ตัวแบบสินค้าคงคลังแบบพลวัตที่มีข้อจำกัดด้านพื้นที่ในการจัดเก็บและมีความต้องการไม่แน่นอน กรณีศึกษาการจัดการเงินสดในเครือข่ายตู้เอทีเอ็ม

Capacitated Dynamic Lot Size Inventory Model with Stochastic Demand : A Case Study of an ATM Network

ศุภัชญา โชตยะกุล จุฑา พิชิตลำเค็ญ พีรยุทธ์ ชาญเศรษฐิกุล
สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ในการลดต้นทุนการบริหารจัดการเงินสดที่ต้องสำรองไว้ที่ตู้เอทีเอ็มและศูนย์กระจายเงินสดเพื่อรองรับความต้องการการกดเงินสดของลูกค้าที่มีความไม่แน่นอน โดยสมมติว่ามีการแจกแจงแบบปกติ ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่สามารถแก้ปัญหาดังกล่าวคือ ตัวแบบสินค้าคงคลังแบบพลวัตที่มีข้อจำกัดด้านพื้นที่ในการจัดเก็บและมีความต้องการไม่แน่นอน โดยใช้เทคนิคกำหนดการเชิงเส้นแบบผสมจำนวนเต็มภายใต้ความไม่แน่นอนแบบสุ่ม วิธีการหาคำตอบของปัญหาใช้หลักการกำหนดการเงื่อนไขข้อจำกัดแบบมีโอกาส เพื่อแปลงปัญหาตัวแบบที่มีความไม่แน่นอนให้เป็นตัวแบบเทียบเท่าที่มีความแน่นอน งานวิจัยนี้ได้นำเสนอวิธีการ สำหรับแก้ปัญหาตัวแบบดังกล่าว โดยแปลงตัวแบบปัญหาเดิมที่อยู่ในรูปของกำหนดการเชิงเส้นแบบผสมจำนวนเต็มภายใต้ความแน่นอนเทียบเท่า ให้เป็นรูปแบบปัญหาใหม่ที่คำนึงถึงเส้นทางที่สั้นที่สุด ประสิทธิภาพของวิธีการที่นำเสนอได้นำไปเปรียบเทียบกับวิธีกำหนดการเชิงเส้นแบบผสมจำนวนเต็ม พบว่าคำตอบที่ได้ของวิธีการที่นำเสนอใกล้เคียงหรือบางกรณีมีค่าเท่ากับค่าที่เหมาะสมที่สุดที่ได้จากวิธีกำหนดการเชิงเส้นแบบผสมจำนวนเต็ม ในขณะที่เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบของวิธีที่นำเสนอน้อยกว่ามากเมื่อขนาดของปัญหามีขนาดใหญ่ขึ้น

คำสำคัญ : ตัวแบบสินค้าคงคลังแบบพลวัต, กำหนดการเงื่อนไขข้อจำกัดแบบมีโอกาส, แบบจำลองที่คำนึงถึงเส้นทางที่สั้นที่สุด

Abstract

This paper considers cash inventory management in an ATM network to satisfy future customers' cash needs, which are uncertain. We fit a normal distribution to the historical demand data. In this paper, we present a stochastic mixed-integer program of a two-echelon inventory problem with single-item capacitated lot-sizing to minimize total cost of running the ATMs. The stochastic constraints are transformed into equivalent deterministic programming ones by using the chance constrained linear programming approach. Then, we reformulate it as the shortest-path model from which a near-optimal solution of the problem is determined. We present computational results that show its effectiveness.

Keywords : Capacitated Lot-Sizing Model, Chance-Constrained Programming, Shortest Path Reformulation

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

1. บทนำ

ปัจจุบันความต้องการใช้บริการถอนเงินสดจากตู้เอทีเอ็มมีมากขึ้นอย่างต่อเนื่อง ทำให้ธนาคารต้องขยายการให้บริการตู้เอทีเอ็มเพิ่มมากขึ้นตามจุดที่มีชุมชนอยู่ เพื่อขยายตลาดลูกค้าให้มากขึ้นและสามารถแข่งขันกับคู่แข่งได้ ดังนั้นการบริหารจัดการเครือข่ายเอทีเอ็มให้มีประสิทธิภาพ สามารถรองรับความต้องการของลูกค้าได้อย่างทั่วถึง และให้มีต้นทุนในการบริหารจัดการต่ำที่สุด จะเพิ่มขีดความสามารถในการแข่งขันมากยิ่งขึ้น

