

สำนักหอสมุดกลาง พระจอมเกล้าลาดกระบัง

การศึกษาพฤติกรรมทางทฤษฎีของกระบวนการผลิตวัสดุที่เป็นแผ่นฟิล์มบาง

THEORETICAL INVESTIGATION OF FLEXIBLE THIN FILM IN WEB HANDLING  
PROCESS



T123090

กพ.  
พ 836ก  
2555

พุดธา จินคร้ว  
PUTTHA JEENKOUR

เลขหมู่.....123090  
เลขทะเบียน.....  
วัน,เดือน,ปี 18 ต.ค. 2555

b. 18/10/55  
i.....

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต

สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

พ.ศ. 2555

KMITL-2012-EN-D-058-024

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

**THEORETICAL INVESTIGATION OF FLEXIBLE THIN FILM IN WEB HANDLING  
PROCESS**

**PUTTHA JEENKOUR**

**A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT**

**OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF**

**DOCTOR OF ENGINEERING IN MECHANICAL ENGINEERING**

**FACULTY OF ENGINEERING**

**KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

**2012**

**KMITL-2012-EN-D-058-024**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



**COPYRIGHT 2012**

**FACULTY OF ENGINEERING**

**KING MON GKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG**

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

คณะวิศวกรรมศาสตร์  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
ใบรับรองวิทยานิพนธ์

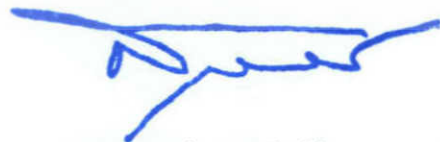
หัวข้อวิทยานิพนธ์ การศึกษาพฤติกรรมทางทฤษฎีของกระบวนการผลิตวัสดุที่เป็นแผ่นฟิล์มบาง  
Thesis Title Theoretical Investigation of Flexible Thin Film in Web Handling Process  
นักศึกษา นายพุทธา จินครวั  
รหัสประจำตัว 49060105  
ปริญญา วิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต  
สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล  
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รศ.ดร.มงคล มงคลวงศ์โรจน์  
หมายเลขวิทยานิพนธ์ KMITL-2012-EN-D-058-024

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์		ลายมือชื่อ
รศ.ดร.จารุวัตร	เจริญสุข	
ผศ.ดร.มนต์ศักดิ์	พิมสาร	
รศ.ดร.วันชัย	อัศวภูษิตกุล	
ผศ.ดร.ณัฐวดี	เดไปวา	
รศ.ดร.มงคล	มงคลวงศ์โรจน์	

วัน / เดือน/ ปี ที่สอบ วันจันทร์ที่ 9 เมษายน พ.ศ. 2555 เวลา 13.00-15.00 น.  
สถานที่สอบ ณ ตึก ME ห้องประชุมภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
KING MONKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

คณะวิศวกรรมศาสตร์ รับรองแล้ว



(รองศาสตราจารย์ ดร.สุชัชวีร์ สุวรรณสวัสดิ์)

คณบดี คณะวิศวกรรมศาสตร์

วันที่ 9 เมษายน พ.ศ. 2555

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

<b>หัวข้อวิทยานิพนธ์</b>	การศึกษาพฤติกรรมทางทฤษฎีของกระบวนการผลิตวัสดุที่เป็นแผ่นฟิล์มบาง
<b>นักศึกษา</b>	นายพุทธา จินครวี
<b>รหัสประจำตัว</b>	49060105
<b>ปริญญา</b>	วิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต
<b>สาขาวิชา</b>	วิศวกรรมเครื่องกล
<b>พ.ศ.</b>	2555
<b>อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์</b>	รศ.ดร.มงคล มงคลวงโรจน์

### บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมทางทฤษฎีของกระบวนการผลิตวัสดุที่เป็นแผ่นฟิล์มบางโดยได้ทำการศึกษาทั้งส่วนที่แผ่นฟิล์มเคลื่อนที่ผ่านลูกกลิ้งและผ่านตัวประกอบที่มีลักษณะเว้ารวมถึงการศึกษาพฤติกรรมการณ์ม้วนของแผ่นฟิล์มบางทั้งในขณะที่ทำการม้วนและหลังจากการม้วน สำหรับในส่วนที่แผ่นฟิล์มบางเคลื่อนที่ผ่านลูกกลิ้งและตัวประกอบแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นสามารถที่จะคำนวณหาโดยทฤษฎีทางด้านการหล่อลื่นอากาศโดยผิวของลูกกลิ้งและตัวประกอบได้ทำการปรับปรุงให้มีลักษณะเป็นร่อง ในส่วนพฤติกรรมการณ์ม้วนแผ่นฟิล์มสามารถที่จะอธิบายพฤติกรรมโดยคำนวณหาค่าความเค้นของแผ่นฟิล์มและแรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มโดยการปรับปรุงโมเดลของ Hakiel ด้วยการพิจารณาชั้นของอากาศที่แทรกตัวขณะม้วนและการใช้โมเดลวิสโคอีลาสติกในการหาพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มหลังจากทำการม้วน โดยในส่วนการม้วนแผ่นฟิล์มบางวิธีการหาค่าแรงดึงที่เหมาะสมถูกประยุกต์ใช้เพื่อป้องกันการเกิดรอยยับและการสั่นไถลของแผ่นฟิล์ม จากการคำนวณสามารถที่จะสรุปได้ว่า ลูกกลิ้งที่มีร่องรูปครึ่งวงรีมีส่วนช่วยลดการสั่นไถลขณะแผ่นฟิล์มบางเคลื่อนที่ผ่านลูกกลิ้ง สำหรับในส่วนตัวประกอบที่มีลักษณะเว้าช่วยลดแรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มกับตัวประกอบและวิธีการหาแรงดึงที่เหมาะสมมีประสิทธิภาพในการช่วยป้องกันการสั่นไถลและการเกิดรอยยับบนแผ่นฟิล์มในส่วนการม้วนแผ่นฟิล์ม

<b>Thesis</b>	Theoretical Investigation of Flexible Thin film in Web Handling Process
<b>Student</b>	Mr.Puttha Jeenkour
<b>Student ID.</b>	49060105
<b>Degree</b>	Doctor of Engineering
<b>Program</b>	Mechanical Engineering
<b>Year</b>	2012
<b>Thesis Advisor</b>	Assoc. Prof. Dr. Mongkol Mongkolwongrojn

## ABSTRACT

This thesis investigated theoretically the characteristics of flexible thin film in web handling process that consists of the two parts there are the web transporting over the roller and the support concaved bearing and the winding process. For moving web pass a grooved roller and a grooved concave bearing, the characteristics such as friction coefficient can be obtained by using theory of air elastohydrodynamic lubrication (Air-EHL). For winding process, the characteristics of flexible thin film both during winding and after winding can be explained by internal stresses and friction force inside wound roll. The in-roll stresses and friction force can be obtained by using the modified Hakiel model with air-entrainment layers for during winding web. Moreover, the viscoelastic model is used to predict the in-roll stresses and friction force in-roll after winding and the optimization method is used to obtain the suitable winding tension in order to prevent the wrinkle and slippage phenomena into wound roll both just after winding and after winding. The numerical results show that the roller with semi-elliptical grooved can prevent the slippage of moving web and the support concaved bearing can reduce the friction on a web. Moreover, the optimized winding tension can prevent the slippage and wrinkle phenomena in winding process.

## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์เล่มนี้สำเร็จได้ด้วยความกรุณาจากอาจารย์ที่ปรึกษา รศ.ดร.มงคล มงคลวง  
โรจน์ ที่ให้ความช่วยเหลือ ให้คำชี้แนะช่วยแก้ปัญหาตลอดจนให้ความรู้และประการณ์ที่ดีแก่ข้าพเจ้า

ขอขอบพระคุณ Prof. Hiromu Hashimoto ที่ให้คำปรึกษาขณะที่ทำการทดลองที่  
มหาวิทยาลัยโตไก

ขอขอบคุณ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังและมหาวิทยาลัยโตไก  
ประเทศญี่ปุ่น (Tokai University) ที่ให้การสนับสนุนการวิจัยนี้ และขอขอบคุณโครงการปริญญาเอก  
กาญจนาภิเษก (คปก) ที่ให้ความช่วยเหลือในการสนับสนุนค่าใช้จ่ายต่างๆในการทำงานวิจัยและการ  
เรียนของข้าพเจ้า ขอขอบคุณ พี่ๆน้องๆในคริสตจักร ขอขอบคุณ พี่ๆน้อง ๆ ในห้องปฏิบัติการทุก  
คนและสุดท้ายขอขอบพระคุณพระเจ้าที่อวยพรแก่ข้าพเจ้า

สำหรับคุณงามความดีอันใดที่เกิดจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ข้าพเจ้าขอมอบให้กับบิดามารดา  
ซึ่งเป็นที่รักและเคารพยิ่ง ตลอดจนครูอาจารย์ที่เคารพทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนวิชาความรู้และ  
ถ่ายทอดประสบการณ์ที่ดีให้แก่ข้าพเจ้า

พุทธา จินครวั

# สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญตาราง	VI
สารบัญรูป	VII
รายการสัญลักษณ์และคำย่อ	XI
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความสำคัญของวิทยานิพนธ์	1
1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา	7
1.3 จุดประสงค์ของงานวิจัย	8
1.4 ขอบเขตของงานวิจัย	9
บทที่ 2 พฤติกรรมทางทฤษฎีฟิล์มอากาศระหว่างวัสดุแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้ง	11
2.1 ประเภทของการหล่อขึ้น	11
2.2 การวิเคราะห์การแทรกตัวของอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้ง	12
2.3 การวิเคราะห์สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน	18
2.4 การเกิดการสั่นไถลและการเกิดรอยย่น	20
2.5 การปรับปรุงพื้นผิวลูกกลิ้งด้วยร่องรูปครึ่งวงรี	22
2.6 ผลการคำนวณ	23
2.7 สรุป	36
บทที่ 3 พฤติกรรมทางทฤษฎีฟิล์มอากาศขณะแผ่นฟิล์มบางเคลื่อนที่อยู่ระหว่างลูกกลิ้งและตัว ประกอบ	37
3.1 สมการทางทฤษฎี	39
3.2 การวิเคราะห์เชิงตัวเลข	44
3.3 ผลการคำนวณ	47
3.4 สรุป	58
บทที่ 4 พฤติกรรมขณะม้วนของแผ่นฟิล์มบาง	59
4.1 การวิเคราะห์ความเค้นภายในของแผ่นฟิล์มที่ม้วนเป็นทรงกระบอก	59
4.2 อิทธิพลการม้วนแผ่นฟิล์มด้วยความเร่งคงที่ช่วงเริ่มต้นและการม้วนแผ่นฟิล์มด้วยความหน่วง คงที่ในช่วงท้ายของขบวนการผลิต	66
4.3 การวิเคราะห์เชิงตัวเลข	68

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.4 การวัดความเค้นและการทดสอบการลื่นไถล	69
4.5 ผลการคำนวณและการทดลอง	71
4.6 สรุป	79
บทที่5 การวิเคราะห์ความเค้นตกค้างของแผ่นฟิล์มหลังจากการม้วน	80
5.1 ความสำคัญและงานวิจัยเกี่ยวกับวิสโคอีลาสติก	80
5.2 ทฤษฎี	81
5.3 วิธีการเชิงตัวเลข (Numerical method)	88
5.4 ผลการคำนวณและผลการทดลอง	89
5.5 สรุป	96
บทที่6 การออกแบบแรงดึงที่เหมาะสมที่สุด	97
6.1 การประมาณค่าแรงดึงขณะม้วน	97
6.2 วิธีการหาค่าที่เหมาะสมของแรงดึงในการม้วนแผ่นฟิล์ม	98
6.3 ระเบียบวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบ SQP	100
6.4 ผลการคำนวณและผลการทดลอง	101
6.5 สรุป	107
บทที่7 สรุปและข้อเสนอแนะ	108
7.1 กรณีที่แผ่นฟิล์มบางเคลื่อนที่ผ่านลูกกลิ้ง	108
7.2 กรณีที่แผ่นฟิล์มบางเคลื่อนที่ผ่านตัวประคอง	108
7.3 กรณีที่ขณะม้วนแผ่นฟิล์ม	109
7.4 กรณีที่หลังจากการม้วนแผ่นฟิล์ม	109
7.5 กรณีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด	109
7.6 ข้อเสนอแนะ	110
เอกสารอ้างอิง	111
ภาคผนวก	115
บทความที่ได้รับการตีพิมพ์	116
ประวัติผู้เขียน	143

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และตั้งอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
ตารางที่2.1คุณสมบัติทางกายภาพของแผ่นฟิล์ม	24
ตารางที่3.1คุณสมบัติทางกายภาพของวัสดุ	45
ตารางที่4.1คุณสมบัติกายภาพของแผ่นฟิล์มPETและPPลูกกลิ้งที่ใช้หมุนและลูกกลิ้งกดทับ	71
ตารางที่5.1ค่าคืบพืดกัชั้นในแนวรัศมี	89
ตารางที่5.2ค่าคืบพืดกัชั้นในแนวสัมผัส	89



## สารบัญรูป

รูปที่	หน้า
1.1 แผ่นภาพกระบวนการผลิตแผ่นฟิล์ม(Web)	1
1.2 อุตสาหกรรมการผลิตกระดาษ	2
1.3 การผลิตแผ่นฟิล์มบาง EVA สำหรับท่อหุ้มเซลล์แสงอาทิตย์	2
1.4 ตัวอย่างแผ่นฟิล์มสำหรับอิเล็กทรอนิกส์	3
1.5 โซ่มูลค่า(Value chain)กระบวนการผลิตและส่งมอบแผ่นฟิล์มPET	4
1.6 อุปสงค์ต่อแผ่นฟิล์มPETทั้งชนิดบางและชนิดหนา(1x1,000ล้านตัน)	4
1.7 แนวโน้มการเติบโตของแผ่นฟิล์มสำหรับอิเล็กทรอนิกส์	5
1.8 ปรากฏการณ์การเกิดรอยยับและการลื่นไถลของแผ่นฟิล์ม	6
2.1 แผนภาพของStribeck curve	12
2.2 แผนภาพการแทรกตัวของอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มบางกับลูกกลิ้ง	12
2.3 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความหนืดของอากาศและอุณหภูมิ	13
2.4 แนวคิดการหาค่าความหยาบผิวของวัสดุเฉลี่ยแบบRMS	19
2.5 แผนภาพแสดงทิศทางการเคลื่อนที่และแรงที่กระทำกับแผ่นฟิล์ม	20
2.6 ความเค้นบนแผ่นฟิล์ม	21
2.7 รอยยับจากการบิดตัวของลูกกลิ้ง	22
2.8 การปรับปรุงลูกกลิ้งด้วยร่องรูปครึ่งวงรี	23
2.9 พฤติกรรมของความดันอากาศและความหนาของฟิล์มอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งผิว เรียบ	25
2.10 การกระจายความหนาฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง $z=0$ ภายใต้การเปลี่ยนแปลงจำนวนกริดNz	25
2.11 การเปรียบเทียบผลการคำนวณเชิงตัวเลขกับโมเดลของ Prof. Hashimoto	26
2.12 การกระจายความหนาฟิล์มอากาศที่ $z=0$ ภายใต้การเปลี่ยนแปลงความเร็วของแผ่นฟิล์ม ( $T_w=80$ N/m, $L=0.035$ m, $R=0.055$ m)	27
2.13 พฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงดึงของแผ่นฟิล์ม ( $U_w=5.0$ m/s, $L=0.035$ m, $R=0.055$ m)	28
2.14 พฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงขนาดรัศมีของลูกกลิ้ง ( $U_w=5.0$ m/s, $L=0.035$ m, $T_w=100$ N/m)	29
2.15 พฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงขนาดความกว้างของแผ่นฟิล์มบาง ( $U_w=10.0$ m/s, $R=0.055$ m, $T_w=500$ N/m)	30
2.16 โมเดลประมาณค่าความหนาฟิล์มอากาศที่จุดกึ่งกลาง $x=0$ , $z=0$	31
2.17 พฤติกรรมลื่นไถลแผ่นฟิล์มบางขณะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งบนผิวของลูกกลิ้งผิวเรียบและผิว	

