# การเปรียบเทียบสถิติทดสอบที่ไม่อิงพารามิเตอร์สำหรับ
# ค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน

# A COMPARISION OF NONPARAMETRIC STATISTICS FOR
# POPULATION MEAN BETWEEN TWO
# INDEPENDENT GROUPS

[redacted]


ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติประยุกต์)
ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2559

# การเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน

# A COMPARISION OF NONPARAMETRIC STATISTICS FOR POPULATION MEAN BETWEEN TWO INDEPENDENT GROUPS


ธิดารัตน์ สมฤทธิ์
ปรียา อยู่เล่ห์
รติวัฒน์ สิทธิบุตร์
วีรยุทธ รักษาธรรม


ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (สถิติประยุกต์)
ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ปีการศึกษา 2559


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# A COMPARISION OF NONPARAMETRIC STATISTICS FOR POPULATION MEAN BETWEEN TWO INDEPENDENT GROUPS

THIDARAT SOMRIT
PREEYA YOOLE
RATIWAT SITDHIBUTR
WIRAYUT RAKSATHAM

A SPECIAL PROPLEM SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF
THE REQUUIREMENT FOR
THE DEGREE OF BACHELOR OF SCIENCE (APPLIED STATISTICS)
DEPARTMENT OF STATISTICS, FACULTY OF SCIENCE
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
ACADEMIC YEAR 2016

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**หัวข้อปัญหาพิเศษ** การเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน
A COMPARISION OF NONPARAMETRIC STATISTICS FOR POPULATION MEAN BETWEEN TWO INDEPENDENT GROUPS


**ชื่อนักศึกษา**

| | | | |
|---|---|---|---|
| นางสาวธิดารัตน์ | สมฤทธิ์ | รหัสนักศึกษา | 56051325 |
| นางสาวปรียา | อยู่เล่ห์ | รหัสนักศึกษา | 56051348 |
| นายรติวัฒน์ | สิทธิบุตร์ | รหัสนักศึกษา | 56051371 |
| นายวีรยุทธ | รักษาธรรม | รหัสนักศึกษา | 56051389 |


**ปริญญา** วิทยาศาสตรบัณฑิต (สถิติประยุกต์)
**ภาควิชา** สถิติ
**ปีการศึกษา** 2559
**อาจารย์ที่ปรึกษา** รศ.สายชล สินสมบูรณ์ทอง

คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.) อนุมัติให้ปัญหาพิเศษนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต (สถิติประยุกต์) ประจำปีการศึกษา 2559

| คณะกรรมการ | ลายมือชื่อ |
|---|---|
| ดร.บุญญสิทธิ์ วรจันทร์<br>ประธานกรรมการ | |
| ผศ.ดร.อัชฌา อระวีพร<br>กรรมการ | |
| รศ.สายชล สินสมบูรณ์ทอง<br>กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษา | |


ลิขสิทธิ์ของคณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **หัวข้อปัญหาพิเศษ** | การเปรียบเทียบสถิติทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ ระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน | | | |
| **ชื่อนักศึกษา** | นางสาวธิดารัตน์ | สมฤทธิ์ | รหัสนักศึกษา | 56051325 |
| | นางสาวปรียา | อยู่เล่ห์ | รหัสนักศึกษา | 56051348 |
| | นายรติวัฒน์ | สิทธิบุตร์ | รหัสนักศึกษา | 56051371 |
| | นายวีรยุทธ | รักษาธรรม | รหัสนักศึกษา | 56051389 |
| **ปริญญา** | วิทยาศาสตรบัณฑิต (สถิติประยุกต์) | | | |
| **ภาควิชา** | สถิติ | | | |
| **คณะ** | วิทยาศาสตร์ | | | |
| **มหาวิทยาลัย** | สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.) | | | |
| **ปีการศึกษา** | 2559 | | | |
| **อาจารย์ที่ปรึกษา** | รศ.สายชล สินสมบูรณ์ทอง | | | |

## บทคัดย่อ

ปัญหาพิเศษนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของตัวสถิติทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน ซึ่งมีตัวสถิติทดสอบที่ศึกษา 3 การทดสอบ คือ ตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล และตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 และกำลังการทดสอบ ที่ระดับนัยสำคัญเท่ากับ 0.01, 0.05 และ 0.1 เมื่อประชากรทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกันและการแจกแจงต่างกัน ได้แก่ การแจกแจงปรกติ การแจกแจงแกมมา การแจกแจงไคกำลังสอง และการแจกแจงเลขชี้กำลัง โดยกำหนดขนาดตัวอย่างเท่ากัน คือ (10,10), (20,20) และ (50,50) และขนาดตัวอย่างต่างกัน คือ (5,10), (20,30) และ (50,100) และทำซ้ำในแต่ละสถานการณ์จำนวน 1,000 รอบ

ผลการวิจัยพบว่าตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์มีกำลังการทดสอบสูงสุดในทุกกรณี แต่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้น้อยที่สุด ในขณะที่ตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์มีกำลังการทดสอบรองลงมาจากตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ ในกรณีที่การแจงเหมือนกัน ความแปรปรวนเท่ากัน และในกรณีการแจกแจงต่างกัน ความแปรปรวนต่างกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้มากที่สุดในทุกกรณี ยกเว้นในกรณีการแจกแจงต่างกัน ความแปรปรวนเท่ากัน ขนาดตัวอย่างต่างกัน และในกรณีการแจกแจงต่างกัน ความแปรปรวนต่างกัน ขนาดตัวอย่างเท่ากัน และตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล มีกำลังการทดสอบรองลงมาจากตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ ในกรณีการแจกแจงเหมือนกัน ความแปรปรวนเท่ากัน ขนาดตัวอย่างเท่ากัน ในกรณีการแจงแจงเหมือนกัน ความแปรปรวนต่างกัน และในกรณีการแจกแจงต่างกัน ความแปรปรวนเท่ากัน

**คำสำคัญ** : ประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กำลังการทดสอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Title** | Comparison of Nonparametric for Testing the Mean between Two Independent Populations | | | |
| **Students** | Miss.Thidarat | Somrit | Student ID | 56051325 |
| | Miss.Preeya | Yoole | Student ID | 56051348 |
| | Mr.Ratiwat | Sitdhibutr | Student ID | 56051371 |
| | Mr.Wirayut | Raksatham | Student ID | 56051389 |
| **Degree** | Bachelor of Science (Applied Statistics) | | | |
| **Department** | Statistics | | | |
| **Faculty** | Science | | | |
| **University** | King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL) | | | |
| **Academic Year** | 2016 | | | |
| **Advisor** | Assoc.Prof.Saichon | Sinsomboonthong | | |

## Abstract

The objective of this research was to study and to compare the powers of a test for testing means between two independent populations. The test statistics used included Wilcoxon-Mann-Whitney, Brunner and Munzel, and Bootstrap Rank Welch. These statistical methods were compared by considering their ability to control probability of type I error at 0.01, 0.05, and 0.1 level of significance and their

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

power of test. The two populations were distributed according to Normal Gamma Exponential and Chi-Squared distributions. Sample sizes were defined to be equal at (10,10), (20,20), and (50,50) and unequal at (5,10), (20,30), and (50,100), and the type I error and power of test were determined by running the software 1,000 times for each cases.

The results revealed that Bootstrap Rank Welch yielded the highest power of a test for every case but had the lowest ability to control the probability of type I error, whereas Wilcoxon-Mann-Whitney yielded the second highest power of a test in the cases that the distributions were identical and the variances were equal and in the cases that the distributions were not identical and the variances were different. Wilcoxon-Mann-Whitney had the highest ability to control the probability of type I error for every case except for the cases that the distributions were not identical, the variances were equal, and the sample sizes were different as well as the cases that the distributions were not identical, the variances were different, and the sample sizes were the same. Brunner and Munzel yielded the second highest power of a test in the following cases: i) the distributions were identical, the variances were the same, and the sample sizes were the same; ii) the distributions were identical and the variances were different; iii) the distributions were not identical and the variances were the same.

**Keywords** : Independent Populations, Probability of Type I Error, Power of a Test

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# กิตติกรรมประกาศ

ปัญหาพิเศษนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดีและมีความถูกต้องในเนื้อหา เนื่องด้วยได้รับความอนุเคราะห์จาก รศ.สายชล สินสมบูรณ์ทอง ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ผู้ซึ่งให้คำแนะนำ คำปรึกษา เอื้อเฟื้อเอกสารต่าง ๆ และหนังสืออ้างอิง ที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลและตรวจทานแก้ไขความถูกต้อง ตลอดจนติดตามผลงานทุกขั้นตอนของการดำเนินงานในการทำปัญหาพิเศษนี้จนกระทั่งเสร็จสมบูรณ์ จึงขอกราบขอบพระคุณด้วยความเคารพเป็นอย่างสูงไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ขอขอบพระคุณ ดร.บุญญสิทธิ์ วรจันทร์ และผศ.ดร.อัชฌา อระวีพร คณะกรรมการที่กรุณาให้คำปรึกษาและแนะนำข้อบกพร่อง ทำให้ปัญหาพิเศษนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาสถิติทุกท่าน ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้พร้อมทั้งให้คำแนะนำ และช่วยเหลือในเรื่องต่าง ๆ มาโดยตลอด

ขอขอบคุณ คุณอัจฉรา แผ้วบาง และเจ้าหน้าที่ภาควิชาสถิติทุกท่าน ที่ให้ความอนุเคราะห์จัดหาอุปกรณ์ในการทำปัญหาพิเศษนี้

สุดท้ายนี้ ขอขอบพระคุณบิดามารดาของผู้จัดทำปัญหาพิเศษที่ให้การสนับสนุนและเป็นกำลังใจให้เสมอมา และขอขอบคุณเพื่อน ๆ ทุกคนที่ให้คำปรึกษา ช่วยเหลือในการทำงานมาโดยตลอดจนปัญหาพิเศษนี้สำเร็จไปได้ด้วยดี

ธิดารัตน์ สมฤทธิ์
ปรียา อยู่เล่ห์
รติวัฒน์ สิทธุบุตร์
วีรยุทธ รักษาธรรม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญ

**หน้า**

บทคัดย่อภาษาไทย..... ก
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... ค
กิตติกรรมประกาศ..... จ
สารบัญ..... ฉ
สารบัญตาราง..... ช
สารบัญรูป..... ญ
คำย่อ/ สัญลักษณ์และคำอธิบาย..... ฏ
**บทที่ 1 บทนำ**..... 1
1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา..... 1
1.2 วัตถุประสงค์..... 3
1.3 ขอบเขตของงานวิจัย..... 3
1.4 ตัวแปรและนิยาม..... 6
1.5. ขั้นตอนการดำเนินงาน..... 6
1.6. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ..... 8
**บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง**..... 9
2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง..... 9
2.1.1 สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์..... 9
2.1.2 ตัวสถิติทดสอบวิลคอกซัน-แมนท์-วิทนีย์..... 10
2.1.3 ตัวสถิตทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล..... 15
2.1.4 ตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์..... 19
2.1.5 ตัวสร้างเลขสุ่มเทียม..... 30
2.2 การแจกแจงต่าง ๆ ที่ใช้ในงานวิจัย..... 30
2.2.1 การแจกแจงปรกติ..... 31
2.2.2 การแจกแจงแกมมา..... 32
2.2.3 การแจกแจงเลขชี้กำลัง..... 33
2.2.4 การแจกแจงไคกำลังสอง..... 34
2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง..... 34
**บทที่ 3 วิธีการดำเนินงานวิจัย**..... 37
3.1 การวางแผนการวิจัย..... 37
3.2 วิธีการดำเนินการวิจัย..... 54
3.3 ขั้นตอนโปรแกรมที่ใช้ในงานวิจัย..... 56

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**บทที่ 4 ผลการวิจัย** ..... 58
4.1 ความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ..... 58
4.1.1 กรณีข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ..... 58
4.1.2 กรณีข้อมูลทั้งสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน ..... 67
4.2 การเปรียบเทียบกำลังการทดสอบ ..... 77
4.2.1 กรณีข้อมูลทั้งสองกลุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกัน ..... 77
4.2.2 กรณีข้อมูลทั้งสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน ..... 85
4.3 สรุปผลการทดลอง ..... 98
4.3.1 สรุปผลความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของ
ความผิดพลาดแบบที่ 1 ..... 98
4.3.2 สรุปการเปรียบเทียบกำลังการทดสอบ ..... 99
**บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ** ..... 101
5.1 สรุปผลการวิจัย ..... 101
5.2 อภิปรายผล ..... 103
5.3 ข้อเสนอแนะ ..... 104
บรรณานุกรม ..... 105
ภาคผนวก ..... 107
ภาคผนวก ก ..... 108
ภาคผนวก ข ..... 144

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญตาราง

**ตารางที่** **หน้า**

1.1 สัญลักษณ์แสดงพารามิเตอร์ของการแจกแจง ค่าเฉลี่ย $(E(X))$ และความแปรปรวน $(Var(X))$ของประชากร..... 3
1.2 ค่าพารามิเตอร์ในกรณีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนเท่ากัน..... 3
1.3 ค่าพารามิเตอร์ในกรณีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนต่างกัน..... 4
1.4 ค่าพารามิเตอร์ในกรณีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนเท่ากัน..... 4
1.5 ค่าพารามิเตอร์ในกรณีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนต่างกัน..... 4
1.6 ค่าพารามิเตอร์ในกรณีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนเท่ากัน..... 4
1.7 ค่าพารามิเตอร์ในกรณีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนต่างกัน..... 5
1.8 ค่าพารามิเตอร์ในกรณีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนเท่ากัน..... 5
1.9 ค่าพารามิเตอร์ในกรณีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนต่างกัน..... 5
3.1 ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา..... 37
4.1 ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนเท่ากัน..... 58
4.2 ร้อยละของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน ความแปรปรวนเท่ากัน และขนาดตัวอย่างเท่ากัน..... 62
4.3 ร้อยละของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน ความแปรปรวนเท่ากัน และขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน..... 63
4.4 ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกันกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนต่างกัน..... 64
4.5 ร้อยละของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน ความแปรปรวนต่างกัน และขนาดตัวอย่างเท่ากัน..... 66
4.6 ร้อยละของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน ความแปรปรวนต่างกัน และขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน..... 66
4.7 ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนเท่ากัน..... 67
4.8 ร้อยละของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจง ค่าเฉลี่ยเท่ากัน ความแปรปรวนเท่ากัน และขนาดตัวอย่างเท่ากัน..... 69
4.9 ร้อยละของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน ความแปรปรวนเท่ากัน และขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน..... 70
4.10 ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนต่างกัน..... 71
4.11 ร้อยละของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน ความแปรปรวนต่างกัน และขนาดตัวอย่างเท่ากัน..... 76

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.12 ร้อยละของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนเท่ากัน ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน..... 76
4.13 กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนเท่ากัน..... 77
4.14 ร้อยละของกำลังการทดสอบที่มากที่สุด กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน ความแปรปรวนเท่ากัน และขนาดตัวอย่างเท่ากัน..... 79
4.15 ร้อยละของกำลังการทดสอบที่มากที่สุด กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน ความแปรปรวนเท่ากัน และขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน..... 80
4.16 กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนต่างกัน..... 81
4.17 ร้อยละของกำลังการทดสอบที่มากที่สุด กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน ความแปรปรวนต่างกัน และขนาดตัวอย่างเท่ากัน..... 84
4.18 ร้อยละของกำลังการทดสอบที่มากที่สุด กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน ความแปรปรวนต่างกัน และขนาดตัวอย่างเท่ากัน..... 85
4.19 กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนเท่ากัน..... 85
4.20 ร้อยละของกำลังการทดสอบที่มากที่สุด กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน ความแปรปรวนเท่ากัน และขนาดตัวอย่างเท่ากัน..... 91
4.21 ร้อยละของกำลังการทดสอบที่มากที่สุด กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน ความแปรปรวนเท่ากัน และขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน..... 91
4.22 กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนต่างกัน..... 92
4.23 ร้อยละของกำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน ความแปรปรวนต่างกัน และขนาดตัวอย่างเท่ากัน..... 97
4.24 ร้อยละของกำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน ความแปรปรวนต่างกัน และขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน..... 97
4.25 ตัวสถิติทดสอบที่มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุดในกรณีต่างๆ..... 98
4.26 ตัวสถิติทดสอบที่ให้กำลังการทดสอบมากที่สุดในกรณีต่างๆ..... 99
4.27 ตัวสถิติทดสอบที่สามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุด 2 ลำดับ และ ตัวสถิติทดสอบที่มีกำลังการทดสอบสูงที่สุด 2 ลำดับ..... 100

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# สารบัญรูป

**รูปที่** **หน้า**

1.1 ขอบเขตในการครอบคลุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ของเกณฑ์ของ Cochran และ Bradley..... 7
2.1 ฟังก์ชันการแจกแจงของ 2 ประชากร ต่างกันเฉพาะค่ากลาง..... 10
3.1 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(100,20)$ และ $X_2 \sim N(100,20)$ ..... 38
3.2 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,2)$ ..... 38
3.3 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Exponential}(5)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(5)$ ..... 39
3.4 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Chi}-\text{Square}(15)$ และ $X_2 \sim \text{Chi}-\text{Square}(15)$ ..... 39
3.5 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(100,10)$ และ $X_2 \sim N(100,20)$ ..... 40
3.6 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(5,4)$ ..... 40
3.7 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,20)$ และ $X_2 \sim N(15,20)$ ..... 41
3.8 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(2,4)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(8,2)$ ..... 41
3.9 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,10)$ และ $X_2 \sim N(15,20)$ ..... 42
3.10 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,2)$ ..... 42
3.11 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Exponential}(5)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(8)$ ..... 43
3.12 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Chi}-\text{Square}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi}-\text{Square}(15)$ ..... 43
3.13 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,10)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$ ..... 44
3.14 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,100)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$ ..... 44
3.15 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,20)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$ ..... 45
3.16 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$ ..... 45
3.17 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$ ..... 46
3.18 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$ ..... 46
3.19 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$ ..... 47
3.20 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$ ..... 47
3.21 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Exponential}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$ ..... 48
3.22 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(15,10)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$ ..... 48
3.23 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,25)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(5)$ ..... 49

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**รูปที่** **หน้า**

3.24 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,40)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$ ..... 49
3.25 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(\text{Square root}(10))$ ..... 50
3.26 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(5)$ ..... 50
3.27 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Exponential}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(50)$ ..... 51
3.28 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(15,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$ ..... 51
3.29 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(15,2)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$ ..... 52
3.30 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(15,2)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$ ..... 52
3.31 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(20)$ ..... 53
3.32 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$ ..... 53
3.33 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Exponential}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$ ..... 54
3.34 ขั้นตอนการคำนวณความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1..... 56
3.35 ขั้นตอนการคำนวณกำลังการทดสอบ..... 57
4.1 ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนเท่ากัน..... 60
4.2 ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนต่างกัน..... 65
4.3 ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนเท่ากัน..... 68
4.4 ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนต่างกัน..... 73
4.5 กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนเท่ากัน..... 78
4.6 กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนต่างกัน..... 82
4.7 กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนเท่ากัน..... 88
4.8 กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนต่างกัน..... 94

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# คำย่อ/ สัญลักษณ์และคำอธิบาย

| คำย่อ/ สัญลักษณ์ | คำอธิบาย |
|---|---|
| 1. WMW | ตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ |
| 2. BM | ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล |
| 3. BRW | ตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ |
| 4. B | มีค่าในช่วงตามเกณฑ์ของ Bradley |
| 5. ---------- | เกณฑ์ของ Bradley |
| 6. --*··· | เส้นกราฟของตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ |
| 7. – –◆– – | เส้นกราฟของตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล |
| 8. ——▲—— | เส้นกราฟของตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ |
| 9. * | กำลังการทดสอบสูงที่สุดในสถานการณ์นั้น |
| 10. (1) | ค่าสถิติทดสอบที่ไม่สามารถคำนวณได้จำนวน 1 ครั้ง |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 1
# บทนำ

## 1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

สถิติที่ใช้ในงานวิจัยนั้น ได้รับการพัฒนามาเพื่อใช้ให้เหมาะสมกับสถานการณ์ต่างๆกัน เพื่อให้ผลลัพธ์ที่เชื่อถือได้ในการหาข้อสรุปไปยังประชากร ซึ่งจำเป็นอย่างยิ่งที่ผู้วิจัยต้องรู้จักเลือกใช้ให้เหมาะสมกับคุณลักษณะข้อมูล โดยเฉพาะตัวสถิติทดสอบ (Test statistics) ความแตกต่างระหว่างกลุ่มประชากร 2 กลุ่มซึ่งเป็นวิธีที่ใช้กันมากในงานวิจัย (กุสุมา, ชลิตาและรมิตา, 2558)

ในงานวิจัยส่วนมากจะใช้การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยสำหรับประชากร 2 กลุ่มที่อิสระกัน เพื่อประโยชน์ในการปรับปรุงและพัฒนาที่ดีขึ้น ซึ่งสามารถหาผลสรุปได้จากสถิติที่ใช้พารามิเตอร์และสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ เมื่อข้อมูลไม่ได้มาจากการแจกแจงปรกติ เราจึงใช้สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์แทน ซึ่งใช้ในการเปรียบเทียบประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน (อาภา, อภิญญาและบุญอ้อม, 2558) ตัวสถิติทดสอบที่ผู้วิจัยมักเลือกใช้ทดสอบสมมติฐาน คือ Wilcoxon-Mann-Whitney (WMW) ซึ่งยังมีตัวสถิติทดสอบที่ไม่ได้รับความนิยม เช่น Brunner and Munzel ได้เสนอตัวสถิติทดสอบที่ใช้สำหรับการทดสอบประชากร 2 กลุ่ม เมื่อความแปรปรวนไม่เท่ากัน ใช้สำหรับขนาดตัวอย่างมีขนาดเล็ก $(n_1, n_2 \leq 10)$ และ ริคซิเกล, ซาคาเรียส และโรซา (Reiczigel, Zakarias and Rozsa, 2005) ได้เสนอตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ (Bootstrap Rank Welch Test) เพื่อใช้ทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่มจากงานวิจัยอื่นที่ได้ศึกษามาดังนี้

ความน่าเชื่อถือของสถิติทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์สำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่มอิสระกันจากโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ SPSS ในกรณีการวัดค่ากลาง ได้มีการทดสอบตัวสถิติทดสอบ 3 วิธี คือ Wilcoxon-Mann-Whitney, Kolmolgorov-Smirnov และ Wald-Wolfowitz Runs พบว่า ตัวสถิติทดสอบ Wilcoxon-Mann-Whitney มีกำลังการทดสอบสูงสุด (ชนาธิป, มัฐิมา, ปทิตตาและพัสตราภรณ์, 2556)

ความน่าเชื่อถือของผลการวิเคราะห์ด้วยตัวสถิติทดสอบวิลคอกซัน –แมนวิทนีย์ เมื่อคำนึงถึงข้อกำหนดเบื้องต้น จากโปรแกรมสำเร็จรูป SPSS และ MINITAB พบว่าตัวสถิติทดสอบ WMW จากโปรแกรมทั้ง 2 สามารถควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้เฉพาะกรณีที่สองประชากรมีการแจกแจงเหมือนกัน แต่ในกรณีการแจกแจงต่างกันเกือบทั้งหมดของกรณีที่ศึกษาพบว่าสามารถควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้เพียงร้อยละ 9-20 เท่านั้น ส่วนกำลังการทดสอบที่แท้จริง พบว่าส่วนใหญ่มีค่าสูงเข้าใกล้ค่า 1 ทั้งในกรณีการแจกแจงเหมือนกันหรือต่างกัน (อุมาพร, 2556)

จากการศึกษาเปรียบเทียบสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม โดยตัวสถิติทดสอบที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ ตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ ตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล และตัว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สถิติทดสอบแรงค์เวลช์ ซึ่งในการทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของ 2 ตัวอย่าง ที่มีการแจกแจงไม่เป็นปรกติ การศึกษาพบว่า ตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลช์สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีและมีกำลังการทดสอบสูงสุด (Reiczigel, Zakarias and Rozsa, 2005)

การเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ระหว่างประชากร 2 กลุ่ม เมื่อความแปรปรวนไม่เท่ากัน มีการทดสอบตัวสถิติ 3 วิธี คือ Brunner and Munzel, Bootstrap Brunner and Munzel และ Bootstrap Rank Welch พบว่า ตัวสถิติทดสอบ Brunner and Munzel ให้กำลังการทดสอบสูงใกล้เคียงกับตัวสถิติทดสอบ Bootstrap Rank Welch และสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ทุกกรณี (นพดลและชินนพงษ์, 2553)

การเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์สำหรับการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากรสองกลุ่มที่เป็นอิสระกันเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก ได้มีการทดสอบตัวสถิติ 3 วิธี คือ Wilcoxon rank sum, Baumgartner-Wei $\beta$-Schindler และ Brunner and Munzel พบว่าตัวสถิติทดสอบ Brunner and Munzel มีกำลังการทดสอบสูงสุด (อาภา, อภิญญาและบุญอ้อม, 2558)

สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม กรณีความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน มีการทดสอบตัวสถิติ 3 วิธี คือ ตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ วิธีคลิฟฟ์ ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล ตัวสถิติทดสอบเฉิน-ลู และตัวสถิติทดสอบ บูทสแตรปแรงค์เวลช์ พบว่า เมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซลสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุด และมีกำลังการทดสอบสูงสุด เมื่อตัวอย่างขนาดปานกลาง ตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์และตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซลสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ใกล้เคียงกันและมีกำลังการทดสอบสูงสุด (วราวัลย์, 2556)

ด้วยเหตุผลดังกล่าว ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษากำลังการทดสอบ (Power of a test) ของตัวสถิติทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยประชากร 2 กลุ่ม อิสระกัน 3 ตัว คือ Wilcoxon-Mann-Whitney, Brunner and Munzel และ Bootstrap Rank Welch โดยสร้างแบบจำลองจากเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo technique) ในการสร้างข้อมูลตามกรณีต่างๆ ที่ต้องการ ซึ่งในแต่ละกรณีจะเลือกตัวสถิติทดสอบที่มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ มาเปรียบเทียบกำลังการทดสอบ เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบได้อย่างเหมาะสมกับลักษณะข้อมูล

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 1.2 วัตถุประสงค์ที่ศึกษา

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ในสถานการณ์ต่างๆ ของตัวสถิติทดสอบ Wilcoxon-Mann-Whitney, Brunner and Munzel และ Bootstrap Rank Welch

2. เพื่อเปรียบเทียบกำลังการทดสอบในสถานการณ์ต่างๆ ของตัวสถิติทดสอบ Wilcoxon-Mann-Whitney, Brunner and Munzel และ Bootstrap Rank Welch

## 1.3 ขอบเขตการศึกษา

ในปัญหาพิเศษนี้ศึกษาวิธีการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของประชากรสองกลุ่ม ซึ่งเป็นอิสระกันด้วยตัวสถิติทดสอบ Wilcoxon-Mann-Whitney, Brunner and Munzel และ Bootstrap Rank Welch โดยเปรียบเทียบข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกันและต่างกัน โดยที่กรณีทั้งหมดมีดังนี้ คือ การแจกแจงปรกติ การแจกแจงแกมมา การแจกแจงเลขชี้กำลังและการแจกแจงไคกำลังสอง ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากัน คือ (10,10), (20,20) และ (50,50) และในกรณีที่ขนาดตัวอย่างต่างกัน คือ (5,10), (20,30) และ (50,100) และใช้ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10 โดยมี 16 กรณีดังนี้

**ตารางที่ 1.1** สัญลักษณ์แสดงพารามิเตอร์ของการแจกแจง ค่าเฉลี่ย $\left(E(X)\right)$ และความแปรปรวน $\left(\mathrm{Var}(X)\right)$ ของประชากร

| การแจกแจง | สัญลักษณ์ | $E(X)$ | $\mathrm{Var}(X)$ |
|---|---|---|---|
| ปรกติ | $N(\mu,\sigma^2)$ | $\mu$ | $\sigma^2$ |
| แกมมา | $\mathrm{Gamma}(\alpha,\beta)$ | $\alpha\beta$ | $\alpha\beta^2$ |
| เลขชี้กำลัง | $\mathrm{Exponential}(\beta)$ | $\beta$ | $\beta^2$ |
| ไคกำลังสอง | $\text{Chi-Squared}(\nu)$ | $\nu$ | $2\nu$ |

หมายเหตุ $E(X)$ คือ ค่าเฉลี่ยของประชากร

$\mathrm{Var}(X)$ คือ ความแปรปรวนของประชากร

1.3.1 ข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ( เช่น ปรกติกับปรกติ แกมมากับแกมมา)

1.3.1.1 ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนเท่ากัน

**ตารางที่ 1.2** ค่าพารามิเตอร์ในกรณีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนเท่ากัน

| การแจกแจงเหมือนกัน | $E(X_1)$ | $\mathrm{Var}(X_1)$ | $E(X_2)$ | $\mathrm{Var}(X_2)$ |
|---|---|---|---|---|
| 1) $X_1 \sim N(100,20)$ และ $X_2 \sim N(100,20)$ | 100 | 20 | 100 | 20 |
| 2) $X_1 \sim \mathrm{Gamma}(10,2)$ และ $X_2 \sim \mathrm{Gamma}(10,2)$ | 20 | 40 | 20 | 40 |
| 3) $X_1 \sim \mathrm{Exponential}(5)$ และ $X_2 \sim \mathrm{Exponential}(5)$ | 5 | 25 | 5 | 25 |
| 4) $X_1 \sim \text{Chi-Squared}(15)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Squared}(15)$ | 15 | 30 | 15 | 30 |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.3.1.2 ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนต่างกัน

**ตารางที่ 1.3** ค่าพารามิเตอร์ในกรณีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนต่างกัน

| การแจกแจงเหมือนกัน | $E(X_1)$ | $Var(X_1)$ | $E(X_2)$ | $Var(X_2)$ |
|---|---|---|---|---|
| 1) $X_1 \sim N(100,10)$ และ $X_2 \sim N(100,20)$ | 100 | 10 | 100 | 20 |
| 2) $X_1 \sim Gamma(10,2)$ และ $X_2 \sim Gamma(5,4)$ | 20 | 40 | 20 | 80 |

1.3.1.3 ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนเท่ากัน

**ตารางที่ 1.4** ค่าพารามิเตอร์ในกรณีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนเท่ากัน

| การแจกแจงเหมือนกัน | $E(X_1)$ | $Var(X_1)$ | $E(X_2)$ | $Var(X_2)$ |
|---|---|---|---|---|
| 1) $X_1 \sim N(10,20)$ และ $X_2 \sim N(15,20)$ | 10 | 20 | 15 | 20 |
| 2) $X_1 \sim Gamma(2,4)$ และ $X_2 \sim Gamma(8,2)$ | 8 | 32 | 16 | 32 |

1.3.1.4 ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนต่างกัน

**ตารางที่ 1.5** ค่าพารามิเตอร์ในกรณีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนต่างกัน

| การแจกแจงเหมือนกัน | $E(X_1)$ | $Var(X_1)$ | $E(X_2)$ | $Var(X_2)$ |
|---|---|---|---|---|
| 1) $X_1 \sim N(10,10)$ และ $X_2 \sim N(15,20)$ | 10 | 10 | 15 | 20 |
| 2) $X_1 \sim Gamma(10,1)$ และ $X_2 \sim Gamma(10,2)$ | 10 | 10 | 20 | 40 |
| 3) $X_1 \sim Exponential(5)$ และ $X_2 \sim Exponential(8)$ | 5 | 25 | 8 | 64 |
| 4) $X_1 \sim Chi\text{-}Squared(10)$ และ $X_2 \sim Chi\text{-}Squared(15)$ | 10 | 20 | 15 | 30 |

1.3.2 ข้อมูลทั้งสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน ( เช่น ปรกติกับแกมมา ปรกติกับเลขชี้กำลัง)

1.3.2.1 ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนเท่ากัน

**ตารางที่ 1.6** ค่าพารามิเตอร์ในกรณีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนเท่ากัน

| การแจกแจงเหมือนกัน | $E(X_1)$ | $Var(X_1)$ | $E(X_2)$ | $Var(X_2)$ |
|---|---|---|---|---|
| 1) $X_1 \sim N(10,10)$ และ $X_2 \sim Gamma(10,1)$ | 10 | 10 | 10 | 10 |
| 2) $X_1 \sim N(10,100)$ และ $X_2 \sim Exponential(10)$ | 10 | 100 | 10 | 100 |
| 3) $X_1 \sim N(10,20)$ และ $X_2 \sim Chi\text{-}Squared(10)$ | 10 | 20 | 10 | 20 |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.3.2.2 ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนต่างกัน

**ตารางที่ 1.7** ค่าพารามิเตอร์ในกรณีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนต่างกัน

| การแจกแจงต่างกัน | $E(X_1)$ | $Var(X_1)$ | $E(X_2)$ | $Var(X_2)$ |
|---|---|---|---|---|
| 1) $X_1 \sim N(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$ | 10 | 2 | 10 | 10 |
| 2) $X_1 \sim N(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$ | 10 | 2 | 10 | 100 |
| 3) $X_1 \sim N(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Squared}(10)$ | 10 | 2 | 10 | 20 |
| 4) $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$ | 10 | 10 | 10 | 100 |
| 5) $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Squared}(10)$ | 10 | 10 | 10 | 20 |
| 6) $X_1 \sim \text{Exponential}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Squared}(10)$ | 10 | 100 | 10 | 20 |

1.3.2.3 ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนเท่ากัน

**ตารางที่ 1.8** ค่าพารามิเตอร์ในกรณีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนเท่ากัน

| การแจกแจงต่างกัน | $E(X_1)$ | $Var(X_1)$ | $E(X_2)$ | $Var(X_2)$ |
|---|---|---|---|---|
| 1) $X_1 \sim N(15,10)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$ | 15 | 10 | 10 | 10 |
| 2) $X_1 \sim N(10,25)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(5)$ | 10 | 25 | 5 | 25 |
| 3) $X_1 \sim N(10,40)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Squared}(20)$ | 10 | 40 | 20 | 40 |
| 4) $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(\sqrt{10})$ | 10 | 10 | $\sqrt{10}$ | 10 |
| 5) $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Squared}(5)$ | 10 | 10 | 5 | 10 |
| 6) $X_1 \sim \text{Exponential}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Squared}(50)$ | 10 | 100 | 50 | 100 |

1.3.2.4 ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนต่างกัน

**ตารางที่ 1.9** ค่าพารามิเตอร์ในกรณีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนต่างกัน

| การแจกแจงต่างกัน | $E(X_1)$ | $Var(X_1)$ | $E(X_2)$ | $Var(X_2)$ |
|---|---|---|---|---|
| 1) $X_1 \sim N(15,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$ | 15 | 2 | 10 | 10 |
| 2) $X_1 \sim N(15,2)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$ | 15 | 2 | 10 | 100 |
| 3) $X_1 \sim N(15,2)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Squared}(20)$ | 15 | 2 | 20 | 40 |
| 4) $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(20)$ | 10 | 10 | 20 | 400 |
| 5) $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Squared}(20)$ | 10 | 10 | 20 | 40 |
| 6) $X_1 \sim \text{Exponential}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Squared}(20)$ | 10 | 100 | 20 | 40 |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 1.4 ตัวแปรและนิยาม

1. ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 (Probability of type I error) หมายถึง ความน่าจะเป็นที่ตัดสินใจปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อสมมติฐานว่างเป็นจริง

2. กำลังการทดสอบ (Power of a test) หมายถึง ความน่าจะเป็นที่ตัดสินใจปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อสมมติฐานว่างเป็นเท็จ

## 1.5. ขั้นตอนการดำเนินงาน

1. เลือกหัวข้อปัญหาพิเศษที่สนใจศึกษา
2. กำหนดวัตถุประสงค์และขอบเขตในการศึกษา
3. ศึกษาลักษณะปัญหาและค้นคว้าผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
4. เขียนโครงร่างปัญหาพิเศษ
5. นำเสนอโครงร่างปัญหาพิเศษและปรับปรุงแก้ไข
6. จำลองข้อมูลจากโปรแกรมอาร์ (R) รุ่น 3.3.2 (วราฤทธิ์, 2557)
7. คำนวณค่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 การทดสอบ ได้แก่ Wilcoxon-Mann-Whitney (WMW), Brunner and Munzel และ Bootstrap Rank Welch โดยใช้คำสั่งจากโปรแกรมอาร์ (R) รุ่น 3.3.2
8. นำค่าตัวสถิติทดสอบที่คำนวณได้เทียบกับค่าวิกฤตเพื่อสรุปว่าจะปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานว่าง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10
9. ทำการบันทึกจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อสมมติฐานว่างเป็นจริง ทำซ้ำจนครบ 1,000 ครั้ง
10. หาความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 โดยการนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง ($H_0$) เมื่อสมมติฐานว่างเป็นจริง ดังนี้

$$\text{ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1} = \frac{\text{จำนวนครั้งของการปฏิเสธ } H_0 \text{ เมื่อ } H_0 \text{ เป็นจริง}}{1{,}000}$$

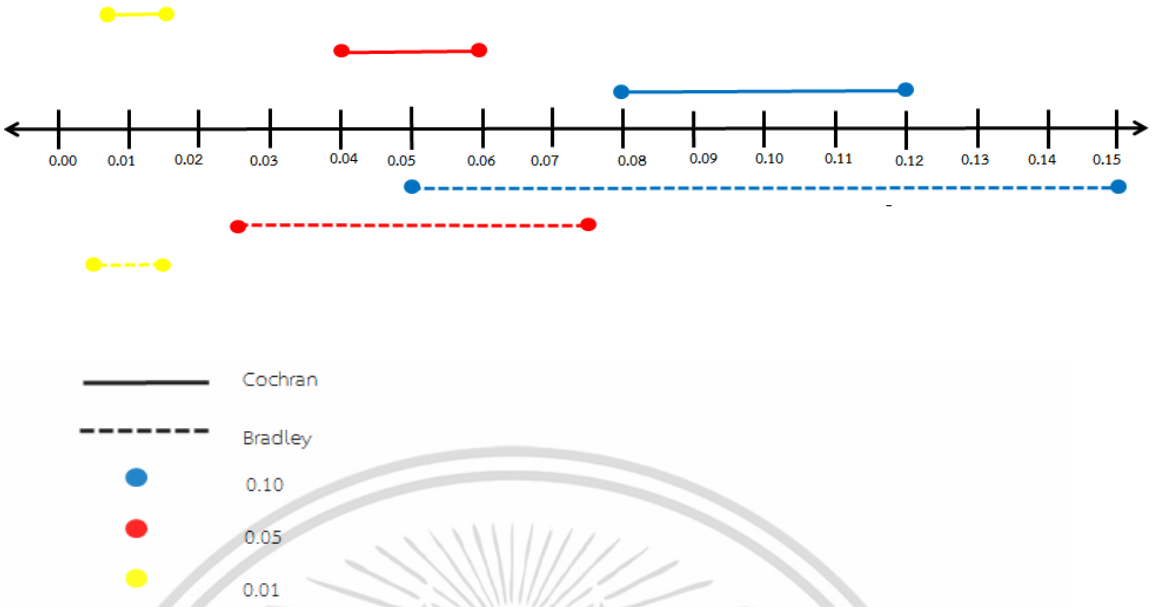
11. เปรียบความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบกับเกณฑ์ของ Cochran และ Bradley

เกณฑ์ของ Cochran ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ถ้าค่าที่ได้มีค่าในช่วง (0.080-0.120)
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ถ้าค่าที่ได้มีค่าในช่วง (0.040-0.060)
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ถ้าค่าที่ได้มีค่าในช่วง (0.007-0.015)

เกณฑ์ของ Bradley ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ถ้าค่าที่ได้มีค่าในช่วง (0.050-0.150)
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ถ้าค่าที่ได้มีค่าในช่วง (0.025-0.075)
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ถ้าค่าที่ได้มีค่าในช่วง (0.005-0.015)

จะสรุปได้ว่าตัวสถิติทดสอบนั้นสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




**รูปที่ 1.1** ขอบเขตในการครอบคลุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ของเกณฑ์ของ Cochran และ Bradley

แต่เนื่องจากเกณฑ์ของ Bradley มีความกว้างของขอบเขตในการครอบคลุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 มากกว่าเกณฑ์ของ Cochran จึงเลือกใช้เกณฑ์ของ Bradley ในการทำปัญหาพิเศษนี้

12. จำลองข้อมูลจากโปรแกรมอาร์ (R) รุ่น 3.3.2 (วราฤทธิ์, 2557)

13. คำนวณค่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 การทดสอบ ได้แก่ Wilcoxon-Mann-Whitney (WMW), Brunner and Munzel และ Bootstrap Rank Welch โดยใช้คำสั่งจากโปรแกรมอาร์ (R) รุ่น 3.3.2

14. นำค่าตัวสถิติทดสอบที่คำนวณได้เทียบกับค่าวิกฤตเพื่อสรุปว่าจะปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานว่าง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10

15. ทำการบันทึกจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างไม่เป็นจริง ทำซ้ำจนครบ 1,000 ครั้ง

16. หากำลังการทดสอบ โดยการนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง ( $H_0$ ) เมื่อสมมติฐานว่างไม่เป็นจริง ดังนี้

$$\text{กำลังการทดสอบ} = \frac{\text{จำนวนครั้งของการปฏิเสธ } H_0 \text{ เมื่อ } H_0 \text{ ไม่เป็นจริง}}{1{,}000}$$

17. เปรียบเทียบกำลังการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 วิธี โดยตัวสถิติทดสอบที่มีกำลังการทดสอบสูงที่สุดจะเป็นตัวสถิติทดสอบที่ดีที่สุด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 1.6. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ใช้เป็นแนวทางในการศึกษาวิจัย วิธีการทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มอิสระกัน

2. ทำให้เลือกใช้วิธีการทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยได้อย่างเหมาะสมกับประชากรที่มีการแจกแจงปรกติ การแจกแจงแกมมา การแจกแจงเลขชี้กำลัง และการแจกแจงไคกำลังสอง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 2

# ทฤษฎีและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การทำปัญหาพิเศษครั้งนี้ คณะผู้จัดทำสนใจศึกษากำลังการทดสอบของตัวสถิติทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของประชากรโดยทำการศึกษาตัวสถิติทดสอบ 3 ตัว คือ ตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ (Wilcoxon-Mann-Whitney) ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล (Brunner and Munzel) และตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลช์ (Bootstrap Rank Welch) สำหรับบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีที่เกี่ยวข้องของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัวและตัวอย่างการคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบ การแจกแจงต่าง ๆ ที่ใช้ในงานวิจัย และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

## 2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

### 2.1.1 สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ (Nonparametric Statistics)

โวลโฟวิท (Wolfowitz, 1942) เป็นบุคคลแรกที่ได้นำสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ (Nonparametric Statistics) มาใช้ สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์เป็นการทดสอบสมมติฐานที่ไม่เกี่ยวข้องกับค่าของพารามิเตอร์ แต่สัมพันธ์กับแบบของสมมติฐานที่ต้องการจะทดสอบ และมักจะถูกนำมาใช้ดังนี้ (สำรวม, 2548)

1) ตัวแปรที่ต้องการวัดอยู่ในมาตรวัดระดับใดก็ได้ (Nominal Scale, Ordinal Scale, Interval Scale หรือ Ratio Scale)

2) ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จากกลุ่มตัวอย่างมีการแจกแจงแบบใดก็ได้ (Distribution Free)

3) ประชากรแต่ละกลุ่มที่นำมาศึกษาไม่จำเป็นต้องมีความแปรปรวนเท่ากัน

4) ตัวอย่างมีขนาดเล็ก

2.1.1.1 ข้อจำกัดของสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์

1) การนำสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์มาทดสอบกับข้อมูลที่ได้จากการวัดที่เหมาะสมกับการใช้สถิติที่ใช้พารามิเตอร์ จะทำให้ประสิทธิภาพการทดสอบนั้นต่ำลง เพราะทำให้เกิดการสูญเสียสารสนเทศของข้อมูล คือ ทำให้ข้อมูลนั้นอยู่ในมาตรวัดที่ต่ำกว่าเดิม

2) การทดสอบโดยใช้สถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์มีความไวในการทดสอบน้อยกว่าการทดสอบโดยใช้สถิติที่ใช้พารามิเตอร์ นั่นคือ ก่อนที่จะทำการปฏิเสธสมมติฐานว่าง ควรต้องคำนึงถึงหลักฐานการอ้างอิงที่แกร่งพอสมควร

3) กรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดใหญ่ การนำสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์มาทำการคำนวณ อาจต้องใช้ค่าโดยประมาณ (Approximation) ทำให้การคำนวณยุ่งยาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.1.1.2 ข้อดีของสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์

1) สามารถนำมาใช้ในกรณีที่ตัวอย่างมีขนาดเล็ก ไม่ทราบการแจกแจงของประชากร และข้อมูลอยู่ในมาตรวัดระดับใดก็ได้

2) การคำนวณง่ายไม่ซับซ้อน จึงเข้าใจได้ไม่ยาก

3) ง่ายต่อการนำไปประยุกต์ใช้กว่าสถิติที่ใช้พารามิเตอร์

**2.1.2 ตัวสถิติทดสอบวิลคอกซัน-แมนท์-วิทนีย์ (The Wilcoxon-Mann-Whitney Test or The Wilcoxon Rank Sum Test)** (อุมาพร, 2556)

บางครั้งเรียกว่า Mann-Whitney U test หรือ Mann-Whitney Wilcoxontest โดย Wilcoxon (1990) ได้ศึกษากรณีใช้ผลรวมลำดับที่ (rank sum) เป็นตัวสถิติทดสอบโดยที่ Mann และWhitney ได้ชี้ถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวสถิติทดสอบที่เขาตั้งขึ้นกับของ Wilcoxon การทดสอบนี้นับได้ว่าเป็นการทดสอบที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด มักนิยมใช้เพื่อเลี่ยงการใช้การทดสอบทีในสถิติที่ใช้พารามิเตอร์ หรือเมื่อข้อมูลมีมาตราวัดต่ำกว่าแบบอันตรภาค

**ข้อกำหนดเบื้องต้น**

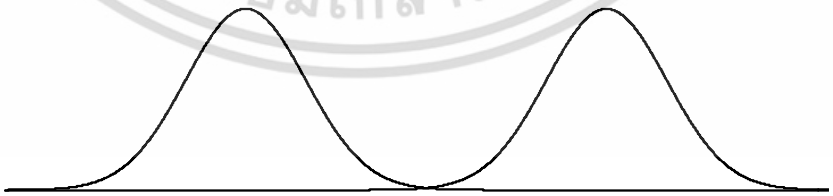
1. ข้อมูลประกอบด้วยตัวอย่างสุ่มด้วยค่าสังเกต $X_1,X_2,...,X_{n_1}$ จากประชากรที่ 1 และตัวอย่างสุ่มอีก 1 ชุด ด้วยค่าสังเกต $Y_1,Y_2,...,Y_{n_2}$ จากประชากรที่ 2 ซึ่งเป็นอิสระกัน

2. ตัวอย่าง 2 ชุดนี้เป็นอิสระกัน

3. ค่าตัวแปรสุ่มมีค่าต่อเนื่อง (continuous)

4. มาตราวัดอย่างน้อยเป็นแบบเรียงลำดับ (ordinal scale)

5. ฟังก์ชันการแจกแจงของ 2 ประชากร ต่างกันเฉพาะค่ากลาง (ซึ่งนิยมวัดด้วยมัธยฐาน $M_X,M_Y$) นั่นคือ ประชากรทั้ง 2 ต้องมีการแจกแจงเหมือนกัน ต่างกันเฉพาะค่ากลาง เช่น ประชากรทั้ง 2 มีการแจกแจงปรกติ เขียนรูปโค้งการแจกแจงได้ดังนี้



รูปที่ 2.1 ฟังก์ชันการแจกแจงของ 2 ประชากร ต่างกันเฉพาะค่ากลาง

หมายความว่ารูปโค้งของการแจกแจง 2 ประชากรต้องเหมือนกัน (ในแง่การกระจาย) ต่างกันเฉพาะค่ากลางเท่านั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สมมติฐาน ถ้าให้ $M_X$ และ $M_Y$ แทนค่ามัธยฐานของประชากรที่ 1 และ 2 ตามลำดับ อาจทำการทดสอบสองทางหรือทางเดียวได้ดังนี้

$$H_0: M_X = M_Y$$

$$H_1: M_X \neq M_Y$$

หรือ $$H_0: M_X \geq M_Y$$

$$H_1: M_X < M_Y$$

หรือ $$H_0: M_X \leq M_Y$$

$$H_1: M_X > M_Y$$

ตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ ในที่นี้จะเสนอวิธีการของ Wilcoxon (1945) และ Mann, Whitney (1947) ซึ่งต่างก็เสนอวิธีการทดสอบของตนเอง และในที่สุดสามารถหาความสัมพันธ์ของทั้ง 2 วิธีดังต่อไปนี้

2.1.2.1 วิธีการของ Wilcoxon ได้ใช้แนวคิดคล้ายการทดสอบของ wilcoxon signed Rank test คือใช้ผลรวมของลำดับที่ ( sum of rank or rank sum ) ของตัวอย่างชุดหนึ่งในข้อมูลรวมทั้งหมด ( $n_1 + n_2$ จำนวน) ที่ได้เรียงลำดับจากน้อยไปหามาก โดยคาดว่าถ้า $H_0$ เป็นจริง ในข้อมูลรวมทั้งหมดนั้นค่าลำดับที่ของตัวอย่างชุดหนึ่งควรจะมีคละกันไปทั้งค่าน้อย ปานกลาง และมาก ซึ่งจะทำให้ได้ผลรวมลำดับที่ค่าหนึ่งที่ไม่มากเกินไปหรือน้อยเกินไป แต่ถ้า $H_1$ เป็นจริง ค่าผลรวมของลำดับที่จากตัวอย่างชุดหนึ่งจะมีค่ามากหรือน้อยเกินไปดังตัวอย่างต่อไปนี้

ถ้ามีตัวอย่างสุ่มขนาด 4 ด้วยค่าตัวแปรสุ่ม $X$ และอีกชุดหนึ่งด้วยขนาด 5 ด้วยตัวแปรสุ่ม $Y$ ปรากฏว่าเมื่อนำทั้ง 9 จำนวนรวมกัน และเรียงลำดับ

และให้ $S$ = ผลรวมของลำดับที่ข้อมูล $X$ ในข้อมูลทั้งหมด

$$= \sum_{i=1}^{n_1} \text{Rank}(X_i)$$

ถ้านำข้อมูลทั้งหมดมาเรียงลำดับแล้วได้ลำดับที่ดังนี้

ชุดที่ 1 YYYYYXXXX

กรณีนี้จะได้ค่า $S = 6+7+8+9 = 30$

หรือ ชุดที่ 2 XXXXYYYYY

กรณีนี้จะได้ค่า $S = 1+2+3+4 = 10$

หรือ ชุดที่ 3 XYXYXYXYY

กรณีนี้จะได้ค่า $S = 1+3+5+7 = 16$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะพบว่าในตัวอย่างที่ 1 ตัว $X$ อยู่ตอนท้ายได้ค่า $S = 30$ มีค่าใหญ่มากในตัวอย่างชุดนี้ น่าจะคาดว่าประชากรกลุ่ม $X$ มีแนวโน้มที่จะมีค่ามากกว่ากลุ่ม $Y$

ในตัวอย่างชุดที่ 2 ตัวแปร $X$ อยู่ในตอนต้น ได้ค่า $S = 10$ มีค่าน้อย น่าจะทำให้ยอมรับ $H_1$ นั่นคือประชากร $X$ มีแนวโน้มที่จะมีค่าน้อยกว่า $Y$

และในตัวอย่างชุดที่ 3 ตัวแปร $X$ อยู่ในลักษณะผสม (mix) กันอย่างดีกับ $Y$ ทำให้มีลำดับที่ทั้งค่าน้อย ปานกลาง และมาก ได้ค่า $S = 16$ ซึ่งมีค่าปานกลางในตัวอย่างนี้ น่าจะให้เรายอมรับ $H_0$ นั่นคือประชากร $X$ และ $Y$ มีค่ามัธยฐานไม่ต่างกัน

Wilcoxon ได้สร้างตารางแสดงค่าความน่าจะเป็นของค่า $S$ ที่น้อยหรือมากเกินไปนี้ ซึ่งสามารถใช้ตารางดังกล่าวหาค่า p – value เพื่อตัดสินใจยอมรับ $H_0$ หรือปฏิเสธ $H_0$ ได้ แต่เนื่องจากค่า $S$ ที่เล็กที่สุดจะแตกต่างกันไปตามขนาดตัวอย่างที่สุ่มมา จึงทำให้การสร้างตารางยากขึ้น และค่อนข้างใหญ่ ทำให้ไม่สะดวกในการใช้ ในที่นี้จึงไม่เสนอวิธีการของ Wilcoxon โดยตรงนี้ แต่จะปรับสูตรสถิติที่ใช้ทดสอบให้สัมพันธ์กับค่า $S$ นี้ และสอดคล้องกับวิธีของ Mann, Whitney ซึ่งจะได้เสนอในลำดับต่อไป

ในกรณีตัวอย่างขนาดใหญ่ สามารถประมาณการแจกแจงของ $S$ ด้วยการแจกแจงปกติ ดังสูตร

$$U = \frac{(S \pm 0.5) - n_1(n_1 + n_2 + 1)/2}{\sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}}$$

2.1.2.2 วิธีการของ Mann, Whitney มักเรียกชื่อการทดสอบของเขาทั้งสองว่า Mann-Whitney U test ซึ่งกำหนดให้ตัวสถิติ $U$ คือ การนับจำนวนค่าสังเกตในตัวอย่างชุดหนึ่งที่นำหน้า (exceeding) แต่ละค่าสังเกตในตัวอย่างอีกชุดหนึ่งในข้อมูลที่นำมารวมกันและเรียงลำดับ การคำนวณหาค่า $U$ สามารถทำได้ง่าย ไม่จำเป็นต้องใช้คอมพิวเตอร์ และวิธีการนี้ยังเป็นพื้นฐานในการหาช่วงความเชื่อมั่นของผลต่างค่ามัธยฐานใน 2 ประชากรด้วย

ให้ $U = \sum_{i=1}^{n_1} U_i$

$=$ ผลรวม

( จำนวนค่า $Y$ ที่น้อยกว่าหรือนำหน้า $X_i$ ในข้อมูลรวม

ทั้งหมดที่เรียงลำดับแล้ว)

