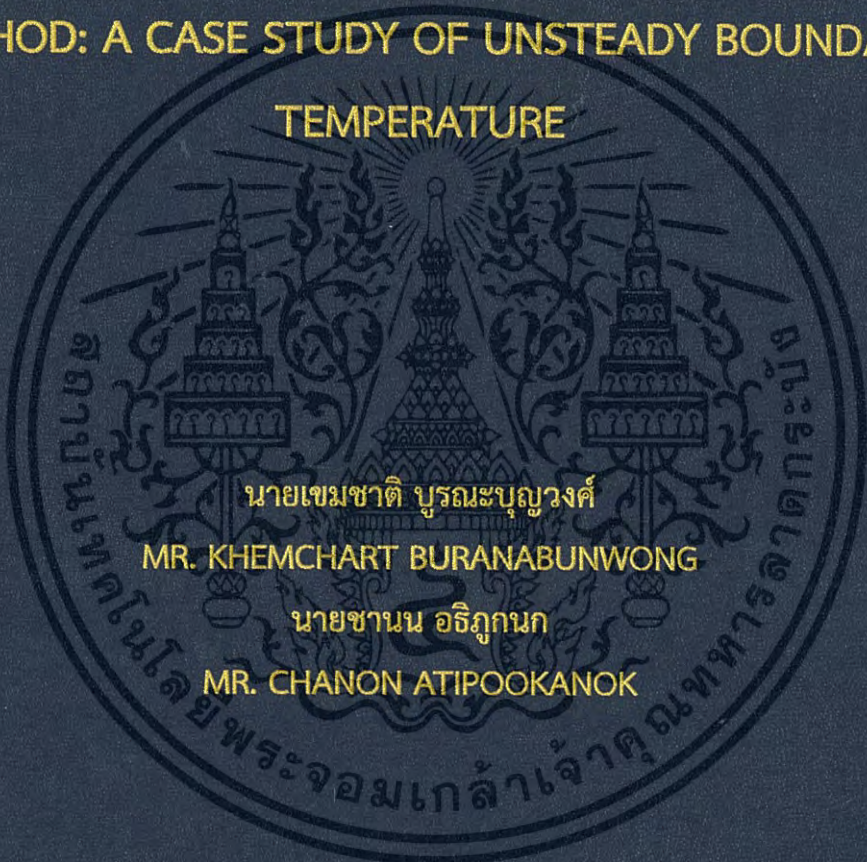


การทำนายโครงสร้างจุลภาคภายในแผ่นโลหะบางด้วยวิธี
SEPARATION VARIABLE และวิธี FINITE DIFFERENCE

กรณีศึกษาอุณหภูมิผิวขอบไม่คงที่

PHASE PREDICTION OF A THIN METAL PLATE WITH
SEPARATION VARIABLE METHOD AND FINITE DIFFERENCE
METHOD: A CASE STUDY OF UNSTEADY BOUNDARY

TEMPERATURE



นายเข็มชาติ บุรณะบุญวงศ์

MR. KHEMCHART BURANABUNWONG

นายชานน อธิภูกนก

MR. CHANON ATIPOOKANOK

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2560

การทำนายโครงสร้างจุลภาคภายในแผ่นโลหะบางด้วยวิธี
SEPARATION VARIABLE และวิธี FINITE DIFFERENCE

กรณีศึกษาอุณหภูมิผิวขอบไม่คงที่

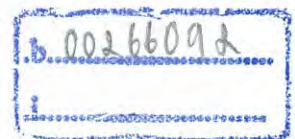
PHASE PREDICTION OF A THIN METAL PLATE WITH
SEPARATION VARIABLE METHOD AND FINITE DIFFERENCE
METHOD: A CASE STUDY OF UNSTEADY BOUNDARY
TEMPERATURE

นายเข็มชาติ บุรณะบุญวงศ์

MR. KHEMCHART BURANABUNWONG

นายชานน อธิภูกนก

MR. CHANON ATIPOOKANOK



TB00269

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2560

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

PHASE PREDICTION OF A THIN METAL PLATE WITH
SEPARATION VARIABLE METHOD AND FINITE DIFFERENCE
METHOD: A CASE STUDY OF UNSTEADY BOUNDARY
TEMPERATURE



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
BACHELOR OF ENGINEERING IN INDUSTRIAL ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2017

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองปริญญาานิพนธ์

หัวข้อปริญญาานิพนธ์

การทำนายโครงสร้างจุลภาคภายในแผ่นโลหะบางด้วยวิธี Separation Variable และวิธี Finite Difference กรณีศึกษาอุณหภูมิผิวขอบไม่คงที่

PHASE PREDICTION OF A THIN METAL PLATE WITH SEPARATION VARIABLE METHOD AND FINITE DIFFERENCE METHOD: A CASE STUDY OF UNSTEADY BOUNDARY TEMPERATURE

นักศึกษา

นายเข้มชาติ บุรณะบุญวงศ์

รหัสประจำตัว 57010128

นายชานน อธิภูณน

รหัสประจำตัว 57010316

หลักสูตร

วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ

อาจารย์ผู้ควบคุมปริญญาานิพนธ์



(รศ.ดร.สกันธ์ คล่องบุญจิต)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปริญญานิพนธ์	การทำนายโครงสร้างจุลภาคภายในแผ่นโลหะบางด้วยวิธี Separation Variable และวิธี Finite Difference กรณีศึกษาอุณหภูมิผิวขอบไม่คงที่
นักศึกษา	นายเชมชาติ บุรณะบุญวงศ์ นายชานน อธิภูกนก
หลักสูตร	วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา	2560
อาจารย์ผู้ควบคุมปริญญานิพนธ์	รศ.ดร.สกนธ์ คล่องบุญจิต

บทคัดย่อ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อทำนายโครงสร้างจุลภาคภายในโลหะแผ่นบางหลังจากผ่านกระบวนการชุบแข็งด้วยวิธี Finite Difference จากผลการคำนวณด้วยวิธี Finite Difference 3 วิธี ได้แก่วิธี Explicit วิธี Implicit และวิธี Crank-Nicolson เปรียบเทียบกับวิธี Separation Variable ซึ่งเป็นวิธีคณิตศาสตร์วิเคราะห์พบว่าวิธีที่เหมาะสมกับการทำนายโครงสร้างจุลภาคภายในโลหะแผ่นบางในกรณีศึกษานี้คือวิธี Implicit จากนั้นจึงนำวิธี Implicit มาประยุกต์และพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เข้ากับการทำนายโครงสร้างจุลภาค จากผลการทำนายโครงสร้างจุลภาคพบว่าวิธี Implicit สามารถทำนายโครงสร้างจุลภาคของเหล็ก AISI 1045 และเหล็ก AISI 4140 ได้ผลใกล้เคียงกับผลการทดลองของบทความงานวิจัย [15 และ 16]

Thesis Title	Phase Prediction of a Thin Metal Plate with Separation Variable Method and Finite Difference Method: A Case Study of Unsteady Boundary Temperature
Student	Mr. Khemchart Buranabunwong Mr. Chanon Atipookanok
Degree	Bachelor of Engineering in Industrial Engineering King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang
Academic Year	2017
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Dr. Sakon Klongboonjit

ABSTRACT

The main purpose of this study is to develop a mathematical model for phase prediction in a thin metal plate after quenching process with Finite Difference Method. After comparing calculation results by three Finite Difference Methods; e.g. Explicit Method, Implicit Method, and Crank-Nicolson Method with calculation results by Separation Variable Method, it shows that Implicit Method is the appropriate method for phase prediction in thin metal plate of the case study. Next, Implicit Method is applied to develop mathematical model to analyze phase transformation in the thin metal plate. Finally, calculation results with the mathematical model base on Implicit Method can predict phase transformation after quenching process of AISI 1045 and AISI 4140 metal plates and these results are also compatible with experimental results from reference research papers [15 and 16].

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์เรื่อง การทำนายเฟสภายในแผ่นโลหะบางด้วยวิธี Separation Variable และวิธี Finite Difference กรณีศึกษาอนุกรมมิวขอบไม่คงที่ สามารถลู่วงไปได้ด้วยติกลุ่มผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบุคคลทุกท่านที่มีส่วนเกี่ยวข้องส่งผลให้ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์

รศ.ดร.สกันธ์ คล่องบุญจิต อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ กลุ่มผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง สำหรับคำแนะนำ ความเอาใจใส่ และการช่วยเหลือในการแก้ไขปัญหาต่างๆ จนปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ออกมาสมบูรณ์

ขอขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่าน ที่ให้ความสนับสนุน คำแนะนำ และความช่วยเหลือต่างๆ เป็นอย่างดีมาโดยตลอดจนทำให้สามารถจัดทำปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ได้เสร็จสมบูรณ์

นายเข้มชาติ บุรณะบุญวงศ์

นายชานน อธิภูณก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ข
กิตติกรรมประกาศ.....	ค
สารบัญ.....	ง
สารบัญตาราง.....	ช
สารบัญรูป.....	ซ
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 ความเป็นมาปริญญานิพนธ์.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของปริญญานิพนธ์.....	1
1.3 ขอบเขตของปริญญานิพนธ์.....	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	
2.1 กระบวนการทางความร้อนของโลหะ (Heat Treatment).....	3
2.1.1 การชุบแข็ง (Hardening).....	3
2.1.2 การอบอ่อน (Annealing).....	4
2.1.3 การอบปกติ (Normalizing).....	5
2.1.4 การอบคืนตัว (Tempering).....	5
2.2 การเปลี่ยนโครงสร้างจุลภาค (Phase Transformation).....	5
2.3 การถ่ายเทความร้อน (Heat Transfer).....	7
2.3.1 การนำความร้อน (Conduction Heat Transfer).....	7
2.3.2 การพาความร้อน (Convection Heat transfer).....	8
2.3.3 การแผ่รังสีความร้อน (Radiation Heat Transfer).....	10
2.4 สมการการนำความร้อน (Heat Equation).....	12

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.5 เงื่อนไขขอบและเงื่อนไขเริ่มต้น.....	13
2.5.1 เงื่อนไขขอบระบบอนุกรม.....	13
2.5.2 เงื่อนไขขอบระบบพลั๊กซ์ความร้อน.....	14
2.5.3 เงื่อนไขขอบการพาความร้อน.....	14
2.5.4 เงื่อนไขขอบการแผ่รังสีความร้อน.....	14
2.6 วิธีการ Separation Variable สำหรับปัญหาการถ่ายเทความร้อน 1 มิติ (Separation Variable Method for 1-D Heat Transfer Problem).....	15
2.7 วิธีการ Finite Difference สำหรับปัญหาการถ่ายเทความร้อน 1 มิติ (Finite Difference Method for 1-D Heat Transfer Problem).....	18
2.7.1 Explicit Method.....	19
2.7.2 Implicit Method.....	20
2.7.3 Crank-Nicolson Method.....	21
2.8 แนวคิดการประยุกต์วิธี Finite Difference ในการทำนายโครงสร้างของโลหะ แผ่นบาง.....	22
2.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	23

บทที่ 3 วิธีการดำเนินงาน

3.1 เลือกวิธีการคำนวณจากวิธี Finite Difference ที่เหมาะสมต่อการทำนาย อุณหภูมิของโลหะแผ่นบาง.....	26
3.1.1 คำนวณอุณหภูมิด้วยวิธี Separation Variable.....	26
3.1.2 คำนวณอุณหภูมิด้วยวิธี Finite Difference โดยวิธีการ Explicit.....	31
3.1.3 คำนวณอุณหภูมิด้วยวิธี Finite Difference โดยวิธีการ Implicit.....	35
3.1.4 คำนวณอุณหภูมิด้วยวิธี Finite Difference โดยวิธีการ Crank-Nicolson.....	38

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
3.1.5 นำค่าอุณหภูมิจากผลการคำนวณวิธี Explicit วิธี Implicit และวิธี Crank-Nicolson เปรียบเทียบความเที่ยงตรงกับผลการคำนวณของวิธี Separation Variable.....	41
3.2 นำสมการที่เหมาะสมจากวิธีการ Finite Difference ประยุกต์ใช้กับการทำนายโครงสร้างจุลภาคของโลหะแผ่นบางในกระบวนการชุบแข็ง.....	42
บทที่ 4 ผลการดำเนินงาน	
4.1 ผลการเลือกวิธีการคำนวณที่เหมาะสมในการทำนายโครงสร้างจุลภาคจากวิธี Finite Difference.....	44
4.2 ผลการทำนายโครงสร้างจุลภาคโดยวิธี Finite Difference.....	50
4.2.1 การทำนายโครงสร้างจุลภาคเปรียบเทียบกับบทความการวิจัยการชุบแข็งเหล็ก AISI 1045 ด้วยน้ำมัน.....	51
4.2.2 การทำนายโครงสร้างจุลภาคเปรียบเทียบกับผลบทความวิจัยการชุบแข็งเหล็ก AISI 4140 ด้วยน้ำ น้ำมัน และอากาศ.....	53
บทที่ 5 สรุปผลดำเนินงาน	
5.1 ผลการดำเนินงาน.....	58
5.2 ข้อเสนอแนะ.....	59
เอกสารอ้างอิง.....	60

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

	หน้า
ตารางที่ 2.1 ค่าสภาพการเปล่งรังสี.....	11
ตารางที่ 3.1 ตัวอย่างรูปแบบการจัดเก็บข้อมูลโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel.....	31
ตารางที่ 4.1 ตัวอย่างค่าอนุหภูมิคำนวณด้วยวิธี Separation Variable.....	46
ตารางที่ 4.2 ตัวอย่างค่าอนุหภูมิคำนวณด้วยวิธี Explicit.....	47
ตารางที่ 4.3 ตัวอย่างค่าอนุหภูมิคำนวณด้วยวิธี Implicit.....	48
ตารางที่ 4.4 ตัวอย่างค่าอนุหภูมิคำนวณด้วยวิธี Crank-Nicolson.....	49
ตารางที่ 4.5 เปรียบเทียบส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจากวิธี Finite Difference ทั้ง 3 วิธี.....	50



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

	หน้า
รูปที่ 2.1 โครงสร้าง Martensite.....	4
รูปที่ 2.2 แผนภูมิการแปลงโครงสร้างจุลภาคแบบการเย็นตัวต่อเนื่อง.....	6
รูปที่ 2.3 ตัวอย่างการจัดวางแผ่นโลหะ.....	9
รูปที่ 2.4 ปริมาตรควบคุมสมการการนำความร้อน.....	12
รูปที่ 2.5 แผนภูมิฟังก์ชันสมการที่ 2.21.....	16
รูปที่ 3.1 แผนภูมิฟังก์ชันสมการที่ 3.2.....	27
รูปที่ 3.2 แผนผังการเขียนโปรแกรมช่วยคำนวณวิธี Separation Variable.....	29
รูปที่ 3.3 แผนภูมิฟังก์ชันสมการที่ 3.11.....	32
รูปที่ 3.4 แผนผังการเขียนโปรแกรมช่วยคำนวณวิธี Explicit.....	34
รูปที่ 3.5 แผนภูมิฟังก์ชันสมการที่ 3.16.....	35
รูปที่ 3.6 แผนผังการเขียนโปรแกรมช่วยคำนวณวิธี Implicit.....	37
รูปที่ 3.7 แผนภูมิฟังก์ชันสมการที่ 3.24.....	38
รูปที่ 3.8 แผนผังการเขียนโปรแกรมช่วยคำนวณวิธี Crank-Nicolson.....	40
รูปที่ 3.9 แผนภูมิแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิและระยะเวลา.....	42
รูปที่ 3.10 ตัวอย่างแผนภูมิอัตราการเย็นตัวและการแปลงโครงสร้างจุลภาค.....	43
รูปที่ 4.1 แผนภูมิฟังก์ชันสมการที่ 4.1.....	45
รูปที่ 4.2 แบบจำลองโลหะจากตัวอย่าง.....	45
รูปที่ 4.3 ตัวอย่างการควบคุมอุณหภูมิของโลหะ.....	51
รูปที่ 4.4 ตัวอย่างการนำค่าอุณหภูมิช่วงเย็นตัววิเคราะห์กับแผนภูมิการแปลง โครงสร้างจุลภาคแบบเย็นตัวต่อเนื่อง.....	51
รูปที่ 4.5 แผนภูมิการเย็นตัวและการแปลงโครงสร้างจุลภาคของการชุบแข็งเหล็ก AISI 1045 ด้วยน้ำมัน.....	52
รูปที่ 4.6 โครงสร้างจุลภาคของการชุบแข็งเหล็ก AISI 1045 ด้วยน้ำมัน.....	52
รูปที่ 4.7 แผนภูมิการเย็นตัวและการแปลงโครงสร้างจุลภาคของการชุบแข็งเหล็ก AISI 4140 ด้วยน้ำ.....	53

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

	หน้า
รูปที่ 4.8 โครงสร้างจุลภาคของการชุบแข็งเหล็ก AISI 4140 ด้วยน้ำ.....	54
รูปที่ 4.9 แผนภูมิการเย็นตัวและการแปลงโครงสร้างจุลภาคของการชุบแข็งเหล็ก AISI 4140 ด้วยน้ำมัน.....	54
รูปที่ 4.10 โครงสร้างจุลภาคของการชุบแข็งเหล็ก AISI 4140 ด้วยน้ำมัน.....	55
รูปที่ 4.11 แผนภูมิการเย็นตัวและการแปลงโครงสร้างจุลภาคของการชุบแข็งเหล็ก AISI 4140 ด้วยอากาศ.....	55
รูปที่ 4.12 โครงสร้างจุลภาคของการชุบแข็งเหล็ก AISI 4140 ด้วยอากาศ.....	56
รูปที่ 4.13 ตัวอย่างหน้าตัดการใช้งานโปรแกรมทำนายโครงสร้างจุลภาค.....	57
รูปที่ 4.14 ตัวอย่างการใช้งานโปรแกรมการทำนายโครงสร้างจุลภาคหลังผ่านกระบวนการชุบ แข็งของเหล็ก AISI 4140.....	57

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาปริญญานิพนธ์

การคำนวณค่าอุณหภูมิภายในโลหะปัจจุบันมีวิธีการคำนวณโดยการใช้วิธี Separation Variable ซึ่งใช้การคำนวณแบบคณิตวิเคราะห์จึงให้ผลการคำนวณที่ถูกต้องแต่ด้วยสาเหตุว่าวิธีการนี้มีความซับซ้อนไม่สามารถคำนวณได้อย่างรวดเร็วเมื่อต้องการปรับเปลี่ยนเงื่อนไข คุณสมบัติของโลหะ หรือสารให้ความเย็นเพื่อจำลองกระบวนการชุบแข็งทำให้ไม่สามารถนำมาใช้ได้จริง จึงเริ่มทำการศึกษาและพัฒนานำวิธี Finite Difference ทั้งหมด 3 วิธีคือวิธี Explicit วิธี Implicit และวิธี Crank-Nicolson ซึ่งใช้การคำนวณแบบวิเคราะห์เชิงตัวเลขเพื่อพัฒนาการทำนายอุณหภูมิภายในโลหะเนื่องจากเป็นวิธีการที่สามารถปรับเปลี่ยนเงื่อนไขต่างๆ ที่ใช้ในการคำนวณได้ แต่เนื่องจากวิธีการนี้เป็นการคำนวณแบบประมาณค่าจึงต้องเปรียบเทียบความเที่ยงตรงของผลการคำนวณค่าอุณหภูมิที่คำนวณได้โดยวิธี Finite Difference ทั้ง 3 วิธีกับผลการคำนวณค่าอุณหภูมิโดยวิธีการ Separation Variable เพื่อค้นหาวิธีที่เหมาะสมมากที่สุดเพื่อนำมาประยุกต์ใช้กับการทำนายโครงสร้างจุลภาคให้มีความเที่ยงตรง

1.2 วัตถุประสงค์ของปริญญานิพนธ์

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาลักษณะการถ่ายเทความร้อนของวัสดุแผ่นบางที่มีอุณหภูมิที่ผิวเปลี่ยนแปลงตามเวลา พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการทำนายค่าอุณหภูมิของวัสดุ ด้วยวิธี Finite Difference และประยุกต์ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธี Finite Difference ในการทำนายโครงสร้างจุลภาคของวัสดุแผ่นบางในกระบวนการชุบแข็ง

1.3 ขอบเขตของปริศยานิพนธ์

ปริศยานิพนธ์ฉบับนี้มีขอบเขตการศึกษาคือ ศึกษาการถ่ายเทความร้อนโดยใช้ข้อมูลวัสดุอ้างอิงคือเหล็กคาร์บอน AISI 1045 และใช้วิธีการ Finite Difference 3 วิธี ได้แก่วิธี Explicit วิธี Implicit และวิธี Crank-Nicolson ออกแบบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อทำนายอุณหภูมิภายในของโลหะแผ่นบางและนำมาเปรียบเทียบกับค่าอุณหภูมิอ้างอิงที่คำนวณโดยวิธี Separation Variable เพื่อเลือกวิธีที่มีความเหมาะสมมากที่สุด

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการประมาณค่าอุณหภูมิของวัสดุแผ่นบางและใช้การทำนายโครงสร้างจุลภาคของวัสดุแผ่นบางในกระบวนการชุบแข็ง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา 2 จะต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การทำนายโครงสร้างจุลภาคของโลหะแผ่นบางต้องอาศัยการศึกษากระบวนการทางความร้อนที่เกี่ยวข้องกับการถ่ายเทความร้อนเพื่อทำนายอุณหภูมิภายในโลหะขณะทำการชุบแข็งและข้อมูลกราฟการแปลงโครงสร้างจุลภาค (Phase Transformation) ของโลหะเพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการทำนายผล เพื่อให้ได้มาซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมสำหรับการประยุกต์ใช้งานจึงจำเป็นต้องศึกษาทฤษฎีและบทความวิชาการต่างๆ ที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

2.1 กระบวนการทางความร้อนของโลหะ (Heat Treatment) [1 2 และ 6]

กระบวนการทางความร้อนของโลหะ คือ กระบวนการปรับปรุงคุณสมบัติของโลหะโดยอาศัยการทำงานร่วมกันของกระบวนการที่เกิดขึ้นระหว่างให้ความร้อน (Heating) และการเย็นตัว (Cooling) ภายในเวลาที่เหมาะสมเพื่อให้ได้คุณสมบัติตามต้องการ โดยกระบวนการทางความร้อนที่ใช้ในกระบวนการผลิตปัจจุบัน ได้แก่ การชุบแข็ง (Hardening) การอบอ่อน (Annealing) การอบปกติ (Normalizing) และการอบคืนตัว (Martempering) โดยแต่ละกระบวนการมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.1.1 การชุบแข็ง (Hardening)

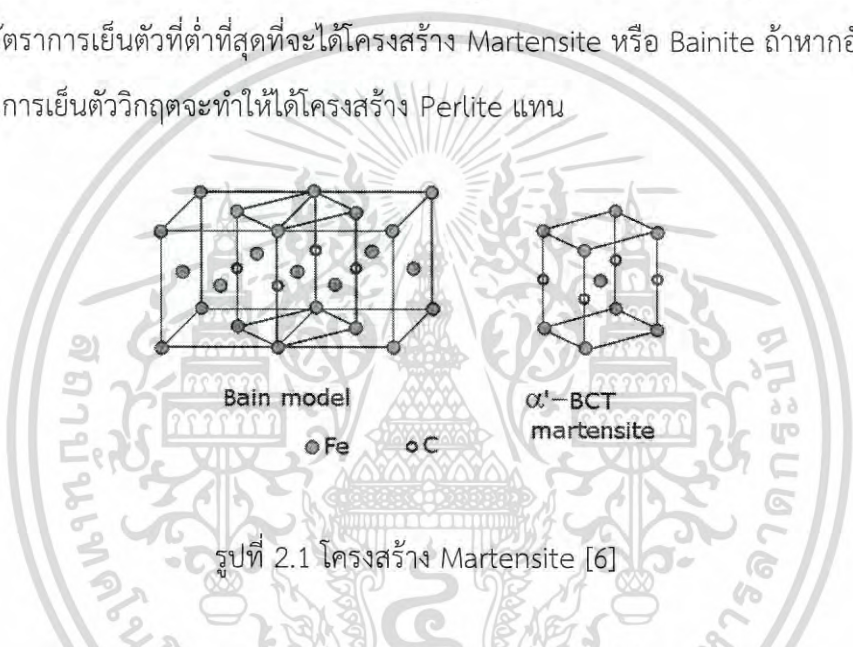
การชุบแข็ง คือ กระบวนการทางความร้อนเพื่อทำให้โลหะที่ผ่านกระบวนการขึ้นรูปมีความแข็ง (Hardness) เพิ่มขึ้นซึ่งมีขั้นตอนและรายละเอียดดังต่อไปนี้ ขั้นตอนการให้ความร้อนเริ่มให้ความร้อนกับแผ่นโลหะจนมีอุณหภูมิสูงขึ้นและคงอุณหภูมิไว้คงที่ไว้ประมาณ 30 นาทีต่อความหนาของแผ่นโลหะ 1 นิ้วจนโครงสร้างจุลภาคภายในแผ่นโลหะทั้งหมดเป็นโครงสร้าง Austenite ขั้นตอนการเย็นตัวเมื่อโลหะมีโครงสร้างจุลภาคภายในเป็น Austenite ทั้งหมดนำแผ่นโลหะจุ่มลงในน้ำหรือสารให้ความเย็นอื่นๆ เพื่อให้มีอัตราการเย็นตัวสูงพอจะทำให้เกิดโครงสร้าง Martensite เป็นกระบวนการที่มีเป้าหมายที่ทำเพื่อให้ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา 3 จะต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โครงสร้างจุลภาคเป็น Martensite หรือ Bainite โดยความแข็งที่ได้ภายหลังจากผ่านกระบวนการชุบแข็งแล้วมีสาเหตุมาจากปัจจัยหลัก 2 ข้อ คือ

