

การพัฒนาแบบจำลองคณิตศาสตร์ของระบบถังความดันอากาศแบบ
ปฏิสัมพันธ์เพื่อการออกแบบตัวควบคุม

DEVELOPING MATHEMATICAL MODEL OF AIR PRESSURE TANKS SYSTEM
INTERACTION FOR CONTROLLERS DESIGN



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมการวัดคุม
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ. 2559
KMUTL-2016-EN-M-060-093

การพัฒนาแบบจำลองคณิตศาสตร์ของระบบถังความดันอากาศแบบ
ปฏิสัมพันธ์เพื่อการออกแบบตัวควบคุม

DEVELOPING MATHEMATICAL MODEL OF AIR PRESSURE TANKS SYSTEM
INTERACTION FOR CONTROLLERS DESIGN



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมการวัดคุม
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ.2559
KMITL-2016-EN-M-060-093

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

DEVELOPING MATHEMATICAL MODEL OF AIR PRESSURE TANKS SYSTEM
INTERACTION FOR CONTROLLERS DESIGN



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
MASTER OF ENGINEERING IN INSTRUMENTATION
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2016
KMITL-2016-EN-M-060-093

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2016
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การพัฒนาแบบจำลองคณิตศาสตร์ของระบบถังความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์เพื่อการ
ออกแบบตัวควบคุม
Thesis Title Developing Mathematical Model of Air Pressure Tanks System Interaction
for Controllers Design
นักศึกษา นายสิทธิโชค สุขมี
รหัสประจำตัว 56601302
ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา วิศวกรรมการวัดคุม
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.วิริยะ กองรัตน์
หมายเลขวิทยานิพนธ์ KMITL-2016-EN-M-060-093

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
รศ.ดร.วิทยา	ทิพย์สุวรรณพร	
รศ.ดร.ทวีพล	ชื่อสัตย์	
รศ.ดร.ฟูศักดิ์	ชีวิวิทย์	
รศ.ดร.สุพรรณ	กุลพาณิชย์	
รศ.วิริยะ	กองรัตน์	

วัน / เดือน / ปี ที่สอบ วันพุธที่ 13 กรกฎาคม พ.ศ. 2559 เวลา 10.00-12.00 น.
สถานที่สอบ ณ อาคาร A ชั้น 5 ห้องประชุม 3

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRBANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์ รับรองแล้ว



(รองศาสตราจารย์ ดร. คมตัน มาลีสี)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่สามารถนำออกนอกระบบไปใช้
เผยแพร่ หรือทำซ้ำโดยไม่ได้รับอนุญาต
ฉบับดี คณะวิศวกรรมศาสตร์
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงแหล่งที่มาของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
วันที่ 13 กรกฎาคม พ.ศ. 2559

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การพัฒนาแบบจำลองคณิตศาสตร์ของระบบถึงความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์เพื่อการออกแบบตัวควบคุม
นักศึกษา	นายสิทธิโชค สุขมี
รหัสประจำตัว	56601302
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมการวัดคุม
พ.ศ.	2559
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ. วิริยะ กองรัตน์

บทคัดย่อ

บทความฉบับนี้ นำเสนอวิธีการสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ของระบบถึงความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์เพื่อการออกแบบตัวควบคุม แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของถึงความดันได้ถูกพัฒนาจากหลักการสมดุลมวลหรือพลังงาน ซึ่งแบบจำลองจะเป็นตัวแทนที่ดีสำหรับการวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ สมดุลดังกล่าวของมวลถูกแทนด้วยสมการอนุพันธ์ พบว่าสมการดังกล่าวไม่เป็นเชิงเส้น ทำให้เป็นเชิงเส้นโดยใช้วิธีอนุกรมเทย์เลอร์ และแปลงให้อยู่ในรูปแบบโดเมนความถี่ โดย ลاپลาซ ซึ่งต่อไปจะเรียกว่าฟังก์ชันถ่ายโอน วิธีการตรวจสอบความถูกต้องของฟังก์ชันถ่ายโอน โดยการจำลองสถานการณ์บนโปรแกรม (Simulink/MATLAB) นำมาเปรียบเทียบกับผลตอบสนองของระบบปฏิบัติการจริงเพื่อเปรียบเทียบและปรับแต่งฟังก์ชันถ่ายโอนให้เหมาะสมภายหลังผ่านการตรวจสอบความถูกต้องแล้ว ดำเนินการวิเคราะห์ฟังก์ชันถ่ายโอนถึงความดันต่อไปเพื่อสังเคราะห์ตัวควบคุมแบบ พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการสังเคราะห์ตัวควบคุม สามารถทำให้วงรอบการควบคุมสามารถเข้าสู่ค่าเป้าหมายได้ตามข้อกำหนดทั้งระบบปฏิบัติการจริงและโปรแกรมจำลอง ผลการทดลองแสดงให้เห็นถึงประโยชน์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายการทำงาน ofกระบวนการและนำมาใช้ในการปรับแต่งค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis Title	Developing Mathematical model of Air Pressure Tanks System Interaction for Controllers Design
Student	Mr.Sittichok Sukmee
Student ID.	56601302
Degree Program	Master of Engineering Instrumentation Engineering
Year	2016
Thesis Advisor	Assoc.Prof.Viriya Kongratana

ABSTRACT

This paper presents a mathematical model of the air pressure tanks interaction system for controller design. This mathematical model was developed from the mass or energy balance which is a good agent for analysis of process parameters. The mass balance conservation principle is represented by differential equations. This was the nonlinear equation. Linearization is done using Taylor Series expansion. Finally, was converted to S-domain by Laplace transform and consequently, transfer function is formalized. The respectable transfer function was confirmed by the simulation program (Simulink/MATLAB) that compared results with actual air pressure tanks interaction. Transfer function analysis of pressure tanks was contributed to synthesized controllers. The tuning parameters of both simulation and actual made control loop response approach the specification target. The experiment results show that the mathematical model is useful for describing the plant operation and tuning parameter of the controller.

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาจากอาจารย์ที่ปรึกษา รศ. วิริยะ กองรัตน์ อาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมการวัดคุม สำหรับทุนงานวิจัยและคอยช่วยเหลือแนะนำตลอดจนให้คำปรึกษาในการทำวิทยานิพนธ์นี้จนสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี รวมทั้งอาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมการวัดคุมทุกท่านที่ได้ให้ความรู้ในการศึกษา

ขอขอบคุณท่าน รองศาสตราจารย์ ดร. วิทยา ทิพย์สุวรรณพร อาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมการวัดคุม สาขาวิชาวิศวกรรมการวัดคุม และพี่ๆ รวมทั้งเพื่อนในห้องปฏิบัติการเครื่องมือวัดในกระบวนการทางอุตสาหกรรม สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังที่คอยให้คำแนะนำอุปกรณ์ และสถานที่ในการทดลอง และอาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมการวัดคุมทุกท่านที่คอยเสียสละเวลามาให้คำแนะนำ

ขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ และญาติพี่น้อง รวมทั้งเพื่อน พี่ และน้อง ทุกคนที่คอยให้กำลังใจ และให้การสนับสนุนช่วยเหลือในทุก ๆ ด้านทั้งเรื่องการเรียน และเรื่องต่าง ๆ ทำให้ผู้เขียนผ่านทุก ๆ อย่างจนมาถึงทุกวันนี้ได้

สำหรับคุณงามความดีอันใดที่เกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบให้กับ บิดา มารดา ซึ่งเป็นที่รักและเคารพยิ่ง ตลอดจนครูอาจารย์ที่เคารพทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้และถ่ายทอดประสบการณ์ที่ดีให้แก่ข้าพเจ้า และขอให้ทุก ๆ ท่านจงมีแต่ความสุขตลอดไป

สิทธิโชค สุขมี

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VI
สารบัญรูป.....	VII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	1
1.3 สมมุติฐานของการศึกษา.....	2
1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย.....	2
1.5 ขอบเขตการวิจัย.....	2
1.6 ขั้นตอนของการศึกษา.....	2
1.7 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์.....	3
บทที่ 2 แนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	4
2.1 การสมดุลมวลสารและพลังงาน.....	4
2.2 การทำเป็นเชิงเส้น.....	12
2.3 การแปลงลาปลาซ.....	13
2.4 ฟังก์ชันถ่ายโอนและบล็อกไดอะแกรม.....	19
2.5 ตัวควบคุมแบบ PID (สัดส่วน-ปริพันธ์-อนุพันธ์).....	21
2.6 การสังเคราะห์ของตัวควบคุมแบบป้อนกลับ.....	25
2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	33
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	36
3.1 ลักษณะของระบบปฏิบัติการถึงเก็บความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์.....	36
3.2 การจำลองรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของระบบระบบปฏิบัติการ ถึงเก็บความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์.....	37
บทที่ 4 การทดลองและวิจารณ์ผลการทดลอง.....	42
4.1 การทดสอบการทำงานของกระบวนการ.....	42
4.2 การตรวจสอบแบบจำลองคณิตศาสตร์.....	43
4.3 การสังเคราะห์ตัวควบคุมและการควบคุม.....	45

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 5 สรุป อภิปราย และข้อเสนอแนะ	52
5.1 สรุปผลการวิจัย	52
5.2 ข้อเสนอแนะในการวิจัยต่อ.....	54
เอกสารอ้างอิง	55
ภาคผนวก.....	56
ภาคผนวก ก Valve Sizing	57
ภาคผนวก ข ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการทำวิทยานิพนธ์และได้รับการตีพิมพ์.....	60
ประวัติผู้วิจัย.....	70

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 ค่าคงที่ของก๊าซ.....	5
2.2 การแปลงลาปลาซของสัญญาณต่างๆ.....	15
2.2 (ต่อ).....	16
2.3 คุณสมบัติการแปลงลาปลาซ.....	18
2.4 ผลกระทบของค่าเกินในตัวควบคุมแบบ พี ไอ ดี ต่อการตอบสนองของระบบ.....	25
2.5 การเปรียบเทียบตัวควบคุมแบบ (Actual PID controller) ระหว่างกระบวนการอันดับสอง และกระบวนการอันดับหนึ่งร่วมกับ Dead Time	32
2.6 ตัวควบคุม และ สูตรการปรับแต่งสำหรับการสังเคราะห์ตัวควบคุม.....	33
3.1 ค่าตัวแปรของกระบวนการ.....	38
4.1 ค่าสัมประสิทธิ์ตัวควบคุม PID สังเคราะห์กระบวนการอันดับสอง.....	46
4.2 ค่าสัมประสิทธิ์ตัวควบคุม PID แบบ Synthesized Controller อ้างอิงสมการที่ (4.11)	48
4.3 ค่าสัมประสิทธิ์ตัวควบคุม PID แบบ Actual Controller อ้างอิงสมการที่ (4.6)	48

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ระบบและสมบัติของระบบ	6
2.2 การเปลี่ยนแปลงพลังงานภายในระบบเนื่องจากการไหลเข้า-ออกของมวล	7
2.3 การประมาณเชิงเส้นของกระบวนการที่ไม่เป็นเชิงเส้น	12
2.4 ระบบควบคุมการทำงานของลิฟต์	13
2.5 บล็อกไดอะแกรมของฟังก์ชันถ่ายโอน	19
2.6 (ก) การต่อแบบอนุกรม (cascade) หรือ ต่อเรียง (series)	20
2.6 (ข) การต่อแบบขนาน (parallel)	20
2.6 (ค) การต่อแบบป้อนกลับขนาดหนึ่งหน่วย	20
2.6 (ง) การแบบป้อนกลับขนาดไม่เป็นหนึ่งหน่วย	20
2.7 แสดงส่วนประกอบของระบบควบคุมอัตโนมัติ	23
2.8 แสดงพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ใช้กำหนดคุณสมบัติเฉพาะของการตอบสนองของระบบ	24
2.9 บล็อกไดอะแกรมอย่างง่ายสำหรับการสังเคราะห์ตัวควบคุม	26
2.10 การกำหนดผลตอบสนองของลู่วางปิดของสมการอันดับหนึ่งสำหรับตัวควบคุมจากการ สังเคราะห์	27
2.11 การกำหนดผลตอบสนองสำหรับลู่วางปิดของระบบร่วมกับเวลาที่ไม่การตอบสนอง t_0	30
2.12 Process Reaction Curve	34
2.13 ระบบถึงความดันอากาศแบบถ่วงเก็บ	34
3.1 ระบบปฏิบัติการถ่วงเก็บความดันอากาศ	36
3.2 การไหลของความดันในกระบวนการ	37
3.3 ความสัมพันธ์ของตัวแปรในระบบปฏิบัติการถ่วงเก็บความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์	37
3.4 บล็อกไดอะแกรมของแบบจำลองคณิตศาสตร์ระบบปฏิบัติการถ่วงเก็บความดันอากาศ	40
3.5 บล็อกไดอะแกรมระบบควบคุมถึงความดันอากาศ	41
4.1 ผลตอบสนองของความดันอากาศของระบบปฏิบัติการ	42
4.2 ผลตอบสนองของความดันอากาศถึงที่สองของระบบปฏิบัติการ	43
4.3 การจำลองสถานการณ์การทำงานแบบจำลองคณิตศาสตร์	44
4.4 การเปรียบเทียบผลตอบสนองของแบบจำลองกับระบบปฏิบัติการ	44
4.5 ระบบควบคุมของแบบจำลองคณิตศาสตร์เมื่อมี PID จากการสังเคราะห์ (Actual Controller)	46
4.6 ผลตอบสนองของระบบควบคุมของแบบจำลองเมื่อมี PID จากการสังเคราะห์	47
4.7 ระบบควบคุมของกระบวนการอันดับหนึ่งร่วมกับ Dead Time เมื่อมี PID จากการสังเคราะห์ทั้งสองแบบ	49

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.8 ผลตอบสนองของระบบควบคุมกระบวนการอันดับหนึ่งร่วมกับ Dead Time	49
4.9 บล็อกไดอะแกรมระบบควบคุมของระบบปฏิบัติการ.....	50
4.10 ระบบควบคุมของระบบปฏิบัติการ.....	50
4.11 ผลตอบสนองของระบบควบคุมระบบปฏิบัติการ.....	51
4.12 ผลตอบสนองของระบบควบคุมระบบปฏิบัติการเมื่อมีการรบกวนระบบ	51



บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันระบบควบคุมกระบวนการ ได้มีการพัฒนารูปแบบและวิธีการใหม่มาใช้ในกระบวนการผลิต เพื่อช่วยให้การตอบสนองของกระบวนการเกิดขึ้นได้ตามเป้าหมายรวดเร็วและแม่นยำมากยิ่งขึ้น ทั้งนี้แบบจำลองจะช่วยในการป้องกันการเกิดความเสียหายแก่ระบบปฏิบัติการจริง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกลุ่มโรงงานอุตสาหกรรม แบบจำลองถึงความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์เป็นระบบพื้นฐานที่ใช้เป็นตัวแทนของกระบวนการในอุตสาหกรรม แบบจำลองถึงความดันมีความยืดหยุ่นสามารถปรับพารามิเตอร์เพื่อให้ใช้แทนกับกระบวนการที่หลากหลาย อีกทั้งสามารถใช้เพื่อการออกแบบตัวควบคุม

งานวิจัยในหลายบทความได้นำเสนอวิธีการในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการผลิต โดยการสังเกตปฏิกิริยาตอบสนองของกระบวนการจริงหรือใช้หลักการทางสถิติและนำมาสังเคราะห์เป็นฟังก์ชันคณิตศาสตร์และวิเคราะห์เปรียบเทียบกับโปรแกรมจำลองทางคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตาม แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากงานวิจัยดังกล่าว ได้มาจากผลตอบสนองของกระบวนการ [1], [3] ซึ่งถ้าผลการทดสอบมีความคาดเคลื่อนไปจากความเป็นจริงแล้วก็ไม่สามารถอธิบายสิ่งที่เกิดขึ้นหรือกลไกภายในกระบวนการได้ เทคนิคการสังเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ที่มาจากหลักการสมดุลมวล [2] และ [4] จะทำให้ได้แบบจำลองที่มาจากหลักการทางทฤษฎี ซึ่งเป็นอีกวิธีการหนึ่งในการดำเนินการวิจัย จึงเป็นที่มาของการนำเสนอแนวคิดนี้เพื่อการศึกษากระบวนการที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น โดยนำเสนอการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ของถึงความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์ เมื่อได้ฟังก์ชันถ่ายโอนที่ปรับแต่งให้เข้ากับหุ่นจำลองดังกล่าวแล้ว จึงดำเนินการสังเคราะห์ตัวควบคุมแบบ และหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสมกับการออกแบบแล้วนำค่าพารามิเตอร์ที่ได้ไปควบคุมผลตอบสนองของความดันที่เกิดขึ้นกับระบบต่อไป

1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

- 1.2.1 เพื่อหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบถึงความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์
- 1.2.2 เพื่อออกแบบตัวควบคุมให้เหมาะสมแก่ระบบ
- 1.2.3 เพื่อยืนยันเสถียรภาพการทำงานของตัวควบคุมและแบบจำลองคณิตศาสตร์
- 1.2.4 เพื่อสร้างองค์ความรู้ในการหาแบบจำลองของระบบสำหรับใช้วิเคราะห์กับระบบที่มีความซับซ้อน มากขึ้นในอนาคตเช่น ระบบแบบหลายอินพุตหลายเอาต์พุต (MIMO SYSTEM)

1.3 สมมุติฐานของการศึกษา

- 1.3.1 สามารถสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่มีความถูกต้องได้จากทฤษฎีสมดุลมวล
- 1.3.2 สามารถวิเคราะห์แบบจำลองพฤติกรรมทางพลวัตของระบบได้ด้วยสมการอนุพันธ์
- 1.3.3 สามารถสร้างสังเคราะห์ตัวควบคุมจากแบบจำลองคณิตศาสตร์

1.4 ทฤษฎีหรือแนวความคิดที่ใช้ในการวิจัย

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบถึงความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์ เพื่อที่ใช้ในการออกแบบและวิเคราะห์ระบบควบคุมพฤติกรรมทางพลวัตของระบบสามารถสร้างขึ้นจากทฤษฎีสมดุลมวลที่อธิบายได้ด้วยสมการอนุพันธ์ แบบจำลองที่ได้เป็นแบบไม่เชิงเส้น ดังนั้นต้องทำให้เป็นสมการเชิงเส้นด้วยอนุกรมเทย์เลอร์ เพื่อที่จะสามารถจะแก้สมการเหล่านั้นได้ด้วยการใช้การแปลงลาปลาซ (Laplace Transform) หลังจากนั้นหาความสัมพันธ์ของเอาต์พุตและอินพุตของระบบ การประยุกต์การแปลงลาปลาซเข้ากับสมการอนุพันธ์ ผลจากการแปลงสมการเชิงอนุพันธ์ ไปอยู่ในโดเมนความถี่ เมื่อถูกจัดรูปอย่างเหมาะสมก็จะได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เรียกกันว่าฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer Function) และสามารถสังเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์

1.5 ขอบเขตการวิจัย

- 1.5.1 ระบบปฏิบัติการที่ทำการวิเคราะห์เพื่อสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการอันดับสองที่เป็นแบบ แบบ Single Input Single Output (SISO)
- 1.5.2 หาตัวแปรของกระบวนการได้โดยการกำหนดสถานะสมดุลของกระบวนการ
- 1.5.3 การยืนยันผลการตอบสนองแบบจำลองโดยการจำลองสถานการณ์บนโปรแกรม (Simulink/MATLAB) นำมาเปรียบเทียบกับผลตอบสนองของระบบปฏิบัติการจริง
- 1.5.4 สังเคราะห์ตัวควบคุมจากแบบจำลองคณิตศาสตร์ทดลองประสิทธิภาพของตัวควบคุม โดยการจำลองสถานการณ์บนโปรแกรม (Simulink/MATLAB) นำค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากสังเคราะห์ไปยืนยันผลอีกครั้งกับระบบปฏิบัติการ

1.6 ขั้นตอนของการศึกษา

- 1.6.1 ค้นคว้าหาข้อมูล บทความ และทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง เช่น การออกแบบระบบปฏิบัติการ, แบบจำลองคณิตศาสตร์ ทฤษฎีสมดุลมวลหรือพลังงาน, กฎของแก๊ส, การทำให้เป็นเชิงเส้น และระบบควบคุม
- 1.6.2 วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของอินพุตเอาต์พุต และตัวแปรในระบบปฏิบัติการ
- 1.6.3 ออกแบบและสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ของระบบ และสังเคราะห์ตัวควบคุม
- 1.6.4 วิเคราะห์ผลตอบสนองของแบบจำลองคณิตศาสตร์
- 1.6.5 วิเคราะห์ผลตอบสนองระบบควบคุมของแบบจำลองคณิตศาสตร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.6.6 วิเคราะห์ผลตอบสนองของระบบควบคุมของระบบปฏิบัติการ

1.7 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้แบ่งเนื้อหาทั้งหมดออกเป็น 5 บท ซึ่งเนื้อหาแต่ละส่วนมีรายละเอียด ดังนี้

- บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญของงานวิจัย ความมุ่งหมาย และวัตถุประสงค์ สมมุติฐานของการศึกษา ทฤษฎีและแนวคิดที่ใช้ในงานวิจัย ขอบเขตของการวิจัย ขั้นตอนการศึกษา และรายละเอียดของวิทยานิพนธ์
- บทที่ 2 กล่าวถึงหลักการ และทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ สมดุลมวลและพลังงาน กฎของแก๊ส การทำให้เป็นเชิงเส้น การแปลงลาปลาซ ฟังก์ชันถ่ายโอน บล็อกไดอะแกรม ระบบควบคุม การสังเคราะห์ตัวควบคุม และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
- บทที่ 3 การออกแบบและสร้างระบบปฏิบัติการถึงเก็บความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์ การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และการสังเคราะห์ตัวควบคุม
- บทที่ 4 กล่าวถึงการทดลองและวิเคราะห์ผลการทดลอง ได้แก่ การตรวจสอบแบบจำลองคณิตศาสตร์เทียบกับผลตอบสนองของระบบปฏิบัติการ การทดสอบการควบคุมแบบจำลองคณิตศาสตร์กับตัวควบคุมที่ได้จากการสังเคราะห์โดยใช้โปรแกรม Simulink/ MATLAB และทดสอบการควบคุมความดันของระบบปฏิบัติการกับตัวควบคุมที่ได้สัมประสิทธิ์จากการสังเคราะห์ที่ผ่านการทดสอบ และปรับค่าสัมประสิทธิ์เพื่อให้ได้ผลตอบสนองที่ต้องการแก่ระบบปฏิบัติการ
- บทที่ 5 กล่าวถึงบทสรุปผลการวิจัย ข้อเสนอแนะ

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1 การสมดุลมวลสารและพลังงาน (Mass and Energy Balances)

ในกระบวนการในอุตสาหกรรม การวิเคราะห์กระบวนการต่าง เช่น การแลกเปลี่ยนความร้อน การขนส่งสารวัสดุคิบ น้ำมันและก๊าซ ทางท่อ เป็นต้น กระบวนการเหล่านี้เกี่ยวข้องกับการถ่ายโอนความร้อน มวล และโมเมนตัม ซึ่งมีตัวแปรที่ควบคุมกระบวนการตัวแปรภายใน และตัวแปรภายนอก เช่น ความสามารถในการถ่ายโอน พลังงานของตัวกลาง ความเร็ว อุณหภูมิและความดัน เป็นต้น ดังนั้นกระบวนการมีพื้นฐานมาจากการสมดุลมวลสารและพลังงานทั้งสิ้น ก่อนที่จะกล่าวถึงรายละเอียดของการทำสมดุลมวลสารและพลังงาน พื้นฐานบางประการที่จำเป็น เช่น หน่วยและมิติของก๊าซ และพื้นฐานเทอร์โมไดนามิกส์ เป็นต้น

2.1.1 หน่วยและมิติ (Units and Dimensions)

การวิเคราะห์ตัวแปรเชิงปริมาณในงานวิศวกรรม จำเป็นต้องมีการวัดค่าต่าง ๆ เช่น ความยาว มวล พื้นที่ ปริมาตร ความดัน อุณหภูมิและพลังงาน เป็นต้น ค่าเหล่านี้เรียกว่า "มิติ" (Dimension) ซึ่งหมายถึง สมบัติทางกายภาพ แสดงด้วยตัวเลขและตามด้วย "หน่วย" (Units) ตัวอย่างเช่น มิติของความยาววัดเป็นหน่วยนิ้ว ฟุต หลา เซนติเมตร หรือเมตร เป็นต้น ระบบการวัดที่ใช้ในทางวิทยาศาสตร์และวิศวกรรมศาสตร์แบ่งออกเป็น 3 ระบบใหญ่ๆ คือ

2.1.1.1 ระบบ SI (Système International d'Unités) มีหน่วยพื้นฐานเป็น เมตร (m) กิโลกรัม (kg) และวินาที (s)

2.1.1.2 ระบบอังกฤษ (English system) มีหน่วยพื้นฐานเป็นฟุต (ft) ปอนด์ (lbm) และวินาที (s)

2.1.1.3 ระบบ cgs มีหน่วยพื้นฐานเป็น เซนติเมตร (cm) กรัม (g) และวินาที (s)

2.1.2 กฎของก๊าซในอุดมคติ (Ideal gas law)

สมการที่ใช้อธิบายสถานะก๊าซ ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความดัน อุณหภูมิและปริมาตร ก๊าซในอุดมคติ หมายถึง ก๊าซที่อยู่ภายใต้สมมติฐานที่ว่า มีโมเลกุลเป็นทรงกลมและไม่มีแรงกระทำระหว่างกัน ปริมาตรของระบบไม่คิดปริมาตรของก๊าซ ความสัมพันธ์นี้ได้มาจากการทดลองของ บอยล์ (Boyle) ชาร์ล (Charles) และเกย์-ลุสแซค (Guy-Lussac)

$$p \propto \frac{n}{V} T; \quad p = R \frac{n}{u V} T \quad (2.1)$$

จัดทอมใหม่เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$pV = nR_u T \quad (2.2)$$

เมื่อ p คือ ความดันสัมบูรณ์ (Pa), V คือ ปริมาตร (m^3), T คือ อุณหภูมิสัมบูรณ์ (K), n คือ จำนวนโมลแก๊ส ($kg \text{ mol}$) และ R_u คือ ค่าคงที่ของแก๊สทั่วไป (Universal gas constant) โดยจะมีค่าตามสมการที่ (2.3)

$$R_u = \begin{cases} 8.314 \text{ kJ} / \text{kgmol} \cdot \text{K} \\ 8.314 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3 / \text{kgmol} \cdot \text{K} \\ 0.08314 \text{ bar} \cdot \text{m}^3 / \text{kgmol} \cdot \text{K} \\ 1.986 \text{ Btu} / \text{lbmol} \cdot \text{R} \\ 10.73 \text{ psia} \cdot \text{ft}^3 / \text{lbmol} \cdot \text{R} \\ 1545 \text{ ft} \cdot \text{lb} / \text{lbmol} \cdot \text{R} \end{cases} \quad (2.3)$$

สมการแก๊สในอุดมคติเขียนให้รูปมวลของแก๊ส

$$pV = mRT \quad (2.4)$$

เมื่อ m คือ มวลของแก๊ส (kg) และ R คือ ค่าคงที่ของแก๊สซึ่งขึ้นกับชนิดของแก๊ส ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$R = \frac{R_u}{M} \quad (2.5)$$

โดยจะมีหน่วยเป็น ($\text{kJ} / \text{kg} \cdot \text{K}$) หรือ ($\text{KPa} \cdot \text{m}^3 / \text{kg} \cdot \text{K}$) และ เมื่อ M คือ น้ำหนักโมเลกุลของแก๊ส โดยตารางที่ 2.1 แสดงค่าคงที่ของแก๊สแต่ละชนิด

ตารางที่ 2.1 ค่าคงที่ของแก๊ส

แก๊ส	R, kJ/kg·K
อากาศ	0.2870
ฮีเลียม	2.0769
อาร์กอน	0.2081
ไนโตรเจน	0.2968

เมื่อแก๊สในอุดมคติมีมวลคงที่ความสัมพันธ์ของสมบัติที่สภาวะ 2 สภาวะสามารถเขียนได้เป็น

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \quad (2.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

