วารสารวิทยาศาสตร์ลาดกระบัง ปีที่ 19 ฉบับที่ 1 เดือนมกราคม-มิถุนายน 2553

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล

Comparison of Interval Estimation Methods for Exponential Distribution's Parameter

อชิรญาณ์ ทองบัณฑิต และ น้อมจิต กิตติโชติพาณิชย์

Achiraya Thongbundit and Nomchit Kittichotipanit

สาขาวิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง กรุงเทพฯ

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล โดยการเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นของแต่ละวิธีการประมาณ วิธีการประมาณที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มี 4 วิธีคือ วิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์ และวิธีการใช้สถิติทดสอบ ที่ระดับความเชื่อมั่นเท่ากับ 90%, 95% และ 99% โดยใช้ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10, 30, 50, 70, 90, 120 และ 140 ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยได้จากการจำลองข้อมูล และทำการทดลองซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ที่กำหนดผลการวิจัยพบว่าวิธีการประมาณค่าแบบช่วงทั้ง 4 วิธี ส่วนใหญ่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดสำหรับทุกขนาดตัวอย่าง และเมื่อเปรียบเทียบค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นพบว่า ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% และ 99% เมื่อ $n \le 90$ ส่วนใหญ่วิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด เมื่อ $n \ge 120$ ส่วนใหญ่วิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% เมื่อ $n = 10$ ส่วนใหญ่วิธีการใช้สถิติทดสอบให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด เมื่อ $30 \le n \le 120$ ส่วนใหญ่วิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด เมื่อ $n \ge 140$ ส่วนใหญ่วิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

คำสำคัญ : ช่วงความเชื่อมั่น, วิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์, วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด, วิธีกรใช้สถิติทดสอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Abstract

The objective of this research is to compare interval estimation methods for exponential distribution's parameter (the confidence coefficients and the average width of confidence interval). The four estimation methods are Bayesian Interval method by Laplace prior's method, Maximum Likelihood method, Percentile Bootstrap method. Staistics test method is applied at confidence level 90%, 95% and 99% by using sample sizes 10,30, 50, 70, 90 and 140. The data for this study was simulated and each case was repeated 1000 times. It was found that the four interval estimation methods mostly yields the estimated confidence coefficients not lower than the given confidence coefficients for all sample sizes. To compare these methods by using the average width of confidence interval indicates at 90% and 99% confidence level, Bayesian Interval method by Laplace prior's method mostly yields the shortest average width of confidence interval for $n \leq 90$ and Percentile Bootstrap method mostly yields the shortest average width of confidence interval for $n \geq 120$. At 95% confidence level, Using Statistics Test method mostly yields the shortest average width of confidence interval for $n = 10$, Bayesian Interval method by Laplace prior's method mostly yields the shortest average width of confidence interval for $30 \leq n \leq 120$ and Percentile Bootstrap method mostly yields the shortest average width of confidence interval for $n \geq 140$.

Keywords : Confidence Interval , Bootstrap Percentile Method, Maximum Likelihood Method, Using Statistics Test Method

1. บทนำ

การประมาณค่าเป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์หรือลักษณะของประชากรโดยใช้ข้อมูลจากตัวอย่าง ซึ่งการประมาณค่านี้เป็นวิธีการวิเคราะห์ทางสถิติที่มีความสำคัญมาก จะพบว่าในปัจจุบันมีการใช้การประมาณค่าอย่างแพร่หลายในทุกๆองค์กร เช่น การประมาณยอดขายเฉลี่ยของบริษัทในปีหน้า เพื่อวางแผนด้านการผลิต ด้านกำลังคน ด้านวัตถุดิบ ฯลฯ การประมาณสัดส่วนของผู้ที่ชอบรับประทานอาหารจานด่วน เพื่อวางแผนการจัดจำหน่ายอาหารประเภทอาหารจานด่วน เป็นต้น [1]

