

ตัวประกอบยึดหยุ่นของการต่อท่อแยกแบบไม่เสริมแรงที่อยู่ภายใต้ โมเมนต์ดัดในระนาบและนอกระนาบสำหรับสภาพจุดปลาย ยึดแน่น-ธรรมดา

Flexibility Factors of Unreinforced Branch Pipe Connections Subjected to In-Plane and Out-of-Plane Bending Moments for Fixed-Simply End Conditions

ศดิส ล้ำธาร มนต์ศักดิ์ พิมสาร

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

บทคัดย่อ

ตัวประกอบยึดหยุ่นเป็นตัวแปรสำคัญในการวิเคราะห์ความเค้นของระบบท่ออุตสาหกรรม โดยเฉพาะอย่างยิ่งสำหรับการต่อท่อแยกแบบไม่เสริมแรงที่อยู่ภายใต้โมเมนต์ดัดในระนาบและนอกระนาบจากภายนอก ความไม่แม่นยำของตัวประกอบยึดหยุ่นส่งผลให้เกิดผลลัพธ์ที่ไม่แม่นยำในการคำนวณโมเมนต์ดัดและความเค้นจากการขยายตัวของระบบท่อกานวิจัยนี้จึงศึกษาอิทธิพลของความยาวของท่อหลักและท่อแยก (L_1, L_2, L_b) ต่อตัวประกอบยึดหยุ่นและนำเสนอสมการความสัมพันธ์ของตัวประกอบยึดหยุ่นต่อตัวแปรทางรูปทรงเรขาคณิตต่าง ๆ ($d/D, D/T, t/T$) ในช่วง $0.333 \leq d/D \leq 1$, $20 \leq D/T \leq 250$ และ $0.333 \leq t/T \leq 3$ ที่อยู่ภายใต้โมเมนต์ดัดกระทำที่ปลายท่อแยก สำหรับสภาพจุดปลายของท่อหลักยึดแน่น-ธรรมดา โดยใช้วิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ด้วยคุณสมบัติของการยึดหยุ่นเชิงเส้น ขั้นแรกการดำเนินการสอบเทียบแบบจำลองโดยการเปรียบเทียบความเค้นลัพธ์ของการต่อท่อแยกที่ได้จากไฟไนต์เอลิเมนต์กับข้อมูลผลการทดลองที่มีอยู่ จากนั้นศึกษาผลกระทบของความยาวท่อหลัก (L_1, L_2) และท่อแยก (L_b) ต่อตัวประกอบยึดหยุ่น การหาค่าตัวประกอบยึดหยุ่นและสมการความสัมพันธ์ของตัวประกอบยึดหยุ่นได้ถูกดำเนินการตามลำดับ จากการวิเคราะห์ไฟไนต์เอลิเมนต์แสดงให้เห็นว่าการกระจายตัวของความเค้นลัพธ์สอดคล้องกับข้อมูลผลการทดลองเป็นอย่างดี นอกจากนี้ผลลัพธ์จากการคำนวณได้แสดงว่าการเปลี่ยนแปลงความยาวของท่อหลักและท่อแยกด้วยสภาพจุดปลายยึดแน่น-ธรรมดามีผลกระทบต่อตัวประกอบยึดหยุ่น

คำสำคัญ : ตัวประกอบยึดหยุ่น, การต่อท่อแยกแบบไม่เสริมแรง, โมเมนต์ดัดในระนาบและนอกระนาบ

Abstract

Flexibility factors are an important parameter in pipe stress analysis, especially, for branch pipe connections subjected to external moments, in-plane and out-of-plane. Inaccuracy of these can influence

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

to calculated moments which result in inaccurate displacement stress range. The purpose of this paper is to investigate the effects of lengths of the run and branch pipes (L_1, L_2, L_b) on flexibility factors and correlation equations for these flexibility factors on geometry parameters ($d/D, D/T, t/T$) for range $0.333 \leq d/D \leq 1, 20 \leq D/T \leq 250$ and $0.333 \leq t/T \leq 3$ subjected to in-plane and out-of-plane bending moments for fixed-simply end conditions. Finite element method with linear elastic property is employed for stress and flexibility factor evaluation. At first, FEM stress results of run-branch pipe intersection are verified by comparing with the available experimental data, the study on effect of lengths for the run (L_1, L_2) and branch pipes (L_b), the determination of flexibility factors and correlation equations for these flexibility factors was carried out, respectively. The simulated result, the stress distribution trend, shows good agreement with the experimental data. Moreover, the FEA simulations of varying lengths of the run and branch pipes and fixed-simply end conditions, were performed and the calculated results indicate that run and branch pipe lengths have an effect on flexibility factors.

