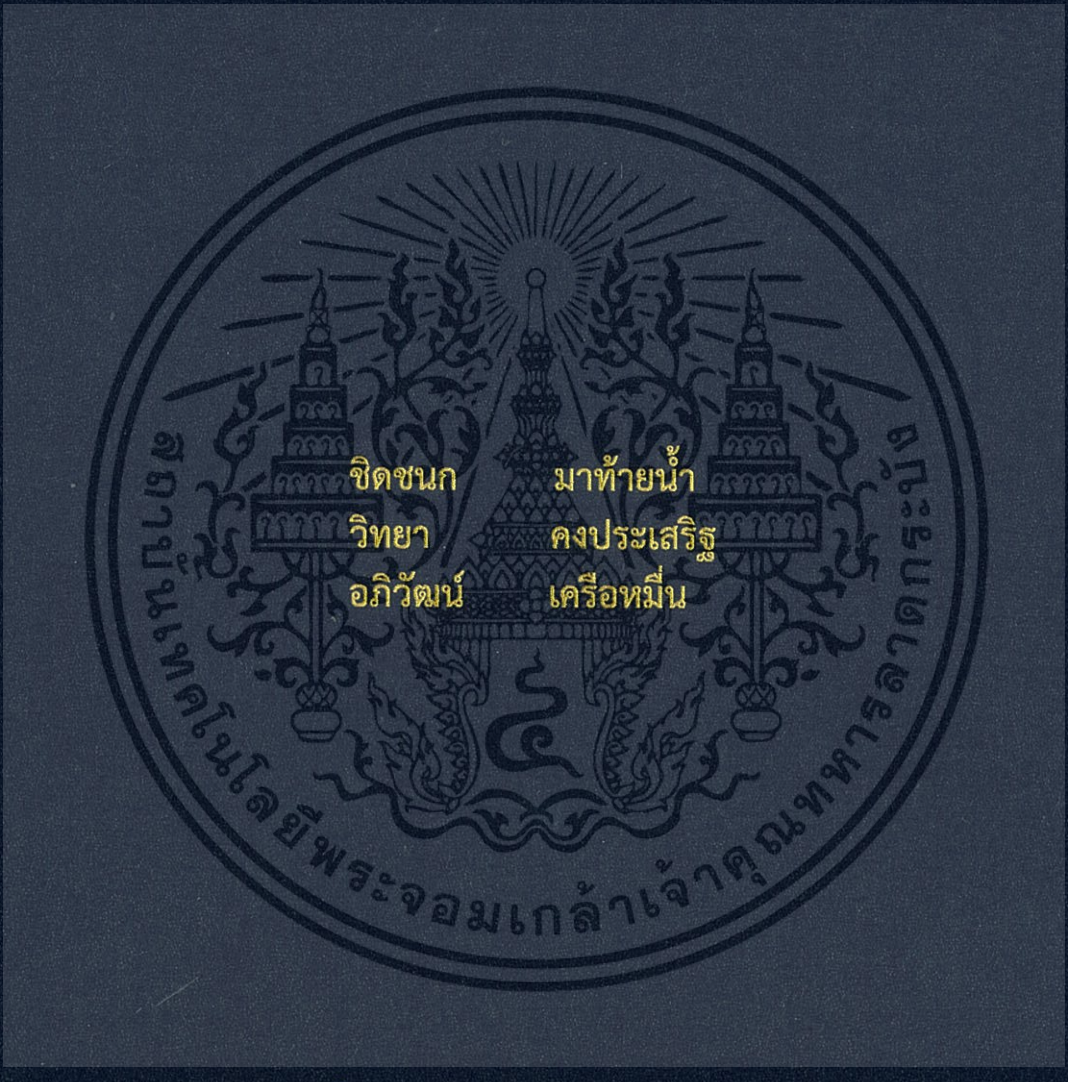
การจำลองแบบเชิงตัวเลขเพื่อการประมาณเวลาเสียชีวิต

NUMERICAL SIMULATION TO APPROXIMATING TIME OF DEATH



ชิดชนก มาท้ายน้ำ
วิทยา คงประเสริฐ
อภิวัฒน์ เครือหมื่น

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2559

การจำลองแบบเชิงตัวเลขเพื่อการประมาณเวลาเสียชีวิต

NUMERICAL SIMULATION TO APPROXIMATING TIME OF DEATH

ชิดชนก มาท้ายน้ำ
วิทยา คงประเสริฐ
อภิวัฒน์ เครือหมื่น

.b 00165627
.i
TB00160

ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2559

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

NUMERICAL SIMULATION TO APPROXIMATING TIME OF DEATH

CHITCHANOK MATAYNAM
WITTAYA KONGPRASERT
APIWAT KRUEMUEN

A SPECIAL PROBLEM SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF
THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE
DEPARTMENT OF MATHEMATICS
FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2016

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อโครงงานพิเศษ	การจำลองแบบเชิงตัวแลขเพื่อการประมาณเวลาเสียชีวิต
ปัญหาพิเศษ	NUMERICAL SIMULATION TO APPROXIMATING TIME OF DEATH
ชื่อนักศึกษา	นางสาวชิดชนก มาท้ายน้ำ รหัสนักศึกษา56050032 นายวิทยาคง ประเสริฐ รหัสนักศึกษา56050133 นายอภิวัฒน์ เครือหมื่น รหัสนักศึกษา56050172
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชา	คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา	2559
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์จินดา ไชยช่วย
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผศ.ดร.นพรัตน์ โพธิ์ชัย

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.) อนุมัติให้ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์) ประจำปีการศึกษา 2559

คณะกรรมการสอบ	ลายมือชื่อ
ผศ.ดร.กาญจนา คำนึงกิจ ประธานกรรมการ	
ผศ.ดร.อาทิตย์ แข็งธัญการ กรรมการ	
อาจารย์จินดา ไชยช่วย กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	
ผศ.ดร.นพรัตน์ โพธิ์ชัย กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา	

ลิขสิทธิ์ของคณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อปัญหาพิเศษ	การจำลองแบบเชิงตัวเลขเพื่อการประมาณเวลาเสียชีวิต
ชื่อนักศึกษา	นางสาวชิดชนก มาท้ายน้ำ รหัสนักศึกษา56050032
	นายวิทยาคง ประเสริฐ รหัสนักศึกษา56050133
	นายอภิวัฒน์ เครือหมื่น รหัสนักศึกษา56050172
ปริญญา	วิทยาศาสตรบัณฑิต (คณิตศาสตร์ประยุกต์)
ภาควิชา	คณิตศาสตร์
คณะ	วิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัย	สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.)
ปีการศึกษา	2559
อาจารย์ที่ปรึกษา	อาจารย์จินดา ไชยช่วย
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผศ.ดร.นพรัตน์ โพธิ์ชัย

บทคัดย่อ

เวลาเป็นหนึ่งในปัจจัยที่สำคัญในการพิจารณาคดีฆาตกรรม เพื่อการบ่งชี้ถึงผู้กระทำความผิด การโต้แย้งคำให้การโดยปราศจากข้อสงสัย หากสถานการณ์โดยรอบของการเสียชีวิตบ่งชี้ถึงความเป็นไปได้ที่จะเกิดการฆาตกรรม ร่างกายและพื้นที่โดยรอบจะเป็นส่วนสำคัญในการประมาณเวลาเสียชีวิต โดยเฉพาะกรณีที่ไม่มีพยานบุคคล เวลาการเสียชีวิตจึงมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งต่อการสืบสวน สมการก่อกำเนิดคือกฎการระบายความร้อนของนิวตันที่สามารถระบุเวลาการเสียชีวิตได้ วิธีนิวตันนำมาประมาณค่าผลเฉลยของสมการและเทคนิคการประมาณค่าในช่วงกำลังสองลากรองจ์ถูกนำมาใช้เพื่อประมาณสัมประสิทธิ์การนำความร้อนของร่างกายมนุษย์ โดยผลการคำนวณถูกนำไปเปรียบเทียบกับข้อมูลที่ได้จากการทดลองเพื่อเปรียบเทียบความแม่นยำของการประมาณค่าผลเฉลยที่ได้จากการคำนวณ พบว่าผลการคำนวณมีความแม่นยำในการประมาณค่าเวลาการเสียชีวิตในระดับที่เชื่อถือได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Special Project Title	NUMERICAL SIMULATION TO APPROXIMATING TIME OF DEATH		
Students	Miss.Chitchanok	Mataynam	56050032
	Mr.Wittiya	Kongparsert	56050133
	Mr.Apiwat	Kruemuen	56050172

Degree	Bachelor of Science (Applied Mathematics)
Department	Mathematics , Faculty of Science
Faculty	Science
University	King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL)
Academic Year	2016
Advisor	Chinda Chaichuay
Advisor	Nopparat Phochai

Abstract

Time is one of the most important factors of consideration in a murder case. It might delicately convict a murderer, break a alibi, alternately dispose of a suspect. If the circumstances surrounding death indicate the possibility of homicide,then both the body and immediate surrounding area become crucial in estimating time of death. Estimating the time of death, especially in cases where there are no witnesses, is critical to the investigation. The governing equation is governed by the Newton's law of cooling that provides the time of death. The Lagrange quadratic interpolation technique is use to fitting the experimental data so as to gives the accurately thermal conductivity. The traditional Newton method is also employed to approximate the solution. The proposed numerical technique gives good agreement estimating time of death.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ในการทำปัญหาพิเศษฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ทางคณะผู้จัดทำต้องต้องขอขอบพระคุณ อาจารย์จินดา ไชยช่วย และ ผศ.ดร.นพรัตน์ โพธิ์ชัย อาจารย์ที่ปรึกษาปัญหาพิเศษที่กรุณาคอยให้คำแนะนำและเป็นที่ปรึกษาในการแก้ปัญหาต่างๆ รวมทั้งเป็นผู้ตรวจทานแก้ไขปัญหาในการทำปัญหาพิเศษฉบับนี้ ขอขอบพระคุณคณาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้ต่างๆให้แก่ผู้จัดทำจนกระทั่งปัญหาพิเศษสำเร็จด้วยดีทุกประการ รวมถึงเจ้าหน้าที่ประจำภาควิชาทุกท่าน ที่ช่วยเหลือในด้านการอำนวยความสะดวกเกี่ยวกับอุปกรณ์ที่จำเป็นต่างๆ ขอขอบพระคุณบิดา-มารดาที่ให้การสนับสนุนทุกประการทางด้านการศึกษา และยังให้กำลังใจตลอดมา และต้องขอขอบคุณเพื่อนๆ ทุกท่านที่ช่วยเหลือด้านคำแนะนำและกำลังใจมาตลอด