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์มีวิธีประมาณ 2 วิธี คือ การประมาณค่าแบบจุด (Point Estimation) เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยค่าสถิติเพียงค่าเดียว โดยใช้ข้อมูลจากตัวอย่างสุ่ม และการประมาณค่าแบบช่วง (Interval Estimation) เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ในลักษณะที่บอกเป็นช่วง ในลักษณะที่ช่วงนี้จะครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ด้วยความเชื่อมั่นระดับหนึ่ง ซึ่งในการศึกษาครั้งนี้สนใจการประมาณค่าแบบช่วง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential distribution) เป็นการแจกแจงที่ใช้กันมาก เนื่องจากการแจกแจงนี้เป็นการศึกษาถึงระยะเวลาที่รอคอยจนเกิดเหตุการณ์ที่สนใจศึกษาครั้งแรก เช่น ระยะเวลารอคอยจนกระทั่งมีลูกค้าคนแรกเข้ามาใช้บริการในธนาคาร ระยะเวลารอคอยจนมีโทรศัพท์เข้ามา เป็นต้น ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้จึงสนใจที่จะประมาณค่าแบบช่วงของพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential distribution)

จากงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่า มีวิธีการหาช่วงความเชื่อมั่นหลายวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ สำหรับข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential distribution) ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาหาวิธีการประมาณค่าแบบช่วงของพารามิเตอร์ที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลที่เหมาะสมที่สุด โดยทำการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่า 4 วิธี ดังนี้คือ

1. วิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior
2. วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Method : MLE)
3. วิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์
4. วิธีการใช้สถิติทดสอบ

2. วิธีการวิจัย

2.1 ขอบเขตการวิจัย

2.1.1 กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) เป็น 10, 30, 50, 70, 90, 120 และ 140

2.1.2 กำหนดให้พารามิเตอร์ θ มีค่าเท่ากับ 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.7, 1, 3, 5, 7, 10, 15, 20, 25, 30, 35 และ 40

2.1.3 กำหนดระดับความเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ มี 3 ระดับ คือ 90%, 95% และ 99%

2.2 ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย

2.2.1 การสร้างข้อมูล

สร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลในแต่ละสถานการณ์ที่กำหนดโดยใช้โปรแกรม MATLAB และในแต่ละสถานการณ์จะจำลองตัวแปรสุ่มทั้งหมด 1,000 ครั้ง

2.2.2 การคำนวณช่วงความเชื่อมั่น

นำค่าของตัวแปรสุ่มจากการจำลองข้อมูลในแต่ละสถานการณ์ มาคำนวณหาช่วงความเชื่อมั่นที่ระดับความเชื่อมั่นทั้ง 3 ระดับ คือ 90%, 95% และ 99% โดยวิธีการประมาณค่าแบบช่วงทั้ง 4 วิธี ได้แก่

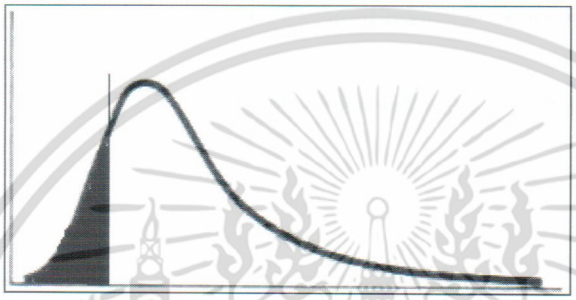
- วิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior [2]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

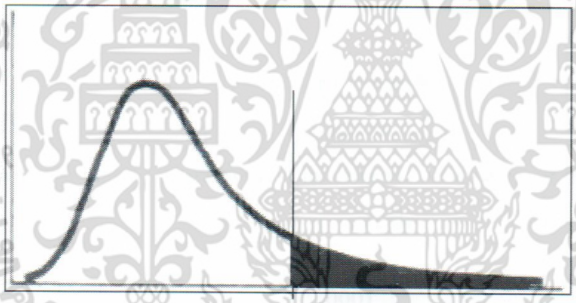
ช่วงความเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ ของ θ คือ

ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่น คือ $\dfrac{2\sum_{i=1}^{n} X_i}{\chi^2_{2(n+1),1-\frac{\alpha}{2}}}$

ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่น คือ $\dfrac{2\sum_{i=1}^{n} X_i}{\chi^2_{2(n+1),\frac{\alpha}{2}}}$



