

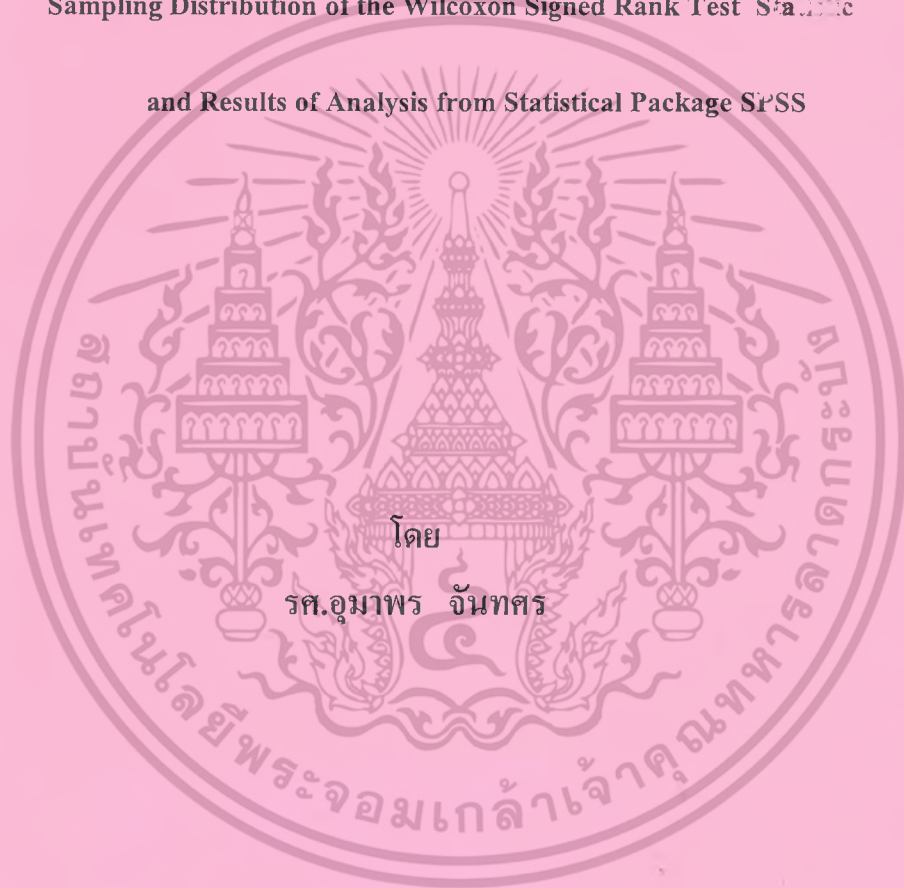
รายงานการวิจัย

เรื่อง

การแจกแจงของสถิติทดสอบวิลคอกซันชนิดอันดับที่มีเครื่องหมายกำกับ
และผลวิเคราะห์จากโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ SPSS

Sampling Distribution of the Wilcoxon Signed Rank Test Statistic

and Results of Analysis from Statistical Package SPSS



โดย

รศ.อูมาพร จันทร์

ได้รับทุนสนับสนุนงานวิจัยจากเงินงบประมาณแผ่นดินประจำปีงบประมาณ 2551

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

รายงานการวิจัย

เรื่อง

การแจกแจงของสถิติทดสอบวิลคอกซ์อันดับที่มีเครื่องหมายกำกับ

และผลวิเคราะห์จากโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ SPSS

Sampling Distribution of the Wilcoxon Signed Rank Test Statistic

and Results of Analysis from Statistical Package SPSS

โดย

รศ.อูมาพร จันทกร

RCH

GA

2570.2

0946ก

ค. 2

ตขทป.....

เลขทะเบียน..... **115540**

ท.เดือน.ปี..... **21 ส.ค. 2554**

ได้รับทุนสนับสนุนงานวิจัยจากเงินงบประมาณแผ่นดินประจำปีงบประมาณ 2551

คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์อื่นใด
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

b. 103174003
i.

ชื่อโครงการ (ภาษาไทย) การแจกแจงของสถิติทดสอบวิลคอกชันชนิดอันดับที่มีเครื่องหมายกำกับ
และผลวิเคราะห์จากโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ SPSS

(ภาษาอังกฤษ) Sampling Distribution of the Wilcoxon Signed Rank Test Statistic
and Results of Analysis from Statistical Package SPSS

แหล่งเงิน งบประมาณแผ่นดิน

ประจำปีงบประมาณ 2551 จำนวนเงินที่ได้รับการสนับสนุน 122,600 บาท

ระยะเวลาทำการวิจัย 1 ปี ตั้งแต่ 1 ต.ค. 2550 ถึง ก.ย. 2551

รศ.อุมาพร จันทสร โทร. 02-3264111 ต่อ 6278

สาขาวิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
kcumapor@kmitl.ac.th

Keywords: The wilcoxon Signed Rank test , SPSS12.01 , Ties , Corrected for ties, Corrected for continuity

บทคัดย่อ

สถิติทดสอบวิลคอกชันชนิดอันดับที่มีเครื่องหมายกำกับจะถูกนำไปใช้แทนที่การทดสอบแบบที่
ในกรณีที่ข้อกำหนดเบื้องต้นเกี่ยวกับการแจกแจงปกติไม่เป็นจริง การแจกแจงของสถิติทดสอบนี้
สามารถหาได้จากตารางของสถิตินอนพาราเมตริกต่างๆไป ในกรณีที่ผลต่างของข้อมูลไม่มีค่าซ้ำกัน แต่
ในกรณีที่มีค่าซ้ำกันซึ่งเรียกว่า ties การแจกแจงจะแตกต่างกัน ซึ่งทำให้ได้ค่าพีที่ต่างไปด้วย งานวิจัยนี้มี
วัตถุประสงค์เพื่อศึกษาว่า โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติSPSS12.01ให้การแจกแจงและค่าพีแบบใด คือ
แบบค่าที่แท้จริง หรือใช้การประมาณจากการแจกแจงปกติ และได้ผลสรุปว่าSPSS12.01ใช้วิธีประมาณ
จากการแจกแจงปกติในทุกกรณี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Abstract

The Wilcoxon Signed Rank Test is the competitor of the T-test , always be used when the Normality assumption is not true. In case of no ties ,the distribution of this test statistic can be found from Nonparametric Textbook. The distribution and p-value will be different when the ties exist. The objective of this research is to examine type of distribution and p-value ,exact or asymptotic , by applying statistical package SPSS12.01. The results of calculation found that SPSS12.01 give asymptotic in every cases.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ข
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	ค
บทที่ 1 บทนำ	
1.1 ความสำคัญที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย	1
1.2 วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย	3
1.3 ขอบเขตของการวิจัย	3
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	4
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	
2.1 ทฤษฎี สมมติฐาน และ กรอบแนวความคิดของโครงการวิจัย	5
2.2 การทบทวนวรรณกรรม/สารสนเทศที่เกี่ยวข้อง	9
บทที่ 3 วิธีการดำเนินงานและผลการวิจัยและสรุปผล	
3.1 การดำเนินงาน	11
3.2 สรุปผลการวิจัย	28
3.3 ข้อเสนอแนะ	29
บรรณานุกรม	30

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 1

บทนำ

1. ความสำคัญ ที่มาของปัญหาที่ทำการวิจัย

สถิติเชิงอนุมาน โดยเฉพาะการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าของประชากร มักจะถูกนำไปใช้อย่างแพร่หลายในหลาย ๆ สาขาวิชา ประชากรที่ต้องการสรุปผลนั้นอาจจะเป็นกรณี 1 ประชากร หรือ 2 ประชากรแบบสัมพันธ์ หรือแบบอิสระกัน หรือมากกว่า 2 ประชากร

สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่ากลางของประชากร 1 กลุ่ม หรือ 2 กลุ่ม แบบสัมพันธ์กัน สถิติทดสอบที่นิยมใช้คือสถิติทดสอบ t (t - Test) ซึ่งต้องมีข้อกำหนดเบื้องต้นว่าตัวอย่างที่สุ่มมาต้องมาจากการแจกแจงแบบปกติ ถ้าข้อกำหนดเบื้องต้นไม่จริง ควรจะหันมาเลือกใช้สถิติทดสอบแบบอื่นแทน เช่น การทดสอบเครื่องหมาย (The Sign Test) หรือการทดสอบของวิลคอกซันชนิดอันดับที่มีเครื่องหมายกำกับ (The Wilcoxon Signed Ranks Test) ซึ่งจัดเป็นสถิติแบบนอนพารามेटริก (Nonparametric Statistics) ที่มีข้อดีคือไม่จำเป็นต้องทราบการแจกแจงของประชากร (Distribution free) (1)

