

# แรงกดที่ผนังด้านข้างภาชนะของระบบวัสดุเม็ดกลมเชิง 2 มิติ ภายใต้การสั่นแนวตั้ง

## The Compression Force at Sidewalls of Container of 2-D Granular Material under Vertically Vibration

ศกนธ์ คล่องบุญจิต

ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ถนน ฉลองกรุง ลาดกระบัง กรุงเทพฯ 10520 E-mail: sakonklong@hotmail.com

### บทคัดย่อ

ปกติแล้วระบบวัสดุเม็ดกลมที่อยู่ซึ่งถูกบรรจุอยู่ในภาชนะที่ผิวด้านข้างขนานกันในแนวตั้งนั้น ผิวด้านข้างของภาชนะบรรจุจะได้รับแรงกดในแนวตั้งจากกับผิวเมื่อด้านบนของระบบได้รับการหรือรับแรงกด เมื่อเทียบกับระบบวัสดุเม็ดกลมที่บรรจุอยู่ในภาชนะลักษณะเดียวกันแต่ถูกเขย่าหรือสั่นในแนวตั้ง ซึ่งระบบจะได้รับพลังงานจากผิวด้านล่างของระบบเมื่อกั้นภาชนะบรรจุกระทบกับเม็ดวัสดุในส่วนล่างของระบบ พบว่าระบบแบบนี้ผนังด้านข้างของภาชนะก็จะได้รับแรงกดในแนวตั้งจากกับผิวเช่นเดียวกับผนังด้านข้างของระบบวัสดุเม็ดกลมที่อยู่ซึ่ง

คำสำคัญ: แรงกดบนผนังด้านข้าง, วัสดุเม็ดกลม, การสั่นแนวตั้ง, เทคนิคการจำลองสถานการณ์แบบวัสดุเม็ดนิ่ม

### Abstract

Generally, a static system of granular materials which is in a container with parallel lateral sidewalls can show that sidewalls are pressed with the compression force from system while there is some load on the top surface. (There is the input energy from the top surface.) For a system of granular materials in the same container and the system is vertically vibrated, the input energy to the system is from the bottom surface. (Not from the top surface like in the static system) While the system is pressing from the bottom surface, the sidewalls are also sensed the compression force as well as them in the static system.

Keywords: Compression force on sidewalls, Granular materials, Vertically vibration, Soft-particle computer simulation

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

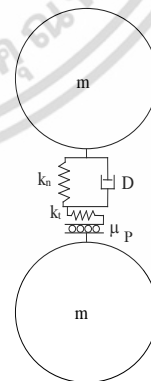
## 1. บทนำ

วัสดุเม็ดกลม หรือ Granular materials คือวัสดุที่ประกอบไปด้วยวัสดุแข็งเม็ดเล็กๆมากมาย และช่องว่างระหว่างวัสดุเม็ดเล็กๆนี้ก็จะถูกแทรกด้วยของไหล (เช่น น้ำ หรือ อากาศ) วัสดุเม็ดกลมนี้ถือว่าเป็นวัสดุชนิดหนึ่งที่น่าทำการศึกษาดูพฤติกรรมของมัน เนื่องจากวัตถุชิ้นส่วนใหญ่ที่ถูกใช้ในกระบวนการต่างๆ ในทางอุตสาหกรรมอยู่ในรูปของวัสดุเม็ดกลมเล็กๆ เช่น ทราย เม็ดพลาสติก อาหารอัดเม็ด ในกระบวนการผลิตนั้นวัตถุดิบต่างๆก็อาจจะถูกนำไปผ่านกระบวนการสั้นเพื่อให้ผสมกัน หรือเพื่อให้แยกตัวออกจากกัน ในระบบวัสดุเม็ดกลมที่อยู่กับที่ Isaac Robert [1] และ H.A. Janssen [2] พบว่าถ้าใส่วัสดุเม็ดกลมลงในภาชนะที่มีผนังด้านข้างที่ขนานกัน โดยให้ผนังด้านบนรับแรงกดอยู่ จะเกิดแรงดันออกทางด้านข้างกระทำในแนวตั้งฉากกับผนังด้านข้างของภาชนะ ถ้านำมาเปรียบเทียบกับระบบวัสดุเม็ดกลมที่ใส่อยู่ในภาชนะที่มีผนังด้านข้างที่ขนานกันแต่กำลังเคลื่อนที่เนื่องจากถูกเขย่าหรือสั่นอยู่ในแนวดิ่ง ซึ่งผนังด้านล่างของระบบจะถูกกระแทกจากก้นของภาชนะเป็นจังหวะ ๆ ตามแต่ลักษณะการเขย่าหรือสั่น ก็จะพบว่ามีความกระทำในแนวตั้งฉากกับผนังด้านข้างของภาชนะเช่นกัน แต่ลักษณะของแรงที่เกิดขึ้นนั้นจะไม่ใช่ค่าคงที่เหมือนในระบบที่อยู่นิ่งกับที่ ปรากฏการณ์นี้เป็นเรื่องที่น่าสนใจและน่าศึกษามาก

