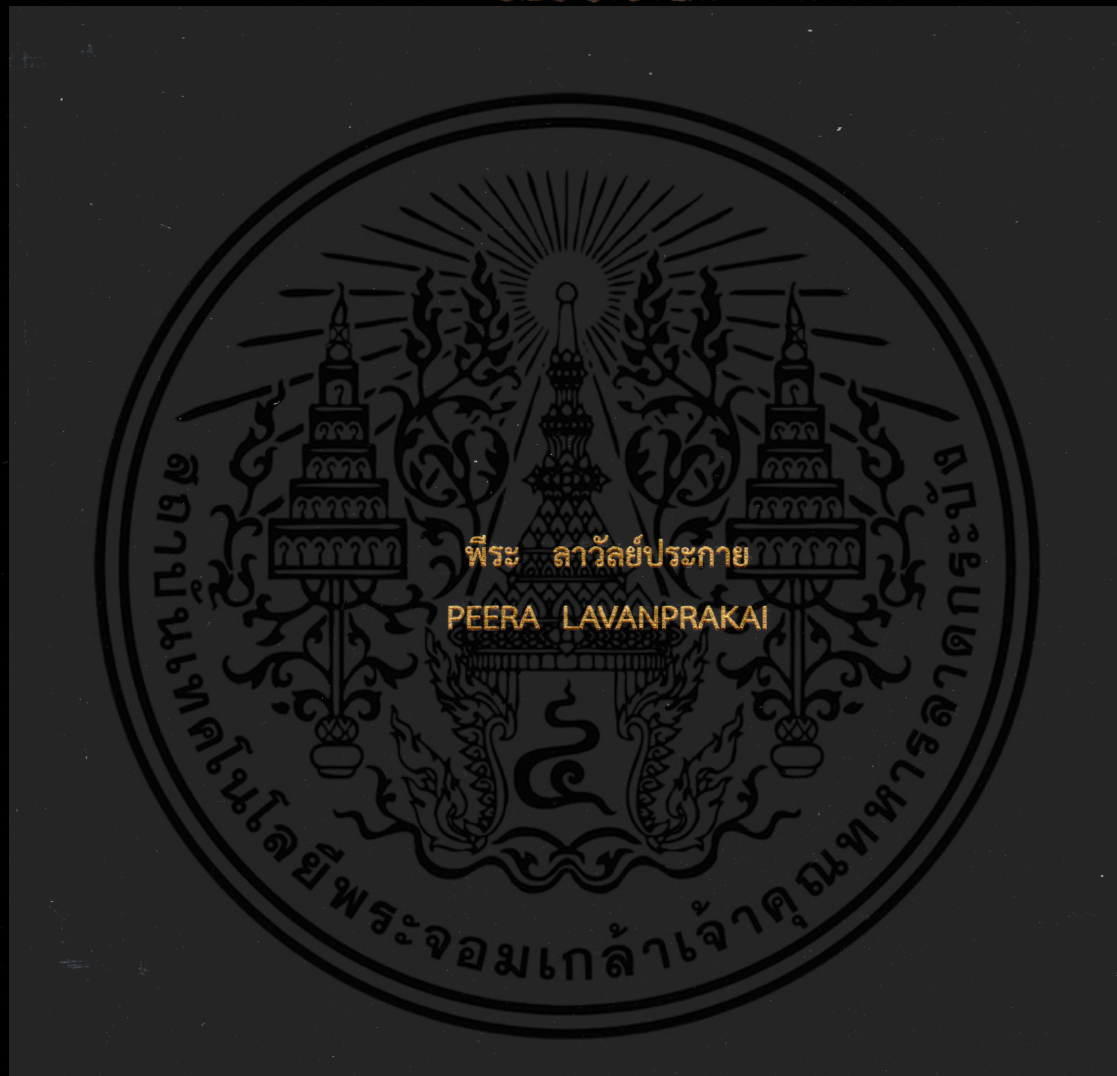


ตัวควบคุม PIDx(n-2) stage PD แบบไบเลเนียน์ติสคริตสำหรับระบบเข้าหนึ่ง
ออกหนึ่ง

BILINEAR DISCRETE PIDx(n-2) STAGE PD CASCADE CONTROLLER FOR
SISO SYSTEM



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมการวัดคุม

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2558

KMITL-2015-EN-M-060-062

ตัวควบคุม PIDx(n-2) stage PD แบบไบลิเนียร์ดิสครีตสำหรับระบบเข้าหนึ่ง
ออกหนึ่ง

BILINEAR DISCRETE PIDx(n-2) STAGE PD CASCADE CONTROLLER FOR
SISO SYSTEM



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมการวัดคุม
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ. 2558

KMITL 2015-EN-M-060-062

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

BILINEAR DISCRETE $PID \times (n-2)$ STAGE PD CASCADE CONTROLLER FOR
SISO SYSTEM



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN INSTRUMENTATION ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2015

KMITL 2015-EN-M-060-062

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2015

FACULTY OF ENGINEERING

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ ตัวควบคุม PID x (n-2) Stage PD แบบไบลิเนียร์ดิสครีตสำหรับระบบเข้าหนึ่งออกหนึ่ง
Thesis Title Bilinear Discrete PID x (n-2) Stage PD Cascas Controller for SISO Systems
นักศึกษา นายพีระ ลาวัลย์ประกาย
รหัสประจำตัว 53611206
ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา วิศวกรรมการวัดคุม
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.ธนิตย์ ตรีสุวรรณวัฒน์
หมายเลขวิทยานิพนธ์ KMITL-2015-EN-M-060-062

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
รศ.ดร.วิศรุต	ศรียรัตน์	
รศ.ดร.พิทยา	ปานนิล	
ผศ.ดร.เชิดพงษ์	ดีเลิศไพบุลย์	
รศ.ประภาส	อุคคกิมพันธ์	
รศ.ดร.ธนิตย์	ตรีสุวรรณวัฒน์	

วัน / เดือน/ ปี ที่สอบ วันอังคารที่ 14 กรกฎาคม พ.ศ. 2558 เวลา 09.00-11.00 น.

สถานที่สอบ ณ อาคารเฉลิมพระเกียรติใหม่ ห้อง HM-302

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์ รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์ ดร. คมสัน มาลีสี)

คณบดี คณะวิศวกรรมศาสตร์

วันที่ 14 กรกฎาคม พ.ศ. 2558

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ตัวควบคุม PIDx(n-2) stage PD แบบไบสปีเรียติสครีตสำหรับระบบเข้าหนึ่งออกหนึ่ง
นักศึกษา	นายพีระ ลาวัลย์ประกาย
รหัสประจำตัว	53611206
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมการวัดคุม
พ.ศ.	2558
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ.ดร. ธนิตย์ ตรีสุวรรณวัฒน์

บทคัดย่อ

กล่าวถึงตัวควบคุมแบบ PID เป็นที่นิยมใช้ในระบบอุตสาหกรรมอย่างแพร่หลาย ซึ่งเป็นที่ชัดเจนว่าตัวควบคุม PID นำไปควบคุมกระบวนการอันดับ 2 ได้เป็นอย่างดี อย่างไรก็ตามเป็นการยากมากที่จะใช้ตัวควบคุมแบบ PID นำไปควบคุมกระบวนการอันดับ 3 หรือสูงกว่า เนื่องจากจำนวน Dominant Pole ของกระบวนการอันดับ 3 หรือสูงกว่ามีจำนวนมากกว่าจำนวนซีโรของตัวควบคุม และในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงได้นำเสนอตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD เพื่อสามารถควบคุมกระบวนการอันดับ 3 หรือสูงกว่าให้ได้ผลลัพธ์เป็นไปตามข้อกำหนดด้วยวิธีทางเดินของราก โดยใช้หลักการของ รศ.ดร.กิตติ ตรีเศรษฐ์ จำลองด้วยโปรแกรม Matlab ทั้งในระบบเวลาต่อเนื่อง (Continuous Time) และแบบเวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete Time) แบบ ZOH method กับ Bilinear method และนำเสนอผลตอบสนองทั้งหมดมาเปรียบเทียบ

Thesis Title	Bilinear Discrete PID \times ($n-2$) Stage PD Cascade Controller For SISO System
Student	Mr. Peera Lavanprakai
Student ID.	53611206
Degree	Master of Engineering
Program	Instrumentation Engineering
Year	2015
Thesis Advisor	Assoc. Prof.Dr. Thanit Trisuwannawat

ABSTRACT

The PID (Proportional-Integral-Derivative) controller had been widely used in industries. It is clear that the PID is properly applied in the second order plant. However, it difficult for designing a PID controller for third or higher order plant because the number of the plant is greater than the number zeros of the PID controller. This thesis presents a design method for discrete-time parallel with continuous-time design for the n^{th} order plant employing PID \times ($n-2$) stage PD as a cascade controller. The controller is designed to meet the transient and steady state response specifications via the root locus approach, by technique of Kitti's method. The results from simulation revealed that the obtained response as regulation, to select the sufficient sampling time for discrete-time system is available. The result of control design continuous-time, ZOH method and bilinear method bring it on to compared response also.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ดีด้วยความช่วยเหลือจากอาจารย์และบุคคลหลายท่านดังนี้

รองศาสตราจารย์ ดร. ธนิตย์ ศรีสุวรรณวัฒน์ อาจารย์ที่ปรึกษา ที่ได้กรุณาให้คำปรึกษา ให้การสนับสนุน และฝึกฝนให้ผู้เขียนมีความสามารถและมีระเบียบวินัยในการทำงานวิจัย รวมทั้งยังเป็นแบบอย่างที่ดีให้กับผู้เขียนให้สามารถเป็นนักวิจัยที่ดี ตลอดจนการอบรมสั่งสอนให้แนวความคิดต่างๆ ในการดำเนินชีวิต ผู้เขียนจึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ ที่นี้

ขอกราบขอบพระคุณ ผู้มีส่วนเกี่ยวข้องของข้าพเจ้าทุกท่าน ที่ให้โอกาส เป็นกำลังใจ และคอยห่วงใยในทุกเรื่อง ทำให้ข้าพเจ้าสามารถทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

ขอขอบคุณ บุคคลทุกท่านที่มีส่วนทำให้ข้าพเจ้าได้รับทุนสนับสนุนการทำวิทยานิพนธ์จากสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

สุดท้ายนี้ขอขอบพระคุณ บุคคลทุกคนที่ได้เอื้อนามมา ณ ที่นี้ ที่ได้ให้การสนับสนุน และเป็นกำลังใจแก่ผู้เขียนตลอดมาคุณค่าและประโยชน์อันพึงมาจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบแต่ผู้มีพระคุณทุกท่าน

พีระ ลาวัลย์ประกาย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VIII
สารบัญรูป.....	IX
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.3 สมมุติฐานของการศึกษา.....	2
1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย.....	2
1.5 ขอบเขตงานวิจัย.....	3
1.6 ขั้นตอนการศึกษา.....	3
บทที่ 2 แนวคิดและหลักการ.....	4
2.1 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ.....	4
2.1.1 โครงสร้างของระบบควบคุมแบบป้อนกลับ.....	4
2.1.2 ข้อกำหนดของระบบ.....	5
2.2 การควบคุม.....	6
2.2.1 ชนิดของการควบคุม.....	6
2.2.2 ค่าความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่.....	7
2.2.3 สัมประสิทธิ์ค่าความคลาดเคลื่อนตำแหน่งสถิตย์.....	8
2.2.4 สัมประสิทธิ์ค่าความคลาดเคลื่อนอัตราเร็วสถิตย์.....	9
2.2.5 สัมประสิทธิ์ค่าความคลาดเคลื่อนความเร่งสถิตย์.....	10
2.2.6 การควบคุมแบบ P.....	13
2.2.7 การควบคุมแบบ I.....	14
2.2.8 การควบคุมแบบ D.....	15
2.2.9 การควบคุมแบบ PI.....	16
2.2.10 การควบคุมแบบ PD.....	17
2.2.11 การควบคุมแบบ PID.....	18
2.3 ตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD.....	21
2.4 การออกแบบโดยหลักการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์.....	22
2.5 ตัวอย่างการออกแบบโดยหลักการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์.....	24

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
บทที่ 3 การออกแบบตัวควบคุม.....	28
3.1 ระบบควบคุม	28
3.2 รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของการทำงาน sampler-and-hold.....	29
3.2.1 การซิกตัวอย่าง (sampler) กับ ZOH.....	31
3.2.2 Impulse Sampler	32
3.3 ตัวแปลง Z	34
3.3.1 ตัวแปลง Z ชนิดฟังก์ชัน unit pulse	35
3.3.2 ตัวแปลง Z ชนิดฟังก์ชันโพลีโนเมียล a^k	35
3.3.3 ตัวแปลง Z ชนิด unit step	35
3.3.4 ตัวแปลง การอนุพันธ์ตัวแปลง Z ที่ทราบ ทำให้ได้ตัวแปลง Z ใหม่.....	35
3.3.5 ตัวแปลง ตัวแปลง Z ชนิด unit ramp function.....	36
3.3.6 ตัวแปลง Z ชนิด exponential function.....	36
3.3.7 ตัวแปลง Z ชนิด Sinusoidal function.....	37
3.3.8 ตัวแปลง Z ชนิดฟังก์ชันที่ให้มีโดเมน s	37
3.4 ระบบควบคุมแบบดิจิทัล (Digital Control System)	38
3.5 การออกแบบระบบควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่อง	38
3.5.1 ตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง.....	39
3.5.2 ตัวอย่างตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง	40
บทที่ 4 การออกแบบตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD โวหวิธี Bilinear Transform	43
4.1 วิธีการแปลงเชิงไบลิเนียร์ (Bilinear transformation).....	43
4.2 การออกแบบตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD โวหวิธี รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์.....	44
4.3 ตัวอย่างการออกแบบ PID x (n-2) stage PD แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง	45
4.4 การเปรียบเทียบผลการจำลองระบบ	48
4.4.1 การเปรียบเทียบผลการจำลองในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง.....	48
4.4.2 การเปรียบเทียบผลการจำลองในระบบเวลาต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่อง	48
บทที่ 5 สรุป.....	50
5.1 สรุปผลการวิจัย	50
5.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางในการพัฒนา.....	50

สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
เอกสารอ้างอิง	51
ภาคผนวก.....	52
ภาคผนวก ก บทความวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์.....	53
ประวัติผู้เขียน.....	54



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 คุณสมบัติค่าความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่	12



สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ	4
2.2 แสดงค่าต่าง ๆ ของระบบต่อการตอบสนองต่อสัญญาณอินพุตแบบ Unit Step	6
2.3 ผลตอบสนองของระบบที่มีการป้อนกลับแบบ unity ต่ออินพุตที่เป็น ramp	10
2.4 ผลตอบสนองของระบบที่มีการป้อนกลับแบบ unity เมื่ออินพุตเป็นแบบ parabolic	12
2.5 แสดงคุณสมบัติของการควบคุมแบบ Proportional.....	13
2.6 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมแบบ Integral	15
2.7 แสดงตัวอย่างคุณสมบัติของการควบคุมแบบ Derivative.....	15
2.8 แสดงตัวอย่างผลตอบสนองของการควบคุมแบบ PI.....	17
2.9 แสดงผลการตอบสนองของการควบคุมแบบ PD.....	18
2.10 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมแบบ PID.....	19
2.11 โครงสร้างของระบบที่ใช้ตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD	21
2.12 แสดงเส้นทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 0.....	24
2.13 แสดงตำแหน่งของโพลและซีโร	26
2.14 แสดงเส้นทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3	27
2.15 แสดงผลตอบสนองของกระบวนการอันดับ 3	27
3.1 ระบบควบคุมซิกตัวอย่างข้อมูลแบบง่าย	28
3.2 การซิกตัวอย่างเป็นคาบสม่ำเสมอ.....	29
3.3 การทำงานซิกตัวอย่างและ hold.....	29
3.4 การทำงาน D/A.....	30
3.5 การทำงานของ A/D	30
3.6 การซิกตัวอย่าง (sampler) กับ ZOH.....	31
3.7 รูปแบบของการซิกตัวอย่างกับ ZOH	32
3.8 รูปคลื่นของ $e^*(t)$	33
3.9 แสดงสัญลักษณ์ของการซิกตัวอย่างอิมพัลซ์กับ $G_o(s)$	34
3.10 ระบบควบคุมแบบอินพุตเดี่ยวเอาต์พุตเดี่ยว	38
3.11 Discrete-Time controller design	39
3.12 แสดงเส้นทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3	42
3.13 ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้ตัวควบคุม PID x (n-2) Stage PD แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง.....	42
4.1 ประมาณพื้นที่ใต้เส้นโค้งด้วยวิธีการแปลงเชิงไบลิเนียร์	43
4.2 แสดงเส้นทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3	47
4.3 ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้ตัวควบคุม PID x (n-2) Stage PD แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง.....	47
4.4 ผลตอบสนองของระบบเมื่อเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD.....	48

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่

หน้า

4.5 การเปรียบเทียบผลการจำลองตอบสนองของระบบ ในระบบเวลาต่อเนื่อง, ZOH และ Tustin's Method.....	49
--	----



บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในการออกแบบระบบควบคุมนั้นสิ่งสำคัญที่สุดคือการเลือกตัวควบคุมที่เหมาะสม เพื่อให้ได้ผลการตอบสนองของระบบเป็นไปตามที่ต้องการ โรงงานจึงได้เลือกเครื่องควบคุมแบบอัตโนมัติ (Automatic Controller) มาควบคุมกระบวนการ เพื่อควบคุมการทำงานให้มีความแม่นยำและประสิทธิภาพมากที่สุด เป็นการประหยัดต้นทุนค่าพลังงานและเวลาที่ใช้ในกระบวนการ เครื่องควบคุมอัตโนมัติดังกล่าวจะทำหน้าที่หลักในการคำนวณหาสัญญาณควบคุมที่เหมาะสมตามที่ได้ตั้งค่าไว้ล่วงหน้า เครื่องควบคุมอัตโนมัติที่นิยมใช้ในกระบวนการผลิต คือตัวควบคุมแบบ PID (Proportional-Integral-Derivative: PID Controller) เนื่องจากรูปแบบของตัวควบคุมแบบ PID เป็นรูปแบบที่สามารถใช้ควบคุมกระบวนการต่างๆ ได้อย่างกว้างขวาง ไม่ว่ากระบวนการนั้นจะเป็นแบบช้าหรือเร็ว ตัวควบคุมดังกล่าวสามารถควบคุมกระบวนการได้เป็นอย่างดีถ้ามีการปรับค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมตัวควบคุมแบบ PID มีโครงสร้างการทำงานที่ไม่ซับซ้อน เข้าใจได้ง่าย สามารถนำไปประยุกต์ใช้งานกับกระบวนการต่างๆ ได้หลากหลายรูปแบบและให้ผลตอบสนองของกระบวนการที่ได้ตามความต้องการ สำหรับการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมแบบ PID มีหลากหลายวิธีการเช่น วิธีการของซีเกอร์นิกโคลส (Ziegler-Nichols) เป็นวิธีที่นิยมใช้การหาค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม นอกจากนั้นการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมยังต้องใช้วิธีการลองผิดลองถูกและต้องอาศัยประสบการณ์เพื่อปรับพารามิเตอร์ของระบบให้ดีที่สุดสำหรับกระบวนการผลิตนั้นๆ นอกจากนั้นยังมีวิธีอื่นๆ อีกเช่น วิธีของ G.H. Cohen และ G.A. Coon วิธี Damped Oscillation ของ Harriott อีกวิธีหนึ่งที่นิยม คือการออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีทางเดินของราก

อย่างไรก็ตามตัวควบคุมแบบ PID ใช้ได้ดีกับกระบวนการที่มีอันดับไม่เกิน 2 แต่สำหรับกระบวนการที่มีอันดับสูงกว่าอันดับ 2 นั้น เป็นการยากที่จะใช้ตัวควบคุมแบบ PID เพียงอย่างเดียวมาทำการควบคุมระบบให้ได้ผลตามข้อกำหนด (Specification) เนื่องจากจำนวนโพลของกระบวนการมีค่ามากกว่าจำนวนซีโรของตัวควบคุมด้วยเหตุนี้ โดยการเพิ่มตัวควบคุมแบบ PD (Proportional-Derivative) จำนวน $(n-2)$ ตัว อนุกรมกับตัวควบคุมแบบ PID และเรียกตัวควบคุมนี้ว่าตัวควบคุมแบบ PID x $(n-2)$ stage PD [1] แนวความคิดนี้สามารถประยุกต์ใช้กับกระบวนการที่มีอันดับมากกว่า 2 ได้เป็นอย่างดี แต่เป็นการวิเคราะห์และออกแบบในระบบเวลาต่อเนื่อง (Continuous-Time System) อย่างไรก็ตามปัจจุบันมีการประยุกต์ใช้คอมพิวเตอร์ในการควบคุมกระบวนการทางอุตสาหกรรมมากขึ้น การส่งสัญญาณเข้าต้องผ่านตัวสุ่มสัญญาณ (Sampler) ซึ่งมีหน้าที่ในการแปลงสัญญาณอนาลอกเป็นสัญญาณดิจิทัล ตัวควบคุมแบบ PID x $(n-2)$ stage PD ทำให้สัญญาณนั้นอยู่ในรูปแบบของระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete-Time system) แต่ใน [2] จะอยู่ในรูปแบบของสัญญาณไม่ต่อเนื่องแบบ Backward control (ZOH) โดยวิทยานิพนธ์นี้อยู่ในรูปแบบของสัญญาณไม่ต่อเนื่องแบบ Bilinear (Tustin) เพื่อที่ว่าจะได้ปรับปรุงให้ผลตอบสนองแม่นยำยิ่งขึ้นและใกล้เคียงกับระบบเวลาต่อเนื่องมากที่สุด

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มุ่งหวังเพื่อการศึกษาตัวควบคุมในระบบเวลาเต็มหน่วยในรูปแบบของ ในช่วงเวลาต่อเนื่อง (Continuous-Time) และรูปแบบของช่วงเวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete-Time) โดยนำเสนอเกี่ยวกับตัวควบคุมแบบ PID $x(n-2)$ stage PD และได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมสำหรับกระบวนการที่มีอันดับมากกว่า 2 และเปรียบเทียบตัวควบคุมในรูปแบบของสัญญาณไม่ต่อเนื่องระหว่าง ZOH และ Tustin โดยใช้ตัวควบคุม PID $x(n-2)$ stage PD ที่ผลลัพธ์ออกมาใกล้เคียงกับแบบเวลาเต็มหน่วยในรูปแบบของช่วงเวลาต่อเนื่อง ซึ่งการออกแบบตัวควบคุมนี้สามารถควบคุมกระบวนการดังกล่าวให้มีสมรรถนะที่ดีตามที่กำหนดไว้

1.3 สมมติฐานของการศึกษา

เนื่องจากตัวควบคุม PID มีซีโรเพียง 2 ตัวเมื่อนำไปควบคุมกระบวนการที่อันดับสูงๆ ด้วยตัวควบคุมแบบ PID อย่างเดียวไม่เพียงพอที่จะควบคุมกระบวนการให้ระบบเสถียรได้ ในวิทยานิพนธ์เล่มนี้จึงได้เพิ่มตัวควบคุมแบบ PD เข้าไปในระบบตามจำนวนอันดับ $(n-2)$ ตัว เพื่อทำงานร่วมกับตัวควบคุม PID เพื่อที่จะทำให้ระบบเสถียรโดยใช้การออกแบบและวิเคราะห์ผลของตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องแบบ Bilinear

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย

การศึกษาออกแบบระบบควบคุมที่มีอินพุตเดียวและเอาต์พุตเดียว (single input single output, SISO systems) โดยใช้ตัวควบคุมแบบ P (proportional control) ตัวควบคุมแบบ I (integral control) และตัวควบคุมแบบ D (derivative control) และในตัวควบคุมแต่ละชนิดมาใช้ในการควบคุมจึงได้ตัวควบคุม PID (proportional-integral-derivative control) แต่วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มุ่งหวัง การควบคุมระบบอันดับ 3 โดยใช้ตัวควบคุมแบบ PID ที่เพิ่มตัวควบคุมแบบ PD จำนวน $(n-2)$ ตัวเข้าไปในระบบ เพื่อควบคุมกระบวนการได้ผลตอบสนองตามข้อกำหนดที่ออกแบบ โดยการออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง การออกแบบระบบจะพิจารณาเลือกใช้คาบเวลาการสุ่ม (Sampling Time) ในการสุ่มสัญญาณของระบบให้เหมาะสม จากนั้นทำการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีทางเดินราก โดยกำหนดตำแหน่งของซีโรของตัวควบคุมภายใต้เงื่อนไขของมุม (Angle Condition) เลือกวางตำแหน่งของซีโรที่เพิ่มเข้าไปให้มีตำแหน่งใกล้เคียงกับตำแหน่งของโพลของระบบมากที่สุด โดยเหลือตำแหน่งซีโรไว้หนึ่งตัว เพื่อใช้ในการกำหนดเส้นทางเดินของรากผ่านจุดของโพลวงปิดเด่นชัด (Dominant Closed-Loop Pole) จากรูปแบบของสัญญาณเวลาต่อเนื่อง (Continuous-time) การส่งสัญญาณเข้าผ่านตัวสุ่มสัญญาณ (Sampler) ซึ่งมีหน้าที่แปลงสัญญาณอนาล็อกให้เป็นสัญญาณดิจิทัล ทำให้สัญญาณนั้นอยู่ในรูปแบบของสัญญาณเวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete Signal) มาวิเคราะห์ในรูปแบบของวิธีการ PID $x(n-2)$ stage PD by ZOH Method และวิธีการ PID $x(n-2)$ stage PD by Bilinear Method วิเคราะห์ผลการตอบสนองของระบบให้มีค่าใกล้เคียงกับระบบเวลาต่อเนื่อง (Continuous-time System)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.5 ขอบเขตการวิจัย

วิทยานิพนธ์นี้จะกล่าวถึงตัวควบคุม PID และ ตัวควบคุม PD เพื่อเป็นพื้นฐานการออกแบบตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD ที่ใช้ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องแบบ Bilinear โดยใช้การจำลองด้วยโปรแกรม MATLAB แสดงผลการควบคุม วิเคราะห์ผลการตอบสนองของระบบ เปรียบเทียบกับตัวควบคุมในระบบเวลาต่อเนื่องและในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องแบบ Back ward

