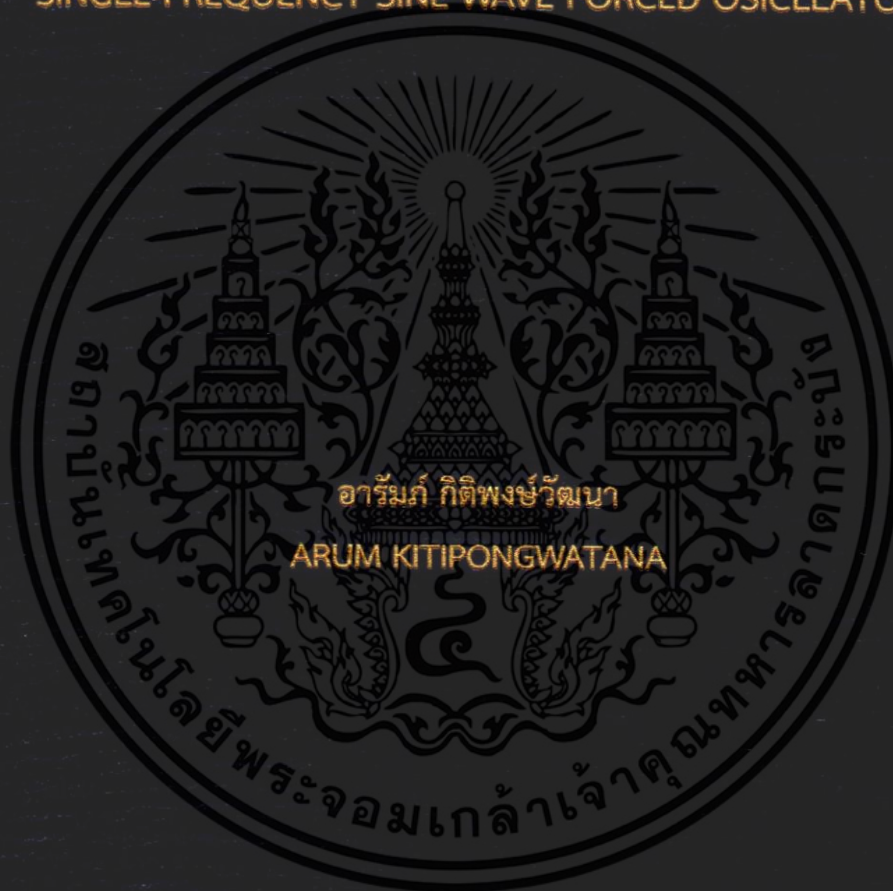


แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับศึกษาพฤติกรรมของ
วงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณไซน์หนึ่งความถี่

MATHEMATICAL MODEL FOR STUDYING BEHAVIORS OF
SINGLE-FREQUENCY SINE WAVE FORCED OSCILLATOR



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2559

KMITL-2016-EN-D-018-042

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับศึกษาพฤติกรรมของ
วงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณไซน์หนึ่งความถี่

MATHEMATICAL MODEL FOR STUDYING BEHAVIORS OF
SINGLE-FREQUENCY SINE WAVE FORCED OSCILLATOR



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ.2559
KMITL-2016-EN-D-018-042

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

MATHEMATICAL MODEL FOR STUDYING BEHAVIORS OF
SINGLE-FREQUENCY SINE WAVE FORCED OSCILLATOR



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
DOCTOR OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
FACULTY OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

2016

KMITL-2016-EN-D-018-042

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2016

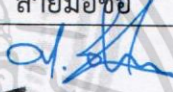
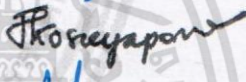


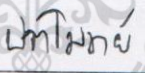
FACULTY OF ENGINEERING

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับศึกษาพฤติกรรมของ
วงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณไซน์หนึ่งความถี่
Thesis Title Mathematical Model for Studying Behaviours of
Single-Frequency Sine Wave Forced Oscillator
นักศึกษา นายอาร์มภ์ กิตพิงษ์วัฒนา
รหัสประจำตัว 53610126
ปริญญา วิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชา วิศวกรรมไฟฟ้า
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.ปราโมทย์ วาดเขียน
หมายเลขวิทยานิพนธ์ KMITL-2016-EN-D-018-042

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
ผศ.ดร.ศรวรัตน์	ชีวปรีชา	
รศ.ดร.จิรัสสุดา	โกษิยามารณ์	
รศ.ดร.มนตรี	ศิริปริญญานันท์	
ผศ.ดร.มนตรี	คำเงิน	
รศ.ดร.ปราโมทย์	วาดเขียน	

วัน / เดือน / ปี ที่สอบ วันพุธที่ 18 พฤษภาคม พ.ศ. 2559 เวลา 10.00-12.00 น.
สถานที่สอบ ณ อาคาร A ชั้น 5 ห้องประชุม 4

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์ รับรองแล้ว

(รองศาสตราจารย์ ดร. คมสัน มาลีสี)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้เผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงชื่อของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้
วันที่ 18 พฤษภาคม พ.ศ. 2559

หัวข้อวิทยานิพนธ์	แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับศึกษาพฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณไซน์หนึ่งความถี่
นักศึกษา	นายอาร์มภ์ กิติพงษ์วัฒนา
รหัสประจำตัว	53610126
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
พ.ศ.	2559
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ. ดร. ปราโมทย์ วาดเขียน

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับศึกษาพฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์และสัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ซึ่งอาศัยเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัวสามารถอธิบายพฤติกรรมของวงจรถัง 3 สภาวะ สภาวะแรกคือสภาวะไม่ล็อกจะเกิดขึ้นเมื่อความถี่อินพุตอยู่ห่างจากความถี่อิสระมากๆ ในสภาวะนี้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอสามารถแสดงให้เห็นว่ากรอบด้านบนของแอมพลิจูดเหมือนกับสัญญาณมอดูเลตเชิงขนาด ถ้าความถี่อินพุตอยู่ใกล้ย่านการล็อกวงจรจะอยู่ในสภาวะปิด ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอสามารถแสดงการเปลี่ยนแปลงที่เป็นเชิงคาบของแอมพลิจูด เฟส และความถี่ ในสภาวะล็อก วงจรรอสซิลเลเตอร์จะทำการสร้างสัญญาณที่ซิงโครไนซ์กับสัญญาณอินพุตซึ่งจะเกิดขึ้นเมื่อความถี่อินพุตอยู่ในย่านล็อก และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอสามารถค้นหาย่านการล็อกซึ่งขึ้นอยู่กับผลตอบสนองทางความถี่เชิงขนาดได้

ในกรณีของวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลายจะถูกใช้ในการศึกษาพฤติกรรม ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอจึงถูกพัฒนาขึ้นบนกลไกการสร้างสัญญาณเอาต์พุตที่ประกอบไปด้วยช่วงการเก็บประจุและคายประจุ วงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตมี 2 สภาวะ สภาวะแรกคือสภาวะไม่ล็อก ซึ่งเป็นสภาวะที่ความถี่อินพุตอยู่นอกย่านการล็อก ในสภาวะนี้แบบจำลองที่นำเสนอสามารถแสดงการเบี่ยงเบนของคาบเวลาเอาต์พุตได้ เมื่อความถี่อินพุตอยู่ในย่านการล็อก วงจรจะประพฤติตัวเหมือนวงจรหารความถี่จำนวนคี่ ในสภาวะนี้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอสามารถค้นหาย่านล็อกของวงจรเมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณไซน์ สัญญาณสี่เหลี่ยม และสัญญาณสามเหลี่ยม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Thesis Title	Mathematical Model for Studying Behaviors of Single-Frequency Sine Wave Forced Oscillator
Student	Mr. Arum Kitipongwatana
Student ID	53610126
Degree	Doctor of Engineering
Program	Electrical Engineering
Year	2016
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Dr. Paramote Wardkein

ABSTRACT

In this thesis, the two mathematical models for studying behaviors of the sine-wave oscillator and the square-wave oscillator forced by an input signal are proposed. By using Multi-time technique, the first model can explain the behaviors in 3 states of the forced sine-wave oscillator. The first state is the non-locked state where input frequency is far from the free-running frequency. In this state, the proposed model can show that the upper envelope of the output signal will be similar to the AM signal. If the input frequency is close to the locked range, the forced sine-wave oscillator will be in the beat state where the model can show periodic variations of the amplitude, the phase and the frequency of the output signal. In the locked state, the output signal will synchronize with the input signal when the input frequency is in the locked range and the proposed model can determine the locked range which depends on the magnitude response of the sine-wave oscillator.

In case of the forced square-wave oscillator, the relaxation oscillator is used to study the behaviors of the forced oscillator. Thus the second model is developed based on the mechanism of generating the output signal which consists of the charge state and the discharge state. The forced square-wave oscillator has two states. The first state is the non-locked state where the input frequency is not in the locked ranges. In this state, the proposed model can show the detuning of the output period. When the input frequency is in the locked state, the forced square-wave oscillator will behave like an odd-number frequency divider. In this state, the proposed model can determine the locked ranges when the input signals are a sinusoidal signal, a triangle signal and a square signal.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กิตติกรรมประกาศ

ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ รศ. ดร. ปราโมทย์वादเขียน ผู้ที่เปิดโอกาสในการศึกษา ถ่ายทอดความรู้ หลักการดำเนินงาน และการทำวิจัย พร้อมทั้งยังคอยผลักดัน และสนับสนุนข้าพเจ้า ในด้านต่างๆ ทำให้ข้าพเจ้าสามารถเดินตามแนวทางที่ข้าพเจ้าคาดหวังไว้

ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ ผศ. ดร. พูลศักดิ์ โกษียาภรณ์ และ รศ. ดร. จีรสุดา โกษียาภรณ์ ผู้ที่เปิดโอกาสในการศึกษาต่อ ถ่ายทอดความรู้ หลักการต่างๆ พร้อมทั้งยังเป็นกำลังใจ และสนับสนุนข้าพเจ้าด้วยดีมาตลอด

ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณบิดา และมารดา ผู้ที่คอยสนับสนุน ให้กำลังใจ และยังเชื่อมั่นในตัวข้าพเจ้า เพื่อให้ข้าพเจ้าสามารถเดินตามแนวทางที่ข้าพเจ้าคาดหวังไว้

ข้าพเจ้าขอขอบคุณโครงการปริญญาเอกกาญจนาภิเษก (คปก.) สำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัยที่ได้สนับสนุนการศึกษา ทุนการทำวิจัย และทุนค่าใช้จ่ายส่วนตัว (Financial support from the Thailand Research Fund through the Royal Golden Jubilee Ph.D. Program (Grant No. PHD/0014/2553) to Arum Kitipongwatana and Paramote Wardkein are acknowledged.)

การที่วิทยานิพนธ์นี้ได้เกิดขึ้น และสำเร็จได้นั้นทำให้ข้าพเจ้าทราบว่าการใดๆ จะไม่สามารถสำเร็จได้ถ้าเกิดจากบุคคลเดียว แต่จะสำเร็จได้อย่างสมบูรณ์ถ้าเกิดจากหลายบุคคล ดังนั้นคุณค่า และประโยชน์ใดๆ ที่ได้เกิดขึ้นจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบให้แก่บุคคลที่ได้กล่าวถึงข้างต้น และบุคคลอื่นที่ข้าพเจ้ายังไม่ได้กล่าวถึงเช่นกัน

อาร์มภ์ กิติพงษ์วัฒนา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต่ออ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VIII
สารบัญรูป.....	IX
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.1.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงวิเคราะห์สำหรับวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่กำหนด สัญญาณไซน์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต.....	2
1.1.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงวิเคราะห์สำหรับวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่กำหนด สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต.....	4
1.2 จุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์.....	5
1.3 ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในการทำวิทยานิพนธ์.....	5
1.4 ขอบเขตของการทำวิทยานิพนธ์.....	6
1.4.1 การพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์.....	6
1.4.2 การพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยม	7
1.5 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์.....	7
บทที่ 2 ทฤษฎีพื้นฐานที่ใช้.....	9
2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	9
2.1.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงประจักษ์ (Empirical Model).....	9
2.1.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงกล (Mechanistic Model).....	9
2.2 การวิเคราะห์ระบบสมการอนุพันธ์เชิงเส้น.....	11
2.3 วงจรรอสซิลเลเตอร์.....	14
2.3.1 วงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์.....	14
2.3.1.1 การวิเคราะห์ในโดเมนความถี่.....	14
2.3.1.2 การวิเคราะห์ในโดเมนเวลา.....	16
1. วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์.....	16
2. วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส.....	20
3. วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบควอดเรเตอร์.....	26
2.3.2 วงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยม.....	31
2.3.2.1 การวิเคราะห์ในโดเมนเวลา.....	31

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
2.4 วงจรออสซิลเลเตอร์ที่ถูกป้อนสัญญาณอินพุต.....	34
2.4.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ที่มีการป้อน สัญญาณอินพุตในอดีต.....	34
2.4.1.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่มีการสั่นและถูกป้อนสัญญาณ ภายนอกด้วยวิธีดั้งเดิม.....	34
2.4.1.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Robert Adler	38
2.4.1.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Behzard Razavi	33
2.4.1.4 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Ikbali Ali และคณะ.....	48
2.4.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการ ป้อนสัญญาณอินพุตในอดีต.....	51
2.4.2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ N. Soltani และคณะ.....	51
บทที่ 3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ที่มีการป้อนสัญญาณ อินพุต.....	55
3.1 การวิเคราะห์ระบบที่มีการสั่นและมีการป้อนสัญญาณอินพุตด้วยเทคนิคตัวแปรเวลา หลายตัว.....	55
3.2 การศึกษาพฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต.....	58
3.2.1 การวิเคราะห์ห้วงจรออสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตด้วยระบบสมการ อนุพันธ์ที่อาศัยเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัว.....	58
1. วงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์.....	61
2. วงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส.....	63
3. วงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอเดรเจอร์.....	64
3.2.2 สถานะของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต.....	66
3.2.2.1 สถานะไม่ล็อก (Non-locked state) และการเปลี่ยนจากสถานะ ไม่ล็อกไปยังสถานะปิด.....	67
1. กรณี $\omega_f \ll \omega_d$	67
2. กรณี $\omega_f \gg \omega_d$	68
3.2.2.2 สถานะปิด (Beat State).....	69
3.2.2.3 สถานะล็อก (Locked State).....	81
1. เงื่อนไขการล็อกและย่านการล็อก.....	81
2. ลักษณะสัญญาณเอาต์พุตของระบบ.....	85
บทที่ 4 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อน สัญญาณอินพุต.....	86
4.1 พฤติกรรมทางกายภาพและปัจจัยการล็อก.....	87

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
4.2 การศึกษาพฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต.....	91
4.2.1 การวิเคราะห์ห้วงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต.....	91
4.2.2 สภาวะของวงจรรอสซิลเลเตอร์สี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต.....	97
4.2.2.1 สภาวะไม่ล็อก.....	97
4.2.2.2 สภาวะล็อก.....	99
1. เงื่อนไขการล็อกและย่านการล็อก.....	99
2. การเปลี่ยนแปลงของเวลาหน่วงและคาบเวลาเอาต์พุต.....	100
4.3 วงจรหารความถี่โดยอาศัยวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต.....	101
บทที่ 5 ผลการทดลองการทำงาน ผลการจำลองการทำงาน และผลการคำนวณของวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต.....	107
5.1 วงจรรอสซิลเลเตอร์ที่ใช้ในการทดลอง.....	107
5.1.1 วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์.....	107
5.1.2 วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส.....	109
5.1.3 วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบควอดเตรเจอร์.....	111
5.2 พฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต.....	113
5.2.1 สภาวะไม่ล็อก.....	113
5.2.1.1 วงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์.....	113
5.2.1.2 วงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟส.....	120
5.2.1.3 วงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเตรเจอร์.....	126
5.2.2 สภาวะปิด.....	132
5.2.2.1 วงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์.....	132
5.2.2.2 วงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟส.....	138
5.2.2.3 วงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเตรเจอร์.....	144
5.2.3 สถานะล็อก.....	149
5.2.3.1 วงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์.....	149
5.2.3.2 วงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟส.....	151
5.2.3.3 วงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเตรเจอร์.....	152
5.3 การเปลี่ยนสถานะไม่ล็อกไปยังสถานะปิด และเข้าสู่สถานะล็อก.....	153

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
บทที่ 6 ผลการจำลองการทำงาน และผลการคำนวณของวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณ สี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต.....	161
6.1 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบพ็อนคลาย.....	161
6.2 พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต.....	162
6.2.1 สภาวะไม่ล็อก.....	162
1. การเบี่ยงเบนคาบเวลาเอาต์พุต.....	162
2. ค่าเฉลี่ยของการเบี่ยงเบนคาบเวลาเอาต์พุต.....	163
3. การเปลี่ยนแปลงคาบของวัฏจักร (M)	
6.2.2 สภาวะล็อกและการประยุกต์ใช้เป็นวงจรหารความถี่.....	166
บทที่ 7 สรุปผลวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	169
เอกสารอ้างอิง.....	174
ภาคผนวก ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์.....	178
ประวัติผู้เขียน.....	190

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และตัด viii อ่างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 วิธีเทียบสัมประสิทธิ์ (The method of undetermined coefficients).....	12
2.2 สภาวะของระบบและรูปแบบของผลตอบสนองธรรมชาติ.....	13
5.1 รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์.....	108
5.2 รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส.....	110
5.3 รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในวงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอดเรเจอร์.....	113
5.4 ขนาดของแรงดันไฟฟ้าในแต่ละเทอมความถี่และผลรวมของวงจรออสซิลเลเตอร์ แบบเวียนบริดจ์.....	158
5.5 ขนาดของแรงดันไฟฟ้าในแต่ละเทอมความถี่และผลรวมของวงจรออสซิลเลเตอร์ แบบเลื่อนเฟส.....	159
5.6 ขนาดของแรงดันไฟฟ้าในแต่ละเทอมความถี่และผลรวมของวงจรออสซิลเลเตอร์ แบบควอดเรเจอร์.....	160
6.1 รายละเอียดของอุปกรณ์.....	162
6.2 คุณลักษณะของวงจรออสซิลเลเตอร์.....	162

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และตั้ง ^{viii}อ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 ระบบหนึ่งที่ถูกสังเกตพฤติกรรม [27].....	10
2.2 ระบบป้อนกลับของวงจรออสซิลเลเตอร์.....	15
2.3 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์.....	17
2.4 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส.....	21
2.5 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอเตรเจอร์.....	27
2.6 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลาย.....	31
2.7 สัญญาณในวงจรออสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลาย.....	33
2.8 ปรากฏการณ์ปิด.....	38
2.9 วงจรออสซิลเลเตอร์ที่ถูกใช้ศึกษา [1].....	39
2.10 ระบบป้อนกลับของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่ถูกใช้ศึกษา โดยที่ $E_L = E_1$ และ $E_0 = E$ [37].....	39
2.11 เฟสเซอร์ไดอะแกรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่ถูกใช้ศึกษา [1].....	40
2.12 ผลตอบสนองทางเฟสของวงจรจูนด์ [1].....	40
2.13 การเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชัน $\cos(\alpha(t))$ [1].....	41
2.14 การเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชัน $\sin(\alpha(t))$ [1].....	41
2.15 วงจรออสซิลเลเตอร์ที่ใช้นำเสนอแนวคิด [2].....	43
2.16 วงจรออสซิลเลเตอร์ที่ถูกเพิ่มอุปกรณ์เลื่อนเฟส [2].....	43
2.17 กราฟคุณลักษณะทางเฟสของวงจรจูนด์ [2].....	43
2.18 วงจรออสซิลเลเตอร์ที่ถูกป้อนสัญญาณภายนอก [2].....	43
2.19 เฟสเซอร์ไดอะแกรมของสัญญาณกระแสในวงจร [2].....	44
2.20 แบบจำลองของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่ใช้ค้นหาฟังก์ชันเฟส [2].....	44
2.21 พฤติกรรมเปลี่ยนแปลงเฟสของวงจรเมื่ออยู่ในสภาวะกึ่งล็อก (Quasi Lock) [2].....	46
2.22 พฤติกรรมเปลี่ยนแปลงความถี่ของวงจรเมื่ออยู่ในสภาวะกึ่งล็อก (Quasi Lock) [2].....	46
2.23 พฤติกรรมของวงจรเมื่ออยู่ในสภาวะบีตเร็ว (Fast beat) [2].....	47
2.24 วงจรเทียบเคียงของออสซิลเลเตอร์ [14].....	49
2.25 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบโคลพิท [14].....	50
2.26 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลายที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต [46].....	52
2.27 สัญญาณในวงจรออสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลายที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต [46].....	52
2.28 การเปลี่ยนแปลงเฟส [46].....	54
3.1 การทดลองในทางปฏิบัติซึ่งถูกสังเกตเห็นความอิสระทางด้านเวลา.....	56
3.2 ตัวแปรเวลาหลายตัวในโดเมนเดียวกันและตัวแปรเวลาอ้างอิง $(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m, t)$	56
3.3 แหล่งกำเนิดสัญญาณภายนอกและภายในของระบบมีความเป็นอิสระจากกันซึ่งรวมถึง ตัวแปรเวลาที่อิสระจากกัน.....	57
3.4 โมเดลของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่อาศัยโครงสร้างของระบบป้อนกลับ.....	59

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
3.5	สัญญาณจากฟังก์ชันบังคับและสัญญาณจากผลตอบสนองสมบูรณ์จากสมการที่ (3.18). 60
3.6	วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์..... 62
3.7	วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส..... 64
3.8	วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบควอเดรเจอร์..... 65
3.9	ผลตอบสนองต่อความถี่เชิงขนาดและเฟสของวงจรรอสซิลเลเตอร์ทั้ง 3 ประเภท..... 66
3.10	สถานะไม่ล็อกกรณี $\omega_f \ll \omega_d$ 68
3.11	สถานะไม่ล็อกกรณี $\omega_f \gg \omega_n$ 68
3.12	การเปลี่ยนผ่านจากสภาวะไม่ล็อกเข้าสู่สภาวะล็อก..... 69
3.13	การรวมกันของผลตอบสนองบังคับและผลตอบสนองธรรมชาติโดยอาศัยเฟสเซอร์ ไดอะแกรม..... 70
3.14	สัญญาณขนาดของสัญญาณเอาต์พุต..... 72
3.15	การเปลี่ยนแปลงของเฟส ความถี่ และสัญญาณเอาต์พุตเมื่อ $r(\omega_f) = 0.1$ โดยที่ - คือสัญญาณเอาต์พุตและ -- คือสัญญาณเอาต์พุตเมื่อไม่มีการป้อนอินพุต.. 74
3.16	การเปลี่ยนแปลงของเฟส ความถี่ และสัญญาณเอาต์พุตเมื่อ $r(\omega_f) = 0.5$ โดยที่ - คือสัญญาณเอาต์พุตและ -- คือสัญญาณเอาต์พุตเมื่อไม่มีการป้อนอินพุต.. 74
3.17	การเปลี่ยนแปลงของเฟส ความถี่ และสัญญาณเอาต์พุตเมื่อ $r(\omega_f) = 0.9$ โดยที่ - คือสัญญาณเอาต์พุตและ -- คือสัญญาณเอาต์พุตเมื่อไม่มีการป้อนอินพุต.. 75
3.18	ความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด เฟส และความถี่เมื่อ $r(\omega_f) = 0.3$... 75
3.19	ความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด เฟส และความถี่เมื่อ $r(\omega_f) = 0.9$... 75
3.20	สัญญาณเอาต์พุตในสภาวะปิดเมื่อ $r(\omega_f) = 0.3$ และ $r(\omega_f) = 0.7$ โดยที่ยังไม่ พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด..... 76
3.21	สัญญาณเอาต์พุตในสภาวะปิดเมื่อ $r(\omega_f) = 0.3$ และ $r(\omega_f) = 0.7$ โดยที่พิจารณา การเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด..... 76
3.22	สเปกตรัมของสัญญาณเอาต์พุตในสภาวะปิดของสมการที่ (3.60)..... 79
3.23	สเปกตรัมที่ได้จากการประมาณด้วยสมการที่ (3.58) โดยที่ (a) $r(\omega_f) = 0.3$ และ (b) $r(\omega_f) = 0.7$ 80
3.24	ย่านการล็อกที่ไม่สมมาตร..... 84
3.25	ย่านการล็อกของวงจรรอสซิลเลเตอร์ทั้ง 3 ชนิด..... 84
3.26	การค้นหาย่านการล็อกด้วยการคำนวณหาผลตอบสนองทางความถี่จาก โปรแกรมจำลองการทำงาน..... 84
4.1	วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบอ่อนคลายที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต..... 86

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต่อข้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.2 สัญญาณของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบฟ่อนคลายที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต เมื่อวงจรทำการปรับคาบเวลาเอาต์พุต (T_{out}) ในสอดคล้องกับคาบเวลาอินพุต (T_{in})....	88
4.3 ยานการลือกของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบฟ่อนคลาย.....	91
4.4 รูปสัญญาณในวงจรเมื่อสัญญาณอินพุตมีความถี่อยู่ใกล้ย่าน f_{nat}	92
4.5 รูปสัญญาณในวงจรเมื่อสัญญาณอินพุตมีความถี่อยู่ใกล้ย่าน $3f_{nat}$	92
4.6 การเปลี่ยนค่า $ K $ ของอันเนื่องมาจากขนาดและความถี่ของสัญญาณอินพุตโดยที่ ออสซิลเลเตอร์มีความถี่ (f_{nat}) 5.42MHz และ I_{CP} มีค่า 25 uA เมื่อความถี่ของ สัญญาณอินพุตอยู่ในย่าน $1f_{nat}$	96
4.7 การเปลี่ยนค่า $ K $ ของอันเนื่องมาจากขนาดและความถี่ของสัญญาณอินพุตโดยที่ ออสซิลเลเตอร์มีความถี่ (f_{nat}) 5.42MHz และ I_{CP} มีค่า 25 uA เมื่อความถี่ของ สัญญาณอินพุตอยู่ในย่าน $3f_{nat}$	96
4.8 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคาบเวลาของสัญญาณเอาต์พุตในโดเมนเวลาและโดเมน m	98
5.1 โครงสร้างของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์.....	108
5.2 สัญญาณเอาต์พุตของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์เมื่อไม่มีการป้อน สัญญาณภายนอก.....	108
5.3 ผลการจำลองการทำงานของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์เมื่อไม่มีการป้อน สัญญาณภายนอก.....	108
5.4 ผลตอบสนองทางความถี่ของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์.....	109
5.5 โครงสร้างของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส.....	110
5.6 สัญญาณเอาต์พุตของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟสเมื่อไม่มีการป้อน สัญญาณภายนอก.....	110
5.7 ผลการจำลองการทำงานของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสเมื่อไม่มีการป้อน สัญญาณภายนอก.....	110
5.8 ผลตอบสนองทางความถี่ของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟส.....	111
5.9 โครงสร้างของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอเตรเจอร์.....	112
5.10 สัญญาณเอาต์พุตของวงจรออสซิลเลเตอร์เมื่อไม่มีการป้อนสัญญาณภายนอก.....	112
5.11 ผลการจำลองการทำงานของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดแบบควอเตรเจอร์เมื่อไม่มีการ ป้อนสัญญาณภายนอก.....	112
5.12 ผลตอบสนองทางความถี่ของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดแบบควอเตรเจอร์.....	112
5.13 พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ที่ความถี่อินพุต 10KHz	115

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.14 พฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ที่ความถี่อินพุต 20KHz	116
5.15 พฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ที่ความถี่อินพุต 30KHz	117
5.16 พฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ที่ความถี่อินพุต 40KHz	118
5.17 พฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ที่ความถี่อินพุต 50KHz	119
5.18 พฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสที่ความถี่อินพุต 5KHz	121
5.19 พฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสที่ความถี่อินพุต 7KHz	122
5.20 พฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสที่ความถี่อินพุต 10KHz	123
5.21 พฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสที่ความถี่อินพุต 13KHz	124
5.22 พฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสที่ความถี่อินพุต 15KHz	125
5.23 พฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์ที่ความถี่อินพุต 2KHz	127
5.24 พฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์ที่ความถี่อินพุต 5KHz	128
5.25 พฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์ที่ความถี่อินพุต 7KHz	129
5.26 พฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์ที่ความถี่อินพุต 10KHz	130
5.27 พฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์ที่ความถี่อินพุต 12KHz	131
5.28 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ที่ความถี่อินพุต 125Kz	134
5.29 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ที่ความถี่อินพุต 133KHz	135
5.30 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ที่ความถี่อินพุต 137KHz	136
5.31 การเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด เฟส และความถี่ของวงจรรอสซิลเลเตอร์ แบบเวียนบริดจ์ในสภาวะปิดเมื่อ $\omega_f = 2\pi(130K)$	137
5.32 การเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด เฟส และความถี่ของวงจรรอสซิลเลเตอร์ แบบเวียนบริดจ์ในสภาวะปิดเมื่อ $\omega_f = 2\pi(170K)$	137
5.33 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสที่ความถี่อินพุต 50KHz	139
5.34 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสที่ความถี่อินพุต 55KHz	140
5.35 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสที่ความถี่อินพุต 56KHz	141
5.36 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสที่ความถี่อินพุต 57KHz	142
5.37 การเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด เฟส และความถี่ของวงจรรอสซิลเลเตอร์ แบบเลื่อนเฟสในสภาวะปิดเมื่อ $\omega_f = 2\pi(55K)$	143
5.38 การเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด เฟส และความถี่ของวงจรรอสซิลเลเตอร์ แบบเลื่อนเฟสในสภาวะปิดเมื่อ $\omega_f = 2\pi(75K)$	143
5.39 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์ที่ความถี่อินพุต 24KHz	145
5.40 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์ที่ความถี่อินพุต 28KHz	146
5.41 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์ที่ความถี่อินพุต 31KHz	147

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และตัด ^{xi}อ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
5.42 การเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด เฟส และความถี่ของวงจรรอสซิลเลเตอร์ แบบควอดเรเจอร์ในสภาวะปิดเมื่อ $\omega_f = 2\pi(30K)$	148
5.43 การเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด เฟส และความถี่ของวงจรรอสซิลเลเตอร์ แบบควอดเรเจอร์ในสภาวะปิดเมื่อ $\omega_f = 2\pi(40K)$	148
5.44 ย่านการล็อกของวงจรมือแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระอยู่ที่ 5Vp ประกอบด้วย ผลการทดลอง (o) ผลการคำนวณด้วยค่าอุดมคติ (--) และผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ ในการทดลอง (+).....	150
5.45 ย่านการล็อกของวงจรมือแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระอยู่ที่ 10Vp ประกอบด้วย ผลการทดลอง (o) ผลการคำนวณด้วยค่าอุดมคติ (--) และผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ ในการทดลอง (+).....	150
5.46 ย่านการล็อกของวงจรมือแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระอยู่ที่ 15Vp ประกอบด้วย ผลการทดลอง (o) ผลการคำนวณด้วยค่าอุดมคติ (--) และผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ ในการทดลอง (+).....	150
5.47 ย่านการล็อกของวงจรมือแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระอยู่ที่ 5Vp ประกอบด้วย ผลการทดลอง (o) ผลการคำนวณด้วยค่าอุดมคติ (--) และผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ ในการทดลอง (+).....	151
5.48 ย่านการล็อกของวงจรมือแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระอยู่ที่ 10Vp ประกอบด้วย ผลการทดลอง (o) ผลการคำนวณด้วยค่าอุดมคติ (--) และผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ ในการทดลอง (+).....	151
5.49 ย่านการล็อกของวงจรมือแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระอยู่ที่ 5Vp ประกอบด้วย ผลการทดลอง (o) ผลการคำนวณด้วยค่าอุดมคติ (--) และผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ ในการทดลอง (+).....	152
5.50 ย่านการล็อกของวงจรมือแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระอยู่ที่ 10Vp ประกอบด้วย ผลการทดลอง (o) ผลการคำนวณด้วยค่าอุดมคติ (--) และผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ ในการทดลอง (+).....	152
5.51 การเปลี่ยนผ่านสถานะของวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์.....	155
5.52 การเปลี่ยนผ่านสถานะของวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส.....	156
5.53 การเปลี่ยนผ่านสถานะของวงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์.....	157
6.1 วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบอ่อนคลายที่ใช้เทคโนโลยี CMOS.....	161
6.2 วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบอ่อนคลายที่ใช้เทคโนโลยี CMOS โดยที่ CH.1 คือสัญญาณ แรงดันไฟฟ้าที่ตัวเก็บประจุและ CH.2 คือสัญญาณเอาต์พุตของวงจรมือ.....	161
6.3 การเปรียบเทียบของคาบเวลาเอาต์พุตเมื่อความถี่อินพุตอยู่ในย่าน $3f_{nat}$ โดยที่ o คือ ผลการจำลองการทำงาน และ -- คือผลการคำนวณ.....	163

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และดัดแปลงอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

รูปที่	หน้า
6.4 ค่าเฉลี่ยการเบี่ยงเบนของคาบเวลาเอาต์พุต โดยที่ ○ คือผลการจำลองการทำงาน และ ● คือผลการคำนวณ.....	164
6.5 การเปลี่ยนแปลงคาบของวัฏจักร (M) ซึ่ง โดยที่ ○ คือผลการจำลองการทำงาน และ ● คือผลการคำนวณ.....	165
6.6 ผลการจำลองการทำงานการหารความถี่เมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณไซน์.....	166
6.7 ผลการจำลองการทำงานการหารความถี่เมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม.....	166
6.8 ผลการจำลองการทำงานการหารความถี่เมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสามเหลี่ยม...	167
6.9 ย่านการล็อกของวงจรถอดสซิลเลเตอร์ที่มีสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณไซน์ โดยที่ ○ คือผลการจำลองการทำงาน และ -- คือผลการคำนวณ.....	167
6.10 ย่านการล็อกของวงจรถอดสซิลเลเตอร์ที่มีสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม โดยที่ ○ คือผลการจำลองการทำงาน และ -- คือผลการคำนวณ.....	168
6.11 ย่านการล็อกของวงจรถอดสซิลเลเตอร์ที่มีสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสามเหลี่ยม โดยที่ ○ คือผลการจำลองการทำงาน และ -- คือผลการคำนวณ.....	168

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

วงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการบังคับ (Forced Oscillator) หรืออินเจ็คชั่นล๊อคออสซิลเลเตอร์ (Injection Locked Oscillator) [1-5] คือวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณภายนอก โดยปกติแล้ววงจรรอสซิลเลเตอร์มีคุณสมบัติสำคัญข้อหนึ่งคือ การสร้างสัญญาณโดยปราศจากสัญญาณภายนอก แต่สำหรับวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณภายนอกนั้นพบว่า ภายใต้เงื่อนไขที่เหมาะสมวงจรรอสซิลเลเตอร์จะทำการล็อกสัญญาณภายนอก กล่าวคือวงจรรอสซิลเลเตอร์จะทำการผลิตสัญญาณเอาต์พุตที่ซิงโครไนซ์กับสัญญาณอินพุต โดยที่แอมพลิจูดของสัญญาณเอาต์พุตจะคงที่ ขณะที่ความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตและอินพุตจะเป็นอัตราส่วนกัน ด้วยคุณสมบัติดังกล่าววงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตจึงได้ถูกนำไปประยุกต์ใช้เป็นจำนวนมาก เช่น วงจรสัญญาณนาฬิกา [6], วงจรแปลงสัญญาณ FSK ไปยัง ASK [7, 47], วงจรดีมอดูเลต [8, 9, 49], วงจรหารความถี่ [10 – 13, 50], วงจรมอดูเลตสัญญาณ QPSK และ OQPSK วงจรตรวจจับช่องสัญญาณว่ามีการใช้งานหรือไม่ [48] เป็นต้น นอกจากนี้ยังพบอีกว่า ในกรณีของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่กำเนิดสัญญาณไซน์ (Sine-wave oscillators) และมีการป้อนสัญญาณอินพุตยังมีอีกสถานะหนึ่ง นอกจากสภาวะล็อกนั้นคือ สภาวะบีต (Beat state) [1, 2, 14 - 16] สถานะนี้จะปรากฏเมื่อความถี่อินพุตอยู่ใกล้ย่านการล็อก (Locked Range) ส่งผลให้สัญญาณเอาต์พุตของวงจรมีคุณลักษณะที่คล้ายกับสัญญาณมอดูเลตเชิงความถี่แต่มีไซด์แบนด์ของสเปกตรัมที่ไม่สมมาตร หรือในกรณีที่วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบฟอนคลายซึ่งกำเนิดสัญญาณสี่เหลี่ยม (Square-wave oscillators) และมีการป้อนสัญญาณอินพุตจะพบว่าวงจรรอสซิลเลเตอร์จะประพฤติตัวเหมือนวงจรรหารความถี่จำนวนคี่ จากตัวอย่างข้างต้นจะเห็นว่าวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่กำเนิดสัญญาณไซน์และกำเนิดสัญญาณสี่เหลี่ยมมีพฤติกรรมที่แตกต่างกัน ดังนั้นการที่จะนำวงจรรอสซิลเลเตอร์เหล่านี้ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตไปประยุกต์ใช้นั้น วิศวกรหรือนักวิจัยจำเป็นต้องมีความรู้ความเข้าใจในพฤติกรรมและคุณลักษณะต่างๆของวงจรรอสซิลเลเตอร์ ซึ่งเครื่องมือที่จะช่วยในการศึกษาและเข้าใจพฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ในทางวิศวกรรมนั้นก็คือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการศึกษาพฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ตั้งแต่ในอดีตจนกระทั่งปัจจุบันมีจำนวนมากและมีหลายประเภท ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้แบ่งกลุ่มของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวเป็น 2 กลุ่มคือ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบเชิงวิเคราะห์ (Analytical models) [1, 2, 14, 46] และแบบเชิงเลข (Numerical models) [15 – 17, 21, 22, 40 -42]

- แบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบเชิงวิเคราะห์ (Analytical models) จะอาศัยการหาคำตอบด้วยมือซึ่งให้สมการคำตอบที่เป็นเชิงคุณภาพ (Qualitative solutions) หรืออยู่ในรูปปิด (Closed-form solutions) ข้อดีของแบบจำลองนี้คือช่วยให้สามารถทำความเข้าใจพฤติกรรมของระบบ และอิทธิพลของตัวแปรภายในและภายนอกในระบบที่มีต่อระบบในแต่ละพฤติกรรม แต่จะมีข้อด้อยในส่วนที่ถ้าวงจรรอสซิลเลเตอร์ซับซ้อนหรือถ้าต้องการพิจารณาความไม่เป็นเชิงเส้นของวงจรรวมด้วยแล้ว ก็จะทำให้การหาคำตอบค่อนข้างยุ่งยากและซับซ้อน ข้อด้อยที่สำคัญ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่ในวงกว้าง การนำเอกสารนี้ไปใช้โดยไม่ได้รับอนุญาตถือว่าผิดกฎหมาย

อีกข้อหนึ่งคือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบเชิงวิเคราะห์มักจะถูกรวบรวมเฉพาะสำหรับวงจรรอสซิลเลเตอร์ประเภทใดประเภทหนึ่งเท่านั้น เช่น วงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ หรือวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยม เป็นต้น นอกจากนี้จะพบว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เหล่านี้ก็มักจะขึ้นอยู่กับโครงสร้างของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่วงจรร้อนกลับเป็นวงจรรุนด์ หรือวงจรร้อนกลับเป็นวงจรถ่วงเฟส เป็นต้น

- **แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงเลข (Numerical models)** [15 – 17, 21, 22, 40-42] จากข้อจำกัดของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงวิเคราะห์ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้จึงมักถูกใช้เพราะอาศัยคอมพิวเตอร์ในการหาคำตอบ ข้อดีของแบบจำลองกลุ่มนี้คือผลการคำนวณที่ได้จะมีความใกล้เคียงกับผลในทางปฏิบัติซึ่งเป็นคำตอบเชิงปริมาณ (Quantitative solutions) และไม่ขึ้นกับโครงสร้างหรือประเภทของวงจร ข้อดีของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์กลุ่มนี้คือไม่สามารถนำมาใช้ในการศึกษาพฤติกรรมของระบบได้อย่างลึกซึ้ง และยังพบอีกด้วยว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในกลุ่มนี้เกือบทั้งหมดมุ่งเน้นไปใช้การจำลองการทำงานของวงจรเพื่อลดขั้นตอนการคำนวณและหน่วยความจำที่ใช้

ถึงแม้ว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงเลขจะให้ผลการคำนวณที่แม่นยำ แต่จากศึกษาพบว่างานวิจัยที่มุ่งเน้นการประยุกต์ใช้วงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต ส่วนใหญ่ได้ใช้แบบจำลองเชิงวิเคราะห์เพื่อทำการออกแบบวงจร ดังนั้นวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงให้ความสนใจเฉพาะแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงวิเคราะห์ และเนื่องจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงวิเคราะห์ถูกจำกัดไว้ที่ประเภทของวงจรรอสซิลเลเตอร์ ดังนั้นในส่วนการพิจารณาข้อจำกัดของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในอดีตและแนวทางแก้ไขจะขอพิจารณาแยกส่วนกัน

1.1.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงวิเคราะห์สำหรับวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่กำเนิดสัญญาณไซน์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

ในทางปฏิบัติพบว่าวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตมี 3 สภาวะ 1) สภาวะไม่ล็อกซึ่งเป็นสภาวะที่ความถี่อินพุตมีค่าต่ำกว่าความถี่อิสระมากๆ และวงจรรอสซิลเลเตอร์จะสร้างสัญญาณเอาต์พุตที่แอมพลิจูดมีการเปลี่ยนแปลงเพียงด้านเดียว 2) สภาวะปิดเป็นสภาวะที่ความถี่อินพุตอยู่ใกล้ย่านการล็อก และวงจรรอสซิลเลเตอร์จะสร้างสัญญาณเอาต์พุตที่มีแอมพลิจูด เฟส และความถี่มีการเบี่ยงเบน และทั้ง 3 มีการเบี่ยงเบนที่สัมพันธ์กัน 3) สภาวะล็อกเป็นสภาวะที่วงจรรอสซิลเลเตอร์จะสร้างสัญญาณเอาต์พุตที่ซิงโครไนซ์กับสัญญาณอินพุต ซึ่งวงจรรอสซิลเลเตอร์จะอยู่ในสภาวะนี้ก็ต่อเมื่อความถี่อินพุตอยู่ในย่านการล็อก

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงวิเคราะห์ที่อาจถือได้ว่าเป็นงานวิจัยชิ้นแรกๆ ที่ทำการนำเสนอและถูกอ้างถึงมากที่สุดคือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ R. Adler [1] ซึ่งได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงวิเคราะห์สำหรับศึกษาพฤติกรรมของอินเจ็คชั่นล็อกออสซิลเลเตอร์ที่อาศัยวงจรรุนด์ในปี ค.ศ. 1946 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้ได้กำหนดเงื่อนไข 2 ข้อที่สำคัญคือ 1) แอมพลิจูดของสัญญาณอินพุตจะต้องมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระ ด้วยการกำหนดเช่นนี้จึงถือว่าแอมพลิจูดเอาต์พุตมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก ซึ่งทำให้สามารถละอิทธิพลเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยามให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ของวงจรขยายได้และทำให้วงจรจูนด์ตอบสนองต่อสัญญาณอินพุตเป็นหลัก และ 2) ความถี่อินพุตต้องอยู่ภายในย่านแถบผ่านของวงจรจูนด์ซึ่งจะทำให้ทำการเลื่อนเฟสของสัญญาณในระบบเป็นเชิงเส้น ดังนั้นจึงทำให้สามารถทำการค้นหาสมการอนุพันธ์ของเฟสเอาต์พุตได้ สมการอนุพันธ์ที่ได้สามารถนำไปสู่เงื่อนไขการล็อกหรือย่านการล็อกในสภาวะล็อก และสมการคำตอบที่ได้สามารถอธิบายการเบี่ยงเบนของเฟสในสภาวะปิดได้ ซึ่งทั้งสองสามารถพิจารณาอิทธิพลของแอมพลิจูดและความถี่ของสัญญาณอินพุต รวมถึงตัวแปรในวงจรได้อีกด้วย ด้วยคุณสมบัติของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นี้มันจึงถูกนำไปขยายในส่วนของอธิบายพฤติกรรมในสภาวะปิดด้วยสเปกตรัม [18-20] อย่างไรก็ตามแบบจำลองนี้ยังมีข้อด้อยที่สำคัญคือ 1) ไม่สามารถอธิบายการเบี่ยงเบนของแอมพลิจูดในสภาวะปิด รวมถึงความสัมพันธ์ของการเบี่ยงเบนแอมพลิจูด เฟส และความถี่ 2) ย่านการล็อกที่ได้เป็นเชิงเส้นรูปตัววี (V-Shape) และ 3) แบบจำลองนี้สามารถนำไปใช้ได้เฉพาะวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ที่สามารถหาค่า Q (Quality factor) ของวงจรในส่วนป้อนกลับได้เท่านั้น

ในปี ค.ศ. 2004 B. Razavi [2] ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงวิเคราะห์สำหรับการศึกษาพฤติกรรมของอินเจ็คชั่นล็อกออสซิลเลเตอร์เช่นกัน รวมถึงได้นำเสนอมุมมองที่ชัดเจนของกลไกการเลื่อนเฟสของสัญญาณในรูปของวงจรรอสซิลเลเตอร์เพื่อทำการล็อกสัญญาณภายนอก ด้วยการกำหนดเงื่อนไขเช่นเดียวกันกับ [1] และพิจารณาวงจรรอสซิลเลเตอร์เป็นระบบป้อนกลับจึงทำให้สามารถค้นหาสมการอนุพันธ์ของเฟสเอาต์พุตได้ และด้วยการกำหนดเงื่อนไขที่ใช้เช่นเดียวกันกับ [1] จึงทำให้มีข้อดีและข้อจำกัดที่เหมือนกัน

ในปี ค.ศ. 2012 คุณ I. Ali และคณะ [14] ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงวิเคราะห์ที่ทำการศึกษาพฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ โดยมีเป้าหมายที่จะพิจารณาการเบี่ยงเบนของแอมพลิจูดในสภาวะปิดด้วย แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เริ่มต้นด้วยการแปลงวงจรเทียบเคียงสัญญาณขนาดเล็ก (Small-signal equivalent circuit) ให้เป็นวงจรเรโซแนนซ์ที่มีไดโอดต่อขนาน โดยอาศัยการวิเคราะห์ความไม่เป็นเชิงเส้นของอุปกรณ์แอกทีฟเมื่อขยายสัญญาณขนาดใหญ่ (Large signal analysis) เมื่อทำการวิเคราะห์ห้วงจรที่ได้จากการแปลงก็จะได้สมการอนุพันธ์ของแอมพลิจูดและเฟสของสัญญาณเอาต์พุต การอธิบายพฤติกรรมของวงจรด้วยสมการอนุพันธ์ที่ได้มาแบ่งออกเป็น 2 กรณี กรณีแรกกำหนดให้แอมพลิจูดของสัญญาณอินพุตมีค่าน้อยมากเหมือนกับ [1, 2] ซึ่งทำให้แอมพลิจูดไม่มีการเปลี่ยนแปลง และสมการอนุพันธ์เฟสเหมือนกันกับ [1, 2] ในกรณีนี้จะมีข้อดีและข้อด้อยเหมือนกันกับ [1, 2] กรณีที่สองเป็นกรณีที่ต้องการพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูดด้วย แต่กลับกลายเป็นว่าสมการอนุพันธ์ของแอมพลิจูดและเฟสที่ได้ในตอนต้นจะต้องถูกปรับแต่งใหม่ทั้งหมดด้วยการใช้สมการคำตอบของเฟสในกรณีแรก พร้อมกันนั้นสมการคำตอบที่ได้จากการปรับแต่งมีความซับซ้อนมากและยังไม่ได้ถูกนำมาคำนวณเพื่อแสดงการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูดแต่อย่างใด

จากแบบจำลองคณิตศาสตร์แบบเชิงวิเคราะห์สำหรับวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ทั้ง 3 พบว่า 1) แบบจำลองไม่สามารถอธิบายการเบี่ยงเบนของแอมพลิจูดในสภาวะปิด รวมถึงความสัมพันธ์ของการเบี่ยงเบนระหว่างแอมพลิจูด เฟส และความถี่ 2) ย่านการล็อกมีลักษณะเป็นเชิงเส้นรูปตัววี (V-Shape) ซึ่งในทางปฏิบัติพบว่ามีลักษณะไม่เป็นเชิงเส้น 3) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ถูกจำกัดไว้เฉพาะวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่สามารถทำการหาค่า Q ของวงจรป้อนกลับได้ และ 4) ซึ่งเป็นข้อด้อยที่สำคัญคือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ไม่ได้กล่าวถึงสภาวะไม่ล็อก (Non-locked state) แต่อย่างใด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในปี ค.ศ. 2008 คุณธงชัย มณีชูเกตุ และคณะ [23] ได้นำเสนอเทคนิคการวิเคราะห์วงจร ออสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตด้วยเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัว ในงานวิจัยนี้สัญญาณ อินพุตถูกกำหนดให้เป็นแรงดันไฟฟ้ากระแสตรงและสมการคำตอบที่ได้แสดงให้เห็นว่าแอมพลิจูดของ สัญญาณเอาต์พุตจะสามารถถูกควบคุมด้วยสัญญาณอินพุตได้ ด้วยคุณสมบัติดังกล่าวของเทคนิคการ วิเคราะห์ด้วยเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัว คุณเกรียงศักดิ์ พรหมภักดี และคณะ [24, 25] จึงได้นำเสนอ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวไปประยุกต์ใช้เพื่อทำการศึกษาพฤติกรรมของระบบการสั่นใน สาขาฟิสิกส์ที่เป็นแบบมวลดิตสปริงและแบบลูกตุ้มซึ่งมีการกระตุ้นจากสัญญาณภายนอกที่เป็น สัญญาณไซน์ และได้แสดงพฤติกรรมการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูดเอาต์พุตที่สอดคล้องกับสัญญาณ อินพุตอีกด้วย และเป็นที่น่าสนใจว่าพฤติกรรมนี้สอดคล้องกันกับสภาวะไม่ล็อกที่ได้กล่าวไปข้างต้น และเนื่องด้วยแบบจำลองดังกล่าวอยู่บนพื้นการวิเคราะห์ระบบแบบเชิงเส้นจึงทำให้สามารถอธิบาย พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์เฉพาะที่เป็นแบบฮาร์โมนิกเท่านั้น

จากคุณสมบัติข้างต้นที่น่าสนใจข้างต้น ดังนั้นวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงนำวิธีการวิเคราะห์ด้วย เทคนิคตัวแปรเวลามาปรับปรุงและพัฒนาเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการศึกษา พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต ผลจากการพัฒนาพบว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้เป็นแบบเชิงวิเคราะห์จึงสามารถอธิบายพฤติกรรมการเปลี่ยนแปลง ของกรอบสัญญาณด้านเดียวในสภาวะไม่ล็อก สามารถอธิบายการเบี่ยงเบนและความสัมพันธ์ของแอมพลิจูด เฟส และความถี่ในสภาวะบิต สามารถค้นหาเงื่อนไขการล็อกได้โดยง่ายและย่านการล็อกที่ไม่ เป็นเชิงเส้น รวมถึงยังสามารถนำไปใช้ได้กับวงจรออสซิลเลเตอร์ที่เป็นแบบฮาร์โมนิกที่ไม่สามารถหา ค่า Q ได้ เช่น วงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส และวงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอเดรเจอร์ที่สร้าง จากวงจรอินทริกเตอร์

1.1.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงวิเคราะห์สำหรับวงจรออสซิลเลเตอร์ที่กำหนด สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

จากแบบจำลองเชิงวิเคราะห์ในอดีต [1, 2, 14] และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อาศัย การวิเคราะห์ด้วยเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัว พบว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์กลุ่มนี้ยังมีข้อจำกัด หนึ่งคือไม่สามารถนำไปใช้อธิบายพฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมหรือวงจร ออสซิลเลเตอร์แบบฟ่อนคลายได้ เนื่องจากกลไกการสร้างสัญญาณเอาต์พุตเฉพาะตัวที่แบ่งออกเป็น 2 สถานะคือ สถานะเก็บประจุ และสถานะคายประจุ ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับวงจร ออสซิลเลเตอร์แบบฟ่อนคลายจึงแตกต่างกันออกไปอย่างชัดเจน

ในทางปฏิบัติพบว่าวงจรออสซิลเลเตอร์แบบฟ่อนคลายที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตมี 2 สภาวะ 1) สภาวะไม่ล็อกเป็นสภาวะที่ความถี่อินพุตอยู่นอกย่านการล็อก ส่งผลให้วงจรสร้างสัญญาณ เอาต์พุตที่มีคาบเวลามีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลาและไม่ซิงโครไนซ์กับสัญญาณอินพุต และ 2) สภาวะล็อกเป็นสภาวะที่ความถี่อินพุตอยู่ในย่านการล็อก และทำให้วงจรสร้างสัญญาณเอาต์พุตที่ ซิงโครไนซ์กับสัญญาณอินพุต โดยที่อัตราส่วนระหว่างความถี่เอาต์พุตและอินพุตเป็นจำนวนเต็ม หรือ สามารถกล่าวอีกนัยหนึ่งว่าวงจรจะประพฤติตัวเหมือนวงจรหารความถี่

ถึงแม้ว่าพฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์จะน่าสนใจ แต่ปรากฏว่ามีงานวิจัยขึ้นเดี่ยวที่ ทำการศึกษาและพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับวงจรออสซิลเลเตอร์แบบฟ่อนคลาย ในปี ค.ศ. 2010 N. Soltani และคณะ [46] ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับวงจร เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ออสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลาย (Relaxation oscillator) ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต ด้วยการพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของระยะเวลาในการเก็บประจุและคายประจุในแต่ละวัฏจักรอันเนื่องมาจากสัญญาณอินพุต จึงทำให้สามารถค้นสมการอนุพันธ์ของเฟสของสัญญาณเอาต์พุตได้ สมการคำตอบที่ได้สามารถอธิบายพฤติกรรมของวงจรได้ทั้งสองสถานะ แต่แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ยังมีข้อด้อยดังนี้ 1) สมการคำตอบที่ได้ซับซ้อนและยากต่อการทำความเข้าใจพฤติกรรมของวงจรในสถานะไม่ล็อก 2) การค้นหาการล็อกจากสมการอนุพันธ์นั้นซับซ้อนและไม่ได้เชื่อมโยงกับสมการอนุพันธ์ที่ได้ 3) ไม่ได้กล่าวถึงเมื่อความถี่อินพุตสูงกว่าความถี่ธรรมชาติมาก ๆ แต่จากการศึกษาโดยละเอียดพบว่าแบบจำลองดังกล่าวนี้สามารถทำการปรับปรุงเพื่ออธิบายพฤติกรรมในสถานะไม่ล็อกโดยไม่ซับซ้อน และสามารถอธิบายพฤติกรรมการหารความถี่ได้ ดังนั้นวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับวงจรออสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลายที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตของ [46] มาปรับปรุงเพื่ออธิบายพฤติกรรมของวงจร ผลการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอพบว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอสามารถอธิบายพฤติกรรมการเบี่ยงเบนคาบเวลาเอาต์พุตเมื่อวงจรอยู่ในสถานะไม่ล็อก และพฤติกรรมการหารความถี่เมื่อความถี่อินพุตอยู่ใกล้เคียงกับความถี่ธรรมชาติและมากกว่าความถี่ธรรมชาติ

1.2 จุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

จุดมุ่งหมายของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกคือการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงวิเคราะห์เพื่อทำการศึกษากิจกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตทั้ง 3 สถานะ คือสถานะไม่ล็อก สถานะบิต และสถานะล็อก โดยที่สมการคำตอบอยู่ในรูปปิดเพื่อที่จะสามารถแสดงอิทธิพลของตัวแปรในวงจรและสัญญาณอินพุตที่มีต่อพฤติกรรมของวงจร และแบบจำลองยังสามารถนำไปใช้ศึกษาพฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบฮาร์โมนิกส์ที่ไม่สามารถหาค่า Q ของวงจรป้อนกลับได้

ส่วนที่สองคือการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงวิเคราะห์เพื่อทำการศึกษากิจกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ผ่อนคลายที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตทั้ง 2 สถานะคือ สถานะไม่ล็อก และสถานะล็อก โดยสมการคำตอบที่ได้จะอยู่ในรูปปิดและสามารถแสดงอิทธิพลของตัวแปรในวงจรและสัญญาณอินพุตที่มีต่อพฤติกรรมของวงจรได้

1.3 ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในการทำวิทยานิพนธ์

การทำความเข้าใจถึงพฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตที่ดีควรทำการพิจารณาพฤติกรรมของสัญญาณเอาต์พุตทั้งในโดเมนเวลาและความถี่พร้อมกัน และเพื่อให้เข้าใจลึกซึ้งยิ่งขึ้นการศึกษากิจกรรมของวงจรดังกล่าวควรพิจารณาควบคู่ไปกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ให้คำตอบที่อยู่ในรูปปิด เพราะว่าจะสามารถทำความเข้าใจถึงอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงตัวแปรของวงจรและสัญญาณอินพุต ด้วยเหตุผลดังกล่าวแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่จะใช้ทำการศึกษาก็จะต้องอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้นและอาศัยวิธีการหาคำตอบด้วยวิธีการเชิงวิเคราะห์เพื่อให้สมการคำตอบอยู่ในรูปปิดที่มีปริมาณเป็นแรงดันไฟฟ้าและอยู่ในโดเมนเวลา ซึ่งสมการคำตอบดังกล่าวก็จะง่ายต่อการจัดรูปสมการเพื่อแสดงสเปกตรัมของสัญญาณเอาต์พุต อย่างไรก็ตามวิธีการแก้สมการเชิงวิเคราะห์แบบดั้งเดิมไม่สามารถที่จะอธิบายพฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ได้ทั้งหมด ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงได้อาศัยเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัวที่ได้ถูกเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่ในทางวิชาการไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

พิสูจน์ความสามารถในการอธิบายพฤติกรรมของระบบที่มีการสั่นและถูกกระตุ้นด้วยสัญญาณภายนอกในสาขาฟิสิกส์มาทำการวิเคราะห์หาสมการคำตอบในรูปปิดที่สามารถอธิบายพฤติกรรมของวงจรโดยเฉพาะอย่างยิ่งอิทธิพลของความถี่อินพุตเมื่อมันมีการเปลี่ยนแปลง

เนื่องจากวงจรออสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลายมีกลไกการทำงานที่แตกต่าง จึงไม่สามารถใช้วิธีข้างต้นมาใช้ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณอินพุตและเอาต์พุตที่อยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ได้ การทำความเข้าใจถึงพฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตจึงต้องอาศัยคุณลักษณะกลไกการสร้างสัญญาณเอาต์พุตเฉพาะตัว ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการศึกษาพฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลายที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตจะต้องอยู่บนพื้นฐานการวิเคราะห์หาค่าระยะเวลาการเก็บประจุ และคายประจุ รวมถึงคาบเวลาเอาต์พุต

1.4 ขอบเขตของการทำวิทยานิพนธ์

เพื่อให้เกิดความชัดเจนของการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ขอบเขตของการทำวิทยานิพนธ์จะถูกแบ่งออกเป็น 2 ส่วน

1.4.1 การพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์การศึกษาพฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จึงเป็นแบบเชิงวิเคราะห์ที่อาศัยเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัว และเพื่อให้เข้าใจพฤติกรรมพื้นฐานของวงจรจึงกำหนดให้สัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณไซน์หนึ่งความถี่ เพราะว่สัญญาณไซน์เป็นองค์ประกอบของสัญญาณประเภทอื่นๆซึ่งจะช่วยให้เข้าใจพฤติกรรมพื้นฐานได้เป็นอย่างดี และมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

- เสริมความเข้มแข็งให้กับวิธีการวิเคราะห์ระบบสมการอนุพันธ์ที่อาศัยเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัวในเรื่องความชัดเจนของความอิสระระหว่างตัวแปรเวลา และความสัมพันธ์ของตัวแปรเวลาจากงานวิจัยของ [23]
- พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงวิเคราะห์ที่อยู่ในรูปสมการอนุพันธ์เชิงเส้นที่อาศัยวิธีการหาสมการคำตอบด้วยเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัว เพื่อให้ได้สมการคำตอบที่อยู่ในรูปปิด (Closed form solution)
- สมการคำตอบที่อยู่ในรูปปิด (Closed form solution) จะมีคุณสมบัติเป็นสมการคำตอบเชิงคุณภาพ (Qualitative solution) และสามารถอธิบายพฤติกรรมของวงจรได้อย่างต่อเนื่อง กล่าวคือจากสภาวะหนึ่งไปยังอีกสภาวะหนึ่ง
- สมการคำตอบที่ได้สามารถทำการอธิบายพฤติกรรมการเปลี่ยนแปลงกรอบด้านเดียวของสัญญาณเอาต์พุตในสภาวะไม่ล็อก และอิทธิพลอันเนื่องมาจากตัวแปรในวงจรและสัญญาณอินพุตที่มีต่อพฤติกรรมดังกล่าว
- สมการคำตอบที่ได้สามารถทำการอธิบายการเบี่ยงเบนแอมพลิจูด เฟส และความถี่ รวมถึงความสัมพันธ์ของพวกมันในสภาวะบิตได้ และอิทธิพลอันเนื่องมาจากตัวแปรในวงจรและสัญญาณอินพุตที่มีต่อพฤติกรรมดังกล่าว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- สมการคำตอบที่ได้สามารถทำการค้นหาการล็อกที่ไม่เป็นเชิงเส้นและเงื่อนไขการล็อกของวงจรถัดในสภาวะล็อก และอิทธิพลอันเนื่องมาจากตัวแปรในวงจรถัดและสัญญาณอินพุตที่มีต่อพฤติกรรมดังกล่าว
- แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอสามารถนำไปใช้ศึกษาพฤติกรรมของวงจรถัดออสซิลเลเตอร์แบบฮาร์โมนิกส์ที่ไม่สามารถหาค่า Q ของวงจรถัดกลับได้ซึ่งในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้คือวงจรถัดออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส และวงจรถัดออสซิลเลเตอร์แบบควอเดรเจอร์ที่สร้างจากวงจรถัดอินทรีเกรเตอร์ นอกจากนี้ยังนำไปใช้กับวงจรถัดออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์ซึ่งสามารถหาค่า Q ของวงจรถัดกลับได้

1.4.2 การพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรถัดออสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

เพื่อให้บรรลุจุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์การศึกษาพฤติกรรมของวงจรถัดออสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จึงเป็นแบบเชิงวิเคราะห์ที่อาศัยและเพื่อให้เข้าใจพฤติกรรมพื้นฐานของวงจรถัดจึงกำหนดให้สัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณไซน์หนึ่งความถี่ เพราะว่าสัญญาณไซน์เป็นองค์ประกอบของสัญญาณประเภทอื่นๆซึ่งจะช่วยให้เข้าใจพฤติกรรมพื้นฐานได้เป็นอย่างดี และมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

- พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงวิเคราะห์ของวงจรถัดออสซิลเลเตอร์แบบผกผันคล้ายที่อยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ ด้วยการปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ [46]
- สมการคำตอบที่ได้จะอยู่ในรูปปิด (Closed form solution) ซึ่งมีคุณสมบัติเป็นสมการคำตอบเชิงคุณภาพ (Qualitative solution)
- สมการคำตอบที่ได้สามารถทำการอธิบายพฤติกรรมการเปลี่ยนแปลงของคาบเวลาเอาต์พุตในสภาวะไม่ล็อก และอิทธิพลอันเนื่องมาจากตัวแปรในวงจรถัดและสัญญาณอินพุตที่มีต่อพฤติกรรมดังกล่าว
- สมการอนุพันธ์ที่ได้สามารถทำการค้นหาการล็อกและเงื่อนไขการล็อกของวงจรถัดได้ในสภาวะล็อก และอิทธิพลอันเนื่องมาจากตัวแปรในวงจรถัดและสัญญาณอินพุตที่มีต่อพฤติกรรมดังกล่าว

1.5 รายละเอียดของวิทยานิพนธ์

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 7 บทและภาคผนวกจำนวน 1 บทซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

- บทที่ 1 คือบทนำซึ่งเป็นบทที่กล่าวถึงความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา จุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์ ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในการทำวิทยานิพนธ์ ขอบเขตของการทำวิทยานิพนธ์ และรายละเอียดของวิทยานิพนธ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- บทที่ 2 กล่าวถึงทฤษฎีและหลักการที่เกี่ยวข้อง โดยเริ่มต้นด้วยพื้นฐานที่เกี่ยวกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งมีด้วยกัน 2 ประเภทใหญ่คือ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงประจักษ์ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงกล ซึ่งประเภทหลังจะให้สมการของระบบอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์และจะเป็นแบบที่จะถูกใช้ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ดังนั้นการวิเคราะห์ระบบด้วยสมการอนุพันธ์จึงจะถูกนำเสนอ ถัดจากนั้นทฤษฎีพื้นฐานของวงจรรอสซิลเลเตอร์และการวิเคราะห์จะถูกกล่าวถึง นอกจากนี้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่มีการสั่นและถูกป้อนสัญญาณภายนอกในอดีตจะถูกนำเสนอ
- บทที่ 3 ในบทนี้จะนำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตโดยจะแบ่งเป็น 2 หัวข้อหลัก หัวข้อแรกคือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อาศัยเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัว และหัวข้อที่สองคือพฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต ในหัวข้อนี้จะแบ่งเป็น 2 หัวข้อย่อยคือ การวิเคราะห์วงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตและสถานะของวงจรรอสซิลเลเตอร์
- บทที่ 4 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตจะถูกนำเสนอในบทนี้ โดยจะเริ่มต้นด้วยพฤติกรรมทางกายภาพและปัจจัยการล็อก ถัดจากนั้นจะกล่าวถึงการศึกษาพฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต ซึ่งประกอบไปด้วย การวิเคราะห์วงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต และสถานะของวงจรรอสซิลเลเตอร์สี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต
- บทที่ 5 ผลการคำนวณ ผลการจำลองการทำงานและผลทดลองการทำงานจะถูกนำเสนอในบทนี้ ซึ่งประกอบด้วยวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่ใช้ในการทดลอง การเปรียบเทียบผลทั้ง 3 ของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตทั้ง 3 สถานะ สถานะไม่ล็อก สถานะปิดและสถานะล็อก รวมถึงการเปลี่ยนสถานะไม่ล็อกไปยังสถานะปิด และเข้าสู่สถานะล็อก
- บทที่ 6 ผลการคำนวณและการจำลองการทำงานของวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลายจะถูกนำเสนอ ซึ่งประกอบด้วยวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลายที่ใช้ในการจำลองการทำงานและการเปรียบเทียบผลการจำลองการทำงานและการคำนวณของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตทั้ง 2 สถานะคือ สถานะไม่ล็อก และสถานะล็อก
- บทที่ 7 เป็นบทสุดท้ายซึ่งจะกล่าวถึงการสรุปผลวิจัยและข้อเสนอแนะในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 2

ทฤษฎีและหลักการที่ใช้

การศึกษาและพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายพฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตจำเป็นจะต้องอาศัยองค์ความรู้พื้นฐานหลายด้าน ดังนั้นก่อนที่จะกล่าวถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอ ทฤษฎีและหลักการที่ใช้จะถูกนำเสนอก่อนในบทนี้ซึ่งประกอบด้วย หลักการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ระบบสมการอนุพันธ์และการค้นหาคำตอบเชิงวิเคราะห์ วงจรออสซิลเลเตอร์ และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่มีการสั่นและถูกป้อนสัญญาณภายนอกในอดีต

2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematic Model) [26, 27] คือแบบจำลองที่ใช้ในการอธิบายและการศึกษาพฤติกรรมของระบบ หรือการคาดเดาพฤติกรรมของระบบในอนาคตโดยอาศัยภาษาทางคณิตศาสตร์ซึ่งถูกใช้ในหลายสาขา เช่น วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ การแพทย์ เศรษฐศาสตร์ และสังคมศาสตร์ เป็นต้น แบบจำลองทางคณิตศาสตร์อาจจะประกอบด้วยหนึ่งสมการหรือชุดของสมการ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือแบบจำลองเชิงกล (Mechanistic Model) และแบบจำลองเชิงประจักษ์ (Empirical Model)

2.1.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงประจักษ์ (Empirical Model)

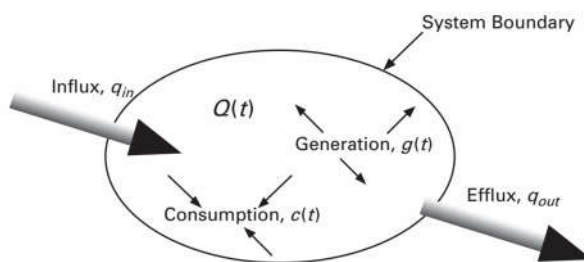
เมื่อระบบที่กำลังถูกพิจารณามีความซับซ้อนมาก ส่งผลให้ยากต่อการศึกษาหรือวิเคราะห์ได้โดยตรง แต่ระบบเหล่านี้มักจะสามารวัดค่าเอาต์พุตเทียบกับค่าอินพุตของระบบได้ ดังนั้นการคาดเดาพฤติกรรมของระบบโดยปราศจากการเข้าใจกลไกของระบบจึงสามารถทำได้โดยอาศัยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงประจักษ์ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ประเภทนี้คือการทำการปรับเส้นโค้ง (Curve Fitting) ระหว่างค่าเอาต์พุตเทียบกับค่าอินพุตของระบบ สมการที่ใช้ทำการปรับเส้นโค้งสามารถทำได้หลายสมการ เช่น สมการเชิงเส้น (Linear Equation, $y = ax + b$), สมการควอดราติก (Quadratic Equation, $y = ax^2 + bx + c$), สมการคิวบิก (Cubic Equation, $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$), สมการกำลังสี่ (Quartic Equation, $y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$) และสมการเอ็กโปเนนเชียล (Exponential Equation, $y = ab^x$ หรือ $y = ae^x$) เป็นต้น

2.1.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงกล (Mechanistic Model)

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงกลเป็นแบบจำลองที่ถูกใช้เพื่อทำการศึกษากลไกการทำงานของระบบ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เหล่านี้ได้อาศัยหลักการทางวิทยาศาสตร์เพื่อใช้สร้างสมการของแบบจำลอง เช่น กฎการเคลื่อนที่ของนิวตัน กฎของเคอร์ชอฟฟ์ และกฎของปาสคาล เป็นต้น แบบจำลองนี้สามารถถูกสร้างขึ้นได้หลายวิธี เช่น หลักการอนุรักษ์และสมดุล (Conservation and Balance Principles) และหลักการวางซ้อน (Principle of Superposition) เป็นต้น แต่ในที่นี้จะกล่าวเฉพาะวิธีการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีหลักการอนุรักษ์และสมดุลเท่านั้น

เพราะเป็นแบบจำลองที่ถูกใช้มาก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.1 ระบบหนึ่งที่ถูกสังเกตพฤติกรรม [27]

หลักการการอนุรักษ์คล้ายกันกับกฎการอนุรักษ์พลังงานกล่าวคือพลังงานในระบบจะหายไปแต่จะแปรสภาพเท่านั้น ขณะที่หลักการสมดุลคล้ายกันกับการไหลของน้ำในระบบท่อน้ำ กล่าวคือปริมาณน้ำทั้งหมดที่ไหลเข้าระบบเท่ากับปริมาณน้ำที่ไหลออกจากระบบ เมื่อพิจารณาระบบหนึ่งด้วยหลักการการอนุรักษ์และสมดุลดังรูปที่ 2.1 สมการสำหรับการอธิบายพฤติกรรมของระบบจึงสามารถถูกเขียนได้ดังสมการที่ (2.1)

$$\frac{dQ(t)}{dt} = q_{in}(t) + g(t) - q_{out}(t) - c(t) \quad (2.1)$$

โดยที่ $Q(t)$ คือปริมาณทางกายภาพชนิดหนึ่ง $q_{in}(t)$ คืออัตราการไหลเข้าระบบ $q_{out}(t)$ คืออัตราการไหลออกจากระบบ $g(t)$ คืออัตราการเกิดในระบบและ $c(t)$ คืออัตราการบริโภคในระบบ เป็นที่น่าสังเกตว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงกลส่วนใหญ่จะอยู่ในรูปของระบบสมการเชิงอนุพันธ์ เช่น การแกว่งของลูกตุ้ม [28] การเก็บและคายประจุของตัวเก็บประจุ [29] แบบจำลอง Lotka-Volterra ซึ่งคำนวณหาปริมาณของผู้ล่าและเหยื่อ [30] และแบบจำลอง Lorenz Weather [31] ซึ่งอธิบายการนำพาความร้อนในชั้นบรรยากาศ เป็นต้น

สมการอนุพันธ์สามารถถูกจำแนกออกได้เป็น 2 ประเภทใหญ่ [32] คือสมการอนุพันธ์ที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear differential equation) และสมการอนุพันธ์เชิงเส้น (Linear differential equation) ขณะที่วิธีการค้นหาคำตอบของสมการทั้งสองก็สามารถถูกแบ่งออกเป็น 2 วิธีเช่นกัน วิธีการแรกคือวิธีแบบเชิงวิเคราะห์ (Analytical methods) วิธีการนี้จะทำการแก้สมการด้วยการวิเคราะห์ด้วยมือเพื่อทำการค้นหาคำตอบซึ่งอยู่ในรูปที่ชัดเจน (Exact analytical solution) และคำตอบที่ได้มีข้อดีเป็นอย่างมากที่ช่วยให้สามารถทำความเข้าใจพฤติกรรมของระบบได้อย่างลึกซึ้ง กล่าวคือสามารถคาดเดาทิศทาง และสามารถพิจารณาอิทธิพลของตัวแปรภายในและภายนอกในระบบสามารถเรียกสมการคำตอบนี้ว่าเป็นสมการคำตอบเชิงคุณภาพ (Qualitative solutions) แต่วิธีการนี้ก็มีข้อเสียในส่วนที่จะต้องทำการวิเคราะห์ด้วยมือจึงทำให้ยากต่อการหาคำตอบ โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อสมการอนุพันธ์เป็นแบบไม่เป็นเชิงเส้นเพราะสมการนี้ไม่สามารถค้นหาฟังก์ชันของคำตอบได้โดยตรง แต่จะต้องอาศัยวิธีการประมาณฟังก์ชันของคำตอบ (Perturbation methods) [35] วิธีการค้นหาคำตอบวิธีที่สองคือวิธีการแบบเชิงเลข (Numerical methods) วิธีนี้ค่อนข้างที่จะสะดวกเนื่องจากจะอาศัยโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อช่วยค้นหาคำตอบของสมการอนุพันธ์ได้ง่ายและให้คำตอบที่แม่นยำ แต่จะมีข้อเสียในส่วนที่คำตอบที่ได้นั้นจะอยู่ในรูปของปริมาณจึงไม่สามารถให้ความเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สวอนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยามให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เข้าใจต่อระบบได้ชัดเจนเหมือนวิธีการเชิงวิเคราะห์ เรียกคำตอบที่ได้ว่าเป็นคำตอบเชิงปริมาณ (Quantitative solutions)

2.2 การวิเคราะห์ระบบสมการอนุพันธ์เชิงเส้น

จากหัวข้อที่ผ่านมาได้พบว่ามีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงกลมักจะมีอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ พร้อมกันนั้นในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ สมการอนุพันธ์อยู่ในรูปสมการอนุพันธ์เชิงเส้นเช่นกัน ดังนั้นในหัวข้อนี้การวิเคราะห์และการค้นหาคำตอบของสมการอนุพันธ์เชิงเส้นจึงถูกนำเสนอเพื่อให้สะดวกต่อการนำเสนอ ระบบสมการอนุพันธ์อันดับที่สองจะถูกพิจารณา และสามารถถูกเขียนได้ดังนี้

$$a_2 y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_2 x''(t) + b_1 x'(t) + b_0 x(t) \quad (2.3)$$

โดยที่ t คือตัวแปรต้น $y(t)$ และ $x(t)$ คือตัวแปรอิสระ และ $a_2, a_1, a_0, b_2, b_1, b_0$ คือสัมประสิทธิ์ของระบบ นอกจากนี้ $x(t)$ และ $y(t)$ ยังเป็นฟังก์ชันอินพุตและเอาต์พุตของระบบอีกด้วย ในระบบสมการอนุพันธ์ $y(t)$ คือผลตอบสนองสมบูรณซึ่งเป็นผลรวมของ 2 ส่วนดังสมการที่ (2.4)

$$y(t) = y_n(t) + y_f(t) \quad (2.4)$$

โดยที่ $y_n(t)$ คือผลตอบสนองธรรมชาติและ $y_f(t)$ คือผลตอบสนองจากฟังก์ชันบังคับ เพื่อหาคำตอบของผลตอบสนองบังคับ สมการที่ (2.3) จะถูกเขียนใหม่เป็น

$$a_2 y_f''(t) + a_1 y_f'(t) + a_0 y_f(t) = b_2 x''(t) + b_1 x'(t) + b_0 x(t) \quad (2.5)$$

การหาคำตอบของสมการสามารถค้นหาได้หลายวิธี แต่วิธีที่ง่ายคือการใช้วิธีเทียบสัมประสิทธิ์ (The method of undetermined coefficients) และด้วยวิธีการดังกล่าวสามารถสรุปฟังก์ชันคำตอบได้ดังตารางที่ 2.1

ผลตอบสนองธรรมชาติ ($y_n(t)$) ประกอบด้วย 2 ส่วนคือผลที่มาจากผลตอบสนองจากพลังงานที่ค้างอยู่ในระบบและผลตอบสนองชั่วขณะของฟังก์ชันบังคับ การค้นหาผลตอบสนองธรรมชาติสามารถเริ่มต้นได้ด้วยการกำหนดให้ $x(t)$ เป็นศูนย์และสมการที่ (2.3) จะกลายเป็น

$$a_2 y_n''(t) + a_1 y_n'(t) + a_0 y_n(t) = 0 \quad (2.6)$$

กำหนดให้ $y_n(t) = Ae^{\lambda t}$ โดยที่ A และ λ คือค่าคงที่และทำการแทนลงในสมการที่ (2.6) จะได้

$$a_2 A \lambda^2 e^{\lambda t} + a_1 A \lambda e^{\lambda t} + a_0 A e^{\lambda t} = 0 \quad (2.7)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.1 วิธีเทียบสัมประสิทธิ์ (The method of undetermined coefficients)

$x(t)$	$y_f(t)$
$ke^{\beta t}$	$Ke^{\beta t}$
$k \cos(\omega t)$ หรือ $k \sin(\omega t)$	$K \cos(\omega t) + M \sin(\omega t)$
$k_1 \cos(\omega t) + k_2 \sin(\omega t)$	$K \cos(\omega t) + M \sin(\omega t)$
$ke^{\beta t} \cos(\omega t)$ หรือ $ke^{\beta t} \sin(\omega t)$	$e^{\beta t} (K \cos(\omega t) + M \sin(\omega t))$
kt^n โดยที่ $n = 0, 1, \dots$	$K_n t^n + K_{n-1} t^{n-1} + \dots + K_1 t + K_0$
โดยที่ k, k_1, k_2, K, M และ β เป็นค่าคงที่	

ภายหลังจากการจัดรูปสมการ สมการคุณลักษณะ (Characteristic Equation) ของระบบสามารถถูกเขียนได้เป็น

$$\lambda^2 + \frac{a_1}{a_2} \lambda + \frac{a_0}{a_2} = (\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) = 0 \quad (2.8)$$

โดยที่ค่ารากทั้งสองของสมการคุณลักษณะมีค่าเป็น $\lambda_1 = -\alpha + \beta$ และ $\lambda_2 = -\alpha - \beta$ ซึ่ง $\alpha = \frac{a_1}{2a_2}$

และ $\beta = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 - 4 \frac{a_0}{a_2}}$ (กรณีนี้เป็นกรณีที่ค่ารากทั้งสองไม่เท่ากัน ซึ่งในกรณีที่ค่ารากทั้งสอง

เท่ากันในวิธานิพนธ์ฉบับนี้จะไม่กล่าว) สมการคุณลักษณะนี้ถูกใช้ระบุพฤติกรรมของระบบที่จะตอบสนองต่อพลังงานที่ค้างภายในระบบและฟังก์ชันภายนอกซึ่งมีด้วยกัน 4 สภาวะดังตารางที่ 2.2

ในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะกรณีสภาวะหน่วงน้อย ดังนั้นสมการผลตอบสนองสมบูรณในสมการที่ (2.4) จะกลายเป็น

$$y(t) = A_1 e^{-\alpha t + j\beta t} + A_2 e^{-\alpha t - j\beta t} + y_f(t) \quad (2.9)$$

โดยที่ A_1 และ A_2 จะสามารถค้นหาได้จากเงื่อนไขเริ่มต้นของระบบ และอนุพันธ์ของมันคือ

$$y'(t) = A_1 (-\alpha + j\beta) e^{-\alpha t + j\beta t} + A_2 (-\alpha - j\beta) e^{-\alpha t - j\beta t} + y'_f(t). \quad (2.10)$$

กำหนดให้เงื่อนไขเริ่มต้นของระบบคือ $y(t=0) = Y_0$ และ $\left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=0} = 0$ และทำการแทนค่าเริ่มต้น

ลงในสมการที่ (2.9) และ (2.10) ซึ่งสมการทั้งสองกลายเป็น

$$y(0) = Y_0 = A_1 + A_2 + y_f(0) \quad (2.11)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2.2 สภาวะของระบบและรูปแบบของผลตอบสนองธรรมชาติ

สภาวะ	เงื่อนไขของแต่ละสภาวะ	รูปแบบของผลตอบสนองธรรมชาติ
หน่วงมาก	$\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 > 4\frac{a_0}{a_2}$	$y_n(t) = A_1 e^{(-\alpha+\beta)t} + A_2 e^{(-\alpha-\beta)t}$
หน่วงวิกฤติ	$\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 = 4\frac{a_0}{a_2}$	$y_n(t) = (A_1 + A_2 t) e^{-\alpha t}$
หน่วงน้อย	$\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 < 4\frac{a_0}{a_2}$	$y_n(t) = A_1 e^{-\alpha+j\beta t} + A_2 e^{-\alpha-j\beta t}$
สั่น	$\frac{a_1}{2a_2} = 0$	$y_n(t) = A_1 e^{j\beta t} + A_2 e^{-j\beta t}$

$$y'(0) = 0 = A_1(-\alpha + j\beta) + A_2(-\alpha - j\beta) + y'_f(0) \quad (2.12)$$

จากอาศัยสมการที่ (2.11) และ (2.12) ค่าของ A_1 คือ

$$A_1 = \frac{\alpha(Y_0 - y_f(0)) - y'_f(0)}{j2\beta} + \frac{(Y_0 - y_f(0))}{2} \quad (2.13)$$

ขณะที่ค่าของ A_2 คือ

$$A_2 = \frac{-\alpha(Y_0 - y_f(0)) + y'_f(0)}{j2\beta} + \frac{(Y_0 - y_f(0))}{2} \quad (2.14)$$

ด้วยค่า A_1 และ A_2 สมการผลตอบสนองสมบูรณ์จะกลายเป็น

$$y(t) = \left[\frac{\alpha(Y_0 - y_f(0)) - y'_f(0)}{j2\beta} + \frac{(Y_0 - y_f(0))}{2} \right] e^{-\alpha+j\beta t} + \left[\frac{-\alpha(Y_0 - y_f(0)) + y'_f(0)}{j2\beta} + \frac{(Y_0 - y_f(0))}{2} \right] e^{-\alpha-j\beta t} + y_f(t) \quad (2.15)$$

อาศัยสูตรของออยเลอร์ที่ว่า $\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$ และ $\sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{j2}$ สมการที่ (2.15) จะสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$y(t) = |Y_n| e^{-\alpha t} \cos(\beta t + \angle Y_n) + y_f(t) \quad (2.16)$$

โดยที่
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$|Y_n| = \sqrt{\left[\frac{\alpha}{\beta}(Y_0 - y_f(0)) - \frac{y'_f(0)}{\beta} \right]^2 + (Y_0 - y_f(0))^2}$$

และ

$$\angle Y_n = -\tan^{-1} \left(\frac{\alpha}{\beta} - \frac{y'_f(0)}{\beta(Y_0 - y_f(0))} \right)$$

จากสมการจะเห็นได้ว่าผลตอบสนองธรรมชาติขึ้นอยู่กับสองส่วนคือพลังงานที่ค้างอยู่ในระบบ ($y(t=0) = Y_0$) และค่าชั่วขณะของฟังก์ชันอินพุต ($y_f(0)$, $y'_f(0)$) นอกจากนี้จะเห็นว่าผลตอบสนองธรรมชาติจะหายไปหลังผ่านไประยะเวลาหนึ่ง เนื่องจากการคูณด้วย $e^{-\alpha t}$

2.3 วงจรออสซิลเลเตอร์

วงจรออสซิลเลเตอร์ (Oscillator circuit) [33, 34] เป็นวงจรไฟฟ้าประเภทหนึ่งที่สามารถกำเนิดสัญญาณรายคาบได้ด้วยตัวมันเองโดยไม่ต้องอาศัยสัญญาณภายนอก ด้วยคุณสมบัติดังกล่าวมันจึงกลายเป็นวงจรพื้นฐานที่มีความสำคัญในด้านวิศวกรรมไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์เป็นอย่างมาก ถูกใช้เพื่อสร้างสัญญาณคลื่นพาห์สำหรับการมอดูเลตสัญญาณแอมพลิฟิเคชันและความถี่ ถูกใช้เพื่อสร้างสัญญาณนาฬิกาเพื่อใช้สำหรับการควบคุมจังหวะการทำงานของวงจรไฟฟ้า เป็นต้น วงจรออสซิลเลเตอร์สามารถแบ่งได้ตามรูปคลื่นสัญญาณ เช่น สัญญาณไซน์ สัญญาณสี่เหลี่ยม และสัญญาณสามเหลี่ยม เป็นต้น ซึ่งโครงสร้างของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่ใช้ในการสร้างสัญญาณเหล่านี้ก็จะแตกต่างกัน ดังนั้นการศึกษาและเข้าใจคุณลักษณะของวงจรจึงมีความสำคัญ เนื่องจากวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์และสัญญาณสี่เหลี่ยมมีโครงสร้างที่แตกต่างกัน ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการวิเคราะห์เพื่อศึกษาคุณสมบัติจึงแตกต่างกัน

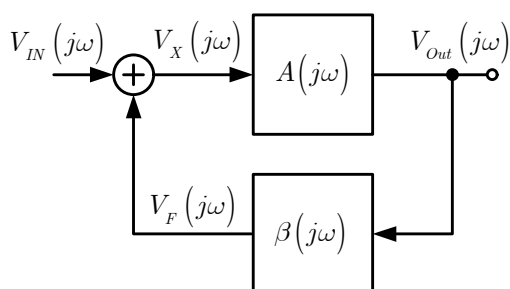
2.3.1 วงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณรูปไซน์

สำหรับวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีวัตถุประสงค์อันดับแรกสุดคือการวิเคราะห์เพื่อค้นหาเงื่อนไข การศึกษาวิเคราะห์สามารถทำได้ 2 วิธีคือการวิเคราะห์ในโดเมนเวลา และการวิเคราะห์ในโดเมนความถี่ ซึ่งทั้ง 2 วิธีจะมีข้อดีและข้อด้อยที่แตกต่างกันออกไป

2.3.1.1 การวิเคราะห์ในโดเมนความถี่

เนื่องจากวงจรออสซิลเลเตอร์เป็นระบบป้อนกลับประเภทหนึ่งจึงสามารถแสดงส่วนประกอบของระบบได้ดังรูปที่ 2.2 ซึ่งประกอบไปด้วย 2 ส่วนคือ ส่วนป้อนไปหน้า (Feedforward) หรือ $A(j\omega)$ และส่วนป้อนกลับ (Feedback) หรือ $\beta(j\omega)$ ทั้งสองส่วนนี้มาจากตัวแปรในวงจรออสซิลเลเตอร์โดยมี $V_{in}(j\omega)$ และ $V_{out}(j\omega)$ เป็นฟังก์ชันของสัญญาณอินพุตและ

เอาต์พุตตามลำดับ จากรูปที่ 2.2 ฟังก์ชันส่งผ่านของระบบสามารถเขียนได้ดังนี้ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาด้านนี้ เมื่ออนุญาตให้ใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.2 ระบบป้อนกลับของวงจรรออสซิลเลเตอร์

$$V_{Out}(j\omega) = \frac{A(j\omega)}{1 - A(j\omega)\beta(j\omega)} V_{IN}(j\omega) \quad (2.17)$$

แต่เนื่องจากวงจรรออสซิลเลเตอร์ไม่มีการป้อนสัญญาณภายนอก ดังนั้นเพื่อให้ระบบสามารถผลิตสัญญาณได้เอง สัญญาณที่เกิดขึ้นในระบบจะต้องมีความถี่ค่าหนึ่งที่ส่งผลให้ลูบเกนเป็นหนึ่งดังสมการที่ (2.18) ซึ่งในที่นี้กำหนดให้ความถี่ (ω) มีค่าเป็น ω_d

$$A(j\omega_d)\beta(j\omega_d) = 1 \quad (2.18)$$

อย่างไรก็ตามจากสมการของลูบเกนได้แสดงให้เห็นนัยที่สำคัญ 2 นัยคือสัญญาณในระบบซึ่งความถี่เป็น ω_d จะส่งผลให้ขนาดของลูบเกนมีค่าเป็นหนึ่ง

$$|A(j\omega_d)\beta(j\omega_d)| = 1 \quad (2.19)$$

และส่งผลให้เฟสของลูบเกนมีค่าเป็น

$$\angle A(j\omega_d)\beta(j\omega_d) = k \times 360^\circ \quad (2.20)$$

โดยที่ k เป็นจำนวนเต็มใดๆ จากสมการทั้งสองสามารถกล่าวได้ว่า เมื่อมีสัญญาณเอาต์พุตปรากฏขึ้นในระบบ สัญญาณจะถูกป้อนกลับผ่านส่วนป้อนกลับ ($\beta(j\omega)$) และบวกเข้ากับสัญญาณอินพุตที่มีค่าเป็นศูนย์ ท้ายสุดถูกคูณด้วยส่วนป้อนไปหน้า ซึ่งสัญญาณเอาต์พุตที่ได้จะเป็นสัญญาณเดิมเนื่องจากถูกขยายด้วยอัตราขยายหนึ่ง และถูกเลื่อนเฟสไป $k \times 360$ องศา เงื่อนไขดังกล่าวนี้ถูกรู้จักกันในชื่อว่า Barkhausen Criteria จากกระบวนการข้างต้นจะพบว่าขั้นตอนการวิเคราะห์นั้นค่อนข้างง่ายและสะดวกต่อการค้นหาเงื่อนไขการสั่นของวงจร แต่จะพบว่าการวิเคราะห์ด้วยโดเมนความถี่ยากต่อการพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณ และไม่สามารถทำการพิจารณาอิทธิพลของสัญญาณภายนอกได้เนื่องจากลูบเกนมีค่าเป็นหนึ่ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.3.1.2 การวิเคราะห์ในโดเมนเวลา

การวิเคราะห์วงจรรอสซิลเลเตอร์ในโดเมนเวลาก็คือผลจากการวิเคราะห์วงจรรอสซิลเลเตอร์ในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงกลซึ่งสมการที่ได้จากการวิเคราะห์จะอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ และได้ถูกกล่าวไปแล้วในหัวข้อที่ 2.2 จากสมการที่ (2.16) ถ้าพิจารณาให้ไม่มีสัญญาณอินพุตปรากฏจะพบว่าเทอมผลตอบสนองของธรรมชาติจะค่อยๆ ลดลงเมื่อเวลาเพิ่มมากขึ้น ดังนั้นเพื่อให้วงจรสามารถผลิตสัญญาณได้อย่างต่อเนื่อง ตัวแปรในวงจรจะต้องส่งผลให้เกิดเงื่อนไขดังนี้คือ

$$\alpha = \frac{a_1}{2a_2} = 0 \quad (2.21)$$

หรือ $2a_2 \gg a_1$ ซึ่งจะส่งผลสมการที่ (2.16) กลายเป็น

$$y(t) = Y_0 \cos(\beta t) \quad (2.22)$$

ซึ่งจะพบว่าสมการสามารถแสดงการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณ และอิมพีลของเงื่อนไขเริ่มต้นที่มีผลต่อแอมพลิจูดของสัญญาณ แต่ขั้นตอนการค้นหาสมการอนุพันธ์ในโดเมนเวลาจะซับซ้อนมากกว่าการค้นหาฟังก์ชันส่งผ่านในโดเมนความถี่ แต่เนื่องจากในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ต้องการศึกษาอิมพีลของสัญญาณภายนอกที่มีต่อวงจรรอสซิลเลเตอร์ ดังนั้นการวิเคราะห์ในโดเมนเวลาหรือสมการอนุพันธ์จะถูกใช้

นอกจากนี้วงจรรอสซิลเลเตอร์ 3 ประเภทซึ่งมีคุณลักษณะของส่วนป้อนกลับแตกต่างกัน (ถ้าทำการพิจารณาในรูปของระบบป้อนกลับ) ถูกใช้ศึกษาพฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณภายนอกนั้นคือ วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์ วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส และวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบควอดเรเตอร์ ดังนั้นเงื่อนไขการสั้นของวงจรทั้ง 3 จะต้องถูกพิจารณา

1. วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์

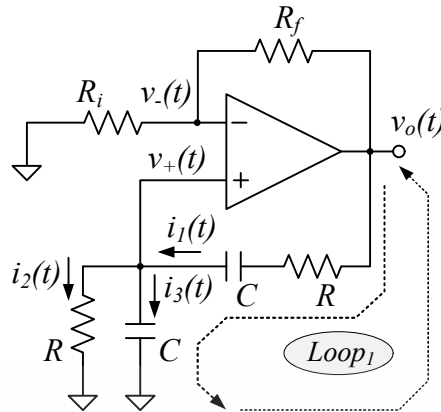
วงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดนี้สามารถแบ่งออกเป็นสองส่วนคือวงจรขยายและวงจรรองความถี่แถบผ่านดังรูปที่ 2.3 วงจรรองความถี่แถบผ่านถูกใช้เป็นตัวกำหนดความถี่การสั้นของวงจรรอสซิลเลเตอร์ จากรูปที่โนด $v_-(t)$ เมื่ออาศัยกฎของเคอร์ชอฟ และกฎของโอห์มจะได้

$$\frac{v_-(t) - v_o(t)}{R_f} + \frac{v_-(t)}{R_i} = 0 \quad (2.23)$$

ทำการจัดรูปสมการเพื่อหา $v_-(t)$ จะได้

$$v_-(t) = \frac{R_i}{R_i + R_f} v_o(t) \quad (2.24)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.3 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์

จากรูปที่โนด $v_+(t)$ เมื่ออาศัยกฎของเคอร์ชอฟความสัมพันธ์ของกระแสที่โนด $v_+(t)$ สามารถเขียนได้

$$i_1(t) = i_2(t) + i_3(t) \quad (2.25)$$

เมื่ออาศัยกฎของโอห์มจะได้ว่า

$$i_2(t) = \frac{v_+(t)}{R} \quad (2.26)$$

และอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและแรงดันไฟฟ้าของตัวเก็บประจุจะได้

$$i_3(t) = C \frac{dv_+(t)}{dt} \quad (2.27)$$

แทนสมการที่ (2.33) และ (2.34) ลงในสมการที่ (2.32) จะได้

$$i_1(t) = \frac{v_+(t)}{R} + C \frac{dv_+(t)}{dt} \quad (2.28)$$

ด้วยการอาศัยกฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟ ผลรวมแรงดันไฟฟ้าในลูปที่ 1 (Loop1) จะสามารถเขียนได้เป็น

$$Ri_1(t) + \frac{1}{C} \int i_1(t) dt = v_o(t) - v_+(t) \quad (2.29)$$

หาอนุพันธ์ของสมการจะสามารถเขียนได้ใหม่เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$R \frac{di_1(t)}{dt} + \frac{1}{C} i_1(t) = \frac{dv_o(t)}{dt} - \frac{dv_+(t)}{dt} \quad (2.30)$$

แทน $i_1(t)$ จากสมการที่ (2.28) ลงในสมการที่ (2.30) จะได้

$$R \frac{d}{dt} \left[\frac{v_+(t)}{R} + C \frac{dv_+(t)}{dt} \right] + \frac{1}{C} \left[\frac{v_+(t)}{R} + C \frac{dv_+(t)}{dt} \right] = \frac{dv_o(t)}{dt} - \frac{dv_+(t)}{dt} \quad (2.31)$$

ภายหลังการจัดรูปสมการ สมการที่ (2.31) สามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$\frac{d^2 v_+(t)}{dt^2} + \frac{3}{RC} \frac{dv_+(t)}{dt} + \frac{1}{R^2 C^2} v_+(t) = \frac{1}{RC} \frac{dv_o(t)}{dt} \quad (2.32)$$

จากหลักการการวิเคราะห์ในสถานะเชิงเส้นของออปแอมป์จะประมาณได้ว่าแรงดันไฟฟ้าที่ขาอินพุตบวกเท่ากับขาอินพุตลบ ($v_+(t) = v_-(t)$) จึงทำให้สามารถสมการแทน $v_-(t)$ ของสมการที่ (2.24) ลงใน $v_+(t)$ ของสมการที่ (2.32) ซึ่งจะได้

$$\frac{R_i}{R_i + R_f} \frac{d^2 v_o(t)}{dt^2} + \frac{3}{RC} \frac{R_i}{R_i + R_f} \frac{dv_o(t)}{dt} + \frac{1}{R^2 C^2} \frac{R_i}{R_i + R_f} v_o(t) - \frac{1}{RC} \frac{dv_o(t)}{dt} = 0 \quad (2.33)$$

ภายหลังจากการจัดรูปสมการ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงกลไกของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์ที่อยู่ในรูปสมการอนุพันธ์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{d^2 v_o(t)}{dt^2} + \frac{1}{RC} \left(2 - \frac{R_f}{R_i} \right) \frac{dv_o(t)}{dt} + \frac{1}{R^2 C^2} v_o(t) = 0 \quad (2.34)$$

จากวิธีการแก้สมการอนุพันธ์ในหัวข้อที่ 2.2 กำหนดให้

$$v_{on}(t) = Ae^{\lambda t} \quad (2.435)$$

โดยที่ A และ λ คือค่าคงที่ ภายหลังจากการแทนสมการที่ (2.35) ลงในสมการที่ (2.34) จะได้

$$\lambda^2 Ae^{\lambda t} + \frac{1}{RC} \left(2 - \frac{R_f}{R_i} \right) \lambda Ae^{\lambda t} + \frac{1}{R^2 C^2} Ae^{\lambda t} = 0 \quad (2.36)$$

และภายหลังจากการจัดรูปสมการ สมการคุณลักษณะของวงจรสามารถเขียนได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\lambda^2 + \frac{1}{RC} \left(2 - \frac{R_f}{R_i} \right) \lambda + \frac{1}{R^2 C^2} = 0 \quad (2.37)$$

ทำการแยกตัวประกอบเพื่อหาค่ารากของสมการจะได้

$$(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_1) = 0 \quad (2.38)$$

โดยที่

$$\lambda_1 = -\frac{1}{2RC} \left(2 - \frac{R_f}{R_i} \right) + \frac{1}{2RC} \sqrt{\left(\frac{R_f}{R_i} \right)^2 - 4 \frac{R_f}{R_i}} \quad (2.39)$$

และ

$$\lambda_2 = -\frac{1}{2RC} \left(2 - \frac{R_f}{R_i} \right) - \frac{1}{2RC} \sqrt{\left(\frac{R_f}{R_i} \right)^2 - 4 \frac{R_f}{R_i}} \quad (2.40)$$

เพื่อให้วงจรสามารถผลิตสัญญาณได้ด้วยตัวมันเอง วงจรจะต้องอยู่ในสภาวะการสั่นดังตารางที่ 2.2 ซึ่งในกรณีนี้เงื่อนไขการสั่นของระบบคือ

$$4 \frac{R_f}{R_i} \geq \left(\frac{R_f}{R_i} \right)^2 \quad (2.41)$$

ดังนั้น

$$(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) = (\lambda - (-\alpha + j\omega_d))(\lambda - (-\alpha - j\omega_d)) \quad (2.42)$$

โดยที่ $\alpha = \frac{1}{2RC} \left(2 - \frac{R_f}{R_i} \right)$ และ $\omega_d = \frac{1}{2RC} \sqrt{4 \frac{R_f}{R_i} - \left(\frac{R_f}{R_i} \right)^2}$ ซึ่งทำให้ $v_{on}(t)$ ถูกเขียนได้ใหม่เป็น

$$v_{on}(t) = A_1 e^{(-\alpha + j\omega_d)t} + A_2 e^{(-\alpha - j\omega_d)t} \quad (2.43)$$

เพื่อทำการหาค่า A_1 และ A_2 ด้วยการพิจารณาเงื่อนไขเริ่มต้น ซึ่งกำหนดให้ $v_{on}(t)_{t=0} = V_o$ และ $v'_{on}(t)|_{t=0} = 0$ ดังนั้นสมการที่ (2.43) กลายเป็น

$$v_{on}(0) = V_o = A_1 + A_2 \quad (2.44)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ

$$v'_{on}(t) = 0 = (-\alpha + j\omega_d)A_1 + (-\alpha - j\omega_d)A_2 \quad (2.45)$$

ภายหลังจากการแก้สมการจะพบว่า

$$A_1 = A_2 = \frac{V_o}{2} \left(1 + \frac{\alpha}{j\omega_d} \right) \quad (2.46)$$

แทน A_1 และ A_2 จากสมการที่ (2.46) ลงในสมการที่ (2.43) จะได้

$$v_{on}(t) = V_o e^{-\alpha t} \left(\frac{e^{j\omega_d t} + e^{-j\omega_d t}}{2} \right) + \frac{\alpha V_o}{\omega_d} e^{-\alpha t} \left(\frac{e^{j\omega_d t} - e^{-j\omega_d t}}{j2} \right) \quad (2.47)$$