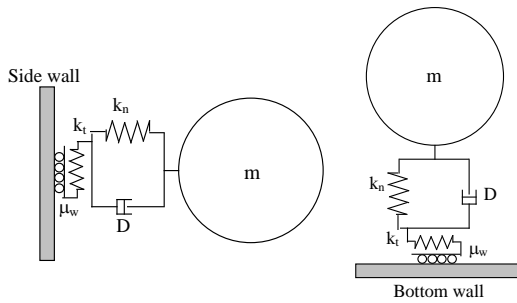
ในการศึกษานี้จะทำการศึกษาระบบ 2 มิติ ของเม็ดวัสดุจำนวนหนึ่งที่ถูกใส่ไว้ในกล่องสี่เหลี่ยมซึ่งอยู่ภายใต้การสั่นตามแนวดิ่งด้วยวิธี Soft-particle computer simulation technique ซึ่งสามารถเก็บข้อมูลที่สำคัญของเม็ดวัสดุทุกๆเม็ดในระบบได้ตลอดเวลา ซึ่งจุดประสงค์ของการศึกษานี้คือใช้วิธีการจำลองเหตุการณ์ด้วยคอมพิวเตอร์ทำการวิเคราะห์ลักษณะของแรงกระทำในแนวตั้งฉากกับผนังด้านข้างของภาชนะแล้วทำการเปรียบเทียบกับความเค้นที่เกิดขึ้นที่ด้านล่างของระบบขณะกำลังถูกสั่นอยู่ในแนวดิ่ง

## 2. แนวคิดและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

วิธี Soft-particle computer simulation [3] ถูกเลือกใช้เนื่องจาก เป็นวิธีที่อนุญาตให้เม็ดวัสดุแต่ละเม็ดในระบบสามารถสัมผัสกับเม็ดวัสดุรอบๆ ตัวมันได้ครั้งละหลายๆ เม็ดในเวลาเดียวกัน ยิ่งไปกว่านั้นยังอนุญาตให้ผิวสัมผัสมีเวลาในการสัมผัสกันได้นานกว่าการที่จะคิดว่า การสัมผัสกันแต่ละครั้งของเม็ดวัสดุเป็นแบบกระทบกัน (เวลาการกระทบกันสั้นมาก) ซึ่งจะใกล้เคียงกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริง หลักการพื้นฐานการคำนวณด้วยวิธีนี้คือใช้วิธี Discrete Element Method [4] โดยทำการจำลองว่าที่ผิวสัมผัสใดๆจะประกอบด้วย Linear spring,  $k_n$  ต่อขนานกับ Viscous dashpot,  $D$  ในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัส ส่วนในแนวนอนกับผิวสัมผัสประกอบไปด้วย Linear spring,  $k_t$  อีกตัวหนึ่งต่อกับ Frictional slider,  $\mu_p$  และเม็ดวัสดุแต่ละเม็ดจะถูกบังคับไม่ให้หมุน ทำให้เม็ดวัสดุแต่ละเม็ดมีความยืดหยุ่นและไถลไต่บนเม็ดวัสดุอื่นเพื่อให้เม็ดวัสดุมีความใกล้เคียงกับสภาพการณ์จริงมากที่สุด แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของผิวสัมผัสของเม็ดวัสดุสองเม็ดใดๆจะสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 1 ในขณะที่แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ระหว่างเม็ดวัสดุที่อยู่ใกล้ๆ กับผนังของกล่องสี่เหลี่ยมก็จะนำแบบจำลองในรูปที่ 1 ไปใช้ได้เพียงแต่เปลี่ยนค่า ส.ป.ส. ระหว่างเม็ดวัสดุกับเม็ดวัสดุ  $\mu_p$  เป็นค่า ส.ป.ส. ระหว่างเม็ดวัสดุกับผนัง  $\mu_w$  แทน ดังรูปที่ 2