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เป็นร่อง( $T_w=500$ N/m, $L=0.1$ m, $R=0.01$ m, $\theta =90$ Groove: $n=10$ , $b/2=2.5$ mm)	30
2.18 การเปรียบเทียบลักษณะของร่องรูปตัววี สีเหลี่ยม และครึ่งวงรี	33
2.19 ตำแหน่งแรงดึงที่ทำให้เกิดการลื่นไถล	34
2.20 รอยย่นและลื่นไถลของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงมุมบิดของลูกกลิ้งและแรงดึง แผ่นฟิล์ม ( $L=0.1$ m, $R=0.01$ m, $U_w=10$ m/s, $\theta =90$ $L_R=0.25$ m Groove: $n=10$ $b/2=2.5$ mm และ $d=2.0$ $\mu m$ )	35
3.1 แผนภาพของแผ่นฟิล์มที่ผ่านตัวประกอบแบบลูกกลิ้งและแบบเว้า	38
3.2 รูปร่างร่องบนตัวประกอบรูปเว้า	39
3.3 การกระจายความเร็วระหว่างแผ่นฟิล์มและผิวของตัวประกอบเว้าที่เป็นรูปพาราโบลา	40
3.4 การเปรียบเทียบความหนาของฟิล์มอากาศระหว่างงานปัจจุบันกับงานวิจัยก่อนหน้า	48
3.5 อิทธิพลของการไหลที่ขอบ Slip flow	48
3.6 การเปรียบเทียบการกระจายความดันอากาศและความหนาฟิล์มอากาศ ระหว่างตัวประกอบที่เป็นลูกกลิ้งและตัวประกอบที่เป็นแบบเว้า	49
3.7 พฤติกรรมการหล่อลื่นอากาศระหว่างผิวที่เป็นร่องรูปคางหมูและผิวเรียบ ( $U_w=10$ m/s $T_w=200$ N/m, $F_n=25$ N, $E_q=1.44$ MPa and $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$ )	50
3.8 พฤติกรรมการหล่อลื่นอากาศระหว่างผิวที่เป็นร่องรูปครึ่งวงรีและผิวเรียบ ( $U_w=10$ m/s, $T_w=200$ N/m, $F_n=25$ N, $E_q=1.44$ MPa and $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$ )	51
3.9 การเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ความดันอากาศสูงสุด ความหนาของฟิล์มอากาศ ภายใต้การเปลี่ยนแปลงความลึกของร่องของร่องครึ่งวงรีกับคางหมู ( $U_w=10$ m/s, $T_w=200$ N/m, $F_n=25$ N, $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$ , $E_q=1.44$ MPa and $k_c=0.2 \times 10^{-8}$ )	52
3.10 การเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานความดันอากาศสูงสุดความหนาของฟิล์มอากาศ ภายใต้การเปลี่ยนแปลงความลึกของร่องของร่องครึ่งวงรีคางหมูและผิวเรียบภายใต้การ เปลี่ยนแปลงแรงในแนวตั้ง ( $U_w=10$ m/s, $T_w=100$ N/m, $D = 2.0$ $\mu m$ , $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$ , $E_q=1.16$ MPa and $k_c=0.2 \times 10^{-8}$ )	53
3.11 การเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานความดันอากาศสูงสุดความหนาของฟิล์มอากาศ ภายใต้การเปลี่ยนแปลงความลึกของร่องของร่องครึ่งวงรีคางหมูและผิวเรียบภายใต้การ เปลี่ยนแปลงค่าเสมือนยังมอดูลัส ( $U_w=10$ m/s, $D = 1.75$ $\mu m$ , $F_n=25$ N, $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$ and $k_c=0.2 \times 10^{-8}$ )	54

3.12 การเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานความดันอากาศสูงสุดความหนาของฟิล์มอากาศ ภายใต้การเปลี่ยนแปลงความลึกของร่องของร่องครึ่งวงรีคางหมูและผิวเรียบภายใต้การเปลี่ยนแปลง $(r_1 - r_2) / r_1$ $F_n=25$ N, $T_w=200$ N/m, $D = 1.75 \mu\text{m}$ , $E_q=1.44$ MPa and $k_c=0.2 \times 10^{-8}$ ) and $k_c=0.2 \times 10^{-8}$ )	55
3.13 การเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานความดันอากาศสูงสุดความหนาของฟิล์มอากาศ ภายใต้การเปลี่ยนแปลงความลึกของร่องของร่องครึ่งวงรีคางหมูและผิวเรียบภายใต้การเปลี่ยนแปลงค่าการไหลทะลุผ่านวัสดุพูน ( $U_w=10$ m/s, $F_n=25$ N, $T_w=200$ N/m, $D = 1.75 \mu\text{m}$ , $E_q=1.44$ MPa $(r_1 - r_2) / r_1 = 1.0$ )	56
3.14 การเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานความดันอากาศสูงสุดความหนาของฟิล์มอากาศ ภายใต้การเปลี่ยนแปลงความลึกของร่องของร่องครึ่งวงรี คางหมู และผิวเรียบภายใต้การเปลี่ยนแปลงความเร็วแผ่นฟิล์ม ( $F_n=25$ N, $T_w=200$ N/m, $D = 1.75 \mu\text{m}$ , $(r_1 - r_2) / r_1 = 1.0$ , $E_q=1.44$ MPa and $k_c = 0.2 \times 10^{-8}$ )	57
4.1 ความเค้นภายในแผ่นฟิล์มที่ถูกม้วน	60
4.2 ประเภทของความเสียหาย	61
4.3 การม้วนแผ่นฟิล์มโดยใช้ลูกกลิ้ง	62
4.4 การกระจายความดันและความหนาฟิล์มอากาศระหว่างลูกกลิ้งที่ม้วนกับลูกกลิ้งกดทับ	64
4.5 การเปรียบเทียบฟิล์มอากาศที่กึ่งกลางการสัมผัส 0 ภายใต้การเปลี่ยนแปลงความเร็ว	65
4.6 ความเร็วการม้วนแผ่นฟิล์มตลอดการผลิต	67
4.7 วิธี FDM (Finite difference method)	68
4.8 แผนภาพเครื่องจักรที่ใช้ในการทดลอง	69
4.9 ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและส่วนกลับของความต้านทาน	70
4.10 การปรับปรุงอุปกรณ์วัดแรงกด	70
4.11 ความเข้มของความเค้นบนบนอุปกรณ์วัด	70
4.12 การทดสอบการกระแทกเพื่อตรวจสอบการสั่นไถล	70
4.13 พฤติกรรมของแผ่นฟิล์มม้วนขณะที่ทำการม้วนของแผ่นฟิล์ม ( $T_w=60$ N/m, Nip-load=50 N and $U_w=0.25$ m/s)	72
4.14 กระจ่างจากความเค้นในแนวรัศมีภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงดึงของ PET-50 $\mu\text{m}$ (Nip-load=0 , and $U_w=0.5$ m/s)	73
4.15 การกระจายตัวของความเค้นในแนวรัศมีภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงกดทับของPET-50 $\mu\text{m}$ ( $T_w=150$ N/m, and $U_w=0.5$ m/s)	74

4.16	กระกระจากความเค้นในแนวรัศมีภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงดึงของ PP-20 $\mu\text{m}$ (Nip-load=0, $U_w = 0.25 \text{ m/s}$ )	74
4.17	การกระจายตัวของความเค้นในแนวรัศมีภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงกดทับของ PP-20 $\mu\text{m}$ ( $T_w = 60 \text{ N/m}$ , $U_w = 0.25 \text{ m/s}$ )	75
4.18	การเปรียบเทียบระยะเวลาการลื่นไถลระหว่างการม้วนโดยปราศจากลูกกลิ้งกดทับและการม้วน แผ่นฟิล์มโดยใช้ลูกกลิ้งกดทับ	76
4.19	แรงดึงขณะม้วน	78
4.20	การเปรียบเทียบพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มที่ม้วนระหว่างการม้วนภายใต้ความเร็วแผ่นฟิล์มคงที่ และการม้วนภายใต้ความเร็วไม่คงที่ภายใต้	78
5.1	โมเดลสำหรับอธิบายพฤติกรรมทางวิโคอีลาสติกของแผ่นฟิล์มบาง	82
5.2	พฤติกรรมความเค้นตกค้างในแนวรัศมีของแผ่นฟิล์มม้วนที่ $r/r_0 = 1.05$	90
5.3	พฤติกรรมความเค้นตกค้างในแนวรัศมีของแผ่นฟิล์มม้วนที่ $r/r_0 = 1.2$	91
5.4	พฤติกรรมความเค้นตกค้างในแนวรัศมีของแผ่นฟิล์มม้วนที่ $r/r_0 = 1.35$	91
5.5	พฤติกรรมความเค้นตกค้างในแนวรัศมีของแผ่นฟิล์มม้วนที่ $r/r_0 = 1.55$	92
5.6	การกระจายความเค้นตกค้างในแนวรัศมี ( $T_w = 60 \text{ N/m}$ , $U_w = 0.25 \text{ m/s}$ , Nip-load=50N)	93
5.7	การกระจายความเค้นตกค้างในแนวสัมผัส ( $T_w = 60 \text{ N/m}$ , $U_w = 0.25 \text{ m/s}$ , Nip-load=50N)	94
5.8	การกระจายแรงเสียดทาน ( $T_w = 60 \text{ N/m}$ , $U_w = 0.25 \text{ m/s}$ , Nip-load=50N)	94
5.9	พฤติกรรมของแผ่นฟิล์มม้วนหลักจากการม้วน 2 ชั่วโมงภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงดึงขณะ ม้วน ( $U_w = 0.25 \text{ m/s}$ , Nip-load=50 N, Time=2 hr)	95
6.1	ขั้นตอนการคำนวณหาแรงดึงขณะทำการม้วนภายใต้ขบวนการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด	98
6.2	พฤติกรรมของแผ่นฟิล์ม PET ภายใต้การเปลี่ยนแปลงความลาดเอียงของแรงดึงขณะม้วน ( $U_w = 0.5 \text{ m/s}$ , $N = 50 \text{ N}$ , Time=0)	102
6.3	การกระจายความเค้นภายในแผ่นฟิล์มม้วน PET และแรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มใน ขบวนการหาค่าแรงดึงที่เหมาะสม ( $U_w = 0.5 \text{ m/s}$ , $N = 50 \text{ N}$ , Time=0)	103
6.4	ความเค้นภายในแผ่นฟิล์มม้วนและแรงเสียดทานของแผ่นฟิล์ม PET ภายใต้แรงดึง ที่เหมาะสมและแรงกดทับที่เหมาะสม ( $U_w = 1.0 \text{ m/s}$ , Time=0)	104
6.5	การลื่นไถลของแผ่นฟิล์มหลังจากทดสอบด้วยการกระแทก ( $U_w = 1.0 \text{ m/s}$ , Time=0)	105
6.6	ความเค้นภายในแผ่นฟิล์มม้วนและแรงเสียดทานของแผ่นฟิล์ม PP ภายใต้แรงดึงที่เหมาะสม ( $U_w = 0.25 \text{ m/s}$ , Nip-load=50 N, Time=2.0 hr, Viscoelastic model)	106