1. ปริมาณคาร์บอน ในกระบวนการอบชุบปริมาณคาร์บอนมีผลต่อความแข็งแรงของโลหะ หลังจากการอบชุบ เนื่องจากโครงสร้าง Martensite เป็นสารละลายของแข็งที่เกิดจากการอึดตัวของอะตอมคาร์บอนภายในโครงสร้างผลึก

2. อัตราการเย็นตัว เป็นปัจจัยสำคัญที่จะทำให้โครงสร้าง Austenite เปลี่ยนไปเป็นโครงสร้าง Martensite หรือ Bainite โดยจะต้องมีอัตราการเย็นตัวที่สูงกว่าอัตราการเย็นตัววิกฤติ (Critical Cooling Rate) ซึ่งเป็นอัตราการเย็นตัวที่ต่ำที่สุดที่จะได้โครงสร้าง Martensite หรือ Bainite ถ้าหากอัตราการเย็นตัวต่ำกว่าอัตราการเย็นตัววิกฤติจะทำให้ได้โครงสร้าง Pearlite แทน



รูปที่ 2.1 โครงสร้าง Martensite [6]

2.1.2 การอบอ่อน (Annealing)

การอบอ่อน คือ กระบวนการทางความร้อนเพื่อปรับปรุงคุณสมบัติและโครงสร้างจุลภาคของโลหะที่ผ่านกระบวนการผลิตต่างๆ เช่น การขึ้นรูปเย็น หรือ การหล่อ ให้มีความสม่ำเสมอทั่วทั้งชิ้น ลดความเครียดภายในโลหะที่เกิดจากการเย็นตัวโดยมีอัตราการเย็นตัวไม่เท่ากันและเกิดการหดตัวไม่เท่ากันระหว่างการเย็นตัวของโลหะจึงเกิดความเครียด (Strain) ตกค้างภายใน มีชั้นตอและรอยละเอียดดังต่อไปนี้ ขั้นตอนการให้ความร้อนเริ่มให้ความร้อนกับแผ่นโลหะจนมีอุณหภูมิสูงขึ้นไปจนได้โครงสร้าง Austenite ทั่วทั้งชิ้นโลหะ ขั้นตอนการเย็นตัวปล่อยให้เย็นตัวภายในเตาที่ปิดการให้ความร้อนแล้ว เมื่ออัตราการเย็นตัวต่ำทำให้คุณสมบัติของแผ่นโลหะมีความอ่อน

2.1.3 การอบปกติ (Normalizing)

การอบปกติ คือ กระบวนการที่คล้ายคลึงกับการอบอ่อนแต่มีวัตถุประสงค์คือการทำให้โลหะมีความเหนียว (Ductility) และความแข็งแรง (Toughness) มากขึ้น และปรับปรุงให้คุณสมบัติและโครงสร้างจุลภาคของโลหะมีความสม่ำเสมอทั่วทั้งโลหะ เนื่องจากโลหะที่ผ่านการขึ้นรูปร้อนและขึ้นรูปเย็นจะมีความเหนียวและความแข็งแรงไม่สม่ำเสมอทั่วทั้งชิ้นโลหะเป็นเหตุมาจากผลกระทบจากอุณหภูมิไม่ส่งผลทั่วทั้งชิ้นโลหะ มีขั้นตอนและรายละเอียดดังต่อไปนี้ ขั้นตอนการให้ความร้อนเริ่มให้ความร้อนกับแผ่นโลหะจนมีอุณหภูมิสูงขึ้นไปจนได้โครงสร้าง Austenite ทั่วทั้งชิ้นโลหะ ขั้นตอนการเย็นตัวนำชิ้นโลหะที่มีอุณหภูมิเท่ากันทั่วทั้งชิ้นปล่อยให้เย็นตัวในอากาศปกติทำให้มีอัตราการเย็นตัวอยู่ในระดับปานกลาง

2.1.4 การอบคืนตัว (Tempering)

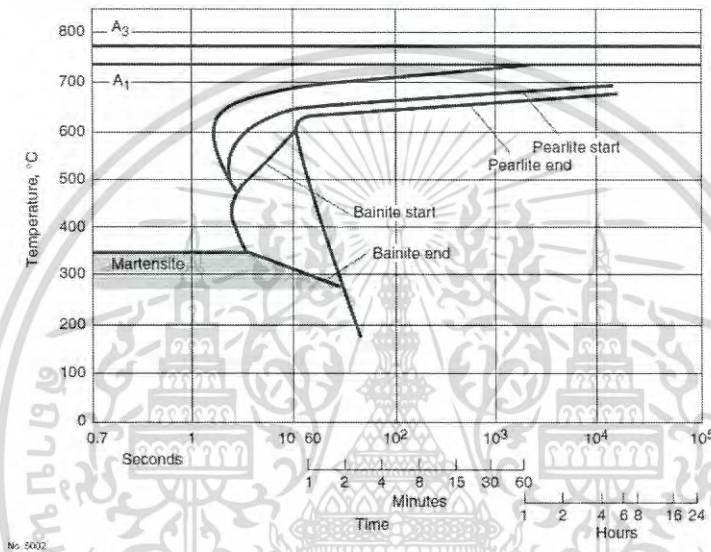
การอบคืนตัว คือ กระบวนการที่มีวัตถุประสงค์เพื่อให้มีความเหนียว (Ductility) เพิ่มขึ้นการอบคืนตัวเหมาะกับชิ้นโลหะที่ผ่านการชุบแข็งเนื่องจากกระบวนการชุบแข็งจะทำให้มีความแข็งแรงเพิ่มขึ้นแต่ก็ทำให้ความเหนียวลดลงทำให้คุณสมบัติของชิ้นโลหะมีความเปราะสูงไม่สามารถนำไปใช้งานจริงได้เพราะจะเกิดความเสียหายได้ง่าย มีขั้นตอนและรายละเอียดดังต่อไปนี้ ขั้นตอนการให้ความร้อนเริ่มให้ความร้อนกับชิ้นโลหะขึ้นไปจนมีอุณหภูมิประมาณ 400 องศาเซลเซียสหรือให้มีอุณหภูมิที่ไม่สูงจนเกิดการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างจุลภาคภายในชิ้นโลหะและคงอุณหภูมิให้คงที่เป็นระยะเวลาประมาณ 1-3 ชั่วโมงเพื่อให้เกิดการแพร่ของคาร์บอนภายในโลหะแต่ยังสามารถคงโครงสร้าง Martensite ไว้ได้ ขั้นตอนการเย็นตัวนำชิ้นโลหะปล่อยให้เย็นตัวในอากาศปกติ เมื่อเสร็จสิ้นกระบวนการอบคืนตัวทำให้ชิ้นโลหะมีความแข็งแรงเพิ่มขึ้นแต่จะสูญเสียความแข็งแรงไปเพียงเล็กน้อย

2.2 การเปลี่ยนโครงสร้างจุลภาค (Phase Transformation) [2]

การเปลี่ยนโครงสร้างจุลภาคเป็นส่วนสำคัญในการทำกระบวนการทางความร้อน การเปลี่ยนโครงสร้างจุลภาคสามารถแบ่งประเภทหลักๆ ได้ 3 ประเภท คือ การเปลี่ยนโครงสร้างจุลภาคที่ขึ้นกับการแพร่ที่ไม่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงจำนวนและส่วนประกอบของโครงสร้างจุลภาค การเปลี่ยนโครงสร้างจุลภาคที่ขึ้นกับการแพร่ที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงจำนวนและส่วนประกอบของโครงสร้างจุลภาคและ

การเปลี่ยนโครงสร้างจุลภาคที่ไม่ขึ้นกับการแพร่เป็นการเปลี่ยนโครงสร้างจุลภาคที่เกิดโครงสร้างจุลภาคกึ่งเสถียร

กระบวนการทางความร้อนโดยส่วนใหญ่จะมีการเย็นตัวแบบต่อเนื่อง เราจึงต้องใช้แผนภูมิชนิดที่สร้างขึ้นเพื่ออธิบายการเปลี่ยนโครงสร้างจุลภาคในขณะที่อุณหภูมิลดลงอย่างต่อเนื่อง เรียกว่า แผนภูมิการเปลี่ยนโครงสร้างจุลภาคระหว่างการเย็นตัวอย่างต่อเนื่อง (Continuous Cooling Transformation Diagram หรือ แผนภูมิ CCT)



รูปที่ 2.2 แผนภูมิการแปลงโครงสร้างจุลภาคแบบการเย็นตัวอย่างต่อเนื่อง [7]

วิธีใช้แผนภูมिरูปที่ 2.2 แผนภูมิการเปลี่ยนโครงสร้างจุลภาคอย่างต่อเนื่องมีวิธีการใช้โดยการวาดแผนภูมิเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิและเวลาลงไปบนแผนภูมิการเปลี่ยนโครงสร้างจุลภาคอย่างต่อเนื่อง โดยนำค่าอุณหภูมิเฉพาะส่วนขั้นตอนการเย็นตัวซึ่งมีแกนแนวตั้งเป็นอุณหภูมิและแกนแนวนอนเป็นเวลาโดยในแกนเวลานั้นต้องแปลงแผนภูมิให้อยู่ในรูปแบบลอการิทึม (Logarithm) ทำให้เมื่อทำนายอุณหภูมิเรียบร้อยแล้วสามารถนำค่าการทำนายอุณหภูมิจากเป็นแผนภูมิเปรียบเทียบระหว่างอุณหภูมิและเวลาได้ทันที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา 6 จะต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 การถ่ายเทความร้อน (Heat Transfer) [4 และ 10]

การถ่ายเทความร้อนเป็นทฤษฎีที่ใช้ในการประเมินการถ่ายเทความร้อนซึ่งอยู่ในรูปของพลังงานที่เกิดขึ้นเนื่องจากในแต่ละตำแหน่งของวัตถุหรือในระหว่างวัตถุสองชนิดมีความแตกต่างของอุณหภูมิและเกิดการถ่ายเทความร้อนเพื่อให้ทุกตำแหน่งของวัตถุหรือระหว่างวัตถุสองชนิดมีอุณหภูมิเท่ากันตามหลักของอุณหพลศาสตร์ซึ่งสามารถคำนวณค่าการถ่ายเทความร้อนได้หน่วยการถ่ายเทความร้อนต่อหน่วยพื้นที่ (Watt/m^2) โดยอาศัยกฎข้อที่ 1 ของอุณหพลศาสตร์หรือกฎอนุรักษ์พลังงานคือ “พลังงานไม่สามารถสร้างขึ้นใหม่หรือทำลายได้ แต่พลังงานสามารถเปลี่ยนรูปได้” ทำให้สามารถพิจารณาระบบใดได้ดังสมการที่ 2.1

$$\left[\begin{array}{c} \text{ผลรวมพลังงาน} \\ \text{ที่เข้าสู่ระบบ} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{ผลรวมพลังงาน} \\ \text{ที่ออกจากระบบ} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{พลังงานที่ระบบ} \\ \text{สร้างขึ้น} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{พลังงานของระบบที่} \\ \text{เปลี่ยนแปลง} \end{array} \right] \quad (2.1)$$

พบว่าพลังงานที่ถ่ายเทเข้าและออกจากระบบอาจอยู่ในรูปมวลหรือความร้อน และสำหรับการถ่ายเทความร้อนสามารถจำแนกลักษณะของการถ่ายเทความร้อนออกได้เป็น 3 ลักษณะคือ การนำความร้อน (Conduction Heat Transfer) การพาความร้อน (Convection Heat Transfer) และการแผ่รังสีความร้อน (Radiation Heat Transfer) โดยทั้ง 3 ลักษณะมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.3.1 การนำความร้อน (Conduction Heat Transfer)

การนำความร้อน คือ การถ่ายเทพลังงานผ่านโมเลกุลภายในวัตถุทำให้แต่ละโมเลกุลเกิดการสั่นเนื่องจากพลังงานที่ได้รับมาทำให้โมเลกุลไม่เสถียรและพลังงานจากการสั่นนี้จะส่งผ่านจากโมเลกุลหนึ่งไปยังโมเลกุลที่อยู่ถัดไปโดยไม่มี การเคลื่อนที่ของโมเลกุลและจะเกิดการถ่ายเทจากตำแหน่งที่มีอุณหภูมิสูงกว่าไปยังตำแหน่งที่มีอุณหภูมิต่ำกว่า

กลไกการนำความร้อนในของแข็งจะเกิดอยู่ 2 ลักษณะคือ พลังงานความร้อนจะถูกส่งโดยการสั่นสะเทือนภายในแลตทิซ (Lattice Vibration) และอีกลักษณะคือส่งผ่านอิเล็กตรอนอิสระ (Free-Electron) ในกรณีโลหะบริสุทธิ์ อิทธิพลของอิเล็กตรอนอิสระมีผลต่อการนำความร้อนมากกว่าอิทธิพลของการสั่นสะเทือนภายในแลตทิซ ซึ่งจะเห็นว่าของแข็งที่มีการนำไฟฟ้าได้ดีจะนำความร้อนได้ดีด้วย สำหรับของแข็งที่ไม่ใช่ตัวนำความร้อนจะอาศัยอิทธิพลจากการสั่นสะเทือนของแลตทิซเป็นกลไกหลักในการถ่ายเทพลังงาน สำหรับของเหลวและแก๊สจะเกิดขึ้นเมื่อโมเลกุลของไหลได้รับความร้อนจะมีพลังงานจลน์เพิ่มขึ้น พลังงานจลน์นี้จะสัมพันธ์กับการเคลื่อนที่ (Translation) อย่างไรก็ตาม รวมทั้งเกิดการหมุนและการสั่นของโมเลกุลของของไหล เมื่อโมเลกุลที่มีพลังงานสูงชนเข้ากับโมเลกุลที่มีพลังงานน้อยกว่า จะเกิดการถ่ายเทพลังงานจากโมเลกุลที่มีพลังงานสูงไปโมเลกุลที่มีพลังงานน้อยกว่า

การหาอัตราการนำความร้อน สามารถทำได้จากกฎของฟูริเยร์ (Fourier's Law) ซึ่งเสนอโดยนักคณิตศาสตร์และฟิสิกส์ชาวฝรั่งเศสชื่อ โจเซฟ ฟูริเยร์ (Joseph Fourier) กฎของฟูริเยร์จะแสดงให้เห็นว่าอัตราการนำความร้อน (q) จะแปรผันตรงกับเกรเดียนต์อุณหภูมิ (dT/dx) และพื้นที่ที่ตั้งฉากกับทิศการไหลของความร้อนดังสมการที่ 2.2

$$q = -kA \frac{dT}{dx} \quad (2.2)$$

โดย q คืออัตราพลังงานการนำความร้อนมีหน่วยเป็น Watt

k คือค่าสภาพการนำความร้อน (Thermal Conductivity) มีหน่วยเป็น $\text{Watt/m}\cdot^{\circ}\text{C}$

A คือพื้นที่ผิวของวัตถุตัวกลางมีหน่วยเป็น ตารางเมตร (m^2)

dT คือความแตกต่างของอุณหภูมิมีหน่วยเป็น องศาเซลเซียส ($^{\circ}\text{C}$)

dx คือระยะทางที่พลังงานเคลื่อนที่ผ่านมีหน่วยเป็น เมตร (m)

เครื่องหมายลบ คือการเปลี่ยนเครื่องหมายของคำตอบที่มีสาเหตุจากการถ่ายเทความร้อนจากตำแหน่งที่มีอุณหภูมิสูงไปยังตำแหน่งอุณหภูมิต่ำ เมื่อระยะ x เพิ่มขึ้นอุณหภูมิจะมีค่าลดลงดังนั้นเกรเดียนต์อุณหภูมิ (dT/dx) จะมีค่าติดลบ แต่เพราะต้องการให้อัตราการนำความร้อน (q) มีค่าเป็นบวกจึงเพิ่มเครื่องหมายลบเข้าไปในสมการเพื่อให้ได้คำตอบออกมาเป็นค่าบวก

2.3.2 การพาความร้อน (Convection Heat Transfer)

การพาความร้อน คือ การถ่ายเทพลังงานจากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่งโดยใช้โมเลกุลของวัตถุเป็นตัวกลางโดยการเคลื่อนที่ของโมเลกุลจะทำให้พลังงานที่อยู่ในโมเลกุลถูกเคลื่อนย้ายหรือถ่ายเทไปยังตำแหน่งอื่นๆ เช่นการใช้ลมเป่าแผ่นเหล็กร้อนเพื่อให้อากาศโดยรอบแผ่นเหล็กเกิดการพาความร้อนออกไปจากแผ่นเหล็กทำให้แผ่นเหล็กเย็นลง การพาความร้อนสามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ลักษณะคือ

1. การพาความร้อนแบบธรรมชาติ (Natural Convection) เกิดขึ้นจากการเคลื่อนที่ของโมเลกุลตามความแตกต่างของอุณหภูมิหรือความหนาแน่นของแต่ละโมเลกุล เช่นอากาศร้อนลอยสูงขึ้นเพราะเมื่ออากาศมีอุณหภูมิสูงขึ้นความหนาแน่นจะลดลง

2. การพาความร้อนแบบบังคับ (Forced Convection) คือการบังคับให้โมเลกุลเกิดการเคลื่อนที่โดยอาศัยแรงจากภายนอก เช่นใช้พัดลมในการพาอากาศให้เคลื่อนที่

การคำนวณหาอัตราการถ่ายเทความร้อนจากการพาความร้อนสามารถอธิบายได้โดยกฎการเย็นตัวของนิวตัน (Newton's Law of Cooling) ดังสมการที่ 2.3

$$q = hA(T_s - T_\infty) \quad (2.3)$$

- โดย q คืออัตราพลังงานการนำความร้อนมีหน่วยเป็น Watt
 h คือค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน (Convective Heat Transfer Coefficient) หรือสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน (Heat Transfer Coefficient) มีหน่วยเป็น $\text{Watt/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$
 A คือพื้นที่ผิวของวัตถุตัวกลางมีหน่วยเป็น ตารางเมตร (m^2)
 T_s คืออุณหภูมิพื้นผิวของวัตถุที่เป็นแหล่งความร้อนมีหน่วยเป็น องศาเซลเซียส ($^\circ\text{C}$)
 T_∞ คืออุณหภูมิของไหลที่เป็นตัวกลางพาความร้อนมีหน่วยเป็น องศาเซลเซียส ($^\circ\text{C}$)

การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนมีความซับซ้อน เนื่องจากผลของค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนมีความแปรผันขึ้นอยู่กับหลายๆ ปัจจัยจากสภาพแวดล้อม เช่น ชนิดของตัวกลาง อุณหภูมิตัวกลาง ฯลฯ ดังนั้นการคำนวณค่าการพาความร้อนแบบอิสระบนแผ่นโลหะแนวดิ่งในขณะที่ทำให้โลหะเย็นตัวกำหนดให้จัดวางแผ่นโลหะในแนวตั้งดังรูปที่ 2.3 ทำให้ได้วิธีการคำนวณดังต่อไปนี้



รูปที่ 2.3 ตัวอย่างการจัดวางแผ่นโลหะ

จะมีสมการการคำนวณดังนี้

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu^2} \cdot Pr \quad (2.4)$$

$$\overline{Nu}_L = \left\{ \begin{array}{ll} 0.59Ra_L^{1/4} & ; 10^4 \leq Ra_L \leq 10^9 \\ 0.1Ra_L^{1/3} & ; 10^9 \leq Ra_L \leq 10^{13} \\ \left[0.825 + \frac{0.387Ra_L^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0.492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{4/9}} \right]^2 & ; \\ 0.68 + \frac{0.67Ra_L^{1/4}}{\left[1 + \left(\frac{0.492}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{4/9}} & ; Ra_L \leq 10^9 \end{array} \right. \quad (2.5)$$

$$\overline{H} = \frac{\overline{Nu}_L k}{L} \quad \left(\frac{W}{m^2 \cdot k} \right) \quad (2.6)$$

โดย h = ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อน k = ความสามารถในการนำความร้อน

T_s = อุณหภูมิผิวชิ้นงาน T_∞ = อุณหภูมิสารตัวกลาง

Ra_L = เลขเรย์ลี Nu_L = เลขนัสเซลต์

Pr = เลขพริ้นด์เทิล

จากการคำนวณจะได้ค่าการพาความร้อนในอากาศคือ $16.236 \text{ W/m}^2\cdot\text{k}$ และ การพาความร้อนในน้ำคือ $100.552 \text{ W/m}^2\cdot\text{k}$

2.3.3 การแผ่รังสีความร้อน (Radiation Heat Transfer)

การแผ่รังสีความร้อน คือ การถ่ายเทความร้อนจากตำแหน่งหนึ่งไปยังอีกตำแหน่งหนึ่งโดยไม่มีตัวกลางใช้วิธีการแผ่รังสีในรูปของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าเพื่อให้โมเลกุลเกิดการสั่น ปริมาณพลังงานที่ส่งออกมาจากการแผ่รังสีจะขึ้นอยู่กับอุณหภูมิสัมบูรณ์และลักษณะผิวของวัตถุ ค่าฟลักซ์ความร้อนสูงสุดที่สามารถแผ่รังสีออกมาได้จะเท่ากับความสามารถแผ่รังสีของวัตถุดำ (Black Body) ซึ่งเป็นวัตถุดมคติสามารถคำนวณได้จากกฎของสตีฟาน-โบลต์ซมันน์ (Stefan-Boltzmann Law) ดังสมการที่ 2.7

$$q = \sigma AT_A^4 \quad (2.7)$$

โดย q คืออัตราพลังงานการนำความร้อนมีหน่วยเป็น Watt

σ คือค่าคงที่ของสตีฟาน-โบลต์ซมันน์มีค่าเท่ากับ $5.67 \times 10^{-8} \text{ Watt/m}^2 \cdot \text{C}^4$

A คือพื้นที่ผิวของวัตถุตัวกลางมีหน่วยเป็น ตารางเมตร (m^2)

T_A คืออุณหภูมิพื้นผิวของวัตถุที่เป็นแหล่งความร้อนมีหน่วยเป็น องศาเซลเซียส ($^{\circ}\text{C}$)

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนลิขสิทธิ์สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา 100% ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในความเป็นจริงการคำนวณการแผ่รังสีจากวัตถุจะเรียกวัตถุที่แผ่รังสีว่าวัตถุเทา (Gray Body) เนื่องจากไม่สามารถแผ่รังสีได้มากเท่าวัตถุดำ จึงใช้วิธีการคำนวณค่าฟลักซ์ความร้อนดังสมการที่ 2.8

$$q = \epsilon \sigma A T_A^4 \quad (2.8)$$

โดย q คืออัตราพลังงานการนำความร้อนมีหน่วยเป็น Watt

ϵ คือค่าสภาพเปล่งรังสี (Emissivity) มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1 ซึ่งค่าสภาพเปล่งรังสีแสดงถึงลักษณะพื้นผิวของวัตถุแต่ละชนิดมีความใกล้เคียงกับวัตถุดำมากเพียงใด โดยที่ค่าสภาพเปล่งรังสี

