วารสารวิทยาศาสตร์ลาดกระบัง ปีที่ 21 ฉบับที่ 1 เดือนมกราคม-มิถุนายน 2555

การทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติเมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบเบอร์นูลลี

Statistical Hypotheses Testing under Bernoulli Distribution

สายชล สินสมบูรณ์ทอง

Saichon Sinsomboonthong

สาขาวิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

บทคัดย่อ

จากการศึกษาเรื่องการทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติ เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบเบอร์นูลลี โดยหาการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย และการทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย ใช้ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45 และ 50 และขนาดของการทดสอบเท่ากับ 0.05 ผลการศึกษาการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน $H_0:\theta=\theta_0$ เทียบกับ $H_1:\theta<\theta_0$ จะพบว่าเมื่อ $\alpha=0.05$ สำหรับค่า n ใด ๆ ถ้า θ_0 มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 0.1 ถึง 0.9 แล้วค่า γ จะมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงที่ไม่แน่นอน ส่วนค่า c_1 จะมีค่าเพิ่มขึ้น และในการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน $H_0:\theta=\theta_0$ เทียบกับ $H_1:\theta>\theta_0$ จะพบว่าเมื่อ $\alpha=0.05$ สำหรับค่า n ใด ๆ ถ้า θ_0 มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 0.1 ถึง 0.9 แล้วค่า γ จะมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงที่ไม่แน่นอน ส่วนค่า c_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้น ในการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน $H_0:\theta\le 0.25$ หรือ $\theta\ge 0.75$ เทียบกับ $H_1:0.25<\theta<0.75$ จะพบว่าเมื่อ $\alpha=0.05$ ถ้า n มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 5 ถึง 50 แล้วค่า γ_1, γ_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงที่ไม่แน่นอน ส่วนค่า c_1 และ c_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้น ส่วนในการทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน $H_0:0.25\le\theta\le 0.75$ เทียบกับ $H_1:\theta<0.25$ หรือ $\theta>0.75$ จะพบว่าเมื่อ $\alpha=0.05$ ค่า n = 5 และ 10 จะไม่สามารถหาค่า $c_1,c_2,\gamma_1,\gamma_2$ ได้ ถ้า n มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 5 ถึง 50 แล้วค่า γ_1, γ_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงที่ไม่แน่นอน ส่วนค่า c_1 และ c_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้น และในการทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน $H_0:\theta=0.25$ เทียบกับ $H_1:\theta\ne 0.25$ จะพบว่าเมื่อ $\alpha=0.05$ ค่า n = 5 และ 10 จะไม่สามารถหาค่า $c_1,c_2,\gamma_1,\gamma_2$ ได้ ถ้า n มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 5 ถึง 50 แล้วค่า γ_1, γ_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงที่ไม่แน่นอน ส่วนค่า c_1 และ c_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้น

คำสำคัญ : การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย , การทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย

Abstract

In this study, uniformly most powerful test and uniformly most powerful unbiased test were investigated using statistical hypotheses testing under Bernoulli distribution with the sample size of 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45 and 50, and the test size of 0.05. The result of the uniformly most powerful test for $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta < \theta_0$ showed that $\alpha = 0.05$ for any n when θ_0 increased from 0.1 to 0.9 and γ showed an uncertain value, while c_1 had an increase. In addition, in the uniformly most powerful test for $H_0 : \theta = \theta_0$ versus $H_1 : \theta > \theta_0$ showed that $\alpha = 0.05$ for any n when θ_0 increased from 0.1 to 0.9 and γ had an uncertained value, while c_2 had an increase. In the uniformly most powerful test for $H_0 : \theta \le 0.25$ or $\theta \ge 0.75$ versus $H_1 : 0.25 < \theta < 0.75$, it was found that $\alpha = 0.05$ when n had an increase from 5 to 50 and γ_1, γ_2 showed an uncertain value, while c_1 and c_2 increased. The result of the uniformly most powerful unbiased test for $H_0 : 0.25 \le \theta \le 0.75$ versus $H_1 : \theta < 0.25$ or $\theta > 0.75$ showed that $c_1, c_2, \gamma_1, \gamma_2$ could not be found when $\alpha = 0.05$ and n = 5 and 10. However, when there was an increase of n from 5 to 50, γ_1, γ_2 had uncertained value, and there was an increase for c_1 and c_2. In addition, the result of the uniformly most powerful unbiased test for $H_0 : \theta = 0.25$ versus $H_1 : \theta \ne 0.25$ showed that $c_1, c_2, \gamma_1, \gamma_2$ could not be found when $\alpha = 0.05$ with n = 5 and 10. However, when there was an increase of n from 5 to 50, γ_1, γ_2 had an uncertained value, and there was an increase for c_1 and c_2.

Keywords : Uniformly most powerful test , Uniformly most powerful unbiased test

1. บทนำ

ในเรื่องของการอนุมานเชิงสถิตินั้นแบ่งออกเป็น 2 ส่วนสำคัญ ๆ คือ การประมาณค่าพารามิเตอร์และการทดสอบสมมติฐาน ซึ่งจุดประสงค์ในการทดสอบสมมติฐานคือ การหาวิธีทั่ว ๆ ไปสำหรับการทดสอบสมมติฐานเพื่อนำไปประยุกต์กับปัญหาทั่วไปได้ในงานวิจัยที่เกี่ยวกับการทดลอง จุดประสงค์บางครั้งเพียงเพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ เช่น นักวิจัยคนหนึ่งอาจต้องการที่จะประมาณผลผลิตของข้าวโพดผสมสายพันธุ์ใหม่ แต่บ่อยครั้งที่จุดประสงค์สุดท้ายจะเกี่ยวข้องกับการใช้การประมาณค่าและการทดสอบสมมติฐาน เช่น นักวิจัยคนหนึ่งอาจต้องการที่จะเปรียบเทียบผลผลิตของข้าวโพดพันธุ์ผสมสายพันธุ์ใหม่กับข้าวโพดสายพันธุ์มาตรฐาน ถ้าสายพันธุ์ใหม่ดีกว่าสายพันธุ์มาตรฐาน

ก็จะได้แนะนำให้ใช้สายพันธุ์ใหม่ ซึ่งเป็นสถานการณ์ปกติในการวิจัย นักวิจัยอาจต้องการหาวิธีการใหม่ ๆ ในการเพิ่มอายุการใช้งานของหลอดไฟชนิดหนึ่ง หรืออาจต้องการทราบว่ายาฆ่าเชื้อโรคชนิดใหม่มีประสิทธิภาพในการรักษาการติดเชื้อโรคได้ดีกว่ายาฆ่าเชื้อโรคมาตรฐานหรือไม่ หรือต้องการทราบว่าวิธีการเก็บรักษาอาหารแบบหนึ่งจะดีกว่าวิธีการเก็บรักษาอาหารอีกแบบหนึ่งหรือไม่ เป็นต้น [1]

จากการศึกษาการทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติ เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบทวินาม โดยหาการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดสำหรับทดสอบสมมติฐาน $H_0:\theta = 0.7$ เทียบกับ $H_1:\theta = 0.3$ ขนาดตัวอย่างที่ใช้ n = 10, 20, 30, 40 และ 50 พบว่าเมื่อขนาดของการทดสอบ $\alpha = 0.01$ และขนาดตัวอย่าง n มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธ H เมื่อ $X = C(\gamma)$ จะมีค่าลดลงจนถึง n = 30 หลังจากนั้นค่าจะเพิ่มขึ้น ส่วนค่าวิกฤต C จะมีค่าเพิ่มขึ้นโดยตลอด ส่วนเมื่อขนาดของการทดสอบ $\alpha = 0.05$ และขนาดตัวอย่าง n มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $X = C(\gamma)$ จะมีค่าเพิ่มขึ้นโดยตลอด ยกเว้นที่ n = 50 และค่าวิกฤต C จะมีค่าเพิ่มขึ้นโดยตลอด

การหาการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายสำหรับทดสอบสมมติฐาน $H_0:\theta \le 0.3$ เทียบกับ $H_1:\theta > 0.3$ พบว่าเมื่อขนาดของการทดสอบ $\alpha = 0.01$ และขนาดตัวอย่าง n มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $X = C(\gamma)$ จะมีค่าลดลงจนถึง n = 30 หลังจากนั้นค่าจะเพิ่มขึ้น และค่าวิกฤต C จะมีค่าเพิ่มขึ้นโดยตลอด ส่วนเมื่อขนาดของการทดสอบ $\alpha = 0.05$ และขนาดตัวอย่าง n มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $X = C(\gamma)$ จะมีค่าเพิ่มขึ้นโดยตลอด ยกเว้นที่ n = 50 และค่าวิกฤต C จะมีค่าเพิ่มขึ้นโดยตลอด และการหาการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายสำหรับทดสอบสมมติฐาน $H_0:\theta \le 0.3$ หรือ $\theta \ge 0.7$ เทียบกับ $H_1: 0.3 < \theta < 0.7$ พบว่าเมื่อขนาดของการทดสอบ $\alpha = 0.01$ และขนาดตัวอย่าง n มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $X = C(\gamma)$ และค่าวิกฤต C_1, C_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้น ยกเว้นที่ n = 10, 20, 30 จะไม่สามารถหา ค่าได้ ส่วนเมื่อขนาดของการทดสอบ $\alpha = 0.05$ และขนาดตัวอย่าง n มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $X = C(\gamma)$ จะมีค่าเพิ่มขึ้น ยกเว้นที่ n = 50 และค่าวิกฤต C_1, C_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นโดยตลอด ยกเว้นที่ n = 10 จะไม่สามารถหาค่าได้

การหาการทดสอบที่ไม่เอนเอียงที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นแสมอปลายสำหรับทดสอบสมมติฐาน $H_0: 0.3 \le \theta \le 0.7$ เทียบกับ $H_1:\theta < 0.3$ หรือ $\theta > 0.7$ เมื่อขนาดของการทดสอบ $\alpha = 0.01,\ 0.05$ และขนาดตัวอย่าง n มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $X = C_1(\gamma_1)$ จะมีค่าลดลงแล้วเพิ่มขึ้นแล้วลดลงอีก และ $X = C_2(\gamma_2)$ จะมีค่าเพิ่มขึ้นแล้วลดลง และค่าวิกฤต C_1, C_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นโดยตลอดและการหาการทดสอบที่ไม่เอนเอียงที่มีกำลังสูงสุดอย่าง

เสมอต้นเสมอปลายสำหรับทดสอบสมมติฐาน $H_0:\theta=0.3$ เทียบกับ $H_1:\theta\neq 0.3$ เมื่อขนาดของการทดสอบ $\alpha=0.01$ และขนาดตัวอย่าง n มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $X=C_1(\gamma_1)$ และ $X=C_2(\gamma_2)$ จะมีค่าลดลงแล้วเพิ่มขึ้น และค่าวิกฤต C_1, C_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นโดยตลอด ส่วนเมื่อขนาดของการทดสอบ $\alpha=0.05$ และขนาดตัวอย่าง n มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $X=C_1(\gamma_1)$ จะมีค่าเพิ่มขึ้นแล้วลดลงแล้วเพิ่มขึ้นอีก และ $X=C_2(\gamma_2)$ จะมีค่าเพิ่มขึ้นโดยตลอด และค่าวิกฤต C_1, C_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นโดยตลอด ยกเว้นที่ n = 10 จะไม่สามารถหาค่าได้ [2]

และจากการศึกษาการทดสอบสมมติฐานทางสถิติสองด้านเมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบปัวส์ซอง โดยหาการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายสำหรับทดสอบสมมติฐาน $H_0:\theta\leq 0.2$ หรือ $\theta\geq 0.75$ เทียบกับ $H_1:0.2<\theta<0.75$ ขนาดตัวอย่างที่ใช้ n = 20, 30, 40 และ 50 พบว่าเมื่อขนาดของการทดสอบ $\alpha=0.01$ และขนาดตัวอย่าง n มีค่าเพิ่มขึ้น ค่า γ_1 จะมีค่าลดลงแล้วเพิ่มขึ้น และ γ_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นแล้วลดลง และค่าวิกฤต C_1, C_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นโดยตลอด ยกเว้นที่ n = 20 จะไม่สามารถหาค่าได้ เมื่อขนาดของการทดสอบ $\alpha=0.05$ และขนาดตัวอย่าง n มีค่าเพิ่มขึ้น ค่า γ_1 จะมีค่าเพิ่มขึ้นโดยตลอด และ γ_2 จะมีค่าลดลงแล้วเพิ่มขึ้น และค่าวิกฤต C_1, C_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นโดยตลอด ยกเว้นที่ n = 50 จะไม่สามารถหาค่าได้

การหาการทดสอบที่ไม่เอนเอียงที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายสำหรับทดสอบสมมติฐาน $H_0:0.25\leq\theta\leq 0.3$ เทียบกับ $H_1:\theta<0.25$ หรือ $\theta>0.3$ เมื่อขนาดของการทดสอบ $\alpha=0.01$ และขนาดตัวอย่าง n มีค่าเพิ่มขึ้น ค่า γ_1 จะมีค่าเพิ่มขึ้นแล้วลดลง และ γ_2 จะมีค่าลดลงแล้วเพิ่มขึ้น และค่าวิกฤต C_1, C_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นโดยตลอด เมื่อขนาดของการทดสอบ $\alpha=0.05$ และขนาดตัวอย่าง n มีค่าเพิ่มขึ้น ค่า γ_1, γ_2 จะมีค่าลดลง ยกเว้นที่ n = 20 และ 50 จะไม่สารถหาค่าได้

และการหาการทดสอบที่ไม่เอนเอียงที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายสำหรับทดสอบสมมติฐาน $H_0:\theta=0.5$ เทียบกับ $H_1:\theta\neq 0.5$ เมื่อขนาดของการทดสอบ $\alpha=0.01$ และขนาดตัวอย่าง n มีค่าเพิ่มขึ้น ค่า γ_1 จะมีค่าเพิ่มขึ้นแล้วลดลงแล้วเพิ่มขึ้นอีก ค่า γ_2 จะมีค่าลดลงแล้วเพิ่มขึ้นแล้วลดลงอีก และค่าวิกฤต C_1, C_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นโดยตลอด ส่วนเมื่อขนาดของการทดสอบ $\alpha=0.05$ และขนาดตัวอย่าง n มีค่าเพิ่มขึ้น ค่า γ_1, γ_2 จะมีค่าลดลงโดยตลอด และค่าวิกฤต C_1, C_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นโดยตลอดเช่นเดียวกัน [3]

จากที่ได้กล่าวมาทั้งหมดนี้ ได้ทำการศึกษาถึงการทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติ เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบเบอร์นูลลี โดยหาการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย และการทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอ

2. วิธีการวิจัย

2.1 ขั้นตอนการดำเนินงานวิจัย

งานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาเรื่องการทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติ เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบเบอร์นูลลี โดยหาการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย และการทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย โดยมีวิธีในการดำเนินงานดังนี้