อาศัยสูตรของออยเลอร์ที่ว่า $\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$ และ $\sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{j2}$ สมการที่ (2.47) จะกลายเป็น

$$v_{on}(t) = V_o e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t) + \frac{\alpha V_o}{\omega_d} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t) \quad (2.48)$$

จัดรูปสมการโดยอาศัยสูตรที่ว่า $a \cos(x) + b \sin(x) = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(x - \tan^{-1}(b/a))$ สมการคำตอบของระบบหรือสมการของสัญญาณเอาต์พุตของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์จึงสามารถถูกเขียนได้ดังนี้

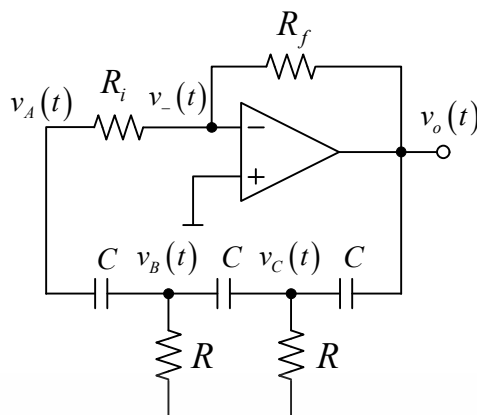
$$v_{on}(t) = V_o e^{-\alpha t} \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha}{\omega_d} \right)^2} \cos \left(\omega_d t - \tan^{-1} \left(\frac{\alpha}{\omega_d} \right) \right) \quad (2.49)$$

จากสมการมันถูกพบว่าขนาดและเฟสของสัญญาณเอาต์พุตนั้นขึ้นอยู่กับ α และ ω_d ซึ่งมาจากอุปกรณ์ที่อยู่ในวงจร อย่างไรก็ตามเรามักจะพิจารณาให้ α มีค่าน้อยมากเพื่อให้วงจรออสซิลเลเตอร์สามารถผลิตสัญญาณได้อย่างต่อเนื่อง

2. วงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส

รูปที่ 2.4 คือวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟสโดยที่ส่วนของวงจรขยายประกอบไปด้วยออปแอมป์, R_f และ R_i ขณะที่วงจรเลื่อนเฟสประกอบด้วย R และ C จากกฎของเคอร์ชอฟและกฎของโอห์ม สมการของกระแสที่ไหลผ่านโนด $v_-(t)$ สามารถเขียนได้ดัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.4 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส

$$\frac{v_-(t) - v_o(t)}{R_f} + \frac{v_-(t) - v_A(t)}{R_i} = 0 \quad (2.50)$$

เพื่อให้สะดวกต่อการพิจารณาจึงกำหนดให้ $R_i = R$ ภายหลังจากการจัดรูปสมการจะได้

$$v_A(t) = (k+1)v_-(t) - kv_o(t) \quad (2.51)$$

โดยที่ $k = \frac{R_i}{R_f} = \frac{R}{R_f}$ และผลของการอนุพันธ์ของสมการนี้สามารถเขียนได้เป็น

$$\frac{dv_A(t)}{dt} = (k+1)\frac{dv_-(t)}{dt} - k\frac{dv_o(t)}{dt} \quad (2.52)$$

คล้ายกันกับหลักการที่ใช้หาสมการที่ (2.50) พร้อมกับอาศัยความสัมพันธ์ของกระแสและแรงดันไฟฟ้าของตัวเก็บประจุ สมการที่แสดงถึงกระแสที่ไหลในโนด $v_A(t)$ จึงสามารถเขียนได้เป็น

$$C\frac{d(v_A(t) - v_B(t))}{dt} + \frac{v_A(t) - v_-(t)}{R} = 0 \quad (2.53)$$

ภายหลังจากการจัดรูปสมการ สมการที่ (2.53) จะกลายเป็น

$$\frac{dv_A(t)}{dt} + \omega_p v_A(t) - \frac{dv_B(t)}{dt} - \omega_p v_-(t) = 0 \quad (2.54)$$

$$\text{โดยที่ } \omega_p = \frac{1}{RC}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความสัมพันธ์ของกระแสที่ไหลในโนด $v_B(t)$ สามารถเขียนได้เป็น

$$C \frac{d(v_B(t) - v_A(t))}{dt} + \frac{v_B(t)}{R} + C \frac{d(v_B(t) - v_C(t))}{dt} = 0 \quad (2.55)$$

ภายหลังจากการจัดรูปสมการ สมการจะกลายเป็น

$$-\frac{dv_A(t)}{dt} + 2\frac{dv_B(t)}{dt} + \omega_p v_B(t) - \frac{dv_C(t)}{dt} = 0 \quad (2.56)$$

โนดสุดท้ายของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟสคือโนด $v_C(t)$ ซึ่งมีความสัมพันธ์ของกระแสที่ไหลผ่านโนดดังนี้

$$C \frac{d(v_C(t) - v_B(t))}{dt} + \frac{v_C(t)}{R} + C \frac{d(v_C(t) - v_O(t))}{dt} = 0 \quad (2.57)$$

ทำการจัดรูปสมการ

$$-\frac{dv_B(t)}{dt} + 2\frac{dv_C(t)}{dt} + \omega_p v_C(t) - \frac{dv_O(t)}{dt} = 0 \quad (2.58)$$

ทำการแทนสมการที่ (2.51) และ (2.52) ลงในสมการที่ (2.54) จะได้

$$\left[(k+1) \frac{dv_-(t)}{dt} - k \frac{dv_O(t)}{dt} \right] + \omega_p [(k+1)v_-(t) - kv_O(t)] - \frac{dv_B(t)}{dt} - \omega_p v_-(t) = 0 \quad (2.59)$$

จัดรูปสมการจะได้

$$\frac{dv_B(t)}{dt} = (k+1) \frac{dv_-(t)}{dt} + \omega_p kv_-(t) - k \frac{dv_O(t)}{dt} - \omega_p kv_O(t) \quad (2.60)$$

ทำการแก้สมการเพื่อหาฟังก์ชันของ $v_B(t)$ ซึ่งมีค่าเป็น

$$v_B(t) = (k+1)v_-(t) + \omega_p k \int v_-(t) dt - kv_O(t) - \omega_p k \int v_O(t) dt \quad (2.61)$$

ทำการแทน $\frac{dv_A(t)}{dt}$ ของสมการที่ (2.52) แทน $\frac{dv_B(t)}{dt}$ ของสมการที่ (2.60) และแทน $v_B(t)$ ของสมการที่ (2.61) ลงในสมการที่ (2.56) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
& - \left[(k+1) \frac{dv_-(t)}{dt} - k \frac{dv_o(t)}{dt} \right] + 2 \left[(k+1) \frac{dv_-(t)}{dt} + \omega_p k v_-(t) - k \frac{dv_o(t)}{dt} - \omega_p k v_o(t) \right] \\
& + \omega_p \left[(k+1) v_-(t) + \omega_p k \int v_-(t) dt - k v_o(t) - \omega_p k \int v_o(t) dt \right] - \frac{dv_c(t)}{dt} = 0
\end{aligned} \tag{2.62}$$

จัดรูปสมการจะได้

$$\begin{aligned}
\frac{dv_c(t)}{dt} = & -k \frac{dv_o(t)}{dt} + (-3\omega_p k) v_o(t) - \omega_p^2 k \int v_o(t) dt \\
& + (k+1) \frac{dv_-(t)}{dt} + \omega_p (3k+1) v_-(t) + \omega_p^2 k \int v_-(t) dt
\end{aligned} \tag{2.63}$$

ทำการอินทิเกรตเพื่อหาค่า $v_c(t)$ จะได้

$$\begin{aligned}
v_c(t) = & -k v_o(t) + (-3\omega_p k) \int v_o(t) dt - \omega_p^2 k \iint v_o(t) dt dt \\
& + (k+1) v_-(t) + \omega_p (3k+1) \int v_-(t) dt + \omega_p^2 k \iint v_-(t) dt dt
\end{aligned} \tag{2.64}$$

แทน $\frac{dv_B(t)}{dt}$ จากสมการที่ (2.60) แทน $\frac{dv_c(t)}{dt}$ จากสมการที่ (2.63) และแทน $v_c(t)$ จากสมการที่ (2.64) ลงในสมการที่ (2.58) จะได้

$$\begin{aligned}
& - \left[(k+1) \frac{dv_-(t)}{dt} + \omega_p k v_-(t) - k \frac{dv_o(t)}{dt} - \omega_p k v_o(t) \right] \\
& + 2 \left[-k \frac{dv_o(t)}{dt} + (-3\omega_p k) v_o(t) - \omega_p^2 k \int v_o(t) dt \right. \\
& \left. + (k+1) \frac{dv_-(t)}{dt} + \omega_p (3k+1) v_-(t) + \omega_p^2 k \int v_-(t) dt \right] \\
& + \omega_p \left[-k v_o(t) + (-3\omega_p k) \int v_o(t) dt - \omega_p^2 k \iint v_o(t) dt dt \right. \\
& \left. + (k+1) v_-(t) + \omega_p (3k+1) \int v_-(t) dt + \omega_p^2 k \iint v_-(t) dt dt \right] - \frac{dv_o(t)}{dt} = 0
\end{aligned} \tag{2.65}$$

ทำการหาผลการอนุพันธ์สองครั้งของสมการที่ (2.65) จะได้

$$\begin{aligned}
\frac{d^3 v_o(t)}{dt^3} + \left(\frac{6\omega_p k}{k+1} \right) \frac{d^2 v_o(t)}{dt^2} + \left(\frac{5\omega_p^2 k}{k+1} \right) \frac{dv_o(t)}{dt} + \left(\frac{\omega_p^3 k}{k+1} \right) v_o(t) = \\
\frac{d^3 v_-(t)}{dt^3} + \left(\frac{6\omega_p k + 3\omega_p}{k+1} \right) \frac{d^2 v_-(t)}{dt^2} + \omega_p^2 \left(\frac{5k+1}{k+1} \right) \frac{dv_-(t)}{dt} + \left(\frac{\omega_p^3 k}{k+1} \right) v_-(t)
\end{aligned} \tag{2.66}$$

จากหลักการการวิเคราะห์ในสภาวะเชิงเส้นของออปแอมป์จะประมาณได้ว่าแรงดันไฟฟ้าที่ขาอินพุตบวกเท่ากับขาอินพุตลบ ($v_+(t) = v_-(t)$) ซึ่ง $v_-(t) = 0$ ดังนั้นสมการ (2.66) กลายเป็น
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่หรือใช้
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{d^3 v_o(t)}{dt^3} + \left(\frac{6\omega_p k}{k+1}\right) \frac{d^2 v_o(t)}{dt^2} + \left(\frac{5\omega_p^2 k}{k+1}\right) \frac{dv_o(t)}{dt} + \left(\frac{\omega_p^3 k}{k+1}\right) v_o(t) = 0 \quad (2.67)$$

จากวิธีการแก้สมการอนุพันธ์ในหัวข้อที่ 2.2 กำหนดให้

$$v_{on}(t) = Ae^{\lambda t} \quad (2.68)$$

โดยที่ A และ λ คือค่าคงที่ ภายหลังจากการแทนสมการที่ (2.68) ลงในสมการที่ (2.67) จะได้

$$\lambda^3 + (6\omega_p M)\lambda^2 + (5\omega_p^2 M)\lambda + (\omega_p^3 M) = 0 \quad (2.69)$$

โดยที่ M คือ $\frac{k}{k+1}$ และเพื่อให้วงจรสามารถผลิตสัญญาณเอาต์พุตได้ค่ารากของสมการคุณลักษณะควรจะอยู่ในรูปของสมการที่ (2.70)

$$(\lambda - (-K))(\lambda - (-\alpha - j\omega_d))(\lambda - (-\alpha + j\omega_d)) = 0 \quad (2.70)$$

โดยที่ K , α และ ω_d เป็นค่าคงที่ซึ่งค่าของตัวแปรเหล่านี้สามารถหามาได้ด้วยการใช้วิธีการเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์ ด้วยวิธีการดังกล่าวพบว่าค่าของตัวแปรเหล่านี้จะต้องมีค่าเป็น

$$K = 2\omega_p \left(\frac{(6\sqrt{6})^2 M^2 + 1}{72M + 10} \right), \quad (2.71)$$

$$\alpha = \omega_p \left(\frac{30M - 1}{72M + 10} \right) \quad (2.72)$$

และ

$$\omega_d^2 = (\omega_p^2 M) \frac{36M + 5}{(6\sqrt{6})^2 M^2 + 1} - \omega_p^2 \left(\frac{30M - 1}{72M + 10} \right)^2 \quad (2.73)$$

โดยระบบมีเงื่อนไขว่า

$$M \geq \frac{1}{30} \quad (2.74)$$

และ M ต้องมีค่าเข้าใกล้ $\frac{1}{30}$ จากสมการคุณลักษณะ สมการที่ (2.68) จะกลายเป็น เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$v_{on}(t) = A_1 e^{-Kt} + A_2 e^{(-\alpha + j\omega_d)t} + A_3 e^{(-\alpha - j\omega_d)t} \quad (2.75)$$

จากการสังเกตพบว่าค่าของตัวแปร K จะมีค่ามากโดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อ M มีค่าเข้าใกล้ $\frac{1}{30}$ ซึ่ง
จะส่งผลให้เทอมแรกของสมการที่ (2.75) ลดลงอย่างรวดเร็วและกลายเป็นศูนย์ เมื่อตัวแปรเวลามีค่า
มาก ดังนั้นสมการที่ (2.75) จึงสามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$v_{on}(t) = A_2 e^{(-\alpha + j\omega_d)t} + A_3 e^{(-\alpha - j\omega_d)t} \quad (2.76)$$

เพื่อทำการหาค่า A_1 และ A_2 ด้วยการพิจารณาเงื่อนไขเริ่มต้น ซึ่งกำหนดให้ $v_{on}(t)|_{t=0} = V_o$ และ
 $v'_{on}(t)|_{t=0} = 0$ ดังนั้นสมการที่ (2.76) กลายเป็น

$$v_{on}(0) = V_o = A_1 + A_2 \quad (2.77)$$

และ

$$v'_{on}(t) = 0 = (-\alpha + j\omega_d)A_1 + (-\alpha - j\omega_d)A_2 \quad (2.78)$$

ภายหลังจากการแก้สมการจะพบว่า

$$A_1 = A_2 = \frac{V_o}{2} \left(1 + \frac{\alpha}{j\omega_d} \right) \quad (2.79)$$

แทนขนาดจากสมการที่ (2.79) ลงในสมการที่ (2.76) จะได้

$$v_{on}(t) = V_o e^{-\alpha t} \left(\frac{e^{j\omega_d t} + e^{-j\omega_d t}}{2} \right) + \frac{\alpha V_o}{\omega_d} e^{-\alpha t} \left(\frac{e^{j\omega_d t} - e^{-j\omega_d t}}{j2} \right) \quad (2.80)$$

อาศัยสูตรของออยเลอร์ที่ว่า $\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$ และ $\sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{j2}$ สมการที่ (2.80) จะ
กลายเป็น

$$v_{on}(t) = V_o e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t) + \frac{\alpha V_o}{\omega_d} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t) \quad (2.81)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จัดรูปสมการโดยอาศัยสูตรที่ว่า $a\cos(x) + b\sin(x) = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(x - \tan^{-1}(b/a))$ สมการคำตอบของระบบหรือสมการของสัญญาณเอาต์พุตที่วงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟสสามารถถูกเขียนได้ดังนี้

$$v_{on}(t) = V_o e^{-\alpha t} \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha}{\omega_d}\right)^2} \cos\left(\omega_d t - \tan^{-1}\left(\frac{\alpha}{\omega_d}\right)\right) \quad (2.82)$$

จากสมการจะพบว่าฟังก์ชันของคำตอบ หรือฟังก์ชันของสัญญาณเอาต์พุตที่วงจรผลิตขึ้นคล้ายกันกับฟังก์ชันของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์ เพียงแต่ค่าของ α และ ω_d จะแตกต่างกันเนื่องจากโครงสร้างของวงจรที่ต่างกัน

3. วงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอเดรเจอร์

รูปที่ 2.5 คือวงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอเดรเจอร์ อาศัยหลักการเดียวกันกับการวิเคราะห์ห้วงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์และแบบเลื่อนเฟส ความสัมพันธ์ของกระแสที่ไหลผ่านโนด $v_{inv1}(t)$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{v_{inv1}(t) - v_{o2}(t)}{R} + C \frac{d(v_{inv1}(t) - v_{o1}(t))}{dt} = 0 \quad (2.83)$$

จัดรูปสมการเพื่อหาฟังก์ชัน $v_{o2}(t)$ จะได้

$$v_{o2}(t) = RC \frac{dv_{inv1}(t)}{dt} + v_{inv1}(t) - RC \frac{dv_{o1}(t)}{dt} \quad (2.84)$$

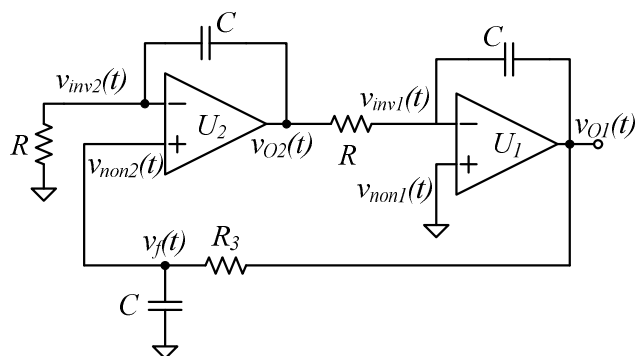
คล้ายกันกับสมการที่ (2.83) สมการความสัมพันธ์ของกระแสในโนด $v_{inv2}(t)$ สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (2.85)

$$C \frac{d(v_{inv2}(t) - v_{o2}(t))}{dt} + \frac{v_{inv2}(t)}{R} = 0 \quad (2.85)$$

ภายหลังการจัดรูปจะได้

$$\frac{dv_{inv2}(t)}{dt} + \frac{v_{inv2}(t)}{RC} - \frac{dv_{o2}(t)}{dt} = 0 \quad (2.86)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.5 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอเทรเจอร์

ท้ายสุดคือความสัมพันธ์ระหว่างกระแสในโนด $v_f(t)$ จะได้

$$C \frac{dv_f(t)}{dt} + \frac{v_f(t) - v_{o1}(t)}{R_3} = 0 \quad (2.87)$$

เนื่องจากคุณสมบัติของออปแอมป์ส่งผลให้ตัวแปร $v_f(t)$ และ $v_{inv2}(t)$ กลายเป็นตัวเดียวกันและยังส่งผลให้การแก้สมการเพื่อหาค่าคำตอบของฟังก์ชัน $v_{o2}(t)$ ทำได้ยากเพื่อหลีกเลี่ยงปัญหาดังกล่าวสมการอนุพันธ์จะถูกพิจารณาในลักษณะตัวดำเนินการ (Differential Operators) จึงทำให้สมการที่ได้จากการพิจารณาความสัมพันธ์ของกระแสในโนดทั้งสามสามารถเขียนได้ใหม่ดังนี้ สมการที่ (2.84) จะกลายเป็น

$$v_{o2}(t) = RCDv_{inv1}(t) + v_{inv1}(t) - RCDv_{o1}(t) \quad (2.88)$$

สมการที่ (2.85) จะกลายเป็น

$$Dv_{inv2}(t) + \frac{v_{inv2}(t)}{RC} - Dv_{o2}(t) = 0 \quad (2.89)$$

และสมการที่ (2.87) จะกลายเป็น

$$Dv_f(t) + \frac{v_f(t)}{R_3C} - \frac{v_{o1}(t)}{R_3C} = 0 \quad (2.90)$$

ทำการจัดรูปสมการที่ (2.90) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$v_f(t) = \frac{1}{DR_3C+1}v_{o1}(t) \quad (2.91)$$

ทำการแทน $v_{o2}(t)$ จากสมการที่ (2.88) ลงในสมการที่ (2.89) จะได้

$$Dv_{inv2}(t) + \frac{v_{inv2}(t)}{RC} - D[RCDv_{inv1}(t) + v_{inv1}(t) - RCDv_{o1}(t)] = 0 \quad (2.92)$$

ภายหลังจากการจัดรูปสมการ สมการที่ (2.92) จะสามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$Dv_{inv2}(t) + \frac{v_{inv2}(t)}{RC} + RCD^2v_{o1}(t) = RCD^2v_{inv1}(t) + Dv_{inv1}(t) \quad (2.93)$$

เนื่องจาก v_{inv2} และ $v_f(t)$ เป็นตัวเดียวกัน ดังนั้นทำการแทน $v_f(t)$ จากสมการที่ (2.91) ลงใน (2.93) จะได้

$$D\left[\frac{1}{DR_3C+1}v_{o1}(t)\right] + \frac{1}{RC}\left[\frac{1}{DR_3C+1}v_{o1}(t)\right] + RCD^2v_{o1}(t) = RCD^2v_{inv1}(t) + Dv_{inv1}(t) \quad (2.94)$$

จัดรูปสมการจะได้

$$\begin{aligned} \left(D^3 + \frac{1}{R_3C}D^2 + \frac{1}{R_3RC^2}D + \frac{1}{R_3R^2C^3}\right)v_{o1}(t) \\ = \left(D^3 + \frac{R_3+R}{R_3RC}D^2 + \frac{1}{R_3RC^2}D\right)v_{inv1}(t) \end{aligned} \quad (2.95)$$

ทำการแปลงจากตัวดำเนิน

$$\begin{aligned} \frac{d^3v_{o1}(t)}{dt^3} + \frac{1}{R_3C}\frac{d^2v_{o1}(t)}{dt^2} + \frac{1}{R_3RC^2}\frac{dv_{o1}(t)}{dt} + \frac{1}{R_3R^2C^3}v_{o1}(t) \\ = \frac{d^3v_{inv1}(t)}{dt^3} + \frac{R_3+R}{R_3RC}\frac{d^2v_{inv1}(t)}{dt^2} + \frac{1}{R_3RC^2}\frac{dv_{inv1}(t)}{dt} \end{aligned} \quad (2.96)$$

จากหลักการการวิเคราะห์ในสถานะเชิงเส้นของออปแอมป์จะประมาณได้ว่าแรงดันไฟฟ้าที่ขาอินพุตบวกเท่ากับขาอินพุตลบ ($v_+(t) = v_-(t)$) เนื่องจาก $v_{non1}(t) = 0$ ดังนั้นสมการที่ (2.96) จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{d^3 v_{o1}(t)}{dt^3} + \frac{1}{R_3 C} \frac{d^2 v_{o1}(t)}{dt^2} + \frac{1}{R_3 R C^2} \frac{d v_{o1}(t)}{dt} + \frac{1}{R_3 R^2 C^3} v_{o1}(t) = 0 \quad (2.97)$$

จากวิธีการแก้สมการอนุพันธ์ในหัวข้อที่ 2.2 กำหนดให้

$$v_{o1}(t) = A e^{\lambda t} \quad (2.98)$$

โดยที่ A และ λ คือค่าคงที่ ภายหลังจากการแทนสมการที่ (2.98) ลงในสมการที่ (2.97) จะได้

$$\lambda^3 A e^{\lambda t} + \frac{1}{R_3 C} \lambda^2 A e^{\lambda t} + \frac{1}{R_3 R C^2} \lambda A e^{\lambda t} + \frac{1}{R_3 R^2 C^3} A e^{\lambda t} = 0 \quad (2.99)$$

จัดรูปสมการใหม่จะได้

$$\lambda^3 + \frac{1}{R_3 C} \lambda^2 + \frac{1}{R_3 R C^2} \lambda + \frac{1}{R_3 R^2 C^3} = 0 \quad (2.100)$$

คล้ายกันกับวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส เพื่อให้วงจรสามารถผลิตสัญญาณเอาต์พุตได้ค่ารากของสมการคุณลักษณะควรอยู่ในรูปของสมการที่ (2.101)

$$(\lambda - (-K))(\lambda - (-\alpha - j\omega_d))(\lambda - (-\alpha + j\omega_d)) = 0 \quad (2.101)$$

โดยที่ K , α และ ω_d เป็นค่าคงที่ซึ่งค่าของตัวแปรเหล่านี้สามารถหามาได้ด้วยการใช้วิธีการเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์ ด้วยวิธีการดังกล่าวพบว่าค่าของตัวแปรเหล่านี้จะต้องมีค่าเป็น

$$K = \omega_n \left(\frac{k^2 + 1}{k + 1} \right) \quad (2.102)$$

$$\alpha = \frac{\omega_n (k - 1)}{2(k + 1)} \quad (2.103)$$

และ

$$\omega_d^2 = \frac{\omega_n^2 k (k + 1)}{k^2 + 1} \quad (2.104)$$

โดยมีเงื่อนไขว่า เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$k = \frac{R}{R_3} \approx 1 \quad (2.105)$$

จากสมการคุณลักษณะ สมการที่ (2.98) จะกลายเป็น

$$v_{on}(t) = A_2 e^{(-\alpha + j\omega_d)t} + A_3 e^{(-\alpha - j\omega_d)t} \quad (2.106)$$

ทำการหาค่า A_1 และ A_2 ด้วยการพิจารณาเงื่อนไขเริ่มต้น ซึ่งกำหนดให้ $v_{on}(t)|_{t=0} = V_o$ และ $v'_{on}(t)|_{t=0} = 0$ ดังนั้นสมการที่ (2.106) กลายเป็น

$$v_{on}(0) = V_o = A_1 + A_2 \quad (2.107)$$

และ

$$v'_{on}(t) = 0 = (-\alpha + j\omega_d)A_1 + (-\alpha - j\omega_d)A_2 \quad (2.108)$$

ภายหลังจากการแก้สมการจะพบว่า

$$A_1 = A_2 = \frac{V_o}{2} \left(1 + \frac{\alpha}{j\omega_d} \right) \quad (2.109)$$

แทนขนาดจากสมการที่ (2.109) ลงในสมการที่ (2.106) จะได้

$$v_{on}(t) = V_o e^{-\alpha t} \left(\frac{e^{j\omega_d t} + e^{-j\omega_d t}}{2} \right) + \frac{\alpha V_o}{\omega_d} e^{-\alpha t} \left(\frac{e^{j\omega_d t} - e^{-j\omega_d t}}{j2} \right) \quad (2.110)$$

อาศัยสูตรของออยเลอร์ที่ว่า $\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2}$ และ $\sin(x) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{j2}$ สมการที่ (2.110) จะกลายเป็น

$$v_{on}(t) = V_o e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t) + \frac{\alpha V_o}{\omega_d} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t) \quad (2.111)$$

จัดรูปสมการโดยอาศัยสูตรที่ว่า $a \cos(x) + b \sin(x) = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(x - \tan^{-1}(b/a))$ สมการคำตอบของระบบหรือสมการของสัญญาณเอาต์พุตที่วงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอดเรเจอร์สามารถถูกเขียนได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$v_{out}(t) = V_o e^{-\alpha t} \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha}{\omega_d}\right)^2} \cos\left(\omega_d t - \tan^{-1}\left(\frac{\alpha}{\omega_d}\right)\right) \quad (2.112)$$

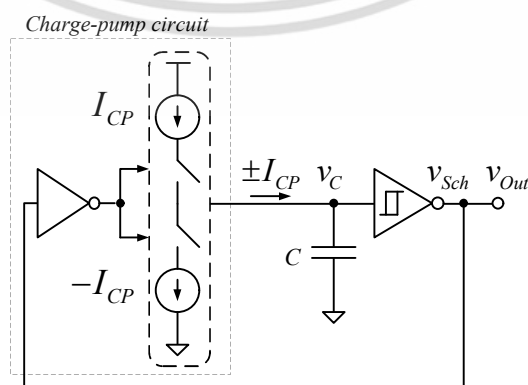
จากสมการจะพบว่าฟังก์ชันของค่าตอบ หรือฟังก์ชันของสัญญาณเอาต์พุตที่วงจรผลิตขึ้นคล้ายกันกับฟังก์ชันของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์ เพียงแต่ค่าของ α และ ω_d จะแตกต่างกันเนื่องจากโครงสร้างของวงจรที่ต่างกัน

2.3.2 วงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยม

วงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะวงจรออสซิลเลเตอร์แบบพ่นคลาย โครงสร้างของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบพ่นคลายสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.6 ซึ่งประกอบไปด้วยวงจร Charge-pump ซึ่งมีจ่ายกระแสไฟฟ้า 2 ค่าคือ I_{CP} และ $-I_{CP}$ วงจร Schmitt trigger ซึ่งมีแรงดันไฟฟ้าขีดเปลี่ยน 2 ค่าคือแรงดันไฟฟ้าขีดเปลี่ยนด้านต่ำ ($V_{th,L}$) และแรงดันไฟฟ้าขีดเปลี่ยนด้านสูง ($V_{th,H}$) และตัวเก็บประจุ ด้วยการอาศัยคุณสมบัติของตัวเก็บประจุในการสร้างสัญญาณ จึงทำให้กลไกการทำงานแบ่งเป็นสองช่วงคือช่วงเก็บและคายประจุ และด้วยรูปแบบของกลไกการทำงานนี้จึงสามารถวิเคราะห์วงจรได้เฉพาะในโดเมนเวลาเท่านั้น

2.3.2.1 การวิเคราะห์ในโดเมนเวลา

จากวงจรออสซิลเลเตอร์ในรูปที่ 2.6 สามารถเขียนสัญญาณที่ปรากฏในวงจรได้ดังรูปที่ 2.7 ซึ่งประกอบด้วยสัญญาณเอาต์พุตของวงจรออสซิลเลเตอร์ ($v_{out}(t)$) หรือสัญญาณของวงจร Schmitt trigger ($v_{Sch}(t)$) สัญญาณกระแสไฟฟ้าของวงจร Charge-pump ($i_C(t)$) และสัญญาณแรงดันไฟฟ้าของตัวเก็บประจุ ($v_C(t)$) จากรูปสัญญาณจะพบว่าสัญญาณทั้งหมดสามารถแบ่งเป็น 2 สถานะคือสถานะเก็บประจุ (Charge state) และสถานะคายประจุ (Discharge state) ดังนั้นการวิเคราะห์จึงแบ่งเป็น 2 สถานะเช่นกัน



รูปที่ 2.6 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบพ่นคลาย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อวงจรอยู่ในสถานะเก็บประจุ สัญญาณของวงจร Schmitt trigger ($v_{Sch}(t)$) จะอยู่ในสถานะสูง (High state) ซึ่งทำให้วงจร Charge-pump ทำการจ่ายกระแสไฟฟ้า ($i_C(t)$) มีค่าเป็น I_{CP} ซึ่งจะส่งผลให้ตัวเก็บประจุจะทำการเก็บประจุจากแรงดันไฟฟ้าขีดเปลี่ยนด้านต่ำ ($V_{th,L}$) จนถึงแรงดันไฟฟ้าขีดเปลี่ยนด้านสูง ($V_{th,H}$) สมการการเก็บประจุสามารถเขียนดังนี้

$$\int_{v_C(t_1)}^{v_C(t_{1+1/2})} dv_C(t) = \frac{1}{C} \int_{t_1}^{t_{1+1/2}} I_{CP} dt \quad (2.113)$$

ภายหลังทำการอินทิเกรตจะได้

$$v_C(t_{1+1/2}) - v_C(t_1) = \frac{I_{CP}}{C} (t_{1+1/2} - t_1) \quad (2.114)$$

จากรูปที่ 2.7 จะพบว่า $v_C(t_1) = V_{th,L}$ และ $v_C(t_{1+1/2}) = V_{th,H}$ ดังนั้นสมการที่ (2.114) จะกลายเป็น

$$\Delta V_{th} = \frac{I_{CP}}{C} \tau_{H,1} \quad (2.115)$$

โดยที่ $\Delta V_{th} = V_{th,H} - V_{th,L}$ และ $\tau_{H,1} = t_{1+1/2} - t_1$ ภายหลังจากการจัดรูปสมการ ระยะเวลาที่ตัวเก็บประจุทำการเก็บประจุมีค่าเป็น

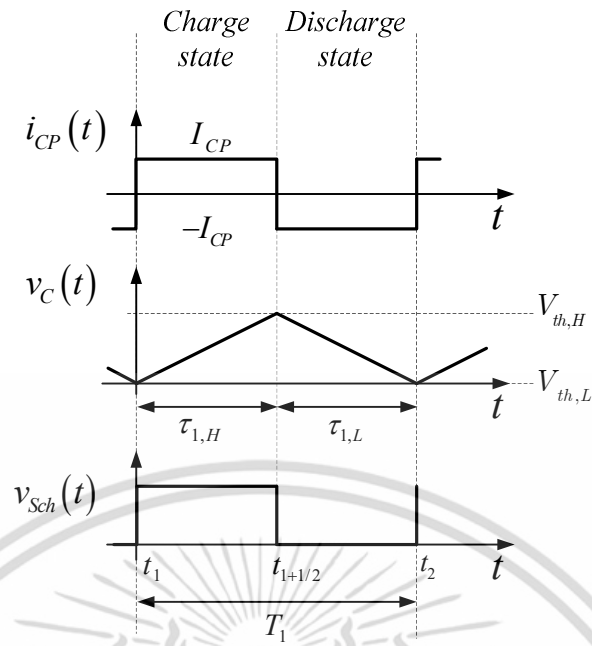
$$\tau_{H,1} = \frac{\Delta V_{th} C}{I_{CP}} \quad (2.116)$$

เมื่อแรงดันไฟฟ้าของตัวเก็บประจุมีค่าเป็น $V_{th,H}$ วงจร Schmitt trigger ($v_{Sch}(t)$) จะเปลี่ยนไปอยู่ในสถานะต่ำ (Low state) ซึ่งทำให้วงจร Charge-pump ทำการจ่ายกระแสไฟฟ้า ($i_C(t)$) มีค่าเป็น $-I_{CP}$ ซึ่งจะส่งผลให้ตัวเก็บประจุทำการคายประจุจากแรงดันไฟฟ้าขีดเปลี่ยนด้านสูง ($V_{th,H}$) จนถึงแรงดันไฟฟ้าขีดเปลี่ยนด้านต่ำ ($V_{th,L}$) สมการในสถานะคายประจุสามารถเขียนได้ดังสมการที่ (2.117)

$$\int_{v_C(t_{1+1/2})}^{v_C(t_2)} dv_C(t) = \frac{1}{C} \int_{t_{1+1/2}}^{t_2} -I_{CP} dt \quad (2.117)$$

โดยที่ $v_C(t_2) = V_{th,L}$ และ $v_C(t_{1+1/2}) = V_{th,H}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.7 สัญญาณในวงจรออสซิลเลเตอร์แบบพ้อนคลาย

หลังจากการแก้มการ ระยะเวลาในการคายประจุสามารถเขียนได้เป็น

$$\tau_{L,1} = \frac{\Delta V_{th} C}{I_{CP}} \quad (2.118)$$

โดยที่ $-\Delta V_{th} = V_{th,L} - V_{th,H}$ และ $\tau_{L,1} = t_2 - t_{1+1/2}$

จากระยะเวลาในการเก็บประจุ และคายประจุในสมการที่ (2.116) และ (2.118) คาบเวลาธรรมชาติของสัญญาณเอาต์พุตสามารถเขียนได้เป็น

$$T_{nat} = \tau_{H,1} + \tau_{L,1} = \frac{2\Delta V_{th} C}{I_{CP}} \quad (2.119)$$

และความถี่ธรรมชาติคือ

$$f_{nat} = \frac{I_{CP}}{2\Delta V_{th} C} \quad (2.120)$$

จากการวิเคราะห์ข้างต้นจะพบว่าวงจรออสซิลเลเตอร์แบบพ้อนคลายไม่มีการพิจารณาเงื่อนไขการสั้นของวงจรถ้าวงจรถ้าได้อาศัยคุณลักษณะการเก็บและคายประจุของตัวเก็บประจุ ดังนั้นวงจรถ้าจึงจะทำการสร้างสัญญาณทันทีที่วงจรถ้าถูกป้อนไฟเลี้ยง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4 วงจรออสซิลเลเตอร์ที่ถูกป้อนสัญญาณอินพุต

การศึกษาพฤติกรรมระบบที่มีการสั่นพร้อมทั้งถูกระตุ้นจากภายนอกได้ถูกศึกษาในหลากหลายสาขา เช่น ชีววิทยา ฟิสิกส์ และวิศวกรรม เป็นต้น การศึกษาพฤติกรรมของระบบการสั่นที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตจะอยู่ในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งส่วนใหญ่มักจะอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์โดยมีจำนวนอันดับ ความซับซ้อน หรือความเป็นเชิงเส้นมากน้อยแตกต่างกันไป ดังนั้นเพื่อที่จะพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในอดีตจะถูกพิจารณาโดยแยกตามประเภทของวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ และออสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยม

2.4.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตในอดีต

จากการศึกษาวิจัยในอดีตพบว่ามีแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตที่น่าสนใจ 4 แบบจำลอง นั่นคือ 1) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบดั้งเดิม [30, 36] 2) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Robert Adler [1] 3) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Behzard Razavi และ 4) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ I. Ali และคณะ [14]

2.4.1.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่มีการสั่นและถูกป้อนสัญญาณภายนอกด้วยวิธีดั้งเดิม

ในปัจจุบันแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่มีการสั่นและถูกระตุ้นจากภายนอกนี้ [30, 36] ได้กลายเป็นบทเรียนพื้นฐานสำหรับวิศวกร และนักฟิสิกส์ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้ถูกนำมาในรูปของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงกลไก ซึ่งทำให้อยู่ในรูปของระบบสมการอนุพันธ์ เพื่อสะดวกต่อการศึกษาแบบจำลองนี้สมการอนุพันธ์ในสมการที่ (2.2) จะถูกเขียนใหม่ดังสมการที่ (2.121)

$$y''(t) + 2\xi\omega_n y'(t) + \omega_n^2 y(t) = b_2 x''(t) + b_1 x'(t) + b_0 x(t) \quad (2.121)$$

โดยที่ ξ คือตัวหน่วงและ ω_n คือความถี่ธรรมชาติ จากที่ได้กล่าวไปในหัวข้อที่ 2.2 สมการคำตอบสมบูรณประกอบด้วย 2 ส่วนคือผลตอบสนองธรรมชาติ ($y_n(t)$) และผลตอบสนองบังคับ ($y_f(t)$) เนื่องจากเป้าหมายของวิทยานิพนธ์คือการศึกษาพฤติกรรมของระบบที่มีการสั่นและถูกระตุ้นจากสัญญาณภายนอกดังนั้นการค้นหาเงื่อนไขการสั่นของระบบสมการอนุพันธ์ที่ได้กำหนดตัวแปรใหม่จึงจะต้องถูกพิจารณาเป็นอันดับแรก เพื่อหาผลตอบสนองธรรมชาติสมการอนุพันธ์ที่ (2.121) สามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$y_n''(t) + 2\xi\omega_n y_n'(t) + \omega_n^2 y_n(t) = 0 \quad (2.122)$$

การค้นหาผลตอบสนองธรรมชาติสามารถทำได้เช่นเดียวกันกับหัวข้อที่ 2.2 ดังนั้นสมการผลตอบสนองธรรมชาติจึงสามารถเขียนได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$y_n(t) = A_1 e^{(-\xi\omega_n + j\omega_d)t} + A_2 e^{(-\xi\omega_n - j\omega_d)t} \quad (2.123)$$

โดยที่

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (2.124)$$

ในวิธานิพจน์ฉบับนี้ให้ความสนใจการกระตุ้นจากภายนอกที่มีลักษณะการเปลี่ยนแปลงเหมือนฟังก์ชันไซน์ เนื่องจากฟังก์ชันไซน์เป็นฟังก์ชันพื้นฐานของฟังก์ชันอื่นๆ ดังนั้นจึงกำหนดให้

$$x(t) = X_f \cos(\omega_f t) \quad (2.125)$$

และสมการอนุพันธ์ที่ (2.121) จะกลายเป็น

$$y_f''(t) + 2\xi\omega_n y_f'(t) + \omega_n^2 y_f(t) = b_2 x''(t) + b_1 x'(t) + b_0 x(t) \quad (2.126)$$

จากวิธีการแก้สมการด้วยการใช้วิธีเทียบสัมประสิทธิ์ตามที่ถูกกล่าวไปในหัวข้อที่ 2.2 และตารางที่ 2.1 ผลตอบสนองจากฟังก์ชันบังคับที่ควรจะเป็นสามารถเขียนได้ดังสมการที่ (2.127)

$$y_f(t) = M \cos(\omega_f t) + N \sin(\omega_f t) \quad (2.127)$$

แทนสมการที่ (2.125) และ (2.126) ลงในสมการที่ (2.127) จะได้

$$\begin{aligned} & [-\omega_x^2 M \cos(\omega_x t) - \omega_x^2 N \sin(\omega_x t)] \\ & + 2\xi\omega_n [-\omega_x M \sin(\omega_x t) + \omega_x N \cos(\omega_x t)] + \omega_n^2 [M \cos(\omega_x t) + N \sin(\omega_x t)] \\ & = b_2 [-\omega_x^2 X_0 \cos(\omega_x t)] + b_1 [-\omega_x X_0 \sin(\omega_x t)] + b_0 [X_0 \cos(\omega_x t)] \end{aligned} \quad (2.128)$$

ภายหลังจากการทำการเทียบสัมประสิทธิ์ของเทอมไซน์และโคไซน์จะพบว่า

$$M = X_f \frac{(-b_2 \omega_f^2 + b_0)(\omega_n^2 - \omega_f^2) + b_1 \omega_f (2\xi\omega_n \omega_f)}{(\omega_n^2 - \omega_f^2)^2 + (2\xi\omega_n \omega_f)^2} \quad (2.129)$$

และ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$N = X_f \frac{(-b_2 \omega_f^2 + b_0)(2\xi \omega_n \omega_f) - b_1 \omega_f (\omega_n^2 - \omega_f^2)}{(\omega_n^2 - \omega_f^2)^2 + (2\xi \omega_n \omega_f)^2} \quad (2.130)$$

เพื่อให้ง่ายต่อการพิจารณาสมการที่ (2.128) สามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$y_f(t) = |Y_f| \cos(\omega_f t - \angle Y_f) \quad (2.131)$$

โดยที่

$$|Y_f| = X_f \sqrt{\frac{(b_0 - \omega_f^2 b_2)^2 + (\omega_f b_1)^2}{(2\xi \omega_n \omega_f)^2 + (\omega_n^2 - \omega_f^2)^2}} \quad (2.132)$$

และ

$$\angle Y_f = \tan^{-1} \left(\frac{2\xi \omega_n \omega_f}{\omega_n^2 - \omega_f^2} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\omega_f b_1}{b_0 - \omega_f^2 b_2} \right) \quad (2.133)$$

สมการที่ (2.132) และ (2.133) คือการตอบสนองของระบบที่มีต่อสัญญาณภายนอกซึ่งกำหนดทั้งขนาดและเฟสของสัญญาณเอาต์พุตตามลำดับ การตอบสนองนี้ถูกกำหนดด้วยสัมประสิทธิ์ซึ่งมาจากโครงสร้างของระบบ ด้วยการกำหนดให้เงื่อนไขเริ่มต้นของระบบคือ $y(t=0) = Y_0$ และ

$\left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=0} = 0$ และอาศัยขั้นตอนการหาค่า A_1 และ A_2 เช่นเดียวกันกับหัวข้อที่ 2.2 สมการ

ผลตอบสนองสมบูรณ์สามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$y(t) = \frac{(Y_0 - y_f(0))(\xi \omega_n + j\omega_d) - y_f'(0)}{j2\omega_d} e^{-\xi \omega_n t + j\omega_d t} + \frac{(Y_0 - y_f(0))(-\xi \omega_n + j\omega_d) + y_f'(0)}{j2\omega_d} e^{-\xi \omega_n t - j\omega_d t} + y_f(t) \quad (2.134)$$

โดยที่

$$y_f(0) = |Y_f| \cos(-\angle Y_f) = |Y_f| \cos(\angle Y_f) \quad (2.135)$$

และ

$$y_f'(0) = -\omega_f |Y_f| \sin(-\angle Y_f) = \omega_f |Y_f| \sin(\angle Y_f) \quad (2.136)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยอาศัยสูตรของออยเลอร์ สมการที่ (2.134) จะกลายเป็น

$$y(t) = |Y_n| e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t - \angle Y_n) + |Y_f| \cos(\omega_f t - \angle Y_f) \quad (2.137)$$

โดยที่

$$|Y_n| = \sqrt{\left[\frac{\xi \omega_n}{\omega_d} (Y_0 - |Y_f| \cos(\angle Y_f)) - \frac{\omega_f |Y_f| \sin(\angle Y_f)}{\omega_d} \right]^2 + (Y_0 - |Y_f| \cos(\angle Y_f))^2} \quad (2.138)$$

และ

$$\angle Y_n = \tan^{-1} \left(\frac{\xi \omega_n}{\omega_d} - \frac{\omega_f |Y_f| \sin(\angle Y_f)}{\omega_d (Y_0 - |Y_f| \cos(\angle Y_f))} \right) \quad (2.139)$$

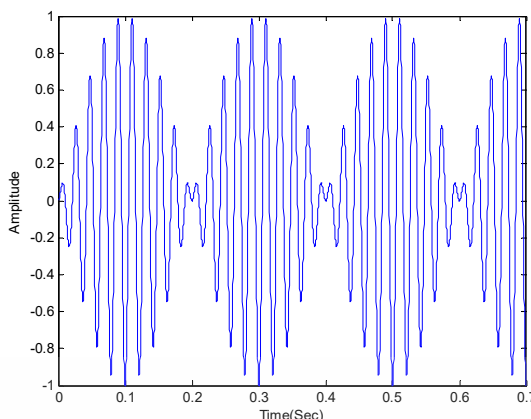
จากสมการผลตอบสนองสมบูรณ์ที่ (2.137) พบว่าแอมพลิจูดและเฟสของเทอมผลตอบสนองธรรมชาติจะขึ้นอยู่กับผลตอบสนองจากฟังก์ชันบังคับ ณ เวลาเริ่มบ่อนสัญญาณหรือ $t=0$ เท่านั้น ซึ่งถ้าทำการปรับขนาดหรือความถี่ของฟังก์ชันบังคับหลังจากเวลาดังกล่าวแล้ว แอมพลิจูดและเฟสของเทอมผลตอบสนองธรรมชาติจะไม่มีเปลี่ยนแปลงใดๆ ซึ่งในทางปฏิบัติสัญญาณเอาต์พุตที่ระบบผลิตขึ้นซึ่งเป็นผลตอบสนองธรรมชาติจะมีการเปลี่ยนแปลง ดังนั้นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบดั้งเดิมนี้จึงมีข้อจำกัดในการอธิบายถึงการเปลี่ยนแปลงดังกล่าว

ในทางปฏิบัติพบว่าเมื่อความถี่ภายนอกเข้าใกล้ความถี่ของสัญญาณที่อิสระ ระบบจะแสดงพฤติกรรมที่ถูกระบุว่าปรากฏการณ์บีต (Beat Phenomenon) [30, 36] ในสภาวะนี้ระบบจะทำการสร้างสัญญาณเอาต์พุตซึ่งเป็นสัญญาณไซน์ความถี่หนึ่ง และแอมพลิจูดของมันจะมีการเปลี่ยนแปลงด้วยความถี่ค่าหนึ่งดังรูปที่ 2.8 แบบจำลองคณิตศาสตร์แบบดั้งเดิมที่ได้กล่าวไปข้างต้นไม่สามารถแสดงการเปลี่ยนสถานะจากดังกล่าวไปสู่สภาวะบีตได้ แต่จะต้องทำการกำหนดเงื่อนไขใหม่เพื่อให้สมการคำตอบสามารถแสดงพฤติกรรมการการบีตได้ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้ เงื่อนไขแรกคือตัวห่วงในระบบจะมีค่าเป็นศูนย์ สมประสิทธิ์ b_2 และ b_1 มีค่าเป็นศูนย์ และสมประสิทธิ์ b_0 มีค่าเป็นหนึ่ง ดังนั้นสมการที่ (2.121) จะกลายเป็น

$$y''(t) + \omega_n^2 y(t) = x(t) \quad (2.140)$$

เช่นกันกำหนดให้ฟังก์ชันอินพุตเป็นฟังก์ชันโคไซน์ดังสมการที่ (2.125) เงื่อนไขที่สองคือกำหนดให้ค่าเงื่อนไขเริ่มต้น $y(0)=0$ และ $y'(0)=0$ ภายหลังจากการแก้สมการ ผลตอบสนองสมบูรณ์สามารถถูกเขียนได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.8 ปรากฏการณ์บีต

$$y(t) = \frac{X_f}{\omega_n^2 - \omega_f^2} \cos(\omega_n t) + \frac{X_f}{\omega_n^2 - \omega_f^2} \cos(\omega_f t) \quad (2.141)$$

อาศัยคุณลักษณะของตรีโกณมิติ สมการที่ (2.141) สามารถถูกเขียนใหม่ได้เป็น

$$y(t) = \frac{X_f}{\omega_n^2 - \omega_f^2} \sin\left(\frac{\omega_n - \omega_f}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega_n + \omega_f}{2} t\right) \quad (2.142)$$

จากสมการเทอม $\frac{X_f}{\omega_n^2 - \omega_f^2} \sin\left(\frac{\omega_n - \omega_f}{2} t\right)$ คือขนาดสัญญาณเอาต์พุตซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงด้วยความถี่ต่างระหว่างความถี่อินพุตและความถี่ธรรมชาติ ปรากฏการณ์นี้เป็นปรากฏการณ์ที่น่าสนใจ แต่เป็นที่น่าเสียดายว่าไม่สามารถที่จะถูกอธิบายอย่างต่อเนื่องจากการวิเคราะห์ก่อนหน้านี้

2.4.1.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Robert Adler

ในปี ค.ศ. 1946 R. Adler [1] ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับศึกษาพฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณภายนอก วงจรรอสซิลเลเตอร์ประเภทจูนด์ได้ถูกใช้เพื่อนำเสนอหลักการโดยที่สัญญาณภายนอกถูกรวมเข้ากับสัญญาณป้อนกลับที่ซากริด (Grid) ของหลอดสุญญากาศดังรูปที่ 2.9 และสามารถแสดงให้อยู่ในรูปของระบบป้อนกลับได้ดังรูปที่ 2.10 [37] นอกจากนี้คุณ R. Adler ยังได้กำหนดเงื่อนไขสำหรับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้นำเสนอ 3 ข้อด้วยกัน 1) ความถี่อินพุต (ω) จะต้องอยู่ในย่านความถี่ผ่านของวงจรรูนด์ 2) ระยะเวลาในการปรับแอมพลิจูดของกลไกการปรับขนาด (Amplitude control mechanism) ต้องน้อยกว่า $1/\Delta\omega_0$ โดยที่ ω_0 คือความถี่อิสระและ $\Delta\omega_0 = \omega_0 - \omega$ คือความถี่บีต (Beat frequency) อย่างไรก็ตามโดยส่วนใหญ่แล้ววงจรรอสซิลเลเตอร์จะมีกลไกการปรับแอมพลิจูดที่เป็นแบบทันทีทันใด (Instantaneous type) โดยตัวเองอยู่แล้ว อาทิเช่นการอิมพัลส์ของอุปกรณ์แอกทีฟ ดังนั้นวงจรรอสซิลเลเตอร์ดังกล่าวจะผ่านเงื่อนไขนี้ และ 3) กำหนดให้อัตราส่วนระหว่างขนาดของสัญญาณอินพุต (E_1) และสัญญาณป้อนกลับ (E) น้อยกว่า 1 มากๆ ($E_1/E \ll 1$)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ด้วยการกำหนดให้ $E_1 / E_0 \ll 1$ และพิจารณาว่าวงจรมีกลไกการควบคุมแอมพลิจูด จึงทำให้แอมพลิจูดของสัญญาณเอาต์พุตมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก ดังนั้นพฤติกรรมของวงจร ออสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตจะพิจารณาเฉพาะการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันของเฟส ($\alpha(t)$) ของสัญญาณเอาต์พุตดังสมการ

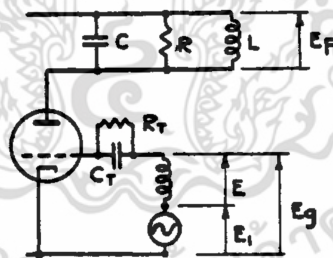
$$e(t) = E \cos(\omega_1 t + \alpha(t)) = E \cos(\omega t) \tag{2.143}$$

โดยที่ ω คือความถี่ชั่วขณะของวงจร และกำหนดให้ $\Delta\omega = \omega - \omega_1$ คือความถี่ปิดชั่วขณะ (Instantaneous beat frequency) ของวงจรและหมายความว่าสมการอนุพันธ์ของฟังก์ชันของเฟส ($\alpha(t)$) จะต้องถูกค้นหา เครื่องมือที่ใช้เพื่อแสดงพฤติกรรมคือเฟสเซอร์ไดอะแกรมดังรูปที่ 2.9 และได้ กำหนดให้ ϕ คือการเลื่อนเฟสที่มาจากวงจรจุนด์ดังรูปที่ 2.12 และ θ คือการเลื่อนเฟสระหว่าง สัญญาณอินพุตและสัญญาณเอาต์พุต ด้วยการยึดสัญญาณภายนอกคือสัญญาณอ้างอิงจึงทำให้ได้ ฟังก์ชันความสัมพันธ์ของระหว่างสัญญาณอินพุตและสัญญาณป้อนกลับคือ

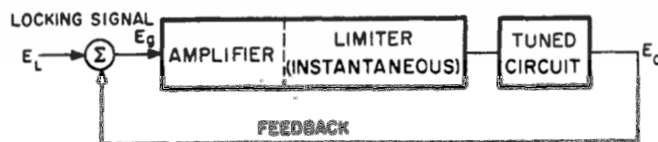
$$\omega = \omega_1 + (\omega - \omega_1) = \omega_1 + \Delta\omega = \omega_1 + \frac{d\alpha(t)}{dt} \tag{2.144}$$

และ

$$\phi = -\frac{E_1}{E} \sin(\alpha) \tag{2.145}$$



รูปที่ 2.9 วงจรออสซิลเลเตอร์ที่ถูกใช้ศึกษา [1]



รูปที่ 2.10 ระบบป้อนกลับของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่ถูกใช้ศึกษา โดยที่ $E_L = E_1$ และ $E_0 = E$ [37]

ตามที่ได้กำหนดให้ความถี่อินพุต (ω_1) จะต้องอยู่ในย่านความถี่ผ่านของวงจรจุนด์ในข้างต้น นั้น หมายความว่าความถี่อินพุตจะอยู่ในย่านที่ทำให้ความถี่ชั่วขณะของวงจรในย่านดังกล่าวเช่นกัน และ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ส่งผลให้ผลตอบสนองเชิงเฟสของวงจรรزونัดจะอยู่ในช่วงเชิงเส้นดังรูปที่ 2.12 และสามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\phi = A(\omega - \omega_0) = \frac{2Q}{\omega_0}(\omega - \omega_0) \quad (2.146)$$

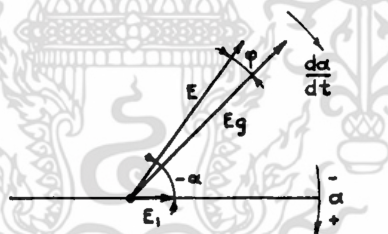
โดยที่ A หรือ $\frac{2Q}{\omega_0}$ คือความชันของฟังก์ชัน แทน $\Delta\omega = \frac{d\alpha(t)}{dt}$ ที่ได้จากสมการที่ (2.144) และสมการที่ (2.145) ลงในสมการ (2.146) จะได้

$$\frac{d\alpha(t)}{dt} = -\frac{E_1}{E} \frac{\omega_0}{2Q} \sin(\alpha(t)) + \Delta\omega_0 \quad (2.147)$$

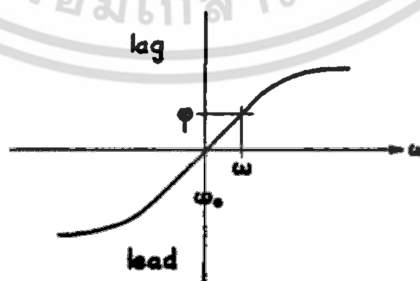
สมการที่ (2.147) นี้คือสมการอนุพันธ์ของเฟสของสัญญาณเอาต์พุตที่ต้องการ ซึ่งจะพบว่าด้วยการพิจารณาดังกล่าวสมการอนุพันธ์ที่ได้เป็นสมการอนุพันธ์ไม่เป็นเชิงเส้นอันดับที่ 1

ในสภาวะที่วงจรรอสซิลเลเตอร์อยู่ในสภาวะล็อกเฟสของสัญญาณเอาต์พุตจะคงที่ส่งผลให้สมการที่ (2.147) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$0 = -\frac{E_1}{E} \frac{\omega_0}{2Q} \sin(\alpha(t)) + \Delta\omega_0 \quad (2.148)$$



รูปที่ 2.11 เฟสเซอร์ไดอะแกรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่ถูกใช้ศึกษา [1]



รูปที่ 2.12 ผลตอบสนองทางเฟสของวงจรรزونัด [1]

โดยอาศัยคุณสมบัติของฟังก์ชันไซน์ที่ว่า $|\sin(\alpha(t))| \leq 1$ ดังนั้นเงื่อนไขการล็อกของวงจรรزونัดจะสามารถเขียนได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\left| \frac{E}{E_1} \frac{2Q}{\omega_0} \Delta\omega_0 \right| < 1 \quad (2.149)$$

และถ้าพิจารณาสมการที่ (2.149) อีกมุมหนึ่งจะพบว่าสมการนี้ก็คือสมการที่ใช้ค้นหาย่านการล็อกเช่นกัน

ในสถานะที่ความถี่อินพุตยังไม่บรรลุนี้อินพุตการล็อกในสมการที่ (2.149) สมการคำตอบที่อยู่ในรูปปิดจะสามารถเขียนได้เป็น

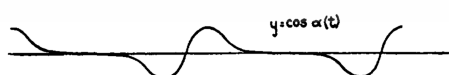
$$\alpha(t) = 2 \tan^{-1} \left[\frac{1}{K} + \frac{\sqrt{K^2 - 1}}{K} \tan \left(\frac{B(t-t_0)}{2} \sqrt{K^2 - 1} \right) \right] \quad (2.150)$$

โดยที่ $K = 2Q \frac{E}{E_1} \frac{\Delta\omega_0}{\omega_0}$ และ $B = \frac{E_1}{E} \frac{\omega_0}{2Q}$ เพื่อให้เข้าใจการเปลี่ยนแปลงมากยิ่งขึ้น R. Adler ได้นำเสนอผลของ $\cos(\alpha(t))$ และ $\sin(\alpha(t))$ ดังรูปที่ 2.13 และ 2.14 ตามลำดับ จากรูปชี้ให้เห็นว่าฟังก์ชันเฟสมีการเปลี่ยนแปลงที่เป็นเชิงคาบ ความถี่ของการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวมีค่าเป็น $\frac{B}{2} \sqrt{K^2 - 1}$ ซึ่งขึ้นอยู่กับตัวแปรสองส่วน ส่วนแรกมาจากสัญญาณอินพุต และส่วนที่สองมาจากตัวแปรของระบบ

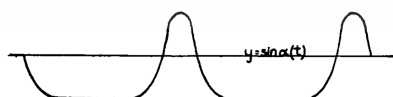
ถ้าทำการหาอนุพันธ์ของสมการที่ (2.150) หรือพิจารณาผลของ $\sin(\alpha(t))$ ในรูปที่ 2.14 ร่วมกับสมการที่ (2.147) จะพบว่าความถี่ของสัญญาณเอาต์พุต ($\omega = \omega_1 + d\alpha(t)/dt$) จะมีพฤติกรรมการเบี่ยงเบนที่น่าสนใจกล่าวคือความถี่จะคงที่ในช่วงระยะเวลาหนึ่งและถัดจากนั้นจะเบี่ยงเบนความถี่อย่างมากไปอีกด้านหนึ่งของกราฟ และการเบี่ยงเบนในลักษณะนี้เป็นรายคาบ อย่างไรก็ตามพฤติกรรมนี้จะถูกอธิบายอย่างชัดเจนขึ้นในงานวิจัยของ B. Razavi [2] ที่จะกล่าวถึงถัดไป ถ้าทำการพิจารณาความถี่เฉลี่ยของสัญญาณเอาต์พุตจะมีค่าเป็น

$$\overline{\Delta\omega} = B \sqrt{K^2 - 1} = \frac{E_1}{E} \frac{\omega_0}{2Q} \sqrt{\left(\frac{2Q}{\omega_0} \frac{E}{E_1} \Delta\omega_0 \right)^2 - 1} \quad (2.151)$$

ซึ่งสมการแสดงให้เห็นว่าความถี่เฉลี่ยเอาต์พุตไม่ได้มีค่าเท่ากับ ω_1 แต่มีค่าอยู่ที่ $\omega_1 + \overline{\Delta\omega}$



รูปที่ 2.13 การเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชัน $\cos(\alpha(t))$ [1]



รูปที่ 2.14 การเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชัน $\sin(\alpha(t))$ [1]

จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ R. Adler ซึ่งได้ทำการละการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูดของสัญญาณเอาต์พุตด้วยการกำหนดให้ $E/E_1 \ll 1$ และทำการพิจารณาเฉพาะเมื่อความถี่อินพุตอยู่ในช่วงย่านแถบผ่านของวงจรถูกตั้งสมการที่ (2.146) เพื่อที่จะสามารถทำการเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยามให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประมาณความสัมพันธ์ของความถี่และเฟสได้ง่าย ส่งผลให้สมการอนุพันธ์ที่ได้มีลักษณะไม่เป็นเชิงเส้นอันดับที่ 1 สมการคำตอบที่ได้อยู่ในรูปปิดซึ่งมีข้อดีในแง่ของการพิจารณาอิทธิพลของตัวแปรที่มีต่อระบบได้อย่างชัดเจนดังสมการที่ (2.149) และ (2.150) แต่เป็นที่น่าเสียดายว่าแบบจำลองที่นำเสนอไม่ได้มีการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณและผลจากการทดลองแต่อย่างใด

2.4.1.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ B. Razavi

ในปี ค.ศ. 2004 B. Razavi [2] ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบเชิงวิเคราะห์สำหรับการศึกษาการล็อกและการดึงของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณภายนอก โดยการนำเสนอได้แบ่งออกเป็น 2 ช่วง ช่วงแรกจะนำเสนอแนวความคิดการปรับตัวของวงจรรอสซิลเลเตอร์เพื่อทำการล็อกสัญญาณภายนอก และการรักษาให้วงจรรอสซิลเลเตอร์ที่ยังผลิตสัญญาณเอาต์พุตได้ รวมถึงการค้นห่าย่านการล็อก ช่วงที่สองแสดงการค้นหาสมการอนุพันธ์ของเฟสเพื่อค้นหาการเปลี่ยนของเฟสของสัญญาณเอาต์พุตเมื่อวงจรรอสซิลเลเตอร์อยู่ในสภาวะปิด แนวคิดถูกนำเสนอโดยอาศัยวงจรรอสซิลเลเตอร์ซึ่งสัญญาณเอาต์พุตมีความถี่อยู่ที่ ω_0 ดังรูปที่ 2.15 ซึ่งประกอบไปด้วย L_1, C_1, R_p, M_1 และบัฟเฟอร์ แนวคิดนี้เริ่มต้นด้วยการตั้งข้อสงสัยว่าวงจรรอสซิลเลเตอร์จะมีพฤติกรรมอย่างไร ถ้าวางจรรอสซิลเลเตอร์ถูกเพิ่มอุปกรณ์ที่ทำการเลื่อนเฟสดังรูปที่ 2.16 ผลที่ได้คือวงจรรอสซิลเลเตอร์จะทำการสร้างสัญญาณที่มีความถี่ ω_0 อีกต่อไปแต่จะเปลี่ยนไปที่ความถี่ ω_1 แทนซึ่ง ความถี่นี้วงจรจูนด์จะทำการเลื่อนเฟสของสัญญาณมีค่าเท่ากับ ϕ_0 เพื่อรักษาการเลื่อนเฟสในลูบให้มีค่าเท่ากับ 360° ดังกราฟคุณลักษณะของวงจรรอสซิลเลเตอร์ในรูปที่ 2.17 เช่นเดียวกัน ถ้าเปลี่ยนจากการเลื่อนเฟสด้วยอุปกรณ์เลื่อนเฟสเป็นการป้อนสัญญาณภายนอก (I_{inj}) ที่มีขนาดและความถี่ (ω_{inj}) ที่เหมาะสม วงจรจะทำการผลิตสัญญาณเอาต์พุตที่มีความถี่ ω_{inj} เพื่อให้สัญญาณที่เดินทางครบรอบลูบของวงจรจะมีการเลื่อนเฟสเท่ากับ 360° ดังรูปที่ 2.18 จากรูปวงจรรอสซิลเลเตอร์ถูกป้อนสัญญาณภายนอก (I_{inj}) ที่ขาเดรนของมอส M_1 และรวมกับกระแส I_{osc} ผลรวมของกระแสทั้งสองซึ่งเป็นกระแส I_T จะถูกป้อนเข้าสู่วงจรรอสซิลเลเตอร์ซึ่งผลให้เกิดการเลื่อนเฟสและถูกป้อนกลับด้วยมอส M_1 และบัฟเฟอร์ซึ่งกลายเป็นกระแส I_{osc} กระแส I_{osc} จะถูกรวมกับกระแส I_{inj} และถูกป้อนเข้าสู่วงจรรอสซิลเลเตอร์อีกครั้ง จากการชดเชยเฟสอันเนื่องมาจากสัญญาณภายนอก สามารถแสดงความสัมพันธ์ดังกล่าวในลูบในรูปของเฟสเซอร์ไดอะแกรมดังรูปที่ 2.19 โดยที่ θ คือผลต่างเฟสระหว่าง I_{inj} และ I_{osc} และ ϕ_0 คือผลต่างเฟสระหว่าง I_T และ I_{osc} ซึ่งเป็นผลมาจากวงจรรอสซิลเลเตอร์ดังกราฟคุณลักษณะทางเฟสในรูปที่ 2.17 ย่านการล็อกสามารถค้นหาได้โดยเริ่มจากความสัมพันธ์ที่ได้จากเฟสเซอร์ไดอะแกรมดังนี้

$$\sin(\phi_0) = \frac{I_{inj}}{I_T} \sin(\theta) = \frac{I_{inj} \sin(\theta)}{\sqrt{I_{osc}^2 + I_{inj}^2 + 2I_{osc}I_{inj} \cos(\theta)}} \quad (2.152)$$

ซึ่งจะมีค่าสูงสุดเป็น

$$\sin(\phi_{0,max}) = \frac{I_{inj}}{I_{osc}} \quad (2.153)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

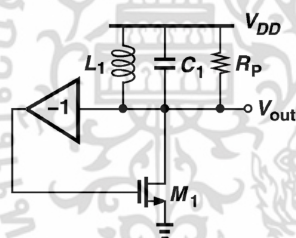
เมื่อ

$$\cos(\theta) = -\frac{I_{inj}}{I_{osc}} \tag{2.154}$$

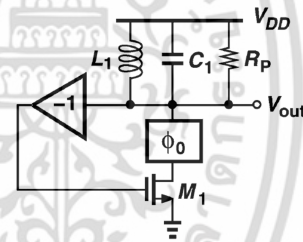
จากฟังก์ชันการเลื่อนเฟสของวงจรจูนด์ที่ว่า $\tan(\alpha) \approx (2Q/\omega_0)(\omega_0 - \omega_{inj})$ และสมการที่ (2.153) ย่านการล็อกสามารถเขียนได้เป็น

$$\omega_0 - \omega_{inj} = \frac{\omega_0 I_{inj}}{2Q I_{osc}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{I_{inj}^2}{I_{osc}^2}}} \tag{2.155}$$

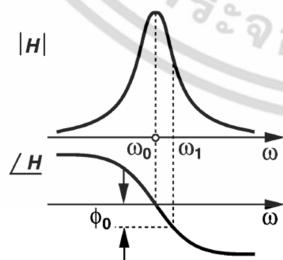
โดยที่ $\tan(\phi_0) = I_{inj} / \sqrt{I_{osc}^2 - I_{inj}^2}$ จากสมการจะพบว่าย่านการล็อกขึ้นอยู่กับคุณลักษณะของวงจรจูนด์ แอมพลิจูดของสัญญาณเอาต์พุต และแอมพลิจูดของสัญญาณอินพุต



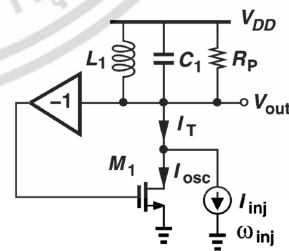
รูปที่ 2.15 วงจรออสซิลเลเตอร์ที่ใช้นำเสนอแนวคิด [2]



รูปที่ 2.16 วงจรออสซิลเลเตอร์ที่ถูกเพิ่มอุปกรณ์เลื่อนเฟส [2]

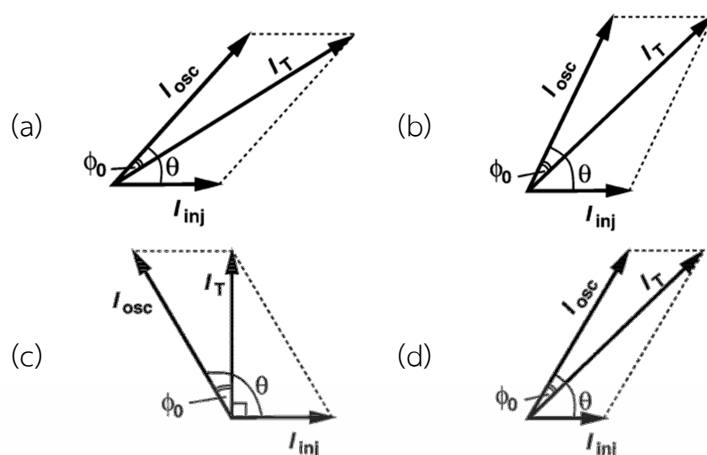


รูปที่ 2.17 กราฟคุณลักษณะทางเฟสของวงจรจูนด์ [2]

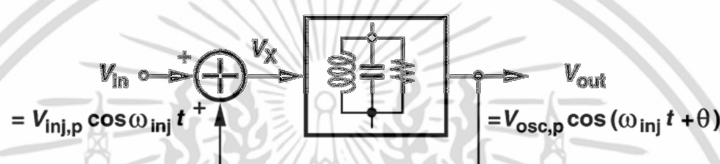


รูปที่ 2.18 วงจรออสซิลเลเตอร์ที่ถูกป้อนสัญญาณภายนอก [2]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.19 เฟสเซอร์ไดอะแกรมของสัญญาณกระแสในวงจร [2]



รูปที่ 2.20 แบบจำลองของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่ใช้ค้นหาฟังก์ชันเฟส [2]

จากการค้นหาย่านการล็อก ย่านการล็อกที่ได้จะถูกนำมาเชื่อมโยงกับสมการอนุพันธ์ของฟังก์ชันเฟสที่ได้จากวงจรออสซิลเลเตอร์ B. Razavi ได้ทำการนำเสนอแบบจำลองของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบวงจรจูนด์ดังรูปที่ 2.20 ซึ่งอยู่ในรูปของระบบป้อนกลับที่ไม่ได้ใส่วงจรขยาย เนื่องจากได้พิจารณาให้แอมพลิจูดของสัญญาณภายนอกมีค่าน้อยมากเทียบกับแอมพลิจูดของสัญญาณเอาต์พุต ($V_{inj,p} \ll V_{osc,p}$) ซึ่งเหมือนกับเงื่อนไขของคูน [1] นอกจากนี้ยังได้ทำการพิจารณาคคุณสมบัติการเลื่อนเฟสของวงจรจูนด์ดังนี้ ฟังก์ชันการเลื่อนเฟสของวงจรสามารถเขียนได้เป็น

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{\omega_0^2}{Q(\omega_0^2 - \omega^2)} \right) \quad (2.156)$$

ถัดจากนั้นได้ทำการประมาณความถี่ภายนอกให้มีค่าใกล้เคียงกับความถี่อิสระมากจนกระทั่งสามารถประมาณผลต่างของความถี่กำลังสองได้เป็น

$$\omega_0^2 - \omega^2 = (\omega_0 + \omega)(\omega_0 - \omega) \approx 2\omega(\omega_0 - \omega) \quad (2.157)$$

ดังนั้นฟังก์ชันการเฟสของวงจรจูนด์กลายเป็น

$$\tan(\alpha) \approx \frac{2Q}{\omega_0}(\omega_0 - \omega) \quad (2.158)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{โดยที่ } \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}(x) = \tan^{-1}(x^{-1})$$

จากรูปผลรวมของสัญญาณอินพุตและสัญญาณเอาต์พุตสามารถเขียนได้เป็น

$$V_X = V_{inj,p} \cos(\omega_{inj}t) + V_{osc,p} \cos(\omega_{inj}t + \theta) \approx V_{osc,p} \cos(\omega_{inj}t + \psi) \quad (2.159)$$

$$\text{โดยที่ } V_{osc,p} \approx \sqrt{V_{inj,p}^2 + V_{osc,p}^2 + 2V_{inj,p}V_{osc,p} \cos(\theta)}, \quad V_{inj,p} \ll V_{osc,p} \text{ และ}$$

$$\tan(\psi) = \frac{V_{osc,p} \sin(\theta)}{V_{inj,p} + V_{osc,p} \cos(\theta)} \quad (2.160)$$

จากฟังก์ชันการเลื่อนเฟสที่ถูกประมาณ เมื่อสัญญาณ V_X ผ่านเข้าสู่วงจรรอจูนด์ สัญญาณเอาต์พุตจะเป็น

$$V_{out} \approx V_{osc,p} \cos\left(\omega_{inj}t + \psi + \tan^{-1}\left[\frac{2Q}{\omega_0}\left(\omega_0 - \omega_{inj} - \frac{d\psi}{dt}\right)\right]\right) \quad (2.161)$$

เนื่องจากระบบจะต้องทำการปรับตัว ดังนั้นเฟสที่ได้จากสมการที่ (2.158) จะต้องเท่ากับ θ ดังนี้

$$\psi + \tan^{-1}\left[\frac{2Q}{\omega_0}\left(\omega_0 - \omega_{inj} - \frac{d\psi}{dt}\right)\right] = \theta \quad (2.162)$$

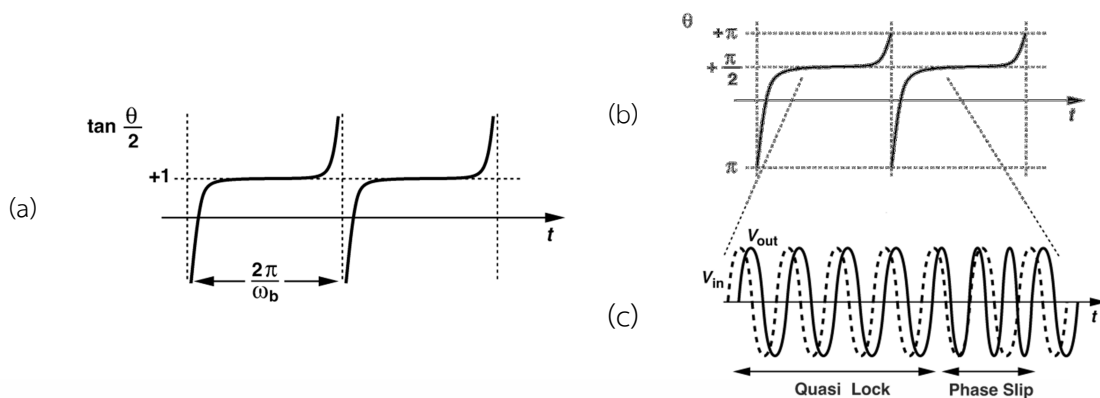
สมการนี้จะเป็นสมการตั้งต้นที่ใช้ในการหาสมการอนุพันธ์ของเฟส ทำการพิจารณาสมการที่ (2.160) จะพบว่า

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{V_{osc,p}^2 + V_{osc,p}V_{inj,p} \cos(\theta)}{V_{osc,p}^2 + 2V_{osc,p}V_{inj,p} \cos(\theta) + V_{inj,p}^2} \frac{d\theta}{dt} \approx \frac{d\theta}{dt} \quad (2.163)$$

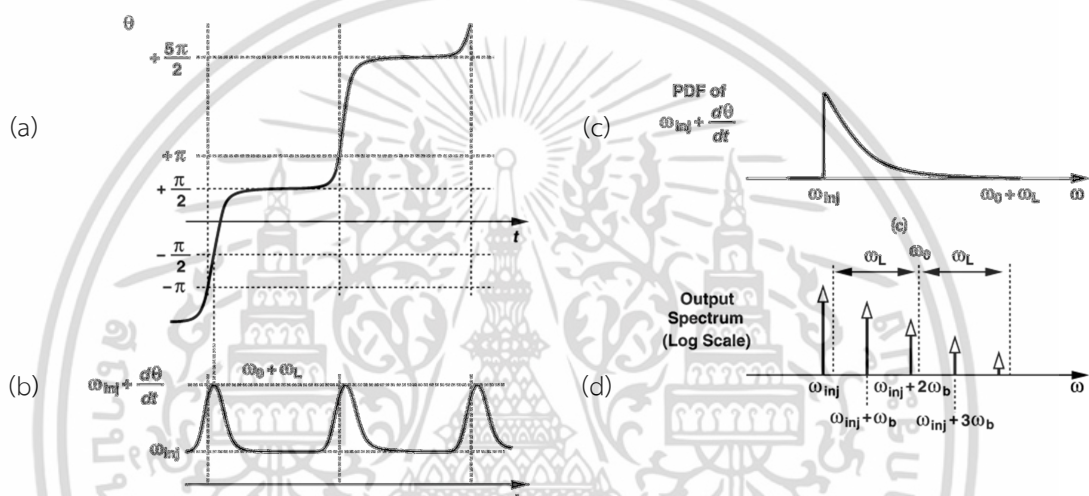
และถ้าพิจารณา $V_X = V_{inj} + V_{out}$ โดยอาศัยเฟสเซอร์ไดอะแกรมจะพบว่า

$$\tan(\theta - \psi) = \frac{V_{inj,p} \sin(\theta)}{V_{osc,p} + V_{inj,p} \cos(\theta)} \approx \frac{V_{inj,p}}{V_{osc,p}} \sin(\theta) \quad (2.164)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.21 พฤติกรรมการเปลี่ยนแปลงเฟสของวงจรเมื่ออยู่ในสภาวะกึ่งล็อก (Quasi Locek) [2]



รูปที่ 2.22 พฤติกรรมการเปลี่ยนแปลงความถี่ของวงจรเมื่ออยู่ในสภาวะกึ่งล็อก (Qusi Lock) [2]

ภายหลังจากการแทนสมการที่ (2.163) และ (2.164) ลงในสมการที่ (2.162) สมการอนุพันธ์ของเฟสจะสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\frac{d\theta}{dt} = (\omega_0 - \omega_{inj}) - \omega_L \sin(\theta) \tag{2.165}$$

โดยที่ $\omega_L = \frac{\omega_0 V_{inj,p}}{2Q V_{osc,p}}$ ซึ่งจะพบว่าสมการนี้เหมือนกับสมการอนุพันธ์ที่นำเสนอโดยคุณ R. Adler [1]

และสมการคำตอบสามารถเขียนเป็น

$$\theta = 2 \tan^{-1} \left[\frac{\omega_L}{\omega_0 - \omega_{inj}} + \frac{\omega_b}{\omega_0 - \omega_{inj}} \tan \left(\frac{\omega_b t}{2} \right) \right] \tag{2.166}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

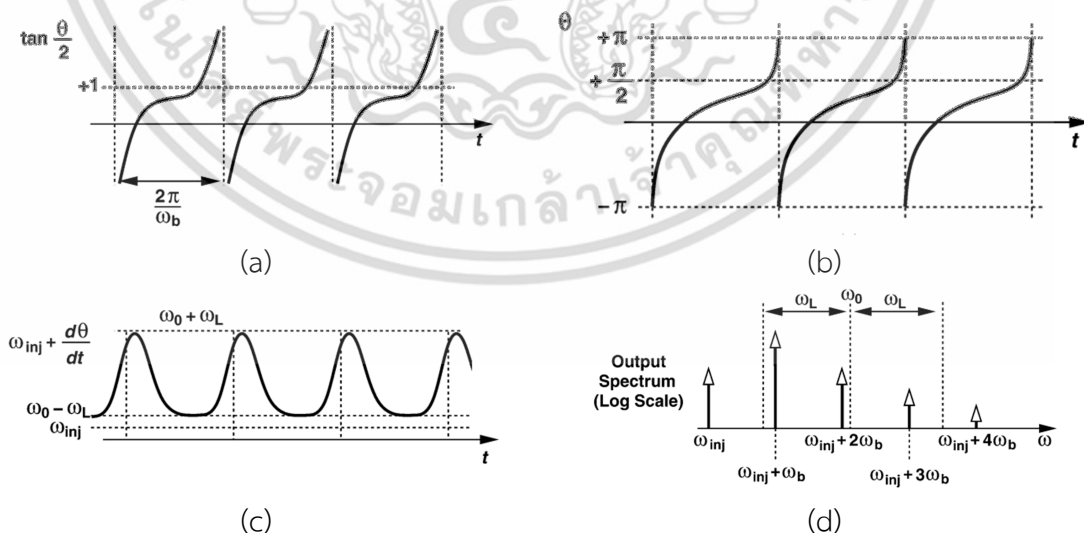
โดยที่ $\omega_b = \sqrt{(\omega_0 - \omega_{inj})^2 - \omega_L^2}$ นอกจากนี้ B. Razavi ยังได้ทำการบรรยายเกี่ยวกับสภาวะปิดเพิ่มเติมอีกว่าสภาวะนี้ยังแบ่งย่อยออกเป็น 2 สภาวะคือสภาวะกึ่งล็อก (Quasi-Locked) และสภาวะปิดเร็ว (Fast beat)

สภาวะกึ่งล็อกเป็นสภาวะที่ความถี่อินพุตมีค่าใกล้กับความถี่อิสระมากหรือ

$$\frac{\omega_0 - \omega_{inj}}{\omega_L} \approx 1 \quad (2.167)$$

ในสภาวะนี้การเปลี่ยนแปลงของเฟสจะเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นเชิงคาบดังรูปที่ 2.21 (a - b) ซึ่งจะส่งผลให้สัญญาณมีการเลื่อนเฟสอย่างฉับพลันดังรูปที่ 2.21 (c) เมื่อทำการพิจารณาการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวในรูปของความถี่จะพบว่าความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตอยู่ที่ความถี่อินพุตเป็นระยะเวลาหนึ่ง และเปลี่ยนค่าอย่างต่อเนื่องดังรูปที่ 2.22 (b) และส่งผลให้สเปกตรัมของสัญญาณเอาต์พุตมีลักษณะดังรูปที่ 2.22 (d) โดยที่ขนาดของสเปกตรัมจะขึ้นอยู่กับฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (Probability density function) ดังรูปที่ 2.22 (c)

ในสภาวะล็อกปิดเร็วจะพบว่าเฟสของสัญญาณเอาต์พุตจะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นเชิงคาบดังรูปที่ 2.23 (a - b) และเมื่อทำการพิจารณาการเปลี่ยนแปลงความถี่ดังรูปที่ 2.23 (c) จะพบว่าจะมีการเปลี่ยนแปลงที่เป็นเชิงคาบเช่นกัน ความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตจะทำการมุ่งเข้าความถี่อินพุตแต่ยังไม่ถึงความถี่อินพุต และย้อนกลับไปอย่างรวดเร็ว พฤติกรรมนี้จึงส่งผลให้สเปกตรัมมีลักษณะดังรูปที่ 2.23 (d) อย่างไรก็ตามเป็นที่น่าเสียดายว่าผลการทดลองที่น่าเสนอนั้นไม่ใช่เป็นของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต แต่ผลการทดลองที่น่าเสนอเป็นของวงจรเฟสล็อกลูบที่วงจรออสซิลเลเตอร์แบบเปลี่ยนแปลงตามแรงดันไฟฟ้า (VCO) ถูกป้อนสัญญาณภายนอก จึงทำให้ยากต่อการพิสูจน์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่น่าเสนอได้



รูปที่ 2.23 พฤติกรรมของวงจรเมื่ออยู่ในสภาวะปิดเร็ว (Fast beat) [2]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2.4.1.4 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ I. Ali และคณะ

ในปี 2012 I. Ali และคณะ [14] ได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงการวิเคราะห์สำหรับการศึกษาพฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณภายนอก โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอสามารถอธิบายพฤติกรรมการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด และความถี่หรือเฟสของสัญญาณเอาต์พุตได้ซึ่งแตกต่างจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกับ [1, 2]

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เริ่มต้นด้วยการเขียนวงจรเทียบเคียงของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณภายนอกดังรูปที่ 2.24 ซึ่งประกอบด้วยตัวเก็บประจุ (C) ตัวเหนี่ยวนำ (L) ตัวนำ (G_L) แหล่งกำเนิดสัญญาณภายนอก ($i_s(t)$) และไดโอด ($G_d(V_0(t))$) ที่ได้มาจากการแปลงอุปกรณ์แอกทีฟด้วยการพิจารณาความไม่เป็นเชิงเส้นอันเนื่องมาจากอัตราขยายความนำถ่ายโอน ($G_m(x)$)

จากวงจรสมการของสัญญาณเอาต์พุตจะเป็น

$$v_0(t) = V_0(t) e^{j(\omega_1 t - \phi(t))} \quad (2.168)$$

โดยที่สัญญาณอินพุตเป็น

$$i_s(t) = V_s G_L e^{j\omega_1 t} \quad (2.169)$$

ซึ่ง V_s คือแรงดันไฟฟ้าอินพุตเนื่องจากสัญญาณอินพุต ด้วยการอาศัยกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟสมการของระบบจะเขียนได้เป็น

$$[G_d(V_0(t)) + G(j\omega)] v_0(t) = i_s(t) = V_s G_L e^{j\omega_1 t} \quad (2.170)$$

โดยที่

$$G_d(V_0(t)) = \frac{i_{d1}(t)}{v_0(t)} = -\alpha + \frac{3}{4} \gamma V_0^2(t)$$

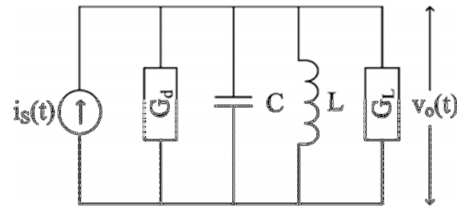
และ

$$G(j\omega) = G_L + 2C \left[\frac{1}{V_0(t)} \frac{dV_0(t)}{dt} + j(\omega_1 - \omega_0) - j \frac{d\phi}{dt} \right]$$

ด้วยการพิจารณาด้วยการแบ่งเป็นสองส่วนคือส่วนจำนวนจริงและส่วนจินตภาพซึ่งทำให้สามารถเขียนสมการอนุพันธ์ของขนาดและเฟสของสัญญาณเอาต์พุตได้ดังนี้

$$\frac{da(t)}{dt} = b[1 - a^2(t)]a(t) + d \cos(\phi(t)) \quad (2.171)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.24 วงจรเทียบเคียงของออสซิลเลเตอร์ [14]

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = (\omega_1 - \omega_0) - \frac{d}{a(t)} \sin(\phi(t)) = \Omega - \frac{d}{a(t)} \sin(\phi(t)) \quad (2.172)$$

$$\text{โดยที่ } b = \frac{\omega_0 V_{os}^2 G_2}{2Q G_L}, \quad d = \frac{\omega_0 V_s}{2Q V_{os}}, \quad G_2 = \frac{3}{4} \lambda, \quad V_{os}^2 = \frac{\alpha - G_L}{G_2}, \quad a = \frac{V_o(t)}{V_{os}}, \quad Q = \frac{\omega_0 C}{G_L} \text{ และ } V_{os}$$

คือแอมพลิจูดของสัญญาณเอาต์พุตเมื่อไม่มีการป้อนสัญญาณอินพุต ($V_o(t=0) = V_{os}$) จากสมการทั้งสองจะพบว่าฟังก์ชันเฟสได้ปรากฏในสมการอนุพันธ์ของขนาด และฟังก์ชันขนาดก็ไปปรากฏในสมการอนุพันธ์ของเฟสเช่นกัน เป็นที่น่าสังเกตว่าสมการอนุพันธ์ของฟังก์ชันขนาด ($a(t)$) ไม่ได้เป็นขนาดของสัญญาณเอาต์พุตโดยตรงแต่เป็นฟังก์ชันของขนาดของสัญญาณเอาต์พุตที่ถูกหารด้วยขนาดของสัญญาณเอาต์พุตเมื่อไม่มีสัญญาณภายนอก (V_{os})

ถัดจากนั้น I. Ali ได้นำเสนอพฤติกรรมของระบบ ด้วยการแบ่งเป็น 2 กรณี กรณีแรกกำหนดให้ขนาดของสัญญาณอินพุตมีค่าน้อยมากซึ่งจะไม่ส่งผลการเปลี่ยนแปลงของขนาดของสัญญาณเอาต์พุตซึ่งจะเป็นค่าคงที่ และสมการอนุพันธ์ของเฟสจะกลายเป็น

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \Omega - K \sin(\phi(t)) \quad (2.173)$$

โดยที่ $K = d = (\omega_0 / 2Q) / (V_s / V_{os})$ สมการนี้สอดคล้องกับสมการของ R. Adler [1] และของ B. Razavi [2] ซึ่งภายหลังจากการแก้สมการ สมการคำตอบสามารถเขียนได้เป็น

$$\phi(t) = 2 \tan^{-1} \left[\frac{1}{X} + \frac{\sqrt{X^2 - 1}}{X} \tan \left(\frac{K \sqrt{X^2 - 1}}{2} (t - t_0) \right) \right] \quad (2.174)$$

โดยที่ $X = \Omega / K$ จากสมการที่ (2.26) สัญญาณเอาต์พุตสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$v_o(t) = V_0 \cos(\omega_1 t - \phi(t)) = V_0 \cos(\omega_1 t) \cos(\phi(t)) + V_0 \sin(\omega_1 t) \sin(\phi(t)) \quad (2.175)$$

โดยที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\cos(\phi(t)) = 2\sqrt{X^2 - 1} \left[\sum_1^{\infty} (-1)^n r^n \sin(n(2\beta - \beta_0)) \right] \quad (2.176)$$

$$\sin(\phi(t)) = r - 2\sqrt{X^2 - 1} \left[\sum_1^{\infty} (-1)^n r^n \cos(n(2\beta - \beta_0)) \right] \quad (2.177)$$

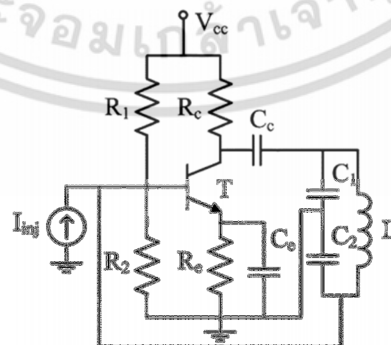
$2\beta = K\sqrt{X^2 - 1}(t - t_0)$ และ $\beta_0 = \tan^{-1}\sqrt{X^2 - 1}$ และเมื่อทำการแทนสมการที่ (2.176) และ (2.177) ลงในสมการที่ (2.175) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะสามารถแสดงสเปกตรัมของสัญญาณเอาต์พุตได้ และยังสามารถแสดงพฤติกรรมย่อยในสภาวะปิดทั้งสองได้นั้นคือสภาวะปิดเร็วและสภาวะกึ่งล็อก

ในกรณีที่สองเมื่อทำการพิจารณาการเปลี่ยนแปลงขนาดของสัญญาณเอาต์พุตอันเนื่องมาจากสัญญาณภายนอก พบว่าสมการอนุพันธ์ของขนาดและเฟสที่ถูกค้นหาในตอนต้น (สมการที่ (2.171) และ สมการที่ (2.172)) จะถูกปรับแต่งทั้งหมดเนื่องจากสมการอนุพันธ์ทั้งสองชี้ว่าในสภาวะล็อกขนาดของสัญญาณเอาต์พุต (V_{OSM}) จะเพิ่มขึ้นจากขนาดในกรณีที่ไม่มีสัญญาณภายนอก (V_{OS}) ภายหลังจากขั้นตอนการปรับแต่งสมการอนุพันธ์ทั้งสองจะกลายเป็น

$$\frac{d\Delta a(t)}{dt} = B_o \Delta a(t) + K' \cos(\phi(t)) + A_o \quad (2.178)$$

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \Omega' - \frac{K'}{a_m(t)} \sin(\phi(t)) \quad (2.179)$$

โดยที่ $K' = \frac{\omega_0 V_{OSM}}{2Q V_s}$, $B_o = b(1 - 3a_{OSM}^2)$, $A_o = b(1 - a_{OSM}^2)$ และ $a_{OSM} = \frac{V_{OSM}}{V_{OS}}$ และกำหนดให้ $a_m(t) = 1 + \Delta a(t)$ อย่างไรก็ตามคุณ 1. Ali ได้นำค้นหาเฉพาะคำตอบของสมการขนาดแต่ไม่ได้นำเสนอสมการของเฟสแต่อย่างใด



รูปที่ 2.25 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบโคลพิต [14]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอถูกพิสูจน์โดยใช้วงจรออสซิลเลเตอร์แบบโคลพิตต์ดังรูปที่ 2.25 และแบ่งเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกเป็นการเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณกับผลการจำลองการทำงาน และการเปรียบเทียบผลการคำนวณและผลการทดลองการทำงาน จากผลการเปรียบเทียบทั้งสองส่วนพบว่าผลการคำนวณความกว้างของย่านการล็อกและความถี่บีตเมื่อเทียบกับผลการจำลองและการทดลองใกล้เคียงกัน แต่เป็นที่น่าเสียดายว่าผลการคำนวณสองส่วนที่ควรจะต้องพิจารณานั้นไม่ได้นำเสนอ ส่วนแรกคือขอบเขตของย่านการล็อกซึ่งการนำเสนอผลดังกล่าวนี้จะแสดงให้เห็นความไม่เป็นเชิงเส้นอย่างชัดเจนมากกว่าความกว้างของย่านการล็อก และส่วนที่สองคือสัญญาณเอาต์พุตในโดเมนเวลาและสเปกตรัมของมันเพราะเป็นวัตถุประสงค์หลักของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอ

2.4.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรรออสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตในอดีต

ในปี ค.ศ. 2010 K. Zhu [50] และคณะได้นำเสนอวงจรรออสซิลเลเตอร์โดยอาศัยวงจรรออสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลายด้วยการป้อนสัญญาณอินพุตไปยังวงจรสะท้อนกระแสของวงจรรออสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลายที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตบริโภคกำลังงานต่ำกว่าวงจรรออสซิลเลเตอร์ที่ถูกนำเสนอในอดีต แต่เป็นที่น่าเสียดายว่างานวิจัยดังกล่าวไม่ได้นำเสนอสมการสำหรับค้นหาความถี่อินพุตที่วงจรสามารถทำการหารได้อย่างถูกต้อง เพราะมีความจำเป็นต่อการออกแบบวงจรเพื่อประยุกต์ใช้ เมื่อทำการค้นคว้าเพิ่มเติมยังพบอีกด้วยว่ายังไม่มียานวิจัยใดที่นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่จะสามารถค้นหาการหารความถี่ของวงจร แต่มีเพียงงานวิจัยชิ้นหนึ่งที่ใกล้เคียงและสามารถที่จะนำมาปรับปรุงเพื่ออธิบายพฤติกรรมดังกล่าวได้ซึ่งเป็นงานของ N. Soltani และคณะ [46]

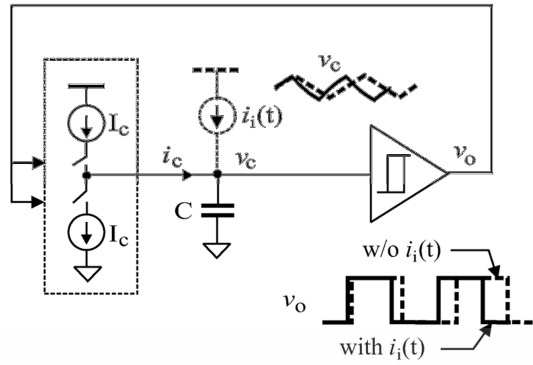
2.4.2.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ N. Soltani และคณะ [46]

ในปี ค.ศ. 2010 N. Soltani และคณะ [46] ได้นำเสนอวงจรรออสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลายที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต ที่สามารถจุดความถี่ไว้สายและจดจำความถี่ดังกล่าวได้ พร้อมกันนั้นยังได้นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรรออสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลายที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตอีกด้วย

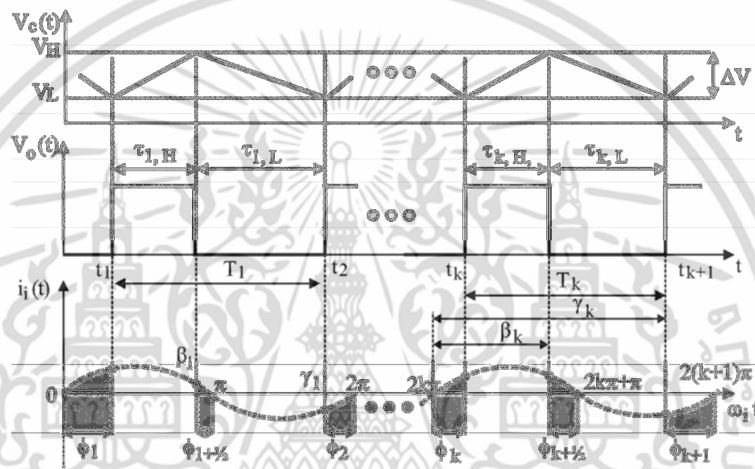
วงจรรออสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.26 ซึ่งจะพบว่าสัญญาณอินพุตจะถูกป้อนเข้าสู่วงจรที่ตำแหน่งตัวเก็บประจุ และจะส่งผลต่อกระบวนการสร้างสัญญาณเอาต์พุตทั้งในช่วงการเก็บประจุและคายประจุ จากการป้อนสัญญาณดังกล่าวความสัมพันธ์ของสัญญาณในระบบสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.27 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนออาศัยกลไกการสร้างสัญญาณเอาต์พุตกล่าวคือจะพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของคาบเวลาเอาต์พุตจากวัฏจักรหนึ่งไปยังวัฏจักรหนึ่ง และสามารถเขียนสมการของการเก็บและคายประจุเมื่อถูกรบกวนด้วยสัญญาณอินพุตได้ดังนี้

$$C \frac{dv_c(t)}{dt} = I_C + I_i \cos(\omega_i t + \phi) \quad (2.180)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.26 วงจรรออสซิลเลเตอร์แบบพ้อนคล้ายที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต [46]



รูปที่ 2.27 สัญญาณในวงจรรออสซิลเลเตอร์แบบพ้อนคล้ายที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต [46]

โดยที่ $v_c(t)$ คือแรงดันไฟฟ้าของตัวเก็บประจุ, I_c คือกระแสไฟฟ้าของวงจร Charge pump และ $I_i \cos(\omega_i t + \phi_i)$ คือสัญญาณอินพุต ภายหลังจากการแก้สมการที่ (2.180) ระยะเวลาการเก็บประจุในวัฏจักร k สามารถเขียนได้เป็น

$$\tau_{k,H} = \frac{T_n}{2} - \frac{m}{\omega_i} [\sin(\omega_i \tau_{k,H} + \phi_k) - \sin(\phi_k)] \tag{2.181}$$

และระยะเวลาในการคายประจุในวัฏจักร k สามารถเขียนได้เป็น

$$\tau_{k,L} = \frac{T_n}{2} + \frac{m}{\omega_i} [\sin(\omega_i T_k + \phi_k) - \sin(\omega_i \tau_{k,H} + \phi_k)] \tag{2.182}$$

โดยที่ T_n คือคาบเวลาธรรมชาติ และ $m = \frac{I_i}{I_c}$

จากสัญญาณของระบบในรูปที่ 2.27 จะพบความสัมพันธ์ที่ว่า $\beta_k = \phi_k + \omega_i \tau_{k,H}$ และ $\gamma_k = \phi_k + \omega_i T_k$ ซึ่งเมื่อพิจารณาพร้อมกับระยะเวลาการเก็บประจุและคายประจุในสมการที่เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นับญาติเห็นไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(2.181) และ (2.182) จะสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างเฟสและระยะเวลาการเก็บประจุของวงจรรีจก k ได้ดังสมการที่ (2.183)

$$\beta_k = \phi_k + \frac{a_0}{2} - m \left[\sin\left(\phi_k + \frac{a_0}{2}\right) - \sin(\phi_k) \right] \quad (2.183)$$

และความสัมพันธ์ระหว่างเฟสและคาบเวลาของวงจรรีจก k ได้ดังสมการที่ (2.184)

$$\gamma_k = \phi_k + a_0 - 4m \sin^2\left(\frac{a_0}{4}\right) \sin(\beta_k) \quad (2.184)$$

โดย $a_0 = \omega_i T_n$ นอกจากนี้ยังจะพบอีกว่าถ้าทำการพิจารณาความสัมพันธ์ของสัญญาณในระบบโดยละเอียดจะพบอีกว่า $\beta_k = \pi + \phi_{k+(1/2)}$ และ $\gamma_k = 2\pi + \phi_{k+1}$ ซึ่งทำให้สามารถเขียนสมการผลต่างของเฟสได้เป็น

$$\Delta\phi_k = \phi_{k+1} - \phi_k = a_1 + a \sin(\phi_{k+1/2}) \quad (2.185)$$

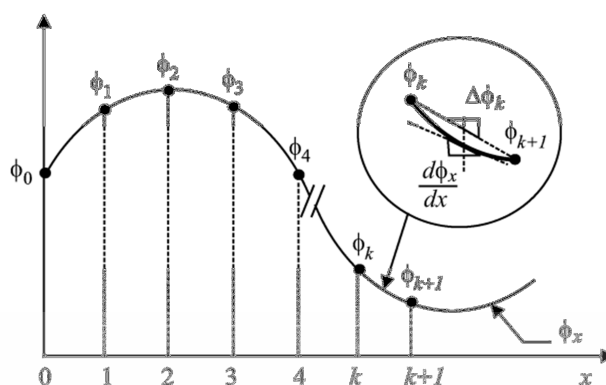
โดยที่ $a_1 = a_0 - 2\pi(T_n - T_i)/T_i = (\omega_i - \omega_n)T_n$ และ $a = 4m \sin^2(a_0/4)$ และเพื่อให้สามารถค้นหาสมการคำตอบรูปปิดได้ สมการผลต่างในสมการที่ (2.185) จะถูกแปลงเป็นสมการอนุพันธ์ดังสมการที่ (2.186)

$$\frac{d\phi(x)}{dx} = a_1 + a \sin(\phi(x)) \quad (2.186)$$

โดยที่ตัวแปร k จะถูกเปลี่ยนเป็น x เพื่อแสดงเป็นตัวแปรต่อเนื่อง และสมการอนุพันธ์ของเฟสที่ (2.186) นี้จะพบว่าเหมือนกับสมการอนุพันธ์ของเฟสของ [1, 2, 14] จากสมการที่ (2.185) และ (2.186) จะพบว่าเฟสมีการเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นเชิงคาบซึ่งสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.28 และภายหลังจากการแก้สมการอนุพันธ์ สมการแสดงการเปลี่ยนแปลงเฟสของวงจรจะสามารถเขียนได้เป็น

$$\tan\left(\frac{\phi(x)}{2}\right) = \frac{a}{a_1} - \frac{a_2}{a_1} \tan\left(\frac{a_2 x}{2}\right) \quad (2.187)$$