เช่น มีข้อมูลรวม YYYYYXXXX

จะได้ $U = 5+5+5+5 = 20$

มีข้อมูลรวม XXXXYYYYY

จะได้ $U = 0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

มีข้อมูลรวม XYXYXYXYY

จะได้ $U = 0+1+2+3 = 6$

จะเห็นว่าค่า U ที่ใหญ่เกินไป หรือน้อยเกินไป ทำให้น่าเชื่อถือว่า $H_1$ เป็นจริง ในขณะที่ U ที่มีค่าปานกลาง จะทำให้เชื่อว่า $H_0$ เป็นจริง ซึ่งจะสอดคล้องกับค่า S ของ Wilcoxon

นอกจากการนับจำนวนเพื่อหาค่า U แล้วอาจจะใช้สูตรหาค่า U ดังนี้

$$U = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - S_2$$

เมื่อ $S_2$ = ผลรวมลำดับที่ของตัวแปร Y จากตัวอย่างขนาด $n_2$

พิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ถ้ามีตัวอย่างสุ่มชุดที่ 1 และ 2 ด้วยค่าสังเกตดังนี้

ข้อมูล X : 110 70 53 51

ข้อมูล Y: 78 64 75 45 82

รวมข้อมูลทั้งหมดเข้าด้วยกัน และเรียงลำดับจะได้

45 51 53 64 70 75 78 82 110

Y X X Y X Y Y Y X

หาค่า $U = 1+1+2+5 = 9$

ถ้าใช้สูตร $U = 4(5) + \frac{5(5+1)}{2} - (1+4+6+7+8)$

$= 9$

Mann-Whitney ได้สร้างตารางค่าความน่าจะเป็นเมื่อ U มีค่าต่างๆ ที่ค่า $n_1, n_2$ ต่างๆ กัน กรณีตัวอย่างใหญ่สามารถประมาณการแจกแจงค่า U ด้วยการแจกแจงปกติมาตราฐานจะได้

$$U = \frac{U - n_1 n_2 / 12}{\sqrt{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)/12}}$$

2.1.2.3 วิธีการของ Wilcoxon และ Mann-Whitney Mann-Whitney ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวสถิติทดสอบของเขากับของ Wilcoxon พบว่า

ถ้าให้ $T = S - \frac{n_1(n_1+1)}{2}$ แล้วค่า T ที่ได้จะมีค่าเท่ากับ U นั่นเอง

หลักในการหาอาณาเขตวิกฤตยังคงคล้ายกับการพิจารณา S เนื่องจากค่า T มีความสัมพันธ์ในเชิงเส้นตรงกับ S ดังนั้น ค่า T มากเกินไปหรือน้อยเกินไปที่จะให้ปฏิเสธ $H_0$ เพื่อยอมรับ $H_1$ แต่การสร้างตารางแจกแจงของ T จะง่ายขึ้น เนื่องจากค่าที่เล็กที่สุด $T = 0$ เสมอ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้นตัวสถิติทดสอบ คือ

$$T = S - \frac{n_1(n_1+1)}{2}$$

เมื่อ $S$ = ผลรวมลำดับที่ของตัวอย่างขนาด $n_1$ ในข้อมูลที่เรียงลำดับแล้ว

**การตัดสินใจ**

ใช้ตารางค่าแสดงเขตวิกฤต คือ $T < W_{\alpha/2}$ หรือ $T > W_{1-\alpha/2}$

เมื่อ $W_{1-\alpha/2} = n_1 n_2 - W_{\alpha/2}$

เมื่อเป็นการทดสอบทางเดียว ด้านมากกว่า $H_1: M_X < M_Y$ จะปฏิเสธ $H_0$ เมื่อพบว่าค่า T น้อยเกินไป อาณาเขตวิกฤต คือ $T < W_\alpha$

เมื่อเป็นการทดสอบทางเดียว ด้านมากกว่า $H_1: M_X < M_Y$ จะปฏิเสธ $H_0$ เมื่อพบว่าค่า T ใหญ่เกินไป อาณาเขตวิกฤต คือ $T > W_{1-\alpha}$ เมื่อ $W_{1-\alpha} = n_1 n_2 - W_\alpha$

**<u>ตัวอย่างที่ 2.1</u>** ในการทดสอบความแข็งของเหล็กที่ได้จาก 2 แหล่ง คือ A และ B ได้สุ่มตัวอย่างเหล็กจากแหล่ง A มา 4 ชิ้น และจากแหล่ง B มา 5 ชิ้น แล้วนำ 2 ชิ้นมาขัดถูกัน พิจารณาดูว่าชิ้นใดมีร่องรอยเสียหายมากกว่า ให้เป็นชิ้นที่มีความแข็งน้อยกว่า ทำเช่นนี้กับตัวอย่างทั้ง 9 ชิ้น แล้วให้ลำดับที่ 1 แก่ชิ้นที่แข็งน้อยที่สุด จนถึงอันดับที่ 9 คือชิ้นที่แข็งที่สุด (อุมาพร, 2556)

ข้อมูลผลการทดลองเป็นดังนี้ A A A B A B B B B

ลำดับที่ 1 2 3 4 5 6 7 8 9

จงทดสอบสมมติฐานว่า เหล็กจากแหล่งทั้ง 2 มีความแข็งไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

<u>วิธีที่ 1</u> การคำนวณโดยใช้เครื่องคิดเลข

ใช้การทดสอบของ Wilcoxon และ Mann Whitney เนื่องจากเป็นกรณี 2 กลุ่มตัวอย่างที่เป็นอิสระกัน และมีมาตราวัดข้อมูลแบบเรียงลำดับ พิจารณาในแง่ค่ากลาง คือ

$H_0$: ค่ามัธยฐานของความแข็งของเหล็กจาก 2 แหล่งไม่แตกต่างกัน

$H_1$: ค่ามัธยฐานของความแข็งของเหล็กจาก 2 แหล่งแตกต่างกัน

หรือ $H_0: M_X = M_Y$

$H_1: M_X \neq M_Y$

หาตัวสถิติทดสอบ

$$T = S - \frac{n_1(n_1+1)}{2}$$

หา S จากแหล่ง A

$$S = 1+2+3+5$$

$$= 11$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ดังนั้น $T = 11-\frac{4(5)}{2}$

$= 1$

หาค่าวิกฤตจากตารางเมื่อเป็นการทดสอบสองหางที่ $\alpha = 0.05$ ดังนั้นหาค่าวิกฤตที่ค่า $P = 0.025$ $n_1 = 4$ และ $n_2 = 5$ ได้ค่าวิกฤต $= 2$

ดังนั้น $W_{\frac{\alpha}{2}} = 2$

หาค่า $W_{1-\frac{\alpha}{2}} = n_1 n_2 - W_{\frac{\alpha}{2}}$

$= (4\times 5)-2$

$= 18$

อาณาเขตวิกฤต คือ $T < 2$ หรือ $T > 18$

$T$ ข้อมูลตัวอย่าง $= 1 < 2$ ซึ่งตกในอาณาเขตวิกฤต จึงปฏิเสธ $H_0$

ดังนั้นเหล็กจาก 2 แหล่งมีความแข็งไม่เท่ากันหรือต่างกัน

วิธีที่ 2 การคำนวณโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป R

Input

```
> x = c(1,2,3,5)
> y = c(4,6,7,8,9)
> wilcox.test(x,y, correct=FALSE)
```

Output

```
        Wilcoxon rank sum test

data:  x1 and x2
W = 1, p-value = 0.03175
alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
```

ดังนั้น W=1 ซึ่งตรงกับวิธีคำนวณโดยใช้เครื่องคิดเลข

### 2.1.3 ตัวสถิตทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล (Brunner-Munzel Test)

บรุนเนอร์และมุนเซล (Brunner and Munzel, 2000) ได้เสนอตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล (Brunner-Munzel Test) เป็นตัวสถิติที่ใช้ลำดับที่ในการคำนวณ ซึ่งได้ทำการปรับปรุงมาจากตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ โดยใช้ความแปรปรวนของตัวอย่างเป็นตัวปรับและใช้องศาเสรีที่เสนอโดยแซทเทอร์เวท-สมิธ-เวลช์ (Satterthwaite, 1946) ตัวสถิติทดสอบนี้จึงเหมาะสำหรับตัวอย่างที่มีขนาดเล็ก $(m, n \le 10)$

1) ข้อมูลประกอบด้วยค่าสังเกตของตัวอย่างสุ่ม 2 ตัวอย่าง โดยให้ $X_1, X_2, ..., X_m$ เป็น ตัวอย่างสุ่มขนาด m จากประชากรที่ 1 และให้ $Y_1, Y_2, ..., Y_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด $n$ จากประชากรที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2) ข้อสมมติ 2.1 ตัวอย่างทั้งสองกลุ่มจะต้องเป็นตัวอย่างสุ่มของประชากร
2.2 ตัวอย่างทั้งสองกลุ่มเป็นอิสระกัน

3) สมมติฐานการทดสอบ

$H_0 : P(X < Y) = P(X > Y)$ หรือ $H_0$: ข้อมูลทั้ง 2 มีลักษณะเหมือนกัน

$H_1 : P(X < Y) \neq P(X > Y)$ $H_1$: ข้อมูลทั้ง 2 มีลักษณะต่างกัน

4) ตัวสถิติทดสอบ

$$BM = \frac{mn(\bar{R}_Y - \bar{R}_X)}{(m+n)\sqrt{ms_X^2 + ns_Y^2}}$$

โดยที่ $$s_X^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(R_{X_i} - W_{X_i} - \bar{R}_X + \frac{m+1}{2}\right)^2$$

$$s_Y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(R_{Y_i} - W_{Y_i} - \bar{R}_Y + \frac{n+1}{2}\right)^2$$

$$\bar{R}_X = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} R_{X_i}$$

และ $$\bar{R}_Y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} R_{Y_i}$$

เมื่อ $\bar{R}_x$ คือ ค่าเฉลี่ยของลำดับที่ในตัวอย่างที่ 1

$\bar{R}_Y$ คือ ค่าเฉลี่ยของลำดับที่ในตัวอย่างที่ 2

$\bar{R}_{X_i}$ คือ ลำดับที่ของหน่วยตัวอย่างที่ i ของกลุ่มที่ 1 เมื่อนำข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มมารวมกัน

$\bar{R}_{Y_i}$ คือ ลำดับที่ของหน่วยตัวอย่างที่ i ของกลุ่มที่ 2 เมื่อนำข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มมารวมกัน

$W_{X_i}$ คือ ลำดับที่ของหน่วยตัวอย่างที่ i ของกลุ่มที่ 1 เมื่อนำข้อมูลกลุ่มที่ 1 มาเรียงลำดับ

$W_{Y_i}$ คือ ลำดับที่ของหน่วยตัวอย่างที่ i ของกลุ่มที่ 2 เมื่อนำข้อมูลกลุ่มที่ 2 มาเรียงลำดับ

ภายใต้สมมติฐานว่า $H_0 : P(X > Y) = P(X < Y)$ เป็นจริง การแจกแจงของตัวสถิติทดสอบ BM สามารถประมาณได้ด้วยการแจกแจงทีที่องศาเสรี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$df_{BM} = \frac{\left(ms_X^2 + ns_Y^2\right)^2}{\frac{\left(ms_X^2\right)^2}{m-1} + \frac{\left(ns_Y^2\right)^2}{n-1}}$$

ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานว่าง $(H_0)$ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha$ เมื่อตัวสถิติทดสอบ BM มีค่าน้อยกว่า $-t_{\left(\frac{\alpha}{2},df_{BW}\right)}$ หรือมีค่ามากกว่า $t_{\left(\frac{\alpha}{2},df_{BW}\right)}$

**ตัวอย่าง 2.2** คะแนนความเจ็บปวดหลังจากการผ่าตัด 3 วันของผู้ป่วย 14 คน ในการรักษาโรคถุงลมโป่งพอง โดยวิธีการรักษาแบบ X และผู้ป่วย 11 คน ในการรักษา โดยวิธีการรักษาแบบ Y ( Brunner and Munzel (2000))

$X <- c(1,2,1,1,1,1,1,1,1,2,4,1,1)$

$Y <- c(3,3,4,3,1,2,3,1,1,5,4)$

| X | W | R | $\left(R_X - W_X - \bar{R}_X + \frac{m+1}{2}\right)^2$ | Y | W | R | $\left(R_Y - W_Y - \bar{R}_Y + \frac{n+1}{2}\right)^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 6 | 7.5 | 0.6747 | 3 | 6.5 | 19.5 | 3.8205 |
| 2 | 12.5 | 16 | 1.3891 | 3 | 6.5 | 19.5 | 3.8205 |
| 1 | 6 | 7.5 | 0.6747 | 4 | 9.5 | 23 | 6.0251 |
| 1 | 6 | 7.5 | 0.6747 | 3 | 6.5 | 19.5 | 3.8205 |
| 1 | 6 | 7.5 | 0.6747 | 1 | 2 | 7.5 | 30.7515 |
| 1 | 6 | 7.5 | 0.6747 | 2 | 4 | 16 | 0.9113 |
| 1 | 6 | 7.5 | 0.6747 | 3 | 6.5 | 19.5 | 3.8205 |
| 1 | 6 | 7.5 | 0.6747 | 1 | 2 | 7.5 | 30.7515 |
| 1 | 6 | 7.5 | 0.6747 | 1 | 2 | 7.5 | 30.7515 |
| 1 | 6 | 7.5 | 0.6747 | 5 | 11 | 25 | 8.7297 |
| 2 | 12.5 | 16 | 1.3891 | 4 | 9.5 | 23 | 6.0251 |
| 4 | 14 | 23 | 44.6037 | รวม | | 187.5 | 129.2277 |
| 1 | 6 | 7.5 | 0.6747 | | | | |
| 1 | 6 | 7.5 | 0.6747 | | | | |
| รวม | | 137.5 | 54.8036 | | | | |

$H_0$: ข้อมูลทั้ง 2 มีลักษณะเหมือนกัน

$H_1$: ข้อมูลทั้ง 2 มีลักษณะต่างกัน

หรือ $H_0 : P(X < Y) = P(X > Y)$

$H_1 : P(X < Y) \neq P(X > Y)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<u>วิธีที่ 1</u> การคำนวณโดยใช้เครื่องคิดเลข

$$\begin{aligned}
\bar{R}_X &= \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} R_{X_i} \\
&= \frac{1}{14}(7.5+16+...+7.5) \\
&= \frac{1}{14}(137.5) \\
&= 9.8214
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\bar{R}_Y &= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} R_{Y_i} \\
&= \frac{1}{11}(19.5+19.5+...+23) \\
&= \frac{1}{11}(187.5) \\
&= 17.0454
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_X^2 &= \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(R_{X_i} - W_{X_i} - \bar{R}_X + \frac{m+1}{2}\right)^2 \\
&= \frac{1}{14-1}(0.6747+1.3891+...+0.6747) \\
&= \frac{1}{13}(54.8036) \\
&= 4.2157
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_Y^2 &= \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(R_{Y_i} - W_{Y_i} - \bar{R}_Y + \frac{n+1}{2}\right)^2 \\
&= \frac{1}{11-1}(3.8205+3.8205+...+6.0251) \\
&= \frac{1}{10}(129.2277) \\
&= 12.9228
\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
BM &= \frac{mn(\bar{R}_Y - \bar{R}_X)}{(m+n)\sqrt{ms_X^2 + ns_Y^2}} \\
&= \frac{(14\times 11)(17.0454 - 9.8214)}{(14+11)\sqrt{(14\times 4.2157)+(11\times 12.9228)}} \\
&= \frac{1112.496}{354.5866} \\
&= 3.1374
\end{aligned}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ $df_{BM} = \dfrac{\left(ms_X^2 + ns_Y^2\right)^2}{\dfrac{\left(ms_X^2\right)^2}{m-1} + \dfrac{\left(ns_Y^2\right)^2}{n-1}}$

$= \dfrac{\left((14\times 4.2157)+(11\times 12.9228)\right)^2}{\dfrac{(14\times 4.2157)^2}{14-1} + \dfrac{(11\times 12.9228)^2}{11-1}}$

$= \dfrac{40469.6103}{2288.6340}$

$= 17.6829$

ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานว่าง $(H_0)$ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha$ เมื่อตัวสถิติทดสอบ BM มีค่าน้อยกว่า $-t_{(0.025,17.6829)} = -2.1036$ หรือมีค่ามากกว่า $t_{(0.025,17.6829)} = 2.1036$

เนื่องจาก $BM = 3.1374 > 2.1036$ จึงปฏิเสธ $H_0$ ดังนั้นข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มมีลักษณะแตกต่างกัน

หรือสามารถหาค่าที่ได้จากตาราง t ที่ d.f.=17.6829 ได้ค่า p-value $= 2P(BM \geq 3.1374)$ $=2(0.00289)=0.00578$ ซึ่งมีค่าน้อยกว่า $\alpha = 0.05$ จึงปฏิเสธ $H_0$ ดังนั้นข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มมีลักษณะแตกต่างกัน

วิธีที่ 2 การคำนวณโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป R

**Input**

```
> x = c(1,2,1,1,1,1,1,1,1,1,2,4,1,1)
> y= c(3,3,4,3,1,2,3,1,1,5,4)
> library(lawstat)
> brunner.munzel.test (x,y)
```

**Output**

```
        Brunner-Munzel Test

data:  x1 and x2
Brunner-Munzel Test Statistic = 3.1375, df = 17.683, p-value = 0.005786
95 percent confidence interval:
 0.5952169 0.9827052
sample estimates:
P(X<Y)+.5*P(X=Y)
        0.788961
```

ดังนั้น BM=3.1375, df=17.683 และ p-value=0.005786 ซึ่งตรงกับวิธีคำนวณโดยใช้เครื่องคิดเลข

### 2.1.4 ตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลช์ (Bootstrap Rank Welch Test)

ริคซิเกล, ซาคาเรียส และโรซา (Reiczigel, Zakarias and Rozsa, 2005) ได้เสนอตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลช์ (Bootstrap Rank Welch Test) เพื่อใช้ทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม ภายใต้สมมติฐาน โดยตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลช์ $H_0 : P(X > Y) = P(X < Y)$ จะให้ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ในระดับที่ดี และมีกำลังการทดสอบสูง เมื่อตัวอย่างมีขนาดกลางและขนาดใหญ่ $(m, n \geq 30)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1) ข้อมูลประกอบด้วยค่าสังเกตของตัวอย่างสุ่ม 2 ตัวอย่าง โดยให้ $X_1,X_2,...,X_m$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด $m$ จากประชากรที่ 1 และให้ $Y_1,Y_2,...,Y_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มขนาด $n$ จากประชากรที่ 2

2) ข้อสมมติ 2.1 ตัวอย่างทั้งสองกลุ่มจะต้องเป็นตัวอย่างสุ่มของประชากร

2.2 ตัวอย่างสุ่มทั้งสองเป็นอิสระกัน

3) สมมติฐานการทดสอบ

$H_0 : P(X < Y) = P(X > Y)$ หรือ $H_0$: ข้อมูลทั้ง 2 มีลักษณะเหมือนกัน

$H_1 : P(X < Y) \neq P(X > Y)$ $H_1$: ข้อมูลทั้ง 2 มีลักษณะต่างกัน

4) ตัวสถิติทดสอบ

$$RW = \frac{\bar{R}_Y - \bar{R}_X}{\sqrt{\frac{S_X^2}{m} + \frac{S_Y^2}{n}}}$$

โดยที่ $\bar{R}_X = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} R_{X_i}$

$\bar{R}_Y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} R_{Y_i}$

$S_X^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(R_{X_i} - \bar{R}_X\right)^2$

และ $S_Y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(R_{Y_i} - \bar{R}_Y\right)^2$

ภายใต้สมมติฐานว่า $H_0 : P(X > Y) = P(X < Y)$ เป็นจริง การแจกแจงของตัวสถิติทดสอบ BM สามารถประมาณได้ด้วยการแจกแจงทีที่องศาเสรี

$$df_{RW} = \frac{\left(nS_X^2 + mS_Y^2\right)^2}{\frac{\left(nS_X^2\right)^2}{m-1} + \frac{\left(mS_Y^2\right)^2}{n-1}}$$

ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานว่าง $(H_0)$ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha$ เมื่อตัวสถิติทดสอบ RW มีค่าน้อยกว่า $-t_{\left(\frac{\alpha}{2},df_{RW}\right)}$ หรือมีค่ามากกว่า $t_{\left(\frac{\alpha}{2},df_{RW}\right)}$

5) ขั้นตอนการดำเนินงาน

5.1 ทำการสุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่า โดยใช้การสุ่มแบบใส่คืนจำนวน $m$ ครั้ง จากชุดของตัวอย่าง $X_1,X_2,...,X_m$ จะได้ $X_1^*,X_2^*,...,X_m^*$

5.2 ทำการสุ่มตัวอย่างทีละ 1 ค่า โดยใช้การสุ่มแบบใส่คืนจำนวน n ครั้ง จากชุดของตัวอย่าง $Y_1,Y_2,...,Y_n$ จะได้ $Y_1^*,Y_2^*,...,Y_n^*$

5.3 นำ $X_1,X_2,...,X_m$ และ $X_1^*,X_2^*,...,X_m^*$ มาคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบแรงค์เวลช์ (Rank WelchTest)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.4 เมื่อได้ค่าตัวสถิติทดสอบแรงค์เวลซ์เรียบร้อยแล้ว ให้กลับไปทำซ้ำข้อ 1-3 ทำเช่นนี้จนครบจำนวนครั้งของการบูทสแตรปทั้งหมด 1,000 ครั้ง

5.5 หาค่าเฉลี่ยของค่าตัวสถิติทดสอบ RW ทั้ง 1,000 ครั้ง และนำมาเปรียบเทียบกับอาณาเขตวิกฤต

**ตัวอย่าง 2.3** ในการเปรียบเทียบความวิตกกังวลในผู้ป่วยทางจิตของเพศชายและหญิง โดยใช้แบบสอบถาม สอบถามตัวอย่างสุ่มทั้งชายและหญิง และให้คะแนนในแต่ละข้อรวม 10 ข้อ (คะแนนเต็ม 10 คะแนน) ได้คะแนนความวิตกกังวลดังนี้ (อุมาพร, 2556)

| คะแนนความวิตกกังวล | จำนวนผู้ป่วยที่ได้คะแนน | |
|---|---|---|
| | ชาย | หญิง |
| 1 | 4 | 1 |
| 2 | 3 | 1 |
| 3 | 1 | 0 |
| 4 | 2 | 0 |
| 5 | 4 | 2 |
| 6 | 3 | 3 |
| 7 | 2 | 3 |
| 8 | 1 | 3 |
| 9 | 1 | 3 |
| 10 | 0 | 4 |

$H_0$: ข้อมูลทั้ง 2 มีลักษณะเหมือนกัน

$H_1$: ข้อมูลทั้ง 2 มีลักษณะต่างกัน

หรือ $H_0 : P(X < Y) = P(X > Y)$

$H_1 : P(X < Y) \neq P(X > Y)$

<u>วิธีที่ 1</u> การคำนวณโดยใช้เครื่องคิดเลข

ให้ $X$ แทน ผู้ป่วยชาย

ให้ $Y$ แทน ผู้ป่วยหญิง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**Bootstrap ครั้งที่ 1**

| คนที่ | X | $R_X$ | Y | $R_Y$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 15 | 3 | 15 |
| 2 | 2 | 10.5 | 3 | 15 |
| 3 | 4 | 19 | 1 | 6 |
| 4 | 2 | 10.5 | 3 | 15 |
| 5 | 4 | 19 | 0 | 2 |
| 6 | 1 | 6 | 2 | 10.5 |
| 7 | 1 | 6 | 1 | 6 |
| 8 | 1 | 6 | 0 | 2 |
| 9 | 2 | 10.5 | 0 | 2 |
| 10 | 4 | 19 | 3 | 15 |
| รวม | | 121.5 | | 88.5 |

$$\bar{R}_X = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} R_{X_i}$$
$$= \frac{1}{10}(121.5)$$
$$= 12.15$$

$$\bar{R}_Y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} R_{Y_i}$$
$$= \frac{1}{10}(88.5)$$
$$= 8.85$$

$$s_X^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(R_{X_i} - \bar{R}_X\right)^2$$
$$= \frac{1}{10-1}((15-12.5)^2 + \ldots + (19-12.5)^2)$$
$$= 30.0583$$

$$s_Y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(R_{Y_i} - \bar{R}_Y\right)^2$$
$$= \frac{1}{10-1}((15-8.85)^2 + \ldots + (15-8.85)^2)$$
$$= 34.5583$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$RW_1 = \frac{\bar{R}_Y - \bar{R}_X}{\sqrt{\frac{S_X^2}{m} + \frac{S_Y^2}{n}}}$$

$$= \frac{8.85 - 12.15}{\sqrt{\frac{30.0583}{10} + \frac{34.5583}{10}}}$$

$$= -1.2982$$

$$df_{RW_1} = \frac{\left(ns_X^2 + ms_Y^2\right)^2}{\frac{\left(ns_X^2\right)^2}{m-1} + \frac{\left(ms_Y^2\right)^2}{n-1}}$$

$$= \frac{((10 \times 30.0583) + (10 \times 34.5583))^2}{\frac{(10 \times 30.0583)^2}{10-1} + \frac{(10 \times 34.5583)^2}{10-1}}$$

$$= 17.9131$$

Bootstrap ครั้งที่ 2

| คนที่ | X | $R_X$ | Y | $R_Y$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 4.5 | 3 | 15.5 |
| 2 | 2 | 10.5 | 1 | 4.5 |
| 3 | 1 | 4.5 | 1 | 15.5 |
| 4 | 2 | 10.5 | 3 | 15.5 |
| 5 | 4 | 19.5 | 2 | 10.5 |
| 6 | 1 | 4.5 | 3 | 15.5 |
| 7 | 1 | 4.5 | 3 | 15.5 |
| 8 | 1 | 4.5 | 4 | 19.5 |
| 9 | 1 | 4.5 | 3 | 15.5 |
| 10 | 2 | 10.5 | 3 | 15.5 |
| รวม | | 78 | | 132 |

$$\bar{R}_X = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} R_{X_i}$$

$$= \frac{1}{10}(78)$$

$$= 7.8$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\bar{R}_Y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} R_{Y_i}$$
$$= \frac{1}{10}(132)$$
$$= 13.2$$

$$s_X^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(R_{X_i} - \bar{R}_X\right)^2$$
$$= \frac{1}{10-1}((4.5-7.8)^2 + ... + (10.5-7.8)^2)$$
$$= 24.9$$

$$s_Y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(R_{Y_i} - \bar{R}_Y\right)^2$$
$$= \frac{1}{10-1}((15.5-13.2)^2 + ... + (15.5-13.2)^2)$$
$$= 25.5667$$

$$RW_2 = \frac{\bar{R}_Y - \bar{R}_X}{\sqrt{\frac{S_X^2}{m} + \frac{S_Y^2}{n}}}$$
$$= \frac{13.2-7.8}{\sqrt{\frac{24.9}{10} + \frac{25.5667}{10}}}$$
$$= 2.4038$$

$$df_{RW_2} = \frac{\left(ns_X^2 + ms_Y^2\right)^2}{\frac{\left(ns_X^2\right)^2}{m-1} + \frac{\left(ms_Y^2\right)^2}{n-1}}$$
$$= \frac{((10\times 4.9) + (10\times 25.5667))^2}{\frac{(10\times 24.9)^2}{10-1} + \frac{(10\times 25.5667)^2}{10-1}}$$
$$= 17.9969$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**Bootstrap ครั้งที่ 3**

| คนที่ | X | $R_X$ | Y | $R_Y$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 5 | 0 | 2 |
| 2 | 1 | 6.5 | 4 | 18.5 |
| 3 | 4 | 18.5 | 0 | 2 |
| 4 | 1 | 6.5 | 2 | 11 |
| 5 | 1 | 6.5 | 1 | 6.5 |
| 6 | 3 | 14.5 | 3 | 14.5 |
| 7 | 4 | 18.5 | 2 | 11 |
| 8 | 4 | 18.5 | 2 | 11 |
| 9 | 3 | 14,5 | 0 | 2 |
| 10 | 1 | 6.5 | 3 | 14.5 |
| รวม | | 117 | | 93 |

$$\bar{R}_X = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} R_{X_i}$$
$$= \frac{1}{10}(117)$$
$$= 11.7$$

$$\bar{R}_Y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} R_{Y_i}$$
$$= \frac{1}{10}(93)$$
$$= 9.3$$

$$s_X^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(R_{X_i} - \bar{R}_X\right)^2$$
$$= \frac{1}{10-1}((5-11.7)^2 + \ldots + (6.5-11.7)^2)$$
$$= 32.1778$$

$$s_Y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(R_{Y_i} - \bar{R}_Y\right)^2$$
$$= \frac{1}{10-1}((2-9.3)^2 + \ldots + (14.5-9.3)^2)$$
$$= 35.0111$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$RW_3 = \frac{\bar{R}_Y - \bar{R}_X}{\sqrt{\frac{S_X^2}{m} + \frac{S_Y^2}{n}}}$$

$$= \frac{9.3 - 11.7}{\sqrt{\frac{32.1778}{10} + \frac{35.0111}{10}}}$$

$$= -0.9259$$

$$df_{RW_3} = \frac{\left(ns_X^2 + ms_Y^2\right)^2}{\frac{\left(ns_X^2\right)^2}{m-1} + \frac{\left(ms_Y^2\right)^2}{n-1}}$$

$$= \frac{((10 \times 32.1778) + (10 \times 35.0111))^2}{\frac{(10 \times 32.1778)^2}{10-1} + \frac{(10 \times 35.0111)^2}{10-1}}$$

$$= 17.9681$$

Bootstrap ครั้งที่ 4

| คนที่ | X | $R_X$ | Y | $R_Y$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 18 | 1 | 6 |
| 2 | 3 | 12.5 | 3 | 12.5 |
| 3 | 4 | 18 | 3 | 12.5 |
| 4 | 2 | 9 | 3 | 12.5 |
| 5 | 1 | 6 | 1 | 6 |
| 6 | 1 | 6 | 3 | 12.5 |
| 7 | 3 | 12.5 | 0 | 2 |
| 8 | 4 | 18 | 4 | 18 |
| 9 | 4 | 18 | 0 | 2 |
| 10 | 1 | 6 | 0 | 2 |
| รวม | | 124 | | 86 |

$$\bar{R}_X = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} R_{X_i}$$

$$= \frac{1}{10}(124)$$

$$= 12.4$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\bar{R}_Y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} R_{Y_i}$$

$$= \frac{1}{10}(86)$$

$$= 8.6$$

$$s_X^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(R_{X_i} - \bar{R}_X\right)^2$$

$$= \frac{1}{10-1}((18-12.4)^2 + ... + (6-12.4)^2)$$

$$= 28.8778$$

$$s_Y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(R_{Y_i} - \bar{R}_Y\right)^2$$

$$= \frac{1}{10-1}((6-8.6)^2 + ... + (2.-8.6)^2)$$

$$= 32.6$$

$$RW_4 = \frac{\bar{R}_Y - \bar{R}_X}{\sqrt{\frac{S_X^2}{m} + \frac{S_Y^2}{n}}}$$

$$= \frac{8.6-12.4}{\sqrt{\frac{28.8778}{10} + \frac{32.6}{10}}}$$

$$= -1.5326$$

$$df_{RW_4} = \frac{\left(ns_X^2 + ms_Y^2\right)^2}{\frac{\left(ns_X^2\right)^2}{m-1} + \frac{\left(ms_Y^2\right)^2}{n-1}}$$

$$= \frac{((10x28.8778) + (10x32.6))^2}{\frac{(10x28.8778)^2}{10-1} + \frac{(10x32.6)^2}{10-1}}$$

$$= 17.9343$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**Bootstrap ครั้งที่ 5**

| คนที่ | X | $R_X$ | Y | $R_Y$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 5.5 | 2 | 9.5 |
| 2 | 4 | 19.5 | 3 | 14.5 |
| 3 | 1 | 5.5 | 3 | 14.5 |
| 4 | 2 | 9.5 | 3 | 14.5 |
| 5 | 1 | 5.5 | 0 | 1.5 |
| 6 | 4 | 19.5 | 3 | 14.5 |
| 7 | 1 | 5.5 | 0 | 1.5 |
| 8 | 1 | 5.5 | 3 | 14.5 |
| 9 | 3 | 14.5 | 3 | 14.5 |
| 10 | 3 | 14.5 | 1 | 5.5 |
| รวม | | 105 | | 105 |

$$\bar{R}_X = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} R_{X_i}$$
$$= \frac{1}{10}(105)$$
$$= 10.5$$

$$\bar{R}_Y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} R_{Y_i}$$
$$= \frac{1}{10}(105)$$
$$= 10.5$$

$$s_X^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(R_{X_i} - \bar{R}_X\right)^2$$
$$= \frac{1}{10-1}((5.5-10.5)^2 + \ldots + (14.5-10.5)^2)$$
$$= 35.5556$$

$$s_Y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(R_{Y_i} - \bar{R}_Y\right)^2$$
$$= \frac{1}{10-1}((9.5-10.5)^2 + \ldots + (5.5-10.5)^2)$$
$$= 31.5556$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$RW_5 = \frac{\bar{R}_Y - \bar{R}_X}{\sqrt{\frac{S_X^2}{m} + \frac{S_Y^2}{n}}}$$

$$= \frac{10.5 - 10.5}{\sqrt{\frac{35.5556}{10} + \frac{31.5556}{10}}}$$

$$= 0$$

$$df_{RW_5} = \frac{\left(ns_X^2 + ms_Y^2\right)^2}{\frac{\left(ns_X^2\right)^2}{m-1} + \frac{\left(ms_Y^2\right)^2}{n-1}}$$

$$= \frac{((10 \times 35.5556) + (10 \times 31.5556))^2}{\frac{(10 \times 35.5556)^2}{10-1} + \frac{(10 \times 31.5556)^2}{10-1}}$$

$$= 17.9363$$

ดังนั้น $$RW = \frac{RW_1 + RW_2 + RW_3 + RW_4 + RW_5}{5}$$

$$= \frac{(-1.2982) + 2.4038 + (-0.9259) + (-1.5326) + 0}{5}$$

$$= -0.2706$$

โดยที่ $$df_{RW} = \frac{df_{RW_1} + df_{RW_2} + df_{RW_3} + df_{RW_4} + df_{RW_5}}{5}$$

$$= \frac{17.9131 + 17.9969 + 17.9681 + 17.9343 + 17.9363}{5}$$

$$= 17.9497$$

ซึ่งจะปฏิเสธสมมติฐานว่าง $(H_0)$ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha$ เมื่อตัวสถิติทดสอบ RW มีค่าน้อยกว่า $-t_{(0.025,17.9497)} = -2.1013$ หรือมีค่ามากกว่า $t_{(0.025,17.9497)} = 2.1013$

เนื่องจาก $RW = -2.0706 > -2.1013$ จึงไม่สามารถปฏิเสธ $H_0$ ดังนั้นข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มมีลักษณะเหมือนกัน

หรือสามารถหาค่าที่ได้จากตาราง t ที่ d.f.=17.9497 ได้ค่า p-value $= 2P(RW \le -2.0706)$ $= 2(0.39489) = 0.78978$ ซึ่งมีค่ามากกว่า $\alpha = 0.05$ จึงไม่สามารถปฏิเสธ $H_0$ ดังนั้นข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มมีลักษณะเหมือนกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีที่ 2 การคำนวณโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป R

**Input**

```
> set.seed(10)
> x= c(4,3,1,2,4,3,2,1,1,0)
> y= c(1,1,0,0,2,3,3,3,3,4)
> bootstrap.rw.test (x,y,5)
```

**Output**

```
        Bootstrap Rw test

data:  x1 and x2
RW = -0.27058, dfRW = 17.95000, p-value = 0.7898
```

ดังนั้น RW=-0.27058 , df=17.95000 , p-value=0.7898 ซึ่งตรงกับวิธีคำนวณโดยใช้เครื่องคิดเลข

**2.1.5 ตัวสร้างเลขสุ่มเทียม** (Barker and Kelsey , 2012)

ตัวสร้างเลขสุ่มเทียม หรือที่รู้จักกันในนามตัวสร้างบิตสุ่มแบบกำหนดได้ (Deterministic Random bit generator : DRBG) เป็นขั้นตอนวิธีสำหรับใช้ในการสร้างลำดับของตัวเลขที่มีความใกล้เคียงกับคุณสมบัติของการสุ่ม ถึงแม้ว่าลำดับตัวเลขที่ได้จากขั้นตอนวิธีตัวสร้างเลขสุ่มเทียมนี้จะใกล้เคียงกับลำดับเลขสุ่มแท้จริงมากแค่ไหน แต่ก็ไม่ได้เป็นลำดับตัวเลขแบบสุ่มที่แท้จริงเนื่องจากลำดับตัวเลขที่ได้จากตัวสร้างเลขสุ่มเทียมทั้งหมดได้มาจากกลุ่มเล็กๆ ของค่าเริ่มต้นที่เรากำหนดให้เป็นตัวตั้งต้น (Seed) ของตัวสร้างเลขสุ่มเทียม ถึงแม้ว่าเรามีตัวสร้างเลขสุ่มจากฮาร์ดแวร์ที่สามารถนำมาสร้างลำดับสุ่มแท้ได้ แต่ลำดับสุ่มเสมือนที่ได้จากตัวสร้างเลขสุ่มเทียมเองก็มีความสำคัญในทางปฏิบัติหลายๆ อย่าง ทั้งในด้านการจำลอง เช่น ระบบกายภาพที่ใช้วิธีมอนติคาร์โล ในด้านการเข้ารหัส (Cryptography) ในด้านการก่อกำเนิดกระบวนคำสั่ง (Procedural generation) ส่วนใหญ่เกี่ยวข้องกับคอมพิวเตอร์กราฟฟิกส์ (โปรแกรมประยุกต์และวิดีโอเกมขั้นออกแบบ) ขั้นตอนวิธีเชิงสุ่มมากมายเองก็ได้อิทธิพลมาจากตัวสร้างเลขสุ่มเทียมเป็นส่วนหนึ่งในการแก้ปัญหา นอกจากการใช้งานแล้วการพิสูจน์ว่าตัวสร้างเลขสุ่มเทียมใช้งานได้จริงก็มีความสำคัญไม่แพ้กัน ซึ่งการพิสูจน์นี้ต้องอาศัยการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์อย่างระมัดระวังในการทำให้แน่ใจได้ว่าตัวสร้างเลขสุ่มเทียมได้สร้างลำดับสุ่มเสมือนที่มีลักษณะสุ่มเพียงพอสำหรับการใช้งาน

## 2.2 การแจกแจงต่างๆ ที่ใช้ในงานวิจัย

การแจกแจงของประชากรหมายถึงการแจกแจงของค่าที่สนใจศึกษาจากข้อมูลทุกหน่วยของประชากร การอนุมานเชิงสถิติซึ่งประกอบด้วยการประมาณค่าพารามิเตอร์และการทดสอบสมมติฐานทางสถิติ มักจะมีข้อกำหนดเบื้องต้นว่ากลุ่มตัวอย่างจากประชากรที่สุ่มได้นั้นต้องมาจากประชากรที่ทราบล่วงหน้าว่ามีลักษณะการแจกแจงแบบใดแบบหนึ่ง เช่น การแจกแจงปรกติ การแจกแจงแกมมา การแจกแจงทวินาม การแจกแจงเลขชี้กำลัง การแจกแจงไคกำลังสองและการแจกแจงปัวซง เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากในความเป็นจริงข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์อาจไม่ได้มีการแจกแจงปรกติเพียงอย่างเดียว ในการทำปัญหาพิเศษครั้งนี้จึงเสนอการแจกแจงของประชากร 2 แบบคือ ในกรณีที่ลักษณะข้อมูลเป็นแบบสมมาตรจะใช้การแจกแจงปรกติ และกรณีที่ลักษณะข้อมูลนั้นไม่สมมาตรจะใช้การแจกแจงแกมมา การแจกแจงเลขชี้กำลัง และการแจกแจงไคกำลังสอง ซึ่งแต่ละการแจกแจงมีรายละเอียด ดังนี้

**2.2.1 การแจกแจงปรกติ (Normal Distribution)**

เป็นการแจกแจงความหนาแน่นน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มต่อเนื่องที่สำคัญที่สุด เนื่องจากค่าที่ได้จากการวัดส่วนใหญ่จะมีการแจกแจงแบบนี้ เมื่อ ค.ศ.1733 เดอร์มัวร์ (De Moivre) เป็นผู้ที่หาสมการของเส้นโค้งของการแจกแจงปรกติได้ และต่อมาเกาส์ (Gauss) ก็ได้สมการนี้จากการศึกษาค่าคลาดเคลื่อนในการวัดปริมาณเดียวกันหลายๆ ครั้ง การแจกแจงนี้จึงมีชื่อเรียกอีกชื่อหนึ่งว่า การแจกแจงเกาส์เซียน (Gaussian distribution)

ถ้า $X$ เป็นตัวแปรสุ่มหลัก $X$ จะมีการแจกแจงปรกติที่มีพารามิเตอร์ $\mu$ และ $\sigma^2$ เขียนแทนด้วย $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ถ้า $X$ มีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นดังนี้ (กุสุมา, ชลิตาและรมิตา , 2558)

$$f\left(x;\mu,\sigma^2\right) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \; ; \; -\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0$$

โดยที่ $\sigma$ คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร

$\sigma^2$ คือ ความแปรปรวนของประชากร

$\mu$ คือ ค่าเฉลี่ยของประชากร

$X$ คือ ค่าของข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง

$\pi \approx 3.14159...$

$e \approx 2.7183...$

สมบัติของการแจกแจงปรกติ (สายชล, 2555)

1. เป็นการแจกแจงที่มีจุดยอดเพียงจุดเดียว (unimodal)

2. เส้นโค้งปกติสมมาตรรอบจุดค่าเฉลี่ย $\mu$ โดยมีค่าเฉลี่ย $\mu$ เป็นจุดกึ่งกลาง ซึ่งแบ่งพื้นที่ออกเป็นสองส่วนเท่าๆ กัน โดยที่ครึ่งหนึ่ง (50%) ของพื้นที่ใต้โค้งปกติอยู่ทางด้านขวาของจุดกึ่งกลาง และอีกครึ่งหนึ่ง (50%) ของพื้นที่ใต้โค้งปกติจะอยู่ทางด้านซ้ายของจุดกึ่งกลาง

3. ค่าเฉลี่ย มัธยฐาน และฐานนิยม จะเท่ากันและอยู่ที่จุดกึ่งกลาง

4. พื้นที่ใต้โค้งปกติทั้งหมดเท่ากับ 1

ลักษณะของการแจกแจงปรกติเป็นรูประฆังคว่ำ (bell shape) โดยขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ $\mu$ และ $\sigma^2$ โดยกราฟจะโด่งหรือแบนราบขึ้นอยู่กับความแปรปรวน $\sigma^2$ ถ้าความแปรปรวนมีค่าน้อยกราฟจะโด่ง แต่ถ้าความแปรปรวนมีค่ามาก กราฟจะแบนราบ และกราฟสมมาตรรอบแกน $X=\mu$ ซึ่งมีค่าเฉลี่ย $E(X) = \mu$ และความแปรปรวน $V(X) = \sigma^2$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**2.2.2 การแจกแจงแกมมา (Gamma Distribution)** (กุสุมา, ชลิตาและรมิตา, 2558)

การแจกแจงแกมมาเป็นการแจกแจงที่เป็นรูปทั่วไปของการแจกแจงเลขชี้กำลัง ที่มีค่าเฉลี่ยเป็น $\beta$ หรือก็คือ $\frac{1}{\lambda}, \lambda > 0$ เป็นตัวแปรสุ่มแบบเลขชี้กำลังอย่างหนึ่งที่มีค่าเฉลี่ยเป็น $\frac{1}{\lambda}$ จะหมายถึงระยะเวลาที่ใช้ในการรอคอยจนกระทั่งเหตุการณ์ที่สนใจเหตุการณ์แรกเกิดขึ้นเมื่อเหตุการณ์ที่สนใจนั้นถูกกำหนดจากการทดลองแบบปัวซง ที่มีค่าเฉลี่ย $\lambda$ ถ้า $X$ เป็นตัวแปรสุ่มแกมมา หมายถึงระยะเวลาที่ใช้ในการรอคอยจนกระทั่งเหตุการณ์ที่ $\alpha^{th}$ ได้เกิดขึ้น การแจกแจงแกมมาเป็นการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องที่สำคัญอีกการแจกแจงหนึ่ง เพราะว่ามีการแจกแจงหลายแบบเป็นส่วนหนึ่งของการแจกแจงแกมมา และมีการแจกแจงอีกหลายแบบได้มาจากการแปลงตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมา

ในการหาฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมาจะต้องอาศัยฟังก์ชันแกมมา (Gamma function) ฟังก์ชันแกมมาของ $\alpha$ เขียนแทนด้วย $\Gamma(\alpha)$ ดังนี้

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1}e^{-x}dx \qquad \text{สำหรับทุกค่าของ } \alpha > 0$$

$$= (\alpha-1)\Gamma(\alpha-1)$$

ถ้า $X$ เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแกมมา ที่มีพารามิเตอร์ $\alpha$ และ $\beta$ มีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นดังนี้

$$f(x;\alpha,\beta) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha}x^{\alpha-1}e^{-\frac{x}{\beta}} \qquad ; x > 0 , \alpha > 0 , \beta > 0$$

กราฟของฟังก์ชันจะขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ 2 ตัว คือ $\alpha$ และ $\beta$ ซึ่ง $\alpha$ คือพารามิเตอร์ที่แสดงถึงรูปร่าง (Shape parameter) ส่วน $\beta$ คือพารามิเตอร์ที่แสดงถึงสเกล (Scale parameter)

ค่าเฉลี่ยของ $X$ คือ

$$E(X) = \alpha\beta$$

ความแปรปรวน $X$ คือ

$$Var(X) = \alpha\beta^2$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**2.2.3 การแจกแจงเลขชี้กำลัง (Exponential distribution)** (สุเมธ, 2542)

กำหนดให้ $X$ เป็นตัวแปรสุ่มต่อเนื่องและ $X>0$ แล้ว $X$ จะมีการแจกแจงเลขชี้กำลัง $\beta>0$ เมื่อฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม $X$ กำหนดโดย

$$f(x;\beta) = \frac{1}{\beta}e^{-\frac{x}{\beta}} \quad ; \ x>0, \beta>0$$

การแจกแจงชนิดนี้มีที่ใช้มาก โดยเฉพาะในเรื่องการหาค่าความเชื่อมั่น ปัญหาการรอคอย (Waiting time) เช่น การทดสอบเกี่ยวกับอายุ ช่วงเวลาการรับบริการ หรือ ช่วงเวลาของเหตุการณ์ที่มีการเกิดปัวซง

เมื่อ $\alpha=1$ การแจกแจงแกมมาคือการแจกแจงเลขชี้กำลัง (Exponential distribution) มีฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x;\beta) = \frac{1}{\beta}e^{-\frac{x}{\beta}} \quad ; \ x>0, \beta>0$$

ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของการแจกแจงเลขชี้กำลังมาจากค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของการแจกแจงแกมม่า เมื่อแทน $\alpha=1$ ดังนี้

ค่าเฉลี่ยของ $X$ คือ

$$E(X) = \beta$$

ความแปรปรวน $X$ คือ

$$Var(X) = \beta^2$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**2.2.4 การแจกแจงไคกำลังสอง (Chi-squared distribution)** (Sanders, 2009)

การแจกแจงไคกำลังสองใช้ในการทดสอบไคกำลังสองทั่วไปเพื่อดูความเหมาะสม (goodness of fit) ของการแจกแจงที่สังเกตได้กับการแจกแจงทางทฤษฎี ความเป็นอิสระของสองเกณฑ์การจำแนก (criteria of classification) ข้อมูลเชิงคุณภาพ และในการประมาณช่วงความเชื่อมั่นสำหรับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากรจากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง ยังมีการทดสอบทางสถิติอีกมากที่ใช้การแจกแจงนี้ เช่น การวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยการจัดอันดับของฟรีดแมน (Friedman's analysis of variance by ranks)

การแจกแจงไคกำลังสองที่มีองศาเสรีเท่ากับ $\nu$ ซึ่งเป็นจำนวนบวกโดยมีฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็นดังนี้

$$f(x;\nu) = \frac{1}{2^{\frac{\nu}{2}}\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} x^{\frac{\nu}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} \quad ; -\infty < x < \infty, \nu > 0$$

ค่าเฉลี่ยของ $X$ คือ

$$E(X) = \nu$$

ความแปรปรวน $X$ คือ

$$Var(X) = 2\nu$$

## 2.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ชนาธิป, มัฐิมา, ปทิตตา และพัสตราภรณ์ (2556) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของสถิติทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์สำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่มอิสระกันจากโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ SPSS ในกรณีการวัดค่ากลาง ได้มีการกำหนดการแจกแจง ได้แก่ การแจกแจงปรกติ การแจกแจงที การแจกแจงแกมมา การแจกแจงเลขชี้กำลัง และการแจกแจงไคกำลังสอง มีการทดสอบในขนาดตัวอย่าง $(n_1, n_2)$ เท่ากับ (10,10), (10,20), (10,30), (20,20), (20,30), (30,30), (50,50) และ (50,100) ได้มีการทดสอบตัวสถิติทดสอบ 3 วิธี คือ Wilcoxon-Mann-Whitney, Kolmolgorov-Smirnov และ Wald-Wolfowitz Runs พบว่า ตัวสถิติทดสอบ Wilcoxon-Mann-Whitney มีกำลังการทดสอบสูงสุด

อุมาพร (2556) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบความน่าเชื่อถือของผลการวิเคราะห์ด้วยสถิติทดสอบวิลคอกซัน–แมนวิทนีย์ เมื่อคำนึงถึงข้อกำหนดเบื้องต้นจากโปรแกรมสำเร็จรูป SPSS และ MINITAB โดยกำหนดขนาดตัวอย่างจากสองประชากร $(n_1, n_2)$ ด้วยขนาด (10,10), (10,20) และ (10,30) พบว่าตัวสถิติทดสอบ WMW จากโปรแกรมทั้ง 2 สามารถควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ตามเกณฑ์ของ Cochran และ Bradley ได้เฉพาะกรณีที่สองประชากรมีการแจกแจงเหมือนกัน แต่ในกรณีการแจกแจงต่างกันเกือบทั้งหมดของกรณีที่ศึกษา พบว่าสามารถ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้เพียงร้อยละ 9-20 เท่านั้น ส่วนกำลังการทดสอบที่แท้จริง พบว่าส่วนใหญ่มีค่าสูงเข้าใกล้ค่า 1 ทั้งในกรณีการแจกแจงเหมือนกันหรือต่างกัน

Reiczigel, Zakarias and Rozsa (2005) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม โดยตัวสถิติทดสอบที่ใช้ในการเปรียบเทียบ คือ ตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ ตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล และตัวสถิติทดสอบแรงค์เวลซ์ ซึ่งในการทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของ 2 ตัวอย่าง ที่มีการแจกแจงไม่เป็นปรกติ การศึกษาพบว่า ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซลและตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีกว่าตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์และตัวสถิติทดสอบแรงค์เวลซ์ ซึ่งตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีและมีกำลังการทดสอบสูง

นพดล และชินนพงษ์ (2553) ได้ทำศึกษาการเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ระหว่างประชากร 2 กลุ่ม เมื่อความแปรปรวนไม่เท่ากัน ศึกษาในกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงลอกนอร์มอลโดยขนาดตัวอย่าง $(n_1,n_2)$ เท่ากับ (10,10), (10,15)และ (15,15) มีการทดสอบตัวสถิติ 3 วิธี คือ Brunner and Munzel, Bootstrap Brunner and Munzel และ Bootstrap Rank Welch พบว่า Bootstrap Rank Welch ให้กำลังการทดสอบสูงที่สุด แต่ไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ ในขณะที่ตัวสถิติทดสอบ Brunner and Munzel ให้กำลังการทดสอบสูงใกล้เคียงกับตัวสถิติทดสอบ Bootstrap Rank Welch และสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ทุกกรณี

อาภา, อภิญญา และบุญอ้อม (2558) ได้ทำการศึกษาการเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์สำหรับการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากรสองกลุ่มที่เป็นอิสระกัน เมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก ได้กำหนดข้อมูลประชากรให้มีการแจกแจงแกมมาและไวบลูล์ เมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก $(n_1,n_2)$ เท่ากับ (10,10), (15,15), (20,20) และ (25,25) ได้มีการทดสอบตัวสถิติ 3 วิธี คือ Wilcoxon rank sum, Baumgartner-Wei $\beta$-Schindler และ Brunner and Munzel พบว่าตัวสถิติทดสอบ Brunner and Munzel มีกำลังการทดสอบสูงสุด

วราวัลย์ (2556) ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม กรณีความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน โดยมีการกำหนดการแจกแจงเอกรูปต่อเนื่องและการแจกแจงแกมมา ขนาดตัวอย่าง $(n_1,n_2)$ เท่ากับ (5,10), (10,10), (20,30), (30,30), (40,50), (60,60) และ (100,100) มีการทดสอบสถิติ 3 วิธี คือ ตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ วิธีคลิฟฟ์ ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล ตัวสถิติทดสอบเฉิน-ลู และ ตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ พบว่า เมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก (5,10), (10,10) ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซลสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุด และมีกำลังการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบอื่น เมื่อตัวอย่างขนาดปานกลาง (20,30), (30,30) ตัวสถิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์และสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซลสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ใกล้เคียงกัน และมีกำลังการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบอื่น



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 3

# วิธีการดำเนินงาน

ปัญหาพิเศษนี้เป็นการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน โดยทำการเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบ 3 การทดสอบ คือ Wilcoxon-Mann-Whitney, Brunner and Munzel และ Bootstrap Rank Welch Test

ในการทำปัญหาพิเศษนี้ศึกษาโดยการจำลองข้อมูลและวิเคราะห์ข้อมูลด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์โดยใช้โปรแกรมอาร์ (R) เวอร์ชั่น 3.3.2 ในการทำปัญหาพิเศษ เพื่อเปรียบเทียบความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 และเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 การทดสอบ

## 3.1 การวางแผนการวิจัย

ในการทำปัญหาพิเศษครั้งนี้กำหนดสถานการณ์ในการศึกษาเปรียบเทียบ ดังนี้

3.1.1 กำหนดจำนวนประชากร 2 กลุ่ม

3.1.2 กำหนดระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10

3.1.3 กำหนดขนาดตัวอย่างสุ่มจากแต่ละประชากรเท่ากันและต่างกัน ดังนี้

**ตารางที่ 3.1** ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษา

| **ขนาดตัวอย่าง** ($n_1$,$n_2$) | |
|---|---|
| **เท่ากัน** | **ต่างกัน** |
| (10,10), (20,20), (50,50) | (10,15), (20,30), (50,100) |