คณะผู้จัดทำ
ธันวาคม 2559

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย..... ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... ข
กิตติกรรมประกาศ..... ค
สารบัญ..... ง

บทที่ 1 บทนำ..... 1

1.1. ความเป็นมาและความสำคัญ..... 1
1.2. วัตถุประสงค์..... 1
1.3. ขอบเขต..... 1
1.4. ขั้นตอนการดำเนินงาน..... 1
1.5. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ..... 1

บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 2

2.1 สมการ Newton's law of Cooling..... 2
การหาค่านำความร้อนของวัตถุ..... 4
2.2 การหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของปัญหาค่าเริ่มต้น..... 6
2.2.1 วิธีออยเลอร์(Euler method..... 6
2.3 การประมาณค่าในช่วง..... 7
2.3.1 การประมาณค่าในช่วงด้วยวิธีลากรองจ์
(Legrange Interpolating Polynomials)..... 7

บทที่ 3 การจำลองแบบเชิงตัวเลขเพื่อการประมาณเวลาการเสียชีวิต..... 8

3.1 การประมาณเวลาการเสียชีวิต..... 8
3.2 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม..... 12
3.3 การประมาณเวลาการเสียชีวิตโดยวิธีการประมาณค่าในช่วง..... 14
3.4 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมโดยวิธีการประมาณค่าในช่วง..... 19

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

หน้า

บทที่ 4 การทดลองเชิงตัวเลข 21

4.1ตัวอย่างที่1 การเปรียบเทียบเวลาจริงกับเวลาทดลอง 21
ผลเฉลยเชิงตัวเลขโดยวิธีออยเลอร์(Euler) 25
4.2ตัวอย่างที่2 การเปรียบเทียบเวลาจริงกับเวลาทดลอง 3 2
ผลเฉลยเชิงตัวเลขโดยวิธีออยเลอร์(Euler) 36

บทที่ 5 สรุปผลการจัดทำปัญหาพิเศษและข้อเสนอแนะ 42

5.1 สรุปผล 42
5.2 ข้อเสนอแนะ 42

บรรณานุกรม 43

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

วัตถุแต่ละชนิดเมื่อมีอุณหภูมิเริ่มต้นหากถูกทิ้งไว้ในสิ่งแวดล้อมที่มีอุณหภูมิต่ำกว่าวัตถุ วัตถุสามารถเย็นตัวลงไปตามสิ่งแวดล้อมได้ เนื่องจากการถ่ายเทพลังงานในตัวเองให้แก่สิ่งแวดล้อม ซึ่งในวัตถุแต่ละชนิดจะสามารถเย็นตัวลง จะช้าหรือเร็วขึ้นอยู่กับมวลของวัตถุ อุณหภูมิเริ่มต้น อุณหภูมิโดยรอบ ความหนาแน่น ซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญในการถ่ายเทความร้อนในวัตถุต่างๆ ซึ่งสิ่งมีชีวิตก็จะถ่ายเทความร้อนเช่นกัน ตัวอย่างเช่น มนุษย์มีอุณหภูมิคงที่ ที่ 98.6 องศาฟาเรนไฮต์ ดังนั้นเมื่อมนุษย์ยังมีชีวิตอยู่อุณหภูมิของร่างกายจะคงที่ แต่หากเสียชีวิตร่างกายจะมีอุณหภูมิลดลงตามลำดับจะช้าหรือเร็วนั้นขึ้นอยู่กับอุณหภูมิโดยรอบ ผู้วิจัยจึงนำเสนอตัวแบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายปัญหานี้และหาผลเฉลยด้วยวิธีเชิงตัวเลข โดยการสร้างโปรแกรมคอมพิวเตอร์มาช่วยในการคำนวณ

1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

1) เพื่อศึกษาการเย็นตัวของวัตถุ
2) เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของวัตถุเมื่อเวลาเปลี่ยนไป
3) เพื่อศึกษาเวลาการเสียชีวิตของมนุษย์

1.3 ขอบเขตของงานวิจัย

1) วัตถุไม่เคลื่อนที่
2) อุณหภูมิโดยรอบไม่เปลี่ยนแปลง
3) ทราบอุณหภูมิตั้งต้น

1.4 ขั้นตอนการดำเนินการวิจัย

1) ศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
2) กำหนดพารามิเตอร์ที่จำเป็น
3) หาผลเฉลยของตัวแบบ
4) ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อช่วยในการคำนวณ

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1) ทำให้ทราบถึงระยะเวลาในการเย็นตัวลงของวัตถุ
2) เป็นแนวทางการประมาณเวลาการเสียชีวิตของมนุษย์
3) เป็นแนวทางการประมาณเวลาการเสียชีวิตของสิ่งมีชีวิตอื่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2
นิยามและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 สมการ Newton's Law of Cooling

ความแตกต่างของอุณหภูมิไม่ว่ากรณีใดๆ เป็นผลมาจากการเคลื่อนที่ของพลังงานเข้าสู่ระบบหรือการเคลื่อนที่ของพลังงานจากระบบสู่สิ่งแวดล้อม รูปแบบนี้เป็นการแสดงถึงการเย็นตัวลงของวัตถุ

กฎการเย็นตัวของนิวตันบ่งบอกว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิของวัตถุ ณ เวลาใดๆ มีความสัมพันธ์แบบแปลผันตรงกับผลต่างระหว่างอุณหภูมิของวัตถุ ณ เวลาใดๆ กับอุณหภูมิบริเวณรอบ กฎการเย็นตัวของนิวตันจะใช้ศึกษาการเย็นตัวของวัตถุ เป็นสมการที่บอกว่าวัตถุจะเย็นตัวลงได้เร็วหรือช้าอย่างไร

ให้ $T:[0,\infty)\to\mathbb{R}$ เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ โดย $T(t)$ เป็นอุณหภูมิของวัตถุ ณ เวลา t ใดๆ $(t\geq 0)$

T_0 คือ อุณหภูมิโดยรอบที่กำหนดเป็นค่าคงที่

$\frac{dT}{dt}$ คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิของวัตถุ ณ เวลา t ใดๆ

<u>กรณีที่1</u> $T>T_0$ อุณหภูมิของวัตถุจะสูงกว่าอุณหภูมิโดยรอบ ดังนั้น จะมีการคายความร้อนจากวัตถุไปสู่สิ่งแวดล้อม จะได้ว่า $\frac{dT}{dt}<0$ และ $k<0$

จะได้สมการดังนี้
$$\frac{dT}{dt}=-k(T-T_0) \tag{1}$$

เมื่อ k คือค่าการนำความร้อนของวัตถุ สำหรับ $k<0$

<u>กรณีที่2</u> $T<T_0$ อุณหภูมิของวัตถุจะต่ำกว่าอุณหภูมิโดยรอบ ดังนั้น วัตถุจะมีการดึงความร้อนจากบริเวณโดยรอบ จะได้ว่า $\frac{dT}{dt}>0$ และ $k>0$

จะได้สมการดังนี้
$$\frac{dT}{dt}=+k(T-T_0) \tag{2}$$

เมื่อ k คือค่าการนำความร้อนของวัตถุ สำหรับ $\mathrm{k}>0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยวิธีแยกตัวแปรจะได้

$$-kt = \log(T - T_0) + \log Ca \tag{3}$$

$$T = T_0 + Ce^{-kt} \tag{4}$$

ถ้า $t = 0$ แล้ว $C = T - T_0$

จะได้ว่า

$$T(t) = T_0 + (T(0) - T_0)e^{-kt} \tag{5}$$

โดยที่ $T(t)$ คือ อุณหภูมิ ณ เวลา $t > 0$

T_0 คือ อุณหภูมิของสิ่งแวดล้อม

$T(0)$ คือ อุณหภูมิของวัตถุที่ $t = 0$

t คือ เวลา

k คือ ค่าการนำความร้อนของวัตถุ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.1.การหาค่าการนำความร้อนของวัตถุ

<u>วิธีที่ 1</u>

$$T_1(t) = T_0 + \left(T(0) - T_0\right)e^{-kt} \tag{6}$$

โดย $T_1(t)$ คือ อุณหภูมิของวัตถุที่ถูกวัดครั้งที่ 1

$$T_2(t) = T_0 + \left(T(0) - T_0\right)e^{-k(t+1)} \tag{7}$$

โดย $T_2(t)$ คือ อุณหภูมิของวัตถุที่ถูกวัดครั้งที่ 2 ณ เวลา $t+1$

จากสมการ (6) และ (7) จะได้

$$\frac{T_1(t) - T_0}{T_2(t) - T_0} = \frac{\left(T(0) - T_a\right)}{\left(T(0) - T_a\right)} \frac{e^{-kt}}{e^{-k(t+1)}} \tag{8}$$

$$\frac{T_1(t) - T_0}{T_2(t) - T_0} = \frac{e^{-kt}}{e^{-kt}e^{-k}} \tag{9}$$

$$\frac{T_1(t) - T_0}{T_2(t) - T_0} = e^{k} \tag{10}$$

จะได้

$$k = \ln\left(\frac{T_1(t) - T_0}{T_2(t) - T_0}\right) \tag{11}$$

<u>วิธีที่ 2</u>

พิจารณา

$$\frac{dT}{dt} = k(T(t) - T_0) \tag{12}$$

เมื่อ T_a คือ อุณหภูมิโดยรอบที่กำหนดเป็นค่าคงที่

$$\frac{1}{T - T_0}\frac{dT}{dt} = k \tag{13}$$

$$\int \frac{1}{T - T_0}\frac{dT}{dt}\,dt = \int k\,dt \tag{14}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ให้

$$u = T - T_0 \tag{15}$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{dT}{dt} \tag{16}$$

$$du = \frac{dT}{dt}\,dt \tag{17}$$

$$du = \frac{du}{dt}\,dt \tag{18}$$

$$dt = \frac{dt}{du}\,du \tag{19}$$

จะได้

$$\int \frac{1}{u}\frac{du}{dt}\frac{dt}{du}\,du = \int k\,dt \tag{20}$$

$$\ln(u) = kt + c \tag{21}$$

จาก สมการ (15) $u = T - T_0$

ดังนั้น

$$\ln(T(\mathrm{t}) - T_0) = kt + c \tag{22}$$

$$k = \frac{d}{dt}\ln(T(\mathrm{t}) - T_0) \tag{23}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2 การหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของปัญหาค่าเริ่มต้น

