แบบจำลองโรคคางทูมในประเทศไทย

MUMPS MODEL IN THAILAND

วีรวรรณ นิติธรรมชวลิต
สุนิษา วงษ์คำจันทร์
อัจจนา สงจันทร์

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม
หลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2558

แบบจำลองโรคคางทูมในประเทศไทย

MUMPS MODEL IN THAILAND

วีรวรรณ นิติธรรมชวลิต

สุนิษา วงษ์คำจันทร์

อัจจนา สงจันทร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

b 10026067

i

TB00229

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตาม

หลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปีการศึกษา 2558

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

MUMPS MODEL IN THAILAND

WERAWAN NITITHAMCHAWALIT
SUNISA WONGKUMJAN
ACHANA SONGCHAN

A SPECIAL PROJECT SUBMITTED IN
PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENT FOR
THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE (APPLIED MATHEMATICS)
DEPARTMENT OF MATHEMATICS, FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2015

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	แบบจำลองโรคคางทูมในประเทศไทย MUMPS MODEL IN THAILAND
ชื่อนักศึกษา	นางสาววีรวรรณ นิติธรรมชวลิต 55050138 นางสาวสุนิษา วงษ์คำจันทร์ 55050154 นางสาวอัจจนา สงจันทร์ 55050183
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชา	คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา	2558
อาจารย์ที่ปรึกษา	รศ.ดร.พันธนี พงศ์สัมพันธ์
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	ดร.เทิดขวัญ ช้างเผือก

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง(สจล.) อนุมัติให้ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์) ประจำปีการศึกษา 2558

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
อ.ศิริกุล ศิริธีรากุล ประธานกรรมการ	
ผศ.ดร.อาทิตย์ แข็งธัญการ กรรมการ	
รศ.ดร.พันธนี พงศ์สัมพันธ์ กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	
ดร.เทิดขวัญ ช้างเผือก กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษาร่วม	

ลิขสิทธิ์ของคณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ แบบจำลองโรคคางทูมในประเทศไทย
MUMPS MODEL IN THAILAND
ชื่อนักศึกษา นางสาววีรวรรณ นิติธรรมชวลิต 55050138
นางสาวสุนิษา วงษ์คำจันทร์ 55050154
นางสาวอัจจนา สงจันทร์ 55050183
ปริญญา วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชา คณิตศาสตร์
คณะ วิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัย สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.)
ปีการศึกษา 2558
อาจารย์ที่ปรึกษา รศ.ดร.พันธนี พงศ์สัมพันธ์
อาจารย์ที่ปรึกษาร่วม ดร.เทิดขวัญ ช้างเผือก

บทคัดย่อ

ปัญหาพิเศษนี้จัดทำขึ้นโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อเป็นแนวทางในการลดแนวโน้มของจำนวนผู้ที่เป็นโรคคางทูมในประเทศไทย ผู้จัดทำได้นำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้เพื่อสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ขึ้นเพื่อนำไปเป็นประโยชน์ต่อการควบคุมโรคคางทูมในประเทศไทยต่อไป การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้ได้จากการศึกษาเชื้อ mumps virus ซึ่งเป็นเชื้อที่ทำให้เกิดโรคคางทูม ผู้จัดทำได้พิจารณาลักษณะการแพร่กระจายของโรค ประชากรผู้ป่วยในแต่ละภาคและช่วงอายุตามรายปี แล้วจึงนำข้อมูลของผู้ป่วยและทฤษฎีทางคณิตศาสตร์มาสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และผลเฉลยเชิงตัวเลข ผลลัพธ์ที่ได้จากการศึกษานี้ สามารถใช้เพื่อเป็นแนวทางการหาวิธีการลดจำนวนผู้ป่วยโรคคางทูมในประเทศไทย

คำสำคัญ: แบบจำลอง มัมส์ไวรัส โรคคางทูม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Title	MUMPS MODEL IN THAILAND
Students	Miss Werawan Nitithamchawalit 55050138
	Miss Sunisa Wongkumjan 55050154
	Miss Atjana Songchan 55050183
Degree	Bachelor of Science (Applied Mathematics)
Department	Mathematics
Faculty	Science
University	King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL)
Academic Year	2015
Advisor	Assoc.Prof.Dr. Puntani Pongsumpun
Co-advisor	Dr. Thurdkwan Changpuex

Abstract

Aim of this special problem is to reduce the tendency of mumps in Thailand. We use mathematical knowledge to formulate a mathematical model for mumps. It should be useful for reducing the outbreak of mumps in Thailand. Mathematical model is constructed by studying the characteristic of mumps virus. We consider the distribution of this disease by region , year and age of patients. We find the analytical and numerical results of our model. The optimization method is found to reduce the number of patients with mumps in Thailand.

Keyword : Math model , Mumps Virus , Mumps

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ปัญหาพิเศษฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต ซึ่งจะสำเร็จได้เนื่องจากได้รับคำแนะนำ และตอบคำถามต่างๆในการศึกษางานวิจัยครั้งนี้ ทำให้ปัญหาพิเศษนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น คณะผู้จัดทำขอขอบพระคุณทุกท่านที่ได้ให้ความช่วยเหลือ ดังต่อไปนี้

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ที่ปรึกษาปัญหาพิเศษ รศ.ดร.พันธนี พงศ์สัมพันธ์ และดร.เทิดขวัญ ช้างเผือก รวมทั้งคณะกรรมการสอบ ที่ได้เสียสละเวลาให้คำแนะนำ คำปรึกษาในการปรับปรุงการทำปัญหาพิเศษนี้ และเป็นกำลังใจตลอดมา

ขอขอบพระคุณ คณาจารย์ประจำภาคคณิตศาสตร์ทุกท่านที่คอยอบรมสั่งสอนและได้ประสาทวิชาความรู้ ทั้งในทฤษฎีและปฏิบัติแก่คณะผู้จัดทำ รวมถึงเจ้าหน้าที่ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ทุกท่านที่คอยช่วยเหลือในด้านการอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับอุปกรณ์ที่จำเป็นต่างๆ

ขอขอบพระคุณ *สำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค ในการ*ให้ข้อมูลผู้ป่วยโรคคางทูมและข้อมูลโรคคางทูม ซึ่งเป็นข้อมูลพื้นฐานในการทำปัญหาพิเศษนี้

สุดท้ายนี้ ขอขอบพระคุณบิดา มารดา ที่เป็นกำลังใจ และให้การสนับสนุน ตลอดจนเพื่อนๆ ทุกคน ที่ให้ความช่วยเหลือต่างๆเกี่ยวกับปัญหาพิเศษ จนกระทั่งสัมฤทธิ์ผลได้ด้วยดีทุกประการ

วีรวรรณ นิติธรรมชวลิต
สุนิษา วงษ์คำจันทร์
อัจจนา สงจันทร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ข
กิตติกรรมประกาศ	ค
สารบัญ	ง
สารบัญตาราง	ฉ
สารบัญรูปภาพ	ช
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญ	1
1.2 วัตถุประสงค์	1
1.3 ขอบเขตการศึกษา	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	2
1.5 ขั้นตอนการดำเนินงาน	2
1.6 ระยะเวลาการดำเนินงาน	3
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	
2.1 โรคคางทูม	4
2.2 ประวัติและความเป็นมา	4
2.3 สาเหตุของการเกิดโรคคางทูม	5
2.4 อาการของโรคคางทูม	7
2.5 การระบาดของโรคคางทูม	
2.5.1 ระยะติดต่อ	9
2.5.2 การวินิจฉัยโรคคางทูม	9
2.5.3 ผู้ป่วยที่เป็นกลุ่มเสี่ยง	10
2.5.4 นิยามของระบาดวิทยา	10
2.5.5 นิยามในการเฝ้าระวังโรค	10
2.6 การรักษาโรคคางทูม	11
2.7 การป้องกันด้วยวัคซีน	
2.7.1 คำแนะนำการให้วัคซีนรวม	12
2.8 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	
2.8.1 แบบจำลอง	16
2.8.2 ประเภทของแบบจำลอง (Model Classification)	17
2.8.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model)	18
2.9 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคติดเชื้อ	
2.9.1 แบบจำลอง *SEIR*	20
2.10 นิยามที่เกี่ยวข้อง	
2.10.1 ค่าลักษณะเฉพาะ	24
2.10.2 พหุนามลักษณะเฉพาะ	24

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
2.10.3 การหาดีเทอร์มิแนนท์ของเมตริกซ์ขนาด $n \times n$	24
2.10.4 จาโคเบียนเมทริกซ์	24
2.10.5 จุดสมดุล	25
2.10.6 การหาผลเฉลยจุดสมดุลของระบบ	25
2.11 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	26
บทที่ 3 แบบจำลองของโรคคางทูม	
3.1 การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ	
3.1.1 แบ่งตามแต่ละภาคของประเทศไทย 4 ภาค	28
3.1.2 แบ่งตามช่วงอายุ	30
3.2 การสร้างแบบจำลองโรคคางทูมในประเทศไทย	
3.2.1 แบบจำลองโรคคางทูม	32
3.2.2 แบบจำลองโรคคางทูมที่ได้รับวัคซีน	33
3.3 สมการคณิตศาสตร์จากแบบจำลองโรคคางทูม	
3.3.1 แบบจำลองโรคคางทูม	35
3.3.2 แบบจำลองโรคคางทูมเมื่อได้รับวัคซีน	38
3.4 จุดสมดุล	
3.4.1 แบบจำลองโรคคางทูม	42
3.4.2 แบบจำลองโรคคางทูมเมื่อได้รับวัคซีน	44
3.5 ความเสถียรภาพของจุดสมดุล	
3.5.1 แบบจำลองโรคคางทูม	46
3.5.2 แบบจำลองโรคคางทูมเมื่อได้รับวัคซีน	56
บทที่ 4 ผลการวิจัยและอภิปรายผล	
4.1 ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลข	71
4.2 ผลการวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์จากการคำนวณด้วยโปรแกรม Mathematica	73
4.2.1 ผลการวิเคราะห์แบบจำลองโรคคางทูม	73
4.2.2 ผลการวิเคราะห์แบบจำลองโรคคางทูมเมื่อได้รับวัคซีน	98
4.3 การประยุกต์ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์	
4.3.1 แบบจำลองโรคคางทูม	131
4.3.2 แบบจำลองโรคคางทูมเมื่อได้รับวัคซีน	142
บทที่ 5 สรุปผลการจัดทำปัญหาพิเศษและข้อเสนอแนะ	
5.1 สรุปผลงานวิจัย	154
5.2 ข้อจำกัดของโปรแกรม	154
5.3 ข้อเสนอแนะ	154
เอกสารอ้างอิง	155

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 2.1 แสดงอาการที่พบบ่อยในโรคคางทูม 7

ตารางที่ 2.2 แสดงอาการไม่พึงประสงค์หลังได้รับวัคซีน 14

ตารางที่ 2.3 สัญลักษณ์แสดงตัวแปร (variables) ของแบบจำลอง *SEIR* 20

ตารางที่ 2.4 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรเสริม (parameters) ของแบบจำลอง *SEIR* 20

ตารางที่ 3.1 สัญลักษณ์แสดงตัวแปร (variables) ต่างๆของแบบจำลองโรคคางทูมในประเทศไทย 32

ตารางที่ 3.2 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรเสริม (parameters) ต่างๆของแบบจำลองโรคคางทูม ในประเทศไทย 33

ตารางที่ 4.1 ค่าตัวแปร (variables) ต่างๆ ของแบบจำลองโรคคางทูมในประเทศไทย 71

ตารางที่ 4.2 สัญลักษณ์แสดงพารามิเตอร์ (parameters) ต่างๆของแบบจำลองโรคคางทูมใน ประเทศไทย 71

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

หน้า

รูปที่ 2.1 แสดงการอธิบายขั้นตอนการสร้างแบบจำลอง 18
รูปที่ 2.2 ขั้นตอนของการนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไปใช้ 19
รูปที่ 2.3 แบบจำลอง $SEIR$ 20
รูปที่ 2.4 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง $SEIR$ ของสมการ (2.1) 21
รูปที่ 2.5 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง $SEIR$ ของสมการ (2.2) 22
รูปที่ 2.6 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง $SEIR$ ของสมการ (2.3) 22
รูปที่ 2.7 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง $SEIR$ ของสมการ (2.4) 23
รูปที่ 3.1 กราฟแสดงจำนวนผู้ป่วยโรคคางทูมในแต่ละภาค 28
รูปที่ 3.2 กราฟแสดงจำนวนผู้ป่วยโรคคางทูมแยกตามช่วงอายุ 30
รูปที่ 3.3 แบบจำลองโรคคางทูมในประเทศไทย 32
รูปที่ 3.4 แบบจำลองโรคคางทูมที่ได้รับวัคซีนในประเทศไทย 33
รูปที่ 3.5 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคางทูมของสมการ (3.1) 35
รูปที่ 3.6 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคางทูมของสมการ (3.2) 36
รูปที่ 3.7 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคางทูมของสมการ (3.3) 37
รูปที่ 3.8 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคางทูมของสมการ (3.4) 37
รูปที่ 3.9 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคางทูมของสมการ (3.5) 39
รูปที่ 3.10 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคางทูมของสมการ (3.6) 40
รูปที่ 3.11 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคางทูมของสมการ (3.7) 40
รูปที่ 3.12 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคางทูมของสมการ (3.8) 41
รูปที่ 4.1 กราฟแสดงจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) (สภาวะไร้โรค) เทียบกับเวลา (วัน) 73
รูปที่ 4.2 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) (สภาวะไร้โรค) เทียบกับเวลา (วัน) 74
รูปที่ 4.3 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) (สภาวะไร้โรค) เทียบกับเวลา (วัน) 75
รูปที่ 4.4 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) (สภาวะไร้โรค) เทียบกับเวลา (วัน) 76
รูปที่ 4.5 กราฟแสดงจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เทียบกับเวลา(วัน) 77
รูปที่ 4.6 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เทียบกับเวลา (วัน) 78
รูปที่ 4.7 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เทียบกับเวลา (วัน) 79
รูปที่ 4.8 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เทียบกับเวลา (วัน) 80

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

หน้า

รูปที่ 4.9 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราของประชากรที่มีการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง 81

รูปที่ 4.10 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่ออัตราของประชากรที่มีการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง 82

รูปที่ 4.11 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราของประชากรที่มีการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง 83

รูปที่ 4.12 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราของประชากรที่มีการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง 84

รูปที่ 4.13 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราของประชากรที่มีการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น 85

รูปที่ 4.14 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่ออัตราของประชากรที่มีการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น 86

รูปที่ 4.15 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราของประชากรที่มีการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น 87

รูปที่ 4.16 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราของประชากรที่มีการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น 88

รูปที่ 4.17 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราของประชากรที่ได้รับการรักษา (ν) ลดลง 89

รูปที่ 4.18 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่ออัตราของประชากรที่ได้รับการรักษา (ν) ลดลง 90

รูปที่ 4.19 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราของประชากรที่ได้รับการรักษา (ν) ลดลง 91

รูปที่ 4.20 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราของประชากรที่ได้รับการรักษา (ν) ลดลง 92

รูปที่ 4.21 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) (สภาวะไร้โรค) เมื่ออัตราของประชากรที่ได้รับการรักษา (ν) เพิ่มขึ้น 93

รูปที่ 4.22 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) (สภาวะไร้โรค) เมื่ออัตราของประชากรที่ได้รับการรักษา (ν) เพิ่มขึ้น 94

รูปที่ 4.23 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) (สภาวะไร้โรค) เมื่ออัตราของประชากรที่ได้รับการรักษา (ν) เพิ่มขึ้น 95

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

หน้า

รูปที่ 4.24 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราของประชากรที่ได้รับการรักษา (ν) เพิ่มขึ้น 96

รูปที่ 4.25 กราฟแสดงจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) (สภาวะไร้โรค) เทียบกับเวลา (วัน) 98

รูปที่ 4.26 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) (สภาวะไร้โรค) เทียบกับเวลา (วัน) 99

รูปที่ 4.27 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) (สภาวะไร้โรค) เทียบกับเวลา (วัน) 100

รูปที่ 4.28 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) (สภาวะไร้โรค) เทียบกับเวลา (วัน) 101

รูปที่ 4.29 กราฟแสดงจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เทียบกับเวลา (วัน) 102

รูปที่ 4.30 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เทียบกับเวลา (วัน) 103

รูปที่ 4.31 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เทียบกับเวลา (วัน) 104

รูปที่ 4.32 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เทียบกับเวลา (วัน) 105

รูปที่ 4.33 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราของประชากรที่มีการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง 106

รูปที่ 4.34 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่ออัตราของประชากรที่มีการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง 107

รูปที่ 4.35 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราของที่มีการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง 108

รูปที่ 4.36 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราของประชากรที่มีการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง 109

รูปที่ 4.37 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราของประชากรที่มีการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น 110

รูปที่ 4.38 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่ออัตราของประชากรที่มีการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น 111

รูปที่ 4.39 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราของประชากรที่มีการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น 112

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

หน้า

รูปที่ 4.40 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราของประชากรที่มีการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น 113

รูปที่ 4.41 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราของประชากรที่ได้รับการรักษา (ν) ลดลง 114

รูปที่ 4.42 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่ออัตราของประชากรที่ได้รับการรักษา (ν) ลดลง 115

รูปที่ 4.43 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราของประชากรที่ได้รับการรักษา (ν) ลดลง 116

รูปที่ 4.44 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราของประชากรที่ได้รับการรักษา (ν) ลดลง 117

รูปที่ 4.45 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราของประชากรที่ได้รับการรักษา (ν) เพิ่มขึ้น 118

รูปที่ 4.46 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่ออัตราของประชากรที่ได้รับการรักษา (ν) เพิ่มขึ้น 119

รูปที่ 4.47 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราของประชากรที่ได้รับการรักษา (ν) เพิ่มขึ้น 120

รูปที่ 4.48 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราของประชากรที่ได้รับการรักษา (ν) เพิ่มขึ้น 121

รูปที่ 4.49 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) ลดลง 122

รูปที่ 4.50 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) ลดลง 123

รูปที่ 4.51 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) ลดลง 124

รูปที่ 4.52 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) ลดลง 125

รูปที่ 4.53 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) เพิ่มขึ้น 126

รูปที่ 4.54 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) เพิ่มขึ้น 127

รูปที่ 4.55 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) เพิ่มขึ้น 128

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

หน้า

รูปที่ 4.56 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) เพิ่มขึ้น 129
รูปที่ 4.57 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 1 131
รูปที่ 4.58 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 2 132
รูปที่ 4.59 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 2 133
รูปที่ 4.60 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 3 134
รูปที่ 4.61 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรม 135
รูปที่ 4.62 แสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล S ด้วยโปรแกรม 136
รูปที่ 4.63 แสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล E ด้วยโปรแกรม 137
รูปที่ 4.64 แสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล I ด้วยโปรแกรม 138
รูปที่ 4.65 แสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล R ด้วยโปรแกรม 139
รูปที่ 4.66 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 4 140
รูปที่ 467 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 4 141
รูปที่ 4.68 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 1 142
รูปที่ 4.69 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 2 143
รูปที่ 4.70 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 2 144
รูปที่ 4.71 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 3 145
รูปที่ 4.72 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 4 146
รูปที่ 4.733 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรม 147
รูปที่ 4.74 แสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล S ด้วยโปรแกรม 148
รูปที่ 4.75 แสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล E ด้วยโปรแกรม 149
รูปที่ 4.76 แสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล I ด้วยโปรแกรม 150
รูปที่ 4.77 แสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล R ด้วยโปรแกรม 151
รูปที่ 4.78 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 5 152
รูปที่ 4.79 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 5 153

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

โรคคางทูม (Mumps) เป็นโรคที่เกิดจากการติดเชื้อไวรัสคางทูม พบได้บ่อยในเด็กวัยเรียนและวัยรุ่น ผู้ป่วยส่วนใหญ่มักมีอาการบวมและเจ็บบริเวณต่อมน้ำลายโดยเฉพาะต่อมน้ำลายพาโรติด อาจเกิดข้างเดียวหรือสองข้างก็ได้ เป็นโรคที่มีอาการไม่รุนแรงและสามารถหายเองได้ อาจเกิดโรคแทรกซ้อน เช่น ภาวะเยื่อหุ้มสมองอักเสบและอัณฑะอักเสบ เป็นต้น ถึงแม้ว่าวัคซีนป้องกันโรคคางทูมจะมีประสิทธิภาพดีสามารถลดอุบัติการณ์โรคคางทูมลงได้ แต่ยังพบรายงานการระบาดของโรคคางทูมเพิ่มขึ้นในหลายประเทศ เช่น สหราชอาณาจักร แคนาดา และสหรัฐอเมริกาในช่วงหลายปีที่ผ่านมา จึงควรตระหนักถึงความสำคัญของโรคคางทูมมากขึ้น

ดังนั้น คณะผู้จัดทำจึงเห็นความสำคัญของการเกิดโรคคางทูมและได้ทำการศึกษาแนวโน้มการเกิดโรคในประเทศไทย ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2546 – 2555 (ค.ศ. 2003 – 2012) พบว่าปี พ.ศ. 2546 – 2549 (ค.ศ. 2003 – 2006) อัตราป่วยลดลงจาก 17.59 ต่อแสนประชากร จนกระทั่งปี พ.ศ. 2549 อัตราป่วยเท่ากับ 14.78 ต่อแสนประชากร แล้วกลับสูงขึ้นอย่างต่อเนื่องถึงปี พ.ศ. 2552 เท่ากับ 32.12 ต่อแสนประชากร หลังจากนั้นอัตราป่วยเริ่มลดลงต่อเนื่องอีกครั้งถึงปี พ.ศ. 2555 เท่ากับ 11.71 ต่อแสนประชากร พบผู้ป่วยเพศหญิงและเพศชายป่วยใกล้เคียงกัน อัตราส่วนเพศหญิงต่อเพศชาย เท่ากับ 1 : 1 ผู้ป่วยกลุ่มอายุ 5 – 9 ปี มีอัตราป่วยสูงสุดต่อแสนประชากร รองลงมา คือ กลุ่มอายุ 0 – 4 ปี 10 – 14 ปี 15 – 24 ปี และกลุ่มอายุ 25 – 34 ปี เห็นได้ว่า โรคคางทูมเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ปี พ.ศ. 2546 ถึงปัจจุบัน

1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

1) เพื่อสร้างแบบจำลองที่สามารถอธิบายปรากฏการณ์ของการเกิดโรคคางทูมได้
2) เพื่อเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายอัตราการเปลี่ยนแปลงของผู้ติดเชื้อ อัตราการเปลี่ยนแปลงของกลุ่มเสี่ยงที่มีโอกาสในการติดเชื้อ และอัตราการเปลี่ยนแปลงของผู้ติดเชื้อที่ได้รับการรักษาเทียบกับเวลาที่เปลี่ยนไปของประชากรหนึ่งกลุ่ม โดยหาจุดสมดุล (Equilibrium points) และวิเคราะห์ความเสถียรภาพของจุดสมดุล (Stability of equilibrium points)
3) พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้ค่าตัวแปรเสริมบางค่าที่เป็นค่าจริงที่ได้จากการระบาดของโรคคางทูม พร้อมทั้งเสนอแนะค่าตัวแปรเสริมเพื่อให้ใช้ได้จริง และสรุปผลที่ได้เพื่อไว้เป็นแนวทาง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.3 ขอบเขตของงานวิจัย

1) อธิบายอัตราการเปลี่ยนแปลงของผู้ติดเชื้อ อัตราการเปลี่ยนแปลงของกลุ่มเสี่ยงที่มีโอกาสในการติดเชื้อ และอัตราการเปลี่ยนแปลงของผู้ติดเชื้อที่ได้รับการรักษาเทียบกับเวลาที่เปลี่ยนไปของประชากรหนึ่งกลุ่มจากแบบจำลองคณิตศาสตร์
2) หาจุดสมดุล (Equilibrium points) และวิเคราะห์ความเสถียรของจุดสมดุล (Stability of equilibrium points) พร้อมทั้งเสนอแนะค่าตัวแปรเสริมเพื่อให้ใช้ได้จริง

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1) เพื่อเฝ้าระวังการเกิดโรคคางทูม
2) เพื่อตระหนักถึงการเกิดโรคคางทูมและภาวะแทรกซ้อน
3) เพื่อให้มีความรู้ ความเข้าเกี่ยวกับโรคคางทูมและสามารถลดอัตราผู้ป่วยโรคนี้ได้
4) เพื่อพัฒนาแบบจำลองให้สามารถใช้ได้จริง

1.5 ขั้นตอนการดำเนินงาน

1) ศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับวิธีการทำปัญหาพิเศษ รวมทั้งการจัดทำรายงานปัญหาพิเศษ
2) ทำความเข้าใจ รวบรวมผลงานวิจัยและข้อมูลที่เกี่ยวข้องของโรคคางทูม
3) วิเคราะห์ข้อมูลและพัฒนาแบบจำลองการเกิดโรคคางทูม
4) สรุปผลที่ได้เพื่อไว้เป็นแนวทางและนำไปใช้ได้จริง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.6 ระยะเวลาการดำเนินงาน

9 เดือน

ตารางแสดงระยะเวลาในการดำเนินการ

กิจกรรม	ระยะเวลาในการดำเนินงาน								
	ปี 2558					ปี 2559			
	ส.ค.	ก.ย.	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.	ม.ค.	ก.พ.	มี.ค.	เม.ย.
1) ปรึกษาอาจารย์ที่ปรึกษาและเลือกหัวข้อเรื่องปัญหาพิเศษที่สนใจศึกษา	←	→							
2) ค้นคว้าหาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับเรื่องปัญหาพิเศษที่สนใจ		←	→						
3) เก็บรวบรวมและศึกษาข้อมูล			←	→	→				
4) วิเคราะห์ข้อมูลเพื่อนำมาสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์			←	→	→				
5) สรุปผลและพัฒนาแบบจำลอง						←	→		
6) จัดทำรายงานและรูปเล่ม								←	→
7) นำเสนอ									↔

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2
ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 โรคคางทูม

โรคคางทูมภาษาอังกฤษเรียกว่า Mumps ถือเป็นโรคติดต่อชนิดหนึ่ง สามารถติดต่อได้ทางน้ำลายและเสมหะ เป็นการติดเชื้อที่เกิดจากไวรัสในกลุ่ม Paramyxovirus ทำให้ผู้ติดเชื้อมีไข้และต่อมน้ำลายอักเสบ อาจจะทำให้ตับอ่อนอักเสบและอาการอาจรุนแรงถึงขั้นเยื่อหุ้มสมองอักเสบได้

2.2 ประวัติและความเป็นมา

ศตวรรษที่ห้าก่อนศริสต์ศักราช Hippocrates ได้อธิบายโรคคางทูมว่าเป็นโรคที่ติดต่อกันได้ ต่อมาปลายคริสต์ศักราชที่ 1700 Hamilton เน้นว่าการเกิดอัณฑะอักเสบเป็นอาการสำคัญของโรคคางทูม ในปี ค.ศ. 1934 Johnson และ Goodpastuer สามารถทดลองเลียนแบบการเกิดโรคคางทูมในลิงได้สำเร็จ เป็นหลักฐานแสดงการพบเชื้อไวรัสคางทูมผ่านมาสู่น้ำลายของผู้ป่วยโรคคางทูมได้ ในปี ค.ศ. 1945 Habel รายงานการเพาะเลี้ยงเชื้อไวรัสคางทูมในตัวอ่อนลูกไก่ได้สำเร็จ รากศัพท์คำว่า Mumps มาจากคำนามในภาษาอังกฤษ Mump ที่แปลว่า ก้อนเนื้อ หรือมาจากกิริยาในภาษาอังกฤษ to mump ที่แปลว่า อารมณ์บูด ซึ่งพบได้ในผู้ป่วยโรคคางทูม ในรายงานสมัยก่อนโรคคางทูมมีชื่อเรียกอีกชื่อว่า Epidermic Parotitis

โรคคางทูมเป็นโรคที่พบได้ทั่วโลก ในสหรัฐอเมริกายุคก่อนการนำวัคซีนป้องกันโรคคางทูมมาใช้ในปี ค.ศ. 1967 พบการระบาดทุก 2-5 ปี พบได้ตลอดทั้งปีช่วงเดือนมกราคม – พฤษภาคม เป็นช่วงที่มีอุบัติการณ์สูงสุด รายงานการระบาดมักเกิดขึ้นในที่ที่มีจำนวนประชากรอยู่รวมกันหนาแน่น เช่น กองทหาร ชุมชนแออัด โรงเรียน วิทยาลัย ค่ายพักแรม หอพัก เรือ และบนเกาะ ยุคหลังจากปี ค.ศ. 1967 อุบัติการณ์โรคคางทูมลดลงมากกว่าร้อยละ 99 จากรายงานของกรมควบคุมโรค ประเทศสหรัฐอเมริกา ตั้งแต่ปี ค.ศ. 2001 – 2005 มีผู้ป่วยโรคคางทูมเฉลี่ยเพียง 265 รายต่อปี ยังพบรายงานการระบาดของโรคคางทูมเป็นครั้งคราวจากหลายประเทศ เช่น เนเธอร์แลนด์ สหราชอาณาจักร สหรัฐอเมริกา แคนาดา พบการระบาดที่ประเทศสหรัฐอเมริกา ในปี ค.ศ. 2006 จำนวน 6,584 ราย ช่วงอายุ 18 – 24 ปี พบมากที่สุดถึงร้อยละ 29 สถานที่พบโรคคางทูมอยู่ในวิทยาลัยถึงร้อยละ 83 สายพันธ์ของเชื้อไวรัสคางทูมที่ระบาด คือ genotype G16 มีเพียงร้อยละ 13 ที่ไม่ได้รับวัคซีนมาก่อน ประวัติมีการได้รับวัคซีนอย่างน้อย 2 โด๊ส ร้อยละ 63 เหตุผลที่วัคซีนขาดประสิทธิภาพในช่วงเกิดการระบาด อาจเกิดหลายปัจจัย เช่น การลดลงของระดับภูมิคุ้มกัน (Waning Immmunity) การอยู่รวมกันระหว่างผู้ป่วยและผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้ออย่างหนาแน่น เช่น ชุมชนแออัด หอพัก เป็นต้น

วัคซีนป้องกันโรคคางทูมยังเป็นวิธีที่สำคัญที่สุดในการควบคุมการระบาดของโรคคางทูม ทำให้แนวโน้มการระบาดลดลงอย่างรวดเร็ว ในปี ค.ศ. 2008 รายงานการพบผู้ป่วยโรคคางทูมเพียง 376

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ราย ต่อมาปี ค.ศ. 2010 พบรายงานการระบาดของโรคคางทูมที่รัฐ New York และ New Jersey ตั้งแต่เดือนมิถุนายน ค.ศ. 2009 – มกราคม ค.ศ. 2010 จำนวน 1,521 ราย ผู้ป่วยรายแรกที่สงสัยเป็นเด็กชายชาวยิว อายุ 11 ปี เดินทางไปค่ายพักแรมช่วงหน้าร้อน

ในประเทศไทยเริ่มมีการเฝ้าระวังโรคคางทูม ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2514 พบว่ามีอุบัติการณ์สูงขึ้นในช่วงแรก จนกระทั่งปี พ.ศ. 2540 เริ่มมีการให้วัคซีนรวมป้องกันโรคหัด คางทูม หัดเยอรมัน (MMR) แก่เด็กไทยทั่วประเทศ ทำให้อุบัติการณ์ของโรคคางทูมลดลง พบการระบาดได้เป็นระยะในกลุ่มผู้ซึ่งยังไม่เคยได้รับวัคซีนมาก่อน เช่น วัคซีนผู้ใหญ่ ผู้ที่มีอายุมากกว่าช่วงการให้บริการวัคซีน ประชากรในพื้นที่ห่างไกลที่มีความครอบคลุมของวัคซีนต่ำ และคนต่างด้าว ในปี พ.ศ. 2552 พบรายงานผู้ป่วยโรคคางทูมวัคซีนที่ขึ้นทะเบียนแล้ว จำนวน 20,383 ราย อัตราป่วย 32.1 ต่อประชากรแสนคน ไม่มีรายงานการเสียชีวิต แนวโน้มการเกิดโรคในรอบ 10 ปีที่ผ่านมา (พ.ศ. 2543 – 2552) พบว่า อัตราป่วยเพิ่มขึ้นเล็กน้อยในช่วงปี พ.ศ. 2543 – 2546 (14.74 – 17.59 ต่อประชากรแสนคน) ปี พ.ศ. 2551 อัตราป่วยเพิ่มสูงขึ้นมาก (21.93 ต่อประชากรแสนคน) และปี พ.ศ. 2552 มีอัตราป่วยสูงสุดในรอบ 10 ปี ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2548 – 2552 พบผู้ป่วยสูงในช่วงเดือนกุมภาพันธ์ถึงเดือนมีนาคน ยกเว้นปี พ.ศ. 2551 พบผู้ป่วยสูงมากในเดือนกันยายนถึงเดือนพฤศจิกายน จำนวนผู้ป่วยทุกเดือนของปี พ.ศ. 2552 สูงกว่าค่ามัธยฐาน 5 ปี พบว่าภาคเหนือมีอัตราป่วยสูงสุด รองลงมาเป็นภาคใต้ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ และภาคกลาง จำนวนผู้ชายใกล้เคียงกับผู้หญิง ส่วนมากเป็นเด็กอายุต่ำกว่า 15 ปี กลุ่มอายุ 5 – 9 ปี มีอัตราป่วยสูงสุด รองลงมาเป็นกลุ่มอายุต่ำกว่า 5 ปี และ 10 – 14 ปี

โรคคางทูมพบน้อยในเด็กเล็กต่ำกว่า 1 ปี เนื่องจากยังมีภูมิคุ้มกันต่อเชื้อไวรัสคางทูมที่รับจากมารดาผ่านมาทางรก ก่อนยุคการใช้วัคซีนป้องกันโรคคางทูม มากกว่าร้อยละ 50 เกิดโรคในเด็กอายุ 5 – 9 ปี และร้อยละ 90 ของผู้ป่วย อายุน้อยกว่า 14 ปี พบว่าร้อยละ 80 – 90 ของผู้ใหญ่ที่อายุมากกว่า 20 ปี จะมีภูมิคุ้มกันต่อเชื้อไวรัสคางทูมจากการติดเชื้อตามธรรมชาติ ยุคหลังการใช้วัคซีนป้องกันโรคคางทูม ในปี ค.ศ. 2001 พบว่าร้อยละ 49 ของผู้ป่วยอายุมากกว่า 15 ปี ภูมิคุ้มกันต่อเชื้อไวรัสคางทูมที่เกิดขึ้นนั้นเกิดจากการได้รับวัคซีน เพศหญิงและเพศชายมีอัตราการเกิดโรคคางทูมไม่ต่างกัน เชื้อไวรัสคางทูมพบเฉพาะในคนเท่านั้น อย่างไรก็ตาม มีการทดลองที่สามารถเลียนแบบการติดเชื้อไวรัสคางทูมในลิงและสัตว์ทดลองอื่นๆได้

2.3 สาเหตุของการเกิดโรคคางทูม

โรคคางทูม (Mumps หรือ มัมส์ หรือ Epidermic Parotitis) เป็นโรคติดต่อเฉียบพลันทางระบบทางเดินหายใจ เกิดจากเชื้อไวรัสมัมส์ไวรัส (Mumps Virus หรือ พารามิกโซไวรัส/Paramyxo Virus) และก่อให้เกิดการอักเสบของต่อมน้ำลายขนาดใหญ่ซึ่งอยู่บริเวณแก้มหน้าหู เหนือขากรรไกร ที่เรียกว่า ต่อมพาโรติด (Parotid Glands) ซึ่งเป็นต่อมคู่ มีทั้งข้างซ้ายและข้างขวา ซึ่งโรคอาจเกิดกับต่อมน้ำลายเพียงข้างเดียวหรือทั้งสองข้างได้ นอกจากนั้นอาจเกิดกับต่อมน้ำลายอื่นได้ เช่น ต่อมน้ำลายใต้ขากรรไกร หรือต่อมน้ำลายใต้คาง ซึ่งพบได้น้อยมาก และเมื่อเกิดกับต่อมน้ำลายอื่นๆ มัก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ต้องเกิดร่วมกับการอักเสบของต่อมพาโรติดด้วยเสมอ คางทูมเป็นโรคพบบ่อยในฤดูหนาวและต้นฤดูร้อน มักเกิดในเด็กปฐมวัย อายุ 2 – 5 ปี แต่ปัจจุบันพบได้สูงขึ้นในช่วงวัยรุ่น และพบโรคได้ทั้งเพศหญิงและชายใกล้เคียงกัน โรคคางทูมเกิดจากเชื้อไวรัสซึ่งอยู่ในกลุ่ม Paramyxoviris สามารถติดต่อกันได้โดยตรงทางการหายใจ และสัมผัสกับน้ำลายของผู้ป่วย เช่น การกินน้ำ และอาหารโดยใช้ภาชนะร่วมกัน เป็นกับเด็กได้ทุกอายุ ถ้าเป็นในผู้ใหญ่จะมีอาการรุนแรง และมีโรคแรกซ้อนได้บ่อยกว่าในเด็ก

โรคคางทูมเกิดจากเชื้อไวรัสคางทูม (Mumps Virus) เป็นเชื้อไวรัสใน family Paramy - xoviridea genus Rubulavirus (ประกอบด้วย Mumps Virus, New Castle disease Virus, Humam parainfluenza Virus type 2, 4a and 4b) เชื้อไวรัสคางทูมเป็น enveloped negative singlestranded RNA มีลักษณะรูปร่างทรงกลม ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 90 – 300 นาโนเมตร ขนาดเฉลี่ยประมาณ 200 นาโนเมตร nucelocapcid ถูกหุ้มด้วย envelope มี 3 ชั้น ชั้นนอกสุดได้แก่ glycoprotein ประกอบด้วย hemagglutinin, neuraminidase และ cell fusion activity ชั้นกลางประกอบด้วยชั้นไขมันสองชั้น ซึ่งได้มาจาก host cell เพื่อที่จะให้เชื้อไวรัสแตกออกมาจาก cytoplasmic membrane ได้ ผิวของชั้นในสุดเป็น nonglycosylated membrane protein เพื่อที่รักษาสภาพด้านนอกของเชื้อไวรัส genome ของเชื้อไวรัส บรรจุอยู่ภายใน nucleocapsid ประกอบด้วย continuous linear molecule of singlestranded RNA genome ล้อมรอบด้วย repeating protein subunit รหัสของยีโนมประกอบด้วยโปรตีน 8 ชนิด ได้แก่ hemagglutinin-neuraminidase protein (HN), fusionprotein (F), nucleocapsid protein (NP), phosphor - protein (P), matrix protein (M), hydrophobic protein (SH) และ L proteins โดยที่โปรตีน F และ HN เป็นส่วนสำคัญที่สุดต่อการสร้างภูมิคุ้มกัน เชื้อไวรัสคางทูมมีเพียง 1 ซีโรทัยพ์ แต่มีหมด 13 ซีโรทัยพ์ (A to M) แบ่งตามลำดับเบสของ SH protein ซึ่งเป็นโปรตีนที่มีความหลากหลายมากที่สุดตามสายพันธุ์เชื้อไวรัสคางทูม เชื้อไวรัสคางทูมไวต่อสาร ether เนื่องจากมี lipid envelope สามารถคงสภาพที่ 4 องศาเซลเซียส ได้หลายวันและที่ -65 องศาเซลเซียส ระยะเวลาเป็นเดือนหรือปี

เชื้อไวรัสคางทูมสามารถแบ่งตัวในเซลล์เพาะเลี้ยง เช่น embryonated hens eggs การแยกเชื้อไวรัสคางทูมสามารถทำได้ในเซลล์เพาะเลี้ยง เช่น monkey kidney, human embryonic kidney หรือ Hela cell cultuers ปฏิกิริยาต่อเซลล์ (cytopathic effects) ในเซลล์เพาะเลี้ยงจะพบลักษณะเด่น คือ มี intracytoplasmic eosinophilic inclusion, rounding of cell หรือพบ giant multinucleate syncytial cell

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4 อาการของโรคคางทูม

อาการที่พบในผู้ป่วยส่วนใหญ่มักเป็นที่ต่อมน้ำลายพาโรติด อาการนำไม่จำเพาะ เช่น ไข้ต่ำๆ อ่อนเพลีย ปวดเมื่อยตามตัว ปวดศีรษะ ภายใน 24 ชั่วโมงต่อมาผู้ป่วยจะเริ่มปวดหู กดเจ็บบริเวณต่อมน้ำลายพาโรติดข้างเดียวกันขนาดของต่อมน้ำลายพาโรติดจะโตขึ้นดันใบหูขึ้นด้านบนและกางออกจนมองเห็นได้ชัด และปวดบวมมากขึ้นในเวลา 2 – 3 วันต่อมา ส่วนใหญ่มักเริ่มข้างเดียวก่อน แล้วเป็นที่ต่อมอีกข้างตามมา 1 ใน 4 ของผู้ป่วยมีต่อมน้ำลายพาราโรติดอักเสบเพียงข้างเดียว รูเปิดของ Stensen's duct จะบวมแดง อาการ Trismus จากต่อมน้ำลายพาโรติดอักเสบทำให้ผู้ป่วยมีปัญหาในการออกเสียง การเคี้ยว การรับประทานผลไม้รสเปรี้ยวอาจทำให้อาการปวดเป็นมากขึ้น หลังจากต่อมน้ำลายพาโรติดบวมมากที่สุดอาการปวดไข้ กดเจ็บจะลดลงอย่างรวดเร็ว ต่อมน้ำลายพาโรติดกลับมาสู่ขนาดปกติภายใน 1 สัปดาห์ ภาวะแทรกซ้อนของต่อมน้ำลายพาโรติดอักเสบพบได้น้อย เช่น ท่อน้ำลายขยายตัวผิดปกติทำให้เกิดการเป็นซ้ำของต่อมน้ำลายอักเสบแบบเฉียบพลันและเรื้อรัง ร้อยละ 10 ของผู้ป่วยพบต่อมน้ำลายอื่นร่วมด้วย (ตาราง 2.1) เช่น ต่อมน้ำลาย submandibular และ sublingual เป็นต้น พบต่อมน้ำลาย sublingual ร่วมน้อยที่สุด

ลักษณะอาการที่พบ	ความถี่ (ร้อยละ)
ต่อม (Glandular)	
ต่อมน้ำลายพาโรติดอักเสบ	60-70
ต่อม submandibular และหรือ sublingual อักเสบ	10
Epididymo-orchitis	25 (ชายวัยเจริญพันธุ์)
Oophoritis	5 (หญิงวัยเจริญพันธุ์)
ระบบประสาท	
เม็ดเลือดขาวสูงน้ำไขสันหลัง	50
เยื่อหุ้มสมองอักเสบ	1-10
สมองอักเสบ	0.1
Transient high-frequency deafness	4
อื่นๆ	
คลื่นไฟฟ้าหัวใจผิดปกติ	5-15
การทำงานของไตผิดปกติเล็กน้อย	มากกว่า 60

ตารางที่ 2.1 แสดงอาการที่พบบ่อยในโรคคางทูม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เชื้อไวรัสคางทูมทำให้เกิดอาการในอวัยวะอื่นของร่างกาย ได้แก่ ระบบประสาทพบได้บ่อย เช่น เยื่อหุ้มสมองอักเสบ ร้อยละ 1 – 10 ของผู้ป่วยโรคคางทูมที่มีต่อมน้ำลายพาโรติดอักเสบพบเยื่อหุ้มสมองอักเสบร่วมด้วย ในทางตรงข้ามมีเพียงร้อยละ 40 - 50 ของผู้ป่วยเยื่อหุ้มสมองอักเสบจากเชื้อไวรัสคางทูมที่ยืนยันผลจากห้องปฏิบัติการ อาจเกิดขึ้นช่วงใดๆของต่อมน้ำลายพาโรติดอักเสบหรือไม่มีต่อมน้ำลายพาโรติดอักเสบร่วม เริ่มเกิดอาการโดยเฉลี่ย 4 วันหลังจากมีต่อมน้ำลายอักเสบ อาจเกิดเร็วที่สุด 1 สัปดาห์ก่อนหรือช้าที่สุด 2 สัปดาห์หลังจากต่อมน้ำลายพาโรติดอักเสบ พบในเพศชายมากกว่าเพศหญิง 3 เท่า อาการเยื่อหุ้มสมองอักเสบจากเชื้อไวรัสคางทูมที่พบ เช่น ปวดศีรษะ อาเจียน ไข้ คอแข็ง น้ำไขสันหลังพบเซลล์เม็ดเลือดขาว 10 – 2,000 ต่อลบ.มม. เซลล์ส่วนใหญ่เป็น Lymphocyte แต่ผู้ป่วยร้อยละ 20 – 25 พบ neutrophil เด่นได้ โปรตีนในน้ำไขสันหลังส่วนใหญ่มักปกติหรือสูงเล็กน้อย มักไม่เกิน 70 มก./ดล น้ำตาลในน้ำไขสันหลังมักปกติ น้ำตาลในน้ำไขสันหลังต่ำพบได้ร้อยละ 6 – 30 น้ำไขสันหลังที่ผิดปกติอาจอยู่นานอย่างน้อย 5 สัปดาห์ อาการไข้อยู่ได้นาน 3 – 10 วัน หลังเริ่มมีอาการเยื้อหุ้มสมองอักเสบจากเชื้อไวรัสคางทูมไม่รุนแรง สามารถหายเองได้โดยไม่พบความผิดปกติหลงเหลืออยู่

สมองอักเสบ 1 ต่อ 6,000 ถึง 1 ต่อ 400 ของผู้ป่วยโรคคางทูม ลักษณะที่พบมี 2 แบบ ตามระยะเวลาในการเกิดอาการ ชนิดแรก early onset มักเกิดอาการภายใน 7 – 10 วันหลังจากเริ่มมีอาการต่อมน้ำลายพาโรติดอักเสบ เกิดจากเชื้อไวรัสคางทูมเข้าไปทำลายเซลล์ประสาทโดยตรง ชนิดที่สอง late onset เกิดตามหลัง postinfectious demyelinating process สัมพันธ์กับการตอบสนองของภูมิคุ้มกันต่อการติดเชื้อ อาการสมองอักเสบ พบระดับการรู้สึกตัวลดลง ชัก อ่อนแรง พูดไม่ได้ เป็นต้น ลักษณะน้ำไขสันหลังเหมือนเยื่อสมองอักเสบ ไข้สูง ซึ่งจะดีขึ้นภายใน 1 – 2 สัปดาห์ พบความผิดปกติหลงเหลืออยู่ เช่น โรคลมชัก พัฒนาการทางสมองช้า อัตราการเสียชีวิตร้อยละ 1.4

อาการทางระบบประสาทอื่นๆ ที่พบร่วมกับโรคคางทูม ได้แก่ Transient high–frequency-range deafness ร้อยละ 4.4 ของผู้ป่วยโรคคางทูมในหมู่ทหารการสูญเสียการได้ยินของหูข้างเดียว มรรายงานพบ 1 รายในผู้ป่วย 20,000 ราย cerebellar ataxia, facial palsy, transverse myelitis, ascending polyradiculitis และ poliomyelitis-like syndrome มีรายงานการเกิด aqeductal stenosis และ hydrocephalus ตามหลังการติดเชื้อไวรัสคางทูมในสมอง

Epididymo-orchitis พบบ่อย ร้อยละ 20-30 ของชายวัยเจริญพันธุ์ พบอัณฑะอักเสบทั้งสองข้าง 1 ใน 6 ของผู้ป่วย ร้อยละ 75 ของผู้ป่วยพบภายในสัปดาห์แรกของช่วงที่มีต่อมน้ำลายพาโรติดอักเสบ แต่อาจเกิดก่อนต่อมน้ำลายพาโรติดอักเสบ หรือพบอัณฑะอักเสบอย่างเดียวก็ได้ อาการเกิดอย่างเฉียบพลัน ไข้สูง หนาวสั่น อาเจียนปวดอัณฑะ ตรวจร่างกายพบบวม แดง ร้อน กดเจ็บของอัณฑะและหนังหุ้มอัณฑะ ร้อยละ 85 พบ epididymitis มักเกิดก่อนอัณฑะอักเสบ ขนาดอัณฑะใหญ่ขึ้น 3-4 เท่า ร้อยละ 84 ไข้จะหายภายใน 5 วัน ร้อยละ 20 อาการกดเจ็บอาจอยู่นานกว่า 2 สัปดาห์ เมื่อเวลาผ่านไป ร้อยละ 50 พบการฝ่อของลูกอัณฑะ โอกาสที่จะทำให้เป็นหมันจากโรคคางทูมไม่ว่าจะเป็นข้างเดียวหรือสองข้างพบน้อยมาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รังไข่อักเสบพบร้อยละ 5 ของหญิงวัยเจริญพันธุ์มีอาการไข้ อาเจียน ปวดท้องน้อย โอกาสที่จะเป็นหมันพบน้อยมาก

ข้ออักเสบพบได้ในผู้ใหญ่ เด็กพบน้อยมาก ลักษณะเด่นที่พบเป็นแบบ migratory polyarthritis พบทั้งข้อใหญ่และเล็ก อาการเริ่ม 10-14 วันหลังจากมีอาการต่อมน้ำลายพาโรติดอักเสบ อยู่ได้นานถึง 5 สัปดาห์ สามารถหายเองได้ ไม่พบความผิดปกติหลงเหลืออยู่

อาการที่อวัยวะอื่น เช่น ตับอ่อนอักเสบ กล้ามเนื้อหัวใจอักเสบ ไตอักเสบ ต่อมไทรอยด์อักเสบ เต้านมอักเสบ ต่อมลูกหมากอักเสบ ตับอักเสบ ภาวะเกร็ดเลือดต่ำ เป็นต้น

ภาวะแทรกซ้อนพบความสัมพันธ์ระหว่างการเกิด endocardial fibroelastosis (EFE) กับการติดเชื้อไวรัสคางทูมตั้งแต่ในครรภ์ จากรายงานพบหลักฐานสนับสนุน เช่น พบชิ้นส่วน RNA ของไวรัสคางทูมมากกว่าร้อยละ 70 จากกล้ามเนื้อหัวใจของผู้ที่เสียชีวิตจาก EFE จากทดสอบทางผิวหนังต่อแอนติเจนของเชื้อไวรัสคางทูมมีผลบวกสูงในผู้ป่วย EFE หลังจากการฉีดวัคซีนป้องกันโรคคางทูมมีจำนวนผู้ป่วย EFE ลดลง เป็นต้น ส่วนความสัมพันธ์ระหว่างการเกิด juvenile diabetes melliyus กับเชื้อไวรัสคางทูมไม่สามารถสรุปได้แน่ชัด เนื่องจากมีจำนวนผู้ป่วยในการศึกษาน้อย หลังจากการฉีดวัคซีนป้องกันโรคคางทูมยังคงมีจำนวนผู้ป่วย juvenile diabetes mellitus เพิ่มขึ้น

2.5 การระบาดของโรคคางทูม

2.5.1 ระยะติดต่อ

ติดต่อกันได้โดยตรงทางการหายใจ (Droplet spread) และสัมผัสกับน้ำลายของผู้ป่วย เช่น การดื่มน้ำและอาหารโดยใช้ภาชนะร่วมกันเป็นกับเด็กได้ทุกอายุ ถ้าเป็นในผู้ใหญ่จะมีอาการรุนแรงและมีโรคแทรกซ้อนได้บ่อยกว่าในเด็ก หลังจากมีวัคซีนป้องกันในประเทศที่พัฒนาแล้วอุบัติการณ์ของโรคนี้ได้ลดลงมาก ระยะที่ติดต่อกันได้ง่าย คือจาก 1-2 วัน (หรือถึง 7 วัน) ก่อนมีอาการบวมของต่อมน้ำลาย ไปจนถึง 5-9 วันหลังจากมีอาการบวมของต่อมน้ำลายระยะฟักตัวของโรคคือ 16-18 วัน แต่อาจสั้นเพียง 12 วัน และนานถึง 25 วันหลังสัมผัสโรค

2.5.2 การวินิจฉัยโรคคางทูม

การตรวจวินิจฉัยทางห้องปฏิบัติการของโรคคางทูมดำเนินการโดยกรมวิทยาศาสตร์การแพทย์ กระทรวงสาธารณสุขด้วยวิธีการตรวจหาระดับภูมิคุ้มกันชนิด IgM จากผู้ป่วยจำนวน 83 ตัวอย่างพบระดับภูมิคุ้มกันชนิด IgM ต่อไวรัสคางทูม 35 ตัวอย่าง ร้อยละ 42.17 คางทูมแม้จะเป็นโรคที่ยังไม่พบผู้เสียชีวิตมีอัตราป่วยต่ำกว่า 40 ต่อประชากรแสนคนและต่ำลงซึ่งมีอัตราป่วยเพียง 11.71 ต่อประชากรแสนคนอย่างไรก็ตามโรคนี้สามารถเกิดได้ในทุกกลุ่มอายุโดยเฉพาะกลุ่มที่ยังไม่เคยได้รับวัคซีนการติดต่อส่วนใหญ่ติดต่อทางน้ำลายหรือการปนเปื้อนเชื้อจากสารคัดหลั่งในช่องปากและจมูกและทางการหายใจมีระยะฟักตัว 15 – 18 วันการระบาดของโรคจะมากขึ้นในผู้ที่อยู่รวมกันเป็นกลุ่มใหญ่ เช่น ในสถานศึกษา เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปัจจัยเสี่ยงที่ทำให้มีการระบาดพบว่ามีการใช้สิ่งของส่วนตัวร่วมกันการระบาดส่วนใหญ่เกิดในเด็กที่ยังไม่ถึงเกณฑ์รับบริการ

