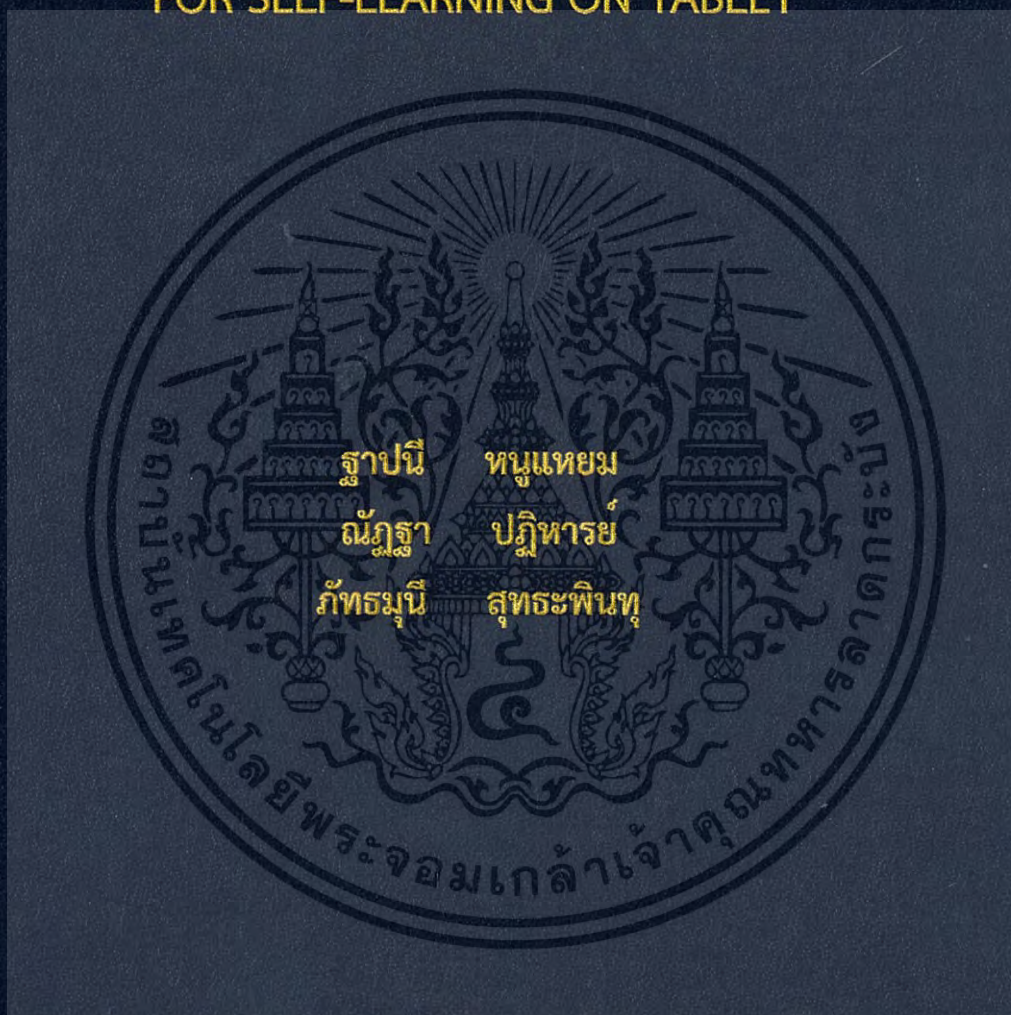


การพัฒนาซอฟต์แวร์ทฤษฎีจำนวนเพื่อการเรียนรู้ด้วยตัวเอง

บนแท็บเล็ต

SOFTWARE DEVELOPMENT OF THE NUMBER THEORY  
FOR SELF-LEARNING ON TABLET



ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)  
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2558

การพัฒนาซอฟต์แวร์ทฤษฎีจำนวนเพื่อการเรียนรู้ด้วยตัวเอง

บนแท็บเล็ต

SOFTWARE DEVELOPMENT OF THE NUMBER THEORY

FOR SELF-LEARNING ON TABLET



ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร

ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2558

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

SOFTWARE DEVELOPMENT OF THE NUMBER THEORY FOR  
SELF-LEARNING ON TABLET



A SPECIAL PROBLEM SUBMITTED IN  
PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIRMENT FOR  
THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE (APPLIED MATHEMATICS)  
DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF SCIENCE  
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG  
ACADEMIC YEAR 2015

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ

การพัฒนาซอฟต์แวร์ทฤษฎีจำนวนเพื่อการเรียนรู้ด้วยตัวเองบนแท็บเล็ต  
Software development of the number theory for self-learning on tablet

ชื่อนักศึกษา

นางสาวฐาปนี หนูแหยม รหัสนักศึกษา 55050042  
นางสาวณัฐภา ปฎิหารย์ รหัสนักศึกษา 55050049  
นางสาวภัทรมณี สุทธะพินทุ รหัสนักศึกษา 55050111

ปริญญา

วิทยาศาสตร์บัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)

ภาควิชา

คณิตศาสตร์

ปีการศึกษา

2558

อาจารย์ที่ปรึกษา

รศ.ไพโรบลย์ พันธรักษ์พงษ์

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.) อนุมัติให้  
ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)  
ประจำปีการศึกษา 2558

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
ดร.ธวัชชัย คำประภัสสร ประธานกรรมการ	
ผศ.ดร.ใจปอง เกษมสุวรรณ กรรมการ	
รศ.ไพโรบลย์ พันธรักษ์พงษ์ กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	

ลิขสิทธิ์ของคณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## กิตติกรรมประกาศ

ในการออกแบบและพัฒนาโปรแกรมขั้นตอนวิธีการคำนวณของจำนวนเต็มซึ่งเป็นปัญหาพิเศษนี้ ประสบความสำเร็จล่วงไปได้ด้วยดี เนื่องจากได้รับความกรุณาอย่างสูงจาก รศ.ไพโรบลุย์ พันธรัักษ์พงษ์ อาจารย์ที่ปรึกษาที่กรุณาให้คำแนะนำปรึกษา ตลอดจนปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ ด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่ง นอกจากนี้ผู้วิจัยใคร่ขอขอบพระคุณอาจารย์สมเจตน์ ธนภควัต ที่ให้คำปรึกษาและคำแนะนำในการค้นคว้าข้อมูลและ ความรู้ต่างๆ เกี่ยวกับการออกแบบการพัฒนาโปรแกรม ซึ่งคณะผู้ทำปัญหาพิเศษได้ตระหนักถึงความตั้งใจจริงและทุ่มเทของอาจารย์และขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้

สุดท้ายนี้ ขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ที่คอยช่วยเหลือและเป็นกำลังใจที่ดีเสมอมา จนการศึกษาในครั้งนี้ สำเร็จล่วงไปได้ด้วยดี



ธำปณี หนูแหยม  
ณัฐธา ปฎิหารย์  
ภัทรมณี สุทธะพินทุ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	การพัฒนาซอฟต์แวร์ทฤษฎีจำนวนเพื่อการเรียนรู้ด้วยตนเองบนแท็บเล็ต		
ชื่อนักศึกษา	นางสาวฐาปณี หนูแหยม	รหัสนักศึกษา	55050042
	นางสาวณัฐฐา ปฏิหารย์	รหัสนักศึกษา	55050049
	นางสาวภัทรมณี สุทธะพินทุ	รหัสนักศึกษา	55050111
ปริญญา	วิทยาศาสตร์บัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)		
ภาควิชา	คณิตศาสตร์		
คณะ	วิทยาศาสตร์		
มหาวิทยาลัย	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.)		
ปีการศึกษา	2558		
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ.ไพโรบลุย์ พันธรัักษ์พงษ์		

### บทคัดย่อ

ปัญหาพิเศษนี้เป็นการพัฒนาโปรแกรมบนแท็บเล็ตเพื่อช่วยในการคำนวณเกี่ยวกับการดำเนินการต่างๆ บนจำนวนเต็ม แบ่งกลุ่มเป็น การดำเนินการที่กระทำด้วยจำนวนเต็ม 1 จำนวน เช่น การตรวจสอบจำนวนเฉพาะ การแยกตัวประกอบ จำนวนของจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ การดำเนินการที่กระทำด้วยจำนวนเต็ม 2 จำนวน เช่น ตัวหารร่วมมาก ผลเฉลยสมการเชิงเส้นไดโอแฟนไทน์ การดำเนินการที่กระทำด้วยจำนวนเต็ม 3 จำนวน เช่น การคำนวณจำนวนยกกำลังมอดุโล ผลเฉลยสมการเชิงเส้น โปรแกรมที่พัฒนาจะแสดงผลเฉพาะคำตอบหรือแสดงรายละเอียดขั้นตอนการคำนวณ และโปรแกรมจะมีส่วนนิยามและทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องไว้ศึกษา

โปรแกรมนี้พัฒนาด้วยภาษา Java โดยโปรแกรม Android Studio บนแท็บเล็ตและคาดหวังว่าจะช่วยให้ผู้ที่สนใจศึกษาเกี่ยวกับจำนวนเต็มทำความเข้าใจผลการคำนวณได้ด้วยตนเองได้อย่างสะดวก และใช้ตรวจทานคำตอบการคำนวณได้อย่างรวดเร็ว

**คำสำคัญ :** ขั้นตอนยุคลิด จำนวนเฉพาะ สมการไดโอแฟนไทน์

<b>Title</b>	Software development of the number theory for self-learning on tablet		
<b>Students</b>	Miss Tapanee Nooyam	Student ID	55050042
	Miss Nuttha Patihan	Student ID	55050049
	Miss Phatthamunee Sutthapintu	Student ID	55050111
<b>Degree</b>	Bachelor of Science (Applied Mathematics)		
<b>Department</b>	Mathematics		
<b>Faculty</b>	Science		
<b>University</b>	King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL)		
<b>Academic Year</b>	2015		
<b>Advisor</b>	Assoc.Prof.Praiboon Pantaragphong		

### Abstract

This special problem is developed the software on Tablet to calculate about operation on integer. We divide into three groups as following: First, operation on one integer such as Checking Prime Number, Factorization of Number, Number of Coprime. Second, operation on two integers such as Greatest Common Divisor, Solution of Diophantine Equation. Third operation on three integers such as Power  $k$  modulo  $n$ , Solution of Linear Congruence Equation. The program will display only answers or step of calculation. In the program are including definitions and theorems.

The program is developed by Java language with Android Studio on Tablet. We are hoping this program will help people who interested to understand calculated result by themselves easily and rapidly check the answers of calculations.

**Keyword:** Euclid ' s Algorithm , Prime , Diophantine Equation

# สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย.....	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ข
กิตติกรรมประกาศ.....	ค
สารบัญ.....	ง
สารบัญรูป.....	ช
<b>บทที่ 1 บทนำ.....</b>	<b>1</b>
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการทำปัญหาพิเศษ.....	1
1.3 ขอบเขตของปัญหา.....	1
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	2
1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน.....	2
1.6 ระยะเวลาในการดำเนินงาน.....	3
<b>บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....</b>	<b>4</b>
2.1 จำนวนเฉพาะและจำนวนประกอบ.....	4
2.2 ฟังก์ชันของตัวหารบวก.....	5
2.3 การหาตัวหารร่วมมาก.....	7
2.3.1 ขั้นตอนวิธีการหาร.....	7
2.3.2 ตัวหารร่วมมาก.....	8
2.3.3 ขั้นตอนวิธีการหาตัวหารร่วมมากแบบวิธียุคลิด.....	8
2.3.4 จำนวนเฉพาะสัมพัทธ์.....	9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
2.4 ขั้นตอนยุคคิดแบบขยาย.....	10
2.5 สมภาค.....	10
2.6 ผลเฉลยสมภาคเชิงเส้น.....	11
2.6.1 ผลเฉลยสมภาคของสมภาคเชิงเส้น.....	11
2.7 ทฤษฎีบทแฟร์มา.....	12
2.8 สมการไดโอแฟนไทน์.....	13
2.8.1 การหาผลเฉลยไดโอแฟนไทน์โดยวิธียุคลิด(แบบแทนค่าย้อนกลับ).....	13
2.9 ฟังก์ชันฟาย.....	15
2.10 อันดับและรากปฐมฐาน.....	15
2.11 การพิจารณาวันของสัปดาห์.....	16
<b>บทที่ 3 การออกแบบโปรแกรม.....</b>	<b>20</b>
3.1 เครื่องมือที่ใช้พัฒนา.....	20
3.2 ออกแบบโปรแกรม.....	20
3.2.1 เข้าสู่ระบบ.....	20
3.2.2 หน้าแรก.....	21
3.2.3 จำนวนเต็ม 1 จำนวน.....	21
3.2.4 จำนวนเต็ม 2 จำนวน.....	28
3.2.5 จำนวนเต็ม 3 จำนวน.....	35
3.2.6 การคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน.....	41
3.2.7 การประยุกต์ปฏิทิน.....	48

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
3.2.8 บทนิยาม.....	52
3.2.9 ผู้จัดทำ.....	53
3.3 เป้าหมายในการดำเนินการ.....	54
<b>บทที่ 4 การพัฒนาโปรแกรม.....</b>	<b>55</b>
4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการพัฒนา.....	55
4.1.1 Hardware.....	55
4.1.2 Software.....	55
4.2 โครงสร้างโปรแกรม.....	55
4.2.1 เลือกประเภทการคำนวณ.....	55
4.2.2 การรับข้อมูล.....	56
4.2.3 หน้าจอการคำนวณ ในแต่ละประเภทการคำนวณ.....	56
<b>บทที่ 5 สรุปผลและข้อเสนอแนะ.....</b>	<b>68</b>
5.1 สรุปผลการดำเนินงาน.....	68
5.2 ข้อจำกัด.....	68
5.3 ข้อเสนอแนะ.....	69
เอกสารอ้างอิง.....	70
ภาคผนวก.....	71

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
3.1 เข้าสู่ระบบ.....	20
3.2 หน้าแรก.....	21
3.3 การดำเนินการของจำนวนเต็ม 1 จำนวน.....	21
3.4 ส่วนเลือกการดำเนินการต่างๆของจำนวนเต็ม 1 จำนวน.....	22
3.5 ผลลัพธ์จากการกดปุ่ม Enter ของ 1 จำนวน.....	22
3.6 ก่อนกดปุ่ม Clear ของจำนวนเต็ม 1 จำนวน.....	23
3.7 หลังกดปุ่ม Clear ของจำนวนเต็ม 1 จำนวน.....	23
3.8 รายละเอียดการดำเนินการของจำนวนเต็ม 1 จำนวน.....	24
3.9 การดำเนินการของจำนวนเต็ม 2 จำนวน.....	28
3.10 ส่วนเลือกดำเนินการต่างๆของจำนวนเต็ม 2 จำนวน.....	29
3.11 ผลลัพธ์จากการกดปุ่ม Enter ของจำนวนเต็ม 2 จำนวน.....	29
3.12 ก่อนกดปุ่ม Clear ของจำนวนเต็ม 2 จำนวน.....	30
3.13 หลังกดปุ่ม Clear ของจำนวนเต็ม 2 จำนวน.....	30
3.14 รายละเอียดการดำเนินการของจำนวนเต็ม 2 จำนวน.....	31
3.15 ก่อนกดปุ่ม Swap ของจำนวนเต็ม 2 จำนวน.....	32
3.16 หลังกดปุ่ม Swap ของจำนวนเต็ม 2 จำนวน.....	32
3.17 การดำเนินการของจำนวนเต็ม 3 จำนวน.....	35
3.18 ส่วนเลือกดำเนินการต่างๆของจำนวนเต็ม 3 จำนวน.....	35
3.19 ผลลัพธ์จากการกดปุ่ม Enter ของจำนวนเต็ม 3 จำนวน.....	36
3.20 ก่อนกดปุ่ม Clear ของจำนวนเต็ม 3 จำนวน.....	37

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
3.21 หลังกดปุ่ม Clear ของจำนวนเต็ม 3 จำนวน.....	37
3.22 ก่อนกดปุ่ม Swap ของจำนวนเต็ม 3 จำนวน.....	38
3.23 หลังกดปุ่ม Swap ของจำนวนเต็ม 3 จำนวน.....	38
3.24 หลังกดปุ่ม Swap ของจำนวนเต็ม 3 จำนวน.....	38
3.25 การดำเนินการของการคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน.....	41
3.26 ส่วนเลือกดำเนินการต่างๆของการคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน.....	41
3.27 ผลลัพธ์จากการกดปุ่ม Enter ของการคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน.....	42
3.28 ก่อนกดปุ่ม Clear ของการคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน.....	43
3.29 หลังกดปุ่ม Clear ของการคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน.....	43
3.30 รายละเอียดการดำเนินการของการคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน.....	44
3.31 ก่อนกดปุ่ม swap ของการคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน.....	45
3.32 หลังกดปุ่ม swap ของการคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน.....	45
3.33 การดำเนินการของการประยุกต์ปฏิทิน.....	48
3.34 ส่วนเลือกดำเนินการต่างๆของการประยุกต์ปฏิทิน.....	48
3.35 ผลลัพธ์จากการกดปุ่ม Enter ของการประยุกต์ปฏิทิน.....	49
3.36 ก่อนกดปุ่ม Clear ของการประยุกต์ปฏิทิน.....	50
3.37 หลังกดปุ่ม Clear ของการประยุกต์ปฏิทิน.....	50
3.38 ก่อนกดปุ่ม Definition.....	52
3.39 หลังกดปุ่ม Definition.....	52
3.40 ผู้จัดทำ.....	53

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.1 ส่วนเลือกการดำเนินการของ 1 จำนวน.....	56
4.2 ส่วนเลือกการดำเนินการของ 2 จำนวน.....	56
4.3 ส่วนเลือกการดำเนินการของ 3 จำนวน.....	57
4.4 ส่วนเลือกการดำเนินการของอันดับและรากปฐมฐาน.....	57
4.5 ส่วนเลือกการดำเนินการคำนวณวันของสัปดาห์.....	57
4.6 ตัวรับข้อมูลที่ใช้ดำเนินการของ 1 จำนวน.....	58
4.7 ตัวรับข้อมูลที่ใช้ดำเนินการของ 2 จำนวน.....	58
4.8 ตัวรับข้อมูลที่ใช้ดำเนินการของ 3 จำนวน.....	58
4.9 ตัวรับข้อมูลที่ใช้ดำเนินการของอันดับและรากปฐมฐาน.....	58
4.10 ตัวรับข้อมูลที่ใช้ดำเนินการของอันดับและรากปฐมฐาน.....	59
4.11 ส่วนช่วยจัดการข้อมูลของ 1 จำนวน.....	59
4.12 ส่วนช่วยจัดการข้อมูลของ 2 จำนวน.....	59
4.13 ส่วนช่วยจัดการข้อมูลของ 3 จำนวน.....	60
4.14 ส่วนช่วยจัดการข้อมูลของอันดับและรากปฐมฐาน.....	60
4.15 ส่วนช่วยจัดการข้อมูลของการประยุกต์.....	60
4.16 ผลลัพธ์การดำเนินการของจำนวนเฉพาะ.....	61
4.17 ผลลัพธ์การดำเนินการของตัวประกอบในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ.....	61
4.18 ผลลัพธ์การดำเนินการของตัวประกอบในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะยกกำลัง.....	62
4.19 ผลลัพธ์การดำเนินการของ $\tau(n)$ .....	62
4.20 ผลลัพธ์การดำเนินการของ $\sigma(n)$ .....	62

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.21 ผลลัพธ์การดำเนินการของขั้นตอนวิธีการหาร.....	63
4.22 ผลลัพธ์การดำเนินการของการหาตัวหารร่วมมากโดยใช้วิธียุคลิด.....	63
4.23 ผลลัพธ์การดำเนินการของจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์.....	64
4.24 ผลลัพธ์การดำเนินการของผลเฉลยของสมภาคเชิงเส้น.....	65
4.25 ผลลัพธ์การดำเนินการของการคำนวณจำนวนยกกำลังมอดุโล.....	65
4.26 ผลลัพธ์การดำเนินการของสมการเชิงเส้นไดโอแฟนไทน์(โดยใช้วิธียุคลิด).....	65
4.27 ผลลัพธ์การดำเนินการของ $\phi(n)$ .....	66
4.28 ผลลัพธ์การดำเนินการของอันดับและรากปฐมฐาน.....	66
4.29 ผลลัพธ์การดำเนินการของสมการเชิงเส้นไดโอแฟนไทน์(โดยใช้วิธียุคลิด).....	67
4.30 ผลลัพธ์การดำเนินการของผลเฉลยของสมภาคเชิงเส้น.....	67

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

ทฤษฎีจำนวน จัดเป็นวิชาทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ มีการเรียนการสอนในระดับมัธยมศึกษาและระดับอุดมศึกษา เนื้อหาที่ทั้งทฤษฎีและการคำนวณเกี่ยวกับตัวเลขที่ให้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็ม ในระดับมัธยมเนื้อหาจะเป็นความรู้เบื้องต้น และในระดับอุดมศึกษาในหลักสูตรคณิตศาสตร์ หรือคณิตศาสตร์ประยุกต์ จะเรียนเนื้อหาในระดับสูงขึ้น การเรียนในตัวทฤษฎีจะเน้นการพิสูจน์ และการให้เหตุผลว่าเป็นจริง การเรียนส่วนคำนวณจะเป็นตัวอย่างของทฤษฎี และการนำไปประยุกต์ใช้หาคำตอบ ในการคำนวณหาคำตอบถ้าตัวเลขมีค่าน้อยๆ สามารถคำนวณได้เร็ว แต่ถ้าตัวเลขมีค่ามากๆ ใช้เวลามาก ผู้เรียนจะคำนวณติดได้ง่าย จึงส่งผลต่อการเรียนรู้และการทำความเข้าใจในทฤษฎีบท