## รายการสัญลักษณ์และคำย่อ

$A$	พื้นที่หน้าตัดของร่องรูปครึ่งวงรี
$A_p$	พื้นที่หน้าตัดตามขวางของวัสดุพูน
$b$	ความกว้างของร่องรูปครึ่งวงรี (mm)
$D$	ความลึกของร่องบนตัวประกอบ ( $\mu\text{m}$ )
$d$	ลักษณะทางเรขาคณิตของการสัมผัสระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้ง(Contact-geometry) (m)
$\bar{d}$	ลักษณะทางเรขาคณิตของการสัมผัสระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งไร้มิติ
$d_y$	ความลึกของร่องรูปครึ่งวงรี ( $\mu\text{m}$ )
$d_p$	ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางรูพูน
$E_c$	ค่า Young's modulus ของลูกกลิ้งที่เป็นแกนในการม้วนแผ่นฟิล์ม ( $\text{N/m}^2$ )
$E_q$	ค่า Young's modulus เสมือนระหว่างลูกกลิ้งและตัวประกอบ $E_q = \frac{1}{2} \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)$
$E_r$	ค่า Young's modulus ของแผ่นฟิล์มที่ม้วนตามแนวรัศมี ( $\text{N/m}^2$ )
$E_t$	ค่า Young's modulus ของแผ่นฟิล์มที่ม้วนตามแนวเส้นรอบวง ( $\text{N/m}^2$ )
$E_n$	ค่า Young's modulus ของลูกกลิ้งกดทับ ( $\text{N/m}^2$ )
$E_x$	ค่า Young's modulus ของแผ่นฟิล์มในทิศทางแกน x หรือตามยาวของแผ่นฟิล์ม ( $\text{N/m}^2$ )
$E_z$	ค่า Young's modulus ของแผ่นฟิล์มในทิศทางแกน z หรือตามความกว้างของแผ่นฟิล์ม ( $\text{N/m}^2$ )
$f(X)$	สมการวัตถุประสงค์ (Objective function)
$F$	แรงเสียดทาน (N)
$F_n$	แรงในแนวตั้ง (Normal load)
$\bar{F}_n$	แรงในแนวตั้งไร้มิติ $\bar{F}_n = \left( \frac{F_n / L}{E_q R'} \right)$
$F_{cr}$	ค่าแรงเสียดทานวิกฤติ (Critical friction)
$g(X)$	สมการบังคับ (Constraint equations)
$h$	ความหนาฟิล์มอากาศ ( $\mu\text{m}$ )
$h_{min}$	ความหนาของแผ่นฟิล์มต่ำสุดในบริเวณสัมผัส Contact region ( $\mu\text{m}$ )
$h_0$	ความหนาของแผ่นฟิล์มที่กึ่งกลาง ( $x=0$ และ $z=0$ ) ( $\mu\text{m}$ )
$h_{eq}$	ความหนาฟิล์มอากาศเสมือน (Equivalent air film) ( $\mu\text{m}$ )
$H$	ความหนาฟิล์มอากาศไร้มิติ
$H_0$	ความหนาฟิล์มอากาศไร้มิติที่กึ่งกลาง ( $X=0$ และ $Z=0$ )
$J_r$	ค่าคืบฟังก์ชัน (Creep function) ตามแนวรัศมีของแผ่นฟิล์มม้วน
$J_t$	ค่าคืบฟังก์ชัน (Creep function) ตามแนวเส้นรอบวงของแผ่นฟิล์มม้วน
$k$	ค่าการซึมผ่านผิวของวัสดุพูน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และตัดขั้วอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$k_c$	ค่าตัวแปรการไหลทะลุของอากาศ
$L$	ความกว้างของแผ่นฟิล์ม (m)
$L_g$	ความยาวของแผ่นฟิล์มที่ม้วน (m)
$L_R$	ความยาวของลูกกลิ้ง (m)
$L_w$	ความยาวคลื่นของร่องบนตัวประกอบ (m)
$m$	จำนวนรูพรุนบนวัสดุพรุนบนพื้นที่หน้าตัดขวาง $A_p$
$n$	จำนวนร่อง
$N$	แรงกดทับจากลูกกลิ้งกดทับ
$Nz$	จำนวนกริดในแกน z
$p$	ความดันอากาศ (Pa)
$p_o$	ความดันบรรยากาศ (Pa)
$P$	ความดันอากาศไร้มิติ
$q_x$	อัตราการไหลต่อความกว้างของแผ่นฟิล์มของอากาศระหว่างลูกกลิ้งและแผ่นฟิล์ม
$r$	รัศมีแผ่นฟิล์มที่ม้วนที่ชั้นใดๆ บทที่ 4
$r_0$	รัศมีของลูกกลิ้ง (Guided roller) บทที่ 3
$r_0$	รัศมีของลูกกลิ้งที่เป็นแกนในการม้วน บทที่ 4
$r_1$	รัศมีความโค้งของตัวประกอบ
$r_2$	รัศมีของลูกกลิ้ง (Guided roller) รวมกับความหนาฟิล์มบาง
$r_n$	รัศมีของลูกกลิ้งกดทับ
$R$	รัศมีของลูกกลิ้ง (m)
$R'$	รัศมีเสมือน (Equivalent radial) $R' = \left( \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \right)$
$R_w$	ความหยาบของผิวแผ่นฟิล์มเฉลี่ยแบบ RMS ( $\mu m$ )
$R_r$	ความหยาบของผิวลูกกลิ้งเฉลี่ยแบบ RMS ( $\mu m$ )
$R_{rms}$	ความหยาบผิวเฉลี่ย RMS ( $\mu m$ )
$s$	รัศมีของแผ่นฟิล์มบางที่ม้วนที่ชั้นนอกสุดที่เวลาปัจจุบันในการม้วน
$S$	ลักษณะรูปร่างของพื้นผิวบนตัวประกอบ (m)
$S_d$	ระยะการสไลด์ไกลของแผ่นฟิล์ม (mm)
$T_w$	แรงดึงแผ่นฟิล์ม (N/m)
$t$	เวลา
$t_c$	เวลาในการม้วนในช่วงความเร็วการม้วนคงที่ (sec)
$t_u$	เวลาในการม้วนในช่วงเพิ่มความเร็วในการม้วน (sec)
$t_d$	เวลาในการม้วนในช่วงลดความเร็วในการม้วน (sec)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$t_p$	ความหนาของวัสดุที่เป็นรูปทรงแปดเหลี่ยม (m)
$t_w$	ความหนาของแผ่นฟิล์ม (m)
$T_G$	แรงดึงแผ่นฟิล์มวิกฤติที่เกิดรอยย่น (N/m)
$T_{w1}$	แรงดึงแผ่นฟิล์มที่ทางเข้าตามทฤษฎีของ Euler's belt theory (N/m)
$T_{w2}$	แรงดึงแผ่นฟิล์มที่ทางออกตามทฤษฎีของ Euler's belt theory (N/m)
$u$	ความเร็วของอากาศระหว่างผิวแผ่นฟิล์มและผิวตัวประกอบ (m/s)
$u^*$	ระยะกระจัดของแผ่นฟิล์มภายใต้ความเค้น
$U_w$	ความเร็วแผ่นฟิล์ม (m/s)
$U_r$	ความเร็วของลูกกลิ้ง (m/s)
$U$	ความเร็วเฉลี่ยระหว่างความเร็วของแผ่นฟิล์มและความเร็วลูกกลิ้ง ( $U=(U_w + U_r)/2$ )
$\bar{U}$	ความเร็วไร้มิติของแผ่นฟิล์ม $\bar{U} = (\eta U_w / E_q R')$
$w$	การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแผ่นฟิล์ม (Web deflection) (m)
$w_p$	ความเร็วของอากาศที่ไหลผ่านวัสดุที่เป็นรูปทรงแปดเหลี่ยม (m/s)
$W$	การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแผ่นฟิล์มไร้มิติ
$x$	เป็นแกนที่กำหนดทิศทางตามการเคลื่อนที่ของแผ่นฟิล์ม
$x_{in}$	ตำแหน่งทางเข้าของเงื่อนไขขอบเขต
$x_{out}$	ตำแหน่งทางออกของเงื่อนไขขอบเขต
$X$	เป็นแกนที่กำหนดทิศทางตามการเคลื่อนที่ของแผ่นฟิล์มไร้มิติ
$z$	เป็นแกนที่กำหนดทิศทางตามความกว้างของแผ่นฟิล์ม
$Z$	เป็นแกนที่กำหนดทิศทางตามความกว้างของแผ่นฟิล์มแบบไร้มิติ
$\theta$	มุมสัมผัสระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้ง (rad) (Wrap angle)
$\bar{\theta}$	มุมสัมผัสระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งไร้มิติ
$\theta_c$	มุมของร่องรูปสี่เหลี่ยมคางหมู
$\eta$	เป็นความหนืดของอากาศ (Pa.s)
$\mu$	สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์
$\mu_s$	สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิต
$\mu_{slip}$	สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่เกิดการไถล
$\omega$	ความเร็วเชิงมุม (rad/s)
$\dot{\omega}$	ความเร่งเชิงมุม (rad/s <sup>2</sup> )
$\sigma_r$	ความเค้นตามแนวรัศมีของแผ่นฟิล์มที่ม้วน (N/m <sup>2</sup> )
$\sigma_t$	ความเค้นตามแนวเส้นรอบวงของแผ่นฟิล์มที่ม้วน (N/m <sup>2</sup> )
$\sigma_x$	ความเค้นในแนวแกน x ของแผ่นฟิล์มหรือตามความยาวของแผ่นฟิล์ม (N/m <sup>2</sup> )

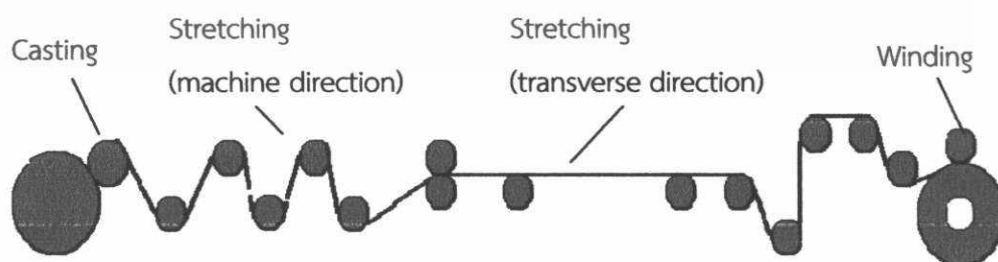
$\sigma_z$	ความเค้นในแนวแกน z ของแผ่นฟิล์มหรือตามความกว้างของแผ่นฟิล์ม ( $N/m^2$ )
$\sigma_{zc}$	ความเค้นในแนวแกน z วิกฤติของแผ่นฟิล์มหรือตามความกว้างของแผ่นฟิล์ม ( $N/m^2$ )
$\sigma_r^*$	ความเค้นดกค้ำของแผ่นฟิล์มหลังจากการม้วนตามแนวรัศมีของแผ่นฟิล์มม้วน ( $N/m^2$ )
$\sigma_t^*$	ความเค้นดกค้ำของแผ่นฟิล์มหลังจากการม้วนตามแนวเส้นรอบวงของแผ่นฟิล์มม้วน ( $N/m^2$ )
$\varepsilon_r$	ความเครียดของแผ่นฟิล์มม้วนตามแนวรัศมีของแผ่นฟิล์มม้วน
$\varepsilon_t$	ความเครียดของแผ่นฟิล์มม้วนตามแนวเส้นรอบวงของแผ่นฟิล์มม้วน
$\nu_x$	อัตราส่วนของปัวซอง (Poisson ratio) ตามความยาวของแผ่นฟิล์ม
$\nu_z$	อัตราส่วนของปัวซอง (Poisson's ratio) ตามความกว้างของแผ่นฟิล์ม
$\nu_1$	อัตราส่วนของปัวซอง (Poisson's ratio) ของตัวประกอบ
$\nu_2$	อัตราส่วนของปัวซอง (Poisson's ratio) ของแผ่นฟิล์มบนลูกกลิ้ง (Guided roller)
$\phi$	อัตราส่วนความลาดเอียงของแรงดึงแผ่นฟิล์มขณะม้วน (Taper ratio)
$\phi_{cr}$	มุมเยื้องศูนย์วิกฤติที่เกิดรอยย่น (rad)
$\rho$	ความหนาแน่นของอากาศ
$\Psi_{1,2}$	มุมที่แผ่นฟิล์มกระทำกับลูกกลิ้งกดทับที่ทางเข้าและทางออกตามลำดับ
$\lambda_0$	the molecular mean free path เท่ากับ $0.064 \mu m$ ที่ $25^\circ C$ และ $1.0 atm$
$\xi_{1,2}$	ค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้
$\tau$	ค่าเวลาการคืนตัว (Relaxation time) ( $\tau_i = \eta_i / E_i$ )

## บทที่ 1 บทนำ

กระบวนการผลิตวัสดุที่เป็นแผ่นฟิล์มบางตัวอย่างเช่น แผ่นฟิล์มของวัสดุพอลิเมอร์ (Polymer film) แผ่นฟิล์มที่ใช้ในเซลล์แสงอาทิตย์ (Solar cell) แผ่นฟิล์มที่ใช้ในอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ (Electronic film) หรือ แผ่นกระดาษ (Paper sheet) เป็นต้น ในส่วนหนึ่งของการผลิตจำเป็นต้องใช้เครื่องจักรที่ประกอบด้วยจำนวนลูกกลิ้ง (Roller) หลายตัวเพื่อที่จะใช้ส่งแผ่นฟิล์ม โดยที่เครื่องจักรดังกล่าวนี้ถูกเรียกว่า “Web handling mechanic” สำหรับบทนี้จะประกอบไปด้วย ความสำคัญของวิทยานิพนธ์ งานวิจัยที่ผ่านมา วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์ และ แนะนำบทต่างๆในวิทยานิพนธ์

### 1.1 ความสำคัญของวิทยานิพนธ์

เมื่อเรานึกถึงคำว่า “Web” โดยทั่วไปจะนึกถึงเกี่ยวกับอินเทอร์เน็ต อย่างไรก็ตามเครื่องจักรที่ถูกเรียกว่า Web handling ในวิทยานิพนธ์นี้นั้นไม่ได้ถูกใช้ในความหมายที่เกี่ยวกับอินเทอร์เน็ต แต่มีความเป็นไปได้ที่นักวิจัยในช่วงแรกได้กำหนดคำว่า “Web” อันเนื่องมาจากในกระบวนการผลิตแผ่นฟิล์มต่างๆ ที่กล่าวมาข้างต้นนั้น แผ่นฟิล์มจะเคลื่อนที่โดยผ่านจำนวนลูกกลิ้งเป็นจำนวนมากเชื่อมโยงกันเป็นเครือข่ายคล้ายกับใยของแมลงมุม จึงใช้คำว่า Web handling แทนกระบวนการที่ผลิตแผ่นฟิล์ม สำหรับแผนภาพอย่างง่ายที่แสดงให้เห็นถึงขั้นตอนการผลิตแผ่นฟิล์มถูกแสดงอยู่ในรูปที่ 1.1 จากรูปแผ่นฟิล์มจะถูกเคลือบผิว (Casting) ที่จุดเริ่มต้นหลังจากนั้นแผ่นฟิล์มจะถูกเพิ่มความแข็งแรงขึ้นในทิศทางตามการเคลื่อนที่ของแผ่นฟิล์ม (Stretching machine direction) จากนั้นแผ่นฟิล์มก็ถูกเพิ่มความแข็งแรงในทิศทางตามความกว้างของแผ่นฟิล์ม (Stretching transverse direction) และสุดท้ายการม้วนเก็บ (Winding) ตัวแผ่นฟิล์มจะถูกม้วนเก็บที่มีลักษณะเป็นชั้นของแผ่นฟิล์มหลายชั้นซ้อนทับกันซึ่งถูกเรียกว่า ลูกกลิ้งม้วนแผ่นฟิล์ม (Wound roll)



รูปที่ 1.1 แผนภาพกระบวนการผลิตแผ่นฟิล์ม (Web handling)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในรูปที่ 1.2 แสดงให้เห็นถึงกระบวนการผลิตแผ่นฟิล์มที่เป็นกระดาษ และรูปที่ 1.3 แสดงตัวอย่างการผลิตแผ่นฟิล์มบางพอลิเมอร์โปร่งแสงสำหรับท่อหุ้มเซลล์แสงอาทิตย์ (Solar cell) และสำหรับรูปที่ 1.4 แสดงตัวอย่างของแผ่นฟิล์มสำหรับงานทางด้านอิเล็กทรอนิกส์ (Printed electronic film) จากรูปที่ 1.2 และ 1.3 จะเห็นได้ว่ากระบวนการผลิตแผ่นฟิล์มจะเคลื่อนที่อย่างต่อเนื่องกล่าวคือ หากในขบวนการผลิตในขั้นตอนหนึ่งขั้นตอนใดเกิดความบกพร่องก็จะนำมาซึ่งความเสียหายทั้งสายการผลิตปัญหาส่วนใหญ่ที่พบมากที่สุดที่จำเป็นที่จะต้องแก้ไขคือแผ่นฟิล์มบางเกิดการลื่นไถล (Slippage) และแผ่นฟิล์มเกิดรอยยับ (Wrinkle) ทั้งในขณะที่แผ่นฟิล์มเคลื่อนที่ผ่านลูกกลิ้งและในขณะที่แผ่นฟิล์มถูกม้วนเก็บในขั้นตอนสุดท้าย



(ก) กระบวนการผลิตกระดาษ

(ข) การม้วนกระดาษ

รูปที่ 1.2 อุตสาหกรรมการผลิตกระดาษ

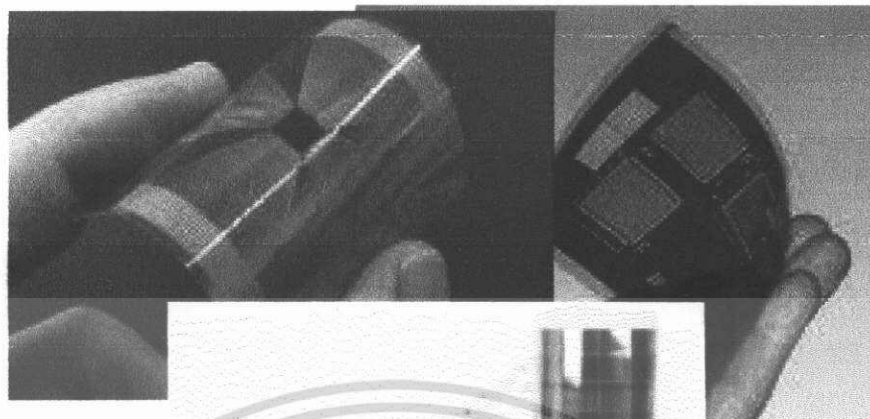


แหล่งที่มา :ห้องปฏิบัติการวิจัยเทคโนโลยีพลังงานแสงอาทิตย์ (STL),

สาขา <http://www.solartec.or.th/newsview.php?id=176>

รูปที่ 1.3 การผลิตแผ่นฟิล์มบาง Ethylene Vinyl Acetate (EVA) สำหรับท่อหุ้มเซลล์แสงอาทิตย์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



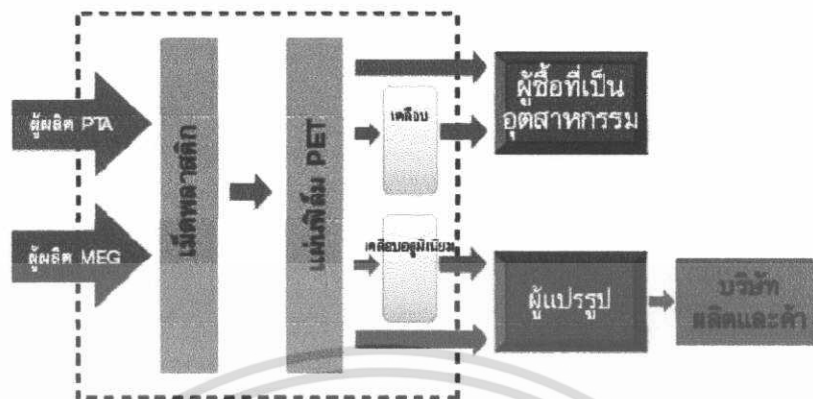
รูปที่ 1.4 ตัวอย่างแผ่นฟิล์มสำหรับอิเล็กทรอนิกส์

สำหรับในวิทยานิพนธ์นี้ตัวอย่างแผ่นฟิล์มที่เป็นกรณีศึกษาจะเป็นแผ่นฟิล์ม PET (Polyethylene Terephthalate film) และ แผ่นฟิล์ม PP (Polypropylene film) สำหรับในอุตสาหกรรมแผ่นฟิล์ม PET หรือที่เรียกว่า PET film สามารถจำแนกออกเป็นสองกลุ่มหลักๆคือ