รูปที่ 1 แบบจำลองระหว่างผิวสัมผัสของเม็ดวัสดุ 2 เม็ด



รูปที่ 2 แบบจำลองระหว่างผิวสัมผัสของเม็ดวัสดุ กับผนังด้านข้างและผนังด้านล่างของกล่อง

กระบวนการของวิธีนี้เริ่มจาก ณ เวลาใดๆ เริ่มแรกจะทำการคำนวณค่าแรงกระทำที่เกิดขึ้นบนเม็ดวัสดุแต่ละเม็ดภายในระบบ ทั้งที่เกิดในแนวตั้งจากและแนวขนานผิวสัมผัส หลังจากนั้นค่าความเร่งของเม็ดวัสดุแต่ละเม็ดก็จะถูกคำนวณด้วยกฎพื้นฐานข้อที่สองของนิวตัน ในที่สุดค่าความเร็วและตำแหน่งของเม็ดวัสดุแต่ละเม็ดก็จะถูกคิดคำนวณออกมา ต่อจากนั้นการคำนวณค่าต่างๆของเม็ดวัสดุในกล่องที่เวลาถัดไปก็จะถูกคำนวณซ้ำไปเรื่อยๆจนกว่าจะถึงเวลาสุดท้ายที่ตั้งไว้

สมการการที่ใช้ในการคำนวณ เป็นดังนี้

$$a_i = F_i/m_i \quad (1)$$

$$v_{i,t2} = v_{i,t1} + \int_{t1}^{t2} a_i dt \quad (2)$$

$$s_{i,t2} = s_{i,t1} + \int_{t1}^{t2} \int_{t1}^{t2} a_i dt dt \quad (3)$$

โดย

- $t1$  คือ เวลาเริ่มต้นที่เริ่มพิจารณา
- $t2$  คือ เวลาสุดท้ายที่พิจารณา
- $F_i$  คือ แรงที่กระทำบนเม็ดวัสดุเม็ดที่  $i$
- $m_i$  คือ มวลของเม็ดวัสดุเม็ดที่  $i$
- $a_i$  คือ ความเร่งของเม็ดวัสดุเม็ดที่  $i$
- $v_{i,t1}$  คือ ความเร็วของเม็ดวัสดุเม็ดที่  $i$  ณ เวลา  $t1$
- $v_{i,t2}$  คือ ความเร็วของเม็ดวัสดุเม็ดที่  $i$  ณ เวลา  $t2$
- $s_{i,t1}$  คือ ตำแหน่งของเม็ดวัสดุเม็ดที่  $i$  ณ เวลา  $t1$
- $s_{i,t2}$  คือ ตำแหน่งของเม็ดวัสดุเม็ดที่  $i$  ณ เวลา  $t2$
- $i = 1, 2, 3, \dots$