การทดสอบทั้ง 2 ดังกล่าวจะใช้ในสถานการณ์ที่ต่างกัน กล่าวคือ การทดสอบเครื่องหมาย จะใช้กับข้อมูลที่มีมาตรวัดแบบเรียงลำดับ (Ordinal Scale) ในขณะที่การทดสอบของวิลคอกซันต้องใช้กับข้อมูลที่มีมาตรวัดแบบอันตรภาค และมักมีประสิทธิภาพสัมพัทธ์สูงกว่าเมื่อเทียบกับการทดสอบเครื่องหมายเสมอ เนื่องจากใช้สาระของข้อมูล (Information) ทั้งขนาดและเครื่องหมายของความแตกต่าง (Magnitude and Sign of the Difference) จากข้อมูลตัวอย่าง เนื่องจากวิธีการของการทดสอบของวิลคอกซันจำเป็นต้องเรียงลำดับ (Rank) ค่าความแตกต่าง ในกรณีที่มีค่าเท่ากันตั้งแต่ 2 ค่าขึ้นไป เรียกว่า เกิด ties (แบบ Nonzero) แม้ว่าตามทฤษฎีจะมีข้อกำหนดว่าตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงแบบต่อเนื่อง (Continuous) แต่ในทางปฏิบัติมักเกิดปัญหา ties ขึ้นเสมอ ในกรณีที่มี ties น้อยจำนวนเมื่อเทียบกับจำนวนข้อมูลตัวอย่างทั้งหมด การแจกแจงของตัวสถิติมักจะไม่ต่างกันมาก แต่ถ้ามีในสัดส่วนที่สูงจะมีผลต่อค่า p - value) ซึ่งอาจทำให้การสรุปผล (ยอมรับ หรือ ปฏิเสธ สมมติฐานเบื้องต้น) แตกต่างกันได้ จึงมีการปรับสูตรของสถิติทดสอบแบบวิลคอกซันด้วยจำนวน ties เหล่านั้น เรียกว่าสูตรที่มีการปรับ ties (Correction for ties) และอีกประเด็นหนึ่ง คือเมื่อใช้ การประมาณด้วยการแจกแจงปกติจำเป็นต้องมีการปรับค่าต่อเนื่อง (Correction for Continuity) เนื่องจากตัวแปรสุ่มเดิมเป็นแบบไม่ต่อเนื่อง ซึ่งสถิติทดสอบของวิลคอกซันเป็นเช่นนี้ (2)

โดยทั่วไป การแจกแจงของสถิติทดสอบนี้กรณีที่มี ties จะไม่มีรูปแบบตายตัวขึ้นอยู่กับข้อมูลชุดนั้นๆ จึงไม่มีตารางของการแจกแจงแบบสำเร็จรูปที่จะใช้หาค่า p ได้ ปัจจุบัน

โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ StatXact และ Testimate สามารถใช้วิธีเปอร์มิวเทชัน

เอกสารนี้เป็นเอกสารลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ มีผู้นิพนธ์โดย นายประจักษ์ วัฒนศิริ

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(Permutation) หาค่าพีที่ถูกต้อง(Exact p-value) ได้ แต่โปรแกรมทั้งสองนี้ยังไม่เป็นที่รู้จักในหมู่นักวิจัย เนื่องจากเป็นโปรแกรมเฉพาะทางของสถิติแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ และการใช้ยังไม่เป็นที่แพร่หลายเพราะหาใช้ได้ยาก ในขณะที่โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติอื่นๆ จะใช้วิธีประมาณด้วยการแจกแจงปกติ (ถือว่าตัวอย่างมีขนาดใหญ่)(Asymptotic Approximation) หรือหาค่าพีจากการแจกแจงของสถิติทดสอบในกรณีที่ไม่มี ties (ซึ่งมีตารางสำเร็จรูปที่สร้างไว้แล้ว) ค่าพีที่ได้จะเรียกว่าค่าพีแบบประมาณ (pseudo p-value)

ค่าพี (p - value) คือค่าระดับนัยสำคัญที่แท้จริง (Exact significant level) ซึ่งได้จากข้อมูลตัวอย่าง หรือก็คือค่าความน่าจะเป็นของการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ที่แท้จริง (Exact Type I error) ถ้าทราบค่าก็จะทำให้นักวิจัยสรุปผลการตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธ H_0 จากตัวอย่าง 1 ชุดนี้ ด้วยความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ตามความสำคัญของปัญหานั้น ๆ (โดยอาจจะยอมให้เกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 น้อยกว่าหรือมากกว่าความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 2)

เมื่อความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 คือการที่ปฏิเสธ H_0 ทั้งที่ H_0 เป็นจริง
ให้โอกาสที่จะเกิด = α

และความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 2 คือการที่ยอมรับ H_0 ทั้งที่ H_0 เป็นเท็จ
ให้โอกาสที่จะเกิด = β

โดยทั่วไป การจะกำหนดให้ค่าทั้งสองน้อยที่สุดทั้งคู่ทำไม่ได้ ต้องเลือกให้ค่าหนึ่งน้อยไว้ โดยยอมให้อีกค่าใหญ่ (ตามทฤษฎี) การจะเลือกให้ค่าใดน้อยจะดูความร้ายแรงที่จะเกิด โดยให้เหตุการณ์ที่ร้ายแรง (Serious) มีโอกาสเกิดขึ้นน้อยที่สุด เช่น ในกรณีตั้งสมมติฐาน “ยาใหม่มีประสิทธิภาพดี คือ ช่วยลดอัตราการตายของผู้ป่วยลงกว่ายาเดิม” สามารถตั้งเป็นสมมติฐานทางสถิติดังนี้

H_0 : ยาใหม่มีประสิทธิภาพไม่ต่างจากยาเดิม หรือ อัตราการตายเท่าเดิม

H_1 : ยาใหม่มีประสิทธิภาพดีกว่ายาเดิม หรือ อัตราการตายลดลง

ปัญหานี้ ความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 คือ การยอมรับว่ายาใหม่ดีทั้งที่จริงไม่ดีกว่ายาเดิม (Reject H_0 ทั้งที่ H_0 จริง)

ความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 2 คือ การยอมรับว่ายาใหม่มีประสิทธิภาพเหมือนเดิมทั้งที่จริงยาใหม่ดีกว่ายาเดิม (Accept H_0 ทั้งที่ H_0 ผิด)

ถ้ายานี้ใช้รักษาผู้ป่วยมะเร็ง การเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 2 จะทำให้หมดโอกาสใช้ยาใหม่นี้รักษาผู้ป่วยมะเร็ง (ซึ่งอาจทำให้ผู้ป่วยรอดชีวิต) กรณีเช่นนี้จะมีผลร้ายแรง (Serious) มากกว่าการเกิดความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ปัญหานี้จึงควรควบคุมให้เกิดน้อยที่สุด นั่นคือให้ความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ใหญ่กว่า (ตามทฤษฎีความคลาดเคลื่อนทั้ง 2 นั้น ค่าหนึ่งมากอีกค่าหนึ่งจะน้อย ไม่สามารถให้มีค่าน้อยทั้งคู่ นอกจากสุ่มตัวอย่างให้มากขึ้น) ดังนั้น ถ้าผลการ

วิเคราะห์ได้ค่าพีที่มีค่าหนึ่งหรือไม่น้อยเกินไป ก็จะทำให้นักวิจัยแน่ใจว่าได้ควบคุมความคลาดเคลื่อนที่ 2 ให้มีค่าน้อยที่สุดแล้ว

จากปัญหาเดิมแต่เป็นยารักษาอาการไข้หวัด โดยยาใหม่มีราคาแพงกว่าเดิม ปัญหานี้เราน่าจะต้องการควบคุมความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 (สรุปว่ายานใหม่ซึ่งแพงกว่ายาเดิม ดีกว่ายาเดิมทั้งที่จริงให้ผลไม่ต่างจากยาเดิม) ให้ต่ำที่สุด (3) ฉะนั้นค่าพีจะเป็นตัวบอกของความคลาดเคลื่อนทั้งสองที่ต้องการควบคุมให้เกิด จึงมีความสำคัญกับนักวิจัยมาก จึงควรให้ความสำคัญกับการได้ค่าพีที่แท้จริง (Exact p – value)

โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ SPSS เป็นโปรแกรมที่แพร่หลายในหมู่นักวิจัยในเกือบทุกสาขาวิชาในประเทศไทย เพราะสามารถหาใช้งานได้ง่าย จึงน่าจะศึกษาถึงผลการวิเคราะห์ด้วยสถิติทดสอบของวิลคอกชันว่า โปรแกรม SPSS ได้ให้ความสำคัญไว้หรือไม่ หรือใน Algorithm ของ SPSS มีการกำหนด Default ไว้อย่างไร มี Module อะไรบ้างให้ผู้เลือกใช้ ผลการศึกษาครั้งนี้ จะทำให้นักวิจัยที่ใช้สถิติทดสอบของวิลคอกชันจากการใช้โปรแกรม SPSS ได้ค่าพี (p – value) ที่ถูกต้องอย่างแท้จริงแทนที่จะเป็นค่าประมาณ (pseudo p – value) นั้นหมายความว่า ผลการตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธ สมมติฐานก็จะได้ผลที่ถูกต้องอย่างแท้จริงด้วย

2. วัตถุประสงค์ของโครงการวิจัย

ศึกษาว่าจากการใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SPSS12.01 จากข้อมูลที่จำลองขึ้นมาในแต่ละกรณีคือ-กรณีขนาดตัวอย่างเล็ก ไม่มี ties

-กรณีขนาดตัวอย่างเล็ก มี ties

-กรณีใช้การแจกแจงปกติประมาณ(Asymptotic)

-กรณีใช้การแจกแจงปกติประมาณ และปรับค่าต่อเนื่อง และปรับค่าties

แล้วจะได้ค่าพีตรงกับค่าพีที่แท้จริงอย่างไร เพื่อหาข้อสรุปในการแนะนำผู้ใช้ SPSS ว่าในกรณีที่มีข้อมูลแบบต่าง ๆ เมื่อใช้ SPSS ควรใช้ ความระมัดระวัง เพื่อจะได้ค่าพีที่ถูกต้องอย่างแท้จริง

3. ขอบเขตของโครงการวิจัย

ทำการเปรียบเทียบค่าพีจากสถิติทดสอบของวิลคอกชันชนิดอันดับที่มีเครื่องหมายกำกับ (The Wilcoxon Signed Rank Test) จากการแจกแจงที่แท้จริงกับผลจาก SPSS/FW Version 12.01 ภายใต้สถานการณ์ต่าง ๆ ดังนี้

1. ตัวอย่างขนาดเล็ก
2. ตัวอย่างขนาดเล็กแบบมี ties
3. ตัวอย่างขนาดกลาง แบบมี ties

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

และ ties ในที่นี้จะหมายถึง ค่าความแตกต่างมีค่าเท่ากัน (non zero – ties) เท่านั้น ไม่รวมกรณี ties ที่มีค่าเป็น 0 (zero ties) ซึ่งโดยทั่วไปจะตัดทิ้งจากการคำนวณ หรืออาจจะพิจารณาค่า 0 ด้วยก็ได้ (Higgies หน้า 122)

และตำแหน่ง (Position) ที่เกิด ties จะพิจารณาในอันดับต้น ๆ กลาง ๆ และท้าย ๆ ของข้อมูลทั้งหมด

โดยจะใช้ข้อมูลจากตัวอย่างจากรายของสถิติที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ที่เป็นที่รู้จักกันอย่างแพร่หลาย อาทิเช่นตำราของ Hollander and Wolfe หรือตำราของ Sprent and Smeeton หรือตำราของ Gibbons รวมทั้งการแจกแจงที่แท้จริงของสถิติทดสอบ Wilcoxon Signed Rank ที่ได้จากรางสำเร็จรูปในตำราเหล่านั้น

4. ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

- 4.1 ทำให้ผู้ใช้โปรแกรม SPSS เลือกใช้ Module ที่ถูกต้องในแต่ละกรณีเพื่อให้ได้ผลการวิเคราะห์จากโปรแกรมตรงกับการแจกแจงที่แท้จริง
- 4.2 ทราบว่าโปรแกรม SPSS ให้ผลการวิเคราะห์สถิติทดสอบแบบวิลคอกชันตรงกับผลการวิเคราะห์จากการแจกแจงที่แท้จริงในกรณีใดบ้าง
- 4.3 เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษา สำหรับสถิติทดสอบอื่น ๆ เช่น สถิติทดสอบสำหรับความแตกต่างของค่ากลางของ 2 ประชากรที่อิสระกัน มากกว่า 2 ประชากรที่แบบสัมพันธ์กัน และอิสระกัน เป็นต้น
- 4.4 เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาการใช้สถิติทดสอบวิลคอกชันจากโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติอื่น ๆ เช่น SAS, MINITAB และเปรียบเทียบผลระหว่างโปรแกรมต่าง ๆ เพื่อได้ข้อสรุปว่า ควรใช้โปรแกรมใดวิเคราะห์ข้อมูลด้วยสถิติทดสอบวิลคอกชัน ในกรณีต่าง ๆ เพื่อได้ค่าพีตรงกับค่าที่แท้จริง (exactly p-value) ที่สุด

หน่วยงานที่นำผลการวิจัยไปใช้ประโยชน์

- สถาบันการศึกษา องค์กรเอกชน
- นักวิจัยทั่วไป

บทที่ 2

เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. ทฤษฎี สมมติฐาน และ กรอบแนวความคิดของโครงการวิจัย

สถิติทดสอบของวิลคอกซันชนิดอันดับที่มีเครื่องหมายกำกับ (The Wilcoxon Signed Ranks test) สามารถนำไปทดสอบเกี่ยวกับค่ากลางของประชากร 1 กลุ่ม และ 2 กลุ่มที่สัมพันธ์กัน ด้วยสมมติฐานเบื้องต้น ดังนี้

$$H_0 : M = M_0 \quad (\text{ในกรณี 1 ประชากร เมื่อ } M = \text{ค่ามัธยฐานของประชากร} \\ \text{และ } M_0 = \text{ค่าคงที่ที่กำหนดล่วงหน้า})$$

หรือ

$$H_0 : M_1 = M_2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{ในกรณี 2 ประชากรแบบสัมพันธ์กัน} \\ \text{เมื่อ } M_1 = \text{ค่ามัธยฐานของประชากรที่ 1} \\ \text{และ } M_2 = \text{ค่ามัธยฐานของประชากรที่ 2} \end{array} \right\}$$

วิธีการของสถิตินี้จะทำโดยหาผลต่าง $d_i = X_i - M_0$ หรือ $X_i - Y_i$ ในกรณีหนึ่ง ตัวอย่างและสองตัวอย่างแบบสัมพันธ์กันตามลำดับ โดยพิจารณาความแตกต่างทั้งเครื่องหมายและขนาด แล้วเรียงลำดับค่า $|d_i|$, $i = 1, 2, \dots, n$ จากน้อยไปหามาก หลังจากนั้นใส่เครื่องหมายเดิมของ d_i หน้าลำดับที่เหล่านั้น สถิติทดสอบกำหนดให้เป็น T มีค่าเท่ากับผลรวมของลำดับที่มีเครื่องหมาย + ในกรณีที่ไม่มี ties เกิดขึ้น

จะมีการแจกแจงดังนี้ ถ้า $n = 4$ ด้วยค่า $d_i = 1 - 3 - 5 - 7$

จะมีจำนวนวิธีจะให้ค่า d_i มีเครื่องหมาย + หรือ - แตกต่างกันทั้งหมด = 2^4 วิธี = 16 วิธี ดังนี้

ลำดับที่	1	2	3	4	ตัวสถิติ T (ผลรวมของลำดับที่มีเครื่องหมาย +)
วิธีที่ 1	+	+	+	+	10
วิธีที่ 2	+	+	+	-	6
วิธีที่ 3	+	+	-	+	7
วิธีที่ 4	+	-	+	+	8
วิธีที่ 5	-	+	+	+	9
วิธีที่ 6	+	+	-	-	3
วิธีที่ 7	+	-	-	+	5
วิธีที่ 8	+	-	+	-	4
วิธีที่ 9	-	-	+	+	7

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีที่ 10	-	+	+	-	5
วิธีที่ 11	-	+	-	+	6
วิธีที่ 12	+	-	-	-	1
วิธีที่ 13	-	+	-	-	2
วิธีที่ 14	-	-	+	-	3
วิธีที่ 15	-	-	-	+	4
วิธีที่ 16	-	-	-	-	0

การแจกแจงที่แท้จริงของค่า T จะเป็นดังตารางต่อไปนี้

ค่า T	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P(T)	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$