ของวัตถุดำจะมีค่าเป็น 1 ซึ่งมีตัวอย่างค่าสภาพเปล่งรังสีของวัตถุแต่ละชนิดที่ อุณหภูมิ 300 เคลวินดังตารางที่ 2.1

σ คือค่าคงที่ของสตีฟาน-โบลต์ซมันน์มีค่าเท่ากับ $5.67 \times 10^{-8} \text{ Watt/m}^2 \cdot \text{C}^4$

A คือพื้นที่ผิวของวัตถุตัวกลางมีหน่วยเป็น ตารางเมตร (m^2)

T_A คืออุณหภูมิพื้นผิวของวัตถุที่เป็นแหล่งความร้อนมีหน่วยเป็น องศาเซลเซียส ($^{\circ}\text{C}$)

ตารางที่ 2.1 ค่าสภาพการเปล่งรังสี [4]

วัสดุ	ค่าสภาพเปล่งรังสี
ทองแดงขัดเงา	0.03
ทองคำขัดเงา	0.03
เงินขัดเงา	0.02
อิฐแดง	0.93-0.96
ผิวหนังมนุษย์	0.95
ไม้	0.96

2.4 สมการการนำความร้อน (Heat Equation) [4 และ 10]

การคำนวณอัตราการถ่ายเทความร้อนด้วยวิธีการนำความร้อนที่จุดใดๆ ภายในตัวกลางจะมีความสัมพันธ์กับความชันของอุณหภูมิภายในตัวกลางโดยกฎของฟูริเยร์ สามารถวิเคราะห์และคำนวณหาอัตราการถ่ายเทความร้อนได้เป็นสมการความร้อน (Heat Equation) และสามารถวิเคราะห์ได้จากการทำสมดุลพลังงานตามกฎอนุรักษ์พลังงานตามสมการที่ 2.9

$$\left[\begin{array}{l} \text{ความร้อนสุทธิที่เข้าสู่} \\ \text{ปริมาตรจากการนำความร้อน} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{ความร้อนอันกำเนิด} \\ \text{ขึ้นภายในปริมาตร} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{อัตราการเพิ่มขึ้นของพลังงาน} \\ \text{ความร้อนภายในปริมาตร} \end{array} \right] \quad (2.9)$$

สมการพลังงานการนำความร้อนจะพิจารณาระบบปริมาตรควบคุมอยู่ในรูปของทรงลูกบาศก์และมีการไหลของพลังงานดังรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 ปริมาตรควบคุมสมการการนำความร้อน [4]

เมื่อพิจารณาจากกฎข้อที่หนึ่งของอุณหพลศาสตร์กับระบบปริมาตรควบคุมจะได้สมการพลังงานการนำความร้อนในรูปแบบทั่วไปดังสมการที่ 2.10

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q''' = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.10)$$

และในการศึกษาแผ่นเหล็บบางจะพิจารณาในทิศทาง q_x เท่านั้นจึงลดรูปสมการพลังงานการนำความร้อนเพื่อใช้ในการศึกษาการถ่ายเทพลังงานใน 1 มิติดังสมการที่ 2.11 และสามารถลดรูปสมการได้ดังสมการที่ 2.12

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา 12 จะต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + q''' = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{q'''}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.12)$$

- โดย T คือฟังก์ชันอุณหภูมิของวัตถุ
 k คือค่าสภาพการนำความร้อน (Thermal Conductivity) มีหน่วยเป็น Watt/m·°C
 x คือระยะทางการถ่ายเทความร้อนมีหน่วยเป็นเมตร (m)
 ρ คือค่าความหนาแน่นของวัตถุมีหน่วยเป็น kg/m³
 c คือค่าความร้อนจำเพาะต่อหนึ่งหน่วยปริมาตรมีค่าประมาณ C_p
 q''' คืออัตราการเปลี่ยนแปลงพลังงานภายใน

2.5 เงื่อนไขขอบและเงื่อนไขเริ่มต้น

เนื่องจากสมการพลังงานการนำความร้อนที่ได้จะอยู่ในรูปสมการเชิงอนุพันธ์ จากหัวข้อ 2.4 สมการการนำความร้อน สามารถคำนวณหาการกระจายอุณหภูมิได้ด้วยการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ เมื่อต้องการคำนวณหาสมการคำตอบจากสมการเชิงอนุพันธ์จำเป็นต้องรู้เงื่อนไขขอบ (Boundary Condition) และเงื่อนไขเริ่มต้น (Initial Condition) เพื่อให้สมการคำตอบสอดคล้องกับเงื่อนไขของกระบวนการทางความร้อนที่ศึกษา และในการศึกษาประเภทของเงื่อนไขขอบสามารถแบ่งออกได้เป็น 4 ประเภทและมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.5.1 เงื่อนไขขอบระบบอุณหภูมิ

เงื่อนไขขอบประเภทระบบอุณหภูมิจะระบุอุณหภูมิพื้นผิวของวัตถุเช่นที่ผิวด้านซ้ายของแผ่นโลหะมีอุณหภูมิคงที่เท่ากับ T₁ และผิวด้านขวาของแผ่นโลหะมีอุณหภูมิคงที่เท่ากับ T₂ โดยกำหนดให้ผิวโลหะด้านซ้ายมีระยะเป็น 0 มิลลิเมตร และผิวโลหะฝั่งขวามีระยะเป็น 5 มิลลิเมตร สามารถเขียนเงื่อนไขขอบได้ดังต่อไปนี้

$$T(x_1, t) = T_1 \quad \text{เมื่อ } x_1 = 0 \text{ mm} \quad (2.13)$$

$$T(x_2, t) = T_2 \quad \text{เมื่อ } x_2 = 5 \text{ mm} \quad (2.14)$$

เงื่อนไขขอบประเภทนี้อาจเรียกว่า เงื่อนไขขอบประเภทที่ 1 (Boundary Condition of the First Kind) หรือเงื่อนไขขอบ Dirichlet

2.5.2 เงื่อนไขขอบรูปลักซ์ความร้อน

ในการศึกษาเงื่อนไขที่มีการถ่ายเทความร้อนที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการทางความร้อนโดยการให้ความร้อนที่พื้นผิวของแผ่นโลหะเช่นการให้ความร้อนกับพื้นผิวด้านซ้ายของแผ่นโลหะได้รับความร้อนเป็น q_1 (W/m^2) และพื้นผิวด้านขวาของแผ่นโลหะมีการหุ้มฉนวนความร้อนทำให้พื้นผิวด้านขวาได้รับความร้อนเป็น 0 (W/m^2) โดยกำหนดให้ผิวโลหะด้านซ้ายมีระยะเป็น 0 มิลลิเมตร และผิวโลหะฝั่งขวามีระยะเป็น 5 มิลลิเมตร สามารถเขียนเงื่อนไขขอบได้ดังต่อไปนี้

$$-k \frac{\partial T(x_1, t)}{\partial x} = q_1 \quad \text{เมื่อ } x_1 = 0 \text{ mm} \quad (2.15)$$

$$-k \frac{\partial T(x_2, t)}{\partial x} = 0 \quad \text{เมื่อ } x_2 = 5 \text{ mm} \quad (2.16)$$

เงื่อนไขขอบประเภทนี้เรียกว่าเงื่อนไขขอบประเภทที่ 2 (Boundary Condition of the Second Kind) หรือเงื่อนไขขอบ Neumann Boundary Condition

2.5.3 เงื่อนไขขอบการพาความร้อน

ในการศึกษาเมื่อพบกรณีที่เงื่อนไขกำหนดให้มีของไหลโดยรอบพื้นผิวโลหะจึงสามารถระบุเงื่อนไขการถ่ายโอนความร้อนได้เช่นกำหนดให้มีการพาความร้อนเกิดขึ้นบนพื้นผิวด้านซ้ายของแผ่นโลหะมีค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนเท่ากับ h_1 และบนพื้นผิวด้านขวาของแผ่นโลหะมีค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนเท่ากับ h_2 โดยกำหนดให้ผิวโลหะด้านซ้ายมีระยะเป็น 0 มิลลิเมตร และผิวโลหะฝั่งขวามีระยะเป็น 5 มิลลิเมตร สามารถเขียนเงื่อนไขขอบได้ดังต่อไปนี้

$$-k \frac{\partial T(x_1, t)}{\partial x} = h_1 [T_1 - T(x, t)] \quad \text{เมื่อ } x_1 = 0 \text{ mm} \quad (2.17)$$

$$-k \frac{\partial T(x_2, t)}{\partial x} = h_2 [T_2 - T(x, t)] \quad \text{เมื่อ } x_2 = 5 \text{ mm} \quad (2.18)$$

เงื่อนไขขอบประเภทนี้สามารถเรียกอีกชื่อว่า เงื่อนไขขอบประเภทที่ 3 (Boundary Condition of the Third Kind)

2.5.4 เงื่อนไขขอบการแผ่รังสีความร้อน

ในกรณีที่เงื่อนไขกำหนดให้เกิดการแผ่รังสีความร้อนจากพื้นผิวของแผ่นโลหะทั้งสองด้านในสุญญากาศทำให้ไม่มีการนำความร้อนและการพาความร้อนเกิดขึ้น โดยกำหนดให้ผิวโลหะด้านซ้ายมีระยะเป็น 0 มิลลิเมตร และผิวโลหะฝั่งขวามีระยะเป็น 5 มิลลิเมตร สามารถเขียนเงื่อนไขขอบได้ดังต่อไปนี้

$$-k \frac{\partial T(x_1, t)}{\partial x} = \epsilon_1 \sigma [T_{\text{surr1}}^4 - T(x, t)^4] \quad \text{เมื่อ } x_1 = 0 \text{ mm} \quad (2.19)$$

$$-k \frac{\partial T(x_1, t)}{\partial x} = \epsilon_2 \sigma [T_{\text{surr2}}^4 - T(x, t)^4] \quad \text{เมื่อ } x_2 = 5 \text{ mm} \quad (2.20)$$

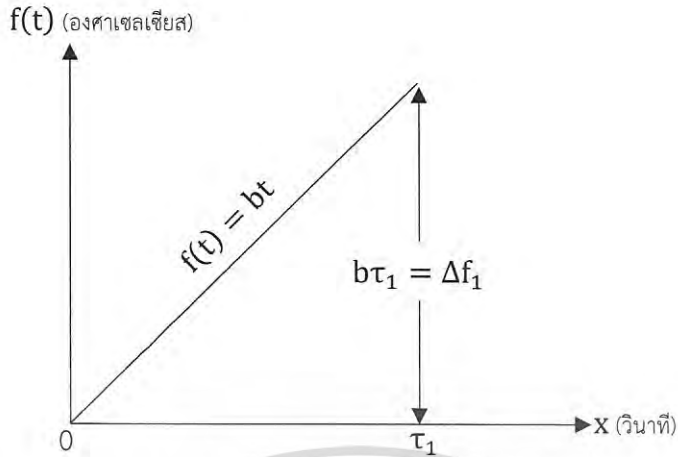
และนอกเหนือไปจากเงื่อนไขขอบทั้ง 4 ประเภทแล้วยังมีเงื่อนไขขอบประเภทอื่นๆ อีก เช่น เงื่อนไขขอบประเภทการเปลี่ยนเฟสที่พบในกรณีเกิดการหลอมละลายบริเวณพื้นผิวของน้ำแข็ง ซึ่งทุกเงื่อนไขขอบนั้นสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยการทำสมดุลพลังงานบริเวณผิวขอบเขตทั้งสิ้น

2.6 วิธีกรการ Separation Variable สำหรับปัญหาการถ่ายเทความร้อน 1 มิติ (Separation Variable Method for 1-D Heat Transfer Problem) [12]

วิธี Separation Variable คือวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีการคำนวณโดยอาศัยการแยกตัวแปรตามที่แปรผันตามตัวแปรต้นมากกว่า 1 ตัวแปร เช่นการให้ความร้อนกับแผ่นโลหะจะส่งผลให้ค่าอุณหภูมิภายในแผ่นโลหะเปลี่ยนแปลงไปตามตำแหน่งระดับความลึกจากพื้นผิวที่ได้รับความร้อนและระยะเวลา นับตั้งแต่พื้นผิวของแผ่นโลหะเริ่มได้รับความร้อน แสดงให้เห็นว่าค่าของอุณหภูมิภายในแผ่นโลหะแปรผันตามตัวแปรต้น 2 ตัวแปรคือระยะทางจากพื้นผิวของแผ่นโลหะที่รับความร้อนจนถึงตำแหน่งใดๆ ภายในแผ่นโลหะและระยะเวลา นับตั้งพื้นผิวของแผ่นโลหะเริ่มสัมผัสกับแหล่งความร้อนภายนอก สำหรับการทำนายอุณหภูมิของโลหะโดยวิธีการ Separation Variable จะขอแสดงวิธีการคำนวณด้วยตัวอย่างจาก [12]

แผ่นโลหะบางแผ่นหนึ่งกำหนดให้มีความหนาเท่ากับ L แผ่นโลหะมีอุณหภูมิเริ่มต้นเท่ากับ 0 องศาเซลเซียสบริเวณพื้นผิวด้านซ้ายของแผ่นโลหะ $x = 0$ มิลลิเมตร มีอุณหภูมิเป็น 0 องศาเซลเซียสตลอดเวลาและพื้นผิวด้านขวาแผ่นโลหะ $x = L$ มิลลิเมตร มีการแปรผันของอุณหภูมิไปตามเวลาอธิบายได้ด้วยฟังก์ชันสมการที่ 2.21 และสามารถแสดงแผนภูมิของฟังก์ชันที่ 2.21 ได้ตามรูปที่ 2.5

$$f(t) = \begin{cases} bt & ; & 0 < t < \tau_1 \\ 0 & ; & t > \tau_1 \end{cases} \quad (2.21)$$



รูปที่ 2.5 แผนภูมิฟังก์ชันสมการที่ 2.21

วิธีการแก้สมการของตัวอย่างนี้เริ่มต้นโดยการใช้สมการความร้อนดังสมการที่ 2.22

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T_{(x,y,z,t)}}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_{(x,t)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{(y,t)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_{(z,t)}}{\partial z^2} + \frac{q'''_{(x,y,z)}}{k} \quad (2.22)$$

แต่เนื่องจากตัวอย่างใช้โลหะแผ่นบางในการศึกษาเพราะฉะนั้นด้านกว้างและด้านยาวมีขนาดมากกว่าความหนาของแผ่นโลหะมากๆ จึงมีการถ่ายเทความร้อนภายในแผ่นโลหะเพียง 1 มิติและเนื่องจากไม่มีแหล่งความร้อนภายในจึงสามารถตัดทอนสมการลงเหลือเพียงสมการที่ 2.23

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T_{(x,t)}}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_{(x,t)}}{\partial x^2} \quad (2.23)$$

ดังนั้นจึงสามารถเขียนเงื่อนไขขอบของตัวอย่างได้ดังต่อไปนี้

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T_{(x,t)}}{\partial t} = \frac{\partial^2 T_{(x,t)}}{\partial x^2} \quad \text{เมื่อ} \quad 0 < x < L \quad \text{และ} \quad t > 0 \quad (2.24)$$

$$T_{(x,t)} = 0 \quad \text{เมื่อ} \quad x = 0 \quad \text{และ} \quad t > 0 \quad (2.25)$$

$$T_{(x,t)} = f(t) \quad \text{เมื่อ} \quad x = L \quad \text{และ} \quad t > 0 \quad (2.26)$$

$$T_{(x,t)} = 0 \quad \text{เมื่อ} \quad t = 0 \quad (2.27)$$

สังเกตได้ว่าที่ $x = L$ มีค่าอุณหภูมิเป็นฟังก์ชันดังรูปที่ 2.5 จึงไม่ได้สามารถคำนวณโดยวิธีปกติได้ จำเป็นต้องนำ Duhamel's Theorem เข้ามาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหา

Duhamel's Theorem จะสมมติให้ฟังก์ชัน $f(t) = 1$ แล้วแทนค่าฟังก์ชันอุณหภูมิด้วยฟังก์ชันใดๆ ก่อนซึ่งทำให้ได้เงื่อนไขขอบใหม่ดังต่อไปนี้

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial \phi(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 \phi(x,t)}{\partial x^2} \quad \text{เมื่อ } 0 < x < L \quad \text{และ } t > 0 \quad (2.28)$$

$$\phi(x,t) = 0 \quad \text{เมื่อ } x = 0 \quad \text{และ } t > 0 \quad (2.29)$$

$$\phi(x,t) = 1 \quad \text{เมื่อ } x = L \quad \text{และ } t > 0 \quad (2.30)$$

$$\phi(x,t) = 0 \quad \text{เมื่อ } t = 0 \quad (2.31)$$

เมื่อแยกตัวแปรและแก้สมการความร้อนจะได้ดังสมการที่ 2.32

$$\phi(x,t) = \frac{x}{L} + \frac{2}{L} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha \beta_m^2 t} \frac{(-1)^m}{\beta_m} \sin \beta_m x \quad \text{เมื่อ } \beta_m = \frac{m\pi}{L} \quad (2.32)$$

จากนั้นแทนค่าฟังก์ชัน $\phi(x,t)$ ด้วยฟังก์ชัน $\phi(x,t-\tau)$ โดยการแทนค่า t ด้วย $t-\tau$ จะได้ดังสมการที่ 2.33

$$\phi(x,t-\tau) = \frac{x}{L} + \frac{2}{L} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha \beta_m^2 (t-\tau)} \frac{(-1)^m}{\beta_m} \sin \beta_m x \quad (2.33)$$

Duhamel's Theorem สามารถนำมาคำนวณฟังก์ชันของอุณหภูมิตามสมการที่ 2.34

$$T(x,t) = \int_{\tau=0}^t \phi(x,t-\tau) \frac{df}{d\tau} d\tau \quad (2.34)$$

ซึ่งฟังก์ชันอุณหภูมิจะเป็นไปตามฟังก์ชันอุณหภูมิที่พื้นผิวแผ่นโลหะ $f(t)$

เพราะฉะนั้นสมการคำตอบของช่วง $t < \tau_1$ จึงเป็นดังสมการที่ 2.35

$$T(x,t) = b \frac{x}{L} t + b \frac{2}{L} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{\alpha \beta_m^3} (1 - e^{-\alpha \beta_m^2 t}) \sin \beta_m x \quad (2.35)$$

และเนื่องจากคำตอบของช่วง $t > \tau_1$ เป็นสมการคำตอบที่ได้รับผลมาจากช่วง $t < \tau_1$ จึงได้สมการคำตอบของช่วง $t > \tau_1$ ดังสมการที่ 2.36

$$T(x,t) = \int_{\tau=0}^{\tau_1} \phi(x,t-\tau) \frac{df}{d\tau} d\tau + \phi(x,t-\tau_1) \Delta f(\tau_1) + \int_{\tau_1}^t \phi(x,t-\tau) \frac{df}{d\tau} d\tau \quad (2.36)$$

โดยสมการของพจน์ $\phi(x,t-\tau) \Delta f(\tau_1)$ ของสมการที่ 2.36 จะได้คำตอบเป็นดังสมการที่ 2.37

$$\phi(x,t-\tau) \Delta f(\tau_1) = b \tau_1 \left\{ \frac{x}{L} + \frac{2}{L} \sum_{m=1}^{\infty} e^{-\alpha \beta_m^2 (t-\tau_1)} \frac{(-1)^m}{\beta_m} \sin \beta_m x \right\} \quad (2.37)$$

และพจน์ $\int_{\tau_1}^t \phi(x,t-\tau) \frac{df}{d\tau} d\tau$ ของสมการที่ 2.36 จะมีคำตอบเท่ากับ 0 เพราะฟังก์ชัน $f(t)$ ที่ $t > \tau_1$ มีค่าเป็น 0 ดังรูปที่ 2.5 ดังนั้นค่าของ $\frac{df}{d\tau}$ จึงมีค่าเป็น 0 ทำให้พจน์ $\int_{\tau_1}^t \phi(x,t-\tau) \frac{df}{d\tau} d\tau$ มีค่าเป็น 0

เมื่อได้สมการคำตอบทั้งหมดแล้วจะสามารถคำนวณค่าอุณหภูมิโดยการแทนค่าตัวแปรระยะเวลา (t) และระดับความลึกจากพื้นผิวโลหะของตำแหน่งที่เราสนใจ

2.7 วิธีการ Finite Difference สำหรับปัญหาการถ่ายเทความร้อน 1 มิติ (Finite Difference Method for 1-D Heat Transfer Problem) [18]

วิธี Finite Difference คือระบบสมการเชิงเส้นสำหรับการหาคำตอบของอนุพันธ์โดยที่คำตอบของอนุพันธ์จากวิธีการนี้จะเป็ค่าประมาณในการศึกษานี้มีวิธีการคำนวณที่ทำการศึกษาทั้งหมด 3 วิธีคือ วิธี Explicit วิธี Implicit และวิธี Crank-Nicolson และเนื่องมาจากวิธี Finite Difference เป็นวิธีการที่มีความซับซ้อนน้อยและสามารถปรับเปลี่ยนเงื่อนไขได้ง่ายจึงมักนำมาใช้ในการแก้ปัญหาที่มีความเกี่ยวข้องกับสมการเชิงอนุพันธ์ เช่นสมการความร้อน ซึ่งอนุพันธ์คืออัตราการเปลี่ยนแปลงในเวลาสั้นๆ มีตัวอย่างของอนุพันธ์สามารถเขียนอยู่ในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ได้ดังสมการที่

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \frac{u(x+\Delta x) - u(x)}{\Delta x} \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \frac{u(x) - u(x-\Delta x)}{\Delta x} \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \frac{u(x+\Delta x) - u(x-\Delta x)}{2\Delta x} \quad (2.40)$$

ซึ่งตัวอย่างอนุพันธ์สมการที่ 2.38 2.39 และ 2.40 คือ Forward Difference Backward Difference และ Central Difference ตามลำดับ และวิธี Finite Difference สามารถประมาณค่าอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งได้ดังสมการที่ 2.41

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i \approx \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x} \approx \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta x} \approx \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta x} \quad (2.41)$$

โดย $u_i \approx u(x_i)$ $i = 0, 1, \dots, N$

$$x_i = i\Delta x \quad \Delta x = \frac{x}{N}$$

การประมาณค่านี้สามารถทำได้ด้วยฟังก์ชันของอนุกรมวิธีการของอนุกรมเทย์เลอร์และอนุกรมแมคลอริน (Taylor and Maclaurin Series) ดังสมการที่ 2.42

$$u(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-x_i)^n}{n!} \left(\frac{\partial^n u}{\partial x^n}\right)_i, u \in C^\infty([0, X]) \quad (2.42)$$

การคำนวณของอนุกรมเทย์เลอร์และอนุกรมแมคลอรินเป็นการประมาณคำตอบของฟังก์ชันใกล้เคียงลำดับถัดไป เช่นเมื่อต้องการคำนวณคำตอบที่ตำแหน่ง u_{i+1} และ u_{i-1} สามารถเขียนได้ดังสมการที่ 2.43 และ 2.44 ตามลำดับ

$$u_{i+1} = u_i + \Delta x \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i + \frac{(\Delta x)^2}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_i + \frac{(\Delta x)^3}{6} \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)_i + \dots \quad (2.43)$$

$$u_{i-1} = u_i - \Delta x \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i + \frac{(\Delta x)^2}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_i - \frac{(\Delta x)^3}{6} \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)_i + \dots \quad (2.44)$$

การหาค่าอนุพันธ์ลำดับที่หนึ่งคือพจน์ $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i$ อนุพันธ์ลำดับทำให้อนุพันธ์ลำดับอื่นๆ เป็นค่าความคลาดเคลื่อนจากการใช้วิธี Finite Difference ดังนั้นจึงตัดทอนสมการที่ 2.43 ลงเหลือดังสมการที่ 2.45

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา 18 จะต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$u_{i+1} = u_i + \Delta x \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i \quad (2.45)$$

ตั้งน้บนอนุพันธ์อันดับที่หนึ่ง $\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i$ ของ Forward Difference และ Backward Difference สามารถเขียนสมการได้ดังสมการที่ 2.46 และ 2.47 ตามลำดับ

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i = \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x} \quad (2.46)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i = \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta x} \quad (2.47)$$

และ Central Difference สามารถเขียนสมการได้ดังสมการที่ 2.48 โดยนำสมการที่ 2.43 ลบด้วยสมการที่ 2.44