2.5.3 ผู้ป่วยที่เป็นกลุ่มเสี่ยง

ผู้ที่มีอายุระหว่าง 9 เดือน ถึง 16 ปี น่าจะได้รับวัคซีนป้องกันโรคคางทูมแล้ว ประชากรกลุ่มเสี่ยงที่จะป่วยด้วยโรคคางทูม จึงเป็นกลุ่มผู้ใหญ่ที่เกิดก่อนที่จะมีการให้วัคซีน MMR ในแผนงานสร้างเสริมโรคของประเทศไทยรวมถึงเด็กอายุต่ำกว่า 7 ปี ซึ่งเป็นกลุ่มที่เคยได้รับวัคซีนเพียงหนึ่งเข็มหรือยังไม่เคยได้รับวัคซีน

2.5.4 นิยามของระบาดวิทยา (Epidemiology)

การศึกษาเกี่ยวกับการกระจายและปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการเกิดโรค สภาวะสุขภาพในประชากรที่สนใจและประยุกต์ผลการศึกษาเพื่อใช้ในการควบคุมโรค

การกระจายของโรค (Distribution) การกระจาย หมายถึง ลักษณะทางระบาดวิทยาของการเกิดโรค เมื่อพิจารณาในด้านบุคคล เวลา สถานที่ไม่ใช่การกระจายของโรคจากคนหนึ่งไปยังอีกคนหนึ่งซึ่งมักใช้ คำว่า การถ่ายทอดโรค (Transmission) แทนการกระจาย ใช้ได้กับทั้งโรคติดเชื้อและโรคไร้เชื้อ

ปัจจัยที่มีอิทธิพล (Determinants) ปัจจัยที่มีอิทธิพล หมายถึง สาเหตุหรือปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการเกิดโรค ปัญหาสาธารณสุข ได้แก่ บุคคล เช่น เพศ อายุ ประวัติวัคซีน พฤติกรรมเสียง สิ่งก่อโรค เช่น เชื้อโรค ชนิดอาหารปนเปื้อนที่กินสิ่งแวดล้อมที่อำนวยต่อการเกิดโรค เช่น ความแออัด

การระบาด (Outbreak/Epidemic) การระบาด คือ การมีผู้ป่วยจำนวนที่มากกว่าจำนวนปกติที่คาดหมาย ณ สถานที่หรือในประชากรที่ช่วงเวลาหนึ่ง การที่มีเหตุการณ์เกิดขึ้นในจำนวนมากกว่าปกติ เมื่อเปรียบเทียบกับจำนวนผู้ป่วยในช่วงเวลาเดียวกันในอดีต เช่น ค่ามัธยฐาน 5 ปี (median) เหตุการณ์ที่เกิดขึ้นกับคนตั้งแต่ 2 คนขึ้นไปในระยะเวลาอันสั้นหลังจากร่วมกิจกรรมด้วยกันมา

2.5.5 นิยามในการเฝ้าระวังโรค

นิยามในการเฝ้าระวังโรค (Case Definition for Surveillance)

<u>เกณฑ์ทางคลินิก (Clinical Criteria)</u>

- มีอาการปวดบวมอย่างเฉียบพลันบริเวณต่อมน้ำลายใต้กกหู (อาจเป็นต่อมน้ำลาย parotid บริเวณหน้าหูหรือต่อมน้ำลายอื่นๆ) ส่วนใหญ่จะเป็น 2 ข้าง อย่างน้อย 2 วันขึ้นไป

<u>เกณฑ์ทางห้องปฏิบัติการ (Laboratory Criteria)</u>

- Serology
- หา Mumps IgM โดยการเจาะเลือดเพียงครั้งเดียวประมาณ 3-5 ซีซี ในระยะเวลาไม่เกิน 1 เดือนหลังเริ่มป่วย ตรวจด้วยวิธี ELISA

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ตรวจหาระดับภูมิคุ้มกันซีรั่มคู่ต่อไวรัสคางทูม ต่างกัน ณ 4 เท่า
- แยกเชื้อไวรัสคางทูม (mumps virus) โดยการเก็บตัวอย่าง เช่น น้ำลาย เลือด ปัสสาวะ และน้ำไขสันหลัง ในช่วงระยะแรก ๆ ของการเจ็บป่วย

ประเภทผู้ป่วย (Case Classification)

- ผู้ป่วยที่สงสัย (Suspected case) หมายถึง ผู้ที่มีอาการตามเกณฑ์ทางคลินิก
- ผู้ป่วยที่เข้าข่าย (Probable case) หมายถึง ผู้ที่มีอาการตามเกณฑ์ทางคลินิก ร่วมกับ มีข้อมูลทางระบาดวิทยาเชื่อมโยงกับผู้ป่วยที่ยืนยันผล
- ผู้ป่วยที่ยืนยันผล (Confirmed case) หมายถึง ผู้ที่มีอาการตามเกณฑ์ทางคลินิก และ มีผลบวกตามเกณฑ์ทางห้องปฏิบัติการจำเพาะ

การรายงานผู้ป่วยตามระบบเฝ้าระวังโรค รง.506 (Reporting Criteria)

- ให้รายงานได้ตั้งแต่ ผู้ป่วยที่สงสัย (Suspected case)

การสอบสวนโรค (Epidemiological Investigation)

- สอบสวนเฉพาะราย (Individual Investigation) ต้องรีบสอบสวนโรคทันที เพื่อยืนยันการวินิจฉัยและค้นหาผู้สัมผัสใกล้ชิด เพื่อการควบคุมป้องกันต่อไป
- สอบสวนการระบาด (Outbreak Investigation) ในกรณีที่เกิดโรคเป็นกลุ่มก้อน ให้รีบทำการสอบสวนการระบาดทันที เพื่อหาเชื้อก่อโรค และสาเหตุการระบาดในครั้งนั้น เพื่อการวางแผนในการควบคุมในครั้งนี้ และป้องกันการระบาดในครั้งต่อไปได้อย่างถูกต้อง

2.6 การรักษาโรคคางทูม

การรักษาโรคคางทูม เป็นการรักษาตามอาการไม่มีการรักษาจำเพาะ ที่สำคัญต้องนอนพักผ่อน ไม่ควรให้เด็กกระโดดโลดเต้น จะทำให้เกิดโรคแทรกซ้อนได้ง่ายขึ้น แพทย์จะให้ให้ยาลดไข้แก้ปวด และแนะนำให้รักษาสุขภาพในช่องปาก โดยใช้น้ำยาบ้วนปากทำความสะอาดช่องปากหลังอาหาร และให้เด็กดื่มน้ำมากๆ เช็ดตัวเวลามีไข้สูง ใช้กระเป๋าน้ำร้อนประคบบริเวณที่เป็นคางทูม ประคบบริเวณที่บวมวันละ 2-3 ครั้ง ครั้งละ 15-30 นาที เพื่อลดการอักเสบ โรคคางทูมเกิดจากการติดเชื้อไวรัส จึงไม่ต้องให้ยาปฏิชีวนะแต่อย่างไรก็ตาม เราควรแยกผู้ป่วยออกต่างหากจนกว่าคางจะยุบบวม และควรเฝ้าระวังอาการแทรกซ้อนโดยเฉพาะในผู้ใหญ่ หากสงสัยควรส่งไปตรวจที่โรงพยาบาล โรคนี้เมื่อเป็นแล้วจะไม่เป็นซ้ำอีก โรคคางทูมสามารถป้องกันได้โดยการฉีดวัคซีน เรียกว่า mumps vaccine มักทำรวมในเข็มเดียวกันกับวัคซีนป้องกันหัด และหัดเยอรมัน เรียกว่า เอ็มเอ็มอาร์ (MMR - measles, mumps, and rubella vaccine) ฉีดเมื่อเด็กอายุได้ 9-15 เดือน เพื่อให้มีภูมิต้านทานต่อโรคดังกล่าวความเชื่อในสมัยก่อนที่ว่า การปล่อยให้เด็กเป็นโรคอีสุกอีใส หัด และคางทูม เพียงครั้งเดียว จะเกิดภูมิคุ้มกันไปชั่วชีวิต ทำให้ผู้ใหญ่บางคนไม่ค่อยวิตกกังวล หากเด็กๆ เป็นโรคดังกล่าว หรืออาจปล่อยให้เด็กที่กำลังป่วยอยู่ ไปเล่นปะปนกับเด็กอื่นๆ โดยคิดว่าติดเสียให้สิ้นเรื่องสิ้นราวจะได้ไม่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ต้องรอว่าจะเป็นเมื่อไหร่ บางคนยังเชื่อว่าเป็นเสียตั้งแต่ยังเด็ก อาการโรคจะไม่ค่อยรุนแรง แต่ถ้าเป็นตอนโตจะไม่สบายรุนแรงกว่าหลายเท่า

2.7 การป้องกันด้วยวัคซีน

จากการทบทวนข้อมูลของกรมควบคุมโรคประเทศสหรัฐอเมริกา (CDC) American Academy of Pediatrics (AAP) และ Healthcare Infection ControlPractices Advisory Committee (HICPAC) เกี่ยวกับการแพร่เชื้อไวรัสคางทูม สรุปว่า หลังจาก 5 วันนับจากเริ่มต่อมน้ำลายพาโรติดอักเสบ เชื้อไวรัสคางทูมแพร่เชื้อได้น้อยมาก ดังนั้น คำแนะนำในการแยกผู้ป่วยโรคคางทูมในปัจจุบัน แนะนำให้แยกผู้ป่วยเป็นเวลา 5 วัน หลังจากเริ่มมีอาการต่อมน้ำลายพาโรติดอักเสบเพื่อป้องกันการแพร่เชื้อทั้งในชุมชนและในสถานพยาบาล แนะนำให้ใช้การป้องกันแบบ standard และ droplet precautions บุคลากรทางการแพทย์ไม่มีภูมิคุ้มกันต่อโรคที่สัมผัสผู้ป่วยควรแยกออกและพักงานจากวันที่ 12 หลังการสัมผัสครั้งแรกตลอดจนถึงวันที่ 26 หลังการสัมผัสครั้งสุดท้าย วิธีนี้มักไม่ค่อยได้ผลเพราะผู้ป่วยสามารแพร่เชื้อทางน้ำลายได้หลายวันก่อนเริ่มมีอาการ และผู้ที่ติดเชื้อไวรัสคางทูมสามารถแพร่เชื้อได้ แม้ไม่แสดงอาการวิธีที่ดีที่สุดในการป้องกันการเกิดโรคคางทูมทั้งในชุมชนและในโรงพยาบาล ได้แก่ การส่งเสริมให้มีระดับภูมิคุ้มกันต่อเชื้อไวรัสคางทูมสูงโดยการฉีดวัคซีนป้องกันโรคคางทูม เด็กทุกคนต้องได้รับวัคซีน 2 โด๊ส โด๊สแรกที่อายุ 9 - 12 เดือน และโด๊สที่สองอายุ 4 - 6 ปี หากไม่มีประวัติการได้รับวัคซีนมาก่อนในกลุ่มเด็กโต นักศึกษานักท่องเที่ยว บุคลากรทางการแพทย์ ควรได้รับวัคซีน 2 โด๊ส ในผู้ใหญ่ควรได้รับอย่างน้อย 1 โด๊ส ระหว่างที่มีการระบาดของโรคคางทูม ผู้ใหญ่และเด็กที่ไม่ทราบประวัติการได้รับวัคซีน หรือไม่เคยได้รับวัคซีนมาก่อนควรได้รับวัคซีน 1 โด๊ส

2.7.1 คำแนะนำการให้วัคซีนรวม

ป้องกันโรคหัด - คางทูม – หัดเยอรมันสำหรับเด็กอายุ 9 - 12 เดือน

กระทรวงสาธารณสุขโดยคำแนะนำของคณะกรรมการวัคซีนแห่งชาติ เห็นสมควรให้เด็กไทยทุกคนได้รับการป้องกันโรคหัด คางทูม และหัดเยอรมัน ด้วยการให้วัคซีนรวมป้องกันโรคหัด-คางทูม-หัดเยอรมัน (วัคซีน MMR) แก่เด็ก 2 ครั้ง คือ ครั้งแรก เมื่อเด็กอายุ 9-12 เดือน ครั้งที่สอง ในเด็กนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ในระยะที่ผ่านมา กระทรวงสาธารณสุขโดยกรมควบคุมโรคได้จัดหาวัคซีน MMR เพื่อให้บริการเฉพาะเด็กนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ยังไม่สามารถจัดหาวัคซีน MMR ให้แก่เด็กอายุ 9-12 เดือน ได้ เนื่องจากมีปัญหาทางด้านการบริหารจัดการ ต่อมาในปีงบประมาณ 2553 กระทรวงสาธารณสุขสามารถจัดหาและสำรองวัคซีน MMR สำหรับให้บริการแก่เด็กอายุ 9 - 12 เดือน ทุกคนทั่วประเทศแล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.7.1.1 กลุ่มเป้าหมาย

กำหนดให้ฉีดวัคซีนรวม MMR ชนิดเชื้อไวรัสคางทูมสายพันธุ์ Jeryl Lynn แก่เด็กที่มีอายุ 9 - 12 เดือนทุกคนรวมทั้งเด็กก่อนวัยเรียนที่พลาดการรับวัคซีนที่มีส่วนประกอบของวัคซีนหัดในช่วงอายุ 9 - 12 เดือน

คำเตือน : ห้ามนำวัคซีนรวม MMR ที่ใช้สำหรับเด็กนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ไปใช้ในเด็กอายุ 9-12 เดือน เนื่องจากวัคซีนรวม MMR ของเด็กนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผลิตจากเชื้อไวรัสคางทูมสายพันธุ์ Urabe

2.7.1.2 รายละเอียดของวัคซีนรวม MMR สำหรับเด็กอายุ 9-12 เดือน

ชนิดของวัคซีน

วัคซีนที่ใช้มีชื่อทางการค้าว่า Priorix ผลิตจากบริษัท GlaxoSmithKline ประเทศฝรั่งเศสเป็นวัคซีนชนิดเชื้อเป็นที่ทำให้อ่อนฤทธิ์ (Live attenuated vaccine) ประกอบด้วยเชื้อ 3 ชนิด ได้แก่

- เชื้อไวรัสหัดสายพันธุ์ Schwarz
- เชื้อไวรัสคางทูมสายพันธุ์ RIT 4385 ซึ่งพัฒนามาจากสายพันธุ์ Jeryl Lynn
- เชื้อไวรัสหัดเยอรมันสายพันธุ์ Wistar RA 27/3

ขนาดบรรจุและขนาดที่ใช้

เป็นวัคซีนผงแห้ง (Lyophilyzed vaccine) ขนาดบรรจุขวดละ 1 โด๊ส พร้อมด้วยน้ำยาละลาย 1 ขวด ปริมาณ 0.5 มล.

- **วิธีการให้วัคซีน**

ดูดน้ำยาละลายที่มากับวัคซีนให้หมดขวด เขย่าให้ละลายจนหมด แล้วฉีดเข้าใต้ผิวหนัง (subcutaneous) บริเวณกึ่งกลางต้นขาด้านหน้าค่อนไปด้านนอก หรือต้นแขน

- **อาการไม่พึงประสงค์**

ในการศึกษาทางคลินิก ได้มีการติดตามดูอาการที่เกิดขึ้นภายในเวลา 42 วัน ของอาสาสมัครจำนวน 12,000 ราย หลังได้รับวัคซีน Priorix อาการแบ่งได้ตามความถี่ที่พบ ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความถี่	อาการ
พบบ่อยมาก (มากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 10)	รอยแดงบริเวณที่ฉีดยา ไข้สูงกว่าหรือเท่ากับ 38 องศาเซลเซียส เมื่อวัดทางทวารหนัก หรือสูงกว่า 37.5 องศาเซลเซียส เมื่อวัดทางปากหรือใต้รักแร้
พบบ่อย (มากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 1 แต่น้อยกว่าร้อยละ 10)	ปวด และบวมบริเวณที่ฉีดยา ไข้สูงกว่า 39.5 องศาเซลเซียส เมื่อวัดทางทวารหนัก หรือสูงกว่า 39 องศาเซลเซียส เมื่อวัดทางปากหรือใต้รักแร้ ผื่น และการติดเชื้อทางเดินหายใจส่วนบน
พบไม่บ่อย (มากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 0.1 แต่น้อยกว่าร้อยละ 1)	เบื่ออาหาร กระวนกระวาย ร้องไห้ผิดปกติ นอนไม่หลับ เยื่อบุตาอักเสบ หลอดลมอักเสบ ไอ ต่อมน้ำลายโต ท้องเสีย อาเจียน หูชั้นกลางอักเสบ โรคของต่อมน้ำเหลือง
พบน้อย (มากกว่าหรือเท่ากับร้อยละ 0.01 แต่น้อยกว่าร้อยละ 0.1)	อาการชักเนื่องจากไข้สูง และอาการแพ้ยา

ตารางที่ 2.2 แสดงอาการไม่พึงประสงค์หลังได้รับวัคซีน

โดยทั่วไป ความถี่ของการเกิดอาการข้างเคียงหลังได้รับวัคซีนโด๊สแรกกับโด๊สที่สองจะใกล้เคียงกัน ยกเว้น อาการปวดบริเวณที่ฉีดซึ่งพบบ่อยหลังได้รับวัคซีนโด๊สแรก และพบบ่อยมากหลังได้รับวัคซีนโด๊สที่สอง จากรายงานการใช้วัคซีนภายหลังวัคซีนออกจำหน่ายสู่ท้องตลาด พบอาการเพิ่มเติม ซึ่งอาจเกี่ยวข้องกับการใช้วัคซีน Priorix ดังนี้

เยื่อหุ้มสมองอักเสบ เนื้อเยื่อสมองอักเสบ Transverse myelitis ภาวะเกล็ดเลือดต่ำ อาการแพ้แบบ anaphylaxis เส้นประสาทส่วนปลายอักเสบ Guillain Barre Syndrome ปวดข้อ ข้ออักเสบ Erythema multiforme และ Kawassaki syndrome

การเกิดเนื้อเยื่อสมองอักเสบ มีรายงานพบน้อยกว่า 1 ต่อ 10 ล้านโด๊ส ซึ่งความเสี่ยงของการเกิดอาการดังกล่าวจากการได้รับวัคซีนจะต่ำกว่าอย่างมากเมื่อเทียบกับที่เกิดจากการติดเชื้อตามธรรมชาติ (พบ 1 ราย ใน 1,000 – 2,000 ราย ที่ติดเชื้อหัด และพบประมาณ 1 รายใน 6,000 รายที่ติดเชื้อหัดเยอรมัน)

อาจพบภาวะเหมือนมีการติดเชื้อคางทูมที่มีระยะฟักตัวสั้นๆ ได้ แต่น้อยราย มีรายงานพบว่า ในบางรายบริเวณอัณฑะเกิดอาการปวดและบวมชั่วคราวหลังได้รับวัคซีนนี้ มีรายงานน้อยเกี่ยวกับการเกิดอาการคล้ายโรคหัดหลังได้รับวัคซีน Priorix

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ข้อห้ามใช้

- ห้ามให้ในผู้ที่แพ้ยา neomycin แบบเกิดทั่วร่างกาย (systemic) หรือแพ้ส่วนประกอบตัวใดตัวหนึ่งของวัคซีน แต่มิได้ห้ามใช้ในผู้ที่มีประวัติว่าเคยแพ้ยา neomycin แบบผิวหนังอักเสบจากการสัมผัส (contact dermatitis)

- ห้ามให้ในสตรีที่อยู่ในระหว่างตั้งครรภ์ นอกจากนั้น ควรหลีกเลี่ยงการตั้งครรภ์ ในช่วง 3 เดือนหลังได้รับวัคซีน

- ไม่ควรให้ในผู้ที่มีระบบภูมิคุ้มกันร่างกายบกพร่อง ซึ่งรวมถึงผู้ป่วยที่เป็น primary และ secondary immunodeficiency อย่างไรก็ตาม วัคซีน MMR สามารถให้ใน ผู้ที่ติดเชื้อ HIV ที่ไม่แสดงอาการ โดยจะไม่ทำให้อาการโรคที่เป็นอยู่เป็นมากขึ้น และอาจพิจารณาให้วัคซีนนี้แก่ผู้ที่แสดงอาการว่า มีการติดเชื้อ HIV

คำเตือนและข้อควรระวังพิเศษในการใช้

- หากมีไข้สูงรุนแรงเฉียบพลันควรเลื่อนการฉีดวัคซีนออกไป แต่มิได้ห้ามใช้ในกรณีที่มีการติดเชื้อเล็กน้อย

- ก่อนฉีดวัคซีนต้องรอให้แอลกอฮอล์หรือยาฆ่าเชื้ออื่นๆ ระเหยจากผิวหนังบริเวณที่จะฉีดจนหมดเสียก่อน เพราะสารดังกล่าวสามารถทำให้เชื้อไวรัสชนิดที่ถูกทำให้อ่อนแรงหมดฤทธิ์ได้

- ควรติดตามดูอาการและเตรียมยาที่เหมาะสมไว้ให้พร้อมในกรณีฉุกเฉิน เช่น เกิดอาการแพ้อย่างรุนแรง (anaphylactic reaction) ภายหลังการฉีดวัคซีน ซึ่งเกิดได้น้อยมาก

- เชื้อไวรัสหัดและคางทูมที่เป็นส่วนประกอบในวัคซีนเพาะเลี้ยงอยู่ใน chick embryo cell ดังนั้น จึงอาจมีโปรตีนของไข่อยู่ในวัคซีนเล็กน้อย ผู้ที่มีประวัติว่าเคยเกิดอาการแพ้แบบ anaphylactic, anaphylactoid หรืออาการอื่น ๆ เช่น ลมพิษที่เป็นทั่วตัว ปากและคอบวม หายใจลำบาก ความดันโลหิตต่ำหรือช็อก ซึ่งเกิดทันทีหลังรับประทานไข่ อาจมีความเสี่ยงเพิ่มขึ้นที่จะเกิดปฏิกิริยาไวเกินชนิดฉับพลันหลังได้รับวัคซีน ซึ่งเหตุการณ์เช่นนี้เกิดขึ้นได้น้อยมาก อย่างไรก็ตาม การให้วัคซีนกับผู้ที่เคยมีอาการแพ้ แบบ anaphylaxis หลังรับประทานไข่ ควรใช้ความระมัดระวังอย่างมากและควรมีการเตรียมยาที่เหมาะสมไว้ให้พร้อมสำหรับใช้รักษาหากเกิดอาการดังกล่าว

- ควรให้อย่างระมัดระวังในผู้ที่มีประวัติเป็นโรคภูมิแพ้หรือชัก

ภูมิคุ้มกันที่เกิดขึ้น

จากการศึกษาทางคลินิกในผู้ที่ไม่มีภูมิคุ้มกันต่อเชื้อทั้ง 3 ชนิด (Seronegative) พบว่า ร้อยละ 98.0 ของผู้ได้รับการฉีดวัคซีน มีภูมิคุ้มกันต่อเชื้อหัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ร้อยละ 96.1 มีภูมิคุ้มกันต่อเชื้อคางทูม และร้อยละ 99.3 มีภูมิคุ้มกันต่อเชื้อหัดเยอรมัน

<u>การเก็บและการหมดอายุ</u>

- เก็บวัคซีนไว้ที่อุณหภูมิ 2 - 8 องศาเซลเซียส วัคซีนเมื่อผสมตัวยาทำละลายแล้วให้ใช้ภายใน 6 ชั่วโมง ตามคำแนะนำของคณะอนุกรรมการสร้างเสริมภูมิคุ้มกันโรค แม้ว่าในเอกสารกำกับยาจะระบุให้ใช้ภายใน 8 ชั่วโมง
- วันหมดอายุให้ดูบนฉลากของขวดวัคซีน

2.8 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

2.8.1 แบบจำลอง

แบบจำลอง หมายถึง สัญลักษณ์ที่ใช้จำลองข้อเท็จจริงต่างๆ ที่เกิดขึ้นในระบบ แบบจำลองประกอบไปด้วย แผนภาพชนิดต่างๆ เพื่อแสดงให้เห็นแต่ละมุมมองของระบบ

แบบจำลองเป็นเครื่องมือที่มีความสำคัญที่ช่วยให้การสื่อสารระหว่างบุคคลทุกฝ่าย มีความถูกต้องตรงกันมากขึ้นเนื่องจากแบบจำลองประกอบไปด้วยรูปภาพสัญลักษณ์ต่างๆ มากมายที่จะเป็นตัวแทนที่แสดงให้เห็นการทำงานของระบบ หรือแสดงให้เห็นหน้าที่ของระบบ รวมถึงโครงสร้างและส่วนประกอบต่างๆ แบบจำลองเป็นสิ่งที่ได้จากการวิเคราะห์ความต้องการของผู้ใช้ทั้งในด้านระบบและซอฟต์แวร์ สะท้อนให้เห็นถึงความต้องการของระบบในด้านต่างๆ ได้อย่างชัดเจนว่าทำหน้าที่อะไรและอย่างไร และเนื่องจากเอกสารข้อกำหนดความต้องการเป็นเครื่องมือที่ผู้ใช้หรือลูกค้านำมาประเมินระบบหรือซอฟต์แวร์เพื่อพิจารณายอมรับให้นำมาใช้งานได้ ดังนั้น ข้อกำหนดความต้องการหรือรายละเอียดของระบบ (System Description) แบบจำลองการวิเคราะห์ (Analysis Model) และแบบจำลองของการออกแบบ (Design Model) จึงมีความสัมพันธ์กันอย่างต่อเนื่อง

แบบจำลองตามแนวเชิงโครงสร้าง

สำหรับแนวทางเชิงโครงสร้าง จะพิจารณากระบวนการทำงานกับข้อมูลของระบบแยกออกจากกัน ดังนั้น แบบจำลองที่จะต้องสร้าง จึงแบ่งออกเป็น 2 ชนิดได้แก่

1. แบบจำลองกระบวนการ (Process Model) ใช้จำลองขั้นตอนการทำงานของระบบ แผนภาพที่ใช้ คือ แผนภาพกระแสข้อมูล (Data Flow Diagram : DFD) หมายถึง แผนภาพที่แสดงให้เห็นถึงทิศทางการไหลของข้อมูลที่มีอยู่ในระบบ จากกระบวนการทำงานหนึ่งไปกระบวนการทำงานหนึ่ง หรือไปยังส่วนอื่นที่เกี่ยวข้อง ไม่ว่าจะเป็นแหล่งจัดเก็บข้อมูล (Data Store) หรือผู้เกี่ยวข้องที่อยู่นอกระบบ (External Agent)

2. แบบจำลองข้อมูล (Data Model) ใช้จำลองโครงสร้างข้อมูลทั้งหมดในระบบ แผนภาพที่ใช้ คือ แผนภาพแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล (Entity Relationship Diagram: ERD) หมายถึงแผนภาพที่ใช้เป็นเครื่องมือสำหรับจำลองข้อมูลซึ่งจะประกอบไปด้วย Entity (แทนกลุ่มของข้อมูลที่เป็นเรื่องเดียวกัน/เกี่ยวข้องกัน) และความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล (Relationship) ที่เกิดขึ้นทั้งหมดในระบบ นอกจากนี้ทุกๆ Entity จะมี Attribute เป็นตัวบ่งบอกถึงลักษณะหรือคุณสมบัติของ Entity นั้นด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.8.2 ประเภทของแบบจำลอง (Model Classification)

แบบจำลองมีหลายประเภท ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมในการใช้งาน พอที่จะจำแนกประเภทได้คร่าวๆ ดังนี้

1. แบบจำลองเชิงเปรียบเทียบ (Analogue Model) เป็นแบบจำลองเชิงกายภาพส่วนใหญ่ใช้ในด้านวิทยาศาสตร์ เช่น แบบจำลองโครงสร้างอะตอม สร้างขึ้นโดยใช้หลักการเปรียบเทียบโครงสร้างของแบบจำลองให้สอดคล้องกับลักษณะที่คล้ายกันทางกายภาพสอดคล้องกับข้อมูลและความรู้ที่มีอยู่ในขณะนั้นด้วยแบบจำลองที่สร้างขึ้นต้องมีองค์ประกอบชัดเจนสามารถนำไปทดสอบด้วยข้อมูลเชิงประจักษ์ได้และสามารถนำไปใช้ทำการหาข้อสรุปของปรากฏการณ์ได้อย่างกว้างขวาง เช่น แบบจำลองจำนวนนักเรียนในโรงเรียนสร้างขึ้นโดยเปรียบเทียบกับลักษณะถังน้ำที่ประกอบด้วยท่อน้ำเข้าและท่อน้ำออกปริมาณน้ำที่ไหลเข้าถังเปรียบเทียบได้กับจำนวนนักเรียนที่เข้าโรงเรียนประกอบด้วยอัตราการเกิด, อัตราการย้ายเข้า, อัตราการรับเด็กอายุต่ำกว่าเกณฑ์ส่วนปริมาณน้ำที่ไหลออกเปรียบเทียบได้กับจำนวนนักเรียนที่ออกจากโรงเรียน เนื่องจากพ้นเกณฑ์การศึกษา การย้ายออก การจบการศึกษาสำหรับปริมาณน้ำที่เหลือในถังเปรียบเทียบได้กับจำนวนนักเรียนที่เหลืออยู่ในโรงเรียนเป็นต้น จุดมุ่งหมายของแบบจำลองแบบนี้เพื่ออธิบายปรากฏการณ์การเปลี่ยนแปลงจำนวนนักเรียนในโรงเรียน

2. แบบจำลองเชิงอธิบาย (Semantic Model) เป็นแบบจำลองที่ใช้ภาษาเป็นสื่อในการบรรยายหรืออธิบายปรากฏการณ์ที่ศึกษาด้วยภาษา, แผนภูมิ หรือรูปภาพ เพื่อให้เห็นแนวคิดโครงสร้าง องค์ประกอบและความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่างๆ เช่น แบบจำลองการเรียนรู้ เป็นต้น

3. แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) เป็นแบบจำลองที่แสดงความสัมพันธ์ขององค์ประกอบหรือตัวแปรต่างๆโดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เดิมแบบจำลองนี้ใช้กับศาสตร์ทางด้านวิทยาศาสตร์แต่ปัจจุบันมีแนวโน้มในการนำไปใช้ด้านพฤติกรรมศาสตร์และสังคมศาสตร์เพิ่มขึ้นรวมทั้งการศึกษาด้วยโดยเฉพาะในการวัดผลการศึกษาแบบจำลองแบบนี้สามารถอธิบายความสัมพันธ์และสร้างเป็นทฤษฎีเพราะสามารถทดสอบสมมุติฐานได้ แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์มักพัฒนามาจากแบบจำลองเชิงอธิบาย

4. แบบจำลองเชิงเหตุผล (Causal Model) เป็นแบบจำลองที่พัฒนามาจากแบบจำลองเชิงอธิบาย โดยการนำเอาเทคนิคการวิเคราะห์เส้นทาง (Path Analysis) มาใช้ปัจจุบันมีการนำแบบจำลองนี้มาใช้ในการวิจัยทางการศึกษามากขึ้นแบบจำลองแบบนี้จะเป็นการนำเอาตัวแปรมาเขียนเป็นสัญลักษณ์หรือคำย่อแล้วใช้เส้นตรงและลูกศรแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรในเชิงเหตุและผลเช่น แบบจำลองการเรียนรู้ของผู้เรียนสติปัญญาของผู้เรียนมีผลมาจากสภาพทางเศรษฐกิจของพ่อแม่และสิ่งแวดล้อมที่บ้าน เป็นต้น

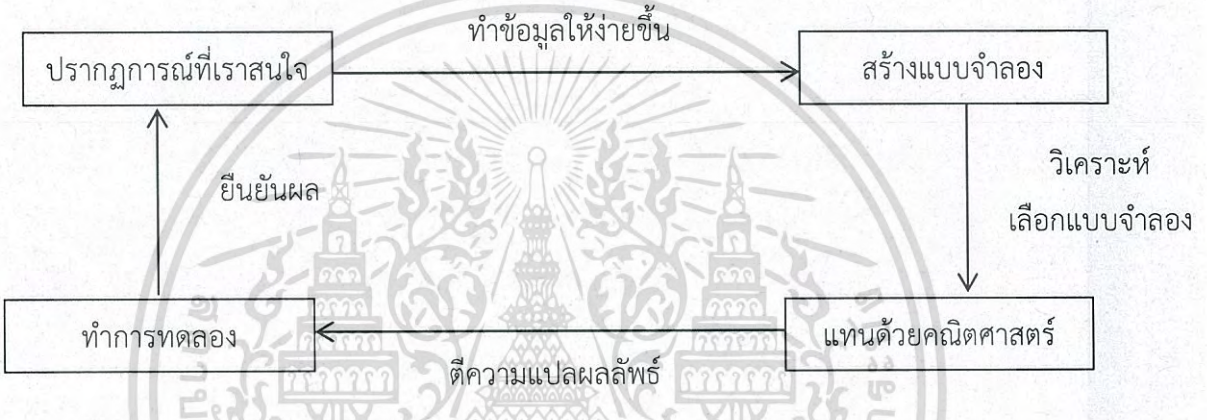
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบจำลองดังกล่าวสามารถกำหนดเป็นกรอบในการรวบรวมข้อมูลในสภาพที่เป็นจริงเพื่อทดสอบแบบจำลองได้ด้วย

2.8.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model)

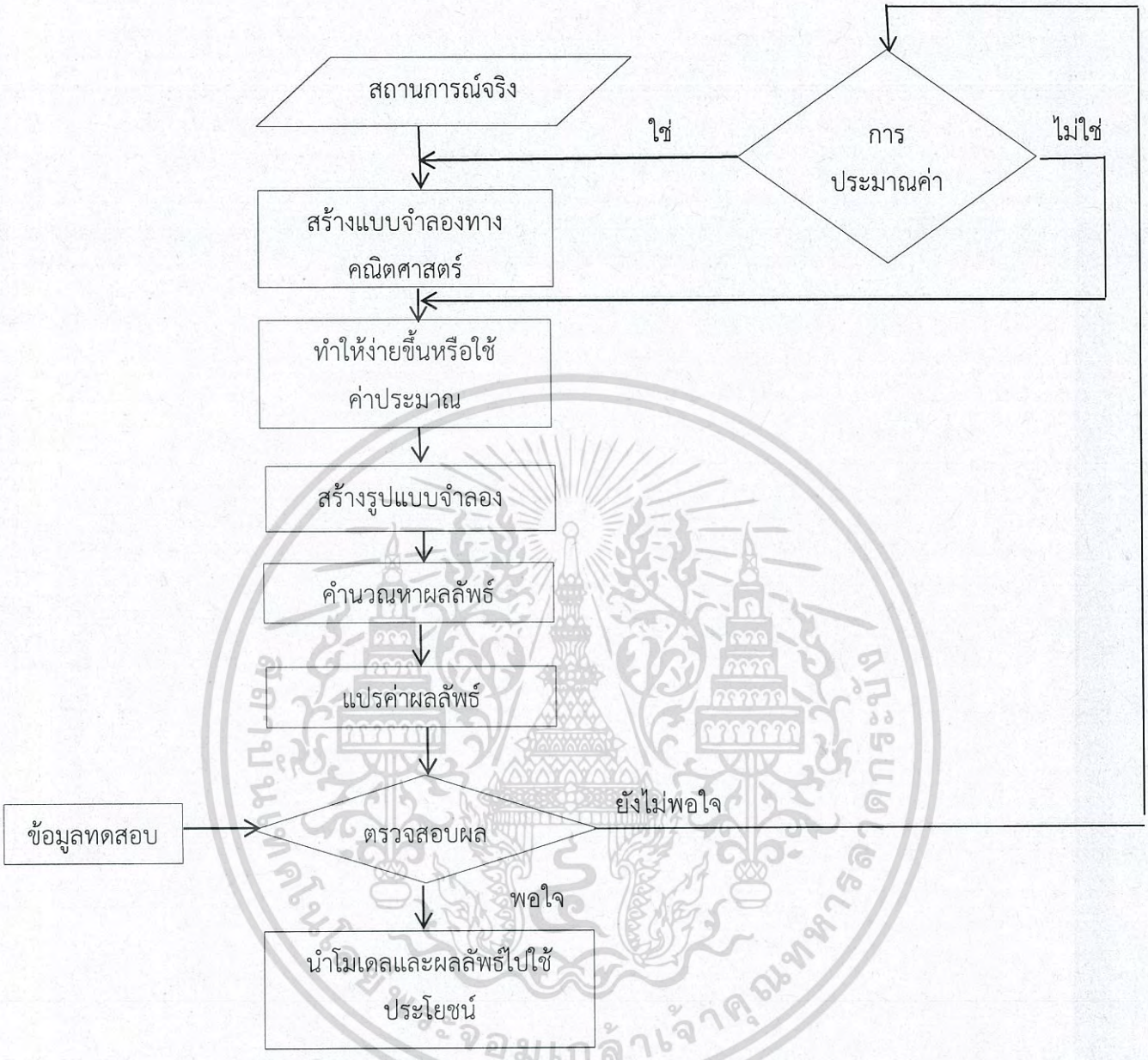
แบบจำลองในปรากฏการณ์ต่างๆ เราสนใจการทำนายของตัวแปรที่เปลี่ยนแปลงได้ เช่น ตัวเลขของประชากร หรือ ประชากรเชื้อโรค ซึ่งเราสามารถใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ช่วยวางแผนได้ในอนาคต

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถใช้เป็นเครื่องมือในการศึกษาปรากฏการณ์ต่างๆ นั้นทำโดยการนำข้อมูลจริงที่เราสนใจ นำมาสรุปเป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์



รูปที่ 2.1 แสดงการอธิบายขั้นตอนการสร้างแบบจำลอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.2 ขั้นตอนของการนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไปใช้ ดังรูป

2.9 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคติดเชื้อ

การสร้างแบบจำลองสำหรับโรคติดเชื้อ จะแบ่งกลุ่มประชากรออกเป็น 4 กลุ่ม คือ

(1) กลุ่มเสี่ยงที่จะติดเชื้อ (Susceptible) แทนด้วย S

(2) กลุ่มติดเชื้อที่ยังไม่สามารถถ่ายทอดได้ (Exposed) แทนด้วย E

(3) กลุ่มติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (Infected) แทนด้วย I

(4) กลุ่มฟื้นไข้หรือกลุ่มที่ได้รับการรักษาหรือกลุ่มที่หายป่วย (Recovered) แทนด้วย R

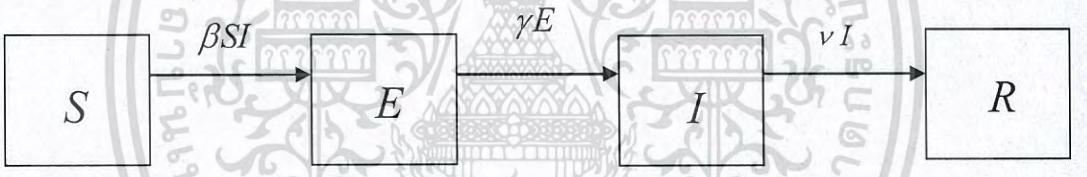
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อกำหนดให้จำนวนประชากรทั้งหมดคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ณ เวลา $t = 0$ เริ่มมีการติดเชื้อภายในกลุ่มประชากรทั้ง 4 กลุ่ม จากนั้นเชื้อจะแพร่กระจายออกไปภายในกลุ่มประชากร เป็นการแพร่กระจายจากคนหนึ่งไปสู่อีกคนหนึ่ง นั่นคือ เมื่อประชากรในกลุ่มเสี่ยงที่จะติดเชื้อและได้รับเชื้อจะมีการพักตัวของโรค แล้วจะเปลี่ยนไปเป็นผู้ป่วยที่เป็นโรคทันที ซึ่งแบบจำลองสำหรับโรคติดเชื้อมีหลายรูปแบบ คือ $SIR, SEIR, SEIRS$ เป็นต้น ในปัญหาพิเศษนี้เราพิจารณาแบบจำลอง $SEIR$

2.9.1 แบบจำลอง $SEIR$

แบบจำลอง $SEIR$ นี้เป็นแบบจำลองที่ไม่ขึ้นกับเวลา (discrete model) เพราะเป็นระยะเวลาสั้นๆ จะไม่คำนึงถึงอัตราการเกิดและอัตราการเสียชีวิต แบบจำลองนี้จะแบ่งกลุ่มประชากรออกเป็น 4 กลุ่ม คือ กลุ่มเสี่ยงที่จะติดเชื้อแทนด้วย S กลุ่มติดเชื้อที่ยังไม่สามารถถ่ายทอดได้ แทนด้วย E กลุ่มติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้แทนด้วย I และกลุ่มที่หายป่วยแทนด้วย R

โรคติดเชื้อที่มีแบบจำลองลักษณะนี้ คือ เมื่อเป็นโรคนี้แล้วจะไม่กลับมาเป็นอีก เช่น โรคคางทูม โรคงูสวัด เป็นต้น



รูปที่ 2.3 แบบจำลอง $SEIR$

ตารางที่ 2.3 สัญลักษณ์แสดงตัวแปร (variables) ของแบบจำลอง $SEIR$

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
S	จำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ	คน
E	จำนวนประชากรที่ติดเชื้อที่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้	คน
I	จำนวนประชากรที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้	คน
R	จำนวนประชากรที่หายป่วย (ได้รับการรักษา) จากการติดเชื้อ	คน
N	จำนวนประชากรทั้งหมด $= S + E + I + R$	คน

ตารางที่ 2.4 สัญลักษณ์แสดงตัวแปรเสริม (parameters) ของแบบจำลอง $SEIR$

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
β	อัตราการถ่ายทอดเชื้อ	ต่อคน
γ	อัตราการฟักตัวของเชื้อ	ต่อคน
ν	อัตราการฟื้นไข้ของผู้ป่วยที่เป็นโรค	ต่อคน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำอธิบายแบบจำลอง $SEIR$

จำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อจะลดจำนวนลง แล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ติดเชื้อ โดยมีระยะการฟักตัวของเชื้อ ทำให้ประชากรที่ติดเชื้อมีจำนวนเพิ่มขึ้น เมื่อกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อได้รับการรักษา ทำให้ประชากรที่ติดเชื้อมีจำนวนลดลงแล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่หายป่วย และส่งผลให้กลุ่มที่หายป่วยมีจำนวนเพิ่มขึ้น

จากแบบจำลอง สามารถเขียนสมการอัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรแต่ละกลุ่มได้ดังนี้

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI \tag{2.1}$$

$$\frac{dE}{dt} = \beta SI - \gamma E \tag{2.2}$$

$$\frac{dI}{dt} = \gamma E - \nu I \tag{2.3}$$

$$\frac{dR}{dt} = \nu I \tag{2.4}$$

โดยกำหนดให้ $N = S + E + I + R$

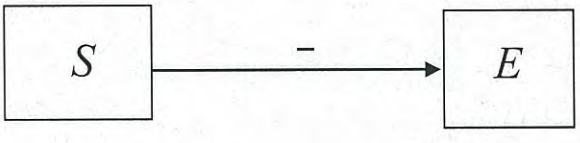
หมายเหตุ เนื่องจากสมการเป็นการบอกถึงการเปลี่ยนแปลงตามเวลา ดังนั้น

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรกลุ่ม = สิ่งที่มีผลต่ออัตราการเพิ่มของประชากร

- สิ่งที่มีผลต่ออัตราการลดของประชากร

อธิบายความหมายแต่ละสมการของแบบจำลอง $SEIR$ **ได้ดังนี้**

1. สมการ (2.1) $\frac{dS}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโดยที่ $-\beta SI$ หมายถึง การลดลงของประชากรกลุ่มเสี่ยงที่จะติดเชื้อ S เพราะติดเชื้อด้วยอัตรา β จะสังเกตได้ว่าผลของการติดเชื้อนี้ขึ้นอยู่กับผลคูณของ S และ I ซึ่งแสดงถึงการที่ผู้รับเชื้อและผู้แพร่เชื้อจะมีความสัมพันธ์กัน ซึ่งเครื่องหมาย – แสดงถึงอัตราการลดลงของกลุ่มประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ S ดังแผนภาพ



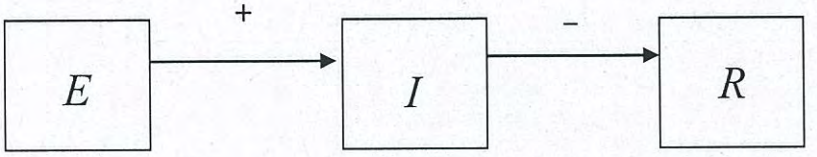
รูปที่ 2.4 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง $SEIR$ **ของสมการ (2.1)**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. สมการ (2.2) $\frac{dE}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่ติดเชื้อที่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ โดยที่ $+\beta SI$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ E ซึ่งเปลี่ยนมาจากกลุ่มเสี่ยงที่ติดเชื้อ S ในขณะที่ $-\gamma E$ หมายถึงการลดลงของกลุ่มที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ E เพราะอัตราการฟักตัวของเชื้อ γ แล้วเปลี่ยนไปเป็นประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ I ซึ่งเครื่องหมาย + แสดงถึง อัตราการเพิ่มขึ้นของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ E และเครื่องหมาย – แสดงถึง อัตราการลดลงของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อแต่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ E ดังแผนภาพ

รูปที่ 2.5 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง $SEIR$ ของสมการ (2.2)

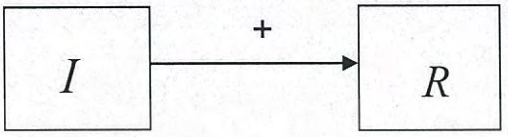
3. สมการ (2.3) $\frac{dI}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ โดยที่ $+\gamma E$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ I ซึ่งเปลี่ยนมาจากกลุ่มเสี่ยงที่ติดเชื้อที่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ E ในขณะที่ $-\nu I$ หมายถึงการลดลงของกลุ่มที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ I เพราะหายป่วยด้วยอัตรา ν แล้วเปลี่ยนไปเป็นประชากรกลุ่มที่หายป่วย R ซึ่งเครื่องหมาย + แสดงถึง อัตราการเพิ่มขึ้นของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ I และเครื่องหมาย – แสดงถึง อัตราการลดลงของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ I ดังแผนภาพ



รูปที่ 2.6 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง $SEIR$ ของสมการ (2.3)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. สมการ (2.4) $\frac{dR}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่หายป่วย โดยที่ $+\nu I$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่หายป่วย R ซึ่งเปลี่ยนมาจากกลุ่มที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ I ซึ่งเครื่องหมาย + แสดงถึงอัตราการเพิ่มขึ้นของกลุ่มประชากรที่หายป่วย R ดังแผนภาพ



รูปที่ 2.7 แสดงส่วนประกอบแบบจำลอง *SEIR* ของสมการ (2.4)

นำสมการ (2.1) - (2.4) มาหาจุดสมดุล ดังนี้

ให้ (S^*, E^*, I^*, R^*) เป็นจุดสมดุลของระบบสมการ

$$-\beta S^* I^* = 0 \quad (2.5)$$

$$\beta S^* I^* - \gamma E^* = 0 \quad (2.6)$$

$$\gamma E^* - \nu I^* = 0 \quad (2.7)$$

$$\nu I^* = 0 \quad (2.8)$$

จาก (2.8) จะได้ $I^* = 0$

แทนค่า $I^* = 0$ ใน (2.5)

จะได้ว่า $-\beta S^*(0) = 0$

ดังนั้น $S^* = 0$ หรือ $S^* \neq 0$

จาก $N = S^* + E^* + I^* + R^*$

ถ้า $S^* = 0$ จะได้ว่า $N = E^* + R^*$

ถ้า $S^* \neq 0$ จะได้ว่า $N = S^* + E^* + R^*$

ถ้า $S^* = \mathrm{N}$ จะได้ว่า $E^* = -R^*$

ดังนั้น จะได้จุดสมดุล (S^*, E^*, I^*, R^*) ดังนี้

<u>จากกรณีที่ 1</u> $I^* = 0$ คือ $(S^*, E^*, I^*, R^*) = (\mathrm{N}, -\mathrm{R}^*, 0, -\mathrm{E}^*)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.10 นิยามที่เกี่ยวข้อง

2.10.1 ค่าลักษณะเฉพาะ

ให้ A เป็นเมทริกซ์ขนาด $n\times n$และ λ เป็นจำนวนจริง เรียกว่า ค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) ของ A ก็ต่อเมื่อ มีเวกเตอร์แนวตั้ง Xใน R^n ที่ไม่เป็นศูนย์ ซึ่งทำให้

$$AX = \lambda X$$

เวกเตอร์ X เรียกว่า เวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ (eigenvector) ของ A ที่สมนัยกับ λ ค่าลักษณะเฉพาะ อาจใช้คำว่า characteristic values และเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ อาจใช้คำว่า characteristic vecters จากสมการ $AX = \lambda X$ สามารถจัดใหม่เป็น

$$(\lambda I - A)X = 0 \qquad ; \text{ สำหรับบาง } X \neq 0$$

เมื่อ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด $n\times n$ เนื่องจาก $X \neq 0$ นั่นคือ X จะเป็นเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะของ A

2.10.2 พหุนามลักษณะเฉพาะ

พหุนามลักษณะเฉพาะ (characteristic polynomial) ของเมทริกซ์ A ขนาด $n\times n$ ถูกกำหนดโดย

$$c_A(x) = \det(xI - A)$$

ทฤษฎีบท ให้ A เป็นเมทริกซ์ขนาด $n\times n$ ค่าลักษณะเฉพาะของ A เป็นรากที่เป็นจำนวนจริงของพหุนามลักษณะเฉพาะของ A นั่นคือ มีจำนวนจริง λ ที่สอดคล้องกับสมการ

$$c_A(x) = \det(xI - A) = 0$$

เรียกสมการนี้ว่า สมการลักษณะเฉพาะ (charactersistic equation) เมื่อ I เป็นเมทริกซ์ขนาด $n\times n$

2.10.3 การหาดีเทอร์มิแนนท์ของเมตริกซ์ขนาด $n\times n$

การหาดีเทอร์มิเนนท์ของเมตริกซ์ขนาด $n\times n$ สามารถหาได้โดยวิธีที่เรียกว่า “การกระจายโดยโคแฟกเตอร์”

ทฤษฎี ให้ A เป็นเมตริกซ์ขนาด $n\times n$ และให้ M_{ij} เป็นเมตริกซ์ที่เกิดจากการตัดแถวที่ i และหลักที่ j ของ A ออก และเรียก $\det M_{ij}$ ว่า ไมเนอร์ (Minor) ของ a_{ij} และเรียก $A_{ij} = (-1)i + j \det M_{ij}$ ว่า โคแฟกเตอร์ (Cofactor) ของ a_{ij}

2.10.4 จาโคเบียนเมทริกซ์

ให้ $X = [x_1, x_2, x_3, ..., x_n]^T$ และ $f(x)$เป็นฟังก์ชันเวกเตอร์ของ x โดยที่ $f(x) = [f_1(x), f_2(x), f_3(x)...f_4(x)]^T$ ดังนั้น อนุพันธ์ของ $f(x)$ เทียบกับ x จะเรียกว่า จาโคเบียนเมทริกซ์ (Jacobian matrix) หรือ จาโคเบียน $f(x)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นิยามโดย $J_f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_3(x)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_m(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_m(x)}{\partial x_2} & \frac{\partial f_m(x)}{\partial x_3} & \cdots & \frac{\partial f_m(x)}{\partial x_n} \end{bmatrix}$

2.10.5 จุดสมดุล

นิยาม จุด $X_e \in \mathbb{R}^n$ เป็นจุดสมดุล (Equilibrium point) ของ

$$\frac{dX_e}{dt} = f(t, X_e)$$

เมื่อ $f(\mathrm{t}, X_e) = 0$ สำหรับทุกๆ $t \geq t^*$ แสดงว่า X_e เป็นจุดสมดุลของ $f(t, X_e)$ ที่ t^*

ความเสถียรภาพของจุดสมดุล (stable of equilibrium point)

พิจารณาจากค่าลักษณะเฉพาะ (eigenvalue) ที่ได้จากการหา $\det\left(\lambda I - J_f\right) = 0$ ดังนี้

(1) ถ้าลักษณะเฉพาะ λ แต่ละตัวมีเครื่องหมายเป็นลบ แล้วจะได้ว่าจุดสมดุลจุดนั้นมีความเสถียรภาพ (stable)

(2) ถ้าลักษณะเฉพาะ λ แต่ละตัวมีเครื่องหมายต่างกัน แล้วจะได้ว่าจุดสมดุลจุดนั้นเป็นจุดอานม้า (saddle point)

(3) ถ้าลักษณะเฉพาะ λ แต่ละตัวมีเครื่องหมายเป็นบวก แล้วจะได้ว่าจุดสมดุลจุดนั้นไม่มีความเสถียรภาพ (unstable)