1) แผ่นฟิล์มชนิดบาง (Thin film) ซึ่งมีความหนาของฟิล์มน้อยกว่า 50 ไมโครเมตร ใช้เป็นส่วนประกอบของการผลิตของบรรจุภัณฑ์อาหารที่เช่น ซองบรรจุกาแฟ ชา ขนมขบเคี้ยว ซองสำหรับบรรจุ น้ำยาปรับผ้านุ่ม หรือ ผงซักฟอก หรือจะใช้สำหรับ ฉนวนหุ้มสายไฟฟ้า แผ่นรองสวิทช์ แผ่นพอยล์ตีต่างๆ งานพิมพ์ข้อความ หรือรูปภาพลงบนแผ่นฉลากหรือบัตรประจำตัว เป็นต้น โดยคิดเป็นสัดส่วน 75% ของอุปสงค์ต่อ PET ทั่วโลกในปี 2009 ที่ 2.4 ล้านตัน [1]

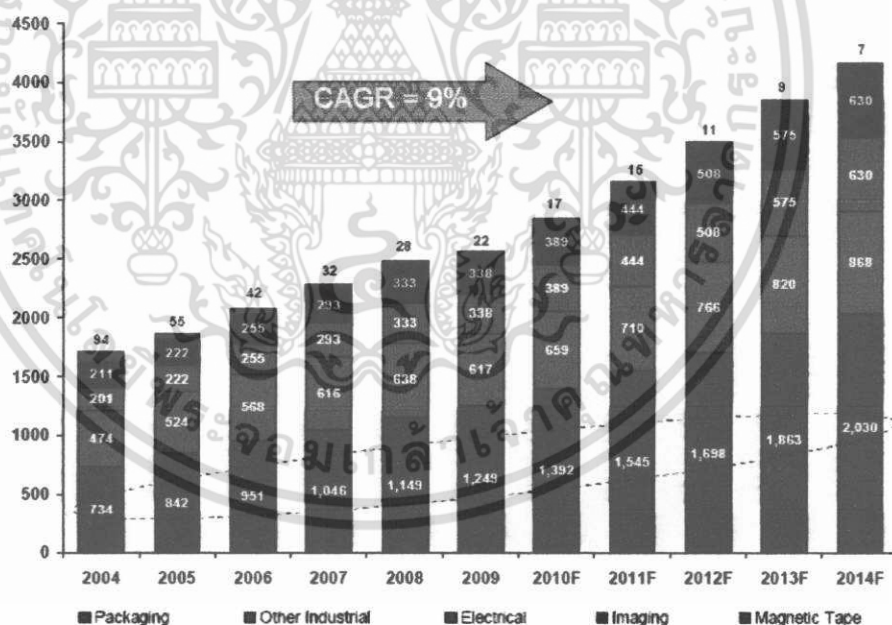
2) แผ่นฟิล์มชนิดหนา (Thick film) ซึ่งมีความหนามากกว่า 50 ไมโครเมตร ใช้เป็นส่วนประกอบในการผลิตแผงโซลาร์เซลล์ จอ LCD จอ Smart phone และบัตรเครดิต เป็นต้น คิดเป็นสัดส่วน 25 % ของอุปสงค์ต่อ PET ทั่วโลกในปี 2009 [1]

ในกระบวนการผลิตแผ่นฟิล์มนั้นเป็นส่วนหนึ่งของมูลค่า ดังแสดงในรูปที่ 1.5 โดยการผลิตแผ่นฟิล์มจะนำเข้าไป PTA และ MEG ซึ่งเป็นส่วนประกอบในการผลิตเม็ดพลาสติกหลังจากนั้นเม็ดพลาสติกจะถูกนำไปสู่กระบวนการผลิตแผ่นฟิล์มจากนั้นแผ่นฟิล์มบางส่วนจะถูกเคลือบหรือเคลือบอลูมิเนียมก่อนที่ จะจัดส่งไปผู้ซื้อที่เป็นอุตสาหกรรมหรือผู้แปรรูปต่อไป



Source Company reports

รูปที่ 1.5 โซ่มูลค่า (Value chain) กระบวนการผลิตและส่งมอบแผ่นฟิล์ม PET

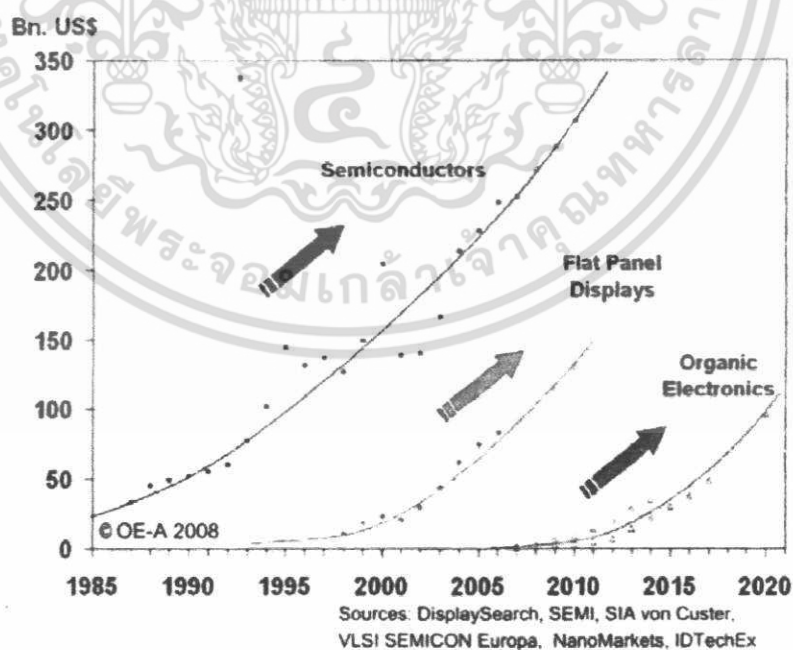


Source Company reports

รูปที่ 1.6 อุปสงค์ต่อแผ่นฟิล์ม PET ทั้งชนิดบาง และชนิดหนา (1x1,000 ล้านตัน)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับการเติบโตของอุตสาหกรรมแผ่นฟิล์ม PET สำหรับวิทยานิพนธ์นี้ได้ยกเอาบทความที่ทำการวิเคราะห์เกี่ยวกับการลงทุนในตลาดหลักทรัพย์ในประเทศไทย [1] จากการวิเคราะห์การลงทุนพบว่าการเติบโตของอุตสาหกรรมแผ่นฟิล์มในกลุ่ม PET film ยังคงมีการขยายตัวอย่างต่อเนื่อง โดยมีปัจจัยผลักดันคือการเติบโตในธุรกิจบรรจุภัณฑ์ อุตสาหกรรม และอุปกรณ์เครื่องใช้ไฟฟ้า ดังรูปที่ 1.6 แสดงให้เห็นถึงความต้องการใช้แผ่นฟิล์ม PET มีการขยายตัวอย่างต่อเนื่องเฉลี่ย (CAGR) ปีละ 9 % โดยได้รับแรงหนุนจากการเปลี่ยนแปลงของเทคโนโลยีการผลิตหีบห่อ บรรจุภัณฑ์จากกระดาษ และกระป๋องมาเป็นพลาสติกซึ่งมีต้นทุนต่ำกว่า รวมถึงการเพิ่มขึ้นของประชากรโลก คุณภาพชีวิตความเป็นอยู่ที่ดีขึ้น และการเติบโตของรายได้ต่อหัวของประชากรล้วนมีผลผลักดันให้ความต้องการแผ่นฟิล์ม PET เพื่อผลิตบรรจุภัณฑ์จอภาพ LCD/LED จอ Smart phone และแผงโซลาร์เซลล์สูงขึ้น มากกว่านั้นยังมีบทความจากนักวิจัยในต่างประเทศได้ทำการวิเคราะห์ที่สอดคล้องกันเกี่ยวกับการเติบโตที่สูงขึ้นของความต้องการวัสดุจำพวกแผ่นฟิล์ม ตัวอย่างที่น่าสนใจคือแนวโน้มการเติบโตในอุตสาหกรรมพวก อิเล็กทรอนิกส์การพิมพ์ (Printed electronics) ของ IDTechEx [2] ทำนายว่าจะเติบโตจาก 1.92 ล้านล้านดอลลาร์สหรัฐ ในปี 2009 เป็น 57.16 ล้านล้านดอลลาร์สหรัฐในปี 2019 ตัวอย่างแผ่นฟิล์มพวกอิเล็กทรอนิกส์แสดงอยู่ในรูป 1.4 มากกว่านั้นนักวิจัยทางด้านเศรษฐศาสตร์ได้รายงาน [3] การเติบโตจำพวก Optical film สำหรับ Display จะมีแนวโน้มสูงขึ้นถึง 800 ล้านล้านดอลลาร์สหรัฐ ในรูปที่ 1.7 แสดงให้เห็นถึงแนวโน้มความต้องการที่เพิ่มขึ้นจากปี 2005 ถึง 2012 ความต้องการยังคงมีการเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องและมีแนวโน้มที่ความต้องการจะเพิ่มรวดเร็ว



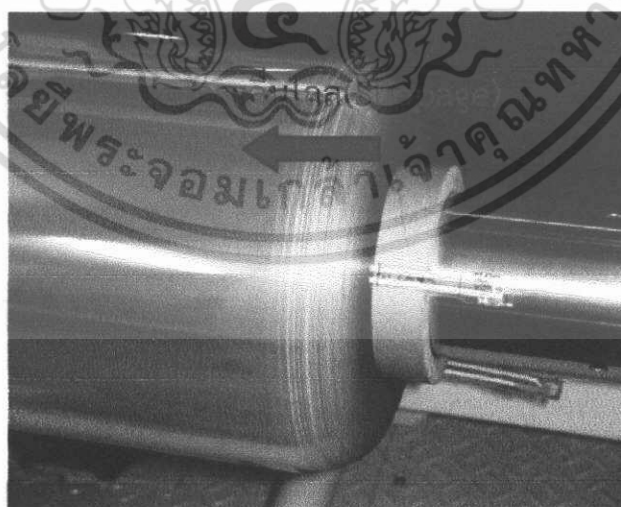
รูปที่ 1.7 แนวโน้มการเติบโตของแผ่นฟิล์มสำหรับอิเล็กทรอนิกส์

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากการวิเคราะห์ของบทความข้างต้น เพื่อที่จะสนับสนุนการเติบโตในอนาคต เทคโนโลยีในกระบวนการผลิตแผ่นฟิล์มบางจำเป็นต้องได้รับการพัฒนาตัวอย่างเช่น ลดพลังงาน เพิ่มประสิทธิภาพในการผลิต ลดการเสียหายจากการผลิต เป็นต้น สำหรับความเสียหายในระหว่างการผลิตแผ่นฟิล์มบางคือ แผ่นฟิล์มบางเกิดการลื่นไถล (Slippage) และแผ่นฟิล์มเกิดรอยย่น (Wrinkle) ทั้งในขณะที่แผ่นฟิล์มเคลื่อนที่ผ่านลูกกลิ้งและในขณะที่แผ่นฟิล์มถูกม้วนเก็บในชั้นตอนสุดท้าย ในรูปที่ 1.8 แสดงให้เห็นถึงแผ่นฟิล์ม PET ที่ถูกม้วนเก็บในชั้นตอนสุดท้ายเกิดความเสียหายเนื่องจากการเกิดรอยย่นและการเกิดการลื่นไถลดังนั้นปัญหาดังกล่าวข้างต้นจำเป็นต้องได้รับการแก้ไข



(ก) การเกิดรอยย่นบนแผ่นฟิล์ม



(ข) การเกิดการลื่นไถลของแผ่นฟิล์ม

รูปที่ 1.8 ปรากฏการณ์การเกิดรอยย่นและการลื่นไถลของแผ่นฟิล์ม

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## 1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา

สำหรับงานวิจัยที่ผ่านมาเกี่ยวกับเครื่องจักรที่ใช้ในการผลิตแผ่นฟิล์ม (Web handling machine) สามารถที่จะแบ่งออกเป็นสองกลุ่มใหญ่กล่าวคือกลุ่มที่ศึกษาในขณะที่แผ่นฟิล์มกำลังเคลื่อนที่บนลูกกลิ้ง และอีกกลุ่มหนึ่งศึกษาในขั้นตอนที่แผ่นฟิล์มถูกม้วนเก็บ

สำหรับงานวิจัยที่ผ่านมาที่ศึกษาขณะที่แผ่นฟิล์มม้วนเก็บถูกกล่าวพอสังเขปดังนี้ ในปี 1959 Gutterman [4] และ ในปี 1962 Catlow และคณะ [5] ได้ทำการศึกษาความเค้นตึงในแผ่นฟิล์มหลังจากแผ่นฟิล์มถูกม้วนเก็บโดยใช้ทฤษฎีเกี่ยวกับผนังทรงกระบอกและสมมติให้แผ่นฟิล์มที่ม้วนเก็บที่มีลักษณะคล้ายลูกกลิ้งนั้นมีลักษณะเป็นเนื้อเดียวกัน หลังจากนั้นในปี 1966 Pfeiffer [6] ได้ทำการทดลองเกี่ยวกับคุณสมบัติของแผ่นฟิล์มที่ม้วนเก็บเป็นชั้นๆ ผลการทดลองพบว่า ค่ายังมอดูลัสในทิศทางตามแนวรัศมีของลูกกลิ้งหรือตั้งฉากกับผิวแผ่นฟิล์มจะมีพฤติกรรมเป็นค่าไม่เชิงเส้น (Non-linear) จากนั้นในปี 1980 Yogoda [7] ได้สนใจเกี่ยวกับการเสีรูปของแกนลูกกลิ้งที่ใช้ม้วนแผ่นฟิล์ม ในปี 1987 Hakiel [8] ได้นำเสนอโมเดลทางคณิตศาสตร์ที่เป็นสมการไม่เชิงเส้นอนุพันธ์อันดับสอง และวิเคราะห์ความเค้นของแผ่นฟิล์มขณะม้วนเก็บโดยวิธีเชิงตัวเลข (Numerical) ซึ่งในปัจจุบันเป็นที่รู้จักในชื่อ Hakiel's model หลังจากนั้นในปี 1995 Good และคณะ [9] ได้ทำการปรับปรุง Hakiel's model โดยการวิเคราะห์อิทธิพลของการแทรกตัวของอากาศขณะที่แผ่นฟิล์มม้วนเก็บ ถัดมาในปี 1997 Qualls และ Good [10] ได้วิเคราะห์เกี่ยวกับผลของอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงกับความเค้นของแผ่นฟิล์ม หลังจากนั้นในปี 2003 ความเค้นของแผ่นฟิล์มที่ได้รับอิทธิพลของการแทรกตัวของอากาศระหว่างชั้นของแผ่นฟิล์มและอิทธิพลของอุณหภูมิที่เปลี่ยนแปลงได้ถูกนำเสนอ ในปี 2006 Lin และ Wickert [11] ได้แสดงให้เห็นถึงการเสีรูปของแผ่นฟิล์มผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าแผ่นฟิล์มเสีรูปเนื่องจากแรงดึงที่สูงเกินไป ถัดมาในปี 2008 Tanimoto [12] และคณะ ได้นำเสนอการใช้ Nip-roll ที่ทำให้เป็นร่องนั้นสามารถที่จะแก้ไขปัญหาการแทรกตัวของอากาศที่การม้วนแผ่นฟิล์มที่ความเร็วสูงได้ และในปี 2009 Hashimoto [13] ได้นำเสนอวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดของแรงดึงขณะที่ม้วนแผ่นฟิล์มเพื่อที่จะป้องกันไม่ให้เกิดการย่นและการลื่นไถลของแผ่นฟิล์มขณะที่ทำการม้วน