ขั้นตอนของการศึกษา

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีขั้นตอนการศึกษา โดยเริ่มจากการศึกษาโครงสร้างและการทำงานของตัวควบคุมแบบ PID วิธีการออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีทางเดินราก ศึกษาการทำงานของตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD เพื่อเป็นพื้นฐานในการออกแบบจริง

วิทยานิพนธ์นี้ประกอบด้วยเนื้อหาทั้งหมด 5 บทดังนี้

บทที่ 1 กล่าวถึงแนวคิด วัตถุประสงค์ของการศึกษา ขอบเขตของการศึกษาและขั้นตอนการศึกษา

บทที่ 2 กล่าวถึงโครงสร้างของตัวควบคุมแบบ PID และโครงสร้างควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD โดยหลักการออกแบบของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์

บทที่ 3 กล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD สำหรับกระบวนการอันดับสาม ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมใน z-domain โดยวิธี ZOH (Zero-Order Hold)

บทที่ 4 กล่าวถึงการออกแบบ PID x (n-2) stage PD ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมใน z-domain โดยวิธีของ Bilinear Transform (Tustin's Method) พร้อมทั้งยกตัวอย่างการจำลองการควบคุมด้วยระบบโปรแกรม MATLAB และการเปรียบเทียบผลการจำลองระบบ

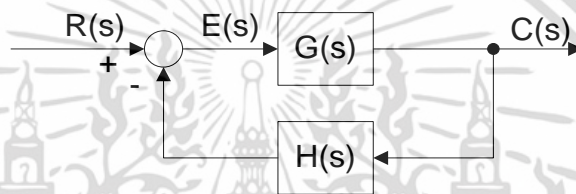
บทที่ 5 กล่าวถึงการสรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะในการพัฒนาการออกแบบระบบควบคุมให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

บทที่ 2 แนวคิดและหลักการ

2.1 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ

2.1.1 โครงสร้างของระบบควบคุมแบบป้อนกลับ

ระบบควบคุมแบบป้อนกลับแสดงดังรูปที่ 2.1 การทำงานของระบบจะนำสัญญาณจากเอาต์พุต ($C(s)$) ของกระบวนการมาเปรียบเทียบกับสัญญาณปรับตั้งค่าที่กำหนด ($R(s)$) จากนั้นนำสัญญาณที่ได้จากการเปรียบเทียบ ($E(s)$) มาคำนวณตามกฎเกณฑ์ของการควบคุมเพื่อให้ได้สัญญาณควบคุมนำไปควบคุมกระบวนการ



รูปที่ 2.1 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ

- โดย
- $G(s)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการ (Plant)
 - $H(s)$ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนในส่วนป้อนกลับ
 - $R(s)$ คือ สัญญาณปรับตั้ง (Set Point)
 - $C(s)$ คือ สัญญาณเอาต์พุตของระบบ
 - $E(s)$ คือ สัญญาณผิดพลาดที่เกิดจากการเปรียบเทียบระหว่าง $C(s)$ และ $R(s)$

ฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer Function) ของระบบควบคุมแบบป้อนกลับในรูปที่ 2.1 คือ

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (2.1)$$

จากสมการ (2.1) สมการคุณลักษณะ (Characteristic Equation) คือ

$$F(s) = 1 + G(s)H(s) = 0 \quad (2.2)$$

และฟังก์ชันถ่ายโอน $G(s)H(s) = 0$ คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G(s)H(s) = \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \cdots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots (T_\infty s + 1)} \quad (2.3)$$

เทอมของ s^N นั้นหมายถึงจำนวนของโพลที่จุดกำหนด ใช้เรียกว่าเป็นระบบชนิด 0 หรือระบบ เช่น $N = 0$ แสดงว่าระบบนั้นเป็นระบบชนิด 0 หรือถ้า $N = 1$ เราจะเรียกว่าเป็นระบบชนิด 1 เป็นต้น

2.1.2 ข้อกำหนดของระบบ

ข้อกำหนด คือค่าพารามิเตอร์ที่จำเป็นต้องทราบในการออกแบบตัวควบคุม ค่าเหล่านี้ แสดงให้ทราบถึงการตอบสนองในสภาวะชั่วคราวของระบบควบคุมต่ออินพุตที่เป็นสัญญาณขั้นบันได หนึ่งหน่วย (Unit Step) ข้อกำหนดที่สำคัญประกอบด้วย

1. ค่าพุ่งเกินสูงสุด (M_p) เป็นค่าความแตกต่างระหว่างเอาต์พุตที่มีค่าสูงสุดกับเอาต์พุตที่สถานะอยู่ตัวของระบบ ในบางครั้งอาจแสดงอยู่ในรูปของเปอร์เซ็นต์ค่าพุ่งเกินสูงสุด ($\%M_p$)

$$M_p = C_{\max} - C_{ss}$$

โดยที่ C_{\max} คือ ค่าสูงสุดของเอาต์พุต

C_{ss} คือ ค่าสูงสุดของเอาต์พุตที่สถานะอยู่ตัว

หรือ

$$\%M_p = \left| \frac{M_p}{C_{ss}} \right| \times 100\%$$

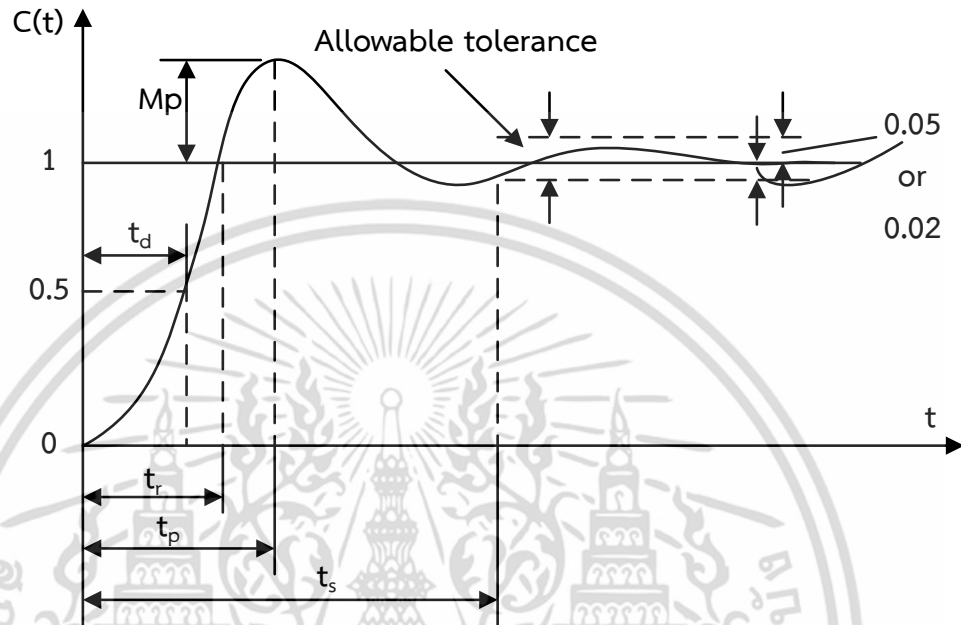
2. ค่าเวลาประวิง (Delay Time : t_d) คือช่วงเวลาที่ผลของการตอบสนองในสภาวะชั่วคราวของระบบมีค่าเข้าสู่ 50% ของค่าที่สถานะอยู่ตัว

3. ค่าช่วงเวลาที่ขึ้น (Rise Time : t_r) คือช่วงเวลาที่ผลการตอบสนองในสภาวะชั่วคราวของระบบ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 10% ไปเป็น 90% ของค่าที่สถานะอยู่ตัวหรือหมายถึงช่วงเวลาที่ผลการตอบสนองมีค่าจาก 5% ไปเป็น 95% หรือ 0% ไปเป็น 100% ของค่าที่สถานะอยู่ตัวก็ได้ ถ้าค่าช่วงเวลาที่ขึ้นมีค่าน้อย หมายถึงระบบนั้นมีการตอบสนองเร็ว

4. ค่าช่วงเวลาเข้าที่ (setting Time : t_s) คือช่วงเวลาที่ผลตอบสนองของระบบมีค่าเข้าสู่ช่วง $\pm 2\%$ หรือ $\pm 5\%$ ของค่าที่สถานะอยู่ตัวและมีค่าอยู่ในช่วงนี้ตลอดไป หรือหมายถึงค่าของเวลาที่ผลการตอบสนองในสภาวะชั่วคราวเปลี่ยนไปเป็นการตอบสนองในสถานะอยู่ตัว

5. ค่าเวลายอด (Peak Time: t_d หรือ t_{\max}) เป็นค่าเวลาของเวลาที่ผลตอบสนองในสภาวะชั่วคราวของระบบเกิดค่าพุ่งเกินสูงสุด

6. ค่าความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ตัว (Steady State Error : e_{ss}) เป็นค่าความแตกต่างของเอาต์พุตของระบบกับค่าปรับตั้งในขณะที่ระบบอยู่ในสถานะอยู่ตัว ระบบที่ดีจะต้องมีความคลาดเคลื่อนที่สถานะอยู่ตัวน้อยที่สุด



รูปที่ 2.2 แสดงค่าต่าง ๆ ของระบบต่อการตอบสนองต่อสัญญาณอินพุตแบบ Unit Step

2.2 การควบคุม

2.2.1 ชนิดของการควบคุม

ชนิดของการควบคุมอาจจำแนกออกตามอินพุต แบบ Step, ramp หรือ parabolic หรืออินพุตอื่นๆ เพราะวาระบบใดๆ อาจมีอินพุตหลายๆแบบ และขนาดค่าของความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่ในกรณีนี้จะขึ้นอยู่กับอินพุตแต่ละตัวด้วย พิจารณา loop transfer function $G(s)H(s)$ ต่อไปนี้

$$G(s)H(s) = \frac{(K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \cdots (T_m s + 1))}{(s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots (T_p s + 1))} \quad (2.4)$$

เทอม s^N ในส่วนของสมการ (2.4) แสดงถึงจำนวน poles N ตัวที่จุด origin ในระนาบ s ในกรณีนี้เราจะจำแนกชนิดของระบบตามจำนวนครั้งของการอินทิเกรตของ loop transfer function จะจำแนกเป็นชนิด 0, 1, 2, ... สำหรับ N มีค่า 0, 1, 2, ... ตามลำดับ จะเห็นว่าการจำแนกชนิดของระบบในกรณีนี้จะต่างกับการจำแนกระบบตามอันดับของระบบนั้น เมื่อชนิดของระบบในกรณีนี้สูงขึ้นความเที่ยงตรงของระบบก็จะดีขึ้นด้วย แต่ในทางตรงกันข้ามจะทำให้เสถียรภาพไม่ว่การณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ของระบบแย่ง ดังนั้นการพิจารณาระหว่างความถี่ตรงที่ภาวะคงที่ของระบบกับระบบเสถียรภาพสัมพันธ์ของระบบเป็นสิ่งจำเป็น ในทางปฏิบัติแล้วมักจะยอมรับชนิดของระบบที่ไม่เกินชนิด 2 เท่านั้น เพราะถ้าชนิดของระบบสูงกว่าชนิดที่ 2 แล้วการออกแบบเพื่อให้ระบบนั้นเสถียรจะทำได้ยาก เนื่องจากระบบมีการอินทิเกรตมากกว่าสองครั้งใน feed forward

2.2.2 ค่าความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่

ฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer Function) ของระบบควบคุมแบบป้อนกลับในรูปที่ 2.1 คือ

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (2.5)$$

Transfer function ระหว่างสัญญาณค่าความคลาดเคลื่อน $e(t)$ และสัญญาณอินพุต $r(t)$ คือ

$$\frac{E(s)}{R(s)} = 1 - \frac{C(s)H(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)} \quad (2.6)$$

โดยที่สัญญาณค่าความคลาดเคลื่อน $e(t)$ จะแสดงถึงความแตกต่างระหว่างสัญญาณอินพุตกับสัญญาณป้อนกลับ

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (2.7)$$

โดยใช้ทฤษฎีค่าสุดท้าย (Final value theorem) เราสามารถหาสมรรถนะของระบบที่ภาวะคงที่สำหรับระบบที่เสถียรได้โดยง่าย นั่นคือความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่ที่มีค่าเท่ากับ

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{R(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (2.8)$$

สัมประสิทธิ์ค่าความคลาดเคลื่อนสถิตย์ (static error coefficients) ที่จะกล่าวต่อไปนี้เป็นสิ่งแสดงถึงค่าความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่ของระบบควบคุม ถ้าสัมประสิทธิ์มีค่าสูง ค่าความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่จะมีค่าน้อยสำหรับระบบทางกายภาพใดๆแล้ว เอาท์พุทของระบบอาจจะเป็นตำแหน่ง, ความเร็ว, ความดัน, อุณหภูมิหรืออื่นๆ แต่ในการวิเคราะห์ค่าความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่ของระบบใดๆเราแบ่งเอาท์พุทออกเป็นตำแหน่ง (position) อัตราเร็ว (velocity) ซึ่งเป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงของตำแหน่ง และอื่นๆเช่นในระบบควบคุมอุณหภูมิ ตำแหน่งจะหมายถึงเอาท์พุทที่เป็นอุณหภูมิ อัตราเร็วจะหมายถึงอัตราการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิต่อเวลา เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.3 สัมประสิทธิ์ค่าความคลาดเคลื่อนตำแหน่งสถิตย์

ค่าความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่ของระบบที่กำหนดในรูป 2.3 ต่ออินพุตที่เป็น unit step

$$\begin{aligned} e_{ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)H(s)} \cdot \frac{1}{s} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)H(s)} \end{aligned} \quad (2.9)$$

สัมประสิทธิ์ค่าความคลาดเคลื่อนตำแหน่งสถิตย์ (Static position error coefficient)

K_p

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s)H(s) \quad (2.10)$$

ดังนั้นค่าความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่ของระบบในเทอมสัมประสิทธิ์ค่าความคลาดเคลื่อนตำแหน่งสถิตย์คือ

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + K_p} \quad (2.11)$$

สำหรับชนิด 0

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K(T_a s + 1)K(T_b s + 1) \cdots}{(T_1 s + 1)K(T_2 s + 1) \cdots} = K \quad (2.12)$$

สำหรับชนิด 1 หรือสูงกว่า

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K(T_a s + 1)K(T_b s + 1) \cdots}{s^N (T_1 s + 1)K(T_2 s + 1) \cdots} = \infty; N \geq 1 \quad (2.13)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.4 สัมประสิทธิ์ค่าความคลาดเคลื่อนอัตราเร็วสถิตย์

ค่าความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่ของระบบที่กำหนดในรูป 2.3 ต่ออินพุทที่เป็น unit ramp

$$\begin{aligned} e_{ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)H(s)} \cdot \frac{1}{s^2} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{s + sG(s)H(s)} \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{sG(s)H(s)} \end{aligned} \quad (2.14)$$

สัมประสิทธิ์ค่าความคลาดเคลื่อนอัตราเร็วสถิตย์ (Static velocity error coefficient)

K_V

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)H(s) \quad (2.15)$$

ค่าความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่ของระบบในเทอมสัมประสิทธิ์ค่าความคลาดเคลื่อนอัตราเร็วสถิตย์

$$e_{ss} = \frac{1}{K_V} \quad (2.16)$$

สำหรับชนิด 0

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sK(T_a s + 1)K(T_b s + 1) \cdots}{(T_1 s + 1)K(T_2 s + 1) \cdots} = 0 \quad (2.17)$$

สำหรับชนิด 1

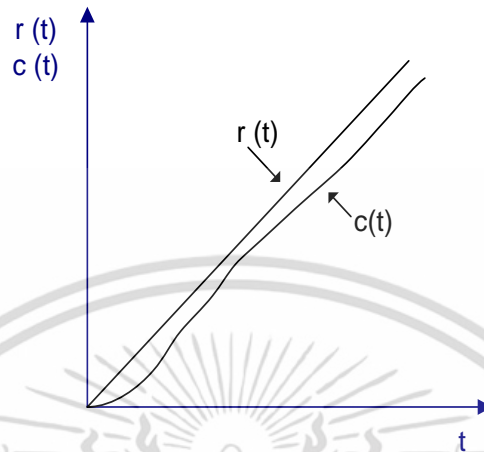
$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sK(T_a s + 1)K(T_b s + 1) \cdots}{s(T_1 s + 1)K(T_2 s + 1) \cdots} = K \quad (2.18)$$

สำหรับชนิด 2 หรือสูงกว่า

$$K_V = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K(T_a s + 1)K(T_b s + 1) \cdots}{s^N (T_1 s + 1)K(T_2 s + 1) \cdots} = \infty; N \geq 2 \quad (2.19)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากวิเคราะห์ที่ผ่านมาทำให้เราทราบว่าระบบที่เป็นแบบชนิด 0 จะไม่สามารถตามอินพุทแบบ ramp เข้าสู่ภาวะคงที่ได้ ส่วนระบบชนิดที่ 1 สามารถตามอินพุทแบบ ramp เข้าสู่ภาวะคงที่ได้ แต่ยังคงเหลือค่าความคลาดเคลื่อน ดังแสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 ผลตอบสนองของระบบควบคุมชนิดที่ 1 ที่มีการป้อนกลับแบบ unity ต่ออินพุทที่เป็น ramp

2.2.5 สัมประสิทธิ์ค่าความคลาดเคลื่อนความเร่งสถิตย์

อินพุทแบบ Unit parabolic

$$r(t) = \frac{t^2}{2}; t \geq 0$$

$$= 0; t < 0$$

(2.20)

ค่าความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่ของระบบต่ออินพุทแบบ Unit parabolic

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)H(s)} \cdot \frac{1}{s^3} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{s^2 G(s)H(s)} \quad (2.21)$$

สัมประสิทธิ์ค่าความคลาดเคลื่อนความเร่งสถิตย์ (Static acceleration error coefficient) K_a

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)H(s) \quad (2.22)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ค่าความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่ในเทอมสัมประสิทธิ์ค่าความคลาดเคลื่อนความเร่งสถิตย์

$$e_{ss} = \frac{1}{K_a} \quad (2.23)$$

สำหรับชนิด 0

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2 K(T_a s + 1) K(T_b s + 1) \cdots}{(T_1 s + 1) K(T_2 s + 1) \cdots} = 0 \quad (2.24)$$

สำหรับชนิด 1

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2 K(T_a s + 1) K(T_b s + 1) \cdots}{s(T_1 s + 1) K(T_2 s + 1) \cdots} = 0 \quad (2.25)$$

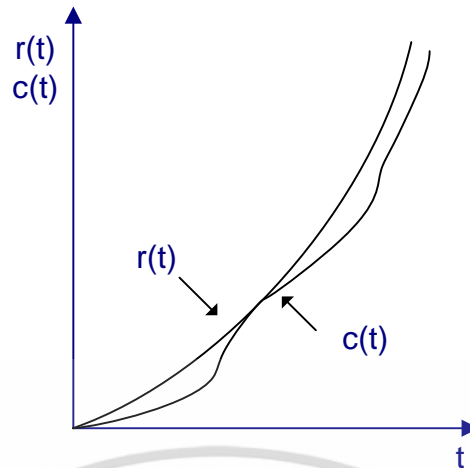
สำหรับชนิด 2

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2 K(T_a s + 1) K(T_b s + 1) \cdots}{s^2 (T_1 s + 1) K(T_2 s + 1) \cdots} = K \quad (2.26)$$

สำหรับชนิด 3 หรือสูงกว่า

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2 K(T_a s + 1) K(T_b s + 1) \cdots}{s^N (T_1 s + 1) K(T_2 s + 1) \cdots} = \infty; N \geq 3 \quad (2.27)$$

เมื่ออินพุทเป็นแบบ parabolic ระบบชนิด 0 และระบบชนิด 1 จะไม่สามารถติดตามอินพุทเข้าสู่ภาวะคงที่ได้ สำหรับระบบชนิด 2 จะสามารถติดตามอินพุทเข้าสู่ภาวะคงที่ได้แต่จะมีค่าความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่ที่เกิดขึ้น ส่วนระบบชนิด 3 หรือสูงกว่าจะสามารถติดตามอินพุทเข้าสู่ภาวะคงที่ได้โดยไม่มีค่าความคลาดเคลื่อนเลย รูปที่ 2.4 แสดงถึงผลตอบสนองของระบบชนิด 2 ที่มีการป้อนกลับแบบ unity เมื่ออินพุทเป็นแบบ parabolic



รูป 2.4 ผลตอบสนองของระบบชนิด 2 ที่มีเกนป้อนกลับแบบ unity เมื่ออินพุทเป็นแบบ parabolic

ตาราง 2.1 สรุปถึงความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่ของระบบ 0, 1, 2 และชนิด 3 ต่ออินพุท step, ramp และ parabolic สัมประสิทธิ์ค่าความคลาดเคลื่อน K_p, K_v, K_a แสดงความสามารถของระบบในการลดค่าความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่นั่นเอง โดยทั่วไปแล้วเราต้องการที่จะทำให้สัมประสิทธิ์ค่าความคลาดเคลื่อนนี้มีค่ามากเพื่อที่จะทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่มีค่าน้อยๆ จะต้องไม่ทำให้ผลตอบสนองชั่วคราวของระบบเปลี่ยนแปลงไปเกินขอบเขตที่ยอมรับได้ ดังนั้นการออกแบบระบบต่างๆจึงต้องคำนึงถึงสถานะของระบบในช่วงของผลตอบสนองชั่วคราวและสมรรถนะของระบบในช่วงเวลาของผลตอบสนองภาวะคงที่ควบคู่กันไปด้วย

ตารางที่ 2.1 ค่าความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่

ชนิดของระบบ	K_p	K_v	K_a	Unit step $e_{ss} = \frac{1}{1+K_p}$	Unit ramp $e_{ss} = \frac{1}{K_v}$	Unit parabolic $e_{ss} = \frac{1}{K_a}$
0	K	0	0	$e_{ss} = \frac{1}{1+K}$	$e_{ss} = \infty$	$e_{ss} = \infty$
1	∞	K	0	$e_{ss} = 0$	$e_{ss} = \frac{1}{K}$	$e_{ss} = \infty$
2	∞	∞	K	$e_{ss} = 0$	$e_{ss} = 0$	$e_{ss} = \frac{1}{K}$
3	∞	∞	∞	$e_{ss} = 0$	$e_{ss} = 0$	$e_{ss} = 0$

การออกแบบระบบควบคุมนั้นต้องพิจารณาถึงคุณลักษณะของกระบวนการที่ต้องการควบคุมเสียก่อน ซึ่งบางครั้งอาจพิจารณาในรูปจำลองทางคณิตศาสตร์ คือ ฟังก์ชันถ่ายโอน ทั้งนี้ก็เนื่องจากจะได้เลือกชนิดของการควบคุมให้เหมาะสมกับระบบ เพื่อให้การควบคุมมีเสถียรภาพ (Stability) มีประสิทธิภาพสูงสุด โดยสัญญาณที่ใช้ในการควบคุมจะเป็นไปตามลักษณะของการสร้างสัญญาณที่เรียกว่า การควบคุม (Control Action)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.2.6 การควบคุมแบบ P (Proportional control)

การควบคุมแบบ P เป็นการควบคุมแบบสัดส่วน คือสัญญาณควบคุม $u(t)$ จากตัวควบคุมส่งไปปรับกระบวนการมีค่าเป็นสัดส่วนกับค่าความคลาดเคลื่อนสามารถเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

$$m_p(t) = \bar{m} + K_p e(t) \quad (2.28)$$

โดย $m_p(t)$ คือ ค่าเอาต์พุทของตัวควบคุมแบบ Proportional

\bar{m} คือ ค่าเอาต์พุทของตัวควบคุมเมื่อความคลาดเคลื่อนเป็นศูนย์

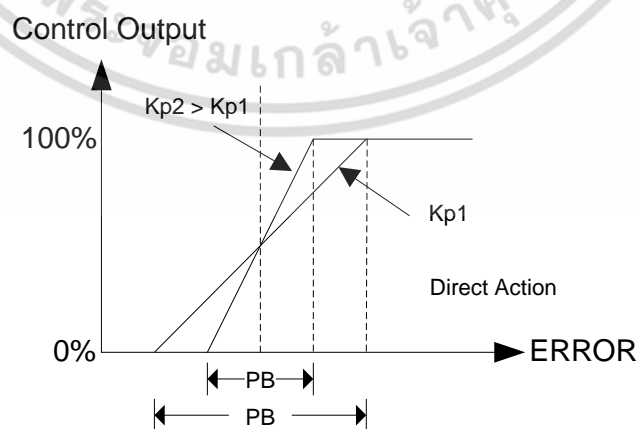
$e(t)$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อน

K_p คือ ค่าอัตราขยายของตัวควบคุมแบบ Proportional

ตัวควบคุมบางตัวสัญญาณเข้าและสัญญาณออกอาจมีหน่วยต่างกัน เช่นการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความดัน เพื่อหลีกเลี่ยงการแปลงหน่วย ความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณออกและสัญญาณเข้าของตัวควบคุมอาจแสดงเป็นแถบสัดส่วน (Proportional Band หรือ %PB) โดยที่แถบสัดส่วนคือพิสัยของสัญญาณเข้าที่ทำให้ตัวควบคุมปฏิบัติงานเต็มพิสัยการทำงาน หรือถ้ามองจากตัวควบคุม แถบสัดส่วนคือช่วงความคลาดเคลื่อนที่ทำให้สัญญาณออกของตัวควบคุมเปลี่ยนแปลงจากค่าสูงสุดไปต่ำสุด โดยแสดงเป็น เปอร์เซนต์ของพิสัยสัญญาณเข้าตัวควบคุม ความสัมพันธ์ระหว่างอัตราขยายและเปอร์เซนต์แถบสัดส่วนคือ

$$K_p = \frac{100}{\%PB} \quad (2.29)$$

คุณสมบัติของการควบคุมแบบ P แสดงดังรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 แสดงคุณสมบัติของการควบคุมแบบ Proportional