3.1.4 จากขนาดตัวอย่างดังแสดงในตารางที่ 3.1 จะทำการศึกษาทั้งหมด 2 กรณี ดังนี้

1.ข้อมูลทั้งสองกลุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกัน

1.1 ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนเท่ากัน

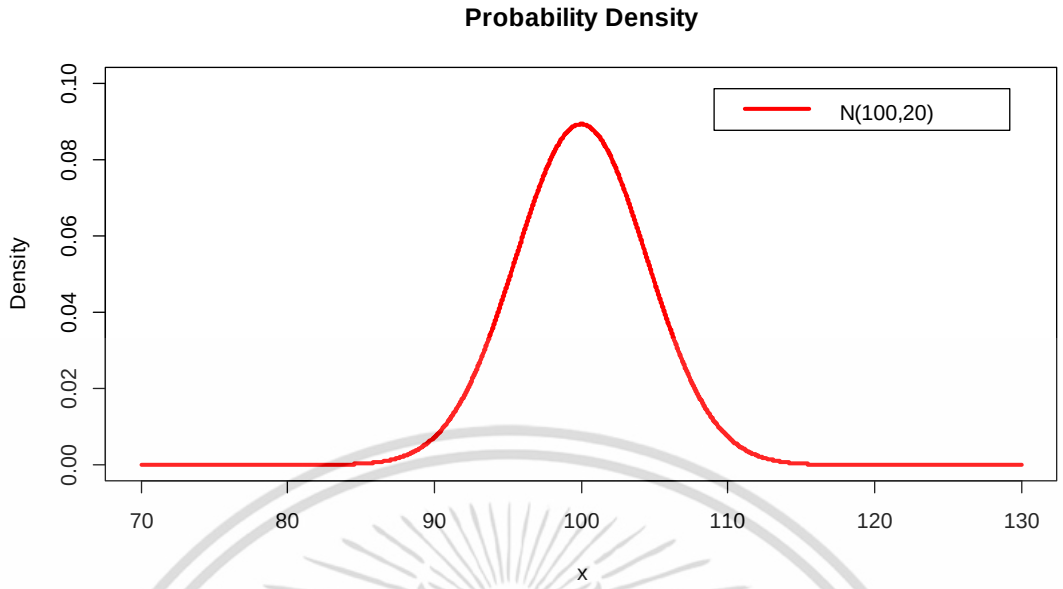
1.1.1 $X_1 \sim N(100,20)$ และ $X_2 \sim N(100,20)$

1.1.2 $X_1 \sim \text{Gamma}(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,2)$

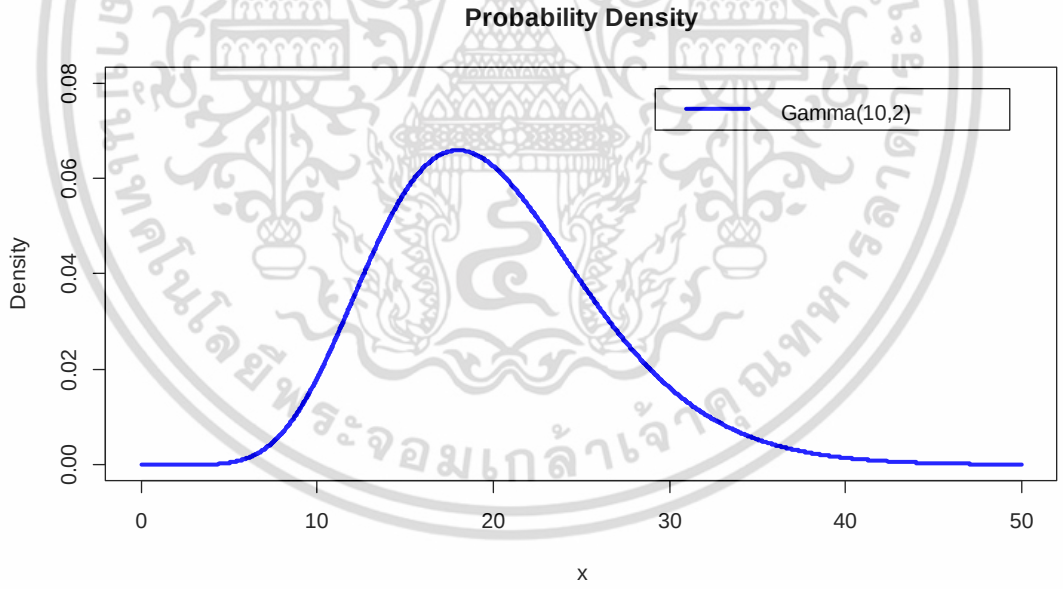
1.1.3 $X_1 \sim \text{Exponential}(5)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(5)$

1.1.4 $X_1 \sim \text{Chi}-\text{Square}(15)$ และ $X_2 \sim \text{Chi}-\text{Square}(15)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

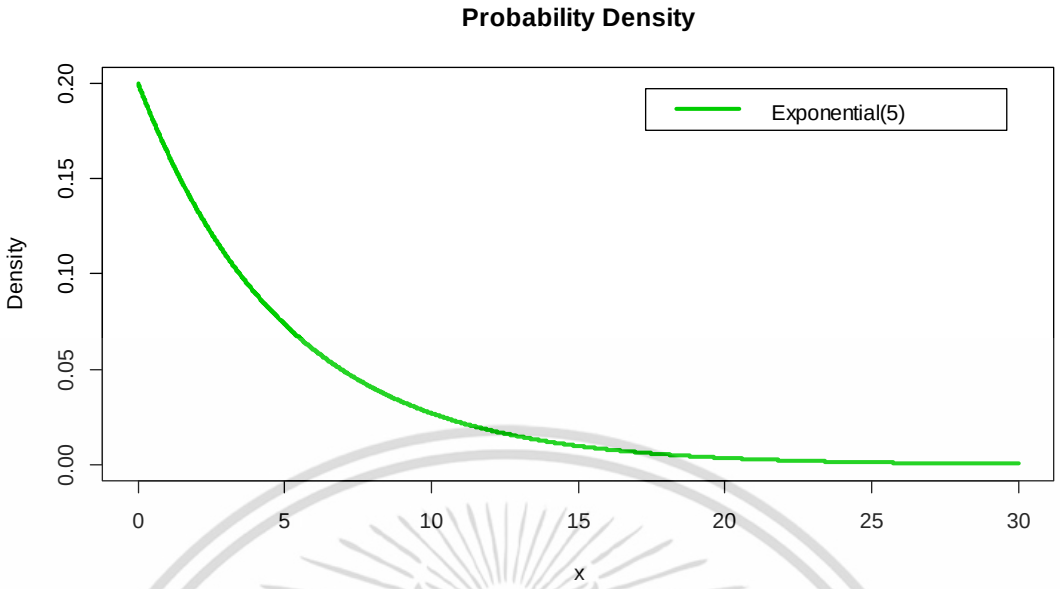



**รูปที่ 3.1** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(100, 20)$ และ $X_2 \sim N(100, 20)$

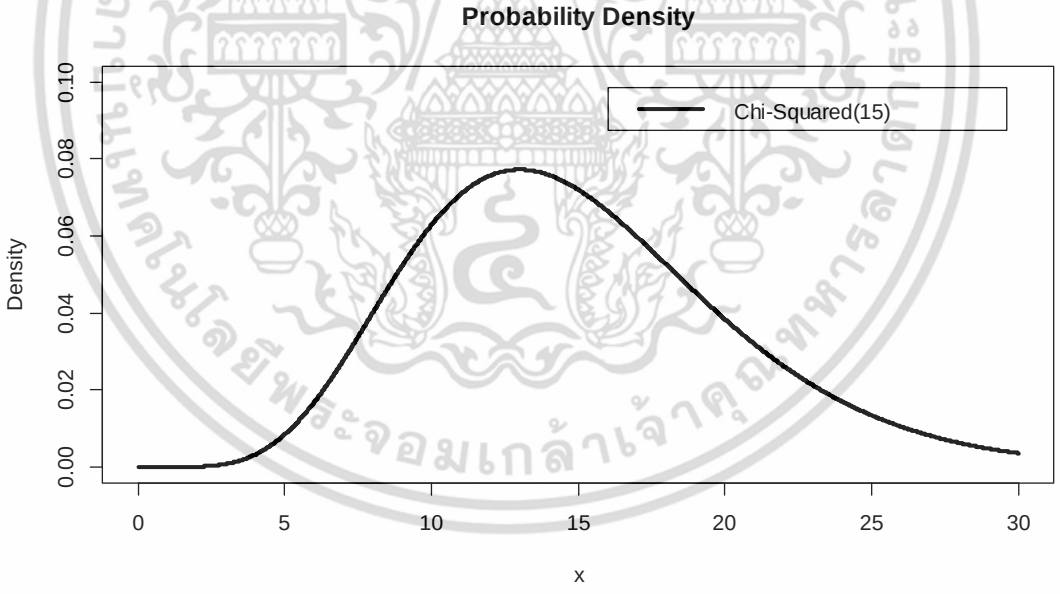



**รูปที่ 3.2** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(10, 2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10, 2)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




**รูปที่ 3.3** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Exponential}(5)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(5)$

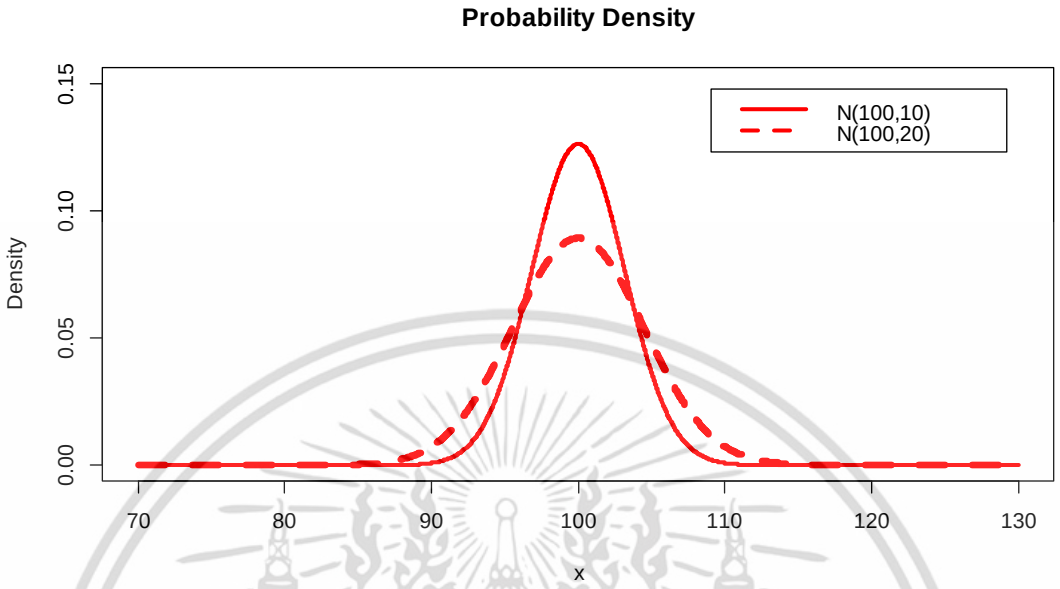



**รูปที่ 3.4** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Chi}-\text{Square}(15)$ และ $X_2 \sim \text{Chi}-\text{Square}(15)$

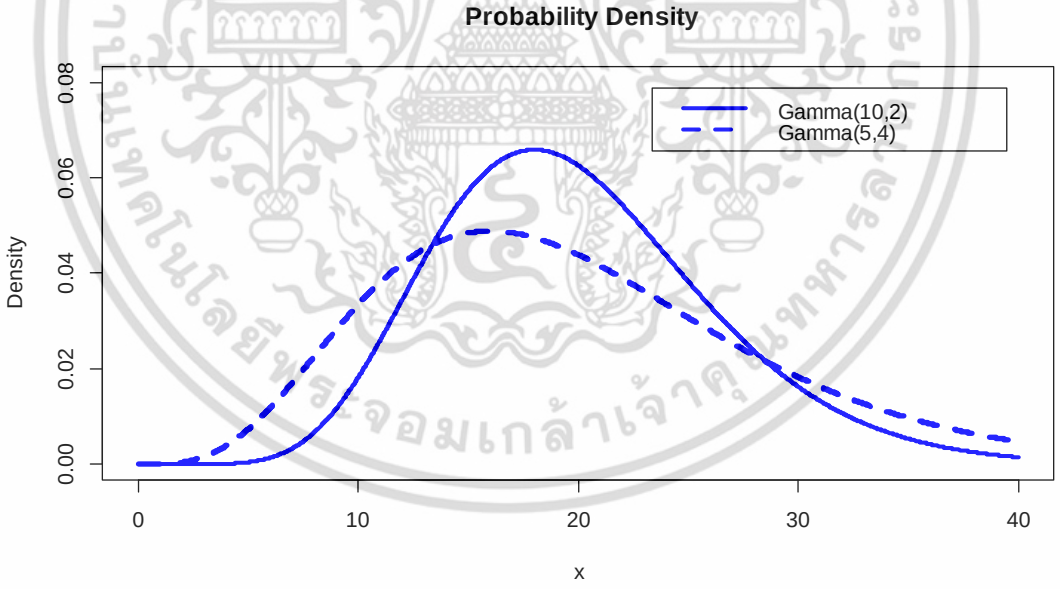
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.2 ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนต่างกัน

1.2.1 $X_1 \sim N(100,10)$ และ $X_2 \sim N(100,20)$ 1.2.2 $X_1 \sim \text{Gamma}(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(5,4)$




**รูปที่ 3.5** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(100,10)$ และ $X_2 \sim N(100,20)$

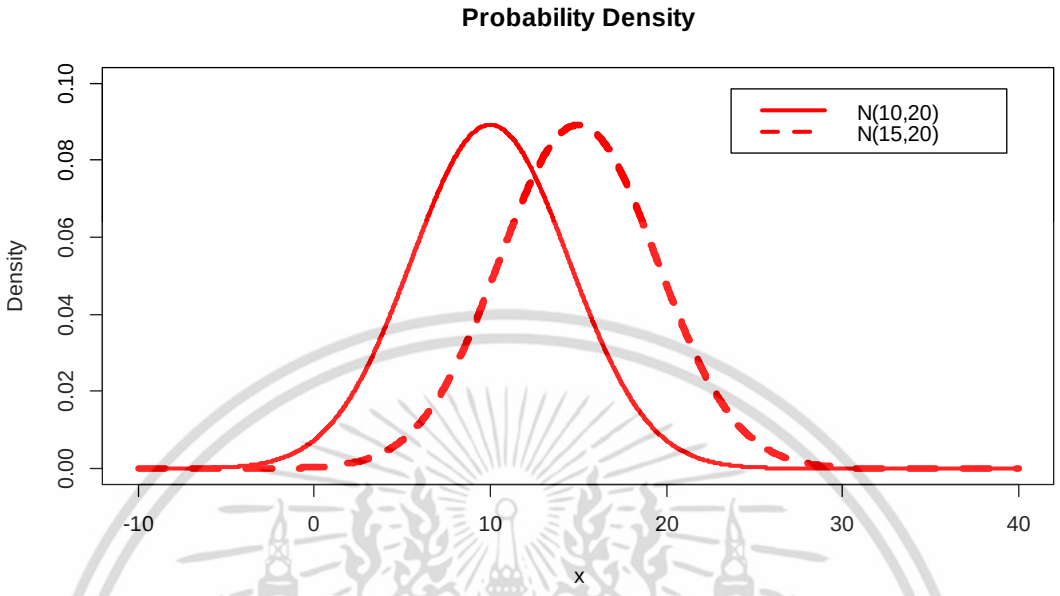



**รูปที่ 3.6** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(5,4)$

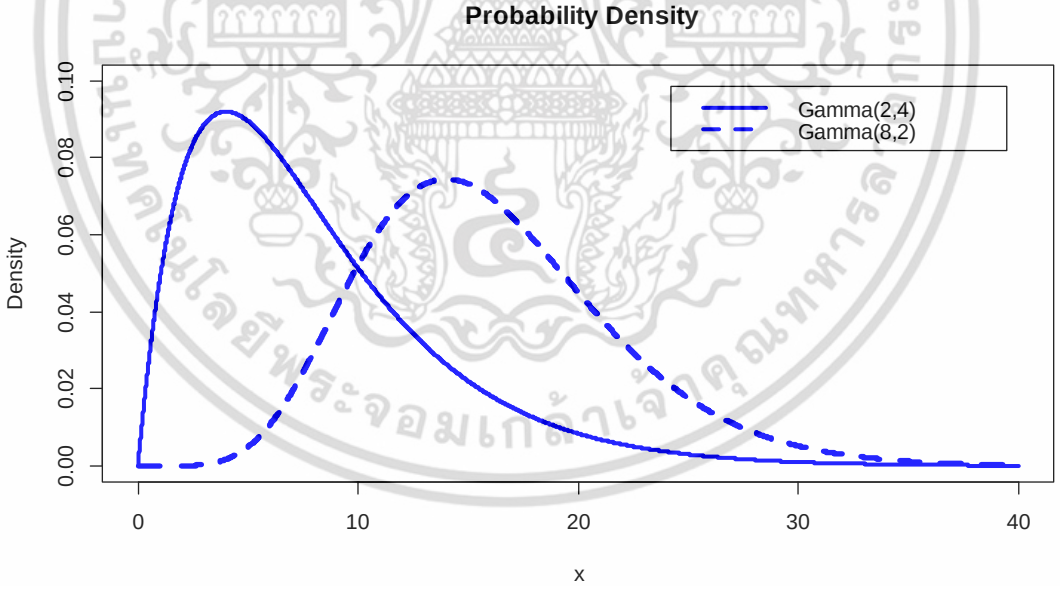
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1.3 ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนเท่ากัน

1.3.1 $X_1 \sim N(10,20)$ และ $X_2 \sim N(15,20)$ 1.3.2 $X_1 \sim \text{Gamma}(2,4)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(8,2)$




**รูปที่ 3.7** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,20)$ และ $X_2 \sim N(15,20)$




**รูปที่ 3.8** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(2,4)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(8,2)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

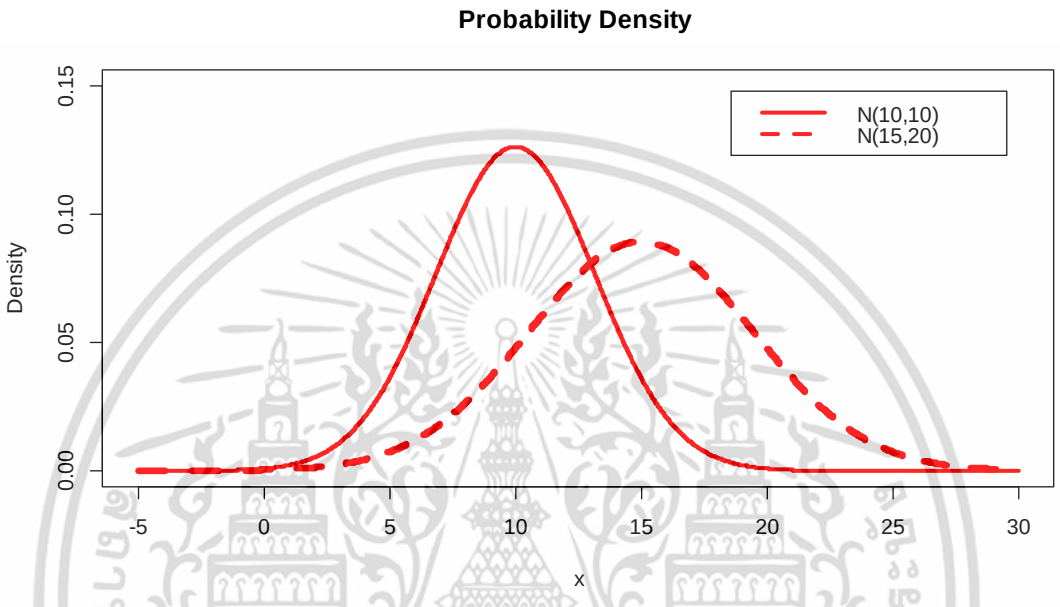
1.4 ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนต่างกัน

1.4.1 $X_1 \sim N(10,10)$ และ $X_2 \sim N(15,20)$

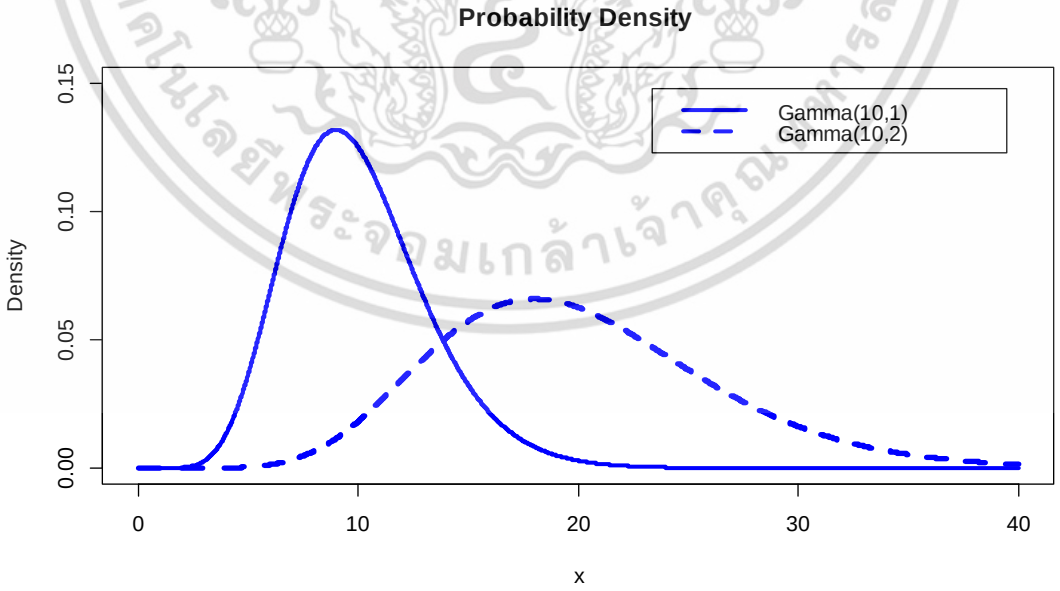
1.4.2 $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,2)$

1.4.3 $X_1 \sim \text{Exponential}(5)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(8)$

1.4.4 $X_1 \sim \text{Chi}-\text{Square}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi}-\text{Square}(15)$

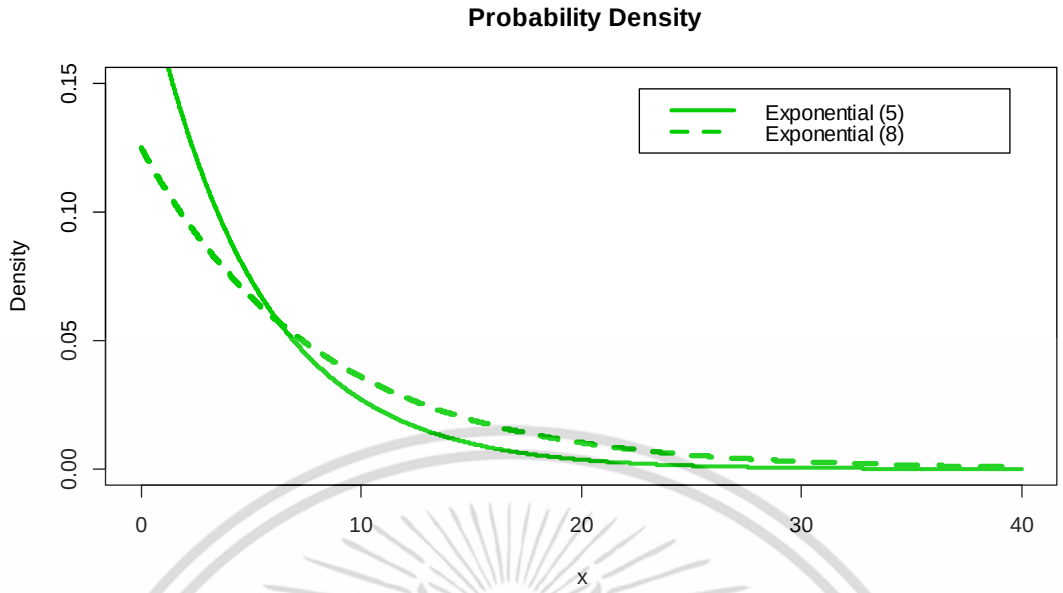



**รูปที่ 3.9** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,10)$ และ $X_2 \sim N(15,20)$

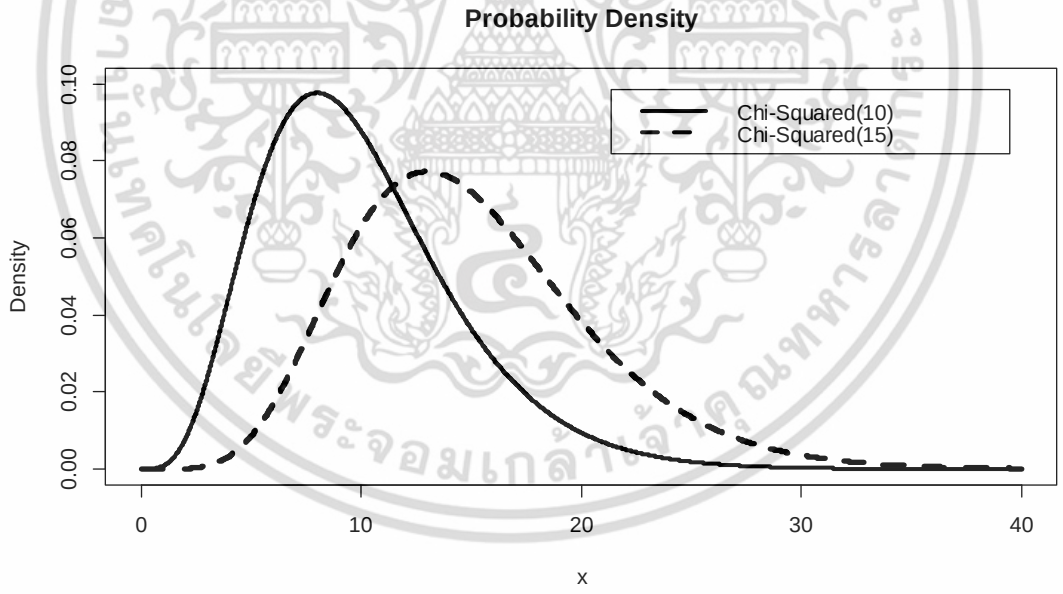



**รูปที่ 3.10** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,2)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




**รูปที่ 3.11** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Exponential}(5)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(8)$




**รูปที่ 3.12** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Chi} - \text{Square}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi} - \text{Square}(15)$

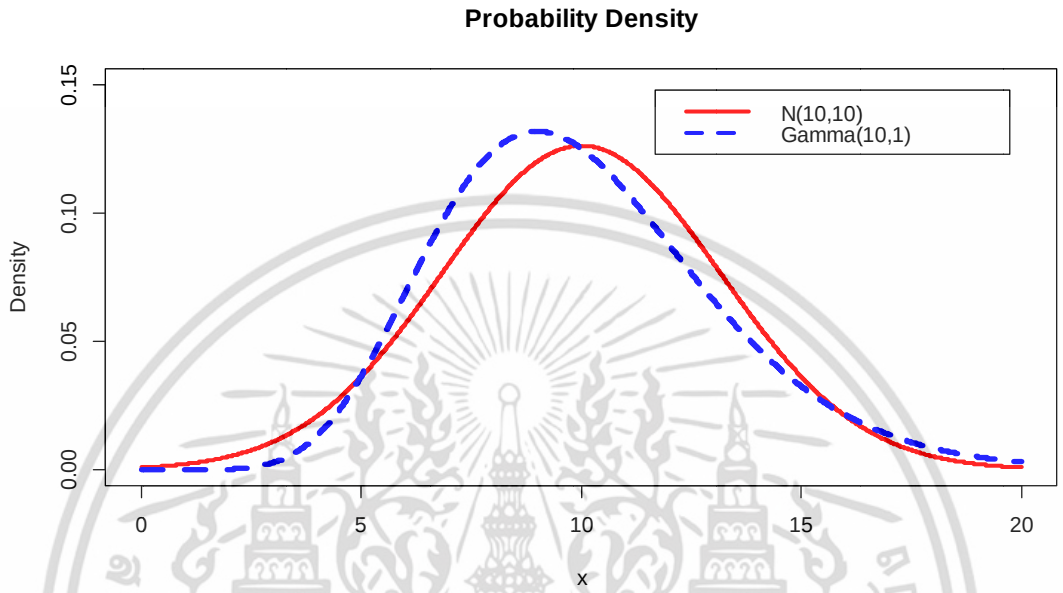
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. ข้อมูลทั้งสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน

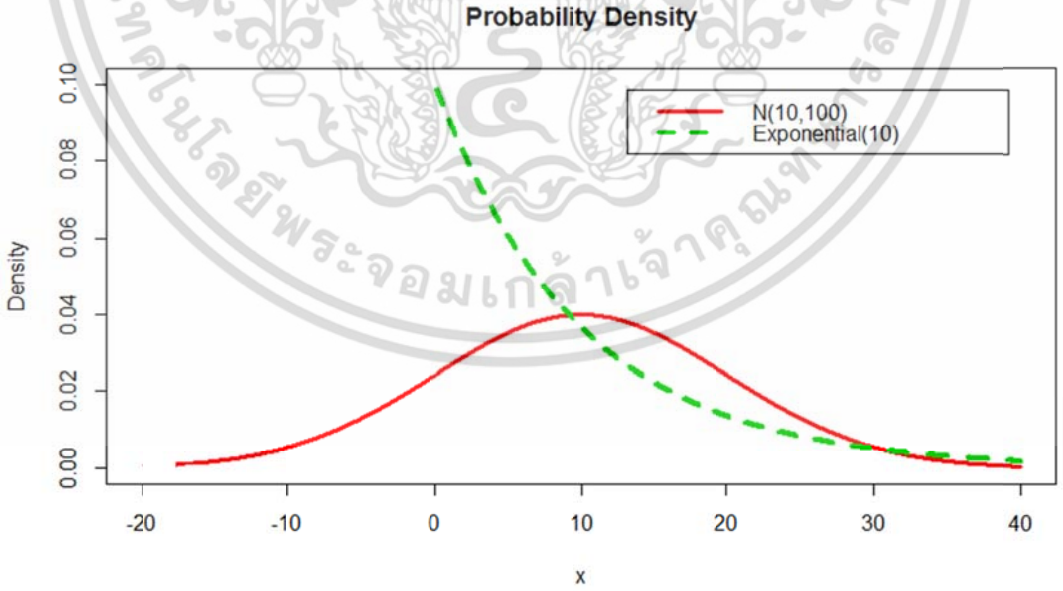
2.1 ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนเท่ากัน

2.1.1 $X_1 \sim N(10,10)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$ 2.1.2 $X_1 \sim N(10,100)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$

2.1.3 $X_1 \sim N(10,20)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$

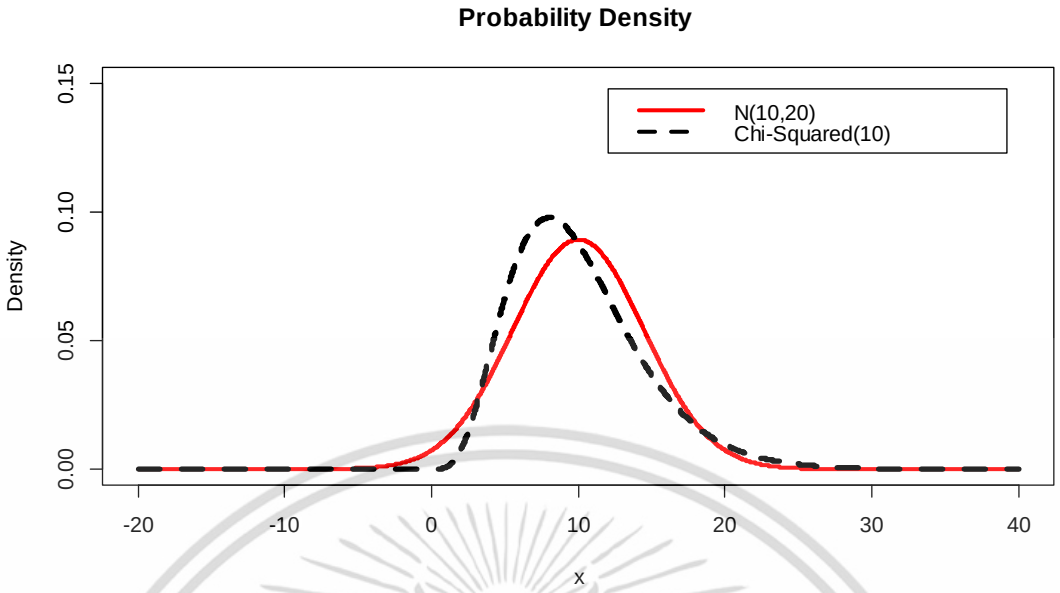



**รูปที่ 3.13** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,10)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$




**รูปที่ 3.14** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,100)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




**รูปที่ 3.15** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,20)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$

2.2 ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนต่างกัน

2.2.1 $X_1 \sim N(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$

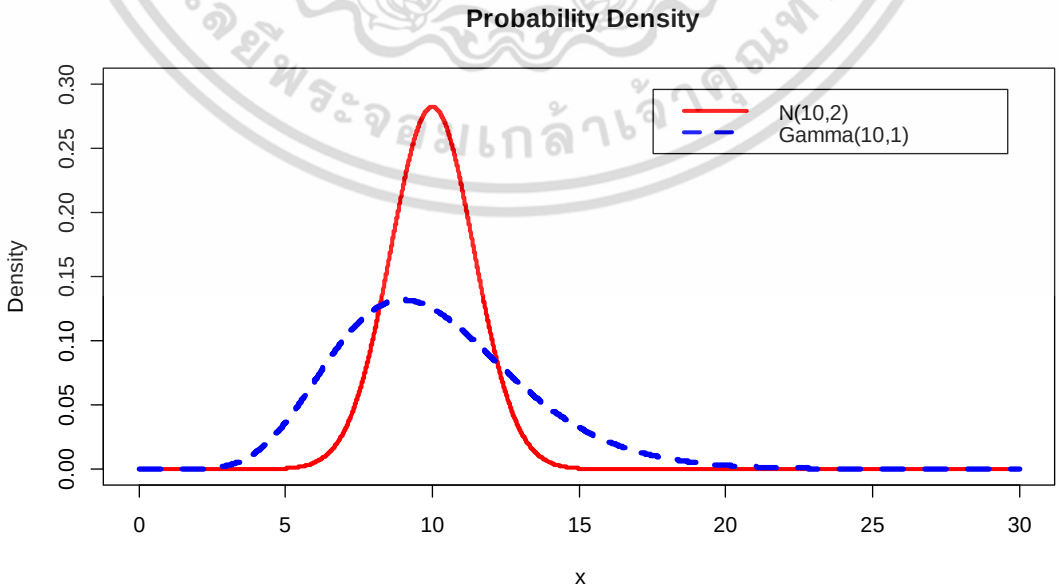
2.2.2 $X_1 \sim N(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Eaponential}(10)$

2.2.3 $X_1 \sim N(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$

2.2.4 $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$

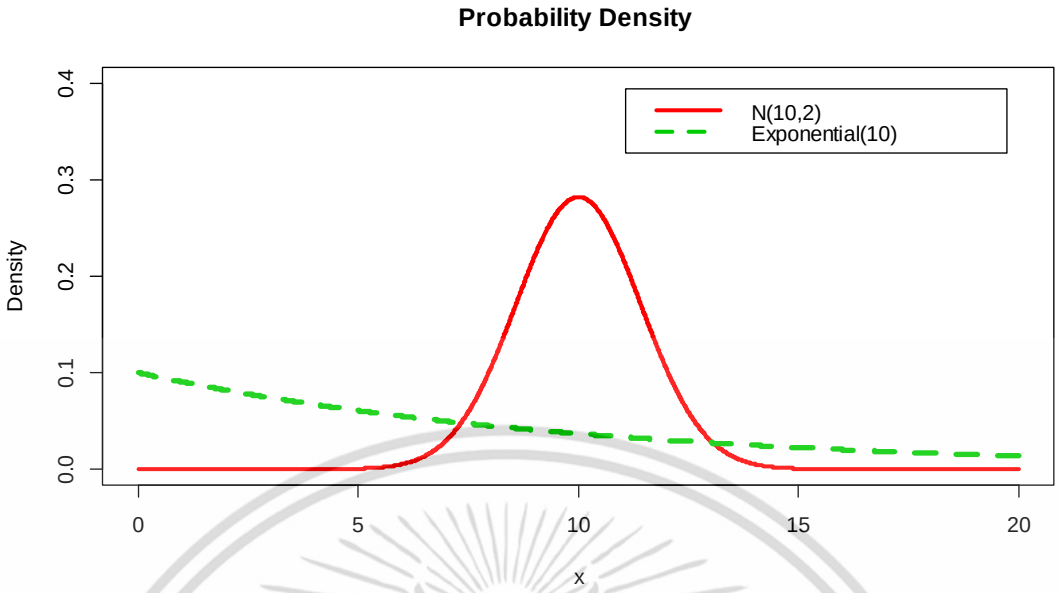
2.2.5 $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$

2.2.6 $X_1 \sim \text{Exponential}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$

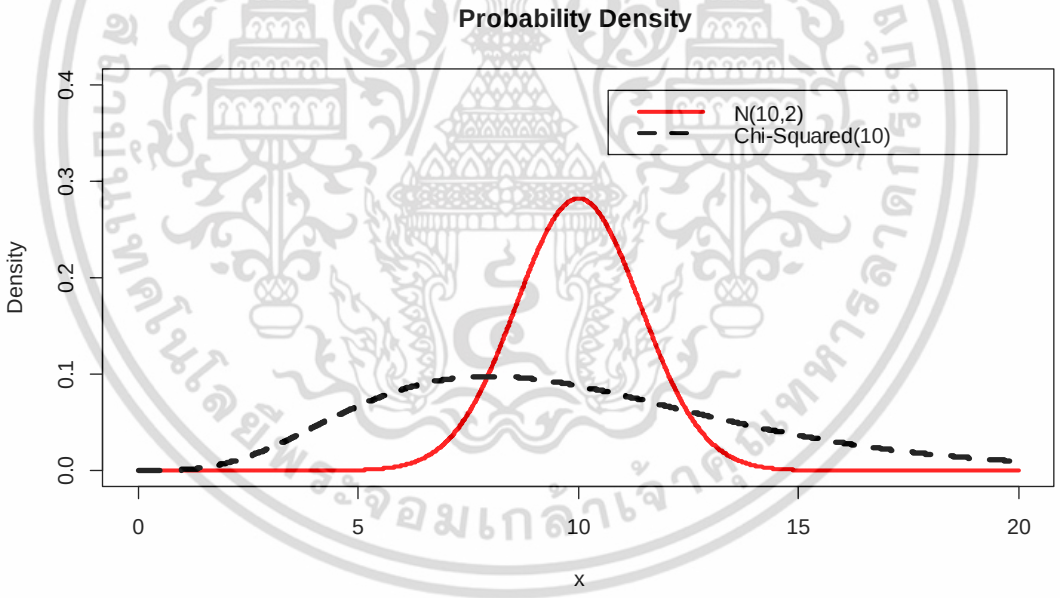



**รูปที่ 3.16** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

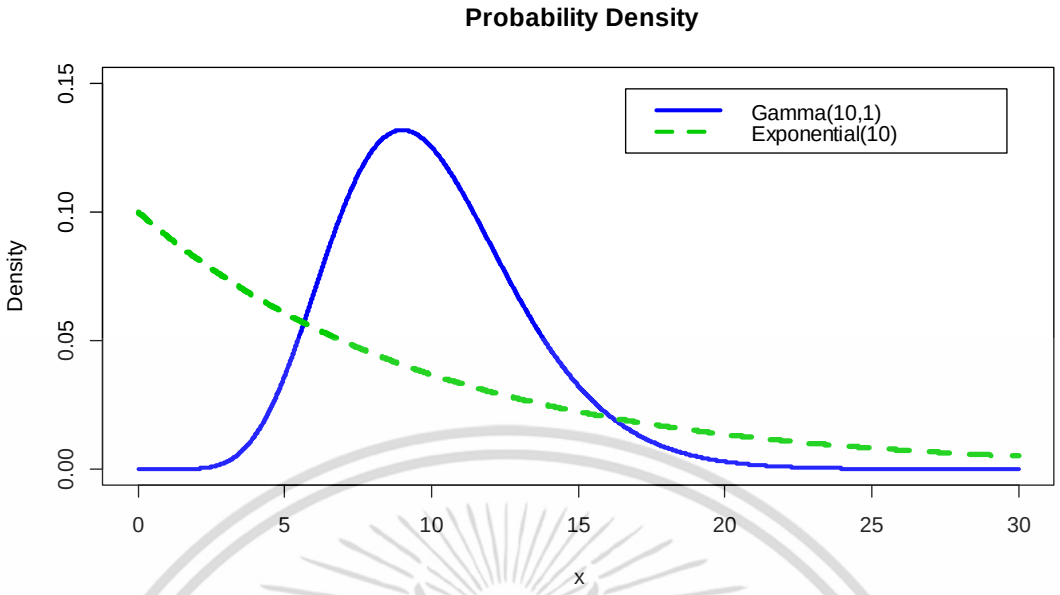



**รูปที่ 3.17** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$

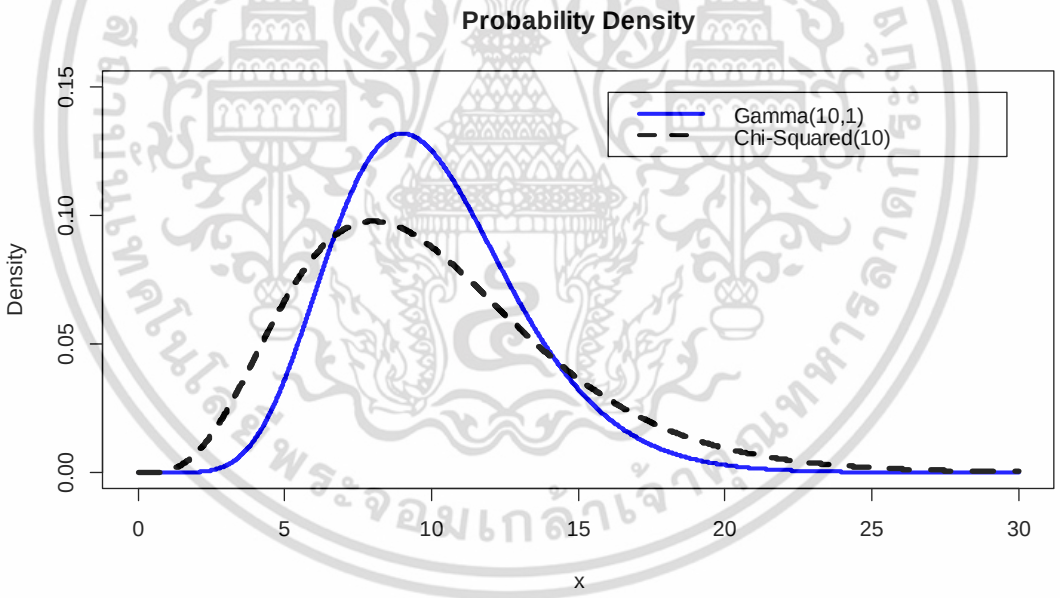



**รูปที่ 3.18** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

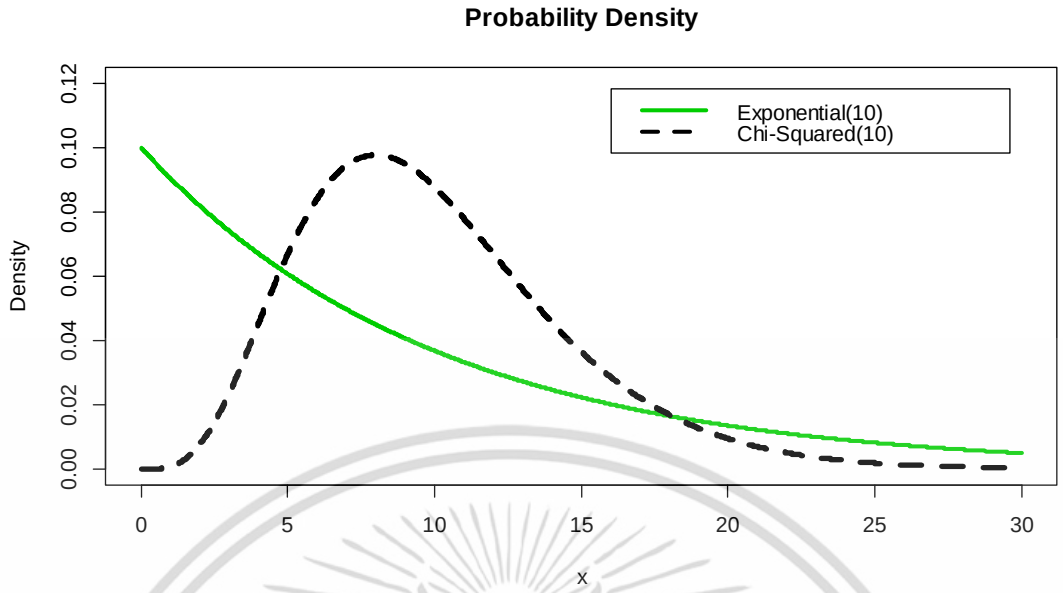



**รูปที่ 3.19** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$




**รูปที่ 3.20** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




**รูปที่ 3.21** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Exponential}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$

2.3 ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนเท่ากัน

2.3.1 $X_1 \sim N(15,10)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$

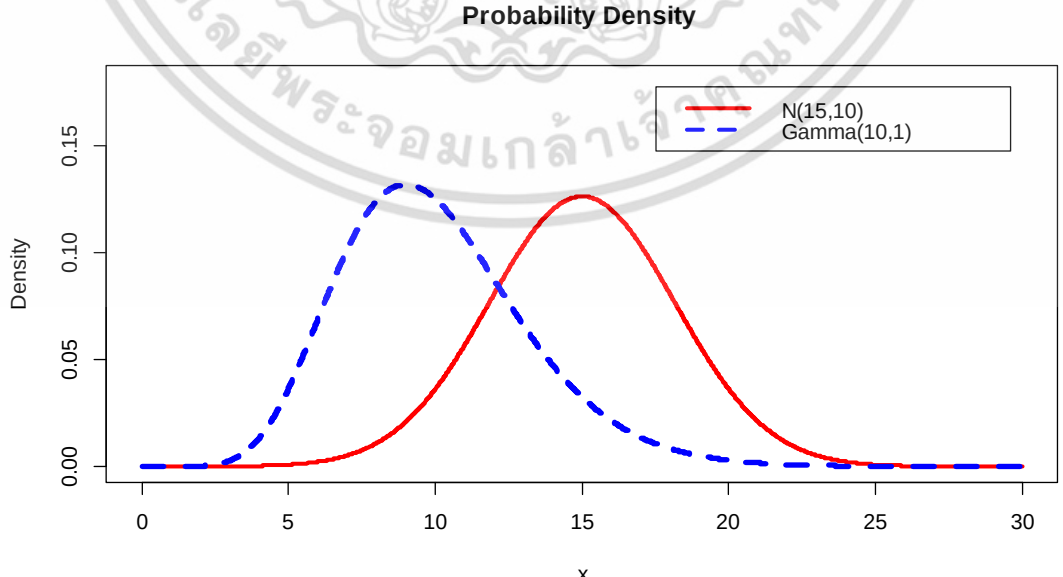
2.3.2 $X_1 \sim N(10,25)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(5)$

2.3.3 $X_1 \sim N(10,40)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$

2.3.4 $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(\text{Square root}(10))$

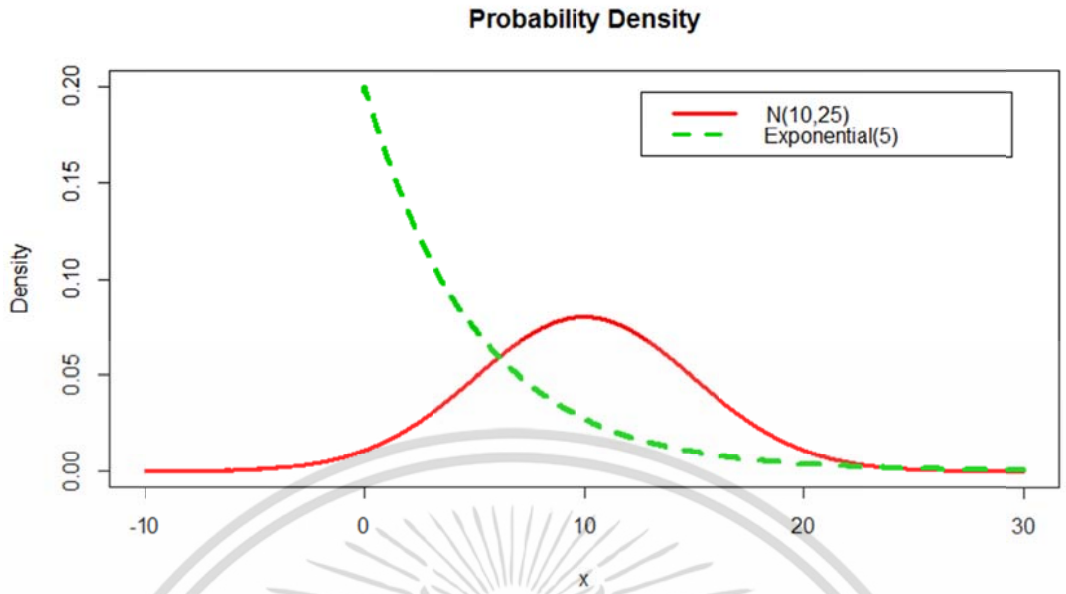
2.3.5 $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(5)$

2.3.6 $X_1 \sim \text{Exponential}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(50)$

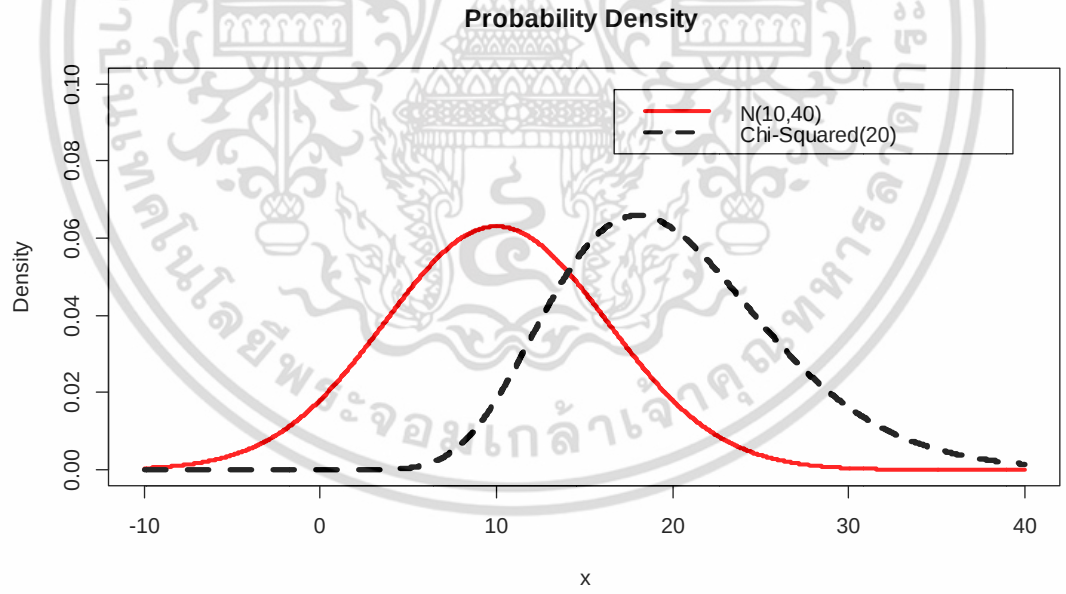



**รูปที่ 3.22** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(15,10)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

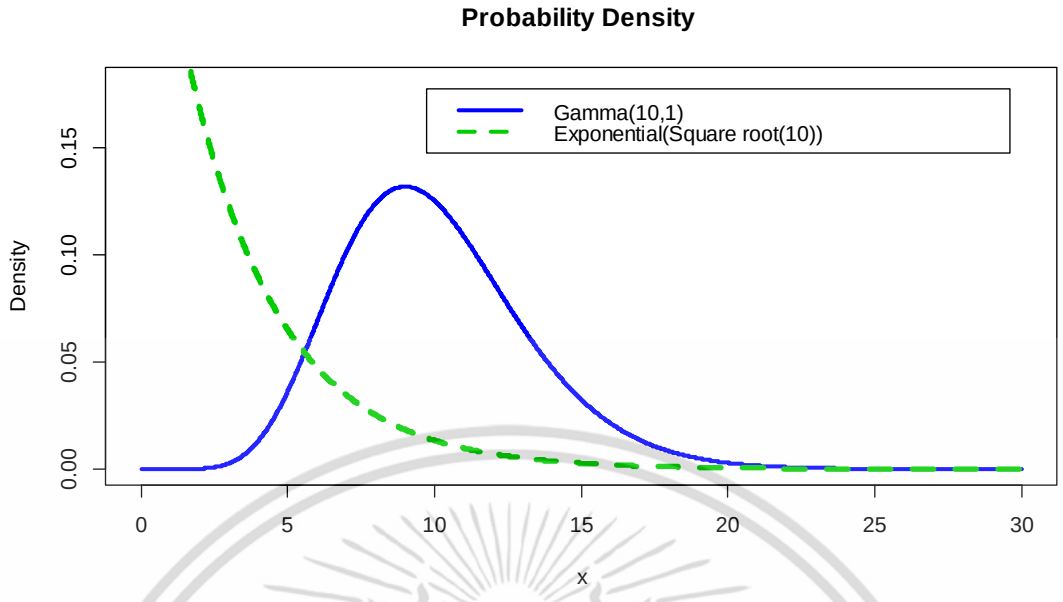



**รูปที่ 3.23** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,25)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(5)$

