การเปรียบเทียบผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์สำหรับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เมื่อข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า

A COMPARISON OF TREATMENT SUM OF SQUARES FOR GRECO LATIN SQUARE DESIGN WITH ONE MISSING OBSERVATION

สิริลักษ์ วงศ์ศรียา
SIRILAK WONGSRIYA

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ.2561

KMITL-2018-EN-M-217-104

การเปรียบเทียบผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์สำหรับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เมื่อข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า

A COMPARISON OF TREATMENT SUM OF SQUARES FOR GRECO LATIN SQUARE DESIGN WITH ONE MISSING OBSERVATION

สิริลักษ์ วงศ์ศรียา
SIRILAK WONGSRIYA

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ.2561
KMITL-2018-EN-M-217-104

A COMPARISON OF TREATMENT SUM OF SQUARES FOR GRECO LATIN SQUARE DESIGN WITH ONE MISSING OBSERVATION

SIRILAK WONGSRIYA

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN INDUSTRIAL ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2018
KMITL-2018-EN-M-217-104

คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การเปรียบเทียบผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์สำหรับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เมื่อข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า

Thesis Title A Comparison of Treatment Sum of Squares for Greco Latin Square Design with One Missing Observation

นักศึกษา นางสาวสิริลักษ์ วงศ์ศรียา

รหัสประจำตัว 59601267

ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชา วิศวกรรมอุตสาหการ

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ผศ.ดร.กิตติวัฒน์ สิริเกษมสุข

หมายเลขวิทยานิพนธ์ KMITL-2018-EN-M-217-104

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
ผศ.ดร.บุญอ้อม	โฉมที	บุญอ้อม โฉมที
รศ.ดร.ฤดี	มาสุจันท์	ฤดี มาสุจันท์
ผศ.ดร.ชุมพล	ยวงใย	ชุมพล ยวงใย
ดร.จรสวรรณ	โกยวานิช	จรสวรรณ โกยวานิช
ผศ.ดร.กิตติวัฒน์	สิริเกษมสุข	กิตติวัฒน์ สิริเกษมสุข

วัน / เดือน/ ปี ที่สอบ วันจันทร์ที่ 9 กรกฎาคม พ.ศ. 2561 เวลา 09.00-11.00 น.

สถานที่สอบ ณ ห้อง HM-304 อาคารเฉลิมพระเกียรติ

คณะวิศวกรรมศาสตร์ รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์ ดร. คมสัน มาลีสี)

คณบดี คณะวิศวกรรมศาสตร์

วันที่ 9 กรกฎาคม พ.ศ. 2561

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การเปรียบเทียบผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์สำหรับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เมื่อข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า
นักศึกษา	นางสาวสิริลักษ์ วงศ์ศรียา
รหัสประจำตัว	59601267
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมอุตสาหการ
พ.ศ.	2561
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	ผศ.ดร.กิตติวัฒน์ สิริเกษมสุข

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ทำการระบุค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ (อักษรละติน) สำหรับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เมื่อมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าโดยใช้วิธีตรงบนพื้นฐานของรูปแบบเชิงเส้นทั่วไป ภายใต้วิธีการนี้ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินจะได้มาจากความแตกต่างของค่าสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบและอิทธิพลลดรูปแบบ ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินเป็นส่วนที่สำคัญของการวิเคราะห์ความแปรปรวน สูตรทางคณิตศาสตร์ที่ถูกพัฒนาขึ้นในงานวิจัยนี้สามารถใช้กับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินแบบข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าได้ทุกขนาดการทดลอง นอกจากนี้ค่าผลบวกกำลังสองของอักษรกรีก, ค่าผลบวกกำลังสองของแถว และค่าผลบวกกำลังสองของคอลัมน์ถูกคำนวณขึ้น จากการทบทวนวรรณกรรมพบว่าค่าผลบวกกำลังสองทั้งหมดภายใต้วิธีตรงเป็นค่าที่เที่ยงตรงไม่เอนเอียง วัตถุประสงค์ที่สำคัญอีกอย่างของงานวิจัยนี้คือการเปรียบเทียบค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนภายใต้วิธีการวิเคราะห์ทั้งหมด 4 วิธี ได้แก่ (1) วิธีตรงบนพื้นฐานของรูปแบบเชิงเส้นทั่วไป (2) วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (3) วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย และ (4) วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน เพื่อแก้ปัญหาข้อมูลที่สูญหายหนึ่งค่าของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ผลลัพธ์แสดงให้เห็นว่า ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ (อักษรละติน) ที่คำนวณได้จากวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายทั้งสามวิธีมีค่าเอนเอียง นอกจากนี้ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดจะมีค่าเท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนด้วยวิธีตรง ดังนั้นการแก้ปัญหาข้อมูลที่สูญหายหนึ่งค่าสำหรับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินด้วยวิธีตรงจึงถูกแนะนำในงานวิจัยนี้ ซึ่งสูตรสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของผลบวกกำลังสองทั้งหมดที่ไม่เอนเอียงถูกนำเสนอไว้ในงานวิจัยนี้

Thesis	A Comparison of Treatment Sum of Squares for Greco Latin Square Design with One Missing Observation
Student	Miss.Sirilak Wongsriya
Student ID.	59601267
Degree	Master of Engineering
Program	Industrial Engineering
Year	2018
Thesis Advisor	Asst.Prof.Dr.Kittiwat Sirikasemsuk

ABSTRACT

This thesis determines the treatment (Latin letters) sum of squares for the Greco Latin square design (GLSD) with one missing value using the exact approach based on the general linear model. Under this scheme, the treatment sum of squares is derived from a difference between the full-effect regression sum of squares and the reduced-effect regression sum of squares. It is noted that the treatment sum of squares is an important part of the analysis of the variance. The mathematical expression developed in this research can be applied to the one-missing-observation GLSD of any order. Besides, the Greek sum of squares, the row sum of squares, and the column sum of squares are determined. From the literature review, all of the sums of squares under the exact approach are unbiased. Another important aim of this research is the comparison of treatment sum of squares and error sum of squares among the four analysis methods, i.e., (1) the exact approach based on the general linear model, (2) the missing plot approach with least square method, (3) the missing plot approach with mean method, and (4) the missing plot approach with nearest neighbor method, to solve the one-missing-observation problem for the GLSD. The results show that the treatment (Latin letters) sums of squares using the three missing plot approach are biased. In addition, the error sum of squares using the missing plot approach with least square method is exactly equal to the error sum of squares using the exact approach. Hence, the analysis of the one-missing-observation problem for the GLSD by means of the exact approach is recommended in this research, which the ready-made mathematical formulas for all unbiased sums of squares are presented in this research.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความกรุณาเป็นอย่างยิ่งจาก ผศ.ดร.กิตติวัฒน์ สิริเกษมสุข อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งกรุณาสละเวลาให้ความช่วยเหลือ ให้คำปรึกษาชี้แนะ ติดตามความคืบหน้าในการจัดทำวิทยานิพนธ์ทุกขั้นตอน ตลอดจนควบคุมดูแล แก้ไขข้อบกพร่องต่างๆ จนกระทั่งวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณท่านคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ซึ่งได้แก่ ผศ.ดร.บุญอ้อม โฉมที ประธานสอบ และ ผศ.ดร.ชุมพล ยวงใย, รศ.ดร.ฤดี มาสุจันท์, ดร.จรสวรรณ โกยวานิช กรรมการสอบ โดยเมตตาให้คำแนะนำและให้ความรู้ที่เป็นประโยชน์ในการปรับปรุงงานวิจัยให้ดียิ่งขึ้น ผู้วิจัยขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ขอขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านของคณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ ที่ได้ถ่ายทอดวิชาความรู้อันเป็นประโยชน์ยิ่งให้แก่ผู้วิจัย รวมถึงเจ้าหน้าที่ของคณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการและหน่วยงานบัณฑิตศึกษา คณะวิศวกรรมศาสตร์ทุกท่านที่ให้ความช่วยเหลือในการติดต่อ ประสานงานในเรื่องต่างๆ ขอขอบคุณเพื่อนๆทุกคนที่เป็นกำลังใจให้กันมาโดยตลอด ขอขอบคุณทุกๆท่านที่มีส่วนร่วมในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ท้ายที่สุดขอกราบขอบพระคุณและมอบความสำเร็จครั้งนี้แด่ นายพินิจ และ นางลั่นทม วงศ์ศรียา ผู้ซึ่งเป็นคุณพ่อและคุณแม่ของผู้วิจัยรวมถึงคนในครอบครัวของผู้วิจัยทุกคนที่คอยให้การสนับสนุนและเป็นกำลังใจอันสำคัญยิ่งมาโดยตลอดจนประสบผลสำเร็จตามที่ตั้งใจ

สิริลักษ์ วงศ์ศรียา

22 กรกฎาคม 2561

สารบัญ

สารบัญ

สารบัญ

สารบัญ

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

ตารางที่ หน้า

สารบัญรูป

รายการสัญลักษณ์

y_{ijkl}	คือ	ค่าสังเกตในแถวที่ i ทรีตเมนต์อักษรละตินที่ j อักษรกรีกที่ k และคอลัมน์ที่ l
P	คือ	จำนวน หรือ ขนาดของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน
i	คือ	ลำดับแถว $(i=1, 2, \ldots, P)$
j	คือ	ลำดับทรีตเมนต์อักษรละติน $(j=1, 2, \ldots, P)$
k	คือ	ลำดับอักษรกรีก $(k=1, 2, \ldots, P)$
l	คือ	ลำดับคอลัมน์ $(l=1, 2, \ldots, P)$
r	คือ	ลำดับแถวที่เกิดข้อมูลสูญหาย
n	คือ	ลำดับทรีตเมนต์อักษรละตินที่เกิดข้อมูลสูญหาย
m	คือ	ลำดับอักษรกรีกที่เกิดข้อมูลสูญหาย
c	คือ	ลำดับคอลัมน์ที่เกิดข้อมูลสูญหาย
μ	คือ	ค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด
θ_i	คือ	อิทธิพลของแถวที่ i
τ_j	คือ	อิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละตินที่ j
ω_k	คือ	อิทธิพลของอักษรกรีกที่ k
ψ_l	คือ	อิทธิพลของคอลัมน์ที่ l
ε_{ijkl}	คือ	ความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่มของหน่วยทดลองในแถวที่ i ทรีตเมนต์อักษรละตินที่ j อักษรกรีกที่ k และคอลัมน์ที่ l
$\hat{\mu}$	คือ	ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ ค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด
$\hat{\theta}_i$	คือ	ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ อิทธิพลของแถวที่ i
$\hat{\tau}_j$	คือ	ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ อิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละตินที่ j
$\hat{\omega}_k$	คือ	ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ อิทธิพลของอักษรกรีกที่ k
$\hat{\psi}_l$	คือ	ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ อิทธิพลของคอลัมน์ที่ l
$y_{....}$	คือ	ผลรวมข้อมูลทั้งหมด
$y_{i...}$	คือ	ผลรวมข้อมูลของแถวที่ i
$y_{.j..}$	คือ	ผลรวมข้อมูลของทรีตเมนต์อักษรละตินที่ j
$y_{..k.}$	คือ	ผลรวมข้อมูลของอักษรกรีกที่ k
$y_{...l}$	คือ	ผลรวมข้อมูลของคอลัมน์ที่ l
$y_{r...}$	คือ	ผลรวมข้อมูลของแถวที่เกิดข้อมูลสูญหายที่ r
$y_{.n..}$	คือ	ผลรวมข้อมูลของทรีตเมนต์อักษรละตินที่เกิดข้อมูลสูญหายที่ n
$y_{..m.}$	คือ	ผลรวมข้อมูลของอักษรกรีกที่เกิดข้อมูลสูญหายที่ m

$y_{...c}$ คือ ผลรวมข้อมูลของคอลัมน์ที่เกิดข้อมูลสูญหายที่ c

$y_{.(j)..}$ คือ ผลรวมข้อมูลทั้งหมด สำหรับตัวแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน

$y_{i(j)..}$ คือ ผลรวมข้อมูลของแถวที่ i สำหรับตัวแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน

$y_{.(j)k.}$ คือ ผลรวมข้อมูลของอักษรกรีกที่ k สำหรับตัวแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน

$y_{.(j).l}$ คือ ผลรวมข้อมูลของคอลัมน์ที่ l สำหรับตัวแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน

$\bar{y}_{.(j)..}$ คือ ค่าเฉลี่ยข้อมูลทั้งหมด สำหรับตัวแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน

$\bar{y}_{i(j)..}$ คือ ค่าเฉลี่ยข้อมูลของแถวที่ i สำหรับตัวแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน

$\bar{y}_{.(j)k.}$ คือ ค่าเฉลี่ยข้อมูลของอักษรกรีกที่ k สำหรับตัวแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน

$\bar{y}_{.(j).l}$ คือ ค่าเฉลี่ยข้อมูลของคอลัมน์ที่ l สำหรับตัวแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน

$\hat{\mu}^R$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด สำหรับอิทธิพลลดรูปแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน (กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย)

$\hat{\theta}_i^R$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของแถว สำหรับอิทธิพลลดรูปแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน (กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย)

$\hat{\tau}_j^R$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน สำหรับอิทธิพลลดรูปแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน (กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย)

$\hat{\omega}_k^R$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของอักษรกรีก สำหรับอิทธิพลลดรูปแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน (กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย)

$\hat{\psi}_l^R$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของคอลัมน์ สำหรับอิทธิพลลดรูปแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน (กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย)

$\hat{\mu}^{NT}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด สำหรับอิทธิพลลดรูปแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน (กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า)

$\hat{\theta}_i^{NT}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของแถวซึ่งเป็นแถวที่ไม่มีข้อมูลสูญหาย สำหรับอิทธิพลลดรูปแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน (กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า)

$\hat{\tau}_j^{NT}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละตินซึ่งเป็นทรีตเมนต์อักษรละตินที่ไม่มีข้อมูลสูญหาย สำหรับอิทธิพลลดรูปแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน (กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า)

$\hat{\omega}_k^{NT}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของอักษรกรีกซึ่งเป็นอักษรกรีกที่ไม่มีข้อมูลสูญหาย
คือ สำหรับอิทธิพลลดรูปแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน (กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า)

$\hat{\psi}_l^{NT}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของคอลัมน์ซึ่งเป็นคอลัมน์ที่ไม่มีข้อมูลสูญหาย สำหรับอิทธิพลลดรูปแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน (กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า)

$\hat{\theta}_r^{NT}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของแถวซึ่งเป็นแถวที่มีข้อมูลสูญหาย สำหรับอิทธิพลลดรูปแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน

$\hat{\tau}_n^{NT}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละตินซึ่งเป็นทรีตเมนต์อักษรละตินที่มีข้อมูลสูญหาย สำหรับอิทธิพลลดรูปแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน

$\hat{\omega}_m^{NT}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของอักษรกรีกซึ่งเป็นอักษรกรีกที่มีข้อมูลสูญหาย สำหรับอิทธิพลลดรูปแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน

$\hat{\psi}_c^{NT}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์อิทธิพลของคอลัมน์ซึ่งเป็นคอลัมน์ที่มีข้อมูลสูญหาย สำหรับอิทธิพลลดรูปแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน

SS_{Tr} คือ ผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน

SS_G คือ ผลบวกกำลังสองของอักษรกรีก

SS_R คือ ผลบวกกำลังสองของแถว

SS_C คือ ผลบวกกำลังสองของคอลัมน์

SS_T คือ ผลบวกกำลังสองของผลรวมทั้งหมด

SS_E คือ ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน

MS_{Tr} คือ กำลังสองเฉลี่ยของทรีตเมนต์อักษรละติน

MS_G คือ กำลังสองเฉลี่ยของอักษรกรีก

MS_R คือ กำลังสองเฉลี่ยของแถว

MS_C คือ กำลังสองเฉลี่ยของคอลัมน์

MS_T คือ กำลังสองเฉลี่ยของผลรวมทั้งหมด

MS_E คือ กำลังสองเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อน

df คือ ระดับองศาความเป็นอิสระ

bias คือ ค่าความเอนเอียงของค่า SS_{Tr} ซึ่งเกิดจากวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

$SS_{Tr(unbias)\_exact}$ คือ ผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินที่คำนวณด้วยวิธีตรง

$SS_{Tr(unbias)}$ คือ ผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินที่คำนวณด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบปรับค่าเอนเอียง

$SS_{Tr(bias)}$ คือ ผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินที่คำนวณด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบยังไม่ปรับค่าเอนเอียง

$R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)$ คือ สมการถดถอยของผลบวกกำลังสอง แบบเต็มรูปแบบอิทธิพลของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน

$R(\mu,\theta,\omega,\psi)$ คือ สมการถดถอยของผลบวกกำลังสอง แบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละตินของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การวิจัยเชิงทดลองเป็นการวิจัยที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวางในงานด้านต่างๆ เช่น วิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ทางการแพทย์ เป็นต้น โดยวัตถุประสงค์หลักของการวิจัยเชิงทดลองนี้ คือ ต้องการจะศึกษาหาความสัมพันธ์เชิงเหตุและผลของตัวแปรภายใต้การควบคุมสถานการณ์ในรูปแบบต่างๆ ตามวิธีการทางวิทยาศาสตร์ เพื่อเป็นการค้นคว้าหาความรู้ความเข้าใจใหม่ๆตามที่ผู้ทำการทดลองออกแบบไว้ หรือเพื่อยืนยันความรู้เดิมที่มีอยู่แล้ว

การวางแผนการทดลอง คือ การจัดสิ่งทดลองให้กับกรรมวิธีหรือทรีตเมนต์ (Treatment) ไว้ล่วงหน้าก่อนที่จะลงมือปฏิบัติจริง โดยให้สอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้และควบคุมปัจจัย หรือตัวแปรต่างๆที่มีผลต่อการทดลอง (สำนักงานราชบัณฑิตยสภา, 2558) ซึ่งแบ่งเป็น 2 ประเภท ได้แก่ 1. ตัวแปรอิสระ (Independent Variable) คือ ปัจจัยที่เป็นสาเหตุทำให้เกิดผลการทดลอง และ 2. ตัวแปรควบคุม (Control Variable) คือ ปัจจัยอื่นๆที่นอกเหนือจากตัวแปรอิสระ ที่คาดว่าจะมีผลต่อการทดลอง ซึ่งการควบคุมปัจจัยดังกล่าวจะต้องควบคุมให้เหมือนกันทุกชุดการทดลอง เพื่อป้องกันไม่ให้ผลการทดลอง หรือตัวแปรตาม (Dependent Variable) เกิดความคลาดเคลื่อน เรียกว่า การจัดกลุ่มให้กับหน่วยทดลอง (Blocking)

ตัวอย่างเช่น แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน (Greco Latin Square Design ($GLSD$)) มีลักษณะการออกแบบแผนการทดลองคือ จัดกลุ่มให้กับหน่วยทดลองในลักษณะ 3 ทิศทาง

เมื่อผู้ทำการทดลองได้ดำเนินการทดลองตามแผนแบบทดลองที่ได้วางไว้แล้วก็มักจะประสบกับปัญหา การเก็บรวบรวมข้อมูลได้ไม่ครบถ้วนตามแผนแบบทดลองที่วางไว้ ตัวอย่างปัญหาที่พบในการเก็บข้อมูลแสดงดังตารางที่ 1.1

ตารางที่ 1.1 ตัวอย่างแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง P x P กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า

แถว	คอลัมน์					
	1	2	3	4	...	P
1	$A\alpha = y_{1111}$	$B\beta = y_{1222}$	$C\gamma = y_{1333}$	$D\delta = y_{1444}$	...	
2	$B\delta = y_{2241}$	$A\gamma = y_{2132}$	$D\beta = y_{2423}$	$C\alpha = y_{2314}$	...	
3	$C\beta = y_{3321}$	$D\alpha = \ldots..$	$A\delta = y_{3143}$	$B\gamma = y_{3234}$	...	
4	$D\gamma = y_{4421}$	$C\delta = y_{4342}$	$B\alpha = y_{4213}$	$A\beta = y_{4124}$	...	
.					...	
.	⋮	⋮	⋮	⋮	...	
.					...	
P					...	

ซึ่งปัญหาดังกล่าวนั้นส่งผลต่อการวิเคราะห์ข้อมูล เพราะวิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไป (Classical ANOVA Method) นั้นเหมาะสมเฉพาะใช้กับกรณีแผนแบบทดลองที่เก็บรวบรวมข้อมูลได้ครบถ้วน ตัวอย่างการเก็บข้อมูลครบถ้วนตามแผนการทดลองที่วางไว้ดังตารางที่ 1.2

ตารางที่ 1.2 ตัวอย่างแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง 4 x 4 กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย

แถว	คอลัมน์			
	1	2	3	4
1	$A\alpha = y_{1111}$	$B\beta = y_{1222}$	$C\gamma = y_{1333}$	$D\delta = y_{1444}$
2	$B\delta = y_{2241}$	$A\gamma = y_{2132}$	$D\beta = y_{2423}$	$C\alpha = y_{2314}$
3	$C\beta = y_{3321}$	$D\alpha = y_{3412}$	$A\delta = y_{3143}$	$B\gamma = y_{3234}$
4	$D\gamma = y_{4421}$	$C\delta = y_{4342}$	$B\alpha = y_{4213}$	$A\beta = y_{4124}$

และจากข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ สามารถวิเคราะห์ความแปรปรวน โดยวิธีการทั่วไป (Classical ANOVA Method) ดังตารางที่ 1.3

ตารางที่ 1.3 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลในแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง P x P กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย

แหล่งความแปรปรวน	องศาความเป็นอิสระ	ผลบวกกำลังสอง	ค่ากำลังสองเฉลี่ย	สถิติทดสอบ
ทรีตเมนต์อักษรละติน	*(P-1)*	SS_{Tr}	$MS_{Tr} = SS_{Tr}/(P-1)$	$F_{Cal} = MS_{Tr}/MS_E$
อักษรกรีก	*(P-1)*	SS_G	$MS_G = SS_G/(P-1)$	
แถว	*(P-1)*	SS_R	$MS_R = SS_R/(P-1)$	
คอลัมน์	*(P-1)*	SS_C	$MS_C = SS_C/(P-1)$	
ความคลาดเคลื่อน	*(P-1)(P-3)*	SS_E	$MS_E = SS_E/(P-1)\ (P\text{-}3)$	
ผลรวม	$P^2\text{-}1$	SS_T		

หมายเหตุ:

$$SS_{Tr} = \frac{\sum_{j=1}^{P} y_{.j..}^2}{P} - \frac{y_{....}^2}{P^2} \qquad SS_G = \frac{\sum_{k=1}^{P} y_{..k.}^2}{P} - \frac{y_{....}^2}{P^2}$$

$$SS_C = \frac{\sum_{l=1}^{P} y_{...l}^2}{P} - \frac{y_{....}^2}{P^2} \qquad SS_T = \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P} y_{ijkl}^2 - \frac{y_{....}^2}{P^2}$$

$$SS_R = \frac{\sum_{i=1}^{P} y_{i...}^2}{P} - \frac{y_{....}^2}{P^2} \qquad SS_E = SS_T - SS_{Tr} - SS_G - SS_C - SS_R$$

แต่สำหรับกรณีแผนแบบทดลองที่เก็บข้อมูลไม่ครบถ้วนมีข้อมูลบางส่วนสูญหายการวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไป (Classical ANOVA Method) นั้นไม่เหมาะสมมากนัก นั้นจึงเป็นสิ่งที่น่าสนใจในการพัฒนาหาวิธีการแก้ปัญหาข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้สูญหายไป

โดยวิธีการแก้ไขของผู้วิจัยแต่ละคนนั้นแตกต่างกันขึ้นอยู่กับดุลพินิจของแต่ละบุคคล เช่น ผู้วิจัยส่วนใหญ่แก้ไขปัญหาข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้สูญหายไป โดยการตัดข้อมูลที่ไม่มีค่าออกไปเหลือแต่ข้อมูลที่มีค่า

การปฏิบัติเช่นนี้มีเหตุไม่เหมาะสมหลายประการ ประการแรก คือ อำนาจการทดสอบทางสถิติลดลง ประการที่สอง คือ ทำให้ค่าประมาณเอนเอียงสูง ประการที่สาม คือ ทำให้แผนการทดลองเปลี่ยน และผลการวิเคราะห์อาจไร้ความหมาย ประการที่สี่ คือ การใช้น้ำหนักในการประมาณพารามิเตอร์ไร้ความหมายเพราะขาดคุณสมบัติที่ต้องการ ดังนั้นการประมาณค่าของตัวแปรที่เก็บไม่ได้จึงมีความสำคัญมาก (ประชุม สุวัตถี, 2552) หรือ ทางแก้ปัญหาอีกวิธีการหนึ่งคือ การประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการต่างๆ

ในงานวิจัยที่ผ่านมาได้มีการศึกษาวิธีการแก้ปัญหาข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้สูญหายไปหลากหลายวิธีการ ตัวอย่างเช่น วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรง (Exact Approach) ในงานวิจัยของ Sirikasemsuk and Leerojanaprapa (2017) ศึกษาการวิเคราะห์ข้อมูลในแผนแบบจัตุรัสละติน เมื่อเกิดข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า และงานวิจัยของ Jarrett (1978) ศึกษาการวิเคราะห์ข้อมูลในแผนแบบกระทำซ้ำ วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบไม่กระทำซ้ำ (Non-Iterative Least Square) ในงานวิจัยของ Rubin (1972) ศึกษาการวิเคราะห์ข้อมูลในแผนแบบกระทำซ้ำ งานวิจัยของ Subrmani and Ponnuswamy (1989) ศึกษาการวิเคราะห์ข้อมูลในแผนแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ และแผนแบบจัตุรัสละตินไฮเปอร์ เกรโก-ละติน งานวิจัยของ Subrmani (1993) ศึกษาการวิเคราะห์ข้อมูลในแผนแบบจัตุรัสไฮเปอร์ เกรโก-ละติน และงานวิจัยของ Subrmani (1994) ศึกษาการวิเคราะห์ข้อมูลในแผนแบบเปลี่ยนสลับ (Crossover Design) วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบกระทำซ้ำ (Iterative Least Square) ในงานวิจัยของ Jarrett (1978) และ Rubin (1972) ศึกษาการวิเคราะห์ข้อมูลในแผนแบบกระทำซ้ำ งานวิจัยของ Subrmani and Ponnuswamy (1989) ศึกษาการวิเคราะห์ข้อมูลในแผนแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์และแผนแบบจัตุรัสละติน วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการอย่างง่าย (Simple Procedure) ในงานวิจัยของ Subrmani (1992) ศึกษาการวิเคราะห์ข้อมูลในแผนแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์และแผนแบบสุ่มสมบูรณ์ และ ในงานวิจัยของ Ahmed (2016) ศึกษาการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีของคูน (Coons Method) วิธีของเอสแมน และ เกลอฟ (Haseman and Gaylor Method) และวิธีของรูบิน (Rubin Method) ในแผนแบบสปลิทพลอท
รัตติกาล จอมประพันธ์ และ พาชิตชนัต ศิริพานิช (2558) กล่าวว่าวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการต่างๆ และใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนตามปกติราวกับว่าข้อมูลที่ถูกประมาณขึ้นนั้นเป็นข้อมูลจริง โดยที่ระดับองศาความเป็นอิสระของความผิดพลาดจะถูกลดลงหนึ่งค่า มีข้อเสียของวิธีการคือเกิดความเอนเอียงกับค่าเฉลี่ยกำลังสองของทรีตเมนต์ ผลที่ตามมาคือจะพบผลลัพธ์ที่มีนัยสำคัญเป็นจำนวนมากเกินไปจากการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ไขปัญหาข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้สูญหายไปดังที่กล่าวมาข้างต้น ในส่วนของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน นั้นยังไม่มีผู้วิจัยท่านใดศึกษาถึงกรณีนี้มาก่อน ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงได้ศึกษาและวิจัยเกี่ยวกับวิธีการแก้ไขเมื่อเกิดปัญหาข้อมูลในแผนแบบทดลองสูญหาย 2 วิธีการ คือ 1. วิธีตรง (Exact Approach) และ 2. วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย ซึ่งศึกษาเฉพาะวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธี

กำลังสองน้อยสุด (Missing Plot Approach with Least Square Method), วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย (Missing Plot Approach with Mean Method) และวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่ง (Missing Plot Approach with K-nearest Neighbor Method) โดยนำไปประยุกต์ใช้กับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน (Graeco-Latin Square Design) ที่มีตัวแบบคงที่ (Fixed Effect Model) และไม่มีการกระทำซ้ำ

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

1. ศึกษาและวิเคราะห์ความแปรปรวน เมื่อเกิดปัญหาข้อมูลในแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน (Greco Latin Square Design) สูญหายหนึ่งค่าด้วยวิธีตรง

2. เปรียบเทียบผลของการวิเคราะห์ข้อมูลในการแก้ปัญหาแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าด้วย 4 วิธีการดังนี้

(1) วิธีตรง (Exact Approach)

(2) วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (Missing Plot Approach with Least Square Method)

(3) วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย (Missing Plot Approach with Mean Method)

(4) วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่ง (Missing Plot Approach with K-nearest Neighbor Method)

3. ระบุและพัฒนาสูตรค่าความเอนเอียง (Bias) ของผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินจากการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิจัยพบว่า การเลือกใช้วิธีการแก้ไขเมื่อเกิดปัญหาข้อมูลในแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินสูญหายหนึ่งค่าด้วยวิธีตรง (Exact Approach) และวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการทั้ง 3 วิธี ทุกกรณีศึกษาจะให้ผลลัพธ์ของการคำนวณตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนที่เท่ากัน ซึ่งจะนำไปสู่การสรุปผลที่ไม่แตกต่างกัน

1.4 ขอบเขตของการศึกษา

1. การวิจัยครั้งนี้ศึกษาเฉพาะกรณีแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน (Graeco Latin Square Design) อันดับ P X P เมื่อ $P = 3, 4,.5, \ldots$ [ยกเว้น $P = 6$ เพราะไม่สามารถสร้างแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินได้ (Montgomery (1984))] โดยปัจจัยทั้งสี่ปัจจัยต้องมีขนาดของระดับปัจจัยที่เท่ากันและเท่ากับ P

2. การวิจัยครั้งนี้กำหนดให้แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน มีตัวแบบคงที่ (Fixed Effect Model) และไม่มีการกระทำซ้ำ

3. การสุ่ม (Randomization) กระทำได้ไม่เต็มที่ เนื่องจากลักษณะของแผนแบบทดลองเป็นการจัดบล็อก 3 ทิศทาง ดังนั้นจึงทำการสุ่มได้เฉพาะทรีตเมนต์อักษรละติน

4. การวิจัยครั้งนี้กำหนดให้มีข้อมูลสูญหายจำนวนหนึ่งค่าที่เซลล์ (ตำแหน่งใดก็ได้) และสูญหายเชิงสุ่มเท่านั้น

5. ความคลาดเคลื่อนเป็นตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระกันและมีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ*0* และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2

6. การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรงบนพื้นฐานของรูปแบบเชิงเส้นทั่วไป (Exact Approach Based on General Linear Model) ในงานวิจัยนี้ จะเป็นวิธีเหมือนกับของ Montgomery (1984) ซึ่งเรียกวิธีการนี้ว่า วิธีการทดสอบนัยสำคัญของการถดถอยทั่วไป (General Regression Significance Test) และจะเป็นวิธีเหมือนกับของ Charles (2008) ซึ่งเรียกวิธีการนี้ว่า วิธีการเปรียบเทียบรูปแบบ (Model Comparison Approach)

7. การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการแก้ไขปัญหาข้อมูลในแผนแบบทดลองสูญหายนั้นจะพิจารณาจากค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Error Sum of Squares (SS_E)) และค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน (Treatment Sum of Squares (SS_{Tr}))

8. ค่าความเอนเอียง (Bias) ในงานวิจัยนี้หมายถึง ความแตกต่างของผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ระหว่างวิธีการแบบตรงและวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

9. กรณีศึกษาที่ใช้ประกอบการเปรียบเทียบวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลแบ่งเป็น 3 กรณีศึกษา (ดูบทที่ 4 เพิ่มเติม) ดังนี้

(1) กรณีศึกษาที่ 1 แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน แผนการทดลองขนาด 4 x 4 ดัดแปลงมาจากงานวิจัยของ Subramani (1991b)

(2) กรณีศึกษาที่ 2 แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน แผนการทดลองขนาด 5 x 5 ดัดแปลงมาจากงานของ Montgomery (1984)

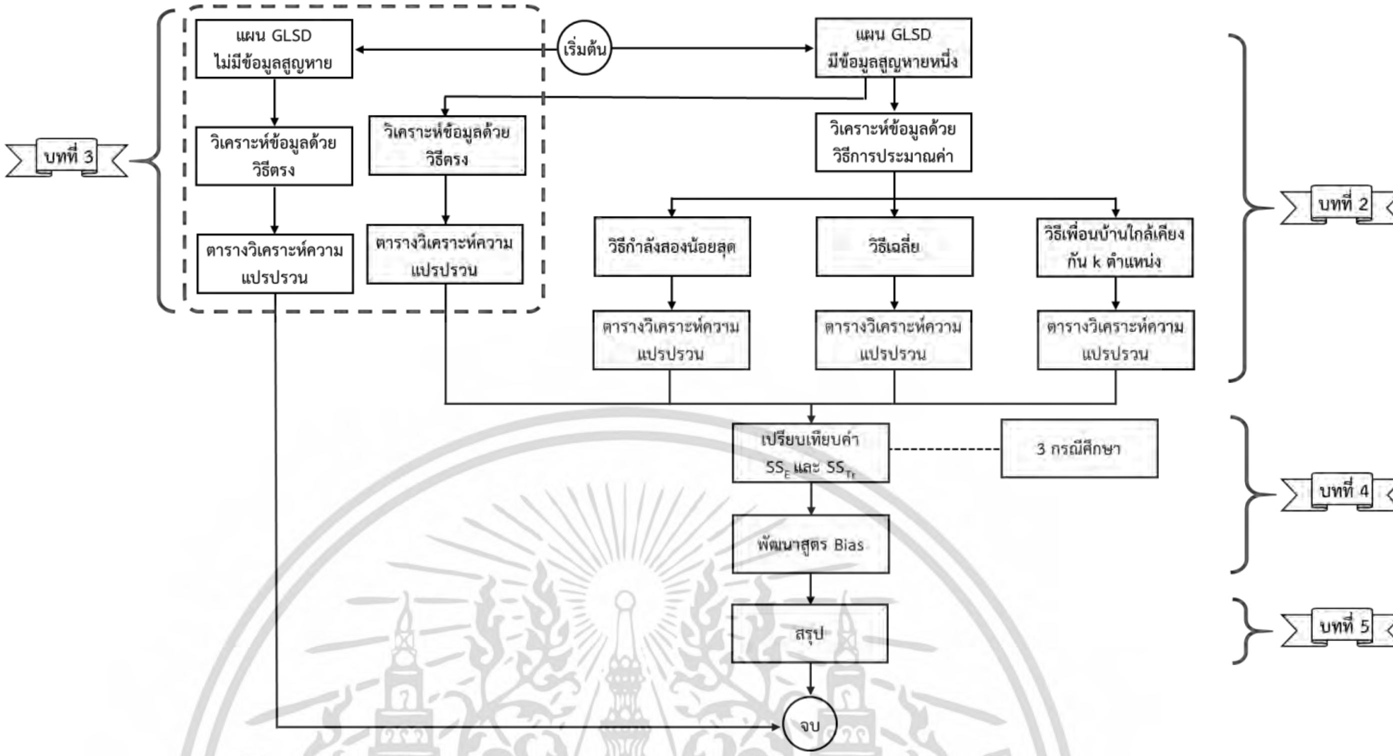
(3) กรณีศึกษาที่ 3 แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน แผนการทดลองขนาด 7 x 7 ดัดแปลงมาจากงานของ Hinkelmann and Kempthorne (2008)

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้สูตรผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน (Treatment Sum of Squares (SS_{Tr})) ที่พัฒนามาจากวิธีตรง ซึ่งสามารถใช้ได้กับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน (Graeco Latin Square Design) ที่มีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าได้ทุกรูปแบบ

2. ได้สูตรค่าความเอนเอียง (Bias) เพื่อนำไปปรับค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน (Treatment Sum of Squares (SS_{Tr})) จากวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

1.6 วิธีการดำเนินงานวิจัย



รูปที่ 1.1 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย

จากรูปที่ 1.1 สามารถอธิบายขั้นตอนการดำเนินงานวิจัยในแต่ละบทได้ว่า การวิจัยครั้งนี้เลือกศึกษาแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน โดยแบ่งกรณีเก็บข้อมูลเป็น 2 กรณี คือ กรณีไม่มีข้อมูลสูญหายในแผนแบบทดลอง ซึ่งทำการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรง (บทที่ 3) และกรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าทำการวิเคราะห์ข้อมูลด้วย 2 วิธีการหลักคือ วิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรง (บทที่ 3) และ วิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (วิธีกำลังสองน้อยสุด, วิธีเฉลี่ย และ วิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่ง) (บทที่ 2) หลังจากนั้นเปรียบเทียบค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน (SS_{Tr}) และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) ด้วยกรณีศึกษา 3 กรณี (บทที่ 4) ท้ายที่สุดพัฒนาสูตรค่าความเอนเอียง (Bias) และสรุปผลการเปรียบเทียบ (บทที่ 5)

ซึ่งขั้นตอนการดำเนินการวิจัยดังกล่าวสามารถแบ่งรายละเอียดการนำเสนอได้ดังตารางที่ 1.4

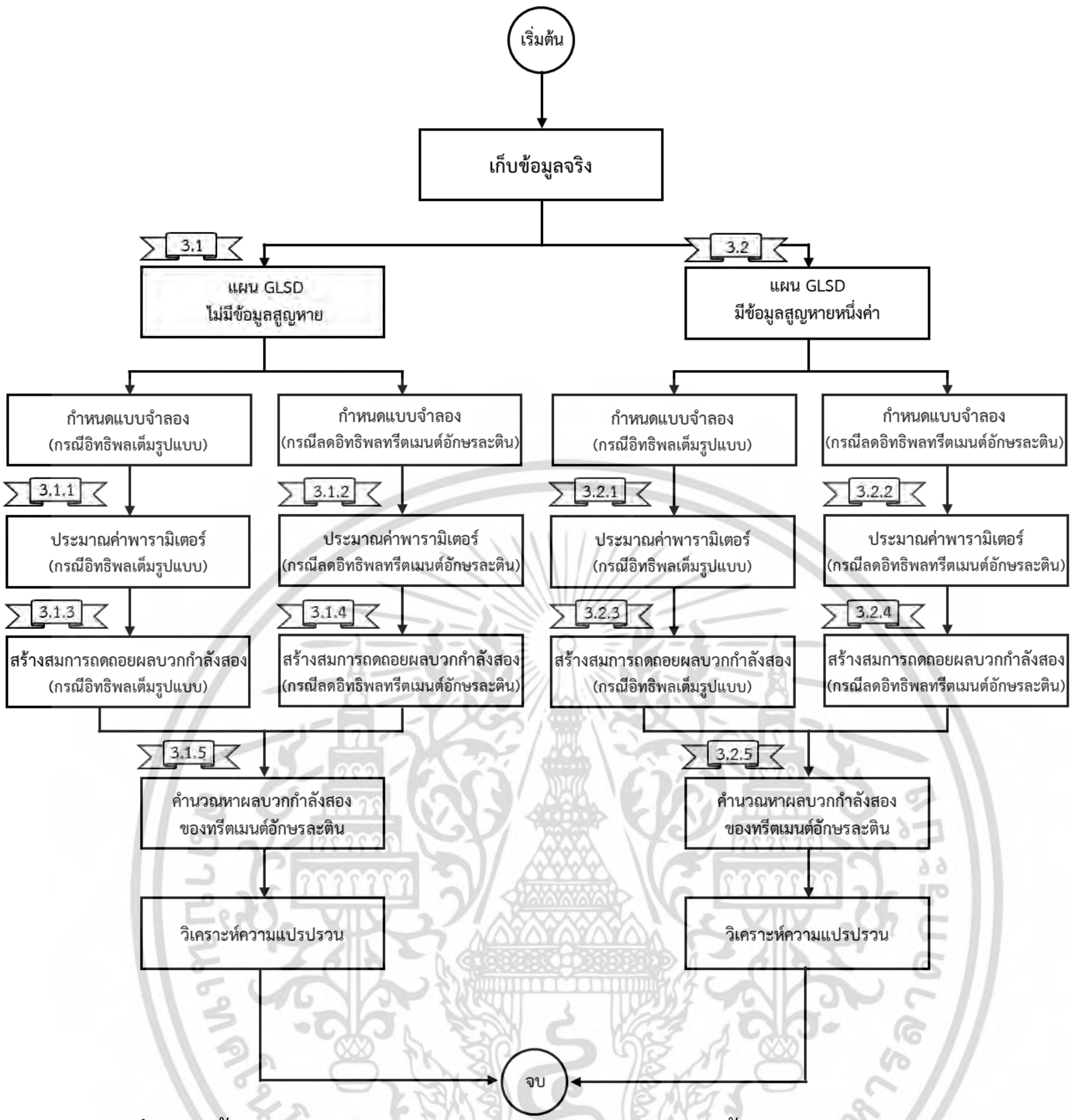
ตารางที่ 1.4 แบบแผนขั้นตอนการดำเนินงานวิจัยของเรื่อง การเปรียบเทียบผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์

สำหรับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เมื่อข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า

ลำดับ	แผนการ	การนำเสนอ
1	ความสำคัญและที่มาของปัญหา	บทที่ 1
2	ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด	บทที่ 2
3	ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย	บทที่ 2
4	ศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่ง	บทที่ 2
5	วิเคราะห์ข้อมูล(กรณีข้อมูลครบถ้วน) ด้วยวิธีตรง	บทที่ 3
6	แก้ไขปัญหาข้อมูลสูญหายด้วยวิธีตรง	บทที่ 3
7	เปรียบเทียบวิธีการแก้ไขปัญหาข้อมูลสูญหาย	บทที่ 4
8	คำนวณหาสูตรค่าความเอนเอียง (Bias)	บทที่ 4
9	สรุปผล	บทที่ 5

สำหรับเนื้อหาในส่วนนี้ได้นำเสนอภาพรวมของขั้นตอนการดำเนินงานวิจัยในครั้งนี้ ดังตารางที่ 1.4 โดยนำเสนอความสำคัญและที่มาของปัญหารวมถึงศึกษาทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายทั้ง 3 วิธีการ คือ 1. วิธีกำลังสองน้อยสุด 2. วิธีเฉลี่ย และ 3. วิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่ง อีกทั้งยังนำเสนอแนวทางการแก้ไขปัญหาข้อมูลสูญหายด้วยวิธีตรง จากนั้นเปรียบเทียบหาวิธีการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายที่ดีที่สุด พร้อมทั้งพัฒนาสูตรการคำนวณหาค่าความเอนเอียง (Bias) และท้ายที่สุดจึงสรุปผลการวิจัย

รายละเอียดขั้นตอนการดำเนินการของบทที่ 3 การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรงแสดงได้ดังรูปที่ 1.2



รูปที่ 1.2 ขั้นตอนการดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรงทั้งแบบไม่มีข้อมูลสูญหาย และมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า

หลักการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรงทั้งแบบไม่มีข้อมูลสูญหายและมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า เริ่มจากกำหนดแบบจำลอง 2 ส่วน คือ แบบจำลอง (กรณีอิทธิพลเต็มรูปแบบจำลอง) และแบบจำลอง (กรณีลดรูปอิทธิพลทรีตเมนต์อักษรละติน) จากนั้นแต่ละแบบจำลองก็จะมีขั้นตอนการดำเนินการคล้ายๆกัน (ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน คือ ประมาณค่าพารามิเตอร์ และหาสมการถดถอยผลบวกกำลังสอง) จากนั้นจึงจะสามารถคำนวณหาผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินได้จากการนำสมการถดถอยผลรวมกำลังสอง(กรณีอิทธิพลเต็มรูปแบบจำลอง) ลบด้วยสมการถดถอยผลบวกกำลังสอง (กรณีลดรูปอิทธิพลทรีตเมนต์อักษรละติน) ส่วนสูตรการคำนวณหาแหล่งความแปรปรวนค่าอื่นๆนั้นสามารถพัฒนาได้ในลักษณะคล้ายๆกัน และสร้างตาราง ANOVA Table เพื่อวิเคราะห์ความแปรปรวน

บทที่ 2
วรรณกรรมหรืองานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กล่าวถึงองค์ความรู้เกี่ยวกับวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายของตัวแปรตามในการวิเคราะห์ความแปรปรวนของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน โดยมีหัวข้อที่เกี่ยวข้องดังนี้

2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1.1 แผนแบบทดลอง

แผนแบบทดลองเป็นสาขาหนึ่งของสถิติศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการวางแผนการทดลองและการวิเคราะห์เชิงสถิติที่สอดคล้องกัน ตัวอย่างแผนแบบทดลอง เช่น แผนแบบสุ่มสมบูรณ์ แบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ แผนแบบจัตุรัสละติน การวิเคราะห์ข้อมูลส่วนใหญ่จะใช้วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวน (สำนักงานราชบัณฑิตยสภา, 2558)

2.1.2 ตัวแบบที่ทำการศึกษา

แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เป็นแผนแบบที่ขยายจากแผนแบบจัตุรัสละติน โดยเพิ่มปัจจัยซึ่งแสดงด้วยอักษรกรีก $\alpha, \beta, \ldots$ ตัวใดตัวหนึ่งในเซลล์ของจัตุรัสซึ่งมีปัจจัยที่แสดงด้วยตัวอักษรละติน $A, B, \ldots$ ดังนั้นในเซลล์ของจัตุรัสแต่ละเซลล์จะมีตัวอักษรละตินและอักษรกรีกอย่างละตัว ซึ่งปรากฏขึ้นเพียงครั้งเดียวในแต่ละแถวและแต่ละสดมภ์ นอกจากนั้นตัวอักษรละตินแต่ละตัวจะจับคู่กับตัวอักษรกรีกแต่ละตัวเพียง 1 ครั้งในการทดลองเท่านั้น (สำนักงานราชบัณฑิตยสภา, 2558)

แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินสามารถใช้เพื่อควบคุมแหล่งที่มาของความแปรปรวนภายนอกได้อย่างเป็นระบบ โดยการสร้างบล็อก 3 ทิศทางในแผนแบบทดลองและแบ่งปัจจัยการทดลองเป็น 4 ปัจจัย คือ แถว, คอลัมน์, ทรีตเมนต์อักษรละติน และอักษรกรีก โดยแต่ละระดับปัจจัยแบ่งเป็น p ระดับ นอกจากนี้ ขนาดแผนการทดลอง มีค่าเท่ากับ P X P โดยที่ P มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 3 (Montgomery, 1984)

โดยลักษณะของตัวแบบที่ทำการศึกษาเป็นดังนี้

$$\hat{y}_{ijkl} = \hat{\mu} + \hat{\theta}_i + \hat{\tau}_j + \hat{\omega}_k + \hat{\psi}_l \qquad \begin{cases} i = 1,2,\ldots,P \\ j = 1,2,\ldots,P \\ k = 1,2,\ldots,P \\ l = 1,2,\ldots,P \end{cases} \tag{2.1}$$

ข้อกำหนดเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวน มีดังนี้

1. ข้อมูลมีการกระจายตัวแบบปกติ (Normal distribution)
2. ข้อมูลได้มาอย่างสุ่มและเป็นอิสระต่อกัน
3. ใช้สถิติทดสอบเอฟในการวิเคราะห์ผล โดยค่าสถิติทดสอบสามารถคำนวณได้จากการเปรียบเทียบค่าความผันแปรของข้อมูลที่เกิดจากทุกค่าข้อมูลในกลุ่มเดียวกัน (Between samples variation) กับค่าความผันแปรที่เกิดขึ้นในแต่ละกลุ่มตัวอย่าง (Within samples variation) ซึ่งสูตรที่ใช้สำหรับคำนวณค่าสถิติทดสอบเอฟต้องเป็นไปตามเงื่อนไขของรูปแบบจำลองของแผนแบบทดลองกับตัวแบบคงที่ (Fixed Effects Model)
4. ความคลาดเคลื่อนเป็นตัวแปรสุ่มที่เป็นอิสระกันและมีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ*0* และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2

ข้อกำหนดเบื้องต้นของแผนแบบจัตุรัส เกรโก ละติน มีดังนี้

1. การสุ่ม (Randomization) กระทำได้ไม่เต็มที่ เนื่องจากลักษณะของแผนแบบทดลองเป็นการจัดบล็อก 3 ทิศทาง ดังนั้นจึงทำการสุ่มได้เฉพาะทรีตเมนต์อักษรละติน
2. ข้อกำหนดสำหรับ $\theta_i, \tau_j, \omega_k$ และ ψ_l ขึ้นอยู่กับลักษณะของอิทธิพลเหล่านี้ คือ สำหรับอิทธิพลคงที่ (Fixed Effects Model) จะถือว่าผลบวกของอิทธิพลที่ระดับต่างๆมีค่าเท่ากับ 0 และสำหรับอิทธิพลสุ่ม (Mixed Effects Model) จะถือว่าอิทธิพลเป็นอิสระกันและมีการแจกแจงแบบปกติโดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ $\sigma_\theta^2, \sigma_\tau^2, \sigma_\omega^2, \sigma_\psi^2$ ตามลำดับ

ในกระบวนการเก็บรวบรวมค่าข้อมูล นั้นสามารถดำเนินการได้ ดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ตัวอย่างแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง 4 x 4

แถว	**คอลัมน์**			
	1	2	3	4
1	$A\alpha$	$B\beta$	$C\gamma$	$D\delta$
2	$B\delta$	$A\gamma$	$D\beta$	$C\alpha$
3	$C\beta$	$D\alpha$	$A\delta$	$B\gamma$
4	$D\gamma$	$C\delta$	$B\alpha$	$A\beta$

สำหรับข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้นั้น เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ความแปรปรวน ดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลในแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง P x P กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย