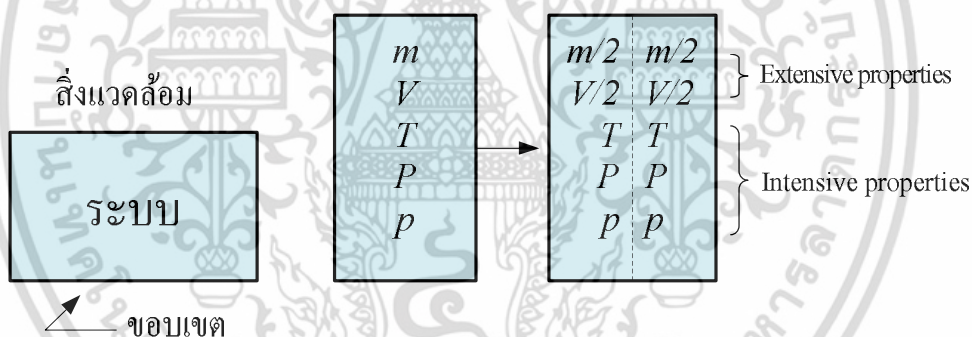
2.1.3 ระบบ (system)

ระบบ (system) หมายถึง กระบวนการหรือสิ่งที่ต้องการวิเคราะห์ หรือหน่วยย่อยๆ ของกระบวนการ ระบบแบบได้จากสิ่งแวดล้อมด้วยขอบเขต แบ่งออกเป็น 3 ชนิด คือ

- 1). ระบบปิด (Close system) หรือระบบควบคุมมวล (Control mass) หมายถึง ระบบที่ไม่มีมวลไหลข้ามขอบเขตของระบบ มีเฉพาะพลังงานที่สามารถไหลข้ามได้
- 2). ระบบเปิด (Open system) หรือระบบควบคุมปริมาตร (Control volume) หมายถึง ระบบที่มีทั้งมวลและพลังงานไหลข้ามขอบเขตของระบบได้
- 3). ระบบโดดเดี่ยว (Isolated system) หมายถึง ระบบที่ไม่มีทั้ง มวลและพลังงานไหลข้ามขอบเขตของระบบ

สถานะของระบบใด ๆ จะถูกกำหนดด้วยสมบัติ (properties) ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

- 1). สมบัติอินเทนซีฟ (Intensive properties) หมายถึง สมบัติที่ไม่ขึ้นกับมวลหรือขนาดของระบบ เช่น ความหนาแน่น อุณหภูมิ และความดัน เป็นต้น
- 2). สมบัติเอกเทนซีฟ (Extensive properties) เป็นสมบัติที่ขึ้นกับมวลหรือขนาดของระบบสามารถนำมารวมกันได้ เช่น น้ำหนัก ปริมาตร และพลังงาน เป็นต้น ดังแสดงในรูปที่ 2.1 สมบัติเอกเทนซีฟต่อหนึ่งหน่วยมวล เรียกว่า สมบัติจำเพาะ (Specific properties) เช่น ปริมาตรจำเพาะ ($v = V/m$) และพลังงานจำเพาะ ($e = E/m$) เป็นต้น ซึ่งสมบัติเหล่านี้จะกลายเป็นสมบัติอินเทนซีฟ ซึ่งใช้ในการกำหนดสถานะของระบบต่างๆ



รูปที่ 2.1 ระบบและสมบัติของระบบ [6]

การเปลี่ยนสถานะของระบบจากสภาวะสมดุลหนึ่ง (equilibrium state) ไปยังสภาวะสมดุลใหม่สามารถทำนายได้ด้วยความรู้ทางเทอร์โมไดนามิกส์ แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าต้องใช้เวลานานเท่าไรจึงจะทำให้ระบบเข้าสู่สมดุลใหม่ ซึ่งต้องอาศัยความรู้ด้านการถ่ายโอนความร้อน (heat transfer) ที่สภาวะสมดุลหนึ่งสมบัติของระบบจะไม่มี การเปลี่ยนแปลงหรือไม่มีแรงขับเคลื่อน (driving forces) ที่ทำให้เกิดการถ่ายโอนสมบัติของระบบ สภาวะสมดุลมีหลายรูปแบบ ได้แก่

- 1). สมดุลเชิงความร้อน (thermal equilibrium) เป็นสภาวะที่อุณหภูมิของระบบเท่ากันทุกจุด เช่น อุณหภูมิอากาศในห้องเย็นที่เท่ากันทุกตำแหน่ง
- 2). สมดุลเชิงกล (mechanical equilibrium) ไม่มีการเปลี่ยนแปลงความดันภายในระบบ
- 3). สมดุลเฟส (phase equilibrium) หมายถึง มวลของแต่ละเฟสไม่มีการเปลี่ยนแปลง

4). สมดุลเคมี (chemical equilibrium) หมายถึง องค์ประกอบทางเคมี ไม่มีการเปลี่ยนแปลงไปตามเวลา หรือไม่มีปฏิกิริยาเกิดขึ้นอีกแล้ว

การเปลี่ยนแปลงสมบัติของระบบจากสถานะหนึ่งไปยังอีกสถานะหนึ่ง เรียกว่า กระบวนการ (process) ล้วนเกี่ยวข้องกับการถ่ายโอนพลังงานและมวลทั้งสิ้น การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นเนื่องจาก ระบบเสียดสภาพความสมดุล เกิดแรงขับเคลื่อนของสมบัติของระบบ เช่น อุณหภูมิ ความดัน หรือ ความเข้มข้น ทำให้เกิดกระบวนการถ่ายโอนขึ้น (Transfer processes) เมื่อพิจารณา ณ ตำแหน่งใด ๆ ของระบบ หากสมบัติของระบบมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา เรียกกระบวนการในช่วงนี้ว่า การถ่ายโอนที่สถานะไม่คงตัว (Transient state) จนกระทั่ง สมบัติของระบบ ณ ตำแหน่งนั้น ๆ คงที่ ไม่ขึ้นกับเวลากระบวนการนั้นจะเข้าสู่สถานะคงตัว (Steady state)



รูปที่ 2.2 การเปลี่ยนแปลงพลังงานภายในระบบเนื่องจากการไหลเข้า-ออกของมวล [6]

พลังงานของระบบมีหลายชนิด เมื่อรวมพลังงานทุกรูปแบบในระบบหนึ่ง ๆ จะได้พลังงานรวม (E) และเมื่อหารด้วยมวลของระบบจะได้พลังงานจำเพาะ (e) การเปลี่ยนแปลงพลังงานของระบบจะต้องเทียบกับจุดอ้างอิงที่กำหนดให้พลังงานรวมเท่ากับศูนย์ ($E = 0$) พลังงานที่กล่าวมาทั้งหมดเป็นพลังงานระดับมหภาค ซึ่งเทียบเคียงกับจุดอ้างอิงภายนอก หากพิจารณาภายในระบบโมเลกุลภายในระบบก็มีกิจกรรมเช่นเดียวกัน ทำให้ระบบมีพลังงานในระดับจุลภาคที่เรียกว่า พลังงานภายใน (internal energy, U) ที่สามารถเก็บไว้ในระบบได้พลังงานภายในจึงขึ้นกับสถานะของระบบเท่านั้น (state function) ส่วนพลังงานที่สามารถข้ามขอบเขตระหว่างระบบกับสิ่งแวดล้อมเป็นพลังงานระดับมหภาคไม่สามารถกักเก็บไว้ในระบบได้ แต่ทำให้พลังงานภายในเปลี่ยนแปลง พลังงานเหล่านี้มีได้เพียง 2 รูปคือ พลังงานความร้อน (Q) ซึ่งเกิดจากผลต่างของอุณหภูมิและงาน (work : W) เช่น พลังงานกล พลังงานไฟฟ้า เป็นต้น ซึ่งพลังงานเหล่านี้จะขึ้นกับวิธีการถ่ายโอน (path function) การกำหนดเครื่องหมายของความร้อนและงานแสดงในรูปที่ 2.2 นอกจากพลังงานแล้ว มวลยังสามารถไหลข้ามขอบเขตของระบบได้ เมื่อมีมวลไหลเข้า-ออกจากระบบ ระบบจะมีพลังงานเพิ่มขึ้นหรือลดลง เพราะมวลสามารถนำพลังงานติดตัวไปด้วยได้ เช่น น้ำร้อนที่ไหลออกจากเครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน เป็นต้น ดังนั้น ในระบบเปิด (Open system) จำเป็นต้องพิจารณาการไหลเข้า-ออกของมวลด้วย ดังรูปที่ 2.2

2.1.4 การสมดุลมวลสาร (Mass balance)

2.1.4.1 กฎทรงมวล (Law of Mass Conservation) การสมดุลมวลสาร มีหลักการมาจากกฎทรงมวล ซึ่งกล่าวว่า "มวลไม่สามารถสร้างหรือทำลายได้ แต่องค์ประกอบของมวลสามารถเปลี่ยนรูปเป็นองค์ประกอบอื่นได้" ดังนั้น กฎทรงมวลยังคงเป็นจริงเสมอแม้ว่าจะมีปฏิกิริยาเคมีเกิดขึ้น องค์ประกอบของมวลที่เข้าทำปฏิกิริยา (reactants) และผลิตภัณฑ์ (products) อาจเปลี่ยนไปได้แต่มวลรวมของระบบต้องไม่เปลี่ยนแปลง เช่น ปฏิกิริยาการเผาไหม้ ในระบบใด ๆ เราสามารถเขียนสมการสมดุลมวลสารได้ ดังนี้

$$\text{อัตราการไหลเข้าของมวล} - \text{อัตราการไหลออกของมวล} = \text{อัตราการสะสมมวลในระบบ} \quad (2.7)$$

$$\sum_{i=1}^n \dot{m}_i - \sum_{e=1}^p \dot{m}_e = \frac{dm_{\text{sys}}}{dt} \quad (2.8)$$

ในกรณีที่กระบวนการเข้าสู่สภาวะคงตัว (steady state) หมายถึง มวลภายในระบบไม่เปลี่ยนแปลงตามเวลา เทอมสะสมจะเป็นศูนย์ สมการ (2.9) จะลดรูปเป็นระบบเปิด

$$\sum_{i=1}^n \dot{m}_i = \sum_{e=1}^p \dot{m}_e \quad (2.9)$$

กล่าวคือ มวลที่ไหลเข้าระบบจะเท่ากับมวลที่ไหลออกจากระบบ ซึ่งใช้สมดุลมวลของระบบเปิด (Open system) ที่อยู่ในสภาวะคงตัว แต่ในกรณีที่ระบบปิด (Close system) หรือระบบควบคุมมวล ซึ่งไม่มีมวลเข้าและมวลออกจากระบบ มวลของระบบจะคงที่และเทอมสะสมจะเป็นศูนย์เช่นเดียวกันระบบปิด

$$0 = \frac{dm_{\text{sys}}}{dt} \quad (2.10)$$

ดังนั้น

$$m_{\text{sys}} = \text{constant} \quad (2.11)$$

ในกรณีที่เป็นการไหลในท่อ อัตราการไหลจะคำนวณได้ ดังนี้

$$\dot{m} = \rho v_{av} A \quad (2.12)$$

เมื่อ \dot{m} คือ อัตราการไหล (kg/s), ρ คือ ความหนาแน่น (kg/m^3), v_{av} คือ ความเร็วเฉลี่ยของของไหล (m/s) และ A คือ พื้นที่หน้าตัดของท่อ (m^2)

การสมดุลมวลสารมีประโยชน์ในการตรวจติดตามการไหลเข้า-ออกของวัสดุในกระบวนการหรือคำนวณหาปริมาณขององค์ประกอบในแต่ละกระแสที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการที่เราสนใจ เช่น การหาส่วนผสมของวัตถุดิบ การหาองค์ประกอบของผลิตภัณฑ์ การหาผลผลิต (Yields) การประเมินประสิทธิภาพของกระบวนการแยก เป็นต้น การทำสมดุลมวลสารมักเริ่มจากการทำสมดุลมวลรวม (Total mass balance) ก่อนจากนั้นจึงทำสมดุลองค์ประกอบ (Component balance) จำนวนสมการจากการสมดุลองค์ประกอบแต่ละตัวจะสามารถสร้างได้ $n-1$ สมการ เมื่อ n คือ จำนวนองค์ประกอบ การเลือกองค์ประกอบใดมาทำสมดุล ควรเลือกองค์ประกอบที่ไม่มีการเปลี่ยนแปลงระหว่างกระบวนการ (Tie component) ข้อในระลอกี้ไว้เสมอว่าไม่มีกฎทรงปริมาตร ดังนั้น เราจึงไม่สามารถสมดุลปริมาตรได้ แม้ว่าการผสมกันของของเหลว 2 ชนิดจะทำให้ปริมาตรเปลี่ยนแปลงแต่ไม่เป็นการเปลี่ยนเชิงบวกขึ้นตอนในการทำสมดุลมวลสาร สามารถทำได้ดังนี้

- 1). รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับมวลและองค์ประกอบที่ทราบของทุกกระแสที่เข้าออกจากระบบ
- 2). สร้างบล็อกไดอะแกรมแสดงทิศทางเข้า-ออกของกระแสต่าง ๆ และเขียนขอบเขตของระบบพร้อมใส่ข้อมูลที่ทราบค่าและไม่ทราบค่า
- 3). เลือกฐานการคำนวณ
- 4). ทำสมดุลมวลรวมและสมดุลองค์ประกอบ
- 5). แก้สมการหาคำตอบ

2.1.4.2 สมดุลมวลของกระบวนการที่มีปฏิกิริยาเคมีเกิดขึ้น ในกรณีที่กระบวนการเกิดปฏิกิริยาเคมีเกิดขึ้นต้องเขียนปฏิกิริยาเคมีและสมดุล เมื่อเกิดปฏิกิริยาเคมี อาจมีสารใหม่เกิดขึ้นหรือมีการใช้สารตั้งต้น การสมดุลองค์ประกอบเขียนเป็นสมการทั่วไป ได้เป็น

$$\text{อัตราการไหลเข้าของมวล} - \text{อัตราการไหลออกของมวล} + \text{อัตราการเกิด} - \text{อัตราการถูกนำไปใช้} = \text{อัตราการสะสมมวลในระบบ} \quad (2.13)$$

ในกรณีที่เป็นระบบคงตัว (Steady state) เทอมอัตราการสะสมมีค่าเป็นศูนย์

2.1.4.3 สมดุลมวลสารของกระบวนการที่มีการไหลย้อนกลับ บางกระบวนการมีการป้อนย้อนกลับของกระแสผลิตภัณฑ์มาผสมกับกระแสป้อน ตัวอย่างเช่นระบบบำบัดน้ำเสียมีการนำสลัดจ์จากถังตกตะกอนมาป้อนกลับเข้าไปในถังเติมอากาศ กระบวนการอบแห้งมีการนำอากาศขาออกที่ยังมีความร้อนสูงกลับมาผสมกับอากาศใหม่เพื่อลดการใช้พลังงาน หรือในถังปฏิกรณ์เคมีสารตั้งต้นที่หลงเหลือจากการทำปฏิกิริยาจะถูกแยกออกแล้วป้อนกลับเพื่อให้ทำปฏิกิริยาใหม่ เป็นต้น กระบวนการประเภทนี้สามารถทำสมดุลมวลสารได้อีก 2 จุดคือ จุดผสมและจุดแยก ขึ้นกับข้อมูลที่มีอยู่

2.1.5 การสมดุลพลังงาน (Energy Balances)

2.1.5.1 กฎอนุรักษ์พลังงาน (the conservation of energy) กล่าวว่า “พลังงานไม่สามารถสร้างหรือทำลายได้แต่สามารถเปลี่ยนรูปได้” เช่น การเปลี่ยนพลังงานศักย์เป็นพลังงานไฟฟ้าของกังหันน้ำของเขื่อน การเปลี่ยนรูปของพลังงานไฟฟ้าเป็นพลังงานเชิงกลในมอเตอร์ เป็นต้น แต่อย่างไรก็ตาม การเปลี่ยนรูปของพลังงานมักเกิดการสูญเสียขึ้นเสมอ เช่น การสูญเสีย

พลังงานในมอเตอร์ 10-15% เกิดจากความเสียด (friction) และเปลี่ยนไปเป็นความร้อนสำหรับกระบวนการใดๆ สามารถสมดุลพลังงานได้ดังนี้

$$\text{พลังงานทั้งหมดที่เข้าระบบ} - \text{พลังงานทั้งหมดที่ออกจากกระบบ} = \text{การเปลี่ยนแปลงพลังงานทั้งหมดภายในระบบ} \quad (2.14)$$

$$E_{in} - E_{out} = \Delta E_{system} \quad (kJ) \quad (2.15)$$

หรือเขียนในรูปของอัตรา

$$\dot{E}_{in} - \dot{E}_{out} = \Delta \dot{E}_{system} \quad (kW) \quad (2.16)$$

2.1.5.2 กฎข้อที่หนึ่งของเทอร์โมไดนามิกส์ เนื่องจากพลังงานสามารถ ไหลเข้า - ออก จากระบบได้โดยผ่าน 3 กลไก คือ ความร้อน (Heat), งาน (Work) และ การไหลของมวล (Mass flow) ดังนั้น ในกรณีที่เป็นระบบปิดซึ่งไม่มีมวลไหลข้ามขอบเขตของระบบ สมดุลพลังงานจะเป็น

$$\delta Q - \delta W = \Delta E_{system} \quad (2.17)$$

สมการนี้เป็นรูปหนึ่งของกฎข้อที่หนึ่งของเทอร์โมไดนามิกส์ เมื่อ δQ และ δW คือ ปริมาณความร้อนและงานสุทธิที่ไหลข้ามขอบเขตของระบบตามลำดับ ส่วน ΔE การเปลี่ยนแปลงพลังงาน ΔE ของระบบ ซึ่งประกอบด้วยพลังงานภายใน พลังงานจลน์และพลังงานศักย์ คำนวณได้จาก

$$\Delta E = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE \quad (2.18)$$

$$\Delta E = m(u_2 - u_1) + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) + mg(z_2 - z_1) \quad (2.19)$$

ระบบส่วนใหญ่ในทางปฏิบัติเป็นระบบที่อยู่นิ่ง (Stationary systems) กล่าวคือ ดังนั้น $\Delta KE + \Delta PE = 0$ การเปลี่ยนแปลงพลังงานทั้งหมดของระบบจะเท่ากับการเปลี่ยนแปลงพลังงานภายใน $\Delta E = \Delta U$ ดังนั้น สมดุลพลังงานของระบบปิดที่อยู่กับที่จะเขียนได้เป็น

$$\delta Q - \delta W = \Delta U \quad (2.20)$$

เมื่อระบบมีปริมาตรคงที่ การถ่ายโอนพลังงานเนื่องจากงานและความร้อนทำให้ระบบมีอุณหภูมิสูงขึ้น กล่าวคือ

$$\Delta U = C_v \Delta T \quad \text{หรือ} \quad C_v = \left(\frac{dU}{dT} \right)_v \quad (2.21)$$

ในทำนองเดียวกัน ระบบที่มีความดันคงที่ งานที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงขอบเขตของระบบ (Boundary work) เพื่อรักษาความดันให้คงที่ เมื่อรวมกับพลังงานภายในจะเท่ากับค่าเอนทัลปีสมการ (2.21) เขียนได้เป็น

$$\delta Q - \delta W_{other} = \Delta U + \delta W_b + \Delta h \quad (2.22)$$

ดังนั้น เมื่อระบบมีความดันคงที่ การถ่ายโอนความร้อนและงาน (ยกเว้น งานจากการเปลี่ยนแปลงขอบเขต) ทำให้ระบบมีอุณหภูมิสูงขึ้น กล่าวคือ

$$\Delta h = C_p \Delta T \quad \text{หรือ} \quad C_p = \left(\frac{dh}{dT} \right)_p \quad (2.23)$$

ค่า C_v และ C_p จะขึ้นกับอุณหภูมิ ดังนั้น การคำนวณการเปลี่ยนแปลงเอนทัลปีหรือพลังงานภายในจะใช้ค่าเฉลี่ยในช่วงอุณหภูมินั้นๆ สำหรับสารที่อัดตัวไม่ได้ ได้แก่ ของเหลวและของแข็ง ค่า C_v และ C_p จะมีค่าเท่ากันในอุตสาหกรรมอาหาร กระบวนการส่วนใหญ่เกี่ยวข้องกับระบบเปิด ซึ่งมีมวลไหลเข้า - ออกจากระบบ พลังงานที่มากับมวลประกอบด้วย พลังงานภายใน พลังงานจลน์และพลังงานศักย์ (pe) แต่การที่จะทำให้มวลวิ่งข้ามขอบเขตเข้า-ออก จากปริมาตรควบคุมของระบบได้ต้องอาศัยพลังงานที่เรียกว่า Flow work w_f

$$W_f = PV \quad (kJ) \quad (2.24)$$

เมื่อ P คือ ความดันของของไหล (Pa) และ V คือ ปริมาตรของของไหล (m^3) เพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์ เทอมของ W_f มักถูกรวมเข้ากับพลังงานภายใน (U) แล้วแทนด้วยเอนทัลปี ดังนั้น กฎข้อที่หนึ่งของเทอร์โมไดนามิกส์สำหรับระบบเปิด จึงเขียนได้เป็นระบบเปิด

$$\sum m \left(h + \frac{v^2}{2} + gz \right) \Big|_{in} - \sum m \left(h + \frac{v^2}{2} + gz \right) \Big|_{out} + \delta Q - \delta W_s = \Delta E_{system} \quad (2.25)$$

เมื่อ h คือ เอนทัลปีจำเพาะ (kJ/kg), v คือ ความเร็ว (m/s), z คือ ความสูง (m) และ g คือ ความเร่ง เนื่องจากแรงโน้มถ่วง ($9.806 m/s^2$) และ W_s คือ งานอื่นๆ ที่ไม่ใช่ Flow work เช่น งานจากใบกังหัน หรืองานจากฮีตเตอร์ไฟฟ้า เป็นต้น และเมื่อกระบวนการเข้าสู่สภาวะคงตัว (Steady state) ซึ่งไม่มีการเปลี่ยนแปลงพลังงานภายในระบบ ($\Delta E_{system} = 0$) ดังนั้น สมดุลพลังงานจะลดรูปเป็นระบบเปิดที่สภาวะคงตัว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

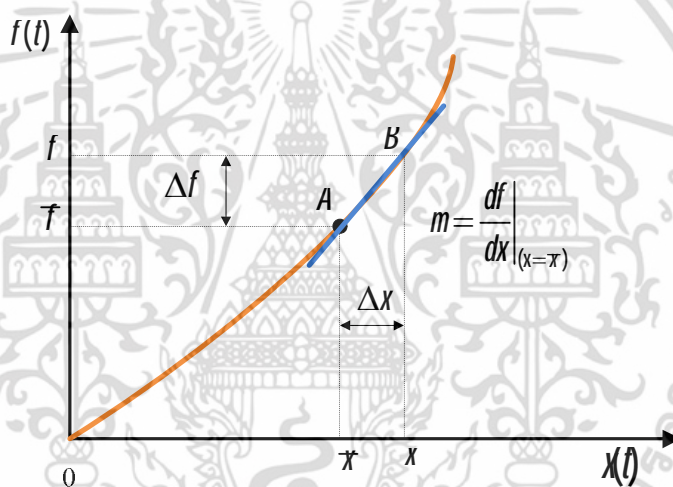
$$\sum mh|_{in} - \sum mh|_{out} + \delta Q - \delta W_s = 0 \quad (kJ) \quad (2.26)$$

หรืออาจเขียนในรูปของอัตราได้เป็น

$$\sum mh|_{in} - \sum mh|_{out} + \delta \dot{Q} - \delta \dot{W}_s = 0 \quad (kW) \quad (2.27)$$

2.2 การทำเป็นเชิงเส้น (Linearization)

กระบวนการโดยทั่วไปเป็นแบบระบบไม่เป็นเชิงเส้น เพื่อที่จะสามารถนำกระบวนการเหล่านี้มาสร้างฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ จำเป็นจะต้องทำกระบวนการเหล่านี้ให้เป็นแบบเชิงเส้นเสียก่อน โดยวิธีการประมาณระบบให้เป็นเชิงเส้น



รูปที่ 2.3 การประมาณเชิงเส้นของกระบวนการที่ไม่เป็นเชิงเส้น

จากรูปที่ 2.3 คือผลตอบสนองของกระบวนการที่ไม่เป็นเชิงเส้น การประมาณเชิงเส้นทำได้โดยการกำหนดจุดการทำงาน กำหนดให้ จุด A = Operating point และ จุด B = Typical point จากนั้นลากเส้นตรงผ่านจุด A ไปยังจุด B เราจะเส้นตรงที่เกิดขึ้นแทนผลตอบสนองที่ไม่เป็นเชิงเส้นจากเส้นตรงเราสามารถหาสมการได้จากสมการเส้นตรง

$$f - \bar{f} = m(x - \bar{x}) \Rightarrow \Delta f = m\Delta x \quad (2.28)$$

ถ้าสมมติให้ ระบบหนึ่ง มี Input เป็น $x(t)$ และ Output เป็น $y(t)$ ดังนั้นหาความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$y(t) = f(t) \quad (2.29)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะได้สมการการประมาณเชิงเส้น

$$f[x] = f(\bar{x}) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=\bar{x}} (x - \bar{x}) \quad (2.30)$$

การทำให้เป็นเชิงเส้นจะประยุกต์ใช้วิธีการกระจายอนุกรมเทย์เลอร์ (taylor series) รอบจุดทำงาน (operating point) ของฟังก์ชันที่ไม่เป็นเชิงเส้น การกระจายฟังก์ชัน $f(x)$ รอบจุดทำงาน x_0 ด้วยอนุกรมเทย์เลอร์ เป็น

$$f[x] = f(x_0) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} (x - x_0) + \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_{x=x_0} \frac{(x - x_0)^2}{2!} + \dots \quad (2.31)$$

พิจารณาระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นมีเอาต์พุต $y(t)$ มีฟังก์ชันของอินพุต $x_1(t)$ และ $x_2(t)$

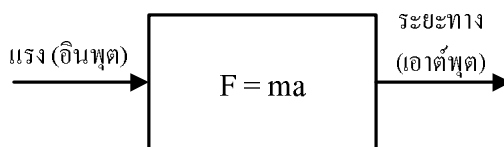
$$f[x] = f(x_1, x_2) + \left[\frac{\partial f}{\partial x_1} (x_1 - \bar{x}_1) + \frac{\partial f}{\partial x_2} (x_2 - \bar{x}_2) \right] + \frac{1}{2!} \left[\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} (x_1 - \bar{x}_1)^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} (x_2 - \bar{x}_2)^2 \right] + \dots \quad (2.32)$$

2.3 การแปลงลาปลาซ (Laplace Transform)

การแปลงลาปลาซเป็นวิธีทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิเคราะห์และออกแบบระบบควบคุม เนื้อหาในส่วนนี้จะอธิบายถึงหลังการแปลงลาปลาซผกผัน และประยุกต์ใช้งานแปลงลาปลาซเพื่อแก้ปัญหาสมการอนุพันธ์

2.3.1 การแทนระบบด้วยสมการอนุพันธ์

ระบบทางกายภาพสามารถแทนได้ด้วยบล็อกไดอะแกรมในรูปที่ 2.4 โดยมีความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตและเอาต์พุตซึ่งแทนด้วยสมการอนุพันธ์



รูปที่ 2.4 ระบบควบคุมการทำงานของลิฟต์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 2.4 เมื่อป้อนอินพุต คือ แรง จะหาว่าระยะทางจะมีการเคลื่อนที่ไปเท่าไร จากรูปสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอินพุตและเอาต์พุต ดังนี้

$$F = ma \quad (2.33)$$

หรือ

$$F = m \frac{d^2x}{dt^2} \quad (2.34)$$

เมื่อ F คือแรงหรืออินพุต และ $x(t)$ คือระยะทางหรือเอาต์พุต และสมการที่ (2.34) คือสมการอนุพันธ์อันดับสอง เราสามารถแก้สมการอนุพันธ์ได้หลายวิธีเช่นการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์หรือการคำนวณด้วยมือ ซึ่งเป็นวิธีที่ยุ่งยากมาก วิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาในโดเมนความถี่จะใช้วิธีการแปลงลาปลาซสำหรับการแก้ปัญหาในโดเมนความถี่จะใช้วิธีการแปลงลาปลาซ

2.3.2 การแปลงลาปลาซ

เนื่องจากการวิเคราะห์ระบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาที่แทนด้วยสมการอนุพันธ์ในโดเมนเวลาจะทำได้ยาก ดังนั้นได้มีการนำการแปลงลาปลาซมาช่วยแก้ปัญหาซึ่งเป็นวิธีการแปลงสัญญาณในโดเมนเวลาเป็นสัญญาณในโดเมนความถี่

นิยามของการแปลงลาปลาซ กำหนดฟังก์ชัน $f(t)$ สอดคล้องกับเงื่อนไข $\int_0^{\infty} |f(t)e^{-\sigma t}| dt < \infty$ โดยที่ σ คือจำนวนจริงใดๆการแปลงลาปลาซของ $f(t)$ กำหนดด้วยสมการ