1) สมมติฐานที่สนใจทดสอบ

1.1 $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta < \theta_0$

$H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta > \theta_0$

1.2 $H_0 : \theta \geq \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta < \theta_0$

$H_0 : \theta \leq \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta > \theta_0$

1.3 $H_0 : \theta \leq \theta_1$ หรือ $\theta \geq \theta_2$ เทียบกับ $H_1 : \theta_1 < \theta < \theta_2$

1.4 $H_0 : \theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ เทียบกับ $H_1 : \theta < \theta_1$ หรือ $\theta > \theta_2$

1.5 $H_0 : \theta = \theta_0$ เที่ยบกับ $H_1 : \theta \neq \theta_0$

2) ขนาดตัวอย่างและขนาดการทดสอบ

สำหรับงานวิจัยในครั้งนี้ จะพิจารณาการทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติ เมื่อตัวอย่างมีขนาดเท่ากับ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, และ 50 และขนาดของการทดสอบเท่ากับ 0.05

3) เขียนโปรแกรม

เขียนโปรแกรมโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MATHLAB version 7.6 ช่วยในการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย และการทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย

4) เก็บรวบรวมข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบเบอร์นูลลี ได้แก่

4.1 การโยนเหรียญ โดยทำการทดลองโยนเหรียญเป็นจำนวน 100 ครั้ง โดยมีความน่าจะเป็นของการเกิดหัวเท่ากับ 0.50 บันทึกผลการทดลองจากการโยนเหรียญ โดยนับจำนวนเหรียญที่เกิดหัว

4.2 การโยนลูกเต๋า โดยทำการทดลองโยนลูกเต๋าเป็นจำนวน 100 ครั้ง โดยมีความน่าจะเป็นของการได้หน้าคู่เท่ากับ 0.50 บันทึกผลการทดลองจากการโยนลูกเต๋า โดยนับจำนวนลูกเต๋าที่ได้หน้าคู่

4.3 การตรวจสอบคุณภาพชุดชั้นในสตรี โดยทำการตรวจสอบคุณภาพชุดชั้นในสตรีจำนวน 500 ชิ้น โดยมีความน่าจะเป็นที่ชุดชั้นในสตรีจะเกิดข้อบกพร่อง (สัดส่วนของเสีย) เท่ากับ 0.0116 บันทึกผลจากการผลิตชุดชั้นในสตรี โดยนับจำนวนชุดชั้นในสตรีที่บกพร่อง

4.4 การตรวจสอบคุณภาพกล่องพลาสติกบรรจุขนม โดยทำการตรวจสอบคุณภาพกล่องพลาสติกบรรจุขนมจำนวน 14,000 ชิ้น โดยมีความน่าจะเป็นที่กล่องพลาสติกบรรจุขนมจะเกิดข้อบกพร่อง (สัดส่วนของเสีย) เท่ากับ 0.0279 บันทึกผลจากการผลิตกล่องพลาสติกบรรจุขนม โดยนับจำนวนกล่องพลาสติกบรรจุขนมที่บกพร่อง

5) พิจารณาจากการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย และการทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายที่หาได้ในข้อที่ 3) ว่าข้อมูลที่เก็บรวบรวมมา ในข้อที่ 4.1-4.4 นั้นเมื่อเทียบกับการทดสอบแบบต่าง ๆ แล้วเราจะยอมรับหรือปฏิเสธสมมติฐานด้วยความน่าจะเป็นเท่าใด

3. ผลการวิจัย

3.1 การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย (Uniformly Most Powerful Test)

ให้ $X_1,...,X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบเบอร์นูลลีโดยมีฟังก์ชันความน่าจะเป็น

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \theta^x(1-\theta)^{1-x} & ; \quad x = 0, 1 \\ 0 & ; \quad \text{กรณีอื่น} \end{cases}$$

ในการหาการทดสอบสำหรับสมมติฐานต่าง ๆ ถ้าสามารถหาการทดสอบที่สามารถนำไปใช้กับสมมติฐานที่สอดคล้องกัน โดยที่เปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ที่จะทดสอบไปเรื่อย ๆ แล้วไม่ได้ทำให้การทดสอบเปลี่ยนแปลงไป แต่ยังคงเหมือนเดิม สามารถใช้การทดสอบนั้นได้เสมอ ซึ่งเป็นการทดสอบที่ดีมาก กล่าวคือการทดสอบที่มีรูปแบบเดียว (Uniform) และสามารถใช้ทดสอบสมมติฐานที่เปลี่ยนค่าพารามิเตอร์ที่สอดคล้องกัน แบ่งออกเป็น 2 กรณี

3.1.1 การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน

$H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta < \theta_0$

พิจารณา $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta = \theta_1, \theta_1 < \theta_0$

จากทฤษฎีบทประกอบของเนย์แมนและเพียร์สันรูปขยาย

$$\frac{L(\theta_0)}{L(\theta_1)} < c$$

จะได้

$$\frac{\theta_0^{\sum_{i=1}^{n} x_i}(1-\theta_0)^{n-\sum_{i=1}^{n} x_i}}{\theta_1^{\sum_{i=1}^{n} x_i}(1-\theta_1)^{n-\sum_{i=1}^{n} x_i}} < c$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \ln\left[\frac{\theta_0(1-\theta_1)}{\theta_1(1-\theta_0)}\right] < \ln\left[c\left(\frac{1-\theta_1}{1-\theta_0}\right)^n\right]$$

แต่ $\theta_1 < \theta_0$ จะได้ $\theta_0(1-\theta_1) > \theta_1(1-\theta_0)$ และ $\ln\left[\frac{\theta_0(1-\theta_1)}{\theta_1(1-\theta_0)}\right] > 0$

$$\therefore \quad \sum_{i=1}^{n} x_i < \frac{\ln\left[c\left(\frac{1-\theta_1}{1-\theta_0}\right)^n\right]}{\ln\left[\frac{\theta_0(1-\theta_1)}{\theta_1(1-\theta_0)}\right]} = c_1$$

อสมการนี้จะไม่เปลี่ยนแปลง เมื่อ $\theta_1 < \theta_0$

นั่นคือ การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta < \theta_0$ คือ

$$\phi(x_1,\ldots,x_n) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ} \quad \sum x_i < c_1 \\ \gamma & \text{เมื่อ} \quad \sum x_i = c_1 \\ 0 & \text{เมื่อ} \quad \sum x_i > c_1 \end{cases}$$

ในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง $n = 20$ ขนาดของการทดสอบ $\alpha = 0.05$ และพารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบคือ $\theta_0 = 0.5$ จะได้ว่าสถิติการทดสอบ $\sum_{i=1}^{n} X_i$ มีการแจกแจงแบบทวินามที่มีพารามิเตอร์เป็น n และ θ โดยเราสามารถหาค่า c_1 และ γ ได้จากสมการ

$$\gamma = \frac{0.05 - P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i < c_1 \middle| \theta = 0.5\right]}{P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_1 \middle| \theta = 0.5\right]} \qquad \ldots.. (1)$$

จากการคำนวณค่าความน่าจะเป็นและการทดลอง พบว่า $c_1 = 6$ โดยที่

$$P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i < 6 \middle| \theta = 0.5\right] = 0.0206947327, \quad P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = 6 \middle| \theta = 0.5\right] = 0.0369644165$$