แหล่งความแปรปรวน	องศาความเป็นอิสระ	ผลบวกกำลังสอง	ค่ากำลังสองเฉลี่ย	สถิติทดสอบ
ทรีตเมนต์อักษรละติน	*(P-1)*	SS_{Tr}	$MS_{Tr} = SS_{Tr}/(P-1)$	$F_{Cal} = MS_{Tr}/MS_E$
อักษรกรีก	*(P-1)*	SS_G	$MS_G = SS_G/(P-1)$	
แถว	*(P-1)*	SS_R	$MS_R = SS_R/(P-1)$	
คอลัมน์	*(P-1)*	SS_C	$MS_C = SS_C/(P-1)$	
ความคลาดเคลื่อน	*(P-1)(P-3)*	SS_E	$MS_E = SS_E/(P-1)\ (P\text{-}3)$	
ผลรวม	P^2*-1*	SS_T		

หมายเหตุ:

$$SS_{Tr} = \frac{\sum_{j=1}^{P} y_{.j..}^2}{P} - \frac{y_{....}^2}{P^2} \qquad SS_G = \frac{\sum_{k=1}^{P} y_{..k.}^2}{P} - \frac{y_{....}^2}{P^2}$$

$$SS_C = \frac{\sum_{l=1}^{P} y_{...l}^2}{P} - \frac{y_{....}^2}{P^2} \qquad SS_T = \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P} y_{ijkl}^2 - \frac{y_{....}^2}{P^2}$$

$$SS_R = \frac{\sum_{i=1}^{P} y_{i...}^2}{P} - \frac{y_{....}^2}{P^2} \qquad SS_E = SS_T - SS_{Tr} - SS_G - SS_C - SS_R$$

Garcia and Don (1995) กล่าวว่าแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน แสดงให้เห็นถึงความสมดุลของแผนแบบทดลอง โดยสมมติว่าอิทธิพลของแถว, อิทธิพลของอักษรกรีก, อิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน และอิทธิพลของคอลัมน์เป็นอิทธิพลเพิ่มเติม ดังนั้นจึงเป็นไปได้ว่าจะต้องแบ่งการทดสอบสมมติฐานเป็น 4 หัวข้อดังนี้

$$\begin{aligned} H_0 &: \quad \tau_j = 0 && j = 1,2,\ldots,P \\ H'_0 &: \quad \theta_i = 0 && i = 1,2,\ldots,P \\ H''_0 &: \quad \omega_k = 0 && k = 1,2,\ldots,P \\ H'''_0 &: \quad \psi_l = 0 && l = 1,2,\ldots,P \end{aligned}$$

ในทางปฏิบัติจริงผู้ทดลองมักไม่สนใจทดสอบอิทธิพลของแถว, อิทธิพลของอักษรกรีก และอิทธิพลของคอลัมน์ เพราะทราบล่วงหน้าก่อนทำการทดลองแล้วว่าทั้ง 3 บล็อกมีความแตกต่างกัน จึงสนใจทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับอิทธิพลของทรีตเมนต์เพียงอย่างเดียวและบริเวณที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลักคือปลายหางทางด้านขวาของการแจกแจงแบบ F ที่ $F_{p-1,(p-3)(p-1)}$

2.1.3 ประเภทของข้อมูลสูญหาย

ประสิทธิภาพของขั้นตอนวิธีหรือเทคนิคที่นำมาใช้ในการประมาณค่าสูญหายของข้อมูลนั้นจะดีหรือไม่ ส่วนหนึ่งขึ้นอยู่กับรูปแบบการสูญหายของข้อมูลและหากทราบสาเหตุที่ทำให้เกิดข้อมูลสูญหายก็จะสามารถเติมเต็มหรือเดาข้อมูลส่วนนั้นได้ไม่ยาก แต่ในการทำงานจริงไม่ค่อยทราบว่าการสูญหายของข้อมูลนั้นมีสาเหตุมาจากอะไรและสูญหายในลักษณะใด ดังนั้นในการทดลองต่างๆจึงกำหนดรูปแบบการสูญหายของค่าข้อมูลออกเป็น 3 ประเภท คือ (Rubin, 1978) คือ

2.1.3.1 การสูญหายแบบสุ่มอย่างสมบูรณ์ (Missing Complete at Random ($MCAR$)) การสูญหายของข้อมูลด้วยวิธีการสุ่มอย่างสมบูรณ์เกิดขึ้นเมื่อความน่าจะเป็นของการสูญหายของข้อมูลไม่มีความสัมพันธ์กับค่าของข้อมูลตัวอื่นๆ ไม่ว่าจะเป็นข้อมูลที่ทราบค่าหรือข้อมูลที่เกิดการสูญหายด้วยกันก็ตาม นั่นคือความน่าจะเป็นที่จะเกิดการสูญหายของค่าข้อมูลในทุกๆตำแหน่งมีค่าเท่ากัน

2.1.3.2 การสูญหายแบบสุ่ม (Missing at Random (MAR)) คือความน่าจะเป็นที่ข้อมูลสูญหายขึ้นอยู่กับค่าของข้อมูลอื่นๆที่ทราบค่าข้อมูล แต่ไม่ขึ้นกับค่าของข้อมูล

2.1.3.3 การสูญหายแบบไม่สุ่ม (Not Missing at Random ($NMAR$)) สาเหตุของการสูญหายไม่สามารถบอกได้และสาเหตุของการสูญหายจะเกี่ยวข้องกับตัวแปรที่มีข้อมูลสูญหาย จะเรียกว่าเป็น Non-Ignorable ถ้าความน่าจะเป็นของค่าสูญหายไปของ Y ไม่มีความสัมพันธ์กับค่าของตัวแปรอื่นๆ แต่จะมีความสัมพันธ์กับค่าของตัวมันเอง

2.1.4 รูปแบบข้อมูลสูญหาย

ภาคย์ สิทธิผกาผล (2555) กล่าวว่าการศึกษาเกี่ยวกับรูปแบบการสูญหายของข้อมูลมีด้วยกันหลายรูปแบบมีทั้งแบบข้อมูลสูญหายไปหลายตำแหน่งในหนึ่งสดมภ์หรือแบบที่ข้อมูลสูญหายหลายตำแหน่งในหลายสดมภ์ ดังนี้

2.1.4.1 ข้อมูลสูญหายหนึ่งตัวแปร (Univariate Nonresponse) คือ ตัวแปรหนึ่งตัวมีข้อมูลสูญหาย

2.1.4.2 ข้อมูลสูญหายมากกว่าหนึ่งตัวแปร (Multivariate Two Patterns) คือ มีข้อมูลสูญหายมากกว่าหนึ่งตัวแปรในหน่วยตัวอย่างเดียวกัน

2.1.4.3 ข้อมูลสูญหายเป็นไปในทิศทางเดียวกัน (Monotone) คือ อันดับของตัวแปรหรืออันดับของค่าสังเกตในตัวแปรมีความสำคัญ นิยามคือ ให้เซตของตัวแปรคือ $Y_1,\ldots,Y_n$ ถ้า Y_r ที่มีข้อมูลสูญหายแล้ว $Y_{r+1},\ldots,Y_n$ จะมีข้อมูลสูญหายด้วย

2.1.4.4 ข้อมูลสูญหายแบบไม่เป็นระบบ (Arbitrary) โดยข้อมูลสูญหายสามารถเกิดขึ้นตรงจุดไหนก็ได้และอันดับของตัวแปรไม่มีความสำคัญ

2.1.5 วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรง

การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรงบนพื้นฐานของรูปแบบเชิงเส้นทั่วไป (Exact Approach Based on General Linear Model) ในงานวิจัยนี้ จะเป็นวิธีเหมือนกับของ Montgomery (1984) ซึ่งเรียกวิธีการนี้ว่า วิธีการทดสอบนัยสำคัญของการถดถอยทั่วไป (General Regression Significance Test) และจะเป็นวิธีเหมือนกับของ Charles (2008) ซึ่งเรียกวิธีการนี้ว่า วิธีการเปรียบเทียบรูปแบบ (Model Comparison Approach)

Montgomery (1984) กล่าวถึงการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรงว่าเป็นวิธีการที่มีความสัมพันธ์กันกับวิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไป (Classical ANOVA Method) อันเนื่องมาจากการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรงอาศัยหลักการทดสอบนัยสำคัญการถดถอยทั่วไป (General Regression Significance Test) ซึ่งตัวแบบการวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไป (Classical ANOVA Method) ทุกตัวแบบสามารถแสดงในเทอมของสมการถดถอยได้ และการทดสอบนัยสำคัญการถดถอยทั่วไปสามารถใช้พัฒนาการทดสอบสำหรับสมมติฐานที่สนใจ เพื่อนำไปสู่วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไปที่นิยมใช้วิเคราะห์ความแปรปรวนกันในปัจจุบัน

พื้นฐานประการหนึ่งของการทดสอบนัยสำคัญการถดถอยทั่วไป (General Regression Significance Test) คือการเขียนสมการปกติสำหรับตัวแบบ สมการเหล่านี้อาจจะหาได้ในรูปของฟังก์ชันกำลังสองน้อยสุด (Least Squares Function) และหาอนุพันธ์โดยการเปรียบเทียบกับพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า วิธีการอย่างง่ายโดยการใช้กฎดังนี้

กฎข้อที่ 1 มีสมการปกติ 1 สมการ สำหรับแต่ละพารามิเตอร์ในตัวแบบที่จะประมาณค่า

กฎข้อที่ 2 ทางด้านขวามือของสมการปกติเป็นผลบวกของค่าสังเกตทั้งหมด ซึ่งมักมีพารามิเตอร์ที่สอดคล้องกับสมการปกติ

กฎข้อที่ 3 ทางด้านซ้ายมือของสมการปกติเป็นผลบวกของพารามิเตอร์ในตัวแบบทั้งหมด โดยที่พารามิเตอร์แต่ละตัวเป็นผลคูณของจำนวนครั้งที่ปรากฏในยอดรวมทางด้านขวามือ

2.1.6 วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

วิธีการหาสัมประสิทธิ์การถดถอยโดยวิธีกำลังน้อยที่สุด คือการหาค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่ทำให้ผลรวมกำลังสองของผลต่างระหว่างค่าที่สังเกตได้และค่าคาดหวังของตัวแปรมีค่าต่ำที่สุด (สายชล สินสมบูรณ์ทอง, 2558)

จากสมการความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตาม Y และตัวแปรอิสระ X คือ

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \ldots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i \tag{2.2}$$

โดยที่ Y_i คือ ตัวแปรตาม ค่าที่ i

X_{ki} คือ ตัวแปรอิสระ ตัวที่ k ค่าที่ i

β_k คือ ค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ

ε_i คือ ค่าคลาดเคลื่อน ค่าที่ i ซึ่งมี $E(\varepsilon)=0$ และ $V(\varepsilon)=\sigma^2$

k คือ จำนวนตัวแปรอิสระในตัวแบบ

i มีค่า $1, 2, \ldots, n$

หรือตัวแบบการถดถอยเชิงเส้นในรูปเมตริกซ์ ดังนี้

$$\underline{Y} = X\underline{\beta} + \underline{\varepsilon} \tag{2.3}$$

โดยที่ $\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1\, X_{11}\; X_{12} \cdots X_{1k} \\ 1\, X_{21}\; X_{22} \cdots X_{2k} \\ \vdots\;\; \vdots \;\;\;\; \vdots \;\;\; \vdots \;\;\; \vdots \\ 1\, X_{n1}\; X_{n2} \cdots X_{nk} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}$

เมื่อ $\underline{Y}$ คือ เวกเตอร์ของตัวแปรตามขนาด $n\,x\,1$

X คือ เมทริกซ์ของตัวแปรอิสระขนาด $n\ x\ (k+1)$

$\underline{\beta}$ คือ เวกเตอร์ของพารามิเตอร์ขนาด $(k+1)\ x\ 1$

n คือ ขนาดตัวอย่าง

k คือ จำนวนตัวแปรอิสระ

$\underline{\varepsilon}$ คือ เวกเตอร์ของความคลาดเคลื่อนขนาด $(k+1)\ x\ 1$

โดยที่ $E(\varepsilon) = 0$ และ $\sigma^2(\varepsilon) = \sigma^2 I_n$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} E(Y_{n\,x\,1}) &= E(X\beta + \varepsilon) \\ &= E(X\beta) + E(\varepsilon) \\ &= X\beta \text{ (เนื่องจาก } E(\varepsilon) = 0) \end{aligned}$$

โดยทั่วไปเมื่อมีข้อมูลครบถ้วน วิธีกำลังสองน้อยที่สุดในการประมาณค่าสัมประสิทธิ์ของการถดถอย จะทำให้ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Error Sum of Squares (SS_E)) มีค่าน้อยที่สุด นั่นคือ

$$\begin{aligned} SS_E &= \varepsilon'\varepsilon Y'Y - 2\hat{\beta}'X'Y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} \\ &= Y'Y - 2\hat{\beta}'X'Y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta} \end{aligned}$$

การหาค่ากำลังสองน้อยสุดของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนทำได้โดยหาอนุพันธ์เทียบกับ $\hat{\beta}$ แล้วกำหนดให้เท่ากับศูนย์

$$\frac{\partial}{\partial \beta}\left(Y'Y - 2\hat{\beta}'X'Y + \hat{\beta}'X'X\hat{\beta}\right) = 0$$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y$$

ดังนั้น $\hat{\beta}$ เป็นตัวประมาณแบบกำลังสองน้อยสุดของ β

$$E\left(\hat{\beta}\right) = (X'X)^{-1}XE(Y)$$
$$= \beta$$

และ $\hat{\beta}$ เป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงของ β
ดังนั้นสมการถดถอยที่ใช้พยากรณ์คือ

$$\hat{Y} = X\hat{\beta}$$

โดยที่ $E\left(\hat{\beta}\right) = \beta$ และ $V\left(\hat{\beta}\right) = (X'X)^{1}\sigma^{2}$

Garcia and Don (1995) กล่าวว่าการวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับแผนแบบสุ่มสมบูรณ์ (Completely Randomized Design (CRD)) นั้นสามารถกระทำได้โดยที่จำนวนการกระทำซ้ำไม่จำเป็นต้องมีค่าเท่ากัน ซึ่งจะเป็นผลทำให้แต่ละทรีตเมนต์มีจำนวนข้อมูลไม่เท่ากัน ดังนั้นในกรณีศึกษาแผนแบบสุ่มสมบูรณ์แล้วมีข้อมูลบางส่วนสูญหายไปจึงไม่มีความจำเป็นจะต้องประมาณค่าข้อมูลขึ้นมาแทนที่ข้อมูลที่สูญหาย เพราะสามารถวิเคราะห์ความแปรปรวนได้ตามปกติ การหาผลบวกกำลังสองของแหล่งความแปรปรวนต่างๆ คำนวณได้โดยใช้สูตรเหมือนกับแผนแบบสุ่มสมบูรณ์ทุกประการ แตกต่างตรงสูตรการหาค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์กรณีที่มีจำนวนซ้ำเท่ากันกับจำนวนซ้ำไม่เท่ากันเท่านั้น

Montgomery (1984) กล่าวว่าเมื่อใช้แผนแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ (Randomized Completely Block Design ($RCBD$)) บางครั้งเกิดปัญหาข้อมูลในบล็อกการทดลองสูญหายหนึ่งค่านั้นเป็นเพราะความประมาทหรือความผิดพลาดในการทดลองด้วยเหตุผลที่อยู่นอกเหนือการควบคุม เช่น ความเสียหายที่เกิดขึ้นกับหน่วยทดลองที่ไม่สามารถหลีกเลี่ยงได้ การสูญหายของข้อมูลในแผนแบบทดลองทำให้รูปแบบการวิเคราะห์ข้อมูลเปลี่ยนแปลงไป เนื่องจากทรีตเมนต์ของแบบจำลองไม่ได้อยู่ในลักษณะตั้งฉาก (Orthogonality) กับบล็อกการทดลองอีกต่อไป นั่นคือทรีตเมนต์ไม่เกิดขึ้นกับทุกบล็อกการทดลอง

Garcia and Don (1995) กล่าวถึงคุณสมบัติการตั้งฉาก (Orthogonality) ว่าเป็นคุณสมบัติที่จะทำให้มั่นใจได้ว่าผลกระทบของแหล่งความแปรปรวนต่างๆทั้งหมดในแบบจำลองสามารถประมาณค่าได้โดยอิสระ และสำหรับการวางแผนการทดลองแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์จะมีคุณสมบัติตั้งฉากได้ก็ต่อเมื่อ $\sum_j t_j = 0$ สำหรับบล็อกทั้งหมด และ $\sum_i b_i = 0$ สำหรับทรีตเมนต์ทั้งหมด

ซึ่งปัญหาดังกล่าวมีวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยกัน 2 วิธี คือ 1. การวิเคราะห์ข้อมูลโดยการประมาณค่าข้อมูลที่คาดว่าสูญหายขึ้นมาเป็นข้อมูลจริง แล้ววิเคราะห์ความแปรปรวนตามปกติราวกับว่าแผนการทดลองนั้นไม่มีค่าข้อมูลใดที่สูญหาย โดยระดับองศาความเป็นอิสระของความคลาดเคลื่อนมีค่าลดลงหนึ่งค่า 2. วิธีตรง (Exact Approach) (Montgomery, 1984)

Garcia and Don (1995) กล่าวถึงวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลวิธีด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายว่าสำหรับการพิจารณาแผนแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ ที่กำหนดให้มี k ทรีตเมนต์ n บล็อก สมมติว่าค่าข้อมูลในเซลล์ (m,p) เป็นค่าข้อมูลที่สูญหาย ดังนั้นการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Error Sum ofSquares (SS_E)) แสดงได้ดังนี้

$$SS_E = SS_T - SS_B - SS_{Tr} \tag{2.4}$$

เมื่อ SS_E คือ ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน

SS_T คือ ผลบวกกำลังสองของผลรวม

SS_B คือ ผลบวกกำลังสองของบล็อก

SS_{Tr} คือ ผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์

จากสูตรการคำนวณหาผลบวกกำลังสองของความแปรปรวนต่างๆของแผนการทดลองแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ แสดงได้ดังนี้

$$SS_T = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 - \frac{T_{..}^2}{N} \tag{2.5}$$

$$SS_B = \sum_i \frac{T_{i.}^2}{k} - \frac{T_{..}^2}{N} \tag{2.6}$$

$$SS_{Tr} = \sum_j \frac{T_{.j}^2}{n} - \frac{T_{..}^2}{N} \tag{2.7}$$

เมื่อ y_{ij} คือ ค่าสังเกตุที่เก็บค่าได้

$T_{..}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตุทั้งหมดที่เก็บค่าได้

$T_{i.}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตในทรีตเมนต์ที่ i

$T_{.j}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตในบล็อกที่ j

n คือ จำนวนข้อมูลในทรีตเมนต์ที่ i

k คือ จำนวนข้อมูลในบล็อกที่ j

N คือ จำนวนค่าสังเกตุทั้งหมดที่เก็บค่าได้

แทนค่าสมการ (2.5) ถึง (2.7) ในสมการ (2.4) และสามารถเขียนเป็นฟังก์ชั่นของการประมาณค่าข้อมูลที่สูญหายได้ดังนี้

$$SS_E(X) = \sum_i \sum_j y_{ij}^2 + y_{mp}^2 + \frac{\left(\sum_i \sum_j y_{ij} + y_{mp}\right)^2}{nk} - \frac{\left(\sum T_{i.}^2 + \left(y_{mp} + T_{m.}\right)^2\right)}{k} - \frac{\left(\sum_j T_{.j}^2 + \left(y_{mp} + T_{.p}\right)^2\right)}{n}$$

เมื่อ y_{ij} คือ ค่าสังเกตุที่เก็บค่าได้

y_{mp} คือ ค่าสังเกตที่เกิดข้อมูลสูญหาย

$T_{i.}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตในทรีตเมนต์ที่ i

$T_{m.}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตในทรีตเมนต์ที่เกิดข้อมูลสูญหาย

$T_{.j}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตบล็อกที่ j

$T_{.p}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตุในบล็อกที่เกิดข้อมูลสูญหาย

n คือ จำนวนข้อมูลในทรีตเมนต์ที่ i

k คือ จำนวนข้อมูลในบล็อกที่ j

$i \neq m,\ j \neq p$

โดยปกติการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย เป็นการหาค่ากำลังสองน้อยสุดของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน จากการคำนวณแคลคูลัสเบื้องต้น

$$\frac{d\left(SS_E\right)}{dX} = 0 \tag{2.8}$$

การหาค่ากำลังสองน้อยสุดของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเป็นเงื่อนไขที่จำเป็นอย่างมาก พิสูจน์สมการ (2.8) ได้สูตรการประมาณค่าข้อมูลสูญหายสำหรับแผนแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ดังสมการ (2.9)

$$X = \frac{\left(nT_{m.} + kT_{.p} - \sum_i \sum_j y_{ij}\right)}{(k-1)(n-1)} \tag{2.9}$$

เมื่อ X คือ ค่าประมาณข้อมูลสูญหาย

$T_{m.}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตในทรีตเมนต์ที่เกิดข้อมูลสูญหาย

$T_{.p}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตุในบล็อกที่เกิดข้อมูลสูญหาย

y_{ij} คือ ค่าสังเกตุที่เก็บค่าได้

n คือ จำนวนข้อมูลในทรีตเมนต์ที่ i

k คือ จำนวนข้อมูลในบล็อกที่ j

Rangaswamy (1995) กล่าวว่าหลังจากประมาณค่าข้อมูลที่สูญหายด้วยสูตรดังกล่าวแล้วการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองเพื่อการวิเคราะห์ความแปรปรวนก็จะดำเนินการคำนวณตามวิธีการปกติ แต่สูตรการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ (Treatment Sum of Squares (SS_{Tr})) ได้รับการแก้ไขสูตรการคำนวณโดยการลบค่าความเอนเอียง (Bias) สูตรการคำนวณค่าความเอนเอียงแสดงได้ดังนี้

$$Bias_{(CRD)} = \frac{\left[T_{m.} - (k-1)X\right]^2}{k(k-1)} \tag{2.10}$$

เมื่อ $Bias_{(CRD)}$ คือ ค่าความเอนเอียงของค่า SS_{Tr} ซึ่งเกิดจากวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย

ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

$T_{m.}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตในทรีตเมนต์ที่เกิดข้อมูลสูญหาย

X คือ ค่าประมาณข้อมูลสูญหาย

k คือ จำนวนข้อมูลในบล็อกที่ j

การแก้ไขสูตรการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ในครั้งนี้ ก่อให้เกิดตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนที่สมบูรณ์แบบมากยิ่งขึ้น

หลังจากคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของแหล่งความแปรปรวนต่างๆแล้วจึงจะสามารถคำนวณหาระดับองศาความเป็นอิสระและแสดงออกมาในลักษณะที่สอดคล้องกันดังตารางที่ 2.3 (Garcia and Don, 1995)

ตารางที่ 2.3 ระดับองศาความเป็นอิสระเมื่อใช้แผนแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ กรณีประมาณค่าข้อมูลสูญหาย

ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

ผลบวกกำลังสอง	ระดับองศาความเป็นอิสระ
ผลรวม	nk - 2
บล็อก	n - 1
ทรีตเมนต์	k - 1
ความคลาดเคลื่อน	(n - 1)(k - 1) - 1

Garcia and Don (1995) กล่าวถึงการแก้ปัญหาการวิเคราะห์ข้อมูลในแผนแบบทดลองแบบจัตุรัสละติน (Latin Square Design (LSD)) เมื่อมีข้อมูลสูญหายว่านอกจากจะใช้วิธีตรง (Exact Approach) ที่สามารถหาได้จากการทดสอบนัยสำคัญของสมการถดถอยทั่วไป (General Regression

Significance Test) แล้วยังมีอีกวิธีการหนึ่งคือวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายแล้ววิเคราะห์ความแปรปรวนตามปกติ (Classical ANOVA) เมื่อประมาณค่าข้อมูลที่สูญหายขึ้นมาใหม่แล้วจะทำให้แผนแบบทดลองมีลักษณะที่สมบูรณ์เป็นลักษณะตั้งฉาก (Orthogonality) อีกครั้งหนึ่ง อย่างไรก็ตามต้องตระหนักถึงอยู่เสมอว่าระดับองศาความเป็นอิสระของผลบวกทั้งหมดต้องลดลงหนึ่งค่าตามจำนวนค่าสังเกต โดยข้อมูลที่ประมาณค่าขึ้นมานั้นเป็นเพียงแค่ค่าประมาณไม่ใช่ข้อมูลจริง โดยกำหนดให้ X เป็นค่าที่ประมาณขึ้นมาแทนที่ข้อมูลสูญหายในแถวที่ m
ทรีตเมนต์ที่ p และ คอลัมน์ที่ q ดังนั้นการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Error Sum of Squares (SS_E)) แสดงได้ดังนี้

$$SS_E = SS_T - SS_B - SS_{position} - SS_{Tr} \tag{2.11}$$

เมื่อ	SS_E	คือ	ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน
	SS_T	คือ	ผลบวกกำลังสองของผลรวม
	SS_B	คือ	ผลบวกกำลังสองของบล็อกที่ 1
	$SS_{position}$	คือ	ผลบวกกำลังสองของบล็อกที่ 2
	SS_{Tr}	คือ	ผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์

จากสูตรการคำนวณหาผลบวกกำลังสองของความแปรปรวนต่างๆของแผนการทดลองแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ แสดงได้ดังนี้

$$SS_T = \sum_i \sum_j \sum_k y_{ijk}^2 - \frac{T_{...}^2}{N} \tag{2.12}$$

$$SS_B = \sum_i \frac{T_{i..}^2}{r} - \frac{T_{...}^2}{N} \tag{2.13}$$

$$SS_{Tr} = \sum_j \frac{T_{.j.}^2}{r} - \frac{T_{...}^2}{N} \tag{2.14}$$

$$SS_{position} = \sum_k \frac{T_{..k}^2}{r} - \frac{T_{...}^2}{N} \tag{2.15}$$

เมื่อ	y_{ijk}	คือ	ค่าสังเกตุที่เก็บค่าได้
	$T_{...}$	คือ	ผลรวมของค่าสังเกตทั้งหมดที่เก็บค่าได้
	$T_{i..}$	คือ	ผลรวมของค่าสังเกตในทรีตเมนต์ที่ i
	$T_{.j.}$	คือ	ผลรวมของค่าสังเกตในบล็อกที่ 2 ที่ k
	$T_{..k}$	คือ	ผลรวมของค่าสังเกตในบล็อกที่ 3 ที่ j
	r	คือ	จำนวนข้อมูลในแต่ละระดับปัจจัย
	N	คือ	จำนวนค่าสังเกตุทั้งหมดที่เก็บค่าได้

แทนค่าสมการ (2.12) ถึง (2.15) ในสมการ (2.11) และสามารถเขียนเป็นฟังก์ชั่นของการประมาณค่าข้อมูลที่
สูญหายได้ดังนี้

$$SS_E(X) = \sum\sum\sum Y_{ijk}^2 + Y_{mpq}^2 + \frac{2\left(S + Y_{mpq}\right)^2}{r^2} - \frac{\left[\sum T_{i..}^2 + \left(Y_{mpq} + R\right)^2\right]}{r}$$
$$-\frac{\left[\sum T_{.j.}^2 + \left(Y_{mpq} + C\right)^2\right]}{r} - \frac{\left[\sum T_{..k}^2 + \left(Y_{mpq} + T\right)^2\right]}{r}$$

เมื่อ y_{ijk} คือ ค่าสังเกตุที่เก็บค่าได้
y_{mpq} คือ ค่าสังเกตที่เกิดข้อมูลสูญหาย
$T_{i..}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตในทรีตเมนต์ที่ i
$T_{.j.}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตในบล็อกที่ 2 ที่ k
$T_{..k}$ คือ ผลรวมของค่าสังเกตในบล็อกที่ 3 ที่ j
S คือ ค่าผลบวกของข้อมูลที่ทราบค่าทั้งหมด
R คือ แทนค่าผลบวกของแถวที่ทราบค่าข้อมูล
C คือ แทนค่าผลบวกของคอลัมน์ที่ทราบค่าข้อมูล
T คือ แทนค่าผลบวกของทรีตเมนต์ที่ทราบค่าข้อมูล
r คือ จำนวนแถว, คอลัมน์ และทรีตเมนต์
$i \neq m,\ j \neq p$

โดยปกติการประมาณหาค่าข้อมูลสูญหาย X เป็นการหาค่ากำลังสองน้อยสุดของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน จากการคำนวณแคลคูลัสเบื้องต้น

$$\frac{d\left(SS_E\right)}{dX} = 0 \qquad (2.16)$$

การหาค่ากำลังสองน้อยสุดของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเป็นเงื่อนไขที่จำเป็นอย่างมาก พิสูจน์สมการ (2.16) ได้สูตรการประมาณค่าข้อมูลสูญหายสำหรับแผนแบบจัตุรัสละติน ดังแสดงในสมการ (2.17)

$$X = \frac{\left[r\left(R+C+T\right)-2S\right]}{\left[\left(r-1\right)\left(r-2\right)\right]} \tag{2.17}$$

เมื่อ	X	คือ	ค่าประมาณข้อมูลสูญหาย
	R	คือ	แทนค่าผลบวกของแถวที่เกิดข้อมูลสูญหาย
	C	คือ	แทนค่าผลบวกของคอลัมน์ที่เกิดข้อมูลสูญหาย
	T	คือ	แทนค่าผลบวกของทรีตเมนต์ที่เกิดข้อมูลสูญหาย
	S	คือ	ค่าผลบวกของข้อมูลที่ทราบค่าทั้งหมด
	r	คือ	จำนวนแถว, คอลัมน์ และทรีตเมนต์

Rangaswamy (1995) กล่าวว่าหลังจากประมาณค่าข้อมูลที่สูญหายด้วยสูตรดังกล่าวแล้วการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองเพื่อการวิเคราะห์ความแปรปรวนก็จะดำเนินการคำนวณตามวิธีการปกติ แต่สูตรการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ (Treatment Sum of Squares (SS_{Tr})) ได้รับการแก้ไขสูตรการคำนวณโดยการลบค่าความเอนเอียง (Bias) ออก ซึ่งสูตรการคำนวณค่าความเอนเอียงแสดงได้ดังนี้

$$Bias_{(LSD)} = \frac{\left[S-R-C-(t-1)T\right]^2}{\left((t-1)(t-2)\right)^2} \tag{2.18}$$

เมื่อ $Bias_{(LSD)}$ คือ ค่าความเอนเอียงของค่า SS_{Tr} ซึ่งเกิดจากวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย

ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

S	คือ	ค่าผลบวกของข้อมูลที่ทราบค่าทั้งหมด
R	คือ	แทนค่าผลบวกของแถวที่เกิดข้อมูลสูญหาย
C	คือ	แทนค่าผลบวกของคอลัมน์ที่เกิดข้อมูลสูญหาย
T	คือ	แทนค่าผลบวกของทรีตเมนต์ที่เกิดข้อมูลสูญหาย
t	คือ	จำนวนแถว, คอลัมน์ และทรีตเมนต์

Abdul (1991) กล่าวว่าการออกแบบการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน บางครั้งเกิดปัญหาข้อมูลหนึ่งค่าสูญหาย วิธีการแก้ไขปัญหานี้ด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด สามารถกระทำการได้ดังสมการ (2.19)

$$X = \frac{P\left(y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}\right) - 3y_{....}}{(P-3)(P-1)} \qquad (2.19)$$

เมื่อ	X	คือ	ค่าประมาณข้อมูลสูญหาย
	P	คือ	จำนวนแถว, คอลัมน์ และทรีตเมนต์
	$y_{r...}$	คือ	แทนค่าผลบวกของแถวที่เกิดข้อมูลสูญหาย
	$y_{.n..}$	คือ	แทนค่าผลบวกของทรีตเมนต์ที่เกิดข้อมูลสูญหาย
	$y_{..m.}$	คือ	แทนค่าผลบวกของอักษรกรีกที่เกิดข้อมูลสูญหาย
	$y_{...c}$	คือ	แทนค่าผลบวกของคอลัมน์ที่เกิดข้อมูลสูญหาย
	$y_{....}$	คือ	แทนค่าผลบวกของข้อมูลทั้งหมดที่มี

2.1.7 วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย

รัตติกาล จอมประพันธ์ และ พาชิตชนัต ศิริพานิช (2558) กล่าวว่าสมมติให้ $y_1, y_2, \ldots, y_n$ เป็นค่าสังเกต r ค่าจากทั้งหมด n ค่า และ $y_{r+1}, y_{r+2}, \ldots, y_n$ เป็นค่าสูญหาย $n-r$ ค่าของ y ที่สังเกตไม่ได้ ในที่นี้ต้องการประมาณค่าสูญหายดังกล่าวด้วยค่าเฉลี่ย

วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย นำเสนอครั้งแรกโดย Wilks ในปี ค.ศ 1932 ซึ่งเป็นวิธีที่แทนค่าสูญหายด้วยค่าคงที่ (Little and Rubin, 1987) โดยการประมาณค่าตัวแปรที่สูญหาย หรือเก็บไม่ได้ด้วยค่าเฉลี่ยของตัวแปรเดียวกันจากหน่วยที่เก็บค่าได้ (ประชุม สุวัตถี, 2552) ดังสมการ (2.20)

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{r^*} y_i}{r^*} \qquad (2.20)$$

เมื่อ	X	คือ	ค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่ไม่สูญหายของตัวแปรตาม
	y_i	คือ	ข้อมูลในแผนแบบทดลองตัวที่ i
	r^*	คือ	จำนวนข้อมูลที่ไม่สูญหายของตัวแปร y
	$i = 1, 2, \ldots, r$		

เนื่องจากวิธีนี้เป็นวิธีที่แทนค่าสูญหายด้วยค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่สังเกตได้ ซึ่งค่าเฉลี่ยดังกล่าวของข้อมูลชุดหนึ่งๆมีอยู่เพียงค่าเดียว ดังนั้นหากมีข้อมูลสูญหายมากกว่าหนึ่งค่าจะประมาณค่าสูญหายทุกค่าด้วยค่าเฉลี่ยดังกล่าว ซึ่งจะส่งผลให้ค่าประมาณของข้อมูลที่สูญหายมีค่าเท่ากันหมด นั่นคือข้อมูลที่ประมาณค่าสูญหายแล้ว (Imputed Data) คือ $y_1, y_2, \ldots, y_r, \bar{y}_1, \bar{y}_2, \ldots, \bar{y}_r$ เห็นได้ชัดเจนว่าแม้จะมีข้อมูลหายเพียงค่าเดียวหรือหลายค่าก็ตามความแปรปรวนของข้อมูล $y_1, y_2, \ldots, y_r, \bar{y}_1, \bar{y}_2, \ldots, \bar{y}_r$ ชุดนี้จะมีค่าน้อยยิ่งจำนวนข้อมูลสูญหายมากขึ้นความแปรปรวนก็จะน้อยลงด้วย ซึ่งส่งผลให้ค่าความ

คลาดเคลื่อนมาตรฐานของตัวประมาณของพารามิเตอร์ที่สนใจ เช่น ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ยตัวอย่าง (Standard Error of the Sample Mean) มีค่าต่ำกว่าที่ควรจะเป็น (Underestimate)

2.1.8 วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่ง

วิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่ง (K-nearest Neighbor (KNN)) เป็นเทคนิควิธีที่ได้รับความนิยมในการใช้งานอย่างหลากหลาย เช่น งานทางด้านการจำแนก (Classification) รวมถึงงานทางด้านการแทนที่ข้อมูลที่สูญหาย (Missing Values Imputation) (Troyanskaya et al, 2001)

นรุตม์ บุตรพลอย (2553) กล่าวว่าการแทนค่าข้อมูลที่สูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่ง เป็นอัลกอริทึมหนึ่งที่ถูกนำมาประยุกต์ใช้หาความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มข้อมูลที่จะนำมาประมาณค่าที่สูญหายกับข้อมูลที่มีค่าสูญหายดังสมการ (2.21)

$$dist\left(X_q, X_i\right) = \sqrt{\sum_{k=1}^{n}\left(\left(X_{q,k}\right)-\left(X_{i,k}\right)\right)^2} \tag{2.21}$$

โดยที่

$dist\left(X_q, X_i\right)$	คือ	ระยะห่างระหว่างตัวอย่าง X_q กับตัวอย่าง X_i
$\left(X_{i,k}\right)$	คือ	คุณสมบัติตัวที่ k ของตัวอย่าง X_i

และ ประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยสมการ (2.22) ดังนี้

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{k} a_j\left(X_i\right)}{k} \tag{2.22}$$

โดยที่

X	คือ	ค่าประมาณของข้อมูลที่ตำแหน่งแอททริบิว j ของตำแหน่ง X_q
$a_j\left(X_i\right)$	คือ	ค่าของข้อมูลในตำแหน่งที่มีระยะห่างระหว่างตัวอย่าง X_q กับตัวอย่าง X_i

เมื่อต้องการประมาณค่าเพื่อแทนข้อมูลที่มีค่าสูญหายจะมีการดำเนินการดังนี้

1. กำหนดค่า k
2. คำนวณหาความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มที่จะนำมาประมาณค่าสูญหายกับกลุ่มข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการระยะทางแบบยุคลิด (Euclidian Distance) ดังสมการที่ (2.21)
3. เลือกค่าที่มีระยะห่างระหว่างกลุ่มที่จะนำมาประมาณค่าสูญหายกับกลุ่มข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการระยะทางแบบยุคลิด ที่น้อยที่สุดมา k ตัว
4. ประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยการนำ k มาหาร ดังสมการที่ (2.22)

การพิจารณาเลือกค่า k ที่เหมาะสมนั้นไม่มีกฎเกณฑ์ที่ชัดเจน เพียงแต่ว่าต้องเลือกใช้ให้เหมาะสมกับชุดข้อมูลที่กำลังพิจารณา โดยไม่เลือกค่า k ที่น้อยเกินไป ซึ่งจะมีผลทำให้ค่าความแม่นยำ

จากการประมาณค่าข้อมูลสูญหายนั่นต่ำกว่าที่ควรจะเป็น นอกจากนั้นหากเลือกค่า k ที่มากเกินไป จะส่งผลให้การประมวลผลช้า และอาจทำให้ความแม่นยำในการประมาณค่าข้อมูลสูญหายลดลง

2.1.9 ตัวอย่างการคำนวณหาค่าประมาณข้อมูลสูญหายด้วย 3 วิธีการ

ข้อมูลในตารางที่ 2.4 แสดงให้เห็นว่าการเก็บข้อมูลเกิดปัญหาเก็บข้อมูลไม่ครบถ้วนตามที่ออกแบบแผนการทดลองไว้ โดยพบว่าข้อมูลในตำแหน่งแถวที่ 4 ทรีตเมนต์ที่ 2 และ คอลัมน์ที่ 4 สูญหายหนึ่งค่า

ตารางที่ 2.4 ตัวอย่างการเก็บข้อมูลแผนแบบจัตุรัสละติน ขนาดแผนการทดลอง 5 x 5

กลุ่ม	ความเข้มข้นของกรด				
	1	2	3	4	5
1	A = -1	B = -5	C = -6	D = -1	E = -1
2	B = -8	C = -1	D = 5	E = 2	A = 11
3	C = -7	D = 13	E = 1	A = 2	B = -4
4	D = 1	E = 6	A = 1	B = …..	C = -3
5	E = -3	A = 5	B = -5	C = 4	D = 6

เมื่อการเก็บข้อมูลในแผนแบบทดลองเกิดปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า เราสามารถแก้ไขปัญหาดังกล่าวได้ด้วยการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการต่างๆ เช่น

1. การประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

จากตัวอย่างการเก็บข้อมูลแผนแบบจัตุรัสละติน ขนาดแผนการทดลอง 5 x 5 ดังตารางที่ 2.4 พบว่าตำแหน่งที่เกิดการสูญหายของข้อมูล คือ ตำแหน่งข้อมูลแถวที่ 4 ทรีตเมนต์อักษรละตินลำดับที่ 2 และคอลัมน์ที่ 4 ดังนั้นจึงสามารถประมาณค่าข้อมูลตำแหน่งดังกล่าวได้โดยการแทนค่าข้อมูลจากตารางที่ 2.4 ในสมการ (2.17) ดังนี้

$$X = \frac{\left[r\left(R+C+T\right)-2S\right]}{\left[\left(r-1\right)\left(r-2\right)\right]}$$

$$= \frac{5\left(\left(-22\right)+5+7\right)-3\left(12\right)}{\left(5-2\right)\left(5-1\right)}$$

$$= \frac{\left(-50\right)-36}{12}$$

$$X = -\frac{43}{6}$$

เมื่อ X คือ ค่าประมาณข้อมูลสูญหาย

R คือ แทนค่าผลบวกของแถวที่เกิดข้อมูลสูญหาย

C คือ แทนค่าผลบวกของคอลัมน์ที่เกิดข้อมูลสูญหาย

T คือ แทนค่าผลบวกของทรีตเมนต์ที่เกิดข้อมูลสูญหาย

S คือ ค่าผลบวกของข้อมูลที่ทราบค่าทั้งหมด

r คือ จำนวนแถว, คอลัมน์ และทรีตเมนต์

ดังนั้น ณ ตำแหน่งข้อมูลแถวที่ 4 ทรีตเมนต์อักษรละตินลำดับที่ 2 และคอลัมน์ที่ 4 สามารถประมาณค่าข้อมูลขึ้นมาใหม่ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด มีค่าข้อมูลเป็น -7.1667

2. การประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย

จากตัวอย่างการเก็บข้อมูลแผนแบบจัตุรัสละติน ขนาดแผนการทดลอง 5 x 5 ดังตารางที่ 2.4 พบว่าตำแหน่งที่เกิดการสูญหายของข้อมูล คือ ตำแหน่งข้อมูลแถวที่ 4 ทรีตเมนต์อักษรละตินลำดับที่ 2 และคอลัมน์ที่ 4 ดังนั้นจึงสามารถประมาณค่าข้อมูลตำแหน่งดังกล่าวได้โดยการแทนค่าข้อมูลจากตารางที่ 2.4 ในสมการ (2.20) ดังนี้

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{r^*} y_i}{r^*}$$

$$= \frac{\left((-1)+(-5)+\ldots+6\right)}{24}$$

$$= \frac{12}{24}$$

$$X = \frac{1}{2}$$

เมื่อ X คือ ค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่ไม่สูญหายของตัวแปรตาม

y_i คือ ข้อมูลในแผนแบบทดลองตัวที่ i

r^* คือ จำนวนข้อมูลที่ไม่สูญหายของตัวแปร y

$i = 1, 2, \ldots, r$

ดังนั้น ณ ตำแหน่งข้อมูลแถวที่ 4 ทรีตเมนต์อักษรละตินลำดับที่ 2 และคอลัมน์ที่ 4 สามารถประมาณค่าข้อมูลขึ้นมาใหม่ด้วยวิธีเฉลี่ย
มีค่าข้อมูลเป็น 0.50

3. การประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่ง

กำหนดให้ k มีค่าเท่ากับ 12

คำนวณหาความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มข้อมูลที่ทราบค่ากับข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการ ระยะทางแบบยุคลิด (Euclidian Distance) ดังสมการที่ (2.21)

ข้อมูลในตารางที่ 2.5 แสดงให้เห็นถึงระยะห่างระหว่างข้อมูล

ตารางที่ 2.5 ระยะห่างของความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มข้อมูลที่ทราบค่ากับข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการ Euclidian Distance

ลำดับ	ข้อมูล	แถว					ทรีตเมนต์					คอลัมน์					ระยะห่าง
		1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1	-1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	2.449
2*	-8	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	2.000
3	-7	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	2.449
4*	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	2.000
5	-3	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	2.449
6*	-5	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	2.000
7	-1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	2.449
8	13	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2.449
9*	6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	2.000
10	5	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2.449
11	-6	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	2.449
12	5	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	2.449
13	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	2.449
14*	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	2.000
15*	-5	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	2.000
16*	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	2.000
17*	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2.000
18*	2	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	2.000
19	**ข้อมูลสูญหาย**	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	
20*	4	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	2.000
21	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2.449
22	11	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2.449
23*	-4	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2.000
24*	-3	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	2.000
25	6	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	2.449

เลือกค่าที่มีระยะห่างระหว่างกลุ่มที่จะนำมาประมาณค่าสูญหายกับกลุ่มข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการระยะทางแบบยุคลิดที่น้อยที่สุดมา 12 ค่า คือ ข้อมูลลำดับที่ 2, 4, 6, 9, 14, 15,16, 17, 18, 20, 23 และ 24

ดังนั้นจึงสามารถประมาณค่าข้อมูลตำแหน่งดังกล่าวได้โดยการแทนค่าข้อมูลที่เลือกไว้จากตารางที่ 2.4 ในสมการ (2.22) ดังนี้

$$
\begin{aligned}
X &= \frac{\sum_{i=1}^{k} a_j\left(X_i\right)}{k} \\
&= \frac{\left((-8)+\ldots+(-3)\right)}{12} \\
&= -\frac{10}{12} \\
X &= -0.833
\end{aligned}
$$

ดังนั้น ณ ตำแหน่งข้อมูลแถวที่ 4 ทรีตเมนต์อักษรละตินลำดับที่ 2 และคอลัมน์ที่ 4 สามารถประมาณค่าข้อมูลขึ้นมาใหม่ด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่ง มีค่าเท่าข้อมูลเป็น -0.833

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จิรกานต์ นวลละออง และ เสาวณิต สุขภารังสี (2553) ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสูญหายสำหรับตัวแบบพยากรณ์ 3 วิธี คือ วิธีเฉลี่ย, วิธีกำลังสองน้อยสุด และวิธีการใส่ค่าหลายค่าแทนข้อมูลที่สูญหายแต่ละค่า พร้อมกับทั้งเสนอวิธีการใหม่เรียกว่า การประมาณค่าสูญหายร่วม โดยนำวิธีการประมาณค่าสูญหาย 3 วิธีมารวมกันด้วยตัวถ่วงน้ำหนัก โดยจำลองข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โลด้วยโปรแกรมอาร์ ซ้ำ 50,000 ครั้ง และกำหนดขนาดตัวอย่าง 30, 50 และ 100 ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 1, 2, 5 และ 10 เปอร์เซ็นต์ เปอร์เซ็นต์ของข้อมูลการสูญหายเท่ากับ 5%, 10%, 15% และ 20% ขนาดความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระคือ 0, 0.2 และ 0.5 ซึ่งเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบคือ ค่าเฉลี่ยของเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ ผลสรุปที่ได้คือ วิธีที่เหมาะสมกับข้อมูลภาคตัดขวางคือ วิธีเฉลี่ย วิธีที่เหมาะสมกับข้อมูลอนุกรมเวลาคือ วิธีกำลังสองน้อยสุด

Ahmed (2016) การศึกษาครั้งนี้มุ่งเน้นไปที่การศึกษาหาค่าข้อมูลสูญหายในแผนแบบสปลิทพลอท โดยใช้วิธีการหาข้อมูลสูญหาย 3 วิธี คือ 1. วิธีของคูน (Coons Method) 2. วิธีของเฮสแมน และเกลอฟ (Haseman and Gaylor Method) และ 3. วิธีของรูบิน (Rubin Method) หลังจากนั้นเปรียบเทียบค่าคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ (Absolute Error (AE)), ค่าเฉลี่ยกำลังสองความคลาดเคลื่อน (Mean Squares Error (MS_E)) และ เกณฑ์ข้อสนเทศของอาไคเคะ (Akaike Information Criterion (AIC)) เพื่อหาว่าทั้ง 3 วิธีการ วิธีการใดให้ผลค่า AE, MS_E และ AIC น้อยที่สุด วิธีการนั้นถือเป็นวิธีการที่สามารถประมาณค่าได้แม่นยำที่สุด ผลสรุปพบว่ากรณีข้อมูลสูญหาย 1, 2 และ 3 ค่า วิธีการที่สามารถประมาณค่าข้อมูลสูญหายได้ดีที่สุดคือวิธีของคูน (Coons Method)

Armina et al. (2017) ทบทวนหลักการดำเนินการ, กฎเกณฑ์การใช้, วิธีการป้อนค่าข้อมูลและวิธีการวัดสมรรถนะของค่าประมาณที่คำนวณได้ของวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายเมื่อเกิดเหตุการณ์ข้อมูลในแผนแบบทดลองสูญหาย โดยส่วนใหญ่การสูญหายของข้อมูลจะสูญหายพร้อมกันทีละหลายค่า และวัตถุประสงค์หลักของงานวิจัยนี้คือเพื่อเน้นการปรับปรุงวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายที่มีอยู่ให้เป็นวิธีที่ดี และหวังว่าการทบทวนนี้จะช่วยให้ผู้อ่านเข้าใจถึงรายละเอียดของวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายต่างได้ดียิ่งขึ้นเพื่อที่จะได้ใช้วิธีเคราะห์ข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพ

Auden et al. (1967) ศึกษาสารอาหารเพื่อการพัฒนาผลิตภัณฑ์ใหม่ๆ โดยกระบวนศึกษานั้นจะประกอบด้วย 2 ขั้นตอน คือ 1. การคัดเลือกองค์ประกอบกลางด้วยเทคนิคแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน และ 2. สัดส่วนของวัสดุที่เป็นองค์ประกอบจะได้รับการปปรับปรุงในปริมาณที่เหมาะสม

Bono et al. (2007) ศึกษาข้อมูลสูญหายใน The Center for Epidemiologic Studies Depression Scale โดยทำการเปรียบเทียบเทคนิคการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย 4 วิธี คือ วิธีค่าเฉลี่ยของตัวแปรทั้งหมด (Item-Mean Imputation), วิธีค่าเฉลี่ยของเพียร์สัน (Person-Mean Imputation), วิธีสมการถดถอย(Regreesion Imputation) และวิธีฮอทเดค (Hot-Deck Imputation) และเปรียบเทียบกับข้อมูลที่สมบูรณ์ ผลของการศึกษาพบว่า วิธีค่าเฉลี่ยทุกววิธีมีความคล้ายคลึงกันกับค่าเฉลี่ยของวิธีสมบูรณ์ ยกเว้นวิธีสมการถดถอย(Regreesion Imputation) ในการแทนค่าสูญหายไม่ทำให้ระดับนัยสำคัญของข้อสรุปเปลี่ยนแปลงไป

