

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องกลั่นโมเลกุล

A Mathematical Model of Molecular Distillator

วรพจน์ สีหาอินทร์ ประกอบ กิจไชยา

สาขาวิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

บทคัดย่อ

รายงานฉบับนี้แนะนำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง ประกอบไปด้วย สมการการเคลื่อนที่ สมการความต่อเนื่อง และสมการพลังงานบนเฟรมอ้างอิงที่มีการหมุน ผลของอุณหภูมิที่ส่งผลต่อการ ถ่ายเทมวล ได้ถูกรวมเข้ามาในสมการความต่อเนื่องของสาร และเงื่อนไขขอบเขตที่ผิวระเหย สมการข้างต้นถูกนำเสนอใน รูปตัวแปรไร้มิติเพื่อแสดงความสำคัญของแรง โคริโอลิส แรงเหวี่ยง ผลจากมุมเอียงของจานหมุน และผลของอุณหภูมิต่อ การถ่ายเทมวล จากการวิเคราะห์หาค่าพบว่า ผลของซอเรต์ที่มีต่ออัตราการถ่ายเทมวลมีค่าประมาณ ร้อยละ 10-15

คำสำคัญ : แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เครื่องกลั่นโมเลกุล แรงโคริโอลิส ผลของซอเรต์

Abstract

A mathematical model of a centrifugal molecular distillator (CMD) was presented in this paper. The model consisted of the conventional equation of motion and energy on rotating frame of reference (RFR) with the Soret's effect added on equation of continuity and the boundary condition at the free surface. The above governing dimensionless equations included effects of Coriolis, inertia force and cone angle on transport equations and influence of temperature gradient on mass transfer. Scaling analysis showed that 10-15% of Soret's effect exist in CMD.

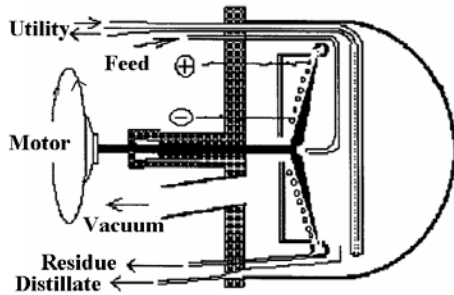
Keyword : Mathematical Model, Molecular Distillator, Coriolis force, Soret Effect

1. บทนำ

การกลั่นโมเลกุลได้มีการพัฒนามากกว่าครึ่ง ศตวรรษ [1] โดยมีเป้าหมายเพื่อลดอุณหภูมิในการกลั่น และลดเวลาที่สารสัมผัสกับความร้อน ซึ่งทั้งสองปัจจัยนี้ มีความสำคัญมาก เมื่อทำการกลั่นแยกสารที่มีความดัน ไอต่ำ หรือมีความว่องไวต่อความร้อนสูง และในปัจจุบัน เครื่องกลั่นโมเลกุลนิยมใช้ในการทำโมโนกลีเซอไรด์ให้ บริสุทธิ์ [2] ใช้กลั่นแยกแคโรทีนอยด์ [3] หรือใช้กลั่น แยกวิตามินอี [4] อย่างไรก็ตาม เครื่องกลั่นโมเลกุลแม้ ได้รับการพัฒนาเพื่อใช้ในอุตสาหกรรมมานาน แต่การ พัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้อธิบาย พฤติการณ์การส่งถ่ายที่ผู้เขียนได้ค้นคว้าจากงานวิจัย ก่อนหน้านั้นพบว่า ยังไม่มีความสมบูรณ์ โดยเฉพาะ

อย่างไรก็ตาม เครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง (Centrifugal Molecular Distillator, CMD) รูปที่ 1 แสดง เครื่องกลั่น โมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง จากรูป สามารถแบ่งขั้นตอน การกลั่นของ CMD ได้เป็นสี่ขั้นตอนคือ 1) ของเหลวถูก ป้อนเข้าตรงจุดกึ่งกลางของจานหมุน 2) ของเหลวถูกแรง กระจายเนื่องจากการหมุน กระจายเป็นชั้นฟิล์มบางๆ ออกไปตามแนวรัศมี และเกิดการถ่ายเทพลังงานจากผิว ร้อน (Heating surface) ไปยังชั้นฟิล์มของเหลว 3) ของเหลวเมื่อได้รับพลังงาน บางส่วนเกิดการระเหยที่ผิว ระเหย (Evaporator Surface) และ 4) โมเลกุลของสารที่ ระเหยเกิดการควบแน่นที่ผิวเย็น (Condensing Surface) แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายพฤติกรรมใน ขั้นตอนี่ 2 มีความสำคัญอย่างมาก เนื่องจากจะส่งผล โดยตรงต่อการประมาณค่าอัตราการระเหย และ ประสิทธิภาพในการกลั่นแยก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 1 ลักษณะของเครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง

