การออกแบบคานคอนกรีตเสริมเหล็กอย่างเหมาะสมด้วยวิธีฮิวริสติกอัลกอริทึมสำหรับการเลือกขนาดวัสดุ

Optimum Design of Reinforced Concrete Beams Using Heuristic Algorithm for Material Size Selection

สมบัติ หัสจารย์ อลงกรณ์ ละม่อม เรืองรุชดิ์ ชีระโรจน์
สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาการใช้ฮิวริสติกอัลกอริทึมสำหรับการเลือกขนาดวัสดุ (HAMSS) ในการเลือกขนาดหน้าตัดคานคอนกรีตเสริมเหล็กอย่างเหมาะสม โดยอัลกอริทึมนี้ถูกพัฒนาขึ้นครั้งแรกสำหรับออกแบบโครงสร้างเหล็ก ซึ่งพบว่าสามารถเลือกขนาดวัสดุได้อย่างเหมาะสมและลู่เข้าหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว ซึ่งการศึกษาครั้งนี้ได้ปรับปรุงอัลกอริทึม HAMSS ให้สามารถใช้กับการเลือกขนาดหน้าตัดคานคอนกรีตเสริมเหล็กอย่างเหมาะสมได้ โดยคำนวณราคารวมของคานจากราคาวัสดุและค่าแรง จากนั้นเปรียบเทียบประสิทธิภาพการหาคำตอบกับวิธีทั่วไป และวิธีฮิลไคลมิงอัลกอริทึม (HCA) จากผลการศึกษาพบว่า HAMSS สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการเลือกขนาดหน้าตัดคานคอนกรีตเสริมเหล็กอย่างเหมาะสมได้ โดยได้ราคาต่ำกว่าวิธีทั่วไป และได้ราคาใกล้เคียงกันกับวิธี HCA แต่ใช้จำนวนรอบและเวลาในการคำนวณน้อยกว่า

คำสำคัญ : การออกแบบอย่างเหมาะสม คานคอนกรีตเสริมเหล็ก ฮิวริสติกอัลกอริทึม

Abstract

This research investigates the optimum design of reinforced concrete beams using Heuristic Algorithm for Material Size Selection (HAMSS). This algorithm was first developed to used in the optimum design of steel structures. It was found that HAMSS can be used to select the optimum material size and quickly converge to answer. In this study, HAMSS was improved to optimize the selection of reinforced concrete beam section. The total material cost and labor cost of the beams were calculated. Then the efficiency of the HAMSS was compared with those of classical method and Hill Climbing Algorithm (HCA). From the study, the HAMSS can be applied to optimum selection of reinforced concrete beams and it gave the lower cost than that of the classical method and similar to the HCA method but its number of cycles and computation time is less than that of the one.

Keywords : Optimization, Reinforced concrete beam, Heuristic Algorithm

1. บทนำ

ปัญหาการออกแบบโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กอย่างเหมาะสม ถือเป็นปัญหาที่มีความซับซ้อนและยุ่งยาก เนื่องจากมีคำตอบที่เป็นไปได้จำนวนมาก การที่จะเลือกคำตอบมาทีละคำตอบ แล้วตรวจสอบว่าเป็นคำตอบที่ดีที่สุดหรือไม่ อาจใช้เวลานานหรืออาจหาคำตอบไม่ได้เลย