Chaimongkol (2005) พัฒนาวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยแนวคิดจากการรวมวิธีการประมาณค่าสูญหาย 2 วิธีเข้าด้วยกัน คือ 1. วิธีการประมาณค่าสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงสุด (Nearest Neighbor Imputation) และ 2. วิธีการสมการถดถอย (Regression Imputation) เพื่อให้ได้วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย 3 วิธีใหม่ ได้แก่ 1. วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีสมการถดถอยของค่าใกล้ที่สุด (Nearest Neighbor–Regression Imputation (NNR)) 2. วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีสมการถดถอยค่าใกล้ที่สุดแบบถ่วงน้ำหนัก (Weighted Nearest Neighbor–Regression Imputation (WNR)) และ 3. วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยสมการถดถอยของค่าระยะห่าง (Distance Regression Imputation (DRI)) สำหรับนำมาประมาณค่าสูญหายที่เกิดขึ้นในบางตัวแปร โดยมีลักษณะการสูญหายแบบสุ่มภายใต้สถานการณ์ที่ต่างกัน ได้แก่ระดับสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรอิสระและตัวแปรตาม ขนาดตัวอย่างและระดับเปอร์เซ็นต์การสูญหายที่ตัวแปรตาม โดยพารามิเตอร์ที่สนใจศึกษาคือค่าเฉลี่ยของประชากรจากการศึกษาคุณสมบัติของพารามิเตอร์ด้วยค่าประมาณที่ได้จากวิธีการประมาณค่าสูญหายใหม่ทั้ง 3 วิธี พบว่าค่าเฉลี่ยของประชากรที่ได้จากวิธีการประมาณค่าสูญหายทั้ง 3 วิธีเป็นตัวประมาณที่มีความเอนเอียง เมื่อพิจารณาผลการเปรียบเทียบวิธีใหม่กับวิธีการเดิม โดยใช้การจำลองข้อมูลให้มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม และการแจกแจงแบบแกมมา ทั้งนี้ผู้วิจัยสรุปว่าไม่สามารถกล่าวได้ว่าวิธีการใดดีที่สุด เนื่องจากวิธีการหนึ่งอาจเหมาะสมสำหรับข้อมูลหรือสิ่งที่ต้องการพิจารณาอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น แต่วิธีการใหม่ที่ได้มาทั้ง 3 วิธีนี้ก็สามารถนำมาใช้ในการจัดการข้อมูลที่มีค่าสูญหายในงานวิจัยเชิงสำรวจได้ ถึงแม้ว่าตัวประมาณที่ได้จากทั้ง 3 วิธีจะเป็นตัวประมาณที่มีความเอนเอียงแต่ก็เพียงเล็กน้อย และจะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์หากข้อมูลมีค่าสูญหายน้อยกว่า 15 เปอร์เซ็นต์

Chaimongkol and Suwattee (2005) ศึกษาการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย 4 วิธี ได้แก่ 1. วิธีเฉลี่ย (Mean Imputation) 2. วิธีสุ่มค่าสมการถดถอย (Random Regression Imputation) 3. วิธีวิธีฮอทเดค (Hot-Deck Imputation) และ 4. วิธีสมการถดถอยของค่าใกล้ที่สุด (Nearest Neighbor–Regression Imputation (NNR)) ในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย เมื่อตัวแปรตามมีการสูญหายแบบสุ่มโดยใช้ขนาดตัวอย่างจำนวน 100 หน่วย ผลการศึกษาพบว่าเมื่อพิจารณาจากค่าความผันแปรของตัวแปรตอบสนอง (R^2) และค่าเฉลี่ยความคลาดเคลื่อนสมบูรณ์ (MAD) ทุกระดับเปอร์เซ็นต์การสูญหาย วิธีสมการถดถอยของค่าใกล้ที่สุดเป็นวิธีที่ดีกว่าวิธีอื่นๆ และเมื่อพิจารณาช่วงความเชื่อมั่นของสัมประสิทธิ์การถดถอย $\hat{\beta}_{0c}$ และ $\hat{\beta}_{1c}$ พบว่าที่ระดับเปอร์เซ็นต์การสูญหาย 10–20 เปอร์เซ็นต์ วิธีสมการถดถอยของค่าใกล้ที่สุดจะเป็นวิธีที่ดีกว่าวิธีอื่นๆ ดังนั้นจึงแนะนำวิธีสมการถดถอยของค่าใกล้ที่สุด ในการประมาณค่าข้อมูลสูญหายสำหรับข้อมูลสูญหายที่ระดับ 10–20 เปอร์เซ็นต์

Charyulu and Dharamyaday (2013) ศึกษาแผนแบบสุ่มในบล็อกสมบรูณ์เมื่อมีข้อมูลสูญหาย 2 ค่า โดยแบ่งรูปแบบการสูญหายของข้อมูลเป็น 3 แบบ (i) ข้อมูลที่สูญหายทั้ง2ค่าอยู่คนละบล็อกคนละทรีตเมนต์ (ii) ข้อมูลที่สูญหายทั้ง 2 ค่าอยู่ในบล็อกเดียวกันแต่คนละทรีตเมนต์ (iii) ข้อมูลที่สูญหายทั้ง 2 ค่าอยู่ในทรีตเมนต์เดียวกันแต่คนละบล็อก และจากผลการศึกษาพบว่าถ้าหากรูปแบบการสูญหายของข้อมูลเป็นแบบ (i) อิทธิพลของบล็อกและอิทธิพลทรีตเมนต์จะเป็นอิสระต่อกัน รูปแบบการสูญหายของข้อมูลเป็นแบบ (ii) ผลการวิเคราะห์ที่ได้จะส่งผลกระทบกับอิทธิพลของบล็อกมากกว่าอิทธิพลทรีตเมนต์ และรูปแบบการสูญหายของข้อมูลเป็นแบบ (iii) ผลการวิเคราะห์ที่ได้จะส่งผลกระทบกับอิทธิพลทรีตเมนต์มากกว่าอิทธิพลของบล็อก

Claudiu (2008) ศึกษาการเปรียบเทียบการประมาณค่าสูญหายด้วยวิธีประมาณค่า 3 วิธี คือ 1. วิธีเฉลี่ย (Mean Imputation) 2. วิธีเอ็มไอ (Multiple Imputation) และ3. วิธีสมการถดถอย (Regression Imputation) เพื่อหาวิธีประมาณค่าข้อมูลสูญหายที่ดีกว่าวิธีการเดิม งานวิจัยนี้เลือกใช้ข้อมูลทางการเมืองของประเทศรัสเซียช่วงเริ่มเปลี่ยนแปลงระบบการปกครอง ซึ่งข้อมูลที่ใช้ในการแจกแจงแบบปกติหลายตัวแปร (Multivariate Normal Distribution) และรูปแบบการสูญหายเป็นแบบสุ่ม (MAR) ผลการวิจัยพบว่า
วิธีเอ็มไอเป็นวิธีที่ให้ผลดีที่สุดสำหรับข้อมูลชุดดังกล่าว

Crawford et al. (1995) ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการจัดการกับข้อมูลที่สูญหาย 4 วิธี คือ 1. วิธีการใส่ค่าเพียงค่าเดียว 2. วิธีเอ็มไอ 3. วิธีเฉลี่ย และ 4. วิธีสูญหาย ใช้ข้อมูลจากโครงการสุขภาพคนชราของรัฐแมสซาชูเซส ผลการศึกษาพบว่าวิธีเอ็มไอจะให้ค่าเฉลี่ยโดยไม่มีความเอนเอียง วิธีการใส่ค่าเพียงค่าเดียวให้ค่าความแปรปรวนต่ำกว่าความเป็นจริง วิธีสูญหายและวิธีเฉลี่ยจะให้ค่าประมาณที่มีความเอนเอียง

Donders et al. (2006) ศึกษาการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายสำหรับงานวิจัยทางการแพทย์ โดยกล่าวว่าวิธีเฉลี่ยเป็นวิธีการจัดการปัญหาข้อมูลสูญหายที่สะดวกและเป็นที่นิยม แต่มักจะทำให้การวิเคราะห์ไม่มีประสิทธิภาพและให้ผลในการประมาณที่เอนเอียง จึงนำเสนอวิธีเอ็มไอมาจัดการปัญหาค่าสูญหายแทน ซึ่งวิธีการนี้จะให้ผลน่าเชื่อถือมากกว่า โดยสร้างข้อมูลที่เป็นเซตย่อย 10 เซต และกำหนดระดับความสัมพันธ์และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานในระดับต่างๆ โดยจำลองการสูญหายแบบสุ่ม และใช้เทคนิคการวิเคราะห์การถดถอยแบบโลจิสติกส์ ผลการวิจัยพบว่าเทคนิคการประมาณค่าข้อมูลสูญหายแบบเดี่ยว (Single Imputation Method) จะให้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานน้อยกว่าซึ่งมีผลทำให้ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้แคบเกินไปจึงไม่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงในขณะที่เทคนิคการประมาณค่าสูญหายแบบหลายขั้นตอน (Multi–Imputation Method) ให้ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่มากกว่าจึงทำให้

ความเชื่อมั่นกว้าง และครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง ดังนั้นเทคนิคการประมาณค่าข้อมูลสูญหายแบบหลายขั้นตอนจึงมีความแม่นยำและน่าเชื่อถือได้มากกว่าเทคนิคการประมาณค่าสูญหายแบบเดี่ยว

Effanga (2016) ผู้วิจัยต้องการพัฒนาแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ที่ขยายการสุ่มตัวอย่างด้วยสามข้อจำกัด และเรียกแผนแบบนี้ว่า Greco-3RR Latin Square design โดยหลักการของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน คือการสุ่ม การทำซ้ำ และการจัดกลุ่มปัจจัย สิ่งที่ได้หลังจากการพัฒนาแผนแบบ Greco-3RR Latin Square design คือ ลักษณะของแผนแบบเป็นมุมฉาก 3 คู่เรียงทับซ้อนกันในช่องทรีตเมนต์อักษรละติน สามารถแสดงสมการเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบทดลองได้ และสูตรสำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวน การศึกษาแผนแบบทดลองนี้จะมีข้อดีกว่าแผนแบบอื่นๆในแง่ของค่าความผิดพลาดที่ลดน้อยลง

Grace (1998) ศึกษาการเปรียบเทียบและวิเคราะห์ข้อมูลระบบแสดงผลภาพเสมือนจริงในเชิงพาณิชย์ของการออกแบบผลิตภัณฑ์ โดยใช้การออกแบบแผนแบบทดลองจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง 4 x 4 การทดสอบดำเนินการโดยใช้บุคลากรจากองค์กรหลายๆหน่วยงานนาวิกโยธินกองทัพสหรัฐ และหน่วยรบพิเศษ ผลการประเมินพบว่าทีมงานออกแบบได้ตรวจพบข้อผิดพลาดจำนวนมากเมื่อใช้แว่นตาแบบ 3 มิติ และจอภาพแบบ Monoscopic CRT ผลการศึกษานี้จะช่วยเสริมสมมติฐานที่ว่า สภาพแวดล้อมเสมือนจริงจะช่วยปรับปรุงประสิทธิภาพและประสิทธิผลของกระบวนการผลิตผลิตภัณฑ์

Harari and Mcdavid (1973) งานวิจัยฉบับนี้ต้องการจะศึกษาว่าการประเมินผลการเรียนจากครูอาจเกี่ยวข้องกับการรับรู้ชื่อของนักเรียนหรือไม่จึงเลือกใช้การวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน มาออกแบบการทดลอง โดยแบ่งการทดลองเป็น 2 กลุ่มทดลองคือกลุ่มนักเรียนเพศชายและกลุ่มนักเรียนเพศหญิง โดยแต่ละกลุ่มการทดลองจะจัดการทดลองไว้ดังนี้ กำหนดให้อายุการทำงานของครูผู้สอนเป็นแถว (0-2 ปี, 3-5 ปี. 6-8 ปี และ มากกว่า8 ปีขึ้นไป) ชื่อของนักเรียนแทนทรีตเมนต์อักษรละติน (ในกลุ่มการทดลองนักเรียนชาย: David, Michael, Elmer และ Hubert ในกลุ่มการทดลองนักเรียนหญิง: Adelle, Lisa, Karen และ Bertha) ชื่อเรื่องเรียงความแทนอักษรกรีก (ในกลุ่มการทดลองนักเรียนชาย: The store, Tarzan, The anniversary และ Kites ในกลุ่มการทดลองนักเรียนหญิง: Shopping, Walking the dog, Playing dolls และ Planting seeds) และลำดับในการนำเสนอแทนคอลัมน์ (ลำดับที่1, 2, 3 และ 4) ผลการทดลองพบว่าในกลุ่มการทดลองนักเรียนชายครูประเมินผลการนำเสนอเรียงความของนักเรียนได้อย่างตรงไปตรงมาไม่มีความอคติ แต่ในกลุ่มการทดลองนักเรียนหญิงกลับพบว่ามีการประเมินผลการนำเสนอเรียงความของนักเรียนอย่างอคติโดยนักเรียนที่จะได้รับความสนใจเป็นพิเศษ คือ Lisa

Huang and Carriere (2006) ศึกษาการเปรียบเทียบวิธีการจัดการข้อมูลสูญหายในข้อมูลแบบวัดซ้ำในกลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดเล็ก 2 วิธี คือ วิธีไม่ใส่ค่าแทนข้อมูลที่สูญหายด้วยวิธีแม็กซิมั่มไลลิฮูด และวิธีเอ็มไอ ผลจากการศึกษาวิธีไม่ใส่ค่าแทนข้อมูลที่สูญหายด้วยวิธีแม็กซิมั่มไลลิฮูดกับวิธีเอ็มไอให้ผลการทดสอบไม่แตกต่างกัน

Jarrett (1978) ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายและวิธีตรง (Exact Approach) พบว่า วิธีตรงเป็นวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายที่เหมาะสมที่สุดสำหรับแผนแบบทดลองที่มีการกระทำซ้ำ ซึ่งวิธีการดังกล่าวมีข้อได้เปรียบในเรื่องของการวิเคราะห์ความแปรปรวนของแผนการทดลองที่ออกแบบไว้โดยจะใช้ข้อมูลชุดพิเศษที่สร้างขึ้นในการวิเคราะห์ความแปรปรวน

Kim et al. (2006) การประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเชิงพหุ เป็นวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยความแปรปรวนบางตัวในข้อมูล แสดงให้เห็นความเอนเอียงของการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเชิงพหุ ความแปรปรวนของตัวประมาณ สำหรับการเก็บข้อมูลด้วยแบบตัวอย่างที่ซับซ้อน ความเอนเอียงอาจเป็นตัวประมาณขนาดใหญ่ ขอบเขตค่าเฉลี่ยเมื่อมีฟังก์ชันขนาดใหญ่

LeMay and Temesgen (2005) ศึกษาการเปรียบเทียบการใช้วิธีการประมาณค่าสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงสุด (Nearest Neighbor Imputation) โดยใช้การจำลองข้อมูลของพื้นที่ป่าไม้ซึ่งโดยทั่วไปข้อมูลประเภทนี้มักจะเกิดปัญหาไม่สมบูรณ์ อันเนื่องมาจากปัจจัยที่เกี่ยวข้อง เช่น วิธีและขั้นตอนในการเก็บข้อมูล รวมถึงข้อจำกัดเรื่องค่าใช้จ่ายในการเก็บข้อมูลประเภทนี้ซึ่งเสียค่าใช้จ่ายค่อนข้างมากหากต้องเก็บข้อมูลเพิ่มเติม ดังนั้นโดยทั่วไปผู้วิจัยจึงมักจะเลือกใช้เทคนิคการประมาณค่าข้อมูลที่ขาดหายไปเพื่อทำการประมาณค่าชุดข้อมูลทางป่าไม้ (Y) เพื่อให้ชุดข้อมูลมีความสมบูรณ์ครบถ้วนตามจำนวนที่ต้องการโดยอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่สูญหายนั้นกับข้อมูลของตัวแปรอื่นๆที่เกี่ยวข้อง เช่น ข้อมูลภาพถ่ายทางอากาศ (X) เป็นต้น ทั้งนี้ผู้วิจัยได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย 3 วิธี ได้แก่ 1. วิธีการประมาณค่าสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงสุด (Nearest Neighbor Imputation (NNI)) 2. วิธีการประมาณค่าสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงสุด k ตำแหน่ง (K Nearest Neighbor Imputation ($KNNI$)) และ 3. วิธีการประมาณค่าสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงสุด k ตำแหน่งแบบถ่วงน้ำหนัก (Weighted K Nearest Neighbor Imputation ($WKNNI$)) ซึ่งในงานวิจัยนี้กำหนดค่า k = 3 และใช้ค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (RMS_E) เป็นเกณฑ์การเปรียบเทียบประสิทธิภาพ ผลการวิจัยพบว่า วิธี $KNNI$ เมื่อกำหนดค่า k = 3 เป็นวิธีการที่ให้ผลดีที่สุด

Lokupitiya et al. (2006) ศึกษาการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วย 4 วิธีการ คือ วิธีสมการถดถอย (Regression Imputation) วิธีประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีของเคอร์เนล (Kernal Smoothing Imputation) วิธีการสร้างพื้นผิว (Universal Kriging Method) และวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการที่ซับซ้อน (Multiple Imputation) โดยทำการศึกษากับข้อมูลจากสองหน่วยงานคือ หน่วยงาน Ag Census ทำหน้าที่ในการสำมะโนประชากรทุกๆ 5 ปี และหน่วยงาน NASS ทำการสุ่มตัวอย่างเฉพาะบางรัฐเป็นประจำทุกปี ดังนั้นจึงทำให้ในบางปีเกิดช่องว่างหรือเกิดข้อมูลสูญหายระหว่างข้อมูลจากทั้งสองหน่วยงาน ผู้วิจัยจึงทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายที่เหมาะสมที่สุด โดยการนำข้อมูลของทั้งสองหน่วยงานมาประมาณค่าข้อมูลสูญหายให้แก่กัน ในงานวิจัยครั้งนี้จะใช้ค่า $MAPE$ เป็นเกณฑ์ในการพิจารณา ผลการวิจัยพบว่า วิธีวิธีสมการถดถอย และวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการที่ซับซ้อนเป็นวิธีที่ให้ผลดีกว่าวิธีการอื่นๆ

Mahamud and Gomes (2012) ศึกษาเชื้อราที่เกิดขึ้นในการแยกลิกโนเซลลูโลสที่ได้จากชานอ้อย 4 ชนิด โดยใช้แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินเป็นแผนแบบสำหรับการทดลองและวัดค่าได้จากปริมาณของเอนไซม์ CMCase, FPase และ Xylanase ผลการทดลองพบว่า เชื้อราประเภท Trichoderma เป็นเชื้อราที่ผลิตเอนไซม์ได้สูงสุดในสภาวะการทดลอง ซึ่งเชื้อราชนิดดังกล่าวเป็นวัตถุดิบสำคัญในกระบวนการหมักกากน้ำตาล

Michelson and Kimmet (1999) ประยุกต์ใช้แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินในกระบวนการสารกึ่งตัวนำในวงการอุตสาหกรรม (Semiconductor Industry) โดยวัตถุประสงค์หลักของการศึกษาคือต้องการประเมินผลความสัมพันธ์ระหว่างขนาดและความหนาแน่นของจุดบกพร่องในกระบวนการสร้างวงจรรวมบนแผ่นเวเฟอร์ (Wafer Fab) ซึ่งความล้มเหลวในการทดลองเกิดจากการทดสอบวงจรไฟฟ้าที่ให้ค่าเกินพิกัด ณ ระดับการผลิตที่เฉพาะเจาะจง เรียกความเสียหายทีเกิดขึ้นนี้ว่า ความเค้นสูงทางไฟฟ้า (Electrical Over Stress) การทำการทดลองในครั้งนี้มีการนำแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินมาใช้เป็นเครื่องมือในการตั้งค่ามากกว่าการใช้เป็นเครื่องมือสำหรับวิเคราะห์ข้อมูล โดยจำนวนแถวและคอลัมน์ของแผนแบบถูกนำมาใช้เพียงเพื่อสร้างตารางเซลล์ขนาด 16 ตัวแปรตอบสนองที่ใช้วัดค่าคือค่าความเสียหายที่เกิดขึ้นของแต่ละเซลล์ทั้ง 16 เซลล์ ปัจจัยภายในตารางเก็บข้อมูลคือขนาดของข้อบกพร่อง (1, 2, 4, 8 μm) และความหนาแน่นของข้อบกพร่อง (1, 3, 9, 27 ข้อบกพร่อง/cm^2)

Rad et al. (2011) แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินเป็นแผนแบบทดลองหนึ่งในออกแบบแผนการทดลอง โดยลักษณะแผนแบบทดลองคือ ทำการจัดกลุ่มปัจจัย 3 ทิศทาง และลักษณะของตารางการเก็บข้อมูลจะมีการเรียงตัวอักษรละติน และอักษรกรีก ในแต่ละแถวและแต่ละคอลัมน์เพียงครั้งเดียว ซึ่งการเรียงลำดับตัวอักษรละตินและอักษรกรีกจะมีความซับซ้อนอย่างมากเมื่อขนาดแผนการทดลองมีขนาดมากกว่าหรือเท่ากับ5 ดังนั้นเพื่อที่จะสร้างแผนการทดลองนี้ออกมาให้ได้เราจึงใช้วิธีการเมตาฮิวริสติก (Metaheuristic Method) ในการเรียงลำดับอักษรละติน และอักษรกรีก ขั้นตอนการสร้างประกอบด้วย 3 ขั้นตอนคือ (1) แผนทดลองชุดโครโมโซม (Chromosome Design), (2) แผนทดลองการสลับที่ (Crossover Design) และ (3) แผนทดลองผ่าเหล่า (Mutation design) ท้ายที่สุดอัลกอริทึมที่กำหนดขึ้นจะถูกเขียนเป็นรหัสบนโปรแกรมMinitab) ผลลัพธ์ของอัลกอริทึมที่ได้นั้นมีความถูกต้องสูง และใช้เวลาในการกำหนดค่าไม่นาน

Rubin (1972) ศึกษาวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบไม่กระทำซ้ำ (Non-Iterative least Squares) และวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบกระทำซ้ำ (Iterative least Squares) เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนของแผนแบบทดลอง และพบว่าหากแผนแบบทดลองนั้นมีจำนวนข้อมูลสูญหายน้อยกว่าหรือเท่ากับ 6 ค่า การใช้วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบไม่กระทำซ้ำ นั้นจะคำนวณได้เร็วกว่าและถ้าหากแผนแบบทดลองนั้นมีจำนวนข้อมูลสูญหายมากกว่า 6 ค่า การใช้วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบกระทำซ้ำนั้นจะคำนวณได้เร็วกว่า

Rubin (1978) เสนอแนวคิดการแทนค่าข้อมูลสูญหายทีละค่า โดยมีหลักการคือแทนค่าข้อมูลสูญหายแต่ละค่าจากค่าข้อมูลที่เป็นไปได้ใน m เวกเตอร์จะได้ทั้งหมด m ค่า จะเป็นการทำซ้ำ m ครั้งจากการแจกแจงที่คาดการณ์ได้ภายหลังของข้อมูลสูญหาย ซึ่งการทำซ้ำแต่ละครั้งต้องมีการสร้างพารามิเตอร์ใหม่ทุกครั้ง

Schafer and Schenker (2000) เสนอเทคนิคการวิเคราะห์สำหรับการอนุมาน จากการแทนที่เซตข้อมูลที่สูญหายโดยประมาณค่าเฉลี่ยที่ได้จากรูปแบบและสูตรของการประมาณค่าที่อยู่บนพื้นฐานการประมาณค่าแบบจุด และตัวประมาณของความแปรปรวนและสูตรของการประมาณค่าสำหรับค่าสูญหาย วิธีที่เหมาะสมอาจต้องการการคำนวณมากกว่าเพื่อในการจัดการกับข้อมูลที่เป็นไปได้หลายตัว นอกจากนี้การประมาณค่ายังมีความแม่นยำเพราะ ไม่ต้องอาศัยการจำลอง เทคนิคการใช้ส่วนประกอบของการวิเคราะห์ข้อมูลที่สมบูรณ์ตามรูปแบบของการประมาณ เน้นตัวอย่างที่เป็นอิสระกัน และมีการแจกแจงเหมือนกัน มีข้อมูลที่สมบูรณ์ตามรูปแบบของการประมาณค่า เน้นตัวอย่างที่เป็นอิสระกัน และมีการแจกแจงเหมือนกัน มีข้อมูลที่สูญหายตัวเดียวและตัวประมาณค่าเฉลี่ยที่สมบูรณ์

Schmitt et al. (2015) งานวิจัยเชิงทดลองส่วนใหญ่พบเจอกับปัญหาการสูญหายของข้อมูลซึ่งเป็นปัญหาต่อการวิเคราะห์ข้อมูลดังนั้นจึงต้องพิจารณาอย่างเหมาะสมเพื่อประมาณค่าข้อมูลที่สูญหายซึ่งนั้นจะทำให้ การวิเคราะห์ข้อมูลมีประสิทธิภาพและถูกต้อง วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายที่ศึกษาในงานวิจัยนี้มีทั้งสิ้น 5 วิธีการ คือ 1. วิธีเฉลี่ย (Mean Method) 2. วิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงสุด k ตำแหน่ง (K-Nearest Neighbors Imputation ($KNNI$)) 3. วิธีฟัซซี่เคมีน (fuzzy K-means (FKN)) 4. วิธีเมทริกซ์ด้วยการแยกค่าแบบเดี่ยว (Singular Value Decomposition (SVD)) และ 5. วิธีการวิเคราะห์องค์ประกอบหลักแบบเบย์(Bayesian Principal Component Analysis ($bPCA$)) โดยสมมติให้การสูญหายของข้อมูลเป็นไปอย่างสุ่ม
($MCAR$) หลังจากนั้น คำนวณค่ารากที่สองของค่าความเคลื่อนคลาดกำลังสองเฉลี่ย (Root mean squared error (RMS_E)) ค่าความคลาดเคลื่อนการจำแนกประเภทข้อมูลแบบไม่ควบคุม (Unsupervised Classification Error (UCE)) และ ค่าความคลาดเคลื่อนการจำแนกประเภทข้อมูลแบบควบคุม (Supervised Classification Error (SCE)) ผลสรุปพบว่า วิธีการที่สามารถประมาณค่าข้อมูลสูญหายได้ดีที่สุดคือวิธีการประมาณค่า $bPCA$ และวิธีการประมาณค่า FKN มีความน่าสนใจและสามารถใช้ประมาณค่าได้ในทางปฏิบัติได้จริง

Sirikasemsuk and Leerojanaprapa (2017) งานวิจัยฉบับนี้กล่าวถึงการวางแผนการทดลองแบบจัตุรัสละตินที่ไม่สมบูรณ์ โดยมีค่าข้อมูลขาดหายเป็นผลให้เกิดการวางแผนการทดลองที่ไม่สมดุลและส่งผลต่อการวิเคราะห์ความแปรปรวน ดังนั้นจึงเสนอวิธีตรง (Exact Approach) เพื่อเป็นการแก้ไขปัญหาดังกล่าวและมุ่งหวังเพื่อหาผลกระทบของปัจจัยโดยใช้ผลรวมถดถอยของแผนการทดลองแบบจัตุรัสละตินแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ และแบบอิทธิพลลดรูปเพื่อแก้ปัญหาการออกแบบแผนการทดลองแบบจัตุรัสละตินที่ข้อมูลขาดหาย นอกจากนี้การแก้ไขปัญหาข้อมูลสูญหายด้วยวิธีตรงยังทำให้ค่าผลรวมกำลังสองของทรีตเมนต์ที่ไม่เอนเอียง

Subramani and Ponnuswamy (1989) ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีวนซ้ำ (Yate’s Iterative Method) กับวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีไม่วนซ้ำ (Non-Iterative Method) ในแผนแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์และแผนแบบจัตุรัสละติน พบว่าวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีไม่วนซ้ำ สามารถประมาณค่าได้ใกล้เคียงกับข้อมูลจริงมากกว่าและวิธีการคำนวณสะดวกกว่าวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีวนซ้ำ

Subramani (1991a) ศึกษาแผนแบบจัตุรัสละติน โดยพบว่าข้อมูลในแผนแบบทดลองจะสูญหายพร้อมกันทีละหลายค่า และยังมีรูปแบบการสูญหายที่แตกต่างกันอีกด้วย เอกสารฉบับนี้จึงนำเสนอวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีไม่วนซ้ำ ซึ่งสูตรที่ใช้ประมาณค่านั้นจะแตกต่างกันขึ้นอยู่กับรูปแบบการสูญหายของข้อมูล โดยกำหนดรูปแบบการสูญหายของข้อมูลไว้ดังนี้ (i) ข้อมูลสูญหายทั้งหมดอยู่ในแถวเดียวกันหรืออยู่ในคอลัมน์เดียวกัน หรืออยู่ในทรีตเมนต์เดียวกัน (ii) ข้อมูลสูญหายอยู่กันคนละแถวหรือคนละคอลัมน์กัน หรือคนละทรีตเมนต์กัน

Subramani (1992) นำเสนอวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการอย่างง่าย ซึ่งเป็นวิธีที่มีประโยชน์เป็นอย่างมาก โดยเฉพาะกับการวิเคราะห์ข้อมูลแบบ 2 ทางที่มีลักษณะของข้อมูลเป็นแบบข้อมูลที่มีค่าสังเกตสูญหายไปบางส่วน (Non-Orthogonal Data) และวิธีการดังกล่าวสามารถประยุกต์ใช้ได้กับแผนการทดลองต่างๆดังนี้ (i) การจำแนกทางสองทางที่มีจำนวนการสังเกตไม่เท่ากันต่อเซลล์ (ii) แผนแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ (Randomized Block Design) (iii) แผนแบบบล็อกไม่สมบูรณ์ที่สมดุล (Balanced Incomplete Block Design)

Subramani (1993) ศึกษาแผนแบบจัตุรัสไฮเปอร์-เกรโก-ละติน (Hyper-Graeco-Latin Square Design) ขนาดลำดับเท่ากับ k ทรีตเมนต์เท่ากับ r พบว่าข้อมูลนั้นจะสูญหายพร้อมกันทีละหลายค่าในแผนแบบทดลอง และยังมีรูปแบบการสูญหายที่แตกต่างกันอีกด้วย เอกสารฉบับนี้จึงนำเสนอวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีไม่กระทำซ้ำ ซึ่งสูตรที่ใช้ประมาณค่านั้นจะแตกต่างกันขึ้นอยู่กับรูปแบบการสูญหายของข้อมูลโดยกำหนดรูปแบบการสูญหายของข้อมูลไว้ดังนี้ (i) ข้อมูลสูญหายทั้งหมดอยู่ในแถวเดียวกันหรืออยู่ในคอลัมน์เดียวกันหรืออยู่ในทรีตเมนต์ เดียวกัน (ii) ข้อมูลสูญหายอยู่กันคนละแถวหรือคนละคอลัมน์กันหรือคนละทรีตเมนต์ศึกษาการวิเคราะห์ข้อมูลในแผนแบบเปลี่ยนสลับ (Crossover Design) วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดแบบกระทำซ้ำ (Iterative Least Square)

Subramani (1994) ศึกษาการสูญหายของข้อมูลในแผนแบบเปลี่ยนสลับ (Crossover Design) แบบไม่ทำซ้ำในการวิเคราะห์ข้อมูลพบว่ามีความซับซ้อนและยุ่งยากพอสมควรต่อการอธิบายผลการศึกษา เมื่อมีผลกระทบบางอย่างแฝงร่วมมา คือค่าความคลาดเคลื่อนของเศษเหลือ (Residual Effect) ดังนั้นบทความนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อนำเสนอแนวทางในการจัดการปัญหาผลกระทบที่เกิดขึ้นจากการวิเคราะห์ข้อมูล 2 x 2 แผนแบบเปลี่ยนสลับ และนำเสนอวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีไม่กระทำซ้ำ ซึ่งสูตรที่ใช้ประมาณค่านั้นจะแตกต่างกันขึ้นอยู่กับรูปแบบการสูญหายของข้อมูล โดยกำหนดรูปแบบการสูญหายของข้อมูล ไว้ดังนี้ (i) ข้อมูลที่สูญหายทั้ง 2 ค่าอยู่คนละบล็อกคนละทรีตเมนต์ (ii) ข้อมูลที่สูญหายทั้ง 2 ค่าอยู่ในบล็อกเดียวกันแต่คนละทรีตเมนต์ (iii) ข้อมูลที่สูญหายทั้ง 2 ค่าอยู่ในทรีตเมนต์เดียวกันแต่คนละบล็อก

Subramani and Kumarapandiyan (2012) ศึกษาประสิทธิภาพของความแปรปรวนที่สูญเสียไป เมื่อมีข้อมูลสูญหาย 2 ค่า ในการทดลองแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ โดยแสดงประสิทธิภาพของความแปรปรวนที่สูญเสียไป อยู่ในรูปแบบของตาราง แบ่งตารางการแสดงผลเป็น 3 ตาราง คือ (i) ข้อมูลที่สูญหายอยู่ในบล็อกเดียวกัน (ii) ข้อมูลที่สูญหายอยู่ในทรีตเมนต์เดียวกัน และ (iii) ข้อมูลที่สูญหายอยู่คนละบล็อก คนละทรีตเมนต์

Troyanskaya (2001) ศึกษาวิธีการแทนที่ค่าข้อมูลที่ขาดหายสำหรับข้อมูลที่มีมิติมาก ด้วยวิธีการเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่ง กรณีศึกษาข้อมูลไมโครอาร์เรย์ด้วยวิธีการเลือกคุณลักษณะที่เหมาะสม ซึ่งข้อดีที่พบจากการแทนค่าข้อมูลขาดหายด้วยวิธีการดังกล่าวคือ มีการวัดความคล้ายคลึงกันของข้อมูลและทนต่อการใช้ง่าย สามารถให้ประสิทธิภาพที่ดีถึงแม้ว่าจะมีจำนวนข้อมูลน้อย ส่วนข้อเสียคือคำตอบที่ได้อาจถูกโน้มเอียงโดยค่าผิดปกติ

Webber (1977) ใช้แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง 4 X 4 ในการศึกษาเรื่องประสิทธิภาพการอ่านค่าของเครื่องบันทึกผลความดันโลหิตแบบอัตโนมัติ โดยกำหนดลักษณะต่างๆได้ดังนี้ ให้เครื่องบันทึกผลความดันโลหิตแบบอัตโนมัติทั้ง 4 เครื่องที่แตกต่างกัน เป็นทรีตเมนต์อักษรละติน เด็กในเขตชุมชนเมืองต่างๆที่ถูกวัดค่าความดันโลหิต เป็นแถว เวลาในการวัดค่าความดันโลหิต เป็นคอลัมน์ และพยาบาลผู้ควบคุมการวัดค่า เป็นอักษรกรีก ซึ่งผลการทดลองพบว่า ประสิทธิภาพการอ่านค่าของเครื่องบันทึกผลความดันโลหิตแบบอัตโนมัติให้ผลไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

บทที่ 3
การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรง

การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรงนี้สามารถนำไปใช้ได้ทั้งกรณีแผนแบบทดลองที่เก็บรวบรวมข้อมูลครบถ้วนและกรณีที่เก็บข้อมูลไม่ครบถ้วนมีข้อมูลบางส่วนสูญหาย โดยในส่วนของงานวิจัยครั้งนี้จะศึกษาวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรง แบ่งกรณีศึกษาได้ 2 ส่วน ดังนี้

3.1 การวิเคราะห์ความแปรปรวนด้วยวิธีตรง กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย

3.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนด้วยวิธีตรง กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า

แบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เป็นดังนี้

$$y_{ijkl} = \mu + \theta_i + \tau_j + \omega_k + \psi_l + \varepsilon_{ijkl} \qquad \begin{cases} i = 1,2,\ldots,P \\ j = 1,2,\ldots,P \\ k = 1,2,\ldots,P \\ l = 1,2,\ldots,P \end{cases} \tag{3.1}$$

โดยแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปของตัวประมาณค่าข้อมูล ได้ดังนี้

$$\hat{y}_{ijkl} = \hat{\mu} + \hat{\theta}_i + \hat{\tau}_j + \hat{\omega}_k + \hat{\psi}_l \qquad \begin{cases} i = 1,2,\ldots,P \\ k = 1,2,\ldots,P \\ l = 1,2,\ldots,P \end{cases} \tag{3.2}$$

การพัฒนาสูตรผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินด้วยวิธีตรง โดยใช้การทดสอบความมีนัยสำคัญของการถดถอย คือ ผลบวกกำลังสองที่เกิดจากอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละตินที่ j หลังจากการสร้างฟิตค่าเฉลี่ยทั้งหมด, อิทธิพลของแถวที่ i, อิทธิพลของอักษรกรีกที่ k และอิทธิพลของคอลัมน์ที่ l แสดงได้ดังสมการ (3.3)

$$SS_{Tr} = R(\tau|\mu,\theta,\omega,\psi) = R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi) - R(\mu,\theta,\omega,\psi) \tag{3.3}$$

โดยที่สมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบและแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละตินของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน กรณีไม่มีข้อมูลสูญหายแสดงได้ดังสมการ (3.4) และ (3.5) ซึ่งแสดงรายละเอียดการคำนวณหาสมการดังกล่าวในหัวข้อ 3.1.3 และ 3.1.4 ตามลำดับ

$$R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)=\hat{\mu}y_{....}+\sum_{i=1}^{P}\hat{\theta}_i y_{i...}+\sum_{j=1}^{P}\hat{\tau}_j y_{.j..}+\sum_{k=1}^{P}\hat{\omega}_k y_{..k.}+\sum_{l=1}^{P}\hat{\psi}_l y_{...l} \tag{3.4}$$

$$R(\mu,\theta,\omega,\psi)=\hat{\mu}^R y_{....}+\sum_{i=1}^{P}\hat{\theta}_i^R y_{i...}+\sum_{k=1}^{P}\hat{\omega}_k^R y_{..k.}+\sum_{l=1}^{P}\hat{\psi}_l^R y_{...l} \tag{3.5}$$

จากสมการ (3.4) และ (3.5) สมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบและแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละตินของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า แสดงได้ดังสมการ (3.6) และ (3.7) ซึ่งแสดงรายละเอียดการคำนวณหาสมการดังกล่าวในหัวข้อ 3.2.3 และ 3.2.4 ตามลำดับ

$$\begin{aligned}R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)=\hat{\mu}y_{....}&+\sum_{i=1,i\neq r}^{P}\hat{\theta}_i y_{i...}+\sum_{j=1,j\neq n}^{P}\hat{\tau}_j y_{.j..}+\sum_{k=1,k\neq m}^{P}\hat{\omega}_k y_{..k.}+\sum_{l=1,l\neq c}^{P}\hat{\psi}_l y_{...l}\\&+\hat{\theta}_r y_{r...}+\hat{\tau}_n y_{.n..}+\hat{\omega}_m y_{..m.}+\hat{\psi}_c y_{...c}\end{aligned} \tag{3.6}$$

$$\begin{aligned}R(\mu,\theta,\omega,\psi)=\hat{\mu}^{NT}y_{....}&+\sum_{i=1,i\neq r}^{P}\hat{\theta}_i^{NT} y_{i...}+\sum_{k=1,k\neq m}^{P}\hat{\omega}_k^{NT} y_{..k.}+\sum_{l=1,l\neq c}^{P}\hat{\psi}_l^{NT} y_{...l}\\&+\hat{\theta}_r^{NT} y_{r...}+\hat{\omega}_m^{NT} y_{..m.}+\hat{\psi}_c^{NT} y_{...c}\end{aligned} \tag{3.7}$$

การพัฒนาสูตรผลบวกกำลังสองด้วยวิธีตรงโดยใช้การทดสอบความมีนัยสำคัญของการถดถอย คือ ผลบวกกำลังสองที่เกิดจากอิทธิพลของแถว, ผลบวกกำลังสองที่เกิดจากอิทธิพลของอักษรกรีก และผลบวกกำลังสองที่เกิดจากอิทธิพลของคอลัมน์ แสดงได้ดังสมการ (3.8) ถึง (3.10) ตามลำดับ

$$SS_R=R(\theta|\mu,\tau,\omega,\psi)=R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)-R(\mu,\tau,\omega,\psi) \tag{3.8}$$

$$SS_G=R(\omega|\mu,\theta,\tau,\psi)=R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)-R(\mu,\theta,\tau,\psi) \tag{3.9}$$

$$SS_C=R(\psi|\mu,\theta,\tau,\omega)=R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)-R(\mu,\theta,\tau,\omega) \tag{3.10}$$

โดยที่สมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของแถว, ลดรูปอิทธิพลของอักษรกรีก และลดรูปอิทธิพลของคอลัมน์ของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย แสดงดังสมการ (3.11) ถึง (3.13) ตามลำดับ

$$R(\mu,\tau,\omega,\psi)=\hat{\mu}^R y_{....}+\sum_{j=1}^{P}\hat{\tau}_j^R y_{.j..}+\sum_{k=1}^{P}\hat{\omega}_k^R y_{..k.}+\sum_{l=1}^{P}\hat{\psi}_l^R y_{...l} \tag{3.11}$$

$$R(\mu,\theta,\tau,\psi)=\hat{\mu}^R y_{....}+\sum_{i=1}^{P}\hat{\theta}_i^R y_{i...}+\sum_{j=1}^{P}\hat{\tau}_j^R y_{.j..}+\sum_{l=1}^{P}\hat{\psi}_l^R y_{...l} \tag{3.12}$$

$$R(\mu,\theta,\tau,\omega)=\hat{\mu}^R y_{....}+\sum_{i=1}^{P}\hat{\theta}_i^R y_{i...}+\sum_{j=1}^{P}\hat{\tau}_j^R y_{.j..}+\sum_{k=1}^{P}\hat{\omega}_k^R y_{..k.} \tag{3.13}$$

จากสมการที่ (3.11) ถึง (3.13) สมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของแถว, ลดรูปอิทธิพลของอักษรกรีก และลดรูปอิทธิพลของคอลัมน์ของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า แสดงดังสมการ (3.14) ถึง (3.16) ตามลำดับ

$$R(\mu,\tau,\omega,\psi)=\hat{\mu}^{NT}y_{....}+\sum_{j=1,j\neq n}^{P}\hat{\tau}_j^{NT}y_{.j..}+\sum_{k=1,k\neq m}^{P}\hat{\omega}_k^{NT}y_{..k.}+\sum_{l=1,l\neq c}^{P}\hat{\psi}_l^{NT}y_{...l} \\ +\hat{\tau}_n^{NT}y_{.n..}+\hat{\omega}_m^{NT}y_{..m.}+\hat{\psi}_c^{NT}y_{...c} \tag{3.14}$$

$$R(\mu,\theta,\tau,\psi)=\hat{\mu}^{NT}y_{....}+\sum_{i=1,i\neq r}^{P}\hat{\theta}_i^{NT}y_{i...}+\sum_{j=1,j\neq n}^{P}\hat{\tau}_j^{NT}y_{.j..}+\sum_{l=1,l\neq c}^{P}\hat{\psi}_l^{NT}y_{...l} \\ +\hat{\theta}_r^{NT}y_{r...}+\hat{\tau}_n^{NT}y_{.n..}+\hat{\psi}_c^{NT}y_{...c} \tag{3.15}$$

$$R(\mu,\theta,\tau,\omega)=\hat{\mu}^{NT}y_{....}+\sum_{i=1,i\neq r}^{P}\hat{\theta}_i^{NT}y_{i...}+\sum_{j=1,j\neq n}^{P}\hat{\tau}_j^{NT}y_{.j..}+\sum_{k=1,k\neq m}^{P}\hat{\omega}_k^{NT}y_{..k.} \\ +\hat{\theta}_r^{NT}y_{r...}+\hat{\tau}_n^{NT}y_{.n..}+\hat{\omega}_m^{NT}y_{..m.} \tag{3.16}$$

3.1 การวิเคราะห์ความแปรปรวนด้วยวิธีตรง กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย

3.1.1 การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ (กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย)

จากแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ดังสมการ (3.1) สามารถใช้กฎการเขียนสมการปกติ เพื่อหาสมการปกติสำหรับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย

พารามิเตอร์ในแบบจำลองที่ต้องประมาณค่า คือ $\mu, \theta_i, \tau_j, \omega_k$ และ ψ_l ซึ่งสามารถนำมาเขียนสมการปกติได้ตามลำดับสมการ (3.17) ถึง (3.21) ดังนี้

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด :
$$P^2\hat{\mu}+P\sum_{i=1}^{P}\hat{\theta}_i+P\sum_{j=1}^{P}\hat{\tau}_j+P\sum_{k=1}^{P}\hat{\omega}_k+P\sum_{l=1}^{P}\hat{\psi}_l=y_{....} \tag{3.17}$$

พิจารณาอิทธิพลของแถวที่ i :
$$P\hat{\mu}+P\hat{\theta}_i+P\sum_{j=1}^{P}\hat{\tau}_j+P\sum_{k=1}^{P}\hat{\omega}_k+P\sum_{l=1}^{P}\hat{\psi}_l=y_{i...} \tag{3.18}$$

พิจารณาอิทธิพลของทรีตเมนต์ที่ j :
$$P\hat{\mu}+P\sum_{i=1}^{P}\hat{\theta}_i+P\hat{\tau}_j+P\sum_{k=1}^{P}\hat{\omega}_k+P\sum_{l=1}^{P}\hat{\psi}_l=y_{.j..} \tag{3.19}$$

พิจารณาอิทธิพลของอักษรกรีกที่ k :
$$P\hat{\mu}+P\sum_{i=1}^{P}\hat{\theta}_i+P\sum_{j=1}^{P}\hat{\tau}_j+P\hat{\omega}_k+P\sum_{l=1}^{P}\hat{\psi}_l=y_{..k.} \tag{3.20}$$

พิจารณาอิทธิพลของคอลัมน์ที่ l :
$$P\hat{\mu}+P\sum_{i=1}^{P}\hat{\theta}_i+P\sum_{j=1}^{P}\hat{\tau}_j+P\sum_{k=1}^{P}\hat{\omega}_k+P\hat{\psi}_l=y_{...l} \tag{3.21}$$

สมการข้อจำกัดดังสมการ (3.22) ถึง (3.25)

$$\sum_{i=1}^{P}\hat{\theta}_i = 0 \tag{3.22}$$

$$\sum_{j=1}^{P}\hat{\tau}_j = 0 \tag{3.23}$$

$$\sum_{k=1}^{P}\hat{\omega}_k = 0 \tag{3.24}$$

$$\sum_{l=1}^{P}\hat{\psi}_l = 0 \tag{3.25}$$

แทนค่าข้อจำกัดดังสมการ (3.22) ถึง (3.25) ในสมการปกติดังสมการ (3.17) ถึง (3.21) และหลังจากจัดรูปสมการใหม่ แสดงได้ตามลำดับดังนี้

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด : $$P^2\hat{\mu} = y_{....} \tag{3.26}$$

พิจารณาอิทธิพลของแถวที่ i : $$P\hat{\mu} + P\hat{\theta}_i = y_{i...} \tag{3.27}$$

พิจารณาอิทธิพลของทรีตเมนต์ที่ j : $$P\hat{\mu} + P\hat{\tau}_j = y_{.j..} \tag{3.28}$$

พิจารณาอิทธิพลของอักษรกรีกที่ k : $$P\hat{\mu} + P\hat{\omega}_k = y_{..k.} \tag{3.29}$$

พิจารณาอิทธิพลของคอลัมน์ที่ l : $$P\hat{\mu} + P\hat{\psi}_l = y_{...l} \tag{3.30}$$

<u>บริบทที่ 3.1</u> *ในแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบสำหรับ* $\mu, \theta_i, \tau_j, \omega_k$ *และ* ψ_l *ซึ่งแสดงได้ตามลำดับดังนี้*

$$\hat{\mu} = \bar{y}_{....} \tag{3.31}$$

$$\hat{\theta}_i = \bar{y}_{i...} - \bar{y}_{....} \tag{3.32}$$

$$\hat{\tau}_j = \bar{y}_{.j..} - \bar{y}_{....} \tag{3.33}$$

$$\hat{\omega}_k = \bar{y}_{..k.} - \bar{y}_{....} \tag{3.34}$$

$$\hat{\psi}_l = \bar{y}_{...l} - \bar{y}_{....} \tag{3.35}$$

พิสูจน์ดูภาคผนวก ก

3.1.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน (กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย)

การหาสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละตินของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน สามารถเขียนแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ได้ใหม่ดังสมการ (3.36)

$$y_{ijkl} = \mu^R + \theta_i^R + \omega_k^R + \psi_l^R + \varepsilon_{ijkl} \qquad \begin{cases} i = 1,2,\ldots,P \\ j = 1,2,\ldots,P \\ k = 1,2,\ldots,P \\ l = 1,2,\ldots,P \end{cases} \tag{3.36}$$

โดยแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินดังสมการ (3.36) สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปของตัวประมาณค่าข้อมูล ได้ดังนี้

$$\hat{y}_{ijkl} = \hat{\mu}^R + \hat{\theta}_i^R + \hat{\omega}_k^R + \hat{\psi}_l^R \qquad \begin{cases} i = 1,2,\ldots,P \\ k = 1,2,\ldots,P \\ l = 1,2,\ldots,P \end{cases} \tag{3.37}$$

จากแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละตินของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ดังสมการ (3.36) สามารถใช้กฎการเขียนสมการปกติ เพื่อหาสมการปกติสำหรับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน แบบลดรูปอิทธิพลทรีตเมนต์อักษรละติน กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย

พารามิเตอร์ในแบบจำลองที่ต้องประมาณค่า คือ $\mu^R, \theta_i^R, \omega_k^R$ และ ψ_l^R ซึ่งสามารถนำมาเขียนสมการปกติได้ตามลำดับสมการ (3.38) ถึง (3.41) ดังนี้

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด :
$$P^2\hat{\mu}^R + P\sum_{i=1}^{P}\hat{\theta}_i^R + P\sum_{k=1}^{P}\hat{\omega}_k^R + P\sum_{l=1}^{P}\hat{\psi}_l^R = y_{.(j)..} \tag{3.38}$$