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-\sigma t} dt \quad (2.35)$$

หรือ

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} \quad (2.36)$$

สัญลักษณ์ \mathcal{L} แทนการแปลงลาปลาซ และ S เป็นตัวแปรเชิงซ้อน โดยที่ $s = \sigma + j\omega$ สมการที่ (2.36) เรียกว่าการแปลงลาปลาซข้างเดียว (one-sided Laplace transform) โดยหาค่าอินทิเกรตจากศูนย์ถึง อินฟินิตี กล่าวคือข้อมูลทั้งหมดของ $f(t)$ ก่อนเวลา $t=0$ จะถูกตัดทิ้งหรือถือว่าไม่มีค่าเท่ากับศูนย์เนื่องจากระบบในโดเมนเวลาส่วนมากแล้วอ้างอิงที่เวลา $t=0$ และการแปลงลาปลาซสามารถใช้ได้กับสัญญาณจริงเท่านั้น เช่น การแปลงลาปลาซของสัญญาณขั้นบันไดหนึ่งหน่วย (unit-step) หรือ $f(t) = u_s(t)$ มีขนาดเท่ากับหนึ่ง เมื่อ $t > 0$ และมีขนาดเท่ากับศูนย์ เมื่อ $t < 0$

วิธีการ

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} u_s(t)e^{-st} dt \quad (2.37)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$F(s) = -\frac{1}{s} e^{-st} \Big|_0^{\infty} \quad (2.38)$$

$$F(s) = \frac{1}{s} \quad (2.39)$$

การแปลงลาปลาซในสมการข้างต้น จะถูกเมื่อ

$$\int_0^{\infty} |u_s(t) e^{-st}| dt = \int_0^{\infty} |e^{-st}| dt < \infty \quad (2.40)$$

สมการข้างต้นหมายความว่าส่วนจริงของ s หรือ σ ต้องมีค่ามากกว่าศูนย์

นอกจากวิธีการแปลงลาปลาซโดยการอินทิเกรตแล้ว เราสามารถใช้ตารางการแปลงลาปลาซแสดงได้ในตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.2 การแปลงลาปลาซของสัญญาณต่างๆ

$f(t)$	$F(s)$
$\delta(t)$	1
$u(t)$	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}, n=1,2,3,\dots$	$\frac{1}{s^n}$
$t^n, n=1,2,3,\dots$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
$\frac{1}{(n-1)!} t^n e^{-at}, n=1,2,3,\dots$	$\frac{1}{(s+a)^n}$
$t^n e^{-at}, n=1,2,3,\dots$	$\frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.2 (ต่อ)

$f(t)$	$F(s)$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$\sinh \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cosh \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$\frac{1}{a}(1 - e^{-at})$	$\frac{1}{s(s+a)}$
$\frac{1}{b-a}(e^{-at} - e^{-bt})$	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$
$\frac{1}{b-a}(be^{-bt} - ae^{-at})$	$\frac{s}{(s+a)(s+b)}$

2.3.3 คุณสมบัติของการแปลงลาปลาซ

การประยุกต์ใช้การแปลงลาปลาซในแต่ละกรณีสามารถจำทำได้ง่ายขึ้น โดยใช้คุณสมบัติของการแปลงลาปลาซซึ่งอยู่ในรูปของทฤษฎีต่าง ๆ ต่อไปนี้ อย่างไรก็ตามในที่นี้จะไม่แสดงการพิสูจน์ทฤษฎีแต่อย่างใด

2.3.3.1 การคูณด้วยตัวคงที่ คือ การแปลงลาปลาซของเทอมผลคูณระหว่างค่าคงที่ k กับฟังก์ชันทางเวลา $f(t)$ มีค่าเท่ากับคงที่ k คูณกับการแปลงลาปลาซของ $f(t)$ แทนด้วยสมการ

$$L\{kf(t)\} = kF(s) \quad (2.41)$$

โดยที่ $F(s)$ คือการแปลงลาปลาซของ $f(t)$

2.3.3.2 ผลบวกและผลต่าง คือ การแปลงลาปลาซของเทอมผลบวก (หรือผลต่าง) ของฟังก์ชันทางเวลาสองฟังก์ชัน หรือมากกว่านั้น มีค่าเท่ากับผลบวก หรือผลต่าง ของการแปลงลาปลาซของแต่ละฟังก์ชันเวลา แทนด้วยสมการ

$$L\{f_1(t) + f_2(t)\} = F_1(s) + F_2(s) \quad (2.42)$$

โดยที่ $F_1(s)$ และ $F_2(s)$ คือการแปลงลาปลาซของ $f_1(t)$ และ $f_2(t)$ ตามลำดับ

2.3.3.3 การหาอนุพันธ์ คือ การแปลงลาปลาซของอนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชันเวลา $f(t)$ มีค่ากับการแปลงลาปลาซของ $f(t)$ คูณกับ s และลบด้วยลิมิต (limit) เมื่อ t มีค่าเข้าสู่ 0^- แทนด้วยสมการ

$$L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = sF(s) - \lim_{t \rightarrow 0^-} f(t) \quad (2.43)$$

$$L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = sF(s) - f(0^-) \quad (2.44)$$

สำหรับอนุพันธ์อันดับสูง จะได้

$$L\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = s^n F(s) - s^{n-1} f(0^-) - s^{n-2} f^{(1)}(0^-) - \dots - f^{(n-1)}(0^-) \quad (2.45)$$

2.3.3.4 การอินทิเกรต คือ การแปลงลาปลาซของฟังก์ชัน $f(t)$ ที่ถูกอินทิเกรตหนึ่งครั้ง มีค่าเท่ากับการแปลงลาปลาซของ $f(t)$ ทหารด้วย s แทนด้วยสมการ

$$L\left[\int_0^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{F(s)}{s} \quad (2.46)$$

สำหรับอินทิเกรต n ครั้งจะได้

$$L\left[\int_0^t \int_0^{\tau} \dots \int_0^{\tau_{n-1}} f(\tau) d\tau dt_1 dt_2 \dots dt_{n-1}\right] = \frac{F(s)}{s^n} \quad (2.47)$$

2.3.3.5 ทฤษฎีค่าเริ่มเวลา คือ การแปลงลาปลาซของ $f(t)$ ที่เลื่อนเวลาออกไป l มีค่าเท่ากับการแปลงลาปลาซของ $f(t)$ คูณด้วย e^{-st} แทนด้วยสมการ

$$L\{f_1(t-T)u_s(t-T)\} = e^{-Ts} F(s) \quad (2.48)$$

โดยที่ $u_s(t-T)$ แทนสัญญาณขั้นบันไดหนึ่งหน่วยที่เลื่อนเวลาออกไปทางขวาเท่ากับ l

2.3.3.6 ทฤษฎีค่าเริ่มต้น คือ การแปลงลาปลาซของ $f(t)$ คือ $F(s)$ เราสามารถหาค่าเริ่มต้นของ $f(t)$ โดยหาลิมิตของ $f(t)$ เมื่อเวลา $t \rightarrow 0$ ซึ่งมีค่าเท่ากับหาลิมิตของ $sF(s)$ เมื่อ $s \rightarrow \infty$ แทนด้วยสมการ

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s) \quad (2.49)$$

2.3.3.7 ทฤษฎีค่าสุดท้าย คือ การแปลงลาปลาซของ $f(t)$ คือ $F(s)$ และถ้า $sF(s)$ เป็นฟังก์ชันวิเคราะห์ (Analytic function) บนแกนจินตภาพและอยู่บนครึ่งขวาของระนาบ s แล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เราสามารถหาค่าสุดท้ายของ $f(t)$ โดยการหาขีดจำกัดของ $f(t)$ เมื่อเวลา $t \rightarrow \infty$ ซึ่งมีค่าเท่ากับขีดจำกัดของ $sF(s)$ เมื่อ $s \rightarrow 0$ แทนด้วยสมการ

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) \quad (2.50)$$

คุณสมบัติของการแปลงลาปลาซสามารถสรุปได้ในตารางที่ 2.3

ตารางที่ 2.3 คุณสมบัติการแปลงลาปลาซ

การกระทำ	$f(t)$	$F(s)$
การบวก	$f_1(t) \pm f_2(t)$	$F_1(s) \pm F_2(s)$
การคูณด้วยสเกลาร์	$kf(t)$	$kF(s)$
การหาอนุพันธ์ด้วยเวลา	$\frac{df(t)}{dt}$	$sF(s) - f(0^-)$
	$\frac{d^2f(t)}{dt^2}$	$s^2F(s) - sf(0^-) - f'(0^-)$
	$\frac{d^3f(t)}{dt^3}$	$s^3F(s) - s^2f(0^-) - sf'(0^-) - f''(0^-)$
การอินทิเกรต	$\int_0^t f(t) dt$	$\frac{1}{s}F(s)$
	$\int_{-\infty}^t f(t) dt$	$\frac{1}{s}F(s) + \frac{1}{s} \int_{-\infty}^0 f(t) dt$
คอนโวลูชัน	$f_1(t) * f_2(t)$	$F_1(s)F_2(s)$
การเลื่อนทางเวลา	$f(t-a)u(t-a), a \geq 0$	$e^{-as}F(s)$
การเลื่อนทางความถี่	$f(t)e^{-at}$	$F(s+a)$
การหาอนุพันธ์ทางความถี่	$-tf(t)$	$\frac{dF(s)}{ds}$
การอินทิเกรตทางความถี่	$\frac{f(t)}{t}$	$\int_s^{\infty} F(s) ds$
การสเกล	$f(at), a \geq 0$	$\frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$
ค่าเริ่มต้น	$f(0^-)$	$\lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$
ค่าสุดท้าย	$f(\infty)$	$\lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$
คุณสมบัติของฟังก์ชันคาบ	$f(t) = f(t+nT), n=1,2,3,\dots$	$\frac{1}{1-e^{-sT}}F_1(s), F_1(s) = \int_0^T f(t)e^{-st} dt$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4 ฟังก์ชันถ่ายโอนและบล็อกไดอะแกรม

สมการพีชคณิตของระบบที่เกิดขึ้นจากการแปลงลาปลาซ จะอธิบายเอาต์พุตด้วยฟังก์ชันของอินพุตในระบบสามารถแยกอินพุต เอาต์พุต และคณิตศาสตร์ที่แสดงระบบ เป็นสามส่วน นำไปวิเคราะห์หรือออกแบบระบบกายภาพจริงได้ง่าย เพื่อทำการแปลงลาปลาซจากสมการอนุพันธ์จากสมการทั่วไปได้

$$\begin{aligned} a_n s^n C(s) + a_{n+1} s^{n+1} C(s) + \dots + a_0 C(s) + \text{เงื่อนไขเริ่มต้นของ } c(t) \\ = b_m s^m R(s) + b_{m-1} s^{m-1} R(s) + \dots + b_0 R(s) + \text{เงื่อนไขเริ่มต้นของ } r(t) \end{aligned} \quad (2.51)$$

สมมติให้เงื่อนไขเริ่มต้นทั้งหมดเป็นศูนย์ สมการที่ (2.51)

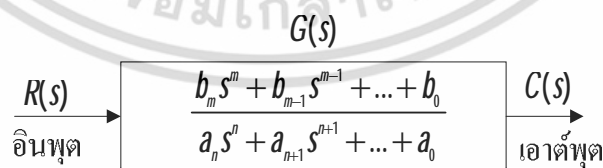
$$(a_n s^n + a_{n+1} s^{n+1} + \dots + a_0) C(s) = (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0) R(s) \quad (2.52)$$

กำหนดฟังก์ชันถ่ายโอน $G(s)$ เป็นอัตราส่วนการแปลงลาปลาซของเอาต์พุต $C(s)$ ต่ออินพุต $R(s)$

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{a_n s^n + a_{n+1} s^{n+1} + \dots + a_0} \quad (2.53)$$

ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอน $G(s)$ จะแสดงอัตราส่วนการแปลงลาปลาซของเอาต์พุตต่ออินพุต โดยมีเงื่อนไขเริ่มต้นเป็นศูนย์ แสดงเป็นบล็อกไดอะแกรมดังรูปที่ 2.5 โดยมีอินพุตและเอาต์พุตอยู่ทางด้านซ้ายและด้านขวาของบล็อกตามลำดับและบล็อกตามลำดับและฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบอยู่ในบล็อกพจน์เศษหรือพจน์ส่วนหารของฟังก์ชันถ่ายโอนจะเหมือนกับโพลีโนเมียลที่แสดงคุณสมบัติของระบบ หาเอาต์พุตได้ด้วย

$$C(s) = G(s)R(s) \quad (2.54)$$



รูปที่ 2.5 บล็อกไดอะแกรมของฟังก์ชันถ่ายโอน

เห็นได้ว่า เมื่อมีการส่งรูปสมการอนุพันธ์ของระบบ หลักจากนั้นระบบจะถูกแทนด้วยฟังก์ชันถ่ายโอนและบล็อกไดอะแกรมตามลำดับ โดยทั่วไประบบควบคุมจะประกอบด้วยบล็อกไดอะแกรมหลายส่วนต่อรวมซึ่งกันและกันการต่อรวมของบล็อกไดอะแกรมแบบพื้นฐานแสดงได้

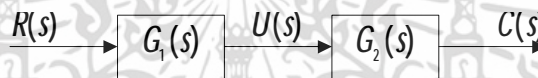
ดังรูปที่ 2.6 (ก) ถึง (ง) การลดบล็อกหรือการยุบบล็อกเพื่อหาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ $C(s)/R(s)$ สามารถใช้วิธีการทางพีชคณิตนั้นคือ การต่อแบบอนุกรมดังแสดงได้ดังรูปที่ 2.6 (ก) มีฟังก์ชันถ่ายโอน $C(s)/R(s)$ เป็น

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{C(s)}{U(s)} \frac{U(s)}{R(s)} \quad (2.55)$$

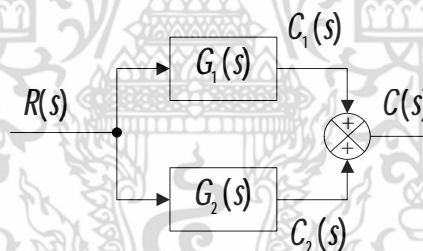
$$\frac{C(s)}{R(s)} = G_1(s)G_2(s) = G_1G_2(s) \quad (2.56)$$

การต่อแบบขนาน แสดงในรูปที่ 2.6 (ข) เป็น

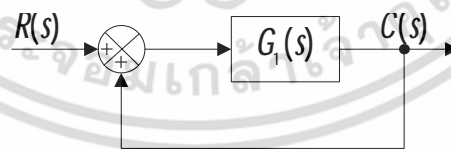
$$C(s) = G_1(s)R(s) \pm G_2(s)R(s) \quad (2.57)$$



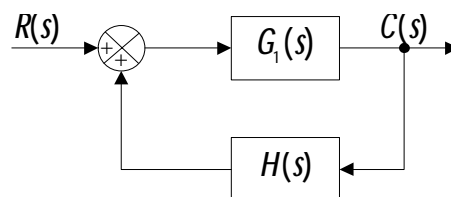
รูปที่ 2.6 (ก) การต่อแบบอนุกรม (cascade) หรือ ต่อเรียง (series)



รูปที่ 2.6 (ข) การต่อแบบขนาน (parallel)



รูปที่ 2.6 (ค) การต่อแบบป้อนกลับขนาดหนึ่งหน่วย



รูปที่ 2.6 (ง) การแบบป้อนกลับขนาดไม่เป็นหนึ่งหน่วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ระบบป้อนกลับ (feedback system) จะมีทั้งแบบระบบป้อนกลับขนาดหนึ่งหน่วย (unity feedback system) และระบบป้อนกลับไม่เป็นหนึ่งหน่วย (non-unity feedback system) ดังแสดงในรูปที่ 2.6 (ค) และ (ง) ตามลำดับ นอกจากนี้ยังสามารถแบ่งย่อยออกเป็นการป้อนกลับแบบเสริมอินพุตหรือการป้อนกลับแบบบวก (positive feedback) หรือการป้อนกลับแบบหักล้างอินพุตหรือการป้อนกลับแบบลบ (negative feedback) โดยแบ่งตามเครื่องหมายคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในส่วนป้อนกลับ ทั้งระบบป้อนกลับแบบหนึ่งหน่วยและไม่เป็นหนึ่งหน่วยจะมีฟังก์ชันถ่ายโอน $G(s)$ ในวิถีไปหน้า (forward path) ต่างเพียงระบบป้อนกลับไม่เป็นหนึ่งหน่วยจะมีฟังก์ชันถ่ายโอน $H(s)$ ในวิถีป้อนกลับ (feedback path) ในขณะที่ระบบป้อนกลับหนึ่งหน่วยมี $H(s) = 1$ มีฟังก์ชันถ่ายโอน $C(s)/R(s)$ ของระบบป้อนกลับ

$$T(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 \pm GH(s)} = \frac{N(s)}{F(s)} \quad (2.58)$$

เมื่อ $T(s)$ เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิด (closed-loop transfer function) $GH(s)$ เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนวงเปิด (open-loop transfer function) $N(s)$ กับ $F(s)$ เป็นโพลีเมียลตัวตั้งและตัวหารตามลำดับ โพลีเมียล $F(s)$ จะกำหนดคุณลักษณะของระบบ เรียกอีกชื่อว่าเป็นโพลีโนเมียลลักษณะเฉพาะ (characteristic polynomial)

2.5 ตัวควบคุมแบบ PID (สัดส่วน-ปริพันธ์-อนุพันธ์)

ตัวควบคุมแบบ PID เป็นระบบควบคุมแบบป้อนกลับที่ใช้กันอย่างกว้างขวาง ซึ่งค่าที่นำไปใช้ในการคำนวณเป็นค่าความผิดพลาดที่หามาจากความแตกต่างของตัวแปรในกระบวนการและค่าที่ต้องการ ตัวควบคุมจะพยายามลดค่าผิดพลาดให้เหลือน้อยที่สุดด้วยการปรับค่าสัญญาณขาเข้าของกระบวนการ ค่าตัวแปรของ PID ที่ใช้จะปรับเปลี่ยนตามธรรมชาติของระบบ

วิธีคำนวณของ PID ขึ้นอยู่กับสามตัวแปรคือค่าสัดส่วน, ปริพันธ์ และอนุพันธ์ค่าสัดส่วนกำหนดจากผลของความผิดพลาดในปัจจุบัน, ค่าปริพันธ์กำหนดจากผลบนพื้นฐานของผลรวมความผิดพลาดที่ซึ่งพ่วงผ่านไป, และค่าอนุพันธ์กำหนดจากผลบนพื้นฐานของอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่าความผิดพลาด น้ำหนักที่เกิดจากการรวมกันของทั้งสามนี้จะใช้ในการปรับกระบวนการโดยการปรับค่าคงที่ใน PID ตัวควบคุมสามารถปรับรูปแบบการควบคุมให้เหมาะกับที่กระบวนการต้องการได้ การตอบสนองของตัวควบคุมจะอยู่ในรูปของการไหวตัวของตัวควบคุมจนถึงค่าความผิดพลาด ค่าโอเวอร์ชูต (overshoots) และค่าแกว่งของระบบ (oscillation) วิธี PID ไม่รับประกันได้ว่าจะเป็นระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุด หรือสามารถทำให้กระบวนการมีความเสถียรแน่นอนการประยุกต์ใช้งานบางครั้งอาจใช้เพียงหนึ่งถึงสองรูปแบบขึ้นอยู่กับกระบวนการเป็นสำคัญ PID บางครั้งจะถูกเรียกว่าการควบคุมแบบ PI, PD, P หรือ I ขึ้นอยู่กับว่าใช้รูปแบบใดบ้าง ทฤษฎีการควบคุมแบบ PID ได้ชื่อตามการรวมกันของเทอมของตัวแปรทั้งสามตามสมการที่ (2.59)

$$MV(t) = P_{out} + I_{out} + D_{out} \quad (2.59)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ P_{out} , I_{out} และ D_{out} เป็นผลของสัญญาณขาออกจากระบบควบคุม PID จากแต่ละเทอมซึ่งนิยามตามรายละเอียดด้านล่าง

2.5.1 สัดส่วน Proportional control action (P - Action)

เทอมของสัดส่วน (บางครั้งเรียก อัตราขยาย) จะเปลี่ยนแปลงเป็นสัดส่วนของค่าความผิดพลาดการตอบสนองของสัดส่วนสามารถทำได้โดยการคูณค่าความผิดพลาดด้วยค่าคงที่ K_p หรือที่เรียกว่าอัตราขยายสัดส่วนเทอมของสัดส่วนจะเป็นไปตามสมการ (2.60)

$$P_{out} = K_p e(t) \quad (2.60)$$

เมื่อ P_{out} : สัญญาณขาออกของเทอมสัดส่วน
 K_p : อัตราขยายสัดส่วน, ตัวแปรปรับค่าได้
 $e(t)$: คือค่าความผิดพลาดในแต่ละช่วงเวลา

ผลอัตราขยายสัดส่วนที่สูงค่าความผิดพลาดก็จะเปลี่ยนแปลงมากเช่นกัน แต่ถ้าสูงเกินไประบบจะไม่เสถียรได้ในทางตรงกันข้าม ผลอัตราขยายสัดส่วนที่ต่ำ ระบบควบคุมจะมีผลตอบสนองต่อกระบวนการน้อยตามไปด้วย

2.5.2 ปริพันธ์ Integral control action (I-Action)

ผลจากเทอมปริพันธ์ (บางครั้งเรียก reset) เป็นสัดส่วนของขนาดความผิดพลาดและระยะเวลาของความผิดพลาด ผลรวมของความผิดพลาดในทุกช่วงเวลา (ปริพันธ์ของความผิดพลาด) จะให้ออฟเซตสะสมที่ควรจะเป็นในก่อนหน้า ความผิดพลาดสะสมจะถูกคูณโดยอัตราขยายปริพันธ์ ขนาดของผลของเทอมปริพันธ์จะกำหนดโดยอัตราขยายปริพันธ์, K_i เทอมปริพันธ์จะเป็นไปตามสมการ (2.61)

$$I_{out} = K_i \int_0^t e(t) dt \quad (2.61)$$

เมื่อ I_{out} : สัญญาณขาออกของเทอมปริพันธ์
 K_i : อัตราขยายปริพันธ์, ตัวแปรปรับค่าได้
 $e(t)$: คือค่าความผิดพลาดในแต่ละช่วงเวลา

เทอมปริพันธ์ (เมื่อรวมกับเทอมสัดส่วน) จะเร่งกระบวนการให้เข้าสู่จุดที่ต้องการและขจัดความผิดพลาดที่เหลืออยู่ที่เกิดจากการใช้เพียงเทอมสัดส่วน แต่อย่างไรก็ตาม เทอมปริพันธ์เป็นการตอบสนองต่อความผิดพลาดสะสมในอดีต จึงสามารถทำให้เกิดโอเวอร์ชูตได้ (ข้ามจุดที่ต้องการและเกิดการหันเหไปทางทิศทางอื่น

2.5.3 อนุพันธ์ Derivative control action (D-Action)

อัตราการเปลี่ยนแปลงของความผิดพลาดจากกระบวนการนั้นคำนวณหาจากความชันของความผิดพลาดทุกๆเวลา (นั่นคือ เป็นอนุพันธ์อันดับหนึ่งสัมพันธ์กับเวลา) และคูณด้วยอัตราขยายอนุพันธ์ K_d ขนาดของผลของเทอมอนุพันธ์ (บางครั้งเรียก อัตรา) ขึ้นกับ อัตราขยายอนุพันธ์ K_d เทอมอนุพันธ์เป็นไปตามสมการ (2.62)

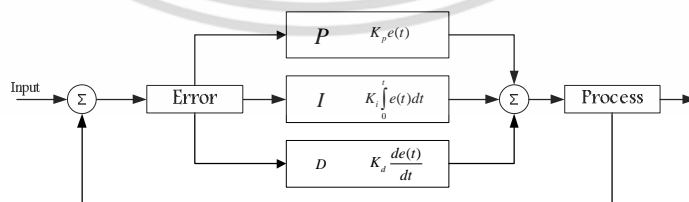
$$D_{out} = K_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (2.62)$$

เมื่อ D_{out} : สัญญาณขาออกของเทอมอนุพันธ์
 K_d : อัตราขยายอนุพันธ์, ตัวแปรปรับค่าได้
 $e(t)$: คือค่าความผิดพลาดในแต่ละช่วงเวลา

เทอมอนุพันธ์จะชะลออัตราการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณขาออกของระบบควบคุมและด้วยผลนี้ จะช่วยให้ระบบควบคุมเข้าสู่จุดที่ต้องการ ดังนั้นเทอมอนุพันธ์จะใช้ในการลดขนาดของโอเวอร์ชูตที่เกิดจาเทอมปริพันธ์และทำให้เสถียรภาพของการรวมกันของระบบควบคุมดีขึ้นแต่อย่างไรก็ตามอนุพันธ์ของสัญญาณรบกวนที่ถูกขยายในระบบควบคุมจะไวมากต่อการรบกวนในเทอมของความผิดพลาดและสามารถทำให้ กระบวนการไม่เสถียรได้ถ้าสัญญาณรบกวนและอัตราขยายอนุพันธ์มีขนาดใหญ่เพียงพอ ซึ่งลักษณะการทำงานของตัวควบคุมแบบพีไอดี สามารถเขียนเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ในเทอมของเวลาได้ ดังนี้

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (2.63)$$

และจากสมการที่ (2.63) สามารถแสดงในรูปของไดอะแกรมของการประยุกต์ใช้หลักการควบคุมแบบ พีไอดีในการปรับค่าเกนของตัวควบคุมดังภาพที่ 2.11 นอกจากนี้ยังสามารถนำไปทำงานร่วมกับเทคนิคการเรียนรู้และชดเชยค่าความไม่แน่นอนและวิธี Conventional boundary layer technique (BL technique) ได้



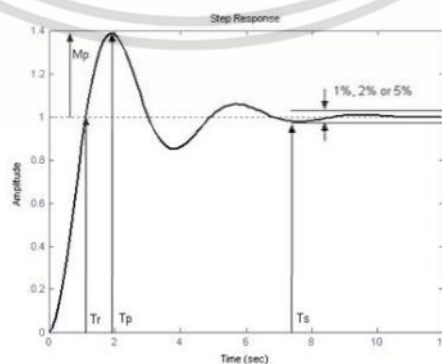
รูปที่ 2.7 แสดงส่วนประกอบของระบบควบคุมอัตโนมัติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 2.7 ระบบควบคุมจะเริ่มพิจารณาจากเอาต์พุตของกระบวนการซึ่งอาจจะเป็น อุณหภูมิ หรือความดัน เป็นต้น เอาต์พุตจะถูกวัดและแปลงสัญญาณโดยอุปกรณ์แปลงสัญญาณเพื่อ แปลงปริมาณทางกายภาพที่วัดได้ไปเป็นปริมาณที่ต้องการ เช่น ปริมาณทางไฟฟ้า จากนั้นค่าที่วัดได้ จะถูกนำไปเปรียบเทียบกับค่า อินพุตที่ตั้งไว้ ค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นจะถูกส่งไปให้ตัวควบคุมเพื่อสร้าง สัญญาณควบคุมไปควบคุมกระบวนการต่อไป ขั้นตอนทั้งหมดนี้ จะทำซ้ำไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งค่า อินพุตกับค่าที่วัดได้มีขนาดเท่ากันหรือใกล้เคียงกัน ส่วนประกอบหนึ่งที่ต้องถือว่าเป็นหัวใจสำคัญของ ระบบควบคุมอัตโนมัติ คือ ตัวควบคุม (Controller) ซึ่งก็มีมากมาย หลายชนิดให้เลือกใช้งาน แต่ตัว ควบคุมที่ยังคงได้รับความนิยมอย่างสูงนับจากอดีตจนถึงปัจจุบันก็คือตัวควบคุม แบบพีไอดี (PID Controller) สาเหตุที่ทำให้ตัวควบคุมชนิดนี้เป็นที่นิยมใช้ เนื่องจากความเรียบง่ายของโครงสร้างตัว ควบคุม และความสามารถในการลดค่าความผิดพลาดได้หลายชนิดในตัวควบคุมเดียว ปัญหาของการ ใช้งานตัวควบคุมแบบพีไอดี คือค่าเกณฑ์ของตัวควบคุม ซึ่งมีอยู่ด้วยกันถึง 3 ตัวคือ K_d , K_p และ K_i ควรจะมีค่าเป็นเท่าใดจึงจะเหมาะสมกับกระบวนการนั้น ๆ ในทางทฤษฎีแล้วค่าเกณฑ์เหล่านี้ จะ สามารถหาได้อย่างถูกต้องถ้าทราบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการ แต่ในทางปฏิบัติการ หาแบบจำลองคณิตศาสตร์ของกระบวนการในอุตสาหกรรมไม่ใช่เรื่องง่าย อีกทั้งยังมีค่าใช้จ่ายสูง เนื่องจากตัวแปรต่าง ๆ ในกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา และเซนเซอร์ที่ต้องนำมาวัด ตัวแปรต่าง ๆ ก็มีราคาแพงจากปัญหาดังกล่าวข้างต้นจึงเป็นที่มาของบทความนี้ ซึ่งจะกล่าวถึงวิธีการ ปรับค่าเกณฑ์ตัวควบคุมแบบ พีไอดี ในกรณีที่ไม่ทราบแบบจำลองคณิตศาสตร์ของกระบวนการ โดย จะใช้วิธีการปรับค่าเกณฑ์ตัวควบคุมแบบพีไอดี ของซีเกลอร์-นิโคลส์ (Ziegler-Nichols) ร่วมกับ ตาราง แสดงผลกระทบของค่าเกณฑ์ในตัวควบคุมแบบ พี ไอ ดี ต่อ การตอบสนองของระบบ ดังนั้นก่อนจะ กล่าวถึงวิธีการปรับค่าเกณฑ์ของตัวควบคุมเพื่อความง่ายต่อความเข้าใจนั้นจะได้อธิบายถึงผลการ ตอบสนองของระบบ และ นิยามของตัวแปรต่างๆ ในการตอบสนองของระบบเสียก่อน