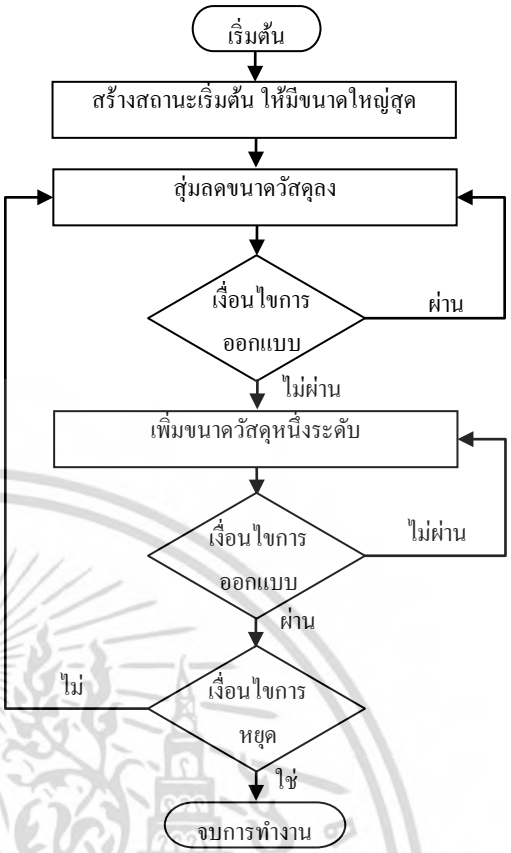
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

[1] ดังนั้นการแก้ปัญหาแบบนี้ อาจใช้วิธีการแบบฮิวริสติก ซึ่งใช้การคาดเดาอย่างมีเหตุผล เพื่อช่วยแนะแนวทางการค้นหาคำตอบที่เหมาะสม [2] เช่น อัลกอริทึมการจำลองการอบเหนียว (SA) [3] อัลกอริทึมเชิงพันธุกรรม (GA) [4-5] ฮิลไคลมิง อัลกอริทึม (HCA) [6-7]

ได้มีผู้พัฒนาวิธีการหาคำตอบที่เหมาะสมขึ้นใหม่ คือวิธีฮิวริสติกอัลกอริทึมสำหรับการเลือกขนาดวัสดุ (HAMSS) [2] ซึ่งใช้หลักการสุ่มคำตอบลง จนไม่ผ่านเงื่อนไขการออกแบบ แล้วค่อยปรับขึ้นให้ผ่าน และสุ่มลงใหม่ ทำแบบนี้จนได้คำตอบที่เหมาะสม หรือไม่สามารถหาคำตอบที่ดีกว่าเดิมได้ โดยในครั้งแรก อัลกอริทึมนี้ได้ถูกพัฒนาขึ้นสำหรับการออกแบบโครงสร้างเหล็ก ซึ่งพบว่าสามารถเลือกขนาดวัสดุได้อย่างเหมาะสม อีกทั้งสามารถลู่เข้าหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว เป็นผลให้สรุปได้ว่าวิธีการนี้เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการออกแบบโครงสร้างเหล็ก แต่จากการศึกษาที่ผ่านมา พบว่ายังไม่ได้นำอัลกอริทึมนี้มาศึกษากับโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก ดังนั้นในการศึกษาครั้งนี้ จึงศึกษาการใช้ HAMSS สำหรับการออกแบบคานคอนกรีตเสริมเหล็กอย่างเหมาะสม เนื่องจากคานคือองค์อาคารที่รับน้ำหนักจากพื้น ผนังและถ่ายน้ำหนักไปสู่เสา ซึ่งถือเป็นองค์อาคารที่มีความสำคัญต่ออาคาร จากนั้นเปรียบเทียบรายละเอียดหน้าตัดคาน ราคารวม เวลาและจำนวนรอบในการค้นหาคำตอบ กับการออกแบบโดยวิธีทั่วไป (Classical) [8] และวิธี HCA

2. ฮิวริสติกอัลกอริทึมสำหรับการเลือกขนาดวัสดุ

ฮิวริสติก เป็นการนำเอาความรู้หรือข้อมูลที่อาจไม่สมบูรณ์มาแก้ไขปัญหาเพื่อช่วยแนะแนวทางการค้นหาคำตอบ ซึ่งวิธี HAMSS ถูกพัฒนาขึ้นจากการสังเกตปัญหาการเลือกขนาดวัสดุอย่างเหมาะสม [2] ซึ่งพบว่าเมื่อลดขนาดวัสดุลง แนวโน้มของปริมาตรหรือเป้าหมายโดยรวมย่อมมีแนวโน้มลดลงด้วย จากแนวคิดดังกล่าวจึงได้พัฒนาและสร้างอัลกอริทึม HAMSS ขึ้น โดยใช้ในการเลือกขนาดวัสดุโครงสร้างเหล็กอย่างเหมาะสม ซึ่งผลการศึกษาพบว่า HAMSS สามารถเลือกขนาดเหล็กได้อย่างมีประสิทธิภาพและลู่เข้าหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว โดย HAMSS มีขั้นตอนการหาคำตอบดังแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1 ผังขั้นตอนวิธี HAMSS [9]

