2555 (ค.ศ.2012) : จำนวนผู้ป่วยโรคคอติบทั้งหมด 63 คน ภาคตะวันออกเฉียงเหนือมีอัตราผู้ป่วย 0.97 ต่อประชากรต่อแสนคน ภาคเหนือมีอัตราผู้ป่วย 0.17 ต่อประชากรแสนคน ภาคกลางมีอัตราผู้ป่วย 0.5 ต่อประชากรแสนคน ภาคใต้มีอัตราผู้ป่วย 2.61 ต่อประชากรแสนคน

ปี 2556 (ค.ศ.2013) : จำนวนผู้ป่วยโรคคอติบทั้งหมด 31 คน ภาคตะวันตกมีอัตราผู้ป่วย 0.38 ต่อประชากรแสนคน ภาคตะวันออกเฉียงเหนือมีอัตราผู้ป่วย 1.22 ต่อประชากรต่อแสนคน ภาคเหนือมีอัตราผู้ป่วย 0.06 ต่อประชากรแสนคน ภาคใต้มีอัตราผู้ป่วย 1.44 ต่อประชากรแสนคน

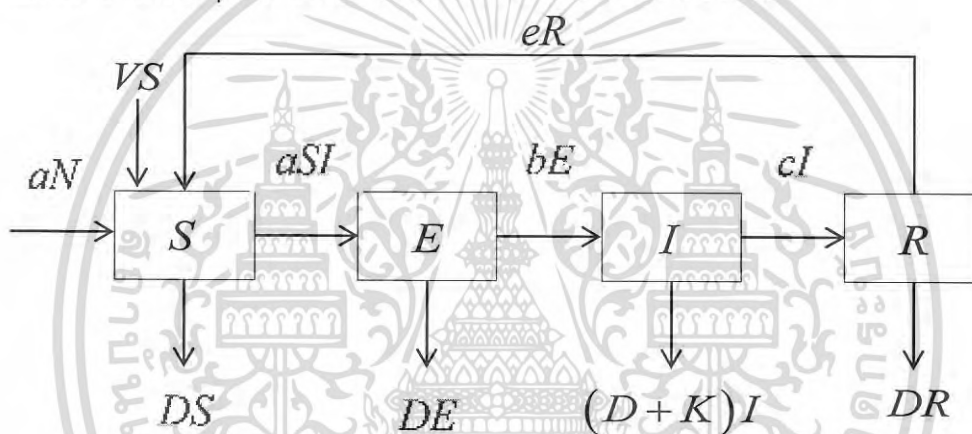


3.2 การสร้างแบบจำลองโรคคอตีบในประเทศไทย

ในปัญหาพิเศษนี้ผู้จัดทำจะนำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคคอตีบซึ่งจำนวนประชากรมีขนาดไม่คงที่เนื่องจากการเสียชีวิตด้วยโรคคอตีบขณะเป็นโรคนี้ด้วย โดยจะแบ่งประชากรออกเป็น 4 กลุ่ม คือ

1. กลุ่มประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ แทนด้วย S
2. กลุ่มประชากรที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ แทนด้วย E
3. กลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคอตีบและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ แทนด้วย I
4. กลุ่มประชากรที่หายป่วยจากการติดเชื้อโรคคอตีบ แทนด้วย R

แบบจำลองโรคคอตีบนี้ มีการแสดงถึงการเสียชีวิตโดยธรรมชาติของแต่ละกลุ่มของประชากร และมีการเสียชีวิตในกลุ่มประชากรที่ติดโรคคอตีบนี้ด้วย มีแบบจำลองดังนี้



รูปที่ 3.4 แสดงแบบจำลองโรคคอตีบในประเทศไทย

ตารางที่ 3.1 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรต่างๆของแบบจำลองโรคคอตีบในประเทศไทย

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
S	จำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ	คน
E	จำนวนประชากรที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ	คน
I	จำนวนประชากรที่ติดเชื้อ และสามารถถ่ายทอดเชื้อได้	คน
R	จำนวนประชากรที่หายป่วยจากการติดเชื้อ	คน
N	จำนวนประชากรทั้งหมด $S + E + I + R$	คน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3.2 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรเสริมต่างๆ ของแบบจำลองโรคคอตีบ ในประเทศไทย

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
a	อัตราการเกิดของประชากร	ต่อวันต่อคน
b	อัตราการติดเชื้อของโรคคอตีบ	ต่อวันต่อคน
c	อัตราการฟักตัวของเชื้อ	ต่อวันต่อคน
d	อัตราการตายจากเชื้อ	ต่อวันต่อคน
e	อัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ	ต่อวันต่อคน
V	อัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ	ต่อวันต่อคน
D	อัตราการเสียชีวิตประชากร	ต่อวันต่อคน
K	อัตราการเสียชีวิตด้วยโรคคอตีบขณะติดเชื้อ	ต่อวันต่อคน

คำอธิบายแบบจำลองโรคคอตีบในประเทศไทย

จำนวนประชากรที่เพิ่มเข้ามาจัดให้อยู่ในประชากรกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ ในขณะที่ประชากรกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อนี้จะลดลงจากการเสียชีวิตโดยธรรมชาติ และจากการเปลี่ยนไปเป็นประชากรกลุ่มที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ ทำให้ประชากรกลุ่มที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อเพิ่มขึ้น กลุ่มประชากรที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อจะลดลงจากการเสียชีวิตโดยธรรมชาติ และจากการเปลี่ยนไปเป็นประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อ ทำให้ประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อเพิ่มขึ้น กลุ่มประชากรที่ติดเชื้อจะลดลงจากการเสียชีวิตโดยธรรมชาติ การเสียชีวิตโดยป่วยเป็นโรคคอตีบ และจากการเปลี่ยนไปเป็นประชากรกลุ่มที่หายป่วยจากโรคคอตีบ ทำให้ประชากรกลุ่มที่หายป่วยเพิ่มขึ้น กลุ่มประชากรที่หายป่วยจะลดลงจากการเสียชีวิตโดยธรรมชาติ และจากการเปลี่ยนไปเป็นประชากรกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ

3.3 สมการคณิตศาสตร์จากแบบจำลองโรคคอตีบ

จากแบบจำลองสำหรับโรคคอตีบนี้ สามารถเขียนอัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรแต่ละกลุ่มได้ดังนี้

$$\frac{dS}{dt} = aN + VS + eR - bSI - DS \quad (3.1)$$

$$\frac{dE}{dt} = bSI - cE - DE \quad (3.2)$$

$$\frac{dI}{dt} = cE - dI - (D + K)I \quad (3.3)$$

$$\frac{dR}{dt} = dI - eR - DR \quad (3.4)$$

โดยกำหนดให้ $N = S + E + I + R$

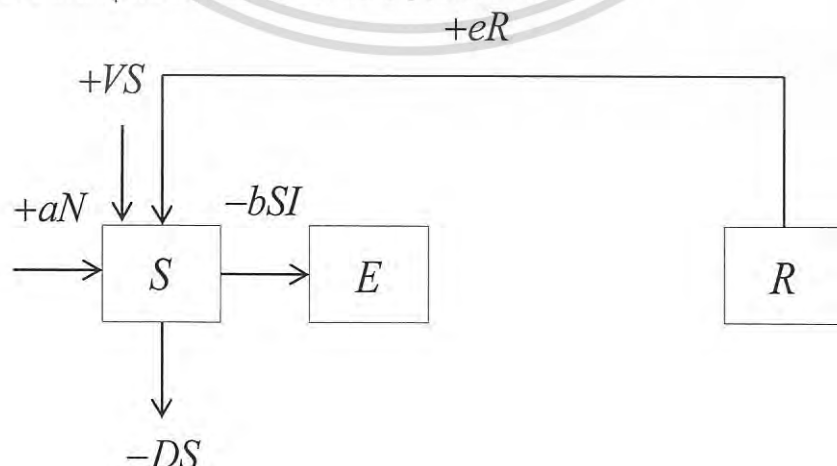
หมายเหตุ เนื่องจากสมการเป็นการบอกถึงการเปลี่ยนแปลงจากการเวลา ดังนี้

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรแต่ละกลุ่ม

= สิ่งที่มีผลต่อการเพิ่มขึ้นของประชากร - สิ่งที่มีผลต่อการลดลงของประชากร

อธิบายความหมายแต่ละสมการของแบบจำลองโรคคอตีบได้ดังนี้

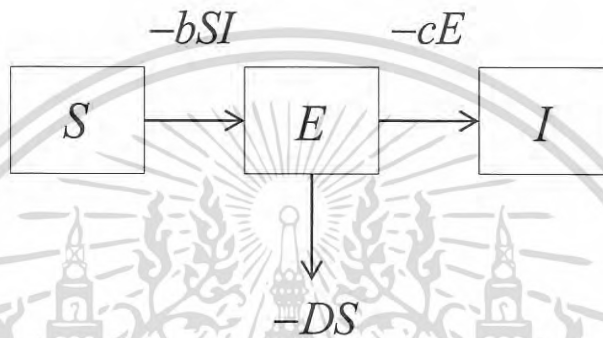
1. สมการ (3.1) $\frac{dS}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ โดยที่ $+aN$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ S เพราะจำนวนประชากรที่เพิ่มขึ้นมาด้วยอัตรา a และ $+VS$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ S เพราะได้รับการได้รับวัคซีนป้องกันโรคด้วยอัตรา V และ $+eR$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ S เพราะการติดเชื้อด้วยอัตรา e ในขณะที่ $-bSI$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ S เพราะมีการติดเชื้อด้วยอัตรา b จะสังเกตได้ว่า ผลจากการที่เข้าระยะการติดเชื้อนี้ขึ้นอยู่กับผลคูณของ S และ I และ $-DS$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ เพราะการเสียชีวิตด้วยอัตรา D เครื่องหมาย $+$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ S และเครื่องหมาย $-$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ S ดังแผนภาพ



รูปที่ 3.5 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคอตีบของสมการ (3.1)

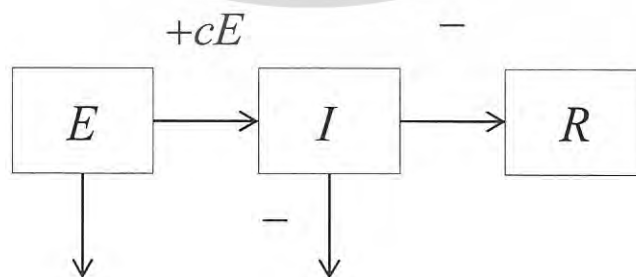
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น มิอนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. สมการ (3.2) $\frac{dE}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรกลุ่มที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ E โดยที่ $+bSI$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ E ซึ่งเปลี่ยนมาจากกลุ่มที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ S ในขณะที่ $-cE$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ E เพราะมีการฟักตัวของเชื้อด้วยอัตรา c และ $-DE$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ E เพราะการเสียชีวิตด้วยอัตรา D เครื่องหมาย $+$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ E และเครื่องหมาย $-$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ E ดังแผนภาพ



รูปที่ 3.6 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคอตีบของสมการ (3.2)

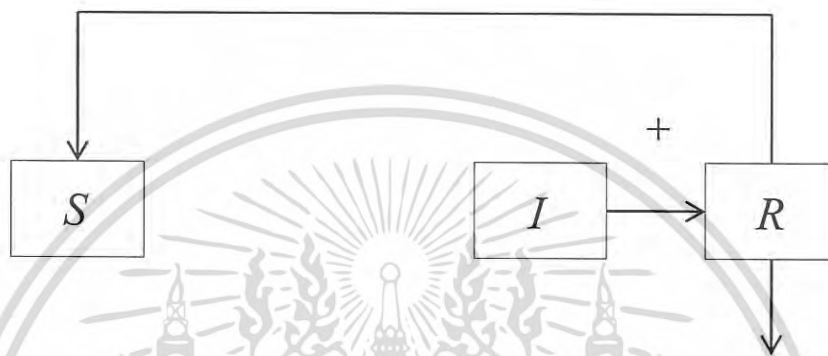
3. สมการ (3.3) $\frac{dI}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อโรคคอตีบ I โดยที่ $+cE$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อ I ซึ่งเปลี่ยนมาจากกลุ่มที่อยู่ในระยะการฟักตัวของเชื้อ E ในขณะที่ $-dI$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อ I เพราะอัตราการหายป่วย d และ $-(D+K)I$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อ I เพราะมีการเสียชีวิตด้วยอัตรา D และ มีการเสียชีวิตด้วยโรคคอตีบอัตรา K เครื่องหมาย $+$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อ I และ เครื่องหมาย $-$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อ I ดังแผนภาพ



รูปที่ 3.7 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคอตีบของสมการ (3.3)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. สมการ (3.4) $\frac{dR}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรกลุ่มที่หายป่วย R โดยที่ $+dI$ หมายถึง การเพิ่มของประชากรกลุ่มที่หายป่วย R ซึ่งเปลี่ยนมาจากกลุ่มที่ติดเชื้อ I ในขณะที่ $-eR$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่หายป่วย R เพราะ มีการเสี่ยงต่อการติดเชื้อด้วยอัตรา e และ $-DR$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่หายป่วย R เพราะมีการเสียชีวิตด้วยอัตรา D เครื่องหมาย $+$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่หายป่วย R และเครื่องหมาย $-$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มที่หายป่วย R ดังแผนภาพ



รูปที่ 3.8 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคอติบของสมการ (3.4)

เขียนสมการ (3.1) – (3.4) ในรูปประโยคสัญลักษณ์ ดังนี้

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอติบ (S)

- = จำนวนของประชากรที่เกิดใหม่
- + จำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอติบ ที่เกิดจากประชากรที่หายป่วยจากโรคคอติบแล้ว
- จำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอติบ แล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อโรคคอติบ
- จำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอติบที่เสียชีวิตโดยธรรมชาติ

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ (E)

- = จำนวนของประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอติบแล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อโรคคอติบ
- จำนวนประชากรที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อแล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ติดเชื้อโรคคอติบ
- จำนวนประชากรที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อแล้วเสียชีวิตโดยธรรมชาติ

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่ติดเชื้อโรคคอติบ (I)

- = จำนวนประชากรที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อแล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ติดเชื้อโรคคอติบ
- จำนวนประชากรที่ติดเชื้อแล้วเปลี่ยนเป็นผู้ที่หายป่วย
- จำนวนประชากรที่ติดเชื้อเสียชีวิตโดยธรรมชาติและเสียชีวิตโดยการป่วยจากโรคคอติบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่หายป่วยจากโรคคอตีบ (R)

= จำนวนประชากรที่ติดเชื้อแล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่หายป่วย

- จำนวนประชากรที่หายป่วยแล้วเสียชีวิตโดยธรรมชาติ

- จำนวนประชากรที่หายป่วยจากโรคแล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ

3.4 จุดสมดุล

ให้ (S^*, E^*, I^*, R^*) เป็นจุดสมดุลของระบบสมการและนำสมการ (3.1) – (3.4) มาหาจุดสมดุล ดังนี้

$$aN + VS^* + eR^* - bS^*I^* - DS^* = 0 \quad (3.5)$$

$$bS^*I^* - cE^* - DE^* = 0 \quad (3.6)$$

$$cE^* - dI^* - (D+K)I^* = 0 \quad (3.7)$$

$$dI^* - eR^* - DR^* = 0 \quad (3.8)$$

จาก (3.8) จะได้ $dI^* - (e+D)R^* = 0$

$$R^* = \frac{-dI^*}{-(e+D)} = \frac{dI^*}{(e+D)}$$

จาก (3.7) จะได้ $cE^* - (d+(D+K))I^* = 0$

$$I^* = \frac{-cE^*}{-(d+(D+K))} = \frac{cE^*}{d+D+K}$$

แทนค่า $I^* = \frac{cE^*}{d+D+K}$ ใน (3.6) จะได้ $bS^* \left(\frac{cE^*}{d+D+K} \right) - cE^* - DE^* = 0$

$$\left(\frac{E^*}{d+D+K} \right) - (c+D)E^* = 0$$

$$E^* \left(\frac{bcS^*}{d+D+K} - c - D \right) = 0$$

จะได้ $E^* = 0$ หรือ $\frac{bcS^*}{d+D+K} - c - D = 0$

$$S^* = \frac{(c+D)(d+D+K)}{bc}$$

กรณีที่ 1 : แทนค่า $E^* = 0$ ใน $I^* = \frac{cE^*}{d+D+K}$ จะได้ $I^* = \frac{c(0)}{d+D+K}$

$$I^* = 0$$

แทนค่า $I^* = 0$ ใน $R^* = \frac{dI^*}{(e+D)}$ จะได้ $R^* = \frac{d(0)}{(e+D)}$

$$R^* = 0$$

แทนค่า $I^* = \frac{cE^*}{d+D+K}$ และ $R^* = \frac{dI^*}{(e+D)}$ ใน (3.5) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$aN + VS^* + e\left(\frac{dI^*}{e+D}\right) - bS^*\left(\frac{cE^*}{d+D+K}\right) - DS^* = 0 \quad (*)$$

แทนค่า $E^* = 0$ และ $I^* = 0$ ใน (*) จะได้

$$aN(e+D)(d+D+K) + V(e+D)(d+D+K)S^* - D(e+D)(d+D+K)S^* = 0$$

$$S^* = \frac{-aN(e+D)(d+D+K)}{V(e+D)(d+D+K) - D(e+D)(d+D+K)}$$

$$S^* = \frac{-aN(e+D)(d+D+K)}{(V-D)(e+D)(d+D+K)}$$

$$S^* = \frac{-aN}{V-D}$$

ดังนั้น จะได้จุดสมดุล ดังนี้

จากกรณีที่ 1 : $E^* = 0$ จะได้ $(S^*, E^*, I^*, R^*) = \left(\frac{-aN}{V-D}, 0, 0, 0\right)$

3.5 ความเสถียรของจุดสมดุล

ความเสถียรของจุดสมดุลสามารถพิจารณาจากค่าลักษณะเฉพาะของจาโคเบียนเมทริกซ์จากระบบสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ (ordinary differential equations) ของสมการ (3.1) – (3.4) ดังนี้

$$\frac{dS(t)}{dt} = aN + VS + eR - bSI - DS = f_1$$

$$\frac{dE(t)}{dt} = bSI - cE - DE = f_2$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = cE - dI - (D+K)I = f_3$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = dI - eR - DR = f_4$$