2.10.6 การหาผลเฉลยจุดสมดุลของระบบ

2.10.6.1 **แบบจำลองจุดสมดุลของระบบสมการเชิงเส้นชนิดไม่ต่อเนื่อง**

สมการผลต่างไม่เชิงเส้น คือ สมการที่อยู่ในรูปของ

$$x_{n+1} = f(x_n, x_{n-1}, \ldots)$$

เมื่อ x_n คือ ค่าของ x ในลำดับที่ n และ f เป็นฟังก์ชันของการทำซ้ำๆกัน ผลเฉลยจุดสมดุลของระบบ ซึ่งเมื่อ $\overline{X}$ ถูกกำหนดให้ค่าสัมพันธ์ได้อย่างชัดเจน คือ

$$X_{n+1} = X_n = \overline{X}$$

ซึ่งเกิดการเปลี่ยนแปลงในลำดับที่ n ถึงลำดับที่ $n+1$ จากสมการที่อยู่ในรูป $X_{n+1} = f(X_n)$ จะมีรูปแบบความสัมพันธ์ที่เข้าใจได้จ่ายขึ้นอีก คือ

$$\overline{X} = f(\overline{X})$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และนำมาอ้างอิงเช่นเดียวกับจุดตรึง (Fixed point) ของฟังก์ชัน f จุด x เป็นจุดตรึง (Fixed point) ของฟังก์ชัน f ก็ต่อเมื่อ $f(x)=x$

2.10.6.2 แบบจำลองจุดสมดุลของระบบสมการเชิงเส้นชนิดต่อเนื่อง

การหาจุดสมดุลของระบบสมการ หาได้โดยพิจารณาแบบจำลองที่มีรูปแบบ ดังนี้

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dx_1}{dt} &= F_1(x_1, x_2, x_3, ..., x_n) \\
\frac{dx_2}{dt} &= F_2(x_1, x_2, x_3, ..., x_n) \\
&\vdots \\
\frac{dx_n}{dt} &= F_n(x_1, x_2, x_3, ..., x_n)
\end{aligned}\right\} \text{(a)}$$

ผลเฉลยจุดสมดุลของระบบสมการนี้ สามารถหาได้จากการจับสมการทุกสมการของ (a) เท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$\begin{aligned}
F_1(x_1, x_2, x_3, ..., x_n) &= 0 \\
F_2(x_1, x_2, x_3, ..., x_n) &= 0 \\
&\vdots \\
F_n(x_1, x_2, x_3, ..., x_n) &= 0
\end{aligned}$$

2.11 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

อะเคื้อ อุณหเลขกะ(2556) ได้ทำการศึกษาการป่วยด้วยโรคที่ป้องกันได้ด้วยวัคซีนในบุคลากรของโรงพยาบาลในประเทศไทยโรคที่ป้องกันได้ด้วยวัคซีนส่วนใหญ่ แพร่กระจายได้ง่ายจากการไอจาม โรคคางทูมเป็นโรคหนึ่งที่พบในบุคลากรของโรงพยาบาล ในปีพ.ศ.2550-2552 พบบุคลากรป่วยเป็นโรคคางทูมเพิ่มขึ้นทุกปี จำนวนครั้งที่โรงพยาบาลเกิดการระบาด ในพ.ศ.2550 - 2552 พบว่าเกิดขึ้นจำนวน 9 และ 7 ครั้ง ตามลำดับ

อุบลวรรณ บุญลอย (2555) ทำการศึกษาระดับภูมิต้านทานป้องกันโรคหัดในเด็กอายุ 4 ปีที่ได้รับวัคซีนป้องกันเฉพาะโรคหัด หรือวัคซีนรวมป้องกันโรคหัด คางทูม หัดเยอรมัน หนึ่งครั้งเมื่ออายุ 9 -12 เดือน จากการตรวจหาภูมิต้านทาน ชนิด IgG ต่อไวรัสหัด ด้วยวิธี ELISA พบเด็กที่มีภูมิต้านทานป้องกันโรคหัดจำนวน 58 คน(ร้อยละ 53.7) และพบเด็กที่มีภูมิต้านทานไม่เพียงพอต่อการป้องกันโรคหัด จำนวน 50 คน (ร้อยละ46.3) พบว่าชนิดวัคซีนมีความแตกต่างกันโดยเด็กที่ฉีดวัคซีนรวมป้องกันโรคหัดคางทูม หัดเยอรมัน (MMR) มีระดับภูมิต้านทานต่อโรคหัดในอัตราส่วนที่มากกว่าเด็กที่ฉีดวัคซีนป้องกันเฉพาะโรคหัด (Measles)

ปราโมทย์ แก้วยอด บุญอ้วน ปิ่นแก้ว นิเวช นาเลื่อน อังคณารัตน์ นราทรและรัศมี ศรีชื่น (2551) ทำการศึกษาสภาวะสุขภาพของแรงงานต่างชาติในสถานประกอบการประมงเขตอำเภอเมืองระนอง คำนวณหาความชุกของการเกิดโรคต่างๆการเข้ามาของชาวต่างชาติเหล่านี้ได้นำพาโรคติดต่อต่างๆเข้ามาแพร่กระจายให้กับประชาชนชาวไทยด้วยจังหวัดที่มีพื้นที่ติดชายแดนกัมพูชา ลาว สหภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมียนมาร์ และมาเลเซีย รวม 31 จังหวัด ในปี พ.ศ.2545 พบว่า โรคที่มีรายงานผู้ป่วยสูงสุด 10 อันดับของจังหวัดพื้นที่ชายแดน พบว่าลำดับที่ 5 คือ โรคคางทูม

ชนินันท์ สนธิไชย (2550) ได้ทำการสอบสวนการระบาดของโรคคางทูมในโรงเรียนเอกชนแห่งหนึ่งจังหวัดแพร่เดือนมิถุนายน – สิงหาคม การระบาดครั้งนี้เป็นการถ่ายทอดเชื้อจากคนสู่คน ซึ่งมีโอกาสแพร่กระจายเชื้อผ่านทางการใช้แก้วสำหรับดื่มน้ำและแปรงฟันร่วมกันในนักเรียนที่อยู่ห้องเรียนติดกันและใช้ห้องน้ำร่วมกัน และสันนิษฐานว่าการไม่ได้รับวัคซีนป้องกันโรคหัด หัดเยอรมันและคางทูมในนักเรียนชั้นเตรียมอนุบาลและชั้นอนุบาลเป็นปัจจัยหนึ่งที่มีผลต่อการระบาดในครั้งนี้ จากการติดตามสถานการณ์พบว่าภายหลังจากการควบคุมและป้องกันโรคพบจำนวนผู้ป่วยลดลง

กัลยา จงเชิดชูตระกูลและคณะ (2552) ได้ทำการศึกษาการระบาดของโรคคางทูมในโรงเรียนแห่งหนึ่งในจังหวดนนทบุรีในช่วงเดือนมิถุนายนถึงกันยายน 2551 จากการตรวจภูมิคุ้มกันต่อโรคคางทูม (Mumps IgM) พบว่าชั้นอนุบาล 2 เป็นชั้นเรียนที่มีอัตราป่วยสูงสุด น่าจะเกิดจากการแยกผู้ป่วยช้า และการไม่ได้รับวัคซีนป้องกันโรคหัด คางทูม หัดเยอรมัน

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3
แบบจำลองของโรคคางทูม

3.1 การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ

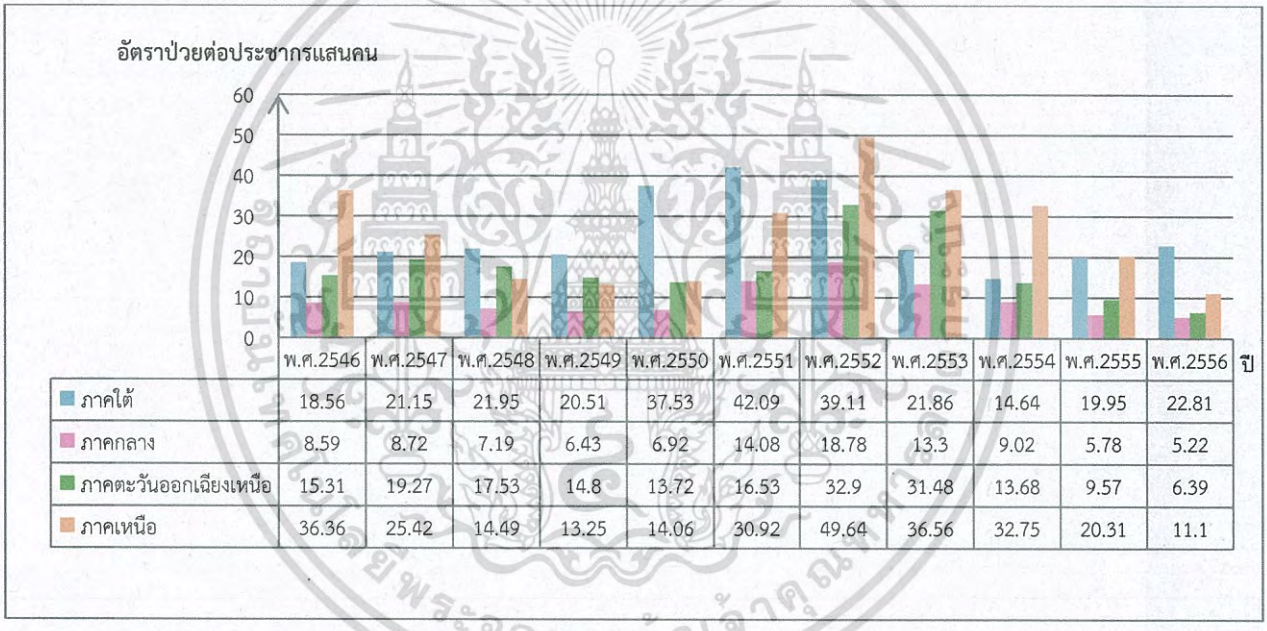
3.1.1 แบ่งตามแต่ละภาคของประเทศไทย 4 ภาค ดังนี้

1) ภาคใต้

2) ภาคกลาง

3) ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ

4) ภาคเหนือ



	พ.ศ.2546	พ.ศ.2547	พ.ศ.2548	พ.ศ.2549	พ.ศ.2550	พ.ศ.2551	พ.ศ.2552	พ.ศ.2553	พ.ศ.2554	พ.ศ.2555	พ.ศ.2556	ปี
ภาคใต้	18.56	21.15	21.95	20.51	37.53	42.09	39.11	21.86	14.64	19.95	22.81	
ภาคกลาง	8.59	8.72	7.19	6.43	6.92	14.08	18.78	13.3	9.02	5.78	5.22	
ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ	15.31	19.27	17.53	14.8	13.72	16.53	32.9	31.48	13.68	9.57	6.39	
ภาคเหนือ	36.36	25.42	14.49	13.25	14.06	30.92	49.64	36.56	32.75	20.31	11.1	

ที่มา: สำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค (http://www.boe.moph.go.th/)

รูปที่ 3.1 กราฟแสดงจำนวนผู้ป่วยโรคคางทูมในแต่ละภาค

ปี พ.ศ.2546 มีรายงานผู้ป่วย 11,069 ราย อัตราผู้ป่วยเท่ากับ 17.59 ต่อประชากรแสนคน ภาคเหนือมีอัตราผู้ป่วยสูงสุดเท่ากับ 36.36 ต่อประชากรแสนคน รองลงมาเป็นภาคใต้ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือและภาคกลาง อัตราป่วยเท่ากับ 18.56,15.31 และ 8.59 ต่อประชากรแสนคน ตามลำดับ

ปี พ.ศ.2547 มีรายงานผู้ป่วย 10,767 ราย อัตราผู้ป่วยเท่ากับ 17.22 ต่อประชากรแสนคน ภาคเหนือมีอัตราผู้ป่วยสูงสุดเท่ากับ 25.42 ต่อประชากรแสนคน รองลงมาเป็นภาคใต้ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือและภาคกลาง อัตราป่วยเท่ากับ 21.15, 19.27และ 8.72 ต่อประชากรแสนคน ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปี พ.ศ.2548 มีรายงานผู้ป่วย 8,791 ราย อัตราผู้ป่วยเท่ากับ 14.31 ต่อประชากรแสนคน ภาคใต้มีอัตราป่วยสูงสุด รองลงมา คือ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ภาคเหนือ และภาคกลาง โดยมีอัตราป่วย 21.95, 17.53, 14.49 และ 7.19 ต่อประชากรแสนคนตามลำดับ

ปี พ.ศ.2549 มีรายงานผู้ป่วย 7,838 ราย อัตราผู้ป่วยเท่ากับ 12.52 ต่อประชากรแสนคน ภาคใต้มีอัตราป่วยสูงสุด รองลงมา คือ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ภาคเหนือ และภาคกลาง โดยมีอัตราป่วย 20.51, 14.80, 13.25 และ 6.43 ต่อประชากรแสนคนตามลำดับ

ปี พ.ศ.2550 มีรายงานผู้ป่วย 9,299 ราย อัตราผู้ป่วยเท่ากับ 14.80 ต่อประชากรแสนคน ภาคใต้มีอัตราป่วยสูงสุด รองลงมา คือ ภาคเหนือ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ และภาคกลาง โดยมีอัตราป่วย 37.53, 14.06, 13.72 และ 6.92 ต่อประชากรแสนคนตามลำดับ

ปี พ.ศ.2551 มีรายงานผู้ป่วย 13,861 ราย อัตราผู้ป่วยเท่ากับ 21 ต่อประชากรแสนคน ภาคใต้มีอัตราป่วยสูงสุด รองลงมาคือ ภาคเหนือ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ และภาคกลาง โดยมีอัตราป่วย 42.09, 30.92, 16.53 และ 14.08 ต่อประชากรแสนคน ตามลำดับ

ปี พ.ศ.2552 มีรายงานผู้ป่วย 20,383 ราย อัตราผู้ป่วยเท่ากับ 32 ต่อประชากรแสนคน ภาคเหนือมีอัตราป่วยสูงสุดเท่ากับ 49.64 ต่อประชากรแสนคน รองลงมาคือ ภาคใต้ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ และภาคกลาง อัตราป่วยเท่ากับ 39.11, 32.90 และ 18.78 ตามลำดับ

ปี พ.ศ.2553 มีรายงานผู้ป่วย15,885 ราย อัตราผู้ป่วยเท่ากับ 24.94 ต่อประชากรแสนคน ภาคเหนือมีอัตราป่วยสูงสุดเท่ากับ 36.56 ต่อประชากรแสนคน รองลงมาคือ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ภาคใต้ และภาคกลาง อัตราป่วยเท่ากับ 31.48, 21.86 และ 13.30 ตามลำดับ

ปี พ.ศ.2554 มีรายงานผู้ป่วย 10,077 รายอัตราผู้ป่วยเท่ากับ 15.75 ต่อประชากรแสนคน ภาคเหนือมีอัตราป่วยสูงสุดเท่ากับ 32.75 ต่อประชากรแสนคน รองลงมาคือ ภาคใต้
ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ และภาคกลาง อัตราป่วยเท่ากับ 14.64, 13.68 และ 9.02 ตามลำดับ

ปี พ.ศ.2555 มีรายงานผู้ป่วย 7,483 ราย อัตราผู้ป่วยเท่ากับ 11.71 ต่อประชากรแสนคน ภาคเหนือมีอัตราป่วยสูงสุดเท่ากับ 20.31 ต่อประชากรแสนคน รองลงมาคือ ภาคใต้ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ และภาคกลาง อัตราป่วยเท่ากับ 19.95, 9.57 และ 5.78 ตามลำดับ

ปี พ.ศ.2556 มีรายงานผู้ป่วย 5,921 ราย อัตราผู้ป่วยเท่ากับ 9.16 ต่อประชากรแสนคน ภาคใต้มีอัตราป่วยสูงสุดเท่ากับ 22.81ต่อประชากรแสนคน รองลงมาคือ ภาคเหนือ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ และภาคกลาง อัตราป่วยเท่ากับ 11.10, 6.39 และ 5.22 ตามลำดับ

<u>สรุป</u> จะเห็นได้ว่าจะสังเกตเห็นว่าในภาคใต้และภาคเหนือจะมีอัตราป่วยเป็นโรคคางทูมสูงสุด โดยสถิติการป่วยเป็นโรคคางทูมมากที่สุดจะสับเปลี่ยนกันไประหว่างภาคเหนือและภาคใต้ เนื่องจากอิทธิพลของภูมิอากาศมีผลต่อสุขภาพอนามัยของมนุษย์ โดยภูมิอากาศของภาคเหนือและภาคใต้มีอากาศร้อนชื้น ซึ่งเชื้อไวรัสของโรคคางทูมเจริญเติบโตได้ดีในอากาศชื้น จึงเป็นปัจจัยที่ส่งผลให้ภาคเหนือและภาคใต้มีอัตราผู้ป่วยมากกว่าภาคอื่นๆ

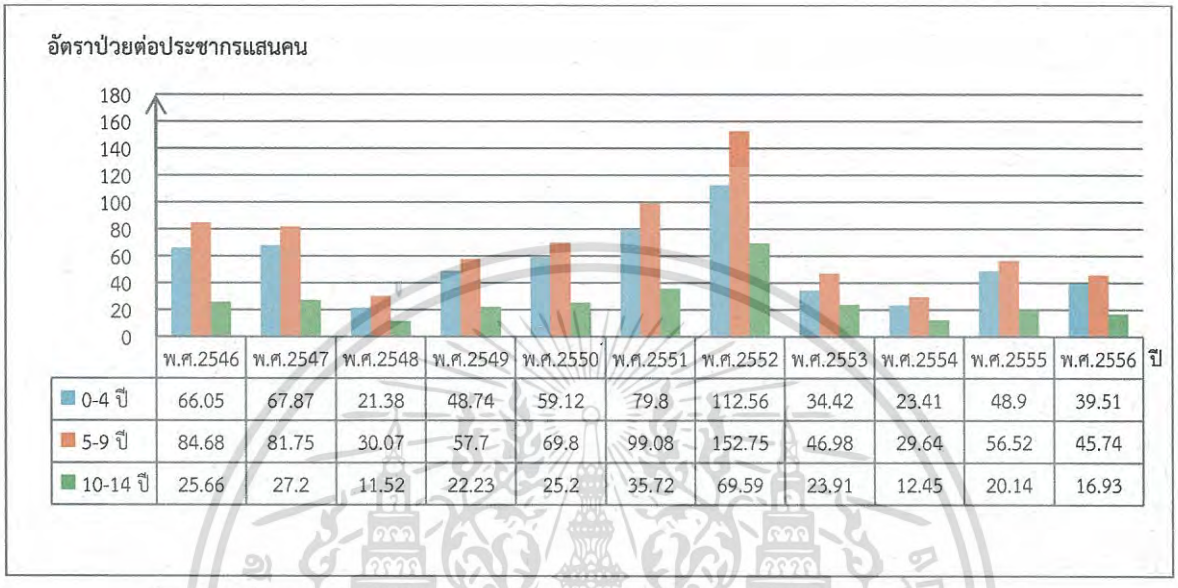
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.1.2 แบ่งตามช่วงอายุ ดังนี้

1) อายุ 0 – 4 ปี

2) อายุ 5 – 9 ปี

3) อายุ 10 – 14 ปี



	พ.ศ.2546	พ.ศ.2547	พ.ศ.2548	พ.ศ.2549	พ.ศ.2550	พ.ศ.2551	พ.ศ.2552	พ.ศ.2553	พ.ศ.2554	พ.ศ.2555	พ.ศ.2556	ปี
0-4 ปี	66.05	67.87	21.38	48.74	59.12	79.8	112.56	34.42	23.41	48.9	39.51	
5-9 ปี	84.68	81.75	30.07	57.7	69.8	99.08	152.75	46.98	29.64	56.52	45.74	
10-14 ปี	25.66	27.2	11.52	22.23	25.2	35.72	69.59	23.91	12.45	20.14	16.93	

ที่มา: สำนักระบาดวิทยา กรมควบคุมโรค(http://www.boe.moph.go.th/)

รูปที่ 3.2 กราฟแสดงจำนวนผู้ป่วยโรคคางทูมแยกตามช่วงอายุ

ปี พ.ศ.2546 มีรายงานผู้ป่วย กลุ่มอายุ 5-9ปี อัตราป่วยเท่ากับ 84.68 ต่อประชากรแสนคน รองลงมาเป็นกลุ่มอายุ 0-4 ปี อัตราป่วยเท่ากับ 66.05 ต่อแสนประชากร และกลุ่มอายุ 10-14ปี อัตราป่วยเท่ากับ 25.66 ต่อประชากรแสนคน

ปี พ.ศ.2547 มีรายงานผู้ป่วย กลุ่มอายุ5-9ปี อัตราป่วยเท่ากับ 81.75 ต่อประชากรแสนคน รองลงมาเป็นกลุ่มอายุ 0-4ปี อัตราป่วยเท่ากับ 67.87 ต่อแสนประชากร และกลุ่มอายุ 10-14ปี อัตราป่วยเท่ากับ 27.20 ต่อแสนประชากร

ปี พ.ศ.2548 มีรายงานผู้ป่วย กลุ่มอายุ 5-9ปี อัตราป่วยเท่ากับ 30.07 ต่อประชากรแสนคน รองลงมาเป็นกลุ่มอายุ 0-4 ปี อัตราป่วยเท่ากับ 21.38 ต่อประชากรแสนคน และกลุ่มอายุ 10-14 ปีอัตราป่วยเท่ากับ 11.52 ต่อประชากรแสนคน ตามลำดับ

ปี พ.ศ.2549 มีรายงานผู้ป่วย กลุ่มอายุ 5-9ปี อัตราป่วยเท่ากับ 57.70 ต่อประชากรแสนคน รองลงมาเป็นกลุ่มอายุ 0-4 ปี อัตราป่วยเท่ากับ 48.74 ต่อประชากรแสนคน และกลุ่มอายุ 10-14 ปี อัตราป่วยเท่ากับ 22.23 ต่อประชากรแสนคน

ปี พ.ศ.2550 มีรายงานผู้ป่วย กลุ่มอายุ 5-9ปี อัตราป่วยเท่ากับ 69.80 ต่อประชากรแสนคน รองลงมาเป็นกลุ่มอายุ 0-4 ปี อัตราป่วยเท่ากับ 59.12 ต่อประชากรแสนคน และกลุ่มอายุ 10-14 ปี อัตราป่วยเท่ากับ 25.20 ต่อประชากรแสนคน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปี พ.ศ.2551 มีรายงานผู้ป่วย กลุ่มอายุ 5-9ปี อัตราป่วยเท่ากับ 99.08 ต่อประชากรแสนคน รองลงมาเป็นกลุ่มอายุ 0-4 ปี อัตราป่วยเท่ากับ 79.80 ต่อประชากรแสนคน และกลุ่มอายุ 10-14 ปี อัตราป่วยเท่ากับ 35.72 ต่อประชากรแสนคน

ปี พ.ศ.2552 มีรายงานผู้ป่วย กลุ่มอายุ 5-9ปี อัตราป่วยเท่ากับ 152.75 ต่อประชากรแสนคน รองลงมาเป็นกลุ่มอายุ 0-4 ปี อัตราป่วยเท่ากับ 112.56 ต่อประชากรแสนคน และกลุ่มอายุ 10-14 ปี อัตราป่วยเท่ากับ 61.59 ต่อประชากรแสนคน

ปี พ.ศ.2553 มีรายงานผู้ป่วย กลุ่มอายุ 5-9ปี อัตราป่วยเท่ากับ 46.98 ต่อประชากรแสนคน รองลงมาเป็นกลุ่มอายุ 0-4 ปี อัตราป่วยเท่ากับ 34.42 ต่อประชากรแสนคน และกลุ่มอายุ 10-14 ปี อัตราป่วยเท่ากับ 23.91ต่อประชากรแสนคน

ปี พ.ศ.2554 มีรายงานผู้ป่วย กลุ่มอายุ 5-9ปี อัตราป่วยเท่ากับ 29.64 ต่อประชากรแสนคน รองลงมาเป็นกลุ่มอายุ 0-4 ปี อัตราป่วยเท่ากับ 23.41 ต่อประชากรแสนคน และกลุ่มอายุ 10-14 ปี อัตราป่วยเท่ากับ 12.45 ต่อประชากรแสนคน

ปี พ.ศ.2555 มีรายงานผู้ป่วย กลุ่มอายุ 5-9ปี อัตราป่วยเท่ากับ 56.52 ต่อประชากรแสนคน รองลงมาเป็นกลุ่มอายุ 0-4 ปี อัตราป่วยเท่ากับ 48.90 ต่อประชากรแสนคน และกลุ่มอายุ 10-14 ปี อัตราป่วยเท่ากับ 20.14 ต่อประชากรแสนคน

ปี พ.ศ.2556 มีรายงานผู้ป่วย กลุ่มอายุ 5-9ปี อัตราป่วยเท่ากับ 45.74 ต่อประชากรแสนคน รองลงมาเป็นกลุ่มอายุ 0-4 ปี อัตราป่วยเท่ากับ 39.51 ต่อประชากรแสนคน และกลุ่มอายุ 10-14 ปี อัตราป่วยเท่ากับ 16.93 ต่อประชากรแสนคน

สรุป จะเห็นได้ว่าผู้ที่มีอายุระหว่าง 5-9ปี จะมีอัตราการป่วยเป็นโรคคางทูมสูงสุด รองลงมาเป็นกลุ่มอายุ 0-4ปี และกลุ่มอายุ 10-14ปี เนื่องจากโรคคางทูมเป็นโรคไม่ร้ายแรงและระบาดได้รวดเร็วในเด็ก โดยเด็กมีภูมิคุ้มกันน้อยกว่าผู้ใหญ่ จึงส่งผลให้เด็กมีอัตราป่วยเป็นโรคคางทูมมากกว่าผู้ใหญ่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 การสร้างแบบจำลองโรคคางทูมในประเทศไทย

ในปัญหาพิเศษนี้ผู้จัดทำจะนำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับโรคคางทูม ซึ่งจำนวนประชากรมีขนาดไม่คงที่ เนื่องจากเมื่อเป็นแล้วจะมีภูมิคุ้มกันตลอดชีวิต โดยแบ่งประชากรออกเป็น 4 กลุ่ม คือ

1). กลุ่มประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม แทนด้วย S

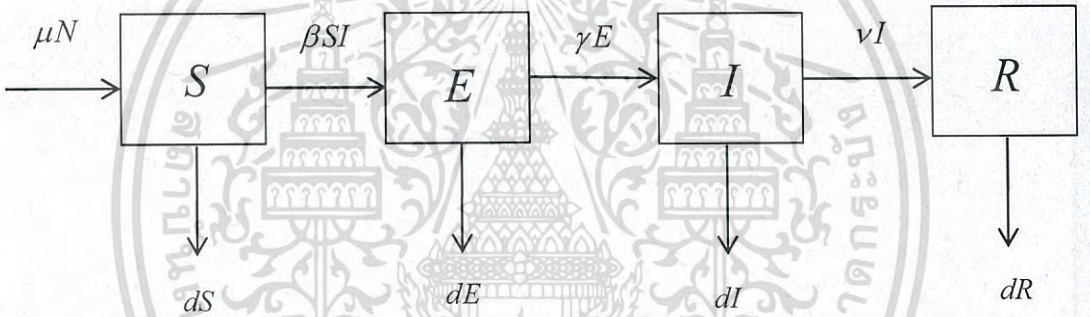
2). กลุ่มประชากรที่ติดเชื้อและไม่สามารถถ่ายทอดได้แทนด้วย E

3). กลุ่มประชากรที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดได้ แทนด้วย I

4). กลุ่มประชากรที่หายป่วย (ได้รับการรักษา) จากการติดเชื้อแทนด้วย R

สำหรับแบบจำลองโรคคางทูมนี้ กำหนดให้กลุ่มประชากรที่เป็นโรคคางทูม เมื่อหายป่วยจากโรคนี้จะมีภูมิคุ้มกันตลอดชีวิต มีแบบจำลองดังนี้

3.2.1 แบบจำลองโรคคางทูม



รูปที่ 3.3 แบบจำลองโรคคางทูมในประเทศไทย

ตารางที่ 3.1 สัญลักษณ์แสดงตัวแปร (variables) ต่างๆของแบบจำลองโรคคางทูมในประเทศไทย

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
S	จำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม	คน
E	จำนวนประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้	คน
I	จำนวนประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้	คน
R	จำนวนประชากรที่หายป่วย (ได้รับการรักษา) จากการติดเชื้อโรคคางทูม	คน
N	จำนวนประชากรทั้งหมด $= S + E + I + R$	คน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

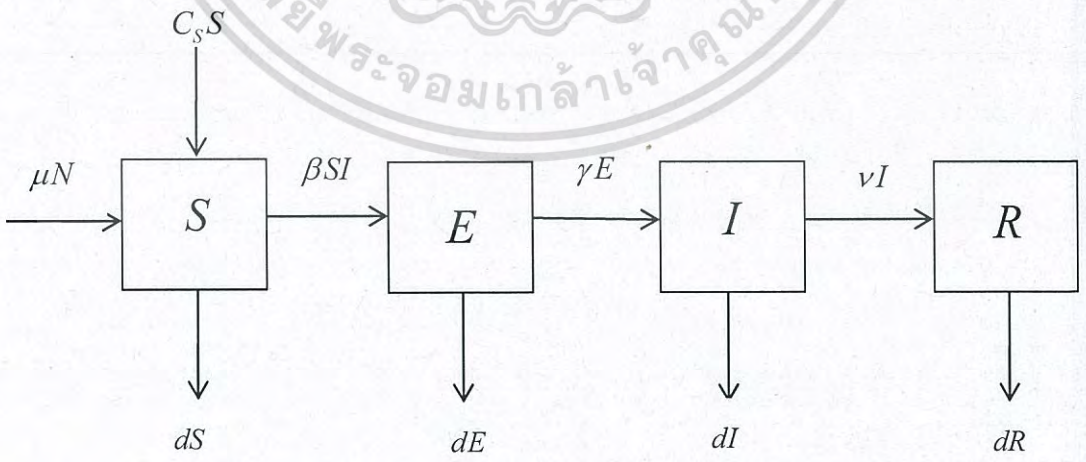
ตารางที่ 3.2 สัญลักษณ์แสดงพารามิเตอร์ (parameters) ต่างๆของแบบจำลองโรคคางทูมในประเทศไทย

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
μ	อัตราการเกิดของประชากร	ต่อวันต่อคน
d	อัตราการเสียชีวิตของประชากร(เสียชีวิตโดยธรรมชาติ)	ต่อวันต่อคน
β	อัตราการติดเชื้อโรคคางทูมต่อ 1 คน	ต่อวันต่อคน
γ	อัตราการฟักตัวของเชื้อ	ต่อวันต่อคน
ν	อัตราการหายป่วยต่อ 1 คน	ต่อวันต่อคน

คำอธิบายแบบจำลองโรคคางทูม

จำนวนประชากรที่เพิ่มเข้ามาให้จัดอยู่ในประชากรกลุ่มเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม ในขณะที่ประชากรกลุ่มเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูมจะลดจำนวนลงจากการเสียชีวิตโดยธรรมชาติ และเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมที่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ทำให้ประชากรที่ติดเชื้อที่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ มีจำนวนเพิ่มขึ้นและจะลดจำนวนลงจากการเสียชีวิตโดยธรรมชาติ เมื่อเชื้อมีระยะการฟักตัวจนกระทั่งเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ทำให้ประชากรที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ มีจำนวนเพิ่มขึ้นและจะลดจำนวนลงจากการเสียชีวิตโดยธรรมชาติ เมื่อกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมได้รับการรักษา ทำให้มีประชากรที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ มีจำนวนลดลงแล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่หายป่วย และส่งผลให้กลุ่มที่หายป่วยมีจำนวนเพิ่มขึ้นแต่จะลดจำนวนลงจากการเสียชีวิตโดยธรรมชาติ

3.2.2 แบบจำลองโรคคางทูมที่ได้รับวัคซีน



รูปที่ 3.4 แบบจำลองโรคคางทูมที่ได้รับวัคซีนในประเทศไทย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3.3 สัญลักษณ์แสดงตัวแปร (variables) ต่างๆของแบบจำลองโรคคางทูมที่ได้รับวัคซีนในประเทศไทย

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
S	จำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม	คน
E	จำนวนประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้	คน
I	จำนวนประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้	คน
R	จำนวนประชากรที่หายป่วย (ได้รับการรักษา) จากการติดเชื้อโรคคางทูม	คน
N	จำนวนประชากรทั้งหมด $= S+E+I+R$	คน

ตารางที่ 3.4 สัญลักษณ์แสดงพารามิเตอร์ (parameters) ต่างๆของแบบจำลองโรคคางทูมที่ได้รับวัคซีนในประเทศไทย

สัญลักษณ์	ความหมาย	หน่วย
μ	อัตราการเกิดของประชากร	ต่อวันต่อคน
D	อัตราการเสียชีวิตของประชากร(เสียชีวิตโดยธรรมชาติ)	ต่อวันต่อคน
β	อัตราการติดเชื้อโรคคางทูมต่อ 1 คน	ต่อวันต่อคน
γ	อัตราการฟักตัวของเชื้อ	ต่อวันต่อคน
ν	อัตราการหายป่วยต่อ 1 คน	ต่อวันต่อคน
C_S	อัตราการได้รับวัคซีน	ต่อวันต่อคน

คำอธิบายแบบจำลองโรคคางทูม

จำนวนประชากรที่เพิ่มเข้ามาให้จัดอยู่ในประชากรกลุ่มเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม โดยได้รับวัคซีนป้องกันโรค ในขณะที่ประชากรกลุ่มเสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูมจะลดจำนวนลงจากการเสียชีวิตโดยธรรมชาติ และเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมที่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ทำให้ประชากรที่ติดเชื้อที่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ มีจำนวนเพิ่มขึ้นและจะลดจำนวนลงจากการเสียชีวิตโดยธรรมชาติ เมื่อเชื้อมีระยะการฟักตัวจนกระทั่งเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ทำให้ประชากรที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ มีจำนวนเพิ่มขึ้นและจะลดจำนวนลงจากการเสียชีวิตโดยธรรมชาติ เมื่อกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมได้รับการรักษา ทำให้มีประชากรที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ มีจำนวนลดลงแล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ที่หายป่วย และส่งผลให้กลุ่มที่หายป่วยมีจำนวนเพิ่มขึ้นแต่จะลดจำนวนลงจากการเสียชีวิตโดยธรรมชาติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 สมการคณิตศาสตร์จากแบบจำลองโรคคางทูม

จากแบบจำลอง สามารถเขียนสมการอัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรแต่ละกลุ่มได้ดังนี้

3.3.1 แบบจำลองโรคคางทูม

$$\frac{ds}{dt} = \mu N - DS - \beta SI \qquad (3.1)$$

$$\frac{dE}{dt} = \beta SI - DE - \gamma E \qquad (3.2)$$

$$\frac{dI}{dt} = \gamma E - DI - \nu I \qquad (3.3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \nu I - DR \qquad (3.4)$$

โดยกำหนดให้ $N = S + E + I + R$

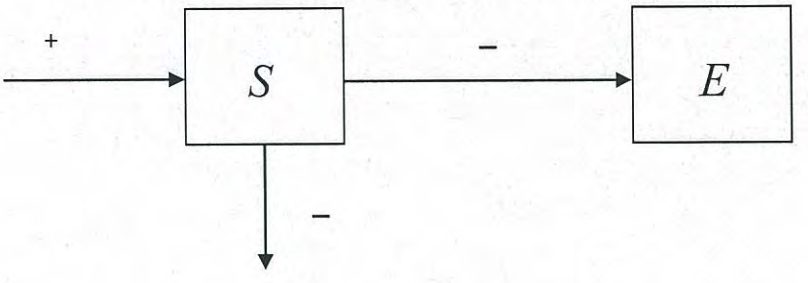
หมายเหตุ เนื่องจากสมการเป็นการบอกถึงการเปลี่ยนแปลงตามเวลา ดังนั้น

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรกลุ่ม = สิ่งที่มีผลต่ออัตราการเพิ่มของประชากร

– สิ่งที่มีผลต่ออัตราการลดของประชากร

อธิบายความหมายแต่ละสมการของแบบจำลองโรคคางทูม ได้ดังนี้

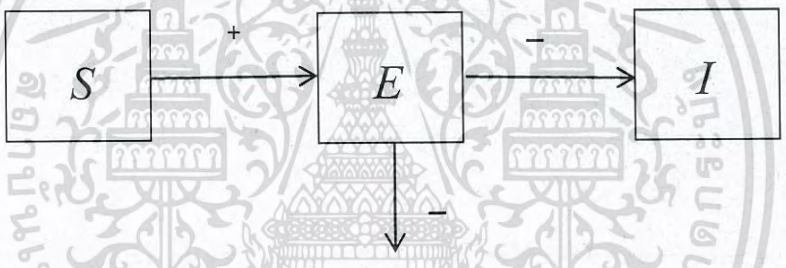
1. สมการ (3.1) $\frac{ds}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม โดยที่ $+\mu N$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของกลุ่มประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม S เพราะจำนวนประชากรที่เพิ่มเข้ามาใหม่ด้วยอัตรา μ และ $-DS$ หมายถึง การลดลงของกลุ่มประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม S เพราะเสียชีวิตโดยธรรมชาติด้วยอัตรา D ในขณะที่ $-\beta SI$ หมายถึง การลดลงของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ เพราะคนหนึ่งคนจะติดเชื้อโรคคางทูมด้วยอัตรา β ซึ่งเครื่องหมาย + แสดงถึง อัตราการเพิ่มขึ้นของกลุ่มประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม S และเครื่องหมาย - แสดงถึง อัตราการลดลงของกลุ่มประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม S ดังแผนภาพ



รูปที่ 3.5 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคางทูมของสมการ (3.1)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

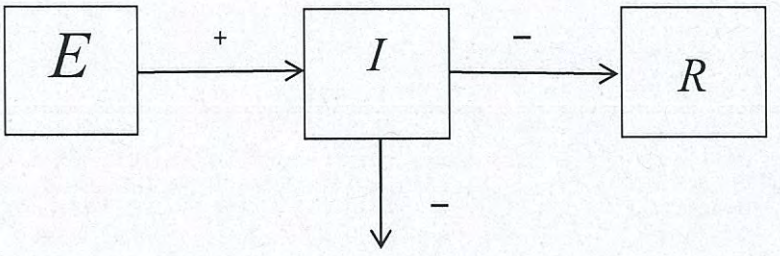
2. สมการ (3.2) $\frac{dE}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมที่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ โดยที่ $+\beta SI$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ E เพราะจำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อเพิ่มเข้ามาเป็นผู้ติดเชื้อที่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ด้วยอัตรา β และ $-DI$ หมายถึงการลดลงของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ E เพราะเสียชีวิตโดยธรรมชาติด้วยอัตรา D ในขณะที่ $-\gamma E$ หมายถึงอัตราการลดลงของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ที่มีอัตราการฟักตัวของเชื้อ γ แล้วเปลี่ยนไปเป็นประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ I ซึ่งเครื่องหมาย + แสดงถึง อัตราการเพิ่มขึ้นของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ E และเครื่องหมาย-แสดงถึง อัตราการลดลงของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ E ดังแผนภาพ



รูปที่ 3.6 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคางทูมของสมการ (3.2)

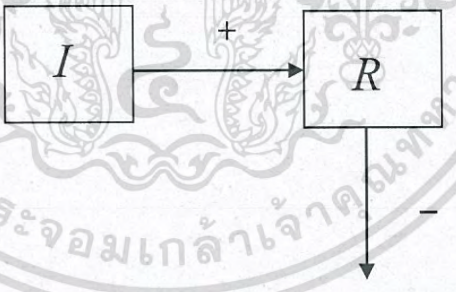
3. สมการ (3.3) $\frac{dI}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูม และสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ โดยที่ $+\gamma E$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ I เพราะจำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อเพิ่มเข้ามาเป็นผู้ติดเชื้อที่มีการฟักตัวของเชื้อด้วยอัตรา γ และ DI หมายถึง การลดลงของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ I เพราะเสียชีวิตโดยธรรมชาติด้วยอัตรา D ในขณะที่ $-\nu I$ หมายถึงอัตราการลดลงของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ที่ได้รับการรักษา ด้วยอัตรา ν แล้วเปลี่ยนไปเป็นประชากรกลุ่มที่หายป่วย R ซึ่งเครื่องหมาย + แสดงถึง อัตราการเพิ่มขึ้นของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ I และเครื่องหมาย - แสดงถึง อัตราการลดลงของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ I ดังแผนภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.7 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคางทูมของสมการ (3.3)

4. สมการ (3.4) $\frac{dR}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมแล้วได้รับการรักษา โดยที่ $+\nu I$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อโรคคางทูม แล้วได้รับการรักษา R เพราะจำนวนประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ I ได้รับการรักษาด้วยอัตรา ν และ $-DR$ หมายถึง การลดลงของกลุ่มประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อโรคคางทูมแล้วได้รับการรักษา R เพราะเสียชีวิตโดยธรรมชาติด้วยอัตรา d ซึ่งเครื่องหมาย + แสดงถึงอัตราการเพิ่มขึ้นของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูม แล้วได้รับการรักษา R และเครื่องหมาย - แสดงถึง อัตราการลดลงของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมแล้วได้รับการรักษา R ดังแผนภาพ



รูปที่ 3.8 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคางทูมของสมการ (3.4)

เขียนสมการ (3.1) – (3.4) ในรูปประโยคสัญลักษณ์ได้ ดังนี้

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S)

= จำนวนประชากรที่เกิดใหม่

- จำนวนของประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูมแล้วเสียชีวิตโดยธรรมชาติ

- จำนวนของประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูมแล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ติดเชื้อโรคคางทูมที่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E)

= จำนวนของประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูมแล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ติดเชื้อโรคคางทูมที่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้

- จำนวนของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมที่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้แล้วเสียชีวิตโดยธรรมชาติ

-จำนวนของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมที่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้แล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ติดเชื้อโรคคางทูมที่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้(I)

= จำนวนของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้แล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ติดเชื้อโรคคางทูมที่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้

- จำนวนของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้แล้วเสียชีวิตโดยธรรมชาติ

- จำนวนของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมแล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ติดเชื้อโรคคางทูมที่ได้รับการรักษา

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมแล้วได้รับการรักษา(R)

= จำนวนของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมที่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้แล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ติดเชื้อโรคคางทูมที่ได้รับการรักษา

- จำนวนของประชากรติดเชื้อโรคคางทูมที่ได้รับการรักษาแล้วเสียชีวิตโดยธรรมชาติ

3.3.2 แบบจำลองโรคคางทูมเมื่อได้รับวัคซีน

$$\frac{ds}{dt} = C_S S + \mu N - DS - \beta SI \qquad (3.5)$$

$$\frac{dE}{dt} = \beta SI - DE - \gamma E \qquad (3.6)$$

$$\frac{dI}{dt} = \gamma E - DI - \nu I \qquad (3.7)$$

$$\frac{dR}{dt} = \nu I - DR \qquad (3.8)$$

โดยกำหนดให้ $N = S + E + I + R$

หมายเหตุ เนื่องจากสมการเป็นการบอกถึงการเปลี่ยนแปลงตามเวลา ดังนั้น

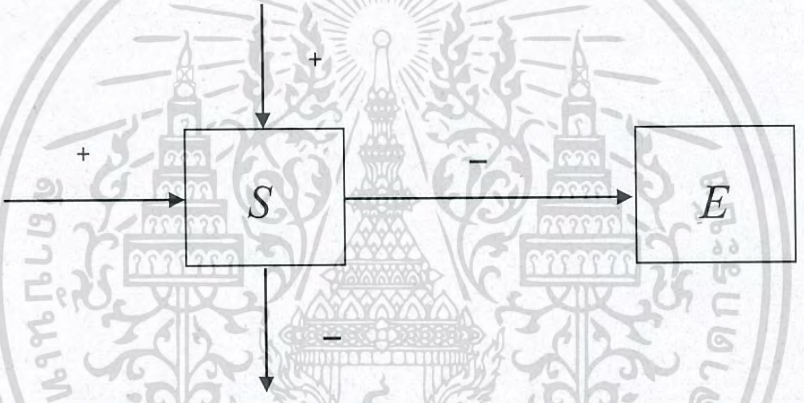
อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรกลุ่ม = สิ่งที่มีผลต่ออัตราการเพิ่มของประชากร

– สิ่งที่มีผลต่ออัตราการลดของประชากร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อธิบายความหมายแต่ละสมการของแบบจำลองโรคคางทูม ได้ดังนี้

1. สมการ (3.5) $\frac{ds}{dt}$ หมายถึง อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม โดยที่ $+\mu N$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของกลุ่มประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม S เพราะจำนวนประชากรที่เพิ่มเข้ามาใหม่ด้วยอัตรา μ โดยที่ $+C_S S$ หมายถึง การได้รับวัคซีน และ $-DS$ หมายถึง การลดลงของกลุ่มประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม S เพราะเสียชีวิตโดยธรรมชาติด้วยอัตรา D ในขณะที่ $-\beta SI$ หมายถึง การลดลงของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ เพราะคนหนึ่งคนจะติดเชื้อโรคคางทูมด้วยอัตรา β ซึ่งเครื่องหมาย + แสดงถึง อัตราการเพิ่มขึ้นของกลุ่มประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม S และเครื่องหมาย - แสดงถึง อัตราการลดลงของกลุ่มประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม S ดังแผนภาพ

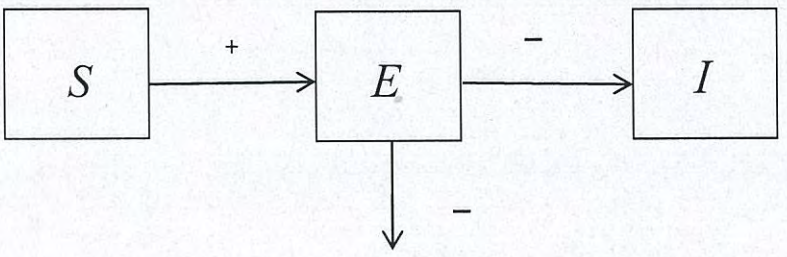


รูปที่ 3.9 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคางทูมของสมการ (3.5)

2. สมการ (3.6) $\frac{dE}{dt}$ หมายถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมที่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ โดยที่ $+\beta SI$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ E เพราะจำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อเพิ่มเข้ามาเป็นผู้ติดเชื้อที่ยังไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ด้วยอัตรา β และ $-DI$ หมายถึง การลดลงของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ E เพราะเสียชีวิตโดยธรรมชาติด้วยอัตรา D ในขณะที่ $-\gamma E$ หมายถึงอัตราการลดลงของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ที่มีอัตราการฟักตัวของเชื้อ γ แล้วเปลี่ยนไปเป็นประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ I ซึ่งเครื่องหมาย + แสดงถึง อัตราการเพิ่มขึ้นของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถ

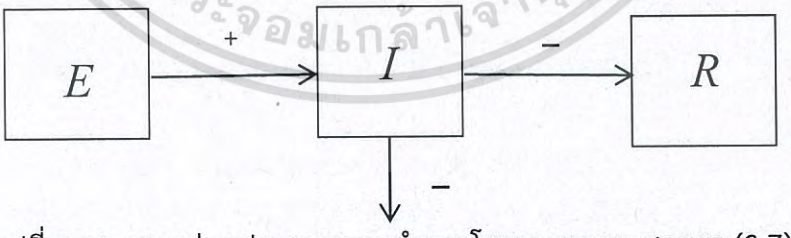
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ่ายทอดเชื้อได้ E และเครื่องหมาย–แสดงถึงอัตราการลดลงของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ E ดังแผนภาพ



รูปที่ 3.10 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคางทูมของสมการ (3.6)

3. สมการ (3.7) $\frac{dI}{dt}$ หมายถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูม และสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ โดยที่ $+\gamma E$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ I เพราะจำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อเพิ่มเข้ามาเป็นผู้ติดเชื้อที่มีการฟักตัวของเชื้อด้วยอัตรา γ และ DI หมายถึง การลดลงของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ I เพราะเสียชีวิตโดยธรรมชาติด้วยอัตรา D ในขณะที่ $-\nu I$ หมายถึงอัตราการลดลงของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ที่ได้รับการรักษา ด้วยอัตรา ν แล้วเปลี่ยนไปเป็นประชากรกลุ่มที่หายป่วย R ซึ่งเครื่องหมาย + แสดงถึง อัตราการเพิ่มขึ้นของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ I และเครื่องหมาย - แสดงถึง อัตราการลดลงของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ I ดังแผนภาพ

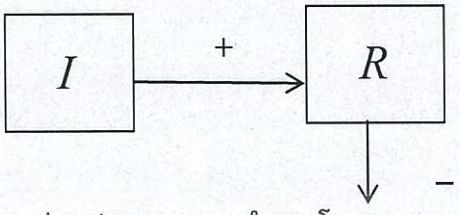


รูปที่ 3.11 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคางทูมของสมการ (3.7)

4. สมการ (3.8) $\frac{dR}{dt}$ หมายถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมแล้วได้รับการรักษา โดยที่ $+\nu I$ หมายถึง การเพิ่มขึ้นของประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อโรคคางทูม แล้วได้รับการรักษา R เพราะจำนวนประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ I ได้รับการรักษาด้วยอัตรา ν และ $-DR$ หมายถึง การลดลงของกลุ่มประชากรกลุ่มที่ติดเชื้อโรคคางทูมแล้วได้รับการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รักษา R เพราะเสียชีวิตโดยธรรมชาติด้วยอัตรา D ซึ่งเครื่องหมาย + แสดงถึงอัตราการเพิ่มขึ้นของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมแล้วได้รับการรักษา R และเครื่องหมาย - แสดงถึง อัตราการลดลงของกลุ่มประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมแล้วได้รับการรักษา R ดังแผนภาพ



รูปที่ 3.12 แสดงส่วนประกอบแบบจำลองโรคคางทูมของสมการ (3.8)

เขียนสมการ (3.1) - (3.4) ในรูปประโยคสัญลักษณ์ได้ดังนี้

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S)

= จำนวนประชากรที่เกิดใหม่

- จำนวนของประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูมแล้วเสียชีวิตโดยธรรมชาติ

- จำนวนของประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูมแล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ติดเชื้อโรคคางทูมที่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E)

=จำนวนของประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูมแล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ติดเชื้อโรคคางทูมที่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้

- จำนวนของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมที่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้แล้วเสียชีวิตโดยธรรมชาติ

-จำนวนของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมที่ไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้แล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ติดเชื้อโรคคางทูมที่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้(I)

= จำนวนของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้แล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ติดเชื้อโรคคางทูมที่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้

- จำนวนของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้แล้วเสียชีวิตโดยธรรมชาติ

- จำนวนของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมแล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ติดเชื้อโรคคางทูมที่ได้รับการรักษา

อัตราการเปลี่ยนแปลงของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมแล้วได้รับการรักษา (R)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

= จำนวนของประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมที่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้แล้วเปลี่ยนไปเป็นผู้ติดเชื้อโรคคางทูมที่ได้รับการรักษา

- จำนวนของประชากรติดเชื้อโรคคางทูมที่ได้รับการรักษาแล้วเสียชีวิตโดยธรรมชาติ

3.4 จุดสมดุล

3.4.1 จากเงื่อนไขระบบสมการของแบบจำลองโรคคางทูม

กำหนดให้ $\frac{dS}{dt},\frac{dE}{dt},\frac{dI}{dt},\frac{dR}{dt}=0$

หาจุดสมดุลของระบบสมการ

ให้ (S^*,E^*,I^*,R^*) เป็นจุดสมดุลของระบบสมการ (3.1)- (3.4)

$$\mu N - DS^* - \beta S^* I^* = 0 \quad (3.9)$$

$$\beta S^* I^* - DE^* - \gamma E^* = 0 \quad (3.10)$$

$$\gamma E^* - DI^* - \nu I^* = 0 \quad (3.11)$$

$$\nu I^* - DR^* = 0 \quad (3.12)$$

จะแสดงการแก้ระบบสมการเพื่อหาค่า S^*,E^*,I^*,R^*

จากสมการ (3.12) จะได้ $R^* = \frac{-\nu I^*}{-D} = \frac{\nu I^*}{D}$

จากสมการ (3.11) จะได้ $\gamma E^* - (D+\nu)I^* = 0$

$$I^* = \frac{-\gamma E^*}{-(D+\nu)} = \frac{\gamma E^*}{(D+\nu)}$$

แทนค่า $I^* = \frac{\gamma E^*}{(D+\nu)}$ ในสมการ (3.10)

จะได้ $\beta S^* \left(\frac{\gamma E^*}{(D+\nu)}\right) - DE^* - \gamma E^* = 0$

$$E^* \left(\frac{\beta\gamma S^*}{(D+\nu)} - D - \gamma\right) = 0$$

จะได้ $E^* = 0$ หรือ $\left(\frac{\beta\gamma S^*}{(D+\nu)} - D - \gamma\right) = 0$

$$S^* = \frac{(D+\gamma)(D+\nu)}{\beta\gamma}$$

<u>กรณีที่ 1</u> $E^* = 0$

แทนค่า $E^* = 0$ ใน $I^* = \frac{\gamma E^*}{(D+\nu)}$ จะได้ $I^* = \frac{\gamma(0)}{(D+\nu)} = 0$

แทนค่า $I^* = 0$ ใน $R^* = \frac{\nu I^*}{D}$ จะได้ $R^* = \frac{\nu(0)}{D} = 0$

แทนค่า $I^* = 0$ ในสมการ (3.9) จะได้ $\mu N - DS^* = 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$S^* = \frac{-\mu N}{-D} = \frac{\mu N}{D}$$

<u>กรณีที่ 2</u> $S^* = \dfrac{(D+\gamma)(D+\nu)}{\beta\gamma}$

แทนค่า

$S^* = \dfrac{(D+\gamma)(D+\nu)}{\beta\gamma}$ ในสมการ (3.9) จะได้

$$\mu N - \left(\frac{(D+\gamma)(D+\nu)}{\beta\gamma}\right)\left(D+\beta I^*\right) = 0$$

$$\left(D+\beta I^*\right) = -\mu N\left(\frac{-\beta\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)$$

$$I^* = \frac{\left(\dfrac{\beta\mu N\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right) - D}{\beta}$$

$$I^* = \left(-\frac{D^3 - \beta\mu N\gamma + D\gamma\nu + D^2(\gamma+\nu)}{\beta(D+\gamma)(D+\nu)}\right)$$