ระบบที่จะทำการศึกษาก็จะถูกจำลองเป็นระบบ 2 มิติของเม็ดวัสดุ  $N$  เม็ดที่มีรูปร่างเป็นวงกลมมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย  $d_o$  เมตร และมีค่าการกระจายอยู่ระหว่าง 25% ของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเฉลี่ย กล่องที่ใช้ในการบรรจุเม็ดวัสดุจะมีขนาดความกว้าง  $W$  เมตร และมีความสูงเป็นอนันต์ กล่องจะถูกสั่นด้วยฟังก์ชันไซน์ในแนวตั้งดังสมการ

$$y(t) = A \sin(2\pi ft) = A \sin(\omega t) \quad (4)$$

โดย

- $A$  คือ ค่า amplitude ของการสั่น (เมตร)
- $f$  คือ ค่าความถี่ของการสั่น (รอบต่อวินาที)
- $t$  คือ ค่าของเวลา (วินาที)

ระบบที่ใช้ในการศึกษาก็จะถูกแสดงดังรูปที่ 3 ค่าต่างๆในระบบถูกกำหนดอยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติ  $N, \mu_p, \mu_w, \epsilon, k_n/(\rho g d_o), A/d_o, f/(g/d_o)^{0.5}$ , และ  $\Gamma = A(2\pi f)^2/g$

โดย

- $N$  คือ จำนวนของเม็ดวัสดุในกล่อง (เม็ด)
- $\mu_p$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างเม็ดวัสดุด้วยกัน
- $\mu_w$  คือ ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างเม็ดวัสดุกับผนังกล่อง
- $\epsilon$  คือ ค่า Restitution coefficient ซึ่งเป็นค่าที่บอกถึงพลังงานที่เหลือหลังเกิดการกระทบกันของเม็ดวัสดุ

- $k_n$  คือ ค่านิสปริงในแนวตั้งจากกับผิวสัมผัส
- ซึ่งเป็นตัวแทนของค่าความแข็งของเม็ดวัสดุ (นิวตัน/เมตร)
- $\rho$  คือ ค่าความหนาแน่นของเม็ดวัสดุ (กิโลกรัม/ตารางเมตร)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาติให้นำไปเผยแพร่โดยไม่ขออนุญาตจากเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$g$  คือ ค่าแรงโน้มถ่วง = 9.81 เมตร/วินาที<sup>2</sup>

$d_0$  คือ ค่าเฉลี่ยของเส้นผ่านศูนย์กลางของเม็ด

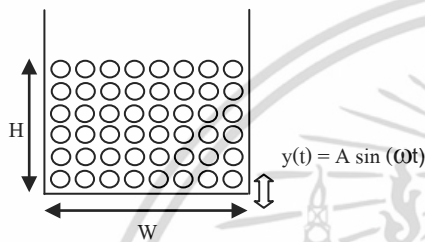
วัสดุในระบบ (เมตร)

$A$  คือ ค่าแอมพลิจูดของการสั่น (เมตร)

$f$  คือ ค่าความถี่ของการสั่น (รอบ/วินาที)

$\Gamma$  คือ อัตราส่วนของค่าความเร่งของการสั่นของ

ระบบต่อค่าแรงโน้มถ่วง



รูปที่ 3 แสดงแบบจำลองของเม็ดวัสดุเม็ดที่ถูกบรรจุใน  
กล่องที่กำลังสั่นอยู่ในแนวดิ่ง