ปัญหาค่าเริ่มต้น

$$y = y(x) \rightarrow y' = f(x,y) \text{ สำหรับทุก } x_0 < x$$

ภายใต้เงื่อนไข

$$y(x_0) = y_0$$

วิธีเชิงตัวเลข เราจะกำหนดสมดุล $x_1, x_2, x_3, \ldots$ และหาค่าของ $y(x_i)$ ซึ่งเป็น ผลเฉลยโดยประมาณ เพื่อไม่ให้สับสน เราจะใช้ y_i เป็นค่าประมาณของ $y(x_i)$ ที่ $x = x_i$

2.2.1 วิธีออยเลอร์ (Euler method)

พิจารณาวิธีเทย์เลอร์ อันดับหนึ่ง

$$y_{i+1} = y_i + y'_i h \tag{24}$$

เนื่องจาก $y' = f(x,y)\ ; a \le x \le b$

นั้นคือ $y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h\ ; \forall_i = 0,1,2,\ldots,n$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3 การประมาณค่าในช่วง

การประมาณค่าในช่วงหรือการหาเส้นโค้งในช่วง คือ การสร้างสมการพหุนามที่ผ่านทุกจุดของข้อมูล รูปทั่วไปของสมการพหุนามอันดับที่ n คือ

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n \tag{25}$$

2.3.1 การประมาณค่าในช่วงด้วยวิธีลากรองจ์ (Legrange Interpolating Polynomials)

การประมาณค่าในช่วงด้วยวิธีลากรองจ์ คือการประมาณค่าในช่วงที่เปลี่ยนรูปมาจากการหาสมการพหุนามด้วยวิธีนิวตัน และสามารถเขียนได้ด้วย

$$f_n(x) = \sum_{i=0}^{n} L_i(x) f(x_i) \quad \text{เมื่อ} \quad L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq 1}}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \tag{26}$$

ถ้า $n = 1$

$$f_1(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} f(x_1)$$

ถ้า $n = 2$

$$f_2(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} f(x_0) + \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} f(x_1) + \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} f(x_2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3
การจำลองแบบเชิงตัวเลขเพื่อประมาณเวลาการเสียชีวิต

3.1 การประมาณเวลาการเสียชีวิต

สมมติ เกิดเหตุฆาตกรรมภายในอพาร์ตเมนต์แห่งหนึ่ง เจ้าหน้าที่พบศพผู้เสียชีวิตในตอนเช้า เวลา 7.00 น. ได้ทำการวัดอุณหภูมิศพ วัดได้ 72.5 องศาฟาเรนไฮต์และทำการวัดอุณหภูมิอีกครั้ง 1 ชั่วโมงต่อมา วัดได้ 72 องศาฟาเรนไฮต์ ซึ่งอพาร์ทเมนต์นี้มีอุณหภูมิคงที่ 70 องศาฟาเรนไฮต์ จากเหตุการณ์จะได้ว่า

อุณหภูมิของศพ ณ เวลาแรกที่พบศพเป็น $T(t_a) = 72.5F$

อุณหภูมิของศพเมื่อเวลาผ่านไปเป็น $T(t_b) = 72F$

อุณหภูมิแวดล้อมเป็น $T_0 = 70F$

จากข้อมูลข้างต้นนำมาหาค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน (k)

$$k = -\ln(\frac{T(t_a) - T_0}{T(t_b) - T_0})$$

$$= -\ln(\frac{72.5 - 70}{72 - 70})$$

$$= -\ln(\frac{2.5}{2}) = -0.2231$$

ให้ อุณหภูมิปกติของร่างกายมนุษย์เป็น $T(0) = 98.6F$

<u>ประมาณเวลาเสียชีวิตด้วยวิธีเชิงตัวเลขโดยวิธีออยเลอร์</u>

ปัญหาค่าเริ่มต้น $\frac{dT(t)}{dt} = k(T(t) - T_0)$

เงื่อนไขเริ่มต้น $T(t) = T(0)$

จากวิธีออยเลอร์จะได้ $T_{i+1} = T_i + f(t_i, T_i)h$

เมื่อ $f(t_i, T_i) = k(T - 70) = -0.2231(T - 70)$

เลือก $h = 1$ (ชั่วโมง)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณา

$i = 0$

$$T_1 = T_0 + f(t_0, T_0)h$$
$$= 98.6 + [-0.2231(98.6 - 70)](1)$$
$$= 92.21$$

$i = 1$

$$T_2 = T_1 + f(t_1, T_1)h$$
$$= 99.21 + [-0.2231(92.21 - 70)](1)$$
$$= 87.26$$

$i = 2$

$$T_3 = T_2 + f(t_2, T_2)h$$
$$= 87.26 + [-0.2231(87.26 - 70)](1)$$
$$= 83.41$$

$i = 3$

$$T_4 = T_3 + f(t_3, T_3)h$$
$$= 83.41 + [-0.2231(83.41 - 70)](1)$$
$$= 80.41$$

$i = 4$

$$T_5 = T_4 + f(t_4, T_4)h$$
$$= 80.41 + [-0.2231(80.41 - 70)](1)$$
$$= 78.09$$

$i = 5$

$$T_6 = T_5 + f(t_5, T_5)h$$
$$= 78.09 + [-0.2231(78.09 - 70)](1)$$
$$= 76.28$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$i = 6$

$$T_7 = T_6 + f(t_6, T_6)h$$
$$= 76.28 + [-0.2231(76.28 - 70)](1)$$
$$= 74.88$$

$i = 7$

$$T_8 = T_7 + f(t_7, T_7)h$$
$$= 74.88 + [-0.2231(74.88 - 70)](1)$$
$$= 73.79$$

$i = 8$

$$T_9 = T_8 + f(t_8, T_8)h$$
$$= 73.79 + [-0.2231(73.79 - 70)](1)$$
$$= 72.94$$

$i = 9$

$$T_{10} = T_9 + f(t_9, T_9)h$$
$$= 72.94 + [-0.2231(72.94 - 70)](1)$$
$$= 72.29$$

$i = 10$

$$T_{11} = T_{10} + f(t_{10}, T_{10})h$$
$$= 72.94 + [-0.2231(72.94 - 70)](1)$$
$$= 71.77$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ตารางดังนี้

ชม.	อุณหภูมิ
0	98.60
1	92.21
2	87.26
3	83.41
4	80.41
5	78.09
6	76.28
7	74.88
8	73.79
9	72.94
10	72.29
11	71.77

จะสังเกตได้ว่า ในเวลาที่ $t=11$ อุณหภูมิที่คำนวณได้ $T_{11}=71.77$ น้อยกว่าอุณหภูมิของศพที่วัดครั้งสุดท้าย $T(t_b)=72$

ดังนั้นจะได้ว่า ศพเสียชีวิตมาแล้วประมาณ 11 ชั่วโมง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

1 รับค่าอุณหภูมิของศพ ณ เวลาแรกที่พบศพให้เป็น $T(\mathrm{t}_a)$

2 รับค่าอุณหภูมิของศพ เมื่อผ่านไปช่วงเวลาใดเวลาหนึ่งให้เป็น $T(\mathrm{t}_b)$

3 รับค่าอุณหภูมิของสภาพแวดล้อม ให้เป็น T_0

4 นำค่าของตัวแปร $T(\mathrm{t}_a)$, $T(\mathrm{t}_b), T_0$ มาคำนวณหาค่า สัมประสิทธิ์การถ่ายความร้อน (k)

หาจาก $$k = \ln\left(\frac{T(\mathrm{t}_a) - T_0}{T(\mathrm{t}_b) - T_0}\right)$$

5 รับค่าอุณหภูมิของคนปกติให้เป็น $T(0)$ และ ค่าช่วงย่อยของเวลา ให้เป็น h

6 นำค่าต่างๆมาหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของปัญหาค่าเริ่มต้น โดยวิธี ออยเลอร์

ปัญหาค่าเริ่มต้น $\frac{dT(\mathrm{t})}{dt} = k\left(T(\mathrm{t}) - \mathrm{T}_0\right)$