Emslie [5] พัฒนาศมการการเคลื่อนที่ และการประมาณค่าความหนาของชั้นฟิล์มสำหรับจานหมุนแบบแบน (Flat Rotating Disk, FRD) และแบบจำลองดังกล่าวได้ถูกนำมาประยุกต์ใช้สำหรับ CMD [6-8] อย่างไรก็ตาม สมการการเคลื่อนที่ที่ Emslie ได้พัฒนาขึ้นมานั้นสมมติให้ แรงเฉื่อย และ แรงโคริโอลิส ไม่มีความสำคัญ และจากแนวคิดดังกล่าว Inusuka และคณะ [9] และ Ruckenstein และคณะ [10] นำมาใช้สำหรับ CMD ร่วมกับสมการความต่อเนื่องและสมการการถ่ายเทพลังงานที่สร้างขึ้น อย่างไรก็ตามแบบจำลองของ Inusuka ใช้ได้สำหรับสารบริสุทธิ์ และสมการที่ Ruckenstein นำเสนอขึ้นมานั้นคิดการถ่ายเทพลังงานบนจานหมุนเป็นเพียงการนำความร้อน แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับของผสมสองชนิด ที่สมบูรณ์ที่สุดจากงานวิจัยก่อนหน้านี้ที่ผู้เขียนค้นพบเสนอโดย Bhundarkar และ Ferron [11] อย่างไรก็ตามสมการการเคลื่อนที่จากแบบจำลองดังกล่าวยังคงใช้แนวคิดเดียวกับ Emslie Reisfeil [12] ยืนยันว่าสำหรับ FRD แรงเฉื่อย และแรงโคริโอลิส มีความสำคัญเมื่อความหนาของชั้นฟิล์มมากกว่า $500 \mu m$ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Momonait และ Mason [13] Leshev และ Peev [14] และจากรายงานของ Myers [15] การประมาณความหนาของชั้นฟิล์มตามสมการของ Emslie มีค่าต่ำกว่าผลการทดลองตลอดทุกช่วงรัศมีของจานหมุน

ดังนั้นเพื่อความแม่นยำในการประมาณค่าความหนาของชั้นฟิล์ม และความถูกต้องของรูปแบบของความเร็ว ซึ่งทั้งสองปัจจัยนี้ส่งผลโดยตรงต่อการแพร่ การพาวลและพลังงาน ในรายงานฉบับนี้ จึง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

นำเสนอแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของของผสมสองชนิด สำหรับ CMD โดยสมการการเคลื่อนที่ที่รวมผลของแรงเฉื่อย และแรงโคริโอลิส อีกทั้งสมการความต่อเนื่องของสาร i ที่นำเสนอนี้ได้รวมผลของอุณหภูมิที่ทำให้เกิดการถ่ายเทมวล (Soret Effect) พร้อมทั้งทำการวิเคราะห์ขนาด (Scaling Analysis) เพื่อแสดงความสำคัญของพจน์ต่างๆใน Governing Equation ข้างต้น สำหรับวิธีการแก้ปัญหาของสมการเพื่อศึกษาผลของปัจจัยต่างๆที่เพิ่มขึ้นมานั้น ผู้เขียนจะนำเสนอในโอกาสต่อไป

2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

2.1 ความสัมพันธ์ของสมการการเคลื่อนที่ และสมการความต่อเนื่อง บน IFR กับ RFR

ความสัมพันธ์ระหว่างความเร่งของของไหลบน Rotating Frame of Reference (RFR) กับ Inertial Frame of Reference (IFR) แสดงดังสมการที่ (1)

$$a^I = a^R + 2(\Omega \times V^R) + \Omega \times (\Omega \times R) \quad (1)$$

ด้วย I และ R หมายถึงการอ้างอิงบน IFR และ RFR ตามลำดับ a Ω และ R คือความเร่ง เวกเตอร์ความเร็วเชิงมุม และเวกเตอร์บอกตำแหน่ง จากความสัมพันธ์ตามสมการข้างต้น จะได้สมการ Navier-Stokes บน RFR สำหรับระบบแกนใดๆ เป็น Vanyo [16]

