

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การควบคุมการแกว่งของเครนเหนือศีรษะ

LOAD SWING CONTROL OF AN OVERHEAD CRANE



T123104



0๓.  
๐๗๖๓๓  
๒๕๕๕

เลขหมู่..... 123104  
เลขทะเบียน.....  
วันเดือนปี... 18 ต.ค. 2555

b. 18 ต.ค. ๒๕๕๕  
i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิศวกรรมการวัดคุม  
คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับใช้เพื่อการศึกษานี้เท่านั้น เมื่อผู้ใช้ได้เห็นว่าไม่เหมาะสมต่อการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้  
พ.ศ. 2555  
KMITL 2012-EN-M-060-040

# LOAD SWING CONTROL OF AN OVERHEAD CRANE



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT  
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF  
MASTER OF ENGINEERING IN INSTRUMENTATION ENGINEERING  
FACULTY OF ENGINEERING

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY, LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้  
2012  
KMITL 2012-EN-M-060-040








COPYRIGHT 2012

เอกสารนี้ FACULTY OF ENGINEERING ใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ที่ใช้โดยไม่ได้รับอนุญาต และสงวนลิขสิทธิ์ที่มี การนำไปใช้

คณะวิศวกรรมศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การควบคุมการแกว่งของเครนเหนือศรีษะ  
Thesis Title Load Swing Control of an Overhead Crane  
นักศึกษา นายวิศิษย์ศักดิ์ ละออเหล่า  
รหัสประจำตัว 52611113  
ปริญญา วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชา วิศวกรรมการวัดคุม  
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.ธนิตย์ ศรีสุวรรณวัฒน์  
หมายเลขวิทยานิพนธ์ KMITL-2012-EN-M-060-040

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
รศ.ดร.วิทยา	ทิพย์สุวรรณพร	
รศ.อาจินต์	น่วมสำราญ	
ดร.ยุทธพงศ์	ทัพผดุง	
รศ.ดร.ทวีพล	ชื่อสัตย์	
รศ.ดร.ธนิตย์	ศรีสุวรรณวัฒน์	

วัน / เดือน / ปี ที่สอบ วันอังคารที่ 27 มีนาคม พ.ศ. 2555 เวลา 13.00-15.00 น.  
สถานที่สอบ ณ อาคาร A ชั้น 5 ห้องประชุม 3

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
KING MONCHIT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์ รับรองแล้ว



(รองศาสตราจารย์ ดร.สุชชีวีร์ สุวรรณสวัสดิ์)

คณบดี คณะวิศวกรรมศาสตร์

วันที่ 27 มีนาคม พ.ศ. 2555

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การควบคุมการแกว่งของครนเหนือศีรษะ
นักศึกษา	นาย วิศิษฐ์ศักดิ์ ละออลเหล่า
รหัสนักศึกษา	52611113
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมการวัดคุม
พ.ศ.	2555
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รศ. ดร.ธนิตย์ ตรีสุวรรณวัฒน์

## บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมแบบเวลาต่อเนื่องเหมาะสมที่สุดแบบ  $H_2$  สำหรับควบคุมการแกว่งของของภาระของครนเหนือศีรษะ ซึ่งตัวควบคุมที่ออกแบบได้แก่ ตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด (Linear Quadratic Regulator,  $LQR$ ), ตัวสังเกต  $LQE$  (Linear Quadratic Estimator), ตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน (Linear Quadratic Gaussian,  $LQG$ ) โดยวิทยานิพนธ์ฉบับนี้มุ่งเน้นไปที่การออกแบบตัวควบคุมที่เหมาะสมที่สุดแบบ  $H_2$  ซึ่งเป็นแบบแผนการควบคุมที่ได้รวมเอาเทอมกำลังสองของอนุพันธ์ตัวแปรสถานะมาเพิ่มเป็นฟังก์ชันให้น้ำหนักพิเศษในดรชนิสมรรถนะมาตรฐานที่ใช้กันโดยปกติ ผลจากการใช้โปรแกรม MATLAB ช่วยในการจำลองระบบและแสดงผลการจำลองระบบแสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน (Linear Quadratic Gaussian,  $LQG$ ) ไม่สามารถหน่วงการแกว่งของภาระได้โดยตรง ขณะที่ตัวควบคุมแบบ Derivative State Constrained Optimal  $H_2$  สามารถหน่วงมุมและความเร็วเชิงมุมการแกว่งของภาระของระบบครนเหนือศีรษะได้เป็นอย่างดี โดยขึ้นอยู่กับค่าที่ใช้ในการถ่วงน้ำหนักที่เหมาะสม

Thesis Title	Load Swing Control of an Overhead Crane
Student	Mr. Visitsak La-orlao
Student ID.	52611113
Degree	Master of Engineering
Program	Instrumentation Engineering
Year	2012
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Dr. Thanit Trisuwannawat

## ABSTRACT

This thesis presents the designing of the Continuous Optimal  $H_2$  Controller for Load Swing Control of an Overhead Crane. The controllers for the overhead crane consist of (Linear Quadratic Regulator,  $LQR$ ), (Linear Quadratic Estimator  $LQE$ ), (Linear Quadratic Gaussian,  $LQG$ ) and this approach corresponds to the addition of the quadratic derivatives of state variables term with extra weighting function in the usual standard performance index, then the control scheme is become  $H_2$  optimal control. The simulation results from MATLAB show that  $LQG$  can not decrease the swing of load directly while the Derivative State Constrained Optimal  $H_2$  can decrease it at numerous requirements with excellence depend on the selection of the suitable weights.

## กิตติกรรมประกาศ

ขอกราบขอบพระคุณ รศ.ดร.ธนิศย์ ตรีสุวรรณวัฒน์ ซึ่งเป็นอาจารย์ผู้ควบคุมวิทยานิพนธ์, ผศ.ดร.พิทยา ปานนิล, รศ.ประภาช อุดคคิมาพันธ์, อาจารย์ภฤชณ์ เสมอพิทักษ์ และคุณวราวุธ พรินทรากุล ข้าพเจ้ารู้สึกซาบซึ้งในความอนุเคราะห์จากท่านอาจารย์ และขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ที่คอยช่วยเหลือแนะนำและให้คำปรึกษาในการทำวิทยานิพนธ์นี้จนสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี รวมทั้งอาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมการวัดคุมทุกท่านที่ได้ให้ความรู้ในการศึกษา และเจ้าหน้าที่ของภาควิชาวิศวกรรมการวัดคุมและของบัณฑิตคณะวิศวกรรมศาสตร์ทุกท่าน

สุดท้ายนี้ข้าพเจ้าขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา และครอบครัวของข้าพเจ้าที่เป็นกำลังใจ และให้การสนับสนุนในทุกเรื่องๆ ทำให้ข้าพเจ้าสามารถทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี

คุณค่าและคุณประโยชน์อันที่พึงมีจากวิทยานิพนธ์นี้ ผู้เขียนขอมอบแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน และขอให้ทุกท่านจงมีแต่ความสุขตลอดไป

วิศิษย์ศักดิ์ ละออลเหล่า



# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	II
กิตติกรรมประกาศ.....	III
สารบัญ.....	IV
สารบัญตาราง.....	VII
สารบัญรูป.....	VIII
บทที่ 1 บทนำ.....	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา.....	1
1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา.....	2
1.2.1 ศึกษาโครงสร้างและหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	2
1.2.2 ศึกษาและทำความเข้าใจวิธีการควบคุมกำลังสองเชิงเส้นแบบเกาส์เซียน LOG.....	2
1.2.3 ศึกษาการใช้งานโปรแกรมสำเร็จรูป.....	2
1.3 สมมติฐานของการศึกษา.....	3
1.4 ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย.....	4
1.5 ขอบเขตการวิจัย.....	4
บทที่ 2 หลักการและทฤษฎีที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุม.....	5
2.1 หลักการของระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Control System).....	5
2.1.1 ERROR CRITERIA.....	5
2.1.1.1 ดัชนีแสดงสมรรถนะของค่าความคลาดเคลื่อน.....	6
2.1.1.2 การประยุกต์ใช้ ITAE criterion กับระบบอันดับ $n$ .....	11
2.1.1.3 การหา $u$ เพื่อให้ได้ค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด.....	15
2.2 ตัวควบคุมแบบ $LQ$ .....	17
2.2.1 ตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด $LQR$ .....	17
2.2.2 ตัวสังเกตหรือประมาณสถานะแบบ $LQE$ .....	19
2.2.3 ตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน $LQG$ .....	22
2.3 ตัวควบคุมแบบ Derivative State Constrained Optimal.....	24

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
บทที่ 3 ระบบเครน.....	28
3.1 ชนิดของเครน.....	28
3.1.1 เครนชนิดแกนตรี (gantry crane).....	28
3.1.2 เครนชนิดโรตารี (rotary crane).....	38
3.1.3 เครนชนิดบูมส์ (booms crane).....	39
3.2 แบบจำลองระบบ (Plant Modeling).....	40
บทที่ 4 การออกแบบตัวควบคุมและผลการจำลองระบบ.....	47
4.1 การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาต่อเนื่องและผลการจำลองระบบ.....	47
4.1.1 ตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด $LQR$ และผลการจำลองระบบ.....	48
4.1.2 ตัวสังเกตแบบ $LQE$ และผลการจำลองระบบ.....	50
4.1.3 ตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน $LQG$ และผลการจำลองระบบ.....	51
4.1.4 ตัวควบคุมแบบ Derivative State Constrained Optimal $H_2$ และผลการจำลองระบบ.....	52
4.2 แสดงผลการจำลอง การเปลี่ยนน้ำหนักของเครนและภาระ.....	56
4.2.1 น้ำหนักเท่ากัน คือ $M$ (น้ำหนักของเครน) = 5 kg และ $m$ (น้ำหนักของภาระ) = 5 kg.....	56
4.2.2 น้ำหนักไม่เท่ากัน คือ $M$ (น้ำหนักของเครน) = 1 kg และ $m$ (น้ำหนักของภาระ) = 5 kg.....	57
4.2.3 น้ำหนักไม่เท่ากัน คือ $M$ (น้ำหนักของเครน) = 5 kg และ $m$ (น้ำหนักของภาระ) = 1 kg.....	57
4.3 แสดงผลการจำลอง การเปลี่ยนน้ำหนักของ Weight Function.....	58
4.3.1 แสดงผลการจำลอง การเปลี่ยนน้ำหนักของ Weight Function โดยน้ำหนัก คือ $M = 5, m = 1$ kg.....	58
4.3.2 แสดงผลการจำลอง การเปลี่ยนน้ำหนักของ Weight Function เพื่อดูโพลของระบบ.....	61
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ.....	62
5.1 สรุปผลการวิจัย.....	62
5.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางการพัฒนา.....	62

## สารบัญ(ต่อ)

	หน้า
บรรณานุกรม.....	63
ภาคผนวก.....	64
ภาคผนวก ก. โปรแกรมที่ใช้ในการจำลองการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบเครน เหนือศรีษะ.....	65
ภาคผนวก ข. ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่.....	76
ประวัติผู้เขียน.....	82



## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
3.1 แสดงการกำหนดตัวแปรและค่าต่างๆ ที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้.....	45



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
2.1 กราฟเปรียบเทียบระหว่างเอาต์พุต (เส้นทึบ) และความคลาดเคลื่อน $e(t)$ (เส้นไขว้ปลา).....	6
2.2 Curves แสดงถึงเอาต์พุตที่ต้องการ $x(t)$ เอาต์พุตจริง $y(t)$ ค่าความคลาด.....	7
2.3 Curves แสดงถึง $e(t)$ และ $ e(t) $ .....	9
2.4 Curves ของดัชนีแสดงสมรรถนะของค่าความคลาดเคลื่อน.....	10
2.5 Curves ของผลตอบสนองต่ออินพุตแบบ step ของระบบที่ดีที่สุดตามตาราง 2.1.....	11
2.6 แผนภาพการออกแบบตัวควบคุมในแนวตั้งเดิม.....	12
2.7 เมื่อพิจารณาสิ่งรบกวนในระบบควบคุมแนวตั้งเดิม.....	12
2.8 แสดงแผนภาพของระบบในการออกแบบระบบควบคุมในแนวใหม่.....	13
2.9 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ.....	14
2.10 ระบบของการออกแบบตัวควบคุมแบบ LQR.....	17
2.11 ระบบควบคุมที่มีตัวประมาณค่าสถานะ.....	19
2.12 ระบบเวลาต่อเนื่องที่มีปริมาณอินพุต $r(t)$ .....	23
3.1 เครนชนิดแกนต์รี (gantry crane).....	28
3.2 เครนเหนือศรีษะ แบบคานเดี่ยว.....	29
3.3 เครนเหนือศรีษะ แบบคานคู่.....	30
3.4 เครนสนามขาสสูง 2 ข้าง แบบคานเดี่ยว.....	32
3.5 เครนสนามขาสสูงข้างเดียว แบบคานคู่.....	33
3.6 เครนเหนือศรีษะแขวนวงใต้ราง.....	34
3.7 เครนติดผนังยื่นแขนหมุน.....	35
3.8 เครนติดผนังยื่นแขนยก.....	36
3.9 เครนสนามขาสสูงข้างเดียว แบบคานเดี่ยว.....	37
3.10 เครนสนามขาสสูง 2 ข้าง แบบคานคู่.....	38
3.11 เครนชนิดโรตารี (rotary crane).....	39
3.12 เครนชนิดบูมส์ (booms crane).....	39
3.13 ขั้นตอนการหาผลการทดลองจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	41
3.14 Free body diagram ของระบบเครนเหนือศรีษะ.....	42
4.1 โพลของระบบวงเปิด.....	47
4.2 การทำให้อยู่ในสถานะเสถียร.....	48

## สารบัญรูป(ต่อ)

รูปที่	หน้า
4.3 โพลของระบบวงปิด.....	49
4.4 ผลตอบสนองต่อแรงพลักด้วยการควบคุมแบบตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด LQR.....	50
4.5 โพลของตัวสังเกต.....	51
4.6 ผลตอบสนองต่อแรงพลักด้วยการควบคุมแบบ LQG.....	52
4.7 ผลตอบสนองสถานะเริ่มต้นของตัวควบคุมแบบ $H_2$ .....	54
4.8 ผลตอบสนองสถานะเริ่มต้นของตัวควบคุมแบบ LQG.....	55
4.9 ผลตอบสนองสถานะเริ่มต้นสำหรับมุมของลูกตุ้มที่เหมาะสมที่สุดแบบ $H_2$ .....	55
4.10 ผลตอบสนองสถานะเริ่มต้นที่น้ำหนัก $M = 5, m = 5 \text{ kg}$ .....	56
4.11 ผลตอบสนองสถานะเริ่มต้นที่น้ำหนัก $M = 1, m = 5 \text{ kg}$ .....	57
4.12 ผลตอบสนองสถานะเริ่มต้นที่น้ำหนัก $M = 5, m = 1 \text{ kg}$ .....	57
4.13 โพลของระบบวงปิดที่น้ำหนัก $d_{33}=500, q_{33}=50000$ .....	58
4.14 ผลตอบสนองต่อแรงพลักที่น้ำหนัก $d_{33}=500, q_{33}=50000$ .....	58
4.15 โพลของระบบวงปิดที่น้ำหนัก $d_{33}=5000, q_{33}=500000$ .....	59
4.16 ผลตอบสนองต่อแรงพลักที่น้ำหนัก $d_{33}=5000, q_{33}=500000$ .....	59
4.17 โพลของระบบวงปิดที่น้ำหนัก $d_{33}=50000, q_{33}=5000000$ .....	60
4.18 ผลตอบสนองต่อแรงพลักที่น้ำหนัก $d_{33}=50000, q_{33}=5000000$ .....	60
4.19 เปรียบเทียบโพลของระบบครนเหนือศรีษะ.....	61
4.20 root loci สำหรับ $c_1$ and $d_{11}$ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าน้ำหนัก.....	61

# บทที่ 1

## บทนำ

### 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ระบบเครนเหนือศีรษะ ( Overhead Crane System ) เป็นระบบที่นิยมนำมาใช้ในงานอุตสาหกรรมที่มีการเคลื่อนย้ายหรือยกสินค้าที่มีขนาดใหญ่และน้ำหนักมาก ซึ่งในการควบคุมการเคลื่อนย้ายหรือยกสินค้านั้นจะต้องมีความรวดเร็ว ปลอดภัยและมีการแกว่งของสินค้าน้อยที่สุด ปัญหาทั่วไปในการออกแบบระบบควบคุมคือการเลือกใช้ตัวควบคุมให้เหมาะสมกับระบบควบคุมเพื่อให้ระบบนั้นมีสมรรถนะตามต้องการ ทฤษฎีที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมที่เป็นที่นิยมใช้กันคือการควบคุมแบบดั้งเดิม (Classical Control) การควบคุมโดยอาศัยพหุนาม (Polynomial) และการควบคุมแบบใหม่ (Modern Control)

ในอดีตงานวิจัยทางด้าน การออกแบบตัวควบคุม (Controller Design) ส่วนใหญ่เป็นการออกแบบตัวควบคุมในแนวดั้งเดิม (Classical Control) โดยใช้แนวทางที่อาศัยการตอบสนองเชิงความถี่ (Frequency Response) ซึ่งเหมาะกับระบบสัญญาณขาเข้าเดียว-สัญญาณขาออกเดียว (Single-Input Single-Output System) การออกแบบการควบคุมแนวนี้ยังคงมีข้อจำกัด ทำให้ไม่สามารถขยายผลไปสู่การศึกษาและการประยุกต์กับระบบหลายสัญญาณขาเข้า-หลายสัญญาณขาออก (Multi-Input Multi-Output System) ได้ โดยเฉพาะอย่างยิ่งระบบที่มีความยุ่งยากซับซ้อน ขณะที่การออกแบบตัวควบคุมแนวใหม่ (Modern Control) อธิบายพฤติกรรมของระบบพลวัตด้วยแบบจำลองปริภูมิสถานะ (State-Space Modeling) ที่มีการเปลี่ยนแปลงสอดคล้องกับสมการปริภูมิสถานะหรือสมการอนุพันธ์เชิงเส้นอันดับหนึ่ง โดยสามารถนำไปใช้งานในการศึกษาทฤษฎีระบบควบคุมเชิงเส้นได้ทั้งระบบสัญญาณขาเข้าเดียว-สัญญาณขาออกเดียว และระบบหลายสัญญาณขาเข้า-หลายสัญญาณขาออก จึงเหมาะสมกับระบบที่มีความซับซ้อนมากกว่า โดยพิจารณาผลตอบสนองเชิงเวลาควบคู่กับผลตอบสนองเชิงความถี่ ทั้งนี้เนื่องจากการออกแบบตัวควบคุมโดยทั่วไปคำนึงเพียงการออกแบบเพื่อให้สามารถควบคุมระบบให้ตอบสนองได้อย่างรวดเร็ว มีการพุ่งเกิน (Overshoot) ต่ำๆ และมีค่าผิดพลาดที่สภาวะคงตัวน้อยที่สุด ดังนั้นในการออกแบบตัวควบคุมแบบดั้งเดิมสำหรับระบบนี้จึงไม่มากนัก ผู้ออกแบบจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในระบบเป็นอย่างดี และต้องมีความแม่นยำในการปรับแต่งตัวควบคุมเพื่อให้ได้ประสิทธิภาพที่ดีตามเป้าหมายที่ตั้งไว้ ขณะที่การออกแบบตัวควบคุมแนวใหม่ [1] สามารถทำได้ง่าย และให้ผลตอบสนองที่ดีกว่า ดังจะเห็นได้จากงานวิจัยจำนวนมากที่แสดงถึงความสามารถของตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้สำหรับระบบดังกล่าว โดยการใช้ทฤษฎีการควบคุมในหลายรูปแบบ เช่น การควบคุมแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Non Linear Control) การควบคุมแบบปรับตัวเองได้ (Adaptive Control) การควบคุมแบบฟัซซีลอจิก (Fuzzy Logic) และการควบคุมแบบโครงข่ายประสาทเทียม (Neural Network) เป็นต้น

การออกแบบตัวควบคุมเหมาะสมที่สุดของเครนเหนือศีรษะได้ถูกศึกษาจากนักวิจัยหลายคน [2] - [3] และอย่างไรก็ตามการหน่วงการแกว่ง [4] - [5] ของระบบเป็นสิ่งที่นักวิจัยให้ความสำคัญ และ [6] ได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมสำหรับการแกว่งของหุ่นยนต์สองล้อโดยการเอกลากรูปวิธี Derivative State Constrained เพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับการออกแบบตัวควบคุมที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Control) คือ การคำนวณหาและออกแบบตัวควบคุมเพื่อบังคับให้ระบบทำงานตามเงื่อนไขที่วางไว้ได้ดีที่สุด ส่วนใหญ่จะให้ค่าดัชนีสมรรถนะ (Performance Index) หรือ  $J$  มีค่าต่ำสุด ระบบพลศาสตร์ที่จะควบคุมหากเป็นแบบในระบบเวลาต่อเนื่องจะอยู่ในรูปแบบสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่ง

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้จึงมีแนวคิดที่จะศึกษา การออกแบบตัวควบคุมสำหรับการหน่วงการแกว่งของภาระของเครนเหนือคีระะ ซึ่งตัวควบคุมที่ได้ออกแบบ ได้แก่ ตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด (Linear Quadratic Regulator, LQR), ตัวสังเกตหรือประมาณสถานะแบบ LQE (Linear Quadratic Estimator), ตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน (Linear Quadratic Gaussian, LQG) และตัวควบคุมเหมาะสมที่สุดแบบ  $H_2$  (Optimal  $H_2$  Controller) และยังคงควบคุมอัตราการเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตมุมของการแกว่งของภาระของเครนราบเรียบขึ้น โดยเป็นการจำลองระบบผ่านโปรแกรม MATLAB ซึ่งจะเป็นประโยชน์ในการนำไปพัฒนาและประยุกต์ใช้กับระบบจริงอื่นๆ ได้ในอนาคต

## 1.2 ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ของการศึกษา

วิทยานิพนธ์นี้เป็นการศึกษา พัฒนาและออกแบบตัวควบคุมแบบเวลาต่อเนื่องที่เหมาะสมที่สุดแบบ  $H_2$  สำหรับควบคุมระบบเครนเหนือคีระะเพื่อควบคุมการแกว่งของภาระหรือควบคุมอัตราการเปลี่ยนแปลงเอาต์พุตมุมของการแกว่งของให้ราบเรียบขึ้น โดยทำให้การแกว่งของมุมของภาระมีค่าลดลง และยังสามารถนำไปพัฒนาและประยุกต์ใช้กับระบบจริงอื่นๆ ได้ในอนาคตได้ ในเวลาเดียวกันนั้นจะต้องศึกษาข้อมูลต่างๆ ดังต่อไปนี้

1.2.1 หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบเครนเหนือคีระะด้วยวิธีการ ใช้สมการการเคลื่อนที่ของออยเลอร์-ลากรางจ์ (Euler-Lagrange equation of motion) เพื่อให้เกิดความเข้าใจในโครงสร้างและการทำงานต่างๆ ของระบบ ซึ่งจะนำไปสู่การออกแบบตัวควบคุมระบบเครนเหนือคีระะให้มีประสิทธิภาพ

1.2.2 ทำความเข้าใจวิธีการควบคุมกำลังสองเชิงเส้นแบบเกาส์เซียน LQG ซึ่งจะนำไปสู่การออกแบบตัวควบคุมที่เหมาะสมด้วยวิธี  $H_2$  เพื่อควบคุมระบบเครนเหนือคีระะให้มีสมรรถนะตามที่ต้องการ

1.2.3 ใช้งานโปรแกรมสำเร็จรูปซึ่งจะช่วยในการคำนวณสมการทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อน เช่น โปรแกรมแมทแล็บ (MATLAB)

## 1.3 สมมติฐานของการศึกษา

การแกว่ง (Oscillation) เป็นปัญหาหนึ่งของระบบควบคุมที่มีอยู่เกือบทุกระบบ เพียงแต่ระบบนั้นๆ ให้ความสำคัญหรือความสนใจเรื่องของการแกว่งมากน้อยเพียงใด บางระบบให้ความสนใจเรื่องของการแกว่งน้อยมากเนื่องจากส่งผลกระทบต่อระบบน้อย ขณะที่บางระบบ การควบคุมการแกว่งสำคัญมากเช่น ในระบบควบคุมการเคลื่อนที่ของเครน และระบบการควบคุมการทรงตัว เป็นต้น ดังนั้นการควบคุมการแกว่ง (Oscillatory Control) จึงเป็นหัวข้อหนึ่งในงานวิจัย ดังนั้นในวิทยานิพนธ์นี้จึงนำเสนอการออกแบบตัวควบคุมแบบเวลาต่อเนื่องที่เหมาะสมที่สุดแบบ  $H_2$  เพื่อนำไปใช้ในเอกสารการควบคุมการแกว่งของระบบเครนเหนือคีระะศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 1.5 ทฤษฎีหรือแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย

วิทยานิพนธ์นี้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมแบบเวลาต่อเนื่องชนิดต่างๆ ดังนี้ ตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด  $LQR$  ตัวสังเกตหรือประมาณสถานะแบบ  $LOE$  และตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน  $LOG$  เพื่อควบคุมความการแกว่งของภาระของระบบครนเหนือศีรษะ และออกแบบตัวควบคุมแบบเหมาะสมที่สุดที่มีการเพิ่มอนุพันธ์กำลังสอง (Quadratic Derivatives) ของเทอมตัวแปรสถานะ (State Variables Term) ในดัชนีสมรรถนะมาตรฐานปกติ (Usual Standard Performance Index) สำหรับตัวควบคุมที่เหมาะสมที่สุดแบบตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน  $LOG$  ที่มีฟังก์ชันการถ่วงน้ำหนัก (Weighting Function) เพื่อหวังผลตอบสนองของเอาร์ทพุต โดยใช้โปรแกรม MATLAB ช่วยในการจำลองระบบและแสดงผลจากการจำลองระบบ

## 1.6 ขอบเขตการวิจัย

วิทยานิพนธ์เล่มนี้กล่าวถึงการศึกษา พัฒนาและออกแบบตัวควบคุมแบบต่อเนื่องที่เหมาะสมแบบ  $H_2$  สำหรับระบบครนเหนือศีรษะ โดยมีหลักการคือการออกแบบตัวควบคุมที่นำเสนอได้แก่ การควบคุมแบบต่อเนื่องแบบตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด (Linear Quadratic Regulator,  $LQR$ ) ตัวสังเกตหรือประมาณสถานะแบบต่อเนื่อง  $LOE$  (Linear Quadratic Estimator,  $LOE$ ) และตัวควบคุมแบบต่อเนื่องที่เหมาะสมที่สุดแบบตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน (Linear Quadratic Gaussian,  $LOG$ ) ตามแนวทางปริภูมิสถานะ และสุดท้ายคือ ตัวควบคุมแบบเหมาะสมที่สุดที่มีการเพิ่มอนุพันธ์กำลังสองของเทอมตัวแปรสถานะ ในดัชนีสมรรถนะมาตรฐานปกติสำหรับตัวควบคุมที่เหมาะสมที่สุดแบบตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน  $LOG$  ที่มีฟังก์ชันการถ่วงน้ำหนัก เพื่อหวังผลตอบสนองของเอาร์ทพุต ซึ่งขึ้นอยู่กับทางเลือกค่าในการถ่วงน้ำหนักที่เหมาะสมสำหรับการควบคุม โดยใช้โปรแกรม MATLAB ช่วยในการจำลองระบบและแสดงผลการจำลองระบบ

## 1.7 ขั้นตอนของการศึกษา

การทำวิทยานิพนธ์มีขั้นตอนการศึกษาโดยเริ่มจากการศึกษาระบบครนเหนือศีรษะ โดยการศึกษาเน้นที่การหาแบบจำลองระบบดังกล่าวด้วยปริภูมิสถานะเพื่อนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุม จากนั้นทำการศึกษาการออกแบบตัวควบคุมชนิดต่างๆ เช่น ตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด  $LQR$  ตัวสังเกตหรือประมาณสถานะแบบ  $LOE$  และตัวควบคุมที่เหมาะสมที่สุดแบบตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน  $LOG$  ตามแนวทางปริภูมิสถานะ และสุดท้ายคือ ตัวควบคุมแบบเหมาะสมที่สุดที่มีการเพิ่มอนุพันธ์กำลังสองของเทอมตัวแปรสถานะ ในดัชนีสมรรถนะมาตรฐานปกติสำหรับตัวควบคุมที่เหมาะสมที่สุดแบบตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน  $LOG$  ที่มีฟังก์ชันการถ่วงน้ำหนัก เพื่อหวังผลตอบสนองของเอาร์ทพุต พร้อมทั้งเปรียบเทียบผลการจำลองของการออกแบบตัวควบคุมในแบบต่างๆ ด้วยโปรแกรม MATLAB

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้แบ่งเนื้อหาออกเป็น 5 บทด้วยกันคือ

บทที่ 1 กล่าวถึงความเป็นมาของงานวิจัย ความมุ่งหมายและวัตถุประสงค์ ทฤษฎีที่ใช้ขอบเขตของการวิจัย และขั้นตอนการศึกษา

บทที่ 2 กล่าวถึงหลักการและทฤษฎีที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุม  
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ไว้เพื่อใช้ในการศึกษาวิจัย ไม่ควรนำออกเผยแพร่โดยไม่ได้รับอนุญาต  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 3 กล่าวถึงระบบคอนเน็คชันและส่วนของแบบจำลองระบบด้วยปริภูมิสถานะ ด้วยการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้สมการการเคลื่อนที่ของออยเลอร์-ลากรางจ์

บทที่ 4 กล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมและผลจากการจำลองระบบของตัวควบคุมแบบต่างๆ ในระบบเวลาต่อเนื่อง ตลอดจนการเปรียบเทียบผลการจำลอง และผลของการปรับค่าการถ่วงน้ำหนัก โดยจำลองการทดลองด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป MATLAB

บทที่ 5 เป็นบทสรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 2

# หลักการและทฤษฎีที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุม

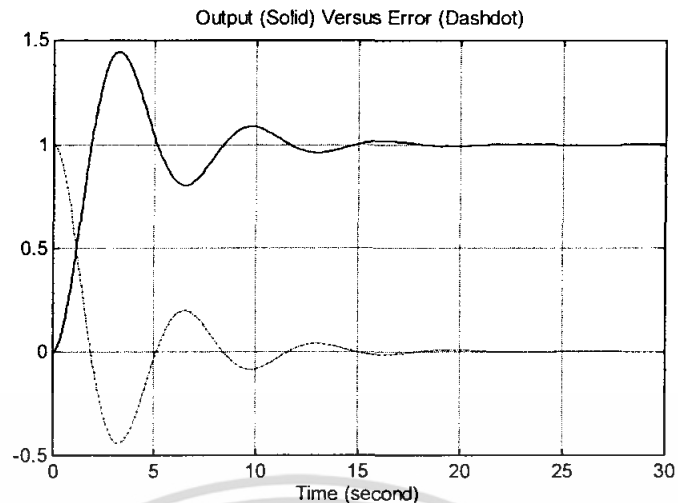
การควบคุมที่เหมาะสมที่สุด คือ การคำนวณหาและออกแบบตัวควบคุมเพื่อบังคับให้ระบบทำงานตามเงื่อนไขที่วางไว้ได้ดีที่สุด ส่วนใหญ่จะให้ค่าดัชนีสมรรถนะ(Performance Index) หรือ  $J$  มีค่าต่ำสุด ระบบพลศาสตร์ที่จะควบคุมหากเป็นแบบในระบบเวลาต่อเนื่องจะอยู่ในรูปแบบสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่ง ในบทนี้จะกล่าวถึงหลักการและทฤษฎีที่ใช้ในการออกแบบระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุด อันได้แก่หลักการของตัวควบคุมแบบตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด  $LQR$ ,  $LQE$  และ  $LQG$  ซึ่งเป็นพื้นฐานที่จะนำไปใช้ในการศึกษาการออกแบบตัวควบคุมที่เหมาะสมที่สุดแบบ  $H_2$  ตลอดจนการเพิ่มอนุพันธ์กำลังสองของเทอมตัวแปรสถานะ ในดัชนีสมรรถนะมาตรฐานปกติของตัวควบคุมที่เหมาะสมที่สุดแบบ  $LQG$  โดยการเพิ่มฟังก์ชันการถ่วงน้ำหนักเข้าไป ซึ่งนำไปสู่การออกแบบตัวควบคุมแบบ Derivative State Constrained Optimal  $H_2$  โดยจะกล่าวการออกแบบในระบบเวลาต่อเนื่อง

### 2.1 หลักการของระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Control System)

การออกแบบระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุด คือการคำนวณหากฎการควบคุมเพื่อกำหนดการตัดสินใจสำหรับควบคุมระบบในเวลาปัจจุบันโดยมีเงื่อนไขบังคับบางประการ ทำให้ระบบเบี่ยงเบนไปจากลักษณะที่ต้องการทางอุดมคติน้อยที่สุด ตัววัดการทำงานของระบบให้ได้ตามต้องการนี้ เรียกเกณฑ์ตัดสินหรือดัชนีสมรรถนะ (Performance index) เป็นฟังก์ชันที่เราเลือกให้เป็นตัวชี้ว่าการทำงานจริงของระบบใกล้เคียงการทำงานที่ต้องการมากน้อยเพียงใดสำหรับปัญหาการควบคุมที่เหมาะสมที่สุด จึงอยู่ที่การเลือกดัชนีสมรรถนะการทำงานแล้วคำนวณเวกเตอร์ควบคุม  $u$  เพื่อออกพื้ไม่ซ้ำฟังก์ชันดัชนีสมรรถนะนั้น ส่วนใหญ่จะเป็นการหาค่าที่น้อยที่สุด (minimization) ของดัชนีสมรรถนะ เมื่อได้เวกเตอร์ควบคุมที่เหมาะสมที่สุดแล้ว ปัญหาทางปฏิบัติอาจตามมาเช่น การสร้างตัวควบคุมฮาร์ดแวร์อาจทำได้ยากลำบาก ค่าใช้จ่ายสูง ไม่คุ้มทุน กรณีเช่นนี้เราจำต้องสร้างระบบควบคุมที่ง่ายลงแต่พยายามให้ใกล้เคียงระบบควบคุมเหมาะสมมากที่สุด ระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุดที่ออกแบบมาจึงเปรียบเหมือนเป็นระบบทางทฤษฎีสำหรับใช้เป็นตัวเปรียบเทียบ