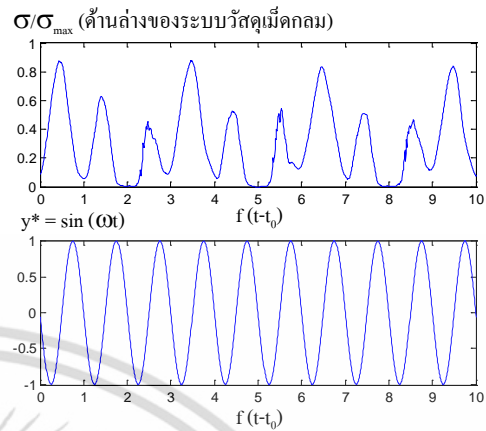
### 3. ผลการคำนวณ

ผลจากการวิจัยและทดลองของนักวิจัยบางท่าน [5] ด้วยวิธีการจำลองเหตุการณ์ด้วยคอมพิวเตอร์ พบว่าแรงที่ด้านล่างของระบบเม็ดวัสดุที่ได้รับจากการสั่นในแนวดิ่ง เนื่องจากถูกกั้นกั้นขณะกระทบมีลักษณะเป็นรูปสัญญาณความเค้นที่เกิดขึ้นซ้ำกัน แต่ไม่มีการแสดงถึงความสัมพันธ์ของความเค้นนี้กับแรงที่เกิดขึ้นบนผนังด้านข้าง ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้จึงจะทำการศึกษาความสัมพันธ์ของมัน โดยจะทำการแสดงผลการจำลองเหตุการณ์ที่ค่าตัวแปรต่างๆของระบบดังนี้

$N = 5000, \mathcal{E} = 0.8, \Gamma = 4.0, \mu_w/\mu_p = 4.5,$   
 $k_n/(\rho g d_0) = 14000, A/d_0 = 0.35, f/(g/d_0)^{0.5} = 0.542$  และ  
มีสัญญาณการสั่นประมาณ 12,000 รอบ

เมื่อทำการพิจารณาความเค้นที่เกิดขึ้น ( $\sigma/\sigma_{max}$ )  
บริเวณด้านล่างของระบบวัสดุเม็ดกลมเทียบกับการสั่น  
ของกล่อง 10 คาบการสั่น ดังในรูปที่ 4 จะพบว่า ความ  
เค้นที่เกิดขึ้นจะมีค่ามากขึ้นขณะที่กล่องเคลื่อนที่ขึ้นมา

เนื่องจากเป็นช่วงเวลาที่กั้นกล่องกระทบเข้ากับด้านล่าง  
ของระบบเม็ด



รูปที่ 4 ความเค้นกดที่เกิดขึ้นที่ด้านล่างของเม็ดวัสดุเทียบ  
กับการสั่นของกล่อง 10 คาบการสั่น โดยที่  
 $y^* = y/A$  และ  $t_0 = 16.542$  s

วัสดุ เช่น ช่วง  $f(t-t_0) = 0$  ถึง 0.5, 1 ถึง 1.5 หรือ 2 ถึง 2.5  
และความเค้นจะมีค่าลดลงเมื่อกล่องเคลื่อนที่ลง เช่น ช่วง  
 $f(t-t_0) = 0.5$  ถึง 1, 1.5 ถึง 2 หรือ 2.5 ถึง 3 อย่างไรก็ตาม  
พบว่าความเค้นในช่วง  $f(t-t_0) = 0$  ถึง 0.5 จะมีค่ามากที่สุด  
เนื่องจากขณะนั้นระบบของเม็ดวัสดุกำลังเคลื่อนที่ลงเมื่อ  
มากกระทบกับกั้นกล่องที่กำลังเคลื่อนที่ขึ้นจะทำให้เกิดการ  
กระทบกันอย่างเต็มที่ ทำให้ระบบเคลื่อนที่กลับขึ้นไป  
ต่อจากนั้น บางส่วนด้านล่างของระบบก็หมดพลังงานจะ  
ตกกลับลงมาอีกครั้ง (ในขณะที่ส่วนบนของระบบยัง  
เคลื่อนที่ขึ้นอยู่เนื่องจากยังมีพลังงานเหลืออยู่) ซึ่งจะเป็น  
เวลาที่กล่องกำลังเคลื่อนที่ขึ้นมาอีกครั้งที่เวลา  $f(t-t_0) = 1$   
ถึง 1.5 ทำให้เกิดการกระทบกับส่วนด้านล่างของระบบอีก  
ครั้งแต่ครั้งนี้ระบบเคลื่อนที่ลงมาบางส่วนเท่านั้นจึงเกิดค่า  
ความเค้นน้อยลง ต่อจากนั้น บางส่วนด้านล่างของระบบ  
(น้อยกว่าช่วงเวลาที่แล้ว) ก็จะหมดพลังงานตกกลับลงมา  
อีก ซึ่งก็จะเป็นเวลาที่กล่องกำลังเคลื่อนที่ขึ้นมาอีกครั้งที่  
 $f(t-t_0) = 2$  ถึง 2.5 ทำให้เกิดการกระทบกับส่วนด้านล่าง  
ของระบบอีกครั้งนี้จำนวนเม็ดวัสดุที่ตกลงมามี้น้อยลง  
กว่าเดิมทำให้เกิดการกระทบกันไม่รุนแรงจึงเกิดค่าความ  
เค้นน้อยลงอีก หลังจากนั้นระบบทั้งหมดก็จะหมดพลัง  
จากตกลงมาอีกครั้ง ทำให้เกิดเหตุการณ์เช่นเดียวกับช่วง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