นำระบบสมการดังกล่าวทั้งหมดมาเขียนอยู่ในรูปแบบของจาโคเบียนเมทริกซ์ โดยกำหนดให้จาโคเบียนเมทริกซ์ขนาด 4×4 คือ

$$J_f = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 J_{11} &= \frac{\partial f_1}{\partial S} = V - D - bI^* & J_{31} &= \frac{\partial f_3}{\partial S} = 0 \\
 J_{12} &= \frac{\partial f_1}{\partial E} = 0 & J_{32} &= \frac{\partial f_3}{\partial E} = c \\
 J_{13} &= \frac{\partial f_1}{\partial I} = -bS^* & J_{33} &= \frac{\partial f_3}{\partial I} = -d - (D + K) \\
 J_{14} &= \frac{\partial f_1}{\partial R} = e & J_{34} &= \frac{\partial f_3}{\partial R} = 0 \\
 J_{21} &= \frac{\partial f_2}{\partial S} = bI^* & J_{41} &= \frac{\partial f_4}{\partial S} = 0 \\
 J_{22} &= \frac{\partial f_2}{\partial E} = -c - D & J_{42} &= \frac{\partial f_4}{\partial E} = 0 \\
 J_{23} &= \frac{\partial f_2}{\partial I} = bS^* & J_{43} &= \frac{\partial f_4}{\partial I} = d \\
 J_{24} &= \frac{\partial f_2}{\partial R} = 0 & J_{44} &= \frac{\partial f_4}{\partial R} = -D - e
 \end{aligned}$$

สามารถเขียนในรูปจาโคเบียนเมทริกซ์ ดังนี้

$$J_f = \begin{bmatrix} V - D - bI^* & 0 & -bS^* & e \\ bI^* & -c - D & bS^* & 0 \\ 0 & c & -d - (D + K) & 0 \\ 0 & 0 & d & -D - e \end{bmatrix}$$

แทนค่าจุดสมดุล $(S^*, E^*, I^*, R^*) = \left(\frac{-aN}{V-D}, 0, 0, 0\right)$ จะได้

$$J_f = \begin{bmatrix} V - D & 0 & \frac{abN}{V-D} & e \\ 0 & -c - D & \frac{-abN}{V-D} & 0 \\ 0 & c & -(d + D + K) & 0 \\ 0 & 0 & d & -D - e \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความเสถียรของจุดสมดุลพิจารณาจากค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) ที่ได้จากการหา $\det(\lambda I - J_f) = 0$ ดังนี้

$$\text{โดย } \lambda I = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} \text{ และ } J_f = \begin{bmatrix} V-D & 0 & \frac{abN}{V-D} & e \\ 0 & -c-D & \frac{-abN}{V-D} & 0 \\ 0 & c & -(d+D+K) & 0 \\ 0 & 0 & d & -D-e \end{bmatrix}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \det(\lambda I - J_f) &= \begin{vmatrix} \lambda - (V-D) & 0 & \frac{-abN}{V-D} & -e \\ 0 & \lambda - (-c-D) & \frac{abN}{V-D} & 0 \\ 0 & -c & \lambda - (-(d+D+K)) & 0 \\ 0 & 0 & -d & \lambda - (-D-e) \end{vmatrix} \\ &= (\lambda - (V-D))(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} \lambda - (-c-D) & \frac{abN}{V-D} & 0 \\ -c & \lambda - (-(d+D+K)) & 0 \\ 0 & -d & \lambda - (-D-e) \end{vmatrix} \\ &= (\lambda - (V-D)) \begin{vmatrix} \lambda + c + D & \frac{abN}{V-D} & 0 \\ -c & \lambda + d + D + K & 0 \\ 0 & -d & \lambda + e + D \end{vmatrix} \\ &= (\lambda - (V-D)) [(\lambda + c + D)(\lambda + d + D + K)(\lambda + e + D) - (\lambda + e + D)(-c)\left(\frac{abN}{V-D}\right)] = 0 \end{aligned}$$

พิจารณา $\lambda - (V-D) = 0$

$$\lambda = V-D \rightarrow \lambda_1 = V-D$$

พิจารณา $(\lambda + c + D)(\lambda + d + D + K)(\lambda + e + D) - (\lambda + e + D)(-c)\left(\frac{abN}{V-D}\right) = 0$

$$(\lambda + e + D) \left[(\lambda + c + D)(\lambda + d + D + K) + \frac{abcN}{V-D} \right] = 0$$

จะได้ว่า $\lambda + e + D = 0$ และ $(\lambda + c + D)(\lambda + d + D + K) + \frac{abcN}{V-D} = 0$

จาก $\lambda + e + D = 0$

$$\lambda = -e - D \rightarrow \lambda_2 = -e - D$$

จาก $(\lambda + c + D)(\lambda + d + D + K) + \frac{abcN}{V-D} = 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\lambda^2 + (c+d+K+2D)\lambda + (cd+cD+cK+dD+D^2+DK + \frac{abcN}{V-D}) = 0 \quad (**)$$

นำ $D-V$ คูณ (**);

$$(D-V)\lambda^2 + (D-V)(c+d+K+2D)\lambda + (D-V)(cd+cD+cK+dD+D^2+DK + \frac{abcN}{V-D}) = 0$$

$$(D-V)\lambda^2 + (cD+dD+KD+2D^2-cV-dV-KV-2DV)$$

$$+(cdD+cD^2+cDK+dD^2+D^3+KD^2-cdV-cDV-cKV-dDV-D^2V-DKV-abcN) = 0$$

จาก $\lambda = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$\lambda = \frac{-(cD+dD+KD+2D^2-cV-dV-KV-2DV)}{2(D-V)} \pm \frac{\sqrt{A}}{2(D-V)}$$

เมื่อ $A = (cD+dD+KD+2D^2-cV-dV-KV-2DV)^2$

$$-4(D-V)^2(cd+cD+cK+dD+D^2+DK + \frac{abcN}{V-D})$$

จะได้ $\lambda_3 = \frac{-(cD+dD+KD+2D^2-cV-dV-KV-2DV)}{2(D-V)} + \frac{\sqrt{A}}{2(D-V)}$

$$\lambda_4 = \frac{-(cD+dD+KD+2D^2-cV-dV-KV-2DV)}{2(D-V)} - \frac{\sqrt{A}}{2(D-V)}$$

พิจารณาค่าลักษณะเฉพาะ (ค่า λ)

$$\lambda_1 - \lambda_4 \text{ จะมีค่าเป็นลบเมื่อ } D > V \text{ และ } 1 > \frac{cV+dV+KV+2DV+\sqrt{A}}{cD+dD+KD+2D^2+\sqrt{A}}$$

ดังนั้น จุดสมดุล $(S^*, E^*, I^*, R^*) = (\frac{-aN}{V-D}, 0, 0, 0)$ มีความเสถียร (stable)

พิจารณาค่าความเสถียรของจุดสมดุล (S^*, E^*, I^*, R^*)

$$S^* = \frac{(c+D)(d+D+K)}{bc}$$

$$E^* = \frac{-abcN(e+D)(d+D+K) - (V-D)(e+D)(c+D)(d+D+K)^2}{bc^2de - bc(e+D)(c+D)(d+D+K)}$$

$$I^* = \frac{-abcN(e+D) - (V-D)(e+D)(c+D)(d+D+K)}{bcde - b(e+D)(c+D)(d+D+K)}$$

$$R^* = \frac{-abcdN - d(V-D)(c+D)(d+D+K)}{bcde - b(e+D)(c+D)(d+D+K)}$$

จาก $J_f = \begin{bmatrix} V-D-bI^* & 0 & -bS^* & e \\ bI^* & -c-D & bS^* & 0 \\ 0 & c & -d-(D+K) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับก 0 ใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่ควรนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{โดย } \lambda I = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \det(\lambda I - J_f) &= \begin{vmatrix} \lambda - (V - D - bI^*) & 0 & bS^* & -e \\ -bI^* & \lambda + c + D & -bS^* & 0 \\ 0 & -c & \lambda + d + D + K & 0 \\ 0 & 0 & -d & \lambda + D + e \end{vmatrix} \\ &= (\lambda - (V - D - bI^*))(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} \lambda + c + D & -bS^* & 0 \\ -c & \lambda + d + D + K & 0 \\ 0 & -d & \lambda + D + e \end{vmatrix} \\ &\quad + (-bI^*)(-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 0 & bS^* & -e \\ -c & \lambda + d + D + K & 0 \\ 0 & -d & \lambda + D + e \end{vmatrix} \\ &= (\lambda - V + D + bI^*)[(\lambda + c + D)(\lambda + d + D + K)(\lambda + D + e) - (\lambda + D + e)(-bS^*)(-c)] \\ &\quad + bI^*[(-cde) + bcS^*(\lambda + D + e)] \\ &= (\lambda - V + D + bI^*)(\lambda + D + e)[(\lambda + c + D)(\lambda + d + D + K) - bcS^*] \\ &\quad + bcl^*[-de + bS^*(\lambda + e + D)] \\ &= [\lambda^2 + (e + 2D - V + bI^*)\lambda + (-eV - DV + eD + D^2 + bel^* + bDI^*)][\lambda^2 + \\ &\quad (c + d + K + 2D)\lambda + (cd + cD + cK + dD + DK + D^2 - bcS^*)] \\ &\quad + bcl^*[-de + bS^*(\lambda + e + D)] \\ &= \lambda^4 + (c + d + K + 2D)\lambda^3 + (cd + cD + cK + dD + DK + D^2 - bcS^*)\lambda^2 \\ &\quad + (e\lambda + 2D\lambda - V\lambda + bI^*\lambda)(c\lambda + d\lambda + K\lambda + 2D\lambda) + (e + 2D - V + bI^*)\lambda^3 \\ &\quad + (e\lambda + 2D\lambda - V\lambda + bI^*\lambda)(cd + cD + cK + dD + DK + D^2 - bcS^*) \\ &\quad + (-eV - DV + eD + D^2 + bel^* + bDI^*)\lambda^2 \\ &\quad + (-eV - DV + eD + D^2 + bel^* + bDI^*)(c\lambda + d\lambda + K\lambda + 2D\lambda) \\ &\quad + (-eV - DV + eD + D^2 + bel^* + bDI^*)(cd + cD + cK + dD + DK + D^2 - bcS^*) \\ &\quad - bcdeI^* + b^2cl^*S^*\lambda + b^2ceI^*S^* + b^2cDI^*S^* \\ &= \lambda^4 + (c + d + K + 4D + e - V + bI^*)\lambda^3 + [(cd + cD + cK + dD + DK + D^2 - bcS^*) \\ &\quad + (e + 2D - V + bI^*)(c + d + K + 2D) + (-eV - DV + eD + D^2 + bel^* + bDI^*)]\lambda^2 \\ &\quad + [(e + 2D - V + bI^*)(cd + cD + cK + dD + DK + D^2 - bcS^*) \\ &\quad + (-eV - DV + eD + D^2 + bel^* + bDI^*)(c + d + K + 2D) + b^2cl^*S^*]\lambda \\ &\quad + [(-eV - DV + eD + D^2 + bel^* + bDI^*)(cd + cD + cK + dD + DK + D^2 - bcS^*) \\ &\quad - bcdeI^* + b^2ceI^*S^* + b^2cDI^*S^*] \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สำนักงานการค้ำ
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น

ดังนั้น

$$S^* = \frac{(c+D)(d+D+K)}{bc}$$

$$E^* = \frac{-abcN(e+D)(d+D+K) - (V-D)(e+D)(c+D)(d+D+K)^2}{bc^2de - bc(e+D)(c+D)(d+D+K)}$$

$$I^* = \frac{-abcN(e+D) - (V-D)(e+D)(c+D)(d+D+K)}{bcde - b(e+D)(c+D)(d+D+K)}$$

$$R^* = \frac{-abcdN - d(V-D)(c+D)(d+D+K)}{bcde - b(e+D)(c+D)(d+D+K)}$$

จุดสมดุลมีความเสถียร (stable)



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

ผลการวิจัย และอภิปรายผล

4.1 ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลข

หัวข้อนี้เป็นการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงตัวเลข โดยการนำค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการสำรวจเก็บข้อมูลเชิงสถิติเกี่ยวกับโรคคอติบ ซึ่งมีค่าต่างๆดังต่อไปนี้

ตารางที่ 4.1 ค่าตัวแปรต่างๆ ของแบบจำลองโรคคอติบในประเทศไทย

สัญลักษณ์	ความหมาย	ค่าเริ่มต้น	หน่วย
S	จำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ	25,000,000	คน
E	จำนวนประชากรที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ	20,000,000	คน
I	จำนวนประชากรที่ติดเชื้อ และสามารถถ่ายทอดเชื้อได้	15,000,000	คน
R	จำนวนประชากรที่หายป่วยจากการติดเชื้อ	5,729,098	คน

ตารางที่ 4.2 ค่าตัวแปรเสริม ของแบบจำลองโรคคอติบในประเทศไทย

สัญลักษณ์	ความหมาย	ค่าพารามิเตอร์	หน่วย
a	อัตราการเกิดของประชากร	$\frac{1}{365 \times 74.18}$	ต่อวันต่อคน
b	อัตราการติดเชื้อของโรคคอติบ	0.5	ต่อคน
c	อัตราการฟักตัวของเชื้อ	$\frac{1}{4}$	ต่อวันต่อคน
d	อัตราการหายจากเชื้อ	$\frac{1}{30}$	ต่อวันต่อคน
e	อัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอติบ	0.9	ต่อคน
V	อัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอติบ	0.5	ต่อคน
D	อัตราการเสียชีวิตโดยธรรมชาติของประชากร	$\frac{1}{365 \times 74.18}$	ต่อวันต่อคน
K	อัตราการเสียชีวิตด้วยโรคคอติบขณะติดเชื้อ	0	ต่อวันต่อคน
N	จำนวนประชากรทั้งหมด	65,729,098	คน

หมายเหตุ : เนื่องจากข้อมูลการเสียชีวิตจากโรคคอติบมีจำนวนน้อยมากและในบางปีไม่พบผู้ที่เสียชีวิตจากโรคคอติบ ดังนั้นจึงกำหนดให้ $K = 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำอธิบายค่าตัวแปรเสริมของแบบจำลองในตารางที่ 4.2

a คือ อัตราการเกิดของประชากร คิดจาก อายุเฉลี่ยของประชากรต่อคนในปีนั้น
ดังนั้น จะได้ $a = \frac{1}{365 \times 74.18}$ ต่อวันต่อคน

b คือ อัตราการติดเชื้อของโรคคอตีบ คิดจาก โอกาสที่ประชากรติดเชื้อโรคคอตีบ
ดังนั้น จะได้ $b = 0.5$ ต่อคน

c คือ อัตราการฟักตัวของเชื้อ คิดจาก ระยะเวลาที่โรคนี้อาจมีระยะฟักตัวของเชื้อ 1-7 วัน
ดังนั้น จะได้ $c = \frac{1}{7}$ ต่อวันต่อคน

d คือ อัตราการหายจากเชื้อ คิดจากระยะเวลาที่ผู้ป่วยพักรักษาตัวเป็นเวลา 1 เดือน
ดังนั้น จะได้ $d = \frac{1}{30}$ ต่อวันต่อคน

e คือ อัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ คิดจาก โอกาสที่ประชากรเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ ดังนั้น จะได้ $e = 0.9$ ต่อคน

V คือ อัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ คิดจาก โอกาสที่ประชากรได้รับการฉีดวัคซีนป้องกันโรค ดังนั้น จะได้ $V = 0.5$ ต่อคน

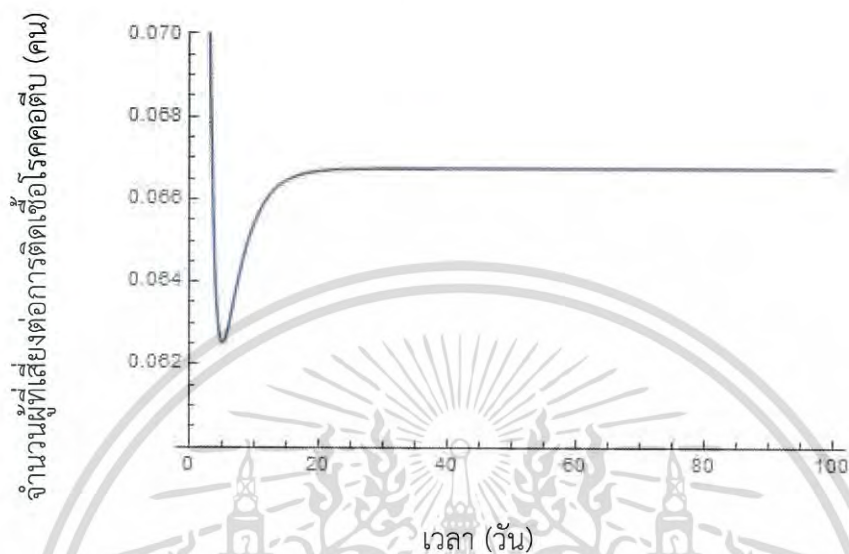
D คือ อัตราการเสียชีวิตโดยธรรมชาติของประชากร คิดจากอายุเฉลี่ยของประชากรในปีนั้น
ดังนั้น จะได้ $D = \frac{1}{365 \times 74.18}$ ต่อวันต่อคน

K คือ อัตราการเสียชีวิตด้วยโรคคอตีบขณะติดเชื้อ
ดังนั้น จะได้ $K = 0$ ต่อวันต่อคน

N คือ จำนวนประชากรทั้งหมด คิดจาก $S + E + I + R$
ดังนั้น จะได้ $N = 65,729,098$ คน

4.2 ผลการวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์จากการคำนวณด้วยโปรแกรม Mathematica