#### 2.1.1 ERROR CRITERIA

ระบบควบคุมโดยทั่วไปมักคำนึงเพียงการควบคุมระบบให้มีผลตอบสนองชั่วคราว (Transient Response) ที่เร็ว ด้วยค่าพุ่งเกิน (Overshoot) ต่ำ ตลอดจนเวลาเข้าที่ (Settling Time) สั้น ซึ่งสามารถทำได้ด้วยการออกแบบและปรับแต่งตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้ แต่สำหรับระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุดมุ่งเน้นถึงการควบคุมระบบให้มีความคลาดเคลื่อน (Error) น้อยที่สุด โดยสามารถใช้กับระบบที่มีความยุ่งยากซับซ้อนและยังสามารถนำไปประยุกต์ได้กับทั้งระบบควบคุมแบบวงเปิดหรือวงปิด การหาปริมาณความคลาดเคลื่อนของระบบทำได้โดยสมมติว่าระบบฯ หนึ่ง มีปริมาณเอาต์พุตต่อปริมาณอินพุตแบบขั้นบันไดขนาดหนึ่งหน่วย ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 กราฟเปรียบเทียบระหว่างเอาต์พุต (เส้นทึบ) และความคลาดเคลื่อน  $e(t)$  (เส้นไขว้ปลา)

ในการออกแบบระบบควบคุมนั้นสิ่งสำคัญคือต้องทำให้ระบบมีสมรรถนะตามที่ต้องการ เนื่องจากว่าระบบควบคุมเป็นระบบพลวัต (Dynamics system) ดังนั้นรายละเอียดของสมรรถนะของระบบจะกำหนดไว้ในเทอมของพฤติกรรมของผลตอบสนองชั่วคราวต่ออินพุตที่กำหนด เช่นอินพุตแบบ step อินพุตแบบ ramp หรืออื่นๆ เป็นต้น นอกจากนี้ยังจะกำหนดไว้ในเทอมของดัชนีแสดงสมรรถนะ (performance index) ด้วย ดัชนีแสดงสมรรถนะเป็นจำนวนที่ใช้แสดงถึงสมรรถนะที่ดีที่สุดของระบบ ระบบควบคุมถือว่าเป็นระบบที่ดีที่สุดถ้าค่าของพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ถูกเลือกใช้ทำโดยตรงกับดัชนีแสดงสมรรถนะที่เลือก นอกจากนี้ดัชนีแสดงสมรรถนะจะต้องง่ายแก่การคำนวณทั้งทางด้านวิเคราะห์และปฏิบัติ

#### 2.1.1.1 ดัชนีแสดงสมรรถนะของค่าความคลาดเคลื่อน

ในที่นี้เราจะกล่าวถึง error criteria [7] หลายๆแบบซึ่งค่าดัชนีแสดงสมรรถนะที่สมนัยกันเป็นค่าอินทิกรัลของฟังก์ชันบางอย่าง หรือเป็นค่าของ weighted function ของค่าความเบี่ยงเบนระหว่างเอาต์พุตจริงของระบบกับอินพุตที่ต้องการ เนื่องจากว่าค่าของอินทิกรัลนี้สามารถจะหาได้ในรูปของฟังก์ชันของพารามิเตอร์ของระบบ ดังนั้นสำหรับดัชนีแสดงสมรรถนะที่กำหนด ระบบที่ดีที่สุดสามารถออกแบบได้โดยการปรับค่าพารามิเตอร์ของระบบเพื่อให้ค่าอินทิกรัลที่ได้มีค่าน้อยที่สุด

ดัชนีแสดงสมรรถนะของค่าความคลาดเคลื่อนแบ่งออกได้เป็น 4 แบบคือโดยที่  $J$  คือดัชนีแสดงสมรรถนะพิจารณาระบบควบคุมซึ่งเอาต์พุตที่ต้องการและเอาต์พุตจริงเป็น  $x(t)$  และ  $y(t)$  ตามลำดับ ดังนั้นค่าความคลาดเคลื่อน  $e(t)$  คือ

$$e(t) = x(t) - y(t) \quad (2.1.1)$$

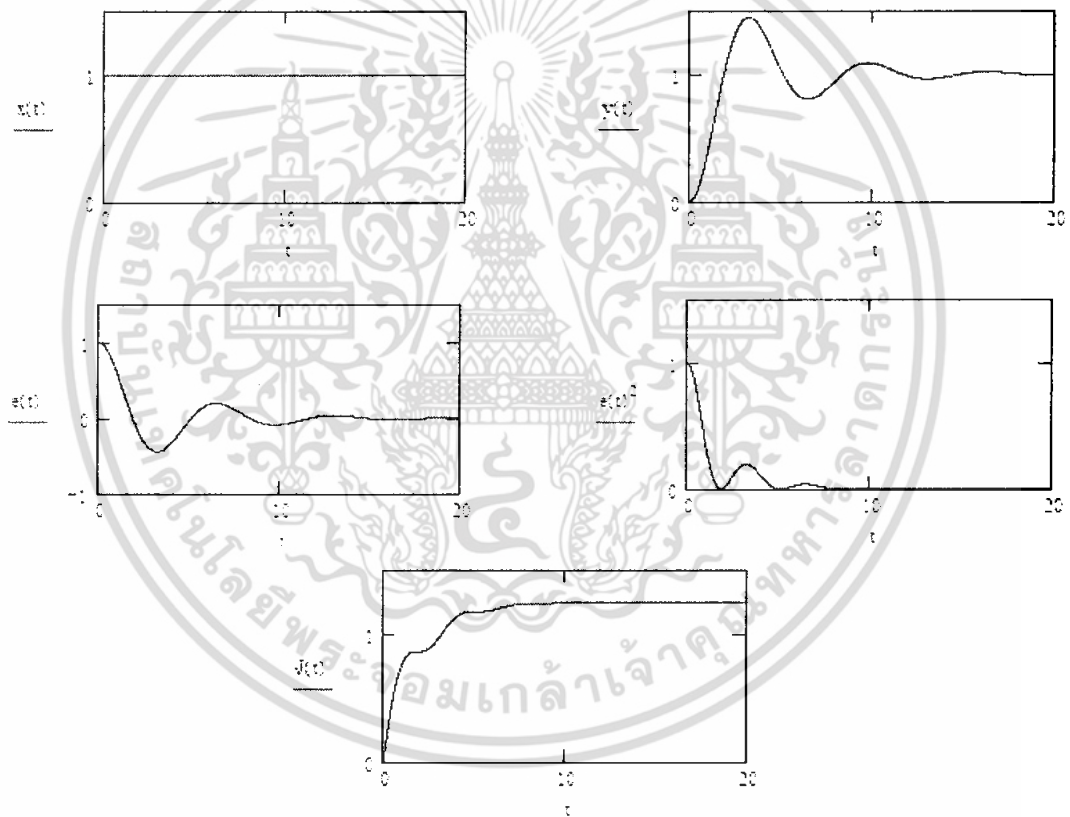
ถ้าหากว่า  $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$  มีค่าไม่เท่ากับศูนย์แล้ว ดัชนีแสดงสมรรถนะจะมีค่าเข้าหาอนันต์

1. ดัชนีแสดงสมรรถนะแบบ integral square – error criterion (ISE) ในกรณีของ integral square – error criterion ระดับของสมรรถนะของระบบจะหาได้จากสมการ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$J = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (2.1.2)$$

โดยที่ขีดจำกัดบน  $\infty$  อาจแทนด้วยค่า  $T$  ที่เหมาะสมและมีค่ามากเพียงพอที่จะทำให้ค่าความคลาดเคลื่อน  $e(t)$  สำหรับ  $T < t$  นั้นสามารถตัดทิ้งได้ ระบบที่ดีที่สุดจะต้องมีค่าอินทิกรัลน้อยที่สุด รูป 2.1 แสดงถึง  $x(t), y(t), e(t), e^2(t)$  และ  $\int e^2(t) dt$  ตามลำดับ  $x(t)$  ในกรณีนี้จะเป็น unit step และค่าอินทิกรัลของ  $e^2(t)$  จากศูนย์ถึง  $T$  ก็คือพื้นที่ภายใต้ curve ของ  $e^2(t)$  นั่นเอง

เนื่องจากดัชนีแสดงสมรรถนะแบบนี้เป็นค่าอินทิกรัลของค่ายกกำลังสองค่าความคลาดเคลื่อน ดังนั้นค่าดัชนีแสดงสมรรถนะนี้จะมีค่าเพิ่มขึ้นตามเวลาไม่ว่าค่าความคลาดเคลื่อน จะเป็นบวกหรือลบ และดัชนีแสดงสมรรถนะแบบนี้จะมีค่าเปลี่ยนแปลงมากเมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีค่ามาก แต่จะไม่ค่อยเปลี่ยนแปลงเมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีค่าน้อย criterion แบบนี้จึงไม่ค่อยนิยมเลือกใช้นัก



รูปที่ 2.2 Curves แสดงถึงเอาต์พุตที่ต้องการ  $x(t)$  เอาต์พุตจริง  $y(t)$  ค่าความคลาด

เคลื่อน  $e(t)$  , ยกกำลังสองของค่าความคลาดเคลื่อน  $e^2(t)$  และค่าอินทิกรัลของยกกำลังสองของค่าความคลาดเคลื่อน  $\int e^2(t) dt$  ที่เป็นฟังก์ชันของ  $t$  ตามลำดับ

พิจารณาระบบอันดับสองต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{s^2 + 2\zeta s + 1} \quad (2.1.3)$$

ดัชนีแสดงสมรรถนะในกรณีนี้จะไม่ค่อยเปลี่ยนแปลงนักเมื่อค่าของอัตราส่วน  $\zeta$  เปลี่ยนจาก 0.5 ถึง 0.7

ค่าความคลาดเคลื่อนในภาวะแรกเริ่มของระบบที่ถูกออกแบบโดยใช้ criterion นี้จะลดลงเร็วมาก ดังนั้นผลตอบสนองของระบบจะเร็วมากและเกิดการ oscillate ซึ่งหมายถึงว่าเสถียรภาพสัมพัทธ์ของระบบไม่ค่อยดีนัก

2. ดัชนีแสดงสมรรถนะแบบ integral – of – time – multiplied square – error criterion (ITSE) ดัชนีแสดงสมรรถนะแบบนี้สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการได้ดังนี้

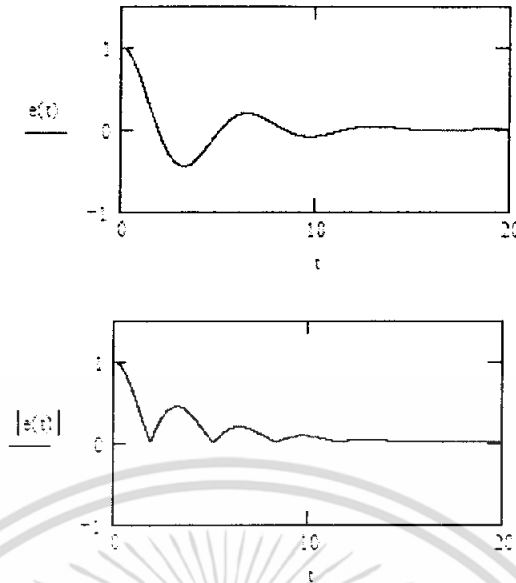
$$J = \int_0^{\infty} te^2(t) dt \quad (2.1.4)$$

ระบบที่ดีที่สุดในการนี้ก็เช่นเดียวกับกรณีที่แล้วคือจะต้องมีค่าของอินทิกรัลน้อยที่สุดสำหรับผลตอบสนองของระบบต่ออินพุทที่เป็น unit step ดัชนีแสดงสมรรถนะแบบนี้จะเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยเมื่อค่าความคลาดเคลื่อนมีค่ามากที่ภาวะแรกเริ่ม แต่จะเปลี่ยนแปลงมากในช่วงของผลตอบสนองชั่วคราว ดัชนีแสดงสมรรถนะแบบนี้จะถูกเลือกใช้งานมากกว่าดัชนีแสดงสมรรถนะแบบ integral absolute – error criterion

3. ดัชนีแสดงสมรรถนะแบบ integral absolute – error criterion (IAE) ดัชนีแสดงสมรรถนะแบบนี้แสดงได้ด้วยสมการดังนี้

$$J = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (2.1.5)$$

ดัชนีแสดงสมรรถนะแบบนี้เป็นแบบที่ประยุกต์มาใช้งานได้ง่ายที่สุด แต่ถ้าใช้แสดงสมรรถนะแบบนี้ระบบที่เป็นแบบ underdamped มากๆ และ overdamped สูงๆ จะไม่สามารถทำให้เป็นระบบที่ดีที่สุดได้ ดังนั้นระบบที่ดีที่สุดที่ขึ้นกับ criterion นี้ต้องเป็นระบบที่มีการหน่วงที่เหมาะสมเป็นที่น่าพอใจ เราจึงไม่นิยมใช้ดัชนีแสดงสมรรถนะแบบนี้เท่าใดนัก อย่างไรก็ตามถึงแม้ว่าดัชนีแสดงสมรรถนะแบบนี้จะหาค่าได้ยากจากการวิเคราะห์ แต่เราก็สามารถใช้ analog computer มาทำการทดลองหาค่าได้ รูปที่ 2.3 แสดงถึงค่าความคลาดเคลื่อน  $e(t)$  ต่อเวลา  $t$  และค่าสัมบูรณ์ของ  $e(t)$  ต่อเวลา  $t$



รูปที่ 2.3 Curves แสดงถึง  $e(t)$  และ  $|e(t)|$

4. ดัชนีแสดงสมรรถนะแบบ integral - of - time - multiplied absolute - error criterion (ITAE) สำหรับระบบที่ดีที่สุดค่าของดัชนีแสดงสมรรถนะตามสมการต่อไปนี้จะต้องมีค่าน้อยที่สุด

$$J = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt \quad (2.1.6)$$

การเปลี่ยนแปลงของค่าดัชนีแสดงสมรรถนะ ในกรณีนี้จะเหมือนกับดัชนีแสดงสมรรถนะแบบ integral - of - time - multiplied absolute - error criterion

ระบบที่ถูกออกแบบโดยใช้ criterion นี้จะมี overshoot ในช่วงผลตอบสนองชั่วคราวและการ oscillate ก็ไม่มาก ดัชนีแสดงสมรรถนะในกรณีนี้จึงใช้ได้ผลดีอย่างไรก็ดีการหาค่าดัชนีแสดงสมรรถนะแบบนี้โดยการวิเคราะห์จะทำได้ยากไม่เหมือนกับการวัดจากการทดลองซึ่งหาได้ง่ายกว่า การเปรียบเทียบ error criteria แบบต่างๆ

พิจารณาระบบควบคุมที่มี closed - loop transfer function ดังนี้

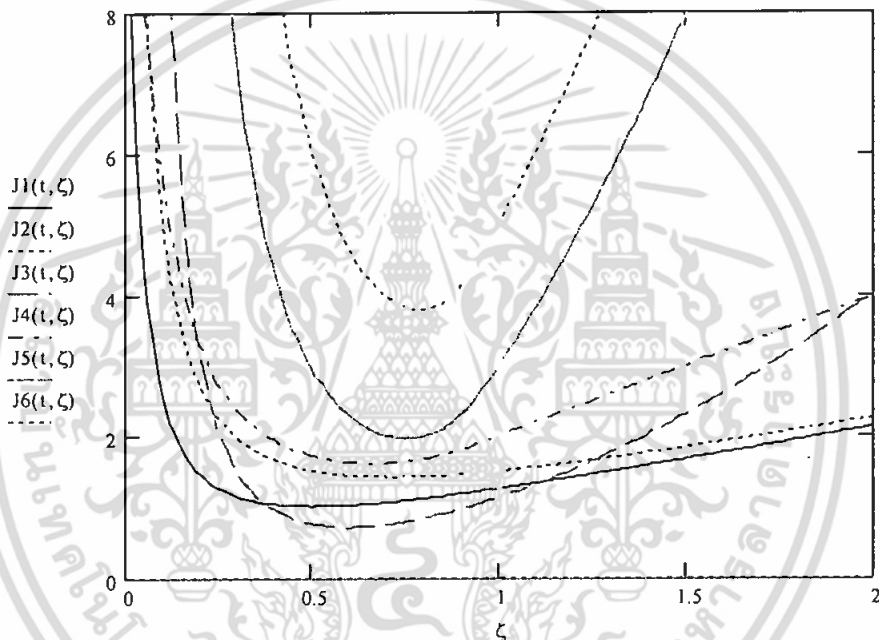
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{s^2 + 2\zeta s + 1} \quad (2.1.7)$$

รูปที่ 2.4 แสดงถึง Curves ของดัชนีแสดงสมรรถนะแบบต่างๆของระบบในสมการ(2.1.7) ต่อการเปลี่ยนแปลงอัตราความถี่ของระบบ จากรูปจะเห็นว่าดัชนีแสดงสมรรถนะแบบ integral square - error criterion จะใช้ได้ไม่ค่อยดีนักเพราะการเปลี่ยนแปลงของค่าดัชนีแสดงสมรรถนะในบริเวณใกล้ๆจุดต่ำสุดนั้นแบนราบ เพื่อที่จะลองแก้ไขข้อเสียนี้จึงเพิ่มค่าอนุพันธ์ของยกกำลังสองของค่าความคลาดเคลื่อนเข้าไปในสมการ(2.1.2) สมการของดัชนีแสดงสมรรถนะใหม่จึงเป็น เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$J = \int_0^{\infty} [e^2(t) + \dot{e}^2(t)] dt \quad (2.1.8)$$

กรณีนี้ค่าที่ดีที่สุดของอัตราการหน่วงจะเปลี่ยนไปเป็น 0.707 แต่ลักษณะของ curve ยังเหมือนเดิมจากการเลือกใช้ดัชนีแสดงสมรรถนะแบบนี้จึงไม่ค่อยนิยมนัก สำหรับดัชนีแสดงสมรรถนะแบบอื่น ๆ นั้นรูปที่ 2.4 เราจะเห็นว่าใช้ได้ทุกแบบ

รูปที่ 2.4 ยังบอกให้เราทราบว่าสำหรับระบบอันดับสองตามสมการ (2.1.7) ที่นำมาพิจารณานั้น ค่าของอัตราการหน่วงเท่ากับ 0.7 จะทำให้ระบบดีที่สุดหรือเกือบดีที่สุดค่าของอัตราการหน่วงเท่ากับ 0.7 นี้จะทำให้ overshoot ของระบบอันดับสองนี้มีค่าประมาณ 5%



รูปที่ 2.4 Curves ของดัชนีแสดงสมรรถนะของค่าความคลาดเคลื่อน

$$J = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (2.1.9)$$

$$J = \int_0^{\infty} [e^2(t) + \dot{e}^2(t)] dt \quad (2.1.10)$$

$$J = \int_0^{\infty} t e^2(t) dt \quad (2.1.11)$$

$$J = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (2.1.12)$$

$$J = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt \quad (2.1.13)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$J = \int_0^{\infty} |e(t) + \dot{e}(t)| dt \quad (2.1.14)$$

### 2.1.1.2 การประยุกต์ใช้ ITAE criterion กับระบบอันดับ n

พิจารณาระบบอันดับ n ที่มี closed – loop transfer function ดังนี้

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{a_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad (2.1.15)$$

เมื่อประยุกต์ใช้ ITAE criterion เข้ากับ transfer function ข้างต้นนี้ และเราสามารถหาค่าสัมประสิทธิ์ของระบบที่ทำให้ดัชนีแสดงสมรรถนะของระบบ  $J = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$  มีค่าน้อยที่สุดแล้ว

นั่นหมายถึงว่าระบบที่มี transfer function ตามสมการ(2.1.15) จะมีค่าความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่เท่ากับศูนย์เมื่ออินพุทของระบบเป็นแบบ step

ตาราง 2.1 แสดงถึงรูปแบบที่ดีที่สุดของ closed – loop transfer function ที่ประยุกต์ใช้ ITAE criterion และรูปที่ 2.5 แสดงถึงผลตอบสนองของระบบที่ดีที่สุดนี้ต่ออินพุทแบบ step

ตาราง 2.1 รูปแบบที่ดีที่สุดของ closed – loop transfer function ที่ประยุกต์ใช้ ITAE criterion (ค่าความคลาดเคลื่อนที่ภาวะคงที่ของผลตอบสนองต่ออินพุทแบบ step เท่ากับศูนย์)

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{a_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} ; a_n = \omega_n^2 \quad (2.1.16)$$

$$s + \omega_n$$

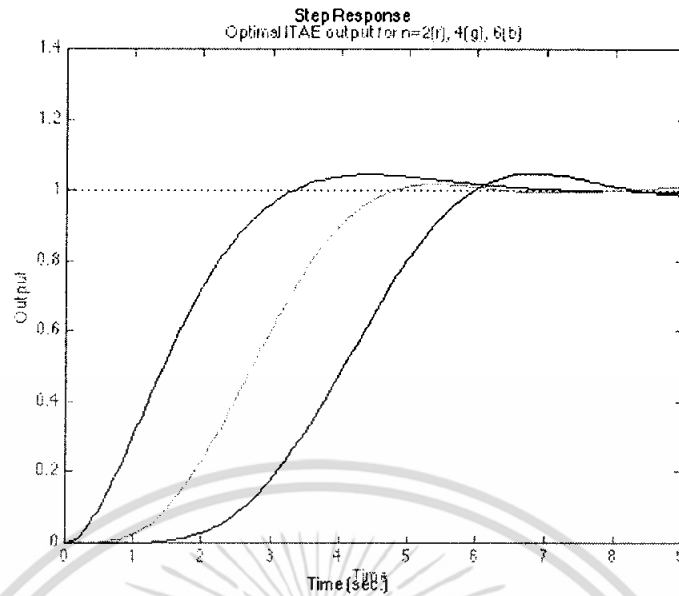
$$s^2 + 1.4\omega_n s + \omega_n^2$$

$$s^3 + 1.75\omega_n s^2 + 2.15\omega_n^2 s + \omega_n^3$$

$$s^4 + 2.1\omega_n s^3 + 3.4\omega_n^2 s^2 + 2.7\omega_n^3 s + \omega_n^4$$

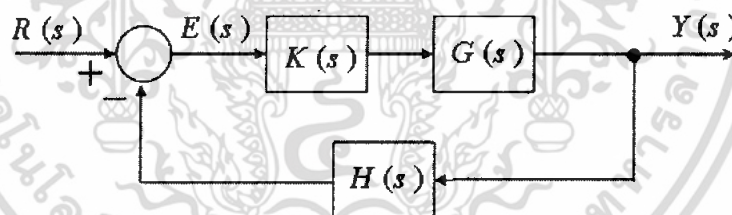
$$s^5 + 2.8\omega_n s^4 + 5\omega_n^2 s^3 + 5.5\omega_n^3 s^2 + 3.4\omega_n^4 s + \omega_n^5$$

$$s^6 + 3.25\omega_n s^5 + 6.6\omega_n^2 s^4 + 8.6\omega_n^3 s^3 + 7.45\omega_n^4 s^2 + 3.95\omega_n^5 s + \omega_n^6$$



รูปที่ 2.5 Curves ของผลตอบสนองต่ออินพุตแบบ step ของระบบที่ดีที่สุดตามตาราง 2.1

ดังนั้นในการควบคุมระบบหากสามารถปรับความคลาดเคลื่อนให้มีค่าน้อยที่สุด จะทำให้ได้เอาต์พุตของระบบที่ดีด้วย ซึ่งเป็นแนวทางในการออกแบบระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุดพิจารณาแผนภาพการออกแบบตัวควบคุมในแนวตั้งเดิมดังรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 แผนภาพการออกแบบตัวควบคุมในแนวตั้งเดิม

โดยที่  $R(s)$  คือ ปริมาณอ้างอิงอินพุต (Reference Input)

$E(s)$  คือ ความคลาดเคลื่อน (Error)

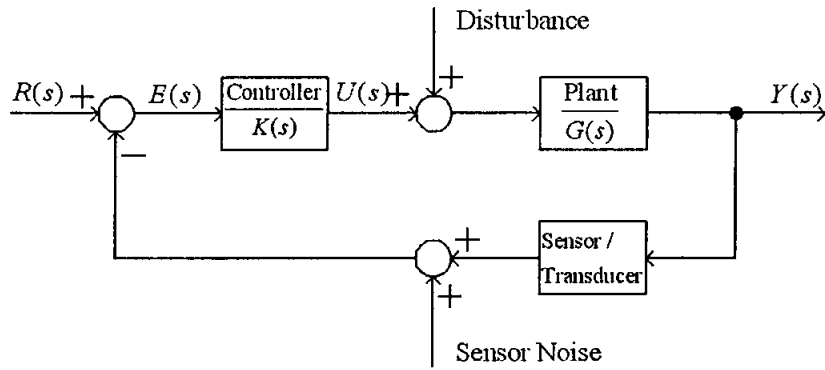
$Y(s)$  คือ ปริมาณเอาต์พุตที่ถูกควบคุม (Controlled Output)

$G(s)$  คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของวิถีไปหน้า (Forward Path)

$H(s)$  คือ ฟังก์ชันถ่ายโอนของการป้อนกลับ (Feedback Path)

$K(s)$  คือ ตัวควบคุม (Controller) ที่ต้องออกแบบ

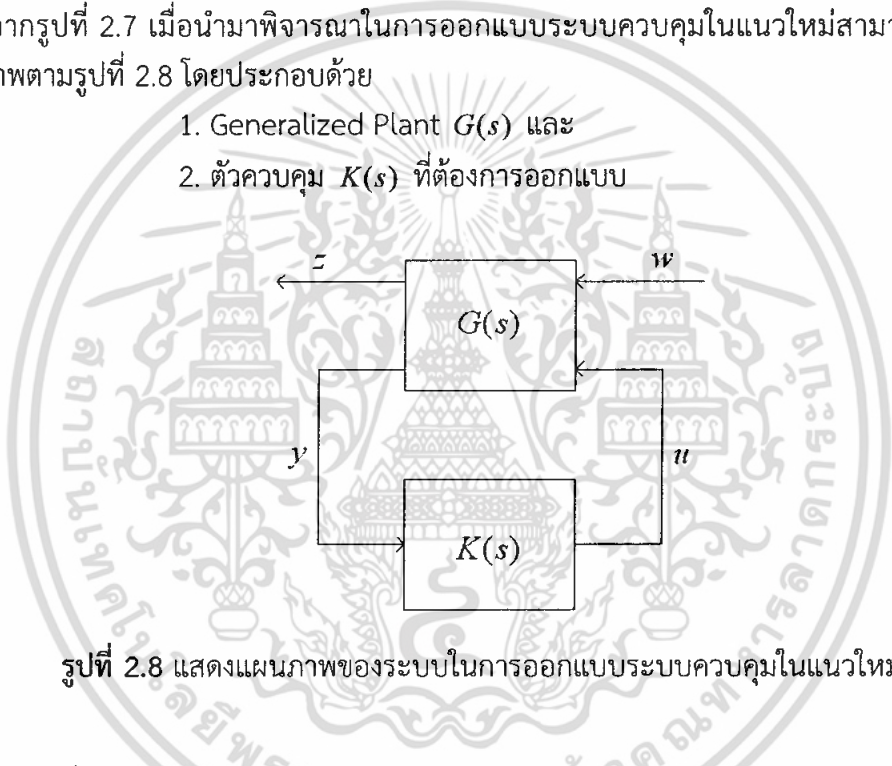
ถ้าพิจารณาว่ามีสิ่งรบกวนในระบบควบคุมสามารถเขียนแผนภาพใหม่เป็นดังรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 เมื่อพิจารณาสิ่งรบกวนในระบบควบคุมแนวตั้งเดิม

จากรูปที่ 2.7 เมื่อนำมาพิจารณาในการออกแบบระบบควบคุมในแนวใหม่สามารถแสดงด้วยแผนภาพตามรูปที่ 2.8 โดยประกอบด้วย

1. Generalized Plant  $G(s)$  และ
2. ตัวควบคุม  $K(s)$  ที่ต้องการออกแบบ



รูปที่ 2.8 แสดงแผนภาพของระบบในการออกแบบระบบควบคุมในแนวใหม่

โดยที่

$z$ error signal.	$w$ { disturbances, sensor noise, commands.
$y$ measured variables.	$u$ control input.

$$Generalized\ Plant; G(s) \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ z(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}x(t) &= Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \\
 z(t) &= C_1x(t) + D_{12}u(t) \\
 y(t) &= C_2x(t) + D_{21}w(t)
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

$$\begin{array}{l}
 w(t) \rightarrow \left[ \begin{array}{l} \frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \\ z(t) = C_1x(t) + D_{12}u(t) \end{array} \right] \rightarrow z(t) \\
 u(t) \rightarrow \left[ \begin{array}{l} y(t) = C_2x(t) + D_{21}w(t) \end{array} \right] \rightarrow y(t)
 \end{array}
 \tag{2.4}$$

สำหรับ Generalized Plant  $G(s)$  ประกอบไปด้วย

Plant  $(A, B_2, C_2)$

$$\begin{array}{l}
 \frac{d}{dt}x(t) = \boxed{A}x(t) + \boxed{B_2}u(t) \\
 y(t) = \boxed{C_2}x(t)
 \end{array}$$

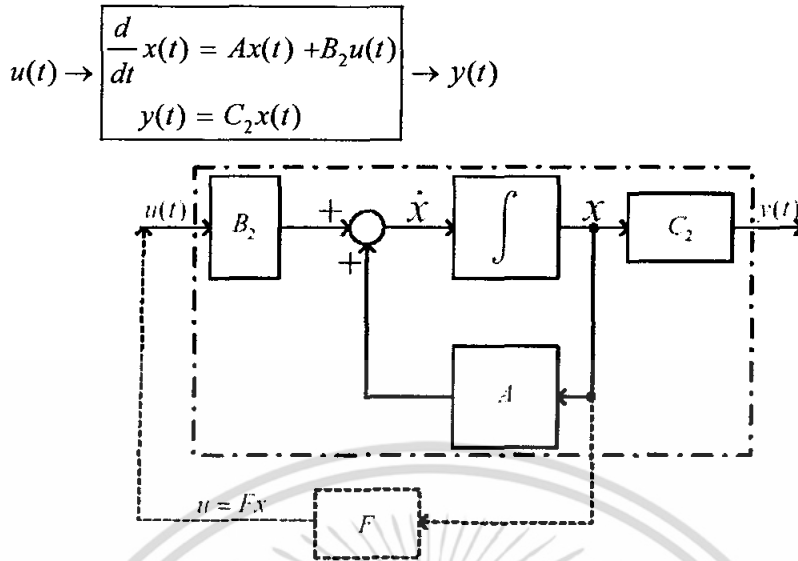
Weighting Functions  $(C_1, D_{12}, B_1, D_{21})$

$$\begin{array}{l}
 z(t) = \boxed{C_1}x(t) + \boxed{D_{12}}u(t) \\
 \boxed{D_{21}}w(t)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + \boxed{B_1}w(t) + B_2u(t) \\
 y(t) = C_2x(t) + \boxed{D_{21}}w(t)
 \end{array}
 \rightarrow y(t)$$

Plant Dynamics

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.9 ระบบควบคุมแบบป้อนกลับ

โดยทั่วไปแล้วจะใช้ดัชนีสมรรถนะ (Performance Index) เป็นตัวชี้บ่งว่าระบบนั้นๆ เป็นระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุดหรือไม่ โดยถ้าระบบที่ได้รับการปรับดัชนีสมรรถนะให้มีค่าต่ำที่สุด จะจัดเป็นระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุด

โดยทั่วไปดัชนีสมรรถนะของระบบเป็นดังนี้

$$J = \int_0^{t_f} g(x, u, t) dt \tag{2.5}$$

การหา  $u = Fx$  ที่เป็นฟังก์ชันของ  $x$  เพื่อให้ได้  $J$  ต่ำที่สุด ก็คือการออกแบบระบบควบคุมที่เหมาะสมที่สุด

2.1.1.3 การหา  $u$  เพื่อให้ได้ค่าดัชนีสมรรถนะต่ำสุด ;  $J = \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt$

การหา Control Input  $u = Fx$  สำหรับระบบที่มีสมการสเตต (State Equation)  $\dot{x} = Ax + B_2u$  เพื่อว่าดัชนีสมรรถนะ (Performance Index) หรือราคาในการควบคุม (Cost

Function)  $J = \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt$  มีค่าต่ำสุด เมื่อ  $Q$  และ  $R$  เป็น Weighting Functions ที่ให้

น้ำหนักไว้แล้ว โดยการแทนค่า  $u = Fx$  ใน  $J = \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt$  เราจะได้

$$J = \int_0^{\infty} [x^T Qx + (Fx)^T R(Fx)] dt$$

$$J = \int_0^{\infty} [x^T Qx + x^T F^T R(Fx)] dt$$

$$J = \int_0^{\infty} [x^T (Q + F^T RF)x] dt$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เดิมทีนั้น ระบบที่ไม่มีอินพุตที่เราต้องการหา state feedback gain  $F$  คือ

$$\dot{x} = Ax + B_2 u = Ax + B_2 Fx = (A + B_2 F)x = Hx \text{ เพื่อที่ว่า } J = \int_0^{\infty} (x^T Qx) dt \text{ จะมีค่าต่ำสุด เมื่อ}$$

$Q = Q^T > 0$  กำหนดมาให้ เราสามารถหา  $F$  ได้จาก Lyapunov Equation

$$H^T P + PH = -Q, \Leftrightarrow (A + B_2 F)^T P + P(A + B_2 F) = -Q$$

$$\frac{d}{dt} x^T P x = x^T (H^T P + PH)x = x^T (-Q)x \rightarrow \boxed{x^T Q x = -\frac{d}{dt} x^T P x}$$

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x) dt = \int_0^{\infty} \left(-\frac{d}{dt} x^T P x\right) dt = -x^T P x \Big|_{t=0}^{\infty} = x_0^T P x_0$$

ดังนั้นถ้า  $J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt = \int_0^{\infty} [x^T (Q + F^T R F)x] dt$  เราจะต้องเทียบ  $H^T P + PH = -Q$