4. วิธีการวิจัย

4.1 ฮิวริสติกอัลกอริทึมสำหรับการเลือกขนาดวัสดุ สำหรับการออกแบบคานคอนกรีตเสริมเหล็ก

การออกแบบอย่างเหมาะสมสำหรับโครงสร้างเหล็กจะหาปริมาตรเหล็กที่น้อยที่สุดที่รับน้ำหนักได้และผ่านเงื่อนไขออกแบบ แต่โครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กจะคำนวณหาราคาต่ำสุด เนื่องจากต้องใช้วัสดุคอนกรีตและเหล็กเสริมประกอบกัน ดังนั้น การออกแบบคานคอนกรีตเสริมเหล็กอย่างเหมาะสมด้วยวิธีฮิวริสติกอัลกอริทึมสำหรับการเลือกขนาดวัสดุ จึงมีความซับซ้อนและจำเป็นต้องปรับปรุงขั้นตอนวิธีการ ดังนี้

เริ่มต้น กำหนดค่าการออกแบบต่างๆ จากนั้นกำหนดขนาดหน้าตัดคาน เหล็กเสริมบน เหล็กเสริมล่าง และเหล็กปลอกให้เป็นสถานะเริ่มต้นที่มีขนาดใหญ่ แล้วตรวจสอบเงื่อนไขการออกแบบ ถ้าผ่านคำนวณราคารวมและกำหนดให้เป็นสถานะปัจจุบัน จากนั้นสุ่มลดขนาดหน้าตัดคาน เหล็กเสริมบน เหล็กเสริมล่าง หรือเหล็กปลอก แล้ว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตรวจสอบเงื่อนไขการออกแบบ ถ้าไม่ผ่านจะทำการปรับขนาดหน้าตัดคาน เหล็กเสริมบน เหล็กเสริมล่าง หรือเหล็กปลอกขึ้นหนึ่งระดับจนผ่าน ถ้าผ่านจะดำเนินการคำนวณราคารวมและกำหนดให้เป็นสถานะใหม่ จากนั้นตรวจสอบว่าสถานะใหม่ได้ราคาต่ำกว่าสถานะปัจจุบันหรือไม่ ถ้าได้ราคาสูงกว่าก็กลับไปสุ่มลดขนาดหน้าตัดคาน เหล็กเสริมบน เหล็กเสริมล่าง หรือเหล็กปลอกอีกครั้ง แต่ถ้าสถานะใหม่ได้ราคาต่ำกว่าก็ให้สถานะใหม่เป็นสถานะปัจจุบัน จากนั้นตรวจสอบเงื่อนไขการหยุด เมื่อเป็นไปตามเงื่อนไขการหยุดก็หยุดและคำตอบสุดท้ายคือผลลัพธ์ที่ต้องการ โดยสามารถสรุปขั้นตอนต่างๆ ของอัลกอริทึมในรูปที่ 2 สำหรับการทดสอบอัลกอริทึมใช้โปรแกรม MATLAB version R2010a บนโน้ตบุ๊ค คอมพิวเตอร์ ระบบปฏิบัติการ Windows XP หน่วยประมวลผลกลาง Intel core2Duo processor 2.1 GHz หน่วยความจำ DDR2 2 GB

4.2 ขอบเขตของการวิจัย

1.ศึกษาในกรณีคานช่วงเดียว รับน้ำหนักบรรทุกแผ่สม่ำเสมอ

2.เหล็กเสริมรับแรงเฉือนใช้เหล็กเส้นกลมขนาด 6 และ 9 มม. เหล็กเสริมหลักใช้เหล็กข้ออ้อยขนาด 12, 16, 20, 25 และ 28 มม.