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta x} \quad (2.48)$$

และการคำนวณอนุพันธ์ลำดับที่สอง $\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_i$ สามารถคำนวณได้โดยนำสมการที่ 2.43 ลบด้วยสมการที่ 2.44 และเขียนได้ดังสมการที่ 2.49

$$\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)_i = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{(\Delta x)^2} \quad (2.49)$$

ซึ่งสมการของอนุพันธ์ลำดับที่หนึ่งและลำดับที่สองสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับวิธี Finite Difference ทั้ง 3 วิธีโดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

2.7.1 Explicit Method

วิธีการคำนวณสมการแบบวิธี Explicit ใช้สำหรับการคำนวณสมการความร้อนที่ใช้การคำนวณแบบ Forward Difference สำหรับเวลาใดๆ (t_n) และใช้การคำนวณแบบ Central Difference สำหรับระยะความลึกจากพื้นผิวแผ่นเหล็ก (x_i) ทำให้สามารถคำนวณสมการความร้อนได้ดังต่อไปนี้

กำหนดให้สมการความร้อนมีการถ่ายเทความร้อน 1 มิติและไม่มีแหล่งความร้อนภายในเป็นดังสมการที่ 2.50

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}(x_i, t_n) = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x_i, t_n) \quad (2.50)$$

การคำนวณ $\frac{\partial T}{\partial t}(x_i, t_n)$ และ $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x_i, t_n)$ ใช้วิธีการของอนุกรมเทย์เลอร์และอนุกรมแมคลอริน (Taylor and Maclaurin Series) สามารถเขียนสมการได้ดังสมการที่ 2.51 และ 2.52

$$\frac{\partial T}{\partial t}(x_i, t_n) \cong \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} \quad (2.51)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x_i, t_n) \cong \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{\Delta x^2} \quad (2.52)$$

ดังนั้นเมื่อนำสมการที่ 2.51 และ 2.52 แทนค่าในสมการที่ 2.50 จะสามารถเขียนสมการสำเร็จของวิธี Explicit ได้ดังสมการที่ 2.53

$$\frac{1}{\alpha} \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{\Delta x^2} \quad (2.53)$$

ดังนั้นเมื่อกำหนดให้ $R = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2}$ จะสามารถเขียนสมการคำนวณอุณหภูมิได้ดังสมการที่ 2.54

$$T_i^{n+1} = R(T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n) \quad (2.54)$$

การคำนวณโดยการใช่วิธี Explicit ทำให้ได้คำตอบของอุณหภูมิโดยมีที่มาจากการประมาณค่าอุณหภูมิที่เวลาถัดไป ($n + 1$) จากค่าอุณหภูมิที่มี ณ ปัจจุบัน (n) ของตำแหน่งข้างเคียงและตำแหน่งที่ต้องการคำนวณ ($i - 1, i, i + 1$) ดังนั้นคำตอบของวิธี Explicit อยู่ในรูปของเมตริกค่าอุณหภูมิที่ตำแหน่งระยะจากพื้นผิวโลหะและเวลาดังสมการที่ 2.55

$$T_{(x,t)} = \begin{bmatrix} T_{(0,0)} & T_{(0.25,0)} & T_{(0.5,0)} & T_{(0.75,0)} & T_{(1,0)} \\ T_{(0,0.0025)} & T_{(0.25,0.0025)} & T_{(0.5,0.0025)} & T_{(0.75,0.0025)} & T_{(1,0.0025)} \\ T_{(0,0.0050)} & T_{(0.25,0.0050)} & T_{(0.5,0.0050)} & T_{(0.75,0.0050)} & T_{(1,0.0050)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

2.7.2 Implicit Method

วิธีการคำนวณสมการแบบวิธี Implicit ใช้สำหรับการคำนวณสมการความร้อนที่ใช้การคำนวณแบบ Backward Difference สำหรับเวลาใดๆ (t_{n+1}) และใช้การคำนวณแบบ Central Difference สำหรับระยะความลึกจากพื้นผิวแผ่นเหล็ก (x_i) ทำให้สามารถคำนวณสมการความร้อนได้ดังต่อไปนี้

กำหนดให้สมการความร้อนมีการถ่ายเทความร้อน 1 มิติและไม่มีแหล่งความร้อนภายในเป็นดังสมการที่ 2.56

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}(x_i, t_n) = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x_i, t_n) \quad (2.56)$$

การคำนวณ $\frac{\partial T}{\partial t}(x_i, t_n)$ และ $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x_i, t_n)$ ใช้วิธีการของอนุกรมเทย์เลอร์และอนุกรมแมคลอริน (Taylor and Maclaurin Series) สามารถเขียนสมการได้ดังสมการที่ 2.57 และ 2.58

$$\frac{\partial T}{\partial t}(x_i, t_n) \cong \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} \quad (2.57)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x_i, t_n) \cong \frac{T_{i+1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i-1}^{n+1}}{\Delta x^2} \quad (2.58)$$

ดังนั้นเมื่อนำสมการที่ 2.57 และ 2.58 แทนค่าในสมการที่ 2.56 จะสามารถเขียนสมการสำเร็จของวิธี Fully Implicit ได้ดังสมการที่ 2.59

$$\frac{1}{\alpha} \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = \frac{T_{i+1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i-1}^{n+1}}{\Delta x^2} \quad (2.59)$$

ดังนั้นเมื่อกำหนดให้ $R = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2}$ จะสามารถเขียนสมการคำนวณอุณหภูมิได้ดังสมการที่ 2.60

$$T_i^n = -RT_{i+1}^{n+1} + (2R + 1)T_i^{n+1} - RT_{i-1}^{n+1} \quad (2.60)$$

การคำนวณคำตอบสามารถใช้ระบบสมการเขียนโดยใช้ระบบสมการที่ 2.61 2.62 และ 2.63

$$-RT_{i+1}^{n+1} + (2R + 1)T_i^{n+1} - RT_{i-1}^{n+1} = T_i^n \quad (2.61)$$

$$-RT_{i+2}^{n+1} + (2R + 1)T_{i+1}^{n+1} - RT_{i+1}^{n+1} = T_{i+1}^n \quad (2.62)$$

$$-RT_{i+3}^{n+1} + (2R + 1)T_{i+2}^{n+1} - RT_{i+1}^{n+1} = T_{i+2}^n \quad (2.63)$$

การคำนวณโดยใช้วิธี Fully Implicit ทำให้ได้คำตอบของอุณหภูมิโดยมีที่มาจากการประมาณค่าอุณหภูมิที่เวลาปัจจุบัน (n) จากค่าอุณหภูมิที่มีในเวลาที่ผ่านไป ($n + 1$) ของตำแหน่งข้างเคียงและตำแหน่งที่ต้องการคำนวณ ($i - 1, i, i + 1$) ดังนั้นคำตอบของวิธี Explicit อยู่ในรูปของเมตริกค่าอุณหภูมิที่ตำแหน่งระยะจากพื้นผิวโลหะและเวลาดังสมการที่ 2.64

$$T_{(x,t)} = \begin{bmatrix} T_{(0,0)} & T_{(0.25,0)} & T_{(0.5,0)} & T_{(0.75,0)} & T_{(1,0)} \\ T_{(0,0.0025)} & T_{(0.25,0.0025)} & T_{(0.5,0.0025)} & T_{(0.75,0.0025)} & T_{(1,0.0025)} \\ T_{(0,0.0050)} & T_{(0.25,0.0050)} & T_{(0.5,0.0050)} & T_{(0.75,0.0050)} & T_{(1,0.0050)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

2.7.3 Crank-Nicolson Method

วิธีการคำนวณสมการแบบวิธี Crank-Nicolson ใช้สำหรับการคำนวณสมการความร้อนที่ใช้การคำนวณแบบ Central Difference สำหรับเวลาใดๆ (t_{n+1}) และใช้การคำนวณแบบ Central Difference สำหรับระยะความลึกจากพื้นผิวแผ่นเหล็ก (x_i) ทำให้สามารถคำนวณสมการความร้อนได้ดังต่อไปนี้

กำหนดให้สมการความร้อนมีการถ่ายเทความร้อน 1 มิติและไม่มีแหล่งความร้อนภายในเป็นดังสมการที่ 2.65

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}(x_i, t_n) = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x_i, t_n) \quad (2.65)$$

การคำนวณ $\frac{\partial T}{\partial t}(x_i, t_n)$ และ $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x_i, t_n)$ ใช้วิธีการของอนุกรมเทย์เลอร์และอนุกรมแมคลอริน (Taylor and Maclaurin Series) สามารถเขียนสมการได้ดังสมการที่ 2.66 และ 2.67

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา 21 และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{\partial T}{\partial t}(x_i, t_n) \cong \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} \quad (2.66)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(x_i, t_n) \cong \frac{(T_{i+1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i-1}^{n+1}) + (T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n)}{2\Delta x^2} \quad (2.67)$$

ดังนั้นเมื่อนำสมการที่ 2.66 และ 2.67 แทนค่าในสมการที่ 2.65 จะสามารถเขียนสมการสำเร็จของวิธี Crank-Nicolson ได้ตั้งสมการที่ 2.68

$$\frac{1}{\alpha} \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\Delta t} = \frac{(T_{i+1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i-1}^{n+1}) + (T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n)}{2\Delta x^2} \quad (2.68)$$

เมื่อกำหนดให้ $R = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2}$ จะสามารถเขียนสมการคำนวณอุณหภูมิได้ตั้งสมการที่ 2.69 2.70 และ 2.71

$$-RT_{i+1}^{n+1} + (2 + 2R)T_i^{n+1} - RT_{i-1}^{n+1} = RT_{i+1}^n + (2 - 2R)T_i^n + RT_{i-1}^n \quad (2.69)$$

$$-RT_{i+2}^{n+1} + (2 + 2R)T_{i+1}^{n+1} - RT_i^{n+1} = RT_{i+2}^n + (2 - 2R)T_{i+1}^n + RT_i^n \quad (2.70)$$

$$-RT_{i+3}^{n+1} + (2 + 2R)T_{i+2}^{n+1} - RT_{i+1}^{n+1} = RT_{i+3}^n + (2 - 2R)T_{i+2}^n + RT_{i+1}^n \quad (2.71)$$

การคำนวณโดยใช้วิธี Crank-Nicolson จะมีวิธีการคำนวณคล้ายกับวิธี Explicit และวิธี Implicit ซึ่งได้คำตอบอุณหภูมิอยู่ในรูปของเมตริกตั้งสมการที่ 2.72

$$T_{(x,t)} = \begin{bmatrix} T_{(0,0)} & T_{(0,25,0)} & T_{(0,5,0)} & T_{(0,75,0)} & T_{(1,0)} \\ T_{(0,0,0.0025)} & T_{(0,25,0.0025)} & T_{(0,5,0.0025)} & T_{(0,75,0.0025)} & T_{(1,0.0025)} \\ T_{(0,0,0.0050)} & T_{(0,25,0.0050)} & T_{(0,5,0.0050)} & T_{(0,75,0.0050)} & T_{(1,0.0050)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

2.8 แนวคิดการประยุกต์วิธี Finite Difference ในการทำนายโครงสร้างของโลหะแผ่นบาง

จากงานวิจัยต่างๆ พบว่าขณะทำการชุบแข็งโลหะที่มีอัตราการเย็นตัวแตกต่างกันส่งผลให้โครงสร้างจุลภาคของโลหะหลังกระบวนการชุบแข็งแตกต่างกันและหากทราบอัตราการเย็นตัวของโลหะจะสามารถทราบโครงสร้างจุลภาคของโลหะด้วย อัตราการเย็นตัวสามารถประมาณได้จากการใช้ระเบียบการเชิงเส้นซึ่งมีอยู่หลายวิธีแต่ปริณูฐานพันธ์ฉบับนี้จะเสนอระเบียบการเชิงเส้นวิธี Finite Difference เนื่องจากเป็นวิธีที่มีขั้นตอนการคำนวณที่ไม่ซับซ้อนต่อการทำนายโครงสร้างจุลภาคและนำผลการคำนวณค่าอุณหภูมิมาประยุกต์ใช้ร่วมกันระหว่างแผนภูมิการเย็นตัวของโลหะเพื่อทราบอัตราการเย็นตัวและแผนภูมิการแปลงเฟสแบบการเย็นตัวอย่างต่อเนื่องเพื่อการทำนายโครงสร้างจุลภาค

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา 22 จะต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.9 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

สุรัตน์ ตรียวนพงศ์ วรญา วัฒนจิตสิริ และกิตติพงษ์ กิมะพงศ์ (2559) [5] ศึกษาโครงสร้างจุลภาคและความต้านทานการสึกหรอของโลหะเชื่อมพอกแข็งบนพื้นผิวเหล็กกล้าคาร์บอนปานกลาง JIS-S50C โดยการศึกษาได้ทำการตรวจสอบโครงสร้างจุลภาคด้วยกล้องจุลทรรศน์แบบแสงและวัดขนาดเกรนของชิ้นงานที่ผ่านการเชื่อมด้วยการเชื่อมอาร์ลวดหุ้มฟลักซ์และนำมาทำการทดสอบการสึกหรออ้างอิงตามมาตรฐาน ASTM G65 ผลการทดลองสรุปได้ว่าอุณหภูมิอุณหภูมิต่ำและอุณหภูมิระหว่างเชื่อมที่ลดลงส่งผลทำให้ความแข็งของโลหะเชื่อมเพิ่มสูงและยังส่งผลทำให้เพิ่มความต้านทานการสึกหรอของโลหะเชื่อมด้วย และจำนวนชั้นโลหะเชื่อมที่เพิ่มขึ้นส่งผลต่อความแข็งและความต้านทานการสึกหรอของโลหะเชื่อมให้มีค่าเพิ่มขึ้นเนื่องจากการลดความละเอียดและการกระจายตัวของเฟสเสริมความแข็งในโลหะเชื่อม

วงพงศ์ บุญช่วยแทน จักรนรินทร์ ฉัตรทอง และชาติรี หอมเขียว (2556) [3] ศึกษากระบวนการทางความร้อน T6 หลังการเชื่อมเสียดทานแบบกวนของอะลูมิเนียมหล่อกิ่งของแข็ง 6061 โดยการศึกษาจะศึกษาที่ความเร็วรอบหมุนเชื่อม 3 ระดับและความเร็วเดินเชื่อม 3 ระดับ พบว่าเมื่อใช้ความเร็วรอบหมุนเชื่อมที่ระดับ 1400 รอบต่อนาทีและความเร็วเดินเชื่อม 80 มิลลิเมตรต่อนาทีจะให้ความแข็งแรงเฉลี่ยสูงสุดที่ 177.53 เมกะปาสคาลและเนื้อโลหะในส่วนที่ไม่ได้รับผลกระทบทางความร้อนจากการเชื่อมชิ้นงานที่ผ่านกระบวนการทางความร้อน T6 มีค่าเฉลี่ยความแข็งแรงสูงกว่าชิ้นงานที่ไม่ผ่านกระบวนการทางความร้อน T6 เมื่อส่องดูโครงสร้างจุลภาคด้วยกล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอน (SEM) เนื้อโลหะเดิมที่ไม่ผ่านกระบวนการทางความร้อน T6 มีขนาดเกรนใหญ่กว่า

S.Raygan, J. Rassizadehghani, and M. Askari (2008) [15] ศึกษาโครงสร้างจุลภาคและคุณสมบัติผิวของเหล็กกล้าคาร์บอนปานกลาง AISI 1045 ที่ผ่านกระบวนการชุบแข็งในเกลืออัลคาไลน์และน้ำมัน “Comparison of Microstructure and Surface Properties of AISI 1045 Steel After Quenching in hot Alkaline Salt Bath and Oil” ในการศึกษาทดลองโดยการให้ความร้อนชิ้นงานจนถึงอุณหภูมิ 845 องศาเซลเซียสทิ้งไว้ 1 ชั่วโมงหลังจากนั้นนำชิ้นงานไปทำการชุบแข็งในเกลือ 60% โปรแตสเซียมไฮดรอกไซด์ผสมกับ 40% โซเดียมไฮดรอกไซด์อุณหภูมิ 205 องศาเซลเซียส ชุบแข็งใน 60% โปรแตสเซียมไฮดรอกไซด์ผสมกับ 40% โซเดียมไฮดรอกไซด์และเพิ่มเติมน้ำอีก 5% โดยน้ำหนักที่อุณหภูมิ 205 องศาเซลเซียสและชุบแข็งในน้ำมันเครื่องที่อุณหภูมิห้องพบว่าชิ้นงานที่ชุบแข็งในน้ำมันเครื่องมี

โครงสร้าง Ferrite อยู่แต่ในชิ้นงานที่ชุบแข็งในเกลืออัลคาไลน์ไม่มีความหยาบของผิวชิ้นงานหลังการชุบแข็งชิ้นงานที่ชุบแข็งในน้ำมันเครื่องจะหยาบความชิ้นงานที่ชุบแข็งด้วยเกลืออัลคาไลน์

Wichan Chuaiphan, Loeshpahn Srigaroenpramong, and Dumromgrit Pinpradub (2013) [16] ศึกษาผลกระทบที่เกิดจากการกระบวนการทางความร้อนชุบแข็งโดยตรวจสอบโครงสร้างจุลภาคและคุณสมบัติทางกายภาพของเหล็กกล้าคาร์บอนปานกลาง AISI 1045 ที่ใช้สำหรับใบมีดเครื่องตัดหญ้า ในการศึกษาจะส่องกล้องจุลทรรศน์ดูโครงสร้างจุลภาคของชิ้นงานที่ผ่านการกระบวนการทางความร้อนชุบแข็งในน้ำ น้ำมัน และอากาศ ตามลำดับ โดยเริ่มต้นจะในความร้อนจนชิ้นงานมีอุณหภูมิ 860 องศาเซลเซียสทิ้งไว้ 30 นาทีหลังจากนั้นลดอุณหภูมิอย่างรวดเร็วโดยการนำไปชุบแข็งโดยน้ำ น้ำมัน และอากาศ ผลการทดลองพบว่าโครงสร้างของชิ้นงานที่จุ่มน้ำเป็นโครงสร้าง Martensite ส่วนมากและชิ้นงานที่จุ่มในน้ำมันมี Martensite ผสมอยู่กับ Pearlite แต่ชิ้นงานที่ทิ้งไว้ในอากาศพบแต่ Pearlite และ Ferrite เท่านั้นส่วนด้านความแข็งนั้น ชิ้นงานที่จุ่มน้ำมีความแข็งมากที่สุด

Praveen Kumar Gupta, Jitendra Singh, K.N. Rai, and S.K. Rai (2013) [14] ศึกษาการแก้ปัญหาการถ่ายเทความร้อนจากเนื้อเยื่อขณะเกิดภาวะอุณหภูมิสูงผิดปกติโดยวิธี Finite Difference “Solution of the heat transfer problem in tissues during hyperthermia by finite difference-decomposition method” ในการศึกษาได้ใช้ระเบียบการเชิงตัวเลขเพื่อแก้ปัญหาการถ่ายเทความร้อนและเปรียบเทียบผลที่ได้จากการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขขอบทั้งหมดสามเงื่อนไขขอบหนึ่งคือกำหนดให้ผิวขอบมีอุณหภูมิคงที่ สองกำหนดให้ที่ผิวขอบมีฟลักซ์ความร้อนคงที่ และสามคือที่ขอบมีการพาความร้อนเท่ากับค่าใดๆ พบว่าทั้งที่เงื่อนไขขอบอุณหภูมิคงที่ให้ค่าที่ใกล้เคียงกับวิธีที่ให้ค่าที่แน่นอนมากที่สุด

Akil J. Harfash (2007) [8] ศึกษาการประมาณค่าสมการความร้อนสามมิติในระดับไมโครสเกลสำหรับวิธี Finite difference “High accuracy finite difference scheme for three-dimensional microscale heat equation” ในการศึกษาได้เปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนจากการประมาณค่าสมการความร้อนด้วยวิธี Finite Difference แบบวิธี Crank-Nicolson ระหว่างการใช้อนุพันธ์อันดับสอง และอนุพันธ์อันดับสี่และระหว่างที่ความต่างของเวลาในแต่ละอันดับคือ 0.0005 วินาทีกับที่ 0.0001 วินาทีพบว่าหากใช้อนุพันธ์อันดับสี่จะให้ผลที่แม่นยำกว่าทั้งกรณีที่มีความต่างของเวลาในแต่ละอันดับคือ 0.0005 และ 0.0001 วินาที

Francisco J. Domínguez-Mota, Sanzon Mendoza Armenta, G. Tinoco-Guerrero, and J.G. Tinoco-Ruiz (2014) [11] ศึกษาเงื่อนไขที่เหมาะสมสำหรับการแก้สมการความร้อนแบบอนุกรมมิติไม่คงที่ด้วยวิธี Finite Difference “Finite difference schemes satisfying an optimality condition for unsteady heat equation” งานวิจัยนี้ได้เสนอสูตรของการแก้ปัญหสมการความร้อนแบบอนุกรมมิติไม่คงที่ด้วยระเบียบการเชิงเส้นโดยวิธี Finite Difference แบบวิธี Crank-Nicolson ในสองบวกหนึ่งมิติ โดยการจำลองพื้นที่ของประเทศต่างๆ และวิเคราะห์การพาความร้อนที่เข้าสู่และออกจากประเทศ

Yan Gu, Jun Lei, Chia-Ming Fan, and Xiao-Qiao He (2018) [17] ศึกษาการใช้วิธี Finite Difference สำหรับการแก้ปัญหสมการความร้อนสามมิติในกรณีเวลาผกผันกับแหล่งกำเนิดความร้อน “The generalized finite difference method for an inverse time-dependent source problem associated with three-dimensional heat equation” งานวิจัยนี้เสนอการใช้ระเบียบการเชิงเส้นในการแก้ปัญหการนำความร้อนจากแหล่งกำเนิดความร้อนเข้าสู่ชิ้นงานที่สนใจสามมิติ โดยใช้วิธี Finite Difference แบบวิธี Crank-Nicolson และแบบ GFDM สำหรับพื้นที่ที่ไม่ต่อเนื่อง

Darius Mottaghy, and Lydia Dijkshoorn (2012) [9] ศึกษาการถ่ายเทความร้อนและมวลของ หลุมชุดเจาะ โดยใช้วิธี Finite Difference “Implementing an effective finite difference formulation for borehole heat exchangers into a heat and mass transport code” สำหรับการศึกษาดูแบบสูตรการคำนวณและแบบจำลองสำหรับหลุมชุดเจาะโดยใช้วิธี Finite Difference เพื่อให้ทราบพลั๊กความร้อนและมวลที่ถ่ายเทจากการปรับเปลี่ยนตัวแปรต่างๆ ของหลุมชุดเจาะแบบ U-shaped

Jian Chen, Yan GU, Maohai Wang, Wen Chen, and Lianguang Liu (2017) [13] ศึกษา การใช้วิธี Finite Difference สำหรับการเคลื่อนที่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าสามมิติ “Application of the generalized finite difference method to three-dimensional transient electromagnetic problems” ในการศึกษาได้ประยุกต์ระเบียบการเชิงเส้นแบบวิธี Finite Difference และสมการของ Maxwell เพื่อศึกษาการเคลื่อนที่ของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในแบบจำลองสามมิติของรูปทรงพื้นฐานต่างๆ

บทที่ 3

วิธีการดำเนินงาน

ในการทำนายโครงสร้างจุลภาคของโลหะแผ่นบางที่ผ่านกระบวนการชุบแข็ง ด้วยการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะแบ่งการศึกษาเป็น 2 ส่วนหลักๆ คือ ส่วนที่ 1 เลือกวิธีการจากวิธี Finite Difference ที่เหมาะสมต่อการทำนายอุณหภูมิของโลหะแผ่นบางโดยอุณหภูมิที่พื้นผิวเปลี่ยนแปลงตามเวลา และส่วนที่ 2 นำวิธีการที่เหมาะสมจากวิธี Finite Difference ที่ได้จากส่วนที่ 1 มาประยุกต์ใช้กับการทำนายโครงสร้างจุลภาคของโลหะแผ่นบางในกระบวนการชุบแข็ง

3.1 เลือกวิธีการคำนวณจากวิธี Finite Difference ที่เหมาะสมต่อการทำนายอุณหภูมิของโลหะแผ่นบาง