โดยที่ $a_2^2 = a^2 - a_1^2$ ซึ่งสมการที่ได้นี้จะมี a_2 เป็นตัวแปรที่กำหนดสถานะของระบบ ถ้า a_2 เป็นค่าจริงหรือเท่ากับศูนย์ วงจรจะอยู่ในไม่ลือกกล่าวคือคาบเวลาเอาต์พุตจะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นเชิงคาบ และถ้า a_2 เป็นจำนวนจินตภาพ วงจรจะอยู่ในสภาวะลือก



รูปที่ 2.28 การเปลี่ยนแปลงฟลักซ์ [46]

จากกระบวนการวิเคราะห์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ [46] นี้จะพบว่าสามารถอธิบายพฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลายที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตได้ทั้งสถานะไม่ล็อก และสถานะล็อก แต่แบบจำลองนี้ยังมีข้อด้อยหลายส่วนนั่นคือ สมการคำตอบสำหรับการอธิบายการเปลี่ยนแปลงของคาบเวลาเอาต์พุตอยู่ในรูปที่ยากต่อการทำความเข้าใจพฤติกรรมของระบบ ขณะที่ในสถานะล็อก เงื่อนไขการล็อกหรือย่านการล็อกไม่ได้ถูกนำเสนอว่าพฤติกรรมทางกายภาพว่าทำไมวงจรจึงอยู่ในสถานะ นอกจากนี้จะพบว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไม่ได้นำเสนอพฤติกรรมของระบบเมื่อความถี่อินพุตมีค่ามากกว่าความถี่ธรรมชาติมากๆ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรรอสซิลเลเตอร์

สัญญาณไซน์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

ในหัวข้อนี้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงกลสำหรับวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณภายนอกจะถูกนำเสนอ โดยอาศัยการแก้สมการด้วยหลักการของการวิเคราะห์ด้วยเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัวของ [23] ที่ซึ่งจะถูกนำมาปรับปรุงความชัดเจนของตัวแปรเวลา ในหัวข้อนี้ นอกจากนี้หลักการที่ได้จากการปรับปรุงจะถูกนำมาใช้ในการศึกษาพฤติกรรมของอินเจ็คชั่นล็อกกอสซิลเลเตอร์

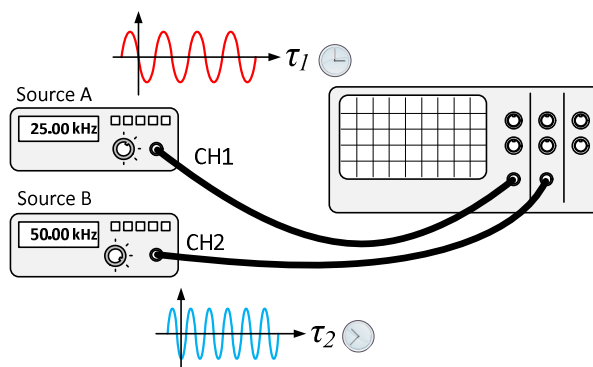
3.1 การวิเคราะห์ระบบที่มีการสั่นและมีการป้อนสัญญาณอินพุตด้วยเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัว

จากหลักการของเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัวที่ถูกนำเสนอโดย ริงชีย์ มณีชูเกตุ และคณะ [23] ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการวิเคราะห์ระบบในทางฟิสิกส์ [24, 25] ได้อย่างชัดเจน แต่มันยังถูกพบว่าแนวคิดของความสัมพันธ์ของแต่ละตัวแปรเวลายังไม่ชัดเจน ดังนั้นเพื่อให้เกิดความชัดเจนมากยิ่งขึ้นเทคนิคดังกล่าวจะถูกปรับปรุง

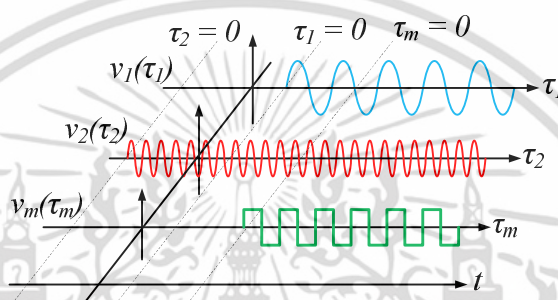
หลักการของเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัวที่ถูกปรับปรุงในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ถูกพัฒนาขึ้นจากการสังเกตผลการทดลองทางปฏิบัติ โดยทำการสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณ 2 สัญญาณที่ถูกสร้างจากแหล่งกำเนิด A และ B ซึ่งอิสระจากกัน ถ้าทำการวัดสัญญาณทั้ง 2 ด้วยเครื่องออสซิลโลสโคปโดยที่ CH.1 ทำการวัดสัญญาณจากแหล่งกำเนิด A และ CH.2 ทำการวัดสัญญาณจากแหล่งกำเนิด B ดังรูปที่ 3.1 เป็นที่ทราบกันดีว่าการวัดสัญญาณด้วยเครื่องออสซิลโลสโคปจะต้องทำการกำหนดให้สัญญาณ CH.1 หรือ CH.2 เป็นสัญญาณอ้างอิง เมื่อกำหนดให้ CH.1 เป็นสัญญาณอ้างอิง ผลปรากฏว่าที่หน้าจอแสดงผลสัญญาณ A ใน CH.1 จะไม่มีการเคลื่อนที่ในทางกลับกัน สัญญาณ B ใน CH.2 จะเคลื่อนที่ตลอดเวลา ในทำนองเดียวกันถ้าทำการเลือกให้ CH.2 เป็นสัญญาณอ้างอิง สัญญาณ A ใน CH.1 จะเคลื่อนที่และสัญญาณ B ใน CH.2 จะไม่มีการเคลื่อนที่ไหว จากการทดลองดังกล่าวสามารถตั้งสมมุติฐานได้ว่า ปรากฏการณ์ดังกล่าวเกิดขึ้นเนื่องจากแหล่งกำเนิดสัญญาณแต่ละแหล่งมีความเป็นอิสระกัน กล่าวคือต่างคนต่างทำการผลิตสัญญาณโดยไม่สนใจอีกฝ่าย เมื่อพิจารณาโดยละเอียดเพิ่มเติมจะพบว่า แหล่งกำเนิดสัญญาณแต่ละแหล่งจะมีวงจรควบคุมจังหวะหรือวงจรสร้างสัญญาณนาฬิกาเพื่อควบคุมจังหวะในการผลิตสัญญาณเป็นของตนเอง ซึ่งสามารถกล่าวได้ว่าแหล่งกำเนิดสัญญาณมีนาฬิกาเป็นของตนเองและอิสระจากแหล่งอื่นๆ หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือแหล่งกำเนิดสัญญาณมีตัวแปรเวลาเป็นของตนเอง

การที่แหล่งกำเนิดมีตัวแปรเวลาเป็นของตนเองไม่ได้ความหมายว่าตัวแปรเวลา τ_1 และ τ_2 ทั้งสองจะอยู่นอกโดเมน แต่ที่จริงแล้วตัวแปรเวลาทั้งสองอยู่ในโดเมนเดียวกัน อย่างไรก็ตามจากการทดลองดังกล่าวไม่ได้มีแค่ตัวแปรเวลาเพียง 2 ตัวเท่านั้น แต่ยังมีอีกหนึ่งตัวที่สำคัญคือตัวแปรเวลาของผู้สังเกต (อาจเป็นนาฬิกาข้อมือของผู้สังเกต) โดยกำหนดให้เป็น t ตัวแปรเวลานี้เป็นตัวแปรที่สำคัญ เพราะมันเป็นเวลาอ้างอิงและเปรียบเทียบกับรูปที่ 3.2 ด้วยการกำหนดให้ t เป็นตัวแปรอ้างอิง ค่าความสัมพันธ์ (ϵ_{ij}) ระหว่างตัวแปรเวลาอ้างอิงและตัวแปรเวลาอื่นๆ สามารถเขียนได้เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ใดเห็นประโยชน์ในการนำเอกสารนี้ไปใช้โดยไม่ว่ากรรมใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.1 การทดลองในทางปฏิบัติซึ่งถูกสังเกตเห็นความอิสระทางด้านเวลา



รูปที่ 3.2 ตัวแปรเวลาหลายตัวในโดเมนเดียวกันและตัวแปรเวลาอ้างอิง ($\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m, t$)

$$\varepsilon_m = t - \tau_m \quad (3.1)$$

โดยที่ m คือดัชนี

รูปที่ 3.3 เป็นตัวอย่างการพิจารณาระบบที่สามารถผลิตสัญญาณได้ด้วยตัวมันเองและมีแหล่งจ่ายภายนอกจำนวน M แหล่ง โดยที่แต่ละแหล่งจะมีตัวแปรเวลาเป็นของตนเอง ($\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m, \dots, \tau_M$) เนื่องด้วยระบบมีความสามารถผลิตสัญญาณได้ด้วยตัวมันเอง มันจึงมีตัวแปรเวลาเป็นของตนเองเช่นกัน (t) พร้อมกันนั้นยังถูกพิจารณาเป็นตัวแปรเวลาอ้างอิงอีกด้วย ดังนั้นถ้าทำการพิจารณาระบบดังกล่าวด้วยระบบสมการอนุพันธ์ สมการคำตอบสมบูรณของระบบสามารถเขียนได้ดังสมการที่ (3.2)

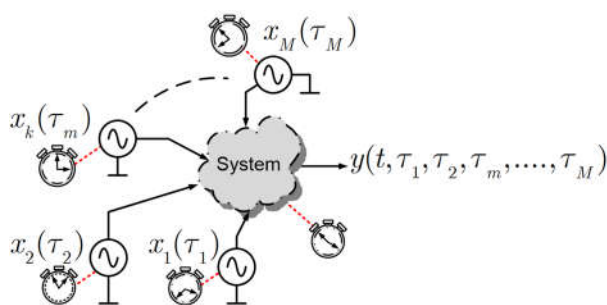
$$y(t, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m, \dots, \tau_M) = y_n(t) + y_{f1}(\tau_1) + y_{f2}(\tau_2) + \dots + y_{fm}(\tau_m) + \dots + y_{fM}(\tau_M) \quad (3.2)$$

โดยที่ $y_n(t)$ คือผลตอบสนองธรรมชาติและ $y_{fm}(\tau_m)$ คือผลตอบสนองฟังก์ชันบังคับจากแหล่งจ่ายลำดับที่ m

เพื่อให้สะดวกต่อการนำเสนอระบบสมการอนุพันธ์อันดับที่สองจะถูกใช้เพื่อแสดงการนำเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัวมาประยุกต์ใช้ตามแนวคิดของ [23] จากหัวข้อที่ 2.2 ระบบสมการอนุพันธ์อันดับที่สองเมื่อพิจารณาเฉพาะแหล่งจ่ายภายนอกลำดับที่ m จะสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$y''(t, \tau_m) + 2\xi\omega_n y'(t, \tau_m) + \omega_n^2 y(t, \tau_m) = b_2 x''(\tau_m) + b_1 x'(\tau_m) + b_0 x(\tau_m) \quad (3.3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ซึ่งในเพื่อการวิจัยในเพื่อนักวิจัยเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการศึกษาไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.3 แหล่งกำเนิดสัญญาณภายนอกและภายในของระบบมีความเป็นอิสระจากกัน ซึ่งรวมถึงตัวแปรเวลาที่อิสระจากกัน

สมการสำหรับค้นหาคำตอบจากฟังก์ชันบังคับสามารถเขียนได้ดังสมการที่ (3.4)

$$y_{fm}''(\tau_m) + 2\xi\omega_n y_{fm}'(\tau_m) + \omega_n^2 y_{fm}(\tau_m) = b_2 x_m''(\tau_m) + b_1 x_m'(\tau_m) + b_0 x_m(\tau_m) \quad (3.4)$$

ซึ่งกระบวนการหาฟังก์ชันคำตอบสามารถใช้วิธีการเทียบสัมประสิทธิ์ (The method of undetermined coefficients) ดังที่แนะนำให้เสนอในหัวข้อที่ 2.2 สำหรับสมการที่ใช้ค้นหาผลตอบสนองธรรมชาติจะสามารถเขียนได้เป็น

$$y_n''(t) + 2\xi\omega_n y_n'(t) + \omega_n^2 y_n(t) = 0 \quad (3.5)$$

และจากขั้นตอนการหาผลตอบสนองธรรมชาติที่ถูกนำเสนอ สมการผลตอบสนองธรรมชาติสามารถเขียนได้เป็น

$$y_n(t) = Ae^{-\alpha t} \cos(\omega_d t) \quad (3.6)$$

โดยที่ A คือขนาดของสัญญาณ $\alpha = \xi\omega_n$ และ $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$

สมการผลตอบสนองสมบูรณ์เมื่อพิจารณาแหล่งจ่ายเฉพาะแหล่งจ่ายภายนอกลำดับที่ m สามารถถูกเขียนได้ดัง

$$y(t, \tau_m) = Ae^{-\alpha t} \cos(\omega_d t) + y_{fm}(\tau_m) \quad (3.7)$$

จากสมการที่ (3.7) การหาค่า A สามารถทำได้เช่นเดียวกันกับหัวข้อที่ 2.2 เช่นกัน ดังนั้นผลตอบสนองสมบูรณ์สามารถถูกเขียนได้ดัง

$$y(t, \tau_m) = K[Y_0 - y_{fm}(\tau_m)]e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t) + y_{fm}(\tau_m) \quad (3.8)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ $K = \frac{1}{e^{-\alpha_0} \cos(\omega_d t_0)}$, $y(t = t_0, \tau_m) = Y_0$ และ $\frac{dy(t = t_0, \tau_m)}{dt} = 0$ เช่นเดียวกันถ้าพิจารณาอิทธิพลของแหล่งจ่ายภายนอกทุกตัวสมการผลตอบสนองสมบูรณ์สามารถถูกเขียนได้ใหม่ดัง (3.9)

$$y(t, \tau_1, \tau_2, \tau_m, \dots, \tau_M) = K [Y_0 - y_f(\tau)] e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t) + y_f(\tau) , \quad (3.9)$$

โดยที่

$$y_f(\tau) = y_{f1}(\tau_1) + y_{f2}(\tau_2) + y_{fm}(\tau_m) + \dots + y_{fM}(\tau_M) , \quad (3.10)$$

$$K = \frac{1}{e^{-\alpha_0} \cos(\omega_d t_0)} , \quad y(t = t_0, \tau_1, \tau_2, \tau_m, \dots, \tau_M) = Y_0 \quad \text{และ} \quad \frac{dy(t = t_0, \tau_1, \tau_2, \tau_m, \dots, \tau_M)}{dt} = 0 \quad \text{จาก}$$

สมการที่ (3.8) และ (3.9) ถูกสังเกตได้ว่าขนาดของเทอมความถี่อิสระไม่ได้เป็นค่าคงที่อีกต่อไปแล้วแต่ได้กลายเป็นผลรวมระหว่างค่าคงที่ใดๆของระบบ (Y_0) และผลตอบสนองบังคับที่เป็นฟังก์ชันของเวลาใดๆ ($y_f(\tau)$) ซึ่งต่างจากการวิเคราะห์แบบดั้งเดิม

3.2 การศึกษาพฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงกลไกสำหรับอธิบายพฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตจะถูกนำเสนอในหัวข้อนี้ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงกลไกที่นำเสนอจะอยู่ในรูปของสมการอนุพันธ์ที่ทำการวิเคราะห์โดยอาศัยเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัว และคำตอบของสมการอนุพันธ์จะอยู่ในรูปคำตอบเชิงวิเคราะห์ (Analytical Solution) หรืออยู่ในรูปปิด (Closed-form solution) สมการคำตอบดังกล่าวจะถูกใช้เพื่ออธิบายพฤติกรรมของวงจรแต่ละสถานะ

การศึกษาพฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตในที่นี้จะกำหนดให้สัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณไซน์หนึ่งความถี่ การกำหนดให้สัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณไซน์หนึ่งความถี่เนื่องมาจากสัญญาณไซน์เป็นองค์ประกอบพื้นฐานของสัญญาณประเภทอื่นๆ ดังนั้นจึงเป็นสิ่งที่เหมาะสมที่จะทำการศึกษาพฤติกรรมพื้นฐานของวงจรโดยมีสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณไซน์สมการของสัญญาณไซน์สามารถถูกเขียนได้ดังนี้

$$x(\tau) = X_f \cos(\omega_f \tau) \quad (3.11)$$

โดยที่ X_f และ ω_f คือขนาดและความถี่ของสัญญาณอินพุต

3.2.1 การวิเคราะห์วงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตด้วยเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัว

การศึกษาพฤติกรรมของระบบที่มีการสั่นในทางไฟฟ้าซึ่งประกอบไปด้วยสองส่วนคือภาคขยายและโครงข่ายป้อนกลับดังรูปที่ 3.4 จะอาศัยระบบสมการอนุพันธ์อันดับที่สอง พร้อมกันนั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะใช้เทคนิคการวิเคราะห์ระบบที่มีการสั่นด้วยตัวแปรเวลาหลายตัวที่ได้รับการปรับปรุงมาประยุกต์ใช้ ดังนั้นสมการอนุพันธ์ของระบบอันดับที่สองเมื่อมีการป้อนสัญญาณภายนอกคือ

$$y''(t, \tau) + 2\xi\omega_n y'(t, \tau) + \omega_n^2 y(t, \tau) = b_2 x''(\tau) + b_1 x'(\tau) + b_0 x(\tau) \quad (3.12)$$

โดยที่ $y(t, \tau)$ คือฟังก์ชันของสัญญาณเอาต์พุตของระบบซึ่งประกอบไปด้วยผลตอบสนองธรรมชาติ (Natural Response, $y_n(t)$) และผลตอบสนองบังคับ (Forced Response, $y_f(\tau)$), ξ_s คือตัวประกอบการหน่วงของระบบ, $x(\tau)$ คือฟังก์ชันสัญญาณอินพุตในสมการที่ (3.11), ω_n คือความถี่ธรรมชาติ และ b_2, b_1, b_0 คือสัมประสิทธิ์ของระบบ หมายเหตุว่าสัมประสิทธิ์ทั้งหมดในสมการที่ (3.12) ได้มาจากอุปกรณ์ของทั้งวงจรรขยายและวงจรถ้อนกลับ แต่เนื่องจากระบบถูกต้องการให้สามารถสร้างสัญญาณได้ด้วยตัวเองและคงอยู่ตลอดเวลา นั้นหมายความว่าค่าตัวประกอบการหน่วงจะต้องมีค่าน้อยมาก จาก (3.12) ผลตอบสนองธรรมชาติ ($y_n(t)$) ในสภาวะที่มีการสั่น (Oscillation) สามารถถูกเขียนได้ดังนี้

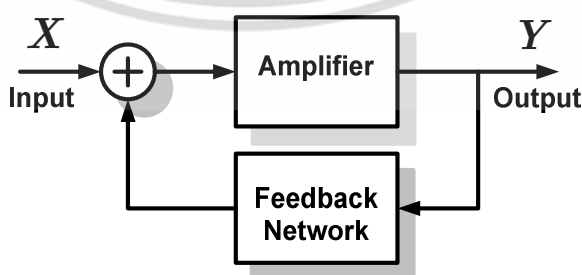
$$y_n(t) = Y_{Sat} e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t) \quad (3.13)$$

โดยที่ Y_{Sat} เป็นค่าแรงดันไฟฟ้าอิ่มตัวของวงจรรขยายและ $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$ คือความถี่อิสระ ถ้าระบบไม่มีการรบกวนใดๆ สมการนี้ก็คือสัญญาณที่วงจรรออสซิลเลเตอร์ผลิตในสภาวะปกติ สำหรับอิทธิพลอันเนื่องมาจากสัญญาณภายนอก ($y_f(\tau)$) สามารถหาได้จาก

$$y_f''(\tau) + 2\xi_s \omega_n y_f'(\tau) + \omega_n^2 y_f(\tau) = b_2 x''(\tau) + b_1 x'(\tau) + b_0 x(\tau) \quad (3.14)$$

โดยให้ $\omega_f \ll \omega_d$ ดังนั้นผลตอบสนองจาก $x(\tau)$ ก็คือ

$$y_f(\tau) = X_f |H(\omega_f)| \cos(\omega_f \tau + \angle H(\omega_f)) \quad (3.15)$$



รูปที่ 3.4 โมเดลของวงจรรออสซิลเลเตอร์ที่อาศัยโครงสร้างของระบบป้อนกลับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จาก (3.15) มีตัวแปรที่สำคัญดังนี้คือ

$$|H(\omega_f)| = \left[\frac{(b_0 - b_2\omega_f^2)^2 + (b_1\omega_f^2)^2}{(\omega_n^2 - \omega_f^2)^2 + (2\xi_s\omega_n\omega_f)^2} \right]^{1/2} \quad (3.16)$$

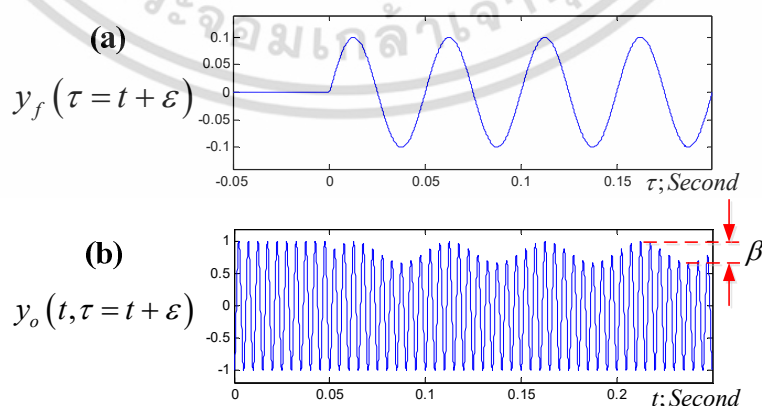
ซึ่งเป็นผลตอบสนองต่อความถี่เชิงขนาด (Magnitude Response) ของวงจรและ

$$\angle H(\omega_f) = \tan^{-1} \left(\frac{b_1\omega_f}{b_0 - b_2\omega_f^2} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{2\xi_s\omega_n\omega_f}{\omega_n^2 - \omega_f^2} \right) \quad (3.17)$$

คือผลตอบสนองต่อความถี่ทางเฟส จากหลักการการวิเคราะห์สมการอนุพันธ์ที่นำเสนอ สมการผลตอบสนองสมบูรณ์สามารถถูกเขียนได้ดังนี้

$$y(t, \tau) = Y_{Sat} \left\{ \begin{array}{l} \left[1 - r(\omega_f) \cos(\omega_f\tau + \angle H(\omega_f)) \right] e^{-at} \cos(\omega_d t) \\ + r(\omega_f) \cos(\omega_f\tau + \angle H(\omega_f)) \end{array} \right\} \quad (3.18)$$

เนื่องจากวงจรออสซิลเลเตอร์มีกลไกการควบคุมแอมพลิจูดแฉ่งและมักจะควบคุมให้แอมพลิจูดไม่เกิน Y_{Sat} ดังนั้นจึงทำการนอมอลไลซ์สมการด้วย Y_{Sat} เพื่อให้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เสนอใกล้เคียงกับทางปฏิบัติมากที่สุด โดยที่ $r(\omega_f) = \frac{X_f}{Y_{Sat}} |H(\omega_f)|$ จากสมการที่ (3.18) จะพบว่าแอมพลิจูดของเทอมผลตอบสนองธรรมชาติจะมีการเปลี่ยนแปลงอันเนื่องมาจากอิทธิพลของสัญญาณอินพุต นอกจากนี้สมการนี้ได้รวมสัมประสิทธิ์ที่ได้จากอุปกรณ์ของทั้งวงจรขยายและวงจรป้อนกลับไว้ทั้งหมด แต่สมการคำตอบนี้ยังอยู่ในรูปที่ซับซ้อนน้อยเนื่องจากสัมประสิทธิ์เหล่านี้ถูกรวมเข้าไว้ในผลตอบสนองต่อความถี่เชิงขนาดและเฟส



รูปที่ 3.5 สัญญาณจากฟังก์ชันบังคับและสัญญาณจากผลตอบสนองสมบูรณ์จากสมการที่ (3.18)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เพื่อให้สะดวกต่อการบรรยายสมการที่ (3.18) ตัวอย่างสัญญาณที่ได้จากสมการจะถูกใช้รูปที่ 3.5 (b) คือตัวอย่างสัญญาณผลตอบสนองสมบูรณ์ของสมการที่ (3.18) ด้วยการกำหนดให้สัญญาณธรรมชาติมีขนาดเป็น $Y_{Sat}=1$ และความถี่อยู่ที่ $f_d=100\text{Hz}$ ขณะที่ผลตอบสนองจากฟังก์ชันบังคับในรูปที่ 3.5 (a) มีขนาดเป็น $r(\omega_f)=\frac{X_f}{Y_{Sat}}|H(\omega_f)|=0.1$ ความถี่อยู่ที่ $f_f=20\text{Hz}$ และเฟสอยู่ที่ $\angle H(\omega_f)=-\pi/2$ นอกจากนี้ยังกำหนดให้สัญญาณภายนอกปรากฏช้ากว่าการเกิดสัญญาณธรรมชาติด้วยเวลา $\varepsilon=0.05\text{ms}$ จากสัญญาณผลตอบสนองสมบูรณ์พบว่ากรอบของสัญญาณคงที่ตั้งแต่วินาทีที่ 0ms จนกระทั่งวินาทีที่ 0.05ms แต่ภายหลังจากวินาทีที่ 0.05ms พบว่ากรอบของสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงสอดคล้องกันกับสัญญาณอินพุตแต่มีการเปลี่ยนแปลงด้านเดียวของสัญญาณ การเปลี่ยนแปลงของกรอบเกิดจากเทอมแรกของสมการที่ (3.18) ซึ่งเหมือนกับสมการของสัญญาณมอดูเลตเชิงขนาด (Amplitude Modulation Signal) และเมื่อรวมกับเทอมที่ 2 ของสมการจะเกิดการหักล้างส่งผลให้กรอบด้านล่างของสัญญาณคงที่ จากรูป 3.5 (b) ขนาดของการเปลี่ยนแปลงขึ้นอยู่กับค่าของ $r(\omega_f)=\frac{X_f}{Y_{Sat}}|H(\omega_f)|$ นอกจากนี้จากรูป 3.5 (a) และ (b) ยังได้แสดงความเป็นอิสระของตัวแปรเวลาทั้งสองตามที่ถูกนำเสนอในหัวข้อที่ผ่านมา กล่าวคือสัญญาณอินพุตเริ่มต้นสัญญาณของมันเองเมื่อเวลาที่ 0ms ของตัวแปรเวลา τ ขณะที่ปรากฏในสัญญาณผลตอบสนองสมบูรณ์ที่เวลา 0.05ms ในตัวแปรเวลา t นอกจากนี้เพื่อแสดงให้เห็นถึงความแตกต่างของสัญญาณผลตอบสนองสมบูรณ์ของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่มีโครงสร้างแตกต่างกัน การวิเคราะห์วงจรโดยอาศัยเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัวของวงจรออสซิลเลเตอร์ทั้ง 3 ชนิดจึงจะถูกนำเสนอต่อไปนี้

1. วงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์

วงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.6 การค้นหาผลตอบสนองธรรมชาติสามารถทำได้เช่นเดียวกันกับหัวข้อที่ 2.3.2.2 สมการผลตอบสนองธรรมชาติสามารถเขียนได้เป็น

$$v_{onw}(t) = A_1 e^{j\omega_w t} + A_2 e^{-j\omega_w t} \quad (3.19)$$

โดยที่ $\omega_d = \omega_w = \frac{1}{RC}$ และ $k_w = \frac{R_f}{R_i} = 2$ ในส่วนของผลตอบสนองจากฟังก์ชันบังคับ สมการอนุพันธ์ของระบบสามารถเขียนได้ดัง

$$\frac{d^2 v_{onw}(\tau)}{d\tau^2} + \omega_w^2 v_{onw}(\tau) = -2 \frac{d^2 v_{in}(\tau)}{d\tau^2} - 6\omega_w \frac{dv_{in}(\tau)}{d\tau} - 2\omega_w^2 v_{in}(\tau) \quad (3.20)$$

ภายหลังจากการแทนฟังก์ชันอินพุตในสมการที่ (3.11) ลงในสมการที่ (3.20) และอาศัยวิธีเทียบสัมประสิทธิ์จะได้ว่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$v_{OW}(\tau) = V_{in} |H(\omega_{in})| \cos(\omega_{in}\tau + \angle H(\omega_{in})) \quad (3.21)$$

โดยที่

$$|H(\omega_{in})| = 2 \sqrt{\frac{(\omega_{nW}^2 - \omega_{in}^2)^2 + (3\omega_{nW}\omega_{in})^2}{(\omega_{nW}^2 - \omega_{in}^2)^2}} \quad (3.22)$$

และ

$$\angle H(\omega_{in}) = \tan^{-1} \left(\frac{3\omega_{nW}\omega_{in}}{\omega_{nW}^2 - \omega_{in}^2} \right) \quad (3.23)$$

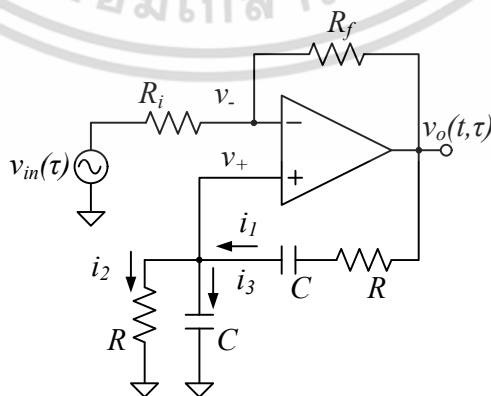
จากสมการที่ (3.19) และ (3.21) ผลตอบสนองสมบูรณ์ของวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์คือ

$$v_{OW}(t, \tau) = A_1 e^{j\omega_{aw}t} + A_2 e^{-j\omega_{aw}t} + V_{in} |H(\omega_{in})| \cos(\omega_{in}\tau + \angle H(\omega_{in})) \quad (3.24)$$

กำหนดให้ $v_{OW}(t=0, \tau) = V_{OW}$ และ $v'_{OW}(t=0, \tau) = 0$ ดังนั้นสมการที่ (3.24) จะกลายเป็น

$$v_{OW}(t, \tau) = V_{OW} \left(1 - \frac{V_{in}}{V_{OW}} |H_w(\omega_{in})| \cos(\omega_{in}\tau + \angle H_w(\omega_{in})) \right) \cos(\omega_{aw}t) + V_{in} |H(\omega_{in})| \cos(\omega_{in}\tau + \angle H(\omega_{in})) \quad (3.25)$$

จากสมการจะเห็นว่าขนาดของเทอมผลตอบสนองธรรมชาติเป็นฟังก์ชันของเวลาซึ่งแตกต่างจากการวิเคราะห์ระบบสมการอนุพันธ์แบบดั้งเดิมที่เป็นค่าคงที่



รูปที่ 3.6 วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. วงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส

รูปที่ 3.7 คือวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟสที่มีการป้อนสัญญาณภายนอก จาก การพิจารณาเงื่อนไขการสั้นของวงจรในบทที่ 2 สมการของผลตอบสนองธรรมชาติสามารถเขียนได้ เป็น

$$v_{Onp}(t) = A_2 e^{j\omega_p t} + A_3 e^{-j\omega_p t} \quad (3.26)$$

โดยที่ $\omega_{dp} = \frac{\omega_p}{\sqrt{6}}$, $\omega_p = \frac{1}{RC}$, $M_p = \frac{k_p}{1+k_p} = \frac{1}{30}$ และ $k_p = \frac{R}{R_f} = \frac{1}{29}$ สำหรับผลตอบสนองจาก

ฟังก์ชันบังคับสามารถหาได้จากสมการอนุพันธ์ดังสมการที่ (3.27)

$$\begin{aligned} \frac{d^3 v_{OP}(\tau)}{d\tau^3} + \frac{\omega_p}{5} \frac{d^2 v_{OP}(\tau)}{d\tau^2} + \frac{\omega_p^2}{6} \frac{dv_{OP}(\tau)}{d\tau} + \frac{\omega_p^3}{30} v_{OP}(\tau) \\ = \frac{d^3 v_{in}(\tau)}{d\tau^3} + \frac{31\omega_p}{10} \frac{d^2 v_{in}(\tau)}{d\tau^2} + \frac{34\omega_p^2}{30} \frac{dv_{in}(\tau)}{d\tau} + \frac{\omega_p^3}{30} v_{in}(\tau) \end{aligned} \quad (3.27)$$

ภายหลังจากการแทนฟังก์ชันอินพุตในสมการที่ (3.11) ลงในสมการที่ (3.27) และอาศัยวิธีเทียบ สัมประสิทธิ์จะได้ว่า

$$v_{OP}(\tau) = V_{in} |H_p(\omega_m)| \cos(\omega_m \tau + \angle H_p(\omega_m)) \quad (3.28)$$

โดยที่

$$|H_p(\omega_m)| = \left[\frac{(\omega_p^3 - 93\omega_p \omega_m^2)^2 + (34\omega_p^2 \omega_m - 30\omega_m^3)^2}{(\omega_p^3 - 6\omega_p \omega_m^2)^2 + (5\omega_p^2 \omega_m - \omega_m^3)^2} \right]^{1/2} \quad (3.29)$$

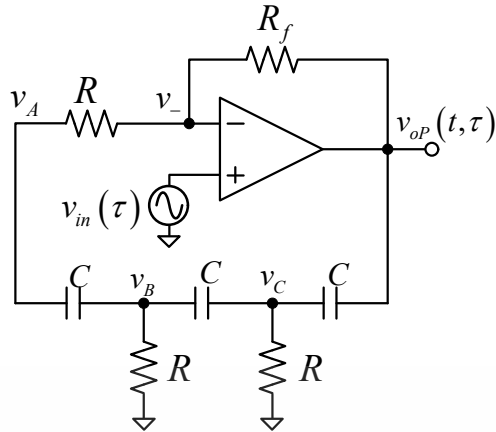
และ

$$\angle H_p(\omega_m) = \tan^{-1} \left(\frac{34\omega_m \omega_p^2 - 30\omega_m^3}{\omega_p^3 - 93\omega_p \omega_m^2} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{5\omega_m \omega_p^2 - 30\omega_m^3}{\omega_p^3 - 6\omega_p \omega_m^2} \right) \quad (3.30)$$

จากสมการที่ (3.26) และ (3.28) ผลตอบสนองสมบูรณ์สามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$v_{OP}(t, \tau) = v_{Onp}(t) + v_{OP}(\tau) = A_2 e^{j\omega_p t} + A_3 e^{-j\omega_p t} + v_{OP}(\tau) \quad (3.31)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.7 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส

ด้วยการพิจารณาเงื่อนไขเริ่มต้น ซึ่งกำหนดให้ $v_{OP}(t=0, \tau) = V_{OP}$ และ $v'_{OP}(t=0, \tau) = 0$ ดังนั้นสมการที่ (3.31) กลายเป็น

$$v_{OP}(t, \tau) = V_{OP} \left(1 - \frac{V_{in}}{V_{OP}} |H_P(\omega_{in})| \cos(\omega_{in} \tau + \angle H_P(\omega_{in})) \right) \cos(\omega_{dp} t) + V_{in} |H_P(\omega_{in})| \cos(\omega_{in} \tau + \angle H_P(\omega_{in})) \quad (3.32)$$

3. วงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอเดรเจอร์

เมื่อกำลังออสซิลเลเตอร์แบบควอเดรเจอร์ในรูปที่ 3.8 อยู่ในสภาวะการสั่น สมการผลตอบสนองธรรมชาติของวงจรสามารถเขียนได้เป็น

$$v_{OQ}(t) = A_2 e^{j\omega_Q t} + A_3 e^{-j\omega_Q t} \quad (3.33)$$

โดยที่ $\omega_Q = \omega_{nQ}$, $\omega_Q = \frac{1}{RC}$ และ $k_Q = \frac{R}{R_a} = 1$ จะพบว่าขณะที่สมการอนุพันธ์ที่ใช้ค้นหา

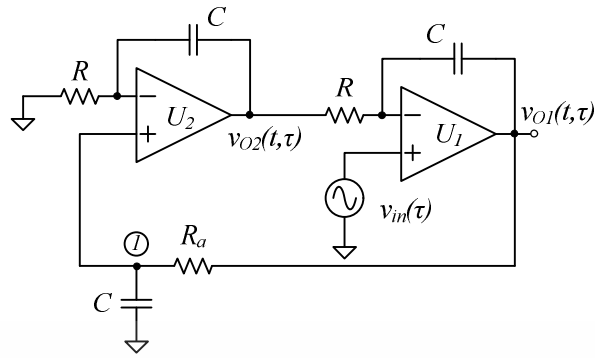
ผลตอบสนองจากฟังก์ชันสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} \frac{d^3 v_{OQ}(\tau)}{d\tau^3} + \omega_Q \frac{d^2 v_{OQ}(\tau)}{d\tau^2} + \omega_Q^2 \frac{dv_{OQ}(\tau)}{d\tau} + \omega_Q^3 v_{OQ}(\tau) \\ = \frac{d^3 v_{in}(\tau)}{d\tau^3} + 2\omega_Q \frac{d^2 v_{in}(\tau)}{d\tau^2} + \omega_Q^2 \frac{dv_{in}(\tau)}{d\tau} \end{aligned} \quad (3.34)$$

ภายหลังจากการแทนฟังก์ชันอินพุตในสมการที่ (3.11) ลงในสมการที่ (3.34) และอาศัยวิธีเทียบสัมประสิทธิ์จะได้ว่า

$$v_{OQ}(\tau) = V_{in} |H_Q(\omega_{in})| \cos(\omega_{in} \tau + \angle H_Q(\omega_{in})) \quad (3.35)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.8 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอเตรเจอร์

โดยที่

$$|H_Q(\omega_m)| = \frac{\sqrt{(-2\omega_m^2\omega_Q)^2 + (\omega_Q^2\omega_m - \omega_m^3)^2}}{\sqrt{(\omega_Q^3 - \omega_Q\omega_m^2)^2 + (\omega_Q^2\omega_m - \omega_m^3)^2}} \quad (3.36)$$

และ

$$\angle H_Q(\omega_m) = \tan^{-1}\left(\frac{\omega_Q^2\omega_m - \omega_m^3}{-2\omega_m^2\omega_Q}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{\omega_Q^2\omega_m - \omega_m^3}{\omega_Q^3 - \omega_Q\omega_m^2}\right) \quad (3.37)$$

จากสมการที่ (3.33) และ (3.35) ผลตอบสนองสมบูรณสามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$v_{OQ}(t, \tau) = v_{O_{nQ}}(t) + v_{O_{PQ}}(\tau) = A_2 e^{j\omega_d t} + A_3 e^{-j\omega_d t} + v_{O_{PQ}}(\tau) \quad (3.38)$$

ด้วยการพิจารณาเงื่อนไขเริ่มต้น ซึ่งกำหนดให้ $v_{OP}(t=0, \tau) = V_{OP}$ และ $v'_{OP}(t=0, \tau) = 0$ ดังนั้นสมการที่ (3.38) กลายเป็น

$$v_{OQ}(t, \tau) = V_{OQ} \left(1 - \frac{V_{in}}{V_{OQ}} |H_Q(\omega_m)| \cos(\omega_m \tau + \angle H_Q(\omega_m)) \right) \cos(\omega_d t) + V_{in} |H_Q(\omega_m)| \cos(\omega_m \tau + \angle H_Q(\omega_m)) \quad (3.39)$$

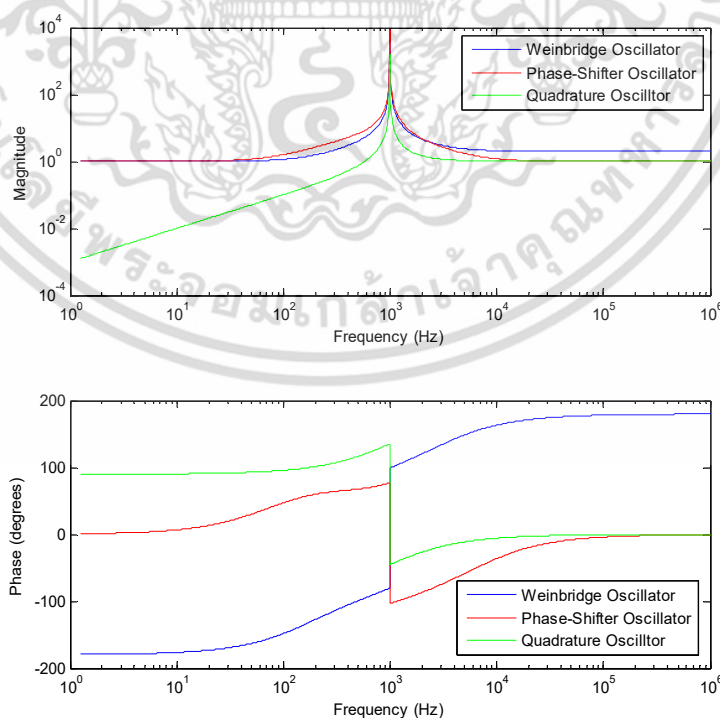
จากการวิเคราะห์วงจรออสซิลเลเตอร์ทั้ง 3 แบบด้วยระบบสมการอนุพันธ์ที่ใช้เทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัวพบว่ารูปแบบสมการผลตอบสนองสมบูรณของทั้ง 3 วงจรสอดคล้องกันกับสมการที่ (3.18) และทั้ง 3 วงจรจะมีอัตราส่วนระหว่างขนาดของสัญญาณอินพุตและขนาดของสัญญาณเอาต์พุตก่อนมีการป้อนสัญญาณภายนอกซึ่งคูณด้วยผลตอบสนองต่อความถี่เชิงขนาดของวงจร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$r(\omega_f) = \frac{X_f}{Y_{Sat}} |H(\omega_f)|$$
 เป็นแฟคเตอร์ที่กำหนดขนาดของการเปลี่ยนแปลงกรอบของสัญญาณเอาต์พุต ผลตอบสนองต่อความถี่เชิงขนาด ($|H(\omega_f)|$) และเฟส ($\angle H(\omega_f)$) ของทั้ง 3 สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.9 โดยกำหนดให้ความถี่อิสระอยู่ที่ 1 KHz เมื่อทำการเปรียบเทียบผลตอบสนองต่อความถี่เชิงขนาดและเฟสของวงจรทั้ง 3 พบว่า ในกรณีที่ความถี่ของสัญญาณอินพุตต่ำกว่าความถี่อิสระ ขนาดของสัญญาณผลตอบสนองจากฟังก์ชันบังคับของวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์และเลื่อนเฟสจะถูกละเลย ในขณะที่วงจรรอสซิลเลเตอร์ขนาดของสัญญาณจะลดทอน ในกรณีที่ความถี่ของสัญญาณอินพุตสูงกว่าความถี่การสั่น ขนาดของสัญญาณผลตอบสนองจากฟังก์ชันบังคับของวงจรรอสซิลเลเตอร์ทั้ง 3 จะถูกละเลย แต่อย่างไรก็ตามอิทธิพลของอุปกรณ์แอกทีฟยังไม่ได้ถูกพิจารณาซึ่งโดยส่วนใหญ่ อุปกรณ์จะประพฤติคล้ายกับวงจรกรองความถี่ต่ำ ดังนั้นวงจรรอสซิลเลเตอร์บางประเภทสัญญาณผลตอบสนองจากฟังก์ชันบังคับที่ความถี่สูงจะไม่ปรากฏ ขณะที่ในกรณีที่ความถี่ใกล้เคียงกับความถี่การสั่น วงจรจะอยู่ในสภาวะล็อกซึ่งจะถูกกล่าวในรายละเอียดในหัวข้อถัดไป

3.2.2 สถานะของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

สถานะของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตมี 3 สถานะคือสถานะไม่ล็อก สถานะล็อก และสถานะปิด โดยในการนำเสนอพฤติกรรมจะกำหนดให้ขนาดของสัญญาณอินพุตมีค่าน้อย และกำหนดให้ความถี่อินพุต (ω_f) และความถี่อิสระ (ω_d) มีค่าที่แตกต่างกันมากๆ เพื่อพิจารณาสถานะไม่ล็อก ถัดจากนั้นจะทำการปรับความถี่อินพุตเข้าหาความถี่อิสระเพื่อพิจารณาช่วงเปลี่ยนผ่านสถานะ ถัดจากนั้นจะทำการพิจารณาสถานะปิดซึ่งเป็นสถานะที่เกิดขึ้นในช่วงแคบ ๆ ใกล้ย่านการล็อก และท้ายสุดจะทำการค้นห่าย่านการล็อกในสถานะล็อก



รูปที่ 3.9 ผลตอบสนองต่อความถี่เชิงขนาดและเฟสของวงจรรอสซิลเลเตอร์ทั้ง 3 ประเภท

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.2.1 สภาวะไม่ล็อกและการเปลี่ยนจากสภาวะไม่ล็อกไปยังสถานะปิด

สภาวะไม่ล็อกเป็นสภาวะที่วงจรรออสซิลเลเตอร์ไม่ซิงโครไนซ์กับสัญญาณภายนอก โดยที่ผลต่างทางความถี่ ($\Delta\omega$) ระหว่างความถี่อินพุต (ω_f) และความถี่อิสระ (ω_d) มีค่าที่ส่งผลให้สัญญาณอินพุตไม่บรรจุเงื่อนไขการล็อก ในสภาวะนี้ยังสามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณี กรณีแรกเป็นกรณีที่ความถี่อินพุตมีค่าน้อยกว่าความถี่อิสระมากๆ และกรณีที่ 2 เป็นกรณีที่ความถี่อินพุตมากกว่าความถี่อิสระมากๆ เพื่อแสดงพฤติกรรมของวงจรในสภาวะนี้ของทั้ง 2 กรณีมากขึ้นจึงอาศัยนิยามความสัมพันธ์ที่ว่า $\tau = t + \varepsilon$ จากสมการที่ (3.18) จึงสามารถเขียนได้ใหม่ดังนี้

$$y(t, t + \varepsilon) = Y_{Sat} \left\{ \begin{array}{l} \cos(\omega_d t) \\ -\frac{r(\omega_d - \omega_f)}{2} \cos((\omega_d - \omega_f)t + \omega_f \varepsilon + \angle H(\omega_d - \omega_f)) \\ -\frac{r(\omega_d + \omega_f)}{2} |H(\omega_d + \omega_f)| \cos((\omega_d + \omega_f)t + \omega_f \varepsilon + \angle H(\omega_d + \omega_f)) \\ +r(\omega_f) \cos(\omega_f t + \omega_f \varepsilon + \angle H(\omega_f)) \end{array} \right\} \quad (3.40)$$

จากสมการที่ (3.40) พบว่าสัญญาณ $y(t, t + \varepsilon)$ เกิดจากการรวมกันของสัญญาณ 4 ความถี่ด้วยกัน คือเทอมความถี่อิสระ (ω_d) ที่มีอยู่ในระบบตั้งแต่เริ่มต้น เทอมความถี่ของสัญญาณภายนอก (ω_f) และเทอมความถี่ซึ่งเกิดจากการคูณนั้นคือ $\omega_d - \omega_f$ และ $\omega_d + \omega_f$ ยิ่งไปกว่านั้นจะพบว่าขนาดของแต่ละองค์ประกอบจะขึ้นอยู่กับผลตอบสนองความถี่ทางขนาดของระบบยกเว้นเทอมความถี่อิสระ

1. กรณี $\omega_f \ll \omega_d$

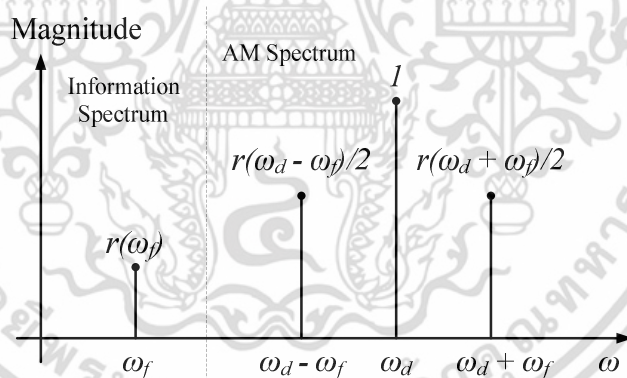
กรณีนี้ได้ถูกนำเสนอไปเบื้องต้นแล้วในหัวข้อที่ 3.2.1 และยังสามารถทำการพล็อตสัญญาณเอาต์พุตของระบบในสภาวะนี้เป็นตัวอย่างดังรูปที่ 3.15 ซึ่งจากรูปจะพบว่ากรอบของสัญญาณเอาต์พุตจะเปลี่ยนแปลงสอดคล้องกับสัญญาณอินพุต และคล้ายกันกับพฤติกรรมของสัญญาณมอดูเลตเชิงขนาด (Amplitude Modulation Signal) ถ้าทำการพิจารณาสมการที่ (3.40) ในกรณีนี้ สเปกตรัมของสัญญาณจะสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.10 จากรูปจะพบว่าสเปกตรัมของสัญญาณจะประกอบไปด้วย 2 ส่วน ส่วนแรกเหมือนกันกับสเปกตรัมของสัญญาณมอดูเลตทางขนาด ซึ่งประกอบไปด้วยเทอมความถี่อิสระ (ω_d) ความถี่ผลต่าง ($\omega_d - \omega_f$) และความถี่ผลบวก ($\omega_d + \omega_f$) ดังนั้นส่วนที่สองคือสเปกตรัมของเทอมความถี่ข่าวสารซึ่งก็คือเทอมความถี่อินพุต นอกจากนี้พบว่าถ้าสัญญาณอินพุตไม่ได้เป็นสัญญาณข่าวสารอย่างที่ต้องการแต่เป็นสัญญาณรบกวน สมการที่ (3.18) ได้แสดงให้เห็นว่าสัญญาณรบกวนนี้จะเข้าไปรบกวนสัญญาณอิสระสองลักษณะพร้อมๆกัน นั่นคือมันจะเข้าไปรบกวน (Y_f) ของสัญญาณอิสระในเทอมแรก และรบกวนแบบบวกโดยตรงในเทอมที่สอง ในลักษณะการรบกวนอย่างแรกนี้สอดคล้องกันกับพฤติกรรมของสัญญาณรบกวนที่ถูกพบมากในออสซิลเลเตอร์นั่นคือการ Up-conversion [21, 43] ส่งผลให้เกิดไซด์แบนด์ที่ไม่ต้องการดังเทอมที่ 2 และ 3 ในสมการที่ (3.40)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

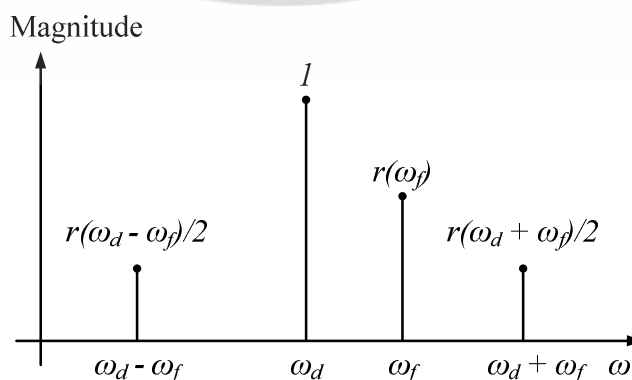
2. กรณี $\omega_f \gg \omega_d$

ในกรณีที่ความถี่อินพุต (ω_f) มากกว่าความถี่อิสระ (ω_d) มากๆ ระบบจะตอบสนองต่อสัญญาณอินพุตน้อยมากเนื่องจากสัญญาณอินพุตอยู่นอกย่านการตอบสนองของระบบ และจะไม่ส่งผลให้เกิดเทอมความถี่ $\omega_d + \omega_f$ และ $\omega_d - \omega_f$ ขณะที่ถ้าความถี่ของสัญญาณอินพุตถูกขยับเข้ามาให้อยู่ใกล้ความถี่อิสระมากขึ้นแต่ไม่บรรลุนี้อะไรของคาร์ลอสตังรูปที่ 3.11 พบว่าเทอมความถี่ $\omega_f + \omega_d$ อาจไม่ปรากฏให้เห็นเพราะถูกกำจัดออกไปด้วยคุณลักษณะของผลตอบสนองทางขนาดของระบบ ($r(\omega_d + \omega_f)$) และการตอบสนองทางความถี่ของอุปกรณ์แอกทีฟ (เช่น slew rate ในออปแอมป์) ส่วนเทอมความถี่ $\omega_d - \omega_f$ อาจจะไม่ปรากฏให้เห็นเพราะถูกกำจัดออกไปด้วยคุณลักษณะของผลตอบสนองทางขนาดของระบบ ($r(\omega_d - \omega_f)$) เช่นกัน

จากทั้งสองกรณีเมื่อความถี่อินพุตถูกปรับให้เข้าหาความถี่อิสระจะส่งผลให้ระบบเปลี่ยนจากสถานะไม่ล็อกไปยังสถานะล็อก ช่วงการเปลี่ยนผ่านจากสถานะนี้สามารถแบ่งเป็น 2 กรณีตามค่าความถี่อินพุต กรณีที่ $\omega_f \ll \omega_d$ จากสมการที่ (3.40) เมื่อความถี่อินพุตเคลื่อนที่เข้าหาความถี่อิสระ วงจรออสซิลเลเตอร์จะแสดงปรากฏการณ์ที่น่าสนใจ 2 ปรากฏการณ์โดยพิจารณาฟังก์ชันส่งผ่านร่วมด้วยดังรูปที่ 3.12 ปรากฏการณ์แรกคือ $|H(\omega_f)|$ จะค่อยๆ เพิ่มขึ้นตามคุณลักษณะทางความถี่วงจรรอออสซิลเลเตอร์ ปรากฏการณ์ที่สองคือค่าของ $\frac{r(\omega_d + \omega_f)}{2}$ และ $\frac{r(\omega_d - \omega_f)}{2}$ จะลดลงจนกระทั่งมีค่าน้อยกว่าเทอมอื่นมากและสามารถที่จะละทิ้งได้

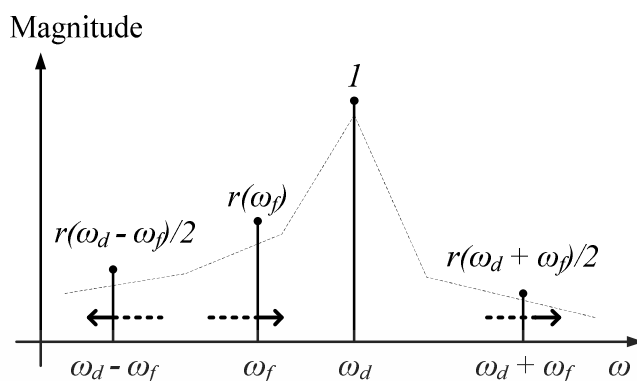


รูปที่ 3.10 สถานะไม่ล็อกกรณี $\omega_f \ll \omega_d$



รูปที่ 3.11 สถานะไม่ล็อกกรณี $\omega_f \gg \omega_d$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.12 การเปลี่ยนผ่านจากสภาวะไม่ล็อกเข้าสู่สภาวะล็อก

กรณีที่ $\omega_f \gg \omega_d$ เนื่องจากในกรณีความถี่อินพุตมักจะอยู่นอกย่านการตอบสนองทางความถี่ของระบบอยู่แล้ว ดังนั้นเมื่อความถี่ของสัญญาณอินพุตถูกเคลื่อนที่เข้าใกล้ความถี่อิสระ ขนาดของเทอมความถี่อินพุตจะเพิ่มสูงขึ้นตามตอบสนองทางความถี่ ขณะที่อีกสองเทอมความถี่ซึ่งแถบจะไม่ปรากฏขึ้นอยู่แล้วนั้นก็ไม่ได้แสดงการเปลี่ยนแปลงใดๆ

ท้ายสุดเมื่อความถี่อินพุตเคลื่อนที่เข้าใกล้ความถี่อิสระแต่ไม่บรรลุเงื่อนไขการล็อก สมการที่ (3.40) จะกลายเป็น

$$y(t) = Y_{Sat} \left[\cos(\omega_d t) + r(\omega_f) \cos(\omega_f t + \angle H(\omega_f)) \right] \quad (3.41)$$

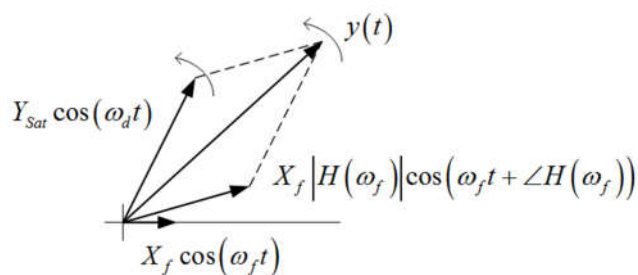
จากปรากฏการณ์และสมการที่ (3.41) สัญญาณเอาต์พุตในช่วงนี้จะประกอบไปด้วย 2 ส่วน ส่วนแรกเป็นผลตอบสนองจากสัญญาณอินพุต และส่วนที่สองคือผลตอบสนองธรรมชาติ สมการสัญญาณเอาต์พุตนี้จะสอดคล้องกับผลการวิเคราะห์ระบบที่มีการป้อนสัญญาณภายนอกแบบดั้งเดิม และได้ถูกนำเสนอไปในบทที่ 2

จากพฤติกรรมของวงจรรอซซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณไซน์ในสภาวะนี้ซึ่งแสดงการเปลี่ยนแปลงการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูดด้านหนึ่งและสเปกตรัมของสัญญาณเอาต์พุต เมื่อทำการเปรียบเทียบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในอดีตดังที่นำเสนอไปในบทที่ 2 จะพบว่าการแสดงพฤติกรรมดังกล่าวในโดเมนเวลายังไม่ได้ถูกกล่าวถึงจากงานวิจัยในสาขาวิศวกรรมไฟฟ้าได้เลย มีเพียงการกล่าวถึงสเปกตรัมของสัญญาณที่แสดงพฤติกรรมที่เหมือนกันดังในกลไกการ Up-conversion ของสัญญาณรบกวนความถี่ต่ำไปยังการรบกวนของขนาด [21, 43] และงานวิจัยในสาขาฟิสิกส์ของ [24, 25] ซึ่งแสดงพฤติกรรมที่เหมือนกัน

3.2.2.2 สภาวะบิต (Beat state)

จากสภาวะไม่ล็อกและช่วงการเปลี่ยนผ่านสถานะในหัวข้อที่ 3.2.2.1 รวมถึงสภาวะล็อกที่จะถูกกล่าวในหัวข้อถัดไป วงจรรอซซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตยังมีอีกสถานะหนึ่งที่น่าสนใจคือสภาวะบิต ถึงแม้ว่าสภาวะบิตจะไม่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้เหมือนกับสภาวะล็อกและมีความซับซ้อนเป็นอย่างมาก แต่กลับพบว่านักวิจัยจำนวนมาก [1, 2, 14 - 20] ได้พยายามทำ

การพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายและแสดงพฤติกรรมในสภาวะนี้ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ใดเห็นว่าเป็นประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.13 การรวมกันของผลตอบสนองบังคับและผลตอบสนองธรรมชาติ โดยอาศัยเฟสเซอร์ไดอะแกรม

จากสมการที่ (3.41) เป็นการรวมกันของสัญญาณ 2 สัญญาณซึ่งมีความถี่แตกต่างกัน วิธีการบวกสัญญาณ 2 สัญญาณในทางวิศวกรรมมักจะใช้เฟสเซอร์ไดอะแกรมและเฟสเซอร์ของการรวมสัญญาณทั้งสองนี้สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.13 โดยที่เฟสเซอร์แต่ละอันเป็นค่าชั่วขณะของแต่ละสัญญาณและทำการอ้างอิงสัญญาณภายนอก เมื่ออาศัยความสัมพันธ์ของ Cartesian coordinate [43] และสูตรของอนุกรมของเทเลอร์ สมการที่ (3.41) จะสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$y(t) = A(t) \cos(\omega_d t + \theta(t)) \quad (3.42)$$

โดยที่ $\Delta\omega = \omega_d - \omega_f$ คือผลต่างระหว่างความถี่อินพุต (ω_f) และความถี่อิสระ (ω_d) ซึ่งมักจะถูกเรียกว่า “ความถี่บีต”

$$A(t) = Y_{Sat} \sqrt{1 + r^2(\omega_f) + 2r(\omega_f) \cos(u(t))} \quad (3.43)$$

$$\theta(t) = \tan^{-1} \left(\frac{r(\omega_f) \sin(u(t))}{1 + r(\omega_f) \cos(u(t))} \right) \quad (3.44)$$

และ

$$u(t) = -\Delta\omega t + \angle H(\omega_f) \quad (3.45)$$

จากสมการที่ (3.42) จะพบว่าในสภาวะบีต วงจรออสซิลเลเตอร์จะทำการผลิตสัญญาณเอาต์พุตที่มีขนาดและเฟส รวมถึงความถี่เป็นฟังก์ชันของเวลา และเป็นที่น่าสนใจอย่างมากว่าการเปลี่ยนแปลงของทั้ง 3 ฟังก์ชันนั้นมีความเกี่ยวเนื่องกัน ถึงแม้ว่า $r(\omega_f)$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\frac{X_f}{Y_{Sat}} |H(\omega_f)|$ และเกิดจากการจัดรูปตามที่ได้กล่าวในตอนต้น แต่ถ้าทำการพิจารณาองค์ประกอบและการปรากฏในสมการที่ (3.42) ถึง (3.45) จะพบว่ามันเป็นตัวแปรที่มีความสำคัญอย่างมากต่อระบบ จากสมการจะพบว่า $r(\omega_f)$ ประกอบไปด้วยอัตราส่วนระหว่างแอมพลิจูดของสัญญาณอินพุตและสัญญาณอิสระ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(X_f / Y_{Sat}) คูณกับผลตอบสนองเชิงขนาด $(|H(\omega_f)|)$ ที่มีความถี่อินพุตเป็นตัวแปรต้น ถ้าทำการคงที่ค่าความถี่อินพุตและเพิ่มขนาดของสัญญาณอิสระ $r(\omega_f)$ จะเพิ่มอย่างเป็นเชิงเส้น แต่ถ้าทำการคงที่ X_f / Y_{Sat} และปรับความถี่อินพุตเข้าความถี่อิสระจะส่งผลให้ $r(\omega_f)$ มีค่าเพิ่มขึ้นในลักษณะเอ็กโปเนนเชียลเนื่องจากคุณลักษณะของฟังก์ชัน $|H(\omega_f)|$ นอกจากนี้ข้อชี้แจงเบื้องต้นว่าวงจรจะเข้าสู่สภาวะล็อกถ้า $r(\omega_f) \geq 1$ ซึ่งจะถูกนำเสนอในหัวข้อถัดไป

จากสมการที่ (3.43) จะพบว่าแอมพลิจูดเอาต์พุตมีตัวแปร $r(\omega_f)$ เป็นตัวแปรสำคัญของการเปลี่ยนแปลง ด้วยการกำหนดให้ $r(\omega_f) = 0.1$, $u(t) = -\Delta\omega t + \angle H(\omega_f) = -2\pi(10)t$ และ $Y_{Sat} = 1$ จะพบว่าแอมพลิจูดของสัญญาณเอาต์พุตมีลักษณะเป็นสัญญาณไซน์ที่มีขนาดจากยอดสู่ยอดเท่ากับ 0.2 บวกกับค่าคงที่เท่ากับ 1 และมีคาบเวลา $(2\pi / \Delta\omega)$ เท่ากับ 0.1 วินาที ดังรูปที่ 3.14 (a) และเมื่อทำการเพิ่ม $r(\omega_f)$ ให้เป็น 0.3, 0.5, 0.7, 0.9 และ 0.99 ดังรูปที่ 3.14 จะพบว่าลักษณะของสัญญาณไซน์จะค่อยๆ ผิดเพี้ยนไปและเมื่อ $r(\omega_f)$ มีค่าเป็น 0.99 สัญญาณที่ได้เหมือนสัญญาณที่ได้จากวงจรเรียงกระแสแบบเต็มคลื่น และจะพบว่าค่าคงที่ที่มีค่าเท่ากับ 1 ทุกค่าของ $r(\omega_f)$ จากการเพิ่มค่า $r(\omega_f)$ ในลักษณะเชิงเส้นดังกล่าวพบว่าสอดคล้องกับการเพิ่มค่าแอมพลิจูดของสัญญาณอินพุต (X_f) เพียงอย่างเดียว ในทางกลับกันถ้าทำการคงที่ค่าแอมพลิจูดของสัญญาณอินพุตและทำการเพิ่มค่าความถี่อินพุต (ω_f) ให้เข้าใกล้ความถี่อิสระ (ω_d) จะส่งผลให้ค่าของ $r(\omega_f)$ เพิ่มขึ้นอย่างมากและคาบเวลา $(2\pi / \Delta\omega)$ ก็จะกว้างมากขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากความถี่ปีต $(\Delta\omega)$ ลดลง

นอกจากนี้จะพบว่าในกรณีที่ $r(\omega_f)$ มีค่าน้อย สมการของแอมพลิจูดจะสามารถถูกประมาณได้โดยใช้อนุกรมเทเลอร์ที่ว่า

$$\sqrt{1+x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n)!}{(1-2n)(n!)^2 (4^n)} x^n \quad (3.46)$$

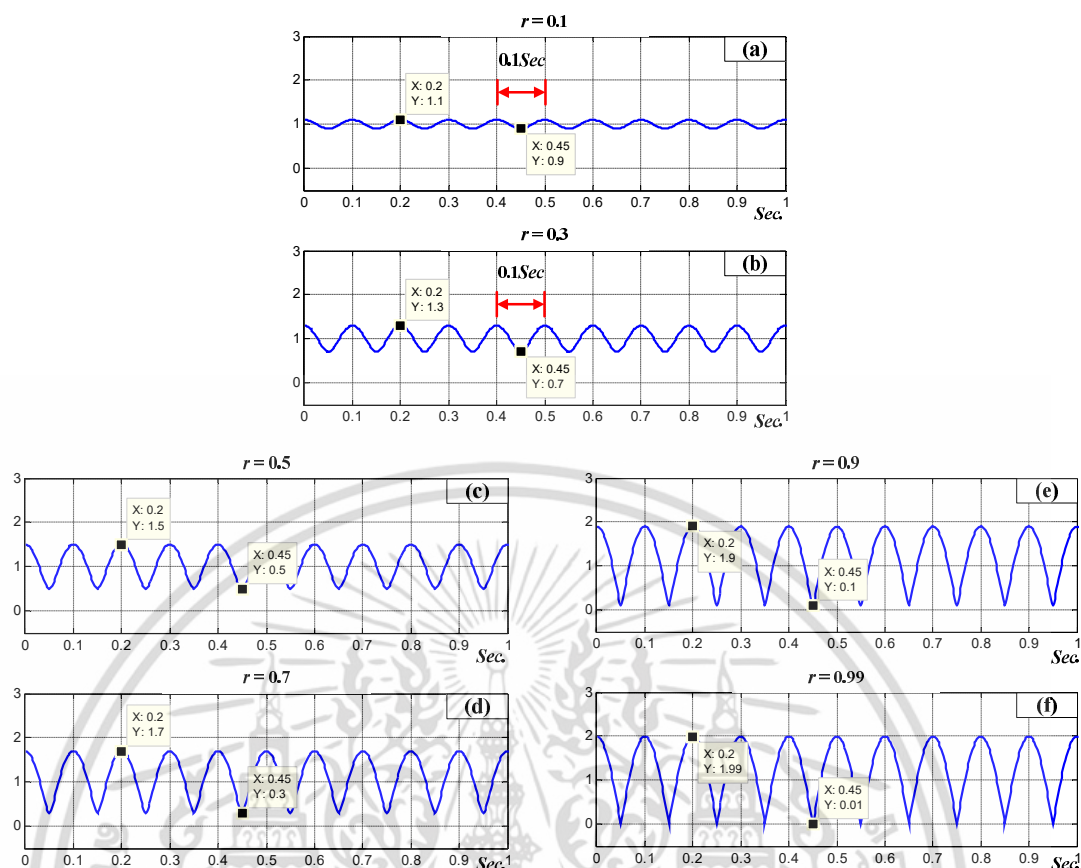
และสมการของแอมพลิจูดจะกลายเป็น

$$\begin{aligned} A(t) &= Y_{Sat} (1+r^2)^{\frac{1}{2}} [1 + \lambda \cos(u(t))]^{\frac{1}{2}} \\ &= Y_{Sat} (1+r^2)^{\frac{1}{2}} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n)!}{(1-2n)(n!)^2 (4^n)} \lambda^n \cos^n(u(t)) \right] \end{aligned} \quad (3.47)$$

โดยที่ $\lambda = \frac{2r(\omega_f)}{1+r^2(\omega_f)}$ จากพฤติกรรมของการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูดในรูปที่ 3.14 และสมการที่

(3.47) จะพบว่าฟังก์ชัน $A(t)$ คล้ายกันกับสมการของสัญญาณมอดูเลตแอมพลิจูดและคล้ายกันกับการรบกวนของสัญญาณรบกวน [21]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.14 สัญญาณขนาดของสัญญาณเอาต์พุต

จากฟังก์ชันการเปลี่ยนแปลงของเฟส ($\theta(t)$) ในสมการที่ (3.44) จะพบว่ามีการเปลี่ยนแปลงเป็นเชิงคาบกล่าวคือเมื่อ $u(t)$ มีค่าเป็น $0, \pi/4, \pi/2, \pi, 3\pi/2, 2\pi$ จะส่งผลให้เฟส ($\theta(t)$) ของสัญญาณเอาต์พุตเป็น $0, \tan^{-1}(r(\omega_f)), 0, -\tan^{-1}(r(\omega_f)), 0$ แต่การพิจารณาพฤติกรรมของวงจรจากกรที่ (3.45) ค่อนข้างซับซ้อน ดังนั้นจึงอาศัยอนุกรมเทอเลอร์ และทฤษฎีไบนอมิเยล (Binomial Theory) ที่ว่า

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{N=\infty} x^n \quad (3.48)$$

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k} \quad (3.49)$$

และ

$$\tan^{-1}(x) = \sum_{n=0}^{N=\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \quad (3.50)$$

ฟังก์ชัน $\theta(t)$ จึงสามารถเขียนได้ใหม่เป็น เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\theta(t) = -\sum_{n=1}^{N=\infty} (-1)^n \frac{r^n(\omega_f)}{n} \sin(nu(t)) \quad (3.51)$$

จากสมการพบว่าฟังก์ชันเฟสเกิดจากผลรวมของฟังก์ชันไซน์ที่มีความถี่เป็นจำนวน n เท่าของความถี่ปีต และแอมพลิจูด ($r^n(\omega_f)/n$) จะมีค่าลดลงเมื่อ n เพิ่มขึ้น และการเปลี่ยนแปลงความถี่ของวงจรก็สามารถเขียนเป็น

$$\frac{d}{dt}(\omega_d t + \theta(t)) = \omega_d + \Delta\omega \sum_{n=1}^{N=\infty} (-1)^n r^n(\omega_f) \cos(nu(t)) \quad (3.52)$$

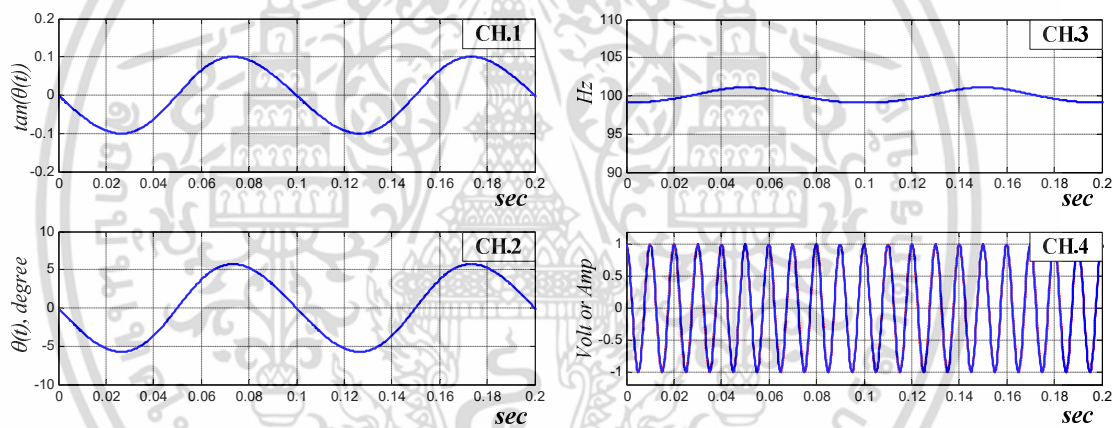
ซึ่งจะพบว่าความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตจะเบี่ยงเบนไปจากความถี่อิสระด้วยปริมาณของความถี่ปีตที่ถูกสเกลค่า เช่นเดียวกันกับการพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด ($A(t)$) เพื่อให้เข้าใจการเปลี่ยนแปลงของเฟส ($\theta(t)$) และความถี่มากขึ้น ($\omega_d + \frac{d}{dt}\theta(t)$) ตัวอย่างผลการคำนวณจะถูกพิจารณาโดยกำหนดให้ความถี่อิสระ (ω_d) มีค่าเป็น $2\pi(100)$ ความถี่อินพุต (ω_f) เป็น $2\pi(90)$ และ $u(t) = -\Delta\omega t + \angle H(\omega_f) = -2\pi(10)t$ โดยที่ $N = 500$ และยังไม่ทำการพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูดด้วยการกำหนดให้ $A(t) = 1$ พร้อมกันนั้นผลของ $\tan(\theta(t))$ จะถูกเสนอเช่นกัน เนื่องจากเป็นฟังก์ชันของสมการคำตอบในงานวิจัยอื่นๆ ในกรณีแรกกำหนดให้อัตราส่วน X_f / Y_{Sat} มีผลให้ $r(\omega_f) = 0.1$ ดังรูปที่ 3.15 จาก CH.2 จะพบว่าเฟสมีการเบี่ยงเบนเหมือนสัญญาณไซน์และมีแอมพลิจูดของการเบี่ยงเบนอยู่ที่ประมาณ 5.7 องศาหรือ 0.1 เรเดียนที่เป็นเช่นนี้เนื่องจาก $r(\omega_f)$ มีค่าน้อยมากจนกระทั่งทุกๆ ทอมที่ n มากกว่าหนึ่งในสมการที่ (3.52) มีค่าน้อยมาก และส่งผลให้ $\tan(\theta(t)) = \theta(t)$ ดังใน CH.1 เมื่อพิจารณาการเบี่ยงเบนของความถี่ใน CH.3 จะพบว่าความถี่ของวงจรออสซิลเลเตอร์จะเบี่ยงเบนรอบๆ ความถี่อิสระซึ่งส่งผลให้สัญญาณเอาต์พุตของวงจรไม่เบี่ยงเบนไปจากสัญญาณเอาต์พุตที่ไม่มีการป้อนสัญญาณอินพุตดัง CH.4 นอกจากนี้จะพบว่าคาบเวลาการเปลี่ยนแปลงของเฟสและความถี่เท่ากับ 0.1 วินาทีซึ่งเป็นคาบเวลาของความถี่ปีต ($\frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{2\pi}{2\pi(10)} = 0.1 \text{ sec}$) ด้วยการกำหนดให้ความถี่ปีตมีค่าเท่าเดิมคือ $\Delta\omega = 2\pi(10)$ และทำการ

เพิ่มอัตราส่วนของ X_f / Y_{Sat} เพื่อส่งผลให้ $r(\omega_f)$ มีค่าเป็น 0.5 และ 0.9 ดังรูปที่ 3.16 และ 3.17 ตามลำดับ ผลของการเพิ่ม $r(\omega_f)$ นอกจากจะส่งผลให้แอมพลิจูดของทั้งเฟสและความถี่เพิ่มขึ้นแต่ยังส่งผลให้รูปแบบของการเบี่ยงเบนเฟสและความถี่เปลี่ยนไปจากเดิมอย่างมาก ดังนั้นสัญญาณทั้งหมดจะถูกแบ่งเป็น 2 ช่วง ช่วงแรก (1) จะพบว่าเฟสจะเปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันจากน้อยไปมากซึ่งความถี่ก็จะเบี่ยงเบนไปจากความถี่อิสระอย่างมากเช่นกันและมีทิศทางตรงกันข้ามกับความถี่อินพุต ซึ่งในช่วงนี้จะส่งผลให้สัญญาณเอาต์พุตจากลำโพงสัญญาณเอาต์พุตในกรณีที่ไม่มีสัญญาณอินพุตเปลี่ยนมาเป็นอินเฟสและลำโพงอย่างรวดเร็ว พร้อมกันนั้นคาบเวลาของสัญญาณก็จะลดลงอย่างรวดเร็วแล้วเพิ่มขึ้นเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงของความถี่ ขณะที่ในช่วงที่สอง (2) เฟสจะ

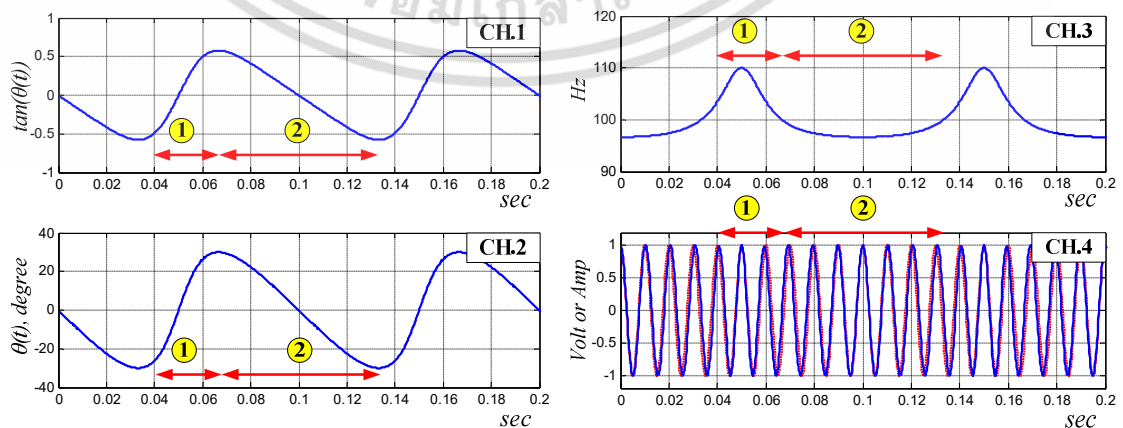
ค่อยๆ ลดลงอย่างช้าๆ ซึ่งในตำแหน่งนี้ความถี่จะมีการเบี่ยงเข้าหาความถี่อินพุตและเสมือนจะคงที่ในไม่ช้ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณีที่ $r(\omega_f)$ มีค่ามาก ซึ่งส่งผลให้สัญญาณเอาต์พุตเปลี่ยนจากตำแหน่งลำหน้าเป็นอินเฟสและกลายเป็นลำหลัง พร้อมกันนั้นคาบเวลาจะค่อยๆเพิ่มขึ้นเป็นคงที่และลดลง และเป็นที่น่าสนใจว่าคาบเวลาการเปลี่ยนแปลงของเฟสและความถี่ยังคงมีค่าเท่ากับค่าที่บิตเช่นเดิมทั้งนี้เนื่องจากความถี่บิตเป็นตัวแปรในฟังก์ชันของไซน์และโคไซน์ในสมการที่ (3.51) และ (3.52) เช่นเดียวกัน ในกรณีที่ความถี่อินพุตมากกว่าความถี่อิสระ การเปลี่ยนแปลงของเฟสและความถี่จะคล้ายกันแต่จะกลับเฟส 180 องศาเนื่องจากเครื่องหมายของ $\Delta\omega$ จะเปลี่ยน

จากพฤติกรรมของการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด เฟส และความถี่ของสัญญาณเอาต์พุต ถ้าพิจารณาโดยละเอียดจะพบว่าการเปลี่ยนแปลงทั้ง 3 นั้นสอดคล้องกัน ถ้าพิจารณาค่าตำแหน่งค่าสูงสุดและต่ำสุดของ $A(t) = Y_{Sat} \sqrt{1+r^2(\omega_f) + 2r(\omega_f)\cos(u(t))}$ ในสมการที่ (3.43) จะพบว่าอยู่ที่ $u(t) = m_{even}\pi$ และ $u(t) = m_{odd}\pi$ ตามลำดับ โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มใดๆ ซึ่งที่ตำแหน่งสูงสุดของแอมพลิจูด เฟสจะมีค่าเป็นศูนย์ และความถี่จะมีค่าต่ำสุด ขณะที่แอมพลิจูดมีค่าต่ำสุด เฟสจะมีค่าเป็นศูนย์ และความถี่จะมีค่าสูงสุดดังรูปที่ 3.18 และ 3.19 สำหรับ $r(\omega_f) = 0.3$ และ 0.9 ตามลำดับ

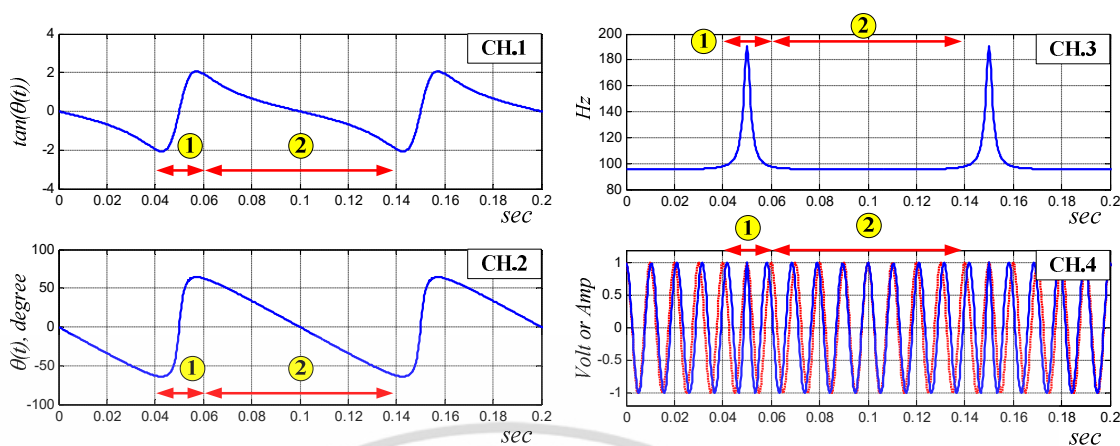


รูปที่ 3.15 การเปลี่ยนแปลงของเฟส ความถี่ และสัญญาณเอาต์พุตเมื่อ $r(\omega_f) = 0.1$ โดยที่
— คือสัญญาณเอาต์พุตและ — คือสัญญาณเอาต์พุตเมื่อไม่มีการป้อนอินพุต

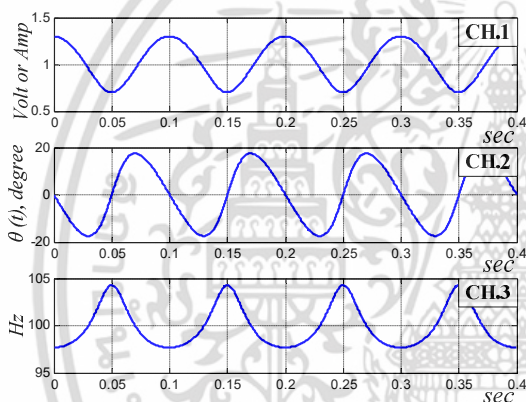


รูปที่ 3.16 การเปลี่ยนแปลงของเฟส ความถี่ และสัญญาณเอาต์พุตเมื่อ $r(\omega_f) = 0.5$ โดยที่

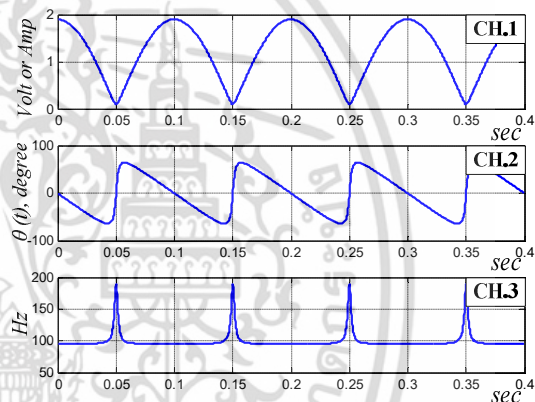
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง การคัดลอกหรือการนำเอกสารนี้ไปใช้โดยไม่ผ่านการอนุญาตถือว่าผิดกฎหมาย การนำเอกสารนี้ไปใช้โดยไม่ผ่านการอนุญาตถือว่าผิดกฎหมาย การนำเอกสารนี้ไปใช้โดยไม่ผ่านการอนุญาตถือว่าผิดกฎหมาย



รูปที่ 3.17 การเปลี่ยนแปลงของเฟส ความถี่ และสัญญาณเอาต์พุตเมื่อ $r(\omega_f) = 0.9$ โดยที่
 - คือสัญญาณเอาต์พุตและ - - คือสัญญาณเอาต์พุตเมื่อไม่มีการป้อนอินพุต



รูปที่ 3.18 ความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด เฟส และความถี่เมื่อ $r(\omega_f) = 0.3$

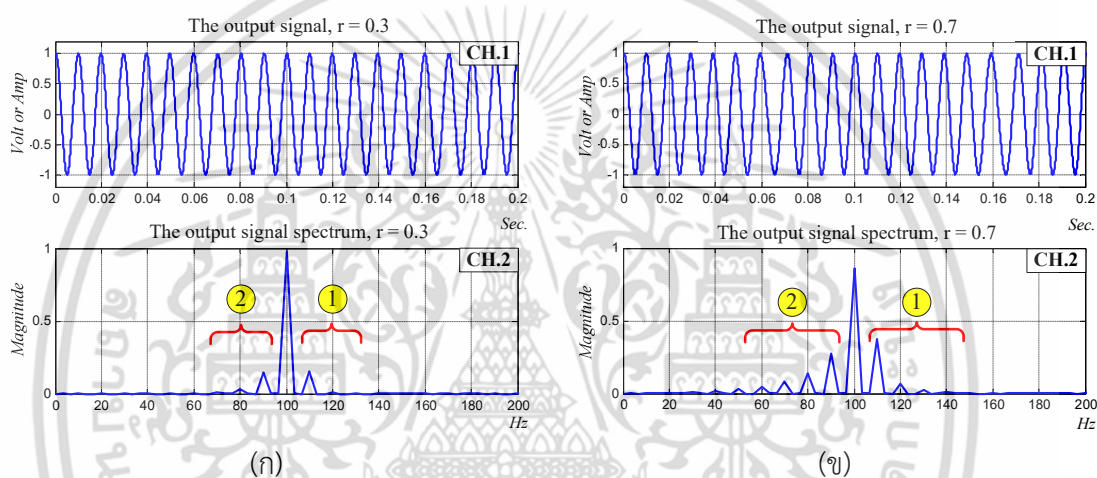


รูปที่ 3.19 ความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด เฟส และความถี่เมื่อ $r(\omega_f) = 0.9$

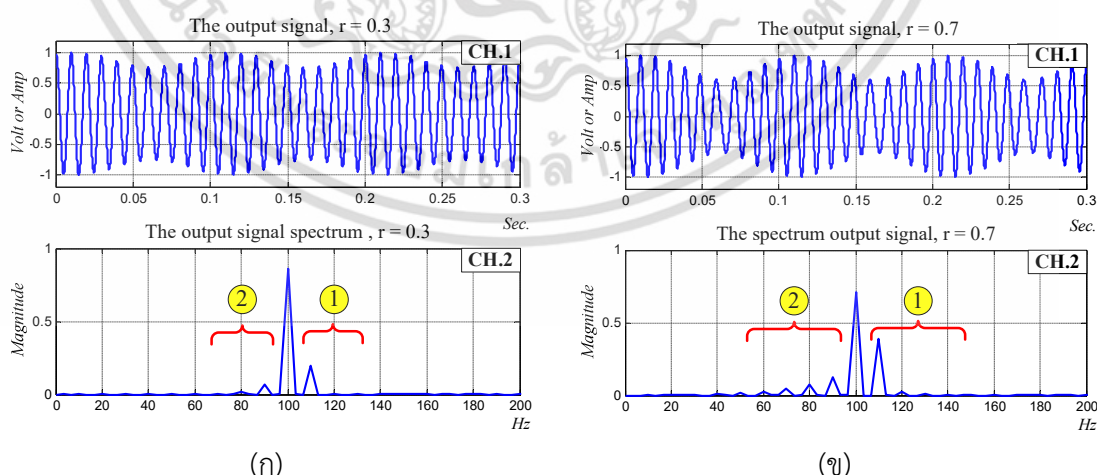
จากพฤติกรรมของการเปลี่ยนแปลงของเฟส ความถี่และแอมพลิจูดของสัญญาณเอาต์พุต มันจึงเป็นที่น่าสนใจว่าลักษณะของสัญญาณในโดเมนเวลาและสเปกตรัมจะเป็นอย่างไร เมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงทั้งหมดพร้อมกัน จากสมการที่ (3.42) กำหนดให้อัตราส่วนของ X_f / Y_{Sat} ที่ส่งผลให้ $r(\omega_f) = 0.3$ ขณะที่ $\omega_d = 2\pi(100)$, $\omega_f = 2\pi(110)$ และ $u(t) = -\Delta\omega t + \angle H(\omega_f) = 2\pi(10)t$ ผลการพล็อตสัญญาณเอาต์พุตโดยยังไม่พิจารณาแอมพลิจูด ($A(t)$) ของสัญญาณเอาต์พุตสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.20 (ก) จากรูปจะพบว่าขนาดของสัญญาณคงที่และคาบเวลามีการเปลี่ยนแปลงเล็กน้อย แต่ถ้าทำการพิจารณาสเปกตรัมของสัญญาณจะพบว่าสามารถแบ่งได้เป็น 2 ส่วน ส่วนแรก (1) มีทอมความถี่ 110Hz ซึ่งเป็นทอมความถี่อินพุต และส่วนที่สอง (2) มีทอมความถี่ 90Hz ซึ่งทั้งสองห่างความถี่อิสระ 10Hz เมื่อทำการเพิ่มค่า $r(\omega_f)$ เป็น 0.7 ดังรูปที่ 3.20 (ข) ใน (CH.1) จะพบว่าคาบเวลาของสัญญาณจะเบี่ยงเบนมากขึ้น และ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สเปกตรัมของสัญญาณจะเปลี่ยนแปลงไปอย่างมากกล่าวคือเกิดความไม่สมมาตรเกิดขึ้น ในส่วนที่ [1] เทอมความถี่อินพุตมีขนาดเพิ่มขึ้นเพียงอย่างเดียว ขณะที่ในส่วนที่ [2] นอกจากขนาดของเทอมความถี่ 90 Hz จะเพิ่มขึ้นแล้ว เทอมความถี่ถัดไปขนาดก็เพิ่มขึ้นแต่จะลดหลั่นกันลงไป ซึ่งเมื่อพิจารณาความไม่สมมาตรของสเปกตรัมพบว่าสอดคล้องกับการเบี่ยงเบนความถี่ที่เกิดขึ้นกับตัวอย่างที่นำเสนอในรูปที่ 3.11 ถึง 3.13 ซึ่งกรณีดังกล่าวเป็นกรณีที่มีความถี่อินพุตน้อยกว่าความถี่อิสระและจะส่งผลให้เกิดพฤติกรรมความไม่สมมาตรของสเปกตรัมในทางตรงกันข้ามกับรูปที่ 3.20 นอกจากนี้ยังพบอีกด้วยว่าขนาดของเทอมความถี่อิสระลดลงเช่นกัน เมื่อทำการพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูดของสัญญาณเอาต์พุตร่วมด้วยจะพบว่ากรอบของสัญญาณเอาต์พุตมีการเปลี่ยนแปลงคล้ายกับสัญญาณมอดูเลตทางขนาดดังรูปที่ 3.21 ซึ่งเมื่อพิจารณาสเปกตรัมของสัญญาณจะพบว่าจะมีขนาดที่ลดลงซึ่งสาเหตุของการลดทอนจะถูกนำเสนอในลำดับถัดไป



รูปที่ 3.20 สัญญาณเอาต์พุตในสภาวะบิตเมื่อ $r(\omega_f) = 0.3$ และ $r(\omega_f) = 0.7$
โดยที่ยังไม่พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด



รูปที่ 3.21 สัญญาณเอาต์พุตในสภาวะบิตเมื่อ $r(\omega_f) = 0.3$ และ $r(\omega_f) = 0.7$
โดยที่พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เป็นที่ทราบกันดีว่าการค้นหาขนาดของสเปกตรัมของสัญญาณมอดูเลตแอมพลิฟิเคชันสามารถค้นหาได้โดยง่ายเนื่องจากสมการอยู่ในรูปที่ไม่ซับซ้อน ขณะที่การค้นหาขนาดของสเปกตรัมของสัญญาณมอดูเลตเชิงมุมหรือความถี่ทำได้ยาก ดังนั้นการพิจารณาขนาดของมันจึงทำได้แค่เพียงหาแอมพลิจูดของมัน [2,44] แน่แน่นอนว่าการพิจารณาสเปกตรัมของสัญญาณเอาต์พุตของวงจรออสซิลเลเตอร์ในสภาวะบีตนี้จึงเป็นการพิจารณาหาแอมพลิจูดเท่านั้น

ในกรณีที่ $r(\omega_f)$ มีค่าน้อยมากๆ จนกระทั่งแอมพลิฟิเคชันของสัญญาณเอาต์พุตไม่เกิดการเปลี่ยนแปลงหรือ $1 \gg r^2(\omega_f) + 2r(\omega_f)\cos(u(t))$ แอมพลิฟิเคชันของสัญญาณเอาต์พุตในสมการที่ (3.47) จะกลายเป็น

$$A(t) \approx Y_{Sat} \quad (3.53)$$

และฟังก์ชันเฟสในสมการที่ (3.51) กลายเป็น

$$\theta(t) \approx r(\omega_f)\sin(u(t)) \quad (3.54)$$

ดังนั้นสมการเอาต์พุตของวงจรออสซิลเลเตอร์ในสมการที่ (3.42) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$y(t) \approx Y_{Sat} \cos(\omega_d t + r(\omega_f)\sin(u(t))) \quad (3.55)$$

โดยอาศัยสูตรทางตรีโกณมิติที่ว่า $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$ และทำการประมาณให้ $\cos(r(\omega_f)\sin(u(t))) \approx 1$ และ $\sin(r(\omega_f)\sin(u(t))) \approx r(\omega_f)\sin(u(t))$ ซึ่งสมการที่ (3.55) จะกลายเป็น

$$y(t) \approx Y_{Sat} [\cos(\omega_d t) - r(\omega_f)\sin(u(t))\sin(\omega_d t)] \quad (3.56)$$

ท้ายสุดใช้สูตรทางตรีโกณมิติที่ว่า

$$\sin(x)\sin(y) = \frac{1}{2}\cos(x-y) - \frac{1}{2}\cos(x+y)$$

สมการที่ (3.56) จะกลายเป็น

$$y(t) \approx Y_{Sat} \cos(\omega_d t) - \frac{r(\omega_f)Y_{Sat}}{2}\cos(\omega_d t - u(t)) + \frac{r(\omega_f)Y_{Sat}}{2}\cos(\omega_d t + u(t)) \quad (3.57)$$

หรือ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$y(t) \approx Y_{Sat} \cos(\omega_d t) - \frac{r(\omega_f) Y_{Sat}}{2} \cos((\omega_d + \Delta\omega)t - \angle H(\omega_f)) + \frac{r(\omega_f) Y_{Sat}}{2} \cos(\omega_f t + \angle H(\omega_f)) \quad (3.58)$$

โดยที่ $u(t) = -\Delta\omega t + \angle H(\omega_f)$ และ $\Delta\omega = (\omega_d - \omega_f)$ จากสมการจะพบว่าสเปกตรัมประกอบด้วย 3 เทอมคือเทอมความถี่อิสระ ความถี่อินพุต และความถี่ $\omega_d + \Delta\omega$ ในกรณีนี้ยังสามารถแบ่งได้เป็น 2 กรณีย่อยคือ $\omega_d > \omega_f$ และ $\omega_d < \omega_f$ ดังรูปที่ 3.22 (ก) และ (ข) ตามลำดับ จากรูปทั้ง 2 และสมการที่ (3.58) จะพบว่าขนาดของเทอม ω_f และ $\omega_d + \Delta\omega$ เท่ากัน เป็นที่น่าสนใจว่าพฤติกรรมนี้สอดคล้องกับสัญญาณมอดูเลตเชิงมุมโดยที่สัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณข่าวสารหนึ่งความถี่

เพื่อแสดงพฤติกรรมของวงจรรออสซิลเลเตอร์ในสถานะนี้ให้มากยิ่งขึ้นกำหนดให้ r มีค่าเพิ่มขึ้นจนทำให้ขนาดของ $\left| \frac{\lambda}{2} = \left| \frac{r(\omega_f)}{1+r^2(\omega_f)} \right|$ ในฟังก์ชันของ $A(t)$ มีค่ามากพอที่จะมีอิทธิพลต่อการเปลี่ยนแปลงของ $A(t)$ และฟังก์ชันแอมพลิจูดสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$A(t) \approx Y_{Sat} (1+r^2(\omega_f))^{1/2} \left[1 + \frac{\lambda}{2} \cos(u(t)) \right] \quad (3.59)$$

และจากสมการของสัญญาณเอาต์พุตจะกลายเป็น

$$y(t) = Y_{Sat} (1+r^2(\omega_f))^{1/2} \left[1 + \frac{\lambda}{2} \cos(u(t)) \right] \cos(\omega_d t + \theta(t)) \quad (3.60)$$

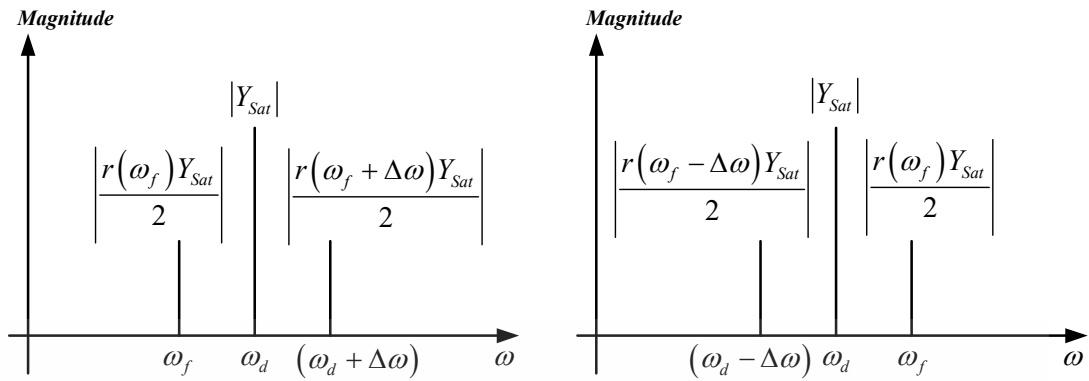
โดยอาศัยสูตรทางตรีโกณมิติที่ว่า $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$ และอนุกรมเทเลอร์ที่ว่า $\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1}$ และ $\cos(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n}$ ส่งผลให้สมการที่ (3.60) สามารถเขียนได้ใหม่เป็นสมการจะกลายเป็น

$$y(t) = Y_{Sat} (1+r^2(\omega_f))^{1/2} \left[1 + \frac{\lambda}{2} \cos(u(t)) \right] \left\{ \begin{array}{l} \left[1 - \frac{1}{2} \theta(t)^2 + \dots \right] \cos(\omega_d t) \\ - \left[\theta(t) - \frac{1}{6} \theta(t)^3 + \dots \right] \sin(\omega_d t) \end{array} \right\} \quad (3.61)$$

จากการกำหนดข้างต้นจะทำให้ขนาดของ $\frac{r^n(\omega_f)}{n}$ ที่มี $n \geq 3$ ค่าน้อยกว่าเทอมอื่นๆ มากจึงทำให้ฟังก์ชัน $\theta(t)$ ประมาณได้เป็น

$$\theta(t) \approx -r(\omega_f) \sin(u(t)) + \frac{r^2}{2} \sin(2u(t)) \quad (3.62)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(ก) $\omega_d > \omega_f$ (ข) $\omega_d < \omega_f$

รูปที่ 3.22 สเปกตรัมของสัญญาณเอาต์พุตในสภาวะปิดของสมการที่ (3.60)

และส่งผลให้ $\theta^n(t)$ ที่มี $n \geq 4$ มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับเทอมอื่นๆ เช่นกัน ภายหลังจากการแทนฟังก์ชัน $\theta(t)$ ในสมการที่ (3.62) ลงในสมการที่ (3.61) พร้อมกับทำการจัดรูปสมการ สมการของสัญญาณเอาต์พุตจะสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned}
 y(t) = & Y_{sat} \left[\beta_0 + \frac{\lambda\beta_{1n}}{4} + \frac{\lambda\beta_{1p}}{4} \right] \cos(\omega_d t) \\
 & + Y_{sat} \left[\beta_{1n} + \frac{\lambda\beta_0}{4} + \frac{\lambda\beta_{2n}}{4} \right] \cos(\omega_d t - u) + Y_{sat} \left[\beta_{1p} + \frac{\lambda\beta_0}{4} + \frac{\lambda\beta_{2p}}{4} \right] \cos(\omega_d t + u) \\
 & + Y_{sat} \left[\beta_{2n} + \frac{\lambda\beta_{1n}}{4} + \frac{\lambda\beta_{3n}}{4} \right] \cos(\omega_d t - 2u) + Y_{sat} \left[\beta_{2p} + \frac{\lambda\beta_{1p}}{4} + \frac{\lambda\beta_{3p}}{4} \right] \cos(\omega_d t + 2u) \\
 & + Y_{sat} \left[\beta_{3n} + \frac{\lambda\beta_{2n}}{4} + \frac{\lambda\beta_{4n}}{4} \right] \cos(\omega_d t - 3u) + Y_{sat} \left[\beta_{3p} + \frac{\lambda\beta_{2p}}{4} + \frac{\lambda\beta_{4p}}{4} \right] \cos(\omega_d t + 3u) \\
 & + \dots
 \end{aligned} \tag{3.64}$$