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 2.5 แสดงให้เห็นว่าจะเกิดการอิมพัลส์ของค่าความคลาดเคลื่อน คือ เมื่อเอาท์พุท สูงถึง 100% ขณะที่ค่าความคลาดเคลื่อนยังคงเพิ่มขึ้นไปอีก ค่าเอาท์พุทจะไม่สามารถเพิ่มขึ้นตามได้ ทำนองเดียวกันเมื่อค่าเอาท์พุทมีค่าเท่ากับ 0% ขณะที่ค่าความคลาดเคลื่อนระหว่างที่เอาท์พุทมีค่า จาก 0% ถึง 100% เรียกว่า Proportional Band (PB) โดยค่า PB จะมีผลต่ออัตราขยายของตัว ควบคุม กล่าวคือ เมื่อค่า PB สูงขึ้นค่าอัตราขยายของตัวควบคุมจะลดลง จากสมการ 2.29 และเมื่อ อัตราขยายของตัวควบคุมลดลงจะทำให้เกิดออฟเซต (Offset) ในระบบมากขึ้น การควบคุมแบบสัดส่วนนี้สามารถควบคุมระบบได้ดีพอสมควร เหมาะสมกับกระบวนการที่ต้องการผลตอบแทนอย่างรวดเร็ว และยอมให้เกิดความคลาดเคลื่อนขนาดคงที่ขนาดหนึ่ง

2.2.7 การควบคุมแบบ I (Integral control)

การควบคุมแบบ I มี ชื่อเรียกอีกอย่างหนึ่งว่าการควบคุมแบบรีเซ็ต (Reset Control) โดยการควบคุมจะพิจารณาความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นทั้งหมด ซึ่งการหาค่าความคลาดเคลื่อนในการ ควบคุมแบบ I นี้จะต้องหาค่าพื้นที่ทั้งหมดภายใต้กราฟของค่าความคลาดเคลื่อนต่อเวลาจากนั้น นำไป คูณกับค่าคงที่ที่เรียกว่า อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ I (Integral Control) เพื่อหาค่าเอาท์พุท ดัง สมการ (2.30)

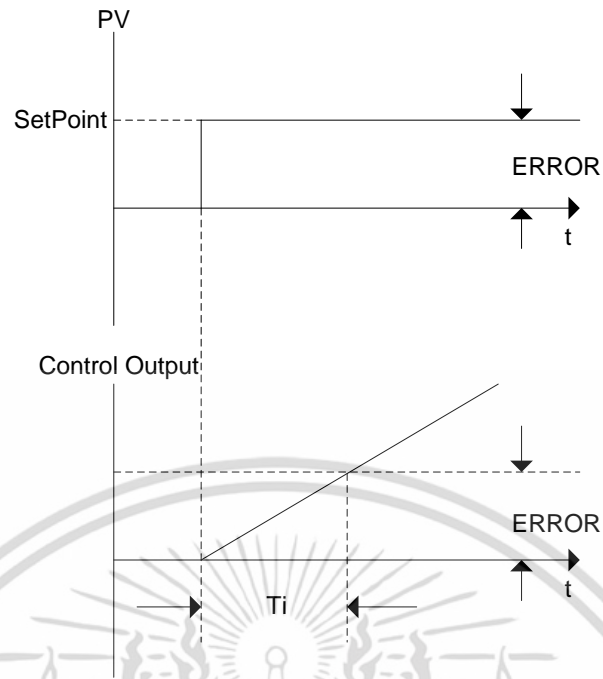
$$m_I(t) = K_I \int_0^t e(t) dt + \bar{m}_I(0) \quad (2.30)$$

โดย $m_I(t)$ คือ ค่าเอาท์พุทของตัวควบคุมแบบ

$\int_0^t e(t) dt$ คือ พื้นที่ทั้งหมดของความคลาดเคลื่อน

$\bar{m}_I(0)$ คือ เอาท์พุทของตัวควบคุมที่เวลา t มีค่าเป็นศูนย์

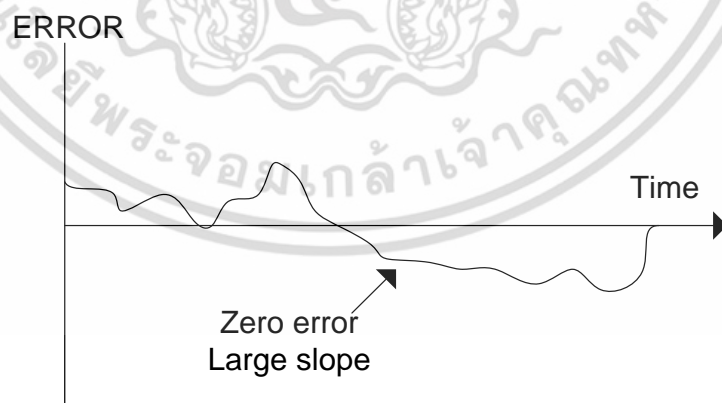
คุณสมบัติของการควบคุมแบบ I แสดงดังรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมแบบ Integral

2.2.8 การควบคุมแบบ D (Derivative Control)

ตัวควบคุมแบบ D สัญญาณเอาต์พุตของตัวควบคุมจะขึ้นอยู่กับอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่าความคลาดเคลื่อนต่อเวลา (Time Rate of Change of Error) จะเห็นค่าความคลาดเคลื่อนเปลี่ยนแปลง ซึ่งเรียกการกระทำดังกล่าวนี้ว่า อัตราการกระทำ (Rate Action) ตามตัวอย่าง ดังรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 แสดงตัวอย่างคุณสมบัติของการควบคุมแบบ Derivative

จากรูปที่ 2.7 จะเห็นว่าเมื่อค่าความคลาดเคลื่อนเป็นศูนย์ มีอัตราเปลี่ยนแปลงของความคลาดเคลื่อนสูง ผลของการเปลี่ยนแปลงนี้ทำให้ค่าเอาต์พุตเกิดการเปลี่ยนแปลงสูงตามไปด้วย ซึ่งอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่าความคลาดเคลื่อน สามารถประมาณได้โดยการหาค่าความแตกต่างระหว่างค่าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความคลาดเคลื่อน 2 ค่า และหารด้วยเวลาระหว่าง 2 ค่านี้ แล้วนำไปคูณกับค่าคงที่ เรียกว่า อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ D (Derivative Gain) เพื่อหาค่าสัญญาณเอาต์พุทของตัวควบคุม ดังสมการ (2.31)

$$m_D(t) = K_D \frac{e(t) - e(t_0)}{(t - t_0)} \quad (2.31)$$

หรือ

$$m_D(t) = K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (2.32)$$

โดยที่ $m_D(t)$ คือ ค่าเอาต์พุทของตัวควบคุมแบบ D ที่เวลา t
 $e(t)$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อนที่เวลา t
 $e(t_0)$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อนที่เวลา t_0

การควบคุมแบบนี้ เหมาะสำหรับกระบวนการที่มีเวลาหน่วง (Time Lag) มากๆ เพราะสามารถแก้ค่าความคลาดเคลื่อนที่ตัวควบคุมแบบสัดส่วนและแบบอินทิกรัล ต่างก็มีข้อจำกัดอยู่ที่ความคลาดเคลื่อนขนาดใหญ่ ซึ่งเป็นปัญหาต่อการควบคุมกระบวนการแต่ความคลาดเคลื่อนขนาดใหญ่นี้ สามารถรู้ได้ล่วงหน้าโดยพิจารณาจากแนวโน้มของความคลาดเคลื่อน หรืออัตราการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณนั่นเอง ตัวอนุพันธ์มีหลักการทำงาน คือ ตัวควบคุมตอบสนอง ต่ออัตราการเปลี่ยนแปลงของความคลาดเคลื่อนถึงแม้ว่าความคลาดเคลื่อนยังมีค่าน้อยอยู่ สัญญาณออกของตัวอนุพันธ์ไม่ได้สัมพันธ์กับขนาดของความคลาดเคลื่อน แต่ขึ้นอยู่กับอัตราการเปลี่ยนแปลงของความคลาดเคลื่อน ถ้าความคลาดเคลื่อนมีค่าคงที่ ตัวอนุพันธ์จะให้สัญญาณออกเป็นศูนย์ คุณลักษณะข้อนี้มีผลดีคือ ตัวควบคุมจะมีผลตอบสนองที่เกิดก่อนที่ความคลาดเคลื่อนจะเพิ่มมากขึ้น และทำให้ระบบมีผลตอบสนองที่เร็วขึ้น

2.2.9 การควบคุมแบบ PI (Proportional – Integral Control)

ตามที่ได้กล่าวมาแล้วว่าการควบคุมแบบ P นั้น จะมีออฟเซตเกิดขึ้น ซึ่งการกำจัดค่าออฟเซตนี้ ทำได้โดยการเพิ่มการควบคุมแบบ I เข้าไป ดังนั้นสมการสัญญาณเอาต์พุทของตัวควบคุมแบบนี้จะเป็นไปตามสมการ (2.33)

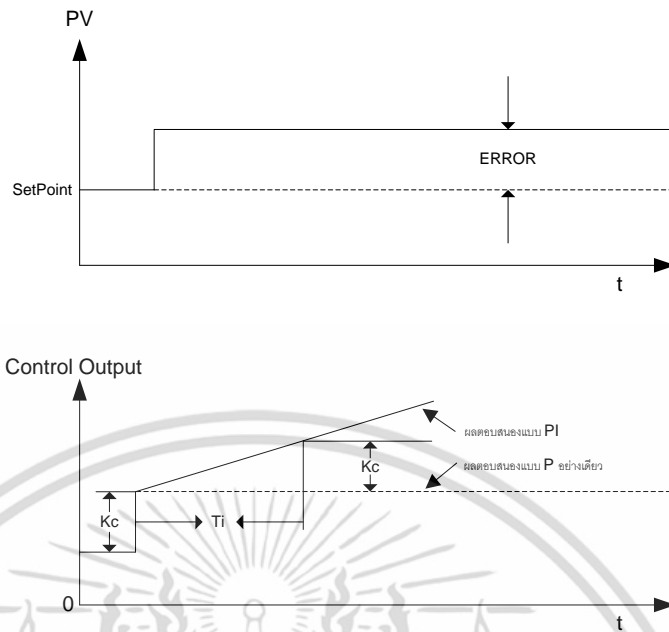
$$m_{PI}(t) = \bar{m} + K_P e(t) + K_P K_I \int_0^t e(t) dt \quad (2.33)$$

หรือ

$$m_{PI}(t) = \bar{m} + K_P e(t) + \frac{K_P}{T_I} \int_0^t e(t) dt \quad (2.34)$$

เมื่อ $K_I = \frac{1}{T_I}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้ทำงานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.8 แสดงตัวอย่างผลตอบสนองของการควบคุมแบบ PI (Direct Action)

นอกจากการควบคุมแบบ PI จะทำให้ค่าออฟเซตที่สภาวะคงที่เป็นศูนย์แล้ว ยังช่วยลดค่าพุงเกินและการแกว่ง (Oscillation) ของระบบลงได้ แต่จะทำให้ค่าช่วงเวลาเข้าที่มีค่ามากขึ้น

2.2.10 การควบคุมแบบ PD (Proportional-Derivate Control)

การประยุกต์ใช้การควบคุมแบบ D ร่วมกับการควบคุม P ก็เพื่อทำให้ผลตอบสนองของระบบรวดเร็วขึ้น แต่จะไม่มีผลโดยตรงต่อผลตอบสนองที่สภาวะคงที่ ซึ่งสมการเอาท์พุทของการควบคุมแบบ PD แสดงดังสมการ (2.35)

$$m_{PD}(t) = \bar{m} + K_p e(t) + K_p K_D \frac{de(t)}{dt} \tag{2.35}$$

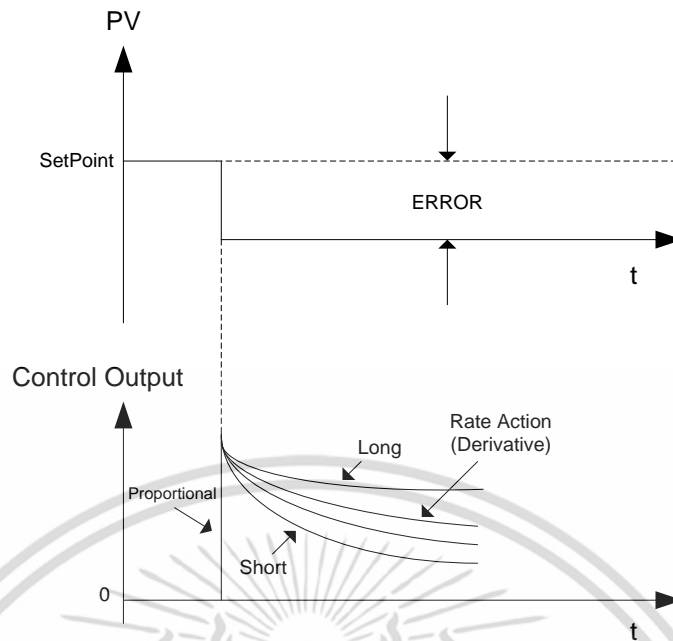
หรือ

$$m_{PD}(t) = \bar{m} + K_p e(t) + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \tag{2.36}$$

เมื่อ $K_D = T_d$

ข้อเสียของการควบคุมแบบนี้ก็คือ ไม่สามารถทำให้ออฟเซตของระบบลดลง หรือหมดไปได้ และอาจทำให้ค่าพุงเกินของระบบมีค่าสูงขึ้น ผลตอบสนองของการควบคุมแบบ PD แสดงดังรูปที่ 2.9

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.9 แสดงผลการตอบสนองของการควบคุมแบบ PD

2.2.11 การควบคุมแบบ PID (Proportional-Integral-Derivative Control)

จากที่ได้กล่าวมาแล้วว่า ควบคุมแบบ PD ทำให้ระบบมีเสถียรภาพสัมพัทธ์ดีขึ้น (ผลตอบสนองเร็วขึ้น) แต่ไม่สามารถทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนหรือออฟเซตที่สภาวะคงที่เป็นศูนย์ได้ ส่วนการควบคุมแบบ PI ทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนที่สภาวะคงที่ลดลงหรือหมดไปแต่ทำให้เสถียรภาพสัมพัทธ์ลดลง ดังนั้น เพื่อให้ผลตอบสนองของระบบควบคุมมีสมรรถนะเป็นไปตามต้องการ จึงต้องให้การควบคุมทั้งสองแบบร่วมกัน ซึ่งจะทำให้ได้การควบคุมแบบ PID ที่มีสมการสัญญาณเอาท์พุท ดังสมการ (2.37)

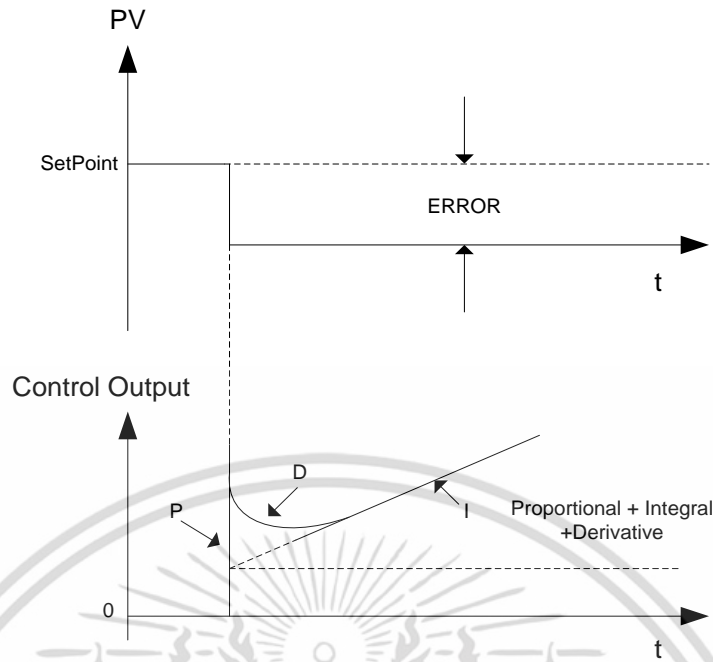
$$m_{PID}(t) = \bar{m} + K_p e(t) + K_p K_i \int_0^t e(t) dt + K_p K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (2.37)$$

หรือ

$$m_{PID}(t) = \bar{m} + K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.38)$$

ผลตอบสนองของการควบคุมแบบ PID แสดงดังรูปที่ 2.10

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.10 แสดงผลตอบสนองของการควบคุมแบบ PID

เมื่อตัวควบคุมแบบ PID มีรูปแบบฟังก์ชันถ่ายโอนจากสมการ (2.38) ได้ดังนี้

$$G_{PID}(s) = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s \tag{2.39}$$

โดยที่ K_p คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ P (Proportional gain)

K_I คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ I (Integral gain)

K_D คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ D (Derivative gain)

นอกจากนี้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบ PID จากสมการ (2.39) ยังเขียนได้อีกรูป

ดังนี้

$$G_{PID}(s) = K_{pid} \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \tag{2.40}$$

โดยที่ K_{pid} คือ อัตราขยายของตัวควบคุมแบบ PID

T_i คือ เวลาอินทิกรัล (Integral time)

T_d คือ เวลาอนุพันธ์ (Derivative time)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการ (2.40) จะเห็นว่าตำแหน่งของซีโรบนระนาบ s (s-plane) จะขึ้นอยู่กับค่า T_i และ T_d ได้ดังนี้

$$T_i T_d s^2 + T_i s + 1 = 0 \quad (2.41)$$

$$s_{1,2} = \frac{-T_i \pm \sqrt{(T_i)^2 - 4T_i T_d}}{2T_i T_d}$$

เมื่อพิจารณาค่ารากของสมการ

ถ้า $T_i \geq 4T_d$ ตำแหน่งของซีโรทั้งสองตัวจะอยู่บนแกนจริงบนระนาบ s ซึ่งเป็นค่าเหมาะสมที่สุด (Optimum)

ถ้า $T_i < 4T_d$ ตำแหน่งของซีโรทั้งสองตัวจะเป็นตัวเลขเชิงซ้อนสังยุค (Complex quantity) ซึ่งไม่ใช่ค่าที่เหมาะสมที่สุด ดังนั้นจึงกำหนดให้

$$T_i = 4T_d$$

เมื่อ z_1, z_2 คือ ซีโรของตัวควบคุม

$$z_1 = z_2 = \frac{1}{2T_d}$$

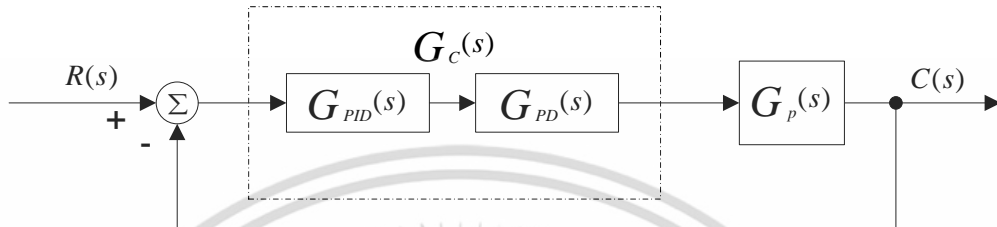
ทำให้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID จัดรูปแบบใหม่เป็น

$$G_{PID}(s) = K_{pid} \frac{(s + z_1)(s + z_2)}{s} \quad (2.42)$$

จากฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID ในสมการ (2.42) พบว่าตัวควบคุมประกอบไปด้วยซีโรสองตัว และโพลหนึ่งตัวอยู่ที่จุดกำเนิดบนระนาบ s ดังนั้นทำให้ตัวควบคุมดังกล่าวเหมาะสมสำหรับกระบวนการอันดับ 2 แต่เมื่อนำไปควบคุมกระบวนการที่อันดับมากกว่า 2 จะมีความยุ่งยากและระบบจะไม่เสถียรภาพ เนื่องจากจำนวนซีโรของตัวควบคุมมีจำนวนน้อยกว่าโพล ด้วยเหตุนี้ใน [1] จึงได้นำเสนอตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD เพื่อใช้กับกระบวนการที่อันดับมากกว่า 2

2.3 ตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD

ตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD จะประกอบไปด้วยตัวควบคุมแบบ PID และตัวควบคุมแบบ PD จำนวน (n-2) ตัว การเพิ่มจำนวนตัวควบคุม PD หรือซีโรที่เหมาะสมเข้าไปในกระบวนการ โดยจำนวน n ก็คือจำนวนอันดับของระบบซึ่งเหมาะกับระบบอันดับที่มากกว่า 2 โครงสร้างของระบบควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD แสดงดังรูปที่ 2.11



รูปที่ 2.11 โครงสร้างของระบบที่ใช้ตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD

จากรูปฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PD คือ

$$G_{PD}(s) = K_p(1 + T_d s) \quad (2.43)$$

$$G_{PD}(s) = K_{pd}(s + z_{pd})$$

พิจารณาฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID จากสมการ 2.42 และฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PD จะได้ว่ารูปของฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD คือ

$$K_{(n-2)}(s) = \frac{\overbrace{K_{pid}(s+z_1)(s+z_2)}^{\text{PID Controller}}}{S} \times \overbrace{K_{pd}(s+z_{pd}) \cdots}^{(n-2)PD} \quad (2.44)$$

โดยที่ K_{pid} คือ อัตราขยายของตัวควบคุม PID

K_{pd} คือ อัตราขยายของตัวควบคุม PD

z_1, z_2 คือ ซีโรของตัวควบคุม PID

z_{pd} คือ ซีโรของตัวควบคุม PD

สามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบได้ คือ

$$K_{(n-2)}(s)G_p(s) = K_{pid}K_{pd} \cdots K_n \frac{(s+z_1)(s+z_2) \cdots (s+z_{pd}) \cdots}{s \cdot (s+P_1)(s+P_2) \cdots (s+P_p)} \quad (2.45)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อให้อัตราการขยายรวม $K = K_{pid} K_{pd} \cdots K_n$ ดังนั้น

$$K_{(n-2)}(s)G_p(s) = K \frac{(s+z_1)(s+z_2) \times \overbrace{(s+z_{pd}) \cdots}^{(n-2)PD}}{s \cdot (s+P_1)(s+P_2) \cdots (s+P_p)} \quad (2.46)$$

ตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD สามารถควบคุมกระบวนการที่มีอันดับตั้งแต่ 2 ขึ้นไป ได้เป็นอย่างดี อีกทั้งยังสามารถทำให้ระบบควบคุมมีเสถียรภาพมากขึ้นโดยการเพิ่มค่าของอัตราขยายของตัวควบคุมทำให้ระบบมีผลการตอบสนองในภาวะชั่วคราวและในสถานะอยู่ตัวตามข้อกำหนดได้

2.4 การออกแบบโดยหลักการของ รศ.ดร. กิตติ ตีระเศรษฐ

รศ.ดร. กิตติ ตีระเศรษฐ ได้มีการออกแบบตัวควบคุมเรียกว่า Kitti's Method (KM) โดยวิธีการออกแบบตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD โดยเมื่อพิจารณาโครงสร้างตามสมการ 2.46 ตามวิธีของ รศ.ดร. กิตติ ตีระเศรษฐ พิจารณาจากตำแหน่งของโพลของกระบวนการที่มากกว่าอันดับ 2 ที่ต้องการควบคุม โดยเพิ่ม PD control จำนวน (n-2) ตัวและเลือกวางตำแหน่งของซีโรให้อยู่ด้านซ้ายมือ และใกล้กับโพลของกระบวนการให้มากที่สุด แต่ในบางกรณีอาจไม่สามารถทำได้ เนื่องจากไม่รู้ตำแหน่งโพลของกระบวนการได้อย่างแน่นอน เช่น ในระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นที่ต้องใช้การประมาณค่าให้เป็นอันดับ n ใดๆ

จากสมการคุณลักษณะของระบบในรูปที่ 2.1 เมื่อ $G(s)H(s)$ เป็นปริมาณเชิงซ้อนสามารถแยกการพิจารณาออกเป็นสองเงื่อนไข คือ

เงื่อนไขของขนาด (Magnitude Condition) คือ

$$|G(s)H(s)| = |-1| = 1 \quad (2.47)$$

เงื่อนไขของมุม (Angle Condition) คือ

$$\angle G(s)H(s) = \pm(2k+1)\pi, k=0,1,2,\dots \quad (2.48)$$

วัตถุประสงค์ของการออกแบบระบบควบคุม คือ ตัวแปรที่ต้องการควบคุม เข้าสู่ค่าเป้าหมายที่ต้องการ ให้ระบบมีผลการตอบสนองตรงตามที่ออกแบบ หรือที่เรียกว่า ข้อกำหนดของระบบ อันได้แก่เวลาเข้าที่และค่าพุ่งเกิน ดังสมการ

$$\left. \begin{aligned} \text{Percent Overshoot(P.O.)} &= e^{\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} \times 100\% \\ \text{Setting Time}(t_s) &= \frac{-\ln\left(0.02\sqrt{1-\zeta^2}\right)}{\zeta\omega_n}, (\pm 2\%) \end{aligned} \right\} \quad (2.49)$$

$$t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \quad (\text{กำหนดในช่วง } 2\% \text{ ของค่าสุดท้าย})$$

การออกแบบระบบควบคุมเพื่อให้ได้ผลตอบสนองที่สภาวะชั่วคราวและสภาวะคงตัวตามที่ต้องการ จะใช้วิธีการทางเดินของรากวิเคราะห์และการออกแบบระบบตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 หาอัตราการหน่วง (ζ) จากการกำหนดค่า P.O. ตามสมการที่ (2.49)

ขั้นตอนที่ 2 หาความถี่ธรรมชาติ (ω_n) เมื่อกำหนดค่า t_s ตามสมการที่ (2.49)

ขั้นตอนที่ 3 หาค่าตำแหน่งของ Dominant Closed-loop pole : s_d

$$s_d = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad (2.50)$$

ขั้นตอนที่ 4 วางตำแหน่งของ s_d จากสมการคุณลักษณะ $K_{(n-2)}(s)G_p(s)$ ลงบนระนาบเอส

ขั้นตอนที่ 5 หาผลรวมของมุมที่จุด s_d ของระบบแบบวงเปิด $K_{(n-2)}(s)G_p(s)$ ด้วยวิธีการทางกราฟิกหรือการคำนวณพิจารณาหามุมที่จำเป็นของ $\angle(s_d + z_{pd})$ เพื่อที่จะทำให้ผลรวมของมุมเป็นไปตามเงื่อนไขสมการที่ (2.51)

$$\sum \theta_z - \sum \theta_p = \pm(2k+1)\pi, k=0,1,2,\dots,n \quad (2.51)$$

ขั้นตอนที่ 6 หาค่าตำแหน่งของซีโร ($s_d + z_{pd}$) โดยใช้มุมของ $\angle(s_d + z_{pd})$ ที่หาได้จากขั้นตอนที่ 5

ขั้นตอนที่ 7 หาอัตราขยาย $K_{(n-2)}(s)$ ของระบบตามเงื่อนไขทางเดินของรากจากสมการที่ (2.44)