สำหรับงานวิจัยที่ผ่านมาที่ศึกษาพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มขณะที่เคลื่อนที่ผ่านลูกกลิ้งสามารถที่จะสรุปได้พอสังเขปดังนี้ ในปี 1999 Hashimoto [14] ได้ทำการคำนวณหาความหนาของชั้นอากาศระหว่างลูกกลิ้งและแผ่นฟิล์มที่กำลังเคลื่อนที่โดยคำนวณจากสมการ เรย์โนลด์ (Reynolds) และผลจากการคำนวณทางตัวเลขได้ถูกนำมาเขียนเป็นโมเดลที่จะประมาณค่าความหนาของฟิล์มอากาศ และได้ทำการทดลองเพื่อที่จะยืนยันผลของการประมาณค่าความหนาฟิล์มอากาศจากโมเดล เนื่องจากความหนาของฟิล์มอากาศระหว่างลูกกลิ้งและแผ่นฟิล์มที่กำลังเคลื่อนที่เป็นสาเหตุที่แผ่นฟิล์มเกิดการลื่นไถลขณะเคลื่อนที่ ดังนั้นจึงมีบทความวิจัยหลายบทความที่มุ่งเน้นพัฒนาเกี่ยวกับลักษณะรูปร่างของผิวของลูกกลิ้ง

เพื่อที่จะเพิ่มแรงเสียดทานโดยทำให้พื้นผิวของลูกกลิ้งมีลักษณะเป็นร่อง โดยในปี 2000 K.S Ducotey และ J.K Good [15] ได้ทำการปรับปรุงผิวของลูกกลิ้งโดยการทำให้เป็นร่องที่มีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมตามเส้นรอบวงของลูกกลิ้ง ถัดมาในปี 2001 Hashimoto และคณะ [16] ได้พัฒนาพื้นผิวลูกกลิ้งโดยการทำให้เป็นร่องรูปตัววีตามแนวเส้นรอบวงของลูกกลิ้งและได้ศึกษาเกี่ยวกับวัสดุของลูกกลิ้งที่ลักษณะเป็นรูปทรงแท่งให้อากาศทะลุผ่านได้ เนื่องจากฟิล์มอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งมีความหนาที่น้อยมากกล่าวคือมีความหนาอยู่ในระดับไมโครมิเตอร์ ดังนั้นในปี 2002 Sihan [17] ได้ศึกษาแรงเสียดทานโดยที่ความหนาฟิล์มอากาศคำนวณจากสมการเรย์โนลด์ที่ปรับปรุงโดยสนใจการสั่นโกลของชั้นโครงสร้างโมเลกุลของผิวลูกกลิ้ง (Boundary slip, first order slip flow) อย่างไรก็ตามคุณลักษณะทางกายภาพที่แตกต่างกันของแผ่นฟิล์มมีผลต่อความหนาฟิล์มอากาศลักษณะหนึ่งที่น่าสนใจคือแผ่นฟิล์มที่อากาศซึมผ่านได้ สำหรับบทความเกี่ยวกับแผ่นฟิล์มที่อากาศซึมผ่านได้สามารถที่จะดูในรายละเอียดได้ในเอกสารอ้างอิง [18-21] ตัวอย่างเช่น ในปี 2006 Hashimoto [21] และคณะได้ทำการคำนวณและทดลองความหนาฟิล์มอากาศของแผ่นฟิล์มที่มีลักษณะการซึมผ่านของฟิล์มอากาศแตกต่างกัน 3 ประเภท จากบทความที่กล่าวมาข้างต้นแสดงให้เห็นว่าการปรับปรุงพื้นผิวของลูกกลิ้งด้วยการทำให้เป็นร่องจะสามารถเพิ่มประสิทธิภาพในการผลิตแผ่นฟิล์มมากขึ้นกล่าวคือเครื่องจักรสามารถเพิ่มความเร็วในการผลิต คือแผ่นฟิล์มเคลื่อนที่ด้วยความเร็วที่สูงขึ้นโดยปราศจากการสั่นโกล อย่างไรก็ตามถ้าแรงดึงที่ใช้ไม่เหมาะสม เช่นดึงแผ่นฟิล์มด้วยแรงที่สูงเกินไปก็จะส่งผลให้แผ่นฟิล์มเกิดการย่นเกิดขึ้น สำหรับงานวิจัยที่ไม่นานมานี้ก็ได้มีนักวิจัยพยายามที่จะทำนายถึงการเกิดรอยย่นบนแผ่นฟิล์ม เช่น ในปี 2010 Hikita และ Hashimoto [22] ได้นำเสนอบทความเกี่ยวกับการทำนายการเกิดการสั่นโกลและการเกิดรอยย่นบนแผ่นฟิล์มรวมถึงการหารูปร่างของร่องรูปตัววีบนผิวลูกกลิ้งที่เหมาะสมเพื่อป้องกันการสั่นโกลและการเกิดรอยย่นบนแผ่นฟิล์ม

### 1.3 จุดประสงค์ของงานวิจัย

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาซึ่งแบ่งออกเป็น 3 ส่วนใหญ่ๆ กล่าวคือในส่วนที่แผ่นฟิล์มเคลื่อนที่ผ่านลูกกลิ้ง ในส่วนที่แผ่นฟิล์มถูกม้วนเก็บ และหลังจากม้วนฟิล์มและถูกเก็บไว้ในโกดัง

1) สำหรับในส่วนที่แผ่นฟิล์มเคลื่อนที่ผ่านลูกกลิ้ง งานวิจัยนี้ได้ทำการปรับปรุงพื้นผิวของลูกกลิ้งโดยให้ลูกกลิ้งมีร่องที่เป็นรูปครึ่งวงรี (Semi-elliptical groove) ตามเส้นรอบวงของลูกกลิ้งเพื่อเพิ่มศักยภาพการผลิตแผ่นฟิล์มบางที่ความเร็วสูงโดยที่แผ่นฟิล์มบางไม่เกิดการสั่นโกลบนลูกกลิ้ง รวมทั้งไม่เกิดรอยย่นบนแผ่นฟิล์ม

2) ในขณะที่แผ่นฟิล์มเคลื่อนที่ผ่านบนลูกกลิ้ง บางส่วนของการผลิตจะมีลูกกลิ้งอีกหนึ่งตัวเพื่อที่จะประคองแผ่นฟิล์ม ในส่วนนี้จะมีแรงเสียดทานที่กระทำกับแผ่นฟิล์มมาก ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงทำ

การลดค่า สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานบนแผ่นฟิล์มโดยเปลี่ยนตัวประกอบที่เป็นลูกกลิ้งมาเป็นตัวประกอบที่มีลักษณะเป็นรูปเว้า (Concaved support)

3) สำหรับในส่วนที่แผ่นฟิล์มถูกม้วนเก็บในขั้นตอนสุดท้ายที่มีลักษณะเป็นลูกกลิ้งที่ประกอบด้วยชั้นของแผ่นฟิล์มหลายๆชั้น (Wound roll) พฤติกรรมของแผ่นฟิล์มเช่น ความเค้นที่ตกค้างภายใน ชั้นอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างชั้นแผ่นฟิล์ม และ แรงเสียดทานของแผ่นฟิล์มแต่ละชั้นจะถูกคำนวณหา รวมถึงการหาค่าแรงดึงแผ่นฟิล์มขณะม้วนที่เหมาะสมที่สุดเพื่อให้แผ่นฟิล์มที่ม้วนเก็บไม่เกิดการลื่นไถลและเกิดการย่นบนแผ่นฟิล์ม

4) หลังจากแผ่นฟิล์มม้วนเก็บแล้วแผ่นฟิล์ม (Wound roll) จะถูกเก็บไว้ที่โกดัง เนื่องจากแผ่นฟิล์มเป็นวัสดุที่ทำจากพอลิเมอร์ (Polymer film) ดังนั้นแผ่นฟิล์มจึงมีคุณลักษณะทางกายภาพเป็นวิสโคอิลาสติก (Viscoelastic) กล่าวคือพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มมีโอกาสที่จะเปลี่ยนแปลงตามเวลา ดังนั้นความเค้นที่ตกค้าง และแรงเสียดทานระหว่างชั้นแผ่นฟิล์มจะถูกคำนวณหาโดยใช้โมเดลที่เป็นวิสโคอิลาสติก รวมถึงการหาแรงดึงที่เหมาะสมที่ทำให้แผ่นฟิล์มไม่ลื่นไถล และเกิดการย่นในช่วงที่เก็บแผ่นฟิล์มในโกดัง

#### 1.4 ขอบเขตของงานวิจัย

สำหรับวิทยานิพนธ์นี้จะประกอบไปด้วย 7 บท ได้แก่บทที่ 1 ที่แนะนำเกี่ยวกับเทคโนโลยีการผลิตแผ่นฟิล์มบาง ความสำคัญของแผ่นฟิล์มบาง งานวิจัยที่ผ่านมา และวัตถุประสงค์ของงานวิจัย

บทที่ 2 จะประกอบด้วยการศึกษาเชิงทฤษฎีของพฤติกรรมของฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างลูกกลิ้งและแผ่นฟิล์มบางที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วซึ่งเป็นปัจจัยหนึ่งที่จำกัดศักยภาพของเครื่องจักรในการผลิตเนื่องจากแผ่นฟิล์มจะเกิดการลื่นไถลง่ายเมื่อความหนาของฟิล์มอากาศมาก โดยที่พฤติกรรมของฟิล์มอากาศจะถูกคำนวณจากสมการเรย์โนลด์สองมิติ (Reynolds-2D) ภายใต้เงื่อนไขที่เป็นสภาวะคงตัว (Steady state) และไม่คิดผลกระทบจากอุณหภูมิ โดยในบทนี้ได้ทำการปรับปรุงพื้นผิวของลูกกลิ้งโดยการทำให้เป็นร่องรูปครึ่งวงรี (Semi-elliptical groove) เพื่อที่จะเพิ่มความเร็วของแผ่นฟิล์มโดยไม่เกิดการลื่นไถล

บทที่ 3 จะประกอบไปด้วยการศึกษาเชิงทฤษฎีของพฤติกรรมของฟิล์มอากาศในขณะที่แผ่นฟิล์มบางกำลังเคลื่อนที่อยู่ระหว่างลูกกลิ้งสองตัวโดยที่อีกตัวหนึ่งเป็นตัวประกอบ โดยในบทนี้ได้ทำการปรับปรุงลูกกลิ้งที่เป็นตัวประกอบแบบลูกกลิ้งเป็นตัวประกอบที่มีลักษณะเป็นรูปเว้า (Concaved) โดยที่พฤติกรรมของฟิล์มอากาศและแรงเสียดทานจะถูกคำนวณจากสมการเรย์โนลด์ (Reynolds) โดยสมการเรย์โนลด์ได้ทำการปรับปรุงใหม่โดยคิดผลกระทบจากการลื่นไถลของอากาศที่ขอบ (Slip flow) และ

อิทธิพลของการรั่วซึมของอากาศผ่านตัวประกอบที่มีลักษณะเป็นรูพรุน ภายใต้เงื่อนไขที่เป็นสภาวะคงตัว (Steady state) และไม่คิดผลกระทบจากอุณหภูมิ

บทที่ 4 เป็นการศึกษาเชิงทฤษฎีของพฤติกรรมขณะมีแรงของแผ่นฟิล์มบางในขั้นตอนสุดท้ายของการผลิต ความเค้นภายในแผ่นฟิล์มที่ถูกม้วนและแรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มที่ไม่เหมาะสมเป็นสาเหตุที่สำคัญของการเกิดรอยย่นและการลื่นไถลของแผ่นฟิล์มที่ม้วน ดังนั้นการทำความเข้าใจการเกิดความเค้นและแรงเสียดทานเป็นสิ่งจำเป็น สำหรับการคำนวณหาความเค้นในแผ่นฟิล์มที่ถูกม้วนจะคำนวณจากสมการไม่เชิงเส้นของ Hakiel ที่ปรับปรุงใหม่โดยเพิ่มอิทธิพลของชั้นของฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มที่ม้วน สำหรับการคำนวณจะอยู่ภายใต้สมมุติฐานความเค้นตามความกว้างของแผ่นฟิล์มน้อยมากเมื่อเปรียบเทียบกับทิศทางตามแนวรัศมีและอุณหภูมิห้องไม่มีการเปลี่ยนแปลง

บทที่ 5 เป็นการศึกษาเชิงทฤษฎีของพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มหลังจากทำการม้วนเสร็จแล้วและถูกทิ้งไว้ เนื่องจากแผ่นฟิล์มเป็นพอลิเมอร์ (Polymer film) ดังนั้นความเค้นของแผ่นฟิล์มที่ถูกม้วนจะมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา สำหรับความเค้นของแผ่นฟิล์มจะถูกคำนวณโดยใช้ทฤษฎีวิสโคเอลาสติก (Viscoelastic material) สำหรับการคำนวณจะอยู่ภายใต้สมมุติฐานความเค้นตามความกว้างของแผ่นฟิล์มน้อยมากเมื่อเปรียบเทียบกับทิศทางตามแนวรัศมีและอุณหภูมิห้องไม่มีการเปลี่ยนแปลง

บทที่ 6 กล่าวถึงวิธีการหาค่าแรงดึงที่เหมาะสมที่สุดขณะที่แผ่นฟิล์มถูกม้วนเพื่อให้แผ่นฟิล์มที่ถูกม้วนไม่เกิดรอยย่นและไม่เกิดการลื่นไถลระหว่างชั้นของแผ่นฟิล์มโดยในบทนี้จะนำเสนอสมการวัตถุประสงค์ (Objective equation) สมการบังคับ (Constrain equations) โดยที่ในขบวนการหาค่าแรงดึงที่เหมาะสมจะใช้วิธี SQP (the successive quadratic programming method) ผลที่คำนวณได้จะถูกเปรียบเทียบกับกรณีอื่นๆที่ไม่ได้ใช้วิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด

บทที่ 7 กล่าวถึงสรุปผลการศึกษาและการเสนอแนะ

## บทที่ 2

# พฤติกรรมทางทฤษฎีฟิล์มอากาศระหว่างวัสดุแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้ง

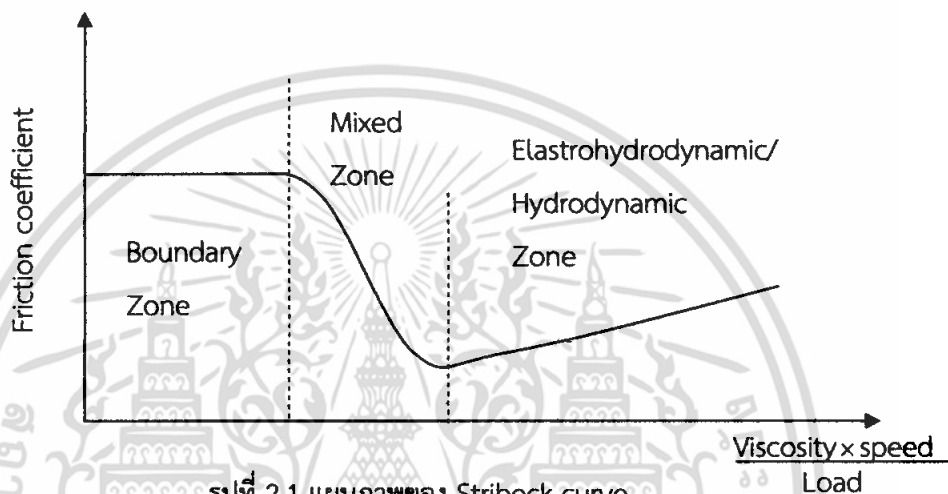
บทที่ 2 กล่าวถึงการศึกษาเชิงทฤษฎีของพฤติกรรมของฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างลูกกลิ้งและแผ่นฟิล์มบางที่กำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็วซึ่งเป็นปัจจัยหนึ่งที่จำกัดศักยภาพของเครื่องจักรในการผลิต กล่าว คือการเกิดการลื่นไถลของแผ่นฟิล์มบนลูกกลิ้งจะเกิดได้ง่ายเมื่อความหนาของฟิล์มอากาศมาก ดังนั้นจำเป็นที่จะต้องทราบพฤติกรรมของฟิล์มอากาศที่เกิดขึ้น โดยที่พฤติกรรมของฟิล์มอากาศจะถูกคำนวณจากสมการเรย์โนลด์สองมิติ (Reynolds-2D) โดยในบทนี้ได้ทำการปรับปรุงพื้นผิวของลูกกลิ้งโดยการทำให้เป็นร่องรูปครึ่งวงรี (Semi-elliptical groove) เพื่อที่จะเพิ่มความเร็วของแผ่นฟิล์มโดยไม่เกิดการลื่นไถล ผลการคำนวณจะเปรียบเทียบระหว่างกรณีลูกกลิ้งที่มีผิวเรียบกับกรณีที่ลูกกลิ้งทำการปรับผิวให้มีร่องรูปครึ่งวงรีตามแนวเส้นรอบวงของลูกกลิ้ง