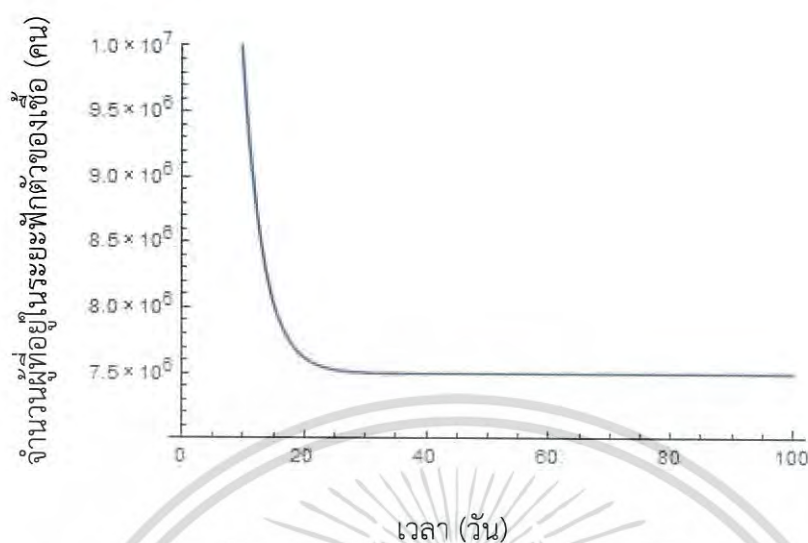
จากการคำนวณค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวด้วยโปรแกรมแล้ว ทำให้ได้กราฟดังต่อไปนี้



รูปที่ 4.1 กราฟแสดงจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) เมื่อเทียบกับเวลา (วัน)

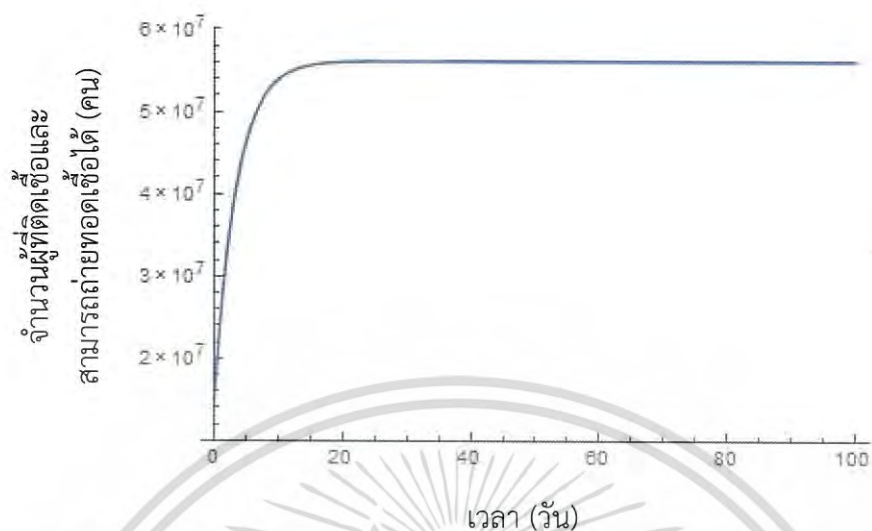
โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.1 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) จะลู่เข้าสู่ 0.0667504 คน (จุดสมมูล) ณ เวลา 45 วัน นั่นแสดงว่าจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) มีจำนวนคงที่ ณ เวลา 45 วัน และสามารถควบคุมการระบาดของโรคได้



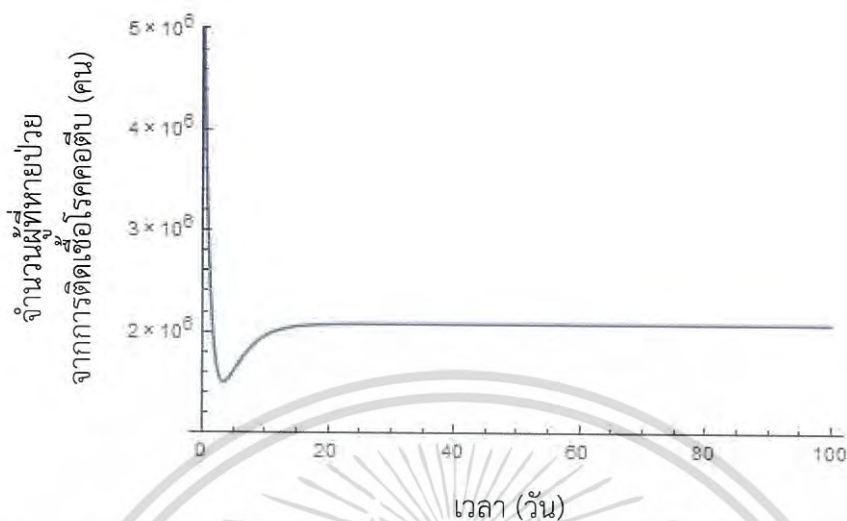
รูปที่ 4.2 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ (E) เมื่อเทียบกับเวลา (วัน) โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.2 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่อยู่ระยะฟักตัวของเชื้อ (E) จะลู่เข้าสู่ 7,495,490 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 53 วัน นั่นแสดงว่าจำนวนของผู้ที่อยู่ระยะฟักตัวของเชื้อ (E) มีจำนวนคงที่ ณ เวลา 53 วัน และสามารถควบคุมการระบาดของโรคคอติบได้



รูปที่ 4.3 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่อเทียบกับเวลา (วัน) โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.3 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) จะลู่เข้าสู่ 56,153,900 คน (จุดสมมูล) ณ เวลา 45 วัน นั่นแสดงว่าจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) มีจำนวนคงที่ ณ เวลา 45 วัน และสามารถควบคุมการระบาดของโรคคอตีบได้



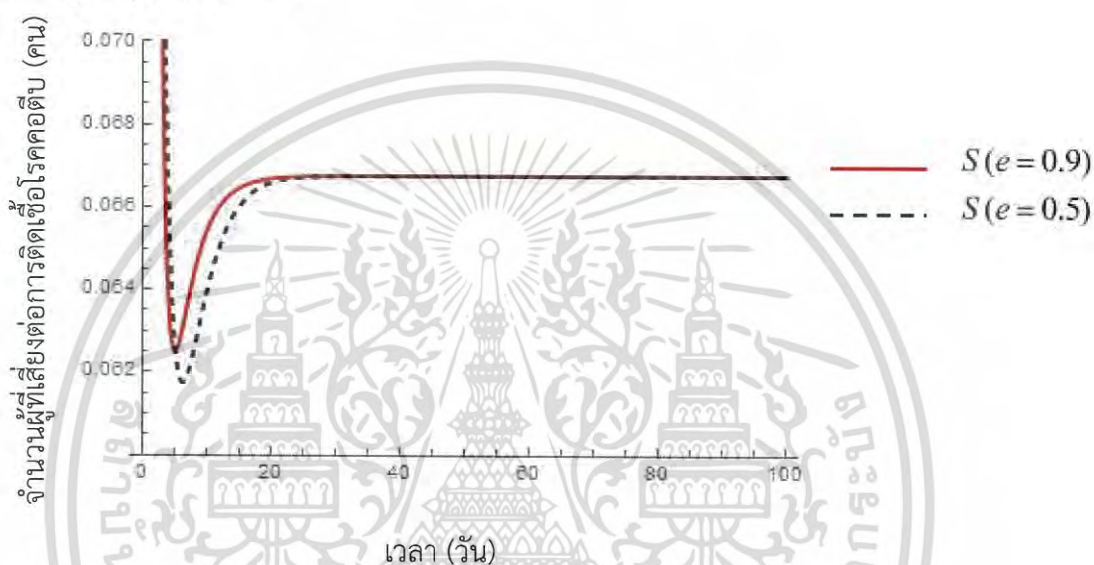
รูปที่ 4.4 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่หายจากการติดเชื้อโรคโควิด (R) เมื่อเทียบกับเวลา (วัน) โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.4 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่หายจากการติดเชื้อโรคโควิด (R) จะเข้าสู่ 2,079,690 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน นั่นแสดงว่าจำนวนของผู้ที่หายจากการติดเชื้อโรคโควิด (R) มีจำนวนคงที่ ณ เวลา 45 วัน และสามารถควบคุมการระบาดของโรคโควิดได้

พิจารณาค่าพารามิเตอร์ พบว่า e, b และ V เป็นค่าไม่คงที่ สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้ แล้วนำค่ามาคำนวณในโปรแกรม Mathematica เพื่อดูการเปลี่ยนแปลงของกราฟที่แสดงไปแล้วข้างต้นดังต่อไปนี้

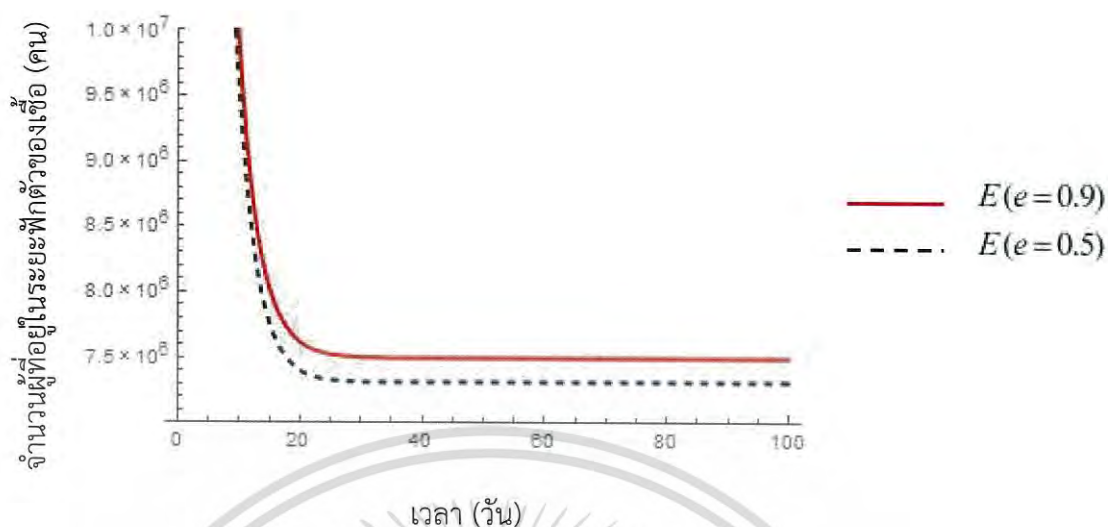
กรณีที่ 1 ค่าพารามิเตอร์ e เปลี่ยน โดยที่ค่าพารามิเตอร์ b, V คงที่ โดยแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

1.1 ค่าพารามิเตอร์ e ลดลงจากอัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบจาก 0.9 เป็น 0.5 จะได้กราฟการเข้าสู่จุดสมดุล ดังนี้



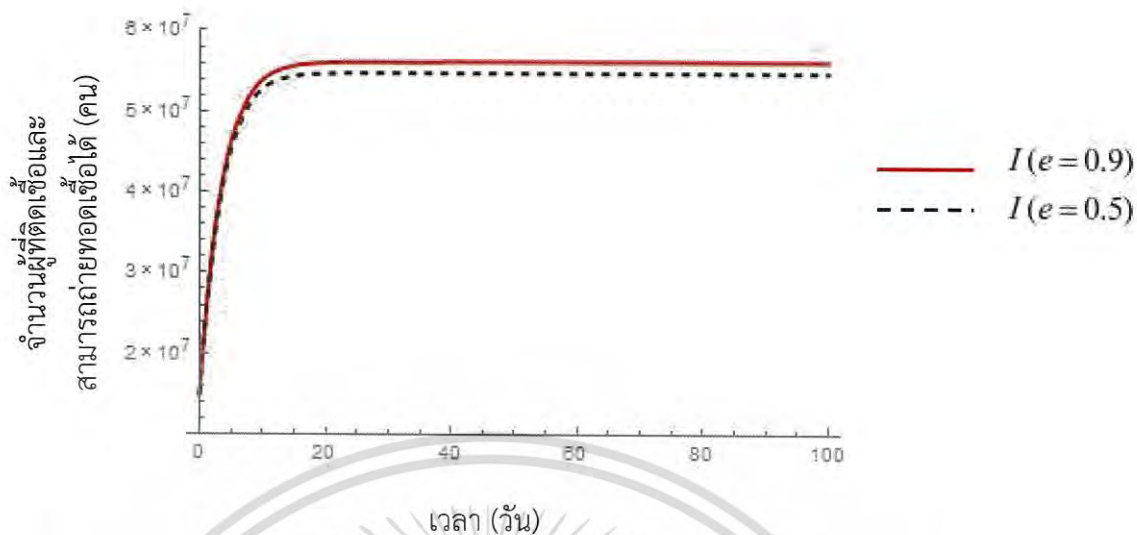
รูปที่ 4.5 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) เมื่ออัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ e ลดลง โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.5 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะเข้าสู่ 0.0667504 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) เมื่อลดอัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ e (แทนด้วยเส้นประ) จะเข้าสู่ 0.0667504 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบลดลง ไม่ส่งผลต่อจุดสมดุลและการเข้าสู่จุดสมดุล



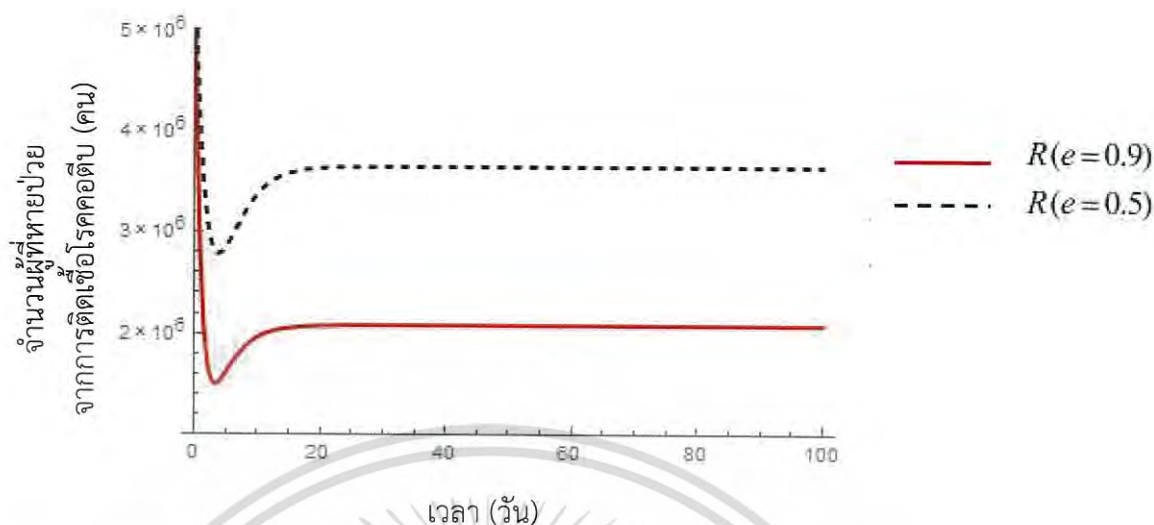
รูปที่ 4.6 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อโรคคอตีบ (E) เมื่ออัตราเสี่ยงต่อการติดเชืโรคคอตีบ e ลดลง โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์ แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.6 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อโรคคอตีบ (E) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะลู่เข้าสู่ 7,495,490 คน (จุดสมดุล) เมื่อเวลา 53 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนผู้ที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อโรคคอตีบ (E) เมื่อลดอัตราเสี่ยงต่อการติดเชืโรคคอตีบ e (แทนด้วยเส้นประ) จะลู่เข้าสู่ 7,310,560 คน (จุดสมดุล) เมื่อเวลา 53 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรเสี่ยงต่อการติดเชืโรคคอตีบลดลง ส่งผลให้จุดสมดุลมีจำนวนลดลง แต่ไม่มีผลต่อการลู่เข้าสู่จุดสมดุล



รูปที่ 4.7 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่ติดเชื่อและสามารถถ่ายทอดเชื่อได้ (I) เมื่ออัตราเสี่ยงต่อการติดเชื่อโรคคอตีบ e ลดลง โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.7 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่ติดเชื่อและสามารถถ่ายทอดเชื่อได้ (I) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะลู่เข้าสู่ 56,153,900 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนผู้ที่ติดเชื่อและสามารถถ่ายทอดเชื่อได้ (I) เมื่อลดอัตราเสี่ยงต่อการติดเชื่อโรคคอตีบ e (แทนด้วยเส้นประ) ที่ลู่เข้าสู่ 54,768,500 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรเสี่ยงต่อการติดเชื่อโรคคอตีบลดลง ส่งผลให้จุดสมดุลมีจำนวนลดลง แต่ไม่มีผลต่อการลู่เข้าสู่จุดสมดุล

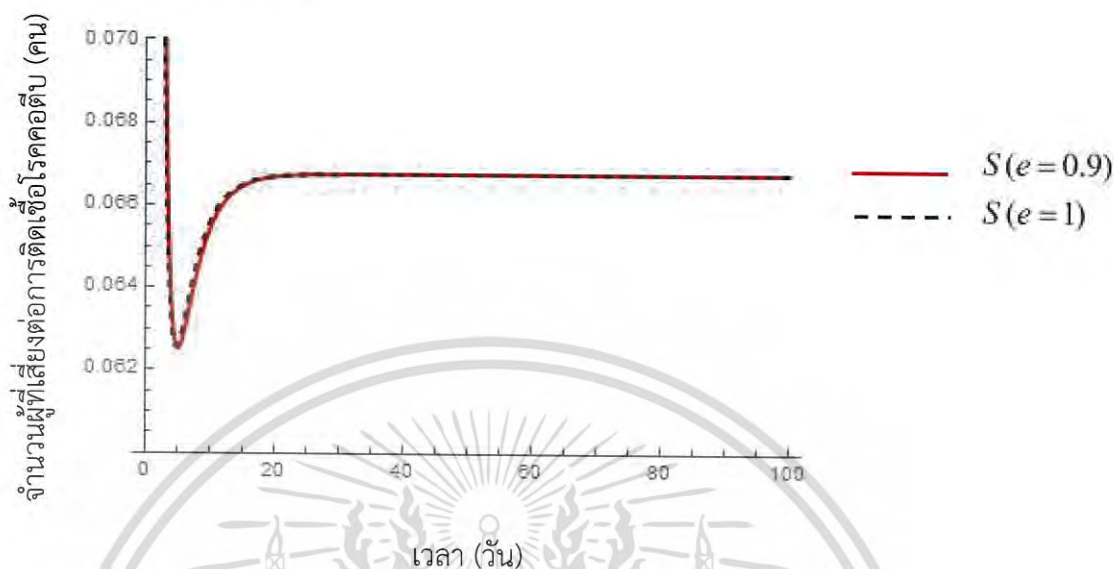


รูปที่ 4.8 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่หายป่วยจากการติดเชื้อโรคโควิด (R) เมื่ออัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคโควิด e ลดลง โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์ แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.8 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่หายป่วยจากการติดเชื้อโรคโควิด (R) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะลู่เข้าสู่ 2,079,690 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนผู้ที่ยังป่วยจากการติดเชื้อโรคโควิด (R) เมื่อลดอัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคโควิด e (แทนด้วยเส้นประ) ลู่เข้าสู่ 3,650,960 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคโควิดลดลง ส่งผลให้จุดสมดุลมีจำนวนเพิ่มมากขึ้น แต่ไม่มีผลต่อการลู่เข้าสู่จุดสมดุล