แทนค่าลงในสมการ (1) จะได้

$$\gamma = \frac{0.05 - 0.0206947327}{0.0369644165} = 0.7927966976$$

นั่นคือ การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายที่มีขนาด $\alpha = 0.05$ ในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = 0.5$ เทียบกับ $H_1 : \theta < 0.5$ เมื่อ $n = 20$ คือ

$$\phi(x_1,\ldots,x_{20}) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } \sum x_i < 6 \\ 0.7927966976 & \text{เมื่อ } \sum x_i = 6 \\ 0 & \text{เมื่อ } \sum x_i > 6 \end{cases}$$

จากตารางที่ 3.1 จะพบว่าเมื่อ $\alpha = 0.05$ สำหรับค่า n ใด ๆ ถ้า θ_0 มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 0.1 ถึง 0.9 แล้วค่า γ จะมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงที่ไม่แน่นอน ส่วนค่า c_1 จะมีค่าเพิ่มขึ้น

3.1.2 การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน

$H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta > \theta_0$

พิจารณา $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta = \theta_1, \theta_1 > \theta_0$

จากทฤษฎีบทประกอบของเนย์แมนและเพียร์สันรูปขยาย

$$\frac{L(\theta_0)}{L(\theta_1)} < c$$

จะได้

$$\frac{\theta_0^{\sum_{i=1}^{n} x_i}(1-\theta_0)^{n-\sum_{i=1}^{n} x_i}}{\theta_1^{\sum_{i=1}^{n} x_i}(1-\theta_1)^{n-\sum_{i=1}^{n} x_i}} < c$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \ln\left[\frac{\theta_0(1-\theta_1)}{\theta_1(1-\theta_0)}\right] < \ln\left[c\left(\frac{1-\theta_1}{1-\theta_0}\right)^n\right]$$

แต่ $\theta_1 > \theta_0$ จะได้ $\theta_0(1-\theta_1) < \theta_1(1-\theta_0)$ และ $\ln\left[\frac{\theta_0(1-\theta_1)}{\theta_1(1-\theta_0)}\right] < 0$

$$\therefore \quad \sum_{i=1}^{n} x_i > \frac{\ln\left[c\left(\frac{1-\theta_1}{1-\theta_0}\right)^n\right]}{\ln\left[\frac{\theta_0(1-\theta_1)}{\theta_1(1-\theta_0)}\right]} = c_2$$

อสมการนี้จะไม่เปลี่ยนแปลง เมื่อ $\theta_1 > \theta_0$

นั่นคือ การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta_1 > \theta_0$ คือ

$$\phi(x_1,\ldots,x_n) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ} \quad \sum x_i > c_2 \\ \gamma & \text{เมื่อ} \quad \sum x_i = c_2 \\ 0 & \text{เมื่อ} \quad \sum x_i < c_2 \end{cases}$$

ในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง $n = 20$ ขนาดของการทดสอบ $\alpha = 0.05$ และพารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบคือ $\theta_0 = 0.5$ จะได้ว่าสถิติการทดสอบ $\sum_{i=1}^{n} X_i$ มีการแจกแจงแบบทวินามที่มีพารามิเตอร์เป็น n และ θ โดยเราสามารถหาค่า c_2 และ γ ได้จากสมการ

$$\gamma = \frac{0.05 - P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i > c_2 \middle| \theta = 0.5\right]}{P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_2 \middle| \theta = 0.5\right]} \qquad \ldots\ldots (2)$$

จากการคำนวณค่าความน่าจะเป็นและการทดลอง พบว่า $c_2 = 14$ โดยที่

$$P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i > 14 \middle| \theta = 0.5\right] = 0.0206947327, \quad P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = 14 \middle| \theta = 0.5\right] = 0.0369644165$$

แทนค่าลงในสมการ (2) จะได้

$$\gamma = \frac{0.05 - 0.0206947327}{0.0369644165} = 0.7927966976$$

นั่นคือ การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายที่มีขนาด $\alpha = 0.05$ ในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = 0.5$ เทียบกับ $H_1 : \theta > 0.5$ เมื่อ $n = 20$ คือ

$$\phi(x_1,\ldots,x_{20}) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ} \quad \sum x_i > 14 \\ 0.7927966976 & \text{เมื่อ} \quad \sum x_i = 14 \\ 0 & \text{เมื่อ} \quad \sum x_i < 14 \end{cases}$$

ตารางที่ 3.1 ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก γ และค่าวิกฤต c_1 สำหรับการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta < \theta_0$

α	n	θ_0	γ	c_1
0.05	10	0.1	หาค่าไม่ได้	หาค่าไม่ได้
		0.3	0.1796822037	1
		0.5	0.8933333333	2
		0.7	0.0257581565	5
		0.9	0.6482166481	7
	20	0.1	หาค่าไม่ได้	หาค่าไม่ได้
		0.3	0.2027391509	3
		0.5	**0.7927966976**	**6**
		0.7	0.0311781584	11
		0.9	0.0760257720	16
0.05	30	0.1	0.0538473731	1
		0.3	0.4273285650	5
		0.5	0.0124111790	11
		0.7	0.2239533850	17
		0.9	0.5103783154	24
	40	0.1	0.5361182664	1
		0.3	0.8324060312	7
		0.5	0.2639014681	15
		0.7	0.5755041051	23
		0.9	0.1405559357	33
	50	0.1	0.2080258882	2
		0.3	0.2529420290	10
		0.5	0.6496978320	19
		0.7	0.0603736300	30
		0.9	0.7639550547	41

ตารางที่ 3.2 ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก γ และค่าวิกฤต c_2 สำหรับการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta > \theta_0$

α	n	θ_0	γ	c_2
0.05	10	0.1	0.6482166481	3
		0.3	0.0257581565	5
		0.5	0.8933333333	8
		0.7	0.1796822037	9
		0.9	0.1433985995	10
	20	0.1	0.0760257720	4
		0.3	0.0311781584	9
		0.5	**0.7927966976**	**14**
		0.7	0.2027391509	17
		0.9	0.4112631670	20
0.05	30	0.1	0.5103783154	6
		0.3	0.2239533850	13
		0.5	0.0124111790	19
		0.7	0.4273285650	25
		0.9	0.0538473731	29
	40	0.1	0.1405559357	7
		0.3	0.5755041051	17
		0.5	0.2639014681	25
		0.7	0.8324060312	33
		0.9	0.5361182664	39
	50	0.1	0.7639550547	9
		0.3	0.0603736300	20
		0.5	0.6496978320	31
		0.7	0.2529420290	40
		0.9	0.2080258882	48

จากตารางที่ 3.2 จะพบว่าเมื่อ $\alpha = 0.05$ สำหรับค่า n ใด ๆ ถ้า θ_0 มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 0.1 ถึง 0.9 แล้วค่า γ จะมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงที่ไม่แน่นอน ส่วนค่า c_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้น

3.1.3 การทดสอบสมมติฐานเชิงประกอบ (Composite Hypothesis Test)

3.1.3.1 การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta \ge \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta < \theta_0$

การทดสอบนี้ให้การทดสอบในทำนองเดียวกับการทดสอบในหัวข้อที่ 3.1.1 ดังแสดงในตารางที่ 3.1

ดังนั้นการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta \ge \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta < \theta_0$ คือ

$$\phi(x_1,\dots,x_n) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } \sum x_i < c_1 \\ \gamma & \text{เมื่อ } \sum x_i = c_1 \\ 0 & \text{เมื่อ } \sum x_i > c_1 \end{cases}$$

3.1.3.2 การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta \le \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta > \theta_0$

การทดสอบนี้ให้การทดสอบในทำนองเดียวกับการทดสอบในหัวข้อที่ 3.1.2 ดังแสดงในตารางที่ 3.2