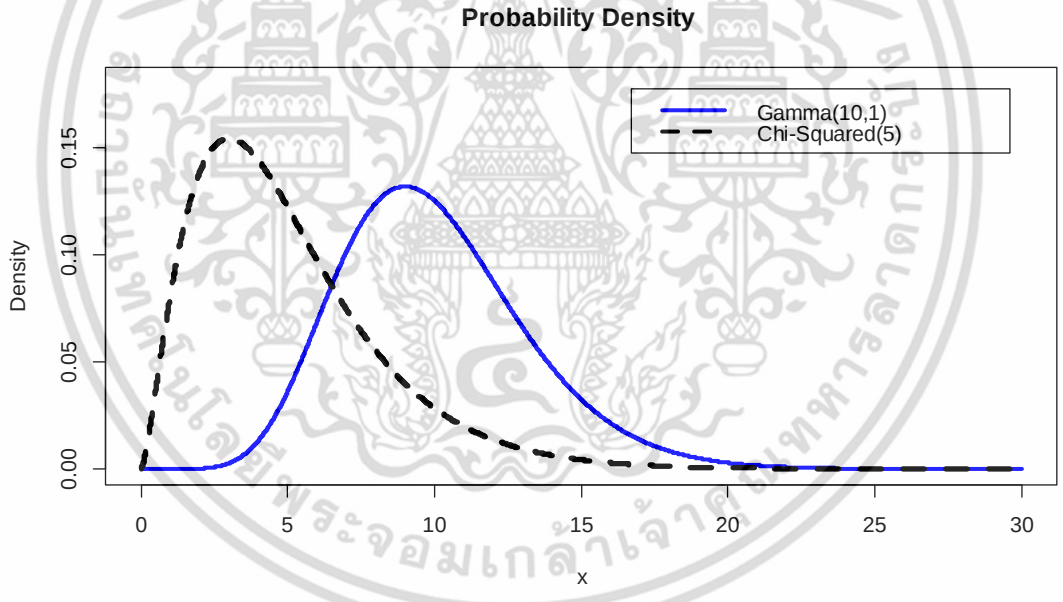



**รูปที่ 3.24** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(10,40)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

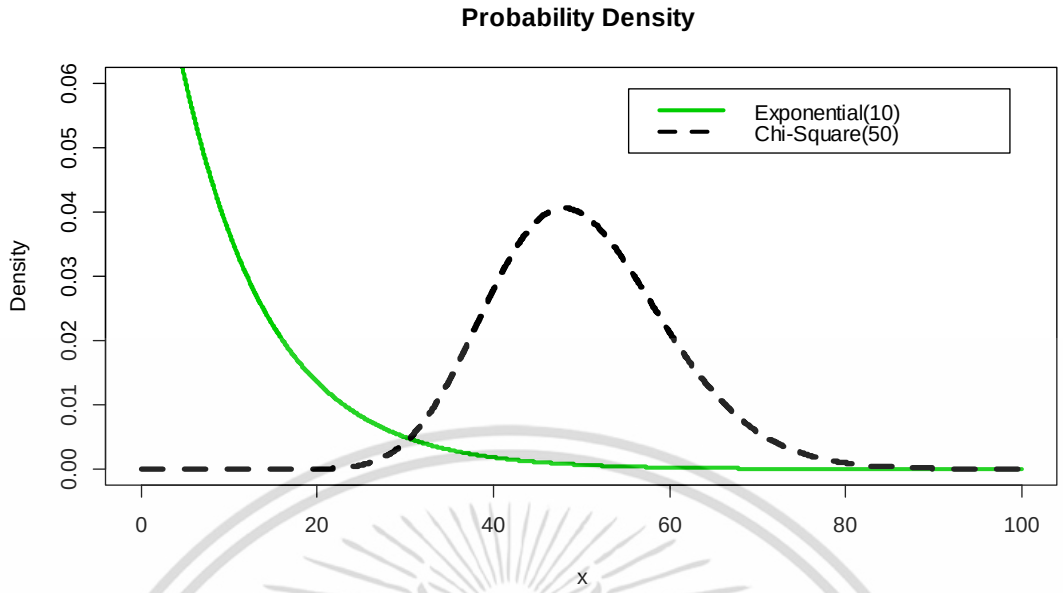



**รูปที่ 3.25** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(\text{Square root}(10))$




**รูปที่ 3.26** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(5)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




**รูปที่ 3.27** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Exponential}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(50)$

2.4 ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนต่างกัน

2.4.1 $X_1 \sim N(15,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$

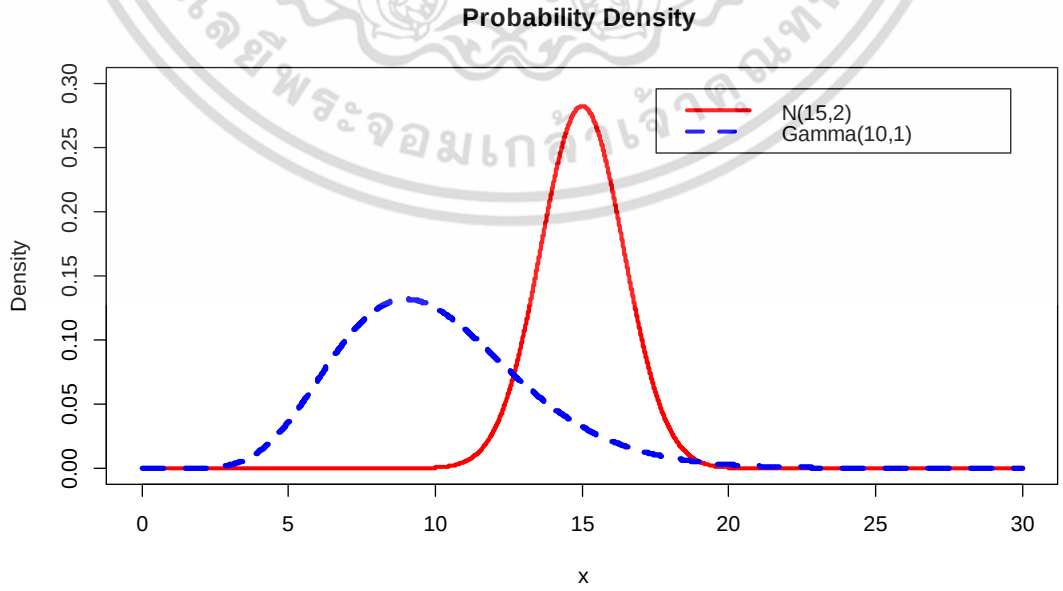
2.4.2 $X_1 \sim N(15,2)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$

2.4.3 $X_1 \sim N(15,2)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$

2.4.4 $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(20)$

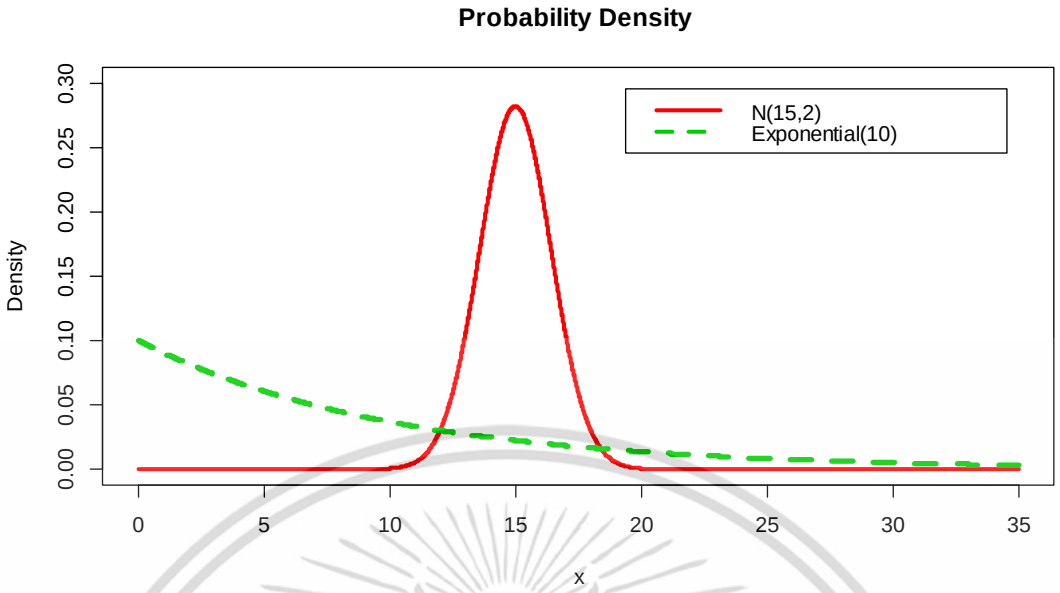
2.4.5 $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$

2.4.6 $X_1 \sim \text{Exponential}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$

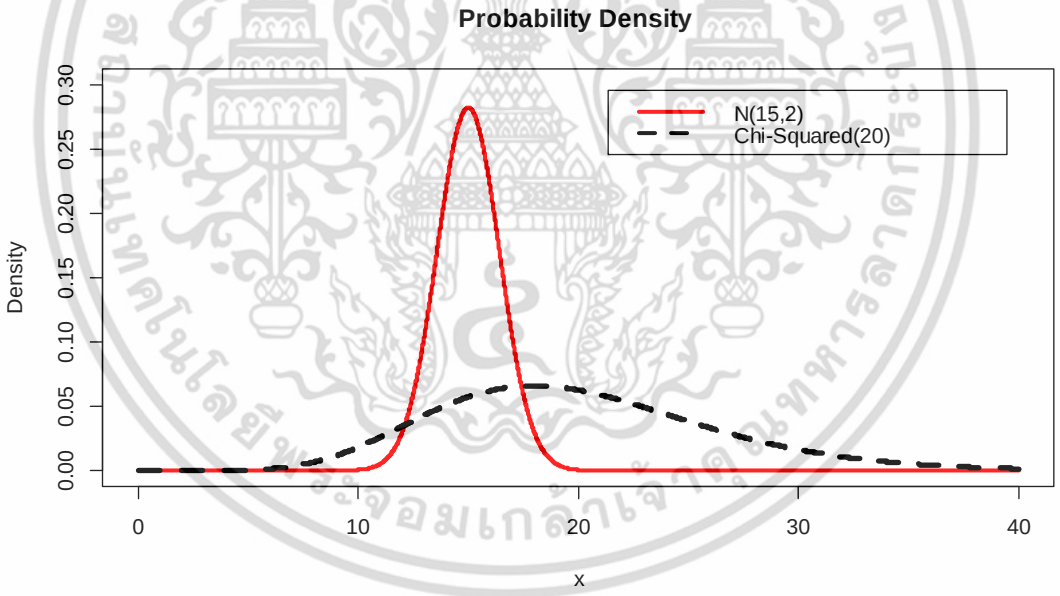



**รูปที่ 3.28** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(15,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

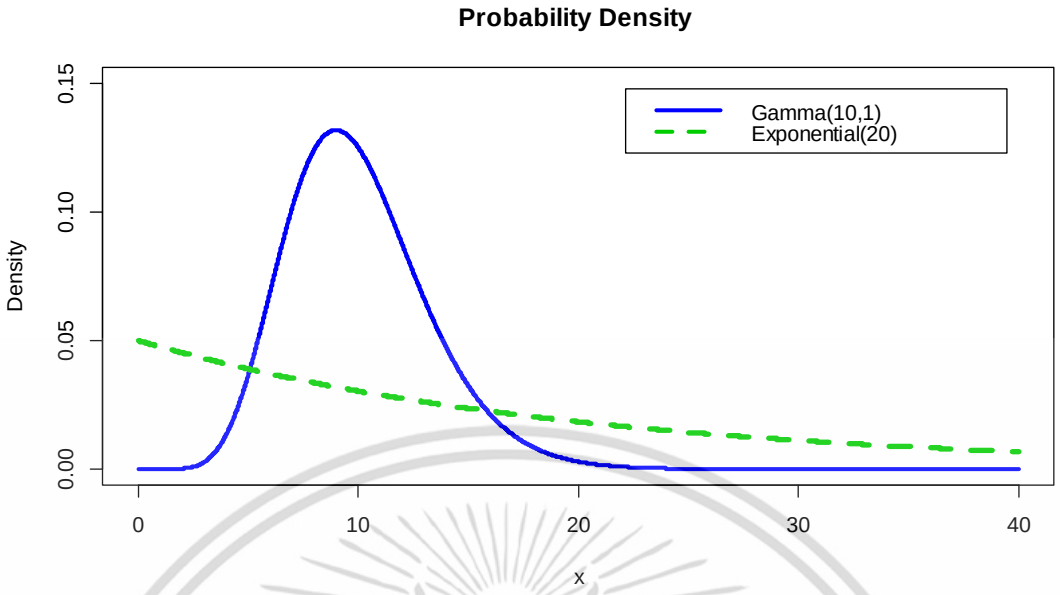



**รูปที่ 3.29** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(15,2)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$

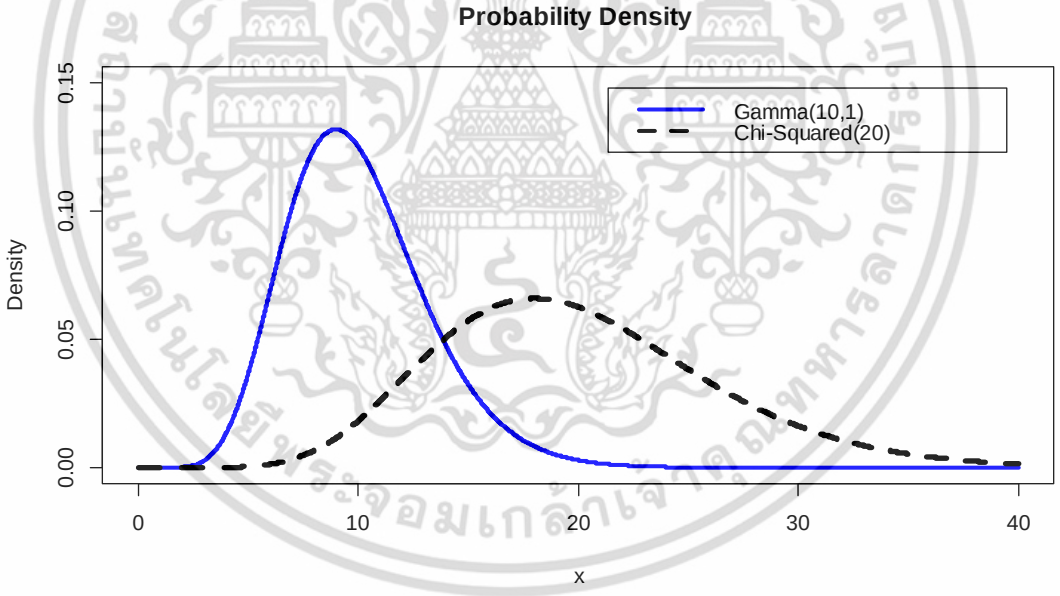



**รูปที่ 3.30** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim N(15,2)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

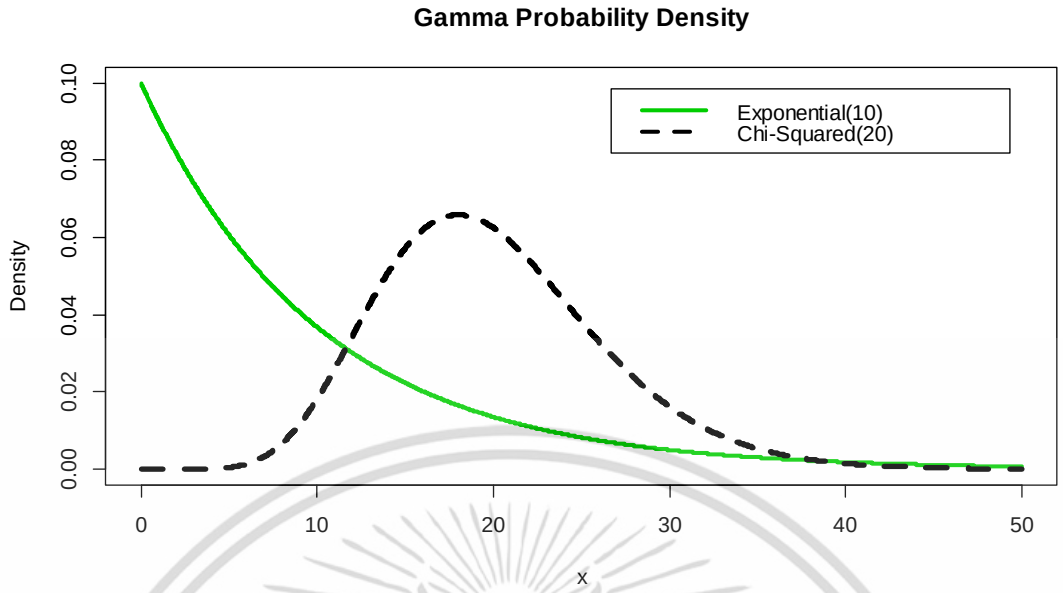



**รูปที่ 3.31** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(20)$




**รูปที่ 3.32** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




**รูปที่ 3.33** ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ $X_1 \sim \text{Exponential}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$

3.1.5 คำนวณความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบตามเกณฑ์ของ Bradley ในแต่ละสถานการณ์

3.1.6 คำนวณกำลังการทดสอบของตัวสถิติทดสอบที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ตามเกณฑ์ของ Bradley ในแต่ละสถานการณ์

3.1.7 เปรียบเทียบกำลังการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ โดยตัวสถิติทดสอบที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ตามเกณฑ์ของ Bradley และมีกำลังการทดสอบสูงที่สุดจะเป็นตัวสถิติทดสอบที่ดีที่สุด

## 3.2 วิธีการดำเนินการวิจัย

ปัญหาพิเศษครั้งนี้จะดำเนินงานตามขั้นตอนโดยแบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

3.2.1 การคำนวณความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ($\alpha$) ของตัวสถิติทดสอบ

3.2.1.1 จำลองข้อมูลในแต่ละขนาดจากประชากรที่มีการแจกแจงปรกติ การแจกแจงแกมมา การแจกแจงไคกำลังสอง และการแจกแจงเลขชี้กำลัง ให้มีพารามิเตอร์ตามที่ต้องการ โดยกำหนดค่า Seeding number = 10 เพื่อให้การสุ่มข้อมูลในครั้งต่อไปได้ค่าเท่าเดิม โดยโปรแกรมอาร์ (R) เวอร์ชั่น 3.3.2 (วราฤทธิ์, 2557)

3.2.1.2 คำนวณตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 การทดสอบ ได้แก่ Wilcoxon-Mann-Whitney, Brunner and Munzel และ Bootstrap Rank Welch โดยใช้คำสั่งจากโปรแกรมอาร์ (R) เวอร์ชั่น 3.3.2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.1.3 นำค่าตัวสถิติทดสอบที่คำนวณได้เทียบกับค่าวิกฤตเพื่อสรุปว่าจะปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานว่าง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10 และทำการบันทึกจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างเป็นจริง ทำซ้ำจนครบ 1000 ครั้ง

3.2.1.4 หาความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 โดยการนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง ($H_0$) ดังนี้

$$\text{ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1} = \frac{\text{จำนวนครั้งของการปฏิเสธ } H_0 \text{ เมื่อ } H_0 \text{ เป็นจริง}}{1{,}000}$$

ถ้าความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ของการทดสอบสำหรับแต่ละสถานการณ์มีค่าอยู่ในช่วงที่ได้กำหนดไว้ในเกณฑ์ของการเปรียบเทียบวิธีการทดสอบ ได้แก่ เกณฑ์ของ Bradley (1978) จะถือว่าตัวสถิติทดสอบนั้นมีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ โดยมีรายละเอียดของเกณฑ์ของ Bradley (1978) ดังนี้

เกณฑ์ของ Bradley ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 ถ้าค่าที่ได้มีค่าในช่วง (0.050-0.150)
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 ถ้าค่าที่ได้มีค่าในช่วง (0.025-0.075)
ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ถ้าค่าที่ได้มีค่าในช่วง (0.005-0.015)

จะสรุปได้ว่าตัวสถิติทดสอบนั้นควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้

3.2.2 การคำนวณกำลังการทดสอบ $(1-\beta)$ ของตัวสถิติทดสอบ

3.2.2.1 จำลองข้อมูลในแต่ละขนาดจากประชากรที่มีการแจกแจงปรกติ การแจกแจงแกมมา การแจกแจงไคกำลังสอง และการแจกแจงเลขชี้กำลัง ให้มีพารามิเตอร์ตามที่ต้องการ โดยกำหนดค่า Seeding number = 10 เพื่อให้การสุ่มข้อมูลในครั้งต่อไปได้ค่าเท่าเดิม โดยโปรแกรมอาร์ (R) เวอร์ชั่น 3.3.2

3.2.2.2 คำนวณตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 การทดสอบ ได้แก่ Wilcoxon-Mann-Whitney, Brunner and Munzel และ Bootstrap Rank Welch โดยใช้คำสั่งจากโปรแกรมอาร์ (R) เวอร์ชั่น 3.3.2

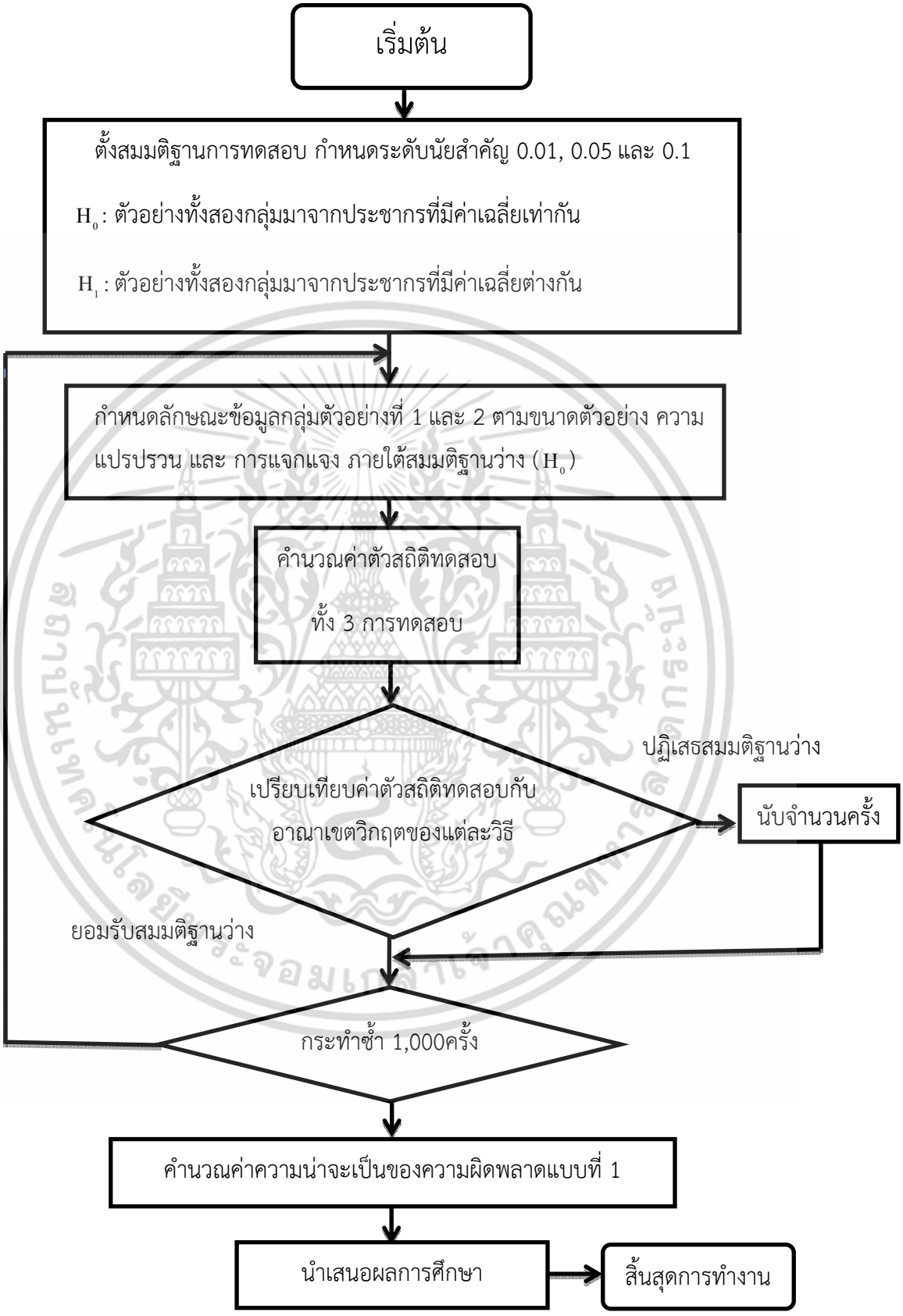
3.2.2.3 นำค่าตัวสถิติทดสอบที่คำนวณได้เทียบกับค่าวิกฤตเพื่อสรุปว่าจะปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐานว่าง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10 และบันทึกจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างไม่เป็นจริง ทำซ้ำจนครบ 1000 ครั้ง

3.2.2.4 หากำลังการทดสอบ เฉพาะตัวสถิติทดสอบที่สามารถควบคุมความผิดพลาดแบบที่ 1 แล้วสุ่มตัวอย่างตามขอบเขตของการทำปัญหาพิเศษ คำนวณค่าตัวสถิติทดสอบเทียบกับค่าวิกฤตและสรุปผล ทำซ้ำจนครบ 1,000 ครั้ง แล้วนับจำนวนครั้งของการปฏิเสธสมมติฐานว่าง $(H_0)$ ดังนี้

$$\text{กำลังการทดสอบ} = \frac{\text{จำนวนครั้งของการปฏิเสธ } H_0 \text{ เมื่อ } H_0 \text{ ไม่เป็นจริง}}{1{,}000}$$

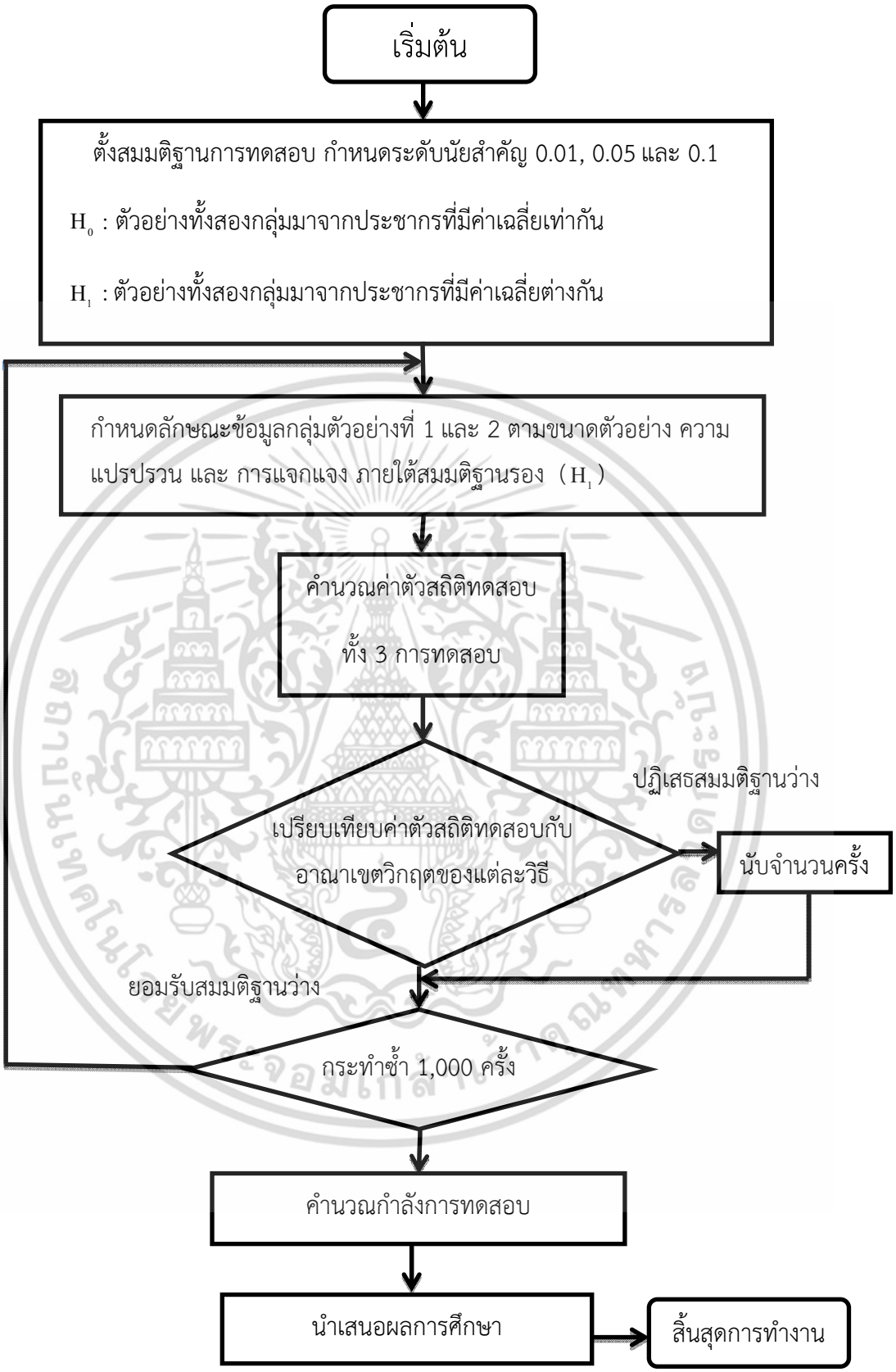
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**3.3 ขั้นตอนโปรแกรมที่ใช้ในงานวิจัย**




**รูปที่ 3.34** ขั้นตอนการคำนวณความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้




**รูปที่ 3.35** ขั้นตอนการคำนวณกำลังการทดสอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 4

# ผลการวิจัย

การทำปัญหาพิเศษนี้เป็นการวิจัยเชิงจำลองเพื่อศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ระหว่างเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มอิสระ ได้แก่ ตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ (Wilcoxon-Mann-Whitney) ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล (Brunner and Munzel) และตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลช์ (Bootstrap Rank Welch) ซึ่งผลที่ได้จากการวิจัยสามารถสรุปได้เป็น 2 ส่วน คือ ความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 และการเปรียบเทียบกำลังการทดสอบ

การกำหนดสัญลักษณ์แทนตัวสถิติทดสอบ ดังนี้

WMW หมายถึง ตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์

BM หมายถึง ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล

BRW หมายถึง ตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลช์

## 4.1 ความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1

การคำนวณความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ของแต่ละตัวสถิติทดสอบจะใช้ขนาดตัวอย่าง การแจกแจงของประชากร พารามิเตอร์สำหรับการแจกแจง และระดับนัยสำคัญ ตามที่ผู้วิจัยได้กำหนดไว้ในหัวข้อขอบเขตของการวิจัย

### 4.1.1 กรณีข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน

#### 4.1.1.1 ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนเท่ากัน

**ตารางที่ 4.1** ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนเท่ากัน

| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim N(100,20)$ และ $X_2 \sim N(100,20)$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.011[B] | 0.023 | 0.021 | 0.047[B] | 0.061[B] | 0.079 | 0.111[B] | 0.118[B] | 0.141[B] |
| (20,20) | 0.010[B] | 0.013[B] | 0.023 | 0.046[B] | 0.052[B] | 0.060[B] | 0.102[B] | 0.108[B] | 0.112[B] |
| (50,50) | 0.015[B] | 0.017 | 0.017 | 0.059[B] | 0.061[B] | 0.045[B] | 0.105[B] | 0.103[B] | 0.096[B] |
| (10,15) | 0.011[B] | 0.021 | 0.020 | 0.060[B] | 0.067[B] | 0.074[B] | 0.109[B] | 0.116[B] | 0.127[B] |
| (20,30) | 0.005[B] | 0.008[B] | 0.013[B] | 0.050[B] | 0.057[B] | 0.055[B] | 0.109[B] | 0.106[B] | 0.100[B] |
| (50,100) | 0.009[B] | 0.010[B] | 0.012[B] | 0.051[B] | 0.054[B] | 0.053[B] | 0.114[B] | 0.111[B] | 0.099[B] |

**หมายเหตุ** B หมายถึง มีค่าในช่วงตามเกณฑ์ของ Bradley

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

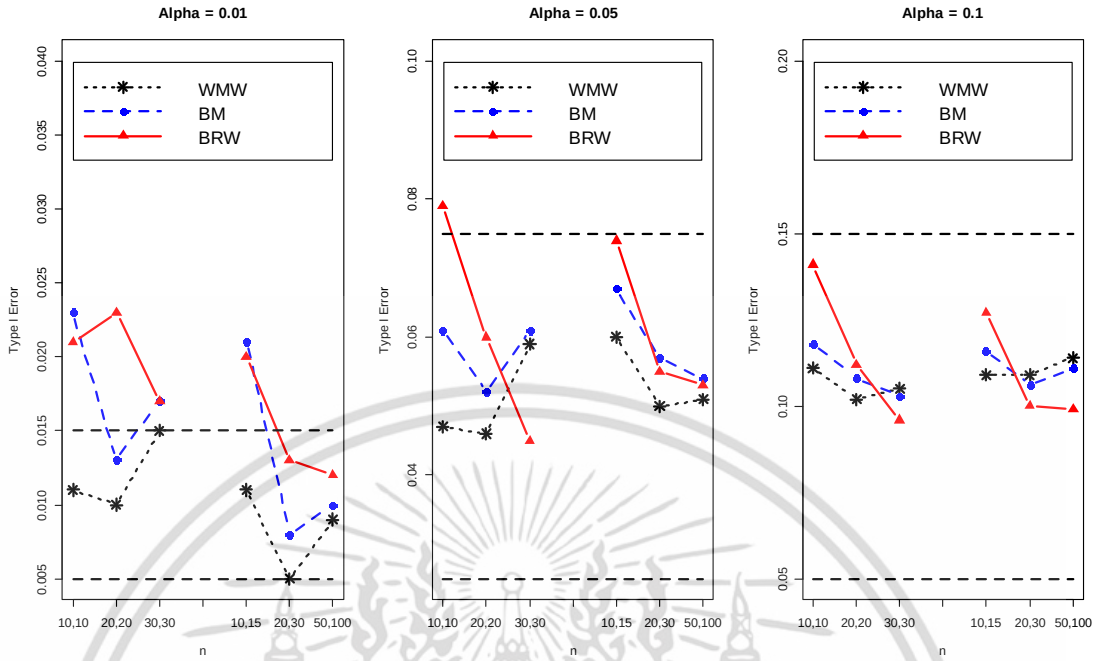
**ตารางที่ 4.1** ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนเท่ากัน (ต่อ)

| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim \text{Gamma}(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,2)$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.008[B] | 0.023 | 0.022 | 0.046[B] | 0.058[B] | 0.073[B] | 0.091[BC] | 0.103[B] | 0.136[B] |
| (20,20) | 0.006[B] | 0.010[B] | 0.013[B] | 0.040[B] | 0.040[B] | 0.049[B] | 0.089[B] | 0.092[B] | 0.098[B] |
| (50,50) | 0.006[B] | 0.007[B] | 0.013[B] | 0.044[B] | 0.046[B] | 0.056[B] | 0.091[B] | 0.090[B] | 0.114[B] |
| (10,15) | 0.006[B] | 0.013[B] | 0.019 | 0.044[B] | 0.047[B] | 0.077 | 0.081[B] | 0.087[B] | 0.123[B] |
| (20,30) | 0.018 | 0.020 | 0.010[B] | 0.052[B] | 0.054[B] | 0.057[B] | 0.103[B] | 0.105[B] | 0.122[B] |
| (50,100) | 0.013[B] | 0.013[B] | 0.009[B] | 0.052[B] | 0.051[B] | 0.050[BC] | 0.112[B] | 0.115[B] | 0.104[B] |
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim \text{Exponential}(5)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(5)$ | | | | | | | | |
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.009[B] | 0.020 | 0.021 | 0.054[B] | 0.067[B] | 0.065[B] | 0.103[B] | 0.117[B] | 0.121[B] |
| (20,20) | 0.014[B] | 0.016 | 0.013[B] | 0.054[B] | 0.061[B] | 0.058[B] | 0.106[B] | 0.111[B] | 0.118[B] |
| (50,50) | 0.009[B] | 0.009[B] | 0.011[B] | 0.039[B] | 0.041[B] | 0.057[B] | 0.097[B] | 0.097[B] | 0.094[B] |
| (10,15) | 0.009[B] | 0.015[B] | 0.017 | 0.044[B] | 0.054[B] | 0.064[B] | 0.087[B] | 0.095[B] | 0.113[B] |
| (20,30) | 0.006[B] | 0.007[B] | 0.015[B] | 0.058[B] | 0.068[B] | 0.066[B] | 0.121[B] | 0.125[B] | 0.120[B] |
| (50,100) | 0.006[B] | 0.006[B] | 0.012[B] | 0.044[B] | 0.042[B] | 0.060[B] | 0.089[B] | 0.086[B] | 0.112[B] |
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim \text{Chi}-\text{Square}(15)$ และ $X_2 \sim \text{Chi}-\text{Square}(15)$ | | | | | | | | |
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.007[B] | 0.012[B] | 0.018 | 0.035[B] | 0.049[B] | 0.077 | 0.091[B] | 0.101[B] | 0.138[B] |
| (20,20) | 0.010[B] | 0.012[B] | 0.021 | 0.043[B] | 0.048[B] | 0.074[B] | 0.093[B] | 0.102[B] | 0.132[B] |
| (50,50) | 0.008[B] | 0.010[B] | 0.014[B] | 0.051[B] | 0.051[B] | 0.054[B] | 0.103[B] | 0.102[B] | 0.090[B] |
| (10,15) | 0.015[B] | 0.017[B] | 0.015[B] | 0.048[B] | 0.057[B] | 0.066[B] | 0.097[B] | 0.110[B] | 0.115[B] |
| (20,30) | 0.009[B] | 0.013[B] | 0.013[B] | 0.051[B] | 0.054[B] | 0.063[B] | 0.109[B] | 0.116[B] | 0.110[B] |
| (50,100) | 0.012[B] | 0.012[B] | 0.015[B] | 0.054[B] | 0.054[B] | 0.069[B] | 0.112[B] | 0.112[B] | 0.124[B] |

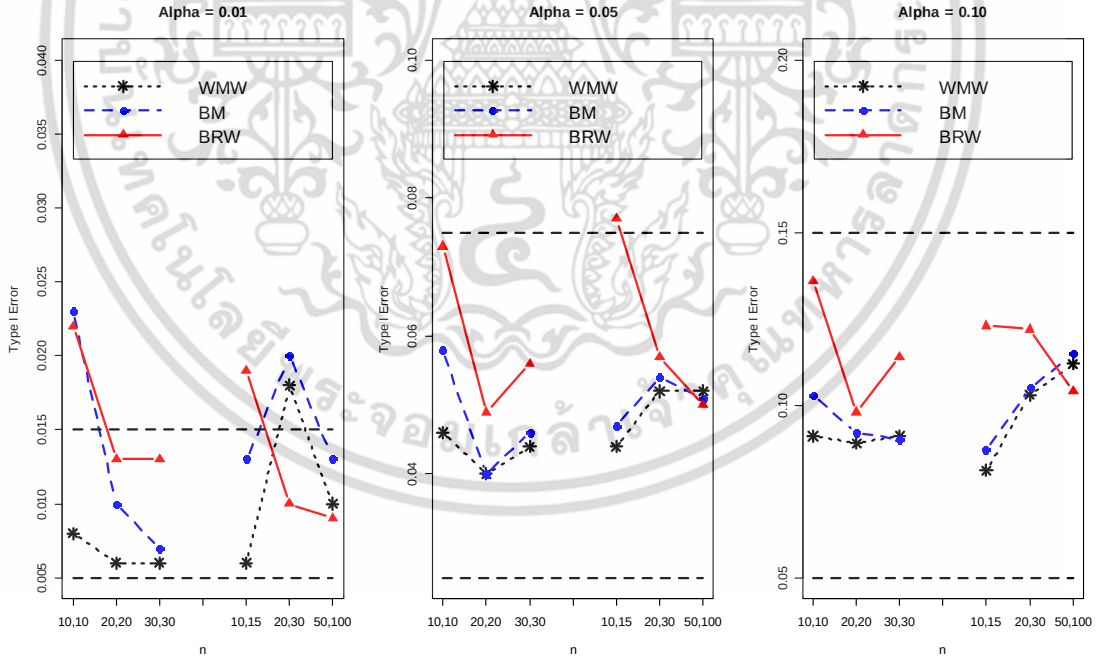
**หมายเหตุ** B หมายถึง มีค่าในช่วงตามเกณฑ์ของ Bradley

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$X_1 \sim N(100, 20)$ และ $X_2 \sim N(100, 20)$




$X_1 \sim \text{Gamma}(10, 2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10, 2)$



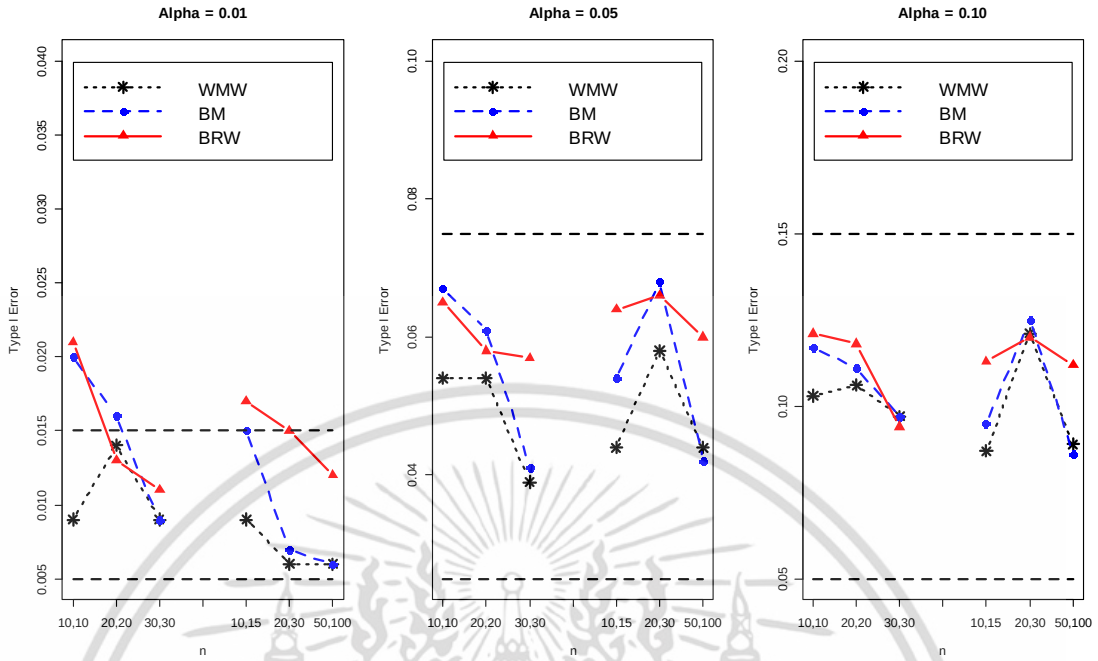

**หมายเหตุ** ด้านซ้ายมือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ส่วนด้านขวามือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

(- - - - - -) หมายถึง เกณฑ์ของ Bradley

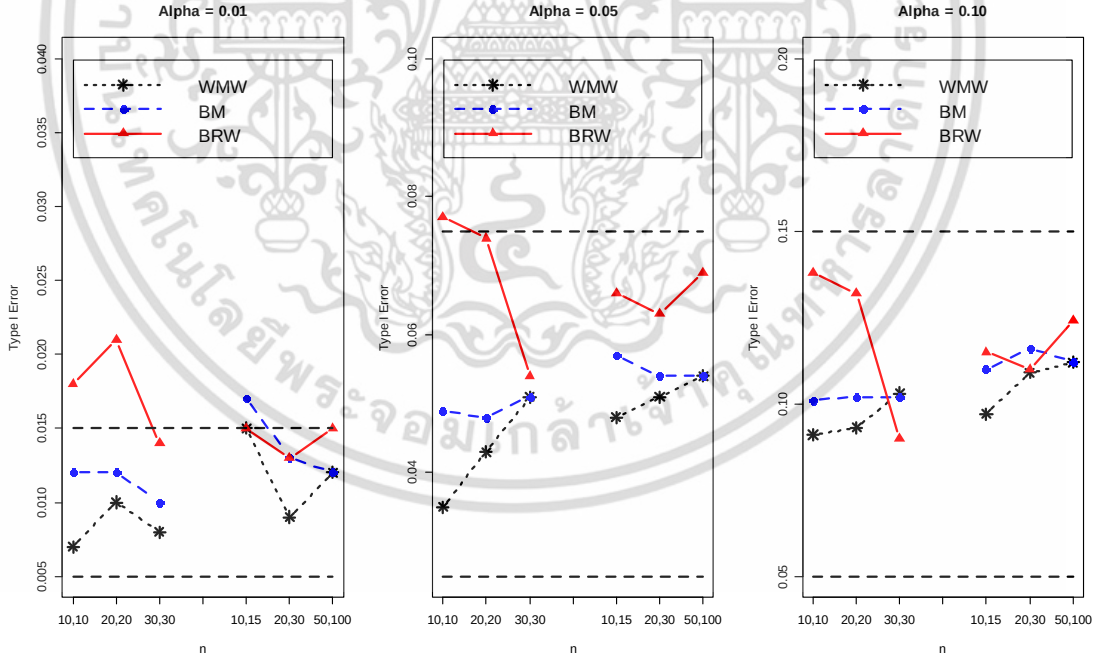
**รูปที่ 4.1** ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนเท่ากัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$X_1 \sim \text{Exponential}(5)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(5)$




$X_1 \sim \text{Chi} - \text{Square}(15)$ และ $X_2 \sim \text{Chi} - \text{Square}(15)$




**หมายเหตุ** ด้านซ้ายมือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ส่วนด้านขวามือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

(- - - - - - -) หมายถึง เกณฑ์ของ Bradley

**รูปที่ 4.1** ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนเท่ากัน (ต่อ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ตารางที่ 4.2** จำนวน (ร้อยละ) ของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่ผ่านเกณฑ์ในกรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน ความแปรปรวนเท่ากัน และขนาดตัวอย่างเท่ากัน

| ระดับนัยสำคัญ / ตัวสถิติทดสอบ | 0.01 | 0.05 | 0.10 |
|---|---|---|---|
| WMW | **12 ((12/12)*100=100)** | **12 (100)** | **12 (100)** |
| BM | 7 (58.33) | **12 (100)** | **12 (100)** |
| BRW | 5 (41.67) | 10 (83.33) | **12 (100)** |

**หมายเหตุ** ค่าร้อยละเกิดจากสัดส่วนระหว่างจำนวนครั้งของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่ผ่านเกณฑ์เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากันต่อจำนวนครั้งของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากันทั้งหมด ในแต่ละระดับนัยสำคัญ

$$\text{ร้อยละของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1} = \frac{\text{จำนวนครั้งของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่ผ่านเกณฑ์เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากัน}}{\text{จำนวนครั้งของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากันทั้งหมด}} \times 100$$

ในกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ($n_1 = n_2$) เมื่อใช้เกณฑ์ของ Bradley มาพิจารณาถึงความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 จะพบว่า WMW ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10 มีทั้ง 12 ครั้ง จากทั้งหมด 12 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 100 ทั้ง 3 ระดับนับสำคัญ ส่วน BM จะพบว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 มี 7 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 58.33 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 มีทั้ง 12 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 100 และ BRW ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 จะพบว่ามี 5 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 41.67 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 มี 10 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 83.33 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 มีทั้ง 12 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 100

สรุปได้ว่าในกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ตัวสถิติทดสอบ WMW มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุด และพบว่าตัวสถิติทดสอบ BM และ BRW มีความสามารถสูงขึ้นเมื่อระดับนัยสำคัญเพิ่มขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ตารางที่ 4.3** จำนวน (ร้อยละ) ของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่ผ่านเกณฑ์ในกรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน ความแปรปรวนเท่ากัน และขนาดตัวอย่างต่างกัน

| ระดับนัยสำคัญ / ตัวสถิติทดสอบ | 0.01 | 0.05 | 0.10 |
|---|---|---|---|
| WMW | **11 ((11/12)*100=91.67)** | **12 (100)** | **12 (100)** |
| BM | 10 (83.33) | **12 (100)** | **12 (100)** |
| BRW | 9 (75) | **12 (100)** | **12 (100)** |

**หมายเหตุ** ค่าร้อยละเกิดจากสัดส่วนระหว่างจำนวนครั้งของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่ผ่านเกณฑ์เมื่อขนาดตัวอย่างต่างกันต่อจำนวนครั้งของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 เมื่อขนาดตัวอย่างต่างกันทั้งหมด ในแต่ละระดับนัยสำคัญ

ในกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน ($n_1 \neq n_2$) เมื่อใช้เกณฑ์ของ Bradley มาพิจารณาถึงความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 จะพบว่า WMW ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 จะพบว่ามี 11 ครั้ง จากทั้งหมด 12 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 91.67 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 มีทั้ง 12 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 100 ส่วน BM ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 มี 10 ครั้ง จาก 12 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 83.33 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 มีทั้ง 12 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 100 และ BRW ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 จะพบว่ามี 9 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 75 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 มีทั้ง 12 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 100

สรุปได้ว่าในกรณีที่ขนาดตัวอย่างต่างกัน ตัวสถิติทดสอบ WMW มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุด และพบว่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 มีความสามารถสูงขึ้นเมื่อระดับนัยสำคัญเพิ่มขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**4.1.1.2 ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนต่างกัน**

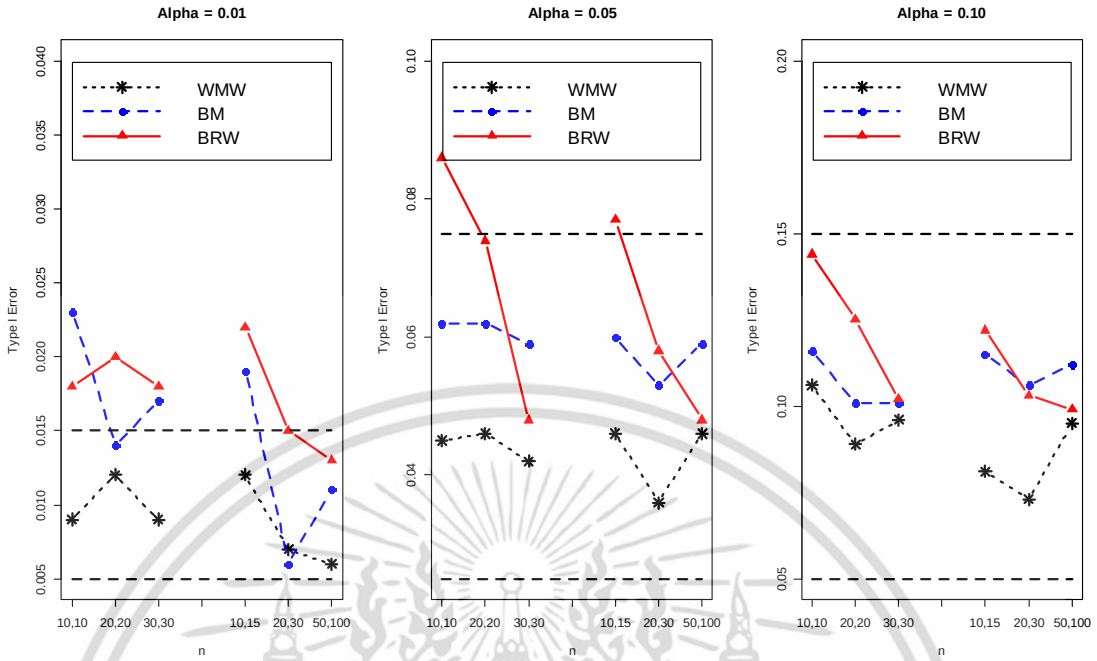
**ตารางที่ 4.4** ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนต่างกัน

| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim N(100,10)$ และ $X_2 \sim N(100,20)$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.009[B] | 0.023 | 0.018 | 0.045[B] | 0.062[B] | 0.086 | 0.106[B] | 0.116[B] | 0.144[B] |
| (20,20) | 0.012[B] | 0.014[B] | 0.020 | 0.046[B] | 0.062[B] | 0.074[B] | 0.089[B] | 0.101[B] | 0.125[B] |
| (50,50) | 0.009[B] | 0.017 | 0.018 | 0.042[B] | 0.059[B] | 0.048[B] | 0.096[B] | 0.101[B] | 0.102[B] |
| (10,15) | 0.012[B] | 0.019 | 0.022 | 0.046[B] | 0.060[B] | 0.077 | 0.081[B] | 0.115[B] | 0.122[B] |
| (20,30) | 0.007[B] | 0.006[B] | 0.015[B] | 0.036[B] | 0.053[B] | 0.058[B] | 0.073[B] | 0.106[B] | 0.103[B] |
| (50,100) | 0.006[B] | 0.011[B] | 0.013[B] | 0.046[B] | 0.059[B] | 0.048[B] | 0.095[B] | 0.112[B] | 0.099[B] |
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim \text{Gamma}(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(5,4)$ | | | | | | | | |
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.013[B] | 0.022 | 0.034 | 0.056[B] | 0.067[B] | 0.094 | 0.109[B] | 0.113[B] | 0.152 |
| (20,20) | 0.014[B] | 0.014[B] | 0.019 | 0.052[B] | 0.051[B] | 0.078 | 0.105[B] | 0.100[B] | 0.135[B] |
| (50,50) | 0.014[B] | 0.014[B] | 0.023 | 0.065[B] | 0.063[B] | 0.082 | 0.132[B] | 0.130[B] | 0.142[B] |
| (10,15) | 0.007[B] | 0.014[B] | 0.019 | 0.041[B] | 0.047[B] | 0.080 | 0.075[B] | 0.095[B] | 0.127[B] |
| (20,30) | 0.009[B] | 0.017 | 0.018 | 0.053[B] | 0.065[B] | 0.084 | 0.116[B] | 0.123[B] | 0.135[B] |
| (50,100) | 0.009[B] | 0.017 | 0.029 | 0.057[B] | 0.075[B] | 0.100 | 0.120[B] | 0.136[B] | 0.166 |