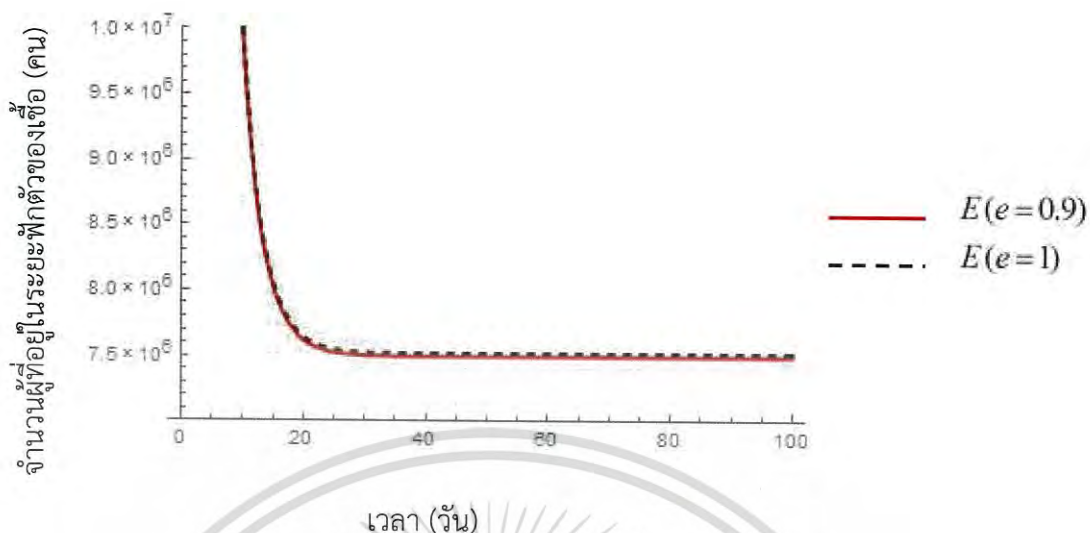
ดังนั้น เมื่ออัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคโควิด V ลดลง ส่งผลให้จุดสมดุลของจำนวนผู้ที่อยู่ในระยะพักตัวของเชื้อโรคโควิด (E) จำนวนผู้ที่ติดเชื้อโรคโควิด (I) ลดลง แต่จุดสมดุลของจำนวนผู้ที่ยังป่วยจากการติดเชื้อโรคโควิด (R) มีจำนวนเพิ่มขึ้น

1.2 ค่าพารามิเตอร์ e เพิ่มขึ้นจากอัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบจาก 0.9 เป็น 1 จะได้กราฟการลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนี้



รูปที่ 4.9 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) เมื่ออัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ e เพิ่มขึ้น โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์ แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.9 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะลู่เข้าสู่ 0.0667504 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) เมื่อเพิ่มอัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ e (แทนด้วยเส้นประ) กราฟจะลู่เข้าสู่ 0.0667504 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบเพิ่มขึ้น ไม่มีผลต่อจุดสมดุลและการลู่เข้าสู่จุดสมดุล



รูปที่ 4.10 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่อยู่ในระยะพักตัวของเชื้อ (E) เมื่ออัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคโควิด e เพิ่มขึ้น โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

ผลเฉลยเชิงตัวเลขแสดงได้ดังนี้

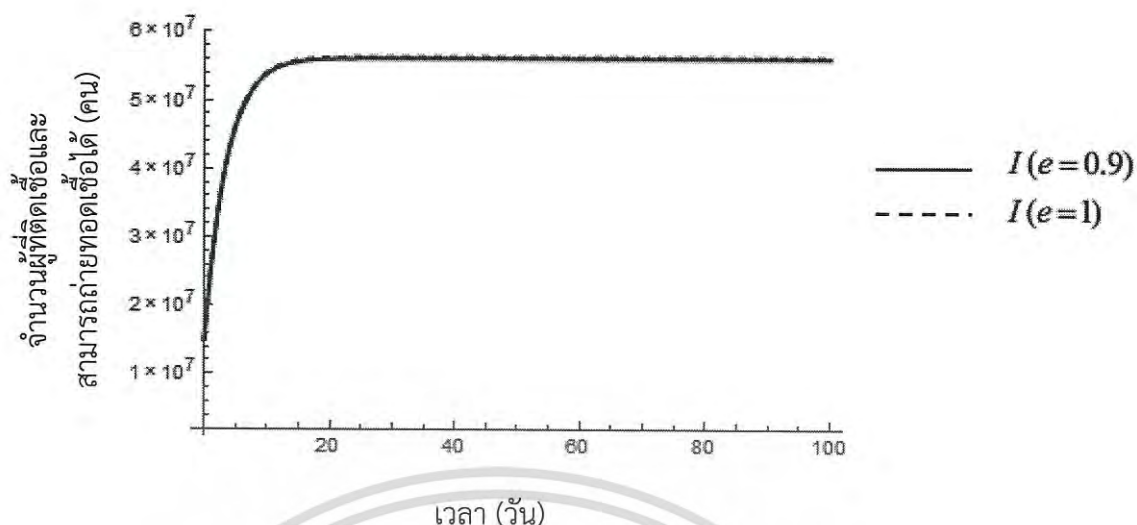
t	$E(e=0.9)$	$E(e=1)$
0	20,000,000	20,000,000
10	9,853,920	9,894,700
20	7,616,310	7,643,390
30	7,501,670	7,525,760
40	7,495,800	7,519,620
50	7,495,500	7,519,290
51	7,495,500	7,519,290
52	7,495,500	7,519,290
53	7,495,490	7,519,280
54	7,495,490	7,519,280
55	7,495,490	7,519,280

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.10 และผลเฉลยเชิงตัวเลข แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ (E) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะลู่เข้าสู่ 7,495,490 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 53 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนผู้ที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ (E) เมื่อเพิ่มอัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ e (แทนด้วยเส้นประ) จะลู่เข้าสู่ 7,519,280 คน (จุดสมดุล) เมื่อเวลา 53 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบเพิ่มขึ้น ส่งผลให้จุดสมดุลมีจำนวนเพิ่มมากขึ้น แต่ไม่มีผลต่อการลู่เข้าสู่จุดสมดุล



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.11 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ e เพิ่มขึ้น โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

ผลเฉลยเชิงตัวเลขแสดงได้ดังนี้

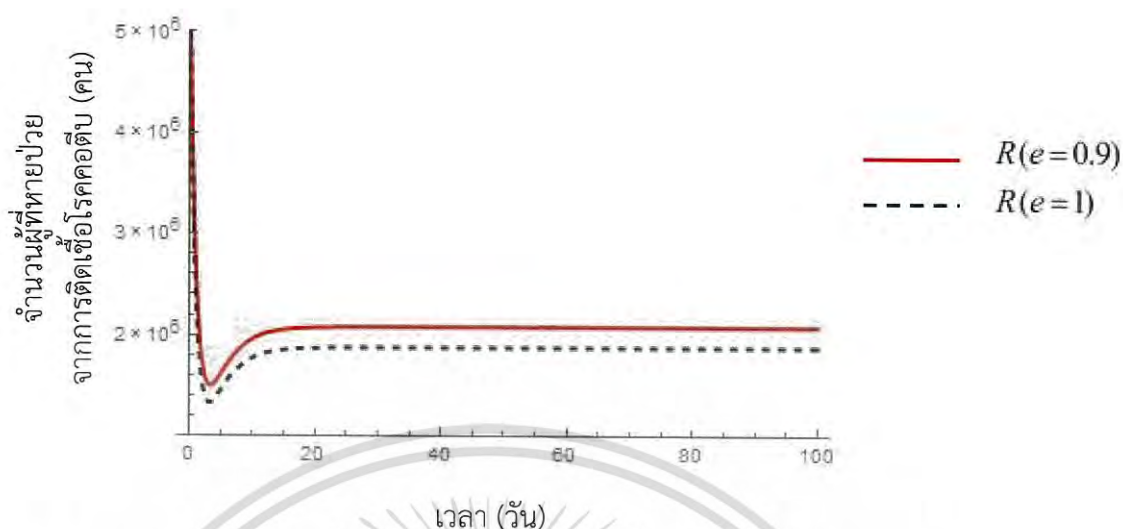
t	$I(e=0.9)$	$I(e=1)$
0	15,000,000	15,000,000
10	53,918,300	54,063,700
20	56,039,400	56,213,600
30	56,148,100	56,326,000
40	56,153,600	56,331,800
45	56,153,900	56,332,100
50	56,153,900	56,332,100
51	56,153,900	56,332,100
52	56,153,900	56,332,100
53	56,153,900	56,332,100
54	56,153,900	56,332,200
55	56,153,900	56,332,200

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.11 และผลเฉลยเชิงตัวเลข แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะลู่เข้าสู่ 56,153,900 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่อเพิ่มอัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ e (แทนด้วยเส้นประ) จะลู่เข้าสู่ 56,332,200 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 54 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบเพิ่มขึ้น ส่งผลให้จุดสมดุลมีจำนวนเพิ่มมากขึ้น และทำให้กราฟลู่เข้าสู่จุดสมดุลช้าลง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



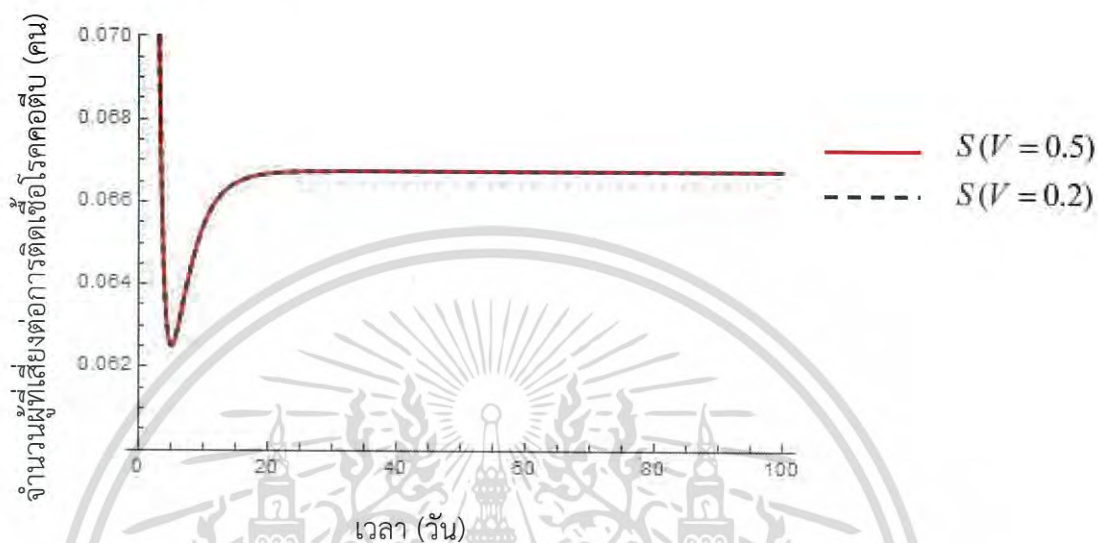
รูปที่ 4.12 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้เสียชีวิตจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) เมื่ออัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ e เพิ่มขึ้น โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.12 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่เสียชีวิตจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะเข้าสู่ 2,079,690 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนผู้เสียชีวิตจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) เมื่อเพิ่มอัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ e (แทนด้วยเส้นประ) จะเข้าสู่ 1,877,670 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบเพิ่มขึ้น ส่งผลให้จุดสมดุลมีจำนวนลดลง แต่ไม่มีผลต่อการเข้าสู่จุดสมดุล

ดังนั้น เมื่ออัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ e เพิ่มขึ้น ส่งผลให้จุดสมดุลของจำนวนผู้ที่อยู่ในระยะพักตัวของเชื้อโรคคอตีบ (E) จำนวนผู้ที่ติดเชื้อโรคคอตีบ (I) เพิ่มขึ้น แต่จุดสมดุลของจำนวนผู้เสียชีวิตจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) มีจำนวนลดลง

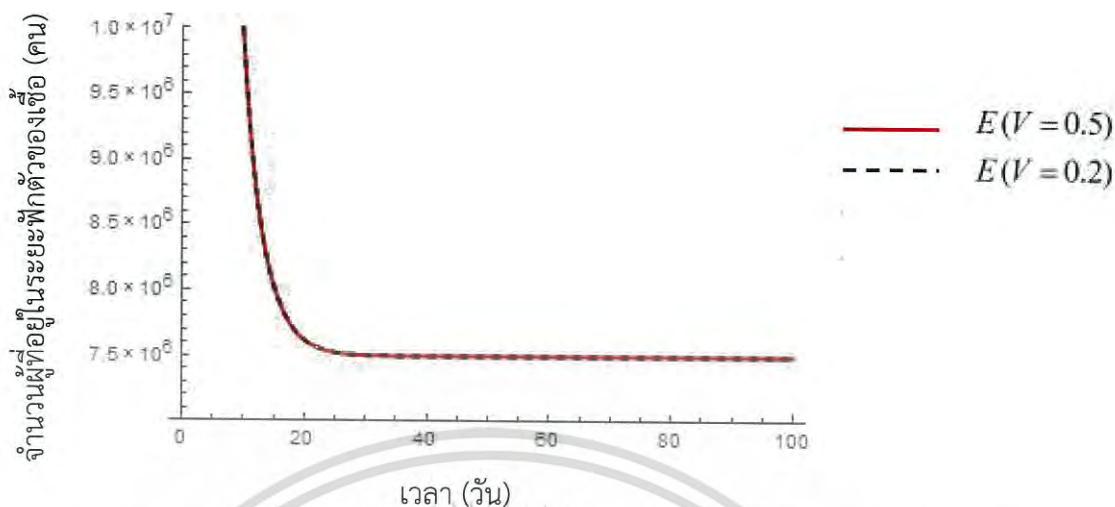
กรณีที่ 2 ค่าพารามิเตอร์ V เปลี่ยน โดยที่ค่าพารามิเตอร์ e, b คงที่ โดยแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

2.1 ค่าพารามิเตอร์ V ลดลงจากอัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบจาก 0.5 เป็น 0.2 จะได้กราฟการเข้าสู่จุดสมดุล ดังนี้



รูปที่ 4.13 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) เมื่ออัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ V ลดลง โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.13 แสดงได้ว่าจำนวนของคนที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะเข้าสู่ 0.0667504 คน (จุดสมดุล) เมื่อเวลา 45 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) เมื่อลดอัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ V (แทนด้วยเส้นประ) จะเข้าสู่ 0.0667504 คน (จุดสมดุล) เมื่อเวลา 45 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบลดลง ไม่มีผลต่อจุดสมดุลและการเข้าสู่จุดสมดุล



รูปที่ 4.14 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่อยู่ในระยะพักตัวของเชื้อ (E) เมื่ออัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคโควิด V ลดลง โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

ผลเฉลยเชิงตัวเลขแสดงได้ดังนี้

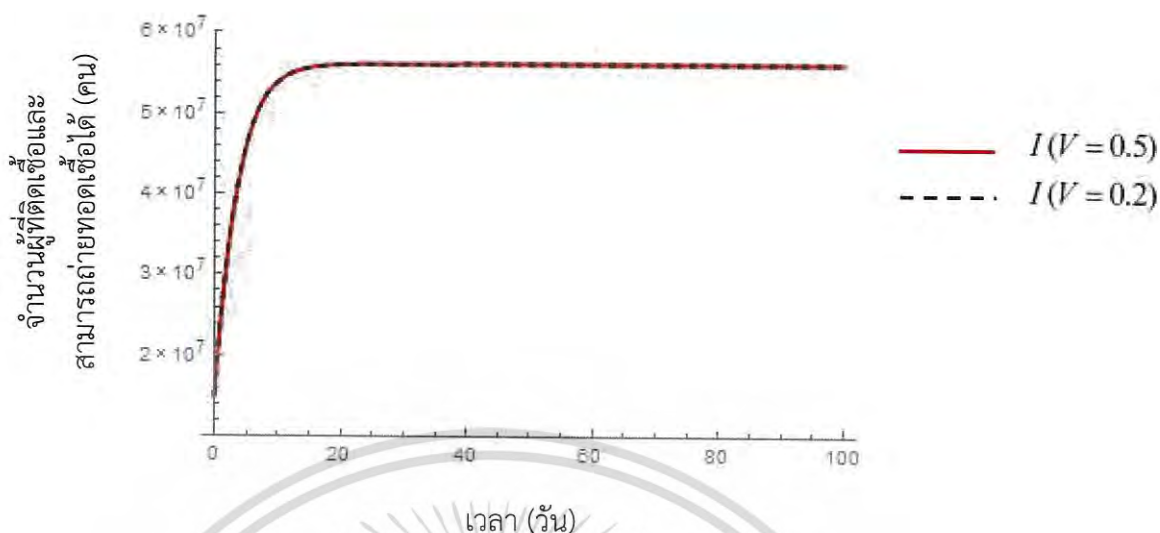
t	$E(V=0.9)$	$E(V=0.2)$
0	20,000,000	20,000,000
10	9,853,920	9,853,920
20	7,616,310	7,616,310
30	7,501,670	7,501,670
40	7,495,800	7,495,800
50	7,495,500	7,495,500
51	7,495,500	7,495,500
52	7,495,500	7,495,490
53	7,495,490	7,495,490
54	7,495,490	7,495,490
55	7,495,490	7,495,490

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.14 และผลเฉลยเชิงตัวเลข แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ (E) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะลู่เข้าสู่ 7,495,490 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 53 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนของผู้ที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ (E) เมื่อลดอัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ V (แทนด้วยเส้นประ) จะลู่เข้าสู่ 7,495,490 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 52 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบลดลง ไม่มีผลต่อจุดสมดุล แต่ทำให้กราฟลู่เข้าสู่จุดสมดุลช้าลง