ดังนั้นการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta \le \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta > \theta_0$ คือ

$$\phi(x_1,\dots,x_n) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } \sum x_i > c_1 \\ \gamma & \text{เมื่อ } \sum x_i = c_1 \\ 0 & \text{เมื่อ } \sum x_i < c_1 \end{cases}$$

3.1.4 การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta \le \theta_1$ หรือ $\theta \ge \theta_2$ เทียบกับ $H_1 : \theta_1 < \theta < \theta_2$

ในที่นี้ $$f(x;\theta) = (1-\theta)\left(\frac{\theta}{1-\theta}\right)^x = (1-\theta)(1)e^{x[\ln\theta - \ln(1-\theta)]}$$

เปรียบเทียบกับ $$f(x;\theta) = c(\theta)h(x)e^{p(\theta)q(x)}$$

โดยที่ $c(\theta) = 1-\theta$, $h(x) = 1$

$p(\theta) = \ln\theta - \ln(1-\theta)$, $q(x) = x$

ดังนั้น $T(X_1,\dots,X_n) = \sum_{i=1}^{n} q(X_i) = \sum_{i=1}^{n} X_i$ เป็นสถิติที่พอเพียงและสมบูรณ์ของ θ

การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายที่มีขนาด α ในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta \le \theta_1$ หรือ $\theta \ge \theta_2$ เทียบกับ $H_1 : \theta_1 < \theta < \theta_2$ คือ

$$\phi(x_1,\ldots,x_n) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ} \quad c_1 < \sum x_i < c_2 \\ \gamma_i & \text{เมื่อ} \quad \sum x_i = c_i, i = 1, 2 \\ 0 & \text{เมื่อ} \quad \sum x_i < c_1 \text{ หรือ } > c_2 \end{cases}$$

โดยที่ c_1, c_2, γ_1, γ_2 หาได้จาก

$$E[\phi(X_1,\ldots,X_n)|\theta = \theta_1] = E[\phi(X_1,\ldots,X_n)|\theta = \theta_2] = \alpha$$

จะได้

$$P\left[c_1 < \sum_{i=1}^{n} X_i < c_2 \middle| \theta = \theta_1\right] + \gamma_1 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_1 \middle| \theta = \theta_1\right] + \gamma_2 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_2 \middle| \theta = \theta_1\right] = \alpha$$

$$P\left[c_1 < \sum_{i=1}^{n} X_i < c_2 \middle| \theta = \theta_2\right] + \gamma_1 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_1 \middle| \theta = \theta_2\right] + \gamma_2 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_2 \middle| \theta = \theta_2\right] = \alpha$$

ในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง $n = 20$ ขนาดของการทดสอบ $\alpha = 0.05$ และพารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบคือ $\theta_1 = 0.25$ และ $\theta_2 = 0.75$ จะได้ว่าสถิติการทดสอบ $\sum_{i=1}^{n} X_i$ มีการแจกแจงแบบทวินามที่มีพารามิเตอร์เป็น n และ θ โดยเราสามารถหาค่า $c_1, c_2, \gamma_1, \gamma_2$ ได้จากสมการ

$$P\left[c_1 < \sum_{i=1}^{n} X_i < c_2 \middle| \theta = \theta_1\right] + \gamma_1 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_1 \middle| \theta = \theta_1\right] + \gamma_2 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_2 \middle| \theta = \theta_1\right] = \alpha \quad \ldots\ldots (3)$$

$$P\left[c_1 < \sum_{i=1}^{n} X_i < c_2 \middle| \theta = \theta_2\right] + \gamma_1 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_1 \middle| \theta = \theta_2\right] + \gamma_2 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_2 \middle| \theta = \theta_2\right] = \alpha \quad \ldots\ldots (4)$$

จากการคำนวณค่าความน่าจะเป็นและการทดลอง พบว่า $c_1 = 8$ และ $c_2 = 12$ โดยที่

$$P\left[8 < \sum_{i=1}^{n} X_i < 12 \middle| \theta = 0.25\right] = 0.0399897761, P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = 8 \middle| \theta = 0.25\right] = 0.0608866892,$$

$$P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = 12 \middle| \theta = 0.25\right] = 0.0007516875$$

$$P\left[8 < \sum_{i=1}^{n} X_i < 12 \middle| \theta = 0.75\right] = 0.0399897761, P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = 8 \middle| \theta = 0.75\right] = 0.0007516875,$$

$$P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = 12 \middle| \theta = 0.75\right] = 0.0608866892$$

แทนค่าลงในสมการ (3) และ (4) จะได้

$$0.0608866892\gamma_1 + 0.0007516875\gamma_2 = 0.0100102239 \quad \ldots\ldots (5)$$

$$0.0007516875\gamma_1 + 0.0608866892\gamma_2 = 0.0100102239 \quad \ldots\ldots (6)$$

จะได้ $\gamma_1 = 0.1624024577$, $\gamma_2 = 0.1624024577$

นั่นคือ การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายที่มีขนาด α ในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta \le \theta_1$ หรือ $\theta \ge \theta_2$ เทียบกับ $H_1 : \theta_1 < \theta < \theta_2$ คือ

$$\phi(x_1,...,x_{20}) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } 8 < \sum x_i < 12 \\ 0.1624024577 & \text{เมื่อ } \sum x_i = c_i, i = 1, 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } \sum x_i < 8 \text{ หรือ } > 12 \end{cases}$$

ตารางที่ 3.3 ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก γ_1, γ_2 และค่าวิกฤต c_1, c_2 สำหรับการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta \le 0.25$ หรือ $\theta \ge 0.75$ เทียบกับ $H_1 : 0.25 < \theta < 0.75$

α	n	γ_1	γ_2	c_1	c_2
0.05	5	0.1422222222	0.1422222222	2	3
	10	0.8561761056	0.0000000000	5	6
	15	0.9537016822	0.9537016822	7	8
	20	**0.1624024577**	**0.1624024577**	**8**	**12**
	25	0.4911476549	0.4911476549	10	15
	30	0.9777331441	0.9777331441	12	18
	35	0.3484033316	0.3484033316	13	22
	40	0.8426147463	0.8426147463	15	25
	45	0.2942251201	0.2942251201	16	29
	50	0.8058613438	0.8058613438	18	32

จากตารางที่ 3.3 จะพบว่าเมื่อ $\alpha = 0.05$ ถ้า n มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 5 ถึง 50 แล้วค่า γ_1, γ_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงที่ไม่แน่นอน ส่วนค่า c_1 และ c_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้น

3.2 การทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย

(Uniformly Most Powerful Unbiased Test : UMP Unbiased Test)

3.2.1 การทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta_1 \le \theta \le \theta_2$ เทียบกับ $H_1 : \theta < \theta_1$ หรือ $\theta > \theta_2$ คือ

$$\phi(x_1,...,x_n) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ} \quad \sum x_i < c_1 \text{ หรือ } > c_2 \\ \gamma_i & \text{เมื่อ} \quad \sum x_i = c_i, i = 1, 2 \\ 0 & \text{เมื่อ} \quad c_1 < \sum x_i < c_2 \end{cases}$$

โดยที่ c_1, c_2, γ_1, γ_2 หาได้จาก

$$E[\phi(X_1,...,X_n)|\theta=\theta_1] = E[\phi(X_1,...,X_n)|\theta=\theta_2] = \alpha$$