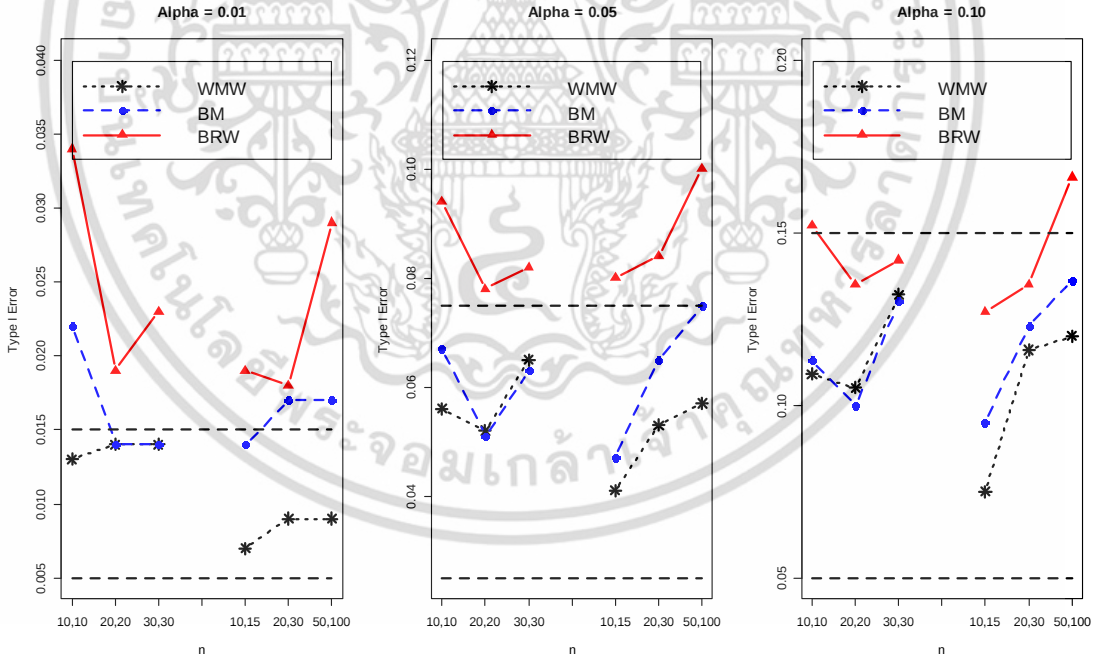
**หมายเหตุ** B หมายถึง มีค่าในช่วงตามเกณฑ์ของ Bradley

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$X_1 \sim N(100,10)$ และ $X_2 \sim N(100,20)$




$X_1 \sim \text{Gamma}(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(5,4)$




**หมายเหตุ** ด้านซ้ายมือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ส่วนด้านขวามือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

(- - - - - - -) หมายถึง เกณฑ์ของ Bradley

**รูปที่ 4.2** ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนต่างกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ตารางที่ 4.5** จำนวน (ร้อยละ) ของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่ผ่านเกณฑ์ในกรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน ความแปรปรวนต่างกัน และขนาดตัวอย่างเท่ากัน

| ระดับนัยสำคัญ / ตัวสถิติทดสอบ | 0.01 | 0.05 | 0.10 |
|---|---|---|---|
| WMW | **6 ((6/6)*100=100)** | **6 (100)** | **6 (100)** |
| BM | 3 (50) | **6 (100)** | **6 (100)** |
| BRW | 0 (0) | 2 (33.33) | 5 (83.33) |

ในกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ( $n_1 = n_2$ ) เมื่อใช้เกณฑ์ Bradley มาพิจารณาถึงความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 จะพบว่า WMW ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10 มีทั้ง 6 ครั้ง จากทั้งหมด 6 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 100 ทั้ง 3 ระดับนัยสำคัญ ส่วน BM จะพบว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 มี 3 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 50 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 มีทั้ง 6 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 100 และ BRW จะพบว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 มี 0 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 0 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 มี 2 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 33.33 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 มี 5 ครั้ง ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 83.33

สรุปได้ว่าในกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ตังสถิติทดสอบ WMW มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุด และพบว่าตัวสถิติทดสอบ BM และ BRW มีความสามารถสูงขึ้นเมื่อระดับนัยสำคัญเพิ่มขึ้น

**ตารางที่ 4.6** จำนวน (ร้อยละ) ของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่ผ่านเกณฑ์ในกรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน ความแปรปรวนต่างกัน และขนาดตัวอย่างต่างกัน

| ระดับนัยสำคัญ / ตัวสถิติทดสอบ | 0.01 | 0.05 | 0.10 |
|---|---|---|---|
| WMW | **6 ((6/6)*100=100)** | **6 (100)** | **6 (100)** |
| BM | 3 (50) | **6 (100)** | **6 (100)** |
| BRW | 2 (33.33) | 2 (33.33) | 5 (83.33) |

ในกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน ( $n_1 \neq n_2$ ) เมื่อใช้เกณฑ์ของ Bradley มาพิจารณาถึงความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 จะพบว่า WMW ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 0.05 และ 0.10 มีทั้ง 6 ครั้ง จากทั้งหมด 6 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 100 ทั้ง 3 ระดับนัยสำคัญ ส่วน BM จะพบว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 มี 3 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 50 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 มีทั้ง 6 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 100 และ BRW จะพบว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05 มี 2 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 33.33 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 มี 5 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 83.33

สรุปได้ว่าในกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน ตัวสถิติทดสอบ WMW มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุด และพบว่าตัวสถิติทดสอบ BM และ BRW มีความสามารถสูงขึ้นเมื่อระดับนัยสำคัญเพิ่มขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 4.1.2 กรณีข้อมูลทั้งสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน

#### 4.1.2.1 ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนเท่ากัน

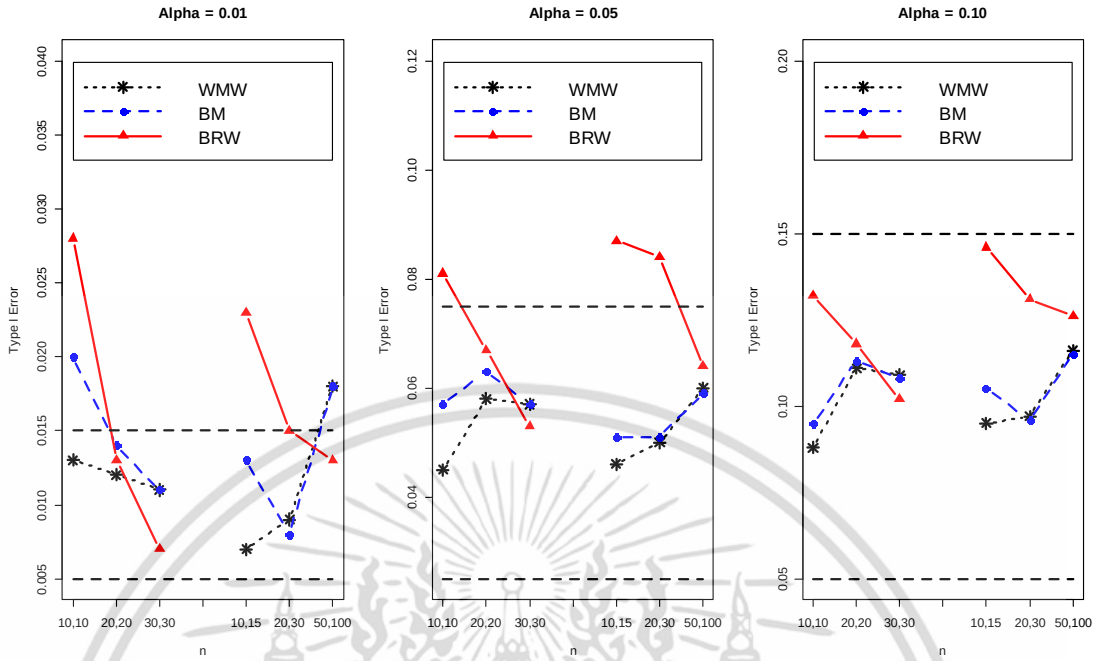
**ตารางที่ 4.7** ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนเท่ากัน

| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim N(10,10)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.013[B] | 0.020 | 0.028 | 0.045[B] | 0.057[B] | 0.081 | 0.088[B] | 0.095[B] | 0.132[B] |
| (20,20) | 0.012[B] | 0.014[B] | 0.013[B] | 0.058[B] | 0.063[B] | 0.067[B] | 0.111[B] | 0.113[B] | 0.118[B] |
| (50,50) | 0.011[B] | 0.011[B] | 0.007[B] | 0.057[B] | 0.057[B] | 0.053[B] | 0.109[B] | 0.108[B] | 0.102[B] |
| (10,15) | 0.007[B] | 0.013[B] | 0.023 | 0.046[B] | 0.051[B] | 0.087 | 0.095[B] | 0.105[B] | 0.146[B] |
| (20,30) | 0.009[B] | 0.008[B] | 0.015[B] | 0.050[B] | 0.051[B] | 0.084 | 0.097[B] | 0.096[B] | 0.131[B] |
| (50,100) | 0.018 | 0.018 | 0.013[B] | 0.060[B] | 0.059[B] | 0.064[B] | 0.116[B] | 0.115[B] | 0.126[B] |
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim N(10,100)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$ | | | | | | | | |
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.011[B] | 0.019 | 0.027 | 0.059[B] | 0.067[B] | 0.082 | 0.109[B] | 0.109[B] | 0.149[B] |
| (20,20) | 0.019 | 0.021 | 0.032 | 0.065[B] | 0.065[B] | 0.093 | 0.122[B] | 0.114[B] | 0.159 |
| (50,50) | 0.032 | 0.030 | 0.038 | 0.113 | 0.103 | 0.132 | 0.195 | 0.174 | 0.202 |
| (10,15) | 0.014[B] | 0.018 | 0.034 | 0.064[B] | 0.067[B] | 0.101 | 0.113[B] | 0.113[B] | 0.148[B] |
| (20,30) | 0.025 | 0.026 | 0.021 | 0.085 | 0.081 | 0.086 | 0.161 | 0.148[B] | 0.156 |
| (50,100) | 0.046 | 0.043 | 0.042 | 0.139 | 0.118 | 0.123 | 0.227 | 0.190 | 0.0198 |
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim N(10,20)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$ | | | | | | | | |
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.009[B] | 0.012[B] | 0.022 | 0.041[B] | 0.053[B] | 0.082 | 0.085[B] | 0.090[B] | 0.147[B] |
| (20,20) | 0.013[B] | 0.016 | 0.028 | 0.060[B] | 0.065[B] | 0.091 | 0.106[B] | 0.110[B] | 0.152 |
| (50,50) | 0.016 | 0.019 | 0.022 | 0.068[B] | 0.066[B] | 0.071[B] | 0.124[B] | 0.120[B] | 0.126[B] |
| (10,15) | 0.005[B] | 0.014[B] | 0.022 | 0.035[B] | 0.046[B] | 0.093 | 0.093[B] | 0.098[B] | 0.151 |
| (20,30) | 0.012[B] | 0.012[B] | 0.021 | 0.057[B] | 0.062[B] | 0.073[B] | 0.100[B] | 0.100[B] | 0.126[B] |
| (50,100) | 0.015[B] | 0.015[B] | 0.028 | 0.078 | 0.074[B] | 0.084 | 0.138[B] | 0.132[B] | 0.143[B] |

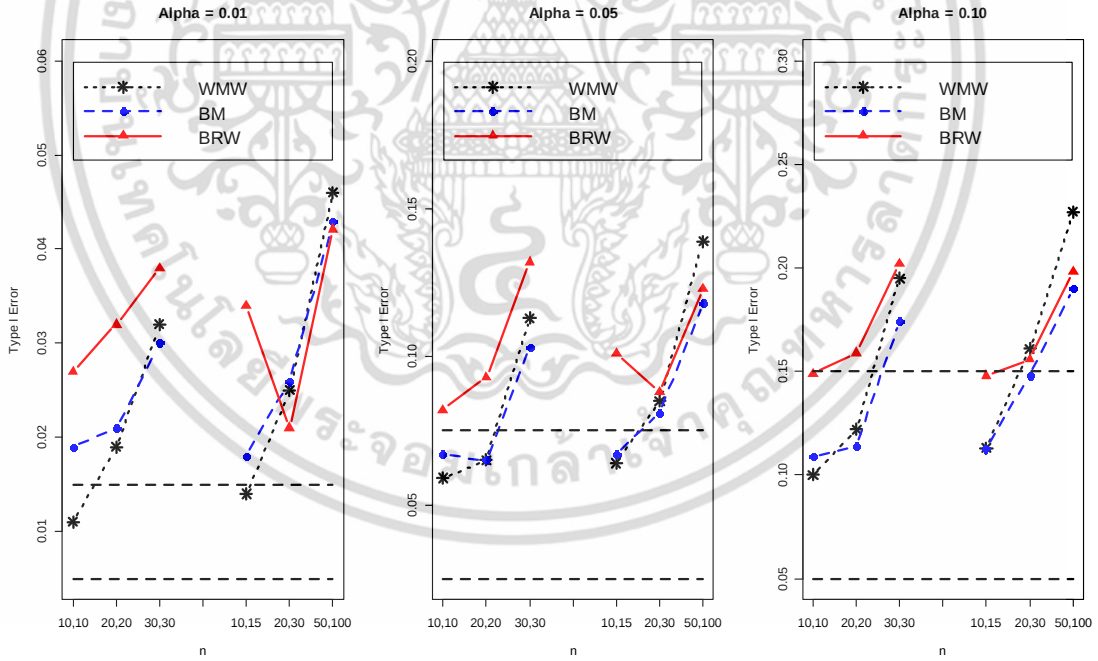
**หมายเหตุ** B หมายถึง มีค่าในช่วงตามเกณฑ์ของ Bradley

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$X_1 \sim N(10,10)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$




$X_1 \sim N(10,100)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$



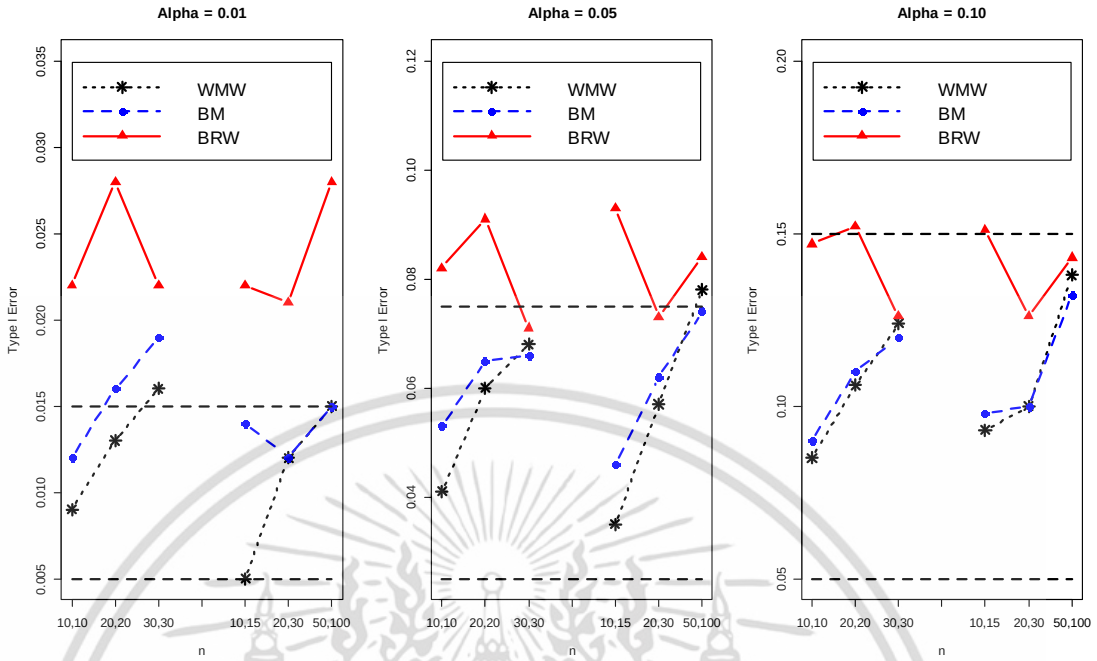

**หมายเหตุ** ด้านซ้ายมือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ส่วนด้านขวามือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

(- - - - - - -) หมายถึง เกณฑ์ของ Bradley

**รูปที่ 4.3** ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนเท่ากัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$X_1 \sim N(10, 20)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$




**หมายเหตุ** ด้านซ้ายมือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ส่วนด้านขวามือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

(- - - - - - -) หมายถึง เกณฑ์ของ Bradley

**รูปที่ 4.3** ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนเท่ากัน (ต่อ)

**ตารางที่ 4.8** จำนวน (ร้อยละ) ของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่ผ่านเกณฑ์ในกรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน ความแปรปรวนเท่ากัน และขนาดตัวอย่างเท่ากัน

| ระดับนัยสำคัญ / ตัวสถิติทดสอบ | 0.01 | 0.05 | 0.10 |
|---|---|---|---|
| WMW | **6 ((6/9)*100=66.67)** | **8 (88.89)** | **8 (88.89)** |
| BM | 3 (33.33) | **8 (88.89)** | **8 (88.89)** |
| BRW | 2 (22.22) | 3 (33.33) | 6 (66.67) |

ในกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ($n_1 = n_2$) เมื่อใช้เกณฑ์ Bradley มาพิจารณาถึงความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 จะพบว่า WMW ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 มี 6 ครั้ง จากทั้งหมด 9 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 66.67 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 มี 8 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 88.89 ส่วน BM จะพบว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 มี 3 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 33.33 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 มี 8 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 88.89 และ BRW จะพบว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 มี 2 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 22.22 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 มี 3 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 33.33 และ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 มี 6 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 66.67

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สรุปได้ว่าในกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ตัวสถิติทดสอบ WMW มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุด และพบว่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 มีความสามารถสูงขึ้นเมื่อระดับนัยสำคัญเพิ่มขึ้น

**ตารางที่ 4.9** จำนวน (ร้อยละ) ของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่ผ่านเกณฑ์ในกรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน ความแปรปรวนเท่ากัน และขนาดตัวอย่างต่างเท่ากัน

| ระดับนัยสำคัญ / ตัวสถิติทดสอบ | 0.01 | 0.05 | 0.10 |
|---|---|---|---|
| WMW | **6 ((6/9)*100=66.67)** | 6 (66.67) | 7 (77.78) |
| BM | 5 (55.56) | **7 (77.78)** | **8 (88.89)** |
| BRW | 2 (22.22) | 2 (22.22) | 6 (66.67) |

ในกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน ($n_1 \neq n_2$) เมื่อใช้เกณฑ์ของ Bradley มาพิจารณาถึงความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 จะพบว่า WMW ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05 จะพบว่ามี 6 ครั้ง จากทั้งหมด 9 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 66.67 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 มี 7 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 77.78 ส่วน BM ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 มี 5 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 55.56 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 มี 7 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 77.78 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 มี 8 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 88.89 และ BRW ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05 จะพบว่ามี 2 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 22.22 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 มี 6 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 66.67

สรุปได้ว่าในกรณีที่ขนาดตัวอย่างต่างกัน เมื่อระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 ตัวสถิติทดสอบ BM มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุด แต่เมื่อระดับนัยสำคัญ 0.01 ตัวสถิติทดสอบ WMW มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุด และพบว่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว มีความสามารถสูงขึ้นเมื่อระดับนัยสำคัญเพิ่มขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 4.1.2.2 ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนต่างกัน

**ตารางที่ 4.10** ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนต่างกัน

| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim N(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.017 | 0.025 | 0.038 | 0.060[B] | 0.055[B] | 0.095 | 0.115[B] | 0.117[B] | 0.155 |
| (20,20) | 0.027 | 0.027 | 0.027 | 0.085 | 0.080 | 0.096 | 0.143[B] | 0.123[B] | 0.156 |
| (50,50) | 0.026 | 0.024 | 0.029 | 0.097 | 0.089 | 0.088 | 0.166 | 0.142[B] | 0.151 |
| (10,15) | 0.007[B] | 0.015[B] | 0.028 | 0.052[B] | 0.061[B] | 0.087 | 0.094[B] | 0.114[B] | 0.164 |
| (20,30) | 0.007[B] | 0.021 | 0.030 | 0.059[B] | 0.069[B] | 0.098 | 0.117[B] | 0.126[B] | 0.160 |
| (50,100) | 0.020 | 0.033 | 0.047 | 0.073[B] | 0.106 | 0.136 | 0.154 | 0.180 | 0.220 |
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim N(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$ | | | | | | | | |
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.068 | 0.068 | 0.125 | 0.183 | 0.110 | 0.222 | 0.251 | 0.221 | 0.339 |
| (20,20) | 0.142 | 0.097 | 0.204 | 0.324 | 0.246 | 0.367 | 0.434 | 0.345 | 0.473 |
| (50,50) | 0.367 | 0.252 | 0.402 | 0.594 | 0.492 | 0.623 | 0.690 | 0.614 | 0.721 |
| (10,15) | 0.052 | 0.062 | 0.154 | 0.152 | 0.153 | 0.319 | 0.253 | 0.262 | 0.429 |
| (20,30) | 0.147 | 0.149 | 0.270 | 0.331 | 0.318 | 0.438 | 0.439 | 0.423 | 0.546 |
| (50,100) | 0.521 | 0.588 | 0.705 | 0.757 | 0.794 | 0.857 | 0.842 | 0.863 | 0.905 |
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim N(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$ | | | | | | | | |
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.020 | 0.025 | 0.051 | 0.070[B] | 0.063[B] | 0.120 | 0.139[B] | 0.127[B] | 0.186 |
| (20,20) | 0.033 | 0.024 | 0.052 | 0.099 | 0.075[B] | 0.136 | 0.186 | 0.149[B] | 0.210 |
| (50,50) | 0.066 | 0.053 | 0.060 | 0.168 | 0.135 | 0.168 | 0.245 | 0.205 | 0.257 |
| (10,15) | 0.013[B] | 0.018 | 0.049 | 0.055[B] | 0.067[B] | 0.133 | 0.097[B] | 0.117[B] | 0.202 |
| (20,30) | 0.014[B] | 0.024 | 0.052 | 0.080 | 0.089 | 0.144 | 0.143[B] | 0.149[B] | 0.220 |
| (50,100) | 0.037 | 0.067 | 0.123 | 0.144 | 0.216 | 0.279 | 0.263 | 0.315 | 0.373 |

**หมายเหตุ** B หมายถึง มีค่าในช่วงตามเกณฑ์ของ Bradley

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

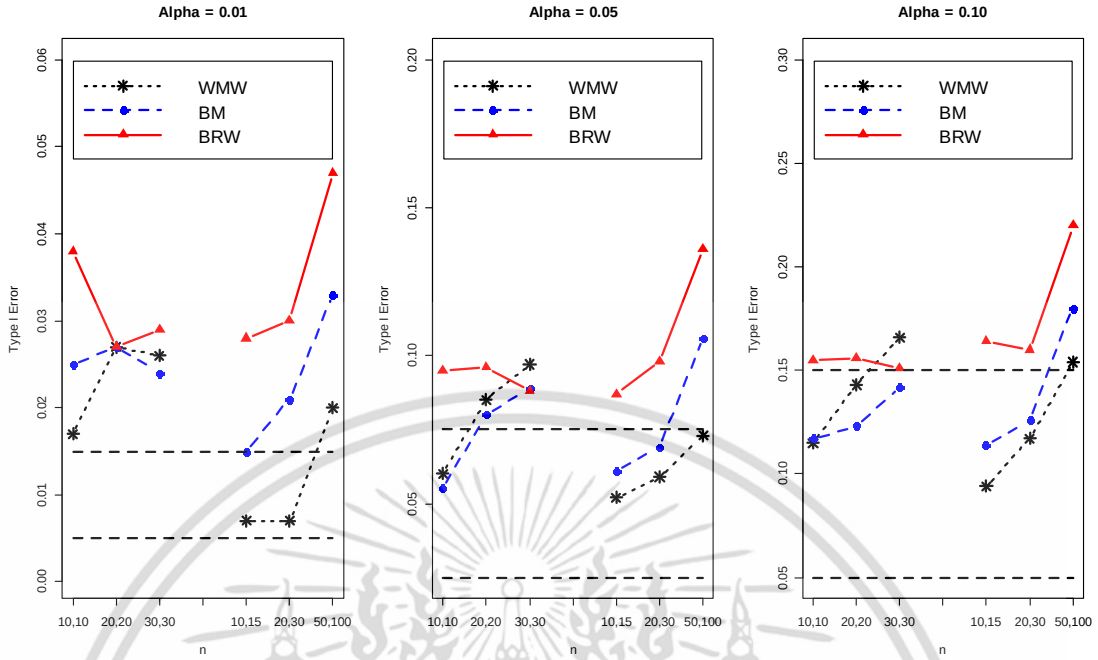
**ตารางที่ 4.10** ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนต่างกัน (ต่อ)

| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.060 | 0.065 | 0.100 | 0.150 | 0.133 | 0.207 | 0.244 | 0.226 | 0.298 |
| (20,20) | 0.109 | 0.092 | 0.128 | 0.240 | 0.205 | 0.267 | 0.332 | 0.294 | 0.373 |
| (50,50) | 0.277 | 0.220 | 0.330 | 0.491 | 0.430 | 0.532 | 0.600 | 0.552 | 0.651 |
| (10,15) | 0.050 | 0.063 | 0.114 | 0.129 | 0.152 | 0.232 | 0.224 | 0.238 | 0.326 |
| (20,30) | 0.108 | 0.220 | 0.174 | 0.261 | 0.278 | 0.347 | 0.372 | 0.385 | 0.465 |
| (50,100) | 0.387 | 0.472 | 0.593 | 0.652 | 0.710 | 0.776 | 0.768 | 0.806 | 0.860 |
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$ | | | | | | | | |
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.013[B] | 0.022 | 0.034 | 0.056[B] | 0.067[B] | 0.094 | 0.109[B] | 0.113[B] | 0.152 |
| (20,20) | 0.014[B] | 0.014[B] | 0.019 | 0.052[B] | 0.051[B] | 0.078 | 0.105[B] | 0.100[B] | 0.152 |
| (50,50) | 0.014[B] | 0.014[B] | 0.023 | 0.065[B] | 0.063[B] | 0.082 | 0.132[B] | 0.130[B] | 0.135[B] |
| (10,15) | 0.007[B] | 0.014[B] | 0.154 | 0.041[B] | 0.041[B] | 0.080 | 0.075[B] | 0.095[B] | 0.142[B] |
| (20,30) | 0.009[B] | 0.017 | 0.270 | 0.053[B] | 0.065[B] | 0.084 | 0.116[B] | 0.123[B] | 0.135[B] |
| (50,100) | 0.009[B] | 0.017 | 0.705 | 0.057[B] | 0.075[B] | 0.100 | 0.120[B] | 0.136[B] | 0.166 |
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim \text{Exponential}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$ | | | | | | | | |
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.035 | 0.044 | 0.062 | 0.111 | 0.112 | 0.188 | 0.199 | 0.195 | 0.253 |
| (20,20) | 0.063 | 0.066 | 0076 | 0.178 | 0.159 | 0.195 | 0.298 | 0.281 | 0.288 |
| (50,50) | 0.193 | 0.165 | 0.206 | 0.399 | 0.361 | 0.417 | 0.52 | 0.478 | 0.535 |
| (10,15) | 0.058 | 0.053 | 0.076 | 0.171 | 0.130 | 0.188 | 0.257 | 0.213 | 0.268 |
| (20,30) | 0.098 | 0.069 | 0.112 | 0.255 | 0.197 | 0.238 | 0.350 | 0.281 | 0.337 |
| (50,100) | 0.306 | 0.185 | 0.233 | 0.505 | 0.400 | 0.433 | 0.618 | 0.518 | 0.553 |

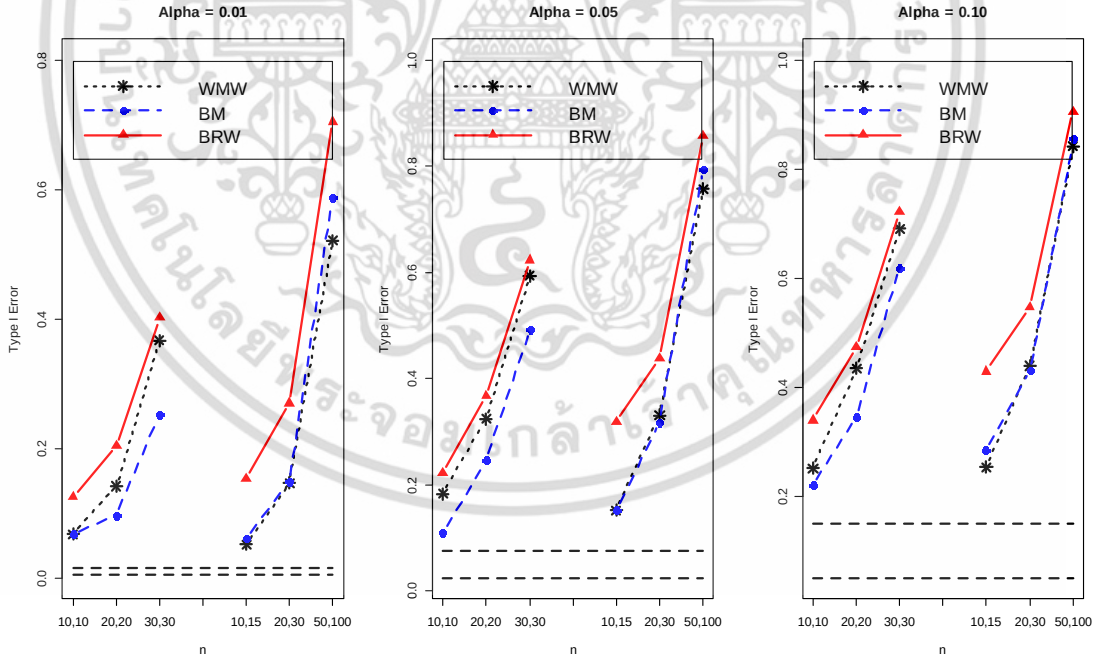
**หมายเหตุ** B หมายถึง มีค่าในช่วงตามเกณฑ์ของ Bradley

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$X_1 \sim N(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$




$X_1 \sim N(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$



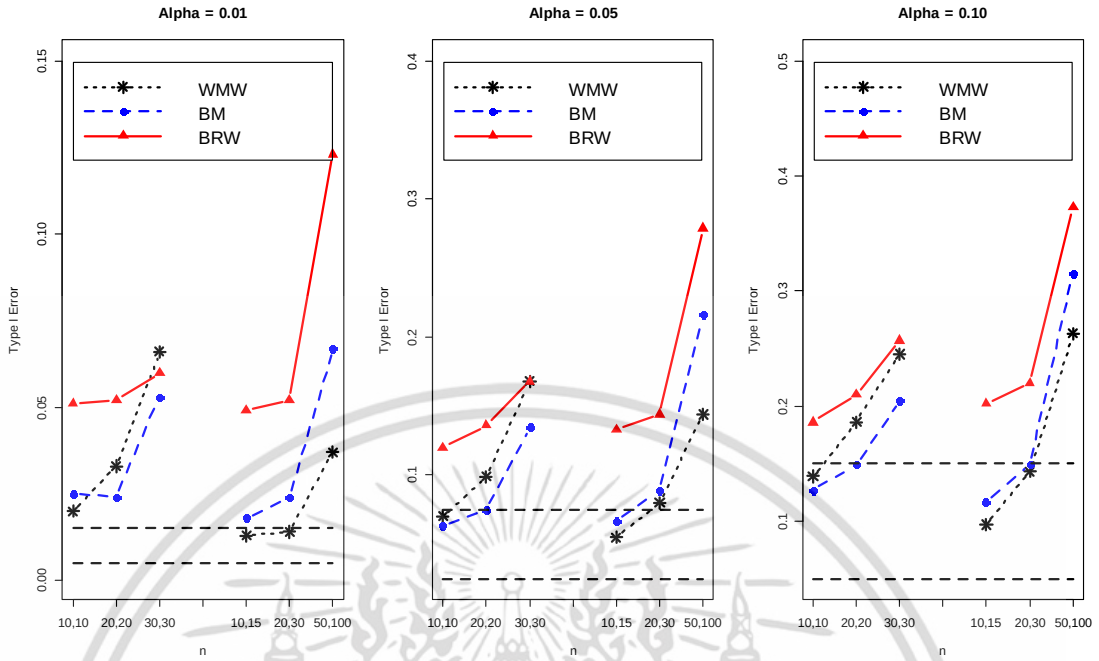

**หมายเหตุ** ด้านซ้ายมือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ส่วนด้านขวามือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

(- - - - - -) หมายถึง เกณฑ์ของ Bradley

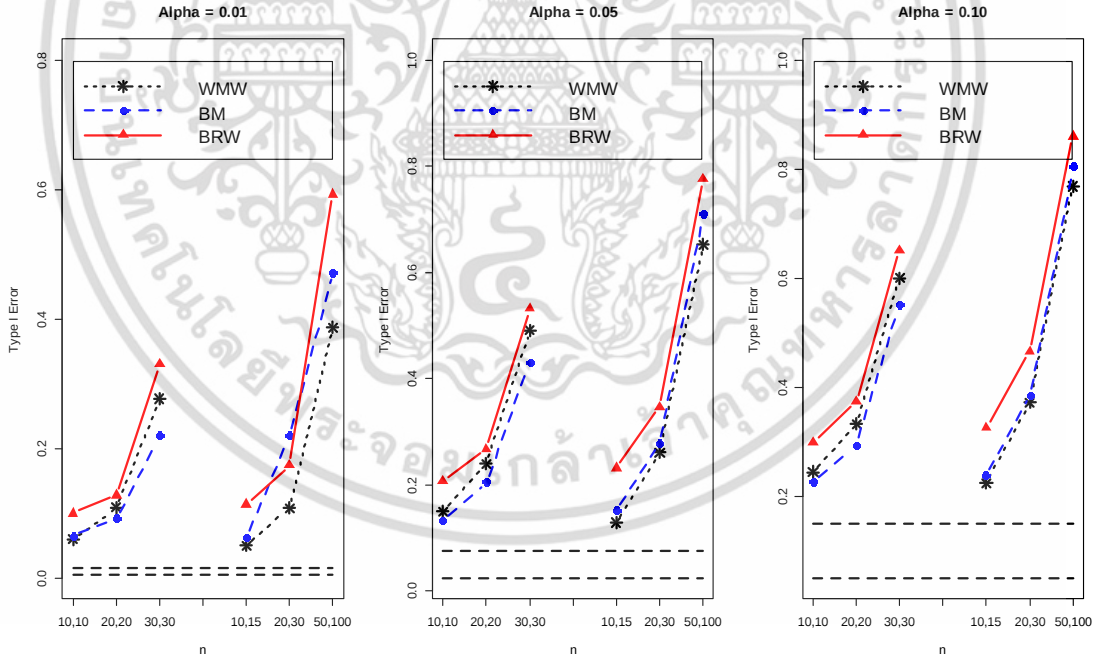
**รูปที่ 4.4** ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนต่างกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$X_1 \sim N(10,2)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$




$X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$



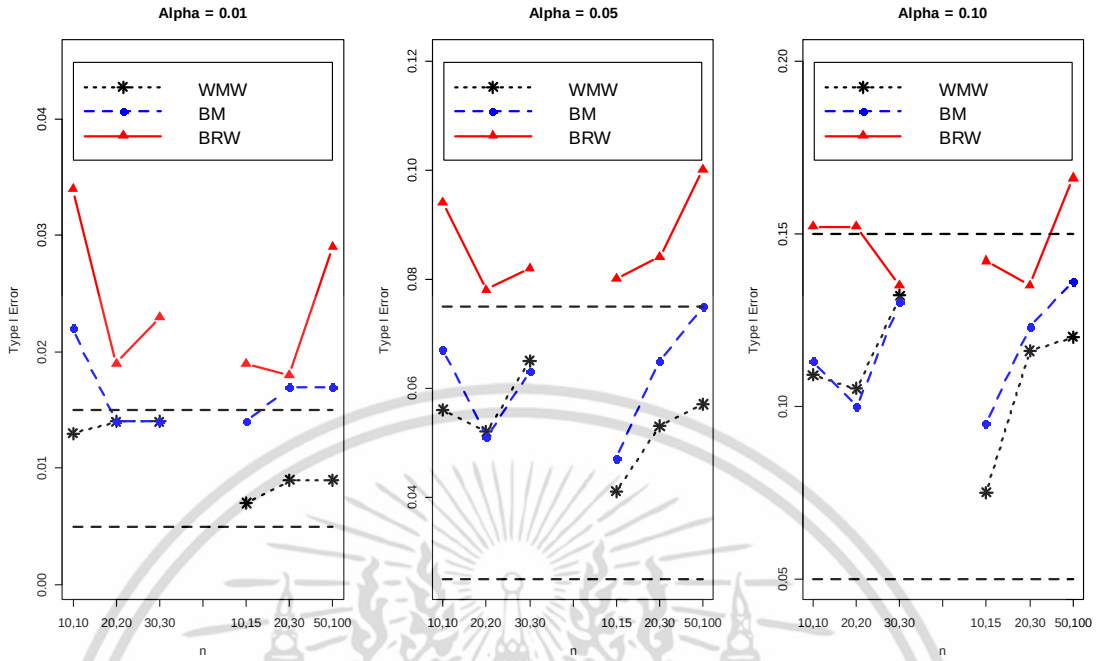

**หมายเหตุ** ด้านซ้ายมือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ส่วนด้านขวามือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

(- - - - - - -) หมายถึง เกณฑ์ของ Bradley

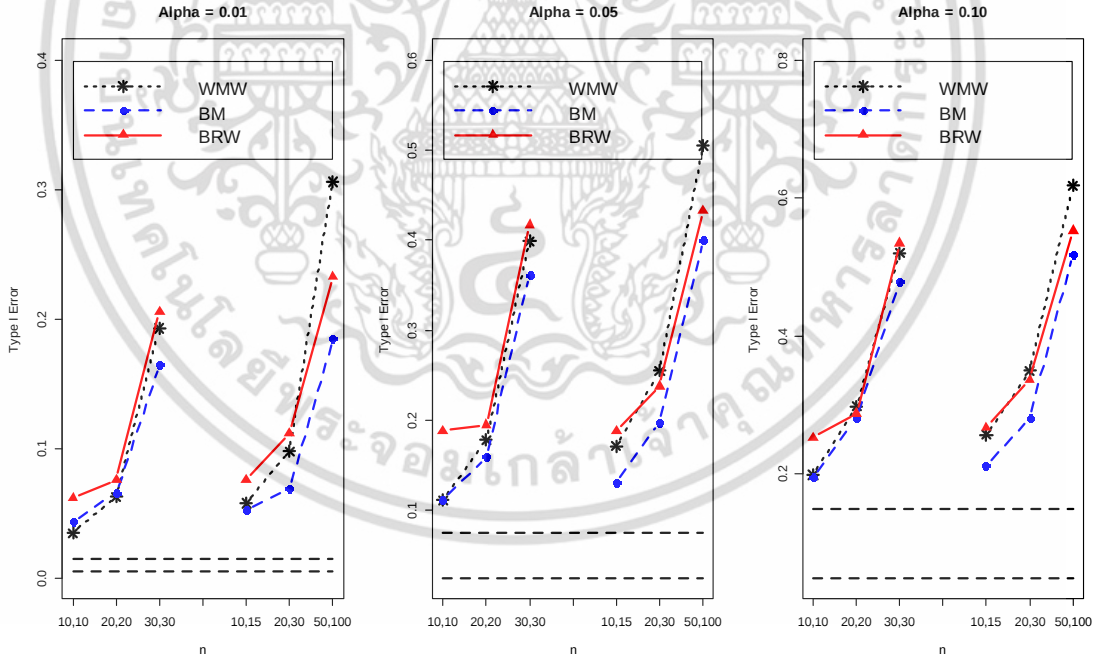
**รูปที่ 4.4** ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนต่างกัน (ต่อ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$




$X_1 \sim \text{Exponential}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(10)$




**หมายเหตุ** ด้านซ้ายมือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ส่วนด้านขวามือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

(- - - - - - -) หมายถึง เกณฑ์ของ Bradley

**รูปที่ 4.4** ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนต่างกัน (ต่อ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ตารางที่ 4.11** จำนวน (ร้อยละ) ของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่ผ่านเกณฑ์ในกรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน ความแปรปรวนต่างกัน และขนาดตัวอย่างเท่ากัน

| ระดับนัยสำคัญ / ตัวสถิติทดสอบ | 0.01 | 0.05 | 0.10 |
|---|---|---|---|
| WMW | **3((3/18)*100=16.67)** | 5(27.78) | 6(33.33) |
| BM | 2(11.11) | **6(33.33)** | **8(44.44)** |
| BRW | 0(0) | 0(0) | 1(5.56) |

ในกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ($n_1 = n_2$) เมื่อใช้เกณฑ์ของ Bradley มาพิจารณาถึงความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 จะพบว่า WMW ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 มี 3 ครั้ง จากทั้งหมด 18 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 16.67 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 มี 5 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 27.78 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 มี 6 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 33.33 ส่วน BM จะพบว่าที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 มี 2 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 11.11 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 มี 6 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 33.33 และ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 มี 8 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 44.44 และ BRW ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05 จะพบว่ามี 0 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 0 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 มี 1 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 5.56

สรุปได้ว่าในกรณีที่ขนาดตัวอย่างต่างกัน เมื่อระดับนัยสำคัญ 0.05 และ 0.10 ตัวสถิติทดสอบ BM มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุด แต่เมื่อระดับนัยสำคัญ 0.01 ตัวสถิติทดสอบ WMW มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุด และพบว่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว มีความสามารถสูงขึ้นเมื่อระดับนัยสำคัญเพิ่มขึ้น

**ตารางที่ 4.12** จำนวน (ร้อยละ) ของความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ที่ผ่านเกณฑ์ในกรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยเท่ากัน และความแปรปรวนเท่ากัน ขนาดตัวอย่างต่างกัน

| ระดับนัยสำคัญ / ตัวสถิติทดสอบ | 0.01 | 0.05 | 0.10 |
|---|---|---|---|
| WMW | **7 ((7/18)*100=38.89)** | **7 (38.89)** | **7 (38.89)** |
| BM | 2 (11.11) | 6 (33.33) | **7 (38.89)** |
| BRW | 0 (0) | 0 (0) | 2 (11.11) |

ในกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน ($n_1 \neq n_2$) เมื่อใช้เกณฑ์ของ Bradley มาพิจารณาถึงความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 จะพบว่า WMW ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 0.05 และ 0.10 จะพบว่ามี 7 ครั้ง จากทั้งหมด 18 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 38.89 ทั้ง 3 ระดับนัยสำคัญ ส่วน BM ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 มี 2 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 11.11 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 มี 6 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 33.33 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 มี 7 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 38.89 และ BRW ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05 จะพบว่ามี 0 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 0 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 มี 2 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 11.11

สรุปได้ว่าในกรณีที่ขนาดตัวอย่างต่างกัน ตัวสถิติทดสอบ WMW มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุด และพบว่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 มีความสามารถสูงขึ้นเมื่อระดับนัยสำคัญเพิ่มขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 4.2 การเปรียบเทียบกำลังการทดสอบ

ผลการเปรียบเทียบกำลังการทดสอบของตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซลและตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ ผลการศึกษามีรายละเอียดดังนี้

### 4.2.1 กรณีข้อมูลทั้งสองกลุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกัน

#### 4.2.1.1 ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนเท่ากัน

**ตารางที่ 4.13** กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนเท่ากัน

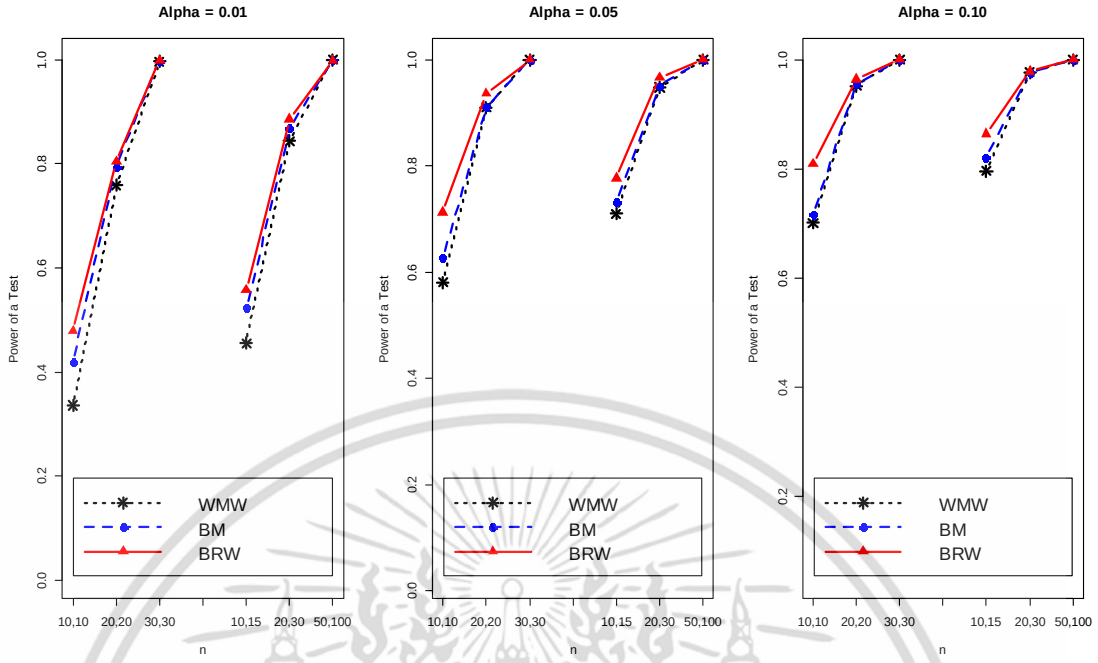
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim N(10,20)$ และ $X_2 \sim N(15,20)$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.336 | 0.418(3) | 0.479* | 0.581 | 0.628(3) | 0.713* | 0.701 | 0.715(3) | 0.809* |
| (20,20) | 0.759 | 0.794 | 0.804* | 0.910 | 0.911 | 0.936* | 0.952 | 0.955 | 0.964* |
| (50,50) | 0.997 | 0.998* | 0.998* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| (10,15) | 0.455 | 0.523 | 0.558* | 0.710 | 0.732 | 0.777* | 0.796 | 0.821 | 0.864* |
| (20,30) | 0.844 | 0.869 | 0.886* | 0.948 | 0.951 | 0.966* | 0.977 | 0.977 | 0.979* |
| (50,100) | 1.000* | 1.000* | 0.999 | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim \text{Gamma}(2,4)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(8,2)$ | | | | | | | | |
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.623 | 0.691(32) | 0.765* | 0.847 | 0.858(32) | 0.909* | 0.924 | 0.928(32) | 0.945* |
| (20,20) | 0.961 | 0.968 | 0.977* | 0.995* | 0.993 | 0.995* | 1.000* | 1.000* | 0.998 |
| (50,50) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| (10,15) | 0.779 | 0.755(12) | 0.798* | 0.927* | 0.902(12) | 0.927* | 0.962* | 0.953(12) | 0.959 |
| (20,30) | 0.981* | 0.978 | 0.977 | 0.995* | 0.995* | 0.995* | 1.000* | 0.998 | 0.999 |
| (50,100) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |

**หมายเหตุ** เลขชี้กำลังของกำลังการทดสอบ หมายถึง จำนวนครั้งที่ไม่สามารถคำนวณค่าของตัวสถิติทดสอบได้ เนื่องจากมีการสุ่มพบข้อมูลที่มีการจัดเรียงลำดับที่ทำให้ค่า $s_X^2$ และ $s_Y^2$ ในตัวสถิติทดสอบ Brunner and Munzel ค่าเท่ากับ 0 เช่น (3) หมายถึง ค่าของตัวสถิติทดสอบที่ไม่สามารถคำนวณได้จำนวน 3 ครั้ง

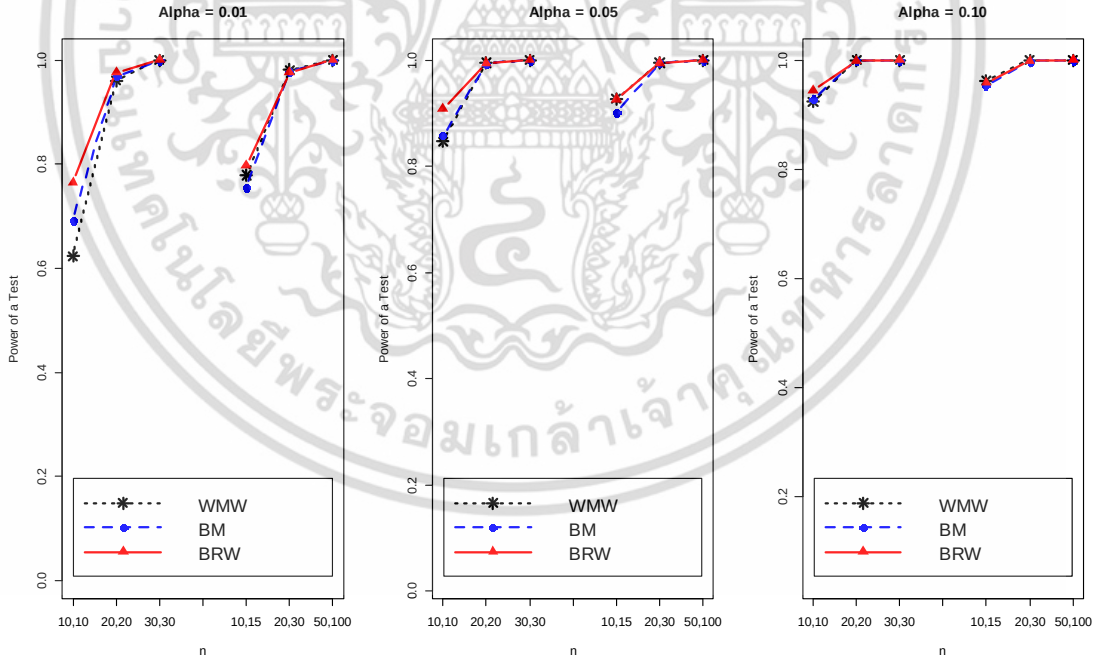
เครื่องหมาย * หมายถึง กำลังการทดสอบสูงที่สุดในสถานการณ์นั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$X_1 \sim N(10,20)$ และ $X_2 \sim N(15,20)$




$X_1 \sim \text{Gamma}(2,4)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(8,2)$




**หมายเหตุ** ด้านซ้ายมือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ส่วนด้านขวามือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

**รูปที่ 4.5** กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนเท่ากัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ตารางที่ 4.14** จำนวน (ร้อยละ) ของกำลังการทดสอบที่มากที่สุด กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน ความแปรปรวนเท่ากัน และขนาดตัวอย่างเท่ากัน

| ระดับนัยสำคัญ / ตัวสถิติทดสอบ | 0.01 | 0.05 | 0.10 |
|---|---|---|---|
| WMW | 1 ((1/6)*100=16.67) | 3 (50) | 3 (50) |
| BM | 2 (33.33) | 2 (33.33) | 3 (50) |
| BRW | **6 (100)** | **6 (100)** | **5 (83.33)** |

**หมายเหตุ** ค่าร้อยละเกิดจากสัดส่วนระหว่างจำนวนครั้งของกำลังการทดสอบที่มากที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากันต่อจำนวนครั้งของกำลังการทดสอบเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากันทั้งหมด ในแต่ละระดับนัยสำคัญ

$$\text{ร้อยละของกำลังการทดสอบมากที่สุด} = \frac{\text{จำนวนครั้งของกำลังการทดสอบที่มากที่สุดเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากัน}}{\text{จำนวนครั้งของกำลังการทดสอบเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากันทั้งหมด}} \times 100$$

ในกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ($n_1 = n_2$) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มีทั้ง 6 ครั้ง จากทั้งหมด 6 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 100 รองลงมาคือ BM มี 2 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 33.33 และ WMW มี 1 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 16.67 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มีทั้ง 6 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 100 รองลงมาคือ WMW มี 3 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 50 และ BM มี 2 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 33.33 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มี 5 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 83.33 รองลงมาคือ BM และ WMW มี 3 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 50

สรุปได้ว่าในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากัน ตัวสถิติทดสอบ BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด รองลงมาคือ WMW และ BM ซึ่งให้ผลใกล้เคียงกัน และพบว่าเมื่อเพิ่มระดับนัยสำคัญเป็น 0.05, 0.1 และเพิ่มขนาดตัวอย่าง ($n_1$ ,$n_2$) คือ (20,20) และ (50,50) จะได้กำลังการทดสอบสูงขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ตารางที่ 4.15** จำนวน (ร้อยละ) ของกำลังการทดสอบที่มากที่สุด กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน ความแปรปรวนเท่ากัน และขนาดตัวอย่างต่างกัน

| ระดับนัยสำคัญ / ตัวสถิติทดสอบ | 0.01 | 0.05 | 0.10 |
|---|---|---|---|
| WMW | 3 ((3/6)*100=50) | 4 (66.67) | 3 (50) |
| BM | 2 (33.33) | 3 (50) | 2 (33.33) |
| BRW | **4 (66.67)** | **6 (100)** | **4 (66.67)** |

**หมายเหตุ** ค่าร้อยละเกิดจากสัดส่วนระหว่างจำนวนครั้งของกำลังการทดสอบที่มากที่สุด เมื่อขนาดตัวอย่างต่างกันต่อจำนวนครั้งของกำลังการทดสอบเมื่อขนาดตัวอย่างต่างกันทั้งหมด ในแต่ละระดับนัยสำคัญ

ในกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน ( $n_1 \neq n_2$ ) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มี 4 ครั้ง จากทั้งหมด 6 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 66.67 รองลงมาคือ WMW มี 3 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 50 และ BRW มี 2 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 33.33 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มีทั้ง 6 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 100 รองลงมาคือ WMW มี 4 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 66.67 และ BM มี 3 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 50 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มี 4 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 66.67 รองลงมาคือ WMW มี 3 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 50 และ BM มี 2 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 33.33

สรุปได้ว่าในกรณีที่ขนาดตัวอย่างต่างกัน ตัวสถิติทดสอบ BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด รองลงมาคือ WMW และ BM ตามลำดับ และพบว่าเมื่อเพิ่มระดับนัยสำคัญเป็น 0.05, 0.1 และเพิ่มขนาดตัวอย่าง ($n_1$ ,$n_2$) คือ (20,30) และ (50,100) จะได้กำลังการทดสอบสูงขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 4.2.1.1 ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนต่างกัน