แทนค่า $I^* = \left(-\dfrac{D^3 - \beta\mu N\gamma + D\gamma\nu + D^2(\gamma+\nu)}{\beta(D+\gamma)(D+\nu)}\right)$ ใน $R^* = \dfrac{\nu I^*}{D}$ จะได้

$$R^* = -\nu\left(\frac{D^3 - \beta\mu N\gamma + D\gamma\nu + D^2(\gamma+\nu)}{D\beta(D+\gamma)(D+\nu)}\right)$$

แทนค่า $I^* = -\dfrac{D^3 - \beta\mu N\gamma + D\gamma\nu + D^2(\gamma+\nu)}{\beta(D+\gamma)(D+\nu)}$ ในสมการ (3.11) จะได้

$$\gamma E^* - \left(-\frac{D^3 - \beta\mu N\gamma + D\gamma\nu + D^2(\gamma+\nu)}{\beta(D+\gamma)(D+\nu)}\right)(D+\nu) = 0$$

$$E^* = \left(-\frac{D^3 - \beta\mu N\gamma + D\gamma\nu + D^2(\gamma+\nu)}{\beta\gamma(D+\gamma)(D+\nu)}\right)(D+\nu)$$

$$E^* = -\frac{D^3 - \beta\mu N\gamma + D\gamma\nu + D^2\left(\gamma+\nu\right)}{\beta\gamma\left(D+\gamma\right)}$$

ดังนั้น จะได้จุดสมดุล (Equilibrium point) ของระบบสมการ ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> $E^* = 0$ จะได้ $(\mathrm{S}^*, E^*, \mathrm{I}^*, \mathrm{R}^*) = (\dfrac{\mu N}{D}, 0, 0, 0)$

<u>กรณีที่ 2</u> $S^* = \dfrac{(D+\gamma)(D+\nu)}{\beta\gamma}$ จะได้

$$S^* = \frac{(D+\gamma)(D+\nu)}{\beta\gamma},\ E^* = -\frac{D^3 - \beta\mu N\gamma + D\gamma\nu + D^2\left(\gamma+\nu\right)}{\beta\gamma\left(D+\gamma\right)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$I^* = \left(-\frac{D^3 - \beta\mu N\gamma + D\gamma\nu + D^2(\gamma+\nu)}{\beta(D+\gamma)(D+\nu)} \right), R^* = -\nu \left(\frac{D^3 - \beta\mu N\gamma + D\gamma\nu + D^2(\gamma+\nu)}{D\beta(D+\gamma)(D+\nu)} \right)$$

3.4.2 จากเงื่อนไขระบบสมการของแบบจำลองโรคคางทูมเมื่อได้รับวัคซีน

กำหนดให้ $\frac{dS}{dt}, \frac{dE}{dt}, \frac{dI}{dt}, \frac{dR}{dt} = 0$

หาจุดสมดุลของระบบสมการ

ให้ (S^*, E^*, I^*, R^*) เป็นจุดสมดุลของระบบสมการ (3.5) - (3.8)

$$C_S S^* + \mu N - DS^* - \beta S^* I^* = 0 \quad (3.13)$$

$$\beta S^* I^* - DE^* - \gamma E^* = 0 \quad (3.14)$$

$$\gamma E^* - DI^* - \nu I^* = 0 \quad (3.15)$$

$$\nu I^* - DR^* = 0 \quad (3.16)$$

จะแสดงการแก้ระบบสมการเพื่อหาค่า S^*, E^*, I^*, R^*

จากสมการ (3.16) จะได้ $R^* = \frac{-\nu I^*}{-D} = \frac{\nu I^*}{D}$

จากสมการ (3.15) จะได้ $\gamma E^* - (D+\nu) I^* = 0$

$$I^* = \frac{-\gamma E^*}{-(D+\nu)} = \frac{\gamma E^*}{(D+\nu)}$$

แทนค่า $I^* = \frac{\gamma E^*}{(D+\nu)}$ ในสมการ (3.14)

จะได้ $\beta S^* \left(\frac{\gamma E^*}{(D+\nu)} \right) - DE^* - \gamma E^* = 0$

$$E^* \left(\frac{\beta\gamma S^*}{(D+\nu)} - D - \gamma \right) = 0$$

จะได้ $E^* = 0$ หรือ $\frac{\beta\gamma S^*}{(D+\nu)} - D - \gamma = 0$

$$S^* = \frac{(D+\gamma)(D+\nu)}{\beta\gamma}$$

<u>กรณีที่ 1</u> $E^* = 0$

แทนค่า $E^* = 0$ ใน $I^* = \frac{\gamma E^*}{(D+\nu)}$ จะได้ $I^* = \frac{\gamma(0)}{(D+\nu)} = 0$

แทนค่า $I^* = 0$ ใน $R^* = \frac{\nu I^*}{D}$ จะได้ $R^* = \frac{\nu(0)}{D} = 0$

แทนค่า $I^* = 0$ ในสมการ (3.13) จะได้ $C_S S^* + \mu N - DS^* = 0$

$$S^* = \frac{-\mu N}{C_S - D} = \frac{\mu N}{D - C_S}$$

<u>กรณีที่ 2</u> $S^* = \frac{(D+\gamma)(D+\nu)}{\beta\gamma}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แทนค่า

$S^* = \frac{(D+\gamma)(D+\nu)}{\beta\gamma}$ ในสมการ (3.13) จะได้

$$C_S\left(\frac{(D+\gamma)(D+\nu)}{\beta\gamma}\right)+\mu N-\left(\frac{(D+\gamma)(D+\nu)}{\beta\gamma}\right)\left(D+\beta I^*\right)=0$$

$$\left(D+\beta I^*\right)=-\left(-\mu N-C_S\left(\frac{(D+\gamma)(D+\nu)}{\beta\gamma}\right)\right)\left(\frac{\beta\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)$$

$$\left(D+\beta I^*\right)=\left(\mu N+C_S\left(\frac{(D+\gamma)(D+\nu)}{\beta\gamma}\right)\right)\left(\frac{\beta\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)$$

$$\left(D+\beta I^*\right)=C_S+\mu N\left(\frac{\beta\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)$$

$$I^*=\left(-\frac{D^3-\beta\mu N\gamma+D\gamma\nu-C_S(D+\gamma)(D+\nu)+D^2\left(\gamma+\nu\right)}{\beta(D+\gamma)(D+\nu)}\right)$$

แทนค่า $I^*=\left(-\frac{D^3-\beta\mu N\gamma+D\gamma\nu-C_S(D+\gamma)(D+\nu)+D^2\left(\gamma+\nu\right)}{\beta(D+\gamma)(D+\nu)}\right)$ ใน

$R^* = \frac{\nu I^*}{D}$ จะได้

$$R^*=-\nu\left(\frac{D^3-\beta\mu N\gamma+D\gamma\nu-C_S(D+\gamma)(D+\nu)+D^2\left(\gamma+\nu\right)}{\beta D(D+\gamma)(D+\nu)}\right)$$

แทนค่า $I^*=\left(-\frac{D^3-\beta\mu N\gamma+D\gamma\nu-C_S(D+\gamma)(D+\nu)+D^2\left(\gamma+\nu\right)}{\beta(D+\gamma)(D+\nu)}\right)$ในสมการ (3.15) จะได้

$$\gamma E^*-\left(-\frac{D^3-\beta\mu N\gamma+D\gamma\nu-C_S(D+\gamma)(D+\nu)+D^2\left(\gamma+\nu\right)}{\beta(D+\gamma)(D+\nu)}\right)(D+\nu)=0$$

$$E^*=\left(-\frac{D^3-\beta\mu N\gamma+D\gamma\nu-C_S(D+\gamma)(D+\nu)+D^2\left(\gamma+\nu\right)}{\beta\gamma(D+\gamma)}\right)$$

ดังนั้น จะได้จุดสมดุล (Equilibrium point) ของระบบสมการ ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> $E^*=0$ จะได้ $(\mathrm{S}^*,E^*,\mathrm{I}^*,\mathrm{R}^*)=(\frac{\mu N}{D-C_S},0,0,0)$

<u>กรณีที่ 2</u> $S^*=\frac{(D+\gamma)(D+\nu)}{\beta\gamma}$ จะได้

$$S^*=\frac{(D+\gamma)(D+\nu)}{\beta\gamma},$$

$$E^*=\left(-\frac{D^3-\beta\mu N\gamma+D\gamma\nu-C_S(D+\gamma)(D+\nu)+D^2\left(\gamma+\nu\right)}{\beta\gamma(D+\gamma)}\right)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$I^* = \left(-\frac{D^3 - \beta\mu N\gamma + D\gamma\nu - C_S(D+\gamma)(D+\nu) + D^2(\gamma+\nu)}{\beta(D+\gamma)(D+\nu)} \right)$$

$$R^* = -\nu\left(\frac{D^3 - \beta\mu N\gamma + D\gamma\nu - C_S(D+\gamma)(D+\nu) + D^2(\gamma+\nu)}{\beta D(D+\gamma)(D+\nu)} \right)$$

3.5 ความเสถียรภาพของจุดสมดุล

3.5.1 แบบจำลองโรคคางทูม

$$\frac{d}{dt}S(t) = \mu N - DS - \beta SI = f_s$$

$$\frac{d}{dt}\mathrm{E}(t) = \beta SI - DE - \gamma E = f_E$$

$$\frac{d}{dt}\mathrm{I}(t) = \gamma E - DI - \nu I = f_I$$

$$\frac{d}{dt}\mathrm{R}(t) = \nu I - DR = f_R$$

นำระบบสมการดังกล่าวทั้งหมด มาเขียนในรูปจาโคเบียนเมตริกซ์ โดย กำหนดให้จาโคเบียนเมตริกซ์ ขนาด 4×4 คือ

$$J_f = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} \end{bmatrix}$$

ที่จุดสมดุล $(\mathrm{S}^*, E^*, \mathrm{I}^*, \mathrm{R}^*)$ โดยที่

แถวที่ 1 จะได้

$$J_{11} = \frac{\partial}{\partial S}f_S = -D - \beta I$$

$$J_{12} = \frac{\partial}{\partial E}f_s = 0$$

$$J_{13} = \frac{\partial}{\partial I}f_s = -\beta S$$

$$J_{14} = \frac{\partial}{\partial R}f_s = 0$$

แถวที่ 2 จะได้

$$J_{21} = \frac{\partial}{\partial S}f_E = \beta I$$

$$J_{22} = \frac{\partial}{\partial E}f_E = -D - \gamma$$

$$J_{23} = \frac{\partial}{\partial I}f_E = \beta S$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$J_{24} = \frac{\partial}{\partial R} f_E = 0$$

แถวที่ 3 จะได้

$$J_{31} = \frac{\partial}{\partial S} f_I = 0$$

$$J_{32} = \frac{\partial}{\partial E} f_I = \gamma$$

$$J_{33} = \frac{\partial}{\partial I} f_I = -D - \nu$$

$$J_{34} = \frac{\partial}{\partial R} f_I = 0$$

แถวที่ 4จะได้

$$J_{41} = \frac{\partial}{\partial S} f_R = 0$$

$$J_{42} = \frac{\partial}{\partial E} f_R = 0$$

$$J_{43} = \frac{\partial}{\partial I} f_R = \nu$$

$$J_{43} = \frac{\partial}{\partial R} f_R = -D$$

ซึ่งสามารถเขียนได้ ดังนี้

$$J_f = \begin{bmatrix} -(D+\beta I) & 0 & -\beta S & 0 \\ \beta I & -D-\gamma & \beta S & 0 \\ 0 & \gamma & -D-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \nu & -D \end{bmatrix}$$

พิจารณาหาค่าลักษณะเฉพาะได้จากสมการลักษณะเฉพาะ

$$\det(\lambda I_4 - J_f) = 0$$

เมื่อ I_4 คือ เมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด 4×4 หรือ $I_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

จะได้

$$\lambda I_4 - J_f = \begin{bmatrix} \lambda - (-(D+\beta I)) & 0 & \beta S & 0 \\ -\beta I & \lambda - (-D-\gamma) & -\beta S & 0 \\ 0 & -\gamma & \lambda - (-D-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & -\nu & \lambda - (-D) \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \begin{bmatrix} \lambda + D + \beta I & 0 & \beta S & 0 \\ -\beta I & \lambda + D + \gamma & -\beta S & 0 \\ 0 & -\gamma & \lambda + D + \nu & 0 \\ 0 & 0 & -\nu & \lambda + D \end{bmatrix}$$

ใช้วิธีกระจายโคเฟกเตอร์

$$\det\left(\lambda I_4 - J_f\right) = (\lambda + D)(C_{44})$$

$$= (\lambda + D)(-1)^{4+4} M_{44}$$

$$= (\lambda + D) M_{44}$$

$$= (\lambda + D) \begin{vmatrix} \lambda + D + \beta I & 0 & \beta S \\ -\beta I & \lambda + D + \gamma & -\beta S \\ 0 & -\gamma & \lambda + D + \nu \end{vmatrix}$$

$$= (\lambda + D) \begin{bmatrix} (\lambda + D + \beta I)(\lambda + D + \gamma)(\lambda + D + \nu) + (\beta S)(-\beta I)(-\gamma) \\ -(-\gamma)(-\beta S)(\lambda + D + \beta I) \end{bmatrix}$$

$$= 0$$

แก้สมการหาค่าลักษณะเฉพาะแต่ละตัว ได้ดังนี้

จะได้ $\lambda + D = 0$ นั่นคือ $\lambda_1 = -D$

พิจารณา

$$\begin{bmatrix} (\lambda + D + \beta I)(\lambda + D + \gamma)(\lambda + D + \nu) + (\beta S)(-\beta I)(-\gamma) \\ -(-\gamma)(-\beta S)(\lambda + D + \beta I) \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} \lambda^3 + 3D\lambda^2 + \beta I\lambda^2 + \gamma\lambda^2 + \nu\lambda^2 + 2\beta DI\lambda + \beta I\gamma\lambda \\ +2D\gamma\lambda + 2D\nu\lambda + 3D^2\lambda + \beta I\nu\lambda + \gamma\nu\lambda - \beta\gamma S\lambda \\ +D^3 + \beta D^2 I + D^2\gamma + D^2\nu + \beta ID\gamma + \beta ID\nu + D\gamma\nu \\ -\beta\gamma SD + \beta I\nu\gamma \end{bmatrix} = 0$$

แทนค่า จุดสมดุล

<u>กรณีที่ 1</u> $(\mathrm{S}^*, E^*, \mathrm{I}^*, \mathrm{R}^*) = (\frac{\mu N}{D}, 0, 0, 0)$

จะได้ $\begin{bmatrix} \lambda^3 + 3D\lambda^2 + 3D^2\lambda + \gamma\lambda^2 + 2D\gamma\lambda + D^3 + D^2\gamma + \nu\lambda^2 \\ +2D\lambda\nu + D^2\nu + \gamma\nu\lambda + D\gamma\nu - \dfrac{\beta\gamma\lambda\mu N}{D} - \beta\gamma\mu N \end{bmatrix} = 0$

ดังนั้น $\lambda_2 = -D$

$$\lambda_3 = \frac{-2D - \gamma - \nu - \sqrt{\gamma^2 + \dfrac{4\beta\mu N\gamma}{D} - 2\gamma\nu + \nu^2}}{2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เป็นลบ เมื่อ $\gamma^2+\frac{4\beta\mu N\gamma}{D}-2\gamma\nu+\nu^2>0$

$$\lambda_4=\frac{-2D-\nu-\gamma+\sqrt{\gamma^2+\frac{4\beta\mu N\gamma}{D}-2\gamma\nu+\nu^2}}{2}$$

เป็นลบ เมื่อ $\gamma^2+\frac{4\beta\mu N\gamma}{D}-2\gamma\nu+\nu^2>0$ และ

$$\frac{2D+\nu+\gamma}{2}>\frac{1}{2}\sqrt{\gamma^2+\frac{4\beta\mu N\gamma}{D}-2\gamma\nu+\nu^2}$$

จากค่าลักษณะเฉพาะทั้งหมด คือ $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$ และ λ_4 มีค่าเป็นลบ

แสดงว่าจุดสมดุลมีความเสถียร

กรณีที่ 2

$$(S^*,E^*,I^*,R^*)=\left(\frac{(D+\gamma)(D+\nu)}{\beta\gamma},\frac{\left(\left(\frac{\mu N\beta\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)-D\right)}{\beta\gamma}(D+\nu),\frac{\left(\left(\frac{\mu N\beta\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)-D\right)}{\beta},\frac{\nu\left(\left(\frac{\mu N\beta\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)-D\right)}{\beta D}\right)$$

จะได้

$$\left[\begin{array}{l}\lambda^3+3D\lambda^2+\left(\left(\frac{\mu N\beta\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)-D\right)\lambda^2+3D^2\lambda+2D\lambda\left(\left(\frac{\mu N\beta\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)-D\right)+\gamma\lambda^2\\+2D\gamma\lambda+\gamma\lambda\left(\left(\frac{\mu N\beta\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)-D\right)+D^3+D^2\left(\left(\frac{\mu N\beta\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)-D\right)+D^2\gamma+\\D\gamma\left(\left(\frac{\mu N\beta\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)-D\right)+\nu\lambda^2+2D\lambda\nu+\left(\left(\frac{\mu N\beta\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)-D\right)\nu\lambda+D^2\nu+\\D\nu\left(\left(\frac{\mu N\beta\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)-D\right)+\gamma\nu\lambda+D\gamma\nu+\nu\gamma\left(\left(\frac{\mu N\beta\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)-D\right)-\lambda(D+\gamma)(D+\nu)-\\D(D+\gamma)(D+\nu)\end{array}\right]=0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น

$$\lambda_2 = \frac{\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)-\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)}{3(D+\gamma)(D+\nu)}\right)}{\left(\frac{1}{2}\left(-\beta\mu N\gamma+D\gamma\nu+D^2(\gamma+\nu)+D^3\left(1-\frac{\gamma^2}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)\right)-\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)+2\left(\left(\frac{1}{2}D(D+\gamma)\left(D-N^2\beta^2\gamma^2\mu^2\right)+\frac{1}{2}(D+\gamma)\left(D-N^2\beta^2\gamma^2\mu^2\right)\nu-\frac{D^3\gamma^2}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right)+\left(-\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)\right)+\left(\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)\right)^2-\sqrt{\left(\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)-\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)}{3(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)^3}+\sqrt[3]{\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}\right)+\left(\frac{1}{2}\left(-\beta\mu N\gamma+D\gamma\nu+D^2(\gamma+\nu)+D^3\left(1-\frac{\gamma^2}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)\right)-\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)+\left(\left(\frac{1}{2}\left(-\beta\mu N\gamma+D\gamma\nu+D^2(\gamma+\nu)+D^3\left(1-\frac{\gamma^2}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)\right)+\left(-\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)\right)+\left(\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)\right)^2-\sqrt{\left(\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)-\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)}{3(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)^3}+\sqrt[3]{\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}-\left(\frac{1}{3}\left(2D+\gamma+\nu+\frac{\beta\mu N\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\lambda_3 = \frac{-\left(\left(\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)+\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)}{3(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)\right)}{\left(\left(\frac{1}{2}\left(-\beta\mu N\gamma+D\gamma\nu+D^2(\gamma+\nu)+D^3\left(1-\frac{\gamma^2}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)\right)-\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)+2\left(\left(\frac{1}{2}D(D+\gamma)\left(D-\beta^2\mu^2N^2\gamma^2\right)+\frac{1}{2}(D+\gamma)\left(D-\beta^2\mu^2N^2\gamma^2\right)\nu-\frac{D^3\gamma^2}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right)+\left(-\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)+\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)^2-\sqrt{\left(\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)-\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)}{3(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)^3}+\sqrt[3]{\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}\right)$$

$$-\left(\left(\left(\frac{1}{2}\left(-\beta\mu N\gamma+D\gamma\nu+D^2(\gamma+\nu)+D^3\left(1-\frac{\gamma^2}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)\right)-\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)+\left(\left(\frac{1}{2}D(D+\gamma)\left(D-\beta^2\mu^2N^2\gamma^2\right)+\frac{1}{2}(D+\gamma)\left(D-\beta^2\mu^2N^2\gamma^2\right)\nu-\frac{D^3\gamma^2}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right)+\left(-\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)+\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)^2-\sqrt{\left(\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)-\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)}{3(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)^3}+\sqrt[3]{\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}\right)-\left(\frac{1}{3}\left(2D+\gamma+\nu+\frac{\beta\mu N\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$
\frac{-\sqrt{3}\left(\left(\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)+\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)}{3(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)\right)}{\left(\frac{1}{2}\left(-\beta\mu N\gamma+D\gamma\nu+D^2(\gamma+\nu)+D^3\left(1-\frac{\gamma^2}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)\right)}
$$

$$
-\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)
$$

$$
+\left(\left(\frac{1}{2}D(D+\gamma)\left(D-\beta^2\mu^2N^2\gamma^2\right)+\frac{1}{2}(D+\gamma)\left(D-\beta^2\mu^2N^2\gamma^2\right)\nu-\frac{D^3\gamma^2}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)^2
$$

$$
+\left(-\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)\right)
$$

$$
+\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)
$$

$$
-\sqrt{\left(\left(\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)-\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)}{3(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)^3\right)}
$$

$$
+\sqrt[3]{\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}
$$

$$
-\left(\left(\left(\frac{1}{2}\left(-\beta\mu N\gamma+D\gamma\nu+D^2(\gamma+\nu)+D^3\left(1-\frac{\gamma^2}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)\right)\right)\right.
$$

$$
-\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)
$$

$$
+\left(\left(\frac{1}{2}D(D+\gamma)\left(D-\beta^2\mu^2N^2\gamma^2\right)+\frac{1}{2}(D+\gamma)\left(D-\beta^2\mu^2N^2\gamma^2\right)\nu-\frac{D^3\gamma^2}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)^2
$$

$$
+\left(-\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)\right)
$$

$$
+\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)
$$

$$
-\sqrt{\left(\left(\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)-\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)}{3(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)^3\right)}
$$

$$
+\sqrt[3]{\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}
$$

$$
\left.\left.-\left(\frac{1}{3}\left(2D+\gamma+\nu+\frac{\beta\mu N\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)\right)\right)
$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\lambda_4 = \frac{-\left(\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu))\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)+\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)}{3(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)}{\left(\left(\frac{1}{2}\left(-\beta\mu N\gamma+D\gamma\nu+D^2(\gamma+\nu)+D^3\left(1-\frac{\gamma^2}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)\right)-\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu))\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)+\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu))\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}+\left(\frac{1}{2}D(D+\gamma)(D-\beta^2\mu^2N^2\gamma^2)+\frac{1}{2}(D+\gamma)(D-\beta^2\mu^2N^2\gamma^2)\nu-\frac{D^3\gamma^2}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)^2\right)2-\sqrt{\left(\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu))\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)-\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)}{3(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)^3}+\sqrt[3]{\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu))\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}\right)$$

$$-\left(\left(\left(\frac{1}{2}\left(-\beta\mu N\gamma+D\gamma\nu+D^2(\gamma+\nu)+D^3\left(1-\frac{\gamma^2}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)\right)-\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu))\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)+\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu))\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}+\left(\frac{1}{2}D(D+\gamma)(D-\beta^2\mu^2N^2\gamma^2)+\frac{1}{2}(D+\gamma)(D-\beta^2\mu^2N^2\gamma^2)\nu-\frac{D^3\gamma^2}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)^2\right)-\sqrt{\left(\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu))\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)-\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)}{3(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)^3}+\sqrt[3]{\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu))\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}\right)-\left(\frac{1}{3}\left(2D+\gamma+\nu+\frac{\beta\mu N\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$
\begin{aligned}
&\sqrt{3}\left(\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)+\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)}{3(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)\\
&+\left(\left(\frac{1}{2}\left(-\beta\mu N\gamma+D\gamma\nu+D^2(\gamma+\nu)+D^3\left(1-\frac{\gamma^2}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)\right)\right.\\
&-\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)\\
&+\left(\left(\frac{1}{2}D(D+\gamma)\left(D-\beta^2\mu^2N^2\gamma^2\right)+\frac{1}{2}(D+\gamma)\left(D-\beta^2\mu^2N^2\gamma^2\right)\nu-\frac{D^3\gamma^2}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right.^2\\
&+\left(-\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)\right.\\
&\left.+\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)\\
&-\sqrt{\left(\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)-\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)}{3(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)^3}\\
&\left.+\sqrt[3]{\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}\right)\\
&-\left(\left(\frac{1}{2}\left(-\beta\mu N\gamma+D\gamma\nu+D^2(\gamma+\nu)+D^3\left(1-\frac{\gamma^2}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)\right)\right.\\
&-\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)\\
&-\left(\left(\frac{1}{2}D(D+\gamma)\left(D-\beta^2\mu^2N^2\gamma^2\right)+\frac{1}{2}(D+\gamma)\left(D-\beta^2\mu^2N^2\gamma^2\right)\nu-\frac{D^3\gamma^2}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right.^2\\
&+\left(-\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)\right.\\
&\left.+\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)\\
&-\sqrt{\left(\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)-\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)}{3(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)^3}\\
&\left.+\sqrt[3]{\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}\right)\\
&-\left(\frac{1}{3}\left(2D+\gamma+\nu+\frac{\beta\mu N\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)
\end{aligned}
$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้ากำหนดให้

$$A=\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}$$

$$B=\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)}{3(D+\gamma)(D+\nu)}$$

$$C=\left(\begin{array}{l}\left(\frac{1}{2}\left(-\beta\mu N\gamma+D\gamma\nu+D^2(\gamma+\nu)+D^3\left(1-\frac{\gamma^2}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)\right)\\ -\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)\\ +\left(\begin{array}{l}\left(\frac{1}{2}D(D+\gamma)\left(D-\beta^2\mu^2N^2\gamma^2\right)+\frac{1}{2}(D+\gamma)\left(D-\beta^2\mu^2N^2\gamma^2\right)\nu-\frac{D^3\gamma^2}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\\ +\left(-\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)\right)\\ +\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\end{array}\right)^2\\ -\sqrt{\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)-\left(\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)}{3(D+\gamma)(D+\nu)}\right)}^3\\ +\sqrt[3]{\frac{\beta\mu N\gamma(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}\end{array}\right)$$

$$D=\frac{1}{3}\left(2D+\gamma+\nu+\frac{\beta\mu N\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)$$

จะได้ว่า

$$\lambda_2=\frac{A-B}{2C}+C-D$$

$\lambda_2<0$ เมื่อ $A-B<2C(D-C)$ (3.17)

$$\lambda_3=\frac{-(A+B)}{2C}-C-D-\frac{\sqrt{3}(A+B)}{2C}-C-D$$

$\lambda_3<0$ เมื่อ $-(A+B)-\sqrt{3}(A+B)<4C(D+C)$ (3.18)

$$\lambda_4=\frac{-(A+B)}{2C}-C-D+\frac{\sqrt{3}(A+B)}{2C}-C-D$$

$\lambda_4<0$ เมื่อ $-(A+B)+\sqrt{3}(A+B)<4C(D+C)$ (3.19)

ค่าลักษณะเฉพาะที่ได้ คือ $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$ และ λ_4 จะมีค่าเป็นลบเมื่อสอดคล้องกับเงื่อนไข (3.17)-(3.19) จะได้ว่าจุดสมดุลมีความเสถียรภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.5.2 แบบจำลองโรคคางทูมเมื่อได้รับวัคซีน

$$\frac{d}{dt}S(t) = C_S S + \mu N - DS - \beta SI = f_s$$

$$\frac{d}{dt}\mathrm{E}(t) = \beta SI - DE - \gamma E = f_E$$

$$\frac{d}{dt}\mathrm{I}(t) = \gamma E - DI - \nu I = f_I$$

$$\frac{d}{dt}R(t) = \nu I - DR = f_R$$

นำระบบสมการดังกล่าวทั้งหมด มาเขียนในรูปจาโคเบียนเมตริกซ์ โดย กำหนดให้จาโคเบียนเมตริกซ์ ขนาด 4×4 คือ

$$J_f = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} \end{bmatrix}$$

ที่จุดสมดุล $(\mathrm{S}^*, E^*, \mathrm{I}^*, \mathrm{R}^*)$ โดยที่

แถวที่ 1 จะได้

$$J_{11} = \frac{\partial}{\partial S} f_S = C_S - D - \beta I$$

$$J_{12} = \frac{\partial}{\partial E} f_s = 0$$

$$J_{13} = \frac{\partial}{\partial I} f_s = -\beta S$$

$$J_{14} = \frac{\partial}{\partial R} f_s = 0$$

แถวที่ 2 จะได้

$$J_{21} = \frac{\partial}{\partial S} f_E = \beta I$$

$$J_{22} = \frac{\partial}{\partial E} f_E = -D - \gamma$$

$$J_{23} = \frac{\partial}{\partial I} f_E = \beta S$$

$$J_{24} = \frac{\partial}{\partial R} f_E = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แถวที่ 3 จะได้

$$J_{31} = \frac{\partial}{\partial S} f_I = 0$$

$$J_{32} = \frac{\partial}{\partial E} f_I = \gamma$$

$$J_{33} = \frac{\partial}{\partial I} f_I = -D - \nu$$

$$J_{34} = \frac{\partial}{\partial R} f_I = 0$$

แถวที่ 4 จะได้

$$J_{41} = \frac{\partial}{\partial S} f_R = 0$$

$$J_{42} = \frac{\partial}{\partial E} f_R = 0$$

$$J_{43} = \frac{\partial}{\partial I} f_R = \nu$$

$$J_{44} = \frac{\partial}{\partial R} f_R = -D$$

ซึ่งสามารถเขียนได้ ดังนี้

$$J_f = \begin{bmatrix} -(D+\beta I-\mathrm{C}_S) & 0 & -\beta S & 0 \\ \beta I & -D-\gamma & \beta S & 0 \\ 0 & \gamma & -D-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \nu & -D \end{bmatrix}$$

พิจารณาหาค่าลักษณะเฉพาะได้จากสมการลักษณะเฉพาะ

$$\det(\lambda I_4 - J_f) = 0$$

เมื่อ I_4 คือ เมทริกซ์เอกลักษณ์ขนาด 4×4 หรือ $I_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

จะได้

$$\lambda I_4 - J_f = \begin{bmatrix} \lambda-(-(D+\beta I-\mathrm{C}_S)) & 0 & \beta S & 0 \\ -\beta I & \lambda-(-D-\gamma) & -\beta S & 0 \\ 0 & -\gamma & \lambda-(-D-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & -\nu & \lambda-(-D) \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$= \begin{bmatrix} \lambda + D + \beta I - C_S & 0 & \beta S & 0 \\ -\beta I & \lambda + D + \gamma & -\beta S & 0 \\ 0 & -\gamma & \lambda + D + \nu & 0 \\ 0 & 0 & -\nu & \lambda + D \end{bmatrix}$$

ใช้วิธีกระจายโคเฟกเตอร์

$$\det(\lambda I_4 - J_f) = (\lambda + D)(C_{44})$$
$$= (\lambda + D)(-1)^{4+4} M_{44}$$
$$= (\lambda + D) M_{44}$$
$$= (\lambda + D) \begin{vmatrix} \lambda + D + \beta I - C_S & 0 & \beta S \\ -\beta I & \lambda + D + \gamma & -\beta S \\ 0 & -\gamma & \lambda + D + \nu \end{vmatrix}$$
$$= (\lambda + D) \begin{bmatrix} (\lambda + D + \beta I - C_S)(\lambda + D + \gamma)(\lambda + D + \nu) + (\beta S)(-\beta I)(-\gamma) - \\ (-\gamma)(-\beta S)(\lambda + D + \beta I - C_S) \end{bmatrix}$$
$$= 0$$

จะได้ $\lambda + D = 0$ นั่นคือ $\lambda_1 = -D$

พิจารณา

$$\begin{bmatrix} (\lambda + D + \beta I - C_S)(\lambda + D + \gamma)(\lambda + D + \nu) + (\beta S)(-\beta I)(-\gamma) - \\ (-\gamma)(-\beta S)(\lambda + D + \beta I - C_S) \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} \lambda^3 + 3D\lambda^2 + \beta I\lambda^2 + \gamma\lambda^2 + \nu\lambda^2 - C_S\lambda^2 + 3D^2\lambda \\ +2\beta DI\lambda + 2D\gamma\lambda + \beta I\gamma\lambda + 2D\nu\lambda - 2C_S D\lambda - C_S\nu\lambda - C_S\gamma\lambda \\ +\beta I\nu\lambda - \beta\gamma S\lambda + \gamma\nu\lambda + D^3 + \beta ID^2 + D^2\gamma + D^2\nu - C_S D^2 \\ +\beta ID\gamma + \beta ID\nu - \beta\gamma SD + D\gamma\nu - C_S\gamma D - C_S\nu D - C_S\gamma\nu \\ +C_S\beta S\gamma + \beta I\nu\gamma \end{bmatrix} = 0$$

แทนค่า จุดสมดุล

<u>กรณีที่ 1</u> $(S^*, E^*, I^*, R^*) = \left(\frac{\mu N}{D - C_S}, 0, 0, 0\right)$

จะได้

$$\begin{bmatrix} \lambda^3 + 3D\lambda^2 + \gamma\lambda^2 + \nu\lambda^2 - C_S\lambda^2 + 3D^2\lambda - 2C_S D\lambda + 2D\gamma\lambda \\ +2D\nu\lambda - C_S\nu\lambda - C_S D\nu - C_S\gamma\lambda - \beta\gamma\lambda\left(\frac{\mu N}{D - C_S}\right) + \gamma\nu\lambda - D^2 C_S \\ -\gamma\nu C_S - D\gamma C_S + D^2\nu + D\gamma\nu + C_S\beta\gamma\left(\frac{\mu N}{D - C_S}\right) + D^3 + D^2\gamma \\ -\beta\gamma D\left(\frac{\mu N}{D - C_S}\right) \end{bmatrix} = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น

$$\lambda_2 = C_S - D \text{ เป็นลบเมื่อ } D > C_S$$

$$\lambda_3 = \frac{-2D^2 - D\gamma - D\nu + (2D+\gamma+\nu)C_S - \sqrt{(D-C_S)(4\beta\mu N\gamma + D(\gamma-\nu)^2 - (\gamma-\nu)^2 C_S)}}{2(D-C_S)}$$

เป็นลบเมื่อ $\frac{2D^2 + D\gamma + D\nu}{2(D-C_S)} > \frac{(2D+\gamma+\nu)C_S}{2(D-C_S)}$ และ $(D-C_S)(4\beta\mu N\gamma + D(\gamma-\nu)^2 - (\gamma-\nu)^2 C_S) > 0$

$$\lambda_4 = \frac{-2D^2 - D\gamma - D\nu + (2D+\gamma+\nu)C_S + \sqrt{(D-C_S)(4\beta\mu N\gamma + D(\gamma-\nu)^2 - (\gamma-\nu)^2 C_S)}}{2(D-C_S)}$$

เป็นลบเมื่อ $\frac{2D^2 + D\gamma + D\nu}{2(D-C_S)} > \frac{(2D+\gamma+\nu)C_S}{2(D-C_S)}$ และ

$$\frac{(2D^2 + D\gamma + D\nu + (2D+\gamma+\nu)C_S)}{2(D-C_S)} > \frac{\sqrt{(D-C_S)(4\beta\mu N\gamma + D(\gamma-\nu)^2 - (\gamma-\nu)^2 C_S)}}{2(D-C_S)}$$

จากค่าลักษณะเฉพาะทั้งหมด คือ $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ และ λ_4 มีค่าเป็นลบ แสดงว่าจุดสมดุลมีความเสถียร

กรณีที่ 2

$$(S^*, E^*, I^*, R^*) = \left(\frac{(D+\gamma)(D+\nu)}{\beta\gamma}, \frac{(D+\nu)\left(-D + \frac{\beta\mu N\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)}{\beta\gamma}, \frac{\left(-D + \frac{\beta\mu N\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)}{\beta}, \frac{\nu\left(-D + \frac{\beta\mu N\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right)}{D\beta} \right)$$

จะได้

$$\begin{pmatrix} D^3 + 2D\nu\lambda + \gamma\nu + \gamma(\lambda^2 - \nu) + \lambda^2(\lambda+\nu) + D^2(-1+\gamma+3\lambda+\nu) + D(3\lambda^2 - \nu + \gamma(-1+2\lambda+\nu)) \\ + D^2\left[-D + \frac{\beta\mu N\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right] + 2D\lambda\left[-D + \frac{\beta\mu N\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right] + D\nu\left[-D + \frac{\beta\mu N\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right] \\ -(\gamma\nu + (D+\lambda)(D+\gamma+\lambda+\nu))C_S + (D\lambda+\nu)\gamma\left[-D + \frac{\beta\mu N\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right] - D\lambda[D+\gamma] - \nu\lambda[D+\gamma] \\ + \gamma\lambda\left[-D + \frac{\beta\mu N\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right] + \nu\lambda\left[-D + \frac{\beta\mu N\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right] + \lambda^2\left[-D + \frac{\beta\mu N\gamma}{(D+\gamma)(D+\nu)}\right] + (D+\nu)C_S[D+\gamma] \end{pmatrix} = 0$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น

$$\lambda_2 = \frac{D^5 - N\beta\gamma^2\mu\nu + 2D^4(\gamma+\nu) + D^3\nu(4\gamma+\nu) - D\gamma\left(-\gamma\nu^2 + N\beta\mu(\gamma+\nu)\right) + D^2\gamma\left(-N\beta\mu + 2\nu(\gamma+\nu)\right)}{2(D+\gamma)(D+\nu)}$$

$$- \frac{\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(N\beta\mu + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}$$

$$+ \left(\left(\frac{\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(N\beta\mu + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3} \right) + \left(- \frac{D^5 - N\beta\gamma^2\mu\nu + 2D^4(\gamma+\nu) + D^3\nu(4\gamma+\nu) - D\gamma\left(-\gamma\nu^2 + N\beta\mu(\gamma+\nu)\right) + D^2\gamma\left(-N\beta\mu + 2\nu(\gamma+\nu)\right)}{2(D+\gamma)(D+\nu)} \right) + \left(\frac{(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(N\beta\mu + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)}{162(D+\gamma)^5(D+\nu)^5} + \frac{\left(-N\beta\gamma\mu + (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)}{162(D+\gamma)^5(D+\nu)^5} \right) \right)^2$$

$$- \sqrt{\left(\frac{\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(\beta\mu N + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2} \right)^3 + \frac{(2D+\gamma+\nu)^2\left(\beta\mu N\gamma - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}$$

$$- \sqrt[3]{\frac{(2D+\gamma+\nu)\left(-\beta\mu N\gamma + (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}$$

$$- \frac{2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(N\beta\mu + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S}{3(D+\gamma)(D+\nu)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\cdot \frac{(2D+\gamma+\nu)\begin{pmatrix}2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)\\+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\end{pmatrix}^2(-N\beta\gamma\mu+(D+\gamma)(D+\nu)C_S)}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}$$

$$+\Bigg(\frac{D^5-N\beta\gamma^2\mu\nu+2D^4(\gamma+\nu)+D^3\nu(4\gamma+\nu)-D\gamma(-\gamma\nu^2+N\beta\mu(\gamma+\nu))+D^2\gamma(-N\beta\mu+2\nu(\gamma+\nu))}{2(D+\gamma)(D+\nu)}$$

$$-\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}$$

$$+\Bigg(\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)$$

$$+\left(-\left(\frac{D^5-N\beta\gamma^2\mu\nu+2D^4(\gamma+\nu)+D^3\nu(4\gamma+\nu)-D\gamma(-\gamma\nu^2+N\beta\mu(\gamma+\nu))+D^2\gamma(-N\beta\mu+2\nu(\gamma+\nu))}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)$$

$$+\left(\frac{(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)}{\left(-N\beta\gamma\mu+(D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)}{162(D+\gamma)^5(D+\nu)^5}\right)\Bigg)^2$$

$$-\sqrt{\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right.}^3$$

$$\left.+\frac{(2D+\gamma+\nu)^2(\beta\mu N\gamma-(D+\gamma)(D+\nu)C_S)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)$$

$$-\sqrt[3]{\frac{(2D+\gamma+\nu)(-\beta\mu N\gamma+(D+\gamma)(D+\nu)C_S)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\lambda_3 = -\left(\frac{D^5 - N\beta\gamma^2\mu\nu + 2D^4(\gamma+\nu) + D^3\nu(4\gamma+\nu) - D\gamma\left(-\gamma\nu^2 + N\beta\mu(\gamma+\nu)\right) + D^2\gamma\left(-N\beta\mu + 2\nu(\gamma+\nu)\right)}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right)$$

$$-\frac{\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(N\beta\mu + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}$$

$$+\left(\begin{array}{l}\left(\frac{\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(N\beta\mu + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right) \\ -\left(\frac{D^5 - N\beta\gamma^2\mu\nu + 2D^4(\gamma+\nu) + D^3\nu(4\gamma+\nu) - D\gamma\left(-\gamma\nu^2 + N\beta\mu(\gamma+\nu)\right) + D^2\gamma\left(-N\beta\mu + 2\nu(\gamma+\nu)\right)}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right) \\ +\left(\frac{(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(N\beta\mu + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)}{162(D+\gamma)^5(D+\nu)^5}\right.\left.\begin{array}{l}\left(-N\beta\gamma\mu + (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right) \\ \end{array}\right)\end{array}\right)^2$$

$$-\sqrt{\left(\begin{array}{l}\frac{\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(\beta\mu N + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2} \\ +\frac{(2D+\gamma+\nu)^2\left(\beta\mu N\gamma - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\end{array}\right)^3}$$

$$-\sqrt[3]{\frac{(2D+\gamma+\nu)\left(-\beta\mu N\gamma + (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}$$

$$-\frac{2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(N\beta\mu + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S}{3(D+\gamma)(D+\nu)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$
\frac{-\frac{(2D+\gamma+\nu)\begin{pmatrix}2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)\\+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\end{pmatrix}^2(-N\beta\gamma\mu+(D+\gamma)(D+\nu)C_S)}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}}{\left(\begin{array}{l}\frac{D^5-N\beta\gamma^2\mu\nu+2D^4(\gamma+\nu)+D^3\nu(4\gamma+\nu)-D\gamma(-\gamma\nu^2+N\beta\mu(\gamma+\nu))+D^2\gamma(-N\beta\mu+2\nu(\gamma+\nu))}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\\-\frac{(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\\2+\left(\begin{array}{l}\left(\frac{(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)\\+\left(-\frac{D^5-N\beta\gamma^2\mu\nu+2D^4(\gamma+\nu)+D^3\nu(4\gamma+\nu)-D\gamma(-\gamma\nu^2+N\beta\mu(\gamma+\nu))+D^2\gamma(-N\beta\mu+2\nu(\gamma+\nu))}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\\+\left(\frac{(2D+\gamma+\nu)(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S)}{162(D+\gamma)^5(D+\nu)^5}\right.\\\left.\frac{(-N\beta\gamma\mu+(D+\gamma)(D+\nu)C_S)}{}\right)\end{array}\right)^2\\-\sqrt{\left(\begin{array}{l}\frac{(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\\+\frac{(2D+\gamma+\nu)^2(\beta\mu N\gamma-(D+\gamma)(D+\nu)C_S)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\end{array}\right)^3}\\-\sqrt[3]{\frac{(2D+\gamma+\nu)(-\beta\mu N\gamma+(D+\gamma)(D+\nu)C_S)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}\end{array}\right)}
$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$
\left(
\begin{array}{l}
\dfrac{D^5 - N\beta\gamma^2\mu\nu + 2D^4(\gamma+\nu) + D^3\nu(4\gamma+\nu) - D\gamma\left(-\gamma\nu^2 + N\beta\mu(\gamma+\nu)\right) + D^2\gamma\left(-N\beta\mu + 2\nu(\gamma+\nu)\right)}{2(D+\gamma)(D+\nu)} \\
-\dfrac{\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(N\beta\mu + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3} \\
-\sqrt{3}\left(
\begin{array}{l}
\left(\dfrac{\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(N\beta\mu + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right) \\
+\left(-\dfrac{D^5 - N\beta\gamma^2\mu\nu + 2D^4(\gamma+\nu) + D^3\nu(4\gamma+\nu) - D\gamma\left(-\gamma\nu^2 + N\beta\mu(\gamma+\nu)\right) + D^2\gamma\left(-N\beta\mu + 2\nu(\gamma+\nu)\right)}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right) \\
+\left(\dfrac{(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(N\beta\mu + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)}{162(D+\gamma)^5(D+\nu)^5}\right)
\end{array}
\right)^2 \\
-\sqrt{\left(\dfrac{\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(\beta\mu N + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)^3} \\
+\dfrac{(2D+\gamma+\nu)^2\left(\beta\mu N\gamma - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2} \\
-\sqrt[3]{\dfrac{(2D+\gamma+\nu)\left(-\beta\mu N\gamma + (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}
\end{array}
\right)
$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$
-\frac{(2D+\gamma+\nu)\begin{pmatrix}2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)\\+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\end{pmatrix}^2(-N\beta\gamma\mu+(D+\gamma)(D+\nu)C_S)}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}
$$

$$
i\left(\begin{array}{l}
\dfrac{D^5-N\beta\gamma^2\mu\nu+2D^4(\gamma+\nu)+D^3\nu(4\gamma+\nu)-D\gamma(-\gamma\nu^2+N\beta\mu(\gamma+\nu))+D^2\gamma(-N\beta\mu+2\nu(\gamma+\nu))}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\\
-\dfrac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\\
2+\left(\begin{array}{l}
\left(\dfrac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)\\
+\left(-\left(\dfrac{D^5-N\beta\gamma^2\mu\nu+2D^4(\gamma+\nu)+D^3\nu(4\gamma+\nu)-D\gamma(-\gamma\nu^2+N\beta\mu(\gamma+\nu))+D^2\gamma(-N\beta\mu+2\nu(\gamma+\nu))}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)\\
+\left(\dfrac{(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)}{(-N\beta\gamma\mu+(D+\gamma)(D+\nu)C_S)}{162(D+\gamma)^5(D+\nu)^5}\right)
\end{array}\right)^2\\
-\sqrt{\left(\dfrac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)^3}\\
+\dfrac{(2D+\gamma+\nu)^2(\beta\mu N\gamma-(D+\gamma)(D+\nu)C_S)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\\
-\sqrt[3]{\dfrac{(2D+\gamma+\nu)(-\beta\mu N\gamma+(D+\gamma)(D+\nu)C_S)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}
\end{array}\right)
$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\lambda_4 = -\left(\frac{D^5 - N\beta\gamma^2\mu\nu + 2D^4(\gamma+\nu) + D^3\nu(4\gamma+\nu) - D\gamma\left(-\gamma\nu^2 + N\beta\mu(\gamma+\nu)\right) + D^2\gamma\left(-N\beta\mu + 2\nu(\gamma+\nu)\right)}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right)$$

$$-\frac{\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(N\beta\mu + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}$$

$$+\left(\begin{array}{l}\left(\frac{\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(N\beta\mu + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right) \\ + \left(-\left(\frac{D^5 - N\beta\gamma^2\mu\nu + 2D^4(\gamma+\nu) + D^3\nu(4\gamma+\nu) - D\gamma\left(-\gamma\nu^2 + N\beta\mu(\gamma+\nu)\right) + D^2\gamma\left(-N\beta\mu + 2\nu(\gamma+\nu)\right)}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right) \\ + \left(\frac{(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(N\beta\mu + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)}{162(D+\gamma)^5(D+\nu)^5}\right. \\ \left.\left(-N\beta\gamma\mu + (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)\right)\end{array}\right)^2$$

$$-\sqrt{\left(\begin{array}{l}\frac{\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(\beta\mu N + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2} \\ + \frac{(2D+\gamma+\nu)^2\left(\beta\mu N\gamma - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\end{array}\right)^3}$$

$$-\sqrt[3]{\frac{(2D+\gamma+\nu)\left(-\beta\mu N\gamma + (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}$$

$$-\frac{2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(N\beta\mu + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S}{3(D+\gamma)(D+\nu)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$
\frac{(2D+\gamma+\nu)\begin{pmatrix}2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)\\+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\end{pmatrix}^2(-N\beta\gamma\mu+(D+\gamma)(D+\nu)C_S)}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}
$$

$$
\left(\begin{array}{l}
\frac{D^5-N\beta\gamma^2\mu\nu+2D^4(\gamma+\nu)+D^3\nu(4\gamma+\nu)-D\gamma(-\gamma\nu^2+N\beta\mu(\gamma+\nu))+D^2\gamma(-N\beta\mu+2\nu(\gamma+\nu))}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\\
-\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\\
2\left(+\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)\right.\\
+\left(-\left(\frac{D^5-N\beta\gamma^2\mu\nu+2D^4(\gamma+\nu)+D^3\nu(4\gamma+\nu)-D\gamma(-\gamma\nu^2+N\beta\mu(\gamma+\nu))+D^2\gamma(-N\beta\mu+2\nu(\gamma+\nu))}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)\\
\left.+\left(\frac{(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)}{162(D+\gamma)^5(D+\nu)^5}\right)\right)^2\\
-\sqrt{\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right.}^3\\
\left.+\frac{(2D+\gamma+\nu)^2(\beta\mu N\gamma-(D+\gamma)(D+\nu)C_S)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)\\
-\sqrt[3]{\frac{(2D+\gamma+\nu)(-\beta\mu N\gamma+(D+\gamma)(D+\nu)C_S)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}
\end{array}\right)
$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$
\left(
\begin{array}{l}
\dfrac{D^5 - N\beta\gamma^2\mu\nu + 2D^4(\gamma+\nu) + D^3\nu(4\gamma+\nu) - D\gamma\left(-\gamma\nu^2 + N\beta\mu(\gamma+\nu)\right) + D^2\gamma\left(-N\beta\mu + 2\nu(\gamma+\nu)\right)}{2(D+\gamma)(D+\nu)} \\
-\dfrac{\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(N\beta\mu + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3} \\
+\sqrt{3}\left(
\begin{array}{l}
\left(\dfrac{\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(N\beta\mu + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right) \\
+\left(-\dfrac{D^5 - N\beta\gamma^2\mu\nu + 2D^4(\gamma+\nu) + D^3\nu(4\gamma+\nu) - D\gamma\left(-\gamma\nu^2 + N\beta\mu(\gamma+\nu)\right) + D^2\gamma\left(-N\beta\mu + 2\nu(\gamma+\nu)\right)}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right) \\
+\left(\dfrac{(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(N\beta\mu + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)}{162(D+\gamma)^5(D+\nu)^5}\right. \\
\left.\dfrac{(-N\beta\gamma\mu + (D+\gamma)(D+\nu)C_S)}{}\right)^2 \\
-\sqrt{\left(\dfrac{\left(2D^3 + 3D^2(\gamma+\nu) + D\left(\gamma^2 + 4\gamma\nu + \nu^2\right) + \gamma\left(\beta\mu N + \nu(\gamma+\nu)\right) - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right.} \\
\left.+\dfrac{(2D+\gamma+\nu)^2\left(\beta\mu N\gamma - (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\right)^3} \\
-\sqrt[3]{\dfrac{(2D+\gamma+\nu)\left(-\beta\mu N\gamma + (D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}
\end{array}
\right)
$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$-\frac{(2D+\gamma+\nu)\begin{pmatrix}2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)\\+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\end{pmatrix}^2(-N\beta\gamma\mu+(D+\gamma)(D+\nu)C_S)}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}$$

$$i\left(\begin{array}{l}\frac{D^5-N\beta\gamma^2\mu\nu+2D^4(\gamma+\nu)+D^3\nu(4\gamma+\nu)-D\gamma(-\gamma\nu^2+N\beta\mu(\gamma+\nu))+D^2\gamma(-N\beta\mu+2\nu(\gamma+\nu))}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\\-\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\\2+\left(\begin{array}{l}\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)\\+\left(-\left(\frac{D^5-N\beta\gamma^2\mu\nu+2D^4(\gamma+\nu)+D^3\nu(4\gamma+\nu)-D\gamma(-\gamma\nu^2+N\beta\mu(\gamma+\nu))+D^2\gamma(-N\beta\mu+2\nu(\gamma+\nu))}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\right)\right)\\+\left(\frac{(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)}{\frac{(-N\beta\gamma\mu+(D+\gamma)(D+\nu)C_S)}{162(D+\gamma)^5(D+\nu)^5}}\right)\end{array}\right)^2\\-\sqrt{\left(\begin{array}{l}\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2)+\gamma(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu))-(D+\gamma)(D+\nu)C_S\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\\+\frac{(2D+\gamma+\nu)^2(\beta\mu N\gamma-(D+\gamma)(D+\nu)C_S)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\end{array}\right)^3}\\-\sqrt[3]{\frac{(2D+\gamma+\nu)(-\beta\mu N\gamma+(D+\gamma)(D+\nu)C_S)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}\end{array}\right)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้ากำหนดให้

$$A=\frac{D^5-N\beta\gamma^2\mu\nu+2D^4(\gamma+\nu)+D^3\nu(4\gamma+\nu)-D\gamma\left(-\gamma\nu^2+N\beta\mu(\gamma+\nu)\right)+D^2\gamma\left(-N\beta\mu+2\nu(\gamma+\nu)\right)}{2(D+\gamma)(D+\nu)}$$

$$B=\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu)\right)-(D+\gamma)(D+\nu)C_s\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}$$

$$C=\left(\begin{array}{l}\left(\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu)\right)-(D+\gamma)(D+\nu)C_s\right)^3}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}\right)\\ -\left(\begin{array}{l}\frac{D^5-N\beta\gamma^2\mu\nu+2D^4(\gamma+\nu)+D^3\nu(4\gamma+\nu)}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\\ \frac{-D\gamma\left(-\gamma\nu^2+N\beta\mu(\gamma+\nu)\right)+D^2\gamma\left(-N\beta\mu+2\nu(\gamma+\nu)\right)}{2(D+\gamma)(D+\nu)}\end{array}\right)\\ +\left(\frac{(2D+\gamma+\nu)\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu)\right)-(D+\gamma)(D+\nu)C_s\right)}{162(D+\gamma)^5(D+\nu)^5}\right.\\ \left.\frac{\left(-N\beta\gamma\mu+(D+\gamma)(D+\nu)C_s\right)}{}\right)\end{array}\right)^2$$

$$-\sqrt{\left(\begin{array}{l}\frac{\left(2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(\beta\mu N+\nu(\gamma+\nu)\right)-(D+\gamma)(D+\nu)C_s\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\\ +\frac{(2D+\gamma+\nu)^2\left(\beta\mu N\gamma-(D+\gamma)(D+\nu)C_s\right)^2}{9(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}\end{array}\right)^3}$$

$$-\sqrt[3]{\frac{(2D+\gamma+\nu)\left(-\beta\mu N\gamma+(D+\gamma)(D+\nu)C_s\right)}{6(D+\gamma)^2(D+\nu)^2}}$$

$$D=\frac{2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)+\gamma\left(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu)\right)-(D+\gamma)(D+\nu)C_s}{3(D+\gamma)(D+\nu)}$$

$$E=\frac{(2D+\gamma+\nu)\left(\begin{array}{l}2D^3+3D^2(\gamma+\nu)+D\left(\gamma^2+4\gamma\nu+\nu^2\right)\\ +\gamma\left(N\beta\mu+\nu(\gamma+\nu)\right)-(D+\gamma)(D+\nu)C_s\end{array}\right)^2\left(-N\beta\gamma\mu+(D+\gamma)(D+\nu)C_s\right)}{27(D+\gamma)^3(D+\nu)^3}$$