ด้วย  $\boxed{H^T P + PH = -(Q + F^T R F)}$  หรือ

$$\begin{aligned} (A + B_2 F)^T P + P(A + B_2 F) &= -(Q + F^T R F) \\ (A + B_2 F)^T P + P(A + B_2 F) + (Q + F^T R F) &= 0 \\ (A^T + F^T B_2^T)P + P(A + B_2 F) + (Q + F^T R F) &= 0 \\ A^T P + F^T B_2^T P + PA + PB_2 F + Q + F^T R F &= 0 \\ A^T P + PA + F^T B_2^T P + PB_2 F + F^T R F + Q &= 0 \end{aligned}$$

จากที่ผ่านมา เราจะเห็นได้ว่า  $P$  ขึ้นอยู่กับ  $F$  ให้เราพิจารณาสมการต่อไปนี้

$$\boxed{A^T P + PA + F^T B_2^T P + PB_2 F + F^T R F + Q = 0}$$

เพื่อที่จะหา  $F$  ที่ทำให้  $J$  ต่ำสุด เราจะ Differentiate สมการในกรอบข้างบนทั้งสองข้าง เทียบกับ  $F$  ดังนี้

$$\frac{\partial}{\partial F} (A^T P + PA + F^T B_2^T P + PB_2 F + F^T R F + Q = 0)$$

ซึ่งจะได้เงื่อนไขว่า  $B_2^T P + R F = 0$  นั่นคือ  $R F = -B_2^T P$  และ  $\boxed{F = -R^{-1} B_2^T P}$  เมื่อแทน  $F$  ใน

$$\boxed{A^T P + PA + F^T B_2^T P + PB_2 F + F^T R F + Q = 0}$$

Equations) ดังนี้  $\boxed{A^T P + PA - PB_2 R^{-1} B_2^T P + Q = 0}$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กล่าวโดยสรุป

การหา  $u = Fx$  เพื่อให้  $J = \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt$  มีค่าต่ำที่สุด ก็คล้ายกับการหา  $P$

เพื่อให้ได้  $J = \int_0^{\infty} (x^T x) dt$  มีค่าต่ำที่สุด กล่าวคือเราจะไปหา  $P$  จากสมการริคคาติ (Riccati

Equation) แทนที่จะหาจากสมการ  $H^T P + PH = -I$  เราต้องหา  $P$  จากสมการริคคาติ ต่อไปนี้

$$A^T P + PA - PB_2 R^{-1} B_2^T P + Q = 0$$

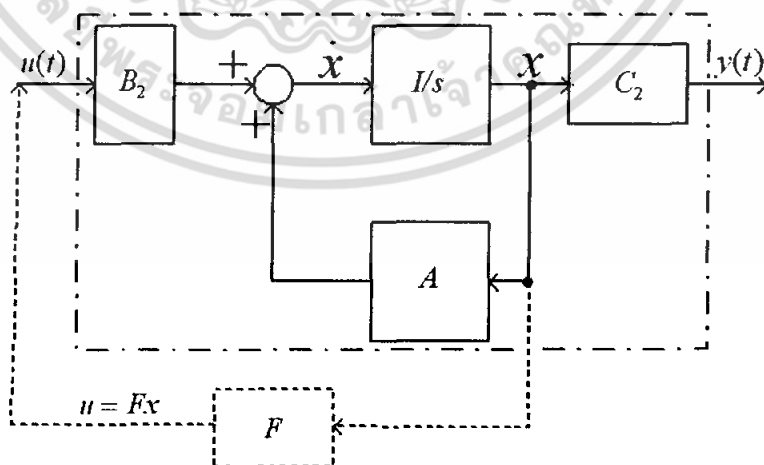
คำตอบ (solutions) ของ  $P$  ที่ได้จากการกำหนด weighting functions  $Q, R$  จะเป็นกฎการควบคุมที่เหมาะสมที่สุด

$$u = Fx = \underbrace{-R^{-1} B_2^T P}_{F} x$$

## 2.2 ตัวควบคุมแบบ LQ

### 2.2.1 ตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด LQR

เป็นการออกแบบตัวควบคุมที่เหมาะสมที่สุด โดยการป้อนกลับด้วยอัตราขยายสถานะ  $F$  ไปเป็นปริมาณอินพุต  $u = Fx$  ให้แก่แพลนท์ เพื่อให้ได้ดัชนีสมรรถนะ  $J$  มีค่าต่ำสุด วัตถุประสงค์ของตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด LQR คือ เพื่อให้ได้การกลับไปสู่สถานะศูนย์ (Zero State) อย่างเหมาะสมที่สุด ตามเงื่อนไขในรูปแบบกำลังสอง



รูปที่ 2.10 ระบบของการออกแบบตัวควบคุมแบบ LQR

ถ้าระบบ  $(A, B_2, C_2)$  สามารถเข้าถึงได้ (Reachable) หมายความว่าปริมาณควบคุมอินพุต (Control Input)  $u$  สามารถที่จะเลือกขับ (Drive) สถานะเริ่มต้น (Initial State)  $x(0)$  ใดๆ ไปยังสถานะสุดท้าย (Final State) ที่ต้องการ ที่เวลาสุดท้าย (Final Time) ได้ และสามารถออกแบบ เพื่อเลือกค่าอัตราขยายของตัวแปรสถานะป้อนกลับ  $F$  ได้

การหาค่า  $J$  ต่ำที่สุด ของตัวควบคุมกำลังสองน้อยที่สุด LQR สามารถหาได้จากสมการ

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (2.6)$$

กฎการควบคุมที่เหมาะสมที่สุด  $u = Fx$  โดยที่อัตราขยายสถานะ  $F$  หาได้จากสมการ

$$F = -R^{-1} B_2^T P \quad (2.7)$$

ซึ่งค่า  $P$  สามารถหาได้จากผลเฉลยของสมการริคคาตี (Riccati Equation)

$$A^T P + P A - P B_2 R^{-1} B_2^T P + Q = 0 \quad (2.8)$$

เมื่อ  $A, B_2$  ทราบค่าได้จากสมการสถานะของระบบ  $\dot{x} = Ax + B_2 u$  และเมตริกซ์  $Q, R$  เป็นน้ำหนักที่ให้ความสำคัญแก่การเบี่ยงเบนของสถานะจากจุดกำเนิด ( $x^T Q x$ ) และค่าใช้จ่ายในการควบคุม ( $u^T R u$ ) ตามลำดับ และคำตอบ (Solution) ของ  $P$  ได้จากการกำหนดฟังก์ชันการถ่วงน้ำหนัก  $Q, R$  (Weighting Functions  $Q, R$ ) จะเป็นกฎการควบคุมที่เหมาะสมที่สุด  $u = Fx$

อัตราขยายของตัวแปรสถานะป้อนกลับ  $F$  ทำให้ตำแหน่งโพลของระบบวงปิด (Closed-loop Poles) ไปอยู่ ณ จุดต่างๆ ได้ ถ้าระบบสามารถควบคุมได้ ผลจากการที่โพลของระบบวงปิดอยู่ ณ ตำแหน่งใดๆ จะทำให้ได้การตอบสนองของเอาต์พุต (Output Responses) แตกต่างกันไป และผลของ  $Q$  และ  $R$  ทำให้ได้ตำแหน่งโพลของระบบวงปิดเข้าหาหรือออกจากแกนจินตภาพ (Imaginary Axis) ซึ่งสอดคล้องกับการกลับไปสู่สถานะศูนย์ของการตอบสนองของเอาต์พุตนั่นเอง

เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างดัชนีสมรรถนะ  $J$  และความคลาดเคลื่อน  $z(t)$  จากรูปแบบปริภูมิสถานะสำหรับ Generalized Plant  $G(s)$  ซึ่งประกอบไปด้วยแพลนท์  $(A, B_2, C_2)$  และฟังก์ชันการถ่วงน้ำหนัก  $(C_1, D_{12}, B_1, D_{21})$  ที่ได้ออกแบบ สามารถเขียนได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} x(t) &= Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z(t) &= C_1 x(t) + D_{12} u(t) \\ y(t) &= C_2 x(t) + D_{21} w(t) \end{aligned}$$

โดยที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$z(t) = C_1 x(t) + D_{12} u(t) = \begin{bmatrix} C_1 & D_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix}$$

$$z^T(t) = [C_1 x(t) + D_{12} u(t)]^T = \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} C_1 & D_{12} \end{bmatrix}^T$$

ถ้า Cross-term จากฟังก์ชันกำลังสองของค่าเอาต์พุตความผิดพลาด  $z(t)$  มีค่าเป็นศูนย์ แล้วดัชนีสมรรถนะ  $J$  สำหรับตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด LQR จะเป็นดังนี้

$$z^T z = [C_1 x + D_{12} u]^T [C_1 x + D_{12} u] = (C_1^T x^T + D_{12}^T u^T)(C_1 x + D_{12} u)$$

$$= x^T \underbrace{C_1^T C_1}_{\equiv Q} x + u^T \underbrace{D_{12}^T D_{12}}_{\equiv R} u + \overbrace{(x^T \cancel{C_1^T D_{12}^T} u + u^T \cancel{D_{12}^T C_1} x)}^{\text{cross-term}} \equiv x^T Q x + u^T R u$$

$$\text{ดังนั้น } \|z(t)\|_2^2 = \int_0^\infty (z^T z) dt = \int_0^\infty (x^T C_1^T C_1 x + u^T D_{12}^T D_{12} u) dt$$

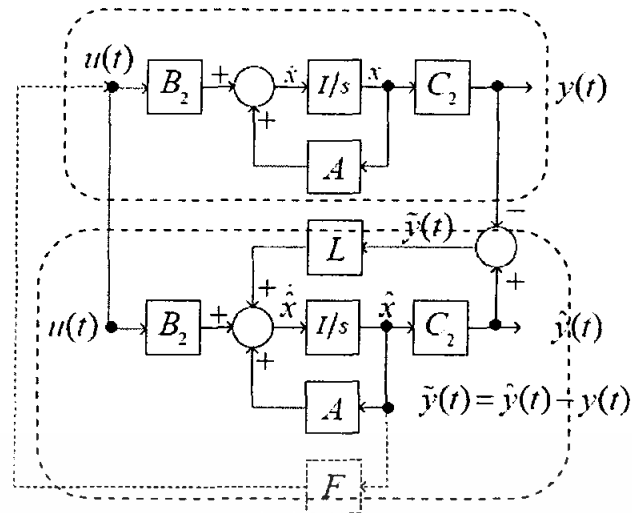
$$J \equiv \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt = \|z(t)\|_2^2 \quad (2.9)$$

ขณะนี้สมการสถานะและสมการเอาต์พุตของ Generalized Plant  $G(s)$  ประกอบด้วยแพลนท์  $(A, B_2, C_2)$  และฟังก์ชันการถ่วงน้ำหนักที่ได้ออกแบบไว้สำหรับควบคุม  $(C_1, D_{12})$  ดังสมการที่ 2.10 ซึ่งเห็นได้ว่าสมรรถนะของระบบควบคุมถูกจำกัดอยู่ในเทอมของขนาดสัญญาณความคลาดเคลื่อน

$$G(s) \begin{cases} \frac{d}{dt} x(t) = Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z(t) = C_1 x(t) + D_{12} u(t) \\ y(t) = C_2 x(t) + D_{21} w(t) \end{cases} \quad (2.10)$$

### 2.2.2 ตัวสังเกตหรือประมาณสถานะแบบ LQE

โครงสร้างของตัวสังเกตหรือตัวประมาณสถานะจะมีโครงสร้างพื้นฐานเช่นเดียวกับแพลนท์ กล่าวคือ มันจะมี 2 อินพุตได้แก่  $u(t)$  และ  $y(t)$  ส่วนเอาต์พุตคือ  $\hat{x}$  หน้าที่ของมันคือสร้างค่าประมาณของ  $x$  ด้วย  $\hat{x}$  ดังแสดงในรูปที่ 2.26



รูปที่ 2.11 ระบบควบคุมที่มีตัวประมาณค่าสถานะ

รูปที่ 2.11 แสดงถึงการแยกระบบออกเป็น 2 ส่วน คือ ส่วนพลศาสตร์ของแพลนท์  $(A, B_2, C_2)$  และส่วนการประมาณความคลาดเคลื่อน  $L\tilde{y} = L(\hat{y} - y)$  โดยที่ปริมาณ  $\tilde{y}(t) = \hat{y}(t) - y(t)$  คือ ความคลาดเคลื่อนของการประมาณค่าปริมาณเอาต์พุต (Output Estimation Error) และเมตริกซ์  $L$  คือ อัตราขยายของตัวสังเกต โดยที่ตัวสังเกตจะมี  $n$  สถานะ ภายใน  $\hat{x}$  และปริมาณอินพุต ได้แก่  $u(t)$  และ  $y(t)$  เห็นได้ว่า  $\hat{x}$  ให้ค่าประมาณของทุกสถานะ  $x(t)$  ถ้า  $L$  ถูกเลือกอย่างถูกต้อง ดังนั้น  $\hat{x}$  คือ สถานะที่ประมาณและปริมาณเอาต์พุตของตัวสังเกต สมการสถานะของตัวสังเกตคือ

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B_2u + L\tilde{y} = A\hat{x} + B_2u + L(\hat{y} - y) \quad (2.11)$$

หรือ

$$\dot{\hat{x}} = (A + LC_2)\hat{x} + B_2u - Ly \quad (2.12)$$

นี่คือระบบทางพลศาสตร์อันดับที่  $n$  ที่มีสถานะเริ่มต้น  $\hat{x}(0)$  เท่ากับค่าประมาณเริ่มต้นของสถานะ ปัญหาคือเราต้องเลือกค่าอัตราขยายของตัวสังเกต  $L$  ถึงแม้ค่าประมาณเริ่มต้น  $\hat{x}(0)$  จะไม่เท่ากับสถานะเริ่มต้นจริง  $x(0)$  เมื่อเวลาผ่านไป สถานะที่ประมาณ  $\hat{x}(t)$  จะลู่เข้าหาสถานะจริง  $x(t)$  ความคลาดเคลื่อนของการประมาณค่าสถานะ (State Estimation Error) สามารถเขียนเป็นสมการสถานะได้ดังนี้

$$\tilde{x}(t) = \hat{x}(t) - x(t) = e(t)$$

$$\dot{\tilde{x}} = \dot{\hat{x}} - \dot{x} = \dot{e}$$

$$= [A\hat{x} + \cancel{B_2u} + L(\hat{y} - y)] - [Ax + \cancel{B_2u}]$$

$$= A(\hat{x} - x) + L(\hat{y} - y)$$

$$= A(\hat{x} - x) + LC_2\hat{x} - Ly$$

$$= A(\hat{x} - x) + LC_2\hat{x} - LC_2x$$

$$= A(\hat{x} - x) + LC_2(\hat{x} - x)$$

$$= (A + LC_2)(\hat{x} - x)$$

หรือ 
$$\dot{\tilde{x}} = (A + LC_2)\tilde{x} \equiv A_0\tilde{x} \quad (2.13)$$

จะเห็นได้ว่าปริมาณควบคุมอินพุต  $u$  ไม่ปรากฏให้เราเห็นเลยจากการหักล้างกันเอง ทั้งนี้ก็เนื่องมาจากว่าปริมาณอินพุต  $u$  ได้ถูกป้อนเข้าตรงๆ เข้าไปใน ตัวสังเกต โดยผ่านเมตริกซ์  $B_2$

สมการ (2.13) คือ ความคลาดเคลื่อนพลศาสตร์ (Dynamics Error) ซึ่งการวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนพลศาสตร์มีความสำคัญต่อทฤษฎีระบบควบคุมป้อนกลับหลายๆ ทฤษฎี เช่นวิชาที่เกี่ยวกับการวัดทางวิศวกรรม (Engineering Measurements) เป็นต้น จากสมการที่ 2.13 นี้เห็นได้ว่าการเลือกค่าอัตราขยายของตัวสังเกต  $L$  สำหรับเมตริกซ์วงปิดของตัวสังเกต (Closed-loop Observer Matrix)  $A_0 = A + LC_2$  เพื่อว่าจะได้มีเสถียรภาพแบบเชิงเส้นกำกับ (Asymptotically Stable) กล่าวคือ ความคลาดเคลื่อนของการประมาณ (Estimation Error)  $\tilde{x}(t)$  จะเข้าหาศูนย์อย่างเส้นกำกับ (Zero Asymptotically) เมื่อไรที่ความคลาดเคลื่อนเริ่มต้นของการประมาณ (Initial Estimation Error)  $\tilde{x}(0) = \hat{x}(0) - x(0)$  ได้เกิดขึ้น

ในการเลือกค่าของ  $L$  เพื่อให้  $(A + LC_2)$  มีเสถียรภาพแบบเชิงเส้นกำกับนั้นไม่ยาก เมื่อเปรียบเทียบปัญหานี้กับปัญหาของการเลือกค่าอัตราขยายของตัวแปรสถานะป้อนกลับ (State Variable Feedback; SVFB)  $F$  เพื่อ  $A_{CL} = (A + B_2F)$  จะได้มีเสถียรภาพแบบเชิงเส้นกำกับ การออกแบบตัวสังเกตนี้เป็นการออกแบบเพื่อหาค่าของเมตริกซ์  $L$  ที่อยู่ทางด้านซ้ายมือ (ของ  $C_2$  ใน  $(A + LC_2)$ ) ในขณะที่การออกแบบค่าอัตราขยายของตัวแปรสถานะป้อนกลับ  $F$  นั้น อยู่ทางด้านขวามือ (ของ  $B_2$  ใน  $A + B_2F$ ) ดังนั้น สามารถมองปัญหาการหา  $L$  ได้ในลักษณะเดียวกับที่ผ่านมา โดยการสลับตำแหน่ง (Transposition) ของเมตริกซ์

$$A_0^T = (A + LC_2)^T = A^T + C_2^T L^T \quad (2.14)$$

จากสมการที่ 2.14 เห็นได้ว่าเหมือนกับปัญหาของการเลือกค่าอัตราขยายของตัวแปรสถานะป้อนกลับ  $F$  เพราะการออกแบบหาค่าเมตริกซ์อัตราขยาย  $L^T$  อยู่ทางด้านขวามือของ  $C_2^T$  ใน  $(A^T + C_2^T L^T)$  เช่นเดียวกันกับที่  $F$  อยู่ทางด้านขวามือของ  $B_2$  ใน  $(A + B_2F)$  อย่างไรก็ตามเห็นได้ว่าการออกแบบเพื่อเลือกค่าอัตราขยายของตัวแปรสถานะป้อนกลับ  $F$  นั้นใช้  $(A, B_2)$  ในขณะที่การ

ออกแบบตัวสังเกตใช้  $(A, C_2)$  ซึ่งมีลักษณะเหมือนกัน คือ ถ้าเปรียบเทียบการออกแบบอัตราขยาย

เอกสารนี้เป็นเอกสารสงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวแปรสถานะป้อนกลับที่เกี่ยวข้องกับ  $(A, B_2, F)$  ด้วย  $(A^T, C_2^T, L^T)$  ในการออกแบบตัวสังเกต ดังนั้นการออกแบบตัวสังเกตเพื่อให้ระบบมีเสถียรภาพด้วยวิธีการหนึ่ง อาจทำได้โดย

1. เปลี่ยนชื่อจาก  $(A, B_2)$  ไปเป็น  $(A^T, C_2^T)$

2. ใช้เทคนิคการออกแบบเพื่อหาอัตราขยายของตัวแปรสถานะป้อนกลับ

เพื่อให้ระบบมีเสถียรภาพโดยใช้เทคนิคการหาอัตราขยาย  $F$  ที่เหมาะสมที่สุดจากที่ได้วางเงื่อนไขไว้

3. เปลี่ยนชื่อจาก  $F^T$  ไปเป็น  $L$

ถ้าพิจารณาจากทฤษฎีระบบคู่ (Dual System) จะเห็นได้ว่าผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นเนื่องมาจากปริมาณ อินพุตและปริมาณเอาต์พุตสามารถแลกเปลี่ยนระหว่างกันและกันได้เป็นอย่างดี

$$(A, B_2, C_2) \Leftrightarrow (A^T, C_2^T, B_2^T) \quad (2.15)$$

จากเดิม Generalized Plant  $G(s)$  คือ

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ z(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{A} & B_1 & \boxed{B_2} \\ C_1 & 0 & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \\ u(t) \end{bmatrix}$$

ดังนั้นระบบคู่ของ  $G(s)$  คือ  $G^T(s)$  หรือ

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ z(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{A^T} & C_1^T & \boxed{C_2^T} \\ B_1^T & 0 & D_{21}^T \\ B_2^T & D_{12}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \\ u(t) \end{bmatrix}$$

ดังนั้นตัวควบคุมแบบ LQE เป็นปัญหาของการหา  $L$  สำหรับระบบ  $(A^T, C_2^T)$  เพื่อให้ดัชนี สมรรถนะ

$$J_E = \int_0^{\infty} (x^T B_1 B_1^T x + u^T D_{21} D_{21}^T u) dt \quad \text{มีค่าต่ำที่สุด} \quad (2.16)$$

จะเห็นว่าตัวสังเกตหรือประมาณสถานะแบบ LQE จะเป็นการออกแบบฟังก์ชันการถ่วงน้ำหนักสำหรับการประมาณ  $(B_1, D_{21})$  ดังสมการ

$$G(s) \begin{cases} \frac{d}{dt} x(t) = Ax(t) + \boxed{B_1 w(t)} + B_2 u(t) \\ z(t) = C_1 x(t) + D_{12} u(t) \\ y(t) = C_2 x(t) + \boxed{D_{21} w(t)} \end{cases} \quad (2.17)$$

### 2.2.3 ตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน LQG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เป็นตัวควบคุมที่มีทั้งตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด  $LQR$  และตัวสังเกตหรือประมาณสถานะแบบ  $LQE$  รวมกัน เพื่อให้ดัชนีสมรรถนะมีค่าต่ำที่สุด โดยการป้อนกลับด้วยอัตราขยายสถานะ  $F$  และค่าประมาณของ  $x(\hat{x})$  เพื่อไปเป็นปริมาณอินพุต  $u = F\hat{x}$  ให้แก่แพลนท์ ดังนั้น เมื่อแทนค่า  $u = F\hat{x}$  (ซึ่งคือปริมาณเอาต์พุตของตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน  $LQG$ ) ในสมการสมการสถานะของตัวสังเกต จะได้สมการสถานะของตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน  $LQG$  ดังนี้

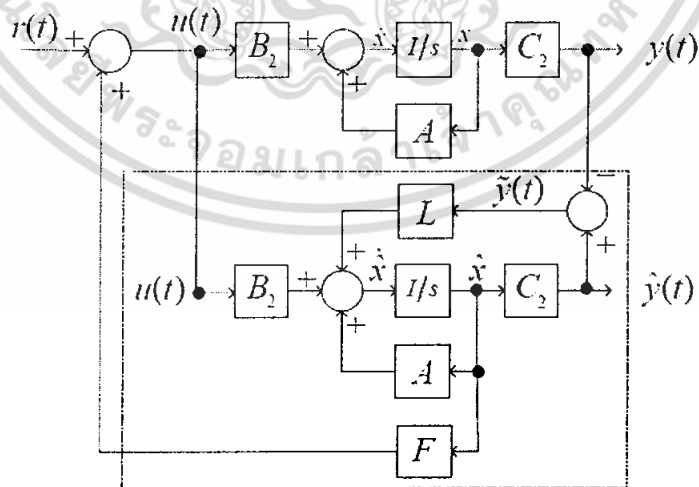
$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A + LC_2)\hat{x} + B_2u - Ly \\ \dot{\hat{x}} &= (A + B_2F + LC_2)\hat{x} - Ly \end{aligned} \tag{2.18}$$

และสามารถเขียนในรูปเซวาร์เลข (Shorthand) ได้เป็น

$$y(t) \rightarrow \left[ \begin{array}{c|c} A + B_2F + LC_2 & -L \\ \hline F & 0 \end{array} \right] \rightarrow u(t) \tag{2.19}$$

ระบบเวลาต่อเนื่องที่มีปริมาณอินพุต  $r(t)$  เมื่อ  $u = r(t) + F\hat{x}$  แล้ว ระบบวงปิดที่ประกอบด้วยแพลนท์และตัวควบคุม จะมีสมการสถานะเป็น

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_2u \\ &= Ax + B_2r(t) + B_2F\hat{x} \\ &= Ax + B_2r(t) + B_2F(\hat{x} + x) \\ \dot{x} &= (A + B_2F)x + B_2F\hat{x} + B_2r(t) \\ \dot{\hat{x}} &= (A + LC_2)\hat{x} \end{aligned} \tag{2.20}$$



รูปที่ 2.12 ระบบเวลาต่อเนื่องที่มีปริมาณอินพุต  $r(t)$

และถ้าพิจารณาว่าปริมาณเอาต์พุตของแพลนท์เป็นปริมาณเอาต์พุตแล้ว จะได้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= (A + B_2 F)x + B_2 F\tilde{x} + B_2 r(t) \\
 \dot{\tilde{x}} &= (A + LC_2)\tilde{x} \\
 \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\tilde{x}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} (A + B_2 F) & (B_2 F) \\ 0 & (A + LC_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tilde{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_2 \\ 0 \end{bmatrix} r(t) \\
 y &= [C_2 \quad 0] \begin{bmatrix} x \\ \tilde{x} \end{bmatrix} = C_2 x
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

วงควบคุมที่ประกอบไปด้วยตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน LQG และแพลนที่นั้น จะมีฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิดเป็น

$$\begin{aligned}
 H(s) &= [C_2 \quad 0] \begin{bmatrix} sI - (A + B_2 F) & -(B_2 F) \\ 0 & sI - (A + LC_2) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} B_2 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 &= C_2 [sI - (A + B_2 F)]^{-1} B_2
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

เห็นได้ว่าเมตริกซ์ระบบ (System Matrix) วงปิด คือ

$$A_{LQG} = \begin{bmatrix} (A + B_2 F) & (B_2 F) \\ 0 & (A + LC_2) \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

ดังนั้น เราสามารถหาโพลวงปิด (Closed-Loop Poles) ได้จาก

$$\Delta(s) = |sI_{2n} - A_{LQG}| = \begin{vmatrix} sI_n - (A + B_2 F) & -(B_2 F) \\ 0 & sI_n - (A + LC_2) \end{vmatrix} \tag{2.24}$$

เมื่อ  $I_n$  เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์ (Identity Matrix) ขนาด  $n \times n$  แต่เนื่องจากว่า  $A_{LQG}$  เป็นเมตริกซ์สามเหลี่ยมบน (Upper Triangular Matrix) ดังนั้น ผลคูณของตัวกำหนด ตามเมตริกซ์เฉียง (Diagonal Matrix) คือ

$$\Delta(s) = |sI_n - (A + B_2 F)| |sI_n - (A + LC_2)| \tag{2.25}$$

จะเห็นได้ว่า โพลวงปิด จะมีจำนวน  $2n$  ตัว ถ้าเราออกแบบตัวควบคุมที่มีตัวสังเกตหรือตัวประมาณค่าสถานะรวมอยู่ด้วย เพราะโพลในวงปิดจะมีทั้งโพลของตัวสังเกตรวมกันอยู่กับโพลของแพลนที่ เรียกว่า “หลักการแยกกัน (Separation Principle)” ซึ่งเป็นหัวใจของทฤษฎีควบคุมแนวใหม่

ขณะนี้สมการสถานะและสมการเอาต์พุตของ Generalized Plant  $G(s)$  ซึ่งประกอบไปด้วย แพลนต์  $(A, B_2, C_2)$  และฟังก์ชันการถ่วงน้ำหนักทั้ง 4 ที่ได้ออกแบบไว้สำหรับควบคุม  $(C_1, D_{12})$  และการประมาณ  $(B_1, D_{21})$  สามารถเขียนได้ดังต่อไปนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$G(s) \left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} x(t) = Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z(t) = C_1 x(t) + D_{12} u(t) \\ y(t) = C_2 x(t) + D_{21} w(t) \end{array} \right. \quad (2.26)$$

ดัชนีสมรรถนะรวมของตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน LQG เป็นดังนี้

$$\left. \begin{array}{l} J_C = \int_0^{\infty} (x^T C_1^T C_1 x + u^T D_{12}^T D_{12} u) dt \\ J_E = \int_0^{\infty} (x^T B_1 B_1^T x + u^T D_{21} D_{21}^T u) dt \end{array} \right\} \text{มีค่าต่ำที่สุด} \quad (2.27)$$

การออกแบบตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน LQG เป็นกรณีพิเศษของตัวควบคุมแบบเหมาะสมที่สุดแบบ  $H_2$  ( $H_2$  Optimal Control) เพราะตัด Cross-Term ของ  $z^T z$  ทิ้งไป ดังนั้นจึงเรียก ตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน LQG ว่าเป็นปัญหาพื้นฐานแบบ  $H_2$  ( $H_2$  Basic Problem)

### 2.3 ตัวควบคุมแบบ Derivative State Constrained Optimal $H_2$

การออกแบบตัวควบคุมที่เรียกว่า Derivative State Constrained optimal  $H_2$  control เป็นแบบแผนของการควบคุมจากการใช้วิธีปริภูมิสถานะที่ได้เพิ่มอนุพันธ์กำลังสองของเทอมตัวแปรสถานะ (Quadratic Derivative) ในดัชนีสมรรถนะมาตรฐานปกติสำหรับตัวควบคุมที่เหมาะสมที่สุดแบบตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน LQG เพื่อหวังผลตอบสนองทางพลศาสตร์ของระบบวงปิด ทั้งนี้ถ้าพิจารณาสมการเอาต์พุต  $y(t) = C_2 x(t)$  จะได้อัตราการเปลี่ยนแปลงต่อเวลาของเอาต์พุต  $y(t)$  ดังสมการ

$$\frac{d}{dt} y(t) = C_2 \frac{d}{dt} x(t) = C_2 \dot{x}(t) \quad (2.28)$$

เมื่อพิจารณาสมการที่ (2.28) อัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $y(t)$  ก็คือการเปลี่ยนแปลงของสัญญาณเอาต์พุตของระบบซึ่งอาจอยู่ในรูปแบบของการแกว่ง (Oscillation) ดังนั้นเพื่อลดอัตราการเปลี่ยนแปลงของเอาต์พุต  $y(t)$  สามารถทำได้โดยบังคับหรือห่วงผ่าน Derivative State ( $\dot{x}(t)$ ) ซึ่งเรียกว่า Derivative State Constrained

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

การเพิ่มอนุพันธ์กำลังสองของเทอมตัวแปรสถานะ มีผลให้สมการดัชนีสมรรถนะมาตรฐานเป็นดังสมการ

$$\begin{aligned} J_C &= \int_0^{\infty} (x^T C_1^T C_1 x + \dot{x}^T \underline{D_{11}^T D_{11}} \dot{x} + u^T D_{12}^T D_{12} u) dt \\ J_E &= \int_0^{\infty} (x^T B_1 B_1^T x + \dot{x}^T \underline{D_{11}^T D_{11}} \dot{x} + u^T D_{21} D_{21}^T u) dt \end{aligned} \quad (2.29)$$

และ Standing Generalized Plant  $G(s)$  จะเป็นดังสมการ

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} x(t) &= Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z(t) &= C_1 x(t) + D_{11} w(t) + D_{12} u(t) \\ y(t) &= C_2 x(t) + D_{21} w(t) \end{aligned} \quad (2.30)$$

โดยที่เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก (Weighting Matrices) ที่ประกอบด้วย Extra Derivative State Constraints Weight เป็นดังนี้

$$B_1 = \begin{bmatrix} \bar{B}_1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} \bar{C}_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{D}_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \bar{D}_{12} \end{bmatrix}, D_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{D}_{21} \end{bmatrix}$$

เมื่อแทนค่า Derivative State Constraints  $\dot{x}$  และกลมกลืนเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $D_{11}$  เข้าไปในน้ำหนักเพื่อการควบคุม (Control Weight) และน้ำหนักเพื่อการประมาณ (Estimation Weight) จะได้

$$\begin{aligned} \bar{B}_1 &= \begin{bmatrix} \bar{B}_1 & A\bar{D}_{11} & 0 \end{bmatrix} \\ \bar{C}_1 &= \begin{bmatrix} \bar{C}_1 \\ \bar{D}_{11} A \\ 0 \end{bmatrix} \\ \bar{D}_{12} &= \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{D}_{11} B_2 \\ \bar{D}_{12} \end{bmatrix} \\ \bar{D}_{21} &= \begin{bmatrix} 0 & C_2 & \bar{D}_{11} & \bar{D}_{21} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$\bar{D}_{11}(\dot{x})$

ดังนั้นรูปแบบเทียบเท่า (Equivalent Form) ของ Generalized Plant จะเป็นไปดังสมการ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}x(t) &= Ax(t) + \tilde{B}_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z(t) &= \tilde{C}_1 x(t) + \tilde{D}_{12} u(t) \\ y(t) &= C_2 x(t) + \tilde{D}_{21} w(t)\end{aligned}\quad (2.31)$$

นั่นคือ การควบคุมแบบ Derivative State Constrained Optimal  $H_{2x}$  จะมีสมการสถานะและเอาต์พุตของตัวควบคุม  $K_{2x}(s)$  เป็นดังสมการ

$$K_{2x}(s) = \left[ \begin{array}{c|c} A + B_2 F_{2x} + L_{2x} C_2 & -L_{2x} \\ \hline F_{2x} & 0 \end{array} \right] \quad (2.32)$$

ภายใต้สมมุติฐานมาตรฐาน ดังนี้

- A-1<sub>2x</sub>)  $(A, B_2)$  สามารถควบคุมได้ และ  $(C_2, A)$  สามารถตรวจจับได้  
 A-2<sub>2x</sub>)  $D_{12}$  มีค่าลำดับชั้นเต็มสดมภ์ (Full Column Rank) และ  
 $D_{21}$  มีค่าลำดับชั้นเต็มแถว (Full Row Rank)  
 A-3<sub>2x</sub>)  $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix}$  มีค่าลำดับชั้นเต็มสดมภ์  $\forall \omega \in \mathbb{R}$   
 $\begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix}$  มีค่าลำดับชั้นเต็มสดมภ์  $\forall \omega \in \mathbb{R}$