การหาค่าพี (p - value) จะหาได้จากผลรวมของความน่าจะเป็นที่ค่า T มาก ๆ (หรือน้อย) ขึ้นอยู่กับทิศทางของสมมติฐานรอง (Alternative Hypothesis)

เช่น จากข้อมูลตัวอย่างจะได้ค่า $T = 8$

$$\text{ถ้าตั้ง } H_0 : M = M_0$$

$$H_1 : M > M_0$$

$$\text{ค่าพีจากตัวอย่างจะคือ } P(T \geq 8) = \frac{3}{16} = 0.1875$$

การหาค่าพีด้วยวิธีการนี้ จะเป็นรูปตายตัว(คือถ้าขนาดตัวอย่าง=4 ก็จะมีการแจกแจงเช่นเดียวกันนี้) และในตำราของสถิติแบบนอนพาราเมตริกทั่วๆ ไปก็จะนำเสนอตารางสำเร็จรูปที่แสดงค่าพี ที่ขนาดตัวอย่างต่างๆ ซึ่งผู้ใช้สามารถคำนวณหาค่าพีได้อย่างถูกต้อง

ในกรณีที่มี ties เกิดขึ้น

ในกรณีที่มี ties การแจกแจงจะแตกต่างไปจากกรณีไม่มี ties ดังนี้

สมมติใช้ $n = 4$ เหมือนเดิม แต่ค่า d_i มีค่าดังนี้ -1 1 1 12

นั่นคือ มีค่าซ้ำกันที่ค่า 1 เป็นจำนวน 3 จำนวน เรียกว่ามี ties เกิดขึ้นที่ค่า 1 นี้

การให้ลำดับที่ของค่าซ้ำกันจะใช้ลำดับที่เฉลี่ย (Mid - Rank) ของลำดับที่ควรจะเป็น ดังนั้นที่ค่า 1 ลำดับที่จะให้คือ ค่าเฉลี่ยของลำดับที่ 1 2 และ 3

จึงได้ลำดับที่เฉลี่ยคือ 2 เหมือนกันทุกค่า

ดังนั้นเครื่องหมายของลำดับที่ของเลข 4 จำนวน จะเป็นดังนี้ -2 2 2 4 ได้ค่า $T = 8$

จำนวนวิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมด 16 วิธีจะเป็นดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ลำดับที่	2	2	2	4	ตัวสถิติ T (ผลรวมของลำดับที่มีเครื่องหมาย +)
วิธีที่ 1	+	+	+	+	10
วิธีที่ 2	+	+	+	-	6
วิธีที่ 3	+	+	-	+	8
วิธีที่ 4	+	-	+	+	8
วิธีที่ 5	-	+	+	+	8
วิธีที่ 6	+	+	-	-	4
วิธีที่ 7	+	-	-	+	6
วิธีที่ 8	+	-	+	-	4
วิธีที่ 9	-	-	+	+	6
วิธีที่ 10	-	+	+	-	4
วิธีที่ 11	-	+	-	+	6
วิธีที่ 12	+	-	-	-	2
วิธีที่ 13	-	+	-	-	2
วิธีที่ 14	-	-	+	-	2
วิธีที่ 15	-	-	-	+	4
วิธีที่ 16	-	-	-	-	0

การแจกแจงที่แท้จริงของค่า T จะเป็นดังต่อไปนี้

ค่า T	0	2	4	6	8	10
P(T)	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$

จะพบว่าการแจกแจงที่ได้นี้ แตกต่างไปจากตัวอย่างเดิม รวมทั้งค่าพี (p-value)

เช่น $P(T \geq 8) = \frac{4}{16} = 0.25$ ซึ่งจะแตกต่างไปจากกรณีไม่มี ties ดังกล่าวถึงตอนต้น แม้จะมีขนาด

ตัวอย่างเท่ากันคือ 4 (ถ้าค่าซ้ำแตกต่างจากนี้ก็จะได้การแจกแจงต่างจากนี้เช่นกัน) การแจกแจงเช่นนี้ต้องคำนวณหาด้วยวิธีการดังกล่าวสำหรับตัวอย่างแต่ละชุด ซึ่งไม่มีรูปแบบตายตัว จึงไม่สามารถหาค่าพีได้จากตารางสำเร็จรูปในตำราของสถิติแบบนอนพาราเมตริกต่างๆไป แต่โปรแกรมสำเร็จรูป StatXact เป็นโปรแกรมที่สร้างขึ้นเพื่อใช้กับสถิติแบบนอนพาราเมตริก) สามารถหาการแจกแจงที่แท้จริงจากตัวอย่างชุดหนึ่งๆได้ ในขณะที่โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติต่างๆไปไม่ได้ถูกสร้างขึ้นมาให้ทำการคำนวณเช่นนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ได้ แต่จะใช้วิธีประมาณด้วยการแจกแจงปกติ(Asymptotic) หรือใช้วิธีหาค่าพีจากกรณีที่ไม่มีties ซึ่งค่าพีที่หาได้จะเป็นค่าพีแบบประมาณ

สำหรับการใช้การแจกแจงปกติประมาณการแจกแจงของ T นั้น การคำนวณด้วยมือ มักใช้ในกรณีที่ขนาดตัวอย่าง (n) ใหญ่กว่าขนาดตัวอย่างจากตารางการแจกแจงของ T (เช่นตารางสร้างตั้งแต่ $n = 1 - 20$ ถ้า $n \geq 21$ เป็นต้นไป จะไม่สามารถหาค่าพีจากการแจกแจงของ T ได้) ด้วยสูตรดังต่อไปนี้

$$Z = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} \quad (1)$$

และในกรณีที่ มี ties จะใช้สูตรปรับค่า ties (correction for ties) ดังนี้

$$Z = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{24} \right] - \left[\frac{\sum t^3 - \sum t}{48} \right]}} \quad (2)$$

และเมื่อใช้การแจกแจงปกติประมาณการแจกแจงของ T ซึ่งเป็นค่าไม่ต่อเนื่อง ควรจะมีการปรับค่าต่อเนื่อง (Correction for Continuity) ดังนี้

$$Z = \frac{(T \pm 0.5) - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} \quad (3)$$

จากสูตรทั้ง 3 ดังกล่าว ย่อมได้ค่าพีที่แตกต่างกัน

จะขอยกตัวอย่างจากตัวอย่างเดิมของการแจกแจง T ดังกล่าวตอนต้น

ถ้าใช้สูตรการประมาณด้วยการแจกแจงปกติ ทั้ง 3 กรณี จะได้ค่า Z ตามลำดับดังนี้ 1.10, 1.13 และ 0.91 ซึ่งได้ค่าพี (1 - tailed) ตามลำดับดังนี้ 0.1357, 0.1292, 0.1814 ค่าทั้งสามนี้เป็นเพียงค่าประมาณของค่าพี (Approximate P - value หรือ Pseudo P - value) จะเห็นได้ว่าค่าพีจะแตกต่างกันในทุกกรณี รวมทั้งต่างจากการใช้การแจกแจงของ T ที่แท้จริงดังกล่าวตอนต้นด้วย (ซึ่งได้ค่าพี (1 - tailed) = 0.1875

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นอกจากนี้แล้ว ถ้าใช้การแจกแจงปกติประมาณและมีการปรับค่า ties และปรับค่าต่อเนื่อง พร้อมกัน

$$\text{ดังสูตร} \quad Z = \frac{(T \pm 0.5) - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{24} \right] - \left[\frac{\sum t^3 - \sum t}{48} \right]}} \quad (4)$$

จะได้ค่า $Z = 0.945$ ซึ่งได้ค่า $P = 0.1724$

ผลจากการใช้สถิติทดสอบที่ต่างกัน สรุปได้ค่า P ต่างกันทั้งหมด ดังนี้

สถิติที่ใช้	ค่า P (1-tailed)	ค่าที่แท้จริง หรือ ค่าประมาณ
1. T แบบ ไม่ปรับค่า ties	.1875	ค่าที่แท้จริง
2. Z แบบ ไม่ปรับค่า ties	.1357	ค่าประมาณ
3. Z แบบปรับค่า ties	.1292	ค่าประมาณ
4. Z แบบปรับค่าต่อเนื่อง	.1814	ค่าประมาณ
5. Z แบบปรับค่าต่อเนื่อง และปรับค่า ties	.1724	ค่าประมาณ

ซึ่งกรณีนี้ การตัดสินใจที่ถูกต้อง คือ การใช้ T แบบไม่ปรับค่า ties (เพราะเป็นกรณีตัวอย่าง $n = 4$ และไม่มี ties)