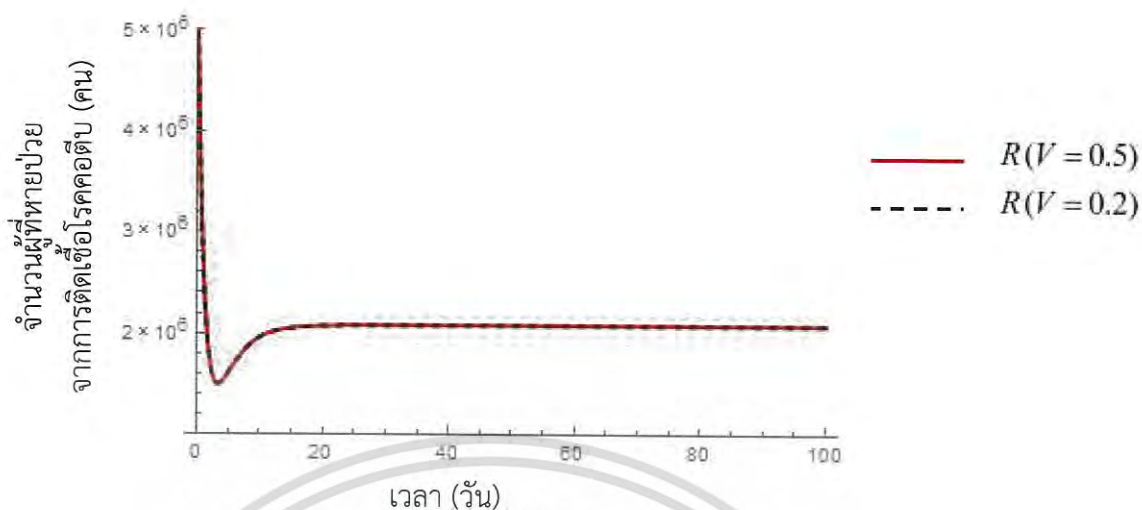


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.15 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคโควิด V ลดลง โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.15 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะเข้าสู่ 56,153,900 คน (จุดสมดุล) เมื่อเวลา 45 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่อลดอัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคโควิด V (แทนด้วยเส้นประ) จะเข้าสู่ 56,153,900 คน (จุดสมดุล) เมื่อเวลา 45 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรได้รับวัคซีนป้องกันโรคโควิดลดลง ไม่ส่งผลต่อจุดสมดุลและการเข้าสู่จุดสมดุล

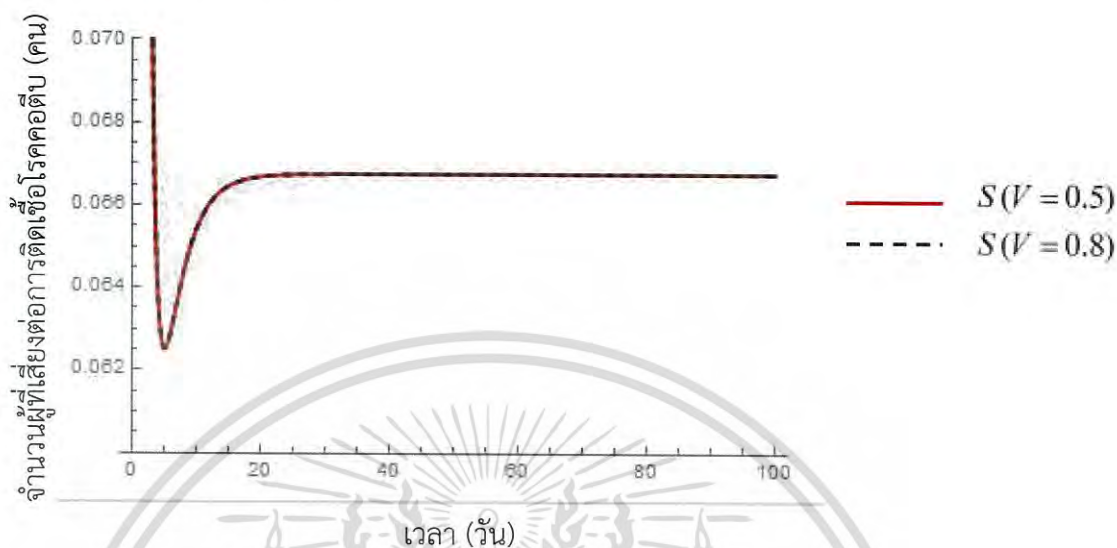


รูปที่ 4.16 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้เสียชีวิตจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) เมื่ออัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ V ลดลง โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.16 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่หายจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะลู่เข้าสู่ 2,079,690 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนผู้เสียชีวิตจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) เมื่อลดอัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ V (แทนด้วยเส้นประ) จะลู่เข้าสู่ 2,076,900 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบลดลง ไม่มีผลต่อจุดสมดุลและการลู่เข้าสู่จุดสมดุล

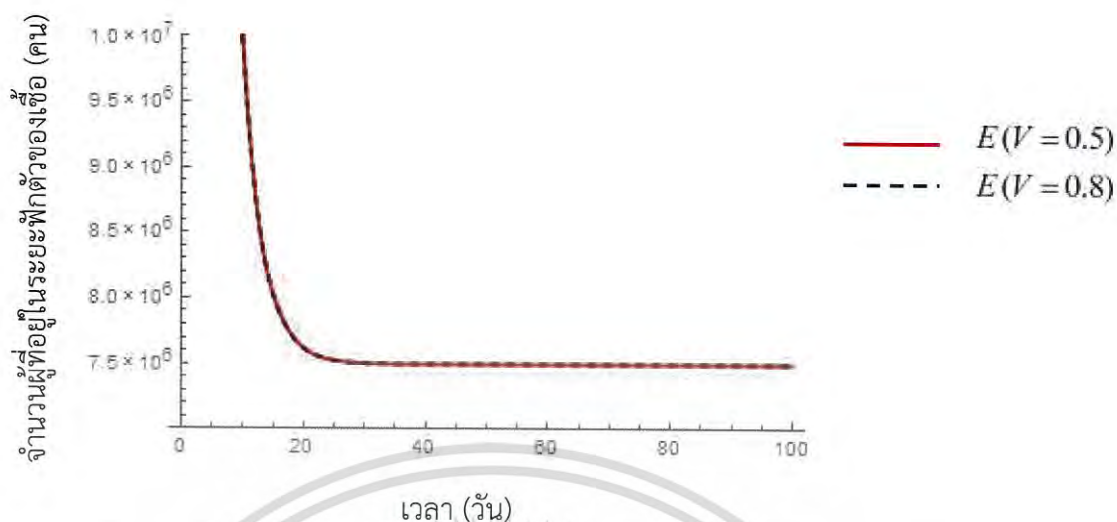
ดังนั้น เมื่ออัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ V ลดลง ส่งผลให้กราฟลู่เข้าสู่จุดสมดุลของจำนวนผู้ที่อยู่ในระยะพักตัวของเชื้อโรคคอตีบ (E) ช้าลง

2.2 ค่าพารามิเตอร์ V เพิ่มขึ้นจากอัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบจาก 0.5 เป็น 0.8 จะได้กราฟการเข้าสู่จุดสมดุล ดังนี้



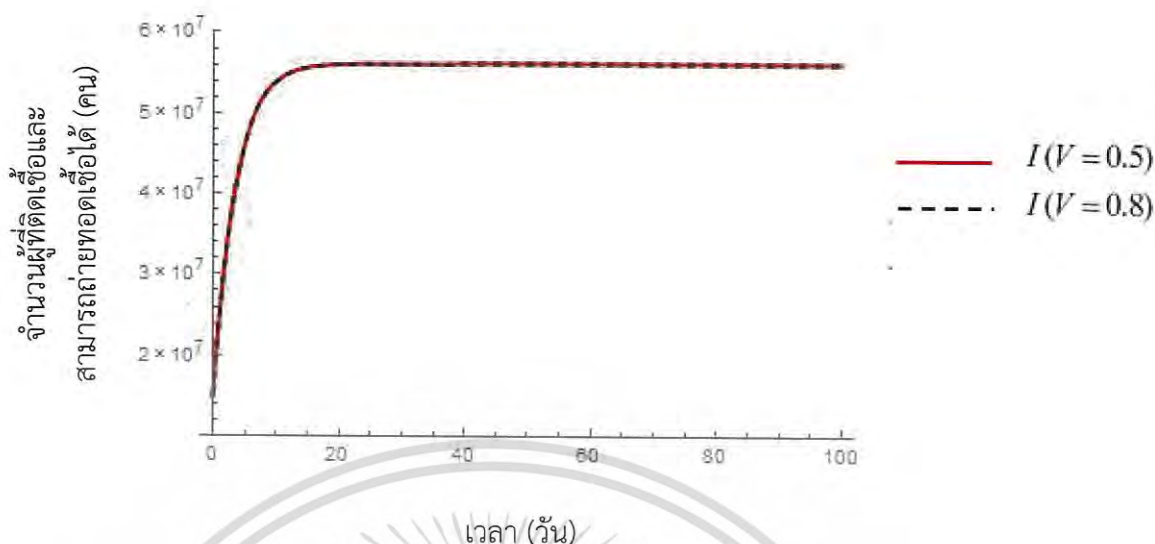
รูปที่ 4.1 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) เมื่ออัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ V เพิ่มขึ้น โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.17 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะเข้าสู่จุด 0.0667504 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) เมื่อเพิ่มอัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ V (แทนด้วยเส้นประ) จะเข้าสู่จุด 0.0667504 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรได้รับการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบเพิ่มขึ้น ไม่มีผลต่อจุดสมดุลและการเข้าสู่จุดสมดุล



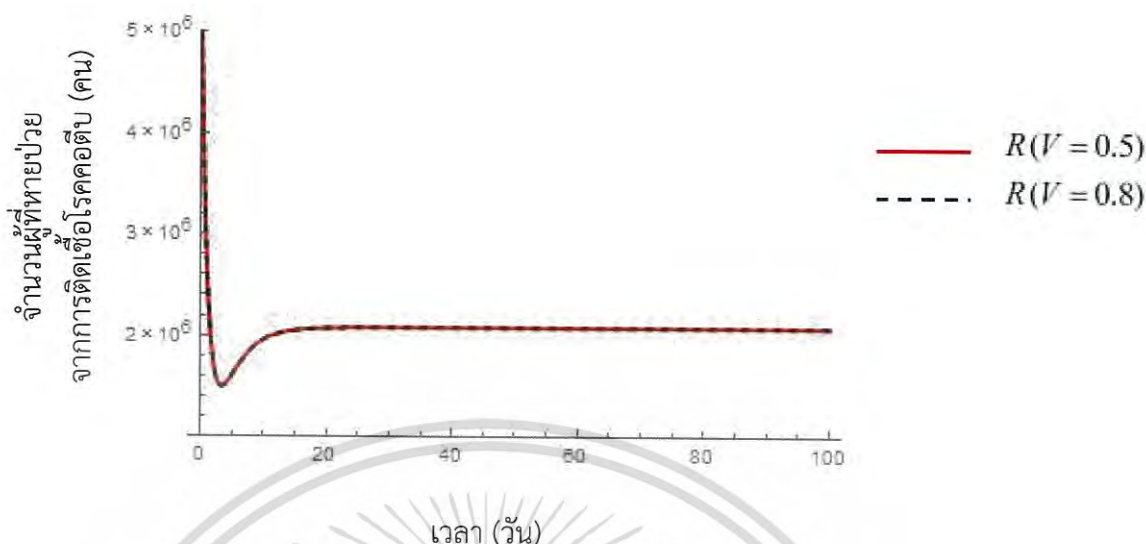
รูปที่ 4.18 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่อยู่ในระยะพักตัวของเชื้อ (E) เมื่ออัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคโควิด V เพิ่มขึ้น โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.18 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่อยู่ในระยะพักตัวของเชื้อ (E) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะลู่เข้าสู่ 7,495,490 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 53 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนของผู้ที่อยู่ในระยะพักตัวของเชื้อ (E) เมื่อเพิ่มอัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคโควิด V (แทนด้วยเส้นประ) จะลู่เข้าสู่ 7,495,490 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 53 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรได้รับวัคซีนป้องกันโรคโควิดเพิ่มขึ้น ไม่ส่งผลกระทบต่อจุดสมดุลและการลู่เข้าสู่จุดสมดุล



รูปที่ 4.19 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ V เพิ่มขึ้น โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.19 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะเข้าสู่ 56,153,900 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่อเพิ่มอัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ V (แทนด้วยเส้นประ) จะเข้าสู่ 56,153,900 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบเพิ่มขึ้น ไม่ส่งผลต่อจุดสมดุลและการเข้าสู่จุดสมดุล

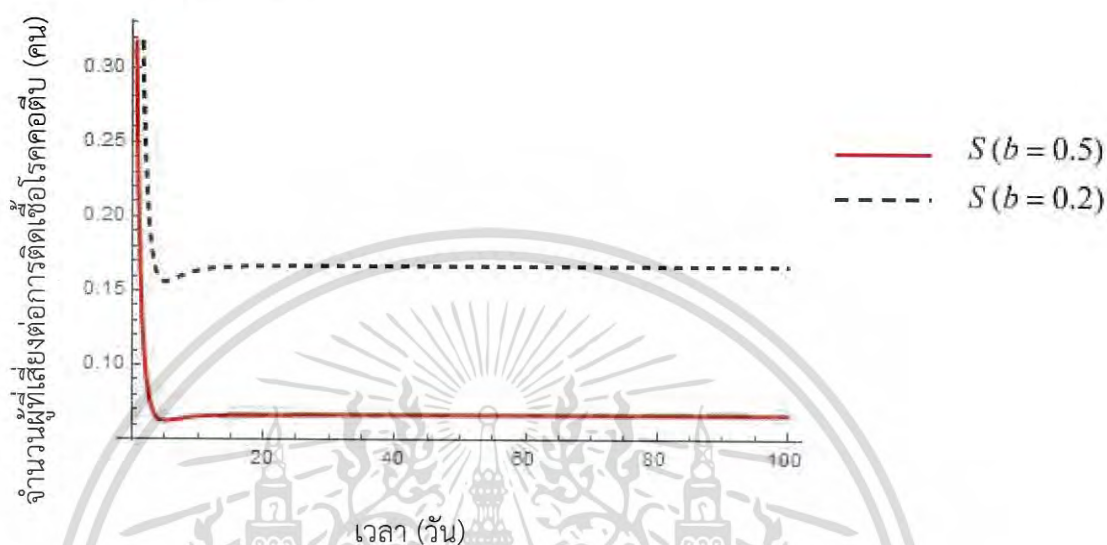


รูปที่ 4.20 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้เสียชีวิตจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) เมื่ออัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ V เพิ่มขึ้น โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.20 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่เสียชีวิตจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะลู่เข้าสู่ 2,079,690 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนผู้เสียชีวิตจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) เมื่อเพิ่มอัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ V (แทนด้วยเส้นประ) จะลู่เข้าสู่ 2,079,690 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบเพิ่มขึ้น ส่งผลให้จุดสมดุลมีจำนวนเพิ่มมากขึ้น แต่ไม่มีผลต่อการลู่เข้าสู่จุดสมดุล

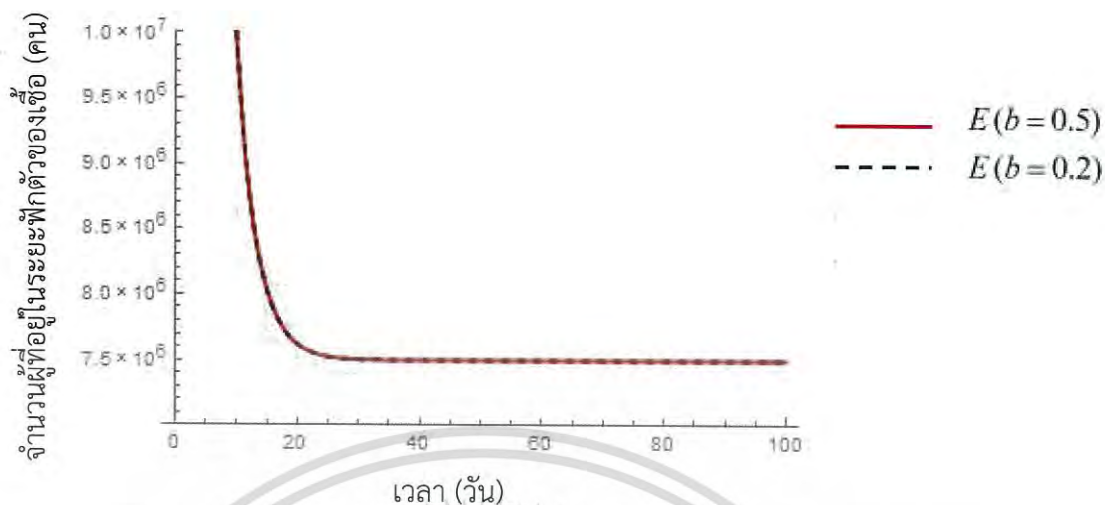
กรณีที่ 3 ค่าพารามิเตอร์ b เปลี่ยน โดยที่ค่าพารามิเตอร์ e, V คงที่ โดยแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

3.1 ค่าพารามิเตอร์ b ลดลงจากอัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบจาก 0.5 เป็น 0.2 จะได้กราฟการลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนี้