พิจารณาอิทธิพลของแถวที่ i :
$$P\hat{\mu}^R + P\hat{\theta}_i^R + P\sum_{k=1}^{P}\hat{\omega}_k^R + P\sum_{l=1}^{P}\hat{\psi}_l^R = y_{i(j)..} \tag{3.39}$$

พิจารณาอิทธิพลของอักษรกรีกที่ k :
$$P\hat{\mu}^R + P\sum_{i=1}^{P}\hat{\theta}_i^R + P\hat{\omega}_k^R + P\sum_{l=1}^{P}\hat{\psi}_l^R = y_{.(j)k.} \tag{3.40}$$

พิจารณาอิทธิพลของคอลัมน์ที่ l :
$$P\hat{\mu}^R + P\sum_{i=1}^{P}\hat{\theta}_i^R + P\sum_{k=1}^{P}\hat{\omega}_k^R + P\hat{\psi}_l^R = y_{.(j).l} \tag{3.41}$$

สมการข้อจำกัดดังสมการ (3.42) ถึง (3.44)

$$\sum_{i=1}^{P}\hat{\theta}_i^R = 0 \tag{3.42}$$

$$\sum_{k=1}^{P}\hat{\omega}_k^R = 0 \tag{3.43}$$

$$\sum_{l=1}^{P}\hat{\psi}_l^R = 0 \tag{3.44}$$

แทนค่าข้อจำกัดดังสมการ (3.42) ถึง (3.44) ในสมการปกติดังสมการ (3.38) ถึง (3.41) และหลังจากจัดรูปสมการใหม่ แสดงได้ตามลำดับดังนี้

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด :	$P^2\hat{\mu}^R = y_{.(j)..}$	(3.45)
พิจารณาอิทธิพลของแถวที่ i :	$P\hat{\mu}^R + P\hat{\theta}_i^R = y_{i(j)..}$	(3.46)
พิจารณาอิทธิพลของอักษรกรีกที่ k :	$P\hat{\mu}^R + P\hat{\omega}_k^R = y_{.(j)k.}$	(3.47)
พิจารณาอิทธิพลของคอลัมน์ที่ l :	$P\hat{\mu}^R + P\hat{\psi}_l^R = y_{.(j).l}$	(3.48)

<u>บริบทที่ 3.2</u> *ในแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละตินสำหรับ* $\mu^R, \theta_i^R, \omega_k^R$ และ ψ_l^R *แสดงได้ตามลำดับดังนี้*

$$\hat{\mu}^R = \bar{y}_{.(j)..} \tag{3.49}$$

$$\hat{\theta}_i^R = \bar{y}_{i(j)..} - \bar{y}_{.(j)..} \tag{3.50}$$

$$\hat{\omega}_k^R = \bar{y}_{.(j)k.} - \bar{y}_{.(j)..} \tag{3.51}$$

$$\hat{\psi}_l^R = \bar{y}_{.(j).l} - \bar{y}_{.(j)..} \tag{3.52}$$

พิสูจน์ ในบริบทที่ 3.2 วิธีการพิสูจน์จะคล้ายกันกับ บริบทที่ 3.1

3.1.3 สมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ (กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย)

หลังจากพิจารณาหาตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน สำหรับแผนแบบทดลองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ จึงจะสามารถแสดงรูปแบบของสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ ได้ดังบริบทที่ 3.3

<u>บริบทที่ 3.3</u> *แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง P X P กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย สามารถแสดงรูปแบบของสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ ได้ดังนี้*

$$R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)=\frac{\sum_{i=1}^{P}y_{i...}^{2}+\sum_{j=1}^{P}y_{.j..}^{2}+\sum_{k=1}^{P}y_{..k.}^{2}+\sum_{l=1}^{P}y_{...l}^{2}}{P}-3\bar{y}_{....}^{2} \tag{3.53}$$

พิสูจน์ ดูภาคผนวก ข

3.1.4 สมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน (กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย)

หลังจากพิจารณาหาตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน สำหรับแผนแบบทดลองแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน จึงจะสามารถแสดงรูปแบบของสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน ได้ดังบริบทที่ 3.4

<u>บริบทที่ 3.4</u> *แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง P X P กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย สามารถแสดงรูปแบบของสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน ได้ดังนี้*

$$R(\mu,\theta,\omega,\psi)=\frac{\sum_{i=1}^{P}y_{i...}^{2}+\sum_{k=1}^{P}y_{..k.}^{2}+\sum_{l=1}^{P}y_{...l}^{2}}{P}-2\bar{y}_{....}^{2} \tag{3.54}$$

พิสูจน์ ดูภาคผนวก ค

เช่นเดียวกันกับหาสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของแหล่งความแปรปรวนอื่นๆ แสดงดังบริบทที่ 3.5

<u>บริบทที่ 3.5</u> *แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง P X P กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย สามารถแสดงรูปแบบของสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของแถว, ลดรูปอิทธิพลของอักษรกรีก และ ลดรูปอิทธิพลของคอลัมน์ ตามลำดับ เป็นดังนี้*

$$R(\mu,\tau,\omega,\psi)=\frac{\sum_{j=1}^{P}y_{.j..}^{2}+\sum_{k=1}^{P}y_{..k.}^{2}+\sum_{l=1}^{P}y_{...l}^{2}}{P}-2\bar{y}_{....}^{2} \tag{3.55}$$

$$R(\mu,\theta,\tau,\psi)=\frac{\sum_{i=1}^{P}y_{i...}^{2}+\sum_{j=1}^{P}y_{.j..}^{2}+\sum_{l=1}^{P}y_{...l}^{2}}{P}-2\bar{y}_{....}^{2} \tag{3.56}$$

$$R(\mu,\theta,\tau,\omega)=\frac{\sum_{i=1}^{P}y_{i...}^{2}+\sum_{j=1}^{P}y_{.j..}^{2}+\sum_{k=1}^{P}y_{..k.}^{2}}{P}-2\bar{y}_{....}^{2} \tag{3.57}$$

พิสูจน์ ในบริบทที่ 3.5 วิธีการพิสูจน์จะคล้ายกันกับ บริบทที่ 3.4

3.1.5 การหาสมการผลบวกกำลังสอง (กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย)

จากพิจารณาหาสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ดังแสดงไว้ในสมการ (3.53) และ สมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน ดังแสดงไว้ในสมการ (3.54) จึงจะสามารถหาสมการผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินได้โดยการหาผลต่างของทั้ง 2 สมการถดถอย แสดงดังบริบทที่ 3.6

<u>บริบทที่ 3.6</u> *แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง P X P กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย สามารถแสดงสมการผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน ได้ดังนี้*

$$SS_{Tr}=\frac{\sum_{j=1}^{P}y_{.j..}^{2}}{P}-\bar{y}_{....}^{2} \tag{3.58}$$

พิสูจน์ ดูภาคผนวก ง

เช่นเดียวกันกับหาสมการผลบวกกำลังสองของแหล่งความแปรปรวนอื่นๆ แสดงดังบริบทที่ 3.7

บริบทที่ 3.7 *แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง P X P กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย สามารถแสดงสมการผลบวกกำลังสองของแถว, อักษรกรีก และ คอลัมน์ ตามลำดับ ดังนี้*

$$SS_R = \frac{\sum_{i=1}^{P} y_{i...}^2}{P} - \bar{y}_{....}^2 \tag{3.59}$$

$$SS_G = \frac{\sum_{k=1}^{P} y_{..k.}^2}{P} - \bar{y}_{....}^2 \tag{3.60}$$

$$SS_C = \frac{\sum_{l=1}^{P} y_{...l}^2}{P} - \bar{y}_{....}^2 \tag{3.61}$$

พิสูจน์ ในบริบทที่ 3.7 วิธีการพิสูจน์จะคล้ายกันกับ บริบทที่ 3.6

3.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนด้วยวิธีตรง กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า

3.2.1 การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ (กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า)

จากแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ดังสมการ (3.1) สามารถใช้กฎการเขียนสมการปกติ เพื่อหาสมการปกติสำหรับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบกรณีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า

พารามิเตอร์ที่ส่งผลโดยตรงต่อตำแหน่งค่าข้อมูลที่สูญหาย คือ $\mu, \theta_r, \tau_n, \omega_m$ และ ψ_c ซึ่งสามารถนำมาเขียนสมการปกติได้ตามลำดับสมการ (3.62) ถึง (3.66) ดังนี้

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด :

$$\begin{aligned}&\left(P^2-1\right)\hat{\mu}+P\sum_{i=1,i\neq r}^{P}\hat{\theta}_i+\left(P-1\right)\hat{\theta}_r+P\sum_{j=1,j\neq n}^{P}\hat{\tau}_j+\left(P-1\right)\hat{\tau}_n+P\sum_{k=1,k\neq m}^{P}\hat{\omega}_k\\&+\left(P-1\right)\hat{\omega}_m+P\sum_{l=1,l\neq c}^{P}\hat{\psi}_l+\left(P-1\right)\hat{\psi}_c=y_{....}\end{aligned} \tag{3.62}$$

พิจารณาอิทธิพลของแถวที่ r :

$$\left(P-1\right)\hat{\mu}+\left(P-1\right)\hat{\theta}_r+\sum_{j=1,j\neq n}^{P}\hat{\tau}_j+\sum_{k=1,k\neq m}^{P}\hat{\omega}_k+\sum_{l=1,l\neq c}^{P}\hat{\psi}_l=y_{r...} \tag{3.63}$$

พิจารณาอิทธิพลของทรีตเมนต์ที่ n :

$$\left(P-1\right)\hat{\mu}+\sum_{i=1,i\neq r}^{P}\hat{\theta}_i+\left(P-1\right)\hat{\tau}_n+\sum_{k=1,k\neq m}^{P}\hat{\omega}_k+\sum_{l=1,l\neq c}^{P}\hat{\psi}_l=y_{.n..} \tag{3.64}$$

พิจารณาอิทธิพลของอักษรกรีกที่ m :

$$\left(P-1\right)\hat{\mu}+\sum_{i=1,i\neq r}^{P}\hat{\theta}_i+\sum_{j=1,j\neq n}^{P}\hat{\tau}_j+\left(P-1\right)\hat{\omega}_m+\sum_{l=1,l\neq c}^{P}\hat{\psi}_l=y_{..m.} \tag{3.65}$$

พิจารณาอิทธิพลของคอลัมน์ที่ c :

$$\left(P-1\right)\hat{\mu}+\sum_{i=1,i\neq r}^{P}\hat{\theta}_i+\sum_{j=1,j\neq n}^{P}\hat{\tau}_j+\sum_{k=1,k\neq m}^{P}\hat{\omega}_k+\left(P-1\right)\hat{\psi}_c=y_{...c} \tag{3.66}$$

สมการข้อจำกัดดังสมการ (3.67) ถึง (3.70)

$$\sum_{All\ i}^{P} \hat{\theta}_i = 0 \tag{3.67}$$

$$\sum_{All\ j}^{P} \hat{\tau}_j = 0 \tag{3.68}$$

$$\sum_{All\ k}^{P} \hat{\omega}_k = 0 \tag{3.69}$$

$$\sum_{All\ l}^{P} \hat{\psi}_l = 0 \tag{3.70}$$

แทนค่าข้อจำกัดดังสมการ (3.67) ถึง (3.70) ในสมการปกติดังสมการ (3.62) ถึง (3.66) และหลังจากจัดรูปสมการใหม่ แสดงได้ตามลำดับดังนี้

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด :
$$\left(P^2-1\right)\hat{\mu}-\hat{\theta}_r-\hat{\tau}_n-\hat{\omega}_m-\hat{\psi}_c = y_{....} \tag{3.71}$$

พิจารณาอิทธิพลของแถวที่ r :
$$\left(P-1\right)\hat{\mu}+\left(P-1\right)\hat{\theta}_r-\hat{\tau}_n-\hat{\omega}_m-\hat{\psi}_c = y_{r...} \tag{3.72}$$

พิจารณาอิทธิพลของทรีตเมนต์ที่ n :
$$\left(P-1\right)\hat{\mu}-\hat{\theta}_r+\left(P-1\right)\hat{\tau}_n-\hat{\omega}_m-\hat{\psi}_c = y_{.n..} \tag{3.73}$$

พิจารณาอิทธิพลของอักษรกรีกที่ m :
$$\left(P-1\right)\hat{\mu}-\hat{\theta}_r-\hat{\tau}_n+\left(P-1\right)\hat{\omega}_m-\hat{\psi}_c = y_{..m.} \tag{3.74}$$

พิจารณาอิทธิพลของคอลัมน์ที่ c :
$$\left(P-1\right)\hat{\mu}-\hat{\theta}_r-\hat{\tau}_n-\hat{\omega}_m+\left(P-1\right)\hat{\psi}_c = y_{...c} \tag{3.75}$$

<u>บริบทที่ 3.8</u> *ในแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เมื่อข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบสำหรับ $\mu, \theta_r, \tau_n, \omega_m$ และ ψ_c แสดงได้ตามลำดับดังนี้*

$$\hat{\mu} = \frac{\left(P-4\right)y_{....}+y_{r...}+y_{.n..}+y_{..m.}+y_{...c}}{\left(P-3\right)\left(P-1\right)P} \tag{3.76}$$

$$\hat{\theta}_r = \frac{y_{r...}-y_{....}}{P}+\left(P-1\right)\hat{\mu} \tag{3.77}$$

$$\hat{\tau}_n = \frac{y_{.n..}-y_{....}}{P}+\left(P-1\right)\hat{\mu} \tag{3.78}$$

$$\hat{\omega}_m = \frac{y_{..m.}-y_{....}}{P}+\left(P-1\right)\hat{\mu} \tag{3.79}$$

$$\hat{\psi}_c = \frac{y_{...c}-y_{....}}{P}+\left(P-1\right)\hat{\mu} \tag{3.80}$$

พิสูจน์ดูภาคผนวก จ

พารามิเตอร์ที่ส่งผลโดยทางอ้อมต่อตำแหน่งค่าข้อมูลที่สูญหาย คือ $\theta_i, \tau_j, \omega_k$ และ ψ_l เมื่อ $i \neq r, j \neq n, k \neq m$ และ $l \neq c$ ซึ่งสามารถประมาณค่าได้ตามลำดับสมการ (3.81) ถึง (3.84) ดังนี้

พิจารณาอิทธิพลของแถวที่ i $(i \neq r)$:
$$P\hat{\mu} + P\hat{\theta}_i + \sum_{j=1}^{P}\hat{\tau}_j + \sum_{k=1}^{P}\hat{\omega}_k + \sum_{l=1}^{P}\hat{\psi}_c = y_{i...} \quad (3.81)$$

พิจารณาอิทธิพลของทรีตเมนต์ที่ j $(j \neq n)$:
$$P\hat{\mu} + \sum_{i=1}^{P}\hat{\theta}_i + P\hat{\tau}_j + \sum_{k=1}^{P}\hat{\omega}_k + \sum_{l=1}^{P}\hat{\psi}_c = y_{.j..} \quad (3.82)$$

พิจารณาอิทธิพลของอักษรกรีกที่ k $(k \neq m)$:
$$P\hat{\mu} + \sum_{i=1}^{P}\hat{\theta}_i + \sum_{j=1}^{P}\hat{\tau}_j + P\hat{\omega}_k + \sum_{l=1}^{P}\hat{\psi}_c = y_{..k.} \quad (3.83)$$

พิจารณาอิทธิพลของคอลัมน์ที่ l $(l \neq c)$:
$$P\hat{\mu} + \sum_{i=1}^{P}\hat{\theta}_i + \sum_{j=1}^{P}\hat{\tau}_j + \sum_{k=1}^{P}\hat{\omega}_k + P\hat{\psi}_j = y_{...l} \quad (3.84)$$

โดยใช้ข้อจำกัดดังสมการ (3.67) ถึง (3.70) แทนค่า เพื่อหาคำตอบของตัวประมาณสำหรับ $\theta_i, \tau_j, \omega_k$ และ ψ_l

<u>บริบทที่ 3.9</u> *ในแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เมื่อข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบสำหรับ* $\theta_i, \tau_j, \omega_k$ และ ψ_l *แสดงได้ตามลำดับดังนี้*

$$\hat{\theta}_i = \frac{y_{i...}}{P} - \hat{\mu} \qquad for \quad i \neq r \quad (3.85)$$

$$\hat{\tau}_j = \frac{y_{.j..}}{P} - \hat{\mu} \qquad for \quad j \neq n \quad (3.86)$$

$$\hat{\omega}_k = \frac{y_{..k.}}{P} - \hat{\mu} \qquad for \quad k \neq m \quad (3.87)$$

$$\hat{\psi}_l = \frac{y_{...l}}{P} - \hat{\mu} \qquad for \quad l \neq c \quad (3.88)$$

พิสูจน์ ในบริบทที่ 3.9 วิธีการพิสูจน์จะคล้ายกันกับ บริบทที่ 3.8

3.2.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน (กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า)

การหาสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละตินของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า สามารถเขียนแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ได้ใหม่ดังสมการ (3.89)

$$y_{ijkl} = \mu^{NT} + \theta_i^{NT} + \omega_k^{NT} + \psi_l^{NT} + \varepsilon_{ijkl} \qquad \begin{cases} i = 1,2,\ldots,P \\ k = 1,2,\ldots,P \\ l = 1,2,\ldots,P \end{cases} \tag{3.89}$$

โดยแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินดังสมการ (3.89) สามารถเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปของตัวประมาณค่าข้อมูล ได้ดังนี้

$$\hat{y}_{ijkl} = \hat{\mu}^{NT} + \hat{\theta}_i^{NT} + \hat{\omega}_k^{NT} + \hat{\psi}_l^{NT} \qquad \begin{cases} i = 1,2,\ldots,P \\ k = 1,2,\ldots,P \\ l = 1,2,\ldots,P \end{cases} \tag{3.90}$$

จากแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละตินของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ดังสมการ (3.89) สามารถใช้กฎการเขียนสมการปกติ เพื่อหาสมการปกติสำหรับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน แบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า

พารามิเตอร์ที่ส่งผลโดยตรงต่อตำแหน่งค่าข้อมูลที่สูญหาย คือ $\mu^{NT}, \theta_r^{NT}, \omega_m^{NT}$ และ ψ_c^{NT} ซึ่งสามารถประมาณค่าได้ตามลำดับสมการ (3.91) ถึง (3.94) ดังนี้

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด :

$$\left(P^2-1\right)\hat{\mu}^{NT} + P\sum_{i=1,i\neq r}^{P}\hat{\theta}_i^{NT} + (P-1)\hat{\theta}_r^{NT} + P\sum_{k=1,k\neq m}^{P}\hat{\omega}_k^{NT} + (P-1)\hat{\omega}_m^{NT} + P\sum_{l=1,l\neq c}^{P}\hat{\psi}_l^{NT} + (P-1)\hat{\psi}_c^{NT} = y_{....} \tag{3.91}$$

พิจารณาอิทธิพลของแถวที่ r :

$$(P-1)\hat{\mu}^{NT} + (P-1)\hat{\theta}_r^{NT} + \sum_{k=1,k\neq m}^{P}\hat{\omega}_k^{NT} + \sum_{l=1,l\neq c}^{P}\hat{\psi}_l^{NT} = y_{r...} \tag{3.92}$$

พิจารณาอิทธิพลของอักษรกรีกที่ m :

$$(P-1)\hat{\mu}^{NT} + \sum_{i=1,i\neq r}^{P}\hat{\theta}_i^{NT} + (P-1)\hat{\omega}_m^{NT} + \sum_{l=1,l\neq c}^{P}\hat{\psi}_l^{NT} = y_{..m.} \tag{3.93}$$

พิจารณาอิทธิพลของคอลัมน์ที่ c :

$$(P-1)\hat{\mu}^{NT} + \sum_{i=1,i\neq r}^{P}\hat{\theta}_i^{NT} + \sum_{k=1,k\neq m}^{P}\hat{\omega}_k^{NT} + (P-1)\hat{\psi}_c^{NT} = y_{...c} \tag{3.94}$$

สมการข้อจำกัดดังสมการ (3.95) ถึง (3.97)

$$\sum_{All\ i}^{P} \theta_i^{NT} = 0 \tag{3.95}$$

$$\sum_{All\ k}^{P} \omega_k^{NT} = 0 \tag{3.96}$$

$$\sum_{All\ l}^{P} \psi_l^{NT} = 0 \tag{3.97}$$

แทนค่าข้อจำกัดดังสมการ (3.95) ถึง (3.97) ในสมการปกติดังสมการ (3.91) ถึง (3.94) และหลังจากจัดรูปสมการใหม่ แสดงได้ตามลำดับดังนี้

พิจารณาค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด :

$$\left(P^2-1\right)\hat{\mu}^{NT} - \hat{\theta}_r^{NT} - \hat{\omega}_m^{NT} - \hat{\psi}_c^{NT} = y_{....} \tag{3.98}$$

พิจารณาอิทธิพลของแถวที่ r :

$$(P-1)\hat{\mu}^{NT} + (P-1)\hat{\theta}_r^{NT} - \hat{\omega}_m^{NT} - \hat{\psi}_c^{NT} = y_{r...} \tag{3.99}$$

พิจารณาอิทธิพลของอักษรกรีกที่ m :

$$(P-1)\hat{\mu}^{NT} - \hat{\theta}_r^{NT} + (P-1)\hat{\omega}_m^{NT} - \hat{\psi}_c^{NT} = y_{..m.} \tag{3.100}$$

พิจารณาอิทธิพลของคอลัมน์ที่ c :

$$(P-1)\hat{\mu}^{NT} - \hat{\theta}_r^{NT} - \hat{\omega}_m^{NT} + (P-1)\hat{\psi}_c^{NT} = y_{...c} \tag{3.101}$$

<u>บริบทที่ 3.10</u> *ในแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เมื่อข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน สำหรับ* $\mu^{NT}, \theta_r^{NT}, \omega_m^{NT}$ *และ* ψ_c^{NT} *แสดงได้ตามลำดับดังนี้*

$$\hat{\mu}^{NT} = \frac{(P-3)y_{....} + y_{r...} + y_{..m.} + y_{...c}}{(P-2)(P-1)P} \tag{3.102}$$

$$\hat{\theta}_r^{NT} = \frac{y_{r...} - y_{....}}{P} + (P-1)\hat{\mu}^{NT} \tag{3.103}$$

$$\hat{\omega}_m^{NT} = \frac{y_{..m.} - y_{....}}{P} + (P-1)\hat{\mu}^{NT} \tag{3.104}$$

$$\hat{\psi}_c^{NT} = \frac{y_{...c} - y_{....}}{P} + (P-1)\hat{\mu}^{NT} \tag{3.105}$$

พิสูจน์ ในบริบทที่ 3.10 วิธีการพิสูจน์จะคล้ายกันกับ บริบทที่ 3.8

พารามิเตอร์ที่ส่งผลโดยทางอ้อมต่อตำแหน่งค่าข้อมูลที่สูญหาย คือ $\theta_i^{NT}, \omega_k^{NT}$ และ ψ_l^{NT} เมื่อ $i \neq r, k \neq m$ และ $l \neq c$ ซึ่งสามารถประมาณค่าได้ตามลำดับสมการ (3.106) ถึง (3.108) ดังนี้

พิจารณาอิทธิพลของแถวที่ i $(i \neq r)$:

$$P\hat{\mu}^{NT} + P\hat{\theta}_i^{NT} + \sum_{k=1}^{P} \hat{\omega}_k^{NT} + \sum_{l=1}^{P} \hat{\psi}_l^{NT} = y_{i...} \tag{3.106}$$

พิจารณาอิทธิพลของอักษรกรีกที่ k $(k \neq m)$:

$$P\hat{\mu}^{NT} + \sum_{i=1}^{P} \hat{\theta}_i^{NT} + P\hat{\omega}_k^{NT} + \sum_{l=1}^{P} \hat{\psi}_l^{NT} = y_{..k.} \tag{3.107}$$

พิจารณาอิทธิพลของคอลัมน์ที่ l $(l \neq c)$:

$$P\hat{\mu}^{NT} + \sum_{i=1}^{P} \hat{\theta}_i^{NT} + \sum_{k=1}^{P} \hat{\omega}_k^{NT} + P\hat{\psi}_l^{NT} = y_{...l} \tag{3.108}$$

โดยใช้ข้อจำกัดดังสมการ (3.95) ถึง (3.97) แทนค่าเพื่อหาคำตอบของตัวประมาณสำหรับ $\theta_i^{NT}, \omega_k^{NT}$ และ ψ_l^{NT}

<u>บริบทที่ 3.11</u> *ในแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เมื่อข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบสำหรับ $\theta_i^{NT}, \omega_k^{NT}$ และ ψ_l^{NT} แสดงได้ตามลำดับดังนี้*

$$\hat{\theta}_i^{NT} = \frac{y_{i...}}{P} - \hat{\mu}^{NT} \quad \textit{for} \quad i \neq r \tag{3.109}$$

$$\hat{\omega}_k^{NT} = \frac{y_{..k.}}{P} - \hat{\mu}^{NT} \quad \textit{for} \quad k \neq m \tag{3.110}$$

$$\hat{\psi}_l^{NT} = \frac{y_{...l}}{P} - \hat{\mu}^{NT} \quad \textit{for} \quad l \neq c \tag{3.111}$$

พิสูจน์ ในบริบทที่ 3.11 วิธีการพิสูจน์จะคล้ายกันกับ บริบทที่ 3.8

3.2.3 สมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ (กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า)

หลังจากพิจารณาหาตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน สำหรับแผนแบบทดลองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ จึงจะสามารถแสดงรูปแบบของสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ ได้ดังบริบทที่ 3.12

<u>บริบทที่ 3.12</u> *แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง P X P กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า สามารถแสดงรูปแบบของสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ ได้ดังนี้*

$$R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)=\frac{\sum_{i=1}^{P}y_{i...}^2+\sum_{j=1}^{P}y_{.j..}^2+\sum_{k=1}^{P}y_{..k.}^2+\sum_{l=1}^{P}y_{...l}^2}{P}+\frac{(1-P)\left(3y_{....}^2-y_{SUM}^2\right)+\left(y_{SUM}-3y_{....}\right)^2}{(P-2)(P-1)P} \quad (3.112)$$

หมายเหตุ $y_{SUM}=y_{r...}+y_{.n..}+y_{..m.}+y_{...c}$

พิสูจน์ ดูภาคผนวก ฉ

3.2.4 สมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน (กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า)

หลังจากพิจารณาหาตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน สำหรับแผนแบบทดลองแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน จึงจะสามารถแสดงรูปแบบของสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน ได้ดังบริบทที่ 3.13

<u>บริบทที่ 3.13</u> *แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง P X P กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า สามารถแสดงรูปแบบของสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน*
ได้ดังนี้

$$R(\mu,\theta,\omega,\psi)=\frac{\sum_{i=1}^{P}y_{i...}^2+\sum_{k=1}^{P}y_{..k.}^2+\sum_{l=1}^{P}y_{...l}^2}{P}+\frac{(1-P)\left(2y_{....}^2-y_{SUM\_N}^2\right)+\left(y_{SUM\_N}-2y_{....}\right)^2}{(P-2)(P-1)P} \quad (3.113)$$

หมายเหตุ $y_{SUM\_N}=y_{r...}+y_{..m.}+y_{...c}$

พิสูจน์ ดูภาคผนวก ช

เช่นเดียวกันกับหาสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของแหล่งความแปรปรวนอื่นๆ แสดงดังบริบทที่ 3.14

บริบทที่ 3.14 *แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า สามารถแสดงรูปแบบของสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของแถว, ลดรูปอิทธิพลของอักษรกรีก และ ลดรูปอิทธิพลของคอลัมน์ ตามลำดับ ดังนี้*

$$R(\mu,\tau,\omega,\psi)=\frac{\sum_{j=1}^{P}y_{.j..}^2+\sum_{k=1}^{P}y_{..k.}^2+\sum_{l=1}^{P}y_{...l}^2}{P}+\frac{(1-P)\left(2y_{....}^2-y_{SUM\_R}^2\right)+\left(y_{SUM\_R}-2y_{....}\right)^2}{(P-2)(P-1)P} \quad (3.114)$$

$$R(\mu,\theta,\tau,\psi)=\frac{\sum_{i=1}^{P}y_{i...}^2+\sum_{j=1}^{P}y_{.j..}^2+\sum_{l=1}^{P}y_{...l}^2}{P}+\frac{(1-P)\left(2y_{....}^2-y_{SUM\_M}^2\right)+\left(y_{SUM\_M}-2y_{....}\right)^2}{(P-2)(P-1)P} \quad (3.115)$$

$$R(\mu,\theta,\tau,\omega)=\frac{\sum_{i=1}^{P}y_{i...}^2+\sum_{j=1}^{P}y_{.j..}^2+\sum_{k=1}^{P}y_{..k.}^2}{P}+\frac{(1-P)\left(2y_{....}^2-y_{SUM\_C}^2\right)+\left(y_{SUM\_C}-2y_{....}\right)^2}{(P-2)(P-1)P} \quad (3.116)$$

หมายเหตุ $y_{SUM\_R}=y_{.n..}+y_{..m.}+y_{...c}$

$y_{SUM\_M}=y_{r...}+y_{.n..}+y_{...c}$

$y_{SUM\_C}=y_{r...}+y_{.n..}+y_{..m.}$

พิสูจน์ ในบริบทที่ 3.14 วิธีการพิสูจน์จะคล้ายกันกับ บริบทที่ 3.13

3.2.5 การหาสมการผลบวกกำลังสอง (กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า)

จากพิจารณาหาสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ดังแสดงไว้ในสมการ (3.112) และสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน ดังแสดงไว้ในสมการ (3.113)

บริบทที่ 3.15 *แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง P X P กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า สามารถแสดงสมการผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน ได้ดังนี้*

$$SS_{Tr}=\frac{\sum_{All\ j}^{P}y_{.j..}^2}{P}+\frac{1}{(P-1)}\left[\frac{\left(y_{SUM}-y_{....}\right)^2}{(P-3)}-\frac{\left(y_{SUM\_N}-y_{....}\right)^2}{(P-2)}+\frac{y_{....}\left(2y_{.n..}-y_{....}\right)}{P}\right] \quad (3.117)$$

หมายเหตุ $y_{SUM}=y_{r...}+y_{.n..}+y_{..m.}+y_{...c}$

$y_{SUM\_N}=y_{r...}+y_{..m.}+y_{...c}$

พิสูจน์ ดูภาคผนวก ซ

เช่นเดียวกันกับหาสมการผลบวกกำลังสองของแหล่งความแปรปรวนอื่นๆ แสดงดังบริบทที่ 3.16

<u>บริบทที่ 3.16</u> *แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง P X P กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า สามารถแสดงสมการผลบวกกำลังสองของแถว, อักษรกรีก และคอลัมน์ ตามลำดับเป็นดังนี้*

$$SS_R = \frac{\sum_{All\ i}^{P} y_{i...}^2}{P} + \frac{1}{(P-1)}\left[\frac{(y_{SUM} - y_{....})^2}{(P-3)} - \frac{(y_{SUM\_R} - y_{....})^2}{(P-2)} + \frac{y_{....}(2y_{r...} - y_{....})}{P}\right] \quad (3.118)$$

$$SS_G = \frac{\sum_{All\ k}^{P} y_{..k.}^2}{P} + \frac{1}{(P-1)}\left[\frac{(y_{SUM} - y_{....})^2}{(P-3)} - \frac{(y_{SUM\_M} - y_{....})^2}{(P-2)} + \frac{y_{....}(2y_{..m.} - y_{....})}{P}\right] \quad (3.119)$$

$$SS_C = \frac{\sum_{All\ l}^{P} y_{...l}^2}{P} + \frac{1}{(P-1)}\left[\frac{(y_{SUM} - y_{....})^2}{(P-3)} - \frac{(y_{SUM\_C} - y_{....})^2}{(P-2)} + \frac{y_{....}(2y_{...c} - y_{....})}{P}\right] \quad (3.120)$$

หมายเหตุ $y_{SUM} = y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}$

$y_{SUM\_R} = y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}$

$y_{SUM\_M} = y_{r...} + y_{.n..} + y_{...c}$

$y_{SUM\_C} = y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.}$

พิสูจน์ ในบริบทที่ 3.16 วิธีการพิสูจน์จะคล้ายกันกับ บริบทที่ 3.15

<u>บริบทที่ 3.17</u> *แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง P X P กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า สามารถแสดงสมการผลบวกกำลังสองของผลรวม และความคลาดเคลื่อน ตามลำดับเป็นดังนี้*

$$SS_T = \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P} y_{ijkl}^2 - \frac{y_{....}^2}{P^2 - 1} \quad (3.121)$$

$$SS_E = \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P} y_{ijkl}^2 - \frac{\sum_{All\ i}^{P} y_{i...}^2 + \sum_{All\ j}^{P} y_{.j..}^2 + \sum_{All\ k}^{P} y_{..k.}^2 + \sum_{All\ l}^{P} y_{...l}^2}{P} - \frac{(1-P)\left(3y_{....}^2 - y_{SUM}^2\right)}{(P-3)(P-1)P} \quad (3.122)$$

หมายเหตุ $y_{SUM} = y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}$

พิสูจน์ ดูภาคผนวก ฌ

บทที่ 4
การเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหาย

เนื้อหาในบทที่ 2 อ้างอิงวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายทั้ง 3 วิธี ส่วนในบทที่ 3 เสนอสูตรการคำนวณหาสมการผลบวกกำลังสองด้วยวิธีตรง (Exact Approach) เมื่อเกิดปัญหาข้อมูลในแผนแบบทดลองสูญหายหนึ่งค่าและในบทที่ 4 นี้จะนำเสนอการเปรียบเทียบวิธีตรง (Exact Approach) กับวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย 3 วิธี คือ 1. วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (Missing Plot Approach with Least Square Method) 2. วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย (Missing Plot Approach with Mean Method) และ 3. ประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่ง (Missing Plot Approach with K-nearest Neighbor Method)

Montgomery (1984) กล่าวว่าวิธีตรงเป็นวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลที่ให้ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินที่ไม่เอนเอียง เพราะว่าใช้หลักการทดสอบนัยสำคัญการถดถอยทั่วไป (General Regression Significance Test) มาคำนวณโดยแก้สมการเพื่อหาค่าประมาณของพารามิเตอร์แต่ละตัวในตัวแบบ (จากสมการที่ 2.1) แล้วคำนวณหาค่าสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบและแบบลดรูปอิทธิพลทรีตเมนต์อักษรละติน ความแตกต่างระหว่างสมการถดถอยของผลบวกกำลังสองทั้งสองสมการนี้คือค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินที่ไม่เอนเอียง

ซึ่งหลักการดำเนินงานของบทที่ 4 นั้นจะทำการศึกษากับกรณีศึกษา 3 กรณี ดังนี้

กรณีศึกษาที่ 1 แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน แผนการทดลองขนาด 4 x 4 ดัดแปลงมาจากงานวิจัยของ Subramani (1991b) ดูการเปรียบเทียบที่ หัวข้อ 4.1

กรณีศึกษาที่ 2 แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน แผนการทดลองขนาด 5 x 5 ดัดแปลงมาจากงานของ Montgomery (1984) ดูการเปรียบเทียบที่ หัวข้อ 4.2

กรณีศึกษาที่ 3 แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน แผนการทดลองขนาด 7 x 7 ดัดแปลงมาจากงานของ Hinkelmann and Kempthorne (2008) ดูการเปรียบเทียบที่ หัวข้อ 4.3

โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประกอบด้วย 3 ค่า คือ 1. ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Error Sum of Squares (SS_E)) 2. ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน (Treatment Sum of Squares (SS_{Tr})) และ 3. ค่าสถิติทดสอบ เอฟ (F_{test})

ในหัวข้อที่ 4.4 จะเสนอภาพรวมของการเปรียบเทียบกรณีศึกษาทั้ง 3 กรณี นอกจากนี้ในบทที่ 4 ของงานวิจัยครั้งนี้ได้พัฒนาสูตรค่าความเอนเอียง (Bias) เพื่อใช้ในการปรับค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน (Treatment Sum of Squares (SS_{Tr})) ที่เกิดจากการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าของแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

4.1 การเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหาย กรณีศึกษาที่ 1

จากกรณีศึกษาในงานวิจัยของ Subramani (1991b) ต้องการศึกษาอิทธิพลของวิธีการประกอบโทรทัศน์ที่แตกต่างกัน 4 วิธี ว่ามีผลต่อระยะเวลาในการประกอบที่แตกต่างกันหรือไม่ โดยกำหนดให้

วิธีการประกอบโทรทัศน์	แทน	ทรีตเมนต์อักษรละติน
สถานที่ทำงานของพนักงาน	แทน	อักษรกรีก
ลำดับในการประกอบ	แทน	แถว
พนักงาน	แทน	คอลัมน์

โดยผู้ทดลองตัดสินใจเลือกใช้แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ในการทดลองและวิเคราะห์ข้อมูล แสดงข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1 การบันทึกข้อมูลตามค่าจริงที่เก็บได้ ตามแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินของกรณีศึกษาที่ 1

แถว	คอลัมน์				$y_{i..}$
	1	2	3	4	
1	$C\beta = 11$	$B\gamma = 10$	$D\delta = 14$	$A\alpha = 8$	43
2	$B\alpha = 8$	$C\delta = 12$	$A\gamma = 10$	$D\beta = 12$	42
3	$A\delta = 9$	$D\alpha = 11$	$B\beta =$ …..	$C\gamma = 15$	35
4	$D\gamma = 9$	$A\beta = 8$	$C\alpha = 18$	$B\delta = 6$	41
$y_{.j..}$	35	24	56	46	
$y_{..k.}$	45	31	44	41	$y_{....} = 161$
$y_{...l}$	37	41	42	41	

หมายเหตุ ดัดแปลงมาจากงานวิจัยของ Subramani (1991b)

จากกรณีศึกษาที่ 1 เป็นการทดสอบสมมติฐานต้องการทราบว่า อิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละติน ทั้ง 4 กลุ่ม มีความแตกต่างกันหรือไม่ ดังนั้นจึงสามารถตั้งสมมติฐานการทดสอบได้ดังนี้

สมมติฐานที่ใช้ทดสอบ

$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = 0$

$H_1: \tau_j \neq 0$ อย่างน้อย 1 ค่า; $j = 1,2,3,4$

ข้อมูลในตารางที่ 4.1 แสดงให้เห็นว่าการเก็บข้อมูลเกิดปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า โดยพบว่าข้อมูลตำแหน่งที่ y_{3223} มีข้อมูลสูญหาย นั่นหมายความว่าข้อมูลในแถวที่ 3 $(\hat{\theta}_r = \hat{\theta}_3)$ ทรีตเมนต์อักษรละตินที่ 2 $(\hat{\tau}_n = \hat{\tau}_2)$ อักษรกรีกที่ 2 $(\hat{\omega}_k = \hat{\omega}_2)$ และคอลัมน์ที่ 3 $(\hat{\psi}_c = \hat{\psi}_3)$ ไม่ทราบค่าข้อมูล

ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าในแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินด้วย 4 วิธีการ คือ

4.1.1 การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีตรง กรณีศึกษาที่ 1

การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรง เมื่อแผนแบบทดลองเกิดข้อมูลสูญหายจะใช้เฉพาะข้อมูลที่เก็บค่าได้จริงเท่านั้นมาคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองสำหรับใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน

การคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสอง เพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนเป็นดังนี้

1. ผลบวกกำลังสองของผลรวม (SS_T)

สามารถหาค่าผลบวกกำลังสองของผลรวมได้โดยการแทนค่าข้อมูลจากตารางที่ 4.1 ในสมการ (3.121) ของบทที่ 3 บริบทที่ 3.17 ดังนี้

$$SS_T = \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P} y_{ijkl}^2 - \frac{y_{....}^2}{P^2-1}$$

$$= \left(10^2 + \ldots + 6^2\right) - \frac{(161)^2}{4^2-1}$$

$$= 1{,}865 - \frac{(161)^2}{4^2-1}$$

$$SS_T = 136.933$$

2. ผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน (SS_{Tr})

สามารถหาค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินได้โดยการแทนค่าข้อมูลจากตารางที่ 4.1 ในสมการ (3.117) ของบทที่ 3 บริบทที่ 3.15 ดังนี้

$$SS_{Tr} = \frac{\sum_{All\ j}^{P} y_{.j..}^2}{P} + \frac{1}{(P-1)}\left[\frac{(y_{SUM} - y_{....})^2}{(P-3)} - \frac{(y_{SUM\_N} - y_{....})^2}{(P-2)} + \frac{y_{....}(2y_{.n..} - y_{....})}{P}\right]$$

$$= \frac{7{,}053}{4} + \frac{1}{(4-1)}\left[\frac{(132-161)^2}{(4-3)} - \frac{(108-161)^2}{(4-2)} + \frac{161(48-161)}{4}\right]$$

$$= \frac{7{,}053}{4} + \frac{1}{3}\left[-\frac{20{,}447}{4}\right]$$

$$= \frac{7{,}053}{4} - \frac{20{,}447}{12}$$

$$SS_{Tr} = 59.333$$

หมายเหตุ $y_{SUM} = y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}$

$y_{SUM\_N} = y_{r...} + y_{..m.} + y_{...c}$

3. ผลบวกกำลังสองของอักษรกรีก (SS_G)

สามารถหาค่าผลบวกกำลังสองของอักษรกรีกได้โดยการแทนค่าข้อมูลจากตารางที่ 4.1 ในสมการ (3.119) ของบทที่ 3 บริบทที่ 3.16 ดังนี้

$$SS_G = \frac{\sum_{All\ k}^{P} y_{..k.}^2}{P} + \frac{1}{(P-1)}\left[\frac{(y_{SUM} - y_{....})^2}{(P-3)} - \frac{(y_{SUM\_M} - y_{....})^2}{(P-2)} + \frac{y_{....}(2y_{..m.} - y_{....})}{P}\right]$$

$$= \frac{6,603}{4} + \frac{1}{(4-1)}\left[\frac{(132-161)^2}{(4-3)} - \frac{(101-161)^2}{(4-2)} + \frac{161(62-161)}{4}\right]$$

$$= \frac{6,603}{4} + \frac{1}{3}\left[-\frac{19,775}{4}\right]$$

$$= \frac{6,603}{4} - \frac{19,775}{12}$$

$$SS_G = 2.833$$

หมายเหตุ $y_{SUM} = y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}$

$y_{SUM\_M} = y_{r...} + y_{.n..} + y_{...c}$

4. ผลบวกกำลังสองของคอลัมน์ (SS_C)

สามารถหาค่าผลบวกกำลังสองของคอลัมน์ได้โดยการแทนค่าข้อมูลจากตารางที่ 4.1 ในสมการ (3.120) ของบทที่ 3 บริบทที่ 3.16 ดังนี้

$$SS_C = \frac{\sum_{All\ l}^{P} y_{...l}^2}{P} + \frac{1}{(P-1)}\left[\frac{(y_{SUM} - y_{....})^2}{(P-3)} - \frac{(y_{SUM\_C} - y_{....})^2}{(P-2)} + \frac{y_{....}(2y_{...c} - y_{....})}{P}\right]$$

$$= \frac{6,495}{4} + \frac{1}{(4-1)}\left[\frac{(132-161)^2}{(4-3)} - \frac{(90-161)^2}{(4-2)} + \frac{161(84-161)}{4}\right]$$

$$= \frac{6,495}{4} + \frac{1}{3}\left[-\frac{19,115}{4}\right]$$

$$= \frac{6,495}{4} - \frac{19,115}{12}$$

$$SS_C = 30.833$$

หมายเหตุ $y_{SUM} = y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}$

$y_{SUM\_C} = y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.}$

5. ผลบวกกำลังสองของแถว (SS_R)

สามารถหาค่าผลบวกกำลังสองของแถวได้โดยการแทนค่าข้อมูลจากตารางที่ 4.1 ในสมการ (3.118) ของบทที่ 3 บริบทที่ 3.16 ดังนี้

$$SS_R = \frac{\sum_{All\ i}^{P} y_{i...}^2}{P} + \frac{1}{(P-1)}\left[\frac{\left(y_{SUM} - y_{....}\right)^2}{(P-3)} - \frac{\left(y_{SUM\_R} - y_{....}\right)^2}{(P-2)} + \frac{y_{....}(2y_{r...} - y_{....})}{P}\right]$$

$$= \frac{6,519}{4} + \frac{1}{(4-1)}\left[\frac{(132-161)^2}{(4-3)} - \frac{(97-161)^2}{(4-2)} + \frac{161(70-161)}{4}\right]$$

$$= \frac{6,519}{4} + \frac{1}{3}\left[-\frac{19,475}{4}\right]$$

$$= \frac{6,519}{4} - \frac{6,493}{4}$$

$$SS_R = 6.50$$

หมายเหตุ $y_{SUM} = y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}$

$y_{SUM\_R} = y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}$

6. ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E)

สามารถหาค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนได้โดยการแทนค่าข้อมูลจากตารางที่ 4.1 ในสมการ (3.122) ของบทที่ 3 บริบทที่ 3.17 ดังนี้

$$SS_E = \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P} y_{ijkl}^2 - \frac{\sum_{All\ i}^{P} y_{i...}^2 + \sum_{All\ j}^{P} y_{.j..}^2 + \sum_{All\ k}^{P} y_{..k.}^2 + \sum_{All\ l}^{P} y_{...l}^2}{P} - \frac{(1-P)\left(3y_{....}^2 - y_{SUM}^2\right)}{(P-3)(P-1)P}$$

$$= 1,865 - \frac{(6,519 + \ldots + 6,495)}{4} - \left[\frac{(1-4)(77,763 - 17,424) + (132-483)^2}{(4-1)(4-3)4}\right]$$

$$= 1,865 - \frac{26,670}{4} - \left[\frac{(-3)(60,339) + (-351)^2}{4(3)(1)}\right]$$

$$= 1,865 - \frac{13,335}{2} + 4,818$$

$$SS_E = 15.50$$

หมายเหตุ $y_{SUM} = y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลสรุปเป็นตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน แสดงได้ดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลด้วยวิธีตรง (กรณีศึกษาที่ 1)

แหล่งความแปรปรวน	องศาความเป็นอิสระ	ผลบวกกำลังสอง	ค่ากำลังสองเฉลี่ย	สถิติทดสอบ
ทรีตเมนต์อักษรละติน	3	59.333	19.778	2.55
อักษรกรีก	3	2.833	0.944	
แถว	3	6.500	2.167	
คอลัมน์	3	30.833	10.278	
ความคลาดเคลื่อน	2	15.500	7.750	
ผลรวม	14	136.933		

หมายเหตุ $F_{Critcal} = F_{0.05,3,2} = 19.16$

เนื่องจาก F = 2.55 < 19.16 จึงไม่ปฏิเสธ H_o ดังนั้นจึงจะสรุปได้ว่า วิธีการประกอบโทรทัศน์ไม่มีผลต่อระยะเวลาในการประกอบที่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

4.1.2 การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด กรณีศึกษาที่ 1

การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดจะต้องประมาณค่าข้อมูลที่ไม่ทราบค่าด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดก่อน จึงจะคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองสำหรับใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนตามปกติได้

จากงานวิจัยของ Abdul-kadir (1991) จะใช้สูตรการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด ดังแสดงในบทที่ 2 หัวข้อที่ 2.1.5 ดังนี้

$$
\begin{aligned}
X &= \frac{P\left(y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}\right) - 3y_{....}}{(P-3)(P-1)} \\
&= \frac{4(35+24+31+42) - 483}{(4-1)(4-3)} \\
&= \frac{528-483}{3} \\
X &= 15
\end{aligned}
$$

จากกรณีศึกษาที่ 1 สามารถประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด มีค่าเท่ากับ 15

แทนค่าข้อมูลที่ประมาณค่าได้ในตารางเก็บข้อมูล แสดงผลข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้และข้อมูลที่ประมาณค่าได้ดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3 การบันทึกข้อมูลแบบแทนค่าข้อมูลสูญหาย (วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด)

แถว	คอลัมน์				$y_{i..}$
	1	2	3	4	
1	$C\beta = 11$	$B\gamma = 10$	$D\delta = 14$	$A\alpha = 8$	43
2	$B\alpha = 8$	$C\delta = 12$	$A\gamma = 10$	$D\beta = 12$	42
3	$A\delta = 9$	$D\alpha = 11$	$B\beta = 15$	$C\gamma = 15$	50
4	$D\gamma = 9$	$A\beta = 8$	$C\alpha = 18$	$B\delta = 6$	41
$y_{.j..}$	35	39	56	46	$y_{....} = 176$
$y_{..k.}$	45	46	44	41	
$y_{...l}$	37	41	57	41	

จากงานของ Montgomery (1984) จะใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทั่วไป (Classical ANOVA) กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย เพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนดังนี้

1. ผลบวกกำลังสองของผลรวม (SS_T)

$$SS_T = \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P} y_{ijkl}^2 - \frac{y_{....}^2}{P^2} \quad (4.1)$$

$$= \left(11^2 + 10^2 + \ldots + 6^2\right) - \frac{(176)^2}{4^2}$$

$$= 2,090 - \frac{(176)^2}{4^2}$$

$$SS_T = 154$$

2. ผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน (SS_{Tr})

$$SS_{Tr} = \frac{\sum_{j=1}^{P} y_{.j..}^2}{P} - \frac{y_{....}^2}{P^2} \tag{4.2}$$

$$= \frac{\left(35^2 + 39^2 + \ldots + 46^2\right)}{4} - \frac{(176)^2}{4^2}$$

$$= \frac{7,998}{4} - \frac{(176)^2}{4^2}$$

$$SS_{Tr} = 63.50$$

3. ผลบวกกำลังสองของอักษรกรีก (SS_G)

$$SS_G = \frac{\sum_{k=1}^{P} y_{..k.}^2}{P} - \frac{y_{....}^2}{P^2} \tag{4.3}$$

$$= \frac{\left(45^2 + 46^2 + \ldots + 41^2\right)}{4} - \frac{(176)^2}{4^2}$$

$$= \frac{7,758}{4} - \frac{(176)^2}{4^2}$$

$$SS_G = 3.50$$

4. ผลบวกกำลังสองของคอลัมน์ (SS_C)

$$SS_C = \frac{\sum_{l=1}^{P} y_{...l}^2}{P} - \frac{y_{....}^2}{P^2} \tag{4.4}$$

$$= \frac{\left(37^2 + 41^2 + \ldots + 41^2\right)}{4} - \frac{(176)^2}{4^2}$$

$$= \frac{7,980}{4} - \frac{(176)^2}{4^2}$$

$$SS_C = 59.00$$

5. ผลบวกกำลังสองของแถว (SS_R)

$$SS_R = \frac{\sum_{i=1}^{P} y_{i...}^2}{P} - \frac{y_{....}^2}{P^2} \tag{4.5}$$

$$= \frac{\left(43^2 + 42^2 + \ldots + 41^2\right)}{4} - \frac{(176)^2}{4^2}$$

$$= \frac{7,794}{4} - \frac{(176)^2}{4^2}$$

$$SS_R = 12.50$$

6. ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E)

$$SS_E = SS_T - SS_{Tr} - SS_G - SS_C - SS_R \tag{4.6}$$

$$= 154 - 63.5 - 3.5 - 59 - 12.5$$

$$SS_E = 15.50$$

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลสรุปเป็นตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน แสดงได้ดังตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (กรณีศึกษาที่ 1)