โดยที่การคำนวณหาค่า  $F_{2x}$  และ  $L_{2x}$  ในสมการที่ (2.32) มี 2 วิธี ได้แก่ วิธีการตามบทความใน [5] และวิธีการคำนวณโดยใช้ MATLAB<sup>®</sup> Robust Control Toolbox (h2lqg.m) [8]

อย่างไรก็ตามเมตริกซ์น้ำหนัก  $D_{11}$  โดยทั่วไประบุอยู่ในรูปของเมตริกซ์เฉียง (Diagonal Matrix)  $\bar{D}_{11}$  ซึ่งสมาชิกในแนวทแยง (Diagonal Elements) จะสอดคล้องกับน้ำหนักที่ให้กับแต่ละตัวแปรสถานะ

$$\bar{D}_{11} = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{44} \end{bmatrix}$$

ถ้าพิจารณาตามค่าของ  $\bar{D}_{11}$  เราสามารถแยกการพิจารณาออกเป็น 2 กรณีได้ ดังนี้

- กรณีที่ I  
 กรณีนี้ สมาชิกของเมตริกซ์เฉียง  $\bar{D}_{11}$  มีค่าเป็นศูนย์ทั้งหมด บางครั้งเรียกกรณีนี้ว่ากรณีพิเศษของปัญหาตัวควบคุมแบบ  $H_2$  หรือปัญหาของตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน LQG
- กรณีที่ II

กรณีนี้ สมาชิกของเมตริกซ์เฉื่อย  $\bar{D}_1$  อย่างน้อย 1 ตัว มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ วิธีนี้เรียกว่า ปัญหาตัวควบคุมแบบ Derivative State Constrained Optimal  $H_2$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 3

### ระบบเครน

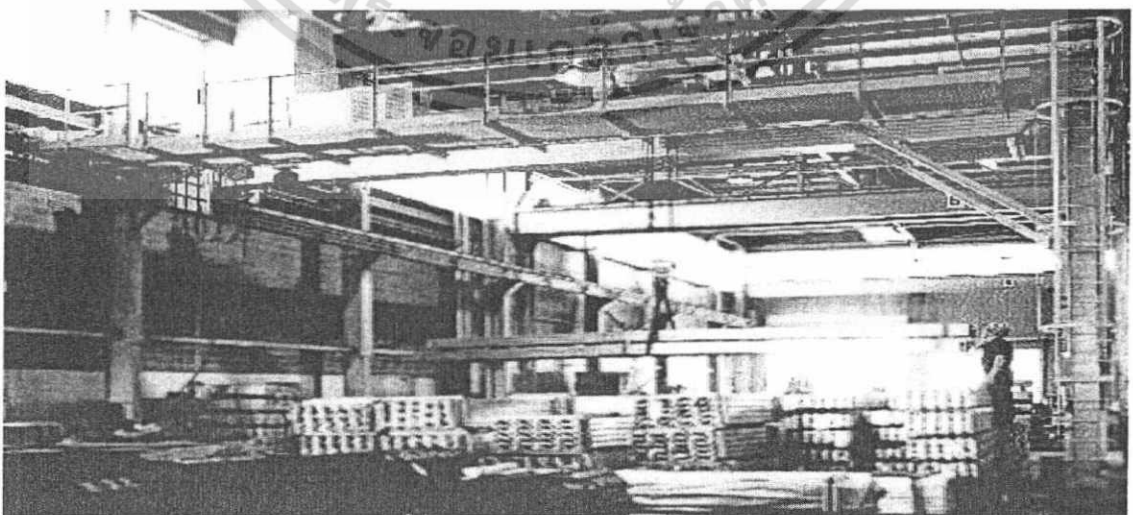
ระบบเครนเป็นระบบที่ใช้กันมากในการขนส่งสินค้าทางเรือ งานในโรงงานอุตสาหกรรมที่ต้องขนย้ายวัตถุที่มีน้ำหนักมาก งานในการติดตั้งเครื่องจักรขนาดต่างๆ ในโรงงานอุตสาหกรรม งานอุตสาหกรรมการก่อสร้าง การขนส่ง งานยกย้ายทั่วไปและรวมไปถึงระบบโลจิสติกส์ ซึ่งที่กล่าวมาก็เพื่อวัตถุประสงค์ช่วยให้ วัตถุ สิ่งของ หรือสินค้าที่ต้องการเคลื่อนย้ายมีความปลอดภัยและรวดเร็ว โดยปัจจุบันได้นำเอาเทคโนโลยีการควบคุมอัตโนมัติมาใช้ในการควบคุมระบบเครน จึงต้องเข้าใจพฤติกรรมของระบบ และหลักการทางวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ เพื่อนำไปหาสมการทางคณิตศาสตร์ เพื่อไปออกแบบตัวควบคุม

#### 3.1 ชนิดของเครน

เครนถูกจำแนกออกได้เป็น 3 ชนิดตามลักษณะของการเคลื่อนที่ [8] และลักษณะโครงสร้างทางกลศาสตร์ดังนี้

##### 3.1.1 เครนชนิดแกนตรี (gantry crane)

โครงสร้างของเครนชนิดแกนตรีแสดงดังรูปที่ 3.1 จะประกอบด้วยส่วนของตัวรถราง (trolley) โดยจะเคลื่อนที่บนแกนเหล็กยาวมีลักษณะเป็นแขนยื่นออกมาซึ่งจะมีความแข็งแรงมาก โดยลักษณะการเคลื่อนที่ของรถรางอธิบายได้ด้วยแบบจำลองหนึ่งระดับขั้นความเสรี (one-degree-of-freedom) ซึ่งแกนเหล็กนี้บางครั้งจะมีลักษณะเป็นรางรถไฟขนานกันและติดตั้งอยู่สูง ด้วยลักษณะนี้เองบางครั้งจึงถูกเรียกว่าเครนชนิดบริดจ์ (bridge crane) หรือเครนเหนือศีรษะ (overhead crane) การเคลื่อนที่ของรถรางจะเคลื่อนที่ในแนวนอน 2 ทิศทาง ซึ่งเป็นที่นิยมใช้กันในโรงงานอุตสาหกรรม เนื่องจากต้นทุนต่ำและสะดวกในการซ่อมบำรุงชิ้นส่วนต่างๆ



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับรูปที่ 3.1 ึงเครนชนิดแกนตรี (gantry crane) ให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### เครนเหนือศีรษะประเภทต่างดังนี้[9]

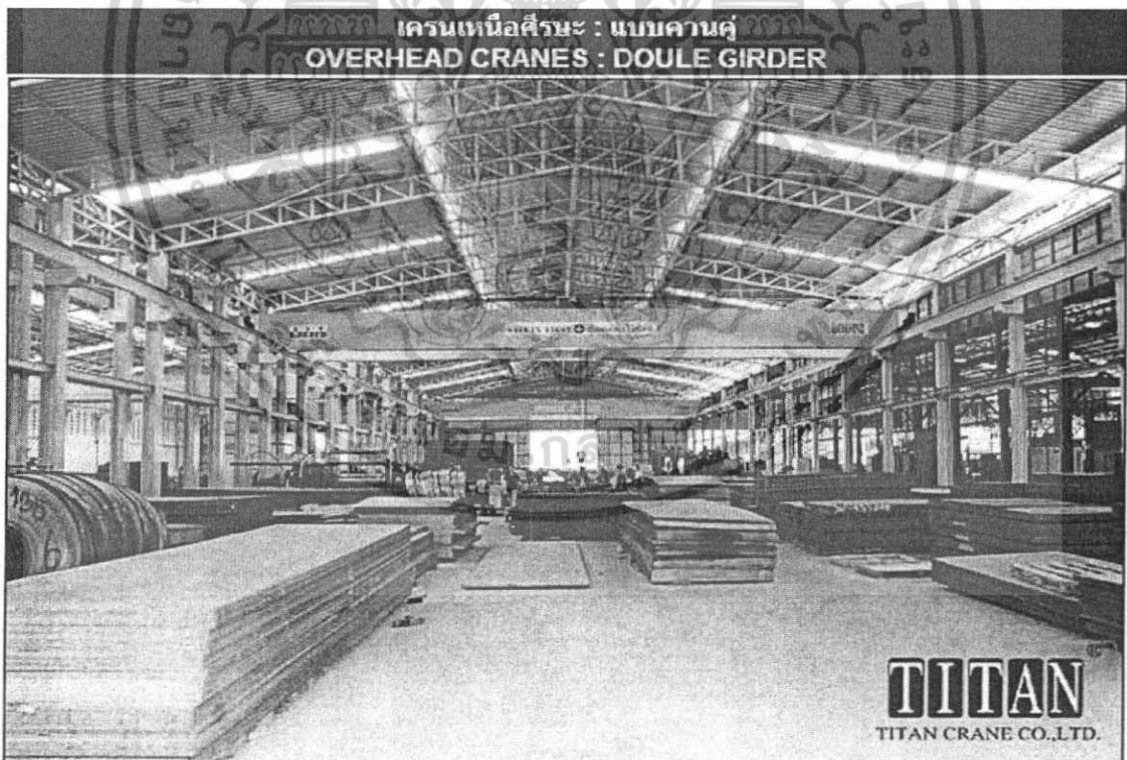
เครนเหนือศีรษะ แบบคานเดี่ยว มีความเหมาะสมใช้กับโรงงานอุตสาหกรรมที่ใช้งานยกน้ำหนักไม่หนักมาก ซึ่งควรมีความกว้างใช้งานตั้งแต่ 6 - 25 เมตร และควรมีน้ำหนักยกตั้งแต่ 0.1 ตัน ถึง 12.5 ตัน เป็นมาตรฐาน ซึ่งจะมีรอกไฟฟ้าสำหรับเครนแบบคานเดี่ยวที่ออกแบบผลิตเป็นมาตรฐานรุ่นต่างๆ ไว้แล้ว สำหรับใช้งานแขวนประกอบกับเครนชนิดนี้ โดยมีความเหมาะสมและปลอดภัย สำหรับเครนชนิดนี้ถือเป็นเครนไฟฟ้าที่ได้รับความนิยมใช้กันมากที่สุดสำหรับทุกงานอุตสาหกรรมในประเทศไทย เพราะโครงสร้างตัวเครนมีน้ำหนักเบาซึ่งไม่เป็นภาระหนักสำหรับโครงสร้างเสาโรงงาน และใช้พื้นที่ความสูงจากราววงเครนถึงหลังคาไม่มากนัก สามารถเคลื่อนที่ยกวัตถุได้ซัดซ้าย-ขวา ได้มากขึ้น เมื่อใช้รอกไฟฟ้า Street รุ่นใหม่ และซิดหน้า-หลัง ของโรงงานได้อย่างเต็มประสิทธิภาพ เพราะสัดส่วนความกว้างของชุดขาเครน (เส้นผ่านศูนย์กลางจากระยะล้อ-ล้อ) ตามมาตรฐาน BS Standard ระยะปลอดภัยอยู่ที่ประมาณ 1/6 ของความกว้างชุดเครนเท่านั้น และสำหรับเรื่องเกี่ยวกับความเร็วในการใช้งานความเครนที่เหมาะสม ซึ่งควรมีความเร็วแบ่งเป็น 2 จังหวะ คือ จังหวะเคลื่อนที่ช้า และเร็วในทิศทางเดียวกัน และปัจจุบันได้มีการนำชุด Inverter เข้ามาใช้ในการคอนโทรลเครนไฟฟ้าเคลื่อนตามแนวระดับราบ เช่นการเคลื่อนที่ของเครนเหนือศีรษะบนรางวิ่งแนวขวาง ซ้าย-ขวา และแนวยาว หน้า-หลังของโรงงาน ทำให้ชุดเครนเคลื่อนที่ได้อย่างนิ่มนวล ลดการสีกหรือ และประหยัดพลังงานอีกด้วย เพื่อให้การใช้งานเครนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ และสะดวกรวดเร็ว พร้อมทั้งยกวัตถุเคลื่อนที่จัดวางได้อย่างนิ่มนวล และปลอดภัย สำหรับในเรื่องการยกสูงผู้ใช้งานทั่วไปส่วนใหญ่ต้องการระยะในการยกสูงประมาณ 5 - 10 เมตร โดยวัดจากพื้นถึงระยะตะขอยกขึ้นสูงสุดถึงใต้คานของเครนไฟฟ้าชนิดนี้



รูปที่ 3.2 เครนเหนือศีรษะ แบบคานเดี่ยว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เครนเหนือศีรษะ แบบคานคู่มีความเหมาะสมกับโรงงานอุตสาหกรรมที่ใช้งานยกน้ำหนักที่หนักมาก ซึ่งควรมีความกว้างใช้งานตั้งแต่ 10 - 30 เมตร และควรมีน้ำหนักยกตั้งแต่ 5 ตัน ถึง 50 ตัน เป็นมาตรฐาน ซึ่งจะมีรอกไฟฟ้าสำหรับเครนแบบคานคู่ที่ออกแบบผลิตเป็นมาตรฐานรุ่นต่างๆ ไว้แล้ว สำหรับใช้งานวางบนเครนแบบคานคู่ โดยมีความเหมาะสมและปลอดภัย สำหรับเครนเหนือศีรษะแบบคานคู่ถือเป็นเครนไฟฟ้าที่ได้รับความนิยมรองลงมาจากเครนเหนือศีรษะแบบคานเดี่ยว เพราะส่วนมากจะใช้สำหรับงานอุตสาหกรรมขนาดใหญ่ ซึ่งมีไม่มากนัก เมื่อเปรียบเทียบกับอุตสาหกรรมขนาดเล็ก และโครงสร้างตัวเครนเป็นแบบคานคู่จึงมีน้ำหนักรวมโครงสร้างมากกว่าเครนแบบคานเดี่ยวในขนาดของเครนที่ใช้ยกน้ำหนักที่เท่ากัน จึงเป็นภาระหนักที่มากกว่าสำหรับโครงสร้างเสาโรงงาน แต่ถ้างานที่ต้องการใช้เครนไฟฟ้ามักมีน้ำหนักยกที่หนักมาก หรือเป็นเครนขนาดใหญ่มาก เครนเหนือศีรษะ แบบคานคู่จะเหมาะสมมากกว่า เพราะมีโครงสร้างที่มีความแข็งแรงและปลอดภัยมากกว่า เหมาะสมกับโรงงานที่ต้องการใช้เครนเหนือศีรษะยกน้ำหนักตั้งแต่ขนาด 10 ตันขึ้นไป และ/หรือ มีความกว้างของโรงงานมากกว่า 20 เมตรขึ้นไป และสำหรับเรื่องเกี่ยวกับความเร็วในการใช้งานความเครนที่เหมาะสม ซึ่งควรมีความเร็วแบ่งเป็น 2 จังหวะ คือ จังหวะเคลื่อนที่ช้า และเร็วในทิศทางเดียวกัน เหมือนกับเครนเหนือศีรษะ แบบคานเดี่ยวทุกประการ แต่เมื่อต้องใช้เครนขนาดใหญ่ขึ้น ก็ควรเลือกใช้ระบบความเร็วที่ช้ากว่าเครนขนาดเล็ก เพื่อการทำงานที่ความปลอดภัย สำหรับผู้ใช้งานทั่วไปส่วนใหญ่ต้องการระยะในการยกสูงประมาณ 6-12 เมตร โดยวัดจากพื้นถึงระยะตะขอยกขึ้นสูงสุดถึงใต้คานของเครนไฟฟ้าชนิดนี้

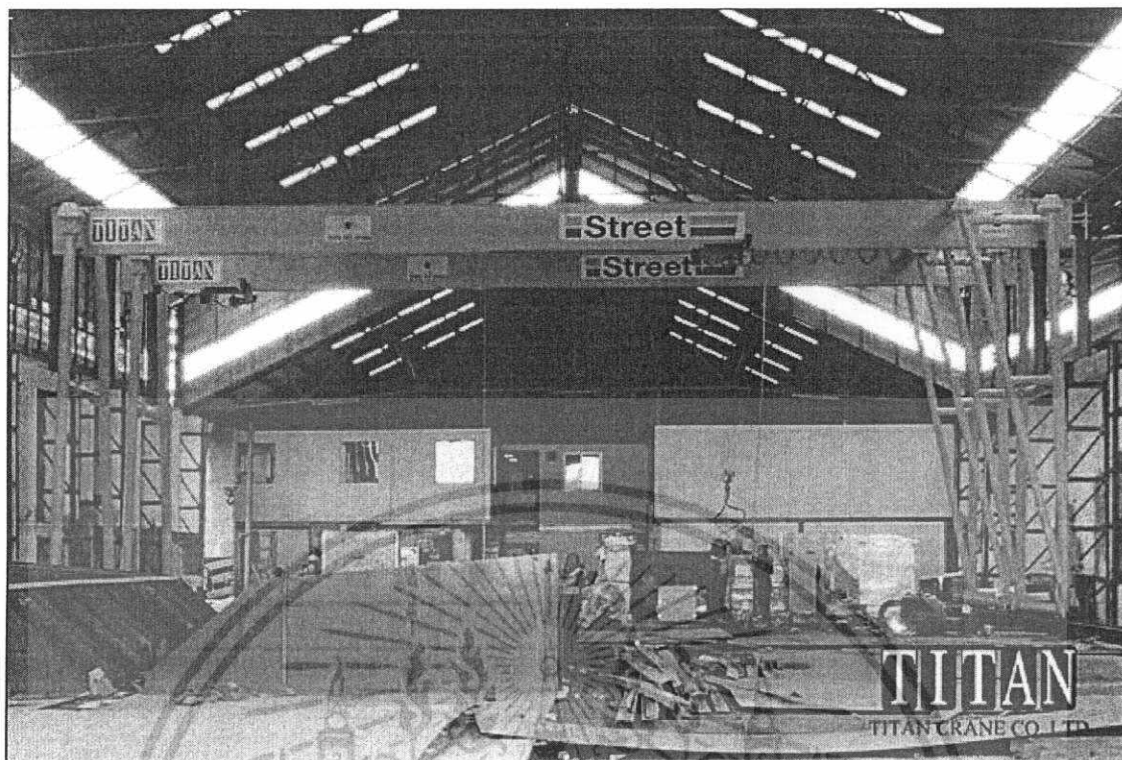


รูปที่ 3.3 เครนเหนือศีรษะ แบบคานคู่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เครนสนามขาสสูง 2 ข้าง แบบคานเดี่ยวมีความเหมาะสมใช้ติดตั้งบนพื้นที่กลางแจ้ง และในร่มใต้หลังคาโรงงาน สำหรับโรงงานที่ไม่ได้เตรียมโครงสร้างเสาไว้เพื่อรับครนเหนือศีรษะ ซึ่งมีความจำเป็นต้องติดตั้งเครนสนามขาสสูง 2 ข้าง วางบนพื้นโรงงาน และลักษณะเช่นเดียวกับครนเหนือศีรษะแบบคานเดี่ยวที่มีความเหมาะสมสำหรับอุตสาหกรรมที่ใช้งานยกน้ำหนักไม่หนักมาก ควรมีความกว้างใช้งานตั้งแต่ 6 -20 เมตร และควรมีน้ำหนักยกตั้งแต่ 0.1 ตัน ถึง 12.5 ตัน เป็นมาตรฐาน ซึ่งจะมียกไฟฟ้าสำหรับครนแบบคานเดี่ยวที่ออกแบบผลิตเป็นมาตรฐานรุ่นต่างๆ ไว้แล้ว สำหรับใช้งานแขวนประกอบกับครนชนิดนี้โดยมีความเหมาะสมและปลอดภัย ซึ่งเครนสนามขาสสูง 2 ข้าง ถือเป็นครนไฟฟ้าที่ได้รับความนิยมใช้กันไม่มากนักในการนำมาใช้ติดตั้งภายในตัวอาคารโรงงาน เพราะจะไม่สะดวกมากนักเมื่อเปรียบเทียบกับครนเหนือศีรษะที่วิ่งอยู่บนรางวิ่งด้านบนหุซังที่เชื่อมติดกับเสาโรงงาน เนื่องจากมีชุดขาครนวิ่งที่วางอยู่บนพื้นที่ด้านล่างจะทำให้เสียพื้นที่ในการใช้งานทั้ง 2 ด้านของโรงงาน ตลอดจนความยาวของอาคารโรงงานไปทั้งหมดแต่ตั้งที่กล่าวไว้ด้านบนคือ เหมาะกับเรื่องที่ต้องแก้ปัญหาสำหรับโรงงานที่ไม่ได้เตรียมโครงสร้างเสาที่แข็งแรงไว้รองรับน้ำหนักครนเหนือศีรษะ และรางวิ่งครนด้านบน หรือเหมาะกับงานที่ต้องการใช้ยกวัตถุหรือสินค้ากลางแจ้งที่ไม่ต้องการสร้างโครงสร้างโรงงาน แต่ผู้ติดตั้งครนก็จะต้องเตรียมงานฐานรากและคานใต้ดินไว้อย่างแข็งแรง เพื่อรองรับรางวิ่งครนเช่นกัน เพราะเครนสนามขาสสูงมีน้ำหนักกดลงบนรางมาก และต้องวิ่งบนรางวิ่งที่มีระดับเท่ากัน และแนวตรงตลอดทาง ซึ่งถ้าฐานรากใต้รางวิ่งไม่แข็งแรงพอก็ทำให้รางครนทรุดตและชุดโครงสร้างครนอาจมีปัญหาเกิดขึ้นได้

สิ่งสำคัญเครนสนามขาสสูง 2 ข้าง แบบคานเดี่ยวไม่ควรทำขนาดความกว้างของชุดคานครนเกินกว่า 20 เมตร และน้ำหนักยกเกินกว่า 12.5 ตัน หรือใช้ความเร็ววิ่งตามแนวยาวเกินกว่า 25 เมตร/นาที เพราะเนื่องจากเป็นครนแบบคานเดี่ยว และตัวครนยกขาสสูง 2 ข้าง ถ้าออกแบบครนกว้างเกินไป โดยใช้ยกน้ำหนักที่มาก หรือเคลื่อนที่เร็วเกินไป เมื่อเกิดความผิดของล้อกับพื้นผิวรางวิ่งหรือระดับรางทั้ง 2 ด้านไม่เท่ากัน ทำให้ขาครนทั้ง 2 ด้านออกตัวไม่เท่ากัน ถ้าออกแบบโครงสร้างคานครนไม่แข็งแรงนัก จะเกิดปัญหากับชุดคานครนดัดตัวบิดโค้งงอตัวได้ หรือทำให้โครงสร้างชุดครนล้มลงเป็นอันตรายได้

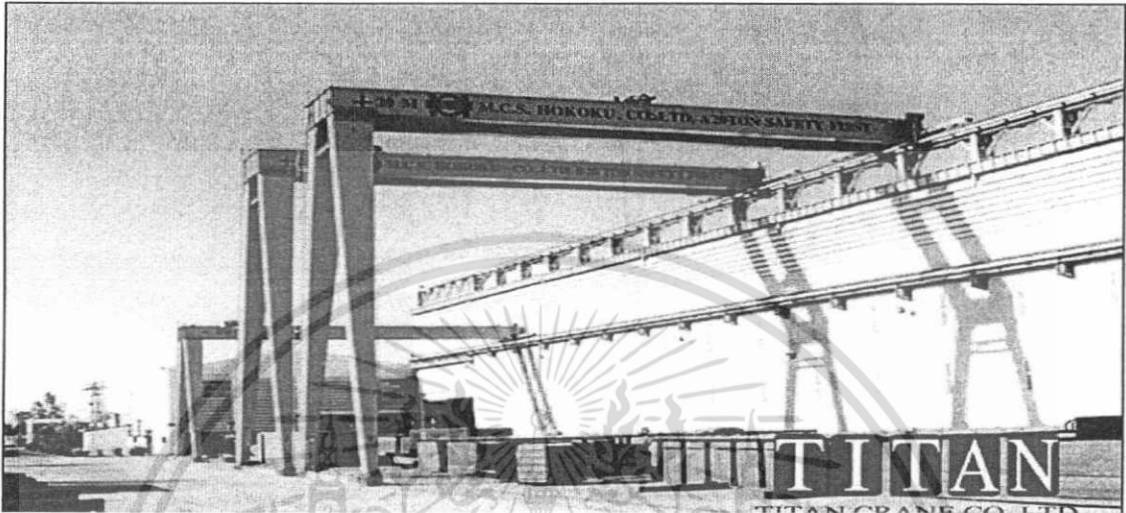


รูปที่ 3.4 เครนสนามขาสูง 2 ข้าง แบบคานเดี่ยว

เครนสนามขาสูงข้างเดี่ยว แบบคานคู้ มีความเหมาะสมใช้ติดตั้งบนพื้นที่กลางแจ้ง และในร่มภายในตัวอาคารโรงงานมีคุณสมบัติทุกประการเช่นเดียวกันกับเครนสนามขาสูงข้างเดี่ยว แบบคานเดี่ยว และกรณีที่ต้องการออกแบบเป็นแบบคานคู้ เพราะผู้ใช้งานต้องการประสิทธิภาพภาพในการยกวัตถุ และสินค้าที่หนักกว่า และพื้นที่ใช้งานในพื้นที่ที่กว้างกว่า ดังเช่นที่กล่าวมาแล้วของลักษณะของเครนแบบคานเดี่ยว และแบบคานคู้ แต่มีข้อแตกต่างในการออกแบบใช้งานบางประการ กับเครนสนามขาสูง 2 ข้าง คือ เครนสนามขาสูงข้างเดี่ยว ไม่ควรออกแบบให้มีเท้าแขน (Cantilever) ยื่นออกมาด้านนอกเหมือนกับเครนสนามขาสูง 2 ข้าง เพราะเครนสนามขาสูงข้างเดี่ยว เมื่อมีเท้าแขนยื่นออกมาด้านข้างถ้าออกแบบได้ไม่ดีเมื่อรอกไฟฟ้ายกน้ำหนักเคลื่อนออกมาสามารถถ่วงให้ชุดขาเครนวิ่งด้านบนยกกระดกถอยออกจากรางวิ่ง และล้มคว่ำด้านข้างลงมาได้ และผู้ออกแบบก็มักไม่นิยมออกแบบตัวล็อกป้องกันการยกกระดกไว้ที่ฝั่งรางวิ่งด้านบนนั้นด้วย โดยถือเป็นความเสี่ยงที่ไม่ปลอดภัยสำหรับผู้ใช้งานโดยตรง สิ่งที่สำคัญสำหรับการออกแบบเครนสนามขาสูงทุกประเภท ถ้าสามารถหลีกเลี่ยงทำได้ สัดส่วนความสูงต่อความกว้าง ต้องไม่น้อยกว่า 3 : 5 เพราะการออกแบบชุดคานที่ยาวกว่าความสูงของชุดขาเครน จะช่วยให้เกิดน้ำหนักถ่วงดุลอีกด้านมากขึ้น ทำให้เครนกระดกตัวพลิกล้มได้ยากกว่า และสำหรับองศาความลาดชันจากกึ่งกลางขาเครนรับชุดคานเครนด้านบนวัดจากเส้นตั้งฉากจากระดับด้านบนขยายกว้างออกมาตามเส้นลาดชันของขาเครนถึงเส้นผ่านศูนย์กลางของล้อเครนด้านล่าง ก็ไม่ควรน้อยกว่า 10 องศา ซึ่งจะทำชุดเครนสนามขาสูงมีขาหยั่งที่กว้างพอประมาณ ทรงตัวไม่ล้มได้ง่าย และอีกประการที่สำคัญคือ การออกแบบเครนสนามขาสูงทุก

ประเภท ต้องคิดค่าถึงระดับพื้นที่รางวิ่งทั้ง 2 ฝั่ง ที่ระดับรางอาจมีการทรุดตัวได้ จึงจำเป็นต้องราคา ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ออกแบบขาครนด้านใดด้านหนึ่งให้มีจุดหมุน (Flexible Leg) เพื่อให้เกิดการยึดหยุ่นตัวได้ แต่ถ้ามีความมั่นใจแน่นอนสำหรับระดับรางครนทั้ง 2 ด้านว่าทำฐานรากไว้มั่นคงแข็งแรง ซึ่งจะไม่มีการทรุดตัวได้ในอนาคต ก็สามารถออกแบบให้เป็นขายึดแน่นทั้ง 2 ด้าน (Fix Leg) ได้เช่นเดียวกัน



รูปที่ 3.5 ครนสนามขาสสูงข้างเดียว แบบคานคู่

ครนเหนือศีรษะแขวนวิ่งใต้ราง สามารถออกแบบสร้างได้ทั้งแบบคานเดี่ยว และแบบคานคู่ ตามความเหมาะสมด้านการใช้งานเกี่ยวกับการยกน้ำหนัก และความกว้างในตัวอาคารโรงงาน ดังที่ได้กล่าวอธิบายไว้แล้วในส่วนของครนเหนือศีรษะที่วิ่งด้านบนรางวิ่ง แต่สำหรับความแตกต่างกันที่ต้องนำมาครนเหนือศีรษะลงมาแขวนวิ่งใต้รางก็คือ ครนลักษณะนี้มีความเหมาะสมใช้กับอาคารโรงงานอุตสาหกรรมบางอย่างที่ต้องการใช้งานพื้นที่ด้านล่างกว้างมากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ เช่นอาคารโรงจอดซ่อมเครื่องบินขนาดใหญ่ หรือโรงงานสร้างเรือยอร์ชในร่ม และโรงงานประกอบชิ้นส่วนโครงสร้างที่มีความกว้างยาวใหญ่โต เพื่อใช้งานยกชิ้นส่วนการประกอบติดตั้งแยกเป็นชิ้นๆ ขึ้นไป โดยอาจจะติดตั้งชุดรางวิ่งแบบคู่เดียวไว้ที่เสาทั้ง 2 ข้าง หรือติดตั้งพร้อมกันหลายๆ รางวิ่งติดยึดไว้ที่โครงสร้างหลังคา ดังเช่นบนภาพด้านบน ซึ่งหลังคาประเภทนี้จะออกแบบสร้างซึ่งไว้อย่างแข็งแรงเพื่อรับน้ำหนักครนที่เคลื่อนไหวได้ด้วย

ครนเหนือศีรษะแขวนวิ่งใต้ราง เหมาะกับงานที่ใช้น้ำหนักไม่หนักมาก ตั้งแต่ 1-12.5 ตัน สำหรับโรงงานที่ออกแบบรางวิ่งแขวนยึดกับจุดรับน้ำหนักที่เสาโรงงานโดยตรง และยกน้ำหนักไม่เกิน 2 ตัน ในกรณีที่รางวิ่งแขวนรับยึดจากโครงสร้างหลังคาที่กว้างมาก และครมมีความกว้างระหว่างช่วงรางวิ่งครน แต่ละช่วงรางวิ่งไม่เกิน 20 เมตร และสำหรับครนชนิดนี้ ถือเป็นครนไฟฟ้าที่ได้รับความนิยมใช้กันเฉพาะงาน ซึ่งมีใช้งานกันไม่มากนัก เพราะถ้าเป็นการใช้งานแบบปกติเมื่อเปรียบเทียบกับครนเหนือศีรษะวิ่งอยู่บนรางจะสามารถทำได้ง่ายกว่า งบประมาณการสร้างถูกกว่า และมีความปลอดภัยมากกว่า จึงถือว่าไม่มีความจำเป็นที่ต้องสร้างครนชนิดนี้เพื่อใช้งานเลย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

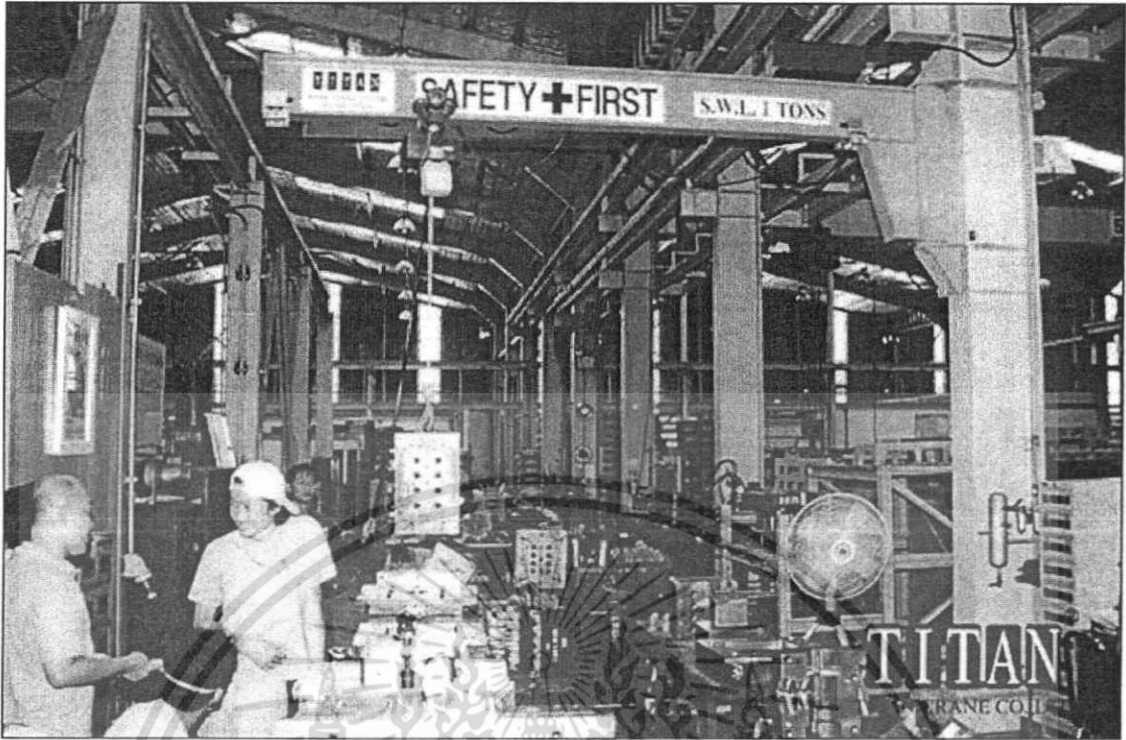


รูปที่ 3.6 เครื่องเหินือศิระแขวนวึงไ้ราง

เครื่องตีผนังยื่นแขนหมุน มีความเหมาะสมใช้สำหรับงานยกวัตถุงานหรือสินค้าเฉพาะพื้นที่รอบวงรีที่มีความยาวของวงแขนที่ยื่นหมุนของชุดเครื่อง เช่นเดียวกับเครื่องตั้งเสายื่นแขนหมุน แต่สิ่งที่แตกต่างกันคือการใช้เสาของอาคารโรงงานเป็นตัวยึดโครงสร้างเพื่อให้แขนหมุนเท่านั้น ซึ่งการออกแบบเครื่องชนิดนี้ต้องคิดถึงความต้องการ 4 ประการที่ต้องตอบคำถามให้ผู้ออกแบบเครื่องเหมือนเช่นเดียวกับเครื่องตั้งเสายื่นแขนหมุนทุกประการ แต่สิ่งที่มีความแตกต่างกันคงมีเพียงเรื่องของรัศมีวงแขนในการหมุน ดังจะเห็นได้จากภาพถ่ายด้านบนว่าเครื่องชนิดนี้ไม่สามารถหมุนได้รอบตัวถึง 360 องศา ซึ่งจะติดปัญหาที่โครงสร้างเสาอาคารโรงงาน ดังนั้นเครื่องตีผนังยื่นแขนหมุนจะเหมาะสมใช้งานหมุนที่ 180 และ 270 องศาเท่านั้น ซึ่งเหมาะใช้งานพื้นที่ติดกับเสาโรงงาน และใช้ยกวัตถุลินค้าข้ามช่องโรงงานเพื่อให้เครื่องเหินือศิระได้ยกต่อไป