จะได้

$$P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i < c_1 | \theta=\theta_1\right] + P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i > c_2 | \theta=\theta_1\right]$$

$$+\gamma_1 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_1 | \theta=\theta_1\right] + \gamma_2 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_2 | \theta=\theta_1\right] = \alpha$$

$$P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i < c_1 | \theta=\theta_2\right] + P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i > c_2 | \theta=\theta_2\right]$$

$$+\gamma_1 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_1 | \theta=\theta_2\right] + \gamma_2 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_2 | \theta=\theta_2\right] = \alpha$$

ในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง $n = 20$ ขนาดของการทดสอบ $\alpha = 0.05$ และพารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบคือ $\theta_1 = 0.25$ และ $\theta_2 = 0.75$ จะได้ว่าสถิติการทดสอบ $\sum_{i=1}^{n} X_i$ มีการแจกแจงแบบทวินามที่มีพารามิเตอร์เป็น n และ θ โดยเราสามารถหาค่า $c_1, c_2, \gamma_1, \gamma_2$ ได้จาก

$$P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i < c_1 | \theta=\theta_1\right] + P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i > c_2 | \theta=\theta_1\right]$$

$$+\gamma_1 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_1 | \theta=\theta_1\right] + \gamma_2 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_2 | \theta=\theta_1\right] = \alpha \quad .....(7)$$

$$P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i < c_1 | \theta=\theta_2\right] + P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i > c_2 | \theta=\theta_2\right]$$

$$+\gamma_1 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_1 | \theta=\theta_2\right] + \gamma_2 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_2 | \theta=\theta_2\right] = \alpha \quad .....(8)$$

จากการคำนวณค่าความน่าจะเป็นและการทดลอง พบว่า c_1=2 และ c_1=18 โดยที่

$$P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i < 2 \middle| \theta = 0.25\right] = 0.0243126249,\ P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i > 18 \middle| \theta = 0.25\right] = 0.0000000001,$$

$$P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = 2 \middle| \theta = 0.25\right] = 0.0669478076,\ P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = 18 \middle| \theta = 0.25\right] = 0.0000000016,$$

$$P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i < 2 \middle| \theta = 0.75\right] = 0.0000000001,\ P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i > 18 \middle| \theta = 0.75\right] = 0.0243126249,$$

$$P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = 2 \middle| \theta = 0.75\right] = 0.0000000016,\ P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = 18 \middle| \theta = 0.75\right] = 0.0669478076,$$

แทนค่าลงในสมการ (7) และ (8) จะได้

$$0.0669478076\gamma_1 + 0.0000000016\gamma_2 = 0.0256873751 \quad ..... (9)$$

$$0.0000000016\gamma_1 + 0.0669478076\gamma_2 = 0.0256873751 \quad ..... (10)$$

จะได้ $\gamma_1 = 0.3836925421,\ \gamma_2 = 0.3836925421$

นั่นคือ การทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายที่มีขนาด $\alpha = 0.05$ ในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta_1 \le \theta \le \theta_2$ เทียบกับ $H_1 : \theta < \theta_1$ หรือ $\theta > \theta_2$ คือ

$$\phi(x_1,...,x_n) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } \sum x_i < 2 \text{ หรือ } > 8 \\ 0.3836925421 & \text{เมื่อ } \sum x_i = c_i, i = 1, 2 \\ 0 & \text{เมื่อ } 2 < \sum x_i < 8 \end{cases}$$

ตารางที่ 3.4 ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก γ_1, γ_2 และค่าวิกฤต c_1, c_2 สำหรับการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : 0.25 \le \theta \le 0.75$ เทียบกับ $H_1 : \theta < 0.25$ หรือ $\theta > 0.75$

α	n	γ_1	γ_2	c_1	c_2
0.05	5	หาค่าไม่ได้	หาค่าไม่ได้	หาค่าไม่ได้	หาค่าไม่ได้
	10	หาค่าไม่ได้	หาค่าไม่ได้	หาค่าไม่ได้	หาค่าไม่ได้
	15	0.5483087810	0.5483087810	1	14
	20	**0.3836925421**	**0.3836925421**	**2**	**18**
	25	0.2790940570	0.2790940570	3	22
	30	0.2077228963	0.2077228963	4	26
	35	0.1588718377	0.1588718377	5	30
	40	0.1270243594	0.1270243594	6	34
	45	0.1089011918	0.1089011918	7	38
	50	0.1023739517	0.1023739517	8	42

จากตารางที่ 3.4 จะพบว่าเมื่อ $\alpha = 0.05$ ค่า n = 5 และ 10 จะไม่สามารถหาค่า $c_1, c_2, \gamma_1, \gamma_2$ ได้ ถ้า n มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 5 ถึง 50 แล้วค่า γ_1, γ_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงที่ไม่แน่นอน ส่วนค่า c_1 และ c_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้น

3.2.2 การทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta \neq \theta_0$ คือ

$$\phi(x_1,\ldots,x_n) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ} \quad \sum x_i < c_1 \text{ หรือ } > c_2 \\ \gamma_i & \text{เมื่อ} \quad \sum x_i = c_i, i = 1, 2 \\ 0 & \text{เมื่อ} \quad c_1 < \sum x_i < c_2 \end{cases}$$

โดยที่ c_1, c_2, γ_1, γ_2 หาได้จาก

$$E[\phi(X_1,\ldots,X_n)|\theta = \theta_0] = \alpha$$

และ
$$E\left[\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)\phi(X_1,\ldots,X_n)|\theta = \theta_0\right] = \alpha E\left[\sum_{i=1}^{n} X_i|\theta = \theta_0\right] = n\theta_0\alpha$$

จะได้
$$P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i < c_1|\theta = \theta_0\right] + P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i > c_2|\theta = \theta_0\right] + \gamma_1 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_1|\theta = \theta_0\right] + \gamma_2 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_2|\theta = \theta_0\right] = \alpha \quad \ldots\ldots (11)$$

และ
$$\sum_{i=1}^{n} X_i\, P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i < c_1|\theta = \theta_0\right] + \sum_{i=1}^{n} X_i\, P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i > c_2|\theta = \theta_0\right] + c_1\gamma_1 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_1|\theta = \theta_0\right] + c_2\gamma_2 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_2|\theta = \theta_0\right] = n\theta_0\alpha \quad \ldots.. (12)$$

ในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง $n = 20$ ขนาดของการทดสอบ $\alpha = 0.05$ และพารามิเตอร์ที่ต้องการทดสอบคือ $\theta = 0.25$ จะได้ว่าสถิติการทดสอบ $\sum_{i=1}^{n} X_i$ มีการแจกแจงแบบทวินามที่มีพารามิเตอร์เป็น n และ θ โดยเราสามารถหาค่า $c_1, c_2, \gamma_1, \gamma_2$ ได้จากสมการ

$$P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i < c_1|\theta=\theta_0\right] + P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i > c_2|\theta=\theta_0\right] + \gamma_1 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_1|\theta=\theta_0\right] + \gamma_2 P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_2|\theta=\theta_0\right] = \alpha \quad \ldots..(13)$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i \; P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i < c_1 \middle| \theta=\theta_0\right] + \sum_{i=1}^{n} X_i \; P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i > c_2 \middle| \theta=\theta_0\right]$$

$$+ c_1\gamma_1 \, P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_1 \middle| \theta=\theta_0\right] + c_2\gamma_2 \, P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = c_2 \middle| \theta=\theta_0\right] = n\theta_0\alpha \qquad \text{.....(14)}$$