$\chi^2_{df,\alpha/2}$



$\chi^2_{df,(1-\alpha/2)}$

- วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด [3]

  ช่วงความเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ ของ θ คือ

  ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่น คือ $\dfrac{2n\bar{X}}{\chi^2_{2n,1-\frac{\alpha}{2}}}$

  ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่น คือ $\dfrac{2n\bar{X}}{\chi^2_{2n,\frac{\alpha}{2}}}$

- วิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์ [4]

  ช่วงความเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ ของ θ คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่น คือ ค่าของ $\overline{X}^*$ ที่ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $(\alpha/2)\times 100$ ของค่าประมาณ θ จากตัวอย่างโดยวิธีบูตสแตรป

ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่น คือ ค่าของ $\overline{X}^*$ ที่ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ $(1-\alpha/2)\times 100$ ของค่าประมาณ θ จากตัวอย่างโดยวิธีบูตสแตรป

- วิธีการใช้สถิติทดสอบ [5]

ช่วงความเชื่อมั่น $100(1-\alpha)\%$ ของ θ คือ

ขีดจำกัดล่างของช่วงความเชื่อมั่น คือ $a\sum_{i=1}^{n} X_i$

ขีดจำกัดบนของช่วงความเชื่อมั่น คือ $b\sum_{i=1}^{n} X_i$

โดยที่ a และ b ได้มาจากการแก้สมการ

$$\frac{1}{a^n}e^{-1/a} - \frac{1}{b^n}e^{-1/b} = 0$$

และ

$$e^{-1/b}\left(\frac{1}{b}+1\right) - e^{-1/a}\left(\frac{1}{a}+1\right) = 1-\alpha$$

ดังแสดงไว้ในตารางภาคผนวกที่ 1, 2 และ 3

2.2.3 การตรวจสอบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น

ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นหาได้โดยพิจารณาว่าช่วงความเชื่อมั่นที่ประมาณได้ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์หรือไม่ และทำการนับจำนวนช่วงความเชื่อมั่นที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ θ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจะคำนวณได้จากฟองนวล [6]

$$\text{ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น } (c) = \frac{M}{1000}$$

โดยที่ M คือ จำนวนช่วงความเชื่อมั่นที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์

แล้วทำการทดสอบค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่ได้กับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่แท้จริง คือ

H_0 : ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด $(c \geq c_0)$

H_1 : ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่คำนวณได้มีค่าน้อยกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด $(c < c_0)$

โดยตัวสถิติทดสอบ คือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$Z = \frac{c - c_0}{\sqrt{\frac{c_0(1-c_0)}{1000}}}$$

ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 เมื่อ $Z < -Z_\alpha$

โดยที่ c_0 คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

α คือ ระดับนัยสำคัญที่ใช้ในการทดสอบ

จะได้ผลดังนี้

- ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% บริเวณวิกฤติคือ $c < 0.8878$
- ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% บริเวณวิกฤติคือ $c < 0.9387$
- ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% บริเวณวิกฤติคือ $c < 0.9827$

2.2.4 การคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

ในการคำนวณค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น จะพิจารณาเฉพาะช่วงความเชื่อมั่นที่ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยคำนวณจากผลบวกสะสมของผลต่างระหว่างค่าขอบเขตบนและค่าขอบเขตล่างของช่วงความเชื่อมั่นหารด้วยจำนวนช่วงที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ของแต่ละวิธี มีรูปแบบการคำนวณดังนี้

$$\overline{W} = \frac{\sum_{i=1}^{M}(U_i - L_i)}{M}$$

โดยที่ $\overline{W}$ แทน ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น

U_i แทน ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบนของช่วงที่ i

L_i แทน ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่างของช่วงที่ i

M แทน จำนวนช่วงที่ครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ของแต่ละวิธี

เมื่อ $i = 1,..., M$

จากนั้นนำมาเปรียบเทียบเพื่อหาว่าช่วงความเชื่อมั่นจากวิธีประมาณค่าใดให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงสั้นที่สุด ถือว่าวิธีการประมาณนั้นมีประสิทธิภาพดีที่สุด