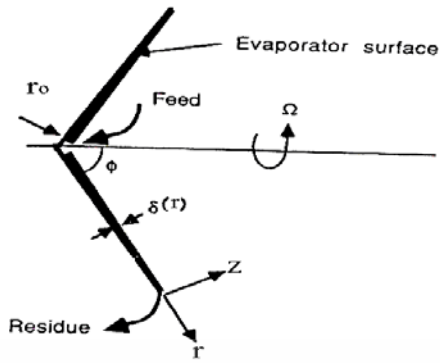
$$(V^R \cdot \nabla^R) V^R + 2(\Omega \times V^R) + \Omega \times (\Omega \times R) = -\nabla^R P + \eta \nabla^2 V^R \quad (2)$$

เมื่อ ∇ และ ∇^2 คือตัวดำเนินการเดล และลาปลาเชียนตามลำดับ พจน์ที่สองและสามทางซ้ายมือของสมการที่เพิ่มขึ้นมาคือ แรงโคริโอลิส และแรงเหวี่ยง Greitzer [17] ได้เสนอแนะว่า สำหรับปริมาณสเกลาร์ ค่า Substantial Derivative สำหรับ IFR และ RFR มีค่าเท่ากัน ดังนั้น จะได้ $\nabla^I = \nabla^R$ เพราะฉะนั้น สมการความต่อเนื่องบน RFR จึงเหมือนกับ IFR

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (3)$$

2.2 สมการการเคลื่อนที่ และสมการความต่อเนื่อง

รูปที่ 2 แสดงระบบแกนของจานหมุนของ CMD เมื่อ r θ และ z คือ ทิศในแนวรัศมี ทิศตามการหมุน และทิศที่ตั้งฉากกับผิวจานหมุน ตามลำดับ



รูปที่ 2 ระบบแกนเครื่องกลั่นโมเลกุลชนิดหมุนเหวี่ยง ϕ คือ ครึ่งมุมของจานหมุน โดยความเร็วในแนวแกน r θ และ z กำหนดให้เป็น u v และ w ตามลำดับ สมมติให้ระบบมีแกนสมมาตร โดยอาศัย ตัวดำเนินการ

$$\text{เดล} \left(\nabla = e_r \frac{\partial}{\partial r} + e_z \frac{\partial}{\partial z} + \frac{e_\theta}{r \sin \phi} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \text{ และลาปลาเซียน}$$

$$\left(\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\cot \phi}{r} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \phi} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right)$$

ผู้เขียน เสนอสมการการเคลื่อนที่ในแต่ละแนวแกนดังนี้

$$\text{สมการการเคลื่อนที่ในแนวแกน } r$$

$$uu_r + wu_z - \frac{v^2}{r} - 2\Omega v \sin \phi - \Omega^2 r \sin^2 \phi + \Omega^2 z \sin \phi \cos \phi$$

$$= -p_r / \bar{\rho} + \eta \nabla^2 u + \eta \left(-u/r^2 + w(\cot \phi)/r^2 \right) \quad (4)$$

สมการการเคลื่อนที่ในแนวแกน θ

$$uv_r + wv_z + \frac{uv}{r} - \frac{vw \cot \phi}{r} + 2\Omega u \sin \phi - 2\Omega w \cos \phi$$

$$= \eta \left(\nabla^2 v - 2v \cot \phi / r^2 \right) \quad (5)$$

สมการการเคลื่อนที่ในแนวแกน z

$$uw_r + wv_z + v^2 (\cot \phi) / r + 2\Omega v \cos \phi + \Omega^2 r \sin \phi \cos \phi$$

$$- \Omega^2 z \cos^2 \phi = -p_z / \bar{\rho} + \eta \left(\nabla^2 w + u(\cot \phi) / r^2 \right)$$

$$- \eta w (\cot^2 \phi) / r^2 \quad (6)$$

สมการความต่อเนื่องแสดงได้ดังสมการที่ (7)

$$u_r + u/r + w_z - w(\cot \phi) / r = 0 \quad (7)$$

เงื่อนไขขอบเขต คือ

$$u = v = w = 0 \quad \text{ที่ } z = 0 \quad u_z = v_z = 0 \quad \text{ที่ } z = \delta(r)$$

และ $p = p_{\text{ambient}} - \sigma \delta(r)_{,rr}$ ที่ $z = \delta(r)$

เงื่อนไขकिनเมติกเมื่อมีการระเหย Dussan [18] เป็น

$$(w - u\delta(r)_{,r}) (1 + \delta(r)_{,r}^2)^{-1/2} = \sum E_i / \rho \quad \text{ที่ } z = \delta(r)$$