จะได้ว่า

$$\lambda_2=A-B+C-D+\frac{E}{A-B+C}$$

$$\lambda_2<0 \text{ เมื่อ } D>A-B+C+\frac{E}{A-B+C} \qquad (3.20)$$

$$\lambda_3=A-B+C-D-\frac{E}{A-B+C}-\sqrt{3}\left(A-B+C\right)-\frac{E}{A-B+C}i$$

$$\lambda_3<0 \text{ เมื่อ } D>A-B+C-\frac{E}{A-B+C}-\sqrt{3}(A-B+C) \qquad (3.21)$$

$$\lambda_4=A-B+C-D-\frac{E}{A-B+C}+\sqrt{3}\left(A-B+C\right)-\frac{E}{A-B+C}i$$

$$\lambda_2<0 \text{ เมื่อ } D>A-B+C-\frac{E}{A-B+C}+\sqrt{3}(A-B+C) \qquad (3.22)$$

ค่าลักษณะเฉพาะที่ได้ คือ $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$ และ λ_4 จะมีค่าเป็นลบเมื่อสอดคล้องกับเงื่อนไข (3.20)-(3.22) จะได้ว่าจุดสมดุลมีความเสถียรภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4
ผลการวิจัย และอภิปรายผล

4.1 ผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลข

หัวข้อนี้เป็นการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงตัวเลข โดยการนำค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการสำรวจเก็บข้อมูลเชิงสถิติในชีวิตจริงเกี่ยวกับโรคคางทูม ซึ่งมีค่าต่างๆ ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 4.1 ค่าตัวแปร (variables) ต่างๆ ของแบบจำลองโรคคางทูมในประเทศไทย

สัญลักษณ์	ความหมาย	ค่าตัวแปร	หน่วย
S	จำนวนประชากรที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม	200	คน
E	จำนวนประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้	20	คน
I	จำนวนประชากรที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้	60	คน
R	จำนวนประชากรที่หายป่วย (ได้รับการรักษา) จากการติดเชื้อโรคคางทูม	120	คน
N	จำนวนประชากรทั้งหมด $= S + E + I + R$	400	คน

ตารางที่ 4.2 สัญลักษณ์แสดงพารามิเตอร์ (parameters) ต่างๆของแบบจำลองโรคคางทูมในประเทศไทย

สัญลักษณ์	ความหมาย	ค่าพารามิเตอร์	หน่วย
μ	อัตราการเกิดของประชากร	$\frac{1}{365\times 74.18}$	ต่อวันต่อคน
D	อัตราการเสียชีวิตของประชากร (เสียชีวิตโดยธรรมชาติ)	$\frac{1}{365\times 74.18}$	ต่อวันต่อคน
β	อัตราการติดเชื้อโรคคางทูมต่อ 1 คน	$\frac{1}{8}$	ต่อวันต่อคน
γ	อัตราการฟักตัวของเชื้อต่อ 1 คน	$\frac{1}{17}$	ต่อวันต่อคน
ν	อัตราการหายป่วยต่อ 1 คน	$\frac{1}{14}$	ต่อวันต่อคน
C_s	อัตราการได้รับวัคซีน	$0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$	ต่อวันต่อคน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำอธิบายค่าตัวแปรเสริมของแบบจำลองในตารางที่ 4.1

μ คือ อัตราการเกิดของประชากร คิดจาก อายุเฉลี่ยของประชากรต่อคนในปีนั้น

ดังนั้น จะได้ $\mu = \frac{1}{365 \times 74.18}$ /วัน

D คือ อัตราการเสียชีวิตของประชากร (เสียชีวิตโดยธรรมชาติ) คิดจาก อายุเฉลี่ยของประชากรต่อคนในปีนั้น

ดังนั้น จะได้ $D = \frac{1}{365 \times 74.18}$ /วัน

β คือ อัตราการติดเชื้อโรคคางทูมต่อ 1 คน คิดจาก ความน่าจะเป็นที่ประชากร 1 คน จะได้รับเชื้อโรคคางทูมเริ่มต้น

ดังนั้น จะได้ $\beta = \frac{1}{8}$ /วัน

γ คือ อัตราการฟักตัวของเชื้อต่อ 1 คน คิดจาก ระยะเวลาที่ติดเชื้อไวรัสคางทูมเริ่มต้นเปลี่ยนไปจนถึงเริ่มแสดงอาการ ซึ่งใช้ระยะเวลาประมาณ 17 วัน

ดังนั้น จะได้ $\gamma = \frac{1}{17}$ /วัน

ν คือ อัตราการหายป่วยต่อ 1 คน คิดจาก ระยะเวลาที่ติดเชื้อไวรัสคางทูมที่ได้รับการรักษา ซึ่งใช้ระยะเวลาประมาณ 14 วัน

ดังนั้น จะได้ $\nu = \frac{1}{14}$ /วัน

C_S คือ อัตราการได้รับวัคซีน คิดจาก โอกาสเกิดโรคคางทูมกรณีที่ผู้ป่วยได้รับวัคซีน เท่ากับ 96 %

ดังนั้น จะได้ $C_S = 0.96 \times \left(\frac{1}{365 \times 74.18} \right)$ /วัน

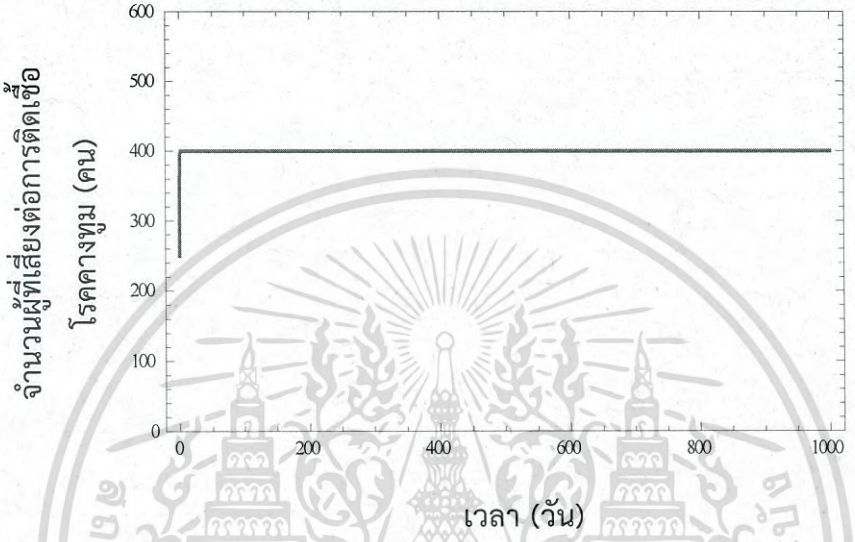
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2 ผลการวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์จากการคำนวณด้วยโปรแกรม Mathematica

4.2.1 ผลการวิเคราะห์แบบจำลองโรคคางทูม

กรณีที่ 1 แบบจำลองโรคคางทูม (สภาวะไร้โรค)

จากการศึกษาเมื่อนำค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวมาคำนวณแล้ว ทำให้ได้กราฟ ดังต่อไปนี้

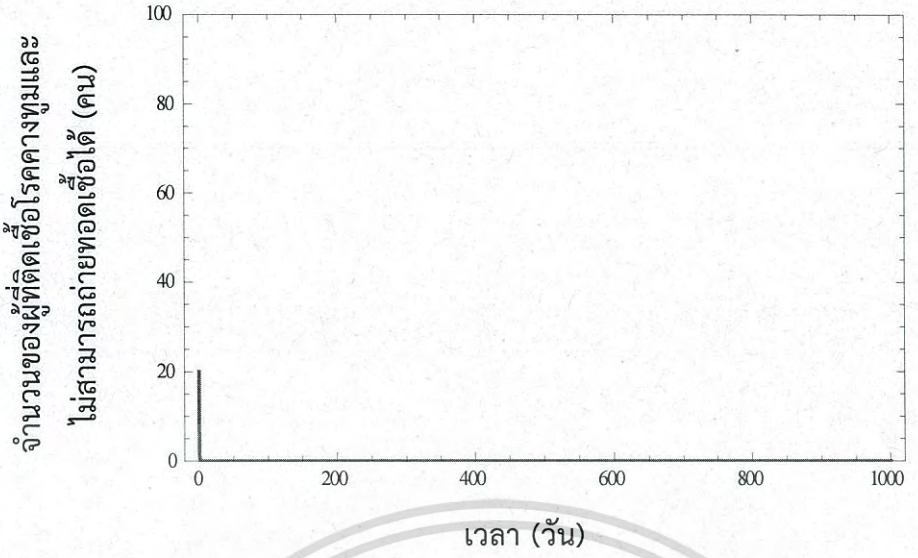


รูปที่ 4.1 กราฟแสดงจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) (สภาวะไร้โรค) เทียบกับเวลา(วัน)

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu = \frac{1}{365\times 74.18}, D = \frac{1}{365\times 74.18}, \beta = 0.125, \gamma = 0.9, \nu = 0.9$

จากรูปที่ 4.1 อธิบายได้ว่า จำนวนของผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) จะลู่เข้าสู่ 400 คน (ลู่เข้าจุดสมดุล) นั่นแสดงว่าไม่มีผู้ติดเชื้อโรคคางทูม (สภาวะไร้โรค)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

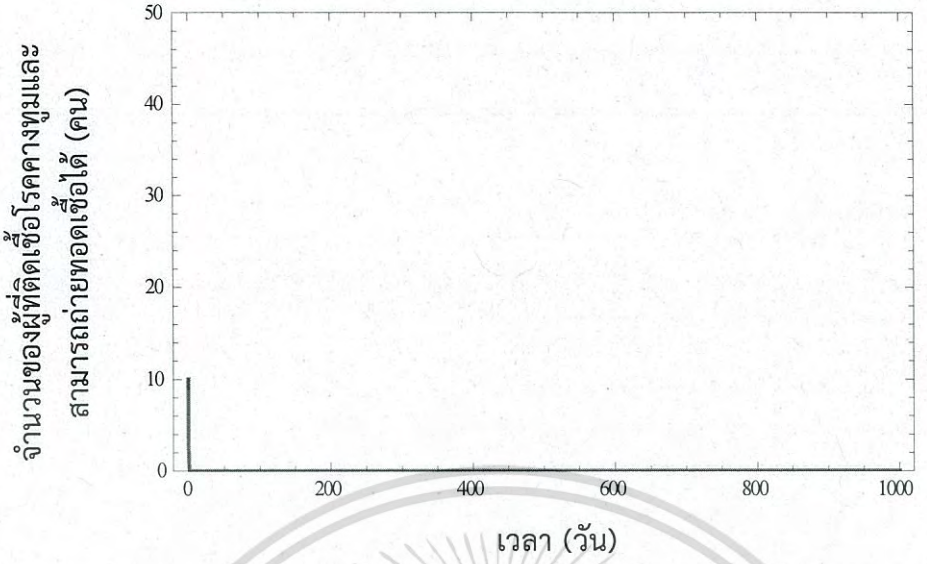


รูปที่ 4.2 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) (สภาวะไร้โรค)เทียบกับเวลา (วัน)

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu = \frac{1}{365 \times 74.18}, D = \frac{1}{365 \times 74.18}, \beta = 0.125, \gamma = 0.9, \nu = 0.9$

จากรูปที่ 4.2 อธิบายได้ว่า จำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) จะลู่เข้าสู่ 0 คน (ลู่เข้าจุดสมดุล) นั่นแสดงว่าไม่มีผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) (สภาวะไร้โรค)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

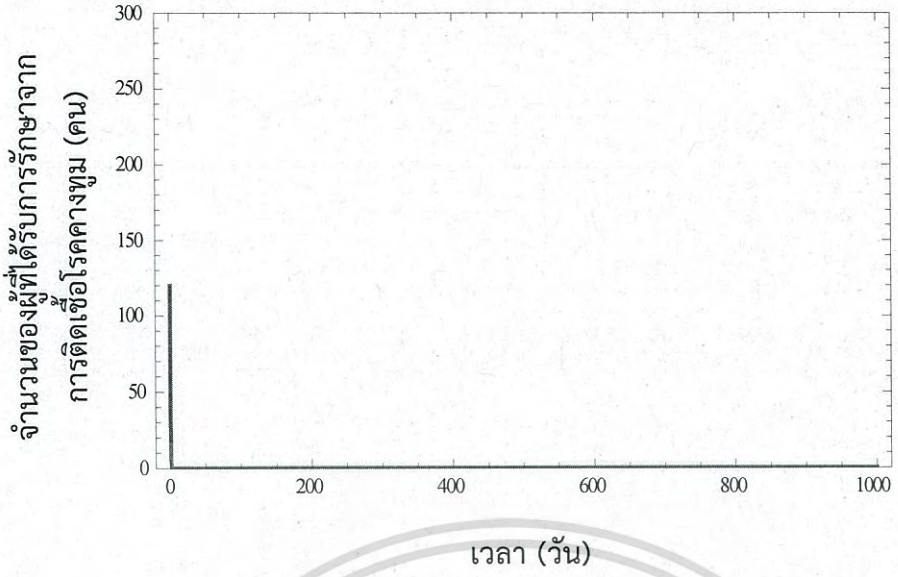


รูปที่ 4.3 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้(I) (สภาวะไร้โรค) เทียบกับเวลา (วัน)

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu = \frac{1}{365 \times 74.18}, D = \frac{1}{365 \times 74.18}, \beta = 0.125, \gamma = 0.9, \nu = 0.9$

จากรูปที่ 4.3 อธิบายได้ว่า จำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้(I) จะลู่เข้าสู่ 0 คน (ลู่เข้าจุดสมดุล) นั่นแสดงว่าไม่มีผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้(I) (สภาวะไร้โรค)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



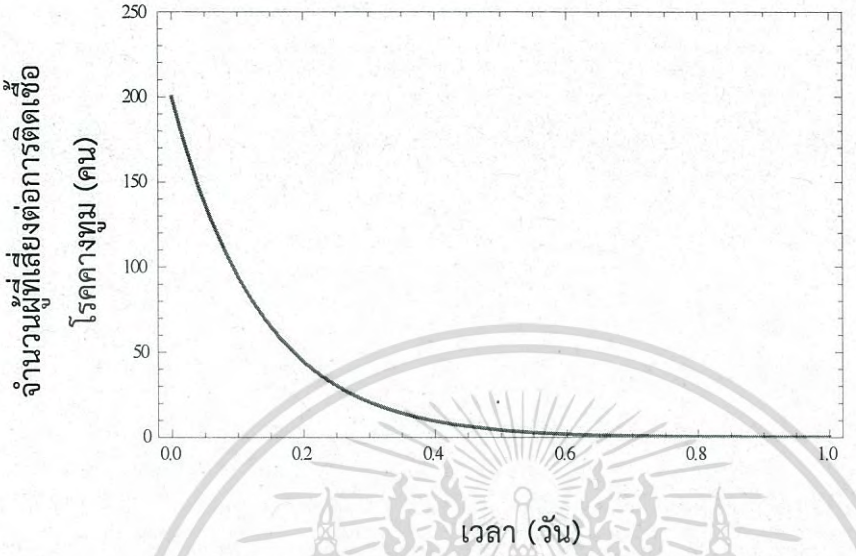
รูปที่ 4.4 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) (สภาวะไร้โรค) เทียบกับเวลา (วัน)

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu = \frac{1}{365 \times 74.18}, D = \frac{1}{365 \times 74.18}, \beta = 0.125, \gamma = 0.9, \nu = 0.9$

จากรูปที่ 4.4 อธิบายได้ว่า จำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) จะลู่เข้าสู่ 0 คน (ลู่เข้าจุดสมดุล) นั่นแสดงว่าไม่มีผู้ป่วยที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) (สภาวะไร้โรค)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณีที่ 2 แบบจำลองโรคคางทูม (สภาวะมีโรค)
จากการศึกษาเมื่อนำค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวมาคำนวณแล้ว ทำให้ได้กราฟ ดังต่อไปนี้

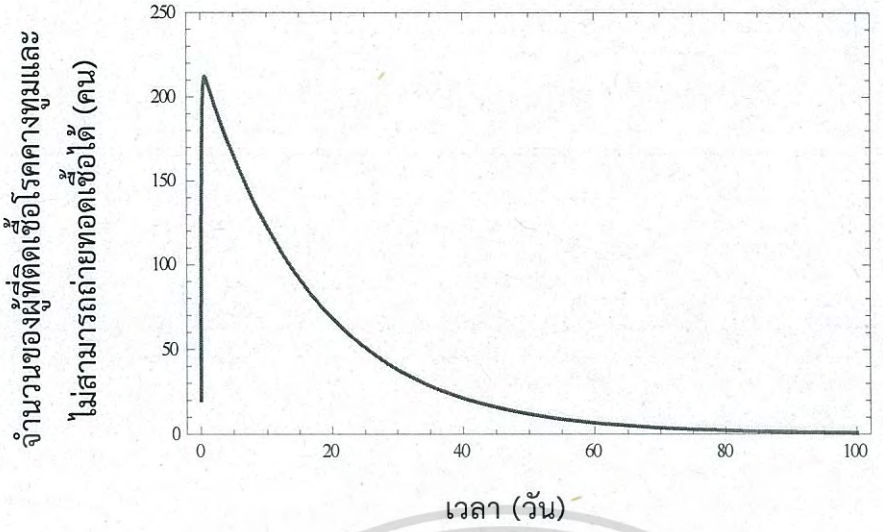


รูปที่ 4.5 กราฟแสดงจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เทียบกับเวลา (วัน)

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu = \frac{1}{365 \times 74.18}, D = \frac{1}{365 \times 74.18}, \beta = \frac{1}{8}, \gamma = \frac{1}{17}, \nu = \frac{1}{14}$

จากรูปที่ 4.5 อธิบายได้ว่า จำนวนของผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) จะลู่เข้าสู่ 0.5721 คน (ลู่เข้าจุดสมดุล) เมื่อเวลา 0.6 วัน หรือประมาณ 14 ชั่วโมง นั่นแสดงว่าจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) มีจำนวนคงที่ ณ เวลา 14 ชั่วโมง และสามารถควบคุมการระบาดของโรคได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

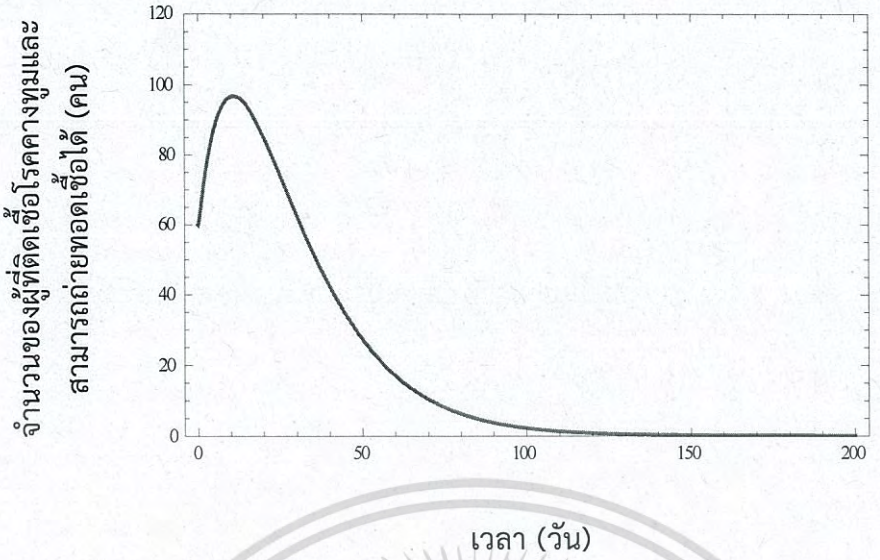


รูปที่ 4.6 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เทียบกับเวลา (วัน)

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu = \frac{1}{365\times 74.18}, D = \frac{1}{365\times 74.18}, \beta = \frac{1}{8}, \gamma = \frac{1}{17}, \nu = \frac{1}{14}$

จากรูปที่ 4.6 อธิบายได้ว่า จำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) จะลู่เข้าสู่ 0.2506 คน (ลู่เข้าจุดสมดุล) เมื่อเวลา 80 วัน นั่นแสดงว่าจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) มีจำนวนคงที่ ณ เวลา 80 วัน และสามารถควบคุมการระบาดของโรคได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

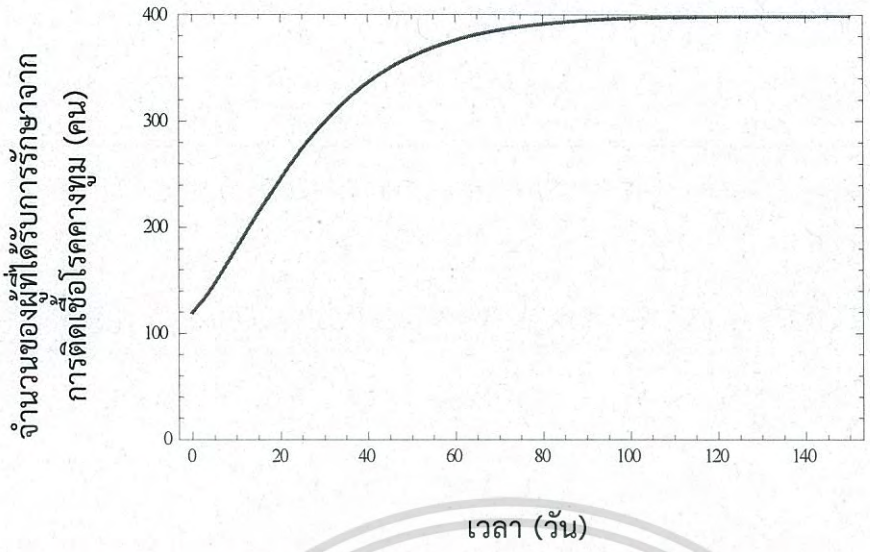


รูปที่ 4.7 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เทียบกับเวลา (วัน)

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu = \frac{1}{365 \times 74.18}, D = \frac{1}{365 \times 74.18}, \beta = \frac{1}{8}, \gamma = \frac{1}{17}, \nu = \frac{1}{14}$

จากรูปที่ 4.7 อธิบายได้ว่า จำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) จะลู่เข้าสู่ 0.2063 คน (ลู่เข้าจุดสมดุล) เมื่อเวลา 120 วัน นั่นแสดงว่าจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) มีจำนวนคงที่ ณ เวลา 120 วัน และสามารถควบคุมการระบาดของโรคได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.8 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เทียบกับเวลา (วัน)

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu = \frac{1}{365 \times 74.18}, D = \frac{1}{365 \times 74.18}, \beta = \frac{1}{8}, \gamma = \frac{1}{17}, \nu = \frac{1}{14}$

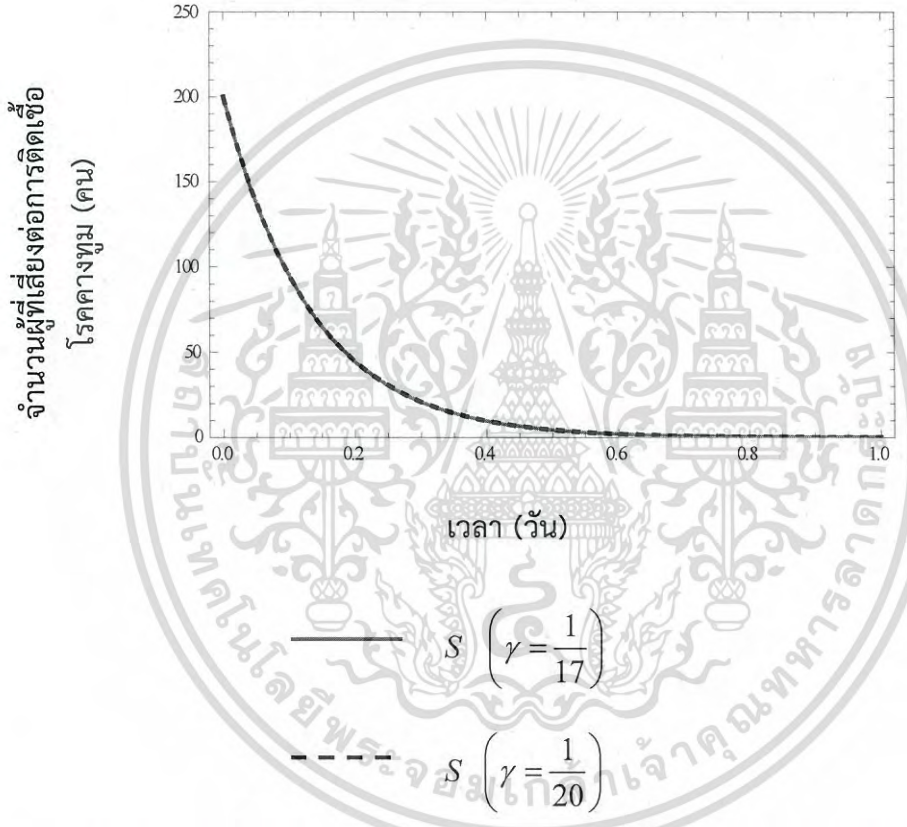
จากรูปที่ 4.8 อธิบายได้ว่า จำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) จะลู่เข้าสู่ 398.971 คน (ลู่เข้าจุดสมดุล) เมื่อเวลา 100 วัน นั่นแสดงว่าจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) มีจำนวนคงที่ ณ เวลา 100 วัน และสามารถควบคุมการระบาดของโรคได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาค่าพารามิเตอร์แต่ละตัว พบว่า γ และ ν เป็นค่าไม่คงที่ สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้ แล้วนำค่ามาคำนวณในโปรแกรม Mathematica เพื่อดูการเปลี่ยนแปลงของกราฟที่กล่าวไปแล้วข้างต้น ดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่ 1</u> ค่าพารามิเตอร์ γ เปลี่ยน โดยที่ค่าพารามิเตอร์ ν คงที่ แบ่งได้ 2 ประเภท คือ

1.1 เมื่อค่า γ ลดลง จากการเพิ่มจำนวนวันของการฟักตัวของเชื้อ โดยเปลี่ยนค่าจาก 17 วัน เป็น 20 วันต่อประชากร 1 คน จะได้กราฟการลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนี้

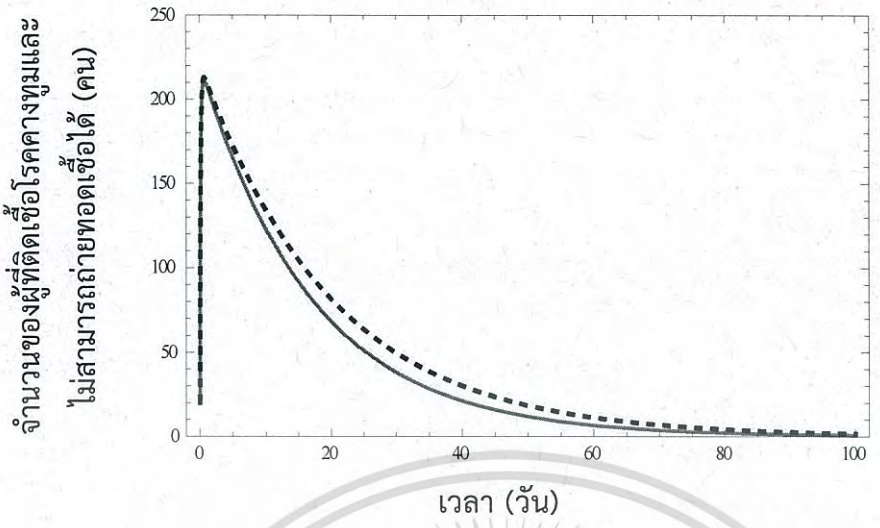


รูปที่ 4.9 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}$

จากรูปที่ 4.9 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) (แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง (แทนด้วยเส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อลดอัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

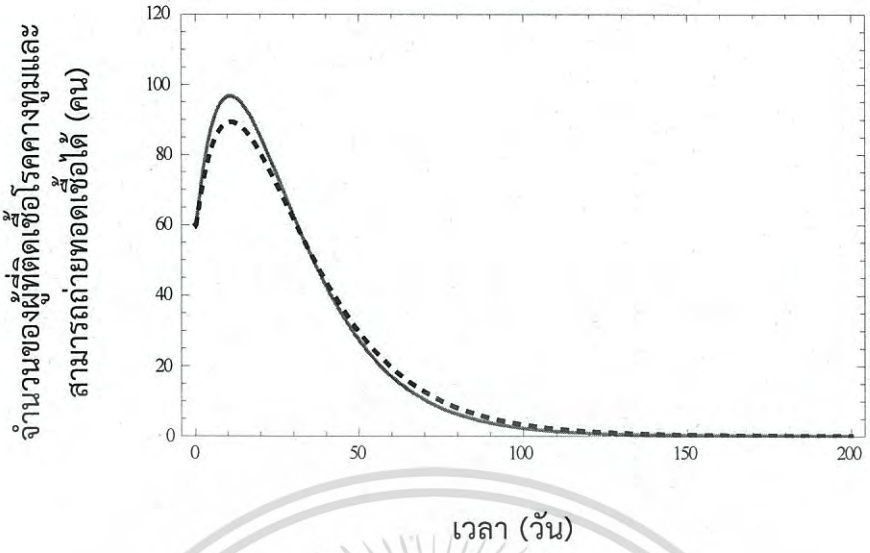


รูปที่ 4.10 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}$

จากรูปที่ 4.10 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) (แทนด้วยเส้นทึบ) จะลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลา 80 วัน ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง (แทนด้วยเส้นประ) กราฟลู่เข้าสู่จุดสมดุล ณ เวลา 100 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อจำนวนวันของการฟักตัวของเชื้อมีค่าเพิ่มขึ้น (จาก 17 วัน เป็น 20 วัน ส่งผลให้ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้กลายไปเป็น ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ช้าลง) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลช้าลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

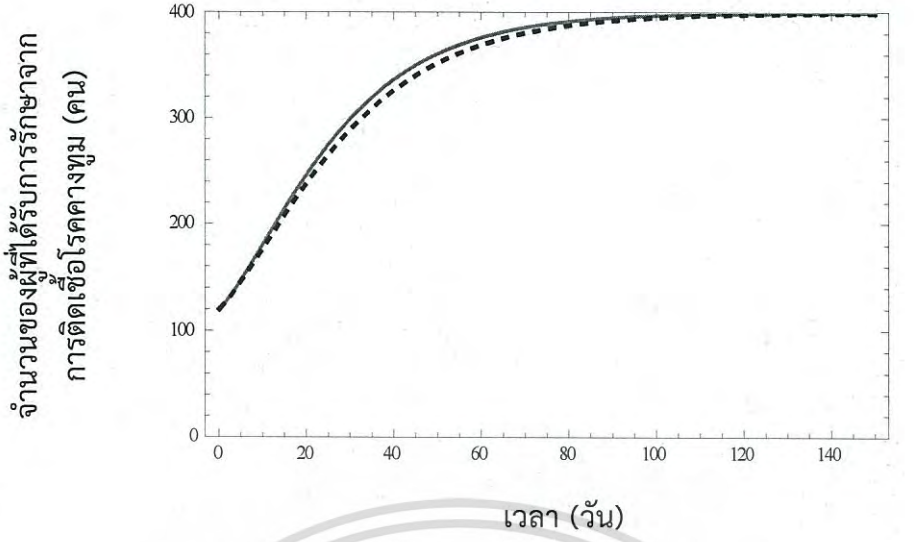


รูปที่ 4.11 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}$

จากรูปที่ 4.11 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) (แทนด้วยเส้นทึบ) จะลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลา 120 วัน ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง (แทนด้วยเส้นประ) กราฟลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลา 140 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อจำนวนวันของการฟักตัวของเชื้อมีค่าเพิ่มขึ้น (จาก 17 วัน เป็น 20 วัน ส่งผลให้ ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อกลายไปเป็นผู้ที่ได้รับการรักษาช้าลง) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลช้าลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



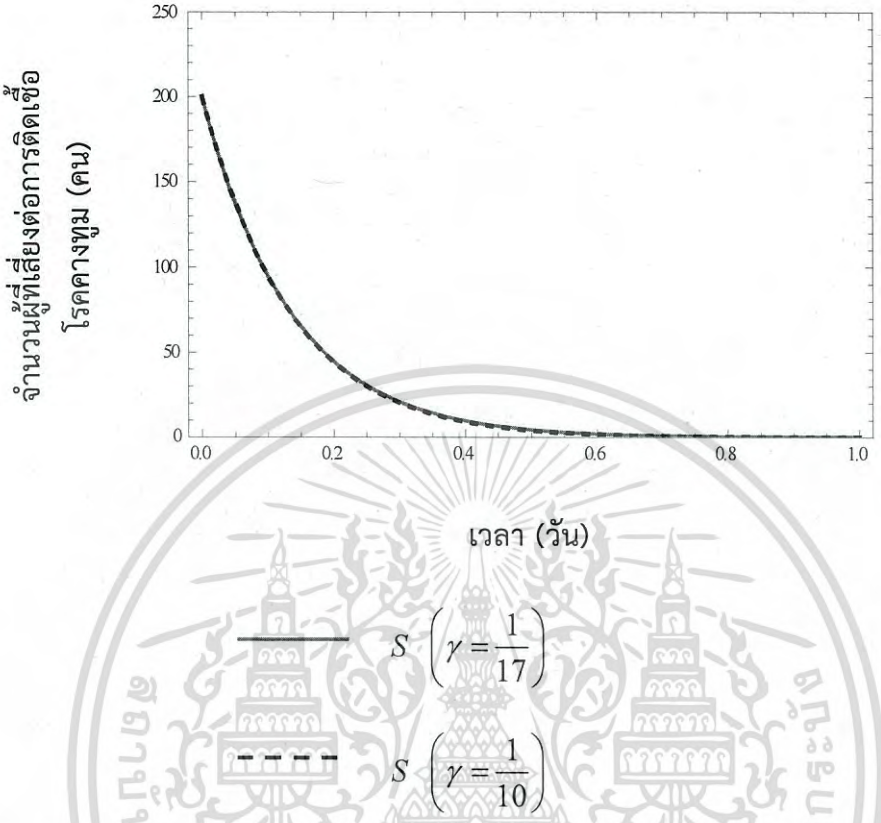
รูปที่ 4.12 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}$

จากรูปที่ 4.12 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) (แทนด้วยเส้นทึบ) ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง (แทนด้วยเส้นประ) ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อย แต่กราฟทั้งสองลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลาเดียวกันที่ 100 วัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.2 เมื่อค่า γ เพิ่มขึ้น จากการลดจำนวนวันของการติดเชื้อ โดยเปลี่ยนค่าจาก 17 วัน เป็น 10 วันต่อประชากร 1 คน จะได้กราฟการลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนี้

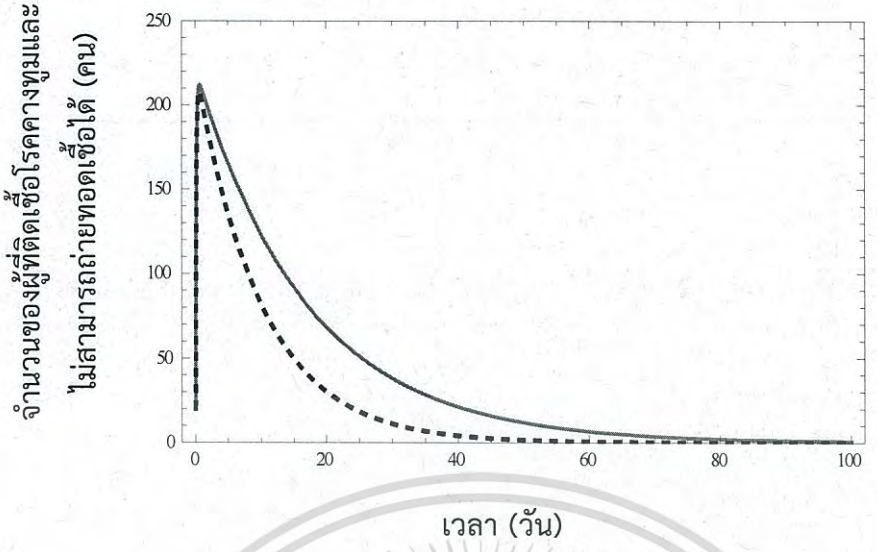


รูปที่ 4.13 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}$

จากรูปที่ 4.13 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) (แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น (แทนด้วยเส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อเพิ่มอัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



——— $E\left(\gamma=\frac{1}{17}\right)$

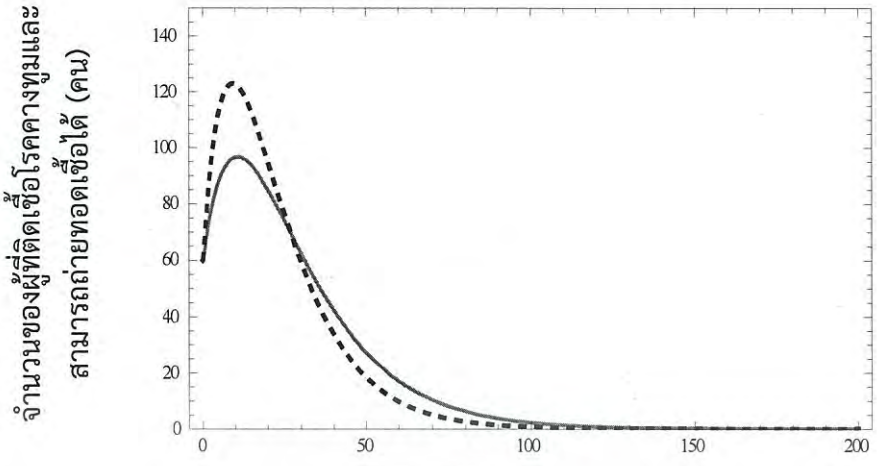
- - - - $E\left(\gamma=\frac{1}{10}\right)$

รูปที่ 4.14 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้(E)เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม(γ)เพิ่มขึ้น

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}$

จากรูปที่ 4.14 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้(E)(แทนด้วยเส้นทึบ) ลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลา 80 วัน ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้(E)เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม(γ)เพิ่มขึ้น (แทนด้วยเส้นประ) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุล ณ เวลา 40 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อจำนวนวันของการฟักตัวของเชื้อมีค่าน้อยลง (จาก 17 วัน เป็น 10 วัน ส่งผลให้ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ กลายไปเป็นผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เร็วขึ้น) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลเร็วขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

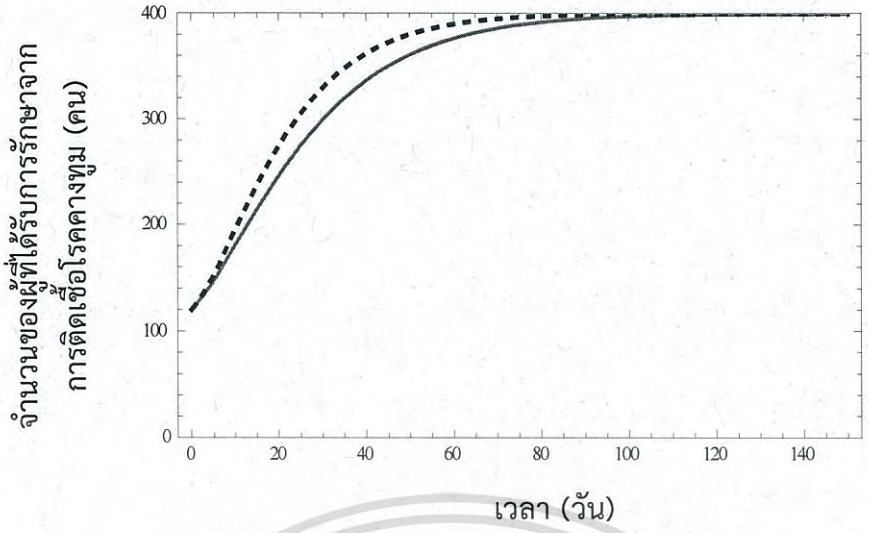


รูปที่ 4.15 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}$

จากรูปที่ 4.15 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) (แทนด้วยเส้นทึบ) จะลู่เข้าสู่จุดสมดุล ณ เวลา 120 วัน ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น (แทนด้วยเส้นประ) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุล ณ เวลา 100 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อจำนวนวันของการฟักตัวของเชื้อมีค่าน้อยลง (จาก 17 วัน เป็น 10 วัน ส่งผลให้ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ กลายไปเป็นผู้ที่ได้รับการรักษาเร็วขึ้น) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลเร็วขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



——— $R\left(\gamma=\frac{1}{17}\right)$

– – – – $R\left(\gamma=\frac{1}{10}\right)$

รูปที่ 4.16 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น

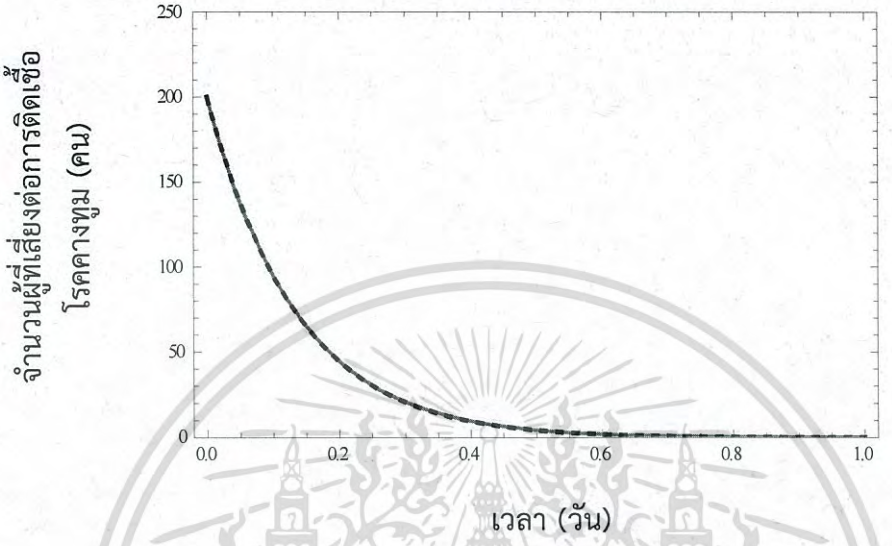
โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}$

จากรูปที่ 4.16 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) (แทนด้วยเส้นทึบ) ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น (แทนด้วยเส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) มีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อย แต่กราฟทั้งสองลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลาเดียวกันที่ 100 วัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<u>กรณีที่ 2</u> ค่าพารามิเตอร์ ν เปลี่ยน โดยที่ค่าพารามิเตอร์ γ คงที่ แบ่งได้ 2 ประเภท คือ

3.1 เมื่อค่า ν ลดลง จากการเพิ่มจำนวนวันของการได้รับการรักษา โดยเปลี่ยนค่าจาก 14 วัน เป็น 20 วันต่อประชากร 1 คน จะได้กราฟการลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนี้

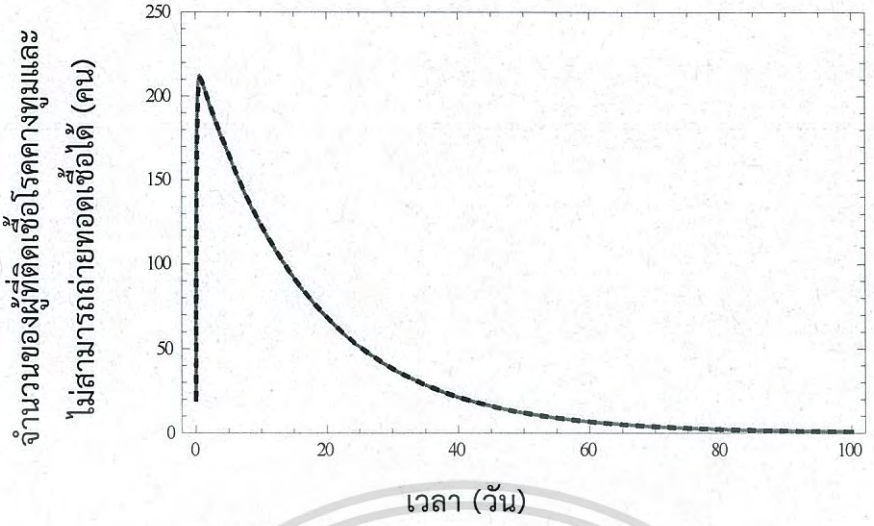


รูปที่ 4.17 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) ลดลง

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}$

จากรูปที่ 4.17 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) (แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) ลดลง (แทนด้วยเส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) ไม่มีการเปลี่ยนแปลง แต่กราฟทั้งสองลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลาเดียวกันที่ 14 ชั่วโมง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

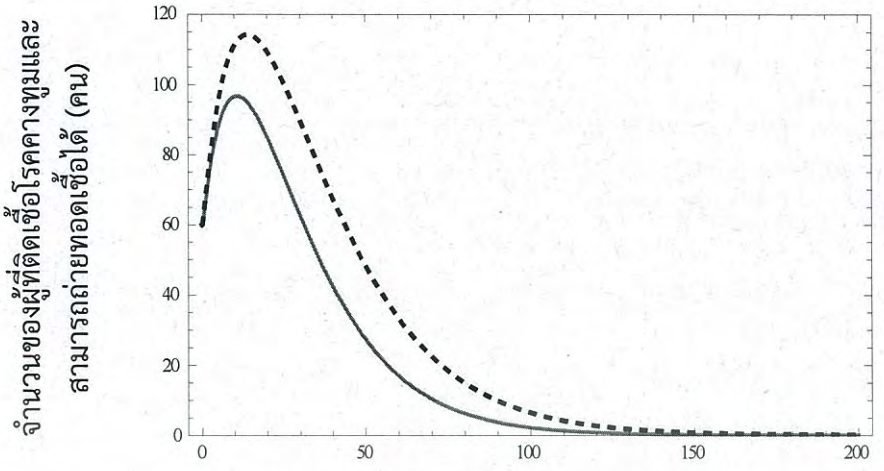


รูปที่ 4.18 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) ลดลง

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}$

จากรูปที่ 4.18 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) (แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) ลดลง (แทนด้วยเส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อลดอัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



——— $I\left(\nu=\frac{1}{14}\right)$

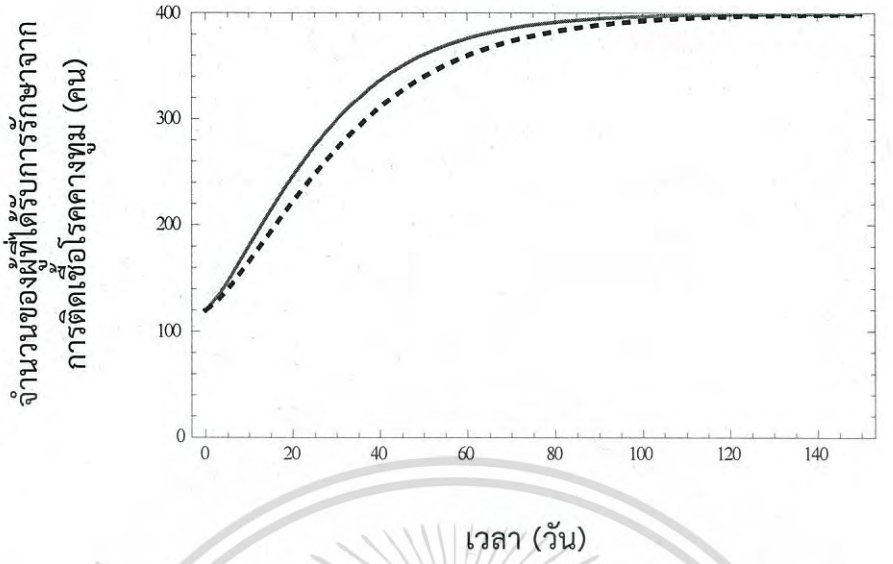
– – – – $I\left(\nu=\frac{1}{20}\right)$

รูปที่ 4.19 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้(I) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย(ν)ลดลง

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}$

จากรูปที่ 4.19 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้(I)(แทนด้วยเส้นทึบ) จะลู่เข้าสู่จุดสมดุล ณ เวลา 120 วัน ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้(I)เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย(ν)ลดลง (แทนด้วยเส้นประ) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุล ณ เวลา 140 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อจำนวนวันของการได้รับการรักษามีค่าเพิ่มขึ้น (จาก 14 วัน เป็น 20 วัน ส่งผลให้ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้กลายไปเป็นผู้ที่ได้รับการรักษาช้าลง) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลช้าลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



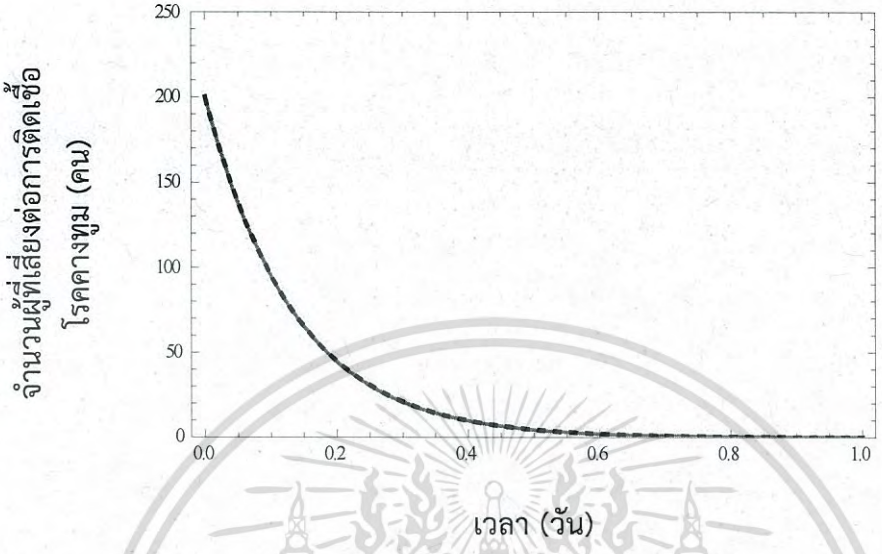
รูปที่ 4.20 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) ลดลง

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}$

จากรูปที่ 4.20 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) (แทนด้วยเส้นทึบ)ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) ลดลง (แทนด้วยเส้นประ) ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อย แต่กราฟทั้งสองลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลาเดียวกันที่ 100 วัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2 เมื่อค่า ν เพิ่มขึ้น จากการลดจำนวนวันของการได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม โดยเปลี่ยนค่าจาก 14 วัน เป็น 10 วันต่อประชากร 1 คน จะได้กราฟการลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนี้



——— $S\left(\nu=\frac{1}{14}\right)$

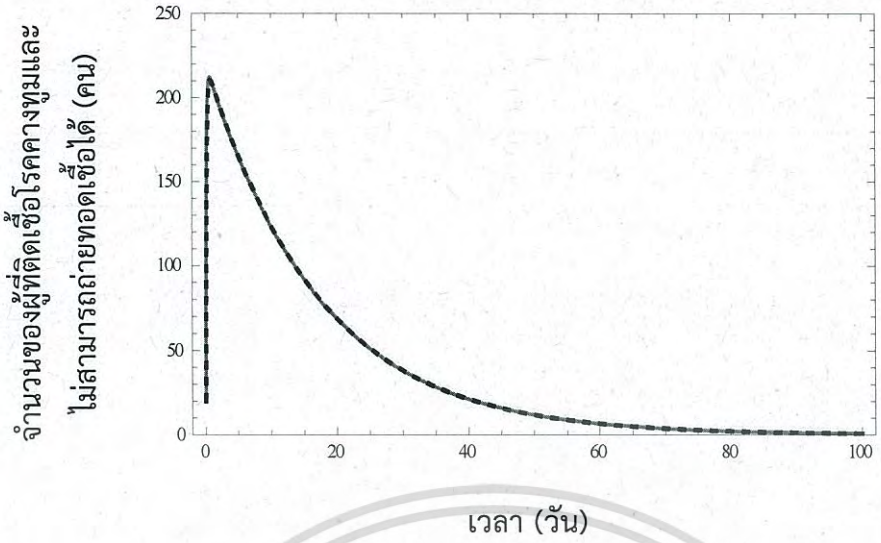
– – – – $S\left(\nu=\frac{1}{10}\right)$