2.2.5 สรุปผลการวิจัย

วิธีการประมาณค่าใด ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นจากการทดลองไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนด และมีค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นต่ำที่สุดในแต่ละสถานการณ์ วิธีการประมาณจะเป็นวิธีการที่เหมาะสมที่สุดในสถานการณ์นั้นๆ

3. ผลการวิจัย

ในส่วนนี้นำเสนอผลการศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงของพารามิเตอร์ที่มีการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีการประมาณค่าทั้งหมด 4 วิธี โดยจะพิจารณาจากค่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่น และค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น เพื่อหาวิธีการประมาณที่ดีที่สุดในแต่ละสถานการณ์ นำเสนอในรูปแบบของตาราง โดยใช้สัญลักษณ์ดังนี้

θ	แทน	ค่าพารามิเตอร์ในการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนเชียล
n	แทน	ขนาดตัวอย่าง
BAYES	แทน	วิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior
MLE	แทน	วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด
BSP	แทน	วิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์
TEST	แทน	วิธีการใช้สถิติทดสอบ

ตารางที่ 3.1 ค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดจำแนกตามวิธีการประมาณค่าแบบช่วงและขนาดตัวอย่างที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

n	วิธีการประมาณค่าแบบช่วง			
	BAYES	MLE	BSP	TEST
10	0.1-0.5, 1, 3, 7, 35	1	0.1-40	10, 20
30	0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 10, 15	20	0.1-40	-
50	30, 40	-	0.1-0.4, 0.7-3, 7-15, 30, 35	40
70	0.2, 20, 25, 30, 40	20, 25, 35	0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 3-25, 35, 40	25, 40
90	0.4, 0.5, 1	0.5, 0.7, 3,10	0.2, 0.3, 0.7, 3, 5, 10-35	-
120	10	-	0.1, 0.4, 3, 15, 20, 30, 35, 40	0.5, 20
140	0.3, 0.4, 5 10	5, 35	0.5, 35	1

จากตารางที่ 3.1 ส่วนใหญ่วิธีการใช้สถิติทดสอบ ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด รองลงมาคือ วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior และวิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3.2 ค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดจำแนกตามวิธีการประมาณค่าแบบช่วงและขนาดตัวอย่างที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

n	วิธีการประมาณค่าแบบช่วง			
	BAYES	MLE	BSP	TEST
10	0.1, 0.2, 0.4, 0.7-3, 10-20, 30,40	-	0.1-40	0.5
30	40	-	0.1-40	5
50	40	-	0.1-40	15
70	-	-	0.1, 0.4-3, 7-30, 40	7
90	0.2, 20, 35	7	0.2-0.4, 0.7-5, 10-40	0.1, 15
120	0.2	7	0.1, 0.2, 0.3, 1, 7, 20, 30	0.7
140	1	-	3, 5, 10-20, 40	-

จากตารางที่ 3.2 วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดยกเว้น $\theta = 7$ รองลงมาคือวิธีการใช้สถิติทดสอบ วิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior และวิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์

ตารางที่ 3.3 ค่าพารามิเตอร์ที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดจำแนกตามวิธีการประมาณค่าแบบช่วงและขนาดตัวอย่างที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

n	วิธีการประมาณค่าแบบช่วง			
	BAYES	MLE	BSP	TEST
10	3, 10, 20	-	0.1-40	-
30	0.3	-	0.1-40	-
50	-	3	0.1, 0.2, 0.5-1, 5, 10-40	-
70	-	-	0.1-0.5, 1-3, 7-30	-
90	-	-	0.2-0.4, 0.7, 5-10, 25-40	-
120	-	-	0.2, 0.3, 1, 7, 20, 40	
140	-	-	3, 15	-

จากตารางที่ 3.3 วิธีการใช้สถิติทดสอบ ให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในทุกขนาดตัวอย่างและทุกค่าพารามิเตอร์ รองลงมาคือวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด วิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior และวิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3.4 วิธีการประมาณค่าแบบช่วงที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%