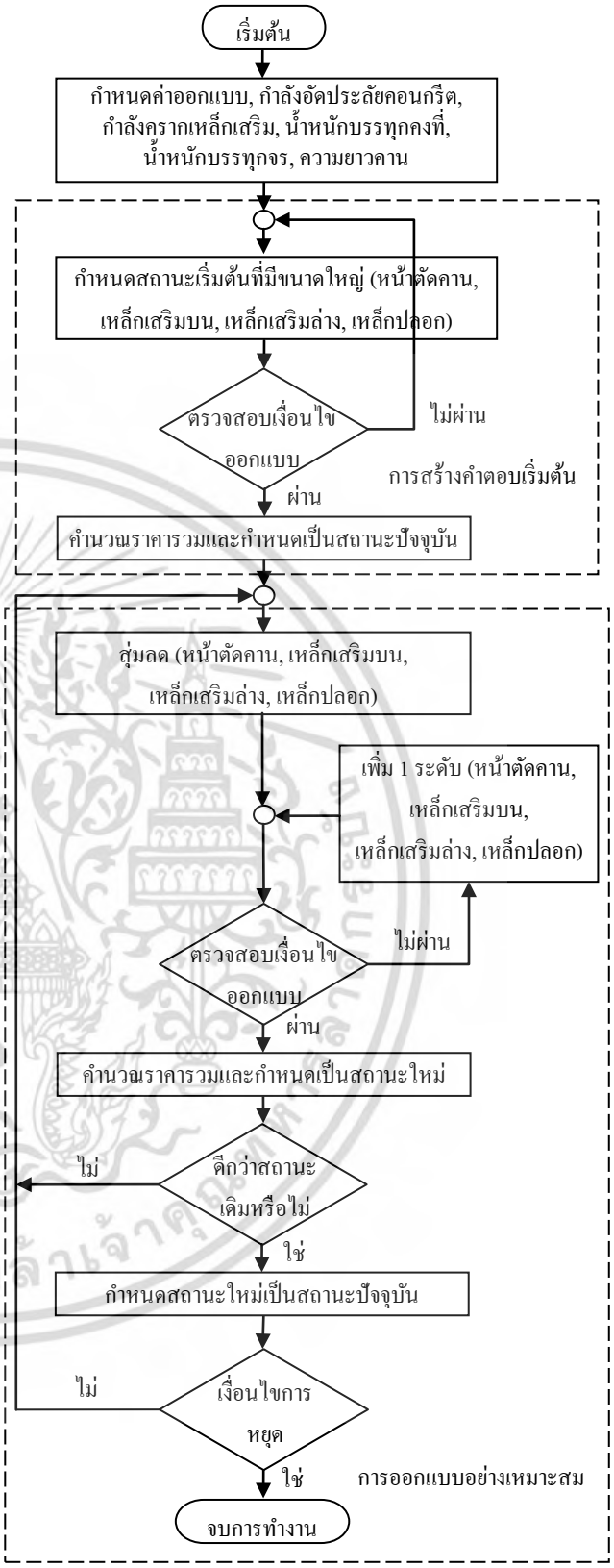
3.กำหนดขนาดหน้าตัดคานในช่วงกว้าง 15 ถึง 30 ซม. ลึก 25 ถึง 60 ซม. เปลี่ยนขนาดหน้าตัดครั้งละ 5 ซม.