ทุกวันนี้มีเครื่องแท็บเล็ตที่เป็นคอมพิวเตอร์ชนิดหนึ่ง มีความสามารถทางด้านโปรแกรมเหมือนคอมพิวเตอร์และมีขนาดเล็ก พกพาได้สะดวก ราคาถูก สามารถจัดซื้อไว้ใช้ส่วนตัวได้ คณะผู้พัฒนาเห็นว่า ถ้าพัฒนาโปรแกรมให้สามารถคำนวณการดำเนินการพื้นฐานของจำนวนเต็มบนเครื่องแท็บเล็ตได้ จะมีประโยชน์ต่อการเรียนรู้ทฤษฎีจำนวนเป็นอย่างมาก จะช่วยให้ผู้เรียนที่ศึกษาเพิ่มเติมนอกชั้นเรียนได้ตรวจสอบคำตอบผลการคำนวณของตนเอง ทำให้มีความมั่นใจและไม่เสียเวลา ช่วยให้มีความสนใจเรียนคณิตศาสตร์มากขึ้น อีกทั้งเนื้อหาทฤษฎีจำนวนเป็นเนื้อหาเฉพาะทาง โปรแกรมที่สนับสนุนทางด้านนี้มีน้อย

คณะผู้พัฒนาจึงได้พัฒนาโปรแกรมบนแท็บเล็ตเพื่อช่วยในการคำนวณเกี่ยวกับการดำเนินการต่างๆ ของจำนวนเต็ม ที่ประกอบด้วยการดำเนินการที่กระทำบนจำนวนเต็ม 1 จำนวน 2 จำนวน และ 3 จำนวน ให้โปรแกรมแสดงผลเฉพาะคำตอบ หรือแสดงรายละเอียดขั้นตอนการคำนวณได้ และให้โปรแกรมมีส่วนนิยามและทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้องไว้ศึกษา

### 1.2 วัตถุประสงค์ของการทำปัญหาพิเศษ

- 1) เพื่อสร้างและพัฒนาโปรแกรมช่วยคำนวณเกี่ยวกับทฤษฎีจำนวนบนเครื่องแท็บเล็ตที่สามารถเรียนรู้ด้วยตัวเอง
- 2) เพื่อออกแบบขั้นตอนวิธีการคำนวณและพัฒนาโปรแกรมคำนวณหาผลลัพธ์และหาวิธีการคิด

### 1.3 ขอบเขตของปัญหา

โปรแกรมพัฒนาบนระบบปฏิบัติการแอนดรอยด์สำหรับผู้ใช้คนเดียว (เพื่อให้สะดวกต่อการติดตั้งใช้งาน ไม่ต้องมีผู้ดูแลระบบ)

## 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

### สำหรับผู้พัฒนา

- 1) ได้ศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีจำนวน และเรื่องที่เกี่ยวข้อง
- 2) ได้เรียนรู้การเขียนและพัฒนาโปรแกรมบนเครื่องแท็บเล็ตโดยใช้โปรแกรมจาวา

### สำหรับผู้ใช้งาน

- 1) สามารถใช้เป็นเครื่องมือช่วยคำนวณเนื้อหาเกี่ยวกับทฤษฎีบท ซึ่งจะช่วยให้ศึกษาและเรียนรู้ทำความเข้าใจเนื้อหาได้เร็วขึ้น และใช้ตรวจทานคำตอบในการฝึกทำโจทย์หรือการบ้าน
- 2) ช่วยให้ผู้ใช้ประหยัดค่าใช้จ่ายในการซื้อโปรแกรมช่วยคำนวณ
- 3) เป็นแนวทางการศึกษาสำหรับผู้สนใจเรื่องทฤษฎีจำนวนแต่ยังไม่มีโอกาสได้ศึกษา

## 1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงาน

- 1) ศึกษาวิธีการคำนวณเกี่ยวกับทฤษฎีจำนวน
- 2) ศึกษาเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานของทฤษฎีจำนวนและสมบัติของจำนวน มีเนื้อหาหลัก ๆ เช่น จำนวนเฉพาะ รูปแบบของจำนวนประกอบ การหารลงตัว สมภาคเชิงเส้น ผลเฉลยของสมภาคเชิงเส้น อันดับรากปฐมฐานของจำนวนเต็ม สมการเชิงเส้นไดโอแฟนไทน์
- 3) ศึกษาและค้นคว้าข้อมูลเกี่ยวกับภาษาคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการเขียนโปรแกรม
- 4) ศึกษาและออกแบบ รูปแบบอินพุตและรูปแบบผลลัพธ์ โครงสร้างโปรแกรม
- 5) ออกแบบขั้นตอนวิธี (algorithm) ลงมือสร้างและพัฒนาโปรแกรมพร้อมทดสอบการใช้งานโปรแกรม
- 6) รวบรวมและจัดทำรายงานโครงงานปัญหาพิเศษ และเผยแพร่โปรแกรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 1.6 ระยะเวลาในการดำเนินงาน

การดำเนินการ	ระยะเวลาในการดำเนินงาน									
	ปี 2558					ปี 2559				
	ส.ค.	ก.ย.	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.	เม.ย.	พ.ค.
1) ศึกษาข้อมูลและเตรียมการทำปัญหาพิเศษ										
2) ศึกษาขั้นตอน และโปรแกรมร่วมเกี่ยว										
3) ออกแบบฐานข้อมูลก่อนที่จะพัฒนา										
4) รวบรวมข้อมูลจากหลายๆแหล่งเพื่อลงมือทำ										
5) ดำเนินการพัฒนาโปรแกรม										
6) เตรียมการนำเสนอและจัดทำรูปเล่มปัญหาพิเศษ										
7) นำเสนอปัญหาพิเศษ										

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 2

# หลักการและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

### 2.1 จำนวนเฉพาะและจำนวนประกอบ

นิยาม จำนวนเต็ม  $p > 1$  เรียกว่า จำนวนเฉพาะ (Prime) ถ้าจำนวนเต็มนั้นมีตัวหารเป็น 1 และ  $p$  เท่านั้น  
เมื่อ  $p$  เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 ซึ่งไม่เป็นจำนวนเฉพาะ เรียกว่า จำนวนประกอบ

ตัวอย่างที่ 2.1 จำนวนต่อไปนี้เป็นจำนวนเฉพาะเพราะไม่มีตัวอื่นมาหารได้ นอกจากตัวมันเอง เช่น 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

จำนวนเต็มที่มากกว่า 1 ซึ่งไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

ทฤษฎีบท ทุกๆ จำนวนเต็มบวก  $n > 1$  สามารถแสดงได้ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ และเขียนได้เพียงแบบเดียวเท่านั้นโดยไม่คำนึงถึงลำดับ

ตัวอย่างที่ 2.2 การแยกตัวประกอบ

$$252 = 2 \times 126$$

$$= 2 \times 2 \times 63$$

$$= 2 \times 2 \times 3 \times 21$$

$$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$$

$$360 = 2 \times 180$$

$$= 2 \times 2 \times 90$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 45$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 9$$

$$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทแทรก จำนวนเต็มบวก  $n > 1$  สามารถเขียนได้ในรูปแบบจำนวนเฉพาะยกกำลัง (Canonical) ได้เพียงแบบเดียวเท่านั้น และ

$$n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \cdots p_r^{k_r}$$

โดยแต่ละ  $p_i$  โดยที่  $i = 1, 2, \dots, r$  แต่ละ  $k_i$  เป็นจำนวนเต็มบวก และแต่ละ  $p_i$  เป็นจำนวนเฉพาะที่  $p_1 < p_2 < \cdots < p_r$

ตัวอย่างที่ 2.3 รูปแบบของจำนวนเฉพาะยกกำลัง ของจำนวนต่างๆ

$$252 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$4725 = 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7$$

ทฤษฎีบท ถ้า  $n$  เป็นจำนวนเต็มโดยที่  $n > 1$  และ  $n$  เป็นจำนวนประกอบแล้ว จะมีจำนวนเฉพาะบวก  $p$  ซึ่ง  $p \leq \sqrt{n}$  และ  $p | n$

ตัวอย่างที่ 2.4 พิจารณาว่า 83 เป็นจำนวนเฉพาะหรือไม่

พิจารณาค่าจำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง 83 ว่ามีจำนวนนับใดบ้างที่สามารถหาร 83 ลงตัว ถ้ามีเพียง 1 และ 83 เท่านั้นที่สามารถหาร 83 ลงตัว จะได้ว่า 83 เป็นจำนวนเฉพาะ ตรวจสอบด้วยการหารด้วยจำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง 83 ค่อนข้างใช้เวลามาก

ดังนั้น ตัวที่หารพิจารณาจากจำนวนเฉพาะยกกำลัง ที่ยกกำลังสองแล้วได้ค่าไม่เกิน 83

$$2^2 < 83, \quad 3^2 < 83, \quad 5^2 < 83, \quad 7^2 < 83, \quad 11^2 > 83$$

พบว่า

2, 3, 5, 7 หาร 83 ไม่ลงตัว

สรุป 83 มีตัวที่หารลงตัว คือ 1 และ 83 เพียง 2 จำนวน

ดังนั้น 83 เป็นจำนวนเฉพาะ

## 2.2 ฟังก์ชันของตัวหารบวก

นิยาม สำหรับจำนวนเต็มบวก  $n$

ให้  $\tau(n)$  แทนจำนวนตัวหารที่เป็นบวกของ  $n$

และ  $\sigma(n)$  แทนผลบวกของตัวหารบวกของ  $n$

ตัวอย่างที่ 2.5 พิจารณา  $n = 12$ 

เพราะว่า 12 มีตัวหารที่เป็นบวก คือ 1, 2, 3, 4, 6, 12 จะได้ว่า

$$\tau(12) = 6 \text{ และ } \sigma(12) = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 12 = 28$$

สำหรับจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 - 6

$$\tau(1) = 1, \tau(2) = 2, \tau(3) = 2, \tau(4) = 3, \tau(5) = 2, \tau(6) = 4$$

$$\text{และ } \sigma(1) = 1, \sigma(2) = 3, \sigma(3) = 4, \sigma(4) = 7, \sigma(5) = 6, \sigma(6) = 12$$

จะพบว่า  $\tau(n) = 2$  ก็ต่อเมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเฉพาะ

และ  $\sigma(n) = n + 1$  ก็ต่อเมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเฉพาะ

คำว่าตัวหารที่เป็นบวกต่อไปนี้จะเรียกสั้นๆ ว่า *ตัวหารบวก*

**ทฤษฎีบท** ถ้า  $n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_r^{k_r}$  เป็นรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะยกกำลังของ  $n > 1$  แล้ว ตัวหารบวกของ  $n$  เป็นจำนวนเต็ม  $d$  ที่เขียนในรูปแบบ

$$d = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_r^{a_r} \text{ เมื่อ } 0 \leq a_i \leq k_i \text{ (} i = 1, 2, \dots, r \text{)}$$

ตัวอย่างที่ 2.6 พิจารณาตัวหารบวกของ  $n = 12$ 

จำนวนเต็ม  $12 = 2^2 \cdot 3$  มีตัวหารบวกอยู่ในรูปแบบ  $2^{a_1} \cdot 3^{a_2}$   
เมื่อ  $a_1 = 0, 1, 2$ ; และ  $a_2 = 0, 1$  ตัวหารบวก ( $d$ ) คือ

$$2^0 \cdot 3^0 = 1$$

$$2^0 \cdot 3^1 = 3$$

$$2^1 \cdot 3^0 = 2$$

$$2^1 \cdot 3^1 = 6$$

$$2^2 \cdot 3^0 = 4$$

$$2^2 \cdot 3^1 = 12$$

ดังนั้น ตัวหารบวกของ 12 มี 6 จำนวน ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 6, 12 ตรงกับตัวอย่างที่ 2.5

**ทฤษฎีบท** ถ้า  $n > 1$  เป็นรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ  $n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \dots p_r^{k_r}$  แล้ว

$$1) \tau(n) = (k_1 + 1)(k_2 + 1) \dots (k_r + 1) \quad \text{และ}$$

$$2) \sigma(n) = \frac{p_1^{(k_1+1)} - 1}{p_1 - 1} \frac{p_2^{(k_2+1)} - 1}{p_2 - 1} \dots \frac{p_r^{(k_r+1)} - 1}{p_r - 1}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างที่ 2.7 จำนวนเต็ม  $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

มีตัวหารบวกอยู่ในรูปแบบ  $2^{a_1} \cdot 3^{a_2} \cdot 5^{a_3}$  เมื่อ  $a_1 = 0, 1, 2$ ;  $a_2 = 0, 1, 2$  และ  $a_3 = 0, 1$  และตัวหารบวก คือ

1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180  
จำนวนของตัวหารบวกคือ

$$\tau(180) = (2 + 1)(2 + 1)(1 + 1) = 18$$

ผลบวกของตัวหารบวก คือ

$$\sigma(180) = \frac{2^3-1}{2-1} \cdot \frac{3^3-1}{3-1} \cdot \frac{5^2-1}{5-1} = \frac{7}{1} \cdot \frac{26}{2} \cdot \frac{24}{4} = 7 \cdot 13 \cdot 6 = 546$$

## 2.3 การหาตัวหารร่วมมาก

### 2.3.1 ขั้นตอนวิธีการหาร

ทฤษฎีบท สำหรับจำนวนเต็ม  $a, b$  ใดๆ จะมี จำนวนเต็ม  $q$  และ  $r$  อย่างละหนึ่งจำนวน ที่สอดคล้องกับ

$$a = qb + r, 0 \leq r < b$$

$q$  เรียกว่า ผลหาร (quotient)  $r$  เรียกว่าเศษเหลือ (remainder) ในการหาร  $a$  ด้วย  $b$

ตัวอย่างที่ 2.8 จงหา  $q, r$  โดยที่  $0 \leq r < |b|$  ที่ทำให้  $a = bq + r$  เมื่อกำหนด

ก.  $a = 162, b = -5$

$$162 = (-32)(-5) + 2 \text{ จะได้ } q = -32 \text{ และ } r = 2$$

ข.  $a = -59, b = -3$

$$-59 = (20)(-3) + 1 \text{ จะได้ } q = 20 \text{ และ } r = 1$$

จากขั้นตอนวิธีการหาร เมื่อ  $b = 2$  แล้วเศษคือ  $r = 0$  หรือ  $r = 1$

เมื่อ  $r = 0$  จำนวนเต็ม  $a$  อยู่ในรูปแบบ  $a = 2q$  เรียกว่าจำนวนเต็มคู่ (even integer)

เมื่อ  $r = 1$  จำนวนเต็ม  $a$  อยู่ในรูปแบบ  $a = 2q + 1$  เรียกว่าจำนวนเต็มคี่ (odd integer)

### 2.3.2 ตัวหารร่วมมาก

นิยาม ให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็ม ที่มีอย่างน้อยหนึ่งจำนวนที่ไม่เป็นศูนย์ ตัวหารร่วมมาก ของ  $a$  และ  $b$  แทนด้วย  $\gcd(a, b)$  เป็นจำนวนเต็มบวก  $d$  เป็นตัวหารร่วมซึ่งสอดคล้องกับ

1.  $d \mid a$  และ  $d \mid b$
2. ถ้า  $c \mid a$  และ  $c \mid b$  แล้ว  $c \leq d$

ตัวอย่างที่ 2.9 หาตัวหารร่วมมากของ 12 และ 30 โดยการพิจารณาจากตัวประกอบ

ตัวหารที่เป็นบวกของ 12 คือ 1, 2, 3, 4, 6, 12

ตัวหารที่เป็นบวกของ 30 คือ 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

เนื่องจาก 6 เป็นจำนวนที่มากที่สุด จะได้  $\gcd(12, 30) = 6$

### 2.3.3 ขั้นตอนวิธีการหาตัวหารร่วมมากแบบยุคลิด

ตัวหารร่วมมากของจำนวนเต็ม 2 จำนวน สามารถหาได้โดย การหาตัวหารที่เป็นจำนวนบวกทุกจำนวนแล้วเลือกตัวหารร่วมมากที่สุดสำหรับจำนวนที่มีขนาดใหญ่ จึงต้องมีวิธีที่มีประสิทธิภาพมากกว่า ซึ่งต้องทำซ้ำในขั้นตอนการหาร หรือการหาเศษเหลือในการหารซ้ำๆ นั่นคือ ขั้นตอนวิธีแบบยุคลิด

ให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็มสองจำนวน ที่ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน

เนื่องจาก  $\gcd(|a|, |b|) = \gcd(a, b)$  และให้  $a \geq b > 0$

เริ่มต้นจะมี  $q_1$  และ  $r_1$  ที่ทำให้

$$a = q_1b + r_1, \quad 0 \leq r_1 < b$$

ถ้า  $r_1 = 0$  แล้ว  $b \mid a$  และ  $\gcd(a, b) = b$

ถ้า  $r_1 \neq 0$  จะหาร  $b$  ด้วย  $r_1$  จึงมี  $q_2$  และ  $r_2$  ที่สอดคล้องกับ

$$b = q_2r_1 + r_2, \quad 0 \leq r_2 < r_1$$

ถ้า  $r_2 = 0$  หยุด หรือ ถ้าไม่เป็นเช่นนั้น จะได้

$$r_1 = q_3r_2 + r_3, \quad 0 \leq r_3 < r_2$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การหารมีกระบวนการต่อเนื่องจนกระทั่งเหลือเศษเหลือที่ได้เป็นศูนย์ซึ่งมี  $(n + 1)$  ชั้น เมื่อ  $r_{n-1}$  หารลงตัวด้วย  $r_n$  (เศษเหลือเป็นศูนย์) หรือค่อยๆลดลงเป็นลำดับ  $b > r_1 > r_2 > \dots \geq 0$  ผลที่ได้เป็นระบบสมการดังนี้

$$\begin{aligned} a &= q_1 b + r_1 & , & \quad 0 < r_1 < b \\ b &= q_2 r_1 + r_2 & , & \quad 0 < r_2 < r_1 \\ r_1 &= q_3 r_2 + r_3 & , & \quad 0 < r_3 < r_2 \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$r_{n-2} = q_n r_{n-1} + r_n \quad , \quad 0 < r_n < r_{n-1}$$

$$r_{n-1} = q_{n+1} r_n + 0$$

ดังนั้น  $\gcd(a, b) = \gcd(b, r_1) = \gcd(r_1, r_2) = \dots = \gcd(r_{n-2}, r_{n-1}) = r_n$  ซึ่ง  $r_n$  เป็นเศษเหลือสุดท้ายที่ไม่เป็นศูนย์

ตัวอย่างที่ 2.10 จงใช้ขั้นตอนยุคลิดหา  $\gcd(1485, 1745)$

ผลเฉลย

$$\begin{aligned} 1745 &= 1 \cdot 1485 + 260 \\ 1485 &= 5 \cdot 260 + 185 \\ 260 &= 1 \cdot 185 + 75 \\ 185 &= 2 \cdot 75 + 35 \\ 75 &= 2 \cdot 35 + 5 \\ 35 &= 7 \cdot 5 + 0 \end{aligned}$$

ดังนั้น  $\gcd(1485, 1745) = 5$

### 2.3.4 จำนวนเฉพาะสัมพัทธ์

นิยาม จำนวนเต็ม  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ ก็ต่อเมื่อ ไม่มีตัวประกอบร่วมนอกจาก 1 และ -1, หรือกล่าวได้ว่า ถ้าตัวหารร่วมมาก ของ  $a$  และ  $b$  คือ 1

ตัวอย่างที่ 2.11 จำนวน 21 กับ 25 เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์หรือไม่

$$21 = 3 \times 7$$

$$25 = 5 \times 5$$

สรุป 21 กับ 25 ไม่มีตัวประกอบร่วมกัน

ดังนั้น 21 กับ 25 มี . เท่ากับ 1 จึงเป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์

นิยาม สำหรับ  $n \geq 1$  ให้  $\phi(n)$  แทนจำนวนของจำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ  $n$  ไม่รวม  $n$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2.4 ขั้นตอนยุคลิดแบบขยาย

ขั้นตอนวิธียุคลิดแบบขยาย เป็นวิธีคำนวณที่มีประสิทธิภาพในการหาผลเฉลยสมการเชิงเส้นไดโอแฟนไทน์ โดยเพิ่มการคำนวณอื่นขณะที่คำนวณหาตัวหารร่วมมากของขั้นตอนวิธียุคลิด โดยไม่ต้องแทนค่าย้อนกลับ ดังนี้

มีจำนวนเต็ม 2 จำนวน  $a$  และ  $b$  จะหาจำนวนเต็มอื่น 2 จำนวน  $s$  และ  $t$  ซึ่ง

$$a \cdot s + b \cdot t = \gcd(a, b)$$

ขณะที่คำนวณ  $\gcd(a, b)$  ให้คำนวณหา  $s$  และ  $t$  โดยคำนวณหาเศษเหลือจากการหาร  $r, s, t$  ของ สมการ

$$r_1 = q \cdot r_2 + r, \quad s_1 = q \cdot s_2 + s \quad \text{และ} \quad t_1 = q \cdot t_2 + t$$

เริ่มต้นมี  $a$  และ (สำหรับหา  $\gcd$ )

ให้  $r_1 = a, r_2 = b$  (สำหรับหา  $r$ )

และให้  $s_1 = 1, s_2 = 0$  และ  $t_1 = 0, t_2 = 1$  (สำหรับหา  $s, t$  ตามลำดับ)

ทำซ้ำ ขณะที่  $b > 0$  (ขณะที่เศษเหลือการหารมีค่ามากกว่าศูนย์)

คำนวณ  $q$  เป็นผลหารของ  $r_1/r_2$  (เป็นจำนวนเต็ม)

คำนวณ  $r = r_1 - q \cdot r_2$  ปรับเปลี่ยนค่า  $r_1 = r_2, r_2 = r$  ( $r$  เป็นเศษเหลือ)

คำนวณ  $s = s_1 - q \cdot s_2$  ปรับเปลี่ยนค่า  $s_1 = s_2, s_2 = s$

คำนวณ  $t = t_1 - q \cdot t_2$  ปรับเปลี่ยนค่า  $t_1 = t_2, t_2 = t$

หมายเหตุ ใช้  $q$  เดียวกันจากการหา หรม.