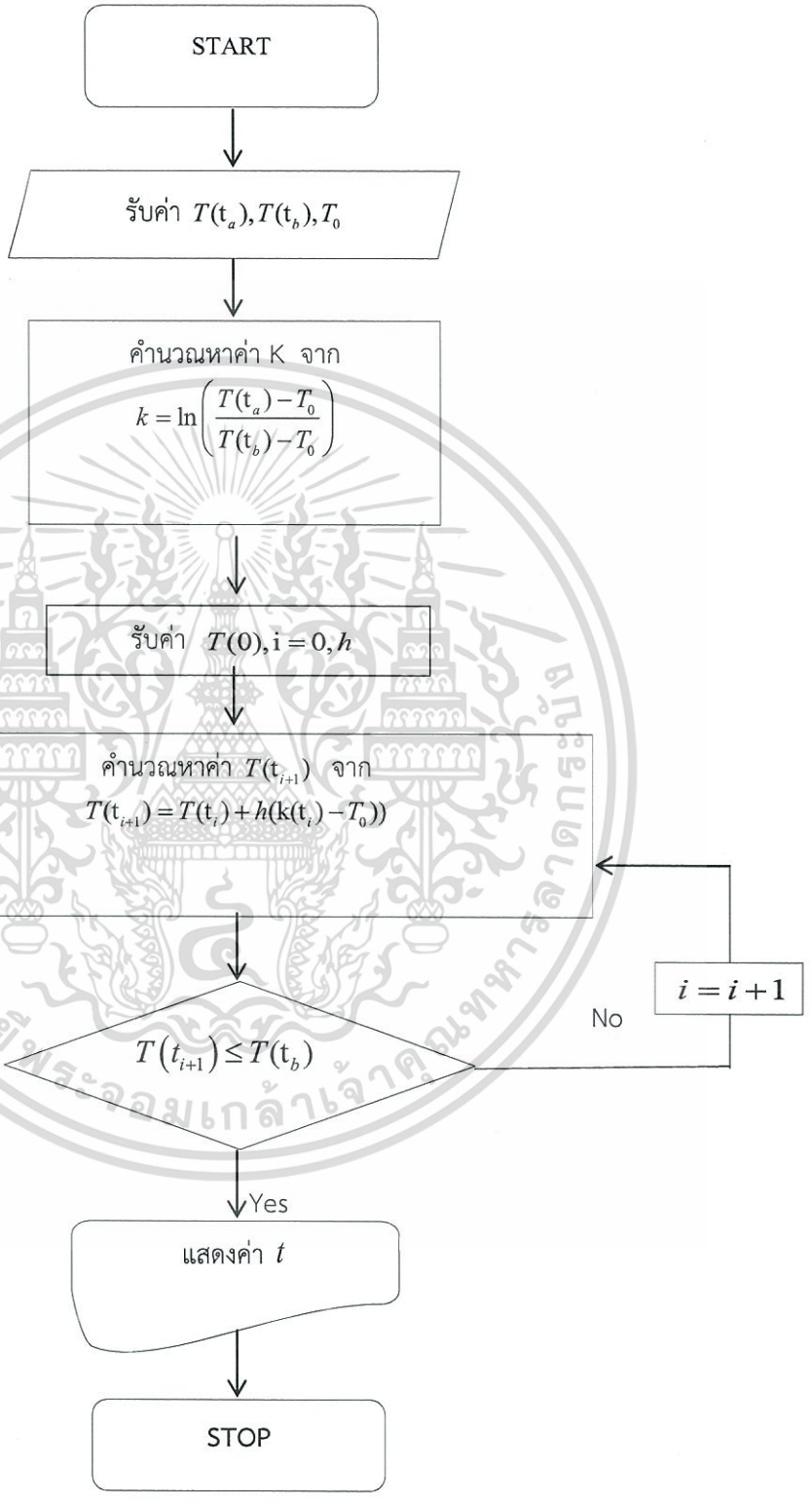
เงื่อนไขเริ่มต้น $T(0) = T_0$ และ $[i = 0]$

จากวิธีออยเลอร์จะได้ $T(\mathrm{t}_{i+1}) = T(\mathrm{t}_i) + h\left(-k\left(T(\mathrm{t}_i) - T_0\right)\right)$

7 หยุดทำเมื่อ $T(\mathrm{t}_{i+1}) \le T(\mathrm{t}_b)$

8 แสดงค่า $t = hi$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 การประมาณเวลาการเสียชีวิตโดยวิธีประมาณค่าในช่วง

สมมติว่าเกิดเหตุฆาตกรรมในอพาร์ทเมนท์แห่งหนึ่ง เจ้าหน้าที่พบศพในเวลา 7.00 น. และได้ทำการชันสูตรศพโดยการวัดอุณหภูมิศพทั้งหมด 4 ครั้ง รอบแรกวัดได้ 194 องศาฟาเรนไฮต์ รอบที่สองวัดได้ 183.6 องศาเรนไฮต์ รอบที่สามวัดได้ 162.5 องศาฟาเรนไฮต์ และรอบที่ 4 วัดได้ 144.3 องศาฟาเรนไฮต์

โดยใช้เวลาทั้งหมด 45 นาที ในการวัดอุณหภูมิทั้ง 4 ครั้ง และอุณหภูมิภายในอพาร์ทเมนท์วัดได้ 75.2 องศาฟาเรนไฮต์ ซึ่งอุณหภูมิภายในอพาร์ทเมนท์ไม่มีการเปลี่ยนแปลงเลย

จากเหตุการณ์จะได้ว่า

$T(t_0)$ คือ อุณหภูมิของศพที่พบครั้งแรก

$T(t_1)$ คือ อุณหภูมิของศพเมื่อเวลาผ่านไป 15 นาที

$T(t_2)$ คือ อุณหภูมิของศพเมื่อเวลาผ่านไป 30 นาที

$T(t_3)$ คือ อุณหภูมิของศพเมื่อเวลาผ่านไป 45 นาที

T_0 คือ อุณหภูมิภายในอพาร์ทเมนท์

ได้ข้อมูลดังนี้

เวลา	อุณหภูมิของศพ	$T(t)-T_0$	$\ln(T(t)-T_0)$
0	194	118.8	4.8
15	183.6	108.4	4.7
30	162.5	87.3	4.5
45	144	69.1	4.2

คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน โดยการประมาณค่าในช่วง

จาก $$T_n(t)=\sum_{i=0}^{n}L_i(t)f(t_i) \quad \text{เมื่อ} \quad L_i(t)=\prod_{\substack{j=0\\ j\neq 1}}^{n}\frac{t-t_j}{t_i-t_j}$$

และ $$f(t_i)=\ln(T(t_i)-T_0) \quad \text{สำหรับทุกๆ } i=0,1,2,...,n$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณา $n=3$

$$T_n(t)=\frac{(t-t_1)(t-t_2)(t-t_3)}{(t_0-t_1)(t_0-t_2)(t_0-t_3)}f(t_0)+\frac{(t-t_0)(t-t_2)(t-t_3)}{(t_1-t_0)(t_1-t_2)(t_1-t_3)}f(t_1)$$

$$+\frac{(t-t_0)(t-t_1)(t-t_3)}{(t_2-t_0)(t_2-t_1)(t_2-t_3)}f(t_2)+\frac{(t-t_0)(t-t_1)(t-t_2)}{(t_3-t_0)(t_3-t_1)(t_3-t_2)}f(t_3)$$

$$T_3(t)=\frac{(t-15)(t-30)(t-45)}{(0-15)(0-30)(0-45)}(4.8)+\frac{(t-0)(t-30)(t-45)}{(15-0)(15-30)(15-45)}(4.7)$$

$$+\frac{(t-0)(t-15)(\mathrm{t}-45)}{(30-0)(30-15)(30-45)}(4.5)+\frac{(t-0)(t-15)(t-30)}{(45-0)(45-15)(45-30)}(4.2)$$

$$=\frac{t^3-90t^2+2475t-20250}{-20250}(4.8)+\frac{t^3-45t^2+1350t}{6750}(4.7)$$

$$+\frac{t^3-60t^2+675t}{-6750}(4.5)+\frac{t^3-45t^2+450t}{2050}(4.2)$$

$$=-0.000222t^2-0.003333t+4.8$$

จาก $$\frac{dT}{dt}=k(T-T_0)$$

จะได้ $$\mathrm{k}=\frac{1}{T-T_a}\frac{dT}{dt}=\frac{1}{T-T_a}\frac{d}{dt}(T-T_0)=\frac{d}{dt}\left(\ln\left(T-T_0\right)\right)$$

ทำให้ $$k(t)=\frac{d}{dt}\left(-0.000222t^2-0.003333t+4.8\right)$$

$$=-0.000444t-0.003333$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ต่อมาประมาณเวลาเสียชีวิตด้วยวิธีการประมาณค่าเชิงตัวเลขโดยวิธีออยเลอร์

ให้ อุณหภูมิของมนุษย์ $T(0)=194F$

ปัญหาค่าเริ่มต้น $\frac{dT(t)}{dt}=k(T(t)-T_0)$

เงื่อนไขเริ่มต้น $T(t)=T(0)$

$k(t)=-0.000444t_{i+1}-0.003333$

จะได้ $T(t_{i+1})=T(t_i)+f(t_i,T_i)h$

เมื่อ $f(t_i,T_i)=(-0.000444t_{i+1}-0.003333)(T(t_i)-75.2)$ ให้ $h=5$

พิจารณา

$i=0$

$$T(t_1)=T(t_0)+f(t_0,T_0)h$$
$$=194+[(-0.000444(5)-0.003333)(194-75.2)](5)$$
$$=190.7015$$

$i=1$

$$T(t_2)=T(t_1)+f(t_1,T_1)h$$
$$=190.7015+[(-0.000444(10)-0.003333)(190.7015-75.2)](5)$$
$$=186.2126$$

$i=2$

$$T(t_3)=T(t_2)+f(t_2,T_2)h$$
$$=186.2126+[(-0.000444(15)-0.003333)(186.2126-75.2)](5)$$
$$=180.6658$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$i=3$

$$T(t_4)=T(t_3)+f(t_3,T_3)h$$

$$=180.6658+[(-0.000444(20)-0.003333)(180.6658-75.2)](5)$$

$$=174.2255$$

$i=4$

$$T(t_5)=T(t_4)+f(t_4,T_4)h$$

$$=174.2255+[(-0.000444(25)-0.003333)(174.2255-75.2)](5)$$

$$=167.0794$$

$i=5$

$$T(t_6)=T(t_5)+f(t_5,T_5)h$$

$$=167.0794+[(-0.000444(30)-0.003333)(167.0794-75.2)](5)$$

$$=159.4290$$

$i=6$

$$T(t_7)=T(t_6)+f(t_6,T_6)h$$

$$=159.4290+[(-0.000444(35)-0.003333)(159.4290-75.2)](5)$$

$$=151.4808$$

$i=7$

$$T(t_8)=T(t_7)+f(t_7,T_7)h$$

$$=151.4808+[(-0.000444(40)-0.003333)(151.4808-75.2)](5)$$

$$=143.4358$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้ตารางดังนี้ (F)