รูปที่ 4.21 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) เพิ่มขึ้น

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}$

จากรูปที่ 4.21 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) (แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) เพิ่มขึ้น (แทนด้วยเส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) ไม่มีการเปลี่ยนแปลง กราฟทั้งสองลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลาเดียวกันที่ 14 ชั่วโมง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

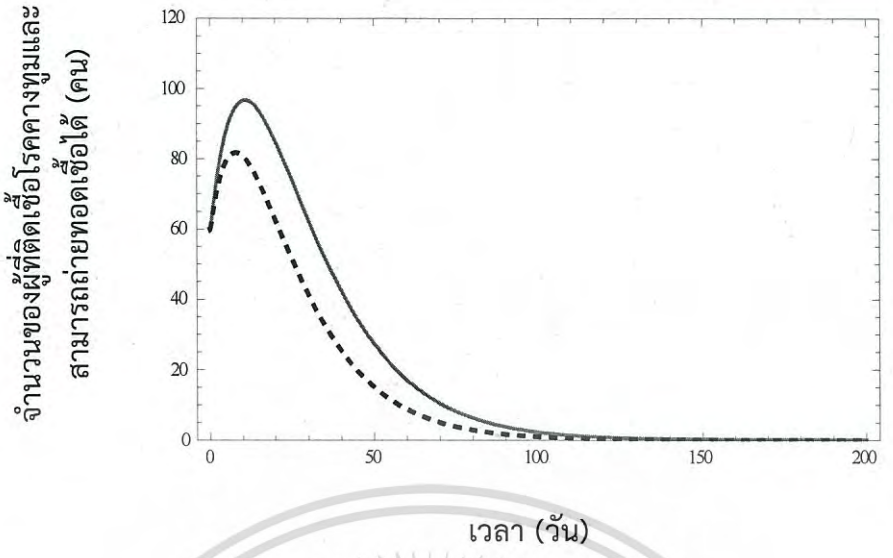


รูปที่ 4.22 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) เพิ่มขึ้น

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}$

จากรูปที่ 4.22 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) (แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) เพิ่มขึ้น (แทนด้วยเส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อเพิ่มอัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

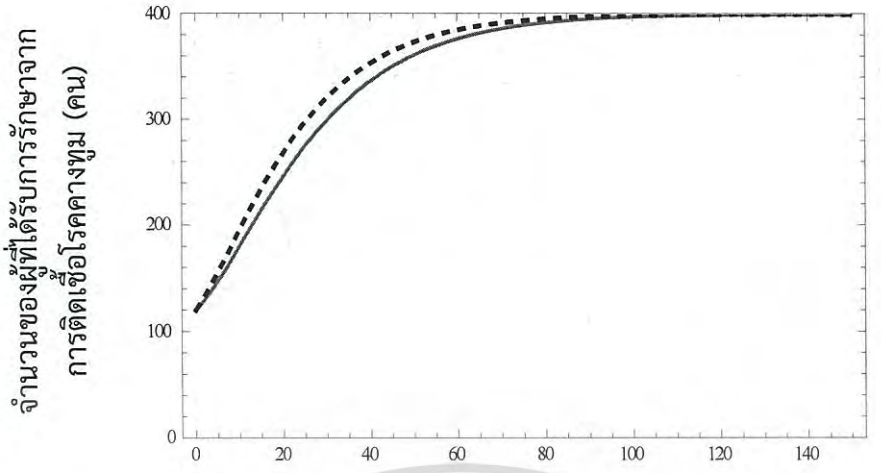


รูปที่ 4.23 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) เพิ่มขึ้น

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}$

จากรูปที่ 4.23 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) (แทนด้วยเส้นทึบ)) จะลู่เข้าสู่จุดสมดุล ณ เวลา 120 วัน ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) เพิ่มขึ้น (แทนด้วยเส้นประ) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุล ณ เวลา 100 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อจำนวนวันของการได้รับการรักษามีค่าน้อยลง (จาก 14 วัน เป็น 10 วัน ส่งผลให้ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้กลายไปเป็น ผู้ที่ได้รับการรักษาเร็วขึ้น) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลเร็วขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



——— $R\left(\nu=\frac{1}{14}\right)$

– – – – $R\left(\nu=\frac{1}{10}\right)$

รูปที่ 4.24 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) เพิ่มขึ้น

โดยมีค่าพารามิเตอร์ $\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}$

จากรูปที่ 4.24 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) (แทนด้วยเส้นทึบ) ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) เพิ่มขึ้น (แทนด้วยเส้นประ) ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อย แต่กราฟทั้งสองลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลาเดียวกันที่ 100 วัน

ดังนั้น จะได้ว่าพารามิเตอร์ที่มีผลต่อการลู่เข้าของจุดสมดุล S, E, I, R คือ γ, ν และ C_S โดยที่พารามิเตอร์ γ ส่งผลต่อกราฟ E และ I และพารามิเตอร์ ν ส่งผลต่อกราฟ I

สังเกตเห็นว่า γ คือ อัตราการฟักตัวของเชื้อ เมื่อค่า γ ลดลงจากการเพิ่มจำนวนวันของการฟักตัว ส่งผลให้กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) และกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) ลู่เข้าสู่จุดสมดุลช้าลง เนื่องจาก การเพิ่มจำนวนวันของการฟักตัว ทำให้ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) ได้ช้าลง และผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) ได้ช้าลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อค่า γ เพิ่มขึ้นจากการลดจำนวนวันของการฟักตัว ส่งผลให้กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) และกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ลู่เข้าสู่จุดสมดุลเร็วขึ้น เนื่องจาก การลดจำนวนวันของการฟักตัว ทำให้ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) ได้เร็วขึ้น และผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) ได้เร็วขึ้น

เนื่องจาก ν คือ อัตราการหายป่วย เมื่อค่า ν ลดลงจากการเพิ่มจำนวนวันของการได้รับการรักษา ส่งผลให้กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) ลู่เข้าสู่จุดสมดุลช้าลง เนื่องจาก การเพิ่มจำนวนวันของการได้รับการรักษา ทำให้ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) ได้ช้าลง

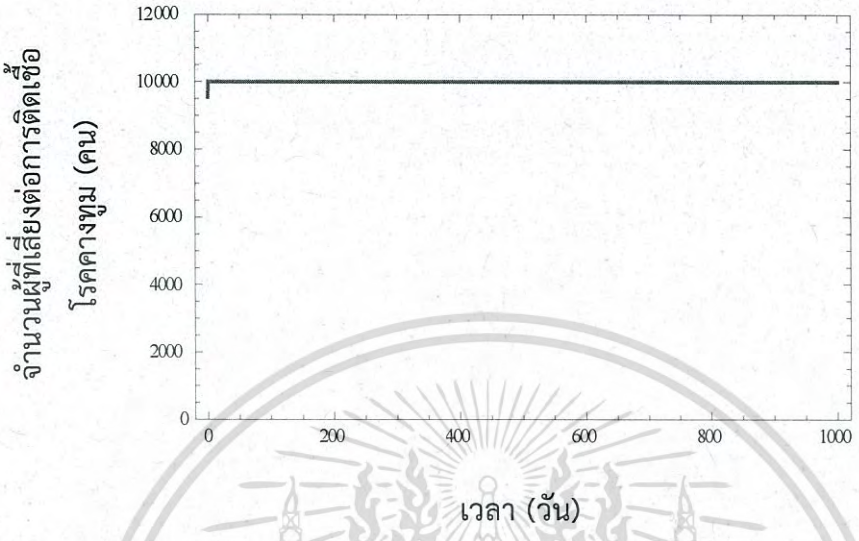
เมื่อค่า ν เพิ่มขึ้นจากการลดจำนวนวันของการได้รับการรักษา ส่งผลให้กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) ลู่เข้าสู่จุดสมดุลเร็วขึ้น เนื่องจาก การลดจำนวนวันของการได้รับการรักษา ทำให้ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) ได้เร็วขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2.2) ผลการวิเคราะห์แบบจำลองโรคคางทูมเมื่อได้รับวัคซีน

กรณีที่ 1 แบบจำลองโรคคางทูมเมื่อได้รับวัคซีน (สภาวะไร้โรค)

จากการศึกษาเมื่อนำค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวมาคำนวณแล้ว ทำให้ได้กราฟ ดังต่อไปนี้



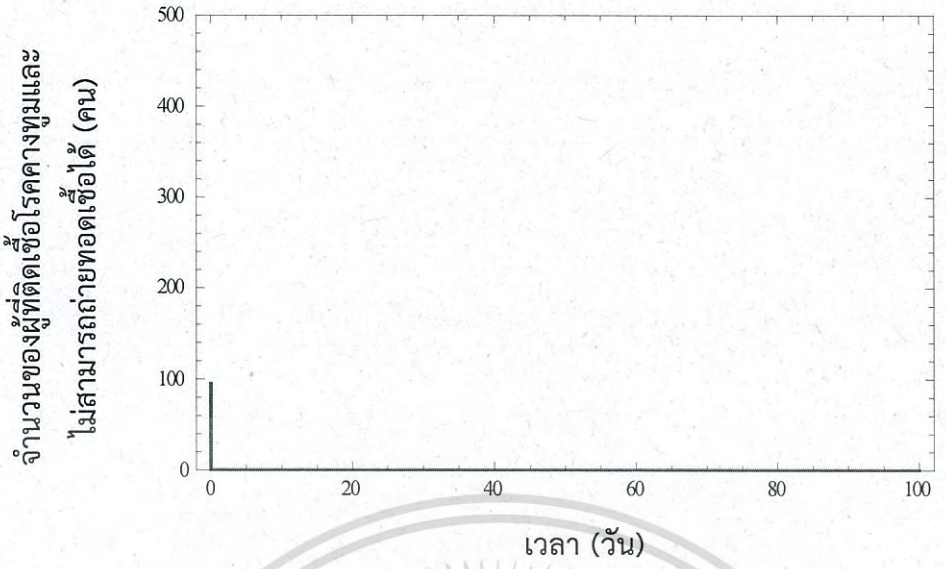
รูปที่ 4.25 กราฟแสดงจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) (สภาวะไร้โรค) เทียบกับเวลา (วัน)

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right), N=10,000$$

จากรูปที่ 4.25 อธิบายได้ว่า จำนวนของผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) จะลู่เข้าสู่ 10,000 คน (ลู่เข้าจุดสมดุล) นั่นแสดงว่าไม่มีผู้ติดเชื้อโรคคางทูม (สภาวะไร้โรค)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



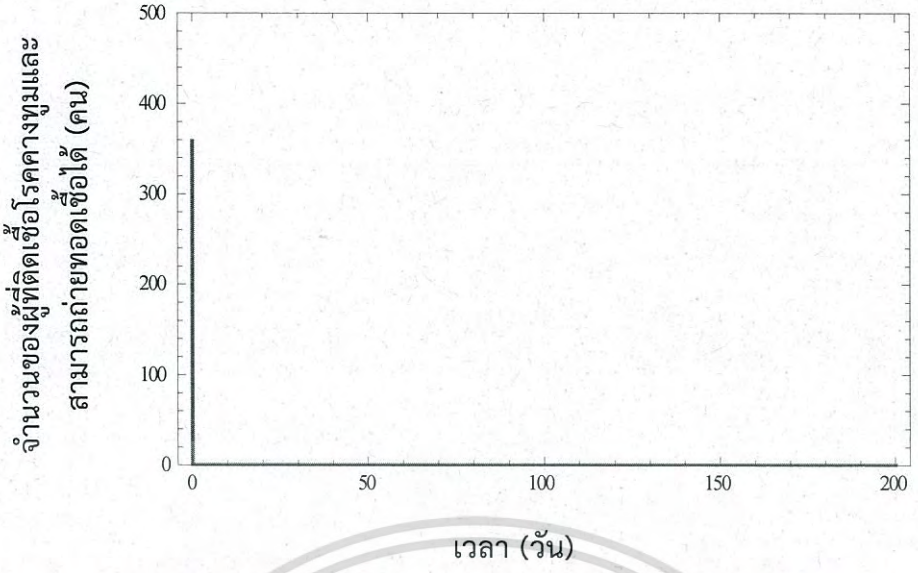
รูปที่ 4.26 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) (สภาวะไร้โรค) เทียบกับเวลา (วัน)

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right), N=10,000$$

จากรูปที่ 4.26 อธิบายได้ว่า จำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) จะลู่เข้าสู่ 0 คน (ลู่เข้าจุดสมดุล) นั่นแสดงว่าไม่มีผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) (สภาวะไร้โรค)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



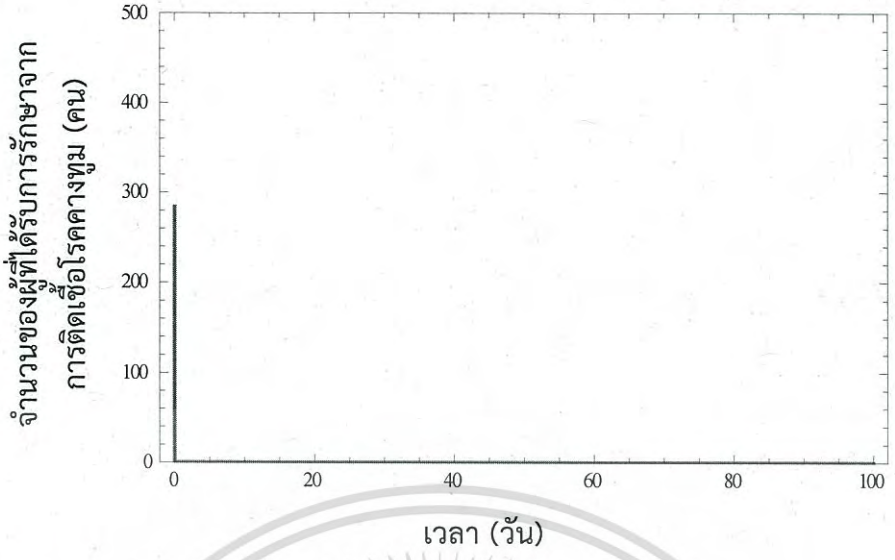
รูปที่ 4.27 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) (สภาวะไร้โรค) เทียบกับเวลา (วัน)

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right), N=10,000$$

จากรูปที่ 4.27 อธิบายได้ว่า จำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) จะลู่เข้าสู่ 0 คน (ลู่เข้าจุดสมดุล) นั่นแสดงว่าไม่มีผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) (สภาวะไร้โรค)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.28 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) (สภาวะไร้โรค) เทียบกับเวลา (วัน)

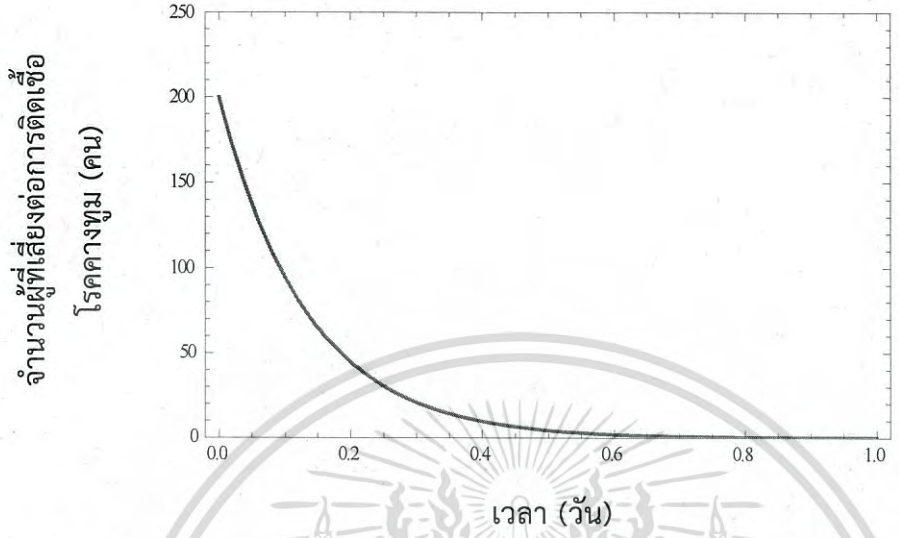
โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu = \frac{1}{365\times 74.18}, D = \frac{1}{365\times 74.18}, \beta = \frac{1}{8}, \gamma = \frac{1}{17}, \nu = \frac{1}{14}, C_S = 0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right), N = 10,000$$

จากรูปที่ 4.28 อธิบายได้ว่า จำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) จะลู่เข้าสู่ 0 คน (ลู่เข้าจุดสมดุล) นั่นแสดงว่าไม่มีผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) (สภาวะไร้โรค)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณีที่ 2 แบบจำลองโรคคางทูมเมื่อได้รับวัคซีน (สภาวะมีโรค)
จากการศึกษาเมื่อนำค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวมาคำนวณแล้ว ทำให้ได้กราฟ ดังต่อไปนี้



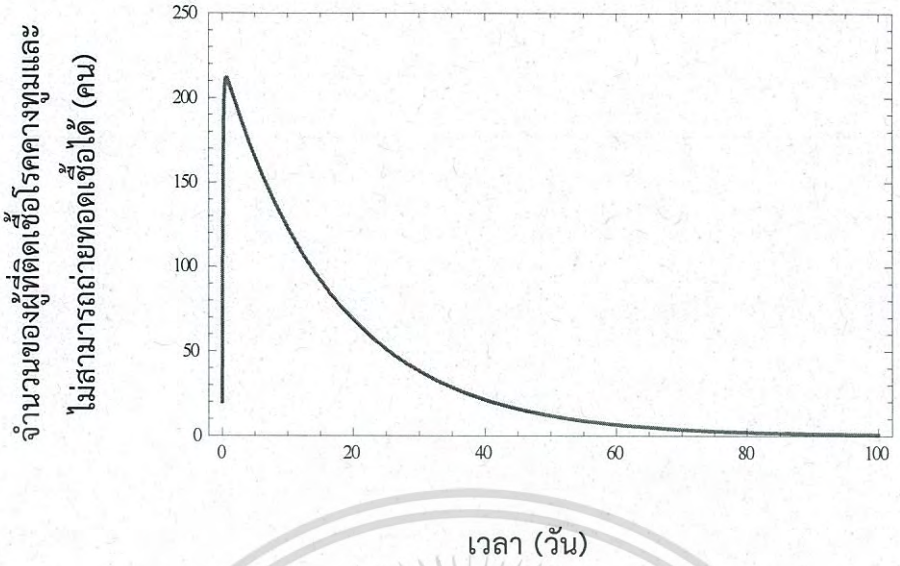
รูปที่ 4.29 กราฟแสดงจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เทียบกับเวลา (วัน)

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.29 อธิบายได้ว่า จำนวนของผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) จะลู่เข้าสู่ 0.5721 คน (ลู่เข้าจุดสมดุล) เมื่อเวลา 0.6 วัน หรือประมาณ 14 ชั่วโมง นั่นแสดงว่าจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) มีจำนวนคงที่ ณ เวลา 14 ชั่วโมง และสามารถควบคุมการระบาดของโรคได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



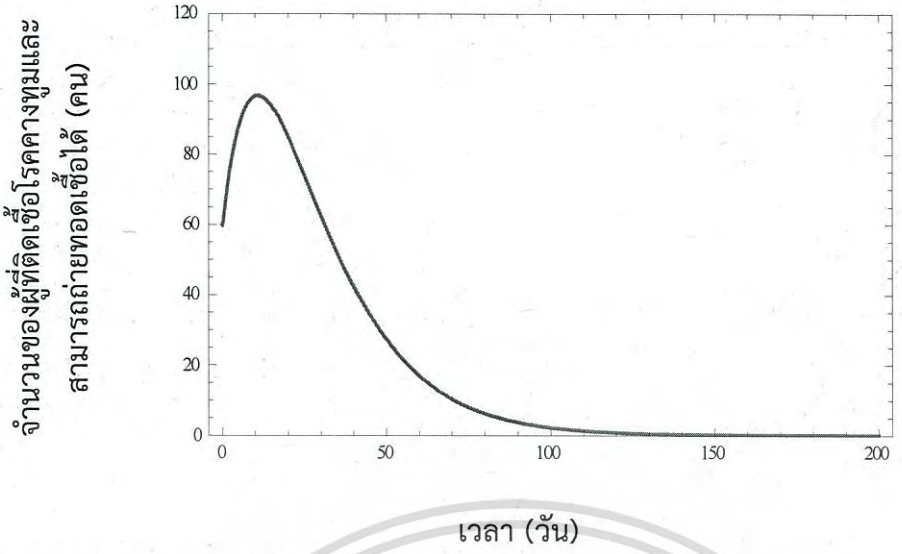
รูปที่ 4.30 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เทียบกับเวลา (วัน)

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.30 อธิบายได้ว่า จำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) จะลู่เข้าสู่ 0.250976 คน (ลู่เข้าจุดสมดุล) เมื่อเวลา 80 วัน นั่นแสดงว่าจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) มีจำนวนคงที่ ณ เวลา 80 วัน และสามารถควบคุมการระบาดของโรคได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



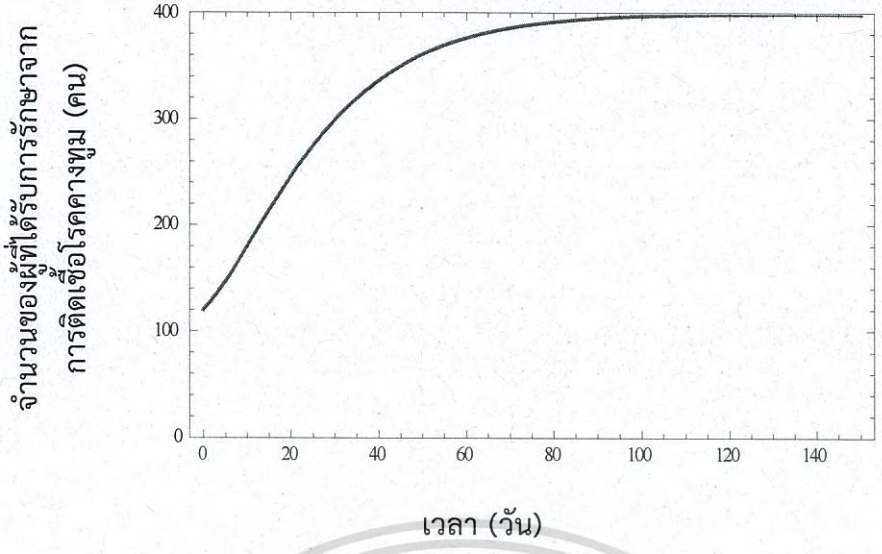
รูปที่ 4.31 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เทียบกับเวลา (วัน)

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.31 อธิบายได้ว่า จำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) จะลู่เข้าสู่ 0.206579 คน (ลู่เข้าจุดสมดุล) เมื่อเวลา 120 วัน นั่นแสดงว่าจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) มีจำนวนคงที่ ณ เวลา 120 วัน และสามารถควบคุมการระบาดของโรคได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.32 กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เทียบกับเวลา (วัน)

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu = \frac{1}{365\times 74.18}, D = \frac{1}{365\times 74.18}, \beta = \frac{1}{8}, \gamma = \frac{1}{17}, \nu = \frac{1}{14}, C_S = 0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

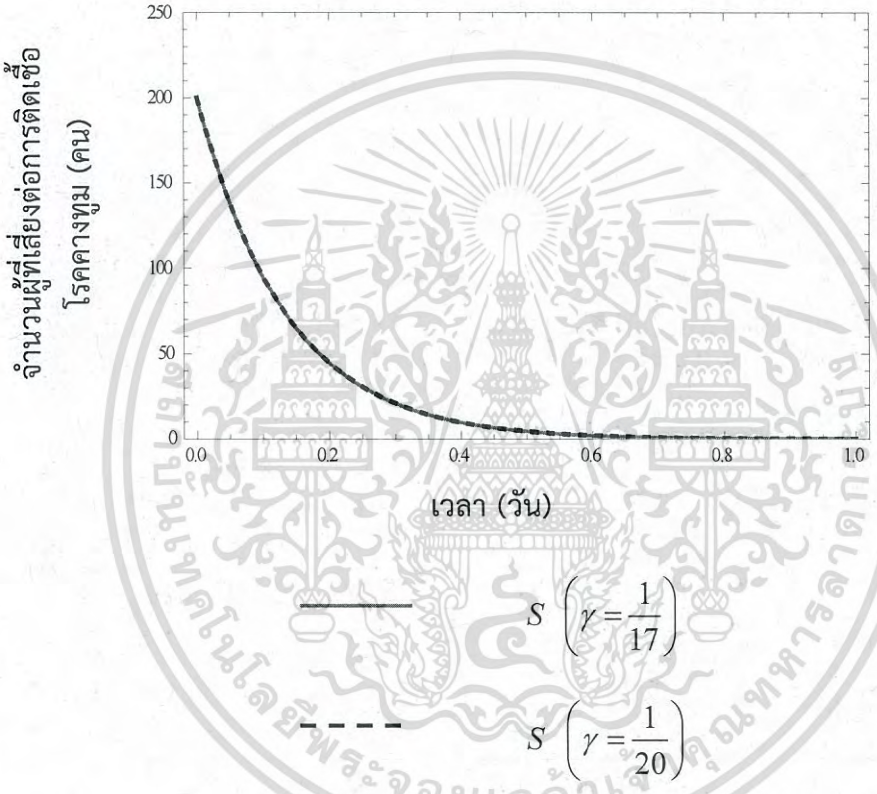
จากรูปที่ 4.32 อธิบายได้ว่า จำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) จะลู่เข้าสู่ 399.52 คน (ลู่เข้าจุดสมดุล) เมื่อเวลา 100 วัน นั่นแสดงว่าจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) มีจำนวนคงที่ ณ เวลา 100 วัน และสามารถควบคุมการระบาดของโรคได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาค่าพารามิเตอร์แต่ละตัว พบว่า γ, ν และ C_S เป็นค่าไม่คงที่ สามารถเปลี่ยนแปลงค่าได้ แล้วนำค่ามาคำนวณในโปรแกรม Mathematica เพื่อดูการเปลี่ยนแปลงของกราฟที่กล่าวไปแล้วข้างต้นดังต่อไปนี้

<u>กรณีที่ 1</u> ค่าพารามิเตอร์ γ เปลี่ยน โดยที่ค่าพารามิเตอร์ ν และ C_S คงที่ แบ่งได้ 2 ประเภท คือ

1.1 เมื่อค่า γ ลดลง จากการเพิ่มจำนวนวันของการฟักตัวของเชื้อ โดยเปลี่ยนค่าจาก 17 วัน เป็น 20 วันต่อประชากร 1 คน จะได้กราฟการลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนี้



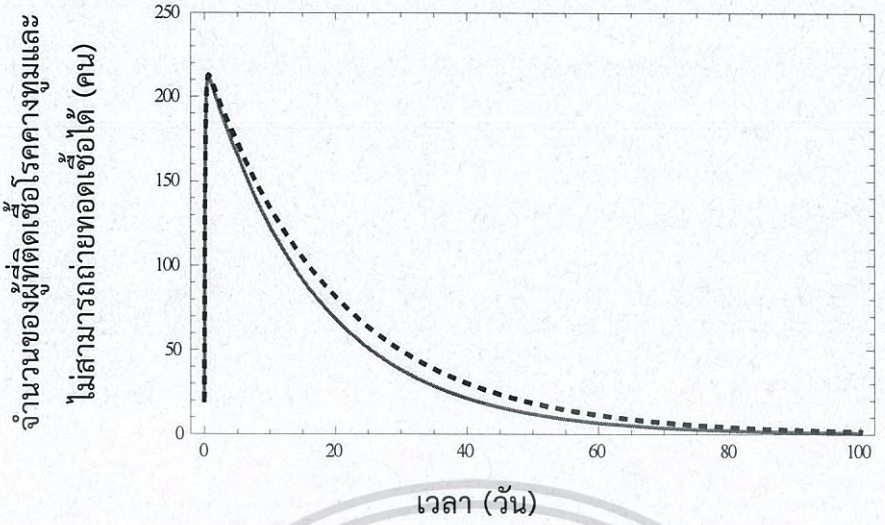
รูปที่ 4.33 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.33 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) (แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง (แทนด้วยเส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อลดอัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



$E\left(\gamma=\frac{1}{17}\right)$

$E\left(\gamma=\frac{1}{20}\right)$

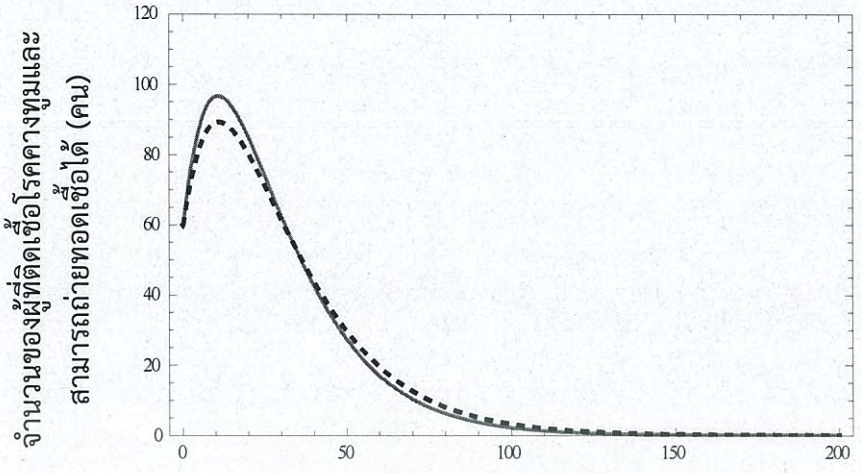
รูปที่ 4.34 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_s=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.34 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) (แทนด้วยเส้นทึบ) จะลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลา 80 วัน ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง (แทนด้วยเส้นประ) กราฟลู่เข้าสู่จุดสมดุล ณ เวลา 100 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อจำนวนวันของการฟักตัวของเชื้อมีค่าเพิ่มขึ้น (จาก 17 วัน เป็น 20 วัน ส่งผลให้ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้กลายไปเป็น ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ช้าลง) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลช้าลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



———— $I\left(\gamma=\frac{1}{17}\right)$

- - - - $I\left(\gamma=\frac{1}{20}\right)$

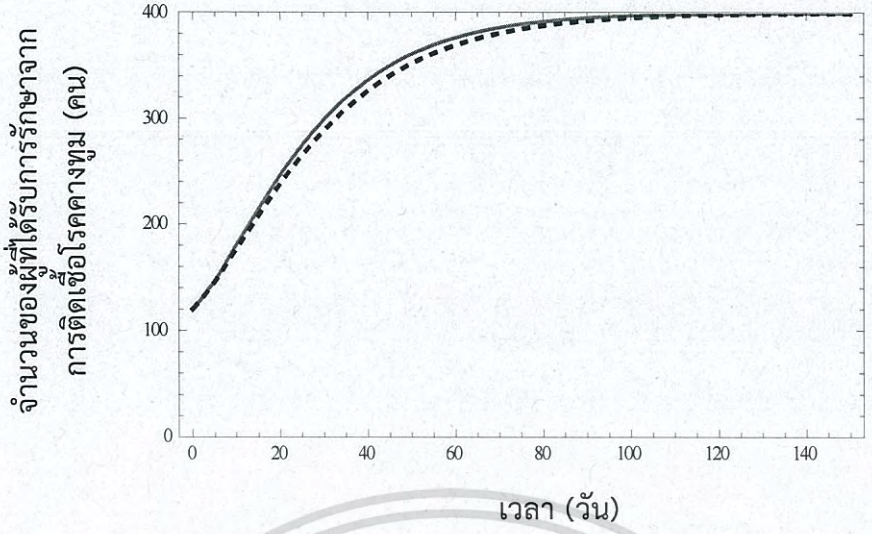
รูปที่ 4.35 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.35 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) (แทนด้วยเส้นทึบ) จะลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลา 120 วัน ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง (แทนด้วยเส้นประ) กราฟลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลา 140 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อจำนวนวันของการฟักตัวของเชื้อมีค่าเพิ่มขึ้น (จาก 17 วัน เป็น 20 วัน ส่งผลให้ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อกลายไปเป็นผู้ที่ได้รับการรักษาช้าลง) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลช้าลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



——— $R\left(\gamma=\frac{1}{17}\right)$

– – – – $R\left(\gamma=\frac{1}{20}\right)$

รูปที่ 4.36 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง

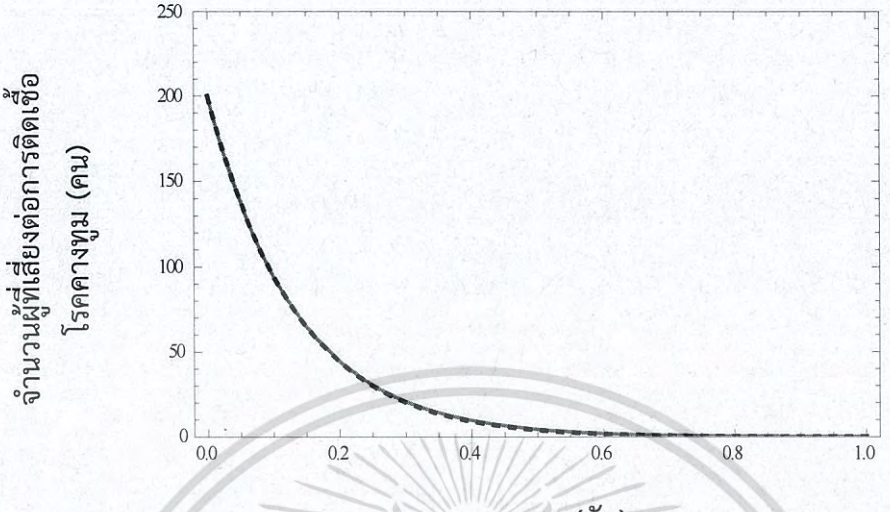
โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.36 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) (แทนด้วยเส้นทึบ) ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) ลดลง (แทนด้วยเส้นประ) ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อย แต่กราฟทั้งสองลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลาเดียวกันที่ 100 วัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.2 เมื่อค่า γ เพิ่มขึ้น จากการลดจำนวนวันของการติดเชื้อ โดยเปลี่ยนค่าจาก 17 วัน เป็น 10 วันต่อประชากร 1 คน จะได้กราฟการลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนี้



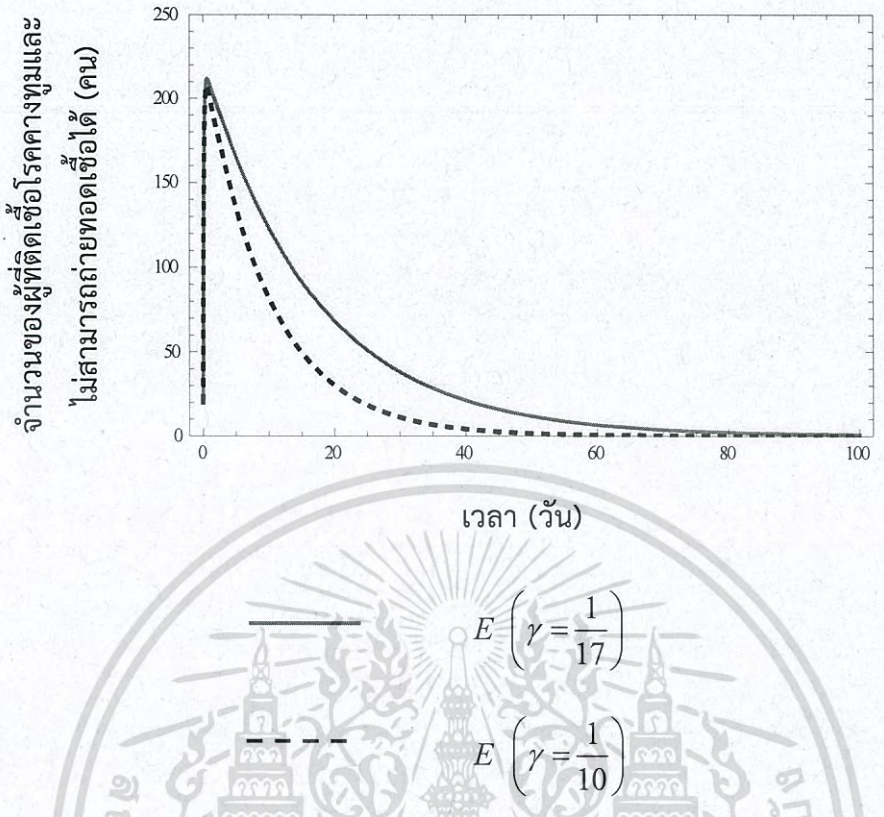
รูปที่ 4.37 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.37 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) (แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น (แทนด้วยเส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อเพิ่มอัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



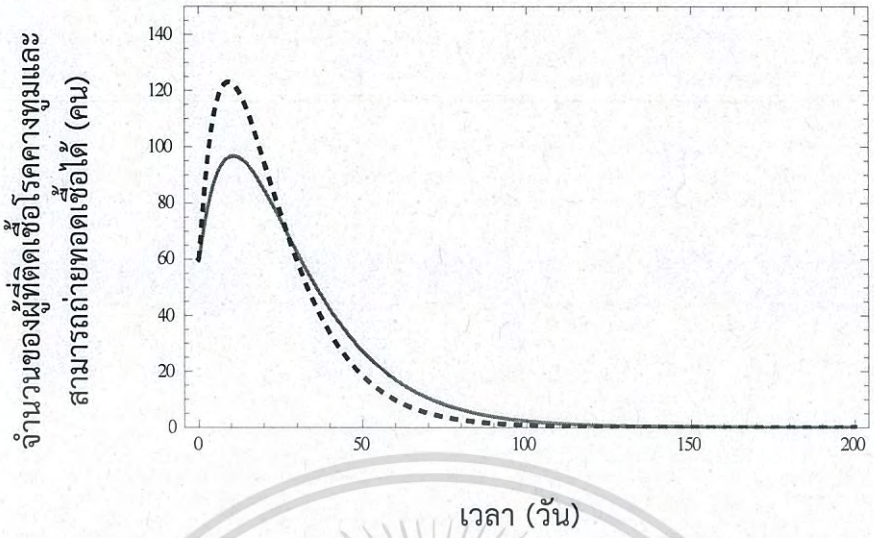
รูปที่ 4.38 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.38 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) (แทนด้วยเส้นทึบ) ลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลา 80 วัน ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น (แทนด้วยเส้นประ) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุล ณ เวลา 40 วัน จึงสรุปได้ว่า เมื่อจำนวนวันของการฟักตัวของเชื้อมีค่าน้อยลง (จาก 17 วัน เป็น 10 วัน ส่งผลให้ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ กลายไปเป็น ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้เร็วขึ้น) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลเร็วขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



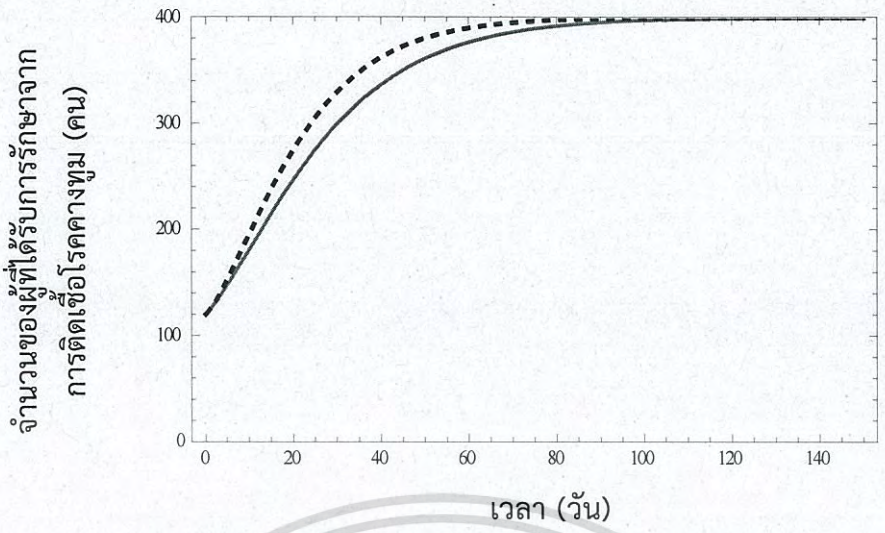
รูปที่ 4.39 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.39 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) (แทนด้วยเส้นทึบ) จะลู่เข้าสู่จุดสมดุล ณ เวลา 120 วัน ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น (แทนด้วยเส้นประ) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุล ณ เวลา 100 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อจำนวนวันของการฟักตัวของเชื้อมีค่าน้อยลง (จาก 17 วัน เป็น 10 วัน ส่งผลให้ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ กลายไปเป็น ผู้ที่ได้รับการรักษาเร็วขึ้น) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลเร็วขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



——— $R\left(\gamma=\frac{1}{17}\right)$

- - - - $R\left(\gamma=\frac{1}{10}\right)$

รูปที่ 4.40 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น

โดยมีค่าพารามิเตอร์

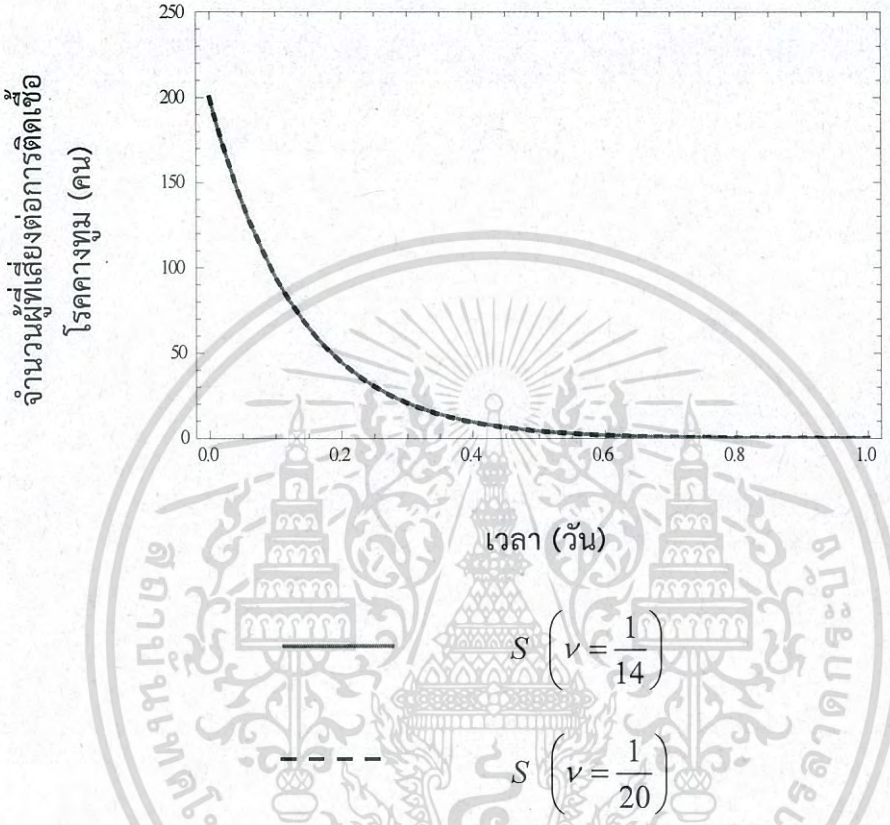
$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.40 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) (แทนด้วยเส้นทึบ) ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราการฟักตัวของเชื้อโรคคางทูม (γ) เพิ่มขึ้น(แทนด้วยเส้นประ)จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) มีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อย แต่กราฟทั้งสองลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลาเดียวกันที่ 100 วัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<u>กรณีที่ 2</u> ค่าพารามิเตอร์ ν เปลี่ยน โดยที่ค่าพารามิเตอร์ γ และ C_S คงที่ แบ่งได้ 2 ประเภท คือ

2.1 เมื่อค่า ν ลดลง จากการเพิ่มจำนวนวันของการได้รับการรักษา โดยเปลี่ยนค่าจาก 14 วัน เป็น 20 วันต่อประชากร 1 คน จะได้กราฟการลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนี้



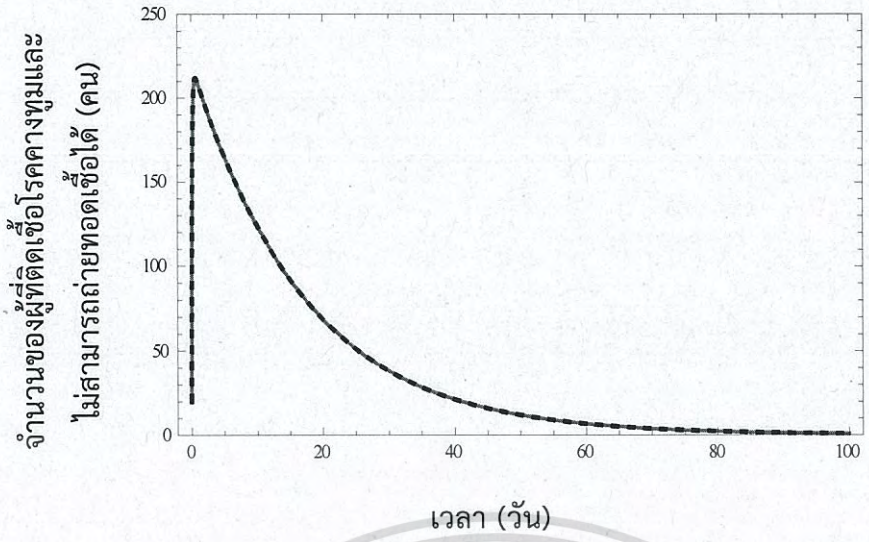
รูปที่ 4.41 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) ลดลง

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.41 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) (แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) ลดลง (แทนด้วยเส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) ไม่มีการเปลี่ยนแปลง แต่กราฟทั้งสองลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลาเดียวกันที่ 14 ชั่วโมง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



——— $E\left(\nu=\frac{1}{14}\right)$

– – – – $E\left(\nu=\frac{1}{20}\right)$

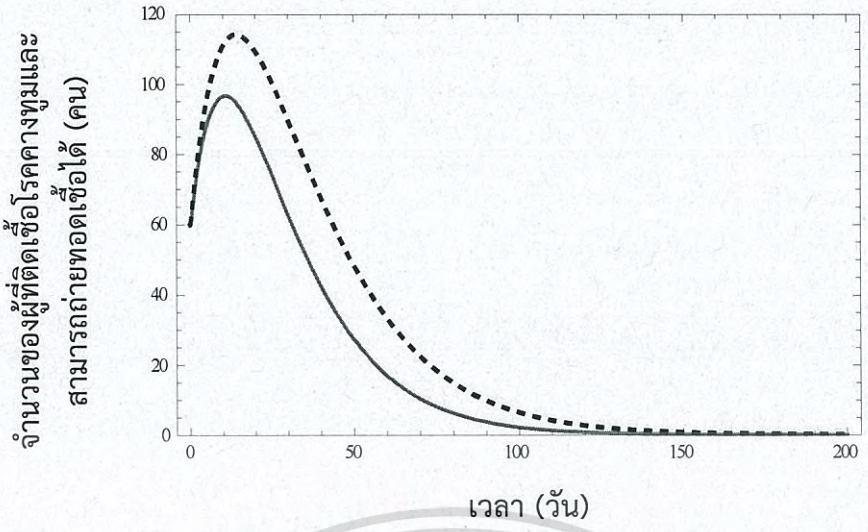
รูปที่ 4.42 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) ลดลง

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.42 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) (แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) ลดลง (แทนด้วยเส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อลดอัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



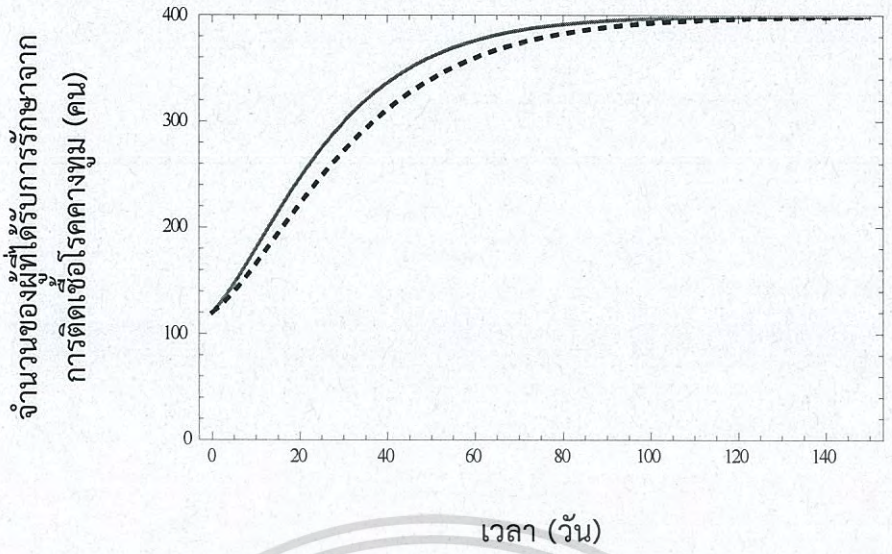
รูปที่ 4.43 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) ลดลง

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_s=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.43 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) (แทนด้วยเส้นทึบ) จะลู่เข้าสู่จุดสมดุล ณ เวลา 120 วัน ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) ลดลง (แทนด้วยเส้นประ) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุล ณ เวลา 140 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อจำนวนวันของการได้รับการรักษามีค่าเพิ่มขึ้น (จาก 14 วัน เป็น 20 วัน ส่งผลให้ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้กลายไปเป็นผู้ที่ได้รับการรักษาช้าลง) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลช้าลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.44 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) ลดลง

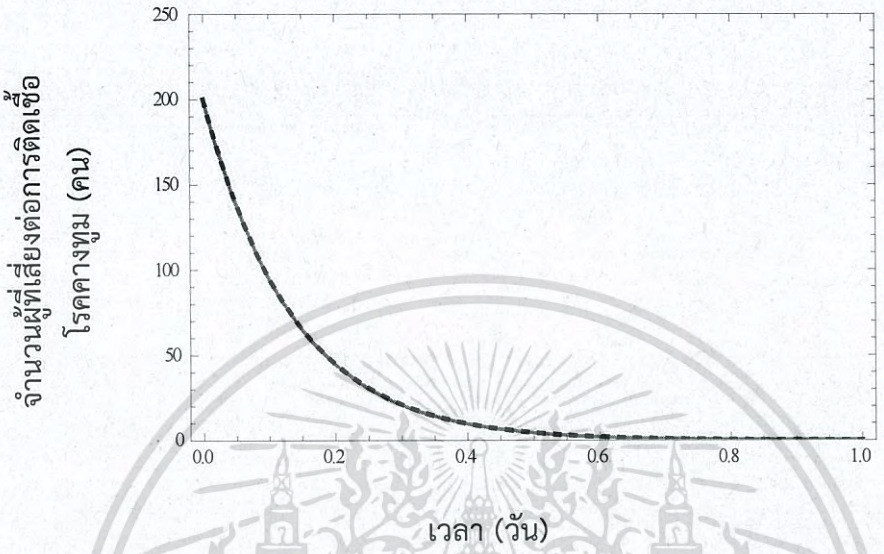
โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.44 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) (แทนด้วยเส้นทึบ) ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) ลดลง(แทนด้วยเส้นประ) ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อย แต่กราฟทั้งสองลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลาเดียวกันที่ 100 วัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2 เมื่อค่า ν เพิ่มขึ้น จากการลดจำนวนวันของการได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม โดยเปลี่ยนค่าจาก 14 วัน เป็น 10 วันต่อประชากร 1 คน จะได้กราฟการลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนี้



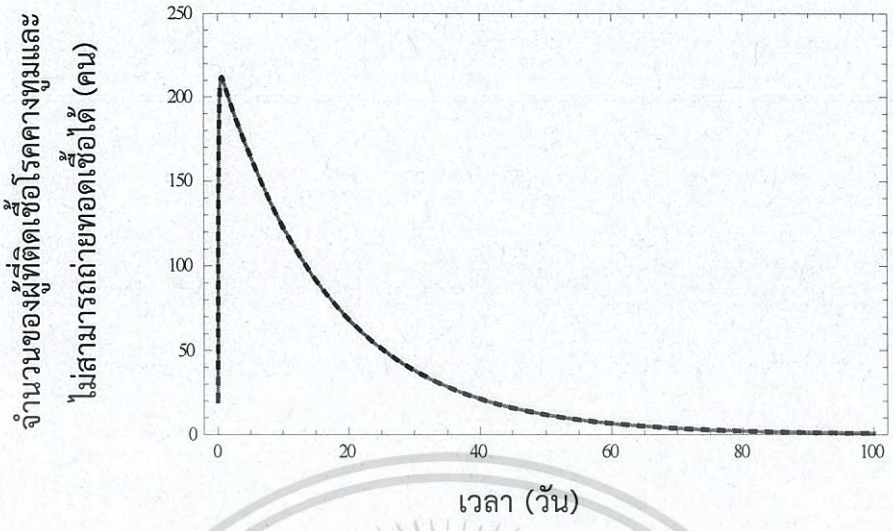
รูปที่ 4.45 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) เพิ่มขึ้น