4.3 สมการเป้าหมาย

สมการเป้าหมายหรือราคารวมของคาน คือ

$$F = V_C \cdot C_C + A_F \cdot C_F + W_S \cdot C_S + W_{SV} \cdot C_{SV} \qquad (1)$$

เมื่อ F คือ ราคารวมของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก V_C คือปริมาตรของคอนกรีต C_C คือ ราคาวัสดุและค่าแรงของคอนกรีต A_F คือ ปริมาณแบบหล่อคอนกรีต C_F คือ ราคาวัสดุและค่าแรงแบบหล่อคอนกรีต W_S คือน้ำหนักรวมของเหล็กเสริม C_S คือ ราคาวัสดุและค่าแรงเหล็กเสริม W_{SV} คือน้ำหนักรวมของเหล็กปลอก C_{SV} คือราคาวัสดุและค่าแรงเหล็กปลอก ซึ่งราคาวัสดุและค่าแรง แต่ละประเภทจะกำหนดดังแสดงในตารางที่ 1



รูปที่ 2 ผังขั้นตอนวิธีฮิวริสติกอัลกอริทึมสำหรับการเลือกขนาดวัสดุ สำหรับการออกแบบคานคอนกรีตเสริมเหล็ก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4 ตัวแปรออกแบบ

ตัวแปรออกแบบจะถูกสร้างไว้ในฐานข้อมูล ซึ่งเรียงลำดับจากขนาดเล็กสุดไปจนถึงใหญ่สุด ตามขอบเขตของการศึกษา ซึ่งมี 4 ตัวแปร คือ ขนาดหน้าตัดคาน เหล็กเสริมบน เหล็กเสริมล่าง และเหล็กปลอก สำหรับขนาดหน้าตัดคานมีรูปแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมด 23 รูปแบบ เหล็กเสริมบนและเหล็กเสริมล่างจำนวน 161 รูปแบบ และเหล็กปลอกจำนวน 17 รูปแบบ กำหนดช่วงการสุ่ม หน้าตัดคานสุ่ม -2 ถึง -1 เหล็กเสริมบนและเหล็กเสริมล่างสุ่ม -15 ถึง -1 และเหล็กปลอกสุ่ม -5 ถึง -1

4.5 การตรวจสอบเงื่อนไขออกแบบ

คำนวณความสามารถในการรับโมเมนต์ดัดและแรงเฉือน ของหน้าตัดคาน ตามมาตรฐานการออกแบบคอนกรีตเสริมเหล็กของวิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย วิธีกำลัง (ว.ส.ท.1008-38) [10] ซึ่งประกอบด้วย

1.ความสามารถในการรับโมเมนต์ดัดของหน้าตัดคาน โดยที่ $\phi M_n \geq M_u$

2.ปริมาณเหล็กเสริมรับแรงดึงและแรงอัดในคาน โดยที่ $\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}$

3.ความสามารถในการรับแรงเฉือนของหน้าตัดคาน โดยที่ $\phi V_n \geq V_{ud}$ และระยะห่างของเหล็กปลอก โดยที่ $S_v \leq S_{\max}$

4.ตรวจสอบระยะห่างระหว่างเหล็กเสริมโดยที่ระยะห่างระหว่างเหล็กเสริมต้องมากกว่าระยะห่างน้อยสุด

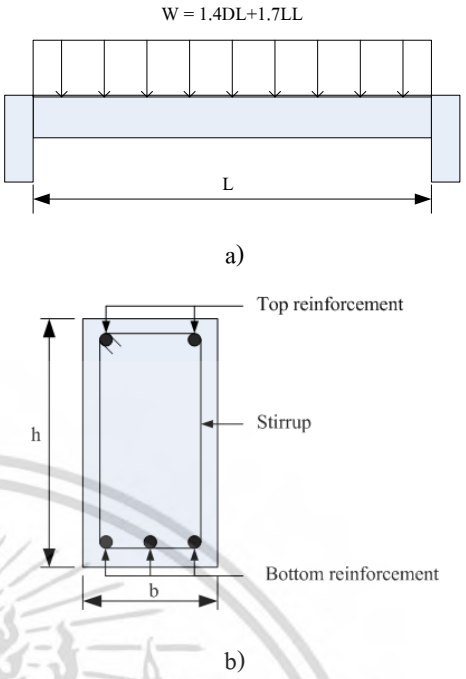
5.ความลึกต่ำสุดของคานต้องไม่น้อยกว่า L/16