### 2.1 ประเภทของการหล่อลื่น

สำหรับการแทรกตัวของชั้นฟิล์มอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้งสามารถที่จะวิเคราะห์และอธิบายโดยทฤษฎีการหล่อลื่นด้วยอากาศ เป็นที่ทราบกันดีว่าแรงเสียดทานจะลดลงเมื่อมีการหล่อลื่นซึ่งโดยปกติในอุปกรณ์เครื่องจักรต้องการที่จะลดแรงเสียดทานเพื่อเป็นการประหยัดพลังงานและเป็นการบำรุงรักษาเครื่องจักรแต่สำหรับแผ่นฟิล์มบางที่กำลังเคลื่อนที่ผ่านบนลูกกลิ้งแรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งมีความสำคัญและเป็นปัจจัยที่จะช่วยไม่ให้เกิดการลื่นไถลของแผ่นฟิล์ม โดยทั่วไปการหล่อลื่นสามารถที่จะแบ่งออกเป็น 4 ประเภทตามแผนภาพของ Stribeck curve ที่แสดงในรูปที่ 2.1 ได้แก่ การหล่อลื่นแบบเบาดารี (Boundary lubrication) การหล่อลื่นแบบผสม (Mixed lubrication) การหล่อลื่นแบบอีลาสโตรไฮโดรไดนามิก (Elastrohydrodynamic Lubrication) และการหล่อลื่นแบบไฮโดรไดนามิก (Hydrodynamic lubrication)

สำหรับการหล่อลื่นแบบไฮโดรไดนามิกเกิดขึ้นเมื่อความหนาของของไหลหรือก๊าซถูกกักตัวขึ้นอยู่ระหว่างพื้นผิวสองพื้นผิวที่กำลังเคลื่อนที่ โดยการเคลื่อนที่ของผิววัสดุจะทำให้เกิดการกระจายของแรงดันระหว่างผิวของวัสดุ โดยแรงดันนี้เองสามารถที่จะแยกพื้นผิวทั้งสองไม่ให้เกิดการสัมผัสกัน ดังนั้นพฤติกรรมการหล่อลื่นดังกล่าวถูกเรียกว่าไฮโดรไดนามิก อย่างไรก็ตามถ้าการหล่อลื่นดังกล่าวได้รับอิทธิพลของการเสียรูปของวัสดุด้วยการหล่อลื่นนั้นจะถูกเรียกว่าอีลาสโตรไฮโดรไดนามิก สำหรับการหล่อลื่นที่ฟิล์มของไหลบางมากๆในระดับที่น้อยกว่าความหยาบเฉลี่ยของพื้นผิว ในลักษณะนี้บางส่วนของความ

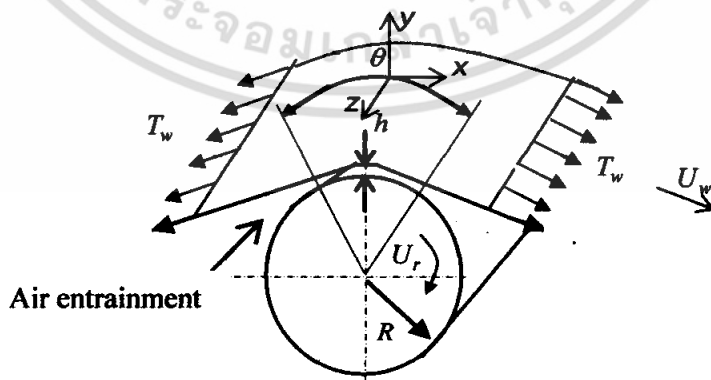
หยาดของทั้งสองพื้นผิวเกิดการสัมผัสกันและบางส่วนไม่สัมผัสเนื่องจากมีชั้นของไหลคั่นนั้นส่วนที่รับภาระ จึงมีทั้งส่วนที่เป็นการสัมผัสกันของพื้นผิวทั้งสองและส่วนที่เป็นชั้นของของไหล การหล่อลื่นในลักษณะนี้ ถูกนิยามว่าเป็นการหล่อลื่นแบบผสม สำหรับการหล่อลื่นในลักษณะที่ต้องรับภาระสูง (Load) หรือที่ ความเร็วต่ำมากจนบางครั้งแทบไม่มีชั้นของของไหลกล่าวคือของไหลไม่สามารถที่จะรับภาระได้ ส่วนที่ รับภาระมีเฉพาะส่วนที่เกิดการสัมผัสกันของพื้นผิวทั้งสอง การหล่อลื่นในลักษณะนี้นิยามว่าเป็นการหล่อ ลื่นแบบเบาดารี (Boundary)



รูปที่ 2.1 แผนภาพของ Stribeck curve

## 2.2 การวิเคราะห์การแทรกตัวของอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้ง

รูปที่ 2.2 แสดงแผนภาพการเคลื่อนที่ของแผ่นฟิล์มบางผ่านลูกกลิ้ง ในขณะที่แผ่นฟิล์มเคลื่อนที่ ผ่านลูกกลิ้งรัศมี  $R$  อากาศรอบๆสามารถที่จะแทรกตัวเข้ามาอยู่ระหว่างผิวของแผ่นฟิล์มที่เคลื่อนที่ด้วย ความเร็ว  $U_w$  ภายใต้แรงดึง  $T_w$  และผิวของลูกกลิ้งที่เคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $U_r$  สำหรับพฤติกรรมของฟิล์ม อากาศที่แทรกตัวระหว่างแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้งสามารถที่จะอธิบายโดยทฤษฎีดังต่อไปนี้



รูปที่ 2.2 แผนภาพการแทรกตัวของอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มบางกับลูกกลิ้ง

### 2.2.1 ทฤษฎี

เนื่องจากอากาศที่แทรกตัวมีการไหลใน 2 ทิศทางคือตามการเคลื่อนที่ของแผ่นฟิล์มซึ่งในที่นี้กำหนดให้เป็นแกน  $x$  และตามความกว้างของแผ่นฟิล์มซึ่งกำหนดให้เป็นแกน  $z$  ดังนั้นความดันอากาศและความหนาของฟิล์มอากาศที่กระจายตัวอยู่ในบริเวณที่มีอากาศเป็นตัวหล่อลื่น (Contact region) สามารถที่จะคำนวณหาโดยใช้สมการเรย์โนลด์สองมิติ (Reynolds-2D) ภายใต้กรณีของไหลสามารถอัดตัวได้ (compressible fluid) สำหรับสมการเรย์โนลด์สองมิติแสดงอยู่ในสมการที่ 2.1

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( ph^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( ph^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 12\eta U \frac{\partial (ph)}{\partial x} \quad (2.1)$$

กำหนดให้  $p$  เป็นความดันอากาศที่กระจายอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้ง

$h$  เป็นความหนาของฟิล์มอากาศที่กระจายอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้ง

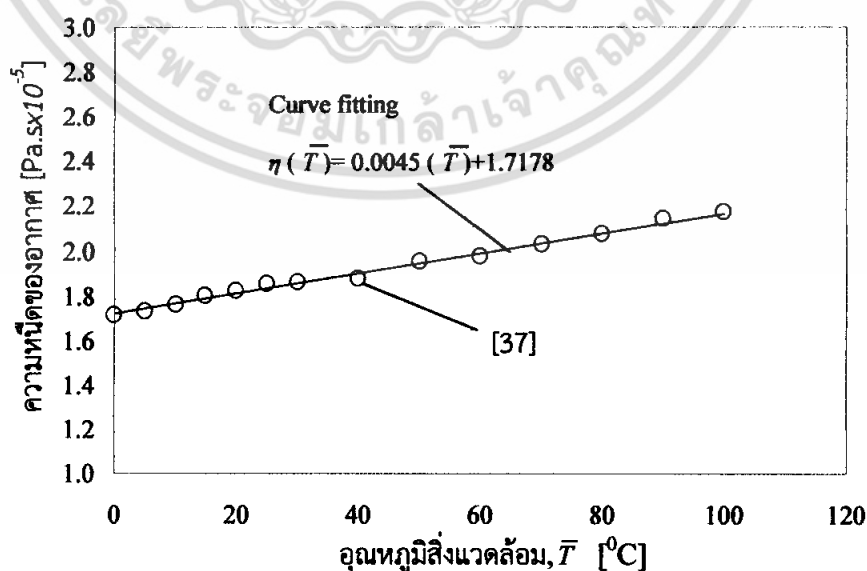
$U$  เป็นความเร็วเฉลี่ยระหว่างความเร็วของแผ่นฟิล์มและความเร็วลูกกลิ้ง ( $U=(U_w + U_r)/2$ )

$\eta$  เป็นความหนืดของอากาศ (Air viscosity)

$x$  เป็นแกนที่กำหนดทิศทางตามการเคลื่อนที่ของแผ่นฟิล์ม

$z$  เป็นแกนที่กำหนดทิศทางตามความกว้างของแผ่นฟิล์ม

สำหรับความหนืดของอากาศ  $\eta$  จะมีค่าเปลี่ยนแปลงเล็กน้อยกับความดัน อย่างไรก็ตามความหนืดของอากาศจะมีการเปลี่ยนแปลงกับอุณหภูมิ ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างความหนืดของอากาศและอุณหภูมิสามารถที่จะอธิบายโดยกราฟที่แสดงในรูปที่ 2.3 จากข้อมูลจากกราฟความหนืดของอากาศที่อุณหภูมิห้อง  $\bar{T} = 25^\circ\text{C}$  สามารถที่จะคำนวณหาได้โดยสมการประมาณค่าดังแสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 กราฟความสัมพันธ์ระหว่างความหนืดของอากาศและอุณหภูมิ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เนื่องจากแผ่นฟิล์มบางมีความอ่อนตัวหรือมีความยืดหยุ่นมาก (Flexible) ดังนั้นการวิเคราะห์ความหนาของฟิล์มอากาศจำเป็นต้องสนใจอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแผ่นฟิล์มด้วย (Deflection of web) ดังนั้นสมการที่ 2.2 แสดงความหนาฟิล์มอากาศที่ประกอบด้วยอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแผ่นฟิล์ม

$$h = w + d \quad (2.2)$$

โดยที่  $w$  เป็นการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแผ่นฟิล์มในแกน  $x$  (Deflection of web) และลักษณะทางเรขาคณิตของการสัมผัสระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้ง (Contact-geometry) ถูกกำหนดด้วยตัวแปร  $d$  ถ้าระยะ  $x$  อยู่ในระยะหรือมุมสัมผัส  $\theta$  ดังที่แสดงในรูป 2.2 กล่าวคือ  $-R\theta/2 \leq x \leq R\theta/2$  ค่า  $d=0$  แต่ถ้า  $x$  อยู่นอกระยะหรือมุมสัมผัสลักษณะความโค้งของลูกกลิ้งจะมีผลต่อความหนาฟิล์มอากาศ กล่าวคือที่  $x < -R\theta/2$  และ  $x > R\theta/2$  ดังนั้นการคำนวณค่า  $d$  สามารถที่จะคำนวณหาโดยสมการที่ 2.3[21]

$$d = \begin{cases} \frac{1}{2R} \left( x + \frac{R\theta}{2} \right)^2 & \left( x < -\frac{R\theta}{2} \right) \\ 0 & \left( -\frac{R\theta}{2} \leq x \leq \frac{R\theta}{2} \right) \\ \frac{1}{2R} \left( x - \frac{R\theta}{2} \right)^2 & \left( x > \frac{R\theta}{2} \right) \end{cases} \quad (2.3)$$

สำหรับการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแผ่นฟิล์ม (Deflection of web) ถูกแทนด้วยสัญลักษณ์  $w$  และสามารถที่จะคำนวณหาโดยใช้สมการสมดุลดังแสดงในสมการที่ 2.4 ภายใต้สมมุติฐาน 3 ประการได้แก่ อิทธิพลของ web stiffness ต่อการเสีรูปของแผ่นฟิล์มน้อยมากเมื่อเทียบกับอิทธิพลของแรงดึงบนแผ่นฟิล์ม (Web tension) เนื่องจากแผ่นฟิล์มมีความบางมากเมื่อเทียบกับความกว้างและความยาวของแผ่นฟิล์ม สมมุติฐานที่สองคือการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแผ่นฟิล์มมีค่าคงที่ในทิศทางตามแกนของลูกกลิ้ง และ อิทธิพลของความดันที่เกิดจากการสัมผัสกันของความหยาบผิว (Contact pressure) สามารถที่จะตัดทิ้งเนื่องจากสนใจในช่วงที่เป็นการหล่อลื่นแบบฮิดรอสแตติกไฮโดรไดนามิกหรือไฮโดรไดนามิก

$$\frac{T_w}{R} \left( 1 - R \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} (p - p_a) dx \quad (2.4)$$

กำหนดให้  $\theta$  เป็นมุมที่แผ่นฟิล์มพันลูกกลิ้งในขณะที่เคลื่อนที่ผ่าน (Wrap angle)

$L$  เป็นความกว้างของแผ่นฟิล์ม (Web width)

$T_w$  เป็นแรงตึงบนแผ่นฟิล์ม (Web tension)

$P_a$  เป็นความดันบรรยากาศ (Ambient pressure) ซึ่งมีค่าเท่ากับ 1 bar

$R$  เป็นรัศมีของลูกกลิ้ง (Radial of roller)

เงื่อนไขขอบเขตในการแก้สมการเรย์โนลด์และเงื่อนไขขอบเขตสำหรับสมการสมดุลถูกแสดงในสมการ 2.5 และ 2.6 ตามลำดับ

$$p(x_{in}, z) = p_a; \quad p(x_{out}, z) = p_a \quad (2.5)$$

$$p(x, -L/2) = p_a; \quad p(x, L/2) = p_a$$

$$w(x_{in}) = 0; \quad w(x_{out}) = 0$$

$$\left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{x=x_{in}} = 0; \quad \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{x=x_{out}} = 0 \quad (2.6)$$

โดยที่สัญลักษณ์  $x_{in}$  และ  $x_{out}$  กำหนดตำแหน่งทางเข้าและทางออกของเงื่อนไขขอบเขต