โดยที่

$$\beta_0 = \frac{4 - (\rho_1^2 + \rho_2^2)}{4}$$

$$\beta_{1n} = \frac{3\rho_1}{48}(\rho_1^2 + 2\rho_2^2 - 4\rho_2 - 8), \quad \beta_{1p} = \frac{3\rho_1}{48}(-\rho_1^2 - 4\rho_2 - 2\rho_2^2 + 8)$$

$$\beta_{2n} = \frac{3}{48}(2\rho_1^2 - 8\rho_2 + 2\rho_1^2\rho_2 + \rho_2^3), \quad \beta_{2p} = \frac{3}{48}(2\rho_1^2 + 8\rho_2 - 2\rho_1^2\rho_2 - \rho_2^3)$$

$$\beta_{3n} = \frac{\rho_1}{48}(12\rho_2 + 3\rho_2^2 - \rho_1^2), \quad \beta_{3p} = \frac{\rho_1}{48}(12\rho_2 - 3\rho_2^2 + \rho_1^2)$$

$$\rho_1 = -r, \quad \rho_2 = r^2 / 2$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ (3.61) และ (3.64) จะพบว่าตัวแปร λ ซึ่งมาจากการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูดไปปรากฏในขนาดของแต่ละเทอม ซึ่งจากตัวอย่างในรูปที่ 3.16 และ 3.17 ได้แสดงให้เห็นว่าการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูดจะไปทำการลดทอนขนาดของของสเปกตรัมอันเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงของเฟส

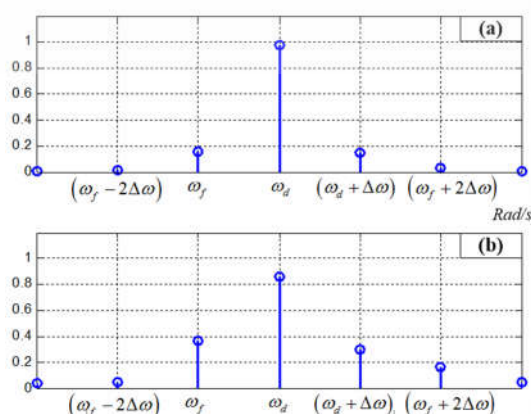
เพื่อให้เกิดความชัดเจนมากยิ่งขึ้น ตัวอย่างการคำนวณขนาดจะถูกนำเสนอโดยกำหนดให้ ความถี่อื่นพุดน้อยกว่าความถี่อิสระ และเพื่อให้สะดวกต่อการพิจารณาจึงกำหนดให้ $\lambda = 0$ ในกรณีที่ $r = 0.3$ สมการสัญญาณเอาต์พุตสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} y(t) = & 0.977Y_{sat} \cos(\omega_d t) \\ & + 0.1516Y_{sat} \cos(\omega_d t - u) - 0.1465Y_{sat} \cos(\omega_d t + u) \\ & - 0.0107Y_{sat} \cos(\omega_d t - 2u) + 0.0332Y_{sat} \cos(\omega_d t + 2u) \\ & - 0.0029Y_{sat} \cos(\omega_d t - 3u) - 0.0039Y_{sat} \cos(\omega_d t + 3u) \\ & + \dots \end{aligned} \quad (3.65)$$

และในกรณีที่ $r = 0.7$ สมการสัญญาณเอาต์พุตสามารถเขียนได้เป็น

$$\begin{aligned} y(t) = & 0.8625Y_{sat} \cos(\omega_d t) \\ & + 0.3662Y_{sat} \cos(\omega_d t - u) - 0.2966Y_{sat} \cos(\omega_d t + u) \\ & - 0.0453Y_{sat} \cos(\omega_d t - 2u) + 0.1678Y_{sat} \cos(\omega_d t + 2u) \\ & - 0.0384Y_{sat} \cos(\omega_d t - 3u) - 0.0474Y_{sat} \cos(\omega_d t + 3u) \\ & + \dots \end{aligned} \quad (3.66)$$

และสามารถแสดงให้อยู่ในโดเมนความถี่ได้ดังรูปที่ 3.23 จากสมการที่ (3.65) และรูปที่ 3.23 (a) จะพบว่าขนาดของเทอมความถี่ $\omega_d - \Delta\omega = \omega_f$ และ $\omega_d + \Delta\omega$ จะมีค่าใกล้เคียงกันมาก ขณะที่ขนาดของเทอมความถี่อื่นๆจะมีค่าน้อยมาก เมื่อทำการเพิ่ม r เป็น 0.7 จะพบว่าขนาดของทุกเทอมเพิ่มขึ้น แต่ในสัดส่วนที่ต่างกันส่งผลให้เกิดความไม่สมมาตรของสเปกตรัม ในฝั่งความถี่อื่นพุดจะมีเฉพาะความถี่อื่นพุดเท่านั้นที่จะเพิ่มมากขึ้นอย่างเห็นได้ชัด ขณะที่ในฝั่งตรงกันข้ามทุกเทอมจะมีขนาดเพิ่มขึ้นและลดหลั่นกันลงไป



รูปที่ 3.23 สเปกตรัมที่ได้จากการประมาณด้วยสมการที่ (3.63) โดยที่ (a) $r(\omega_f) = 0.3$ และ (b) $r(\omega_f) = 0.7$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.2.3 สภาวะล็อก (Locked state)

เมื่อความถี่ของสัญญาณอินพุตเข้าใกล้ความถี่อิสระมากพอ สัญญาณอินพุตจะบรรลู่เงื่อนไขการล็อก ในสภาวะนี้วงจรออสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตจะผลิตสัญญาณที่สอดคล้องกับสัญญาณอินพุต กล่าวอีกนัยหนึ่งคือความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตจะมีค่าเท่ากับความถี่ของสัญญาณภายนอก พร้อมกันนั้นขนาดและเฟสของสัญญาณเอาต์พุตจะเป็นค่าคงที่ไม่มีเปลี่ยนแปลงใดๆ จากสภาวะดังกล่าวจึงทำให้สามารถหาขบวนการล็อกโดยพิจารณาจากพฤติกรรมที่เกิดขึ้น ในสภาวะนี้มี 2 ส่วนที่สำคัญต่อการพิจารณาคือ ส่วนแรกคือเงื่อนไขการล็อกและขบวนการล็อก ขณะที่ส่วนที่สองคือสัญญาณเอาต์พุตของระบบในสภาวะนี้

1. เงื่อนไขการล็อกและขบวนการล็อก

เมื่อวงจรออสซิลเลเตอร์อยู่ในสภาวะล็อก เฟสของสัญญาณเอาต์พุตจะไม่แปรผันตามเวลาดังนั้นผลการอนุพันธ์ของเฟสของสัญญาณอินพุตจึงมีค่าเป็นศูนย์ และสามารถเขียนอยู่ในรูปสมการได้ดังนี้

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \tan^{-1} \left(\frac{r \sin(u(t))}{1 + r \cos(u(t))} \right) = 0 \quad (3.67)$$

อาศัยสูตรอนุพันธ์ตรีโกณมิติที่ว่า $\frac{d}{dt} \tan^{-1}(\phi) = \left[\frac{1}{1 + \phi^2} \right] \frac{d(\phi)}{dt}$ ดังนั้นสมการที่ (3.67) จะกลายเป็น

$$\theta'(t) = 0 = \frac{1}{1 + \left(\frac{r \sin(u(t))}{1 + r \cos(u(t))} \right)^2} \frac{d}{dt} \left(\frac{r \sin(u(t))}{1 + r \cos(u(t))} \right) \quad (3.68)$$

ทำการจัดรูปสมการจะได้

$$\theta'(t) = 0 = \frac{(1 + r \cos(u(t)))^2}{(1 + r \cos(u(t)))^2 + (r \sin(u(t)))^2} = 1 + r \cos(u(t))$$

$$\cos(\Delta\omega t - \angle H(\omega_f)) = \frac{-1}{r} \quad (3.69)$$

จากคุณสมบัติทางตรีโกณมิติที่ว่า $|\cos(x)| \leq 1$ ดังนั้นสมการที่ (3.71) จะกลายเป็น

$$\left| \frac{-1}{r} \right| \leq 1 \quad (3.70)$$

และสมการเงื่อนไขการล็อกจะสามารถเขียนได้เป็น เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$|r| = \left| \frac{X_f}{Y_{Sat}} \right| |H(\omega_f)| \geq 1 \quad (3.71)$$

จากสมการชี้ให้เห็นว่าเงื่อนไขการล็อกแปรผันตรงกับขนาดของสัญญาณอินพุตและขนาดของฟังก์ชันถ่ายโอน ขณะที่เงื่อนไขการล็อกแปรผันกลับกับขนาดของสัญญาณอิสระ จากวงจรออสซิลเลเตอร์ 3 ประเภทที่ถูกใช้เป็นตัวอย่างในการศึกษานี้ สมการเงื่อนไขการล็อกของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์จะสามารถเขียนได้เป็น

$$|k_w| = 2 \left| \frac{X_f}{Y_{Sat}} \right| \sqrt{\frac{(\omega_{nw}^2 - \omega_m^2)^2 + (3\omega_{nw}\omega_m)^2}{(\omega_{nw}^2 - \omega_m^2)^2}} \geq 1 \quad (3.72)$$

สมการเงื่อนไขการล็อกของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟสจะสามารถเขียนได้เป็น

$$|k_p| = \left| \frac{X_f}{Y_{Sat}} \right| \sqrt{\frac{(\omega_p^3 - 93\omega_p\omega_m^2)^2 + (34\omega_p^2\omega_m - 30\omega_m^3)^2}{(\omega_p^3 - 6\omega_p\omega_m^2)^2 + (5\omega_p^2\omega_m - \omega_m^3)^2}} \geq 1 \quad (3.73)$$

และสมการเงื่อนไขการล็อกของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอเดรเจอร์จะสามารถเขียนได้เป็น

$$|k_q| = \left| \frac{X_f}{Y_{Sat}} \right| \sqrt{\frac{(-2\omega_m^2\omega_q)^2 + (\omega_q^2\omega_m - \omega_m^3)^2}{(\omega_q^3 - \omega_q\omega_m^2)^2 + (\omega_q^2\omega_m - \omega_m^3)^2}} \geq 1 \quad (3.74)$$

เมื่อทำการพิจารณาสมการเงื่อนไขการล็อกของวงจรออสซิลเลเตอร์ทั้ง 3 แบบจะพบเงื่อนไขของสมการนั้นแตกต่างกันอย่างชัดเจนซึ่งเกิดจากโครงสร้างของวงจรที่แตกต่างกัน

ด้วยการจัดรูปสมการเงื่อนไขการล็อกในสมการที่ (3.71) ย่านการล็อกของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตสามารถเขียนได้เป็น

$$|X_f| \geq |Y_{Sat}| \left| \frac{1}{H(\omega_f)} \right| \quad (3.75)$$

และสามารถเขียนเป็นกราฟได้ดังรูปที่ 3.24 โดยที่แกนตั้งและแกนนอนคือขนาดและความถี่ของสัญญาณอินพุตตามลำดับ จากรูปพบว่ากราฟมีลักษณะที่ไม่สมมาตรเสมือนหรือเป็นรูปตัว V ดังที่ได้นำเสนอในงานวิจัยจำนวนมาก [1, 2, 14, 15, 17] ความไม่สมมาตรลักษณะของกราฟเป็นผลที่ได้มาจากส่วนกลับของผลตอบสนองความถี่เชิงขนาดที่ถูกเสกสด้วยค่าขนาดของสัญญาณอิสระ ด้วยคุณลักษณะของผลตอบสนองความถี่เชิงขนาดจึงส่งผลให้เกิดความไม่สมมาตรกันโดยความถี่ ω_d เป็นจุดอ้างอิง ความไม่สมมาตรจะปรากฏอย่างชัดเจนเมื่อขนาดของสัญญาณอินพุตมีค่ามาก เมื่อพิจารณาเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความกว้างของย่านการลือกพบว่าย่านดังกล่าวจะแปรผันตรงกับขนาดของสัญญาณอินพุต ดังตัวอย่างในรูปจะพบว่าเมื่อ $X_{f2} > X_{f1}$ ที่ย่านความถี่ $\omega_{L2} = \omega_{\max,2} - \omega_{\min,2}$ ซึ่งเป็นของค่าขนาด X_{f2} จะกว้างกว่าย่านความถี่ $\omega_{L1} = \omega_{\max,1} - \omega_{\min,1}$ ซึ่งเป็นของขนาด X_{f1}

จากวงจรออสซิลเลเตอร์ 3 ประเภทที่ถูกใช้เป็นตัวอย่างในการศึกษานี้ สมการย่านการลือกของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์จะสามารถเขียนได้เป็น

$$|X_f| \geq \frac{|Y_{Sat}|}{2 \sqrt{\frac{(\omega_{nw}^2 - \omega_{in}^2)^2 + (3\omega_{nw}\omega_{in})^2}{(\omega_{nw}^2 - \omega_{in}^2)^2}}} \quad (3.76)$$

สมการย่านการลือกของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟสจะสามารถเขียนได้เป็น

$$|X_f| \geq \frac{|Y_{Sat}|}{\sqrt{\frac{(\omega_p^3 - 93\omega_p\omega_{in}^2)^2 + (34\omega_p^2\omega_{in} - 30\omega_{in}^3)^2}{(\omega_p^3 - 6\omega_p\omega_{in}^2)^2 + (5\omega_p^2\omega_{in} - \omega_{in}^3)^2}}} \quad (3.77)$$

และสมการย่านการลือกของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอเตรเจอร์จะสามารถเขียนได้เป็น

$$|X_f| \geq \frac{|Y_{Sat}|}{\sqrt{\frac{(-2\omega_{in}^2\omega_o)^2 + (\omega_o^2\omega_{in} - \omega_{in}^3)^2}{(\omega_o^3 - \omega_o\omega_{in}^2)^2 + (\omega_o^2\omega_{in} - \omega_{in}^3)^2}}} \quad (3.78)$$

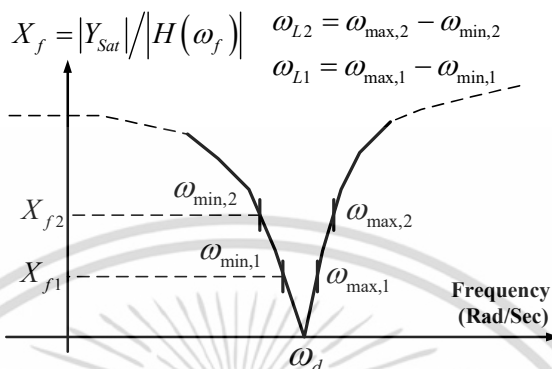
เพื่อให้เกิดความชัดเจนมากยิ่งขึ้น ตัวอย่างย่านการลือกของวงจรทั้ง 3 จึงถูกนำเสนอตั้งรูปที่ 3.25 โดยกำหนดให้ความถี่อิสระของวงจรอยู่ที่ 1 KHz และกำหนดให้ค่าแรงดันไฟฟ้า (Y_{Sat}) มีค่าเป็น 1 โวลต์ จากรูปจะเห็นว่าย่านการลือกของทั้ง 3 มีลักษณะไม่สมมาตรเนื่องมาจากคุณลักษณะของผลตอบสนองความถี่เชิงขนาด นอกจากนี้จะพบว่าวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟสมีย่านการลือกที่กว้างที่สุด ขณะที่วงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอเตรเจอร์มีย่านการลือกแคบที่สุด

จากสมการเงื่อนไขการในสมการที่ (3.71) จะพบว่าถ้าทำการจัดรูปสมการใหม่เงื่อนไขการลือกจะสามารถเขียนได้ง่ายดังนี้

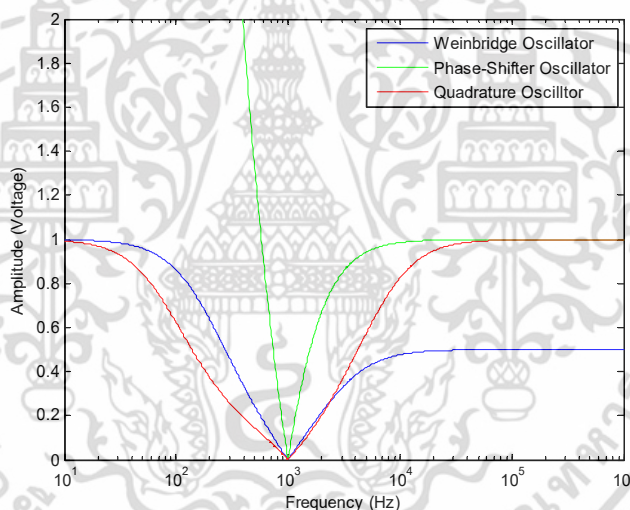
$$|Y_{Sat}| = |H(\omega_f)| |X_f| \quad (3.79)$$

จากสมการจะเห็นว่าสมการที่ได้เป็นสมการผลคูณระหว่างขนาดของสัญญาณอินพุตและผลตอบสนองทางขนาดของระบบ สำหรับวงจรออสซิลเลเตอร์บางประเภทที่มีฟังก์ชันส่งผ่านที่มีอันดับมากกว่า 2 หรือ 3 การวิเคราะห์หาผลตอบสนองทางขนาดของระบบด้วยมือเพื่อนำมาใช้หาเงื่อนไขการลือกนั้น ซับซ้อนและทำได้ยาก แต่ด้วยความเข้าใจถึงความหมายของสมการที่ (3.79) เงื่อนไขการลือกจึงไม่วุ่นวายเกินไปนัก ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

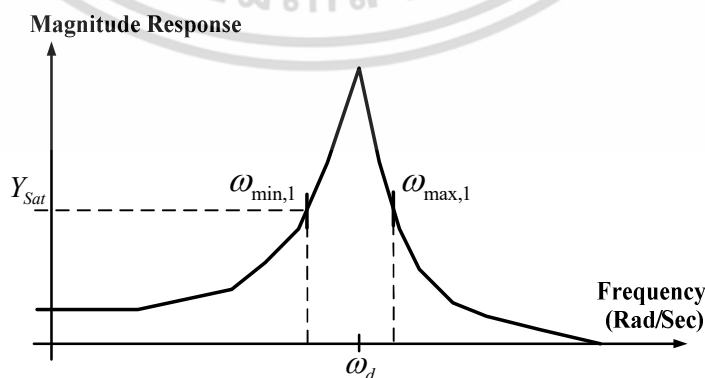
สามารถหาได้จากการจำลองด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ (Computer Simulation) อย่างเช่น SPICE ด้วยการค้นหาผลตอบแทนทางความถี่เชิงขนาดของวงจรถูกสัญญาณอินพุต แล้วทำการหาความถี่ที่ทำให้ผลตอบแทนทางความถี่เชิงขนาดมีค่าเท่ากับขนาดของแอมพลิจูดของสัญญาณความถี่อิสระ (Y_{Sat}) ดังตัวอย่างในรูปที่ 3.26



รูปที่ 3.24 ย่านการล็อกที่ไม่สมมาตร



รูปที่ 3.25 ย่านการล็อกของวงจรถูกสัญญาณอินพุตทั้ง 3 ชนิด



รูปที่ 3.26 การค้นหาย่านการล็อกด้วยการคำนวณหาผลตอบแทนทางความถี่ จากโปรแกรมจำลองการทำงาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. ลักษณะสัญญาณเอาต์พุตของระบบ

เมื่อความถี่ของสัญญาณอินพุตบรรลุเงื่อนไขการล็อกของวงจรรอสซิลเลเตอร์ จะพบว่า $|r(\omega_f)| \geq 1$ แต่ด้วยคุณลักษณะของผลตอบสนองทางความถี่เชิงขนาดจะพบว่าในย่านการ ผลตอบสนองทางความถี่เชิงขนาดจะมีค่ามากๆ ดังนั้นจึงประมาณได้ว่า $r^2(\omega_f) \gg 1 + 2r(\omega_f)\cos(u(t))$ และสมการแอมพลิจูดของสัญญาณเอาต์พุตจากสมการที่ (3.43) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$A(t) = Y_{Sat} \sqrt{r^2(\omega_f) + 1 + 2r(\omega_f)\cos(u(t))} = X_f |H(\omega_f)| \quad (3.80)$$

เช่นกันเฟสของสัญญาณเอาต์พุตจากสมการที่ (3.44) จะกลายเป็น

$$\theta(t) = \tan^{-1} \left(\frac{r(\omega_f) \sin(-\Delta\omega t + \angle H(\omega_f))}{1 + r(\omega_f) \cos(-\Delta\omega t + \angle H(\omega_f))} \right) = -\Delta\omega t + \angle H(\omega_f) \quad (3.81)$$

ซึ่งทำให้สามารถเขียนสมการของสัญญาณเอาต์พุตได้เป็น

$$y(t) = X_f |H(\omega_f)| \cos(\omega_f t + \angle H(\omega_f)) \quad (3.82)$$

จากสมการจะพบว่าวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตจะผลิตสัญญาณผลตอบสนองต่อสัญญาณอินพุตเพียงอย่างเดียวโดยสมบูรณ์ แต่จากในทางปฏิบัติพบว่าแอมพลิจูดจะถูกควบคุมด้วยกลไกการปรับขนาดอันเป็นผลมาจากอุปกรณ์แอกทีฟที่ใช้ ตัวอย่างเช่น แรงดันไฟฟ้าอิมิตัว และ Slew-Rate ของออปแอมป์ ดังนั้นแอมพลิจูดของสัญญาณนั้นสามารถมีค่าสูงสุดได้ไม่เกินแรงดันไฟฟ้าอิมิตัว (Y_{Sat}) ของวงจรมือ เพื่อให้ออกคอลล่วงกับผลในทางปฏิบัติจึงจะพิจารณากรณีขนาดของสัญญาณเอาต์พุตมีค่าสูงสุด ดังนั้นสมการที่ (3.83) จึงเขียนใหม่ได้เป็น

$$y(t) = Y_{Sat} \cos(\omega_f t + \angle H(\omega_f)) \quad (3.83)$$

ถึงแม้ว่าในทางปฏิบัติแอมพลิจูดของสัญญาณเอาต์พุตมีค่าเท่ากับแรงดันไฟฟ้าอิมิตัวของอุปกรณ์แอกทีฟ แต่เฟสของสัญญาณเอาต์พุตจะขึ้นอยู่กับความถี่ของสัญญาณอินพุตและจะมีความสัมพันธ์เป็นเชิงเส้น ถ้าความถี่อินพุตเข้าใกล้ความถี่อิสระ (ω_d) มากๆ ด้วยคุณสมบัตินี้วงจรรอสซิลเลเตอร์ที่ถูกป้อนสัญญาณภายนอกให้อยู่ในสภาวะล็อกจึงถูกนำไปประยุกต์ใช้เป็นวงจรมอดูเลตสัญญาณเชิงความถี่ได้ โดยอาศัยผลต่างเฟสของสัญญาณเอาต์พุตและสัญญาณอินพุต [9]

บทที่ 4

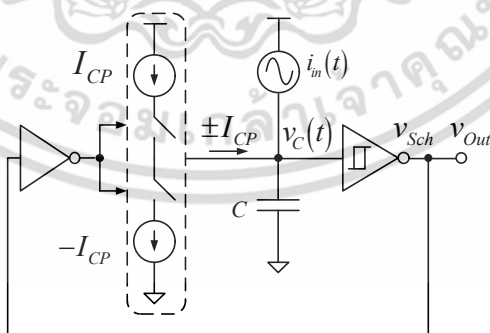
แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับวงจรออสซิลเลเตอร์ สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

จากผลการทดลองเชิงปฏิบัติพบว่าวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตจะมี 2 สภาวะคือ สภาวะแรกคือสภาวะล็อก เป็นสภาวะที่วงจรสามารถซิงโครไนซ์กับสัญญาณอินพุตได้ สภาวะที่สองคือสภาวะไม่ล็อก สภาวะนี้คล้ายกันกับสภาวะบิตซึ่งความถี่เอาต์พุตสามารถเบี่ยงเบนไปจากความถี่ธรรมชาติได้ แต่เนื่องจากกลไกการสร้างสัญญาณเอาต์พุตของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบฟอนคลายมีรูปแบบเฉพาะตัวซึ่งแตกต่างจากกลไกการสร้างสัญญาณของวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ในบทที่ 3 เป็นอย่างมาก ดังนั้นการศึกษาพฤติกรรมของวงจรจะต้องเริ่มต้นด้วยการพิจารณาว่าทำไมวงจรออสซิลเลเตอร์แบบฟอนคลายจึงทำการปรับคาบเวลาเอาต์พุตเพื่อการล็อกสัญญาณอินพุตในเชิงกายภาพเสียก่อน ถัดจากนั้นพฤติกรรมการเบี่ยงเบนคาบเวลาเอาต์พุตที่คล้ายกันกับการเบี่ยงเบนความถี่ของวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์จะถูกนำเสนอ

การศึกษาพฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบฟอนคลายที่ถูกป้อนสัญญาณภายนอกวงจรจะถูกป้อนสัญญาณภายนอกที่ตำแหน่งตัวเก็บประจุของวงจรดังรูปที่ 4.1 สัญญาณอินพุตถูกกำหนดให้เป็นสัญญาณไซน์ เนื่องจากสัญญาณดังกล่าวเป็นสัญญาณพื้นฐานที่เป็นองค์ประกอบของสัญญาณอื่นๆ ซึ่งจะช่วยให้เราเข้าใจพฤติกรรมพื้นฐานของวงจรต่อสัญญาณประเภทอื่นๆ ได้ ในที่นี้จะกำหนดให้ฟังก์ชันของสัญญาณอินพุตคือ

$$i_m(t) = I_m \sin(\omega_m t) \quad (4.1)$$

โดยที่ I_m และ ω_m คือแอมพลิจูดและความถี่อินพุตตามลำดับ



รูปที่ 4.1 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบฟอนคลายที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1 พฤติกรรมทางกายภาพและปัจจัยการลือก

จากหัวข้อที่ 2.3.2 และรูปที่ 2.7 ขั้นตอนการผลิตสัญญาณของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบผ่านคลายจะถูกต้อง เมื่อระยะเวลาของการเก็บประจุและคายประจุเท่ากัน ซึ่งทั้งสองเป็นครึ่งหนึ่งของคาบเวลาธรรมชาติตั้งสมการ

$$\tau_H = \tau_L = \frac{T_{nat}}{2}$$

การที่สมการข้างต้นจะเป็นจริงได้นั้น ขนาดกระแสไฟฟ้าของวงจร Charge Pump ($i_{CP}(t)$) ที่จ่าย ($|I_{CP}|$) เมื่อวงจรอยู่ในขั้นตอนการเก็บประจุ และขนาดกระแสที่ดึง ($-I_{CP}$) เมื่อวงจรอยู่ในขั้นการคายประจุจะต้องมีค่าเท่ากัน ซึ่งส่งผลให้ผลรวมระหว่างการอินทิเกรตกระแสไฟฟ้าในช่วงการเก็บและคายประจุมีค่าเป็นศูนย์ตั้งสมการที่ (4.2)

$$\begin{aligned} 0 &= \left[\int_{t_1}^{t_{1+1/2}} v_C(t) dt \right]_{\text{Charge time}} + \left[\int_{t_{1+1/2}}^{t_2} v_C(t) dt \right]_{\text{Discharge time}} \\ &= \left[\frac{1}{C} \int_{t_1}^{t_{1+1/2}} I_{CP} dt \right]_{\text{Charge time}} + \left[\frac{1}{C} \int_{t_{1+1/2}}^{t_2} -I_{CP} dt \right]_{\text{Discharge time}} \end{aligned} \quad (4.2)$$

โดยที่ $\tau_H = t_{1+1/2} - t_1$ และ $\tau_L = t_2 - t_{1+1/2}$

จากพฤติกรรมดังกล่าว เมื่อทำการป้อนสัญญาณอินพุต ($i_m(t)$) เข้าสู่วงจร วงจรจะทำการลือกสัญญาณอินพุตก็ต่อเมื่อ สัญญาณอินพุตมีความถี่ (ω_{in}) และแอมพลิจูด (I_{in}) ที่เหมาะสมที่ทำให้วงจรสามารถรักษาการสร้างความเอาต์พุตที่ถูกต้องซึ่งนั่นคือ ระยะเวลาของการเก็บประจุและคายประจุเท่ากัน โดยที่ทั้งสองเป็นครึ่งหนึ่งของคาบเวลาเอาต์พุตตั้งสมการ

$$\tau_{1,H} = \tau_{1,L} = \frac{T_{out}}{2}$$

หรือทำให้ผลรวมระหว่างการอินทิเกรตกระแสไฟฟ้าในช่วงการเก็บและคายประจุมีค่าเป็นศูนย์เช่นกันตั้งสมการที่ (4.3)

$$\begin{aligned} 0 &= \left[\int_{t_1}^{t_{1+1/2}} v_C(t) dt \right]_{\text{Charge time}} + \left[\int_{t_{1+1/2}}^{t_2} v_C(t) dt \right]_{\text{Discharge time}} \\ &= \left[\int_{t_1}^{t_{1+1/2}} (I_{CP} + i_m(t)) dt \right]_{\text{Charge time}} + \left[\int_{t_{1+1/2}}^{t_2} (-I_{CP} + i_m(t)) dt \right]_{\text{Discharge time}} \\ &= \left[\int_{t_1}^{t_{1+1/2}} I_{CP} dt \right]_{\text{Charge time}} + \left[\int_{t_{1+1/2}}^{t_2} -I_{CP} dt \right]_{\text{Discharge time}} + \left[\overline{i_m(t)} \right]_{\text{Charge time}} + \left[\overline{i_m(t)} \right]_{\text{Discharge time}} \end{aligned} \quad (4.3)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ $\tau_{1,H} = t_{1+1/2} - t_1$ และ $\tau_{1,L} = t_2 - t_{1+1/2}$ การที่สมการที่ (4.3) จะเป็นจริงได้นั้น อัตราส่วนระหว่างคาบเอาต์พุตและคาบอินพุตจะต้องเป็นจำนวนเต็ม

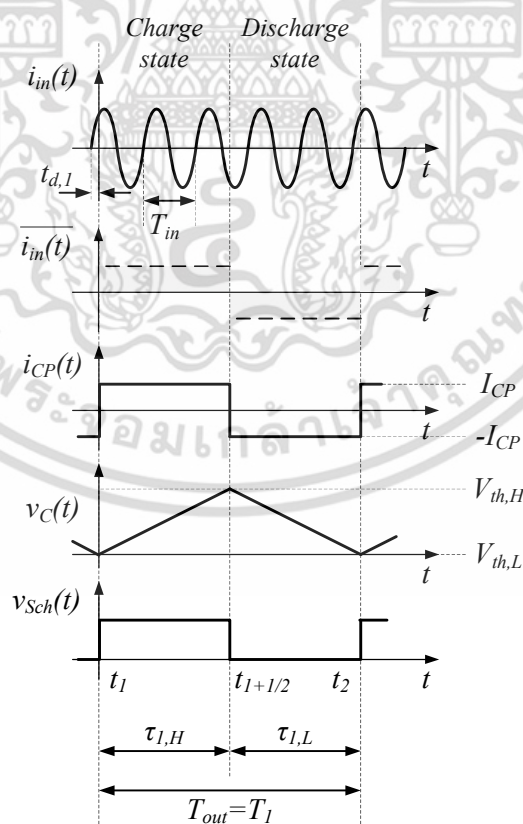
$$\frac{T_{out}}{T_{in}} = n \quad (4.4)$$

โดยที่ n เป็นจำนวนเต็ม เพื่อให้ผลรวมปริมาณกระแสเฉลี่ยของสัญญาณอินพุตในช่วงการเก็บประจุ ($\overline{i_{in}(t)}_{\text{Charge time}}$) และคายประจุ ($\overline{i_{in}(t)}_{\text{Discharge time}}$) มีค่าเป็นศูนย์ และพฤติกรรมนี้สามารถแสดงความสัมพันธ์ของสัญญาณในระบบได้ดังรูปที่ 4.2

เนื่องจาก n สามารถเป็นได้ทั้งจำนวนเต็มคี่ (n_{odd}) และจำนวนเต็มคู่ (n_{even}) ดังนั้นถัดไปจะเป็นการพิจารณาความแตกต่างของ n โดยอาศัยสมการการเก็บประจุของวงจรซึ่งสามารถเขียนได้ดังสมการที่ (4.5)

$$\int_{v_C(t_1)}^{v_C(t_{1+1/2})} dv_C(t) = \frac{1}{C} \int_{t_1}^{t_{1+1/2}} \left(I_{CP} + I_{in} \sin\left(\frac{2\pi}{T_{in}}t + t_{d,1}\right) \right) dt \quad (4.5)$$

โดยที่ $v_C(t_{1+1/2}) = V_{th,H}$, $v_C(t_1) = V_{th,L}$ และ $\Delta V_{th} = V_{th,H} - V_{th,L}$



รูปที่ 4.2 สัญญาณของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบพอนคลายที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

เมื่อวงจรทำการปรับคาบเวลาเอาต์พุต (T_{out}) ในสอดคล้องกับคาบเวลาอินพุต (T_{in})

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภายหลังทำการแก้สมการ สมการแรงดันไฟฟ้าในช่วงการเก็บประจุสามารถคือ

$$\Delta V_{th} = \frac{1}{C} \left\{ I_{CP} (t_{1+1/2} - t_1) - \frac{I_{in} T_{in}}{2\pi} \left[\cos\left(\frac{2\pi}{T_{in}} t_{1+1/2} + t_{d,1}\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{T_{in}} t_1 + t_{d,1}\right) \right] \right\} \quad (4.6)$$

ทำการจัดรูปสมการเพื่อค้นหาระยะเวลาในการเก็บประจุจะได้

$$\tau_{1,H} = \frac{T_{nat}}{2} + \alpha \frac{T_{in}}{2\pi} \left[\cos\left(\frac{2\pi}{T_{in}} t_{1+1/2} + t_{d,1}\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{T_{in}} t_1 + t_{d,1}\right) \right] \quad (4.7)$$

โดยที่ $\tau_{1,H} = t_{1+1/2} - t_1$, $T_{nat} = \frac{2\Delta V_{th} C}{I_{CP}}$ และ $\alpha = \frac{I_{in}}{I_{CP}}$ ถ้ากำหนดให้ $t_1 = 0$ จะทำให้ $t_{1+1/2} = \tau_{1,H}$

และสมการที่ (4.7) จะกลายเป็น

$$\tau_{1,H} = \frac{T_{nat}}{2} + \alpha \frac{T_{in}}{2\pi} \left[\cos\left(\frac{2\pi}{T_{in}} \tau_{1,H} + t_{d,1}\right) - \cos(t_{d,1}) \right] \quad (4.8)$$

จากพฤติกรรมในที่ได้กล่าวไปข้างต้น ถ้าวจรทำการลือกสัญญาณอินพุตจะพบว่า $\tau_{1,H} = \tau_{1,H} = \frac{T_{out}}{2}$

และ $T_{out} = nT_{in}$ สมการที่ (4.8) จะกลายเป็น

$$\frac{n}{2} = \frac{T_{nat}}{2T_{in}} + \frac{\alpha}{2\pi} \left[\cos(n\pi + t_{d,1}) - \cos(t_{d,1}) \right] \quad (4.9)$$

อาศัยสูตรตรีโกณมิติที่ว่า $\cos(a \pm b) = \cos(a)\cos(b) \mp \sin(a)\sin(b)$ จะได้

$$\frac{n}{2} = \frac{T_{nat}}{2T_{in}} + \frac{\alpha}{2\pi} \left[\cos(n\pi)\cos(t_{d,1}) - \sin(n\pi)\sin(t_{d,1}) - \cos(t_{d,1}) \right] \quad (4.10)$$

ภายหลังทำการจัดรูปสมการ ความสัมพันธ์ระหว่างคาบเวลาอินพุต (T_{in}) และคาบเวลาธรรมชาติ (T_{nat}) สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (4.11)

$$T_{nat} = T_{in} \left\{ n - \frac{\alpha}{\pi} \left[(\cos(n\pi) - 1)\cos(t_{d,1}) - \sin(n\pi)\sin(t_{d,1}) \right] \right\} \quad (4.11)$$

ในกรณีที่ n เป็นจำนวนคี่จะพบว่าเทอม $(\cos(n_{odd}\pi) - 1) = -2$ และ $\sin(n_{odd}\pi) = 0$ ดังนั้นสมการที่ (4.11) จะกลายเป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$T_{nat} = T_{in} \left[n_{odd} + \frac{2\alpha}{\pi} \cos(t_{d,1}) \right]$$

ทำการจัดรูปสมการจะได้

$$\cos(t_{d,1}) = \frac{\pi}{2\alpha} \left(\frac{T_{nat}}{T_{in}} - n_{odd} \right) \quad (4.12)$$

อาศัยคุณสมบัติทางตรีโกณมิติที่ว่า $|\cos(a)| \leq 1$ สมการเงื่อนไขการล็อกในกรณีที่เป็นจำนวนคู่สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (4.13)

$$\left| \left(\frac{1}{T_{in}} - \frac{n_{odd}}{T_{nat}} \right) \right| \leq \frac{2\alpha}{\pi T_{nat}} \quad (4.13)$$

เพื่อให้ง่ายต่อการพิจารณา สมการเงื่อนไขการล็อกสามารถเขียนให้อยู่ในโดเมนความถี่ได้ใหม่เป็น

$$|(f_{in} - n_{odd} f_{nat})| \leq \frac{2\alpha f_{nat}}{\pi} \quad (4.14)$$

จากสมการได้ชี้ให้เห็นว่า วงจรสามารถทำการล็อกสัญญาณอินพุตที่มีความถี่สูงกว่าความถี่ธรรมชาติได้ และเงื่อนไขการล็อกนี้ยังคล้ายกันกับเงื่อนไขการล็อกของวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ที่แปรผันตรงกับอัตราส่วนระหว่างแอมพลิจูดอินพุตและแอมพลิจูดอิสระ ถ้านำเงื่อนไขการล็อกไปพล็อตกราฟโดยให้แกนตั้งเป็นแอมพลิจูดอินพุต และแกนตั้งเป็นความถี่อินพุต และกำหนดให้

$$\Delta f_{n_{odd}} = |(f_{in} - n_{odd} f_{nat})| \quad (4.15)$$

ย่านการล็อกของวงจรในกรณี n_{odd} สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.3 ซึ่งจะพบว่า ในกรณีวงจรสามารถทำการปรับคาบเวลาเอาต์พุต (T_{out}) จากคาบเวลาธรรมชาติ (T_{nat}) ให้มีค่าเป็น $n_{odd} T_{in}$

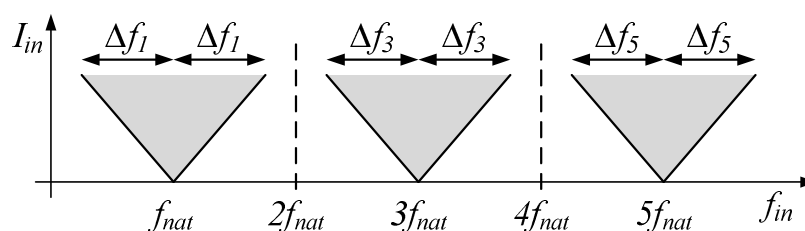
ในกรณี n_{even} จะพบว่าเทอม $(\cos(n_{even}\pi) - 1) = 0$ และ $\sin(n_{even}\pi) = 0$ สมการที่ (4.11) จะกลายเป็น

$$T_{nat} = n_{even} T_{in} \quad (4.16)$$

และถ้าเขียนอยู่ในโดเมนความถี่จะได้ว่า

$$f_{in} = n_{even} f_{nat} \quad (4.17)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.3 ย่านการล็อกของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบฟอนคลาย

จากสมการทั้งสองได้แสดงให้เห็นว่าวงจรออสซิลเลเตอร์จะทำการล็อกสัญญาณอินพุตที่มีความถี่เท่ากับ $n_{\text{even}} f_{\text{nat}}$ พอดีดังรูปที่ 4.3 และไม่ขึ้นอยู่กับแอมพลิจูดอินพุตและแอมพลิจูดของวงจร Charge-pump อีกด้วย นอกจากนี้จะพบอีกด้วยว่าวงจรจะไม่ทำการเบี่ยงเบนคาบเวลาเอาต์พุต (T_{out}) จากคาบเวลาธรรมชาติ (T_{nat})

4.2 การศึกษาพฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

จากการพิจารณาพฤติกรรมทางกายภาพและปัจจัยการล็อกของวงจรในหัวข้อที่ผ่านมาได้แสดงให้เห็นว่าวงจรสามารถทำการเบี่ยงเบนความถี่เอาต์พุตออกจากความถี่ธรรมชาติ (f_{nat}) เพื่อทำการล็อกสัญญาณอินพุตได้เฉพาะในกรณีที่ความถี่อินพุตอยู่ในย่านความถี่ $n_{\text{odd}} f_{\text{nat}}$ เท่านั้น นั่นหมายความว่าวงจรออสซิลเลเตอร์จะพยายามปรับความถี่เอาต์พุตจาก f_{nat} เข้าหา $f_{\text{in}} / n_{\text{odd}}$ ก็ต่อเมื่อความถี่อินพุตอยู่ใกล้ย่าน $n_{\text{odd}} f_{\text{nat}}$ เท่านั้น ดังนั้นการเบี่ยงเบนคาบเวลาเอาต์พุตจะถูกกล่าวเฉพาะกรณีที่ความถี่อินพุตอยู่ใกล้ $n_{\text{odd}} f_{\text{nat}}$ เท่านั้น

4.2.1 การวิเคราะห์วงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

เมื่อความถี่ของสัญญาณอินพุตอยู่ในย่าน $n_{\text{odd}} f_{\text{nat}}$ ระบบจะทำการปรับคาบเวลาของสัญญาณเอาต์พุต (T_m) แต่ละวัฏจักรให้มีค่าเข้าใกล้ $n_{\text{odd}} T_{\text{in}}$ เนื่องจากกระบวนการผลิตสัญญาณของวงจรและการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลาของสัญญาณอินพุต พฤติกรรมของระบบจึงต้องถูกพิจารณาแบบรายวัฏจักร (Cycle by cycle) กล่าวคือระยะเวลาการเก็บและคายประจุที่มีอิทธิพลของสัญญาณภายนอกในวัฏจักร m ไปยังระยะเวลาในการเก็บและคายประจุที่มีอิทธิพลจากสัญญาณภายนอกในวัฏจักร $m+1$ ดังรูปที่ 4.4 และ 4.5 ซึ่งความถี่อินพุตอยู่ในย่าน f_{nat} และ $3f_{\text{nat}}$ ตามลำดับ

จากรูปที่ 4.4 และ 4.5 จะพบว่าตัวแปรที่สามารถทำการเชื่อมโยงจากวัฏจักร m ไปยังวัฏจักร $m+1$ ก็คือตัวแปรเวลาหน่วง $t_{d,m}$ และ $t_{d,m+1/2}$ ซึ่งเป็นเวลา ณ จุดตัดผ่านศูนย์ (Zero crossing) ของสัญญาณอินพุตเมื่อทำการเทียบกับเวลาเริ่มต้นการเก็บประจุ (t_m) และคายประจุ ($t_{m+1/2}$) จากรูปทั้งสองสามารถแสดงความสัมพันธ์ระยะเวลาการหน่วงของคาบเวลา T_m จาก $t_{d,m}$ ไปยัง $t_{d,m+1/2}$ ได้ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$t_{d,m+1/2} = (\tau_{m,H} + t_{d,m}) - \left(\frac{n_{\text{odd}}\pi}{\omega_{in}} \right) \tag{4.18}$$

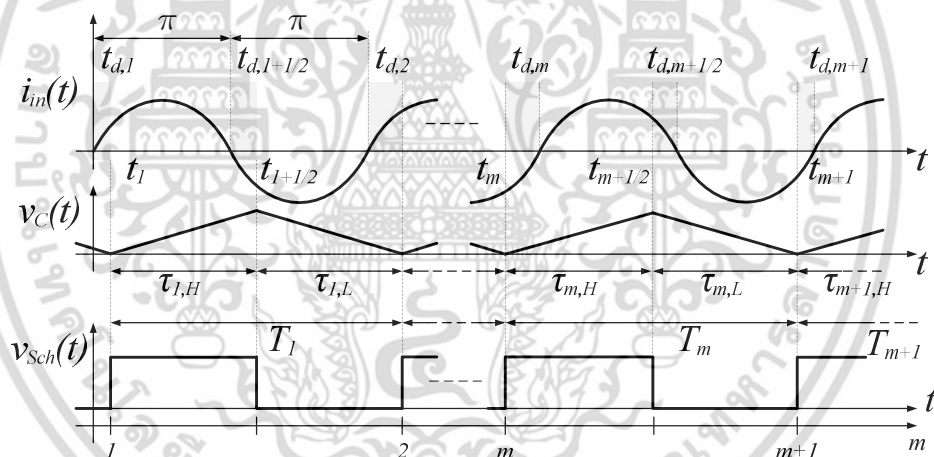
และความสัมพันธ์จาก $t_{d,m+1/2}$ ไปยัง $t_{d,m+1}$ คือ

$$t_{d,m+1} = (\tau_{m,L} + t_{d,m+1/2}) - \left(\frac{n_{\text{odd}}\pi}{\omega_{in}} \right). \tag{4.19}$$

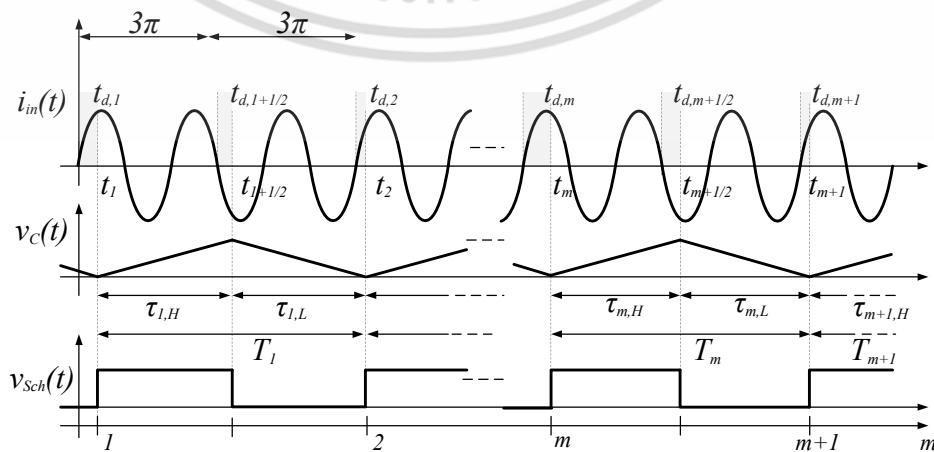
จากสมการที่ (4.18) และ (4.19) ระยะเวลาการหน่วงจาก $t_{d,m}$ ของคาบ T_m ไป $t_{d,m+1}$ ของคาบ T_{m+1} คือ

$$t_{d,m+1} = (T_m + t_{d,m}) - \left(\frac{n_{\text{odd}} 2\pi}{\omega_{in}} \right) \tag{4.20}$$

แต่เนื่องจากสมการนี้ขึ้นอยู่กับค่าคาบเวลา T_m ดังนั้นลำดับถัดไปจะเป็นขั้นตอนของการหาค่า T_m



รูปที่ 4.4 รูปสัญญาณในวงจรเมื่อสัญญาณอินพุตมีความถี่อยู่ใกล้ย่าน f_{nat}



รูปที่ 4.5 รูปสัญญาณในวงจรเมื่อสัญญาณอินพุตมีความถี่อยู่ใกล้ย่าน $3f_{nat}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่โรงเรียนวิศวกรรมไฟฟ้าฯ ขอสงวนสิทธิ์ในเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้เผยแพร่ไปยังหน่วยงานอื่นด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากคาบเวลาเอาต์พุต T_m คือผลรวมระหว่างระยะเวลาการเก็บประจุ ($\tau_{m,H}$) และระยะเวลาการคายประจุ ($\tau_{m,L}$) ดังนั้นจะเริ่มพิจารณาหาระยะเวลาการเก็บประจุ ($\tau_{m,H}$) ก่อน สมการในช่วงการเก็บประจุในวัฏจักร m คือ

$$\int_{v_C(t_m)}^{v_C(t_{m+1/2})} dv_C(t) = \frac{1}{C} \int_{t_m}^{t_{m+1/2}} [I_{CP} + I_{in} \sin(\omega_{in}(t + t_{d,m}))] dt \quad (4.21)$$

โดยที่ $v_C(t_m) = V_{th,L}$ และ $v_C(t_{m+1/2}) = V_{th,H}$ ภายหลังจากการแก้สมการอินทิเกรตจะได้

$$\Delta V_{th} = \frac{I_{CP}}{C} \tau_{m,H} - \frac{1}{C} \frac{I_{in}}{\omega_{in}} [\cos(\omega_{in}(\tau_{m,H} + t_{d,m})) - \cos(\omega_{in} t_{d,m})] \quad (4.22)$$

โดยที่ $t_m = 0$ และ $t_{m+1/2} = \tau_{m,H}$ ภายหลังจากการจัดรูปสมการ ระยะเวลาการเก็บประจุของวงจรที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตคือ

$$\tau_{m,H} = \frac{T_{nat}}{2} + \frac{\alpha}{\omega_{in}} [\cos(\omega_{in}(\tau_{m,H} + t_{d,m})) - \cos(\omega_{in} t_{d,m})] \quad (4.23)$$

โดยที่ $\alpha = I_{in}/I_{CP}$ สมการหาระยะเวลาในช่วงคายประจุ เมื่อวงจรมีการป้อนสัญญาณภายนอกสามารถเขียนได้เป็น

$$\int_{v_C(t_{m+1/2})}^{v_C(t_{m+1})} dv_C(t) = \frac{1}{C} \int_{t_{m+1/2}}^{t_{m+1}} [-I_{CP} + I_{in} \sin(\omega_{in}(t + t_{d,m}))] dt \quad (4.24)$$

โดยที่ $v_C(t_{m+1}) = V_{th,L}$ ภายหลังจากการจัดรูปสมการ ระยะเวลาในการคายประจุของวงจรที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตคือ

$$\tau_{m,L} = \frac{T_{nat}}{2} - \frac{\alpha}{\omega_{in}} [\cos(\omega_{in}(\tau_{m,H} + \tau_{m,L} + t_{d,m})) - \cos(\omega_{in}(\tau_{m,H} + t_{d,m}))] \quad (4.25)$$

โดยกำหนดให้ $t_{m+1} = \tau_{m,H} + \tau_{m,L}$ จากสมการที่ (4.23) และ (4.25) คาบเวลาที่วัฏจักร m จะได้

$$\begin{aligned} T_m &= \tau_{m,H} + \tau_{m,L} \\ &= T_{nat} + \frac{\alpha}{\omega_{in}} \left[\begin{aligned} &\cos(\omega_{in}(\tau_{m,H} + t_{d,m})) - \cos(\omega_{in} t_{d,m}) \\ &-\cos(\omega_{in}(\tau_{m,H} + \tau_{m,L} + t_{d,m})) + \cos(\omega_{in}(\tau_{m,H} + t_{d,m})) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (4.26)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

อาศัยความสัมพันธ์ทางตรีโกณมิติที่ว่า $\cos(a) + \cos(b) = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$ สมการคาบเวลาเอาต์พุตกลายเป็นจะได้

$$T_m = T_{nat} + \frac{2\alpha}{\omega_{in}} \cos(\omega_{in}(\tau_{m,H} + t_{d,m})) - \frac{2\alpha}{\omega_{in}} \cos\left(\frac{\omega_{in}(\tau_{m,H} + \tau_{m,L})}{2} + \omega_{in}t_{d,m}\right) \cos\left(\frac{\omega_{in}(\tau_{m,H} + \tau_{m,L})}{2}\right) \quad (4.27)$$

ทำการแทนค่า $\tau_{m,H}$ และ $\tau_{m,L}$ ในสมการที่ (4.23) และ (4.25) ลงใน (4.27) พร้อมกับทำการประมาณโดยอาศัย Taylor's series ด้วยการละอันดับสูง (High Order) ของ α จะได้

$$T_m = T_{nat} + \frac{4\alpha}{\omega_{in}} \sin^2\left(\frac{\omega_{in}T_{nat}}{4}\right) \cos\left(\frac{\omega_{in}T_{nat}}{2} + \omega_{in}t_{d,m}\right) \quad (4.28)$$

กำหนดให้ $\Delta\omega_{n_{odd}} = \omega_{in} - n_{Odd}\omega_{nat}$,

$$k_0 = \omega_{in}T_{nat} = (\omega_{in} - n_{Odd}\omega_{nat})T_{nat} + n_{Odd}2\pi \quad (4.29)$$

และ

$$k_1 = \Delta\omega_{n_{odd}}T_{nat} \quad (4.30)$$

ดังนั้นสมการที่ (4.28) จะกลายเป็น

$$T_m = T_{nat} + \frac{k_2}{\omega_{in}} \cos\left(\frac{k_0}{2} + \omega_{in}t_{d,m}\right) \quad (4.31)$$

โดยที่ $k_2 = 4\alpha \cos^2\left(\frac{\Delta\omega_{n_{odd}}T_{nat}}{4}\right)$ จากสมการที่ (4.31) แสดงให้เห็นว่าคาบเวลาของสัญญาณเอาต์พุต

มีค่าเท่ากับคาบเวลาธรรมชาติ (T_{nat}) ที่ถูกเบี่ยงเบนไปด้วยปริมาณ $\frac{k_2}{\omega_{in}} \cos\left(\frac{k_0}{2} + \omega_{in}t_{d,m}\right)$ อย่างเป็นเชิงคาบ แทน T_m จากสมการที่ (4.31) ลงในสมการที่ (4.20) จะได้

$$\Delta t_{d,m} = \frac{k_1}{\omega_{in}} + \frac{k_2}{\omega_{in}} \cos\left(\frac{k_0}{2} + \omega_{in}t_{d,m}\right) \quad (4.32)$$

เพื่อให้เข้าใจพฤติกรรมของระบบอย่างชัดเจน $t_{d,m}$ จะถูกพิจารณาให้เป็นตัวแปรต่อเนื่องโดยที่ m ซึ่ง

เป็นดัชนีของวัฏจักรคือตัวแปรต้น และสมการที่ (4.32) สามารถเขียนได้ใหม่เป็น $\Delta t_{d,m} = \frac{k_1}{\omega_{in}} + \frac{k_2}{\omega_{in}} \cos\left(\frac{k_0}{2} + \omega_{in}t_{d,m}\right)$ ซึ่งประโยชน์ด้านการคำนวณจะเห็นได้ชัดว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{dt_d(m)}{dm} = \frac{k_1}{\omega_m} + \frac{k_2}{\omega_m} \cos\left(\frac{k_0}{2} + \omega_m t_d(m)\right) \quad (4.33)$$

สมการอนุพันธ์ที่ได้นี้เป็นสมการแสดงพฤติกรรมของวงจรที่มีการป้อนสัญญาณภายนอก และเป็นที่น่าสนใจว่าสมการอนุพันธ์ที่ได้นี้ยังเหมือนกับสมการอนุพันธ์ของเฟสของ R. Adler [1] และ B. Razavi [2] อีกด้วย ทำการจัดรูปสมการจะได้

$$\int_0^{t_d(m)} \frac{dt_d(m)}{1 + K \cos\left(\frac{k_0}{2} + \omega_m t_{d,m}\right)} = \frac{k_1}{\omega_m} \int_0^m dm \quad (4.34)$$

โดยที่ $K = \frac{k_2}{k_1}$ ภายหลังแก้สมการ การเปลี่ยนแปลงเวลาหนึ่งของวงจรสามารถเขียนได้ดังสมการที่ (4.35)

$$t_d(m) = -\frac{k_0}{2\omega_m} + \frac{2}{\omega_m} \tan^{-1}\left(\frac{1+K}{\sqrt{1-K^2}} \tan\left(\frac{k_1\sqrt{1-K^2}}{2} m + C_i\right)\right) \quad (4.35)$$

โดยที่

$$C_i = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-K^2}}{1+K} \tan\left(\frac{k_0}{4} + \frac{\omega_m t_d(0)}{2}\right)\right) \quad (4.36)$$

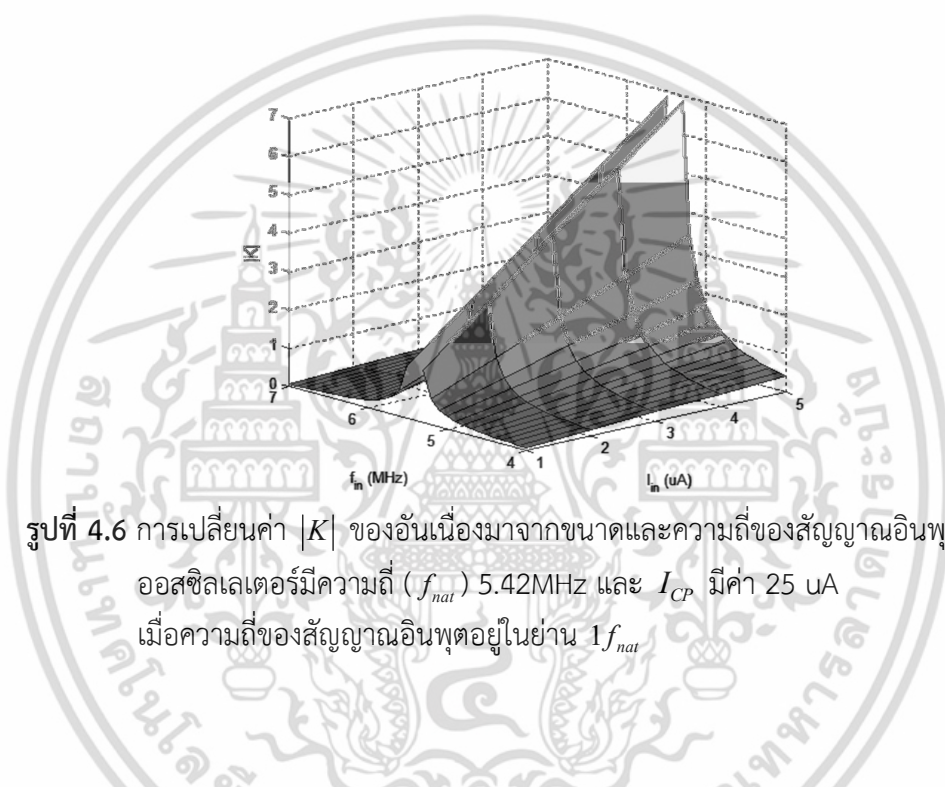
สมการที่ (4.35) คือฟังก์ชันเวลาหนึ่งของแต่ละวัฏจักร m และมีการเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นเชิงคาบ เมื่อพิจารณาสมการนี้โดยละเอียดพบว่าฟังก์ชันของ $t_d(m)$ ขึ้นอยู่กับ $\sqrt{1-K^2}$ ซึ่งมี $|K|$ เป็นตัวแปรสำคัญและสามารถแสดงรายละเอียดได้ดังสมการ

$$|K| = \left|\frac{k_2}{k_1}\right| = \left|\frac{4\alpha}{\Delta\omega_{n_{odd}} T_{nat}} \cos^2\left(\frac{\Delta\omega_{n_{odd}} T_{nat}}{4}\right)\right| \quad (4.37)$$

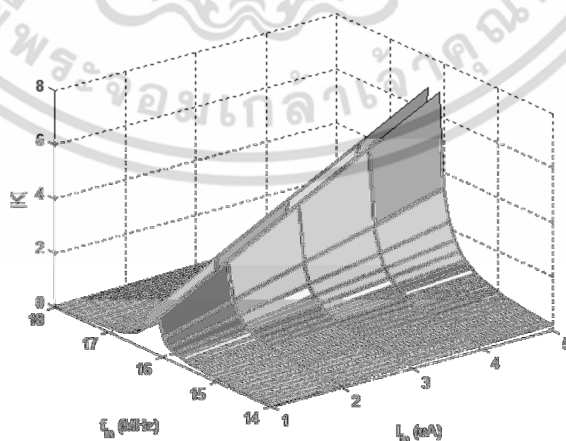
จากสมการจะเห็นว่า $|K|$ ขึ้นอยู่กับตัวแปรหลักสำคัญ 2 ตัวแปรที่มาจากตัวแปรภายในและนอก ระบบ ตัวแรกคือ $\alpha = \frac{I_m}{I_{CP}}$ ซึ่งขึ้นอยู่กับแอมพลิจูดอินพุตและขนาดของกระแสในวงจร Charge-pump ตัวที่สองคือ $\Delta\omega_{n_{odd}} T_{nat} = (\omega_m - n_{odd}\omega_{nat}) T_{nat}$ ซึ่งขึ้นอยู่กับความถี่อินพุตและความถี่ธรรมชาติ

ถ้ากำหนดให้ตัวแปรภายในระบบคงที่ ก็จะพบว่า $|K|$ จะแปรผันตามแอมพลิจูดอินพุต (I_m) และความถี่อินพุต (f_m) ซึ่งการเปลี่ยนแปลงนี้สามารถแสดงตัวอย่างได้ดังรูปที่ 4.6 และ 4.7 โดยเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์การเชิงพาณิชย์เท่านั้น เมื่อผู้จัดทำเห็นประโยชน์อันการไม่ว่ากรณใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในช่วงที่ไม่ต่อเนื่องของกราฟมีค่าเข้าสู่ค่าไม่จำกัด (Infinity) จากรูปทั้งสองพบว่า $|K|$ จะมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อความถี่อินพุตเข้าใกล้ $1f_{nat}$ และ $3f_{nat}$ ขณะที่การเพิ่มแอมพลิจูดอินพุตจะเป็นตัวเร่งให้ $|K|$ เพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว เมื่อพิจารณา $|K|$ ร่วมกับ $\sqrt{1-K^2}$ เราสามารถแบ่ง $|K|$ ออกเป็นสองช่วงคือ $|K| < 1$ และ $|K| > 1$ เพื่อให้สะดวกต่อการนำเสนอจะขอกล่าวก่อนว่าถ้า $|K| < 1$ วงจรจะอยู่ในสถานะไม่ล็อก และถ้า $|K| > 1$ วงจรจะอยู่ในสถานะล็อกซึ่งจะถูกอธิบายในหัวข้อถัดไป นอกจากนี้ถ้าทำการเปรียบเทียบการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ก็จะพบว่า ตัวแปร $|K|$ เหมือนกันกับตัวแปร $|r|$ ซึ่งเป็นตัวแปรที่บ่งบอกสถานะเช่นกัน



รูปที่ 4.6 การเปลี่ยนค่า $|K|$ ของอันเนื่องมาจากขนาดและความถี่ของสัญญาณอินพุตโดยที่ออสซิลเลเตอร์มีความถี่ (f_{nat}) 5.42MHz และ I_{CP} มีค่า 25 uA เมื่อความถี่ของสัญญาณอินพุตอยู่ในย่าน $1f_{nat}$



รูปที่ 4.7 การเปลี่ยนค่า $|K|$ ของอันเนื่องมาจากขนาดและความถี่ของสัญญาณอินพุตโดยที่ออสซิลเลเตอร์มีความถี่ (f_{nat}) 5.42MHz และ I_{CP} มีค่า 25 uA เมื่อความถี่ของสัญญาณอินพุตอยู่ในย่าน $3f_{nat}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2.2 สถานะของวงจรรอสซิลเลเตอร์สี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบผ่องคลายที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตมี 2 สถานะคือ สถานะไม่ล๊อค และสถานะล๊อค

4.2.2.1 สถานะไม่ล๊อค

เมื่อระบบอยู่ในสถานะนี้ $t_d(m)$ จะเป็นฟังก์ชันที่มีการเปลี่ยนแปลงเชิงคาบ แต่ทำการพิจารณาได้ยากเนื่องจากค่าเวลาหน่วงมีค่าน้อยมากในทางปฏิบัติ ดังนั้นเพื่อให้ง่ายต่อการศึกษาลักษณะ คาบเวลาเอาต์พุตจะถูกพิจารณาแทน จากสมการที่ (4.31) คาบเวลาของสัญญาณเอาต์พุตที่วัฏจักร m ซึ่งถูกพิจารณาให้เป็นตัวแปรต่อเนื่องคือ

$$T(m) = T_{nat} + \frac{k_2}{\omega_m} \cos\left(\frac{k_0}{2} + \omega_m t_d(m)\right) \quad (4.38)$$

แทนสมการที่ (4.35) ลงใน (4.38) จะได้

$$T(m) = T_{nat} + \frac{k_2}{\omega_m} \cos\left(2 \tan^{-1}\left(\frac{1+K}{\sqrt{1-K^2}} \tan\left(\frac{k_1 \sqrt{1-K^2}}{2} m + C_t\right)\right)\right) \quad (4.39)$$

จากสมการจะเห็นว่าเมื่อ m มีการเพิ่มค่าอย่างต่อเนื่อง $T(m)$ จะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นเชิงคาบ แต่เนื่องจากสมการนี้ขึ้นอยู่กับฟังก์ชันตรีโกณมิติ 3 ฟังก์ชันจึงทำให้ยากต่อการพิจารณา ด้วยการอาศัยสูตรทางตรีโกณมิติที่ว่า

$$\cos(2 \tan^{-1} \theta) = \frac{1 - \theta^2}{1 + \theta^2}$$

และอนุกรมเทเลอร์ที่ว่า

$$\tan^{-1}(x) = \sum_{n=0}^{N=\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$$

สมการที่ (4.39) จึงสามารถเขียนสมการได้ใหม่เป็น

$$T(m) = T_{nat} - \frac{k_1}{\omega_m} (1 - \sqrt{1-K^2}) + \frac{2k_1}{\omega_m} \sqrt{1-K^2} \sum_{p=1}^{\infty} r^p \cos\left(p\left(k_1 \sqrt{1-K^2} m + 2C_t\right)\right) \quad (4.40)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ $r = \frac{1 - \sqrt{1 - K^2}}{K}$ จากสมการที่ (4.40) พบว่าคาบเวลาเอาต์พุตจะมีการเบี่ยงเบนออกไปจากคาบเวลาธรรมชาติ (T_{nat}) การเบี่ยงเบนนี้มีสองลักษณะคือ การเบี่ยงเบนที่มาจากค่าคงที่ และการเบี่ยงเบนที่เป็นเชิงคาบซึ่งมีคาบของวัฏจักรเป็น

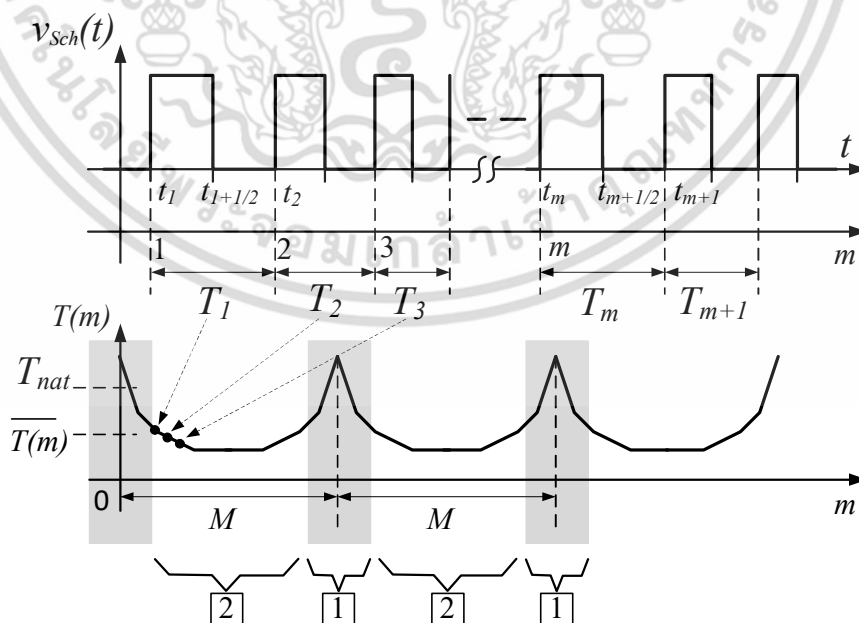
$$M = \frac{2\pi}{k_1 \sqrt{1 - K^2}} \tag{4.41}$$

โดยที่มีค่าสูงสุดเมื่อ $m = (0, 2\pi, 4\pi, \dots) \frac{M}{2\pi}$ และมีค่าต่ำสุดเมื่อ $m = (\pi, 3\pi, 5\pi, \dots) \frac{M}{2\pi}$ ลักษณะการเปลี่ยนแปลงของคาบเวลาเอาต์พุตสามารถแบ่งได้เป็น 2 ช่วง ช่วงเบี่ยงเบนสูงสุด (1) และช่วงเบี่ยงเบนต่ำสุด (2) ซึ่งสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.8 จากรูปจะพบคาบเวลาเอาต์พุตจะมีการเบี่ยงเบนที่เป็นเชิงคาบ และคล้ายกันกับการเบี่ยงเบนความถี่ของวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ในบทที่ 3

จากการเปลี่ยนแปลงของคาบเวลาเอาต์พุตในสมการที่ (4.40) จะพบว่าสามารถพิจารณาพฤติกรรมการดึง (Pulling) อันเนื่องมาจากสัญญาณอินพุตได้อย่างชัดเจน ถ้าทำการค้นหาค่าเฉลี่ยของคาบเวลาเอาต์พุต และสามารถเขียนได้ดังสมการที่ (4.42)

$$\overline{T(m)} = T_{nat} - \frac{k_1}{\omega_{in}} (1 - \sqrt{1 - K^2}) \tag{4.42}$$

ด้วยความสัมพันธ์ของ $K = k_2 / k_1$ จะพบว่าเมื่อความถี่อินพุตเข้าใกล้ย่านการล็อก $\overline{T(m)}$ จะมีค่าเข้าใกล้ความถี่อินพุตมากขึ้นเช่นกัน



รูปที่ 4.8 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าคาบเวลาของสัญญาณเอาต์พุตในโดเมนเวลาและโดเมน m

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2.2.2 สถานะล็อก

1. เงื่อนไขการล็อกและย่านการล็อก

จากพฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต เฟสของสัญญาณเอาต์พุตจะไม่มี การเบี่ยงเบนอีกต่อไป เมื่อวงจรเข้าสู่สถานะล็อก พฤติกรรมดังกล่าวจึงถูกนำมาใช้เพื่อค้นหาย่านการล็อก ซึ่งก็คืออนุพันธ์ของเฟสจะมีค่าเป็นศูนย์ เช่นกันเมื่อวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมพฤติกรรม การเบี่ยงเบนของเวลาหน่วงก็จะคงที่เช่นกัน ดังนั้นสมการอนุพันธ์เวลาหน่วงจากสมการที่ (4.33) จะสามารถเขียนได้ใหม่เป็น

$$\frac{dt_d(m)}{dm} = \frac{k_1}{\omega_{in}} + \frac{k_2}{\omega_{in}} \cos\left(\frac{k_0}{2} + \omega_{in}t_d(m)\right) = 0 \quad (4.43)$$

ทำการจัดรูปสมการจะได้

$$\frac{-k_1}{k_2} = \cos\left(\frac{k_0}{2} + \omega_{in}t_d(m)\right) \quad (4.44)$$

อาศัยคุณลักษณะทางตรีโกณมิติที่ว่า $\frac{1}{|\cos(\theta)|} \geq 1$ เงื่อนไขการล็อกของวงจรจึงสามารถเขียนได้เป็น

$$|K| = \left| \frac{k_2}{k_1} \right| \geq 1 \quad (4.45)$$

จาก $k_1 = \Delta\omega_{n_{odd}} T_{nat}$, $k_2 = 4\alpha \cos^2\left(\frac{\Delta\omega_{n_{odd}} T_{nat}}{4}\right)$ และ $\Delta\omega_{n_{odd}} T_{nat} = (\omega_{in} - n_{Odd}\omega_{nat})T_{nat}$ สมการเขียนได้ใหม่เป็น

$$|K| = \left| \frac{4\alpha \cos^2\left(\frac{\Delta\omega_{n_{odd}} T_{nat}}{4}\right)}{\Delta\omega_{n_{odd}} T_{nat}} \right| \geq 1 \quad (4.46)$$

เมื่อวงจรอยู่ในสถานะล็อกเทอม $\Delta\omega_{n_{odd}} T_{nat} = (\omega_{in} - n_{Odd}\omega_{nat})T_{nat}$ จะมีค่าน้อยมาก และทำให้ $\cos^2\left(\frac{\Delta\omega_{n_{odd}} T_{nat}}{4}\right) \approx 1$ สมการที่ (4.46) สามารถเขียนใหม่เป็น

$$\left| \frac{4\alpha}{\Delta\omega_{n_{odd}} T_{nat}} \right| \geq 1 \quad (4.47)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทำการจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$\left| \frac{4\alpha}{T_{nat}} \right| \geq |\Delta\omega_{n_{odd}}| \quad (4.48)$$

หรือ

$$\left| \frac{2\alpha}{\pi} f_{nat} \right| \geq |\Delta f_{n_{odd}}| \quad (4.49)$$

ซึ่งสมการนี้จึงทำให้สามารถเขียนสมการย่านการล็อกได้ดังสมการที่ (4.50) และสามารถแสดงย่านการล็อกได้ดังรูปที่ 4.3

$$\left(\omega_{in} - |\Delta\omega_{n_{odd}}| \right) \leq \omega_m \leq \left(\omega_i + |\Delta\omega_{n_{odd}}| \right) \quad (4.50)$$

ด้วยพฤติกรรมของวงจรมีในสถานะนี้ วงจรออสซิลเลเตอร์แบบฟอนคลายจึงสามารถนำไปประยุกต์ไปใช้เป็นวงจรซิงโครไนซ์ในกรณีที่ $n_{Odd} = 1$ และใช้เป็นวงจรหารความถี่อันดับคี่ในกรณีที่ $n_{Odd} = 3, 5, \dots$ ด้วยคุณสมบัติของย่านการล็อกของแต่ละย่านที่เท่ากัน มันจึงเป็นการง่ายที่จะนำวงจรมีไปประยุกต์ใช้

2. การเปลี่ยนแปลงของเวลาหน่วงและคาบเวลาเอาต์พุต

เมื่อ $|K| \geq 1$ วงจรจะเข้าสู่สภาวะล็อกและทำให้ $\sqrt{1-K^2} = j\sqrt{K^2-1}$ ดังนั้นสมการที่ (4.35) จะกลายเป็น

$$t_d(m) = -\left(\frac{k_0}{2\omega_m} + \frac{2}{\omega_m} \tan^{-1} \left(j \frac{K+1}{\sqrt{K^2-1}} \tan \left(j \frac{k_1 \sqrt{K^2-1}}{2} m + jC_{t,locked} \right) \right) \right) \quad (4.51)$$

โดยที่ $C_{t,locked}$ คือค่าคงที่ที่ได้จากการอินทิเกรตเมื่อวงจรเข้าสู่สภาวะล็อก อาศัยความสัมพันธ์ทางตรีโกณมิติที่ว่า $\tanh(\theta) = -j \tan(j\theta)$ สมการที่ (4.51) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$t_d(m) = -\frac{k_0}{2\omega_m} + \frac{2}{\omega_m} \tan^{-1} \left(-\frac{K+1}{\sqrt{K^2-1}} \tanh \left(\frac{k_1 \sqrt{K^2-1}}{2} m \right) \right) \quad (4.52)$$

จากคุณลักษณะของฟังก์ชัน $\tanh(\theta)$ จะพบว่าเมื่อตัวแปรภายในฟังก์ชันมีค่ามากขึ้น ฟังก์ชัน $\tanh(\theta)$ จะลู่เข้าสู่ 1 ดังนั้นเมื่อ m มีค่ามากขึ้นจะทำให้ $\tanh \left(\frac{k_1 \sqrt{K^2-1}}{2} m \right)$ ลู่เข้าสู่ซึ่ง 1 ทำให้เวลาหน่วงกลายเป็นค่าคงที่ดังสมการที่ (4.53)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$t_d(m) = -\frac{k_0}{2\omega_m} - \frac{2}{\omega_m} \tan^{-1} \left(\frac{K+1}{\sqrt{K^2-1}} \right) \quad (4.53)$$

จากสมการที่ (4.53) จะพบว่า นอกจากเวลาหน่วงขึ้นอยู่กับความถี่อินพุตแล้ว ยังจะขึ้นอยู่กับเงื่อนไขการล็อกของวงจร (K) อีกด้วย ถ้าทำการแทนเวลาหน่วงที่ได้ลงในสมการที่ (4.38) คาบเวลาเอาต์พุตเมื่อวงจรอยู่ในสภาวะล็อกจะสามารถเขียนได้ดังสมการที่ (4.54)

$$T(m) = T_{nat} + \frac{k_2}{\omega_m} \cos \left(2 \tan^{-1} \left(\frac{K+1}{\sqrt{K^2-1}} \right) \right) \quad (4.54)$$

ภายหลังจากทำการจัดรูปสมการโดยอาศัยความสัมพันธ์ที่ว่า $\cos(2 \tan^{-1} \theta) = \frac{1-\theta^2}{1+\theta^2}$ คาบเวลา

เอาต์พุตจะกลายเป็น

$$T(m) = n_{Odd} T_m \quad (4.55)$$

สมการนี้ได้แสดงให้เห็นว่า เมื่อความถี่อินพุตและแอมพลิจูดอินพุตส่งผลให้ $|K| \geq 1$ ระบบจะเข้าสู่สภาวะล็อก และจะทำการปรับคาบเวลาเอาต์พุตให้มีค่าเป็น n_{Odd} เท่าของคาบเวลาอินพุต

4.3 วงจรหารความถี่โดยอาศัยวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

จากการวิเคราะห์ในหัวข้อที่ผ่านมา แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้แสดงให้เห็นว่า วงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมสามารถทำการล็อกสัญญาณอินพุตที่มีความถี่สูงกว่าได้ ซึ่งพฤติกรรมนี้สามารถนำวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมไปประยุกต์ใช้เป็นวงจรรหารความถี่ได้ โดยปกติแล้วในทางปฏิบัติสัญญาณอินพุตไม่ได้เป็นสัญญาณไซน์เพียงอย่างเดียว ดังนั้นในหัวข้อนี้ยานการล็อกของวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณไซน์ สัญญาณสี่เหลี่ยม และสัญญาณสามเหลี่ยม

สมการของสัญญาณอินพุตสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของอนุกรมฟูเรียร์ได้ดังนี้

$$i_{in}(t) = I_m \sum_{x=1}^{\infty} a_x \sin(x\omega_m(t + t_{d,m})) \quad (4.56)$$

โดยที่ I_m คือแอมพลิจูดอินพุต ω_m คือความถี่อินพุต $t_{d,m}$ คือเวลาหน่วง a_x คือสัมประสิทธิ์ และ x คือดัชนี ถ้าสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณไซน์ x จะมีค่าเท่ากับ 1 เท่านั้น และ $a_1 = 1$ ถ้าสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสามเหลี่ยม จะมีดัชนี x เป็นเลขคี่เท่านั้น และมีสัมประสิทธิ์คือ

$$a_{x_{odd}} = \frac{8}{(\pi x_{odd})^2} \quad (4.57)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม จะมีดัชนี x เป็นเลขคี่เท่านั้นเช่นกัน และมีสัมประสิทธิ์คือ

$$a_{x_{odd}} = \frac{4}{(\pi x_{odd})} \quad (4.58)$$

จากรูปวงจรที่มีการป้อนสัญญาณที่ 4.1 เมื่อทำการป้อนสัญญาณอินพุตเข้าสู่วงจร สมการสำหรับหาค่าเวลาในเก็บประจุที่วัฏจักร m คือ

$$\int_{v_C(t_m)}^{v_C(t_{m+1/2})} dv_C(t) = \frac{1}{C} \int_{t_m}^{t_{m+1/2}} \left[I_{CP} + I_{in} \sum_{x_{odd}=1}^{\infty} a_{x_{odd}} \sin(x\omega_{in}(t+t_{d,m})) \right] dt \quad (4.59)$$

ภายหลังจากการแก้สมการจะได้

$$v_C(t_{m+1/2}) - v_C(t_m) = \frac{I_{CP}}{C} (t_{m+1/2} - t_m) - \frac{I_{in}}{C} \sum_{x_{odd}=1}^{\infty} \frac{a_{x_{odd}}}{x_{odd} \omega_{in}} \left[\cos(x_{odd} \omega_{in} (t_{m+1/2} + t_{d,m})) - \cos(x_{odd} \omega_{in} (t_m + t_{d,m})) \right] \quad (4.61)$$

โดยที่ $v_C(t_{m+1/2}) = V_{th,H}$, $v_C(t_m) = V_{th,L}$ และ $\Delta V_{th} = V_{th,H} - V_{th,L}$ กำหนดให้ $t_{m+1/2} - t_m = \tau_{m,H}$ และ $t_m = 0$ ดังนั้นสมการที่ (4.61) จะกลายเป็น

$$\Delta V_{th} = \frac{I_{CP}}{C} \tau_{m,H} - \frac{I_{in}}{C} \sum_{x_{odd}=1}^{\infty} \frac{a_{x_{odd}}}{x_{odd} \omega_{in}} \left[\cos(x_{odd} \omega_{in} (\tau_{m,H} + t_{d,m})) - \cos(x_{odd} \omega_{in} t_{d,m}) \right] \quad (4.62)$$

ภายหลังจากจัดรูปสมการ ระยะเวลาการเก็บประจุของวงจรที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตจะสามารถใหม่ได้เป็น

$$\tau_{m,H} = \frac{T_{nat}}{2} + \frac{\alpha}{\omega_{in}} \sum_{x_{odd}=1}^{\infty} \frac{a_{x_{odd}}}{x_{odd}} \left[\cos(x_{odd} \omega_{in} (\tau_{m,H} + t_{d,m})) - \cos(x_{odd} \omega_{in} t_{d,m}) \right] \quad (4.63)$$

โดยที่ $T_{nat} = \frac{2\Delta V_{th} C}{I_{CP}}$ และ $\alpha = \frac{I_{in}}{I_{CP}}$ ขณะที่ระยะเวลาในการคายประจุที่วัฏจักร m สามารถหาได้จาก

$$\int_{v_C(t_{m+1/2})}^{v_C(t_{m+1})} dv_C(t) = \frac{1}{C} \int_{t_{m+1/2}}^{t_{m+1}} \left[-I_{CP} + I_{in} \sum_{x=1}^{\infty} a_{x_{odd}} \sin(x\omega_{in}(t+t_{d,m})) \right] dt \quad (4.64)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

โดยที่ $v_C(t_{m+1}) = V_{th,L}$, $v_C(t_m) = V_{th,L}$ และ $\Delta V_{th} = V_{th,H} - V_{th,L}$

$$-\Delta V_{th} = -\frac{1}{C} I_{CP} (t_{m+1} - t_{m+1/2}) - \frac{1}{C} \frac{I_{in}}{\omega_{in}} \sum_{x_{odd}=1}^{\infty} \frac{a_{x_{odd}}}{x_{odd}} \left[\cos(x_{odd} \omega_{in} (t_{m+1} + t_{d,m})) - \cos(x_{odd} \omega_{in} (t_{m+1/2} + t_{d,m})) \right] \quad (4.65)$$

ด้วยการกำหนดให้ $t_{m+1} - t_{m+1/2} = \tau_{m,L}$ พร้อมกับทำการจัดรูปสมการ ระยะเวลาในการคายประจุจะสามารถเขียนได้เป็น

$$\tau_{m,L} = \frac{T_{nat}}{2} - \frac{\alpha}{\omega_{in}} \sum_{x_{odd}=1}^{\infty} \frac{a_{x_{odd}}}{x_{odd}} \left[\cos(x_{odd} \omega_{in} (T_m + t_{d,m})) - \cos(x_{odd} \omega_{in} (\tau_{m,L} + t_{d,m})) \right] \quad (4.66)$$

จากสมการที่ (4.63) และ (4.66) คาบเวลาเอาต์พุตของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตคือ

$$\begin{aligned} T_m &= \tau_{m,H} + \tau_{m,L} \\ &= \frac{T_{nat}}{2} + \frac{\alpha}{\omega_{in}} \sum_{x_{odd}=1}^{\infty} \frac{a_{x_{odd}}}{x_{odd}} \left[\cos(x_{odd} \omega_{in} (\tau_{m,H} + t_{d,m})) - \cos(x_{odd} \omega_{in} t_{d,m}) \right] \\ &\quad + \frac{T_{nat}}{2} - \frac{\alpha}{\omega_{in}} \sum_{x_{odd}=1}^{\infty} \frac{a_{x_{odd}}}{x_{odd}} \left[\cos(x_{odd} \omega_{in} (T_m + t_{d,m})) - \cos(x_{odd} \omega_{in} (\tau_{m,L} + t_{d,m})) \right] \end{aligned} \quad (4.67)$$

$$T_m = T_{nat} + \frac{\alpha}{\omega_{in}} \sum_{x_{odd}=1}^{\infty} \frac{a_{x_{odd}}}{x_{odd}} \left[\begin{aligned} &2 \cos(x_{odd} \omega_{in} (\tau_{m,H} + t_{d,m})) - \cos(x_{odd} \omega_{in} t_{d,m}) \\ &- \cos(x_{odd} \omega_{in} (T_m + t_{d,m})) \end{aligned} \right] \quad (4.68)$$

จากสมการที่ (4.68) จะพบว่าคาบเวลาเอาต์พุตจะถูกเบี่ยงเบนไปจากคาบเวลาธรรมชาติ เนื่องจากสัญญาณอินพุต จากหัวข้อที่ผ่านมาได้แสดงให้เห็นว่าเมื่อวงจรรออยู่ในสภาวะล็อก คาบเวลาเอาต์พุตจะมีค่าเป็นจำนวนเท่ากับคาบเวลาอินพุตดังสมการ

$$T_m = nT_{in} \quad (4.69)$$

และระยะเวลาในการเก็บประจุและคายประจุจะมีค่าเป็นครึ่งหนึ่งของคาบเวลาเอาต์พุต

$$\tau_{m,H} = \tau_{m,L} = \frac{T_m}{2} \quad (4.70)$$

ดังนั้นสมการที่ (4.68) จะสามารถเขียนได้ใหม่เป็น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$nT_{in} = T_{nat} + \frac{\alpha T_{in}}{2\pi} \sum_{x_{odd}=1}^{\infty} \frac{a_{x_{odd}}}{x_{odd}} \left[2\cos\left(2\pi x n \left(\frac{1}{2} + \frac{t_{d,m}}{T_m}\right)\right) - 2\cos\left(2\pi x_{odd} n \frac{t_{d,m}}{T_m}\right) \right] \quad (4.71)$$

โดยอาศัยคุณสมบัติของตรีโกณมิติที่ว่า $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$ สมการที่ (4.71) จะกลายเป็น

$$nT_{in} = T_{nat} + \frac{\alpha T_{in}}{\pi} \sum_{x_{odd}=1}^{\infty} \frac{a_{x_{odd}}}{x_{odd}} \begin{bmatrix} \cos\left(2\pi x n \left(\frac{1}{2}\right)\right) \cos\left(2\pi x n \left(\frac{t_{d,m}}{T_m}\right)\right) \\ -\sin\left(2\pi x_{odd} n \left(\frac{1}{2}\right)\right) \sin\left(2\pi x_{odd} n \left(\frac{t_{d,m}}{T_m}\right)\right) \\ -\cos\left(2\pi x_{odd} n \frac{t_{d,m}}{T_m}\right) \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

เนื่องจาก x_{odd} และ n เป็นจำนวนเต็ม จึงส่งผลให้เทอม $\sin\left(2\pi x_{odd} n \left(\frac{1}{2}\right)\right) = 0$ และสมการที่ (4.72) จะสามารถเขียนได้ใหม่ดังสมการที่ (4.73)

$$nT_{in} = T_{nat} + \frac{\alpha T_{in}}{\pi} \sum_{x_{odd}=1}^{\infty} \frac{a_{x_{odd}}}{x_{odd}} \left\{ \left[\cos(\pi x_{odd} n) - 1 \right] \cos\left(2\pi x_{odd} n \left(\frac{t_{d,m}}{T_m}\right)\right) \right\} \quad (4.73)$$

โดยอาศัยคุณสมบัติของตรีโกณมิติที่ว่า $\cos(a) - \cos(b) = -2\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$ สมการที่ (4.73) จะกลายเป็น

$$nT_{in} = T_{nat} + \frac{\alpha T_{in}}{\pi} \sum_{x=1}^{\infty} \frac{a_{x_{odd}}}{x_{odd}} \left\{ -\sin^2\left(\frac{\pi x_{odd} n}{2}\right) \cos\left(2\pi x_{odd} n \left(\frac{t_{d,m}}{T_m}\right)\right) \right\} \quad (4.74)$$

จากสมการจะเห็นว่าสมการนี้คล้ายกันกับสมการที่นำไปสู่การหาเงื่อนไขการล็อกในหัวข้อที่ 4.1 ซึ่งตัวแปร n สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 กรณีคือ จำนวนคี่ (n_{odd}) และจำนวนคู่ (n_{even})

$$\text{กรณี } n_{even} = 2, 4, 6, 8, \dots \text{ จะส่งผลให้ } \sin^2\left(\frac{\pi x_{odd} n_{even}}{2}\right) = 0 \text{ ดังนั้นสมการที่ (4.74) จะ}$$

กลายเป็น

$$n_{even} T_{in} = T_{nat} \quad (4.75)$$

และถ้าทำการแปลงคาบเวลาเป็นความถี่ จะได้ว่าวงจรจะทำการล็อกสัญญาณอินพุตเมื่อความถี่อินพุตเป็นจำนวนคู่เท่าของความถี่ธรรมชาติดังสมการที่ (4.76)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$f_{in} = n_{even} f_{nat} \quad (4.76)$$

กรณี $n_{odd} = 1, 3, 5, 7, \dots$ จะส่งผลให้ $\sin^2\left(\frac{\pi x_{odd} n_{odd}}{2}\right) = 1$ ดังนั้นสมการที่ (4.74) จะกลายเป็น

$$n_{odd} T_{in} = T_{nat} - \frac{\alpha T_{in}}{\pi} \sum_{x=1}^{\infty} \frac{a_{x_{odd}}}{x_{odd}} \left\{ \cos\left(2\pi x_{odd} n_{odd} \left(\frac{t_{d,m}}{T_m}\right)\right) \right\} \quad (4.77)$$

ทำการจัดรูปสมการจะได้

$$(T_{nat} - n_{odd} T_{in}) \frac{\pi}{\alpha T_{in}} = \sum_{x=1}^{\infty} \frac{a_{x_{odd}}}{x_{odd}} \left\{ \cos\left(2\pi x_{odd} n_{odd} \left(\frac{t_{d,m}}{T_m}\right)\right) \right\} \quad (4.78)$$

จากเทอม $\cos\left(2\pi x_{odd} n_{odd} \left(\frac{t_{d,m}}{T_m}\right)\right)$ จะพบว่า ถ้า $2\pi n_{odd} \left(\frac{t_{d,m}}{T_m}\right)$ มีค่าเป็นจำนวนคู่เท่าของ π เช่น $2\pi, 4\pi, 6\pi, \dots$ เทอม $\cos\left(2\pi x_{odd} n_{odd} \left(\frac{t_{d,m}}{T_m}\right)\right) = 1$ ซึ่งเป็นค่าสูงสุดในทางตรงกันข้าม ถ้า $2\pi n_{odd} \left(\frac{t_{d,m}}{T_m}\right)$ มีค่าเป็นจำนวนคี่เท่าของ $\pi, 3\pi, 5\pi, \dots$ ซึ่งหมายความว่าเทอม $\cos\left(2\pi x_{odd} n_{odd} \left(\frac{t_{d,m}}{T_m}\right)\right) = -1$ ซึ่งเป็นค่าต่ำสุด ดังนั้น $\left| \cos\left(2\pi x_{odd} n_{odd} \left(\frac{t_{d,m}}{T_m}\right)\right) \right| \leq 1$ และทำให้สมการที่ (4.68) กลายเป็น

$$-\sum_{x=1}^{\infty} \frac{a_{x_{odd}}}{x_{odd}} \leq (T_{nat} - n_{odd} T_{in}) \frac{\pi}{\alpha T_{in}} \leq \sum_{x=1}^{\infty} \frac{a_{x_{odd}}}{x_{odd}} \quad (4.79)$$

ทำการแปลงคาบเวลาเอาต์พุตให้กลายเป็นความถี่จะได้

$$-\frac{\alpha f_{nat}}{\pi} \sum_{x=1}^{\infty} \frac{a_{x_{odd}}}{x_{odd}} \leq (f_{in} - n_{odd} f_{nat}) \leq \frac{\alpha f_{nat}}{\pi} \sum_{x=1}^{\infty} \frac{a_{x_{odd}}}{x_{odd}} \quad (4.80)$$

โดยที่ $|f_{in} - n_{odd} f_{nat}| = |\Delta f_{odd}| = \left| \frac{\alpha f_{nat}}{\pi} \sum_{x=1}^{\infty} \frac{a_{x_{odd}}}{x_{odd}} \right|$ จากสมการที่ (4.80) ย่านการเลือกของวงจรสามารถเขียนได้เป็น

$$(f_{nat} - |\Delta f_{odd}|) \leq f_{in} \leq (f_{nat} + |\Delta f_{odd}|) \quad (4.81)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณไซน์ ย่านการล็อกจะสามารถเขียนได้เป็น

$$\left(f_{nat} - \left| \frac{\alpha f_{nat}}{\pi} \right| \right) \leq f_{in} \leq \left(f_{nat} + \left| \frac{\alpha f_{nat}}{\pi} \right| \right) \quad (4.82)$$

จากสมการที่ (4.57) ย่านการล็อกของวงจรมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสามเหลี่ยม สามารถเขียนได้เป็น

$$\left(f_{nat} - \left| \frac{16\alpha f_{nat} (1.0518)}{\pi^3} \right| \right) \leq f_{in} \leq \left(f_{nat} + \left| \frac{16\alpha f_{nat} (1.0518)}{\pi^3} \right| \right) \quad (4.83)$$

เช่นเดียวกัน จากสมการที่ (4.58) ถ้าสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม ย่านการล็อกของวงจรถือ

$$\left(f_{nat} - |\alpha f_{nat}| \right) \leq f_{in} \leq \left(f_{nat} + |\alpha f_{nat}| \right) \quad (4.84)$$

จากสมการที่ (4.82) ถึง (4.84) แสดงให้เห็นว่าย่านการล็อกแปรผันตรงกับอัตราส่วนระหว่างแอมพลิจูดอินพุตและแอมพลิจูดของวงจรถูก Charge-pump นอกจากนี้จะพบว่าย่านการล็อกจะกว้างมากที่สุดเมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม และย่านการล็อกจะแคบที่สุดเมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสามเหลี่ยม

บทที่ 5

ผลการทดลองการทำงาน ผลการจำลองการทำงาน และผลการคำนวณของวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

การศึกษาพฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณภายนอกด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อาศัยเทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัวที่นำเสนอจะถูกพิสูจน์ในบทนี้ พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ทั้ง 3 สภาวะที่ถูกนำเสนอจะถูกเปรียบเทียบกับผลการทดลองซึ่งประกอบด้วยสภาวะไม่ล็อก สภาวะล็อก และสภาวะปิด

5.1 วงจรออสซิลเลเตอร์ที่ใช้ในการทดลอง

เพื่อแสดงความสามารถของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่มีโครงสร้างแตกต่างกัน 3 วงจรคือวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์ วงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส และวงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอเตอร์เจอร์ จะถูกพิจารณา

5.1.1 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์

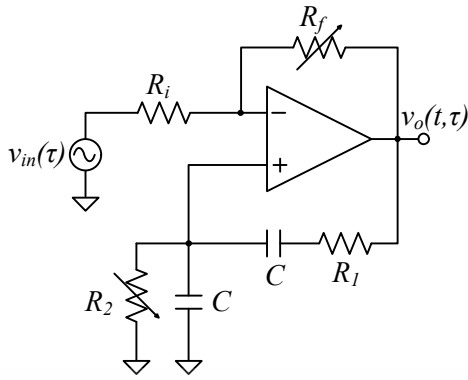
วงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์ที่ใช้ในการทดลองมีโครงสร้างวงจรมีดังรูปที่ 5.1 ซึ่งประกอบไปด้วย 2 ส่วน ส่วนแรกคือวงจรขยายซึ่งมีอุปกรณ์แอกทิฟเป็นออปแอมป์ และส่วนที่สองคือวงจรป้อนกลับที่เป็นวงจรรองความถี่แถบผ่านโดยที่วงจรถูกออกแบบให้มีความถี่การสั่นอยู่ที่ 150KHz และมีขนาดของสัญญาณเอาต์พุตอยู่ที่ $5V_p$

ผลการทดลองในทางปฏิบัติและผลการจำลองการทำงานของวงจรเมื่อไม่มีการป้อนสัญญาณภายนอกสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.2 และ 5.3 ตามลำดับโดยที่ค่าของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองในทางปฏิบัติและการจำลองการทำงานสามารถแสดงได้ดังตารางที่ 5.1

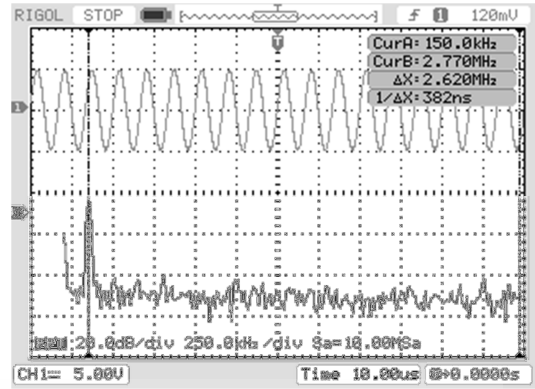
รูปที่ 5.4 คือผลตอบสนองทางความถี่ของวงจรโดยที่ (a) คือผลที่ได้จากการคำนวณค่าอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองเชิงปฏิบัติ (b) คือผลที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ ผลการคำนวณทั้งสองนี้ได้จากการใช้ฟังก์ชันของโปรแกรม MatLab และ (c) คือผลที่ได้จากการจำลองการทำงานโดยอาศัยโปรแกรม SPICE ผลตอบสนองทางความถี่แบ่งออกเป็น 2 ส่วนดังนี้

- ส่วนแรกคือผลตอบสนองเชิงอัตราขยาย ส่วนนี้พบว่าผลที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติมีอัตราการขยายสูงที่สุด และผลที่ได้จากค่าอุปกรณ์ที่ได้จากการทดลองมีค่าอัตราการขยายต่ำสุดถึงแม้ว่าจะไม่ได้พิจารณาคูณลักษณะทางความถี่ของออปแอมป์เหมือนกับการจำลองการทำงาน
- ส่วนที่สองคือผลตอบสนองเชิงเฟส ผลได้จากการคำนวณด้วยค่าอุปกรณ์ในทางปฏิบัติมีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่อง เมื่อเทียบกับผลที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ และจากการจำลองการทำงาน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



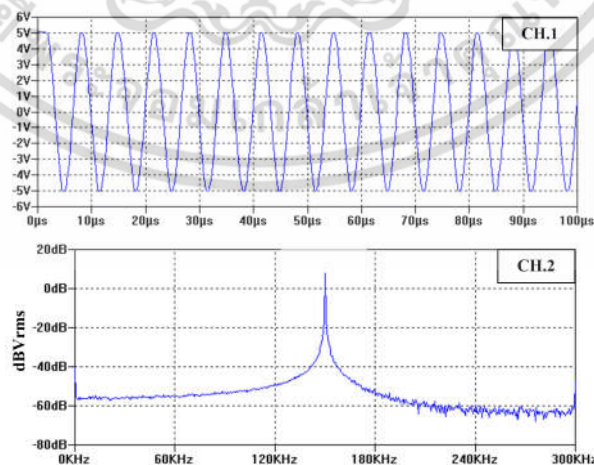
รูปที่ 5.1 โครงสร้างของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์



รูปที่ 5.2 สัญญาณเอาต์พุตของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์เมื่อไม่มีการป้อนสัญญาณภายนอก

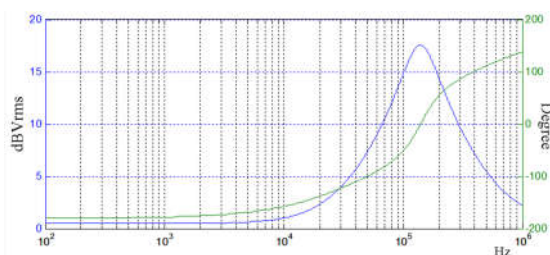
ตารางที่ 5.1 รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์

อุปกรณ์	รายละเอียด	
	การทดลองการทำงาน	การจำลองการทำงาน
R_f	15K Ω	21K Ω
R_i	10K Ω	10K Ω
R_1	5K Ω	8.4K Ω
R_2	26K Ω	8.4K Ω
C	100 pF	100 pF
Op-Amp	LF351	LF351

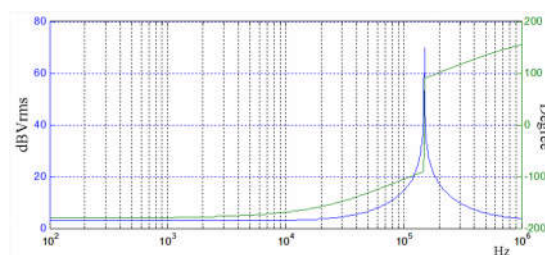


รูปที่ 5.3 ผลการจำลองการทำงานของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์เมื่อไม่มีการป้อนสัญญาณภายนอก

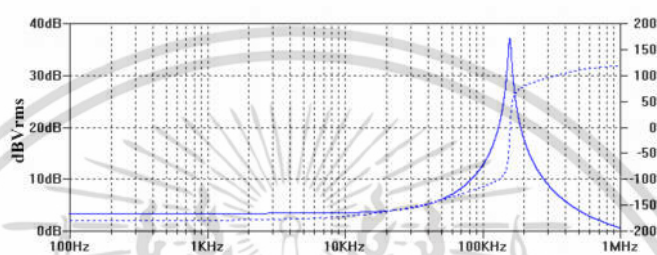
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(a) ผลที่ได้มาจากค่าอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง



(b) ผลที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ



(c) ผลที่ได้จากการจำลองการทำงาน

รูปที่ 5.4 ผลตอบสนองทางความถี่ของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์