ตัวอย่างที่ 2.12 ให้  $a = 161$  และ  $b = 28$  จงหา  $\gcd(a, b)$  และค่า  $s$  และ  $t$

รอบที่	$q$	$r_1$	$r_2$	$r$	$s_1$	$s_2$	$s$	$t_1$	$t_2$	$t$
1	5	161	28	21	1	0	1	0	1	-5
2	1	28	21	7	0	1	-1	1	-5	6
3	3	21	7	0	1	-1	4	-5	6	
		7	0		-1			6		

ฉะนั้น  $\gcd(161, 28) = 7, s = -1$  และ  $t = 6$  ตรวจสอบ  $(-1) \cdot 161 + 6 \cdot 28 = 7$

## 2.5 สมภาค

นิยาม ให้  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวกที่ถูกต้องค่า

จำนวนเต็ม  $a$  และ  $b$  เรียกว่า สมภาค มอดุโล  $n$  เขียนแทนด้วย

$$a \equiv b \pmod{n}$$

ถ้า  $n$  หาร  $a - b$  ลงตัว นั่นคือ  $a - b = kn$  สำหรับจำนวนเต็ม  $k$  บางจำนวน

ตัวอย่างที่ 2.13 จากนิยาม เมื่อ  $n = 5$

$$4 \equiv 14 \pmod{5} \quad \text{เนื่องจาก } 4-14 = (-2)5$$

$$-6 \equiv 14 \pmod{5} \quad \text{เนื่องจาก } -6-14 = (-4)5$$

## 2.6 ผลเฉลยสมภาคเชิงเส้น

### 2.6.1 ผลเฉลยสมภาคของสมภาคเชิงเส้น

สมภาคมีรูปแบบ  $ax \equiv b \pmod{n}$  มีตัวแปรไม่ทราบค่า  $x$  เรียกว่าสมภาคเชิงเส้น และ ผลเฉลยของสมภาคหมายถึงจำนวนเต็ม  $x_0$  ซึ่ง  $ax_0 \equiv b \pmod{n}$  และนิยามโดย  $ax_0 \equiv b \pmod{n}$  ก็ต่อเมื่อ  $n \mid (ax_0 - b)$  หรือมีจำนวนเต็ม  $y_0$  บางจำนวนที่  $ax_0 - b = ny_0$

ทฤษฎีบท สมภาคเชิงเส้น  $ax \equiv b \pmod{n}$  มีผลเฉลย ก็ต่อเมื่อ  $d \mid b$

เมื่อ  $d = \gcd(a, n)$  ถ้า  $d \mid b$  แล้วมี  $d$  ผลเฉลยไม่สมภาค มอดุโล  $n$

บทแทรก ถ้า  $\gcd(a, n) = 1$  แล้วสมภาคเชิงเส้น  $ax \equiv b \pmod{n}$

มีผลเฉลยเดียวมอดุโล  $n$

ตัวอย่างที่ 2.14 จงหาผลเฉลยของสมภาคเชิงเส้น  $9x \equiv 21 \pmod{30}$

เนื่องจาก  $\gcd(9, 30) = 3$  และ  $3 \mid 21$  จึงได้ว่ามี 3 ผลเฉลยที่ไม่สมภาคกัน

หาผลเฉลยโดย เริ่มจากปรับสมภาคที่ให้โดยหารด้วย 3 ได้

$$3x \equiv 7 \pmod{10}$$

และ 3, 10 เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์จึงได้ว่า สมภาคที่ปรับแล้วมีผลเฉลยเดียวมอดุโล 10

หาผลเฉลยโดยการคูณ 7 ทั้งสองข้างของสมภาค  $3x \equiv 7 \pmod{10}$  จะได้

$$21x \equiv 49 \pmod{10}$$

เนื่องจาก  $21 \equiv 1 \pmod{10}$  และ  $49 \equiv 9 \pmod{10}$

ดังนั้น  $21x \equiv 49 \pmod{10}$  ลดรูปได้  $x \equiv 9 \pmod{10}$

ฉะนั้นผลเฉลยทั้งหมดคือ  $x = 9 + 10t$  เมื่อ  $t = 0, 1, 2$

เมื่อแทนค่า  $t$  จะได้ 9, 19, 29

ดังนั้น  $x \equiv 9$  และ  $x \equiv 29 \pmod{30}$

เป็นผลเฉลยของ  $9x \equiv 21 \pmod{30}$

กรณีพิเศษ หาผลเฉลยโดยใช้ผกผันการคูณมอดุโล  $n$

สำหรับสมภาค  $ax \equiv 1 \pmod{n}$  ถ้ามีผลเฉลย  $x$  จะเรียกว่า ผกผันของ  $a$  มอดุโล  $n$  ถ้าไม่มีผลเฉลยแสดงว่า  $n$  ไม่มีผกผัน

นิยาม ให้  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก

ผกผันการคูณของจำนวนเต็ม  $a$  มอดุโล  $n$  เป็นจำนวนเต็ม  $x$  ที่คูณกับ  $a$  แล้วสมภาคกับ  $1$  มอดุโล  $n$

สมมูลกับ จำนวนเต็ม  $x$  ซึ่ง  $ax \equiv 1 \pmod{n}$

เมื่อ  $a^{-1}$  แทนผกผันการคูณ ฉะนั้น  $aa^{-1} \equiv 1 \pmod{n}$

ตัวอย่างที่ 2.15 จงหาผกผันการคูณของ  $17$  มอดุโล  $37$

ผลเฉลย เป็นการหาผลเฉลยของสมภาค  $17x \equiv 1 \pmod{37}$  หาผลเฉลยโดย

คูณ  $2$  ทั้งสองข้างสมภาค ได้

$$34x \equiv 2 \pmod{37} \text{ หรือ } (-3)x \equiv 2 \pmod{37}$$

คูณ  $12$  ทั้งสองข้างของสมภาค ได้

$$-36x \equiv 24 \pmod{37} \text{ หรือลดรูปได้ } x \equiv 24 \pmod{37}$$

ดังนั้นผกผันการคูณของ  $17$  มอดุโล  $37$  คือ  $24$

$$\text{ตรวจสอบ } 17(24) \equiv 17 \cdot 3 \cdot 8 \equiv 14 \cdot 8 \equiv 112 \equiv 1 \pmod{37}$$

## 2.7 ทฤษฎีบทแฟร์มา

ทฤษฎีบท ทฤษฎีบทเล็กๆของแฟร์มา ถ้า  $p$  เป็นจำนวนเฉพาะและ  $p \nmid a$

$$\text{แล้ว } a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

ตัวอย่างที่ 2.16 ให้  $p = 5$ ,  $a = 4$

เนื่องจาก  $5 \nmid 4$  โดยทฤษฎีบทเล็ก ๆ ของแฟร์มา จะได้

$$4^{5-1} \equiv 1 \pmod{5}$$

ดังนั้น  $4^4 \equiv 1 \pmod{5}$

ตัวอย่างที่ 2.17 จงหาค่าของ  $2^{50} \pmod{13}$

เพราะว่า  $(2^{12}) \equiv 1 \pmod{13}$

ฉะนั้น  $(2^{12})^4 \equiv 2^{48} \equiv 1 \pmod{13}$

และเพราะว่า  $(2^2) \equiv 4 \pmod{13}$

ดังนั้น  $2^{50} \equiv 2^{48} \cdot 2^2 \equiv 1 \cdot 4 \equiv 4 \pmod{13}$

หรือ  $2^{50} \equiv 4 \pmod{13}$

## 2.8 สมการไดโอแฟนไทน์

### 2.8.1 การหาผลเฉลยไดโอแฟนไทน์โดยวิธียุคลิด (แบบแทนค่าย้อนกลับ)

สมการเชิงเส้นไดโอแฟนไทน์เป็นสมการที่มีตัวไม่รู้ค่า 2 ตัว ในรูปแบบ

$$ax + by = c$$

โดยที่  $a, b, c$  เป็นจำนวนเต็มที่ให้ และ  $a, b$  ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน ผลเฉลยของสมการนี้เป็นคู่ของจำนวนเต็ม  $x_0, y_0$  เมื่อแทนในสมการแล้วสอดคล้องกับสมการนั้นคือ

$$ax_0 + by_0 = c$$

ทฤษฎีบท สมการเชิงเส้นไดโอแฟนไทน์  $ax + by = c$  มีผลเฉลย ก็ต่อเมื่อ  $d|c$  โดยที่  $d = \gcd(a, b)$

ถ้า  $x_0, y_0$  เป็นผลเฉลยเฉพาะของสมการแล้ว ผลเฉลยอื่น กำหนดโดย

$$x = x_0 + \left(\frac{b}{d}\right)t, \quad y = y_0 - \left(\frac{a}{d}\right)t$$

โดยที่  $t$  เป็นจำนวนเต็มใดๆ

ตัวอย่างที่ 2.18 พิจารณาสมการเชิงเส้นไดโอแฟนไทน์

$$33x + 14y = 115$$

โดยใช้ขั้นตอนวิธีแบบยุคลิดหา  $\gcd(33, 14)$  ดังนี้

$$33 = 2 \cdot 14 + 5$$

$$14 = 2 \cdot 5 + 4$$

$$5 = 1 \cdot 4 + 1$$

$$4 = 4 \cdot 1 + 0$$

ฉะนั้น  $\gcd(33, 14) = 1$  ซึ่ง  $1|115$  การหาผลเฉลยสมการโดยใช้การแทนค่าย้อนกลับของขั้นตอนวิธียุคลิด

เนื่องจาก

$$1 = 5 - 1 \cdot 4$$

$$= 5 - 1(14 - 2 \cdot 5)$$

$$= 3 \cdot 5 - 1 \cdot (14)$$

$$= 3(33 - 2 \cdot 14) - 1 \cdot 14$$

$$= 3 \cdot 33 - 7 \cdot 14$$

$$115 = 1 \cdot 115 = 115 [3 \cdot 33 - 7 \cdot 14]$$

$$= 345 \cdot 33 + (-805)14$$

ดังนั้น  $x_0 = 345$ ,  $y_0 = -805$  เป็นผลเฉลยหนึ่งของสมการและผลเฉลยทั้งหมดคือ

$$x = 345 + \frac{14}{1}t = 345 + 14t$$

$$y = -805 - \frac{33}{1}t = -805 - 33t$$

โดยที่  $t$  เป็นจำนวนเต็มบางจำนวน

เช่น เมื่อ  $t = 1$  จะได้  $x = 359$  และ  $y = -838$

เมื่อต้องการหาผลเฉลยที่เป็นบวก ต้องหา  $t$  ที่สอดคล้องกับ

$$345 + 14t > 0 \text{ และ } -805 - 33t > 0$$

หรือ 
$$-\frac{805}{33} > t > -\frac{345}{14}$$

$$-24\frac{13}{33} > t > -24\frac{9}{14}$$

สรุปว่า ไม่มี  $t$  ที่เป็นจำนวนเต็มอยู่ระหว่างสมการข้างต้น ซึ่งทำให้ทั้ง  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนเต็ม

บวก

## 2.9 ฟังก์ชันฟาย

นิยาม สำหรับ  $n \geq 1$  ให้  $\phi(n)$  แทนจำนวนของจำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ  $n$  ไม่รวม  $n$

ตัวอย่างที่ 2.19 จงหา  $\phi(n)$

$$\phi(1) = 1, \phi(2) = 1, \phi(3) = 2, \phi(4) = 2, \phi(5) = 4, \phi(6) = 2$$

\*ถ้า  $n$  เป็นจำนวนเฉพาะ แล้ว ทุกๆ จำนวนเต็มที่น้อยกว่า  $n$  เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ  $n$  ฉะนั้น  $\phi(n) = n - 1$

ทฤษฎีบท ถ้า  $p$  เป็นจำนวนเฉพาะ และ  $k > 0$  แล้ว  $\phi(p^k) = p^k - p^{k-1} = p^{k-1}(p - 1)$

ตัวอย่างที่ 2.20 จงหา  $\phi(360)$  โดยใช้คุณสมบัติฟังก์ชันฟาย

$$\begin{aligned} \phi(120) &= \phi(5 \cdot 24) = \phi(5) \cdot \phi(24) \\ &= \phi(5) \cdot \phi(3 \cdot 8) = \phi(5) \cdot \phi(3) \cdot \phi(8) \\ &= \phi(3) \cdot \phi(5) \cdot \phi(2^3) = 2 \cdot 4 \cdot (2^{3-1}(2 - 1)) \\ &= 2 \cdot 4 \cdot 4 = 32 \end{aligned}$$

ได้แก่ 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 49, 47, 53, 59,

61, 67, 71, 73, 77, 79, 83, 89, 91, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 119

## 2.10 อันดับและรากปฐมฐาน

นิยาม ให้  $n > 1$  และ  $\gcd(a, n) = 1$  อันดับ(order) ของ  $a$  มอดุโล  $n$  คือ จำนวนเต็มบวก  $k$  ที่น้อยที่สุดซึ่งทำให้  $a^k \equiv 1 \pmod{n}$

ตัวอย่างที่ 2.21 พิจารณาอันดับของทุกจำนวนเต็ม  $a < n$  เมื่อ  $n = 7$  (จำนวนเฉพาะ)

เพราะว่า  $\phi(7) = 6$  เลขชี้กำลังสูงสุดที่เป็นไปได้คือ 6 การคำนวณของทุกจำนวนเต็ม  $a$

ตารางเศษเหลือของ  $a$  ยกกำลัง

a \ k	k						อันดับ
	1	2	3	4	5	6	
a = 1	1	1	...				1
2	2	4	1	2	4	1	3
3	3	2	6	4	5	1	6
4	4	2	1	4	2	1	3
5	5	4	6	2	3	1	6
6	6	1	6	1	...		2

เขียนเป็นตารางอันดับ มอดุโล 7 ในแนวนอนได้ดังนี้

a	1	2	3	4	5	6
อันดับ (Order)	1	3	6	3	6	2

จะเห็นได้ว่า 3,5 เป็นรากปฐมฐานของ 7 เนื่องจากมีอันดับ เท่ากับ  $\phi(7) = 6$

## 2.11 การพิจารณาวันของสัปดาห์

การคำนวณวันของสัปดาห์ใช้ได้ตั้งแต่วันที่ 1 มี.ค. 1600 (หลังปี ค.ศ. 1600) ใช้วันที่ 1 มี.ค. ปี 1600 เป็นวันเริ่มนับ ประกอบด้วย 3 ส่วน

❖ หวันของสัปดาห์สำหรับวันที่ 1 มีนาคม ของแต่ละปี (วันแรกของปีในอดีต)

ให้  $D_{1600}$  แทนวันของสัปดาห์ของวันที่ 1 มีนาคม 1600 และจำนวนวันที่สมนัยกับวันที่ 1 มีนาคม 1601, 1602, 1603 คือสมภาคมอดุโล 7 ของ  $D_{1600} + 1, D_{1600} + 2, D_{1600} + 3$  ตามลำดับ แต่จำนวนที่สมนัยกับวันที่ 1 มีนาคม 1604 คือ  $D_{1600} + 5 \pmod{7}$

ถ้าให้  $D_y$  แทนวันของสัปดาห์ของวันที่ 1 มีนาคม ของปีที่  $y$  ใดๆ จะได้ว่า

$$D_y \equiv D_{1600} + (Y - 1600) + L \pmod{7}$$

การคำนวณปีอธิกสุรทิน (ค่า  $L$ ) ได้จากนับจำนวนปีที่หารด้วย 4 ลงตัว ลบด้วยปีที่หารได้ 100 ลงตัว (ปีศตวรรษ) บวกด้วยจำนวนปีที่หารด้วย 400 ลงตัว ( $[x]$  แทนจำนวนเต็มที่มีค่าที่น้อยที่สุดน้อยกว่าหรือเท่ากับ  $x$  หรือ คิดเฉพาะจำนวนเต็มที่เป็นบวก) ดังนั้น

1. จำนวนปีตั้งแต่ปี 1600 ถึงปี  $Y$  ที่หารด้วย 4 ลงตัว คือ

$$\left\lfloor \frac{Y - 1600}{4} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{Y}{4} - 400 \right\rfloor = \left\lfloor \frac{Y}{4} \right\rfloor - 400$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. จำนวนปีตั้งแต่ปี 1600 ถึงปี  $Y$  ที่หารด้วย 100 ลงตัว คือ

$$\left\lfloor \frac{Y-1600}{100} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{Y}{100} - 16 \right\rfloor = \left\lfloor \frac{Y}{100} \right\rfloor - 16$$

3. จำนวนปีตั้งแต่ปี 1600 ถึงปี  $Y$  ที่หารด้วย 400 ลงตัว คือ

$$\left\lfloor \frac{Y-1600}{400} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{Y}{400} - 4 \right\rfloor = \left\lfloor \frac{Y}{400} \right\rfloor - 4$$

รวมทั้งสามสมการเข้าด้วยกัน จะได้

$$\begin{aligned} L &= \left( \left\lfloor \frac{Y}{4} \right\rfloor - 400 \right) - \left( \left\lfloor \frac{Y}{100} - 16 \right\rfloor \right) + \left( \left\lfloor \frac{Y}{400} \right\rfloor - 4 \right) \\ &= \left\lfloor \frac{Y}{4} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{Y}{100} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{Y}{400} \right\rfloor - 388 \end{aligned}$$

อีกหนึ่งสูตรในการหาค่า  $L$  มาจากการเขียนปี  $Y$  เป็น

$$L = 100c + y \quad 0 \leq y \leq 100$$

เมื่อ  $c$  เป็นจำนวนของศตวรรษ และ  $y$  เป็นจำนวนของปีในศตวรรษ

$$\begin{aligned} L &= \left\lfloor 25c + \frac{y}{4} \right\rfloor - \left\lfloor c + \frac{y}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{c}{4} + \frac{y}{400} \right\rfloor - 388 \\ &= 24c + \left\lfloor \frac{y}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{c}{4} \right\rfloor - 388 \quad (\text{สังเกตว่า } \left\lfloor \frac{y}{100} \right\rfloor = 0 \text{ และ } y/400 < 1/4) \end{aligned}$$

แทนค่า  $Y$  และ  $L$  ใน (2) จะได้สมภาคสำหรับ  $D_y$  เป็น

$$D_y \equiv 3 + (100c + y - 1600) + 24c + \left\lfloor \frac{y}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{c}{4} \right\rfloor - 388 \pmod{7}$$

$$\text{หรือ } D_y \equiv 3 - 2c + y + \left\lfloor \frac{c}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{y}{4} \right\rfloor \pmod{7}$$

- ❖ ทหาวันของสัปดาห์ สำหรับวันที่ 1 ของแต่ละเดือน (สำหรับปี หลังปี 1600)

ให้นับเดือนมีนาคม เป็น 1 เดือนเมษายนเป็น 2 และกุมภาพันธ์ เป็นเดือนที่ 12 ของปี ในเดือนมีนาคม ให้คิดวันของสัปดาห์ยกมาเป็น 0 เดือนมีนาคมมี 31 วัน และ  $31 \equiv 3 \pmod{7}$  เดือนถัดไป (เมษายน) วันของสัปดาห์จึงเริ่มที่ 3 เดือนเมษายนมี 30 วันและ  $30 \equiv 2 \pmod{7}$  จึงมีวันล่วงหน้าไป  $3+2 = 5$  วัน ดังนั้นเดือนถัดไป คือเดือนพฤษภาคม วันของสัปดาห์จะเริ่มที่ 5 หรือมาจากเศษเหลือจากการหารด้วย 7 กับจำนวนวันในทุกเดือนก่อนหน้า เช่นวันที่ 1 มิถุนายน มีจำนวนวันทดมาเป็น  $3+2+3 \equiv 1 \pmod{7}$  เสมอ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในตาราง จำนวนวันที่ยกมาคือค่าที่ต้องบวกเพิ่มเข้าไป เพื่อให้เป็นวันที่ 1 ของแต่ละเดือน

	จำนวนยกมา	จำนวนวันยกไป
มีนาคม	0	$0+31\equiv 3$
เมษายน	3	$3+30\equiv 5$
พฤษภาคม	5	$5+31\equiv 1$
มิถุนายน	1	$1+30\equiv 3$
กรกฎาคม	3	$3+31\equiv 6$
สิงหาคม	6	$6+31\equiv 2$

	จำนวนยกมา	จำนวนวันยกไป
กันยายน	2	$2+30\equiv 4$
ตุลาคม	4	$4+31\equiv 0$
พฤศจิกายน	0	$0+30\equiv 2$
ธันวาคม	2	$2+31\equiv 5$
มกราคม	5	$5+31\equiv 1$
กุมภาพันธ์	1	ไม่จำเป็น

สำหรับ  $m=1,2,\dots,12$  ข้อมูลจากตาราง เขียนสูตรทั่วไปได้เป็น

$$[(2.6)m - 0.2] - 2 \pmod{7}$$

ดังนั้นวันของสัปดาห์ ของวันที่ 1 ของเดือนที่  $m$  ของปีที่  $y$  กำหนดโดย

$$D_y + [(2.6)m - 0.2] - 2 \pmod{7}$$

❖ หาวันของสัปดาห์ สำหรับวันที่ใดๆ ของปี (หลังปี ค.ศ. 1600)