สำหรับเสาโรงงานที่เหมาะสมใช้ติดตั้งสำหรับเครื่องชนิดนี้ต้องมีความแข็งแรง เหมาะสมไม่อ่อนโยกตัวได้ โดยต้องผ่านการคำนวณรับแรงดึง และแรงบิดตัวได้ ซึ่งอาจเป็นเสาเหล็ก หรือเสาคอนกรีตก็ได้ และวิธีการติดตั้งเครื่องก็ขึ้นอยู่กับผู้ออกแบบเครื่องจะออกแบบโครงสร้างรับจุดหมุนเครื่องยึดติดกับเสาตามความเหมาะสม ซึ่งจำเป็นจะต้องใช้วิธีการติดตั้งแบบยึดติดด้วยน็อตสกรู เพื่อการปรับแต่งระดับและถอดออกซ่อมบำรุงได้ง่ายด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

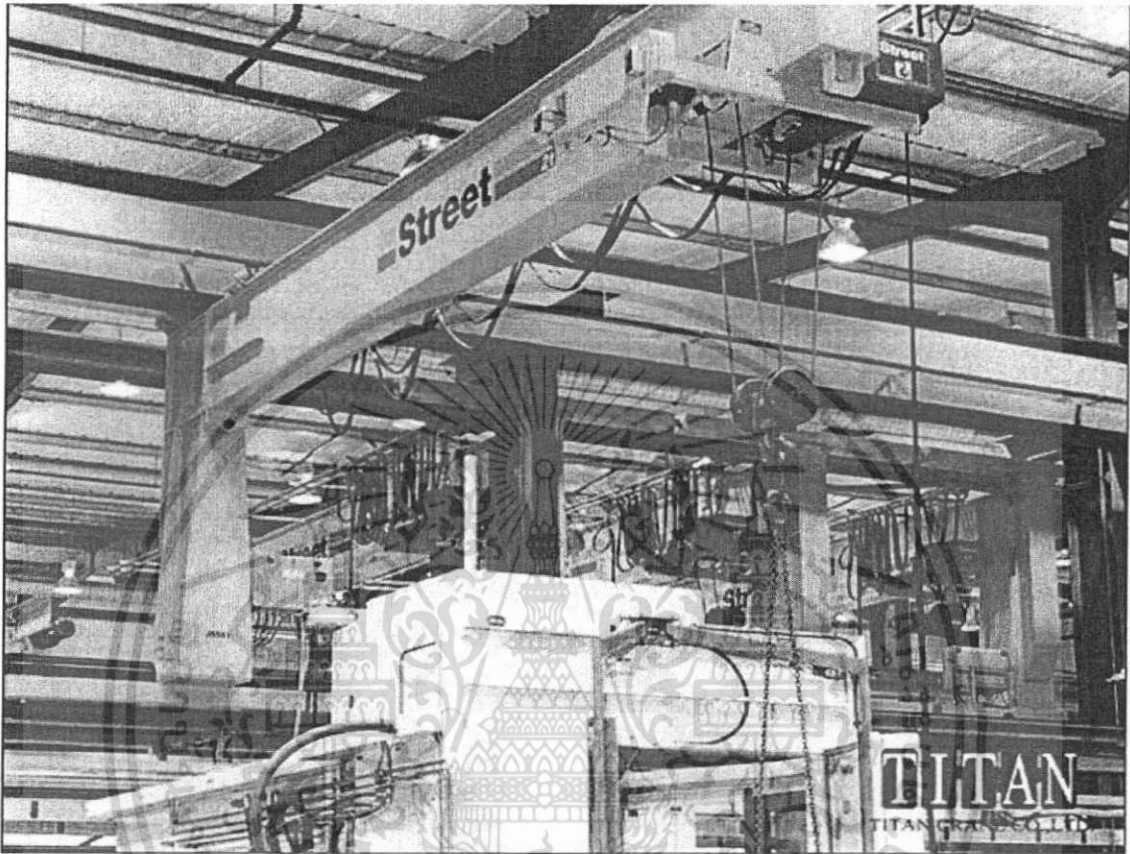


รูปที่ 3.7 เครนติดผนังยื่นแขนหมุน

เครนติดผนังยื่นแขนยก มีความเหมาะสมใช้สำหรับงานยกวัตถุดิบหรือสินค้าตามความยาวตลอดแนวด้านข้างผนังตัวอาคารโรงงาน ซึ่งแตกต่างกับเครนติดผนังยื่นแขนหมุนที่สามารถทำงานได้เฉพาะบริเวณเสาที่ยึดติดเท่านั้น และมีลักษณะแตกต่างกับเครนสนามขาส่งข้างเดียว ตรงที่เครนสนามขาส่งข้างเดียวมีขาเครนข้างหนึ่งวิ่งบนรางด้านบนติดกับเสาโรงงาน และขาเครนอีกข้างหนึ่งวิ่งอยู่ด้านล่างของพื้นโรงงาน แต่เครนติดผนังยื่นแขนยกนั้น มีชุดขาเครน 3 ขา 6 ล้อ วิ่งอยู่บนราง 2 ชั้น โดยชุดขาเครนทั้งหมดติดตั้งไว้ที่รางวิ่งทั้ง 2 ชั้นติดต่อกับเสาข้างผนังโรงงาน และชุดคานเครนยื่นตัวออกมาอิสระเพื่อยกวัตถุหรือสินค้า ซึ่งการใช้งานยกสินค้าตลอดแนวด้านข้างของโรงงานเช่นเดียวกันกับเครนสนามขาส่งด้านเดียว แต่มีความสะดวกมากกว่า แต่เครนชนิดนี้ยังไม่เป็นที่นิยมใช้กันในประเทศไทยมากนักเพราะผู้ใช้งานส่วนใหญ่ยังไม่รู้จัก หรือยังไม่เข้าใจการใช้งานกับเครนชนิดนี้ จึงไม่ได้ออกแบบเตรียมโครงสร้างเสาโรงงานที่แข็งแรงไว้รองรับรางวิ่งเครนชนิดนี้ และเมื่อรู้จักหรืออยากได้ก็ไม่สามารถติดตั้งได้ เพราะโครงสร้างโรงงานที่สร้างไว้ก็ไม่เหมาะสมกับกับเครนชนิดนี้เสียแล้ว

เครนติดผนังยื่นแขนยก สามารถออกแบบสร้างได้ทั้งแบบคานเดี่ยว และแบบคานคู่ โดยโรงงานที่นิยมใช้ส่วนใหญ่จะทำเครนวิ่งเป็น 2 ระดับ โดยวางตำแหน่งเครนเหนือศีรษะวิ่งบนรางด้านบน และวางตำแหน่งเครนติดผนังยื่นแขนยกไว้ด้านล่าง แต่ชนิดนี้มีความเหมาะสมใช้งานยกน้ำหนักไม่หนักมาก ควรใช้งานยกน้ำหนักตั้งแต่ 1-5 ตันเท่านั้น ควรมีแขนยื่นออกมาจากรางวิ่งเพื่อยกวัตถุ ไม่เกิน 6 เมตร และควรมีความเร็วในการวิ่งยาวไม่เกิน 20 เมตร/นาที ที่สำคัญควรใช้อินเวอร์เตอร์ควบคุมการออกและหยุดตัว เพราะการวิ่งแนวยาวที่เร็วเกินไป หรือการออกและหยุดไม่ช้าก็เร็วเกินไป อาจทำให้เกิดการสั่นไหว และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัวอย่างรุนแรง สำหรับเครนชนิดนี้จะเป็นอันตรายสำหรับโครงสร้างเครน และเกิดความไม่ปลอดภัย สำหรับผู้ใช้งานได้



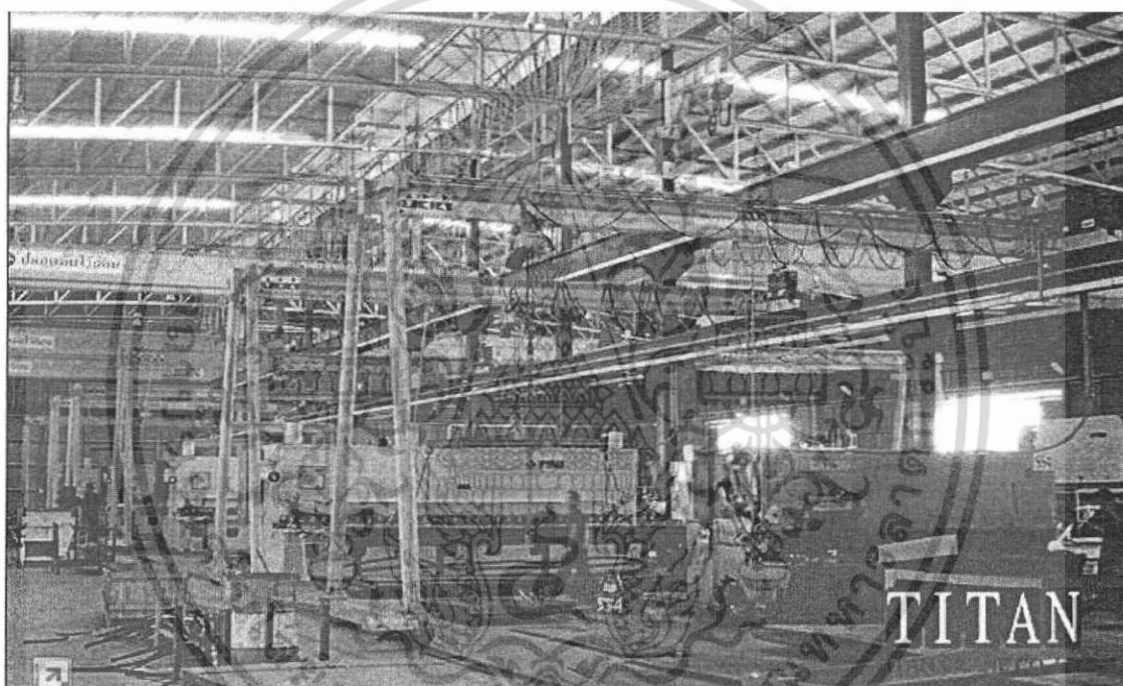
รูปที่ 3.8 เครนติดผนังยื่นแขนยก

เครนสนามขาสองข้างเดียว แบบคันเดียว มีความเหมาะสมใช้บนพื้นที่กลางแจ้ง โดยติดตั้งรางวิ่งชั้นบนไว้ที่เสา ด้านข้าง - นอกตัวอาคารโรงงาน หรือใช้ติดตั้งในร่ม โดยติดตั้งรางวิ่งชั้นบนไว้ที่เสาด้านข้าง - ในตัวอาคารโรงงาน หรือผู้ใช้งานสามารถออกแบบเครนในโรงงานเป็น 2 ระดับได้อีกด้วย โดยใช้ติดตั้งใต้ชุดเครนเหนือศีรษะ เพื่อทำงานเฉพาะกับเครื่องจักร หรือใช้งานกับพื้นที่ในอาคารโรงงานด้านใดด้านหนึ่ง หรือติดตั้งไว้ทั้ง 2 ฝั่งของตัวอาคารโรงงานเดียวกันก็ได้ แต่สิ่งที่สำคัญในกรณีติดตั้งเครนสนามขาสองข้างเดียว ในตัวอาคารโรงงานเดียวกันทั้ง 2 ฝั่งของเสาอาคาร ใต้ชุดเครนเหนือศีรษะด้านบน ผู้ออกแบบจำเป็นต้องเว้นช่องระหว่างกลางของเครนสนามขาสองข้างเดียวที่ติดตั้งไว้ทั้ง 2 ฝั่งให้กว้างพอประมาณ เพื่อให้ชุดลวดสลิงและตะขอของเครนเหนือศีรษะด้านบนสามารถยกวัตถุหรือสินค้า ผ่านได้อย่างสะดวกและปลอดภัยด้วย เพราะปัญหาที่สำคัญของการติดตั้งใช้งานเครน 2 ระดับในตัวอาคารเดียวกันคือ ชุดลวดสลิงและตะขอของชุดเครนเหนือศีรษะด้านบนมักจะเกี่ยว หรือชนกับชุดเครนสนามขาสองข้างที่วิ่งใช้งานอยู่ด้านล่าง เพราะความประมาทและไม่ระมัดระวังของผู้ใช้งานเอง ทำให้เกิดอุบัติเหตุและความเสียหายได้ง่าย เนื่องจากการออกแบบเครน

เอกสารนี้เป็นเอกสารของบริษัทฯ หรือมีการสงวนลิขสิทธิ์ไว้แล้ว โดยผู้เผยแพร่เห็นชอบเผยแพร่เอกสารนี้  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะไม่สะดวกที่จะติดตั้งชุดเซ็นเซอร์ตรวจจับวัตถุอัตโนมัติไว้ตลอดแนวความยาวของคานเครนด้านล่าง เพื่อป้องกันการชนกับชุดลวดสลิงและตะขอของเครนเหนือศีรษะด้านบน หรือยากที่จะติดตั้งชุดเซ็นเซอร์ตรวจจับวัตถุอัตโนมัติไว้ที่ชุดลวดสลิงและตะขอของเครนเหนือศีรษะด้านบน เพื่อป้องกันการเกี่ยวชนกันเครนสนามขาสองชั้นด้านล่าง ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้ความระมัดระวังด้วยสายตาการมองของผู้กวดบังคับเครนทั้ง 2 ระดับเองเท่านั้น

ดังที่กล่าวมาในความสะดวกของการออกแบบติดตั้งเครนแบบ 2 ระดับ เพื่อให้ชุดเครนทั้ง 2 ระดับสามารถวิ่งใช้งานสวนชุดเครนวิ่งทางกันได้ เพื่อความสะดวก และประหยัดเวลาพร้อมทั้งเพิ่มประสิทธิภาพในการทำงาน แต่ก็แฝงไว้ด้วยปัญหาอันตราย และอุบัติเหตุที่ต้องคอยใช้งานอย่างระมัดระวังด้วย

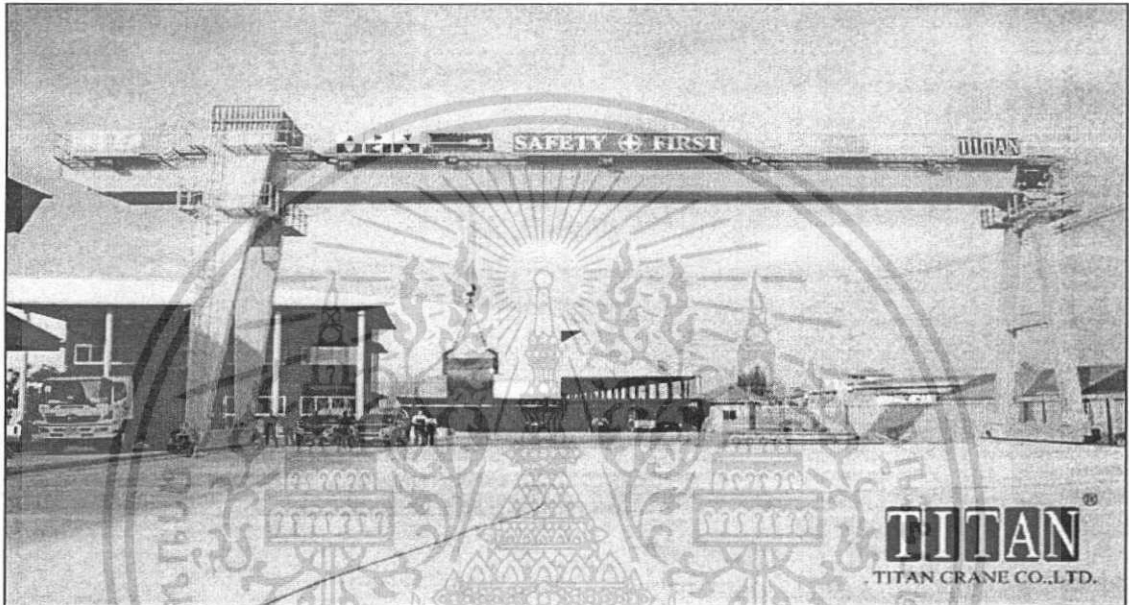


รูปที่ 3.9 เครนสนามขาสองข้างเดี่ยว แบบคานเดี่ยว

เครนสนามขาสอง 2 ชั้น แบบคานคู่มีความเหมาะสมใช้ติดตั้งบนพื้นที่กลางแจ้ง และในร่มได้หลังคาโรงงาน สำหรับโรงงานที่ไม่ได้เตรียมโครงสร้างเสาไว้เพื่อรับเครนเหนือศีรษะ ทุกประการ เช่นเดียวกับเครนสนามขาสอง 2 ชั้น แบบคานเดี่ยว และลักษณะเช่นเดียวกับเครนเหนือศีรษะแบบคานคู่ ที่มีความเหมาะสมกับโรงงานอุตสาหกรรมที่ใช้งานยกน้ำหนักที่หนักมาก ควรที่มีความกว้างใช้งานตั้งแต่ 10 - 30 เมตร และควรมีน้ำหนักยกตั้งแต่ 5 ตัน ถึง 50 ตัน เป็นมาตรฐาน ซึ่งจะมีรอกไฟฟ้าสำหรับเครนแบบคานคู่ที่ออกแบบผลิตเป็นมาตรฐานรุ่นต่างๆ ไว้แล้ว สำหรับใช้วางบนเครนแบบคานคู่ โดยมีความเหมาะสมและปลอดภัย ซึ่งเครนสนามขาสอง 2 ชั้น แบบคานคู่ ถือเป็นเครนไฟฟ้าที่ได้รับความนิยมใช้ไม่ค่อนมากเช่นกัน เพราะเหตุผลเช่นเดียวกันเครนสนามขาสองแบบคานเดี่ยว และอีกประการประเทศไทยสภาวะอากาศร้อน และฝนตกบ่อย จึงไม่ค่อยมีคณงานยอมทำงาน

ไม่ว่าการณ์ใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กลางแจ้งในกรณีที่ต้องการติดตั้งเครนไว้นอกอาคาร แต่เครนชนิดนี้ก็มีความจำเป็นกับงานอุตสาหกรรมบางประเภท เช่น งานเทหล่อแบบชิ้นงานหรือเทเสาคอนกรีตที่ต้องการความร้อนของแสงแดดช่วยทำงาน งานประกอบโครงสร้างขนาดใหญ่ หรืองานที่ต้องการเก็บวัตถุที่มีน้ำหนักหรือประเภทตู้คอนเทนเนอร์สินค้าจำนวนมาก ที่สินค้าไม่มีปัญหาต้องเป็นกังวลเรื่องน้ำฝน ฝุ่น และความร้อน และที่สำคัญในการใช้เครนสนามสูงติดตั้งนอกอาคาร คือความประหยัดเงินจำนวนมากที่ไม่ต้องลงทุนสร้างตัวอาคารโรงงานขึ้นมาปกคลุมสินค้า อีกด้วย



รูปที่ 3.10 เครนสนามสูง 2 ข้าง แบบคานคู่

### 3.1.2 เครนชนิดโรตารี (rotary crane)

รูปที่ 3.11 แสดงถึงโครงสร้างของเครนชนิดโรตารีซึ่ง จะประกอบด้วยแกนเหล็กยาวมีลักษณะเป็นแขนยื่นออกมาสามารถหมุนรอบในแนวนอนได้ และจะมีรยางค์สำหรับยกภาระ (load) โดยจะเคลื่อนที่อยู่บนแกนเหล็กยาว จากลักษณะการเคลื่อนที่ของรยางค์และการหมุนของแกนเหล็กทำให้เครนชนิดนี้สามารถเคลื่อนย้ายภาระได้ทุกจุดในแนวนอนภายในขอบเขตของเครน ในการยกภาระหรือวัตถุต่างๆ ทำได้โดยการควบคุมความยาวของสายเคเบิลที่ติดตั้งอยู่บริเวณแขนหรือฐานของเครนโดยจะเชื่อมต่อกับรยางค์เพื่อใช้ในการดึง

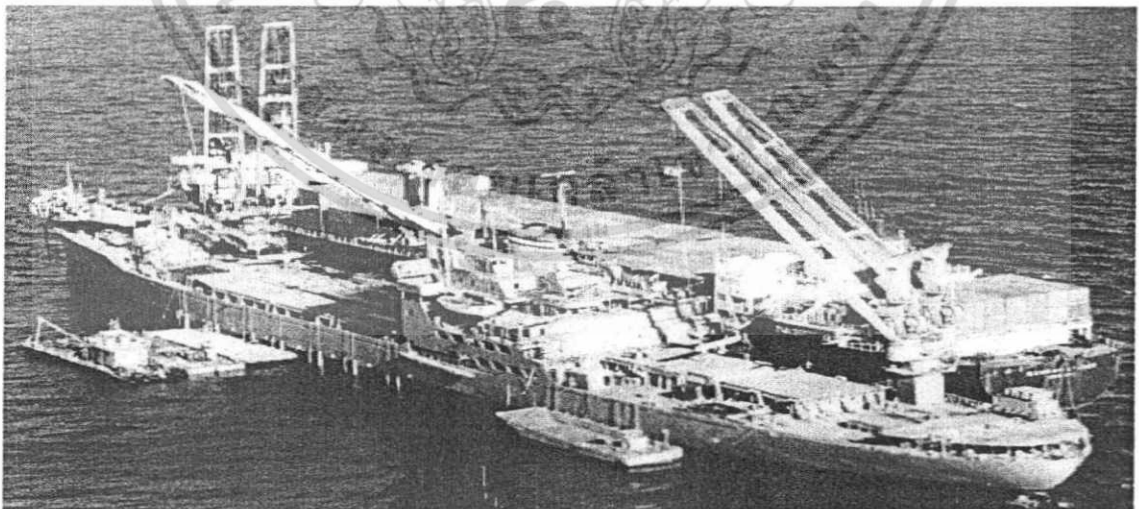
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.11 เครนชนิดโรตารี (rotary crane)

### 3.1.3 เครนชนิดบูมส์ (booms crane)

เครนที่นิยมใช้บนเรือเดินทะเลและท่าเรือจะเป็นเครนชนิดบูมส์ซึ่งมีโครงสร้างแสดงดังรูปที่ 3.12 โดยทั่วไปเครนชนิดบูมส์จะประกอบด้วยส่วนฐานที่สามารถหมุนได้ซึ่งยึดติดอยู่กับบูมส์ ในการเคลื่อนย้ายภาระจะสามารถทำได้โดยแขนไว้ที่ส่วนปลายของบูมส์ ซึ่งจะถูกดึงด้วยสายเคเบิล โดยมีลูกรอกช่วยในการดึงและเก็บสายเคเบิล และส่วนฐานของเครนชนิดนี้สามารถหมุนรอบและเคลื่อนที่ในแนวนอนได้ทุกจุดภายในเรือ โครงสร้างของเครนชนิดบูมส์เหมาะสำหรับการยกภาระที่มีน้ำหนักมาก ในขณะที่เครนชนิดแกนตรี้และเครนชนิดโรตารีเหมาะสำหรับการยกภาระที่มีรูปทรงลักษณะแตกต่าง ดังนั้น เมื่อต้องการยกภาระที่มีน้ำหนักมากเครนชนิดบูมส์จะมีความแข็งแรงมากกว่าเครนชนิดแกนตรี้และเครนชนิดโรตารี



รูปที่ 3.12 เครนชนิดบูมส์ (booms crane)

เนื่องจากระบบเครนจะมีขนาดใหญ่และสูง ดังนั้น ในการเคลื่อนย้ายภาระหรือสินค้าจึงต้องเอกสใช้ความระมัดระวังอย่างมาก การเคลื่อนที่ของรตรางที่ใช้ตั้งภาระจะมีความสัมพันธ์โดยตรงกับมุมรค้ำไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แกว่งของภาระคือ หากรรถรางเคลื่อนที่ด้วยความเร็วจะทำให้เวลาในการเคลื่อนย้ายภาระน้อยแต่ภาระจะแกว่งมากซึ่งจะเป็นอันตรายต่อผู้ควบคุมเครนและภาระได้ ในทำนองเดียวกัน หากรรถรางเคลื่อนที่ช้าจะทำให้ภาระแกว่งน้อยและทำให้การเคลื่อนย้ายภาระมีความปลอดภัยมากขึ้น แต่จะใช้เวลามากซึ่งจะทำให้ค่าใช้จ่ายต่างๆสูงตามขึ้นด้วย ดังนั้น ข้อสำคัญที่ต้องระมัดระวังในการเคลื่อนย้ายภาระโดยใช้ระบบเครนจะมีอยู่ด้วยกัน 3 ข้อคือ ข้อแรก จะต้องควบคุมตำแหน่งของรรถรางเพื่อเคลื่อนย้ายภาระให้มีความแม่นยำและใช้เวลาให้น้อยที่สุด ข้อที่สอง จะต้องลดการแกว่งของภาระที่เกิดขึ้นในขณะที่รรถรางเคลื่อนที่ และข้อสุดท้าย จะต้องควบคุมความยาวของเชือกสลิงที่ใช้ดึงภาระให้มีความแม่นยำและรวดเร็วเพื่อป้องกันไม่ให้ภาระชนกับสิ่งกีดขวาง ทั้งนี้เพื่อป้องกันอันตรายที่จะเกิดขึ้นกับผู้ควบคุมเครน ภาระและอุปกรณ์ต่างๆที่อยู่ในโรงงาน

### 3.2 แบบจำลองระบบ (Plant Modeling)

ในการออกแบบตัวควบคุมนั้น วิศวกรจะอาศัยรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของระบบที่จะถูกควบคุม มาใช้ในการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบที่มีรูปแบบทางคณิตศาสตร์นั้นๆ การที่เราจะควบคุมสิ่งใด เราต้องเข้าใจในสิ่งนั้นให้ถ่องแท้ เช่น คุณลักษณะของระบบนั้นๆ เป็นอย่างไร เป็นต้น แล้วเราจะทราบคุณลักษณะของระบบได้จากที่ไหน คำตอบก็คือ จากสมการคุณลักษณะ ซึ่งหาได้จากรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของระบบนั่นเอง

จากรูปที่ 3.13 แสดงขั้นตอนหาผลการทดลองจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

ขั้นตอนที่หนึ่ง ศึกษาลักษณะทางพลศาสตร์ของระบบครนเหนือศีรษะให้เข้าใจอย่างถ่องแท้ เพื่อที่ว่าจะได้ออกแบบสมการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและการออกแบบตัวควบคุมจะมีประสิทธิภาพมากที่สุด

ขั้นตอนที่สอง หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ใช้หลักการวิเคราะห์แบบทฤษฎีของลากรางจ์

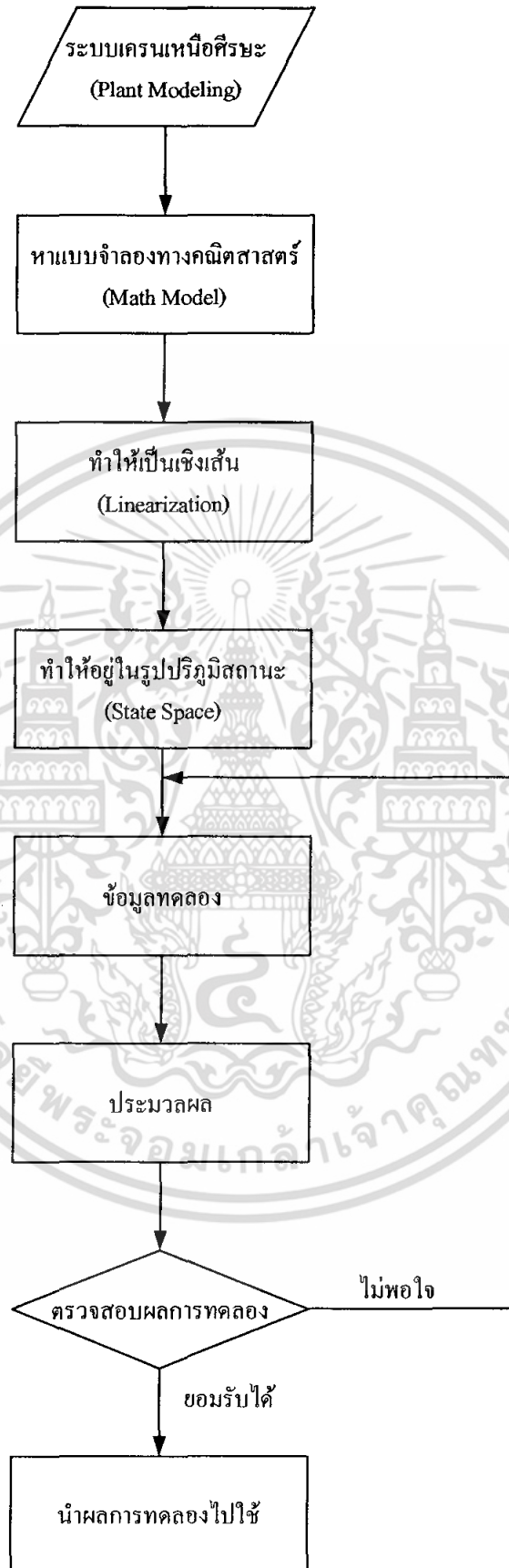
ขั้นตอนที่สาม ทำการประมาณค่าเพื่อให้อยู่ในรูปแบบสมการเชิงเส้น

ขั้นตอนที่สี่ ทำให้อยู่ในรูปแบบปริภูมิสถานะ (state space) เพราะจะง่ายต่อการออกแบบตัวควบคุมสมัยใหม่

ขั้นตอนที่ห้า กำหนดค่าถ่วงน้ำหนักที่ต้องการทดลอง

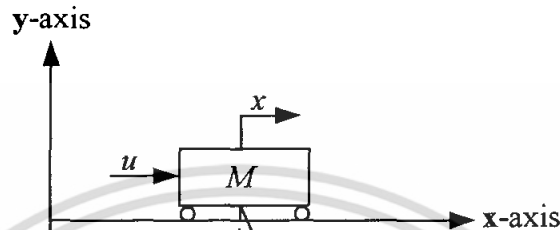
ขั้นตอนที่หก ประมวลผลการทดลอง

ขั้นตอนที่เจ็ด ตรวจสอบว่ายอมรับได้กับผลการทดลองหรือไม่ ถ้ายอมรับได้ก็นำผลการทดลองไปใช้ และถ้าไม่พอใจก็กลับไปเลือกค่าถ่วงน้ำหนักที่เหมาะสมที่สุดกับระบบต่อไปในขั้นตอนที่ห้า



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่รูปที่ 3.13 ขั้นตอนหาผลการทดลองจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

รูปที่ 3.14 แสดงแบบจำลองที่ใช้หาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการวิเคราะห์ทางพลศาสตร์ ในปัจจุบันเป็นที่นิยมคือ กฎของนิวตันและทฤษฎีของลากรางค์ วิทยานิพนธ์นี้จะใช้วิธีของลากรางค์ ส่วนประกอบของของระบบครนเหนือศีรษะประกอบด้วย 3 ส่วนสำคัญ คือรถเครนภาระและเชือก หลักการทำงาน คือ ตัวรถเครน ( $M$ ) จะเคลื่อนที่ได้แกนน  $x$  เท่านั้นและส่วนของภาระ ( $m$ ) จะเคลื่อนที่ได้ทั้งแกนน  $x$  ( $x$ -axis) และแกนน  $y$  ( $y$ -axis)



รูปที่ 3.14 Free body diagram ของระบบครนเหนือศีรษะ

ตัวแปรของของระบบครนเหนือศีรษะประกอบด้วย

$y$ -axis	คือ แกนนตั้งแนวนอน
$x$ -axis	คือ แกนนอน
$u$	คือ แรงที่ป้อนให้รถเครน
$x$	คือ ตำแหน่งของรถเครน
$m$	คือ มวลของภาระ
$M$	คือ มวลของรถเครน
$l$	คือ ความยาวเส้นเชือก
$\theta$	คือ มุมของภาระ

พิกัดการเคลื่อนที่ของรถเครน  $x_1$  แสดงได้ดังนี้

$$x_1 = xi + yj = xi + (0)j \quad (3.1)$$

พิกัดการเคลื่อนที่ของภาระ  $x_2$  แสดงได้ดังนี้

$$x_2 = xi + yj = (x - l \sin \theta)i + (l \cos \theta)j \quad (3.2)$$

โดยที่  $i$  และ  $j$  เป็นเวกเตอร์

เมื่อระบบมีการเคลื่อนที่จะได้ความเร็ว

$$v_1 = \dot{x}_1 = \dot{x}i$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้าน (3.3)  
 $v_2 = \dot{x}_2 = \dot{x}i - l \dot{\theta} \cos \theta i - l \dot{\theta} \sin \theta j$   
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned}
 v_2 &= \dot{x}_2 = (\dot{x} - l\dot{\theta} \cos \theta)i + (-l\dot{\theta} \sin \theta)j \\
 v_2^2 &= \dot{x}_2^2 = [(\dot{x} - l\dot{\theta} \cos \theta)i + (-l\dot{\theta} \sin \theta)j] \cdot [(\dot{x} - l\dot{\theta} \cos \theta)i + (-l\dot{\theta} \sin \theta)j] \\
 &= \dot{x}^2 - \dot{x}l\dot{\theta} \cos \theta - \dot{x}l\dot{\theta} \cos \theta + l^2\dot{\theta}^2 \cos^2 \theta + l^2\dot{\theta}^2 \sin^2 \theta \\
 &= \dot{x}^2 - 2\dot{x}l\dot{\theta} \cos \theta + l^2\dot{\theta}^2
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