2.5.4 ผลการตอบสนองของระบบ

กระบวนการ หรือ ระบบ เมื่อได้รับอินพุตก็จะต้องมีการตอบสนองออกมาเป็น เอาต์พุต ซึ่งรูปแบบการตอบสนองนั้นก็ขึ้นอยู่กับชนิดของอินพุตที่ใส่เข้าไป ในการนิยามตัวแปรต่าง ๆ ในการตอบสนองของระบบ เรามักจะนิยามอินพุตเป็นฟังก์ชันขั้น แล้วดูผลการตอบสนองของ ระบบพลศาสตร์โดยทั่วไปเมื่อได้รับอินพุตเป็นฟังก์ชันขั้นก็จะมี การตอบสนองเป็นดังรูปที่ 2.8



รูปที่ 2.8 แสดงพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ใช้กำหนดคุณสมบัติเฉพาะของการตอบสนองของระบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากรูปที่ 2.8 พารามิเตอร์ต่าง ๆ สามารถอธิบายความหมายได้ดังนี้

1). ช่วงเวลาขึ้น (Rise Time, T_r) หมายถึง ช่วงเวลาที่ผลตอบสนองเมื่อสัญญาณเอาต์พุตเพิ่มจาก 10% จนถึง 90 % หรือจาก 5% ถึง 95% หรือจาก 0% ถึง 100% ดังนั้นการกำหนดช่วงเวลาขึ้น จำเป็นต้องบอกด้วยว่าวัดโดยใช้ช่วงเวลาไหน

2). เวลาของค่ายอด (Peak Time, T_p) หมายถึง เวลาที่สัญญาณผลการตอบสนองมีค่าสูงสุดค่าแรกของการตอบสนองนั้น ๆ

3). โอเวอร์ชูตสูงสุด (Maximum overshoot, M_p) หมายถึง ค่าการตอบสนองสูงสุดที่วัดจากสถานะอยู่ตัวสุดท้าย (Final Steady State) การบอกค่าโอเวอร์ชูตสูงสุดมักจะเป็นเปอร์เซ็นต์

4). เวลาเข้าที่ (Settling Time, T_s) หมายถึง เวลาที่ผลการตอบสนองลดลงจนเริ่มเข้าไปอยู่ในช่วงที่กำหนด ซึ่งจะวัดเทียบกับค่าสุดท้ายของผลการตอบสนองในสถานะอยู่ตัวสุดท้าย (Final Steady State) ค่าที่นิยมกำหนดสำหรับช่วงนี้มักจะเป็นเปอร์เซ็นต์ เช่น 1%, 2% หรือ 5% เป็นต้น

ตารางที่ 2.4 ผลกระทบของค่าเกนในตัวควบคุมแบบ PID ต่อการตอบสนองของระบบ

ค่าเกน	ช่วงเวลาขึ้น (T_r)	โอเวอร์ชูตสูงสุด (M_p)	เวลาเข้าที่ (T_s)	ค่าความผิดพลาด ณ สถานะอยู่ตัว
K_p	ลดลง	เพิ่มขึ้น	เปลี่ยนแปลงน้อย มาก	ลดลง
K_i	ลดลง	เพิ่มขึ้น	เพิ่มขึ้น	ลดลงจนหมดไป
K_d	เปลี่ยนแปลงน้อย มาก	ลดลง	ลดลง	เปลี่ยนแปลงน้อย มาก

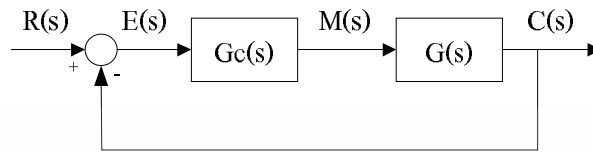
จากตารางที่ 2.4 จะแสดงถึงผลกระทบของค่าเกนในตัวควบคุมแบบพี ไอ ดี ต่อพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่ใช้กำหนดคุณสมบัติเฉพาะของการตอบสนองของระบบ ซึ่งจะพบว่าค่าเกน K_p จะทำให้ช่วงเวลาขึ้น (Rise time) ลดลง และลดค่าความผิดพลาด ณ สถานะคงตัว แต่ไม่สามารถกำจัดค่าความผิดพลาด ณ สถานะคงตัวให้หมดได้ ค่าเกน K_i จะมีหน้าที่หลักในการลดค่าความผิดพลาด ณ สถานะคงตัวให้หมดไปแต่การเพิ่มค่าเกน K_i มากเกินไปจะทำให้ผลการตอบสนองชั่วคราวของระบบเสียไปได้ส่วนค่าเกน K_d มีหน้าที่หลักในการลดโอเวอร์ชูตสูงสุดลง และทำให้ผลการตอบสนองชั่วคราวของระบบดีขึ้น

2.6 การสังเคราะห์ของตัวควบคุมแบบป้อนกลับ

ในส่วนที่ก่อนหน้านี้เราได้นำเสนอโครงสร้างของตัวควบคุมแบบ Proportional-Integral-Derivative (PID) ในส่วนนี้เราจะใช้วิธีการในการออกแบบของตัวควบคุม คือ การสังเคราะห์ตัวควบคุมซึ่งจะดำเนินการดังต่อไปนี้ กำหนดให้ฟังก์ชันการถ่ายโอนที่เป็นส่วนหนึ่งของลูการป้อนกลับ

การสังเคราะห์ตัวควบคุมจำเป็นจะต้องกำหนดผลตอบสนองวงปิด สามารถให้ความเข้าใจบางอย่างในการเลือกของโหมดการควบคุมต่าง ๆ เช่น ในการปรับค่าสัมประสิทธิ์

2.6.1 การพัฒนาสูตรการสังเคราะห์ตัวควบคุม



รูปที่ 2.9 บล็อกไดอะแกรมอย่างง่ายสำหรับการสังเคราะห์ตัวควบคุม

พิจารณาบล็อกไดอะแกรมในรูปที่ 2.9 สามารถเขียนฟังก์ชันถ่ายโอนของลูปวงปิดได้ดังนี้

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)} \quad (2.64)$$

ต่อไปจะแสดงวิธีการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุม

$$G_c(s) = \frac{1}{G(s)} \cdot \frac{C(s)/R(s)}{1 - C(s)/R(s)} \quad (2.65)$$

นี่คือสูตรการสังเคราะห์ตัวควบคุม เมื่อฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมคือ $G_c(s)$ ที่มาจากฟังก์ชันการถ่ายโอนกระบวนการ $G(s)$ และผลตอบสนองที่กำหนดในลูปวงปิด ($C(s)/R(s)$) เพื่อที่จะแสดงให้เห็นว่าสูตรนี้จะใช้พิจารณาคุณสมบัติของที่สมบูรณ์แบบในการสร้างตัวควบคุม กำหนดให้ $C(s) = R(s)$ หรือ $C(s)/R(s) = 1$ ได้ผลตอบสนองของตัวควบคุมดังนี้

$$G_c(s) = \frac{1}{G(s)} \times \frac{1}{1-1} = \frac{1}{G(s)} \times \frac{1}{0} \quad (2.66)$$

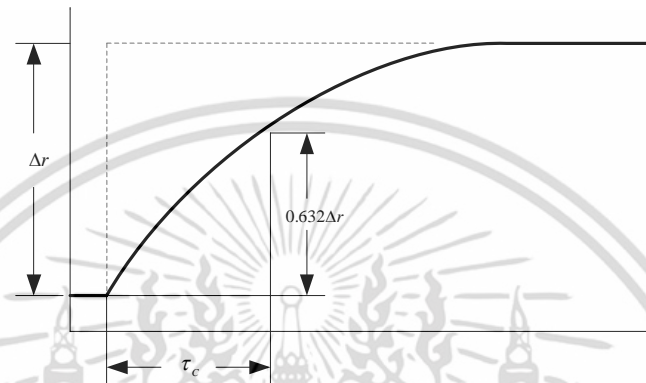
สามารถกล่าวได้ว่าในการควบคุมให้เอาต์พุตเท่ากับค่าเป้าหมาย ทุกช่วงเวลา ค่าเกณฑ์ในการควบคุมจะมีค่าเป็นอนันต์ การควบคุมที่สมบูรณ์แบบไม่สามารถทำได้จริงกับการควบคุมแบบป้อนกลับ

2.6.2 การกำหนดผลตอบสนองของลูปวงปิด

วิธีการที่ง่ายที่สุดที่สามารถทำให้บรรลุในการควบคุมของลูปวงปิด คือผลตอบสนองที่มีสมการอันดับหนึ่งที่มีความล่าช้าในการเข้าค่าเป้าหมาย ในกรณีที่ไม่มีกระบวนการที่มีเวลาที่ไม่มีการตอบสนองใดๆ (Dead Time) การตอบสนองนี้ที่แสดงในรูป 2.10 และผลจากฟังก์ชันการถ่ายโอนลูปวงปิด

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{\tau_c s + 1} \quad (2.67)$$

เมื่อ τ_c เป็นเวลาคงที่ของการตอบสนองลูปวงปิดและจะเป็นตัวปรับแต่งพารามิเตอร์เดียวสำหรับตัวแบบควบคุมการสังเคราะห์ การตอบสนองนี้ถูกเสนอโดย Dahlin (1968) ซึ่งเป็นคนที่กำหนดการปรับพารามิเตอร์ซึ่งกันและกันขอเวลาคงที่ในลูปวงปิด คือ $A = \frac{1}{\tau_c}$ ในวิทยานิพนธ์เล่มนี้เราจะใช้ τ_c



รูปที่ 2.10 การกำหนดผลตอบสนองของลูปวงปิดของสมการอันดับหนึ่งสำหรับตัวควบคุมจากการสังเคราะห์

แทนสมการ (2.67) ลงในสมการ (2.65) จะได้ดังนี้

$$G_c(s) = \frac{1}{G(s)} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{\tau_c s + 1}} = \frac{1}{G(s)} \times \frac{1}{\tau_c s + 1 - 1} \quad (2.68)$$

หรือ

$$G_c(s) = \frac{1}{G(s)} \times \frac{1}{\tau_c s} \quad (2.69)$$

จะเห็นว่าตัวควบคุมนี้มีโหมมดปริพันธ์ ซึ่งเป็นผลมาจากการกำหนดค่าเกณฑ์ ในฟังก์ชันถ่ายโอนของลูปวงปิด ถึงแม้ว่าอาจจะกำหนดผลตอบสนองในสมการอันดับสองสองและสมการที่สูงกว่าของลูปวงปิด เป็นสิ่งที่แทบจะไม่จำเป็นที่จะต้องทำเช่นนั้น อย่างไรก็ตามเมื่อกระบวนการมีเวลาที่ไม่ตอบสนองใด ๆ เกิดขึ้น การตอบสนองของลูปวงปิดยังจะต้องมีโหมมของเวลาที่ไม่มีตอบสนอง ด้วยสมการเวลาที่ไม่ตอบสนองเท่ากับกระบวนการที่มีเวลาที่ไม่ตอบสนองจะนำเสนอสมการเหล่านี้ต่อไป แต่ก่อนอื่นจะนำเสนอวิธีการการสังเคราะห์ควบคุมที่สามารถเป็นแนวทางในการเลือกโหมมดการควบคุมสำหรับฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการต่างๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.6.3 รูปแบบของตัวควบคุมและการปรับค่าพารามิเตอร์

การสังเคราะห์ตัวควบคุมสามารถแสดงให้เห็นถึงการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันถ่ายโอนของกระบวนการและรูปแบบของตัวควบคุมแบบ PID ตัวควบคุมจากการสังเคราะห์สามารถแสดงออกในแง่ของโหนดสัดส่วน, ปริพันธ์ และ อนุพันธ์ ตัวควบคุมจากการสังเคราะห์ยังให้ความสัมพันธ์สำหรับการปรับแต่งค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุมของเวลาคงที่ของลูปวงปิด (τ_c) และค่าพารามิเตอร์ของฟังก์ชันการถ่ายโอนของกระบวนการ ในสิ่งต่อไปนี้จะได้รับความสัมพันธ์เหล่านี้โดยการแทนฟังก์ชันการถ่ายโอนของกระบวนการและเพิ่มขึ้นความซับซ้อนมากขึ้นเข้าไปในสมการ (2.69)

การตอบสนองของกระบวนการทันทีทันใด

$$G(s) = K \quad (2.70)$$

จากสมการที่ (2.69)

$$G_c(s) = \frac{1}{K\tau_c} \times \frac{1}{s} \quad (2.71)$$

เมื่อ K คือ ค่าเกนซ์ของกระบวนการ

ตัวควบคุมแบบ ปริพันธ์บริสุทธิ์ ซึ่งจะใช้สำหรับกระบวนการที่มีรวดเร็วมากเช่นควบคุมการไหลของระบบป้อนกักกันด้วยไอน้ำในเครื่องผลิตไฟฟ้าและการควบคุมอุณหภูมิเตาเผา

กระบวนการอันดับหนึ่ง

$$G(s) = \frac{K}{\tau_c s + 1} \quad (2.72)$$

จากสมการที่ (2.69)

$$G_c(s) = \frac{\tau s + 1}{K} \cdot \frac{1}{\tau_c s} \quad (2.73)$$

$$G_c(s) = \frac{\tau}{K\tau_c} \left(1 + \frac{1}{\tau s}\right) \quad (2.74)$$

เมื่อ τ คือ ค่าเวลาคงที่ของกระบวนการ

จากสมการที่ (2.74) เทียบได้ว่าเป็นตัวควบคุมแบบ สัดส่วน-ปริพันธ์ (PI) ด้วยการปรับแต่งค่าพารามิเตอร์ดังนี้

$$K_C = \frac{\tau}{K\tau_C} \quad \text{และ} \quad \tau_I = \tau \quad (2.75)$$

จากสมการ (2.75) จะเห็นว่า เวลาปริพันธ์เท่ากับค่าคงที่ของกระบวนการ ดังนั้น ถ้าเรารู้ค่าคงที่ของกระบวนการ (τ) ส่วนที่สามารถเป็นส่วนของการปรับแต่งคือส่วนสัดส่วน ดังนั้น ค่า τ_C คือค่าที่มีผลต่อผลตอบสนองของตัวควบคุมโดยตรง

กระบวนการอันดับสอง

$$G(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (2.76)$$

จากสมการที่ (2.69)

$$G_C(s) = \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{K} \cdot \frac{1}{\tau_C s} \quad (2.77)$$

$$G_C(s) = \frac{\tau_1}{K\tau_C} \left(1 + \frac{1}{\tau_1 s}\right) (\tau_2 s + 1) \quad (2.78)$$

เมื่อ τ_1 คือ ค่าคงที่ที่มีค่ามากของกระบวนการ

τ_2 คือ ค่าคงที่ที่มีค่าน้อยของกระบวนการ

จากสมการที่ (2.78) ตรงกับฟังก์ชันการถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบสัดส่วน, ปริพันธ์ และอนุพันธ์ (PID) และจากสมการการกรองสัญญาณรบกวนคือ $(\alpha\tau'_D s + 1)$ จะได้ตัวควบคุมดังนี้

$$G_C(s) = K'_D \left(1 + \frac{1}{\tau'_I s}\right) \left(\frac{\tau'_D s + 1}{\alpha\tau'_D s + 1}\right) \quad (2.79)$$

และค่าปรับแต่งพารามิเตอร์คือ

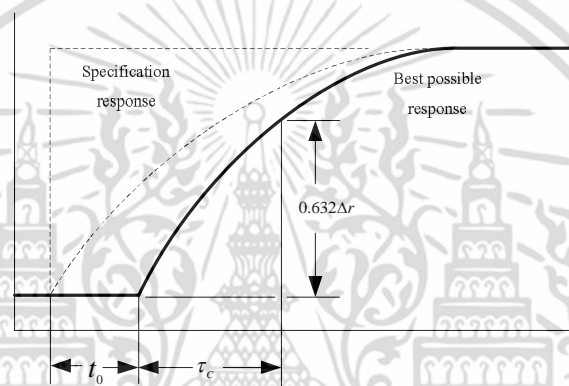
$$K'_C = \frac{\tau_I}{K\tau_C}, \quad \tau'_I = \tau_1 \quad \text{และ} \quad \tau'_D = \tau_2 \quad (2.80)$$

สำหรับกระบวนการนี้จากสมการที่ (2.80) จะเห็นได้ว่า การปรับแต่งของค่าพารามิเตอร์ จะปรับแต่งเพียงค่าสัดส่วนเท่านั้น โดยจะเป็นตัวควบคุมที่ลดขั้นตอนการปรับแต่งโดยไม่มีการปรับแต่งของส่วนปริพันธ์คือค่า τ_1 และอนุพันธ์คือค่า τ_2 ผลจากการทดลอง ซึ่งบ่งชี้ว่าค่าอนุพันธ์ควรจะมีขนาดเล็กกว่าค่าปริพันธ์ ในทางปฏิบัติอุตสาหกรรม ตัวควบคุมแบบ PID มักใช้สำหรับควบคุมอุณหภูมิเพื่อให้โหมด

สมการที่ (2.78) แสดงให้เห็นว่าส่วนอนุพันธ์จะถูกคูณด้วยเทอม $\frac{1}{\alpha\tau_D S + 1}$ เทอมนี้ซึ่งที่รู้กันว่าเป็นฟังก์ชันการถ่ายโอนของระบบอันดับหนึ่ง ค่าเกณฑ์และเวลาคงที่เท่ากับ $\alpha\tau_D$ ก็จะใช้เรียกว่าตัวกรอง ตัวกรองนี้จะไม่ส่งผลกระทบต่อประสิทธิภาพการทำงานของระบบควบคุมเพราะ $\alpha\tau_D$ มีค่าน้อย โดยค่าของ α อยู่ในช่วงระหว่าง 0.05 และ 0.2 ขึ้นอยู่กับผู้ผลิต

กระบวนการอันดับหนึ่งร่วมกับ Dead Time

$$G(s) = \frac{Ke^{-t_0 s}}{\tau_c s + 1} \quad (2.81)$$



รูปที่ 2.11 การกำหนดผลตอบสนองสำหรับลู่วงปิดของระบบร่วมกับ Dead Time t_0

จากสมการที่ (2.69)

$$G_c(s) = \frac{\tau S + 1}{Ke^{-t_0 s}} \cdot \frac{1}{\tau_c S} = \frac{\tau}{K\tau_c} \left(1 + \frac{1}{\tau S}\right) e^{-t_0 s} \quad (2.82)$$

เมื่อ t_0 คือ เวลาที่กระบวนการอันดับหนึ่งร่วมกับ Dead Time

ซึ่งทราบได้ทันทีว่าตัวควบคุมนี้ไม่สามารถทำให้บรรลุผลได้เพราะมันไม่สามารถที่จะรู้ว่าการเกิดกระบวนการที่ไร้การตอบสนอง (Dead time) เกิดขึ้นเมื่อไหร่ จะเห็นได้ชัดมากขึ้นในรูปที่ 2.11 จากการเปรียบเทียบผลตอบสนองที่เราต้องการและการตอบสนองของลู่วงปิดที่ดีที่สุดที่เป็นไปได้ เห็นได้ว่าการตอบสนองของกระบวนการที่มีเวลาที่ไม่มีการตอบสนอง (Process dead time) จะต้องล่าช้าออกไป

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{e^{-t_0 s}}{\tau_c s + 1} \quad (2.83)$$

จะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนของตัวควบคุมจากการสังเคราะห์ดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G_C(s) = \frac{\tau s + 1}{K e^{-t_0 s}} \cdot \frac{e^{-t_0 s}}{\tau_c s + 1 - e^{-t_0 s}} \quad (2.84)$$

หรือ

$$G_C(s) = \frac{\tau s + 1}{K} \cdot \frac{1}{\tau_c s + 1 - e^{-t_0 s}} \quad (2.85)$$

แม้ว่าตัวควบคุมนี้ในปัจจุบันที่ทำให้เป็นจริงได้ในหลักการทฤษฎี และการใช้งานมันก็ยังไม่ได้รับการใช้ในการปฏิบัติจริง นี่เป็นผลมาเพราะตัวควบคุม PID แบบเก่าถูกนำมาใช้ที่มีส่วนประกอบของอนุภาคและ $e^{-t_0 s}$ ไม่สามารถนำมาใช้ในทางปฏิบัติด้วยอุปกรณ์อนุภาค การใช้งานแบบใหม่ของตัวควบคุม PID สำหรับไมโครโปรเซสเซอร์และดิจิทัลคอมพิวเตอร์ทำให้มันเป็นไปได้ที่จะใช้กับ Dead time term เพื่อแปลงอัลกอริทึมของสมการ (2.85) ไปยังแบบฟอร์ม PI มาตรฐาน ร่วมกับ first-order Pade approximation

First-order Pade approximation ดังต่อไปนี้

$$e^{-t_0 s} = \frac{1 - \frac{t_0}{2} s}{1 + \frac{t_0}{2} s} \quad (2.86)$$

แทนสมการที่ (2.86) ลงในสมการ (2.85) ได้ตัวควบคุมจากการสังเคราะห์ (Synthesized Controller) ดังต่อไปนี้

$$G_C(s) = \frac{\tau}{K(\tau_c + \tau_0)} \left(1 + \frac{1}{\tau S}\right) \left(\frac{1 - \frac{t_0}{2} s}{1 + \frac{t_0}{2} s} \right) \quad (2.87)$$

เมื่อ

$$K'_c = \frac{\tau_c \tau_0}{2(\tau_c + \tau_0)} \quad (2.88)$$

จากกระบวนอันดับหนึ่งร่วมกับ Dead Time สามารถสังเคราะห์ตัวควบคุมแบบ (Actual PID controller) ในสมการที่ (2.78) ที่ต่างกัน คือ ค่าพารามิเตอร์ที่นำมาใช้ในการคำนวณ

ตารางที่ 2.5 การเปรียบเทียบตัวควบคุมแบบ (Actual PID controller) ระหว่างกระบวนการอันดับสองและกระบวนการอันดับหนึ่งร่วมกับ Dead Time

การบวนการ	วกระบวนการอันดับสอง	กระบวนการอันดับหนึ่งร่วมกับ Dead Time
Actual PID controller	$G(s) = K'_D \left(1 + \frac{1}{\tau'_I S}\right) \left(\frac{\tau'_D S + 1}{\alpha \tau'_D S + 1}\right)$	$G(s) = K'_D \left(1 + \frac{1}{\tau'_I S}\right) \left(\frac{\tau'_D S + 1}{\alpha \tau'_D S + 1}\right)$
P	$K'_C = \frac{\tau_I}{K \tau_c}$	$K'_C = \frac{\tau}{K(\tau_c + \tau_0)}$
I	$\tau'_I = \tau_I$	$\tau'_I = \tau$
D	$\tau'_D = \tau_2$	$\tau'_D = \frac{t_0}{2}$

แม้ว่ามีเทอมของความล่าช้าที่อยู่ในฟังก์ชันการถ่ายโอนของตัวควบคุมเพื่อป้องกันไม่ให้เกิดขึ้น การขยายของสัญญาณรับกวนความถี่สูงเวลาที่คงที่ของ τ_I ซึ่งโดยปกติจะมีระยะเวลาที่สั้นกว่า τ_D เพื่อที่อธิบายในเทอม $1 + \tau' S$ ก่อนหน้าที่เราทราบกันว่าเวลาวิกฤตขนาดเล็ก ($t_0 \ll \tau_c$)

$$\tau' = \frac{t_0}{2} \quad (2.89)$$

จากสมการ (2.89) แทนที่เข้าไปในสมการ (2.86) ส่งผลให้การควบคุม PI ($\tau_D = 0$) นี้แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุม PI จะปรากฏเมื่อมีเทอมของเวลาวิกฤตเป็นระยะสั้น สำหรับเทอมของเวลาวิกฤตที่มีระยะเวลานาน และการควบคุม ($\tau_c \rightarrow 0$) ค่าของ τ' จะกลายเป็น

$$\tau' = \frac{t_c}{2} \rightarrow 0 \quad (2.90)$$

ดังนั้นสำหรับเวลาวิกฤตที่ระยะเวลานาน ตัวควบคุมจะมีความเหมือนกับขั้นตอนวิธีการสังเคราะห์ตัวควบคุมในสมการที่ (2.86) คือตัวควบคุมแบบ PID กับการปรับแต่งพารามิเตอร์ของสมการ (2.88)

กระบวนการอนุพันธ์

$$G(s) = \frac{K}{S} \quad (2.91)$$

จากสมการที่ (2.69)

$$G_C(s) = \frac{K}{S} \cdot \frac{1}{\tau_c S} = \frac{1}{K\tau_c} \quad (2.92)$$

สรุปการสังเคราะห์ตัวควบคุม

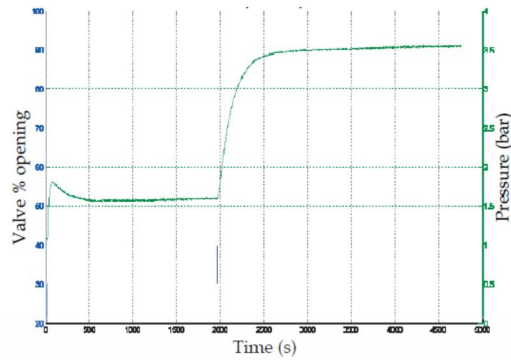
ตารางที่ 2.6 สรุปการควบคุมและการค่าปรับแต่งที่เกิดจากการขั้นตอนการสังเคราะห์สำหรับการตอบสนองของ Dahlin ความจริงที่ว่าฟังก์ชันการปรับแต่งค่าเกณฑ์จากพารามิเตอร์ τ_c เป็นทั้งประโยชน์ การที่สูตรการปรับแต่งมาโดยขั้นตอนในการสังเคราะห์ มันเป็นข้อได้เปรียบในการที่จะช่วยให้วิศวกรเพื่อให้บรรลุผลตอบสนองที่กำหนดไว้โดยการปรับพารามิเตอร์เดียวที่ได้รับการโดยไม่คำนึงถึงโหมดการควบคุมที่เกี่ยวข้อง

ตารางที่ 2.6 ตัวควบคุม และ สูตรการปรับแต่งสำหรับการสังเคราะห์ตัวควบคุม

กระบวนการ	ตัวควบคุม	การปรับแต่งพารามิเตอร์
$G(s) = K$	I	$K_C = \frac{1}{K\tau_c}$
$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$	PI	$K_C = \frac{\tau}{K\tau_c}$ $\tau_I = \tau$
$G(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}, \tau_1 > \tau_2$	PID	$K'_C = \frac{\tau_1}{K\tau_c}$ $\tau'_I = \tau_1$ $\tau'_D = \tau_2$
$G(s) = \frac{Ke^{-t_0 s}}{\tau s + 1}$	PID''	$K'_C = \frac{\tau}{K(t_0 + \tau_c)}$ $\tau'_I = \tau$ $\tau'_D = \frac{t_0}{2}$
$G(s) = \frac{K}{S}$	P	$K_C = \frac{1}{K\tau_c}$

2.7 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.7.1 Nordin Saad and Mohd Syahrul Ridhwan Zailani. [3] ได้นำฟังก์ชันการถ่ายโอนของระบบปฏิบัติการถึงความดันอากาศ ไปใช้ในการวิเคราะห์การควบคุมความดันของระบบปฏิบัติการ โดยฟังก์ชันการถ่ายโอนของระบบปฏิบัติการ ได้มาจากการกำหนดสภาวะการทำงานของการบวนการ จนผลตอบสนองของกระบวนการอยู่ในสถานะเสถียรภาพ ตามรูปที่ 2.12