θ	n						
	10	30	50	70	90	120	140
0.1	TEST	TEST	BAYES	BAYES	BSP	TEST	BSP, TEST
0.2	TEST	BAYES	BAYES	BSP	TEST	BAYES	BSP
0.3	TEST	TEST	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	BSP
0.4	TEST	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	TEST	BSP
0.5	TEST	TEST	BSP	BAYES	BSP	BSP	TEST
0.7	BAYES	TEST	BAYES	TEST	BAYES	BSP	BAYES
1	TEST	BAYES	BAYES	BSP	BSP	BSP	BAYES
3	TEST	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	MLE	TEST
5	BAYES	BAYES	BSP	BAYES	BAYES	BSP	BSP
7	TEST	BAYES	BAYES	TEST	BAYES	TEST	BSP
10	BAYES	TEST	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	BSP
15	BAYES	TEST	BAYES	BAYES	MLE	BAYES	TEST
20	BAYES	BAYES	BAYES	TEST	BAYES	BAYES	BSP
25	BAYES	BAYES	BSP	-	BAYES	BSP	TEST
30	BAYES	BAYES	TEST	BSP	BAYES	BAYES	BSP
35	TEST	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	TEST
40	BAYES	BAYES	BSP	MLE	BSP	BAYES	BAYES

จากตารางที่ 3.4 จะเห็นได้ว่า

เมื่อ $n = 10$ และ $\theta = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 1, 3, 7, 35$ วิธีการใช้สถิติทดสอบ ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุดเป็น แต่เมื่อ $\theta = 0.7, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40$ วิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

เมื่อ $30 \le n \le 90$ ส่วนใหญ่วิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace priorให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด รองลงมาคือวิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์

เมื่อ $n = 120$ และ $0.1 \le \theta \le 10$ ส่วนใหญ่วิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์ ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด แต่เมื่อ $15 \le \theta \le 40$ ส่วนใหญ่วิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

เมื่อ $n \ge 140$ ส่วนใหญ่วิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นของช่วงความเชื่อมั่นที่สุด รองลงมาคือวิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3.5 วิธีการประมาณค่าแบบช่วงที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด จำแนกตามขนาดตัวอย่างและค่าพารามิเตอร์ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

θ	n						
	10	30	50	70	90	120	140
0.1	TEST	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	BAYES	BSP, TEST
0.2	TEST	BAYES	BAYES	BSP	MLE	MLE	BSP
0.3	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	TEST	BAYES	BSP
0.4	TEST	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BSP
0.5	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	BAYES	BSP
0.7	TEST	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	BSP
1	TEST	BAYES	BSP	BAYES	BAYES	BAYES	BSP
3	TEST	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	BAYES
5	BAYES	BAYES	BSP	BSP	BAYES	BSP	BAYES
7	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	TEST	BSP
10	TEST	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES
15	TEST	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	TEST
20	TEST	BAYES	BAYES	BAYES	TEST	BAYES	BAYES
25	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	BSP
30	TEST	BAYES	BAYES	MLE	BAYES	BAYES	BSP
35	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	MLE	BSP	BAYES
40	TEST	TEST	TEST	BAYES	BAYES	BAYES	TEST

จากตารางที่ 3.5 จะเห็นได้ว่า

เมื่อ $n = 10$ ส่วนใหญ่วิธีการใช้สถิติทดสอบ ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยสั้นของช่วงความเชื่อมั่นที่สุด รองลงมาคือวิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior

เมื่อ $30 \le n \le 120$ ส่วนใหญ่วิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สุดสั้นที่สุด รองลงมาคือวิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์

เมื่อ $n \ge 140$ ส่วนใหญ่วิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สุดสั้นที่สุด รองลงมาคือวิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 3.6 วิธีการประมาณค่าแบบช่วงที่ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด จำแนกตามขนาดตัวอย่าง และค่าพารามิเตอร์ที่ระดับความเชื่อมั่น 99%