หลักการของลากรางค์จะพิจารณา พลังงานจลน์และพลังงานศักย์[10]

$$L = T - V \tag{3.5}$$

พลังงานจลน์ (Kinetic energy: T)

$$T = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \tag{3.6}$$

แทนสมการที่ (3.3) และสมการที่ (3.4) ลงในสมการที่ (3.6) จะได้

$$T = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 - 2\dot{x}l\dot{\theta} \cos \theta + l^2\dot{\theta}^2) \tag{3.7}$$

พลังงานศักย์ (Potential energy: V)

$$V = -mgl \cos \theta \tag{3.8}$$

ดังนั้นจะได้สมการลากรางค์

$$\begin{aligned}
 L &= \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 - 2\dot{x}l\dot{\theta} \cos \theta + l^2\dot{\theta}^2) - (-mgl \cos \theta) \\
 &= \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 - 2\dot{x}l\dot{\theta} \cos \theta + l^2\dot{\theta}^2) + (mgl \cos \theta)
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

รูปแบบทั่วไปของสมการเคลื่อนที่ออยเลอร์-ลากรางค์ ( Euler-Lagrange equation of motion ) คือ

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = Q \tag{3.10}$$

โดยที่  $Q$  คือแรงทั่วไปที่มาทำกับระบบ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์ของภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = F \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = M\dot{x} + m\dot{x} - ml\dot{\theta} \cos \theta$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) = M\ddot{x} + m\ddot{x} - ml\ddot{\theta} \cos \theta + ml\dot{\theta}^2 \sin \theta$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = F$$

$$M\ddot{x} + m\ddot{x} - ml\ddot{\theta} \cos \theta + ml\dot{\theta}^2 \sin \theta - 0 = F$$

ดังนั้นจะได้สมการเคลื่อนที่ของรถเครน

$$(M + m)\ddot{x} = ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml(\dot{\theta})^2 \sin \theta + F ; F = K_v u - b_m \dot{x} \quad (3.12)$$

สมการเคลื่อนที่ของภาระ

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = -m\dot{x}l \cos \theta + ml^2 \dot{\theta}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) = -m\dot{x}l \cos \theta + m\dot{x}l\dot{\theta} \sin \theta + ml^2 \ddot{\theta}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = m\dot{x}l \sin \theta - mgl \sin \theta$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$$

$$-m\dot{x}l \cos \theta + m\dot{x}l\dot{\theta} \sin \theta + ml^2 \ddot{\theta} - m\dot{x}l \sin \theta + mgl \sin \theta = 0$$

$$-m\dot{x}l \cos \theta + ml^2 \ddot{\theta} + mgl \sin \theta = 0$$

ดังนั้นจะได้สมการเคลื่อนที่ของภาระ

$$l\ddot{\theta} = \dot{x} \cos \theta - g \sin \theta \quad (3.14)$$

จากสมการที่ (3.14) เมื่อนำมาประมาณค่า โดยที่  $\sin \theta \approx \theta$ ,  $\cos \theta \approx 1$  เพื่อให้เป็นเชิงเส้นจะได้

$$l\ddot{\theta} = \dot{x} - g\theta$$

$$\ddot{\theta} = \frac{\dot{x}}{l} - \frac{g}{l}\theta \quad (3.15)$$

ประมาณค่าสมการการที่ (3.12) โดยที่  $\sin \theta \approx \theta$ ,  $\cos \theta \approx 1$ ,  $(\dot{\theta})^2 \approx \omega^2 = \frac{g}{l}$  จะได้สมการเชิงเส้น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$M\ddot{x} + m\ddot{x} - ml\ddot{\theta} + ml\left(\frac{g}{l}\right)\theta = F$$

$$M\ddot{x} + m\ddot{x} - ml\ddot{\theta} + mg\theta = F$$

$$(M + m)\ddot{x} = ml\ddot{\theta} - mg\theta + F, \quad F = K_v u - b_m \dot{x} \quad (3.16)$$

นำสมการที่ (3.15) มาแทนในสมการที่ (3.16) จะได้สมการเชิงเส้นของการเคลื่อนที่ดังนี้

$$(M + m)\ddot{x} = ml\left[\frac{\ddot{x}}{l} - \frac{g}{l}\theta\right] - mg\theta + K_v u - b_m \dot{x} \quad (3.17)$$

$$\ddot{x} = \frac{-2mg\theta}{M} + \frac{K_v u}{M} - \frac{b_m \dot{x}}{M}$$

นำสมการที่ (3.17) มาแทนสมการในสมการที่ (3.15) จะได้สมการเชิงเส้นของการเคลื่อนที่ดังนี้

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{l}\left[\frac{-2mg\theta}{M} + \frac{K_v u}{M} - \frac{b_m \dot{x}}{M}\right] - \frac{g}{l}\theta \quad (3.18)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{-(2m + M)g\theta}{Ml} + \frac{K_v u}{Ml} - \frac{b_m \dot{x}}{Ml}$$

จากสมการที่ (3.17) และ (3.18) ทำสมการปริภูมิสถานะของระบบให้เป็นรูปของพีชคณิต ดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -b_m/M & -2mg/M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -b_m/Ml & -(2m + M)g/Ml & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_v/M \\ 0 \\ K_v/Ml \end{bmatrix} u \quad (3.19)$$

ตารางที่ 3.1 แสดงการกำหนดตัวแปรและค่าต่างๆ ที่ใช้ในวิทยานิพนธ์นี้

$m$	มวลของภาระ (1 กิโลกรัม)
$M$	มวลของรถเข็น (5 กิโลกรัม)
$l$	ความยาวเส้นเชือก (1 เมตร)
$g$	ความเร่งเนื่องด้วยแรงโน้มถ่วงโลก (9.81 เมตร/วินาที <sup>2</sup> )
$b_m$	สัมประสิทธิ์ความเสียดทานของรถเข็น (8.11 นิวตัน.เมตร/วินาที)
$K_v$	ค่าคงตัวซึ่งขึ้นอยู่กับค่าคงตัวของมอเตอร์ (0.301)

เมื่อแทนค่าต่างๆ ตามตารางลงไป จะได้สมการสถานะของระบบครนเหนือสี่ระเป็นดังสมการที่ (3.20) ซึ่งจะนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมต่อไป

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1.6620 & -3.9240 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1.6620 & -13.7340 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0602 \\ 0 \\ 0.0602 \end{bmatrix} u \quad (3.20)$$

ในการออกแบบสมการเชิงอนุพันธ์ทั่วไปนั้นสามารถเขียนอยู่ในรูปของกลุ่มสมการเชิงอนุพันธ์อันดับหนึ่งได้ตัวแปรของสมการเชิงอนุพันธ์เรียกว่าตัวแปรสถานะหรือตัวแปรสแตต ซึ่งถ้าแก่สมการของกลุ่มสมการเชิงอนุพันธ์นั้นแล้วผลลัพธ์ก็จะสามารถจะแสดงอยู่ในปริภูมิ (space) ซึ่งมีตัวแปรเหล่านั้นเป็นเป็นแกนของปริภูมิ ความคิดในการบรรยายสมการเชิงอนุพันธ์ในรูปแบบปริภูมิสถานะ (state space description) นี้ก่อให้เกิดวิธีการใหม่ๆ ในการออกแบบระบบควบคุมซึ่งเป็นพื้นฐานของการออกแบบระบบควบคุมที่เรียกว่าการควบคุมสมัยใหม่ ที่มีวิธีการแตกต่างจากวิธีการที่เรียกว่าการควบคุมแบบคลาสสิก โดยวิธีการออกแบบตัวควบคุมแบบคลาสสิกนั้นจะใช้สมการฟังก์ชันถ่ายโอนเป็นหลัก ซึ่งในวิทยานิพนธ์นี้จะใช้การออกแบบระบบควบคุมนี้โดยวิธีการปริภูมิสถานะ

ข้อดีของการออกแบบโดยวิธีปริภูมิสถานะนี้จะเหมาะสมมากเมื่อระบบมีความยุ่งยาก สลับซับซ้อนคือ มีอันดับของสมการเชิงอนุพันธ์มีค่าสูง หรืออาจจะมีหลายอินพุตและหลายเอาต์พุต (Multiple-Input Multiple-Output, MIMO) และรูปแบบทั่วไปของสมการปริภูมิสถานะเขียนได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_2u \\ y &= C_2x + D_2u \end{aligned} \quad (3.21)$$

$\dot{x}$  = อนุพันธ์ของเวกเตอร์สถานะ

$x$  = เวกเตอร์สถานะ (state vector)

$u$  = เวกเตอร์อินพุต (input vector)

$y$  = เวกเตอร์สถานะ (output vector)

$A$  = เมทริกซ์ระบบ (system matrix)

$B_2$  = เมทริกซ์สัญญาณอินพุต (input matrix)

$C_2$  = เมทริกซ์สัญญาณเอาต์พุต (output matrix)

$D_2$  = เมทริกซ์สัญญาณป้อนไปข้างหน้า (feedforward matrix)

## บทที่ 4

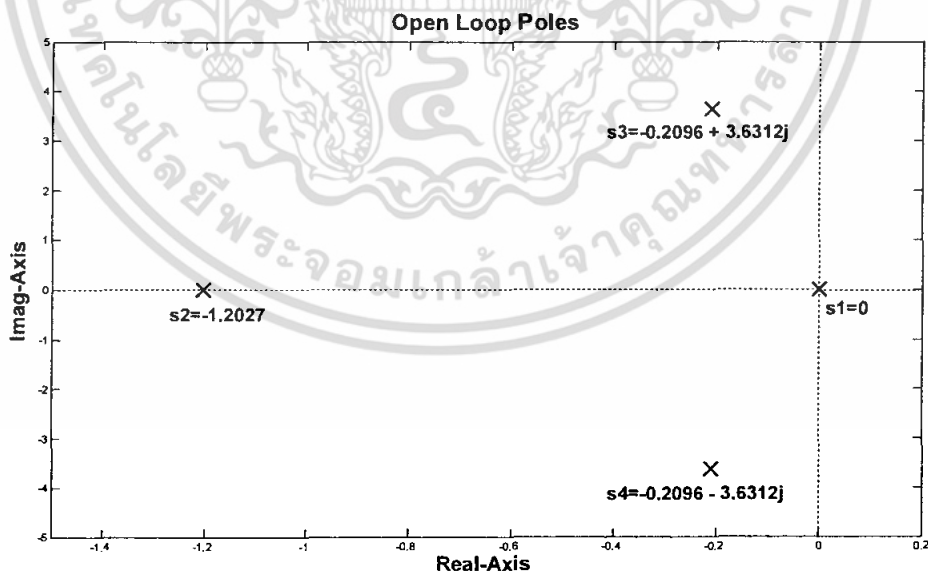
### การออกแบบตัวควบคุมและผลการจำลองระบบ

บทนี้กล่าวถึงการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบครนเหนือศีรษะและผลการจำลองระบบ โดยเนื้อหาประกอบไปด้วยการออกแบบตัวควบคุมและผลการจากการจำลองระบบเวลาต่อเนื่อง โดยใช้โปรแกรม MATLAB ซึ่งลดความยุ่งยากลงได้มาก เพราะเทคนิคการคำนวณเชิงตัวเลขต่างๆ ถูกพัฒนาให้เป็นกลไกภายในของโปรแกรม MATLAB นอกจากนี้ ยังมีโปรแกรม Control Toolbox ที่ถูกสร้างขึ้นมาพิเศษ ให้ใช้งานกับ MATLAB

#### 4.1 การออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลาต่อเนื่องและผลการจำลองระบบ

จากสมการที่ (3.20) สมการสถานะและสมการเอาต์พุตของระบบครนเหนือศีรษะเป็นดังนี้

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1.6620 & -3.9240 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1.6620 & -13.7340 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0602 \\ 0 \\ 0.0602 \end{bmatrix} u,$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} r = \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix},$$



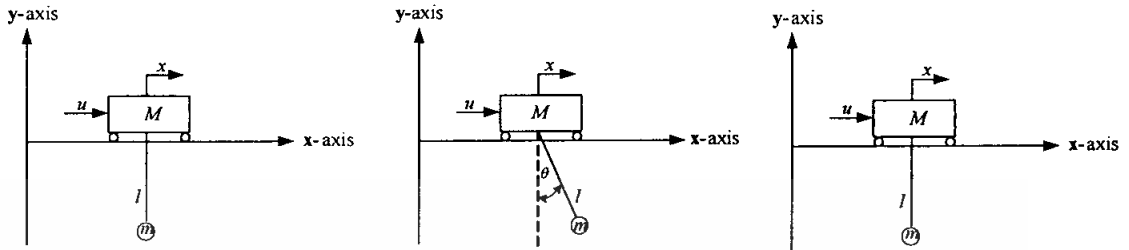
รูปที่ 4.1 โพลของระบบวงเปิด

โพลของระบบหาได้จากการใช้โปรแกรม MATLAB โดยการเขียน M-FILE ตามภาคผนวก ก.

เมื่อ Run แล้วจะได้ผลลัพธ์เป็นดังรูปที่ 4.1 แสดงให้เห็นว่าระบบมีความเสถียรในระบบวงเปิด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปัญหาคือการออกแบบตัวควบคุมเมื่อมีอินพุตที่เป็นแรงมาทำให้ภาระของรถเครน ดังรูปที่ 4.2 ทำให้ภาระเปลี่ยนตำแหน่งไปและในที่สุดก็กลับมาอยู่ในแนวตั้งขณะที่รถเครนมีการเคลื่อนที่และในที่สุดก็กลับมาอยู่ในตำแหน่งเริ่มต้นของมัน



รูปที่ 4.2 การทำให้อยู่ในสถานะเสถียร

4.1.1 ตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด LQR และผลการจำลองระบบ

ในการออกแบบตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด LQR ในที่นี้ระบบเครนเหนือศีรษะ  $(A, B_2)$  สามารถควบคุมได้ขั้นตอนต่อไปในกระบวนการออกแบบ คือการหาเวกเตอร์  $F$  ซึ่งเป็นกฎของการควบคุมแบบป้อนกลับ  $u = Fx$  หรือหาอัตราขยายป้อนกลับ  $F$  (Full State Feedback) เพื่อให้ได้  $J$  มีค่าต่ำที่สุด โดย  $J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt$  และ  $F$  หาได้จาก  $F = -R^{-1} B_2^T P$

จากสมการพีชคณิตรีกาคาติ (ARE)  $-A^T P + P A - P B_2 R^{-1} B_2^T P + Q = 0$  เมตริกซ์  $P$  ที่เป็นคำตอบของสมการรีกาคาติ หาได้โดยกำหนดฟังก์ชันน้ำหนัก  $Q$  และ  $R$  ดังนี้

กรณีที่ย่างที่สุด กำหนดให้  $R = I$  และ  $Q = C_2^T C_2$  โดยที่ทั้ง  $q_{11}$  และ  $q_{33}$  มีค่าเป็น 1 ทั้งคู่ ดังนั้นจากระบบเครนเหนือศีรษะ จะได้

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1.6620 & -3.9240 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1.6620 & -13.7340 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0602 \\ 0 \\ 0.0602 \end{bmatrix} \text{ และ } C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

เมื่อ

$$Q = C_2^T C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

จากนั้นจะเขียน M-FILE ตามภาคผนวก ก. เพื่อหา  $F$  ที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งคำตอบสมการพีชคณิตรีกาคาคือ

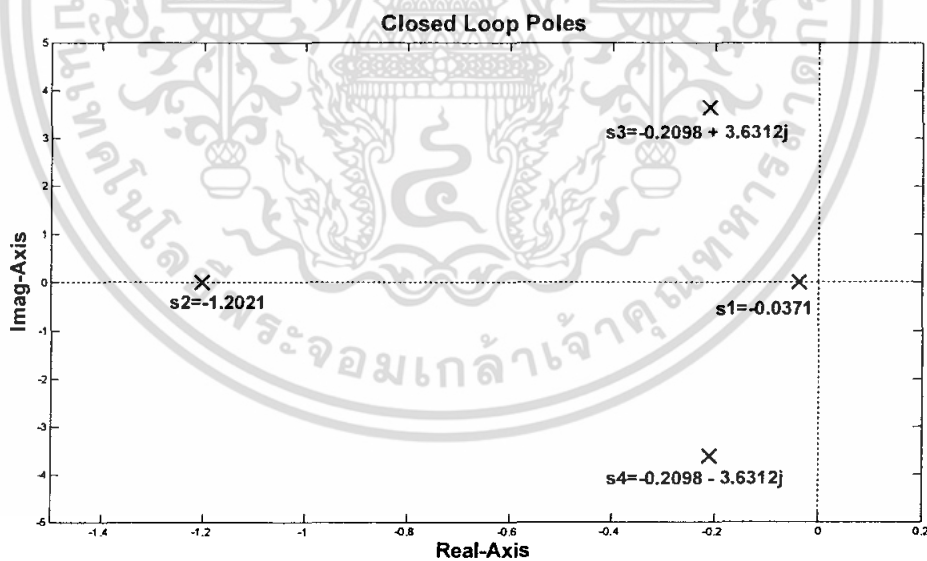
$$P = \begin{bmatrix} 27.7933 & 23.2562 & -0.2381 & -6.6449 \\ 23.2562 & 19.7954 & 0.0282 & -5.6801 \\ -0.2381 & 0.0282 & 1.4084 & 0.0283 \\ -6.6449 & -5.6801 & 0.0283 & 1.7255 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$F = -R^{-1}B_2^T P = [-1.0000 \quad -0.8497 \quad -0.0034 \quad 0.2381]$$

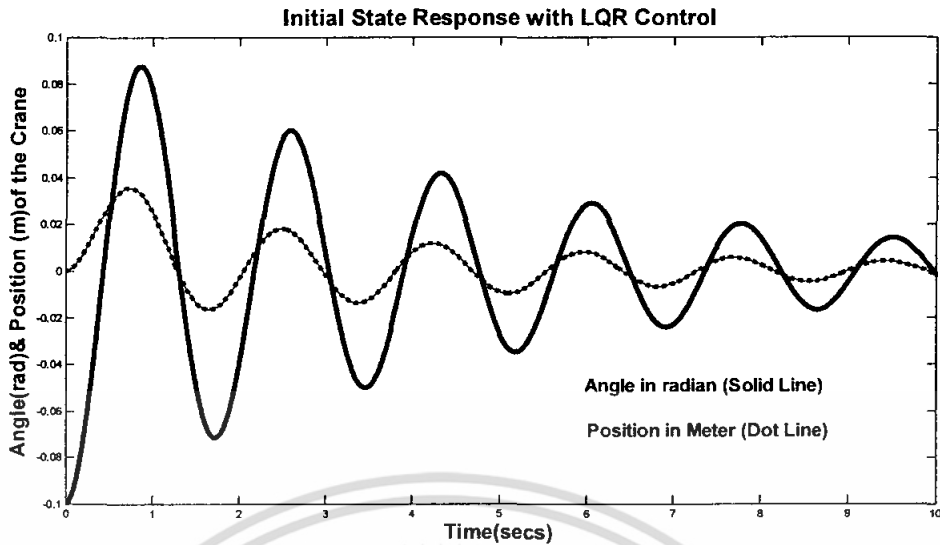
เมตริกซ์ของระบบวงปิด  $H = (A + B_2F)$  หรือ

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.0602 & -1.6732 & -3.9242 & 0.0143 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.0602 & -1.6732 & -13.7342 & 0.0143 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

ดังนั้นโพลของระบบวงปิดมีค่าเท่ากับ  $-0.2098 \pm 3.6312j$ ,  $-1.2021$  และ  $-0.0371$  ดังแสดงในรูปที่ 4.3 ซึ่งโพลของระบบวงปิดทั้งหมดอยู่บนซีกซ้ายของระนาบ  $s$  แสดงให้เห็นว่าระบบมีเสถียรภาพ และผลจากตำแหน่งของโพลจะได้ผลตอบสนองของตำแหน่งและมุมต่อแรงผลึกของระบบ ดังรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.3 โพลของระบบวงปิด



รูปที่ 4.4 ผลตอบสนองต่อแรงพลักด้วยตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด LQR

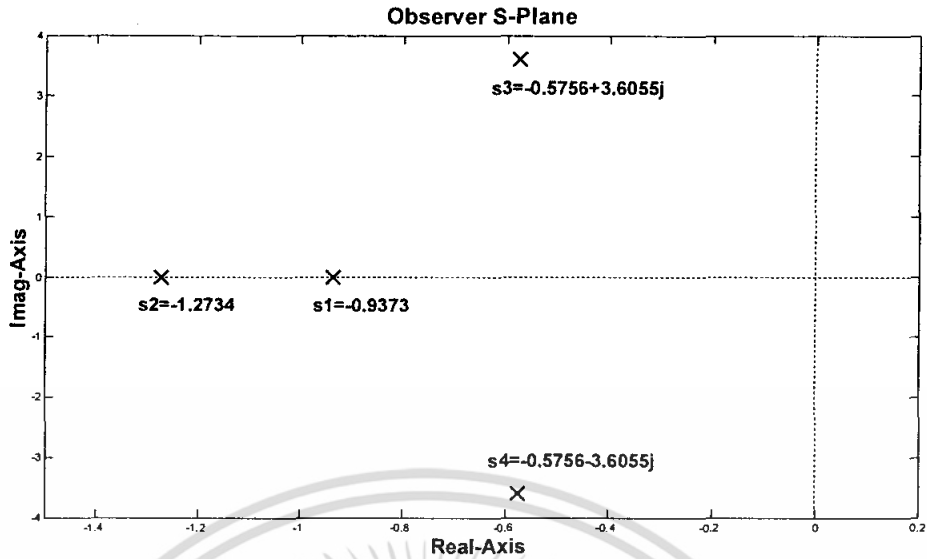
#### 4.1.2 ตัวสังเกตแบบ LQE และผลการจำลองระบบ

โดยการใช้แนวความคิดของระบบคู่  $(A, B_2, C_2) \Leftrightarrow (A^T, C_2^T, B_2^T)$  ที่ว่าในระบบคู่ นั้น ผลที่เกิดขึ้นเนื่องมาจากปริมาณเข้าและปริมาณออกสามารถแลกเปลี่ยนระหว่างกันและกันได้เป็นอย่างดี ดังนั้นหลังจาก Run M-FILE ตามภาคผนวกมาแล้ว จะได้อัตราขยายของตัวสังเกตทางพลศาสตร์  $L$  มีค่าดังนี้

$$L = \begin{bmatrix} -1.0554 & -0.1139 \\ -0.0634 & 0.2517 \\ -0.1139 & -0.6844 \\ -0.4498 & 0.2593 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$\text{โดยที่ } C_2^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

โพลของตัวสังเกตที่เหมาะสมที่สุด  $(A + LC_2)$  อยู่ที่ตำแหน่ง  $-0.5756 \pm 3.6055j$ ,  $-0.9373$ , และ  $-1.2734$  ดังรูปที่ 4.5



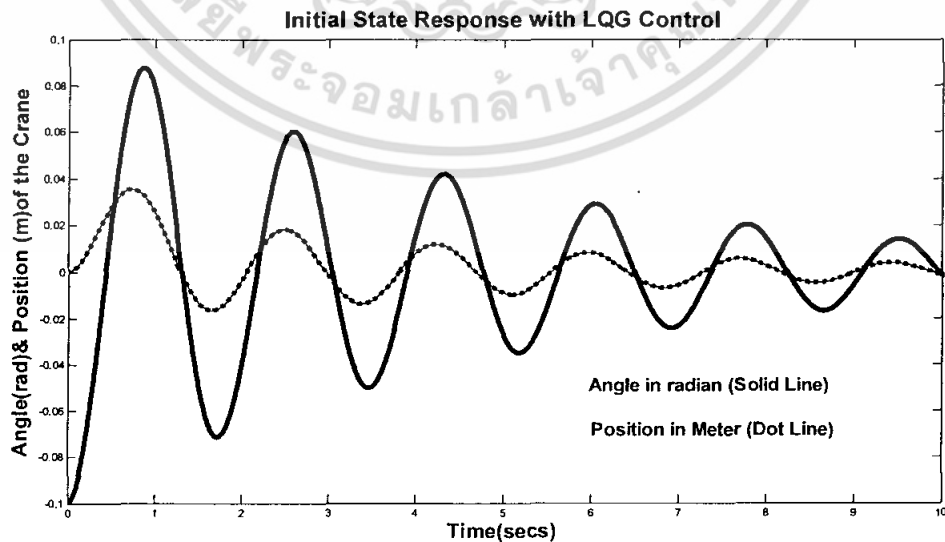
รูปที่ 4.5 โพลของตัวสังเกต

#### 4.1.3 ตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน LQG และผลการจำลองระบบ

ตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน LQG ประกอบไปด้วยตัวคุมค่ากำลังสองน้อยที่สุด LQR และตั้งสังเกตหรือประมาณสถานะแบบ LQE โดยสมการสถานะและสมการเอาต์พุตของตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน LQG เป็นดังนี้

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= (A + B_2F + LC_2)\hat{x} - Ly \\ u &= F\hat{x}\end{aligned}\quad (4.6)$$

หลังจาก Run M-FILE ตามภาคผนวกแล้วผลการตอบสนองต่อแรงพลักด้วยการควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน LQG แสดงดังรูปที่ 4.6



รูปที่ 4.6 ผลตอบสนองต่อแรงพลักด้วยตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน LQG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

#### 4.1.4 ตัวควบคุมแบบ Derivative State Constrained Optimal $H_2$ และผลการจำลองระบบ

ปัญหาในการออกแบบตัวควบคุมเมื่อมีอินพุตที่เป็นแรงพลักต่อระบบ ภาวะของคอนเทรนเหนือสี่ระยะควรถูกเปลี่ยนตำแหน่งและในที่สุดก็กลับมาที่สภาวะศูนย์ การออกแบบตัวควบคุมวิธีนี้จะเน้นที่การห้วงมุมของภาวะของคอนเทรน ( $\theta$ ) โดยการใช้ Derivative State Constrained Weight  $D_{11}$  อย่างไรก็ตามเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $D_{11}$  โดยทั่วไปจะอยู่ในรูปของเมตริกซ์เฉียง  $\bar{D}_{11}$  ซึ่งมีสมาชิกในแนวทแยงสอดคล้องกับน้ำหนักแต่ละตัวแปรสถานะ กล่าวคือ

$$\bar{D}_{11} = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{44} \end{bmatrix} \text{ หมายความว่า } \begin{Bmatrix} d_{11} \\ d_{22} \\ d_{33} \\ d_{44} \end{Bmatrix} \text{ เป็นน้ำหนักสำหรับ } \begin{Bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix}$$

(4.7)

ถ้าพิจารณาตามค่าของ  $\bar{D}_{11}$  เราสามารถแยกการพิจารณาออกเป็น 2 กรณีได้ ดังนี้

กรณีที่ I

กรณีนี้ สมาชิกของเมตริกซ์เฉียง  $\bar{D}_{11}$  มีค่าเป็นศูนย์ทั้งหมด บางครั้งเรียกกรณีนี้ว่ากรณีพิเศษของปัญหาตัวควบคุมแบบ  $H_2$  หรือปัญหาของตัวควบคุมแบบตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน LQG

กรณีที่ II

กรณีนี้ สมาชิกของเมตริกซ์เฉียง  $\bar{D}_{11}$  อย่างน้อย 1 ตัว มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ วิธีนี้เรียกว่า ปัญหาตัวควบคุมแบบ Derivative State Constrained Optimal  $H_2$

กรณีที่ 1 ถ้า  $d_{33} = 50$  แล้ว  $\bar{D}_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

โดยที่เมตริกซ์ถ่วงน้ำหนักทั้ง 4 มีค่าดังนี้

$$\bar{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{D}_{12} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{B}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{D}_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(4.8)

ดังนั้นรูปแบบเทียบเท่าเมื่อเพิ่มฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักแล้ว มีค่าเป็น

$$\check{C}_1 = \begin{bmatrix} \bar{C}_1 \\ \bar{D}_{11}A \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 50 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \check{D}_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{D}_{11}B_2 \\ \bar{D}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

$$\check{D}_{21} = \begin{bmatrix} 0 & C_2\bar{D}_{11} & \bar{D}_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 50 & 0 & | & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

$$\check{B}_1 = \begin{bmatrix} \bar{B}_1 & A\bar{D}_{11} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & -196.2000 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & -686.7000 & 0 & | & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

เมื่อใช้ MATLAB<sup>®</sup> Robust Control Toolbox (h2lqg.m) ในการหาตัวควบคุม  $K_{2x}(s)$  ซึ่งต้องคำนวณหาค่า  $F_{2x}$  และ  $L_{2x}$  โดยข้อมูลอินพุตที่ต้องกำหนดเป็นดังนี้

$$\begin{aligned} A &= A, & B1 &= \check{B}_1, & B2 &= B_2, \\ C1 &= \check{C}_1, & D11 &= \text{zeros}(12,12), & D12 &= \check{D}_{12}, \\ C2 &= C_2, & D21 &= \check{D}_{21}, & D22 &= \text{zeros}(2,1) \end{aligned}$$

สำหรับค่าของ  $d_{33} = 50$  ใน  $\bar{D}_{11}$  เมื่อกลมกลืนเข้าไปในรูปแบบเทียบเท่า  $\check{B}_1, \check{C}_1, \check{D}_{12}$  และ  $\check{D}_{21}$  แล้ว จะมีสมการสถานะและสมการเอาต์พุตของตัวควบคุม  $K_{2x}(s)$  เป็นดังนี้

$$K_{2x}(s) = \left[ \begin{array}{c|c} \frac{A + B_2 F_{2x} + L_{2x} C_2}{F_{2x}} & -L_{2x} \\ \hline & 0 \end{array} \right] \quad (4.12)$$

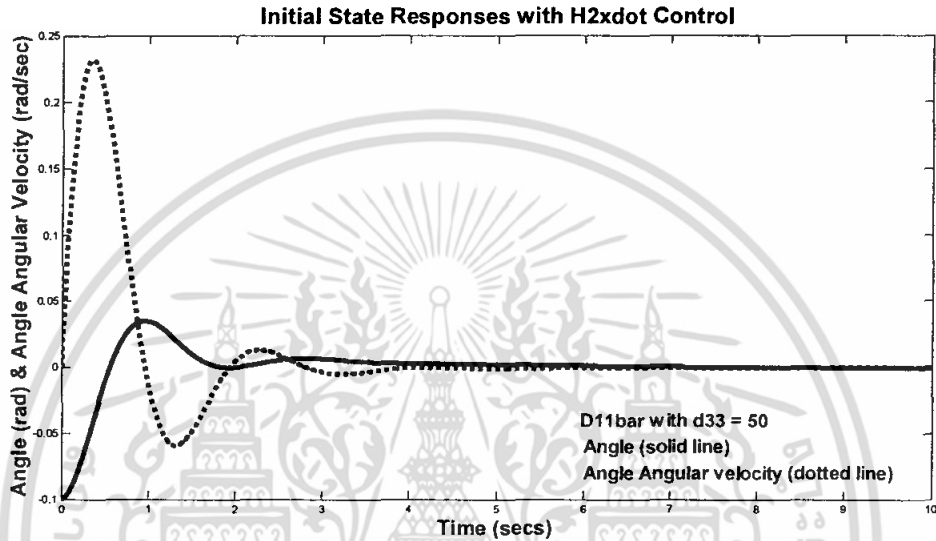
โดยที่

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$F_{2x} = [-1.0000 \quad -1.0156 \quad -45.3637 \quad -41.0791],$$

$$L_{2x}^T = \begin{bmatrix} -1.8515 & -1.2233 & -6.8032 & -9.8871 \\ -0.0027 & 3.9203 & -0.4030 & 13.6382 \end{bmatrix}^T. \quad (4.13)$$

ผลตอบสนองสถานะเริ่มต้นสำหรับมุมของลูกตุ้ม  $\theta(0) = -0.1$  เรเดียน ( $-5.73^\circ$ ) ของตัวควบคุมแบบ  $H_{2x}$  เป็นดังรูป 4.7



รูปที่ 4.7 ผลตอบสนองสถานะเริ่มต้นของตัวควบคุมแบบ  $H_{2x}$

กรณีที่ 2 เมื่อ  $d_{33} = 0$  แล้ว  $\bar{D}_{11}$  จะเป็นเมตริกซ์ศูนย์ และทำให้

$$\bar{C}_1^T \bar{D}_{12} = [\bar{C}_1 \quad \bar{D}_{11}A \quad 0] \begin{bmatrix} 0 & \bar{D}_{11}B_2 & \bar{D}_{12} \end{bmatrix}^T = 0 \quad (4.14)$$

$$\bar{D}_{12}^T \bar{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & \bar{D}_{11}B_2 & \bar{D}_{12} \end{bmatrix} [\bar{C}_1 \quad \bar{D}_{11}A \quad 0]^T = 0 \quad (4.15)$$

ปัญหาของ Optimal  $H_{2x}$  Control จึงเหมือนกับปัญหาของ  $H_2$  Basic หรือ LQG Control นั่นเอง โดยสมการสถานะและสมการเอาต์พุต  $K_{2x}(s)$  ในกรณีนี้สามารถเขียนได้ดังนี้

$$K_{2x}(s) = K_2(s) = \left[ \begin{array}{c|c} A + B_2 F_2 + L_2 C_2 & -L_2 \\ \hline F_2 & 0 \end{array} \right] \quad (4.16)$$