การทำนายอุณหภูมิของโลหะแผ่นบางโดยการใช่วิธี Finite Difference มีสมการที่สามารถคำนวณอุณหภูมิโดยใช้เงื่อนไขและฟังก์ชันอุณหภูมิขอบในการทำนายอุณหภูมิภายในแผ่นโลหะและมีความเหมาะสมต่อประเภทของการศึกษาทั้งหมด 3 วิธีการคือวิธี Explicit วิธี Implicit และวิธี Crank-Nicolson ดังนั้นจึงต้องนำผลการคำนวณอุณหภูมิของวิธีการทั้ง 3 วิธีข้างต้นเปรียบเทียบกับผลการคำนวณของวิธี Separation Variable เพื่อให้ทราบว่าสมการการใดของวิธี Finite Difference ที่ให้ผลการคำนวณอุณหภูมิตความเที่ยงตรงมากที่สุด จึงแบ่งขั้นตอนการคำนวณออกเป็น 5 ขั้นตอนและมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

3.1.1 คำนวณอุณหภูมิด้วยวิธี Separation Variable

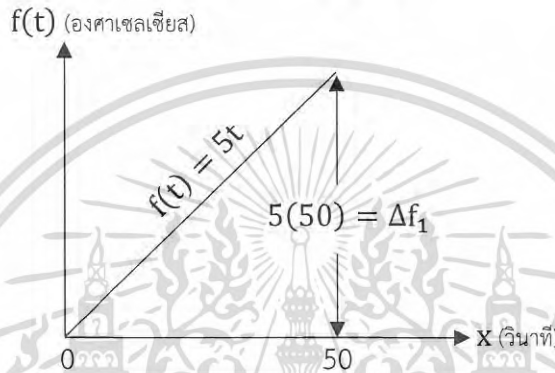
จากสมการคำตอบของตัวอย่างการคำนวณหัวข้อ 2.6 สมการที่ 2.35 และสมการที่ 2.36 สามารถนำสมการคำตอบที่ได้กำหนดสมการขอบและเงื่อนไขของตัวแปรต่างๆ เพื่อคำนวณค่าอุณหภูมิภายในแผ่นเหล็กบางและใช้ผลการคำนวณที่ได้เป็นค่าอุณหภูมิอ้างอิงในการเปรียบเทียบกับวิธีทั้ง 3 วิธี (Explicit Method, Implicit Method, and Crank-Nicolson Method) ของวิธี Finite Difference ซึ่งในการศึกษาได้กำหนดสมการและเงื่อนไขขอบดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา 26 จะต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนดให้ใช้โลหะชนิด AISI 1045 แผ่นโลหะมีความกว้างและความยาวขนาด 1 เมตร มีความหนาขนาด 1 มิลลิเมตร บริเวณพื้นผิวด้านซ้ายของแผ่นโลหะ $x = 0$ มิลลิเมตร มีอุณหภูมิเป็น 0 องศาเซลเซียส ตลอดเวลาอุณหภูมิที่พื้นผิวด้านขวาของแผ่นโลหะ $x = 1$ มิลลิเมตร มีการแปรผันของอุณหภูมิไปตามเวลา อธิบายได้ด้วยฟังก์ชันต่อไปนี้และสามารถแสดงแผนภูมิของฟังก์ชันที่ 3.2 ได้ตามรูปที่ 3.1

$$\tau_1 = 50 \text{ s} \quad (3.1)$$

$$f(t) = \begin{cases} 5t & ; \quad 0 < t < 50 \\ 0 & ; \quad t > 50 \end{cases} \quad (^\circ\text{C}) \quad (3.2)$$



รูปที่ 3.1 แผนภูมิฟังก์ชันสมการที่ 3.2

จากนั้นทำการคำนวณค่าอุณหภูมิของแผ่นโลหะที่ระดับความลึก 0.00 มิลลิเมตร 0.25 มิลลิเมตร 0.50 มิลลิเมตร 0.75 มิลลิเมตร และ 1 มิลลิเมตร จากพื้นผิวด้านซ้ายของแผ่นโลหะและคำนวณค่าอุณหภูมิทุกๆ 0.0025 วินาทีเพื่อให้ข้อมูลมีความละเอียดเที่ยงตรง สามารถเขียนเงื่อนไขขอบได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial \phi(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 \phi(x,t)}{\partial x^2} \quad \text{เมื่อ } 0 < x < 1 \quad \text{และ } t > 0 \quad (3.3)$$

$$\phi(x,t) = 0 \quad \text{เมื่อ } x = 0 \quad \text{และ } t > 0 \quad (3.4)$$

$$\phi(x,t) = 1 \quad \text{เมื่อ } x = 1 \quad \text{และ } t > 0 \quad (3.5)$$

$$\phi(x,t) = 0 \quad \text{เมื่อ } t = 0 \quad (3.6)$$

เมื่อคำนวณค่าอุณหภูมิจากการแทนค่าระดับความลึกจากพื้นผิวโลหะและระยะเวลาลงในสมการที่ 3.7 และ 3.8

เมื่อ $t < 50$

$$T_{(x,t)} = 5 \frac{x}{4} t + 2.5 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{\alpha \beta_m^3} (1 - e^{-\alpha \beta_m^2 t}) \sin \beta_m x \quad (3.7)$$

เมื่อ $t > 50$

$$T_{(x,t)} = \int_{\tau=0}^{50} \phi_{(x,t-50)} \frac{df}{d\tau} d\tau + \phi_{(x,t-50)} \Delta f(50) + \int_{50}^t \phi_{(x,t-50)} \frac{df}{d\tau} d\tau \quad (3.8)$$

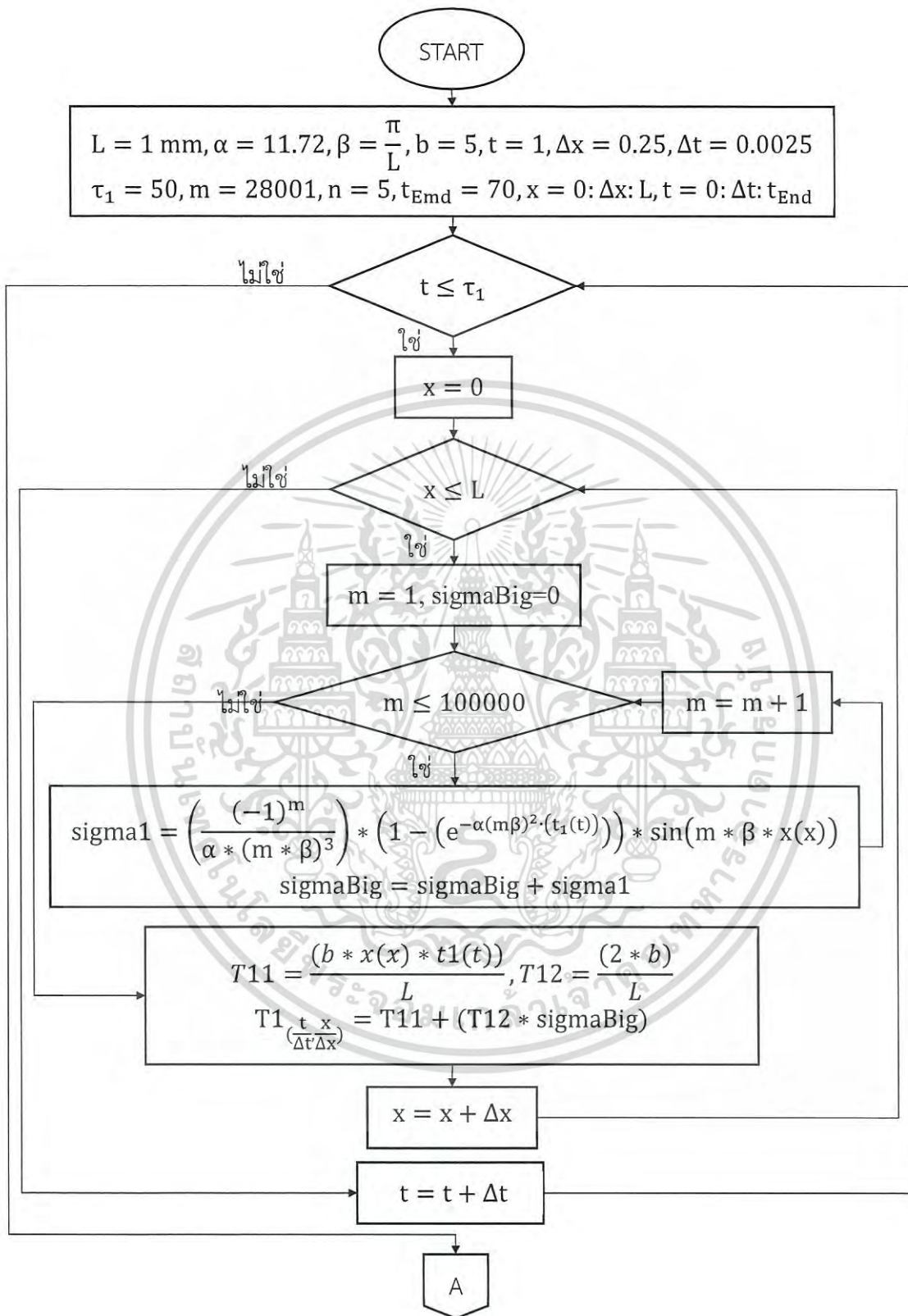
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์โดย สำนักพิมพ์วิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ขอสงวนสิทธิ์ในเนื้อหาและรูปภาพที่ปรากฏในเอกสารนี้ ไม่ว่าการณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา 27 ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และจัดเก็บค่าอุณหภูมิอยู่ในรูปของเมตริกดังสมการที่ 3.9

$$T_{(x,t)} = \begin{bmatrix} T_{(0,0)} & T_{(0.25,0)} & T_{(0.5,0)} & T_{(0.75,0)} & T_{(1,0)} \\ T_{(0,0.0025)} & T_{(0.25,0.0025)} & T_{(0.5,0.0025)} & T_{(0.75,0.0025)} & T_{(1,0.0025)} \\ T_{(0,0.0050)} & T_{(0.25,0.0050)} & T_{(0.5,0.0050)} & T_{(0.75,0.0050)} & T_{(1,0.0050)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

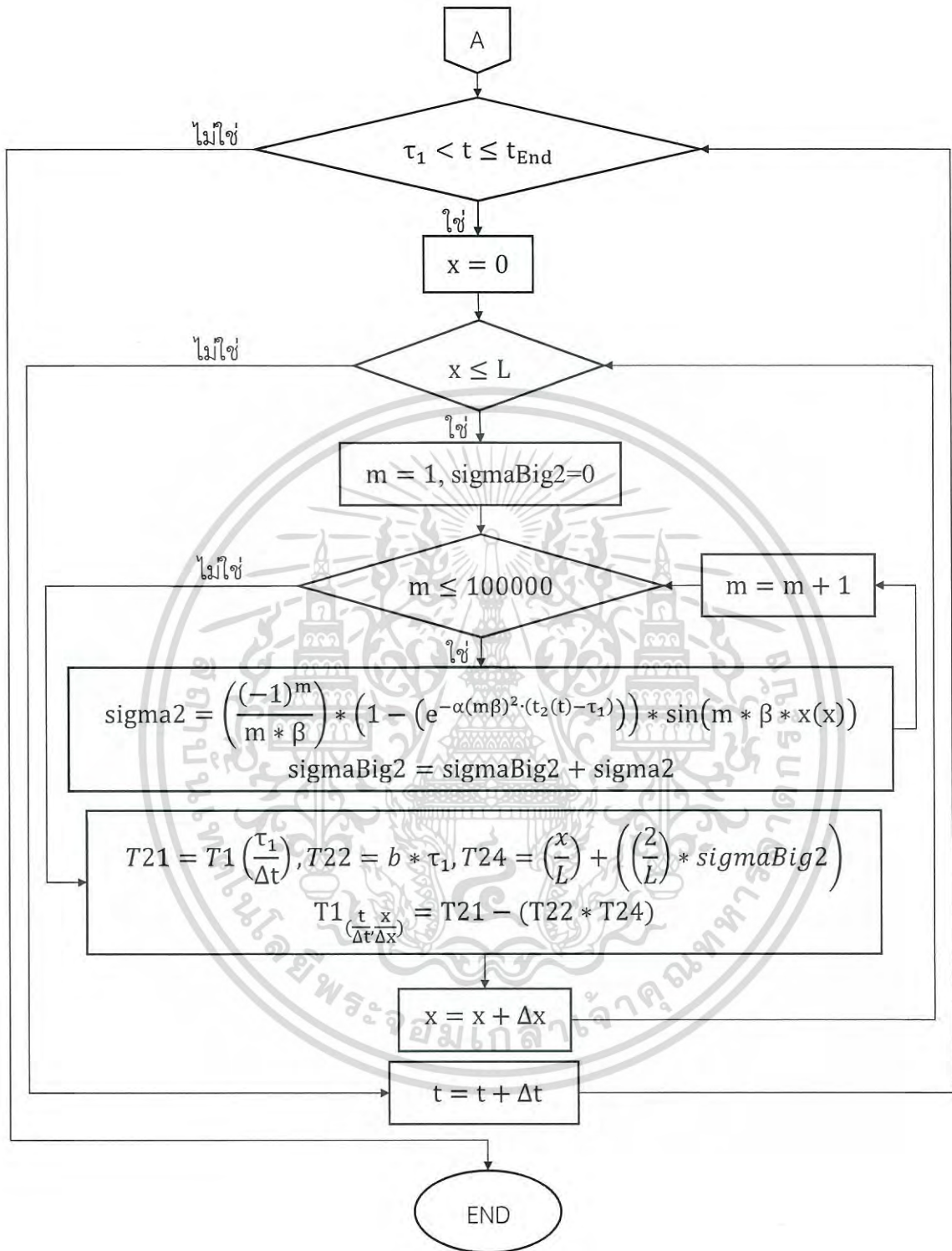
การคำนวณค่าอุณหภูมิด้วยวิธี Separation Variable สามารถคำนวณได้โดยแทนค่าระดับความลึกและระยะเวลาลงในสมการคำตอบสมการที่ 3.7 และสมการที่ 3.8 และเนื่องจากค่าอุณหภูมิที่ต้องการความละเอียดจึงจำเป็นต้องคำนวณค่าอุณหภูมิเป็นจำนวนมากจึงจำเป็นต้องใช้โปรแกรม MATLAB ช่วยในการคำนวณ โดยสามารถออกแบบการใช้โปรแกรม MATLAB ช่วยคำนวณได้ตามแผนผังการเขียนโปรแกรมช่วยคำนวณวิธี Separation Variable ได้ดังรูปที่ 3.2





รูปที่ 3.2 แผนผังการเขียนโปรแกรมช่วยคำนวณวิธี Separation Variable

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา 29 ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.2 (ต่อ)

จากนั้นจัดเก็บค่าอนุกรมในรูปแบบของตารางลงในโปรแกรม Microsoft Excel เพื่อง่ายต่อการเก็บข้อมูล และใช้เป็นค่าอ้างอิงในการเปรียบเทียบ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา 30 ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3.1 ตัวอย่างรูปแบบการจัดเก็บข้อมูลโดยใช้โปรแกรม Microsoft Excel

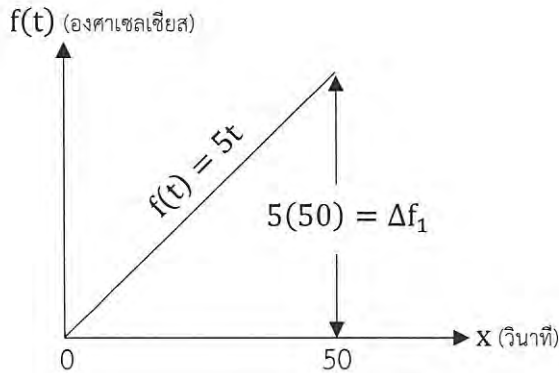
เวลา (วินาที)	ระดับความลึก (มิลลิเมตร)				
	0	1	2	3	4
0					
0.025					
0.05					
0.075					
0.1					
0.125					
0.15					

3.1.2 คำนวณอุณหภูมิด้วยวิธี Finite Difference โดยวิธีการ Explicit

จากตัวอย่างการคำนวณหัวข้อ 2.6 ทำการประยุกต์นำวิธีการ Explicit จากหัวข้อ 2.7 ใช้ในการคำนวณแทนการใช้วิธี Separation Variable และมีการกำหนดสมการและเงื่อนไขขอบดังต่อไปนี้ กำหนดให้ใช้โลหะชนิด AISI 1045 แผ่นโลหะมีความกว้างและความยาวขนาด 1 เมตร มีความหนาขนาด 1 มิลลิเมตร บริเวณพื้นผิวด้านซ้ายของแผ่นโลหะ ($x = 0$ มิลลิเมตร) มีอุณหภูมิเป็น 0 องศาเซลเซียส ตลอดเวลาอุณหภูมิที่พื้นผิวด้านขวาของแผ่นโลหะ ($x = 1$ มิลลิเมตร) มีการแปรผันของอุณหภูมิไปตามเวลาอธิบายได้ด้วยฟังก์ชันต่อไปนี้และสามารถแสดงแผนภูมิของฟังก์ชันที่ 3.11 ได้ตามรูปที่ 3.3

$$\tau_1 = 50 \text{ s} \quad (3.10)$$

$$f(t) = \begin{cases} 5t & ; & 0 < t < 50 \\ 0 & ; & t > 50 \end{cases} \quad (^\circ\text{C}) \quad (3.11)$$



รูปที่ 3.3 แผนภูมิฟังก์ชันสมการที่ 3.11

จากนั้นทำการคำนวณค่าอุณหภูมิของแผ่นโลหะที่ระดับความลึก 0.00 มิลลิเมตร 0.25 มิลลิเมตร 0.50 มิลลิเมตร 0.75 มิลลิเมตร และ 1 มิลลิเมตร จากพื้นผิวด้านซ้ายของแผ่นโลหะและคำนวณค่าอุณหภูมิทุกๆ 0.0025 วินาที โดยคำนวณค่าอุณหภูมิจากการแทนค่าระดับความลึกจากพื้นผิวโลหะและระยะเวลาในสมการที่ 3.12

$$T_i^{n+1} = R(T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n) \quad \text{เมื่อ } R = \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \quad (3.12)$$

และจัดเก็บค่าอุณหภูมิต่างๆไว้ในรูปของเมตริกดังสมการที่ 3.13

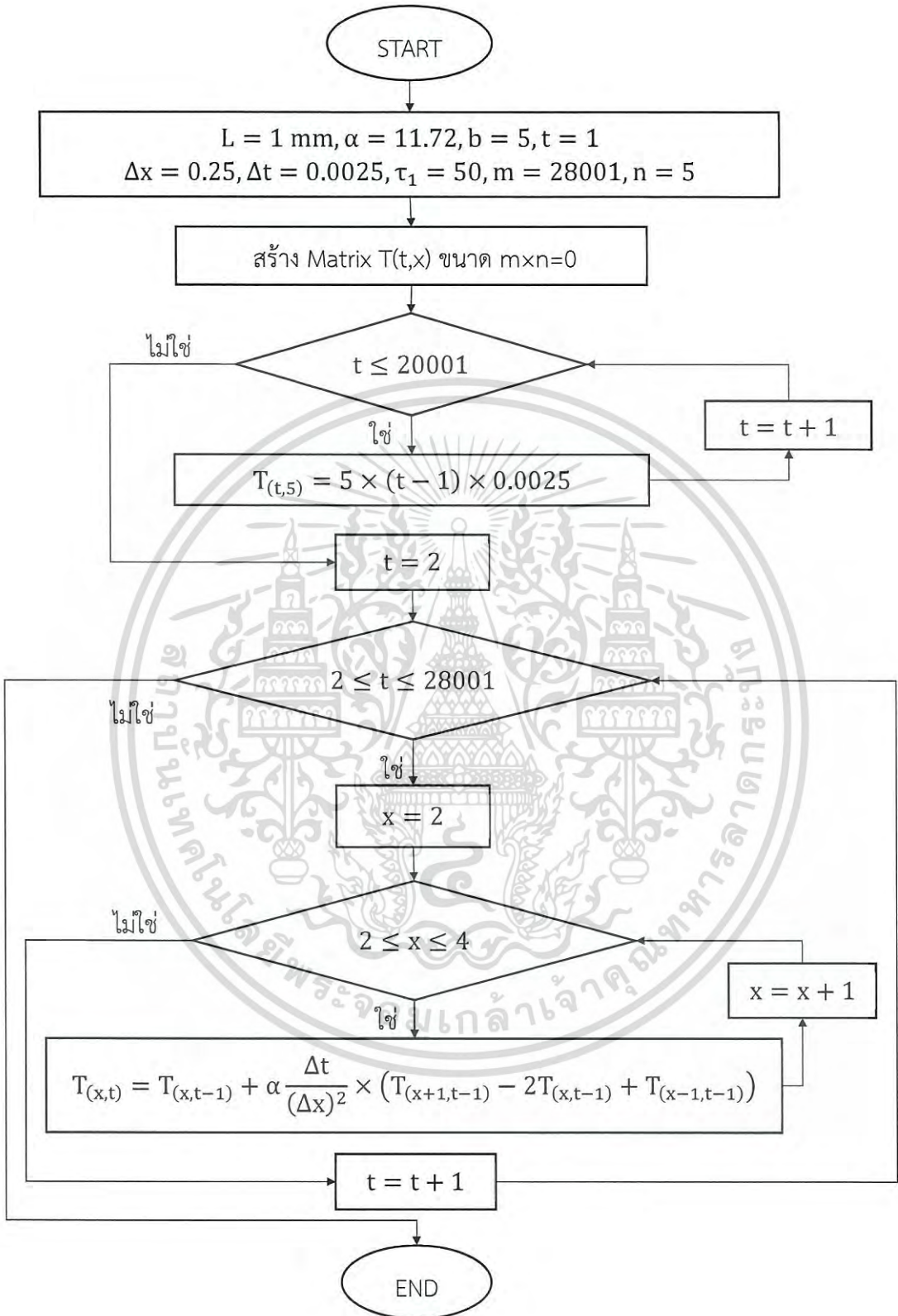
$$T_{(x,t)} = \begin{bmatrix} T_{(0,0)} & T_{(0.25,0)} & T_{(0.5,0)} & T_{(0.75,0)} & T_{(1,0)} \\ T_{(0,0.0025)} & T_{(0.25,0.0025)} & T_{(0.5,0.0025)} & T_{(0.75,0.0025)} & T_{(1,0.0025)} \\ T_{(0,0.0050)} & T_{(0.25,0.0050)} & T_{(0.5,0.0050)} & T_{(0.75,0.0050)} & T_{(1,0.0050)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

เนื่องจากที่เวลา (t) มีค่าเป็น 0 วินาที อุณหภูมิของแผ่นโลหะทุกตำแหน่งเป็น 0 องศาเซลเซียสและอุณหภูมิที่ขอบด้านซ้ายของแผ่นโลหะบาง (x = 0 มิลลิเมตร) จะเท่ากับ 0 องศาเซลเซียสด้วย แต่อุณหภูมิที่ขอบอีกด้านจะเปลี่ยนแปลงตามฟังก์ชัน f(t) ดังสมการที่ 3.11 ดังนั้นเมื่อแทนค่าอุณหภูมิต่างๆที่ทราบจากเงื่อนไขขอบลงในเมตริกคำตอบจะได้ดังสมการที่ 3.14

$$T_{(x,t)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{(0.25,0.0025)} & T_{(0.5,0.0025)} & T_{(0.75,0.0025)} & 0.0125 \\ 0 & T_{(0.25,0.0050)} & T_{(0.5,0.0050)} & T_{(0.75,0.0050)} & 0.0250 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & T_{(0.25,50)} & T_{(0.5,50)} & T_{(0.75,50)} & 250 \\ 0 & T_{(0.25,50.0025)} & T_{(0.5,50.0025)} & T_{(0.75,50.0025)} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