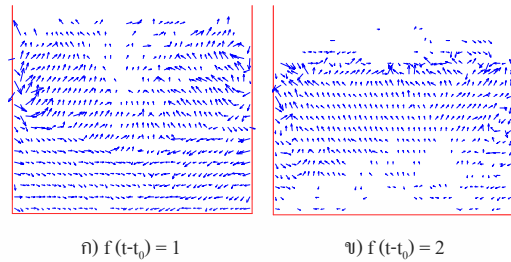
$f(t-t_0) = 0$  ถึง 3 ใหม่ซ้ำๆไปเรื่อยๆทุก 3 คาบของการสั่นของกล่อง จึงเกิดเป็นสัญญาณความเค้นที่คล้ายคลึงกันทุกๆ 3 คาบของการสั่น ทำให้ปรากฏการณ์ต่างๆที่เกิดขึ้นกับระบบการศึกษาครั้งนี้จะมีแนวโน้มเกิดขึ้นคล้ายคลึงกันทุกๆ 3 คาบของการสั่น (ทำให้อธิบายแนวโน้มของแรงกดบนผนังกล่องภายในช่วง  $f(t-t_0) = 0$  ถึง 3 ก็เป็นการเพียงพอแล้ว)

เมื่อพิจารณาถึงการกระจายของแรงในระบบมีควัดศุณ เวลา  $f(t-t_0) = 0.5, 1.5$  และ  $2.5$  ดังในรูปที่ 5 ซึ่งเป็นเวลาที่กล่องกำลังเคลื่อนที่ขึ้นกระทบเข้ากับด้านล่างของระบบ (ความเค้นกำลังเพิ่มขึ้น หรืออาจกล่าวได้ว่าระบบกำลังได้รับพลังงานจากด้านล่าง) จะเห็นได้อย่างชัดเจนว่าแรงในระบบมีควัดศุจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือส่วนหนึ่งมีแนวโน้มดันไปทางผนังด้านซ้าย และอีกส่วนดันไปทางผนังด้านขวา ส่วนที่ว่าทำไมที่เวลา  $f(t-t_0) = 0.5$  จะเกิดปรากฏการณ์นี้ลึกเข้าไปในระบบมากกว่า ที่เวลา  $f(t-t_0) = 1.5$  และ  $2.5$  ตามลำดับนั้น เป็นผลเนื่องมาจากปริมาณมีควัดศุส่วนล่างที่หมดพลังงานแล้วเคลื่อนที่ลงมากระทบกับก้นกล่องที่กำลังเคลื่อนที่ขึ้นมีไม่เท่ากันนั่นเอง (เช่นเดียวกับที่อธิบายไว้ในคำอธิบายการเกิดความเค้นในรูปที่ 4)