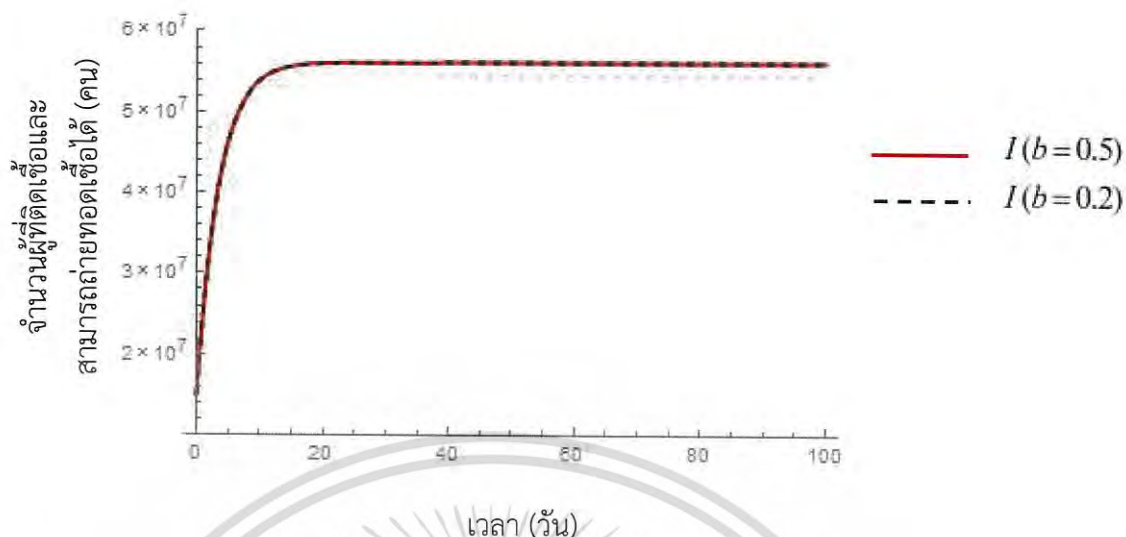
รูปที่ 4.21 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) เมื่ออัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ b ลดลงโดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.21 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะลู่เข้าสู่ 0.0667504 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) เมื่อลดอัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ b (แทนด้วยเส้นประ) จะลู่เข้าสู่ 0.166876 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรติดเชื้อโรคคอตีบลดลง ส่งผลให้จุดสมดุลมีจำนวนเพิ่มมากขึ้น แต่ไม่มีผลต่อการลู่เข้าสู่จุดสมดุล



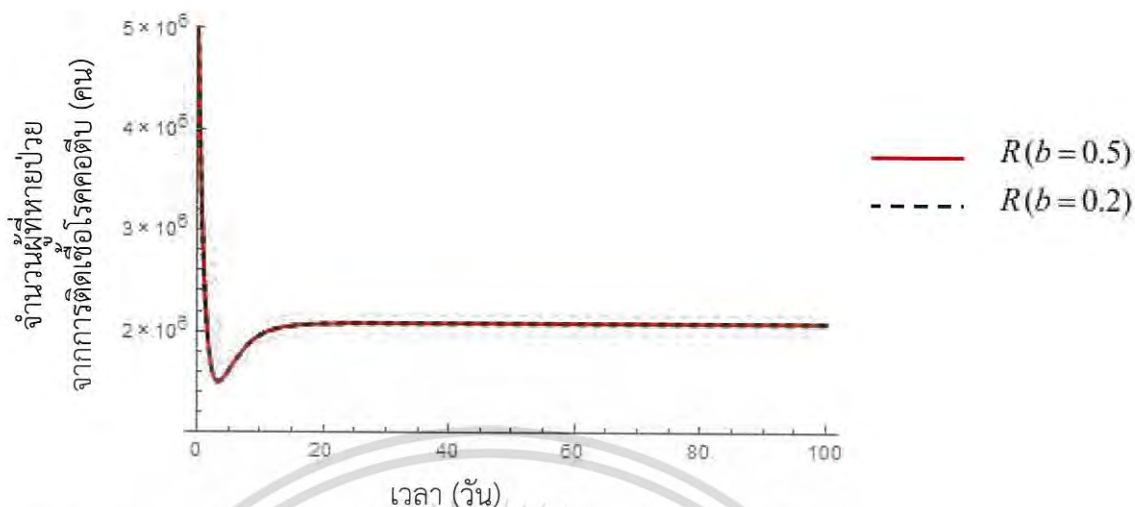
รูปที่ 4.22 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่อยู่ในระยะพักตัวของเชื้อ (E) เมื่ออัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ b ลดลงโดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์ แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.22 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่อยู่ในระยะพักตัวของเชื้อ (E) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะลู่เข้าสู่ 7,495,490 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 53 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนของผู้ที่อยู่ในระยะพักตัวของเชื้อ (E) เมื่อลดอัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ b (แทนด้วยเส้นประ) จะลู่เข้าสู่ 7,495,490 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 53 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรติดเชื้อโรคคอตีบลดลง ไม่ส่งผลต่อจุดสมดุลและการลู่เข้าของกราฟ



รูปที่ 4.23 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่ติดเชื่อและสามารถถ่ายทอดเชื่อได้ (I) เมื่ออัตราการติดเชื่อโรคคอตีบ b ลดลงโดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.23 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่ติดเชื่อและสามารถถ่ายทอดเชื่อได้ (I) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะเข้าสู่ 56,153,900 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื่อและสามารถถ่ายทอดเชื่อได้ (I) เมื่อลดอัตราการติดเชื่อโรคคอตีบ b (แทนด้วยเส้นประ) จะเข้าสู่ 56,153,900 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรติดเชื่อโรคคอตีบลดลง ไม่ส่งผลต่อจุดสมดุลและการเข้าสู่จุดสมดุล

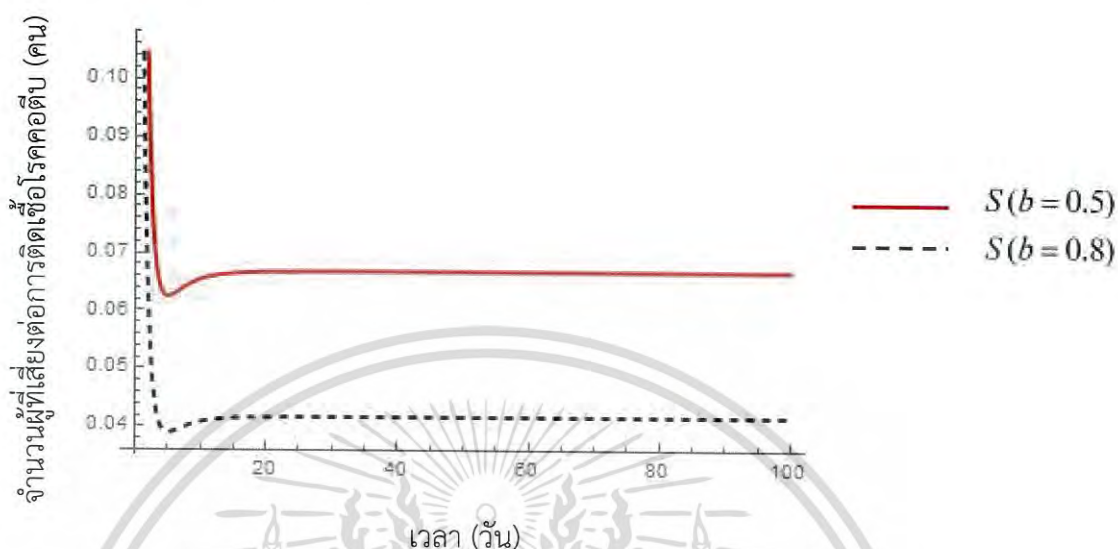


รูปที่ 4.24 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้เสียชีวิตจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) เมื่ออัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ b ลดลงโดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.24 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่เสียชีวิตจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะลู่เข้าสู่ 2,079,690 คน (จุดสมมูล) ณ เวลา 45 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนผู้เสียชีวิตจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) เมื่อลดอัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ b (แทนด้วยเส้นประ) จะลู่เข้าสู่ 2,079,690 คน (จุดสมมูล) ณ เวลา 45 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรติดเชื้อโรคคอตีบลดลง ไม่ส่งผลต่อจุดสมมูลและการลู่เข้าสู่จุดสมมูล

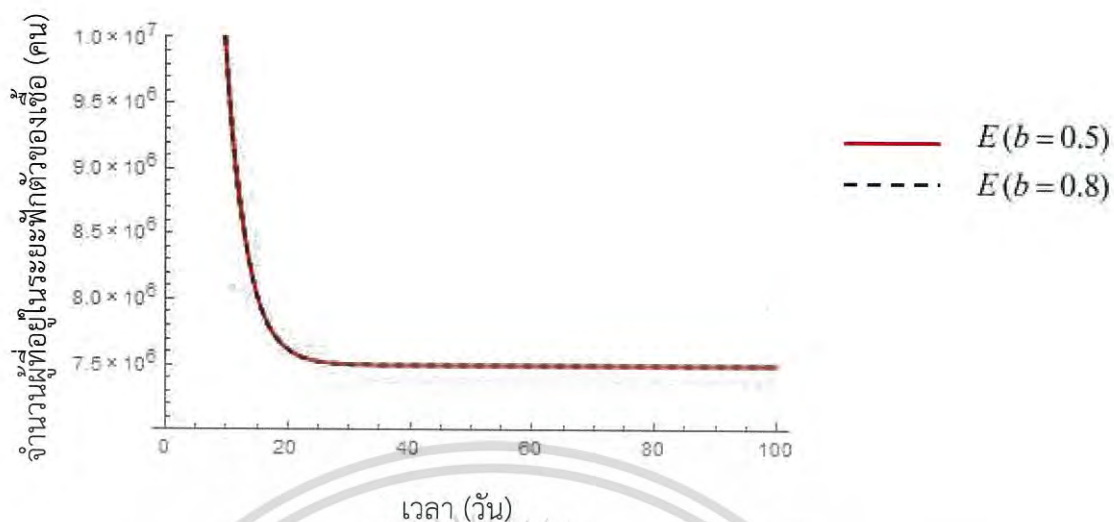
ดังนั้น เมื่ออัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ b ลดลง มีผลให้จุดสมมูลของจำนวนผู้เสียชีวิตจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) เพิ่มขึ้น

3.2 ค่าพารามิเตอร์ b เพิ่มขึ้นจากอัตราการติดเชื้อโรคคอตีบจาก 0.5 เป็น 0.8 จะได้กราฟการลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนี้



รูปที่ 4.25 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) เมื่ออัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ b เพิ่มขึ้น โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.25 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะลู่เข้าสู่ 0.0667504 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) เมื่อเพิ่มอัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ b (แทนด้วยเส้นประ) จะลู่เข้าสู่ 0.041719 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรติดเชื้อโรคคอตีบเพิ่มขึ้น ส่งผลให้จุดสมดุลมีจำนวนลดลง แต่ไม่มีผลต่อการลู่เข้าสู่จุดสมดุล



รูปที่ 4.26 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่อยู่ในระยะพักตัวของเชื้อ (E) เมื่ออัตราการติดเชื้อโรคโควิด b เพิ่มขึ้น โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

ผลเฉลยเชิงตัวเลขแสดงได้ดังนี้

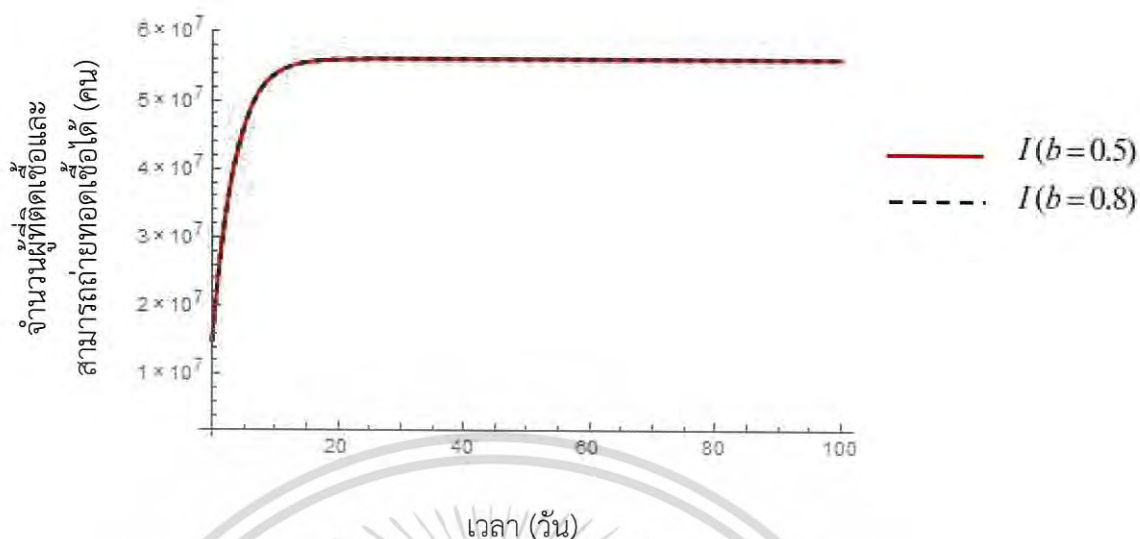
t	$E(b=0.5)$	$E(b=0.8)$
0	20,000,000	20,000,000
10	9,853,920	9,894,700
20	7,616,310	7,643,390
30	7,501,670	7,525,760
40	7,495,800	7,519,620
50	7,495,500	7,519,290
51	7,495,500	7,519,290
52	7,495,500	7,519,280
53	7,495,490	7,519,280
54	7,495,490	7,519,280
55	7,495,490	7,519,280

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 4.26 และผลเฉลยเชิงตัวเลข แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ (E) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะลู่เข้าสู่ 7,495,490 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 53 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนของผู้ที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ (E) เมื่อเพิ่มอัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ b (แทนด้วยเส้นประ) จะลู่เข้าสู่ 7,495,490 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 52 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรติดเชื้อโรคคอตีบเพิ่มขึ้น ไม่ส่งผลต่อจุดสมดุล แต่ทำให้กราฟลู่เข้าสู่จุดสมดุลช้าลง

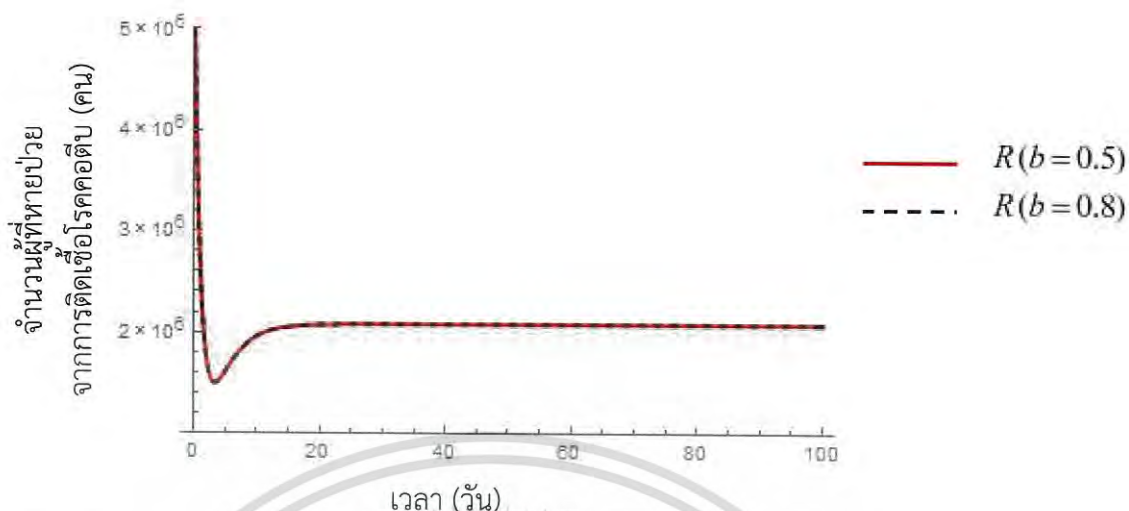


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.27 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่ติดเชื่อและสามารถถ่ายทอเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ b เพิ่มขึ้น โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.27 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่ติดเชื่อและสามารถถ่ายทอเชื้อได้ (I) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะเข้าสู่ 56,153,900 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื่อและสามารถถ่ายทอเชื้อได้ (I) เมื่อเพิ่มอัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ b (แทนด้วยเส้นประ) จะเข้าสู่ 56,153,900 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรติดเชื้อโรคคอตีบเพิ่มขึ้น ไม่ส่งผลกระทบต่อจุดสมดุลและการเข้าสู่จุดสมดุล



รูปที่ 4.28 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้เสียชีวิตจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) เมื่ออัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ b เพิ่มขึ้น โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.1 และ 4.2

จากรูปที่ 4.28 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่เสียชีวิตจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) (แทนด้วยเส้นสีแดง) จะลู่เข้าสู่ 2,079,690 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน และกราฟที่แสดงจำนวนผู้เสียชีวิตจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) เมื่อเพิ่มอัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ b (แทนด้วยเส้นประ) จะลู่เข้าสู่ 2,079,690 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 45 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อโอกาสที่ประชากรติดเชื้อโรคคอตีบเพิ่มขึ้น ไม่ส่งผลต่อจุดสมดุลและการลู่เข้าสู่จุดสมดุล

ดังนั้น เมื่ออัตราการติดเชื้อ b เพิ่มขึ้น มีผลให้จุดสมดุลของจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) ลดลง และการลู่เข้าสู่จุดสมดุลของจำนวนผู้ที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อโรคคอตีบ (E) ช้าลง

พิจารณาค่าเริ่มต้นของตัวแปรและค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้เกิดสภาวะไร้โรค

$$(\text{สำหรับจุดสมดุล } (S^*, E^*, I^*, R^*) = (\frac{aN}{V-D}, 0, 0, 0))$$

ตารางที่ 4.3 ค่าตัวแปรต่างๆ ของแบบจำลองโรคคอตีบในประเทศไทย

สัญลักษณ์	ความหมาย	ค่าเริ่มต้น	หน่วย
S	จำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ	1,000	คน
E	จำนวนประชากรที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ	800	คน
I	จำนวนประชากรที่ติดเชื้อ และสามารถถ่ายทอดเชื้อได้	600	คน
R	จำนวนประชากรที่หายป่วยจากการติดเชื้อ	600	คน

ตารางที่ 4.4 ค่าตัวแปรเสริม ของแบบจำลองโรคคอตีบในประเทศไทย

สัญลักษณ์	ความหมาย	ค่าพารามิเตอร์	หน่วย
a	อัตราการเกิดของประชากร	$\frac{1}{365 \times 74.18}$	ต่อวันต่อคน
b	อัตราการติดเชื้อของโรคคอตีบ	0.000001	ต่อคน
c	อัตราการฟักตัวของเชื้อ	$\frac{1}{4}$	ต่อวันต่อคน
d	อัตราการหายจากเชื้อ	$\frac{1}{30}$	ต่อวันต่อคน
e	อัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ	0.000001	ต่อคน
V	อัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ	0.000031	ต่อคน
D	อัตราการเสียชีวิตประชากร	$\frac{1}{365 \times 74.18}$	ต่อวันต่อคน
K	อัตราการเสียชีวิตด้วยโรคคอตีบขณะติดเชื้อ	0	ต่อวันต่อคน
N	จำนวนประชากรทั้งหมด	3,000	คน