เมื่อ  $w$  แทนวันของสัปดาห์ของวันที่  $d$  เดือน  $m$  ปีที่  $Y=100c + y$  ได้จากสมภาค

$$W \equiv (d - 1) + D_y + [(2.6)m - 0.2] - 2 \pmod{7}$$

และจาก  $D_y \equiv 3 - 2c + y + \left\lfloor \frac{c}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{y}{4} \right\rfloor \pmod{7}$

จะได้  $w \equiv d + [(2.6)m - 0.2] - 2c + y + \left\lfloor \frac{c}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{y}{4} \right\rfloor \pmod{7}$

เพื่อความสะดวกจึงกำหนดวันของสัปดาห์เป็น

อาทิตย์	จันทร์	อังคาร	พุธ	พฤหัสบดี	ศุกร์	เสาร์
0	1	2	3	4	5	6

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทฤษฎีบท จำนวนวันของสัปดาห์ ของวันที่  $d$  เดือนที่  $m$  ปี  $y = 100c + y$

เมื่อ  $c \geq 16$  และ  $0 \leq y \leq 100$  มีจำนวนวันของสัปดาห์ เป็น

$$w \equiv d + [(2.6)m - 0.2] - 2c + y + \left\lfloor \frac{c}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{y}{4} \right\rfloor \pmod{7}$$

โดยเดือนมีนาคมนับเป็น 1 และเดือนมกราคม และ กุมภาพันธ์ ของปี ค.ศ. เดียวกัน นับเป็น 11 และ 12 ของปีก่อนหน้า

ตัวอย่างที่ 2.22 จงหาวันของสัปดาห์ของวันที่ 14 มกราคม ปี ค.ศ. 2020 ว่าเป็นวันอะไร

เมื่อ  $d = 14$ ,  $m = 11$ ,  $c = 20$  และ  $y = 19$

เดือนมกราคมของปี 2020 นับเป็นเดือนที่ 11 ของปี 2019 ดังนั้นลำดับวันในสัปดาห์ คือ

$$\begin{aligned} w &\equiv 14 + [(2.6)11 - 0.2] - 2(20) + 19 + \left\lfloor \frac{20}{4} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{19}{4} \right\rfloor \pmod{7} \\ &\equiv 14 + 28 - 40 + 19 + 5 + 4 \equiv 2 \pmod{7} \end{aligned}$$

นั่นคือ เป็นวันอังคาร

## บทที่ 3

# การออกแบบโปรแกรม

### 3.1 เครื่องมือที่ใช้พัฒนา

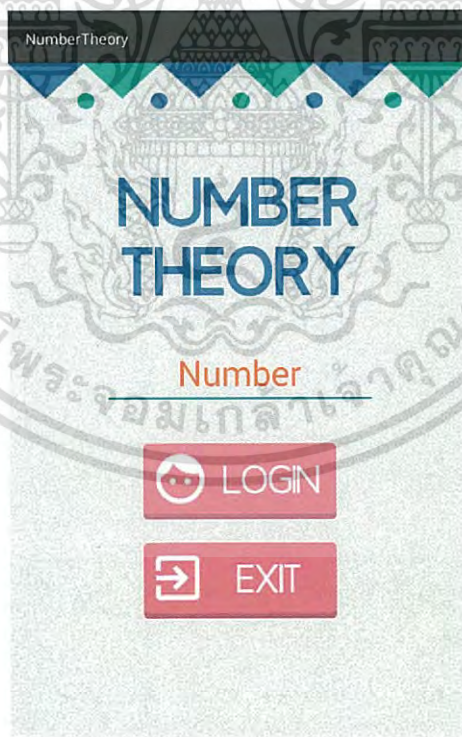
จะพัฒนาโดยใช้โปรแกรม Android studio ซึ่งเป็นโปรแกรมแอปพลิเคชันบนแอนดรอยด์ ซึ่งได้รับความนิยมในการใช้พัฒนาโปรแกรม Android studio สนับสนุนการพัฒนาโปรแกรมในหลายภาษา นอกจากนี้ Android studio ยังเป็น Freeware ที่สามารถดาวน์โหลดมาใช้ได้ฟรี และการเขียนโปรแกรมเป็นแอปพลิเคชัน สามารถเข้าถึงได้ง่ายและกว้างขวาง

### 3.2 ออกแบบโปรแกรม

ในหัวข้อนี้จะอธิบายรายละเอียดของตัวโปรแกรมที่ผู้พัฒนาได้พัฒนาขึ้น จะอธิบายรายละเอียดการใช้งาน หน้าต่างทุกหน้าต่างที่เกิดขึ้น และหน้าจอแสดงผลต่างๆดังต่อไปนี้

#### 3.2.1 เข้าสู่ระบบ

เมื่อเริ่มเข้าสู่โปรแกรมจะแสดงดังรูป 3.1 เป็นหน้าต่างให้ลงชื่อเข้าใช้ และมีปุ่ม Exit ให้กดเพื่อออกจากโปรแกรม



รูปที่ 3.1 เข้าสู่ระบบ

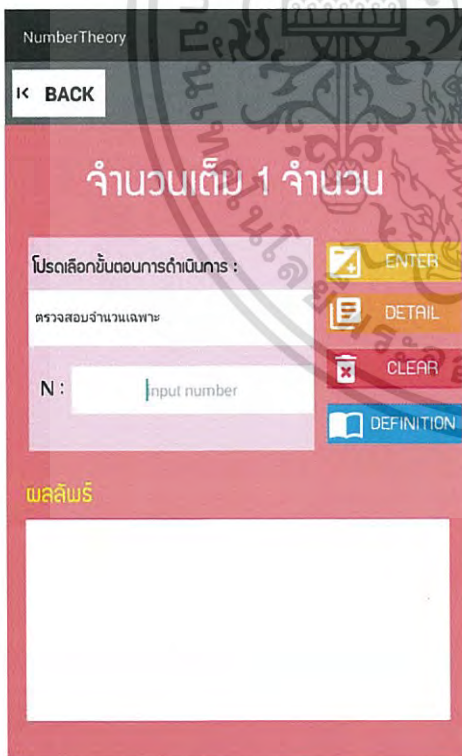
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.2.2 หน้าแรก

เมื่อเข้าสู่โปรแกรม จะแสดงดังรูป 3.2 ซึ่งประกอบไปด้วย จำนวนเต็มหนึ่งจำนวน จำนวนเต็มสองจำนวน จำนวนเต็มสามจำนวน และผู้จัดทำ



รูปที่ 3.2 หน้าแรก



รูปที่ 3.3 การดำเนินการของจำนวนเต็ม 1 จำนวน

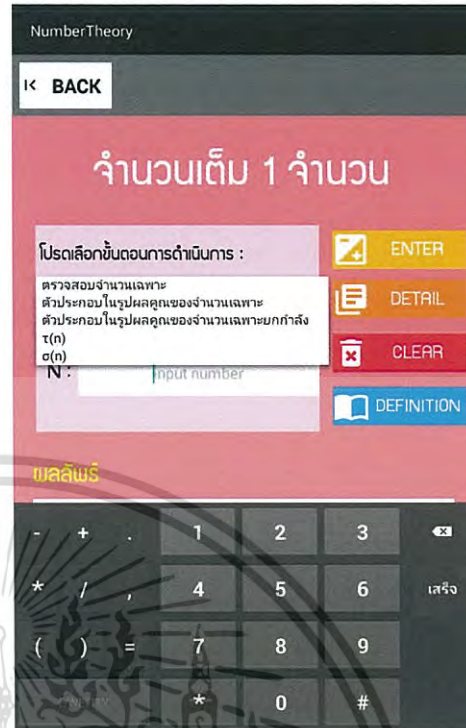
### 3.2.3 จำนวนเต็ม 1 จำนวน

ในหน้าต่างประกอบด้วย 3 ส่วนคือ 1) ส่วนเลือกดำเนินการต่างๆ 2) ส่วนรับข้อมูลที่จะดำเนินการ มีการรับค่า(Input) N และมีปุ่มต่างๆ (Enter, Clear, Detail) 3) ส่วนแสดงผลของการดำเนินการ

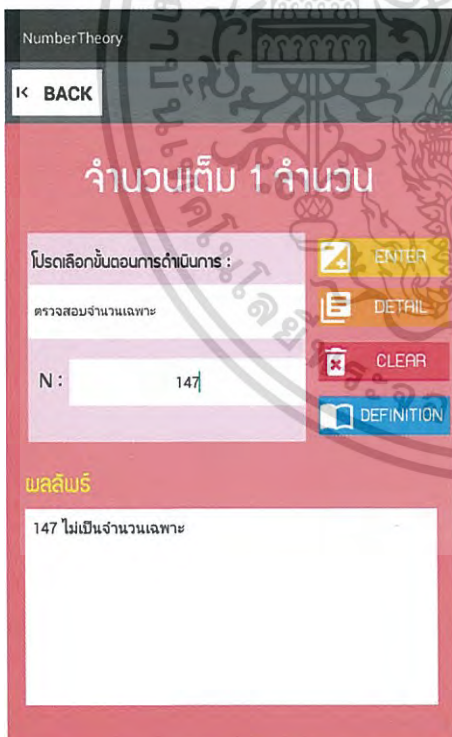
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 1) ส่วนเลือกดำเนินการต่างๆ

เมื่อกด Select จะมีแถบให้เลือกการดำเนินการประกอบด้วย การตรวจสอบจำนวนเฉพาะ ตัวประกอบในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ ตัวประกอบในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะยกกำลัง  $\sigma(n)$  (ผลบวกของตัวหารบวกของ  $n$ )  $\tau(n)$  (จำนวนตัวหารที่เป็นบวกของ  $n$ )



รูปที่ 3.4 ส่วนเลือกการดำเนินการต่างๆของจำนวนเต็ม 1 จำนวน



รูปที่ 3.5 ผลลัพธ์จากการกดปุ่ม Enter ของ 1 จำนวน

### 2) ส่วนรับข้อมูลที่จะดำเนินการ มีการรับค่า (Input) N และมีปุ่มต่างๆ (Enter, Clear, Detail)

2.1) Enter ปุ่ม Enter เป็นปุ่มเริ่มดำเนินการ เมื่อกดแล้วผลลัพธ์ที่เป็นคำตอบจะออกมาดังรูปที่ 3.5

2.2) Clear ปุ่ม clear เป็นการเตรียมกล่องรับข้อมูลให้ว่างดังรูปที่ 3.6 และ 3.7



รูปที่ 3.6 ก่อนกดปุ่ม Clear ของจำนวนเต็ม 1 จำนวน

รูปที่ 3.7 หลังกดปุ่ม Clear ของจำนวนเต็ม 1 จำนวน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.3) Detail หน้าจอ detail จะแสดงผลลัพธ์ที่มีรายละเอียดวิธีการคิดดังรูปที่ 3.8



รูปที่ 3.8 รายละเอียดการดำเนินการของจำนวนเต็ม 1 จำนวน

### 3) การดำเนินการ จากการกดปุ่ม Enter

- ตรวจสอบจำนวนเฉพาะ

ตรวจสอบการหารลงตัว ด้วยการหารจำนวนเต็มตั้งแต่ 2 ถึง  $\sqrt{n}$  ว่าหารลงตัวหรือไม่ ถ้าไม่มีจำนวนใดหารลงตัวแสดงว่า n เป็นจำนวนเฉพาะ ถ้ามีบางจำนวนหารลงตัว แสดงว่า เป็นจำนวนประกอบ

```
int a, i;
a = Integer.parseInt(InputEdt.getText().toString()); //รับค่าที่ใช้ในการคำนวณ

boolean idivm = true;
if ((a % 2) == 0) idivm = false;
if (a == 2) idivm = true;

i = 3;
while ((i * i <= a) && (idivm)) {
    if ((a % i) == 0) idivm = false;
    i = i + 2;
}
if (idivm == true) {
    TV2.setText(a + " เป็นจำนวนเฉพาะ"); // TV2.setText ข้อบเจ็ดแสดงผลทางจอภาพ
}
if (idivm == false) {
    TV2.setText(a + " " + "ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ");
}
}
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ตัวประกอบในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ

ทุกๆ จำนวนเต็มบวก  $n > 1$  สามารถแสดงได้ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ และเขียนได้เพียงแบบเดียวเท่านั้นโดยไม่คำนึงถึงลำดับ

```

int c, x, E, m;
TV2.setText("");
List<Integer> arr = new ArrayList<Integer>();

x = Integer.parseInt(InputEdt.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ
m = x;
if (x == 1) {
    TV2.setText("1 เป็นจำนวนเต็มที่มีทั้งจำนวนเฉพาะและจำนวนประกอบ"); // TV2.setText ข้อบ่งชี้
    แสดงผลทางจอภาพ
} else {
    int prime_x, prime_i;
    prime_x = Integer.parseInt(InputEdt.getText().toString());

    boolean idivm = true;
    if ((prime_x % 2) == 0) idivm = false;
    if (prime_x == 2) idivm = true;

    prime_i = 3;
    while ((prime_i * prime_i <= prime_x) && (idivm)) {
        if ((prime_x % prime_i) == 0) idivm = false;
        prime_i = prime_i + 2;
    }
    if (idivm == true) {
        TV2.setText(1 + " " + prime_x);
    }
    if (idivm == false) {
        for (int a = 2; a <= x; a++) {
            c = x / a;
            if ((x % a) == 0) {
                arr.add(a);
                x = c;
                a = 1;
            }
        }

        Collections.sort(arr);
        int first = 0;
        for (int counter : arr) {
            if (first == 0)
                TV2.setText(TV2.getText().toString() + " " + counter);
            else {
                TV2.setText(TV2.getText().toString() + "*" + counter);
            }
            first = 1;
        }
        TV2.setText(m + " มีตัวประกอบ คือ " + TV2.getText().toString());
    }
}
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ตัวประกอบในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะยกกำลัง  
จำนวนเต็มบวก  $n > 1$  สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบจำนวนเฉพาะยกกำลัง (Canonical) ได้เพียงแบบเดียวเท่านั้น

```

int c, x, x0;
List<Integer> arr = new ArrayList<Integer>();
List<Integer> expo = new ArrayList<Integer>();
TV2.setText("");

String flag = "";
x = Integer.parseInt(InputEdt.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ
x0 = x;
if (x == 1) {
    TV2.setText("1 เป็นจำนวนเต็มที่ไม่ใช่ทั้งจำนวนเฉพาะและจำนวนประกอบ"); // TV2.setText ข้อบเจ็ด
    แสดงผลทางจอภาพ
} else {
    int prime_x, prime_i;
    prime_x = Integer.parseInt(InputEdt.getText().toString());

    boolean idivm = true;
    if ((prime_x % 2) == 0) idivm = false;
    if (prime_x == 2) idivm = true;

    prime_i = 3;
    while ((prime_i * prime_i <= prime_x) && (idivm)) {
        if ((prime_x % prime_i) == 0) idivm = false;
        prime_i = prime_i + 2;
    }
    if (idivm == true) {
        TV2.setText(1 + " * " + " " + prime_x);
    }
    if (idivm == false) {
        for (int a = 2; a <= x; a++) {
            c = x / a;
            if ((x % a) == 0) {
                arr.add(a);
                x = c;
                a = 1;
            }
        }
        Collections.sort(arr);

        int temp = arr.get(0);
        int index = 0;
        expo.add(index, 0);
        for (int counter : arr) {
            if (temp == counter) {
                expo.set(index, expo.get(index) + 1);
            } else {
                index++;
                expo.add(index, 1);
                temp = counter;
            }
        }

        temp = 0;
        index = 0;
        int first = 0;

        for (int counter : arr) {
            if (temp == counter) {
                continue;
            } else {
                if (first == 0)

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

        TV2.setText(TV2.getText().toString() + " " + counter);
    else
        TV2.setText(TV2.getText().toString() + " * " +
counter);
    first = 1;
    if (expo.get(index) != 1)
        TV2.setText(TV2.getText().toString() + "^" +
expo.get(index));
    index += 1;
    temp = counter;
}
}
TV2.setText(x0 + " มีรูปแบบของจำนวนเฉพาะยกกำลัง คือ " + "\n" +
TV2.getText().toString());
}
}

```

- จำนวนตัวหารที่เป็นบวกของ  $n$   $\tau(n)$

```

int n, cnt = 0;
int i;
n = Integer.parseInt(InputEdt.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ
if (n == 0) {
    TV2.setText("กรุณาป้อน n ที่มากกว่า 0"); // TV2.setText ข้อเบ็ดเตล็ดแสดงผลทางจอภาพ
}
for (i = 1; i <= n; i++) {
    if (n % i == 0) cnt++;
    TV2.setText("τ(" + n + ") is " + cnt);
}

```

- ผลบวกของตัวหารบวกของ  $n$   $\sigma(n)$

```

int n, sum = 0;
int i;
n = Integer.parseInt(InputEdt.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ
if (n == 0) {
    TV2.setText("กรุณาป้อน n ที่มากกว่า 0"); // TV2.setText ข้อเบ็ดเตล็ดแสดงผลทางจอภาพ
}
for (i = 1; i <= n; i++) {
    if (n % i == 0) {
        sum = sum + i;
        TV2.setText("σ(" + n + ") is " + sum);
    }
}

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.2.4 จำนวนเต็ม 2 จำนวน

ในหน้าต่างประกอบด้วย 3 ส่วนคือ 1) ส่วนเลือกดำเนินการต่างๆ 2) ส่วนรับข้อมูลที่จะดำเนินการ มีการรับค่า(Input) A และ B และมีปุ่มต่างๆ (Enter, Clear, Detail, Swap ) 3) ส่วนแสดงผลการดำเนินการ



รูปที่ 3.9 การดำเนินการของจำนวนเต็ม 2 จำนวน

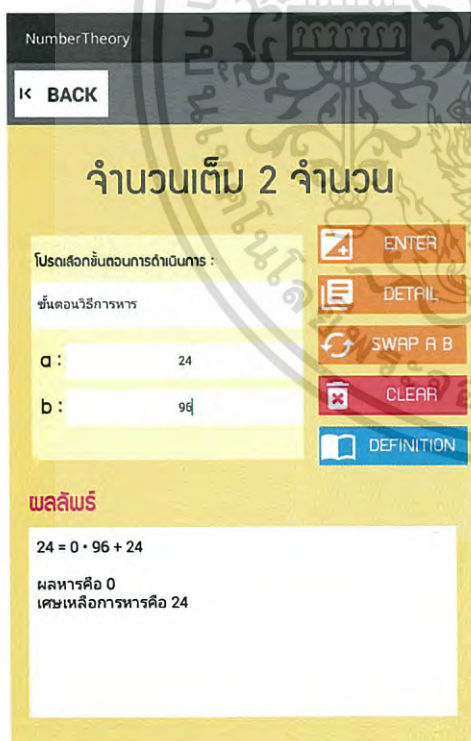
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 1) ส่วนเลือกดำเนินการต่างๆ

เมื่อกด Select จะมีแถบให้เลือกการดำเนินการประกอบด้วยขั้นตอนวิธีการหาร การหาตัวหารร่วมมากโดยใช้วิธียุคลิด จำนวนเฉพาะสัมพัทธ์



รูปที่ 3.10 ส่วนเลือกดำเนินการต่างๆของจำนวนเต็ม 2 จำนวน



รูปที่ 3.11 ผลลัพธ์จากการกดปุ่ม Enter ของจำนวนเต็ม 2 จำนวน

2) ส่วนรับข้อมูลที่จะดำเนินการ มีการรับค่า (Input) A และ B และมีปุ่มต่างๆ (Enter, Clear, Detail, Swap)

2.1) Enter ปุ่ม Enter เป็นปุ่มเริ่มดำเนินการ เมื่อกดแล้วผลลัพธ์ที่เป็นคำตอบจะออกมาดังรูปที่ 3.11

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2) Clear ปุ่ม clear เป็นการเตรียมกล่องรับข้อมูลให้ว่างดังรูปที่ 3.12 และ 3.13

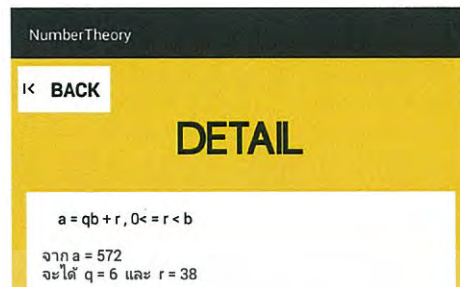


รูปที่ 3.12 ก่อนกดปุ่ม Clear ของจำนวนเต็ม 2 จำนวน

รูปที่ 3.13 หลังกดปุ่ม Clear ของจำนวนเต็ม 2 จำนวน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3) Detail หน้าจอ detail จะแสดงผลลัพธ์ที่มีรายละเอียดวิธีการคิดดังรูปที่ 3.14



รูปที่ 3.14 รายละเอียดการดำเนินการของจำนวนเต็ม 2 จำนวน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4) Swap A B เป็นปุ่มที่สลับค่า A และ B ที่เราอินพุตเข้ามา



รูปที่ 3.15 ก่อนกดปุ่ม Swap ของจำนวนเต็ม 2 จำนวน      รูปที่ 3.16 หลังกดปุ่ม swap ของจำนวนเต็ม 2 จำนวน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3) การดำเนินการ จากการกดปุ่ม Enter

- ขั้นตอนวิธีการหาร

ให้จำนวนเต็ม  $a, b$  โดยที่  $b > 0$  แล้วหาจำนวนเต็ม  $q$  และ  $r$  ที่ทำให้