รูปที่ 5 การกระจายของแรงในระบบขณะที่เกิดการ

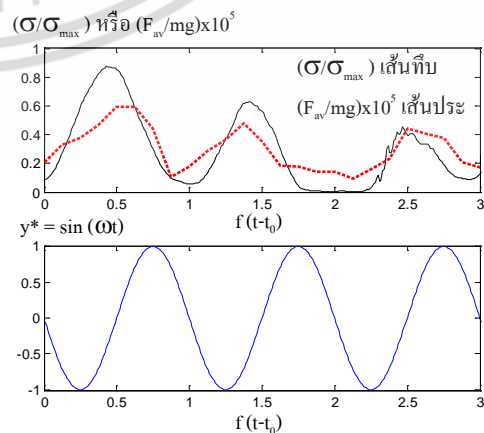
กระทบกันของก้นกล่องกับด้านล่างของระบบ



รูปที่ 6 การกระจายของแรงในระบบขณะที่มีค่าความเค้นที่ด้านล่างของระบบน้อยหรือเป็นศูนย์

ซึ่งแน่นอนว่าในขณะที่ความเค้นลดลง จนกระทั่งมีค่าน้อยมากหรือเท่ากับศูนย์ (ดังตัวอย่างของการกระจายของแรงในระบบมีควัดศุณ เวลา  $f(t-t_0) = 1$  และ  $2$  ในรูปที่ 6) ปรากฏการณ์ที่เกิดการแยกของแรงเป็น 2 ส่วน ก็จะไม่เกิดขึ้น

จากรูปที่ 4, 5 และ 6 แสดงแนวโน้มให้เห็นว่าผนังด้านข้างของกล่องจะถูกแรงกดจากระบบ เมื่อระบบเกิดความเค้นที่มีค่ามากพอหรือการที่ระบบได้รับพลังงานจากด้านล่างของระบบเพียงพอที่จะทำให้แรงในระบบเกิดการแยกออกเป็น 2 ส่วน ถ้าอยากทราบว่าเมื่อไรจะเกิดแรงกดบนผนังด้านข้างมากเมื่อไรจะเกิดแรงดันบนผนังด้านข้างน้อย จะต้องทำการสร้างกราฟที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของแรงกดเฉลี่ยบนผนังด้านข้าง ( $F_{av}/mg$ ) กับความเค้นที่เกิดขึ้นที่ด้านล่างของระบบ ( $\sigma/\sigma_{max}$ ) ดังในรูปที่ 7



รูปที่ 7 ความเค้นกดที่เกิดขึ้นที่ส่วนล่างของมีควัดศุและ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อการศึกษาค้นคว้าเท่านั้น เมื่ออนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการศึกษา

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แรงกดเฉลี่ยบนผนังด้านข้างเทียบกับการสั้นของ  
 ก่อ่ง 3 คาบการสั้น ( $y^* = y/A$  และ  $t_0 = 16.542$  s)

จากรูปที่ 7 จะพบว่าผนังด้านข้างของก่อก่อ่งจะได้รับแรงกดเพิ่มขึ้นเรื่อยๆตามค่าความเค้นด้านล่างของระบบที่กำลังเพิ่มขึ้นจนถึงจุดสูงสุดเมื่อค่าความเค้นด้านล่างของระบบมีค่ามากที่สุด ต่อจากนั้นผนังก็จะได้รับแรงกดลดลงเมื่อค่าความเค้นด้านล่างของระบบลดลง และแรงกดที่ผนังด้านข้างได้รับจะมีค่าน้อยเมื่อค่าความเค้นมีค่าน้อยหรือเป็นศูนย์ ที่น่าสนใจคือช่วงที่เกิดค่าความเค้นสูงสุดระหว่างช่วง  $f(t-t_0) = 0$  ถึง 1 นั้นผนังด้านข้างก็จะได้รับแรงกดสูงสุดด้วย ในช่วงถัดมาระหว่างเวลา  $f(t-t_0) = 1$  ถึง 2 ซึ่งค่าความเค้นมีค่าลดลง แรงกดที่ผนังด้านข้างได้รับก็จะลดลงมาด้วย และในช่วงสุดท้ายที่  $f(t-t_0) = 2$  ถึง 3 ซึ่งค่าความเค้นมีค่าต่ำที่สุดเมื่อเทียบกับ 2 ช่วงเวลาแรก ผนังด้านข้างก็จะได้รับแรงกดน้อยที่สุดด้วยเมื่อเทียบกับ 2 ช่วงแรก