Keywords : Flexibility factor, Branch pipe connections, Run-branch pipe intersection

1. บทนำ

การต่อท่อแยกแบบไม่เสริมแรง (branch connection or unreinforced fabricated) ได้ถูกใช้งานอย่างกว้างขวางสำหรับการต่อท่อแยก (branch pipe connection) ในระบบท่ออุตสาหกรรมต่าง ๆ เช่น โรงกลั่นน้ำมัน โรงงานปิโตรเคมีและโรงไฟฟ้า เป็นต้น เมื่อท่อแยก (branch pipe) ได้รับโมเมนต์ดัด (bending moment) เนื่องจากการขยายตัวทางความร้อนของท่อกระทำที่ตัวท่อ โมเมนต์ดัดนั้นจะทำให้ท่อแยกเกิดการเสียรูปและค่าความหนาแน่นของความเค้นตรงบริเวณรอยเชื่อมต่อของท่อแยกกับท่อหลัก (run pipe) จะมีค่าสูงขึ้น ตัวประกอบยึดหยุ่น (flexibility factors) เป็นตัวแปรที่สำคัญในการวิเคราะห์ความเค้นในระบบท่อในอุตสาหกรรม ซึ่งตัวประกอบยึดหยุ่นมีความเกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ความเค้นของระบบท่อ (displacement stress range) ความไม่แม่นยำของตัวประกอบยึดหยุ่นสามารถนำไปสู่การคำนวณความเค้นของระบบท่อที่ไม่ถูกต้อง อย่างไรก็ตามข้อกำหนดของมาตรฐานระบบท่อ ASME B31.3 ตอนที่ 319.3 [1] ได้กำหนดให้ตัวประกอบยึดหยุ่นสำหรับการต่อท่อแยกแบบไม่เสริมแรงมีค่าเท่ากับ 1 บนสมมุติฐานที่ว่าจุด

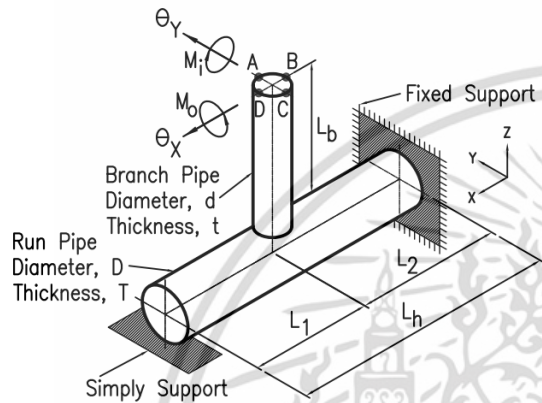
เชื่อมต่อเป็นเสมือนจุดแข็งเกร็ง (rigid) จุดเชื่อมต่อแบบแข็งเกร็งตามคำแนะนำของมาตรฐานในปัจจุบันนั้นสามารถที่จะเกิดความไม่แม่นยำในการคำนวณโมเมนต์ดัดและความเค้นบนท่อแยก WRC Bulletin 329 [2] ได้แสดงตัวอย่างผลของตัวประกอบยึดหยุ่นที่มีอิทธิพลต่อการคำนวณความเค้นของท่อแยกในระบบท่อ