จากการคำนวณค่าความน่าจะเป็นและการทดลอง พบว่า $c_1=2$ และ $c_2 = 9$ โดยที่

$$P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i < 2 \middle| \theta = 0.25\right] = 0.0243126249, \; P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i > 9 \middle| \theta = 0.25\right] = 0.0138644169,$$

$$P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = 2 \middle| \theta = 0.25\right] = 0.0669478076, \; P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = 9 \middle| \theta = 0.25\right] = 0.0270607508,$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i \; P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i < 2 \middle| \theta = 0.25\right] = 0.0211414129, \; \sum_{i=1}^{n} X_i P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i > 9 \middle| \theta = 0.25\right] = 0.1437391493,$$

$$c_1 \; P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = 2 \middle| \theta = 0.25\right] = 0.1338956152, \; c_2 \; P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = 9 \middle| \theta = 0.25\right] = 0.2435467569$$

แทนค่าลงในสมการ (13) และ (14) จะได้

$$0.0669478076\gamma_1 + 0.0270607508\gamma_2 = 0.0118229582 \qquad \text{..... (15)}$$

$$0.1338956152\gamma_1 + 0.2435467569\gamma_2 = 0.0851194378 \qquad \text{..... (16)}$$

จะได้ $\gamma_1=0.0454238410, \gamma_2=0.3245265330$

นั่นคือ การทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายที่มีขนาด $\alpha = 0.05$ ในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = 0.25$ เทียบกับ $H_1 : \theta \neq 0.25$ คือ

$$\phi(x_1,\ldots,x_{20}) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ} \quad \sum x_i < 2 \text{ หรือ } > 9 \\ 0.0454238410 & \text{เมื่อ} \quad \sum x_i = 2 \\ 0.3245265330 & \text{เมื่อ} \quad \sum x_i = 9 \\ 0 & \text{เมื่อ} \quad 2 < \sum x_i < 9 \end{cases}$$

ตารางที่ 3.5 ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก γ_1, γ_2 และค่าวิกฤต c_1, c_2 สำหรับการทดสอบสมมติฐาน $H_0: \theta = 0.25$ เทียบกับ $H_1: \theta \neq 0.25$

α	n	γ_1	γ_2	c_1	c_2
0.05	5	หาค่าไม่ได้	หาค่าไม่ได้	หาค่าไม่ได้	หาค่าไม่ได้
	10	หาค่าไม่ได้	หาค่าไม่ได้	หาค่าไม่ได้	หาค่าไม่ได้
	15	0.2279156115	0.1044746797	1	7
	20	**0.0454238410**	**0.3245265330**	**2**	**9**
	25	0.8052549383	0.6359613469	2	11
	30	0.6227950936	0.0373749141	3	12
	35	0.4890074006	0.3511744794	4	14
	40	0.4018054723	0.7800945190	5	16
	45	0.3320349320	0.2028554776	6	17
	50	0.2819910034	0.6343219362	7	19

จากตารางที่ 3.5 จะพบว่าเมื่อ $\alpha = 0.05$ ค่า n = 5 และ 10 จะไม่สามารถหาค่า $c_1, c_2, \gamma_1, \gamma_2$ ได้ ถ้า n มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 5 ถึง 50 แล้วค่า γ_1, γ_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงที่ไม่แน่นอน ส่วนค่า c_1 และ c_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้น

3.3 ตัวอย่าง (Example)

3.3.1 การโยนเหรียญและโยนลูกเต๋า

ในที่นี้เราต้องการทดสอบว่าเหรียญและลูกเต๋ามีความเที่ยงตรงหรือไม่ สามารถกระทำได้โดยใช้**การทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย**ในการทดสอบสมมติฐาน $H_0: \theta = 0.5$ เทียบกับ $H_1: \theta \neq 0.5$ สำหรับ $n = 100$ ที่ระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$ คือ

$$\phi(x_1,\ldots,x_{100}) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } \sum x_i < 40 \text{ หรือ } > 60 \\ 0.6824041726 & \text{เมื่อ } \sum x_i = 40 \\ 0.6824041726 & \text{เมื่อ } \sum x_i = 60 \\ 0 & \text{เมื่อ } 40 < \sum x_i < 60 \end{cases}$$

ในการทดลองโยนเหรียญทั้งหมด 100 ครั้ง ปรากฏว่าได้หัว 46 ครั้ง ซึ่งอยู่ในช่วง $40 < \sum x_i < 60$ แสดงว่าไม่ปฏิเสธสมมติฐาน $H_0 : \theta = 0.5$ ดังนั้นเหรียญที่ใช้ในการทดลองมีความเที่ยงตรง และในการทดลองโยนลูกเต๋าทั้งหมด 100 ครั้ง ปรากฏว่าได้หน้าคู่ 49 ครั้ง ซึ่งอยู่ในช่วง $40 < \sum x_i < 60$ แสดงว่าไม่ปฏิเสธสมมติฐาน $H_0 : \theta = 0.5$ ดังนั้นลูกเต๋าที่ใช้ในการทดลองมีความเที่ยงตรง

3.3.2 ชุดชั้นในสตรี ผ้าตัวกลม ขนาด 32

ในการทดสอบว่าชุดชั้นในสตรี ผ้าตัวกลม ขนาด 32 มีของเสียมากน้อยแค่ไหนเมื่อเทียบกับของเสียในปีที่ผ่าน ๆ มาซึ่งมีสัดส่วนของเสียน้อยที่สุด $\theta_1 = 0.0072$ และมีสัดส่วนของเสียมากที่สุด $\theta_2 = 0.0140$ สามารถกระทำได้โดยใช้**การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย**ที่มีขนาด $\alpha = 0.05$ ในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta \le 0.0072$ หรือ $\theta \ge 0.0140$ เทียบกับ $H_1 : 0.0072 < \theta < 0.0140$ สำหรับ n = 500 คือ

$$\phi(x_1,\ldots,x_{500}) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } 5 < \sum x_i < 6 \\ 0.3317218216 & \text{เมื่อ } \sum x_i = 5 \\ 0.0506994774 & \text{เมื่อ } \sum x_i = 6 \\ 0 & \text{เมื่อ } \sum x_i < 5 \text{ หรือ } \sum x_i > 6 \end{cases}$$

แต่ในการทดลองเก็บชุดชั้นในสตรีทั้งหมด 500 ชิ้น ปรากฏว่ามีชุดชั้นในที่มีของเสียทั้งหมด 10 ชิ้น ซึ่งอยู่ในช่วง $\sum x_i > 6$ แสดงว่าไม่สามารถปฏิเสธสมมติฐาน $H_0 : \theta \le 0.0072$ หรือ $\theta \ge 0.0140$ ดังนั้นชุดชั้นในสตรีผ้าตัวกลมขนาด 32 ที่ใช้ในการทดลองอาจจะมีสัดส่วนของเสียน้อยกว่า 0.0072 หรือมากกว่า 0.0140

นอกจากนี้ ถ้าต้องการทดสอบว่าชุดชั้นในสตรี ผ้าตัวกลม ขนาด 32 มีของเสียเท่ากับของเสียในปีที่ผ่าน ๆ มาซึ่งมีสัดส่วนของเสีย $\theta = 0.0116$ หรือไม่ สามารถกระทำได้โดยใช้ **การทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย**ที่มีขนาด $\alpha = 0.05$ ในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = 0.0116$ เทียบกับ $H_1 : \theta \ne 0.0116$ สำหรับ n = 500 คือ

$$\phi(x_1,\ldots,x_{500}) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } \sum x_i < 2 \text{ หรือ } > 11 \\ 0.1808538200 & \text{เมื่อ } \sum x_i = 2 \\ 0.2909609907 & \text{เมื่อ } \sum x_i = 11 \\ 0 & \text{เมื่อ } 2 < \sum x_i < 11 \end{cases}$$