## 2.2.2 การวิเคราะห์เชิงตัวเลข

เนื่องจากสมการเรย์โนลด์ที่กล่าวมาแล้วข้างต้นเป็นสมการอนุพันธ์อันดับสองที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Non-linear second order partial differential equation) ดังนั้นการแก้สมการหาการกระจายความดันอากาศ  $p$  และ การกระจายความหนาของฟิล์มอากาศ  $h$  โดยใช้กรรมวิธีเชิงตัวเลข (Numerical method) จึงเป็นที่นิยมและมีความสะดวก สำหรับการวิเคราะห์เชิงตัวเลขในวิทยานิพนธ์นี้สมการที่ 2.1 ถึง 2.6 จำเป็นที่จะต้องทำให้อยู่ในรูปของตัวแปรไร้มิติ (Dimensionless) สำหรับกลุ่มตัวแปรไร้มิติสามารถที่เขียนได้ตามสมการที่ 2.7

$$H = \frac{h}{R\epsilon^{2/3}}, \quad P = \frac{p}{P_a}, \quad W = \frac{w}{R\epsilon^{2/3}}, \quad X = \frac{x}{R\epsilon^{1/3}}, \quad Z = \frac{z}{L} \quad (2.7)$$

$$\bar{\theta} = \frac{\theta}{\epsilon^{1/3}}, \quad \bar{d} = \frac{d}{R\epsilon^{2/3}}, \quad \lambda = \frac{L}{2R\epsilon^{1/3}}, \quad \epsilon = \frac{6\eta U}{T_w}, \quad K_a = \frac{T_w}{P_a R}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ 2.7 สมการที่ 2.1 ถึง 2.6 สามารถที่จะเขียนใหม่ให้อยู่ในรูปแบบตัวแปรไร้มิติได้ดังนี้ ตามลำดับ

$$\frac{\partial}{\partial X} \left( H^3 P \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \frac{1}{4\lambda^2} \frac{\partial}{\partial Z} \left( H^3 P \frac{\partial P}{\partial Z} \right) = K_a \frac{\partial(PH)}{\partial X} \quad (2.8)$$

$$1 - \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} = \frac{1}{K_a} \int_{-0.5}^{0.5} (P-1) dZ \quad (2.9)$$

$$H = W + \bar{d} \quad (2.10)$$

$$\bar{d} = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( X + \frac{\bar{\theta}}{2} \right)^2 & \left( X < -\frac{\bar{\theta}}{2} \right) \\ 0 & \left( -\frac{\bar{\theta}}{2} \leq X \leq \frac{\bar{\theta}}{2} \right) \\ \frac{1}{2} \left( X - \frac{\bar{\theta}}{2} \right)^2 & \left( X > \frac{\bar{\theta}}{2} \right) \end{cases} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} P(X_{in}, Z) &= 0, & P(X_{out}, Z) &= 0 \\ P(X, -0.5) &= 0, & P(X, 0.5) &= 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$W(X_{in}) = 0, \quad W(X_{out}) = 0 \quad (2.13)$$

$$\left( \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} \right)_{X=X_{in}} = 0, \quad \left( \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} \right)_{X=X_{out}} = 0$$

สมการที่ (2.8) ถึง (2.10) ถูกแก้ปัญหาโดยการประมาณด้วยวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม (Finite difference method) เมื่อประมาณค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งและอนุพันธ์อันดับสองในสมการที่ (2.8) โดยวิธีผลต่างสี่เหลี่ยมดังกล่าวสมการเรย์โนลด์สามารถที่จะเขียนให้อยู่ในสมการที่ (2.14)

$$f_{i,j} = \left\{ Q_{i+\frac{1}{2},j} (P_{i+1,j} - P_{i,j}) - Q_{i-\frac{1}{2},j} (P_{i,j} - P_{i-1,j}) \right\} + \left( \frac{\Delta X^2}{4\lambda^2 \Delta Z^2} \right) \left\{ Q_{i,j+\frac{1}{2}} (P_{i,j+1} - P_{i,j}) - Q_{i,j-\frac{1}{2}} (P_{i,j} - P_{i,j-1}) \right\} - K_a \Delta X (P_{i,j} H_{i,j} - P_{i-1,j} H_{i-1,j}) \quad (2.14)$$

โดยที่  $Q_{i+\frac{1}{2},j} = \frac{(P_{i+1,j} H_{i+1,j}^3 - P_{i,j} H_{i,j}^3)}{2}; Q_{i-\frac{1}{2},j} = \frac{(P_{i,j} H_{i,j}^3 - P_{i-1,j} H_{i-1,j}^3)}{2};$

$$Q_{i,j+\frac{1}{2}} = \frac{(P_{i,j+1} H_{i,j+1}^3 - P_{i,j} H_{i,j}^3)}{2}; Q_{i,j-\frac{1}{2}} = \frac{(P_{i,j} H_{i,j}^3 - P_{i,j-1} H_{i,j-1}^3)}{2}$$

เนื่องจากสมการที่ (2.14) เป็นสมการไม่เชิงเส้นดังนั้นวิธีของนิวตันราฟสัน (Newton-raphson iterative scheme) ถูกนำมาใช้เพื่อแก้ปัญหาค่าความไม่เชิงเส้น ดังนั้นสมการ (2.14)  $f_{i,j}$  นำมาหาอนุพันธ์เทียบกับตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (Unknown,  $P_{i,j}$ ) โดยที่  $i = 2, 3 \dots N-1$  และ  $j = 2, 3 \dots M-1$  และระบบสมการที่สามารถที่จะเขียนในรูปของเมตริกซ์ดังแสดงในสมการที่ (2.15)

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_{2,2}}{\partial P_{2,2}} & \frac{\partial f_{2,2}}{\partial P_{3,2}} & \dots & \frac{\partial f_{2,2}}{\partial P_{N-1,2}} & \dots & \frac{\partial f_{2,2}}{\partial P_{N-1,M-1}} \\ \frac{\partial f_{3,2}}{\partial P_{2,2}} & \dots & \dots & \dots & \dots & \frac{\partial f_{3,2}}{\partial P_{N-1,M-1}} \\ \vdots & & & & & \\ \frac{\partial f_{N-1,M-1}}{\partial P_{2,2}} & \dots & & \dots & \frac{\partial f_{N-1,M-1}}{\partial P_{2,2}} & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_{2,2} \\ \Delta P_{3,2} \\ \vdots \\ \Delta P_{N-1,2} \\ \Delta P_{2,3} \\ \vdots \\ \Delta P_{N-1,M-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f_{2,2} \\ -f_{3,2} \\ \vdots \\ -f_{N-1,2} \\ -f_{2,3} \\ \vdots \\ -f_{N-1,M-1} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

ดังนั้นจากระบบสมการ (2.15) ตัวแปรไม่ทราบค่า (Unknown,  $P_{i,j}$ ) สามารถที่จะคำนวณหาได้โดยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ (Gaussian elimination) และความดันไร้มิติในรอบคำนวณใหม่แสดงในสมการที่ (2.16) โดยที่ Re เป็นค่าการผ่อนปรนต่ำในการคำนวณเชิงตัวเลข (Under relaxation) มีค่าอยู่ระหว่าง 0 - 1.0

$$P_{new,i,j} = P_{old,i,j} + Re \Delta P_{i,j} \quad (2.16)$$

เมื่อทราบค่าความดันไว้มิติแล้วจากสมการที่ (2.9) ค่าการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของแผ่นฟิล์มไว้มิติสามารถที่จะคำนวณหาโดยใช้วิธีผลต่างสี่เหลี่ยม จากสมการที่ (2.9) แทนค่าการประมาณค่าอนุพันธ์อันดับสองลงในสมการจะได้สมการที่ (2.17)

$$W_{i-1} - 2W_i + W_{i+1} = \Delta X^2 - \left( \frac{\Delta X^2}{K_a} \right) \sum_{j=1}^M (P_{i,j} - 1) \Delta Z \quad (2.17)$$

จากสมการที่ (2.17) แทน  $i = 2, 3 \dots N-1$  สมการที่ (2.17) จะอยู่ในรูปของระบบสมการที่เป็น เมตริกซ์ตามเส้นทแยงมุมทั้งสาม (Tridiagonal matrix) ดังที่แสดงในสมการที่ (2.18)

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \\ 0 & 1 & -2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_2 \\ W_3 \\ W_4 \\ \vdots \\ W_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X^2 - \left( \frac{\Delta X^2}{K_a} \right)^2 \sum_{j=1}^M (P_{1,j} - 1) \Delta Z \\ \vdots \\ \Delta X^2 - \left( \frac{\Delta X^2}{K_a} \right)^2 \sum_{j=1}^M (P_{N-1,j} - 1) \Delta Z \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

ดังนั้นจากระบบสมการที่ (2.18) ค่า  $W_i$  ในรอบใหม่สามารถที่จะคำนวณหาได้โดย ระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์และความหนาฟิล์มอากาศไว้มิติ  $H_i$  ในรอบการคำนวณใหม่ก็สามารถที่จะคำนวณหาได้โดยใช้สมการที่ (2.10) จากการคำนวณที่กล่าวมาแล้วข้างต้นการคำนวณจะวนซ้ำจนกระทั่งคำตอบเข้าสู่ค่าคือค่าความผิดพลาดที่เกิดจากการคำนวณครั้งใหม่มีค่าอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้สำหรับค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้  $\xi_{1,2}$  ถูกแสดงในสมการที่ 2.19

$$\xi_1 = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N |P_{new,i,j} - P_{old,i,j}| / \sum_{i=1}^N P_{new,i,j} \leq 1 \times 10^{-4} \quad (2.19)$$

$$\xi_2 = \sum_{i=1}^n |H_{new,i} - H_{old,i}| / \sum_{i=1}^n H_{new,i} \leq 1 \times 10^{-4}$$

### 2.3 การวิเคราะห์สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

จากหัวข้อที่ 2.2 อธิบายพฤติกรรมทางทฤษฎีความหนาของฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้ง สำหรับในหัวข้อนี้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้งจะถูกคำนวณหาโดยการประมาณค่าโดยใช้หลักการของ Gaussian distributions ซึ่งสัมประสิทธิ์แรงเสียด

ตามได้รับอิทธิพลจากความหยาบผิวของแผ่นฟิล์มและความหยาบผิวของลูกกลิ้ง ในที่นี้ตัวแปรที่อธิบายความหยาบผิวของแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งอยู่ในรูปของความหยาบเฉลี่ย ที่นิยมใช้คือ  $R_{rms}$  (Composite root mean square roughness) ซึ่งสามารถที่จะคำนวณหาได้จากสมการที่ (2.20-2.21) ตามลำดับ

$$R_{rms} = \sqrt{R_w^2 + R_r^2} \quad (2.20)$$

โดยที่  $R_{w,r}$  อธิบายถึงความหยาบเฉลี่ยแบบ RMS (the root mean square roughness) ของแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งตามลำดับซึ่งสามารถที่จะคำนวณหาได้โดยสมการที่ 2.21

$$R_w = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_{a,i}^2(x) \right)^{1/2} ; R_r = \left( \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m z_{a,i}^2(x) \right)^{1/2} \quad (2.21)$$

โดยที่ตัวแปร  $z_a$  เป็นความสูงของยอดความหยาบ (Asperity high) จากแนวเส้นอ้างอิง (reference line) สำหรับแนวเส้นอ้างอิงและค่า  $z_a$  แสดงอยู่ในรูปที่ 2.4 ซึ่งแสดงแนวคิดในการหาค่าความหยาบเฉลี่ยแบบ RMS



รูปที่. 2.4 แนวคิดการหาค่าความหยาบผิวของวัสดุเฉลี่ยแบบ RMS

สำหรับแนวความคิดเกี่ยวกับสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสามารถที่จะแบ่งออกเป็น 3 ส่วน กล่าวคือเมื่อความหนาของฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งตามที่ได้คำนวณหาจากหัวข้อ 2.2 ถ้าค่า  $h$  มีค่าที่มากกว่า  $3R_{rms}$  แรงเสียดทานในสภาวะจะมีค่าลดลงมากเข้าใกล้ศูนย์ ( $\mu \approx 0$ ) ในอีกนัยหนึ่งถ้าความหนาของฟิล์มอากาศมีค่าน้อยมากคือน้อยกว่า  $R_{rms}$  ความหยาบผิวเกือบทั้งหมดเกิดการสัมผัสกันดังนั้นในสภาวะนี้สามารถที่จะจำแนกเป็นการหล่อลื่นแบบเบาดารีและสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสามารถที่จะประมาณเท่ากับสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิต (Static friction coefficient) ( $\mu \approx \mu_s$ )

สำหรับกรณีที่มีความหนาของฟิล์มอากาศมีค่ามากกว่า  $R_{rms}$  แต่ไม่น้อยกว่า  $3R_{rms}$  ( $R_{rms} \leq h \leq 3R_{rms}$ ) สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานในสภาวะนี้ถูกนิยามว่าเป็นสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานผสม (mixed friction) การประมาณค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสามารถที่จะประมาณได้โดยสมการที่ (2.22) [21]

$$\mu = \begin{cases} \mu_s & h < R_{rms} \\ \frac{\mu_s}{2} \left( 3 - \frac{h}{R_{rms}} \right) & R_{rms} \leq h \leq 3R_{rms} \\ 0 & h > 3R_{rms} \end{cases} \quad (2.22)$$

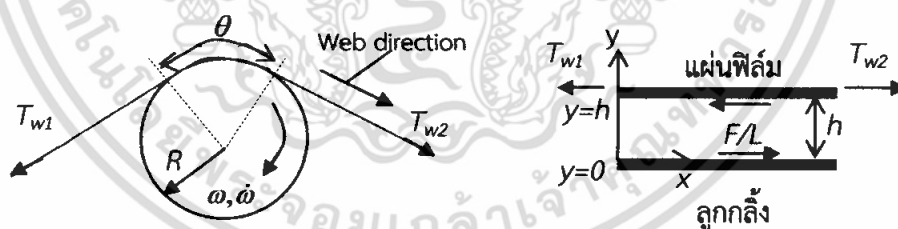
โดยที่ตัวแปร  $\mu$  คือสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์ และ  $\mu_s$  คือสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิต

## 2.4 การเกิดการสั่นไถลและการเกิดรอยย่น

### 2.4.1 การสั่นไถล

สำหรับการเกิดการสั่นไถลของแผ่นฟิล์มบนลูกกลิ้งสามารถที่จะประมาณโดยใช้ทฤษฎีของออยเลอร์ (Euler's belt theory) โดยที่ความสัมพันธ์ระหว่างแรงดึงของแผ่นฟิล์มที่ทางออก  $T_{w2}$  (N/m) และแรงดึงของแผ่นฟิล์มที่ทางเข้า  $T_{w1}$  (N/m) สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานและมุมสัมผัสมีความสัมพันธ์ตามสมการที่ (2.23)

$$T_{w2} = T_{w1} e^{\mu\theta} \quad (2.23)$$



(ก) ทิศทางการเคลื่อนที่ของลูกกลิ้งและแผ่นฟิล์ม (ข) แรงที่กระทำบนแผ่นฟิล์มที่มุม  $d\theta$

รูปที่ 2.5 แผนภาพแสดงทิศทางการเคลื่อนที่และแรงที่กระทำกับแผ่นฟิล์ม

จากรูปที่ 2.5 แสดงถึงทิศทางการเคลื่อนที่และแรงภายนอกที่กระทำกับแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้ง สำหรับรูป 2.5 (ก) ถ้าพิจารณาที่มุม  $d\theta$  ซึ่งมีขนาดเล็กมากดังนั้น  $\cos(d\theta) \cong 1.0$  ดังนั้นแผนภาพที่แสดงแรงที่กระทำกับแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้ง (FBD) สามารถที่จะอธิบายด้วยรูปที่ 2.5 (ข) จากรูป 2.5 (ข) ถ้าแผ่นฟิล์มถูกพิจารณาที่สภาวะกำลังที่จะสั่นไถล ดังนั้นโดยหลักการสมดุลของแรงที่แผ่นฟิล์มแรงดึง  $T_{w2}$  สามารถที่จะคำนวณได้โดยใช้สมการที่ (2.24)

$$T_{w2} = T_{w1} + F/L \tag{2.24}$$

โดยที่  $\omega, \dot{\omega}$  (rad/s, rad/s<sup>2</sup>) ในรูปที่ 2.5 (ก) หมายถึงความเร็วเชิงมุมและความเร่งเชิงมุมของลูกกลิ้งตามลำดับ โดยการแทนสมการที่ (2.24) ลงในสมการที่ (2.23) สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่เริ่มต้นทำให้เกิดการเลื่อนไหลของแผ่นฟิล์มสามารถที่จะประมาณโดยใช้สมการที่ (2.25)

$$\mu_{slip} = \frac{1}{\theta} \ln \left( 1 + \frac{F}{LT_1} \right) \tag{2.25}$$