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.45 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) (แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) เพิ่มขึ้น (แทนด้วยเส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) ไม่มีการเปลี่ยนแปลง กราฟทั้งสองลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลาเดียวกันที่ 14 ชั่วโมง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



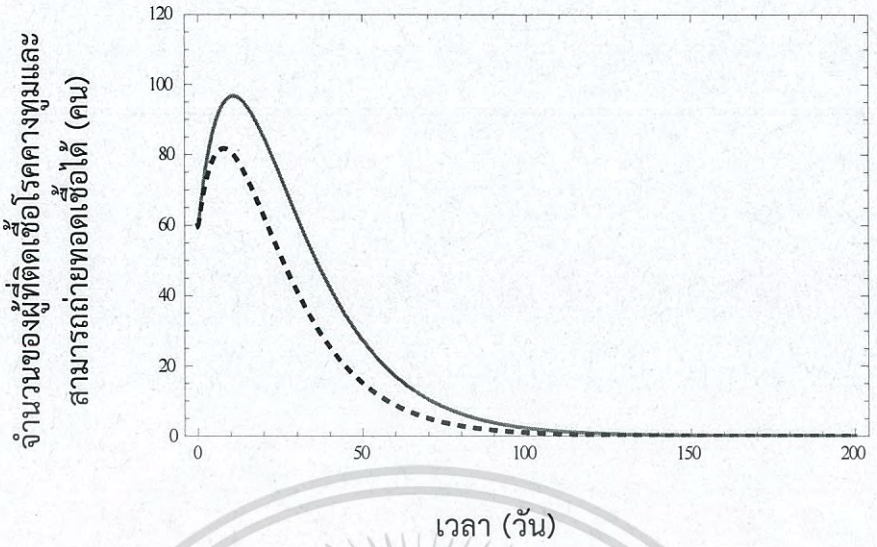
รูปที่ 4.46 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้(E)เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย(ν)เพิ่มขึ้น

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_s=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.46 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้(E)(แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้(E)เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย(ν)เพิ่มขึ้น (แทนด้วย เส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้(E)ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อเพิ่มอัตราการหายป่วยของผู้ป่วย(ν)เพิ่มขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



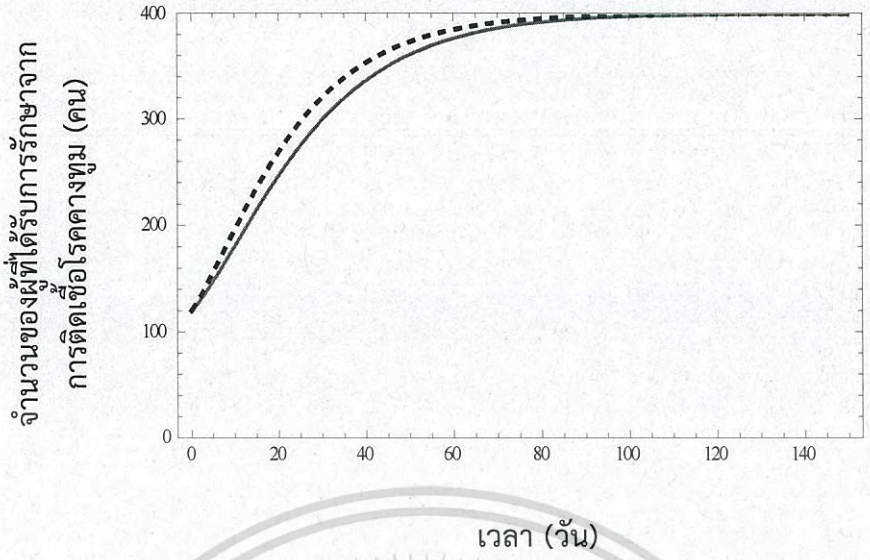
รูปที่ 4.47 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) เพิ่มขึ้น

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.47 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) (แทนด้วยเส้นทึบ) จะลู่เข้าสู่จุดสมดุล ณ เวลา 120 วัน ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) เพิ่มขึ้น (แทนด้วยเส้นประ) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุล ณ เวลา 100 วัน จึงสรุปได้ว่าเมื่อจำนวนวันของการได้รับการรักษามีค่าน้อยลง (จาก 14 วัน เป็น 10 วัน ส่งผลให้ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้กลายไปเป็น ผู้ที่ได้รับการรักษาเร็วขึ้น) กราฟจะลู่เข้าสู่จุดสมดุลเร็วขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.48 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) เพิ่มขึ้น

โดยมีค่าพารามิเตอร์

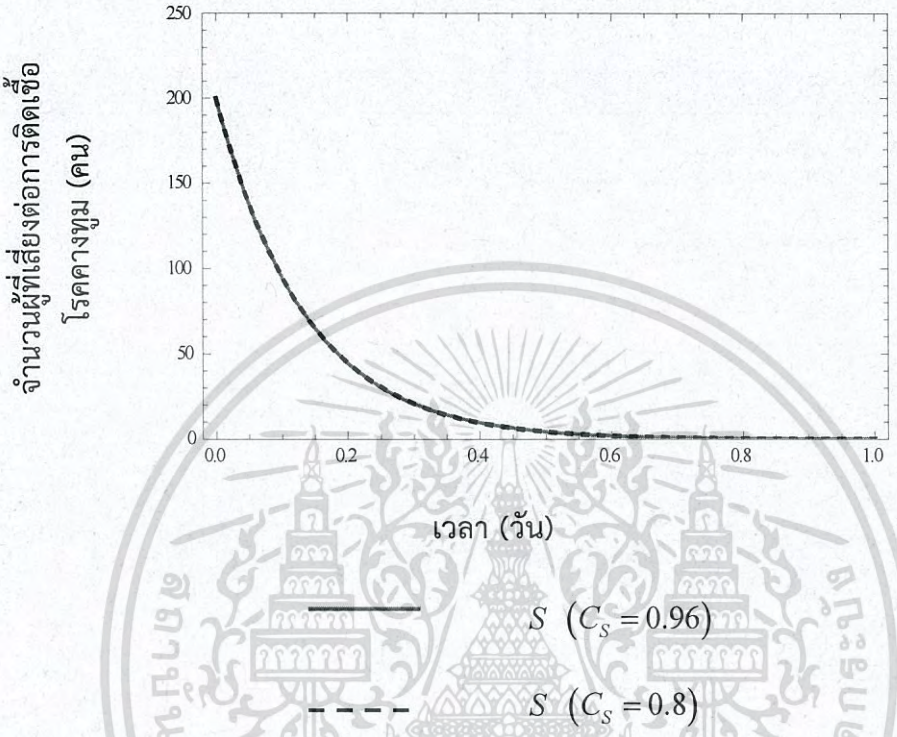
$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.48 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) (แทนด้วยเส้นทึบ) ต่างกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่ออัตราการหายป่วยของผู้ป่วย (ν) เพิ่มขึ้น (แทนด้วยเส้นประ) ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อย แต่กราฟทั้งสองลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลาเดียวกันที่ 100 วัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<u>กรณีที่ 3</u> ค่าพารามิเตอร์ C_S เปลี่ยน โดยที่ค่าพารามิเตอร์ γ และ ν คงที่ แบ่งได้ 2 ประเภท คือ

3.1 เมื่อค่า C_S ลดลง จากการลดโอกาสการได้รับวัคซีน โดยเปลี่ยนค่าจาก 96% เป็น 80% ต่อประชากรทั้งหมด จะได้กราฟการลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนี้



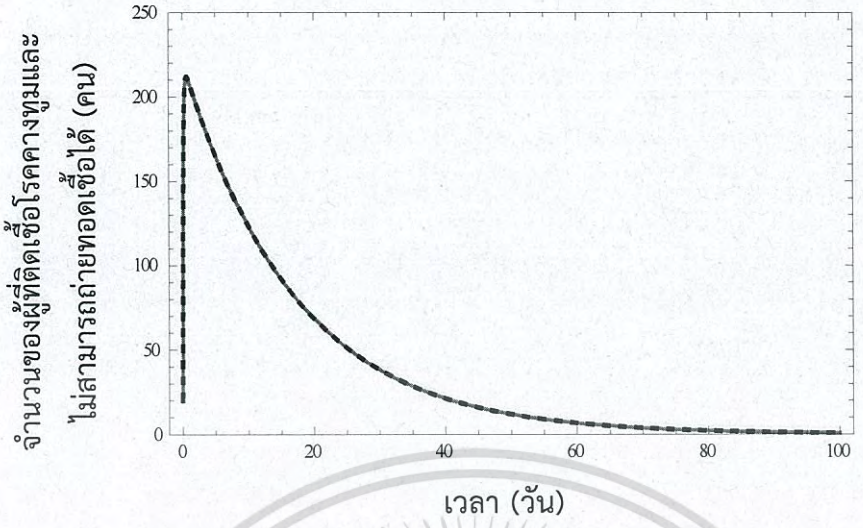
รูปที่ 4.49 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) ลดลง

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.49 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) (แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่อเมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) ลดลง (แทนด้วยเส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) ไม่มีการเปลี่ยนแปลง กราฟทั้งสองลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลาเดียวกันที่ 14 ชั่วโมง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



$E\ (C_S = 0.96)$

$E\ (C_S = 0.8)$

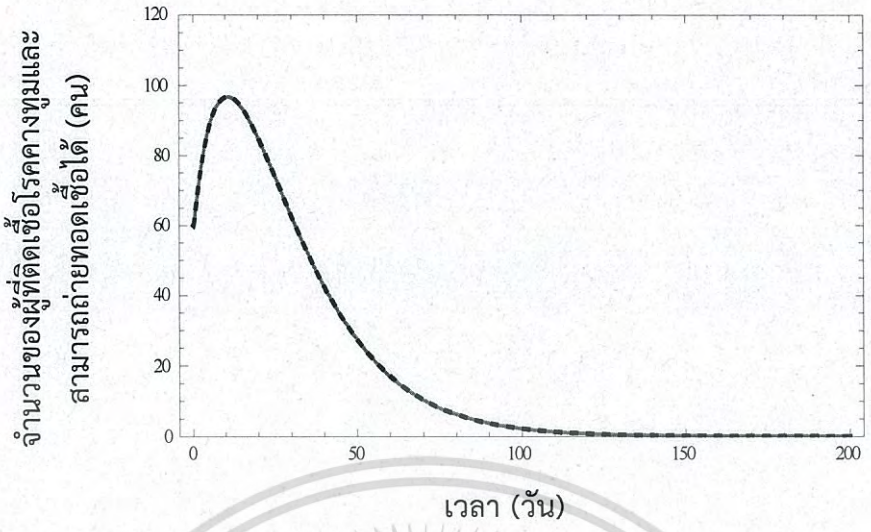
รูปที่ 4.50 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) ลดลง

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu = \frac{1}{365\times 74.18}, D = \frac{1}{365\times 74.18}, \beta = \frac{1}{8}, \gamma = \frac{1}{17}, \nu = \frac{1}{14}, C_S = 0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.50 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) (แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) ลดลง (แทนด้วยเส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) ลดลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



——— $I\ (C_S = 0.96)$

– – – – $I\ (C_S = 0.8)$

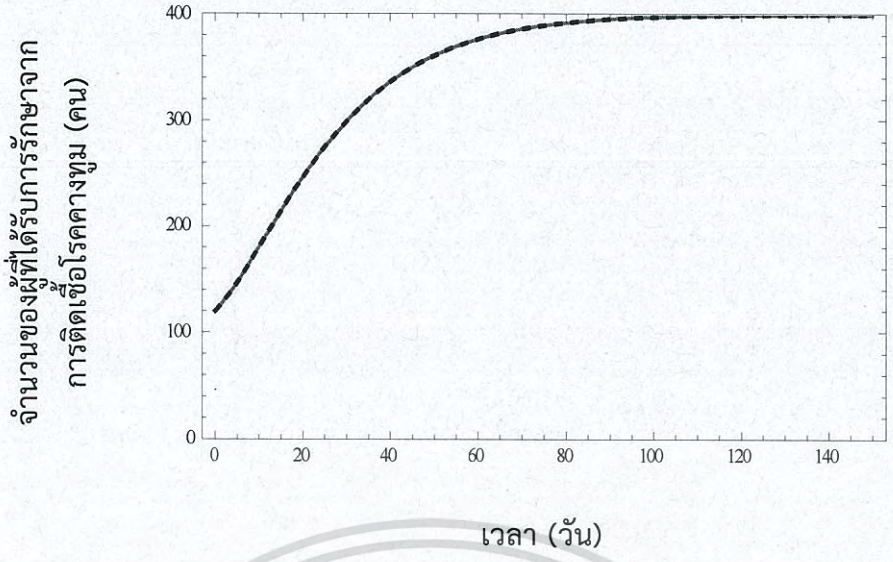
รูปที่ 4.51 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) ลดลง

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu = \frac{1}{365\times 74.18}, D = \frac{1}{365\times 74.18}, \beta = \frac{1}{8}, \gamma = \frac{1}{17}, \nu = \frac{1}{14}, C_S = 0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.51 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) (แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) ลดลง (แทนด้วยเส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) ลดลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.52 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) ลดลง

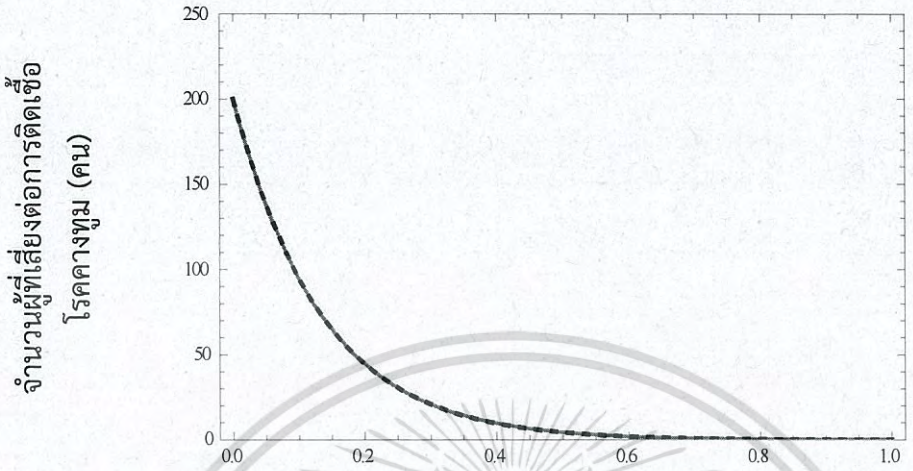
โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu = \frac{1}{365\times 74.18}, D = \frac{1}{365\times 74.18}, \beta = \frac{1}{8}, \gamma = \frac{1}{17}, \nu = \frac{1}{14}, C_S = 0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.52 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) (แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) ลดลง (แทนด้วยเส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) ลดลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 เมื่อค่า C_S เพิ่มขึ้น จากการลดโอกาสการได้รับวัคซีน โดยเปลี่ยนค่าจาก 96% เป็น 100% ต่อประชากรทั้งหมด จะได้กราฟการลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนี้



——— $S\ (C_S = 0.96)$

- - - - $S\ (C_S = 1)$

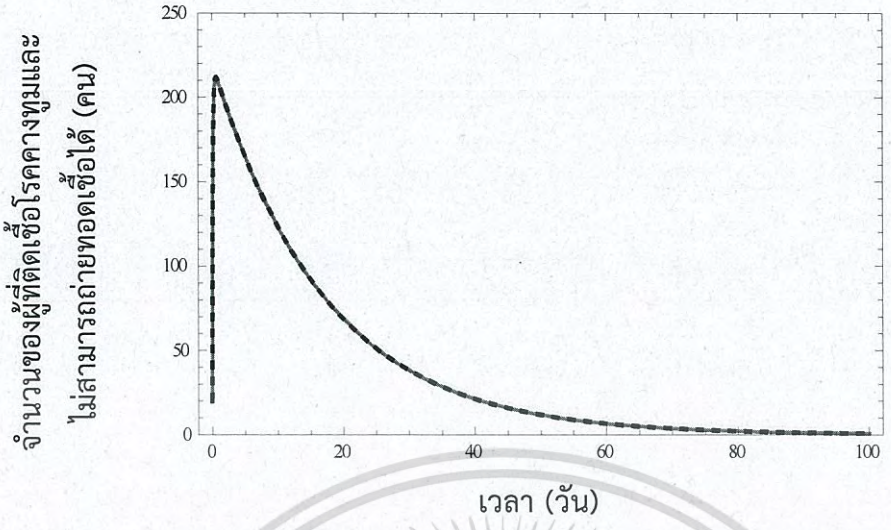
รูปที่ 4.53 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) เพิ่มขึ้น

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu = \frac{1}{365\times 74.18}, D = \frac{1}{365\times 74.18}, \beta = \frac{1}{8}, \gamma = \frac{1}{17}, \nu = \frac{1}{14}, C_S = 0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.53 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) (แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) เมื่อเมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) เพิ่มขึ้น (แทนด้วยเส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่เสี่ยงติดเชื้อโรคคางทูม (S) ไม่มีการเปลี่ยนแปลง กราฟทั้งสองลู่เข้าจุดสมดุล ณ เวลาเดียวกันที่ 14 ชั่วโมง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



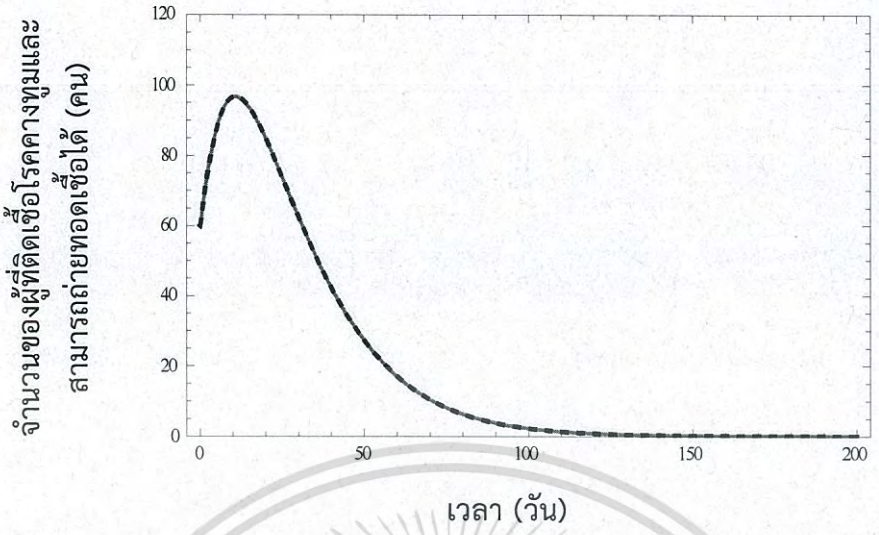
รูปที่ 4.54 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) เพิ่มขึ้น

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu = \frac{1}{365\times 74.18}, D = \frac{1}{365\times 74.18}, \beta = \frac{1}{8}, \gamma = \frac{1}{17}, \nu = \frac{1}{14}, C_S = 0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.54 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) (แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) (แทนด้วยเส้นประ)จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) เพิ่มขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



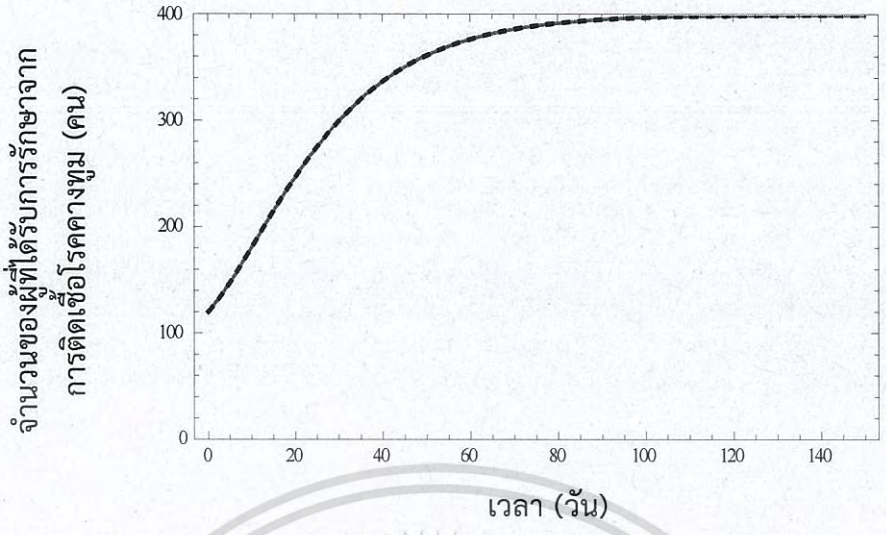
รูปที่ 4.55 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) เพิ่มขึ้น

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu = \frac{1}{365\times 74.18}, D = \frac{1}{365\times 74.18}, \beta = \frac{1}{8}, \gamma = \frac{1}{17}, \nu = \frac{1}{14}, C_S = 0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.55 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) (แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) เพิ่มขึ้น (แทนด้วยเส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) เพิ่มขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.56 กราฟแสดงการเปรียบเทียบระหว่างจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) เพิ่มขึ้น

โดยมีค่าพารามิเตอร์

$$\mu=\frac{1}{365\times 74.18}, D=\frac{1}{365\times 74.18}, \beta=\frac{1}{8}, \gamma=\frac{1}{17}, \nu=\frac{1}{14}, C_S=0.96\times\left(\frac{1}{365\times 74.18}\right)$$

จากรูปที่ 4.56 จะเห็นว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) (แทนด้วยเส้นทึบ) เหมือนกับกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) เมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) เพิ่มขึ้น (แทนด้วยเส้นประ) จะได้ว่ากราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเมื่อโอกาสการได้รับวัคซีน (C_S) เพิ่มขึ้น

ดังนั้น จะได้ว่าพารามิเตอร์ที่มีผลต่อการลู่เข้าของจุดสมดุล S, E, I, R คือ γ, ν และ C_S โดยที่พารามิเตอร์ γ ส่งผลต่อกราฟ E และ I และพารามิเตอร์ ν ส่งผลต่อกราฟ I

สังเกตเห็นว่า γ คือ อัตราการฟักตัวของเชื้อ เมื่อค่า γ ลดลงจากการเพิ่มจำนวนวันของการฟักตัว ส่งผลให้กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) และกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) ลู่เข้าสู่จุดสมดุลช้าลงเนื่องจากการเพิ่มจำนวนวันของการฟักตัว ทำให้ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) ได้ช้าลงและผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) ได้ช้าลง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อค่า γ เพิ่มขึ้นจากการลดจำนวนวันของการฟักตัว ส่งผลให้กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) และกราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ ลู่เข้าสู่จุดสมดุลเร็วขึ้น เนื่องจาก การลดจำนวนวันของการฟักตัว ทำให้ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) เปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) ได้เร็วขึ้น และผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) ได้เร็วขึ้น

เนื่องจาก ν คือ อัตราการหายป่วย เมื่อค่า ν ลดลงจากการเพิ่มจำนวนวันของการได้รับการรักษา ส่งผลให้กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) ลู่เข้าสู่จุดสมดุลช้าลง เนื่องจาก การเพิ่มจำนวนวันของการได้รับการรักษา ทำให้ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) ได้ช้าลง

เมื่อค่า ν เพิ่มขึ้นจากการลดจำนวนวันของการได้รับการรักษา ส่งผลให้กราฟแสดงจำนวนของผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) ลู่เข้าสู่จุดสมดุลเร็วขึ้น เนื่องจาก การลดจำนวนวันของการได้รับการรักษา ทำให้ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (I) เปลี่ยนไปเป็นผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อโรคคางทูม (R) ได้เร็วขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

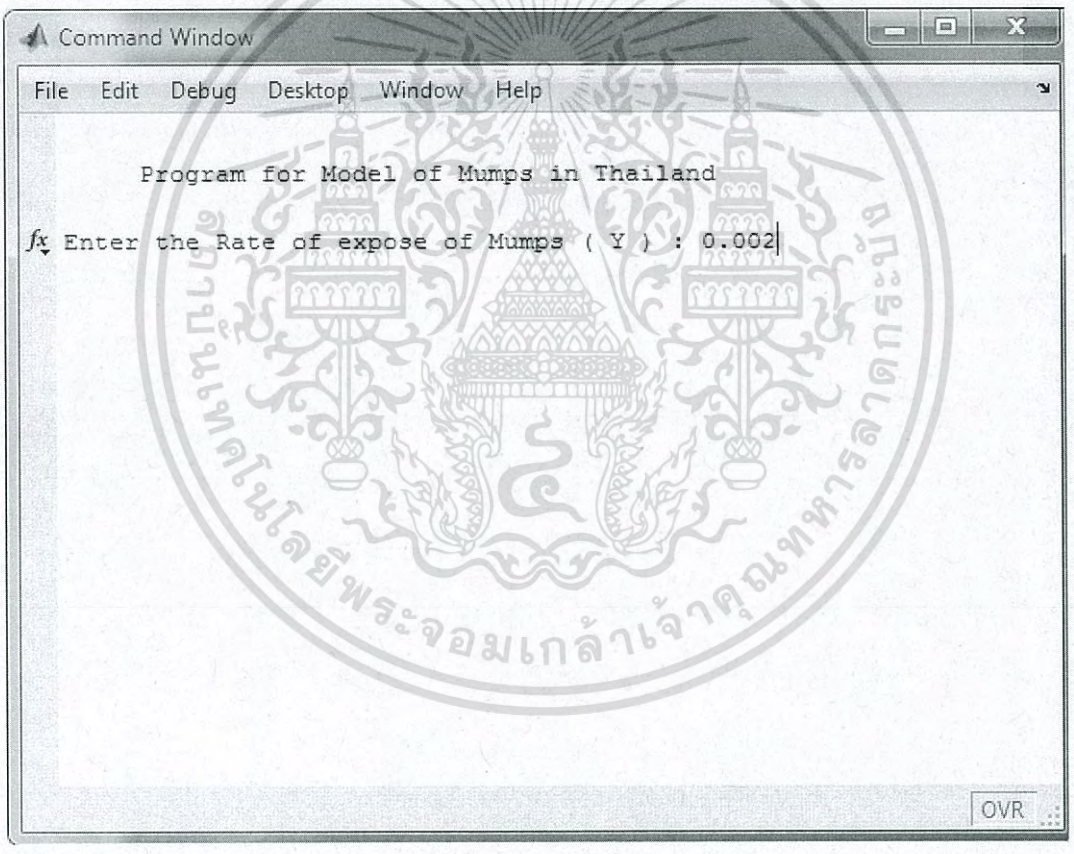
4.3 การประยุกต์ใช้ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์

เราใช้โปรแกรม MATLAB ในการแก้ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ด้วยระเบียบของรุงเง-คุททา อันดับสี่ โดยการเขียนโปรแกรม คู่มือการใช้โปรแกรม ดังนี้

ในหน้า **Editor** เมื่อ **save** โปรแกรมเรียบร้อยแล้ว จะทำการ **run** โปรแกรมโดย คลิกที่สัญลักษณ์ หรือกดปุ่ม **F5** แล้ว จะได้หน้า **Command Window** ขึ้นมาเพื่อให้ ผู้ใช้กรอกข้อมูล ดังนี้

4.3.1) แบบจำลองโรคคางทูม

1. Enter the Rate of expose of Mumps (Y) : คือ ให้ผู้ใช้ใส่ค่าอัตราการฟักตัวโรคคางทูมต่อ 1 คน (γ) ซึ่งมีค่าน้อยกว่า 1 เช่น 0.002 ดังรูป

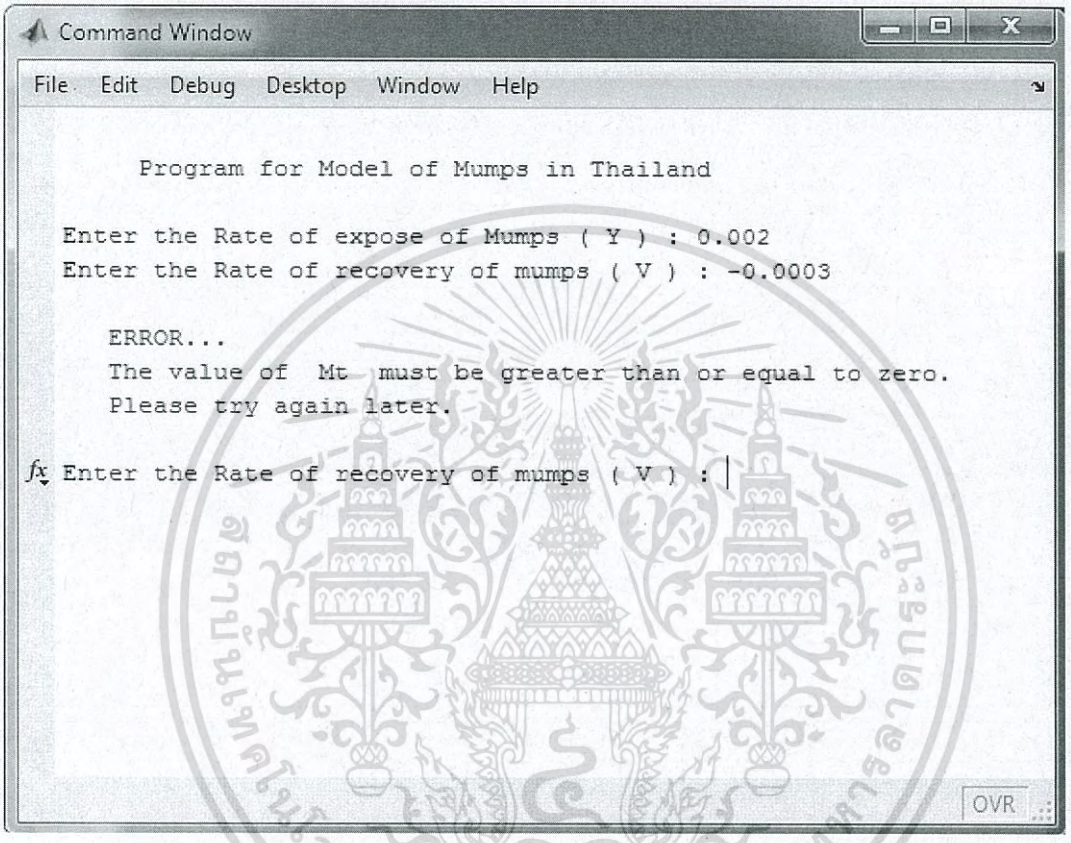


รูปที่ 4.57 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. Enter the Rate of recovery of Mumps(V) : คือ ให้ผู้ใช้ใส่ค่าอัตราการหายป่วยโรคคางทูมต่อ 1 คน (ν)

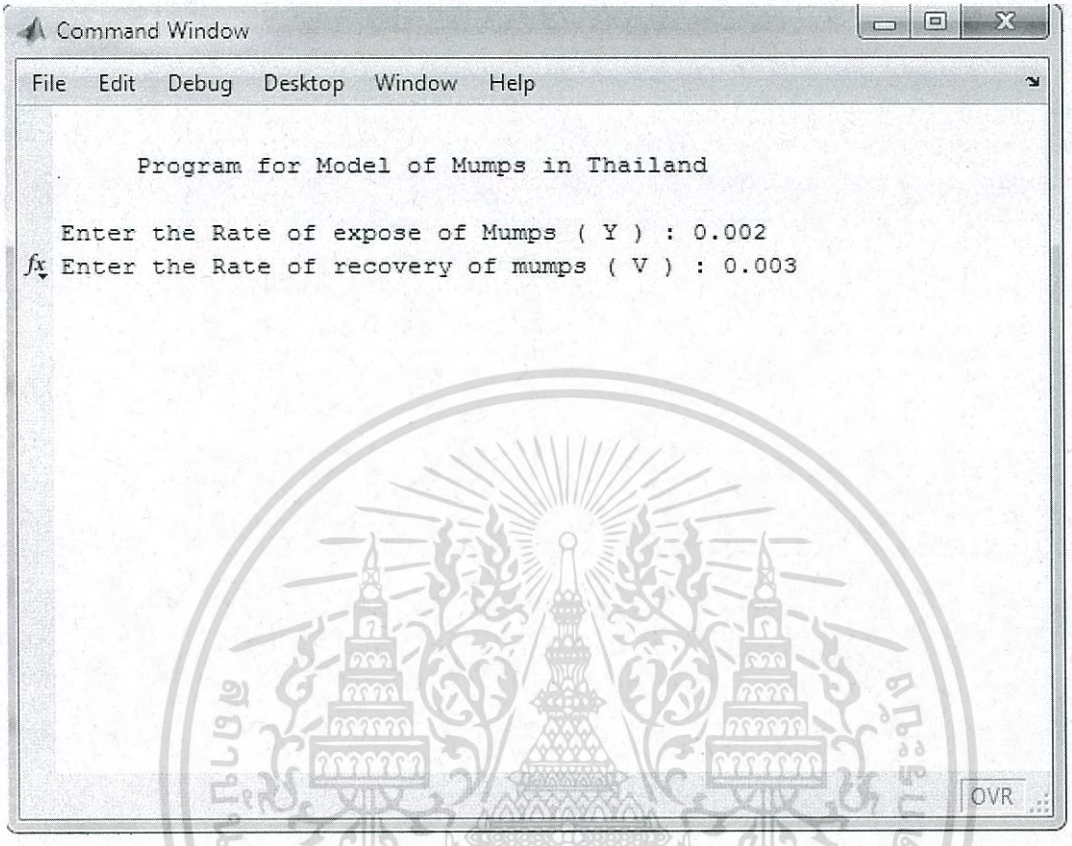
หากผู้ใส่ข้อมูลค่าอัตราการหายป่วยโรคคางทูม น้อยกว่า 0 เช่น -0.0003 โปรแกรมจะให้กรอกข้อมูลใหม่ ดังรูป



รูปที่ 4.58 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

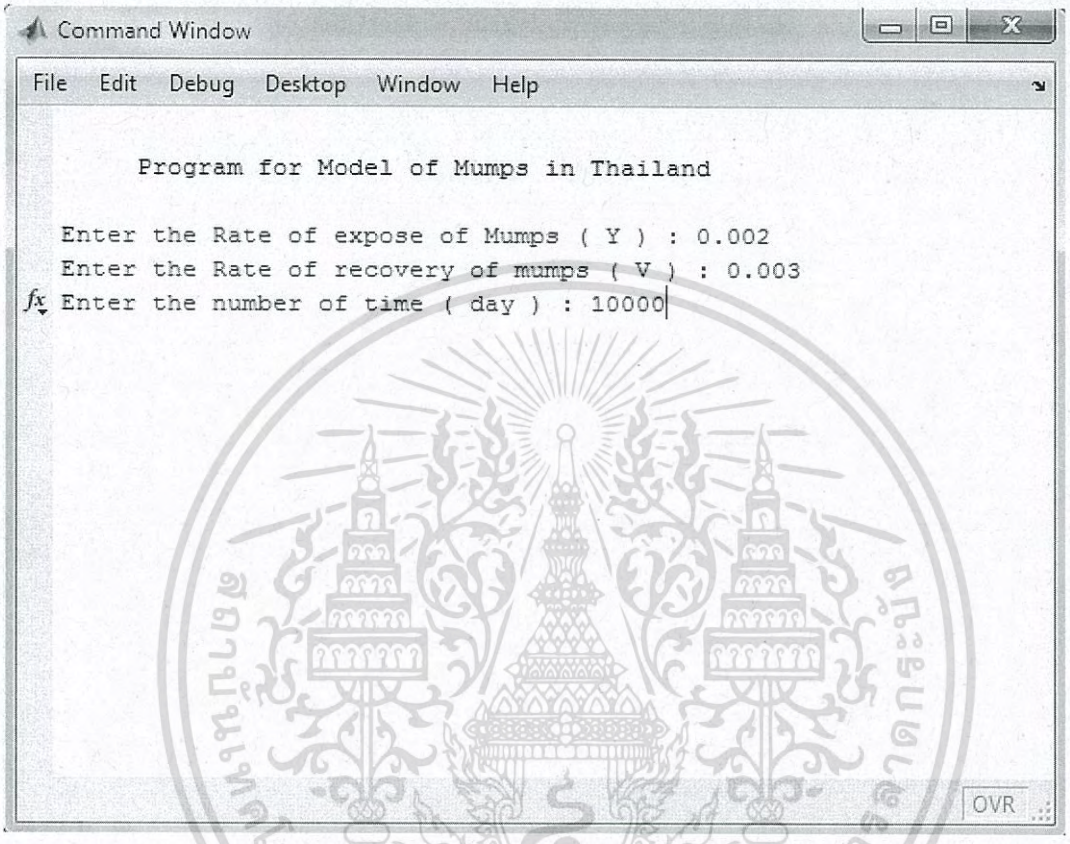
เมื่อผู้ใช้กรอกข้อมูลใหม่ เช่น 0.003 ดังรูป



รูปที่ 4.59 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 2

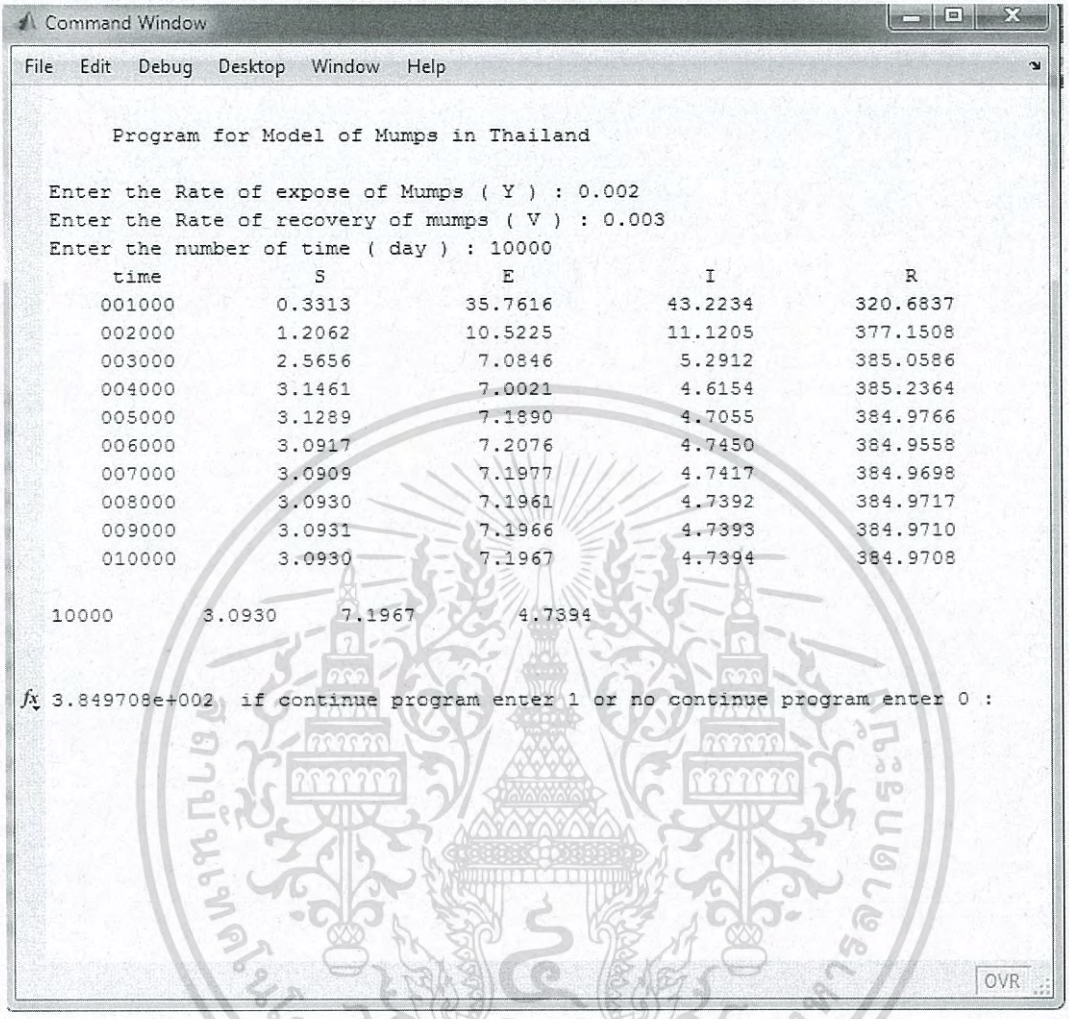
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. Enter the number of time (day) : คือ ให้ผู้ใช้กรอกจำนวนเวลา(วัน)ที่ต้องการจะคำนวณ เช่น 10,000 วัน



รูปที่ 4.60 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



Command Window

File Edit Debug Desktop Window Help

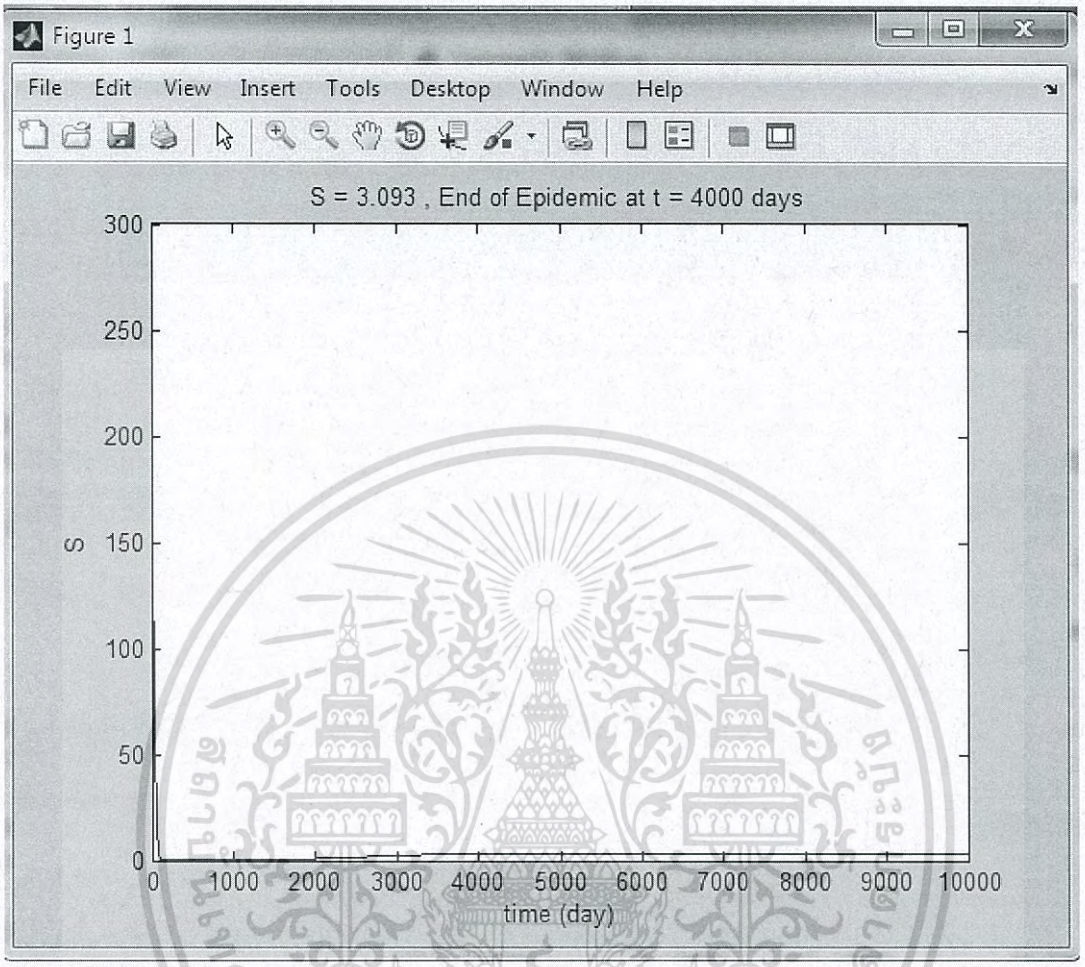
```
      Program for Model of Mumps in Thailand

  Enter the Rate of expose of Mumps ( Y ) : 0.002
  Enter the Rate of recovery of mumps ( V ) : 0.003
  Enter the number of time ( day ) : 10000
       time            S              E              I              R
     001000         0.3313         35.7616        43.2234       320.6837
     002000         1.2062         10.5225        11.1205       377.1508
     003000         2.5656          7.0846         5.2912       385.0586
     004000         3.1461          7.0021         4.6154       385.2364
     005000         3.1289          7.1890         4.7055       384.9766
     006000         3.0917          7.2076         4.7450       384.9558
     007000         3.0909          7.1977         4.7417       384.9698
     008000         3.0930          7.1961         4.7392       384.9717
     009000         3.0931          7.1966         4.7393       384.9710
     010000         3.0930          7.1967         4.7394       384.9708

  10000       3.0930      7.1967      4.7394

fx 3.849708e+002  if continue program enter 1 or no continue program enter 0 :
```

OVR

รูปที่ 4.61 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรม

จะได้ผลลัพธ์จากการคำนวณโดยที่เวลา (t) จะเพิ่มขึ้นทีละ 1,000 จนถึง t สุดท้าย เช่น t =10,000 วัน และจะแสดงกราฟการลู่เข้าของจุดสมดุลแต่ละจุด ดังนี้

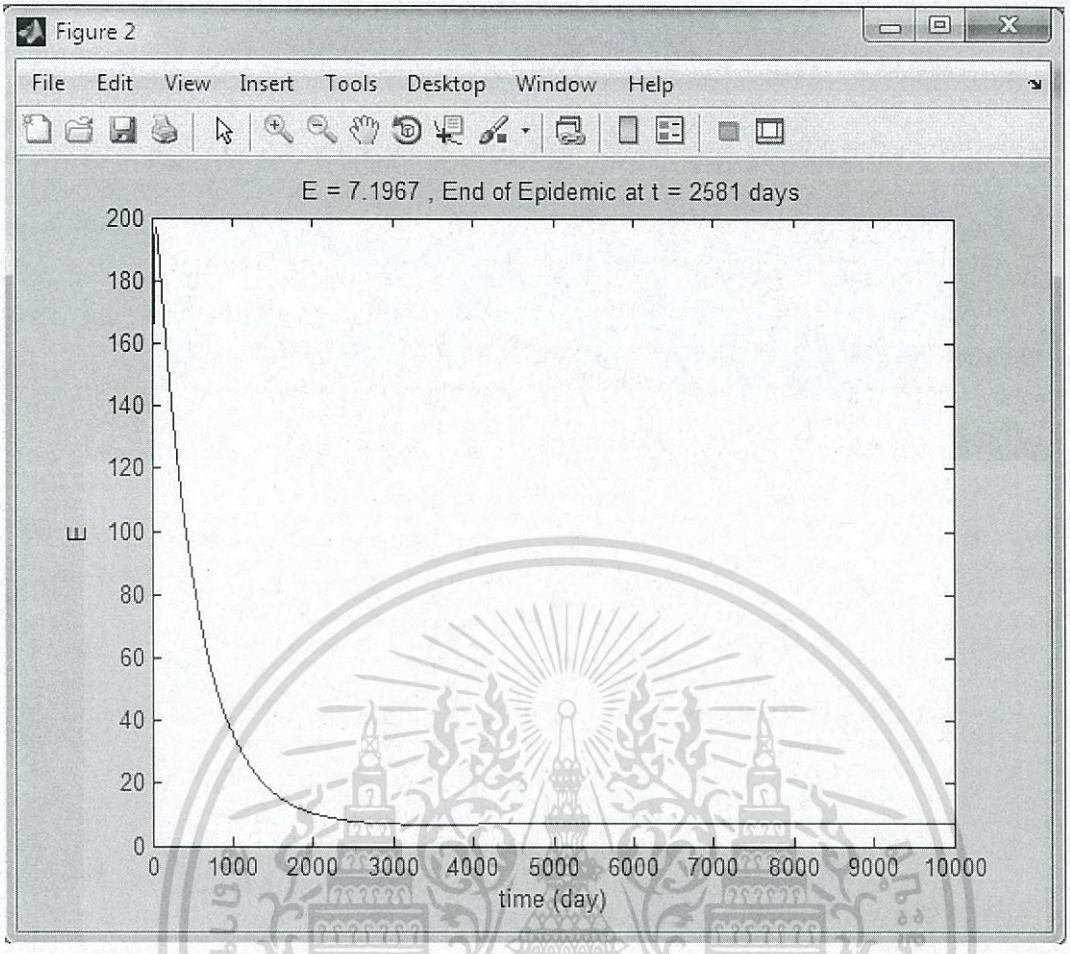
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.62 แสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล S ด้วยโปรแกรม

จากกราฟ อธิบายได้ว่า ค่าของจุดสมดุล S คือ 3.093 ซึ่งลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนั้น ณ เวลา 4,000 วัน สามารถควบคุมการระบาดของโรคได้

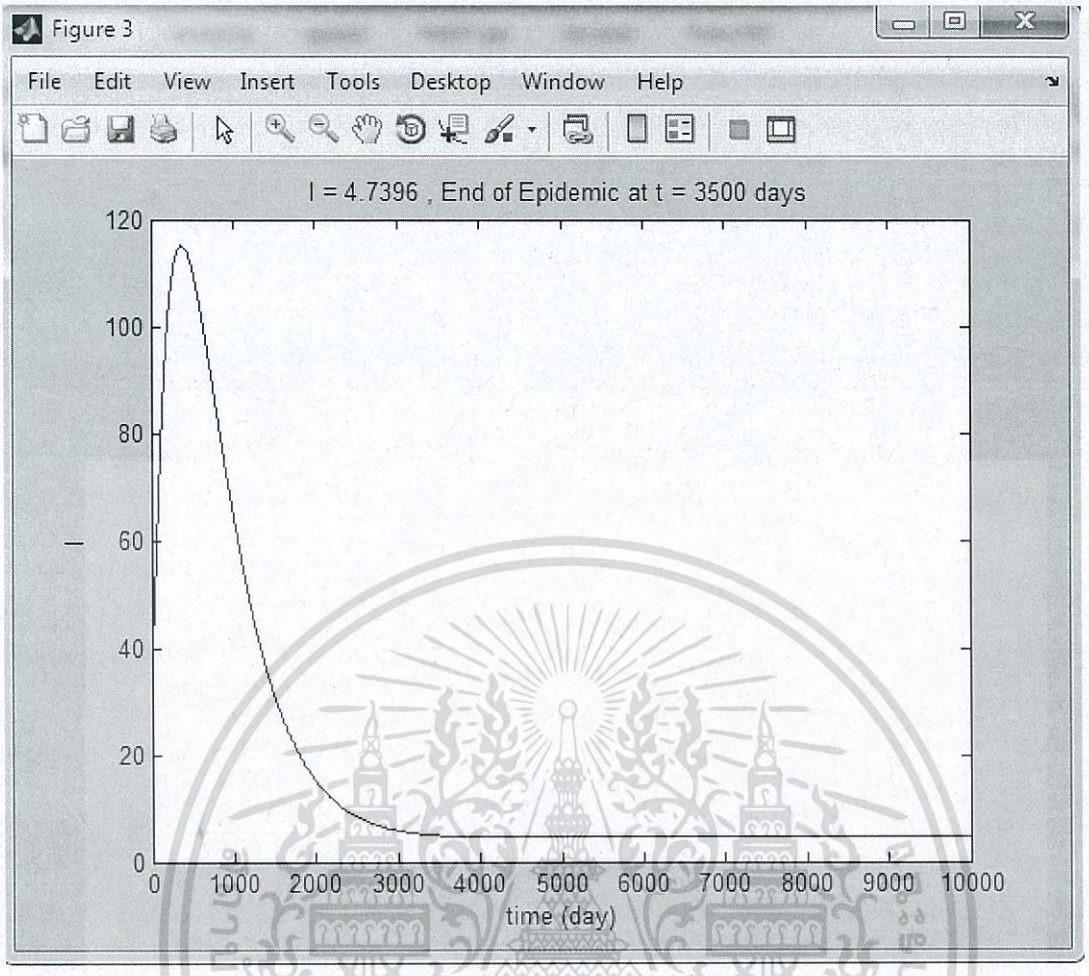
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.63 แสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล E ด้วยโปรแกรม

จากกราฟ อธิบายได้ว่า ค่าของจุดสมดุล E คือ 7.1967 ซึ่งลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนั้น ณ เวลา 2,581 วัน สามารถควบคุมการระบาดของโรคได้