โดยทั่วไป การดำเนินงานหลักที่เกี่ยวข้องกับการบริหารจัดการเครือข่ายเอทีเอ็มคือ การจัดเตรียมเงินสดสำรองไว้ที่ตู้เอทีเอ็มในปริมาณและเวลาที่เหมาะสม เพื่อรองรับความต้องการของลูกค้าที่มีความไม่แน่นอนและมีต้นทุนหรือค่าใช้จ่ายที่เกี่ยวข้องกับการบริหารจัดการต่ำที่สุด ซึ่งได้แก่ ต้นทุนการนำเงินไปเติมที่ตู้เอทีเอ็ม (refilling cost) ต้นทุนการถือครองและต้นทุนค่าเสียโอกาสของเงิน (holding cost) เพื่อนำไปใช้ประโยชน์อย่างอื่นที่ให้ผลตอบแทนสูงกว่า ปัจจุบันธนาคารมีการบริหารจัดการเครือข่ายเอทีเอ็ม โดยกำหนดจุดสั่งเติมเงิน (reorder point) สำหรับทุกเครื่องเอทีเอ็ม ซึ่งจะส่งข้อมูลระดับเงินคงเหลือแต่ละตู้เอทีเอ็มแบบ real time เมื่อระดับเงินคงเหลือต่ำกว่าระดับที่กำหนดไว้ ผู้รับผิดชอบก็จะวางแผนการจัดเส้นทางการเติมเงินโดยอาศัยประสบการณ์ในการบริหารจัดการ

งานวิจัยนี้ศึกษาเกี่ยวกับการวางแผนการจัดการเงินสดที่ต้องสำรองไว้ที่ตู้เอทีเอ็มและศูนย์กระจายเงินสด เพื่อรองรับความต้องการการกดเงินสดของลูกค้าที่มีความไม่แน่นอนแบบไม่เท่ากันในแต่ละช่วงเวลา โดยที่ความต้องการมีการแจกแจงแบบปกติ ตัวแบบที่นิยมนำมาใช้แก้ปัญหาในกรณีนี้คือตัวแบบสินค้าคงคลังแบบพลวัต (dynamic lot-sizing model) ซึ่งถูกนำเสนอโดย Wagner-Whitin [1] ลักษณะของตัวแบบเริ่มต้น พิจารณากรณีมีเพียงสินค้าหนึ่งผลิตภัณฑ์ (single item) และความต้องการสินค้าแน่นอน (deterministic demand) โดยไม่พิจารณาถึงเวลานำและข้อจำกัดขนาดของคลัง (no capacity constraint) และไม่อนุญาตให้เหลือการค้างส่งของสินค้า (backlogging) ในการหาคำตอบจะอาศัยเทคนิคกำหนดการพลวัต (dynamic programming) ซึ่งคำตอบที่ได้สามารถรับรองได้ว่าเป็นคำตอบที่ดีที่สุด [2] Winston [3] นำเสนอการใช้กำหนดการพลวัต เพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุดของปัญหาสินค้าคงคลัง ที่มีความต้องการแบบไม่แน่นอนแบบสุ่ม (uncertain and random demand) ผลการวิจัยแสดงว่าสามารถหาค่าที่แท้จริงได้ แต่เวลาที่ใช้คำนวณจะมากขึ้นเมื่อขนาดของปัญหาใหญ่ขึ้น และถ้าจำนวนของช่วงเวลาเพิ่มขึ้น ลักษณะของปัญหาจะมีขนาดใหญ่ขึ้นทวีคูณและไม่สามารถหาคำตอบได้

งานวิจัยนี้นำเสนอตัวแบบสินค้าคงคลังแบบพลวัตที่มีข้อจำกัดด้านพื้นที่ในการจัดเก็บและมีความต้องการไม่แน่นอน (capacitated dynamic lot size inventory model with stochastic demand) เพื่อสร้างตัวแบบของปัญหาการจัดการเงินสดในเครือข่ายตู้เอทีเอ็ม โดยใช้เทคนิคกำหนดการเชิงเส้นแบบผสมจำนวนเต็มภายใต้ความไม่แน่นอนแบบสุ่ม (stochastic mixed integer linear programming, SMILP)

วิธีการแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นภายใต้ความไม่แน่นอนแบบสุ่ม โดยทั่วไปใช้วิธีแปลงปัญหาที่มีความไม่แน่นอนให้อยู่ในรูปของความแน่นอน และหาคำตอบโดยใช้เทคนิคการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดสำหรับปัญหาภายใต้ความแน่นอน [4] งานวิจัยนี้ใช้วิธีกำหนดการเงื่อนไขข้อจำกัดแบบมีโอกาส (chance-constrained programming, CCP) เพื่อแปลงปัญหาตัวแบบที่มีความไม่แน่นอนให้เป็นตัวแบบเทียบเท่าที่มีความแน่นอน (equivalent deterministic programming) โดย Charnes และ Cooper [5] เป็นผู้นำเสนอวิธีการนี้ และได้มีการนำไปประยุกต์ใช้ในหลายๆ สาขาวิชาที่เกี่ยวข้องกับการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดภายใต้ความไม่แน่นอน [6]

ถึงแม้ว่าปัญหาอยู่ในรูปของตัวแบบเทียบเท่าที่มีความแน่นอน วิธีการในการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดก็ยังไม่สามารถทำได้โดยง่าย และอาจใช้เวลาในการหาคำตอบนานเมื่อขนาดของปัญหาใหญ่ขึ้น งานวิจัยนี้ได้นำเสนอวิธีการในการหาคำตอบ โดยแปลงตัวแบบปัญหาเดิมที่อยู่ในรูปของกำหนดการเชิงเส้นแบบผสมจำนวนเต็มภายใต้ความแน่นอนเทียบเท่าให้เป็นรูปแบบของปัญหาใหม่ที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คำนึงถึงเส้นทางที่สั้นที่สุด (shortest path reformulation, SPR) ซึ่งนำเสนอโดย Eppen และ Martin [7] โดยทั้งสองได้แปลงตัวแบบปัญหาสินค้าคงคลังแบบพลวัต กรณีสินค้าหลายชนิดและมีเงื่อนไขด้านพื้นที่ในการจัดเก็บ (multi-item capacitated lot-sizing problem) ที่อยู่ในตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นแบบผสมจำนวนเต็ม ให้เป็นตัวแบบใหม่ที่คำนึงถึงเส้นทางที่สั้นที่สุด Wu et al. [8] ได้ประยุกต์วิธี SPR กับปัญหาสินค้าคงคลังแบบพลวัต กรณีสินค้าหลายชนิด หลายขั้นตอนการผลิต มีเงื่อนไขด้านพื้นที่ในการจัดเก็บ และอนุญาตให้เหลือการค้างส่งของสินค้า (capacitated multi-level lot-sizing with backlogging) ผลของการศึกษาพบว่าวิธี SPR ให้ค่าที่เป็นขอบเขตล่างของคำตอบที่เหมาะสมที่สุด Chotayakul et al. [9] นำเสนอวิธี SPR สำหรับปัญหาสินค้าคงคลังพลวัตสองระดับ เมื่อมีสินค้าชนิดเดียว และมีเงื่อนไขด้านพื้นที่ในการจัดเก็บ และความต้องการสินค้าทราบค่าแน่นอน ผลที่ได้พบว่าตัวแบบที่นำเสนอสามารถแก้ปัญหาที่มีขนาดใหญ่ได้ และใช้เวลาในการประมวลผลน้อยกว่ามากเมื่อเทียบกับตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นแบบผสมจำนวนเต็ม

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยคือ การนำเสนอการแก้ปัญหาตัวแบบสินค้าคงคลังแบบพลวัตที่มีข้อจำกัดด้านพื้นที่ในการจัดเก็บและมีความต้องการไม่แน่นอน สำหรับปัญหาการจัดการเงินสดในเครือข่ายตู้เอทีเอ็ม โดยใช้เทคนิคกำหนดการเงื่อนไขข้อจำกัดแบบมีโอกาส ทำให้ตัวแบบอยู่ในรูปของกำหนดการเชิงเส้นแบบผสมจำนวนเต็มภายใต้ความแน่นอนเทียบเท่า และแก้ปัญหาตัวแบบโดยการใช้เทคนิค SPR เพื่อแปลงตัวแบบให้สามารถหาคำตอบได้และใช้เวลาในการคำนวณสั้น เมื่อขนาดของปัญหามีขนาดใหญ่

2. การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยนี้ศึกษาปัญหาการจัดการเงินสดสำรองที่ศูนย์กระจายสินค้าและตู้เอทีเอ็ม มีเป้าหมายเพื่อต้นทุนรวมต่ำสุด ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นเป็นตัวแบบที่พัฒนาต่อจากตัวแบบของ Wagner-Whitin โดยอาศัยเทคนิคกำหนดการเชิงเส้นแบบผสมจำนวนเต็มภายใต้ความไม่แน่นอนแบบสุ่ม รูปแบบของปัญหาที่เกิดขึ้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ โดยมีนิยามคำจำกัดความตัวแปรตัดสินใจและพารามิเตอร์ดังต่อไปนี้