```
int a, b;
a = Integer.parseInt(ET3.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ
b = Integer.parseInt(ET5.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ
String sa = String.valueOf(a);
String sb = String.valueOf(b);

TV2.setText("");
int q, r;
a = Math.abs(a);
b = Math.abs(b);
while (b > 0) {
    q = (int) (a / b);
    r = a - b * q;
    TV2.setText(TV2.getText().toString() + String.valueOf(a) + " = " +
String.valueOf(q) + " * " + String.valueOf(b) + " + " + String.valueOf(r)
+ "\n");
    a = b;
    b = r;
}
int result = a;
TV2.setText(TV2.getText().toString() + "GCD(" + sa + ", " + sb + ") is " +
String.valueOf(result));
```

- ตัวหารร่วมมาก โดยใช้ขั้นตอนวิธียุคลิด

ขั้นตอนวิธียุคลิดเป็นการใช้ขั้นตอนวิธีการหารซ้ำๆ จนได้เศษเหลือการหารสุดท้ายเป็น ศูนย์ให้

หยุดทำ และในแต่ละรอบตามขั้นตอนวิธีการหาร

```
int a, a0, b0, b, q, r;
a = Integer.parseInt(ET3.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ
b = Integer.parseInt(ET5.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ
a0 = a;
b0 = b;
a = Math.abs(a);
b = Math.abs(b);
while (b > 0) {
    q = (a / b);
    r = a - b * q;
    a = b;
    b = r;
}
TV2.setText("Gcd" + "(" + a0 + ", " + b0 + ")" + " = " + " " + " คือ " + " " + a);
// TV2.setText ชื่อแค่แสดงผลทางจอภาพ
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- จำนวนเฉพาะสัมพัทธ์

จำนวนเต็ม  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กันเมื่อ  $\text{gcd}(a,b)=1$

```

int a, b, c, d, q, r;
a = Integer.parseInt(ET3.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ
b = Integer.parseInt(ET5.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ
a = Math.abs(a);
b = Math.abs(b);

c = a;
d = b;
while (b > 0) {
    q = (a / b);
    r = a - b * q;
    a = b;
    b = r;
}
if (a == 1) {
    TV2.setText(c + " และ " + d + " เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์"); // TV2.setText ชื่อเบ็ค
    แสดงผลทางจอภาพ
} else
    TV2.setText(c + " และ " + d + " ไม่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์");

```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



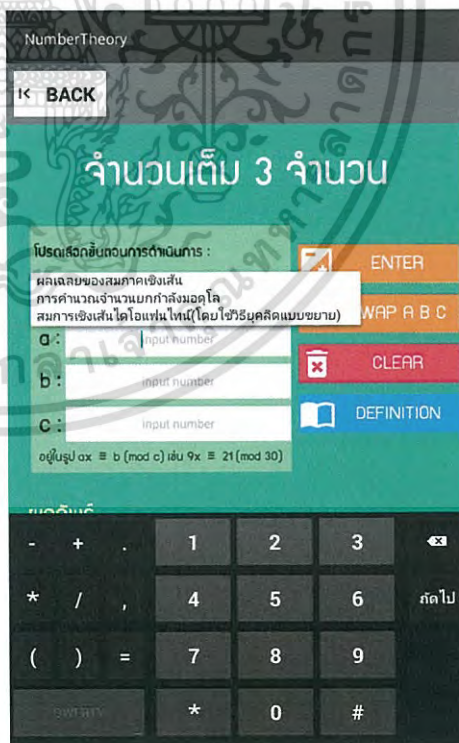
รูปที่ 3.17 การดำเนินการของจำนวนเต็ม 3 จำนวน

### 3.2.5 จำนวนเต็ม 3 จำนวน

ในหน้าต่างประกอบด้วย3 ส่วนคือ 1) ส่วนเลือกดำเนินการต่างๆ 2) ส่วนรับข้อมูลที่จะดำเนินการ มีการรับค่า (Input) A B และ C และมีปุ่มต่างๆ(Enter, Detail, Clear, Swap) 3) ส่วนแสดงผลลัพธ์การดำเนินการ

#### 1) ส่วนเลือกดำเนินการต่างๆ

เมื่อกด Select จะมีแถบให้เลือกการดำเนินการ ผลเฉลยของสมการเชิงเส้น การคำนวณจำนวนยกกำลังมอดุโล สมการเชิงเส้นไดโอแฟนไทน์ (โดยใช้วิธียุคลิดแบบขยาย)

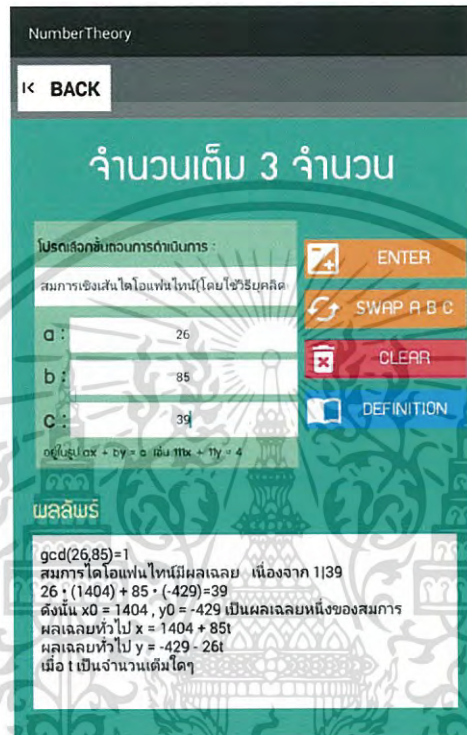


รูปที่ 3.18 ส่วนเลือกดำเนินการต่างๆของจำนวนเต็ม 3 จำนวน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2) ส่วนรับข้อมูลที่จะดำเนินการ มีการรับค่า (Input) A B และ C และมีปุ่มต่างๆ (Enter, Clear, Swap)

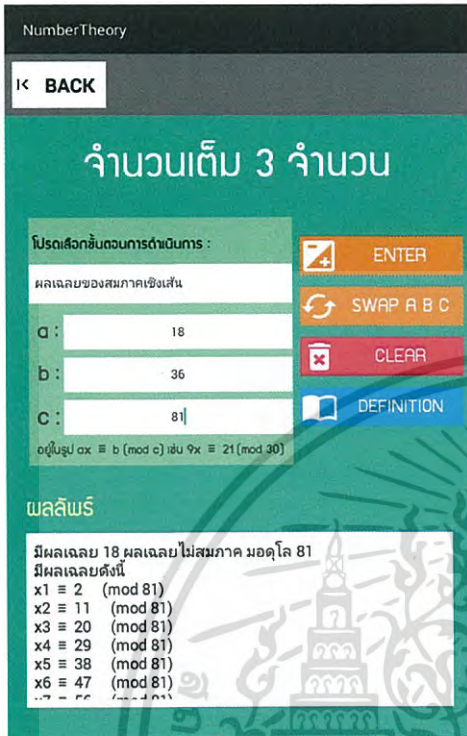
2.1) Enter ปุ่ม Enter เป็นปุ่มเริ่มดำเนินการ เมื่อกดผลลัพธ์ที่เป็นคำตอบจะออกมาดังรูปที่ 3.19



รูปที่ 3.19 ผลลัพธ์จากการกดปุ่ม Enter ของจำนวนเต็ม 3 จำนวน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2) Clear ปุ่ม clear เป็นการเตรียมกล่องรับข้อมูลให้ว่างดังรูปที่ 3.20 และ 3.21



รูปที่ 3.20 ก่อนกดปุ่ม Clear ของจำนวนเต็ม 3 จำนวน



รูปที่ 3.21 หลังกดปุ่ม Clear ของจำนวนเต็ม 3 จำนวน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 2.3) Swap A B C เป็นปุ่มสลับค่า A B และ C ที่เราอินพุตเข้ามา

The image shows two screenshots of a mobile application interface for Number Theory. Both screens have a title bar 'NumberTheory' and a 'BACK' button. The main heading is 'จำนวนเต็ม 3 จำนวน' (Three Integers).

**Left Screenshot (Before Swap):**

- Input fields: a: 12, b: 35, c: 19
- Equation:  $ax + by = c$  เช่น  $11x + 1y = 4$
- Result (ผลลัพธ์):
  - $\gcd(12, 35) = 1$
  - สมการไดโอแฟนไทน์มีผลเฉลย เนื่องจาก  $1|19$
  - $12 \cdot (57) + 35 \cdot (-19) = 19$
  - ดังนั้น  $x_0 = 57, y_0 = -19$  เป็นผลเฉลยหนึ่งของสมการ
  - ผลเฉลยทั่วไป  $x = 57 + 35t$
  - ผลเฉลยทั่วไป  $y = -19 - 12t$
  - เมื่อ  $t$  เป็นจำนวนเต็มใดๆ

**Right Screenshot (After Swap):**

- Input fields: a: 19, b: 12, c: 35
- Equation:  $ax + by = c$  เช่น  $11x - 11y = 4$
- Result (ผลลัพธ์):
  - $\gcd(19, 12) = 1$
  - สมการไดโอแฟนไทน์มีผลเฉลย เนื่องจาก  $1|35$
  - $19 \cdot (-175) + 12 \cdot (280) = 35$
  - ดังนั้น  $x_0 = -175, y_0 = 280$  เป็นผลเฉลยหนึ่งของสมการ
  - ผลเฉลยทั่วไป  $x = -175 + 12t$
  - ผลเฉลยทั่วไป  $y = 280 - 19t$
  - เมื่อ  $t$  เป็นจำนวนเต็มใดๆ

รูปที่ 3.22 ก่อนกดปุ่ม swap ของจำนวนเต็ม 3 จำนวน

รูปที่ 3.23 หลังกดปุ่ม swap ของจำนวนเต็ม 3 จำนวน

The screenshot shows the application interface after a swap operation. The title bar is 'NumberTheory' and the 'BACK' button is present. The main heading is 'จำนวนเต็ม 3 จำนวน' (Three Integers).

- Input fields: a: 35, b: 19, c: 12
- Equation:  $ax + by = c$  เช่น  $11x + 11y = 4$
- Result (ผลลัพธ์):
  - $\gcd(35, 19) = 1$
  - สมการไดโอแฟนไทน์มีผลเฉลย เนื่องจาก  $1|12$
  - $35 \cdot (72) + 19 \cdot (-132) = 12$
  - ดังนั้น  $x_0 = 72, y_0 = -132$  เป็นผลเฉลยหนึ่งของสมการ
  - ผลเฉลยทั่วไป  $x = 72 + 19t$
  - ผลเฉลยทั่วไป  $y = -132 - 35t$
  - เมื่อ  $t$  เป็นจำนวนเต็มใดๆ

รูปที่ 3.24 หลังกดปุ่ม swap ของจำนวนเต็ม 3 จำนวน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3) การดำเนินการ จากการกดปุ่ม Enter

- ผลเฉลยของสมภาคเชิงเส้น

สมภาค  $ax \equiv b \pmod{n}$  มีผลเฉลยเมื่อ  $d = \gcd(a, n)$  และ  $d$  หาร  $b$  ลงตัว และมี  $d$

ผลเฉลย

```
int a, b, n;
a = Integer.parseInt(ET3.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ
b = Integer.parseInt(ET5.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ
n = Integer.parseInt(ET7.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ

solveLinearCon(a, b, n); //ส่งค่าพารามิเตอร์ไปคำนวณที่เมธอด solveLinearCon
public void solveLinearCon(int a, int b, int n) {
    int i, cnt;
    if (b % gcd(a, n) == 0) {
        a = a % n;
        b = b % n;
        cnt = 0;
        for (i = 1; i < n; i++)
            if ((a * i - b) % n == 0) {
                cnt++;
                TV2.setText(String.valueOf(cnt) + " : " + i); //
                TV2.setText( //ชื่อเบ้คแสดงผลทางจอภาพ
            }
        }
    } else {
        TV2.setText("No Solution");
    }
}
```

- การคำนวณจำนวนยกกำลังมอดุโล

เป็นการคำนวณในรูป  $a^k \pmod{n}$  เช่น  $16^{25} \equiv ? \pmod{7}$

```
int a, k, n, r;
a = Integer.parseInt(ET3.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ
k = Integer.parseInt(ET5.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ
n = Integer.parseInt(ET7.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ

r = fastPowerMod(a, k, n); //ส่งค่าพารามิเตอร์ไปคำนวณที่เมธอด fastPowerMod

TV2.setText(+a+"^"+k+" = "+r+" (mod "+n+""); // TV2.setText ชื่อเบ้ค
แสดงผลทางจอภาพ
```

```
private int fastPowerMod(int base, int power, int modulus) {
    int res, d;
    res = 1;
    while (power > 0) {
        d = power - 2 * (power / 2);
        if (d == 1) {
            res = base * res;
            res = res - modulus * (res / modulus);
        }

        base = base * base;
        base = base - modulus * (base / modulus);
        power = power / 2;
    }
    return (res); }
}
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- สมการเชิงเส้นไดโอแฟนไทน์

เป็นสมการที่มี ตัวไม่ทราบค่า 2 ตัวแปร(x, y)และมีสมการเดียว ในรูป  $ax + by = c$

โดยที่ a, b และ c เป็นจำนวนเต็มที่ทำให้ สมการนี้มีผลเฉลยเมื่อ  $d = \text{gcd}(a, b)$  และ d หาร c ลงตัว

```

int a, b, c, a0, b0, q, r, s, s1, s2, t, t1, t2, d, e, f, g, h;
a = Integer.parseInt(ET3.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ
b = Integer.parseInt(ET5.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ
c = Integer.parseInt(ET7.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ
d = gcd(a, b);

if ((c % d) == 0) {
b = Math.abs(b);
a0 = a;
b0 = b;
s1 = 1;
s2 = 0;
t1 = 0;
t2 = 1;
while (b > 0) {
q = (int) (a / b);
r = a - (b * q);
s = s1 - (q * s2);
t = t1 - (q * t2);

if (c == d) {
TV2.setText("gcd(a,b)=" + d); // TV2.setText ข้อบเจ็ด
// แสดงผลทางจอภาพ
TV2.setText(TV2.getText().toString() + "\n" + "สมการไดโอแฟนไทน์มี
ผลเฉลย" + "\n" + "เนื่องจาก" + d + "|" + c);
TV2.setText(TV2.getText().toString() + "\n" + a0 + "*" +
s2 + "+" + b0 + "*" + t2 + "=" + b);
TV2.setText(TV2.getText().toString() + "\n" + "ดังนั้น x0 = "
+ s2 + " , y0 = " + t2 + " เป็นผลเฉลยหนึ่งของสมการ");
} else {
e = c / d;
f = (s2 * e);
g = (t2 * e);
h = (b * e);
TV2.setText("gcd(a,b)=" + d);
TV2.setText(TV2.getText().toString() + "\n" + "สมการไดโอแฟนไทน์มี
ผลเฉลย" + "\n" + "เนื่องจาก" + d + "|" + c);
TV2.setText(TV2.getText().toString() + "\n" + a0 + "*" + f
+ "+" + b0 + "*" + g + "=" + h);
TV2.setText(TV2.getText().toString() + "\n" + "ดังนั้น x0 = "
+ f + " , y0 = " + g + " เป็นผลเฉลยหนึ่งของสมการ");
}
a = b;
b = r;
s1 = s2;
s2 = s;
t1 = t2;
t2 = t;
}
} else {
TV2.setText("สมการไม่มีผลเฉลย");
}
}

```

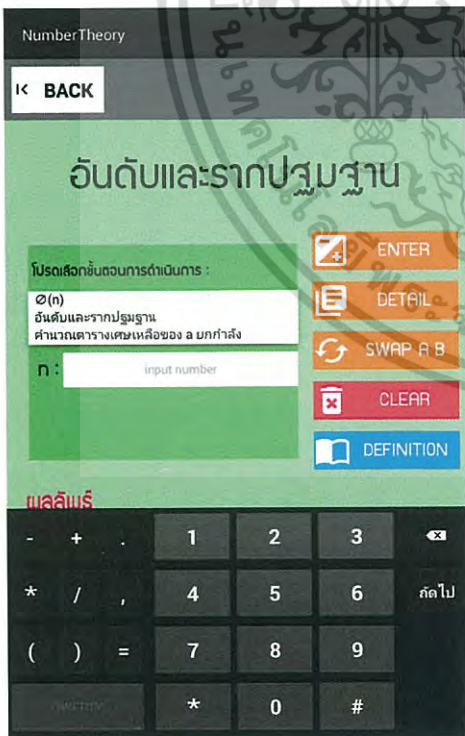
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.2.6 การคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน

ในหน้าต่างประกอบด้วย3 ส่วนคือ 1) ส่วนเลือกดำเนินการต่างๆ 2) ส่วนรับข้อมูลที่จะดำเนินการ มีการรับค่า (Input)  $N$  และ  $a$  และมีปุ่มต่างๆ(Enter, Clear ,Detail, Swap) 3) ส่วนแสดงผลลัพธ์การดำเนินการ



รูปที่ 3.25 การดำเนินการของการคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน



รูปที่ 3.26 ส่วนเลือกดำเนินการต่างๆของการคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน

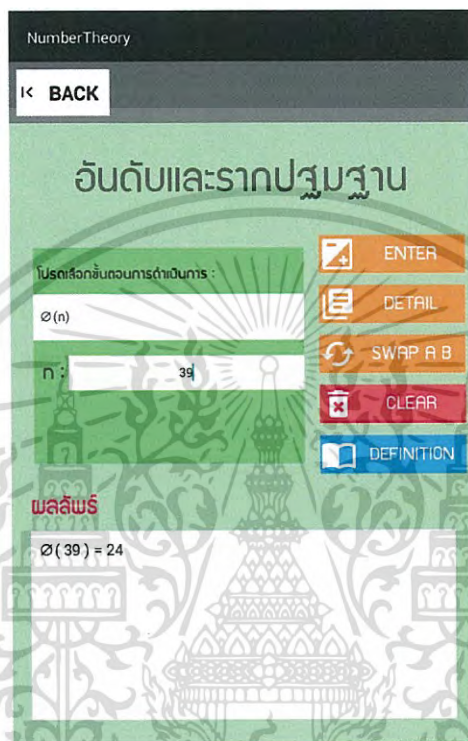
#### 1) ส่วนเลือกดำเนินการต่างๆ

เมื่อกด Select จะมีแถบให้เลือกการดำเนินการ  $\phi(n)$ (จำนวนของจำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ  $n$ ) อันดับและรากปฐมฐาน คำนวณตารางเศษเหลือของ  $a$  ยกกำลัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2) ส่วนรับข้อมูลที่จะดำเนินการ มีการรับค่า (Input) A และ B และมีปุ่มต่างๆ (Enter, Clear, Swap)

2.1) Enter ปุ่ม Enter เป็นปุ่มเริ่มดำเนินการ เมื่อกดผลลัพธ์ที่เป็นคำตอบจะออกมาดังรูปที่ 3.27



รูปที่ 3.27 ผลลัพธ์จากการกดปุ่ม Enter ของการคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

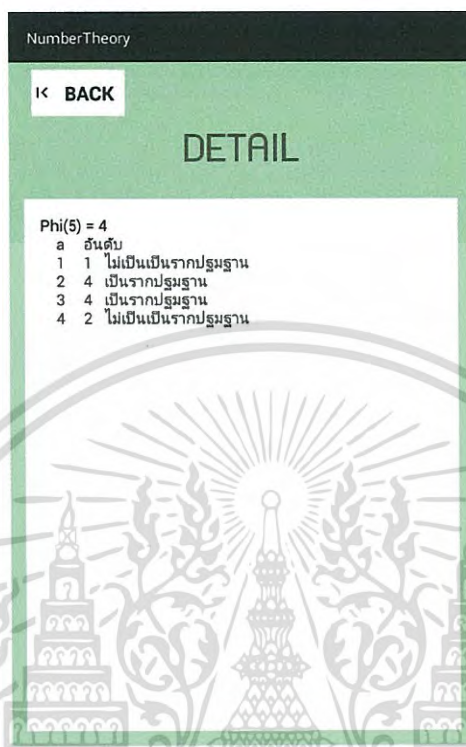
2.2) Clear ปุ่ม clear เป็นการเตรียมกล่องรับข้อมูลให้ว่างดังรูปที่ 3.28 และ 3.29



รูปที่ 3.28 ก่อนกดปุ่ม Clear ของการคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน รูปที่ 3.29 หลังกดปุ่ม Clear ของการคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3) Detail หน้าจอ detail จะแสดงผลลัพธ์ที่มีรายละเอียดวิธีการคิดดังรูปที่ 3.30



รูปที่ 3.30 รายละเอียดการดำเนินการของการคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4) Swap A B เป็นปุ่มสลับค่า A และ B (ใช้ได้เฉพาะการคำนวณเศษเหลือของ  $a$  ยกกำลัง)

Figure 3.31 shows the application interface before the swap operation. The input values are  $a = 17$  and  $n = 39$ . The table of powers of  $a$  modulo  $n$  is as follows:

k	$a^k \pmod n$
1	17
2	16
3	38
4	22
5	23
6	1
7	17
8	16
-	--

Figure 3.32 shows the application interface after the swap operation. The input values are  $a = 39$  and  $n = 17$ . The table of powers of  $a$  modulo  $n$  is as follows:

k	$a^k \pmod n$
1	5
2	8
3	6
4	13
5	14
6	2
7	10
8	16
-	--

รูปที่ 3.31 ก่อนกดปุ่ม swap ของการคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน รูปที่ 3.32 หลังกดปุ่ม swap ของการคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 3) การดำเนินการ จากการกดปุ่ม Enter

- $O(n)$  (จำนวนของจำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ  $n$ )

แทนจำนวนของจำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ  $n$  ไม่รวม  $n$