2. การทบทวนวรรณกรรม/สารสนเทศที่เกี่ยวข้อง

มีผลงานวิจัยของ Bergmann, Ludbrook และ Spooen (2000) (5) ที่ศึกษาถึงผลลัพธ์ที่ได้จากสถิติทดสอบของ Wilcoxon – Mann – Whitney จากโปรแกรมสำเร็จรูปต่าง ๆ 11 โปรแกรม โดยใช้ข้อมูลจริง 1 ชุด เมื่อคำนวณค่าสถิติทดสอบและค่า P ด้วยมือด้วยสูตรต่าง ๆ (Correct for ties, Correct for continuity และ correct for ties and continuity) และนำไปเปรียบเทียบกับผลจากโปรแกรมต่าง ๆ ได้ผลสรุปว่า โปรแกรมต่าง ๆ ใช้สูตรในการสร้าง Algorithm อย่างไร นอกจากนี้มีงานวิจัยของ Bernhard, G., Alle, M., Herbold, M. and Meyers, W (1988) (6) ศึกษาถึงความเชื่อถือได้ของสถิติทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์จากโปรแกรมสำเร็จรูปแบบต่าง ๆ ในขณะที่มีการสร้างโปรแกรมเพื่อหาการแจกแจงที่แท้จริงของสถิติทดสอบ Wilcoxon – Mann – Whitney ของ Dineen, L.C., and Blakesley, B.C. (1973) (7) รวมทั้งผลงานของ Odeh, R.E. (1972) (8) และซังหงส์ ตั้งมณี (2531) (9) ได้เปรียบเทียบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประสิทธิภาพของโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ SPSS / PC⁺ , SAS on PC DOS, SYSTAT และ STATPRO
ในเรื่องความแม่นยำ เวลาที่ใช้วิเคราะห์ และความพยายามเพื่อการวิเคราะห์สถิติ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3

วิธีการดำเนินงานและผลการวิจัยและสรุปผล

3.1 การดำเนินงาน

ในการดำเนินการตามขั้นตอนที่กำหนดไว้ คือ หากการแจกแจงของสถิติทดสอบ Wilcoxon Signed Rank และผลการวิเคราะห์จาก SPSS ในกรณีต่าง ๆ คือ

1. ขนาดตัวอย่างเล็ก ไม่มี ties ($n \leq 10$)
2. ขนาดตัวอย่างเล็ก มี ties ($n \leq 10$)
3. ตัวอย่างกลาง มี ties ($n \leq 20$)

โดยในแต่ละกรณีจะได้ผลการดำเนินการดังนี้

1. กรณีขนาดตัวอย่างเล็ก ไม่มี ties

ตัวอย่างที่ 1 จากหนังสือ Introduction to Modern Nonparametric Statistics, James J. Higgins หน้า 118

ถ้าสุ่มตัวอย่างจากตัวอย่างคู่ขนาด 5 ได้ค่าสังเกต y_i และ x_i ดังต่อไปนี้

y_i	x_i	d_i	Signed Rank
480	240	240	4
240	360	-120	-2
1010	500	510	5
360	300	60	1
450	300	150	3

$$T^+ = 13$$

$$H_0 : M_y = M_x$$

$$H_1 : M_y \neq M_x$$

$$\text{ค่า } p \text{ ที่แท้จริง} = 2P(T^+ \geq 13) = 2\left(\frac{3}{32}\right) = 2 \times .0938$$

$$= .1876$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\text{ถ้าใช้ Asymptotic } Z = \frac{13 - n \frac{(n+1)}{4}}{\sqrt{n \frac{(n+1)(2n+1)}{24}}} = \frac{13 - 7.5}{\sqrt{13.75}} = 1.48$$

$$\text{P-value} = 2P(Z \geq 1.48) = 2(.069) = .138$$

ถ้าใช้ Continuity correction

$$Z = \frac{(13 - 0.5) - 7.5}{\sqrt{13.75}} = \frac{5}{3.71} = 1.3477$$

$$\text{P-value} = 2P(Z \geq 1.35)$$

$$= 2(.088)$$

$$= .176$$

ส่วนผลการวิเคราะห์จากโปรแกรม SPSS 12.0.1 ได้ดังนี้

		Ranks		
		N	Mean Rank	Sum of Ranks
VAR00002 - VAR00001	Negative Ranks	1(a)	2.00	2.00
	Positive Ranks	4(b)	3.25	13.00
	Ties	0(c)		
	Total	5		

a VAR00002 < VAR00001

b VAR00002 > VAR00001

c VAR00002 = VAR00001

Test Statistics(b)

		VAR00002 - VAR00001
Z		-1.483(a)
Asymp. Sig. (2-tailed)		.138

a Based on negative ranks.

b Wilcoxon Signed Ranks Test

จะพบว่าค่าจากโปรแกรม SPSS ตรงกับการใช้ Z แบบไม่ Correct for Continuity คือได้ P-value ตรงกัน = .138

ตัวอย่างที่ 2 จากหนังสือ Applied Nonparametric Statistical Methods 4th ed., Sprent and Smeeton หน้า 48

ถ้าสุ่มตัวอย่างคู่ขนาด 7 และได้ค่าตัวแปร y_i และ x_i ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

y_i	x_i	$d_i = y_i - x_i$	Signed Rank
73	70	3	2
82	70	12	4
87	70	17	5
68	70	-2	-1
106	70	36	7
60	70	-10	-3
97	70	27	6

$$H_0 : M_y = 70 \quad \text{หรือ} \quad M_y = M_x$$

$$H_1 : M_y \neq 70 \quad \text{หรือ} \quad M_y \neq M_x$$

$$T^+ = 2+4+5+7+6 = 24$$

$$P(T^+ \geq 24) = \frac{7}{128} = .055$$

$$\therefore P\text{-value} = 2 \times .055 \\ = 0.110$$

ยอมรับ H_0

ผลการวิเคราะห์จากโปรแกรม SPSS เป็นดังนี้

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
VAR00002 - VAR00001	Negative Ranks	2(a)	2.00	4.00
	Positive Ranks	5(b)	4.80	24.00
	Ties	0(c)		
	Total	7		

a VAR00002 < VAR00001

b VAR00002 > VAR00001

c VAR00002 = VAR00001

Test Statistics(b)

	VAR00002 - VAR00001
Z	-1.690(a)
Asymp. Sig. (2-tailed)	.091

a Based on negative ranks.

b Wilcoxon Signed Ranks Test

จะพบว่า SPSS จะใช้วิธีการประมาณด้วย Z จึงได้ค่า P = 0.91 ซึ่งแตกต่างจากค่า P ที่แท้จริง ซึ่ง = .110

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างที่ 3 จากหนังสือ Nonparametric Statistical Methods 2nd ed., Hollander and Wolfe หน้า 39
ถ้าสุ่มตัวอย่างขนาด 9 และได้ค่าตัวแปร y_i และ x_i ดังนี้

y_i	x_i	$d_i = y_i - x_i$	Signed Rank	Signed Rank ที่เป็น +
1.83	.88	-.952	8	
0.50	.65	.147	3	+3
1.62	.60	-1.022	9	
2.48	2.05	-.430	4	
1.68	1.06	-.620	7	
1.88	1.29	-.590	6	
1.55	1.06	-.490	5	
3.06	3.14	.080	2	+2
1.30	1.29	-.010	1	

$$T^+ = 5$$

$$H_0 : M_y = M_x, \quad M_y - M_x = 0$$

$$H_1 : M_y \neq M_x, \quad M_y - M_x \neq 0$$

\therefore P-value จะหาทางซ้าย

$$P\text{-value} = 2P(T^+ \leq 5) = 2(.020) = .04 \text{ จะปฏิเสธ } H_0$$

หรือใช้วิธีหาค่าวิกฤต คือ $T^+ \leq \frac{n(n+1)}{2} - t_\alpha$

$$\leq \frac{9(10)}{2} - t_{.049}$$

$$\leq 8$$

$$T_{\text{คณ.}}^+ = 5 \leq \text{ค่าวิกฤต } 8$$

ตกอาณาเขตวิกฤต จึง ปฏิเสธ H_0

ถ้าใช้ Normal ประมาณ $T^+ = \frac{5 - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} = \frac{5 - \frac{9(10)}{4}}{\sqrt{\frac{(10)(19)}{24}}} = -2.07$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P\text{-value} = 2P(Z \leq -2.07) = 2(.0192) \\ = .0384 \quad \text{จะปฏิเสธ } H_0$$