5.1.2 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส

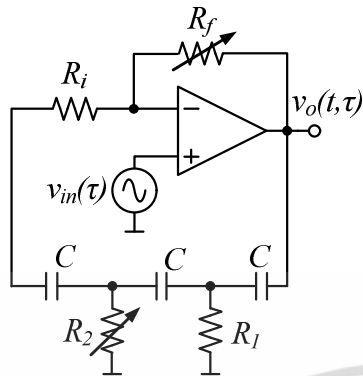
วงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสที่ใช้ในการทดลองมีโครงสร้างวงจรดังรูปที่ 5.5 ซึ่งประกอบไปด้วย 2 ส่วน ส่วนแรกคือวงจรขยายซึ่งมีอุปกรณ์แอกทีฟเป็นออปแอมป์ และส่วนที่สองคือวงจรป้อนกลับที่เป็นวงจรเลื่อนเฟสโดยที่วงจรถูกออกแบบให้มีความถี่การสั่นอยู่ที่ 65KHz และมีขนาดของสัญญาณเอาต์พุตอยู่ที่ $5V_p$

ผลการทดลองในทางปฏิบัติและผลการจำลองการทำงานของวงจรเมื่อไม่มีการป้อนสัญญาณภายนอกสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.6 และ 5.7 ตามลำดับโดยที่ค่าของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองในทางปฏิบัติและการจำลองการทำงานสามารถแสดงได้ดังตารางที่ 5.2

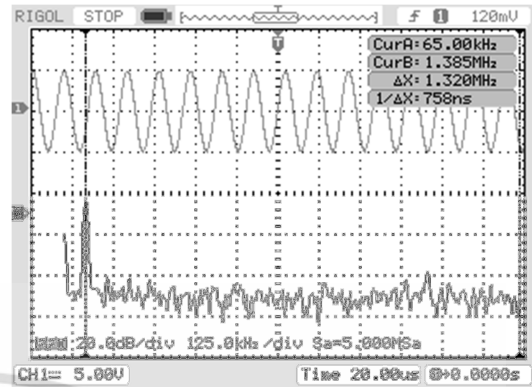
รูปที่ 5.8 คือผลตอบสนองทางความถี่ของวงจรโดยที่ (a) คือผลที่ได้จากการคำนวณค่าอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองเชิงปฏิบัติ (b) คือผลที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ และ (c) คือผลที่ได้จากการจำลองการทำงาน ผลตอบสนองทางความถี่แบ่งออกเป็น 2 ส่วนดังนี้

- ส่วนแรกคือผลตอบสนองเชิงอัตราขยาย ส่วนนี้พบว่าผลที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติมีอัตราขยายสูงที่สุด และผลที่ได้จากค่าอุปกรณ์ที่ได้จากการทดลองมีอัตราขยายต่ำสุดถึงแม้ว่าจะไม่ได้พิจารณาคุณลักษณะทางความถี่ของออปแอมป์เหมือนกับการจำลองการทำงาน
- ส่วนที่สองคือผลตอบสนองเชิงเฟส ผลที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าอุปกรณ์ในทางปฏิบัติและจากผลการจำลองการทำงานมีการเปลี่ยนแปลงอย่างมาก เมื่อเทียบกับผลที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ

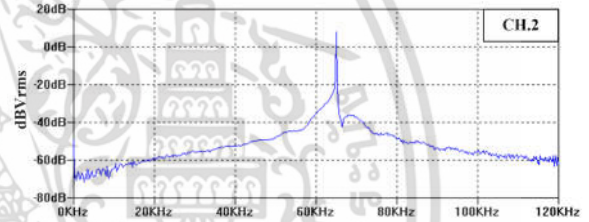
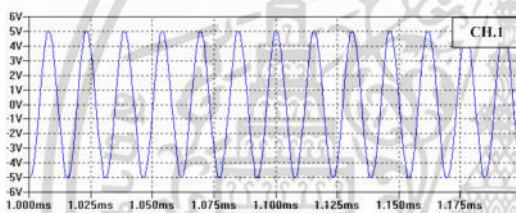
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.5 โครงสร้างของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส



รูปที่ 5.6 สัญญาณเอาต์พุตของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟสเมื่อไม่มีการป้อนสัญญาณภายนอก

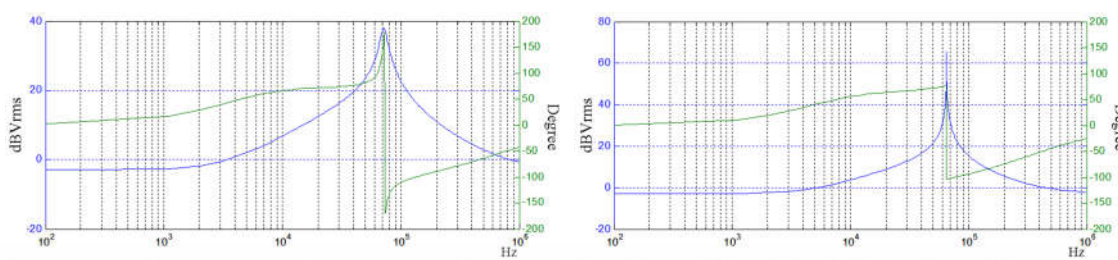


รูปที่ 5.7 ผลการจำลองการทำงานของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสเมื่อไม่มีการป้อนสัญญาณภายนอก

ตารางที่ 5.2 รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส

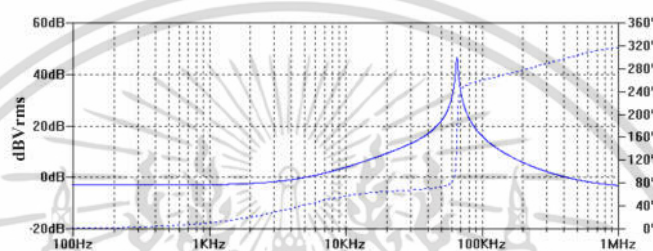
อุปกรณ์	รายละเอียด	
	การทดลองการทำงาน	การจำลองการทำงาน
R_f	45.7KΩ	30KΩ
R_i	1KΩ	860Ω
R_1	1KΩ	860Ω
R_2	26KΩ	860Ω
C	1nF	1nF
Op-Amp	LF351	LF351

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(a) ผลที่ได้มาจากค่าอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง

(b) ผลที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ



(c) ผลที่ได้จากการจำลองการทำงาน

รูปที่ 5.8 ผลตอบสนองทางความถี่ของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟส

5.1.3 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอเดรเจอร์

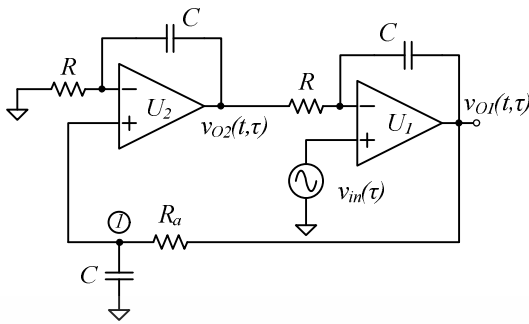
วงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสที่ใช้ในการทดลองมีโครงสร้างวงจรดังรูปที่ 5.9 ซึ่งประกอบไปด้วย 2 ส่วน ประกอบไปด้วยวงจรเลื่อนเฟส 2 วงจร วงจรแรกจะทำการเลื่อนเฟสที่ 270 องศา ขณะที่วงจรที่สองทำการเลื่อนเฟส 90 องศา โดยที่วงจรถูกออกแบบให้มีความถี่การสั่นอยู่ที่ 34KHz และมีขนาดของสัญญาณเอาต์พุตอยู่ที่ $5V_p$

ผลการทดลองในทางปฏิบัติและผลการจำลองการทำงานของวงจรเมื่อไม่มีการป้อนสัญญาณภายนอกสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 5.10 และ 5.11 ตามลำดับโดยที่ค่าของอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองในทางปฏิบัติและการจำลองการทำงานสามารถแสดงได้ดังตารางที่ 4.3

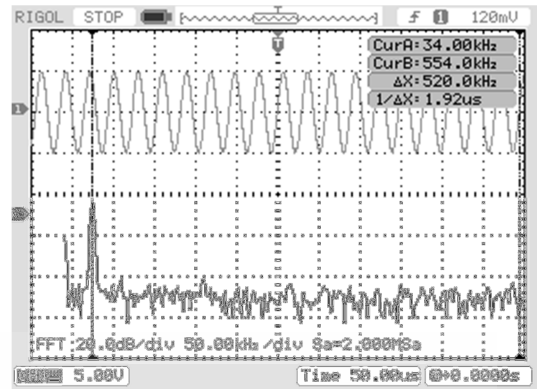
รูปที่ 5.12 คือผลตอบสนองทางความถี่ของวงจรโดยที่ (a) คือผลที่ได้จากการคำนวณค่าอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองเชิงปฏิบัติ (b) คือผลที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ และ (c) คือผลที่ได้จากการจำลองการทำงาน ผลตอบสนองทางความถี่แบ่งออกเป็น 2 ส่วนดังนี้

- ส่วนแรกคือผลตอบสนองเชิงอัตราขยาย ส่วนนี้พบว่าผลที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติและผลที่ได้จากการจำลองการทำงานมีอัตราการขยายใกล้เคียงกันและมากกว่าผลที่ได้จากค่าอุปกรณ์ที่ได้จากการทดลอง
- ส่วนที่สองคือผลตอบสนองเชิงเฟส ผลได้จากการคำนวณด้วยค่าอุปกรณ์ในทางปฏิบัติและจากผลการจำลองการทำงานมีการเปลี่ยนแปลงอย่างมาก เมื่อเทียบกับผลที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ

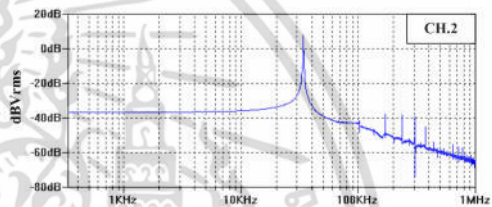
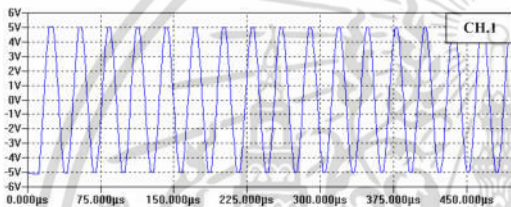
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



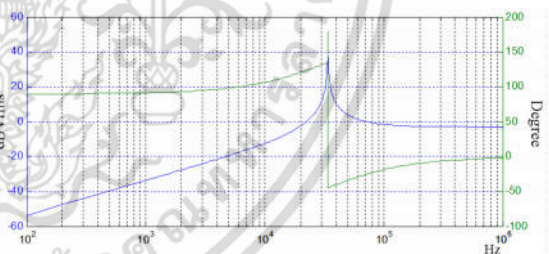
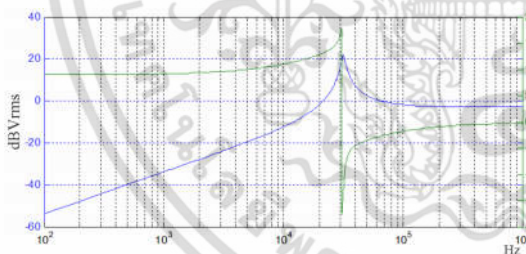
รูปที่ 5.9 โครงสร้างของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอดเรเจอร์



รูปที่ 5.10 สัญญาณเอาต์พุตของวงจรออสซิลเลเตอร์เมื่อไม่มีการป้อนสัญญาณภายนอก

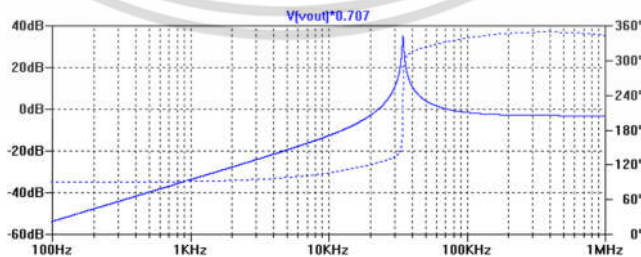


รูปที่ 5.11 ผลการจำลองการทำงานของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดแบบควอดเรเจอร์เมื่อไม่มีการป้อนสัญญาณภายนอก



(a) ผลที่ได้มาจากค่าอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง

(b) ผลที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ



(c) ผลที่ได้มาจากการจำลองการทำงาน

รูปที่ 5.12 ผลตอบสนองทางความถี่ของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดแบบควอดเรเจอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 5.3 รายละเอียดของอุปกรณ์ที่ใช้ในวงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอเดรเจอร์

อุปกรณ์	รายละเอียด	
	การทดลองการทำงาน	การจำลองการทำงาน
R	$5K\Omega$	$4.6K\Omega$
R_a	$5.41K\Omega$	$4.6K\Omega$
C	$1nF$	$1nF$
Op-Amp	LF351	LF351

5.2 พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอเพื่ออธิบายพฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตจะถูกนำมาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดลองการทำงาน และการจำลองการทำงาน ซึ่งจะทำการพิจารณาทั้ง 3 สภาวะโดยเริ่มต้นจากสภาวะไม่ล็อก สภาวะปิด และสภาวะล็อก

5.2.1 สภาวะไม่ล็อก

ในสภาวะไม่ล็อกนี้ พฤติกรรมจะถูกสังเกตและเปรียบเทียบซึ่งประกอบด้วย การเปลี่ยนแปลงขนาดเพียงด้านเดียวของสัญญาณเอาต์พุตตามที่ได้จากการวิเคราะห์ในสมการที่ (3.18) และองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตตามที่ได้จากการวิเคราะห์ในสมการที่ (3.40) โดยในการทดลองได้กำหนดให้สัญญาณอินพุตมีค่าเป็น $0.1V_p$ ซึ่งมีค่าน้อยเมื่อเทียบขนาดของสัญญาณอิสระที่เป็นเช่นนี้เพราะต้องการหลีกเลี่ยงสัญญาณรบกวนที่เกิดจากความไม่เป็นเชิงเส้นของออปแอมป์ พร้อมกันนั้นจะพิจารณาเฉพาะในกรณีที่มีความถี่อินพุตมีค่าต่ำกว่าความถี่อิสระ เนื่องจากในกรณีที่ความถี่อินพุตสูงกว่านั้นการเปลี่ยนแปลงของขนาดจะไม่ปรากฏ

5.2.1.1 วงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์

รูปที่ 5.13 (ก) คือผลการทดลองการทำงานโดยที่ CH.1 คือสัญญาณอินพุตซึ่งเป็นสัญญาณไซน์ที่มีขนาด $0.1V_p$ และความถี่ $10KHz$ CH.2 คือสัญญาณเอาต์พุตของวงจรที่มีขนาด $5V_p$ และความถี่ $150KHz$ ซึ่งกรอบด้านบนของสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงที่ผกผันกับสัญญาณอินพุตตามคุณลักษณะทางเฟสของฟังก์ชันส่งผ่าน และ CH.m คือองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตซึ่งประกอบด้วย 2 ส่วน ส่วนแรกเป็นส่วนของความถี่สูงซึ่งประกอบไปด้วยความถี่อิสระ (ω_d) ที่ $150KHz$ ความถี่ผลต่าง ($\omega_d - \omega_f$) ที่ $140KHz$ และความถี่ผลบวก ($\omega_d + \omega_f$) ที่ $160KHz$ ขณะที่ส่วนที่สองคือส่วนของความถี่ต่ำซึ่งมีเพียงความถี่อินพุต (ω_f) ที่ $10KHz$ ความถี่เดียว

รูปที่ 5.13 (ข) คือผลการจำลองการทำงานโดยที่ CH.1 สัญญาณเอาต์พุตของวงจรที่มีขนาด $5V_p$ CH.2 คือสัญญาณอินพุตที่มีขนาด $0.1V_p$ และความถี่ $10KHz$ จากรูปจะพบว่าสัญญาณเอาต์พุตคือผลรวมของสัญญาณไซน์สองความถี่คือสัญญาณอิสระและสัญญาณผลตอบสนองอินพุต ผกผันกับสัญญาณอินพุตประมาณ 180 องศาตามผลตอบทางความถี่เชิงเฟสในรูปที่ 5.4 (c) อย่างไรก็ตาม เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

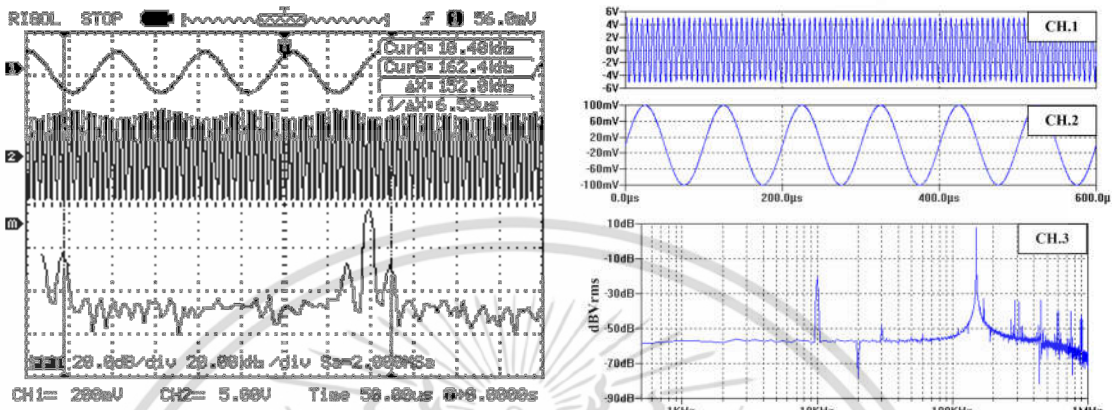
ตามสัญญาณเอาต์พุตนี้สอดคล้องกับผลตอบสนองสมบูรณ์ที่ได้จากการคำนวณด้วยวิธีแบบดั้งเดิมในสมการที่ (2.137) CH.3 คือองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตซึ่งประกอบไปด้วย 2 ความถี่คือความถี่อินพุต 10KHz และความถี่อิสระที่ 150KHz จากผลการจำลองการทำงานนี้จะพบว่าแตกต่างจากผลในทางปฏิบัติอย่างชัดเจนทั้งในโดเมนเวลาและโดเมนความถี่

รูปที่ 5.13 (ค) คือผลการคำนวณด้วยการพิจารณาค่าในอุดมคติโดยที่ CH.1 คือสัญญาณอินพุตซึ่งเป็นสัญญาณไซน์ที่มีขนาด 0.1Vp และความถี่ 10KHz CH.2 คือผลตอบสนองจากฟังก์ชันบังคับซึ่งสัญญาณอินพุตจะถูกขยายและถูกเลื่อนเฟสไปด้วย -158 องศา CH.3 คือสัญญาณเอาต์พุตที่ได้จากการคำนวณจากสมการที่ (3.25) ที่มีการนอร์มอลไลซ์ให้มีค่า 5Vp จากรูปจะเห็นว่ากรอบของสัญญาณด้านบนจะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นเชิงคาบที่สอดคล้องกับสัญญาณผลตอบสนองจากฟังก์ชันบังคับ เมื่อทำการเปรียบเทียบกับผลในทางปฏิบัติจะพบว่าความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลงกรอบสัญญาณเอาต์พุตและสัญญาณอินพุตคล้ายกัน CH.4 คือองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตโดยใช้ฟังก์ชัน FFT จะพบว่าองค์ประกอบทางความถี่มี 2 กลุ่มเช่นกันกับผลในทางปฏิบัติคือกลุ่มที่มีลักษณะเหมือนกับสัญญาณมอดูเลตทางขนาดประกอบด้วยความถี่อิสระ (ω_d) ที่ 150KHz ความถี่ผลต่าง ($\omega_d - \omega_f$) ที่ 140KHz และความถี่ผลบวก ($\omega_d + \omega_f$) ที่ 160KHz และกลุ่มที่ 2 คือความถี่อินพุต (ω_f) ที่ 10 KHz

รูปที่ 5.13 (ง) คือผลการคำนวณด้วยการพิจารณาค่าอุปกรณ์ที่ได้จากการทดลองในทางปฏิบัติโดยที่ CH.1 คือสัญญาณอินพุตซึ่งเป็นสัญญาณไซน์ที่มีขนาด 0.1Vp และความถี่ 10KHz CH.2 คือผลตอบสนองจากฟังก์ชันบังคับที่สัญญาณอินพุตจะถูกขยายและถูกเลื่อนเฟสไปด้วย -157 องศา CH.3 คือสัญญาณเอาต์พุตที่ได้จากการคำนวณจากสมการที่ (3.25) ที่มีการนอร์มอลไลซ์ให้มีค่า 5Vp จากรูปจะเห็นว่ากรอบสัญญาณด้านบน และความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลงดังกล่าวเหมือนกันกับกรณีที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ เมื่อทำการพิจารณาองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณโดยใช้เครื่องมือ FFT จะพบว่าองค์ประกอบทางความถี่มี 2 กลุ่มเช่นกันคือกลุ่มที่มีลักษณะเหมือนกับสัญญาณมอดูเลตทางขนาดประกอบด้วยความถี่อิสระ (ω_d) ที่ 150KHz ความถี่ผลต่าง ($\omega_d - \omega_f$) ที่ 140KHz และความถี่ผลบวก ($\omega_d + \omega_f$) ที่ 160KHz และกลุ่มที่ 2 คือความถี่อินพุต (ω_f) ที่ 10 KHz

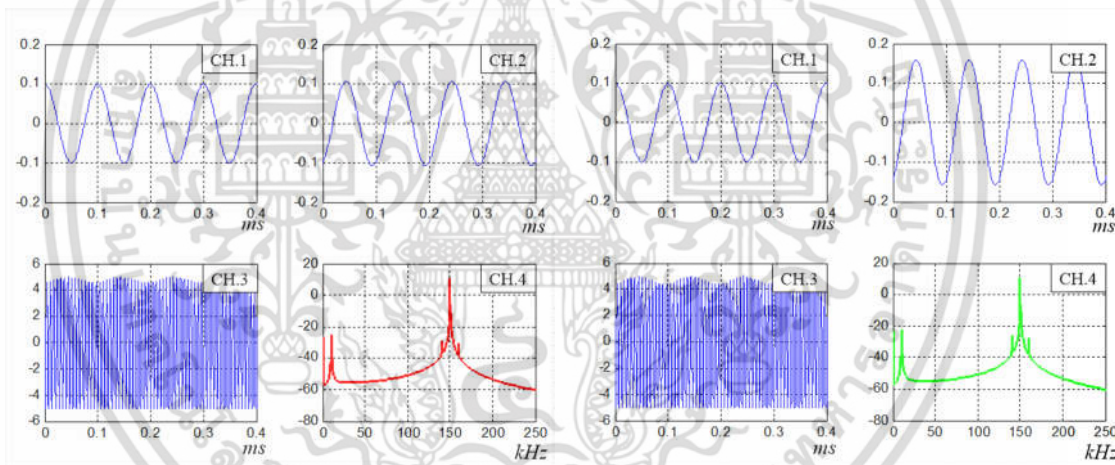
รูปที่ 5.14 ถึง 5.17 คือการเปรียบเทียบระหว่างผลการทดลองในทางปฏิบัติ ผลการจำลองการทำงาน ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ และผลการคำนวณด้วยค่าอุปกรณ์ในการทดลองโดยที่สัญญาณอินพุตมีขนาด 0.1 Vp และกำหนดให้ความถี่อินพุตอยู่ที่ 20KHz, 30KHz, 40KHz และ 50KHz ตามลำดับ เช่นเดียวกันกับการเปรียบเทียบเมื่อความถี่อินพุตอยู่ที่ 10kHz จะพบว่า สัญญาณอินพุตจะถูกขยายและเลื่อนเฟสตามคุณลักษณะของวงจร การเปลี่ยนแปลงของกรอบสัญญาณเอาต์พุตสอดคล้องกับผลตอบสนองฟังก์ชันบังคับ และองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตประกอบไปด้วย 2 กลุ่มคือกลุ่มแรกคือความถี่อิสระ (ω_d) ที่ 150KHz ความถี่ผลต่าง ($\omega_d - \omega_f$) และความถี่ผลบวก ($\omega_d + \omega_f$) และกลุ่มที่ 2 คือความถี่อินพุต (ω_f)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ

(ข) ผลการจำลองการทำงาน

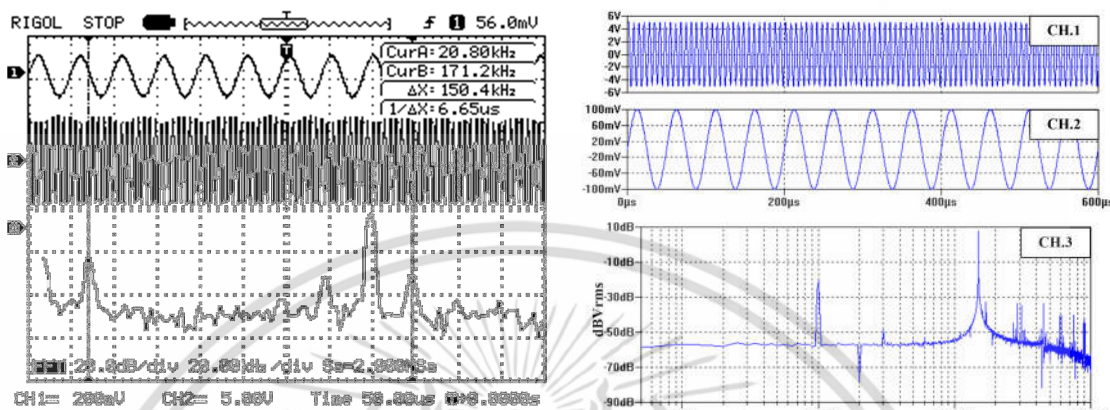


(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ

(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

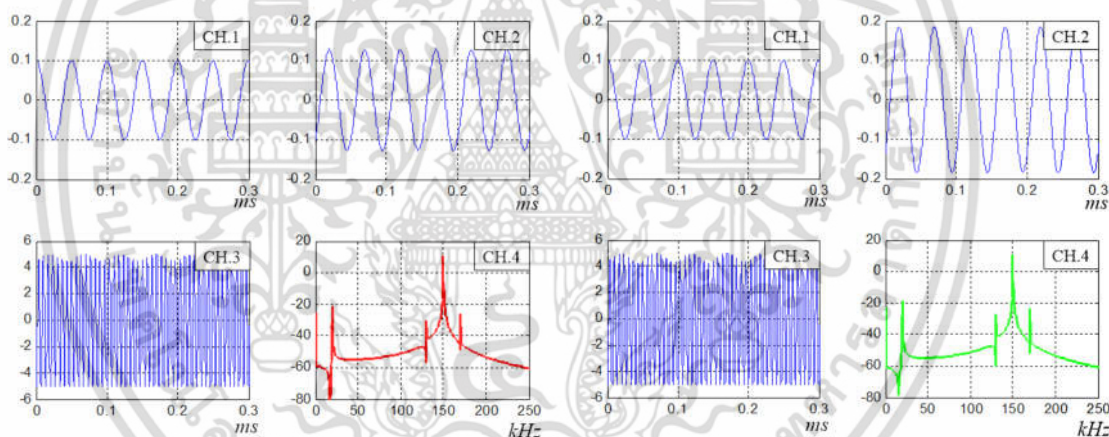
รูปที่ 5.13 พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ที่ความถี่อินพุต 10KHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ

(ข) ผลการจำลองการทำงาน

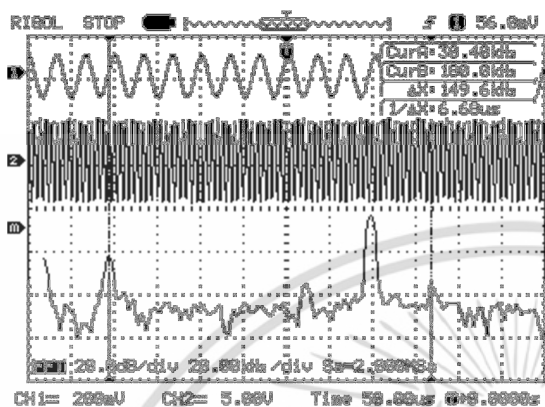


(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ

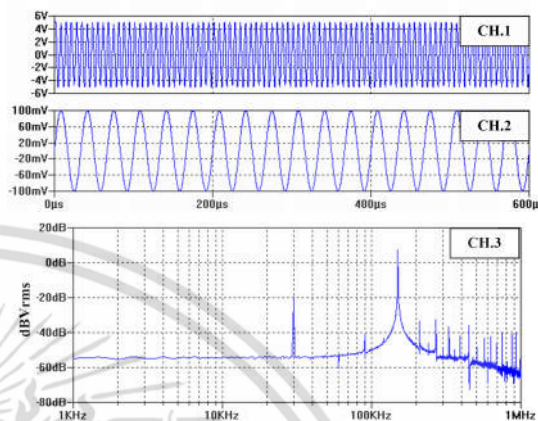
(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

รูปที่ 5.14 พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ที่ความถี่อินพุต 20KHz

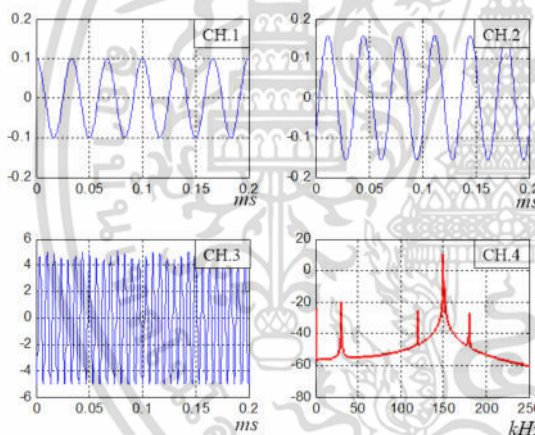
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



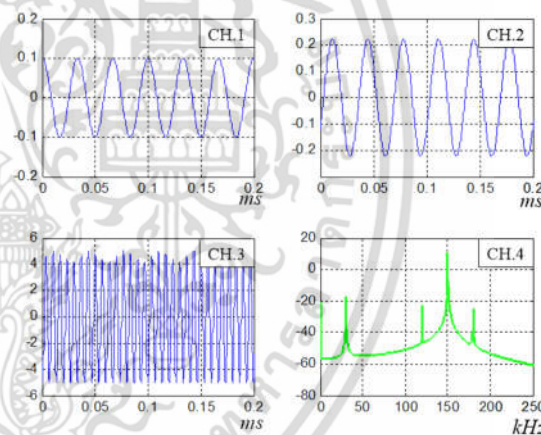
(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ



(ข) ผลการจำลองการทำงาน



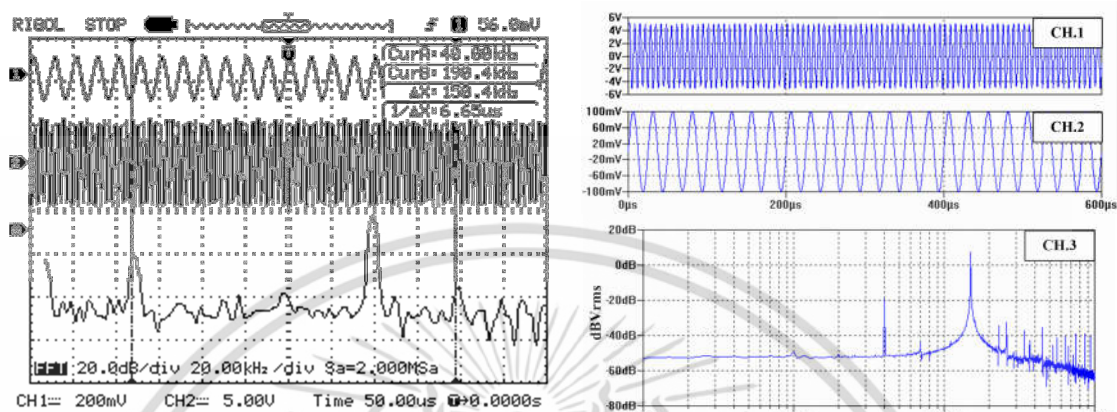
(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ



(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

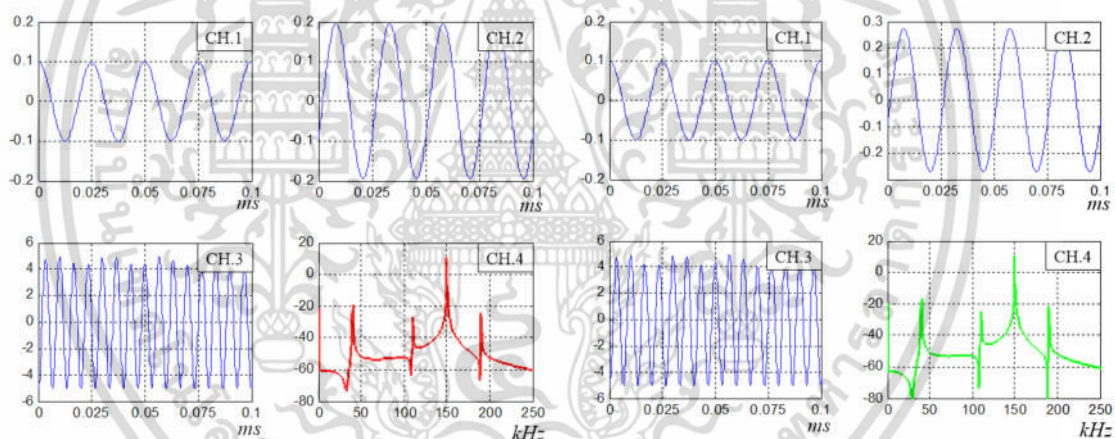
รูปที่ 5.15 พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ที่ความถี่อินพุต 30KHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ

(ข) ผลการจำลองการทำงาน

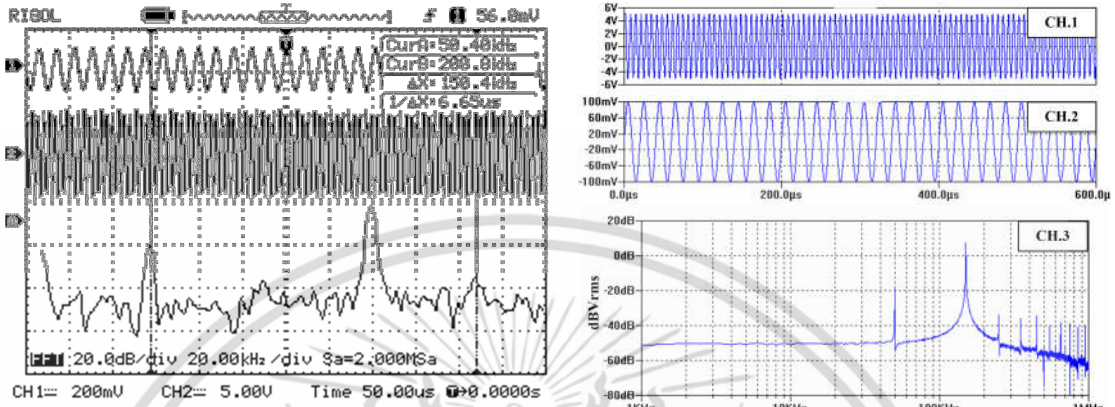


(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ

(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

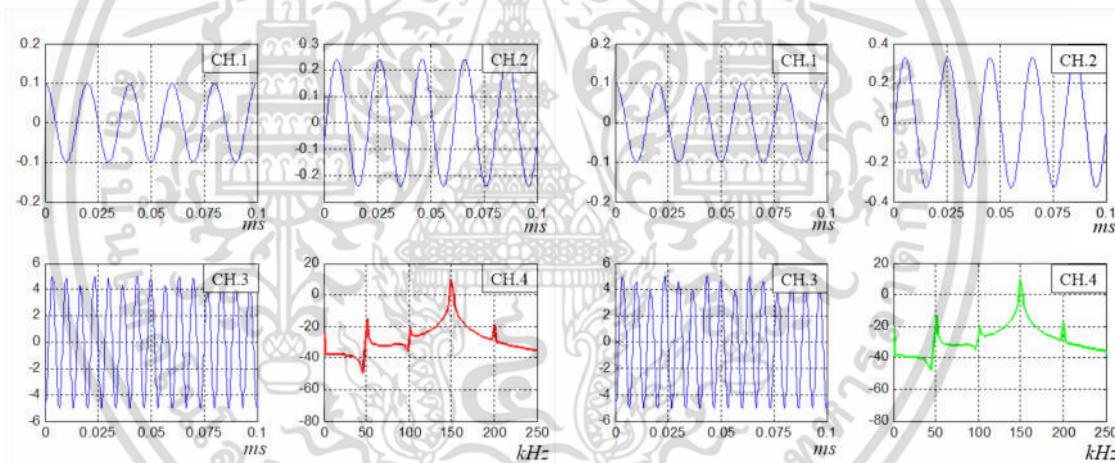
รูปที่ 5.16 พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ที่ความถี่อินพุต 40KHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ

(ข) ผลการจำลองการทำงาน



(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ

(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

รูปที่ 5.17 พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ที่ความถี่อินพุต 50KHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2.1.2 วงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟส

วงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสในรูปที่ 5.5 ซึ่งมีฟังก์ชันส่งผ่านอันดับสามถูกป้อนสัญญาณอินพุตซึ่งเป็นสัญญาณไซน์มีขนาด 0.1Vp และความถี่ 5KHz ผลการทดลองดังกล่าวถูกแสดงไว้ในรูปที่ 5.18(ก) โดยที่ CH.1 และ CH.2 แสดงสัญญาณเอาต์พุตและสัญญาณอินพุตตามลำดับ จากรูปพบว่ากรอบด้านบนของสัญญาณเอาต์พุตมีการเปลี่ยนคล้ายกันกับสัญญาณอินพุตที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากวงจรจะทำการเลื่อนเฟสของสัญญาณอินพุตไม่มากนักตามคุณลักษณะของวงจรในรูปที่ 5.8 ขณะที่กรอบด้านล่างของสัญญาณเอาต์พุตคงที่ CH.m คือองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตซึ่งจะพบว่ามีความถี่ต่ำซึ่งมีค่าเท่ากับความถี่อินพุต (ω_f) ที่ 5KHz ขณะที่ความถี่สูงซึ่งเกาะกลุ่มกันมีอยู่ด้วยกัน 3 ความถี่คือความถี่อิสระ (ω_d) ที่ 65KHz ความถี่ผลต่าง ($\omega_d - \omega_f$) ที่ 60KHz และความถี่ผลบวก ($\omega_d + \omega_f$) ที่ 70KHz

รูปที่ 5.18 (ข) คือผลการจำลองการทำงานของวงจรที่โดยที่ CH.1 และ CH.2 แสดงสัญญาณเอาต์พุตและสัญญาณอินพุตตามลำดับ คล้ายกันกับผลการจำลองการทำงานของวงจรรอออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์นั้นคือสัญญาณเอาต์พุตเป็นผลบวกของสัญญาณอิสระและผลตอบสนองสัญญาณอินพุต และส่งผลให้องค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณจึงประกอบด้วย 2 ความถี่คือความถี่อินพุต (ω_f) ที่ 5KHz และความถี่อิสระ (ω_d) ที่ 65KHz

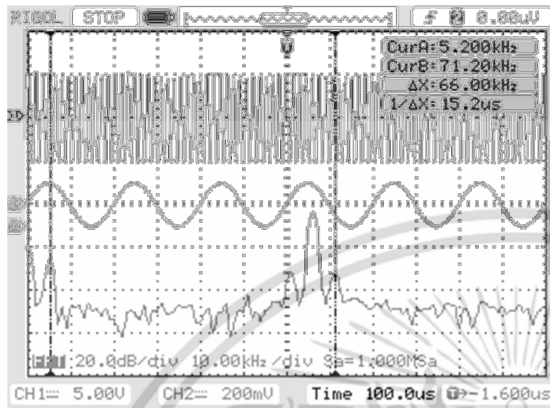
รูปที่ 5.12 (ค) คือผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ CH.2 คือผลตอบสนองต่อสัญญาณอินพุตใน CH.1 ซึ่งมีขนาด 0.1Vp และความถี่ 5KHz สัญญาณผลตอบสนองนี้มีขนาดที่มากกว่าและมีการเลื่อนเฟส 40 องศาเมื่อเทียบกับสัญญาณอินพุต CH.3 คือสัญญาณเอาต์พุตของวงจรซึ่งได้จากการคำนวณโดยใช้สมการผลตอบสนองสมบูรณ์ในสมการที่ (3.32) ที่มีกรอบด้านบนของสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงสอดคล้องกับผลตอบสนองต่อสัญญาณอินพุต เมื่อทำการค้นหาองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตโดยใช้เครื่องมือ FFT พบว่าองค์ประกอบทางความถี่ประกอบด้วย 4 ความถี่เช่นเดียวกับผลการทดลองคือความถี่อินพุต (ω_f) ที่ 5KHz ความถี่อิสระ (ω_d) ที่ 65KHz ความถี่ผลต่าง ($\omega_d - \omega_f$) ที่ 60KHz และความถี่ผลบวก ($\omega_d + \omega_f$) ที่ 70KHz

รูปที่ 5.18 (ง) คือผลการคำนวณด้วยค่าที่ได้จากอุปกรณ์ในการทดลอง CH.1 สัญญาณอินพุตที่มีขนาด 0.1Vp และความถี่ 5KHz ผลตอบสนองของสัญญาณอินพุตนี้ถูกแสดงใน CH.2 ซึ่งจะพบว่าสัญญาณถูกขยายซึ่งมีค่ามากกว่าเมื่อเทียบกับผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ ขณะที่เฟสถูกเลื่อนไปด้วย 53 องศาเมื่อเทียบกับสัญญาณอินพุตซึ่งมีค่ามากกว่าผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ เมื่อทำการคำนวณหาสัญญาณเอาต์พุตของวงจร (CH.3) จะพบว่ากรอบด้านบนของสัญญาณจะมีการเปลี่ยนแปลงที่สอดคล้องกับผลตอบสนองอินพุต ซึ่งองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณประกอบด้วยความถี่ 2 กลุ่ม กลุ่มแรกประกอบด้วยสัญญาณอิสระความถี่อิสระ (ω_d) ที่ 65KHz ความถี่ผลต่าง ($\omega_d - \omega_f$) ที่ 60KHz และความถี่ผลบวก ($\omega_d + \omega_f$) ที่ 70KHz และกลุ่มที่ 2 มีความถี่เดียวคือความถี่อินพุต (ω_f) ที่ 5KHz

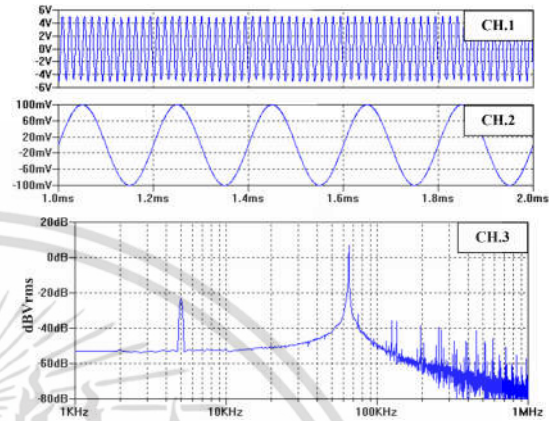
รูปที่ 5.19 ถึง 5.22 คือการเปรียบเทียบระหว่างผลการทดลอง การจำลองการทำงาน และผลการคำนวณด้วยสมการที่ (3.32) ที่อาศัยค่าในอุดมคติและค่าที่ใช้ในการทดลอง ซึ่งกำหนดให้ขนาดของสัญญาณอินพุต 0.1Vp และความถี่อยู่ที่ 7KHz, 10KHz, 13KHz และ 15KHz เช่นเดียวกันกับการเปรียบเทียบเมื่อความถี่อินพุตอยู่ที่ 5KHz จะพบว่าสัญญาณผลตอบสนองอินพุตถูก

ขยายและถูกเลื่อนเฟสตามคุณลักษณะของฟังก์ชันส่งผ่าน กรอบของสัญญาณเอาต์พุตจะมีการเอกสซันเป็นเอกสซันส่งผ่านไว้สำหรับวงจรเชิงอนุพันธ์เท่านั้น เมื่ออยู่แต่เห็น จะใช้ประโยชน์ในการคำนวณว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

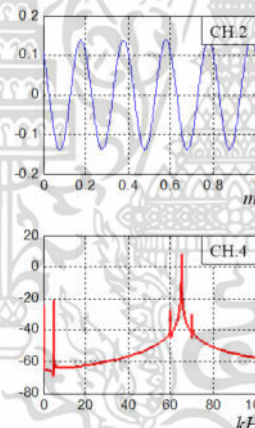
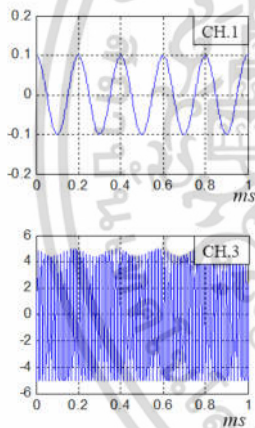
เปลี่ยนแปลงที่สอดคล้องกับสัญญาณผลตอบสอง ซึ่งส่งผลให้สัญญาณประกอบไปด้วย 4 ความถี่คือ ความถี่อินพุต (ω_f) ความถี่ฮาร์โมนิก (ω_d) ความถี่ผลต่าง ($\omega_d - \omega_f$) และความถี่ผลบวก ($\omega_d + \omega_f$)



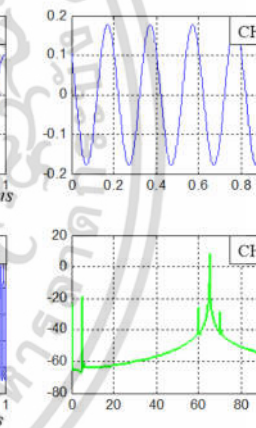
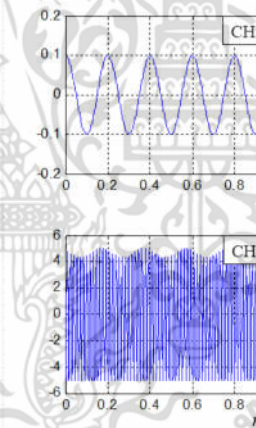
(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ



(ข) ผลการจำลองการทำงาน



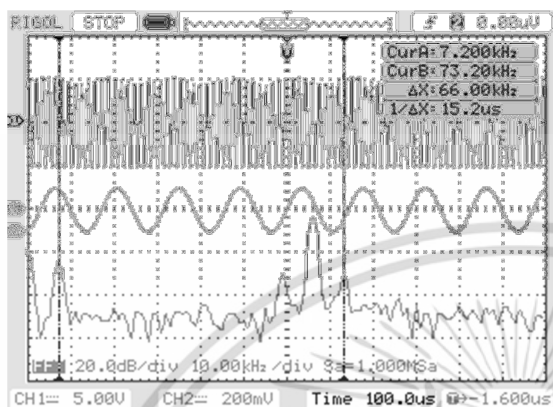
(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ



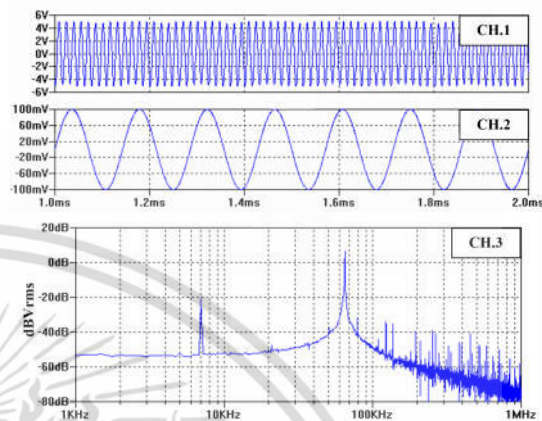
(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

รูปที่ 5.18 พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสที่ความถี่อินพุต 5 KHz

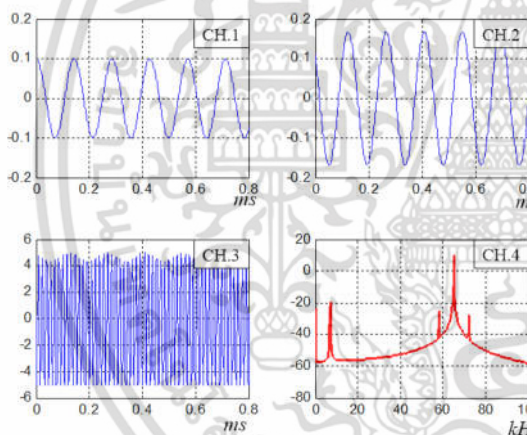
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



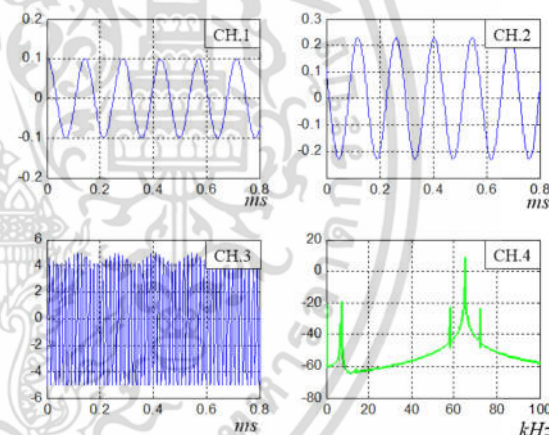
(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ



(ข) ผลการจำลองการทำงาน



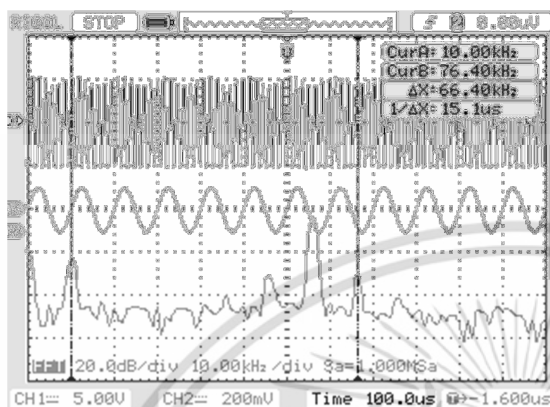
(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ



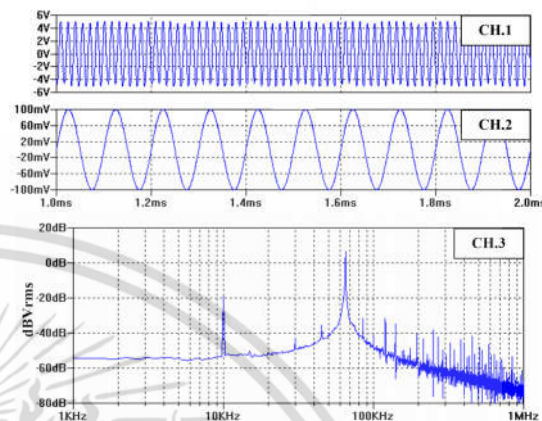
(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

รูปที่ 5.19 พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสที่มีความถี่อินพุต 7 KHz

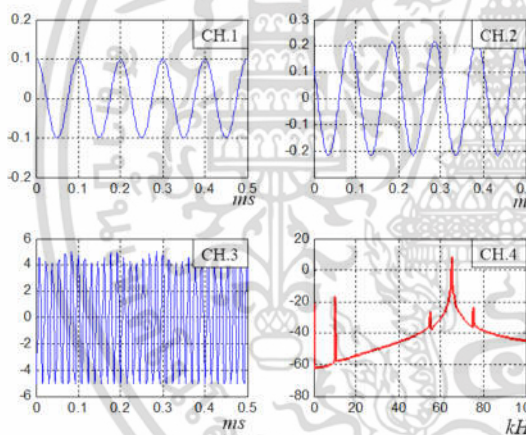
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



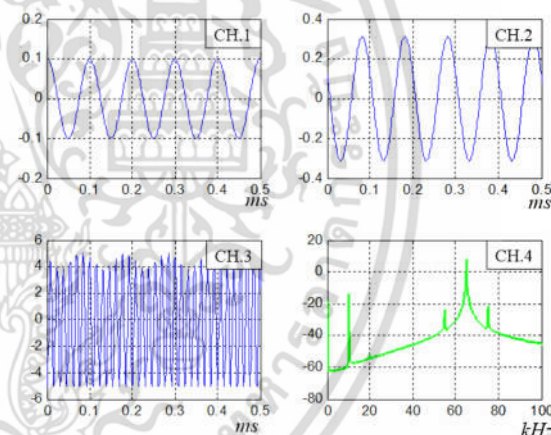
(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ



(ข) ผลการจำลองการทำงาน



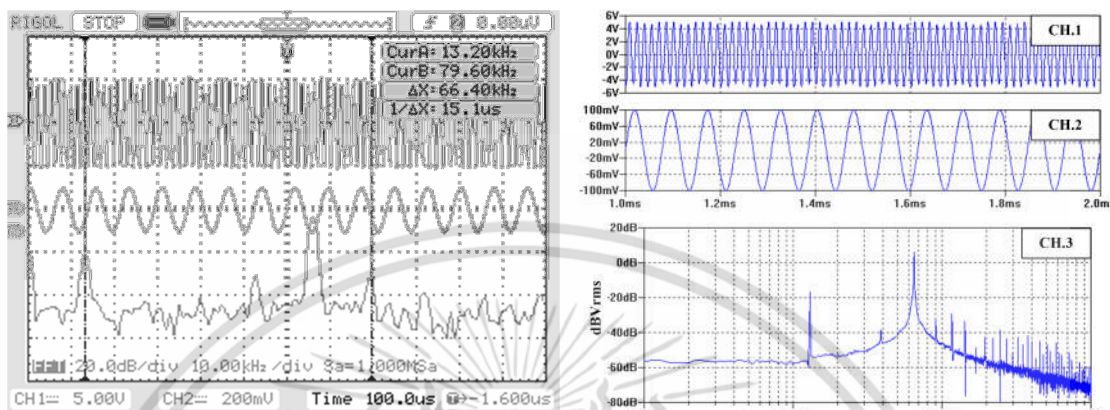
(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ



(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

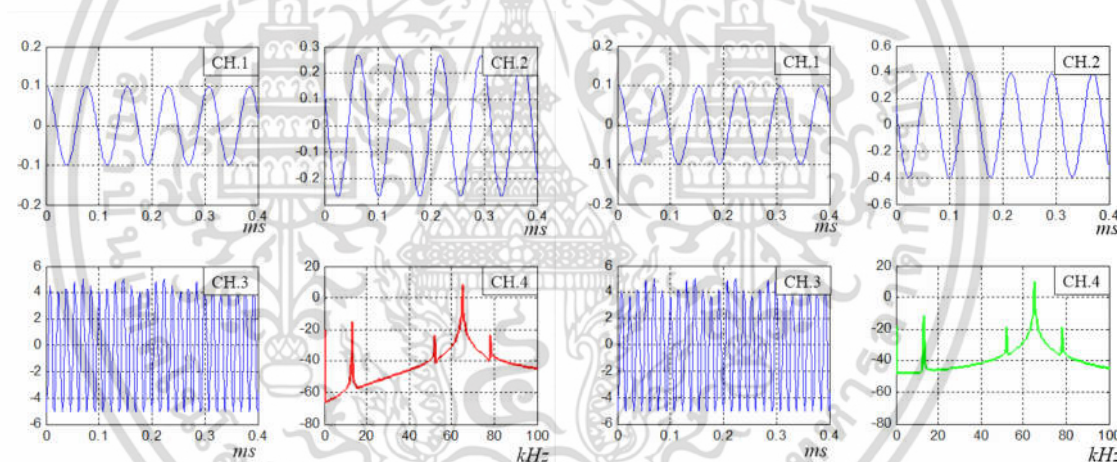
รูปที่ 5.20 พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสที่ความถี่อินพุต 10KHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ

(ข) ผลการจำลองการทำงาน

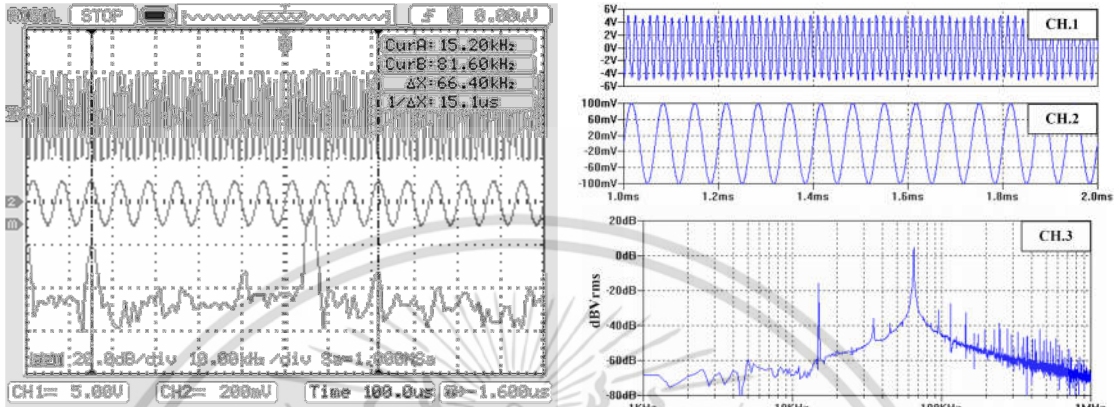


(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ

(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

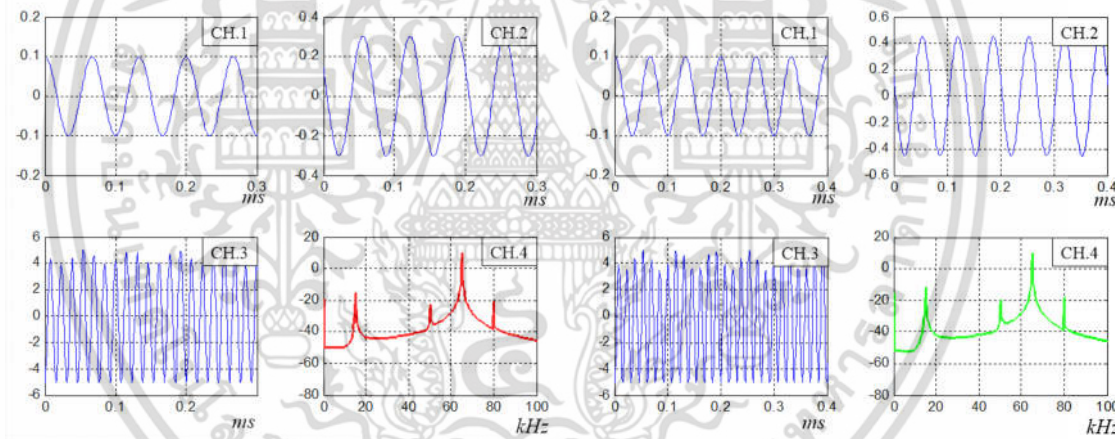
รูปที่ 5.21 พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสที่ความถี่อินพุต 13KHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ

(ข) ผลการจำลองการทำงาน



(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ

(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

รูปที่ 5.22 พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเล็อนเฟสที่ความถี่อินพุต 15KHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2.1.3 วงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์

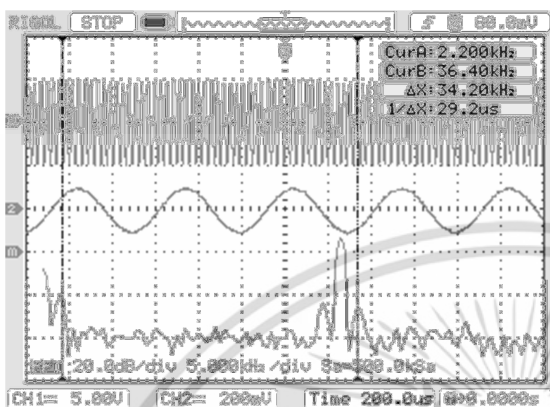
วงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์ซึ่งมีฟังก์ชันส่งผ่านอันดับสามเช่นเดียวกันกับวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟสแต่คุณลักษณะที่ความถี่ต่ำจะแตกต่างกัน กล่าวคือวงจรนี้จะทำการลดทอนสัญญาณอินพุต เมื่อทำการป้อนสัญญาณอินพุตซึ่งเป็นสัญญาณไซน์มีขนาด 0.1Vp และความถี่ 2 KHz ผลการทดลองการทำงานสามารถถูกแสดงดังรูปที่ 5.23 (ก) โดยที่ CH.1 และ CH.2 คือสัญญาณเอาต์พุตและสัญญาณอินพุตตามลำดับ จากรูปพบว่ากรอบด้านบนของสัญญาณเอาต์พุตมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากเมื่อเทียบกับวงจรอื่นๆ ที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากคุณลักษณะของวงจร และถ้าพิจารณาองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตใน CH.m พบว่าองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณประกอบไปด้วย 4 ความถี่คือความถี่อินพุต (ω_f) ที่ 2KHz ความถี่อิสระ (ω_d) ที่ 34kHz ความถี่ผลต่าง ($\omega_d - \omega_f$) ที่ 32kHz และความถี่ผลบวก ($\omega_d + \omega_f$) ที่ 36KHz

รูปที่ 5.23 (ข) คือผลการจำลองการทำงานโดยที่ CH.1 คือสัญญาณเอาต์พุต CH.2 คือสัญญาณอินพุต เมื่อทำการพิจารณาสัญญาณเอาต์พุตจะพบว่ากรอบของสัญญาณคงที่ตลอดเวลา และเมื่อทำการพิจารณาองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณจะพบว่ามีเพียงความถี่เดียวคือความถี่อิสระซึ่งแสดงให้เห็นว่าสัญญาณอินพุตได้ถูกกำจัดออกไป

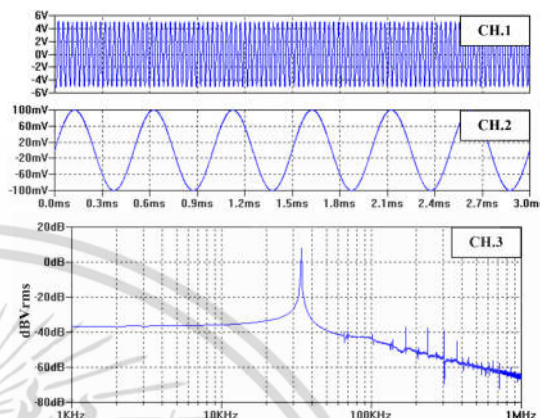
รูปที่ 5.23 (ค) คือผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติโดยที่ CH.1 คือสัญญาณอินพุต CH.2 คือผลตอบสนองต่อสัญญาณอินพุตซึ่งจะพบว่าสัญญาณอินพุตจะถูกลดทอนและมีการเลื่อนเฟส 93 องศา เมื่อนำผลตอบสนองอินพุตไปคำนวณหาผลตอบสนองสมบูรณ์ดังสมการที่ (3.39) ซึ่งผลการคำนวณจะพบว่ากรอบของสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากและยากจะเห็นความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลงกับสัญญาณผลตอบสนองสัญญาณอินพุต แต่เมื่อทำการพิจารณาองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณจะพบว่าประกอบไปด้วยความถี่ 4 เทอมคือคือความถี่อินพุต (ω_f) ที่ 2KHz ความถี่อิสระ (ω_d) ที่ 34KHz ความถี่ผลต่าง ($\omega_d - \omega_f$) ที่ 32KHz และความถี่ผลบวก ($\omega_d + \omega_f$) ที่ 36KHz

รูปที่ 5.23 (ง) คือผลการคำนวณด้วยค่าในทางปฏิบัติโดยที่ CH.1 คือสัญญาณอินพุต CH.2 คือผลตอบสนองต่อสัญญาณอินพุตซึ่งจะพบว่าสัญญาณอินพุตจะถูกลดทอนและมีการเลื่อนเฟส 94 องศา ซึ่งใกล้เคียงกับผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ เช่นเดียวกันผลตอบสนองสมบูรณ์ที่ได้จากการคำนวณมีลักษณะคล้ายกันกับผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติคือกรอบของสัญญาณมีการเปลี่ยนแปลงน้อยมากและยากจะเห็นความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลงกับสัญญาณผลตอบสนองสัญญาณอินพุต แต่เมื่อทำการพิจารณาองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณจะพบว่าประกอบไปด้วยความถี่ 4 เทอมเช่นกัน

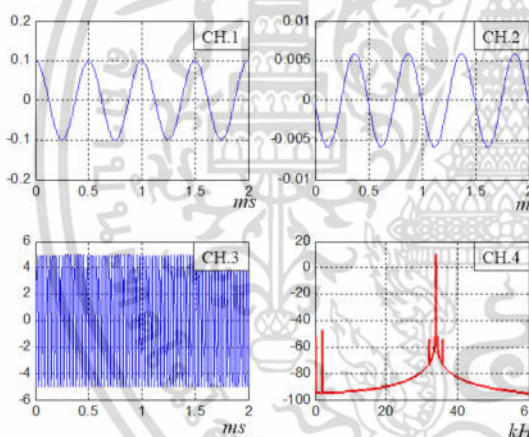
รูปที่ 5.24 ถึง 5.27 คือการเปรียบเทียบระหว่างผลการทดลอง ผลการจำลองการทำงาน ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ และผลการคำนวณด้วยค่าในทางปฏิบัติโดยที่ความถี่อินพุตอยู่ที่ 5KHz, 7KHz, 10KHz และ 12KHz และกำหนดขนาดเป็น 0.1Vp ผลการคำนวณแสดงให้เห็นผลตอบสนองอินพุตจะมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ก็ไม่มากพอที่จะแสดงการเปลี่ยนแปลงของกรอบของสัญญาณเอาต์พุตได้อย่างชัดเจน



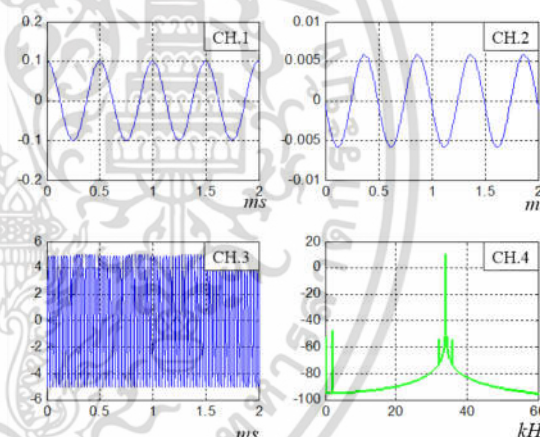
(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ



(ข) ผลการจำลองการทำงาน



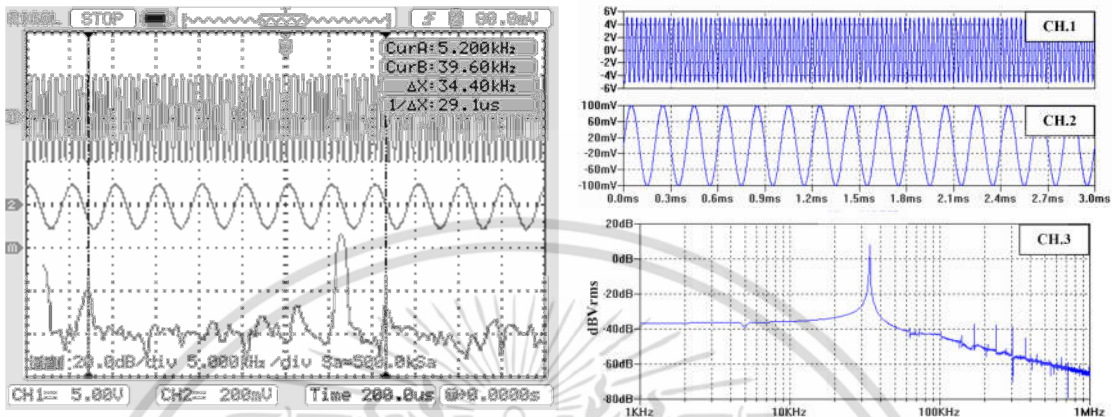
(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ



(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

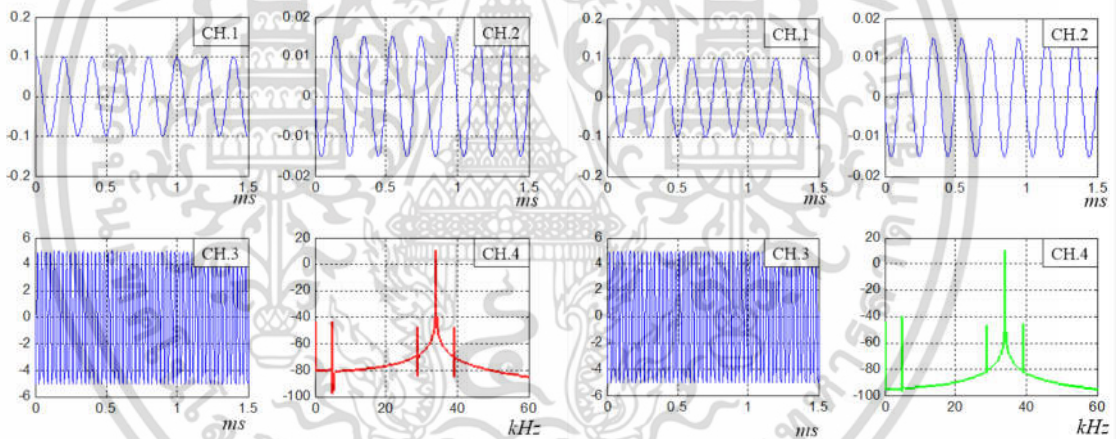
รูปที่ 5.23 พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์ที่ความถี่อินพุต 2KHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ

(ข) ผลการจำลองการทำงาน

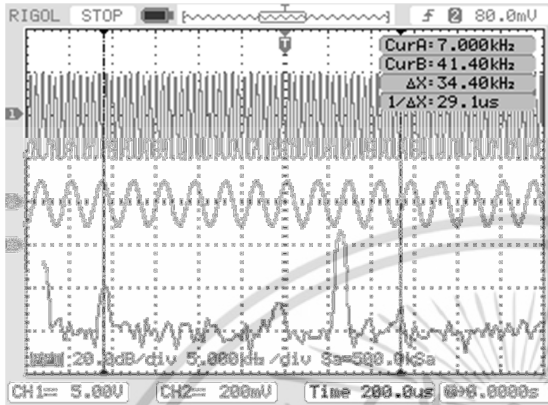


(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ

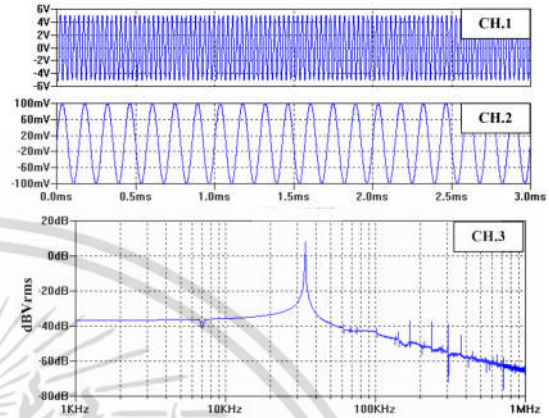
(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

รูปที่ 5.24 พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์ที่ความถี่อินพุต 5KHz

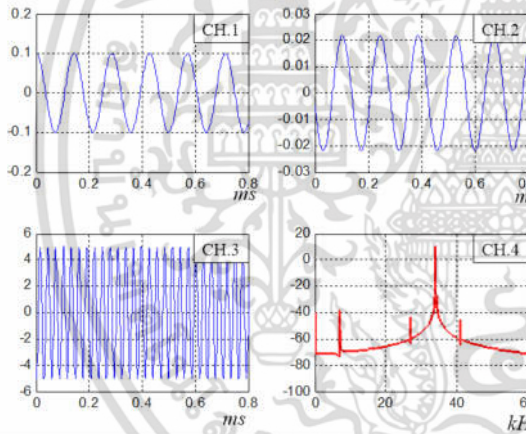
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



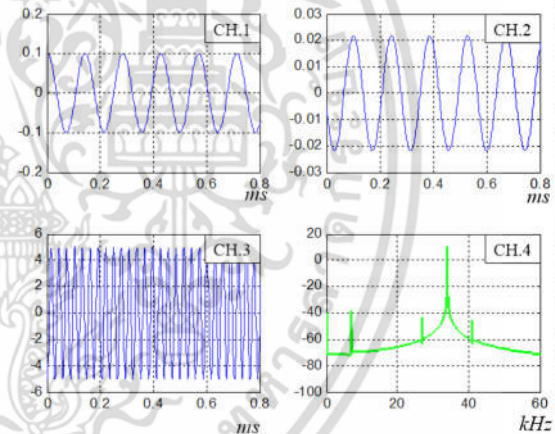
(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ



(ข) ผลการจำลองการทำงาน



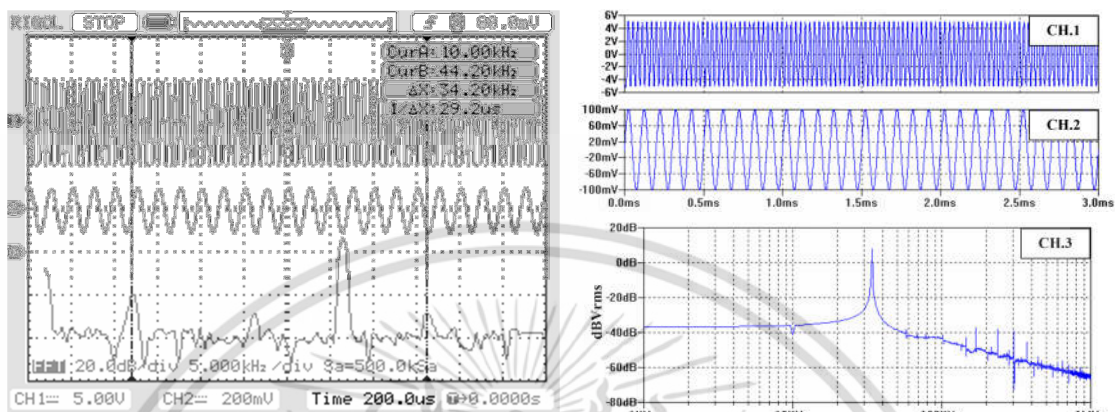
(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ



(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

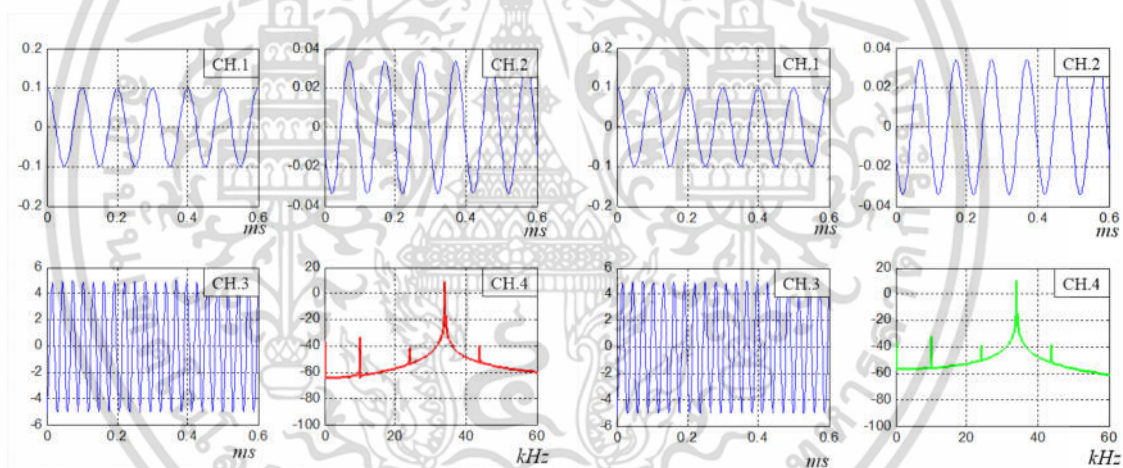
รูปที่ 5.25 พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์ที่ความถี่อินพุต 7 KHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ

(ข) ผลการจำลองการทำงาน

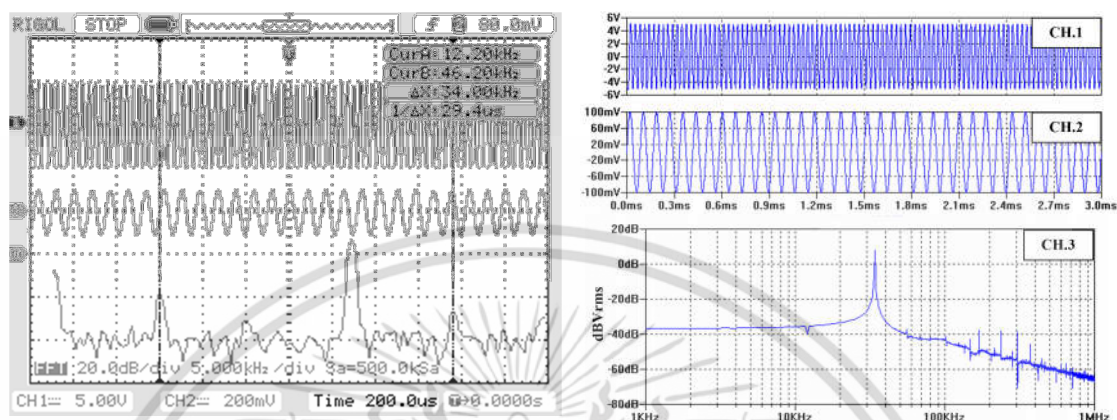


(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ

(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

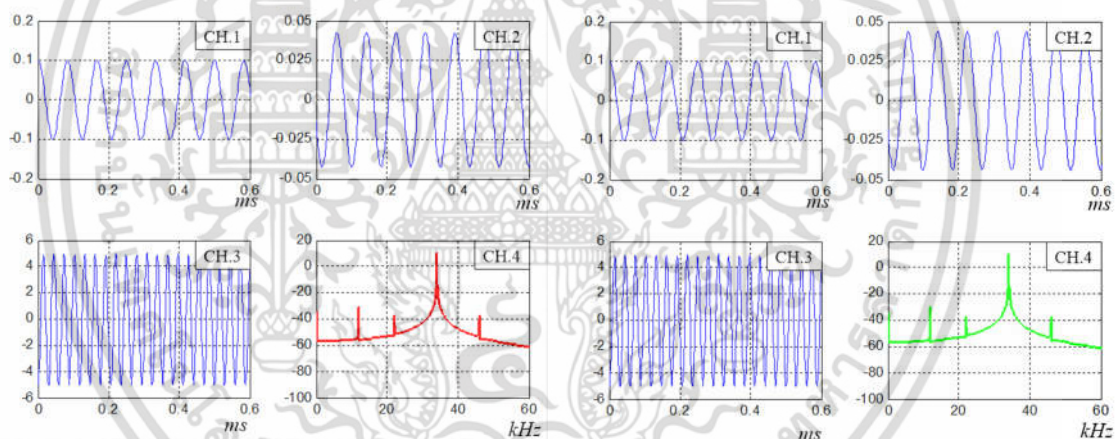
รูปที่ 5.26 พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์ที่ความถี่อินพุต 10KHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ

(ข) ผลการจำลองการทำงาน



(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ

(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

รูปที่ 5.27 พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์ที่ความถี่อินพุต 12KHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2.2 สภาวะบีต

ตามที่ได้นำเสนอไปแล้วในบทที่ 3 เมื่อความถี่ของสัญญาณอินพุตเคลื่อนเข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติมากขึ้น ขนาดของเทอมความถี่ผลต่าง ($\omega_d - \omega_f$) และความถี่ผลบวก ($\omega_d + \omega_f$) จะลดลงอย่างต่อเนื่องและจางหายไป และเมื่อความถี่อินพุตเคลื่อนเข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติมากพอแต่ไม่บรรลุนั่นไขการล็อก เทอมความถี่อินพุต (ω_f) ความถี่อิสระ (ω_d) ที่เหลือเพียง 2 เทอมจะรวมกันดังสมการที่ (3.42) ส่งผลให้วงจรออสซิลเลเตอร์แสดงพฤติกรรมที่หน้าสนใจ

5.2.2.1 วงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์

ต่อเนื่องจากการทดลองของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์ในสภาวะไม่ล็อกถูกพบว่าเทอมความถี่ผลบวก ($\omega_d + \omega_f$) และความถี่ผลต่าง ($\omega_d - \omega_f$) จะลดลงอย่างต่อเนื่องและไม่ปรากฏเมื่อความถี่อินพุตอยู่ที่ประมาณ 55KHz

รูปที่ 5.28 (ก) คือผลการทดลองในทางปฏิบัติเมื่อสัญญาณอินพุต (CH.1) มีขนาด 1Vp และความถี่ 125KHz จากการป้อนสัญญาณดังกล่าวส่งผลให้กรอบของสัญญาณเอาต์พุต (CH.2) มีการเปลี่ยนแปลงเสมือนกับสัญญาณมอดูเลตทางขนาดและเปลี่ยนแปลงอย่างช้าเมื่อเทียบกับความถี่อินพุตและความถี่อิสระ เมื่อทำการพิจารณาองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุต (CH.m) พบว่าองค์ประกอบทางความถี่ไม่สมมาตรซึ่งประกอบด้วยสัญญาณ 3 ความถี่คือความถี่อิสระ (ω_d) ซึ่งขนาดมากที่สุด ความถี่อินพุต (ω_f) และความถี่ $\omega_d + \Delta\omega$ โดยที่ $\Delta\omega$ คือความถี่ผลต่างระหว่างความถี่อิสระและความถี่อินพุตซึ่งมีค่าอยู่ที่ 25KHz ซึ่งเทอมความถี่นี้มีขนาดน้อยที่สุด

รูปที่ 5.28 (ข) คือผลการจำลองการทำงานของวงจรโดยที่ CH.1 และ CH.2 คือสัญญาณเอาต์พุตและสัญญาณอินพุตตามลำดับ จากรูปจะพบว่ากรอบของสัญญาณเอาต์พุตมีการเปลี่ยนแปลงคล้ายกันกับผลในทางปฏิบัติ ขณะที่ถ้าพิจารณาองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตพบว่าองค์ประกอบทางความถี่อยู่ในลักษณะที่ไม่สมมาตรเช่นกันกับผลที่ได้จากการทดลองแต่ยังแสดงให้เห็นถึงขนาดของเทอม $\omega_d + 2\Delta\omega$ และ $\omega_f - \Delta\omega$ ที่มีขนาดลดลงตามลำดับอีกด้วย

รูปที่ 5.28 (ค) คือผลการคำนวณโดยอาศัยค่าในอุดมคติซึ่ง CH.1 คือสัญญาณอินพุต CH.2 คือสัญญาณเอาต์พุตที่กรอบเปลี่ยนแปลงเหมือนกันกับผลที่ได้จากการจำลองและการทดลองแต่ในขณะที่ยังองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตปรากฏว่าแตกต่างกล่าวคือไม่ปรากฏเทอมความถี่ $\omega_d + \Delta\omega$ ทั้งนี้เกิดจากอัตราขยายที่สูงจึงส่งผลต่อการเปลี่ยนแปลงทางขนาดของสัญญาณเอาต์พุตไปลดทอนการองค์ประกอบทางความถี่ที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของความถี่ดังที่นำเสนอไปในบทที่ 3 และสมการที่ (3.42)

รูปที่ 5.28 (ง) คือผลการคำนวณโดยอาศัยค่าอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองทางปฏิบัติซึ่งพบว่าสัญญาณเอาต์พุตมีกรอบที่เปลี่ยนแปลงเหมือนกันกับผลการทดลอง การจำลอง และการคำนวณด้วยค่าอุดมคติ พร้อมกันนั้นองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตยังมีลักษณะที่ไม่สมมาตรเช่นเดียวกันกับผลที่ได้จากการทดลองและการจำลองการทำงานอีกด้วย

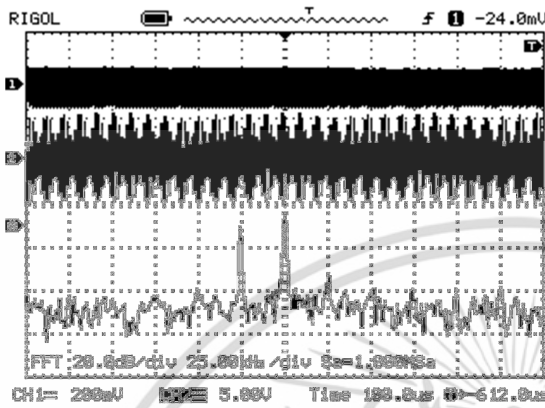
เมื่อทำการปรับความถี่ของสัญญาณอินพุตเข้าหาความถี่อิสระมากขึ้นพบว่ากรอบเปลี่ยนแปลงของกรอบของสัญญาณเอาต์พุตมีการเปลี่ยนแปลงช้าลงดังผลการทดลองการทำงาน การจำลองการทำงาน และการคำนวณที่อาศัยค่าในอุดมคติและค่าอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองดัง

รูปที่ 5.29 และ 5.30 ซึ่งสัญญาณอินพุตมีความถี่อยู่ที่ 133kHz และ 137kHz ถ้าทำการพิจารณาเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

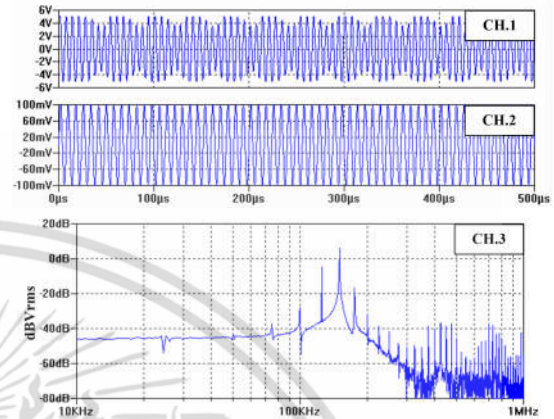
องค์ประกอบทางความถี่ในกรณีของผลการทดลองในทางปฏิบัติและผลการจำลองการทำงานพบว่าขนาดของเทอมความถี่อินพุตเพิ่มขึ้น ขณะที่เทอมความถี่อื่นๆมีค่าลดลงปรากฏการณ์นี้เกิดจากกลไกการควบคุมขนาดแอมพลิจูดของวงจรรอสซิลเลเตอร์ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่ไม่เป็นเชิงเส้น และส่งผลให้ผลการคำนวณที่อาศัยค่าในอุดมคติและค่าอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองไม่สามารถแสดงการลดขนาดลงได้อย่างชัดเจนเนื่องจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอไม่ได้คำนึงถึงความไม่เป็นเชิงเส้นของระบบ

รูปที่ 5.31 (ก) คือผลการจำลองการทำงานของวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตที่มีความถี่ 130kHz และ 0.1 Vp เพื่อแสดงการเปลี่ยนแปลงแอมพลิจูดเฟส และความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตเทียบกับสัญญาณอิสระที่ถูกลดทอนเพื่อให้สามารถทำการเปรียบเทียบได้ชัดเจน พร้อมทั้งทำการเปรียบเทียบกับผลการคำนวณโดยอาศัยแบบจำลองที่นำเสนอในรูปที่ 5.31 (ข) จากสมการที่ (3.42), (3.43), (3.51) และ (3.52) จากรูปทั้งสองจะพบว่าเมื่อแอมพลิจูดมีการเบี่ยงเบนลดลงที่จุดต่ำสุด สัญญาณทั้งสองจะอินเฟสกัน และความถี่มีการเพิ่มสูงขึ้นเล็กน้อย ถัดจากนั้นเมื่อแอมพลิจูดเบี่ยงเบนไปที่จุดสูงสุด ความถี่จะลดต่ำลง ซึ่งสัญญาณเอาต์พุตจะล้าหน้าสัญญาณอิสระและเลื่อนไปล้าหลังสัญญาณอิสระ รูปที่ 5.32 เป็นกรณีที่มีความถี่อินพุตมีค่าเป็น 170kHz และ 0.1Vp ซึ่งจากรูปจะพบว่าการเบี่ยงเบนของแอมพลิจูด เฟส และความถี่จะคล้ายกันกับในกรณีแรกแต่เฟสและความถี่จะกลับเฟสกัน

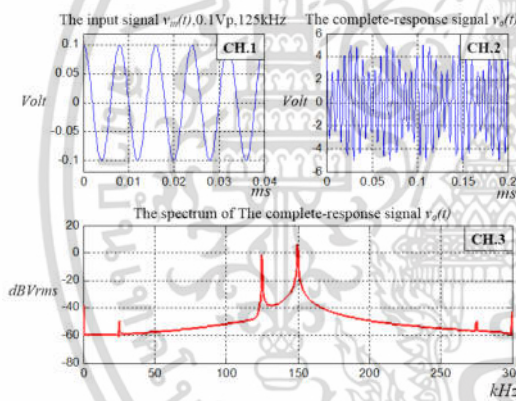
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



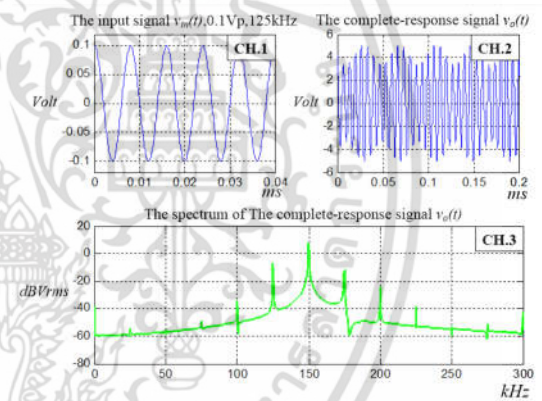
(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ



(ข) ผลการจำลองการทำงาน



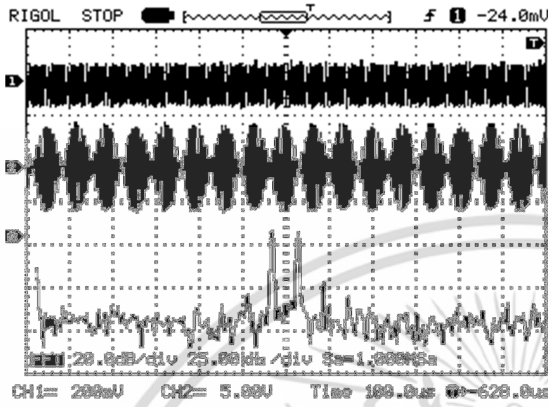
(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ



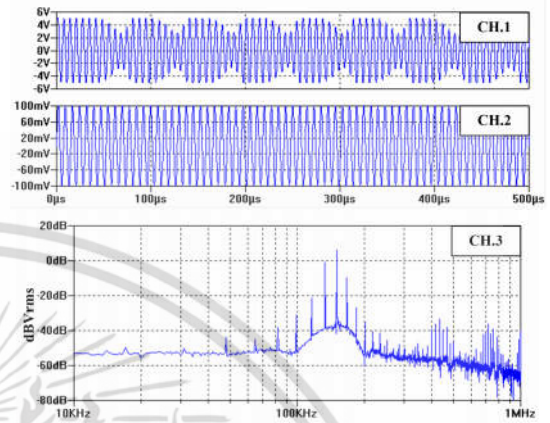
(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

รูปที่ 5.28 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ที่ความถี่อินพุต 125KHz

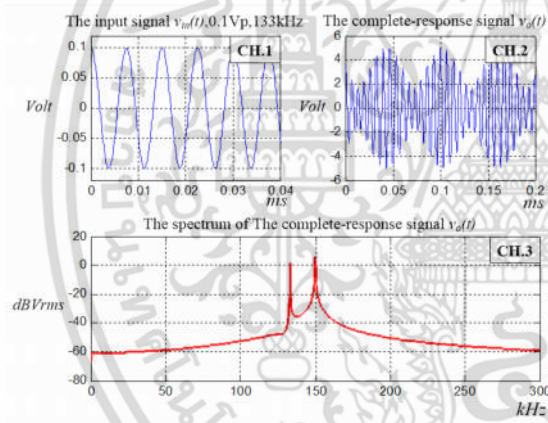
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



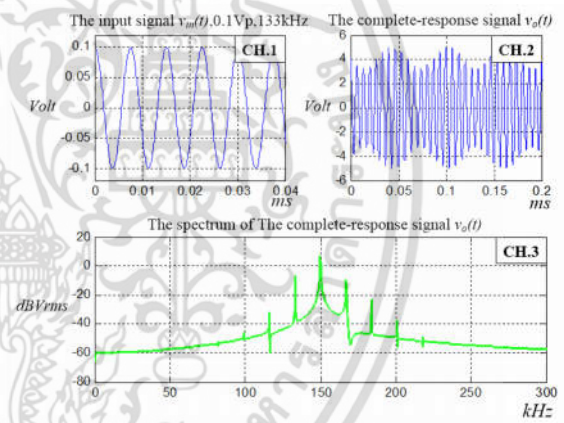
(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ



(ข) ผลการจำลองการทำงาน



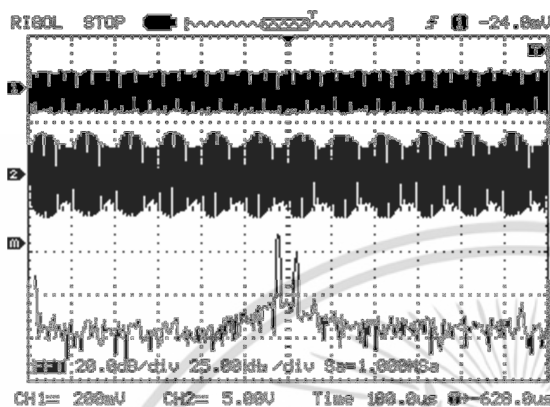
(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ



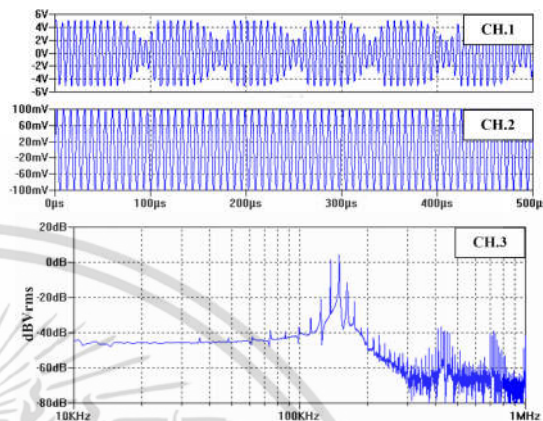
(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

รูปที่ 5.29 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ที่ความถี่อินพุต 133KHz

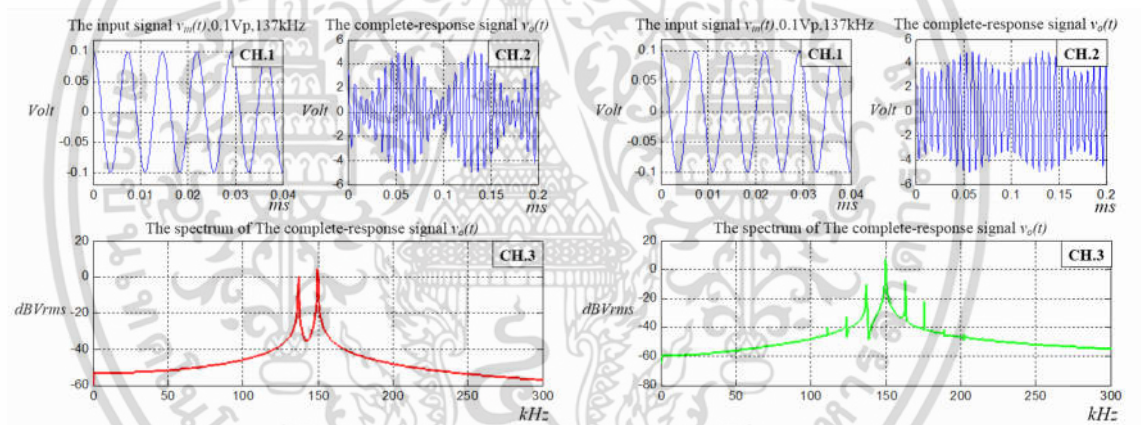
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ



(ข) ผลการจำลองการทำงาน

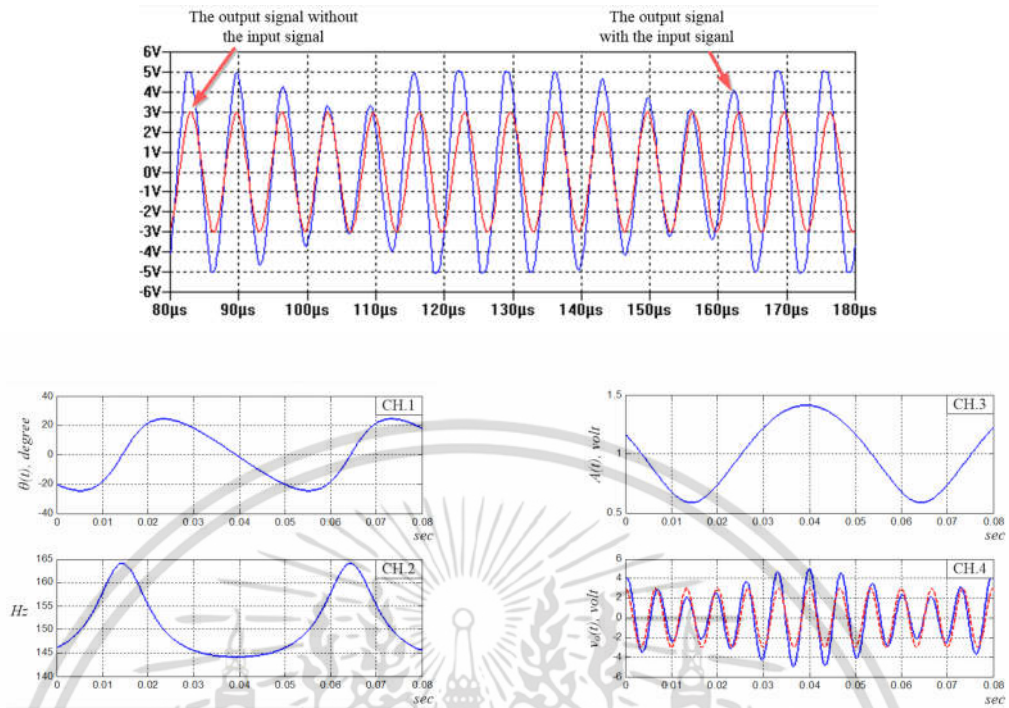


(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ

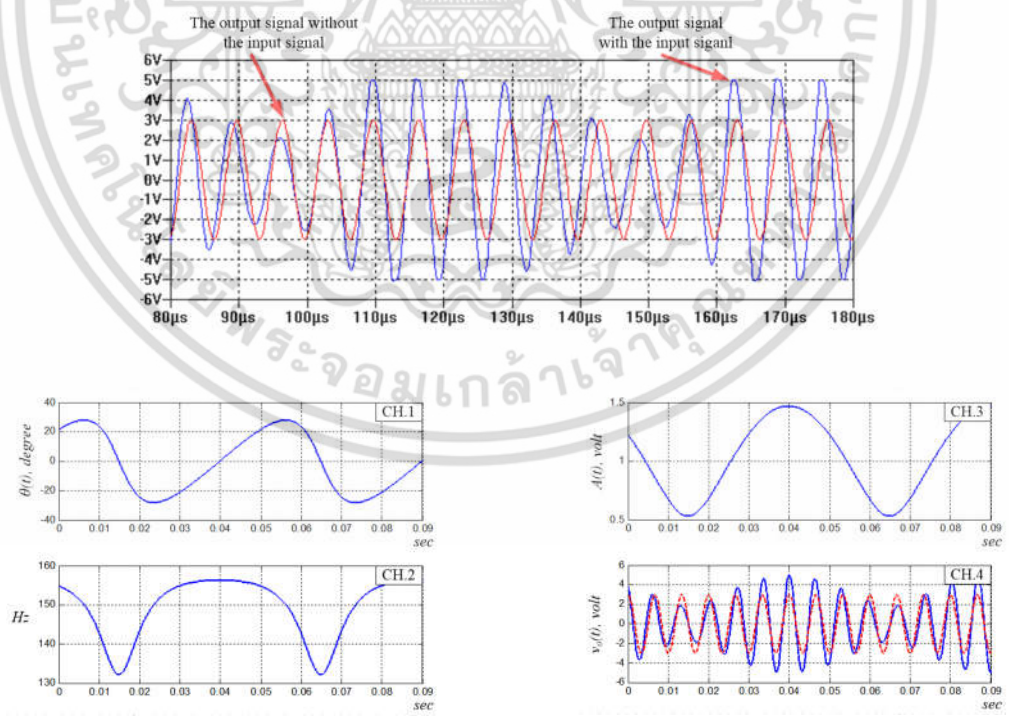
(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

รูปที่ 5.30 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ที่ความถี่อินพุต 137 KHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.31 การเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด เฟส และความถี่ของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์ในสภาวะปิดเมื่อ $\omega_f = 2\pi(130K)$



รูปที่ 5.32 การเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด เฟส และความถี่ของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์ในสภาวะปิดเมื่อ $\omega_f = 2\pi(170K)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2.2.2 วงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟส

เช่นเดียวกันกับวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ ขนาดของเทอมความถี่ผลบวก ($\omega_d + \omega_f$) และความถี่ผลต่าง ($\omega_d - \omega_f$) ของวงจรออสซิลเลเตอร์เลื่อนเฟสจะลดลงอย่างต่อเนื่องและไม่ปรากฏเมื่อความถี่อินพุตเข้าใกล้ความถี่อิสระ ถัดจากนั้นวงจรจะเข้าสู่สภาวะบิตเพื่อแสดงพฤติกรรมดังกล่าวสัญญาณอินพุตถูกกำหนดให้มีขนาด 0.1Vp

รูปที่ 5.33 (ก) คือผลการทดลองในทางปฏิบัติเมื่อสัญญาณอินพุต (CH.1) มีความถี่ 50KHz ผลจากการบ้อนสัญญาณถูกแสดงใน CH.2 ซึ่งพบว่ากรอบด้านบนและล่างของสัญญาณเอาต์พุตมีการเปลี่ยนแปลงเสมือนกับสัญญาณมอดูเลตทางขนาดและเปลี่ยนแปลงอย่างช้าเมื่อเทียบกับความถี่อินพุตและความถี่อิสระ องค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุต (CH.m) ได้แสดงให้เห็นถึงความไม่สมมาตรขององค์ประกอบทางความถี่ซึ่งประกอบด้วยสัญญาณ 3 ความถี่คือความถี่อิสระ (ω_d) ซึ่งขนาดมากที่สุด ความถี่อินพุต (ω_f) และความถี่ $\omega_d + \Delta\omega$ โดยที่ $\Delta\omega$ คือความถี่ผลต่างระหว่างความถี่อิสระและความถี่อินพุตซึ่งมีค่าอยู่ที่ 15KHz ซึ่งเทอมความถี่นี้มีขนาดน้อยที่สุด