4.6 เงื่อนไขการหยุด

เงื่อนไขการหยุดในการทดสอบนี้ จะกำหนดรอบการออกแบบอย่างเหมาะสมที่ 20 รอบ ซึ่งจากการลองผิดลองถูกแล้วพบว่าจะได้คำตอบซ้ำเดิมและไม่ลดลงต่ำกว่านี้อีก

5. การยกตัวอย่างทดสอบ

ใช้ตัวอย่างจากงานวิจัยที่ศึกษาการออกแบบคานคอนกรีตเสริมเหล็กอย่างเหมาะสมด้วยวิธี HCA [7] จำนวน 2 ตัวอย่าง และยกตัวอย่างใหม่อีกหนึ่งตัวอย่างเป็นตัวอย่างที่ 3 รายละเอียดแสดงในรูปที่ 3 และตารางที่ 1



รูปที่ 3 คานสำหรับทดสอบ a) คานตามยาว b) หน้าตัดคาน

ตารางที่ 1 รายละเอียดตัวอย่างทดสอบ

Example	1	2	3
Length of beam (m)	5.0	6.0	7.0
DL (kg/m)	1,600	1,850	1,600
LL (kg/m)	475	1,150	500
f'_c (ksc)	210	240	240
f_y (ksc)	4,000	4,000	4,000
Cost of concrete (baht/m^3)	2,780	2,820	2,820
Cost of formwork (baht/m^2)	520	520	520
Cost of reinforcement(baht /kg)	25.00	25.00	25.00
Cost of stirrup (baht /kg)	26.00	26.00	26.00

6. ผลการทดสอบ

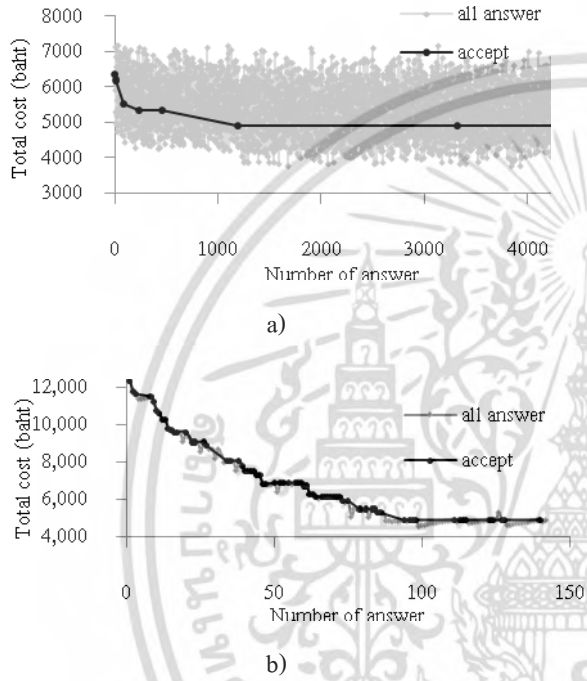
ผลการทดสอบด้วยวิธี HAMSS จะเปรียบเทียบกับวิธีทั่วไปและวิธี HCA ซึ่งเป็นวิธีที่ถูกทดสอบแล้วว่าสามารถเลือกขนาดหน้าตัดคานคอนกรีตเสริมเหล็กได้อย่างเหมาะสม ผลการทดสอบมีรายละเอียดดังนี้

6.1 ตัวอย่างที่ 1

ผลการทดสอบพบว่าวิธี HAMSS ใช้จำนวนรอบการค้นหาคำตอบทั้งหมด 142 รอบ เวลา 2.69 วินาที ราคารวม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คาน 4,893 บาท ดังแสดงในรูปที่ 4 และตารางที่ 2 โดยรูปที่ 4 a) คือกราฟระหว่างราคารวมคานและจำนวนรอบการหาคำตอบของวิธี HCA ส่วน b) คือวิธี HAMSS ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับการออกแบบโดยวิธีทั่วไป พบว่าประหยัดกว่าร้อยละ 17.10 และเมื่อเปรียบเทียบกับวิธี HCA พบว่าได้ขนาดหน้าตัดคานและราคาเท่ากัน แต่วิธี HAMSS ใช้จำนวนรอบการค้นหาคำตอบและเวลาน้อยกว่าอย่างชัดเจน