ส่วนผลการวิเคราะห์ จาก SPSS ได้ดังนี้

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
VAR00002 - VAR00001	Negative Ranks	7(a)	5.71	40.00
	Positive Ranks	2(b)	2.50	5.00
	Ties	0(c)		
	Total	9		

a VAR00002 < VAR00001

b VAR00002 > VAR00001

c VAR00002 = VAR00001

Test Statistics(b)

	VAR00002 - VAR00001
Z	-2.073(a)
Asymp. Sig. (2-tailed)	.038

a Based on positive ranks.

b Wilcoxon Signed Ranks Test

จะพบว่า ได้ค่า P-value = .038 ตรงกับวิธีการใช้ Normal ประมาณ

ตัวอย่างที่ 4 จากหนังสือ Nonparametric Methods for Quantitative Analysis, Gibbon หน้า 123

ถ้าสุ่มตัวอย่างคู่ขนาด 10 และได้ค่า x_i และ y_i ดังนี้

y_i	x_i	$d_i = y_i - x_i$	Signed Rank
9.83	10	-.17	-6
10.09	10	.09	+3
9.72	10	-.28	-10
9.87	10	-.13	-5
10.04	10	.04	+1
9.95	10	-.05	-2
9.82	10	-.18	-7
9.73	10	-.27	-9
9.79	10	-.21	-8
9.90	10	-.10	-4

$$T^+ = 4$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$H_0 : M_y = M_x$$

$$H_1 : M_y \neq M_x$$

$$P\text{-value} = 2P(T^+ \leq 4) = 2(.007) = 0.014 \quad \text{ปฏิเสธ } H_0$$

ส่วนผลจาก SPSS เป็นดังนี้

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
VAR00002 - VAR00001	Negative Ranks	8(a)	6.38	51.00
	Positive Ranks	2(b)	2.00	4.00
	Ties	0(c)		
	Total	10		

a VAR00002 < VAR00001

b VAR00002 > VAR00001

c VAR00002 = VAR00001

Test Statistics(b)

	VAR00002 - VAR00001
Z	-2.395(a)
Asymp. Sig. (2-tailed)	.017

a Based on positive ranks.

b Wilcoxon Signed Ranks Test

จะพบว่า ค่า P จะแตกต่างกัน คือ SPSS ได้ค่า .017 จากการแจกแจงที่ถูกต้องจะได้ค่า .014 นั่นคือ SPSS ใช้วิธีการประมาณแบบ Z เสมอ

2. กรณีขนาดตัวอย่างเล็ก และมี ties

ตัวอย่างที่ 5 จากหนังสือ Nonparametric Methods for Quantitative Analysis, Gibbon หน้า 133

ถ้าสุ่มตัวอย่างคู่ขนาด 8 ได้ค่าตัวแปร y_i และ x_i ดังนี้

y_i	x_i	$d_i = y_i - x_i$	Signed Rank
9.4	8.4	1	7
8.5	8.7	-.2	-1.5
4.7	4.1	.6	5
3.9	3.6	.3	3

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.7	5.1	-4	-4
5.2	5.2	0	-
10.2	10	.2	1.5
3.3	4.6	-1.3	-8
7.0	6.1	0.9	6

$T^+ = 22.5$

$H_0 : M_y = M_x$

$H_1 : M_y \neq M_x$

ความน่าจะเป็นทางขวา = $\frac{1}{2} [P(T^+ \geq 22) + P(T^+ \geq 23)]$

P-value = $2 \left[\frac{.273 + .320}{2} \right] = 2(.296) = .593$ ยอมรับ H_0

ตัวอย่างที่ 5 นี้ เป็นกรณีที่เกิด ties ในลำดับที่ 1 และ 2 จึงใช้ลำดับที่เฉลี่ย คือ 1.5 เป็นลำดับที่ของทั้ง 2 คำนับ

Gibbon ได้เสนอวิธีการหาค่า P แบบใช้การแจกแจงของสถิติ T^+ แบบไม่มี ties ที่ $n = 8$ จากตารางสำเร็จรูปที่สร้างการแจกแจงไว้ โดยเมื่อได้ค่าสถิติ $T^+ = 22.5$ ซึ่งเป็นค่าระหว่าง $T^+ = 22$ และ 23 จึงหาค่า P โดยเฉลี่ยจากค่า P ที่ได้จาก 2 คำนับ

ส่วนผลจาก SPSS เป็นดังนี้

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
VAR00002 -	Negative Ranks	3(a)	4.50	13.50
VAR00001	Positive Ranks	5(b)	4.50	22.50
	Ties	1(c)		
	Total	9		

- a VAR00002 < VAR00001
- b VAR00002 > VAR00001
- c VAR00002 = VAR00001

Test Statistics(b)

	VAR00002 - VAR00001
Z	-.631(a)
Asymp. Sig. (2-tailed)	.528

- a Based on negative ranks.
- b Wilcoxon Signed Ranks Test

115540

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ซึ่งพบว่า ค่า P ที่ได้จาก SPSS มีค่าน้อยกว่า คือมีค่า = .528 ในขณะที่วิธีที่ Gibbons แนะนำ ได้ค่า P มากถึง .593 แต่ผลสรุปจะเหมือนกันคือ ขอมรับ H_0

ตัวอย่างที่ 6 จากหนังสือ Nonparametric Statistical Methods, 2nd ed., Hollander and Wolfe หน้า 47

ถ้าสุ่มตัวอย่างกลุ่มขนาด 4 ซึ่งมี ties ตอนต้นและท้ายของผลต่างข้อมูลที่เรียงลำดับแล้ว ดังนี้

y_i	12	10	20	24
x_i	24	20	10	12

$$y_i - x_i = d_i = -12, -10, 10, 12$$

∴ จะได้ลำดับที่ 3.5 1.5 1.5 3.5

Signed Rank -3.5 -1.5 1.5 3.5

$$T^+ = 5$$

ได้การแจกแจงของ T^+ ดังนี้

T^+	0	1.5	3	3.5	5	6.5	7	8.5	10
$P(T^+)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{2}{16}$	$\frac{1}{16}$

ถ้าตั้ง $H_0 : M_1 = M_2$
 $H_1 : M_1 \neq M_2$

$$p\text{-value} = 2P(T^+ \geq 5) = 2\left(\frac{10}{16}\right) = 1.25 \text{ แต่ค่า P จะมีค่าไม่เกิน 1}$$

ดังนั้น ค่า P = 1.00

และขอมรับ H_0

ส่วนผลจาก SPSS เป็นดังนี้

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
VAR00002 - VAR00001	Negative Ranks	2(a)	2.50	5.00
	Positive Ranks	2(b)	2.50	5.00
	Ties	0(c)		
	Total	4		

- a VAR00002 < VAR00001
- b VAR00002 > VAR00001
- c VAR00002 = VAR00001

เอกสารนี้ **Test Statistics(b)** ไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

	VAR00002 - VAR00001
Z	.000(a)
Asymp. Sig. (2-tailed)	1.000

a The sum of negative ranks equals the sum of positive ranks.

b Wilcoxon Signed Ranks Test

จะพบว่า ได้ผลสรุปเหมือนกัน แม้ว่า SPSS จะใช้วิธีประมาณแบบ Normal ก็ตาม

ตัวอย่างที่ 7 จากหนังสือ Applied Nonparametric Statistical Methods, 4th ed., Sprent and Smeeton หน้า 59

ถ้าสุ่มตัวอย่างคู่ขนาด 7 ซึ่งมีค่า ties ตอนต้นและท้ายของผลต่างข้อมูลที่เรียงลำดับแล้ว ดังนี้

$$H_0 : M_y = M_x = 3$$

$$H_1 : M_y \neq M_x = 3$$

ค่าข้อมูล

y_i	x_i	$d_i = y_i - x_i$	Signed Rank
1	3	-2	-2.5
1	3	-2	-2.5
5	3	2	2.5
5	3	2	2.5
8	3	5	6
8	3	5	6
8	3	5	6

$$T^+ = 2.5 + 2.5 + 6 + 6 + 6 = 23$$

การแจกแจงที่แท้จริง (Exact Distribution) ของ T^+ คือ

T^+	0	2.5	5.0	6.0	7.5	8.5	10	11	12	13.5	14.5
$P(T^+)$	$\frac{1}{128}$	$\frac{4}{128}$	$\frac{6}{128}$	$\frac{3}{128}$	$\frac{4}{128}$	$\frac{12}{128}$	$\frac{1}{128}$	$\frac{18}{128}$	$\frac{3}{128}$	$\frac{12}{128}$	$\frac{12}{128}$