รูปที่ 5.33 (ข) คือผลการจำลองการทำงานของวงจรโดยที่ CH.1 และ CH.2 คือสัญญาณเอาต์พุตและสัญญาณอินพุตตามลำดับ จากรูปจะพบว่ากรอบของสัญญาณเอาต์พุตมีการเปลี่ยนแปลงเหมือนกันกับผลในทางปฏิบัติ ขณะที่องค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตอยู่ในลักษณะไม่สมมาตรเช่นกันพร้อมกันนั้นผลการจำลองการทำงานยังแสดงองค์ประกอบเทอมความถี่ $\omega_d + 2\Delta\omega$ และ $\omega_f - \Delta\omega$ ที่มีขนาดลดลงตามลำดับอีกด้วย

รูปที่ 5.33 (ค) คือผลการคำนวณโดยอาศัยค่าในอุดมคติซึ่ง CH.1 คือสัญญาณอินพุต CH.2 คือสัญญาณเอาต์พุตที่กรอบเปลี่ยนแปลงเหมือนกันกับผลที่ได้จากการจำลองและการทดลอง แต่ในขณะที่องค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตปรากฏว่าแตกต่างกล่าวคือไม่ปรากฏเทอมความถี่ $\omega_d + \Delta\omega$ ทั้งนี้เกิดจากอัตราขยายที่สูงจึงส่งผลการเปลี่ยนแปลงทางขนาดของสัญญาณเอาต์พุตไปลดทอนการองค์ประกอบทางความถี่ที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของความถี่ดังที่นำเสนอไปในบทที่ 3 และสมการที่ (3.42)

รูปที่ 5.33 (ง) คือผลการคำนวณโดยอาศัยค่าอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองทางปฏิบัติ ซึ่งพบว่าสัญญาณเอาต์พุตมีกรอบที่เปลี่ยนแปลงเหมือนกันกับผลการทดลอง การจำลอง และการคำนวณด้วยค่าอุดมคติ พร้อมกันนั้นองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตยังมีลักษณะที่ไม่สมมาตรเช่นเดียวกันกับผลที่ได้จากการทดลองและการจำลองการทำงานอีกด้วย

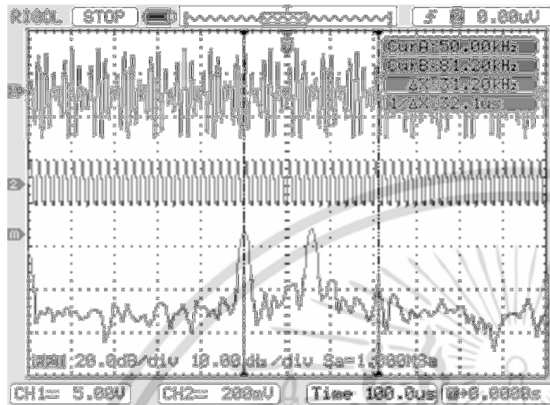
เมื่อทำการเพิ่มความถี่อินพุตให้เข้าใกล้ความถี่อิสระเพิ่มมากขึ้นขนาดของเทอมความถี่อินพุตจะเพิ่มมากขึ้น ขณะที่เทอมอื่นๆ รวมถึงเทอมความถี่อิสระลดลง ดังผลการทดลองและการจำลองการทำงานในรูปที่ 5.34 ถึง 5.36 ขณะที่ผลการคำนวณที่พิจารณาค่าในทางอุดมคติและค่าที่ใช้ในการทดลองไม่สามารถแสดงพฤติกรรมการลดลงได้อย่างชัดเจน

รูปที่ 5.37 (ก) คือผลการจำลองการทำงานของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟสที่มีการบ้อนสัญญาณอินพุตที่ความถี่ 55KHz และ 0.1 Vp เพื่อแสดงการเปลี่ยนแปลงแอมพลิจูด เฟส และความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตเทียบกับสัญญาณอิสระที่ถูกลดทอนเพื่อให้สามารถทำการเปรียบเทียบได้ชัดเจน พร้อมทั้งทำการเปรียบเทียบกับผลการคำนวณโดยอาศัยแบบจำลองที่นำเสนอในรูปที่ 5.37 (ข) จากสมการที่ (3.42), (3.43), (3.51) และ (3.52) จากรูปทั้งสองจะพบว่าเมื่อแอมพลิจูดมีการเบี่ยงเบนลดลงที่จุดต่ำสุด สัญญาณทั้งสองจะอินเฟสกัน และความถี่มีการเพิ่มสูงขึ้นเล็กน้อย ถัดจากนั้นเมื่อแอมพลิจูดเบี่ยงเบนไปที่จุดสูงสุด ความถี่จะลดต่ำลง ซึ่งสัญญาณเอาต์พุตจะ

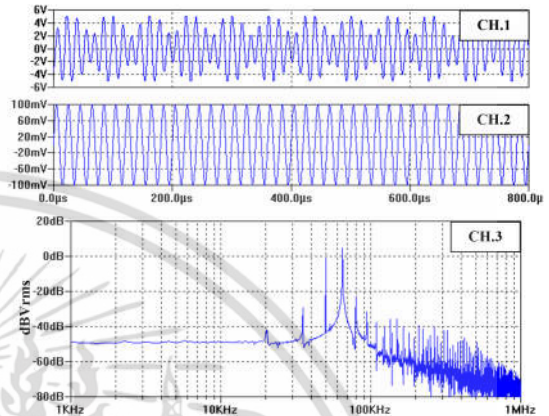
เอกสารนี้เป็นลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี การนำเอกสารนี้ไปใช้โดยไม่ได้รับอนุญาตถือว่าผิดกฎหมาย

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

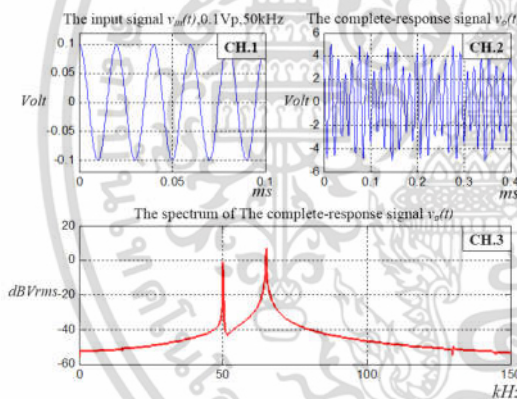
ล้าหน้าสัญญาณอิสระและเลื่อนไปล้าหลังสัญญาณอิสระ รูปที่ 5.38 เป็นกรณีที่มีความถี่อินพุตมีค่าเป็น 75kHz และ 0.1Vp ซึ่งจากรูปจะพบว่า การเบี่ยงเบนของแอมพลิจูด เฟส และความถี่จะคล้ายกันกับในกรณีแรกแต่เฟสและความถี่จะกลับเฟสกัน



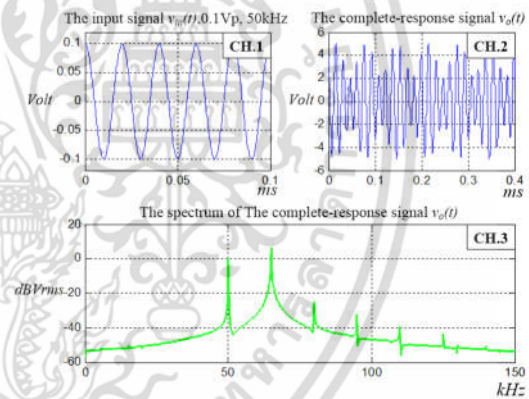
(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ



(ข) ผลการจำลองการทำงาน



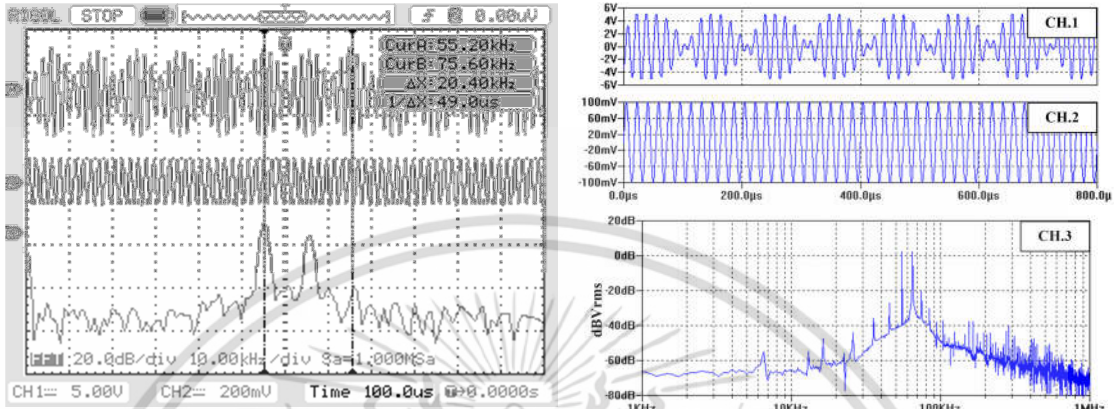
(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ



(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

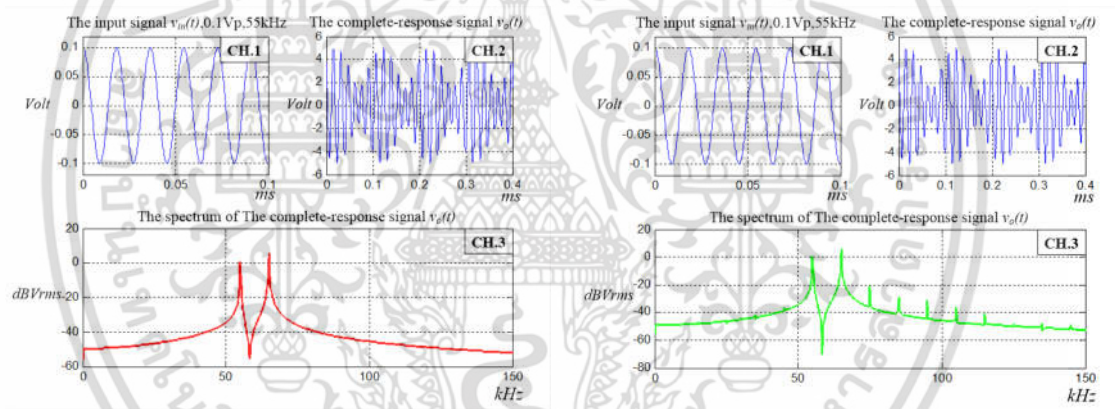
รูปที่ 5.33 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสที่ความถี่อินพุต 50KHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ

(ข) ผลการจำลองการทำงาน

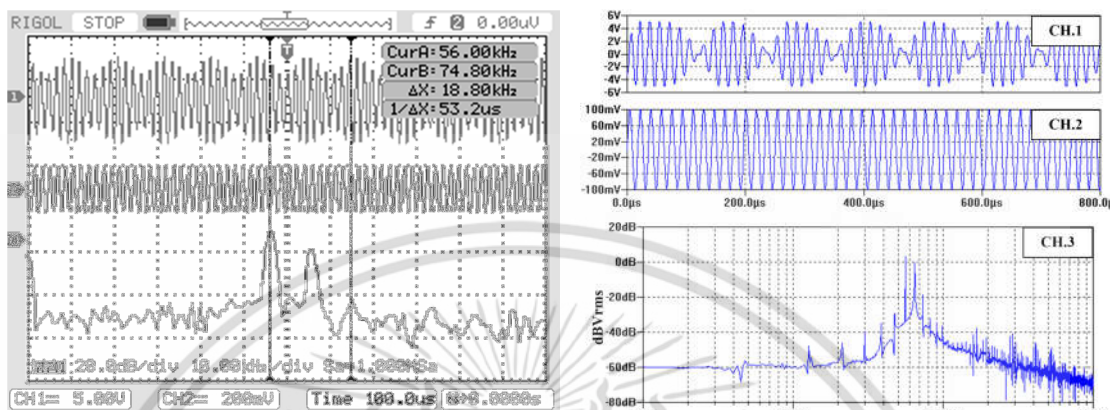


(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ

(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

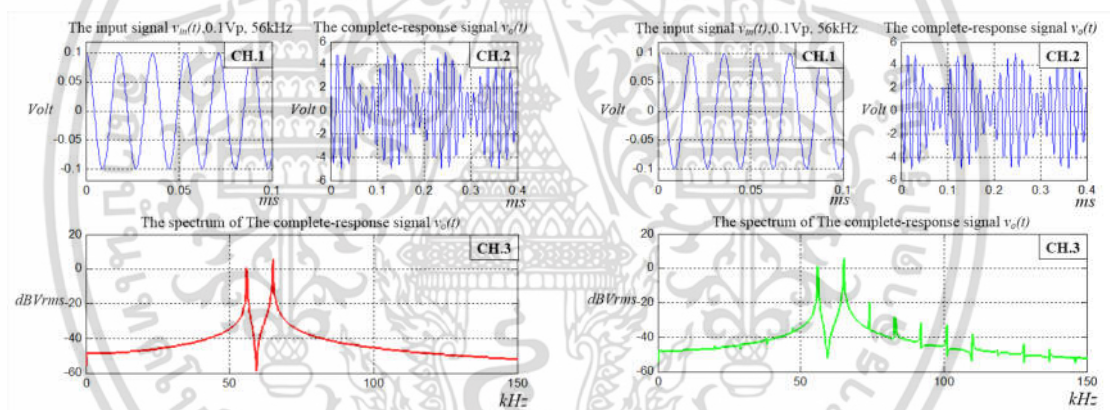
รูปที่ 5.34 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสที่ความถี่ 55KHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ

(ข) ผลการจำลองการทำงาน

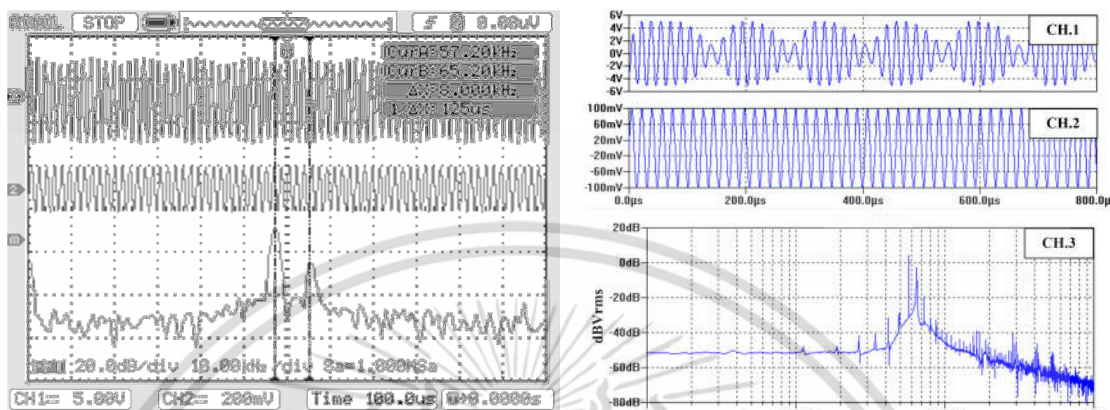


(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ

(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

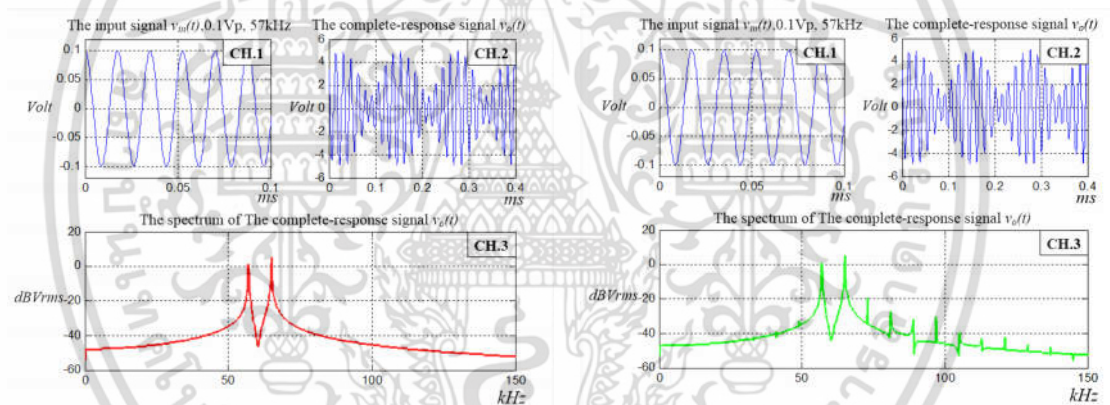
รูปที่ 5.35 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสที่ความถี่อินพุต 56KHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ

(ข) ผลการจำลองการทำงาน

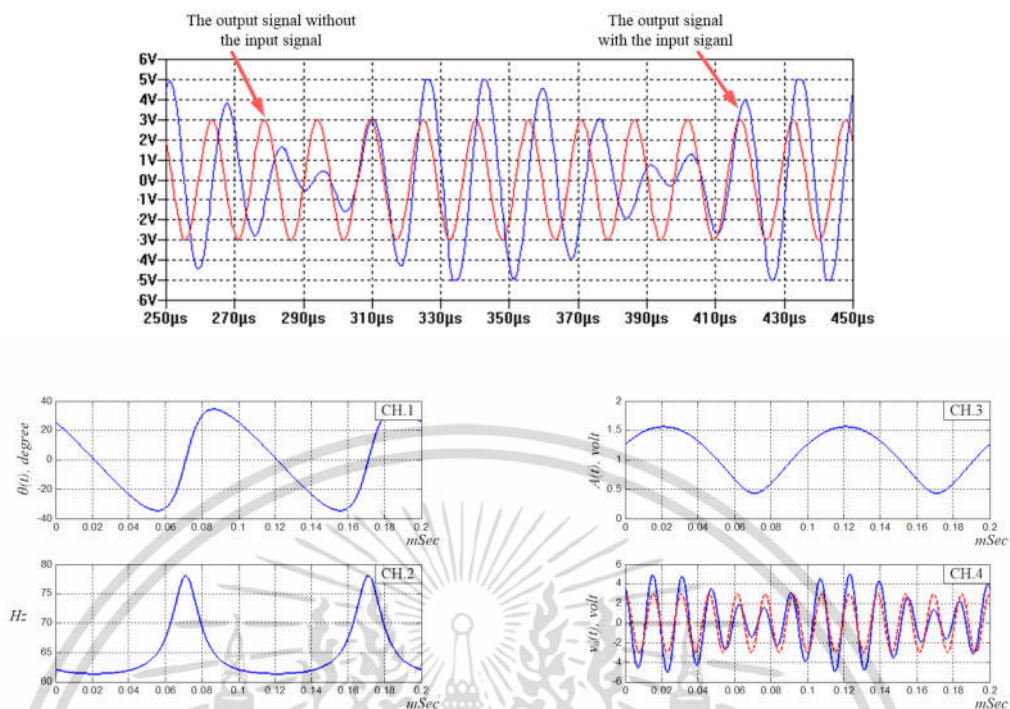


(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ

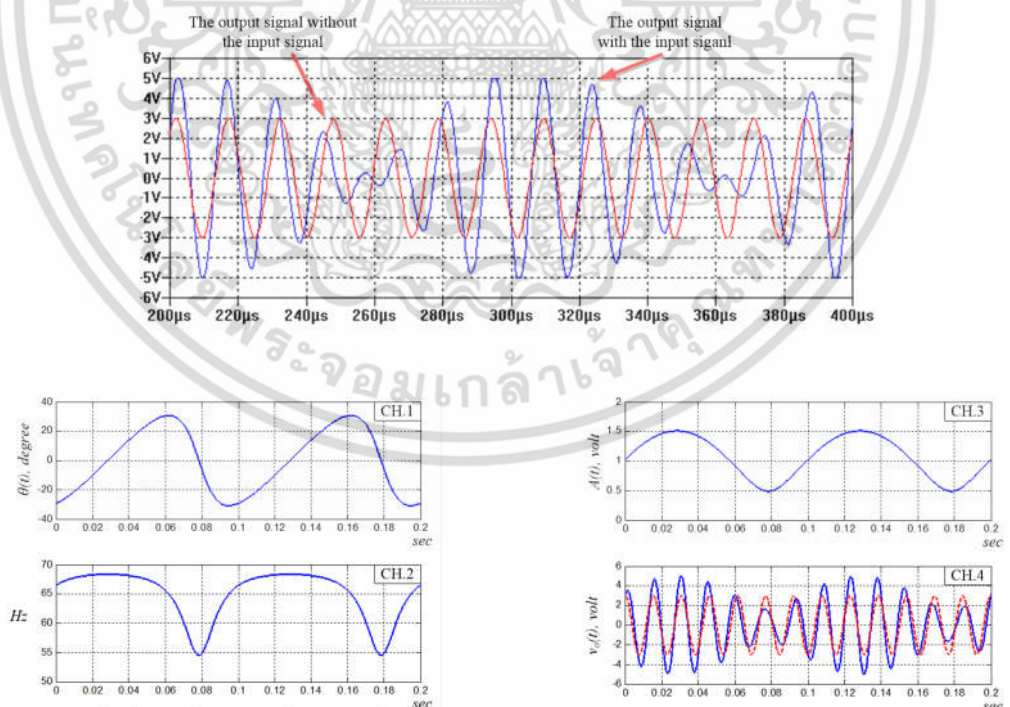
(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

รูปที่ 5.36 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสที่ความถี่อินพุต 57KHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.37 การเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด เฟส และความถี่ของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟสในสภาวะบิตเมื่อ $\omega_f = 2\pi(55K)$



รูปที่ 5.38 การเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด เฟส และความถี่ของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟสในสภาวะบิตเมื่อ $\omega_f = 2\pi(75K)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2.2.3 วงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์

เมื่อความถี่ของสัญญาณอินพุตเคลื่อนที่เข้าใกล้ความถี่อิสระมากขึ้น ขนาดของเทอมความถี่ผลบวก ($\omega_d + \omega_f$) และความถี่ผลต่าง ($\omega_d - \omega_f$) ของวงจรออสซิลเลเตอร์จะลดลงอย่างต่อเนื่องและไม่ปรากฏเมื่อความถี่อินพุตเข้าใกล้ความถี่อิสระ ถัดจากนั้นวงจรจะเข้าสู่สภาวะปิดพฤติกรรมเหล่านี้เหมือนกันกับวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ และวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟส เพื่อแสดงพฤติกรรมดังกล่าวสัญญาณอินพุตถูกกำหนดให้มีขนาด 0.1Vp

รูปที่ 5.39 (ก) คือผลการทดลองในทางปฏิบัติเมื่อสัญญาณอินพุต (CH.1) มีความถี่ 24kHz ผลจากการป้อนสัญญาณถูกแสดงใน CH.2 ซึ่งพบว่ากรอบการเปลี่ยนแปลงน้อยมาก แต่เมื่อพิจารณาองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุต (CH.m) พบว่าสัญญาณเอาต์พุตมีความถี่แถบข้างที่ไม่สมมาตรเช่นเดียวกับวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ และวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟสซึ่งประกอบด้วยสัญญาณ 3 ความถี่คือความถี่อิสระ (ω_d) ซึ่งขนาดมากที่สุด ความถี่อินพุต (ω_f) และความถี่ $\omega_d + \Delta\omega$ โดยที่ $\Delta\omega$ คือความถี่ผลต่างระหว่างความถี่อิสระและความถี่อินพุตซึ่งมีค่าอยู่ที่ 10kHz ซึ่งเทอมความถี่นี้มีขนาดน้อยที่สุด

รูปที่ 5.39 (ข) คือผลการจำลองการทำงานของวงจรโดยที่ CH.1 และ CH.2 คือสัญญาณเอาต์พุตและสัญญาณอินพุตตามลำดับ จากรูปจะพบว่ากรอบของสัญญาณเอาต์พุตแถบจะไม่มีการเปลี่ยนแปลงเหมือนกันกับผลในทางปฏิบัติ ขณะที่องค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตอยู่ในลักษณะไม่สมมาตรเช่นกันพร้อมกันนั้นผลการจำลองการทำงานยังแสดงองค์ประกอบเทอมความถี่ $\omega_d + 2\Delta\omega$ และ $\omega_f - \Delta\omega$ ที่มีขนาดลดลงตามลำดับอีกด้วย

รูปที่ 5.39 (ค) คือผลการคำนวณโดยอาศัยค่าในอุดมคติซึ่ง CH.1 คือสัญญาณอินพุต CH.2 คือสัญญาณเอาต์พุตที่กรอบเปลี่ยนแปลงเหมือนกันกับผลที่ได้จากการจำลองและการทดลอง แต่ในขณะที่องค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตปรากฏว่าแตกต่างกล่าวคือไม่ปรากฏเทอมความถี่ $\omega_d + \Delta\omega$ ทั้งนี้เกิดจากอิทธิพลการเปลี่ยนแปลงของขนาดของสัญญาณเอาต์พุตมีค่ามากพอที่จะส่งผลให้เกิดการหักล้างเทอมความถี่ $\omega_d + \Delta\omega$ และส่งผลให้เห็นการเปลี่ยนแปลงของกรอบที่ชัดเจน

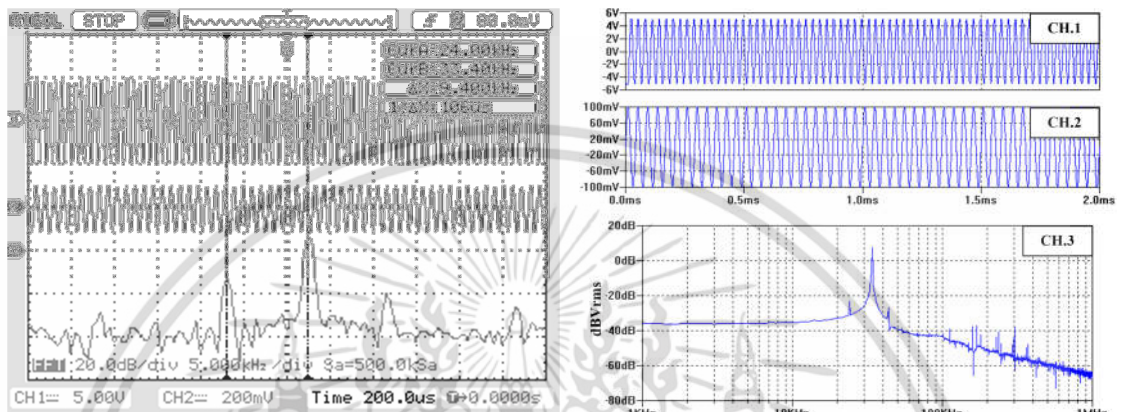
รูปที่ 5.39 (ง) คือผลการคำนวณโดยอาศัยค่าอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองทางปฏิบัติ ซึ่งพบว่าสัญญาณเอาต์พุตมีกรอบที่เปลี่ยนแปลงเล็กน้อยเช่นกัน และเมื่อพิจารณาองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณพบว่า พร้อมกันนั้นองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตยังมีลักษณะที่ไม่สมมาตรเช่นเดียวกันกับผลที่ได้จากการทดลองและการจำลองการทำงาน

เมื่อทำการเพิ่มความถี่อินพุตให้เข้าใกล้ความถี่อิสระเพิ่มมากขึ้นขนาดของเทอมความถี่อินพุต และเทอมความถี่ $\omega_d + \Delta\omega$ จะเพิ่มมากขึ้น ดังผลการทดลองและการจำลองการทำงานในรูปที่ 5.40 และ 5.41 ถัดจากนั้นขนาดเทอมความถี่ $\omega_d + \Delta\omega$ และความถี่อิสระจะลดลง ดังพฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ทั้ง 2 ที่ผ่านมา

รูปที่ 5.42 (ก) คือผลการจำลองการทำงานของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอดเรเจอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตที่ความถี่ 30kHz และ 0.2 Vp เพื่อแสดงการเปลี่ยนแปลงแอมพลิจูดเฟส และความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตเทียบกับสัญญาณอิสระที่ถูกลดทอนเพื่อให้สามารถทำการเปรียบเทียบได้ชัดเจน พร้อมทั้งทำการเปรียบเทียบกับผลการคำนวณโดยอาศัยแบบจำลองที่นำเสนอในรูปที่ 5.42 (ข) จากสมการที่ (3.42), (3.43), (3.51) และ (3.52) จากรูปทั้งสองจะพบว่ามี

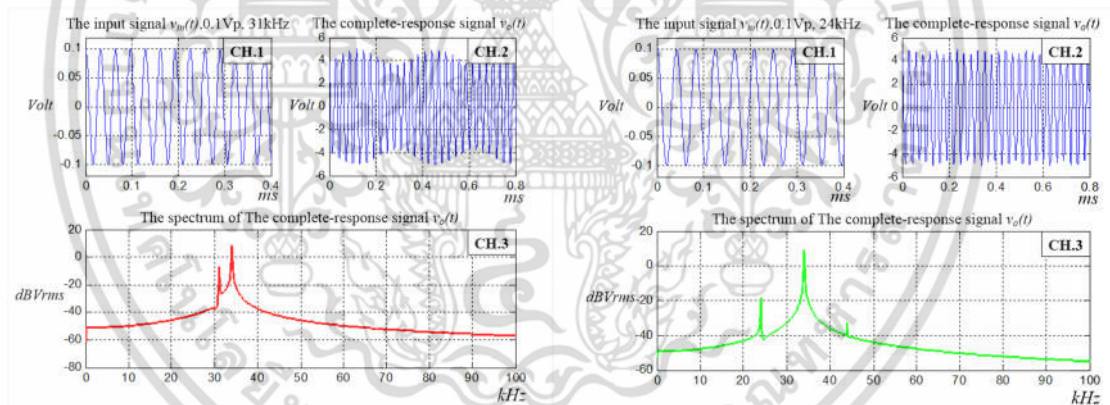
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เบี่ยงเบนของเฟสและความถี่ไม่มากตามคุณลักษณะของระบบ รูปที่ 5.43 เป็นกรณีที่มีความถี่อินพุตมีค่าเป็น 40kHz และ 0.2Vp ซึ่งจากรูปจะพบว่า การเบี่ยงเบนของแอมพลิจูด เฟส และความถี่จะคล้ายกันกับในกรณีแรกแต่เฟสและความถี่จะกลับเฟสกัน



(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ

(ข) ผลการจำลองการทำงาน

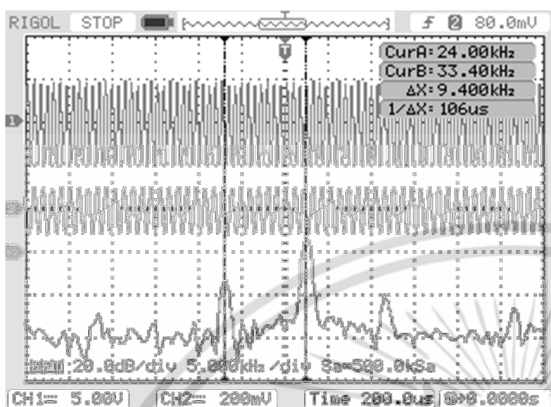


(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ

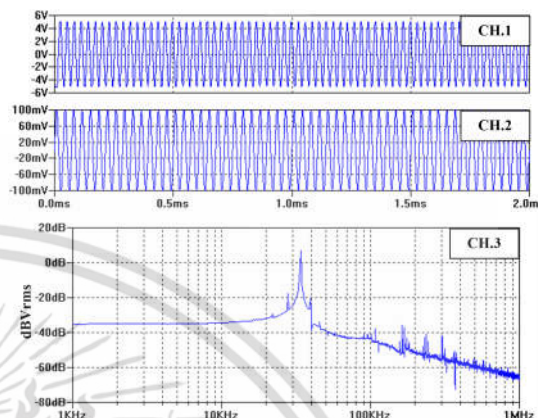
(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

รูปที่ 5.39 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์ที่มีความถี่อินพุต 24KHz

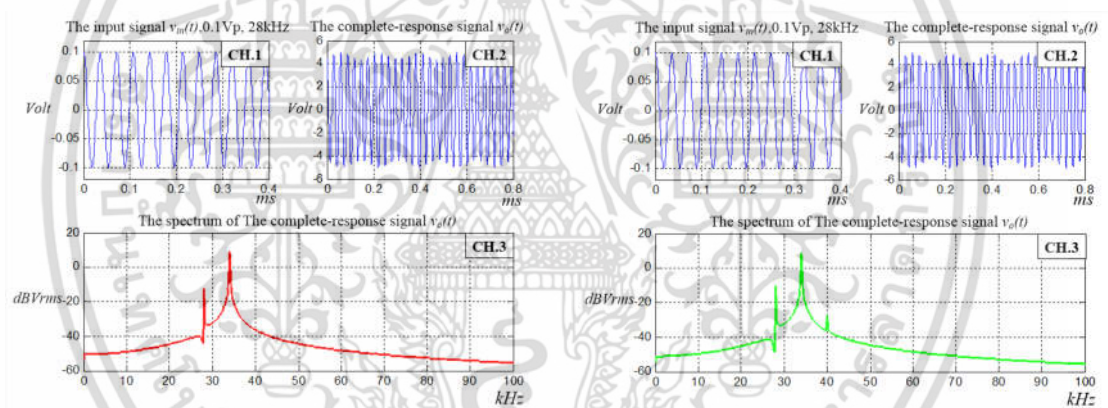
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ



(ข) ผลการจำลองการทำงาน

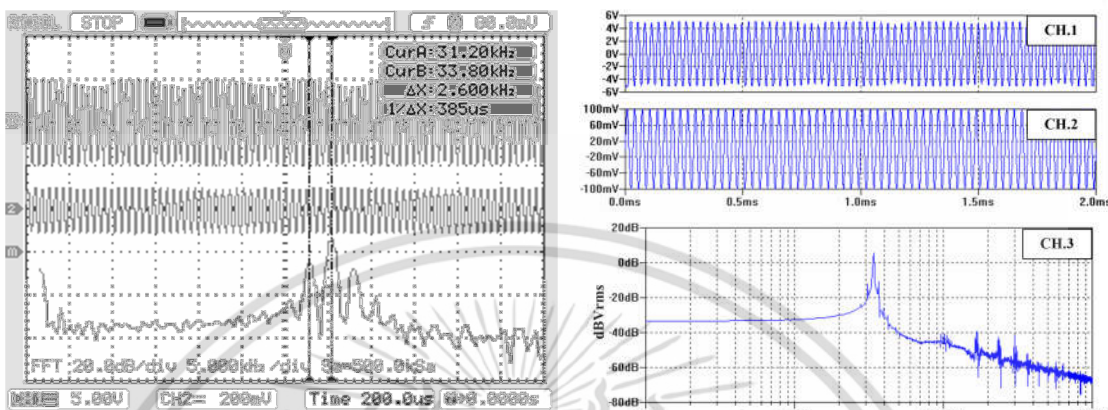


(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ

(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

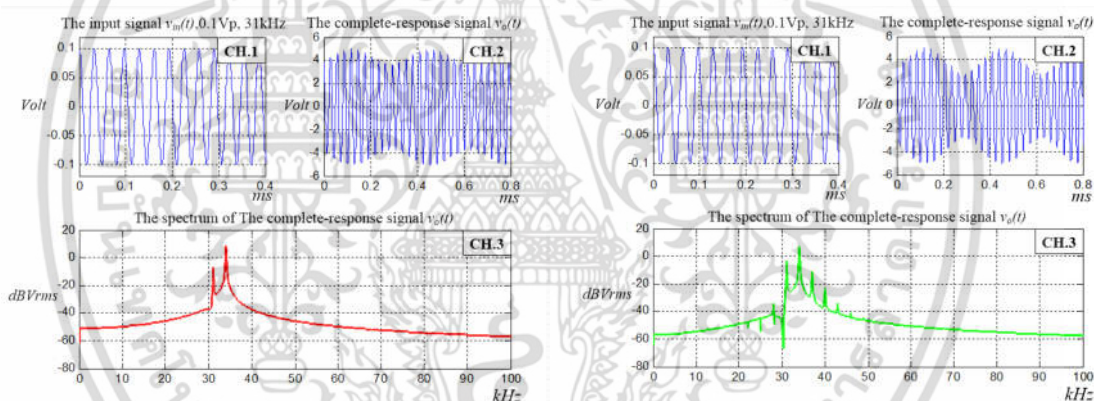
รูปที่ 5.40 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์ที่ความถี่อินพุต 28KHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) ผลการทดลองในทางปฏิบัติ

(ข) ผลการจำลองการทำงาน

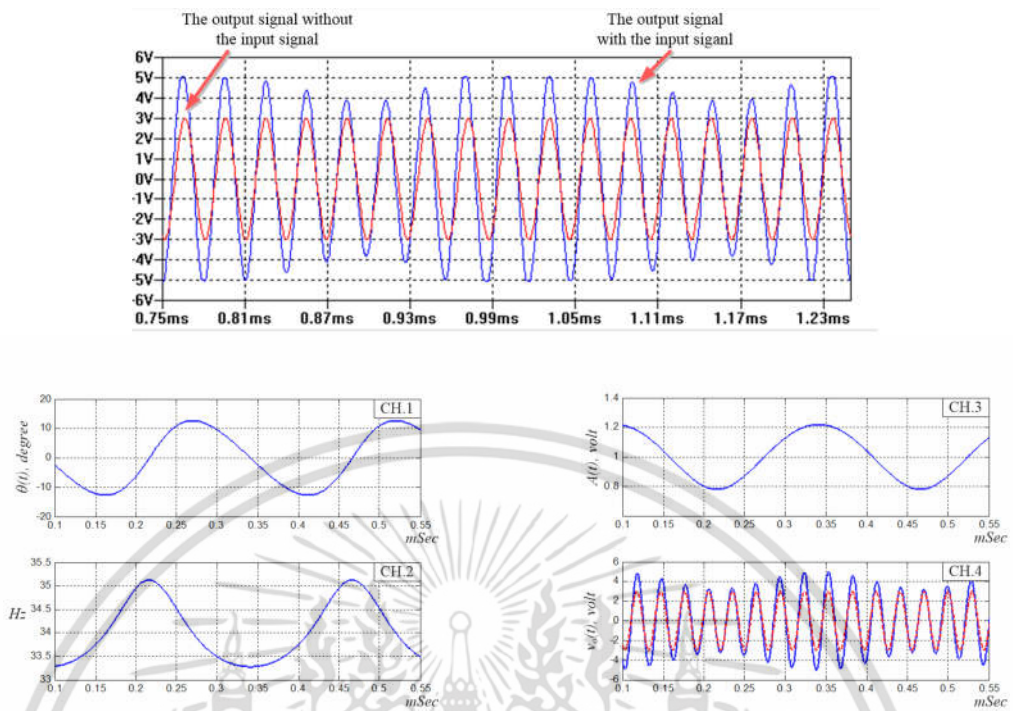


(ค) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ

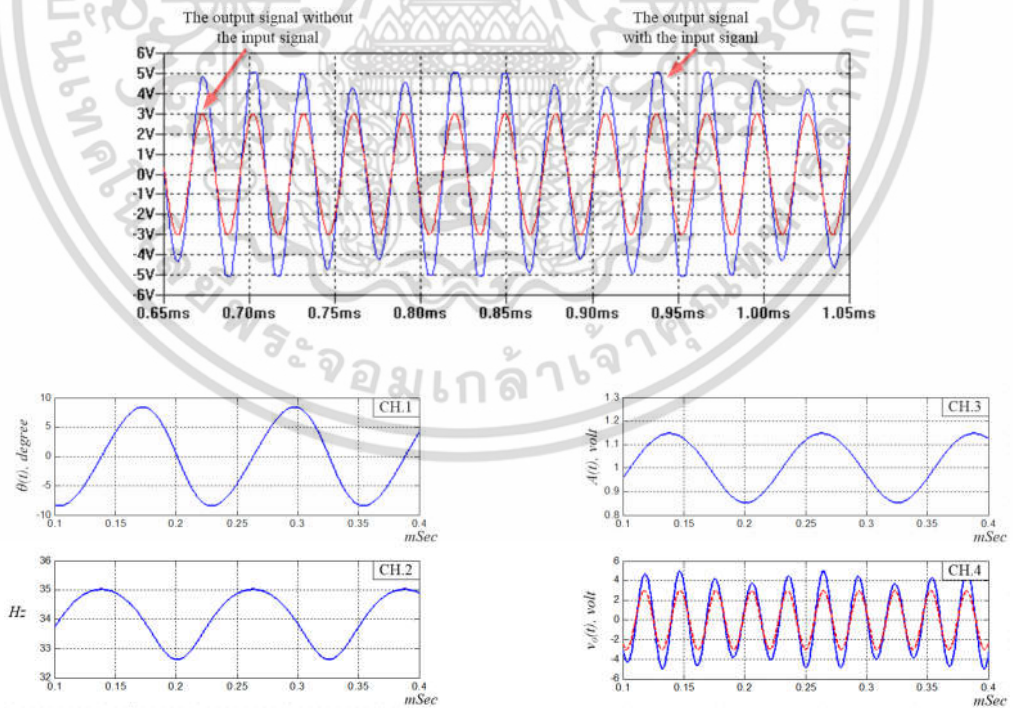
(ง) ผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง

รูปที่ 5.41 พฤติกรรมของออสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์ที่ความถี่อินพุต 31KHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 5.42 การเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด เฟส และความถี่ของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอดเตรเจอร์ในสภาวะบิตเมื่อ $\omega_f = 2\pi(30K)$



รูปที่ 5.43 การเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูด เฟส และความถี่ของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบควอดเตรเจอร์ในสภาวะบิตเมื่อ $\omega_f = 2\pi(40K)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.2.3 สถานะล็อก

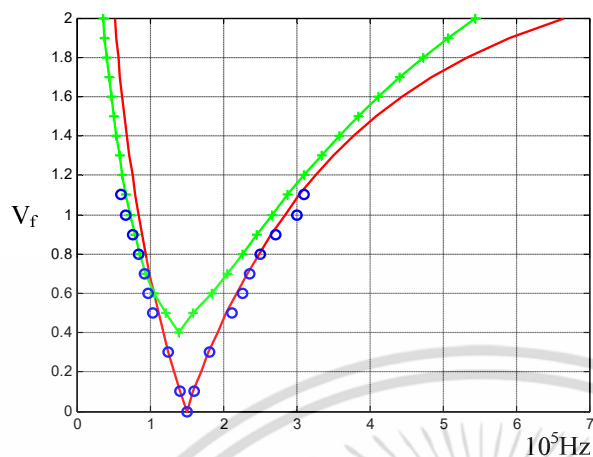
สถานะเป็นสถานะที่สัญญาณอินพุตบรรลุนี้อินซการล็อกหรือ $r(\omega_f) \geq 1$ ตามที่ได้ นำเสนอไปในบทที่ 3 ส่งผลให้วงจรรอสซิลเลเตอร์ทำการผลิตสัญญาณที่เป็นสัญญาณไซน์ที่มีความถี่ เหมือนกันกับความถี่ของสัญญาณอินพุต ในสถานะนี้วงจรมีย่านที่สามารถล็อกสัญญาณอินพุตซึ่ง ขึ้นอยู่กับแอมพลิจูด (V_f) และความถี่ (ω_f) ของสัญญาณอินพุตเช่นกัน นอกจากนี้ตัวแปรทั้งสองแล้ว ย่านดังกล่าวยังขึ้นอยู่กับแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระและฟังก์ชันส่งผ่านของวงจรถัดสมการที่ (3.66)

5.2.3.1 วงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์

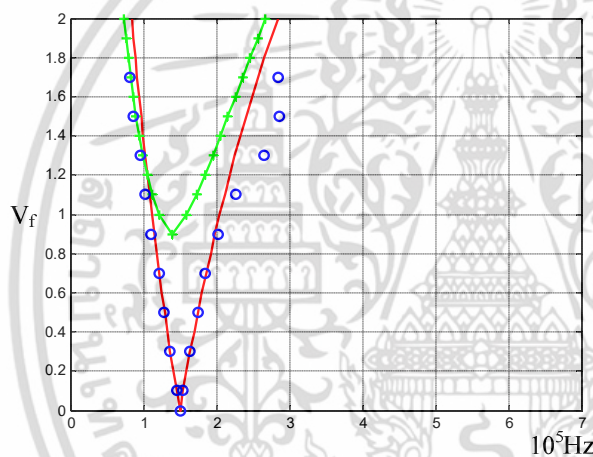
วงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ที่มีความถี่อิสระ (ω_d) อยู่ที่ 150KHz ซึ่งถูกใช้ในการทดลองในหัวข้อที่ผ่านมาจะถูกใช้ในการค้นหาย่านการล็อกในหัวข้อนี้ พร้อมกับทำการ เปรียบเทียบกับผลการคำนวณที่ได้จากสมการที่ (3.72) ที่อาศัยค่าในอุดมคติและค่าอุปกรณ์ที่ใช้ใน การทดลอง และเพื่อที่จะศึกษาอิทธิพลของแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระของวงจรรอสซิลเลเตอร์และแอมพลิจูดของ สัญญาณอินพุตที่กล่าวไปข้างต้น ดังนั้นแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระ (V_{sat}) จึงได้ถูกกำหนดไว้ที่ 5Vp, 10Vp, 15Vp และแอมพลิจูดสัญญาณอินพุต (V_f) มีค่าตั้งแต่ 0.1Vp ถึง 2Vp

รูปที่ 5.44 คือย่านการล็อกของวงจรรอสซิลเลเตอร์เมื่อแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระอยู่ที่ 5Vp จากรูปพบว่าผลการคำนวณจากค่าอุดมคติ (--) มีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลอง (o) ขณะที่ผลที่ได้จาก การคำนวณที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าในทางปฏิบัติ (---) จะสอดคล้องกันกับผลการทดลองเมื่อมี แอมพลิจูดของสัญญาณอินพุตมีค่ามากกว่า 0.4 V ขึ้นไป สิ่งนี้เกิดจากอัตราขยายของฟังก์ชันส่งผ่านที่ ได้จากค่าอุปกรณ์ในทางปฏิบัติมีค่าน้อย นอกจากนี้จะพบว่าย่านการล็อกทั้ง 3 จะกว้างเพิ่มขึ้นอย่าง ไม่เป็นเชิงเส้นหรือไม่เป็นรูปตัว V ตามที่ได้ถูกนำเสนอใน [1, 2, 14] พฤติกรรมนี้เกิดจากคุณลักษณะ ของฟังก์ชันส่งผ่านของระบบ

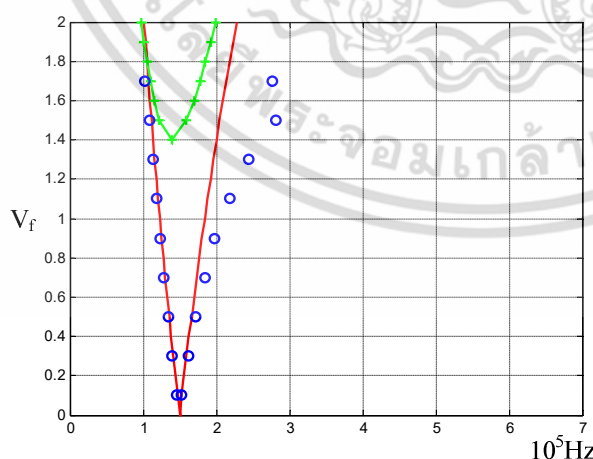
รูปที่ 5.45 และ 5.46 คือย่านการล็อกเมื่อแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระเพิ่มขึ้นเป็น 10Vp และ 15Vp จากรูปทั้งสองพบว่าย่านการล็อกที่ได้จากผลทั้ง 3 มีคุณลักษณะคล้ายกันกับใน กรณีที่แอมพลิจูดของสัญญาณอิสระมีค่าเป็น 5Vp แต่สิ่งที่แตกต่างที่เห็นได้ชัดคือย่านการล็อกแคบลง ทั้งนี้เกิดจากการเพิ่มขึ้นของแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระ (V_{sat}) ซึ่งจะเป็นตัวส่วนของสมการย่าน การล็อกในสมการที่ (3.72)



รูปที่ 5.44 ย่านการลือกของวงจรเมื่อแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระอยู่ที่ 5Vp ประกอบด้วยผลการทดลอง (o) ผลการคำนวณด้วยค่าอุดมคติ (--) และผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง (-+)



รูปที่ 5.45 ย่านการลือกของวงจรเมื่อแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระอยู่ที่ 10Vp ประกอบด้วยผลการทดลอง (o) ผลการคำนวณด้วยค่าอุดมคติ (--) และผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง (-+)



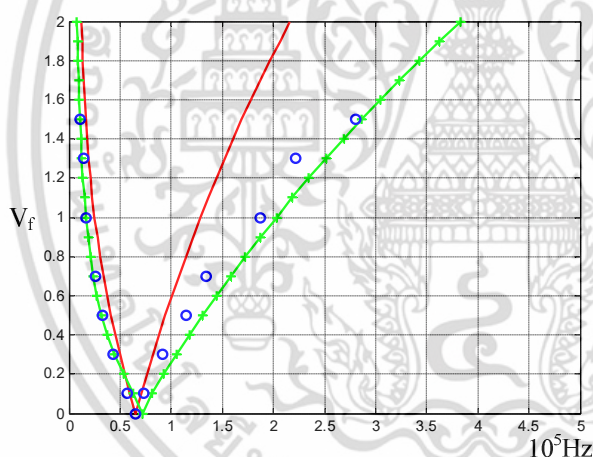
รูปที่ 5.46 ย่านการลือกของวงจรเมื่อแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระอยู่ที่ 15Vp ประกอบด้วยผลการทดลอง (o) ผลการคำนวณด้วยค่าอุดมคติ (--) และผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง (-+)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

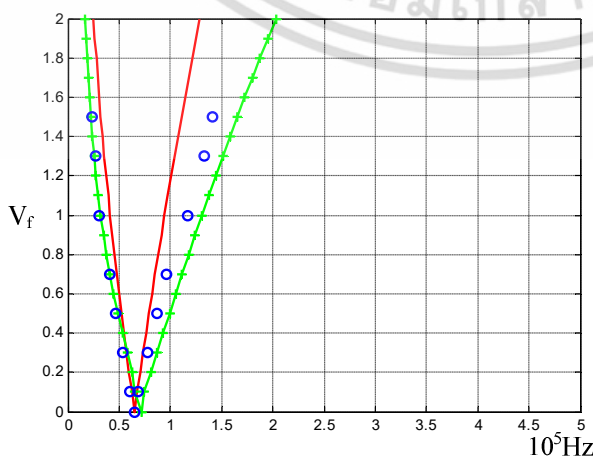
5.2.3.2 วงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนเฟส

วงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเลื่อนที่มีความถี่อิสระ (ω_0) อยู่ที่ 65kHz ซึ่งถูกใช้ในการทดลองในหัวข้อที่ผ่านมาจะถูกใช้ในการค้นหาการล็อกในหัวข้อนี้ พร้อมกับทำการเปรียบเทียบกับผลการคำนวณที่ได้จากสมการที่ (3.73) ที่อาศัยค่าในอุดมคติและค่าอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง และเพื่อที่จะศึกษาอิทธิพลของแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระของวงจรและแอมพลิจูดของสัญญาณอินพุตที่กล่าวไปข้างต้น ดังนั้นแอมพลิจูดสัญญาณอินพุต (V_i) มีค่าตั้งแต่ 0.1Vp ถึง 2Vp และแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระ (V_{sat}) ได้ถูกกำหนดไว้ที่ 2 ค่าคือ 5Vp และ 10Vp ซึ่งต่างจากวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ เนื่องจากในทางปฏิบัติไม่สามารถปรับให้แอมพลิจูดของสัญญาณอิสระมีค่าเป็น 15Vp ได้

รูปที่ 5.47 คือย่านการล็อกของวงจรเมื่อแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระอยู่ที่ 5Vp จากรูปพบว่าผลการคำนวณจากค่าในทางปฏิบัติ (++) มีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลอง (o) ขณะที่ผลที่ได้จากการคำนวณที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติแคบกว่า (--) ความไม่สอดคล้องนี้เกิดจากการอัตราขยายของฟังก์ชันส่งผ่านที่ได้จากค่าในอุดมคติได้พิจารณาให้โพลที่เป็นค่าคงที่มีค่าเป็นอนันต์ นอกจากนี้จะพบว่าย่านการล็อกทั้ง 3 จะกว้างเพิ่มขึ้นอย่างไม่เป็นเชิงเส้นเช่นเดียวกับวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ เมื่อทำการเพิ่มแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระเป็น 10Vp จะพบว่าย่านการล็อกลงเช่นกันดังรูปที่ 5.48



รูปที่ 5.47 ย่านการล็อกของวงจรเมื่อแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระอยู่ที่ 5Vp ประกอบด้วยผลการทดลอง (o) ผลการคำนวณด้วยค่าอุดมคติ (--) และผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง (++)



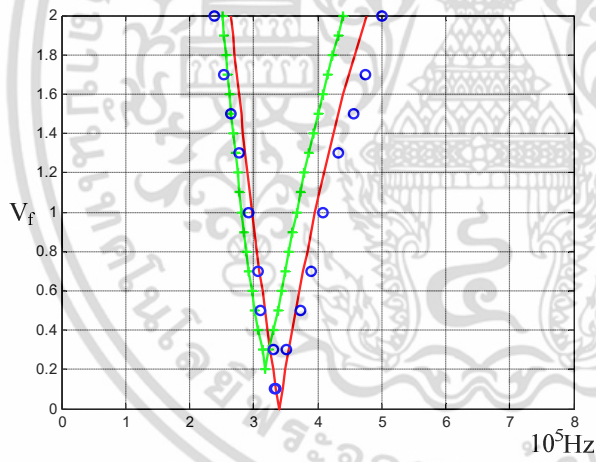
รูปที่ 5.48 ย่านการล็อกของวงจรเมื่อแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระอยู่ที่ 10Vp ประกอบด้วยผลการทดลอง (o) ผลการคำนวณด้วยค่าอุดมคติ (--) และผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง (++)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

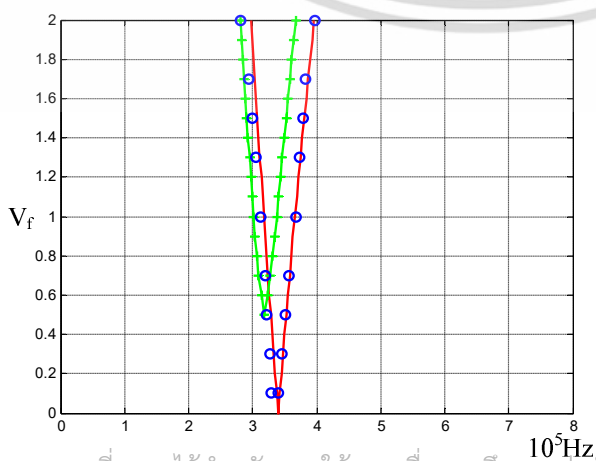
5.2.3.3 วงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเตรเจอร์

เช่นเดียวกันกับวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์และเลื่อนเฟส วงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเตรเจอร์ที่มีความถี่อิสระ (ω_d) อยู่ที่ 34kHz ซึ่งถูกใช้ในการทดลองในหัวข้อที่ผ่านมาจะถูกใช้ในการค้นหาการล็อกในหัวข้อนี้ พร้อมกับทำการเปรียบเทียบกับผลการคำนวณที่ได้จากสมการที่ (3.74) ที่อาศัยค่าในอุดมคติและค่าอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง และเพื่อที่จะศึกษาอิทธิพลของแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระของวงจรและแอมพลิจูดของสัญญาณอินพุตที่กล่าวไปข้างต้น ดังนั้นแอมพลิจูดสัญญาณอินพุต (V_i) มีค่าตั้งแต่ 0.1Vp ถึง 2Vp และแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระ (V_{sat}) ได้ถูกกำหนดไว้ที่ 2 ค่าคือ 5Vp และ 10Vp ซึ่งต่างจากวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ เนื่องจากในทางปฏิบัติไม่สามารถปรับให้แอมพลิจูดของสัญญาณอิสระมีค่าเป็น 15Vp ได้

รูปที่ 5.49 คือย่านการล็อกของวงจรเมื่อแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระอยู่ที่ 5Vp จากรูปพบว่าผลการคำนวณจากค่าในอุดมคติ (--) มีค่าใกล้เคียงกับผลการทดลอง (o) ขณะที่ผลที่ได้จากการคำนวณที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าในทางปฏิบัติ (+) มีความกว้างใกล้เคียงกับผลการทดลองแต่มีการเลื่อนของกราฟไปทางด้านความถี่ต่ำ ความไม่สอดคล้องนี้เกิดจากค่าความถี่อิสระที่คำนวณจากค่าอุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลองให้ค่าที่ต่ำกว่า นอกจากนี้จะพบว่าย่านการล็อกทั้ง 3 จะกว้างเพิ่มขึ้นอย่างไม่เป็นเชิงเส้นเช่นเดียวกับวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์และเลื่อนเฟส เมื่อทำการเพิ่มแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระเป็น 10Vp จะพบว่าย่านการล็อกลดลงเช่นกันดังรูปที่ 4.50



รูปที่ 5.49 ย่านการล็อกของวงจรเมื่อแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระอยู่ที่ 5Vp ประกอบด้วยผลการทดลอง (o) ผลการคำนวณด้วยค่าอุดมคติ (--) และผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง (+)



รูปที่ 5.50 ย่านการล็อกของวงจรเมื่อแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระอยู่ที่ 10Vp ประกอบด้วยผลการทดลอง (o) ผลการคำนวณด้วยค่าอุดมคติ (--) และผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง (+)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

5.3 การเปลี่ยนสถานะไม่ล็อกไปยังสถานะปิด และเข้าสู่สถานะล็อก

จากผลการเปรียบเทียบผลการคำนวณจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอ ผลการทดลองการทำงาน และผลการจำลองการทำงานที่ได้นำเสนอในหัวข้อที่ผ่านมา อย่างไรก็ตามยังมีอีกพฤติกรรมหนึ่งที่เกี่ยวเนื่องกับทั้งสามสถานะยังไม่ได้กล่าวถึงซึ่งก็คือการเปลี่ยนของขนาดขององค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตจากสถานะไม่ล็อกไปยังสถานะปิด และเข้าสู่สถานะล็อก ขนาดของเทอมความถี่ในองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตที่จะถูกพิจารณาประกอบด้วยเทอมความถี่อิสระ (ω_d) ความถี่อินพุต (ω_f) ความถี่ผลต่าง ($\omega_d - \omega_f$) ความถี่ผลบวก ($\omega_d + \omega_f$) และความถี่ $\omega_d + \Delta\omega$ ซึ่ง

รูปที่ 5.51 (ก) ถึง (จ) คือการเปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงขนาดของแต่ละเทอมความถี่ระหว่างผลการทดลองการทำงาน (O) ผลการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติ (--) และผลการคำนวณด้วยค่าที่ใช้ในการทดลอง (-) ของวงจรออสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ที่ความถี่ 150KHz การคำนวณขนาดของสัญญาณจะพิจารณาจากขนาดโดยอาศัยสมการที่ (3.40) และ (3.63) เมื่อขนาดของสัญญาณอินพุตมีค่าเป็น 0.1 Vp

จากรูปที่ 5.51 (ก) พบว่าขนาดของเทอมความถี่อินพุต (ω_f) ที่ได้จากการทดลองจะค่อยๆเพิ่มค่าขึ้นเมื่อความถี่อินพุตเคลื่อนเข้าใกล้ความถี่อิสระ ซึ่งเมื่อความถี่อินพุตมีค่าเป็น 141KHz วงจรจะเข้าสู่สถานะล็อก พร้อมกันนั้นค่าที่ได้จากการคำนวณทั้งสองก็มีการเพิ่มขึ้นและใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการทดลอง

รูปที่ 5.51 (ข) คือผลการเปลี่ยนแปลงของขนาดของเทอมความถี่อิสระ (ω_d) ซึ่งจะพบว่าค่าที่ได้จากการทดลองจะคงที่ในช่วงแรก ถัดจากนั้นค่าจะเริ่มลดลงเมื่อความถี่อินพุตมีค่า 100KHz และจางหายไปเมื่อสัญญาณอินพุตบรรลุเงื่อนไขการล็อก

รูปที่ 5.51 (ค) และ (ง) คือขนาดของเทอมความถี่ผลต่าง ($\omega_d - \omega_f$) และความถี่ผลบวก ($\omega_d + \omega_f$) ตามลำดับซึ่งพบว่าค่าที่ได้จากการทดลองของทั้งสองเทอมจะลดลงเมื่อความถี่อินพุตเคลื่อนเข้าหาความถี่อิสระและจางหายไปเมื่อความถี่อินพุตอยู่ที่ 55KHz ขณะที่ค่าที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าอุดมคติและค่าที่ได้จากการทดลองของทั้งเทอมความถี่ผลต่าง ($\omega_d - \omega_f$) และความถี่ผลบวก ($\omega_d + \omega_f$) มีพฤติกรรมเหมือนกันคือจะค่อยๆมีค่าที่ลดลง นอกจากนี้จะพบว่าค่าจากการทดลองและจากการคำนวณมีค่าแตกต่างกันหลายเท่า

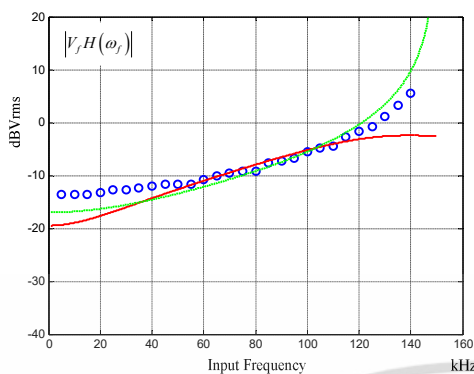
จากผลการทดลองการทำงานเมื่อความถี่อินพุตมากกว่า 55KHz สัญญาณเอาต์พุตจะประกอบด้วย 2 ความถี่คือความถี่อิสระและความถี่อินพุต และเมื่อความถี่อินพุตมีค่า 100KHz เทอมความถี่ $\omega_d + \Delta\omega$ จะปรากฏและมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อความถี่อินพุตเข้าใกล้ความถี่อิสระ ถัดจากนั้นจะมีค่าลดลงและจางหายไปเมื่อสัญญาณอินพุตบรรลุเงื่อนไขการล็อก ดังรูปที่ 5.51 (จ) เมื่อเทียบกับผลการคำนวณพบว่าค่าที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าที่ได้จากการทดลองมีค่าใกล้เคียงแต่ไม่ชัดเจนเกี่ยวกับการแสดงการเปลี่ยนแปลงทางขนาด ขณะที่ผลการคำนวณที่ได้จากค่าในอุดมคติแสดงพฤติกรรมที่สอดคล้องกับผลในทางปฏิบัติแต่ค่าที่ได้จากการคำนวณจะแตกต่างกันมากกว่าก่อนที่เทอมความถี่นี้จะจางหายไป นอกจากนี้จะพบว่าค่าที่ได้จากการคำนวณด้วยค่าในอุดมคติจะเพิ่มขึ้นอย่างมาก สิ่งนี้เกิดจากสมการที่ใช้ในการคำนวณได้มาจากการประมาณซึ่งอาจส่งผลให้เกิดค่าความผิดพลาดได้ แต่อย่างไรก็ตามในช่วงที่ค่านี้เพิ่มขึ้นอย่างมากเป็นช่วงที่วงจรได้เข้าสู่สถานะล็อกแล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

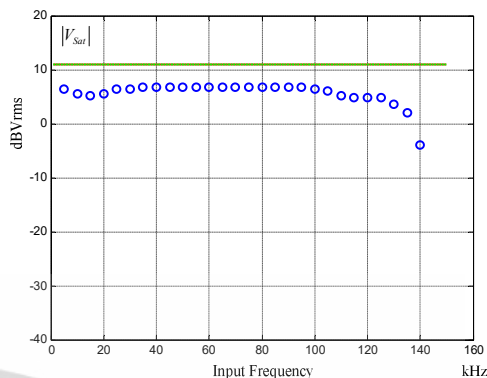
รูปที่ 5.52 และ 5.53 คือผลการเปรียบเทียบการเปลี่ยนสถานะของวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส และแบบควอดเรเจอร์ตามลำดับ จากผลของทั้ง 2 พบว่าพฤติกรรมการณ์การเปลี่ยนขนาดของทั้ง 2 วงจรคล้ายกันกับพฤติกรรมการณ์ของวงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดเวียนบริดจ์ รวมถึงค่าความผิดพลาดระหว่างผลการคำนวณและการทดลองการทำงาน นอกจากนี้พบว่าถ้าทำการพิจารณาผลการทดลองโดยละเอียดแล้วจะพบพฤติกรรมการณ์ที่น่าสนใจ ตารางที่ 5.4 ถึง 5.6 ขนาดของแต่ละเทอมความถี่ที่ถูกแปลงให้อยู่ในปริมาณของแรงดันไฟฟ้า พร้อมกับผลรวมของแรงดันไฟฟ้างกล่าวของทั้ง 3 วงจร จากตารางจะพบว่าผลรวมขนาดของแต่ละความถี่มีค่าเฉลี่ยประมาณ 3.5V สำหรับวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์ ประมาณ 4.1V สำหรับวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส และท้ายสุดสำหรับวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบควอดเรเจอร์ประมาณ 3.9V ผลที่ได้นี้เกิดจากกลไกควบคุมทางขนาดแผ่งของวงจรรอสซิลเลเตอร์ซึ่งเป็นคุณลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้นของระบบ ด้วยคุณลักษณะความไม่เป็นเชิงเส้นนี้จึงส่งผลให้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอไม่สามารถทำการค้นหาขนาดของแต่ละเทอมความถี่ได้อย่างใกล้เคียงดังที่แสดงไปในรูปที่ 5.51 ถึง 5.53 เนื่องจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอไม่ได้ทำการพิจารณาคุณลักษณะความไม่เป็นเชิงเส้นนี้ร่วมด้วย



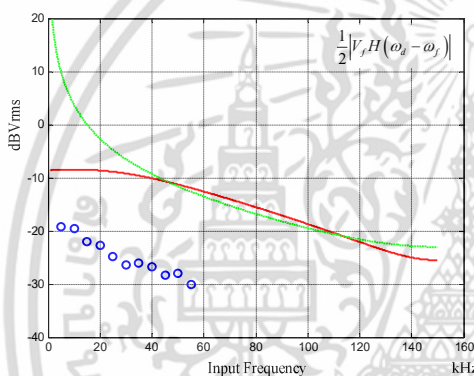
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



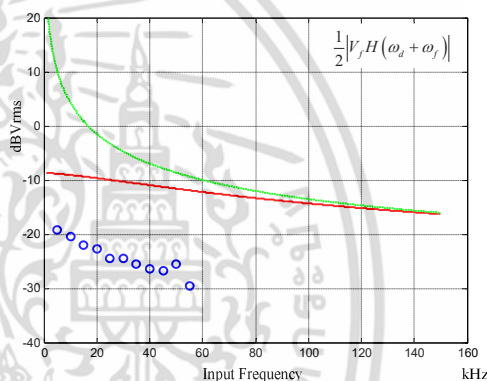
(ก) ขนาดของเทอมความถี่อินพุต



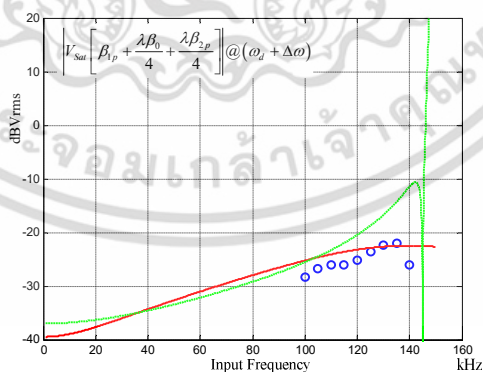
(ข) ขนาดของเทอมความถี่อิสระ



(ค) ขนาดของเทอมความถี่ผลต่าง



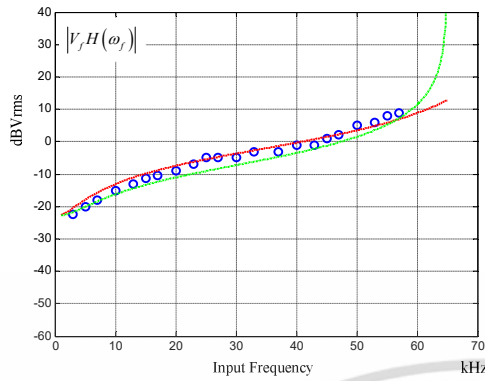
(ง) ขนาดของเทอมความถี่ผลบวก



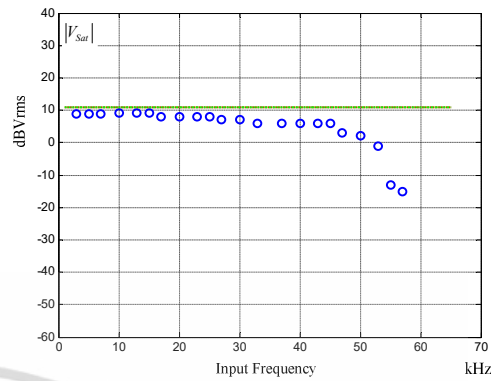
(จ) ขนาดของเทอมความถี่ $\omega_i + \Delta\omega$

รูปที่ 5.51 การเปลี่ยนผ่านสถานะของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์

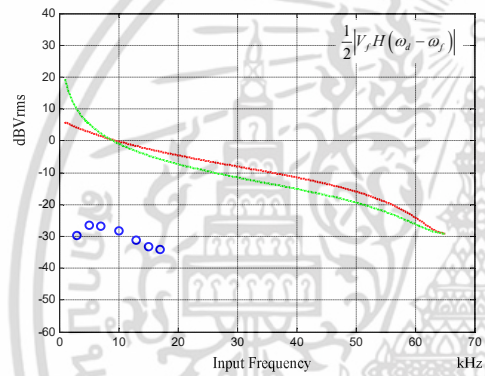
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



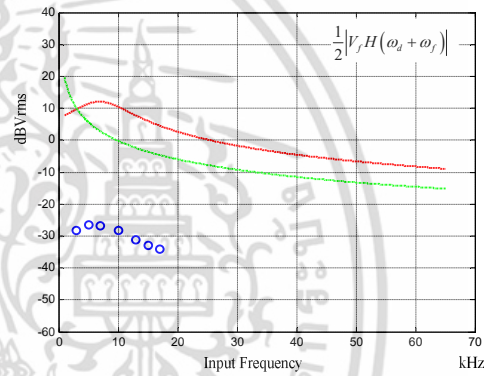
(ก) ขนาดของเทอมความถี่อินพุต



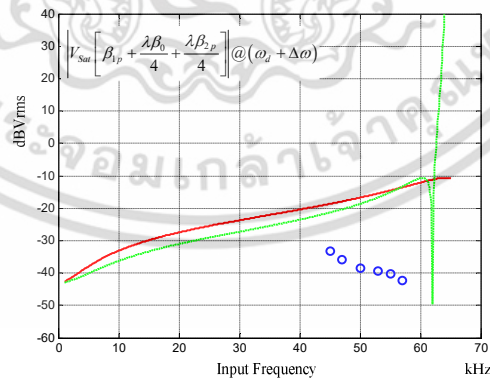
(ข) ขนาดของเทอมความถี่อิสระ



(ค) ขนาดของเทอมความถี่ผลต่าง



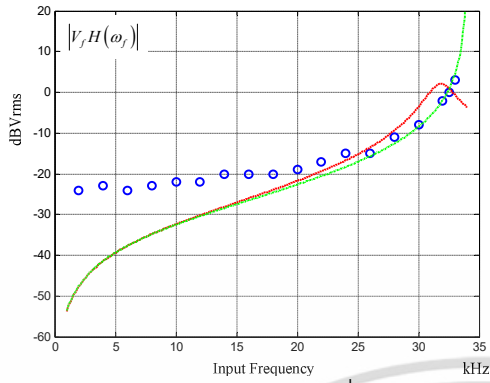
(ง) ขนาดของเทอมความถี่ผลบวก



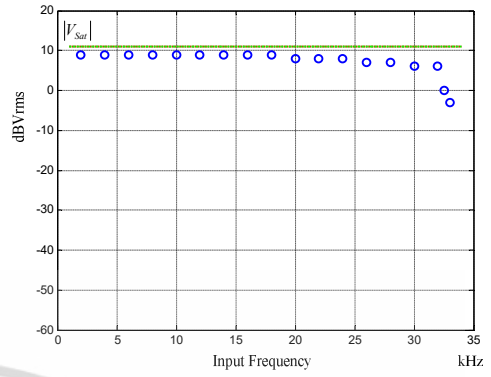
(จ) ขนาดของเทอมความถี่ $\omega_d + \Delta\omega$

รูปที่ 5.52 การเปลี่ยนผ่านสถานะของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส

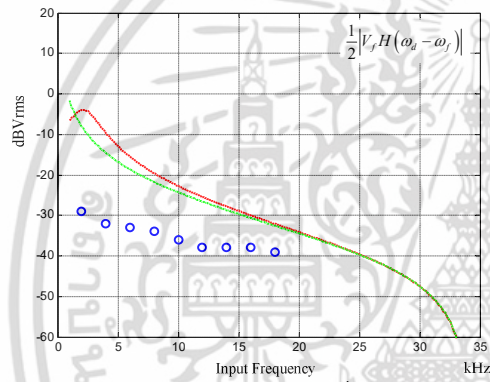
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



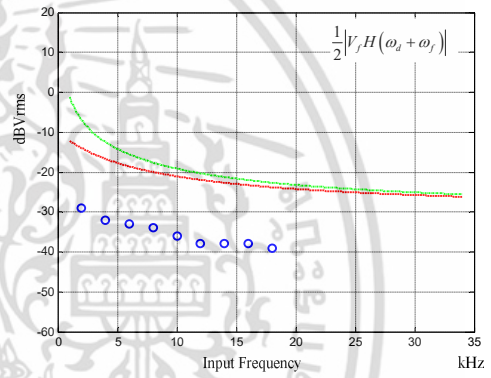
(ก) ขนาดของเทอมความถี่อินพุต



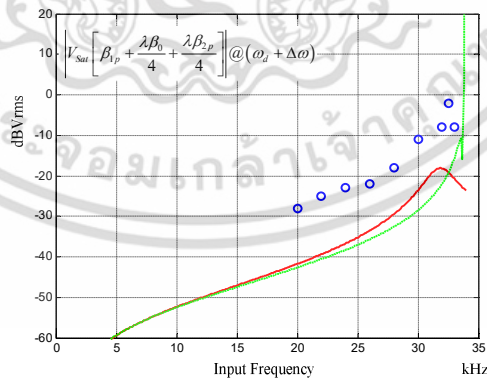
(ข) ขนาดของเทอมความถี่อิสระ



(ค) ขนาดของเทอมความถี่ผลต่าง



(ง) ขนาดของเทอมความถี่ผลบวก



(จ) ขนาดของเทอมความถี่ $\omega_d + \Delta \omega$

รูปที่ 4.53 การเปลี่ยนผ่านสถานะของวงจรรอสซิลเลเตอร์ชนิดควอดเรเจอร์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 5.4 ขนาดของแรงดันไฟฟ้าในแต่ละเทอมความถี่และผลรวม
ของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์

f_f (Hz)	ω_f	ω_d	$\omega_d - \omega_f$	$\omega_d + \omega_f$	$\omega_d + \Delta\omega$	ผลรวม
5	0.295471	0.155065434	2.954711	0.155065	-	3.5603129
10	0.295471	0.148086339	2.694728	0.135056	-	3.2733422
15	0.295471	0.112334976	2.573446	0.112335	-	3.0935867
20	0.309396	0.102450716	2.694728	0.102451	-	3.209026
25	0.323978	0.081379496	2.954711	0.085215	-	3.4452828
30	0.323978	0.067688517	2.954711	0.085215	-	3.4315918
35	0.339246	0.070878578	3.093962	0.074219	-	3.5783059
40	0.355234	0.064642032	3.093962	0.067689	-	3.5815271
45	0.371976	0.0537669	3.093962	0.064642	-	3.5843472
50	0.371976	0.056300856	3.093962	0.074219	-	3.5964581
55	0.371976	0.04472136	3.093962	0.046829	-	3.5574886
60	0.407864	-	3.093962	-	-	3.5018258
65	0.447214	-	3.093962	-	-	3.5411758
70	0.46829	-	3.093962	-	-	3.5622523
75	0.49036	-	3.093962	-	-	3.5843221
80	0.49036	-	3.093962	-	-	3.5843221
85	0.589542	-	3.093962	-	-	3.6835045
90	0.617327	-	3.093962	-	-	3.7112888
95	0.64642	-	3.093962	-	-	3.7403825
100	0.74219	-	2.954711	-	0.0537669	3.7506677
105	0.813795	-	2.821727	-	0.064642032	3.700164
110	0.852148	-	2.573446	-	0.070878578	3.4964722
115	1.024507	-	2.457622	-	0.070878578	3.5530072
120	1.176292	-	2.457622	-	0.077716816	3.7116299
125	1.289778	-	2.457622	-	0.093436163	3.8408358
130	1.623734423	-	2.140498845	-	0.107279069	3.871512338
135	2.044160527	-	1.780389391	-	0.112334976	3.936884895
140	2.69472839	-	0.892308434	-	0.070878578	3.657915402
					ค่าเฉลี่ย	3.58355116

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 5.5 ขนาดของแรงดันไฟฟ้าในแต่ละเทอมความถี่และผลรวม
ของวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส

f_f (Hz)	ω_f	ω_d	$\omega_d - \omega_f$	$\omega_d + \omega_f$	$\omega_d + \Delta\omega$	ผลรวม
3	0.107279	0.046829	3.985795	0.053767	-	4.193670347
5	0.141421	0.067689	3.985795	0.067689	-	4.262593755
7	0.178039	0.064642	3.985795	0.064642	-	4.293118368
10	0.245762	0.053767	4.078636	0.053767	-	4.431932416
13	0.309396	0.038951	4.078636	0.038951	-	4.465934034
15	0.389507	0.030585	4.078636	0.03166	-	4.530388981
17	0.427086	0.028217	3.552344	0.028217	-	4.035864067
20	0.501782	-	3.552344	-	-	4.054125766
23	0.631706	-	3.552344	-	-	4.184049853
25	0.795271	-	3.552344	-	-	4.347614587
27	0.795271	-	3.16603	-	-	3.961300525
30	0.795271	-	3.16603	-	-	3.961300525
33	1.001187	-	2.821727	-	-	3.822913556
37	1.001187	-	2.821727	-	-	3.822913556
40	1.260419	-	2.821727	-	-	4.082146191
43	1.260419	-	2.821727	-	-	4.082146191
45	1.586774	-	2.821727	-	0.03094	4.439440363
47	1.780389	-	1.99763	-	0.022936	3.800955003
50	2.514867	-	1.780389	-	0.017003	4.312258837
53	2.821727	-	1.260419	-	0.015329	4.097475232
55	3.552344	-	0.316603	-	0.01382	3.88276706
57	3.985795	-	0.251487	-	0.010978	4.248259843
					ค่าเฉลี่ย	4.150599

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 5.6 ขนาดของแรงดันไฟฟ้าในแต่ละเทอมความถี่และผลรวม
ของวงจรรออสซิลเลเตอร์แบบควอตเตรเจอร์

f_f (Hz)	ω_f	ω_d	$\omega_d - \omega_f$	$\omega_d + \omega_f$	$\omega_d + \Delta\omega$	ผลรวม
2	0.089231	0.050178	3.985795	0.050178	-	4.175383
4	0.100119	0.035523	3.985795	0.035523	-	4.156961
6	0.089231	0.03166	3.985795	0.03166	-	4.138347
8	0.100119	0.028217	3.985795	0.028217	-	4.142349
10	0.112335	0.022414	3.985795	0.022414	-	4.142958
12	0.112335	0.017804	3.985795	0.017804	-	4.133738
14	0.141421	0.017804	3.985795	0.017804	-	4.162825
16	0.141421	0.017804	3.985795	0.017804	-	4.162825
18	0.141421	0.015868	3.985795	0.015868	-	4.158952
20	0.158677	-	3.552344	-	0.056301	3.767322
22	0.199763	-	3.552344	-	0.079527	3.831634
24	0.251487	-	3.552344	-	0.100119	3.903949
26	0.251487	-	3.16603	-	0.112335	3.529851
28	0.39858	-	3.16603	-	0.178039	3.742648
30	0.563009	-	2.821727	-	0.39858	3.783315
32	1.12335	-	2.821727	-	0.563009	4.508085
32.5	1.414214	-	1.414214	-	1.12335	3.951777
33	1.99763	-	1.001187	-	0.563009	3.561825
					ค่าเฉลี่ย	3.997486

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

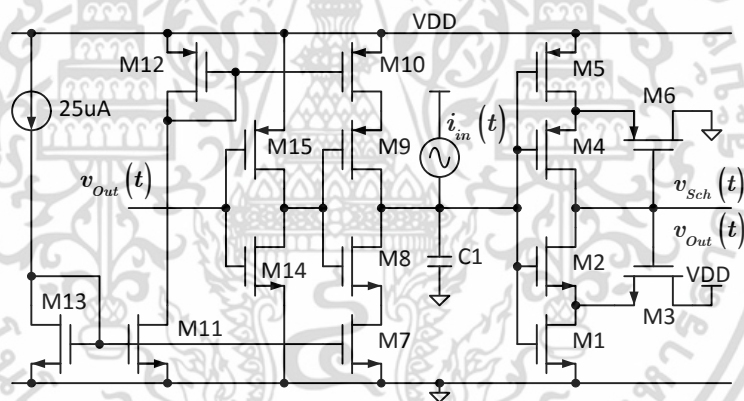
บทที่ 6

ผลการจำลองการทำงาน และผลการคำนวณของวงจร ออสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

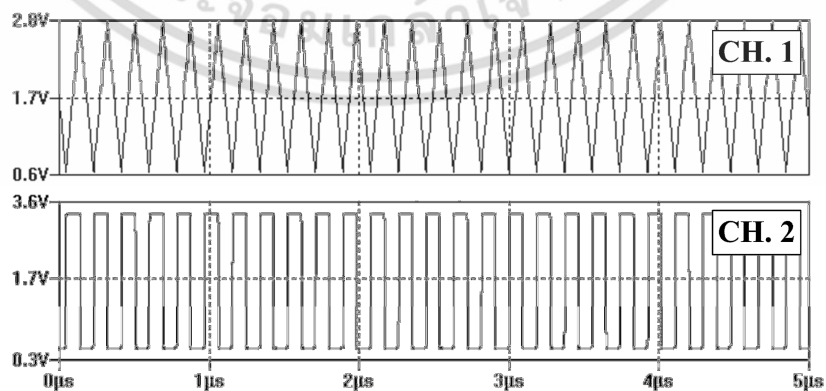
แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอสำหรับวงจรออสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณภายนอกจะถูกพิสูจน์ในบทนี้ พฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ทั้ง 2 สภาวะที่ได้จากการคำนวณจะถูกเปรียบเทียบกับผลการจำลองการทำงาน

6.1 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบพ่นคลาย

วงจรออสซิลเลเตอร์แบบพ่นคลายในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ถูกออกแบบโดยอาศัยเทคโนโลยี 0.35um-CMOS ของ TSMC ดังรูปที่ 6.1 ซึ่งรายละเอียดของอุปกรณ์สามารถแสดงดังตารางที่ 6.1 และคุณลักษณะของวงจรสามารถแสดงได้ดังตารางที่ 6.2 ผลการจำลองการทำงานเมื่อวงจรไม่มีการป้อนสัญญาณอินพุตในรูปที่ 6.2 ได้แสดงให้เห็นว่าสัญญาณแรงดันไฟฟ้าที่ตัวเก็บประจุเป็นสัญญาณสามเหลี่ยม (CH.1) และสัญญาณเอาต์พุตของวงจรเป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม (CH.2)



รูปที่ 6.1 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบพ่นคลายที่ใช้เทคโนโลยี CMOS



รูปที่ 6.2 วงจรออสซิลเลเตอร์แบบพ่นคลายที่ใช้เทคโนโลยี CMOS โดยที่ CH.1 คือสัญญาณแรงดันไฟฟ้าที่ตัวเก็บประจุและ CH.2 คือสัญญาณเอาต์พุตของวงจร

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 6.1 รายละเอียดของอุปกรณ์

Device names	W(um)/L(um)
M1, 2, 7, 8, 11, 13, 14	4.2/0.7
M3	25/0.7
M4, 5, 9, 10, 12, 15	14/0.7
M6	70/0.7

ตารางที่ 6.2 คุณสมบัติของวงจรรอสซิลเลเตอร์

ตัวแปร	
$V_{th,H}$	2.75 V
$V_{th,L}$	0.65 V
I_{CP}	25 uA
Capacitor	1 pF
V_{DD}	3.3 V
f_{nat}	5.42 MHz
T_{nat}	0.1845uS

6.2 พฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบพ่นคล้ายจะถูกป้อนสัญญาณอินพุตที่ตัวเก็บประจุดังรูปที่ 6.1 จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอเพื่ออธิบายพฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตจะถูกนำมาเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการจำลองการทำงาน ซึ่งจะทำให้การพิจารณาทั้ง 2 สภาวะคือสภาวะบิต และสภาวะลื่น

6.2.1 สภาวะไม่ลื่น

ตามที่ได้กล่าวไปในตอนต้น ถ้า $|K| < 1$ วงจรจะอยู่ในสภาวะไม่ลื่น ในสภาวะนี้วงจรรอสซิลเลเตอร์จะสามารถทำการเบี่ยงเบนความถี่เอาต์พุตออกจากความถี่ธรรมชาติ เมื่อความถี่อินพุตอยู่ใกล้ย่าน $n_{ood} f_{nat}$ ดังนั้นในสภาวะไม่ลื่นจะกล่าวถึงเฉพาะเมื่อความถี่อินพุตอยู่ในย่าน $n_{ood} f_{nat}$ พฤติกรรมของวงจรในสภาวะไม่ลื่นจะแบ่งเป็น 3 ส่วนด้วยกัน

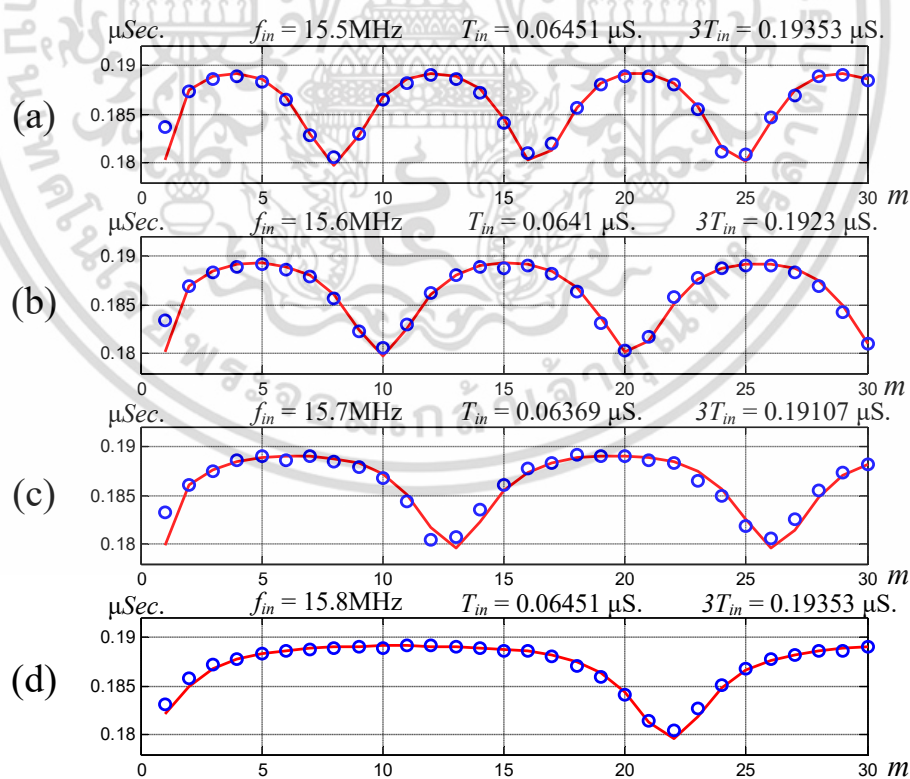
1. การเบี่ยงเบนคาบเวลาเอาต์พุต

เพื่อแสดงพฤติกรรมนี้ ความถี่อินพุตถูกกำหนดให้อยู่ในย่าน $3f_{nat}$ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 16.26MHz ถ้าทำการป้อนสัญญาณอินพุตที่มีแอมพลิจูด $3\mu\text{A}$ ความถี่ 15.5MHz ซึ่งมีคาบเวลาอยู่ที่ $0.06451\mu\text{S}$ จะพบว่าคาบเวลาเอาต์พุตจะเบี่ยงเบนออกจากคาบเวลาธรรมชาติและเข้าหา $3T_{in} = 0.19353\mu\text{S}$ ดังรูปที่ 6.3 (a) โดยที่แกนตั้งคือค่าคาบเวลาเอาต์พุตและแกนนอนคือดัชนี (m) เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิจัยกร ถ้าทำการปรับความถี่อินพุตเข้าใกล้ $3f_{nat}$ มากยิ่งขึ้นเป็น $15.6MHz$, $15.7MHz$ และ $15.8MHz$ ซึ่งมีคาบเวลาเป็น $0.06451\mu S$, $0.0641\mu S$, $0.06369\mu S$ และ $0.06329\mu S$ ตามลำดับ ผลการจำลองการทำงานได้แสดงให้เห็นว่าคาบเวลาเอาต์พุตจะเบี่ยงเบนเข้าหา $3T_{in}$ มากขึ้นดังรูปที่ 6.3 (b) ถึง (d) และนานมากยิ่งขึ้นตามลำดับ นอกจากนี้จะพบว่าผลการคำนวณการเบี่ยงเบนของคาบเวลาที่ได้จากสมการที่ (4.40) ใกล้เคียงกับผลการจำลองการทำงาน

2. ค่าเฉลี่ยของการเบี่ยงเบนคาบเวลาเอาต์พุต

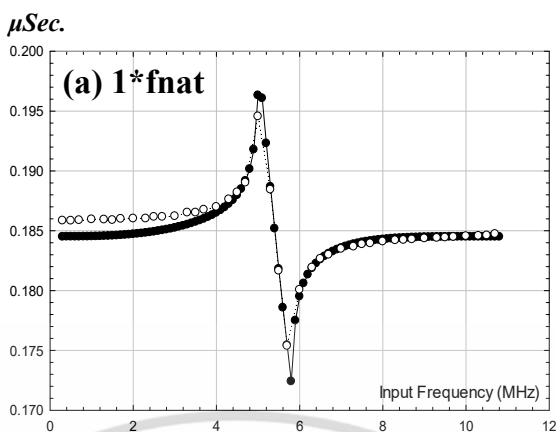
เพื่อพิจารณาพฤติกรรมของการเบี่ยงเบนคาบเวลาเอาต์พุตให้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น ค่าเฉลี่ยคาบเวลาเอาต์พุตสามารถถูกพิจารณา รูปที่ 6.4 (a) คือผลการจำลองการทำงานเมื่อสัญญาณอินพุตที่มีแอมพลิจูด $3\mu A$ และความถี่อยู่ในย่าน $1f_{nat}$ โดยที่แกนตั้งคือคาบเวลาเอาต์พุต (T_{out}) และแกนนอนคือความถี่อินพุต (f_{in}) จากรูปจะพบว่าคาบเวลาเอาต์พุตจะเบี่ยงเบนออกจากคาบเวลาธรรมชาติ (T_{nat}) เข้าหาคาบเวลาอินพุต (T_{in}) และถ้าความถี่อินพุตเข้าใกล้ f_{nat} มากขึ้น คาบเวลาเอาต์พุตก็จะเบี่ยงเบนเข้าหาคาบเวลาอินพุต (T_{in}) มากขึ้น และเมื่อวงจรทำการสัญญาณอินพุต คาบเวลาเอาต์พุตจะเท่ากับคาบเวลาอินพุต คล้ายกันกับในกรณีแรก ถ้าความถี่อินพุตอยู่ในย่าน $3f_{nat}$ และ $5f_{nat}$ ดังรูปที่ 6.4 (b) และ (c) จะพบว่าคาบเวลาเอาต์พุตจะมีค่าเบี่ยงเบนเข้าหา $3T_{in}$ และ $5T_{in}$ เช่นกัน และถ้าวงจรอยู่ในสภาวะล็อก คาบเวลาเอาต์พุตจะมีค่าเท่ากับ $3T_{in}$ และ $5T_{in}$ นอกจากนี้จะพบว่าผลการคำนวณการเบี่ยงเบนของคาบเวลาที่ได้จากสมการที่ (4.42) ใกล้เคียงกับผลการจำลองการทำงาน



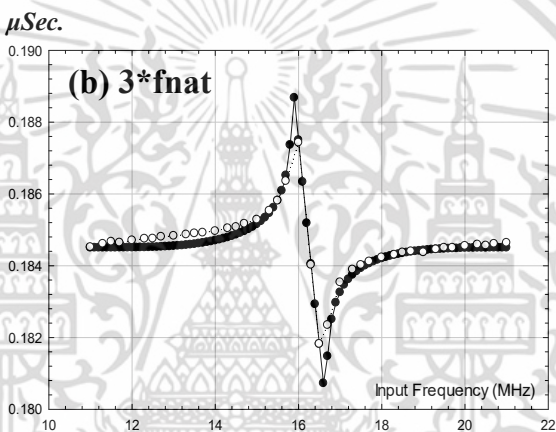
รูปที่ 6.3 การเบี่ยงเบนของคาบเวลาเอาต์พุตเมื่อความถี่อินพุตอยู่ในย่าน $3f_{nat}$

โดยที่ \circ คือผลการจำลองการทำงาน และ $--$ คือผลการคำนวณ

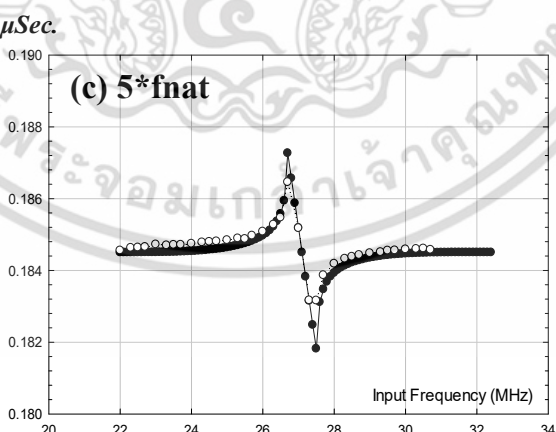
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(a) เมื่อความถี่อินพุตอยู่ที่ใกล้ย่าน $1f_{nat}$



(b) เมื่อความถี่อินพุตอยู่ที่ใกล้ย่าน $3f_{nat}$



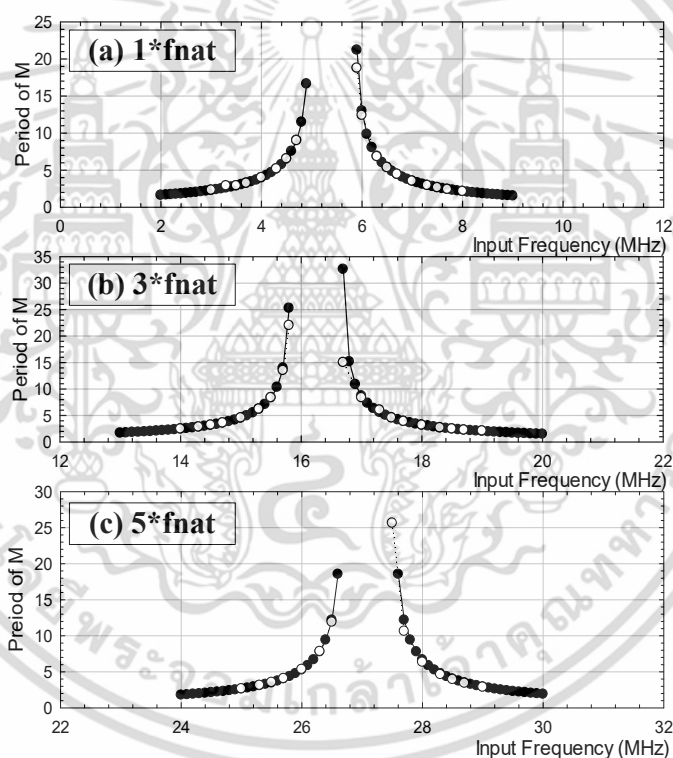
(c) เมื่อความถี่อินพุตอยู่ที่ใกล้ย่าน $5f_{nat}$

รูปที่ 6.4 ค่าเฉลี่ยการเบี่ยงเบนของคาบเวลาเอาต์พุตโดยที่ \circ คือผลการจำลองการทำงานและ \bullet คือผลการคำนวณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3. การเปลี่ยนแปลงคาบของวัฏจักร (M)

นอกจากการเบี่ยงเบนของคาบเวลาเอาต์พุตแล้ว จะพบว่าคาบของวัฏจักรก็มีการเปลี่ยนแปลงเช่นกัน รูปที่ 6.5 คือผลการจำลองการทำงานของวงจรการเปลี่ยนแปลงของวัฏจักร (M) ซึ่งสัญญาณอินพุตมีแอมพลิจูด $3\mu A$ และความถี่อยู่ในย่าน $1f_{nat}$ โดยที่แกนตั้งคือคาบเวลาของวัฏจักร (M) และแกนนอนคือความถี่อินพุต (f_{in}) จากผลการจำลองจะพบว่าเมื่อความถี่อินพุตเข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติ คาบเวลาของวัฏจักร (M) จะเพิ่มมากขึ้น และเมื่อวงจรเข้าสู่สภาวะล็อกคาบเวลาเอาต์พุต จะไม่เป็นฟังก์ชันของดัชนี m อีกต่อไป ถ้าทำการกำหนดให้ความถี่อินพุตอยู่ในย่าน $3f_{nat}$ และ $5f_{nat}$ ดังรูปที่ 6.5 (b) และ (c) จะพบว่าคาบเวลาของวัฏจักร (M) จะเพิ่มมากขึ้น เมื่อความถี่อินพุตเข้าใกล้ความถี่ธรรมชาติเช่นกัน นอกจากนี้จะพบว่าผลการคำนวณคาบของวัฏจักรที่ได้จากสมการที่ (4.41) ใกล้เคียงกับผลการจำลองการทำงาน



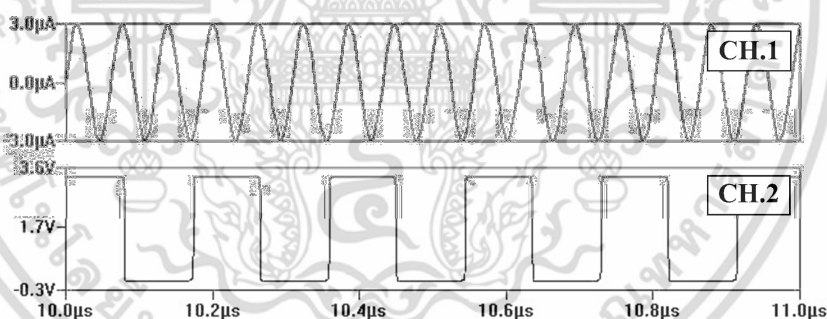
รูปที่ 6.5 การเปลี่ยนแปลงคาบของวัฏจักร (M) ซึ่ง ○ คือผลการจำลองการทำงาน และ ● คือผลการคำนวณ โดยที่ (a) เมื่อความถี่อินพุตอยู่ใกล้ย่าน $1f_{nat}$, (b) เมื่อความถี่อินพุตอยู่ใกล้ย่าน $3f_{nat}$ และ (c) เมื่อความถี่อินพุตอยู่ใกล้ย่าน $5f_{nat}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

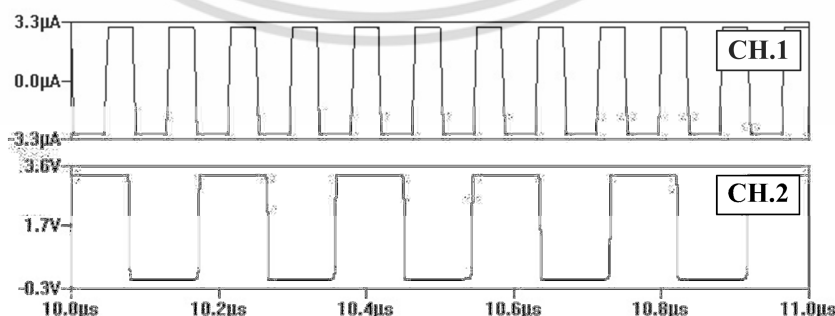
6.2.1 สภาวะล็อกและการประยุกต์ใช้เป็นวงจรถรรพการความถี่

ถ้า $|K| \geq 1$ วงจรรออสซิลเลเตอร์จะอยู่ในสภาวะล็อก วงจรรออสซิลเลเตอร์จะสามารถทำการสร้างสัญญาณเอาต์พุตที่ซิงโครไนซ์กับสัญญาณอินพุตได้ นอกจากนี้จะพบว่าถ้าสัญญาณอินพุตมีความถี่อยู่ในย่าน $n_{odd} f_{nat}$ วงจรจะแสดงพฤติกรรมเหมือนกับวงจรถรรพการความถี่ ดังนั้นเพื่อให้สะดวกต่อการนำเสนอ พฤติกรรมการหารและการย่านการล็อกจะถูกนำเสนอในหัวข้อเดียวกันนี้ รูปที่ 6.7 คือตัวอย่างการหารความถี่ที่สัญญาณอินพุตที่เป็นสัญญาณไซน์ (CH.1) ซึ่งมีแอมพลิจูดเป็น $3\mu A$ และมีความถี่เป็นสามเท่าของความถี่ธรรมชาติ ($3f_{nat} = 16.2MHz$) จากรูปจะเห็นว่าคาบเวลาเอาต์พุตกว้างเป็น 3 เท่าของคาบเวลาอินพุต เช่นกันถ้าสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสี่เหลี่ยมและสัญญาณสามเหลี่ยมซึ่งมีแอมพลิจูดเป็น $3\mu A$ และมีความถี่เป็น $3f_{nat} = 16.2MHz$ ผลการจำลองการทำงานการหารความถี่ของสัญญาณทั้งสองสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 6.8 และ 6.9 จากรูปทั้งสองจะพบว่าคาบเวลาเอาต์พุตกว้างเป็น 3 เท่าของคาบเวลาอินพุต