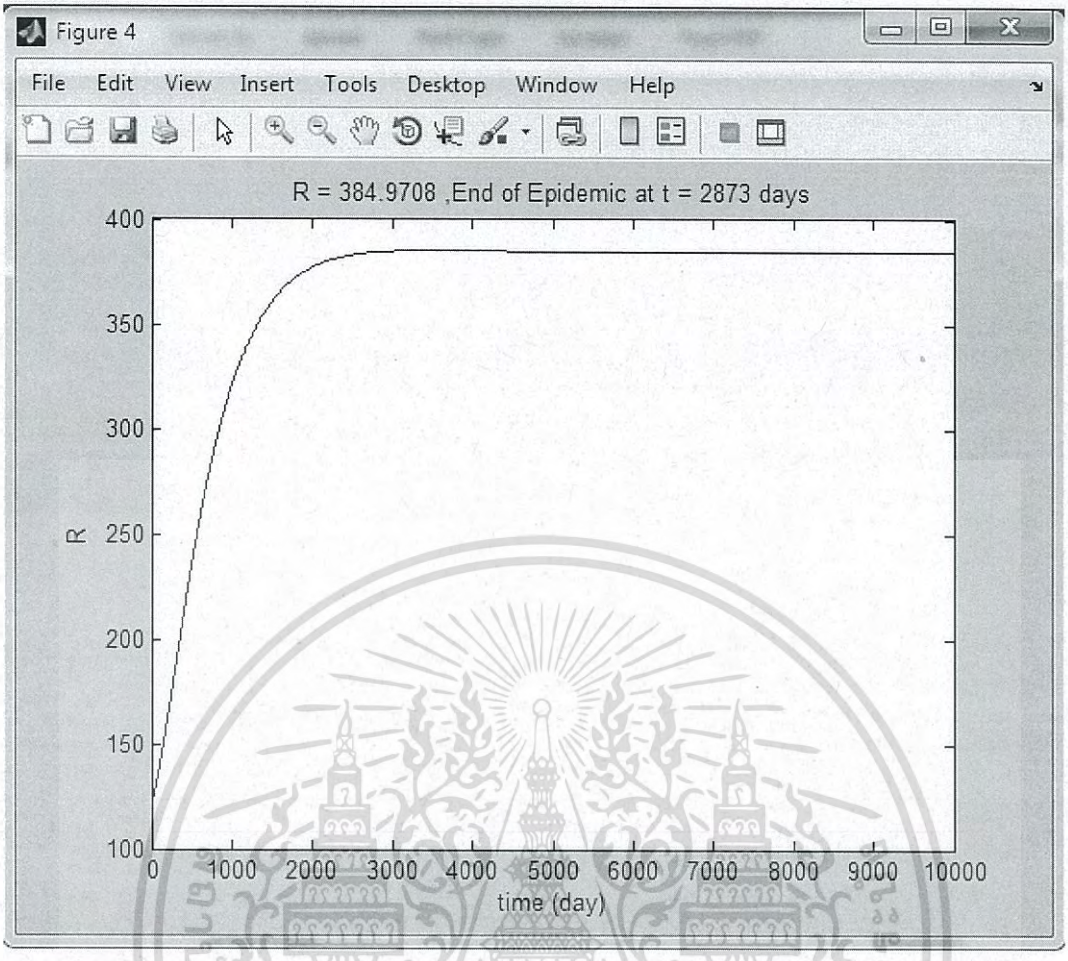
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.64 แสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล I ด้วยโปรแกรม

จากกราฟ อธิบายได้ว่า ค่าของจุดสมดุล I คือ 4.7396 ซึ่งลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนั้น ณ เวลา 3,500 วัน สามารถควบคุมการระบาดของโรคได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

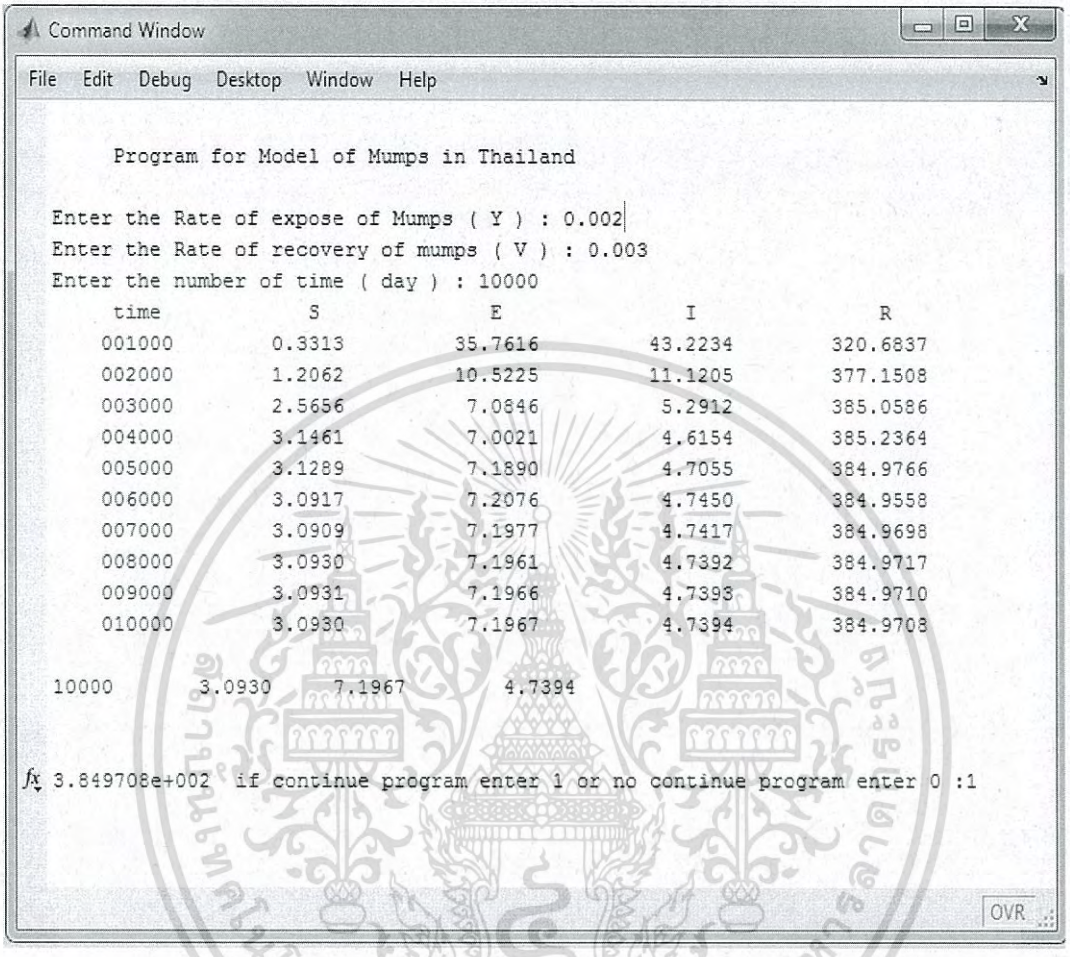


รูปที่ 4.65 แสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล R ด้วยโปรแกรม

จากกราฟ อธิบายได้ว่า ค่าของจุดสมดุล R คือ 384.9708 ซึ่งลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนั้น ณ เวลา 2,873 วัน สามารถควบคุมการระบาดของโรคได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

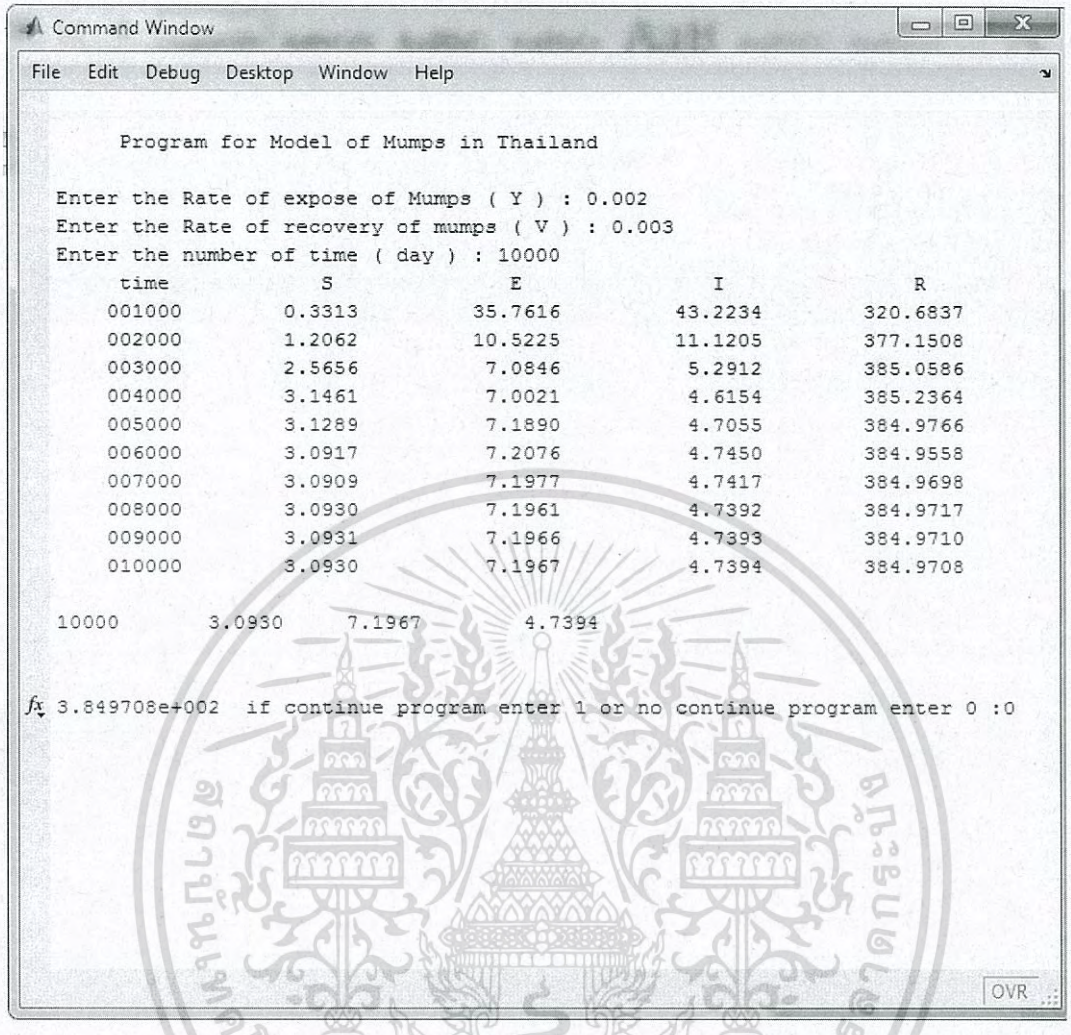
4. ถ้าผู้ใช้ต้องการคำนวณใหม่หรือต้องการออกจากโปรแกรม
หากผู้ใช้ต้องการคำนวณต่อ แต่เปลี่ยนเป็นข้อมูลชุดใหม่ให้ กด 1 ดังรูป



รูปที่ 4.66 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 4

หากผู้ใช้ต้องการออกจากโปรแกรมให้ กด 0 ดังรูป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

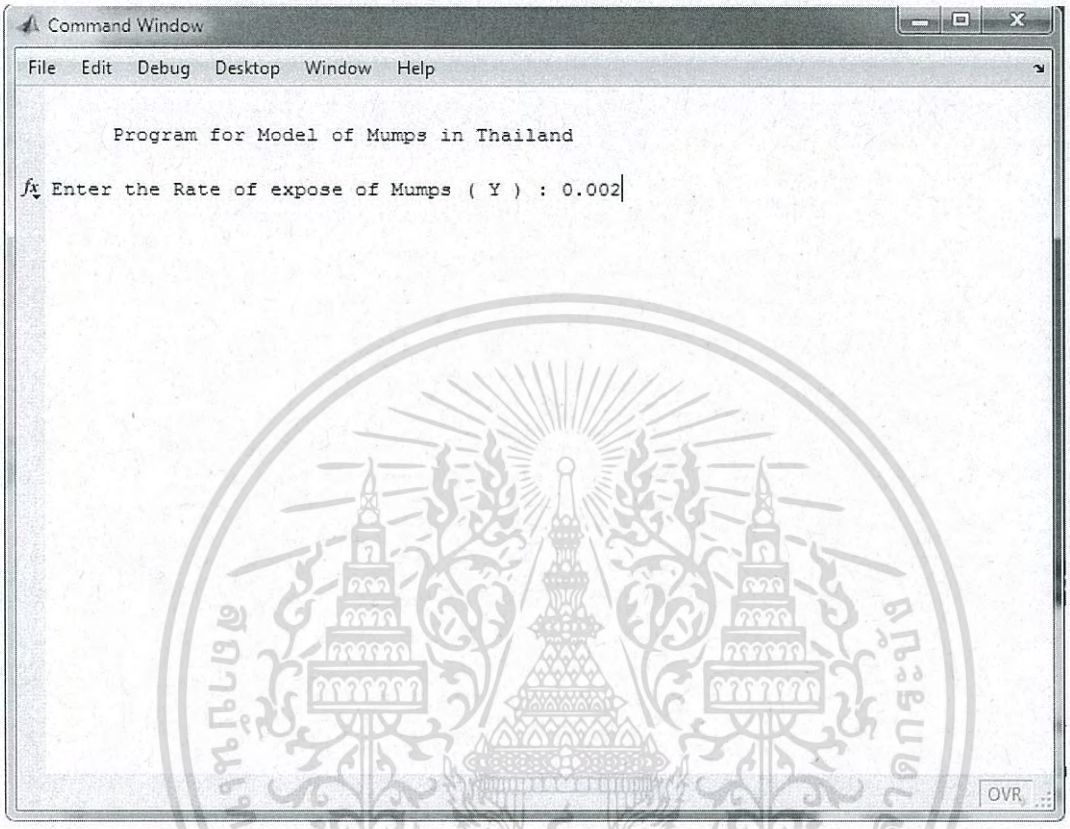


รูปที่ 4.67 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 4

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.3.2) แบบจำลองโรคคางทูมเมื่อได้รับวัคซีน

1. Enter the Rate of expose of Mumps(Y): คือ ให้ผู้ใช้ใส่ค่าอัตราการฟักตัวโรคคางทูมต่อ 1 คน (γ) ซึ่งมีค่าน้อยกว่า 1 เช่น 0.002 ดังรูป

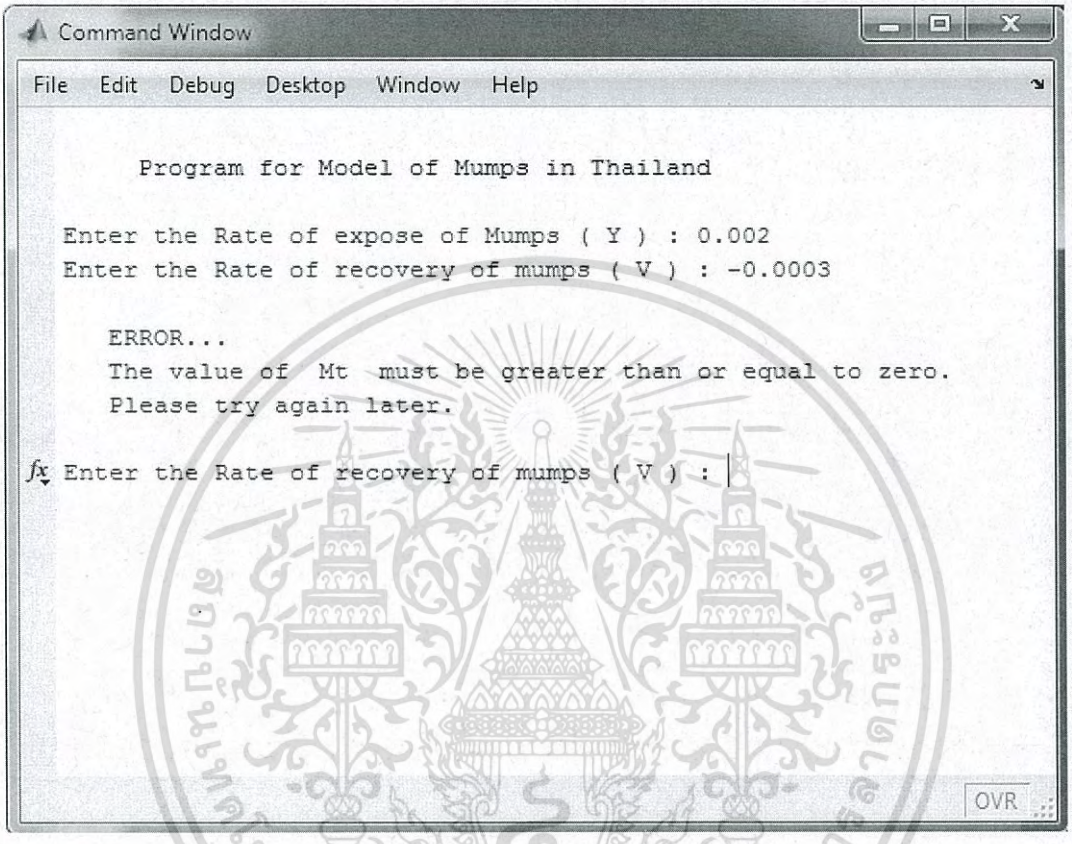


รูปที่ 4.68 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. Enter the Rate of recovery of Mumps(V): คือ ให้ผู้ใช้ใส่ค่าอัตราการหายป่วยโรคคางทูมต่อ 1 คน (ν)

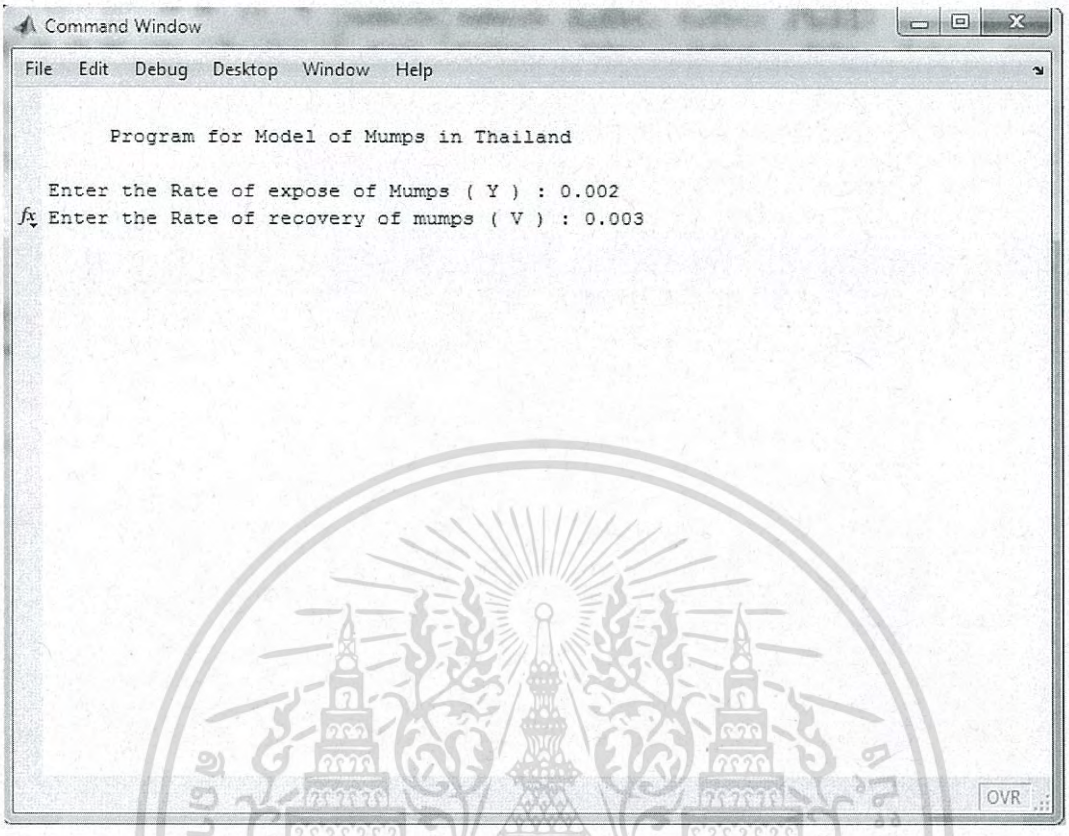
หากผู้ใส่ข้อมูลค่าอัตราการหายป่วยโรคคางทูม น้อยกว่า 0 เช่น -0.0003 โปรแกรมจะให้กรอกข้อมูลใหม่ ดังรูป



รูปที่ 4.69 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

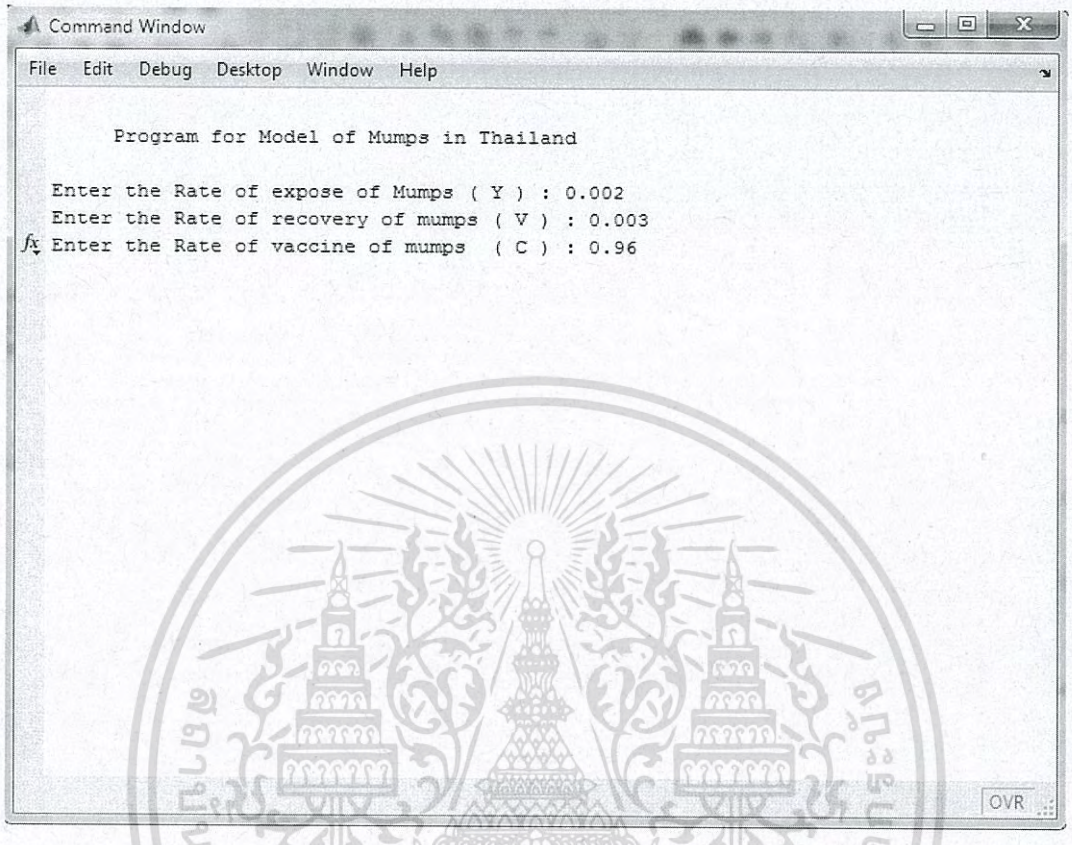
เมื่อผู้ใช้กรอกข้อมูลใหม่ เช่น 0.003 ดังรูป



รูปที่ 4.70 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

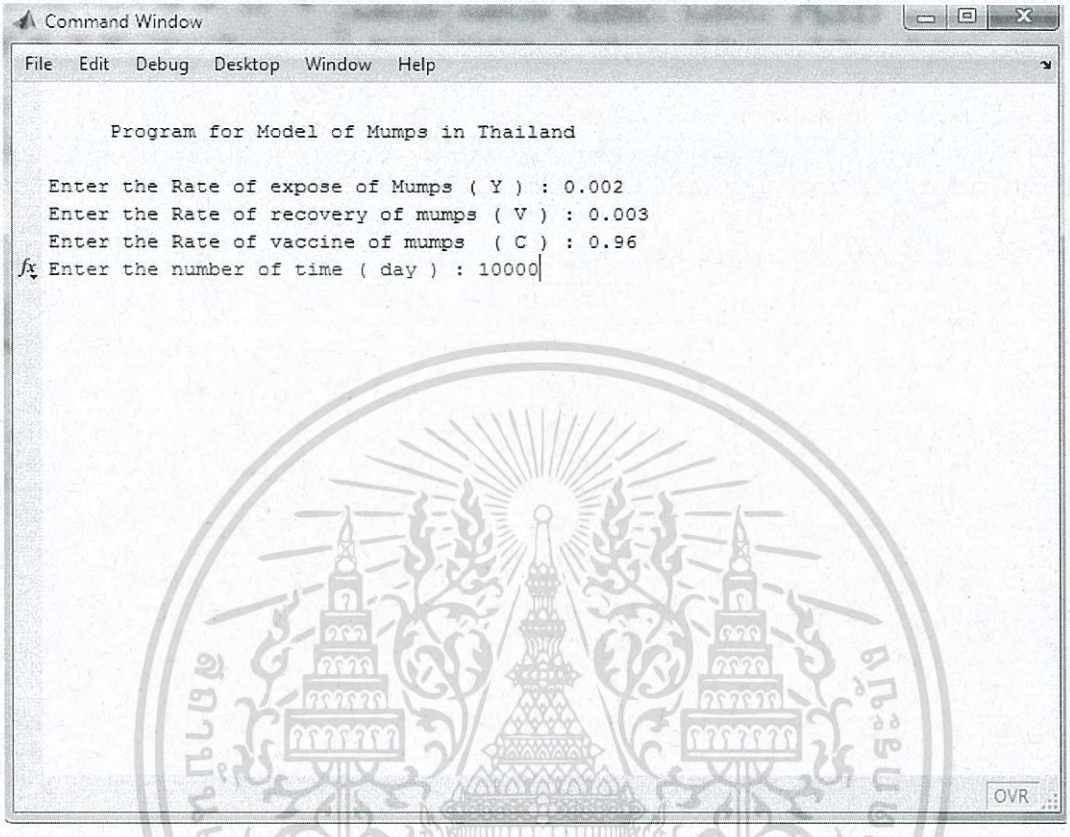
3. Rate of vaccine of Mumps (C): คือ คือ ให้ผู้ใช้ใส่ค่าอัตราการการได้รับวัคซีนโรคคางทูม (C_S)



รูปที่ 4.71 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 3

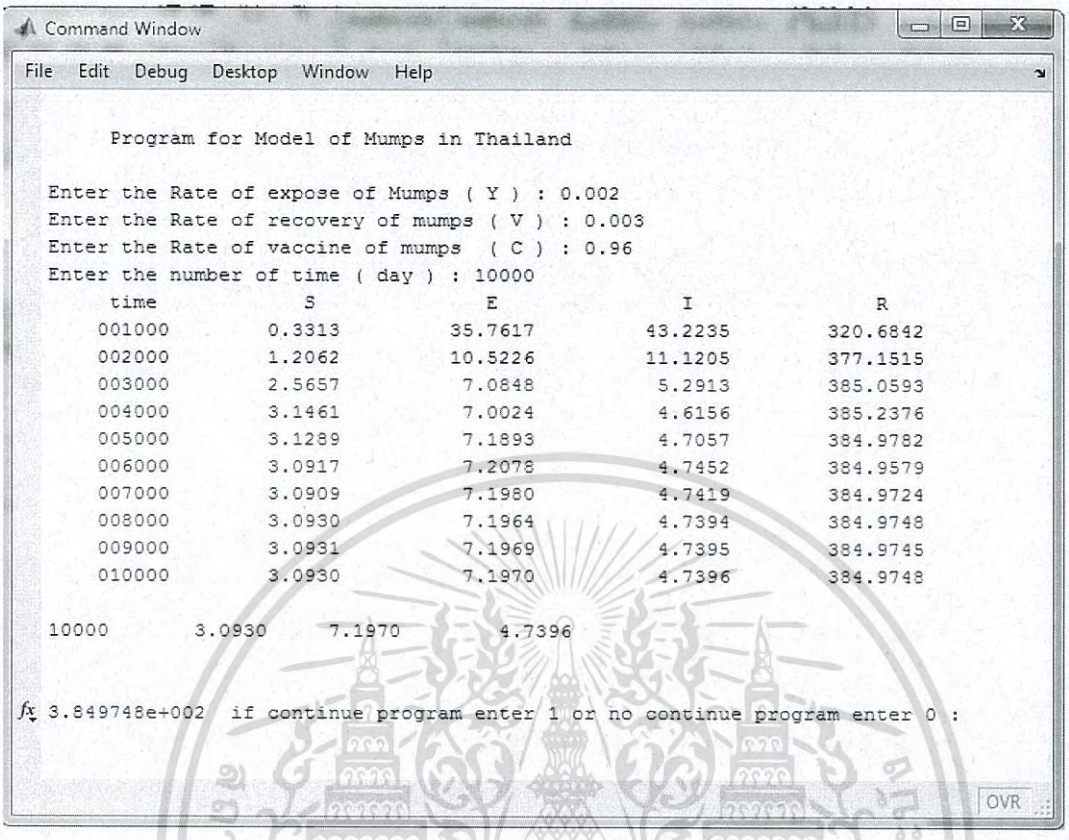
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. Enter the number of time (day) : คือ ให้ผู้ใช้กรอกจำนวนเวลา(วัน)ที่ ต้องการจะคำนวณ เช่น 10,000 วัน



รูปที่ 4.72 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 4

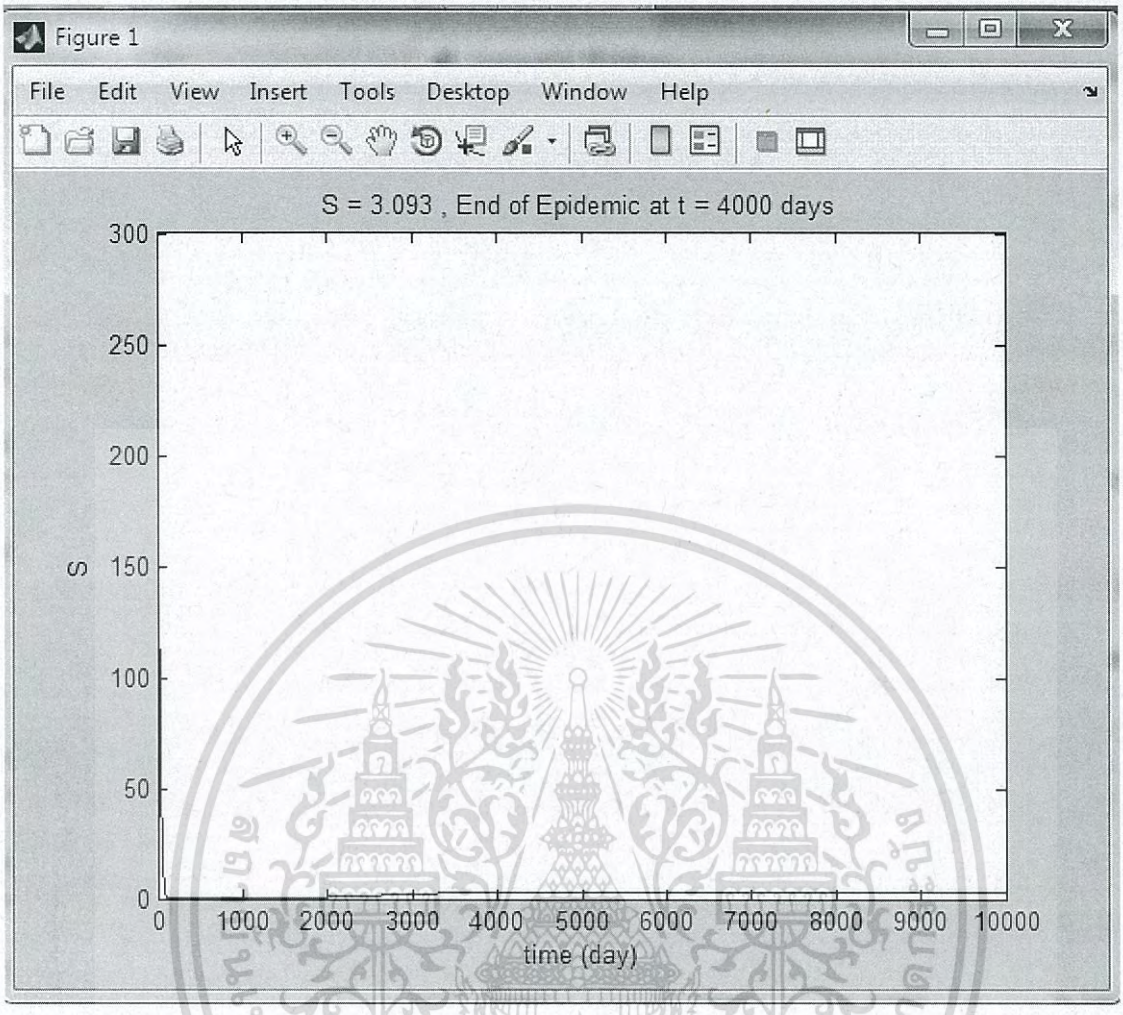
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.73 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรม

จะได้ผลลัพธ์จากการคำนวณโดยที่เวลา (t) จะเพิ่มขึ้นทีละ 1,000 จนถึง t สุดท้าย เช่น t =10,000 วัน และจะแสดงกราฟการลู่เข้าของจุดสมดุลแต่ละจุด ดังนี้

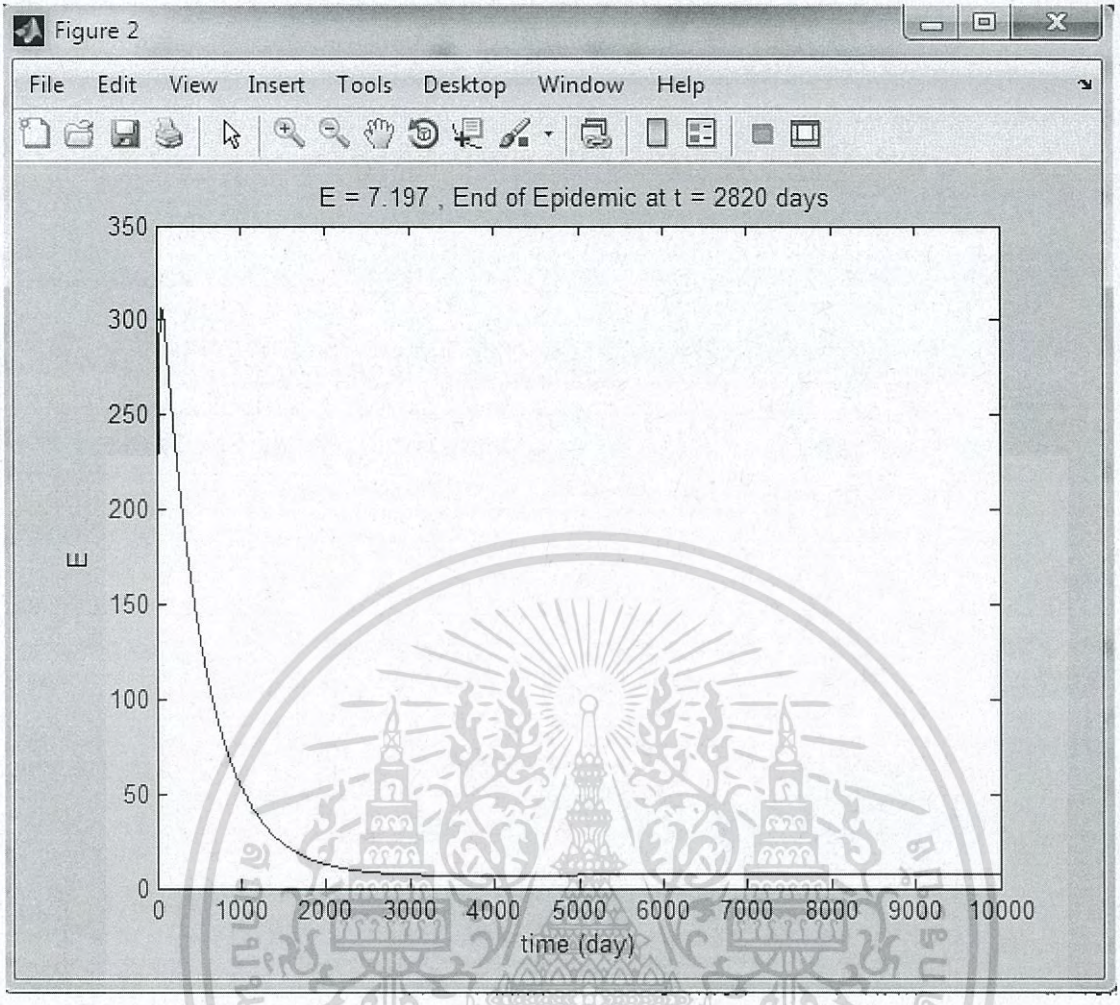
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.74 แสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล S ด้วยโปรแกรม

จากกราฟ อธิบายได้ว่า ค่าของจุดสมดุล S คือ 3.093 ซึ่งลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนั้น ณ เวลา 4,000 วัน สามารถควบคุมการระบาดของโรคได้

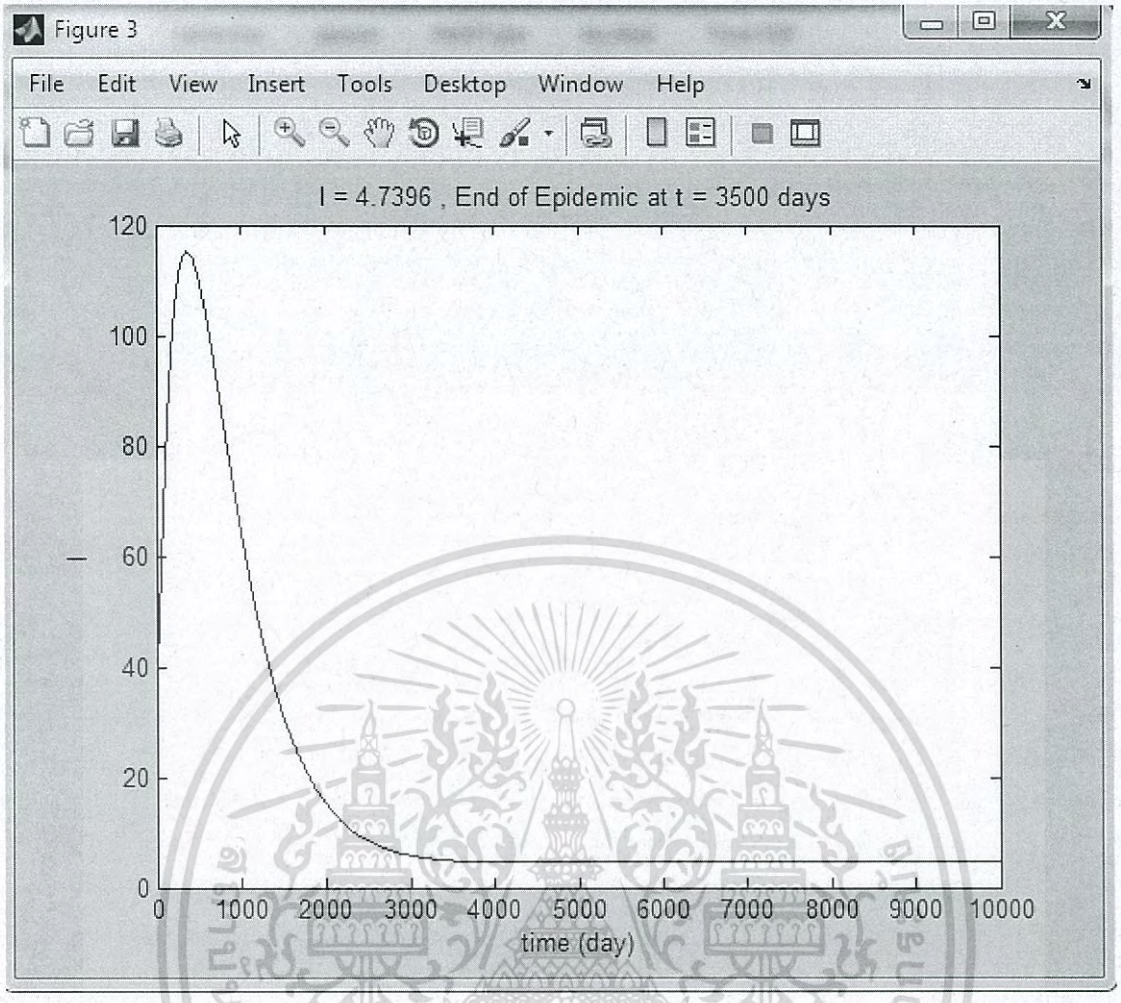
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.75 แสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล E ด้วยโปรแกรม

จากกราฟ อธิบายได้ว่า ค่าของจุดสมดุล E คือ 7.197 ซึ่งลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนั้น ณ เวลา 2,820 วัน สามารถควบคุมการระบาดของโรคได้

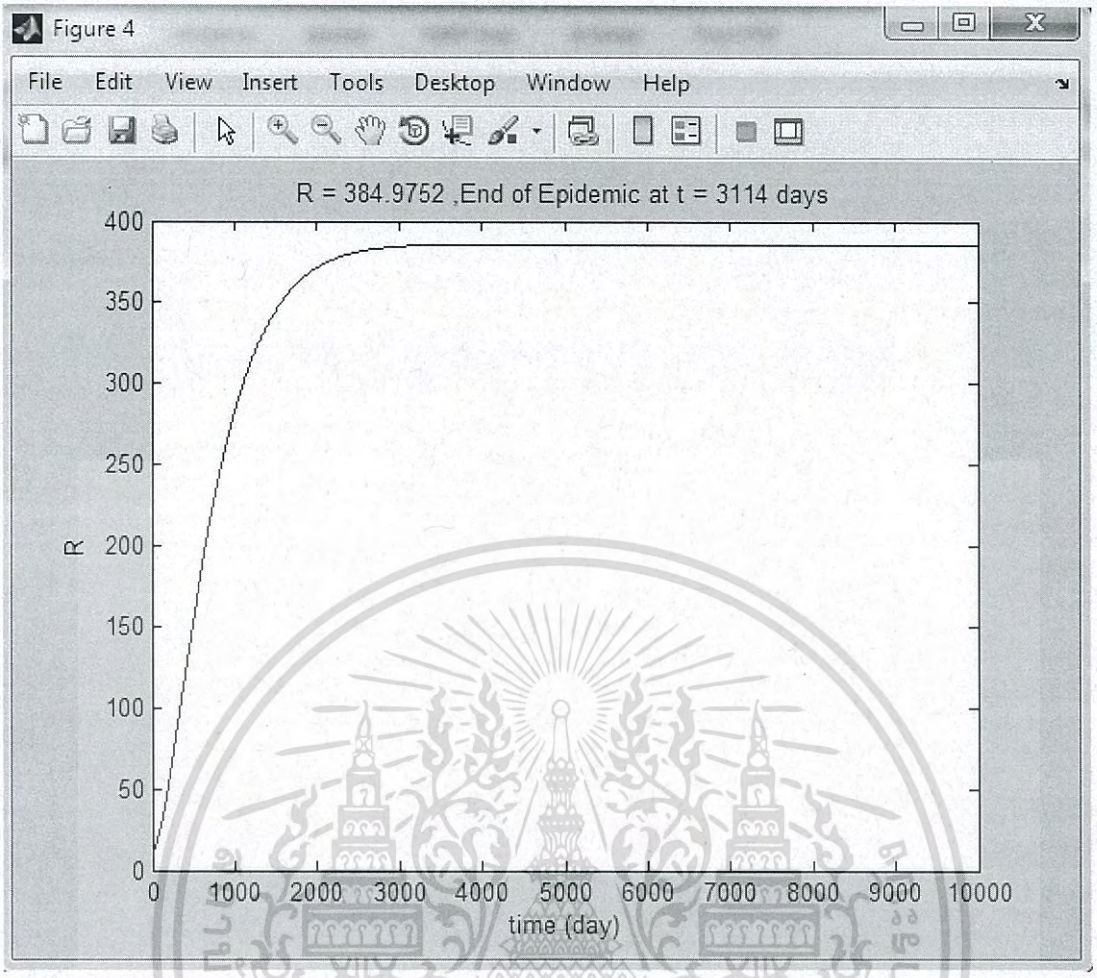
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.76 แสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล I ด้วยโปรแกรม

จากกราฟ อธิบายได้ว่า ค่าของจุดสมดุล I คือ 4.7396 ซึ่งลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนั้น ณ เวลา 3,500 วัน สามารถควบคุมการระบาดของโรคได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



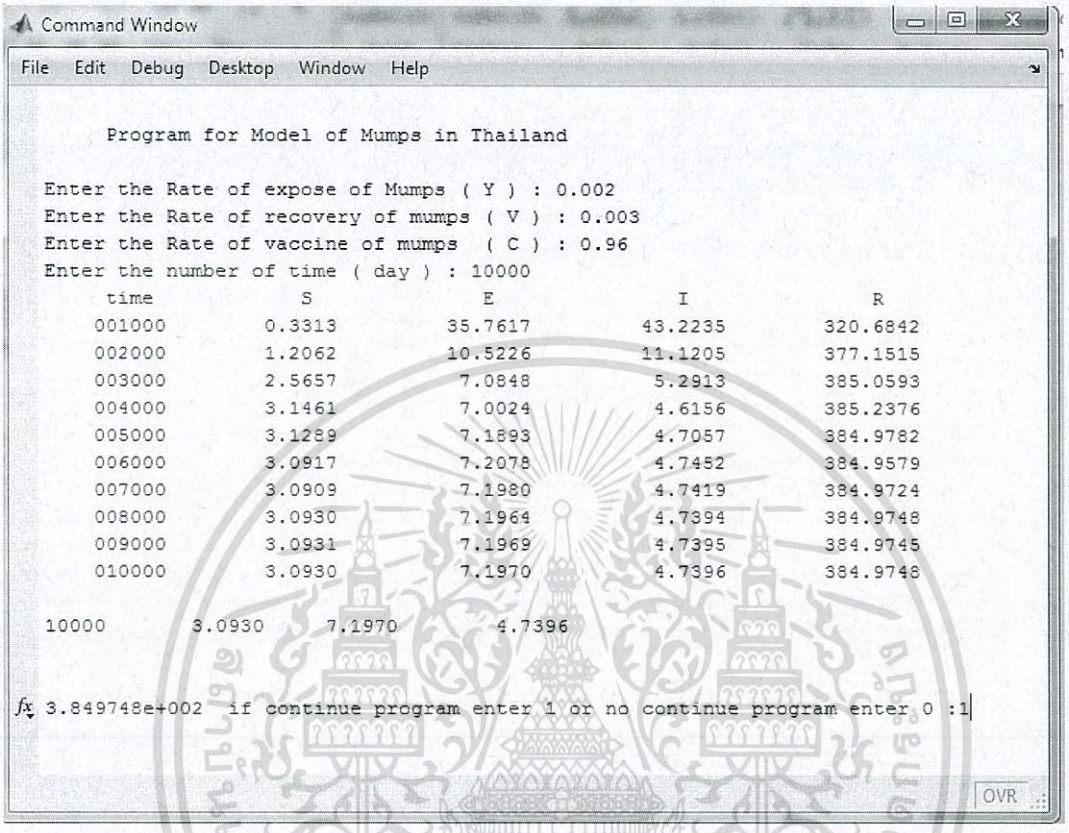
รูปที่ 4.77 แสดงการลู่เข้าของจุดสมดุล R ด้วยโปรแกรม

จากกราฟ อธิบายได้ว่า ค่าของจุดสมดุล R คือ 384.9752 ซึ่งลู่เข้าสู่จุดสมดุล ดังนั้น ณ เวลา 3,114 วัน สามารถควบคุมการระบาดของโรคได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5. ถ้าผู้ใช้ต้องการคำนวณใหม่หรือต้องการออกจากโปรแกรม

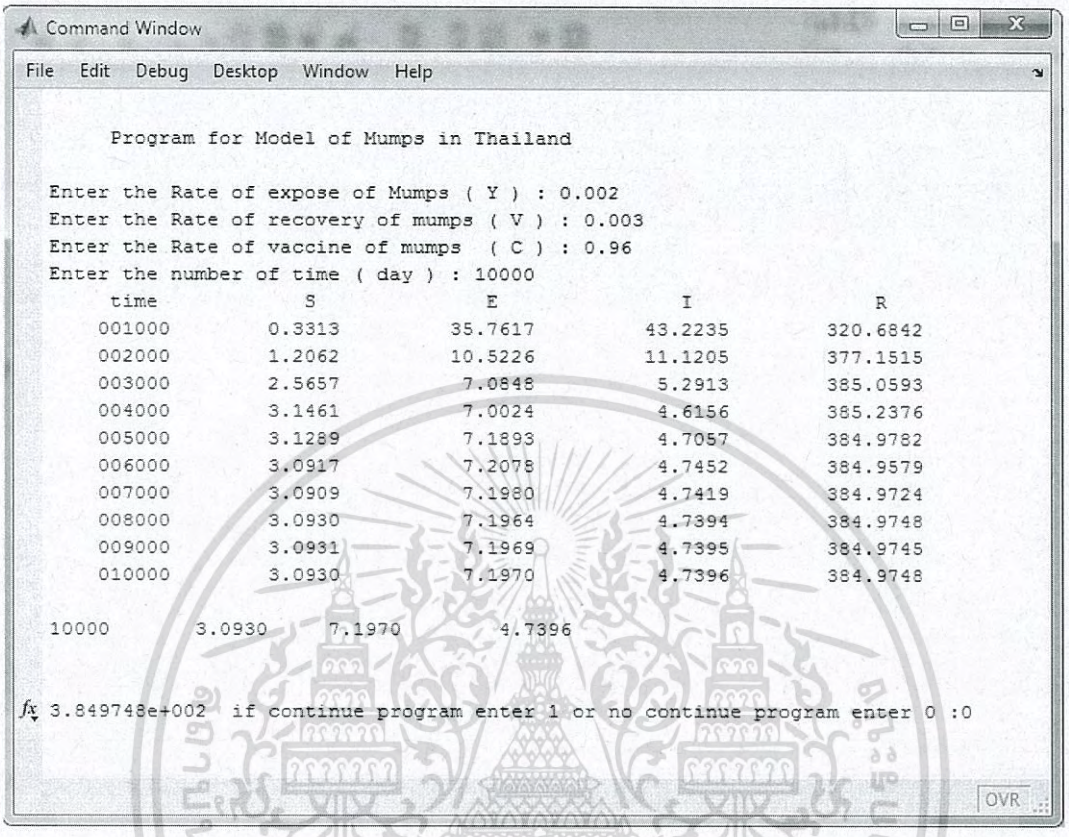
หากผู้ใช้ต้องการคำนวณต่อ แต่เปลี่ยนเป็นข้อมูลชุดใหม่ให้ กด 1 ดังรูป



รูปที่ 4.78 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หากผู้ใช้ต้องการออกจากโปรแกรมให้ กด 0 ดังรูป



รูปที่ 4.79 แสดงหน้าผลลัพธ์ของโปรแกรมในข้อ 5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5
สรุปผลการจัดทำปัญหาพิเศษ และข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลงานวิจัย

ปัญหาพิเศษนี้ ได้เสนอรายละเอียดของโรคคางทูม (Mumps) ที่เกิดจากเชื่อไวรัส Mumps และนำเอาองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้กับการติดเชื้อไวรัสนี้ จากนั้นก็พิจารณาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยนำเสนอและอธิบายแบบจำลองโรคคางทูมในประเทศไทย เพื่อพิจารณาการควบคุมการระบาดของโรค

แบบจำลองนี้ เราได้สมมติประชากร อัตราการเกิดและเสียชีวิตของประชากร อัตราการติดเชื้อต่อ 1 คน เป็นค่าคงที่ อัตราการฟักตัวต่อ 1 คน และอัตราการได้รับการรักษาเป็นค่าไม่คงที่ ซึ่งได้นำข้อมูลจากสำนักระบาดวิทยา ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2546 – 2556 และข้อมูลจากบทความวิจัย ซึ่งนำมาประยุกต์ใช้ในแบบจำลองโรคคางทูมในประเทศไทย

จากนั้นได้สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยสี่สมการเชิงอนุพันธ์ในรูปแบบของผู้ที่เสี่ยงต่อการติดเชื้อ (S) ผู้ที่ติดเชื้อโรคคางทูมและไม่สามารถถ่ายทอดเชื้อได้ (E) ติดเชื้อโรคคางทูมและสามารถ ถ่ายทอดเชื้อได้ (I) และผู้ที่ได้รับการรักษาจากการติดเชื้อ (R) จากนั้นหาจุดสมดุล และความเสถียรของจุดสมดุล

สำหรับโปรแกรมการควบคุมการระบาดของโรค (โปรแกรมป้องกันโรคคางทูมสำหรับประชากรกลุ่มเสี่ยง) เป็นโปรแกรมที่ถูกสร้างขึ้นจากแบบจำลอง เพื่อใช้วิเคราะห์แบบจำลองให้มีประสิทธิภาพและสามารถใช้งานได้จริง โดยโปรแกรมจะรับค่าอัตราการฟักตัวของเชื้อและอัตราการหายได้รับการรักษา เพื่อดูระยะเวลาที่สามารถควบคุมการระบาดของโรคได้

5.2 ข้อจำกัดของโปรแกรม

1. ข้อมูลที่ผู้ใช้กรอกจะต้องมีค่าเป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าเท่ากับศูนย์หรือน้อยกว่าหนึ่งเท่านั้น ไม่สามารถเป็นตัวอักษรได้
2. โปรแกรมนี้ใช้ระเบียบของรุงเง-คุททาอันดับสี่ ในการหาคำตอบของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ อาจเกิดค่าคลาดเคลื่อนของคำตอบได้บ้าง

5.3 ข้อเสนอแนะ

หากต้องการหน้าต่างของโปรแกรมที่เป็นบทนำที่เกี่ยวกับโรคคางทูม ก่อนเข้าสู่โปรแกรมการคำนวณ ควรใช้โปรแกรม Visual Basic ในการทำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

Bureau of Epidemiology, MoPH. 2015. **Department of Disease Control สถานการณ์โรคคางทูมในปีต่างๆ.** [Online]. Available : http://www.boe.moph.go.th/boedb/surdata/disease.php?ds=52

Siamhealth.2558.**ความหมายโรคคางทูม.**[Online]. Available : http://www.siamhealth.net/public_html/**Disease/infectious/mumps.htm**

วรวุฒิ เจริญศิริ.2558.**ศูนย์ข้อมูลสุขภาพกรุงเทพโรคคางทูม.** [Online]. Available : http://www.bangkokhealth.com/index.php/

Eduzones.2558.**โรคติดต่อที่ป้องกันด้วยวัคซีน.** [Online]. Available : https://blog.eduzones.com/pingpong/3716

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้