The ASME Boiler & Pressure Vessel Code, Section 3, NB-3687.5 [3] ได้จัดเตรียม 2 สมการสำหรับการหาค่าตัวประกอบยึดหยุ่นที่ $D/T \leq 100$ และ $d/D \leq 0.5$ WRC 297 [4] ได้ให้กราฟสำหรับการหาค่าตัวประกอบยึดหยุ่นสำหรับสภาพจุดปลายธรรมดา-ธรรมดา (simply-simply support) และจำกัดการใช้งานไว้ที่ $d/D \leq 0.5$ Fujimoto และ Soh [5] เสนอสมการของตัวประกอบยึดหยุ่นสำหรับสภาพจุดปลายยึดแน่น-ยึดแน่น (fixed-fixed support) ใช้งานที่ $50 \leq D/T \leq 300, 0.5 \leq d/D \leq 0.95$ และ $0.25 \leq t/T \leq 0.95$ Wais [6] ให้สมการตัวประกอบยึดหยุ่นที่ได้จากค่าเฉลี่ยของสภาพจุดปลายยึดแน่น-ปล่อยอิสระ (fixed-free support) กับจุดปลายยึดแน่น-ยึดแน่น ใช้งานในช่วง $7.50 \leq D/T \leq 99, 0.125 \leq d/D \leq 1.0$ และ $7.50 \leq d/t \leq 198$ Widera [7] ให้สมการตัวประกอบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กอบยึดหยุ่นที่อยู่ในช่วงขอบเขต $20 \leq D/T \leq 250$, $0.333 \leq d/D \leq 1.0$ และ $0.333 \leq t/T \leq 3$ ภายใต้สภาพจุดปลายยึดแน่น-ปล่อยอิสระ

จากการศึกษาวิจัยที่เกี่ยวข้องที่ได้ดำเนินการมาก่อนหน้านี้พบว่ายังไม่มีการดำเนินการวิจัยเพื่อศึกษาหาค่าตัวประกอบยึดหยุ่นที่ต่อแยกอยู่ภายใต้โมเมนต์คดในระนาบและนอกระนาบและท่อหลักมีสภาพจุดปลายยึดแน่น-ธรรมดา (fixed-simply support) ซึ่งแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1 แผนภาพการต่อท่อแยกและสภาพจุดปลาย

จุดประสงค์ของการศึกษานี้อยู่บนพื้นฐานการพัฒนาแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์และการสอบเทียบแบบจำลอง (benchmark study) โดยใช้แบบจำลอง 3 มิติ ด้วยเอลิเมนต์ทรงตัน (solid element) เพื่อหาค่าตัวประกอบยึดหยุ่นและนำเสนอสมการความสัมพันธ์ของสภาพเงื่อนไขดังกล่าวตามที่ได้แสดงในรูปที่ 1

ช่วงของตัวแปรทางรูปทรงเรขาคณิตในการศึกษานี้ใช้เหมือนกับของ Widerra [7] ซึ่งได้แสดงในตารางที่ 1 รวมทั้ง $L_b = L_1 = L_2 = 14.5$ นิ้ว และ $d/D = t/T = 0.5$, $D/T = 99$ และ $D = 9.9$ นิ้ว สำหรับการสอบเทียบแบบจำลอง โดยที่ L_b คือความยาวท่อแยก L_1 และ L_2 คือระยะทางระหว่างจุดตัดของแกนท่อหลักและท่อแยกกับจุดปลายอิสระหรือธรรมดาและจุดปลายยึดแน่นตามลำดับ d , D และ t , T เป็นเส้นผ่าศูนย์กลางเฉลี่ยและความหนาผนังของท่อแยกและท่อหลักตามลำดับ

ตารางที่ 1 ช่วงของตัวแปรทางรูปทรงเรขาคณิต

Number of models	t/T	D/T	d/D
14 (a)	0.333, 1, 3	20, 60, 100, 150, 250	0.333
14 (b)	0.5, 1, 3	20, 60, 100, 150, 250	0.5
12	0.75, 1, 3	20, 60, 100, 150	0.75
3	1	20, 60, 100	1

(a) ยกเว้น $d/D=0.333$ ด้วย $D/T=20$ และ $t/T=3$.

(b) ยกเว้น $d/D=0.5$ ด้วย $D/T=20$ และ $t/T=3$. สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

เพื่อความแม่นยำในการวิเคราะห์ความเค้นของระบบท่อ ตัวประกอบยึดหยุ่นขององค์ประกอบทั้งหมดในระบบท่อเป็นสิ่งจำเป็นที่จะต้องทราบค่า จากนิยามพื้นฐานและวิธีการที่ใช้สำหรับการพัฒนาตัวประกอบยึดหยุ่น [8] จากรูปที่ 2 มุมการหมุน (Θ) ของท่อแยกที่จุดปลาย (w) เทียบกับจุดต่อ (w) คือ $\Theta = Md_o / EI_b$ โดยที่ E คือโมดูลัสความยืดหยุ่น I_b คือโมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัดท่อแยก M เป็นโมเมนต์คดในระนาบหรือนอกระนาบที่กระทำกับท่อแยกและ d_o เป็นเส้นผ่าศูนย์กลางกลางของท่อแยกตามลำดับ ซึ่งในความเป็นจริงมุมการหมุนจะมีค่ามากกว่าในทางทฤษฎีเนื่องจากการเสียดรูปของท่อที่บริเวณของการต่อแยก ซึ่งได้นิยามให้เป็นการหมุนของสปริงเสมือน [9] คือ $\Theta = KMd_o / EI_b$ ดังนั้นตัวประกอบยึดหยุ่น (K) ของการต่อท่อแยกมีค่าเป็น