หลังจากนั้นจึงเริ่มหาค่าอนุกรมที่ยังไม่รู้โดยใช้สมการที่ 3.8 เมื่อแทนค่าสมการด้วยอนุกรม θ ตำแหน่งความลึกจากพื้นผิวโลหะและระยะเวลาที่มีอยู่แล้วจะสามารถหาค่าอนุกรมถัดไปได้ตามลำดับ เช่นเมื่อหาค่าอนุกรม θ เวลา $t=0.0025$ วินาที จะต้องใช้ค่าของอนุกรมที่ θ เวลา $t=0$ วินาที ในการคำนวณ เมื่อคำนวณหาค่าอนุกรม θ เวลา $t=0.0025$ วินาที ครบถ้วนแล้วจึงจะสามารถหาค่าอนุกรม θ เวลาถัดไปได้โดยสามารถออกแบบการใช้โปรแกรม MATLAB ช่วยคำนวณได้ตามแผนผังการเขียนโปรแกรมช่วยคำนวณวิธี Explicit ได้ดังรูปที่ 3.4





รูปที่ 3.4 แผนผังการเขียนโปรแกรมช่วยคำนวณวิธี Explicit

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา 34 ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนั้นจัดเก็บค่าอุณหภูมิในรูปแบบของตารางลงในโปรแกรม Microsoft Excel เพื่อง่ายต่อการเก็บข้อมูลและใช้เป็นค่าในการเปรียบเทียบ

3.1.3 คำนวณอุณหภูมิด้วยวิธี Finite Difference โดยวิธีการ Implicit

จากตัวอย่างการคำนวณหัวข้อ 2.6 ทำการประยุกต์นำวิธีการ Implicit จากหัวข้อ 2.7 ใช้ในการคำนวณแทนการใช้วิธี Separation Variable และมีการกำหนดสมการและเงื่อนไขขอบดังต่อไปนี้ กำหนดให้ใช้โลหะชนิด AISI 1045 แผ่นโลหะมีความกว้างและความยาวขนาด 1 เมตร มีความหนาขนาด 1 มิลลิเมตร บริเวณพื้นผิวด้านซ้ายของแผ่นโลหะ ($x = 0$ มิลลิเมตร) มีอุณหภูมิเป็น 0 องศาเซลเซียส ตลอดเวลาอุณหภูมิที่พื้นผิวด้านขวาของแผ่นโลหะ ($x = 1$ มิลลิเมตร) มีการแปรผันของอุณหภูมิไปตามเวลาอธิบายได้ด้วยฟังก์ชันต่อไปนี้และสามารถแสดงแผนภูมิของฟังก์ชันที่ 3.16 ได้ตามรูปที่ 3.5

$$\tau_1 = 50 \text{ s} \tag{3.15}$$

$$f(t) = \begin{cases} 5t & ; 0 < t < \tau_1 \\ 0 & ; t > \tau_1 \end{cases} \text{ (}^\circ\text{C)} \tag{3.16}$$



รูปที่ 3.5 แผนภูมิฟังก์ชันสมการที่ 3.16

จากนั้นทำการคำนวณค่าอุณหภูมิของแผ่นโลหะที่ระดับความลึก 0.00 มิลลิเมตร 0.25 มิลลิเมตร 0.50 มิลลิเมตร 0.75 มิลลิเมตร และ 1 มิลลิเมตร จากพื้นผิวด้านซ้ายของแผ่นโลหะและคำนวณค่าอุณหภูมิทุกๆ 0.0025 วินาที โดยคำนวณค่าอุณหภูมิจากการแทนค่าระดับความลึกจากพื้นผิวโลหะและระยะเวลาในระบบสมการดังต่อไปนี้

$$-RT_{i+1}^{n+1} + (2R + 1)T_i^{n+1} - RT_{i-1}^{n+1} = T_i^n \quad (3.17)$$

$$-RT_{i+2}^{n+1} + (2R + 1)T_{i+1}^{n+1} - RT_i^{n+1} = T_{i+1}^n \quad (3.18)$$

$$-RT_{i+3}^{n+1} + (2R + 1)T_{i+2}^{n+1} - RT_{i+1}^{n+1} = T_{i+2}^n \quad (3.19)$$

และจัดเก็บค่าอุณหภูมิอยู่ในรูปของเมตริกดังสมการที่ 3.20

$$T_{(x,t)} = \begin{bmatrix} T_{(0,0)} & T_{(0.25,0)} & T_{(0.5,0)} & T_{(0.75,0)} & T_{(1,0)} \\ T_{(0,0.0025)} & T_{(0.25,0.0025)} & T_{(0.5,0.0025)} & T_{(0.75,0.0025)} & T_{(1,0.0025)} \\ T_{(0,0.0050)} & T_{(0.25,0.0050)} & T_{(0.5,0.0050)} & T_{(0.75,0.0050)} & T_{(1,0.0050)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

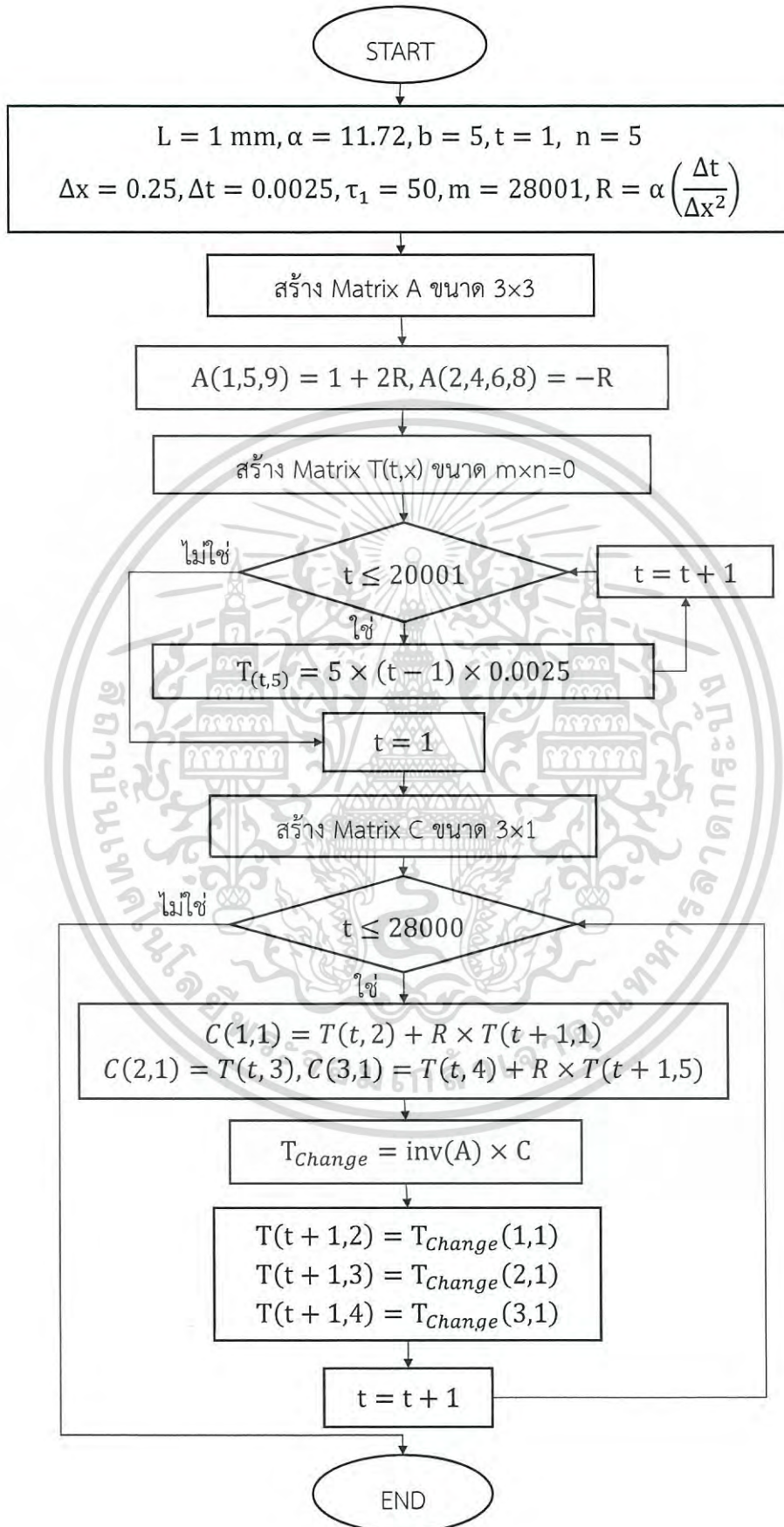
เนื่องจากที่เวลา (t) มีค่าเป็น 0 วินาที อุณหภูมิของแผ่นโลหะทุกตำแหน่งเป็น 0 องศาเซลเซียสและอุณหภูมิที่ขอบด้านซ้ายของแผ่นโลหะบาง (x = 0 มิลลิเมตร) จะเท่ากับ 0 องศาเซลเซียสด้วย แต่อุณหภูมิที่ขอบอีกด้านจะเปลี่ยนแปลงตามฟังก์ชัน f(t) ดังสมการที่ 3.16 ดังนั้นเมื่อแทนค่าอุณหภูมิค่าอุณหภูมิที่ทราบจากเงื่อนไขขอบลงในเมตริกคำตอบจะได้ดังสมการที่ 3.21

$$T_{(x,t)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{(0.25,0.0025)} & T_{(0.5,0.0025)} & T_{(0.75,0.0025)} & 0.0125 \\ 0 & T_{(0.25,0.0050)} & T_{(0.5,0.0050)} & T_{(0.75,0.0050)} & 0.0250 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & T_{(0.25,50)} & T_{(0.5,50)} & T_{(0.75,50)} & 250 \\ 0 & T_{(0.25,50.0025)} & T_{(0.5,50.0025)} & T_{(0.75,50.0025)} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

หลังจากนั้นจึงเริ่มหาค่าอุณหภูมิที่ยังไม่รู้โดยใช้ระบบสมการที่ 3.17 3.18 และ 3.19 เมื่อแทนค่าสมการด้วยอุณหภูมิ ณ ตำแหน่งความลึกจากพื้นผิวโลหะและระยะเวลาที่มีอยู่แล้วจะสามารถหาค่าอุณหภูมิถัดไปได้ตามลำดับ เช่นเมื่อต้องการคำนวณหาค่าอุณหภูมิ ณ เวลา (t) = 0.0025 วินาที โดยแทนค่าลงในระบบสมการทำให้ได้เมตริกของระบบสมการดังสมการที่ 3.22

$$\begin{bmatrix} 2R + 1 & -R & 0 \\ -R & 2R + 1 & -R \\ 0 & -R & 2R + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{(0.25,0.0025)} \\ T_{(0.5,0.0025)} \\ T_{(0.75,0.0025)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 + 0R \\ 0 \\ 0 + 0.0125R \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

หลังจากการคำนวณระบบสมการจะทำให้ได้ค่าของอุณหภูมิ ณ เวลา (t) = 0.0025 วินาที ในลำดับต่อมาจะใช้ค่าของอุณหภูมิที่หาได้เพื่อหาค่าของอุณหภูมิที่ลำดับเวลาถัดไป โดยสามารถออกแบบการใช้โปรแกรม MATLAB ช่วยคำนวณได้ตามแผนผังการเขียนโปรแกรมช่วยคำนวณวิธี Implicit ได้ดังรูปที่ 3.6



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ 3.6 แผนผังการเขียนโปรแกรมช่วยคำนวณวิธี Implicit ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา 37 ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนั้นจัดเก็บค่าอุณหภูมิในรูปแบบของตารางลงในโปรแกรม Microsoft Excel เพื่อง่ายต่อการเก็บข้อมูลและใช้เป็นค่าในการเปรียบเทียบ

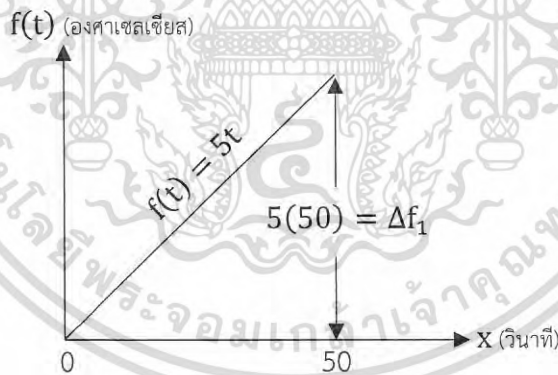
3.1.4 คำนวณอุณหภูมิด้วยวิธี Finite Difference โดยวิธีการ Crank-Nicolson

จากตัวอย่างการคำนวณหัวข้อ 2.6 ทำการประยุกต์นำวิธีการ Crank-Nicolson จากหัวข้อ 2.7 ใช้ในการคำนวณแทนการใช้วิธี Separation Variable และมีการกำหนดสมการและเงื่อนไขขอบดังต่อไปนี้

กำหนดให้ใช้โลหะชนิด AISI 1045 แผ่นโลหะมีความกว้างและความยาวขนาด 1 เมตร มีความหนาขนาด 1 มิลลิเมตร บริเวณพื้นผิวด้านซ้ายของแผ่นโลหะ ($x = 0$ มิลลิเมตร) มีอุณหภูมิเป็น 0 องศาเซลเซียส ตลอดเวลาอุณหภูมิที่พื้นผิวด้านขวาของแผ่นโลหะ ($x = 1$ มิลลิเมตร) มีการแปรผันของอุณหภูมิไปตามเวลาอธิบายได้ด้วยฟังก์ชันต่อไปนี้และสามารถแสดงแผนภูมิของฟังก์ชันที่ 3.24 ได้ตามรูปที่ 3.7

$$\tau_1 = 50 \text{ s} \tag{3.23}$$

$$f(t) = \begin{cases} 5t & ; & 0 < t < \tau_1 \\ 0 & ; & t > \tau_1 \end{cases} \text{ (}^\circ\text{C)} \tag{3.24}$$



รูปที่ 3.7 แผนภูมิฟังก์ชันสมการที่ 3.24

จากนั้นทำการคำนวณค่าอุณหภูมิของแผ่นโลหะที่ระดับความลึก 0.00 มิลลิเมตร 0.25 มิลลิเมตร 0.50 มิลลิเมตร 0.75 มิลลิเมตร และ 1 มิลลิเมตร จากพื้นผิวด้านซ้ายของแผ่นโลหะและคำนวณค่าอุณหภูมิทุกๆ 0.0025 วินาที โดยคำนวณค่าอุณหภูมิจากการแทนค่าระดับความลึกจากพื้นผิวโลหะและระยะเวลาในสมการที่ 3.25

$$-RT_{i+1}^{n+1} + (2+2R)T_i^{n+1} - RT_{i-1}^{n+1} = RT_{i+1}^n + (2-2R)T_i^n + RT_{i-1}^n \tag{3.25}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา 38 ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และจัดเก็บค่าอุณหภูมิอยู่ในรูปของเมตริกดังสมการที่ 3.26

$$T_{(x,t)} = \begin{bmatrix} T_{(0,0)} & T_{(0.25,0)} & T_{(0.5,0)} & T_{(0.75,0)} & T_{(1,0)} \\ T_{(0,0.0025)} & T_{(0.25,0.0025)} & T_{(0.5,0.0025)} & T_{(0.75,0.0025)} & T_{(1,0.0025)} \\ T_{(0,0.0050)} & T_{(0.25,0.0050)} & T_{(0.5,0.0050)} & T_{(0.75,0.0050)} & T_{(1,0.0050)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

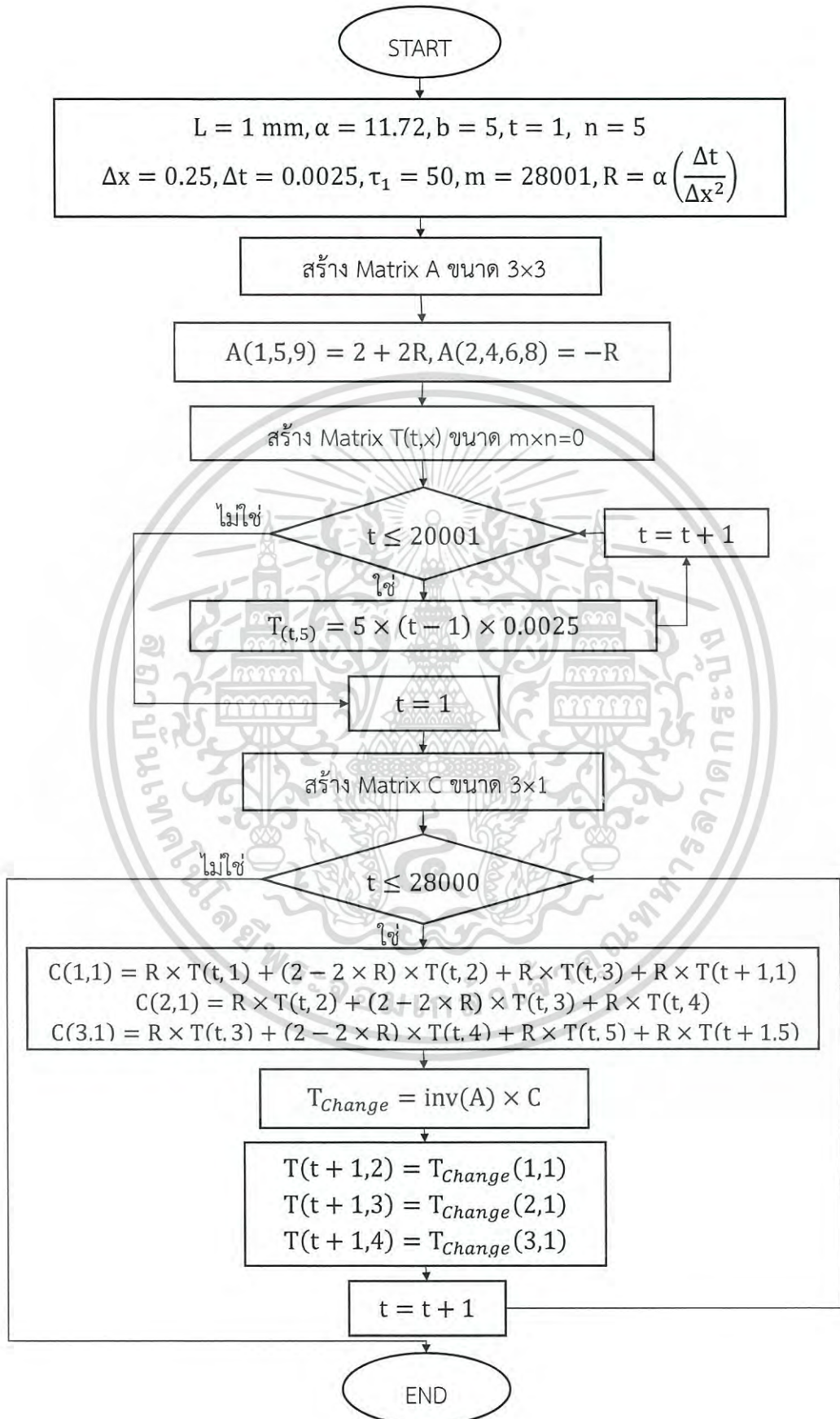
เนื่องจากที่เวลา (t) มีค่าเป็น 0 วินาที อุณหภูมิของแผ่นโลหะทุกตำแหน่งเป็น 0 องศาเซลเซียสและอุณหภูมิที่ขอบด้านซ้ายของแผ่นโลหะบาง (x = 0 มิลลิเมตร) จะเท่ากับ 0 องศาเซลเซียสด้วย แต่อุณหภูมิที่ขอบอีกด้านจะเปลี่ยนแปลงตามฟังก์ชัน f(t) ดังสมการที่ 3.24 ดังนั้นเมื่อแทนค่าอุณหภูมิค่าอุณหภูมิที่ทราบจากเงื่อนไขขอบลงในเมตริกคำตอบจะได้ดังสมการที่ 3.27

$$T_{(x,t)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{(0.25,0.0025)} & T_{(0.5,0.0025)} & T_{(0.75,0.0025)} & 0.0125 \\ 0 & T_{(0.25,0.0050)} & T_{(0.5,0.0050)} & T_{(0.75,0.0050)} & 0.0250 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & T_{(0.25,50)} & T_{(0.5,50)} & T_{(0.75,50)} & 250 \\ 0 & T_{(0.25,50.0025)} & T_{(0.5,50.0025)} & T_{(0.75,50.0025)} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

หลังจากนั้นจึงเริ่มหาค่าอุณหภูมิที่ยังไม่รู้โดยใช้สมการที่ 3.21 เมื่อแทนค่าสมการด้วยอุณหภูมิ ณ ตำแหน่งความลึกจากพื้นผิวโลหะและระยะเวลาที่มีอยู่แล้วจะสามารถหาค่าอุณหภูมิถัดไปได้ตามลำดับ เช่นเมื่อต้องการคำนวณหาค่าอุณหภูมิ ณ เวลา (t) = 0.0025 วินาที โดยแทนค่าลงในระบบสมการทำให้ได้เมตริกของระบบสมการดังสมการที่ 3.28

$$\begin{bmatrix} 2 + 2R & -R & 0 \\ -R & 2 + 2R & -R \\ 0 & -R & 2 + 2R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{(0.25,0.0025)} \\ T_{(0.5,0.0025)} \\ T_{(0.75,0.0025)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} RT_{(0,0)} + (2 - 2R)T_{(0.25,0)} + RT_{(0.5,0)} + RT_{(0,0.0025)} \\ RT_{(0.25,0)} + (2 - 2R)T_{(0.5,0)} + RT_{(0.75,0)} \\ RT_{(0.5,0)} + (2 - 2R)T_{(0.75,0)} + RT_{(1,0)} + RT_{(1,0.0025)} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

หลังจากการคำนวณระบบสมการจะทำให้ได้ค่าของอุณหภูมิ ณ เวลา (t) = 0.0025 วินาที ในลำดับต่อมาจะใช้ค่าของอุณหภูมิที่หาได้เพื่อหาค่าของอุณหภูมิที่ลำดับเวลาถัดไป โดยสามารถออกแบบการใช้โปรแกรม MATLAB ช่วยคำนวณได้ตามแผนผังการเขียนโปรแกรมช่วยคำนวณวิธี Implicit ได้ดังรูปที่ 3.8



เอกสารนี้เป็นเอกสารรูปที่ 3.8 แผนผังการเขียนโปรแกรมช่วยคำนวณวิธี Crank-Nicolson ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา 40 ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากนั้นจัดเก็บค่าอุณหภูมิในรูปแบบของตารางลงในโปรแกรม Microsoft Excel เพื่อง่ายต่อการเก็บข้อมูลและใช้เป็นค่าในการเปรียบเทียบ

3.1.5 นำค่าอุณหภูมิจากผลการคำนวณวิธี Explicit วิธี Implicit และวิธี Crank-Nicolson เปรียบเทียบความเที่ยงตรงกับผลการคำนวณของวิธี Separation Variable

การคัดเลือกหาวิธีการจากวิธี Finite Difference ที่เหมาะสมที่สุดสำหรับการทำนายอุณหภูมิทดแทนการใช้วิธี Separation Variable ผลการคำนวณค่าอุณหภูมิจากวิธี Explicit วิธี Implicit และวิธี Crank-Nicolson เมื่อทำการเปรียบเทียบผลการคำนวณทั้ง 3 วิธีข้างต้นกับผลการคำนวณของวิธี Separation Variable และเลือกนำวิธีที่ให้ผลการคำนวณที่มีความเที่ยงตรงมากที่สุดจากทำ 3 วิธีมาประยุกต์ใช้กับการทำนายโครงสร้างจุลภาค

เมื่อจัดเก็บค่าอุณหภูมิจากการคำนวณทั้ง 4 วิธีการจึงเปรียบเทียบความเที่ยงตรงโดยใช้การเปรียบเทียบส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) ซึ่งใช้ผลการคำนวณจากวิธี Separation Variable เป็นค่าอ้างอิงในการเปรียบเทียบ ซึ่งการคำนวณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานใช้วิธีการคำนวณดังสมการที่ 3.29

$$SD = \sqrt{\frac{\sum(x-\mu)^2}{N}} \quad (3.29)$$

โดย x คือข้อมูลกลุ่มข้อมูล ในการศึกษาครั้งนี้คือค่าอุณหภูมิจากวิธี Finite Difference
 μ คือค่าเฉลี่ยของกลุ่มข้อมูลอ้างอิง ในการศึกษาครั้งนี้คือค่าอุณหภูมิจากวิธี Separation Variable
 N คือขนาดจำนวนของกลุ่มข้อมูล