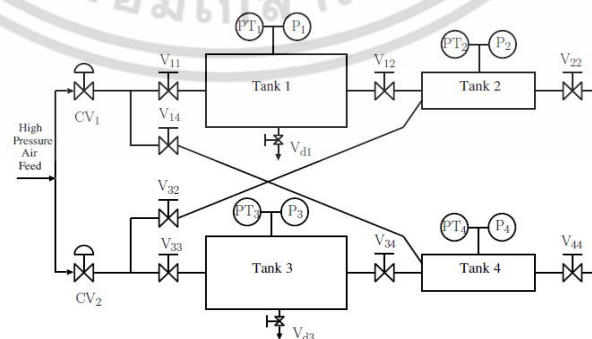
รูปที่ 2.12 Process Reaction Curve [3]

จากกราฟในรูปที่ 2.12 สามารถหาฟังก์ชันการถ่ายโอนได้จาก Process Reaction Curve สามารถหาค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ dead time (θ), time constant (τ) และ process gain (K_p) ซึ่งฟังก์ชันถ่ายโอนที่ได้เป็นกระบวนการอันดับหนึ่งบวก Dead Time ที่มีลักษณะของฟังก์ชันถ่ายโอนในสมการที่ (2.93)

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K_p e^{-\theta s}}{\tau s + 1} \quad (2.93)$$

2.7.2 K. Anish Mathew. [1] ได้นำเสนอการออกแบบระบบควบคุมการให้ที่มีความเสถียรและมีประสิทธิภาพโดยการจำลองกระบวนการ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบการควบคุมความดันได้จาก Process Reaction Curve ด้วยวิธีการกราฟ และนำไปสร้างตัวควบคุมแบบ PID ด้วยวิธีของ Cohen-Coon และการออกแบบระบบควบคุมแบบ Internal Model Control

2.7.3 C. E. Long, J. D. Miles, C. E. Holland, and E. P. Gatzke [2] ได้นำเสนอการสร้างระบบถังความดันอากาศแบบสี่ถังที่เป็นประโยชน์ต่อการศึกษาวิจัยกระบวนการแบบพลวัต การออกแบบระบบควบคุม การทดลองระบบลูปเปิด และลูปปิด การจำลองกระบวนการของระบบได้จากพื้นฐานสมดุลมวล



รูปที่ 2.13 ระบบถังความดันอากาศแบบสี่ถังเก็บ [2]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยสมการสมดุลมวลสามารถหาได้จากกฎของก๊าซในอุดมคติ เช่น ถังที่ 1 จะได้สมการสมดุลมวลดังต่อไปนี้

$$\frac{dN_1}{dt} = \left(\frac{V_1}{dt} \right) \frac{dP_1}{dt} = f_{v11} - f_{v12} - f_{d1} \quad (2.94)$$



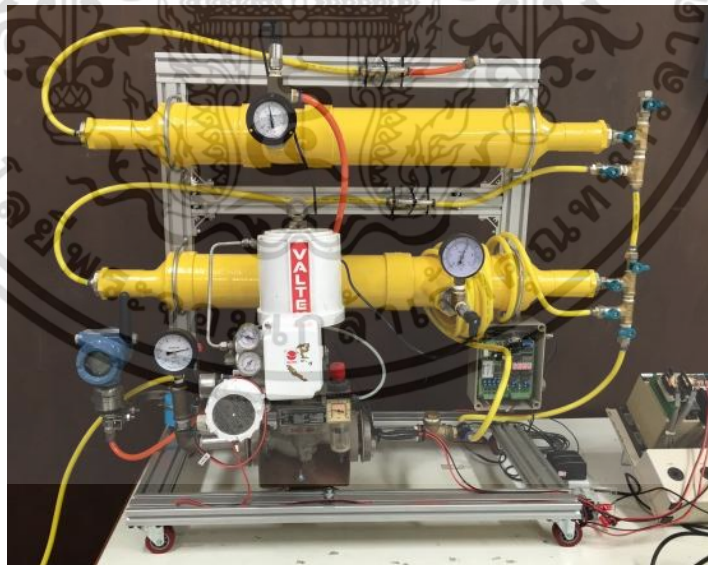
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

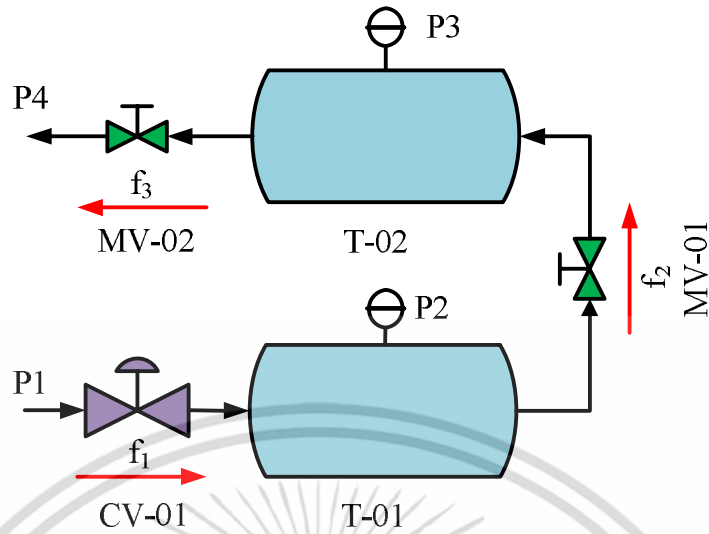
3.1 ลักษณะของระบบปฏิบัติการถึงเก็บความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์

ระบบปฏิบัติการถึงเก็บความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์ เป็นระบบแบบเข้าออกทางเดียว (SISO) ประกอบด้วยการเชื่อมต่อถึงเก็บความดันอากาศสองถึงเข้าด้วยกัน เชื่อมต่อกันแบบอนุกรมแต่ละถึงจะมีขนาดความยาว 35 นิ้ว และขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 4 นิ้ว ทั้งสองถึงมีการติดตั้งทรานสดิวเซอร์ความดัน (PT-01) และ (PT-02) ตามลำดับ เพื่อส่งสัญญาณไปยังอุปกรณ์รับส่งข้อมูล (DAQ) และส่งข้อมูลไปยังหน้าจอแสดงผล นอกจากนี้ทำหน้าที่ส่งสัญญาณที่เป็นข้อมูลของตัวแปรความดันทั้งสองถึงไปยังอินพุตของตัวควบคุม ทั้งนี้ในถึงเก็บความดันทั้งสองถึงมีการติดตั้งมาตรวัดความดันทั้งสองถึง (PG-01) และ (PG-02) เพื่อการเปรียบเทียบกับค่าความดันที่ได้จากทรานสดิวเซอร์ วาล์วควบคุม (CV-01) เชื่อมต่อเข้ากับถึงเก็บความดันอากาศที่หนึ่ง (T-01) และทำหน้าที่ควบคุมความดันอากาศที่ไหลเข้าระบบตามเอาท์พุทของตัวควบคุม ระหว่างถึงเก็บความดันอากาศสองถึงจะมีวาล์วปฏิบัติการมือ (MV-01) เชื่อมต่ออยู่ระหว่างสองถึงทำหน้าที่ควบคุมความดันอากาศที่ไหลออกจากถึงที่หนึ่ง (T-01) เข้าถึงที่สอง (T-02) และถึงที่สองมีวาล์วปฏิบัติการด้วยมือ (MV-02) เชื่อมต่ออยู่ที่ด้านกรไหลออกของถึงซึ่งทำหน้าที่ควบคุมความดันที่ไหลออกจากถึงที่สองสู่บรรยากาศ ตามรูปที่ 3.1 และ รูปที่ 3.2

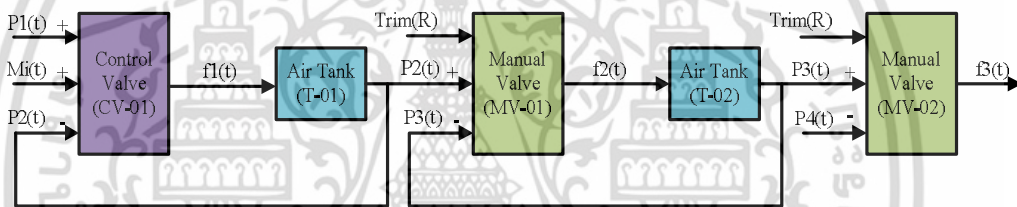


รูปที่ 3.1 ระบบปฏิบัติการถึงเก็บความดันอากาศ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.2 การไหลของความดันในระบบการ



รูปที่ 3.3 ความสัมพันธ์ของตัวแปรในระบบปฏิบัติการถึงเก็บความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์

3.2 การจำลองรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของระบบระบบปฏิบัติการถึงเก็บความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์

การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับระบบการนี้ใช้หลักการสมดุลมวลของแต่ละถังความดันโดยพิจารณาการไหลของอากาศที่ผ่านวาล์วควบคุม, ถังเก็บความดัน และวาล์วปฏิบัติการด้วยมือ มีความสัมพันธ์ดังนี้

สมการการไหลที่ผ่านวาล์วควบคุม (CV-01) กำหนดให้

$$f_1(t) = \frac{e^{\ln \alpha m_i(t)}}{\alpha} \frac{\sqrt{p_1(t)(p_1(t) - p_2(t))}}{\sqrt{TGg}} \quad (3.1)$$

สมการการไหลที่ผ่านวาล์วปฏิบัติการด้วยมือ (MV-01) กำหนดให้ [8]

$$f_2(t) = C_v p_2(t) \left(1 - \frac{2(p_2(t) - p_3(t))}{3p_2(t)}\right) \sqrt{\frac{p_2(t) - p_3(t)}{TGg p_2(t)}} \quad (3.2)$$

สมการการไหลที่ผ่านวาล์วปฏิบัติการด้วยมือ (MV-02) กำหนดให้ [8]

$$f_3(t) = C_v p_3(t) \left(1 - \frac{2(p_3(t) - p_4(t))}{3p_3(t)}\right) \sqrt{\frac{p_3(t) - p_4(t)}{TGg p_3(t)}} \quad (3.3)$$

อัตราโมลในถังเก็บความดันอากาศสามารถอธิบายได้จาก สมการแก๊สในอุดมคติ
ที่ ถังเก็บความดัน (T-01)

$$p_2(t)V_1 = n_1(t)RT \quad (3.4)$$

ที่ ถังเก็บความดัน (T-02)

$$p_3(t)V_2 = n_2(t)RT \quad (3.5)$$

ตารางที่ 3.1 ค่าตัวแปรของกระบวนการ

Variables	Volume	Unit	Variables	Volume	Unit
α	50	---	P2	26	psia
Mi	70	%	P3	17.64	psia
T	520	°R	P4	14.7	psia
Gg	1	---	R	10.73	psia- ft ³ /lbmoles-°R
Cv (MV)	1.05	---	V1, V2	0.2473	ft ³
P1	50	psia	$\bar{\rho}$	0.00263	lbmoles/scf

จากสมการ (3.1), (3.2), (3.3), (3.4) และ (3.5) นำมาเขียนให้อยู่ในรูปสมดุลมวล โดยจะพิจารณาในแต่ละถังเก็บความดัน

$$\text{Rate of moles into of tank} - \text{Rate of moles out of tank} = \text{Rate of accumulation of moles in tank} \quad (3.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากหลักการทฤษฎีสอดคล้องในสมการ (3.6) จะได้ ดังที่หนึ่ง (T-01)

$$\bar{p}f_1(t) - \bar{p}f_2(t) = \frac{dn(t)}{dt} = \frac{V_1}{\rho RT} \frac{dp_2(t)}{dt} \quad (3.7)$$

ดังที่สอง (T-02)

$$\bar{p}f_2(t) - \bar{p}f_3(t) = \frac{dn_2(t)}{dt} = \frac{V_2}{\rho RT} \frac{dp_3(t)}{dt} \quad (3.8)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (3.1), (3.2) และ (3.3) แล้วพบว่าสมการดังกล่าวเป็นสมการไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นจึงจำเป็นต้องทำให้เป็นเชิงเส้น (Linearization) เพื่อที่สามารถที่จะแก้สมการเหล่านี้ได้ ด้วยการใช้องการแปลงลาปลาซ (Laplace Transform) ในขั้นต่อไป โดยใช้อนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor Series) เข้ามาช่วยในการทำให้เป็นเชิงเส้น

สมการไหลที่ 1 (f_1)

$$f_1(t) \approx \bar{f}_1 + \left. \frac{\partial f_1(t)}{\partial p_1(t)} \right|_{ss} [p_1(t) - \bar{p}_1] + \left. \frac{\partial f_1(t)}{\partial p_2(t)} \right|_{ss} [p_2(t) - \bar{p}_2] + \left. \frac{\partial f_1(t)}{\partial mi(t)} \right|_{ss} [mi(t) - \bar{mi}] \quad (3.9)$$

สมการไหลที่ 2 (f_2)

$$f_2(t) \approx \bar{f}_2 + \left. \frac{\partial f_2(t)}{\partial p_2(t)} \right|_{ss} [p_2(t) - \bar{p}_2] + \left. \frac{\partial f_2(t)}{\partial p_3(t)} \right|_{ss} [p_3(t) - \bar{p}_3] \quad (3.10)$$

สมการไหลที่ 3 (f_3)

$$f_3(t) \approx \bar{f}_3 + \left. \frac{\partial f_3(t)}{\partial p_3(t)} \right|_{ss} [p_3(t) - \bar{p}_3] + \left. \frac{\partial f_3(t)}{\partial p_4(t)} \right|_{ss} [p_4(t) - \bar{p}_4] \quad (3.11)$$

หรือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถังที่หนึ่ง (T-01)

$$\left[\frac{C_1}{C_4 - C_2} \right] P_1(t) + \left[\frac{C_3}{C_4 - C_2} \right] Mi(t) - \left[\frac{C_5}{C_4 - C_2} \right] P_3(t) = \frac{V_1}{pRT [C_4 - C_2]} \frac{dP_2(t)}{dt} + P_2(t) \quad (3.12)$$

ถังที่สอง (T-02)

$$\left[\frac{C_4}{C_6 - C_5} \right] P_2(t) - \left[\frac{C_7}{C_6 - C_5} \right] P_4(t) = \frac{V_2}{pRT [C_6 - C_5]} \frac{dP_3(t)}{dt} + P_3(t) \quad (3.13)$$

จากสมการเชิงเส้นที่ (3.12) และ (3.13) สามารถแปลงลาปลาซซึ่งอยู่ในรูปของสมการในโดเมนความถี่ได้ดังนี้

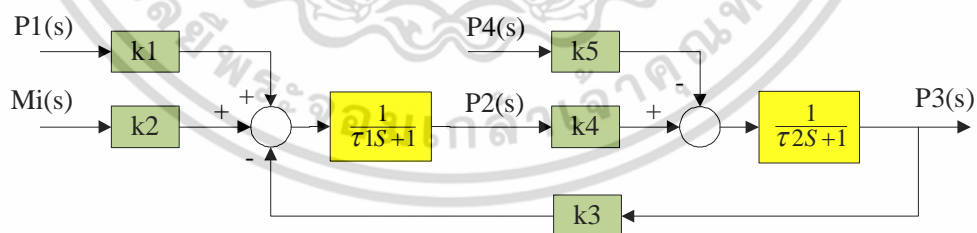
ถังที่หนึ่ง (T-01)

$$k_1 P_1(s) + k_2 Mi(s) - k_3 P_3(s) = [\tau_1 s + 1] P_2(s) \quad (3.14)$$

ถังที่สอง (T-02)

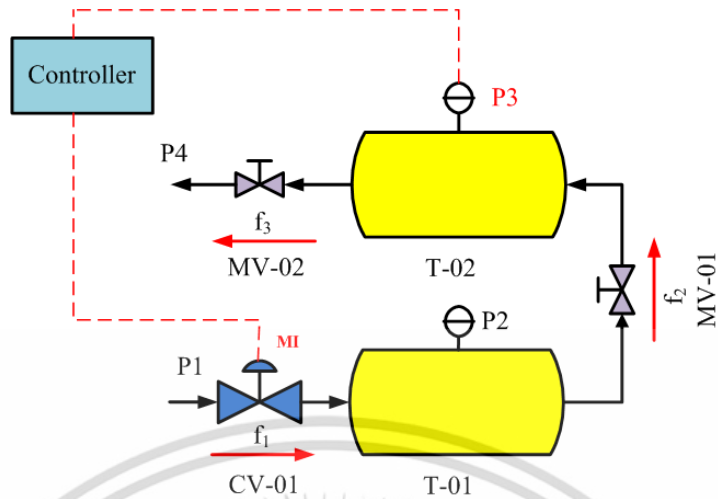
$$k_4 P_2(s) - k_5 P_4(s) = [\tau_2 s + 1] P_3(s) \quad (3.15)$$

นำสมการ (3.14) และ (3.15) เขียนบล็อกไดอะแกรมได้ตามรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 บล็อกไดอะแกรมของแบบจำลองคณิตศาสตร์ระบบปฏิบัติการถังเก็บความดันอากาศ

เนื่องจากจะนำเสนอการควบคุมความดัน (P_3) ในถังที่สอง (T-02) เราจะหาความสัมพันธ์ของเอาต์พุตและอินพุตของระบบที่กำหนดให้เป็นตัวแปรตำแหน่งการเปิดปิดของวาล์วควบคุม (Mi) จะได้ Transfer Function ได้ดังนี้



รูปที่ 3.5 บล็อกไดอะแกรมระบบควบคุมถึงความดันอากาศ

สามารถกำหนดฟังก์ชันถ่ายโอน หรือแบบจำลองคณิตศาสตร์ ได้ดังนี้

$$G(s) = \frac{P_3(s)}{M_i(s)} = \frac{9.458}{2.354S^2 + 28.455S + 0.367} \quad (3.16)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

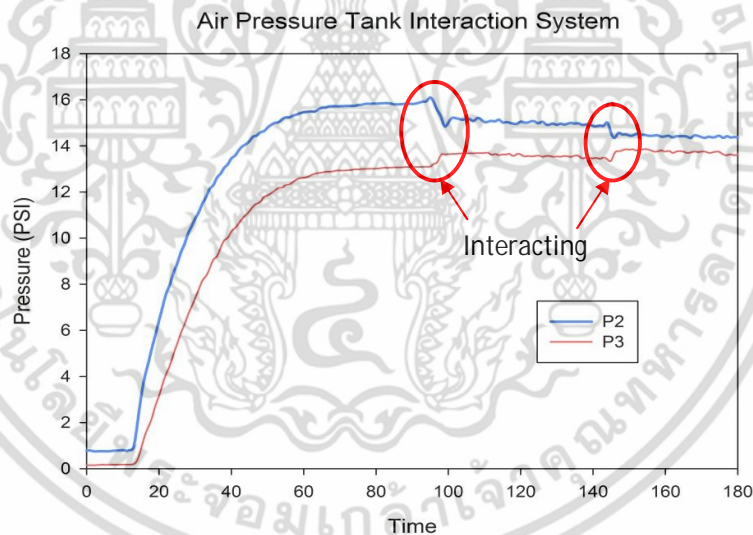
บทที่ 4

การทดลองและวิจารณ์ผลการทดลอง

ในบทนี้กล่าวถึงการทดสอบและการศึกษาระบบที่พลวัตของกระบวนการ การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองคณิตศาสตร์ และการสังเคราะห์ตัวควบคุมที่เสมือนตัวควบคุมแบบ PID

4.1 การทดสอบการทำงานของกระบวนการ

การทดสอบในส่วนนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อดูผลตอบสนองของความดันอากาศที่เกิดขึ้นกับระบบปฏิบัติการ การทดสอบเป็นแบบลูปวงเปิด โดยกำหนดให้ความดันที่ไหลเข้าระบบ 50 psi และควบคุมให้วาล์วควบคุม (CV-01) เปิด 60% เปิดวาล์วปฏิบัติการด้วยมือ (MV-02) เปิดไว้ที่ 50% ตลอดการทดสอบ และเปิดวาล์วปฏิบัติการด้วยมือ (MV-01) เริ่มที่ 25% เมื่อความดันในถังทั้งสองถังเข้าสู่สถานะเสถียรภาพ ก็ปรับวาล์วปฏิบัติการด้วยมือ (MV-01) ไปที่ 50% และ 75% ตามลำดับ จะมีผลตอบสนองตามรูปที่ 4.1



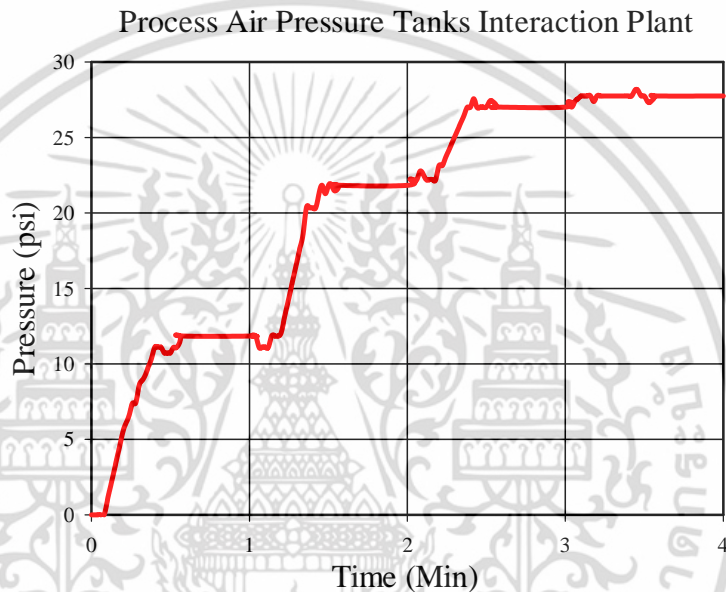
รูปที่ 4.1 ผลตอบสนองของความดันอากาศของระบบปฏิบัติการ

จากรูปที่ 4.1 แสดงให้เห็นว่า เมื่อจ่ายความดันอากาศเข้าไปในระบบ ความดันอากาศภายในถังจะเริ่มเข้าสู่สถานะเสถียรภาพช่วงเวลา 70 วินาที ที่วาล์วปฏิบัติการด้วยมือ (MV-01) เปิดที่ 25% จากนั้นเวลา 90 วินาที ปรับวาล์วปฏิบัติการด้วยมือ (MV-01) ไปที่ 50% ความดันอากาศภายในถังจะเริ่มเข้าสู่สถานะเสถียรภาพอีกครั้ง ในช่วงเวลา 98 วินาที จากนั้นเวลา 140 วินาที ปรับวาล์วปฏิบัติการด้วยมือ (MV-01) จาก 50% ไปที่ 75% ความดันอากาศที่เกิดขึ้นภายในถังจะเริ่มเข้าสู่สถานะเสถียรภาพในช่วงเวลา 145 วินาที สังเกตได้ว่า ณ ช่วงเวลาในการปรับเปลี่ยนเวลาจาก 25% ไปยัง 50% และ 75% ตามลำดับ ความดันอากาศมีความปั่นป่วนเกิดขึ้นก่อนที่จะเข้าสู่สถานะ

เสถียรภาพในช่วงเวลาสั้นๆ นั้นเกิดมาจากความดัน (P3) อากาศในถังที่ 2 ที่ส่งผลด้านความดัน (P2) อากาศในถังที่ 1

4.2 การตรวจสอบแบบจำลองคณิตศาสตร์

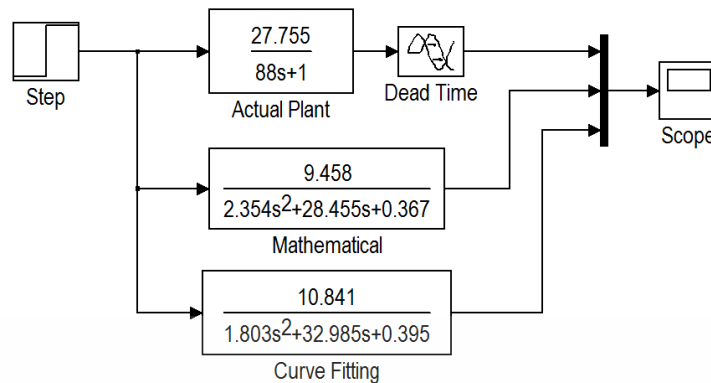
การทดสอบผลตอบสนองของระบบปฏิบัติการถึงเก็บความดันอากาศ โดยกำหนดให้ความดันที่ไหลเข้าระบบ 50 psi เปิดวาล์วปฏิบัติการด้วยมือ (MV-01 และ MV-02) ทั้งสองตัวที่ 50% ตลอดการทดสอบ และควบคุมให้วาล์วควบคุม (CV-01) เปิดจาก 60% ไปถึง 80%



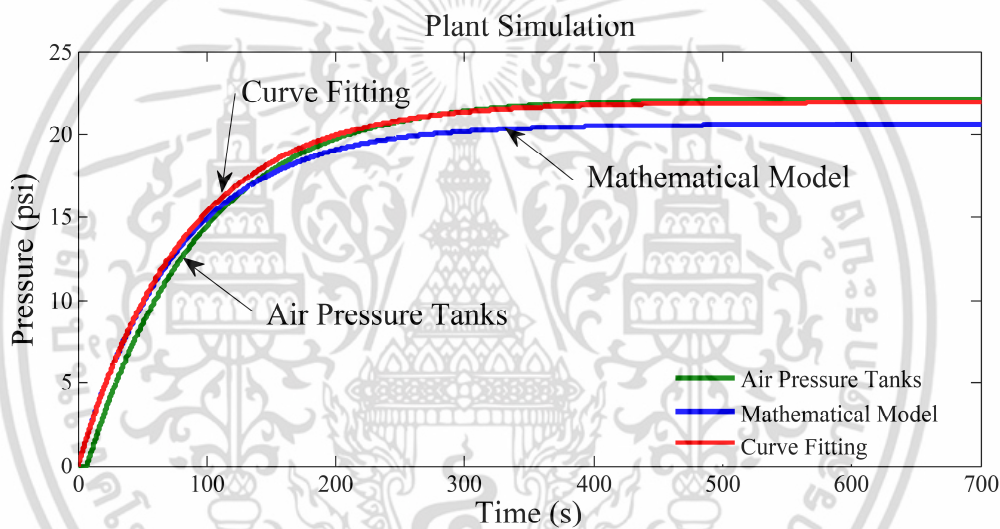
รูปที่ 4.2 ผลตอบสนองของความดันอากาศถึงที่สองของระบบปฏิบัติการ

จากผลตอบสนองของระบบปฏิบัติการในรูปที่ 4.2 ใช้การประมาณค่า Process Reaction โดยวิธีกราฟพบว่ามีค่าดังต่อไปนี้ Process Gain (Kp) : 27.755 psi/%opening, Time Constant (τ) : 88 seconds และ Dead Time : 7 seconds จากวิธีการดังกล่าวสามารถจัดให้อยู่ในรูปฟังก์ชันถ่ายโอนแบบ First order ที่มี Dead Time ได้ในสมการที่ (4.1) เพื่อใช้เป็นตัวแทนของระบบปฏิบัติการในการนำมาอ้างอิงในการตรวจสอบแบบจำลองคณิตศาสตร์และการปรับแต่งแบบจำลอง

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{27.755e^{-7s}}{88s + 1} \quad (4.1)$$