```
int n, b;
n = Integer.parseInt(text1.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ
b = phi(n); //ส่งค่าพารามิเตอร์ไปคำนวณที่เมธอด phi
TV2.setText("phi ของ " + n + " คือ " + b);
private int phi(int n) {
    int cnt = 0;
    for (int i = 1; i < n; i++) {
        if (gcd(i, n) == 1) {
            cnt++;
        }
    }
    return cnt; }
```

- อันดับและรากปฐมฐาน

สมภาค  $a^k \equiv b \pmod n$  เมื่อให้  $n, a$  และ  $k$  จะหา  $b$

```
int n;
n = Integer.parseInt(text1.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ
orderTable(n); //ส่งค่าพารามิเตอร์ไปคำนวณที่เมธอด orderTable
private void orderTable(int n) {
    intphin, a, k, r, b = 0;
   phin = phi(n);
    TextView TV2 = (TextView) findViewById(R.id.TV2);
    TV2.setText("Phi(" + n + ") = " +phin);
    TV2.setText(TV2.getText().toString() + "\n" + "a
อันดับ "
+ "\n");
    for ( a = 1; a < n; a++) {
        if (gcd(a, n) == 1) {
            k = 1;
            r = 1;
            while (k < n) {
                r = r * a % n;
                if (r == 1) {
                    break;
                }
                k++;
            }
            if (k ==phin) {
                TV2.setText(TV2.getText().toString() + " " + a + "
" + k);
                TV2.setText(TV2.getText().toString() + " รากปฐมฐาน "
+ "\n");
                b = b + 1;
            }
        }
    }
    if (b == 0) {
        TV2.setText("ไม่มีรากปฐมฐาน ");
    }
    TV2.setText(TV2.getText().toString() + "\n");
}
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- คำนวณตารางเศษเหลือของ a ยกกำลัง

สมภาค  $a^k \equiv b \pmod n$  เมื่อให้  $n, a$  และ  $b$  จะหา  $k$

```
int a, n;
a = Integer.parseInt(text1.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ

n = Integer.parseInt(text2.getText().toString()); //ค่าที่ใช้ในการคำนวณ

makeTable(a, n); //ส่งค่าพารามิเตอร์ไปคำนวณที่เมธอด makeTable
private void makeTable(int a, int n) {
    int r;
    a = a % n;
    r = 1;
    TextView TV2 = (TextView) findViewById(R.id.TV2);
    TV2.setText(" k a^k mod n" + "\n");
    for (int i = 1; i < n; i++) {
        r = r * a % n;
        TV2.setText(TV2.getText().toString() + " " + i + " " + r + "\n");
    }
}
```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.2.7 การประยุกต์ปฏิทิน

ในหน้าต่างประกอบด้วย3 ส่วนคือ 1) ส่วนเลือกดำเนินการต่างๆ 2) ส่วนรับข้อมูลที่จะดำเนินการ มีการรับค่า (Input) Date , Month และ Year และมีปุ่มต่างๆ(Enter, Clear) 3) ส่วนแสดงผลพิธีการดำเนินการ

รูปที่ 3.33 การดำเนินการของการประยุกต์ปฏิทิน

รูปที่ 3.34 ส่วนเลือกดำเนินการต่างๆของการประยุกต์ปฏิทิน

1) ส่วนเลือกดำเนินการต่างๆ

เมื่อกด Select จะมีแถบให้เลือกการดำเนินการ วันของสัปดาห์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2) ส่วนรับข้อมูลที่จะดำเนินการ มีการรับค่า (Input) Date, Month และ Year และมีปุ่มต่างๆ (Enter, Clear)

2.1) Enter ปุ่ม Enter เป็นปุ่มเริ่มดำเนินการ เมื่อกดผลลัพธ์ที่เป็นคำตอบจะออกมาดังรูปที่ 3.35

NumberTheory

← BACK

การประยุกต์

โปรดเลือกขั้นตอนการดำเนินการ :

วันของสปีดาร์

Date : 4

Month : 11

Year : 2018

วันที่เลือก/ปีค.ศ. 10/11/2018

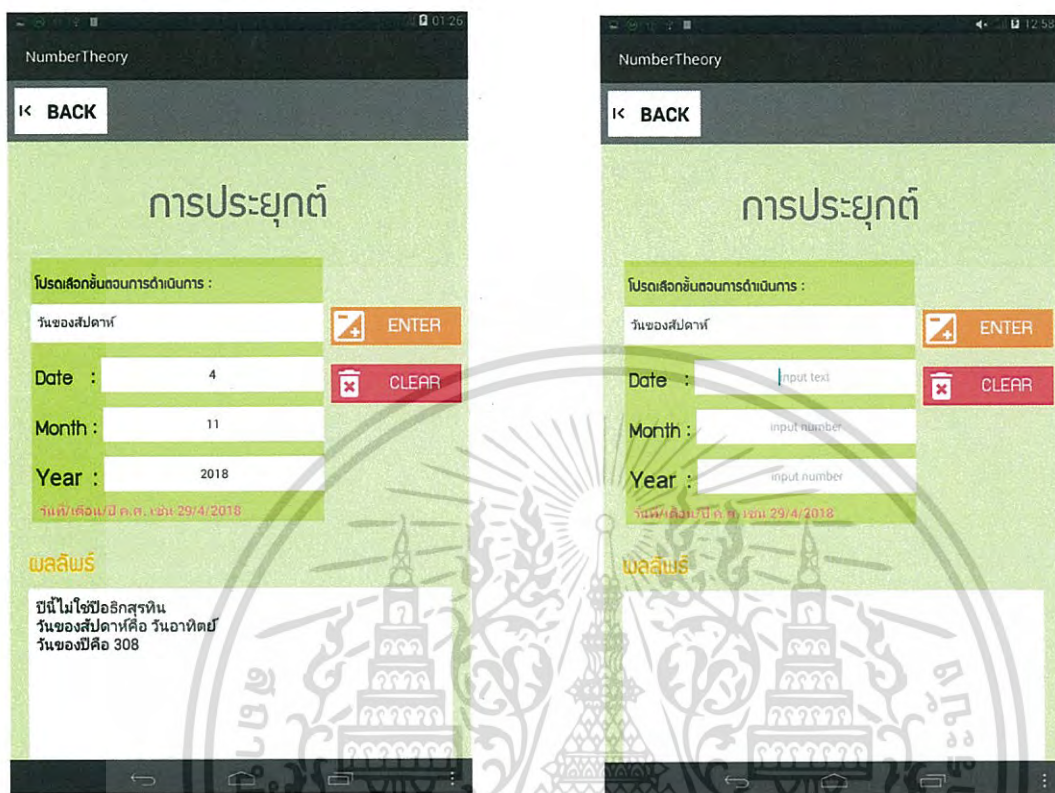
ผลลัพธ์

ปีไม่ใช่ปีอธิกสุรทิน  
วันของสปีดาร์คือ วันอาทิตย์  
วันของปีคือ 308

รูปที่ 3.35 ผลลัพธ์จากการกดปุ่ม Enter ของการประยุกต์ปฏิทิน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2) Clear ปุ่ม clear เป็นการเตรียมกล่องรับข้อมูลให้ว่างดังรูปที่ 3.36 และ 3.37



รูปที่ 3.36 ก่อนกดปุ่ม Clear ของการการประยุกต์ปฏิทิน

รูปที่ 3.37 หลังกดปุ่ม Clear ของการการประยุกต์ปฏิทิน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3) การดำเนินการ จากการกดปุ่ม Enter

- วันของสัปดาห์

ตรวจสอบปีที่ได้รับมาเป็นปีอธิกสุรทินหรือไม่

```
public int L2(int yr) {
    int leap1;
    if((yr%4==0)&&(yr%100!=0)|| (yr%400==0)) {
        leap1 = 1; //เป็นปีอธิกสุรทิน
    }
    else {
        leap1 = 0; //ไม่เป็นปีอธิกสุรทิน
    }
    return leap1;
}
```

คำนวณวันที่รับมาเป็นวันอะไรของสัปดาห์

```
public int day_of_week(int yy, int mm, int dd) {
    int day_tab
    [][]={{0,31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31},{0,31,29,31,30,31,30,31,31,30,31,31,31,30,31,30,31}};
    int m,y,numday,leap;
    numday=5;
    for(y=1600;y<yy;y++){
        numday = (numday + 365 + L2(y)) % 7;
        leap = L2(yy);
        numday = numday + dd;
        for (m = 1; m < mm; m++) {
            numday = numday + day_tab[leap][m];
            numday = numday % 7;
        }
    }
    return(numday);
}
```