เมื่อ δ คือความหนาของชั้นฟิล์ม σ คือ แรงตึงผิว และ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อผู้ดูแลเห็นประโยชน์ของเอกสารนี้ให้เผยแพร่โดยไม่คิดค่า

E_i คือ อัตราการระเหยของสาร i ($\text{kg}/\text{m}^2 - \text{s}$)

2.3 สมการดุลพลังงาน

สมการที่ใช้อธิบายการดุลพลังงาน เมื่อระบบมีแกนสมมาตร โดยไม่คิดผลของ Inter Diffusion และ Dufour Effect แสดงดังสมการที่ (8)

$$uT_r + wT_z = \alpha (\nabla^2 T) \quad (8)$$

เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขต คือ

$$T = T_f \quad \text{ที่ } r = r_0 \quad T = T_h \quad \text{ที่ } z = 0 \quad \text{และ}$$

$$-kT_z \left(1 + (\delta(r)_{,r})^2 \right)^{-1/2} = \sum_{i=1}^n (E_i \Delta H_i) \quad \text{ที่ } z = \delta(r)$$

เมื่อ T_f และ T_h คือ อุณหภูมิสารป้อน และอุณหภูมิผิวร้อน (K) \bar{k} คือ ค่าการนำความร้อน ($J/m - s - K$) และ ΔH_i คือ ค่าความร้อนในการกลายเป็นไอ (J/kg)

2.4 สมการความต่อเนื่องของสาร i

สมการแสดงค่าฟลักซ์การแพร่ของของผสมสองชนิด โดยรวมผลของ Mass และ Thermal Diffusion แสดงดังสมการที่ (9) De Groot และ Mazur [19]

$$J_i = -\bar{\rho} \left[D_{ij} \nabla C_i + C_i (1 - C_i) D^T \nabla T \right] \quad (9)$$

Gaikwad และคณะ [20] ได้ประยุกต์ใช้แนวคิดของ Hurle และ Jakeman สำหรับพจน์ $C_i (1 - C_i)$ ในสมการที่ (9) สามารถใช้ค่าความเข้มข้นเฉลี่ยในแนวแกน z คำนวณได้ ดังนั้นสมการที่ใช้อธิบายการดุลมวลของสาร i คือ

$$uC_{i,r} + wC_{i,z} = D_{ij} \nabla^2 C_i + (D_{ij} k^T / \bar{T}) \nabla^2 T \quad (10)$$

เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขต คือ

$$C_i = C_{i,0} \quad \text{ที่ } r = r_0 \quad \text{และ } C_{i,z} = 0 \quad \text{ที่ } z = 0$$

เงื่อนไขขอบเขตที่ผิวระเหย ($\delta(r)$) สามารถหาได้โดยรวมสมการความต่อเนื่อง (7) กับ (10) และทำการหาปริพันธ์ เทียบกับ z โดยใช้เงื่อนไขขอบเขตคือ $C_{i,z} = 0$ ที่ $z = 0$ ร่วมกับ เงื่อนไขकिनเมติกได้เป็น

$$-D_{ij} \bar{\rho} C_{i,z} \left(1 + (\delta(r)_{,r})^2 \right)^{-1/2} = E_i - C_i \left(\sum_{i=1}^n E_i \right)$$

$$+ D_{ij} \bar{\rho} k^T T_z \left(1 + (\delta(r)_{,r})^2 \right)^{-1/2} \bar{T}^{-1} \quad \text{ที่ } z = \delta(r)$$

เมื่อ D_{ij} D^T C_i และ T คือ สัมประสิทธิ์การแพร่ (m^2 / s) ค่า Thermal Diffusivity Coefficient ($\text{m}^2 / \text{s} - \text{K}$) สัดส่วนโดยมวลของสาร i และ อุณหภูมิ (K) ตามลำดับ และ k^T คือ ค่า Thermal Diffusion Ratio นิยามเป็น

$k^T = \bar{C}_i(1-\bar{C}_i)[D^T \bar{T}/D_{ij}]$ พจน์สุดท้ายทางขวามือของสมการที่ (10) คือ ผลของ Soret Effect ดังนั้น จะพบว่าสมการความต่อเนื่องและเงื่อนไขขอบเขตที่ผิวระเหยที่นำเสนอในรายงานฉบับนี้ปรากฏพจน์ของ Soret Effect จึงแตกต่างจากงานวิจัยที่ได้มีผู้นำเสนอก่อนหน้า [10, 11] ซึ่งคิดการถ่ายเทมวลของสาร มีเพียงการแพร่ เนื่องจากความเข้มข้นที่ต่างกัน (Mass Diffusion) และการพามวล (Mass Convection) เท่านั้น