รูปที่ 6.9 คือย่านการล็อกของวงจรรออสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณไซน์ซึ่งมีความถี่อยู่ในย่าน $1f_{nat}$, $3f_{nat}$ และ $5f_{nat}$ โดยแกนตั้งคือแอมพลิจูดอินพุต และแกนนอนคือความถี่อินพุต จากรูปจะเห็นว่าย่านการล็อกที่ได้จากการคำนวณด้วยสมการที่ (4.72) ใกล้เคียงกับผลการจำลองการทำงานขณะที่รูปที่ 6.10 และ 6.11 คือย่านการล็อกของวงจรรออสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณสี่เหลี่ยมและสามเหลี่ยมตามลำดับ ซึ่งก็จะเห็นว่าย่านการล็อกที่ได้จากการคำนวณด้วยสมการที่ (4.73) และ (4.74) ใกล้เคียงกับผลที่ได้จากการจำลองการทำงาน นอกจากนี้จะพบว่าย่านการล็อกจะกว้างมากที่สุดเมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม และแคบที่สุดเป็นสัญญาณสามเหลี่ยม

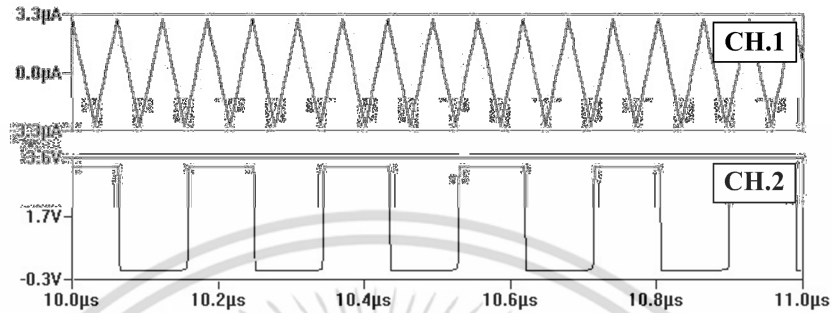


รูปที่ 6.6 ผลการจำลองการทำงานการหารความถี่เมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณไซน์

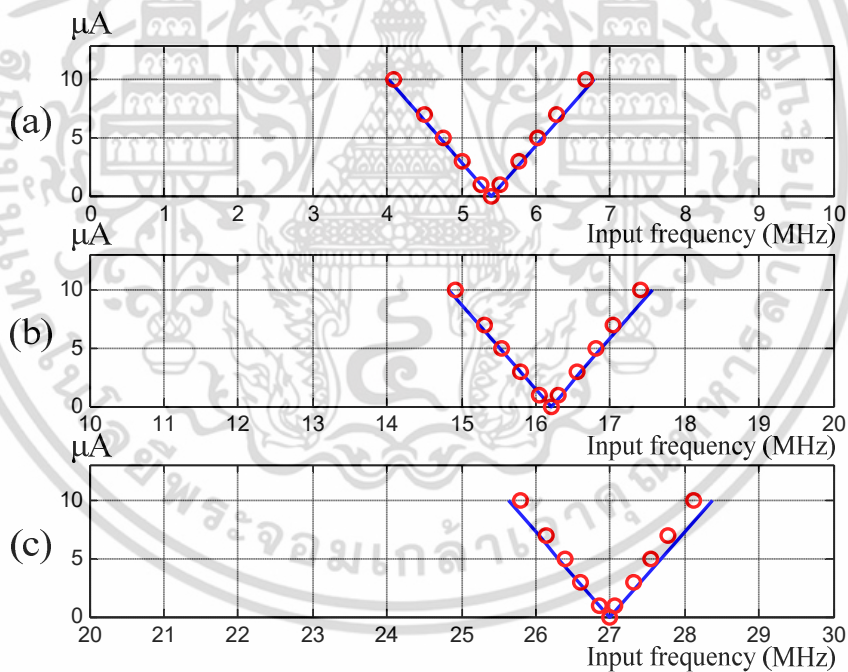


รูปที่ 6.7 ผลการจำลองการทำงานการหารความถี่เมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

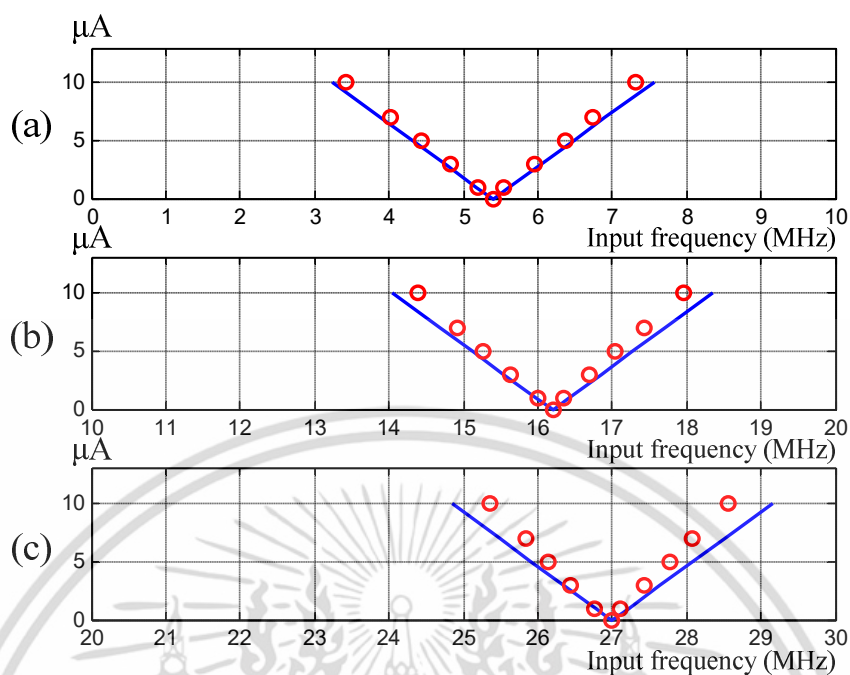


รูปที่ 6.8 ผลการจำลองการทำงานการหารความถี่เมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสามเหลี่ยม

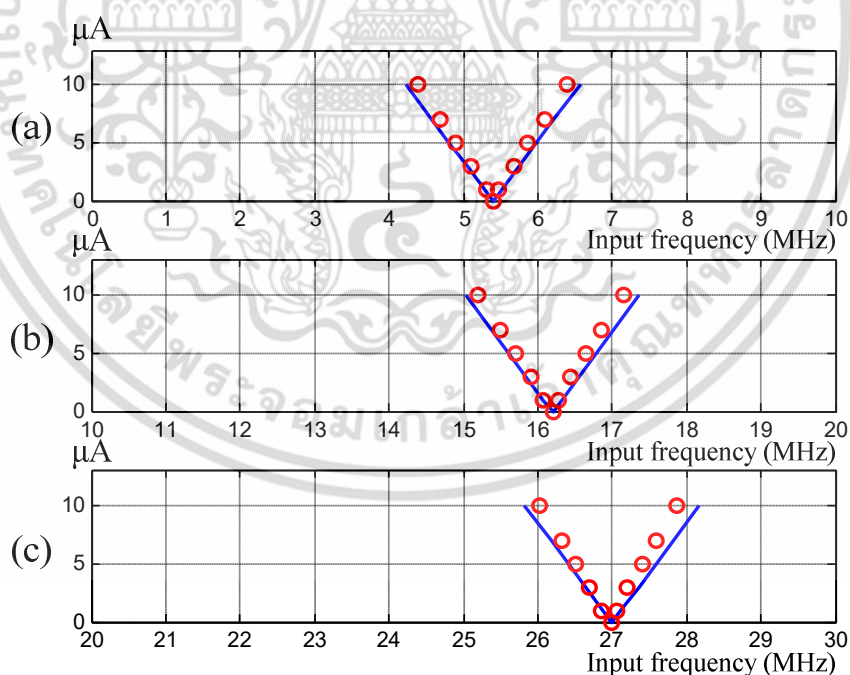


รูปที่ 6.9 ย่านการล็อกของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่มีสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณไซน์ โดยที่ ○ คือผลการจำลองการทำงาน และ -- คือผลการคำนวณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.10 ย่านการลือกของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่มีสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม โดยที่ \circ คือผลการจำลองการทำงาน และ $--$ คือผลการคำนวณ



รูปที่ 6.11 ย่านการลือกของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่มีสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสามเหลี่ยม โดยที่ \circ คือผลการจำลองการทำงาน และ $--$ คือผลการคำนวณ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 7

สรุปผลวิจัย และข้อเสนอแนะ

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการอธิบายพฤติกรรมของวงจรรอสซิลเลเตอร์ 2 ประเภทที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต (Forced oscillator) ถูกนำเสนอ นั่นคือวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์และออสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยม แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 อยู่บนพื้นฐานของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงกลไก (Mechanic mathematical model) จึงทำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้อยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้น (Linear differential equation) เพื่อให้สามารถทำการศึกษาอิทธิพลของตัวแปรของสัญญาณอินพุตและของวงจร วิธีการค้นหาคำตอบเชิงวิเคราะห์ (Analytical method)

เนื่องจากสัญญาณภายนอกมีได้หลายรูปแบบ สัญญาณอินพุตจึงถูกกำหนดให้เป็นสัญญาณไซน์หนึ่งความถี่ เนื่องจากสัญญาณไซน์เป็นสัญญาณพื้นฐานของสัญญาณประเภทอื่นๆ จึงส่งผลให้สามารถขยายความเข้าใจอิทธิพลของสัญญาณอินพุตประเภทอื่นๆ ที่มีต่อวงจรได้โดยง่าย เนื่องจากสัญญาณไซน์มีตัวแปรสองตัวที่สามารถเปลี่ยนแปลงได้คือแอมพลิจูด (X_f หรือ I_m) และความถี่ (ω_f หรือ ω_m) ดังนั้นในขั้นตอนของการศึกษาแอมพลิจูดจะถูกกำหนดให้คงที่และทำการปรับความถี่อินพุต

7.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณไซน์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

ภายหลังจากการวิเคราะห์วงจร สมการอนุพันธ์ที่ได้จะถูกค้นหาคำตอบโดยใช้เทคนิคตัวแปรเวลาหลายตัว (Multi-time technique) ที่ได้ถูกปรับปรุงมาจาก [23] ในเรื่องของนิยามของตัวแปรเวลา ภายหลังจากการหาคำตอบด้วยวิธีการดังกล่าวคำตอบที่ได้อยู่ในรูปของสมการรูปปิด (Closed form solution)

เมื่อทำการวิเคราะห์และหาคำตอบของสมการอนุพันธ์ของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณไซน์หนึ่งความถี่ สมการคำตอบซึ่งอยู่ในรูปปิดจะประกอบไปด้วย 2 เทอมดังสมการที่ (3.39) เทอมแรกคือผลตอบสนองต่อสัญญาณอินพุตซึ่งแอมพลิจูด ($X_f |H(\omega_f)|$) และเฟส ($\angle H(\omega_f)$) แปรผันตามคุณลักษณะของระบบ ขณะที่เทอมที่สองคือเทอมความถี่อิสระซึ่งมีแอมพลิจูดเป็นผลรวมของขนาดอิมพัลส์ (Y_{sat}) และผลตอบสนองต่อสัญญาณอินพุต แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอสามารถนำไปใช้กับวงจรรอสซิลเลเตอร์ประเภทฮาร์โมนิกส์ที่ไม่สามารถหาค่า Q ของวงจรร้อนกลับได้เนื่องจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนออาศัยพื้นฐานการวิเคราะห์ระบบเชิงเส้นในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้น ซึ่งในขั้นตอนนี้ได้นำไปประยุกต์ใช้กับวงจรรอสซิลเลเตอร์ 3 ประเภทคือวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเวียนบริดจ์ วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบเลื่อนเฟส และวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบควอเตอร์เจอร์

สมการคำตอบที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอชี้ให้เห็นว่าวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตมี 3 สภาวะคือสภาวะไม่ล็อก สภาวะปัด และสภาวะล็อก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยามให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สภาวะไม่ล็อก

เมื่อความถี่อินพุตมีค่าห่างจากความถี่อิสระมากๆ วงจรออสซิลเลเตอร์จะอยู่ในสภาวะไม่ล็อก ในสภาวะนี้ยังแบ่งย่อยออกเป็นอีก 2 กรณี โดยแต่ละกรณีมีรายละเอียดของพฤติกรรมดังนี้ กรณีแรกคือกรณีที่ความถี่อินพุตน้อยกว่าความถี่อิสระมากๆ ($\omega_f \ll \omega_d$) กรณีนี้ความถี่จะสามารถแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มแรกคือกลุ่มความถี่สูงซึ่งประกอบด้วยเทอมความถี่อิสระ (ω_d) เทอมความถี่ผลบวก ($\omega_d + \omega_f$) และเทอมความถี่ผลต่าง ($\omega_d - \omega_f$) ในกลุ่มนี้เมื่อพิจารณาจะพบว่าสเปกตรัมเหมือนกันกับสเปกตรัมของสัญญาณมอดูเลตแอมพลิฟายด์รูปที่ 3.10 และถ้าทำการพิจารณาสัญญาณเอาต์พุตในโดเมนเวลา สัญญาณเอาต์พุตจะมีแอมพลิฟายด์ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแต่การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นจะเกิดขึ้นเพียงด้านเดียวของกรอบสัญญาณ พฤติกรรมดังกล่าวเกิดจากกรอบด้านหนึ่งของแอมพลิฟายด์ของเทอมความถี่อิสระถูกหักล้างด้วยเทอมความถี่อินพุตดังรูปที่ 3.4 เนื่องด้วยพฤติกรรมของวงจรในสภาวะนี้ วงจรออสซิลเลเตอร์จึงสามารถนำไปประยุกต์ใช้เป็นวงจรมอดูเลตแอมพลิฟายด์ ด้วยการต่อวงจรกรองความถี่สูงผ่านที่เอาต์พุตของวงจรออสซิลเลเตอร์

กรณีที่สองเป็นกรณีที่ความถี่อินพุตมากกว่าความถี่อิสระมากๆ ($\omega_f \gg \omega_d$) ซึ่งสเปกตรัมของสัญญาณเอาต์พุตในกรณีนี้ก็จะประกอบไปด้วย 4 - เทอมเหมือนกับกรณีแรกดังรูปที่ 3.11 แต่อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติมันมักจะถูกพบว่าวงจรจะตอบสนองสัญญาณอินพุตน้อยมาก จึงส่งผลให้เทอมความถี่ผลบวก และเทอมความถี่ผลต่างไม่ปรากฏ พฤติกรรมนี้เกิดจากคุณลักษณะของอุปกรณ์แอกทีฟ เช่น ในกรณีที่อุปกรณ์แอกทีฟออปแอมป์จะมีคุณลักษณะเป็นวงจรกรองความถี่ต่ำผ่าน ซึ่งอิทธิพลในส่วนนี้ไม่ได้ถูกพิจารณาไว้ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอ

เมื่อทำการปรับความถี่อินพุตเข้าหาความถี่อิสระ เทอมความถี่ผลต่างและเทอมความถี่ผลบวกจะจางหายไปตามคุณลักษณะของระบบดังรูปที่ 3.9 ซึ่งเหลือเพียงเทอมความถี่อินพุต และเทอมความถี่อิสระดังสมการที่ (3.41) ภายหลังจากการคำนวณจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอพบว่าสัญญาณเอาต์พุตที่ได้แสดงการเปลี่ยนแปลงของกรอบของแอมพลิฟายด์เช่นเดียวกับผลในการทดลอง พร้อมกันนั้นยังแสดงสเปกตรัมที่สอดคล้องกันกับผลในการทดลองเช่นกัน ขณะที่ผลการจำลองการทำงานไม่แสดงพฤติกรรมนี้ นอกจากนี้เป็นที่น่าสนใจว่าพฤติกรรมในสภาวะนี้ได้ถูกละเลยจากการศึกษาและวิจัยพฤติกรรมของวงจรออสซิลเลเตอร์ที่มีการป้อนสัญญาณอินพุตในอดีต ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากงานวิจัยทั้งหมดได้ทำการพิจารณาวงจรออสซิลเลเตอร์ในช่วงความถี่สูง ซึ่งส่งผลให้ผลตอบสนองความถี่ของฟังก์ชันส่งผ่านที่ความถี่ต่ำมีค่าน้อยมาก และส่งผลต่อให้ไม่ปรากฏเทอมความถี่ผลบวกและเทอมความถี่ผลต่าง [1, 2, 14 - 20]

สภาวะปิด

สภาวะปิดเป็นสภาวะที่ความถี่อินพุตอยู่ใกล้ความถี่อิสระเมื่อทำการรวมเทอมความถี่อินพุตและเทอมความถี่อิสระด้วยเฟสเซอร์ไดอะแกรมพบว่าสัญญาณเอาต์พุตมีการเปลี่ยนแปลงที่น่าสนใจ 3 ส่วนคือการเบี่ยงเบนของแอมพลิฟายด์ เฟส และความถี่ การเปลี่ยนแปลงของกรอบของสัญญาณมีคุณลักษณะเหมือนกับสัญญาณมอดูเลตแอมพลิฟายด์ การเปลี่ยนแปลงนี้ประกอบไปด้วยสองส่วนคือส่วนของค่าคงที่และส่วนที่มีการเปลี่ยนแปลงเป็นเชิงคาบซึ่งมีความถี่เท่ากับผลต่างความถี่ ($\Delta\omega$) ดังรูปที่ 3.12 ค่าทั้งสองส่วนแปรผันตรงกับค่าของ r ซึ่งเมื่อยิ่งค่า r มากขึ้นเท่าไรรูปร่างของรูปสัญญาณจะเหมือนกันกับสัญญาณ Full wave rectifier มากขึ้นเท่านั้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้แสดงให้เห็นว่าฟังก์ชันเฟสประกอบด้วยฟังก์ชันไซน์ที่มีความถี่ตั้งแต่ $|\Delta\omega|$ ถึง $|\infty\Delta\omega|$ และขนาดจะขึ้นอยู่กับค่า r^n/n ส่งผลให้มีการเบี่ยงเป็นเชิงคาบ พฤติกรรมของมันยังแบ่งเป็น 2 กรณีคือ $\omega_d > \omega_f$ และ $\omega_d < \omega_f$ ในกรณีที่ $\omega_d > \omega_f$ และทำการเปรียบเทียบกับสัญญาณอิสระพบว่าสัญญาณเอาต์พุตจะเริ่มต้นด้วยการอินเฟสกับสัญญาณอิสระ ถัดจากนั้นจะเปลี่ยนเป็นนำหน้า กลับมาอินเฟสอีกครั้ง และท้ายสุดจะล่าหลังสัญญาณอิสระ ซึ่งในกรณีที่ $\omega_d < \omega_f$ จะอินเวอร์สกับกรณีแรก นอกจากนี้จะพบว่าค่าการเบี่ยงเบนจะขึ้นอยู่กับค่า r

ถ้าทำการอนุพันธ์ฟังก์ชันเฟสที่ได้ จะพบว่าฟังก์ชันความถี่อยู่ในรูปของฟังก์ชันโคไซน์ที่มีความถี่ตั้งแต่ $|\Delta\omega|$ ถึง $|\infty\Delta\omega|$ และขนาดจะขึ้นอยู่กับค่า r^n ส่งผลให้มีการเบี่ยงเป็นเชิงคาบ พฤติกรรมของมันยังแบ่งเป็น 2 กรณีคือ $\omega_d > \omega_f$ และ $\omega_d < \omega_f$ เหมือนกันกับฟังก์ชันเฟส ในกรณีที่ $\omega_d > \omega_f$ และทำการเปรียบเทียบกับสัญญาณอิสระพบว่า ความถี่ของสัญญาณเอาต์พุตจะเบี่ยงเบนไปอย่างมากและไปยังฝั่งความถี่ที่สูงกว่า ω_d ในระยะเวลาไม่มากนัก ถัดจากนั้นจะเบี่ยงเบนไม่มากมายฝั่งความถี่อื่นพุตเป็นเวลาหนึ่ง จากการเบี่ยงเบนของฟังก์ชันแอมพลิจูด เฟส และความถี่ จะพบว่ามีความสัมพันธ์กันกล่าวคือ ณ จุดที่แอมพลิจูดและความถี่มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุด เฟสจะมีค่าเป็นศูนย์

นอกจากนี้ในสภาวะนี้ยังพบอีกว่าสเปกตรัมของสัญญาณมีลักษณะไม่สมมาตรเหมือนสัญญาณมอดูเลตเชิงความถี่ ซึ่งเกิดมาจากพฤติกรรมการเบี่ยงเบนความถี่ที่กล่าวไปข้างต้น เมื่อทำการเปรียบเทียบกับผลในทางปฏิบัติและจำลองการทำงานพบว่า ผลการคำนวณสามารถแสดงพฤติกรรมการเบี่ยงเบนของแอมพลิจูด เฟส และความถี่ได้อย่างชัดเจน รวมถึงสเปกตรัมเช่นกัน

สภาวะล็อก

สภาวะสุดท้ายคือสภาวะล็อก สภาวะนี้วงจรออสซิลเลเตอร์จะทำการล็อกสัญญาณอินพุต และส่งผลให้ผลิตสัญญาณเอาต์พุตที่มีขนาดมีค่าคงที่และความถี่เหมือนกับความถี่ของสัญญาณอินพุต ในสภาวะนี้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้แสดงให้เห็นว่า ย่านการล็อกที่ได้เกิดจากส่วนกลับของฟังก์ชันผลตอบสนองเชิงขนาดของวงจรซึ่งฟังก์ชันนี้ไม่ได้มีลักษณะเป็นเชิงเส้น จึงส่งผลให้ย่านการล็อกไม่เป็นเชิงเส้น นอกจากนี้ยังพบว่าความกว้างของย่านการล็อกยังแปรผกผันกับแอมพลิจูดของสัญญาณอิสระ ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการคำนวณและผลที่ได้จากการทดลองจะพบว่าให้ค่าที่ใกล้เคียงกัน

การเปลี่ยนสภาวะไม่ล็อก ไปยังสภาวะปิด และสภาวะล็อก

นอกจากทั้ง 3 สภาวะแล้วจากผลการทดลองพบว่า การเปลี่ยนแปลงขนาดของสเปกตรัมแต่ละเทอมความถี่จากสภาวะไม่ล็อกไปสู่สภาวะปิด และเข้าสู่สภาวะล็อกพฤติกรรมการเปลี่ยนแปลงที่น่าสนใจ กล่าวคือเมื่อนำขนาดของสเปกตรัมของสัญญาณมารวมกันในแต่ละความถี่อินพุต จะพบว่าผลรวมขนาดแรงดันไฟฟ้ามีค่าคงที่และใกล้เคียงกันทุกความถี่ซึ่งเกิดขึ้นกับทั้ง 3 วงจร ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทั้งที่เป็นแบบเชิงเลขและเชิงวิเคราะห์หลายชิ้นในอดีตที่ทำการพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของสเปกตรัมก็ไม่ได้กล่าวถึงผลรวมทางขนาดนี้เช่นกัน ขณะที่แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนออีกไม่สามารถให้ผลการคำนวณได้ใกล้เคียงแต่ยังสามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงของขนาดสเปกตรัมได้ แต่จากศึกษาเพิ่มเติมพบว่าพฤติกรรมน่าจะเกิดจากการควบคุมกำลังงานของเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สัญญาณเอาต์พุตของวงจรรอสซิลเลเตอร์ให้มีค่าคงที่ซึ่งนั่นหมายความว่า การรวมสัญญาณด้วยการใช้เฟสเซอร์โดแอมแกรมรวมด้วยนั้นจะมีลิมิตไซเคิล (Limit Cycle) หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือกลไกควบคุมขนาดแอมป์ของวงจรรอสซิลเลเตอร์ที่มาจากอุปกรณ์แอทไฟ ตัวอย่างเช่น ความไม่เป็นเชิงเส้นของออปแอมป์ซึ่งมีคุณลักษณะการควบคุมขนาดแรงดันไฟฟ้าภายในตัวซึ่งให้ค่าสูงสุดอยู่ที่แรงดันไฟฟ้าอิ่มตัว [45] ซึ่งในอนาคตแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอจะนำพฤติกรรมนี้มาทำพิจารณาเพื่อปรับปรุงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนออีกครั้ง

7.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรรอสซิลเลเตอร์สัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีการป้อนสัญญาณอินพุต

เนื่องจากวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบฟอนคลาย มีกลไกการสร้างสัญญาณที่เป็นเอกลักษณ์เฉพาะตัวกล่าวคือมี 2 สถานะ สถานะการเก็บประจุ และสถานะการคายประจุ ดังนั้นเมื่อวงจรมีการป้อนสัญญาณอินพุต พฤติกรรมการเปลี่ยนแปลงของระยะเวลาการเก็บประจุ ระยะเวลาการคายประจุ และคาบเวลาเอาต์พุตจะต้องถูกพิจารณาเป็นรายวัฏจักร (Cycle by cycle) หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือการพิจารณาการเปลี่ยนจากวัฏจักร m ไปวัฏจักร $m+1$ ซึ่งแนวคิดนี้ถูกนำเสนอใน [46] และถูกปรับปรุงในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอได้เริ่มต้นพิจารณาพฤติกรรมทางกายภาพและปัจจัยการลือกของวงจร ภายหลังจากการพิจารณา แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอได้แสดงให้เห็นว่าวงจรรอสซิลเลเตอร์มีหลายย่านการลือกซึ่งแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม 1) กลุ่มย่านการลือก $n_{odd} f_{nat}$ เป็นย่านที่วงจรสามารถปรับคาบเวลาเอาต์พุตออกจากคาบเวลาธรรมชาติเพื่อทำการลือกสัญญาณอินพุต โดยที่คาบเวลาเอาต์พุต (T_{out}) มีค่าเป็น $n_{odd} T_{in}$ และ 2) กลุ่มย่านการลือก $n_{even} f_{nat}$ เป็นย่านที่วงจรจะทำการลือกสัญญาณอินพุตที่ความถี่ (f_{in}) เป็น $n_{even} f_{nat}$ พอดี หรือที่คาบเวลาอินพุต (T_{in}) เป็น $n_{even} T_{nat}$ พอดี ซึ่งแสดงให้เห็นว่าเมื่อความถี่อินพุตอยู่ในกลุ่มนี้ วงจรจะไม่ทำการปรับคาบเวลาเอาต์พุตออกจากคาบเวลาธรรมชาติ จากพฤติกรรมดังกล่าวจึงสามารถแบ่งสภาวะของวงจรได้เป็น 2 สภาวะ

สภาวะไม่ลือก

เพื่อพิจารณาพฤติกรรมในสภาวะนี้การเปลี่ยนแปลงของตัวแปรเวลาหน่วง ($t_d(m)$) ระหว่างสัญญาณอินพุตและเอาต์พุตจากวัฏจักรหนึ่งไปยังวัฏจักรหนึ่งจะถูกพิจารณาดังรูปที่ 4.4. และ 4.5 ผลที่ได้คือสมการอนุพันธ์ของตัวแปรเวลาหน่วงดังสมการที่ (4.33) และสมการคำตอบที่ได้จะอยู่ในรูปปิดซึ่งทำให้สามารถพิจารณาอิทธิพลของตัวแปรภายในและภายนอกระบบได้ แต่อย่างไรก็ตามตัวแปรเวลาหน่วงนั้นยากต่อการพิจารณาในทางปฏิบัติเนื่องจากมีค่าน้อยมาก ดังนั้นคาบเวลาเอาต์พุตจึงถูกพิจารณาแทนดังสมการที่ (4.39) ซึ่งจะพบว่าคาบเวลาเอาต์พุต ($T(m)$) มีการเบี่ยงเบนอย่างเป็นเชิงคาบและมุ่งเข้าหา $n_{odd} T_{in}$ เมื่อทำการเปรียบเทียบการเบี่ยงเบนที่ได้จากการคำนวณนั้นใกล้เคียงกับผลการจำลองการทำงานดังรูปที่ 6.3 อีกด้วย นอกจากนี้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้ยังมีตัวแปร $|K|$ ที่เป็นตัวบ่งบอกสถานะของวงจรโดยที่โดยรวมตัวแปรภายในและภายนอกระบบเอาไว้ซึ่งเหมือนกันกับตัวแปร ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของวงจรรอสซิลเลเตอร์ไชน ซึ่งถ้า $|K| < 1$ วงจรจะอยู่ในสภาวะไม่ลือก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สภาวะล็อก

คล้ายกันกับวงจรรอสซิลเลเตอร์ไซน์ที่อยู่ในสภาวะล็อก เมื่อวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบผ่องคลายอยู่ในสภาวะล็อก ตัวแปรเวลาหนึ่งจะไม่มีค่าเป็นศูนย์อีกต่อไป ดังนั้นอนุพันธ์ของตัวแปรเวลาหนึ่งจึงมีค่าเป็นศูนย์ ซึ่งเมื่อทำการจัดรูปสมการก็จะพบว่า $|K| \geq 1$ ซึ่งนำไปสู่ย่านการล็อกดังสมการที่ (4.50) และในสภาวะนี้คาบเวลาเอาต์พุตจะมีค่าเท่ากับ $n_{\text{odd}} T_{\text{in}}$ ดังสมการที่ (4.55) นอกจากนี้จะพบว่าเมื่อวงจรรอสซิลเลเตอร์อยู่ในสภาวะนี้ วงจรจะสามารถทำการล็อกสัญญาณอินพุตที่มีความถี่อยู่ในย่าน $n_{\text{odd}} f_{\text{nat}}$ ซึ่งวงจรจะประพฤติตัวเหมือนวงจรหารความถี่ ดังนั้นเพื่อให้สอดคล้องกันกับในทางปฏิบัติ ย่านการล็อกของสัญญาณอินพุตที่เปลี่ยนแปลง และสามเหลี่ยมจึงถูกค้นหาเช่น ดังสมการที่ (4.83) และ (4.84) ตามลำดับ และยังพบว่าย่านการหารความถี่เมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสี่เหลี่ยมจะกว้างมากที่สุดจากสัญญาณ 3 ลักษณะ และด้วยพฤติกรรมนี้มันจึงถูกนำไปประยุกต์ใช้ใน [12, 13, 50]



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง

- [1] R. Adler, "A study of locking phenomena in oscillators," **Proc. IEEE**, vol. 61, pp. 1380-1385, Oct. 1973.
- [2] B. Razavi, "A Study of Injection Locking and Pulling in Oscillators," **IEEE J. Solid-State Circuits**, vol. 39, no. 9, Sep. 2004
- [3] J. W. M. Rogers and C. Plett. **Radio Frequency Integrated Circuit Design**. 2nd ED. Norwood: Artech House Publishers. 2003
- [4] P. Vorreau. **An Optical Grooming Switch for High-Speed Traffic Aggregation in Time, Space and Wavelength**. KIT Scientific Publishing, 2010
- [5] สิทธิชัย โภคยอุดม, **วงจรถ่วงกลับแบบลบและออสซิลเลเตอร์**. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร, 2549.
- [6] J. Lee and M. Liu, "A 20-Gb/s Burst-Mode Clock and Data Recovery Circuit Using Injection-Locking Technique," **IEEE J. Solid-State Circuits**, vol. 43, no. 3, Mar. 2008.
- [7] J. Bae, L. Yan and H. Yoo, "A low energy injection-locked FSK transceiver with frequency-to-amplitude conversion for body sensor applications," **IEEE J. Solid-State Circuits**, vol. 46, p. 928 – 938, 2011.
- [8] H. Yan, J. Gabriel Macias-Montero, A. Akhnoukh, C. N. L. De-Vreede, R. J. Long, and N. J. Burghartz, "An ultra-low-power BPSK receiver and demodulator based on injection-locked oscillators," **IEEE Trans. Microw. Theory Techn.**, vol. 59, pp. 1339 – 1350, 2011.
- [9] C. S. Wang, K. D. Chu, C. K. Wang, "A 0.13u CMOS 2.5Gb/s FSK demodulator using injection-locked technique," **Proc. IEEE RFIC**, pp. 563 – 566, 2009.
- [10] H. R. Rategh, and T. H. Lee, "Superharmonic injection-locked frequency dividers," **IEEE J. Solid-State Circuits**, vol. 34, no. 6, pp. 813 – 822, 1999.
- [11] A. Kitipongwatana, P. Koseeyaporn, J. Koseeyaporn and P. Wardkein, "Enhanced Mathematical Model for Studying Fundamental Behaviors of Injection Locked Relaxation Oscillator," **IMECS**, pp. 620-625, 2015
- [12] อารัมภ์ กิตติพงษ์วัฒนา, พูลศักดิ์ โกษียาภรณ์, จีรสุดา โกษียาภรณ์ และ ปราโมทย์ วาดเขียน "การค้นหาย่านการล็อกของวงจรถ่วงความถี่จำนวนคี่ที่อาศัยวงจรถ่วงออสซิลเลเตอร์แบบฟ่อนคลาย," **วิศวกรรมลาดกระบัง**, ปีที่ 32, ฉบับที่ 2, 2558.
- [13] A. Kitipongwatana, P. Koseeyaporn, J. Koseeyaporn and P. Wardkein, "Locked Ranges of Frequency Divider based on Injection-Locked Relaxation Oscillator," **ECTI**, pp. 1-4, 2015

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง (ต่อ)

- [14] I. Ali, A. Banerjee, A. Mukherjee, and B. N. Biswas, "Study of Injection Locking With Amplitude Perturbation and Its Effect on Pulling of Oscillator," **IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers**, vol. 59, no. 1, 2012
- [15] P. Maffezzoni, "Analysis of Oscillator Injection Locking Through Phase-Domain Impulse-Response," **IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers**, vol. 55, no. 5, 2008
- [16] X. Lai and J. Roychowdhury, "Capturing Oscillator Injection Locking via Nonlinear Phase-Domain Macromodels," **IEEE Trans. Microw. Theory Techn.**, vol. 52, no. 9, SEPTEMBER 2004
- [17] P. Maffezzoni and D. D'Amore, "Evaluating Pulling Effects in Oscillators Due to Small-Signal Injection," **IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integr. Circuits Syst.**, vol. 28, no. 1, 2009.
- [18] M. Armand, "On the Output Spectrum of Unlocked Driven Oscillators," **Proc. IEEE**, pp. 798 - 799, 1969.
- [19] J. Dekleva and I. Zanchi, "Improved calculation for the output spectra of unlocked driven oscillator," **Proc. IEEE**, vol. 60, pp. 135 - 136, 1972.
- [20] H. L. Stover, "Theoretical explanation for the output spectra of unlocked driven oscillators," **Proc. IEEE**, vol. 54, pp. 310 - 312, 1996.
- [21] A. Hajimiri and T. H. Lee, "A General Theory of Phase Noise in Electrical Oscillators," **IEEE J. Solid-State Circuits**, vol. 33, no. 2, 1998.
- [22] Alper Demir, Amit Mehrotra, and Jaijeet Roychowdhury, "Phase Noise in Oscillators: A Unifying Theory and Numerical Methods for Characterization," **IEEE Trans. Circuits Syst. I, Fundam. Theory Appl.**, vol. 47, no. 5, 2000.
- [23] T. Maneechukatea, J. Koseeyaporna, P. Wardkeina and P. Koseeyaporn, "Wide-band amplitude control of the second-order oscillator circuit," **AEU-INT J ELECTRON C**, vol. 62, pp. 666-673, 2008.
- [24] K. Prompak, A. Kaewpoonsuk, T. Maneechukate and P. Wardkein, "An oscillation discovery of the forced vibrating system predicted by the multi-time differential equation," **Scientific Research and Essays**, vol. 7(39), pp. 3292-3301, 2012.
- [25] K. Prompak, A. Kaewpoonsuk, T. Maneechukate, N. Maneejiraprakarn, S. Pengpad and P. Wardkein, "A New Oscillation Frequency Discovery of the Driven Spring-Mass System Predicted by the Multi-Time differential Equation," **European Journal of Scientific Research**, vol. 92, no. 3, pp.397-410, 2012.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง (ต่อ)

- [26] G. Ledder, **Mathematics for the Life Sciences, Calculus, Modeling, Probability, and Dynamical Systems**. New York: Springer. 2013.
- [27] C. L. Dym, **Principles of Mathematical Modeling**. 2nd. California: Academic Press. 2004.
- [28] R. A. Serway and J. W. Jewett. **Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics**. 9th ED. California: Brooks Cole, 2014.
- [29] R. Jacob Baker. **CMOS Circuit design, layout and simulation**. 2nd ED. IEEE Press, 2005.
- [30] F. R. Giordano, W. P. Fox, S. B. Horton. **A First course in Mathematical Modeling**. 5th ED. Boston: Cengage Learning. 2013.
- [31] I. Zelinka, S. Celikovský, H. Richter, G. Chen. **Evolutionary Algorithms and Chaotic Systems**. Springer Science & Business Media, 2010.
- [32] W. E. Boyce and R. C. DiPrima. **Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems**. John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- [33] G. Gonzalez. **Foundations of Oscillator Circuit Design**. Boston: Artech House, Inc., 2007.
- [34] L. B. Oliveira, J. R. Fernandes, I. M. Filanovsky, C. J.M. Verhoeven and M. M. Silva. **Analysis and Design of Quadrature Oscillators**. Springer, 2008.
- [35] E. J. HINCH. **Perturbation Methods**. Cambridge University Press, 1995
- [36] S. G. KELLY. **Fundamentals of mechanical vibrations**. McGraw Hill, 2000.
- [37] L. J. Paciorek, "Injection locking of oscillators," **Proc. IEEE**, vol. 53, no. 11, 1965.
- [38] S. Levantino, P. Maffezzoni, F. Pepe, A. Bonfanti, C. Samori, and A. L. Lacaita, "Efficient Calculation of the Impulse Sensitivity Function in Oscillators," **IEEE Trans. Circuits Syst. II, Exp. Briefs**, vol. 59, no. 10, 2012.
- [39] D. Dunwell, and A. C. Carusone, "Modeling Oscillator Injection Locking Using the Phase Domain Response," **IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers**, vol. 60, no. 11, 2013.
- [40] P. Maffezzoni, "Unified Computation of Parameter Sensitivity and Signal-Injection Sensitivity in Nonlinear Oscillators," **IEEE Trans. Comput.-Aided Design Integr. Circuits Syst.**, vol. 27, no. 5, 2008.
- [41] Paolo Maffezzoni, Dario D'Amore, and Mauro Santomauro, "Extracting Oscillators Phase-Sensitivity to Noise Perturbations," **ECCTD**, 2011.
- [42] Paolo Maffezzoni, "An Experimental Method to Extract the Phase-Sensitivity of Oscillators to Noise Perturbations," **IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers**, vol. 59, no. 6, 2012.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่เผยแพร่ในวารสารวิชาการเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารอ้างอิง (ต่อ)

- [43] E. RUBIOLA. **Phase Noise and Frequency Stability in Oscillators**, Cambridge Univ. Press. 2009.
- [44] วิวัฒน์ กิรานนท์. **วิศวกรรมการสื่อสาร**. อักษรสยามการพิมพ์. 2546.
- [45] J. K. Roberge. **Operational amplifiers: Theory and Practice**. John Wiley & Sons, Inc. 1975.
- [46] N. Soltani and F. Yuan, “Nonharmonic Injection-Locked Phase-Locked Loops With Applications in Remote Frequency Calibration of Passive Wireless Transponders,” **IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers**, vol. 57, no. 9, 2010
- [47] M. Zgaren and M. Sawan, “A Low-Power Dual-Injection-Locked RF Receiver With FSK-to-OOK Conversion for Biomedical Implants,” **IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers**, vol. 62, no. 11, 2015.
- [48] S. Diao, Y. Zheng, Y. Gao, S. Cheng, X. Yuan, M. Je, and C. Heng, “A 50-Mb/s CMOS QPSK/O-QPSK Transmitter Employing Injection Locking for Direct Modulation,” **IEEE Trans. Microw. Theory Techn.**, vol. 60, no. 1, 2012
- [49] P. Popplewell, V. Karam, A. Shamim, J. Rogers, L. Roy and C. Plett, “A 5.2-GHz BFSK Transceiver Using Injection-Locking and an On-Chip Antenna,” **IEEE J. Solid-State Circuits**, vol. 43, no. 4, 2008.
- [50] K. Zhu, S. K. Islam, M. Roknsharifi, S. Hasan, and I. MahbubA, “Divide-by-3 0.4–1.4 GHz Injection-Locked Frequency Divider Based on Relaxation Oscillator” **IEEE MICROWAVE AND WIRELESS COMPONENTS LETTERS**, vol. 23, no. 7, July 2013.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาคผนวก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ภาคผนวก
ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์

1. A. Kitipongwatana, P. Koseeyaporn, J. Koseeyaporn and P. Wardkein, "Fundamental Behavior Analysis of Single-Frequency Sine Wave Forced Oscillator Based on Linear Model and Multi-Time Technique," *Radioengineering*, vol. 23, no. 2, June 2014
2. A. Kitipongwatana, P. Koseeyaporn, J. Koseeyaporn and P. Wardkein, "Enhanced Mathematical Model for Studying Fundamental Behaviors of Injection Locked Relaxation Oscillator," *International MultiConference of Engineers and Computer Scientists*, pp. 620-625, March 2015
3. อารัมภ์ กิติพงษ์วัฒนา, พูลศักดิ์ โกษียาภรณ์, จีรสุตา โกษียาภรณ์ และ ปราโมทย์ วาดเขียน "การค้นห่าย่านการล๊อคของวงจรรวมความถี่จำนวนคี่ที่อาศัยวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลาย," *วิศวกรรมลาดกระบัง*, ปีที่ 32, ฉบับที่ 2, มิถุนายน 2558
4. A. Kitipongwatana, P. Koseeyaporn, J. Koseeyaporn and P. Wardkein, "Locked Ranges of Frequency Divider based on Injection-Locked Relaxation Oscillator," *International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology*, June 2015

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Radioengineering

Proceedings of Czech and Slovak Technical Universities
and URSI Committees

June 2014, Volume 23, Number 2

ISSN 1210-2512

Papers:

- New Full-Diversity Space-Time-Frequency Block Codes with Simplified Decoders for MIMO-OFDM Systems,
M. Shahabinejad, Z. Mohammadian, S. Talebi, 561
- Performance Analysis of Best Relaying Protocol Selection with Interferences at Relays,
E. E. B. Adam, Li Yu, R. Haruna, A. A. Mohammed 570
- Ricean K-Factor Measurements and Analysis for Wideband High-Speed Railway Channels at 2.35 GHz,
T. Zhou, C. Tao, L. Liu, Z. H. Tan 578
- Mixed Power Control Strategies for Cognitive Radio Networks under SINR and Interference Temperature Constraints,
Y. J. Xu, X. H. Zhao 586
- Radio Sensor for Monitoring of UMTS Mobile Terminals,
F. Kozak, P. Hudec 594
- Influence of Intra-Cell Traffic on the Output Power of Base Station in GSM,
M. Mileusnic, P. Jovanovic, M. Popovic, A. Lebl, D. Mitic, Z. Markov 601
- Box-Particle Cardinality Balanced Multi-Target Multi-Bernoulli Filter,
L. Song, X. Zhao 609
- 2D Iterative MAP Detection: Principles and Applications in Image Restoration,
D. Kekrt, T. Lukeš, M. Klíma, K. Fliegel 618
- Backscatter Transponder Based on Frequency Selective Surface for FMCW Radar Applications,
A. Lazaro, J. Lorenzo, R. Villarino, D. Girbau 632
- Multi-Feature Based Multiple Landmine Detection using Ground Penetration Radar,
S. Park, K. Kim, K. H. Ko 642
- Motion Detection using Adaptive Temporal Averaging Method,
B. Nikolov, N. Kostov 652

Contents continued on the back cover

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

 Contents continued from the front cover

Motion Capture System for Finger Movement Measurement in Parkinson Disease, <i>R. Krupicka, Z. Szabo, S. Viteckova, E. Ruzicka</i>	659
The Effects of the Acute Hypoxia to the Speech Signal Inharmonicity, <i>Z. N. Milivojevic, D. Brodic, M. Z. Milivojevic</i>	665
Quantization Noise Cancellation of Fractional-N Frequency Synthesizers using Pre-distortion Technique, <i>K. C. Peng, Y. R. Lu, Z. H. Huang</i>	671
Performance Improvement in Passive Backscatter Based RFID System with Low DCR Modulations , <i>D. Vinko, T. Švedek, D. Žagar</i>	679
ECCCL-Based Current-Mode Universal Filter with Orthogonal Control of ω_0 and Q , <i>M. Kumngern, F. Khateb, P. Phasukkit, S. Tungjitsolmun, S. Junnapiya</i>	687
Fundamental Behavior Analysis of Single-Frequency Sine Wave Forced Oscillator Based on Linear Model and Multi-Time Technique, <i>A. Kitipongwatana, P. Koseeyaporn, J. Koseeyaporn, P. Wardkein</i>	697
Method of Measuring Common-Mode Current Conversion Coefficient for Estimating Variation in Radiated Emission from Printed Circuit Board Components, <i>Cheng-Yu Ho, Kai-Syuan Chen, Tzyy-Sheng Horng, Jian-Ming Wu, Chien-Hsiang Huang</i>	709
A Novel T-Fed 4-Element Quasi-Lumped Resonator Antenna Array, <i>S. S. Olokede, C. A. Adamariko, T. A. Almohamad, E. A. Jiya</i>	717
Design of Multi-Antenna System for UMTS Clamshell Mobile Phones with Ground Plane Effects Considerations, <i>R. Addaci, A. Diallo, C. Luxey, P. Le Thuc, R. Staraj</i>	724
An Improved NSGA-II and its Application for Reconfigurable Pixel Antenna Design, <i>Y.-L. Li, W. Shao, J.-T. Wang, H. Chen</i>	733
Estimation of Most Favorable Optical Window Position Subject to Achieve Finest Optical Control of Lateral DDR IMPATT Diode Designed to Operate at W-Band, <i>A. Acharyya, J. Goswami, S. Banerjee, J. P. Banerjee</i>	739
Monthly and Diurnal Variability of Rain Rate and Rain Attenuation during the Monsoon Period in Malaysia, <i>U. Kesavan, M. I. Rafiqul, T. A. Rahman, M. S. Assis</i>	754
Information:	
Reviewers	758
Call for Papers: Special Issue on Applied Computational Electromagnetics	760

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Fundamental Behavior Analysis of Single-Frequency Sine Wave Forced Oscillator Based on Linear Model and Multi-Time Technique

Arum KITIPONGWATANA¹, Poolsak KOSEYAPORN²,
Jeerasuda KOSEYAPORN¹, Pramote WARDKEIN¹

¹Faculty of Engineering, Dept. of Telecommunications Engineering, King Mongkut's Inst. of Technology Ladkrabang, Ladkrabang, Bangkok, 10520 Thailand

²Faculty of Technical Education, Dept. of Teacher Training in Electrical Engineering, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangsue, Bangkok, 10800 Thailand

Akami000@gmail.com, Drpoolsak@gmail.com, Jeerasuda@kmitl.com, Pramote@telecom.kmitl.ac.th

Abstract. *In this article, an excited oscillator which is analyzed by using a multi-time linear analytical model is proposed. An obtained closed-form solution can be exploited not only to explain phenomena in the beat and locked states that are mostly studied in literature but also in an additional state called the non-locked state. With the proposed analysis, it is found that the non-locked state of the oscillator behaves similarly to the up-conversion process. It provides a new point-of-view to the phase noise oscillator. Moreover, our principle indicates that the important factor defining the behavior in each state and state transition is the transfer function of the system. The proposed mathematical model is verified by the experimental and numerical results.*

Keywords

Forced oscillators, non-locked state, beat state, locked state, locked range.

1. Introduction

Nowadays, an electronic circuit [1], [2] which has small size and low-power consuming is in high demand due to an increasing in commercial competition. For this reason, a circuit combining many functions of different electronic circuits is extensively developed. For example, based on the behavior of an oscillator circuit that is forced by an input signal, FM-to-AM conversion circuit [3], FSK-to-ASK conversion circuit [4], demodulating circuit [5], [6], or frequency divider circuit [7] could be possibly made. Nonetheless, bringing forced oscillator into the broader applications, more study of circuit behavior should be further investigated.

From previous works [8-11], it is found that there are two states considered as fundamental phenomena of the excited oscillator, namely, the beat state and the locked

state. The beat state exists when the input frequency is close to a locked range, the system's output signal behaves like a frequency modulation but contains an unsymmetrical-sideband in frequency-domain. The unsymmetrical-sideband has a deviation frequency equal to a frequency difference between the input frequency and the free-running frequency, called the beat frequency. In the past, various of the mathematical models [12-16] was proposed, these models illustrate that the unsymmetrical sideband will be shifted towards the free-running frequency when the input frequency is moved closely to a locked range. However, in these studies have not been stated how much the amplitude of each component should be. The mathematical model proposed in this article will provide the clarification in this issue.

Another state is the locked state in which the output signal of the system synchronizes with the input signal. In the other word, the output frequency is equal to the input frequency. The output amplitude is constant and the output phase is shifted compared to the input signal. With these characteristics of the system in this state, the system is thus applied for a FM-to-AM conversion circuit [3], FSK-to-ASK conversion circuit [4], demodulating circuit [5], [6], or frequency divider circuit [7]. In general, the objective of the analysis in this state is the finding of an accuracy locked condition or a locked-range equation, which they are associated. In the study of [8], [9], [17], [18], the graph of the locked ranges is the symmetrical V shape where the x-axis and the y-axis are amplitude and frequency of the input signal, respectively. The symmetrical V shape is a linear relationship between these variables which is derived only from the elements of the feedback circuit. However, based on the studying in this paper, the locked-range shape is not symmetrical due to the non-linear relationship between both variables which derives not only from the elements of the amplifier but also from the elements of the feedback circuit. Additionally, it is found that the amplitude and phase of output signal will change if the input frequency changes. This phenomenon is applied for FM-to-

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

AM circuits [3] and FSK-to-ASK conversion circuit [4] but the explanation about this phenomenon is not given in these researches. But with our proposed model, this phenomenon can be clearly explained.

In practical, rather than those two states previously described, there is another state of the excited oscillation system that has never been discussed in the literature. It is the multiplication phenomenon between the free-running signal and the forced response signal. This state appears when the input frequency is far from the free-running frequency. In case of the frequency of the input signal is much less than that of the free-running signal, the system will behave similar to the up-conversion process [19] of a low-frequency noise signal in an oscillator. The behavior in this state will be discussed in this article.

Recently, K. Prompak et al. [20] studied the phenomena of an external excited system in physics application and proposed a mathematical model to explain such phenomena. The model was based on the principle of fundamental system analysis, system transfer function and independence of parameters. From the inspired features of the model in [20], the concept is extended to electrical oscillation system to explain the behavior of the system.

Organization in this paper begins with the idea and mathematical analysis proposed in [20] which is given in Section 2. In Section 3, this model is later applied to analyze and explain the behavior of an oscillator circuit that is stimulated by an external signal. Section 4 illustrates the results in three states of the system obtained from the simulation and experiment. Finally, conclusions of this article are drawn in Section 5.

2. Analysis of Linear System Based on the Technique of [20]

From the idea of research proposed in [20] which is a principle of multi-time technique, a system can be considered by two relative parameters. These parameters are t , which is an inherent time parameter of a natural response of a system ($y_n(t)$), and τ , which is another time parameter of a forced response ($y_f(\tau)$). Since an external signal is fed into the system after the system starts oscillation by amount of time, e.g. Δt , hence, let the relationship between these parameters be $\tau = t + \Delta t$. Based on this consideration, a complete response of the system is

$$y(t, \tau) = y_n(t) + y_f(\tau) \tag{1}$$

and the differential equation of the system is

$$a_2 y''(t, \tau) + a_1 y'(t, \tau) + a_0 y(t, \tau) = b_2 x''(\tau) + b_1 x'(\tau) + b_0 x(\tau) \tag{2}$$

where a_i, b_i are coefficients of the system and $x(\tau)$ is

an external signal. When the system is oscillated, the output signal can be written as

$$y_n(t) = A e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t) \tag{3}$$

where $\alpha = \frac{1}{2} \frac{a_1}{a_2}$, $\omega_d = \sqrt{\frac{a_0}{a_2} - \left(\frac{a_1}{2a_2}\right)^2}$ and A is a real constant. For the forced response, it can be determined by

$$a_2 y_f''(\tau) + a_1 y_f'(\tau) + a_0 y_f(\tau) = b_2 x''(\tau) + b_1 x'(\tau) + b_0 x(\tau) \tag{4}$$

where a form of the solution $y_f(\tau)$ is dependent on $x(\tau)$.

The complete solution can be rewritten as

$$y(t, \tau) = K [Y_0 - y_f(\tau)] e^{-\alpha t} \cos(\omega_d t) + y_f(\tau) \tag{5}$$

where

$$K = \frac{1}{e^{-\alpha t_0} \cos(\omega_d t_0)}, y(t = t_0, \tau) = Y_0 \text{ and } \frac{dy(t = t_0, \tau)}{dt} = 0.$$

From (5), it is apparent that the amplitude of the first term is not a constant but it is a summing of a constant and the forced response. This result is different from the complete solution derived by the conventional analysis [21], [22].

3. Phenomena of an Oscillator Excited by an Input Signal

In this section, three states of fundamental behavior of an oscillator that is excited by an input signal are studied. Let the exciting signal be a sine wave which is

$$x(\tau) = X_f \cos(\omega_f \tau) \tag{6}$$

where X_f and ω_f are amplitude and frequency of the external input. From (6), both X_f and ω_f are parameters that can be varied. However, in order to clearly understand the influence of both parameters to the system, firstly, X_f is set to be a small, fixed constant and later its influence will be considered. Therefore, behavior of the system, especially during state changing from non-locked state to beat state and to the locked state is studied through the parameter ω_f . The closed-form solution obtained by using an analysis technique of [20] is considered by changing ω_f from value that is much less than until equal to the free-running frequency (ω_d).

3.1 Analysis of an Oscillator based on Multi-Time Technique

To study behavior of an electrical oscillation system, a second order system consisted of an amplifier and a feedback network as shown in Fig. 1 is employed. From analytical technique of [20], the second order differential

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

equation when the system is excited by an external signal thus is

$$y''(t, \tau) + 2\xi_s \omega_n y'(t, \tau) + \omega_n^2 y(t, \tau) = b_2 x''(\tau) + b_1 x'(\tau) + b_0 x(\tau) \quad (7)$$

where $y(t, \tau)$ is an output signal which is composed of a natural response ($y_n(t)$) and a forced response ($y_f(\tau)$), $x(\tau)$ is the forcing function given in (6), ω_n is natural frequency, b_2, b_1, b_0 are the system's coefficients, and ξ_s is damping factor of the system. As given in (7), it is seen that all the coefficients in (7) are derived by considering not only from the amplifier but also the feedback network.

Since the system is demanded to generate a constant-amplitude signal by itself, the damping factor has to be a very small value. From (7), the natural response ($y_n(t)$) in oscillation state can be written as

$$y_n(t) = Y_{Sat} \cos(\omega_d t) \quad (8)$$

where Y_{Sat} represents saturated voltage of an amplifier and $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi_s^2}$ represents free-running frequency. If the system is not perturbed, this signal is therefore the output signal generated by the oscillator in a normal state.

For a forced response $y_f(\tau)$ which is related to the external signal, it can be derived by

$$y_f''(\tau) + 2\xi_s \omega_n y_f'(\tau) + \omega_n^2 y_f(\tau) = b_2 x''(\tau) + b_1 x'(\tau) + b_0 x(\tau) \quad (9)$$

By given $\omega_f \ll \omega_n$, the forced response resulted by $x(\tau)$ thus is

$$y_f(\tau) = X_f |H(\omega_f)| \cos(\omega_f \tau + \angle H(\omega_f)) \quad (10)$$

From (10), the important parameters are

$$|H(\omega_f)| = \left[\frac{(b_0 - b_2 \omega_f^2)^2 + (b_1 \omega_f)^2}{(\omega_n^2 - \omega_f^2)^2 + (2\xi_s \omega_n \omega_f)^2} \right]^{1/2} \quad (11)$$

which is the magnitude response of the oscillator. By considering typical oscillators such as Wien-bridge, Twin-T or Colpitts circuits, their normalized magnitude responses as shown in Fig. 2 are similar to that of a low-Q low-pass filter. It implies that any signal will be eliminated if it is outside the pass-band of the system,

$$\angle H(\omega_f) = \tan^{-1} \left(\frac{b_1 \omega_f}{b_0 - b_2 \omega_f^2} \right) \quad (12)$$

which is the phase response. In Fig. 3, the phase response of Wien-bridge, Twin-T and Colpitts circuits are depicted.

As can be seen, the graph of Wien-bridge circuit is inverse compared to those of Twin-T and Colpitts circuits. But when the feedback network is included in consideration, phase of the oscillated signal will be 360 degrees which achieves the Barkhausen's condition.

From the idea given in [20], the complete solution thus can be written as

$$y(t, \tau) = [Y_{Sat} - X_f |H(\omega_f)| \cos(\omega_f \tau + \angle H(\omega_f))] \cos(\omega_d t) + X_f |H(\omega_f)| \cos(\omega_f \tau + \angle H(\omega_f)) \quad (13)$$

which is seen that the amplitude of the natural term changes according to the forced response. Although this equation covers all the coefficients derived from necessary elements of the amplifier and the feedback network, it is not complicated since these coefficients are collected in a form of the transfer function. The obtained transfer function will be an important factor employed to identify each state of the system. The equation given in (13) will be used to describe behavior of the circuit when both frequency (ω_f) and amplitude of the input signal is varied.

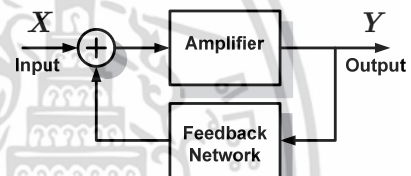


Fig. 1. Model of an oscillator based on a feedback structure.

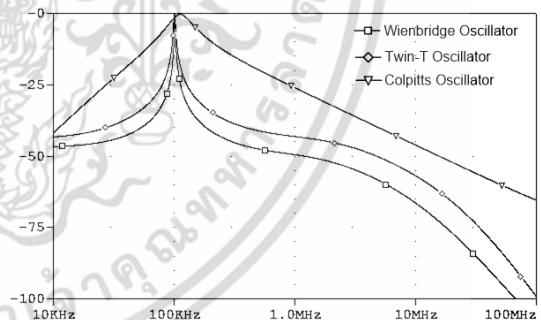


Fig. 2. Normalized magnitude response $|H(\omega_f)|$ of Wien-bridge, Twin-T and Colpitts circuits.

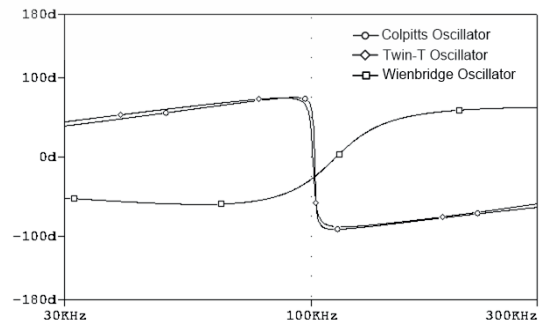


Fig. 3. Phase response $\angle H(\omega_f)$ of Wien-bridge, Twin-T and Colpitts circuits.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2 Non-Locked State

This state is the state in which the oscillator is not synchronized with the external signal. The different frequency between the input frequency and the free-running frequency is much larger. In the other word, the input signal does not achieve the locked condition of the system. From (13), Δt in the relationship of $\tau = t + \Delta t$ is assumed to be zero [20], it thus yields

$$y(t) = Y_{Sat} \cos(\omega_d t) - X_f \left| \frac{H(\omega_d - \omega_f)}{2} \right| \cos \left(\begin{matrix} (\omega_d - \omega_f)t \\ -\angle H(\omega_d - \omega_f) \end{matrix} \right) - X_f \left| \frac{H(\omega_d + \omega_f)}{2} \right| \cos \left(\begin{matrix} (\omega_d + \omega_f)t \\ -\angle H(\omega_d + \omega_f) \end{matrix} \right) + X_f |H(\omega_f)| \cos(\omega_f t + \angle H(\omega_f)). \tag{14}$$

As shown in (14), $y(t)$ is a combination of four signals with different frequency, which are free-running frequency ω_d (inherent frequency of the system), external-signal frequency ω_f , modulating frequency $\omega_d - \omega_f$, and modulating frequency $\omega_d + \omega_f$. Moreover, it is found that the amplitude of each term depends on the transfer function of the system, except that of the free-running frequency term.

The non-locked state can be divided into 2 cases. The first case is when $\omega_f \ll \omega_d$ as shown in Fig. 4. In this case, frequency components are similar to those of an AM signal whose carrier frequency is ω_d , information frequency is ω_f , and side-band frequencies are $\omega_d - \omega_f$ and $\omega_d + \omega_f$. Since the ω_f term is a part of the output signal, this output signal then cannot be directly used as the AM signal. However, the system output is fed back through a band-pass filter (see Fig. 1) which can eliminate the ω_f term. Then, a pure AM signal can be obtained from the output of the feedback network. In addition, if an input signal is a noise signal, (13) shows that the noise signal will simultaneously disturb amplitude (Y_{Sat}) of the free-running signal which is directly

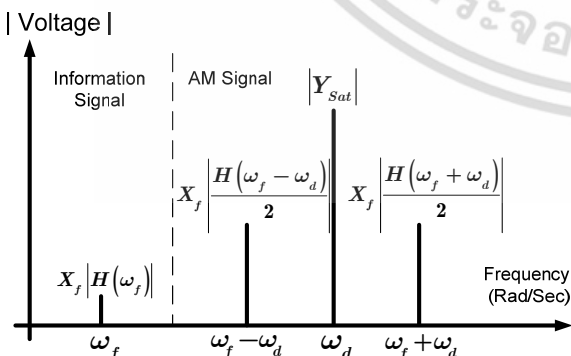


Fig. 4. The non-locked state when $\omega_f \ll \omega_d$.

addition as shown in the second term. The noise disturbance to the amplitude of the free-running signal corresponds to the up-conversion which is disturbing process generally found in oscillators [19]. This disturbance results

in the unwanted sidebands as given by the second and the third terms in (14).

For the second case, it is when $\omega_f \gg \omega_d$ as shown in Fig. 5. In practical, the $\omega_d + \omega_f$ term may not be appeared because it will be eliminated by characteristic of amplitude response ($H(\omega_d + \omega_f)$) of the system and frequency response of active devices (such as a slew rate in op-amp [23]). Similarly for the $\omega_d - \omega_f$ term, it will not be appeared because it is eliminated by amplitude response ($H(\omega_d - \omega_f)$) of the system.

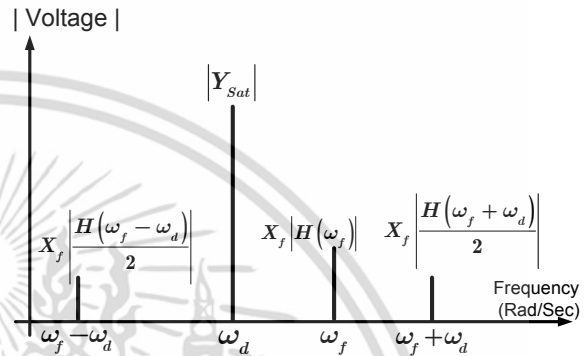


Fig. 5. The non-locked state when $\omega_f \gg \omega_d$.

3.3 Beat State

In previous subsection, before the system changes from the non-locked state to the beat state, the system demonstrates two interesting phenomena when the amplitude of the input signal is fixed and the input signal frequency (ω_f) moves to the free-running frequency (ω_d) where (14) and the $\omega_f \ll \omega_d$ case are considered.

First phenomenon is that values of $X_f |H(\omega_d + \omega_f)/2|$ and of $X_f |H(\omega_d - \omega_f)/2|$ will decrease and eventually are significantly less than other terms, then both terms can be neglected. The other phenomenon is that value of $|H(\omega_f)|$ is a constant at the beginning and gradually increases according to a frequency response. Both phenomena are depicted in Fig. 6. In case of $\omega_f \gg \omega_d$, the phenomenon of $|H(\omega_f)|$ is similar to that of the $\omega_f \ll \omega_d$ case but for $X_f |H(\omega_d + \omega_f)/2|$ and $X_f |H(\omega_d - \omega_f)/2|$, they will not be appeared according to the transfer functions as described in the previous subsection. Therefore, the output of the system is given as the following.

$$y(t) = Y_{Sat} \cos(\omega_d t) + X_f |H(\omega_f)| \cos(\omega_f t + \angle H(\omega_f)) \tag{15}$$

In (15), it expresses an equivalent equation which is familiar in physics, beat phenomena [24]. But for electronic oscillation circuits, it provides different behaviors [12-16]. By considering the case $\omega_f < \omega_d$, using a relation of Carte-

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปเผยแพร่บนสื่อออนไลน์

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

sian coordinate [19], and letting $\Delta\omega$ be a beat frequency which is the difference between the free-running frequency and the external signal frequency ($\Delta\omega = \omega_d - \omega_f$), (15) is rewritten as

$$y(t) = Y_{Sat} \cos(\omega_f t + \theta(t)) \quad (16)$$

where

$$\theta(t) = \Delta\omega t - \tan^{-1} \left[\frac{k \sin(\Delta\omega t - \angle H(\omega_f))}{1 + k \cos(\Delta\omega t - \angle H(\omega_f))} \right] \quad (17)$$

and

$$k = \frac{X_f}{Y_{Sat}} |H(\omega_f)|. \quad (18)$$

Simultaneously, it is assumed that $Y_{Sat} \gg X_f |H(\omega_f)|$, amplitude of the signal shown in (16) is approximated as

$$Y_{Sat} \approx \left[\frac{Y_{Sat}^2 + X_f^2 |H(\omega_f)|^2}{+2Y_{Sat} X_f |H(\omega_f)| \left[\cos(\Delta\omega t - \angle H(\omega_f)) \right]} \right]^{1/2}. \quad (18)$$

From (18), it is found that k varies linearly with a ratio of X_f / Y_{Sat} whereas k depends on nonlinearly characteristic of $|H(\omega_f)|$. Moreover, it is found that in the locked condition (described in the next subsection), the circuit will not be in the locked state if $|k| < 1$.

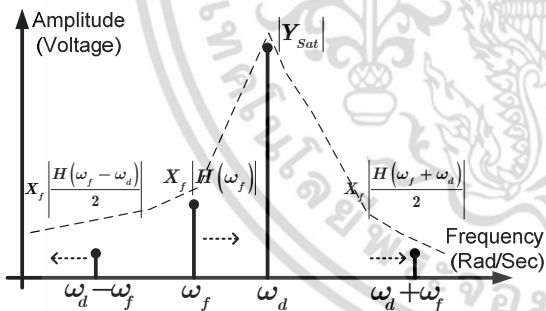


Fig. 6. Phenomenon of the circuit when ω_f moving into beat state.

When the system is in this state, $\theta(t)$ will be a periodic function whose frequency is $\Delta\omega$. It causes $y(t)$ to behave as a FM signal, whose an instantaneous frequency of $y(t)$ in this state is

$$\frac{d}{dt}(\omega_f t + \theta(t)) = \omega_d + \Delta\omega \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n k^n \cos(n(\Delta\omega t - \angle H(\omega_f))). \quad (19)$$

This equation points out that the output frequency deviates periodically from the free-running frequency and the

deviation strength depends on k . By solving (19), the output signal equation in this state thus is

$$y(t) = Y_{Sat} \cos \left(\omega_d t + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{k^n}{n} \sin \left(n(\Delta\omega t - \angle H(\omega_f)) \right) \right). \quad (20)$$

In order to gain insight into the behavior in this state, the frequency components of the output signal will be determined. In case that the input frequency (ω_f) is above the non-locked state range and a locked condition cannot be achieved, the frequency difference is $\Delta\omega_f$. In this situation, k shown in (20) is a small value and also for k^2, k^3, \dots which can be neglected. Hence, the spectrum of the output signal in this situation is

$$y(t) = Y_{Sat} \cos(\omega_d t) + Y_{Sat} \frac{k}{2} \sin(\omega_f t + \angle H(\omega_f)) - Y_{Sat} \frac{k}{2} \sin((\omega_d + \Delta\omega_f)t - \angle H(\omega_f)). \quad (21)$$

From (21), it is found that the sidebands at ω_f and $\omega_d + \Delta\omega_f$ depend on k and have equal magnitude. If the input frequency (ω_f) is moved closely to the free-running frequency, it causes amplitude of k and k^2 shown in (20) dominant. By using the power series approximation, the components of the output signal will be

$$y(t) = Y_{Sat} \left(1 - \frac{k^2}{4} - \frac{k^4}{16} \right) \cos(\omega_d t) + Y_{Sat} \left(\frac{k^3}{8} + \frac{k}{2} \right) \cos(\omega_f t + \angle H(\omega_f)) + Y_{Sat} \left(\frac{k^3}{8} - \frac{k}{2} \right) \cos((\omega_d + \Delta\omega_f)t - \angle H(\omega_f)). \quad (22)$$

This equation shows that amplitude of $\omega_d + \Delta\omega_f$ and ω_d terms decreases whereas amplitude of ω_f term increases, resulting in unsymmetrical sidebands. This behavior indicates that the more the input frequency is close to the free-running frequency, the more power it gets, which is contradictory to the other two terms. This amplitude variation appears until the system moves into the locked state. However, amplitude of each component cannot be exactly determined since an oscillator is always controlled by an amplitude adjusting mechanism which is naturally in the circuit. According to [9], the probability is employed to indicate how much the amplitude of each spectrum should be in this state. It is found that the probability function whose k is a factor given in [9] is identical to the normalization of (22) by the free-running amplitude ($y(t) / Y_{Sat}$).

3.4 Locked State

The locked state is the state in which the output signal is synchronized with the external signal. In the other word, the output frequency is identical to the frequency of the

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

input signal where the amplitude and phase of the output signal are constants. This behavior is happened when the external signal achieves the locked condition.

When the circuit is shifted to the locked state, it will generate the oscillation signal whose frequency is equal to that of the input frequency. Therefore

$$\frac{d[\omega_d t + \theta(t)]}{dt} = \omega_f,$$

and by using

$$\frac{d}{dt} \tan^{-1}(\phi) = \left[\frac{1}{1 + \phi^2} \right] \frac{d(\phi)}{dt}$$

hence, (17) becomes

$$1 + k \cos(\Delta\omega t - \angle H(\omega_f)) = 0. \tag{23}$$

From $k = \left| \frac{X_f}{Y_{Sat}} H(\omega_f) \right|$ and $|\cos(\phi)| \leq 1$, the circuit condition will move toward to the locked state, if (24) is true.

$$|k| = \left| \frac{X_f H(\omega_f)}{Y_{Sat}} \right| \geq 1. \tag{24}$$

From (24), it is found that the locked condition depends directly on the input-signal amplitude and the transfer function, but depends inversely on the free-running signal amplitude. Note that, k is not only a key factor of the locked condition but it also determines the amplitude of each component in the beat state. From the locked condition, the locked range which is

$$|X_f| \geq \left| Y_{Sat} / H(\omega_f) \right| \tag{25}$$

can be shown in Fig. 7 where the x-axis and y-axis are the amplitude and frequency of the input signal, respectively. In Fig. 8, an asymmetrical shape of the graph is resulted from the inversed transfer function which is scaled by the free-running signal amplitude. Asymmetry of this graph will be obviously appeared when the input-signal amplitude is large.

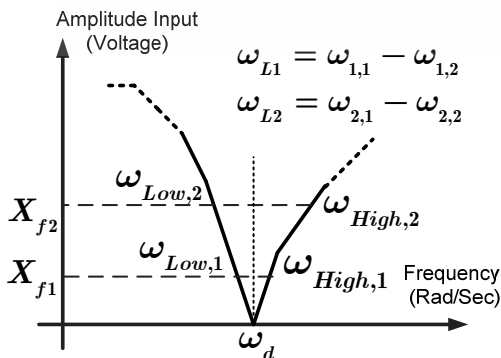


Fig. 7. The unsymmetrical locked range.

For some types of oscillators whose order of the transfer function is greater than two, handout analysis of the transfer function may be impossible. However, the locked condition in (24) can be achieved by using a computer simulation such as SPICE to find the amplitude response due to the input signal. The frequency that has amplitude response equal to the amplitude of the free-running signal (Y_{Sat}) can be employed to determine the locked range of the circuit, as an example shown Fig. 8.

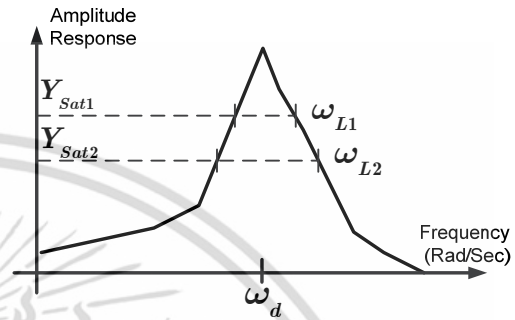


Fig. 8. Finding of the locked range by using amplitude response and voltage saturation.

In addition, after considering (11), it is found that when ω_f gets much closer to ω_n , ξ_s will usually be small in order to maintain an oscillation of system. Consequently, the value of $H(\omega_f)$ will increase rapidly due to $(\omega_n^2 - \omega_f^2)^2$ as shown in the denominator of (11). When the system condition reaches to the locked state, the constraint shown in (24) must be obtained, which is $|k| \gg 1$. The output signal of the circuit at this state can be rewritten as

$$y(t) = X_f |H(\omega_f)| \cos(\omega_f t + \angle H(\omega_f)). \tag{26}$$

This equation shows that the circuit only responses to the influence of the input signal. Therefore, phase and amplitude of the output signal depends on the phase response and magnitude response of the system, respectively. Throughout the analysis, the considered output is the output of the amplifier (see Fig. 1). But in real world application, it is difficult to correctly define the amplitude of the output signal in practical. Since the amplitude is controlled by controlling mechanism related to characteristics of the employed active device, for example, the voltage saturation and the slew-rate of an op-amp [25]. However, amplitude of the output signal is always not greater than the voltage saturation of the circuit. Let us consider the practical output signal whose the amplitude is maximum, hence, (26) is rewritten to be

$$y(t) = Y_{Sat} \cos(\omega_f t + \angle H(\omega_f)). \tag{27}$$

It is seen that phase of the output signal depends on frequency of the input signal and the relationship is linear if the input-signal frequency is much closer to the oscillation

frequency (ω_d). With this characteristic, the excited oscillator in the locked state is thus applied to be a demodulating circuit by using the phase difference between the phase of the output signal and the phase of the input signal [6].

From the structure of the system in Fig. 1, the signal in (27) will be fed back through the feedback network which generally is the band-pass circuit, the feedback-network output is then given by

$$y_{BP}(t) = Y_{Sat} \left| H_{BP}(\omega_f) \right| \cos \left(\omega_f t + \angle H(\omega_f) + \angle H_{BP}(\omega_f) \right). \quad (28)$$

This equation shows that not only phase of the output is proportional to frequency of the input signal; amplitude of the output also depends on frequency of the input signal as well. With these features, the circuit can be applied for FM-to-AM conversion circuit [3] and FSK-to-ASK conversion circuit [4].

4. Experimental Results

In this section, the proposed principle is verified by experiment. All three states are confirmed by supplying the input-signal to an oscillator circuits. Moreover, in order to observe the behaviors clearly, both the output and input signals will be shown in time-domain using a low-frequency oscillator constructed by an active device (Op-amp) and RC passive devices.

4.1 Non-Locked State

The Wien-bridge oscillator depicted in Fig. 9 which has a second-order transfer function will be employed to show the behavior in the non-locked state. This circuit is designed to oscillate at 150 kHz ($Q = 0.23m$), where an op-amp is LM351 and the power supply is $\pm 5V$. The input signal is a sinusoidal signal whose amplitude and frequency is 0.1 Vp and 10 kHz, respectively.

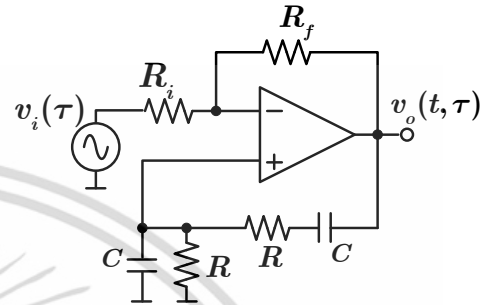


Fig. 9. Structure of Wien-bridge oscillator for testing non-locked state.

When the input signal frequency is moved closely to the free-running signal frequency, there are two interesting behaviors occurred in the circuit. First, the sidebands move away from the free-running signal frequency and their amplitude decreases until fade away. Second, amplitude of the forced response slightly increases. These phenomena are demonstrated in Fig. 10(a-e) whose amplitude of each

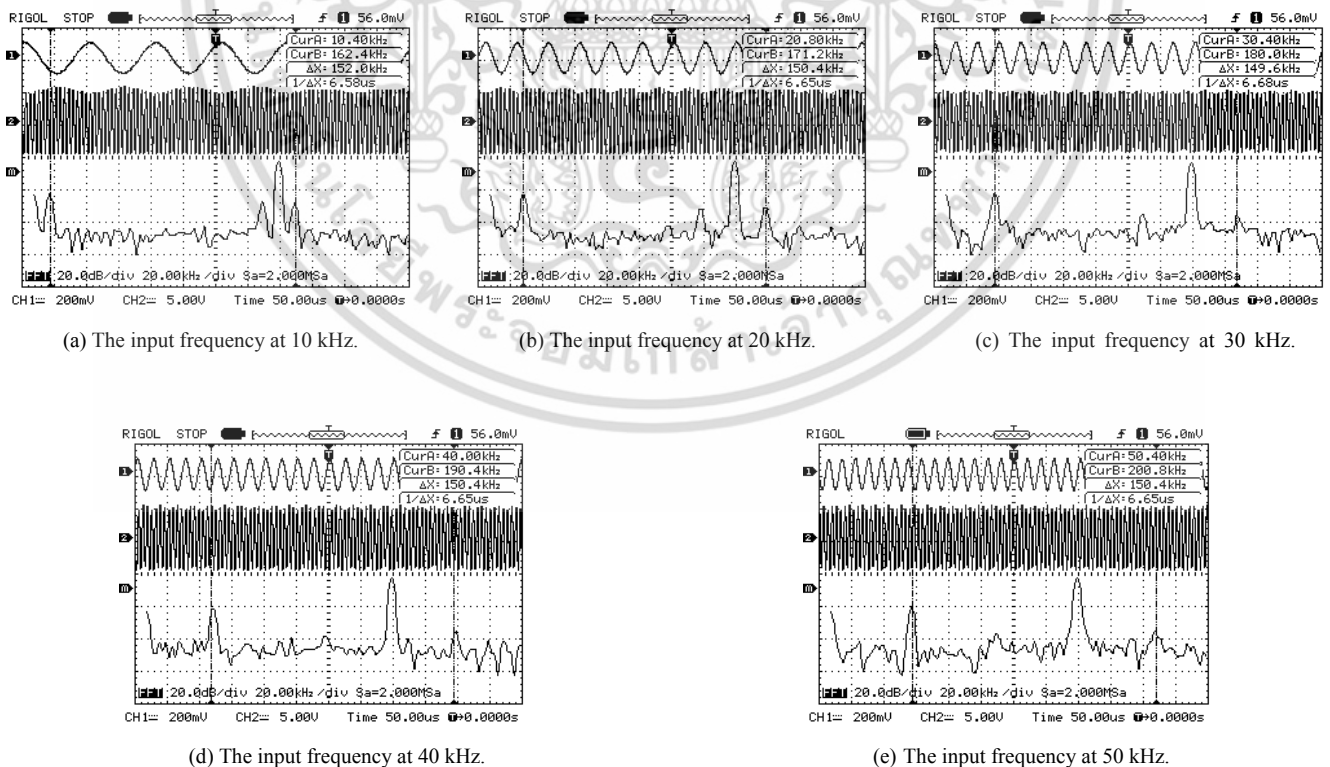


Fig. 10. The experimental results of the Wien-bridge oscillator for $\omega_f \ll \omega_d$ case.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สวอนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

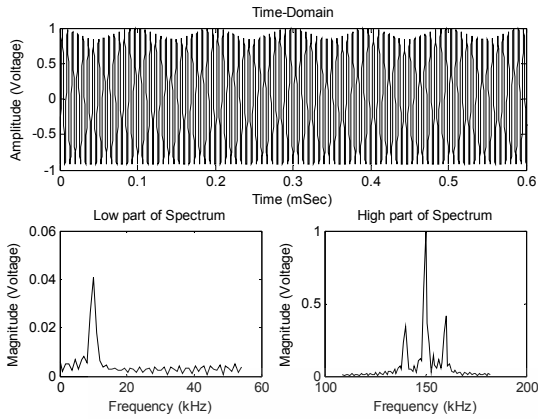


Fig. 11. Numerical results in time domain (top) and frequency components (bottom) are of Wien-bridge’s complete solution obtaining the proposed analysis.

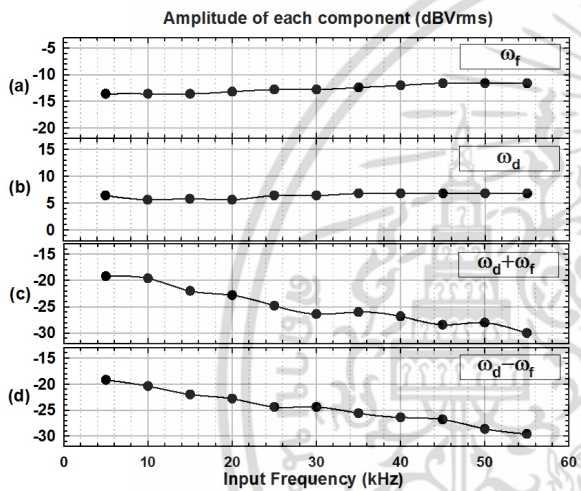


Fig. 12. Amplitude of each term of the output signal in the non-locked state when $\omega_f \ll \omega_d$ where (a), (b), (c) and (d) are amplitude of ω_f , ω_d , $\omega_d + \omega_f$ and $\omega_d - \omega_f$ terms, respectively.

frequency component is drawn in Fig. 12. These phenomena also agree well with the proposed principle given in Section 3.5.

The experimental result is shown in Fig. 10(a) where Ch.1 and Ch.2 demonstrate the output and input signals, respectively. It is found that upper envelope of the output signal is similar to the AM signal, whereas lower envelope is not, due to the last term of (13). Moreover, the spectrum of the output signal can describe the multiplication of the signals shown in the first term of (13). To obtain more clear result, the complete solution, derived by the multi-time analysis technique given in (13), is numerically plotted in Fig. 11 where (A) is the normalized complete response and (B) is the component of normalized complete response. This figure clearly illustrates that the signals in both domains derived from the experimental results in Fig. 10(a) are in accordance with the theoretical analysis as expressed in (13).

In order to clearly illustrate the multiplying phenomenon in this state, a non-single tone signal is fed into the

circuit. Fig. 13 shows the experimental result where the input signal (Ch.1) is a square wave signal with 15 kHz and 0.1 Vp. As can be seen, upper envelope of the output signal (Ch. 2) is similar to the input signal. This results from the multiplication of the free-running term and the external response term. In the frequency domain (Ch. m), the spectrum is divided into two parts where the low-frequency part is of the external response and the other part consists of the free-running frequency and sidebands which is up converted from the low-frequency part.

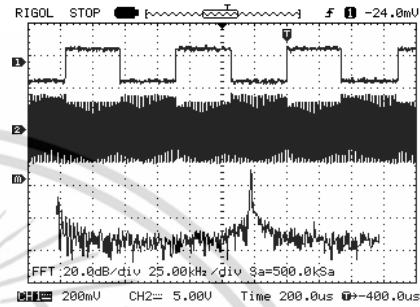
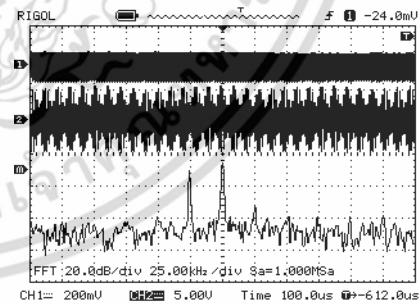


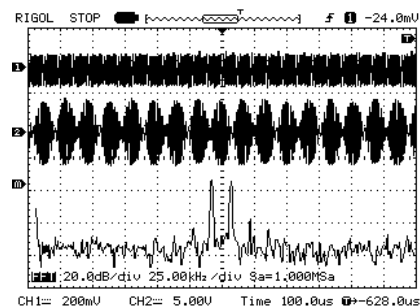
Fig. 13. Experimental result in the non-locked state when the input signal is a non-single tone signal (the square wave signal).

4.2 Beat State

In this state, the Wien-bridge oscillator which is employed in experiment of the non-locked state will be continuously used. The sinusoidal input signal is set to the frequency above 55 kHz which is in a range that the $\omega_d + \omega_f$ and $\omega_d - \omega_f$ terms are faded away. When the input signal frequency is close to the locked range, the system will fall into the beat state. Fig. 14(a) is the experimental result in this state where Ch.1 is the sinusoidal input signal

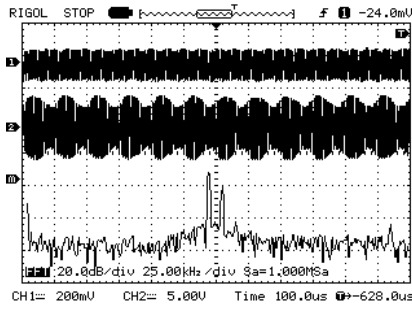


(a) The input frequency at 125 kHz.



(b) The input frequency at 133 kHz.

เอกสารนี้เป็นเอกสารทงสวนวไล้ทหริบการใชงานเพอการศึกษาเท่านั้น ไม่นุญขาดเทเนาเป็ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(c) The input frequency at 137 kHz.

Fig. 14. Experimental results in the beat state of the system.

with 125 kHz and 0.1 Vp and Ch.2 is the output signal whose envelope varies slowly. This envelope is resulted from a narrow deviation of the free-running signal frequency which equals to the beat frequency. The spectrum of the output signal (Ch. m) is similar to that of a narrow-band FM signal but are not symmetrical. Additionally, a distance between each spectrum is 25 kHz. In Fig. 14(a-c), the experimental results are obtained when the input signal frequency is increased. It is found that amplitude of the ω_f term increases and amplitude of the ω_d term decrease continuously. Moreover, amplitude of $\omega_d + \Delta\omega$ is apparent when the input signal frequency is located at 100 kHz and increases continuously. When the input-signal frequency is about 136 kHz, amplitude of both ω_d and $\omega_d + \Delta\omega$ terms decreases gradually. Finally, the system is in the locked state. Amplitude variation of each frequency component is concluded in Fig. 15.

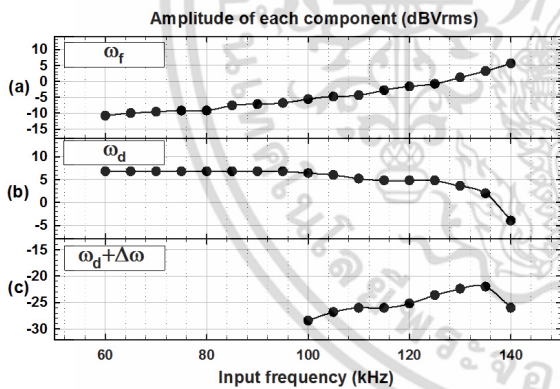
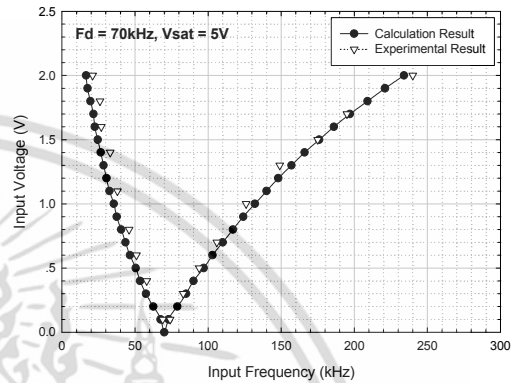


Fig. 15. Amplitude of each frequency component in the beat state where (a), (b) and (c) are amplitude of ω_f , ω_d , and $\omega_d + \Delta\omega$ terms, respectively.

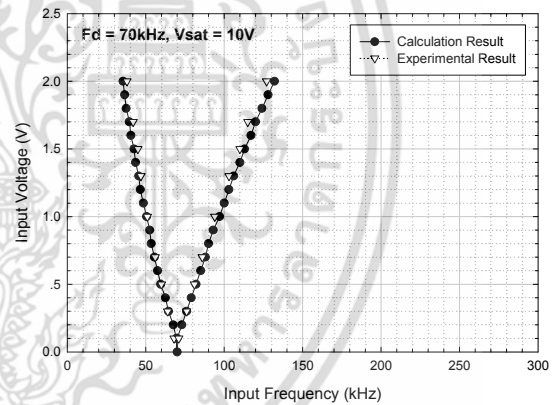
4.3 Locked State

To confirm the locked range obtained from the proposed analysis, the Wien-bridge oscillator is employed in experiment as well. The locked range obtained from experiment and numerical results of using (25) are compared. In the experiment, the designed oscillator is set to maintain frequency at 70 kHz based on LM351 op-amp. To study the impact of amplitude of oscillation and external signals, free-running signal amplitude (V_{Sat}) is selected as 5 Vp, 10 Vp and 15 Vp and the sinusoidal external signal is chosen to be 0.1 Vp to 2 Vp.

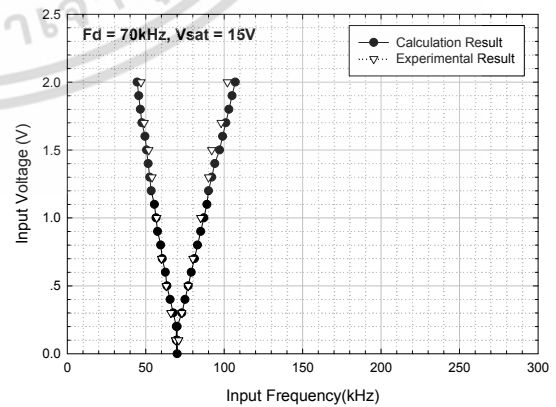
The experimental results are shown in Fig. 16(a) to (c). It is seen that the locked range is directly varied with the input-signal amplitude but depends inversely on the oscillation signal amplitude as explained in (22). In case that the free-running signal amplitude is 5 Vp, the locked range appears unsymmetrical V shape which is resulted from the transfer function. But for the other two cases (Fig. 16(b), (c)), this asymmetrical shape is not apparent. This is because the transfer function is scaled by the large oscillation signal amplitude. Additionally, the results also



(a) The oscillation-signal amplitude at 5 Vp.



(b) The oscillation-signal amplitude at 10 Vp.



(c) The oscillation-signal amplitude at 15 Vp.

Fig. 16. Locked range of the Wien-bridge oscillator (50 kHz), due to the influence of amplitude of the external signal and the free-running signal.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

demonstrate that the locked range obtained from the proposed analysis is close to the result obtained from the experiment.

To confirm that frequency, amplitude and phase of the output signal depend on the input-signal frequency, this relationship is confirmed by the computer simulation. The Wien-bridge oscillator whose frequency is 95 kHz and amplitude is 4 Vp is set up. Fig. 17 shows the simulation result of circuit when applying the input signal whose amplitude is 50 mVp. In this figure, Ch.1 is the 95 kHz input signal, Ch.2 is the output signal of the amplifier and Ch.3 is the output signal of the feedback network. It can be seen in this figure that phase shift of the output signals (Ch.2, Ch.3) are obtained from the input signal (Ch.1). It is found that the output signal of the amplifier (Ch.2) is saturated by amplitude adjusting mechanism.

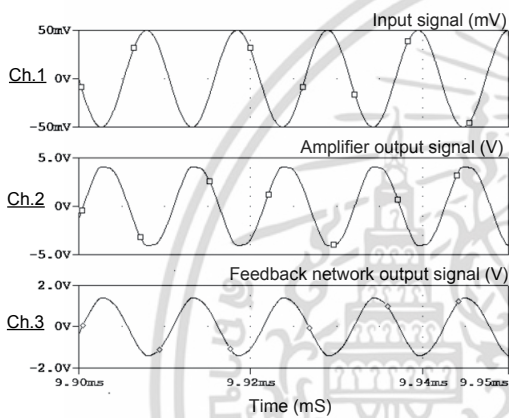


Fig. 17. Simulation result of Wien-bridge oscillator having 95 kHz and 4 Vp by feeding sine wave.

Due to amplitude limiting of the circuit as shown in Fig. 17, it thus makes the consideration of the amplifier’s output signal in time domain difficult. Hence, amplitude variation of the output signal will be only considered at the feedback-network which is shown in Fig 18.

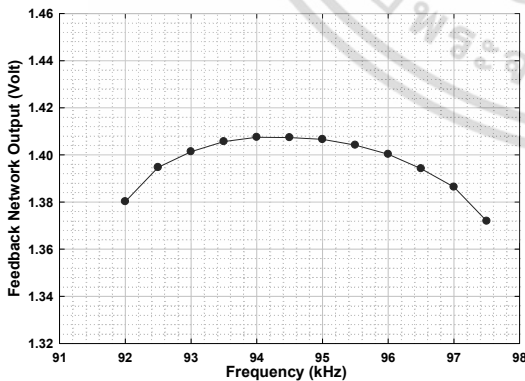


Fig. 18. Simulation result of amplitude variation of the feedback-network output with respect to the input-signal frequency.

The variation of graph shows a curve whose maximum point is at 94.5 kHz. This curve is corresponding to frequency response of the feedback network described in

(24). With this feature in the locked state, the forced oscillator can be applied for FM-to-AM conversion circuit.

From the simulation result as shown in Fig. 19, the phase relation in the locked state is demonstrated where (●) denotes the phase relation of the amplifier output and (○) represents the phase relation of the feedback-network output. It can be seen that phase shift in both output signals are resemble but not identical. The reason is because of the phase shift property of the feedback network. The output of the feedback network will have a very small phase shift when the input-signal frequency is very close to the natural frequency of the feedback circuit, having the structure similar to the band-pass filter or the tuned circuit. With the phase shifting property, the oscillator in the locked state can therefore be applied for the demodulating circuit.

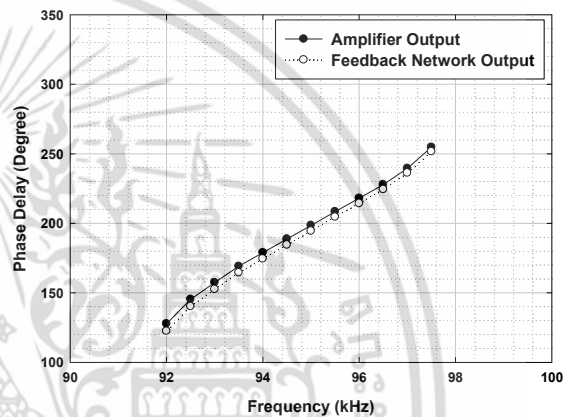


Fig. 19. Phase shifting of the output signal of the amplifier (●) and the feedback network (○) compared at each input-signal frequency.

5. Conclusion

This article proposes the study of fundamental behavior of the oscillation system fed by a single tone signal. This study is based on the multi-time analytical model. The closed form solution obtained by the proposed model can be employed to explain all behaviors in 3 states and also during the state transition.

For the oscillator in the non-locked state, it expresses the multiplication behavior between the free-running signal and the forced response. The product of the multiplication depends on the transfer function of the system. This state occurs when the input frequency is much far from the free-running signal frequency. In case that the input signal frequency is much less than the free-running signal frequency, the output signal will behave like an AM signal added with the forced response of the information signal (if the input signal is considered as an information signal). Therefore, the circuit in this state can be applied for the AM modulator. On the contrary, if the input signal is a low-frequency noise signal, the sidebands of the free-running signal frequency will become a skirt-like spectrum [26]. This behavior is according to the noise up-conversion process. It

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

implies that the proposed mathematical model provides a new point of view to an issue of disturbance due to the low-frequency noise signal.

When the input frequency is close enough to the locked range, both sidebands will fade away and the system will be in the beat state. The output signal behaves similar to the narrow-band FM signal whose the sidebands are not symmetrical. The solution in this state also can answer the question that how much the probability should be. This probability function depends on the transfer function, the input signal amplitude and the oscillation signal amplitude. When the input signal frequency is in the locked range, overall power of the output signal will overcome that of the forced response signal.

Finally, the locked state, the locked condition or the locked range depends on the input signal amplitude, the free-running signal amplitude and the transfer function, which is a function of the input signal. Because the characteristic of the transfer function is not linear, the locked range thus has unsymmetrical V shape. Moreover, the amplitude and phase of output signal are varied with the input signal frequency. The circuit in this state can be applied for the FM-to-PM and FM-to-AM convertor.

Acknowledgement

Financial support from the Thailand Research Fund through the Royal Golden Jubilee Ph.D. Program (Grant No. PHD/0014/2553) to Arum Kitipongwatana and Paramote Wardkein are acknowledged.

References

- [1] KHATEB, F., BAY ABO DABBOUS, S., VLASSIS, S. A survey of non-conventional techniques for low-voltage low-power analog circuit design. *Radioengineering*, 2013, vol. 22, no. 2, p. 415 to 427.
- [2] SZENDIUCH, I. Development in electronic packaging moving to 3D system configuration. *Radioengineering*, 2011, vol. 20, no. 1, p. 214 - 220.
- [3] BISWAS, B. N., CHATTERJEE, S., PAI, S. New observations on bias current variation of op amp oscillators. In *Proceedings of General Assembly and Scientific Symposium*, 2011, p. 1- 4.
- [4] BAE, J., YAN, L., YOO, H. A low energy injection-locked FSK transceiver with frequency-to-amplitude conversion for body sensor applications. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 2001, vol. 46, p. 928 – 938.
- [5] YAN, H., MACIAS-MONTERO, J. G., AKHNOUKH, A., DE VREEDE, C. N. L., LONG, R. J., BURGHARTZ, N. J. An ultra-low-power BPSK receiver and demodulator based on injection-locked oscillators. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2011, vol. 59, p. 1339 – 1349.
- [6] WANG, C. S., CHU, K. D., WANG, C. K. A 0.13 CMOS 2.5Gb/s FSK demodulator using injection-locked technique. In *Proceeding of IEEE Radio Frequency Integrated Circuits Symposium*, 2009, p. 563 – 566.
- [7] RATEGH, H. R., LEE, T. H. Superharmonic injection-locked frequency dividers. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 1999, vol. 34, no. 6, p. 813 – 822.
- [8] ADLER, R. A study of locking phenomena in oscillators. *Proceedings of the IEEE*, 1973, vol. 61, no. 10, p. 1380 – 1386.
- [9] RAZAVI, B. A study of injection locking and pulling in oscillators. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 2004, vol. 39, no. 9, p. 1415 – 1425.
- [10] PACIOREK, L. J. Injection locking of oscillators. *Proceeding of the IEEE*, 1965, vol. 53, no. 11, p. 1723-1727.
- [11] KUROKAWA, K. Injection locking of microwave solid-state oscillators. *Proceeding of the IEEE*, 1973, vol. 61, no. 10, p. 1336 to 1410.
- [12] STOVER, H. L. Theoretical explanation for the output spectra of unlocked driven oscillators. *Proceeding of the IEEE*, 1996, vol. 54, p. 310 – 312.
- [13] DEKLEVA, J., ZANCHI, I. Improved calculation for the output spectra of unlocked driven oscillator. *Proceedings of the IEEE*, 1972, vol. 60, p. 135 – 136.
- [14] XIAOLUE, L., ROYCHOWDHURY, J. Capturing oscillator injection locking via nonlinear phase-domain macromodels. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 2004, vol. 52, p. 2251 – 2261.
- [15] ARMAND, M. On the output spectrum of unlocked driven oscillators. *Proceeding of the IEEE*, 1969, vol. 57, p. 789 – 799.
- [16] MAFFEZZONI, P., D'AMORE, D. Evaluating pulling effects in oscillators. *IEEE Transaction on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2009, vol. 28, no. 1, p. 22 – 31.
- [17] MAFFEZZONI, P. Analysis of oscillator injection locking through phase-domain impulse-response. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2008, vol. 55, p. 1297-1305.
- [18] MAFFEZZONI, P., D'AMORE, D., DANESHGEAR, S., KENNEDY, M. P. Analysis and design of injection-locked frequency dividers by means of a phase-domain macromodel. *IEEE Transaction Circuits and Systems*, 2010, vol. 57, no. 11, p. 2956 – 2967.
- [19] RUBIOLA, E. *Phase Noise and Frequency Stability in Oscillators*. Cambridge Univ. Press, 2009.
- [20] PROMPAK, K., KAEWPOOSUK, A., MANEECHUKATE, T., MANEEJIRAPRAKARN, N., PENGPAD, S., WARDKEIN, P. A new oscillation frequency discovery of the driven spring-mass system predicted by the multi-time differential equation. *European Journal of Scientific Research*, 2012, vol. 92, no. 3, p. 397-410.
- [21] LATHI, B. P. *Signal Processing and Linear System*. Berkeley-Cambridge, 1998.
- [22] THOMSON, W. T. *Theory of Vibration with Applications*. Prentice-Hall of India Private Limited, New Delhi, 1975.
- [23] FRANCO, S. *Design with Operational Amplifiers and Analog Integrated Circuits*. McGraw-Hill, 2002.
- [24] JEWETT, J. W., SERWAY, R. A. *Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics*. Thomson, 2008
- [25] HUERTAS, J. L., BELEN, P. V., ANGEL R. V. Analysis and design of self-limiting single-op-amp RC oscillators. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 1990, vol. 18, p. 53 to 69.
- [26] RAZAVI, B. *RF Microelectronics*. Prentice-Hall, 1997.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

About Authors ...

Arum KITIPONGWATANA received B.Sc. degree in Electrical Engineering from King Mongkut's University of Technology North Bangkok (KMUTNB), and M.Eng degree in Electrical Engineering from Mahanakorn University, Bangkok, Thailand, in 2007 and 2009, respectively. Now he is studying in D. Eng. degree in Electrical Engineering at King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL), Thailand.