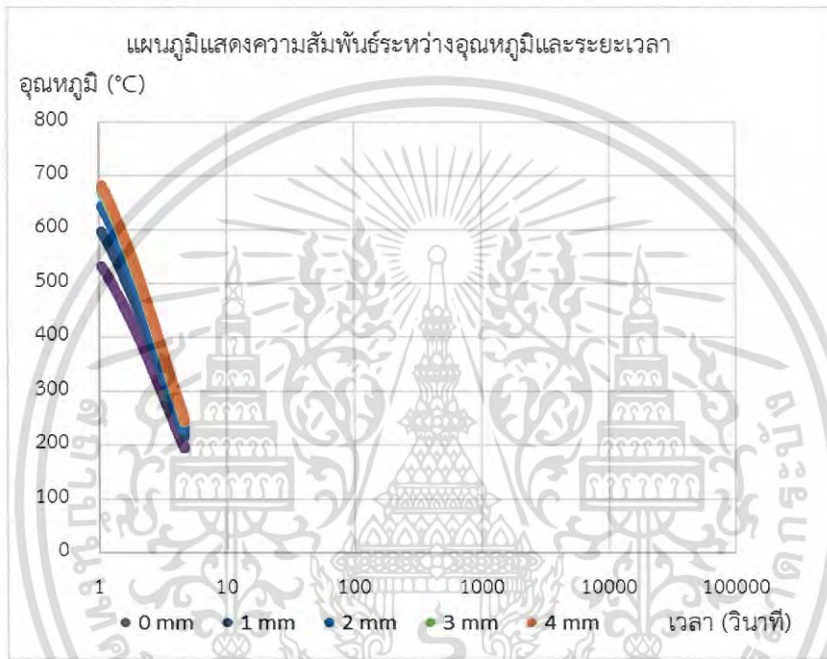
หลังจากคำนวณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ 3 วิธีจึงเปรียบเทียบความเที่ยงตรงได้ซึ่งวิธีการที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ต่ำที่สุดจะเป็นวิธีการที่มีความเที่ยงตรงที่สุดและเหมาะสมต่อการนำมาประยุกต์ใช้กับการทำนายโครงสร้างจุลภาค

3.2 นำสมการที่เหมาะสมจากวิธีการ Finite Difference ประยุกต์ใช้กับการทำนายโครงสร้างจุลภาคของโลหะแผ่นบางในกระบวนการชุบแข็ง

หลังจากการคำนวณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเพื่อเลือกวิธีการที่เหมาะสมที่สุดจากวิธี Explicit วิธี Implicit และวิธี Crank-Nicolson เพื่อประยุกต์ใช้กับการทำนายโครงสร้างจุลภาค จึงนำวิธีการที่

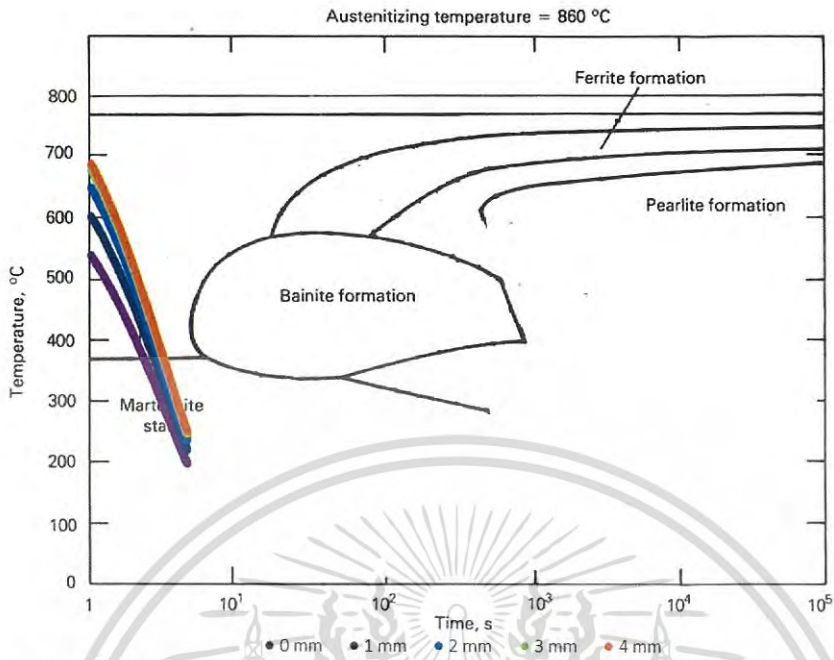
เหมาะสมที่สุดใช้เป็นวิธีในการคำนวณอุณหภูมิเพื่อนำไปทำนายโครงสร้างจุลภาคหลังจากแผ่นโลหะผ่านกระบวนการทางความร้อน

หลังจากการทำนายอุณหภูมิภายในแผ่นโลหะโดยใช้วิธีการที่เหมาะสมสามารถจัดเก็บให้อยู่ในรูปแบบของตารางดังตารางที่ 3.1 และสามารถนำข้อมูลค่าอุณหภูมิที่เก็บวาดเป็นแผนภูมิเส้นแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิและระยะเวลาดังรูปที่ 3.9



รูปที่ 3.9 แผนภูมิแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิและระยะเวลา

เนื่องจากแผนภูมิที่ได้มีองค์ประกอบของแกนแนวตั้งและแกนแนวนอนเป็นอุณหภูมิและระยะเวลาตามลำดับซึ่งมีลักษณะเช่นเดียวกันกับแผนภูมิการแปลงโครงสร้างจุลภาคแบบต่อเนื่อง (Continuous Cooling Transformation Diagram) จึงสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับการทำนายโครงสร้างจุลภาคโดยการวาดแผนภูมิเส้นแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิและระยะเวลาลงบนแผนภูมิการแปลงโครงสร้างจุลภาคแบบต่อเนื่องเพื่อแสดงลักษณะการแปลงโครงสร้างจุลภาคได้ดังรูปที่ 3.10



รูปที่ 3.10 ตัวอย่างแผนภูมิอัตราการเย็นตัวและการแปลงโครงสร้างจุลภาค [12]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

ผลการดำเนินงาน

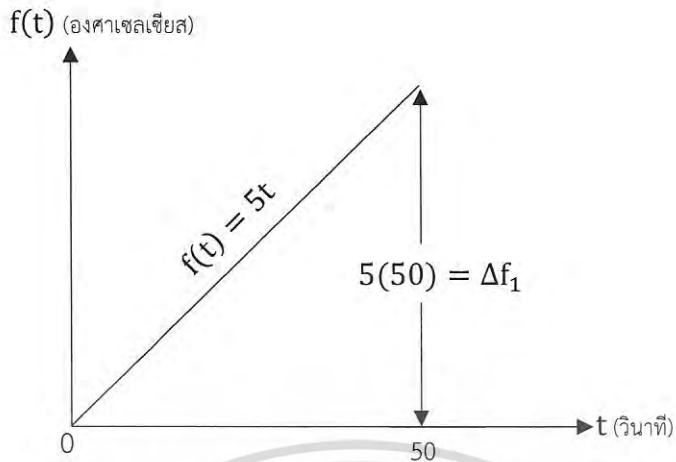
ผลการดำเนินงานจากขั้นตอนการดำเนินงานการศึกษาการทำนายโครงสร้างจุลภาคภายในโลหะแผ่นบางสามารถแบ่งผลการดำเนินงานของขั้นตอนการดำเนินงานออกเป็น 2 ส่วนคือ ส่วนที่ 1 ผลการเลือกวิธีการคำนวณที่เหมาะสมในการทำนายโครงสร้างจุลภาคจากวิธี Finite Difference และส่วนที่ 2 ผลการทำนายโครงสร้างจุลภาคโดยวิธี Finite Difference ซึ่งทั้ง 2 ส่วนการทำงานมีรายละเอียดผลการดำเนินงานดังต่อไปนี้

4.1 ผลการเลือกวิธีการคำนวณที่เหมาะสมในการทำนายโครงสร้างจุลภาคจากวิธี Finite Difference

การเปรียบเทียบผลการคำนวณอุณหภูมิระหว่างวิธี Explicit วิธี Implicit และวิธี Crank-Nicolson เปรียบเทียบกับผลการคำนวณอุณหภูมิโดยวิธี Separation Variable โดยการใช้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นเครื่องมือ เพื่อเปรียบเทียบความเที่ยงตรงของอุณหภูมิและเลือกวิธีการที่เหมาะสมต่อการทำนายโครงสร้างจุลภาคมากที่สุด จากการเปรียบเทียบผลการคำนวณอุณหภูมิมพบว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจากทั้ง 3 วิธีมีค่าดังตารางที่ 4.5 โดยใช้ตัวอย่างต่อไปนี้เป็นโจทย์สำหรับการคำนวณอุณหภูมิ

แผ่นโลหะบางแผ่นหนึ่งกำหนดให้มีความหนาเท่ากับ 8 มิลลิเมตร แผ่นโลหะมีอุณหภูมิเริ่มต้นเท่ากับ 25 องศาเซลเซียสบริเวณพื้นผิวด้านซ้ายของแผ่นโลหะ $x = 0$ มิลลิเมตร มีอุณหภูมิเป็น 0 องศาเซลเซียสตลอดเวลาและพื้นผิวด้านขวาแผ่นโลหะ $x = 4$ มิลลิเมตร มีการแปรผันของอุณหภูมิไปตามเวลาอธิบายได้ด้วยฟังก์ชันสมการที่ 4.1 และสามารถแสดงแผนภูมิได้ตามรูปที่ 4.1

$$f(t) = \begin{cases} bt & ; & 0 < t < 50 \\ 0 & ; & t > 50 \end{cases} \quad (^\circ\text{C}) \quad (4.1)$$



รูปที่ 4.1 แผนภูมิฟังก์ชันสมการที่ 4.1

จากตัวอย่างข้างต้นได้ทำการคำนวณอุณหภูมิโดยพิจารณาแผ่นโลหะขนาด 8 มิลลิเมตรเพียงครึ่งหนึ่งของความหนาดังรูปที่ 4.2 เนื่องจากอุณหภูมิของแผ่นโลหะมีความสมมาตรเมื่อพิจารณาจากความหนา



รูปที่ 4.2 จำลองแผ่นโลหะจากตัวอย่าง

ซึ่งสามารถอ่านค่าอุณหภูมิจากการคำนวณทั้ง 4 วิธีได้จากไฟล์ข้อมูล “ค่าอุณหภูมิ.xlsx” ภายในแผ่นซีดี ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบค่าอุณหภูมิจากวิธี Separation Variable กับวิธี Finite Difference ทั้ง 3 วิธีจะพบว่า ข้อมูลมีความแตกต่างกันแตกต่างกันเล็กน้อยดังตารางที่ 4.1-4.4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.1 ตัวอย่างค่าอุณหภูมิคำนวณด้วยวิธี Separation Variable

ค่าอุณหภูมิคำนวณด้วยวิธี Separation Variables Method					
เวลา (วินาที)	ระดับความลึก (มิลลิเมตร)				
	0	0.25	0.5	0.75	1
0	0	0	0	0	0
0.0025	0	3.50E-06	0.00012	0.00175	0.0125
0.005	0	0.00016	0.00126	0.00668	0.025
0.0075	0	0.00078	0.00364	0.01307	0.0375
0.01	0	0.00192	0.00699	0.02032	0.05
.
.
49.995	0	62.4771	124.961	187.458	249.975
49.9975	0	62.4802	124.967	187.467	249.988
50	0	62.4833	124.973	187.477	250
50.0025	0	61.9967	115.254	112.045	2.84E-14
50.005	0	55.4315	88.9392	71.1686	0
50.0075	0	44.7876	66.7943	49.7326	0
.
.
.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.2 ตัวอย่างค่าอนุมัติคำนวณด้วยวิธี Explicit

ค่าอนุมัติคำนวณด้วยวิธี Explicit Method					
เวลา (วินาที)	ระดับความลึก (มิลลิเมตร)				
	0	0.25	0.5	0.75	1
0	0	0	0	0	0
0.0025	0	0	0	0	0.0125
0.005	0	0	0	0.00586	0.025
0.0075	0	0	0.002747	0.012086	0.0375
0.01	0	0.001288	0.005837	0.019622	0.05
.
.
49.995	0	62.47709	124.9608	187.4579	249.975
49.9975	0	62.48021	124.9671	187.4673	249.988
50	0	62.48334	124.9733	187.4767	250
50.0025	0	62.48646	124.9796	187.486	0
50.005	0	62.48959	124.9858	70.28956	0
50.0075	0	62.49271	70.04598	62.97943	0
.
.
.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา 47 ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.3 ตัวอย่างค่าอนุหภูมิคำนวณด้วยวิธี Implicit

ค่าอนุหภูมิคำนวณด้วยวิธี Implicit Method					
เวลา (วินาที)	ระดับความลึก (มิลลิเมตร)				
	0	0.25	0.5	0.75	1
0	0	0	0	0	0
0.0025	0	2.01E-04	0.000829	0.003225	0.0125
0.005	0	0.000739	0.002626	0.008349	0.025
0.0075	0	0.001665	0.005307	0.014666	0.0375
0.01	0	0.002971	0.008727	0.021778	0.05
.
.
49.995	0	62.47709	124.9608	187.4579	249.975
49.9975	0	62.48021	124.9671	187.4673	249.988
50	0	62.48334	124.9733	187.4767	250
50.0025	0	58.47585	108.4033	122.9852	0
50.005	0	51.72018	89.02979	85.01361	0
50.0075	0	43.96309	71.37949	61.14591	0
.
.
.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา 48 ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.4 ตัวอย่างค่าอุณหภูมิคำนวณด้วยวิธี Crank-Nicolson

ค่าอุณหภูมิคำนวณด้วยวิธี Crank-Nicolson Method					
เวลา (วินาที)	ระดับความลึก (มิลลิเมตร)				
	0	0.25	0.5	0.75	1
0	0	0	0	0	0
0.0025	0	5.35E-05	0.000335	0.002048	0.0125
0.005	0	0.000334	0.001633	0.007039	0.025
0.0075	0	0.001032	0.004075	0.013431	0.0375
0.01	0	0.002209	0.007431	0.020657	0.05
.
.
49.995	0	62.47709	124.9608	187.4579	249.975
49.9975	0	62.48021	124.9671	187.4673	249.988
50	0	62.48334	124.9733	187.4767	250
50.0025	0	61.4158	118.2706	146.5169	0
50.005	0	56.88879	99.02535	87.66608	0
50.0075	0	48.52931	76.14755	59.6601	0
.
.
.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา 49 ต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4.5 เปรียบเทียบส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจากวิธี Finite Difference ทั้ง 3 วิธี

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเปรียบเทียบระหว่างวิธีการของวิธี Finite Difference และวิธี Separation Variable			
	Explicit	Implicit	Crank-Nicolson
Standard Deviation	0.237572	0.094161	0.123722

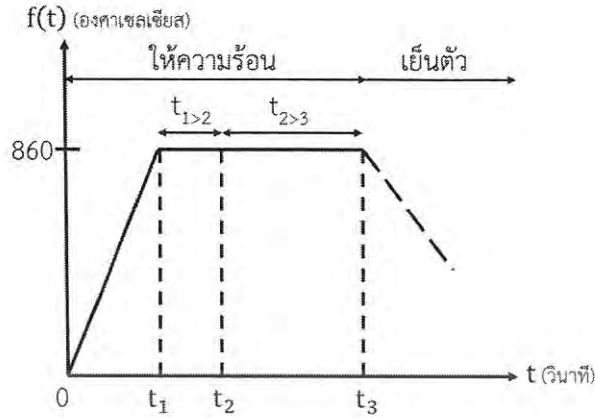
จากการคำนวณและเปรียบเทียบส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน พบว่าวิธีการ Implicit มีความเที่ยงตรงกับค่าอุณหภูมิจากวิธี Separation Variable มากที่สุดโดยมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ 0.094161

ซึ่งจากผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นในการเปรียบเทียบส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจึงเลือกใช้วิธีการ Implicit เป็นวิธีการที่นำไปประยุกต์ใช้ในการทำนายโครงสร้างจุลภาคในขั้นตอนส่วนถัดไป

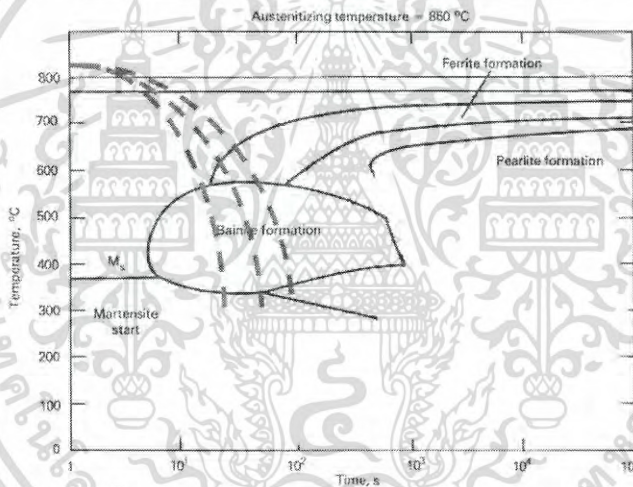
4.2 ผลการทำนายโครงสร้างจุลภาคโดยวิธี Finite Difference

เมื่อสามารถเลือกวิธีการที่เหมาะสมที่สุดซึ่งคือวิธี Implicit จึงสามารถนำมาประยุกต์ใช้กับการทำนายโครงสร้างจุลภาคตามเงื่อนไขที่กำหนดขึ้นมาได้และทำการกำหนดเงื่อนไขโดยอ้างอิงตามบทความการวิจัยประเภทการทดลองที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการทางความร้อนของโลหะเพื่อเปรียบเทียบความถูกต้องของการทำนายโครงสร้างจุลภาคกับผลของโครงสร้างจุลภาคจากการทดลอง

การทำกระบวนการทางความร้อนประเภทการชุบแข็งสามารถแบ่งขั้นตอนออกได้เป็น 2 ขั้นตอนคือการให้ความร้อนและการเย็นตัวในสารให้ความเย็นดังรูปที่ 4.3 ซึ่งมีการคงที่อุณหภูมิให้คงที่ ณ เวลา $t_{1>2}$ และ $t_{2>3}$ เพื่อให้อุณหภูมิภายในเท่ากันทั่วทั้งแผ่นโลหะและเพื่อให้เกิดการแปลงโครงสร้างจุลภาคเป็นโครงสร้าง Austenite ทั่วทั้งแผ่น ตามลำดับ โดยการทำนายโครงสร้างจุลภาคจะพิจารณาแค่เพียงขั้นตอนการเย็นตัวเนื่องจากเป็นช่วงที่ทำให้เกิดโครงสร้างจุลภาคในระหว่างการลดลงของอุณหภูมิ จึงสามารถนำเฉพาะข้อมูลค่าอุณหภูมิจากส่วนของขั้นตอนการเย็นตัวมาวิเคราะห์เพื่อการทำนายโครงสร้างจุลภาคดังรูปที่ 4.4 โดยออกแบบเงื่อนไขการทำนายโครงสร้างจุลภาคและรายละเอียดตามบทความงานวิจัย 2 บทความ [15 และ 16] ดังต่อไปนี้



รูปที่ 4.3 ตัวอย่างการควบคุมอุณหภูมิของโลหะ

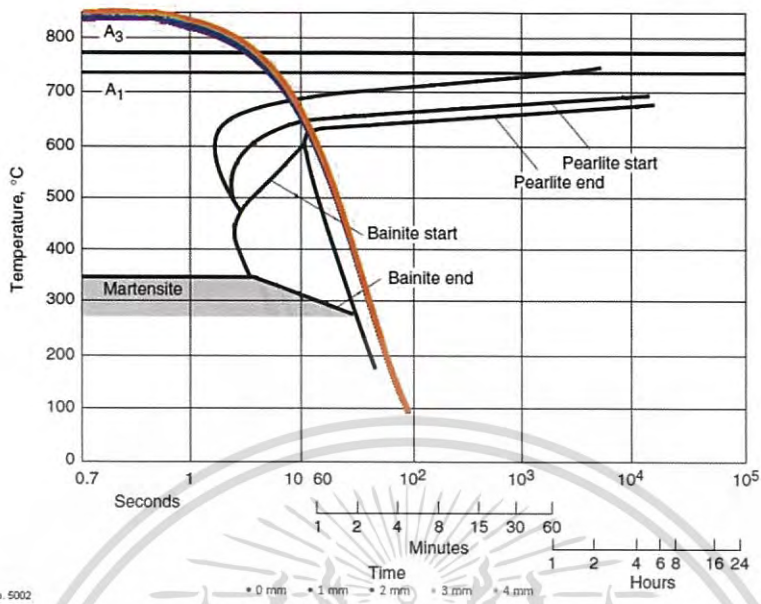


รูปที่ 4.4 ตัวอย่างการนำค่าอุณหภูมิช่วงเย็นตัววิเคราะห์กับแผนภูมิการแปลงโครงสร้างจุลภาคแบบเย็นตัวต่อเนื่อง [12]

4.2.1 การทำนายโครงสร้างจุลภาคเปรียบเทียบกับบทความการวิจัยการชุบแข็งเหล็ก AISI 1045 ด้วยน้ำมัน [15]

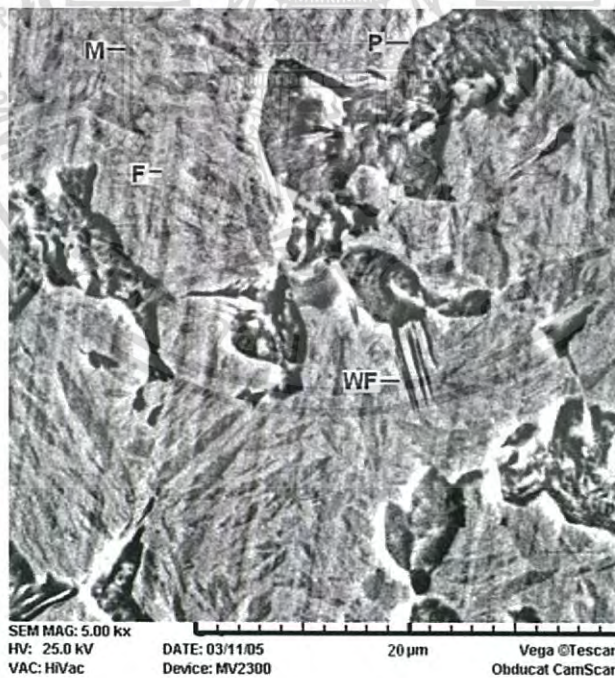
จากการใช้ตัวแบบการทำนายโครงสร้างจุลภาคประยุกต์โดยปรับเปลี่ยนค่าการพาความร้อนเป็นค่าการพาความร้อนของน้ำมันตามการทดลองและให้มีค่าการพาความร้อนอยู่ที่ 500 Watt/m²-k จะสามารถทำนายโครงสร้างจุลภาคได้ดังรูปที่ 4.5 ซึ่งสามารถวิเคราะห์ผลการทำนายได้โครงสร้าง Ferrite และ Pearlite ซึ่งมีความแตกต่างจากผลการทดลองของบทความวิจัยที่ได้โครงสร้าง Ferrite และ Pearlite เป็นส่วนใหญ่และมีโครงสร้าง Martensite อยู่ในโครงสร้าง Ferrite ดังรูปที่ 4.6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์หรือการขงในเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้เผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



No. 5002

รูปที่ 4.5 แผนภูมิการเย็นตัวและการแปลงโครงสร้างจุลภาคของการชุบแข็งเหล็ก AISI 1045 ด้วยน้ำมัน [7]



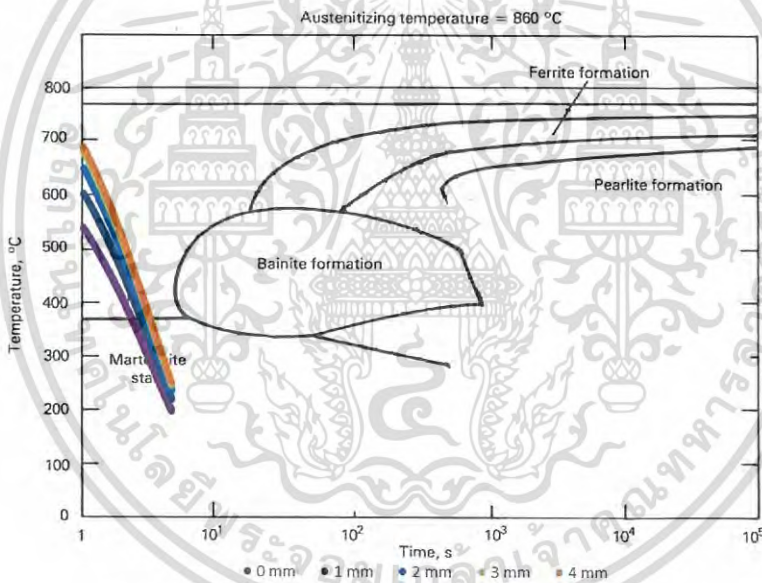
รูปที่ 4.6 โครงสร้างจุลภาคของการชุบแข็งเหล็ก AISI 1045 ด้วยน้ำมัน [15]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