$$K = \Theta EI_b / Md_o \quad (1)$$

เนื่องจาก $\Theta = \Theta_{FEA} - \Theta_{Beam}$ โดยที่ Θ_{FEA} ได้จากผลลัพธ์จากการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ในขณะที่ $\Theta_{Beam} = \Theta_{Run} + \Theta_{Branch}$ โดยที่ Θ_{Run} กับ Θ_{Branch} ได้มาจากการวิเคราะห์แบบคานด้วยวิธีทฤษฎียึดหยุ่น [10] ดังนั้นสมการที่ (1) เขียนใหม่ได้เป็น

$$K = (\Theta_{FEA} - \Theta_{Branch} - \Theta_{Run}) EI_b / Md_o \quad (2)$$

เพื่อที่จะหาค่าตัวประกอบยึดหยุ่นในระนาบ (K_i) และนอกระนาบ (K_o) ต้องแทนค่า Θ_{FEA} , Θ_{Branch} และ Θ_{Run} ลงในสมการที่ (2) และจากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ตามสมการด้านล่างนี้

สำหรับ K_i เนื่องจากโมเมนต์คดในระนาบ (M_i):

$$\Theta_{FEA,i} = \Theta_Y \quad (3)$$

$$\Theta_{Branch,i} = M_i L_b / EI_b \quad (4)$$

$$\Theta_{Run,i} = \frac{M_i}{4EI_h L_h} \left[(L_h - L_1)(3L_1 - L_h) + \frac{3(L_h^2 - L_1^2)}{L_h^2} \right] \quad (5)$$

โดยที่ Θ_Y วัดที่จุด A และ C ตามที่ได้แสดงในรูปที่ 1

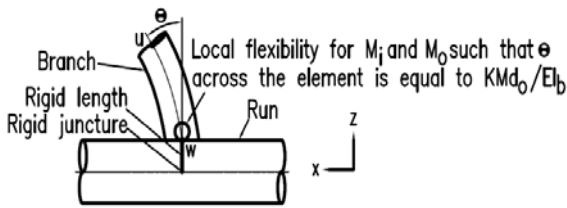
สำหรับ K_o เนื่องจากโมเมนต์คดนอกระนาบ (M_o):

$$\Theta_{FEA,o} = \Theta_X \quad (6)$$

$$\Theta_{Branch,o} = M_o L_b / EI_b \quad (7)$$

$$\Theta_{Run,o} = 1.3M_oL_2 / EI_h \quad (8)$$

โดยที่ Θ_x วัดที่จุด B และ D ตามที่ได้แสดงในรูปที่ 1 เช่นกัน



รูปที่ 2 แนวความคิดของตัวประกอบยึดหยุ่น

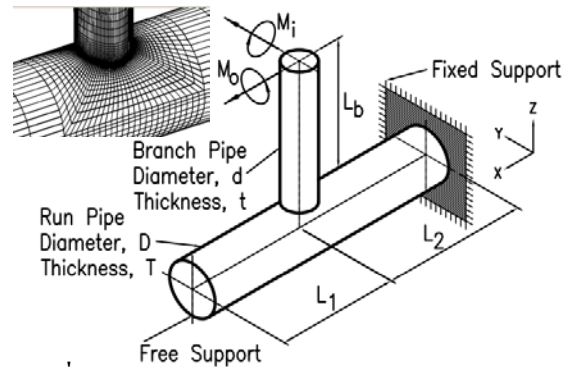
3. การดำเนินการวิจัยและผลการดำเนินการวิจัย