T^+	16	17	18	19.5	20.5	22	23	25.5	28
$P(T^+)$	$\frac{3}{128}$	$\frac{18}{128}$	$\frac{1}{128}$	$\frac{12}{128}$	$\frac{4}{128}$	$\frac{3}{128}$	$\frac{6}{128}$	$\frac{4}{128}$	$\frac{1}{128}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} \text{จากตัวอย่าง } T^+ = 23 \quad P\text{-value} &= 2P(T^+ \geq 23) \\ &= 2 \left(\frac{11}{128} \right) = 0.172 \end{aligned}$$

ถ้าไม่ใช่ Exact Distⁿ แต่ใช้แบบไม่มี ties จะได้ P-value = $2 \left(\frac{10}{128} \right)$ ต่างกันไม่มาก แต่ไม่เสมอไป

ส่วนผลจาก SPSS เป็นดังนี้

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
VAR00002 - VAR00001	Negative Ranks	2(a)	2.50	5.00
	Positive Ranks	5(b)	4.60	23.00
	Ties	0(c)		
	Total	7		

a VAR00002 < VAR00001

b VAR00002 > VAR00001

c VAR00002 = VAR00001

Test Statistics(b)

	VAR00002 - VAR00001
Z	-1.561(a)
Asymp. Sig. (2-tailed)	.119

a Based on negative ranks.

b Wilcoxon Signed Ranks Test

จะพบว่า SPSS ก็ยังคงใช้วิธีการแบบประมาณด้วย Normal และได้ค่า P ต่างกันด้วยวิธีที่แท้จริงค่อนข้างมาก (.119 กับ .172) แม้ว่าผลสรุปจะไม่ต่างกัน คือ ยอมรับ H_0

3. กรณีขนาดตัวอย่างกลาง มี ties

ตัวอย่างที่ 8 จากหนังสือ Applied Nonparametric Statistical Methods, 4th ed., Sprent and Smeeton หน้า 60

ถ้าสุ่มตัวอย่างคู่ขนาด 12 และมีค่า ties ตอนกลางของผลต่างของข้อมูลที่ลำดับที่แล้ว ดังนี้

$$H_0 : M_y = 30$$

$$H_1 : M_y \neq 30$$

ค่าข้อมูล

y_i	x_i	$d_i = y_i - x_i$	Signed Rank
12	30	-18	8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

18	30	-12	-5.5
24	30	-6	-2
26	30	-4	-1
37	30	7	3
40	30	10	4
42	30	12	5.5
47	30	17	7
49	30	19	9.5
49	30	19	9.5
{ 78	30	48	11
108	30	78	12

$$T^+ = 61.5$$

$$P\text{-value} = 2P(T^+ \geq 61.5) = .0810$$

(ได้จากโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ StatXact)

ค่า 78, 108 ทำให้สงสัยว่า การแจกแจงไม่สมมาตร (ตามข้อกำหนดของ Wilcoxon Signed Rank) ถ้าเปลี่ยนค่า 2 ค่านั้นเป็น 51, 53 ซึ่งน่าจะสมมาตร จะได้ผลลัพธ์เหมือนกัน แสดงให้เห็นว่า Test นี้มีคุณสมบัติ Robust เพราะแม้มีค่าที่ผิดปกติ (outlier) ผลลัพธ์ก็ยังคงเหมือนเดิม และได้ผลจาก SPSS ดังนี้

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
VAR00002 - VAR00001	Negative Ranks	4(a)	4.13	16.50
	Positive Ranks	8(b)	7.69	61.50
	Ties	0(c)		
	Total	12		

- a VAR00002 < VAR00001
- b VAR00002 > VAR00001
- c VAR00002 = VAR00001

Test Statistics(b)

	VAR00002 - VAR00001
Z	-1.766(a)
Asymp. Sig. (2-tailed)	.077

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

- a Based on negative ranks.
b Wilcoxon Signed Ranks Test

เช่นเดิม SPSS จะใช้วิธีประมาณด้วย Normal

ตัวอย่างที่ 9 จากหนังสือ Introduction to Modern Nonparametric Statistics Higgens หน้า 123

ถ้าสุ่มตัวอย่างคู่ขนาด 17 และพบว่ามี ties ในตอนต้นและตอนกลางก่อนไปท้ายของผลต่างข้อมูลที่ลำดับที่แล้ว ดังนี้

y_i	x_i	$d_i = y_i - x_i$	Signed Rank
74	63	11	9
55	58	-3	-2.5
61	49	12	10
41	47	-6	-5.5
53	50	3	2.5
74	69	5	4
52	67	-15	-13
31	40	-9	-8
50	44	6	5.5
58	38	20	16
54	56	-2	-1
53	38	15	13
69	47	22	17
60	41	19	15
61	46	15	13
54	47	7	7
57	44	13	11

$$T^+ = 123$$

$$H_0 : M_y = M_x$$

$$H_1 : M_y \neq M_x$$

$$\text{ถ้าใช้ } Z \text{ ประมาณ จะได้ } Z = \frac{123 - 76.5}{\sqrt{445.5}} = 2.203$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$P(Z \geq 2.203) = .0138$$

$$\text{ดังนั้น P-value} = 2(.0138) = .0276$$

ในขณะที่ค่า P ที่แท้จริง = .0256 (จากโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติ StatXact)

และผลจาก SPSS เป็นดังนี้

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
VAR00002 - VAR00001	Negative Ranks	5(a)	6.00	30.00
	Positive Ranks	12(b)	10.25	123.00
	Ties	0(c)		
	Total	17		

a VAR00002 < VAR00001

b VAR00002 > VAR00001

c VAR00002 = VAR00001

Test Statistics(b)

	VAR00002 - VAR00001
Z	-2.203(a)
Asymp. Sig. (2-tailed)	.028

a Based on negative ranks.

b Wilcoxon Signed Ranks Test

จะพบว่า ได้ค่า P ตรงกับวิธีใช้ Normal ประมาณ แต่ค่า P จาก SPSS จะได้ต่างจากโปรแกรม StatXact

ตัวอย่างที่ 10 จากหนังสือ จากหนังสือ Nonparametric Methods for Quantitative Analysis, Gibbon
หน้า 134

ถ้าสุ่มตัวอย่างคู่ขนาด 16 และพบว่ามี ties อยู่ตอนต้นของผลต่างข้อมูลทีลำดับที่แล้ว ดังนี้

$$H_0 : M_y = M_x$$

$$H_1 : M_y \neq M_x$$

y_i	x_i	$d_i = y_i - x_i$	Signed Rank
35	26	9	12.5
30	28	2	4.5
15	16	-1	-1.5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

20	16	4	8
25	16	9	12.5
14	16	-2	-4.5
37	32	5	9
26	24	2	4.5
36	30	6	10
40	33	7	11
35	20	15	16
20	19	1	1.5
16	19	-3	-7
21	10	11	15
17	7	-10	14
15	17	-2	-4.5

$$T^+ = 118.5$$

$$T^- = 17.5$$

ใช้วิธีประมาณด้วย Normal และ Correct for Continuity

$$\text{ใช้ } Z = \frac{(118.5 - 0.5) - \frac{16(17)}{4}}{\sqrt{\frac{16(17)(33)}{24}}} = 2.59$$

$$P\text{-value} = 2P(Z \geq 2.59) = 2(.0048) = .0096$$

ถ้าใช้วิธีประมาณด้วย Normal และ Correct for ties

$$Z = \frac{(118.5 - 0.5) - \frac{16(17)}{4}}{\sqrt{\frac{16(17)(33)}{24} - 1.5}} = 2.59$$

$$\text{ได้ } P\text{-value} = 2(.0048) = .0096 \quad \text{ไม่ต่างจากกรณีไม่ Correct for ties}$$

และผลจาก SPSS เป็นดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
VAR00002 - VAR00001	Negative Ranks	4(a)	4.38	17.50
	Positive Ranks	12(b)	9.88	118.50
	Ties	0(c)		
	Total	16		

a VAR00002 < VAR00001

b VAR00002 > VAR00001

c VAR00002 = VAR00001

Test Statistics(b)

	VAR00002 - VAR00001
Z	-2.617(a)
Asymp. Sig. (2-tailed)	.009

a Based on negative ranks.

b Wilcoxon Signed Ranks Test

ได้ผลค่า P ไม่ต่างกัน

ตัวอย่างที่ 11 จากหนังสือ จากหนังสือ Nonparametric Statistical Methods, 2nd ed., Hollander and Wolfe
หน้า 41