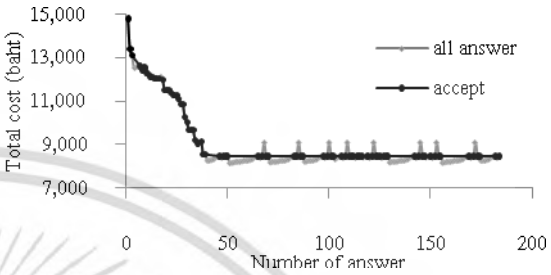
รูปที่ 4 ความสัมพันธ์ระหว่างราคารวมกับจำนวนคำตอบตัวอย่างที่ 1 a) วิธี HCA b) วิธี HAMSS

6.2 ตัวอย่างที่ 2

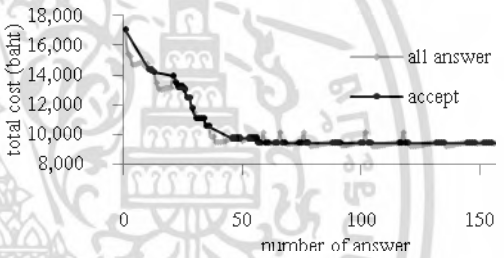
วิธี HAMSS ใช้จำนวนรอบการค้นหาคำตอบทั้งหมด 184 รอบ เวลา 2.80 วินาที ราคารวมคาน 8,458 บาท ดังแสดงในรูปที่ 5 และตารางที่ 2 ซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับการออกแบบโดยวิธีทั่วไป พบว่าประหยัดกว่าร้อยละ 15.15 และเมื่อเปรียบเทียบกับ วิธี HCA พบว่าได้ขนาดหน้าตัดคานและราคาเท่ากัน แต่วิธี HAMSS ใช้จำนวนรอบการค้นหาคำตอบและเวลาน้อยกว่า

6.3 ตัวอย่างที่ 3

วิธี HAMSS ใช้จำนวนรอบการค้นหาคำตอบทั้งหมด 168 รอบ เวลา 3.74 วินาที ราคารวมคาน 9,441 บาท เมื่อเปรียบเทียบกับการออกแบบโดยวิธีทั่วไป พบว่าประหยัดกว่าร้อยละ 18.98 และเมื่อเปรียบเทียบกับ วิธี HCA พบว่าได้ขนาดหน้าตัดคานและราคาเท่ากัน แต่วิธี HAMSS ใช้จำนวนรอบการค้นหาคำตอบและเวลาน้อยกว่า รายละเอียดแสดงในรูปที่ 6 และตารางที่ 2



รูปที่ 5 ความสัมพันธ์ระหว่างราคารวมกับจำนวนคำตอบตัวอย่างที่ 2 วิธี HAMSS



รูปที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างราคารวมกับจำนวนคำตอบตัวอย่างที่ 3 วิธี HAMSS

7. สรุป

การศึกษาครั้งนี้ได้ปรับปรุงและพัฒนาวิธี HAMSS เพื่อให้สามารถใช้สำหรับการออกแบบคานคอนกรีตเสริมเหล็กอย่างเหมาะสมได้ จากผลการศึกษา จะเห็นได้ว่าวิธี HAMSS สามารถนำมาประยุกต์ใช้สำหรับการออกแบบคานคอนกรีตเสริมเหล็กอย่างเหมาะสมได้อย่างมีประสิทธิภาพและรวดเร็ว คือได้ราคาที่ประหยัดกว่าการออกแบบโดยวิธีทั่วไป และได้ราคาเท่ากันกับวิธี HCA แต่มีจำนวนคำตอบที่ถูกสร้างน้อยกว่า ทำให้ลดกระบวนการในการวิเคราะห์โครงสร้างเพื่อตรวจคำตอบ ซึ่งเป็นขั้นตอนที่ใช้ทรัพยากรในการประมวลผลสูง นอกจากนี้แล้วยังสามารถนำไปใช้ในการปฏิบัติงานจริงได้ เนื่องจากคำตอบที่ได้ ถูกสร้างขึ้นจากรูปแบบที่เป็นไปได้ และผ่านข้อกำหนดการออกแบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตารางที่ 2 รายละเอียดผลการทดสอบ