3.1 การสอบเทียบแบบจำลอง

การสอบเทียบแบบจำลอง ได้ถูกดำเนินการก่อนที่จะศึกษาพฤติกรรมของตัวประกอบยึดหยุ่น เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลอง โดยใช้ข้อมูลจากการทดลองของ ORNL-1 [11] เป็นตัวสอบเทียบแบบจำลองโดยใช้ตัวแปรทางรูปทรงเรขาคณิตที่ได้กล่าวมาแล้วและเงื่อนไขขอบเขตเหมือนกับปัญหาของ ORNL-1 [11] ซึ่งแสดงในรูปที่ 3 สภาพจุดปลายยึดแน่น-ปล่อยอิสระ ส่วนจุดปลายของท่อแยกถูกปล่อยอิสระ โดยที่มีโมเมนต์คดในระนาบและนอกระนาบกระทำขนาด 2400 และ 600 ปอนด์-นิ้ว ตามลำดับ

โดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ แบบ 3 มิติ ชนิดเอลิเมนต์แบบทรงตัน (20-node isoparametric) ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่น (E) และอัตราส่วนพัวซอง (ν) มีค่าเท่ากับ 30×10^6 ปอนด์ต่อตารางนิ้ว (psi) และ 0.3 ตามลำดับ สำหรับสร้างแบบจำลองและโครงข่ายของจุดต่อ (mesh) ตามข้อแนะนำใน WRC Bulletin 493 [12] สำหรับการสร้างแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ของรูปทรงกระบอกเชื่อมต่อกับรูปทรงกระบอก ซึ่งกำหนดให้ระยะขอบเขตของการยุบตัว (decay distance region) บนท่อหลักและท่อแยกมีค่าเท่ากับ $3.0\sqrt{RT}$ และ $3.0\sqrt{rt}$ ตามลำดับ ซึ่ง R และ r เป็นรัศมีเฉลี่ยของท่อหลักและท่อแยกตามลำดับ ขนาดความกว้างของระยะห่างระหว่างเอลิเมนต์ในทิศทางตามแนวเส้นรอบวงของทั้งท่อหลักและท่อแยกมีค่า 3.75 องศา ขนาดความยาวของเอลิเมนต์ในท่อหลักและท่อแยกในทิศทางตั้งฉากกับรอยเชื่อมต่อที่บริเวณรอยเชื่อมมีค่า $0.054\sqrt{RT}$ และ $0.108\sqrt{rt}$ ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า



รูปที่ 3 แบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหา

ORNL-1 [11] และรูปแบบโครงข่ายจุดต่อ

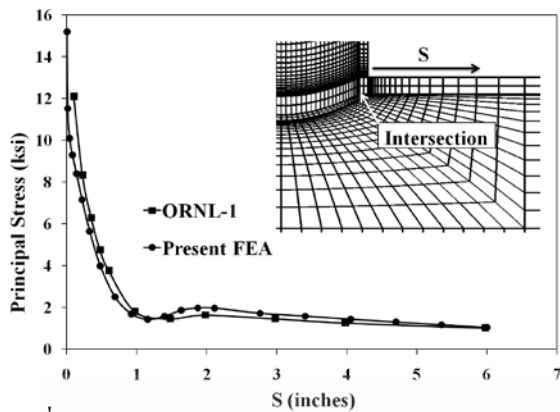
โดยที่ขนาดของเอลิเมนต์ได้ค่อย ๆ เพิ่มขึ้นจนถึงค่าประมาณ $0.5\sqrt{RT}$ ภายในระยะขอบเขตของการยุบตัว และใช้จำนวน 2 เอลิเมนต์ตลอดความหนาผนังของทั้งท่อหลักและท่อแยก โดยให้อัตราส่วนของด้าน (aspect ratio) ที่บริเวณรอยเชื่อมต่อกันน้อยกว่า 5 และขนาดความยาวของเอลิเมนต์ในท่อหลักและท่อแยกในทิศทางตั้งฉากกับรอยเชื่อมต่อที่อยู่ภายนอกระยะขอบเขตของการยุบตัวมีค่ามากกว่า \sqrt{RT} และ \sqrt{rt} ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 3 (บนซ้าย) และผลการจำลองเปรียบเทียบค่าความเค้นหลักสูงสุดได้แสดงในรูปที่ 4 พบว่าการกระจายตัวของความเค้นหลักสูงสุดที่เกิดขึ้นบนผิวด้านนอกตามแนวยาวของท่อหลักกับข้อมูลผลการทดลองได้แสดงแนว โนม์ที่สอดคล้องกันเป็นอย่างดี