รูปที่ 4.3 การจำลองสถานการณ์การทำงานแบบจำลองคณิตศาสตร์



รูปที่ 4.4 การเปรียบเทียบผลตอบสนองของแบบจำลองกับระบบปฏิบัติการ

การตรวจสอบแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ได้ในสมการที่ (3.16) ในบทที่ 3 มาเปรียบเทียบกับผลตอบสนองของระบบปฏิบัติการในสมการที่ (4.1) โดยการนำสมการทั้งสองมาจำลองสถานการณ์การทำงานในกรณีที่ระบบเป็นระบบเปิดบนโปรแกรม Simulink/MATLAB โดยกำหนดให้อินพุทแบบขั้นบันได (Step input) เปรียบเสมือนตัวแปรตำแหน่งการเปิดปิดของวาล์วควบคุม (CV-01) มีค่าจาก 60% ถึง 80% ในรูปที่ 4.4 แสดงให้เห็นผลตอบสนองของแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ได้จากการจำลองสถานการณ์มีความใกล้เคียงกับผลระบบปฏิบัติการถึงเก็บความดันอากาศ และผลตอบสนองดังกล่าวแสดงให้เห็นว่าหลักการสมดุลมวลและความสัมพันธ์ของตัวแปรที่กำหนดสามารถสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ได้และความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นสามารถอนุมานได้ว่าอาจเกิดจากตัวแปรที่ไม่สามารถควบคุมได้ เช่น ความดันอากาศที่นำมาจ่ายให้ระบบมีความไม่เสถียร ความแม่นยำของตัวอุปกรณ์เครื่องมือวัดของระบบอื่นๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เพื่อที่สามารถออกแบบตัวควบคุมให้มีประสิทธิภาพต่อระบบปฏิบัติการนำแบบจำลองคณิตศาสตร์มาปรับค่าพารามิเตอร์เพื่อให้ได้แบบจำลองที่มีความใกล้เคียงกับผลตอบสนองของระบบปฏิบัติการให้มากที่สุด ผลจากปรับค่าพารามิเตอร์ได้แบบจำลองในสมการที่ (4.2)

$$G(s) = \frac{10.841}{1.803S^2 + 32.985S + 0.395} \quad (4.2)$$

4.3 การสังเคราะห์ตัวควบคุมและการควบคุม

4.3.1 การสังเคราะห์ตัวควบคุมจากแบบคณิตศาสตร์และการทดลองการควบคุม

ในส่วนนี้เป็นการสังเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์ตัวควบคุมเปรียบเสมือนตัวควบคุมแบบ PID จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ผ่านการปรับแต่งให้ใกล้เคียงกับผลตอบสนองของระบบปฏิบัติการและการทดลองการควบคุมที่ได้จากข้างต้นนำมาควบคุมแบบจำลอง

การสังเคราะห์ตัวควบคุมของกระบวนการอันดับสองจากหลักการพื้นฐานในการควบคุม จากทฤษฎีการสังเคราะห์ตัวควบคุมไม่สามารถสร้างตัวควบคุมที่มีเอาต์พุตเท่ากับค่าเป้าหมายได้ทุกช่วงเวลา ตัวควบคุมจะใช้เวลาช่วงหนึ่งเพื่อเข้าสู่ค่าเป้าหมาย หรือที่เรียกว่า ค่าคงที่เวลา τ_c ที่นำเสนอโดย Dahlin (1968) จากกระบวนการอันดับสอง

$$G(s) = \frac{K}{(\tau_1 S + 1)(\tau_2 S + 2)} \quad (4.3)$$

$$G_C(s) = \frac{K}{(\tau_1 S + 1)(\tau_2 S + 2)} \cdot \frac{1}{\tau_c S} \quad (4.4)$$

ได้ตัวควบคุม PID จากกการสังเคราะห์กระบวนการอันดับสอง

$$G_C(s) = \frac{\tau_1}{K \tau_c} \left(1 + \frac{1}{\tau_1' S} \right) (\tau_2 S + 1) \quad (4.5)$$

โดยปกติ ตัวควบคุมแบบ PID ที่เป็นรูปแบบพื้นฐานโดยทั่วไปสมการที่ (4.5) ไม่สามารถใช้งานได้ดีในทุกๆกระบวนการ การปรับปรุงเพื่อให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นของตัวควบคุม เป็นการปรับแต่งของโหมดอนุพันธ์ โดยให้ค่าเกณฑ์ร่วมกับสมการค่าคงที่เวลาเป็น $\alpha \tau_c' S + 1$ ซึ่งเรียกว่า ตัวกรอง โดย α จะมีค่าในช่วง 0.05 ถึง 0.2 ซึ่งจะได้ตัวควบคุม PID ตามสมการ ที่ (4.6)

$$G_c(s) = K'_c \left(1 + \frac{1}{\tau'_1 s} \right) \left(\frac{\tau'_D s + 1}{\alpha \tau'_D s + 1} \right) \quad (4.6)$$

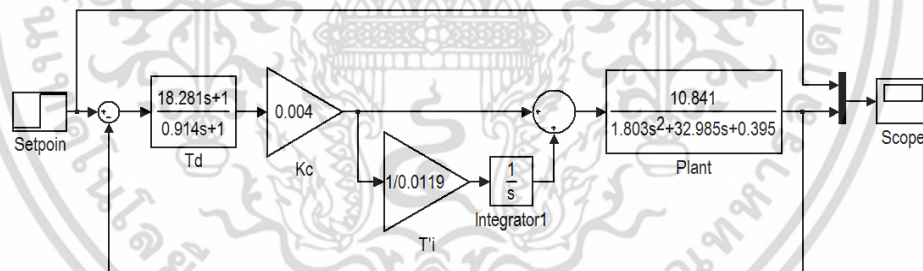
ค่าสัมประสิทธิ์ในการปรับแต่งสำหรับตัวควบคุม PID สำหรับแบบจำลองคณิตศาสตร์ในสมการที่ (4.2) สามารถคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ได้ในตารางที่ 4.1 ดังนี้

ตารางที่ 4.1 ค่าสัมประสิทธิ์ตัวควบคุม PID สังกะระหะที่กระบวนการอันดับสอง

ตัวควบคุม	ค่าสัมประสิทธิ์ในการปรับแต่ง	
P	$K'_c = \frac{\tau_1}{K\tau_c}$	0.004
I	$\tau'_1 = \tau_1$	0.0119
D	$\tau'_D = \tau_2$	18.282

เมื่อ $\alpha = 0.05$ และ $\tau_c = 0.49$

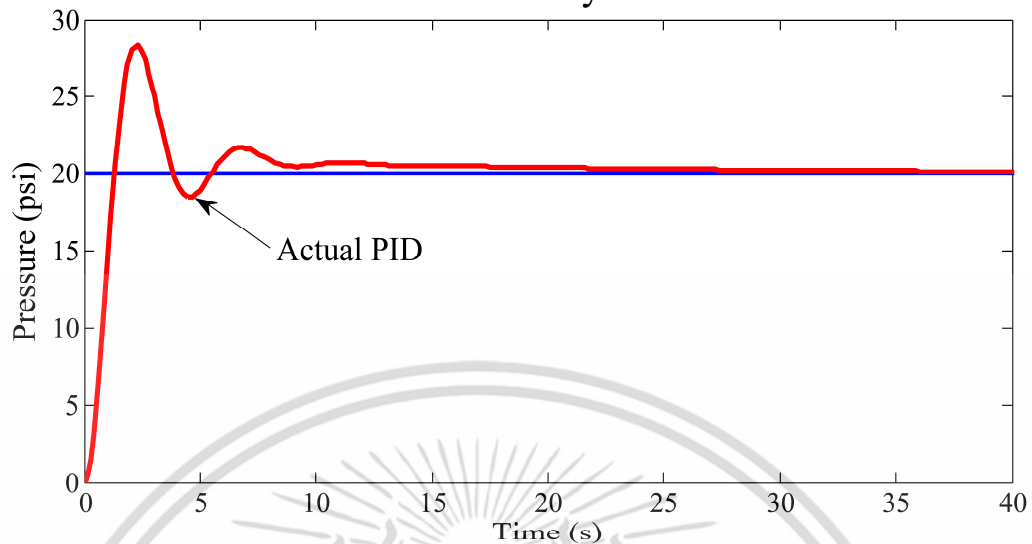
นำตัวควบคุมที่ได้จากสังเคราะห์ในสมการที่ (4.6) มาจำลองสถานการณ์การควบคุมระบบแบบจำลองคณิตศาสตร์ระบบถึงเก็บความดันสมการที่ (4.2) ในโปรแกรม Simulink/MATLAB โดยกำหนดค่าเป้าหมายเป็น 20



รูปที่ 4.5 ระบบควบคุมของแบบจำลองคณิตศาสตร์เมื่อมี PID จากการสังเคราะห์ (Actual Controller)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Controller Synthesis



รูปที่ 4.6 ผลตอบสนองของระบบควบคุมของแบบจำลองเมื่อมี PID จากการสังเคราะห์

จากผลตอบสนองของระบบควบคุมตามรูปภาพที่ 4.6 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุม PID ที่มาจากการสังเคราะห์จากแบบจำลองคณิตศาสตร์สามารถควบคุมให้เข้าสู่เป้าหมายได้ตามความต้องการสำเร็จ โดยมี เปอร์เซ็นต์การพุ่งเกินเท่ากับ (%OS) = 40% และให้เวลาในการตอบสนองในการเข้าสู่ค่าเป้าหมายที่ 32.5 วินาที

4.3.2 การสังเคราะห์ตัวควบคุมจากผลตอบของระบบปฏิบัติการและการทดลองควบคุม

ในส่วนนี้เป็นการสังเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์ตัวควบคุมเปรียบเสมือนตัวควบคุมแบบ PID จากผลตอบสนองของระบบปฏิบัติการที่มี Dead Time และการทดลองการควบคุมที่ได้จากข้างต้นนำมาควบคุมและปรับแต่งให้มีความเหมาะสมไปนำไปควบคุมระบบปฏิบัติการต่อไป

การสังเคราะห์ตัวควบคุมกระบวนการอันดับหนึ่งร่วม Dead Time

$$G(s) = \frac{Ke^{-t_0s}}{\tau_1s + 1} \quad (4.7)$$

$$G_c(s) = \frac{\tau s + 1}{Ke^{-t_0s}} \cdot \frac{1}{\tau_c s} \quad (4.8)$$

ได้ตัวควบคุม PID จากกการสังเคราะห์กระบวนการอันดับหนึ่งร่วม Dead Time

$$G_c(s) = \frac{\tau}{K(\tau_c + t_0)} \left(1 + \frac{1}{\tau s}\right) e^{-0s} \quad (4.9)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการศึกษาทฤษฎีต่าง ๆ ในระบบควบคุมมักจะประสบปัญหาในการควบคุม เมื่อกระบวนการเหล่านั้นมีเวลาวิกฤต (dead-time) เกิดขึ้นกับระบบ เราจะใช้การประมาณ First-Order Pade นำมาแก้ปัญหาดังกล่าว

$$e^{-0r_s} = \left(\frac{1 - \frac{t_0}{2} S}{1 + \frac{t_0}{2} S} \right) \quad (4.10)$$

จะได้ตัวควบคุมจากการสังเคราะห์ร่วมกับการประมาณ First-Order Pade ดังนี้

$$G_c(s) = \frac{\tau}{K(\tau_c + t_0)} \left(1 + \frac{1}{\tau s} \right) \left(\frac{1 - \frac{t_0}{2} S}{1 + \frac{t_0}{2} S} \right) \quad (4.11)$$

เมื่อ

$$\tau' = \frac{\tau_c t_0}{2(\tau_c + t_0)} \quad (4.12)$$

สำหรับกระบวนการอันดับหนึ่งรวม Dead Time ได้ค่าสัมประสิทธิ์ในการปรับแต่งสำหรับตัวควบคุม PID แบบ Synthesized Controller ในตารางที่ 4.2 ตามตารางที่ 2.5 สามารถสังเคราะห์ตัวควบคุมแบบ Actual Controller ที่มาจากกระบวนการอันดับหนึ่งรวม Dead Time ได้ค่าสัมประสิทธิ์ในการปรับแต่งในตารางที่ 4.3 เพื่อนำมาเปรียบเทียบดูผลตอบสนองของระบบควบคุม

ตารางที่ 4.2 ค่าสัมประสิทธิ์ตัวควบคุม PID แบบ Synthesized Controller อ้างอิงสมการที่ (4.11)

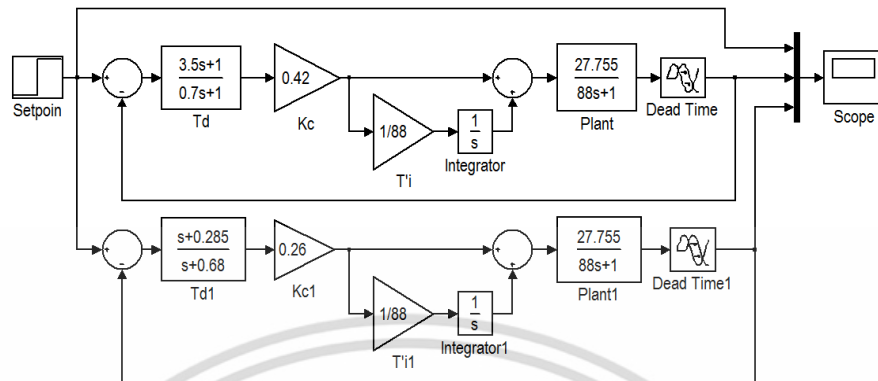
ค่าตัวแปร	ค่าสัมประสิทธิ์ในการปรับแต่ง
K	27.755
τ	88
t_0	3.5
τ_c	5

ตารางที่ 4.3 ค่าสัมประสิทธิ์ตัวควบคุม PID แบบ Actual Controller อ้างอิงสมการที่ (4.6)

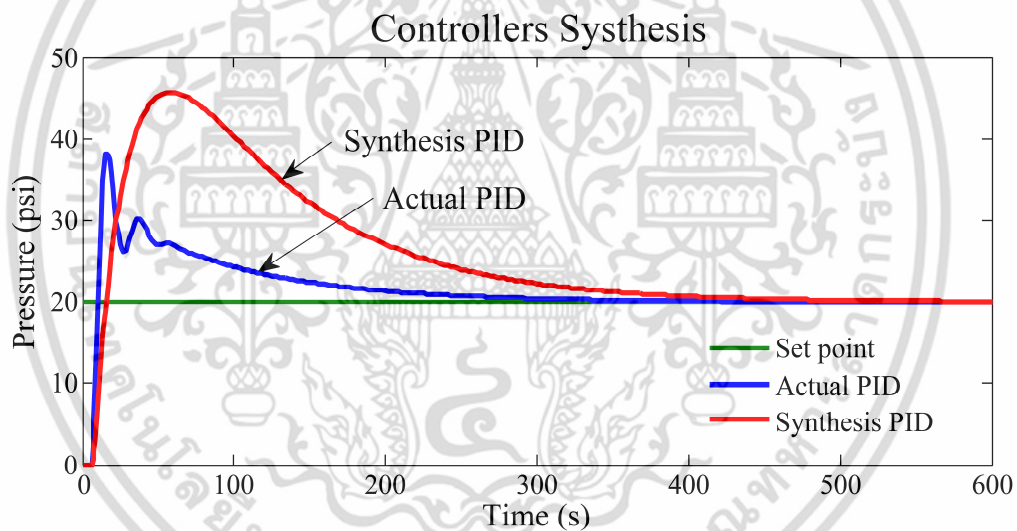
ตัวควบคุม	ค่าสัมประสิทธิ์ในการปรับแต่ง	
P	$K'_c = \frac{\tau}{K(\tau_c + t_0)}$	0.42
I	$\tau'_1 = \tau$	88
D	$\tau'_D = \frac{\tau_0}{2}$	3.5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $\alpha = 0.2$ และ $\tau_c = 0.5$



รูปที่ 4.7 ระบบควบคุมของกระบวนการอันดับหนึ่งร่วมกับ Dead Time เมื่อมี PID จากการสังเคราะห์ทั้งสองแบบ

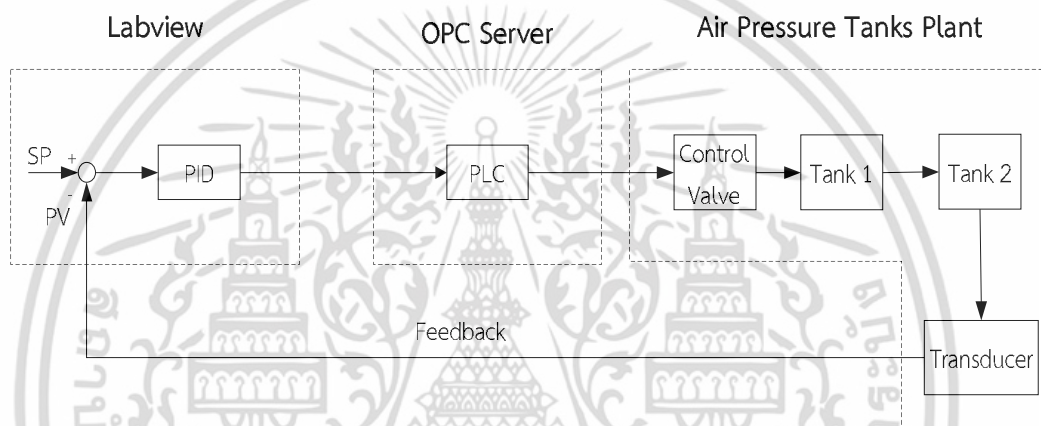


รูปที่ 4.8 ผลตอบสนองของระบบควบคุมกระบวนการอันดับหนึ่งร่วมกับ Dead Time

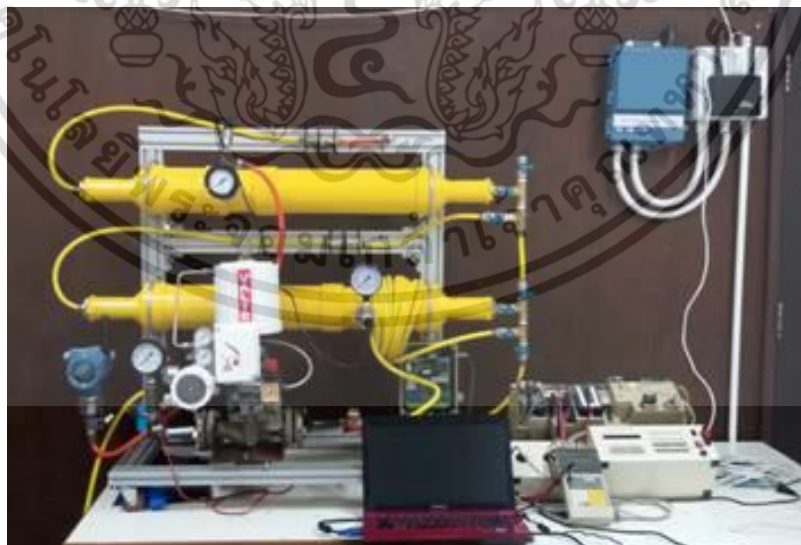
จากผลตอบสนองของระบบควบคุมในรูปที่ 4.8 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุม PID ทั้งสองแบบที่มาจากการสังเคราะห์จากกระบวนการอันดับหนึ่งร่วมกับเวลาวิกฤตสามารถควบคุมให้เข้าสู่เป้าหมายได้ตามต้องการได้สำเร็จ โดยแบบ Actual Controller มีเปอร์เซ็นต์การพุ่งเกินเท่ากับ (%OS)=90% และให้เวลาในการตอบสนองในการเข้าสู่ค่าเป้าหมายที่ 320 วินาที และแบบ Synthesized Controller มีเปอร์เซ็นต์การพุ่งเกินเท่ากับ (%OS)=130% และให้เวลาในการตอบสนองในการเข้าสู่ค่าเป้าหมายที่ 480 วินาที สรุปได้ว่าตัวควบคุมแบบ Actual Controller แบบประสิทธิภาพมากกว่าแบบแบบ Synthesized Controller ดังนั้นเราจะนำค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากแบบ Actual Controller มาควบคุมกับระบบปฏิบัติการในหัวข้อที่ 4.3.3

4.3.3 การทดลองควบคุมระบบปฏิบัติการ

การทดลองในส่วนนี้เป็นการทดลองกับระบบปฏิบัติการโดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์ในการควบคุมที่ได้จากการปรับแต่งในตารางที่ 4.3 มาใช้ในการควบคุม เพื่อนำสู่การพิสูจน์ถึงนำการไปใช้งานกับระบบปฏิบัติการจริงได้ โดยระบบควบคุมได้มีการการออกแบบดังนี้ ทรานสดิวเซอร์ความดันในถังหมายเลขที่ T-02 เป็นอุปกรณ์ตรวจวัดค่าความดันเพื่อส่งสัญญาณเข้าสู่ OPC Server เพื่อนำสัญญาณมาสร้างเป็น OPC Tag ส่งยัง OPC ปลายทางให้เชื่อมต่อกับโปรแกรม LabVIEW เพื่อเป็นค่าตัวแปรของกระบวนการควบคุม และ PLC เป็นอุปกรณ์ควบคุมที่รับคำสั่งจากโปรแกรม LabVIEW ส่งไปสู OPC ต้นทาง และนำสัญญาณส่งผ่าน RS-232 ไปสู่ PLC เพื่อใช้ควบคุมวาล์วหมายเลข CV-01 ให้ได้ความดันตามค่าเป้าหมาย ดังรูปที่ 4.9

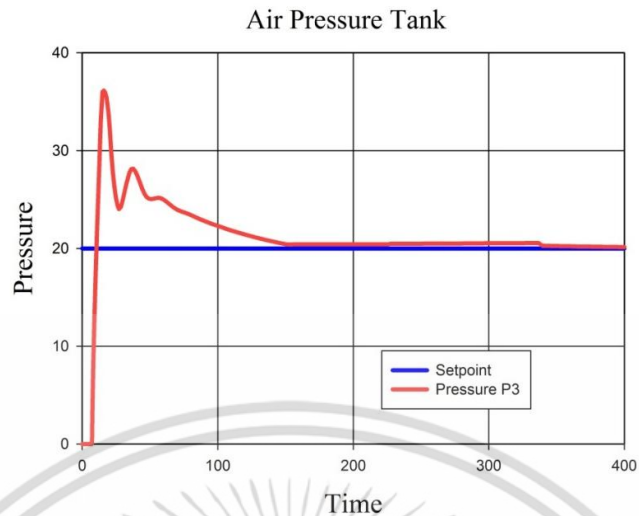


รูปที่ 4.9 บล็อกไดอะแกรมระบบควบคุมของระบบปฏิบัติการ



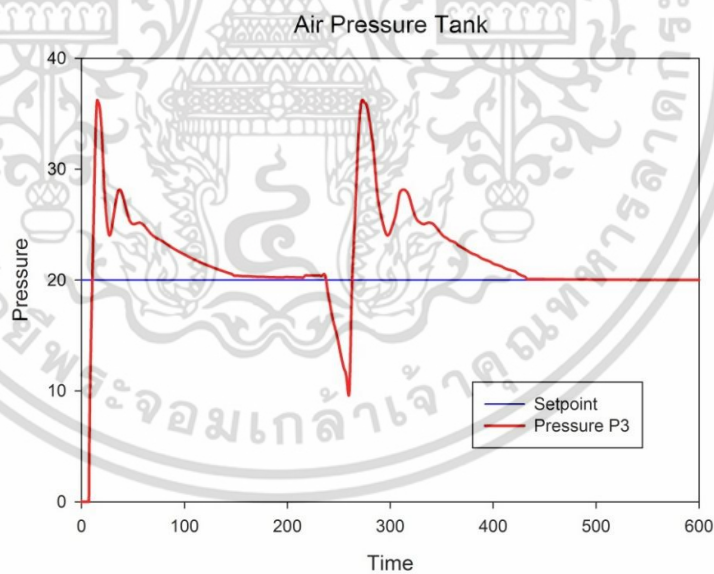
รูปที่ 4.10 ระบบควบคุมของระบบปฏิบัติการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.11 ผลตอบสนองของระบบควบคุมระบบปฏิบัติการ

จากผลตอบสนองของระบบควบคุมแสดงในรูปภาพที่ 4.11 ให้เห็นว่าตัวควบคุม PID แบบ Actual Controller สามารถทำให้การควบคุมระบบปฏิบัติการให้เข้าสู่เป้าหมายได้ตามต้องการได้ และผลตอบสนองของระบบควบคุมมีความใกล้เคียงกับผลตอบสนองของระบบควบคุมในห้อยข้องการทดลองที่ 4.3.2 ที่ได้จำลองสถานการณ์การควบคุมใน Simulink/Matlab



รูปที่ 4.12 ผลตอบสนองของระบบควบคุมระบบปฏิบัติการเมื่อมีการรบกวนระบบ

การทดสอบในส่วนนี้ เป็นการทดสอบระบบควบคุมระบบปฏิบัติการเมื่อมีการรบกวน โดยให้แหล่งจ่ายความดันหายไปในช่วงระยะเวลาหนึ่ง จากผลตอบสนองในรูปที่ 4.12 แสดงให้เห็นตัวควบคุมสามารถกลับเข้าสู่เป้าหมายได้อย่างรวดเร็ว

บทที่ 5

สรุปและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลงานวิจัย

งานวิจัยนี้ได้นำเสนอแบบจำลองคณิตศาสตร์และการออกแบบตัวควบคุมของระบบปฏิบัติการถึงเก็บความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์ ซึ่งระบบปฏิบัติการเป็นระบบแบบพลวัต โดยงานวิจัยนี้ได้เริ่มจากการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับแนวคิดวิธีการและทฤษฎีต่าง ๆ ในการสร้างสมการแบบจำลองคณิตศาสตร์ ไม่ว่าจะเป็นวิธีการหลักการทางสถิติหรือวิธีการการปรับเส้นโค้ง (Curve Fitting) ซึ่งวิธีการดังกล่าวไม่สามารถอธิบายลักษณะพลวัต และการวิเคราะห์ทฤษฎีต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นกับระบบได้ดีเท่ากับวิธีการสร้างสมการแบบจำลองคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการสมดุลมวลหรือพลังงานที่จะอธิบายด้วยสมการอนุพันธ์ หลังจากนั้นหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่าง ๆ ในระบบเพื่อให้ได้มาซึ่งแบบจำลองคณิตศาสตร์

5.1.1 สรุปผลในการดำเนินการสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์

แบบจำลองคณิตศาสตร์ที่สร้างมาจากหลักการสมดุลมวลที่ประกอบด้วยระบบย่อยสองระบบเข้าด้วยกันแล้วนำมาต่อรวมกันเป็นระบบใหญ่ โดยในแต่ละระบบย่อย มีการกำหนดไว้ดังนี้ถึงเก็บความดันอากาศหมายเลข T-01 จะเป็นการกำหนดสมการสมดุลอัตรามวลที่สะสมในระบบโดยอธิบายด้วยสมการแก๊สในอุดมคติเป็นระบบย่อยที่หนึ่ง ซึ่งกำหนดให้สมการการไหลของอากาศที่ผ่านวาล์วควบคุมหมายเลข CV-01 เป็นสมการอินพุตของระบบย่อยที่หนึ่งและระบบใหญ่ กำหนดให้สมการการไหลของอากาศที่ผ่านวาล์วปฏิบัติการด้วยมือ MV-01 เป็นสมการเอาต์พุตของระบบย่อยที่หนึ่ง และถึงเก็บความดันอากาศหมายเลข T-02 จะเป็นการกำหนดสมการสมดุลอัตราโมลที่คงเหลือในระบบ โดยอธิบายด้วยสมการแก๊สในอุดมคติเช่นกันเป็นระบบย่อยที่สอง กำหนดให้สมการการไหลของอากาศที่ผ่านวาล์วปฏิบัติการด้วยมือหมายเลข MV-01 เป็นสมการอินพุตของระบบย่อยที่สองและสมการการไหลผ่านวาล์วปฏิบัติการด้วยมือหมายเลข MV-02 เป็นสมการเอาต์พุตของระบบย่อยที่สองและระบบใหญ่ ซึ่งสุดท้ายจะได้แบบจำลองแบบจำลองคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นจำลองคณิตศาสตร์ที่ความสัมพันธ์ของตัวแปรเอาต์พุตคือความดันอากาศ (P3) ในถึงเก็บหมายเลข T-02 ต่อตัวแปรอินพุตคือตำแหน่งการเปิดปิดวาล์วควบคุมหมายเลข CV-01 (Mi)

จากการดำเนินการดังกล่าวนำมาสู่การตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองคณิตศาสตร์ใช้วิธีการเปรียบเทียบกับผลการจำลองสถานการณ์ด้วยคอมพิวเตอร์ ซึ่งผลการจำลองสถานการณ์ใน Simulink/Matlab แสดงให้เห็นแบบจำลองคณิตศาสตร์ได้อย่างใกล้เคียงกับผลตอบสนองของระบบปฏิบัติการความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นสามารถอนุมานได้ว่าอาจเกิดจากตัวแปรที่ไม่สามารถควบคุมได้เช่น ความดันอากาศที่นำมาจ่ายให้ระบบมีความไม่เสถียร ความแม่นยำของตัวอุปกรณ์เครื่องมือวัดของระบบอื่น ๆ

5.1.2 สรุปผลในการดำเนินการสังเคราะห์ตัวควบคุม

จากผลการตรวจสอบแบบจำลองคณิตศาสตร์ได้แสดงให้เห็นว่าผลตอบสนองของแบบจำลองมีความใกล้เคียงกับผลตอบสนองของระบบปฏิบัติการ เพื่อการสังเคราะห์ตัวควบคุมที่มีความเหมาะสมและแม่นยำมากยิ่งขึ้น และได้มีการดำเนินการปรับแต่งแบบจำลองคณิตศาสตร์ให้มีความใกล้เคียงกับผลตอบสนองของระบบปฏิบัติการมากยิ่งขึ้น