เวลา(นาที)	อุณหภูมิ
0	194.0000
5	190.7015
10	186.2126
15	180.6658
20	174.2255
25	167.0794
30	159.4290
35	151.4808
40	143.4358

จะได้ว่า ในเวลาที่ $t = 40$ อุณหภูมิที่คำนวณได้ มีค่าน้อยกว่าอุณหภูมิของศพที่วัดได้ครั้งสุดท้าย ดังนั้น เราสามารถประมาณเวลาการเสียชีวิตได้ เท่ากับ 40 นาที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.4 ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม โดยการประมาณค่าในช่วง

1.รับค่าอุณหภูมิของศพ ณ เวลาที่พบศพให้เป็น

$t = 40$ คือ อุณหภูมิของศพ ณ เวลาเจอศพครั้งแรก

$T(\mathrm{t}_i)$ คือ อุณหภูมิของศพ ณ เวลาต่อมาโดย ที่ i = 1,2,3....., m

2. รับค่าอุณหภูมิของสภาพแวดล้อม ให้เป็น T_0

3. รับค่าอุณหภูมิของคนปกติ $T(0)$

4. นำค่าของตัวแปร $T(\mathrm{t}_i), \mathrm{T}_0$ มาคำนวณหาค่า สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน (k) โดยวิธีการประมาณค่าในช่วง

$$T_n(\mathrm{t}) = \sum_{i=0}^{n} L_i(\mathrm{t}) f(\mathrm{t}_i) \quad \text{เมื่อ} \quad L_i(\mathrm{t}) = \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq 1}}^{n} \frac{t - t_j}{t_i - t_j}$$

และ $$f(\mathrm{t}) = \frac{d}{dt} \ln\left(T(\mathrm{t}_i) - \mathrm{T}_0\right)$$

โดย $$k(\mathrm{t}) = \frac{d}{dx} T_n(\mathrm{t})$$

5. นำค่าต่างๆมาหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของปัญหาค่าเริ่มต้น โดยวิธีออยเลอร์

ปัญหาค่าเริ่มต้น $$\frac{dT(\mathrm{t})}{dt} = k(\mathrm{t})\left(T(\mathrm{t}) - \mathrm{T}_0\right)$$

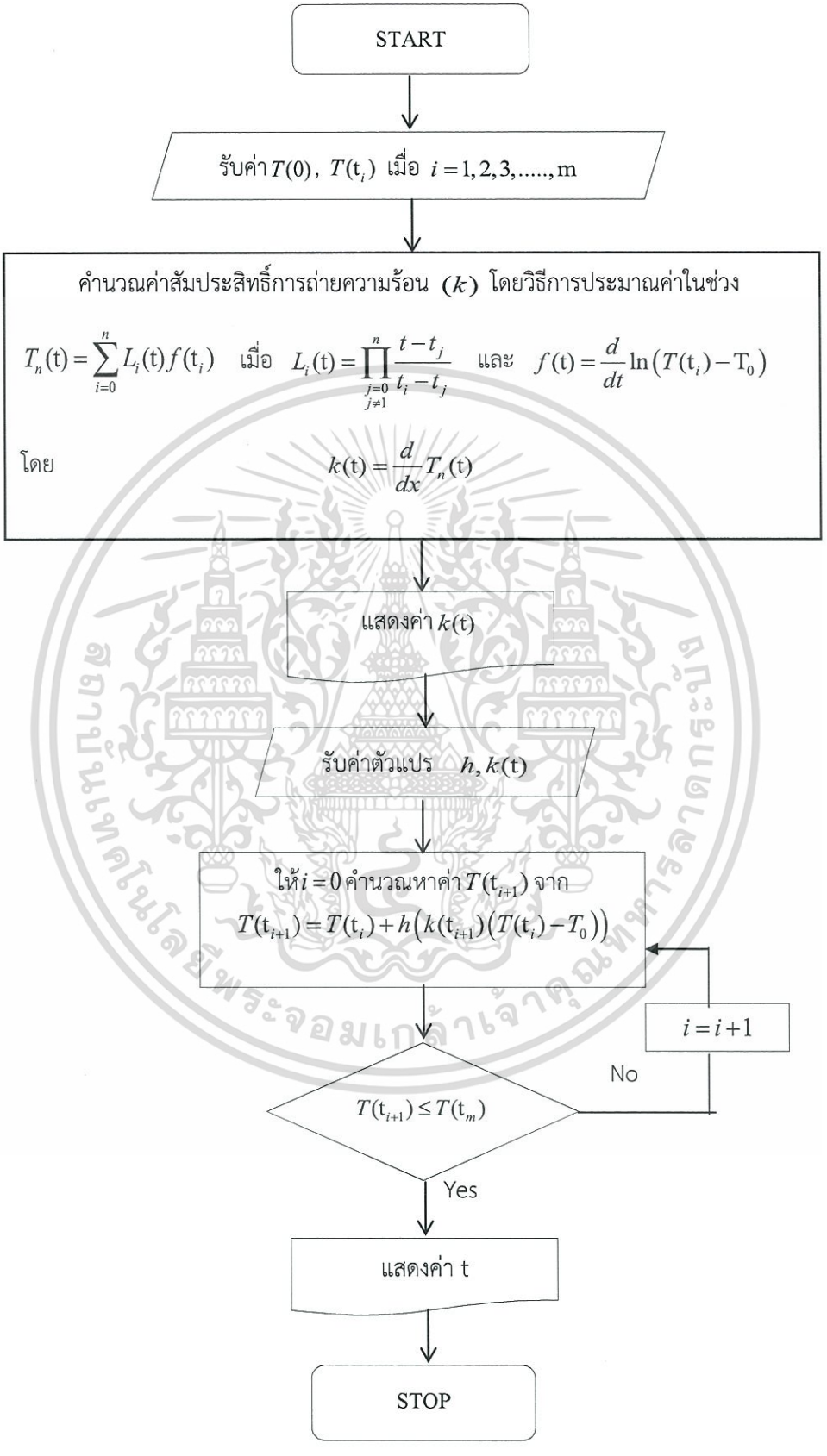
เงื่อนไขเริ่มต้น $T(\mathrm{t}) = T(0)$ และ $[i = 0]$

จากวิธีออยเลอร์ จะได้ $T(\mathrm{t}_{i+t}) = T(\mathrm{t}_i) + h\left(k(\mathrm{t}_{i+1})\left(T(\mathrm{t}_i) - T_0\right)\right)$

6 หยุดทำงาน เมื่อ $T(\mathrm{t}_{i+1}) \le T(\mathrm{t}_m)$

7 แสดงค่า $t = ih$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4
การทดลองเชิงตัวเลข

ในบทนี้จะนำเสนอการเปรียบเทียบของเวลาที่ได้จากการทดลองกับเวลาที่ได้จากการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ว่ามีค่าความคลาดเคลื่อนต่างกันแค่ไหน และการหาค่าประมาณระยะเวลาโดยการนำโปรแกรมคอมพิวเตอร์มาประยุกต์ใช้ เพื่อหาระยะเวลาการเสียชีวิตของมนุษย์ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

4.1 ตัวอย่างที่ 1 การเปรียบเทียบเวลาจริงกับเวลาทดลองประมาณค่าในช่วงด้วยวิธีประมาณค่าในช่วงโดยแบ่งเป็นช่วง 30 นาที

เราจะใช้มันฝรั่งมาทดลองแทนร่างกายของมนุษย์เพื่อเปรียบเทียบเวลาที่ได้จากการทดลองกับเวลาที่ได้จากการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยเราจะนำมันฝรั่งไปอบในเตาอบให้มีอุณหภูมิ 194 องศาฟาเรนไฮต์ เมื่อได้อุณหภูมิที่ต้องการแล้วนำมันฝรั่งออกจากเตาอบโดยนำมาวางไว้ในห้องที่มีอุณหภูมิ 72.5 องศาฟาเรนไฮต์ หลังจากนั้นทุกๆ 15 นาที เราจะวัดอุณหภูมิมันฝรั่งเพื่อตรวจสอบว่าอุณหภูมิมันฝรั่งลดลงไปเท่าไร ซึ่งดูได้ตามตาราง

ผลลัพธ์ของการทดลองโดย [1]

เวลา	อุณหภูมิของมันฝรั่งเมื่อเวลาเปลี่ยนไป (F)	สัมประสิทธิ์การถ่ายความร้อน (k)
0	194	4.8
15	183.6	4.7
30	162.5	4.5
45	144.3	4.2
60	132.8	4.1
75	122.2	3.8
90	115.9	3.7
105	109.2	3.5
120	103.6	3.3
135	99	3.2
150	97.7	3.1
165	94.3	2.9
180	90.5	2.7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนการหาค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน(k)โดยวิธีการประมาค่าในช่วง โดยแบ่งเป็นช่วง ช่วงละ 30 นาที

พิจารณาในช่วงเวลา $0 \le t \le 30$

$$T_2(\mathrm{t}) = \frac{t^2 - 45t + 450}{450}(4.8) + \frac{t^2 - 30t}{-225}(4.7) + \frac{t^2 + 15t}{450}(4.5)$$

$$= \frac{4.8t^2 - 216t + 2160}{450} + \frac{4.7t^2 - 141t}{-225} + \frac{4.5t^2 + 67.5t}{450}$$

$$= -0.000222t^2 - 0.003333t + 4.8$$

สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนคือ $k(\mathrm{t}) = -0.000444\,\mathrm{t} - 0.003333$