**ตารางที่ 4.16** กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนต่างกัน

| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim N(10,10)$ และ $X_2 \sim N(15,20)$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.469 | 0.533(9) | 0.623* | 0.699 | 0.723(9) | 0.820* | 0.793 | 0.805(9) | 0.899* |
| (20,20) | 0.885 | 0.897 | 0.912* | 0.968 | 0.970* | 0.969 | 0.985* | 0.984 | 0.983 |
| (50,50) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| (10,15) | 0.591 | 0.697 | 0.727* | 0.829 | 0.868 | 0.878* | 0.903 | 0.926 | 0.936* |
| (20,30) | 0.941 | 0.962 | 0.971* | 0.990 | 0.993* | 0.991 | 0.996 | 0.998* | 0.996 |
| (50,100) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,2)$ | | | | | | | | |
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.940 | 0.968(124) | 0.980* | 0.987 | 0.991(124) | 0.993* | 0.998 | 0.998(124) | 0.999* |
| (20,20) | 1.000* | 1.000(7)* | 1.000* | 1.000* | 0.995(7) | 1.000* | 1.000* | 1.000(7)* | 1.000* |
| (50,50) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| (10,15) | 0.983 | 0.992(66)* | 0.992* | 0.999* | 0.999(66)* | 0.999* | 0.999* | 0.999(66)* | 0.999* |
| (20,30) | 1.000* | 1.000(5)* | 1.000* | 1.000* | 1.000(5)* | 1.000* | 1.000* | 1.000(5)* | 1.000* |
| (50,100) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim \text{Exponential}(5)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(8)$ | | | | | | | | |
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.042 | 0.084* | 0.070 | 0.147 | 0.168 | 0.184* | 0.217 | 0.233 | 0.277* |
| (20,20) | 0.085 | 0.109* | 0.108 | 0.241 | 0.251 | 0.275* | 0.347 | 0.353 | 0.376* |
| (50,50) | 0.296 | 0.315* | 0.293 | 0.541 | 0.547* | 0.514 | 0.662 | 0.663* | 0.653 |
| (10,15) | 0.037 | 0.062 | 0.066* | 0.148 | 0.166 | 0.201* | 0.223 | 0.245 | 0.313* |
| (20,30) | 0.107 | 0.134* | 0.120 | 0.264 | 0.281 | 0.290* | 0.380 | 0.393 | 0.436* |
| (50,100) | 0.425 | 0.475* | 0.429 | 0.667 | 0.686* | 0.651 | 0.765 | 0.780* | 0.758 |

**หมายเหตุ** เลขชี้กำลังของกำลังการทดสอบ หมายถึง จำนวนครั้งที่ไม่สามารถคำนวณค่าของตัวสถิติทดสอบได้ เนื่องจากมีการสุ่มพบข้อมูลที่มีการจัดเรียงลำดับที่ทำให้ค่า $S_X^2$ และ $S_Y^2$ ในตัวสถิติทดสอบ Brunner and Munzel ค่าเท่ากับ 0 เช่น (9) หมายถึง ค่าของตัวสถิติทดสอบที่ไม่สามารถคำนวณได้จำนวน 9 ครั้ง

เครื่องหมาย * หมายถึง กำลังการทดสอบสูงที่สุดในสถานการณ์นั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

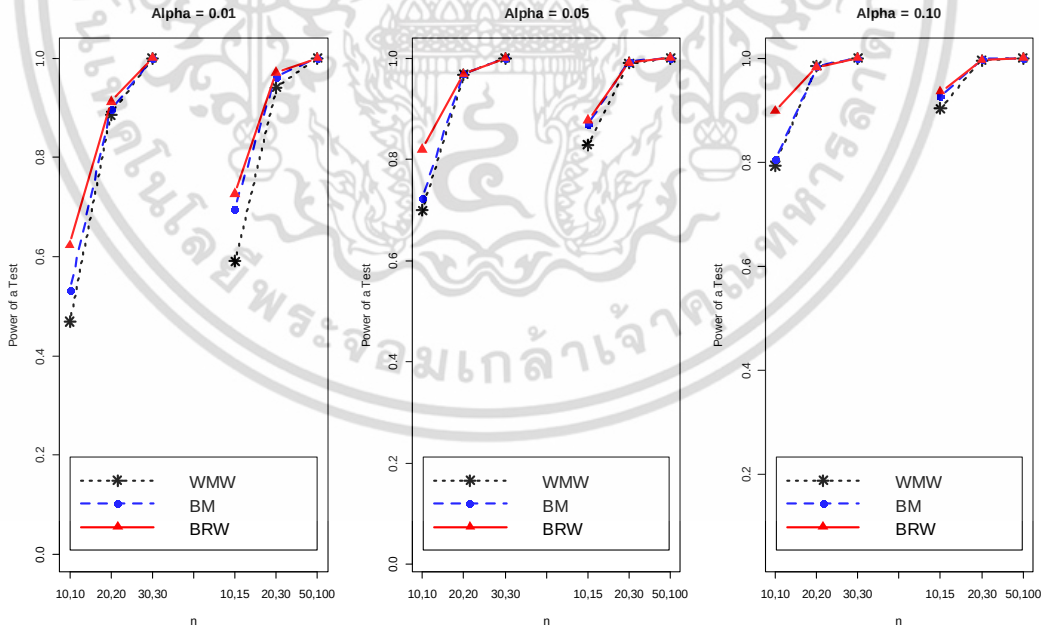
**ตารางที่ 4.16** กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนต่างกัน (ต่อ)

| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim \text{Chi}-\text{Square}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi}-\text{Square}(15)$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.320 | 0.407(6) | 0.442* | 0.556 | 0.596(6) | 0.666* | 0.689 | 0.708(6) | 0.771* |
| (20,20) | 0.689 | 0.731 | 0.733* | 0.878 | 0.887 | 0.895* | 0.927 | 0.932 | 0.937* |
| (50,50) | 0.991 | 0.992 | 0.993* | 1.000* | 1.000* | 0.999 | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| (10,15) | 0.383 | 0.449(1) | 0.492* | 0.647 | 0.664(1) | 0.712* | 0.751 | 0.757(1) | 0.829* |
| (20,30) | 0.812 | 0.822 | 0.836* | 0.925 | 0.930 | 0.939* | 0.958 | 0.958 | 0.964* |
| (50,100) | 1.000* | 1.000* | 0.998 | 1.000* | 1.000* | 0.999 | 1.000* | 1.000* | 0.999 |

**หมายเหตุ** เลขชี้กำลังของกำลังการทดสอบ หมายถึง จำนวนครั้งที่ไม่สามารถคำนวณค่าของตัวสถิติทดสอบได้ เนื่องจากมีการสุ่มพบข้อมูลที่มีการจัดเรียงลำดับที่ทำให้ค่า $S_X^2$ และ $S_Y^2$ ในตัวสถิติทดสอบ Brunner and Munzel ค่าเท่ากับ 0 เช่น (9) หมายถึง ค่าของตัวสถิติทดสอบที่ไม่สามารถคำนวณได้จำนวน 9 ครั้ง

เครื่องหมาย * หมายถึง กำลังการทดสอบสูงที่สุดในสถานการณ์นั้น

$X_1 \sim N(10,10)$ และ $X_2 \sim N(15,20)$

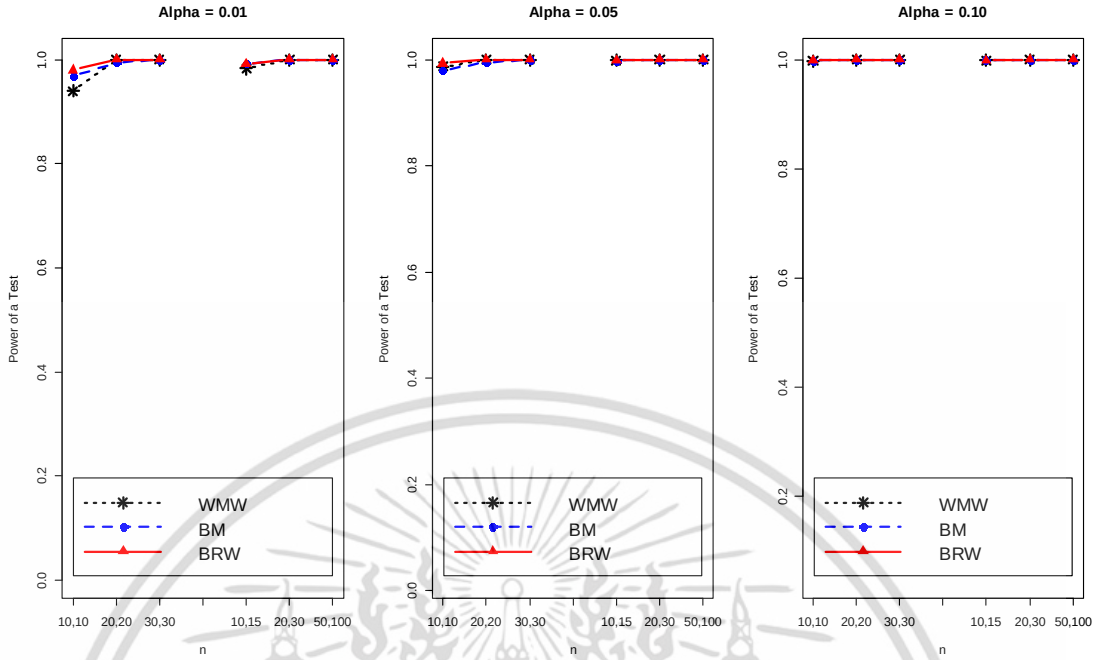



**หมายเหตุ** ด้านซ้ายมือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ส่วนด้านขวามือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

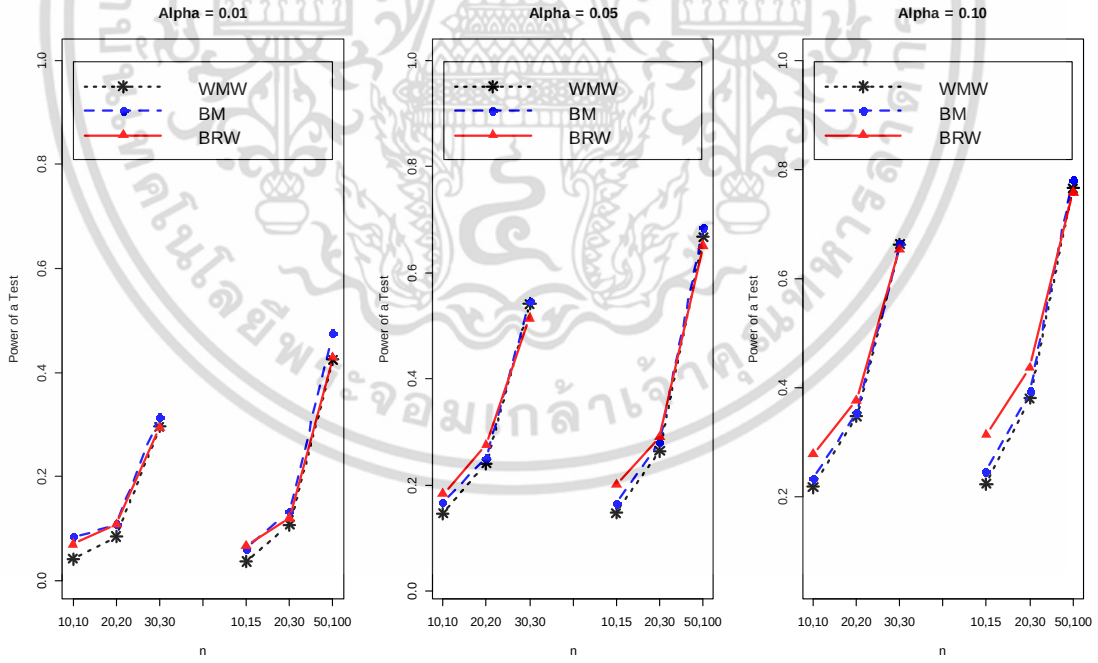
**รูปที่ 4.6** กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนต่างกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,2)$




$X_1 \sim \text{Exponential}(5)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(8)$

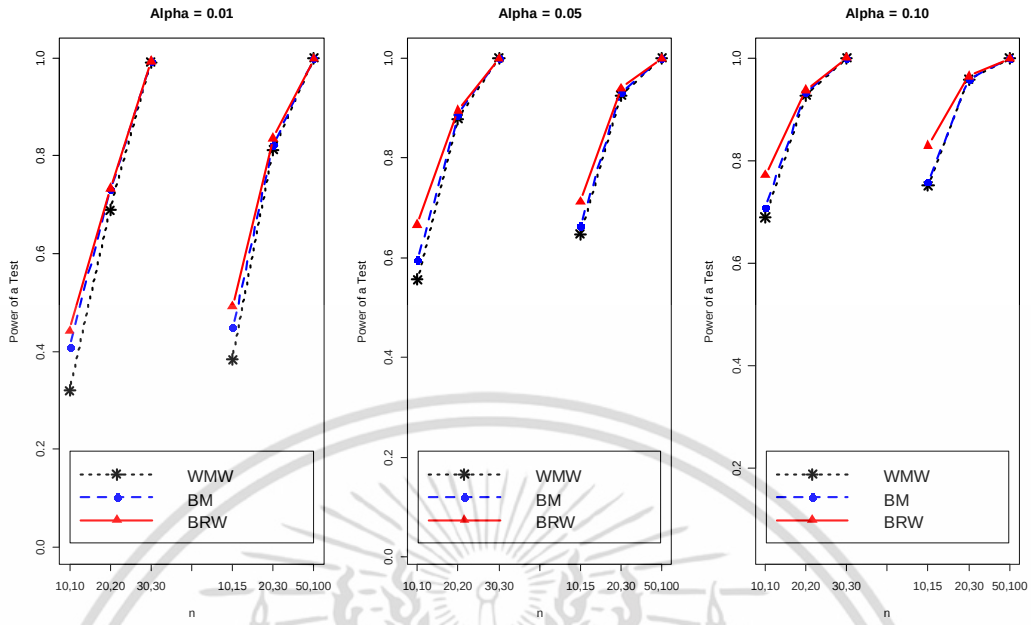



**หมายเหตุ** ด้านซ้ายมือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ส่วนด้านขวามือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

**รูปที่ 4.6** กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนต่างกัน (ต่อ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$X_1 \sim \text{Chi} - \text{Square}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi} - \text{Square}(15)$




**หมายเหตุ** ด้านซ้ายมือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ส่วนด้านขวามือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

**รูปที่ 4.6** กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนต่างกัน (ต่อ)

**ตารางที่ 4.17** จำนวน (ร้อยละ) ของกำลังการทดสอบที่มากที่สุด กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน ความแปรปรวนต่างกัน และขนาดตัวอย่างเท่ากัน

| ระดับนัยสำคัญ / ตัวสถิติทดสอบ | 0.01 | 0.05 | 0.10 |
|---|---|---|---|
| WMW | 3 ((3/12)*100=25) | 4 (33.33) | 5 (41.67) |
| BM | 6 (50) | 5 (41.67) | 5 (41.67) |
| BRW | **9 (75)** | **9 (75)** | **10 (83.33)** |

ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากัน ( $n_1 = n_2$ ) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มี 9 ครั้ง จากทั้งหมด 12 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 75 รองลงมาคือ BM มี 6 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 50 และ WMW มี 3 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 25 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มี 9 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 75 รองลงมาคือ BM มี 5 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 41.67 และ WMW มี 4 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 33.33 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มี 10 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 83.33 รองลงมาคือ BM และ WMW มี 5 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 41.67

สรุปได้ว่าในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากัน ตัวสถิติทดสอบ BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด รองลงมาคือ BM และ WMW ตามลำดับ และพบว่าเมื่อเพิ่มระดับนัยสำคัญเป็น 0.05, 0.1 และเพิ่มขนาดตัวอย่าง ($n_1$ ,$n_2$) คือ (20,20) และ (50,50) จะได้กำลังการทดสอบสูงขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ตารางที่ 4.18** จำนวน (ร้อยละ) ของกำลังการทดสอบที่มากที่สุด กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน ความแปรปรวนต่างกัน และขนาดตัวอย่างต่างกัน

| ระดับนัยสำคัญ / ตัวสถิติทดสอบ | 0.01 | 0.05 | 0.10 |
|---|---|---|---|
| WMW | 4 ((4/12)*100=33.33) | 5 (41.67) | 5 (41.67) |
| BM | 7 (58.33) | 7 (58.33) | 7 (58.33) |
| BRW | **9 (75)** | **9 (75)** | **9 (75)** |

ในกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน ($n_1 \neq n_2$) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มี 9 ครั้ง จากทั้งหมด 12 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 75 รองลงมาคือ BM มี 7 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 58.33 และ WMW มี 4 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 33.33 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มี 9 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 75 รองลงมาคือ BM มี 7 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 58.33 และ WMW มี 5 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 41.67 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มี 9 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 75 รองลงมาคือ BM มี 7 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 58.33 และ WMW มี 5 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 41.67

สรุปได้ว่าในกรณีที่ขนาดตัวอย่างต่างกัน ตัวสถิติทดสอบ BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด รองลงมาคือ BM และ WMW ตามลำดับ และพบว่าเมื่อเพิ่มระดับนัยสำคัญเป็น 0.05, 0.1 และเพิ่มขนาดตัวอย่าง ($n_1$ ,$n_2$) คือ (20,30) และ (50,100) จะได้กำลังการทดสอบสูงขึ้น

### 4.2.2 กรณีข้อมูลทั้งสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน

#### 4.2.2.1 ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนเท่ากัน

**ตารางที่ 4.19** กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนเท่ากัน

| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim N(15,10)$ และ $X_2 \sim Gamma(10,1)$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.700 | 0.762(31) | 0.793* | 0.870 | 0.899(31) | 0.919* | 0.934 | 0.939(31) | 0.964* |
| (20,20) | 0.983 | 0.986 | 0.990* | 0.995 | 0.995 | 1.000* | 0.998 | 0.998 | 1.000* |
| (50,50) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| (10,15) | 0.802 | 0.846 | 0.880* | 0.946 | 0.952 | 0.973* | 0.977 | 0.985 | 0.987* |
| (20,30) | 0.994 | 0.997* | 0.997* | 0.995 | 1.000* | 0.999 | 1.000* | 1.000* | 0.999 |
| (50,100) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |

**หมายเหตุ** เลขชี้กำลังของกำลังการทดสอบ หมายถึง จำนวนครั้งที่ไม่สามารถคำนวณค่าของตัวสถิติทดสอบได้ เนื่องจากมีการสุ่มพบข้อมูลที่มีการจัดเรียงลำดับที่ทำให้ค่า $s_X^2$ และ $s_Y^2$ ในตัวสถิติทดสอบ Brunner and Munzel ค่าเท่ากับ 0 เช่น (31) หมายถึง ค่าของตัวสถิติทดสอบที่ไม่สามารถคำนวณได้จำนวน 31 ครั้ง

เครื่องหมาย * หมายถึง กำลังการทดสอบสูงที่สุดในสถานการณ์นั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ตารางที่ 4.19** กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนเท่ากัน (ต่อ)

| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim N(10,25)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(5)$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.363 | 0.407(2) | 0.491* | 0.615 | 0.634(2) | 0.700* | 0.727 | 0.734(2) | 0.808* |
| (20,20) | 0.774 | 0.792 | 0.819* | 0.932* | 0.929 | 0.932* | 0.958 | 0.958 | 0.961* |
| (50,50) | 0.998* | 0.998* | 0.997 | 0.999* | 0.999* | 0.999* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| (10,15) | 0.474 | 0.517(3) | 0.612* | 0.711 | 0.733(3) | 0.803* | 0.815 | 0.822(3) | 0.879* |
| (20,30) | 0.836 | 0.841 | 0.882* | 0.951 | 0.949 | 0.967* | 0.978 | 0.976 | 0.987* |
| (50,100) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim N(10,40)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$ | | | | | | | | |
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.735 | 0.818(27) | 0.833* | 0.903 | 0.920(27) | 0.945* | 0.949 | 0.956(27) | 0.970 |
| (20,20) | 0.987 | 0.990(1) | 0.991* | 0.999* | 0.999(1)* | 0.998 | 0.999 | 1.000(1)* | 1.000* |
| (50,50) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| (10,15) | 0.823 | 0.858(7) | 0.872* | 0.954* | 0.953(7) | 0.951 | 0.973 | 0.971(7) | 0.979* |
| (20,30) | 0.996 | 0.997* | 0.996 | 1.000* | 1.000* | 0.999 | 1.000* | 1.000* | 0.999 |
| (50,100) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(\text{Square root}(10))$ | | | | | | | | |
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.923 | 0.930(188) | 0.966* | 0.990* | 0.984(188) | 0.990* | 0.995 | 0.995(188) | 0.996* |
| (20,20) | 0.999 | 0.999(21) | 1.000* | 1.000* | 0.999(21) | 1.000* | 1.000* | 1.000(21)* | 1.000* |
| (50,50) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| (10,15) | 0.985 | 0.993(96) | 0.997* | 0.996 | 0.996(96) | 0.999* | 0.997 | 0.998(96) | 1.000* |
| (20,30) | 1.000* | 1.000(5)* | 1.000* | 1.000* | 1.000(5)* | 1.000* | 1.000* | 1.000(5)* | 1.000* |
| (50,100) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |

**หมายเหตุ** เลขชี้กำลังของกำลังการทดสอบ หมายถึง จำนวนครั้งที่ไม่สามารถคำนวณค่าของตัวสถิติทดสอบได้ เนื่องจากมีการสุ่มพบข้อมูลที่มีการจัดเรียงลำดับที่ทำให้ค่า $s_X^2$ และ $s_Y^2$ ในตัวสถิติทดสอบ Brunner and Munzel ค่าเท่ากับ 0 เช่น (2) หมายถึง ค่าของตัวสถิติทดสอบที่ไม่สามารถคำนวณได้จำนวน 2 ครั้ง

เครื่องหมาย * หมายถึง กำลังการทดสอบสูงที่สุดในสถานการณ์นั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ตารางที่ 4.19** กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนเท่ากัน (ต่อ)

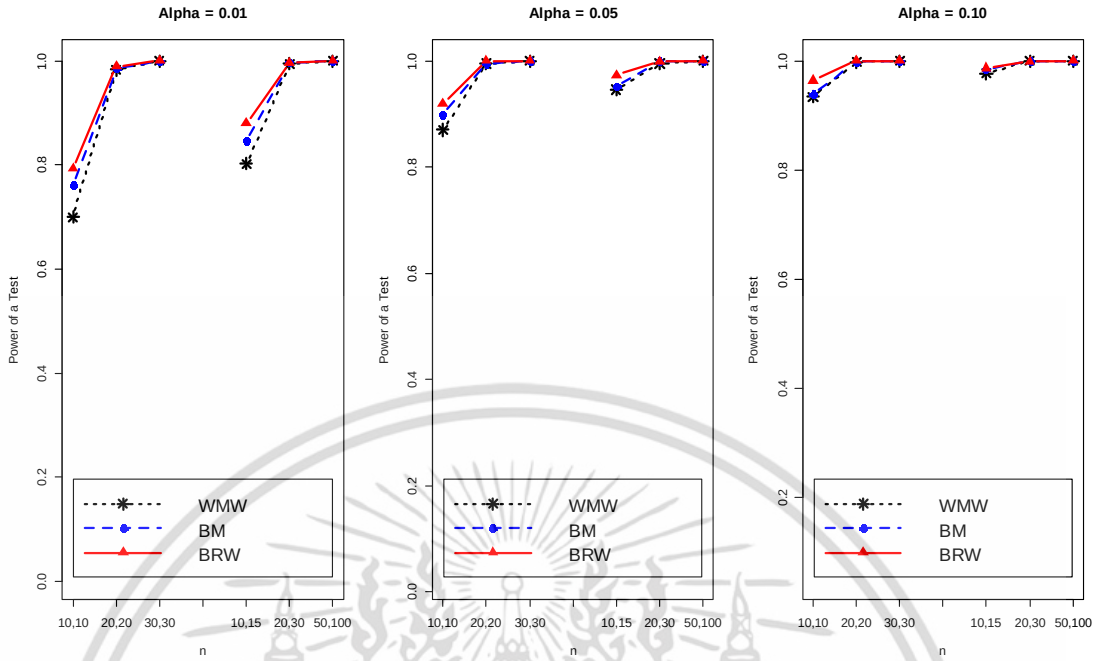
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(5)$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.702 | 0.780[(49)] | 0.844* | 0.910 | 0.919[(49)] | 0.939* | 0.954 | 0.955[(49)] | 0.969* |
| (20,20) | 0.990 | 0.993* | 0.986 | 1.000* | 1.000* | 0.997 | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| (50,50) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| (10,15) | 0.859 | 0.925[(17)]* | 0.920 | 0.966 | 0.972[(17)] | 0.976* | 0.985 | 0.989[(17)] | 0.991* |
| (20,30) | 0.999* | 0.999* | 0.997 | 1.000* | 1.000* | 0.999 | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| (50,100) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim \text{Exponential}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(50)$ | | | | | | | | |
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.997 | 0.996[(740)] | 1.000* | 0.999 | 0.998[(740)] | 1.000* | 0.999 | 0.999[(740)] | 1.000* |
| (20,20) | 1.000* | 1.000[(473)]* | 1.000* | 1.000* | 1.000[(473)]* | 1.000* | 1.000* | 1.000[(473)]* | 1.000* |
| (50,50) | 1.000* | 1.000[(94)]* | 1.000* | 1.000* | 1.000[(94)]* | 1.000* | 1.000* | 1.000[(94)]* | 1.000* |
| (10,15) | 1.000* | 1.000[(714)]* | 1.000* | 1.000* | 1.000[(714)]* | 1.000* | 1.000* | 1.000[(714)]* | 1.000* |
| (20,30) | 1.000* | 1.000[(436)]* | 1.000* | 1.000* | 1.000[(436)]* | 1.000* | 1.000* | 1.000[(436)]* | 1.000* |
| (50,100) | 1.000* | 1.000[(81)]* | 1.000* | 1.000* | 1.000[(81)]* | 1.000* | 1.000* | 1.000[(81)]* | 1.000* |

**หมายเหตุ** เลขชี้กำลังของกำลังการทดสอบ หมายถึง จำนวนครั้งที่ไม่สามารถคำนวณค่าของตัวสถิติทดสอบได้ เนื่องจากมีการสุ่มพบข้อมูลที่มีการจัดเรียงลำดับที่ทำให้ค่า $s_X^2$ และ $s_Y^2$ ในตัวสถิติทดสอบ Brunner and Munzel ค่าเท่ากับ 0 เช่น (49) หมายถึง ค่าของตัวสถิติทดสอบที่ไม่สามารถคำนวณได้จำนวน 49 ครั้ง

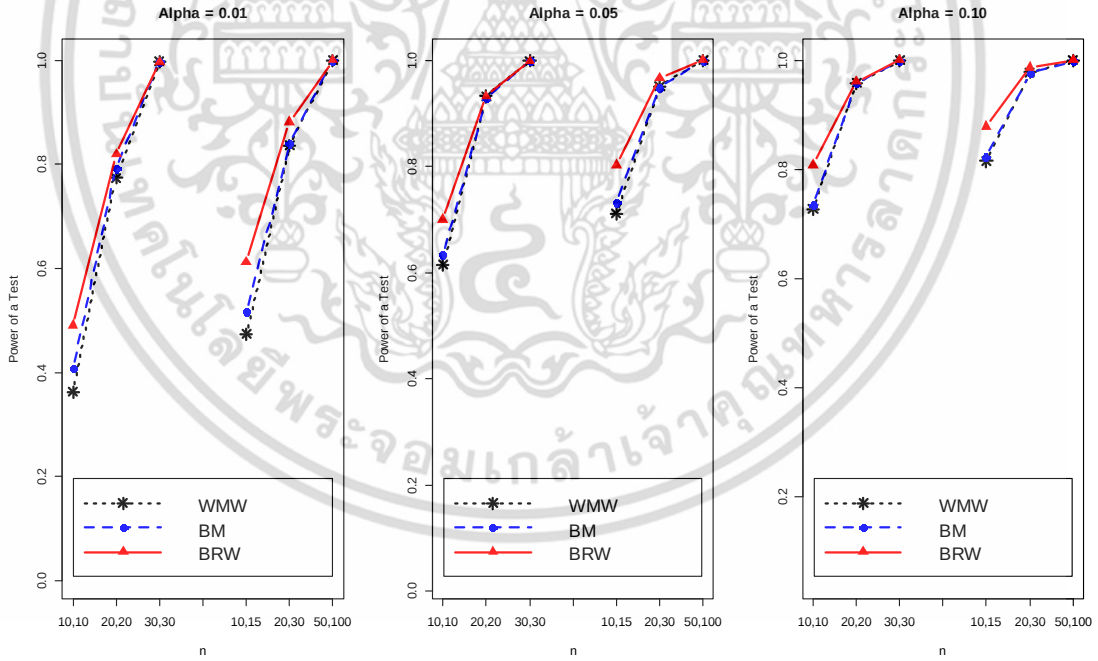
เครื่องหมาย * หมายถึง กำลังการทดสอบสูงที่สุดในสถานการณ์นั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$X_1 \sim N(15,10)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$




$X_1 \sim N(10,25)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(5)$

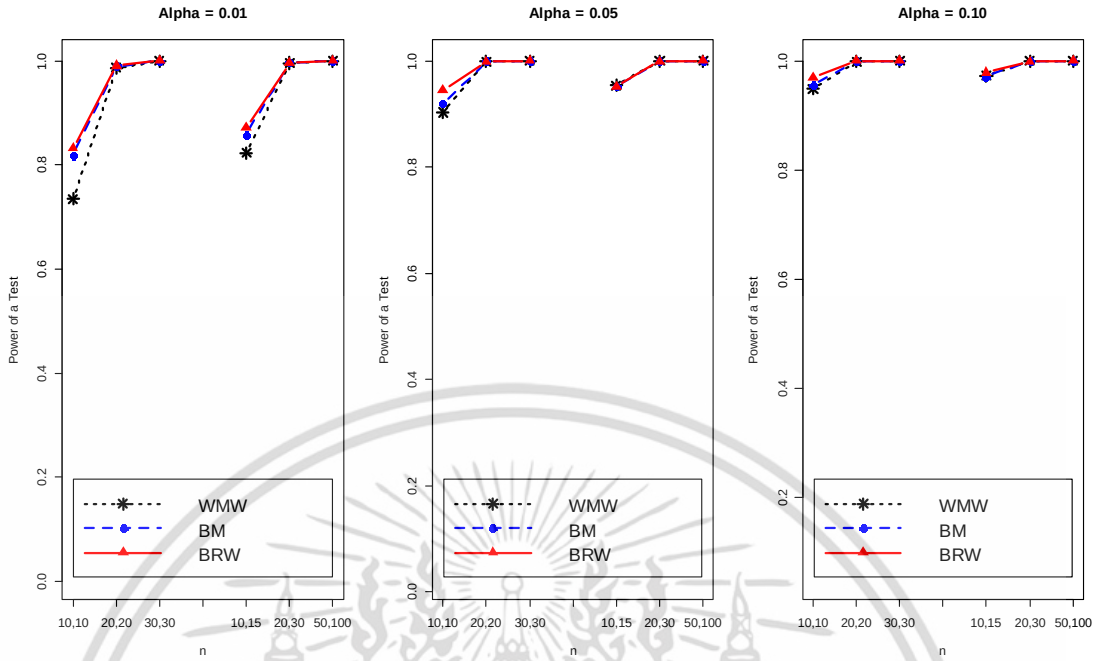



**หมายเหตุ** ด้านซ้ายมือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ส่วนด้านขวามือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

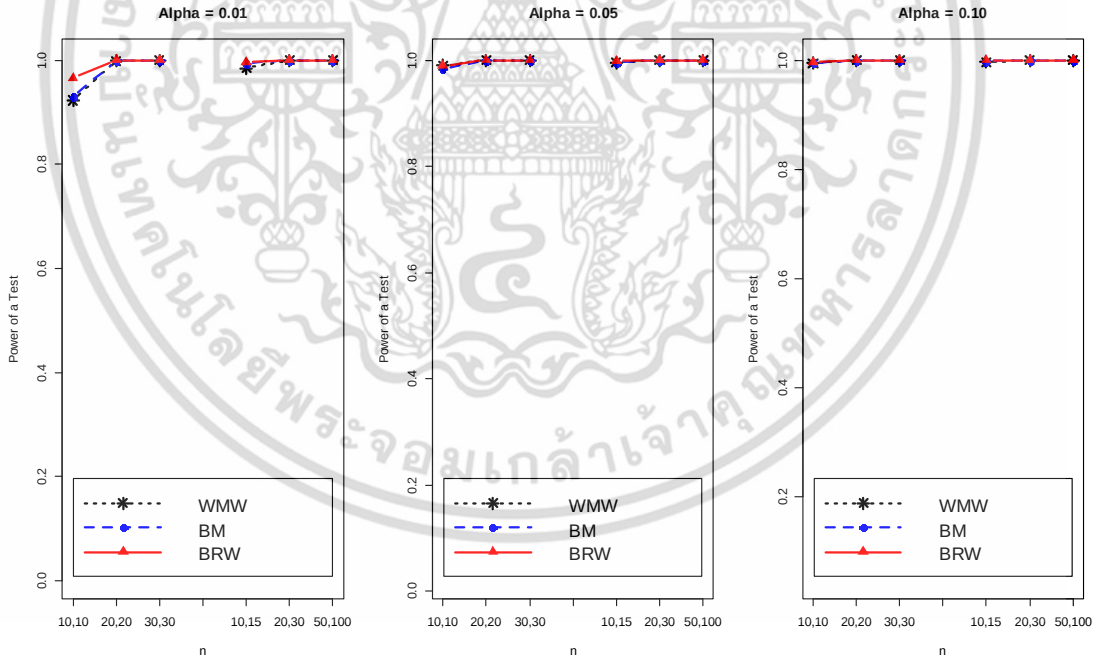
**รูปที่ 4.7** กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนเท่ากัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$X_1 \sim N(10,40)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$




$X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(\text{Square root}(10))$

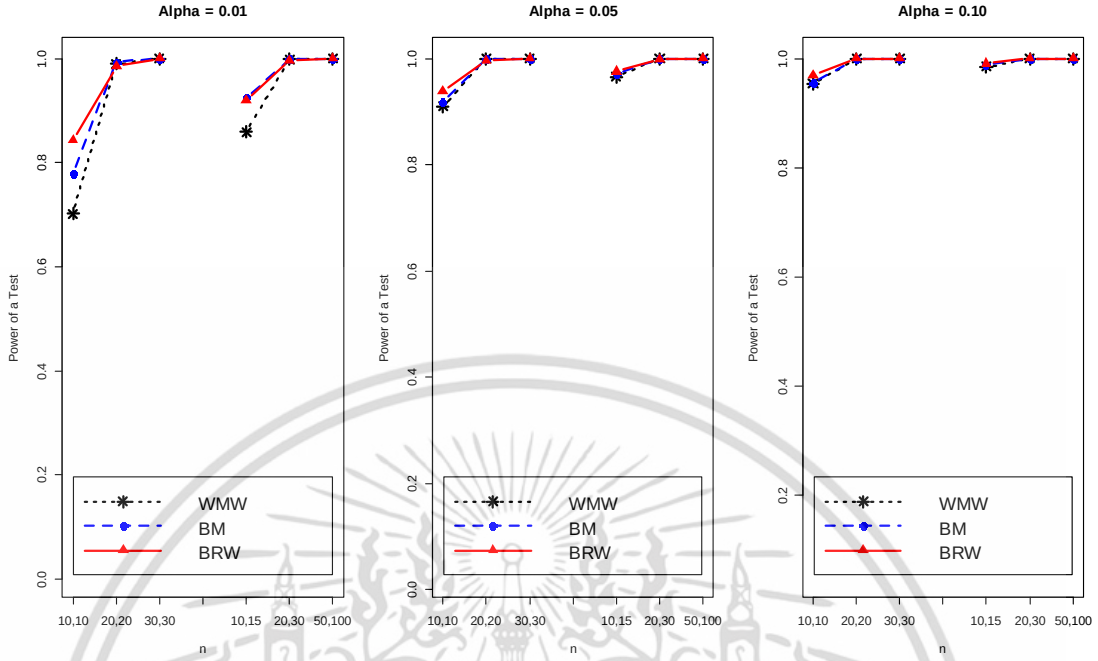



**หมายเหตุ** ด้านซ้ายมือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ส่วนด้านขวามือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

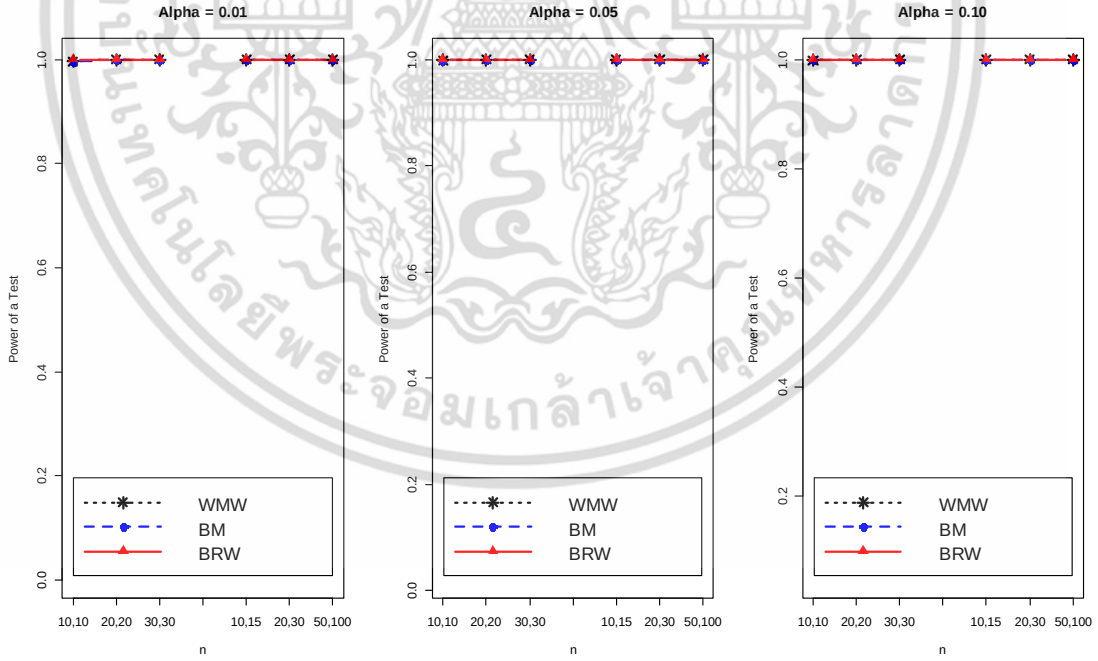
**รูปที่ 4.7** กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนเท่ากัน (ต่อ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(5)$




$X_1 \sim \text{Exponential}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(50)$




**หมายเหตุ** ด้านซ้ายมือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ส่วนด้านขวามือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

**รูปที่ 4.7** กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนเท่ากัน (ต่อ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ตารางที่ 4.20** จำนวน (ร้อยละ) ของกำลังการทดสอบที่มากที่สุด กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน ความแปรปรวนเท่ากัน และขนาดตัวอย่างเท่ากัน

| ระดับนัยสำคัญ / ตัวสถิติทดสอบ | 0.01 | 0.05 | 0.10 |
|---|---|---|---|
| WMW | 7 ((7/18)*100=38.89) | 12 (66.67) | 9 (50) |
| BM | 8 (44.44) | 9 (50) | 10 (55.56) |
| BRW | **16 (88.89)** | **16 (88.89)** | **17 (94.44)** |

ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีขนาดเท่ากัน ( $n_1 = n_2$ ) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มี 16 ครั้ง จากทั้งหมด 18 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 88.89 รองลงมาคือ BM มี 8 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 44.44 และ WMW มี 7 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 38.89 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มี 16 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 88.89 รองลงมาคือ WMW มี 12 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 66.67 และ BM มี 9 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 50 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มี 17 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 94.44 รองลงมาคือ BM มี 10 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 55.56 และ WMW มี 9 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 50

สรุปได้ว่าในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากัน ตัวสถิติทดสอบ BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด รองลงมาคือ BM และ WMW ตามลำดับ และพบว่าเมื่อเพิ่มระดับนัยสำคัญเป็น 0.05, 0.1 และเพิ่มขนาดตัวอย่าง ($n_1$ ,$n_2$) คือ (20,20) และ (50,50) จะได้กำลังการทดสอบสูงขึ้น

**ตารางที่ 4.21** จำนวน (ร้อยละ) ของกำลังการทดสอบที่มากที่สุด กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน ความแปรปรวนเท่ากัน และขนาดตัวอย่างต่างกัน

| ระดับนัยสำคัญ / ตัวสถิติทดสอบ | 0.01 | 0.05 | 0.10 |
|---|---|---|---|
| WMW | 10 ((10/18)*100=55.56) | 12 (66.67) | 10 (55.56) |
| BM | 13 (72.22) | 12 (66.67) | 12 (66.67) |
| BRW | **15 (83.33)** | **14 (77.78)** | **16 (88.89)** |

ในกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน ( $n_1 \neq n_2$ ) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มี 15 ครั้ง จากทั้งหมด 18 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 83.33 รองลงมาคือ BM มี 13 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 72.22 และ WMW มี 10 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 55.56 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มี 14 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 77.78 รองลงมาคือ BM และ WMW มี 12 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 66.67 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มี 16 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 88.89 รองลงมาคือ BM มี 12 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 66.67 และ WMW มี 10 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 55.56

สรุปได้ว่าในกรณีที่ขนาดตัวอย่างต่างกัน ตัวสถิติทดสอบ BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด รองลงมาคือ BM และ WMW ตามลำดับ และพบว่าเมื่อเพิ่มระดับนัยสำคัญเป็น 0.05, 0.1 และเพิ่มขนาดตัวอย่าง ($n_1$ ,$n_2$) คือ (20,30) และ (50,100) จะได้กำลังการทดสอบสูงขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 4.2.2.2 ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนต่างกัน

**ตารางที่ 4.22** กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนต่างกัน

| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim N(15,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.865 | 0.864$^{(157)}$ | 0.934* | 0.966 | 0.956$^{(157)}$ | 0.978* | 0.981 | 0.978$^{(157)}$ | 0.991* |
| (20,20) | 0.999 | 0.998$^{(20)}$ | 1.000* | 1.000* | 1.000$^{(20)}$* | 1.000* | 1.000* | 1.000$^{(20)}$* | 1.000* |
| (50,50) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| (10,15) | 0.953 | 0.974$^{(67)}$ | 0.980* | 0.997 | 0.997$^{(67)}$ | 0.999* | 1.000* | 1.000$^{(67)}$* | 1.000* |
| (20,30) | 0.999 | 0.999$^{(3)}$ | 1.000* | 1.000* | 1.000$^{(3)}$* | 1.000* | 1.000* | 1.000$^{(3)}$* | 1.000* |
| (50,100) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim N(15,2)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$ | | | | | | | | |
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.297 | 0.280$^{(44)}$ | 0.497* | 0.563 | 0.379$^{(44)}$ | 0.639* | 0.633 | 0.602$^{(44)}$ | 0.758* |
| (20,20) | 0.705 | 0.569$^{(1)}$ | 0.739* | 0.856 | 0.791$^{(1)}$ | 0.867* | 0.915 | 0.862$^{(1)}$ | 0.925* |
| (50,50) | 0.986 | 0.962 | 0.988* | 0.998* | 0.995 | 0.993 | 0.999* | 0.998 | 0.995 |
| (10,15) | 0.374 | 0.376$^{(5)}$ | 0.595* | 0.632 | 0.615$^{(5)}$ | 0.784* | 0.760 | 0.762$^{(5)}$ | 0.876* |
| (20,30) | 0.786 | 0.771 | 0.879* | 0.917 | 0.900 | 0.954* | 0.959 | 0.952 | 0.974* |
| (50,100) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim N(15,2)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$ | | | | | | | | |
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.297 | 0.299$^{(13)}$ | 0.449* | 0.529 | 0.475$^{(13)}$ | 0.636* | 0.657 | 0.616$^{(13)}$ | 0.752* |
| (20,20) | 0.636 | 0.572 | 0.748* | 0.839 | 0.790 | 0.885* | 0.898 | 0.864 | 0.922* |
| (50,50) | 0.986 | 0.976 | 0.990* | 0.997 | 0.997 | 0.998* | 0.999* | 0.998 | 0.999* |
| (10,15) | 0.385 | 0.443$^{(3)}$ | 0.607* | 0.649 | 0.671$^{(3)}$ | 0.793* | 0.767 | 0.783$^{(3)}$ | 0.852* |
| (20,30) | 0.789 | 0.819 | 0.892* | 0.930 | 0.939 | 0.962* | 0.971 | 0.972 | 0.977* |
| (50,100) | 0.999 | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |

**หมายเหตุ** เลขชี้กำลังของกำลังการทดสอบ หมายถึง จำนวนครั้งที่ไม่สามารถคำนวณค่าของตัวสถิติทดสอบได้ เนื่องจากมีการสุ่มพบข้อมูลที่มีการจัดเรียงลำดับที่ทำให้ค่า $s_X^2$ และ $s_Y^2$ ในตัวสถิติทดสอบ Brunner and Munzel ค่าเท่ากับ 0 เช่น (157) หมายถึง ค่าของตัวสถิติทดสอบที่ไม่สามารถคำนวณได้จำนวน 157 ครั้ง

เครื่องหมาย * หมายถึง กำลังการทดสอบสูงที่สุดในสถานการณ์นั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ตารางที่ 4.22** กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนต่างกัน (ต่อ)

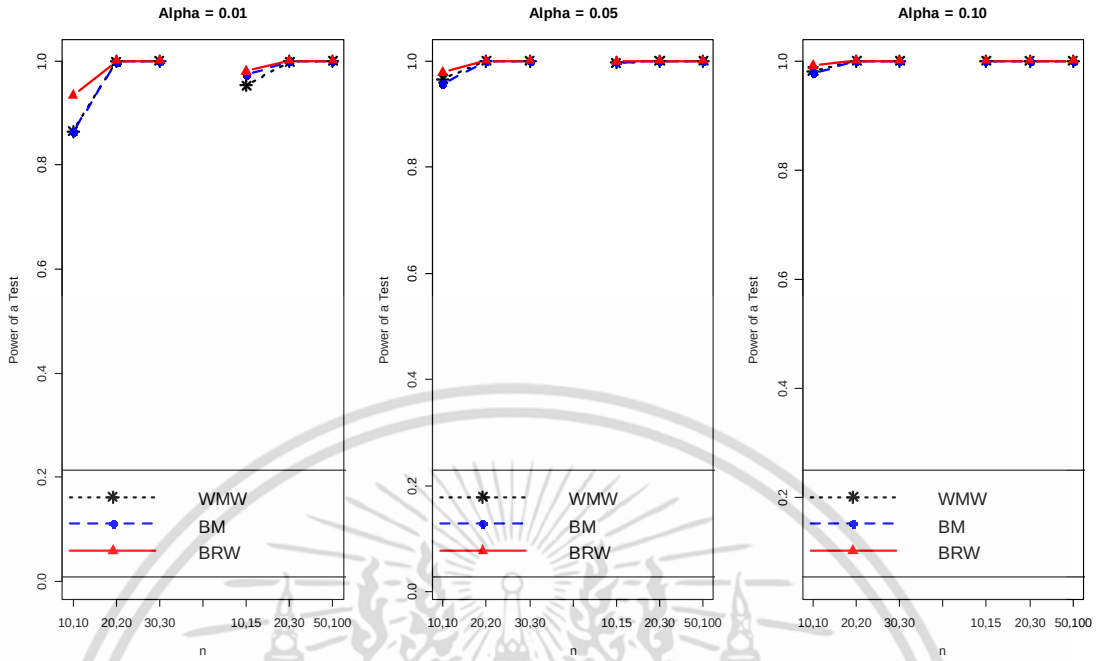
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(20)$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.054 | 0.055(1) | 0.094* | 0.158 | 0.116(1) | 0.202* | 0.244* | 0.207(1) | 0.231 |
| (20,20) | 0.107 | 0.081 | 0.155* | 0.260 | 0.202 | 0.315* | 0.332 | 0.317 | 0.368* |
| (50,50) | 0.311* | 0.226 | 0.292 | 0.512* | 0.449 | 0.500 | 0.600 | 0.569 | 0.632* |
| (10,15) | 0.048 | 0.057 | 0.116* | 0.151 | 0.166 | 0.247* | 0.224 | 0.275 | 0.256* |
| (20,30) | 0.098 | 0.110 | 0.185* | 0.269 | 0.282 | 0.362* | 0.372 | 0.380 | 0.382* |
| (50,100) | 0.346 | 0.459 | 0.583* | 0.635 | 0.704 | 0.770* | 0.768 | 0.790* | 0.780 |
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$ | | | | | | | | |
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.940 | 0.968(124) | 0.980* | 0.987 | 0.991(124) | 0.993* | 0.998 | 0.998(124) | 0.999* |
| (20,20) | 1.000* | 1.000(7)* | 1.000* | 1.000* | 1.000(7)* | 1.000* | 1.000* | 1.000(7)* | 1.000* |
| (50,50) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| (10,15) | 0.983 | 0.992(66)* | 0.992* | 0.999* | 0.999(66)* | 0.999* | 0.999* | 0.999(66)* | 0.999* |
| (20,30) | 1.000* | 1.000(5)* | 1.000* | 1.000* | 1.000(5)* | 1.000* | 1.000* | 1.000(5)* | 1.000* |
| (50,100) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| ขนาดตัวอย่าง | $X_1 \sim \text{Exponential}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$ | | | | | | | | |
| | 0.01 | | | 0.05 | | | 0.1 | | |
| | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW | WMW | BM | BRW |
| (10,10) | 0.577 | 0.596(40) | 0.707* | 0.779 | 0.765(40) | 0.857* | 0.866 | 0.856(40) | 0.921* |
| (20,20) | 0.914 | 0.898 | 0.937* | 0.977 | 0.966 | 0.989* | 0.993 | 0.989 | 0.994* |
| (50,50) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |
| (10,15) | 0.684 | 0.605(23) | 0.708* | 0.867* | 0.785(23) | 0.867* | 0.916* | 0.889(23) | 0.912 |
| (20,30) | 0.944 | 0.917 | 0.952* | 0.986 | 0.986 | 0.994* | 0.997* | 0.990 | 0.996 |
| (50,100) | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* | 1.000* |

**หมายเหตุ** เลขชี้กำลังของกำลังการทดสอบ หมายถึง จำนวนครั้งที่ไม่สามารถคำนวณค่าของตัวสถิติทดสอบได้ เนื่องจากมีการสุ่มพบข้อมูลที่มีการจัดเรียงลำดับที่ทำให้ค่า $s_X^2$ และ $s_Y^2$ ในตัวสถิติทดสอบ Brunner and Munzel ค่าเท่ากับ 0 เช่น (1) หมายถึง ค่าของตัวสถิติทดสอบที่ไม่สามารถคำนวณได้จำนวน 1 ครั้ง

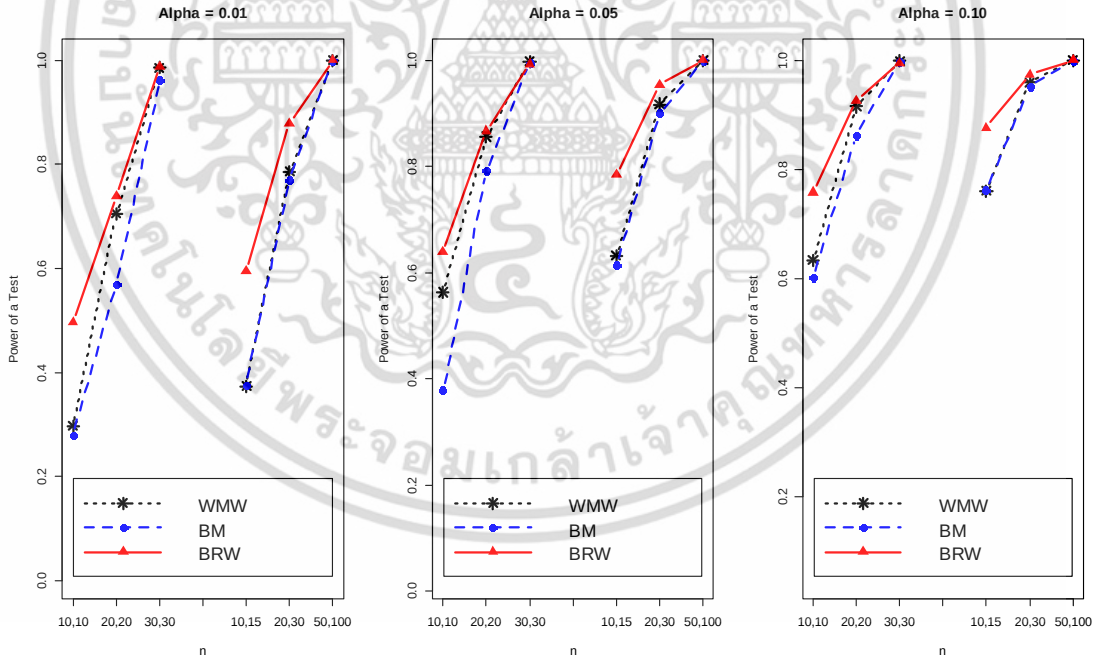
เครื่องหมาย * หมายถึง กำลังการทดสอบสูงที่สุดในสถานการณ์นั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$X_1 \sim N(15,2)$ และ $X_2 \sim \text{Gamma}(10,1)$




$X_1 \sim N(15,2)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(10)$

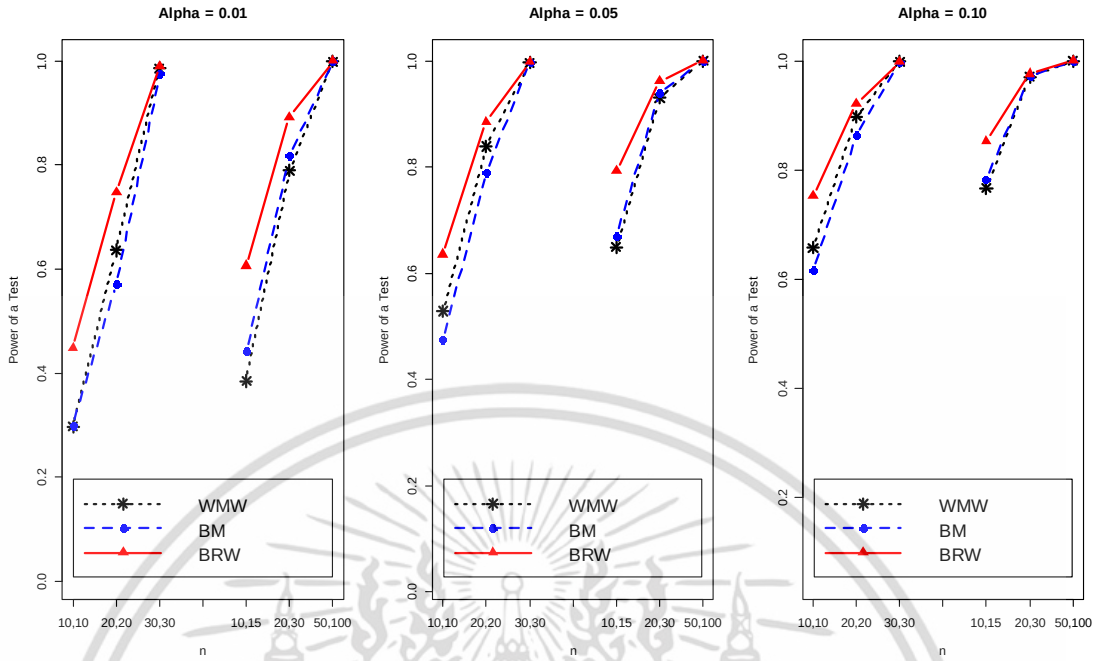



**หมายเหตุ** ด้านซ้ายมือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ส่วนด้านขวามือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