#### 4. สรุป

ในระบบวัสดุเม็ดเล็กที่ถูกบรรจุอยู่ในก่อก่อ่งที่มีผนังด้านข้างขนานกัน และถูกเขย่าให้สั่นขึ้นลงในแนวตั้ง ระบบลักษณะนี้ระบบจะได้รับพลังงานจากด้านล่างของระบบในขณะที่ก่อก่อ่งเคลื่อนที่ขึ้นมาจากกันกระทบกับผิวด้านล่างของระบบ จากการศึกษาพบว่าลักษณะการได้รับพลังงานซึ่งแสดงในรูปสัญญาณของความเค้นที่ผิวด้านล่างของระบบจะเกิดซ้ำกันทุกๆ 3 คาบเวลา (สำหรับระบบที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้) และในขณะที่ระบบกำลังได้รับพลังงาน พลังงานจะถ่ายทอดไปให้แก่เม็ดวัสดุในระบบทำให้เกิดปรากฏการณ์ที่น่าสนใจขึ้นนั่นก็คือ การกระจายของแรงภายในระบบจะมีแนวโน้มแยกเป็น 2 ส่วนอย่างชัดเจนโดย ส่วนหนึ่งแรงจะมีแนวโน้มกดเข้าไปที่ผิวผนังของก่อก่อ่งด้านซ้าย แรงอีกส่วนหนึ่งจะมีแนวโน้มกดเข้าไปที่ผิวผนังของก่อก่อ่งด้านขวา ความแรงของแรงกดที่ผิวผนังด้านข้างทั้ง 2 ได้รับจะขึ้นอยู่กับพลังงานที่ระบบได้รับ นั่นคือถ้าระบบได้รับพลังงานมาก (ความเค้นที่เกิดที่ผิวด้านล่างของระบบมีค่ามาก) ผนังด้านข้างก็จะได้รับแรงกดมาก และถ้าระบบได้รับพลังงาน

น้อย ผนังด้านข้างก็จะได้รับแรงกดน้อยตามไปด้วย ผลของการศึกษานี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการออกแบบภาชนะที่ใช้วัสดุเม็ดเล็กในงานอุตสาหกรรมได้เพื่อให้ภาชนะมีความแข็งแรงพอที่จะทนแรงกดจากวัสดุเม็ดเล็กในกระบวนการผลิตต่างๆที่ต้องมีการสั้นหรือเขย่าได้

#### 5. เอกสารอ้างอิง

- [1] I. Roberts, "A structure whose lateral walls are parallel," Proc. Roy. Soc., Vol. 36, pp. 226-229, 1884.
- [2] H.A. Janssen, "Versuche über Getreidedruck in Silozellen," Z. Vereins Deutsch Ing., Vol. 39, pp. 1045-1049, 1895.
- [3] C.S. Campbell, "Shear flows of granular materials," Ph.D. Thesis, California Institute of Technology, 1982.
- [4] P.A. Cundall and O.D.L. Strack, "A discrete numerical model for granular assemblies," Geotechnique, Vol. 29, 1979.
- [5] S. Klongboonjit, "The effects of particle elasticity on the convection in deep vertically shaken particle beds," Ph.D. Thesis, University of Southern California, 2005.