Jeerasuda KOSEYAPORN graduated M.S. and Ph.D. degrees in Electrical Engineering from Vanderbilt University, Nashville, TN, USA, in 1999 and 2003, respectively. She is currently an associate professor of Telecommunica-

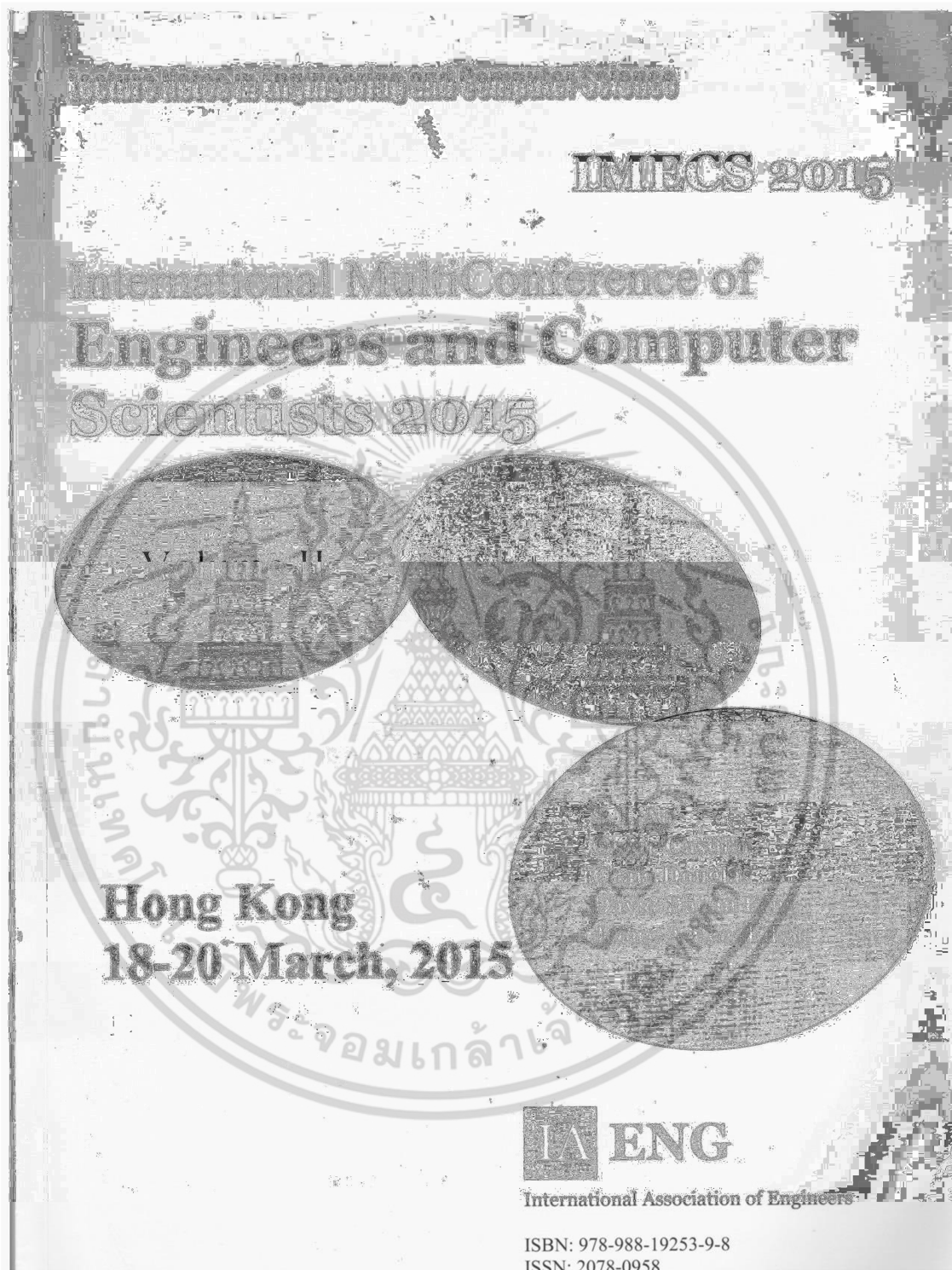
tion Engineering Department, Faculty of Engineering, KMITL, Thailand.

Poolsak KOSEYAPORN graduated M.S. and Ph.D. degrees in Electrical Engineering from Vanderbilt University, Nashville, TN, USA, in 1999 and 2003, respectively. He is currently an assistant professor at the Dept. of Teacher Training in Electrical Engineering, KMUTNB.

Paramote WARDKEIN received his M.E. and D.Eng. degree in Electrical Engineering from King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL), Bangkok, Thailand, in 1990 and 1997, respectively. He is now an associate professor of the Dept. of Telecommunication Engineering, Faculty of Engineering, KMITL, Thailand.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<i>Xiaoling Yang, Bing Chen, and Fengyu Gao</i>	571
Star-Topology Virtual Network Construction with Optimization Problems for Video Streaming System of Sightseeing Information	
<i>Yasuhiro Urayama, and Takuji Tachibana</i>	577
Cross-Layer Design of Power Assignment and Power Balance in Wireless Ad-hoc Networks	
<i>A. Arivoli, and P. Narayanasamy</i>	583
A Novel Centralized Control Implementation For Identity-Location- Separated Network Architecture	
<i>Chaoqi Yu, Hui Li, Huiling Liu, Kai Pan, and Weiyang Liu</i>	589
Fundamental Design for a Beacon Device Based Unconscious Participatory Sensing System	
<i>Takamasa Mizukami, Katsuhiko Naito, Chiaki Doi, Tomohiro Nakagawa, Ken Ohta, Hiroshi Inamura, Takaaki Hishida, and Tadanori Mizuno</i>	593
Well-Provisioned First Person Shooter and Massively Multiplayer Online Role-Playing Games Traffic in Enhanced EPON	
<i>Vahid Golderzahi, I-Shyan Hwang, and AliAkbar Nikoukar</i>	599
Signal Persistence Checking of Asynchronous System Implementation using SPIN	
<i>Weerasak Lawsunnee, Arthit Thongtak, and Wiwat Vatanawood</i>	604
Indoor Communication: Femtocell Behavior in an Indoor Environment	
<i>O.A Akinlabi, B.S. Paul, M. K. Joseph, and H.C. Ferreira</i>	610
Hard Limit CoDel: An Extension of the CoDel Algorithm	
<i>Fengyu Gao, Hongyan Qian, and Xiaoling Yang</i>	615

The 2015 IAENG International Conference on Electrical Engineering

Enhanced Mathematical Model for Studying Fundamental Behaviors of
Injection Locked Relaxation Oscillator

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<i>A. Kitipongwatana, P. Koseeyaporn, J. Koseeyaporn, and P. Wardkein</i>	620
Economic and Environmental Impact Assessment of Micro Grid	
<i>Su Youli</i>	626
Mitigation of Conducted and Radiated EMI Generation in High-Frequency Switching Devices	
<i>P. Sripodok, and C. Jettanasen</i>	630
A Research on the Feasibility of Supplying Wind Power for Industrial-Park at Feeding Terminal	
<i>Zulati Litifu</i>	634
Practical Design of a Passive EMI Filter for Reduction of EMI Generation	
<i>J. Jiraprasertwong, and C. Jettanasen</i>	639
A Closed-Loop High-Gain Multiphase-Switched-Capacitor-Inductor Step-Up DC-DC Converter	
<i>Yuen-Haw Chang, and Chen-Hen Tsai</i>	643
Compact S-box Hardware Implementation with an Efficient MVP-CSE Algorithm	
<i>Xiaoqiang ZHANG, Ning Wu, and Chun ZENG</i>	649
Power Supply Circuit With Zero Standby Power Consumption on Infrared Remote Controlled Product by Using Energy Harvesting	
<i>Akira Yamawaki, and Seiichi Serikawa</i>	655
An Experimental Setup Investigation to Study Characteristics of Fault on Transmission System	
<i>P. Yindeesap, A. Ngaopitakkul, C. Pothisarn, and C. Jettanasen</i>	661
Design Principles of Slotted Holes	
<i>Cheng Xiangyu, Chen Wenge, and Feng Hui</i>	665
Performance Analysis of Maximum Power Transfer in Piezoelectric Energy Harvesting	
<i>P. Songsukthawan, and C. Jettanasen</i>	670

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Enhanced Mathematical Model for Studying Fundamental Behaviors of Injection Locked Relaxation Oscillator

A. Kitipongwatana, P. Koseeyaporn, J. Koseeyaporn, and P. Wardkein

Abstract—This article proposes the analytical model for studying behaviors of injection locked relaxation oscillator (ILRO). The proposed model enhanced from N. Soltani's model can be used to demonstrate behaviors of the ILRO in case the input frequency is higher than the natural frequency, namely, necessarily physical conditions for locking, locked ranges, detuning behaviors and frequency division. The proposed model is verified by simulation results of the ILRO based on 0.35um-CMOS technology of TSMC.

Index Terms— Injection locked relaxation oscillator (ILRO), Locking condition, Locked range, Detuning.

I. INTRODUCTION

BASED on interesting behaviors of an injection locked oscillator, many mathematical models were proposed which are divided into 2 main groups, namely, the manual analytical models and the analytical models using numerical methods to determine the solutions. With the pattern of analysis of the first group [1-3], profound understanding to the influence of the parameters appearing in the system on the detuning and locking processes is possible. However, these models are limited to the harmonic oscillator. For the other group [4-6], the method can be employed to determine the accurate solutions of both the harmonic and non-harmonic oscillators which are fed by an input signal but it is not yet a suitable tool for deeply understand the detuning and locking process.

In 2010, the manual analytical model for ILRO was proposed by N. Sotani et al. [7]. But only the input frequency around the natural frequency was considered and the explanation of the detuning process is quite difficult to relate with the practical results. However, in this paper, the model in [7] is enhanced in order to explain the detuning

and locking processes when the input frequency is higher than the natural frequency.

An organization of this article begins with the fundamental relaxation oscillator in section 2. Studying behaviors of ILRO is discussed in section 3. Section 4 is to demonstrate comparisons between simulation results and calculation results. Finally, section 5 is for conclusion of this article.

II. RELAXATION OSCILLATOR

In general, a structure of a relaxation oscillator [8, 9] is composed of 3 parts as shown in Fig. 1 (where a current source $i_{in}(t)$ is neglected). The first part is a capacitor (C) where the second part is a charge-pump circuit which supplies constant currents ($\pm I_{CP}$). The third part is a Schmitt trigger circuit where $V_{th,L}$ and $V_{th,H}$ are two threshold voltages. The natural period of the oscillating signal, consisting of charge time (τ_H) and discharge time (τ_L), is $T_{nat} = 2C\Delta V_{th} / I_{CP}$ where $\Delta V_{th} = V_{th,H} - V_{th,L}$.

III. RELAXATION OSCILLATOR INJECTED BY AN INPUT SIGNAL

In this article, studying behaviors of ILRO is considered in case of an input signal is sinusoidal signal. Let the input function be $i_{in}(t) = I_{in} \sin(\omega_{in} t)$ where I_{in} and ω_{in} are amplitude and frequency, respectively.

Physical behavior and locking condition of ILRO

The signal-generating process of the relaxation oscillator comprises of charging and discharging of the capacitor. For generating the suitable output signal, it is necessary that the charge time (τ_H) must be equal to the discharge time (τ_L).

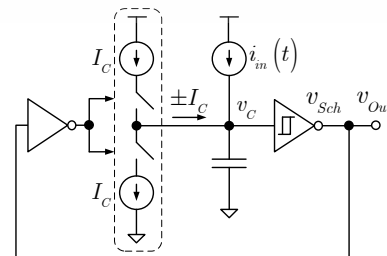


Fig. 1. A structure of the relaxation oscillator which is fed by an input signal

Manuscript received December 04, 2014; revised January 08, 2015. Financial support from the Thailand Research Fund through the Royal Golden Jubilee Ph.D. Program (Grant No. PHD/0014/2553) to Arum Kitipongwatana and Paramote Wardkein are acknowledged.

A. Kitipongwatana is with Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Ladkrabang, Bangkok, 10520, THAILAND (e-mail: Akami000@gmail.com).

P. Koseeyoporn is with Faculty of Technical Education, Department of Teacher Training in Electrical Engineering, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangsue, Bangkok, 10800, THAILAND (e-mail: drpoolsak@gmail.com).

J. Koseeyaporn and P. Wardkein are with Faculty of Engineering, Department of Telecommunications Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Ladkrabang, Bangkok, 10520, THAILAND (e-mail: jeerasuda@telecom.kmitl.ac.th, pramote@telecom.kmitl.ac.th).

เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

In other words, the current magnitude ($+I_{CP}$) of the charge pump circuit which is delivered to the capacitor is equal to the current magnitude ($-I_{CP}$) of the charge pump circuit which is derived from the capacitor. Therefore, to adjust the output period to correspond to the input period, average amplitude of the input amplitude in the charge time has to be equal to average amplitude of the input signal in the discharge time but opposite sign. With this physical behavior of the ILRO, the shape and, especially, the period of the input signal have an influence on the ILRO. However, the influence of the shape is less than that of the period, therefore, only the influence of the input period is considered to determine the locking condition.

When the oscillator locks to the input signal where $T_{in} = T/n$, n is the integer number and T is the detuned period of the output signal. The equation employed to determine the charge time of ILRO can be written as

$$\int_{v_c(t_1)}^{v_c(t_{1+1/2})} dv_c(t) = \frac{1}{C} \int_{t_1}^{t_{1+1/2}} [I_{CP} + I_{in} \sin(\omega_{in}(t+t_d))] dt \quad (1)$$

where t_d is the delay time. Define $t_1 = 0$, $t_{1+1/2} = \tau_{1,H} = T/2$, $v_c(t_1) = V_{th,L}$ and $v_c(t_{1+1/2}) = V_{th,H}$. After solving (1), it yields

$$\Delta V_{th} = (I_{CP}T/2C) + (I_{in}T/n2\pi C)\cos(\omega_{in}t_d)[1 - \cos(\pi n)]. \quad (2)$$

It is found that voltage of the capacitor changed from $V_{th,L}$ to $V_{th,H}$ consists of two parts. The first part is $I_{CP}T/2C$ due to the charge-pump circuit. The other part is $[I_{in}T/2Cn\pi][1 - \cos(\pi n)]\cos(\omega_{in}t_d)$ which stems from the input signal. In case the input period is T/n_{Odd} where $n_{Odd} = 1, 3, \dots$. The voltage changing of the capacitor from $V_{th,L}$ to $V_{th,H}$ is

$$\Delta V_{th} = (I_{CP}T/2C) + (I_{in}T/n_{Odd}\pi C)\cos(\omega_{in}t_d) \quad (3)$$

From the relationship that $T_{nat} = 2C\Delta V_{th}/I_{CP}$ and $-1 \leq \cos(\omega t_d) \leq 1$, (3) will become

$$T_{nat} / (1 + 2\alpha/n_{Odd}\pi) \leq T \leq T_{nat} / (1 - 2\alpha/n_{Odd}\pi) \quad (4)$$

where $\alpha = I_{in}/I_{CP}$. This equation points out that the output period can be detuned from the natural period (T_{nat}) to $T_{nat} / (1 \pm (2\alpha/n_{Odd}\pi))$. In case the input period is T/n_{Even} where $n_{Even} = 2, 4, 6, \dots$, the voltage changing of the capacitor from $V_{th,L}$ to $V_{th,H}$ is

$$\Delta V_{th} = I_{CP}T/2C \quad (5)$$

From (5), it is found that the voltage due to the input

signal is absent. After rearranging this equation, it can be rewritten as

$$T_{nat} = T = n_{Even}T_{in} \quad (6)$$

This equation points out that the oscillator will lock the input signal when the input period is $1/n_{Even}$ times of the natural period and the output period cannot be detuned like the n_{Odd} case. From Fig. 2, (6) is used to be boundaries of odd-harmonic locked ranges, and (4) is odd-harmonic locked ranges whose width is directly proportion to α .

IV. BEHAVIORS OF ILRO

WHEN THE INPUT FREQUENCY IS IN THE $n_{Odd}f_{nat}$ RANGE

A. The relationship between the input signal and the output signal

Because of the signal-generating process of relaxation oscillator and the input signal being a function of time, behaviors of the ILRO will be considered cycle-by-cycle. In other words, the variation of the charge and discharge times due to the input signal will be considered from the cycle- m^{th} variation to the cycle- $(m+1)^{th}$ variation as shown in Fig. 3. When the input frequency is in the $n_{Odd}f_{nat}$ range, the oscillator will try to adjust the output period (T_m) of each cycle to $n_{Odd}T_{in}$. With this adjusting process, a relationship between the input signal and output signal is determined by using delay times, $t_{d,m}$ and $t_{d,m+1/2}$.

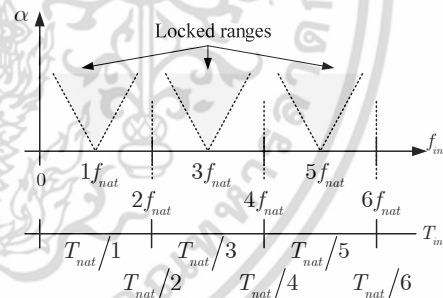


Fig. 2. Boundaries and locked ranges of each harmonic of the ILRO

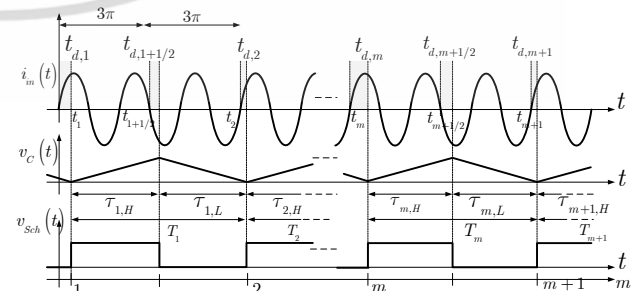


Fig. 3. The relationship between the input signal and the output signal when the input frequency is in the $3f_m$ range

The delay time, $t_{d,m}$, is an amount of time between the input-signal zero-crossing time at $\omega_{in}(t_m - t_{d,m}) = 0$ or 2π and the time where the capacitor starts to charge (t_m) as shown in Fig. 3. Similarly, $t_{d,m+1/2}$ is the delay time which is an amount of time between the input-signal zero-crossing time at $\omega_{in}(t_{m+1/2} + t_{d,m+1/2}) = \pi$ and the time where the capacitor starts discharging ($t_{m+1/2}$). Moreover, from Fig. 3, the relationship between $t_{d,m}$ and $t_{d,m+1}$ is

$$t_{d,m+1} = (T_m + t_{d,m}) - n(2\pi / \omega_{in}) \quad (7)$$

This equation points out that the delay time depends on the period (T_m), hence, the procedure for determining T_m will be followed. The equation used for determining the charge time can be written as

$$\int_{v_C(t_m)}^{v_C(t_{m+1/2})} dv_C(t) = \frac{1}{C} \int_{t_m}^{t_{m+1/2}} [I_{CP} + I_{in} \sin(\omega_{in}(t + t_{d,m}))] dt \quad (8)$$

where $v_C(t_m) = V_{th,L}$ and $v_C(t_{m+1/2}) = V_{th,H}$. After solving this integral equation, the charge time equation is

$$\tau_{m,H} = \frac{T_{nat}}{2} + \frac{\alpha}{\omega_{in}} \left[\cos(\omega_{in}(\tau_{m,H} + t_{d,m})) - \cos(\omega_{in}t_{d,m}) \right] \quad (9)$$

where $\alpha = I_{in}/I_{CP}$, $t_m = 0$ and $t_{m+1/2} = \tau_{m,H}$. The integral equation used to determine the discharge time is

$$\int_{v_C(t_{m+1/2})}^{v_C(t_{m+1})} dv_C(t) = \frac{1}{C} \int_{t_{m+1/2}}^{t_{m+1}} [-I_{CP} + I_{in} \sin(\omega_{in}(t + t_{d,m}))] dt \quad (10)$$

where $v_C(t_{m+1}) = V_{th,L}$. After solving (10), the discharge time is

$$\tau_{m,L} = \frac{T_{nat}}{2} - \frac{\alpha}{\omega_{in}} \left[\cos(\omega_{in}(\tau_{m,H} + \tau_{m,L} + t_{d,m})) - \cos(\omega_{in}(\tau_{m,H} + t_{d,m})) \right] \quad (11)$$

where $t_{m+1} = \tau_{m,H} + \tau_{m,L}$. From (9) and (11), the period at the cycle- m^{th} is

$$T_m = T_{nat} + (2\alpha / \omega_{in}) \cos(\omega_{in}(\tau_{m,H} + t_{d,m})) - (2\alpha / \omega_{in}) \cos(\omega_{in}T_m/2 + \omega_{in}t_{d,m}) \cos(\omega_{in}T_m/2) \quad (12)$$

Substituting (9) and (11) for $\tau_{m,H}$ and $\tau_{m,L}$, respectively, then using Taylor's series and neglecting the higher order terms of α , the output period is

$$T_m = T_{nat} + (k_2 / \omega_{in}) \cos(k_0/2 + \omega_{in}t_{d,m}) \quad (13)$$

Where $k_0 = (\omega_{in} - n_{Odd}\omega_{nat})T_{nat} + n_{Odd}2\pi$, $k_1 = \Delta\omega T_{nat}$, $k_2 = 4\alpha \cos^2(\Delta\omega T_{nat}/4)$ and $\Delta\omega = \omega_{in} - n_{Odd}\omega_{nat}$. Note that

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

(13) is valid, if I_{in} is much less than I_{CP} . By substituting (13) into (7), it thus yields

$$\Delta t_{d,m} = (k_1 / \omega_{in}) + (k_2 / \omega_{in}) \cos(k_0/2 + \omega_{in}t_{d,m}) \quad (14)$$

To gain insight into the behaviors of ILRO, $t_{d,m}$ will be considered as the continuous variable and (14) can be rewritten as

$$dt_d(m)/dm = (k_1 / \omega_{in}) + (k_2 / \omega_{in}) \cos(k_0/2 + \omega_{in}t_d(m)) \quad (15)$$

and

$$\int_0^{t_d(m)} \frac{dt_d(m)}{1 + K \cos(k_0/2 + \omega_{in}t_{d,m})} = \frac{k_1}{\omega_{in}} \int_0^m dm \quad (16)$$

where $K = k_2/k_1$. By solving this integral equation, the continuous delay time thus is

$$t_d(m) = -(k_0/2\omega_{in}) + \frac{2}{\omega_{in}} \tan^{-1} \left(\frac{1+K}{\sqrt{1-K^2}} \tan \left(\frac{k_1\sqrt{1-K^2}}{2} m + C_i \right) \right) \quad (17)$$

where $C_i = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{1-K^2}}{1+K} \tan \left(\frac{k_0}{4} + \frac{\omega_{in}t_d(0)}{2} \right) \right)$. From (17),

$t_d(m)$ has the periodic variation which depends on K .

Because $|K|$ is dependent on amplitude and frequency of the input signal, the variations of $|K|$ which are due to these factors can be shown in Fig. 4. It is noted that the discontinuous position of graph means that the values converge to infinity. It is seen that the more the input frequency moves close to $3f_{nat}$, the more $|K|$ get increases. Moreover, increasing of the input amplitude will accelerate an increasing of $|K|$. When considering both $|K|$ and $\sqrt{1-K^2}$, $|K|$ can be divided into two parts, $|K| < 1$ and $|K| \geq 1$ which will be discussed in the next subsection.

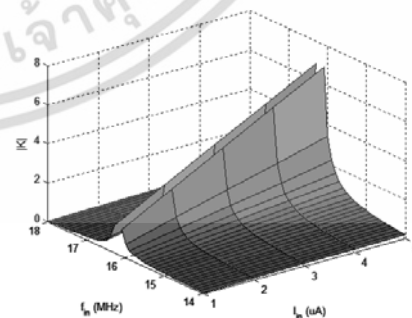


Fig. 4. A variation of $|K|$ due to amplitude and frequency of the input signal whose f_{nat} and I_{CP} of the relaxation oscillator are 5.42MHz and 25uA, respectively and the input frequency is in the $3f_{nat}$ range.

B. The output period detuning process ($|K| < 1$)

For considering $t_d(m)$ in practical, it may be impossible because this parameter is small and varies all the time. Therefore, the output period will be used to study the oscillator behaviors instead of $t_d(m)$. By substituting $t_d(m)$ of (17) into $T(m)$ which is considered to be the continuous variable, the output period can be rewritten as

$$T(m) = T_{nat} - (k_1 / \omega_m) (1 - \sqrt{1 - K^2}) + \frac{2k_1}{\omega_m} \sqrt{1 - K^2} \sum_{p=1}^{\infty} r^p \cos(p(k_1 \sqrt{1 - K^2} m + 2C_t)) \quad (18)$$

where $r = (1 - \sqrt{1 - K^2}) / K$. This equation shows that the output period composes of two terms. The first term is a constant value. The second term is a periodic function of m whose period is

$$M = 2\pi / (k_1 \sqrt{1 - K^2}) \quad (19)$$

The second term reaches its maximum and minimum values if $2\pi m / M + 2C_t = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ and $2\pi m / M + 2C_t = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$, respectively. The pattern of variation of this term is very interesting when the value of M changes. For small M , $T(m)$ will quickly change from the maximum value to the minimum value. It is also found that if the input frequency (f_{in}) moves close to $n_{Odd} f_{nat}$, M will increase and the rate of the variation of $T(m)$ will decrease. The slower variation of $T(m)$ implies that the output period is adjusting to the period of the input signal. This behavior of deviation of the output period is demonstrated in Fig. 5. Moreover, the relationship between the m -domain and the time-domain of the output signal is also illustrated. For convenience of considering the influence of amplitude and frequency of the input signal, average of the output period is also employed to study the oscillator behavior active in a pulling state.

$$\overline{T(m)} = T_{nat} - (k_1 / \omega_m) (1 - \sqrt{1 - K^2}) \quad (20)$$

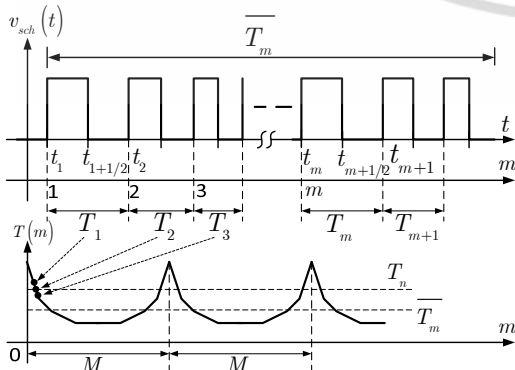


Fig 5. The relationship between the time-domain output signal and the m -domain output period.

From (20) and $K = k_2 / k_1$, it is found that when the input frequency moves close to the locked range, $\overline{T(m)}$ will also move close to the period of the input period.

C. Locking State ($|K| \geq 1$)

For $|K| \geq 1$, (17) becomes

$$t_d(m) = -k_0 / 2\omega_m + \frac{2}{\omega_m} \tan^{-1} \left(\frac{j(K+1)}{\sqrt{K^2-1}} \tan \left(\left((jk_1 m / 2) \sqrt{K^2-1} \right) + jC_{t,locked} \right) \right) \quad (21)$$

where $C_{t,locked}$ is a constant value which is derived from solving the integral equation. By using the trigonometric identity $\tanh(\theta) = -j \tan(j\theta)$, (21) will be

$$t_d(m) = -\frac{k_0}{2\omega_m} - \frac{2}{\omega_m} \tan^{-1} \left(\frac{K+1}{\sqrt{K^2-1}} \right) \quad (22)$$

By substituting $t_d(m)$ of (22) into $T(m)$ and using a trigonometric identity, the output period can be rewritten as

$$T(m) = n_{Odd} T_m \quad (23)$$

From (23), it is found that for $|K| \geq 1$, the oscillator behavior will move to the locked state and the output period will be n_{Odd} times of the input period. Based on this behavior of the ILRO, the locked range determined by using the relationship of $|K| \geq 1$ can be written as $|4\alpha \cos^2(\Delta\omega T_{nat}/4) / \Delta\omega T_{nat}| \geq 1$. When the oscillator is in the locked state, $\cos^2(\Delta\omega T_{nat}/4) \approx 1$. Hence,

$$|\Delta\omega| \leq (4I_m / T_{nat} I_{CP}) \quad (24)$$

From this equation, the input-frequency range which the oscillator will lock, therefore is

$$(n_{Odd} \omega_{nat} - |\Delta\omega|) \leq \omega_i \leq (n_{Odd} \omega_{nat} + |\Delta\omega|) \quad (25)$$

Because $|\Delta\omega| = |\omega_m - n_{Odd} \omega_{nat}|$, the locked range of each $n_{Odd} f_{nat}$ range is equal. Moreover, (25) is similar to (4) which determines the locking condition. With this behavior of the oscillator and equal locked range for all $n_{Odd} f_{nat}$, the relaxation oscillator is therefore easy to be applied for the synchronization oscillator in case $n_{Odd} = 1$ and the frequency divider in case $n_{Odd} = 3, 5, \dots$

V. SIMULATION AND CALCULATION RESULTS

In this paper, the basic relaxation oscillator is used to study the behaviors of the ILRO as shown in Fig. 6. This oscillator is designed by 0.35um-CMOS technology of TSMC and the dimension of each MOS is shown in Table

1. The Schmitt trigger circuit has 2 threshold voltages, which are 0.65V and 2.75V. The charge-pump circuit is designed to deliver 25uA. The capacitor has a capacitance of 1pF. The supply voltage is 3.3V. The simulation output of the oscillator without the input signal is shown in Fig. 7. These signals illustrate that the charge time and the discharge time are equal because there is no any disturbance. The output period is 0.1845uS or the output frequency is 5.42MHz.

A. The output period of each cycle (T_m)

Fig. 8 is an example of the oscillator behavior when the input frequency is in the $3f_{nat}$ range. It is found that the output signal deviates from the natural period (0.1845uS) and this deviation moves close to $3T_m$. The more the input frequency moves close to the locked range, the more the output period moves close to $3T_m$. Not only the output period moves close to $3T_m$ but also the variation from the maximum value to the minimum value gets slower than and the M period gets wider. Moreover, the calculation results of (18) are also similar to the simulation results.

B. Average output period ($\overline{T(m)}$)

Fig. 9 shows comparison between the simulation results and the calculation result from (20) of the average output periods of $1f_{nat}$, $3f_{nat}$ and $5f_{nat}$ ranges. It is found that the output period will deviate from the natural period, 0.1845uS, and moves close to $n_{Odd}T_m$. Moreover, when the input frequency moves to the locked range, the output period will equal to $n_{Odd}T_m$.

C. The periodic variation (M) of the cycle- m^{th} of the output period

From the simulation results in Fig.8, it is seen that when the input frequency moves close to the locked range, the variation of the output period will be slower, in other words, the period of M gets increase. This behavior appears in every $n_{Odd}f_{nat}$ range as the simulation results depicted in Fig.10. Moreover, the cycle variation of the simulation results and the calculation results are similar.

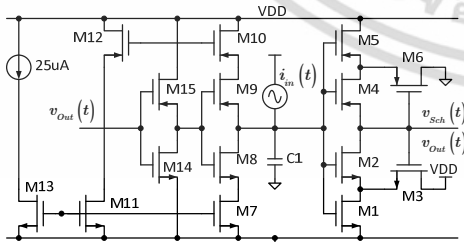


Fig. 6. The structure of relaxation oscillator.

TABLE 1.

DIMENSION OF TRANSISTORS	
Device names	W(um)/L(um)
M1, 2, 7, 8, 11, 13, 14	4.2/0.7
M3	25/0.7
M4, 5, 9, 10, 12, 15	14/0.7
M6	70/0.7

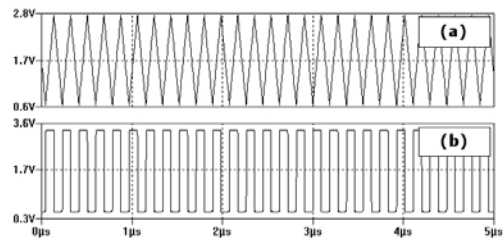


Fig. 7. The simulation outputs of the relaxation oscillator without the input signal where (a) is $v_C(t)$ and (b) is $v_{Sch}(t)$.

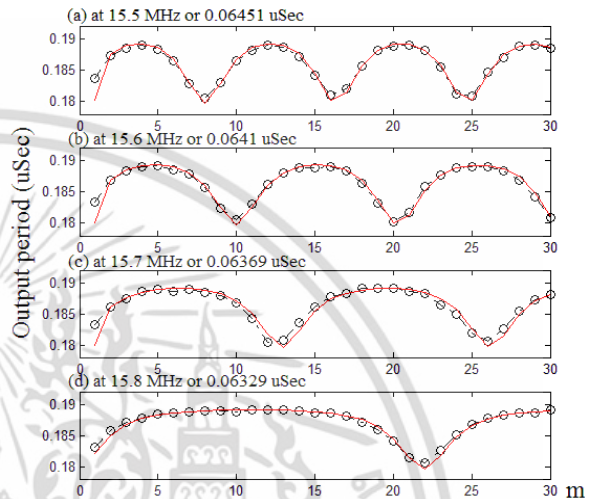


Fig. 8. The variation of each cycle when the input signal has amplitude of 3uA and frequency is in the $3f_{nat}$ range where (-o-) is simulation results and (--) is calculation results.

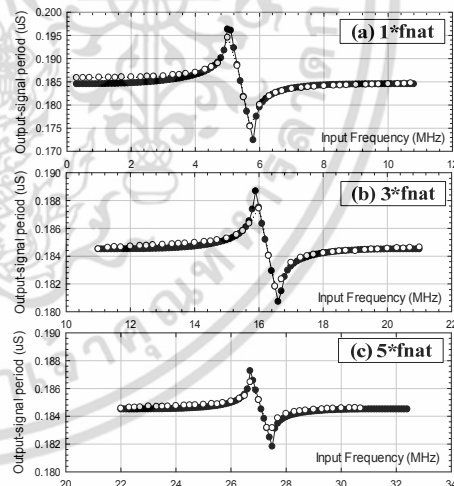


Fig. 9. The simulation result and the calculation result of the average output-signal period when the input amplitude is 3uA.

D. Locking behavior of the oscillator ($|K| \geq 1$)

When the input frequency is in the $1f_{nat}$ range, the oscillator shows the synchronizing behavior that is the oscillator generates the output signal whose rhythm is similar to the input signal (see Fig.11). When the input signal is in the $3f_{nat}$ range, the results are given in Fig 12. Not only the output signal synchronizes the input signal, but also the output signal is a dividing result of the input signal at ratio 1/3. Fig. 13 is the simulation result when the

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น มิใช่เอกสารเชิงพาณิชย์หรือเอกสารการค้า

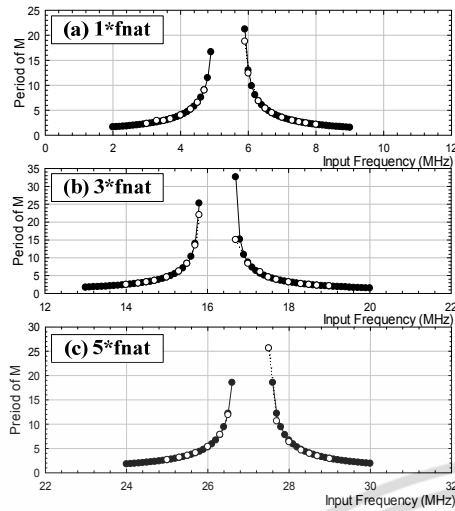


Fig.10. The simulation results and the calculation results of the M period when the input signal has amplitude of $3\mu A$ where (\circ) is simulation results and (\bullet) is calculation results

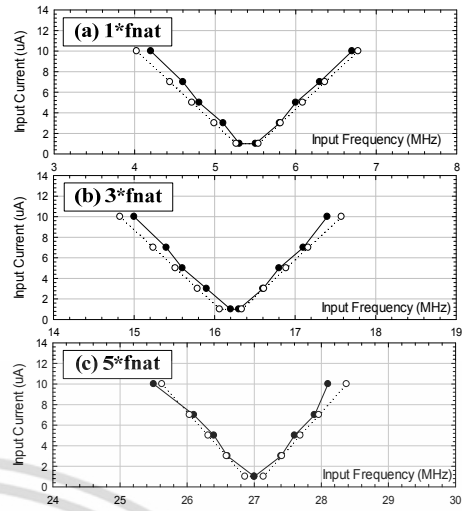


Fig. 14. The simulation results and calculation results of the locked ranges of the ILRO where (\bullet) is simulation results and (\circ) is calculation results

range directly depends on the input amplitude. Moreover, the locked range of each frequency range is equal.

VI. CONCLUSIONS

In this article, the enhanced mathematical model is proposed to study behaviors of the ILRO. The proposed technique considers the time variations of the output signal cycle-by-cycle due to the input signal which occurs during in the charge time and the discharge time. Moreover, the simulation results show that the proposed model can be clearly explained behaviors of the ILRO.

REFERENCES

- [1] R. Adler, "A study of locking phenomena in oscillators," *Proceedings of the IEEE*, 1973, vol. 61, no. 10, p. 1380 – 1386.
- [2] B. Razavi, "A study of injection locking and pulling in oscillators," *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 2004, vol.39. no. 9, p. 1415 – 1425.
- [3] B. N. Biswas, S. Chatterjee, S. Pai, "New observations on bias current variation of op amp oscillators," In *Proceedings of General Assembly and Scientific Symposium*, 2011, p. 1- 4.
- [4] P. Maffezzoni, D. D'Amore, "Evaluating pulling effects in oscillators," *IEEE Transaction on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2009, vol. 28, no. 1, p. 22 - 31.
- [5] P. Maffezzoni, "Analysis of oscillator injection locking through phase-domain impulse-response," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2008, vol. 55, p. 1297-1305.
- [6] P. Maffezzoni, D. D'Amore, S. Daneshgar, M. P. Kennedy, "Analysis and Design of Injection-Locked Frequency Dividers by Means of a Phase-Domain Macromodel," *IEEE Transaction Circuits and Systems*, 2010, vol. 57, no. 11, p. 2956 - 2966.
- [7] S. NIMA, Y. Fel, "Nonharmonic injection-locked phase-locked loops with applications in remote frequency calibration of passive wireless transponders," *IEEE Transaction Circuits and Systems*, 2010, vol. 57, no. 9, p. 2381 - 2393.
- [8] J. B. Russel, *CMOS Circuit Design, Layout, and Simulation, Second Edition*. Wiley-IEEE Press, 2005.
- [9] G. Guillelmo, *Foundations of Oscillator Circuit Design*, Artech house, 2007.

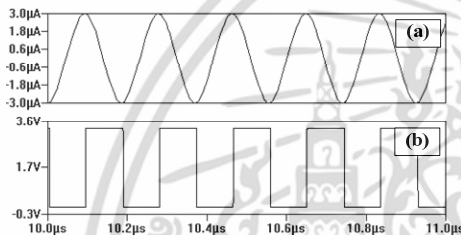


Fig. 11. The simulation result when the oscillator is in locked state and in the $1f_{nat}$ range where (a) is the input signal whose amplitude is $3\mu A$ and frequency is 5.4MHz and (b) is the output signal.

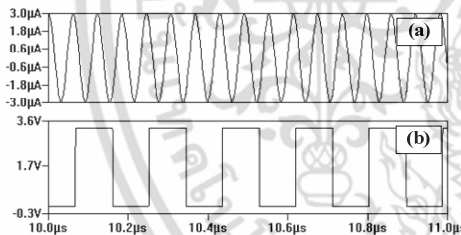


Fig. 12. The simulation result when the oscillator is in locked state and in the $3f_{nat}$ range where (a) is the input signal whose amplitude is $3\mu A$ and frequency is 16.2MHz and (b) is the output signal.

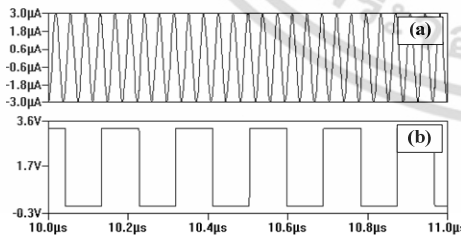


Fig. 13. The simulation result when the oscillator is in locked state and in the $5f_{nat}$ range where (a) is the input signal whose amplitude is $3\mu A$ and frequency is 27MHz and (b) is the output signal.

input signal is in the $5f_{nat}$ range. The oscillator shows behavior similar to that of the $3f_{nat}$ case but the dividing ratio is $1/5$. Fig. 14 is the locked-range comparison between the simulation result and the calculation result of each range ($1f_{nat}$, $3f_{nat}$ and $5f_{nat}$). From this figure, the V-shape characteristic of the locked range implies that the locked

วิศวกรรมลาดกระบัง

คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang

ปีที่ 32 ฉบับที่ 2

พฤษภาคม 2558

บทความวิชาการ	
1. ปัจจัยสำคัญของประสิทธิภาพงานในองค์กรที่คิดค้นนวัตกรรมใหม่โดย ชัชวาล ตรีพิทักษ์, อภิสิทธิ์ ตรีพิทักษ์, เสนอธรรม พิณสัมพันธ์	1
บทความวิจัย	
2. การศึกษาการไหลของสารละลายพอลิเมอร์ที่ไหลผ่านรูพรุนที่มีรูปร่างคล้าย กากหินปูนชนิด	7
อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล	
3. การศึกษาการไหลของสารละลายพอลิเมอร์ที่ไหลผ่านรูพรุนที่มีรูปร่างคล้ายกากหินปูนชนิด ใหญ่และเล็ก	13
อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล	
4. การประเมินผลกระทบจากการดำเนินงานด้านพลังงานของโรงงานผลิตเหล็ก ในจังหวัดนครราชสีมา	19
อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล	
5. การศึกษาผลกระทบของการใช้พลังงานทดแทนในโรงงานผลิตเหล็ก ในจังหวัดนครราชสีมา	25
อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล	
6. ผลกระทบของพลังงานทดแทนในการผลิตเหล็กในจังหวัดนครราชสีมา อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล	31
7. การศึกษาผลกระทบของพลังงานทดแทนในการผลิตเหล็กในจังหวัดนครราชสีมา อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล	37
8. ปัจจัยการเกิดมีผลกระทบบางอย่างของวัสดุผสมโพลีเมอร์ อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล	43
9. ผลกระทบของอุณหภูมิและประเภทเนื้อสัมผัสการดูดซับน้ำของวัสดุเชิงประกอบพอลิโพรพิลีน และผงไม้อย่างทรา	49
อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล	
10. การศึกษาแบบปฏิกิริยาเคมีของวัสดุผสมโพลีเมอร์และผงไม้อย่างทรา อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล	55
11. การศึกษาผลกระทบของอุณหภูมิในการผลิตเหล็กในจังหวัดนครราชสีมา อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล	61
12. ปริมาณของอากาศในคอนกรีตผสมเบาแบบเซลล์ อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล, อรุณีพร กิจพิชิตกุล	67

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การค้นหาย่านการล็อกของวงจรรหารความถี่จำนวนคี่ที่อาศัยวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลายที่มีการอินเจ็คน์ล็อก

Determining Locked Ranges of Odd-number Frequency

Divider Based on Injection Locked Relaxation Oscillator

อารัมภ์ กิตติพงษ์วัฒนา¹ พูลศักดิ์ โกษียาภรณ์² จิรสุดา โกษียาภรณ์¹ ปราโมทย์ วาดเขียน¹

¹ภาควิชาวิศวกรรมโทรคมนาคม คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

²ภาควิชาครุศาสตร์ไฟฟ้า คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอโมเดลทางคณิตศาสตร์สำหรับการค้นหาย่านการล็อกของวงจรรหารความถี่ที่อาศัยวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลายที่มีการอินเจ็คน์ล็อก โมเดลที่นำเสนอสามารถชี้ให้เห็นว่าอัตราหารความถี่ที่เหมาะสมของวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลายที่มีการอินเจ็คน์ล็อกเป็นจำนวนคี่ ย่านการล็อกของวงจรรที่ได้อาจได้จากโมเดลนั้นนอกจากจะหาได้จากอิทธิพลของสัญญาณอินพุตที่เป็นสัญญาณไซน์บริสุทธิ์แล้ว แต่ยังสามารถหาได้จากสัญญาณอินพุตไม่เป็นสัญญาณไซน์บริสุทธิ์อีกด้วย โมเดลที่นำเสนอถูกพิสูจน์ด้วยการจำลองการทำงานของวงจรรอสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลายซึ่งใช้เทคโนโลยี 0.35um CMOS ของ TSMC

คำสำคัญ : วงจรรอสซิลเลเตอร์แบบผ่อนคลาย, วงจรรหารความถี่, อินเจ็คน์ล็อกออสซิลเลเตอร์

Abstract

The mathematical model for determining locked ranges of frequency divider based on an injection locked relaxation oscillator (ILRO) is proposed. The proposed model can indicate that an appropriate frequency division ratio of the injection locked relaxation oscillator is an odd number. Locked ranges of the oscillator which are derived from the proposed model can not only be determined from the influence of a pure sinusoidal input signal but also from non-pure sinusoidal input signal. The verification of the proposed model is provided by using the simulation of the injection locked relaxation oscillator based on 0.35um CMOS of TSMC.

Keywords : Relaxation oscillator, Frequency divider, Injection locked oscillator (ILO)

1. บทนำ

ปัจจุบันวงจรรหารความถี่โดยอาศัยอินเจ็คน์ล็อกออสซิลเลเตอร์ (ILOs) ถูกนำไปประยุกต์ใช้เป็นจำนวนมาก

เช่น โครงข่ายกระจายสัญญาณนาฬิกา [1] วงจรคู่อัตราหารนาฬิกา [2] วงจรสังเคราะห์ความถี่ [3] และเครื่องรับส่ง FSK [4] เป็นต้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เพื่อที่เราจะสามารถนำวงจรความถี่ที่อาศัย ILOs ไปประยุกต์ใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ เราจะต้องทราบขบวนการลือกและอัตราการหารที่ถูกต้องของวงจร ดังนั้นจึงมีนักวิจัยจำนวนมากนำเสนอโมเดลทางคณิตศาสตร์สำหรับการหาขบวนการลือก กลุ่มแรก [5]-[6] เป็นโมเดลเชิงการวิเคราะห์ซึ่งถูกจำกัดไว้ที่วงจรออสซิลเลเตอร์ที่สามารถโมเดลได้ด้วยระบบป้อนกลับ ขณะที่อีกกลุ่มหนึ่ง [7]-[8] เป็นโมเดลเชิงเลขที่ได้พิจารณาความไม่เป็นเชิงเส้นของออสซิลเลเตอร์ซึ่งส่งผลให้มีกระบวนการคำนวณที่มากและซับซ้อน นอกจากนี้โมเดลทั้งสองกลุ่มจะกำหนดให้สัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณไซน์ เพื่อหลีกเลี่ยงความซับซ้อนของการวิเคราะห์และเพื่อให้ขบวนการลือกสามารถเขียนในรูปสูตรทางคณิตศาสตร์ได้ แต่ในทางปฏิบัติพบว่าสัญญาณอินพุตอาจจะไม่ใช่สัญญาณไซน์ เช่น ในระบบดิจิทัล ดังนั้นการทราบอิทธิพลของสัญญาณดังกล่าวต่อขบวนการลือกจึงมีความสำคัญต่อการนำ ILOs ไปประยุกต์ใช้

ในปี 2013 วงจรหารความถี่ที่อาศัย ILRO [9] ได้ถูกนำเสนอ วงจรดังกล่าวบริโภคกำลังน้อยกว่าวงจรหารความถี่ที่อาศัยวงจรออสซิลเลเตอร์ประเภทอื่น (ดังตารางที่ 5 ของ [5]) และมีอัตราการหารความถี่เพียงค่าเดียว เป็นที่น่าเสียดายว่าบทความดังกล่าวไม่ได้นำเสนอโมเดลทางคณิตศาสตร์สำหรับการค้นหาขบวนการลือกที่ถูกต้อง นอกจากนี้โมเดลทั้งสองกลุ่มก็ไม่สามารถนำมาใช้หาขบวนการลือกให้ในรูปของสูตรทางคณิตศาสตร์สำหรับ ILRO ได้โดยง่าย ในบทความนี้โมเดลทางคณิตศาสตร์สำหรับการหาขบวนการลือกและอัตราการหารที่ถูกต้องของ ILRO จะถูกนำเสนอ นอกจากนี้โมเดลที่นำเสนอจะถูกนำไปใช้คำนวณหาขบวนการลือกเมื่อสัญญาณอินพุตไม่ใช่สัญญาณไซน์ได้อีกด้วย

องค์ประกอบของบทความนี้ประกอบด้วย หลักการพื้นฐานของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบพ้อนคลายในหัวข้อที่ 2 หัวข้อที่ 3 กล่าวถึงพฤติกรรมทางกายภาพและปัจจัยการลือกโมเดลสำหรับการค้นหาขบวนการลือกจะถูกนำเสนอในหัวข้อที่ 4 การเปรียบเทียบผลที่ได้จากการคำนวณและการจำลองการทำงานจะถูกนำเสนอในหัวข้อที่ 5 และหัวข้อที่ 6 จะเป็นบทสรุปของงานวิจัย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. วงจรออสซิลเลเตอร์แบบพ้อนคลาย

โดยทั่วไปโครงสร้างวงจรออสซิลเลเตอร์แบบพ้อนคลายประกอบไปด้วย 3 ส่วนหลักดังรูปที่ 1 (โดยไม่มีแหล่งจ่ายกระแส $i_{in}(t)$) ส่วนแรกคือตัวเก็บประจุ ส่วนที่สองคือวงจร Charge Pump โดยที่ I_{CP} คือขนาดของกระแส ส่วนสุดท้ายคือวงจร Schmitt trigger ซึ่งมีระดับแรงดันขีดเปลี่ยนคือ $V_{th,L}$ และ $V_{th,H}$ คาบเวลาธรรมชาติของสัญญาณ (T_{nat}) ที่วงจรสร้างขึ้นซึ่งประกอบไปด้วยค่าเวลาการเก็บประจุ (τ_H) และคายประจุ (τ_L) สามารถเขียนคือ $T_{nat} = 2C\Delta V_{th}/I_{CP}$ และความถี่ธรรมชาติหาได้จาก $f_{nat} = 1/T_{nat}$

3. พฤติกรรมทางกายภาพและปัจจัยการลือก

ด้วยกระบวนการผลิตสัญญาณของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบพ้อนคลายซึ่งแบ่งออกเป็นขั้นตอนการเก็บและคายประจุของตัวเก็บประจุ ดังนั้นเพื่อที่จะผลิตสัญญาณเอาต์พุตที่ถูกต้อง ค่าเวลา τ_H และ τ_L จะต้องเท่ากัน หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือขนาดของกระแสของวงจร Charge Pump ในช่วงการจ่าย ($+I_{CP}$) และการดึง ($-I_{CP}$) จะต้องเท่ากัน

จากกระบวนการข้างต้น เมื่อสัญญาณอินพุตปรากฏ วงจรจะพยายามทำการปรับคาบเวลาของสัญญาณเอาต์พุตให้สอดคล้องกับคาบเวลาของสัญญาณอินพุต พร้อมทั้งทำการปรับค่าเวลาเก็บและคายประจุให้เท่ากันเพื่อรักษาความถูกต้องของสัญญาณ และเมื่อสัญญาณอินพุตอยู่ในเงื่อนไขที่เหมาะสมวงจรจะเข้าสู่สภาวะลือก เมื่อพิจารณามุมมองทางกายภาพดังรูปที่ 2 วงจรจะทำการลือกสัญญาณอินพุต เมื่อค่าขนาดเฉลี่ยของสัญญาณอินพุตในช่วงเวลาการเก็บและคายประจุมีขนาดเท่ากันแต่ขั้วต่างกัน อิทธิพลของค่าขนาดเฉลี่ยนี้จะขึ้นอยู่กับขนาด รูปสัญญาณ และคาบเวลาของสัญญาณอินพุต ตัวแปรเหล่านี้จะถูกพิจารณาในหัวข้อถัดไป

จากพฤติกรรมทางกายภาพข้างต้นทำให้เราทราบความสัมพันธ์ทางด้านเวลาในกรณีที่ว่าวงจรอยู่ในสภาวะลือกคือ

$$\tau_{1,H} = \tau_{1,L} = T_1/2 \quad (1)$$

โดยที่ $\tau_{1,H}$ และ $\tau_{1,L}$ คือค่าเวลาการเก็บและคายประจุในสภาวะลือกตามลำดับ ขณะที่ T_1 คือคาบเวลาเอาต์พุตในสภาวะลือก ความสัมพันธ์ของค่าเวลาดังกล่าวสอดคล้องกับสภาวะปกติของวงจร นอกจากนี้ในรูปที่ 2 ยังพบอีกว่าเมื่อวงจรอยู่ในสภาวะลือก คาบเวลาของสัญญาณเอาต์พุตและสัญญาณอินพุตมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$T_1 = nT_{in} \quad (2)$$

โดยที่ T_{in} คือคาบเวลาสัญญาณอินพุต และ n คืออัตราการทำงานจำนวนเต็ม

4. ย่านการลือกของวงจรออสซิลเลเตอร์แบบฟ่อนคลายที่มีการอินเจกชันลือก

ในบทความนี้สัญญาณอินพุตจะถูกพิจารณาให้อยู่ในรูปของอนุกรมฟูเรียร์และสามารถเขียนได้ดังนี้

$$i_{in}(t) = I_{in} \sum_{x=1}^{\infty} a_x \sin(x\omega_m t) \quad (3)$$

โดยที่ I_{in} คือขนาด ω_m คือความถี่ x คือดัชนี a_x คือสัมประสิทธิ์ของแต่ละ x ถ้าสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณไซน์หนึ่งความถี่จะพบว่า $x=1$ และ $a_1=1$ ถ้าสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสามเหลี่ยม องค์ประกอบของสัญญาณจะมีเฉพาะฮาร์โมนิกคี่เท่านั้น (x_{odd}) และสัมประสิทธิ์จะมีค่าเป็น

$$a_{x_{odd}} = 8/(\pi x_{odd})^2 \quad (4)$$

เช่นกัน ถ้าสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม องค์ประกอบของสัญญาณจะมีเฉพาะฮาร์โมนิกคี่และสัมประสิทธิ์จะมีค่าเป็น

$$a_{x_{odd}} = 4/(\pi x_{odd}) \quad (5)$$

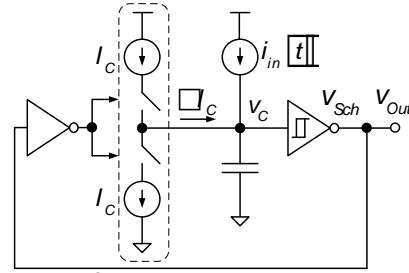
สมการสำหรับการหาค่าเวลาในการเก็บประจุสามารถถูกเขียนได้ดังนี้

$$\int_{v_C(t_1)}^{v_C(t_{1+1/2})} dv_C(t) = \frac{1}{C} \int_{t_1}^{t_{1+1/2}} [I_{CP} + i_{in}(t + t_{d,1})] dt \quad (6)$$

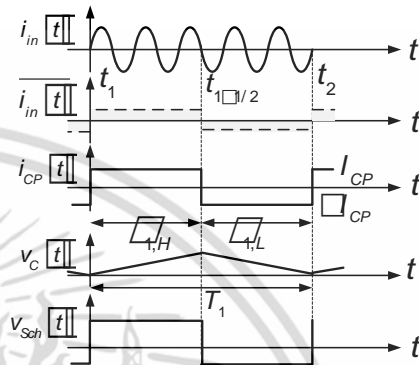
โดยที่ $t_{d,1}$ คือเวลาหน่วง ด้วยการกำหนดให้ $t_1 = 0$, $t_{1+1/2} = \tau_{1,H}$, $v_C(t_1) = V_{th,L}$ และ $v_C(t_{1+1/2}) = V_{th,H}$ ผลต่างแรงดันไฟฟ้าตกคร่อมตัวเก็บประจุคือ

$$\Delta V_{th} = I_{CP} \tau_{1,H} / C - \frac{I_{in}}{C\omega_m} \sum_{x=1}^{\infty} \frac{a_x}{x} \left[\cos(x\omega_m(\tau_{1,H} + t_{d,1})) - \cos(x\omega_m t_{d,1}) \right] \quad (7)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 1 โครงสร้างของวงจร ILRO



รูปที่ 2 ลักษณะสัญญาณอินพุตที่ส่งผลให้ระบบทำการลือกและสัญญาณอื่นๆของ ILRO

ทำการจัดรูปสมการเพื่อหาค่าเวลาการเก็บประจุจะได้

$$\tau_{1,H} = \frac{T_{nat}}{2} + \frac{\alpha}{\omega_m} \sum_{x=1}^{\infty} \frac{a_x}{x} \left[\cos(x\omega_m(\tau_{1,H} + t_{d,1})) - \cos(x\omega_m t_{d,1}) \right] \quad (8)$$

โดยที่ $\alpha = I_{in}/I_{CP}$ ในกรณีของค่าเวลาการคายประจุสามารถหาได้จาก

$$\int_{v_C(t_{1+1/2})}^{v_C(t_2)} dv_C(t) = \frac{1}{C} \int_{t_{1+1/2}}^{t_2} [-I_{CP} + i_{in}(t + t_{d,1})] dt \quad (9)$$

สมการแรงดันไฟฟ้าผลต่างของตัวเก็บประจุคือ

$$-\Delta V_{th} = -I_{CP} \tau_{1,L} / C - \frac{I_{in}}{C\omega_m} \sum_{x=1}^{\infty} \frac{a_x}{x} \left[\cos(x\omega_m(T_1 + t_{d,1})) - \cos(x\omega_m(\tau_{1,H} + t_{d,1})) \right] \quad (10)$$

โดยกำหนดให้ $t_2 = T_1$, $v_C(t_2) = V_{th,L}$ และ $v_C(t_{1+1/2}) = V_{th,H}$ ภายหลังจากจัดรูปสมการ ค่าเวลาการคายประจุจะได้

$$\tau_{1,L} = T_{nat}/2 + \frac{\alpha}{\omega_m} \sum_{x=1}^{\infty} \frac{a_x}{x} \left[-\cos(x\omega_m(T_1 + t_{d,1})) + \cos(x\omega_m(\tau_{1,H} + t_{d,1})) \right] \quad (11)$$

จากความสัมพันธ์ $T_1 = \tau_{1,H} + \tau_{1,L}$ และจากสมการที่ (8) และ (11) จะได้

$$T_1 = T_{nat} + \frac{\alpha}{\omega_m} \sum_{x=1}^{\infty} \frac{a_x}{x} \begin{bmatrix} -\cos(x\omega_m(T_1 + t_{d,1})) \\ +2\cos(x\omega_m(\tau_{1,H} + t_{d,1})) \\ -\cos(x\omega_m t_{d,m}) \end{bmatrix} \quad (12)$$

ตามทีกล่าวไว้ในหัวข้อที่ 3 ภายหลังจากการแทนสมการที่ (1) และ (2) ลงในสมการที่ (12) มันจะกลายเป็น

$$nT_{in} = T_{nat} + \frac{\alpha}{\omega_m} \sum_{x=1}^{\infty} \frac{a_x}{x} \begin{bmatrix} -\cos(xn2\pi + x\omega_m t_{d,1}) \\ +2\cos(xn\pi + x\omega_m t_{d,1}) \\ -\cos(x\omega_m t_{d,1}) \end{bmatrix} \quad (13)$$

จากองค์ประกอบทางความถี่ของสัญญาณอินพุตซึ่งมีเฉพาะฮาร์โมนิกที่เท่ากัน และความสัมพันธ์ทางตรีโกณมิติ สมการที่ (13) จะกลายเป็น

$$nT_{in} = T_{nat} - \frac{4\alpha}{\omega_m} \sum_{x_{Odd}=1}^{\infty} \frac{a_{x_{Odd}}}{x_{Odd}} \sin^2\left(\frac{x_{Odd}n\pi}{2}\right) \cos(x_{Odd}\omega_m t_{d,1}) \quad (14)$$

ในกรณีที่ n เป็นจำนวนคู่จะพบว่า $\sin^2(x_{Odd}n_{Even}\pi/2) = 0$ และสมการที่ (14) จะกลายเป็น

$$n_{Even}T_{in} = T_{nat} \quad (15)$$

สมการนี้ชี้ให้เห็นว่าในกรณีนี้ ILRO จะทำการล็อกเฉพาะที่ความถี่ $f_{in} = n_{Even}f_{nat}$ นอกจากนี้มันยังได้แสดงให้เห็นว่าวงจรความถี่โดยอาศัย ILRO ไม่เหมาะสมจะทำการหารด้วยอัตราจำนวนคู่

ในกรณีที่ n เป็นจำนวนคี่จะพบว่า $\sin^2(x_{Odd}n_{Odd}\pi/2) = 1$ และสมการที่ (14) จะกลายเป็น

$$\sum_{x_{Odd}=1}^{\infty} \frac{a_{x_{Odd}}}{x_{Odd}} \cos(x_{Odd}\omega_m t_{d,1}) = \frac{T_{nat} - n_{Odd}T_{in}}{4\alpha/\omega_m} \quad (16)$$

จากความสัมพันธ์ทางตรีโกณมิติจะพบว่าเทอมทางฝั่งซ้ายของสมการจะมีค่าสูงสุดเมื่อ $\omega_m t_{d,1} = 0$ หรือ 2π และจะมีค่าต่ำสุดเมื่อ $\omega_m t_{d,1} = \pi$ ดังนั้นสมการที่ (16) จะเขียนได้เป็น

$$-K \leq (T_{nat} - n_{Odd}T_{in})/(4\alpha/\omega_m) \leq K \quad (17)$$

โดยที่ $K = \sum_{x_{Odd}=1}^{\infty} \frac{a_{x_{Odd}}}{x_{Odd}}$ ภายหลังจากการจัดรูปสมการ

สมการย่านการล็อกของวงจรที่มีอัตราการหารจำนวนคี่จะสามารถเขียนได้ดังสมการที่ (18)

$$(n_{Odd}f_{nat} - \Delta f) \leq f_{in} \leq (n_{Odd}f_{nat} + \Delta f) \quad (18)$$

โดยที่ $\Delta f = f_{nat} 2\alpha K/\pi$ จากสมการได้แสดงให้เห็นว่า ย่านการล็อกของแต่ละ n_{Odd} จะเท่ากัน ด้วยผลลัพธ์ที่ได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปเผยแพร่โดยไม่เสียค่าใช้จ่าย

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ILRO เหมาะสมที่จะเป็นวงจรหารความถี่จำนวนคี่ จากสมการที่ (15) และ (18) ย่านการล็อกของวงจรความถี่สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3 โดยที่แกนตั้งและแกนนอนเป็นขนาดและความถี่ของสัญญาณอินพุตตามลำดับ

ถ้าสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณไซน์บริสุทธิ์มันถูกพบว่า $K = \pi/2$ ดังนั้นความกว้างของย่านการล็อกจะเป็น

$$2\Delta f = 2f_{nat} (2\alpha/\pi) \quad (19)$$

ถ้าสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสามเหลี่ยมความกว้างของย่านการล็อกจะเป็น

$$2\Delta f = 2f_{nat} ((16\alpha/\pi^3)(1.0518)) \quad (20)$$

และถ้าสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสี่เหลี่ยมความกว้างของย่านการล็อกจะเป็น

$$2\Delta f = 2(f_{nat} \alpha) \quad (21)$$

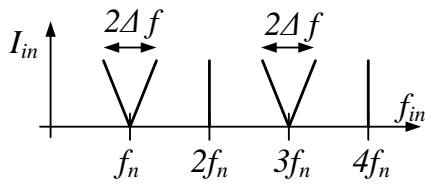
จากสมการที่ (19) ถึง (21) แสดงให้เห็นว่าย่านการล็อกแปรผันตรงกับขนาดของสัญญาณอินพุตและผลรวมสัมประสิทธิ์ (K) และย่านการล็อกจะกว้างมากที่สุดเมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม และกว้างน้อยที่สุดเมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสามเหลี่ยม

5. ผลการจำลองการทำงาน

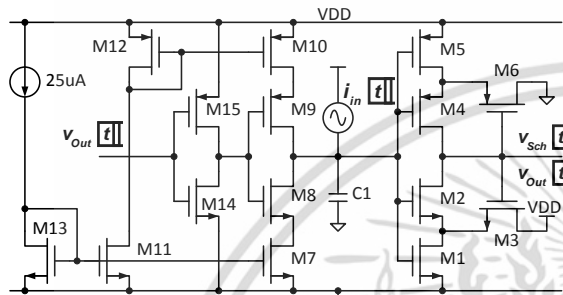
เพื่อทำการพิสูจน์หลักการที่นำเสนอวงจรออสซิลเลเตอร์แบบฟอนคลายจะถูกออกแบบโดยใช้เทคโนโลยี 0.35um CMOS ของ TSMC โครงสร้างของวงจรสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4 และขนาดของ MOS สามารถแสดงได้ดังตารางที่ 1. วงจร Schmitt trigger มีแรงดันขีดผ่านด้านสูงและด้านต่ำคือ 2.75V และ 0.65V วงจร Charge-pump มีขนาดกระแส 25uA ตัวเก็บประจุมีค่า 1pF และแหล่งจ่ายกำลังมีค่า 3.3V ในสภาวะปราศจากสัญญาณภายนอกวงจรผลิตสัญญาณที่ความถี่ 5.4MHz ซึ่งความถี่นี้อยู่ในย่าน 60-meter และเป็นความถี่ที่ใช้ควบคุม Switching regulator ดังที่แสดงไว้ในรูปที่ 5

เนื่องจาก ILRO เหมาะสมเป็นวงจรหารความถี่จำนวนคี่ ดังนั้นเพื่อให้กระชับต่อการนำเสนอ การจำลองการทำงานและการคำนวณจะถูกนำเสนอเฉพาะในกรณีของอัตราการหารเป็นคี่เท่านั้นซึ่งคือ 3 และ 5 รูปที่ 6 และ 7 คือผลการหารความถี่ด้วย 3 เมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณไซน์และสัญญาณสามเหลี่ยมที่มีขนาด 3uA

ตามลำดับ รูปที่ 8 คือผลการหารความถี่ด้วย 5 เมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสี่เหลี่ยมที่มีขนาด 3uA



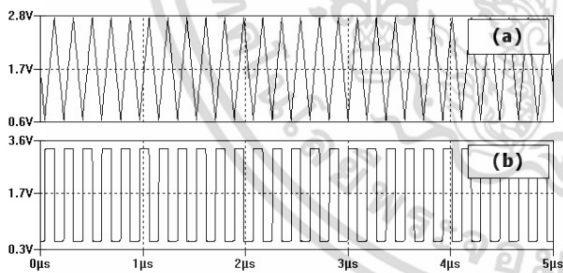
รูปที่ 3 ย่านการลือกของวงจรหารความถี่ที่อาศัย ILRO



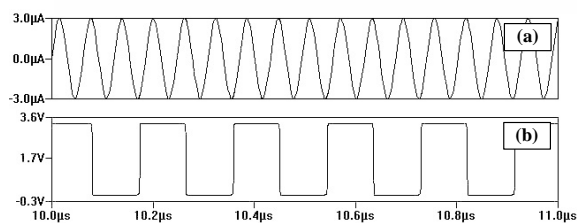
รูปที่ 4 โครงสร้างของวงจรรออสซิลเลเตอร์แบบพอนคลาย

ตารางที่ 1. ขนาดของอุปกรณ์

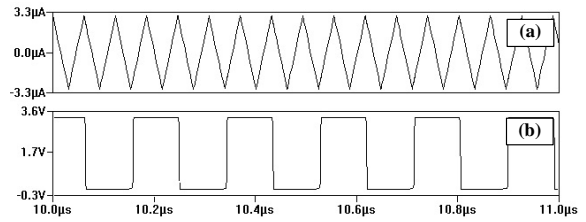
Device names	W(um)/L(um)	Device names	W(um)/L(um)
M1, 2, 7, 8, 11, 13, 14	4.2/0.7	M4, 5, 9, 10, 12, 15	14/0.7
M3	25/0.7	M6	70/0.7



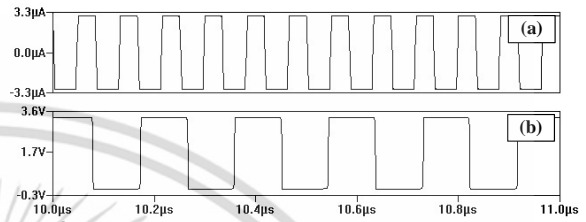
รูปที่ 5 สัญญาณของวงจรในสภาวะปราศจากสัญญาณอินพุต โดยที่ (a) คือ $v_c(t)$ และ (b) คือ $v_{Sch}(t)$



รูปที่ 6 ผลการหารความถี่ด้วย 3 โดยที่ (a) คือ $i_{in}(t)$ เป็นสัญญาณไซน์ ($f_{in} = 16.2\text{MHz}$) และ (b) คือ $v_{Sch}(t)$



รูปที่ 7 ผลการหารความถี่ด้วย 3 โดยที่ (a) คือ $i_{in}(t)$ เป็นสัญญาณสามเหลี่ยม ($f_{in} = 16.2\text{MHz}$) และ (b) คือ $v_{Sch}(t)$



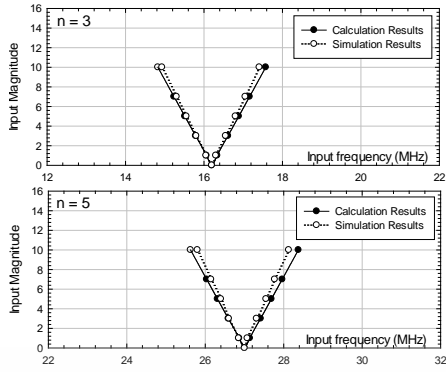
รูปที่ 8 ผลการหารความถี่ด้วย 5 โดยที่ (a) คือ $i_{in}(t)$ เป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม ($f_{in} = 27\text{MHz}$) และ (b) คือ $v_{Sch}(t)$

รูปที่ 9 ถึง 11 คือย่านการลือกที่ได้จากการจำลองการทำงานเมื่อสัญญาณอินพุตเป็นไซน์ สามเหลี่ยม และสี่เหลี่ยม ตามลำดับ โดยที่แกนตั้งและแกนนอนเป็นขนาดและความถี่ของสัญญาณอินพุต จากรูปพบว่าย่านการลือกของทั้งสามกรณีแปรผันตรงกับขนาดของสัญญาณอินพุต ดังที่ถูกระบุไว้ในสมการที่ (19) ถึง (21) ทุกอัตราการหารย่านการลือกจะกว้างมากที่สุดเมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม และแคบที่สุดเมื่อสัญญาณอินพุตเป็นสัญญาณสามเหลี่ยม นอกจากนี้จะเห็นว่าย่านการลือกที่ได้จากการคำนวณมีค่าใกล้เคียงกับผลที่ได้จากการจำลองอีกด้วย

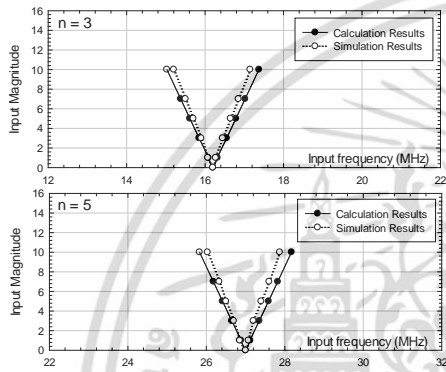
6. สรุป

บทความนี้นำเสนอโมเดลทางคณิตศาสตร์สำหรับการค้นหาย่านการลือกซึ่งอยู่ในรูปสูตรทางคณิตศาสตร์ของวงจรหารความถี่ที่อาศัย ILRO หลักการที่นำเสนอได้แสดงให้เห็นว่า ILRO เหมาะสมกับการเป็นวงจรหารความถี่จำนวนคี่และแสดงให้เห็นว่านอกจากความกว้างของย่านการลือกขึ้นอยู่กับขนาดของสัญญาณอินพุต มันยังขึ้นอยู่กับอีกรูปร่างของสัญญาณอินพุตซึ่งหามาได้จากผลรวมของสัมประสิทธิ์ของสัญญาณ พร้อมกันนั้นผลการคำนวณย่านการลือกมีค่าใกล้เคียงกับย่านการลือกที่ได้จากการจำลองการทำงาน

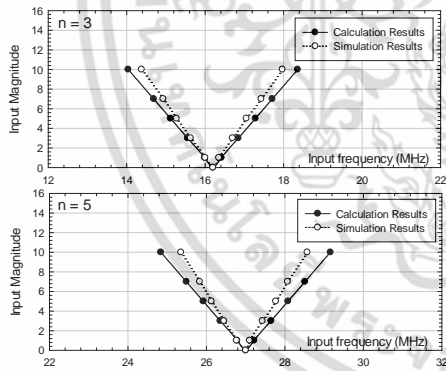
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 9 ย่านการล็อกเมื่อ $i_{in}(t)$ เป็นสัญญาณไซน์



รูปที่ 10 ย่านการล็อกเมื่อ $i_{in}(t)$ เป็นสัญญาณสามเหลี่ยม



รูปที่ 11 ย่านการล็อกเมื่อ $i_{in}(t)$ เป็นสัญญาณสี่เหลี่ยม

7. กิตติกรรมประกาศ

Financial support from the Thailand Research Fund through the Royal Golden Jubilee Ph.D. Program (Grant No. PHD/0014/2553) to Arum Kitipongwatana and Paramote Wardkein are acknowledged.

8. เอกสารอ้างอิง

[1] L. Zhang, B. Ciftcioglu, M. Huang, and H. Wu,

“Injection-Locked Clocking: A New GHz Clock Distribution Scheme,” IEEE Custom Integrated Circuits Conference, 2006

[2] S. Jafarbeiki, K. Hajsadeghi and N. Modir, “A 20 Gb/s Injection-Locked Clock and Data Recovery Circuit,” International Journal of VLSI design & Communication Systems, Vol. 5, No.4, Aug. 2014

[3] H. R. Rategh, H. Samavati, and T. H. Lee, “A CMOS Frequency Synthesizer with an Injection-Locked Frequency Divider for a 5-GHz Wireless LAN Receiver,” IEEE Journal on Solid-State Circuits, Vol. 35, No. 5, May, 2000

[4] J. Bae and H. J. Yoo, “A Low Energy Injection-Locked FSK Transceiver with Frequency-to-Amplitude Conversion for Body Sensor Applications,” Symposium on VLSI Circuits/Technical Digest of Technical Papers, 2010

[5] K. Zhu, S. K. Islam, M. Roknsharif, Md. S. Hasan and I. Mahub, “A Divide-by-3 0.4–1.4 GHz Injection-Locked Frequency Divider Based on Relaxation Oscillator” IEEE Microwave and Wireless Components Letters, vol. 23, Jul. 2013

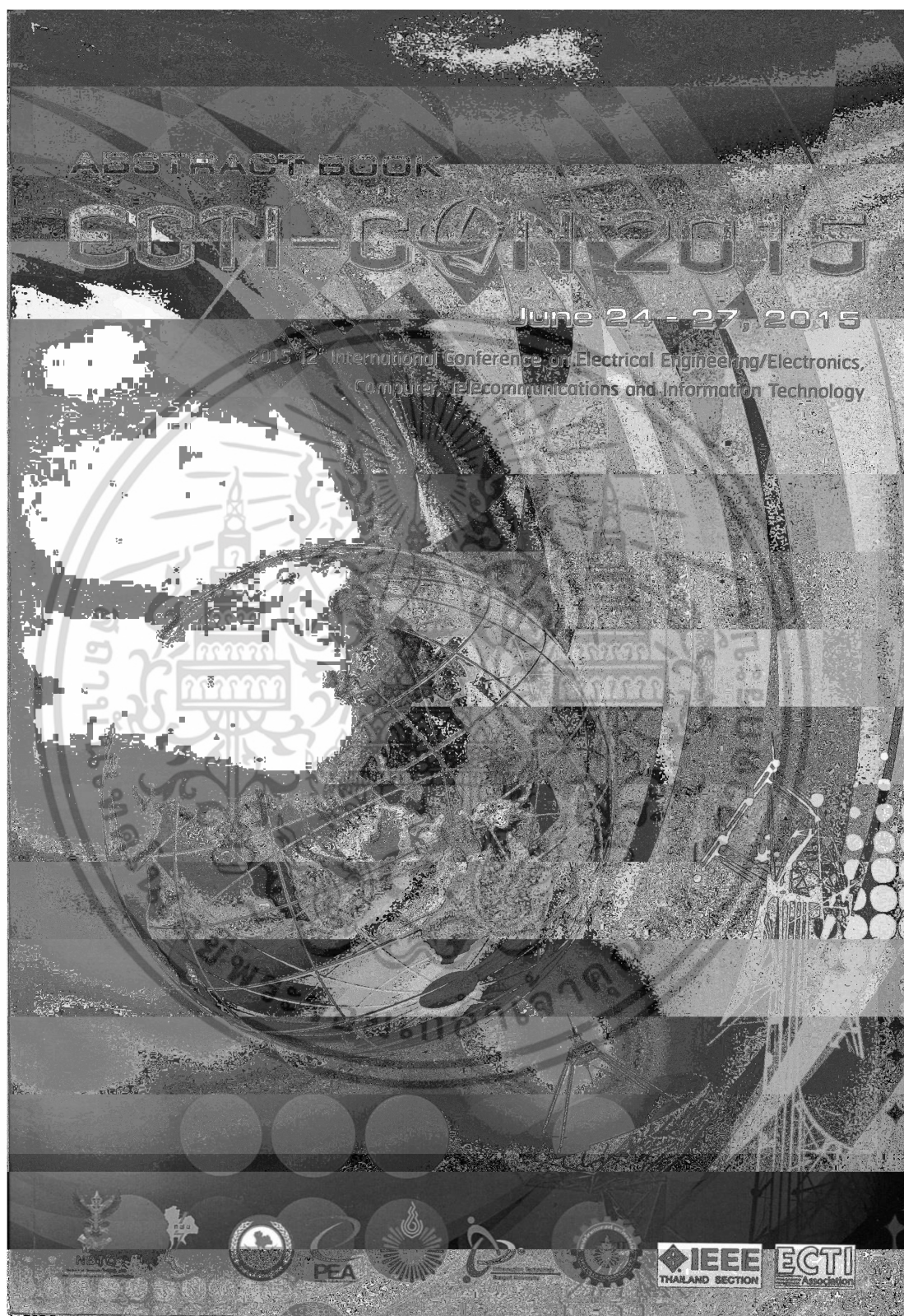
[6] B. Razavi, “A Study of injection locking and pulling in oscillators,” IEEE J. Solid-State Circuits, 2004

[7] I. Ali, A. Banerjee, A. Mukherjee, and B. N. Biswas, “Study of Injection Locking with Amplitude Perturbation and its Effect on Pulling of Oscillator,” IEEE Trans. Circuits and Systems, Vol. 59, No. 1, Jan. 2012

[8] P. Maffezzoni, “Analysis of Oscillator Injection Locking through Phase-Domain Impulse-Response,” IEEE Trans. Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 2008

[9] P. Maffezzoni, “Computing the Synchronization Regions of Injection-Locked Strongly Nonlinear Oscillators for Frequency Division Applications,” IEEE Trans. Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, Vol. 29, No. 12, Dec 2010

y



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Abstract Book of the
**2015 12th International Conference on
 Electrical Engineering/Electronics, Computer,
 Telecommunications and Information Technology**
(ECTI-CON 2015)

24-27 June 2015
 Hua Hin, Thailand



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Paper ID: 1175 A Simple Camera Calibration Method for Vehicle Velocity Estimation <i>Viet-Hoa Do, Le-Hoa Nghiem, Ngoc Pham Thi, and Nam Pham Ngoc</i>	150
Paper ID: 1133 Acoustic-to-Articulatory Inversion Using Particle Swarm Optimization <i>Suthida Fairee, Booncharoen Sirinaovakul, and Santitham Prom-on</i>	151
Paper ID: 1317 Feature Selection Experiments on Emotional Speech Classification <i>Piyawat Suknummek, Sawit Kasuriya, Thanaruk Theeramunkong, Chai Wutiwivatchai, and Hiroaki Kunieda</i>	152
Paper ID: 1244 Thai Speech Recognition Using Neuro-Fuzzy System <i>Krittakom Srijiranon and Narissara Eiamkanitchat</i>	153
Device, Circuits and Systems 2	
Paper ID: 1052 Locked Ranges of Frequency Divider Based on Injection-Locked Relaxation Oscillator <i>Arum Kitpongwatana, Jeerasuda Koseeyaporn, Paramote Wardkein, and Poolsak Koseeyaporn</i>	155
Paper ID: 1164 OTA-C Differentiator for Large Time Constant Applications <i>Surachoke Thanapitak</i>	156
Paper ID: 1185 Electronically Tunable Impedance Multiplier Using VDTAs <i>Panurut Yaruan, Pratyia Mongkolwai, and Worapong Tangsrirat</i>	157
Paper ID: 1289 Tunable Current-Mode Quadrature Oscillator Using CFTAs and Grounded Capacitors <i>Punnawich Phatsornsiri and Panit Lamun</i>	158
Information Technology 3	
Paper ID: 1125 Finding a Set of High-Frequency Queries for High-Frequency-Query-Based Filter for Similarity Join <i>Kamolwan Kunanusont and Jaruloj Chongstivvatana</i>	160
Paper ID: 1136 ADTHA: The Improvement of Clustering Algorithm <i>Aditha Lawanna</i>	161

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Paper ID: 1052

Locked Ranges of Frequency Divider Based on Injection-Locked Relaxation Oscillator

Arum Kitipongwatana, Jeerasuda
Koseeyaporn, and Paramote Wardkein
Department of Telecommunications
Engineering

Faculty of Engineering, King Mongkut's
Institute of Technology Ladkrabang
Bangkok, Thailand 10520

Poolsak Koseeyaporn
Department of Teacher Training in
Electrical Engineering

Faculty of Technical Education, King
Mongkut's University of Technology North
Bangkok
Bangkok, Thailand 10800

Abstract—In this article, the principle for determining locked ranges of the frequency divider based on the injection locked relaxation oscillator (ILRO-FD) is proposed. The proposed principle shows that the ILRO has many frequency-division ratios and can indicate that which ratios are suitable for frequency dividers. In addition, based on the proposed principle, it is found that the patterns of frequency-division ratios of ILRO depend on the charge-pump circuit's current ratio. Moreover, the proposed principle is verified by the simulation results of the ILRO based on the proposed principle.

frequency divider (FD)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Locked Ranges of Frequency Divider based on Injection-Locked Relaxation Oscillator

Arum Kitipongwatana, Jeerasuda Koseeyaporn,
Paramote Wardkein

Faculty of Engineering, Department of Telecommunications
Engineering, King Mongkut's Institute of Technology
Ladkrabang, Ladkrabang, Bangkok, Thailand 10520

Poolsak Koseeyaporn

Faculty of Technical Education,
Department of Teacher Training in Electrical Engineering,
King Mongkut's University of Technology North Bangkok,
Bangsue, Bangkok, Thailand 10800

Abstract—In this article, the principle for determining locked ranges of the frequency divider based on the injection locked relaxation oscillator (ILRO-FD) is proposed. The proposed principle shows that the ILRO has many frequency-division ratios and can indicate that which ratios are suitable for frequency dividers. In addition, based on the proposed principle, it is found that the patterns of frequency-division ratios of ILRO depend on the charge-pump circuit's current ratio. Moreover, the proposed principle is verified by the simulation results of the ILRO-FD based on 0.35um-CMOS technology of TSMC.

Keywords—injection locked relaxation oscillator (ILRO); locked ranges; frequency divider (FD)

I. INTRODUCTION

Nowadays, frequency dividers based on injection-locked oscillators play an important role in a modern communication system because of lower power consumption comparing to conventional frequency dividers. Mostly, injection-locked frequency dividers (ILFDs) are designed by using LC oscillators [1, 2] and ring oscillators [3, 4]. In 2013, the frequency divider based on the injection locked relaxation oscillator [5] was proposed. Power consumption of this ILRO-FD is lower than the FDs based on other types of the oscillators (as shown in Table 1 in [5]). However, the mathematical model for determining locked ranges of the circuit in this paper has not yet been studied.

In this article, the mathematical model for determining the locked ranges of the ILRO-FD and the effect of the charge-pump circuit's current ratio on the pattern of the frequency-division ratios are therefore proposed. This article is organized as follows. Section 2 introduces the basic of the relaxation oscillator. The locked ranges of the ILRO-FD are determined and the effect of the current ratio is discussed in section 3. Section 4 is to demonstrate comparisons between the calculation results and the simulation results of the ILRO-FD. Finally, section 5 is for conclusion of this article.

II. BASIC OF RELAXATION OSCILLATOR

In general, a structure of a relaxation oscillator is composed of 3 parts as shown in Fig. 1 (where a current source $i_m(t)$ is neglected). The first part is a capacitor where the second part is a charge-pump circuit which supplies constant currents (I_{CP}

and $-hI_{CP}$ where h is the current ratio) according to a controlling signal. The third part is a Schmitt trigger circuit where $V_{th,L}$ and $V_{th,H}$ are two threshold voltages. These threshold voltages are maximum voltage level and minimum voltage level of the capacitor. The natural period (T_{nat}) of the oscillating signal consisting of charge time and discharge time is found to be

$$T_{nat} = \tau_H + \tau_L = \beta C \Delta V_{th} / I_{CP}. \quad (1)$$

where $\beta = (1+h)/h$ and the natural frequency is

$$f_{nat} = 1/T_{nat}. \quad (2)$$

From (1) and (2), it is found that the natural period and the natural frequency depend on C , ΔV_{th} and I_{CP} .

III. LOCKED RANGE OF FREQUENCY DIVISION-INJECTION LOCKED RELAXATION OSCILLATOR

In this article, the input signal is defined to be an sinusoidal signal which is $i_m(t) = I_m \sin(\omega_m t)$ where I_m and ω_m are the amplitude and the frequency respectively. The input signal is fed into the relaxation oscillator as shown in Fig.1. The equation employed to determine the charge time of the circuit is given by

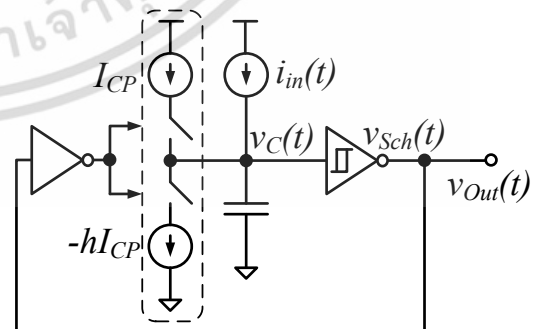


Fig. 1. A structure of the relaxation oscillator which is fed by an input signal

$$\int_{v_C(t_1)}^{v_C(t_{1+1/2})} dv_C(t) = \frac{1}{C} \int_{t_1}^{t_{1+1/2}} [I_{CP} + I_{in} \sin(\omega_m(t+t_d))] dt \quad (3)$$

where t_d is the delay time. By solving (3), where $t_1 = 0$, $t_{1+1/2} = \tau_{1,H}$, $v_C(t_1) = V_{th,L}$ and $v_C(t_{1+1/2}) = V_{th,H}$ (as shown in Fig. 2), the voltage difference can be written as

$$\begin{aligned} \Delta V_{1,H} &= \Delta V_{th} \\ &= \frac{I_{CP}}{C} \tau_{1,H} - \frac{I_{in}}{C\omega_m} [\cos(\omega_m(\tau_{1,H} + t_d)) - \cos(\omega_m t_d)]. \end{aligned} \quad (4)$$

From (4), it thus yields

$$\tau_{1,H} = \frac{C\Delta V_{th}}{I_{CP}} + \frac{\alpha}{\omega_m} [\cos(\omega_m(\tau_{1,H} + t_d)) - \cos(\omega_m t_d)] \quad (5)$$

where $\alpha = I_{in} / I_{CP}$.

For discharge time, the following equation is employed

$$\int_{v_C(t_{1+1/2})}^{v_C(t_2)} dv_C(t) = \frac{1}{C} \int_{t_{1+1/2}}^{t_2} [-hI_{CP} + I_{in} \sin(\omega_m(t+t_d))] dt \quad (6)$$

where $t_2 = T_1$, $t_{1+1/2} = \tau_{1,H}$, $v_C(t_2) = V_{th,L}$ and $v_C(t_{1+1/2}) = V_{th,H}$. The solution of (6) is found to be

$$\begin{aligned} \Delta V_{1,L} &= -\Delta V_{th} = -(hI_{CP} / C) \tau_{1,L} \\ &- (I_{in} / (C\omega_m)) [\cos(\omega_m(t_2 + t_d)) - \cos(\omega_m(t_{1+1/2} + t_d))] \end{aligned} \quad (7)$$

where $t_2 - t_{1+1/2} = \tau_{1,L} = T_1 - \tau_{1,H}$. By rearranging (7), the discharge time of the circuit thus is

$$\begin{aligned} \tau_{1,L} &= T_1 - \tau_{1,H} = (C\Delta V_{th} / (hI_{CP})) \\ &- (\alpha / (\omega_m h)) [\cos(\omega_m(T_1 + t_d)) - \cos(\omega_m(\tau_{1,H} + t_d))] \end{aligned} \quad (8)$$

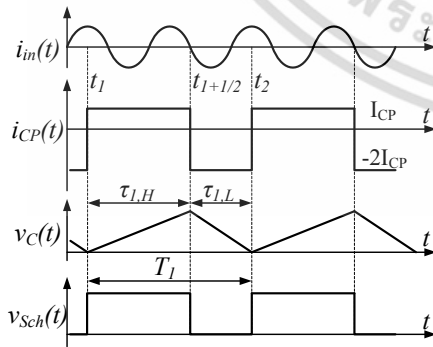


Fig. 2. Relationship of signals when the relaxation oscillator is injected by the input signal

When the ILRO is in the locked state, the ILRO will generate the output signal whose the period is

$$T_1 = nT_m \quad (9)$$

where n is an integer number. Moreover, the sum of $\Delta V_{1,H}$ and $\Delta V_{1,L}$ will be zero, hence, from (4) and (7) the relationship between the charge time and the output period can be written as

$$\tau_{1,H} = T_1 / \beta. \quad (10)$$

From (5) and (8), the output period is given by

$$\begin{aligned} T_1 &= \tau_{1,L} + \tau_{1,H} \\ &= T_{nat} + \frac{\alpha}{\omega_m} \left[\begin{aligned} &-(1/h) \cos(\omega_m(T_1 + t_d)) \\ &+ \beta \cos(\omega_m(\tau_{1,H} + t_d)) - \cos(\omega_m t_d) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (11)$$

By substituting $\tau_{1,H}$ from (10) into (11), it becomes

$$T_1 = T_{nat} + \frac{\alpha}{\omega_m} \left[\begin{aligned} &-(1/h) \cos(\omega_m(T_1 + t_d)) \\ &+ \beta \cos(\omega_m((T_1 / \beta) + t_d)) - \cos(\omega_m t_d) \end{aligned} \right] \quad (12)$$

Also, by substituting T_1 from (9), then (12) can be rewritten as

$$nT_m = T_{nat} + \frac{\alpha\beta T_m}{2\pi} \sqrt{2 - 2\cos\left(\frac{2\pi n}{\beta}\right)} \cos(\omega_m t_d + \theta) \quad (13)$$

where $\theta = -\tan^{-1}(\sin(2\pi n / \beta) / [1 - \cos(2\pi n / \beta)])$. By using the trigonometric identity, (13) will become

$$nT_m = T_{nat} + \frac{\alpha\beta T_m}{2\pi} |\sin(\pi n / \beta)| \cos(\omega_m t_d + \theta) \quad (14)$$

From $-1 \leq \cos(a) \leq 1$, the input-frequency ranges of each n that can be locked by the oscillator are

$$(nf_{nat} - \Delta f) \leq f_{in} \leq (nf_{nat} + \Delta f) \quad (15)$$

where $\Delta f = f_{nat} (\alpha\beta / (2\pi)) |\sin(\pi n / \beta)|$. From (15), it is seen that the locked ranges depend on α , β and n .

In order to describe the effect of the current ratio of the charge pump circuit on the frequency division ratios, the determination of the locked ranges of the ILROs of which the current ratios are 1 and 2 will be studied in this paper.

In case of the current ratio of the charge circuit is one, $h = 1$, Δf is found to be

$$\Delta f = f_{nat} (\alpha / \pi) |\sin(\pi n / 2)| \quad (16)$$

and for $n = 1, 3, 5, \dots$, the locked ranges will be

$$(nf_{nat} - f_{nat} \alpha / \pi) \leq f_{in} \leq (nf_{nat} + f_{nat} \alpha / \pi) \quad (17)$$

This equation implies that the widths of all the locked ranges for $n = 1, 3, 5, \dots$ are equal. For $n = 2, 4, 6, \dots$, the ILRO will lock only when the input frequency is

$$f_{in} = nf_{nat} \quad (18)$$

From (17) and (18), it implies that for the current ratio of the charge circuit is one, the ILRO is suitable for the odd-number frequency divider. The locked ranges of this case can be shown in Fig.3(a).

In case of the current ratio of the charge circuit is two, $h = 2$, Δf will become

$$\Delta f = f_n (\alpha 3 / (4\pi)) |\sin(2\pi n / 3)|. \quad (19)$$

For $n = 1, 2, 4, 5, 7, \dots$, the locked ranges will be

$$\left(nf_{nat} - f_{nat} \frac{\alpha 3\sqrt{3}}{\pi 8} \right) \leq f_{in} \leq \left(nf_{nat} + f_{nat} \frac{\alpha 3\sqrt{3}}{\pi 8} \right) \quad (20)$$

where all the locked ranges are equal. For $n = 3, 6, 9, \dots$, the ILRO will lock to the input signal only when

$$f_{in} = nf_{nat}. \quad (21)$$

From (20) and (21), it implies that for the current ratio of the charge circuit is two, the ILRO cannot be applied for frequency divider for $n = 3, 6, 9, \dots$. The locked ranges in this case $h = 2$ can be shown in Fig 3(b).

IV. SIMULATION RESULTS

The proposed principle is verified by simulating the relaxation oscillator on SPICE which uses 0.35um CMOS technology of TSMC. The ILRO structure is shown in Fig. 4 and the dimensions of MOS is shown in Table I. The Schmitt trigger circuit has two threshold voltages, which are 0.65V and 2.75V. The capacitor has a capacitance of 1pF and the supply voltage is 3.3V.

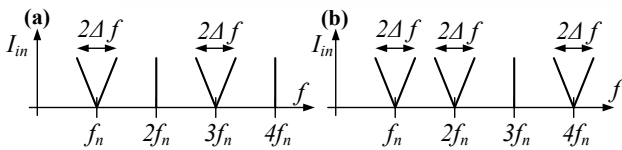


Fig. 3. Locked Ranges of ILRO-FD where (a) $h = 1$ and (b) $h = 2$

In case of $h = 1$, the charge pump circuit has $I_{CP,H} = 25\mu A$ and $I_{CP,L} = -25\mu A$ and the natural frequency is 5.4MHz. Fig. 5 shows the frequency dividing results when the input signal has the amplitude of 3uA and the frequency of 16.2MHz which is 3 times of the input frequency. The locked range when the range of n from 1 to 4 is depicted in Fig. 6. In case of $n = 1$ and 3, the calculation results are close to the simulation results. For the case of $n = 2$ and 4, the slightly deviation occurs between simulation results and the calculation results using (18)

In case of $h = 2$, the charge pump circuit has $I_{CP,H} = 25\mu A$ and $I_{CP,L} = -2(25\mu A) = -50\mu A$ (the dimension of M7 in table I. will become 8.4um/0.7um) and the natural frequency is 7.1MHz. Fig. 7 illustrates the divide-by-2 frequency division results when the input signal has the amplitude of 3uA and the frequency of 14.2MHz. For Fig. 8, the locked range results where n is 1 to 4 is given. As seen in Fig. 8, the circuit can perform well for the frequency dividing circuit when $n = 1, 2$ and 4. Moreover, the calculation results are in accordant with the simulation results.

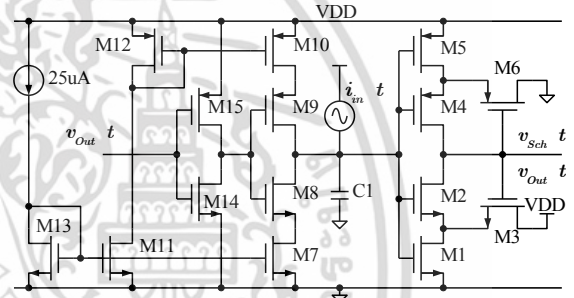


Fig. 4. Frequency-division injection locked Relaxation oscillator

TABLE I. DIMENSION OF TRANSISTORS

Device names	W(um)/L(um)
M1, 2, 7, 8, 11, 13, 14	4.2/0.7
M3	25/0.7
M4, 5, 9, 10, 12, 15	14/0.7
M6	70/0.7

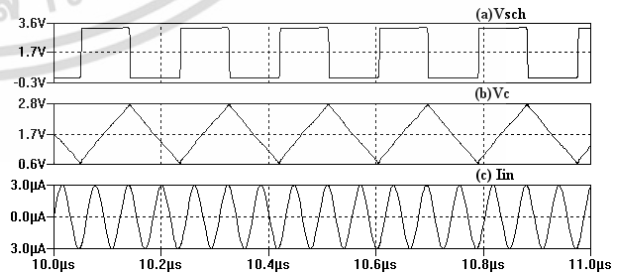


Fig. 5. Frequency division result when the input signal has 3uA and 16.2MHz

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

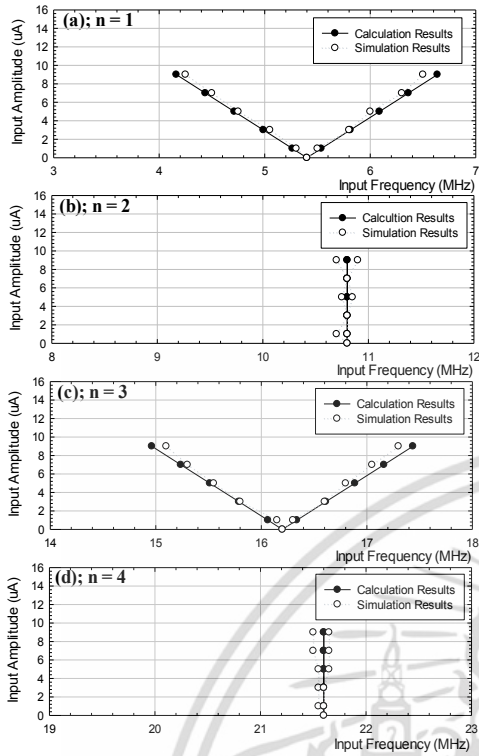


Fig. 6. Locked ranges for $h = 1$

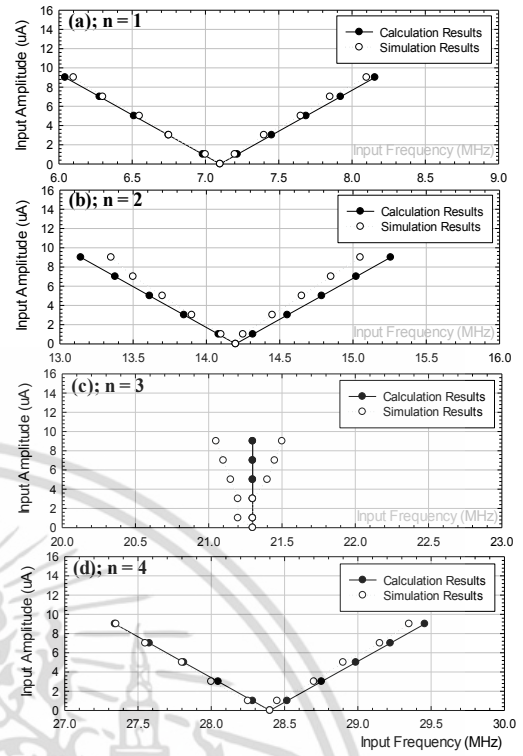


Fig. 8. Locked ranges for $h = 2$

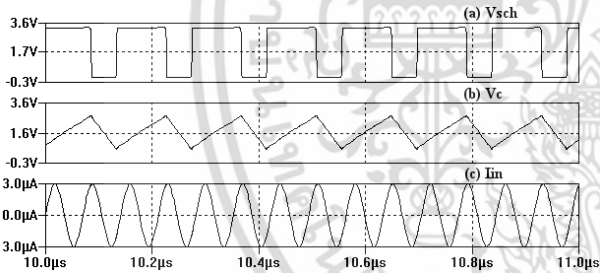


Fig. 7. Frequency division result when the input signal has 3uA and 14.2MHz

V. CONCLUSION

This paper proposes the determination of the locked ranges of the injection relaxation oscillator that be applied for frequency divider. The proposed principle shows that the pattern of the frequency-division ratios depends on the current ratio of the charge pump circuit. Moreover the locked ranges calculated based on the proposed principle are close to the locked ranges obtained from the simulation results.

ACKNOWLEDGMENT

Financial support from the Thailand Research Fund through the Royal Golden Jubilee Ph.D. Program (Grant No. PHD/0014/2553) to Arum Kitipongwatana and Paramote Wardkein are acknowledged.

REFERENCES

- [1] H. Wu and L. Zhang, "A 16-to-18 GHz 0.18-um Epi-CMOS divide-by-3 injection-locked frequency divider," IEEE International Solid-State Circuits Conference, 2006
- [2] S. L. Jang, C. F. Lee, and W. H. Yeh, "A divide-by-3 injection locked frequency divider with single-ended input," IEEE Microwave and Wireless Components Letters, vol. 18, no. 2, pp. 142-144, Feb. 2008.
- [3] G. R. Gangasani and P. R. Kinget, "A Time-Domain Model for prediction the injection locking bandwidth of nonharmonic oscillators" IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. 53, no. 10, Oct. 2006
- [4] X. Yu, J. Zhou, X. Yan, W. M. Lim, M. A. Do and K. S. Yeo, "Sub-mW Multi-GHz CMOS dual-modulus prescalers based on programmable injection-locked frequency dividers," IEEE Radio Frequency Integrated Circuits Symposium, 2008
- [5] K. Zhu, S. K. Islam, M. Roknsharifi, Md. S. Hasan and I. Mahbub, "A Divide-by-3 0.4-1.4 GHz Injection-Locked Frequency Divider Based on Relaxation Oscillator" IEEE Microwave and Wireless Components Letters, vol. 23, no. 7, Jul. 2013

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ นามสกุล	นายอาร์มภ์ กิตติพงษ์วัฒนา
เกิด	17 มกราคม 2528
ภูมิลำเนา	จังหวัดยะลา
ประวัติการศึกษา	<ul style="list-style-type: none"> ● ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพ สาขาอิเล็กทรอนิกส์ วิทยาลัยเทคนิคยะลา ปี พ.ศ. 2545 ● ระดับปริญญาตรี สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะครุศาสตร์อุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ปี พ.ศ. 2551 ด้วยเกรดเฉลี่ย 3.33 ● ระดับปริญญาโท สาขาโทรคมนาคม สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร ปี พ.ศ. 2552 ● ระดับปริญญาเอก สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ปี พ.ศ. 2559
ทุนการศึกษา	<ul style="list-style-type: none"> ● ทุนเรียนดี (ไม่เสียค่าใช้จ่ายใดๆ) ตลอดช่วงระดับปริญญาโทที่ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีมหานคร ● ทุนผู้ช่วยวิจัยโครงการปริญญาเอกกาญจนาภิเษก (คปก.) รุ่นที่ 13

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้