2.1 คำจำกัดความตัวแปรตัดสินใจและพารามิเตอร์

พารามิเตอร์

T จำนวนช่วงเวลาทั้งหมดของการวางแผน

t ช่วงเวลา; $t = 1,2,..., T$

m จำนวนศูนย์กระจายเงินสดทั้งหมด

i ศูนย์กระจายเงินสดที่ i; $i = 1,2,..., m$

n_i จำนวนเอทีเอ็มในความดูแลของศูนย์กระจายเงินสด i

j เอทีเอ็มที่ j; $j = 1,2,..., n_i$

D_{ijt} ปริมาณความต้องการเงินสดที่ไม่แน่นอนของเอทีเอ็ม j ในศูนย์กระจายเงินสด i ที่ช่วงเวลา t

q_i ต้นทุนการเติมเงินในแต่ละครั้งจากธนาคารไปยังศูนย์กระจายเงินสด i

o ต้นทุนค่าเสียโอกาสต่อหน่วยต่อวันของการคงคลังเงินสดไว้ที่ศูนย์กระจายเงินสดหรือตู้เอทีเอ็ม

r_{ij} ต้นทุนการเติมเงินในแต่ละครั้งจากศูนย์กระจายเงินสด i ไปยังตู้เอทีเอ็ม j

a_{ij} ตัวเลขขนาดใหญ่สำหรับค่าขอบเขตบนของปริมาณเงินสำรองในแต่ละตู้เอทีเอ็ม j ของศูนย์กระจายเงินสด i

b_i ตัวเลขขนาดใหญ่สำหรับค่าขอบเขตบนของปริมาณการสั่งเติมเงินสำหรับแต่ละศูนย์กระจายเงินสด i

C_{ATM} ปริมาณเงินสดสูงสุดที่สามารถเก็บไว้ในตู้เอทีเอ็มได้

C_{CC} ปริมาณเงินสดสูงสุดที่สามารถเก็บไว้ในศูนย์กระจายเงินสดได้

ตัวแปรตัดสินใจ

Q_{it} ปริมาณการสั่งเติมเงินไว้ที่ศูนย์กระจายเงินสด i ณ ช่วงเวลา t

X_{ijt} ปริมาณการสั่งเติมเงินจากศูนย์กระจายเงินสด i ไปยังตู้เอทีเอ็ม j ณ ช่วงเวลา t

J_{it} ปริมาณเงินคงเหลือในศูนย์กระจายเงินสด i ณ ช่วงเวลา t

I_{ijt} ปริมาณเงินคงเหลือในตู้เอทีเอ็ม j ของศูนย์กระจายเงินสด i ณ ช่วงเวลา t

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

γ_{it} มีค่าเป็น 1 ถ้ามีการสั่งเติมเงินที่ศูนย์กระจายเงินสด i ณ ช่วงเวลา t

มีค่าเป็น 0 ถ้าไม่มีการสั่งเติมเงินที่ศูนย์กระจายเงินสด i ณ ช่วงเวลา t

δ_{ijt} มีค่าเป็น 1 ถ้ามีการสั่งเติมเงินที่ตู้เอทีเอ็ม j ของศูนย์กระจายเงินสด i ณ ช่วงเวลา t

มีค่าเป็น 0 ถ้าไม่มีการสั่งเติมเงินที่ตู้เอทีเอ็ม j ของศูนย์กระจายเงินสด i ณ ช่วงเวลา t

2.2 ตัวแบบกำหนดการเชิงเส้นแบบผสมจำนวนเต็มภายใต้ความไม่แน่นอนแบบสุ่ม (Stochastic mixed integer linear programming model)

สมการเป้าหมาย

$$\text{Minimize } \textit{Total Cost} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{t=1}^{T}(q_i\gamma_{it} + oJ_{it}) + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i}\sum_{t=1}^{T}(r_{ij}\delta_{ijt} + oI_{ijt}) \quad (1)$$