ขั้นตอนที่ 8 นำค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ออกแบบได้ ไปจำลองกระบวนการหาผลการตอบสนองของระบบ ถ้าผลการตอบสนองของระบบไม่ได้ตามข้อกำหนดของระบบ สามารถปรับแต่งอัตราขยายของตัวควบคุมจนกว่าผลการตอบสนองตรงตามข้อกำหนด

2.5 ตัวอย่างการออกแบบโดยหลักการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์

ตัวอย่างการออกแบบโดยใช้หลักการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ โดยมีฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการคือ

$$G_3(s) = \frac{15}{(s+1)(s+3)(s+5)}$$

โดยที่กำหนดเงื่อนไขดังนี้ $P.O. \leq 5\%$, $t_s (\pm 2\%) \leq 1 \text{ sec}$. และ $e_{ss}(t) = 0$

จะได้ $\zeta = 0.69$, $\omega_n = 6.14 \text{ rad/sec}$ และ $S_d = -4.235 + j4.442$

ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมที่ได้

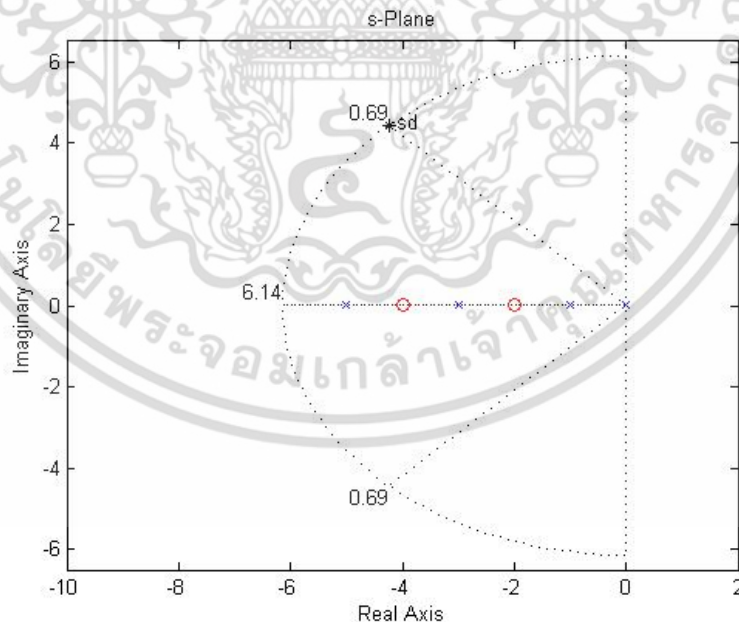
$$K_{(n-2)}(s)G_n(s) = 15K \frac{(s+z_1)(s+z_2) \times (s+z_{pd})}{s \cdot (s+1)(s+3)(s+5)}$$

ให้ $K = 15K$

เมื่อกำหนดให้ $z_1 = 2$, $z_2 = 4$ จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิดของระบบคือ

$$K_{(n-2)}(s)G_n(s) = 15K \frac{(s+2)(s+4) \times (s+z_{pd})}{s \cdot (s+1)(s+3)(s+5)}$$

นำค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ออกแบบได้ไปจำลองกระบวนการเพื่อหาผลตอบสนองของระบบ



รูปที่ 2.12 แสดงเส้นทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3 ชนิด 0

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำนวณหามุมของ $\theta_{z_{pd}}$ จากเงื่อนไขของมุม

- มุมของโพลที่ตำแหน่งต่างๆ

$$\begin{aligned}\sum \theta_p &= \theta_{p_0} + \theta_{p_1} + \theta_{p_2} + \theta_{p_3} \\ &= \angle(s_d) + \angle(s_d + 1) + \angle(s_d + 3) + \angle(s_d + 5) \\ &= 133.639^\circ + 126.071^\circ + 15.543^\circ + 80.232^\circ = 445.485^\circ\end{aligned}$$

- หามุมของซีโรที่ตำแหน่งต่างๆ

$$\begin{aligned}\sum \theta_z &= \theta_{z_1} + \theta_{z_2} + \theta_{z_{pd}} \\ &= \angle(s_d + 2) + \angle(s_d + 4) + \angle(s_d + z_{pd}) \\ &= 116.715^\circ + 93.034^\circ + \theta_{z_{pd}} = 209.749^\circ + \theta_{z_{pd}}\end{aligned}$$

- หามุมจากเงื่อนไขของมุมจากทฤษฎีเส้นทางเดินของราก

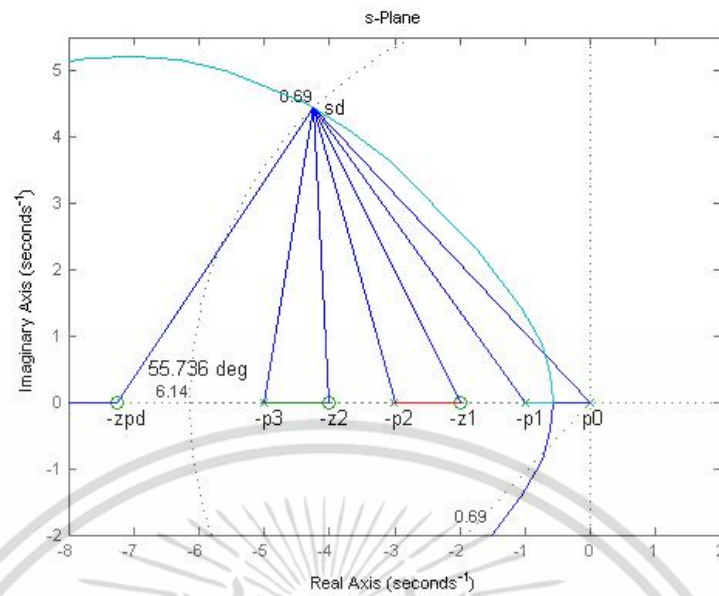
$$\begin{aligned}\sum \theta_z - \sum \theta_p &= (209.749^\circ + \theta_{z_{pd}}) - 445.485^\circ \\ &= -235.736^\circ + \theta_{z_{pd}} = \pm 180^\circ(2k+1), k=0,1,2,\dots\end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้ $\theta_{z_{pd}} = 55.736^\circ$

คำนวณหาตำแหน่ง z_{pd} เมื่อทราบมุม $\theta_{z_{pd}}$

$$z_{pd} = |Re(s_d)| + \frac{|Im(s_d)|}{\tan(\theta_{z_{pd}})}$$

หาตำแหน่งของ z_{pd} จาก $\theta_{z_{pd}}$ จะได้ตำแหน่งของ $z_{pd} = 7.261$



รูปที่ 2.13 แสดงตำแหน่งของโพลและซีโร

หาอัตราขยาย K ที่จุด s_d

$$15K \frac{(s_d + 2)(s_d + 4)(s_d + 7.261)}{s_d(s_d + 1)(s_d + 3)(s_d + 5)} = 1$$

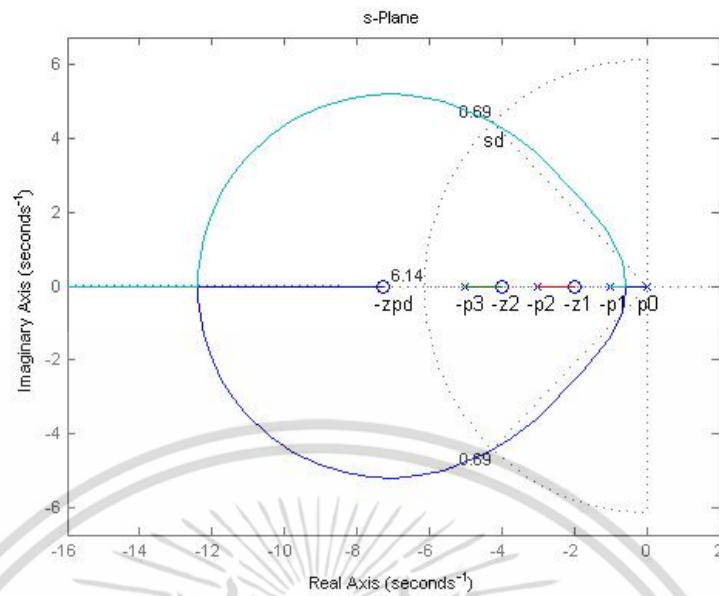
ดังนั้นจะได้ $K = 5.895$

ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ คือ

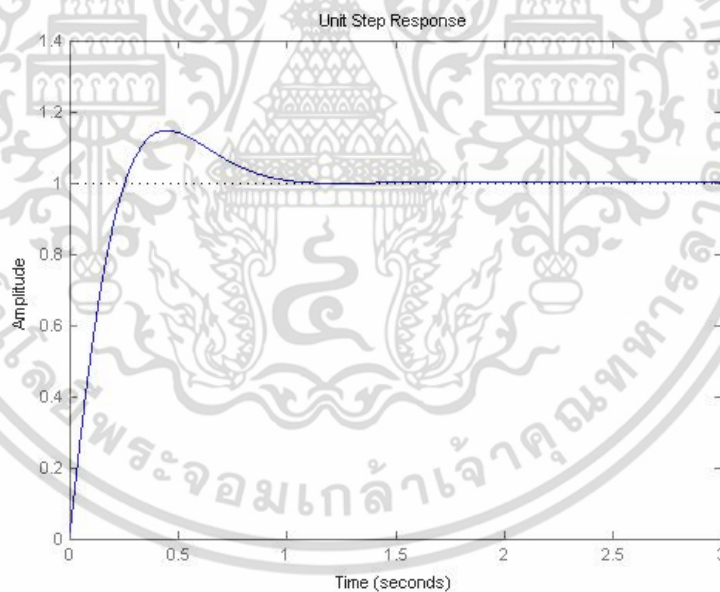
$$K(s)G_3(s) = 5.895 \frac{(s_d + 2)(s_d + 4)(s_d + 7.261)}{s_d \cdot (s_d + 1)(s_d + 3)(s_d + 5)}$$

ค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมที่ออกแบบได้นำไปจำลองกระบวนการหาผลการตอบสนองของระบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.14 แสดงเส้นทางเดินของรากของระบบการอันดับ 3



รูปที่ 2.15 แสดงผลตอบสนองของระบบการอันดับ 3

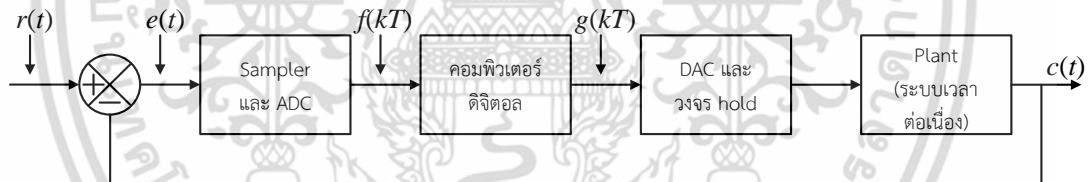
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3 การออกแบบตัวควบคุม

ในบทนี้จะกล่าวถึงสมการการออกแบบตัวควบคุม PID แบบ PD จำนวน $(n-2)$ ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง ซึ่งในโรงงานอุตสาหกรรมส่วนใหญ่ได้มีการใช้คอมพิวเตอร์เป็นตัวควบคุมการทำงานจึงได้มีการพัฒนาตัวควบคุมในระบบดิจิทัล รวมถึงการเลือกใช้สัญญาณสุ่มเวลาในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องด้วย

3.1 ระบบควบคุม

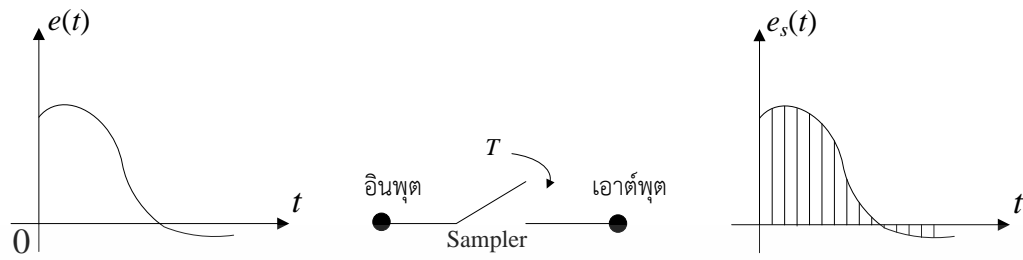
ระบบควบคุมที่มีสัญญาณทุกจุดในระบบเป็นฟังก์ชันเวลาต่อเนื่อง จะมีตัวควบคุมรับสัญญาณเข้าเป็นสัญญาณแบบต่อเนื่องและส่งสัญญาณออกเป็นสัญญาณแบบต่อเนื่องด้วย เรียกว่า ตัวควบคุมแบบอนาล็อก ตัวควบคุมแบบนี้มีขีดจำกัดในการใช้ โดยเฉพาะเมื่อระบบควบคุมสลับซับซ้อนขึ้น จำต้องใช้คอมพิวเตอร์ดิจิทัล หรือไมโครโพรเซสเซอร์ เป็นส่วนหนึ่งของวงจรควบคุมหรืออุปกรณ์ควบคุมมีลักษณะการใช้เวลาร่วม (time-sharing) หรือมีการส่งสัญญาณควบคุมเป็นระยะทางไกล หรือเอาต์พุตของอุปกรณ์ควบคุมเป็นสัญญาณ discrete กรณีเหล่านี้ต้องใช้ควบคุมแบบดิจิทัล ซึ่งมีคุณลักษณะว่ารับข้อมูลรูปพัลส์ช่วงสั้น ๆ คือข้อมูลชกตัวอย่างหรือ discrete และส่งสัญญาณเอาต์พุตออกในรูปเดียวกัน



รูปที่ 3.1 ระบบควบคุมชกตัวอย่างข้อมูลแบบง่าย

ในระบบจำต้องใช้เครื่องชกตัวอย่าง (sampler) และตัวแปลงอนาล็อกเป็นดิจิทัล (ADC) ตรงอินพุตเข้าคอมพิวเตอร์ sampler นี้แปลงสัญญาณค่าคลาดเคลื่อน (error) เวลาต่อเนื่องเป็นลำดับพัลส์ซึ่งแสดงค่าผันรูปรหัสตัวเลข เช่น binary code ส่วนตรงเอาต์พุตของคอมพิวเตอร์ดิจิทัลจะมีการแปลงกลับจากรหัสตัวเลขเป็นสัญญาณต่อเนื่องด้วยตัวแปลงดิจิทัลเป็นอนาล็อก (DAC) กับวงจร hold เพื่อเข้าสู่ระบบที่ต้องการควบคุมซึ่งเป็นระบบต่อเนื่องอีกที ระบบโดยรวมเป็น hybrid คือสัญญาณตรงตัวควบคุมอยู่ในรูปดิจิทัล แต่ที่ส่วนอื่นเป็นรูปต่อเนื่อง ระบบเช่นนี้เรียกว่าระบบควบคุมชกตัวอย่างข้อมูล

การซิกตัวอย่างหมายความว่า สัญญาณที่เอาต์พุตของ sampler เป็นรูปพัลส์ช่วงสั้นตามด้วย ช่วงเวลาที่ไม่มีสัญญาณเลย เท่ากับว่าระบบควบคุมทำงานแบบควบคุมเปิด (open-loop control) ในช่วงนี้

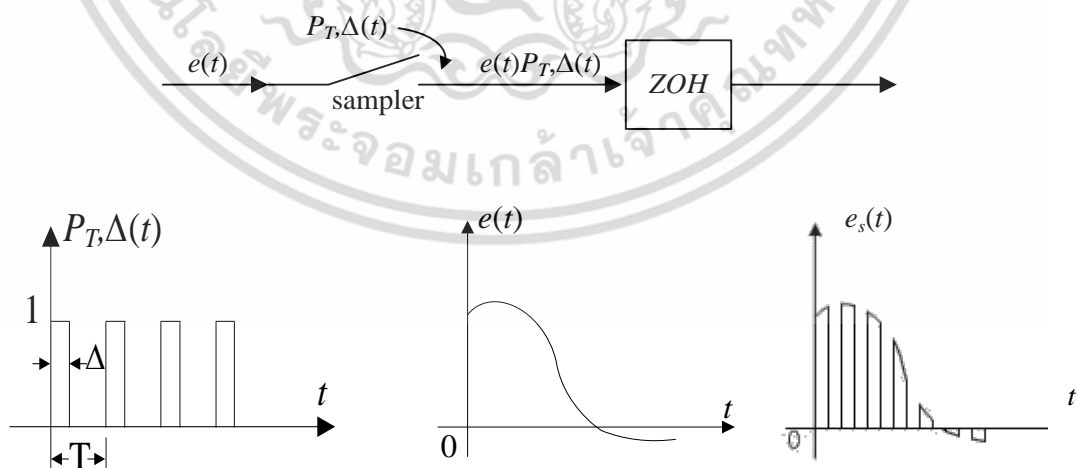


รูปที่ 3.2 การซิกตัวอย่างเป็นคาบสม่ำเสมอ

จากรูปที่ 3.2 แสดงการซิกตัวอย่างแบบเป็นคาบสม่ำเสมอ (uniform periodic sampling) จะเห็นได้ว่าหากอัตราหรือความถี่ในการซิกตัวอย่างต่ำไป เนื้อหาที่สำคัญในสัญญาณอินพุตจะหายไปไม่ปรากฏในเอาต์พุต ตามทฤษฎีการซิกตัวอย่างของ Shannon ความถี่ของการซิกตัวอย่างจะต้องไม่ต่ำกว่าสองเท่าของความถี่สูงสุดในสัญญาณอินพุตแบบ band-limited จึงจะได้สัญญาณเอาต์พุตเหมือนสัญญาณอินพุต

3.2 รูปแบบทางคณิตศาสตร์ของการทำงานของ sampler-and-hold

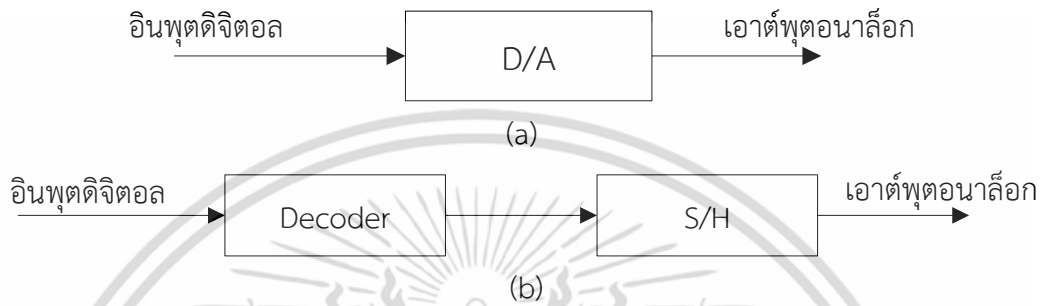
การซิกตัวอย่าง (sampler) เป็นอุปกรณ์สำหรับเปลี่ยนสัญญาณอนาล็อกเป็นขบวน amplitude-modulated pulses ส่วนอุปกรณ์ hold ทำหน้าที่คงค่าพัลส์ไว้ในเวลาที่กำหนด ในทางปฏิบัติส่วนใหญ่หน้าที่ซิกตัวอย่างและโฮลด์นี้รวมกันอยู่ในอุปกรณ์เดียว เรียกวางจร sample-and-hold (S/H) แต่ในการวิเคราะห์เราจะกระทำแยกกัน ดังรูปที่ 3.3



รูปที่ 3.3 การทำงานซิกตัวอย่างและ hold

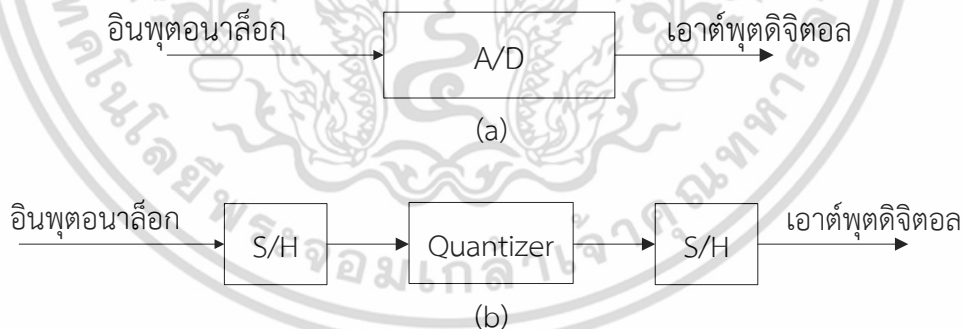
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กระบวนการซัดตัวอย่างเท่ากับการคูณสัญญาณ $e(t)$ ด้วยขบวนพัลซ์เป็นคาบขนาดหนึ่งหน่วย $P_T, \Delta(t)$ ทำให้ได้สัญญาณซัดตัวอย่าง $e(t)P_T, \Delta(t)$ ช่วงพัลซ์หรือช่วงตัวอย่าง คือ $\Delta(t)$ คาบการซัดตัวอย่าง คือ T ตามทฤษฎีซัดตัวอย่างของ shanon ความถี่การซัดตัวอย่างจะต้องไม่ต่ำกว่าสองเท่าของความถี่สูงสุดในสัญญาณอินพุตแบบ band-limited จึงจะได้สัญญาณเอาต์พุตเหมือนสัญญาณอินพุต ตัวแปลง D/A ถือได้ว่าเป็นอุปกรณ์ประกอบด้วยค็อดทรหัส (decoder) กับหน่วย S/H ดังรูปที่ 3.4 ตัวค็อดทรหัสจะเปลี่ยนรหัสดิจิทัลเป็นจำนวนเลข



รูปที่ 3.4 การทำงาน D/A

ตัวแปลง A/D ทำหน้าที่ซัดตัวอย่างและโฮลด์ ควอนไทซ์และเข้ารหัส (encode) ดังรูปที่ 3.5 เวลาแปลงสัญญาณอนาล็อกเป็นดิจิทัล สัญญาณต่อเนื่องถูกซัดตัวอย่างตามช่วงการซัดตัวอย่าง สัญญาณซัดตัวอย่างที่ได้จะคงค่าไว้ด้วยโฮลด์จนกระทั่งการแปลงเป็นดิจิทัลเสร็จสมบูรณ์ การโฮลด์จึงลดผลอันอาจเกิดจากการแปรเปลี่ยนของสัญญาณในระหว่างการแปลง ซึ่งกินเวลาชั่วขณะหนึ่ง

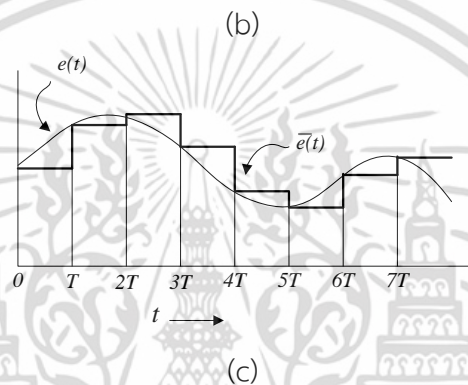
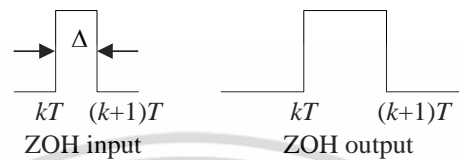
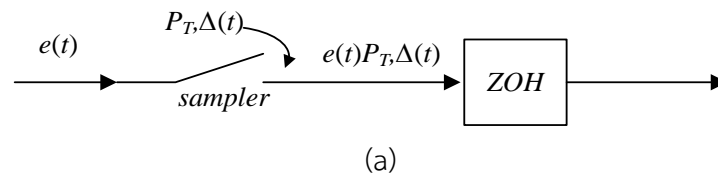


รูปที่ 3.5 การทำงานของ A/D

หาก resolution ของตัวแปลง A/D สูงมาก จนสามารถละเลยผลไม่ใช่เชิงเส้นของควอนไทเซอร์ได้ ประกอบกับทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของตัวค็อดทรหัสและตัวเข้ารหัสเป็นเกนค่าคงที่ ทั้ง D/A ของ A/D ในแง่การวิเคราะห์แล้วลดเป็นเพียงหน่วย S/H เท่านั้น ดังนั้นสำหรับการวิเคราะห์ระบบควบคุมดิจิทัลจะเป็นไปตามรูปที่ 3.1

Zero-order hold เป็นการกำหนดค่าสัญญาณลำดับตามเวลาในการ sampler โดยแทนค่าเป็น $u(0), u(T), \dots, u(kT), \dots$ ให้เราต้องสร้างสัญญาณ $u(t), t \geq 0$
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.1 การซิกตัวอย่าง (sampler) กับ ZOH



รูปที่ 3.6 การซิกตัวอย่าง (sampler) กับ ZOH

ZOH คงค่าสัญญาณเอาต์พุตไว้ตรงค่าสัญญาณอินพุตขณะเริ่มช่วงซิกตัวอย่าง ในการวิเคราะห์หากช่วงตัวอย่าง Δ น้อยมากเมื่อเทียบกับคาบการซิกตัวอย่าง T และเมื่อเทียบกับค่าคงตัวเวลาค่าน้อยที่สุดของสัญญาณอินพุต $e(t)$ เราสามารถประมาณเอาต์พุตของการซิกตัวอย่างด้วยพัลส์ยอดเรียบ ดังรูปที่ 3.6(b) สำหรับพัลส์ลูกที่ k ส่วนขบวนพัลส์เอาต์พุตทั้งขบวนแทนด้วยสมการ

$$e(t)P_T, \Delta(t) = \sum_{k=0}^{\infty} e(kT)P_T, \Delta(t - kT) \quad (3.1)$$

เมื่อ $P_T, \Delta(t)$ เป็นขบวนพัลส์เป็นคาบขนาดหนึ่งหน่วยตามรูปที่ 3.3 ซึ่งพัลส์เอาต์พุตจาก ZOH ตรงเวลาซิกตัวอย่างที่ k สามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$e(kt)[\mu(t - kT) - \mu(t - (k + 1)T)]$$

เมื่อ $\mu(t)$ เป็นฟังก์ชัน unit-step จากนั้นจึงได้เอาต์พุตทั้งหมด ZOH ดังสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\bar{e}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} e(kT) [\mu(t - kT) - \mu(t - (k+1)T)] \quad (3.2)$$