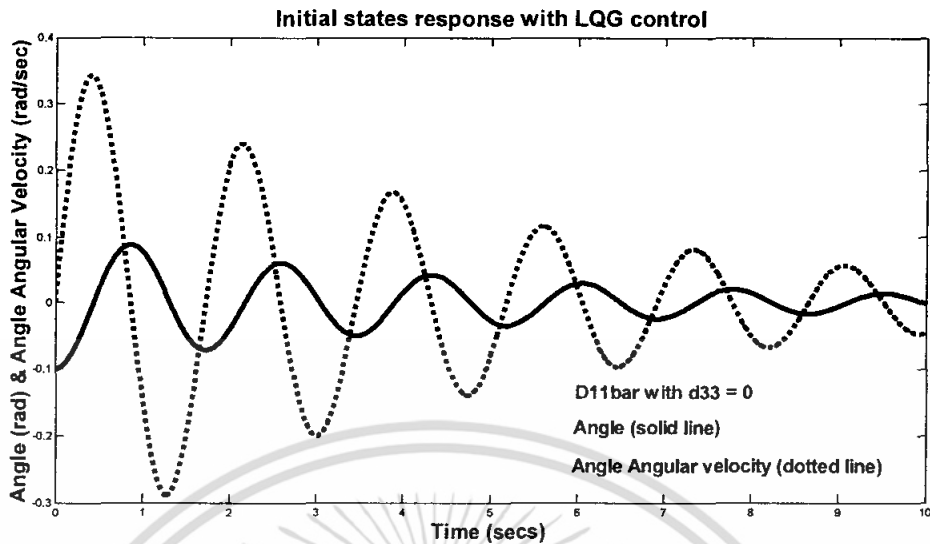
โดยที่

$$F_2 = [-1.0000 \quad -0.8479 \quad -0.0034 \quad 0.2381],$$

$$L_2^T = \begin{bmatrix} -1.0544 & -0.0634 & -0.1139 & -0.4498 \\ -0.1139 & 0.2571 & -0.6844 & 0.2593 \end{bmatrix}^T. \quad (4.17)$$

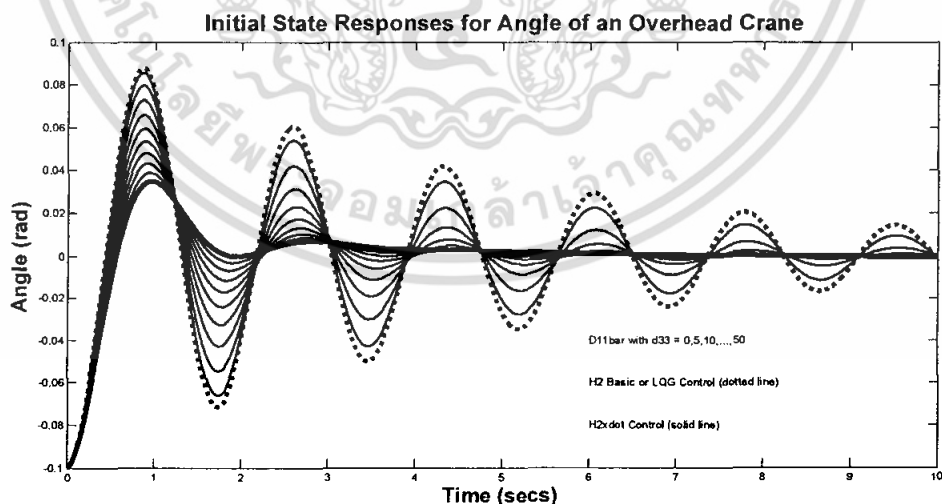
ผลตอบสนองสถานะเริ่มต้นสำหรับมุมของลูกตุ้ม  $\theta(0) = -0.1$  เรเดียน ( $-5.73^\circ$ ) ของตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน LQG แสดงดังรูปที่ 4.8

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น เมื่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.8 ผลตอบสนองสถานะเริ่มต้นของตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน LQG

เมื่อเปรียบเทียบมุมและความเร็วเชิงมุม ของการแกว่งของเครนระหว่างตัวควบคุมแบบ  $H_{2x}$  ดังรูปที่ 4.7 และตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน LQG ดังรูปที่ 4.8 เห็นได้ชัดเจนว่า ผลตอบสนองสถานะเริ่มต้นของตัวควบคุมแบบ  $H_{2x}$  มีความเบี่ยงเบนจากค่าเริ่มต้นน้อยกว่าตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน LQG ที่ไม่มี Derivative State Constraints Weight ดังนั้น การใช้วิธีการถ่วงน้ำหนัก  $\bar{D}_{11}$  สามารถนำไปใช้ในการลดอัตราการเปลี่ยนแปลงไปของมุมเอาต์พุต  $\theta(t)$  ของการแกว่งของเครนได้



รูปที่ 4.9 ผลตอบสนองสถานะเริ่มต้นสำหรับมุมของลูกตุ้มที่เหมาะสมที่สุดแบบ  $H_2$

ในรูปที่ 4.9 แสดงผลตอบสนองสถานะเริ่มต้นสำหรับการแกว่งของภาชนะ โดยเปรียบเทียบ การเปลี่ยนค่าถ่วงน้ำหนัก  $d_{33}$  เริ่มจาก 0 ดังนั้นผลตอบสนองครั้งแรกซึ่งเป็นเส้นประ จะมีค่าพุ่งเกิน เอกสารมากที่สุด ซึ่งเป็นผลตอบสนองของ  $H_2$  Basic หรือตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เซียน LQG ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

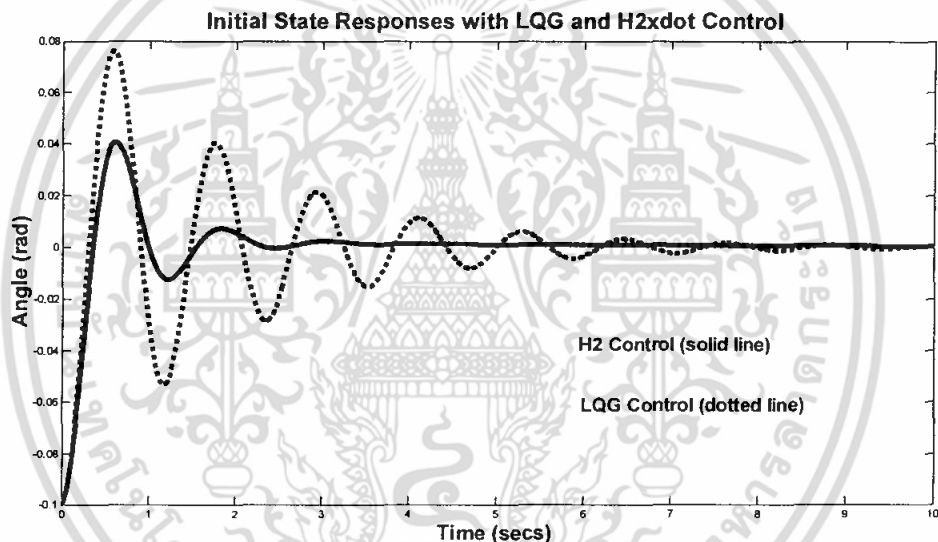
ต่อจากนั้นผลตอบสนองทั้งหมดจะเป็นเส้นทึบซึ่งจัดเป็นของตัวควบคุมแบบ  $H_2$  ทั้งหมด โดยที่การตอบสนองของมุมจะมีค่าพุ่งเกินน้อยที่สุด โดยน้ำหนัก  $d_{33} = 5, 10, 15, \dots, 50$  จะถูกใช้เป็นแนวทางในการเลือกน้ำหนัก  $\bar{D}_{11}$  ที่เหมาะสมกับความต้องการของวิศวกรผู้ออกแบบ และจะเห็นได้ว่าตัวควบคุมแบบ  $H_2$  เป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์อย่างมากสำหรับควบคุมระบบที่มีการแกว่ง

#### 4.2 แสดงผลการจำลอง การเปลี่ยนน้ำหนักของคอนและภาวะ

ผลตอบสนองสถานะเริ่มต้นสำหรับมุมของลูกตุ้ม  $\theta(0) = -0.1$  เรเดียน ( $-5.73^\circ$ ) และ **กรณีที่ 1** ถ้า  $d_{33} = 50$  , **กรณีที่ 2** เมื่อ  $d_{33} = 0$  แสดงดังนี้

4.2.1 น้ำหนักเท่ากัน คือ  $M$  (น้ำหนักของคอน) = 5 kg และ  $m$  (น้ำหนักของภาวะ) = 5 kg

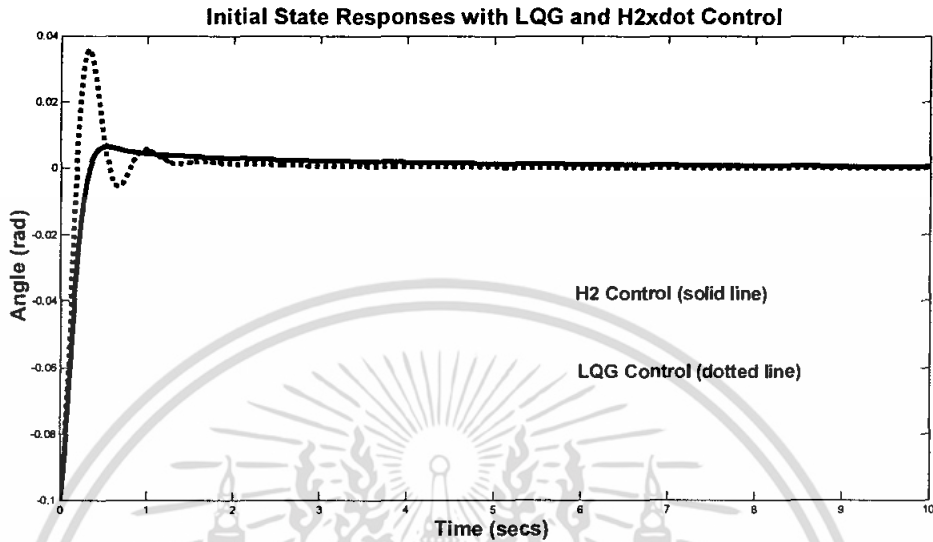
$$F_{2x} = [-1.0000 \quad -1.8604 \quad -19.8374 \quad -33.7918], F_2 = [-1.0000 \quad -1.7900 \quad 0.0199 \quad 1.1924].$$



รูปที่ 4.10 ผลตอบสนองสถานะเริ่มต้นที่น้ำหนัก  $M = 5$ ,  $m = 5$  kg.

4.2.2 น้ำหนักไม่เท่ากัน คือ  $M$  (น้ำหนักของแครน) = 1 kg และ  $m$  (น้ำหนักของภาระ) = 5 kg

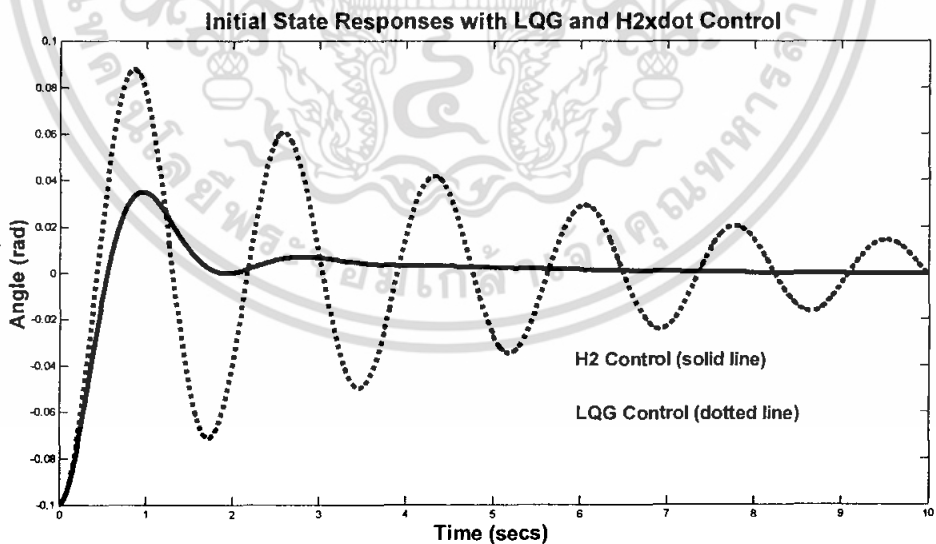
$$F_{2\dot{x}} = [-1.0000 \quad -1.4080 \quad -23.3746 \quad -29.8542], F_2 = [-1.0000 \quad -1.3238 \quad 0.0203 \quad 1.2032].$$



รูปที่ 4.11 ผลตอบสนองสถานะเริ่มต้นที่น้ำหนัก  $M = 1$ ,  $m = 5$  kg.

4.2.3 น้ำหนักไม่เท่ากัน คือ  $M$  (น้ำหนักของแครน) = 5 kg และ  $m$  (น้ำหนักของภาระ) = 1 kg

$$F_{2\dot{x}} = [-1.0000 \quad -1.0156 \quad -45.3637 \quad -41.0791], F_2 = [-1.0000 \quad -0.8497 \quad -0.0034 \quad 0.2381].$$



รูปที่ 4.12 ผลตอบสนองสถานะเริ่มต้นที่น้ำหนัก  $M = 5$ ,  $m = 1$  kg.

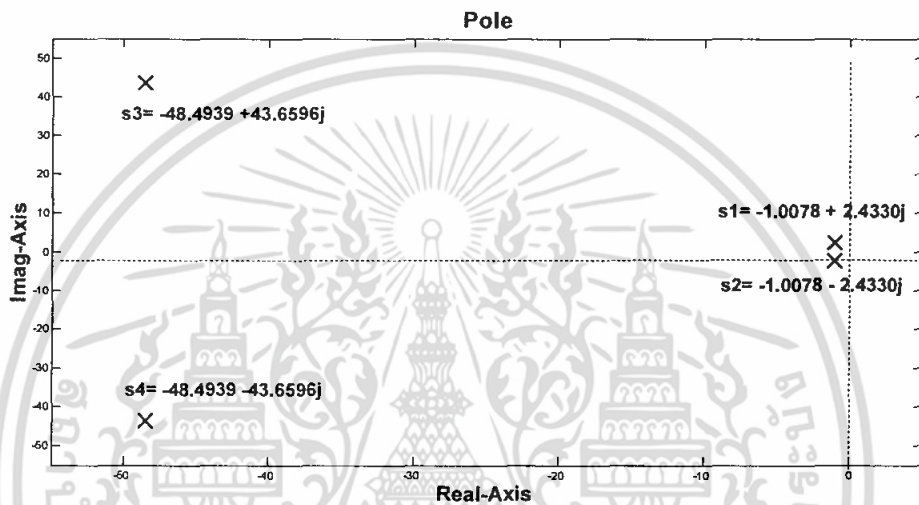
### 4.3 แสดงผลการจำลอง การเปลี่ยนน้ำหนักของ Weight Function

4.3.1 แสดงผลการจำลอง การเปลี่ยนน้ำหนักของ Weight Function โดยน้ำหนัก คือ  $M = 5, m = 1 \text{ kg}$

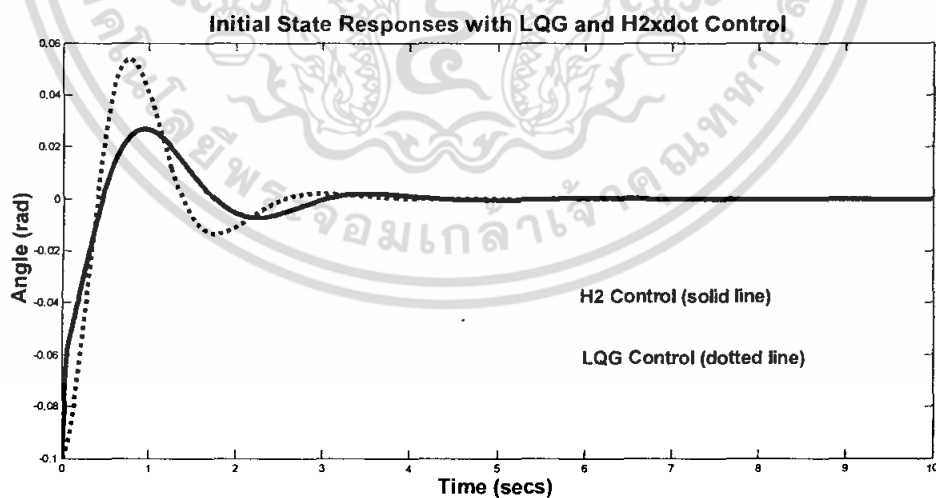
ที่น้ำหนัก  $d_{33}=500, q_{33}=50000$  โดยน้ำหนักภาระ คือ  $M = 5, m = 1 \text{ kg}$ .

$$F_{2x} = [-50000 \quad -15644 \quad -23862 \quad 14026],$$

$$F_2 = [-223.6068 \quad -108.6864 \quad -159.4559 \quad 19.6459].$$



รูปที่ 4.13 โพลของระบบวงปิดที่น้ำหนัก  $d_{33}=500, q_{33}=50000$

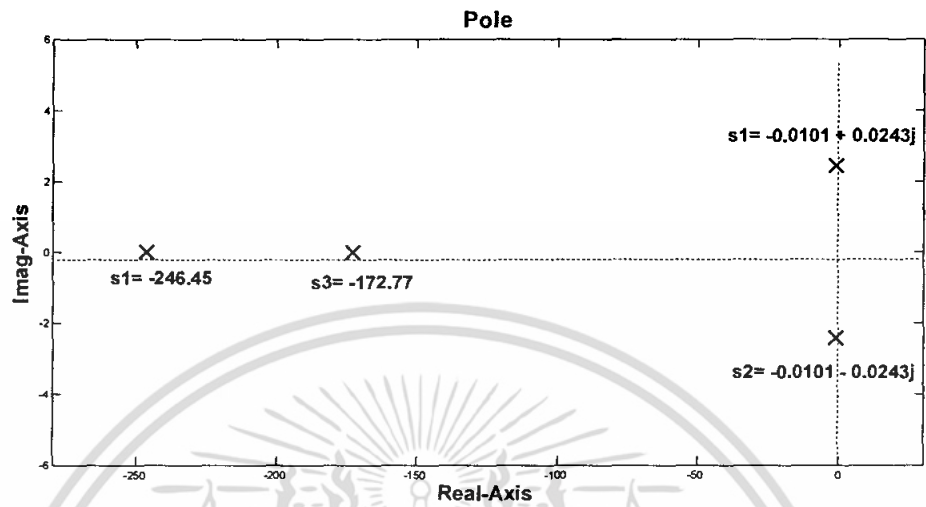


รูปที่ 4.14 ผลตอบสนองต่อแรงผลึกที่น้ำหนัก  $d_{33}=500, q_{33}=50000$

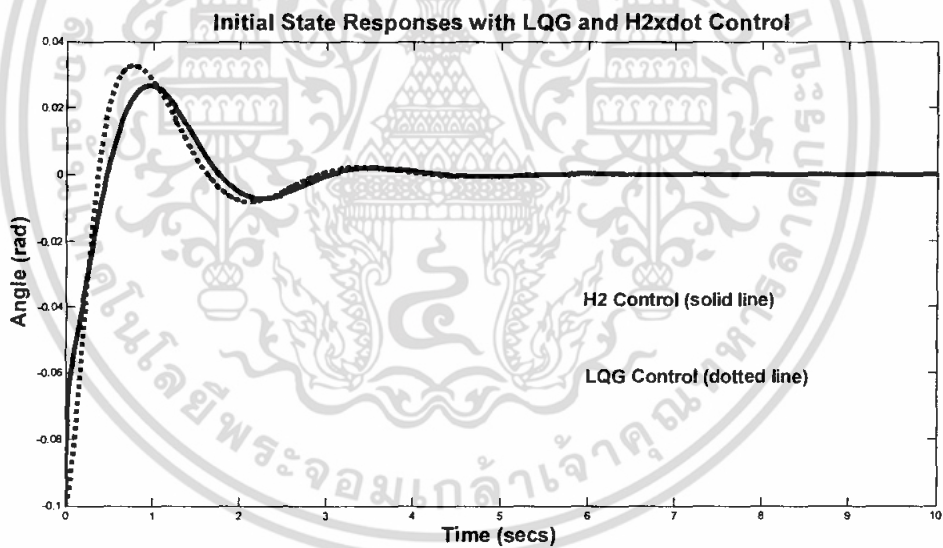
ที่น้ำหนัก  $d_{33}=5000$ ,  $q_{33}=500000$

$$F_{2x} = 1.0e+005 * [-5.0000 \quad -1.5021 \quad -2.2120 \quad 1.4324],$$

$$F_2 = [-707.1068 \quad -303.5108 \quad -524.3149 \quad 126.4030].$$



รูปที่ 4.15 โพลของระบบวงปิดที่น้ำหนัก  $d_{33}=5000$ ,  $q_{33}=500000$



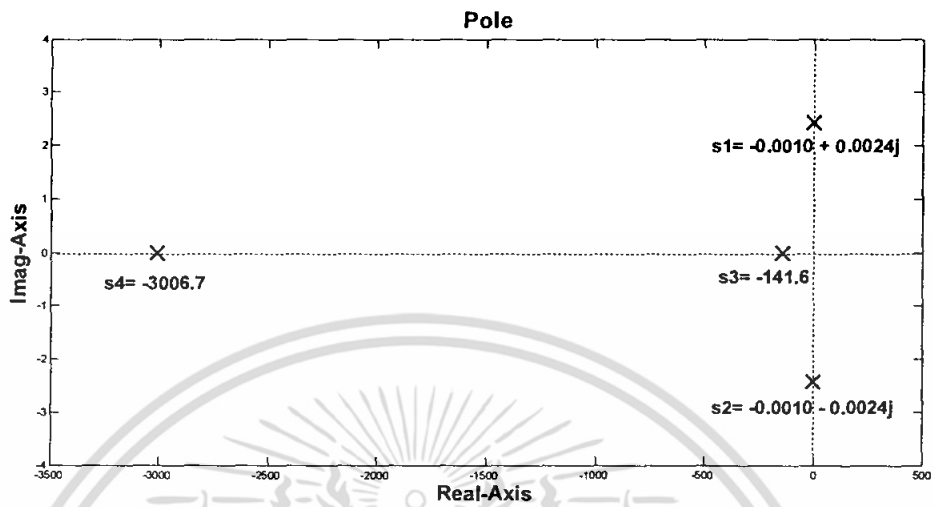
รูปที่ 4.16 ผลตอบสนองต่อแรงพลักที่น้ำหนัก  $d_{33}=5000$ ,  $q_{33}=500000$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

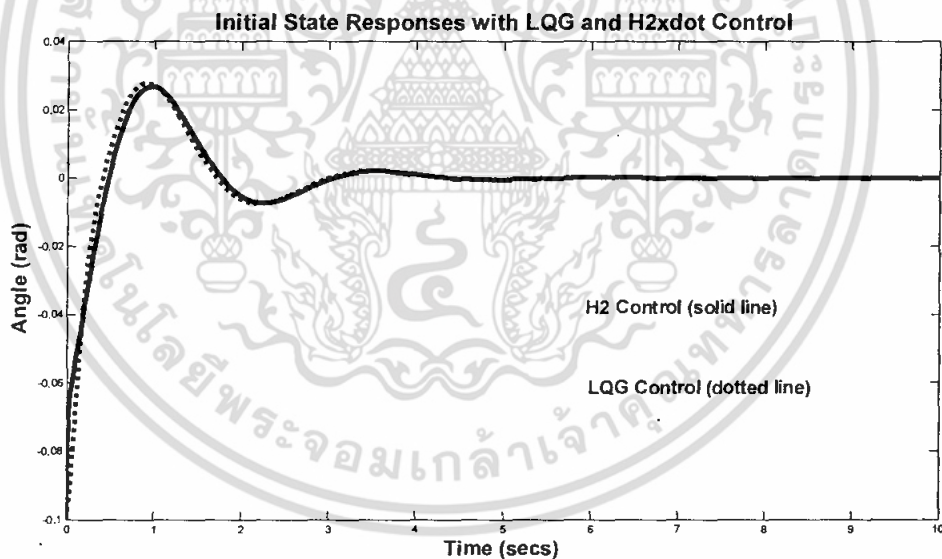
ที่น้ำหนัก  $d_{33}=50000$ ,  $q_{33}=5000000$

$$F_{2x} = 1.0e+006 * [-4.9946 \quad -1.4897 \quad -2.1833 \quad 1.4374],$$

$$F_2 = 1.0e+003 * [-2.2361 \quad -0.8488 \quad -1.4527 \quad 0.5247].$$



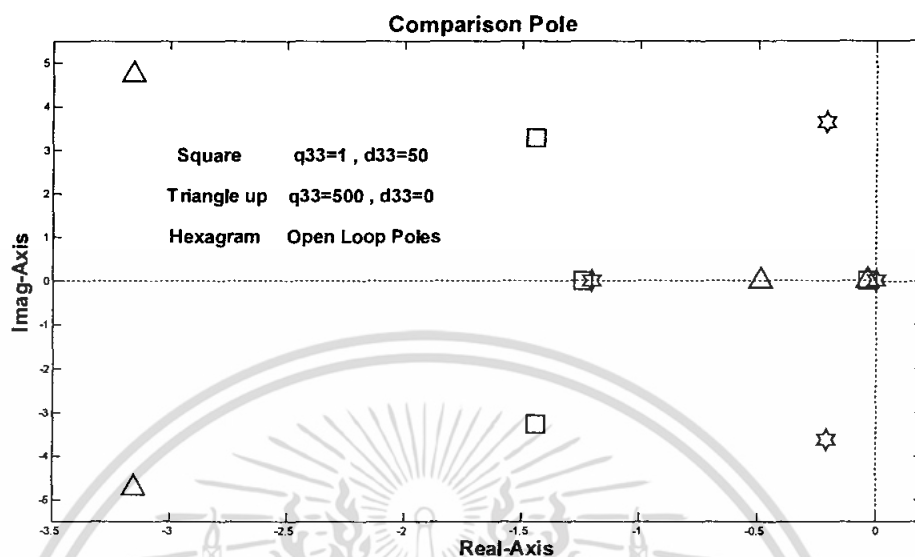
รูปที่ 4.17 โพลของระบบวงปิดที่น้ำหนัก  $d_{33}=50000$ ,  $q_{33}=5000000$



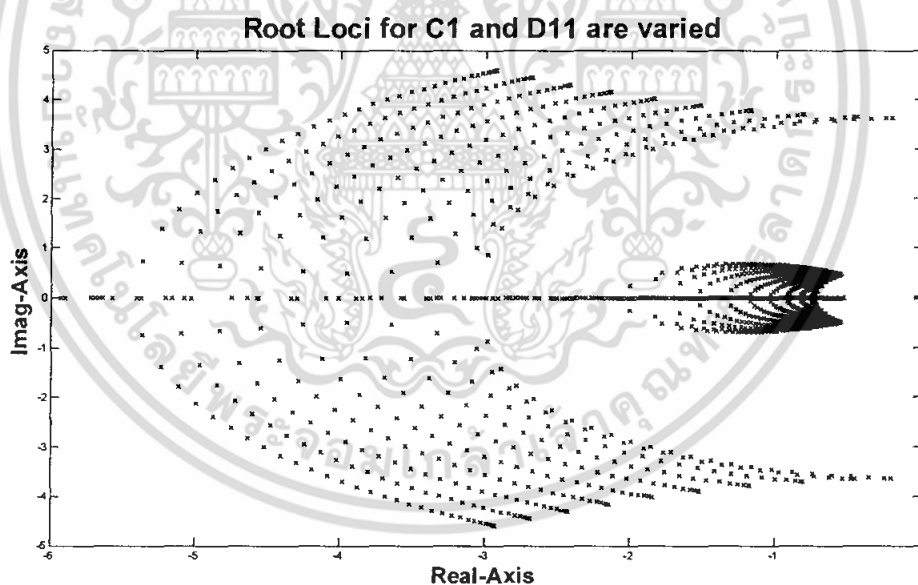
รูปที่ 4.18 ผลตอบสนองต่อแรงพลักที่น้ำหนัก  $d_{33}=50000$ ,  $q_{33}=5000000$

จากผลการจำลองจะพบว่าการเพิ่มค่าถ่วงน้ำหนักของ  $q_{33}$  จะต้องเพิ่มค่าถ่วงน้ำหนักเป็นจำนวนมากจึงจะได้ผลตอบสนองใกล้เคียงกับค่าถ่วงน้ำหนักของ DSC (Derivative State Constraints Weight) หรือ  $d_{33}$  ซึ่งเป็นเพียงผลการจำลองจากโปรแกรม MATLAB แต่ในความเป็นจริงนั้นไม่สามารถที่จะใช้ค่าถ่วงน้ำหนักได้มากมายขนาดนั้นด้วยข้อจำกัดของอุปกรณ์อาจจะทำให้อุปกรณ์เสียหายได้ สรุปได้ว่าการที่เพิ่มค่าถ่วงน้ำหนัก DSC เพียงเล็กน้อยก็ทำให้ประหยัดพลังงาน เอกสารนี้และระบบก็จะได้มีความเสถียรภาพด้วย ที่การศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 4.3.2 แสดงผลการจำลอง การเปลี่ยนน้ำหนักของ Weight Function เพื่อดูโพลของระบบ



รูปที่ 4.19 เปรียบเทียบโพลของระบบคอนเท็นตอร์ชชะ



รูปที่ 4.20 root loci สำหรับ  $C_1$  and  $D_{11}$  เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าน้ำหนัก

จากรูป 4.20 แสดงการเพิ่มน้ำหนักของ  $C_1$  พบว่า โพลของระบบจะออกห่างจากแกนจินตภาพแต่ยังมีค่าพุ่งเกินอยู่และเพิ่มน้ำหนักของ  $D_{11}$  โพลของระบบจะเข้าใกล้แกนจริงซึ่งทำให้ระบบมีเสถียรภาพที่ดี สรุปได้ว่าถ้ามีการเพิ่มเมตริกซ์ถ่วงน้ำหนัก  $D_{11}$  จะทำให้ระบบมีความเสถียรภาพที่ดีด้วย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## บทที่ 5

# สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

### 5.1 สรุปผลการวิจัย

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีวัตถุประสงค์ในการศึกษา พัฒนาและออกแบบตัวควบคุมในระบบเวลา ต่อเนื่องเพื่อควบคุมการแกว่งของภาระของเครื่องเหนื่อศีรษะ และยังควบคุมอัตราการเปลี่ยนแปลง เอาต์พุตมุมของการแกว่งของภาระของเครื่องให้ราบเรียบขึ้น จึงได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุม ระบบเวลาต่อเนื่องที่เหมาะสมแบบ  $H_2$  สำหรับระบบเครื่องเหนื่อศีรษะโดยได้หาแบบจำลองทาง คณิตศาสตร์ของระบบเครื่องเหนื่อศีรษะโดยใช้สมการการเคลื่อนที่ของออยเลอร์-ลากรางจ์ก่อน แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้นั้นเป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นดังนั้นจึงได้ประมาณให้เป็นเชิงเส้นเพื่อ ไปออกแบบตัวควบคุม ซึ่งตัวอย่างการออกแบบตัวควบคุมที่นำเสนอได้แก่ ตัวคุมค่ากำลังสองน้อย ที่สุด  $LQR$ , ตัวสังเกตแบบ  $LQE$  และตัวควบคุมที่เหมาะสมสุดแบบตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์ เชียน  $LQG$  ตามแนวทางปริภูมิสถานะ และสุดท้ายคือ ตัวควบคุมแบบเหมาะสมที่สุดที่มีการเพิ่ม อนุพันธ์กำลังสองของเทอมตัวแปรสถานะ ในดัชนีสมรรถนะมาตรฐานปกติสำหรับตัวควบคุมที่เหมาะสม สุดแบบตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เชียน  $LQG$  ที่มีฟังก์ชันการถ่วงน้ำหนัก เพื่อหน่วง ผลตอบสนองของเอาต์พุต โดยขึ้นอยู่กับค่าในการถ่วงน้ำหนักที่เหมาะสมสำหรับการควบคุม

ผลการจำลองการทำงานของตัวควบคุมแบบเวลาต่อเนื่อง โดยใช้โปรแกรม MATLAB แสดง ให้เห็นว่าตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสองแบบเกาส์เชียน  $LQG$  ไม่สามารถหน่วงการแกว่งของมุมของภาระ ได้โดยตรง ขณะที่ตัวควบคุมแบบ Derivative State Constrained Optimal  $H_2$  สามารถหน่วงมุม และความถี่เชิงมุมการแกว่งของภาระของระบบเครื่องเหนื่อศีรษะได้เป็นอย่างดี ผลตอบสนองสถานะ เริ่มต้นของตัวควบคุมแบบ  $H_2$  มีความเบี่ยงเบนจากค่าเริ่มต้นน้อยกว่าตัวควบคุมเชิงเส้นกำลังสอง แบบเกาส์เชียน  $LQG$  ที่ไม่มี Derivative State Constraints Weight ดังนั้นการใช้วิธีการถ่วงน้ำหนัก  $\bar{D}_{11}$  สามารถนำไปใช้ในการลดอัตราการเปลี่ยนแปลงไปของมุมเอาต์พุต  $\theta(t)$  ของการแกว่งของ ภาระได้ โดยขึ้นอยู่กับค่าที่ใช้ในการถ่วงน้ำหนัก

### 5.2 ข้อเสนอแนะและแนวทางในการพัฒนา

ในวิทยานิพนธ์นี้เป็นเพียงผลการจำลองเท่านั้น ดังนั้นแนวทางในการพัฒนาตัวควบคุมนี้อาจ นำตัวควบคุมไปพัฒนาในการควบคุมเชิงเวลาเต็มหน่วยหรือทดลองกับระบบจำลองในห้องปฏิบัติการ โดยอาศัยผลงานวิจัยนี้เป็นต้นแบบได้