แหล่งความแปรปรวน	**องศาความเป็นอิสระ**	**ผลบวกกำลังสอง**	**ค่ากำลังสองเฉลี่ย**	**สถิติทดสอบ**
ทรีตเมนต์อักษรละติน	3	63.500	21.167	4.10
อักษรกรีก	3	3.500	1.167	
แถว	3	12.500	4.167	
คอลัมน์	3	59.000	19.667	
ความคลาดเคลื่อน	3	15.500	5.167	
ผลรวม	15	154.000		

หมายเหตุ $F_{Critcal} = F_{0.05,3,3} = 9.28$

เนื่องจาก F = 4.10 < 9.28 จึงไม่ปฏิเสธ H_o ดังนั้นจึงจะสรุปได้ว่า วิธีการประกอบโทรทัศน์ไม่มีผลต่อระยะเวลาในการประกอบที่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

4.1.3 การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย กรณีศึกษาที่ 1

การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ยจะต้องประมาณค่าข้อมูลที่ไม่ทราบค่าด้วยวิธีเฉลี่ยก่อน จึงจะคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองสำหรับใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน

จากงานวิจัยของ Little and Rubins, (1987) จะใช้สูตรการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย ดังแสดงในบทที่ 2 หัวข้อที่ 2.1.6 ดังนี้

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{r^*} y_i}{r^*}$$

$$= \frac{(11+10+\ldots+6)}{15}$$

$$= \frac{161}{15}$$

$$X = 10.73$$

หมายเหตุ X เป็นค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่ไม่สูญหายของตัวแปรตาม

r^* เป็นจำนวนข้อมูลที่ไม่สูญหายของตัวแปร y

$i = 1, 2, \ldots, r^*$

จากกรณีศึกษาที่ 1 สามารถประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย มีค่าเท่ากับ 10.733

แทนค่าข้อมูลที่ประมาณค่าได้ในตารางเก็บข้อมูล แสดงผลข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ และข้อมูลที่ประมาณค่า ได้ดังตารางที่ 4.5 ดังนี้

ตารางที่ 4.5 การบันทึกข้อมูลแบบแทนค่าข้อมูลสูญหาย (วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย)

แถว	คอลัมน์				$y_{i..}$
	1	2	3	4	
1	$C\beta = 11$	$B\gamma = 10$	$D\delta = 14$	$A\alpha = 8$	43
2	$B\alpha = 8$	$C\delta = 12$	$A\gamma = 10$	$D\beta = 12$	42
3	$A\delta = 9$	$D\alpha = 11$	$B\beta = 10.73$	$C\gamma = 15$	45.73
4	$D\gamma = 9$	$A\beta = 8$	$C\alpha = 18$	$B\delta = 6$	41
$y_{.j..}$	35	34.73	56	46	$y_{....}$ = 171.73
$y_{..k.}$	45	41.73	44	41	
$y_{...l}$	37	41	52.73	41	

แสดงค่าผลบวกกำลังสอง เพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนดังนี้

1 ผลบวกกำลังสองของผลรวม (SS_T) มีค่าเท่ากับ 136.933

2 ผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน (SS_{Tr}) มีค่าเท่ากับ 77.581

3 ผลบวกกำลังสองของอักษรกรีก (SS_G) มีค่าเท่ากับ 2.647

4 ผลบวกกำลังสองของคอลัมน์ (SS_C) มีค่าเท่ากับ 34.678

5 ผลบวกกำลังสองของแถว (SS_R) มีค่าเท่ากับ 3.113

6 ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) มีค่าเท่ากับ 18.914

วิธีการคำนวณค่าผลบวกกำลังสองของวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ยจะคล้ายกันกับ วิธีการคำนวณค่าผลบวกกำลังสองของวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด นั่นคือ ใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทั่วไปกรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย อ้างอิงงานของ Montgomery (1984)

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลสรุปเป็นตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน แสดงได้ดังตารางที่ 4.6

ตารางที่ 4.6 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย (กรณีตัวอย่างที่ 1)

แหล่งความแปรปรวน	องศาความเป็นอิสระ	ผลบวกกำลังสอง	ค่ากำลังสองเฉลี่ย	สถิติทดสอบ
ทรีตเมนต์อักษรละติน	3	77.581	25.860	4.10
อักษรกรีก	3	2.647	0.882	
แถว	3	3.113	1.038	
คอลัมน์	3	34.678	11.559	
ความคลาดเคลื่อน	3	18.914	6.305	
ผลรวม	15	136.933		

หมายเหตุ $F_{Critcal} = F_{0.05,3,3} = 9.28$

เนื่องจาก F = 4.10 < 9.28 จึงไม่ปฏิเสธ H_o ดังนั้นจึงสรุปได้ว่า วิธีการประกอบโทรทัศน์ไม่มีผลต่อระยะเวลาในการประกอบที่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

4.1.4 การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่ง กรณีศึกษาที่ 1

การวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่ง จะต้องประมาณค่าข้อมูลที่ไม่ทราบค่าด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่งก่อน จึงจะคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองสำหรับใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน

จากกรณีศึกษาที่ 1 สามารถคำนวณหาค่าข้อมูลที่สูญหายได้ ดังนี้

กำหนดให้ k มีค่าเท่ากับ 12

แสดงตัวอย่างการคำนวณหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลลำดับที่ 1 กับข้อมูลลำดับที่ 11 ที่เกิดการสูญหายของข้อมูลด้วยวิธีการระยะทางแบบยุคลิด (Euclidian Distance)

$$\begin{aligned} dist(X_{11}, X_1) &= \sqrt{\sum_{k=1}^{15}\left(\left(X_{11,k}\right)-\left(X_{1,k}\right)\right)^2} \\ &= \sqrt{(0-1)^2+(0-0)^2+\ldots+(0-0)^2} \\ &= \sqrt{6} \end{aligned}$$

$$dist(X_{11}, X_1) = 2.449$$

หมายเหตุ $dist(X_q, X_i)$ คือ ระยะห่างระหว่างตัวอย่าง X_q กับตัวอย่าง X_i

$(X_{i,k})$ คือ คุณสมบัติตัวที่ k ของตัวอย่าง X_i

ดังนั้นระยะห่างระหว่างข้อมูลลำดับที่ 1 กับข้อมูลลำดับที่ 11 ที่เกิดการสูญหายของข้อมูลด้วยวิธีการระยะทางแบบยุคลิด (Euclidian Distance) มีค่าเท่ากับ 2.449

คำนวณความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มที่จะนำมาประมาณค่าสูญหายกับกลุ่มข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการระยะทางแบบยุคลิด (Euclidian Distance) แสดงระยะห่างระหว่างกลุ่มข้อมูลได้ดังตารางที่ 4.7

ตารางที่ 4.7 บันทึกระยะห่างของความสัมพันธ์ระหว่างกลุ่มข้อมูลที่ทราบค่ากับข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการ Euclidian Distance

ลำดับ	ข้อมูล	แถว				ทรีตเมนต์				อักษรกรีก				คอลัมน์				ระยะห่าง
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	
1*	11	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	2.449
2*	10	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	2.449
3*	14	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	2.449
4	8	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	2.828
5*	8	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	2.449
6	12	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	2.828
7*	10	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	2.449
8*	12	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	2.449
9*	9	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	2.449
10*	11	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	2.449
11	ข้อมูลสูญหาย	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	
12*	15	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	2.449
13	9	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	2.828
14*	8	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	2.449
15*	18	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	2.449
16*	6	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	2.449

เลือกข้อมูลจากระยะห่างที่สั้นที่สุด 12 ค่า ได้แก่ข้อมูลลำดับที่ 8, 10, 12 และ15 หลังจากนั้นสามารถประมาณค่าข้อมูลสูญหายได้ดังนี้

$$X = \frac{\sum_{i=1}^{k} a_j(X_i)}{k}$$

$$= \frac{(11+10+14+\ldots+6)}{12}$$

$$= \frac{132}{12}$$

$$X = 11$$

จากกรณีศึกษาที่ 1 สามารถประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียง k ตำแหน่ง มีค่าเท่ากับ 11

แทนค่าข้อมูลที่ประมาณค่าได้ในตารางเก็บข้อมูล แสดงผลข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้และข้อมูลที่ประมาณค่า ได้ดังตารางที่ 4.8

ตารางที่ 4.8 การบันทึกข้อมูลแบบแทนค่าข้อมูลสูญหาย (วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่ง)

แถว	คอลัมน์				$y_{i..}$
	1	2	3	4	
1	$C\beta = 11$	$B\gamma = 10$	$D\delta = 14$	$A\alpha = 8$	43
2	$B\alpha = 8$	$C\delta = 12$	$A\gamma = 10$	$D\beta = 12$	42
3	$A\delta = 9$	$D\alpha = 11$	$B\beta = 11$	$C\gamma = 15$	46
4	$D\gamma = 9$	$A\beta = 8$	$C\alpha = 18$	$B\delta = 6$	41
$y_{.j..}$	35	35	56	46	$y_{....} = 172$
$y_{..k.}$	45	42	44	41	
$y_{...l}$	37	41	53	41	

แสดงค่าผลบวกกำลังสอง เพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนดังนี้

1. ผลบวกกำลังสองของผลรวม (SS_T) มีค่าเท่ากับ 137
2. ผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน (SS_{Tr}) มีค่าเท่ากับ 76.5
3. ผลบวกกำลังสองของอักษรกรีก (SS_G) มีค่าเท่ากับ 2.5
4. ผลบวกกำลังสองของคอลัมน์ (SS_C) มีค่าเท่ากับ 36
5. ผลบวกกำลังสองของแถว (SS_R) มีค่าเท่ากับ 3.5
6. ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) มีค่าเท่ากับ 18.5

วิธีการคำนวณค่าผลบวกกำลังสองของวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่ง จะคล้ายกันกับวิธีการคำนวณค่าผลบวกกำลังสองของวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด นั่นคือใช้สูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทั่วไป กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย อ้างอิงงานของ Montgomery (1984)

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลสรุปเป็นตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน แสดงได้ดังตารางที่ 4.9

ตารางที่ 4.9 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย ด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่ง (กรณีตัวอย่างที่ 1)

แหล่งความแปรปรวน	องศาความเป็นอิสระ	ผลบวกกำลังสอง	ค่ากำลังสองเฉลี่ย	สถิติทดสอบ
ทรีตเมนต์อักษรละติน	3	76.500	25.500	4.14
อักษรกรีก	3	2.500	0.833	
แถว	3	3.500	1.167	
คอลัมน์	3	36.000	12.000	
ความคลาดเคลื่อน	3	18.500	6.167	
ผลรวม	15	137.000		

หมายเหตุ $F_{critcal} = F_{0.05,3,3} = 9.28$

เนื่องจาก F = 4.26 < 9.28 จึงไม่ปฏิเสธ H_o ดังนั้นจึงจะสรุปได้ว่า วิธีการประกอบโทรทัศน์ไม่มีผลต่อระยะเวลาในการประกอบที่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

4.1.5 ผลการเปรียบเทียบวิธีตรงกับวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายทั้ง 3 วิธี

เกณฑ์การเปรียบเทียบทั้ง 3 ค่าของแต่ละวิธีการสรุปเป็นตารางการเปรียบเทียบ แสดงได้ดังตารางที่ 4.10

ตารางที่ 4.10 การเปรียบเทียบวิธีตรง กับวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายทั้ง 3 วิธี (กรณีศึกษาที่ 1)

วิธีการ	SS_E	SS_{Tr}	SS_T	MS_E	MS_{Tr}	F
วิธีที่ 1	15.500	59.333	136.933	7.750	19.778	2.55
วิธีที่ 2 (ค่าประมาณ = 15)	15.500	63.500	154.000	5.167	21.167	4.10
วิธีที่ 3 (ค่าประมาณ = 10.73)	18.914	77.581	136.933	6.305	25.860	4.10
วิธีที่ 4 (ค่าประมาณ = 11)	18.500	76.500	137.000	6.167	25.500	4.14

หมายเหตุ
df ของ SS_E วิธีที่ 1 = 2
df ของ SS_E วิธีที่ 2-4 = 3
df ของ SS_{Tr} วิธีที่ 1 = 3
df ของ SS_{Tr} วิธีที่ 2-4 = 3
df ของ SS_T วิธีที่ 1 = 14
df ของ SS_T วิธีที่ 2-4 = 15

จากตารางที่ 4.10 สามารถสรุปผลการเปรียบเทียบได้ดังนี้

- มุมมองของ SS_E : วิธีตรงกับวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดให้ค่า SS_E เท่ากัน คือ 15.50 และวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ยให้ค่า SS_E มากที่สุด คือ 18.914 ซึ่งในการวิเคราะห์ผู้วิจัยปรารถนาให้ได้ค่า SS_E ที่น้อยที่สุด
- มุมมองของ SS_{Tr} : ทุกวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายทั้ง 3 วิธีให้ค่า SS_{Tr} ที่มากกว่าค่า SS_{Tr} ของวิธีตรง นอกจากนี้วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดให้ค่า SS_{Tr} ได้ใกล้เคียงกับวิธีตรงมากที่สุด
- มุมมองของ F : วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด และวิธีเฉลี่ยให้ค่า F ใกล้เคียงกับค่า F ของวิธีตรงมากที่สุด

4.2 การเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหาย กรณีศึกษาที่ 2

จากกรณีศึกษาในงานของ Montgomery (1984) ต้องการศึกษาอิทธิพลของระยะเวลาที่แตกต่างกัน 5 ช่วง ว่ามีผลต่อผลผลิตของกระบวนการทางเคมีที่แตกต่างกันหรือไม่ โดยกำหนดให้

ระยะเวลา	แทน	ทรีตเมนต์อักษรละติน
ความเข้มข้นของคะตะไลท์	แทน	อักษรกรีก
วัตถุดิบ	แทน	แถว
ความเข้มข้นของกรด	แทน	คอลัมน์

โดยผู้ทดลองตัดสินใจเลือกใช้แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ในการทดลองและวิเคราะห์ข้อมูล แสดงข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ดังตารางที่ 4.11 ดังนี้

ตารางที่ 4.11 การบันทึกข้อมูลตามค่าจริงที่เก็บได้ ตามแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินของกรณีศึกษาที่ 2

กลุ่ม	ความเข้มข้นของกรด					$y_{i..}$
	1	2	3	4	5	
1	$A\alpha$ = …..	$B\beta = 16$	$C\gamma = 19$	$D\delta = 16$	$E\varepsilon = 13$	64
2	$B\gamma = 18$	$C\delta = 21$	$D\varepsilon = 18$	$E\alpha = 11$	$A\beta = 21$	89
3	$C\varepsilon = 20$	$D\alpha = 12$	$E\beta = 16$	$A\gamma = 25$	$B\delta = 13$	86
4	$D\beta = 15$	$E\gamma = 15$	$A\delta = 22$	$B\varepsilon = 14$	$C\alpha = 17$	83
5	$E\delta = 10$	$A\varepsilon = 24$	$B\alpha = 17$	$C\beta = 17$	$D\gamma = 14$	82
$y_{.j..}$	92	78	94	75	65	
$y_{..k.}$	57	85	91	82	89	$y_{....} = 404$
$y_{...l}$	63	88	92	83	78	

หมายเหตุ ดัดแปลงมาจากงานของ Montgomery (1984)

จากกรณีศึกษาที่ 2 เป็นการทดสอบสมมติฐานต้องการทราบว่า อิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละตินทั้ง 5 กลุ่ม มีความแตกต่างกันหรือไม่ ดังนั้นจึงสามารถตั้งสมมติฐานการทดสอบได้ ดังนี้

สมมติฐานที่ใช้ทดสอบ

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = 0$

$H_1 : \tau_j \neq 0$ อย่างน้อย 1 ค่า ; $j = 1,2,3,4,5$

ข้อมูลในตารางที่ 4.12 แสดงให้เห็นว่าการเก็บข้อมูลเกิดปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า โดยพบว่าข้อมูลตำแหน่งที่ y_{1111} มีข้อมูลสูญหาย นั่นหมายความว่าข้อมูลในแถวที่ $1\left(\hat{\theta}_r = \hat{\theta}_1\right)$ ทรีตเมนต์อักษรละตินที่ 1

$(\hat{\tau}_n = \hat{\tau}_1)$ อักษรกรีกที่ 1 $(\hat{\omega}_m = \hat{\omega}_1)$ และคอลัมน์ที่ 1 $(\hat{\psi}_c = \hat{\psi}_1)$ ไม่ทราบค่าข้อมูล

ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าในแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินด้วย 4 วิธีการ และเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ข้อมูล ทั้ง 4 วิธีการ ได้ดังตารางที่ 4.12

ตารางที่ 4.12 การเปรียบเทียบวิธีตรง กับวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายทั้ง 3 วิธี (กรณีศึกษาที่ 2)

วิธีการ	SS_E	SS_{Tr}	SS_T	MS_E	MS_{Tr}	F
วิธีที่ 1	38.800	217.467	355.333	5.543	54.367	9.81
วิธีที่ 2 (ค่าประมาณ = 21.00)	38.800	282.800	597.125	4.850	70.700	14.58
วิธีที่ 3 (ค่าประมาณ = 16.83)	44.356	238.908	355.333	5.545	59.727	10.77
วิธีที่ 4 (ค่าประมาณ = 17.25)	43.300	243.050	355.500	5.413	60.763	11.23

หมายเหตุ df ของ SS_E วิธีที่ 1 = 7 df ของ SS_{Tr} วิธีที่ 2-4 = 4
df ของ SS_E วิธีที่ 2-4 = 8 df ของ SS_T วิธีที่ 1 = 23
df ของ SS_{Tr} วิธีที่ 1 = 4 df ของ SS_T วิธีที่ 2-4 = 24

จากตารางที่ 4.12 สามารถสรุปผลการเปรียบเทียบได้ ดังนี้

- มุมมองของ SS_E : วิธีตรงกับวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดให้ค่า SS_E เท่ากัน คือ 38.80 และวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่งให้ค่า SS_E มากที่สุด คือ 46.020 ซึ่งในการวิเคราะห์ผู้วิจัยปรารถนาให้ได้ค่า SS_E ที่น้อยที่สุด

- มุมมองของ SS_{Tr} : ทุกวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายทั้ง 3 วิธีให้ค่า SS_{Tr} ที่มากกว่าค่า SS_{Tr} ของวิธีตรง นอกจากนี้วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ยให้ค่า SS_{Tr} ได้ใกล้เคียงกับวิธีตรงมากที่สุด

- มุมมองของ F : วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยเฉลี่ยให้ค่า F ใกล้เคียงกับค่า F ของวิธีตรงมากที่สุด

4.3 การเปรียบเทียบวิธีการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหาย กรณีศึกษาที่ 3

จากกรณีศึกษาในงานของ Hinkelmann and Kempthorne (2008) ต้องการศึกษาอิทธิพลของ%ของLysineในอาหารที่แตกต่างกัน 7 ระดับ ว่ามีผลต่อการผลิตนมโคที่แตกต่างกันหรือไม่ โดยกำหนดให้

%ของLysineในอาหาร	แทน	ทรีตเมนต์อักษรละติน
%ของProteinในอาหาร	แทน	อักษรกรีก
วัว	แทน	แถว
ระยะเวลา	แทน	คอลัมน์

โดยผู้ทดลองตัดสินใจเลือกใช้แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ในการทดลองและวิเคราะห์ข้อมูล แสดงข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ดังตารางที่ 4.13

ตารางที่ 4.13 การบันทึกข้อมูลตามค่าจริงที่เก็บได้ ตามแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินของกรณีศึกษาที่ 3

วัว	ระยะเวลา							$y_{i..}$
	1	2	3	4	5	6	7	
1	$A\alpha = 304$	$B\varepsilon = 436$	$C\beta = 350$	$D\phi = 504$	$E\chi = 417$	$F\gamma = 519$	$G\delta = 432$	2962
2	$B\beta = 381$	$C\phi = 505$	$D\chi = 425$	$E\gamma = 564$	$F\delta = 494$	$G\alpha = 350$	$A\varepsilon = 413$	3132
3	$C\chi = 432$	$D\gamma = 566$	$E\delta = 479$	$F\alpha = 357$	$G\varepsilon = 461$	$A\beta = 340$	$B\phi = 502$	3137
4	$D\delta = 442$	$E\alpha = 372$	$F\varepsilon = 536$	$G\beta = 366$	$A\phi = 495$	$B\chi = 425$	$C\gamma = 507$	3143
5	$E\varepsilon = 496$	$F\beta = 449$	$G\phi = 493$	$A\chi = 345$	$B\gamma = 509$	$C\delta = 481$	$D\alpha = 380$	3153
6	$F\phi = 534$	$G\chi = 421$	$A\gamma = 452$	$B\delta = 427$	$C\alpha = 346$	$D\varepsilon = 478$	$E\beta = 397$	3055
7	$G\gamma = 543$	$A\delta = 386$	$B\alpha = 435$	$C\varepsilon = 485$	$D\beta = 406$	$E\phi = 554$	$F\chi = ...$	2809
$y_{.j..}$	2735	3115	3106	3201	3279	2889	3066	
$y_{..k.}$	2544	2689	3660	3141	3305	3587	2465	$y_{....} = 21391$
$y_{...l}$	3132	3135	3170	3048	3128	3147	2631	

หมายเหตุ ดัดแปลงมาจากงานของ Hinkelmann and Kempthorne (2008)

จากกรณีศึกษาที่ 3 เป็นการทดสอบสมมติฐานต้องการทราบว่า อิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละตินทั้ง 7 กลุ่ม มีความแตกต่างกันหรือไม่ ดังนั้นจึงสามารถตั้งสมมติฐานการทดสอบได้ดังนี้
สมมติฐานที่ใช้ทดสอบ

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = \tau_5 = \tau_6 = \tau_7 = 0$

$H_1 : \tau_j \neq 0$ อย่างน้อย 1 ค่า ; $j = 1,2,3,4,5,6,7$

ข้อมูลในตารางที่ 4.13 แสดงให้เห็นว่าการเก็บข้อมูลเกิดปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า โดยพบว่าข้อมูลตำแหน่งที่ y_{7677} มีข้อมูลสูญหาย นั่นหมายความว่าข้อมูลในแถวที่ $7\left(\hat{\theta}_r = \hat{\theta}_7\right)$ ทรีตเมนต์อักษรละตินที่ 6
$(\hat{\tau}_n = \hat{\tau}_6)$ อักษรกรีกที่ 7 $\left(\hat{\omega}_m = \hat{\omega}_7\right)$ และคอลัมน์ที่ 7 $\left(\hat{\psi}_c = \hat{\psi}_7\right)$ ไม่ทราบค่าข้อมูล

ในงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าในแผนแบบจัตุรัสเกรโก-ละตินด้วย 4 วิธีการ และเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ข้อมูล ทั้ง 4 วิธีการ ได้ดังตารางที่ 4.14

ตารางที่ 4.14 การเปรียบเทียบวิธีตรง กับวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายทั้ง 3 วิธี (กรณีศึกษาที่ 3)

วิธีการ	SS_E	SS_{Tr}	SS_T	MS_E	MS_{Tr}	F
วิธีที่ 1	13514.625	32704.485	213216.979	587.592	5450.748	2.55
วิธีที่ 2 (ค่าประมาณ = 474.38)	13514.625	34620.487	214025.499	563.109	5770.081	10.25
วิธีที่ 3 (ค่าประมาณ = 445.65)	13918.873	32753.614	213216.972	579.953	5458.936	9.41
วิธีที่ 4 (ค่าประมาณ = 449.75)	13812.000	33008.000	213233.000	575.500	5501.300	9.56

หมายเหตุ df ของ SS_E วิธีที่ 1 = 23 df ของ SS_{Tr} วิธีที่ 2-4 = 6

df ของ SS_E วิธีที่ 2-4 = 24 df ของ SS_T วิธีที่ 1 = 47

df ของ SS_{Tr} วิธีที่ 1 = 6 df ของ SS_T วิธีที่ 2-4 = 48

จากตารางที่ 4.14 สามารถสรุปผลการเปรียบเทียบได้ดังนี้

- มุมมองของ SS_E : วิธีตรงกับวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดให้ค่า SS_E เท่ากัน คือ 13514.625 และวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ยให้ค่า SS_E มากที่สุด คือ 13918.873 ซึ่งในการวิเคราะห์ผู้วิจัยปรารถนาให้ได้ค่า SS_E ที่น้อยที่สุด

- มุมมองของ SS_{Tr} : ทุกวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายทั้ง 3 วิธีให้ค่า SS_{Tr} ที่มากกว่าค่า SS_{Tr} ของวิธีตรง นอกจากนี้วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ยให้ค่า SS_{Tr} ได้ใกล้เคียงกับวิธีตรงมากที่สุด

- มุมมองของ F : วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ยให้ค่า F ใกล้เคียงกับค่ F ของวิธีตรงมากที่สุด

4.4 ภาพรวมของการเปรียบเทียบกรณีศึกษาทั้ง 3 กรณี

ตารางที่ 4.15 การเปรียบเทียบโดยภาพรวมระหว่างวิธีตรง กับวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายทั้ง 3 วิธี

กรณีศึกษา	วิธีการ	SS_E	SS_{Tr}	SS_T	MS_E	MS_{Tr}	F
1	วิธีที่ 1	15.500	59.333	136.933	7.750	19.778	2.55
	วิธีที่ 2 (ค่าประมาณ = 15)	15.500	63.500	154.000	5.167	21.167	4.10
	วิธีที่ 3 (ค่าประมาณ = 10.73)	18.914	77.581	136.933	6.305	25.860	4.10
	วิธีที่ 4 (ค่าประมาณ = 11)	18.500	76.500	137.000	6.167	25.500	4.14
2	วิธีที่ 1	38.800	217.467	355.333	5.543	54.367	9.81
	วิธีที่ 2 (ค่าประมาณ = 21.00)	38.800	282.800	597.125	4.850	70.700	14.58
	วิธีที่ 3 (ค่าประมาณ = 16.83)	44.356	238.908	355.333	5.545	59.727	10.77
	วิธีที่ 4 (ค่าประมาณ = 17.25)	43.300	243.050	355.500	5.413	60.763	11.23
3	วิธีที่ 1	13514.625	32704.485	213216.979	587.592	5450.748	2.55
	วิธีที่ 2 (ค่าประมาณ = 474.38)	13514.625	34620.487	214025.499	563.109	5770.081	10.25
	วิธีที่ 3 (ค่าประมาณ = 445.65)	13918.873	32753.614	213216.972	579.953	5458.936	9.41
	วิธีที่ 4 (ค่าประมาณ = 449.75)	13812.000	33008.000	213233.000	575.500	5501.300	9.56

หมายเหตุ วิธีที่ 1 คือ วิธีตรง
วิธีที่ 2 คือ วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด
วิธีที่ 3 คือ วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย
วิธีที่ 4 คือ วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียง k ตำแหน่ง

จากตารางที่ 4.15 สามารถสรุปผลการเปรียบเทียบได้ดังนี้

1. มุมมองของ SS_E : ทั้ง 3 กรณีศึกษาให้ผลตรงกันว่า วิธีตรงกับวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดให้ค่า SS_E เท่ากัน โดยเรียงลำดับความใกล้เคียงกันของค่า SS_E ตามกรณีศึกษา คือ
   - กรณีศึกษาที่ 1 $SS_E^{\text{วิธี}1} = SS_E^{\text{วิธี}2} < SS_E^{\text{วิธี}4} < SS_E^{\text{วิธี}3}$
   - กรณีศึกษาที่ 2 $SS_E^{\text{วิธี}1} = SS_E^{\text{วิธี}2} < SS_E^{\text{วิธี}4} < SS_E^{\text{วิธี}3}$
   - กรณีศึกษาที่ 3 $SS_E^{\text{วิธี}1} = SS_E^{\text{วิธี}2} < SS_E^{\text{วิธี}4} < SS_E^{\text{วิธี}3}$

2. มุมมองของ SS_{Tr} : ทุกวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายให้ค่า SS_{Tr} ที่มากกว่าค่า SS_{Tr} ของวิธีตรง โดยเรียงลำดับความใกล้เคียงกันของค่า SS_{Tr} ตามกรณีศึกษา คือ

- กรณีศึกษาที่ 1 $SS_{Tr}^{\text{วิธี}1} < SS_{Tr}^{\text{วิธี}2} < SS_{Tr}^{\text{วิธี}4} < SS_{Tr}^{\text{วิธี}3}$
- กรณีศึกษาที่ 2 $SS_{Tr}^{\text{วิธี}1} < SS_{Tr}^{\text{วิธี}3} < SS_{Tr}^{\text{วิธี}4} < SS_{Tr}^{\text{วิธี}2}$
- กรณีศึกษาที่ 3 $SS_{Tr}^{\text{วิธี}1} < SS_{Tr}^{\text{วิธี}3} < SS_{Tr}^{\text{วิธี}4} < SS_{Tr}^{\text{วิธี}2}$

3. มุมมองของ F : ทุกวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายให้ค่า F ที่มากกว่าค่า F ของวิธีตรง โดยเรียงลำดับความใกล้เคียงกันของค่า F ตามกรณีศึกษา คือ

- กรณีศึกษาที่ 1 $F^{\text{วิธี}1} < F^{\text{วิธี}2} = F^{\text{วิธี}3} < F^{\text{วิธี}4}$
- กรณีศึกษาที่ 2 $F^{\text{วิธี}1} < F^{\text{วิธี}3} < F^{\text{วิธี}4} < F^{\text{วิธี}2}$
- กรณีศึกษาที่ 3 $F^{\text{วิธี}1} < F^{\text{วิธี}3} < F^{\text{วิธี}4} < F^{\text{วิธี}2}$

จากสมมติฐานของงานวิจัยที่ได้ตั้งไว้ในบทที่ 1 หัวข้อ 1.3 สมมติฐานของการศึกษา กล่าวว่า “ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิจัยพบว่า การเลือกใช้วิธีการแก้ไขเมื่อเกิดปัญหาข้อมูลในแผน แบบจัตุรัส เกรโก-ละตินสูญหายหนึ่งค่าด้วยวิธีตรง (Exact Approach) และวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการทั้ง 3 วิธี ทุกกรณีศึกษาจะให้ผลลัพธ์ของการคำนวณตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนที่เท่ากัน ซึ่งจะนำไปสู่การสรุปผลที่ไม่แตกต่างกัน” และหลังจากดำเนินการตามแผนการวิจัยนี้แล้วพบว่า ทุกกรณีศึกษาให้ผลลัพธ์ของการคำนวณตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนที่แตกต่างกัน โดยพบว่าค่าที่คำนวณได้จากวิธีตรงเป็นค่าที่ไม่เอนเอียง ส่วนค่าที่คำนวณได้จากวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการทั้ง 3 วิธีเป็นค่าที่เอนเอียง ไม่เที่ยงตรง ซึ่งจะนำไปสู่การสรุปผลที่แตกต่างกัน

4.5 สูตรค่าความเอนเอียง (Bias)

จากทฤษฎีที่เกี่ยวข้องในบทที่ 2 ในหัวข้อหัว 2.1.6 วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด Rangaswamy (1995) กล่าวว่าหลังจากประมาณค่าข้อมูลที่สูญหายด้วยวิธีการดังกล่าวแล้ว การคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองเพื่อการวิเคราะห์ความแปรปรวนก็จะดำเนินการคำนวณตามวิธีการปกติ แต่สูตรการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ (Treatment Sum of Squares (SS_{Tr})) ได้รับการแก้ไขสูตรการคำนวณโดยการลบค่าความเอนเอียง (Bias)

แต่เนื่องจากสูตรค่าความเอนเอียงสำหรับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน นั้นยังไม่มีผู้วิจัยท่านใดนำเสนอสูตรค่าความเอนเอียง (Bias) นี้มีก่อน ผู้วิจัยจึงนำเสนอสูตรค่าความเอนเอียง(Bias) สำหรับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินไว้ดัง บริบทที่ 4.1

แนวคิดการหาค่าความเอนเอียง (Bias) มาจาก

$$Bias = SS_{Tr(bias)} - SS_{Tr(unbias)\_exact} \tag{4.7}$$

โดยที่

$SS_{Tr(bias)}$ คือ ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน กรณีวิเคราะห์ข้อมูลด้วย วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด มีสูตรการคำนวณ ดังสมการที่ (4.2) หลังจากที่ประมาณค่าที่สูญหายด้วยสมการที่ (2.19)

$SS_{Tr(unbias)\_exact}$ คือ ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน กรณีวิเคราะห์ข้อมูล ด้วย

วิธีตรง มีสูตรการคำนวณ ดังสมการที่ (3.117)

<u>บริบทที่ 4.1</u> *สูตรค่าความเอนเอียง (Bias) เพื่อนำไปปรับค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน ของวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด กรณีแผนแบบจัตุรัส เกรโก ละตินเป็นดังนี้*

$$Bias = \frac{(2P-4)(P-1)\left(y_{.n..}\left(y_{SUM\_N} - y_{....}\right)\right) + (P-1)\left(y_{....} - y_{SUM\_N}\right)^2}{\left((P-1)(P-3)\right)^2 (P-2)} + \frac{y_{.n..}^2 (P-2)}{(P-1)(P-3)^2} \tag{4.8}$$

หมายเหตุ $y_{SUM\_N} = y_{r...} + y_{..m.} + y_{...c}$

พิสูจน์ ดูภาคผนวก ญ

จากกรณีศึกษาที่1 ต้องการศึกษาอิทธิพลของวิธีการประกอบโทรทัศน์ที่แตกต่างกัน 4 วิธี ว่ามีผลต่อระยะเวลาในการประกอบที่แตกต่างกันหรือไม่ โดยกำหนดให้

วิธีการประกอบโทรทัศน์	แทน	ทรีตเมนต์อักษรละติน
สถานที่ทำงานของพนักงาน	แทน	อักษรกรีก
ลำดับในการประกอบ	แทน	แถว
พนักงาน	แทน	คอลัมน์

โดยผู้ทดลองตัดสินใจเลือกใช้แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ในการทดลองและวิเคราะห์ข้อมูล แสดงข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ดังตารางที่ 4.16

ตารางที่ 4.16 การบันทึกข้อมูลตามค่าจริงที่เก็บได้ และทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (กรณีศึกษาที่ 1)

แถว	คอลัมน์				$y_{i..}$
	1	2	3	4	
1	$C\beta = 11$	$B\gamma = 10$	$D\delta = 14$	$A\alpha = 8$	43
2	$B\alpha = 8$	$C\delta = 12$	$A\gamma = 10$	$D\beta = 12$	42
3	$A\delta = 9$	$D\alpha = 11$	$B\beta$ = …..	$C\gamma = 15$	35
4	$D\gamma = 9$	$A\beta = 8$	$C\alpha = 18$	$B\delta = 6$	41
$y_{.j..}$	35	24	56	46	$y_{....} = 161$
$y_{..k.}$	45	31	44	41	
$y_{...l}$	37	41	42	41	

หมายเหตุ ดัดแปลงมาจากงานวิจัยของ Subramani (1991b)

จากการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (ในหัวข้อที่ 4.1.2) สามารถประมาณค่าข้อมูลสูญหาย มีค่าเท่ากับ 15.00

และจากการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน กรณีประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (ในหัวข้อที่ 4.1.2) มีค่าเท่ากับ 63.50 (ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินที่คำนวณจากวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด ถือว่าค่าผลบวกกำลังสองนั้นมีความเอนเอียง ($SS_{Tr(bias)}$)

จากการวิเคราะห์ข้อมูลโดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (กรณีศึกษาที่ 1) นั้นสามารถคำนวณหาค่าความเอนเอียง (Bias) ได้ดังนี้

$$Bias = \frac{(2P-4)(P-1)\left(y_{.n..}\left(y_{SUM\_N} - y_{....}\right)\right) + (P-1)\left(y_{....} - y_{SUM\_N}\right)^2}{\left((P-1)(P-3)\right)^2 (P-2)} + \frac{y_{.n..}^2 (P-2)}{(P-1)(P-3)^2}$$

$$= \frac{(8-4)(3)\left(24(108-132)\right) + (3)(132-108)^2}{\left((3)(1)\right)^2 (2)} + \frac{576(2)}{(3)(1)^2}$$

$$= \frac{(8-4)(3)\left(24(-53)\right) + (3)(2809)}{18} + \frac{576(2)}{3}$$

$$= \frac{(-15264) + 8427}{18} + \frac{1152}{3}$$

$$Bias = 4.167$$

จากกรณีศึกษาที่ 1 สามารถหาค่าความเอนเอียง (Bias) สำหรับใช้กับวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด มีค่าเท่ากับ 4.167

ดังนั้นการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ ที่ได้รับการแก้ไขแล้ว ($SS_{Tr(unbias)}$) ได้ดังนี้

$$SS_{Tr(unbias)\_exact} = SS_{Tr(bias)} - Bias$$
$$= 63.50 - 4.167$$
$$SS_{Tr(unbias)\_exact} = 59.333$$

จากกรณีศึกษาที่ 1 สามารถคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ ที่ได้รับการแก้ไขแล้ว ($SS_{Tr(unbias)}$) มีค่าเท่ากับ 59.333 ซึ่งจะเห็นได้ว่ามีค่าเท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ (Treatment Sum of Squares (SS_{Tr})) ที่คำนวณด้วยวิธีตรง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลสรุปเป็นตารางวิเคราะห์ความแปรปรวน แสดงได้ดังตารางที่ 4.17

ตารางที่ 4.17 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด สำหรับ SS_{Tr} ที่ไม่เอนเอียง (กรณีตัวอย่างที่ 1)

แหล่งความแปรปรวน	องศาความเป็นอิสระ	ผลบวกกำลังสอง	ค่ากำลังสองเฉลี่ย	สถิติทดสอบ
ทรีตเมนต์อักษรละติน	3	59.333	19.778	2.55
อักษรกรีก	3	3.500	1.167	
แถว	3	12.500	4.167	
คอลัมน์	3	59.000	19.667	
ความคลาดเคลื่อน	2	15.500	7.750	
ผลรวม	14	154.000		

หมายเหตุ ต้องปรับค่า df ของ SS_E ลดลง 1 ค่า

เมื่อเปรียบเทียบตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) พบว่าค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินของวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด ที่ปรับค่าเอนเอียงแล้ว ($SS_{Tr(unbias)}$) กับค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินของวิธีตรง ($SS_{Tr(unbias)\_exact}$) มีค่าเท่ากัน

ส่วนกรณีการศึกษาที่ 2 และ 3 แสดงการเปรียบเทียบค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินของวิธีตรง และวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดได้ดังตารางที่ 4.18

ตารางที่ 4.18 การเปรียบเทียบค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินของวิธีตรง และวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

กณีศึกษา	**วิธีที่ 1**	**วิธีที่ 2**	**ค่าเอนเอียง**	**ค่าเอนเอียง**
	$SS_{Tr(unbias)\_exact}$	$SS_{Tr(bias)}$	**(สมการที่ 4.7)**	**(สมการที่ 4.8)**
1	59.333	63.500	63.5 - 59.333 = 4.167	4.167
2	217.467	282.800	282.8 - 217.467 = 65.333	65.333
3	32704.485	34620.829	34620.829 - 32704.485 = 1916.344	1916.344

หมายเหตุ วิธีที่ 1 คือ วิธีตรง

วิธีที่ 2 คือ วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

จากตารางที่ 4.18 สามารถสรุปผลการศึกษาของงานวิจัยในครั้งนี้ได้ว่า ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินที่คำนวณได้ด้วยวิธีตรง เป็นค่าที่เที่ยงตรง ไม่เอนเอียง และจากผลการศึกษาสามารถชี้ชัดให้เห็นแล้วว่าค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินที่คำนวณได้ด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดนั้นเกิดความเอนเอียง ดังนั้นผู้วิจัยจึงพัฒนาสูตรค่าเอนเอียง (Bias) ขึ้นมาเพื่อใช้ปรับค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน กรณีที่ผู้ทำการทดลองต้องการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (ดังสมการที่ 4.8) และสามารถตรวจสอบความถูกต้องของสูตรที่พัฒนาขึ้นได้ด้วยการเทียบค่าเอนเอียงที่คำนวณจาก (สมการที่ 4.7) และ (สมการที่ 4.8) พบว่าค่าเอนเอียงที่คำนวณได้มีค่าเท่ากันทุกกรณีศึกษา

งานวิจัยครั้งนี้ดำเนินการตามลำดับขั้นตอนดังรูปที่ 1.1 กล่าวคือผู้วิจัยมีวัตถุประสงค์หลักเพื่อต้องการพัฒนาค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน และค่าผลบวกกำลังสองอื่นๆด้วยวิธีตรงสำหรับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เมื่อมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าได้ทุกขนาดการทดลอง ซึ่งขั้นตอนการดำเนินการพัฒนาสูตรของวิธีตรงนั้นแสดงลำดับขั้นตอนได้ดังรูปที่ 1.2 โดยจากการทบทวนวรรณกรรมพบว่าค่าผลบวกกำลังสองทั้งหมดที่พัฒนาขึ้นด้วยวิธีตรงเป็นค่าที่เที่ยงตรงไม่เอนเอียง วัตถุประสงค์อีกข้อหนึ่งคือการเปรียบเทียบค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินและค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนด้วยวิธีการวิเคราะห์ทั้ง 4 วิธีการ (1. วิธีตรง, 2. วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด, 3. วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย และ 4. วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่ง) เมื่อเกิดปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าในแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ผลลัพธ์พบว่าค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินที่คำนวณจากวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีทั้ง 3 วิธีการมีค่าเอนเอียง และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่คำนวณจากวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดจะมีค่าเท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่คำนวณจากวิธีตรง

บทที่ 5
สรุปผลและข้อเสนอแนะ

การศึกษาวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ข้อมูลในการแก้ปัญหาแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน กรณีมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าด้วย 4 วิธีการ คือ

1. วิธีตรง (Exact Approach)
2. วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (Missing Plot Approach with Least Square Method)
3. วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเฉลี่ย (Missing Plot Approach with Mean Method
4. วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียงกัน k ตำแหน่ง (Missing Plot Approach with K-nearest Neighbor Method)

พร้อมทั้งต้องการระบุและพัฒนาสูตรค่าความเอนเอียง (Bias) ของผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน จากการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด ซึ่งหัวข้อที่จะกล่าวถึงในบทนี้มี 2 ส่วน

5.1 สรุปผลการวิจัย

5.2 ข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลการวิจัย

การศึกษาวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสรุปผลการวิจัยเป็น 4 ส่วน ตามวัตถุประสงค์และภาพรวมของงานวิจัยดังนี้

5.1.1 การพัฒนาสูตรสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูล เมื่อเกิดปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าด้วยวิธีตรง

จากการศึกษาและรวบรวมงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ไขปัญหาข้อมูลสูญหายในแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน พบว่ายังไม่เคยมีผู้วิจัยท่านใดศึกษาถึงวิธีการแก้ไขปัญหาข้อมูลสูญหายในแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ด้วยวิธีตรงมาก่อน ดังนั้นงานวิจัยครั้งนี้จึงทำการศึกษาการแก้ปัญหาด้วยวิธีการดังกล่าวโดยคำนวณหาสูตรผลบวกกำลังสอง เพื่อใช้ในการสร้างตารางการวิเคราะห์ความแปรปรวนไว้ดังนี้

- สูตรการคำนวณหาผลบวกกำลังสองของผลรวม (SS_T)

$$SS_T = \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P} y_{ijkl}^2 - \frac{y_{....}^2}{P^2-1}$$

- สูตรการคำนวณหาผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน (SS_{Tr})

$$SS_{Tr} = \frac{\sum_{All\ j}^{P} y_{.j..}^2}{P} + \frac{1}{(P-1)}\left[\frac{(y_{SUM}-y_{....})^2}{(P-3)} - \frac{(y_{SUM\_N}-y_{....})^2}{(P-2)} + \frac{y_{....}(2y_{.n..}-y_{....})}{P}\right]$$

หมายเหตุ $y_{SUM} = y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}$

$y_{SUM\_N} = y_{r...} + y_{..m.} + y_{...c}$

- สูตรการคำนวณหาผลบวกกำลังสองของอักษรกรีก $\left(SS_G\right)$

$$SS_G = \frac{\sum_{All\ k}^{P} y_{..k.}^2}{P} + \frac{1}{(P-1)}\left[\frac{\left(y_{SUM} - y_{....}\right)^2}{(P-3)} - \frac{\left(y_{SUM\_M} - y_{....}\right)^2}{(P-2)} + \frac{y_{....}\left(2y_{..m.} - y_{....}\right)}{P}\right]$$

หมายเหตุ $y_{SUM} = y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}$

$y_{SUM\_M} = y_{r...} + y_{.n..} + y_{...c}$

- สูตรการคำนวณหาผลบวกกำลังสองของคอลัมน์ $\left(SS_C\right)$

$$SS_C = \frac{\sum_{All\ l}^{P} y_{...l}^2}{P} + \frac{1}{(P-1)}\left[\frac{\left(y_{SUM} - y_{....}\right)^2}{(P-3)} - \frac{\left(y_{SUM\_C} - y_{....}\right)^2}{(P-2)} + \frac{y_{....}\left(2y_{...c} - y_{....}\right)}{P}\right]$$

หมายเหตุ $y_{SUM} = y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}$

$y_{SUM\_C} = y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.}$

- สูตรการคำนวณหาผลบวกกำลังสองของแถว $\left(SS_R\right)$

$$SS_R = \frac{\sum_{All\ i}^{P} y_{i...}^2}{P} + \frac{1}{(P-1)}\left[\frac{\left(y_{SUM} - y_{....}\right)^2}{(P-3)} - \frac{\left(y_{SUM\_R} - y_{....}\right)^2}{(P-2)} + \frac{y_{....}\left(2y_{r...} - y_{....}\right)}{P}\right]$$

หมายเหตุ $y_{SUM} = y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}$

$y_{SUM\_R} = y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}$

- สูตรการคำนวณหาผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน $\left(SS_E\right)$

$$SS_E = \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P} y_{ijkl}^2 - \frac{\sum_{All\ i}^{P} y_{i...}^2 + \sum_{All\ j}^{P} y_{.j..}^2 + \sum_{All\ k}^{P} y_{..k.}^2 + \sum_{All\ l}^{P} y_{...l}^2}{P} - \frac{(1-P)\left(3y_{....}^2 - y_{SUM}^2\right)}{(P-3)(P-1)P}$$

หมายเหตุ $y_{SUM} = y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}$

5.1.2 เปรียบเทียบผลของการวิเคราะห์ข้อมูล เมื่อเกิดปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าด้วย 4 วิธีการ

จากการเปรียบเทียบวิธีการวิเคราะห์ข้อมูล เมื่อเกิดปัญหาข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าด้วย 4 วิธีการ สามารถสรุปผลการวิจัยตามเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายดังนี้

- ผลการเปรียบเทียบค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E)

จากผลการเปรียบเทียบค่า SS_E ของทั้ง 3 กรณีศึกษา สามารถสรุปผลได้ว่าค่า SS_E ที่คำนวณจากวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดให้ค่าเท่ากับค่า SS_E ที่คำนวณจากวิธีตรง

- ผลการเปรียบเทียบค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน (SS_{Tr})

จากผลการเปรียบเทียบค่า SS_{Tr} ของทั้ง 3 กรณีศึกษา สามารถสรุปผลได้ว่าค่า SS_{Tr} ที่คำนวณจากวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายทั้ง 3 วิธีการมีค่ามากกว่าค่า SS_{Tr} ที่คำนวณจากวิธีตรง โดยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการใดจะให้ค่า SS_{Tr} น้อยที่สุดนั้นขึ้นอยู่กับแต่ละกรณีศึกษา

5.1.3 ระบุและพัฒนาสูตรค่าความเอนเอียง (Bias)

การแก้ไขปัญหาข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด หลังจากประมาณค่าข้อมูลที่สูญหายด้วยวิธีการดังกล่าวแล้ว การคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองเพื่อการวิเคราะห์ความแปรปรวนก็จะดำเนินการคำนวณตามวิธีการปกติ แต่สูตรการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ (Treatment Sum of Squares (SS_{Tr})) ได้รับการแก้ไขสูตรการคำนวณโดยการลบค่าความเอนเอียง (Bias)