สมการข้อจำกัด

$$I_{ij(t-1)} + X_{ijt} - I_{ijt} \geq D_{ijt}\ ; \quad \forall i \in \{1 \dots m\}, j \in \{1 \dots n_i\}, t \in \{1 \dots T\} \quad (2)$$

$$X_{ijt} - (a_{ij}\delta_{ijt}) \leq 0\ ; \quad \forall i \in \{1 \dots m\}, j \in \{1 \dots n_i\}, t \in \{1 \dots T\} \quad (3)$$

$$X_{ijt} + I_{ij(t-1)} \leq C_{ATM}; \quad \forall i \in \{1 \dots m\}, j \in \{1 \dots n_i\}, t \in \{1 \dots T\} \quad (4)$$

$$J_{i(t-1)} + Q_{it} - J_{it} \geq \sum_{j=1}^{n_i} X_{ijt}\ ; \quad \forall i \in \{1 \dots m\}, t \in \{1 \dots T\} \quad (5)$$

$$Q_{it} - (b_i\gamma_{it}) \leq 0; \ \forall i \in \{1 \dots m\}, t \in \{1 \dots T\} \quad (6)$$

$$Q_{it} + J_{i(t-1)} \leq C_{CC}; \ \forall i \in \{1 \dots m\}, t \in \{1 \dots T\} \quad (7)$$

$$X_{ijt}, I_{ijt} \geq 0; \ \forall i \in \{1 \dots m\}, j \in \{1 \dots n_i\}, t \in \{1 \dots T\} \quad (8)$$

$$Q_{it}, J_{it} \geq 0; \ \forall i \in \{1 \dots m\}, t \in \{1 \dots T\} \quad (9)$$

$$\delta_{ijt} \in 0,1; \ \forall i \in \{1 \dots m\}, j \in \{1 \dots n_i\}, t \in \{1 \dots T\} \quad (10)$$

$$\gamma_{it} \in 0,1; \ \forall i \in \{1 \dots m\}, t \in \{1 \dots T\} \quad (11)$$

สมการ (1) เป็นสมการเป้าหมาย มีวัตถุประสงค์ให้ต้นทุนรวมต่ำสุด ประกอบด้วยต้นทุนการเติมเงินและต้นทุนค่าเสียโอกาสของเงินที่ต้องสำรองไว้ สมการ (2) และ (5) แสดงสมดุลของปริมาณเงินสดต้นงวด ปริมาณการสั่งเติมเงินสดและปริมาณเงินสดปลายงวด สำหรับแต่ละตู้เอทีเอ็มและศูนย์กระจายเงินสด สมการ (3) และ (6) แสดงความสัมพันธ์ของปริมาณการสั่งเติมเงินสดกับตัวแปรตัดสินใจที่บ่งชี้การสั่งเติมเงินสด สำหรับแต่ละตู้เอทีเอ็มและศูนย์กระจายเงินสด สมการ (4) และ (7) เป็นสมการข้อจำกัดด้านปริมาณการสำรองเงินสดในแต่ละตู้เอทีเอ็มและศูนย์กระจายเงินสด สมการ (8) และ (9) เป็นเงื่อนไขที่กำหนดว่าตัวแปรตัดสินใจเหล่านี้ต้องมีค่าไม่ติดลบ สมการ (10) และ (11) เป็นเงื่อนไขที่กำหนดค่า δ_{ijt} และ γ_{it} แทน 1 ถ้ามีการสั่งเติมเงินใน ATM j และ cash center i ตามลำดับ ที่เวลา t และแทน 0 ถ้าไม่มีการสั่งเติมเงิน

3. การแปลงตัวแบบที่มีความไม่แน่นอนให้เป็นตัวแบบเทียบเท่าที่มีความแน่นอน (Equivalent deterministic programming)

สมการที่มีความไม่แน่นอน (ตัวแบบในหัวข้อ 2.2 สมการที่ (2) D_{ijt} มีการแจกแจงแบบปกติ) ถูกดัดแปลงให้เป็นสมการที่มีความแน่นอนเทียบเท่า โดยใช้วิธีกำหนดการเงื่อนไขข้อจำกัดแบบมีโอกาส (CCP) ซึ่งอาศัยหลักการที่ว่าความน่าจะเป็นที่เงินสดสำรองในแต่ละ ATM สามารถรองรับความต้องการการกดเงินสดของลูกค้าอย่างน้อย $1 - \alpha_{ijt}$ เมื่อ α_{ijt} คือระดับนัยสำคัญ โดยสมการ (2) ถูกแปลงเป็นตัวแบบเทียบเท่าที่มีความแน่นอนดังนี้

$$I_{ij,t-1} + X_{ijt} - I_{ijt} \geq E(D_{ijt}) + \Phi_{ijt}^{-1}(1-\alpha_{ijt})\sqrt{Var(D_{ijt})} \quad (12)$$

เมื่อ $E(D_{ijt})$ คือค่าคาดหมายของ D_{ijt} $Var(D_{ijt})$ คือค่าความแปรปรวนของ D_{ijt} และ Φ_{ijt}^{-1} คือค่าผกผันของฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงแบบปกติมาตรฐาน

ดังนั้นเมื่อแปลงแล้ว จะได้ตัวแบบเทียบเท่าที่มีความแน่นอน ซึ่งประกอบไปด้วยสมการที่ (1), (3)-(11) และ (12)

วิธีการทั่วไปในการหาคำตอบสำหรับตัวแบบเทียบเท่าที่มีความแน่นอนที่ได้จากเทคนิค CCP คือสร้างตัวแบบในรูปแบบกำหนดการผสมจำนวนเต็ม (mixed integer programming, MIP) ซึ่งพบว่าเมื่อขนาดของปัญหาใหญ่ขึ้นในสภาพปัญหาจริง วิธีการ MIP ไม่สามารถหาคำตอบที่เหมาะสมได้ [10] ดังนั้นงานวิจัยนี้จะนำเสนอวิธีการอื่นในการหาคำตอบของปัญหา

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4. รูปแบบของปัญหาใหม่

หัวข้อนี้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาตัวแบบ MIP ของปัญหาสินค้าคงคลังแบบพลวัต กรณีที่ขนาดของปัญหาใหญ่ เนื่องจากจำนวนตู้เอทีเอ็มที่ต้องจัดสรรเงินสดมีจำนวนมากตามสภาพของปัญหาจริง โดยแปลงปัญหาที่อยู่ในรูป MIP (สมการ (1) และ (3)-(12)) ให้เป็นตัวแบบใหม่ที่คำนึงถึงเส้นทางที่สั้นที่สุด (SPR) โดยสมการที่มีการปรับรูปคือ สมการ (3), (4) และ (12) ส่วนสมการที่เหลือคงเดิม ตัวแปรตัดสินใจและตัวแบบ SPR แสดงดังนี้

ตัวแปรตัดสินใจ

Z_{ijkl} สัดส่วนของความต้องการรวมที่จะต้องสำรองเงินสดสำหรับช่วงเวลา k ถึง l ของ ATM j ภายใต้การดูแลของศูนย์กระจายเงินสด i

สมการเป้าหมาย

$$\text{Minimize } \mathit{Total\ Cost} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{t=1}^{T}(q_i\gamma_{it} + oJ_{it}) + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i}\sum_{t=1}^{T}(r_{ij}\delta_{ijt} + oI_{ijt}) \quad (13)$$

สมการข้อจำกัด

$$\sum_{l=2}^{T+1} Z_{ij1l} = 1; \ \forall i \in \{1 \dots m\}, j \in \{1 \dots n_i\} \quad (14)$$

$$\sum_{k=1}^{l-1} Z_{ijkl} = \sum_{k=l+1}^{T+1} Z_{ijlk}; \ \forall l \in \{2 \dots T\}, \forall i \in \{1 \dots m\}, j \in \{1 \dots n_i\} \quad (15)$$

$$\sum_{l=k+1}^{T+1} Z_{ijkl} \le \delta_{ijk}; \ \forall k \in \{1 \dots T\}, \forall i \in \{1 \dots m\}, j \in \{1 \dots n_i\} \quad (16)$$

$$\sum_{l=k+1}^{T+1}\left(\sum_{u=k}^{l-1} E(D_{iju}) + z_{ijt}{}^{-1}_{\alpha_{ijt}}\sqrt{Var(D_{iju})}\right) Z_{ijkl} = X_{ijt}; \ \forall k \in \{1 \dots T\}, \forall i \in \{1 \dots m\}, j \in \{1 \dots n_i\} \quad (17)$$

$$I_{ij,t-1} + X_{ijt} - I_{ijt} \ge E(D_{ijt}) + z_{ijt}{}^{-1}_{\alpha_{ijt}}\sqrt{Var(D_{ijt})}; \ \forall i \in \{1 \dots m\}, j \in \{1 \dots n_i\}, t \in \{1 \dots T\} \quad (18)$$

$$X_{ijt} + I_{ij(t-1)} \le C_{ATM}; \ \forall i \in \{1 \dots m\}, j \in \{1 \dots n_i\}, t \in \{1 \dots T\} \quad (19)$$

$$J_{i(t-1)} + Q_{it} - J_{it} \ge \sum_{j=1}^{n_i} X_{ijt}; \ \forall i \in \{1 \dots m\}, t \in \{1 \dots T\} \quad (20)$$

$$Q_{it} - (b_i\gamma_{it}) \le 0; \ \forall i \in \{1 \dots m\}, t \in \{1 \dots T\} \quad (21)$$

$$Q_{it} + J_{i(t-1)} \le C_{CC}; \ \forall i \in \{1 \dots m\}, t \in \{1 \dots T\} \quad (22)$$