ถ้าสุ่มตัวอย่างคู่ขนาด 12 และพบว่ามี ties ตอนต้นของผลต่างข้อมูลทีลำดับที่แล้ว ดังนี้

y_i	x_i	$d_i = y_i - x_i$	Signed Rank
12,500	11,750	750	+5
22,300	20,900	1,400	+9
14,500	14,800	-300	1.5
32,300	29,900	2,400	+12
20,800	21,500	-700	4
19,200	18,400	800	+6
15,800	14,500	1,300	+8
17,500	17,900	-400	3
23,300	21,400	1,900	+11
42,100	43,200	-1,100	7
16,800	15,200	1,600	+10
14,500	14,200	300	+1.5

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ถ้าคำนวณแบบไม่ปรับ ties $H_0 : M_y = M_x$

$H_1 : M_y \neq M_x$

$$P(T^+ \geq 62) = .039$$

ดังนั้น ค่า $P = 2 \times .039 = .078$

ถ้าใช้ Normal ปรมาณ

Z แบบ Correct for tie

$$Z, T^* = \frac{62.5 - \frac{12(13)}{4}}{\sqrt{\frac{12(13)(25) - \frac{1}{2}(2)(1)(3)}{24}}} = 1.84$$

$$P(Z \geq 1.84) = .0329$$

$$\begin{aligned} \text{ค่า } P &= 2 \times .0329 \\ &= .0658 \end{aligned}$$

Z แบบ Correct for Continuity

$$\text{จะได้ } Z, T = 1.80$$

$$P(Z \geq 1.80) = .0359$$

$$\begin{aligned} \text{ค่า } P &= 2 \times .0359 \\ &= .0718 \end{aligned}$$

ส่วนผลจาก SPSS เป็นดังนี้

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
VAR00002 - VAR00001	Negative Ranks	4(a)	3.88	15.50
	Positive Ranks	8(b)	7.81	62.50
	Ties	0(c)		
	Total	12		

a VAR00002 < VAR00001

b VAR00002 > VAR00001

c VAR00002 = VAR00001

Test Statistics(b)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

	VAR00002 - VAR00001
Z	-1.844(a)
Asymp. Sig. (2-tailed)	.065

a Based on negative ranks.

b Wilcoxon Signed Ranks Test

จะพบว่า SPSS ได้ผลเท่ากับกรณีใช้ Normal ประมาณแบบไม่ Correct for Continuity

ตัวอย่างที่ 12 จากหนังสือ จากหนังสือ จากหนังสือ Nonparametric Methods for Quantitative Analysis, Gibbon หน้า 134

ถ้าสุ่มตัวอย่างคู่ขนาด 16 และพบว่ามี ties มาก (50%) ของผลต่างข้อมูลที่เรียงลำดับแล้ว ดังนี้

คู่ที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
x_i	35	30	15	20	25	14	37	26	36	40	35	20	16	21	17	15
y_i	26	28	16	16	16	16	32	24	30	33	20	19	19	10	7	17
$y_i - x_i$	-9	-2	1	-4	-9	2	-5	-2	-6	-7	-15	-1	3	-11	-10	2
Signed Rank	-12.5	-4.5	1.5	-8	-12.5	4.5	-9	-4.5	-10	-11	-16	-1.5	7	-15	-14	4.5

ได้ $T^+ = 17.5$, $T^- = 118.5$ ถ้าใช้การประมาณด้วย Normal แบบปรับและไม่ปรับ ties ดังนี้

$$Z = \frac{(118.5 - 0.5) - \frac{16(17)}{4}}{\sqrt{\frac{16(17)(33)}{24}}} = 2.59 \quad \text{หรือแบบปรับ ties} \quad Z = \frac{(118.5 - 0.5) - \frac{16(17)}{4}}{\sqrt{\frac{16(17)(33)}{24} - 1.5}} = 2.59$$

ได้ค่า Z เท่ากัน คือ 2.59

$$\begin{aligned} P\text{-value} &= 2P(Z \geq 2.59) = 2(.0048) \\ &= .0096 \end{aligned}$$

ข้อนี้ มี ties = 8 จำนวน จากทั้งหมด (n) = 16

ส่วนผลวิเคราะห์จาก SPSS เป็นดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
Ranks
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
VAR00002 - VAR00001	Negative Ranks	12(a)	9.88	118.50
	Positive Ranks	4(b)	4.38	17.50
	Ties	0(c)		
	Total	16		

a VAR00002 < VAR00001

b VAR00002 > VAR00001

c VAR00002 = VAR00001

Test Statistics(b)

	VAR00002 - VAR00001
Z	-2.617(a)
Asymp. Sig. (2-tailed)	.009

a Based on positive ranks.

b Wilcoxon Signed Ranks Test

พบว่า SPSS ให้ผลไม่ต่างจากการคำนวณด้วยมือ เมื่อใช้ Normal ประมาณ

3.2 สรุปผลการวิจัย

จากการดำเนินงานดังกล่าวข้างต้น สามารถสรุปผลการวิเคราะห์สถิติทดสอบ Wilcoxon Signed Rank ของ SPSS ได้ดังนี้

กรณีที่ 1 ตัวอย่างขนาดเล็ก ไม่มี ties

SPSS จะใช้วิธีการประมาณแบบใช้ Normal ทุกกรณี แม้ว่าขนาดตัวอย่างจะเล็กมากเพียง 4 หรือ 5 จำนวนก็ตาม

โดยใช้การประมาณแบบไม่ปรับค่าต่อเนื่อง

กรณีที่ 2 ตัวอย่างขนาดเล็ก มี ties

ตัวอย่างที่ทดลองใช้เป็นทั้งกรณีที่มี ties จำนวนน้อย, กลาง และมาก และอยู่ในตำแหน่งต่าง ๆ พบว่า SPSS จะใช้วิธีประมาณด้วย Normal แบบไม่ปรับค่าต่อเนื่อง ค่า P ที่ได้จาก SPSS มีทั้งกรณีไม่ต่างและแตกต่างจากวิธีคิดจาก Exact Distribution แม้ว่าผลสรุปจะไม่ต่างกัน

กรณีที่ 3 ตัวอย่างขนาดกลาง มี ties

ได้ผลสรุปเช่นเดียวกับกรณีที่ 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.3 ข้อเสนอแนะ

โปรแกรม SPSS 12.01 ไม่มี Module ให้เลือกระหว่าง Exact กับ Asymptotic ดังนั้น ผลวิเคราะห์ที่ได้จะใช้วิธีประมาณด้วย Normal ทุกกรณี (ขนาดตัวอย่างเล็กหรือใหญ่) ซึ่งผลสรุปคือค่า P จะเป็นค่าประมาณเสมอไป ถ้านักวิจัยที่ต้องการได้ค่า P ที่แม่นยำ (Exact P-value) แนะนำให้ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติอื่น ๆ เช่น StatXact ที่ออกแบบมาเป็นแบบได้ค่าแม่นยำ หรือใช้ SPSS version ที่ทันสมัยที่มี Module ให้เลือกระหว่าง Exact กับ Asymptotic



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

1. P.Sprent. “Applied Nonparametric Statistical Methods” 2nd ed. Chapman & Hall, 1993
2. James J. Higgins “Introduction to Modern Nonparametric Statistics.” Thomson, Brooks/Cole, 2004
3. Sylvia Wassertheil – Smoller “Biostatistics and Epidemiology : A Primer for Health Professionals” 2nd ed. Springer – Verlay, 1990
4. Cochran, W.G. and Cose, G.M. “Experimental Designs” John Wiley & Sons. 2nd edition, 1950
5. Bergmann, Ludbrook and Spooren “Different Outcomes of the Wilcoxon – Mann – Whitney Test from Different Statistics Packages” The American Statistician, February 2000, Vol.54, No.1, 72 – 77
6. Bernhard, G., Alle, M., Herbold, M., and Meyers, W. “Investigation on the Reliability of Some Elementary Nonparametric Methods in Statistical Analysis Systems” Statistical Software Newsletter 1988, 14, 19 – 26
7. Dinneen, L.C. and Blakesley, B.C. “A Generator for the Sampling Distribution of the Mann – Whitney U Statistic” Applied Statistics 1973, 22, 269 – 273
8. Odeh, R.E. “Algorithm As 55. The generalized Mann – Whitney U – Statistic.” Applied Statistics 1972, 21, 348 – 351
9. ชัชพงศ์ ตั้งมณี “การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติสำหรับไมโครคอมพิวเตอร์” วิทยานิพนธ์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2531



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้