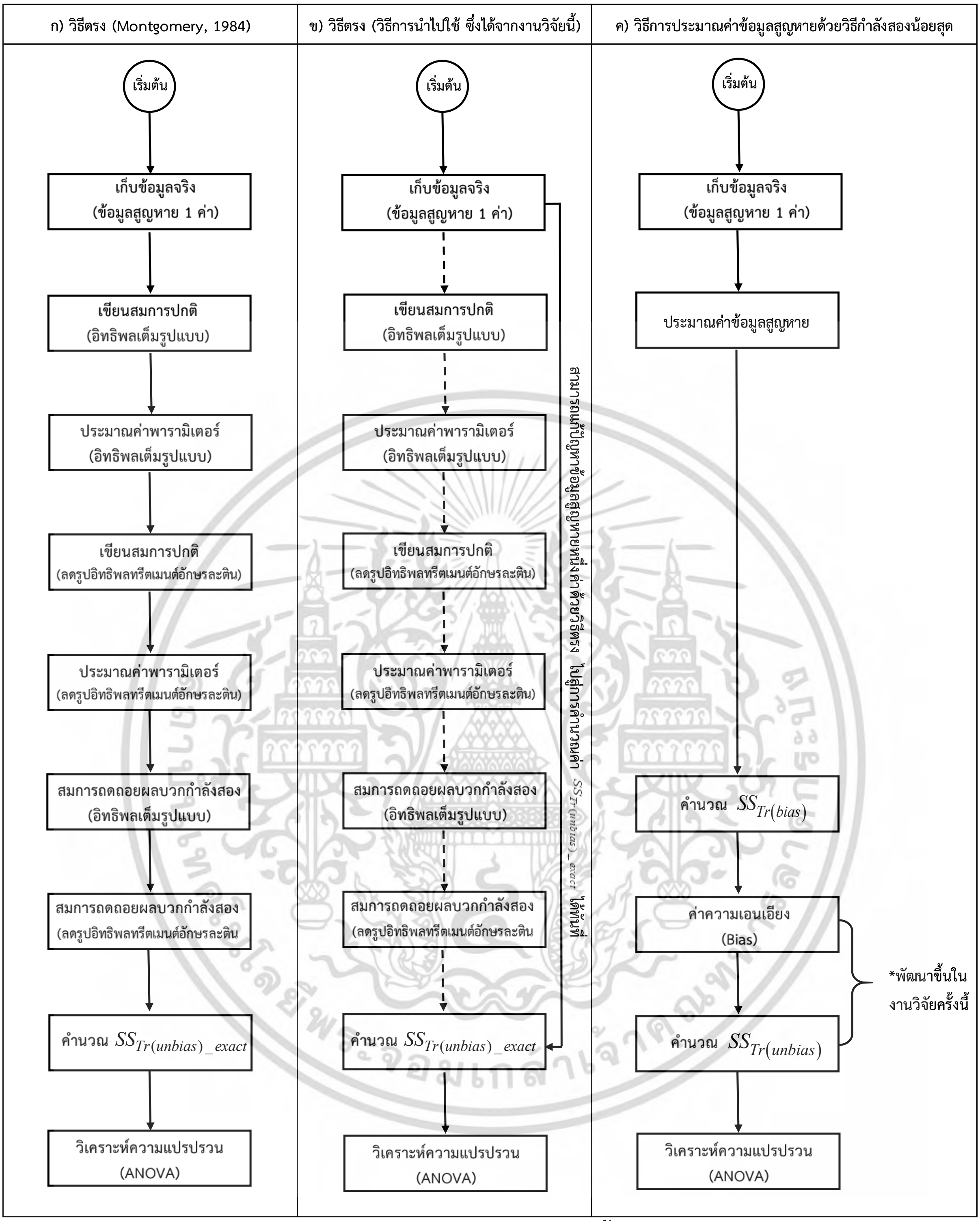
แต่เนื่องจากสูตรค่าความเอนเอียงสำหรับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน นั้นยังไม่มีผู้วิจัยท่านใดนำเสนอสูตรค่าความเอนเอียง (Bias) นี้มีก่อน ผู้วิจัยจึงนำเสนอสูตรค่าความเอนเอียง(Bias) สำหรับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินไว้ดังนี้

$$Bias = \frac{(2P-4)(P-1)\left(y_{.n..}\left(y_{SUM\_N} - y_{....}\right)\right) + (P-1)\left(y_{....} - y_{SUM\_N}\right)^2}{\left((P-1)(P-3)\right)^2 (P-2)} + \frac{y_{.n..}^2 (P-2)}{(P-1)(P-3)^2}$$

หมายเหตุ $\quad y_{SUM\_N} = y_{r...} + y_{..m.} + y_{...c}$

5.1.4 การนำงานวิจัยนี้ไปใช้

งานวิจัยในครั้งนี้มุ่งเน้นศึกษาการระบุค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน สำหรับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เมื่อมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าโดยวิธีตรง ซึ่งจากการทบทวนวรรณกรรมพบว่าค่าผลบวกกำลังสองทั้งหมดที่คำนวณด้วยวิธีตรงเป็นค่าที่เที่ยงตรงไม่เอนเอียง นอกจากนี้ยังเสนอสูตรการคำนวณหาค่าความเอนเอียง (Bias) เพื่อปรับใช้กับวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด แสดงขั้นตอนการดำเนินการของวิธีการต่างๆได้ดังรูปที่ 5.1 ดังนี้



รูปที่ 5.1 การนำงานวิจัยนี้ไปใช้

รูปที่ 5.1ก) การคำนวณหาค่า $SS_{Tr(unbias)\_exact}$ โดยใช้หลักการวิธีตรงนั้นจะต้องผ่านขั้นตอนการดำเนินการต่างๆ แสดงรายละเอียดขั้นตอนได้ดังรูป ก

รูปที่ 5.1ข) การคำนวณหาค่า $SS_{Tr(unbias)\_exact}$ ยังคงใช้หลักการวิธีตรงเหมือนดังรูป ก แต่การคำนวณนั้นสามารถลัดขั้นตอนต่างๆตามเส้นปะมาแทนค่าข้อมูลลงในสูตรคำนวณหา $SS_{Tr(unbias)\_exact}$ ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นมาได้

รูปที่ 5.1ค) ผู้วิจัยส่วนมากนิยมใช้วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดในการแก้ไขปัญหาข้อมูลในแผนแบบทดลองสูญหาย แต่ค่า SS_{Tr} ที่คำนวณได้นั้นเป็นค่าที่เอนเอียง ดังนั้นผู้วิจัยจึงพัฒนาสูตรค่าความเอนเอียงขึ้น เพื่อใช้ในการปรับค่า SS_{Tr} เป็นค่า $SS_{Tr(unbias)}$ ที่เที่ยงตรง

5.2 ข้อเสนอแนะ

แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินถูกนำไปใช้อย่างหลากหลายทางด้านอุตสาหกรรม (เช่น Auden et al. (1967), Grace (1998), Harari and Mcdavid (1973), Mahamud and Gomes (2012), Michelson and Kimmet (1999) และ Webber (1977))

การศึกษาวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยเสนอแนะแนวทางได้เป็น 2 ด้าน ดังนี้

5.2.1 ด้านการนำไปใช้ประโยชน์

จากการศึกษาวิจัยในครั้งนี้พบว่า การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรงที่ผู้วิจัยได้นำเสนอนั้นเป็นวิธีการวิเคราะห์ข้อมูลที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดเมื่อเทียบกับการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด, วิธีเฉลี่ย และวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียง k ตำแหน่ง ดังแสดงได้จากกรณีศึกษาทั้ง 3 กรณี ดังนั้นหากงานวิจัยใดที่ต้องการวิเคราะห์ข้อมูลในที่แผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง P X P ทั้งกรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย และมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า ก็อาจพิจารณาเลือกใช้การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรงที่ผู้วิจัยได้นำเสนอในครั้งนี้ไปใช้ให้เป็นประโยชน์ได้

5.2.2 ด้านการศึกษาวิจัย

1. การศึกษาวิจัยในครั้งนี้ศึกษาเฉพาะข้อมูลในแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน สำหรับในงานวิจัยครั้งต่อไปอาจจะทำการศึกษาข้อมูลในแผนแบบทดลองอื่นๆ
2. การศึกษาวิจัยในครั้งนี้ศึกษาเฉพาะกรณีที่เกิดปัญหาข้อมูลในแผนแบบทดลองสูญหายหนึ่งค่า สำหรับในงานวิจัยครั้งต่อไปอาจจะทำการศึกษากรณีมีข้อมูลสูญหายมากกว่าหนึ่งค่า
3. การศึกษาวิจัยในครั้งนี้ศึกษาเฉพาะการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด วิธีเฉลี่ย และวิธีเพื่อนบ้านใกล้เคียง k ตำแหน่ง สำหรับในงานวิจัยครั้งต่อไปอาจจะทำการศึกษาการแก้ปัญหาข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีค่าคาดหมายสูงสุด (EM algorithm) วิธีแบบพหุ (Multiple Imputation Method)

เอกสารอ้างอิง

จิรกานต์ นวลละออง. และเสาวณิต สุขภารังษี. 2553. “เปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าสูญหายสำหรับตัวแบบการพยากรณ์.” วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต (สถิติประยุกต์) คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์, มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.

นรุตม์ บุตรพลอย. 2553. “การประยุกต์ Soft Computing และ k-Nearest Neighbor เพื่อใช้ประมาณค่าสูญหายของข้อมูล.” หน้า 25-29. ใน **การประชุมวิชาการระดับประเทศด้านเทคโนโลยีสารสนเทศ ครั้งที่ 3.** กรุงเทพฯ : คณะเทคโนโลยีสารสนเทศ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.

ประชุม สุวัตถี. 2552. **การสำรวจด้วยตัวอย่างการชักตัวอย่างและการวิเคราะห์.** กรุงเทพฯ : สำนักงานกิจการโรงพิมพ์ องค์การสงเคราะห์ทหารผ่านศึก ในพระบรมราชูปถัมภ์.

ภาคย์ สิทธิผกาผล. 2555. “การประมาณค่าที่เก็บไม่ได้ในการสำรวจด้วยตัวอย่าง” วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติ) คณะสถิติประยุกต์, สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์.

รัตติกาล จอมประพันธ์ และพาชิตชนัต ศิริพานิช. 2558. “การประมาณค่าสูญหายในการวิเคราะห์ถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ.” **พัฒนบริหารศาสตร์.** 55(1) : 183-202.

สายชล สินสมบูรณ์ทอง. 2558. **การวางแผนแบบทดลอง เล่ม1.** กรุงเทพฯ : จามจุรีโปรดักส์.

สำนักงานราชบัณฑิตยสภา. 2558. **พจนานุกรมศัพท์สถิติศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสภา**. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์คณะรัฐมนตรีและราชกิจจานุเบกษา.

Abdul, S. 1991. “Estimation of a Single Missing Value with Fixed Effects Experimental Designs.” **Serdica Mathematical Journal.** 17(3) : 177-184.

Ahmed, A. 2016. “Missing Values Estimation Comparison in Split-Plot Design.” **International Journal of Computer and Information Technology.** 5(3) : 337-344.

Armina, R., Zain, A.M., Ali, N.A. and Sallehuddin, R. 2107. “A Review on Missing Value Estimation Using Imputation Algorithm.” **Journal of Physics.** Series 892 : 40-52.

Auden, J., Gruner, J., Nuesch, J. and Knusel, F. 1967. “Some Statistical Methods in Nutrient Medium Optimalisation.” **Jahresvers. Schweiz. Mikrobiol. Ges., Grindelwald Path. Microbiol.** 30 : 858-866

Bono, C., Ried, L.D., Kimberlin, C. and Vogel, B. 2007. “Missing data on the Center for Epidemiologic Studies Depression Scale.” **Res social adm pharm Journal.** 3(1) : 1-27.

Chaimongkol, W. 2005. “There Composite Imputation Methods for Item Nonresponse Estimation in Sample Surveys.” Dissertation, Ph.D. (School of Applied Statistics). National Institute of Development Administration.

Chaimongkol, W. and Suwattee, P. 2005. “The Effect of Weighted Nearest Neighbor-Regression Imputation on Simple Linear Regression Analysis.” 185-192. In

Proceedings of the Operation Research Conference. National Institute of Development Administration, Thailand.

Charles, M., Judd, H., Mcclelland, S., Ryan, C. 2008. **Data Analysis a Model Comparison Approach.** 2 New York : John Wiley and Sons.

Chryulu, N.Ch. and Dharamyaday, T. 2013. "Estimation of Missing Observation in Randomized Block Design." **International Journal of Technology and Engineering Science**. 1(6) : 618-621.

Claudiu, D.T. 2008. "Multiple Imputation as a Solution to the Missing Data Problem in Social Scienced." **Metode De Cercetare.** 13(1) : 199-212.

Crawford, L., Tennstedt, L. and Mckinlay, B. 1995. "Comparison of Analytic Method for Non-Random Missingness of Outcome Data." **Journal of Chin Epidemiol.** 48(2) : 209-219.

Donders, G.J., Heijdenc, T. and Moons, K.G. 2006. "Special Series: Missing Data Review : A Gentle Introduction to Imputation of Missing Values." **Journal of Clinical Epidemiology.** 59(10) : 1087-1091.

Effanga, O., Omini, A. and Okonna, L. 2016. "Greco Latin Squares with Three Restriction on Randomization." **Journal of Mathematics.** 12(5) : 58-63.

Garcia, A. and Don, T. 1995. **Principles of Experimental Design and Analysis.** London : Chapman and Hall.

Grace, M. 1998. "Comparative Analysis of Virtual 3-D Visual Display Systems Contributions to Cross-Functional Team Collaboration in a Product Design Review Environment." Dissertation, Ph.D. University of Central Florida Orlando Dept of Industrial Engineering and Management Systems.

Harari, H. and Mcdavid, J.W. 1973. "Name Stereotypes and Teachers' Expectations." **Journal of Educational Psychology.** 65(2) : 222-225.

Hinkelmann, K. and Kempthorne, O. 2008. **Design and Analysis of Experiments.** 2 Boboken,NJ : John Wiley.

Huang, R. and Carriere, K.C. 2006. "Comparison of Methods for Incomplete Repeated Measures Data Analysis in Small Samples." **Statistical Planning and Inference Journal.** 136(1) : 235-247.

Jarrett, G. 1978. "The Analysis of Designed Experiments with Missing Observations." **Journal of Applied Statistics.** 27(1) : 38-46.

Kim, J.K., Briek, J.M., Fuller, W.A. and Kalton, G. 2006. "On the Bias of the Multiple Imputation Variance Estimator in Survey Sampling. **Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Statistical Methodology).** 68(3) : 509-521.

Lemay, V. and Temesgen, H. 2005. "Comparison of Nearest Neighbor Methods for Estimating Basal Area and Stems Per Hectare Using Aerial Auxiliary Variables." **Forest Science.** 51(2) : 109-119.

Little, R.J.A. and Rubin, D.B 1987. **Statistics Analysis with Missing Data.** New York : Wiley.

Lokupitiya, R.S. and Paustian, K. 2006. "Comparsion of Missing Value Imputation Methods for Crop Yield Data." **Environmetrics Journal.** 17(4) : 339-349.

Mahamud, M.R. and Gomes, D.J. 2012. "Enzymatic Saccharification of Sugar Bagasse by the Crude Enzyme from Indigenous Fungi." **Journal Sci. Res.** 4(1) : 227-238.

Michelson, D.K. and Kimmet, S. 1991. "An Application of Greco-Latin Square Designs in the Semiconductor Industry." In **Proceedings of the American Statistical Association**, American, Alexandria, VA.

Montgomery, D.C. 1984. **Design and Analysis of Experiments.** 2 New York : John Wiley and Sons.

Rad, M.K., Raoufi, K., Shafieezadeh, M. and Poozeshi, S. 2011. "A Model to Create Greco Latin Square Using Genetic Algorithm." 362-365. **In international conference on internet computing and Information Service,** IEEE Computer Society.

Rangaswamy, R. 1995. **A Text Book of Agricultural Statistics.** New Delhi : New Age International.

Schmitt, P., Mandel, J. and Guedj, M. 2015. "A Comparison of Six Methods for Missing Data Imputation." **Journal of Biometrics and Biostatistics.** 6(1) : 1-6.

Rubin, D.B. 1972. "A Non-iterative Algorithm for Least Squares Estimation of Missing Values in any Analysis of Variance Design." **Journal of the Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics).** 21(2) : 136-141.

Rubin, D.B. 1978. "Multiple Imputation in Sample Surveys–A Phenomenological Baysiam Approch to Nonrespone." 113-124. In **Proceedings of Survey Research Method Section** American Statistical Association, American.

Schafer, J.L. and Schenker, N. 2002. "Inference with Imputed Conditional Means." **Journal of the American Statistical Association.** 95(449) : 144-154.

Sirikasemsuk, K. and Leerojanaprapa, K. 2017. "One Missing Value Problem in Latin Square Design of Any Order: Exact Analysis of Variance." **Cogent Engineering**. 4(1) : 1-11.

Subramani, J. and Ponnuswamy, K.N. 1989. "A Non-Iterative Least Squares Estimation of Missing Values in Experimental Designs." **Journal of Applied Statistics.** 16(1) : 77-86.

Subramani, J. 1991(a). "Non-Iterative Least Squares Estimation of Missing Values in Replicated Latin Square Designs." **Biometrical Journal.** 33(8) : 999-1011.

Subramani, J. 1991(b). "Non-Iterative Least Squares Estimation of Missing Values in Graeco-Latin Square Designs." **Biometrical Journal.** 33(6) : 763-769.

Subramani, J. 1992. "A Simple Approach to Analyse Non-Orthogonal Data." **Biometrical Journal.** 34(7) : 843-854.

Subramani, J. 1993. "Non-Iterative Least Squares Estimation of Missing Values in Hyper-Graeco-Latin Square Designs." **Biometrical Journal.** 35(4) : 465-470.

Subramani, J. 1994. "Non-Iterative Least Squares Estimation of Missing Values in Cross-Over Designs Without Residual Effect." **Biometrical Journal.** 36(3) : 285-292.

Subramani, J. and Kumarapandiyan, G. 2012. "Estimation of Population Mean Using Known Median and Co-Efficent of Skewness." **American Journal of Mathematics and Statistics.** 2(5) : 101-107.

Troyanskaya, B., Cantor, M., Sherlock, G., Brown, P., Hastie, T., Tibshirani, R., Botstein, D., and Altman, R.B. 2001. "Missing Values Estimation Methods for DNA Microarrays." **Bionformatics.** 17(6) : 520-525.

Webber, L.S., Voors, A.W., Foster, M.S. and Gerald, S. 1977. "A Study of Instruments in Preparation for a Blood Presure Surevy of Children." **American Heart Association Journal.** 56(4) : 651-656.

ภาคผนวก ก
วิธีการพิสูจน์บริบทที่ 3.1

หาร P^2 ทั้งสองข้างของสมการ (3.26) แล้วจัดรูปได้ดังนี้

$$\hat{\mu} = \frac{y_{....}}{P^2} = \bar{y}_{....} \qquad \text{(ผก1)}$$

แทนค่าพารามิเตอร์ μ ที่หาได้จากสมการ (ผก1) ในสมการ (3.27) ถึง (3.30) แล้วจัดรูปได้ ดังนี้

$$\hat{\theta}_i = \frac{y_{i...}}{P} - \frac{y_{....}}{P^2} = \bar{y}_{i...} - \bar{y}_{....} \qquad \text{(ผก2)}$$

$$\hat{\tau}_j = \frac{y_{.j..}}{P} - \frac{y_{....}}{P^2} = \bar{y}_{.j..} - \bar{y}_{....} \qquad \text{(ผก3)}$$

$$\hat{\omega}_k = \frac{y_{..k.}}{P} - \frac{y_{....}}{P^2} = \bar{y}_{..k.} - \bar{y}_{....} \qquad \text{(ผก4)}$$

$$\hat{\psi}_l = \frac{y_{...l}}{P} - \frac{y_{....}}{P^2} = \bar{y}_{...l} - \bar{y}_{....} \qquad \text{(ผก5)}$$

ดังนั้นการพิสูจน์บริบทที่ 3.1 จะเสร็จสิ้น

ภาคผนวก ข

วิธีการพิสูจน์บริบทที่ 3.3

แทนค่าพารามิเตอร์ ที่หาได้จากสมการ (3.31) ถึง (3.35) ในสมการ (3.4) แสดงการจัดรูปสมการ ได้ดังนี้

$$R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)$$

$$=\left\{y_{....}\left(\frac{y_{....}}{P^2}\right)\right\}+\left\{\frac{\sum_{i=1}^{P}y_{i...}^2}{P}-\frac{y_{....}\left(\sum_{i=1}^{P}y_{i...}\right)}{P^2}\right\}+\left\{\frac{\sum_{j=1}^{P}y_{.j..}^2}{P}-\frac{y_{....}\left(\sum_{j=1}^{P}y_{.j..}\right)}{P^2}\right\}+\left\{\frac{\sum_{k=1}^{P}y_{..k.}^2}{P}-\frac{y_{....}\left(\sum_{k=1}^{P}y_{..k.}\right)}{P^2}\right\}$$

$$+\left\{\frac{\sum_{l=1}^{P}y_{...l}^2}{P}-\frac{y_{....}\left(\sum_{l=1}^{P}y_{...l}\right)}{P^2}\right\}$$

$$=y_{....}\left(\frac{y_{....}}{P^2}\right)+\sum_{i=1}^{P}y_{i...}\left(\frac{y_{i...}}{P}-\frac{y_{....}}{P^2}\right)+\sum_{j=1}^{P}y_{.j..}\left(\frac{y_{.j..}}{P}-\frac{y_{....}}{P^2}\right)+\sum_{k=1}^{P}y_{..k.}\left(\frac{y_{..k.}}{P}-\frac{y_{....}}{P^2}\right)+\sum_{l=1}^{P}y_{...l}\left(\frac{y_{...l}}{P}-\frac{y_{....}}{P^2}\right)$$

$$=\left(\frac{y_{....}^2}{P^2}\right)+\frac{\left(\sum_{i=1}^{P}y_{i...}^2+\sum_{j=1}^{P}y_{.j..}^2+\sum_{k=1}^{P}y_{..k.}^2+\sum_{l=1}^{P}y_{...l}^2\right)}{P}-\left(\frac{y_{....}(4y_{....})}{P^2}\right)$$

$$R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)=\frac{\sum_{i=1}^{P}y_{i...}^2+\sum_{j=1}^{P}y_{.j..}^2+\sum_{k=1}^{P}y_{..k.}^2+\sum_{l=1}^{P}y_{...l}^2}{P}-\frac{3\left(y_{....}^2\right)}{P^2}$$

ดังนั้นการพิสูจน์บริบทที่ 3.3 จะเสร็จสิ้น

ภาคผนวก ค
วิธีการพิสูจน์บริบทที่ 3.4

แทนค่าพารามิเตอร์ ที่หาได้จากสมการ (3.49) ถึง (3.52) ในสมการ (3.5) แสดงการจัดรูปสมการ ได้ดังนี้

$$R(\mu,\theta,\omega,\psi)$$

$$=\left\{y_{....}\left(\frac{y_{....}}{P^2}\right)\right\}+\left\{\frac{\sum_{i=1}^{P}y_{i...}^2}{P}-\frac{y_{....}\left(\sum_{i=1}^{P}y_{i...}\right)}{P^2}\right\}+\left\{\frac{\sum_{k=1}^{P}y_{..k.}^2}{P}-\frac{y_{....}\left(\sum_{k=1}^{P}y_{..k.}\right)}{P^2}\right\}+\left\{\frac{\sum_{l=1}^{P}y_{...l}^2}{P}-\frac{y_{....}\left(\sum_{l=1}^{P}y_{...l}\right)}{P^2}\right\}$$

$$=y_{....}\left(\frac{y_{....}}{P^2}\right)+\sum_{i=1}^{P}y_{i...}\left(\frac{y_{i...}}{P}-\frac{y_{....}}{P^2}\right)+\sum_{k=1}^{P}y_{..k.}\left(\frac{y_{..k.}}{P}-\frac{y_{....}}{P^2}\right)+\sum_{l=1}^{P}y_{...l}\left(\frac{y_{...l}}{P}-\frac{y_{....}}{P^2}\right)$$

$$=\left(\frac{y_{....}^2}{P^2}\right)+\frac{\left(\sum_{i=1}^{P}y_{i...}^2+\sum_{k=1}^{P}y_{..k.}^2+\sum_{l=1}^{P}y_{...l}^2\right)}{P}-\left(\frac{y_{....}(3y_{....})}{P^2}\right)$$

$$R(\mu,\theta,\omega,\psi)=\frac{\sum_{i=1}^{P}y_{i...}^2+\sum_{k=1}^{P}y_{..k.}^2+\sum_{l=1}^{P}y_{...l}^2}{P}-\frac{2\left(y_{....}^2\right)}{P^2}$$

ดังนั้นการพิสูจน์บริบทที่ 3.4 จะเสร็จสิ้น

ภาคผนวก ง
วิธีการพิสูจน์บริบทที่ 3.6

แทนค่าสมการถดถอยของผลรวมกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ ดังสมการ (3.53) และ สมการถดถอยของผลรวมกำลังสองแบบลดรูปอิทธิพล ดังสมการ (3.54) ในสมการ (3.3) จะได้
จากสมการที่ (3.3)

$$SS_{Tr} = R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi) - R(\mu,\theta,\omega,\psi)$$

$$= \left\{ \frac{\left(\sum_{i=1}^{P} y_{i...}^2 + \sum_{j=1}^{P} y_{.j..}^2 + \sum_{k=1}^{P} y_{..k.}^2 + \sum_{l=1}^{P} y_{...l}^2 \right)}{P} - \frac{3y_{....}^2}{P^2} \right\} - \left\{ \frac{\left(\sum_{i=1}^{P} y_{i...}^2 + \sum_{k=1}^{P} y_{..k.}^2 + \sum_{l=1}^{P} y_{...l}^2 \right)}{P} + \frac{2y_{....}^2}{P^2} \right\}$$

$$= \frac{\left(\sum_{i=1}^{P} y_{i...}^2 + \sum_{j=1}^{P} y_{.j..}^2 + \sum_{k=1}^{P} y_{..k.}^2 + \sum_{l=1}^{P} y_{...l}^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^{P} y_{i...}^2 + \sum_{k=1}^{P} y_{..k.}^2 + \sum_{l=1}^{P} y_{...l}^2 \right)}{P} + \left\{ \frac{y_{....}^2 (2-3)}{P^2} \right\}$$

$$SS_{Tr} = \frac{\sum_{j=1}^{P} y_{.j..}^2}{P} - \frac{y_{....}^2}{P^2}$$

ดังนั้นการพิสูจน์บริบทที่ 3.6 จะเสร็จสิ้น

ภาคผนวก จ
วิธีการพิสูจน์บริบทที่ 3.8

บวก$\left(P^2\hat{\mu}-P\hat{\mu}\right)$ทั้งสองข้างของสมการ (3.72) ถึง (3.75) แล้วจัดรูปได้ดังนี้

$$\theta_r:\quad \left\{P^2\hat{\mu}-\hat{\mu}-\hat{\theta}_r-\hat{\tau}_n-\hat{\omega}_m-\hat{\psi}_c\right\}+P\hat{\theta}_r=y_{r...}+\left(P^2\hat{\mu}-P\hat{\mu}\right) \qquad (\text{ผจ}1)$$

$$\tau_n:\quad \left\{P^2\hat{\mu}-\hat{\mu}-\hat{\theta}_r-\hat{\tau}_n-\hat{\omega}_m-\hat{\psi}_c\right\}+P\hat{\tau}_n=y_{.n..}+\left(P^2\hat{\mu}-P\hat{\mu}\right) \qquad (\text{ผจ}2)$$

$$\omega_m:\quad \left\{P^2\hat{\mu}-\hat{\mu}-\hat{\theta}_r-\hat{\tau}_n-\hat{\omega}_m-\hat{\psi}_c\right\}+P\hat{\omega}_m=y_{..m.}+\left(P^2\hat{\mu}-P\hat{\mu}\right) \qquad (\text{ผจ}3)$$

$$\psi_c:\quad \left\{P^2\hat{\mu}-\hat{\mu}-\hat{\theta}_r-\hat{\tau}_n-\hat{\omega}_m-\hat{\psi}_c\right\}+P\hat{\theta}_r=y_{...c}+\left(P^2\hat{\mu}-P\hat{\mu}\right) \qquad (\text{ผจ}4)$$

จากสมการ สมการ (3.71) มีรูปแบบสมการดังนี้

$$\left\{P^2\hat{\mu}-\hat{\mu}-\hat{\theta}_r-\hat{\tau}_n-\hat{\omega}_m-\hat{\psi}_c\right\}=y_{....}$$

จะได้สมการ (ผจ1) ถึง (ผจ4) เขียนใหม่และจัดรูปได้ดังนี้

$$\hat{\theta}_r=\frac{y_{r...}-y_{....}}{P}+\left(P-1\right) \qquad (\text{ผจ}5)$$

$$\hat{\tau}_n=\frac{y_{.n..}-y_{....}}{P}+\left(P-1\right) \qquad (\text{ผจ}6)$$

$$\hat{\omega}_m=\frac{y_{..m.}-y_{....}}{P}+\left(P-1\right) \qquad (\text{ผจ}7)$$

$$\hat{\psi}_c=\frac{y_{...c}-y_{....}}{P}+\left(P-1\right) \qquad (\text{ผจ}8)$$

แทนค่าพารามิเตอร์ ที่หาได้จากสมการ (ผจ5), (ผจ6), (ผจ7), (ผจ8) ในสมการ (3.69) จะคำนวณหาค่า $\hat{\mu}$ ได้ดังนี้

$$\hat{\mu}=\frac{\left(P-4\right)y_{....}+y_{r...}+y_{.n..}+y_{..m.}+y_{...c}}{P\left(P-1\right)\left(P-3\right)} \qquad (\text{ผจ}9)$$

ดังนั้นการพิสูจน์บริบทที่ 3.8 จะเสร็จสิ้น

ภาคผนวก ฉ
วิธีการพิสูจน์บริบทที่ 3.12

แทนค่าพารามิเตอร์ ที่หาได้จากสมการ (3.77) ถึง (3.80) และ สมการ (3.85) ถึง (3.88) ในสมการ (3.6) แสดงการจัดรูปสมการ ได้ดังนี้

$$R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)$$

$$= \hat{\mu}y_{....} + \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\left(\sum\limits_{i=1,i\neq r}^{P} y_{i...}^2 + \sum\limits_{j=1,j\neq n}^{P} y_{.j..}^2 + \sum\limits_{k=1,k\neq m}^{P} y_{..k.}^2 + \sum\limits_{l=1,l\neq c}^{P} y_{...l}^2 \right)}{P} \\ -\left(\hat{\mu} \sum\limits_{i=1,i\neq r}^{P} y_{i...} + \hat{\mu} \sum\limits_{j=1,j\neq n}^{P} y_{.j..} + \hat{\mu} \sum\limits_{k=1,k\neq m}^{P} y_{..k.} + \hat{\mu} \sum\limits_{l=1,l\neq c}^{P} y_{...l} \right) \end{array} \right\} \tag{ผฉ1}$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} \hat{\mu}(P-1)(y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}) + \dfrac{(y_{r...}^2 + y_{.n..}^2 + y_{..m.}^2 + y_{...c}^2)}{P} \\ -\dfrac{y_{....}}{P}(y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}) \end{array} \right\}$$

$$= \hat{\mu}y_{....} + \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{\left(\sum\limits_{i=1,i\neq r}^{P} y_{i...}^2 + \sum\limits_{j=1,j\neq n}^{P} y_{.j..}^2 + \sum\limits_{k=1,k\neq m}^{P} y_{..k.}^2 + \sum\limits_{l=1,l\neq c}^{P} y_{...l}^2 \right)}{P} \\ -\left(\hat{\mu} \sum\limits_{All\, i}^{P} y_{i...} + \hat{\mu} \sum\limits_{All\, j}^{P} y_{.j..} + \hat{\mu} \sum\limits_{All\, k}^{P} y_{..k.} + \hat{\mu} \sum\limits_{All\, l}^{P} y_{...l} \right) \end{array} \right\}$$

$$+ \left\{ \begin{array}{l} \hat{\mu}(y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}) + \hat{\mu}(P-1)(y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}) \\ +\dfrac{(y_{r...}^2 + y_{.n..}^2 + y_{..m.}^2 + y_{...c}^2)}{P} - \dfrac{y_{....}}{P}(y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}) \end{array} \right\}$$

$$= \hat{\mu}y_{....} + \left\{ \dfrac{\left(\sum\limits_{i=1,i\neq r}^{P} y_{i...}^2 + \sum\limits_{j=1,j\neq n}^{P} y_{.j..}^2 + \sum\limits_{k=1,k\neq m}^{P} y_{..k.}^2 + \sum\limits_{l=1,l\neq c}^{P} y_{...l}^2 \right)}{P} - 4\hat{\mu}y_{....} + \hat{\mu}(y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}) \right\}$$

$$+\hat{\mu}(P-1)(y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}) + \dfrac{(y_{r...}^2 + y_{.n..}^2 + y_{..m.}^2 + y_{...c}^2)}{P} - \dfrac{y_{....}}{P}(y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c})$$

$$R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)=\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^2+\sum_{All\,j}^{P} y_{.j..}^2+\sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^2+\sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^2\right)}{P}+P\hat{\mu}\left(y_{r...}+y_{.n..}+y_{..m.}+y_{...c}\right)$$
$$-\frac{y_{....}}{P}\left(y_{r...}+y_{.n..}+y_{..m.}+y_{...c}\right)-3\hat{\mu}y_{....}$$

กำหนดให้ $y_{SUM}=y_{r...}+y_{.n..}+y_{..m.}+y_{...c}$ ดังนั้นสมการ (ผฉ1) จะได้ดังนี้

$$R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)=\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^2+\sum_{All\,j}^{P} y_{.j..}^2+\sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^2+\sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^2\right)}{P}+P\hat{\mu}y_{SUM}-\frac{y_{....}}{P}y_{SUM}-3\hat{\mu}y_{....}$$

แทนค่าพารามิเตอร์ μ ที่หาได้จากสมการ (3.76) ในสมการ (ผฉ1) แสดงการจัดรูปสมการ ได้ดังนี้

$$R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)$$
$$=\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^2+\sum_{All\,j}^{P} y_{.j..}^2+\sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^2+\sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^2\right)}{P}+\frac{\left(P^2y_{SUM}y_{....}-4Py_{SUM}y_{....}+Py_{SUM}^2\right)}{P(P-3)(P-1)}$$
$$-\frac{\left(P^2y_{SUM}y_{....}-4Py_{SUM}y_{....}+3y_{SUM}y_{....}\right)}{P(P-3)(P-1)}-\frac{\left(3Py_{....}^2-12y_{....}^2+3y_{SUM}y_{....}\right)}{P(P-3)(P-1)}$$
$$=\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^2+\sum_{All\,j}^{P} y_{.j..}^2+\sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^2+\sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^2\right)}{P}+\frac{\left(P^2y_{SUM}-3Py_{....}^2-6y_{SUM\_N}y_{....}+12y_{....}^2\right)}{P(P-3)(P-1)}$$
$$=\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^2+\sum_{All\,j}^{P} y_{.j..}^2+\sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^2+\sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^2\right)}{P}$$
$$+\frac{3(1-P)y_{....}^2-(1-P)y_{SUM}^2+\left(y_{SUM}^2-6y_{SUM}y_{....}+9y_{....}^2\right)}{P(P-3)(P-1)}$$
$$R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)=\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^2+\sum_{All\,j}^{P} y_{.j..}^2+\sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^2+\sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^2\right)}{P}+\frac{(1-P)\left(3y_{....}^2-y_{SUM}^2\right)+\left(y_{SUM}-3y_{....}\right)^2}{P(P-3)(P-1)}$$

ดังนั้นการพิสูจน์บริบทที่ 3.12 จะเสร็จสิ้น

ภาคผนวก ช
วิธีการพิสูจน์บริบทที่ 3.13

แทนค่าพารามิเตอร์ ที่หาได้จากสมการ (3.103) ถึง (3.105) และ สมการ (3.109) ถึง (3.111) ในสมการ (3.7) แสดงการจัดรูปสมการ ได้ดังนี้

$$R(\mu,\theta,\omega,\psi)$$

$$= \hat{\mu}y_{....} + \left\{ \frac{\left(\sum_{i=1,i\neq r}^{P} y_{i...}^2 + \sum_{k=1,k\neq m}^{P} y_{..k.}^2 + \sum_{l=1,l\neq c}^{P} y_{...l}^2 \right)}{P} - \left(\hat{\mu} \sum_{i=1,i\neq r}^{P} y_{i...} + \hat{\mu} \sum_{k=1,k\neq m}^{P} y_{..k.} + \hat{\mu} \sum_{l=1,l\neq c}^{P} y_{...l} \right) \right\} \quad \text{(ผช1)}$$

$$\left\{ \hat{\mu}(P-1)\left(y_{r...} + y_{..m.} + y_{...c}\right) + \frac{\left(y_{r...}^2 + y_{..m.}^2 + y_{...c}^2\right)}{P} - \frac{y_{....}}{P}\left(y_{r...} + y_{..m.} + y_{...c}\right) \right\}$$

$$= \hat{\mu}y_{....} + \left\{ \begin{array}{l} \frac{\left(\sum_{i=1,i\neq r}^{P} y_{i...}^2 + \sum_{k=1,k\neq m}^{P} y_{..k.}^2 + \sum_{l=1,l\neq c}^{P} y_{...l}^2 \right)}{P} - \left(\hat{\mu} \sum_{All\,i}^{P} y_{i...} + \hat{\mu} \sum_{All\,k}^{P} y_{..k.} + \hat{\mu} \sum_{All\,l}^{P} y_{...l} \right) \\ + \hat{\mu}\left(y_{r...} + y_{..m.} + y_{...c}\right) \end{array} \right\}$$

$$+ \left\{ \hat{\mu}(P-1)\left(y_{r...} + y_{..m.} + y_{...c}\right) + \frac{\left(y_{r...}^2 + y_{..m.}^2 + y_{...c}^2\right)}{P} - \frac{y_{....}}{P}\left(y_{r...} + y_{..m.} + y_{...c}\right) \right\}$$

$$= \hat{\mu}y_{....} + \left\{ \frac{\left(\sum_{i=1,i\neq r}^{P} y_{i...}^2 + \sum_{k=1,k\neq m}^{P} y_{..k.}^2 + \sum_{l=1,l\neq c}^{P} y_{...l}^2 \right)}{P} - 3\hat{\mu}y_{....} + \hat{\mu}\left(y_{r...} + y_{..m.} + y_{...c}\right) \right\}$$

$$+ \left\{ \hat{\mu}(P-1)\left(y_{r...} + y_{..m.} + y_{...c}\right) + \frac{\left(y_{r...}^2 + y_{..m.}^2 + y_{...c}^2\right)}{P} - \frac{y_{....}}{P}\left(y_{r...} + y_{..m.} + y_{...c}\right) \right\}$$

$$R(\mu,\theta,\omega,\psi) = \frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^2 + \sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^2 + \sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^2 \right)}{P} + P\hat{\mu}\left(y_{r...} + y_{..m.} + y_{...c}\right) - \frac{y_{....}}{P}\left(y_{r...} + y_{..m.} + y_{...c}\right) - 2\hat{\mu}y_{....}$$

กำหนดให้ $y_{SUM\_N}=y_{r...}+y_{..m.}+y_{...c}$ ดังนั้นสมการ (ผช1) จะได้ดังนี้

$$R(\mu,\theta,\omega,\psi)=\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P}y_{i...}^2+\sum_{All\,k}^{P}y_{..k.}^2+\sum_{All\,l}^{P}y_{...l}^2\right)}{P}+P\hat{\mu}y_{SUM\_N}-\frac{y_{....}}{P}y_{SUM\_N}-2\hat{\mu}y_{....}$$

แทนค่าพารามิเตอร์ μ ที่หาได้จากสมการ (3.76) ในสมการ (ผช1) แสดงการจัดรูปสมการ ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}
&R(\mu,\theta,\omega,\psi)\\
&=\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P}y_{i...}^2+\sum_{All\,k}^{P}y_{..k.}^2+\sum_{All\,l}^{P}y_{...l}^2\right)}{P}+\frac{\left(P^2y_{SUM_N}y_{....}-3Py_{SUM_N}y_{....}+Py_{SUM_N}^2\right)}{P(P-2)(P-1)}\\
&\quad+\frac{\left(P^2y_{SUM_N}y_{....}-3Py_{SUM_N}y_{....}+2y_{SUM_N}y_{....}\right)}{P(P-2)(P-1)}-\frac{\left(2Py_{....}^2-6y_{....}^2+2y_{SUM_N}y_{....}\right)}{P(P-2)(P-1)}\\
&=\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P}y_{i...}^2+\sum_{All\,k}^{P}y_{..k.}^2+\sum_{All\,l}^{P}y_{...l}^2\right)}{P}+\frac{\left(P^2y_{SUM_N}-2Py_{....}^2-4y_{SUM_N}y_{....}+6y_{....}^2\right)}{P(P-2)(P-1)}\\
&=\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P}y_{i...}^2+\sum_{All\,k}^{P}y_{..k.}^2+\sum_{All\,l}^{P}y_{...l}^2\right)}{P}\\
&\quad+\frac{2(1-P)y_{....}^2-(1-P)y_{SUM_N}^2+\left(y_{SUM_N}^2-4y_{SUM_N}y_{....}+4y_{....}^2\right)}{P(P-2)(P-1)}
\end{aligned}$$

$$R(\mu,\theta,\omega,\psi)=\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P}y_{i...}^2+\sum_{All\,k}^{P}y_{..k.}^2+\sum_{All\,l}^{P}y_{...l}^2\right)}{P}+\frac{(1-P)\left(2y_{....}^2-y_{SUM\_N}^2\right)+\left(y_{SUM\_N}-2y_{....}\right)^2}{(P-2)(P-1)}$$

ดังนั้นการพิสูจน์บริบทที่ 3.13 จะเสร็จสิ้น

ภาคผนวก ซ
วิธีการพิสูจน์บริบทที่ 3.15

จากสมการที่ (3.112)

$$R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)$$

$$=\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^2+\sum_{All\,j}^{P} y_{.j..}^2+\sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^2+\sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^2\right)}{P}+\frac{(1-P)\left(3y_{....}^2-y_{SUM}^2\right)+\left(y_{SUM}-3y_{....}\right)^2}{P(P-3)(P-1)}$$

$$=\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^2+\sum_{All\,j}^{P} y_{.j..}^2+\sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^2+\sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^2\right)}{P}$$

$$+\frac{\left(3y_{....}^2-y_{SUM}^2-3Py_{....}^2+Py_{SUM}^2\right)+\left(y_{SUM}^2-6y_{SUM}y_{....}+9y_{....}^2\right)}{P(P-3)(P-1)}$$

$$=\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^2+\sum_{All\,j}^{P} y_{.j..}^2+\sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^2+\sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^2\right)}{P}+\frac{\left(Py_{SUM}^2-3Py_{....}^2-6y_{SUM}y_{....}+12y_{....}^2\right)}{P(P-3)(P-1)}$$

บวก $\frac{2Py_{SUM}y_{....}-2Py_{SUM}y_{....}}{P(P-3)(P-1)}$ ใน สมการ (ผ$_{37}$) เพื่อจัดรูปสมการ

$$=\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^2+\sum_{All\,j}^{P} y_{.j..}^2+\sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^2+\sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^2\right)}{P}+\frac{\left(Py_{SUM}^2-2Py_{SUM}y_{....}+Py_{....}^2\right)}{P(P-3)(P-1)}$$

$$+\frac{\left(2Py_{SUM}y_{....}-4Py_{....}^2-6y_{SUM}y_{....}+12y_{....}^2\right)}{P(P-3)(P-1)}$$

$$=\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^2+\sum_{All\,j}^{P} y_{.j..}^2+\sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^2+\sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^2\right)}{P}+\left[\frac{P\left(y_{SUM}-y_{....}\right)^2}{P(P-3)(P-1)}\right]+\left[\frac{(P-3)\left(2Py_{SUM}y_{....}-4y_{....}^2\right)}{P(P-3)(P-1)}\right]$$

ดังนั้น

$$R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi) = \frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^2 + \sum_{All\,j}^{P} y_{.j..}^2 + \sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^2 + \sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^2\right)}{P} + \left[\frac{\left(y_{SUM} - y_{....}\right)^2}{(P-3)(P-1)}\right] + \left[\frac{\left(2Py_{SUM}\,y_{....} - 4y_{....}^2\right)}{P(P-1)}\right]$$

จากสมการที่ (3.113)

$$R(\mu,\theta,\omega,\psi) = \frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^2 + \sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^2 + \sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^2\right)}{P} + \frac{(1-P)\left(2y_{....}^2 - y_{SUM\_N}^2\right)\left(y_{SUM} - 2y_{....}\right)^2}{P(P-2)(P-1)}$$

$$= \frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^2 + \sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^2 + \sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^2\right)}{P} + \frac{\left(2y_{....}^2 - y_{SUM\_N}^2 - 2Py_{....}^2 + Py_{SUM\_N}^2\right) + \left(y_{SUM\_N}^2 - 4y_{SUM}\,y_{....} + 4y_{....}^2\right)}{P(P-2)(P-1)}$$

$$= \frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^2 + \sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^2 + \sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^2\right)}{P} + \frac{\left(Py_{SUM\_N}^2 - 2Py_{....}^2 - 4y_{SUM\_N}\,y_{....} + 6y_{....}^2\right)}{P(P-2)(P-1)}$$

บวก $\frac{2Py_{SUM\_N}\,y_{....} - 2Py_{SUM\_N}\,y_{....}}{P(P-2)(P-1)}$ ในสมการ (ผ$_{37}$) เพื่อจัดรูปสมการ

$$= \frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^2 + \sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^2 + \sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^2\right)}{P} + \frac{\left(Py_{SUM\_N}^2 - 2Py_{SUM\_N}\,y_{....} + Py_{....}^2\right)}{P(P-2)(P-1)} + \frac{\left(2Py_{SUM\_N}\,y_{....} - 3Py_{....}^2 - 4y_{SUM\_N}\,y_{....} + 6y_{....}^2\right)}{P(P-2)(P-1)}$$

$$= \frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^2 + \sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^2 + \sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^2\right)}{P} + \left[\frac{P\left(y_{SUM\_N} - y_{....}\right)^2}{P(P-2)(P-1)}\right] + \left[\frac{(P-2)\left(2Py_{SUM\_N}\,y_{....} - 3y_{....}^2\right)}{P(P-2)(P-1)}\right]$$

ดังนั้น

$$R(\mu,\theta,\omega,\psi)$$
$$=\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^{2}+\sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^{2}+\sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^{2}\right)}{P}+\frac{\left(y_{SUM\_N}-y_{....}\right)^{2}}{(P-2)(P-1)}+\frac{\left(2Py_{SUM\_N}y_{....}-3y_{....}^{2}\right)}{P(P-1)}$$

แทนค่าสมการ (ผ$_{41}$) และ (ผ$_{47}$) ในสมการ (3.2) แสดงการจัดรูปสมการ จะได้จากสมการที่ (3.3)

$$SS_{Tr}=R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)-R(\mu,\theta,\omega,\psi)$$
$$SS_{Tr}=$$
$$=\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^{2}+\sum_{All\,j}^{P} y_{.j..}^{2}+\sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^{2}+\sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^{2}\right)}{P}+\left\{\left[\frac{\left(y_{SUM}-y_{....}\right)^{2}}{(P-3)(P-1)}\right]+\left[\frac{\left(2y_{SUM}y_{....}-4y_{....}^{2}\right)}{P(P-1)}\right]\right\}$$
$$-\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^{2}+\sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^{2}+\sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^{2}\right)}{P}-\left\{\left[\frac{\left(y_{SUM\_N}-y_{....}\right)^{2}}{(P-2)(P-1)}\right]+\left[\frac{\left(2y_{SUM\_N}y_{....}-3y_{....}^{2}\right)}{P(P-1)}\right]\right\}$$
$$=\frac{\left(\sum_{All\,j}^{P} y_{.j..}^{2}\right)}{P}$$
$$+\frac{1}{(P-1)}\left[\frac{\left(y_{SUM}-y_{....}\right)^{2}}{(P-3)}+\frac{\left(y_{SUM\_N}-y_{....}\right)^{2}}{(P-2)}+\frac{\left(2y_{SUM}y_{....}-4y_{....}^{2}\right)-\left(2y_{SUM\_N}y_{....}-3y_{....}^{2}\right)}{P}\right]$$
$$=\frac{\sum_{All\,j}^{P} y_{.j..}^{2}}{P}+\frac{1}{(P-1)}\left[\frac{\left(y_{SUM}-y_{....}\right)^{2}}{(P-3)}+\frac{\left(y_{SUM\_N}-y_{....}\right)^{2}}{(P-2)}+\frac{2y_{.n..}y_{....}-y_{....}^{2}}{P}\right]$$

ดังนั้น

$$SS_{Tr}=\frac{\sum_{All\,j}^{P} y_{.j..}^{2}}{P}+\frac{1}{(P-1)}\left[\frac{\left(y_{SUM}-y_{....}\right)^{2}}{(P-3)}+\frac{\left(y_{SUM\_N}-y_{....}\right)^{2}}{(P-2)}+\frac{2y_{....}\left(y_{.n..}-y_{....}\right)}{P}\right]$$

ดังนั้นการพิสูจน์บริบทที่ 3.15 จะเสร็จสิ้น

ภาคผนวก ณ
วิธีการพิสูจน์บริบทที่ 3.17

จากสูตรการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของผลรวมทั้งหมดของแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน แสดงได้ดังสมการที่ (ผณ1)

$$\begin{aligned}
SS_T &= \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P}\left(y_{ijkl}\bar{y}\right)^2 \qquad (ผณ1)\\
&= \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P}\left(y_{ijkl}^2 - 2y_{ijkl}\bar{y} + \bar{y}^2\right)\\
&= \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P} y_{ijkl}^2 - 2\bar{y}\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P} y_{ijkl} + \left(P^2-1\right)\bar{y}^2\\
&= \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P} y_{ijkl}^2 - 2\left(P^2-1\right)\bar{y}^2 + \left(P^2-1\right)\bar{y}^2\\
&= \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P} y_{ijkl}^2 - \left(P^2-1\right)\bar{y}^2\\
&= \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P} y_{ijkl}^2 - \left(P^2-1\right)\frac{y_{....}^2}{\left(P^2-1\right)^2}
\end{aligned}$$

ดังนั้นสูตรการหาผลบวกกำลังสองของผลรวมคือ

$$SS_T = \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P} y_{ijkl}^2 - \frac{y_{....}^2}{\left(P^2-1\right)}$$

จากสูตรการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนของแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน แสดงได้ดังสมการที่ (ผณ2)

$$SS_E = \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P} y_{ijkl}^2 - R\left(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi\right) \qquad (ผณ2)$$

จากสมการที่ (3.112)

$$R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)=\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^{2}+\sum_{All\,j}^{P} y_{.j..}^{2}+\sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^{2}+\sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^{2}\right)}{P}+\frac{(1-P)\left(3y_{....}^{2}-y_{SUM}^{2}\right)+\left(y_{SUM}-3y_{....}\right)^{2}}{P(P-3)(P-1)}$$