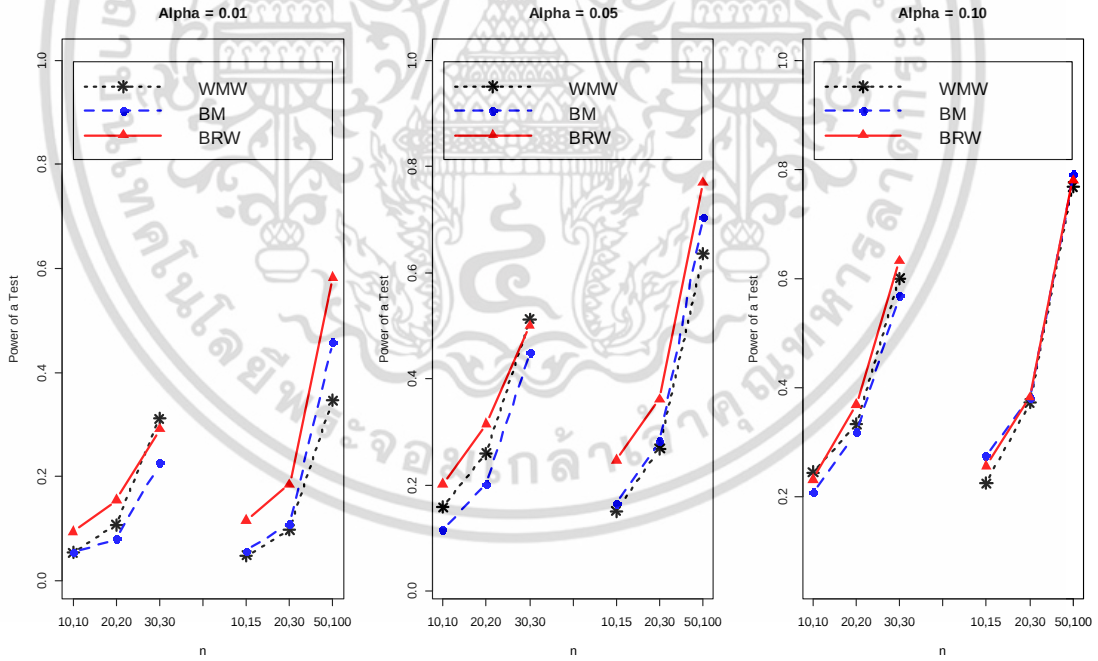
**รูปที่ 4.8** กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนต่างกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$X_1 \sim N(15,2)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$




$X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Exponential}(20)$

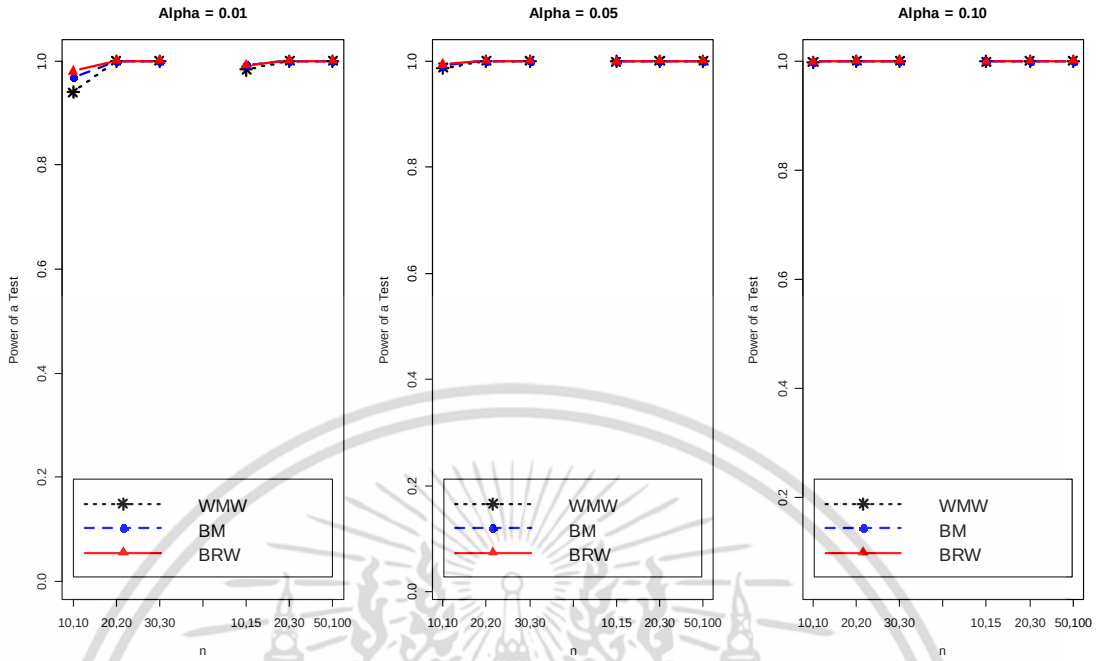



**หมายเหตุ** ด้านซ้ายมือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ส่วนด้านขวามือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

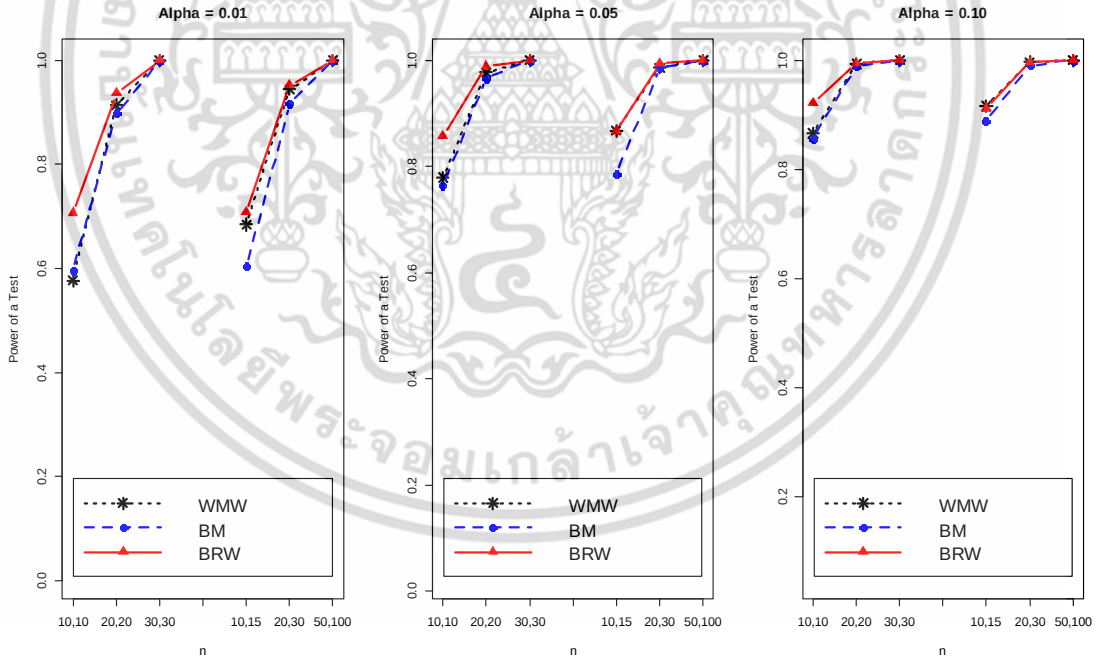
**รูปที่ 4.8** กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนต่างกัน (ต่อ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$X_1 \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$




$X_1 \sim \text{Exponential}(10)$ และ $X_2 \sim \text{Chi-Square}(20)$




**หมายเหตุ** ด้านซ้ายมือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากัน ส่วนด้านขวามือของกราฟคือกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

**รูปที่ 4.8** กำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มที่มีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน และความแปรปรวนต่างกัน (ต่อ)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ตารางที่ 4.23** จำนวน (ร้อยละ) ของกำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน ความแปรปรวนต่างกัน และขนาดตัวอย่างเท่ากัน

| ระดับนัยสำคัญ / ตัวสถิติทดสอบ | 0.01 | 0.05 | 0.10 |
|---|---|---|---|
| WMW | 5 ((5/18)*100=27.78) | 7 (38.89) | 8 (44.44) |
| BM | 4 (22.22) | 5 (27.78) | 5 (27.78) |
| BRW | **17 (94.44)** | **16 (88.89)** | **16 (88.89)** |

ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีขนาดเท่ากัน ( $n_1 = n_2$ ) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มี 17 ครั้ง จากทั้งหมด 18 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 94.44 รองลงมาคือ WMW มี 5 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 27.78 และ BM มี 4 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 22.22 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มี 16 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 88.89 รองลงมาคือ WMW มี 7 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 38.89 และ BM มี 5 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 27.78 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มี 16 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 88.89 รองลงมาคือ WMW มี 8 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 44.44 และ BM มี 5 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 27.78

สรุปได้ว่าในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเท่ากัน ตัวสถิติทดสอบ BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด รองลงมาคือ WMW และ BM ตามลำดับ และพบว่าเมื่อเพิ่มระดับนัยสำคัญเป็น 0.05, 0.1 และเพิ่มขนาดตัวอย่าง ($n_1$ ,$n_2$) คือ (20,20) และ (50,50) จะได้กำลังการทดสอบสูงขึ้น

**ตารางที่ 4.24** จำนวน (ร้อยละ) ของกำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน ค่าเฉลี่ยต่างกัน ความแปรปรวนต่างกัน และขนาดตัวอย่างต่างกัน

| ระดับนัยสำคัญ / ตัวสถิติทดสอบ | 0.01 | 0.05 | 0.10 |
|---|---|---|---|
| WMW | 5 ((5/18)*100=27.78) | 9(50) | 11(61.11) |
| BM | 7(38.89) | 8(44.44) | 10(55.56) |
| BRW | **18(100)** | **18(100)** | **15(83.33)** |

ในกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน ( $n_1 \neq n_2$ ) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มีทั้ง 18 ครั้ง จากทั้งหมด 18 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 100 รองลงมาคือ BM มี 7 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 38.89 และ WMW มี 5 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 27.78 ส่วนที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มีทั้ง 18 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 100 รองลงมาคือ WMW มี 9 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 50 และ WMW มี 8 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 44.44 และที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 พบว่า BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด มี 15 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 83.33 รองลง มาคือ WMW มี 11 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 61.11 และ BM มี 10 ครั้ง คิดเป็นร้อยละ 55.56

สรุปได้ว่าในกรณีที่ขนาดตัวอย่างไม่เท่ากัน ตัวสถิติทดสอบ BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด รองลงมาคือ WMW และ BM ตามลำดับ และพบว่าเมื่อเพิ่มระดับนัยสำคัญเป็น 0.05, 0.1 และเพิ่มขนาดตัวอย่าง ($n_1$ ,$n_2$) คือ (20,30) และ (50,100) จะได้กำลังการทดสอบสูงขึ้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 4.3 สรุปผลการทดลอง

### 4.3.1 สรุปผลความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1

จากการศึกษาความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว ได้แก่ ตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซลและตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ในกรณีต่าง ๆ ได้ผลสรุปดังนี้

**ตารางที่ 4.25** ตัวสถิติทดสอบที่มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุดในกรณีต่างๆ

| **กรณีต่างๆ** | ข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน | |
|---|---|---|
| | ขนาดตัวอย่างเท่ากัน | ขนาดตัวอย่างต่างกัน |
| ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนเท่ากัน | WMW | WMW |
| ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนต่างกัน | WMW | WMW |
| | ข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน | |
| | ขนาดตัวอย่างเท่ากัน | ขนาดตัวอย่างต่างกัน |
| ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนเท่ากัน | WMW | BM |
| ค่าเฉลี่ยเท่ากันและความแปรปรวนต่างกัน | BM | WMW |

เมื่อข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน พบว่าตัวสถิติทดสอบ WMW มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุดในทุกกรณี

เมื่อข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน พบว่าตัวสถิติทดสอบ WMW มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุดในกรณีค่าเฉลี่ยเท่ากัน ความแปรปรวนเท่ากัน ขนาดตัวอย่างเท่ากัน และกรณีค่าเฉลี่ยเท่ากัน ความแปรปรวนต่างกัน ขนาดตัวอย่างต่างกัน ส่วน BM มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุดในกรณีค่าเฉลี่ยเท่ากัน ความแปรปรวนเท่ากัน ขนาดตัวอย่างต่างกัน และกรณีค่าเฉลี่ยเท่ากัน ความแปรปรวนต่างกัน ขนาดตัวอย่างเท่ากัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 4.3.2 สรุปผลการเปรียบเทียบกำลังการทดสอบ

จากการศึกษากำลังการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว ได้แก่ ตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล (Brunner and Munzel) และตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลช์ (Bootstrap Rank Welch) ในกรณีต่าง ๆ ได้ผลสรุปดังนี้

**ตารางที่ 4.26** ตัวสถิติทดสอบที่ให้กำลังการทดสอบมากที่สุดในกรณีต่าง ๆ

| **กรณีต่างๆ** | ข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน | |
|---|---|---|
| | ขนาดตัวอย่างเท่ากัน | ขนาดตัวอย่างต่างกัน |
| ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนเท่ากัน | **BRW** | **BRW** |
| ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนต่างกัน | **BRW** | **BRW** |
| | ข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน | |
| | ขนาดตัวอย่างเท่ากัน | ขนาดตัวอย่างต่างกัน |
| ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนเท่ากัน | **BRW** | **BRW** |
| ค่าเฉลี่ยต่างกันและความแปรปรวนต่างกัน | **BRW** | **BRW** |

เมื่อข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกันและต่างกัน พบว่าตัวสถิติทดสอบ BRW ให้กำลังการทดสอบมากที่สุดในทุกกรณี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**4.3.1 สรุปผลความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 และการเปรียบเทียบกำลังการทดสอบ**

เมื่อพิจารณาตัวสถิติทดสอบที่สามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุด 2 ลำดับ และ ตัวสถิติทดสอบที่มีกำลังการทดสอบสูงที่สุด 2 ลำดับ สำหรับข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกันและข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน สามารถสรุปผลดังนี้

**ตารางที่ 4.27** ตัวสถิติทดสอบที่สามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุด 2 ลำดับ และ ตัวสถิติทดสอบที่มีกำลังการทดสอบสูงที่สุด 2 ลำดับ

| กรณี | ความผิดพลาดแบบที่ 1 | | กำลังการทดสอบ | |
|---|---|---|---|---|
| | ขนาดตัวอย่างเท่ากัน | ขนาดตัวอย่างต่างกัน | ขนาดตัวอย่างเท่ากัน | ขนาดตัวอย่างต่างกัน |
| การแจกแจงเหมือนกัน และความแปรปรวนเท่ากัน | 1.WMW<br>2.BM | 1. WMW<br>2. BM | 1.BRW<br>2. WMWและ BM | 1. BRW<br>2. WMW |
| การแจกแจงเหมือนกัน และความแปรปรวนต่างกัน | 1. WMW<br>2. BM | 1. WMW<br>2. BM | 1. BRW<br>2. BM | 1. BRW<br>2. BM |
| การแจกแจงต่างกัน และ ความแปรปรวนเท่ากัน | 1. WMW<br>2. BM | 1. BM<br>2. WMW | 1. BRW<br>2. BM | 1. BRW<br>2. BM |
| การแจกแจงต่างกัน และ ความแปรปรวนต่างกัน | 1. BM<br>2. WMW | 1. WMW<br>2. BM | 1. BRW<br>2. WMW | 1. BRW<br>2. WMW |

พบว่าตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ให้กำลังการทดสอบมากที่สุดในทุกกรณี แต่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้น้อยที่สุดในทุกกรณี ในขณะที่ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล และตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ให้กำลังการทดสอบรองลงมาจากตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ตามลำดับ แต่ตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์มีความสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้มากที่สุด และมากกว่าตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล

ดังนั้นจึงควรเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ในการเปรียบเทียบสถิติทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บทที่ 5

# สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ปัญหาพิเศษนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 และกำลังการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 6 การทดสอบ ประกอบด้วยตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซลและตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ คือ 0.01, 0.05 และ 0.10 ข้อมูลที่ใช้ในการทำปัญหาพิเศษครั้งนี้ได้จากการสร้างแบบจำลอง ซึ่งกระทำซ้ำ 1,000 ครั้ง

## 5.1 สรุปผลการวิจัย

ผลการวิจัยพบว่าเมื่อพิจารณาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ในกรณีที่ข้อมูลมีค่าเฉลี่ยเท่ากัน สามารถจำแนกตามสถานการณ์ได้ดังนี้

1. ข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกันและความแปรปรวนเท่ากัน พบว่าตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุดทั้งกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันและขนาดตัวอย่างต่างกัน

2. ข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกันและความแปรปรวนต่างกัน พบว่าตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุดทั้งกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันและขนาดตัวอย่างต่างกัน

3. ข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกันและความแปรปรวนเท่ากัน พบว่าตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุดกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันและสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซลสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุดกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

4. ข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกันและความแปรปรวนต่างกัน พบว่าตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซลสามารถควบคุมความน่าจะเป็นจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุดกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันและตัวสถิติทดสอบ วิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุดกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

ดังนั้น เมื่อข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน พบว่าตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุดในทุกกรณี เมื่อข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน พบว่าตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ มีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุดในกรณีความแปรปรวนเท่ากัน ขนาดตัวอย่างเท่ากัน และกรณีความแปรปรวนต่างกัน ขนาดตัวอย่างต่างกัน ส่วน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซลมีความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ดีที่สุดในกรณีความแปรปรวนเท่ากัน ขนาดตัวอย่างต่างกัน และกรณีความแปรปรวนต่างกันขนาดตัวอย่างเท่ากัน

เมื่อพิจารณากำลังการทดสอบ ในกรณีที่ข้อมูลมีค่าเฉลี่ยต่างกัน สามารถจำแนกตามสถานการณ์ได้ดังนี้

1. ข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกันและความแปรปรวนเท่ากัน พบว่าตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด รองลงมาคือตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์และสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล ในกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันและตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ในกรณีขนาดตัวอย่างต่างกัน

2. ข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกันและความแปรปรวนต่างกัน พบว่าตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด รองลงมาคือตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซลทั้งกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันและขนาดตัวอย่างต่างกัน

3. ข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกันและความแปรปรวนเท่ากัน พบว่าตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด รองลงมาคือตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซลทั้งกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันและขนาดตัวอย่างต่างกัน

4. ข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกันและความแปรปรวนต่างกัน พบว่าตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด รองลงมาคือตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ทั้งกรณีขนาดตัวอย่างเท่ากันและขนาดตัวอย่างต่างกัน

ดังนั้น เมื่อข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกันและต่างกัน พบว่าตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ให้กำลังการทดสอบมากที่สุดในทุกกรณี ส่วนตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์มีกำลังการทดสอบรองลงมาจากตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ ในกรณีที่การแจงเหมือนกัน ความแปรปรวนเท่ากัน และในกรณีการแจกแจงต่างกัน ความแปรปรวนต่างกัน ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล มีกำลังการทดสอบรองลงมาจากตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ ในกรณีการแจกแจงเหมือนกัน ความแปรปรวนเท่ากัน ขนาดตัวอย่างเท่ากัน ในกรณีการแจงแจงเหมือนกัน ความแปรปรวนต่างกัน และในกรณีการแจกแจงต่างกัน ความแปรปรวนเท่ากัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 5.2 อภิปรายผล

เมื่อข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน พบว่าตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ ให้กำลังการทดสอบมากที่สุดในทุกกรณี แต่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้น้อยที่สุดในทุกกรณี ซึ่งตรงกับงานวิจัยของ นพดลและชินนพงษ์ (2553) ที่กล่าวว่า ตัวสถิติบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ ให้กำลังการทดสอบมากที่สุด แต่ไม่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้ ส่วนในปัญหาพิเศษนี้ ยังพบอีกว่าตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์มีกำลังการทดสอบรองลงมาจากตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ ในกรณีที่ความแปรปรวนเท่ากัน แต่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้มากที่สุด ในขณะที่ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล ให้กำลังการทดสอบรองลงมาจากสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ ในกรณีความแปรปรวนเท่ากัน ขนาดตัวอย่างเท่ากัน และในกรณีความแปรปรวนต่างกัน และสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 รองลงมาจากตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ทุกกรณี

เมื่อข้อมูลทั้งสองกลุ่มมีการแจกแจงต่างกัน พบว่าตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ให้กำลังการทดสอบมากที่สุดในทุกกรณี แต่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้น้อยที่สุดในทุกกรณี ซึ่งขัดแย้งกับงานวิจัยของ ชนาธิป, มัฐิมา, ปทิตตาและพัสตราภรณ์ (2556) ที่กล่าวว่า ตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์มีกำลังการทดสอบสูงสุดในทุกกรณี ซึ่งเนื่องมาจากงานวิจัยไม่ได้ทดสอบตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซลและตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ ส่วนในปัญหาพิเศษนี้ ยังพบอีกว่าตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ให้ค่ากำลังการทดสอบรองลงมาจากสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ ในกรณีความแปรปรวนต่างกัน และสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้มากที่สุดในกรณี ความแปรปรวนเท่ากัน ขนาดตัวอย่างต่างกัน และ ความแปรปรวนต่างกัน ขนาดตัวอย่างท่ากัน ในขณะที่ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล ให้ค่ากำลังการทดสอบรองลงมาจากสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ ในกรณีความแปรปรวนเท่ากัน และสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้มากที่สุดในกรณี ความแปรปรวนเท่ากัน ขนาดตัวอย่างเท่ากัน และ ความแปรปรวนต่างกัน ขนาดตัวอย่างต่างกัน

สรุปว่าตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ให้กำลังการทดสอบมากที่สุดในทุกกรณี แต่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้น้อยที่สุดในทุกกรณี ในขณะที่ตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล และตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ให้กำลังการทดสอบรองลงมาจากตัวสถิติทดสอบบูทสแตรปแรงค์เวลซ์ตามลำดับ แต่ตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์มีความสามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 ได้มากที่สุด และมากกว่าตัวสถิติทดสอบบรุนเนอร์-มุนเซล ดังนั้นจึงควรเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบวิลคอกสัน-แมน-วิทนีย์ในการเปรียบเทียบสถิติทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่มที่เป็นอิสระกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 5.3 ข้อเสนอแนะ

1. ควรศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวสถิติทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากร 2 กลุ่ม ด้วยตัวสถิติทดสอบอื่นๆ เช่น O'Gorman Adaptive Test, Adjusted Pooled t-test และ Modified Intrinsically Ties Adjusted Mann-Whitney U Test เป็นต้น

2. ควรเพิ่มขนาดตัวอย่างให้ครอบคลุมมากยิ่งขึ้น เพื่อที่จะสามารถสรุปผลในกรณีตัวอย่างขนาดเล็ก ขนาดกลาง และขนาดใหญ่ได้

3. ควรศึกษาในกรณีที่ข้อมูลสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงอื่นๆ เช่น การแจกแจงเบ้ซ้าย การแจกแจงที่มีความโด่งน้อยและโด่งมาก หรือการแจกแจงที่แตกต่างกันในแต่ละประชากร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# บรรณานุกรม


สุเมธ สมภักดี. 2543. **สถิติคณิตศาสตร์.** กรุงเทพมหานคร. ยงพลเทรดดิ้ง.

สำรวม จงเจริญ. **การวิเคราะห์เชิงสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์.** กรุงเทพมหานคร. สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์. 2548.

นพดล วันชนะชัย และชินนพงษ์ บำรุงทรัพย์. 2553. **การเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์ระหว่างประชากร 2 กลุ่ม เมื่อความแปรปรวนไม่เท่ากัน.** วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ปีที่ 18 ฉบับที่ 3 ก.ค.-ก.ย. 53

สายชล สินสมบูรณ์ทอง. 2555. **ความน่าจะเป็น.** กรุงเทพมหานคร .จามจุรีโปรดักท์.

ชนาธิป ภาสุรกุล ณัฐิมา ศาลาวงศ์ ปทิตตา ศิลาหม้อม และ พัสตราภรณ์ ไชยโคตร. 2556. **ความน่าเชื่อถือของสถิติทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์สำหรับตัวอย่าง 2 กลุ่มอิสระจากโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ SPSS ในกรณีการวัดค่ากลาง.** ปัญหาพิเศษ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง พ.ศ. 2556.

วราวัลย์ นิลพัทธ์. 2556. **สถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ สำหรับทดสอบความแตกต่างของตำแหน่งของประชากร 2 กลุ่ม กรณีความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน.** วิทยานิพนธ์ คณะสถิติประยุกต์ สถาบันบัณฑิตพัฒนาบริหารศาสตร์ พ.ศ. 2556.

อุมาพร จันทศร. 2556. **ความน่าเชื่อถือของผลการวิเคราะห์ด้วยสถิติทดสอบวิลคอกซัน –แมนวิทนีย์ เมื่อคำนึงถึงข้อกำหนดเบื้องต้น จากโปรแกรมสำเร็จรูป SPSS และ MINITAB.** วารสารวิทยาศาสตร์ลาดกระบัง ปี ที่ 22 ฉบับที่ 2 เดือนกรกฎาคม-ธันวาคม 2556.

อุมาพร จันทศร. 2556. **เอกสารประกอบการเรียนวิชาสถิติไม่ใช้พารามิเตอร์.** ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง. พ.ศ.2556.

วราฤทธิ์ พาณิชกิจโกศสกุล. 2557. **การใช้โปรแกรม R ในงานวิจัยด้านสถิติและสถิติประยุกต์.** ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์. พ.ศ. 2557.

กุสุมา อุมารี ชลิตา รัตนวรสุทธิ์ และ รมิตา ศรีภากร. 2558. **การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของสถิติทดสอบบาร์ตเลต สถิติทดสอบเลวีน สถิติทดสอบบราวน์-ฟอร์สิตี และ สถิติทดสอบเลห์เมน สำหรับการทดสอบความเท่ากันของความแปรปวนในกรณี 3 ประชากร โดยใช้โปรแกรมอาร์.** โครงงานพิเศษ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง พ.ศ. 2558.

อาภา วงศ์จินดา อภิญญา หิรัญวงษ์ และ บุญอ้อม โฉมที. 2558. **การเปรียบเทียบสถิติทดสอบไม่อิงพารามิเตอร์สำหรับการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยระหว่างประชากรสองกลุ่มที่เป็นอิสระกันเมื่อขนาดตัวอย่างเล็ก.** วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ปีที่ 23 ฉบับที่ 4 ตุลาคม-ธันวาคม 2558.


เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Wolfowitz, J. 1940. On a Test Whether Two Samples are From the Same Population. The Annals of Mathematical Statistics, 11 January.

Cochran, W.G. 1954. Some methods for strengthening the common chi-squared tests. Biometrics, Vol.10

Bradley, J. V. Robustness. 1978. The British Journal of Mathematical and Statistical Psychology. Vol 31, Issue 2, November.

Wilcox, R. R. 1990. Comparing the Means of Two Independent Groups. Biometrical Journal, 19 January.

Brunner, E. and Munzel, U. 2000. The Nonparametric Behrens-Fisher Problem: Asymptotic Theory and a Small Sample Approximation. Biometrical Journal, 42, January.

Reiczigel, J., Zakarias, I. and Rozsa, L. 2005. A Bootstrap Test of Stochastic Equality of Two Populations. The American Statistician, 59, 01 January.

M.A. Sanders. 2009. Characteristic function of the central chi-squared distribution.

Barker E., Kelsey J. 2012. Recommendation for Random Number Generation Using Deterministic Random Bit Generators. NIST SP800-90A, January

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# ภาคผนวก ก

**********

**ก1.1 คำสั่งโปรแกรม** การคำนวณกราฟการแจกแจง กรณีข้อมูลกลุ่มที่ 1 มีการแจกแจงปรกติและข้อมูลกลุ่มที่ 2 มีการแจกแจงปรกติ

**********

```
x=seq(70,130,length.out=10000)
plot(x,dnorm(x,100,sqrt(10)),col="red",lwd=3,type="l",lty
=1,ylim=c(0,0.15),ylab="Density",main="Probability
Density")
lines(x,dnorm(x,100,sqrt(20)),lty=2,col="red",lwd=5,type=
"l")
labels=c("N(100,10)","N(100,20)")
colors=c("red","red")
A=c(1,2)
legend("topright",inset=0.05,labels,lwd=3,lty=A,col=color
s)
```

**********

**ก1.2 คำสั่งโปรแกรม** การคำนวณกราฟการแจกแจง กรณีกรณีข้อมูลกลุ่มที่ 1 มีการแจกแจงแกมมา การแจกแจงเลขชี้กำลังหรือการแจกแจงไคกำลังสอง และข้อมูลกลุ่มที่ 2 มีการแจกแจงแกมมา การแจกแจงเลขชี้กำลังหรือการแจกแจงไคกำลังสอง

**********

```
x=seq(0,40,length.out=10000)
plot(x,dgamma(x,10,1/2),col="blue",lwd=3,type="l",lty=1,y
lim=c(0,0.08),ylab="Density",main=" Probability Density")
lines(x,dgamma(x,5,1/4),lty=2,col="blue",lwd=4,type="l")
labels=c("Gamma(10,2)","Gamma(5,4)")
colors=c("blue","blue")
A=c(1,2)
legend("topright",inset=0.05,labels,lwd=3,lty=A,col=color
s)
```

**********

**ก1.3 คำสั่งโปรแกรม** การคำนวณกราฟการแจกแจง กรณีกรณีข้อมูลกลุ่มที่ 1 มีการแจกแจงปรกติและข้อมูลกลุ่มที่ 2 มีการแจกแจงแกมมา การแจกแจงเลขชี้กำลังหรือการแจกแจงไคกำลังสอง

**********

```
x=seq(70,130,length.out=10000)
plot(x,dnorm(x,100,sqrt(10)),col="red",lwd=3,type="l",lty
=1,ylim=c(0,0.15),ylab="Density",main="Probability
Density")
lines(x,dnorm(x,100,sqrt(20)),lty=2,col="red",lwd=5,type=
"l")
labels=c("N(100,10)","N(100,20)")
colors=c("red","red")
A=c(1,2)
legend("topright",inset=0.05,labels,lwd=3,lty=A,col=color
s)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**********

**ก2** โปรแกรมที่ใช้ในการสร้างและวิเคราะห์ข้อมูล

**********

คำสั่งโปรแกรมคำนวณตัวสถิติทดสอบที่ใช้ในงานวิจัย

**########Bootstrap Rank Welch test #########** (วราวัลย์, 2556)

```
bootstrap.rw.test<-function(x,y,bootstrap,alternative=c("two.sided","greater","less"))
{
METHOD<-"Bootstrap Rw test"
alternative<-match.arg(alternative)
DNAME=paste(deparse(substitute(x)),"and",deparse(substitute(y)))
x<-na.omit(x)
y<-na.omit(y)
RWtb<-array(0,bootstrap)
DfRWtb<-array(0,bootstrap)
for(j in 1:bootstrap)
{
x1<-sample(x,replace= TRUE)
y1<-sample(y,replace= TRUE)
m1<-length(x1)
n1<-length(y1)
Rxy<-rank(c(x1,y1))
Rx<-Rxy[1:m1]
Ry<-Rxy[m1+1:n1]
Rx_bar<-mean(Rx)
Ry_bar<-mean(Ry)
Vx<-var(Rx)
Vy<-var(Ry)
RWtb[j]<-( Ry_bar- Rx_bar)/sqrt((Vx/ m1)+ (Vy/ n1))
DfRWtb[j]<-(((n1*Vx)+(m1*Vy))^2)/((n1*Vx)^2/(m1-1)+ (m1*Vy)^2/(n1-1))
}
RW <-mean(RWtb)
DfRW<-mean(DfRWtb)
names(RW )="RW"
names(DfRW)="dfRW"
if((alternative=="greater")|(alternative=="g")){
PVAL<-1-pt(abs(RW),DfRW)
}else if ((alternative=="less")|(alternative=="l")){
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
PVAL<-pt(abs(RW),DfRW)
}else {
alternative=="two.sided";
PVAL<-2*min(pt(abs(RW),DfRW),(1-pt(abs(RW),DfRW)))
}
RVAL <- list(statistic = c(RW,DfRW),p.value = as.numeric(PVAL), parameter =
NULL,data.name = DNAME,method = METHOD)
class(RVAL) <- "htest"
return(RVAL)
}
```



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**********

**ก3.1 คำสั่งโปรแกรม** การคำนวณความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลกลุ่มที่ 1 มีการแจกแจงปรกติ และข้อมูลกลุ่มที่ 2 มีการแจกแจงปรกติ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ใช้จำนวนรอบ 1,000 รอบ

**********

**######### WMW ##########**

```
set.seed(10)                                    ##กำหนดค่าเริ่มต้น
M=1000                                          ##จำนวนรอบ 1,000 รอบ
N=1                                             ##จำนวนตัวสถิติทดสอบ
O=6                                             ##จำนวนของขนาดตัวอย่าง
alpha=0.01                                      ##ระดับนัยสำคัญ
n1=c(10,20,50,10,20,50)                         ##ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 1
n2=c(10,20,50,15,30,100)                        ##ขนาดตัวอย่างกลุ่มที่ 2
Mu1=c(100)                                      ##ค่าเฉลี่ยกลุ่มที่ 1
Var1=c(20)                                      ##ความแปรปรวนกลุ่มที่ 1
Mu2=c(100)                                      ##ค่าเฉลี่ยกลุ่มที่ 2
Var2=c(20)                                      ##ความแปรปรวนกลุ่มที่ 2
COUNT <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))
for(j in 1:N)
{
        for(k in 1:O)
        {
                for(l in 1:M)
                {
                        x1=rnorm(n1[k],Mu1[j],sqrt(Var1[j]))
                        x2= rnorm(n2[k],Mu2[j],sqrt(Var2[j]))

                        W= wilcox.test(x1,x2, correct=FALSE)
                        pvalueW= W$p.value
                        if(pvalueW<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1
                }
        }
}
COUNT[1,,]=COUNT[1,,]/M
COUNT[1,,]                                      ##ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
######### BM #########
library(lawstat)
set.seed(10)
M=1000
N=1
O=6
alpha=0.01
n1=c(10,20,50,10,20,50)
n2=c(10,20,50,15,30,100)
Mu1=c(100)
Var1=c(20)
Mu2=c(100)
Var2=c(20)
COUNT <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))
for(j in 1:N)
{
        for(k in 1:O)
        {
                for(l in 1:M)
                {
                        x1=rnorm(n1[k],Mu1[j],sqrt(Var1[j]))
                        x2= rnorm(n2[k],Mu2[j],sqrt(Var2[j]))
                        d=stack(list(x1=x1,x2=x2))

                        B= brunner.munzel.test (x1,x2)
                        pvalueB= B$p.value
                        if(pvalueB<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1
                }
        }
}
COUNT[1,,]=COUNT[1,,]/M
COUNT[1,,]
```

```
######### BRW #########
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
set.seed(10)
M=1000
N=1
O=6
alpha=0.01
n1=c(10,20,50,10,20,50)
n2=c(10,20,50,15,30,100)
Mu1=c(100)
Var1=c(20)
Mu2=c(100)
Var2=c(20)
COUNT <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))
for(j in 1:N)
{
        for(k in 1:O)
        {
                for(l in 1:M)
                {
                        x1=rnorm(n1[k],Mu1[j],sqrt(Var1[j]))
                        x2= rnorm(n2[k],Mu2[j],sqrt(Var2[j]))

                        R= bootstrap.rw.test (x1,x2,1000)
                        pvalueR= R$p.value
                        if(pvalueR<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1
                }
        }
}

COUNT[1,,]=COUNT[1,,]/M
COUNT[1,,]
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**********

**ก3.2 คำสั่งโปรแกรม** การคำนวณความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีกรณีข้อมูลกลุ่มที่ 1 มีการแจกแจงแกมมา การแจกแจงเลขชี้กำลังหรือการแจกแจงไคกำลังสอง และข้อมูลกลุ่มที่ 2 มีการแจกแจงแกมมา การแจกแจงเลขชี้กำลังหรือการแจกแจงไคกำลังสอง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ใช้จำนวนรอบ 1,000 รอบ

**********

**######### WMW ##########**

```
set.seed(10)
M=1000
N=1
O=6
alpha=0.01
n1=c(10,20,50,10,20,50)
n2=c(10,20,50,15,30,100)
Alpha1=c(10)                                    ##ค่า Alpha กลุ่มที่ 1
Beta1=c(2)                                      ##ค่า Beta กลุ่มที่ 1
Alpha2=c(10)                                    ##ค่า Alpha กลุ่มที่ 2
Beta2=c(2)                                      ##ค่า Beta กลุ่มที่ 2
COUNT <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))
for(j in 1:N)
{
        for(k in 1:O)
        {
                for(l in 1:M)
                {
                        x1=rgamma(n1[k],Alpha1[j],1/(Beta1[j]))
                        x2=rgamma(n2[k],Alpha2[j],1/(Beta2[j]))
                        W= wilcox.test(x1,x2, correct=FALSE)
                        pvalueW= W$p.value
                        if(pvalueW<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1
                }
        }
}
COUNT[1,,]=COUNT[1,,]/M
COUNT[1,,]
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
######## BM #########
library(lawstat)
set.seed(10)
M=1000
N=1
O=6
alpha=0.01
n1=c(10,20,50,10,20,50)
n2=c(10,20,50,15,30,100)
Alpha1=c(10)
Beta1=c(2)
Alpha2=c(10)
Beta2=c(2)
COUNT <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))
for(j in 1:N)
{
        for(k in 1:O)
        {
                for(l in 1:M)
                {
                        x1=rgamma(n1[k],Alpha1[j],1/(Beta1[j]))
                        x2=rgamma(n2[k],Alpha2[j],1/(Beta2[j]))

                        B= brunner.munzel.test (x1,x2)
                        pvalueB= B$p.value
                        if(pvalueB<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1
                }
        }
}
COUNT[1,,]=COUNT[1,,]/M
COUNT[1,,]
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
######## BRW #########
set.seed(10)
M=1000
N=1
O=6
alpha=0.01
n1=c(10,20,50,10,20,50)
n2=c(10,20,50,15,30,100)
Alpha1=c(10)
Beta1=c(2)
Alpha2=c(10)
Beta2=c(2)
COUNT <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))
for(j in 1:N)
{
        for(k in 1:O)
        {
                for(l in 1:M)
                {
                        x1=rgamma(n1[k],Alpha1[j],1/(Beta1[j]))
                        x2=rgamma(n2[k],Alpha2[j],1/(Beta2[j]))

                        R= bootstrap.rw.test (x1,x2,1000)
                        pvalueR= R$p.value
                        if(pvalueR<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1
                }
        }
}

COUNT[1,,]=COUNT[1,,]/M
COUNT[1,,]
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**********

**ก3.3 คำสั่งโปรแกรม** การคำนวณความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีกรณีข้อมูลกลุ่มที่ 1 มีการแจกปรกติ และข้อมูลกลุ่มที่ 2 มีการแจกแจงแกมมา การแจกแจงเลขชี้กำลังหรือการแจกแจงไคกำลังสอง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ใช้จำนวนรอบ 1,000 รอบ

**********

**######### WMW ##########**

```
set.seed(10)
M=1000
N=1
O=6
alpha=0.01
n1=c(10,20,50,10,20,50)
n2=c(10,20,50,15,30,100)
Mu1=c(10)                                   ##ค่าเฉลี่ยกลุ่มที่ 1
Var1=c(10)                                  ##ค่าความแปรปรวนกลุ่มที่ 1
Alpha2=c(10)                                ##ค่า Alpha กลุ่มที่ 1
Beta2=c(1)                                  ##ค่า Beta กลุ่มที่ 2
COUNT <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))

for(j in 1:N)
{
        for(k in 1:O)
        {
                for(l in 1:M)
                {
                        x1=rnorm(n1[k],Mu1[j],sqrt(Var1[j]))
                        x2=rgamma(n2[k],Alpha2[j],1/(Beta2[j]))

                        W= wilcox.test(x1,x2, correct=FALSE)
                        pvalueW= W$p.value
                        if(pvalueW<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1
                }
        }
}

COUNT[1,,]=COUNT[1,,]/M
COUNT[1,,]
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
######## BM #########
library(lawstat)
set.seed(10)
M=1000
N=1
O=6
alpha=0.01
n1=c(10,20,50,10,20,50)
n2=c(10,20,50,15,30,100)
Mu1=c(10)
Var1=c(10)
Alpha2=c(10)
Beta2=c(1)
COUNT <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))
for(j in 1:N)
{
        for(k in 1:O)
        {
                for(l in 1:M)
                {
                        x1=rnorm(n1[k],Mu1[j],sqrt(Var1[j]))
                        x2=rgamma(n2[k],Alpha2[j],1/(Beta2[j]))

                        B= brunner.munzel.test (x1,x2)
                        pvalueB= B$p.value
                        if(pvalueB<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1
                }
        }
}
COUNT[1,,]=COUNT[1,,]/M
COUNT[1,,]
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
######## BRW #########
set.seed(10)
M=1000
N=1
O=6
alpha=0.01
n1=c(10,20,50,10,20,50)
n2=c(10,20,50,15,30,100)
Mu1=c(10)
Var1=c(10)
Alpha2=c(10)
Beta2=c(1)
COUNT <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))
for(j in 1:N)
{
        for(k in 1:O)
        {
                for(l in 1:M)
                {
                        x1=rnorm(n1[k],Mu1[j],sqrt(Var1[j]))
                        x2=rgamma(n2[k],Alpha2[j],1/(Beta2[j]))

                        R= bootstrap.rw.test (x1,x2,1000)
                        pvalueR= R$p.value
                        if(pvalueR<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1
                }
        }
}

COUNT[1,,]=COUNT[1,,]/M
COUNT[1,,]
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**********

**ก4.1 แนวทางในการแก้ปัญหา** ตัวสถิติทดสอบ Brunner and Munzel ไม่สามารถคำนวณค่าสถิติทดสอบได้ เนื่องจากมีการสุ่มพบข้อมูลประชากรที่มีการจัดเรียงลำดับที่ทำให้ค่า $s_X^2$, $s_Y^2$ มีค่าเท่ากับ 0

**********

เนื่องจาก $s_X^2$, $s_Y^2$ มีค่าเท่ากับ 0 จึงทำให้ไม่สามารถคำนวณกำลังการทดสอบได้ ดังนั้นจึงสมมติข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มให้ $s_X^2$, $s_Y^2$ มีค่าเข้าใกล้ 0 ดังนี้

1) สุ่มข้อมูลทั้งหมด 20 ชุด โดยข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มมีขนาด 10 โดยกลุ่มที่ 1 มีการแจกแจง $X \sim \text{Gamma}(10,1)$ และข้อมูลกลุ่มที่ 2 มีการแจกแจง $Y \sim \text{Gamma}(10,2)$ โดยแทนค่า m และ n เป็น 10 เพื่อง่ายต่อการคำนวณดังนี้

$$
\begin{aligned}
BM &= \frac{mn\left(\bar{R}_Y - \bar{R}_X\right)}{(m+n)\sqrt{ms_X^2 + ns_Y^2}} \\
&= \frac{(10\times 10)\left(\bar{R}_Y - \bar{R}_X\right)}{(10+10)\sqrt{10s_X^2 + 10s_Y^2}} \\
&= \frac{(5)\left(\bar{R}_Y - \bar{R}_X\right)}{\sqrt{10}\times\sqrt{s_X^2 + s_Y^2}} \\
&= \frac{\sqrt{2.5}\left(\bar{R}_Y - \bar{R}_X\right)}{\sqrt{s_X^2 + s_Y^2}}
\end{aligned}
$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ตารางข้อมูล** $\bar{R}_Y - \bar{R}_X$ , $s_X^2$ , $s_Y^2$ , $\sqrt{s_X^2 + s_Y^2}$ , BM และ p-value เมื่อ $X \sim \text{Gamma}(10,1)$ และ $Y \sim \text{Gamma}(10,2)$ ขนาดตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มเท่ากับ 10

| ชุดที่ | $\bar{R}_Y - \bar{R}_X$ | $s_X^2$ | $s_Y^2$ | $\sqrt{s_X^2 + s_Y^2}$ | BM | p-value |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 5.6 | 4.4 | 7.06667 | 3.4157 | 2.6148 | 0.01807 |
| 2 | 6.4 | 1.51111 | 9.28889 | 3.2864 | 3.0792 | 0.009677 |
| 3 | 6.2 | 6.32222 | 4.1 | 3.2283 | 3.0366 | 0.007369 |
| 4 | 6.4 | 3.51111 | 6.4 | 3.1482 | 3.2143 | 0.005215 |
| 5 | 6.6 | 2.45556 | 6.455556 | 2.9851 | 3.4958 | 0.003257 |
| 6 | 6.8 | 4.93333 | 3.15556 | 2.8441 | 3.7804 | 0.001471 |
| 7 | 7.2 | 6.26667 | 1.6 | 2.80048 | 4.0589 | 0.001292 |
| 8 | 7.4 | 1.56667 | 5.56667 | 2.6798 | 4.3808 | 0.0006599 |
| 9 | 7.8 | 0.76667 | 5.87778 | 2.5777 | 4.7845 | 0.0005251 |
| 10 | 8.0 | 4.88889 | 0.88889 | 2.4037 | 12.1680 | 0.0001913 |
| 11 | 8.6 | 0.23333 | 4.9 | 2.2657 | 5.2623 | 0.0001399 |
| 12 | 8.2 | 1.43333 | 2.76667 | 2.0494 | 6.3264 | 9.097e-06 |
| 13 | 8.4 | 1.51111 | 2.4 | 1.9777 | 6.7158 | 3.496e-06 |
| 14 | 8.4 | 1.28889 | 2.17778 | 1.8619 | 8.4 | 1.74e-06 |
| 15 | 8.6 | 1.12222 | 1.78889 | 1.7062 | 7.9696 | 3.687e-07 |
| 16 | 8.8 | 0.71111 | 1.82222 | 1.5916 | 8.7419 | 2.705e-07 |
| 17 | 9.2 | 1.6 | 0.26667 | 1.3663 | 10.647 | 1.927e-07 |
| 18 | 9.2 | 0.71111 | 0.711111 | 1.1926 | 12.198 | 3.878e-10 |
| 19 | 9.6 | 0.17778 | 0.4 | 0.7601 | 19.969 | 1.429e-12 |
| 20 | 9.8 | 0.1 | 0.1 | 0.4472 | 34.648 | 2.2e-16 |

จะพบว่าเมื่อค่า $\sqrt{s_X^2 + s_Y^2}$ ลดลงเรื่อย ๆ จะทำให้ $s_X^2$ และ $s_Y^2$ มีแนวโน้มลงและเข้าใกล้ 0 ส่วนค่า $\bar{R}_Y - \bar{R}_X$ มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น ส่วนค่า BM มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น ทำให้ค่า p-value มีแนวโน้มลดลง ทำให้เกิดการปฏิเสธ $H_0$ ดังนั้นเมื่อ $s_X^2$, $s_Y^2$ มีค่าเท่ากับ 0 จะถือว่าเกิดการปฏิเสธ $H_0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<u>วิธีที่ 1</u> การคำนวณโดยใช้เครื่องคิดเลข

จากข้อมูลชุดที่ 1 ได้ข้อมูลดังนี้

X = (17.197719, 11.266908, 9.881942, 7.724686, 10.036653, 16.688300, 9.277480, 16.456015, 9.363200, 10.666064)

Y = (12.753268, 16.420223, 27.622031, 23.119727, 9.747682, 19.320795, 19.626959, 9.921315, 15.559839, 33.892358)

$H_0$: ข้อมูลทั้ง 2 มีลักษณะเหมือนกัน

$H_1$: ข้อมูลทั้ง 2 มีลักษณะต่างกัน

หรือ $H_0 : P(X < Y) = P(X > Y)$

$H_1 : P(X < Y) \neq P(X > Y)$

| X | W | R | $\left(R_X - W_X - \bar{R}_X + \frac{m+1}{2}\right)^2$ | Y | W | R | $\left(R_Y - W_Y - \bar{R}_Y + \frac{n+1}{2}\right)^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 17.197719 | 10 | 15 | 7.84 | 12.753268 | 3 | 10 | 0.64 |
| 11.266908 | 7 | 9 | 0.04 | 16.420223 | 5 | 12 | 0.64 |
| 9.881942 | 4 | 5 | 1.44 | 27.622031 | 9 | 19 | 4.84 |
| 7.724686 | 1 | 1 | 4.84 | 23.119727 | 8 | 18 | 4.84 |
| 10.036653 | 5 | 7 | 0.04 | 9.747682 | 1 | 4 | 23.04 |
| 16.688300 | 9 | 14 | 7.84 | 19.320795 | 6 | 16 | 4.84 |
| 9.277480 | 2 | 2 | 4.84 | 19.626959 | 7 | 17 | 4.84 |
| 16.456015 | 8 | 13 | 7.84 | 9.921315 | 2 | 6 | 14.44 |
| 9.363200 | 3 | 3 | 4.84 | 15.559839 | 4 | 11 | 0.64 |
| 10.666064 | 6 | 8 | 0.04 | 33.892358 | 10 | 20 | 4.84 |
| รวม | | 77 | 39.6 | รวม | | 133 | 63.6 |

$$\bar{R}_X = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} R_{X_i}$$

$$= \frac{(15+9+...+8)}{10}$$

$$= \frac{77}{10}$$

$$= 7.7$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\bar{R}_Y = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} R_{Y_i}$$

$$= \frac{(10+12+...+20)}{10}$$

$$= \frac{133}{10}$$

$$= 17.0454$$

$$s_X^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(R_{X_i} - W_{X_i} - \bar{R}_X + \frac{m+1}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{10-1}(7.84 + 0.04 + ... + 0.04)$$

$$= \frac{1}{9}(39.6)$$

$$= 4.6$$

$$s_Y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(R_{Y_i} - W_{Y_i} - \bar{R}_Y + \frac{n+1}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{10-1}(0.64+0.64+...+4.84)$$

$$= \frac{1}{9}(63.6)$$

$$= 7.06667$$

ตัวสถิติทดสอบคือ

$$BM = \frac{mn(\bar{R}_Y - \bar{R}_X)}{(m+n)\sqrt{ms_X^2 + ns_Y^2}}$$

$$= \frac{(10\times10)(13.3-7.7)}{(10+10)\sqrt{(10\times4.4)+(10\times7.06667)}}$$

$$= \frac{560}{214.16518}$$

$$= 2.61480$$

โดยที่ $df_{BM} = \dfrac{\left(ms_X^2 + ns_Y^2\right)^2}{\dfrac{\left(ms_X^2\right)^2}{m-1} + \dfrac{\left(ns_Y^2\right)^2}{n-1}}$

$$= \frac{\left((10\times4.4)+(10\times7.06667)\right)^2}{\dfrac{(10\times4.4)^2}{10-1} + \dfrac{(10\times7.06667)^2}{10-1}}$$

$$= \frac{13148.45209}{769.97583}$$

$$= 17.07645$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง $(H_0)$ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha$ เมื่อตัวสถิติทดสอบ BM มีค่าน้อยกว่า $-t_{(0.025,17.07645)} = -2.1091$ หรือมีค่ามากกว่า $t_{(0.025,17.07645)} = 2.1091$

เนื่องจาก $BM=2.61480 > 2.1091$ จึงปฏิเสธ $H_0$ ดังนั้นข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มมีลักษณะแตกต่างกัน

หรือสามารถหาค่า p-value ได้จากตาราง t ที่ d.f. = 17.07645 จะได้ p-value = $2P(BM \geq 2.61480) = 0.018070$ ซึ่งมีค่าน้อยกว่า $\alpha = 0.05$ จึงปฏิเสธ $H_0$ ดังนั้นข้อมูลทั้ง 2 มีลักษณะแตกต่างกัน

วิธีที่ 2 การคำนวณโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป R

Input

```
> x1= c(17.197719, 11.266908, 9.881942, 7.724686, 10.036653,
+ 16.688300, 9.277480, 16.456015, 9.363200, 10.666064)
>
> x2= c(12.753268, 16.420223, 27.622031, 23.119727, 9.747682, 19.320795,
+ 19.626959, 9.921315, 15.559839, 33.892358)
> library(lawstat)
> brunner.munzel.test (x1,x2)
```

Output

```
data:  x1 and x2
Brunner-Munzel Test Statistic = 2.6148, df = 17.076, p-value = 0.01807
95 percent confidence interval:
 0.5541526 1.0058474
sample estimates:
P(X<Y)+.5*P(X=Y)
           0.78
```

ดังนั้น BM=2.6148, df=17.076 และ p-value=0.01807 ซึ่งตรงกับวิธีการคำนวณโดยใช้เครื่องคิดเลข

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2) ทำการสลับข้อมูลกลุ่มที่ 1 และ 2 โดยข้อมูลกลุ่มที่ 1 มีการแจกแจง $X \sim \text{Gamma}(10,2)$ และข้อมูลกลุ่มที่ 2 มีการแจกแจง $Y \sim \text{Gamma}(10,1)$