3. Governing Equation ในรูปตัวแปรไร้หน่วย

3.1 สมการการเคลื่อนที่และสมการความต่อเนื่อง

เมื่อกำหนดให้ระยะเฉพาะของความยาว (Characteristic Length) ตามแนวแกน r และ z คือ รัศมีของจานหมุน (R) และความหนาเริ่มต้นของชั้นฟิล์ม (δ_0) ตามลำดับ จากสมการการเคลื่อนที่ในแกน r และ θ สมมติให้แรงเหวี่ยงเป็นแรงขับเคลื่อนของไหลในแนวแกน r และแรงขับเคลื่อนของไหลในแนวแกน θ คือแรงโคริโอลิส ดังนั้นจะได้ความเร็วเฉพาะ (Characteristic Velocity) ในแกน r และ θ เป็น

$U = \Omega^2 R \delta_0^2 \sin^2 \phi / \eta_0$ และ $V = \Omega U \delta_0^2 \sin \phi / \eta_0$ ตามลำดับ และจากสมการความต่อเนื่อง จะได้ความเร็วเฉพาะในแกน z เป็น $W = U \delta_0 / R$ และความดันเฉพาะคือ $P = \mu_0 U R / \delta_0^2$ นิยามให้ความเร็วไร้หน่วยเป็น $u' = u/U$ $v' = v/V$ $w' = w/W$ ความดันไร้หน่วย $p' = (p - p_{ambient}) / P$ ระยะไร้หน่วยเป็น $r' = r/R$ $z' = z/\delta_0$ $\lambda = \delta_0/R$ และ $Re = UR/\eta$ คือเลขเรย์โนลด์ ดังนั้น เมื่อแทนตัวแปรไร้หน่วยในสมการที่ (4)-(7) จะได้

สมการความต่อเนื่อง

$$u'_r + u'/r' + w'_z - (\lambda \cot \phi) w'/r' = 0 \quad (11)$$

สมการการเคลื่อนที่ในแนวแกน r

$$\begin{aligned} & Re \lambda^2 (u'u'_r + w'u'_z - 2v') - (Re \lambda^2)^2 v'^2/r' + (\lambda \cot \phi) z' \\ & - r' = -p'_r + u'_{zz} - (\lambda \cot \phi) u'_z/r' + (\lambda^3 \cot \phi) w'/r'^2 \\ & + \lambda^2 (u'_{rr} + u'_r/r' - u'/r'^2) \end{aligned} \quad (12)$$

สมการการเคลื่อนที่ในแนวแกน θ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่นิยมนำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} & Re \lambda^2 (u'v'_r + w'v'_z + u'v'/r') - Re(\lambda^3 \cot \phi) v'w'/r' \\ & - 2(\lambda \cot \phi) w' + 2u' = (v'_{zz} - (\lambda \cot \phi) v'_z/r') \\ & + \lambda^2 (v'_{rr} + v'_r/r' - 2v' \cot \phi/r'^2) \end{aligned} \quad (13)$$

สมการการเคลื่อนที่ในแนวแกน z

$$\begin{aligned} & Re \lambda^4 (u'w'_r + w'w'_z) + Re^2 (\lambda^5 \cot \phi) v'/r' \\ & + 2(\lambda^3 \cot \phi) v' - (\lambda^2 \cot^2 \phi) z' + (\lambda \cot \phi) r' \\ & = -p'_z + \lambda^2 w'_{zz} + \lambda^4 (w'_{rr} + w'_r/r' - w'(\cot^2 \phi)/r'^2) \\ & + \lambda^3 \cot \phi (u'/r'^2 - w'_z/r') \end{aligned} \quad (14)$$

สำหรับ CMD ระดับห้องปฏิบัติการ รัศมีจานหมุนเท่ากับ 6.5 cm Ω เท่ากับ 160 radian/s η ประมาณ

$4 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$ และความหนาของชั้นฟิล์ม [1] อยู่

ระหว่าง $0.01-0.02 \text{ mm}$ จะได้ $\lambda \approx 3 \times 10^{-4}$ และ

$Re \approx 2 \times 10^5$ เพราะฉะนั้น ($Re \lambda^2$ และ $\lambda \cot \phi$) $\ll \lambda^2$ λ^3 และ λ^4 ดังนั้นพจน์ที่คูณด้วย λ^2 λ^3 และ λ^4 จึงไม่นำมาพิจารณา จากสมการที่ (12)-(14) ได้เป็น