พิจารณาในช่วงเวลา $30 \le t \le 60$

$$T_2(\mathrm{t}) = \frac{t^2 - 105t + 2700}{450}(4.5) + \frac{t^2 - 90t + 1800}{-225}(4.2) + \frac{t^2 - 75t + 1350}{450}(4.1)$$

$$= \frac{4.5t^2 - 47.2t + 12150}{450} + \frac{4.2t^2 - 378t + 7560}{-225} + \frac{4.1t^2 - 307.5t + 5535}{450}$$

$$= 0.000444t^2 - 0.053333t + 5.7$$

สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนคือ $k(t) = 0.000888\,\mathrm{t} - 0.053333$

พิจารณาในช่วงเวลา $60 \le t \le 90$

$$T_2(\mathrm{t}) = \frac{t^2 - 165t + 6750}{450}(4.1) + \frac{t^2 - 150t + 5400}{-225}(3.8) + \frac{t^2 - 135t + 4500}{450}(3.7)$$

$$= \frac{4.1t^2 - 676.5t + 27675}{450} + \frac{3.8t^2 - 570t + 20520}{-225} + \frac{3.7t^2 - 499.5t + 16650}{450}$$

$$= 0.000444t^2 - 0.08t + 7.3$$

สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนคือ $k(t) = 0.000888\,\mathrm{t} - 0.08$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาในช่วงเวลา $90 \le t \le 120$

$$T_2(\mathrm{t}) = \frac{(t-105)(\mathrm{t}-120)}{(90-105)(90-120)}(3.7) + \frac{(t-90)(t-120)}{(105-90)(105-120)}(3.5)$$

$$+ \frac{(t-105(t-90)}{(120-90)(120-105)}(3.3)$$

$$= \frac{t^2-225t+12600}{450}(3.7) + \frac{t^2-210t+10800}{-225}(3.5) + \frac{t^2-195t+9450}{450}(3.3)$$

$$= \frac{3.7t^2-832.5t+46620}{450} + \frac{3.5t^2-735t+37800}{-225} + \frac{3.3t^2-643.5t+31185}{450}$$

$$= -0.000001t^2 - 0.013333t + 4.9$$

สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนคือ $k(t) = -0.000002\,\mathrm{t} - 0.013333$

พิจารณาในช่วงเวลา $120 \le t \le 150$

$$T_2(\mathrm{t}) = \frac{(t-135)(\mathrm{t}-150)}{(120-135)(120-150)}(3.3) + \frac{(t-120)(t-150)}{(135-120)(135-150)}(3.2)$$

$$+ \frac{(t-120(t-135)}{(150-120)(150-135)}(3.1)$$

$$= \frac{3.3t^2-940.5t+66825}{450} + \frac{3.2t^2-864t+57600}{-225} + \frac{3.1t^2-790.5t+50220}{450}$$

$$= -0.006667t + 4.1$$

สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนคือ $k(\mathrm{t}) = -0.006667\,\mathrm{t}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาในช่วงเวลา $150 \le t \le 180$

$$T_2(\mathrm{t}) = \frac{(t-165)(\mathrm{t}-180)}{(150-165)(150-180)}(3.1) + \frac{(t-150)(t-180)}{(165-150)(165-180)}(2.9)$$

$$+ \frac{(t-150(t-165)}{(180-150)(180-165)}(2.7)$$

$$= \frac{t^2-345t+29700}{450}(3.1) + \frac{t^2-330t+27000}{-225}(2.9) + \frac{t^2-315t+24750}{450}(2.7)$$

$$= \frac{3.1t^2-1069.5t+92070}{450} + \frac{2.9t^2-957t+78300}{-225} + \frac{2.7t^2-850.5t+66825}{450}$$

$$= -0.013333t + 5.1$$

สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนคือ $k(\mathrm{t}) = -0.013333$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หาผลเฉลยเชิงตัวเลขโดยวิธีออยเลอร์ได้ออกมาดังนี้

พิจารณาในช่วงเวลา $0 \le t \le 30$

โดยมีเงื่อนไขคือ $k(\mathrm{t}) = -0.000444\,\mathrm{t} - 0.003333$

กำหนดให้ $T_0 = 75.2F^{\circ}, \mathrm{T}(0) = 194\,\mathrm{F}^{\circ}, \mathrm{h} = 5$

i	t	$k(\mathrm{t})$	$T(k)$
0	0	-0.003333	194
1	5	-0.005553	190.7015
2	10	-0.007773	186.2126
3	15	-0.009993	180.6658
4	20	-0.012213	174.2255
5	25	-0.014433	167.0794
6	30	-0.016653	159.4290

พิจารณาในช่วงเวลา $30 \le t \le 60$

โดยมีเงื่อนไขคือ $k(\mathrm{t}) = -0.000888\,\mathrm{t} - 0.053333$

กำหนดให้ $T_0 = 75.2F^{\circ}, \mathrm{T}(0) = 162.5\,\mathrm{F}^{\circ}, \mathrm{h} = 5$

i	t	$k(\mathrm{t})$	$T(\mathrm{k})$
0	30	-0.026693	162.5
1	35	-0.022253	152.7866
2	40	-0.017813	145.8763
3	45	-0.013373	141.1505
4	50	-0.008933	138.2049
5	55	-0.004493	136.7895
6	60	-5.3E-05	136.7731

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาในช่วงเวลา $60 \le t \le 90$

โดยมีเงื่อนไขคือ $k(\mathrm{t}) = 0.000888\,\mathrm{t} - 0.08$

กำหนดให้ $T_0 = 75.2F^{\circ}, \mathrm{T}(0) = 132.8\mathrm{F}^{\circ}, \mathrm{h} = 5$

i	t	$k(\mathrm{t})$	$T(k)$
0	60	-0.02672	132.8
1	65	-0.02228	126.3834
2	70	-0.01784	121.8178
3	75	-0.0134	118.6944
4	80	-0.00896	116.7459
5	85	-0.00452	115.8069
6	90	-8E-05	115.7907

พิจารณาในช่วงเวลา $90 \le t \le 120$

โดยมีเงื่อนไขคือ $k(\mathrm{t}) = -0.000002\,\mathrm{t} - 0.013333$

กำหนดให้ $T_0 = 75.2F^{\circ}, \mathrm{T}(0) = 115.9\mathrm{F}^{\circ}, \mathrm{h} = 5$

i	t	$k(\mathrm{t})$	$T(k)$
0	90	-0.013513	115.9000
1	95	-0.013523	113.1481
2	100	-0.013533	110.5803
3	105	-0.013543	108.1845
4	110	-0.013553	105.9493
5	115	-0.013563	103.8641
6	120	-0.013573	101.9188

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาในช่วงเวลา $120 \le t \le 150$

โดยมีเงื่อนไขคือ $k(\mathrm{t}) = -0.006667$

กำหนดให้ $T_0 = 75.2F^{\circ}, \mathrm{T}(0) = 103.6\mathrm{F}^{\circ}, \mathrm{h} = 5$

i	t	$k(\mathrm{t})$	$T(k)$
0	120	-0.006667	103.6000
1	125	-0.006667	102.6533
2	130	-0.006667	101.7381
3	135	-0.006667	100.8535
4	140	-0.006667	99.9983
5	145	-0.006667	99.1717
6	150	-0.006667	98.3726

พิจารณาในช่วงเวลา $150 \le t \le 180$

โดยมีเงื่อนไขคือ $k(\mathrm{t}) = -0.013333$

กำหนดให้ $T_0 = 75.2F^{\circ}, \mathrm{T}(0) = 97.7\mathrm{F}^{\circ}, \mathrm{h} = 5$

i	t	$k(\mathrm{t})$	$T(k)$
0	150	-0.013333	97.7000
1	155	-0.013333	96.2000
2	160	-0.013333	94.8001
3	165	-0.013333	93.4934
4	170	-0.013333	92.2739
5	175	-0.013333	91.1357
6	180	-0.013333	90.0733

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการคำนวณด้วยวิธีออยเลอร์จึงได้ข้อมูลออกมาดังนี้

เวลาทดลองของ [1]	ค่าอุณภูมิทดลองของ [1]	ค่าอุณหภูมิคำนวณโดยการประมาณค่าในช่วง
0	194.0	194.0000
15	183.6	180.6658
30	162.5	160.9645
45	144.3	145.6879
60	132.8	134.7866
75	122.2	124.9714
90	115.9	115.8453
105	109.2	110.3436
120	103.6	102.7594
135	99.0	100.0148
150	97.7	98.0363
165	94.3	92.7217
180	90.5	89.9234

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำข้อมูลจริงที่ได้จากการทกลองมาวาดกราฟกับข้อมูลที่ได้จากการคำนวณเพื่อเปรียบเทียบอุณหภูมิกับเวลา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำข้อมูลมาหาค่าประมาณระยะเวลาการเสียชีวิตของมนุษย์

ค่าอุณหภูมิทดลองของ [1]	เวลาทดลองของ [1]	เวลาทดลองคำนวณโดยประมาณค่าในช่วง
194	0	0
183.6	15	7.517844287
162.5	30	25.28212924
144.3	45	44.46754844
132.8	60	59.40521785
122.2	75	76.09429059
115.9	90	87.90441258
109.2	105	102.664454
103.6	120	117.4330143
99	135	131.9334157
97.7	150	136.5427821
94.3	165	149.9865227
90.5	180	168.1904786

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำข้อมูลจริงที่ได้จากการทกลองมาวาดกราฟกับข้อมูลที่ได้จากการคำนวณเพื่อเปรียบเทียบเวลากับอุณหภูมิ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2 ตัวอย่างที่2 การเปรียบเทียบเวลาจริงกับเวลาทดลองประมาณค่าในช่วงด้วยวิธีประมาณค่าในช่วงโดยแบ่งเป็นช่วง 45 นาที