หมายเหตุ : เนื่องจากข้อมูลการเสียชีวิตจากโรคคอตีบมีจำนวนน้อยมากและในบางปีไม่พบผู้ที่เสียชีวิตจากโรคคอตีบ ดังนั้นจึงกำหนดให้ $K = 0$

คำอธิบายค่าตัวแปรเสริมของแบบจำลองในตารางที่ 4.4

a คือ อัตราการเกิดของประชากร คิดจาก อายุเฉลี่ยของประชากรต่อคนในปีนั้น
ดังนั้น จะได้ $a = \frac{1}{365 \times 74.18}$ ต่อวันต่อคน

b คือ อัตราการติดเชื้อของโรคคอติบ คิดจาก โอกาสที่ประชากรติดเชื้อโรคคอติบ
ดังนั้น จะได้ $b = 0.000001$ ต่อคน

c คือ อัตราการฟักตัวของเชื้อ คิดจาก ระยะเวลาที่โรคนีมีระยะฟักตัวของเชื้อ 1-7 วัน
ดังนั้น จะได้ $c = \frac{1}{7}$ ต่อวันต่อคน

d คือ อัตราการหายจากเชื้อ คิดจากระยะเวลาที่ผู้ป่วยพักรักษาตัวเป็นเวลา 1 เดือน
ดังนั้น จะได้ $d = \frac{1}{30}$ ต่อวันต่อคน

e คือ อัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอติบ คิดจาก โอกาสที่ประชากรเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอติบ
ดังนั้น จะได้ $e = 0.000001$ ต่อคน

V คือ อัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอติบ คิดจาก โอกาสที่ประชากรได้รับการฉีดวัคซีนป้องกันโรค
ดังนั้น จะได้ $V = 0.000031$ ต่อคน

D คือ อัตราการเสียชีวิตประชากร คิดจาก อายุเฉลี่ยของประชากรในปีนั้น
ดังนั้น จะได้ $D = \frac{1}{365 \times 74.18}$ ต่อวันต่อคน

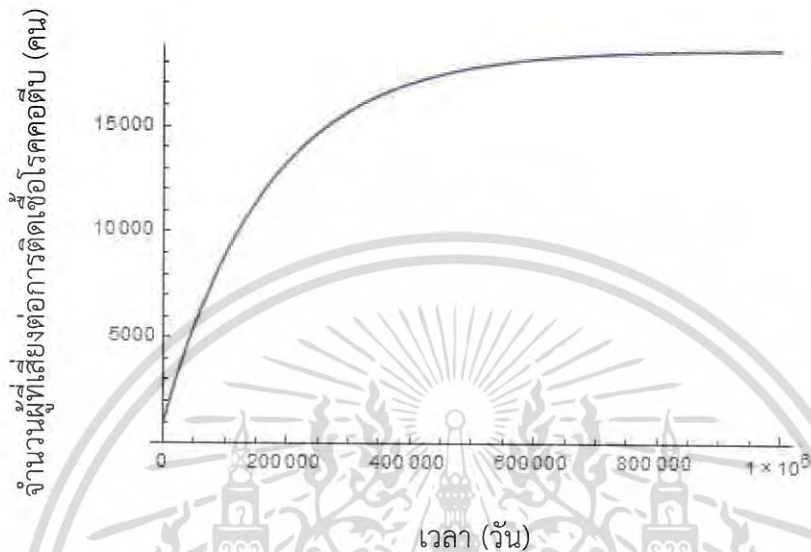
K คือ อัตราการเสียชีวิตด้วยโรคคอติบขณะติดเชื้อ
ดังนั้น จะได้ $K = 0$ ต่อวันต่อคน

N คือ จำนวนประชากรทั้งหมด คิดจาก $S + E + I + R$
ดังนั้น จะได้ $N = 3,000$ คน

ผลการวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์จากการคำนวณด้วยโปรแกรม Mathematica

$$\text{(สำหรับจุดสมดุล } (S^*, E^*, I^*, R^*) = (\frac{aN}{V-D}, 0, 0, 0))$$

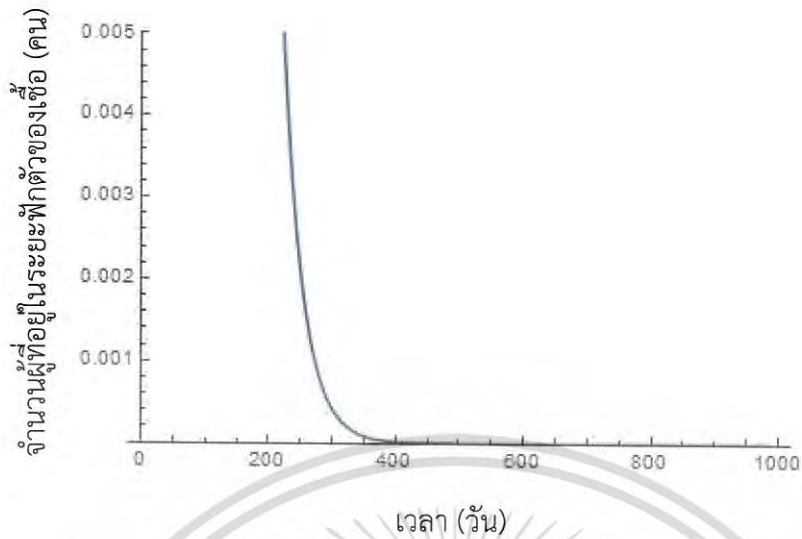
จากการคำนวณค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวด้วยโปรแกรมแล้ว ทำให้ได้กราฟดังต่อไปนี้



รูปที่ 4.29 กราฟแสดงจำนวนผู้เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) เมื่อเทียบกับเวลา (วัน)

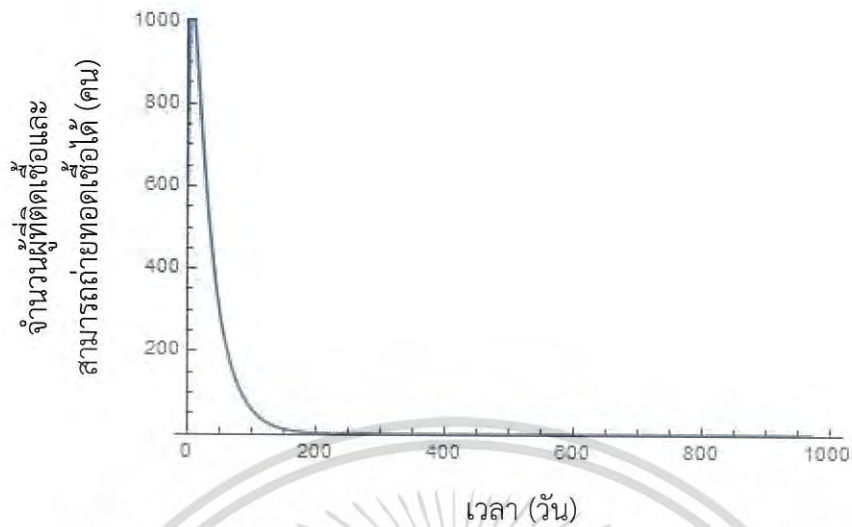
โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.3 และ 4.4

จากรูปที่ 4.29 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) จะเข้าสู่ 18,673.8 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 800,000 วัน นั่นแสดงว่าจำนวนผู้เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) มีจำนวนคงที่ ณ เวลา 800,000 วัน และสามารถควบคุมการระบาดของโรคได้



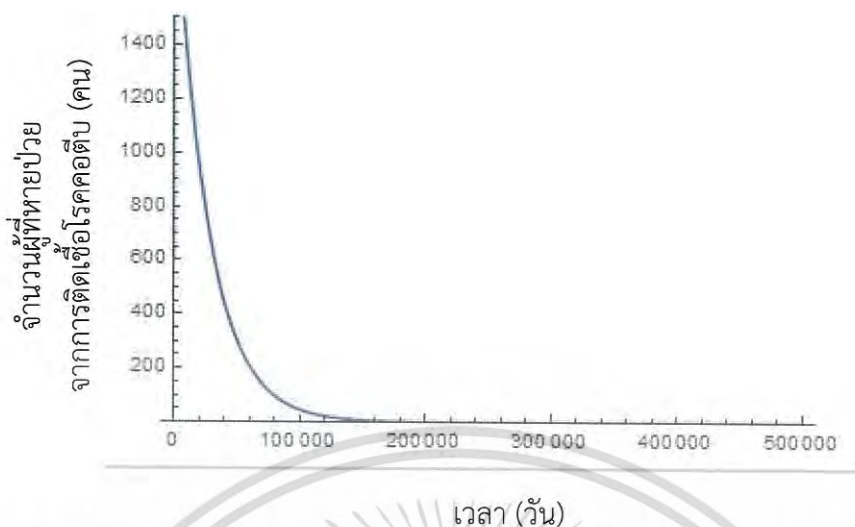
รูปที่ 4.30 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ (E) เมื่อเทียบกับเวลา (วัน) โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.3 และ 4.4

จากรูปที่ 4.30 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ (E) จะลู่เข้าสู่ 0 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 450 วัน นั่นแสดงว่าอยู่ในสภาวะไร้โรค



รูปที่ 4.31 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่อเทียบกับเวลา (วัน) โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.3 และ 4.4

จากรูปที่ 4.31 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) จะเข้าสู่ 0 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 250 วัน นั่นแสดงว่าอยู่ในสภาวะไร้โรค



รูปที่ 4.32 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่หายจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) เมื่อเทียบกับเวลา (วัน) โดยที่ค่าตัวแปรและค่าพารามิเตอร์แสดงดังตาราง 4.3 และ 4.4

จากรูปที่ 4.32 แสดงได้ว่าจำนวนของผู้ที่หายจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) จะเข้าสู่ 0 คน (จุดสมดุล) ณ เวลา 30 วัน นั้นแสดงว่าอยู่ในสภาวะไร้โรค

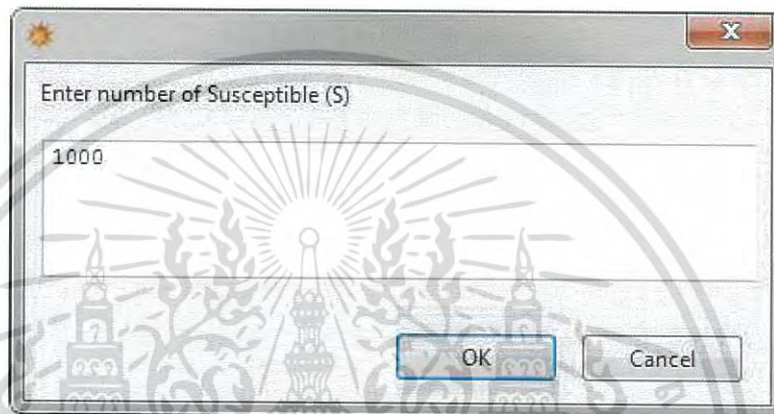
4.3 การประยุกต์ใช้ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

เราใช้โปรแกรม Mathematica ในการแก้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ โดยการเขียนโปรแกรม

คู่มือการใช้โปรแกรม ดังนี้

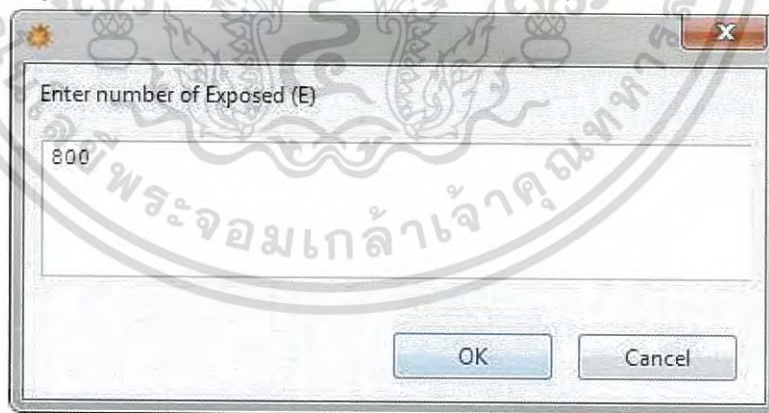
ในหน้า testing notebook เมื่อ Save โปรแกรมเรียบร้อยแล้ว จะทำการ run โปรแกรม โดยการกด Shift+Enter จะมีหน้าต่างให้ผู้ใช้กรอกข้อมูล ดังนี้

1. Enter number of Susceptible (S) คือ ให้ผู้ใช้ใส่ค่าจำนวนประชากรที่ผู้เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ เช่น 1000 ดังรูป



รูป 4.33 แสดงหน้าต่างผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 1

2. Enter number of Exposed (E) คือ ให้ผู้ใช้ใส่ค่าจำนวนประชากรที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ เช่น 800 ดังรูป



รูป 4.34 แสดงหน้าต่างผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 2

3. Enter number of Infectious (I) คือ ให้ผู้ใช้ใส่จำนวนประชากรที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ เช่น 600 ดังนี้

รูปที่ 4.35 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 3

4. Enter number of Recovered (R) คือ ให้ผู้ใช้ใส่จำนวนประชากรที่หายจากการติดเชื้อโรคคอตีบ เช่น 600 ดังนี้

รูปที่ 4.36 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 4

5. Enter the rate of population (a) คือ ให้ผู้ใช้ใส่อัตราการเกิดของประชากร เช่น $\frac{1}{(365 * 74.18)}$ ดังรูป

รูปที่ 4.37 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น มิฉะนั้นอย่าได้เดินทางไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

6. Enter the rate of Vaccine (V) คือ ให้ผู้ใช้ใส่อัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ เช่น 0.000031 ดังรูป

รูปที่ 4.38 แสดงหน้าต่างผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 6

7. Enter the rate of Infection (b) คือ ให้ผู้ใช้ใส่อัตราการติดเชื้อโรคคอตีบ เช่น 0.5 ดังรูป

รูปที่ 4.39 แสดงหน้าต่างผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 7

8. Enter the rate of Recover (d) คือ ให้ผู้ใช้ใส่อัตราการหายจากการติดเชื้อโรคคอตีบ เช่น $\frac{1}{30}$ ดังรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น เมื่อแก้ไขต้นแบบใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูปที่ 4.40 แสดงหน้าต่างผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 8
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

9. Enter the rate dead by diphtheria (K) คือ ให้ผู้ใช้ใส่อัตราการเสียชีวิตด้วยโรคคอตีบ เช่น 0 ดังรูป

รูปที่ 4.41 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 9

10. Enter the rate of Expose (c) คือ ให้ผู้ใช้ใส่อัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคอตีบ เช่น $\frac{1}{4}$ ดังรูป

รูปที่ 4.42 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 10

11. Enter the rate of Susceptible (e) คือ ให้ผู้ใช้ใส่อัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ เช่น 0.9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
รูปที่ 4.43 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 11
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามเผยแพร่ลงบนสื่อออนไลน์ และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

12. Enter Initial t (S) คือ ให้ผู้ใช้ใส่จำนวนวันเริ่มต้นซึ่งห้ามติดลบ เช่น 0 ดังรูป

รูปที่ 4.44 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 12

13. Enter Final t (S) คือ ให้ผู้ใช้ใส่จำนวนวัน เช่น 100 ดังรูป

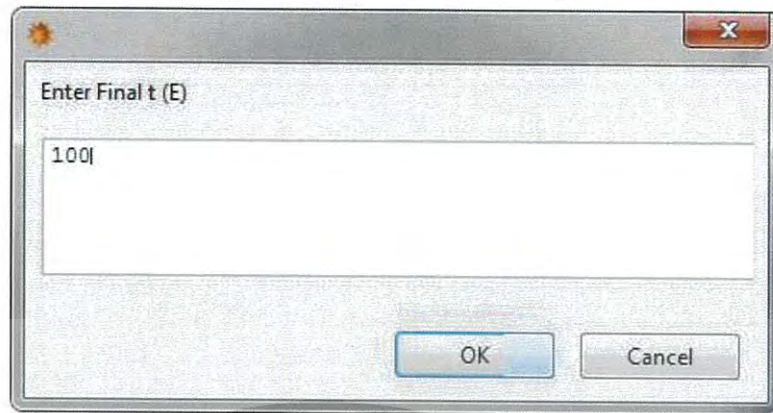
รูปที่ 4.45 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 13

14. Enter Initial t (E) คือ ให้ผู้ใช้ใส่จำนวนวันเริ่มต้นซึ่งห้ามติดลบ เช่น 0 ดังรูป

รูปที่ 4.46 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 14

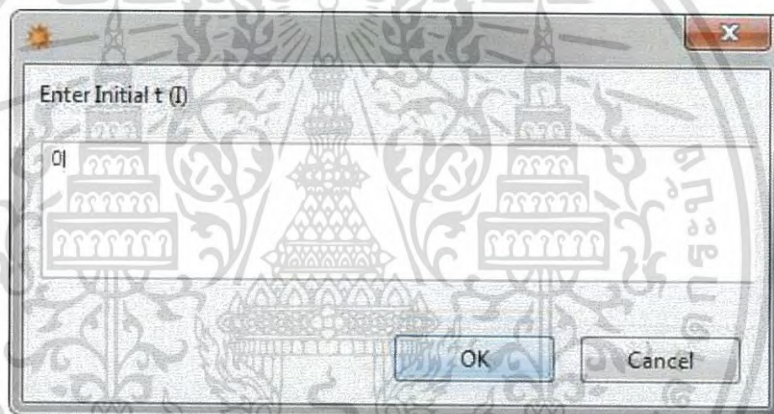
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