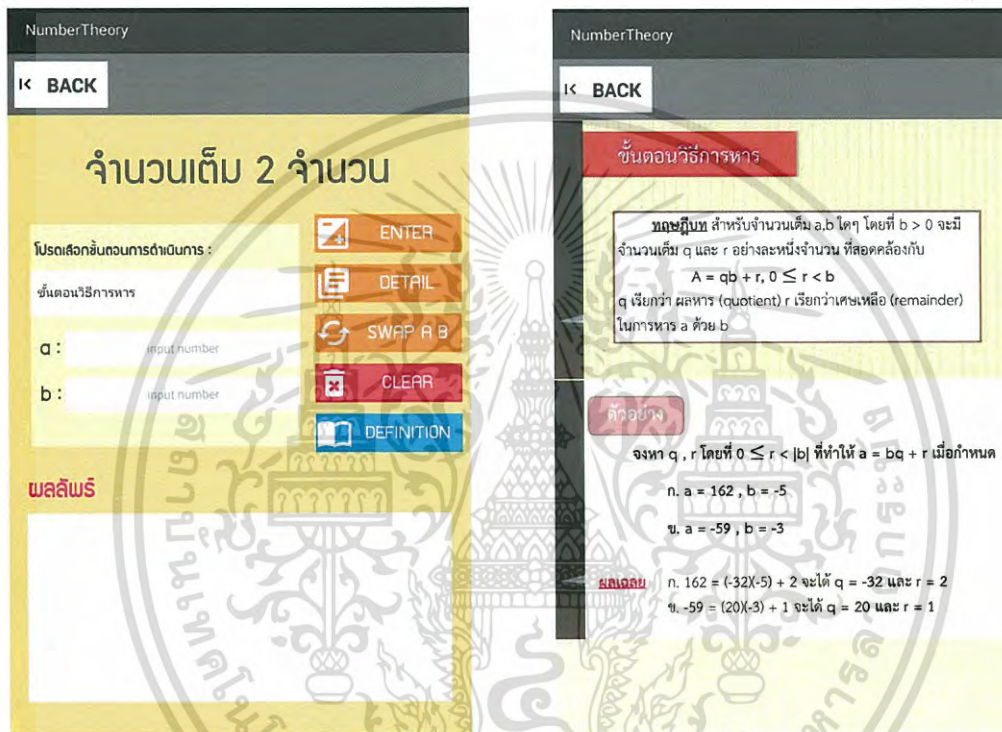
คำนวณวันที่รับมาเป็นวันลำดับที่เท่าไรของปี

```
public int day_of_year(int yy, int mm, int dd) {
    int day_tab
    [][]={{0,31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31},{0,31,29,31,30,31,30,31,31,30,31,31,31,30,31,30,31}};
    int m,day,le;
    le=L2(yy);
    day=dd;
    for(m=1;m<mm;m++){
        day+=day_tab[le][m];
    }
    return (day);
}
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.2.8 บทนิยาม

ในหน้าจอนี้จะแสดงรายละเอียดของบทนิยามต่างๆที่เกี่ยวข้องกับตัวดำเนินการ โดยไม่ใช่ขั้นตอนการคำนวณ จะแสดงเฉพาะรายละเอียดของนิยามที่เกี่ยวข้องกับการดำเนินการและตัวอย่าง โดยผู้ศึกษาสามารถเลือกว่าจะศึกษานิยามตัวดำเนินการใด โดยกด Select จะมีตัวดำเนินการต่างๆ ขึ้นมาให้เลือก และแสดงผลในหน้าถัดไป ดังแสดงในรูปที่ 3.38



รูปที่ 3.38 ก่อนกดปุ่ม Definition

รูปที่ 3.39 หลังกดปุ่ม Definition

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.2.9 ผู้จัดทำ

แสดงรายละเอียดของผู้พัฒนา ดังรูปที่ 3.40



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3.3 เป้าหมายในการดำเนินการ

สร้างโปรแกรมคำนวณเกี่ยวกับพื้นฐานของทฤษฎีจำนวน ที่มีเนื้อหาคือ ตรวจสอบจำนวนเฉพาะ ตัวประกอบในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ ตัวประกอบในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะยกกำลัง  $\tau(n)$ (จำนวนตัวหารที่เป็นบวกของ  $n$ )  $\sigma(n)$ (ผลบวกของตัวหารบวกของ  $n$ ) ขั้นตอนวิธีการหาร การหาตัวหารร่วมมาก.โดยใช้วิธียุคลิด จำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ จำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ ผลเฉลยของสมภาคเชิงเส้น การคำนวณจำนวนยกกำลังมอดุโล สมภาคเชิงเส้นไดโอแฟนไทน์(โดยใช้ยุคลิดแบบขยาย)  $\phi(n)$ (จำนวนของจำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ  $n$ ) อันดับและรากปฐมฐาน คำนวณตารางเศษเหลือของ  $a$  ยกกำลัง การคำนวณวันของสัปดาห์ โดยเมื่อใส่ค่า โปรแกรมสามารถคำนวณผลลัพธ์และแสดงรายละเอียดวิธีการคิดพร้อมทั้งสามารถเปิดอ่านบทนิยามประกอบการศึกษาที่สามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเอง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 4

# การพัฒนาโปรแกรม

### 4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการพัฒนา

#### 4.1.1 Hardware

1. คอมพิวเตอร์ที่ใช้ รุ่น Lenovo L370
2. Tablet Lenovo a3300-gv

#### 4.1.2 Software

1. Android Studio
2. Net Bean IDE8.0.2

### 4.2 โครงสร้างโปรแกรม

ประกอบด้วยส่วนต่างๆ ดังนี้

#### 4.2.1 เลือกประเภทการคำนวณ

โปรแกรมแบ่งตามประเภทการคำนวณที่ใช้จำนวนข้อมูลในการคำนวณ ประกอบด้วย

- 1) จำนวนข้อมูล 1 จำนวน ได้แก่  
ตรวจสอบจำนวนเฉพาะ ตัวประกอบในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ ตัวประกอบในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะยกกำลัง  $\tau(n)$  (จำนวนตัวหารที่เป็นบวกของ  $n$ )  
 $\sigma(n)$  (ผลบวกของตัวหารบวกของ  $n$ )
- 2) จำนวนข้อมูล 2 จำนวน ได้แก่  
ขั้นตอนวิธีการหาร การหาตัวหารร่วมมากโดยใช้วิธียุคลิด จำนวนเฉพาะสัมพัทธ์
- 3) จำนวนข้อมูล 3 จำนวน ได้แก่  
ผลเฉลยของสมภาคเชิงเส้น การคำนวณจำนวนยกกำลังมอดุโล สมภาคเชิงเส้นไดโอแฟนไทน์ (โดยใช้ยุคลิดแบบขยาย)
- 4) การคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน ได้แก่  
 $\phi(n)$  (จำนวนของจำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ  $n$ ) อันดับและรากปฐมฐาน  
คำนวณตารางเศษเหลือของ  $a$  ยกกำลัง
- 5) การประยุกต์ ได้แก่  
วันของสัปดาห์

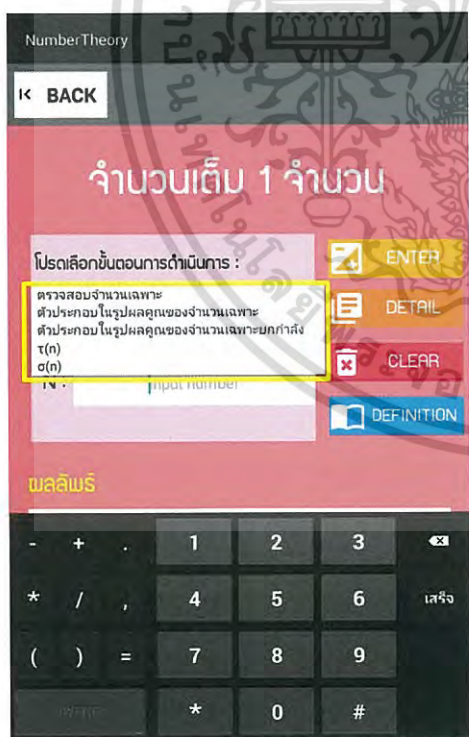
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 4.2.2 การรับข้อมูล

การอินพุตจำนวน 1 จำนวน 2 จำนวนและ 3 จำนวนที่ใช้ดำเนินการคำนวณ จะต้องอินพุตเป็นจำนวนเต็มใดๆเท่านั้น โปรแกรมจะทำการรับค่าผ่านทางช่อง edittext แล้วนำค่าที่ได้รับไปดำเนินการคำนวณต่างๆ เช่น ตรวจสอบจำนวนเฉพาะ ตัวประกอบในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ ตัวประกอบในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะยกกำลัง  $\tau(n)$ (จำนวนตัวหารที่เป็นบวกของ  $n$ )  $\sigma(n)$ (ผลบวกของตัวหารบวกของ  $n$ ) ขั้นตอนวิธีการหาร การหาตัวหารร่วมมากโดยใช้วิธียุคลิด จำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ ผลเฉลยของสมภาคเชิงเส้น การคำนวณจำนวนยกกำลังมอดุโล สมภาคเชิงเส้นไดโอแฟนไทน์(โดยใช้ยุคลิดแบบขยาย)  $\phi(n)$  (จำนวนของจำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ  $n$ ) อันดับและรากปฐมฐาน คำนวณตารางเศษเหลือของ  $a$  ยกกำลัง การคำนวณวันของสัปดาห์

### 4.2.3 หน้าจอการคำนวณ ในแต่ละประเภทการคำนวณ ประกอบด้วย

- 1) ส่วนเลือกการดำเนินการ
  - 2) ตัวรับข้อมูลที่ใช้ดำเนินการ
  - 3) ส่วนช่วยจัดการข้อมูล
  - 4) ส่วนแสดงผลลัพธ์การดำเนินการ
- 1) ตัวอย่างหน้าจอส่วนเลือกการดำเนินการ

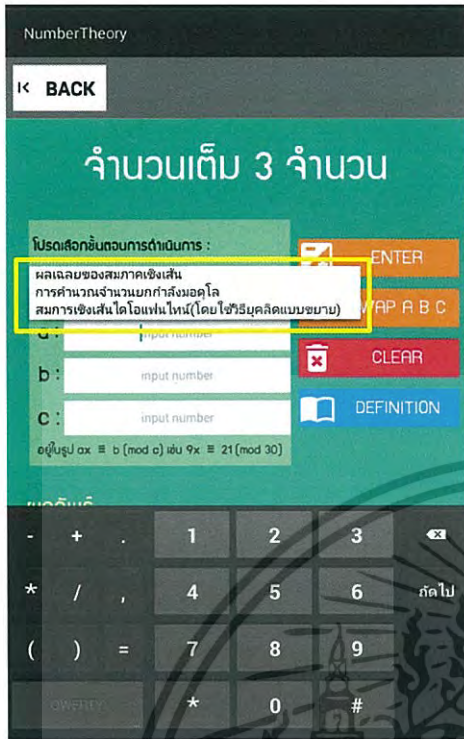


รูปที่ 4.1 ส่วนเลือกการดำเนินการของ 1 จำนวน



รูปที่ 4.2 ส่วนเลือกการดำเนินการของ 2 จำนวน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.3 ส่วนเลือกการดำเนินการของ 3 จำนวน



รูปที่ 4.4 ส่วนเลือกการดำเนินการของอันดับและรากปฐมฐาน



รูปที่ 4.5 ส่วนเลือกการดำเนินการคำนวณวันของสัปดาห์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 2) ตัวอย่างหน้าจอตัวรับข้อมูลที่ใช้ดำเนินการ

รูปที่ 4.6 ตัวรับข้อมูลที่ใช้ดำเนินการของ 1 จำนวน

รูปที่ 4.7 ตัวรับข้อมูลที่ใช้ดำเนินการของ 2 จำนวน

รูปที่ 4.8 ตัวรับข้อมูลที่ใช้ดำเนินการของ 3 จำนวน

รูปที่ 4.9 ตัวรับข้อมูลที่ใช้ดำเนินการของอันดับและรากปฐมฐาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.10 ตัวรับข้อมูลที่ใช้ดำเนินการของอันดับและรากปฐมฐาน

## 3) ตัวอย่างหน้าจอส่วนช่วยจัดการข้อมูล

รูปที่ 4.11 ส่วนช่วยจัดการข้อมูลของ 1 จำนวน

รูปที่ 4.12 ส่วนช่วยจัดการข้อมูลของ 2 จำนวน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 4.13 ส่วนช่วยจัดการข้อมูลของ 3 จำนวน

รูปที่ 4.14 ส่วนช่วยจัดการข้อมูลของอันดับและรากปฐมฐาน

รูปที่ 4.15 ส่วนช่วยจัดการข้อมูลของการประยุกต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 4) ตัวอย่างหน้าจอส่วนแสดงผลการดำเนินการ

## 4.1) การดำเนินการของ จำนวนเต็ม 1 จำนวนประกอบด้วย

ตรวจสอบจำนวนเฉพาะ

ตัวประกอบในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ

NumberTheory

BACK

จำนวนเต็ม 1 จำนวน

โปรดเลือกขั้นตอนการดำเนินการ :

ตรวจสอบจำนวนเฉพาะ

N : 147

ENTER

DETAIL

CLEAR

DEFINITION

ผลลัพธ์

147 ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ

รูปที่ 4.16 ผลลัพธ์การดำเนินการของจำนวนเฉพาะ

NumberTheory

BACK

จำนวนเต็ม 1 จำนวน

โปรดเลือกขั้นตอนการดำเนินการ :

ตัวประกอบในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ

N : 27938

ENTER

DETAIL

CLEAR

DEFINITION

ผลลัพธ์

27938 มีตัวประกอบ คือ 2 \* 61 \* 229

รูปที่ 4.17 ผลลัพธ์การดำเนินการของตัวประกอบในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวประกอบในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะยกกำลัง

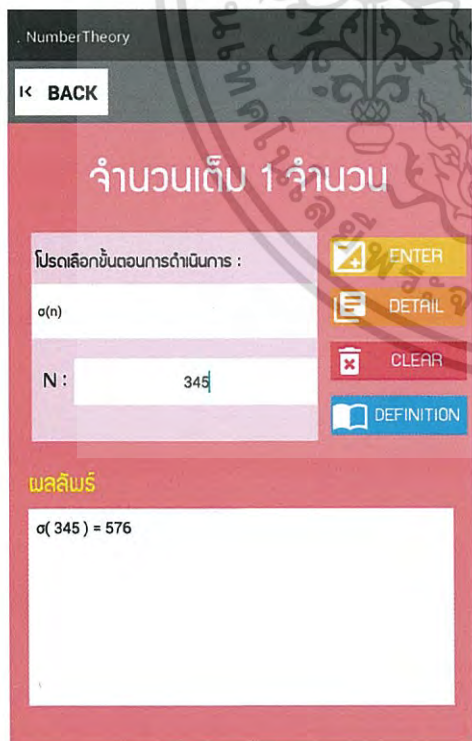
$\tau(n)$  (จำนวนตัวหารบวกของ  $n$ )



รูปที่ 4.18 ผลลัพธ์การดำเนินการของตัวประกอบ  
ในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะยกกำลัง



รูปที่ 4.19 ผลลัพธ์การดำเนินการของ  $\tau(n)$



รูปที่ 4.20 ผลลัพธ์การดำเนินการของ  $\sigma(n)$

$\sigma(n)$  (ผลบวกของตัวหารบวกของ  $n$ )

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 4.2) การดำเนินการ ของ จำนวนเต็ม 2 จำนวน ประกอบด้วย

ขั้นตอนวิธีการหาร

ตัวหารร่วมมาก

NumberTheory

NumberTheory

จำนวนเต็ม 2 จำนวน

จำนวนเต็ม 2 จำนวน

โปรดเลือกขั้นตอนการดำเนินการ :

ขั้นตอนวิธีการหาร

การหา ห.ร.ม. โดยใช้วิธียุคลิด

a : 24

a : 46

b : 96

b : 38

ENTER

DETAIL

SWAP A B

CLEAR

DEFINITION

ENTER

DETAIL

SWAP A B

CLEAR

DEFINITION

ผลลัพธ์

ผลลัพธ์

$24 = 0 \cdot 96 + 24$

ผลหารคือ 0  
เศษเหลือการหารคือ 24

gcd(46,38) คือ 2

รูปที่ 4.21 ผลลัพธ์การดำเนินการของขั้นตอนวิธีการหาร

รูปที่ 4.22 ผลลัพธ์การดำเนินการของการหาตัวหารร่วมมากโดยใช้วิธียุคลิด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## จำนวนเฉพาะสัมพัทธ์

NumberTheory

◀ BACK

จำนวนเต็ม 2 จำนวน

โปรดเลือกขั้นตอนการดำเนินการ :

จำนวนเฉพาะสัมพัทธ์

a : 81

b : 38

ENTER

DETAIL

SWAP A B

CLEAR

DEFINITION

ผลลัพธ์

81 และ 38 เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์

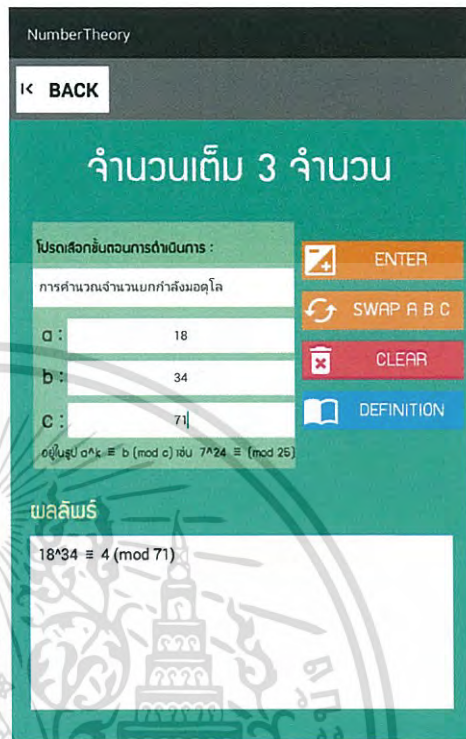
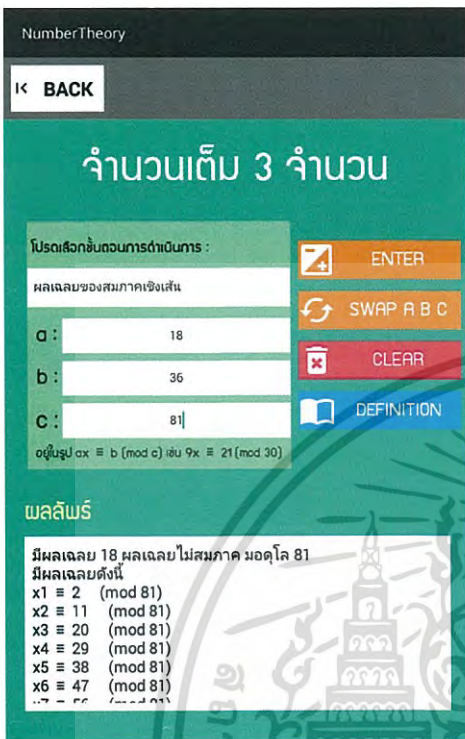
รูปที่ 4.23 ผลลัพธ์การดำเนินการของจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3) การดำเนินการ ของ จำนวนเต็ม 3 จำนวน ประกอบด้วย

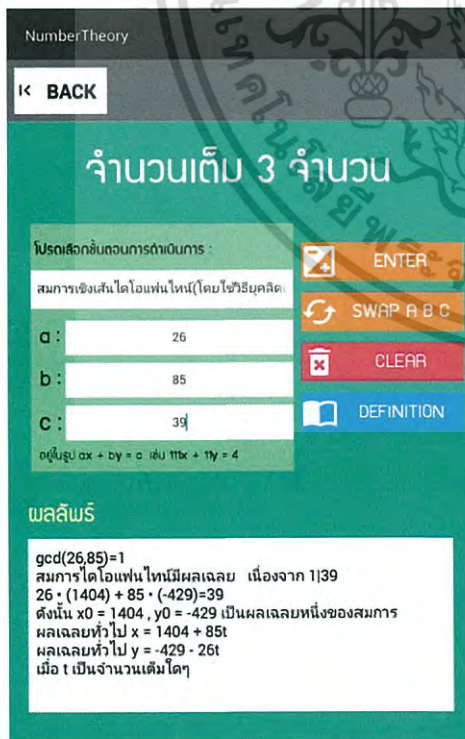
ผลเฉลยของสมการเชิงเส้น

การคำนวณจำนวนยกกำลังมอดุโล



รูปที่ 4.24 ผลลัพธ์การดำเนินการของผลเฉลยของสมการเชิงเส้น

รูปที่ 4.25 ผลลัพธ์การดำเนินการของการคำนวณจำนวนยกกำลังมอดุโล



สมการเชิงเส้นไดโอแฟนไทน์ (โดยวิธียุคลิด)

รูปที่ 4.26 ผลลัพธ์การดำเนินการของสมการเชิงเส้นไดโอแฟนไทน์ (โดยวิธียุคลิด)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 4.4) รายละเอียดการดำเนินการ ของการคำนวณอันดับและรากปฐมฐาน

$\varphi(n)$  (จำนวนของจำนวนเต็มบวกที่เป็น  
จำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ  $n$  )

อันดับและรากปฐมฐาน

NumberTheory

BACK

อันดับและรากปฐมฐาน

โปรดเลือกขั้นตอนการดำเนินการ :

$\varphi(n)$

n : 39

ENTER

DETAIL

SWAP A B

CLEAR

DEFINITION

ผลลัพธ์

$\varphi(39) = 24$

รูปที่ 4.27 ผลลัพธ์การดำเนินการของ  $\varphi(n)$

(จำนวนของจำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ  $n$  )

NumberTheory

BACK

อันดับและรากปฐมฐาน

โปรดเลือกขั้นตอนการดำเนินการ :

อันดับและรากปฐมฐาน

n : 61

ENTER

DETAIL

SWAP A B

CLEAR

DEFINITION

ผลลัพธ์

a	อันดับ	รากปฐมฐาน
2	60	รากปฐมฐาน
6	60	รากปฐมฐาน
7	60	รากปฐมฐาน
10	60	รากปฐมฐาน
17	60	รากปฐมฐาน
18	60	รากปฐมฐาน
26	60	รากปฐมฐาน
--	--	--

รูปที่ 4.28 ผลลัพธ์การดำเนินการของอันดับและรากปฐมฐาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำนวณตารางเศษเหลือของ  $a$  ยกกำลัง

NumberTheory

← BACK

## อันดับและรากปฐมฐาน

โปรดเลือกขั้นตอนการดำเนินการ :

คำนวณตารางเศษเหลือของ  $a$  ยกกำลัง

$a$  : 14

$n$  : 35

อยู่ในรูป  $a^k \equiv 1 \pmod{n}$

ENTER

DETAIL

SWAP A B

CLEAR

DEFINITION

### ผลลัพธ์

k	$a^k \pmod{n}$
1	14
2	6
3	8
4	36
5	10
6	26
7	22
8	4

รูปที่ 4.29 ผลลัพธ์การดำเนินการของสมการเชิงเส้นไดโอแฟนไทน์(โดยใช้วิธีคูณ)

4.5) รายละเอียดการดำเนินการ ของการประยุกต์

วันของสัปดาห์

NumberTheory

← BACK

## การประยุกต์

โปรดเลือกขั้นตอนการดำเนินการ :

วันของสัปดาห์

Date : 4

Month : 11

Year : 2018

วันที่/เดือน/ปี ค.ศ. 29/4/2018

### ผลลัพธ์

ปีนี้ไม่ใช่ปีอธิกสุรทิน  
วันของสัปดาห์คือ วันอาทิตย์  
วันของปีคือ 308

รูปที่ 4.30 ผลลัพธ์การดำเนินการของผลเฉลยของสมภาคเชิงเส้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

# สรุปผลและข้อเสนอแนะ

### 5.1 สรุปผลการดำเนินงาน

#### 1) ความสามารถของโปรแกรม

- การคำนวณของโปรแกรมประกอบด้วย ตรวจสอบจำนวนเฉพาะ ตัวประกอบในรูปผลคูณของจำนวนเฉพาะ ตัวประกอบในรูปแบบจำนวนเฉพาะยกกำลัง  $\tau(n)$ (จำนวนตัวหารที่เป็นบวกของ  $n$ )  $\sigma(n)$ (ผลบวกของตัวหารบวกของ  $n$ ) ขั้นตอนวิธีการหาร ขั้นตอนวิธียุคลิดแบบขยาย การหาตัวหารร่วมมาก จำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ ผลเฉลยของสมภาคเชิงเส้น การคำนวณจำนวนยกกำลังมอดุโล สมการเชิงเส้นไดโอแฟนไทน์ (โดยวิธียุคลิดแบบขยาย)  $\phi(n)$ (จำนวนของจำนวนเต็มบวกที่เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์กับ  $n$ ) อันดับและรากปฐมฐาน คำนวณตารางเศษเหลือของ  $a$  ยกกำลัง การคำนวณวันของสัปดาห์