θ	n						
	10	30	50	70	90	120	140
0.1	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	BSP	BAYES
0.2	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BSP
0.3	BAYES	TEST	BSP	BAYES	BAYES	BAYES	BSP
0.4	BAYES	BAYES	BSP	BAYES	BAYES	BSP	BSP
0.5	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	BSP	BSP
0.7	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	BAYES	BSP	BSP
1	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	BAYES	TEST
3	TEST	BAYES	BSP	BAYES	BSP	BSP	BSP
5	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	BAYES	BSP	BSP
7	BAYES	BAYES	BSP	BAYES	BAYES	BAYES	BSP
10	TEST	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	BSP
15	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	BSP	BAYES
20	TEST	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	BAYES	BSP
25	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BSP
30	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	BSP
35	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	BAYES	BSP	BSP
40	BAYES	BAYES	BAYES	BSP	BAYES	BSP	BSP

จากตารางที่ 3.6 จะเห็นได้ว่า

เมื่อ $n \le 90$ ส่วนใหญ่วิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สุดสั้นที่สุด รองลงมาคือวิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์

เมื่อ $n \ge 120$ ส่วนใหญ่วิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สุดสั้นที่สุด รองลงมาคือวิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior

4. สรุปและอภิปรายผล

- ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% ส่วนใหญ่วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 4 วิธีให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดสำหรับทุกขนาดตัวอย่าง แต่เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยแล้ว เมื่อ $n \le 90$ ส่วนใหญ่วิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด เมื่อ $n \ge 120$ ส่วนใหญ่วิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% ส่วนใหญ่วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 4 วิธีให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดสำหรับทุกขนาดตัวอย่าง แต่เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยแล้ว เมื่อ $n=10$ ส่วนใหญ่วิธีการใช้สถิติทดสอบให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด เมื่อ $30 \le n \le 120$ ส่วนใหญ่วิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด เมื่อ $n \ge 140$ ส่วนใหญ่วิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด
- ที่ระดับความเชื่อมั่น 99% ส่วนใหญ่วิธีการประมาณช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 4 วิธีให้ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดสำหรับทุกขนาดตัวอย่าง แต่เมื่อพิจารณาค่าความกว้างเฉลี่ยแล้ว เมื่อ $n \le 90$ ส่วนใหญ่วิธีการประมาณช่วงแบบเบส์โดยวิธี Laplace prior ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด เมื่อ $n \ge 120$ ส่วนใหญ่วิธีบูตสแตรปเปอร์เซ็นต์ไทล์ให้ค่าความกว้างเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นที่สุด

5. ข้อเสนอแนะ

5.1 ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณแบบช่วง 4 วิธีดังที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น อย่างไรก็ตามยังมีวิธีการประมาณแบบช่วงอื่นๆที่น่าสนใจอีก เช่นวิธีการประมาณโดยใช้กราฟ โดยอาจจะนำมาเปรียบเทียบกับวิธีการประมาณแบบช่วงทั้ง 4 วิธี

5.2 ควรศึกษาเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงแบบอื่นๆ

เอกสารอ้างอิง

[1] กัลยา วานิชย์บัญชา. 2546. การวิเคราะห์สถิติ : สถิติสำหรับการบริหารและวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 7, กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

[2] นฤดี สมิทธิ์ปรีชา. 2547. การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงของการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาสถิติประยุกต์ บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

[3] กฤตยา โพธิ์แดง. 2549. วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบเบย์สำหรับการแจกแจงปัวส์ซองเมื่อกลุ่มตัวอย่างขนาดเล็ก. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาสถิติประยุกต์ บัณฑิตวิทยาลัย, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.

[4] Efron, B. and Tibshirani, R.J. 1993. An Introduction to the Bootstrap. New York : Chapman and Hall.

[5] ประชุม สุวัตถี. 2545. ทฤษฎีการอนุมานเชิงสถิติ. พิมพ์ครั้งที่ 2, กรุงเทพฯ : โครงการส่งเสริมเอกสารวิชาการ.

[6] ฟองนวล วงศ์ตะวัน. 2549. การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าตัวประมาณสัดส่วนในการแจกแจงแบบทวินาม และตัวประมาณค่าเฉลี่ยของการแจกแจงแบบปัวส์ซอง. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาสถิติประยุกต์ บัณฑิตวิทยาลัย, มหาวิทยาลัยนเรศวร.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้