จากรูปที่ 3.6(c) แสดงคลื่นอินพุตและเอาต์พุตของการซิกตัวอย่างร่วมกับ ZOH ทำการแปลงลาปลาซที่สมการ (3.2) จะได้สมการดังนี้

$$\begin{aligned} \bar{E}(s) &= \sum_{k=0}^{\infty} e(kT) \left[\frac{e^{-skT} - e^{-s(k+1)T}}{s} \right] \\ &= \left[\frac{1 - e^{-sT}}{s} \right] \left[\sum_{k=0}^{\infty} e(kT) e^{-skT} \right] \end{aligned} \quad (3.3)$$

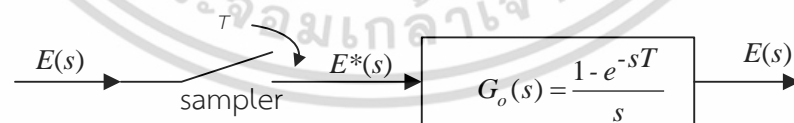
และจากสมการที่ (3.3) สามารถเขียนในรูปทรานสเฟอร์ฟังก์ชันและแสดงรูปแบบดังรูปที่ 3.8 โดยมีสมการดังนี้

$$E^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} e(kT) e^{-skT} \quad (3.4)$$

ซึ่งเรียกว่า starred Laplace transform เป็นอินพุตเข้าสู่ทรานสเฟอร์ฟังก์ชัน

$$G_o(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \quad (3.5)$$

รูปแบบของการซิกตัวอย่างกับ ZOH ดังรูปที่ 3.7 ไม่ได้เป็นรูปแบบของการซิกตัวอย่างทางกายภาพจริง ๆ และ $G_o(s)$ ก็ไม่ใช่เป็นรูปแบบโฮลด์ทางกายภาพจริง ๆ แต่รวมกันแล้วแทนรูปแบบการซิกตัวอย่าง ZOH ได้อย่างแม่นยำ



รูปที่ 3.7 รูปแบบของการซิกตัวอย่างกับ ZOH

3.2.2 Impulse Sampler

ค่า $E^*(s)$ อาจมองได้อีกแบบหนึ่งว่าเป็นตัวแปลงลาปลาซของเอาต์พุตของการซิกตัวอย่างอิมพัลส์ (ideal sampler) โดยการแปลงลาปลาซกับ $E^*(s)$ ได้ว่า

$$e^*(t) = L^{-1}[E^*(s)] = e(0)\delta(t) + e(T)\delta(t - T) + e(2T)\delta(t - 2T) + \dots$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

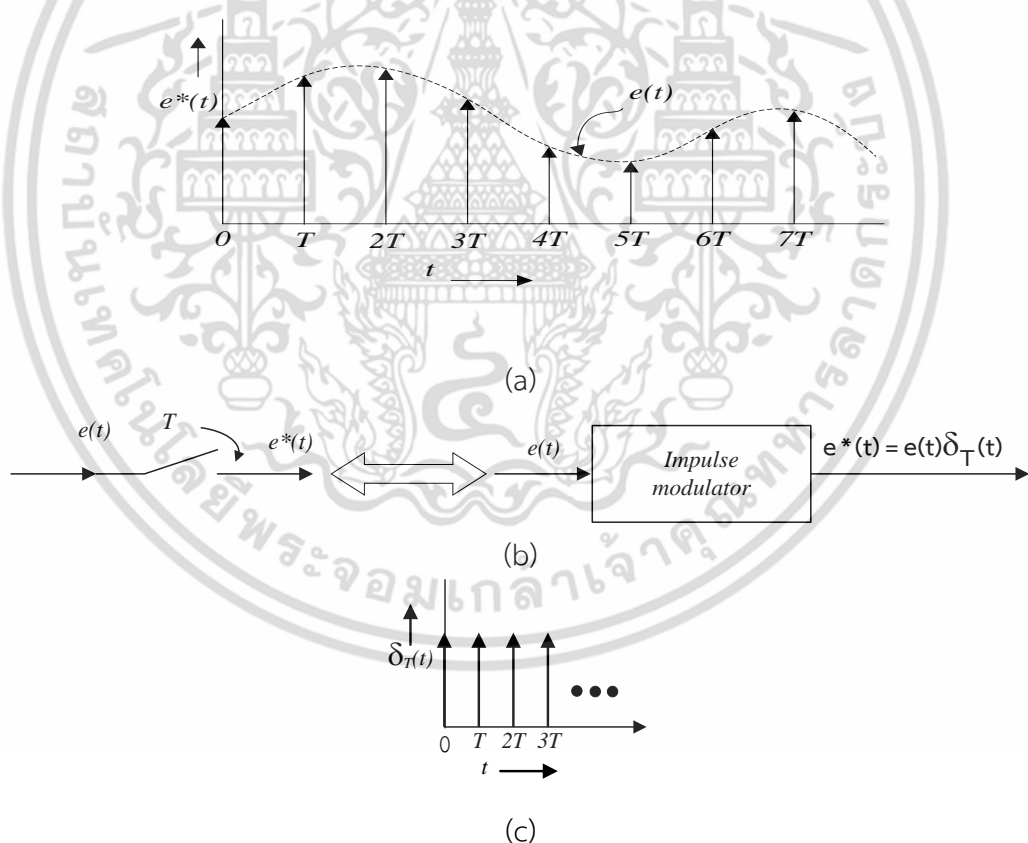
$$= \sum_{k=0}^{\infty} e(kT)\delta(t - kT) \quad (3.6)$$

เมื่อ $\delta(t)$ เป็นฟังก์ชันอิมพัลส์หนึ่งหน่วย (ซึ่งมีหน่วยแปลงลาปลาซเท่ากับ 1 และเมื่อใช้คุณสมบัติ real translation ของการแปลงลาปลาซ จะได้ $L[\delta(t - kT)] = e^{-skT}$)

จากสมการที่ (3.6) จะเห็นได้ว่า $e^*(t)$ เป็นขบวนฟังก์ชันอิมพัลส์ที่มีขนาดเท่ากับค่าของสัญญาณ $e(t)$ ตรงขณะที่ซีกตัวอย่าง ดังรูปที่ 3.8(a) หมายความว่า การซีกตัวอย่างในรูปที่ 3.7 เป็น impulse modulator มีคลื่นพาหะเป็นขบวนอิมพัลส์หนึ่งหน่วยเป็นคาบด้วยคาบ T

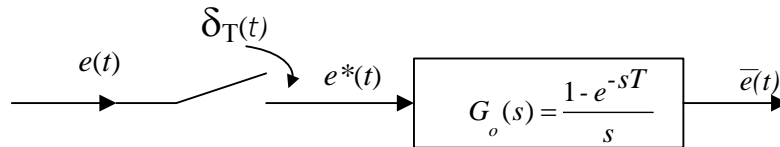
$$\delta_T(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - kT) \quad (3.7)$$

สัญญาณมอดูเลต $e(t)$ เราจึงเรียกรวมการซีกตัวอย่างอิมพัลส์ หรือการซีกตัวอย่างในอุดมคติ ดังรูปที่ 3.9 แสดงกระบวนการมอดูเลตดังกล่าว และรูปที่ 3.9 แสดงแผนผังบล็อกในโดเมนเวลาของรูปที่ 3.7 ด้วยสัญลักษณ์ของการซีกตัวอย่างอิมพัลส์



รูปที่ 3.8 (a) รูปคลื่นของ $e^*(t)$
 (b) การซีกตัวอย่างอิมพัลส์หรืออิมพัลส์มอดูเลเตอร์
 (c) ขบวนอิมพัลส์หนึ่งหน่วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.9 แสดงสัญลักษณ์ของการซัดตัวอย่างอิมพัลส์กับ $G_o(s)$

สรุปหากว่าจะแทน ZOH ด้วยทรานเฟอร์ฟังก์ชัน $G_o(s)$ สัญญาณซัดตัวอย่างที่เป็นอินพุตเข้าสู่ $G_o(s)$ ต้องมาจากการซัดตัวอย่างอิมพัลส์ คือการซัดตัวอย่างพัลส์ตามรูปที่ 3.6 กลายเป็นการซัดตัวอย่างอิมพัลส์ ตามรูปที่ 3.9 และหากวิเคราะห์ในโดเมนความถี่ $j\omega$ ซึ่งจะไม่แสดงรายละเอียดในที่นี้ $G_o(s)$ นี้มีลักษณะคล้าย ideal low-pass filter

3.3 ตัวแปลง Z

สำหรับลำดับ $f(k)$ เมื่อ $k \geq 0$ นิยามตัวแปลง z ข้างเดียว (one-sided z-transform) ของลำดับ $f(k)$ ว่า

$$Z[f(k)] = F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^{-k} \quad (3.8)$$

เมื่อ z เป็นตัวแปรเชิงซ้อน $F(z)$ ที่ได้จะเป็นโพลีโนเมียลในเทอมของ z ส่วนการแปลงกลับเพื่อหาลำดับ $f(k)$ จาก $F(z)$ เรียกการแปลง z กลับ เขียนว่า

$$f(k) = Z^{-1}[F(z)] \quad (3.9)$$

ตัวแปลง z ของลำดับใด ๆ จะมีอยู่ถ้าหากอนุกรมอนันต์ในสมการที่ (3.8) ลู่เข้า โดยทั่วไป ตัวแปลง z ข้างเดียวของลำดับ $f(k); k \geq 0$ จะมีอาณาเขตของการลู่เข้ากำหนดโดย $|z| > R$ โดยที่รัศมีของการลู่เข้า R ขึ้นกับลำดับ $f(k)$ แต่สำหรับการนำมาประยุกต์ใช้ เป็นการแปลงลำดับไปสู่โดเมน z และแปลงกลับ

ฟังก์ชันเวลาต่อเนื่อง $f(t)$ สามารถหาตัวแปลง z ได้ โดยทำการซัดตัวอย่างด้วยคาบ T ได้ลำดับ $f(kT)$ แล้วจึงใช้นิยามจากสมการที่ (3.8) จะได้ว่า

$$z[f(t)] = z[f(kT)] = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)z^{-k} \quad (3.10)$$

3.3.1 ตัวแปลง z ชนิดฟังก์ชัน unit pulse จะได้

$$\delta(k) = \begin{cases} 1; & k = 0 \\ 0; & k \neq 0 \end{cases}$$

$$z[\delta(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(k)z^{-k} = 1$$

3.3.2 ตัวแปลง Z ชนิดฟังก์ชันโพลีโนเมียล a^k

$$f(k) = \begin{cases} a^k; & k = 0, 1, 2, \dots \\ 0; & k < 0 \end{cases}$$

$$z[a(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} a^k z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} (az^{-1})^k$$

$$z[a(k)] = \frac{1}{1 - az^{-1}} = \frac{z}{z - a}$$

3.3.3 ตัวแปลง z ชนิด unit step

$$\mu(k) = \begin{cases} 1; & k \geq 0 \\ 0; & k < 0 \end{cases}$$

หาตัวแปลง z ได้โดยตรงจากฟังก์ชันโพลีโนเมียล โดยให้ $a=1$ จะได้ว่า

$$z[\mu(k)] = \frac{z}{z - 1}$$

3.3.4 การอนุพันธ์คู่ตัวแปลง z ที่ทราบ ทำให้ได้คู่ตัวแปลง z ใหม่ จากฟังก์ชันโพลีโนเมียล a^k

$$\sum_{k=0}^{\infty} (az^{-1})^k = \frac{z}{z - a}$$

อนุพันธ์ทั้งสองข้างได้

$$-az^2 - 2a^2z^{-3} - \dots = -\frac{a}{(z-a)^2}$$

$$az^2 + 2a^2z^{-1} + \dots = \frac{az^2}{(z-a)^2}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\sum_{k=0}^{\infty} (k+1)a^{k+1}z^{-k} = \frac{az^2}{(z-a)^2}$$

นั่นคือ
$$z[(k+1)a^{k+1}] = \frac{az^2}{(z-a)^2}$$

3.3.5 ตัวแปลง z ชนิด unit ramp function

$$f(t) = \begin{cases} t & ; t \geq 0 \\ 0 & ; t < 0 \end{cases}$$

ทำการชักตัวอย่าง $f(t)$ จะได้ว่า $f(kT) = kT; k = 0, 1, 2, \dots$
ดังนั้น

$$z[t] = z[kT] = \sum_{k=0}^{\infty} kTz^{-k}$$

$$= T(z^{-1} + 2z^{-2} + 3z^{-3} + \dots)$$

$$= T \frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2} = \frac{Tz}{(z-1)^2}$$

3.3.6 ตัวแปลง z ชนิด exponential function

$$f(t) = \begin{cases} e^{-at} & ; t \geq 0 \\ 0 & ; t < 0 \end{cases}$$

$$z[e^{-at}] = z[e^{-akT}] = \sum_{k=0}^{\infty} e^{-akT} z^{-k}$$

$$= 1 + e^{-aT} z^{-1} + e^{-2aT} z^{-2} + \dots$$

$$= \frac{1}{1 - e^{-aT} z^{-1}} = \frac{z}{z - e^{-aT}}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3.7 ตัวแปลง z ชนิด Sinusoidal function

$$f(t) = \begin{cases} \sin wt & ; t \geq 0 \\ 0 & ; t < 0 \end{cases}$$

$$z[\sin wt] = Z \left[\frac{1}{2j} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) \right]$$

$$= \frac{1}{2j} \left(\frac{1}{1 - e^{j\omega} z^{-1}} - \frac{1}{1 - e^{-j\omega} z^{-1}} \right) ; \text{ใช้คุณสมบัติเชิงเส้น}$$

$$= \frac{1}{2j} \frac{(e^{j\omega} - e^{-j\omega}) z^{-1}}{1 - (e^{j\omega} - e^{-j\omega}) z^{-1} + z^{-2}}$$

$$= \frac{z^{-1} \sin \omega t}{1 - 2z^{-1} \cos \omega t + z^{-2}}$$

$$= \frac{z \sin \omega t}{z^2 + 2z \cos \omega t + 1}$$

ทำนองเดียวกัน

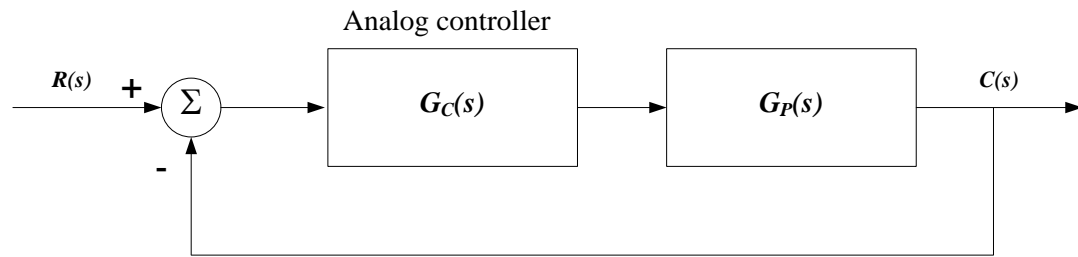
$$z[\cos \omega t] = \frac{1 - z^{-1} \cos \omega t}{1 - 2z^{-1} \cos \omega t + z^{-2}} = \frac{z^2 - z \cos \omega t}{z^2 - 2z \cos \omega t + 1}$$

ตัวแปลง z เขียนได้ทั้งสองแบบ คือในเทอมของ z^{-1} หรือ z

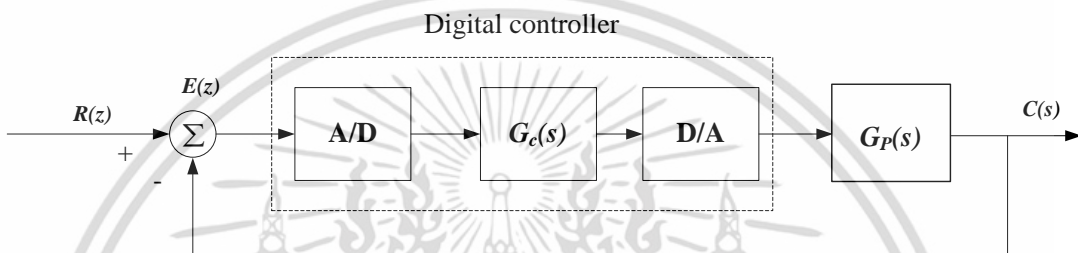
3.3.8 ตัวแปลง z ชนิดฟังก์ชันที่ให้มาโดเมน s

สามารถหาค่าได้โดยการแปลงลาปลาซกลับให้อยู่ในโดเมนของ t แล้วจึงใช้การชักตัวอย่าง เพื่อหาตัวแปลง z ตามตารางตัวแปลง z [ภาคผนวก ข.]

3.4 ระบบควบคุมแบบดิจิทัล (Digital Control System)



(ก)



(ข)

รูปที่ 3.10 ระบบควบคุมแบบอินพุตเดียวเอาต์พุตเดียว

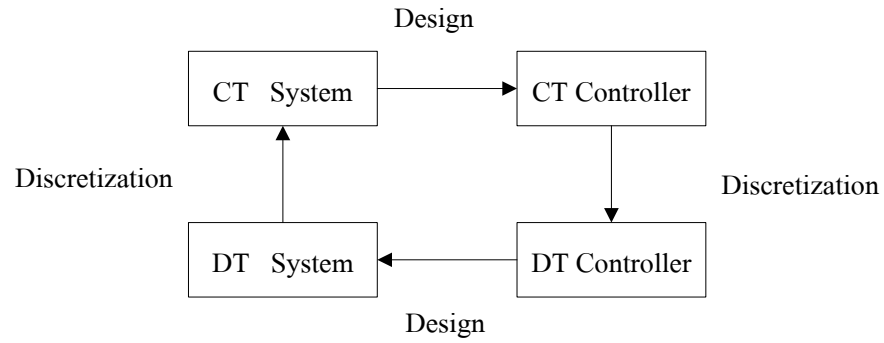
(ก) ระบบควบคุมแบบอนาล็อก

(ข) ระบบควบคุมแบบดิจิทัล

3.5 การออกแบบระบบควบคุมแบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

การออกแบบระบบควบคุมสัญญาณไม่ต่อเนื่องควบคุมกระบวนการแบบดิจิทัลโดยสามารถทำได้สองวิธี คือ การออกแบบระบบควบคุมโดยการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบควบคุมชนิดเวลาต่อเนื่อง (Continuous-Time: CT) ขึ้นก่อน เพื่อให้ได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมใน s -domain จากนั้นจึงแปลงระบบควบคุมชนิดสัญญาณต่อเนื่องเป็นระบบควบคุมชนิดเวลาไม่ต่อเนื่อง (Discrete-Time: DT) ที่อยู่ใน z -domain ภายหลัง และการออกแบบระบบควบคุมชนิดสัญญาณไม่ต่อเนื่องโดยตรงด้วยการแปลงฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการในระบบเดิม เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบควบคุมสัญญาณไม่ต่อเนื่องก่อน และออกแบบระบบควบคุมหรือชดเชยระบบควบคุมโดยใช้ทฤษฎีการแปลง Z โดยวิธีทางเดินของราก

ในการออกแบบ DT (Discrete - Time) คอนโทรลเลอร์สำหรับควบคุม CT (Continuous - Time) ระบบมีสองทาง ดังแสดงในรูปที่ 3.12



รูปที่ 3.11 Discrete-Time controller design.

3.5.1 ตัวควบคุมแบบ PID \times $(n-2)$ stage PD ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

การออกแบบตัวควบคุมแบบ PID \times $(n-2)$ stage PD แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการเพิ่มตัวควบคุม PD จำนวน $(n-2)$ ให้กับตัวควบคุม PID ตัวควบคุมดังกล่าวถูกออกแบบมาเพื่อควบคุมกระบวนการมากกว่าอันดับ 2 โดยใช้เทคนิคและวิธีของตัวควบคุมแบบ PID เป็นพื้นฐานในการออกแบบ ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบพีไอดี แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง ซึ่งจากสมการฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมใน z -domain โดยวิธีของ ZOH (Zero-Order Hold) จากสมการที่ (3.11)

$$K_{(n-2)}(s)G_n(s) = [k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s][k_p + k_d s] \quad (3.11)$$

โดยกำหนดให้ $s = [(z-1)/T_z]$ เมื่อ T_z คือเวลาในการ sampling จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบ PID \times $(n-2)$ stage PD แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง ดังสมการที่ (3.12)

$$K_{(n-2)}(z)G_n(z) = [k_p + k_i \frac{T_z}{z-1} + k_d \frac{(z-1)}{T_z}][k_p + k_d \frac{(z-1)}{T_z}] \quad (3.12)$$

$$K_{(n-2)}(z)G_n(z) = \frac{(z-z_1)(z-z_2)(z-z_{pd})}{z^2(z-1)} \quad (3.13)$$

โดยที่ K คือ อัตราขยายของตัวควบคุม PID \times $(n-2)$ stage PD แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

z_a, z_b, z_c คือ ซีโรของตัวควบคุม PIDA แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.5.2 ตัวอย่างการออกแบบควบคุมแบบ PID × (n-2) stage PD ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

การใช้ตัวควบคุมแบบ PID × (n-2) stage PD ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB จากกระบวนการอันดับสาม กำหนดตัวอย่างกระบวนการอันดับสามชนิดหนึ่ง มีฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการดังนี้

$$G_3(s) = \frac{15}{(s+1)(s+3)(s+5)}$$

โดยที่กำหนดเงื่อนไขดังนี้ $P.O. \leq 5\%$, $t_s (\pm 2\%) \leq 1 \text{ sec}$. และ $e_{ss}(t) = 0$

จะได้ $\zeta = 0.69$, $\omega_n = 6.14 \text{ rad/sec}$ และ $S_d = -4.235 + j4.442$

การหาตำแหน่งของ z_d เมื่อกำหนดค่า $T = 1/1000$ วินาที จะได้

$$z_d = e^{Ts_d} = e^{T(-\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})} = 0.996 + j4.423 \times 10^{-3}$$

แปลงกระบวนการให้อยู่ในรูปแบบ z-domain จะได้ว่า

$$G_3(z) = \frac{K(10^{-8})(z+3.7237)(z+0.2673)}{(z-0.999)(z-0.997)(z-0.995)} \quad (3.14)$$

ดังนั้น จากสมการที่ (3.13)

$$K_{(n-2)}(z)G_n(z) \equiv K \frac{(z-z_1)(z-z_2)(z-z_{pd})}{z^2(z-1)}$$

จากสมการที่ 3.14 กำหนดให้ $K = K(10^{-8})$ และให้เลือกวางตำแหน่งของ z_a และ z_b โดยกำหนดตำแหน่งของ $z_a = 0.998$ และ $z_b = 0.994$ จะได้สมการฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบคือ

$$K_{(n-2)}(z)G_3(z) = \frac{K(10^{-8})(z+3.7237)(z+0.2673)(z-z_1)(z-z_2) \times (z-z_{pd})}{z^2 \cdot (z-1)(z-0.999)(z-0.997)(z-0.995)}$$

คำนวณหาผลรวมของมุมที่จุด z_d จากของโพลและซีโรของฟังก์ชันวงปิด

- มุมของโพลที่ตำแหน่งต่างๆ

$$\begin{aligned} \sum \theta_p &= \angle(z_d - 1) + \angle(z_d - 0.999) + \angle(z_d - 0.997) + \angle(z_d - 0.995) + \angle(z_d - 0) + \angle(z_d - 0) \\ &= 132.125^\circ + 0.127^\circ + 102.739^\circ + 77.260^\circ + 0.254^\circ + 0.254^\circ \\ &= 312.759^\circ \end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- หามุมของซีโรที่ตำแหน่งต่าง

$$\begin{aligned}\sum \theta_z &= (z + 3.7237) + (z + 0.2673) + (z - 0.996) + (z - 0.994) + \theta_{z_{pd}} \\ &= 0.053^\circ + 0.944^\circ + 179.747^\circ + 179.746^\circ + \theta_{z_{pd}} \\ &= 198.491^\circ + \theta_{z_{pd}}\end{aligned}$$

- หามุมจากเงื่อนไขของมุมจากทฤษฎีเส้นทางเดินของราก

$$\begin{aligned}\sum \theta_z - \sum \theta_p &= (198.491^\circ + \theta_{z_{pd}}) - 312.759^\circ \\ -114.268^\circ + \theta_{z_{pd}} &= \pm 180^\circ(2k+1), \quad k = 0, 1, 2, \dots\end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้ $\theta_{z_{pd}} = 65.732^\circ$

คำนวณตำแหน่ง z_{pd} เมื่อทราบมุม $\theta_{z_{pd}}$

$$z_{pd} = |Re(s_d)| + \frac{|Im(s_d)|}{\tan(\theta_{z_{pd}})}$$

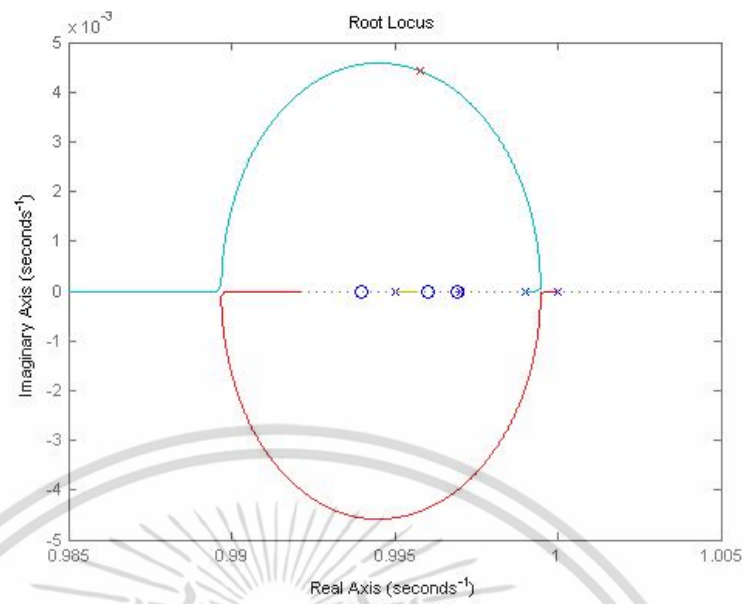
หาตำแหน่งของ z_{pd} จาก $\theta_{z_{pd}}$ จะได้ตำแหน่งของ $z_{pd} = 0.997$

ได้ค่าอัตราขยาย $K(10^{-8}) = 1.193 \times 10^{-3} (10^{-8}) = 1.193 \times 10^{-3}$