เราจะใช้มันฝรั่งมาทดลองแทนร่างกายของมนุษย์เพื่อเปรียบเทียบเวลาที่ได้จากการทดลองกับเวลาที่ได้จากการคำนวณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตโดยเราจะนำมันฝรั่งไปอบในเตาอบให้มีอุณหภูมิ 194 องศาเรนไฮต์ เมื่อได้อุณหภูมิที่ต้องการแล้วนำมันฝรั่งออกจากเตาอบโดยนำมาวางไว้ในห้องที่มีอุณหภูมิ 72.5 องศาฟาเรนไฮต์ หลังจากนั้นทุกๆ 15 นาที เราจะวัดอุณหภูมิมันฝรั่งเพื่อตรวจสอบว่า อุณหภูมิมันฝรั่งลดลงไปเท่าไร ซึ่งดูได้ตามตาราง

ผลลัพธ์ของการทดลองโดย [1]

เวลา	อุณหภูมิของมันฝรั่งเมื่อเวลาเปลี่ยนไป (F)	สัมประสิทธิ์การถ่ายความร้อน (k)
0	194	4.8
15	183.6	4.7
30	162.5	4.5
45	144.3	4.2
60	132.8	4.1
75	122.2	3.8
90	115.9	3.7
105	109.2	3.5
120	103.6	3.3
135	99	3.2
150	97.7	3.1
165	94.3	2.9
180	90.5	2.7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขั้นตอนการหาค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อน(k)โดยวิธีการประมาณค่าในช่วง โดยแบ่งเป็นช่วง ช่วงละ 45 นาที

พิจารณาในช่วงเวลา $0 \le t \le 45$

$$T_3(t) = \frac{(t-15)(t-30)(t-45)}{(0-15)(0-30)(0-45)}(4.8) + \frac{(t-0)(t-30)(t-45)}{(15-0)(15-30)(15-45)}(4.7)$$

$$+\frac{(t-0)(t-15)(t-45)}{(30-0)(30-15)(30-45)}(4.5) + \frac{(t-0)(t-15)(t-30)}{(45-0)(45-15)(45-30)}(4.2)$$

$$= \frac{t^3-90t^2+2475t-20250}{-20250}(4.8) + \frac{t^3-75t^2+1350t}{6750}(4.7)$$

$$+\frac{t^3-60t^2+675t}{-6750}(4.5) + \frac{t^3-45t^2+450t}{20250}(4.2)$$

$$= \frac{4.8t^3-432t^2+11880t-97200}{-20250} + \frac{4.7t^3-352.5t^2+6345t}{6750}$$

$$+\frac{4.5t^3-270t^2+3037.5t}{-6750} + \frac{4.2t^3-189t^2+1890t}{20250}$$

$$= -0.000222t^2 - 0.003333t + 4.8$$

ค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนคือ $k(t) = -0.000444t - 0.003333$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาในช่วงเวลา $45 \le t \le 90$

$$T_3(t) = \frac{(t-60)(t-75)(t-90)}{(45-60)(45-75)(45-90)}(4.2) + \frac{(t-45)(t-75)(t-90)}{(60-45)(60-75)(60-90)}(4.1)$$

$$+ \frac{(t-45)(t-60)(t-90)}{(75-45)(75-60)(75-90)}(3.8) + \frac{(t-45)(t-60)(t-75)}{(90-45)(90-60)(90-75)}(3.7)$$

$$= \frac{t^3 - 195t^2 + 12150t - 243000}{-6750}(3.8) + \frac{t^3 - 225t^2 + 16650t - 405000}{-20250}(4.2)$$

$$+ \frac{t^3 - 210t^2 + 14175t - 303750}{6750}(4.1) + \frac{t^3 - 180t^2 + 10575t - 20250}{20250}(3.7)$$

$$= 0.00002t^3 - 0.004t^2 - 0.248889t - 0.7$$

ค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนคือ $k(t) = -0.00006t^2 - 0.008t + 0.248889$

พิจารณาในช่วงเวลา $90 \le t \le 135$

$$T_3(t) = \frac{(t-105)(t-120)(t-135)}{(90-105)(90-120)(90-135)}(3.7) + \frac{(t-90)(t-120)(t-135)}{(105-90)(105-120)(105-135)}(3.5)$$

$$+ \frac{(t-90)(t-105)(t-135)}{(120-90)(120-105)(120-135)}(3.3) + \frac{(t-90)(t-105)(t-120)}{(135-90)(135-105)(135-120)}(3.2)$$

$$= \frac{t^3 - 360t^2 + 42975t - 1701000}{-20250}(3.7) + \frac{t^3 - 345t^2 + 39150t - 1458000}{6750}(3.5)$$

$$+ \frac{t^3 - 330t^2 + 35775t - 1275750}{-6750}(3.3) + \frac{t^3 - 315t^2 + 32850t - 1134000}{20250}(3.2)$$

$$= 0.000005t^3 - 0.001556t^2 + 0.148889t - 0.7$$

ค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนคือ $k(t) = -0.000015t^2 - 0.003112t + 0.148889$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาในช่วงเวลา $135 \le t \le 180$

$$T_3(t) = \frac{(t-150)(t-165)(t-180)}{(135-150)(135-165)(135-180)}(3.2) + \frac{(t-150)(t-165)(t-180)}{(150-150)(150-165)(150-180)}(3.1)$$

$$+ \frac{(t-135)(t-150)(t-180)}{(165-135)(165-150)(165-180)}(2.9) + \frac{(t-135)(t-150)(t-165)}{(180-135)(180-150)(180-165)}(2.7)$$

$$= \frac{t^3 - 495t^2 + 81450t - 4455000}{-20250}(3.2) + \frac{t^3 - 480t^2 + 76275t - 4009500}{6750}(3.1)$$

$$+ \frac{t^3 - 465t^2 + 71550t - 3645000}{-6750}(2.9) + \frac{t^3 - 450t^2 + 67275t - 3341250}{20250}(2.7)$$

$$= 0.000005t^3 - 0.002444t^2 + 0.388889t - 16.9$$

ค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนคือ $k(t) = -0.000015t^2 - 0.00483888t + 0.388889$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หาผลเฉลยเชิงตัวเลขโดยวิธีออยเลอร์ได้ออกมาดังนี้

พิจารณาในช่วงเวลา $0 \le t \le 45$

โดยมีเงื่อนไขคือ $k(\mathrm{t}) = -0.000444\,\mathrm{t} - 0.003333$

กำหนดให้ $T_0 = 75.2F^{\circ}, \mathrm{T}(0) = 194\,\mathrm{F}^{\circ}, \mathrm{h} = 5$

i	t	$k(\mathrm{t})$	$T(k)$
0	0	-0.003333	194.000
1	5	-0.005553	190.7015
2	10	-0.007773	186.2126
3	15	-0.009993	180.6658
4	20	-0.012213	174.2255
5	25	-0.014433	167.0794
6	30	-0.016653	159.4290
7	35	-0.018873	151.4808
8	40	-0.021093	143.4358
9	45	-0.023313	135.4819

พิจารณาในช่วงเวลา $45 \le t \le 90$

โดยมีเงื่อนไขคือ $k(\mathrm{t}) = -0.00006\,\mathrm{t}^2 - 0.008t + 0.248889$

กำหนดให้ $T_0 = 75.2F^{\circ}, \mathrm{T}(0) = 144.3\,\mathrm{F}^{\circ}, \mathrm{h} = 5$

i	t	$k(\mathrm{t})$	$T(k)$
0	45	0.010389	144.3000
1	50	-0.001111	143.9161
2	55	-0.009611	140.6140
3	60	-0.015111	135.6716
4	65	-0.017611	130.3468
5	70	-0.017111	125.6287
6	75	-0.013611	122.1968
7	80	-0.007111	120.5258
8	85	0.002389	121.0672
9	90	0.014889	124.4818

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิจารณาในช่วงเวลา $90 \le t \le 135$

โดยมีเงื่อนไขคือ $k(\mathrm{t}) = -0.000015\,\mathrm{t}^2 - 0.003112t + 0.148889$

กำหนดให้ $T_0 = 75.2F^\circ, \mathrm{T}(0) = 115.9\,\mathrm{F}^\circ, \mathrm{h} = 5$

i	t	$k(\mathrm{t})$	$T(k)$
0	90	-0.009691	115.9000
1	95	-0.011376	113.5850
2	100	-0.012311	111.2222
3	105	-0.012496	108.9715
4	110	-0.011931	106.9569
5	115	-0.010616	105.2712
6	120	-0.008551	103.9855
7	125	-0.005736	103.1600
8	130	-0.002171	102.8565
9	135	0.002144	103.1529

พิจารณาในช่วงเวลา $135 \le t \le 180$

โดยมีเงื่อนไขคือ $k(\mathrm{t}) = -0.000015\,\mathrm{t}^2 - 0.004888t + 0.388889$

กำหนดให้ $T_0 = 75.2F^\circ, \mathrm{T}(0) = 99\,\mathrm{F}^\circ, \mathrm{h} = 5$

i	t	$k(\mathrm{t})$	$T(k)$
0	135	0.002384	99.0000
1	140	-0.001431	98.8297
2	145	-0.004496	98.2985
3	150	-0.006811	97.5119
4	155	-0.008376	96.5775
5	160	-0.009191	95.5951
6	165	-0.009256	94.6512
7	170	-0.008571	93.8176
8	175	-0.007136	93.1533
9	180	-0.004951	92.7089