$$X_{ijt}, I_{ijt} \ge 0; \ \forall i \in \{1 \dots m\}, j \in \{1 \dots n_i\}, t \in \{1 \dots T\} \quad (23)$$

$$Q_{it}, J_{it} \ge 0; \ \forall i \in \{1 \dots m\}, t \in \{1 \dots T\} \quad (24)$$

$$\delta_{ijt} \in \{0,1\}; \ \forall i \in \{1 \dots m\}, j \in \{1 \dots n_i\}, t \in \{1 \dots T\} \quad (25)$$

$$\gamma_{it} \in \{0,1\}; \ \forall i\{1 \dots m\}, t \in \{1 \dots T\} \quad (26)$$

$$Z_{ijkl} \in \{0,1\}; \ \forall k \in \{1 \dots T\}, l \in \{2 \dots T+1\}, i \in \{1 \dots m\}, j \in \{1 \dots n_i\} \quad (27)$$

สมการ (13) เป็นสมการเป้าหมาย โดยมีวัตถุประสงค์ให้ต้นทุนรวมต่ำที่สุด สมการ (14) เป็นเงื่อนไขบังคับว่าเงินสดจะต้องถูกเติมที่แต่ละ ATM j ณ ช่วงเวลาเริ่มต้น สมการ (15) เป็นเงื่อนไขที่กำหนดว่าถ้าเงินสดถูกเติมใน ATM ณ ช่วงเวลา l เงินจำนวนนั้นจะยังต้องมีอยู่ ณ ช่วงเวลา l+1 สมการ (16) จะบังคับให้ตัวแปร δ_{ijk} เป็น 1 เมื่อมีการเติมเงินที่ ATM j ที่อยู่ภายใต้การดูแลของศูนย์กระจายเงินสด i ณ เวลา t สมการ (17) ถูกใช้เพื่อหาปริมาณการสั่งเติมเงินจากศูนย์กระจายเงินสด i ไปยังตู้เอทีเอ็ม j ณ ช่วงเวลา t สมการ (18) ถูกใช้เพื่อหาระดับเงินสำรองที่ ATM j ที่อยู่ภายใต้การดูแลของศูนย์กระจายเงินสด i ณ ช่วงเวลา t สมการ (19)-(26) เป็นสมการเดียวกับสมการ (4)-(11) สมการ (27) กำหนดให้ตัวแปรมีค่าที่เป็นไปได้คือ 0 หรือ 1

5. ผลการวิเคราะห์การเปรียบเทียบวิธีการ MIP และ SPR

ในหัวข้อนี้นำเสนอการเปรียบเทียบการวิเคราะห์ประสิทธิภาพของวิธี MIP (หัวข้อที่ 3) และวิธี SPR (หัวข้อที่ 4) โดยการประเมินคุณภาพของคำตอบและเวลาที่ใช้ในการคำนวณ ซึ่งจะทดสอบผ่านเครื่องคอมพิวเตอร์ Intel(R) Core(TM) i5-2400 3.10GHz CPU และ 8GB RAM

ในการทดสอบจะมีการกำหนดค่าต่างๆ ดังนี้ จำนวนของ ATM ในแต่ละ cash center เท่ากับ 10, 20, 30, 40, 50, 100, 150, 200, 250, 300, 500 และ 1,000 เครื่อง จำนวนศูนย์กระจายเงินสดเท่ากับ 5 ศูนย์และช่วงเวลาการวางแผนเป็น 7 วัน พารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องอื่นๆ มีดังนี้ α_{ijt} = 0.05, C_{ATM} = 6,500,000 บาท, $C_{CC} = 10^{10}$ บาท, $o = 8.2 \times 10^{-5}$ ต่อวัน, r_{ij} = 100 บาทต่อเที่ยวและ q_i = 3,000 บาทต่อเที่ยว ความต้องการเงินสดต่อวันในแต่ละตู้ ATM จะถูกสมมติให้อิสระต่อกันและมีการแจกแจงแบบปกติ โปรแกรมสำเร็จรูปที่ใช้ในการคำนวณในงานวิจัยนี้คือ Gurobi Optimization ผลการคำนวณแสดงในตารางที่ 1

ผลการทดสอบในตารางที่ 1 พบว่าวิธี SPR ให้ค่าคาดหมายต้นทุนรวมได้ใกล้เคียงหรือบางกรณีเท่ากับค่าที่เหมาะสมที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับคำตอบจากวิธี MIP ในขณะที่เวลาที่ใช้ในการคำนวณจะใช้เวลาพอๆ กันทั้ง 2