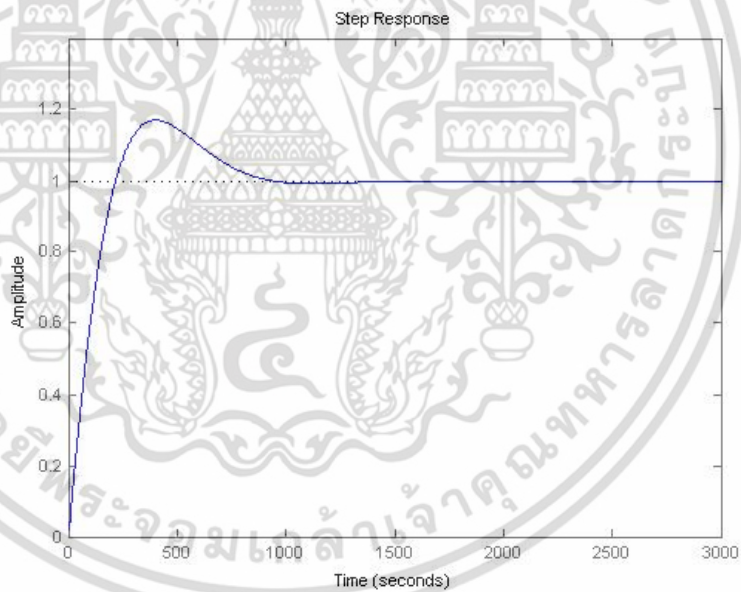
แทนค่าพารามิเตอร์ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ

$$G_{(n-2)}(z)G_3(z) = \frac{1.193 \times 10^{-3} (z + 3.7237)(z + 0.2673)(z - 0.996)(z - 0.994)(z - 0.997)}{z^2 \cdot (z - 1)(z - 0.999)(z - 0.997)(z - 0.995)}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.12 แสดงเส้นทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3



รูปที่ 3.13 ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้ตัวควบคุม PID x (n-2) Stage PD แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

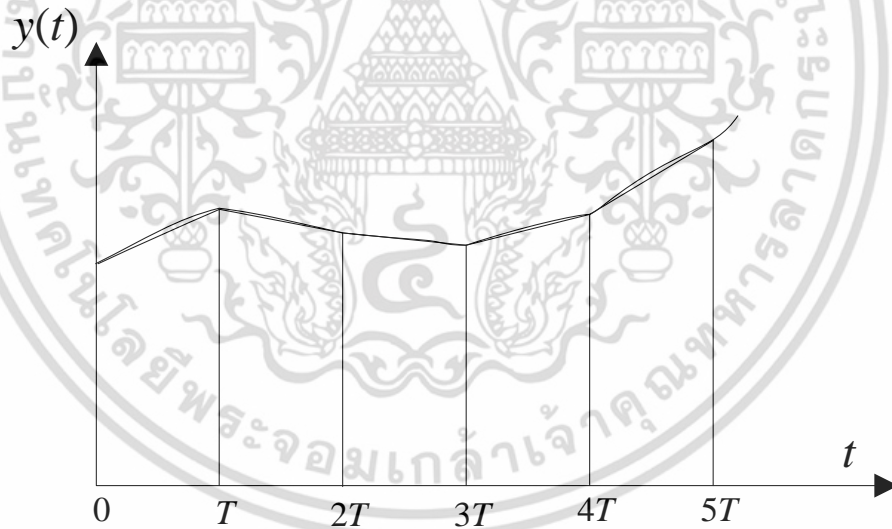
บทที่ 4

การออกแบบตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD ด้วยวิธี Bilinear Transform

ในบทนี้จะเป็นการกล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD สำหรับกระบวนการอันดับสาม ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องเต็มหน่วย ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมใน z-domain โดยวิธีของ Bilinear Transform (Tustin's Method) โดยหลักการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ พร้อมทั้งยกตัวอย่างการจำลองการควบคุมด้วยระบบโปรแกรม MATLAB

4.1 วิธีแปลงเชิงไบลิเนียร์ (Bilinear transformation)

วิธีการแปลงเชิงไบลิเนียร์(Bilinear transformation) วิธีนี้มีชื่อเรียกว่า วิธี trapezoidal integration หรือวิธี Tustin transformation ใช้การประมาณค่าพื้นที่ $\int_{(k-1)T}^{kT} y(t)dt$ และ $\int_{(k-1)T}^{kT} x(t)dt$ ด้วย $\frac{1}{2}[y(kT) + y((k-1)T)]T$ และ $\frac{1}{2}[x(kT) + x((k-1)T)]T$ ตามลำดับ



รูปที่ 4.1 ประมาณพื้นที่ใต้เส้นโค้งด้วยวิธีการแปลงเชิงไบลิเนียร์

กำหนดให้

$$y(kT) - y((k-1)T) = -a \int_{(k-1)T}^{kT} y(t)dt + a \int_{(k-1)T}^{kT} x(t)dt$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สามารถเขียนได้เป็น

$$y(kT) = y((k-1)T) - \frac{aT}{2}[y(kT) + y((k-1)T)] + \frac{aT}{2}[x(kT) + x((k-1)T)]$$

เมื่อทำการแปลง z ได้

$$y(z) = z^{-1}y(z) - \frac{aT}{2}[y(z) + z^{-1}y(z)] + \frac{aT}{2}[x(z) + z^{-1}x(z)]$$

$$\frac{y(z)}{x(z)} = H_D(z) = \frac{a}{(2/T)(1-z^{-1})/(1+z^{-1}) + a}$$

เมื่อทำการทรานเฟอร์ฟังก์ชันจะได้สมการที่ (4.1)

$$s = \frac{2(1-z^{-1})}{T(1+z^{-1})} = \frac{2}{T} \left[\frac{z-1}{z+1} \right] \quad (4.1)$$

ส่วนระนาบ s ซ้ายมือ จะแม็ปไปสู่อาณาเขต

$$\operatorname{Re} \left(\frac{2(1-z^{-1})}{T(1+z^{-1})} \right) = \operatorname{Re} \left(\frac{2}{T} \frac{z-1}{z+1} \right) < 0$$

ซึ่งเป็นวงกลมหนึ่งหน่วยบนระนาบ z ดังนั้นการแปลงแบบไบลิเนียร์จะจากในระนาบ s ซ้ายมือทั้งหมดลงภายในวงกลมหนึ่งหน่วย ศูนย์กลางที่ออริจิน นั่นหมายถึงว่าฟิลเตอร์ต่อเนื่องที่เสถียรจะแปลงเป็นฟิลเตอร์ดิสครีตที่เสถียร

4.2 การออกแบบตัวควบคุมแบบ PID \times $(n-2)$ stage PD โดยวิธีของ Bilinear Transform (Tustin's Method) โดยหลักการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์

การออกแบบตัวควบคุมแบบ PID \times $(n-2)$ stage PD แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง จากสมการฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมใน z -domain โดยวิธีของ Bilinear Transform (Tustin's Method) จากสมการที่ (4.2)

$$K_{(n-2)}(s)G_n(s) = [k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s][k_p + k_d s] \quad (4.2)$$

จากสมการที่ (4.1) กำหนดให้ $s = \frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} = \frac{2}{T} \left[\frac{z-1}{z+1} \right]$ แทนในสมการที่ (4.2) จะได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$K_{pid}(z) = K_p + K_I \left(\frac{T(z+1)}{2(z-1)} \right) + K_D \left(\frac{2(z-1)}{T(z+1)} \right) \cdot \left[K_p + K_D \left(\frac{2(z-1)}{T(z+1)} \right) \right] \quad (4.3)$$

$$K_{(n-2)}(z) = \frac{K_{pid}(z-z_1)(z-z_2)}{(z-1)(z+1)} \times \frac{K_{pd}(z-z_{pd})}{(z+1)} \quad (4.4)$$

โดยที่ $K_{(n-2)}$ คือ อัตราขยายของตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD เวลาไม่ต่อเนื่อง
 $Z_{1,2,pd}$ คือ ซีโรของตัวควบคุม PID x (n-2) stage PD เวลาไม่ต่อเนื่อง

4.3 ตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

การใช้ตัวควบคุมแบบ PID x (n-2) stage PD ในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง โดยการจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB จากกระบวนการอันดับสาม โดยหลักการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ ซึ่งมีฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการดังนี้

$$G_3(s) = \frac{15}{(s+1)(s+3)(s+5)}$$

โดยที่กำหนดเงื่อนไขดังนี้ $P.O. \leq 5\%$, $t_s (\pm 2\%) \leq 1 \text{ sec}$. และ $e_{ss}(t) = 0$
 จะได้ $\zeta = 0.69$, $\omega_n = 6.14 \text{ rad/sec}$ และ $S_d = -4.235 + j4.442$
 การหาตำแหน่งของ z_d เมื่อกำหนดค่า $T = 1/1000$ วินาที จะได้

$$z_d = e^{Ts_d} = e^{T(-\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})} = 0.996 + j4.423 \times 10^{-3}$$

แปลงกระบวนการให้อยู่ในรูปแบบ z-domain จะได้สมการที่ (4.5) คือ

$$G_3(z) = \frac{(10^{-8})(z + (1.0049 + j0.0085))(z + (1.0049 + j0.0085))(z + 0.9902)}{(z-1)(z-0.997)(z-0.995)} \quad (4.5)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (4.4) และสมการที่ (4.5) จะได้สมการฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ คือ

$$\left. \begin{aligned} K_{(n-2)}(z)G_3(z) &= \frac{K_{pid}(z-z_1)(z-z_2)}{(z-1)(z+1)} \cdot \frac{K_{pd}(z-z_{pd})}{(z+1)} \\ &= \frac{(10^{-8})(z + (1.0049 + j0.0085))(z + (1.0049 + j0.0085))(z + 0.9902)}{(z-1)(z-0.997)(z-0.995)} \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กำหนดให้ $K = K_{pid} K_{pd} (10^{-8})$ และให้เลือกวางตำแหน่งของ z_1 และ z_2 โดยกำหนดตำแหน่งของ $z_1 = 0.998$ และ $z_2 = 0.994$ โดยกำหนดมุมของซีโร $\theta_{z_{pd}} = \angle(z_2 - z_c)$ $\theta_{z_{pd}} = \angle(z_d - z_c)$ สามารถคำนวณหาผลรวมของมุมที่จุด z_d หาได้จากของโพลและซีโรของฟังก์ชันถ่ายวงเปิด ได้ดังนี้

คำนวณหาผลรวมของมุมที่จุด z_d จากของโพลและซีโรของฟังก์ชันวงปิด

- มุมของโพลที่ตำแหน่งต่างๆ

$$\begin{aligned}\sum \theta_p &= \angle(z-1) + \angle(z+1) + \angle(z+1) + \angle(z-0.999) + \angle(z-0.997) + \angle(z-0.995) \\ &= 132.125^\circ + 0.126^\circ + 0.126^\circ + 124.148^\circ + 102.739^\circ + 77.260^\circ \\ &= 436.524^\circ\end{aligned}$$

- หามุมของซีโรที่ตำแหน่งต่างๆ

$$\begin{aligned}\sum \theta_z &= \angle(z + (1.0049 + j0.0085)) + \angle(z + (1.0049 - j0.0085)) + \\ &\quad \angle(z + 0.9902) + \angle(z - 0.998) + \angle(z - 0.994) + \theta_{z_{pd}} \\ &= 0.370^\circ + (-0.116^\circ) + 0.127^\circ + 114.331^\circ + 065.668^\circ + \theta_{z_{pd}} = 180.38^\circ + \theta_{z_{pd}}\end{aligned}$$

- หามุมจากเงื่อนไขของมุมจากทฤษฎีเส้นทางเดินของราก

$$\begin{aligned}\sum \theta_z - \sum \theta_p &= (180.38^\circ + \theta_{z_{pd}}) - 436.524^\circ \\ &= -256.144^\circ + \theta_{z_{pd}} = \pm 180^\circ (2k + 1), k = 0, 1, 2, \dots\end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้ $\theta_{z_{pd}} = 76.144^\circ$

คำนวณตำแหน่ง z_{pd} เมื่อทราบมุม $\theta_{z_{pd}}$

$$z_{pd} = |Re(s_d)| + \frac{|Im(s_d)|}{\tan(\theta_{z_{pd}})}$$

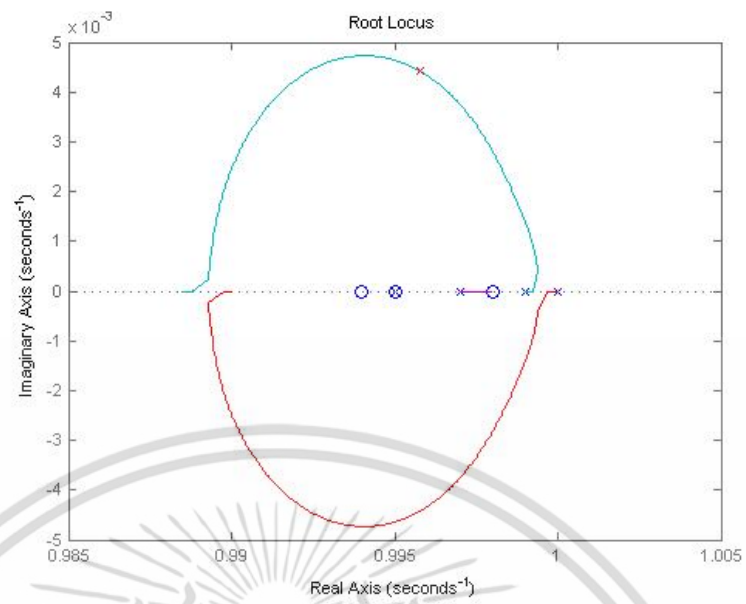
หาตำแหน่งของ z_{pd} จาก $\theta_{z_{pd}}$ จะได้ตำแหน่งของ $z_{pd} = 0.995$

ได้ค่าอัตราขยาย $K(10^{-8}) = 3.276 \times 10^{-3}$

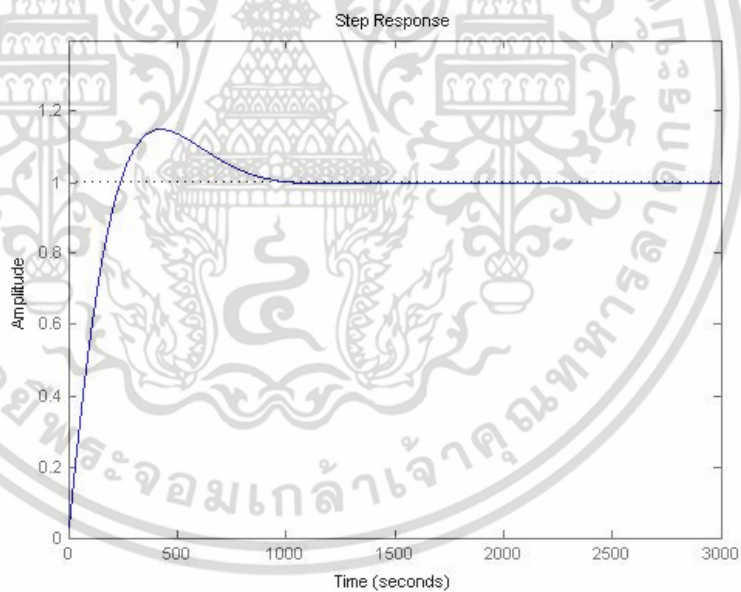
แทนค่าพารามิเตอร์ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ

$$\begin{aligned}G_{(n-2)}(z)G_3(z) &= \frac{3.276 \times 10^{-3} (z + (1.0049 + j0.0085))(z + (1.0049 - j0.0085))(z + 0.9902)(z - 0.998)(z - 0.994)}{(z-1)(z+1)(z+1)(z-0.999)(z-0.997)(z-0.995)}\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.2 แสดงเส้นทางเดินของรากของกระบวนการอันดับ 3



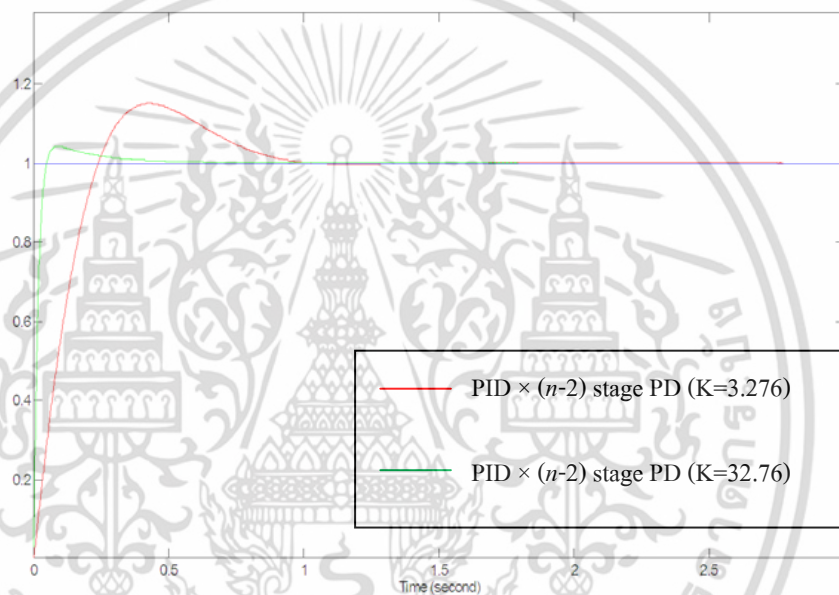
รูปที่ 4.3 ผลตอบสนองของระบบเมื่อใช้ตัวควบคุม PID x (n-2) Stage PD แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4 การเปรียบเทียบผลการจำลองระบบ

4.4.1 การเปรียบเทียบผลการจำลองในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องเมื่อเพิ่มอัตราขยายของระบบ Bilinear Transform (Tustin's Method)

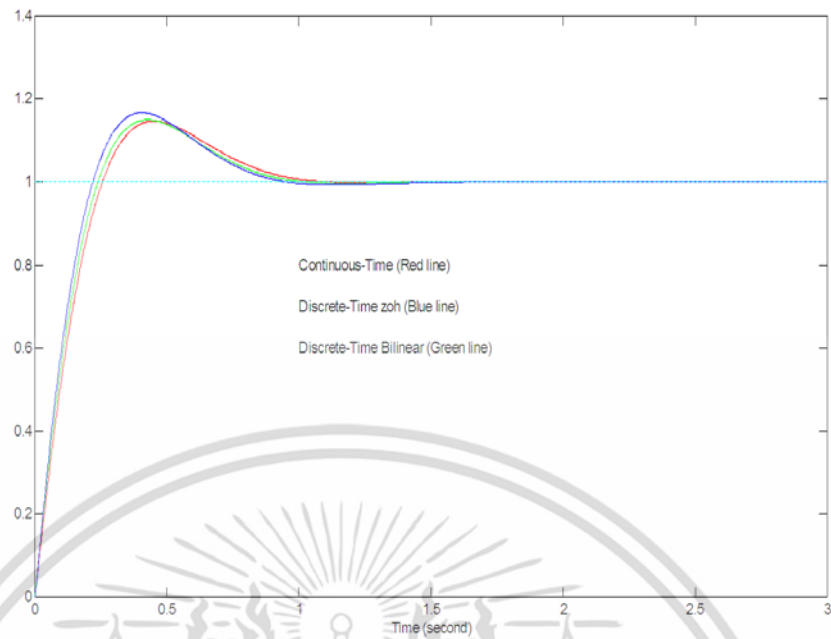
เมื่อพิจารณาการเปรียบเทียบผลการตอบสนองของระบบเมื่อใช้ตัวควบคุมแบบ PID $\times (n-2)$ stage PD ด้วยหลักการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ จะมีค่าพุงเกินสูงกว่าข้อกำหนดที่ออกแบบไว้ แต่สามารถแก้ไขได้โดยเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุมให้มากขึ้นเพื่อให้ได้ผลเป็นไปตามข้อกำหนด ผลการตอบสนองที่ดีขึ้นคือใช้เวลาในการเข้าสู่ค่าคงตัวน้อยกว่าและยังมีค่าพุงเกินน้อยกว่าข้อกำหนดไว้ แต่ตัวควบคุมแบบ PID $\times (n-2)$ stage PD นำไปควบคุมกระบวนการที่มีอันดับสูงกว่าสามได้



รูปที่ 4.4 ผลตอบสนองของระบบเมื่อเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุมแบบ PID $\times (n-2)$ stage PD

4.4.2 การเปรียบเทียบผลการจำลองในระบบเวลาต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่อง โดยวิธีของ Bilinear Transform (Tustin's Method)

เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบผลการตอบสนองของระบบจากระบบเวลาต่อเนื่อง กับการออกแบบโดยวิธีของ ZOH (Zero-Order Hold) และการออกแบบโดยวิธีของ Bilinear Transform (Tustin's Method) เนื่องจากว่า วิธีของ Tustin's Method นั้น การแปลงแบบซิมิลีและไปลิเนียร์จะแปลงแกน $j\omega$ ทั้งแกนเป็นเส้นรอบวงกลมหนึ่งหน่วย 1 รอบพอดี ต่างจากการออกแบบระบบเวลาต่อเนื่อง จะสังเกตว่าวิธีของ Tustin's Method จะมีผลตอบสนองใกล้เคียงกับการออกแบบระบบเวลาต่อเนื่องมากกว่าวิธีแบบ ZOH เราจะเห็น ดังรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 การเปรียบเทียบผลการจำลองตอบสนองของระบบ ในระบบเวลาต่อเนื่อง ZOH และ Tustin's Method

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

บทสรุป

5.1 สรุปผลการวิจัย

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีวัตถุประสงค์ในการศึกษาและออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่อง เพื่อควบคุมกระบวนการที่มีอันดับมากกว่าสองขึ้นไป จึงได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ stage PD แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง การออกแบบตัวควบคุมในนี้จะนำกระบวนการที่อยู่ในรูปแบบ s-domain มาแปลงให้อยู่ในรูปแบบของ z-domain แล้วจึงใช้ตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ stage PD แบบเวลาไม่ต่อเนื่องควบคุมจากการทดลองการจำลองผลการตอบสนอง พบว่าตัวควบคุมนี้สามารถควบคุมกระบวนการที่มีมากกว่าสองได้เป็นอย่างดี อีกทั้งยังสามารถทำให้ระบบควบคุมมีเสถียรภาพมากขึ้นโดยการเพิ่มค่าของอัตราขยายของตัวควบคุมให้มากขึ้น เพื่อให้ได้ผลเป็นตามข้อกำหนด

จากผลการทดสอบการทำงานของตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ stage PD นำมาเปรียบเทียบกับวิธีการควบคุมแต่ละระบบเช่น ระบบเวลาต่อเนื่อง ระบบเวลาไม่ต่อเนื่องแบบแบล็คเวด และระบบเวลาไม่ต่อเนื่องชนิดไบลิเนียร์ ด้วยโปรแกรม MATLAB โดยวิธีการของ รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์ เมื่อนำไปควบคุมกระบวนการที่มีอันดับมากกว่าสองสามารถควบคุมกระบวนการดังกล่าวให้มีเสถียรภาพเป็นอย่างดี และเมื่อเพิ่มอัตราขยายของตัวควบคุมระบบผลตอบสนองที่ดีขึ้น รวมทั้งมีความคงทนดีขึ้นเช่นกัน เมื่อนำผลการจำลองมาเปรียบเทียบกับของตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ stage PD ในตัวควบคุมแบบระบบเวลาไม่ต่อเนื่องกับตัวควบคุมในระบบเวลาต่อเนื่อง ผลการควบคุมกระบวนการทั้งสองระบบให้ตัวควบคุมการตอบสนองที่คล้ายกัน แต่ตัวควบคุมในระบบเวลาไม่ต่อเนื่องแบบไบลิเนียร์อาจมีค่าพุงเกินน้อยกว่าตัวควบคุมที่อยู่ในระบบไม่เวลาต่อเนื่องแบบแบล็คเวดเล็กน้อย และใกล้เคียงกับกับตัวควบคุมแบบต่อเนื่องมากกว่า


5.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางในการพัฒนา

การออกแบบตัวควบคุม PID $\times (n-2)$ stage PD แบบเวลาไม่ต่อเนื่อง จะต้องรู้ฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการเสียก่อนจึงจะสามารถควบคุมระบบได้ การออกแบบตัวควบคุมใช้วิธีทางเดินราก ซึ่งจะต้องกำหนดเลือกวงตำแหน่งซีโรของตัวควบคุมที่เหมาะสมจึงสามารถลดผลกระทบของโพลที่มีต่อระบบได้ และการเลือกค่าการสุ่มสัญญาณที่มีลักษณะใกล้เคียงกับสัญญาณชนิดต่อเนื่องเดิมมาก แต่จะได้สัญญาณสุ่มเป็นจำนวนมาก แต่ถ้าหากค่าคาบเวลาการสุ่มมีค่ามากเกินไปจะเป็นการลดสัญญาณการสุ่มสัญญาณต่อเนื่องเดิมมาก

ในวิทยานิพนธ์นี้เป็นเพียงการทดลองการจำลองผ่านคอมพิวเตอร์เท่านั้น ดังนั้นแนวทางในการพัฒนาตัวควบคุมนี้อาจนำตัวควบคุมไปทดลองควบคุมกระบวนการจริง หรือทดลองกับกระบวนการจำลองในห้องปฏิบัติการ โดยอาศัยผลงานวิจัยนี้เป็นต้นแบบ

เอกสารอ้างอิง

- [1] Thanit Trisuwannawat, Kitti Tirasesth, Jongkol Ngamwiwit and Michihiko Iida; “PID $\times(n-2)$ stage PD cascade controller for SISO systems,” *SICE'98 Proceeding of the 37th SICE Annual Conference, International session Papers*, pp. 965-968, 1998.
- [2] Pittaya Pannil, Suksiri Kanchanasomranvong, Prapart Ukakimaparn, Thanit Trisuwannawat, and Kitti Tirasesth, “Discrete PID $\times(n-2)$ stage PD cascade controller for SISO systems,” *SICE Annual Conference 2008*, pp 1784-1787, The University Electro Communications, Japan, August 20-22, 2008.
- [3] Ben M. Chen, *EE3304: Digital Control Systems Part 2*, Lecture Notes, Department of Electrical & Computer Engineering, The National University of Singapore, pp 17-29.
- [4] Mihai Comanescu, “Influence of the Discretization Method on the Integration Accuracy of Observers with Continuous Feedback,” *Proceedings of 2011 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, pp 625-630, The Gdansk University of Technology Gdansk, Poland, June 27-30, 2011.
- [5] Katsuhiko Ogata, *Modern Control Engineering*, pp.369, Second Edition, Prentice-Hall International Editions, 1990.
- [6] รศ.ดร.กิตติ ตีระเศรษฐ์, หนังสือ “การวิเคราะห์ระบบควบคุมเชิงเส้น เล่มที่ 2”, หน้า 279-284



ภาคผนวก ก.