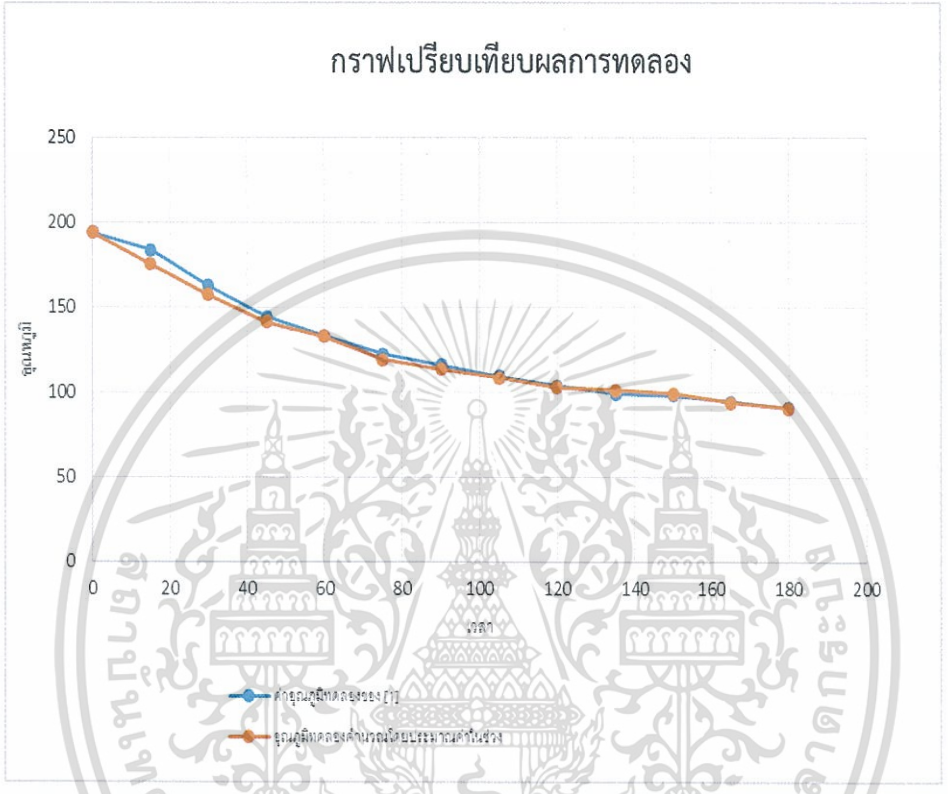
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หลังจากการคำนวณด้วยวิธีออยเลอร์ จึงได้ข้อมูลออกมาดังตารางนี้

ค่าอุณหภูมิทดลองของ [1]	เวลาทดลองของ [1]	ค่าอุณหภูมิคำนวณโดยการประมาณค่าในช่วง
194.0	0	194.0000
183.6	15	175.0273
162.5	30	157.1229
144.3	45	141.1505
132.8	60	132.6671
122.2	75	118.6944
115.9	90	113.0762
109.2	105	108.1845
103.6	120	102.4137
99.0	135	100.8535
97.7	150	98.7722
94.3	165	93.4934
90.5	180	90.0733

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำข้อมูลจริงที่ได้จากการทดลองมาวาดกราฟกับข้อมูลที่ได้จากการคำนวณเพื่อเปรียบเทียบอุณหภูมิกับเวลา



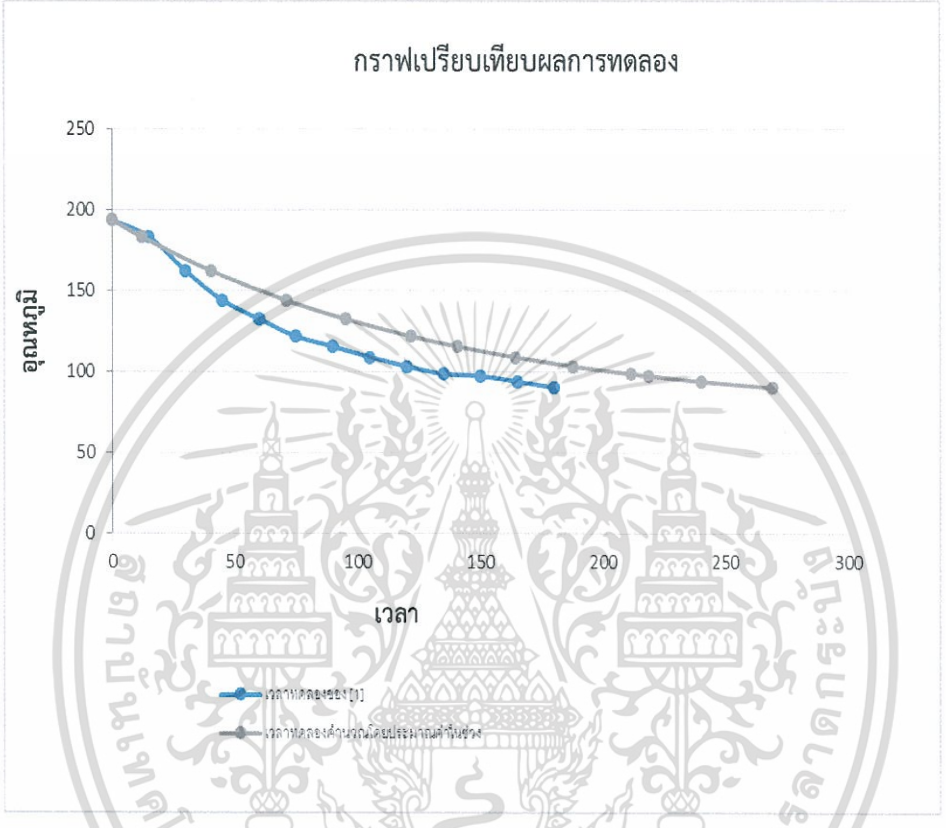
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำข้อมูลมาหาค่าประมาณระยะเวลาการเสียชีวิตของมนุษย์

ค่าอุณหภูมิทดลองของ [1]	เวลาทดลองของ [1]	เวลาทดลองคำนวณโดยประมาณค่าในช่วง
194	0	0
183.6	15	12.02614441
162.5	30	40.44331401
144.3	45	71.13384351
132.8	60	95.02933304
122.2	75	121.7265073
115.9	90	140.618922
109.2	105	164.2302637
103.6	120	187.8552327
99	135	211.0512334
97.7	150	218.4247442
94.3	165	239.9304259
90.5	180	269.0509282

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำข้อมูลจริงที่ได้จากการทดลองมาวาดกราฟกับข้อมูลที่ได้จากการคำนวณเพื่อเปรียบเทียบเวลากับอุณหภูมิ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5
สรุปผลการจัดทำปัญหาพิเศษและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผล

1. การประมาณระยะเวลาการเสียชีวิตของมนุษย์มี 2 วิธี

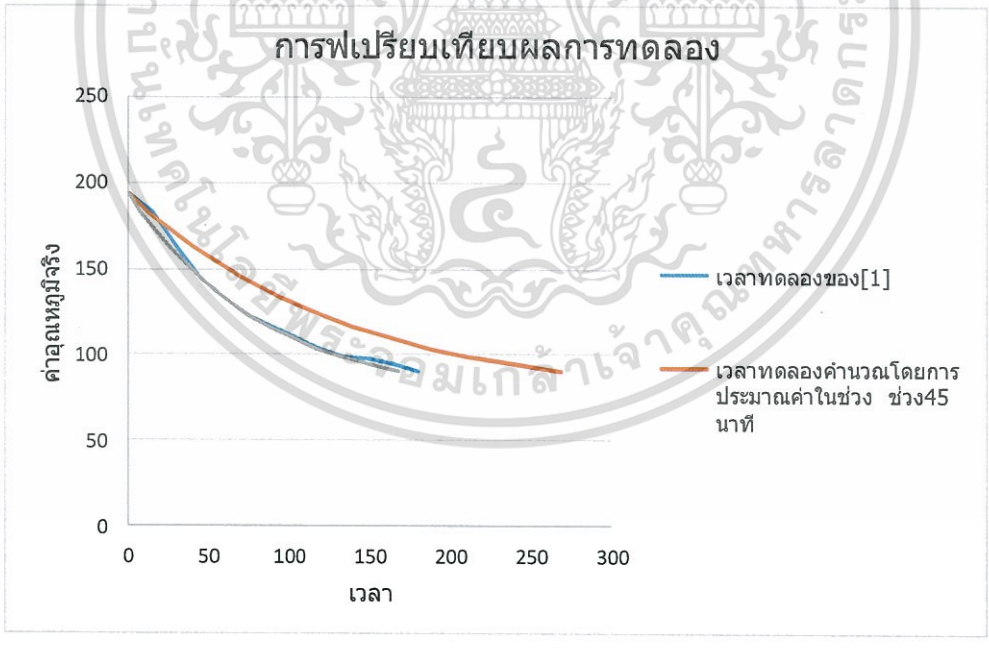
วิธีที่ 1 คือ วัดอุณหภูมิของศพ ณ เวลาแรกที่พบศพ และทำการวัดอุณหภูมิของศพเมื่อเวลาผ่านไปสักระยะหนึ่ง

วิธีที่ 2 คือ วัดอุณหภูมิของศพ ณ เวลาแรกที่พบศพ และทำการวัดอุณหภูมิของศพ ตามที่เรากำหนดโดยการแบ่งเป็นช่วงๆ

2. วิธีที่ 1 จะช่วยให้เราประมาณระยะเวลาการเสียชีวิตของมนุษย์ได้เร็วกว่าวิธีที่ 2 แต่ วิธีที่2 จะช่วยให้เราประมาณระยะเวลาการเสียชีวิตของมนุษย์ได้แม่นยำกว่าวิธีที่ 1

5.2 ข้อเสนอแนะ

ในวิธีที่ 2 ในขั้นตอนการประมาณค่าในช่วง ยิ่งแบ่งเป็นช่วงย่อยๆ จะมีความแม่นยำในการประมาณระยะเวลาการเสียชีวิตของมนุษย์ได้มากขึ้น จะสามารถเห็นได้จากบทที่4



จากกราฟจะสังเกตเห็นว่า ช่วงเวลา 30 นาที จะแม่นยำกว่าช่วงเลา 45 นาที

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

[1] TomWoodson,Clayton Tyndall,Chris Stepheson. **Estimating Time of Death.** http://people.uncw.edu/lugo/MCP/DIFF_EQ/deproj/death/death.htm

[2] กาญจนา คำนึงกิจ. การวิเคราะห์เชิงตัวเลข, พิมพ์ครั้งที่3โครงการตำราคณะวิทยาศาสตร์ กรุงเทพมหานคร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้