- มีส่วน บทนิยาม ทฤษฎีบท ขั้นตอนวิธีการดำเนินการ และตัวอย่าง
- สามารถใช้งานบน Tablet ขนาด 7.0 นิ้ว บนระบบปฏิบัติการแอนดรอยด์

#### 2) ผลการทดลอง

- โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นได้ให้นักศึกษาระดับปริญญาตรี ที่เคยศึกษาเรื่องทฤษฎีจำนวนเบื้องต้นทดลองใช้และมีความเห็นว่า ใช้คำนวณได้ถูกต้องและแม่นยำและครอบคลุมเนื้อหาที่เคยศึกษา

#### 3) นำเสนอในงานประชุมวิชาการ

- ผู้พัฒนาได้นำโปรแกรมที่พัฒนาขึ้นเสนอในที่ประชุมวิชาการระดับปริญญาตรี สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์ (UAMC) ครั้งที่ 5 เมื่อวันที่ 23 เมษายน พุทธศักราช 2559 ในหัวข้อเรื่อง การพัฒนาซอฟต์แวร์ทฤษฎีจำนวนเพื่อการเรียนรู้ด้วยตนเองบนแท็บเล็ต

### 5.2 ข้อจำกัด

- 1) โปรแกรมนี้จะใช้ตัวแปรในส่วนของารรับข้อมูล และในการดำเนินการต่างๆเป็นชนิด Integer ที่มีขนาด 32-bit (4-byte) หรือที่มีค่าตั้งแต่  $-2,147,483,648$  แต่จะไม่เกิน  $2,147,483,647$
- 2) โปรแกรมที่พัฒนาขึ้นให้ใช้ได้กับ แท็บเล็ตเฉพาะรุ่น Lenovo a3300-gv ขนาด 7 นิ้ว หรือแท็บเล็ตรุ่นอื่นๆที่มีขนาดหน้าจอ 7 นิ้ว ซึ่งไม่สามารถใช้ได้กับ แท็บเล็ตทุกรุ่น
- 3) สามารถใช้งานได้เฉพาะระบบปฏิบัติการแอนดรอยด์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 5.3 ข้อเสนอแนะ

- 1) ควรพัฒนาให้สามารถใช้งานกับระบบปฏิบัติการ IOS
- 2) ควรพัฒนาแอปพลิเคชันให้สามารถใช้งานได้กับหน้าจอแท็บเล็ตขนาดเล็กหรือสมาร์ตโฟนที่พกพาได้สะดวกมากขึ้น



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## เอกสารอ้างอิง

- [1] “การติดตั้ง Android Studio” [ออนไลน์] แหล่งที่มา <http://androidthai.in.th/conternt-android/246-install-android-studio-and-helloworld.html> (11 กรกฎาคม 2558).
- [2] “การติดตั้ง Android Studio สำหรับ window 7” [ออนไลน์] แหล่งที่มา <http://androidthai.in.th/conternt-android/239-install-android-studio-windows-7.html> (11 กรกฎาคม 2558).
- [3] “การติดตั้ง JDK” [ออนไลน์] แหล่งที่มา <http://androidthai.in.th/conternt-android/238-set-up-and-install-jdk-for-android-studio.html> (11 กรกฎาคม 2558).
- [4] ไพรบุลย์ พันธรักษ์พงษ์ และ พัชรินทร์ เหมโชติ. ทฤษฎีจำนวน 1. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ: ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง, 2556
- [5] "icon" [ออนไลน์] แหล่งที่มา <https://design.google.com/icons/> (11 มกราคม 2559).
- [6] "login" [ออนไลน์] แหล่งที่มา <https://www.youtube.com/watch?v=x6jQAaLz1O8> (14 กุมภาพันธ์ 2559).
- [7] "number of basic theory"[ออนไลน์] แหล่งที่มา <https://sites.google.com/site/numberofbasictheory/> (11 พฤศจิกายน 2558).
- [8] "spinner"[ออนไลน์] แหล่งที่มา <http://devahoy.com/posts/android-spinner-example/> (23 กุมภาพันธ์ 2559).

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### ขั้นตอนการติดตั้ง JDK

ดาวโหลด JDK ได้จาก

<http://www.oracle.com/technetwork/java/javase/downloads/index.html>

#### Java SE Downloads



Java Platform (JDK) 8u91 / 8u92

1. เลือก Java se downloads

**Java SE Development Kit 8u91**  
 You must accept the Oracle Binary Code License Agreement for Java SE to download this software.

Accept License Agreement  Decline License Agreement

Product / File Description	File Size	Download
Linux ARM 32 Hard Float ABI	77.72 MB	jdk-8u91-linux-arm32-vfp-hflt.tar.gz
Linux ARM 64 Hard Float ABI	74.69 MB	jdk-8u91-linux-arm64-vfp-hflt.tar.gz
Linux x86	154.74 MB	jdk-8u91-linux-i586.rpm
Linux x86	174.92 MB	jdk-8u91-linux-i586.tar.gz
Linux x64	152.74 MB	jdk-8u91-linux-x64.rpm
Linux x64	172.97 MB	jdk-8u91-linux-x64.tar.gz
Mac OS X	227.29 MB	jdk-8u91-macosx-x64.dmg
Solaris SPARC 64-bit (SVR4 package)	139.59 MB	jdk-8u91-solaris-sparcv9.tar.Z
Solaris SPARC 64-bit	98.95 MB	jdk-8u91-solaris-sparcv9.tar.gz
Solaris x64 (SVR4 package)	140.29 MB	jdk-8u91-solaris-x64.tar.Z
Solaris x64	96.78 MB	jdk-8u91-solaris-x64.tar.gz
Windows x86	182.29 MB	jdk-8u91-windows-i586.exe
Windows x64	187.4 MB	jdk-8u91-windows-x64.exe

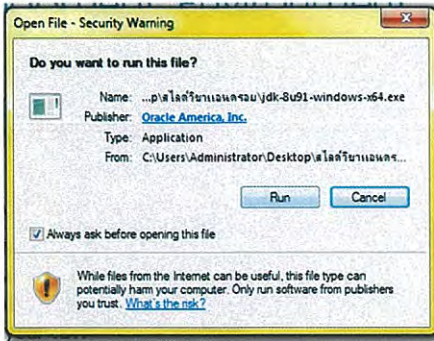
2. กด accept แล้วเลือกรุ่นคอมพิวเตอร์ จากนั้นดาวโหลด

**Java SE Development Kit 8u92**  
 You must accept the Oracle Binary Code License Agreement for Java SE to download this software.

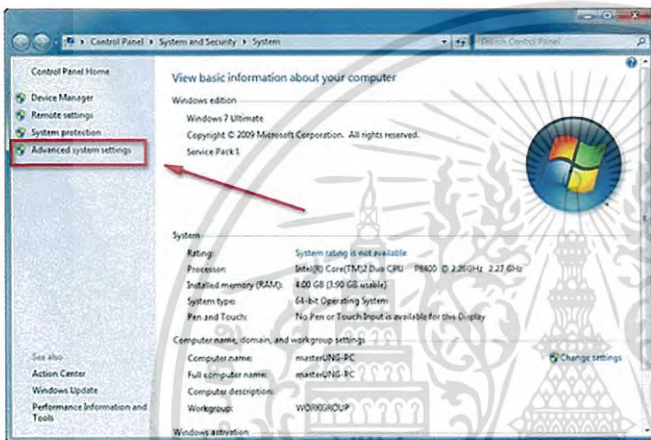
Accept License Agreement  Decline License Agreement

Product / File Description	File Size	Download
Linux x86	160.26 MB	jdk-8u92-linux-i586.rpm
Linux x86	174.94 MB	jdk-8u92-linux-i586.tar.gz
Linux x64	158.27 MB	jdk-8u92-linux-x64.rpm
Linux x64	172.99 MB	jdk-8u92-linux-x64.tar.gz
Mac OS X	227.32 MB	jdk-8u92-macosx-x64.dmg
Solaris SPARC 64-bit (SVR4 package)	139.47 MB	jdk-8u92-solaris-sparcv9.tar.Z
Solaris SPARC 64-bit	98.93 MB	jdk-8u92-solaris-sparcv9.tar.gz
Solaris x64 (SVR4 package)	140.35 MB	jdk-8u92-solaris-x64.tar.Z
Solaris x64	96.76 MB	jdk-8u92-solaris-x64.tar.gz
Windows x86	188.43 MB	jdk-8u92-windows-i586.exe
Windows x64	193.66 MB	jdk-8u92-windows-x64.exe

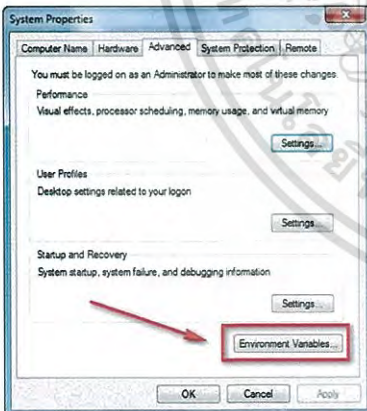
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



3. กด RUN แล้ว Next ไปเรื่อยๆจนจบ

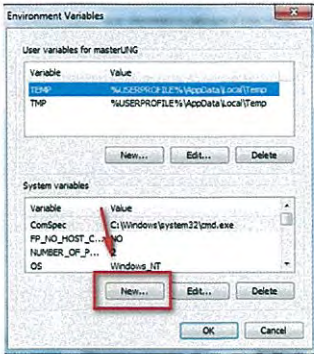


4. กำหนด path ให้กับ JDK เพื่อเราจะติดตั้ง android Studio ต่อไป ให้ไปที่ Control Panel > System and Security > System มองหา Advanced system settings



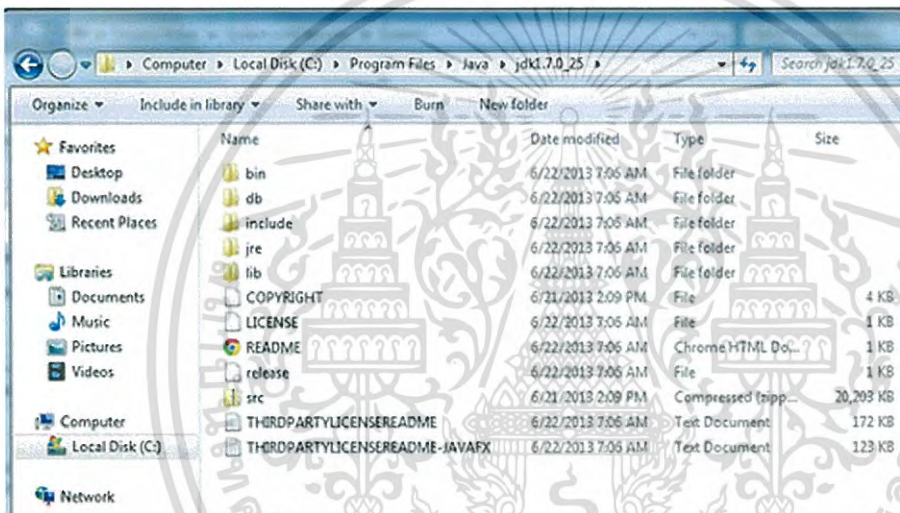
5. เลือก Environment Variables

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

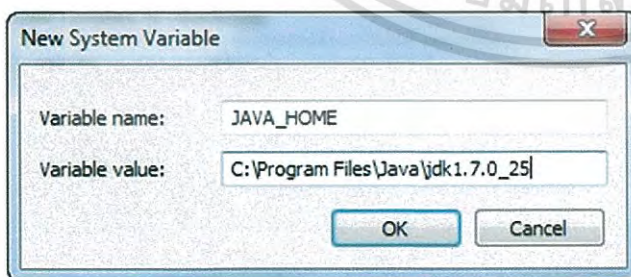


6. คลิกที่ New

7. หาดำแหน่ง path แท้ของ JDK แบบนี้ และ Copy path ไว้



8. กำหนด New System Variable แบบนี้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### ขั้นตอนการติดตั้ง android Studio

ดาวน์โหลด Android Studio ได้จาก

<http://developer.android.com/sdk/installing/studio.html>

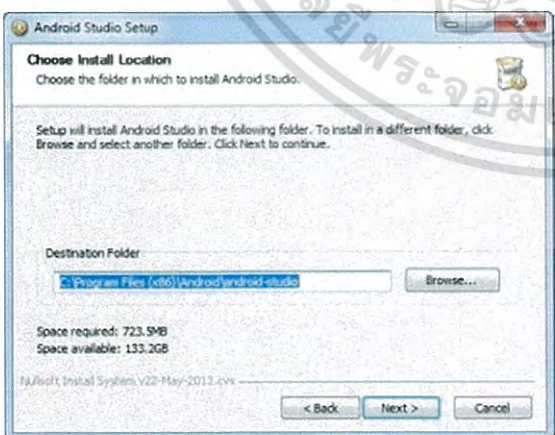


android-studio-bundle-130.687321-windows

1. ดับเบิลคลิกที่ ไอคอน Android Studio ที่โหลดมา

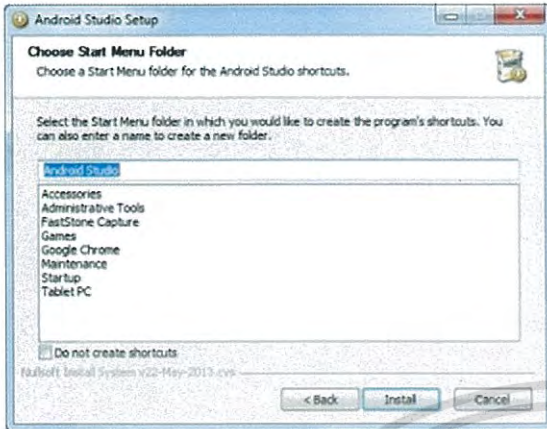


2. ทำตามขั้นตอนไปเรื่อยๆ

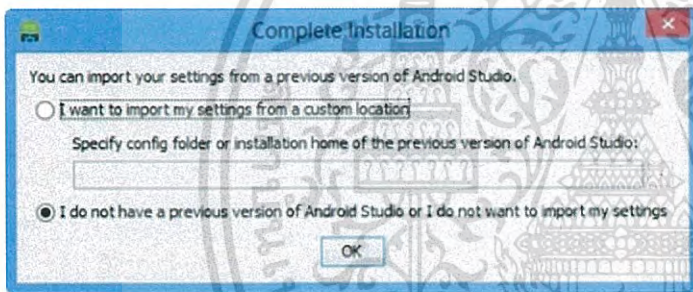


3. ที่อยู่ของไฟล์ android studio

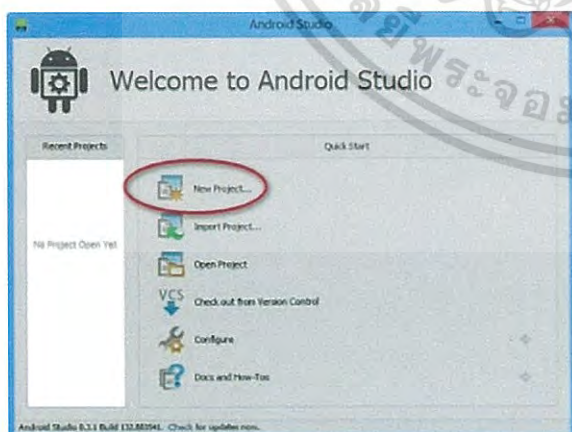
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



4.กด Install

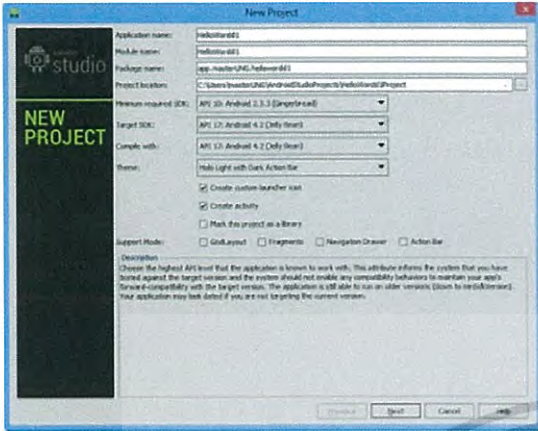


5.เมื่อเข้าใช้งานครั้งแรก ให้ตั้งค่าที่เก็บ Source Code



6.การเริ่มสร้างโปรเจค

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



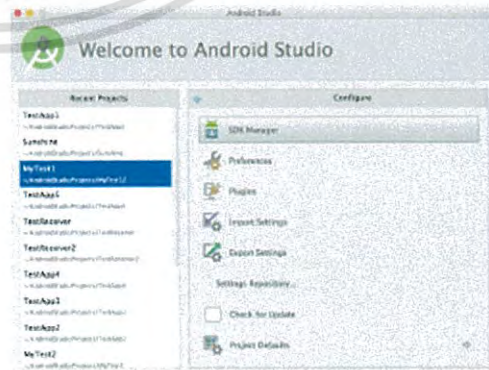
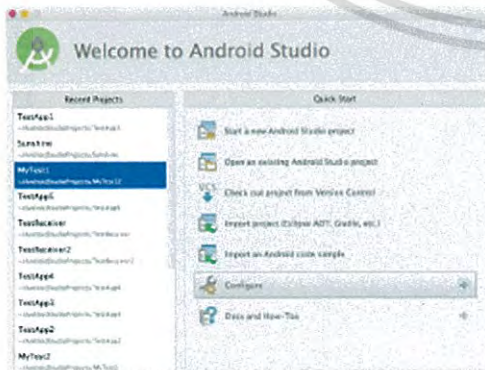
7. ตั้งชื่อโปรเจกต์และกตตามขั้นตอนไปเรื่อยๆ



8. ได้หน้าจอไว้สำหรับสร้างโปรเจกต์

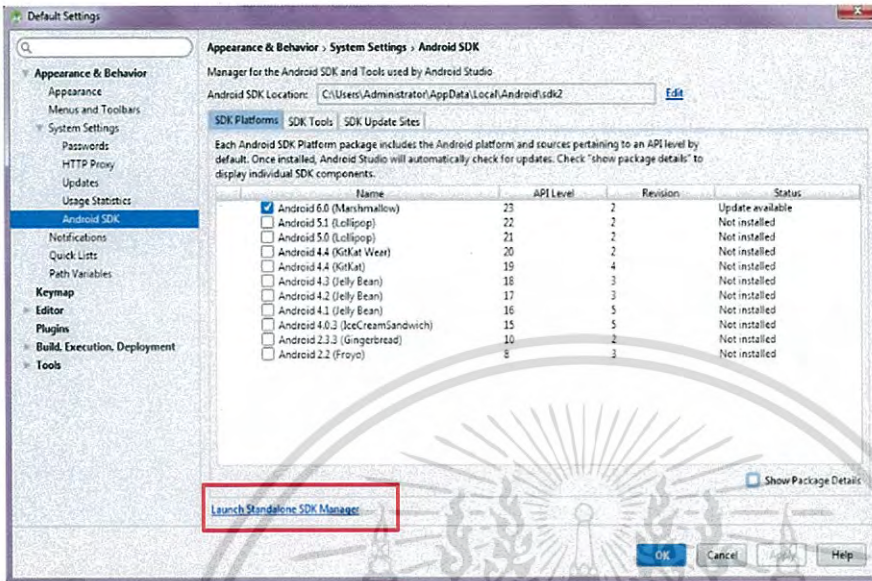
ขั้นตอนการอัปเดต SDK

Open Android Studio>Click 'Configure > SDK Manager'

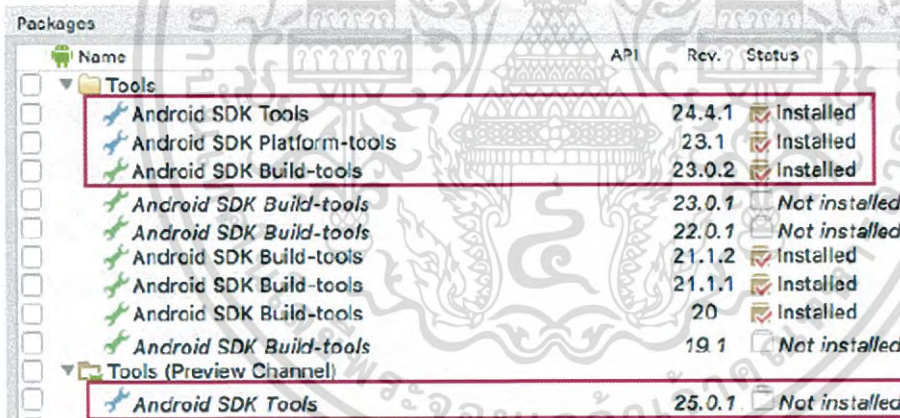


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คลิกที่ Launch Standalone SDK Manager



เลือกตามรายการที่มีเครื่องหมาย  Installed



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Android 6.0 (API 23)			
Documentation for Android SDK	23	1	Installed
SDK Platform	23	2	Installed
Samples for SDK	23	2	Installed
Android TV ARM EABI v7a System Image	23	2	Not installed
Android TV Intel x86 Atom System Image	23	2	Not installed
Android Wear ARM EABI v7a System Image	23	1	Not installed
Android Wear Intel x86 Atom System Image	23	1	Not installed
ARM EABI v7a System Image	23	3	Installed
Intel x86 Atom 64 System Image	23	7	Not installed
Intel x86 Atom System Image	23	7	Not installed
Google APIs	23	1	Installed
Google APIs ARM EABI v7a System Image	23	7	Not installed
Google APIs Intel x86 Atom_64 System Image	23	11	Installed
Google APIs Intel x86 Atom System Image	23	11	Installed
Sources for Android SDK	23	1	Not installed
Android 5.1.1 (API 22)			
Android 5.0.1 (API 21)			
Android 4.4W.2 (API 20)			

Extras		
GPU Debugging tools	1.0.3	Not installed
Android Support Repository	25	Installed
Android Support Library	23.1.1	Installed
Android Auto Desktop Head Unit emulator	1.1	Not installed
Google Play services	29	Installed
Google Repository	24	Installed
Google Play APK Expansion Library	3	Installed
Google Play Billing Library	5	Installed
Google Play Licensing Library	2	Installed
Android Auto API Simulators	1	Installed
Google USB Driver	11	Not compatible with N
Google Web Driver	2	Installed
Intel x86 Emulator Accelerator (HAXM installer)	6.0.1	Installed

แล้วกด installed packages...

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การตั้งค่า โทรศัพท์มือถือหรือแท็บเล็ตให้สามารถรันบนตัวเครื่องได้



1. เข้าไปที่การตั้งค่าของเครื่องแท็บเล็ต

2. เลือกเกี่ยวกับแท็บเล็ต

เกี่ยวกับแท็บเล็ต



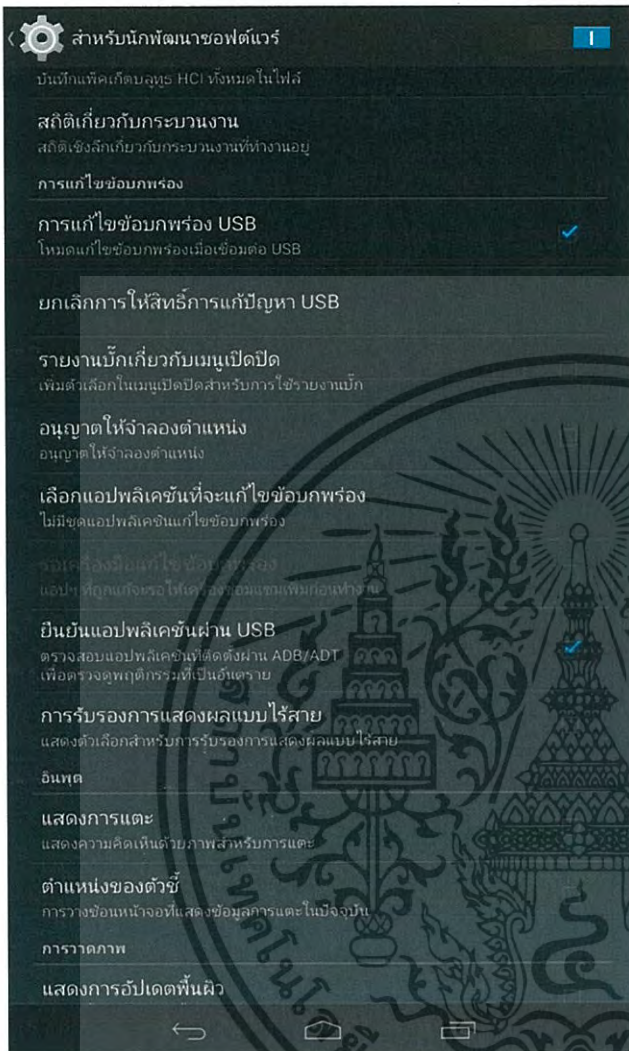
3. คลิกที่หมายเลขบิวด์ประมาณ 7-10 ครั้ง

4. เมื่อออกมาที่หน้าตั้งค่าจะเห็นว่า มีไอคอน สำหรับนักพัฒนาขึ้น ให้คลิกเข้าไป

{ } สำหรับนักพัฒนาซอฟต์แวร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5. เลือกตามรายการที่มีเครื่องหมาย  เพื่อเปิดการทำงาน



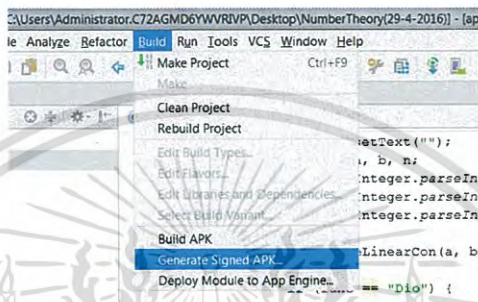
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## ขั้นตอนการ Export ไฟล์ APK บน Android Studio

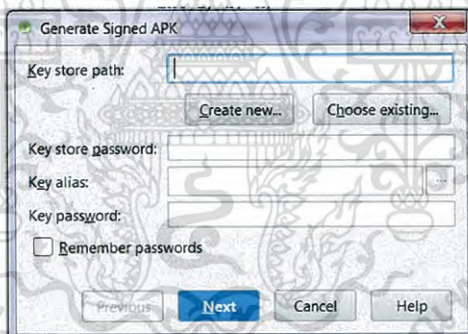
- สร้าง Keystore

ในการ Export แอปพลิเคชันทุกครั้งจะต้องใช้ไฟล์ Keystore โดยขั้นตอนการ Export จะนำข้อมูลที่อยู่ใน Keystore ฝังลงไปด้วยในไฟล์ APK นั้นๆ เพื่อให้รู้ว่า APK ตัวนั้นๆเป็นของใคร

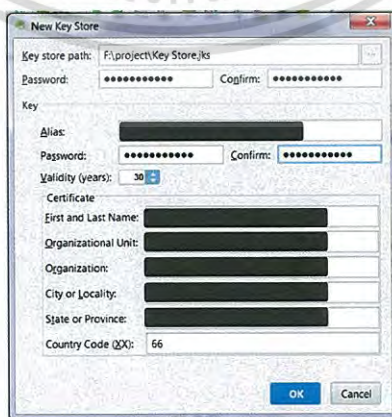
1. เลือกไปที่ Build > Generate Signed APK...



2. จะปรากฏหน้าต่าง Generate Signed APK กดปุ่ม Create new... เพื่อทำการสร้าง Keystore



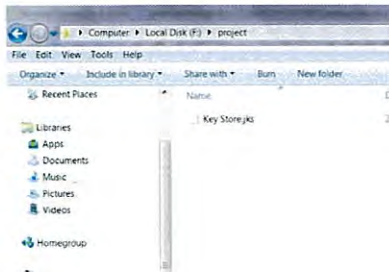
3. จะปรากฏหน้าต่าง New Key Store เพื่อให้ใส่ข้อมูลสำหรับ Keystore ที่จะสร้าง



กรอกข้อมูลให้เรียบร้อยแล้วกดปุ่ม OK

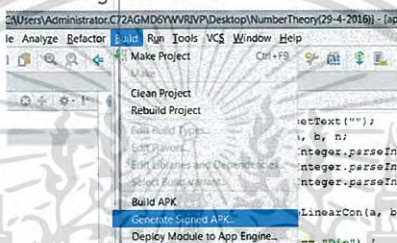
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- 4. เปิดดูที่ Path ที่ได้กำหนดไว้จะเห็นไฟล์ Keystore ที่สร้างขึ้นมา และใช้ไฟล์ดังกล่าวนี้ในการ Export ทุกครั้ง

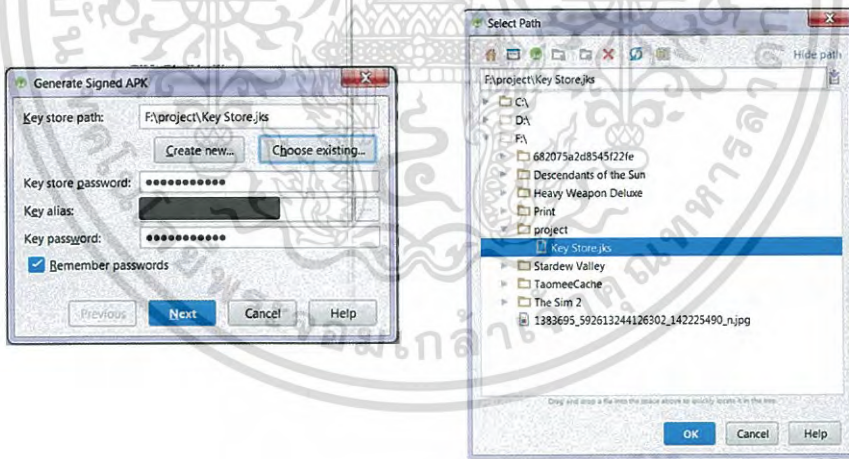


- การ Export เป็นไฟล์ APK

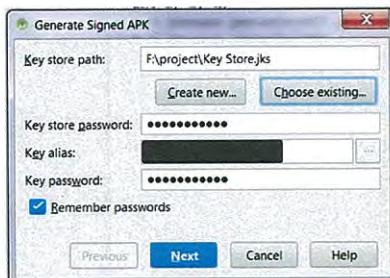
- 1. เลือกไปที่ Build > Generate Signed APK...



- 2. กดปุ่ม Choose existing และเลือก Keystore ที่ได้สร้างไว้

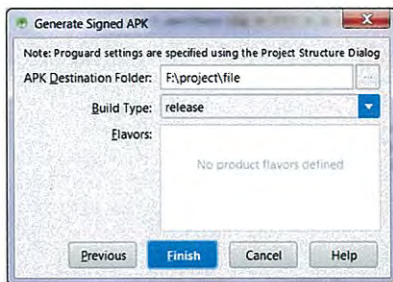


- 3. ใส่รหัสของ Keystore ชื่อ Key และรหัสของ Key ให้เรียบร้อย แล้วกดปุ่ม Next



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4. กำหนดเกี่ยวกับไฟล์ APK



เมื่อกำหนดเสร็จแล้วให้กดปุ่ม Finish

#### 5. รอโปรแกรมทำการ Export เสร็จ ก็จะมีหน้าต่างแจ้งขึ้นมา



#### 6. จะได้ไฟล์ APK



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้