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

Krit Smerpitak Prapart Ukakimaparn, Thanit Trisuwannawat and
Peera Lavanprakai

Bilinear Discrete PID \times $(n-2)$ Stage PD Cascade Controller for SISO System
2012 12th International Conference on Control, Automation and Systems Oct.
17-21, 2012 in ICC, Jeju Island, Korea

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ICCAS 2012

October 17(Wed)~21(Sun), 2012
ICC, Jeju Island, Korea

2012 12TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL, AUTOMATION AND SYSTEMS
<http://2012.iccas.org>



Topics

Control Theory and Applications
Control Devices and Instruments
Industrial Applications of Control
Sensors and Signal Processing
Intelligent Systems
Robot Mechanism and Control
Robot Vision
Human-Robot Interaction
Robotic Applications
Unmanned Vehicle Systems
Navigation, Guidance and Control
Process Systems
Biomedical Systems
Information and Networking
Multimedia Systems
Civil and Urban Systems

Contact Point

<http://2012.iccas.org>
TEL:+82-32-234-5801(Ext.3) FAX:+82-32-234-5807
E-mail:conference@icros.org

Important Dates

April 13, 2012 : Submission of organized session proposals
April 27, 2012 : Submission of papers
June 1, 2012 : Notification of paper acceptance
June 29, 2012 : Submission of final camera-ready papers

Paper Submission

Authors are cordially invited to submit a full paper (3 to 6 pages) to <http://2012.iccas.org>.
Paper templates can be downloaded from this website. Accepted papers will be indexed in IEEE Xplore and EI Compendex.

Organized by

Institute of Control, Robotics and Systems (ICROS)

Technically Co-Sponsored by

IEEE Industrial Electronics Society
IEEE Robotics and Automation Society
IEEE Control Systems Society
The Society of Instrument and Control Engineers (SICE)
Asian Control Association (ACA)
The Instrumentation, Systems and Automation Society (ISA)
Chinese Automatic Control Society (CACS)
The Chinese Association of Automation (CAA)
The Chinese Association for Artificial Intelligence (CAAI)

Domestically Sponsored by

The Korean Society of Mechanical Engineers (KSME)
The Korean Institute of Electrical Engineers (KIEE)
The Institute of Electronics Engineers of Korea (IEEK)
The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences (KSAS)
The Korean Institute of Chemical Engineers (KICHE)



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Bilinear Discrete PID×(n-2) stage PD Cascade Controller for SISO Systems

Krit Smerpitak¹, Prapat Ukakimaparn¹, Thanit Trisuwannawat¹ and
 Prera Lavanprakai^{2*}

¹ Department of Instrumentation and Control Engineering, Faculty of Engineering,
 King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL), Bangkok, 10520,Thailand
 (Tel : +66-2-329-8347/-8; E-mail: { kskrit, kuprapar, ktthanit }@kmitl.ac.th)

² Graduate Student, Graduate Studies Division, Faculty of Engineering, KMITL, Bangkok, 10520,Thailand
 (Tel : +66-84-173-9221; E-mail: Too_fl6@hotmail.com) * Corresponding author

Abstract: To obtain the response of sampled system better than of using the Zero Order Hold (ZOH) method. The approximation to the integral using Bilinear discretization is proposed. The results from simulation show that the obtained response from the bilinear or Tustin method is better than the ZOH method at the same sampling time. However, if another of discretization method is necessary, the overall closed-loop system should be considered.

Keywords: Bilinear, Discrete PID controller, Root Locus Technique.

1. INTRODUCTION

Feedback control systems in Fig. 1 may be classified according to their ability to follow step input, ramp inputs, and so on. Consider the following open-loop transfer function $G(s)H(s)$:



Fig. 1 Closed-loop system

$$G(s)H(s) = \frac{K(T_p s + 1)(T_i s + 1) \dots (T_n s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots (T_p s + 1)} \quad (1)$$

It involves the term s^N in the denominator, representing a pole of multiplicity N at the origin. So, this classification is based on the number of integrations indicated by the open-loop transfer function. If $N = 0, N = 1, N = 2, \dots$, a system is called type 0, type 1, type 2, ..., respectively.

The PID (Proportional-Integral-Derivative) is widely used by applying the well-known Ziegler-Nichols tuning method. It is clear that the PID controller is properly applied in the typical second order plant. But it is quite difficult to use only the PID controller for the third or higher order plant because the order of the plant is greater than the number of zeros provided by the PID controller [1].

The standing PID and PD to be cascaded by $(n-2)$ stage controllers transfer function $K_{PID}(s), K_{PD}(s)$ and their equivalent form for the n^{th} order plant are assumed to be given as,

$$K_{PID}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} K_{PID}(s) &= K_{pid} \frac{(s+z_1)(s+z_2)}{s} = K_{pid} \frac{(s+z_{pid})^2}{s} \\ K_{PD}(s) &= K_p(1+T_d s), \\ K_{PD}(s) &= K_{pd}(s+z_{pd}). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

where K_p is the proportional gain,
 T_i is the integral time, and
 T_d is the derivative time.

Since, most industrial plants are type 0 and consist of three to five of first order lags or dead time plus one first order lag. Then, the n^{th} order plant to be controlled here its transfer function is assumed to be given as

$$G_n(s) = \frac{K_n}{s^p (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \dots (T_p s + 1)}$$

where, the order of the plant is $n = N + p$.

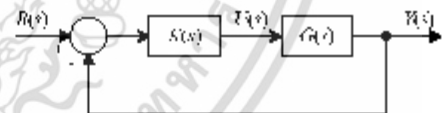


Fig. 2 Unity feedback system

For example, if a type 0, 3rd order plant to be controlled is given as,

$$G_n(s) = \frac{K_n}{s^0 (s+p_1)(s+p_2)(s+p_3)}$$

To controls this plant, the $(n-2)$ stage PD controller must be cascaded, then the open-loop transfer function $K(s)G(s)$ in Fig. 2 can be written as

$$K_{(n-2)}(s)G_n(s) = \frac{\overbrace{K_{pd}(s+z_1)(s+z_2) \times K_{pd}(s+z_{pd}) \dots K_n}^{\text{PID Controller}} \times \overbrace{K_{pd}(s+z_{pd}) \dots K_n}^{(n-2) \text{ PD}}}{s \cdot (s+p_1)(s+p_2) \dots (s+p_p)}$$

where, $K = K_{pd}K_{pd} \dots K_n$, then

$$K_{(n-2)}(s)G_n(s) = K \frac{(s+z_1)(s+z_2) \times \overbrace{(s+z_{pd}) \dots}^{(n-2) \text{ PD}}}{s \cdot (s+p_1)(s+p_2) \dots (s+p_p)} \quad (4)$$

■ $G(s)H(s)$.

The characteristic equation of the system in Fig. 1 is $F(s) = 1 + G(s)H(s) = 0$. (5)

Since, $G(s)H(s)$ is a complex quantity, (5) can be split into two equations as follows,

Angle Condition:

$$\angle G(s)H(s) = \pm(2k+1)\pi, \quad k=0, 1, 2, \dots, \quad (6)$$

Magnitude condition:

$$|G(s)H(s)| = 1. \quad (7)$$

The basic idea behind the root locus method is that the values of s that make the transfer function around the loop equal -1 must satisfy the characteristic equation of the system.

2. METHODOLOGY

2.1 Continuous-time system design

The statement of PID \times (n-2) Stage PD Cascade Controller design problem is to find the locations of their zeros such that the desired specifications are achieved.

Whereas, the desired specifications to be designed are usually specified in terms of transient and steady state response characteristics of a control system to a unit-step input exhibited by a pair of complex-conjugate dominant closed-loop poles s_d as follows:

$$\left. \begin{aligned} \text{Percent Overshoot (P.O.)} &= e^{\left(\frac{-\pi}{\zeta} \right)} \times 100\%, \\ \text{Settling Time (} t_s \text{)} &= \frac{-\ln(0.02\sqrt{1-\zeta^2})}{\zeta\omega_n}, (\pm 2\%). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

14 years ago, Associate Professor Dr. Kittitirasest proposed the simplest way to determine all locations of these zeros known as "Kitti's Method (KM)."

This method can be applied to the type 0, 3rd order plant

$$G_1(s) = \frac{15}{(s+1)(s+3)(s+5)},$$

with the given desired specifications are $P.O. \leq 5\%$, $t_s(\pm 2\%) \leq 1$ sec. and $e_{ss}(t) = 0$, as the following steps:

Step 1 Find the damping ratio ζ from the given P.O.,

$$\text{Where, } \zeta = \frac{\left[\ln\left(\frac{P.O.}{100}\right) \right]^2}{\pi^2 + \left[\ln\left(\frac{P.O.}{100}\right) \right]^2} = 0.69.$$

Step 2 Find the undamped natural frequency ω_n from the given of the settling time $t_s(\pm 2\%) = -\ln(0.02\sqrt{1-\zeta^2})/\omega_n\zeta$, hence, the undamped natural frequency $\omega_n = 6.14$ rad/sec.

Step 3 Find the location of dominant closed-loop pole

$$s_d = -\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -4.235 + j4.442.$$

Here, the open-loop transfer function with (n-2) stage cascaded PD controller is

$$K_{(n-2)}(s)G_n(s) = 15K_{pd}K_{pd} \frac{(s+z_1)(s+z_2) \times (s+z_{pd})}{s \cdot (s+1)(s+3)(s+5)}$$

Step 4 Mark the location of s_d first, then locate all poles and (n-1) zeros of the $K_{(n-2)}(s)G_n(s)$ on the s plane.

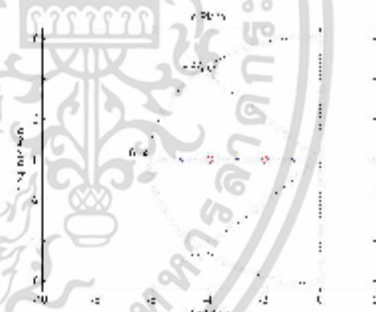


Fig.3 Pole-Zero Map

Step 5 Find the sum of the angles at s_d with all of the open-loop poles and the (n-1) zeros of $K_{(n-2)}(s)G_n(s)$ by graphical or by numerical computation. Then determine the necessary angle of $\angle(s+z_{pd})$ to be added so that the total sum of the angles satisfies (6).

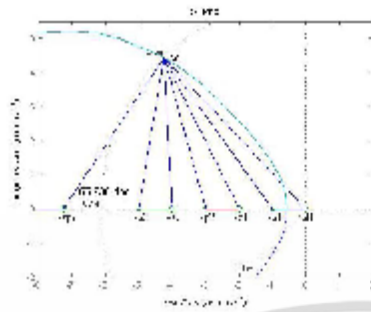


Fig 4 Determination of the angle of PD's zero

$$\begin{aligned} \theta_{p_1} &= \angle(s_d) = 133.639^\circ, \\ \theta_{p_2} &= \angle(s_d + p_1) = \angle(s_d + 1) = 126.071^\circ, \\ \theta_{p_3} &= \angle(s_d + p_2) = \angle(s_d + 3) = 15.543^\circ, \\ \theta_{p_4} &= \angle(s_d + p_3) = \angle(s_d + 5) = 80.232^\circ, \\ \sum \theta_p &= \theta_{p_1} + \theta_{p_2} + \theta_{p_3} + \theta_{p_4} = 445.485^\circ, \\ \theta_z &= \angle(s_d + z_1) = \angle(s_d + 2) = 116.715^\circ, \\ \theta_z &= \angle(s_d + z_2) = \angle(s_d + 4) = 93.034^\circ, \\ \theta_{z_3} &= \angle(s_d + z_{pd}) = 7^\circ, \\ \sum \theta_z &= \theta_z + \theta_z + \theta_{z_3} = 209.749^\circ + \theta_{z_3}, \\ \sum \theta_p - \sum \theta_z &= (209.749^\circ + \theta_{z_3}) - (445.485^\circ), \\ &= -235.736^\circ + \theta_{z_3} = \pm 180^\circ(2k+1), \quad k=0, 1, 2, \dots \\ \therefore \theta_{z_3} &= 55.736^\circ \end{aligned}$$

Step 6 Determine the location of the zero ($s + z_{pd}$) using the angle of $\theta_{z_3} = \angle(s_d + z_{pd}) = 55.736^\circ$ found in the foregoing step 5.

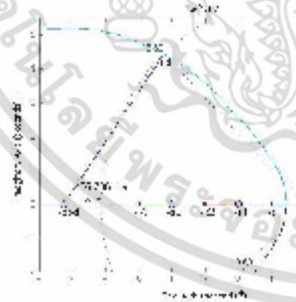


Fig. 5 Determination of the location of PD's zero

Let the length of the adjacent side of the angle θ_{z_3} in Fig.5 is x . Hence,

$$\tan(\theta_{z_3}) = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}} = \frac{|\text{Im}(s_d)|}{x}, \quad x = \frac{|\text{Im}(s_d)|}{\tan(\theta_{z_3})}$$

$$z_{pd} = |\text{Re}(s_d)| + x = |\text{Re}(s_d)| + \frac{|\text{Im}(s_d)|}{\tan(\theta_{z_3})} = 7.261.$$

Step 7 Determine the gain $K_{pid}K_{pd}$ at s_d from (7),

$$\left| 15K_{pid}K_{pd} \frac{(s_d+2)(s_d+4)(s_d+7.261)}{s_d(s_d+1)(s_d+3)(s_d+5)} \right| = 1,$$

Here, $K = 15K_{pid}K_{pd} = 5.895$.

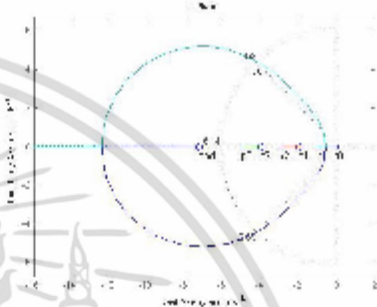


Fig 6 Root loci in s -Plane

The unit step response of the controlled system is shown in Fig. 7.

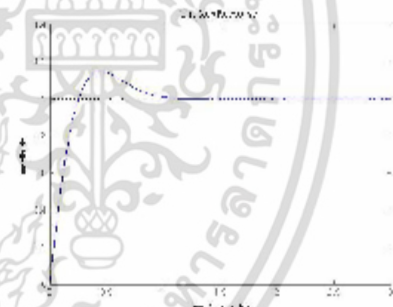


Fig. 7 Unit step response of controlled system

Note that the resultant percent overshoot about 15 %, it greater than the desired specification of $P.O. \leq 5\%$. To obtain smaller of the percent overshoot, Kitti's Method just increase the gain K_{pid} or K_{pd} in $K_{pid}K_{pd}$ from $K = 5.895$ to 10 times, all desire specifications are then obtained as shown in Fig. 8. This salient feature of Kitti's Method is intended to extensively design of discrete-time control systems.

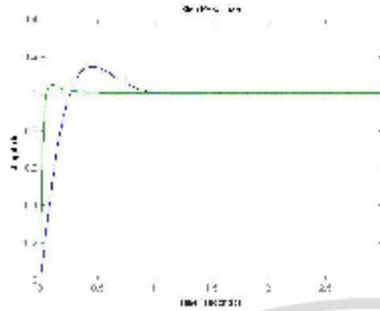


Fig. 8 The improved unit step response

2.2 Discrete-time system design

There are several ways for converting from continuous-time to discrete-time system. The method in [2] is Zero Order Hold (ZOH), which the PID and the cascaded PD controllers transfer functions from [3] are

$$K_{PID}(z) = K_p + K_i \left(\frac{z}{z-1} \right) + K_d \left(\frac{z-1}{z} \right)$$

$$= \frac{(K_p + K_i + K_d)z^2 - (K_i + 2K_d)z + K_d}{z(z-1)}$$

$$= \frac{K_{pd}(z-z_1)(z-z_2)}{z(z-1)} \cdot \frac{K_{pd}(z-z_{pd})^2}{z(z-1)}$$

$$K_{PD}(z) = \frac{(K_p + K_d)z - K_d}{z} \cdot \frac{K_{pd}(z-z_{pd})}{z}$$

$$K_{(p-i)}(z) = \frac{K_{pd}(z-z_1)(z-z_2)}{z(z-1)} \times \frac{K_{pd}(z-z_{pd})}{z}$$

However, in discrete-time control, integration and discretization are equivalent [4]. Among these following three methods, Euler method (forward rectangular rule), the Tustin method (trapezoidal integration) and the backward rectangular rule. These three approximations to the integral are shown in Fig.9, and summarized as written in Table I.

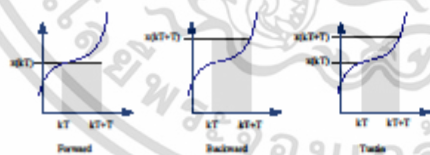


Fig 9 Discrete-time integration based on the Euler, Tustin and backward rectangular method

Table I – Approximation of areas with the three integration method

Method	Discrete equivalent
Forward Rectangular Rule (Euler)	$\frac{1}{s} \rightarrow \frac{T_s}{z-1}$
Backward Rectangular Rule	$\frac{1}{s} \rightarrow \frac{T_s z}{z-1}$
Trapezoidal method (Tustin method)	$\frac{1}{s} \rightarrow \frac{T_s z+1}{2z-1}$

In order to obtain the response of sampled system close to continuous or unsampled system as much as possible, this paper is then propose the approximate transformation using the bilinear (or 'Tustin') transformation. The transfer function of PID and PD controllers can be written as follows,

$$K_{PID}(z) = K_p + K_i \left(\frac{T(z+1)}{2(z-1)} \right) + K_d \left(\frac{2(z-1)}{T(z+1)} \right)$$

$$= \frac{(2K_p T - K_i T^2 + 4K_d)z^2 + (2K_i T^2 - 8K_d)z}{T(z-1)(z+1)} + \frac{(-2K_p T + K_i T^2 + 4K_d)}{T(z-1)(z+1)}$$

$$= \frac{\alpha_1 z^2 + \alpha_2 z + \alpha_3}{(z-1)(z+1)}$$

$$= \frac{K_{pd}(z-z_1)(z-z_2)}{(z-1)(z+1)} \cdot \frac{K_{pd}(z-z_{pd})^2}{(z-1)(z+1)}$$

$$K_{PD}(z) = K_p + K_d \left(\frac{2(z-1)}{T(z+1)} \right)$$

$$= \frac{(K_p T + 2K_d)z + (K_p T - 2K_d)}{T(z+1)}$$

$$= \frac{\alpha_4 z + \alpha_5}{z+1} = \frac{K_{pd}(z-z_{pd})}{z+1}$$

$$K_{(p-i)}(z) = \frac{K_{pd}(z-z_1)(z-z_2)}{(z-1)(z+1)} \times \frac{K_{pd}(z-z_{pd})}{z+1}$$

Here, the discretized plant $G_s(z)$ with sampling time $T = 1/1000$ sec/sample is

$$G_s(z) = \frac{10^{-3}(z+z_3)(z+z_4)(z+z_5)}{(z-p_1)(z-p_2)(z-p_3)}$$

Where, $z_3 = 1.0049 + j0.0085$, $z_4 = 1.0049 - j0.0085$, $z_5 = 0.9902$, $p_1 = 0.999$, $p_2 = 0.997$ and $p_3 = 0.995$

The corresponding dominant closed-loop pole z_d on z -plane is located at

$$z_d = e^{T s_d} = e^{T(-\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})} = 0.996 + j4.423 \times 10^{-3}$$

Now, it is ready to apply Kittii's Method for Discrete PID \times (n-2) Stage PD Cascade Controller design

problem to the following open-loop transfer function $K_{(n-2)}(z)G_n(z)$, where

$$K_{(n-2)}(z) = K \frac{(z-z_1)(z-z_2)(z-z_{pd})}{(z+1)(z+1)(z-1)}$$

$$G_n(z) = (10^{-4}) \frac{(z+z_3)(z+z_4)(z+z_5)}{(z-p_1)(z-p_2)(z-p_3)}$$

There are 4 unknown parameters to be solved here as follows, z_{pd} , z_1 , z_2 , and parameter K .

Since, the root loci on the real axis are determined by open-loop poles and zeros lying on it. The complex-conjugate poles and zeros of the open-loop transfer function have no effect on the location of root loci on the real axis because the angle contribution of a pair of complex-conjugate poles or zeros is 360° on the real axis. Each portion of the root locus on the real axis extends over a range from a pole or zero to another pole or zero [5].

In order to force a couple of real poles at $z=1$ and $z=0.999$ to become a pair of dominant closed-loop complex-conjugate poles by loop gain or parameter K . It is reasonably places $z_1=0.998$ and $z_2=0.994$, in the same way as continuous-time case. Then, the remaining $z_{pd}=0.995$ and $K(10^{-4})=3.276 \times 10^{-3}$ are obtained.

When compare between the ZOH and Tustin method to the continuous-time case. Here, the sampling time $T=1/1000$ sec/samples, the results from simulations in Fig 10 show that the response from Tustin method is more closer to the continuous-time case than the ZOH method.

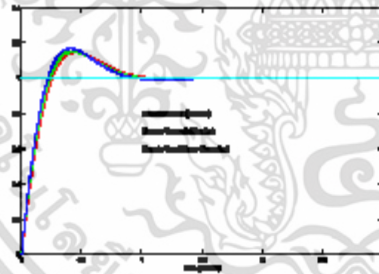


Fig. 10 Unit step response of controlled systems

When K is increased to 10 times of the designed value, the dominant poles in Fig. 11 will be moved from z_d along circular loci toward the real axis of z -Plane.

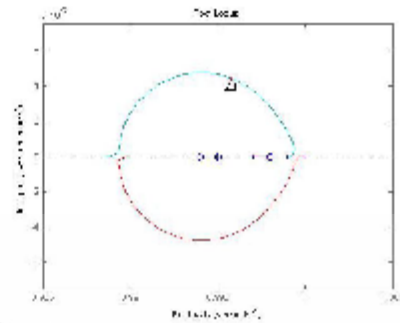


Fig. 11 Root loci in z-Plane

The unit step responses of both before and after increasing of K are compared as shown in Fig. 12

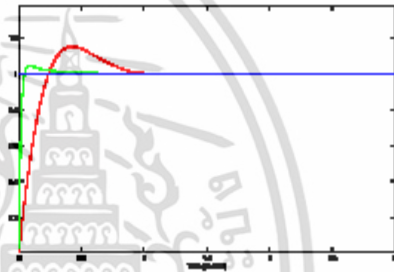


Fig. 12 The improved unit step response.

3. CONCLUSIONS

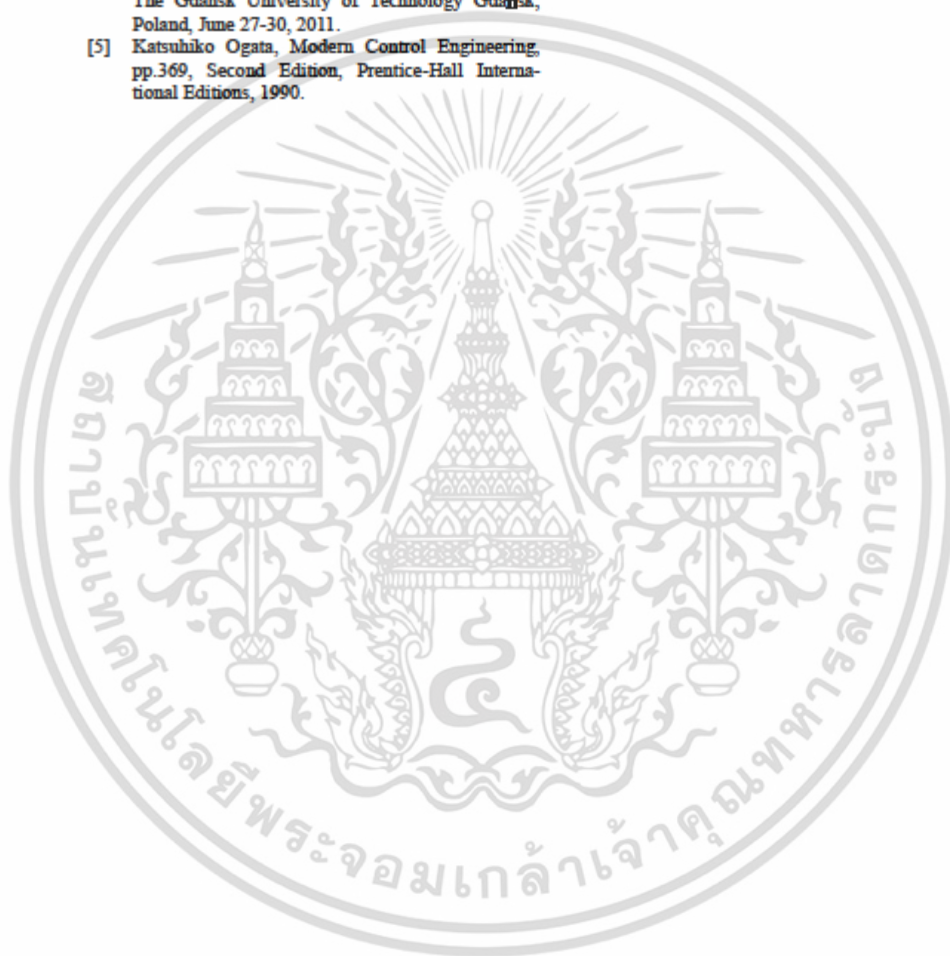
The bilinear discrete $PID \times (n-2)$ stage PD cascade controller designed by using the root locus technique for the n th order plant has been proposed. All desired specifications are easily obtained with better than the previous time of using ZOH method, in discrete-time control systems design via Kitti's Method. The Implementation of the proposed controller on the DCS (Distributed Control System) is now doing by another researcher with Bailey DCS systems at Double A (1991) Public Company Limited, Thailand.

REFERENCES

- [1] Thanit Trisuwannawat, Kitti Tirasesth, Jongkol Nganwiwit and Michihiko Iida; "PID $\times (n-2)$ stage PD cascade controller for SISO systems," *SICE'98 Proceeding of the 37th SICE Annual Conference, International session Papers*, pp. 965-968, 1998.
- [2] Pittaya Pannil, Suksiri Kanchanasomwanvong, Prapat Ukakimapam, Thanit Trisuwannawat, and Kitti Tirasesth, "Discrete PID $\times (n-2)$ stage

PD cascade controller for SISO systems," *SICE Annual Conference 2008*, pp 1784-1787, The University Electro Communications, Japan, August 20-22, 2008.