5.1.2.1 การสังเคราะห์ตัวควบคุมจากแบบจำลองคณิตศาสตร์ ที่เป็นสมการอันดับสองสามารถนำมาสังเคราะห์ตัวควบคุมได้และผลตอบสนองจากจำลองสถานการณ์ด้วยคอมพิวเตอร์ แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมที่มาจากการสังเคราะห์แบบจำลองคณิตศาสตร์สามารถควบคุมให้เข้าสู่เป้าหมายได้ตามความต้องการสำเร็จ โดยมีเปอร์เซ็นต์การพุ่งเกินเท่ากับ (%OS)=40% และมีเวลาในการตอบสนองการเข้าสู่ค่าเป้าหมายที่ 32.5 วินาที

5.1.2.2 การสังเคราะห์ตัวควบคุมจากผลตอบของระบบปฏิบัติการ เห็นได้ว่าผลตอบสนองของระบบปฏิบัติการที่อนุমানให้เป็นสมการฟังก์ชันถ่ายโอนอันดับหนึ่งที่ร่วมกับเวลาวิกฤตสามารถนำมาสังเคราะห์ตัวควบคุมได้และผลตอบสนองจากจำลองสถานการณ์ด้วยคอมพิวเตอร์ที่ประกอบไปกับการสังเคราะห์ตัวควบคุมสองแบบที่นำเสนอ แสดงให้เห็นแสดงให้เห็นว่าตัวควบคุม P ทั้งสองแบบที่มาจากการสังเคราะห์จากกระบวนการอันดับหนึ่งร่วมกับเวลาวิกฤตสามารถควบคุมให้เข้าสู่เป้าหมายได้ตามต้องการได้สำเร็จ โดยแบบ **Actual Controller** มีเปอร์เซ็นต์การพุ่งเกินเท่ากับ (%OS)=90% และให้เวลาในการตอบสนองในการเข้าสู่ค่าเป้าหมายที่ 320 วินาที และแบบ **Synthesized Controller** มีเปอร์เซ็นต์การพุ่งเกินเท่ากับ (%OS)=130% และให้เวลาในการตอบสนองในการเข้าสู่ค่าเป้าหมายที่ 480 วินาที สรุปได้ว่าตัวควบคุมแบบ **Actual Controller** แบบประสิทธิภาพมากกว่าแบบแบบ **Synthesized Controller**

5.1.2.3 การทดสอบการควบคุมระบบปฏิบัติการ ผลการทดลองการควบคุมระบบปฏิบัติการโดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์จากการสังเคราะห์ตัวควบคุมแบบ **Actual Controller** แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมสามารถทำให้ลูบการควบคุมเข้าสู่เป้าหมายได้ตามต้องการได้ และผลตอบสนองที่ได้มีความใกล้เคียงกับการจำลองสถานการณ์ใน **Simulink/Matlab** และผลการทดลองการควบคุมระบบปฏิบัติการที่มีการรบกวนระบบแสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมสามารถกลับมาเข้าสู่เป้าหมายได้ตามต้องการได้อย่างรวดเร็ว

สรุปได้ว่าการดำเนินงานวิจัยสามารถสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่มาจากหลักการสมมูลมวลที่สามารถอธิบายถึงลักษณะพลวัตและตัวแปรต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นกับกระบวนการ และการสังเคราะห์ตัวควบคุมที่ได้แบบจำลองคณิตศาสตร์เห็นได้ว่าเป็นหลักการพื้นฐานในการสร้างตัวควบคุม และง่ายต่อการปรับแต่งค่าพารามิเตอร์ที่ใช้การปรับแต่งเพียงค่าสัมประสิทธิ์เดียวคือ τ_c เพื่อหาค่าพารามิเตอร์เหมาะสมเพื่อนำไปใช้งานกับระบบปฏิบัติการได้อย่างมีประสิทธิภาพ

5.2 ข้อเสนอแนะในงานวิจัยต่อ

แบบจำลองคณิตศาสตร์ที่มาจากระบบปฏิบัติการถึงเก็บความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์เป็นระบบแบบเข้าออกทางเดียว (SISO) ดังนั้นเพื่อจะเพิ่มความสามารถในการเข้าใจในระบบแบบพลวัตให้มากยิ่งขึ้น และแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่มีความหลากหลายและยืดหยุ่นในการประยุกต์ใช้งาน การศึกษาที่ยังมีความจำเป็นมากยิ่งขึ้นในอนาคตที่ต้องการเข้าใจในหลายกรณี จึงเป็นสิ่งที่น่าสนใจอย่างยิ่งที่จะดำเนินการภายใต้เงื่อนไขในการศึกษาและวิจัยในระบบเข้าออกหลายทาง (MIMO)



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

- [1] K. Anish Mathew 2012. "Internal Model Control of Pressure Process Using ARM Microcontroller." International Conference on Computing Electronics and Electrical Technologies. 2012(1) : 351-353.
- [2] C. E. Long, J. D. Miles, C. E. Holland and E. P. Gatzke. 2003. "A Flexible Multivariable Experimental Air Tank System For Process Control Education." American Control conference, 2003(1) : 688-693.
- [3] Nordin Saad and Mohd Syahrul Ridhwan Zailani. 2007. "Industrial PC Control Implementation on PID controllers : Application to Pressure Control System." International Conference on Intelligent and Advanced Systems. 2007(1) : 1007-1012.
- [4] Carlos A.Smith and Armando B. Corripio. 1997. Principles and Practice of Automatic Process Control. John Wiley and Sons, Ins. United States of America.
- [5] กพดล แชนนิ่งตั้ง. 2550. การออกแบบระบบควบคุม. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร : มีนเซอร์วิส ซัพพลาย
- [6] ชัยรัตน์ ตั้งดวงดี. การสมมูลมวลสารและพลังงาน คู่มืออบรมหลักสูตรมินิ Food Engineering. : ภาควิชาวิศวกรรมอาหาร คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี.
- [7] Flowserve corporation. (2002). Sizing and Selection. Flowserve corporation, Flow control division SS004. Rev9/2002
- [8] Swagelok Company. (2007). Valve Sizing Technical Bulletin, Swagelok-TM R4 MS-06-84-E
- [9] MathWorks. (2015). Matlab&Simulink, UTL: http://www.mathworks.com/help/pdf_doc/simulink/sl_gs.pdf, access on 10/05/2015.
- [10] A.B. Campo. (2012), PID Control Design, DOI: 10.5772/48497, MATLAB - A Fundamental Tool for Scientific Computing and Engineering Applications - Volume 1, UTL: <http://dx.doi.org/10.5772/48497>, access on 25/07/2015.

ภาคผนวก

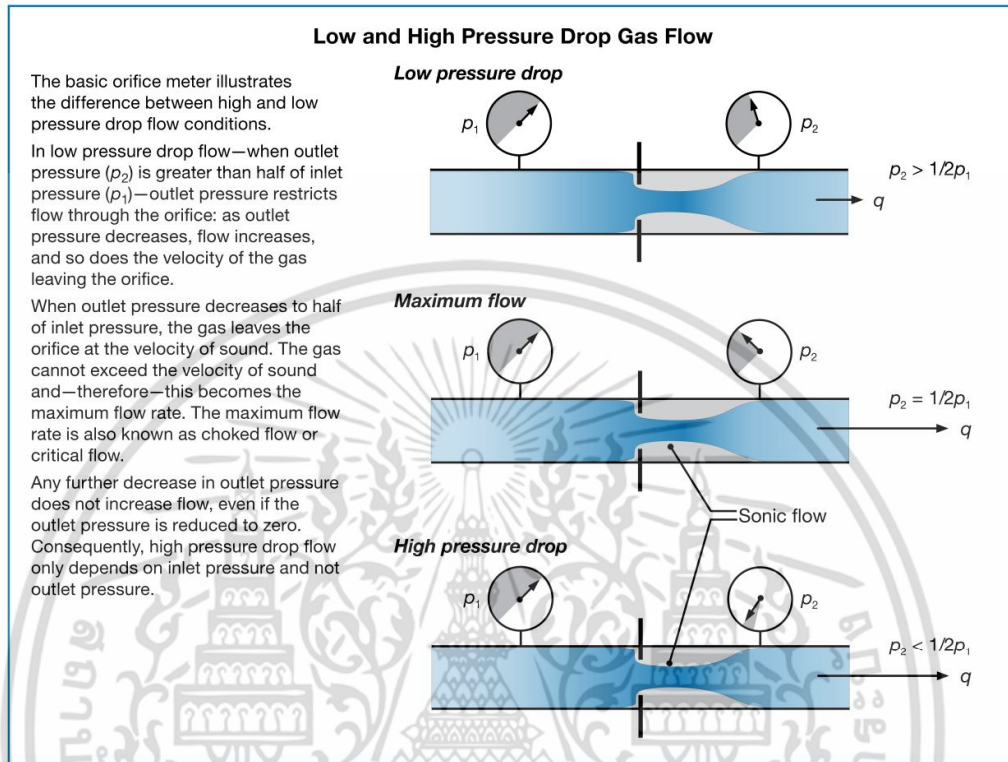


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาคผนวก ก
(Valve Sizing)

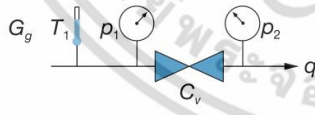
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



This equation applies when there is low pressure drop flow—outlet pressure (p_2) is greater than one half of inlet pressure (p_1):

$$q = N_2 C_v \rho_1 \left(1 - \frac{2\Delta p}{3p_1}\right) \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho_1 G_g T_1}}$$

$p_2 > 1/2 p_1$



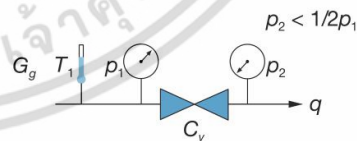
The low pressure drop air flow graphs (pages 8 and 9) show low pressure drop air flow for a valve with a C_v of 1.0, given as a function of inlet pressure (p_1) for a range of pressure drop (Δp) values.

When outlet pressure (p_2) is less than half of inlet pressure (p_1)—high pressure drop—any further decrease in outlet

pressure does not increase the flow because the gas has reached sonic velocity at the orifice, and it cannot break that “sound barrier.”

The equation for high pressure drop flow is simpler because it depends only on inlet pressure and temperature, valve flow coefficient, and specific gravity of the gas:

$$q = 0.471 N_2 C_v \rho_1 \sqrt{\frac{1}{G_g T_1}}$$



The high pressure drop air flow graphs (pages 10 and 11) show high pressure drop air flow as a function of inlet pressure for a range of flow coefficients.

Control Valve Sizing

CONTENTS

Introduction	3-1
Nomenclature	3-1
Calculating C_v for Liquids	3-3
Liquid Sizing Examples	3-7
Calculating C_v for Gases	3-10
Gas Sizing Examples	3-13
Calculating C_v for Two Phase Flow	3-15
Vapor Pressure Charts	3A-1
Steam Tables	3A-7
Fluid Property Correlation Constants	3A-21
Pipe Data	3A-29

INTRODUCTION

Valtek uses a systematic method for selecting body types, sizes, materials, pressure ratings and trim sizes based on flow characteristics.

Valtek control valve flow capacity (C_v) is based upon the industry standard, ANSI/ISA S75.01. This standard and the corresponding measuring standards contain Equations used to predict the flow of compressible and incompressible fluids in control valves. Slightly different forms of the basic Equation are used for liquids and gases.

Basic steps for sizing and selecting the correct valve include calculating the required C_v . Equations for calculating C_v for both gases and liquids are found in this section.

Valtek has programmed the ANSI/ISA sizing Equations and procedures, making computer-aided sizing available on IBM-PC or compatible computers. These programs permit rapid control valve flow capacity calculations and valve selection with minimal effort. The programs also include exit velocity, noise prediction and actuator sizing calculations. See Section 22 for more details on computer-aided valve selection.

These instructions are designed to expose the user to the different aspects of valve sizing. The step-by-step method outlined in this section is the most common method of sizing.

NOMENCLATURE

Flow Capacity

The valve sizing coefficient most commonly used as a measure of the capacity of the body and trim of a control valve is C_v . One C_v is defined as one U.S. gallon per minute of 60 degree Fahrenheit water that flows through

a valve with a one psi pressure drop. The general Equation for C_v is as follows:

$$C_v = \frac{\text{flow}}{\sqrt{\frac{\text{specific gravity at flowing temperature}}{\text{pressure drop}}}}$$

When selecting a control valve for an application, the calculated C_v is used to determine the valve size and the trim size that will allow the valve to pass the desired flow rate and provide stable control of the process fluid.

Pressure Profile

Fluid flowing through a control valve obeys the basic laws of conservation of mass and energy, and the continuity Equation. The control valve acts as a restriction in the flow stream. As the fluid stream approaches this restriction, its velocity increases in order for the full flow to pass through the restriction. Energy for this increase in velocity comes from a corresponding decrease in pressure.

Maximum velocity and minimum pressure occur immediately downstream from the throttling point at the narrowest constriction of the fluid stream, known as the vena contracta. Downstream from the vena contracta, the fluid slows and part of the energy (in the form of velocity) is converted back to pressure. A simplified profile of the fluid pressure is shown in Figure 3-1. The slight pressure losses in the inlet and outlet passages are due to frictional effects. The major excursions of pressure are due to the velocity changes in the region of the vena contracta.

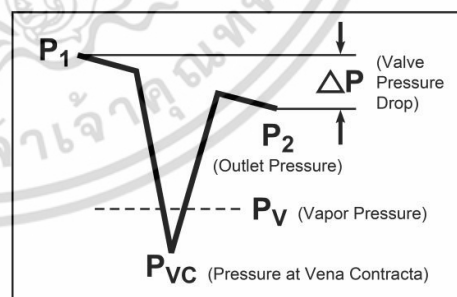

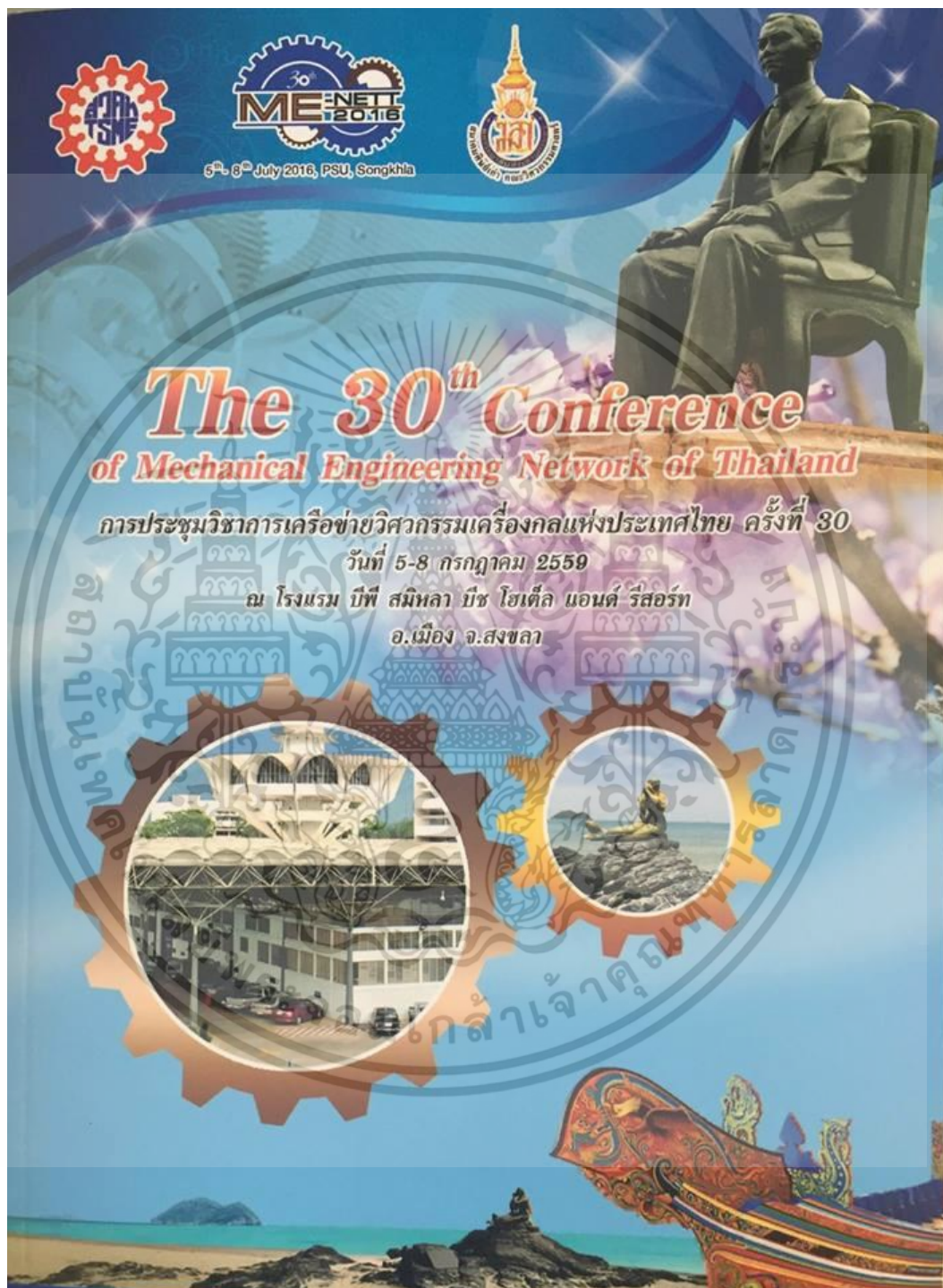


Figure 3-1: Pressure Profile of Fluid Passing Through a Valve



ภาคผนวก ข
(ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการทำวิทยานิพนธ์และได้รับการ
ตีพิมพ์)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การพัฒนาแบบจำลองคณิตศาสตร์ของระบบถึงความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์
เพื่อการออกแบบตัวควบคุม
Developing Mathematical Model of Air Pressure Tanks Interaction System
for Controllers Design

สิทธิโชค สุขมี¹ และ วิริยะ กองรัตน์¹

¹ภาควิชาวิศวกรรมการวัดและควบคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ที่อยู่ ถนน ฉลองกรุง เขต ลำผักชี แขวง ลาดกระบัง กรุงเทพฯ 10520
*ติดต่อ: sittichok_elec@hotmail.com, 082-3350223

บทคัดย่อ

บทความฉบับนี้ นำเสนอวิธีการสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ของระบบถึงความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์เพื่อการออกแบบตัวควบคุม แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของความดันได้ถูกพัฒนาจากหลักการสมดุลมวลหรือพลังงานซึ่งแบบจำลองจะเป็นตัวแทนที่ดีสำหรับการวิเคราะห์ค่าพารามิเตอร์ของกระบวนการ สมดุลดังกล่าวของมวลถูกแทนด้วยสมการอนุพันธ์ พบว่าสมการดังกล่าวไม่เป็นเชิงเส้น ทำให้เป็นเชิงเส้นโดยใช้วิธีอนุกรมเทย์เลอร์ และแปลงให้อยู่ในรูปแบบโดเมนความถี่ โดย ลาปลาซ ซึ่งต่อไปจะเรียกว่าฟังก์ชันถ่ายโอน วิธีการตรวจสอบความถูกต้องของฟังก์ชันถ่ายโอนโดยการจำลองสถานการณ์บนโปรแกรม (Simulink/MATLAB) นำมาเปรียบเทียบกับผลตอบสนองของระบบปฏิบัติการจริงเพื่อเปรียบเทียบและปรับแต่งฟังก์ชันถ่ายโอนให้เหมาะสม ภายหลังจากการตรวจสอบความถูกต้องแล้ว ดำเนินการวิเคราะห์ฟังก์ชันถ่ายโอนถึงความดันต่อไปเพื่อสังเคราะห์ตัวควบคุมแบบ พบว่าค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการสังเคราะห์ตัวควบคุม สามารถทำให้วงรอบการควบคุมสามารถเข้าสู่ค่าเป้าหมายได้ตามข้อกำหนดทั้งระบบปฏิบัติการจริงและโปรแกรมจำลอง ผลการทดลองแสดงให้เห็นถึงประโยชน์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายกลไกของกระบวนการและนำมาเป็นหลักอ้างอิงการปรับแต่งค่าพารามิเตอร์ของตัวควบคุม

คำหลัก: แบบจำลองคณิตศาสตร์, การทำให้เป็นเชิงเส้น, สมดุลมวล, การสังเคราะห์ตัวควบคุม

Abstract

This paper presents a mathematical model of the air pressure tanks interaction system for controller design. This mathematical model was developed from the mass or energy balance which is a good agent for analysis of process parameters. The mass balance conservation principle is represented by differential equations. Which was the nonlinear equations. Linearization is done using Taylor Series expansion. Finally, was converted to S-domain by Laplace transform and consequently, transfer function is formalized. The respectable transfer function was confirmed by the simulation program (Simulink/MATLAB) that compared results with actual air pressure tanks interaction. Transfer function analysis of pressure tanks was contributed to synthesized controllers. The tuning parameters of both simulation and actual made control loop response approach the specification target. The experiment results show that the mathematical model is useful for plants mechanism explanation and a better controller tuning reference.

Keywords: Mathematical Model, Linearization, Mass Balance, Controller Synthesis

1. บทนำ

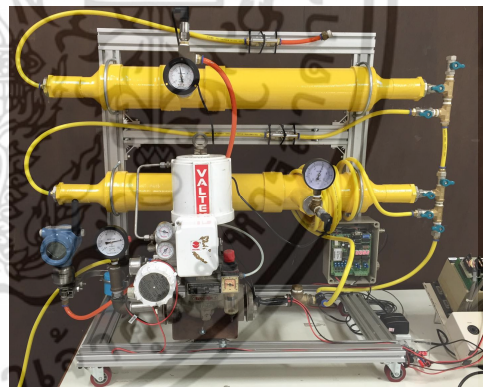
ปัจจุบันระบบควบคุมกระบวนการ ได้มีการพัฒนา รูปแบบและวิธีการใหม่ๆ มาใช้ในกระบวนการผลิต เพื่อช่วยให้การตอบสนองของกระบวนการเกิดขึ้นได้ตาม เป้าหมายรวดเร็วและแม่นยำมากยิ่งขึ้น ทั้งนี้แบบจำลอง จะช่วยในการป้องกันการเกิดความเสียหายแก่ ระบบปฏิบัติการจริงโดยเฉพาะอย่างยิ่งในกลุ่มโรงงาน อุตสาหกรรม แบบจำลองถึงความดันอากาศแบบ ปฏิสัมพันธ์เป็นระบบพื้นฐานที่ใช้เป็นตัวแทนของ กระบวนการในอุตสาหกรรม แบบจำลองถึงความดันมี ความยืดหยุ่นสามารถปรับพารามิเตอร์เพื่อให้ใช้แทนกับ กระบวนการที่หลากหลาย อีกทั้งสามารถใช้เพื่อการ ออกแบบตัวควบคุม

งานวิจัยในหลายบทความได้นำเสนอวิธีการในการ สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการผลิต โดยการสังเกตปฏิกิริยาตอบสนองของกระบวนการจริง หรือใช้หลักการทางสถิติ และนำมาสังเคราะห์เป็นฟังก์ชัน คณิตศาสตร์และวิเคราะห์เปรียบเทียบกับโปรแกรม จำลองทางคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตาม แบบจำลองทาง คณิตศาสตร์จากงานวิจัยดังกล่าว ได้มาจากผลตอบสนอง ของกระบวนการ [1] และ [2] ซึ่งถ้าผลการทดสอบมี ความคาดเคลื่อนไปจากความเป็นจริงแล้วก็ไม่สามารถ อธิบายสิ่งที่เกิดขึ้นหรือกลไกภายในกระบวนการได้ เทคนิคการสังเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ที่มาจากหลักการ สมดุลมวล [3] และ [6] จะทำให้ได้แบบจำลองที่มาจาก หลักการทางทฤษฎี ซึ่งจะเป็อีกวิธีการหนึ่งในการ ดำเนินการวิจัย จึงเป็นที่มาของการนำเสนอแนวคิดนี้เพื่อ การศึกษากระบวนการที่มีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้น โดย นำเสนอการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ของถึงความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์ เมื่อได้ฟังก์ชันถ่ายโอนที่ ปรับแต่งให้เข้ากับหุ่นจำลองดังกล่าวแล้ว จึงดำเนินการ สังเคราะห์ตัวควบคุมแบบ และหาพารามิเตอร์ที่เหมาะสม กับการออกแบบแล้วนำค่าพารามิเตอร์ที่ได้ไปควบคุม ผลตอบสนองของความดันที่เกิดขึ้นกับระบบต่อไป

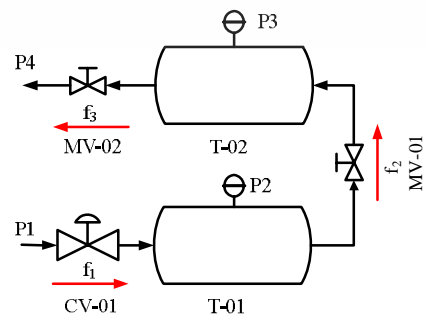
2. ลักษณะของระบบปฏิบัติการ

ระบบปฏิบัติการถึงความดันอากาศแบบ ปฏิสัมพันธ์เป็นระบบแบบเข้าออกทางเดียว (SISO) ประกอบด้วยการเชื่อมต่อของถึงความดันอากาศสอง ถึงเข้าด้วยกันเชื่อมต่อกันแบบอนุกรม แต่ละถังจะมีความ ยาว 35 นิ้ว และขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 4 นิ้ว ทั้ง

สองถังมีการติดตั้งทรานสดิวเซอร์ความดัน (PT-01) และ (PT-02) ตามลำดับ เพื่อส่งสัญญาณไปยังอุปกรณ์รับส่ง ข้อมูล (DAQ) ใช้ในการสังเกตและวิเคราะห์ผลตอบสนอง ที่เกิดขึ้นกับระบบและยังทำหน้าที่ส่งสัญญาณที่เป็นข้อมูล ของตัวแปรความดันทั้งสองถังไปยังอินพุตของตัวควบคุม ทั้งนี้ในถังเก็บความดันทั้งสองถังมีการติดตั้งมาตรวัดความ ดันทั้งสองถัง (PG-01) และ (PG-02) เพื่อการใช้ สังเกตการณ์ค่าความดันอากาศเบื้องต้นด้วยสายตาและ เพื่อการเปรียบเทียบกับค่าที่ได้จากทรานสดิวเซอร์ความ ดัน วาล์วควบคุม (CV-01) เชื่อมต่อเข้ากับถังเก็บความ อากาศที่หนึ่ง (T-01) และทำหน้าที่ควบคุมความดัน อากาศที่ไหลเข้าระบบตามเอาต์พุตของตัวควบคุม ระหว่างถังเก็บความดันอากาศสองถังจะมีวาล์วปฏิบัติการ มือ (MV-01) เชื่อมต่ออยู่ระหว่างสองถังทำหน้าที่ควบคุม ความดันอากาศที่ไหลออกจากถังที่หนึ่ง (T-01) เข้าถังที่ สอง (T-02) และ ถังที่สองมีวาล์วปฏิบัติการมือ (MV-02) เชื่อมต่ออยู่ที่ด้านกรไหลออกของถังซึ่งทำหน้าที่ควบคุม ความดันที่ไหลออกจากถังที่สองสู่บรรยากาศ ตามรูปภาพ ที่ 1 และ รูปภาพที่ 2



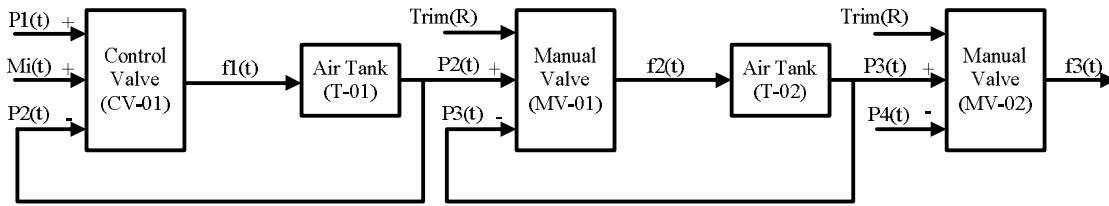
รูปภาพที่ 1 ระบบปฏิบัติการถึงความดันอากาศ



รูปภาพที่ 2 การไหลของความดันในกระบวนการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปภาพที่ 3 ความสัมพันธ์ของตัวแปรในระบบปฏิบัติการถึงเก็บความดันอากาศแบบปฏิกิริสัมพันธ์