ดังนั้น

$$SS_E=\sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P} y_{ijkl}^{2}-\frac{\left(\sum_{All\,i}^{P} y_{i...}^{2}+\sum_{All\,j}^{P} y_{.j..}^{2}+\sum_{All\,k}^{P} y_{..k.}^{2}+\sum_{All\,l}^{P} y_{...l}^{2}\right)}{P}$$
$$-\frac{(1-P)\left(3y_{....}^{2}-y_{SUM}^{2}\right)+\left(y_{SUM}-3y_{....}\right)^{2}}{P(P-3)(P-1)}$$

ดังนั้นการพิสูจน์บริบทที่ 3.17 จะเสร็จสิ้น

ภาคผนวก ญ
วิธีการพิสูจน์บริบทที่ 4.1

จากสูตรการหาค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินที่ปรับค่าความเอนเอียงแล้ว $SS_{Tr(unbias)}$ เกิดจากการคำนวณดังสมการที่ (ผญ1)

$$SS_{Tr(unbias)} = SS_{Tr(bias)} - Bias \qquad \text{(ผญ1)}$$

ดังนั้นหากต้องการหาค่าความเอนเอียง (Bias) สำหรับใช้ในการปรับค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน ให้ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินเป็นค่าที่ไม่เอนเอียง $SS_{Tr(unbias)}$ กรณีวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด มีสูตรการคำนวณดังสมการที่ (ผญ2)

$$Bias = SS_{Tr(bias)} - SS_{Tr(unbias)\_exact} \qquad \text{(ผญ2)}$$

โดยที่

$SS_{Tr(bias)}$ คือ ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน กรณีวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด มีสูตรการคำนวณดังสมการที่ (ผญ3)

$SS_{Tr(unbias)\_exact}$ คือ ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน กรณีวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรง

$$SS_{Tr(bias)} = \frac{\sum_{j=1}^{P} y_{.j..}^2}{P} - \frac{y_{....}^2}{P^2} \qquad \text{(ผญ3)}$$

เมื่อแทนค่าข้อมูลสูญหายที่คำนวณได้ด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด (สมมติค่าที่ประมาณได้มีค่าเป็น Z) แล้วจัดรูปแบบสมการ สามารถหาสมการ $SS_{Tr(bias)}$ ได้ดังนี้

$$SS_{Tr(bias)} = \frac{2Zy_{.n..} + Z^2}{P} - \frac{\left(y_{....} + Z\right)^2}{P^2}$$

หมายเหตุ $Z = \dfrac{Py_{SUM} - 3y_{....}}{(P-3)(P-1)}$

$$y_{SUM} = y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}$$

$SS_{Tr(unbias)\_exact}$ คือ ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน กรณีวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรง มีสูตรการคำนวณดังสมการที่ (ผญ4)

$$SS_{Tr(unbias)\_exact} = \frac{1}{(P-1)}\left[\frac{(y_{SUM}-y_{....})^2}{(P-3)} - \frac{(y_{SUM\_N}-y_{....})^2}{(P-2)} + \frac{y_{....}(2y_{.n..}-y_{....})}{P}\right] \quad \text{(ผญ4)}$$

แทนค่าสมการที่ (ผญ3) และ (ผญ4) ในสมการที่ (ผญ2)

$$Bias = SS_{Tr(bias)} - SS_{Tr(unbias)\_exact}$$
$$= \left\{\frac{2Zy_{.n..}+Z^2}{P} - \frac{(y_{....}+Z)^2}{P^2}\right\} - \left\{\frac{(y_{SUM}-y_{....})^2}{(P-3)(P-1)} - \frac{(y_{SUM\_N}-y_{....})^2}{(P-2)(P-1)} + \frac{y_{....}(2y_{.n..}-y_{....})}{(P-1)P}\right\}$$
$$= \left\{\frac{2Zy_{.n..}+Z^2}{P} - \frac{(y_{....}+Z)^2}{P^2}\right\} - \left\{\frac{(y_{SUM}-y_{....})^2}{(P-3)(P-1)} - \frac{(y_{SUM\_N}-y_{....})^2}{(P-2)(P-1)} + \frac{y_{....}(2y_{.n..}-y_{....})}{(P-1)P}\right\}$$

แทนค่า $Z = \frac{Py_{SUM}-3y_{....}}{(P-3)(P-1)}$ ในสมการที่ (ผญ2) แล้วจัดรูปสมการได้ดังนี้

$$Bias = \frac{\left\{2\left(\frac{Py_{SUM}-3y_{....}}{(P-3)(P-1)}\right)y_{.n..} + \left(\frac{Py_{SUM}-3y_{....}}{(P-3)(P-1)}\right)^2\right\}}{P} - \frac{\left(y_{....}+\frac{Py_{SUM}-3y_{....}}{(P-3)(P-1)}\right)^2}{P^2}$$
$$-\frac{(y_{SUM}-y_{....})^2}{(P-3)(P-1)} - \frac{(y_{SUM\_N}-y_{....})^2}{(P-2)(P-1)} + \frac{y_{....}(2y_{.n..}-y_{....})}{(P-1)P}$$
$$= \frac{\left\{2\left(\frac{Py_{SUM}-3y_{....}}{(P-3)(P-1)}\right)y_{.n..} + \left(\frac{Py_{SUM}-3y_{....}}{(P-3)(P-1)}\right)^2\right\}}{P} + \frac{\left(y_{....}+\frac{Py_{SUM}-3y_{....}}{(P-3)(P-1)}\right)^2}{P^2}$$
$$-\left\{\left(\frac{(y_{SUM}-y_{....})^2}{(P-3)(P-1)}\right) + \left(\frac{(y_{SUM\_N}-y_{....})^2}{(P-2)(P-1)}\right) - \left(\frac{y_{....}(2y_{.n..}-y_{....})}{(P-1)P}\right)\right\}$$

$$
= \frac{\left\{\begin{array}{c} 2P^4 y_{r...} y_{.n..} + 2P^4 y_{.n..}^2 + 2P^4 y_{.n..} y_{..m.} + 2P^4 y_{.n..} y_{...c} - 6P^3 y_{.n..} y_{....} - 6P^3 y_{r...} y_{n..} - 8P^3 y_{.n..}^2 \\ -6P^3 y_{.n..} y_{..m.} - 6P^3 y_{.n..} y_{...c} + 18P^2 y_{.n..} y_{....} + 6P^2 y_{r...} y_{.n..} + 6P^2 y_{.n..}^2 + 6P^2 y_{.n..} y_{..m.} \\ +6P^2 y_{.n..} y_{...c} - 18P y_{.n..} y_{....} + P^3 y_{r...}^2 + 2P^3 y_{r...} y_{..m.} + 2P^3 y_{r...} y_{...c} - 6P^2 y_{r...} y_{....} + P^3 y_{.n..}^2 \\ P^3 y_{..m.}^2 + 2P^3 y_{..m.} y_{...c} - 6P^2 y_{..m.} y_{....} + P^3 y_{...c}^2 - 6P^2 y_{...c} y_{....} + 9P y_{....}^2 \end{array}\right\}}{\left(P(P-3)(P-1)\right)^2}
$$

$$
+ \frac{\left\{\begin{array}{c} -P^4 y_{....}^2 + 8P^3 y_{....}^2 - 2P^3 y_{r...} y_{....} - 2P^3 y_{.n..} y_{....} - 2P^3 y_{..m.} y_{....} - 2P^3 y_{...c} y_{...} - 16P^2 y_{....}^2 \\ +8P^2 y_{r...} y_{....} + 8P^2 y_{.n..} y_{....} + 8P^2 y_{..m.} y_{....} + 8P^2 y_{...c} y_{....} - P^2 y_{r...}^2 - 2P^2 y_{r...} y_{.n..} \\ -2P^2 y_{r...} y_{..m.} - 2P^2 y_{r...} y_{...c} - P^2 y_{.n..}^2 - 2P^2 y_{.n..} y_{..m.} - 2P^2 y_{.n..} y_{...c} - P^2 y_{..m.}^2 \\ -2P^2 y_{..m.} y_{...c} - P^2 y_{...c}^2 \end{array}\right\}}{\left(P(P-3)(P-1)\right)^2}
$$

$$
-\left\{\frac{\left(y_{SUM} - y_{....}\right)^2}{(P-3)(P-1)}\right\} + \left\{\frac{\left(y_{SUM\_N} - y_{....}\right)^2}{(P-2)(P-1)}\right\} - \left\{\frac{y_{....}\left(2y_{.n..} - y_{....}\right)}{(P-1)P}\right\}
$$

$$
= \frac{\left\{\begin{array}{l} 2P^4 y_{r...} y_{.n..} + 2P^4 y_{.n..}^2 + 2P^4 y_{.n..} y_{..m.} + 2P^4 y_{.n..} y_{...c} - 8P^3 y_{.n..} y_{....} - 6P^3 y_{r...} y_{n..} - 8P^3 y_{.n..}^2 \\ \quad -6P^3 y_{.n..} y_{..m.} - 6P^3 y_{.n..} y_{...c} + 26P^2 y_{.n..} y_{....} + 4P^2 y_{r...} y_{.n..} + 5P^2 y_{.n..}^2 + 4P^2 y_{.n..} y_{..m.} \\ \quad +4P^2 y_{.n..} y_{...c} - 18P y_{.n..} y_{....} + P^3 y_{r...}^2 + 2P^3 y_{r...} y_{..m.} + 2P^3 y_{r...} y_{...c} + 2P^2 y_{r...} y_{....} + P^3 y_{.n..}^2 \\ P^3 y_{..m.}^2 + 2P^3 y_{..m.} y_{...c} + 2P^2 y_{..m.} y_{....} + P^3 y_{...c}^2 + 2P^2 y_{...c} y_{....} + 9P y_{....}^2 - P^4 y_{....}^2 + 8P^3 y_{....}^2 \\ -2P^3 y_{r...} y_{....} - 2P^3 y_{.n..} y_{....} - 2P^3 y_{..m.} y_{....} - 16P^2 y_{....}^2 - P^2 y_{r...}^2 - 2P^2 y_{r...} y_{..m.} - 2P^2 y_{r...} y_{...c} \\ -P^2 y_{..m.}^2 - 2P^2 y_{..m.} y_{...c} - P^2 y_{...c}^2 \end{array}\right\}}{\left(P(P-3)(P-1)\right)^2}
$$

$$
-\left\{\frac{\left(y_{SUM} - y_{....}\right)^2}{(P-3)(P-1)}\right\} + \left\{\frac{\left(y_{SUM\_N} - y_{....}\right)^2}{(P-2)(P-1)}\right\} - \left\{\frac{y_{....}\left(2y_{.n..} - y_{....}\right)}{(P-1)P}\right\}
$$

$$
Bias = \frac{\left\{\begin{array}{c} P^3\left(y_{r...}^2 + y_{..m.}^2 + y_{...c}^2 + y_{....}^2\right) + 2P^3\left(y_{r...} y_{..m.} + y_{..m.} y_{...c} + y_{r...} y_{...c}\right) \\ -2P^3 y_{....}\left(y_{r...} + y_{..m.} + y_{...c}\right) \end{array}\right\}}{\left((P-3)(P-1)P\right)^2 (P-2)}
$$

$$
+ \frac{\left\{\begin{array}{c} -P^2\left(y_{r...}^2 + y_{..m.}^2 + y_{...c}^2 + y_{....}^2\right) - 2P^2\left(y_{r...} y_{..m.} + y_{..m.} y_{...c} + y_{r...} y_{...c}\right) \\ +2P^2 y_{....}\left(y_{r...} + y_{..m.} + y_{...c}\right) \end{array}\right\}}{\left((P-3)(P-1)P\right)^2 (P-2)}
$$

$$+\left\{\frac{\left(2P^4 y_{.n..}-6P^3 y_{.n..}+4P^2 y_{.n..}\right)\left(y_{r...}+y_{..m.}+y_{...c}\right)-2P^2 y_{.n..}y_{....}\left(P^2-3P-2\right)}{\left(\left(P-3\right)\left(P-1\right)P\right)^2\left(P-2\right)}\right\}$$

$$+\frac{\left\{\begin{array}{c}P^4 y_{.n..}\left(-y_{....}+y_{r...}+y_{..m.}+y_{...c}\right)+5P^2 y_{.n..}\left(y_{....}-y_{r...}-y_{..m.}-y_{...c}\right)\\ +P^2 y_{.n..}^2\left(P^3-5P^2+8P-4\right)\end{array}\right\}}{\left(\left(P-3\right)\left(P-1\right)P\right)^2\left(P-2\right)}$$

$$Bias=\left\{\frac{P^3\left(y_{....}+y_{r...}+y_{..m.}+y_{...c}\right)^2}{\left(\left(P-3\right)\left(P-1\right)P\right)^2\left(P-2\right)}\right\}+\left\{\frac{-P^2\left(y_{....}+y_{r...}+y_{..m.}+y_{...c}\right)^2}{\left(\left(P-3\right)\left(P-1\right)P\right)^2\left(P-2\right)}\right\}$$

$$+\left\{\frac{P^2 y_{.n..}\left(P-3\right)^2\left(y_{r...}+y_{..m.}+y_{...c}-y_{....}\right)}{\left(\left(P-3\right)\left(P-1\right)P\right)^2\left(P-2\right)}\right\}$$

$$+\left\{\frac{\left(P^2 y_{....}\left(P^2-5\right)\left(y_{r...}+y_{..m.}+y_{...c}-y_{....}\right)\right)\left(P-2\right)^2\left(P-1\right)P^2 y_{.n..}^2}{\left(\left(P-3\right)\left(P-1\right)P\right)^2\left(P-2\right)}\right\}$$

ดังนั้น

$$Bias=\frac{(2P-4)(P-1)\left(y_{.n..}\left(y_{SUM\_N}-y_{....}\right)\right)+(P-1)\left(y_{....}-y_{SUM\_N}\right)^2}{\left(\left(P-1\right)\left(P-3\right)\right)^2\left(P-2\right)}+\frac{y_{.n..}^2\left(P-2\right)}{\left(P-1\right)\left(P-3\right)^2}$$

หมายเหตุ $y_{SUM\_N}=y_{r...}+y_{..m.}+y_{...c}$

ดังนั้นการพิสูจน์บริบทที่ 4.1 จะเสร็จสิ้น

ภาคผนวก ฎ

ตรวจสอบค่า SS_{Tr} และ SS_E (กรณีศึกษาที่ 1)

จากกรณีศึกษาที่ 1 ในบทที่ 4 ผู้วิจัยทำการสมมติค่าประมาณข้อมูลสูญหายขึ้นมาจำนวน 200 ค่า เพื่อดูค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน (SS_{Tr}) และผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) ดังตารางที่ ผฎ1

ตารางที่ ผฎ1 การคำนวณหาผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ (SS_{Tr}) และ ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 1)

ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_{Tr}	SS_E	ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_{Tr}	SS_E
1	8.05	89.932	24.557	31	9.55	82.694	21.069
2	8.10	89.677	24.427	32	9.60	82.468	20.968
3	8.15	89.423	24.298	33	9.65	82.242	20.867
4	8.20	89.170	24.170	34	9.70	82.017	20.767
5	8.25	88.918	24.043	35	9.75	81.793	20.668
6	8.30	88.667	23.917	36	9.80	81.570	20.570
7	8.35	88.417	23.792	37	9.85	81.348	20.473
8	8.40	88.168	23.667	38	9.90	81.127	20.377
9	8.45	87.919	23.544	39	9.95	80.907	20.282
10	8.50	87.672	23.422	40	10.00	80.687	20.188
11	8.55	87.425	23.300	41	10.05	80.469	20.094
12	8.60	87.180	23.180	42	10.10	80.252	20.002
13	8.65	86.935	23.060	43	10.15	80.035	19.910
14	8.70	86.692	22.942	44	10.20	79.820	19.820
15	8.75	86.449	22.824	45	10.25	79.605	19.730
16	8.80	86.208	22.708	46	10.30	79.392	19.642
17	8.85	85.967	22.592	47	10.35	79.179	19.554
18	8.90	85.727	22.477	48	10.40	78.968	19.467
19	8.95	85.488	22.363	49	10.45	78.757	19.382
20	9.00	85.250	22.250	50	10.50	78.547	19.297
21	9.05	85.013	22.138	51	10.55	78.338	19.213
22	9.10	84.777	22.027	52	10.60	78.130	19.130
23	9.15	84.542	21.917	53	10.65	77.923	19.048
24	9.20	84.308	21.807	54	10.70	77.717	18.967
25	9.25	84.074	21.699	55	10.75	77.512	18.887
26	9.30	83.842	21.592	56	10.80	77.307	18.807
27	9.35	83.610	21.485	57	10.85	77.104	18.729
28	9.40	83.380	21.380	58	10.90	76.902	18.652
29	9.45	83.150	21.275	59	10.95	76.700	18.575
30	9.50	82.922	21.172	60	11.00	76.500	18.500

ตารางที่ ผฎ1(ต่อ) การคำนวณหาผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ (SS_{Tr}) และ ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 1)

ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_{Tr}	SS_E
61	11.05	76.300	18.425
62	11.10	76.102	18.352
63	11.15	75.904	18.279
64	11.20	75.707	18.207
65	11.25	75.512	18.137
66	11.30	75.317	18.067
67	11.35	75.123	17.998
68	11.40	74.930	17.930
69	11.45	74.738	17.863
70	11.50	74.547	17.797
71	11.55	74.357	17.732
72	11.60	74.167	17.668
73	11.65	73.979	17.604
74	11.70	73.792	17.542
75	11.75	73.605	17.480
76	11.80	73.420	17.420
77	11.85	73.235	17.360
78	11.90	73.052	17.302
79	11.95	72.869	17.244
80	12.00	72.687	17.187
81	12.05	72.507	17.132
82	12.10	72.327	17.077
83	12.15	72.148	17.023
84	12.20	71.970	16.970
85	12.25	71.793	16.918
86	12.30	71.617	16.867
87	12.35	71.442	16.817
88	12.40	71.267	16.768
89	12.45	71.094	16.719
90	12.50	70.922	16.672

ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_{Tr}	SS_E
91	12.55	70.750	16.625
92	12.60	70.580	16.580
93	12.65	70.410	16.535
94	12.70	70.242	16.492
95	12.75	70.074	16.449
96	12.80	69.907	16.407
97	12.85	69.742	16.367
98	12.90	69.577	16.327
99	12.95	69.413	16.288
100	13.00	69.250	16.250
101	13.05	69.088	16.213
102	13.10	68.927	16.177
103	13.15	68.767	16.142
104	13.20	68.607	16.107
105	13.25	68.449	16.074
106	13.30	68.292	16.042
107	13.35	68.135	16.010
108	13.40	67.980	15.980
109	13.45	67.825	15.950
110	13.50	67.672	15.922
111	13.55	67.519	15.894
112	13.60	67.367	15.868
113	13.65	67.217	15.842
114	13.70	67.067	15.817
115	13.75	66.918	15.793
116	13.80	66.770	15.770
117	13.85	66.623	15.748
118	13.90	66.477	15.727
119	13.95	66.332	15.707
120	14.00	66.187	15.688

ตารางที่ ผฎ1(ต่อ) การคำนวณหาผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ (SS_{Tr}) และ ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 1)

ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_{Tr}	SS_E
121	14.05	66.044	15.669
122	14.10	65.902	15.652
123	14.15	65.760	15.635
124	14.20	65.620	15.620
125	14.25	65.480	15.605
126	14.30	65.342	15.592
127	14.35	65.204	15.579
128	14.40	65.067	15.568
129	14.45	64.932	15.557
130	14.50	64.797	15.547
131	14.55	64.663	15.538
132	14.60	64.530	15.530
133	14.65	64.398	15.523
134	14.70	64.267	15.517
135	14.75	64.137	15.512
136	14.80	64.007	15.507
137	14.85	63.879	15.504
138	14.90	63.752	15.502
139	14.95	63.625	15.500
140	15.00	63.500	15.500
141	15.05	63.375	15.500
142	15.10	63.252	15.502
143	15.15	63.129	15.504
144	15.20	63.007	15.507
145	15.25	62.887	15.512
146	15.30	62.767	15.517
147	15.35	62.648	15.523
148	15.40	62.530	15.530
149	15.45	62.413	15.538
150	15.50	62.297	15.547

ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_{Tr}	SS_E
151	15.55	62.182	15.557
152	15.60	62.067	15.567
153	15.65	61.954	15.579
154	15.70	61.842	15.592
155	15.75	61.730	15.605
156	15.80	61.620	15.620
157	15.85	61.510	15.635
158	15.90	61.402	15.652
159	15.95	61.294	15.669
160	16.00	61.187	15.688
161	16.05	61.082	15.707
162	16.10	60.977	15.727
163	16.15	60.873	15.748
164	16.20	60.770	15.770
165	16.25	60.668	15.793
166	16.30	60.567	15.817
167	16.35	60.467	15.842
168	16.40	60.367	15.867
169	16.45	60.269	15.894
170	16.50	60.172	15.922
171	16.55	60.075	15.950
172	16.60	59.980	15.980
173	16.65	59.885	16.010
174	16.70	59.792	16.042
175	16.75	59.699	16.074
176	16.80	59.607	16.108
177	16.85	59.517	16.142
178	16.90	59.427	16.177
179	16.95	59.338	16.213
180	17.00	59.250	16.250

ตารางที่ ผฎ1(ต่อ) การคำนวณหาผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ (SS_{Tr}) และ ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 1)

ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_{Tr}	SS_E
181	17.05	59.163	16.288
182	17.10	59.077	16.327
183	17.15	58.992	16.367
184	17.20	58.907	16.408
185	17.25	58.824	16.449
186	17.30	58.742	16.492
187	17.35	58.660	16.535
188	17.40	58.580	16.580
189	17.45	58.500	16.625
190	17.50	58.422	16.672

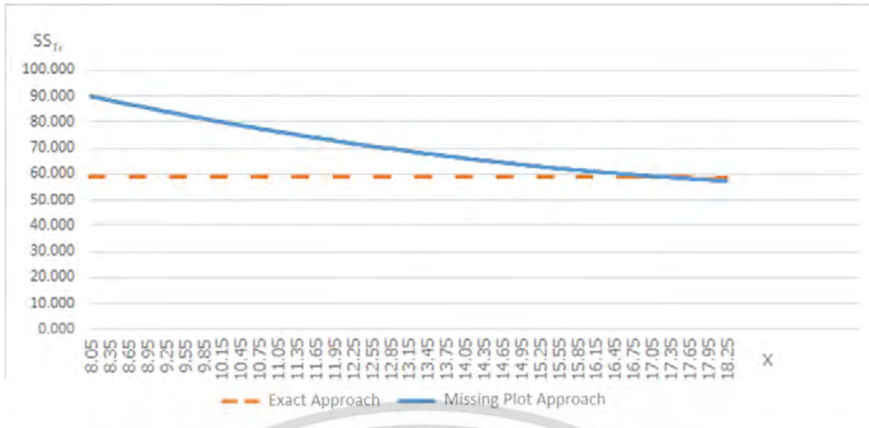
ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_{Tr}	SS_E
191	17.55	58.344	16.719
192	17.60	58.267	16.767
193	17.65	58.192	16.817
194	17.70	58.117	16.867
195	17.75	58.043	16.918
196	17.80	57.970	16.970
197	17.85	57.898	17.023
198	17.90	57.827	17.077
199	17.95	57.757	17.132
200	18.00	57.687	17.188

ค่าประมาณอยู่ระหว่าง 16.95 ถึง 17.00 ทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน มีค่าใกล้เคียงกับค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินที่คำนวณด้วยวิธีตรง แต่ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่ได้จะไม่ใกล้เคียงกับค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่คำนวณด้วยวิธีตรง

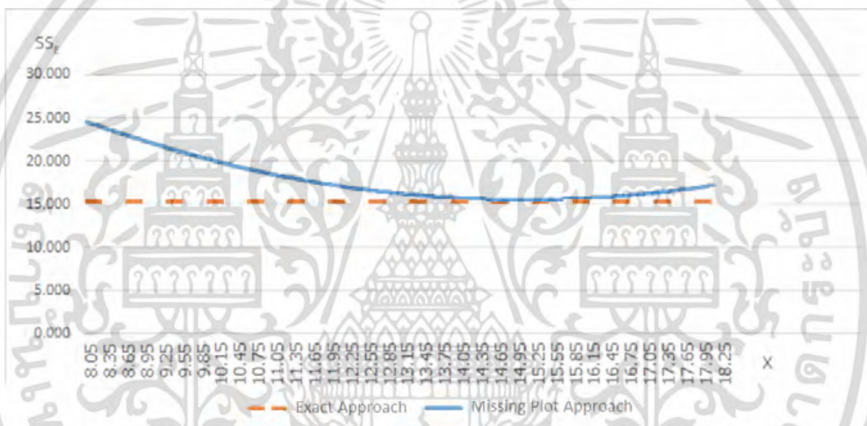
ถ้าค่าประมาณอยู่ระหว่าง 14.95 ถึง 15.05 ทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่คำนวณด้วยวิธีตรง แต่ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน ที่ได้จะไม่เท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินที่คำนวณด้วยวิธีตรง

ดังนั้นวิธีการประมาณค่าข้อมูลที่สูญหาย จะไม่มีหนทางที่จะทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่คำนวณด้วยวิธีตรง

เพื่อให้เห็นภาพแนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน (SS_{Tr}) และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหายเป็นค่าต่างๆได้ชัดเจนยิ่งขึ้น จะแสดงได้ดังรูปที่ ผฎ1 และรูปที่ ผฎ2 ตามลำดับ ดังนี้



รูปที่ ผฎ1 แนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ ($SS_{Tr.}$) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 1)



รูปที่ ผฎ2 แนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 1)

จากรูปที่ ผฎ2 เห็นได้ว่าเมื่อค่าประมาณมีค่าเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน ($SS_{Tr.}$) มีค่าน้อยลง

จากรูปที่ ผฎ2 เห็นได้ว่าเมื่อค่าประมาณมีค่าเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) มีค่าน้อยลง โดยค่าประมาณเท่ากับ 15.05 เป็นจุดที่มีค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) มีค่าน้อยที่สุด หลังจากนั้นค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) มีค่อยๆ เพิ่มขึ้น

ภาคผนวก ฏ

ตรวจสอบค่า SS_{Tr} และ SS_E (กรณีศึกษาที่ 2)

จากกรณีศึกษาที่ 2 ในบทที่ 4 ผู้วิจัยทำการสมมติค่าประมาณข้อมูลสูญหายขึ้นมาจำนวน 101 ค่า เพื่อดูค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน (SS_{Tr}) และผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) ดังตารางที่ ผฏ1

ตารางที่ ผฏ1 การคำนวณหาผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ ($SS_{Tr.}$) และ ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 2)

ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_{Tr}	SS_E
1	10.0000	178.960	77.520
2	10.1500	180.116	76.471
3	10.3000	181.278	75.437
4	10.4500	182.448	74.417
5	10.6000	183.626	73.411
6	10.7500	184.810	72.420
7	10.9000	186.002	71.443
8	11.0500	187.200	70.481
9	11.2000	188.406	69.533
10	11.3500	189.620	68.599
11	11.5000	190.840	67.680
12	11.6500	192.068	66.775
13	11.8000	193.302	65.885
14	11.9500	194.544	65.009
15	12.1000	195.794	64.147
16	12.2500	197.050	63.300
17	12.4000	198.314	62.467
18	12.5500	199.584	61.649
19	12.7000	200.862	60.845
20	12.8500	202.148	60.055
21	13.0000	203.440	59.280
22	13.1500	204.740	58.519
23	13.3000	206.046	57.773
24	13.4500	207.360	57.041
25	13.6000	208.682	56.323
26	13.7500	210.010	55.620
27	13.9000	211.346	54.931
28	14.0500	212.688	54.257
29	14.2000	214.038	53.597
30	14.3500	215.396	52.951
31	14.5000	216.760	52.320
32	14.6500	218.132	51.703
33	14.8000	219.510	51.101
34	14.9500	220.896	50.513
35	15.1000	222.290	49.939
36	15.2500	223.690	49.380
37	15.4000	225.098	48.835
38	15.5500	226.512	48.305
39	15.7000	227.934	47.789
40	15.8500	229.364	47.287
41	16.0000	230.800	46.800
42	16.1500	232.244	46.327
43	16.3000	233.694	45.869
44	16.4500	235.152	45.425
45	16.6000	236.618	44.995
46	16.7500	238.090	44.580
47	16.9000	239.570	44.179
48	17.0500	241.056	43.793
49	17.2000	242.550	43.421
50	17.3500	244.052	43.063
51	17.5000	245.560	42.720
52	17.6500	247.076	42.391
53	17.8000	248.598	42.077
54	17.9500	250.128	41.777
55	18.1000	251.666	41.491
56	18.2500	253.210	41.220
57	18.4000	254.762	40.963
58	18.5500	256.320	40.721
59	18.7000	257.886	40.493
60	18.8500	259.460	40.279

ตารางที่ ผฏ1(ต่อ) การคำนวณหาผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ (SS_{Tr}) และ ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 2)

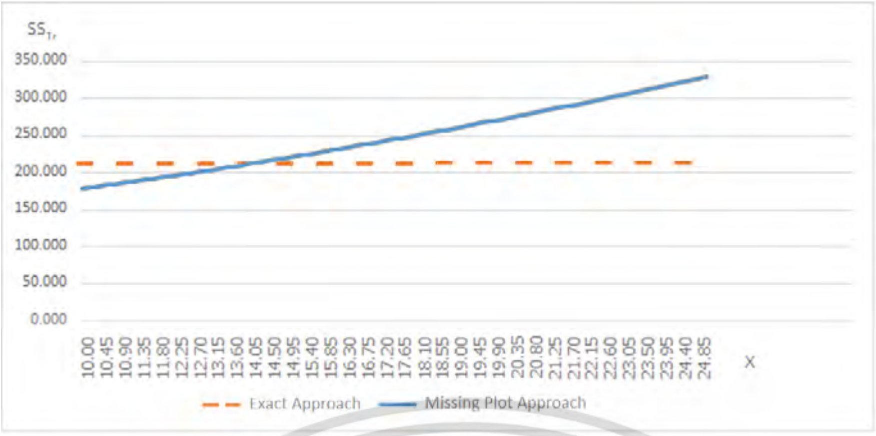
ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_{Tr}	SS_E
61	19.0000	261.040	40.080
62	19.1500	262.628	39.895
63	19.3000	264.222	39.725
64	19.4500	265.824	39.569
65	19.6000	267.434	39.427
66	19.7500	269.050	39.300
67	19.9000	270.674	39.187
68	20.0500	272.304	39.089
69	20.2000	273.942	39.005
70	20.3500	275.588	38.935
71	20.5000	277.240	38.880
72	20.6500	278.900	38.839
73	20.8000	280.566	38.813
74	20.9500	282.240	38.801
75	21.1000	283.922	38.803
76	21.2500	285.610	38.820
77	21.4000	287.306	38.851
78	21.5500	289.008	38.897
79	21.7000	290.718	38.957
80	21.8500	292.436	39.031
81	22.0000	294.160	39.120
82	22.1500	295.892	39.223
83	22.3000	297.630	39.341
84	22.4500	299.376	39.473
85	22.6000	301.130	39.619
86	22.7500	302.890	39.780
87	22.9000	304.658	39.955
88	23.0500	306.432	40.145
89	23.2000	308.214	40.349
90	23.3500	310.004	40.567
91	23.5000	311.800	40.800
92	23.6500	313.604	41.047
93	23.8000	315.414	41.309
94	23.9500	317.232	41.585
95	24.1000	319.058	41.875
96	24.2500	320.890	42.180
97	24.4000	322.730	42.499
98	24.5500	324.576	42.833
99	24.7000	326.430	43.181
100	24.8500	328.292	43.543
101	25.0000	330.160	43.920

ค่าประมาณอยู่ระหว่าง 14.50 ถึง 14.60 ทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน มีค่าใกล้เคียงกับค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินที่คำนวณด้วยวิธีตรง แต่ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่ได้จะไม่ใกล้เคียงกับค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่คำนวณด้วยวิธีตรง

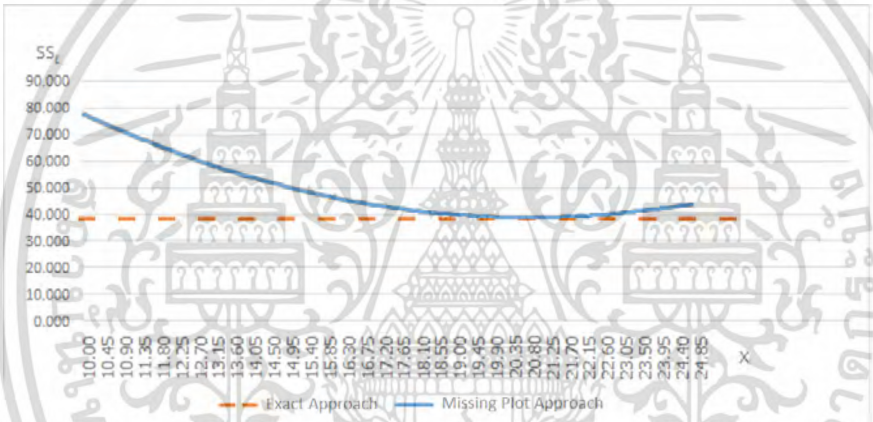
ถ้าค่าประมาณอยู่ระหว่าง 20.95 ถึง 21.10 ทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่คำนวณด้วยวิธีตรง แต่ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน ที่ได้จะไม่เท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินที่คำนวณด้วยวิธีตรง

ดังนั้นวิธีการประมาณค่าข้อมูลที่สูญหาย จะไม่มีหนทางที่จะทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน เท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่คำนวณด้วยวิธีตรง

เพื่อให้เห็นภาพแนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน (SS_{Tr}) และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหายเป็นค่าต่างๆได้ชัดเจนยิ่งขึ้น จะแสดงได้ดังรูปที่ ผฏ1 และรูปที่ ผฏ2 ตามลำดับดังนี้



รูปที่ ผฎ1 แนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ (SS_{Tr}) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 2)



รูปที่ ผฎ2 แนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 2)

จากรูปที่ ผฎ1 เห็นได้ว่าเมื่อค่าประมาณมีค่าเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน (SS_{Tr}) มีค่าเพิ่มขึ้น

จากรูปที่ ผฎ2 เห็นได้ว่าเมื่อค่าประมาณมีค่าเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) มีค่าน้อยลง โดยค่าประมาณเท่ากับ 21 เป็นจุดที่มีค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) มีค่าน้อยที่สุด หลังจากนั้นค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) มีค่อยๆ เพิ่มขึ้น

ภาคผนวก ฐ

ตรวจสอบค่า SS_{Tr} และ SS_E (กรณีศึกษาที่ 3)

จากกรณีศึกษาที่ 3 ในบทที่ 4 ผู้วิจัยทำการสมมติค่าประมาณข้อมูลสูญหายขึ้นมาจำนวน 108 ค่า เพื่อดูค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน (SS_{Tr}) และผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) ดังตารางที่ ผฐ1

ตารางที่ ผฐ1 การคำนวณหาผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ (SS_{Tr}) และ ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 3)

ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_{Tr}	SS_E	ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_{Tr}	SS_E
1	304.00	26504.204	27732.245	31	379.00	29201.143	17970.000
2	306.50	26571.908	27318.061	32	381.50	29314.765	17739.490
3	309.00	26641.143	26910.000	33	384.00	29429.918	17515.102
4	311.50	26711.908	26508.061	34	386.50	29546.602	17296.837
5	314.00	26784.204	26112.245	35	389.00	29664.816	17084.694
6	316.50	26858.031	25722.551	36	391.50	29784.561	16878.673
7	319.00	26933.388	25338.980	37	394.00	29905.837	16678.776
8	321.50	27010.276	24961.531	38	396.50	30028.643	16485.000
9	324.00	27088.694	24590.204	39	399.00	30152.980	16297.347
10	326.50	27168.643	24225.000	40	401.50	30278.847	16115.816
11	329.00	27250.122	23865.918	41	404.00	30406.245	15940.408
12	331.50	27333.133	23512.959	42	406.50	30535.173	15771.122
13	334.00	27417.673	23166.122	43	409.00	30665.633	15607.959
14	336.50	27503.745	22825.408	44	411.50	30797.622	15450.918
15	339.00	27591.347	22490.816	45	414.00	30931.143	15300.000
16	341.50	27680.480	22162.347	46	416.50	31066.194	15155.204
17	344.00	27771.143	21840.000	47	419.00	31202.776	15016.531
18	346.50	27863.337	21523.776	48	421.50	31340.888	14883.980
19	349.00	27957.061	21213.673	49	424.00	31480.531	14757.551
20	351.50	28052.316	20909.694	50	426.50	31621.704	14637.245
21	354.00	28149.102	20611.837	51	429.00	31764.408	14523.061
22	356.50	28247.418	20320.102	52	431.50	31908.643	14415.000
23	359.00	28347.265	20034.490	53	434.00	32054.408	14313.061
24	361.50	28448.643	19755.000	54	436.50	32201.704	14217.245
25	364.00	28551.551	19481.633	55	439.00	32350.531	14127.551
26	366.50	28655.990	19214.388	56	441.50	32500.888	14043.980
27	369.00	28761.959	18953.265	57	444.00	32652.776	13966.531
28	371.50	28869.459	18698.265	58	446.50	32806.194	13895.204
29	374.00	28978.490	18449.388	59	449.00	32961.143	13830.000
30	376.50	29089.051	18206.633	60	451.50	33117.622	13770.918

ตารางที่ ผฐ1(ต่อ) การคำนวณหาผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ (SS_{Tr}) และ ผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 3)

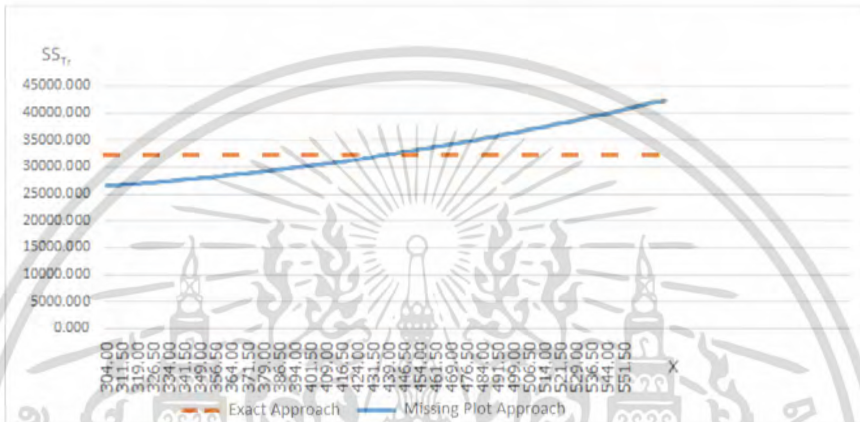
ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_{Tr}	SS_E	ลำดับ	ค่าประมาณ	SS_{Tr}	SS_E
61	454.00	33275.633	13717.959	85	514.00	37527.061	14283.673
62	456.50	33435.173	13671.122	86	516.50	37723.337	14383.776
63	459.00	33596.245	13630.408	87	519.00	37921.143	14490.000
64	461.50	33758.847	13595.816	88	521.50	38120.480	14602.347
65	464.00	33922.980	13567.347	89	524.00	38321.347	14720.816
66	466.50	34088.643	13545.000	90	526.50	38523.745	14845.408
67	469.00	34255.837	13528.776	91	529.00	38727.673	14976.122
68	471.50	34424.561	13518.673	92	531.50	38933.133	15112.959
69	474.00	34594.816	13514.694	93	534.00	39140.122	15255.918
70	476.50	34766.602	13516.837	94	536.50	39348.643	15405.000
71	479.00	34939.918	13525.102	95	539.00	39558.694	15560.204
72	481.50	35114.765	13539.490	96	541.50	39770.276	15721.531
73	484.00	35291.143	13560.000	97	544.00	39983.388	15888.980
74	486.50	35469.051	13586.633	98	546.50	40198.031	16062.551
75	489.00	35648.490	13619.388	99	549.00	40414.204	16242.245
76	491.50	35829.459	13658.265	100	551.50	40631.908	16428.061
77	494.00	36011.959	13703.265	101	554.00	40851.143	16620.000
78	496.50	36195.990	13754.388	102	556.50	41071.908	16818.061
79	499.00	36381.551	13811.633	103	559.00	41294.204	17022.245
80	501.50	36568.643	13875.000	104	561.50	41518.031	17232.551
81	504.00	36757.265	13944.490	105	564.00	41743.388	17448.980
82	506.50	36947.418	14020.102	106	566.50	41970.276	17671.531
83	509.00	37139.102	14101.837	107	569.00	42198.694	17900.204
84	511.50	37332.316	14189.694	108	571.50	42428.643	18135.000

ค่าประมาณอยู่ระหว่าง 444.845 ถึง 444.850 ทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน มีค่าใกล้เคียงกับค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินที่คำนวณด้วยวิธีตรง แต่ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่ได้จะไม่ใกล้เคียงกับค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่คำนวณด้วยวิธีตรง

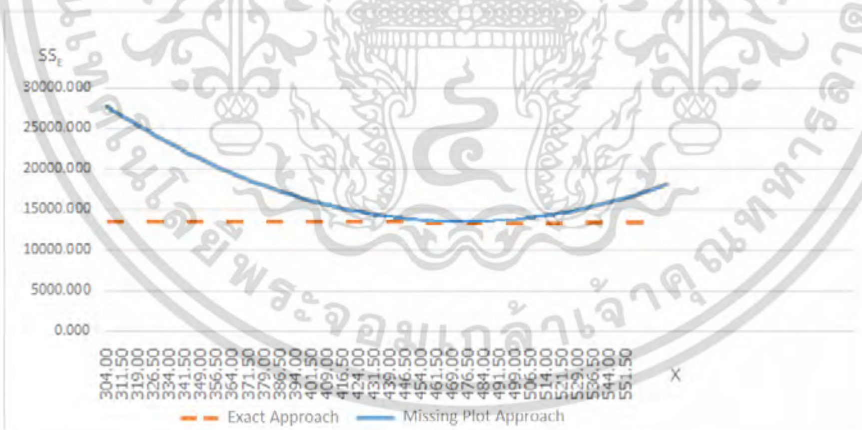
ถ้าค่าประมาณเท่ากับ 474.36 ทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนเท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่คำนวณด้วยวิธีตรง แต่ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน ที่ได้จะไม่เท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน ที่คำนวณด้วยวิธีตรง

ดังนั้นวิธีการประมาณค่าข้อมูลที่สูญหาย จะมีไม่หนทางที่จะทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน เท่ากับค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อนที่คำนวณด้วยวิธีตรง

เพื่อให้เห็นภาพแนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน ($SS_{Tr.}$) และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหายเป็นค่าต่างๆได้ชัดเจนยิ่งขึ้น จะแสดงได้ดังรูปที่ ผฐ1 และรูปที่ ผฐ2 ตามลำดับ ดังนี้



รูปที่ ผฐ1 แนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ (SS_{Tr}) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 3)



รูปที่ ผฐ2 แนวโน้มของค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) เมื่อประมาณค่าข้อมูลสูญหาย (กรณีศึกษาที่ 3)

จากรูปที่ ผฐ1 เห็นได้ว่าเมื่อค่าประมาณมีค่าเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน (SS_{Tr}) มีค่าเพิ่มขึ้น

จากรูปที่ ผฐ2 เห็นได้ว่าเมื่อค่าประมาณมีค่าเพิ่มขึ้น จะทำให้ค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) มีค่าน้อยลง โดยค่าประมาณเท่ากับ 485 เป็นจุดที่มีค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) มีค่าน้อยที่สุด หลังจากนั้นค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (SS_E) มีค่อยๆ เพิ่มขึ้น

ภาคผนวก ฑ
บทความที่ได้รับการตีพิมพ์ในงานประชุมวิชาการด้านการวิจัยดำเนินงานแห่งชาติ ประจำปี 2561

การประชุมวิชาการการวิจัยดำเนินงานแห่งชาติ ประจำปี พ.ศ. 2561
ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
23-24 เมษายน 2561 พัทยา ชลบุรี

การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบสำหรับการวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เมื่อข้อมูลหนึ่งค่าสูญหาย
Estimates of Model Parameters for Greco-Latin Squares Design for a Missing Observation

สิริลักษ์ วงศ์ศรียา[1*] กิตติวัฒน์ สิริเกษมสุข[2]
ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
เลขที่ 1 ซอยฉลองกรุง 1 ถนนฉลองกรุง แขวงลาดกระบัง เขตลาดกระบัง กรุงเทพฯ 10520
E-mail: [1] wongsriyasirilak@gmail.com[*], [2] kittiwat.sirikasemsuk@gmail.com

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ข้อมูลของการวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาด P X P เมื่อเกิดปัญหาข้อมูลสูญหาย ซึ่งปัญหาดังกล่าวนั้นส่งผลต่อการวิเคราะห์ข้อมูล เพราะวิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไปนั้นเหมาะสมเฉพาะใช้กับกรณีการออกแบบแผนการทดลองที่ข้อมูลครบถ้วน แต่สำหรับกรณีการออกแบบแผนการทดลองที่ข้อมูลไม่ครบถ้วน การวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไปนั้นไม่มีสูตรสำเร็จรูปที่ใช้ในการคำนวณ ดังนั้นผู้ทำการทดลองจึงต้องหาวิธีการแก้ไขปัญหาข้อมูลที่สูญหาย ในงานวิจัยนี้เลือกที่จะศึกษาการแก้ปัญหาด้วยวิธีตรง โดยมีหลักการวิเคราะห์ข้อมูลเริ่มต้นจาก การสร้างสมการปกติ (Normal Equation) จากแบบจำลอง (Model) ของการวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เพื่อนำมาเป็นตัวแทนในแต่ละค่าข้อมูล แล้วจึงแก้สมการปกติเพื่อระบุการประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองของแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ (Full Effect Model) และแบบลดรูปอิทธิพล (Reduce Effect Model) จากนั้นจึงคำนวณหาสมการถดถอยผลรวมกำลังสอง ซึ่งนำไปสู่การระบุค่าผลรวมกำลังสองของทรีตเมนต์ และค่าผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ซึ่งท้ายที่สุดจะนำไปใช้ในการวิเคราะห์ความแปรปรวน

คำสำคัญ: การออกแบบแผนการทดลอง, การวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน, ข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า, วิธีตรง

Abstract

This study examines to analyze data of the P X P Greco-Latin squares design in case of the missing data. This problem results in difficulty in the data analysis. The classical ANOVA is suitable for the complete-data experimental design. However, in case of the incomplete-data experimental design, the classical ANOVA does not have the ready-made formulas for analysis. Therefore, the investigators have to find the method of solve the missing-data problem. This study decides to use the exact approach. Its data analysis starts from generating normal equation of Greco-Latin squares design using the linear model of actual data as representative of each data value. The normal equations are solved to determine the parameter estimation of the full-effect and reduced-effect models. After that, the regression sum of squares is calculated, leading to the determination of the value of sum of square treatment and sum of square error. Finally, the ANOVA table can be constructed.