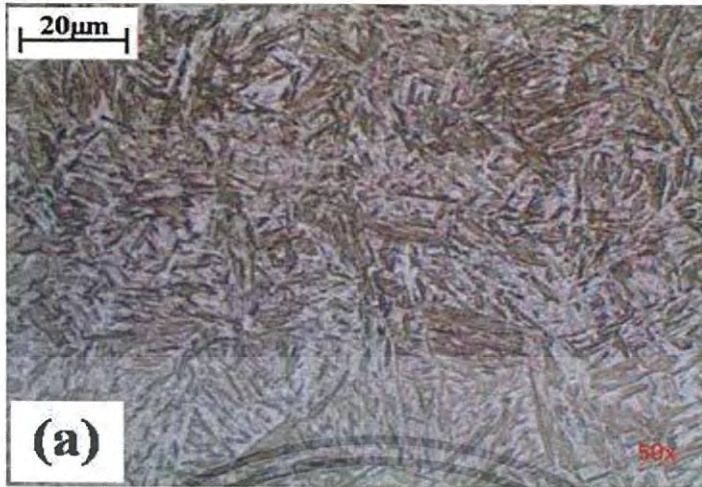
4.2.2 การทำนายโครงสร้างจุลภาคเปรียบเทียบกับผลบทความวิจัยการชุบแข็งเหล็ก AISI 4140 ด้วย น้ำ น้ำมัน และอากาศ [16]

จากการใช้ตัวแบบการทำนายโครงสร้างจุลภาคประยุกต์โดยปรับเปลี่ยนค่าการพาความร้อนเป็นค่าการพาความร้อนของน้ำ น้ำมัน และอากาศตามการทดลองและให้มีค่าการพาความร้อนอยู่ที่ 6,000 500 และ 2 Watt/m²-k ตามลำดับ ซึ่งการใช้สารให้ความเย็นแต่ละชนิดให้ผลการทำนายและการทดลองดังต่อไปนี้

ผลการทำนายโครงสร้างจุลภาคจากการใช้น้ำเป็นสารให้ความเย็นสามารถวิเคราะห์ผลการทำนายได้โครงสร้าง Martensite ดังรูปที่ 4.7 และผลจากการทดลองได้โครงสร้าง Martensite ทั้งหมดดังรูปที่ 4.8 จากการเปรียบเทียบผลพบว่าในกรณีชุบแข็งด้วยน้ำการทำนายโครงสร้างจุลภาคสามารถให้ผลได้เหมือนกับผลจากการทดลอง

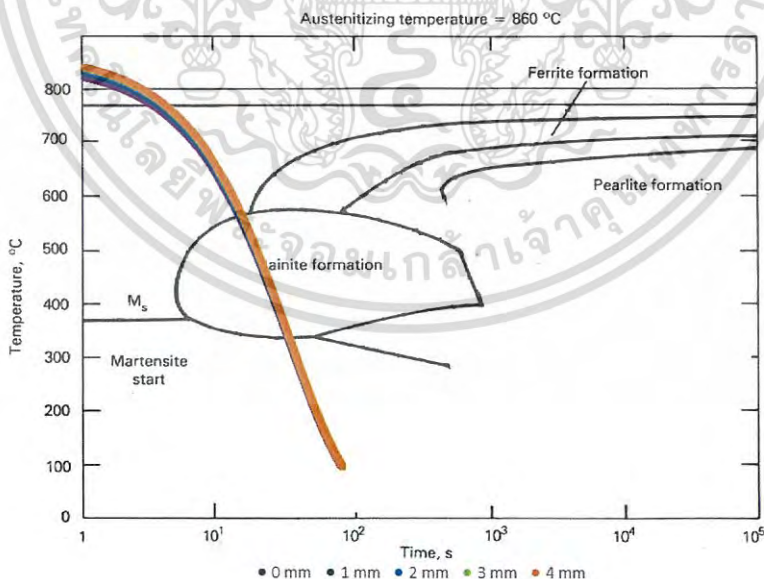


รูปที่ 4.7 แผนภูมิการเย็นตัวและการแปลงโครงสร้างจุลภาคของการชุบแข็งเหล็ก AISI 4140 ด้วยน้ำ [12]



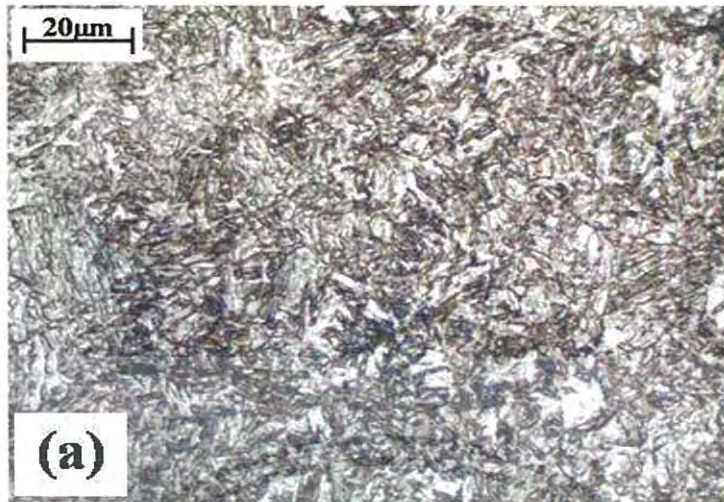
รูปที่ 4.8 โครงสร้างจุลภาคของการชุบแข็งเหล็ก AISI 4140 ด้วยน้ำ [16]

ผลการทำนายโครงสร้างจุลภาคจากการใช้น้ำมันเป็นสารให้ความเย็นสามารถวิเคราะห์ผลการทำนายได้โครงสร้าง Bainite ดังรูปที่ 4.9 และผลจากการทดลองได้โครงสร้าง Bainite ทั้งหมดดังรูปที่ 4.10 จากการเปรียบเทียบผลพบว่าในกรณีชุบแข็งด้วยน้ำมันการทำนายโครงสร้างจุลภาคสามารถให้ผลได้เหมือนกับผลจากการทดลอง



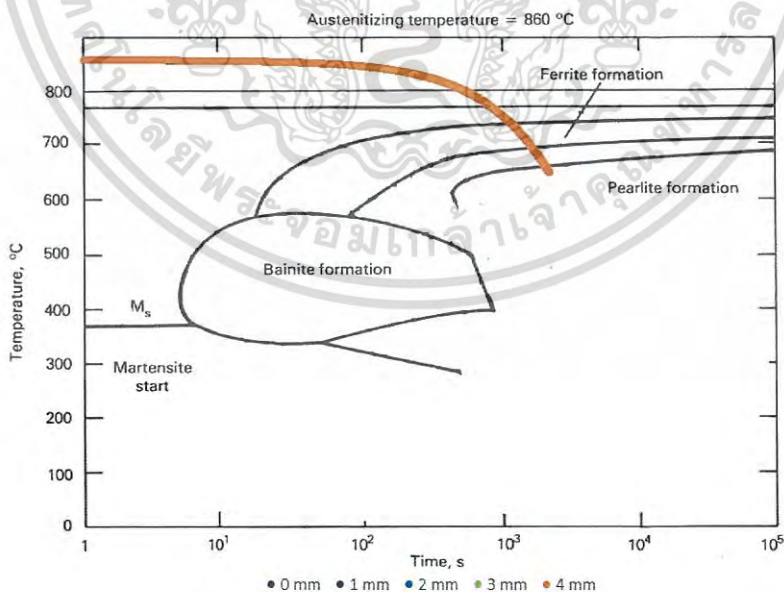
รูปที่ 4.9 แผนภูมิการเย็นตัวและการแปลงโครงสร้างจุลภาคของการชุบแข็งเหล็ก AISI 4140 ด้วยน้ำมัน [12]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



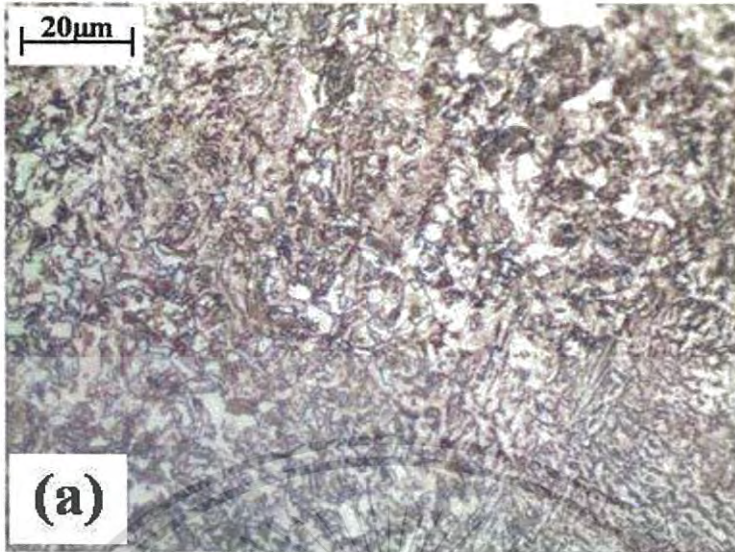
รูปที่ 4.10 โครงสร้างจุลภาคของการชุบแข็งเหล็ก AISI 4140 ด้วยน้ำมัน [16]

ผลการทำนายโครงสร้างจุลภาคจากการใช้อากาศเป็นสารให้ความเย็นสามารถวิเคราะห์ผลการทำนายได้โครงสร้าง Ferrite และ Pearlite ดังรูปที่ 4.11 และผลจากการทดลองได้โครงสร้าง Ferrite และ Pearlite ทั้งหมดดังรูปที่ 4.12 จากการเปรียบเทียบผลพบว่าในกรณีชุบแข็งด้วยอากาศการทำนายโครงสร้างจุลภาคสามารถให้ผลได้เหมือนกับผลจากการทดลอง



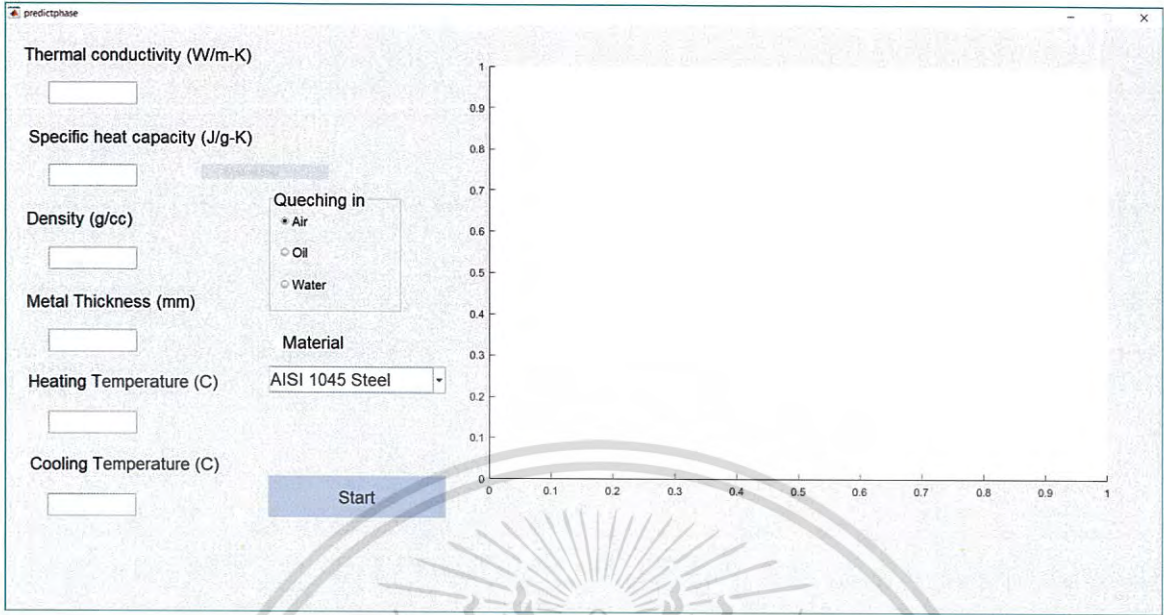
รูปที่ 4.11 แผนภูมิการเย็นตัวและการแปลงโครงสร้างจุลภาคของการชุบแข็งเหล็ก AISI 4140 ด้วยอากาศ [12]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

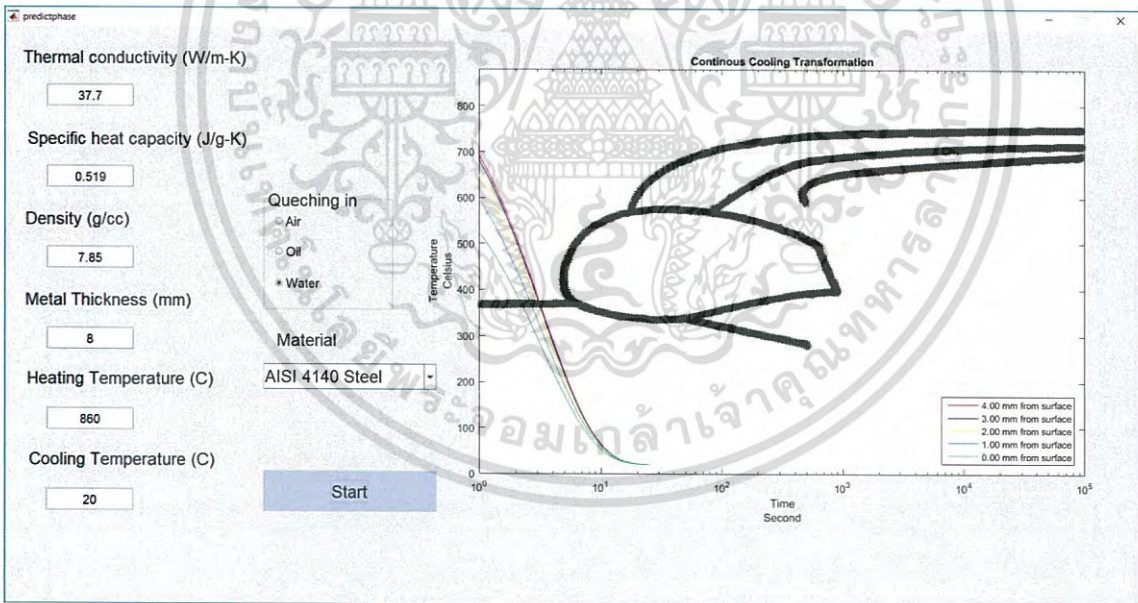


รูปที่ 4.12 โครงสร้างจุลภาคของการชุบแข็งเหล็ก AISI 4140 ด้วยอากาศ [16]

จากการเปรียบเทียบระหว่างผลการทำนายและผลการทดลองของบทความวิจัยทั้ง 2 ข้างต้น สามารถยืนยันได้ว่าตัวแบบที่นำมาประยุกต์ใช้กับการทำนายโครงสร้างจุลภาคสามารถให้ผลที่ใกล้เคียงกับโครงสร้างที่เกิดหลังจากกระบวนการชุบแข็งตั้งผลของการทดลอง จึงได้ออกแบบและสร้างโปรแกรมทำนายโครงสร้างจุลภาครุ่นทดลองที่สามารถปรับเปลี่ยนประเภทของโลหะและประเภทของสารให้ความเย็นเพื่อให้การทำนายโครงสร้างจุลภาคสามารถเข้าใจและเข้าถึงได้ง่ายมากยิ่งขึ้น สามารถทดลองใช้โดยติดตั้งโปรแกรมจากไฟล์ “Installer.exe”



รูปที่ 4.13 ตัวอย่างหน้าต่างการใช้งานโปรแกรมทำนายโครงสร้างจุลภาค



รูปที่ 4.14 ตัวอย่างการใช้งานโปรแกรมการทำนายโครงสร้างจุลภาคหลังผ่านกระบวนการชุบแข็งของเหล็ก AISI 4140

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุปผลดำเนินงาน

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นการศึกษาเรื่องการพัฒนาตัวแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อการทำนายโครงสร้างจุลภาคภายในแผ่นโลหะบางด้วยวิธี Separation Variable และวิธี Finite Difference กรณีศึกษาอุณหภูมิผิวขอบไม่คงที่มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณอุณหภูมิเพื่อใช้ทำนายโครงสร้างจุลภาคภายในแผ่นโลหะและยืนยันความสามารถในการทำนายโครงสร้างจุลภาคโดยการเปรียบเทียบความเที่ยงตรงของผลการทำนาย

5.1 ผลการดำเนินงาน

จากการออกแบบและศึกษาความเป็นไปได้ของการนำวิธีการ Finite Difference คำนวณอุณหภูมิเพื่อประยุกต์ใช้สำหรับการทำนายโครงสร้างจุลภาคภายในแผ่นโลหะบาง เมื่อทำการออกแบบตัวแบบทางคณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการ 3 วิธีจากวิธี Finite Difference คือวิธี Explicit วิธี Implicit และวิธี Crank-Nicolson เพื่อใช้คำนวณอุณหภูมิและเปรียบเทียบกับผลการคำนวณจากวิธี Separation Variable พบว่าวิธีการจาก 3 วิธีที่ใช้ออกแบบตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ให้ผลการคำนวณได้เที่ยงตรงมากที่สุดคือวิธี Implicit เปรียบเทียบโดยใช้ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นเครื่องมือซึ่งวิธี Implicit สามารถคำนวณส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานได้ 0.094161 ซึ่งต่ำกว่าวิธี Explicit และวิธี Crank-Nicolson ที่มีค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.237572 และ 0.123722 ตามลำดับ จึงสามารถสรุปได้ว่าวิธีจากวิธี Finite Difference ที่เหมาะสมสำหรับการคำนวณอุณหภูมิเพื่อทำนายโครงสร้างจุลภาคที่ดีที่สุดคือวิธี Implicit

เมื่อนำวิธีการคำนวณอุณหภูมิด้วยวิธี Implicit มาประยุกต์ใช้กับการทำนายโครงสร้างจุลภาคภายในโลหะแผ่นบางหลังผ่านกระบวนการชุบแข็งและทำการเปรียบเทียบระหว่างผลจากการทำนายโครงสร้างจุลภาคและผลการทดลองจากบทความวิจัยพบว่าผลจากการทำนายโครงสร้างจุลภาคภายในแผ่นโลหะบางให้ผลที่ใกล้เคียงกับผลการทดลอง

5.2 ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะเพื่อผู้ที่ต้องการนำวิธีการจากปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้ไปศึกษาต่อควรคำนึงถึงข้อเสนอแนะต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. เนื่องจากการเข้าถึงแหล่งข้อมูลเพื่อใช้ในการศึกษาและพัฒนาการทำนายโครงสร้างจุลภาค เช่น แผนภูมิการเย็นตัวอย่างต่อเนื่องและคุณสมบัติของโลหะ ไม่สามารถเข้าถึงแหล่งข้อมูลที่มีความน่าเชื่อถือได้และไม่สามารถรวบรวมข้อมูลได้มากเพียงพอ เพราะการทำนายโครงสร้างจุลภาคให้ได้ผลของการทำนายที่แม่นยำจำเป็นต้องมีข้อมูลต่างๆ ข้างต้นที่เชื่อถือได้และรวบรวมให้ได้มากเพียงพอเพื่อใช้ยืนยันความสามารถในการทำนายโครงสร้างจุลภาค

2. ปริญญาานิพนธ์ฉบับนี้ได้ทำการออกแบบและสร้างโปรแกรมทำนายโครงสร้างจุลภาครุ่นทดลองที่มีส่วนติดต่อกับผู้ใช้งาน (User Interface) ที่มีความง่ายต่อการใช้งานและเพื่อให้คนทั่วไปสามารถเข้าใจและเข้าถึงได้มากขึ้น แต่เนื่องจากข้อมูลและระยะเวลาที่มีอยู่อย่างจำกัดทำให้โปรแกรมยังไม่สมบูรณ์มีส่วนที่สามารถนำไปพัฒนาต่อได้เพื่อให้การทำนายโครงสร้างจุลภาคสามารถเข้าถึงได้ง่ายมากยิ่งขึ้น

เอกสารอ้างอิง

- [1] มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี. กรรมวิธีทางความร้อนของเหล็กกล้า. [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก: http://www.rmutphysics.com/charud/PDF-learning/2/material/IE2302_CH8.pdf
- [2] มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสาน. กรรมวิธีทางความร้อนสำหรับเหล็กหล่อ. [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก:
<http://mae.ea-rmuti.net/wp-content/uploads/2013/08/Heat-Treatment.PDF.pdf>
- [3] วรพงศ์ บุญช่วยแทน จักรนรินทร์ ฉัตรทอง และ ชาตรีหอมเขียว, 2556. กระบวนการทางความร้อน T6 หลังการเชื่อมเสียดทานแบบกวนของอลูมิเนียมหล่อกิ่งแข็ง 6061. มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลศรีวิชัย.
- [4] สมภพ จรุงธรรมโชติ, 2560. การถ่ายโอนความร้อน Heat Transfer. สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- [5] สุรัตน์ ตริยวนพงศ์ วรญา วัฒนจิตสิริ และ กิตติพงศ์ กิมมะพงศ์, 2559. โครงสร้างจุลภาคและความต้านทานการสึกหรอของโลหะเชื่อมพอกแข็งบนพื้นผิวเหล็กคาร์บอนปานกลาง. มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี.
- [6] อุษณีย์ กิตกัการ. การเพิ่มความแข็งแรงในเหล็กกล้า (Strengthening in Steels). [ออนไลน์]. เข้าถึงได้จาก: http://personal.sut.ac.th/heattreatment/context/Strengthening_In_Steels.html
- [7] "AISI 1045 CARBON STEEL" [Online]. Available: <http://www.steelforge.com/aisi-1045/>
- [8] Akil J. Harfash, 2007. High accuracy finite difference scheme for three-dimensional microscale heat equation. University of Basrah.
- [9] Darius Mottaghy, and Lydia Dijkshoorn, 2012. Implementing an effective finite difference formulation for borehole heat exchangers into a heat and mass transport code. RWTH Aachen University.
- [10] Donald R. Pitts, and Leighton E. Sissom, 1977. Schaum's Outline Series : Theory and Problems of Heat Transfer. McGraw-Hill, Inc., New York.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- [11] Francisco J. Dominguez-Mota, Sanzon Mendoza Armenta, G. Tinoco-Guerrero, and J.G. Tinoco-Ruiz, 2014. Finite difference schemes satisfying an optimality condition for the unsteady heat equation. Facultad de Ciencias Fisico-Matematicas, U.M.S.N.H.
- [12] G.E. Totten, C.E. Bates, and N.A. Clinton, 1993. Handbook of Quenchants and Quenching Technology. Second printing. ASM International®.
- [13] Jian Chen, Yan Gu, Maohai Wang, Wen Chen, and Lianguang Liu, 2017. Application of the generalized finite difference method to three-dimensional transient electromagnetic problems. North China Electric Power University.
- [14] Praveen Kumar Gupta, Jitendra Singh, K.N. Rai, and S.K. Rai, 2013. Solution of the heat transfer problem in tissues during hyperthermia by finite difference-decomposition method. Banaras Hindu University.
- [15] S. Raygan, and J. Rassizadehghani, and M. Askari, 2008. Comparison of Microstructure and Surface Properties of AISI 1045 Steel After Quenching in Hot Alkaline Salt Bath and Oil. ©ASM International.
- [16] Wichan Chuaiphan, Loeshpahn Srijaroenpramong, and Dumrongrit Pinpradub, 2013. The Effects of Heat Treatment on Microstructure and Mechanical Properties of AISI 4140 for Base Cutter Cane Harvester. Rajamangala University of Technology Krungthep.
- [17] Yan Gu, Jun Lei, Chai-Ming Fan, and Xiao-Qiao He, 2018. The generalized finite difference method for an inverse time-dependent source problem associated with three-dimensional heat equation. Beijing University of technology.
- [18] Finite Difference Method [Online]. Available: <http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~kuzmin/cfdintro/lecture4.pdf>.