**ตารางข้อมูล** $\bar{R}_Y - \bar{R}_X$ , $s_X^2$ , $s_Y^2$ , $\sqrt{s_X^2 + s_Y^2}$ , BM และ p-value เมื่อ $X \sim \text{Gamma}(10,2)$ และ $Y \sim \text{Gamma}(10,2)$ ขนาดตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มเท่ากับ 10

| ชุดที่ | $\bar{R}_Y - \bar{R}_X$ | $s_X^2$ | $s_Y^2$ | $\sqrt{s_X^2 + s_Y^2}$ | BM | p-value |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -5.6 | 7.06667 | 4.4 | 3.4157 | -2.6148 | 0.01807 |
| 2 | -6.4 | 9.28889 | 1.51111 | 3.2864 | -3.0792 | 0.009677 |
| 3 | -6.2 | 4.1 | 6.32222 | 3.2283 | -3.0366 | 0.007369 |
| 4 | -6.4 | 6.4 | 3.51111 | 3.1482 | -3.2143 | 0.005215 |
| 5 | -6.6 | 6.455556 | 2.45556 | 2.9851 | -3.4958 | 0.003257 |
| 6 | -6.8 | 3.15556 | 4.93333 | 2.8441 | -3.7804 | 0.001471 |
| 7 | -7.2 | 1.6 | 6.26667 | 2.80048 | -4.0589 | 0.001292 |
| 8 | -7.4 | 5.56667 | 1.56667 | 2.6798 | -4.3808 | 0.0006599 |
| 9 | -7.8 | 5.87778 | 0.76667 | 2.5777 | -4.7845 | 0.0005251 |
| 10 | -8.0 | 0.88889 | 4.88889 | 2.4037 | -12.1680 | 0.0001913 |
| 11 | -8.6 | 4.9 | 0.23333 | 2.2657 | -5.2623 | 0.0001399 |
| 12 | -8.2 | 2.76667 | 1.43333 | 2.0494 | -6.3264 | 9.097e-06 |
| 13 | -8.4 | 2.4 | 1.51111 | 1.9777 | -6.7158 | 3.496e-06 |
| 14 | -8.4 | 2.17778 | 1.28889 | 1.8619 | -8.4 | 1.74e-06 |
| 15 | -8.6 | 1.78889 | 1.12222 | 1.7062 | -7.9696 | 3.687e-07 |
| 16 | -8.8 | 1.82222 | 0.71111 | 1.5916 | -8.7419 | 2.705e-07 |
| 17 | -9.2 | 0.26667 | 1.6 | 1.3663 | -10.647 | 1.927e-07 |
| 18 | -9.2 | 0.711111 | 0.71111 | 1.1926 | -12.198 | 3.878e-10 |
| 19 | -9.6 | 0.4 | 0.17778 | 0.7601 | -19.969 | 1.429e-12 |
| 20 | -9.8 | 0.1 | 0.1 | 0.4472 | -34.648 | 2.2e-16 |

จะพบว่าเมื่อค่า $\sqrt{s_X^2 + s_Y^2}$ ลดลงเรื่อยๆ จะทำให้ $s_X^2$ และ $s_Y^2$ มีแนวโน้มลงลงและเข้าใกล้ 0 ส่วนค่า $\bar{R}_Y - \bar{R}_X$ มีแนวโน้มน้อยลง ส่วนค่า BM มีแนวโน้มน้อยลง ทำให้ค่า p-value มีแนวโน้มลดลง ทำให้เกิดการปฏิเสธ $H_0$ ดังนั้นเมื่อ $s_X^2$, $s_Y^2$ มีค่าเท่ากับ 0 จะถือว่าเกิดการปฏิเสธ $H_0$

จะพบว่าเมื่อมีการสลับข้อมูลกลุ่มที่ 1 และ 2 ทำให้ผลลัพธ์เหมือนกันคือ เมื่อ $s_X^2$, $s_Y^2$ มีค่าเท่ากับ 0 จะถือว่าเกิดการปฏิเสธ $H_0$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<u>วิธีที่ 1</u> การคำนวณโดยใช้เครื่องคิดเลข (เมื่อมีการสลับข้อมูลกลุ่มที่ 1 และ 2)

จากข้อมูลชุดที่ 1 ได้ข้อมูลดังนี้

X = (12.753268, 16.420223, 27.622031, 23.119727, 9.747682, 19.320795, 19.626959, 9.921315, 15.559839, 33.892358)

Y = (17.197719, 11.266908, 9.881942, 7.724686, 10.036653, 16.688300, 9.277480, 16.456015, 9.363200, 10.666064)

$H_0 : P(X < Y) = P(X > Y)$ หรือ $H_0$: ข้อมูลทั้ง 2 มีลักษณะเหมือนกัน

$H_1 : P(X < Y) \neq P(X > Y)$ $H_1$: ข้อมูลทั้ง 2 มีลักษณะต่างกัน

| X | W | R | $\left(R_X - W_X - \bar{R}_X + \frac{m+1}{2}\right)^2$ | Y | W | R | $\left(R_Y - W_Y - \bar{R}_Y + \frac{m+1}{2}\right)^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12.753268 | 3 | 10 | 0.64 | 17.197719 | 10 | 15 | 7.84 |
| 16.420223 | 5 | 12 | 0.64 | 11.266908 | 7 | 9 | 0.04 |
| 27.622031 | 9 | 10 | 4.84 | 9.881942 | 4 | 5 | 1.44 |
| 23.119727 | 8 | 18 | 4.84 | 7.724686 | 1 | 1 | 4.84 |
| 9.747682 | 1 | 4 | 23.04 | 10.036653 | 5 | 7 | 0.04 |
| 19.320795 | 6 | 16 | 4.84 | 16.688300 | 9 | 14 | 7.84 |
| 19.626959 | 7 | 17 | 4.84 | 9.277480 | 2 | 2 | 4.84 |
| 9.921315 | 2 | 6 | 14.44 | 16.456015 | 8 | 13 | 7.84 |
| 15.559839 | 4 | 11 | 0.64 | 9.363200 | 3 | 3 | 4.84 |
| 33.892358 | 10 | 20 | 4.84 | 10.666064 | 6 | 8 | 0.04 |
| รวม | | | 63.6 | รวม | | | 39.6 |

$$s_X^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(R_{X_i} - W_{X_i} - \bar{R}_X + \frac{m+1}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{10-1}(0.64+0.64+...+4.84)$$

$$= \frac{1}{9}(63.6)$$

$$= 7.06667$$

$$s_Y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(R_{Y_i} - W_{Y_i} - \bar{R}_Y + \frac{n+1}{2}\right)^2$$

$$= \frac{1}{10-1}(7.84+0.04+...+0.04)$$

$$= \frac{1}{9}(39.6)$$

$$= 4.4$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวสถิติทดสอบคือ

$$BM = \frac{mn\left(\bar{R}_Y - \bar{R}_X\right)}{(m+n)\sqrt{ms_X^2 + ns_Y^2}}$$

$$= \frac{(10\times10)(7.7-13.3)}{(10+10)\sqrt{(10\times7.06667)+(10\times4.4)}}$$

$$= \frac{-560}{214.16518}$$

$$= -2.61480$$

โดยที่

$$df_{BM} = \frac{\left(ms_X^2 + ns_Y^2\right)^2}{\frac{\left(ms_X^2\right)^2}{m-1} + \frac{\left(ns_Y^2\right)^2}{n-1}}$$

$$= \frac{\left((10\times7.06667)+(10\times4.4)\right)^2}{\frac{(10\times7.06667)^2}{10-1} + \frac{(10\times4.4)^2}{10-1}}$$

$$= \frac{13148.45209}{769.97583}$$

$$= 17.07645$$

จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง $(H_0)$ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha$ เมื่อตัวสถิติทดสอบ BM มีค่าน้อยกว่า $-t_{(0.025,17.07645)} = -2.1091$ หรือมีค่ามากกว่า $t_{(0.025,17.07645)} = 2.1091$

เนื่องจาก $BM = -2.61480 < -2.1091$ จึงปฏิเสธ $H_0$ ดังนั้นข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มมีลักษณะแตกต่างกัน

หรือสามารถหาค่า p-value ได้จากตาราง t ที่ d.f.=17.07645 จะได้ p-value = $2P(BM \le -2.61480) = 0.018070$ ซึ่งมีค่าน้อยกว่า $\alpha = 0.05$ จึงปฏิเสธ $H_0$ ดังนั้นข้อมูลทั้ง 2 มีลักษณะแตกต่างกัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีที่ 2 การคำนวณโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป R (เมื่อมีการสลับข้อมูลกลุ่มที่ 1 และ 2)

**Input**

```
> x1 = c(12.753268, 16.420223, 27.622031, 23.119727, 9.747682,
+ 19.320795, 19.626959, 9.921315, 15.559839, 33.892358)
> x2 = c(17.197719, 11.266908, 9.881942, 7.724686, 10.036653,
+ 16.688300, 9.277480, 16.456015, 9.363200, 10.666064)
> library(lawstat)
> brunner.munzel.test (X,x2)
```

**Output**

```
data:  X and Y
Brunner-Munzel Test Statistic = -2.6148, df = 17.076, p-value = 0.01807
95 percent confidence interval:
 -0.005847351  0.445847351
sample estimates:
P(X<Y)+.5*P(X=Y)
            0.22
```

ดังนั้น BM=-2.6148, df=17.076 และ p-value=0.01807 ซึ่งตรงกับวิธีการคำนวณโดยใช้เครื่องคิดเลข

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**********

**ก4.2 คำสั่งโปรแกรม**การคำนวณกำลังการทดสอบ ตัวสถิติทดสอบBrunner and Munzel ไม่สามารถคำนวณค่าสถิติทดสอบได้ เนื่องจากมีการสุ่มพบข้อมูลประชากรที่มีการจัดเรียงลำดับที่ทำให้ค่า $s_X^2$, $s_Y^2$ มีค่าเท่ากับ 0

**********

```
library(lawstat)
set.seed(10)
M=1000
N=1
O=6
alpha=0.1
n1=c(10,20,50,10,20,50)
n2=c(10,20,50,15,30,100)
Alpha1=c(10)
Beta1=c(1)
Alpha2=c(10)
Beta2=c(2)
COUNT <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))
COUNT2 <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))
for(j in 1:N)
{
        for(k in 1:O)
        {
                for(l in 1:M)
                {
                        x1=rgamma(n1[k],Alpha1[j],1/(Beta1[j]))
                        x2=rgamma(n2[k],Alpha2[j],1/(Beta2[j]))
                        B= brunner.munzel.test (x1,x2)
                        pvalueB= B$p.value
                        if(!is.na(pvalueB)){                    ##SKIP
                        if(pvalueB<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1
        }
                else {
                         COUNT2[j,1,k]=COUNT2[j,1,k]+1
                }
                }
        }
}
COUNT[1,,]=(COUNT[1,,]+ COUNT2[1,,])/M
COUNT[1,,]
COUNT2[1,,]
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ผลลัพธ์**

| ขนาดตัวอย่าง | (10,10) | (20,20) | (50,50) | (10,15) | (20,30) | (50,100) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| จำนวนครั้งที่ปฏิเสธ $H_0$ | 874 | 993 | 1,000 | 993 | 995 | 1,000 |
| จำนวนครั้ง $s_X^2, s_Y^2$ มีค่าเท่ากับ 0 | 124 | 7 | 0 | 66 | 5 | 0 |
| กำลังการทดสอบ | 0.998 | 1.000 | 1.000 | 0.999 | 1.000 | 1.000 |

โปรแกรมจะทำการนับจำนวนครั้งที่ปฏิเสธ $H_0$ และจำนวนครั้งที่หาค่า p-value ไม่ได้ เนื่องจากค่า $s_X^2, s_Y^2$ มีค่าเท่ากับ 0 โดยกำลังการทดสอบเกิดจากจำนวนครั้งที่ปฏิเสธ $H_0$ นำมารวมกับจำนวนครั้งที่หาค่า p-value ไม่ได้ เนื่องจากค่า $s_X^2, s_Y^2$ มีค่าเท่ากับ 0 แล้วจึงนำมาหารจำนวนรอบทั้งหมด เช่น กำลังการทดสอบ ที่ขนาดตัวอย่าง (10,10) สามารถหาได้ดังนี้

$$\text{กำลังการทดสอบ} = \frac{\text{จำนวนครั้งที่ปฏิเสธ } H_0 + \text{ จำนวนครั้ง } s_X^2, s_Y^2 \text{ มีค่าเท่ากับ 0}}{1000}$$

$$= \frac{874+124}{1000}$$

$$= \frac{998}{1000}$$

$$= 0.998$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**********

**ก5.1 คำสั่งโปรแกรม** การคำนวณกำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลกลุ่มที่ 1 มีการแจกแจงปรกติและข้อมูลกลุ่มที่ 2 มีการแจกแจงปรกติ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ใช้จำนวนรอบ 1,000 รอบ

**********

**######## WMW #########**

```
set.seed(10)
M=1000
N=1
O=6
alpha=0.01
n1=c(10,20,50,10,20,50)
n2=c(10,20,50,15,30,100)
Mu1=c(10)
Var1=c(20)
Mu2=c(15)
Var2=c(20)
COUNT <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))
for(j in 1:N)
{
        for(k in 1:O)
        {
                for(l in 1:M)
                {
                        x1=rnorm(n1[k],Mu1[j],sqrt(Var1[j]))
                        x2= rnorm(n2[k],Mu2[j],sqrt(Var2[j]))

                        W= wilcox.test(x1,x2, correct=FALSE)
                        pvalueW= W$p.value
                        if(pvalueW<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1
                }
        }
}

COUNT[1,,]=COUNT[1,,]/M
COUNT[1,,]
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
######## BM #########
library(lawstat)
set.seed(10)
M=1000
N=1
O=6
alpha=0.01
n1=c(10,20,50,10,20,50)
n2=c(10,20,50,15,30,100)
Mu1=c(10)
Var1=c(20)
Mu2=c(15)
Var2=c(20)
COUNT <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))
for(j in 1:N)
{
        for(k in 1:O)
        {
                for(l in 1:M)
                {
                        x1=rnorm(n1[k],Mu1[j],sqrt(Var1[j]))
                        x2= rnorm(n2[k],Mu2[j],sqrt(Var2[j]))
                        B= brunner.munzel.test (x1,x2)
                        pvalueB= B$p.value
                        if(!is.na(pvalueB)){
                        if(pvalueB<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1
        }
                else {
                         COUNT2[j,1,k]=COUNT2[j,1,k]+1
                }
                }
        }
}
COUNT[1,,]=(COUNT[1,,]+ COUNT2[1,,])/M
COUNT[1,,]
COUNT2[1,,]
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
####### BRW ##########
set.seed(10)
M=1000
N=1
O=6
alpha=0.01
n1=c(10,20,50,10,20,50)
n2=c(10,20,50,15,30,100)
Mu1=c(10)
Var1=c(20)
Mu2=c(15)
Var2=c(20)
COUNT <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))
for(j in 1:N)
{
        for(k in 1:O)
        {
                for(l in 1:M)
                {
                        x1=rnorm(n1[k],Mu1[j],sqrt(Var1[j]))
                        x2= rnorm(n2[k],Mu2[j],sqrt(Var2[j]))

                        R= bootstrap.rw.test (x1,x2,1000)
                        pvalueR= R$p.value
                        if(pvalueR<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1
                }
        }
}
COUNT[1,,]=COUNT[1,,]/M
COUNT[1,,]
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**********

**ก5.2 คำสั่งโปรแกรม** การคำนวณกำลังการทดสอบ กรณีกรณีข้อมูลกลุ่มที่ 1 มีการแจกแจงแกมมา การแจกแจงเลขชี้กำลังหรือการแจกแจงไคกำลังสอง และข้อมูลกลุ่มที่ 2 มีการแจกแจงแกมมา การแจกแจงเลขชี้กำลังหรือการแจกแจงไคกำลังสอง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ใช้จำนวนรอบ 1,000 รอบ

**********

**######### WMW ##########**

```
set.seed(10)
M=1000
N=1
O=6
alpha=0.01
n1=c(10,20,50,10,20,50)
n2=c(10,20,50,15,30,100)
Alpha1=c(2)
Beta1=c(4)
Alpha2=c(8)
Beta2=c(2)
COUNT <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))
for(j in 1:N)
{
        for(k in 1:O)
        {
                for(l in 1:M)
                {
                        x1=rgamma(n1[k],Alpha1[j],1/(Beta1[j]))
                        x2=rgamma(n2[k],Alpha2[j],1/(Beta2[j]))
                        R= brunner.munzel.test (x1,x2)
                        pvalueR= R$p.value
                        if(!is.na(pvalueR)){
                        if(pvalueR<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1
        }
                else {
                         COUNT2[j,1,k]=COUNT2[j,1,k]+1
                        W= wilcox.test(x1,x2, correct=FALSE)
                        pvalueW= W$p.value
                        if(pvalueW<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1
                }
        }
}

COUNT[1,,]=COUNT[1,,]/M
COUNT[1,,]
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
######## BM #########
library(lawstat)
set.seed(10)
M=1000
N=1
O=6
alpha=0.01
n1=c(10,20,50,10,20,50)
n2=c(10,20,50,15,30,100)
Alpha1=c(2)
Beta1=c(4)
Alpha2=c(8)
Beta2=c(2)
COUNT <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))
for(j in 1:N)
{
        for(k in 1:O)
        {
                for(l in 1:M)
                {
                        x1=rgamma(n1[k],Alpha1[j],1/(Beta1[j]))
                        x2=rgamma(n2[k],Alpha2[j],1/(Beta2[j]))

                        B= brunner.munzel.test (x1,x2)
                        pvalueB= B$p.value
                        if(!is.na(pvalueB)){
                        if(pvalueB<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1
        }
                else {
                         COUNT2[j,1,k]=COUNT2[j,1,k]+1
                }
                }
        }
}
COUNT[1,,]=(COUNT[1,,]+ COUNT2[1,,])/M
COUNT[1,,]
COUNT2[1,,]
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
######### BRW ##########
set.seed(10)
M=1000
N=1
O=6
alpha=0.01
n1=c(10,20,50,10,20,50)
n2=c(10,20,50,15,30,100)
Alpha1=c(2)
Beta1=c(4)
Alpha2=c(8)
Beta2=c(2)
COUNT <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))
for(j in 1:N)
{
        for(k in 1:O)
        {
                for(l in 1:M)
                {
                        x1=rgamma(n1[k],Alpha1[j],1/(Beta1[j]))
                        x2=rgamma(n2[k],Alpha2[j],1/(Beta2[j]))

                        R= bootstrap.rw.test (x1,x2,1000)
                        pvalueR= R$p.value
                        if(pvalueR<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1

                }
        }
}
COUNT[1,,]=COUNT[1,,]/M
COUNT[1,,]
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**********

**ก5.3คำสั่งโปรแกรม** การคำนวณกำลังการทดสอบ กรณีกรณีข้อมูลกลุ่มที่ 1 มีการแจกปรกติ และข้อมูลกลุ่มที่ 2 มีการแจกแจงแกมมา การแจกแจงเลขชี้กำลังหรือการแจกแจงไคกำลังสอง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 ใช้จำนวนรอบ 1,000 รอบ

**********

**######### WMW #########**

```
set.seed(10)
M=1000
N=1
O=6
alpha=0.01
n1=c(10,20,50,10,20,50)
n2=c(10,20,50,15,30,100)
Mu1=c(15)
Var1=c(10)
Alpha2=c(10)
Beta2=c(1)
COUNT <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))
for(j in 1:N)
{
        for(k in 1:O)
        {
                for(l in 1:M)
                {
                        x1=rnorm(n1[k],Mu1[j],sqrt(Var1[j]))
                        x2=rgamma(n2[k],Alpha2[j],1/(Beta2[j]))

                        W= wilcox.test(x1,x2, correct=FALSE)
                        pvalueW= W$p.value
                        if(pvalueW<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1
                }
        }
}
COUNT[1,,]=COUNT[1,,]/M
COUNT[1,,]
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
######## BM #########
library(lawstat)
set.seed(10)
M=1000
N=1
O=6
alpha=0.01
n1=c(10,20,50,10,20,50)
n2=c(10,20,50,15,30,100)
Mu1=c(15)
Var1=c(10)
Alpha2=c(10)
Beta2=c(1)
COUNT <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))
for(j in 1:N)
{
        for(k in 1:O)
        {
                for(l in 1:M)
                {
                        x1=rnorm(n1[k],Mu1[j],sqrt(Var1[j]))
                        x2=rgamma(n2[k],Alpha2[j],1/(Beta2[j]))

                        B= brunner.munzel.test (x1,x2)
                        pvalueB= B$p.value
                        if(!is.na(pvalueB)){
                        if(pvalueB<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1
        }
                else {
                         COUNT2[j,1,k]=COUNT2[j,1,k]+1
                }
                }
        }
}
COUNT[1,,]=(COUNT[1,,]+ COUNT2[1,,])/M
COUNT[1,,]
COUNT2[1,,]
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
######## BRW #########
set.seed(10)
M=1000
N=1
O=6
alpha=0.01
n1=c(10,20,50,10,20,50)
n2=c(10,20,50,15,30,100)
Mu1=c(15)
Var1=c(10)
Alpha2=c(10)
Beta2=c(1)
COUNT <- array(rep(0,1*1*6),dim=c(1,1,6))
for(j in 1:N)
{
        for(k in 1:O)
        {
                for(l in 1:M)
                {
                        x1=rnorm(n1[k],Mu1[j],sqrt(Var1[j]))
                        x2=rgamma(n2[k],Alpha2[j],1/(Beta2[j]))

                        R= bootstrap.rw.test (x1,x2,1000)
                        pvalueR= R$p.value
                        if(pvalueR<=alpha)
                        COUNT[j,1,k]=COUNT[j,1,k]+1

                }
        }
}

COUNT[1,,]=COUNT[1,,]/M
COUNT[1,,]
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**********

**ก6 คำสั่งโปรแกรม** การคำนวณกราฟความน่าจะเป็นของความผิดพลาดแบบที่ 1 กรณีข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน มีค่ากลางเท่ากัน ความแปรปรวนเท่ากัน เมื่อขนาดตัวอย่างเป็น (10,10), (20,20), (50,50), (5,10), (20,30) และ (50,100) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10

**********

```
BradleyUpper1 = rep(0.015,7)
BradleyLower1 = rep(0.005,7)
BradleyUpper2 = rep(0.075,7)
BradleyLower2 = rep(0.025,7)
BradleyUpper3 = rep(0.15,7)
BradleyLower3 = rep(0.05,7)
WMW1 = c(0.011 ,0.010,0.015,NA,0.011,0.005,0.009)
BM1 = c(0.023 ,0.013,0.017, NA,0.021,0.008,0.010)
BRW1 = c(0.021,0.023,0.017, NA,0.020,0.013,0.012)

WMW2 = c(0.047,0.046,0.059, NA,0.060,0.050,0.051)
BM2 = c(0.061 ,0.052,0.061, NA,0.067,0.057,0.054)
BRW2 = c(0.079,0.060,0.045, NA,0.074,0.055,0.053)

WMW3 = c(0.111,0.102,0.105, NA,0.109,0.109,0.114)
BM3 = c(0.118,0.108,0.103, NA,0.116,0.106,0.111)
BRW3 = c(0.141,0.112,0.096, NA,0.127,0.100,0.099)
y    = c('10,10','20,20','30,30',' ','10,15', '20,30', '50,100')
x    = seq(1,7)

par(mfrow=c(1,3))

plot(x, WMW1,type = "b",lty = 3,lwd = 2,col = " black ",xaxt = "n",ylim =
c(0.005,0.04),main = "Alpha = 0.01",xlab = "n",ylab = "Type I Error",pch = 8,cex=1.5)
lines(x,BM1,type = "b",lty = 2,lwd = 2,col = "blue",pch = 16,cex=1.5)
lines(x, BRW1,type = "b",lty = 1,lwd = 2.9,col = "red",pch = 17,cex=1.5)
lines(x,BradleyUpper1,type = "l",lwd = 2,lty = 2)
lines(x,BradleyLower1,type = "l",lwd = 2,lty = 2)
axis(1, at = 1:7, labels = y)
labels = c("WMW","BM","BRW")
lwdd=c(2,2,2.9,2.9,2,2)
ltyy=c(3,2,1,4,5,6)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
colors = c("black","blue","red",150,451,"purple")
pchh = c(8,16,17,18,4,15)
legend("top",inset = .04,labels,lwd = lwdd,lty = ltyy,col = colors,pch = pchh,cex=1.5)

plot(x, WMW2,type = "b",lty = 3,lwd = 2,col = "black",xaxt = "n",ylim =
c(0.025,0.10),main = "Alpha = 0.05",xlab = "n",ylab = "Type I Error",pch = 8,cex=1.5)
lines(x,BM2,type = "b",lty = 2,lwd = 2,col = "blue",pch = 16,cex=1.5)
lines(x, BRW2,type = "b",lty = 1,lwd = 2.9,col = "red",pch = 17,cex=1.5)
lines(x,BradleyUpper2,type = "l",lwd = 2,lty = 2)
lines(x,BradleyLower2,type = "l",lwd = 2,lty = 2)
axis(1, at = 1:7, labels = y)
labels = c("WMW","BM","BRW")
lwdd=c(2,2,2.9,2.9,2,2)
ltyy=c(3,2,1,4,5,6)
colors = c("black","blue","red",150,451,"purple")
pchh = c(8,16,17,18,4,15)
legend("top",inset = .04,labels,lwd = lwdd,lty = ltyy,col = colors,pch = pchh,cex=1.5)

plot(x, WMW3,type = "b",lty = 3,lwd = 2,col = "black",xaxt = "n",ylim = c(0.05,0.2),main
= "Alpha = 0.10",xlab = "n",ylab = "Type I Error",pch = 8,cex=1.5)
lines(x,BM3,type = "b",lty = 2,lwd = 2,col = "blue",pch = 16,cex=1.5)
lines(x, BRW3,type = "b",lty = 1,lwd = 2.9,col = "red",pch = 17,cex=1.5)
lines(x,BradleyUpper3,type = "l",lwd = 2,lty = 2)
lines(x,BradleyLower3,type = "l",lwd = 2,lty = 2)
axis(1, at = 1:7, labels = y)
labels = c("WMW","BM","BRW")
lwdd=c(2,2,2.9,2.9,2,2)
ltyy=c(3,2,1,4,5,6)
colors = c("black","blue","red",150,451,"purple")
pchh = c(8,16,17,18,4,15)
legend("top",inset = .04,labels,lwd = lwdd,lty = ltyy,col = colors,pch = pchh,cex=1.5)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**********

**ก7 คำสั่งโปรแกรม** การคำนวณกราฟกำลังการทดสอบ กรณีข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มมีการแจกแจงเหมือนกัน มีค่ากลางเท่ากัน ความแปรปรวนเท่ากัน เมื่อขนาดตัวอย่างเป็น (10,10), (20,20), (50,50), (5,10), (20,30) และ (50,100) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01, 0.05 และ 0.10

**********

```
WMW1 = c(0.336,0.759,0.997,NA,0.455,0.844,1.000)
BM1  = c(0.418,0.794,0.998,NA,0.523,0.869,1.000)
BRW1 = c(0.479,0.804,0.998,NA,0.558,0.886,0.999)

WMW2 = c(0.581,0.910,1.000,NA,0.710,0.948,1.000)
BM2  = c(0.628,0.911,1.000,NA,0.732,0.951,1.000)
BRW2 = c(0.713,0.936,1.000,NA,0.777,0.966,1.000)

WMW3 = c(0.701,0.952,1.000,NA,0.796,0.977,1.000)
BM3  = c(0.715,0.955,1.000,NA,0.821,0.977,1.000)
BRW3 = c(0.809,0.964,1.000,NA,0.864,0.979,1.000)
y    = c('10,10','20,20','30,30',' ','10,15','20,30','50,100')
x    = seq(1,7)

par(mfrow=c(1,3))

plot(x, WMW1,type = "b",lty = 3,lwd = 2,col = " black ",xaxt = "n",ylim =
c(0.005,1),main = "Alpha = 0.01",xlab = "n",ylab = "Power of a Test",pch = 8,cex=1.5)
lines(x,BM1,type = "b",lty = 2,lwd = 2,col = "blue",pch = 16,cex=1.5)
lines(x, BRW1,type = "b",lty = 1,lwd = 2.9,col = "red",pch = 17,cex=1.5)
axis(1, at = 1:7, labels = y)
labels = c("WMW","BM","BRW")
lwdd=c(2,2,2.9,2.9,2,2)
ltyy=c(3,2,1,4,5,6)
colors = c("black","blue","red",150,451,"purple")
pchh = c(8,16,17,18,4,15)
legend("bottom",inset = .04,labels,lwd = lwdd,lty = ltyy,col = colors,pch =
pchh,cex=1.5)

plot(x, WMW2,type = "b",lty = 3,lwd = 2,col = "black",xaxt = "n",ylim = c(0.025,1),main
= "Alpha = 0.05",xlab = "n",ylab = " Power of a Test ",pch = 8,cex=1.5)
lines(x,BM2,type = "b",lty = 2,lwd = 2,col = "blue",pch = 16,cex=1.5)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
lines(x, BRW2,type = "b",lty = 1,lwd = 2.9,col = "red",pch = 17,cex=1.5)
axis(1, at = 1:7, labels = y)
labels = c("WMW","BM","BRW")
lwdd=c(2,2,2.9,2.9,2,2)
ltyy=c(3,2,1,4,5,6)
colors = c("black","blue","red",150,451,"purple")
pchh = c(8,16,17,18,4,15)
legend("bottom",inset = .04,labels,lwd = lwdd,lty = ltyy,col = colors,pch =
pchh,cex=1.5)

plot(x, WMW3,type = "b",lty = 3,lwd = 2,col = "black",xaxt = "n",ylim = c(0.05,1),main
= "Alpha = 0.10",xlab = "n",ylab = " Power of a Test ",pch = 8,cex=1.5)
lines(x,BM3,type = "b",lty = 2,lwd = 2,col = "blue",pch = 16,cex=1.5)
lines(x, BRW3,type = "b",lty = 1,lwd = 2.9,col = "red",pch = 17,cex=1.5)
axis(1, at = 1:7, labels = y)
labels = c("WMW","BM","BRW")
lwdd=c(2,2,2.9,2.9,2,2)
ltyy=c(3,2,1,4,5,6)
colors = c("black","blue","red",150,451,"purple")
pchh = c(8,16,17,18,4,15)
legend("bottom",inset = .04,labels,lwd = lwdd,lty = ltyy,col = colors,pch =
pchh,cex=1.5)
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

# ภาคผนวก ข

**ตาราง ข1** ความน่าจะเป็นแบบที

| One-tail | 0.50 | 0.25 | 0.20 | 0.15 | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 | 0.001 | 0.0005 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Two-tails | 1.00 | 0.50 | 0.40 | 0.30 | 0.20 | 0.10 | 0.05 | 0.02 | 0.01 | 0.002 | 0.001 |
| df | | | | | | | | | | | |
| 1 | 0.000 | 1.000 | 1.376 | 1.963 | 3.078 | 6.314 | 12.71 | 31.82 | 63.66 | 318.31 | 636.62 |
| 2 | 0.000 | 0.816 | 1.061 | 1.386 | 1.886 | 2.920 | 4.303 | 6.965 | 9.925 | 22.327 | 31.599 |
| 3 | 0.000 | 0.765 | 0.978 | 1.250 | 1.638 | 2.353 | 3.182 | 4.541 | 5.841 | 10.215 | 12.924 |
| 4 | 0.000 | 0.741 | 0.941 | 1.190 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 3.747 | 4.604 | 7.173 | 8.610 |
| 5 | 0.000 | 0.727 | 0.920 | 1.156 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 3.365 | 4.032 | 5.893 | 6.869 |
| 6 | 0.000 | 0.718 | 0.906 | 1.134 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 3.143 | 3.707 | 5.208 | 5.959 |
| 7 | 0.000 | 0.711 | 0.896 | 1.119 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.998 | 3.499 | 4.785 | 5.408 |
| 8 | 0.000 | 0.706 | 0.889 | 1.108 | 1.397 | 1.860 | 2.306 | 2.896 | 3.355 | 4.501 | 5.041 |
| 9 | 0.000 | 0.703 | 0.883 | 1.100 | 1.383 | 1.833 | 2.262 | 2.821 | 3.250 | 4.297 | 4.781 |
| 10 | 0.000 | 0.700 | 0.879 | 1.093 | 1.372 | 1.812 | 2.228 | 2.764 | 3.169 | 4.144 | 4.587 |
| 11 | 0.000 | 0.697 | 0.876 | 1.088 | 1.363 | 1.796 | 2.201 | 2.718 | 3.106 | 4.025 | 4.437 |
| 12 | 0.000 | 0.695 | 0.873 | 1.083 | 1.356 | 1.782 | 2.179 | 2.681 | 3.055 | 3.930 | 4.318 |
| 13 | 0.000 | 0.694 | 0.870 | 1.079 | 1.350 | 1.771 | 2.160 | 2.650 | 3.012 | 3.852 | 4.221 |
| 14 | 0.000 | 0.692 | 0.868 | 1.076 | 1.345 | 1.761 | 2.145 | 2.624 | 2.977 | 3.787 | 4.140 |
| 15 | 0.000 | 0.691 | 0.866 | 1.074 | 1.341 | 1.753 | 2.131 | 2.602 | 2.947 | 3.733 | 4.073 |
| 16 | 0.000 | 0.690 | 0.865 | 1.071 | 1.337 | 1.746 | 2.120 | 2.583 | 2.921 | 3.686 | 4.015 |
| 17 | 0.000 | 0.689 | 0.863 | 1.069 | 1.333 | 1.740 | 2.110 | 2.567 | 2.898 | 3.646 | 3.965 |
| 18 | 0.000 | 0.688 | 0.862 | 1.067 | 1.330 | 1.734 | 2.101 | 2.552 | 2.878 | 3.610 | 3.922 |
| 19 | 0.000 | 0.688 | 0.861 | 1.066 | 1.328 | 1.729 | 2.093 | 2.539 | 2.861 | 3.579 | 3.883 |
| 20 | 0.000 | 0.687 | 0.860 | 1.064 | 1.325 | 1.725 | 2.086 | 2.528 | 2.845 | 3.552 | 3.850 |
| 21 | 0.000 | 0.686 | 0.859 | 1.063 | 1.323 | 1.721 | 2.080 | 2.518 | 2.831 | 3.527 | 3.819 |
| 22 | 0.000 | 0.686 | 0.858 | 1.061 | 1.321 | 1.717 | 2.074 | 2.508 | 2.819 | 3.505 | 3.792 |
| 23 | 0.000 | 0.685 | 0.858 | 1.060 | 1.319 | 1.714 | 2.069 | 2.500 | 2.807 | 3.485 | 3.768 |
| 24 | 0.000 | 0.685 | 0.857 | 1.059 | 1.318 | 1.711 | 2.064 | 2.492 | 2.797 | 3.467 | 3.745 |
| 25 | 0.000 | 0.684 | 0.856 | 1.058 | 1.316 | 1.708 | 2.060 | 2.485 | 2.787 | 3.450 | 3.725 |
| 26 | 0.000 | 0.684 | 0.856 | 1.058 | 1.315 | 1.706 | 2.056 | 2.479 | 2.779 | 3.435 | 3.707 |
| 27 | 0.000 | 0.684 | 0.855 | 1.057 | 1.314 | 1.703 | 2.052 | 2.473 | 2.771 | 3.421 | 3.690 |
| 28 | 0.000 | 0.683 | 0.855 | 1.056 | 1.313 | 1.701 | 2.048 | 2.467 | 2.763 | 3.408 | 3.674 |
| 29 | 0.000 | 0.683 | 0.854 | 1.055 | 1.311 | 1.699 | 2.045 | 2.462 | 2.756 | 3.396 | 3.659 |
| 30 | 0.000 | 0.683 | 0.854 | 1.055 | 1.310 | 1.697 | 2.042 | 2.457 | 2.750 | 3.385 | 3.646 |
| 40 | 0.000 | 0.681 | 0.851 | 1.050 | 1.303 | 1.684 | 2.021 | 2.423 | 2.704 | 3.307 | 3.551 |
| 60 | 0.000 | 0.679 | 0.848 | 1.045 | 1.296 | 1.671 | 2.000 | 2.390 | 2.660 | 3.232 | 3.460 |
| 80 | 0.000 | 0.678 | 0.846 | 1.043 | 1.292 | 1.664 | 1.990 | 2.374 | 2.639 | 3.195 | 3.416 |
| 100 | 0.000 | 0.677 | 0.845 | 1.042 | 1.290 | 1.660 | 1.984 | 2.364 | 2.626 | 3.174 | 3.390 |
| 1000 | 0.000 | 0.675 | 0.842 | 1.037 | 1.282 | 1.646 | 1.962 | 2.330 | 2.581 | 3.098 | 3.300 |
| $\infty$ | 0.000 | 0.674 | 0.842 | 1.036 | 1.282 | 1.645 | 1.960 | 2.326 | 2.576 | 3.090 | 3.291 |

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**ตารางที่ ข2 ควอนไทล์ของตัวสถิติทดสอบแมนท์ - วิทนีย์**

| $n_1$ | p | $n_2$= 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.001 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 0.005 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 2 | 0.01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 |
| | 0.025 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| | 0.05 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 |
| | 0.1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 | 8 | 8 |
| | 0.001 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | 0.005 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 |
| 3 | 0.01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 6 |
| | 0.025 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 | 8 | 7 | 7 | 8 | 8 | 9 |
| | 0.05 | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 8 | 6 | 9 | 10 | 10 | 11 | 12 |
| | 0.1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| | 0.001 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 |
| | 0.005 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 0.01 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 4 | 5 | 6 | 6 | 7 | 9 | 8 | 9 | 10 | 10 | 11 |
| | 0.025 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| | 0.05 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| | 0.1 | 1 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 16 | 17 | 18 | 19 | 21 | 22 | 23 |

**ตารางที่ ข2 ควอนไทล์ของตัวสถิติทดสอบแมนท์ - วิทนีย์ (ต่อ)**

| $n_1$ | p | $n_2$= 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.001 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 6 | 7 | 8 | 8 |
| | 0.005 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 9 | 10 | 10 | 12 | 13 | 14 |
| 5 | 0.01 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 13 | 15 | 16 | 17 |
| | 0.025 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 16 | 19 | 20 | 21 |
| | 0.05 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 | 13 | 14 | 16 | 17 | 19 | 20 | 20 | 23 | 24 | 26 |
| | 0.1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 13 | 14 | 16 | 18 | 19 | 21 | 23 | 24 | 24 | 28 | 29 | 31 |
| | 0.001 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 9 | 11 | 12 | 13 |
| | 0.005 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 14 | 17 | 18 | 19 |
| 6 | 0.01 | 0 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 13 | 14 | 16 | 17 | 17 | 20 | 21 | 23 |
| | 0.025 | 0 | 2 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 11 | 12 | 14 | 15 | 17 | 18 | 20 | 22 | 22 | 25 | 26 | 28 |
| | 0.05 | 1 | 3 | 4 | 6 | 8 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 26 | 29 | 31 | 33 |
| | 0.1 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 | 30 | 35 | 37 | 39 |
| | 0.001 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 12 | 15 | 16 | 17 |
| | 0.005 | 0 | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 7 | 8 | 10 | 11 | 13 | 14 | 16 | 17 | 19 | 19 | 22 | 23 | 25 |
| 7 | 0.01 | 0 | 1 | 2 | 4 | 5 | 7 | 8 | 10 | 12 | 13 | 15 | 17 | 18 | 20 | 22 | 22 | 25 | 27 | 29 |
| | 0.025 | 0 | 2 | 4 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 17 | 19 | 21 | 23 | 25 | 27 | 27 | 31 | 33 | 35 |
| | 0.05 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 25 | 27 | 29 | 31 | 31 | 36 | 38 | 40 |
| | 0.1 | 2 | 5 | 7 | 9 | 12 | 14 | 17 | 19 | 22 | 24 | 27 | 29 | 32 | 34 | 37 | 37 | 42 | 44 | 47 |

**ตารางที่ ข2 ควอนไทล์ของตัวสถิติทดสอบแมนท์ - วิทนีย์ (ต่อ)**

| $n_1$ | p | $n_2$= 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.001 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 | 13 | 15 | 16 | 18 | 19 | 21 | 22 |
| | 0.005 | 0 | 0 | 2 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 19 | 21 | 23 | 25 | 27 | 29 | 31 |
| 8 | 0.01 | 0 | 1 | 3 | 5 | 7 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 21 | 23 | 25 | 27 | 29 | 31 | 33 | 35 |
| | 0.025 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 14 | 16 | 18 | 20 | 23 | 25 | 27 | 30 | 32 | 35 | 37 | 39 | 42 |
| | 0.05 | 2 | 4 | 6 | 9 | 11 | 14 | 16 | 19 | 21 | 24 | 27 | 29 | 32 | 34 | 37 | 40 | 42 | 45 | 48 |
| | 0.1 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 25 | 28 | 31 | 34 | 37 | 40 | 43 | 46 | 49 | 52 | 55 |
| | 0.001 | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | 4 | 6 | 8 | 9 | 11 | 13 | 15 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 32 |
| | 0.005 | 0 | 1 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 17 | 19 | 21 | 23 | 25 | 28 | 30 | 32 | 34 | 37 |
| 9 | 0.01 | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 15 | 17 | 19 | 22 | 24 | 27 | 29 | 32 | 34 | 37 | 39 | 41 |
| | 0.025 | 1 | 3 | 5 | 8 | 11 | 13 | 16 | 18 | 21 | 24 | 27 | 29 | 32 | 35 | 38 | 40 | 43 | 46 | 49 |
| | 0.05 | 2 | 5 | 7 | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 | 25 | 28 | 31 | 34 | 37 | 40 | 43 | 46 | 49 | 52 | 55 |
| | 0.1 | 3 | 6 | 10 | 13 | 16 | 19 | 23 | 26 | 29 | 32 | 36 | 39 | 42 | 46 | 49 | 53 | 56 | 59 | 63 |
| | 0.001 | 0 | 0 | 1 | 2 | 4 | 6 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 | 30 | 33 |
| | 0.005 | 0 | 1 | 3 | 5 | 7 | 10 | 12 | 14 | 17 | 19 | 22 | 25 | 27 | 30 | 32 | 35 | 38 | 40 | 43 |
| 10 | 0.01 | 0 | 2 | 4 | 7 | 9 | 12 | 14 | 17 | 20 | 23 | 25 | 28 | 31 | 34 | 37 | 39 | 42 | 45 | 48 |
| | 0.025 | 1 | 4 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | 34 | 37 | 40 | 43 | 46 | 49 | 53 | 56 |
| | 0.05 | 2 | 5 | 8 | 12 | 15 | 18 | 21 | 25 | 28 | 32 | 35 | 38 | 42 | 45 | 49 | 52 | 56 | 59 | 63 |
| | 0.1 | 4 | 7 | 11 | 14 | 18 | 22 | 25 | 29 | 33 | 37 | 40 | 44 | 48 | 52 | 55 | 59 | 63 | 57 | 71 |

**ตารางที่ ข2 ควอนไทล์ของตัวสถิติทดสอบแมนท์ - วิทนีย์ (ต่อ)**

| $n_1$ | p | $n_2$= 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.001 | 0 | 0 | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 16 | 18 | 21 | 23 | 25 | 28 | 30 | 33 | 35 | 38 |
| | 0.005 | 0 | 1 | 3 | 6 | 8 | 11 | 14 | 17 | 19 | 22 | 25 | 28 | 31 | 34 | 37 | 40 | 43 | 46 | 49 |
| 11 | 0.01 | 0 | 2 | 5 | 8 | 10 | 13 | 16 | 19 | 23 | 26 | 29 | 32 | 35 | 38 | 42 | 45 | 48 | 51 | 54 |
| | 0.025 | 1 | 4 | 7 | 10 | 14 | 17 | 20 | 24 | 27 | 31 | 34 | 38 | 41 | 45 | 48 | 52 | 56 | 59 | 63 |
| | 0.05 | 2 | 6 | 9 | 13 | 17 | 20 | 24 | 28 | 32 | 35 | 39 | 43 | 47 | 51 | 55 | 58 | 62 | 66 | 70 |
| | 0.1 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 37 | 41 | 45 | 49 | 53 | 58 | 62 | 66 | 70 | 74 | 79 |
| | 0.001 | 0 | 0 | 1 | 3 | 5 | 8 | 10 | 13 | 15 | 18 | 21 | 24 | 26 | 29 | 32 | 35 | 38 | 41 | 43 |
| | 0.005 | 0 | 2 | 4 | 7 | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 | 25 | 28 | 32 | 35 | 38 | 42 | 45 | 48 | 52 | 55 |
| 12 | 0.01 | 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 22 | 25 | 29 | 32 | 36 | 39 | 43 | 47 | 50 | 54 | 57 | 61 |
| | 0.025 | 2 | 5 | 8 | 12 | 15 | 19 | 23 | 27 | 30 | 34 | 38 | 42 | 46 | 50 | 54 | 58 | 62 | 66 | 70 |
| | 0.05 | 3 | 6 | 10 | 14 | 18 | 22 | 27 | 31 | 35 | 39 | 43 | 48 | 52 | 56 | 61 | 65 | 69 | 73 | 78 |
| | 0.1 | 5 | 9 | 13 | 18 | 22 | 27 | 31 | 36 | 40 | 45 | 50 | 54 | 59 | 64 | 68 | 73 | 78 | 82 | 87 |
| | 0.001 | 0 | 0 | 2 | 4 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 | 27 | 30 | 33 | 36 | 39 | 43 | 46 | 49 |
| | 0.005 | 0 | 2 | 4 | 8 | 11 | 14 | 18 | 21 | 25 | 28 | 32 | 35 | 39 | 43 | 46 | 50 | 54 | 58 | 61 |
| 13 | 0.01 | 1 | 3 | 6 | 10 | 13 | 17 | 21 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 | 44 | 48 | 52 | 56 | 60 | 64 | 68 |
| | 0.025 | 2 | 5 | 9 | 13 | 17 | 21 | 25 | 29 | 34 | 38 | 42 | 46 | 51 | 55 | 60 | 64 | 68 | 73 | 77 |
| | 0.05 | 3 | 7 | 11 | 16 | 20 | 25 | 29 | 34 | 38 | 43 | 48 | 52 | 57 | 62 | 66 | 71 | 76 | 81 | 85 |
| | 0.1 | 5 | 10 | 14 | 19 | 24 | 29 | 34 | 39 | 44 | 49 | 54 | 59 | 64 | 69 | 75 | 80 | 85 | 90 | 95 |

**ตารางที่ ข2 ควอนไทล์ของตัวสถิติทดสอบแมนท์ - วิทนีย์ (ต่อ)**

| $n_1$ | p | $n_2$= 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.001 | 0 | 0 | 2 | 4 | 7 | 10 | 13 | 16 | 20 | 23 | 26 | 30 | 33 | 37 | 40 | 44 | 47 | 51 | 55 |
| | 0.005 | 0 | 2 | 5 | 8 | 12 | 16 | 19 | 23 | 27 | 31 | 35 | 39 | 43 | 47 | 51 | 55 | 59 | 64 | 68 |
| 14 | 0.01 | 1 | 3 | 7 | 11 | 14 | 18 | 23 | 27 | 31 | 35 | 39 | 44 | 48 | 52 | 57 | 61 | 66 | 70 | 74 |
| | 0.025 | 2 | 6 | 10 | 14 | 18 | 23 | 27 | 32 | 37 | 41 | 46 | 51 | 56 | 60 | 65 | 70 | 75 | 79 | 84 |
| | 0.05 | 4 | 8 | 12 | 17 | 22 | 27 | 32 | 37 | 42 | 47 | 52 | 57 | 62 | 67 | 72 | 78 | 83 | 88 | 93 |
| | 0.1 | 5 | 11 | 16 | 21 | 26 | 32 | 37 | 42 | 48 | 53 | 59 | 64 | 70 | 75 | 81 | 86 | 92 | 98 | 103 |
| | 0.001 | 0 | 0 | 2 | 5 | 8 | 11 | 15 | 18 | 22 | 25 | 29 | 33 | 37 | 41 | 44 | 48 | 52 | 50 | 60 |
| | 0.005 | 0 | 3 | 6 | 9 | 13 | 17 | 21 | 25 | 30 | 34 | 38 | 43 | 47 | 52 | 56 | 61 | 65 | 70 | 74 |
| 15 | 0.01 | 1 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 25 | 29 | 34 | 38 | 43 | 48 | 52 | 57 | 62 | 67 | 71 | 76 | 81 |
| | 0.025 | 2 | 6 | 11 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 | 71 | 76 | 81 | 86 | 91 |
| | 0.05 | 4 | 8 | 13 | 19 | 24 | 29 | 34 | 40 | 45 | 51 | 56 | 62 | 67 | 73 | 78 | 84 | 89 | 95 | 101 |
| | 0.1 | 6 | 11 | 17 | 23 | 28 | 34 | 40 | 46 | 52 | 58 | 64 | 69 | 75 | 81 | 87 | 93 | 99 | 105 | 111 |
| | 0.001 | 0 | 0 | 3 | 6 | 9 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 | 40 | 44 | 49 | 53 | 57 | 61 | 66 |
| | 0.005 | 0 | 3 | 6 | 10 | 14 | 19 | 23 | 28 | 32 | 37 | 42 | 46 | 51 | 56 | 61 | 66 | 71 | 75 | 80 |
| 16 | 0.01 | 1 | 4 | 8 | 13 | 17 | 22 | 27 | 32 | 37 | 42 | 47 | 52 | 57 | 62 | 67 | 72 | 77 | 83 | 88 |
| | 0.025 | 2 | 7 | 12 | 16 | 22 | 27 | 32 | 38 | 43 | 48 | 54 | 60 | 65 | 71 | 76 | 82 | 87 | 93 | 99 |
| | 0.05 | 4 | 9 | 15 | 20 | 26 | 31 | 37 | 43 | 49 | 55 | 61 | 66 | 72 | 78 | 84 | 90 | 96 | 102 | 108 |
| | 0.1 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 37 | 43 | 49 | 55 | 62 | 68 | 75 | 81 | 87 | 94 | 100 | 107 | 113 | 120 |

**ตารางที่ ข2 ควอนไทล์ของตัวสถิติทดสอบแมนท์ - วิทนีย์ (ต่อ)**

| $n_1$ | p | $n_2$= 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.001 | 0 | 1 | 3 | 6 | 10 | 14 | 18 | 22 | 26 | 30 | 35 | 39 | 44 | 48 | 53 | 58 | 62 | 67 | 71 |
| | 0.005 | 0 | 3 | 7 | 11 | 16 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 61 | 66 | 71 | 76 | 82 | 87 |
| 17 | 0.01 | 1 | 5 | 9 | 14 | 19 | 24 | 29 | 34 | 39 | 45 | 50 | 56 | 61 | 67 | 72 | 78 | 83 | 89 | 94 |
| | 0.025 | 3 | 7 | 12 | 18 | 23 | 29 | 35 | 40 | 46 | 52 | 58 | 64 | 70 | 76 | 82 | 88 | 94 | 100 | 106 |
| | 0.05 | 4 | 10 | 16 | 21 | 27 | 34 | 40 | 46 | 52 | 58 | 65 | 71 | 78 | 84 | 90 | 97 | 103 | 110 | 116 |
| | 0.1 | 7 | 13 | 19 | 26 | 32 | 39 | 46 | 53 | 59 | 66 | 73 | 80 | 86 | 93 | 100 | 107 | 114 | 121 | 128 |
| | 0.001 | 0 | 1 | 4 | 7 | 11 | 15 | 19 | 24 | 28 | 33 | 38 | 43 | 47 | 52 | 57 | 62 | 67 | 72 | 77 |
| | 0.005 | 0 | 3 | 7 | 12 | 17 | 22 | 27 | 32 | 38 | 43 | 48 | 54 | 59 | 65 | 71 | 76 | 82 | 88 | 93 |
| 18 | 0.01 | 1 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 31 | 37 | 42 | 48 | 54 | 60 | 66 | 71 | 77 | 83 | 89 | 95 | 101 |
| | 0.025 | 3 | 8 | 13 | 19 | 25 | 31 | 37 | 43 | 49 | 56 | 62 | 68 | 75 | 81 | 87 | 94 | 100 | 107 | 113 |
| | 0.05 | 5 | 10 | 17 | 23 | 29 | 36 | 42 | 49 | 56 | 62 | 69 | 76 | 83 | 89 | 96 | 103 | 110 | 117 | 124 |
| | 0.1 | 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 | 70 | 78 | 85 | 92 | 99 | 107 | 114 | 121 | 129 | 136 |
| | 0.001 | 0 | 1 | 4 | 8 | 12 | 16 | 21 | 26 | 30 | 35 | 41 | 46 | 51 | 56 | 61 | 67 | 72 | 78 | 83 |
| | 0.005 | 1 | 4 | 8 | 13 | 18 | 23 | 29 | 34 | 40 | 46 | 52 | 58 | 64 | 70 | 75 | 82 | 88 | 94 | 100 |
| 19 | 0.01 | 2 | 5 | 10 | 16 | 21 | 27 | 33 | 39 | 45 | 51 | 57 | 64 | 70 | 76 | 83 | 89 | 95 | 102 | 108 |
| | 0.025 | 3 | 8 | 14 | 20 | 26 | 33 | 39 | 46 | 53 | 59 | 66 | 73 | 79 | 86 | 93 | 100 | 107 | 114 | 120 |
| | 0.05 | 5 | 11 | 18 | 24 | 31 | 38 | 45 | 52 | 59 | 66 | 73 | 81 | 88 | 95 | 102 | 110 | 117 | 124 | 131 |
| | 0.1 | 6 | 15 | 22 | 29 | 37 | 44 | 52 | 59 | 67 | 74 | 82 | 90 | 98 | 105 | 113 | 121 | 129 | 136 | 144 |

**ตารางที่ ข2 ควอนไทล์ของตัวสถิติทดสอบแมนท์ - วิทนีย์ (ต่อ)**

| $n_1$ | p | $n_2$= 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0.001 | 0 | 1 | 4 | 8 | 13 | 17 | 22 | 27 | 33 | 38 | 43 | 49 | 55 | 60 | 66 | 71 | 77 | 83 | 89 |
| | 0.005 | 1 | 4 | 9 | 14 | 19 | 25 | 31 | 37 | 43 | 49 | 55 | 61 | 68 | 74 | 80 | 87 | 95 | 100 | 106 |
| 20 | 0.01 | 2 | 6 | 11 | 17 | 23 | 29 | 35 | 41 | 48 | 54 | 61 | 68 | 74 | 81 | 88 | 94 | 101 | 108 | 115 |
| | 0.025 | 3 | 9 | 15 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | 56 | 63 | 70 | 77 | 84 | 91 | 99 | 106 | 113 | 120 | 128 |
| | 0.05 | 5 | 12 | 19 | 26 | 33 | 40 | 48 | 55 | 63 | 70 | 78 | 85 | 93 | 101 | 108 | 116 | 124 | 131 | 139 |
| | 0.1 | 8 | 16 | 23 | 31 | 39 | 47 | 55 | 63 | 71 | 79 | 87 | 95 | 103 | 111 | 120 | 128 | 136 | 144 | 152 |

**Source : Nico, F. Laubscher, F. E. Steffens, and Elsie M. Delange, "Exact Critical values for Mood's Distribution-Free Test Statistic for Dispersion and Its Normal Approximation," Technometrics, 10 (1968), 497-507**