แต่ในการทดลองเก็บชุดชั้นในสตรีทั้งหมด 500 ชิ้น ปรากฏว่าชุดชั้นในมีของเสียทั้งหมด 10 ชิ้น ซึ่งอยู่ในช่วง $2 < \sum x_i < 11$ แสดงว่าไม่สามารถปฏิเสธสมมติฐาน $H_0 : \theta = 0.0116$

ดังนั้นชุดชั้นในสตรี ผ้าตัวกลม ขนาด 32 ที่ใช้ในการทดลองมีสัดส่วนของเสีย 0.0116 ซึ่งให้ผลสรุปในทำนองเดียวกับการทดสอบที่มีกำลังสูงสุด

3.3.3 กล่องพลาสติกบรรจุขนม

ในการทดสอบว่ากล่องพลาสติกบรรจุขนมมีของเสียมากน้อยแค่ไหนเมื่อเทียบกับของเสียในปีที่ผ่าน ๆ มาซึ่งมีสัดส่วนของเสียน้อยที่สุด $\theta_1 = 0.0199$ และมีสัดส่วนของเสียมากที่สุด $\theta_2 = 0.0310$ สามารถกระทำได้โดยใช้**การทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย**ที่มีขนาด $\alpha = 0.05$ ในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta \le 0.0199$ หรือ $\theta \ge 0.0310$ เทียบกับ $H_1 : 0.0199 < \theta < 0.0310$ สำหรับ n = 14,000 คือ

$$\phi(x_1,\ldots,x_{14000}) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } 306 < \sum x_i < 401 \\ 0.4409431314 & \text{เมื่อ } \sum x_i = 306 \\ 0.0387445502 & \text{เมื่อ } \sum x_i = 401 \\ 0 & \text{เมื่อ } \sum x_i < 306 \text{ หรือ } \sum x_i > 401 \end{cases}$$

แต่ในการทดลองเก็บกล่องพลาสติกบรรจุขนมทั้งหมด 14,000 ชิ้น ปรากฏว่ามีกล่องพลาสติกบรรจุขนมที่มีของเสียทั้งหมด 332 ชิ้น ซึ่งอยู่ในช่วง $306 < \sum x_i < 401$ แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐาน $H_0 : \theta \le 0.0199$ หรือ $\theta \ge 0.0310$ ดังนั้นกล่องพลาสติกบรรจุขนมที่ใช้ในการทดลองมีสัดส่วนของเสียอยู่ระหว่าง 0.0199 และ 0.0310

นอกจากนี้ ถ้าต้องการทดสอบว่ากล่องพลาสติกบรรจุขนมมีของเสียเท่ากับของเสียในปีที่ผ่าน ๆ มาซึ่งมีสัดส่วนของเสีย $\theta = 0.0279$ หรือไม่ สามารถกระทำได้โดยใช้**การทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลาย**ที่มีขนาด $\alpha = 0.05$ ในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = 0.0279$ เทียบกับ $H_1 : \theta \ne 0.0279$ สำหรับ n = 14,000 คือ

$$\phi(x_1,\ldots,x_{14000}) = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } \sum x_i < 353 \text{ หรือ } > 429 \\ 0.5028662369 & \text{เมื่อ } \sum x_i = 353 \\ 0.0995660914 & \text{เมื่อ } \sum x_i = 429 \\ 0 & \text{เมื่อ } 353 < \sum x_i < 429 \end{cases}$$

แต่ในการทดลองเก็บกล่องพลาสติกบรรจุขนมทั้งหมด 14,000 ชิ้น ปรากฏว่ามีกล่องพลาสติกบรรจุขนมเสียทั้งหมด 332 ชิ้น ซึ่งอยู่ในช่วง $\sum x_i < 353$ แสดงว่าปฏิเสธสมมติฐาน $H_0 : \theta = 0.0279$ ดังนั้นกล่องพลาสติกบรรจุขนมที่ใช้ในการทดลองมีสัดส่วนของเสียไม่เท่ากับ 0.0279 ซึ่งให้ผลสรุปในทำนองเดียวกับการทดสอบที่มีกำลังสูงสุด

4. สรุปผลการวิจัย

1) ในการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta < \theta_0$ จะพบว่าเมื่อ $\alpha = 0.05$ สำหรับค่า n ใด ๆ ถ้า θ_0 มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 0.1 ถึง 0.9 แล้วค่า γ จะมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงที่ไม่แน่นอน ส่วนค่า c_1 จะมีค่าเพิ่มขึ้น และในการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = \theta_0$ เทียบกับ $H_1 : \theta > \theta_0$ จะพบว่าเมื่อ $\alpha = 0.05$ สำหรับค่า n ใด ๆ ถ้า θ_0 มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 0.1 ถึง 0.9 แล้วค่า γ จะมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงที่ไม่แน่นอน ส่วนค่า c_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้น

2) ในการทดสอบที่มีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta \leq 0.25$ หรือ $\theta \geq 0.75$ เทียบกับ $H_1 : 0.25 < \theta < 0.75$ จะพบว่าเมื่อ $\alpha = 0.05$ ถ้า n มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 5 ถึง 50 แล้วค่า γ_1, γ_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงที่ไม่แน่นอน ส่วนค่า c_1 และ c_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้น

3) ในการทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : 0.25 \leq \theta \leq 0.75$ เทียบกับ $H_1 : \theta < 0.25$ หรือ $\theta > 0.75$ จะพบว่าเมื่อ $\alpha = 0.05$ ค่า n = 5 และ 10 จะไม่สามารถหาค่า $c_1, c_2, \gamma_1, \gamma_2$ ได้ ถ้า n มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 5 ถึง 50 แล้วค่า γ_1, γ_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงที่ไม่แน่นอน ส่วนค่า c_1 และ c_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้น

4) ในการทดสอบที่ไม่เอนเอียงและมีกำลังสูงสุดอย่างเสมอต้นเสมอปลายในการทดสอบสมมติฐาน $H_0 : \theta = 0.25$ เทียบกับ $H_1 : \theta \neq 0.25$ จะพบว่าเมื่อ $\alpha = 0.05$ ค่า n = 5 และ 10 จะไม่สามารถหาค่า $c_1, c_2, \gamma_1, \gamma_2$ ได้ ถ้า n มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 5 ถึง 50 แล้วค่า γ_1, γ_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้นและลดลงที่ไม่แน่นอน ส่วนค่า c_1 และ c_2 จะมีค่าเพิ่มขึ้น

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยเรื่องนี้ได้รับทุนจากคณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง และขอขอบคุณนายศราวุธ สุวรรณอัตถ์ นักศึกษาปริญญาโท ชั้นปีที่ 1 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่คอยให้ความช่วยเหลือด้านการเขียนโปรแกรม

เอกสารอ้างอิง

[1] Mood, A. M., Graybill, F. A. and Boes, D. C., 1974. Introduction to the Theory of Statistics. 3rd ed. McGraw Hill, Auckland.

[2] บรรทม สุระพร, 2541. การทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติเมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบทวินาม. *วารสารพัฒนบริหารศาสตร์*, 38(3), 78-86. [Buntoom Suraporn, 1998. Statistical hypotheses testing under Binomial distribution. *NIDA Journal,* 38(3), 78-86. (in Thai)]

[3] รุจิเรข ดีเสียง, 2541. การทดสอบสมมติฐานสองด้านเมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบปัวส์ซอง. *วารสารพัฒนบริหารศาสตร์*, 38(2), 125-132. [Rujirek Deesaeng, 1998. Statistical hypotheses testing under Poisson distribution. *NIDA Journal*, 38(2), 125-132. (in Thai)]