Detail	Ex.1			Ex.2			Ex.3		
	Classical	HCA	HAMSS	Classical	HCA	HAMSS	Classical	HCA	HAMSS
Section beam b : h (cm)	20:40	15:40	15:40	20:60	20:50	20:50	20:50	20:50	20:50
Top reinforcement	2-DB20	2-DB12	2-DB12	2-DB20	2-DB12	2-DB12	2-DB20	2-DB12	2-DB12
Bottom reinforcement	3-DB20	2-DB25	2-DB25	2-DB20 3-DB20	2-DB20 +1-DB16 3-DB16	2-DB20 +1-DB16 3-DB16	3-DB20 2-DB20	3-DB20 2-DB20	3-DB20 2-DB20
Stirrup	RB6 @0.15m	RB6 @0.15m	RB6 @0.15m	RB6 @0.15m	RB6 @0.15m	RB6 @0.15m	RB6 @0.20m	RB6 @0.20m	RB6 @0.20m
Total cost (baht)	5,730	4,893	4,893	9,739	8,458	8,458	11,232	9,441	9,441
Difference cost (%)	-	17.10	17.10	-	15.15	15.15	-	18.98	18.98
Time used (s)	**-**	**6.38**	**2.69**	**-**	**7.24**	**2.80**	**-**	**11.31**	**3.74**
Number of analyses	**-**	**4,438**	**142**	**-**	**8,390**	**184**	**-**	**14,337**	**168**

8. เอกสารอ้างอิง

[1] บุญเจริญ ศิริเนาวกุล, "ปัญญาประดิษฐ์," กรุงเทพฯ, สำนักพิมพ์ท็อป, 2550.

[2] อลงกรณ์ ละม่อม, "อัลกอริทึมการเลือกขนาดวัสดุที่เหมาะสมด้วยเทคนิคการจำลองการอบเหนียว," กรุงเทพฯ, คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2550.

[3] B. Ceranic, C. Fryer and R.W. Baines, "An application of simulated annealing to optimum design of reinforced concrete retaining structures," Computer and structures, 2001, 79, 1569-1581.

[4] D.E. Goldberg, "Genetic algorithm in search optimization and machine learning," New York, Addison-Wesley, 1989.

[5] V. Govindaraj and J.V. Ramasamy, "Optimum detailed design of reinforced concrete continuous beams using Genetic Algorithms," Computers and Structures, 2005, 84: 34–48.

[6] W.J. Alan and H.J. Sheldon, "A class of convergent generalized Hill Climbing Algorithms," Applied Mathematics and Computation, 2002, 125(2-3), 359-373.

[7] สมบัติ หัสจารย์, อลงกรณ์ ละม่อม และ เรืองรุชดิ์ ชีระโรจน์, "การออกแบบคานคอนกรีตเสริมเหล็กอย่างเหมาะสมด้วยวิธีฮิลไคลมิงอัลกอริทึม," การประชุมวิชาการคอนกรีตประจำปีครั้งที่ 7, 2554.

[8] มงคล จิรวัชรเดช, "การออกแบบคอนกรีตเสริมเหล็ก," พิมพ์ครั้งที่ 4, สำนักวิชาวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี, 2549.

[9] A. Lamom, T. Thapchatri and W. Rivepiboon, "Heuristic Algorithm in optimal discrete structural designs," American Journal of Applied Sciences, 2008, 5 (8), 943-951.

[10] วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์, " มาตรฐานสำหรับอาคารคอนกรีตเสริมเหล็กโดยวิธีกำลัง, " กรุงเทพฯ, 2545.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้