ตัวประกอบยึดหยุ่นทั้งในระนาบและนอกระนาบสามารถหาได้ด้วยการใช้แบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์ที่เหมาะสม จากนั้นสมการความสัมพันธ์สามารถพัฒนาขึ้นได้โดยใช้ค่าตัวประกอบเหล่านั้น

3.2 การหาความยาวของท่อหลักและท่อแยกที่เหมาะสม

เพื่อกำจัดผลกระทบของความยาวของท่อหลักและท่อแยกต่อตัวประกอบยึดหยุ่นด้วยสภาพจุดปลายและภาระดิ่งที่กล่าวไว้ในจุดประสงค์และแสดงในรูปที่ 1 แบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์ถูกสร้างขึ้นตามวิธีการสอบเทียบแบบจำลองซึ่งได้นำเสนอไปก่อนหน้านี้ ด้วย $d/D = 0.333, 0.5, 0.75$ และ 1 รวมทั้ง $D/T=100$ และ $t/T = d/D$ โดยให้ $D = 100$ นิ้ว เพื่อหาความยาวของทั้งท่อหลักและท่อแยกที่เหมาะสม โดยพิจารณาการลู่เข้าของ

ไม่ว่าการณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4 การกระจายตัวของความเค้นหลักสูงสุดในแนวตามยาวของท่อหลักเนื่องจากโมเมนต์ดัดในระนาบ

เปอร์เซ็นต์ความแตกต่างของค่าตัวประกอบยึดหยุ่นทั้งในระนาบและนอกระนาบที่ได้จากสมการที่ (2) ตามตัวอย่างที่แสดงในรูปที่ 5 และผลลัพธ์ทั้งหมดได้แสดงในตารางที่ 2 ซึ่งค่าเหล่านี้จะได้นำมาใช้สร้างแบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อหาค่าตัวประกอบยึดหยุ่นต่อไป

ตารางที่ 2 ความยาวท่อหลักและท่อแยกที่เหมาะสมสำหรับการวิเคราะห์ตัวประกอบยึดหยุ่นด้วย FEA

d/D	L _b	L _l	L ₂	Number of models (*)
0.333	5D	6.5D	7.5D	29
0.5	5.5D	7.5D	8.5D	32
0.75	7D	8.5D	10D	26
1	8.5D	11.5D	11.5D	34

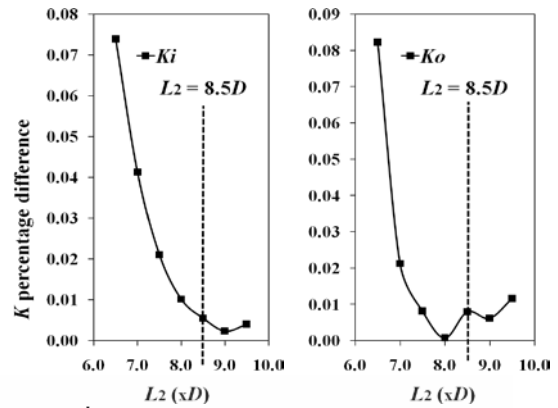
(*) แบบจำลองที่ใช้วิเคราะห์เพื่อพิจารณาการลู่เข้าของเปอร์เซ็นต์ความแตกต่าง

3.3 ตัวประกอบยึดหยุ่น

43 แบบจำลองทางไฟไนต์เอลิเมนต์ถูกสร้างขึ้นตามแนวทางก่อนหน้านี้ สำหรับช่วงของตัวแปรที่อยู่ในตารางที่ 1 ด้วยสภาพจุดปลายและภาวะตามจุดประสงค์โดยใช้ค่าความยาวของท่อหลักและท่อแยกจากตารางที่ 2 เพื่อหาค่าตัวประกอบยึดหยุ่น ผลลัพธ์จากการวิเคราะห์ด้วยไฟไนต์เอลิเมนต์และสมการที่ (2) ได้แสดงในตารางที่ 3 ซึ่งค่าตัวประกอบยึดหยุ่นเหล่านี้จะนำไปใช้เพื่อพัฒนาหาสมการความสัมพันธ์ของตัวประกอบยึดหยุ่นต่อไป