- [3] Ben M. Chen, *EE3304: Digital Control Systems Part 2*, Lecture Notes, Department of Electrical & Computer Engineering, The National University of Singapore, pp 17-29.
- [4] Mihai Comanescu, "Influence of the Discretization Method on the Integration Accuracy of Observers with Continuous Feedback," *Proceedings of 2011 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, pp 625-630, The Gdansk University of Technology Gdansk, Poland, June 27-30, 2011.
- [5] Katsuhiko Ogata, *Modern Control Engineering*, pp.369, Second Edition, Prentice-Hall International Editions, 1990.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Bilinear Discrete PID×(n-2) stage PD Cascade Controller for SISO Systems

Krit Smerpitak¹, Prapart Ukakimaparn¹, Thanit Trisuwannawat¹ and
 Prera Lavanprakai^{2*}

¹ Department of Instrumentation and Control Engineering, Faculty of Engineering,
 King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL), Bangkok, 10520, Thailand
 (Tel : +66-2-329-8347/-8; E-mail: { kskrit , kuprapar , ktthanit }@kmitl.ac.th)

² Graduate Student, Graduate Studies Division, Faculty of Engineering, KMITL, Bangkok, 10520, Thailand
 (Tel : +66-84-173-9221; E-mail: Too_f16@hotmail.com) * Corresponding author

Abstract: To obtain the response of sampled system better than of using the Zero Order Hold (ZOH) method. The approximation to the integral using Bilinear discretization is proposed. The results from simulation show that the obtained response from the bilinear or Tustin method is better than the ZOH method at the same sampling time. However, if another of discretization method is necessary, the overall closed-loop system properties should be considered.

Keywords: Bilinear, Discrete PID controller, Root Locus Technique.

1. INTRODUCTION

Feedback control systems in Fig. 1 may be classified according to their ability to follow step input, ramp inputs, and so on. Consider the following open-loop transfer function $G(s)H(s)$:

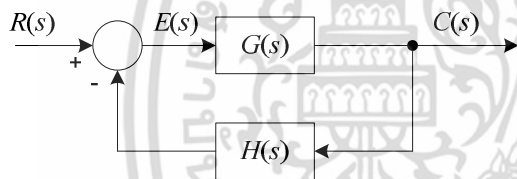


Fig. 1 Closed-loop system

$$G(s)H(s) = \frac{K(T_a s + 1)(T_b s + 1) \cdots (T_m s + 1)}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots (T_p s + 1)} \quad (1)$$

It involves the term s^N in the denominator, representing a pole of multiplicity N at the origin. So, this classification is based on the number of integrations indicated by the open-loop transfer function. If $N = 0, N = 1, N = 2, \dots$, a system is called type 0, type 1, type 2, ..., respectively.

The PID (Proportional-Integral-Derivative) is widely used by applying the well-known Ziegler-Nichols tuning method. It is clear that the PID controller is properly applied in the typical second order plant. But it is quite difficult to use only the PID controller for the third or higher order plant because the order of the plant is greater than the number of zeros provided by the PID controller [1].

The standing PID and PD to be cascaded by $(n-2)$ stage controllers transfer function $K_{PID}(s), K_{PD}(s)$ and their equivalent form for the n^{th} order plant are assumed to be given as,

$$K_{PID}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right), \quad (2)$$

$$K_{PID}(s) \equiv K_{pid} \frac{(s + z_1)(s + z_2)}{s} \equiv K_{pid} \frac{(s + z_{pid})^2}{s}$$

$$K_{PD}(s) = K_p (1 + T_D s), \quad (3)$$

$$K_{PD}(s) \equiv K_{pd} (s + z_{pd})$$

where K_p is the proportional gain,
 T_I is the integral time, and
 T_D is the derivative time.

Since, most industrial plants are type 0 and consist of three to five of first order lags or dead time plus one first order lag. Then, the n^{th} order plant to be controlled here its transfer function is assumed to be given as

$$G_n(s) = \frac{K_n}{s^N (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) \cdots (T_p s + 1)}$$

where, the order of the plant is $n = N + p$.

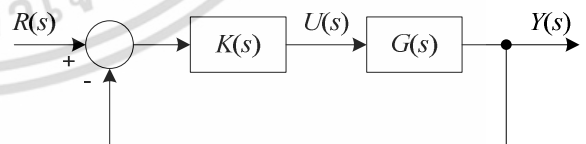


Fig. 2 Unity feedback system

For example, if a type 0, 3rd order plant to be controlled is given as,

$$G_n(s) = \frac{K_n}{s^0 (s + p_1)(s + p_2)(s + p_3)}$$

To controls this plant, the $(n-2)$ stage PD controller must be cascaded, then the open-loop transfer function $K(s)G(s)$ in Fig. 2 can be written as

$$K_{(n-2)}(s)G_n(s) = \frac{\overbrace{K_{pid}(s+z_1)(s+z_2)}^{\text{PID Controller}} \times \overbrace{K_{pd}(s+z_{pd}) \cdots K_n}^{(n-2) \text{ PD}}}{s \cdot (s+p_1)(s+p_2) \cdots (s+p_p)},$$

where, $K = K_{pid} K_{pd} \cdots K_n$, then

$$K_{(n-2)}(s)G_n(s) = K \frac{(s+z_1)(s+z_2) \times \overbrace{(s+z_{pd}) \cdots}^{(n-2) \text{ PD}}}{s \cdot (s+p_1)(s+p_2) \cdots (s+p_p)} \quad (4)$$

$$\equiv G(s)H(s).$$

The characteristic equation of the system in Fig. 1 is $F(s) = 1 + G(s)H(s) = 0$. (5)

Since, $G(s)H(s)$ is a complex quantity, (5) can be split into two equations as follows,

Angle Condition:

$$\angle G(s)H(s) = \pm(2k+1)\pi, \quad k=0, 1, 2, \dots, \quad (6)$$

Magnitude condition:

$$|G(s)H(s)| = 1 \quad (7)$$

The basic idea behind the root locus method is that the values of s that make the transfer function around the loop equal -1 must satisfy the characteristic equation of the system.

2. METHODOLOGY

2.1 Continuous-time system design

The statement of PID \times $(n-2)$ Stage PD Cascade Controller design problem is to find the locations of their zeros such that the desired specifications are achieved.

Whereas, the desired specifications to be designed are usually specified in terms of transient and steady state response characteristics of a control system to a unit-step input exhibited by a pair of complex-conjugate dominant closed-loop poles s_d as follows:

$$\left. \begin{aligned} \text{Percent Overshoot (P.O.)} &= e^{\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)} \times 100\%, \\ \text{Settling Time (} t_s \text{)} &= \frac{-\ln(0.02\sqrt{1-\zeta^2})}{\zeta\omega_n}, (\pm 2\%). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

14 years ago, Associate Professor Dr. Kittitirasesh proposed the simplest way to determine all locations of these zeros known as "Kitti's Method (KM)."

This method can be applied to the type 0, 3rd order plant

$$G_3(s) = \frac{15}{(s+1)(s+3)(s+5)},$$

with the given desired specifications are $P.O. \leq 5\%$, $t_s(\pm 2\%) \leq 1$ sec. and $e_{ss}(t) = 0$, as the following steps:

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Step 1 Find the damping ratio ζ from the given P.O.,

$$\text{Where, } \zeta = \frac{\left[\ln\left(\frac{P.O.}{100}\right) \right]^2}{\pi^2 + \left[\ln\left(\frac{P.O.}{100}\right) \right]^2} = 0.69.$$

Step 2 Find the undamped natural frequency ω_n from the given of the settling time $t_s(\pm 2\%) = -\ln(0.02\sqrt{1-\zeta^2})/\omega_n\zeta$, hence, the undamped natural freq. $\omega_n = 6.14$ rad/sec.

Step 3 Find the location of dominant closed-loop pole

$$s_d = -\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = -4.235 + j4.442.$$

Here, the open-loop transfer function with $(n-2)$ stage cascaded PD controller is

$$K_{(n-2)}(s)G_n(s) = 15K_{pid}K_{pd} \frac{(s+z_1)(s+z_2) \times (s+z_{pd})}{s \cdot (s+1)(s+3)(s+5)}.$$

Step 4 Mark the location of s_d first, then locate all poles and $(n-1)$ zero of the $K_{(n-2)}(s)G_n(s)$ on the s plane.

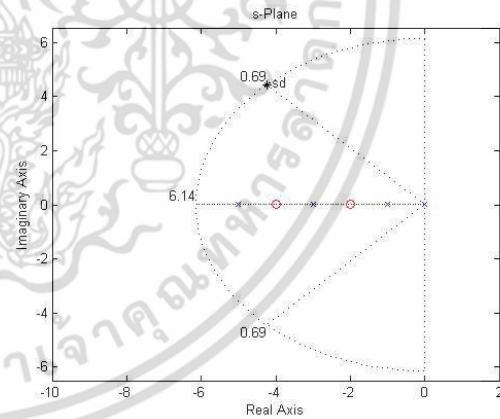


Fig.3 Pole-Zero Map

Step 5 Find the sum of the angles at s_d with all of the open-loop poles and the $(n-1)$ zeros of $K_{(n-2)}(s)G_n(s)$ by graphical or by numerical computation. Then determine the necessary angle of $\angle(s+z_{pd})$ to be added so that the total sum of the angles satisfies (6).

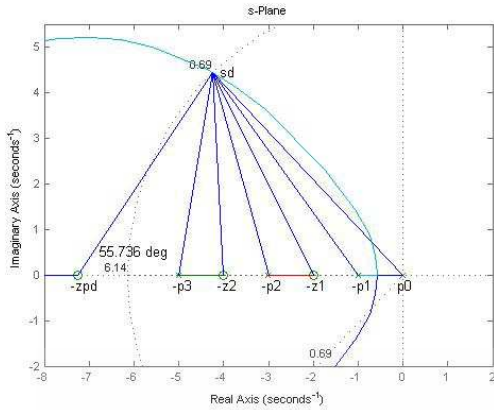


Fig.4 Determination of the angle of PD's zero

$$\begin{aligned} \theta_{p_0} &= \angle(s_d) = 133.639^\circ, \\ \theta_{p_1} &= \angle(s_d + p_1) = \angle(s_d + 1) = 126.071^\circ, \\ \theta_{p_2} &= \angle(s_d + p_2) = \angle(s_d + 3) = 15.543^\circ, \\ \theta_{p_3} &= \angle(s_d + p_3) = \angle(s_d + 5) = 80.232^\circ, \\ \sum \theta_p &= \theta_{p_0} + \theta_{p_1} + \theta_{p_2} + \theta_{p_3} = 445.485^\circ, \\ \theta_{z_1} &= \angle(s_d + z_1) = \angle(s_d + 2) = 116.715^\circ, \\ \theta_{z_2} &= \angle(s_d + z_2) = \angle(s_d + 4) = 93.034^\circ, \\ \theta_{z_{pd}} &= \angle(s_d + z_{pd}) = ?^\circ, \\ \sum \theta_z &= \theta_{z_1} + \theta_{z_2} + \theta_{z_{pd}} = 209.749^\circ + \theta_{z_{pd}}, \\ \sum \theta_z - \sum \theta_p &= (209.749^\circ + \theta_{z_{pd}}) - (445.485^\circ), \\ -235.736^\circ + \theta_{z_{pd}} &= \pm 180^\circ(2k+1), k = 0, 1, 2, \dots \\ \therefore \theta_{z_{pd}} &= 55.736^\circ. \end{aligned}$$

Step 6 Determine the location of the zero $(s + z_{pd})$ using the angle of $\theta_{z_{pd}} = \angle(s_d + z_{pd}) = 55.736^\circ$ found in the foregoing step 5.

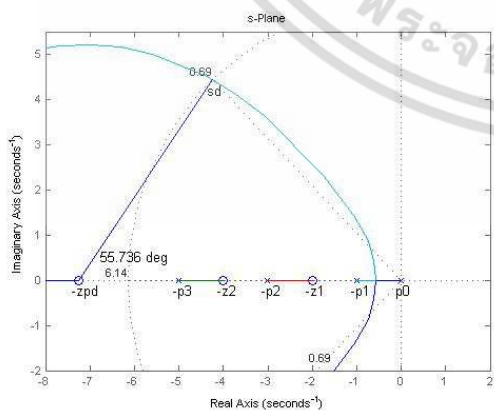


Fig. 5 Determination of the location of PD's zero

Let the length of the adjacent side of the angle

$\theta_{z_{pd}}$ in Fig.5 is x . Hence,

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\tan(\theta_{z_{pd}}) = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}} = \frac{|\text{Im}(s_d)|}{x}, \quad x = \frac{|\text{Im}(s_d)|}{\tan(\theta_{z_{pd}})}$$

$$z_{pd} = |\text{Re}(s_d)| + x = |\text{Re}(s_d)| + \frac{|\text{Im}(s_d)|}{\tan(\theta_{z_{pd}})} = 7.261.$$

Step 7 Determine the gain $K_{pid} K_{pd}$ at s_d from (7),

$$\left| 15 K_{pid} K_{pd} \frac{(s_d + 2)(s_d + 4)(s_d + 7.261)}{s_d(s_d + 1)(s_d + 3)(s_d + 5)} \right| = 1,$$

Here, $K = 15 K_{pid} K_{pd} = 5.895$.

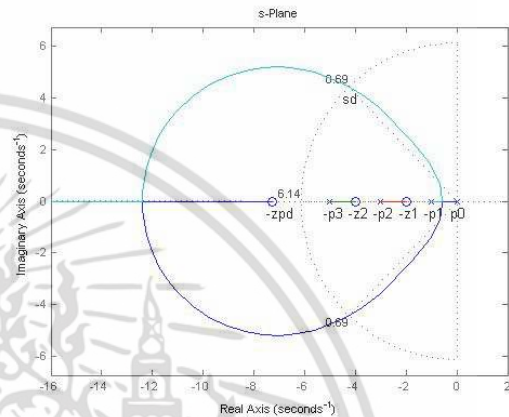


Fig.6 Root loci in s-Plane

The unit step response of the controlled system is shown in Fig. 7.

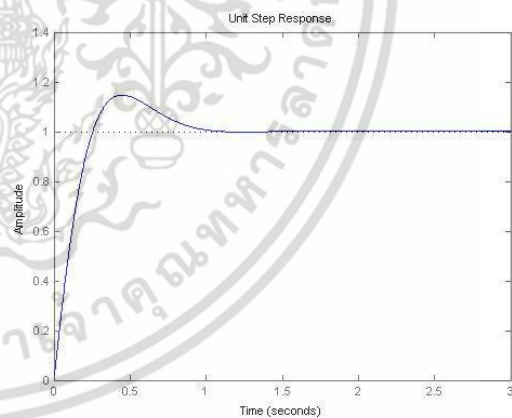


Fig. 7 Unit step response of controlled system

Note that the resultant percent overshoot about 15 %, it greater than the desired specification of $P.O. \leq 5\%$. To obtain smaller of the percent overshoot, Kitti's Method just increase the gain K_{pid} or K_{pd} in $K_{pid} K_{pd}$ from $K = 5.895$ to 10 times, all desire specifications are then obtained as shown in Fig. 8. This salient feature of Kitti's Method is intended to extensively design of discrete-time control systems.

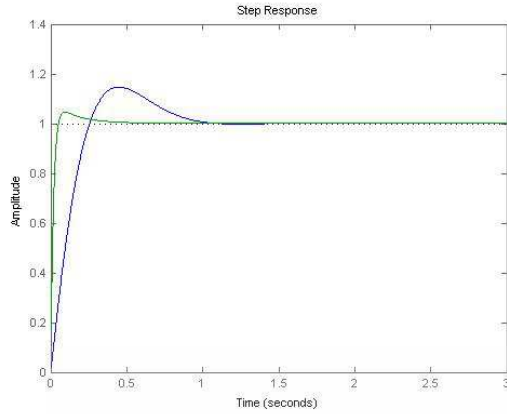


Fig. 8 The improved unit step response.

2.2 Discrete-time system design

There are several ways for converting from continuous-time to discrete-time system. The method in [2] is Zero Order Hold (ZOH), which the PID and the cascaded PD controllers transfer functions from [3] are

$$\begin{aligned}
 K_{PID}(z) &= K_p + K_I \left(\frac{z}{z-1} \right) + K_D \left(\frac{z-1}{z} \right), \\
 &= \frac{(K_p + K_I + K_D)z^2 - (K_p + 2K_D)z + K_D}{z(z-1)}, \\
 &= \frac{K_{pid}(z-z_1)(z-z_2)}{z(z-1)} \equiv \frac{K_{pid}(z-z_{pid})^2}{z(z-1)}, \\
 K_{PD}(z) &= \frac{(K_p + K_D)z - K_D}{z} \equiv \frac{K_{pd}(z-z_{pd})}{z}, \\
 K_{(n-2)}(z) &= \frac{K_{pid}(z-z_1)(z-z_2)}{z(z-1)} \times \frac{K_{pd}(z-z_{pd})}{z}
 \end{aligned}$$

However, in discrete-time control, integration and discretization are equivalent.[4] Among, these following three methods, Euler method (forward rectangular rule), the Tustin method (trapezoidal integration) and the backward rectangular rule. These three approximations to the integral are shown in Fig.9, and summarized as written in Table I.

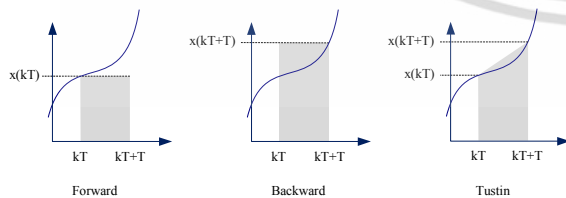


Fig 9 .Discrete-time integration based on the Euler, Tustin and backward rectangular method.

Table I – Approximation of areas with the three integration method

Method	Discrete equivalent
Forward Rectangular Rule (Euler)	$\frac{1}{s} \rightarrow \frac{T_s}{z-1}$
Backward Rectangular Rule	$\frac{1}{s} \rightarrow \frac{T_s z}{z-1}$
Trapezoidal method (Tustin method)	$\frac{1}{s} \rightarrow \frac{T_s}{2} \frac{z+1}{z-1}$

In order to obtain the response of sampled system close to continuous or unsampled system as much as possible, this paper is then propose the approximate transformation using the bilinear (or ‘Tustin’) transformation. The transfer function of PID and PD controllers can be written as follows,

$$\begin{aligned}
 K_{PID}(z) &= K_p + K_I \left(\frac{T(z+1)}{2(z-1)} \right) + K_D \left(\frac{2(z-1)}{T(z+1)} \right), \\
 &= \frac{(2K_p T - K_I T^2 + 4K_D)z^2 + (2K_I T^2 - 8K_D)z}{T(z-1)(z+1)} \\
 &\quad + \frac{(-2K_p T + K_I T^2 + 4K_D)}{T(z-1)(z+1)}, \\
 &= \frac{\alpha_2 z^2 + \alpha_1 z + \alpha_0}{(z-1)(z+1)} \\
 &\equiv \frac{K_{pid}(z-z_1)(z-z_2)}{(z-1)(z+1)} \equiv \frac{K_{pid}(z-z_{pid})^2}{(z-1)(z+1)}, \\
 K_{PD}(z) &= K_p + K_D \left(\frac{2(z-1)}{T(z+1)} \right) \\
 &= \frac{(K_p T + 2K_D)z + (K_p T - 2K_D)}{T(z+1)} \\
 &= \frac{\alpha_1 z + \alpha_0}{(z+1)} = \frac{K_{pd}(z-z_{pd})}{(z+1)}, \\
 K_{(n-2)}(z) &= \frac{K_{pid}(z-z_1)(z-z_2)}{(z-1)(z+1)} \times \frac{K_{pd}(z-z_{pd})}{(z+1)}
 \end{aligned}$$

Here, the discretized plant $G_n(z)$ with sampling time $T = 1/1000$ sec/sample is

$$G_3(z) = \frac{10^{-8}(z+z_1)(z+z_2)(z+z_3)}{(z-p_1)(z-p_2)(z-p_3)}.$$

Where, $z_3 = 1.0049 + j0.0085$, $z_4 = 1.0049 - j0.0085$, $z_5 = 0.9902$, $p_1 = 0.999$, $p_2 = 0.997$ and $p_3 = 0.995$.

The corresponding dominant closed-loop pole z_d on z - plane is located at

$$z_d = e^{T s_d} = e^{T(-\zeta \omega_n + j \omega_n \sqrt{1-\zeta^2})} = 0.996 + j4.423 \times 10^{-3}.$$

Now, it is ready to apply Kitti’s Method for Discrete PID×(n-2) Stage PD Cascade Controller design

problem to the following open-loop transfer function $K_{(n-2)}(z)G_n(z)$, where

$$K_{(n-2)}(z) = K \frac{(z - z_1)(z - z_2)(z - z_{pd})}{(z + 1)(z + 1)(z - 1)},$$

$$G_n(z) = (10^{-8}) \frac{(z + z_3)(z + z_4)(z + z_5)}{(z - p_1)(z - p_2)(z - p_3)}.$$

There are 4 unknown parameters to be solved here as follows, z_{pd} , z_1 , z_2 , and parameter K .

Since, the root loci on the real axis are determined by open-loop poles and zeros lying on it. The complex-conjugate poles and zeros of the open-loop transfer function have no effect on the location of root loci on the real axis because the angle contribution of a pair of complex-conjugate poles or zeros is 360° on the real axis. Each portion of the root locus on the real axis extends over a range from a pole or zero to another pole or zero [5].

In order to force a couple of real poles at $z = 1$ and $z = 0.999$ to become pair of dominant closed-loop complex-conjugate poles by loop gain or parameter K . It is reasonably places $z_1 = 0.998$ and $z_2 = 0.994$, in the same way as continuous-time case. Then, the remaining $z_{pd} = 0.995$ and $K(10^{-8}) = 3.276 \times 10^{-3}$ are obtained.

When compare between the ZOH and Tustin method to the continuous-time case. Here, the sampling time $T = 1/1000$ sec/samples, the results from simulations in Fig 10 show that the response from Tustin method is more closer to the continuous-time case than the ZOH method.

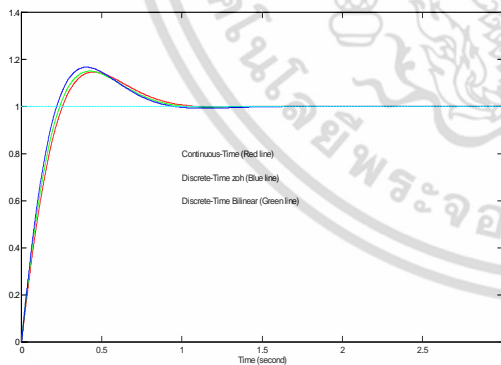


Fig. 10 Unit step response of controlled systems

When K is increased to 10 times of the designed value, the dominant poles in Fig. 11 will be moved from z_d along circular loci toward the real axis of z -Plane.

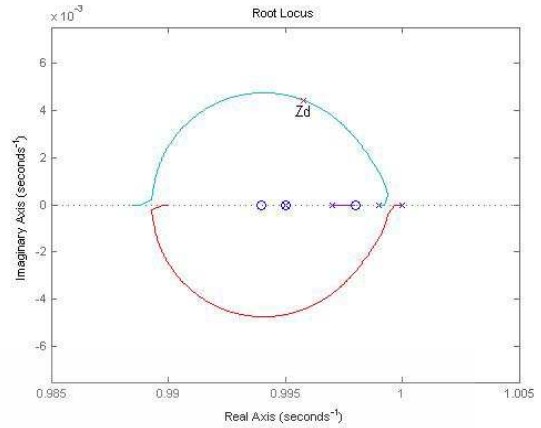


Fig. 11 Root loci in z-Plane

The unit step responses of both before and after increasing of K are compared as shown in Fig. 12

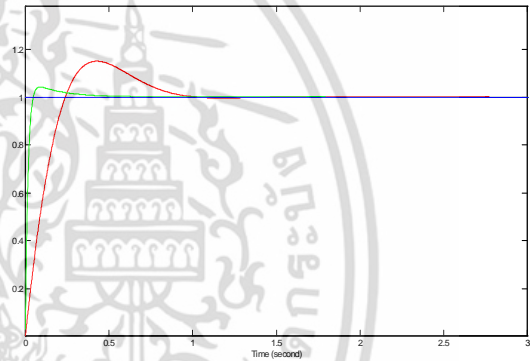


Fig. 12 The improved unit step response.

3. CONCLUSIONS

The bilinear discrete $PID \times (n-2)$ stage PD cascade controller designed by using the root locus technique for the n th order plant has been proposed. All desired specifications are easily obtained with better than the previous time of using ZOH method, in discrete-time control systems design via Kitti's Method. The Implementation of the proposed controller on the DCS (Distributed Control System) is now doing by another researcher with Bailey DCS systems at Double A, Thailand.

REFERENCES

- [1] Thanit Trisuwannawat, Kitti Tirasesth, Jongkol Ngamwiwit and Michihiko Iida; "PID $\times (n-2)$ stage PD cascade controller for SISO systems," *SICE'98 Proceeding of the 37th SICE Annual Conference, International session Papers*, pp. 965-968, 1998.
- [2] Pittaya Pannil, Suksiri Kanchanasomranvong, Prapart Ukakimarn, Thanit Trisuwannawat, and Kitti Tirasesth. "Discrete PID $\times (n-2)$ stage

- PD cascade controller for SISO systems,” *SICE Annual Conference 2008*, pp 1784-1787, The University Electro Communications, Japan, August 20-22, 2008.
- [3] Ben M. Chen, *EE3304: Digital Control Systems Part 2*, Lecture Notes, Department of Electrical & Computer Engineering, The National University of Singapore, pp 17-29.
- [4] Mihai Comanescu, “Influence of the Discretization Method on the Integration Accuracy of Observers with Continuous Feedback,” *Proceedings of 2011 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, pp 625-630, The Gdansk University of Technology Gdańsk, Poland, June 27-30, 2011.
- [5] Katsuhiko Ogata, *Modern Control Engineering*, pp.369, Second Edition, Prentice-Hall International Editions, 1990.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล นายพีระ ลาวัลย์ประกาย
วัน-เดือน-ปีเกิด วันที่ 24 มีนาคม 2531
ประวัติการศึกษา สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมระบบเครื่องมือวัด จากคณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ปีการศึกษา 2553 และได้เข้าศึกษาต่อระดับปริญญาโท หลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมการวัดคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้