## บรรณานุกรม

- [1] Katsuchiko Ogata, Modern Control Engineering, 2<sup>nd</sup> ed., Englewood Cliffs, New Jersey: Prince-Hall International Edition, 1990.
- [2] Y.Sakawa, Y. Shindo and Y. Hashimoto, Optimal Control of a Rotary Crane, Journal of Optimiazation Theory and Application, vol.35, no.4, pp. 535-557, 1881.
- [3] Nariyuki Kodani, Shigeto Ouchi and Yuji Toyaka, Traveling Crane Using  $H_2$  Controller Minimal Order Observer, SICE Annual Conference in Fukui, pp. 1860-1863, 2003.
- [4] J. J. Hench, C. He, V. Kucera and V. Mehrman, Dampening Controllers via a Riccati Equation Approach, IEEE Transactions on Automatic Control, vol.43, no.9, 1998
- [5] T. Trisuwannawat, K. Tirasesth, M. Ida, N. Komine and Y. Ochiai, Derivative State Constrained Optimal  $H_2$  Control for Oscillatory Systems and Its Applications, Transactions of IEEJ, vol.120-D, no.6, pp. 775-781, 2000.
- [6] P. Pannil, P. Ukakimaparn, T. Trisuwannawat, K. Tirasesth and N. Komine, Dampening Inverted Pendulum via Derivative State Constraints, International Conference on Engineering, Applied Science and Technology, pp.691-694, 2007.
- [7] กิตติ ตีระเศรษฐ, การวิเคราะห์ระบบควบคุมเชิงเส้น เล่ม1, สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- [8] วัลลภ สีดอกบวบ. 2551. “การควบคุมหลายตัวแปรของระบบครนเหนือศีรษะโดยวิธีกำหนดอัตราส่วนคุณลักษณะ.” วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขา วิศวกรรมระบบควบคุม สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง.
- [9] Titan Crane Company. [Online]. Available: <http://www.titancrane.co.th/index.php>.
- [10] วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ. 2548. การควบคุมระบบพลศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- [11] Richard Y. Chiang, Michael G Safonov, Robust Control Toolbox User’s Guide, The MathWorks., Natick, MA, 1992.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Controller for Overhead Crane System

clear all

M=5; % Mass of crane (kg)

m=1; % Mass of load (kg)

l=1; % Radius of sling (m)

g=9.81; %Gravity(m/s^2)

Kv=0.301; % Motor constant

bm=8.11; % Friction (N.(sec/m))

System Matrices

Pre-calculated to simply the matrix

Denominator for the A and B matrices

A22=-(bm/M);

A23=-((2\*m\*g)/M);

A42=-(bm/(M\*l));

A43=-(((2\*m)+M)\*g)/(M\*l);

B42=Kv/M;

B44=Kv/(M\*l);

A=[0 1 0 0;

0 A22 A23 0;

0 0 0 1;

0 A42 A43 0];

B2=[0;B42;0;B44];

C2=[1 0 0 0;0 0 1 0];

D2=[0;0];

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Continuous-time Linear Quadratic Regulator (LQR)

q11=1;

q33=1;

Q=[q11 0 0 0 ; 0 0 0 0; 0 0 q33 0; 0 0 0 0];

R=1;

[K , P , CLPoles ]=lqr(A,B2,Q,R);

F=-K

Hc=A+B2\*F;

Act=A+B2\*F;

figure(1)

OLP=eig(A)

plot(real(OLP),imag(OLP),'kx')

title('Open Loop Poles')

xlabel('Real Axis')

ylabel('Imag Axis')

axis([-1.5 0.2 -5 5])

figure(2)

CLP=eig(Hc)

plot(real(CLP),imag(CLP),'kx')

hold on;

title('Closed Loop Poles')

xlabel('Real Axis')

ylabel('Imag Axis')

figure(3)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

T=0:0.01:10;
[y,x,T]=initial(Acl,B2,C2,D2,[ 0 ; 0 ; -0.1 ; 0 ],T) ;

plot(T',x(:,1),'k-',T',x(:,3),'g-')
title('Initial states response with LQR control')
xlabel('Time (sec)')
ylabel('Angle of the pendulum (rad)')
hold on

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Continuous-time Linear Quadratic Estimator (LQE)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

R1=[1 0 ;0 1];

LN=lqr(A',C2',Q',R1);

L=-LN;

eig(Hc);

He=A+L*C2;

eig(He);

F;
L;
Acl=A+B2*F;
Ace=A+L*C2;

figure(4)
plot(real(eig(Ace)),imag(eig(Ace)),'kx')
title('Observer Poles')
xlabel('Real-Axis')
ylabel('Imag-Axis')

```

เอกสารนี้จัดทำขึ้นเพื่อการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

%%%%%%%%%%  
 %%%%%%%%%%  
 %%%%%%%%%% Continuous-time Linear Quadratic Gaussian (LQG)  
 %%%%%%%%%%  
 %%%%%%%%%%  
 %%%%%%%%%%

```

MC=ctrb(A,B2);
det(MC)=det(Mc);

```

```

MO1=obsv(A,[ 1 0 0 0 ]);
detMO1=det(MO1);

```

```

MO2=obsv(A,[ 0 1 0 0 ]);
detMO2=det(MO2);

```

```

MO3=obsv(A,[ 0 0 1 0 ]);
detMO3=det(MO3);

```

```

MO4=obsv(A,[ 0 0 0 1 ]);
detMO4=det(MO4);

```

%%%%%%%%%

```

Mctrb=[B2 (A^1)*B2 (A^2)*B2 (A^3)*B2]

```

Mc

%%%%%%%%%

```

Ace=[ (A+B2*F) (B2*F) ; zeros(size(A)) (A+L*C2) ];

```

```

Bce=[ (B2) ; zeros(size(B2)) ];

```

```

Cce=[ (C2) zeros(size(C2)) ];

```

```

Dce=[ 0 ; 0 ];

```

```

figure(5);

```

```

T = 0 : 0.01 : 10 ;

```

เอกสารนี้ [y,x,T]=initial(Ace,Bce,Cce,Dce,[ 0 ; 0 ; -0.1 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ],T); ไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```

x33 = x( :, 3 );
t = T ;
plot( t,x(:,4),'k-',t , x33 , 'g-')
title('Initial states response with LQG control')
xlabel('Time (sec)')
ylabel('Angle of the pendulum (rad)')
hold on

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Continuous-time Derivative State Constrained Optimal H2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
C2 = [ 1 0 0 0 ; 0 0 1 0];

d11 = 0;

for d11 = 0 : 5.0 : 50 ;

D11b = [ d11*0 0 0 0 ; 0 d11*0 0 0 ; 0 0 d11 0 ; 0 0 0 d11*0 ];

C1b = Q ;

D12b = [ 1 ; 0 ; 0 ; 0 ] ;

C1c = [ C1b ; D11b*A ; zeros(size(A)) ] ;

D12c = [ zeros(size(B2)) ; D11b*B2 ; D12b ];

B1b = C1b' ;

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
B1c = [ B1b A*D11b zeros(size(A)) ];
```

```
D21b = [ 1 0 0 0 ; 0 0 1 0 ];
```

```
D21c = [ zeros(size(C2)) C2*D11b D21b ];
```

```
B1=B1c;
```

```
C1=C1c;
```

```
D12=D12c;
```

```
D21=D21c;
```

```
D11 = zeros( 12 , 12 ) ;
```

```
D22 = zeros( 2 , 1 ) ; % [ 0 ; 0 ] ;
```

```
TSS_ = MKSYS(A,B1,B2,C1,C2,D11,D12,D21,D22,'tss');
```

```
[SS_CP,SS_CL]=H2LQG(TSS_);
```

```
[acp,bcp,ccp,dcp]=branch(SS_CP);
```

```
[acl,bcl,ccl,dcl]=branch(SS_CL);
```

```
[aclx,bclx,cclx,dclx]=branch(SS_CL);
```

```
F2=ccp
```

```
L2=-bcp ;
```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
dcp=0;
```

```
(A+B2*F2+L2*C2)-acp ;
```

```
figure(6) ;
```

```
T = 0 : 0.01 : 10 ;
```

```
[y,x,T]=initial(acl,bcl,ccl,dcl,[ 0.0 ; 0.0 ; (-0.1) ; 0.0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ],T) ;
```

```
x3 = x( : , 3 ) ; % (180/pi) ;
```

```
x4 = x( : , 4 ) ;
```

```
plot(T', x( : , 3 ), 'g-', t, x33, 'k-')
```

```
hold on ;
```

```
title('Initial State Responses for Position (dotted) & Angle (solid)') ;
```

```
xlabel('Time (secs)') ;
```

```
ylabel('Position (metre) & Angle (rad)') ;
```

```
end
```

```
%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%% Root Loci for C1 and D11 are Varied
%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%
```

```
x=1;
```

```
q=1;
```

```
for x=1:50:500;
```

เอกสารนี้จัดทำขึ้นเพื่อใช้ในการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

```
R=1;
[K , P , CLPoles ]=lqr(A,B2,Q,R);
F=-K;
```

```
R1=[1 0 ;0 1];
LN=lqr(A',C2',Q',R1);
L=-LN;
```

```
Ace=[ (A+B2*F) (B2*F) ; zeros(size(A)) (A+L*C2) ];
```

```
Bce=[ (B2) ; zeros(size(B2)) ];
```

```
Cce=[ (C2) zeros(size(C2)) ];
```

```
Dce=[ 0 ; 0 ];
```

```
C2 = [ 1 0 0 0 ; 0 0 1 0];
```

```
d11 = 0;
```

```
for d11 = 0 : 5.0 : 500 ;
```

```
D11b = [ d11*0 0 0 0 ; 0 d11*0 0 0 ; 0 0 d11 0 ; 0 0 0 d11*0];
```

```
C1b = Q ;
```

```
D12b = [ 1 ; 0 ; 0 ; 0];
```

```
C1c = [ C1b ; D11b*A ; zeros(size(A)) ];
```

```
D12c = [ zeros(size(B2)) ; D11b*B2 ; D12b ];
```

```
B1b = C1b' ;
```

```
B1c = [ B1b A*D11b zeros(size(A)) ];
```

```
D21b = [ 1 0 0 0 ; 0 0 1 0];
```

```
D21c = [ zeros(size(C2)) C2*D11b D21b ];
```

```

B1=B1c;
C1=C1c;
D12=D12c;
D21=D21c;

```

```

D11 = zeros( 12 , 12 );
D22 = zeros( 2 , 1 ); % [ 0 ; 0 ];

```

```

TSS_ = MKSYS(A,B1,B2,C1,C2,D11,D12,D21,D22,'tss');

```

```

[SS_CP,SS_CL]=H2LQG(TSS_);

```

```

[acp,bcp,ccp,dcp]=branch(SS_CP);

```

```

[acl,bcl,ccl,dcl]=branch(SS_CL);

```

```

[aclx,bclx,cclx,dclx]=branch(SS_CL);

```

```

F2=ccp ;

```

```

L2=-bcp ;

```

```

dcp=0;

```

```

(A+B2*F2+L2*C2)-acp ;

```

```

figure(7);
plot(real(gpoles),imag(gpoles),'kx')
hold on ;
title('Root Loci for C1 and D11 are Varied ')
xlabel('Real-Axis')
ylabel('Imag-Axis')
axis([ -6 0 -5 5 ])

end
end

```

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

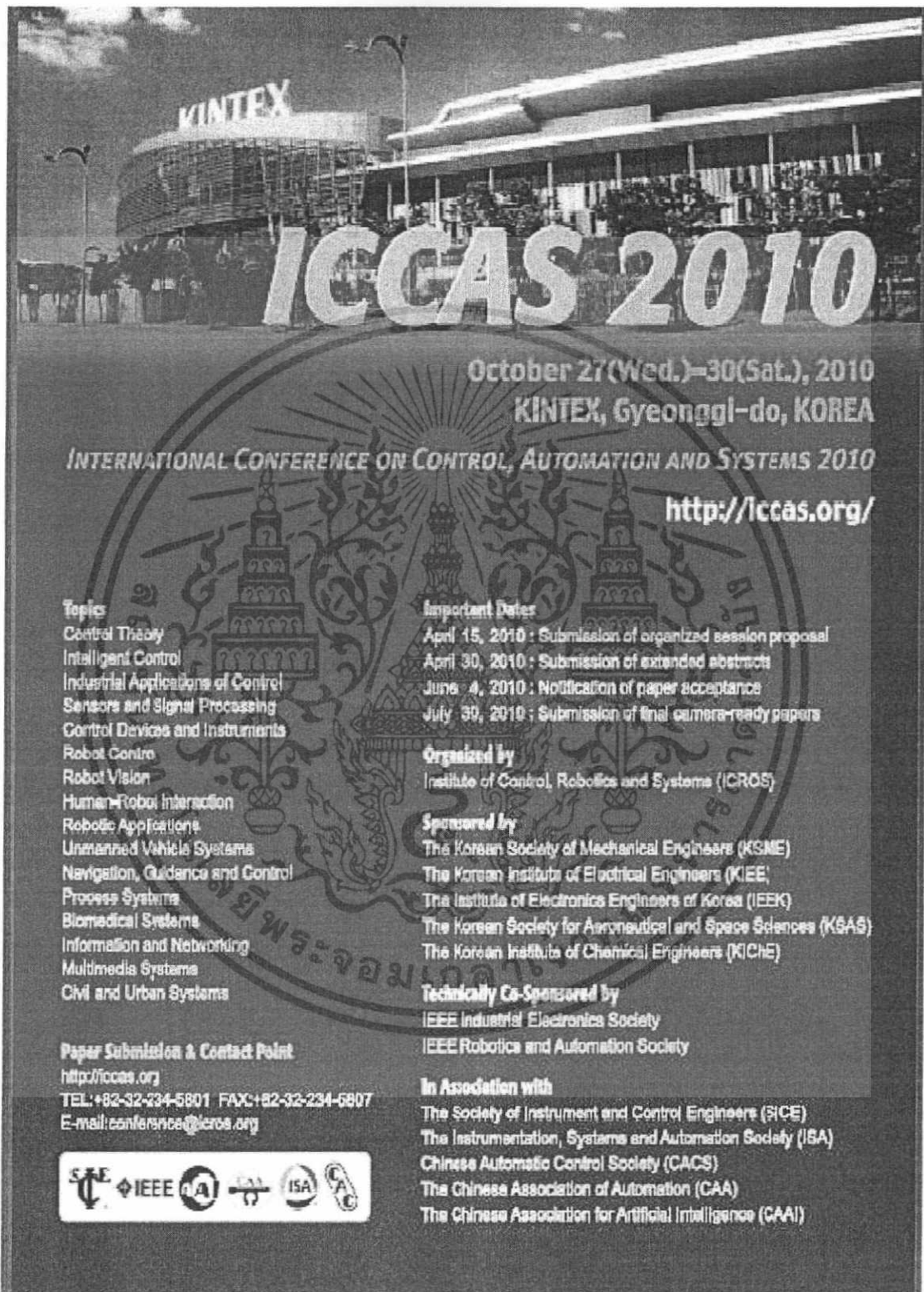


ภาคผนวก ข.

ผลงานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์เผยแพร่

1. Pittaaya Pannil, Krit Smerpitak, Visitsak La-orldao and Thanit Trisuwannawat, "Load Swing Control of an Overhead Crane", International Conference on Control, Automation and Systems 2010, pp.1926-1929, Gyeonggi-do, Korea, Oct.27-30,2010

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



The poster features a background image of the KINTEX convention center in Gyeonggi-do, Korea. The title 'ICCAS 2010' is prominently displayed in large, bold, white letters. Below the title, the dates and location are provided. The central part of the poster is overlaid with a large, circular, ornate seal, likely the emblem of the organizing institution. The text is organized into several columns, detailing the topics of the conference, important dates for submission and notification, the organizing and sponsoring institutions, and technical co-sponsors. At the bottom, there are logos for the IEEE Industrial Electronics Society, IEEE Robotics and Automation Society, and various international engineering societies.

**KINTEX**

# ICCAS 2010

October 27(Wed.)–30(Sat.), 2010  
KINTEX, Gyeonggi-do, KOREA

*INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL, AUTOMATION AND SYSTEMS 2010*

<http://ccas.org/>

**Topics**  
Control Theory  
Intelligent Control  
Industrial Applications of Control  
Sensors and Signal Processing  
Control Devices and Instruments  
Robot Control  
Robot Vision  
Human-Robot Interaction  
Robotic Applications  
Unmanned Vehicle Systems  
Navigation, Guidance and Control  
Process Systems  
Biomedical Systems  
Information and Networking  
Multimedia Systems  
Civil and Urban Systems

**Important Dates**  
April 15, 2010 : Submission of organized session proposal  
April 30, 2010 : Submission of extended abstracts  
June 4, 2010 : Notification of paper acceptance  
July 30, 2010 : Submission of final camera-ready papers

**Organized by**  
Institute of Control, Robotics and Systems (ICROS)

**Sponsored by**  
The Korean Society of Mechanical Engineers (KSME)  
The Korean Institute of Electrical Engineers (KIEE)  
The Institute of Electronics Engineers of Korea (IEEK)  
The Korean Society for Aeronautics and Space Sciences (KSAS)  
The Korean Institute of Chemical Engineers (KICHE)

**Technically Co-Sponsored by**  
IEEE Industrial Electronics Society  
IEEE Robotics and Automation Society

**Paper Submission & Contact Point**  
<http://ccas.org>  
TEL: +82-32-234-5801 FAX: +82-32-234-5807  
E-mail: [conference@icross.org](mailto:conference@icross.org)

**In Association with**  
The Society of Instrument and Control Engineers (SICE)  
The Instrumentation, Systems and Automation Society (ISA)  
Chinese Automatic Control Society (CACS)  
The Chinese Association of Automation (CAA)  
The Chinese Association for Artificial Intelligence (CAAI)

IEEE IAS ISA

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**Load Swing Control of an Overhead Crane**

Pittaya Pannil, Krit Smerpitak, Visitsak La-orlao and Thanit Trisuwannawat

Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMUTL)  
(Tel : +66-2-329-8347-8; E-mail: {kppitray; kskrit; s2611113; krthanit}@kmitl.ac.th)

**Abstract:** This paper proposed a controllers design method for controlling the load swing of an overhead crane. By addition of the quadratic derivative of state variables term in the usual standard performance index for Linear Quadratic Gaussian (LQG) optimal control as an extra weighing function to play the role in this task. The results revealed that the swing of the load can be decreased at numerous requirements with excellence. How to select the suitable weights for control is also suggested.

**Keywords:** LQG,  $H_2$  control, Derivative State Constraints.

**1. INTRODUCTION**

Cranes are widely used to transport heavy loads and hazardous materials in factories, high-building construction etc.. They can be classified into two types, according to their fundamental motion: one is the overhead traveling cranes, and the other is the rotary cranes. Optimal control of the overhead traveling cranes has been studied by many authors [1]. For example, Shigeno Ouchi et al.[2] designed a control system using an  $H_2$  controller reduced by the minimal order observer. Since, the damping of oscillations or vibrations has long history, [3] is the dampening control of inverted pendulum via derivative state constrained that employed the method in [4] which applied to the two-inertia oscillatory system. This paper is intended to control the swing of load for an overhead crane instead.

**2. METHODOLOGY**

In general, the state-space form for a generalized plant  $G(s)$  that consists of the plant itself  $(A, B_1, C_1)$  and weighting functions  $(C_2, D_{11}, B_2, D_{21})$  to be designed can be written as.

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t), \\ z(t) = C_1x(t) + D_{11}w(t), \\ y(t) = C_2x(t) + D_{21}u(t). \end{cases} \quad (1)$$

The performance index  $J$  for Linear Quadratic Regulator (LQR) is as follows.

$$\|z\|_2^2 = \int_0^{\infty} z^T z dt = \int_0^{\infty} (x^T C_1^T C_1 x + w^T D_{11}^T D_{11} w) dt. \quad (2)$$

Where the plant, its state and output equations are

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + B_2u(t), \\ y(t) = C_1x(t). \end{cases} \quad (3)$$

In the LQG optimal control, this approach corresponds to the addition of the quadratic derivatives of state variables term in the usual standard performance index.

$$\begin{cases} J_1 = \int_0^{\infty} (x^T C_1^T C_1 x + x^T D_{11}^T D_{11} x + w^T D_{11}^T D_{11} w) dt, \\ J_2 = \int_0^{\infty} (x^T B_2^T B_2 x + x^T D_{21}^T D_{21} x + u^T D_{21}^T D_{21} u) dt. \end{cases} \quad (4)$$

Hence, the standing generalized plant  $G(s)$  is assumed to be given as

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t), \\ z(t) = C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{21}u(t), \\ y(t) = C_2x(t) + D_{21}u(t). \end{cases} \quad (5)$$

Where the usual weighting matrices includes the extra derivative state constraints weight are specified as

$$\begin{aligned} B_1 &= \begin{bmatrix} \bar{B}_1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ C_1 &= \begin{bmatrix} \bar{C}_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{D}_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \bar{D}_{21} \end{bmatrix}, \\ D_{22} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \bar{D}_{22} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Substitute the derivative state constraints  $x$  and merge its weighing matrix  $D_{11}$  into both control and estimation weights, then equivalent form of generalized plant is obtained as

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}x(t) = Ax(t) + \hat{B}_1w(t) + B_2u(t), \\ z(t) = \hat{C}_1x(t) + D_{21}u(t), \\ y(t) = C_2x(t) + \hat{D}_{21}u(t). \end{cases} \quad (6)$$

Where,

$$\begin{aligned} \hat{C}_1 &= \begin{bmatrix} \bar{C}_1 & 0 \\ 0 & \bar{D}_{11} \bar{A} \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_1 = \begin{bmatrix} \bar{B}_1 & \bar{A} \bar{D}_{11} & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{D}_{21} \bar{B}_2 \end{bmatrix}, \\ \hat{D}_{22} &= \begin{bmatrix} 0 & C_2 \bar{D}_{21} & \bar{D}_{22} \end{bmatrix}, \quad \hat{D}_{11} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{D}_{11} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

The derivative state constrained optimal  $H_2$  controller  $K_{12}(s)$  for the controlled plant in (6) can be given as

$$K_{12}(s) = \begin{bmatrix} A + B_2 F_{12} + L_{22} C_2 & -L_{22} \\ F_{12} & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

under the following standard assumptions:

- A-1<sub>2a</sub>)  $\begin{cases} (A, B_1) \text{ is controllable, and} \\ (C_2, A) \text{ is observable} \end{cases}$
- A-2<sub>2a</sub>)  $\begin{cases} D_{11} \text{ is full column rank, and} \\ D_{21} \text{ is full row rank} \end{cases}$
- A-3<sub>2a</sub>)  $\begin{cases} \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_1 & D_{11} \end{bmatrix} \text{ has full column rank } \forall \omega \in \mathbb{R} \\ \begin{bmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} \text{ has full row rank } \forall \omega \in \mathbb{R} \end{cases}$

3. PLANT MODELING

The free body diagram of the overhead crane is shown in Fig. 1.

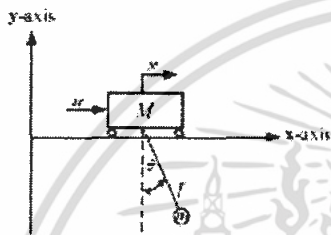


Fig. 1 Model parameters for an overhead crane.

In Fig. 1,  $x$  is the position of the crane (m),  $l$  the rope length (m),  $m$  the mass of load (kg),  $M$  the mass of the crane (kg),  $\theta$  the sway angle of load (deg), and  $u$  the external force (N).

From Euler-Lagrange equation of motion, the motion of crane and the swing of load are respectively written as follows.

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = F \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

While their differential equations can be expressed as follows

$$\begin{cases} (M+m)x'' - m(\dot{\theta})^2 \sin\theta - m\dot{\theta}\cos\theta - F \\ l\ddot{\theta} - x\cos\theta - g\sin\theta \end{cases} \quad (9)$$

where the generalized force  $F = K_m u - b_m \dot{x}$ ,  $K_m$  is depend on the motor constant  $K_m$  (N·m/√W·sec), and the crane rail friction coefficient  $b_m$  (N·m/sec).

By using simple mathematics to simplify and linearize mathematical equations describing a given dynamic system assuming that normal operating position (load in an upright position) the load displacement  $\theta$  is very small so that the following approximations are valid  $\sin\theta \approx \theta$ ,  $\cos\theta \approx 1$ ,  $(\dot{\theta})^2 \approx \omega^2 = g/l$ . Then, from (9) the linearized model of the overhead crane can be expressed as follows:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -b_m/M & -2mg/M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -b_m/lM & -(2m+M)g/lM & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_m/M \\ 0 \\ K_m/lM \end{bmatrix} u$$

Here, the state and output equations  $(A, B_1, C_1)$  are

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1.6620 & -3.9240 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1.6620 & -13.7340 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0602 \\ 0 \\ 0.0602 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix}$$

where,

$M = 5 \text{ kg}$ ,  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $K_m = 0.301$ ,  $b_m = 8.11 \text{ (N·m/sec)}$ ,  $l = 1 \text{ m}$  and  $g = 9.81 \text{ (m/sec}^2\text{)}$  respectively.

4. CONTROLLER DESIGN AND SIMULATION RESULTS

The problem statement in this paper is to find the controller  $K_{21}(s)$  such that the performance indexes for both control  $J_c$  and estimation  $J_e$  are minimized.

The block diagram of the closed-loop control system is shown in Fig. 2. The closed-loop transfer function can be obtained as  $H(s) = C_2 [I - (A + B_1 F)]^{-1} B_1$ .

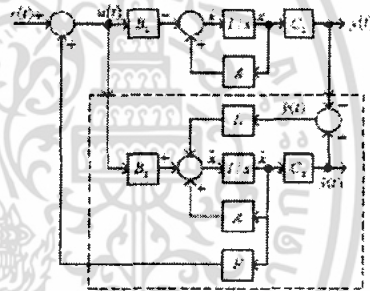


Fig. 2 The Closed-Loop System.

$$\begin{cases} \dot{x} = (A + B_1 F)x - B_1 Fx - B_1 \gamma(t) \\ \dot{\hat{x}} = (A + LC_2)\hat{x} \\ \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + B_1 F & B_1 F \\ 0 & A + LC_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} \gamma(t) \\ y = [C_2 \quad 0] \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} = C_2 \hat{x} \end{cases} \quad (10)$$

There are 2 ways to compute  $F_{21}$  and  $L_{21}$ : first may follow [4] and secondly use MATLAB® Robust Control Toolbox (r21lg.m) in [5].

The concrete problem is to make the load angle  $\theta$  with vertical axis by zero degree all time during the crane moving. The extra weight  $D_{11}$  is used for controlling the swing of load angle that deviated from the vertical axis. It usually specified in the form of diagonal matrix  $\bar{D}_{11}$  that's their diagonal elements are

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

corresponding weight to each state variable, for example,

$$\bar{D}_{11} = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{44} \end{bmatrix} \text{ means } \begin{cases} d_{11} \text{ is for } x_1 \\ d_{22} \text{ } \dots \dots x_2 \\ d_{33} \text{ } \dots \dots x_3 \\ d_{44} \text{ } \dots \dots x_4 \end{cases}$$

There are 2 cases to be considered as follows,  
**Case I**

This case, all elements of diagonal matrix  $\bar{D}_{11}$  is zero. Sometimes it called "Special Case of  $H_2$  Control Problem" substantially is the same as LQG Control Problem.

**Case II**

In this case, at least one of the diagonal elements of  $\bar{D}_{11}$  is non-zero. This may call "Modified Derivative State Constrained Optimal  $H_2$  Control Problem".

**4.1 Example I (Case II)**

For a given plant,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1.6620 & -3.9240 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1.6620 & -13.7340 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0603 \\ 0 \\ 0.0603 \end{bmatrix} \text{ and}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

If  $d_{11} = 50$ ,  $\bar{D}_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Where, other 4 weighing matrices are given as,

$$\bar{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{D}_{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{D}_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Hence, equivalent form weighing matrices are

$$\bar{C}_1 = \begin{bmatrix} \bar{C}_1 \\ \bar{D}_{11}A \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{D}_{11} = \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{D}_{11}B_1 \\ \bar{D}_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D_{22} = \begin{bmatrix} 0 & C_1 \bar{D}_{11} & \bar{D}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 50 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{A}_1 = \begin{bmatrix} \bar{B}_1 & A \bar{D}_{11} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -196.2000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -585.7000 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Now, it is ready to get the controller  $K_{22}(s)$  by using MATLAB® Robust Control Toolbox (h2lqg.m) as follows,

```
Required Input Data:
A - A, B1 - B1, B2 - B2,
C1 - C1, D11 - zeros(12,12), D12 - D12,
C2 - C2, D21 - D21, D22 - zeros(2,1).
TSS=MKSYS(A,B1,B2,C1,C2,D11,D12,D21,D22,'tss')
[SS_CP,SS_CL]=H2LQG(TSS)
[acp,bcp,ccp,dcp]=branch(SS_CP)
[ac1,bc1,cc1,dc1]=branch(SS_CL)
F2xdor=ccp
L2xdor=bcp
```

For a given of  $d_{11} = 50$  in  $\bar{D}_{11}$ , that merged into equivalent form weighing matrices  $\hat{B}_1, \hat{C}_1, \hat{D}_{11}$  and  $\hat{D}_{21}$ , the controller  $K_{22}(s)$  in (7) is then obtained with  $F_{21} = [-1.0000 \quad -1.0156 \quad -45.3637 \quad -41.0791]$

$$L_{21} = \begin{bmatrix} -1.3515 & -1.2235 & -6.3032 & -9.3871 \\ -0.0027 & 3.9203 & -0.4030 & 13.6352 \end{bmatrix}$$

The simulation results of the initial state responses for the angle of the crane  $\theta(0) = -0.1$  radian ( $5.73^\circ$ ) is shown in Fig. 3.

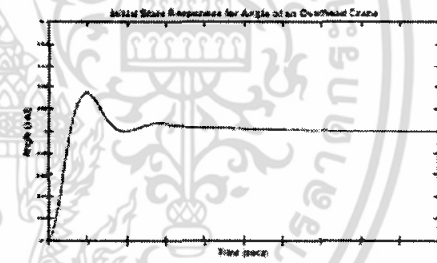


Fig. 3 The initial state response ( $H_{22}$  Control).

**4.2 Example II (Case I)**

When  $d_{11} = 0$ ,  $\bar{D}_{11}$  is then a zeros matrix, and  $C_1 \bar{D}_{11} = [C_1 \quad \bar{D}_{11}A \quad 0] [0 \quad \bar{D}_{11}B_1 \quad \bar{D}_{11}]^T = 0$   
 $D_{22}^* C_1 = [0 \quad \bar{D}_{11}B_1 \quad \bar{D}_{11}] [C_1 \quad \bar{D}_{11}A \quad 0]^T = 0$

The Optimal  $H_{22}$  Control Problem is then reduced to  $H_2$  Basic or LQG Control Problem. The controller  $K_{22}(s)$  in this case can be written as,

$$K_{22}(s) = K_1(s) = \begin{bmatrix} A - B_1 F_1 - L_2 C_2 & -L_1 \\ F_2 & 0 \end{bmatrix}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

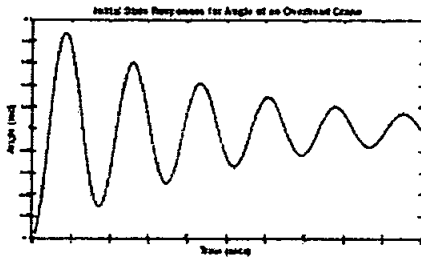


Fig. 4 The initial state response with  $H_2$  basis.

where,

$$F_2 = [-1.0000 \quad -0.8497 \quad -0.0034 \quad 0.2381];$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -1.0554 & -0.0634 & -0.1139 & -0.4498 \\ -0.1139 & 0.2517 & -0.6844 & 0.2593 \end{bmatrix}$$

The initial state response for angle of the crane is shown in Fig. 4.

On the other hand, if the weight  $d_{13}$  is varies from 0 step by 5 to 50, the corresponding responses in Fig.5 is then obtained.

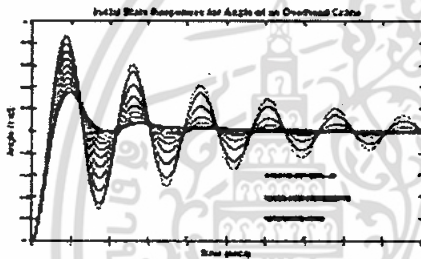


Fig. 5 The state responses for angle of an overhead crane.

In Fig.5 shows the initial state responses for the angle of an overhead crane with the most outer dotted line is belonging to Case I while the other solid line are of Case II as all.

In Fig.6 it is shown that increasing of the weight  $C_{13}$ , the poles will be forced far away from the imaginary axis, while increasing of the weight  $D_{13}$ , the poles will be moved toward the real axis.

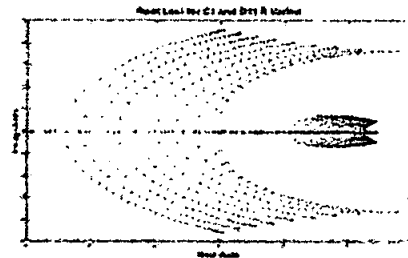


Fig. 6 The root loci for  $C_{13}$  and  $D_{13}$  are varied.

## 5. CONCLUSIONS

How to control the load swing of an overhead crane's angle output for more smoother by adding the extra weight into the Performance Index of the usual LQG Problem has been presented. The results by varying the Derivative State Constraining weight shows that it is a powerful tool for dampening with excellence. The suggestion for determining of the suitable weight is also given.

## REFERENCES

- [1] Y. Sakawa, Y. Shindo and Y. Hashimoto, "Optimal Control of a Rotary Crane," *Journal of Optimization Theory and Application*, Vol. 55, No.4, pp. 555-557, 1981.
- [2] Nariyuki Kodani, Shigeno Ouchi and Yuji Toyaka, "Traveling Crane using  $H_2$  Controller based on Minimal Order Observer," *SICE Annual Conference in Fuku*, pp. 1860-1863, 2003.
- [3] Pitaya Pannil, Prapart Ukakimapan, Thanit Trisuwanawat, Kitti Tirasesth and Nariyuki Komine, "Dampening Inverted Pendulum via Derivative State Constraints," *Proceeding of the International Conference on Engineering, Applied Sciences, and Technology (ICEAST 2007)*, pp. 691-694, 2007.
- [4] T. Trisuwanawat, K. Tirasesth, M. Iida, N. Komine and Y. Ochiai, "Derivative State Constrained Optimal  $H_2$  Control for Oscillatory Systems and Its Application," *Transactions of IEEJ*, Vol. 120-D, No. 6, pp. 775-781, 2000.
- [5] Richard Y. Chiang, Michael G. Safonov, *Robust Control Toolbox User's Guide*, The MathWorks, Inc., Natick, MA, 1992.

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล	นายวิศิษย์ศักดิ์ ละออลเหล่า
วัน เดือน ปีเกิด	16 มิถุนายน 2524
ที่อยู่	103/10 ถ.สมเด็จพระเจ้าพระยา แขวงคลองสาน เขตคลองสาน กรุงเทพฯ 10200
ประวัติการศึกษา	2549 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมสารสนเทศ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้