สมการการเคลื่อนที่ในแนวแกน r

$$\begin{aligned} & Re \lambda^2 (u'u'_r + w'u'_z - 2v') + (\lambda \cot \phi) z' - r' \\ & = -p'_r + u'_{zz} - (\lambda \cot \phi) u'_z/r' \end{aligned} \quad (15)$$

สมการการเคลื่อนที่ในแนวแกน θ

$$\begin{aligned} & Re \lambda^2 \left(u'v'_r + w'v'_z + \frac{u'v'}{r'} \right) - 2(\lambda \cot \phi) w' + 2u' \\ & = v'_{zz} - (\lambda \cot \phi) v'_z/r' \end{aligned} \quad (16)$$

สมการการเคลื่อนที่ในแนวแกน z

$$(\lambda \cot \phi) r' = -p'_z \quad (17)$$

เงื่อนไขขอบเขต

$$u' = v' = w' = 0 \text{ ที่ } z' = 0 \quad u'_z = v'_z = 0 \text{ ที่ } z' = \xi(r')$$

$$\text{และ } p' = -(Re/We) \lambda^3 \xi(r')_{,r'} \text{ ที่ } z' = \xi(r')$$

และเงื่อนไขकिनเมติก ที่ $z' = \xi(r')$ เป็น

$$(w' - u' \xi(r')_{,r'}) \left(1 + (\lambda \xi(r')_{,r'})^2 \right)^{-\frac{1}{2}} = N_E$$

เมื่อ $\xi = \delta/\delta_0$ $We = U^2 R \bar{\rho} / \sigma$ คือเลขเวเบอร์และ

$N_E = (R \sum E_i) / (U \delta_0 \bar{\rho})$ คือ ค่าอัตรากระแหยไร้

หน่วย จากสมการโมเมนต์เป็นที่ปรากฏชัดเจนแล้วว่า

แรงโคริโอลิสเป็นแรงต้านการไหลสำหรับ r โมเมนต์

และผลจากการวิเคราะห์ห้ขนาดพบว่าแรงเฉื่อย ส่งผลต่อ

การไหลในระดับ λ^2 สำหรับ r และ θ โมเมนต์ ในขณะที่

ที่แรงโคริโอลิสเป็นแรงขับเคลื่อนของไหลในแกน θ

และเป็นแรงต้านการไหลในระดับ λ^2 สำหรับ r โมเมนต์ อีกทั้งเป็นที่น่าประหลาดใจมากเมื่อพบว่ามุมเอียงของจานหมุนส่งผลให้เกิดเกรเดียนต์ของความดันในแกน z ในระดับ λ เป็นผลให้มีการไหลในทิศนี้ ซึ่งส่งผลให้ประสิทธิภาพของการถ่ายเทมวล และพลังงานเพิ่มขึ้น ดังนั้นผลของแรงและปัจจัยที่กล่าวมานี้ ซึ่งถูกละเลยและไม่ให้ความสำคัญจากแบบจำลองก่อนหน้านี้ จึงจำเป็นต้องให้ความสำคัญ สำหรับ CMD

3.2 สมการดุลพลังงาน

กำหนดให้ $T' = T/T_h$ และ เลข Prandtl (Pr) เป็น $\bar{\eta}/\alpha$ จะได้สมการดุลพลังงานในรูปตัวแปรไร้มิติ ซึ่งใช้สมมติฐานในการตัดพจน์เหมือนสมการโมเมนต์ เป็น

$$\text{RePr} \lambda^2 (u'T'_r + w'T'_z) = T'_{zz} - (\lambda \cot \phi) T'_z / r' \quad (18)$$

เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขต คือ

$$T' = T'_r \text{ ที่ } r' = r'_0 \quad T' = 1 \text{ ที่ } z' = 0 \text{ และ}$$

$$-T'_z \left(1 + (\lambda \xi(r')_r)^2\right)^{-1/2} = Bi_T \text{ ที่ } z' = \xi(r')$$

เมื่อ $Bi_T = \left[\delta_0 \sum_{i=1}^n (E_i \Delta H_i) \right] / (kT_h)$ คือ เลข Biot ของการถ่ายเทพลังงาน จากสมการการถ่ายเทพลังงานจะพบว่า การถ่ายเทพลังงานจากผิวร้อนไปยังผิวระเหยนั้นส่วนใหญ่เกิดขึ้นเนื่องจากการนำความร้อน และมุมของจานหมุนนั้นส่งผลต่อรูปแบบของอุณหภูมิ