Keywords: Design of Experiment, Greco-Latin Squares Design, One Missing Observation, Exact Approach

1. คำนำ

การวิจัยเชิงทดลองเป็นการวิจัยที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวางในงานด้านต่างๆ เช่น วิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ ทางการแพทย์ เป็นต้น โดยวัตถุประสงค์หลักของการวิจัยเชิงทดลองนี้ คือ ต้องการศึกษาหาความสัมพันธ์เชิงเหตุ และผลของตัวแปรภายใต้การควบคุมสถานการณ์ในรูปแบบต่างๆตามวิธีการทางวิทยาศาสตร์ เพื่อเป็นการค้นคว้าหาความรู้ ความเข้าใจใหม่ๆ ตามที่ผู้ทำการทดลองออกแบบไว้ หรือเพื่อยืนยันความรู้เดิมที่มีอยู่แล้ว

การวางแผนการทดลอง คือ การจัดสิ่งทดลองให้กับกรรมวิธีหรือทรีตเมนต์ (Treatment) ไว้ล่วงหน้าก่อนลงมือปฏิบัติจริง โดยให้สอดคล้องกับสมมติฐานที่ตั้งไว้ และควบคุมปัจจัย หรือตัวแปรต่างๆที่มีผลต่อการทดลอง[1] ซึ่งแบ่งเป็น 2 ประเภท ได้แก่ (1) ตัวแปรอิสระ (Independent Variable) คือ ปัจจัยที่เป็นสาเหตุทำให้เกิดผลการทดลอง และ(2) ตัวแปรควบคุม (Control Variable) คือ ปัจจัยอื่นๆ ที่นอกเหนือจากตัวแปรอิสระ ที่คาดว่าส่งผลต่อการทดลอง ซึ่งการควบคุมปัจจัยดังกล่าว นั้นต้องควบคุมให้เหมือนกันทุกชุดการทดลอง เพื่อป้องกันไม่ให้ผลการทดลอง หรือตัวแปรตาม (Dependent Variable) เกิดความคลาดเคลื่อน

เมื่อผู้ทำการทดลองได้ดำเนินการทดลองตามแผนการทดลองที่ได้วางไว้แล้วจึงประสบกับปัญหา การเก็บรวบรวมข้อมูลได้ไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ตามแบบแผนการทดลองที่วางไว้ ซึ่งปัญหาดังกล่าวนั้นส่งผลต่อการวิเคราะห์ข้อมูล เพราะวิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไป นั้นเหมาะสมเฉพาะใช้กับกรณีการออกแบบแผนการทดลองที่เก็บรวบรวมข้อมูลได้ครบถ้วนสมบูรณ์ แต่สำหรับกรณีการออกแบบแผนการทดลองที่เก็บข้อมูลไม่ครบถ้วน มีข้อมูลบางส่วนสูญหาย การวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยวิธีการทั่วไปนั้นไม่มีสูตรสำเร็จรูปที่ใช้ในการคำนวณ ดังนั้นผู้ทำการทดลองจึงต้องหาวิธีการแก้ไขปัญหาข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้สูญหายไปโดยวิธีการแก้ไขของผู้ทำการทดลองแต่ละคนนั้นแตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับดุลพินิจของแต่ละบุคคล

* Corresponding author: E-mail: wongsriyasirilak@gmail.com

[1] นักศึกษาระดับปริญญาโท ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

[2] ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เช่น ประชุม สุวัตถี [2] กล่าวว่าผู้ทำการทดลองส่วนใหญ่แก้ไขปัญหาข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้สูญหายไป โดยการตัดข้อมูลที่ไม่มีค่าออกไป เหลือแต่ข้อมูลที่มีค่า การปฏิบัติเช่นนี้มีเหตุไม่เหมาะสมหลายประการ ประการแรกคือ อำนาจการทดสอบทางสถิติลดลง ประการที่สองคือ ทำให้ค่าประมาณเอนเอียงสูง ประการที่สามคือ ทำให้แผนการทดลองเปลี่ยน และผลวิเคราะห์อาจไร้ความหมาย ประการที่สี่คือ การใช้น้ำหนักในการประมาณพารามิเตอร์ไร้ความหมาย เพราะขาดสมบัติที่ต้องการ หรือ รัตติกาล จอมประพันธ์ [3] กล่าวว่าทางแก้ปัญหาอีกวิธีการหนึ่งคือ การประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีการต่างๆ

ในงานวิจัยที่ผ่านมา ได้มีการศึกษาวิธีการแก้ไขปัญหาข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้สูญหายไป หลากหลายวิธีการ ตัวอย่างเช่น วิธีตรง (Exact Approach) การวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส ละติน ในงานวิจัยของ Sirikasemsuk [4] วิธีตรง (Exact Approach) การวางแผนการทดลองแบบกระทำซ้ำ ในงานวิจัยของ Jarrett [5] วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด แบบไม่กระทำซ้ำ (Non-Iterative Least Squares) การวางแผนการทดลองแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ ในงานวิจัยของ Rubin [6] และ Subramani and Ponnuswamy [7] วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด แบบไม่กระทำซ้ำ (Non-Iterative Least Squares) การวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส ละติน ในงานวิจัยของ Subramani and Ponnuswamy [7] และ Subramani [8,9] วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด แบบกระทำซ้ำ (Iterative Least Squares) การวางแผนการทดลองแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ ในงานวิจัยของ Rubin [6] วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด แบบกระทำซ้ำ (Iterative Least Squares) การวางแผนการทดลองแบบกระทำซ้ำ ในงานวิจัยของ Jarrett [5] วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย ด้วยวิธีของเยส์ (Yate’s Iterative) การวางแผนการทดลองแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ และ การวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส ละติน ในงานวิจัยของ Subramani [7] วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย ด้วยวิธีการอย่างง่าย (Simple Procedure) การวางแผนการทดลองแบบสุ่มในบล็อกสมบูรณ์ และการวางแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์ ในงานวิจัยของ Subramani [10] วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย ด้วยวิธีของคูน (Coons Method) วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย ด้วยวิธีของเอสแมน และ เกลอฟ (Haseman and Gaylor Method) และวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย ด้วยวิธีของรูบิน (Rubin Method) การวางแผนการทดลองแบบสปลิทพลอท ในงานวิจัยของ Ahmed [11]

รัตติกาล จอมประพันธ์ [3] กล่าวว่าวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหาย ด้วยวิธีการต่างๆ และใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนตามปกติราวกับว่าข้อมูลที่ถูกประมาณขึ้นนั้นเป็นข้อมูลจริง โดยที่ระดับองศาความเป็นอิสระของความผิดพลาดนั้นถูกลดลงหนึ่งค่า มีข้อเสียของวิธีการคือ เกิดความเอนเอียงกับค่าเฉลี่ยกำลังสองของทรีตเมนต์ ผลที่ตามมาคือ ผลลัพธ์มีนัยสำคัญเป็นจำนวนมากเกินไป

จากการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการแก้ไขปัญหาข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้สูญหายไป ดังที่กล่าวมาข้างต้น ในส่วนของการวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน นั้นไม่มีผู้วิจัยท่านใด ศึกษาถึงกรณีนี้มาก่อน ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงได้ศึกษา และวิจัยเกี่ยวกับวิธีการแก้ไข เมื่อเกิดปัญหาข้อมูลในแผนการทดลองสูญหายด้วยวิธีตรง โดยนำไปประยุกต์ใช้กับการวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน (Graeco- Latin Square Design) ที่มีตัวแบบเชิงสุ่ม และไม่มีการทำซ้ำ

สัญลักษณ์และความหมายต่างๆที่นำมาใช้ในงานวิจัยนี้ได้แก่

y_{ijkl} คือ ค่าสังเกตในแถวที่ i ทรีตเมนต์อักษรละตินที่ j อักษร กรีกที่ k และ คอลัมน์ที่ l

i คือ จำนวนแถว $(i = 1, 2, ..., P)$

r คือ ลำดับแถวที่เกิดข้อมูลสูญหาย

j คือ จำนวนทรีตเมนต์อักษรละติน $(j = 1, 2, ..., P)$

n คือ ลำดับทรีตเมนต์อักษรละตินที่เกิดข้อมูลสูญหาย

k คือ จำนวนอักษรกรีก $(k = 1, 2, ..., P)$

m คือ ลำดับอักษรกรีกที่เกิดข้อมูลสูญหาย

l คือ จำนวนคอลัมน์ $(l = 1, 2, ..., P)$

c คือ ลำดับคอลัมน์ที่เกิดข้อมูลสูญหาย

P คือ จำนวนวิธีทดลอง จำนวนปัจจัยแถว จำนวนปัจจัย

μ คือ ค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด

θ_i คือ อิทธิพลของแถวที่ i

τ_j คือ อิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละตินที่ j

ω_k คือ อิทธิพลของอักษรกรีกที่ k

ψ_l คือ อิทธิพลของคอลัมน์ที่ l

ε_{ijkl} คือ ความคลาดเคลื่อนเชิงสุ่มของหน่วยทดลองในแถวที่ i ทรีตเมนต์อักษรละตินที่ j อักษรกรีกที่ k และ คอลัมน์ที่ l

$\hat{\mu}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ ค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด

$\hat{\theta}_i$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ อิทธิพลของแถวที่ i

$\hat{\tau}_j$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ อิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละตินที่ j

$\hat{\omega}_k$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ อิทธิพลของอักษรกรีกที่ k

$\hat{\psi}_l$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ อิทธิพลของคอลัมน์ที่ l

$y_{....}$ คือ ผลรวมข้อมูลทั้งหมด

$y_{i...}$ คือ ผลรวมข้อมูลของแถวที่ i

$y_{.j..}$ คือ ผลรวมข้อมูลของทรีตเมนต์อักษรละตินที่ j

$y_{..k.}$ คือ ผลรวมข้อมูลของอักษรกรีกที่ k

$y_{...l}$ คือ ผลรวมข้อมูลของคอลัมน์ที่ l

$y_{r...}$ คือ ผลรวมข้อมูลของแถวที่เกิดข้อมูลสูญหายที่ r

$y_{.n..}$ คือ ผลรวมข้อมูลของทรีตเมนต์อักษรละตินที่เกิดข้อมูลสูญหายที่ n

$y_{..m.}$ คือ ผลรวมข้อมูลของอักษรกรีกที่เกิดข้อมูลสูญหายที่ m

$y_{...c}$ คือ ผลรวมข้อมูลของคอลัมน์ที่เกิดข้อมูลสูญหายที่ c

$\hat{\mu}^{NT}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ ค่าเฉลี่ยรวมทั้งหมด สำหรับอิทธิพลลดรูปแบบจำลองจัตุรัส เกรโก-ละติน

$\hat{\theta}_i^{NT}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ อิทธิพลของแถว สำหรับอิทธิพลลดรูปแบบจำลองจัตุรัส เกรโก-ละติน

$\hat{\omega}_k^{NT}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ อิทธิพลของอักษรกรีก สำหรับอิทธิพลลดรูปแบบจำลองจัตุรัส เกรโก-ละติน

$\hat{\psi}_l^{NT}$ คือ ตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ อิทธิพลของคอลัมน์สำหรับอิทธิพลลดรูปแบบจำลองจัตุรัส เกรโก-ละติน

SS_{Tr} คือ ผลรวมกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละติน

SS_E คือ ผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อน

$R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)$ คือ สมการถดถอยของผลรวมกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบจำลองจัตุรัส เกรโก-ละติน

$R(\mu,\theta,\omega,\psi)$ คือ สมการถดถอยของผลรวมกำลังสองแบบลดรูป อิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละตินของแบบจำลองจัตุรัส เกรโก-ละติน

2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 การวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน

การวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เป็นการวางแผนที่ขยายจากการวางแผนการทดลองแบบจัตุรัสละติน โดยเพิ่มปัจจัยซึ่งแสดงด้วยอักษรกรีก เช่น α , β ,... ตัวใดตัวหนึ่งในเซลล์ของจัตุรัส ซึ่งมีปัจจัยที่แสดงด้วยตัวอักษรละติน เช่น A , B ,... ดังนั้นในเซลล์ของจัตุรัสแต่ละเซลล์จะมีตัวอักษรละติน และอักษรกรีกอย่างละตัวปรากฏขึ้นเพียงครั้งเดียวในแต่ละแถว และแต่ละสดมภ์ นอกจากนั้นตัวอักษรละตินแต่ละตัวจะจับคู่กับตัวอักษรกรีกแต่ละตัวเพียง 1 ครั้งในการทดลองเท่านั้น [12]

Montgomery [12] กล่าวว่าสำหรับวิธีการสุ่มนั้นกระทำเหมือนกับในการวางแผนการทดลองแบบจัตุรัสละติน โดยแบบจำลองเชิงเส้นทางสถิติของแผนการทดลองที่ทำการศึกษาเป็นดังนี้

$$y_{ijkl} = \mu + \theta_i + \tau_j + \omega_k + \psi_l + \varepsilon_{ijkl} \begin{cases} i = 1,2,...,P \\ j = 1,2,...,P \\ l = 1,2,...,P \\ k = 1,2,...,P \end{cases} \tag{1}$$

ในกระบวนการเก็บรวบรวมค่าสังเกต กรณีไม่มีข้อมูลสูญหายนั้นสามารถดำเนินการได้ดังตารางที่ 1 ซึ่งมีสูตรการวิเคราะห์ความแปรปรวนดังตารางที่ 2 และที่สำคัญสูตรการหาค่า SS_{Tr} , SS_G, SS_R และ SS_C (ดังตารางหมายเหตุของตารางที่ 2) ไม่สามารถใช้ได้เลยในกรณีที่มีข้อมูลสูญหาย

ตารางที่ 1 ตัวอย่างการวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง 4 x 4 กรณีไม่มีข้อมูลสูญหาย

แถว	คอลัมน์			
	1	2	3	4
1	$A\alpha = y_{1111}$	$B\beta = y_{1222}$	$C\gamma = y_{1333}$	$D\delta = y_{1444}$
2	$B\delta = y_{2241}$	$A\gamma = y_{2132}$	$D\beta = y_{2423}$	$C\alpha = y_{2314}$
3	$C\beta = y_{3321}$	$D\alpha = y_{3412}$	$A\delta = y_{3143}$	$B\gamma = y_{3234}$
4	$D\gamma = y_{4431}$	$C\delta = y_{4342}$	$B\alpha = y_{4213}$	$A\beta = y_{4124}$

สำหรับข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้นั้น เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูลในการวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาด P x P แบบไม่มีข้อมูลสูญหาย

แหล่งความแปรปรวน	องศาความเป็นอิสระ	ผลบวกกำลังสอง	ค่ากำลังสองเฉลี่ย	F
ทรีตเมนต์อักษรละติน	$(P-1)$	SS_{Tr}	$MS_{Tr} = SS_{Tr}/(P-1)$	$\frac{MS_{Tr}}{MS_E}$
อักษรกรีก	$(P-1)$	SS_G	$MS_G = SS_G/(P-1)$	
แถว	$(P-1)$	SS_R	$MS_R = SS_R/(P-1)$	
คอลัมน์	$(P-1)$	SS_C	$MS_C = SS_C/(P-1)$	
ความคลาดเคลื่อน	$(P-1)(P-3)$	SS_E	$MS_E = SS_E/(P-1)(P-3)$	
ผลรวม	P^2-1	SS_T		

แหล่งที่มา [12]

หมายเหตุ:

$$SS_{Tr} = P\sum_{j=1}^{P}\left(y_{.j..} - y_{....}\right)^2, \qquad SS_G = P\sum_{k=1}^{P}\left(y_{..k.} - y_{....}\right)^2$$

$$SS_C = P\sum_{l=1}^{P}\left(y_{...l} - y_{....}\right)^2, \qquad SS_R = P\sum_{i=1}^{P}\left(y_{i...} - y_{....}\right)^2$$

$$SS_T = \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P}\left(y_{ijkl} - y_{....}\right)^2,$$

$$SS_E = SS_T - SS_{Tr} - SS_G - SS_C - SS_R$$

ในปัจจุบันการวิเคราะห์ความแปรปรวนของข้อมูล นั้นใช้สูตรสำหรับการวิเคราะห์เป็นไปตามตารางที่ 2 ซึ่งสูตรดังกล่าวเหมาะสำหรับใช้กับการวางแผนการทดลอง กรณีไม่มีข้อมูลสูญหายเท่านั้น

2.2 วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุด

Abdul-kadir [13] กล่าวว่า การออกแบบการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน บางครั้งเกิดปัญหาข้อมูลหนึ่งค่าสูญหาย วิธีการแก้ไขปัญหานี้ด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายด้วยวิธีกำลังสองน้อยสุดสามารถกระทำการได้ดังสมการนี้

$$x = \frac{P\left(y_{.n..} + y_{r...} + y_{...c} + y_{..m.}\right) - 3y_{....}}{(P-1)(P-3)} \tag{2}$$

ซึ่งหลังจากประมาณค่าข้อมูลที่สูญหายขึ้นมาใหม่แล้ว จึงใช้หลักการวิเคราะห์ความแปรปรวนทั่วไป ตามตารางที่ 2 ผลลัพธ์ที่ตามมาพบว่า เกิดความเอนเอียงกับค่าเฉลี่ยกำลังสองของทรีตเมนต์ โดยผลที่ตามมาคือ ผลลัพธ์มีนัยสำคัญเป็นจำนวนมากเกินไป

2.3 วิธีตรง

Montgomery [12] กล่าวว่าการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการนี้ ถูกนำมาใช้กันอย่างแพร่หลายในการออกแบบบล็อกแบบสุ่มที่มีรูปแบบทั่วไป ซึ่งหลักการของวิธีวิเคราะห์ข้อมูลคือใช้การทดสอบความมีนัยสำคัญของการถดถอย โดยสมการที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลนั้นจะถูกสร้างขึ้นแตกต่างกันตามรูปแบบของแผนการทดลอง

การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีตรง สามารถนำไปใช้ได้ทั้งกรณีการออกแบบแผนการทดลองที่เก็บรวบรวมข้อมูลครบถ้วนสมบูรณ์ และกรณีการออกแบบแผนการทดลองที่เก็บข้อมูลไม่ครบถ้วน มีข้อมูลบางส่วนสูญหาย โดยมีขั้นตอนการศึกษาตามลำดับดังนี้

(1) การพัฒนาสมการถดถอยของผลรวมกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบของแบบจำลอง
  (1.1) สร้างสมการปกติ (Normal Equation)
  (1.2) ประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง สำหรับการวางแผนการทดลองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ (Full Effect Model)
  (1.3) หาสมการถดถอยผลรวมกำลังสอง (Regression Sum of Squares) สำหรับการวางแผนการทดลองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบ (Full Effect Model)

(2) การพัฒนาสมการถดถอยของผลรวมกำลังสองแบบลดรูปของแบบจำลอง
  (2.1) สร้างสมการปกติ (Normal Equation)
  (2.2) ประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง สำหรับการวางแผนการทดลองแบบลดรูปอิทธิพล (Reduce Effect Model)
  (2.3) หาสมการถดถอยผลรวมกำลังสอง (Regression Sum of Squares) สำหรับการวางแผนการทดลองแบบลดรูปอิทธิพล (Reduce Effect Model)

(3) การพัฒนาสูตรผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ และค่าผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน

3. วิธีวิจัย

ตารางที่ 3 แสดงให้เห็นว่าการเก็บข้อมูลในการวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาด P x P เกิดปัญหามีข้อมูลบางส่วนสูญหาย ตามที่ออกแบบแผนการทดลองไว้

ตารางที่ 3 ตัวอย่างการวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง P x P กรณีมีข้อมูลสูญหาย

แถว	คอลัมน์						
	1	2	3	4	…	…	P
1	$A\alpha = y_{1111}$	$B\beta = y_{1222}$	$C\gamma = y_{1333}$	$D\delta = y_{1444}$	…	…	
2	$B\delta = y_{2241}$	$A\gamma = y_{2132}$	$D\beta = y_{2423}$	$C\alpha = y_{2314}$	…	…	
3	$C\beta = y_{3321}$	$D\alpha =$ ✖	$A\delta = y_{3143}$	$B\gamma = y_{3234}$	…	…	
4	$D\gamma = y_{4431}$	$C\delta = y_{4342}$	$B\alpha = y_{4213}$	$A\beta = y_{4124}$	…	…	
.	.	.	.	.			
.	.	.	.	.			
P							

การพัฒนาสูตรผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์อักษรละตินด้วยวิธีตรง โดยใช้การทดสอบความมีนัยสำคัญของการถดถอย คือ ผลรวมกำลังสองที่เกิดจาก อิทธิพลของทรีตเมนต์อักษรละตินที่ j

หลังจากการสร้างฟิตค่าเฉลี่ยทั้งหมด อิทธิพลของแถวที่ i อิทธิพลของอักษรกรีกที่ k และอิทธิพลของคอลัมน์ที่ l แสดงเป็นสัญลักษณ์ได้ดังสมการ (3)

$$SS_{Tr} = R(\tau|\mu,\theta,\omega,\psi) = R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi) - R(\mu,\theta,\omega,\psi) \quad (3)$$

โดยที่

สมการถดถอยของผลรวมกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบของแบบจำลองจัตุรัส เกรโก-ละติน แสดงสัญลักษณ์ของสมการได้ดังสมการ (4) และแสดงรายละเอียดการคำนวณหาสมการดังกล่าว ในหัวข้อ 3.1

$$R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi) = \hat{\mu} y_{....} + \sum\nolimits_{i=1}^{P} \hat{\theta}_i y_{i...} + \sum\nolimits_{j=1}^{P} \hat{\tau}_j y_{.j..} + \sum\nolimits_{k=1}^{P} \hat{\omega}_k y_{..k.} + \sum\nolimits_{l=1}^{P} \hat{\psi}_l y_{...l} \quad (4)$$

สมการถดถอยของผลรวมกำลังสองแบบลดรูปอิทธิของ ทรีตเมนต์อักษรละตินของแบบจำลองจัตุรัส เกรโก-ละติน แสดงสัญลักษณ์ของสมการได้ดังสมการ (5) และแสดงรายละเอียดการคำนวณหาสมการดังกล่าว ในหัวข้อ 3.2

$$R(\mu,\theta,\omega,\psi) = \hat{\mu}^{NT} y_{....} + \sum\nolimits_{i=1}^{P} \hat{\theta}_i^{NT} y_{i...} + \sum\nolimits_{k=1}^{P} \hat{\omega}_k^{NT} y_{..k.} + \sum\nolimits_{l=1}^{P} \hat{\psi}_l^{NT} y_{...l} \quad (5)$$

การพัฒนาสูตรผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน ด้วยวิธีตรง โดยใช้การทดสอบความมีนัยสำคัญของการถดถอย แสดงสัญลักษณ์ของสมการ ได้ดังสมการ (6)

$$SS_E = \sum_{i=1}^{P}\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=1}^{P}\sum_{l=1}^{P} y_{ijkl}^2 - R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi) \quad (6)$$

3.1 การพัฒนาสมการถดถอยของผลรวมกำลังสองแบบอิทธิพลเต็มรูปแบบของแบบจำลองจัตุรัส เกรโก-ละติน

ใช้กฎการเขียนสมการปกติเพื่อหาสมการปกติสำหรับแบบจำลองของการออกแบบการทดลองจัตุรัส เกรโก-ละติน แบบเต็มรูปแบบ สำหรับข้อมูลในแผนการทดลองสูญหายหนึ่งค่า

พารามิเตอร์ที่ส่งผลโดยตรงต่อตำแหน่งค่าข้อมูลที่สูญหาย คือ μ , θ_r , τ_n , ω_m และ ψ_c ซึ่งสามารถประมาณค่าได้ตามลำดับสมการ (7) ถึง (11) ดังนี้

$$\mu: (P^2-1)\hat{\mu} + P\sum_{i=1, i\neq r}^{P} \hat{\theta}_i + (P-1)\hat{\theta}_r + P\sum_{j=1, j\neq n}^{P} \hat{\tau}_j + (P-1)\hat{\tau}_n + P\sum_{k=1, k\neq m}^{P} \hat{\omega}_k + (P-1)\hat{\omega}_m + P\sum_{l=1, l\neq c}^{P} \hat{\psi}_l + (P-1)\hat{\psi}_c = y_{....} \quad (7)$$

$$\theta_r: (P-1)\hat{\mu} + (P-1)\hat{\theta}_r + \sum_{j=1, j\neq n}^{P} \hat{\tau}_j + \sum_{k=1, k\neq m}^{P} \hat{\omega}_k + \sum_{l=1, l\neq c}^{P} \hat{\psi}_l = y_{r...} \quad (8)$$

$$\tau_n: (P-1)\hat{\mu} + \sum_{i=1, i\neq r}^{P} \hat{\theta}_i + (P-1)\hat{\tau}_n + \sum_{k=1, k\neq m}^{P} \hat{\omega}_k + \sum_{l=1, l\neq c}^{P} \hat{\psi}_l = y_{.n..} \quad (9)$$

$$\omega_m: (P-1)\hat{\mu} + \sum_{i=1, i\neq r}^{P} \hat{\theta}_i + \sum_{j=1, j\neq n}^{P} \hat{\tau}_j + (P-1)\hat{\omega}_m + \sum_{l=1, l\neq c}^{P} \hat{\psi}_l = y_{..m.} \quad (10)$$

$$\psi_c: (P-1)\hat{\mu} + \sum_{i=1, i\neq r}^{P} \hat{\theta}_i + \sum_{j=1, j\neq n}^{P} \hat{\tau}_j + \sum_{k=1, k\neq m}^{P} \hat{\omega}_k + (P-1)\hat{\psi}_c = y_{...c} \quad (11)$$

โดยใช้ข้อจำกัดดังสมการ (12) ถึง (15)

$$\sum_{All\ i}^{P} \hat{\theta}_i = 0 \quad (12)$$

$$\sum_{All\ j}^{P} \hat{\tau}_j = 0 \quad (13)$$

$$\sum_{All\ k}^{P} \hat{\omega}_k = 0 \quad (14)$$

$$\sum_{All\ l}^{P} \hat{\psi}_l = 0 \quad (15)$$

แทนค่าข้อจำกัดดังสมการ (12) ถึง (15) ในสมการปกติดังสมการ (7) ถึง (11) และหลังจากจัดรูปสมการใหม่ แสดงได้ตามลำดับดังนี้

$$\mu: \quad (P^2-1)\hat{\mu} - \hat{\theta}_r - \hat{\tau}_n - \hat{\omega}_m - \hat{\psi}_c = y_{....} \quad (16)$$

$$\theta_r: \quad (P-1)\hat{\mu} + (P-1)\hat{\theta}_r - \hat{\tau}_n - \hat{\omega}_m - \hat{\psi}_c = y_{r...} \quad (17)$$

$$\tau_n: \quad (P-1)\hat{\mu} - \hat{\theta}_r + (P-1)\hat{\tau}_n - \hat{\omega}_m - \hat{\psi}_c = y_{.n..} \quad (18)$$

$$\omega_m: \quad (P-1)\hat{\mu} - \hat{\theta}_r - \hat{\tau}_n + (P-1)\hat{\omega}_m - \hat{\psi}_c = y_{..m.} \quad (19)$$

$$\psi_c: \quad (P-1)\hat{\mu} - \hat{\theta}_r - \hat{\tau}_n - \hat{\omega}_m + (P-1)\hat{\psi}_c = y_{...c} \quad (20)$$

<u>บริบทที่ 1</u>

ในแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เมื่อมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบอิทธิพลเต็มรูปแบบสำหรับ μ , θ_r , τ_n , ω_m และ ψ_c แสดงได้ตามลำดับ ดังนี้

$$\hat{\mu} = \frac{(P-4)y_{....} + y_{r...} + y_{.n..} + y_{..m.} + y_{...c}}{P(P-1)(P-3)} \quad (21)$$

$$\hat{\theta}_r = \frac{y_{r...} - y_{....}}{P} + (P-1)\hat{\mu} \quad (22)$$

$$\hat{\tau}_n = \frac{y_{.n..} - y_{....}}{P} + (P-1)\hat{\mu} \quad (23)$$

$$\hat{\omega}_m = \frac{y_{..m.} - y_{....}}{P} + (P-1)\hat{\mu} \quad (24)$$

$$\hat{\psi}_c = \frac{y_{...c} - y_{....}}{P} + (P-1)\hat{\mu} \quad (25)$$

พิสูจน์ ดูภาคผนวก ก

พารามิเตอร์ที่ส่งผลโดยทางอ้อมต่อตำแหน่งค่าข้อมูลที่สูญหาย คือ θ_i , τ_j , ω_k และ ψ_l เมื่อ $i \neq r, j \neq n, k \neq m, l \neq c$ ซึ่งสามารถประมาณค่าได้ตามลำดับสมการ (26) ถึง (29) ดังนี้

$$\theta_i: \quad P\hat{\mu} + P\hat{\theta}_i + \sum_{j=1}^{P} \hat{\tau}_j + \sum_{k=1}^{P} \hat{\omega}_k + \sum_{l=1}^{P} \hat{\psi}_l = y_{i...} \quad (26)$$

$$\tau_j: \quad P\hat{\mu} + \sum_{i=1}^{P} \hat{\theta}_i + P\hat{\tau}_j + \sum_{k=1}^{P} \hat{\omega}_k + \sum_{l=1}^{P} \hat{\psi}_l = y_{.j..} \quad (27)$$

$$\omega_k: \quad P\hat{\mu} + \sum_{i=1}^{P} \hat{\theta}_i + \sum_{j=1}^{P} \hat{\tau}_j + P\hat{\omega}_k + \sum_{l=1}^{P} \hat{\psi}_l = y_{..k.} \quad (28)$$

$$\psi_l: \quad P\hat{\mu} + \sum_{i=1}^{P} \hat{\theta}_i + \sum_{j=1}^{P} \hat{\tau}_j + \sum_{k=1}^{P} \hat{\omega}_k + P\hat{\psi}_l = y_{...l} \quad (29)$$

โดยใช้ข้อจำกัดดังสมการ (12) ถึง (15) แทนค่า เพื่อหาคำตอบของตัวประมาณสำหรับ θ_i , τ_j , ω_k และ ψ_l แสดงได้ตามลำดับดังนี้

$$\hat{\theta}_i = \frac{y_{i...}}{P} - \hat{\mu} \qquad for\ i \neq r \tag{30}$$

$$\hat{\tau}_j = \frac{y_{.j..}}{P} - \hat{\mu} \qquad for\ j \neq n \tag{31}$$

$$\hat{\omega}_k = \frac{y_{..k.}}{P} - \hat{\mu} \qquad for\ k \neq m \tag{32}$$

$$\hat{\psi}_l = \frac{y_{...l}}{P} - \hat{\mu} \qquad for\ l \neq c \tag{33}$$

3.2 การพัฒนาสมการถดถอยของผลรวมกำลังสองแบบลดรูป อิทธิพลทรีตเมนต์อักษรละตินของแบบจำลองจัตุรัสเกรโก-ละติน

ใช้กฎการเขียนสมการปกติเพื่อหาสมการปกติสำหรับแบบจำลองของการออกแบบการทดลองจัตุรัส เกรโก-ละตินแบบลดรูปอิทธิพลทรีตเมนต์อักษรละติน สำหรับข้อมูลในแผนการทดลองสูญหายหนึ่งค่า

พารามิเตอร์ที่ส่งผลโดยตรงต่อตำแหน่งค่าข้อมูลที่สูญหาย คือ μ^{NT} , θ_r^{NT} , ω_m^{NT} และ ψ_c^{NT} ซึ่งสามารถประมาณค่าได้ตามลำดับสมการ (34) ถึง (37) ดังนี้

$$\mu^{NT}: (P^2-1)\hat{\mu}^{NT} + P\sum_{i=1,i\neq r}^{P}\hat{\theta}_i^{NT} + (P-1)\hat{\theta}_r^{NT} + P\sum_{k=1,k\neq m}^{P}\hat{\omega}_k^{NT} + (P-1)\hat{\omega}_m + P\sum_{l=1,l\neq c}^{P}\hat{\psi}_l + (P-1)\hat{\psi}_c = y_{....} \tag{34}$$

$$\theta_r^{NT}: (P-1)\hat{\mu}^{NT} + (P-1)\hat{\theta}_r^{NT} + \sum_{k=1,k\neq m}^{P}\hat{\omega}_k^{NT} + \sum_{l=1,l\neq c}^{P}\hat{\psi}_l^{NT} = y_{r...} \tag{35}$$

$$\omega_m^{NT}: (P-1)\hat{\mu}^{NT} + \sum_{i=1,i\neq r}^{P}\hat{\theta}_i^{NT} + (P-1)\hat{\omega}_m^{NT} + \sum_{l=1,l\neq c}^{P}\hat{\psi}_l^{NT} = y_{..m.} \tag{36}$$

$$\psi_c^{NT}: (P-1)\hat{\mu}^{NT} + \sum_{i=1,i\neq r}^{P}\hat{\theta}_i^{NT} + \sum_{k=1,k\neq m}^{P}\hat{\omega}_k^{NT} + (P-1)\hat{\psi}_c^{NT} = y_{...c} \tag{37}$$

สมการข้อจำกัดดังสมการ (38) ถึง (40)

$$\sum_{All\ i}^{P}\hat{\theta}_i^{NT} = 0 \tag{38}$$

$$\sum_{All\ k}^{P}\hat{\omega}_k^{NT} = 0 \tag{39}$$

$$\sum_{All\ l}^{P}\hat{\psi}_l^{NT} = 0 \tag{40}$$

แทนค่าข้อจำกัดดังสมการ (38) ถึง (40) ในสมการปกติดังสมการ (34) ถึง (37) และหลังจากจัดรูปสมการใหม่ แสดงได้ตามลำดับดังนี้

$$\mu^{NT}: \quad (P^2-1)\hat{\mu}^{NT} - \hat{\theta}_r^{NT} - \hat{\omega}_m^{NT} - \hat{\psi}_c^{NT} = y_{....} \tag{41}$$

$$\theta_r^{NT}: \quad (P-1)\hat{\mu}^{NT} + (P-1)\hat{\theta}_r^{NT} - \hat{\omega}_m^{NT} - \hat{\psi}_c^{NT} = y_{r...} \tag{42}$$

$$\omega_m^{NT}: \quad (P-1)\hat{\mu}^{NT} - \hat{\theta}_r^{NT} + (P-1)\hat{\omega}_m^{NT} - \hat{\psi}_c^{NT} = y_{..m.} \tag{43}$$

$$\psi_c^{NT}: \quad (P-1)\hat{\mu}^{NT} - \hat{\theta}_r^{NT} - \hat{\omega}_m^{NT} + (P-1)\hat{\psi}_c^{NT} = y_{...c} \tag{44}$$

<u>บริบทที่ 2</u>

ในแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เมื่อมีข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า ตัวประมาณพารามิเตอร์แบบอิทธิพลลดรูปแบบสำหรับ μ^{NT} , θ_r^{NT} , ω_m^{NT} และ ψ_c^{NT} แสดงได้ตามลำดับ ดังนี้

$$\hat{\mu}^{NT} = \frac{(P-3)y_{....} + y_{r...} + y_{..m.} + y_{...c}}{P(P-1)(P-2)} \tag{45}$$

$$\hat{\theta}_r^{NT} = \frac{y_{r...} - y_{....}}{P} + (P-1)\hat{\mu}^{NT} \tag{46}$$

$$\hat{\omega}_m^{NT} = \frac{y_{..m.} - y_{....}}{P} + (P-1)\hat{\mu}^{NT} \tag{47}$$

$$\hat{\psi}_c^{NT} = \frac{y_{...c} - y_{....}}{P} + (P-1)\hat{\mu}^{NT} \tag{48}$$

พิสูจน์ ในบริบทที่ 2 วิธีพิสูจน์จะคล้ายกับ บริบทที่ 1

พารามิเตอร์ที่ส่งผลโดยทางอ้อมต่อตำแหน่งค่าข้อมูลที่สูญหาย คือ θ_i^{NT} , ω_k^{NT} และ ψ_l^{NT} เมื่อ $i \neq r, j \neq n, k \neq m, l \neq c$ ซึ่งสามารถประมาณค่าได้ตามลำดับ
สมการ (49) ถึง (51) ดังนี้

$$\theta_i^{NT}: \quad P\hat{\mu}^{NT} + P\hat{\theta}_i^{NT} + \sum_{k=1}^{P}\hat{\omega}_k^{NT} + \sum_{l=1}^{P}\hat{\psi}_l^{NT} = y_{i...} \tag{49}$$

$$\omega_k^{NT}: \quad P\hat{\mu}^{NT} + \sum_{i=1}^{P}\hat{\theta}_i^{NT} + P\hat{\omega}_k^{NT} + \sum_{l=1}^{P}\hat{\psi}_l^{NT} = y_{..k.} \tag{50}$$

$$\psi_l^{NT}: \quad P\hat{\mu}^{NT} + \sum_{i=1}^{P}\hat{\theta}_i^{NT} + \sum_{k=1}^{P}\hat{\omega}_k^{NT} + P\hat{\psi}_l^{NT} = y_{...l} \tag{51}$$

โดยใช้ข้อจำกัดดังสมการ (38) ถึง (40) แทนค่า เพื่อหาคำตอบของตัวประมาณสำหรับ θ_i^{NT} , ω_k^{NT} และ ψ_l^{NT} แสดงได้ตามลำดับ ดังนี้

$$\hat{\theta}_i^{NT} = \frac{y_{i...}}{P} - \hat{\mu}^{NT} \qquad for\ i \neq r \tag{52}$$

$$\hat{\omega}_k^{NT} = \frac{y_{..k.}}{P} - \hat{\mu}^{NT} \qquad for\ k \neq m \tag{53}$$

$$\hat{\psi}_l^{NT} = \frac{y_{...l}}{P} - \hat{\mu}^{NT} \qquad for\ l \neq c \tag{54}$$

4. ตัวอย่าง

ผู้ทดลองต้องการศึกษาอิทธิพลของสูตรที่แตกต่างกัน 5 สูตร ในการทำดินระเบิดที่มีผลต่อแรงระเบิด โดยกำหนดให้ วัตถุดิบที่ใช้เป็นแถว ผู้ผสมสูตรเป็น คอลัมน์ สูตรการผสมเป็น ทรีตเมนต์อักษรละตินและการทดสอบส่วนของเครื่องจักรเป็น อักษรกรีก แสดงผลข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 ตัวอย่างการเก็บข้อมูล ของการวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง 5 x 5

แถว	คอลัมน์					$y_{i...}$
	1	2	3	4	5	
1	$A\alpha = -1$	$B\gamma = -5$	$C\varepsilon = -6$	$D\beta = -1$	$E\delta = -1$	-14
2	$B\beta = -8$	$C\delta = -1$	$D\alpha = ...$	$E\gamma = 2$	$A\varepsilon = 11$	4
3	$C\gamma = -7$	$D\varepsilon = 13$	$E\beta = 1$	$A\delta = 2$	$B\alpha = -4$	5
4	$D\delta = 1$	$E\alpha = 6$	$A\gamma = 1$	$B\varepsilon = -2$	$C\beta = -3$	3
5	$E\varepsilon = -3$	$A\beta = 5$	$B\delta = -5$	$C\alpha = 4$	$D\gamma = 6$	7
$y_{.j..}$	18	-24	-13	19	5	
$y_{..k.}$	5	-6	-3	-4	13	$y_{....} =$
$y_{...l}$	-18	18	-9	5	9	5

แหล่งที่มา [12]

ข้อมูลในตารางที่ 4 แสดงให้เห็นว่าการเก็บข้อมูลเกิดปัญหาเก็บข้อมูลไม่ครบถ้วน ตามที่ออกแบบแผนการทดลองไว้ โดยพบว่าข้อมูล y_{2413} สูญหาย นั่นหมายความว่า ข้อมูลในแถวที่ 2 $\left(\hat{\theta}_r = \hat{\theta}_2\right)$ ทรีตเมนต์อักษรละตินที่ 4 $\left(\hat{\tau}_n = \hat{\tau}_4\right)$ อักษรกรีกที่ 1 $\left(\hat{\omega}_m = \hat{\omega}_1\right)$ และ คอลัมน์ที่ 3 $\left(\hat{\psi}_c = \hat{\psi}_3\right)$ สูญหายหนึ่งค่า

ดังนั้นจึงสามารถคำนวณหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองการวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ได้ดังตารางที่ 5 และคำนวณหาค่าสถิติทดสอบ ได้ดังตารางที่ 6

ตารางที่ 5 คำนวณหาค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง การวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ขนาดแผนการทดลอง 5 x 5

แบบจำลอง	ประมาณค่าพารามิเตอร์
อิทธิพลเต็มรูปแบบจำลอง	$\hat{\mu}=0.6$ $\hat{\theta}_1=-3.4,\ \hat{\theta}_2=2.2,\ \hat{\theta}_3=0.4,\ \hat{\theta}_4=0,\ \hat{\theta}_5=0.8$ $\hat{\tau}_1=3.0,\ \hat{\tau}_2=-5.4,\ \hat{\tau}_3=-3.2,\ \hat{\tau}_4=5.2,\ \hat{\tau}_5=0.4$ $\hat{\omega}_1=2.4,\ \hat{\omega}_2=-1.8,\ \hat{\omega}_3=-1.2,\ \hat{\omega}_4=-1.4,\ \hat{\omega}_5=2$ $\hat{\psi}_1=-4.2,\ \hat{\psi}_2=3,\ \hat{\psi}_3=-0.4,\ \hat{\psi}_4=0.4,\ \hat{\psi}_5=1.2$
อิทธิพลลดรูปแบบจำลอง	$\hat{\mu}^{NT}=0.1667$ $\hat{\theta}_1^{NT}=-2.9667,\ \hat{\theta}_2^{NT}=0.4667,\ \hat{\theta}_3^{NT}=0.8333,\ \hat{\theta}_4^{NT}=0.4333,\ \hat{\theta}_5^{NT}=1.2333$ $\hat{\omega}_1^{NT}=0.6667,\ \hat{\omega}_2^{NT}=-1.3667,\ \hat{\omega}_3^{NT}=-0.7667,\ \hat{\omega}_4^{NT}=-0.9667,\ \hat{\omega}_5^{NT}=2.4333$ $\hat{\psi}_1^{NT}=-3.7667,\ \hat{\psi}_2^{NT}=-3.4333,\ \hat{\psi}_3^{NT}=-2.1333,\ \hat{\psi}_4^{NT}=0.8333,\ \hat{\psi}_5^{NT}=1.6333$

จากอิทธิพลเต็มรูปแบบจำลองสามารถประมาณค่า μ ได้จากการแทนค่าข้อมูลในสมการที่ (21) ส่วนการประมาณค่า θ_r , τ_n, ω_m และ ψ_c ได้จากการแทนค่าข้อมูลในสมการที่ (22) ถึง (25) และการประมาณค่า θ_i , τ_j , ω_k และ ψ_l ได้จากการแทนค่าข้อมูลในสมการที่ (30) ถึง (33)

จากอิทธิพลลดรูปแบบจำลองสามารถประมาณค่า μ^{NT} ได้จากการแทนค่าข้อมูลในสมการที่ (45) ส่วนการประมาณค่า θ_r^{NT}, ω_m^{NT} และ ψ_c^{NT} ได้จากการแทนค่าข้อมูลในสมการที่ (46) ถึง (48) และการประมาณค่า θ_i^{NT}, ω_k^{NT} และ ψ_l^{NT}ได้จากการแทนค่าข้อมูลในสมการที่ (52) ถึง (51)

ตารางที่ 6 วิเคราะห์ความแปรปรวน

$R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)$	597
$R(\mu,\theta,\omega,\psi)$	275.3333
$SS_{Tr}=$	321.6667 (with $df=4$)
$SS_E=$	58 (with $df=7$)
Mean Square of Treatment =	80.4167
Mean Square of Error =	8.2857
$F-test=$	9.7055

หมายเหตุ: $R(\mu,\theta,\tau,\omega,\psi)$ คำนวณได้จากสมการ (3)

$R(\mu,\theta,\omega,\psi)$ คำนวณได้จากสมการ (4)

จากข้อมูลในตารางที่ 6 สามารถสรุปผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนได้ว่า สูตรการทำดินระเบิด (ทรีตเมนต์อักษรละติน) มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญยิ่งที่ระดับนัยสำคัญ 0.01

5. สรุป

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาข้อมูลในแผนการทดลองสูญหาย พบว่าการแก้ปัญหาข้อมูลในการวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน ด้วยวิธีตรง นั้นยังไม่มีผู้วิจัยท่านใดสนใจศึกษาในกรณีปัญหาเช่นนี้ ดังนั้นในงานวิจัยฉบับนี้จึงสนใจที่จะศึกษาการแก้ปัญหาข้อมูลในการวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละตินสูญหายหนึ่งค่า ด้วยวิธีตรง กรณีการออกแบบการทดลองแบบไม่กระทำซ้ำ จากการศึกษาการวิเคราะห์ความแปรปรวนด้วยวิธีตรง เมื่อเกิดปัญหาข้อมูลในแผนการทดลองสูญหาย นั้นไม่มีสูตรสมการสำเร็จรูปสำหรับใช้วิเคราะห์ความแปรปรวน ซึ่งสูตรสมการดังกล่าวนี้จะหาได้จากการพัฒนาสูตรขึ้นมา โดยใช้แนวคิดการทดสอบความมีนัยสำคัญของการถดถอยทั่วไป ดังแสดงรายละเอียดของการพัฒนาสูตรไว้ในหัวข้อที่ 3 ของงานวิจัยฉบับนี้ และสูตรการคำนวณหา ค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ ที่พัฒนาขึ้นมาได้นั้น มีความแม่นยำมากกว่าการคำนวณหาค่าผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์ที่มาจากการใช้วิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายในการแก้ปัญหาข้อมูลในแผนการทดลองสูญหาย อีกทั้งการแก้ปัญหาด้วยวิธีการประมาณค่าข้อมูลสูญหายนั้น ยังทำให้เกิดความเอนเอียงกับการคำนวณหาค่าเฉลี่ยกำลังสองของทรีตเมนต์ในลักษณะที่ว่าค่าเฉลี่ยกำลังสองของทรีตเมนต์มีขนาดใหญ่กว่า

เอกสารอ้างอิง

[1] พจนานุกรมศัพท์สถิติศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสภา พ.ศ.2558. (พิมพ์ครั้งที่ 1). (2558) กรุงเทพมหานคร: สำนักงานราชบัณฑิตยสภา, 2558

[2] ประชุม สุวัตถี (2552) การสำรวจด้วยตัวอย่าง: การชักตัวอย่างและการวิเคราะห์. กรุงเทพมหานคร: โครงการส่งเสริมและพัฒนาเอกสารวิชาการ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์

[3] รัตติกาล จอมประพันธ์ (2555) การประมาณค่าสูญหายในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงเส้นพหุคูณ (วิทยานิพนธ์ตามหลักสูตรวิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต (สถิติ) คณะสถิติประยุกต์ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์)

[4] Sirikasemsuk, K. and Leerojanaprapa, K. (2017). One Missing Problem in Latin Square Design of Any Order: Exact Analysis of Variance. Cogent Engineering Production & Manufacturing, 4.

[5] Jarrett R. G. (1978). The Analysis of Designed Experiments with Missing Observations. Journal of the Royal Statistical Society. Series C, 27(1), 38-46

[6] Rubin D. B. (1972). A Non-iterative Algorithm for Least Squares Estimation of Missing Values in any Analysis of Variance Design. Journal of the Royal Statistical Society. Series C, 21(2), 136-141

[7] Subramani J. and Ponnuswamy K.N. (1989) A non-iterative least squares estimation of missing values in experiment designs. Journal of Applied Statistics, 16(1), 77-86

[8] Subramani J. (1991) Non-Iterative Least Squares Estimation of Missing Values in Replicated Latin Square Design Biometrical. Journal, 33(8), 999-1011

[9] Subramani J. (1991) Non-iterative Least Squares Estimation of Missing values in Graeco-Latin Square Designs. Biometrical. Journal, 33(6), 763-769

[10] Subramani J. (1992) A simple Approach to analyze Non-Orthogonal data. Biometrical. Journal, 34(7), 843-854

[11] Ahmed L A. (2016) Missing Values Estimation Comparison in Split-Plot Design. International Journal of Computer and Information Technology, 5(3), 337-334

[12] Montgomery, D.C. (2008). Design and analysis of experiments (7th ed.) New York,NY: John Wiley & Sons.

[13] Abdul-kadir S. (1991) Estimation of a Single Missing Value Fixed Effects Experimental Designs. Serdic.A Bulgaricae mathematical publications, 17(3), 177-184

ภาคผนวก ก

วิธีการพิสูจน์บริบทที่ 1

บวก $\left(P^2\hat{\mu}-P\hat{\mu}\right)$ ทั้งสองข้างของสมการ (16) ถึง (19) แล้วจัดรูปได้ดังนี้

$$\theta_r:\quad \left\{P^2\hat{\mu}-\hat{\mu}-\hat{\theta}_r-\hat{\tau}_n-\hat{\omega}_m-\hat{\psi}_c\right\}+P\hat{\theta}_r=y_{r\cdots}+\left(P^2\hat{\mu}-P\hat{\mu}\right) \quad (N_1)$$

$$\tau_n:\quad \left\{P^2\hat{\mu}-\hat{\mu}-\hat{\theta}_r-\hat{\tau}_n-\hat{\omega}_m-\hat{\psi}_c\right\}+P\hat{\tau}_n=y_{\cdot n\cdot\cdot}+\left(P^2\hat{\mu}-P\hat{\mu}\right) \quad (N_2)$$

$$\omega_m:\quad \left\{P^2\hat{\mu}-\hat{\mu}-\hat{\theta}_r-\hat{\tau}_n-\hat{\omega}_m-\hat{\psi}_c\right\}+P\hat{\omega}_m=y_{\cdot\cdot m\cdot}+\left(P^2\hat{\mu}-P\hat{\mu}\right) \quad (N_3)$$

$$\psi_c:\quad \left\{P^2\hat{\mu}-\hat{\mu}-\hat{\theta}_r-\hat{\tau}_n-\hat{\omega}_m-\hat{\psi}_c\right\}+P\hat{\theta}_r=y_{\cdots c}+\left(P^2\hat{\mu}-P\hat{\mu}\right) \quad (N_4)$$

จากสมการ (15) มีรูปแบบสมการดังนี้

$$\left\{P^2\hat{\mu}-\hat{\mu}-\hat{\theta}_r-\hat{\tau}_n-\hat{\omega}_m-\hat{\psi}_c\right\}=y_{....}$$

จะได้สมการ (ผ$_1$) ถึง (ผ$_4$) เขียนใหม่และจัดรูปได้ดังนี้

$$\hat{\theta}_r=\frac{y_{r...}-y_{....}}{P}+(P-1)\hat{\mu} \qquad (\text{ผ}_5)$$

$$\hat{\tau}_n=\frac{y_{.n..}-y_{....}}{P}+(P-1)\hat{\mu} \qquad (\text{ผ}_6)$$

$$\hat{\omega}_m=\frac{y_{..m.}-y_{....}}{P}+(P-1)\hat{\mu} \qquad (\text{ผ}_7)$$

$$\hat{\psi}_c=\frac{y_{...c}-y_{....}}{P}+(P-1)\hat{\mu} \qquad (\text{ผ}_8)$$

แทนค่าพารามิเตอร์ ที่หาได้จากสมการ (ผ$_5$), (ผ$_6$), (ผ$_7$), (ผ$_8$) ในสมการ (15) จะคำนวณหาค่า $\hat{\mu}$ ได้ดังนี้

$$\hat{\mu}=\frac{(P-4)y_{....}+y_{r...}+y_{.n..}+y_{..m.}+y_{...c}}{P(P-1)(P-3)} \qquad (\text{ผ}_9)$$

ประวัติผู้เขียนบทความ

นางสาว สิริลักษ์ วงศ์ศรียา ปัจจุบันเป็นนักศึกษาระดับปริญญาโท ชั้นปีที่ 2 ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง วิชาที่สนใจ ได้แก่ สถิติวิศวกรรม

กิตติวัฒน์ สิริเกษมสุข เป็นผู้ช่วยศาสตาจารย์ สังกัดภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ได้รับปริญญาในระดับดุษฎีบัณฑิต เมื่อปีพ.ศ. 2556 สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการและการผลิต จากสถาบันเทคโนโลยีแห่งเอเชีย ณ ประเทศไทย ด้วยทุน NSTDA และ RTG Fellowship งานสอน ได้แก่ การจัดการโซ่อุปทาน สถิติวิศวกรรม การวางแผนและการควบคุมการผลิตการศึกษาการทำงาน เป็นต้น โดยมีงานตีพิมพ์ในหลายๆวารสารระดับนานาชาติ เช่น Computers & Operations Research เป็นต้น

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล	นางสาวสิริลักษ์ วงศ์ศรียา
ชื่อวิทยานิพนธ์	การเปรียบเทียบผลบวกกำลังสองของทรีตเมนต์สำหรับแผนแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เมื่อข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า
สาขาวิชา	วิศวกรรมอุตสาหการ
วัน เดือน ปีเกิด	26 กันยายน 2536
ที่อยู่	57 ถ.สุวินทวงศ์ ต.หน้าเมือง อ.เมือง จ.ฉะเชิงเทรา 24000
ประวัติการศึกษา	2559 วิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาสถิติประยุกต์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
การเผยแพร่ผลงานวิทยานิพนธ์	บทความตีพิมพ์ เรื่อง การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบสำหรับการวางแผนการทดลองแบบจัตุรัส เกรโก-ละติน เมื่อข้อมูลสูญหายหนึ่งค่า ในการประชุมวิชาการด้านการวิจัยดำเนินงานแห่งชาติ ประจำปี 2561 ณ โรงแรมเดอะซายน์ รีสอร์ท พัทยา ชลบุรี ประเทศไทย วันที่ 23-24 เมษายน 2561