15. Enter Final t (E) คือ ให้ผู้ใช้ใส่จำนวนวัน เช่น 100 ดังรูป



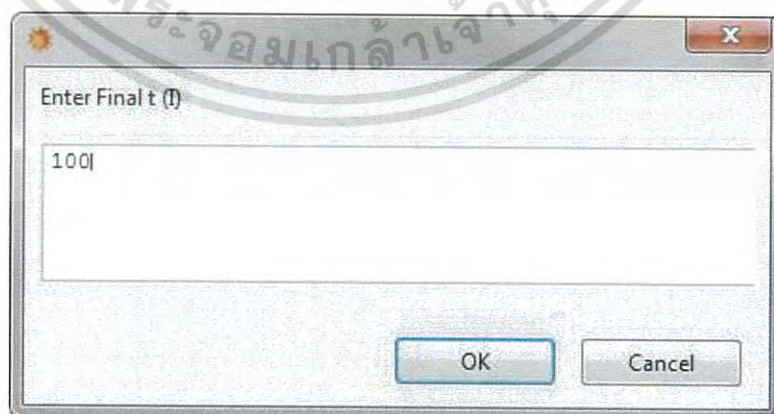
รูปที่ 4.47 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 15

16. Enter Initial t (I) คือ ให้ผู้ใช้ใส่จำนวนวันเริ่มต้นซึ่งห้ามติดลบ เช่น 0 ดังรูป



รูปที่ 4.48 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 16

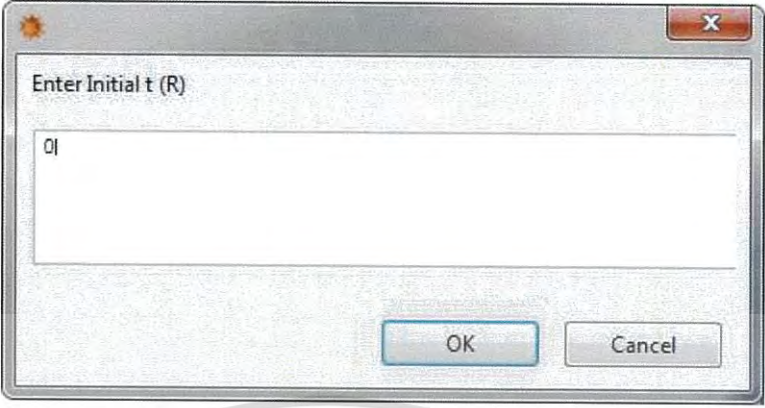
17. Enter Final t (I) คือ ให้ผู้ใช้ใส่จำนวนวัน เช่น 100 ดังรูป



รูปที่ 4.49 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 17

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

18. Enter Initial t (R) คือ ให้ผู้ใช้ใส่จำนวนวันเริ่มต้นซึ่งห้ามติดลบ เช่น 0 ดังรูป



รูปที่ 4.50 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 18

19. Enter Final t (R) คือ ให้ผู้ใช้ใส่จำนวนวัน เช่น 100 ดังรูป

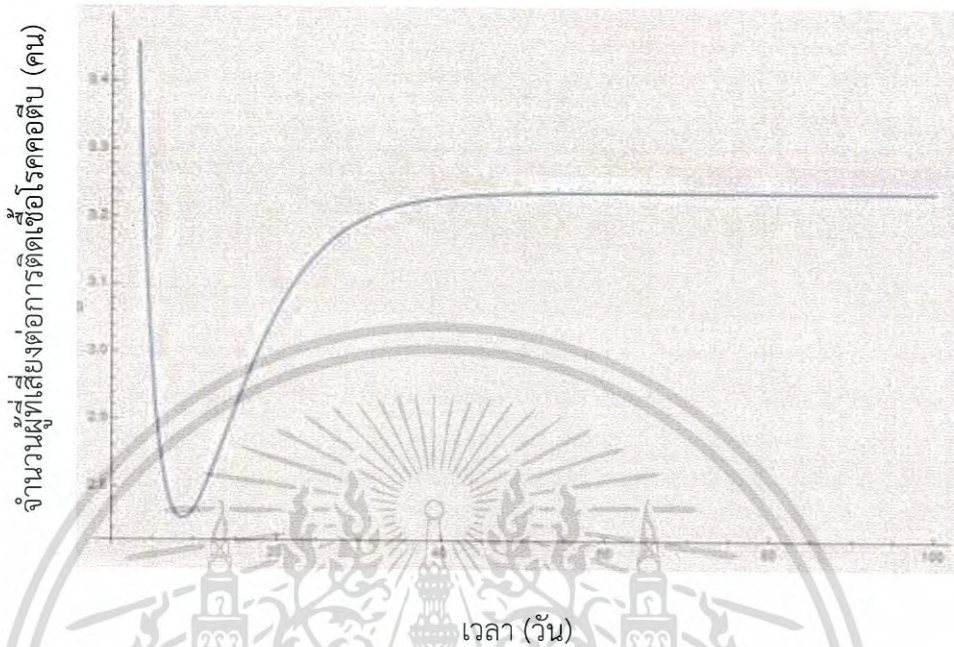


รูปที่ 4.51 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อที่ 19

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

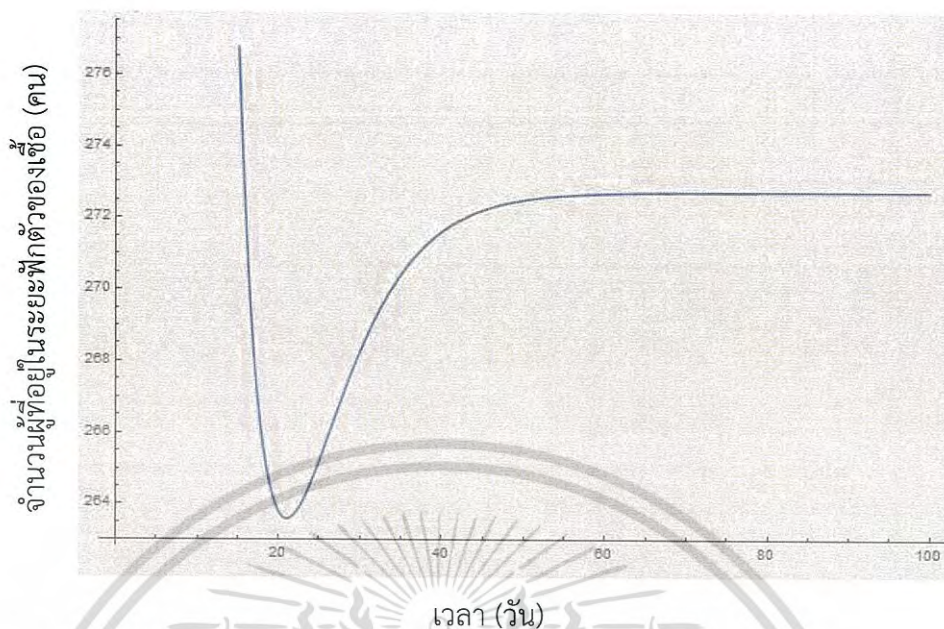
ตัวอย่างการคำนวณโดยใช้โปรแกรม Mathematica

เช่น $e=0.1$, $V=0.000031$ และ $time = 100$ จะแสดงกราฟการลู่เข้าของจุดสมดุลแต่ละจุด ดังนี้



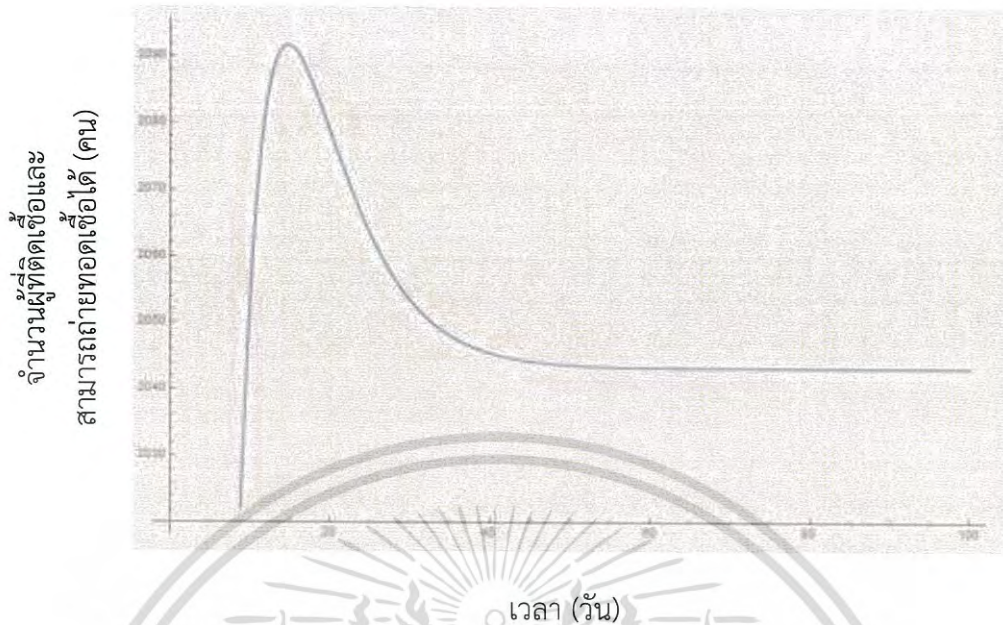
รูปที่ 4.52 กราฟแสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล (S) ด้วยโปรแกรม

จากกราฟ อธิบายได้ว่า จำนวนของผู้เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) จะลู่เข้าสู่ค่า 3.23739 (จุดสมดุล) เมื่อเวลา 60 วัน นั่นแสดงว่าจำนวนผู้เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) มีจำนวนคงที่ ณ เวลา 60 วัน และสามารถควบคุมการระบาดของโรคได้



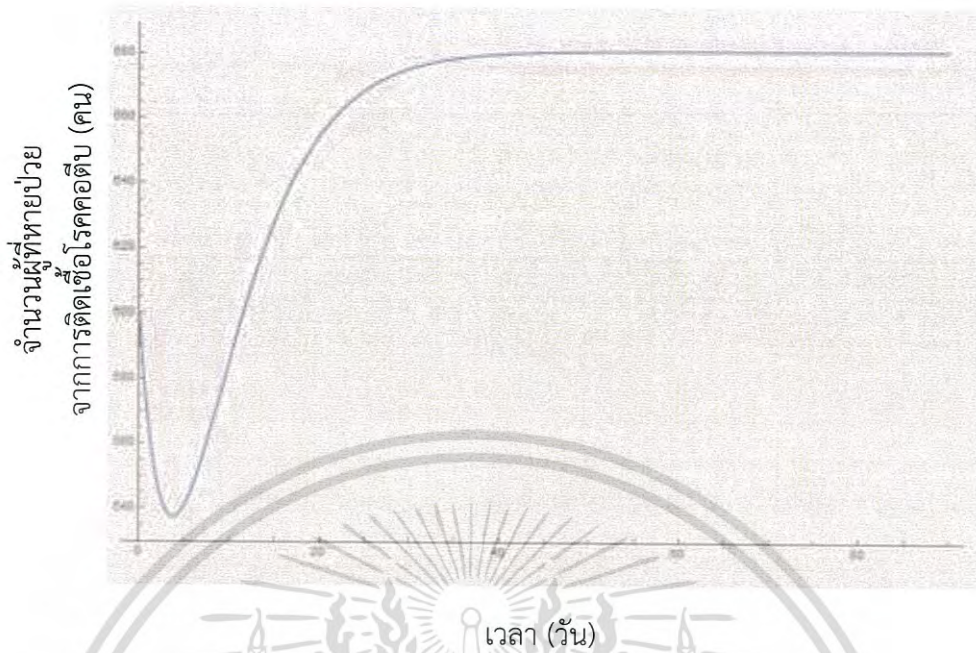
รูปที่ 4.53 กราฟแสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล (E) ด้วยโปรแกรม

จากกราฟ อธิบายได้ว่า จำนวนของผู้ติดเชื้อที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ (E) จะลู่เข้าสู่ค่า 272.978 (จุดสมดุล) เมื่อเวลา 70 วัน นั่นแสดงว่าจำนวนผู้ติดเชื้อที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อ (E) มีจำนวนคงที่ ณ เวลา 70 วัน และสามารถควบคุมการระบาดของโรคได้



รูปที่ 4.54 กราฟแสดงการเข้าสู่ของจุดสมดุล (I) ด้วยโปรแกรม

จากกราฟ อธิบายได้ว่าจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) จะเข้าสู่ค่า 2045.07 (จุดสมดุล) เมื่อเวลา 90 วัน นั่นแสดงว่า จำนวนของผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) มีจำนวนคงที่ ณ เวลา 90 วัน และสามารถควบคุมการระบาดของโรคได้



รูปที่ 4.55 กราฟแสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล (R) ด้วยโปรแกรม

จากกราฟ อธิบายได้ว่า จำนวนของผู้ตายจากการติดเชื้อโรคคอตีบจะลู่เข้าค่า 681.437 (จุดสมดุล) เมื่อเวลา 80 วันนั้นแสดงว่าจำนวนผู้ที่ยังมีชีวิตอยู่จากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) มีจำนวนคงที่ ณ เวลา 80 วัน และสามารถควบคุมการระบาดของโรคได้

บทที่ 5

สรุปผลการทำปัญหาพิเศษ และข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลงานวิจัย

ปัญหาพิเศษนี้ได้นำเสนอความรู้และรายละเอียดเกี่ยวกับโรคคอตีบ (Diphtheria) ที่เกิดจากเชื้อ *Corynebacterium diphtheriae* คณะผู้จัดทำได้นำองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้กับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคคอตีบนี้ จากนั้นได้นำเสนอและอธิบายแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคคอตีบและการได้รับวัคซีนในประเทศไทย เพื่อให้สามารถนำไปพิจารณาการควบคุมการระบาดของโรค

แบบจำลองนี้เราได้สมมติจำนวนประชากร อัตราการเกิดของประชากร อัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคอตีบ อัตราการหายจากการติดเชื้อโรคคอตีบ อัตราการเสียชีวิตโดยธรรมชาติ และอัตราการเสียชีวิตด้วยโรคคอตีบขณะติดเชื้อให้เป็นค่าคงที่ อัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ อัตราการติดเชื้อโรคคอตีบและอัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบเป็นค่าไม่คงที่ ซึ่งคณะผู้จัดทำได้นำข้อมูลทางสถิติสำหรับโรคคอตีบนี้จากสำนักกระบาดวิทยา ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2546 – พ.ศ. 2556 เพื่อนำมาเป็นข้อมูลประกอบการทำปัญหาพิเศษนี้

จากนั้นได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคคอตีบและการได้รับวัคซีน ที่ประกอบด้วยสี่สมการเชิงอนุพันธ์ในรูปแบบของผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ (S) ผู้ที่อยู่ในระยะฟักตัวของเชื้อโรคคอตีบ (E) ผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) และผู้ที่หายป่วยจากการติดเชื้อโรคคอตีบ (R) จากนั้นหาจุดสมดุลจากสี่สมการที่กล่าวไปข้างต้น แล้วนำจุดสมดุลที่ได้ไปพิจารณาความเสถียรของจุดสมดุล

และมีการวิเคราะห์เชิงตัวเลข โดยนำค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการสำรวจเก็บข้อมูลทางสถิติของโรคคอตีบแล้วนำมาคำนวณด้วยโปรแกรม Mathematica เพื่อให้ได้กราฟที่แสดงจำนวนประชากรแต่ละกลุ่มเมื่อเทียบกับเวลา จากนั้นนำกราฟที่ได้มาวิเคราะห์การลู่เข้าสู่จุดสมดุล ณ เวลาใดๆ และพิจารณาพารามิเตอร์ที่เป็นค่าไม่คงที่ว่ามีผลต่อการลู่เข้าสู่จุดสมดุลหรือไม่ โดยผลที่ได้คือการเพิ่มหรือลดค่าของพารามิเตอร์ที่ไม่คงที่มีผลทำให้จุดสมดุลของจำนวนประชากรทั้ง 4 กลุ่มเพิ่มขึ้นและลดลง

สำหรับโปรแกรมการควบคุมการระบาดของโรคคอตีบ (โดยใช้ Matlab) เป็นโปรแกรมที่ถูกสร้างขึ้นจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการวิเคราะห์แบบจำลองให้มีประสิทธิภาพและสามารถนำไปใช้งานได้จริง โดยโปรแกรมจะรับค่าอัตราเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคอตีบ อัตราการได้รับวัคซีนป้องกันโรคคอตีบ และจำนวนเวลา(วัน) ที่นำมาเทียบกับจำนวนประชากรของแต่ละกลุ่ม เพื่อดูระยะเวลาที่จะสามารถควบคุมการระบาดของโรคได้

5.2 ข้อจำกัดของโปรแกรม

1. ข้อมูลที่ผู้ใช้กรอกจะต้องมีค่าเป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าเท่ากับศูนย์หรือน้อยกว่าหนึ่งเท่านั้น ไม่สามารถเป็นตัวอักษรได้
2. โปรแกรมนี้ใช้ระเบียบวิธีการของรุงเง-คุตตาอันดับสี่ ในการหาคำตอบของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ อาจเกิดค่าคลาดเคลื่อนของคำตอบได้บ้าง

5.3 ข้อเสนอแนะ

1. หากต้องการความละเอียดของกราฟที่ได้จากโปรแกรมมากขึ้น ควรศึกษาเครื่องมือเกี่ยวกับกราฟในโปรแกรม Mathematica



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

กรมควบคุมโรค กระทรวงสาธารณสุข. การระบาดของโรคคอตีบ. เข้าถึงเมื่อวันที่ 25 กันยายน 2558
 คณะทำงานด้านการแพทย์กระทรวงสาธารณสุขร่วมกับคณาจารย์มหาวิทยาลัยคณะแพทยศาสตร์.

ร่างแนวทางการวินิจฉัย ดูแลรักษาและป้องกันการติดเชื้อของโรคคอตีบฉบับวันที่ 27
 ตุลาคม 2555

คณะเภสัชศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล. โรคคอตีบ. เข้าถึงเมื่อวันที่ 25 กันยายน 2558

ระบบสถิติทางการทะเบียน.จำนวนทั่วประเทศไทย เดือน ธันวาคม 2558. เข้าถึงเมื่อวันที่ 9 เมษายน
 2559

รศ. ยืน ภู่วรวรรณ, สำนักบริการคอมพิวเตอร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. วิธีการและขั้นตอนการ
 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์. เข้าถึงเมื่อวันที่ 27 กันยายน 2558

สำนักระบาดวิทยา.สถิติผู้ป่วยโรคคอตีบ. <http://www.boe.moph.go.th/>.เข้าถึงเมื่อวันที่ 8 ตุลาคม
 2558



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้