3.4 สมการความสัมพันธ์

เพื่อความสะดวกในการนำค่าตัวประกอบยึดหยุ่นไปใช้งาน การพัฒนาหาสมการความสัมพันธ์ของตัวประกอบยึดหยุ่นได้ถูกดำเนินการต่อมาด้วยวิธีการถดถอยแบบไม่เชิงเส้นในชุดโปรแกรม R [13] โดยใช้ข้อมูลจากตารางที่ 3 สมการความสัมพันธ์ที่ได้ถูกแสดงในสมการ (9) และ (10) ซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ตามช่วง



รูปที่ 5 ความยาวที่เหมาะสมของ L₂ ที่ d/D = 0.5 ของตัวแปรที่กำหนดไว้ก่อนหน้านี้

ค่าความผันผวนและค่าความแตกต่างมากที่สุดของ K_i และ K_o ระหว่าง FEA จากตารางที่ 3 กับสมการความสัมพันธ์ที่ (9) และ (10) ได้แสดงไว้ในตารางที่ 4 ซึ่งแสดงว่าสมการความสัมพันธ์สอดคล้องกับข้อมูลเป็นตารางที่ 3 ตัวประกอบยึดหยุ่น K_i และ K_o ที่ได้จากไฟไนต์เอลิเมนต์ (FEA)

Model	d/D	D/T	t/T	K _i	K _o
1	0.333	20	0.333	1.921	4.369
2	0.333	20	1	3.020	7.504
3	0.333	60	0.333	5.704	24.230
4	0.333	60	1	9.460	45.836
5	0.333	60	3	18.257	102.388
6	0.333	100	0.333	8.938	52.023
7	0.333	100	1	15.094	103.099
8	0.333	100	3	31.238	249.417
9	0.333	150	0.333	12.504	93.900
10	0.333	150	1	21.387	192.784
11	0.333	150	3	46.001	488.726
12	0.333	250	0.333	18.678	191.077
13	0.333	250	1	32.423	406.826
14	0.333	250	3	71.991	1074.769
15	0.5	20	0.5	2.377	6.665
16	0.5	20	1	3.213	9.337
17	0.5	60	0.5	6.161	34.951
18	0.5	60	1	8.670	53.336
19	0.5	60	3	17.258	121.653
20	0.5	100	0.5	9.250	74.582
21	0.5	100	1	13.148	117.942
22	0.5	100	3	27.641	290.293
23	0.5	150	0.5	12.550	134.434
24	0.5	150	1	17.985	218.777
25	0.5	150	3	38.862	562.191
26	0.5	250	0.5	18.072	269.614
27	0.5	250	1	25.994	449.302
28	0.5	250	3	57.284	1197.779
29	0.75	20	0.75	2.814	7.520
30	0.75	20	1	3.215	8.700
31	0.75	20	3	5.083	13.823
32	0.75	60	0.75	6.413	36.867
33	0.75	60	1	7.470	44.500
34	0.75	60	3	14.459	99.626
35	0.75	100	0.75	9.083	76.944
36	0.75	100	1	10.617	94.314
37	0.75	100	3	21.611	229.660
38	0.75	150	0.75	11.799	133.158
39	0.75	150	1	13.814	164.916
40	0.75	150	3	28.773	419.761
41	1	20	1	4.156	6.418
42	1	60	1	11.137	24.590
43	1	100	1	16.571	40.780

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่ควรนำข้อมูลไปใช้

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 4 ความแตกต่างระหว่าง FEA กับสมการ
ความสัมพันธ์

	Variance R^2		Max. difference between FEA and correlation equation	
	Widera [7]	Present	Widera [7]	Present
K_i	99.2%	99.5%	3.7	2.6
K_o	99.9%	99.9%	26.1	25.4

$$K_i = 2.323 \left(\frac{d}{D}\right)^{-0.322} \left(\frac{D}{T}\right)^{0.853} \left(\frac{t}{T}\right)^{0.652} \left[0.631 \left(\frac{d}{D}\right) - 1.333 \left(\frac{d}{D}\right)^2 + 0.844 \left(\frac{d}{D}\right)^3 \right] \quad (9)$$

$$K_o = 1.083 \left(\frac{d}{D}\right)^{0.240} \left(\frac{D}{T}\right)^{1.538} \left(\frac{t}{T}\right)^{0.842} \left[0.581 \left(\frac{d}{D}\right) - 0.925 \left(\frac{d}{D}\right)^2 + 0.377 \left(\frac{d}{D}\right)^3 \right] \quad (10)$$