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

วิธีเมื่อจำนวนของ ATM ไม่มาก (ต่ำกว่า 50 ATM) แต่เมื่อจำนวน ATM มากขึ้นวิธี MIP จะใช้เวลาในการคำนวณนานมากจนไม่สามารถหาคำตอบได้ แต่วิธี SPR สามารถหาคำตอบได้และใช้เวลาน้อยถึงแม้ว่าขนาดของปัญหามีขนาดใหญ่ เนื่องจากจำนวน branch & cut node ของวิธี MIP มีจำนวนมากกว่าและใช้เวลาในการคำนวณในแต่ละ node นานกว่าวิธี SPR

ตารางที่ 1 ผลการเปรียบเทียบวิธีการ MIP และ SPR

จำนวน ATMs	*เวลาในการคำนวณ (Sec.)*		*ค่าคาดหมายต้นทุนรวม*	
	วิธี MIP	วิธี SPR	วิธี MIP	วิธี SPR
10	0.84	3.06	79,176.81	79,176.81
20	3.53	5.68	106,270.97	106,295.25
30	4.12	7.30	123,152.17	123,168.85
40	7.43	8.99	147,815.18	147,815.18
50	9.91	5.71	173,575.45	173,575.45
100	1,177.25	8.69	299,943.78	300,525.55
150	970.53	13.40	425,727.42	428,184.75
200	267,331.00	27.68	Running out of memory	797,719.24
250	n/a	27.82	n/a	673,309.61
300	n/a	35.32	n/a	797,719.24
500	n/a	68.27	n/a	1,278,760.00
1000	n/a	140.51	n/a	2,444,295.00

6. สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้นำเสนอวิธี SPR ในการแก้ปัญหาตัวแบบเทียบเท่าที่มีความแน่นอนที่ใช้วิธี CCP ในการแปลงปัญหา SMILP สำหรับตัวแบบสินค้าคงคลังแบบพลวัตที่มีข้อจำกัดด้านพื้นที่ในการจัดเก็บและมีความต้องการไม่แน่นอน ของปัญหาการจัดการเงินสดในเครือข่ายตู้เอทีเอ็มและศูนย์กระจายเงินสด ผลการคำนวณพบว่าวิธีที่นำเสนอให้คุณภาพคำตอบที่มีประสิทธิภาพและใช้เวลาในการคำนวณต่ำเมื่อเทียบกับวิธี MIP

7. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณ Prof. John E. Kobza ที่ Texas Tech University สำหรับหัวข้อวิจัยและทุนสนับสนุนการศึกษาการวิจัย จึงขอกราบขอบพระคุณมา ณ ที่นี้ด้วย

8. เอกสารอ้างอิง

[1] H.M. Wagner and T.M. Whitin, “Dynamic version of the economic lot size model,” Management Science, vol.5, No.1, pp.89-96, June, 1958.

[2] E.A. Silver, “Inventory control under a probabilistic, time-varying, demand pattern,” AIIE Transactions, vol.10, pp.371-379, July, 1978.

[3] W.L. Winston, “Operations research application and algorithms,” Duxbury Press, California, 1993.

[4] X. Ding and C. Wang, “A novel algorithm of stochastic chance-constrained linear programming and its application,” Mathematical Problems in Engineering, vol.2012, pp. 1-17, July, 2011.

[5] A. Charnes and W.W. Cooper, “Chance-constrained programming,” Management Science, pp.73-79, 1965.

[6] O. Klopfenstein and D. Nace, “A robust approach to chance-constrained knapsack problem,” Operations Research Letters, vol.36, pp.628-632, Sept., 2008.

[7] G.D. Eppen and R.K. Martin, “Solving multi-item capacitated lot-sizing problems using variable redefinition,” Operations Research, vol.35, No.6, pp.832-848, April, 1987.

[8] T. Wu, L. Shi, J. Geunes and K. Akartunali, “An optimization framework for solving capacitated multi-level lot-sizing problems with backlogging,” European Journal of Operational Research, vol.214, pp.428-441, Oct., 2011.

[9] S. Chotayakul, P. Charnsethikul, J. Pichitlamken and J.E. Kobza, “An optimization-based heuristic for a capacitated lot-sizing model in an automated teller machines network,” Journal of Mathematics and Statistics, vol.9, No.4, pp.283-288, Oct., 2013.

[10] A. Ruszczynski, “Probabilistic programming with discrete distributions and precedence constrained knapsack polyhedral,” Mathematical Programming, vol.93, pp.195-215, Nov., 2002.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้