3. การจำลองรูปแบบทางคณิตศาสตร์

ตารางที่ 1 ค่าตัวแปรของกระบวนการ

3.1 การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ตัวแปร	ค่า	หน่วย
α	50	---
Mi	70	%
T	520	°R
Gg	1	---
Cv (MV)	1.05	---
P1	50	psia
P2	26	psia
P3	17.64	psia
P4	14.7	psia
R	10.73	psia-ft ³ /lbmoles-°R
V1, V2	0.2473	ft ³
$\bar{\rho}$	0.00263	lbmoles/scf

สำหรับกระบวนการนี้ใช้หลักการสมดุลมวลของแต่ ละถังความดันโดยพิจารณาการไหลของความดันอากาศที่ ผ่านวาล์วควบคุม, ถึงเก็บความดัน และ วาล์วปฏิบัติการ มือ มีความสัมพันธ์ดังนี้

สมการการไหลที่ผ่านวาล์วควบคุม (CV-01) กำหนดให้

$$f_1(t) = \frac{e^{\ln \alpha m_i(t)} \sqrt{p_1(t)(p_1(t) - p_2(t))}}{\alpha \sqrt{TGg}} \quad (1)$$

สมการการไหลที่ผ่านวาล์วปฏิบัติการด้วยมือ (MV-01) กำหนดให้

$$f_2(t) = Cv p_2(t) \left(1 - \frac{2(p_2(t) - p_3(t))}{3p_2(t)}\right) \sqrt{\frac{p_2(t) - p_3(t)}{TGg p_2(t)}} \quad (2)$$

สมการการไหลที่ผ่านวาล์วปฏิบัติการด้วยมือ (MV-02) กำหนดให้

$$f_3(t) = Cv p_3(t) \left(1 - \frac{2(p_3(t) - p_4(t))}{3p_3(t)}\right) \sqrt{\frac{p_3(t) - p_4(t)}{TGg p_3(t)}} \quad (3)$$

อัตราโมลในถังเก็บความดันอากาศสามารถอธิบายได้จาก สมการแก๊สในอุดมคติ ถึงเก็บความดัน (T-01)

$$p_2(t)V_1 = n_1(t)RT \quad (4)$$

ถังเก็บความดัน (T-02)

$$p_3(t)V_2 = n_2(t)RT \quad (5)$$

จากสมการ (1), (2), (3), (4) และ (5) นำมาเขียนให้อยู่ใน รูปสมดุลมวล โดยจะพิจารณาในแต่ละถังเก็บความดัน

$$\text{Rate of moles into of tank} - \text{Rate of moles out of tank} = \text{Rate of accumulation of moles in tank} \quad (6)$$

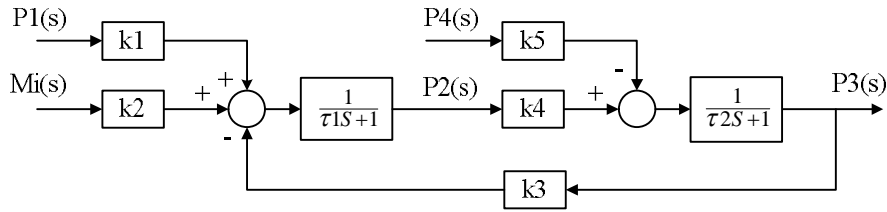
จากหลักการทฤษฎีสมดุลในสมการ (6) จะได้ ดังที่หนึ่ง (T-01)

$$\bar{p}f_1(t) - \bar{p}f_2(t) = \frac{dn_1(t)}{dt} = \frac{V_1}{\rho RT} \frac{dp_2(t)}{dt} \quad (7)$$

ดังที่สอง (T-02)

$$\bar{p}f_2(t) - \bar{p}f_3(t) = \frac{dn_2(t)}{dt} = \frac{V_2}{\rho RT} \frac{dp_3(t)}{dt} \quad (8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปภาพที่ 4 บล็อกไดอะแกรมระบบปฏิบัติการถึงเก็บความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์

เมื่อพิจารณาสมการที่ (1), (2) และ (3) แล้วพบว่าสมการดังกล่าวเป็นสมการไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นจึงจำเป็นต้องทำให้เป็นเชิงเส้น (Linearization) เพื่อที่สามารถที่จะแก้สมการเหล่านี้ได้ด้วยการใช้การแปลงลาปลาซ (Laplace Transform) ในขั้นต่อไป โดยใช้อนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor Series) เข้ามาช่วยในการทำให้เป็นเชิงเส้น สมการไหลที่ 1 (f_1)

$$f_1(t) \approx \bar{f}_1 + \left. \frac{\partial f_1(t)}{\partial p_1(t)} \right|_{ss} [p_1(t) - \bar{p}_1] + \left. \frac{\partial f_1(t)}{\partial p_2(t)} \right|_{ss} [p_2(t) - \bar{p}_2] + \left. \frac{\partial f_1(t)}{\partial m_i(t)} \right|_{ss} [m_i(t) - \bar{m}_i] \quad (9)$$

สมการไหลที่ 2 (f_2)

$$f_2(t) \approx \bar{f}_2 + \left. \frac{\partial f_2(t)}{\partial p_2(t)} \right|_{ss} [p_2(t) - \bar{p}_2] + \left. \frac{\partial f_2(t)}{\partial p_3(t)} \right|_{ss} [p_3(t) - \bar{p}_3] \quad (10)$$

สมการไหลที่ 3 (f_3)

$$f_3(t) \approx \bar{f}_3 + \left. \frac{\partial f_3(t)}{\partial p_3(t)} \right|_{ss} [p_3(t) - \bar{p}_3] + \left. \frac{\partial f_3(t)}{\partial p_4(t)} \right|_{ss} [p_4(t) - \bar{p}_4] \quad (11)$$

เมื่อทำให้เป็นเชิงเส้นในสมการที่ (9), (10), และ (11) เป็นที่เรียบร้อยแล้วแทนในสมการสมดุล (7) และ (8) สามารถแปลงลาปลาซและจัดให้อยู่ให้รูปฟังก์ชัน เอส ได้ดังนี้

$$K_1 P_1(s) + K_2 M_i(s) - K_3 P_3(s) = (\tau_1 S + 1) P_2(s) \quad (12)$$

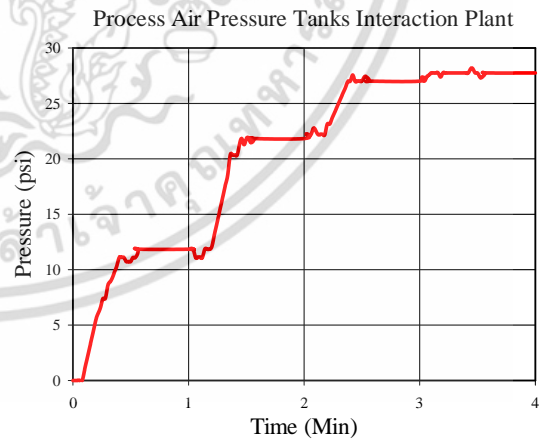
$$K_4 P_2(s) - K_5 P_4(s) = (\tau_2 S + 1) P_3(s) \quad (13)$$

นำสมการ (12) และ (13) เขียนบล็อกไดอะแกรมได้ตามรูปภาพที่ 4 เนื่องจากจะนำเสนอการควบคุมความดันในถังที่สอง (T-02) เราจะหาความสัมพันธ์ของเอาต์พุตและอินพุตของระบบ (Transfer Function) ได้ดังนี้

$$G(s) = \frac{P_3(s)}{M_i(s)} = \frac{9.458}{2.345S^2 + 28.455S + 0.367} \quad (14)$$

3.2 การตรวจสอบแบบจำลองคณิตศาสตร์

การทดสอบผลตอบสนองของระบบปฏิบัติการถึงเก็บความดันอากาศ โดยกำหนดให้ ความดันที่ไหลเข้าระบบ 50 psi เปิดวาล์วปฏิบัติการด้วยมือ (MV-01 และ MV-02) ทั้งสองตัวที่ 50% ตลอดการทดสอบ และควบคุมให้วาล์วควบคุม (CV-01) เปิดจาก 60% ไปถึง 80%



รูปภาพที่ 5 ผลตอบสนองของความดันอากาศถังที่สองของระบบปฏิบัติการ

จากผลตอบสนองของระบบปฏิบัติการในรูปภาพที่ 5 ใช้การประมาณค่า Process Reaction โดยวิธีกราฟพบว่ามิต่างต่อไปนี้ Process Gain (Kp) : 27.755

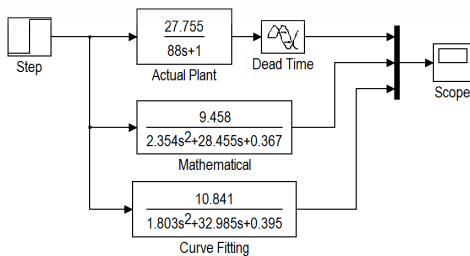
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

psi/%opening, Time Constant (τ) : 88 seconds
และ Dead Time : 7 seconds จากวิธีการดังกล่าว
สามารถจัดให้อยู่ในรูปฟังก์ชันถ่ายโอนแบบ First order
ที่มี Dead Time ได้ในสมการที่ 15 เพื่อใช้เป็นตัวแทน
ของระบบปฏิบัติการในการนำมาอ้างอิงในการตรวจสอบ
แบบจำลองคณิตศาสตร์และการปรับแต่งแบบจำลอง

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{27.755e^{-7s}}{88s + 1} \quad (15)$$

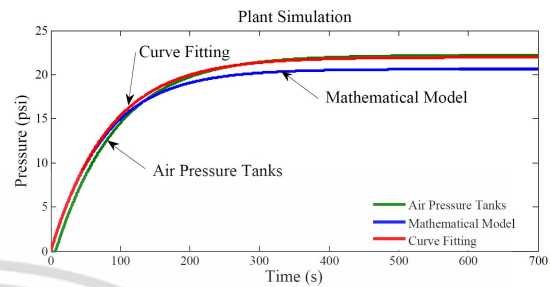
การตรวจสอบแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ได้ในสมการ
ที่ (14) เปรียบเทียบกับฟังก์ชันถ่ายโอนที่ได้จากการ
ประมาณค่า Process Reaction ของระบบปฏิบัติการใน
สมการที่ (15) โดยการจำลองสถานการณ์การทำงานใน
กรณีที่เป็นระบบเปิด โดยกำหนดให้อินพุตแบบขั้นบันได
(Step input) เปรียบเสมือนตัวแปรตำแหน่งการเปิดปิด
ของวาล์วควบคุม (CV-01) มีค่าจาก 60% ถึง 80% ใน
รูปภาพที่ 7 แสดงให้เห็นผลตอบสนองของแบบจำลอง
คณิตศาสตร์ที่ได้จากการจำลองสถานการณ์มีความ
ใกล้เคียงกับผลตอบสนองของฟังก์ชันถ่ายโอน
ระบบปฏิบัติการถึงเก็บความดันอากาศและผลดังกล่าวก็
แสดงให้เห็นว่าหลักการสมดุลมวลและความสัมพันธ์ของ
ตัวแปรที่กำหนดสามารถสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ได้
และความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นสามารถอนุมานได้ว่าอาจ
เกิดจากตัวแปรที่ไม่สามารถควบคุมได้เช่น ความดัน
อากาศที่นำมาจ่ายให้ระบบมีความไม่เสถียร ความแม่นยำ
ของตัวอุปกรณ์เครื่องมือวัดของระบบ อื่นๆ

เพื่อที่สามารถออกแบบตัวควบคุมให้มีประสิทธิภาพ
ต่อระบบปฏิบัติการ นำแบบจำลองคณิตศาสตร์มาปรับค่า
พารามิเตอร์เพื่อให้ได้แบบจำลองที่มีความใกล้เคียงกับ
ผลตอบสนองของระบบปฏิบัติการให้มากที่สุด ผลจาก
ปรับค่าพารามิเตอร์ได้แบบจำลองในสมการที่ (16)



รูปภาพที่ 6 การจำลองสถานการณ์การทำงาน
แบบจำลองคณิตศาสตร์

$$G(s) = \frac{10.841}{1.803s^2 + 32.985s + 0.395} \quad (16)$$



รูปภาพที่ 7 การเปรียบเทียบผลตอบสนองของ
แบบจำลองกับระบบปฏิบัติการ

4 การสังเคราะห์ตัวควบคุมและการควบคุม

4.1 การสังเคราะห์ตัวควบคุมจากแบบคณิตศาสตร์

การสังเคราะห์ตัวควบคุมของกระบวนการอันดับ
สอง จากทฤษฎีการสังเคราะห์ตัวควบคุมไม่สามารถสร้าง
ตัวควบคุมที่มีเอาท์พุตเท่ากับค่าเป้าหมายได้ทุกช่วงเวลา
ตัวควบคุมจะใช้เวลาช่วงหนึ่งเพื่อเข้าสู่ค่าเป้าหมาย หรือที่
เรียกว่า ค่าคงที่เวลา τ_c ที่นำเสนอโดย Dahlin (1968)
จากกระบวนการอันดับสอง

$$G(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 2)} \quad (17)$$

$$G_c(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 2)} \cdot \frac{1}{\tau_c s} \quad (18)$$

ได้ตัวควบคุม PID จากกการสังเคราะห์กระบวนการ
อันดับสอง

$$G_c(s) = \frac{\tau_1}{K \tau_c} \left(1 + \frac{1}{\tau_1' s} \right) (\tau_2 s + 1) \quad (19)$$

โดยปกติ ตัวควบคุมแบบ PID ที่เป็นรูปแบบพื้นฐาน
โดยทั่วไปสมการที่ (19) ไม่สามารถใช้งานได้ในทุกๆ
กระบวนการ เพื่อให้ตัวควบคุมมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้นของ
ได้มีการปรับปรุงโหมดอนุพันธ์ โดยให้ค่าเกณฑ์ร่วมกับ
สมการค่าคงที่เวลา จะได้ $\alpha \tau_1' s + 1$ ซึ่งเรียกว่า ตัว
กรอง โดย α จะมีค่าในช่วง 0.05 ถึง 0.2 ซึ่งจะได้ตัว
ควบคุม PID ตามสมการ ที่ (20)

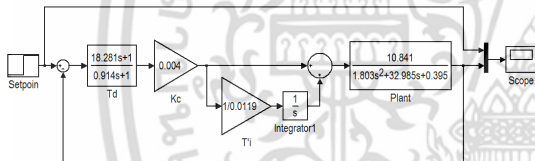
$$G_c(s) = K'_c \left(1 + \frac{1}{\tau'_1 S} \right) \left(\frac{\tau'_D S + 1}{\alpha \tau'_D S + 1} \right) \quad (20)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ในการปรับแต่งสำหรับตัวควบคุม PID สำหรับแบบจำลองคณิตศาสตร์ในสมการที่ (16) สามารถคำนวณค่าสัมประสิทธิ์ได้ในตารางที่ 2 ดังนี้

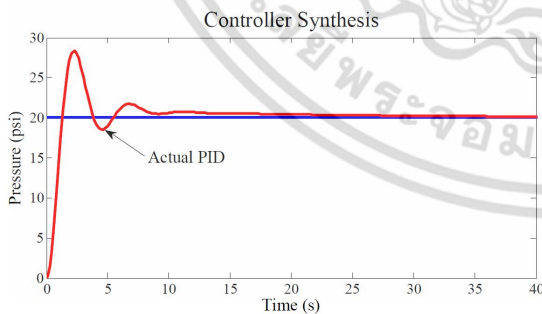
ตารางที่ 2 ค่าสัมประสิทธิ์ตัวควบคุม PID สังเคราะห์ ภาระวนการอันดับสอง

ตัวควบคุม	ค่าสัมประสิทธิ์ในการปรับแต่ง	
P	$K'_c = \frac{\tau_1}{K \tau_c}$	0.004
I	$\tau'_1 = \tau_1$	0.0119
D	$\tau'_D = \tau_2$	18.282

เมื่อ $\alpha = 0.05$ และ $\tau_c = 0.49$ (มาจากการปรับแต่ง)



รูปภาพที่ 8 ระบบควบคุมของแบบจำลองเมื่อมี PID จากการสังเคราะห์ (Actual Controller)



รูปภาพที่ 9 ผลตอบสนองของระบบควบคุมของแบบจำลองเมื่อมี PID จากการสังเคราะห์

จากผลตอบสนองของระบบควบคุมตามรูปภาพที่ 9 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุม PID ที่ทำการสังเคราะห์จากแบบจำลองคณิตศาสตร์สามารถควบคุมให้เข้าสู่เป้าหมาย

ได้ตามความต้องการสำเร็จ โดยมี เปอร์เซ็นต์การพุ่งเกินเท่ากับ (%OS)=40% และให้เวลาในการตอบสนองในการเข้าสู่ค่าเป้าหมายที่ 32.5 วินาที

4.2 การสังเคราะห์ตัวควบคุมภาระวนการอันดับหนึ่งที่มี Dead Time

ในส่วนนี้จะนำเสนอการการสังเคราะห์ตัวควบคุมในภาระวนการอันดับหนึ่งที่มี Dead Time เพื่อนำค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากการสังเคราะห์มาทดสอบในโปรแกรมจำลองสถานการณ์การทำงานและปรับแต่งให้มีความเหมาะสมไปนำไปควบคุมระบบปฏิบัติการต่อไป ภาระวนการอันดับหนึ่งที่มี Dead Time

$$G(s) = \frac{K e^{-r_0 s}}{\tau_1 S + 1} \quad (21)$$

$$G_c(s) = \frac{\tau S + 1}{K e^{-r_0 s}} \cdot \frac{1}{\tau_c S} \quad (22)$$

ได้ตัวควบคุม PID จากการสังเคราะห์ภาระวนการอันดับหนึ่งที่มี Dead Time

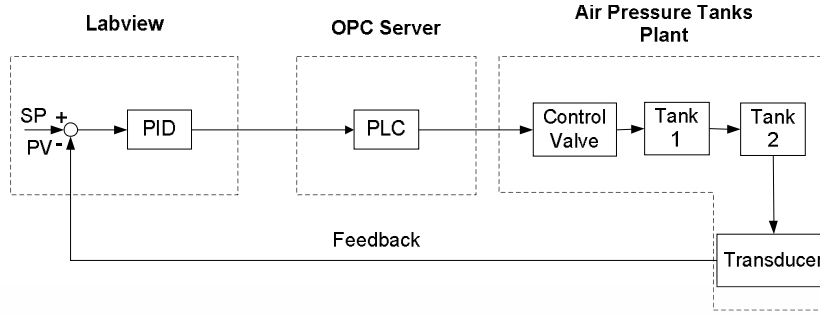
$$G_c(s) = \frac{\tau}{K(\tau_c + t_0)} \left(1 + \frac{1}{\tau S} \right) e^{-0.1s} \quad (23)$$

จากการศึกษาทฤษฎีต่างๆในระบบควบคุมมักจะประสบปัญหาในการควบคุมเมื่อภาระวนการเหล่านั้นมี Dead Time เกิดขึ้นกับระบบ เราจะใช้การประมาณ First-Order Pade นำมาแก้ปัญหาดังกล่าว

$$e^{-0.1s} = \frac{\left(1 - \frac{t_0}{2} S \right)}{\left(1 + \frac{t_0}{2} S \right)} \quad (24)$$

จะได้การประมาณ First-Order Pade ร่วมกับตัวควบคุมการสังเคราะห์

$$G_c(s) = \frac{\tau}{K(\tau_c + t_0)} \left(1 + \frac{1}{\tau S} \right) \frac{\left(1 - \frac{t_0}{2} S \right)}{\left(1 + \frac{t_0}{2} S \right)} \quad (25)$$



รูปภาพที่ 10 ระบบควบคุมของระบบปฏิบัติการ

เมื่อ

$$\tau' = \frac{\tau_c t_0}{2(\tau_c + t_0)} \quad (26)$$

ค่าสัมประสิทธิ์ในการปรับแต่งสำหรับตัวควบคุม PID สำหรับกระบวนการอันดับหนึ่งรวมทั้งมี Dead Time ในตารางที่ 3 และ เพื่อการตรวจสอบความสามารถของตัวควบคุมในแต่ละวิธีการ เราจะใช้วิธีการสังเคราะห์ในแบบหนึ่ง คำนวณค่าสัมประสิทธิ์ได้ในตารางที่ 4

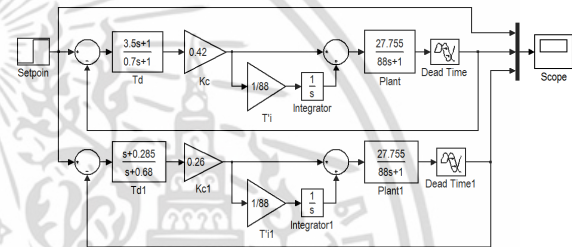
ตารางที่ 3 ค่าสัมประสิทธิ์ตัวควบคุม PID แบบ Synthesized Controller อ้างอิงสมการที่ (25)

ค่าตัวแปร	ค่าสัมประสิทธิ์ในการปรับแต่ง
K	27.755
τ	88
t_0	3.5
τ_c	5

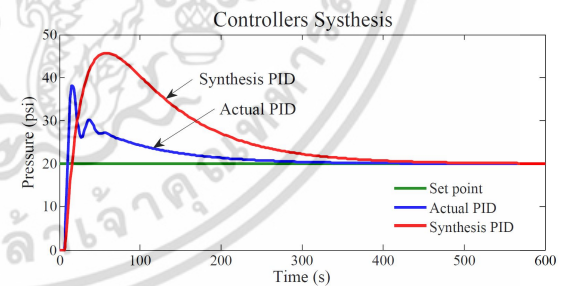
ตารางที่ 4 ค่าสัมประสิทธิ์ตัวควบคุม PID แบบ Actual Controller อ้างอิงสมการที่ (20)

ตัวควบคุม	ค่าสัมประสิทธิ์ในการปรับแต่ง
P	$K'_c = \frac{\tau}{K(\tau_c + t_0)}$ 0.42
I	$\tau'_1 = \tau$ 88
D	$\tau'_D = \frac{\tau_0}{2}$ 3.5

เมื่อ $\alpha = 0.2$ และ $\tau_c = 0.5$



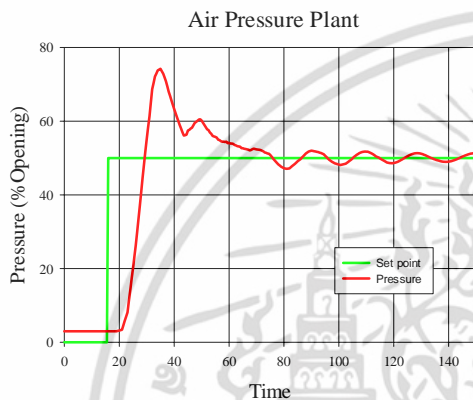
รูปภาพที่ 11 ระบบควบคุมของกระบวนการอันดับหนึ่งร่วมกับความล่าช้าเวลาเมื่อมี PID จากการสังเคราะห์ทั้งสองแบบ



รูปภาพที่ 12 ผลตอบสนองของระบบควบคุมกระบวนการอันดับหนึ่งที่มี Dead Time

จากผลตอบสนองของระบบควบคุมในรูปภาพที่ 12 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุม PID ทั้งสองแบบที่มาจาก การสังเคราะห์จากกระบวนการอันดับหนึ่งร่วมกับ Dead time สามารถควบคุมให้เข้าสู่เป้าหมายได้ตามต้องการได้สำเร็จ โดยแบบ Actual Controller มีเปอร์เซ็นต์การพุ่งเกินเท่ากับ (%OS)=90% และให้เวลาในการตอบสนอง

ในการเข้าสู่ค่าเป้าหมายที่ 320 วินาที และแบบ Synthesized Controller มีเปอร์เซ็นต์การพุ่งเกินเท่ากับ (%OS)=130% และให้เวลาในการตอบสนองในการเข้าสู่ค่าเป้าหมายที่ 480 วินาที สรุปได้ว่าตัวควบคุมแบบ Actual Controller แบบประสิทธิภาพมากกว่าแบบ Synthesized Controller ดังนั้นเราจะนำค่าสัมประสิทธิ์ที่ได้จากแบบ แบบ Actual Controller มาควบคุมกับระบบปฏิบัติการตามรูปภาพที่ 10



รูปภาพที่ 13 ผลตอบสนองของระบบควบคุมระบบปฏิบัติการ

จากผลตอบสนองของระบบควบคุมแสดงในรูปภาพที่ 13 ให้เห็นว่าตัวควบคุม PID แบบ Actual Controller สามารถนำควบคุมระบบปฏิบัติการสามารถควบคุมให้เข้าสู่เป้าหมายได้ตามต้องการได้ การสังเคราะห์ดังกล่าวแสดงให้เห็นถึงความความง่ายตายในการปรับแต่งค่าพารามิเตอร์และการนำมาใช้งานจริง

5. สรุป

ในการดำเนินการสำหรับการสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์และการประยุกต์ใช้ตัวควบคุมแบบ PID ได้แสดงให้เห็นว่าแบบจำลองนี้เหมาะสมแก่การนำมาทดสอบเพื่อสังเกตผลตอบสนอง และนำผลมาวิเคราะห์ในสถานการณ์ที่อาจเกิดขึ้นกับระบบปฏิบัติการจริง เพื่อศึกษาและให้เกิดความเข้าใจในโลกภายในและสามารถอธิบายพลวัตของระบบ การสังเคราะห์ตัวควบคุมแบบ PID ที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์เห็นได้ว่าเป็นการนำมาเป็นหลักการพื้นฐานในการสร้างตัวควบคุมและง่ายต่อการปรับแต่งค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมและนำไปใช้งานกับระบบปฏิบัติการได้อย่างมีประสิทธิภาพ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณภาควิชาการวัดและควบคุม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่เอื้อเฟื้อสถานที่และสนับสนุนทุนในการวิจัย

เอกสารอ้างอิง

- [1] Anish Mathew K. (2012). Internal Model Control of Pressure Process Using ARM Microcontroller, International Conference on Computing Electronics and Electrical Technologies, March 2012, pp. 351-353.
- [2] Nordin Saad and Mohd Syahrul Ridhwan Zailani. (2007). Industrial PC Control Implementation on PID controllers : Application to Pressure Control System, International Conference on Intelligent and Advanced Systems, Nov. 2007, pp. 1007-1012.
- [3] C. E. Long, J. D. Miles, C. E. Holland and E. P. Gatzke. (2003). A Flexible Multivariable Experimental Air Tank System For Process Control Education, American Control conference, vol. 1, June 2003, pp. 688-693.
- [4] Flowserve corporation. (2002). Sizing and Selection. Flowserve corporation, Flow control division SS004. Rev9/2002
- [5] Swagelok Company. (2007). Valve Sizing Technical Bulletin, Swagelok-TM R4 MS-06-84-E
- [6] Carlos A. Smith and Armando B. Corripio. (1997). Principles and Practice of Automatic Process Control. John Wiley and Sons, Inc. United States of America,
- [7] MathWorks. (2015). Matlab&Simulink, UTL: http://www.mathworks.com/help/pdf_doc/simulink/sl_gs.pdf, access on 10/05/2015.
- [8] A.B. Campo. (2012), PID Control Design, DOI: 10.5772/48497, MATLAB - A Fundamental Tool for Scientific Computing and Engineering Applications - Volume 1, UTL: <http://dx.doi.org/10.5772/48497>, access on 25/07/2

ประวัติผู้เขียน



ชื่อ-นามสกุล นายสิทธิโชค สุขมี
 วัน เดือน ปีเกิด 22 พฤษภาคม 2532
 ที่อยู่ 11 หมู่ 15 ตำบลโคกม่วง
 อำเภอเขาชัยสน จังหวัด
 พัทลุง 190301

ประวัติการศึกษา 2554 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต
 สาขาวิศวกรรมอิเล็กทรอนิกส์และโทรคมนาคม-อิเล็กทรอนิกส์
 มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
 2550 ประกาศนียบัตรวิชาชีพ สาขาวิชาช่างอิเล็กทรอนิกส์
 วิทยาลัยเทคนิคพัทลุง

ความชำนาญเฉพาะด้าน 1.) Instrument Details Design
 2.) Instrument Specifications

ประสบการณ์ทำงานและผลงานวิจัย
 พ.ศ.2555-ปัจจุบัน ตำแหน่งวิศวกรเครื่องมือวัด บริษัท CTCI (ประเทศไทย) จำกัด
 พ.ศ.2559 นำเสนอบทความวิจัยในงานประชุมวิชาการเครือข่ายวิศวกรรมเครื่องกล
 แห่งประเทศไทย ครั้งที่ 30 เรื่อง การพัฒนาแบบจำลองคณิตศาสตร์
 ของระบบถึงความดันอากาศแบบปฏิสัมพันธ์เพื่อการออกแบบตัว
 ควบคุม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้