อย่างดี โดยมีค่าความผันผวนเข้าใกล้ 1 และค่าความแตกต่างระหว่าง FEA และสมการความสัมพันธ์ที่ได้ดีกว่าของ Widera [7] ซึ่งมีสภาพจุดปลายยึดแน่น-ปล้อยอิสระ

4. สรุปผลการดำเนินการวิจัย

จากการวิเคราะห์ตัวแปรทางรูปทรงเรขาคณิตและตัวประกอบยึดหยุ่นด้วยวิธีทางไฟไนต์เอลิเมนต์ของการต่อท่อแยกแบบไม่เสริมแรงที่อยู่ภายใต้โมเมนต์คดในระนาบและนอกระนาบสำหรับสภาพจุดปลายยึดแน่น-ธรรมดา สามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้

1. การกระจายตัวของความเค้นหลักที่ได้จากการสอบเทียบแบบจำลอง กราฟรูปที่ 4 แสดงแนวโน้มที่สอดคล้องกับข้อมูลผลทดลองเป็นอย่างดี
2. ความยาวของท่อหลักและท่อแยกส่งผลกระทบต่อตัวประกอบยึดหยุ่น ดังนั้นความยาวของท่อหลักและท่อแยกที่เหมาะสม ควรดำเนินการวิเคราะห์หามาก่อนที่จะวิเคราะห์ตัวประกอบยึดหยุ่น
3. ตัวประกอบยึดหยุ่นมีค่าเพิ่มขึ้นด้วยการเพิ่มขึ้นของอัตราส่วน D/T และ t/T
4. เมื่อเปรียบเทียบอัตราส่วน d/D , D/T และ t/T ต่อตัวประกอบยึดหยุ่น พบว่าอัตราส่วน d/D มีอิทธิพลต่อตัวประกอบยึดหยุ่นค่อนข้างน้อย
5. ตัวประกอบยึดหยุ่นที่ได้จากตารางที่ 3 และสมการความสัมพันธ์ (9) และ (10) สามารถนำไปใช้ประกอบ

การวิเคราะห์ความเค้นเนื่องจากการขยายตัวทางความร้อนของระบบท่อ ที่มีการต่อท่อแยกแบบไม่เสริมแรงอยู่ในระบบท่อ ตามช่วงของตัวแปรที่กำหนดไว้

6. เอกสารอ้างอิง

- [1] ASME Code for Pressure Piping, B31.3, "Chemical Plant & Refinery Piping," 2012.
- [2] E. C. Rodabaugh, "Accuracy of Stress Intensity Factors for Branch Connections," WRC Bulletin 329, 1987.
- [3] ASME Sec.3 Div. 1, "Rules for Construction of Nuclear Power Plant Components," 2012.
- [4] J. L. Mershon, "Local Stresses in Cylindrical Shells Due to External Loadings on Nozzles," WRC Bulletin 297, 1984.
- [5] T. Fujimoto and T. Soh, "Flexibility Factors and Stress Indices for Piping Components with $D/T \leq 100$ Subjected to In-Plane or Out-of-Plane Moment," PVP, Vol.110, pp. 374–386, 1988.
- [6] E. A. Wais, "Stress Intensification Factors and Flexibility Factors for Unreinforced Branch Connections," PVP, Vol. 383, 1999.
- [7] G. E. O. Widera, "Flexibility Factors for Branch Pipe Connections Subjected to In-Plane and Out-of-Plane Moments," PVP, Vol.128, pp.89–94, 2006.
- [8] E. C. Rodabaugh and E. A. Wais, "Standard Flexibility Factor Method," Report 1, WRC Bulletin 463, 2001.
- [9] E. C. Rodabaugh, "Stress Indices and Flexibility Factors for Nozzles in Pressure Vessels and Piping," ORNL/Sub-2913, 1979.
- [10] S. P. Timoshenko and J. N. Goodier, Theory of Elasticity, 3rd ed., McGraw-Hill, 1970.
- [11] J. M. Corum and R. C. Gwaltney, "Theoretical and Experimental Stress Analysis of ORNL Thin-Shell Cylinder-to-Cylinder Model No.1," ORNL, 1972.
- [12] Widera, G. E. O., and Xue, L., "Guidelines for Modeling Cylinder to Cylinder Intersections," WRC Bulletin 493, 2004.
- [13] <http://cran.r-project.org/>.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้