3.3 สมการความต่อเนื่องของสาร i

จากสมการความต่อเนื่องของสาร i สำหรับของผสมสองชนิด เมื่อกำหนดให้ $C'_i = C_i / C_{i,0}$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติได้เป็น

$$\text{ReSc} \lambda^2 (u'C'_{ir} + w'C'_{iz}) = C'_{izz} - (\lambda \cot \phi) C'_{iz} / r' + (ScSr / \bar{T}) (T'_{zz} - (\lambda \cot \phi) T'_z / r') \quad (19)$$

เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขต คือ

$$C'_i = 1 \text{ ที่ } r' = r'_0 \quad C'_{iz} = 0 \text{ ที่ } z' = 0 \text{ และ ที่ } z' = \xi(r')$$

$$(-C'_{iz} - ScSr T'_z \bar{T}^{-1}) \left(1 + (\lambda \xi(r')_r)^2\right)^{-1/2} = Bi_i - Bi_i C'_i$$

เมื่อ Sc และ Sr คือ เลข Schmidt และ Soret นิยามเป็น $Sc = \bar{\eta} / D_{ij}$ และ $Sr = (D_{ij} k^T) / (C_{i,0} \bar{\eta})$ ในขณะที่

$$Bi_i = (\delta_0 \sum E_i) / (D_{ij} \bar{\rho} C_{i,0}) \text{ คือ เลข Biot และเลข Biot}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ของสาร i คือ $Bi_i = (\delta_0 E_i) / (D_{ij} \bar{\rho})$

จากสมการที่ (19) พบว่าการถ่ายเทมวลหลักบน CMD เกิดขึ้นเนื่องจากการแพร่ การปฏิบัติการโดยทั่วไปสำหรับ CMD นั้น อุณหภูมิผิวร้อนอยู่ระหว่าง $100-200$ °C มีค่า Mass Diffusion เท่ากับ 5×10^{-6} cm²/s และ Thermal Diffusion [21] ประมาณ 3×10^{-8} cm²/s-K เพราะฉะนั้นจะได้ค่า $Sr \approx 1.3 \times 10^{-3}$ สมมติให้ความเข้มข้นเริ่มต้นของของผสมมีค่าเท่ากันและเมื่อมีการระเหยเกิดขึ้น ค่าสัดส่วนโดยมวลของสาร i และอุณหภูมิที่ผิวระเหยมีค่าแตกต่างกันจากในเนื้อสารประมาณ 0.1 และ 5 องศาตามลำดับ จะได้ผลของ Soret Effect มีค่าประมาณ $ScSr \left(\frac{\Delta T'}{\Delta C'_i} \right) \approx (800)(1.3 \times 10^{-3}) \left(\frac{0.013}{0.2} \right)$ ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 7 เมื่อเทียบกับ Mass Diffusion อย่างไรก็ตาม สำหรับ CMD เป็นที่ทราบกันดีแล้วว่าเป็นการกลั่นที่สถานะ High-Vacuum ซึ่งบางภาวะปฏิบัติการจะมีอัตราการระเหยที่สูงมาก อีกทั้งสารบางชนิดมีค่าความร้อนในการกลายเป็นไอที่สูง ยังผลให้ แกรเดียนต์ของอุณหภูมิต่ำมาก และทำให้ Soret Effect อาจมากถึงร้อยละ 10-15 เพราะฉะนั้นผลของ Soret Effect จึงควรต้องนำมาพิจารณาสำหรับการถ่ายเทมวลบน CMD

4. สรุป

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่น่าเสนอในรายงานฉบับนี้ ชี้ให้เห็นถึงความสำคัญในพจน์ของแรงเฉื่อย และแรงโคริโอลิส ที่ส่งผลต่อการไหลของของไหล โดยความสำคัญของแรงดังกล่าวนี้ส่งผลในระดับ λ^2 สำหรับแรงเฉื่อยบน r และ θ โมเมนต์ ในขณะที่แรงโคริโอลิส เป็นแรงขับเคลื่อนของไหลในแกน θ และส่งผลเป็นแรงต้านการไหลในระดับ λ^2 สำหรับ r โมเมนต์ ผลของ Soret Effect ต่อการถ่ายเทมวล มีค่าประมาณร้อยละ 7 หรือมากกว่าเมื่อเทียบกับพจน์ Mass Diffusion มุมเอียงของจานหมุนทำให้เกิดเกรเดียนต์ของความดันในแกน z และส่งผลต่อรูปแบบของความเร็ว อุณหภูมิ และความเข้มข้น

5. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัยที่
ให้เงินทุนสนับสนุนในการทำงานวิจัยนี้

6. เอกสารอ้างอิง

- [1] K.C.D.Hickman, "High-Vacuum Short-Parth Distillation: A Review," *Chemical Reviews*, V.31(1), pp. 51-105, 1944.
- [2] L.V. Fregolente, C.B. Batistella, R.M.Filho and M.R.W.Maciél, "Response Surface Methodology Applied to Optimization of Distilled Monoglycerides Production," *JAOCS*, V.82(9), pp.673-678, 1998.
- [3] C.B.Batistella and M.R.W.Maciél, "Recovery of Carotenoids from Palm Oil by Molecular Distillation," *Comp.Chem.Eng*, V.22, pp.S53-S60, 1998.
- [4] L.R.Posada, J.Shi, Y.Kakuda and S.Xue, "Extraction of Trocoterienols from Palm Fatty acid Distillates using Molecular Distillation," *Sep.Pur. Tech.*, V.57, pp218-227, 2007.
- [5] A.G.Emslie, F.T.Bonner and L.G.Peck, "Flow of Viscous Liquid on a Rotating Disk," *J.Appl.Phys.*, V.29(5), pp.858-862, 1958.
- [6] G.J.Rees, "Centrifugal Molecular Distillation-I," *Chem.Eng.Sci.*, V35, pp.834-840, 1980.
- [7] G.J.Rees, "Centrifugal Molecular Distillation-II," *Chem.Eng.Sci.*, V35, pp.841-845, 1980
- [8] D.Greenberg,, "A Theoretical and Experimental Study of the Centrifugal Molecular Still," *AIChE.*, V.18(2), pp.269-276, 1972.
- [9] M.Inuzuka, R.Sugiyama, I.Saito, I.Yamada, S.Hiraoka, H.Ishikawa and I.Banno, "Analysis of Heat and Mass Transfer in A Molecular Still," *J.Chem.Eng.Japan*, V.19(1), pp.14-20, 1986.
- [10] E.Ruckenstien, W.J.Hassink and S.M.V.Gourisankar, "The Combined Effect of Diffusion and Evaporation on the Molecular Distillation of Ideal Binary Liquid Mixtures," *Sep.Sci.Tech.*, V.18(6), pp.523-545, 1983.
- [11] M.Bhandakar, and J.R.Ferron, "Transport Processes in Thin Liquid Films during High-Vacuum Distillation," *Ind.Eng.Chem.Res.*, V.27, pp.1016-1024, 1988.
- [12] B.Reisfeil, S.G.Bankoff and S.H.Davis, "The Dynamics and Stability of Thin Liquid Films during Spin Coating.I," *J.Appl.Phys.*, V.70(10), pp.5258-5266, 1991.
- [13] E.Momonait and D.P.Mason, "Investigation of the Effect of the Coriolis Force on a Thin Fluid Film on a Rotating Disk," *Int.J.Non-Linear Mech.*, V.33(6), pp.1069-1088, 1998.
- [14] I.Leshev and G.Peev, "Film Flow on a Horizontal Rotating Disk," *Chem.Eng.Proc.*, V.42, pp.925-929, 2003.
- [15] T.G.Myers and M.Lombe, "The Importance of the Coriolis Force on Axisymmetric Horizontal Rotating Thin Film Flows," *Chem.Eng.Proc.*, V.45(2), pp.90-98, 2006.
- [16] J.P.Vanyo, "Rotating Fluids in Engineering and Science," Boston : Butterworth-Heinemann, 1993.
- [17] E.M.Greitzer, C.S.Tan and M.B. Graf, "Internal Flow," Cambridge University Press, 2004.
- [18] E.B.Dussan, "On the Difference between a Bounding Surface and a Meterial Surface," *J.Fluid Mech.*, V.75(4), pp.609-623, 1976.
- [19] S.D.De Groot and P.Mazur, "Non-Equilibrium Thermodynamics," New York : Dover, 1984.
- [20] S.N.Gaikwad, M.S.Malashetty and K.R.Prasad, "An Analytical Study of Linear and Non-Linear Double Diffusive Convection with Soret and Dufour effect in Couple Stress Fluid," *Int.J.Non-Linear Mech.*, V.42, pp.903-913, 2007.
- [21] S.Wiegand, "Thermal Diffusion in Liquid Mixture and Polymer Solution," *J.Phys.:Condens.Matter*, V.16, ppR357-R379, 2004.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้