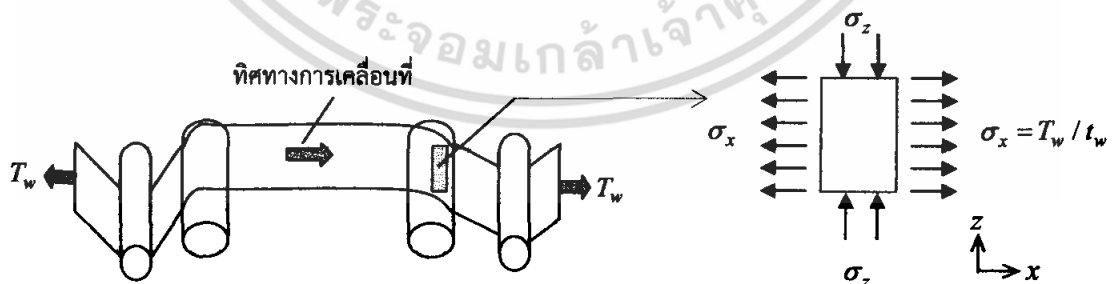
โดยที่ตัวแปร  $F$  (N/m) หมายถึงแรงเสียดทานและสามารถที่จะคำนวณหาโดยใช้ความเค้นเฉือน (Shear stress) ที่เกิดขึ้นที่ผิวของแผ่นฟิล์ม  $y=h$  ดังที่แสดงในรูป 2.5 (ข) และสามารถที่จะคำนวณโดยใช้สมการที่ (2.26) ถึง (2.27) ตามลำดับ

$$F = \int_{z_{in}}^{z_{out}} \int_{x_{in}}^{x_{out}} \eta \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} dx dz \tag{2.26}$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=h} = \left( \frac{h}{2\eta} \right) \frac{\partial p}{\partial x} - \left( \frac{U_r - U_w}{h} \right) \tag{2.27}$$

### 2.4.2 การเกิดรอยย่น

สำหรับการเกิดการย่นบนแผ่นฟิล์ม (Web wrinkle) ในขณะที่แผ่นฟิล์มเคลื่อนที่จากลูกกลิ้งตัวหนึ่งไปอีกตัวหนึ่งภายใต้แรงดึงหรือความเค้น (Stress,  $\sigma_x$ ) ในแกน  $x$  นั้นซึ่งเป็นสาเหตุให้เกิดความเค้นอัด (Compression stress,  $\sigma_z$ ) ในแนวแกน  $z$  ถ้าความเค้นดังกล่าวเกิดมากเกินไปแผ่นฟิล์มจะเกิดการเสียรูปหรือเกิดรอยย่นตามแกน  $z$  ดังแสดงในรูป 2.6

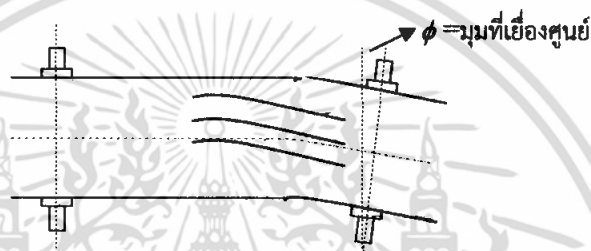


รูปที่ 2.6 ความเค้นบนแผ่นฟิล์ม

สำหรับสมการแรงดึงบนแผ่นฟิล์มสำหรับออกแบบไม่ให้เกิดรอยยับบนแผ่นฟิล์มได้ถูกนำเสนอโดย Hashimoto [22] ดังแสดงในสมการที่ 2.28

$$T_{\text{wrinkle}} \geq T_{\text{cr}} = \frac{2t_w^2}{\mu L} \sqrt{\frac{E_x E_z}{3(1-\nu_x \nu_z)}} \quad (2.28)$$

อย่างไรก็ตามรอยยับบนแผ่นฟิล์มไม่เพียงเกิดจากสาเหตุของแรงดึงที่สูงเกินไปเท่านั้น รอยยับบนแผ่นฟิล์มยังมีสาเหตุมาจากการบิดตัวของลูกกลิ้งอีกด้วยดังแสดงในรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 รอยยับจากการบิดตัวของลูกกลิ้ง

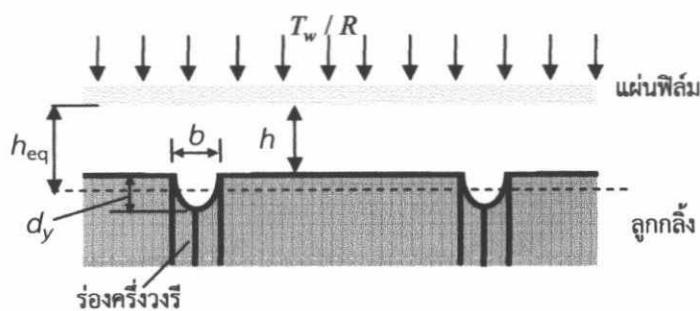
สำหรับมุมวิกฤติ (Critical angle,  $\phi_{cr}$ ) ที่ทำให้แผ่นฟิล์มเริ่มเกิดรอยยับแสดงอยู่ในสมการที่ 2.29 [22]

$$\phi_{\text{wrinkle}} \geq \phi_{\text{cr}} = \frac{6L_R^2}{E_x L^2} \sqrt{\sigma_{zc}^2 - \sigma_{zc} \sigma_x} ; \sigma_{zc} = \frac{t_w}{R} \sqrt{\frac{E_x E_z}{3(1-\nu_x \nu_z)}} ; \sigma_x = \frac{T_w}{t_w} \quad (2.29)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (2.28) และสมการที่ (2.29) สถานะในการทำงานของเครื่องจักรในช่วงแรงดึงที่ทำให้เกิดรอยยับบนแผ่นฟิล์มสามารถที่จะประมาณค่าได้

## 2.5 การปรับปรุงพื้นผิวลูกกลิ้งด้วยร่องรูปครึ่งวงรี

เพื่อที่จะเพิ่มแรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งเพื่อไม่ให้เกิดการสั่นไถลดังนั้นพื้นผิวของลูกกลิ้งจึงถูกปรับปรุงใหม่ให้มีลักษณะเป็นร่องรูปครึ่งวงรีตามเส้นรอบวงของลูกกลิ้ง (Circumferential grooved roller) ดังแสดงในรูปที่ 2.8 โดยที่ร่องรูปครึ่งวงรีมีความลึก  $d$ , และมีความกว้างของร่อง  $b$



รูปที่ 2.8 การปรับปรุงลูกกลิ้งด้วยร่องรูปครึ่งวงรี

สำหรับการประมาณค่าความหนาฟิล์มอากาศ  $h$  สามารถที่จะประมาณโดยใช้หลักการเสมือนของอัตราการไหล (Equivalent flow rate) สำหรับสมการอัตราการไหลต่อความกว้างของแผ่นฟิล์มภายใต้สมมติฐานอิทธิพลการไหลแบบวิสกอส (Viscous flow) และการไหลเนื่องจากความดัน (Pressure gradient) น้อยมากดังนั้นสามารถที่จะเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ดังแสดงในสมการที่ 2.30

$$q_x = \frac{\rho U}{2} \left( h + \frac{na}{L} \right) \equiv \frac{\rho U}{2} h_{eq} \quad (2.30)$$

จากสมการที่ 2.30 ความหนาฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งที่เป็นร่องสามารถที่จะประมาณค่าได้ดังแสดงในสมการที่ 2.31

$$h = h_{eq} - \frac{nA}{L} \quad (2.31)$$

โดยที่  $h_{eq}$  เป็นความหนาฟิล์มอากาศของระบบเสมือน (Equivalent air film thickness) ซึ่งสามารถที่จะประมาณค่าเท่ากับความหนาฟิล์มอากาศที่กึ่งกลาง (Central air film)  $h_0$  ( $x=0, z=0$ ) ซึ่งคำนวณหาโดยวิธีเชิงตัวเลขดังแสดงในหัวข้อ 2.2 สำหรับสัญลักษณ์  $n$  เป็นจำนวนร่องบนลูกกลิ้ง และ  $A$  เป็นพื้นที่หน้าตัดของร่องรูปครึ่งวงรีซึ่งคำนวณโดยใช้สมการที่ (2.32)

$$A = \frac{\pi}{4} b d_y \quad (2.32)$$

## 2.6 ผลการคำนวณ

สำหรับในส่วนนี้อธิบายผลการคำนวณทางทฤษฎีของพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มบางขณะเคลื่อนที่ผ่านลูกกลิ้งซึ่งประกอบด้วย การกระจายความดันอากาศ การกระจายความหนาของฟิล์มอากาศในกรณีทีลูกกลิ้งเป็นผิวเรียบภายใต้การเปลี่ยนแปลงความเร็วของแผ่นฟิล์ม แรงดึงของแผ่นฟิล์ม ขนาดของลูกกลิ้ง และขนาดความกว้างของแผ่นฟิล์มบาง สำหรับความน่าเชื่อถือในการคำนวณ ค่าความหนาของฟิล์ม

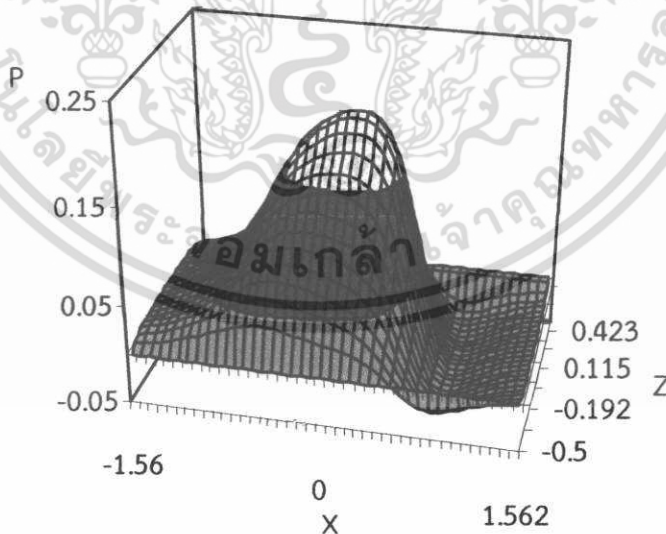
อากาศที่ตำแหน่ง  $x=0$  และ  $z=0$  (Central air film thickness,  $h_0$ ) ถูกเปรียบเทียบกับโมเดลของ Prof. Hasihmoto [21]

ในส่วนผลของการปรับปรุงลูกกิ้งด้วยร่องรูปครึ่งวงรีจะถูกเปรียบเทียบกับกรณีผิวเรียบเพื่อแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพที่เพิ่มขึ้นรวมถึงการทำนายสภาวะการทำงานของการผลิตแผ่นฟิล์มกล่าวคือช่วงขนาดแรงดึงและช่วงมุมบิดของลูกกิ้งที่ปลอดภัยจากการเกิดการลื่นไถลของแผ่นฟิล์มและการเกิดรอยย่นบนแผ่นฟิล์ม สำหรับคุณสมบัติของแผ่นฟิล์มที่ใช้ในการคำนวณถูกแสดงในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 คุณสมบัติทางกายภาพของแผ่นฟิล์ม

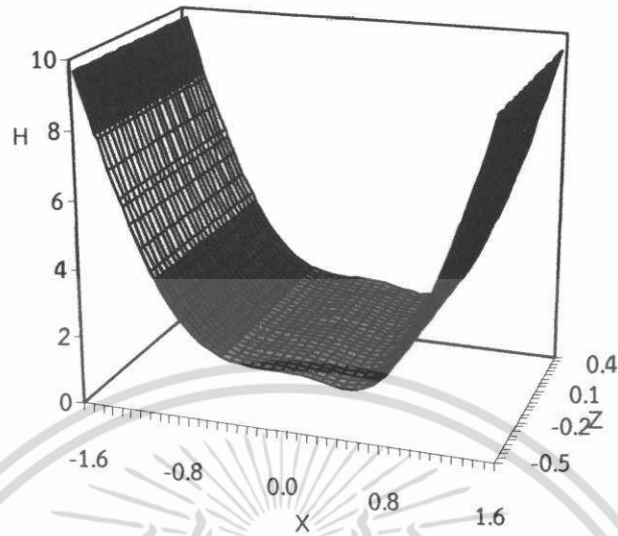
ยังมอดูลัสในทิศทาง MD, $E_x$ , GPa	4.37
ยังมอดูลัสในทิศทาง CD, $E_z$ , GPa	4.29
อัตราส่วนปัวซองในทิศทาง MD, $\nu_x$	0.3
อัตราส่วนปัวซองในทิศทาง CD, $\nu_z$	0.3
สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิต $\mu_s$	0.3
ความหยาบ Rms ของแผ่นฟิล์ม $R_w$ , $\mu\text{m}$	0.09
ความหนาของแผ่นฟิล์ม $t_w$ , $\mu\text{m}$	25

(MD: Machine direction, CD: Cross Machine direction)



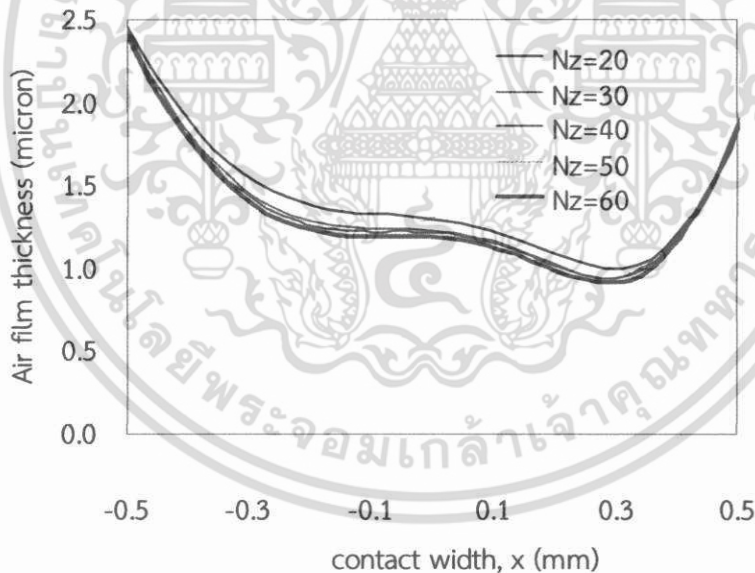
รูปที่ 2.9 (ก) การกระจายความดันรั่วมิติ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.9 (ข) การกระจายความหนาฟิล์มอากาศไร้มิติ

รูปที่ 2.9 พฤติกรรมความดันอากาศและความหนาฟิล์มอากาศไร้มิติระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งผิวเรียบ



รูปที่ 2.10 การกระจายความหนาฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง  $z=0$  ภายใต้การเปลี่ยนแปลงจำนวนกริด Nz

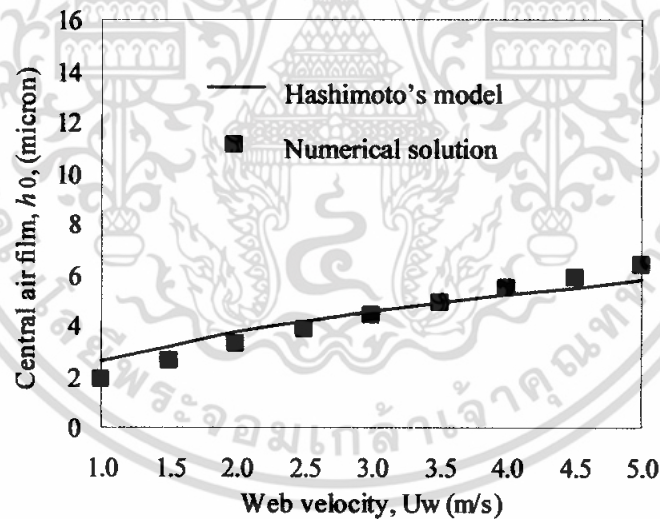
รูปที่ 2.9 แสดงรูปร่างความดันอากาศในรูปตัวแปรไร้มิติ (Dimensionless air pressure) และรูปร่างความหนาของฟิล์มอากาศในรูปตัวแปรไร้มิติ (Dimensionless air film thickness) ที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้งผิวเรียบภายใต้ความเร็วของแผ่นฟิล์ม  $U_w = 5.0$  m/s ความกว้างของ

แผ่นฟิล์ม  $L=0.035$  m รัศมีของลูกกลิ้ง  $R=0.055$  m และ แรงดึงของแผ่นฟิล์ม  $T_w = 300$  N/m ผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่าความดันอากาศบริเวณทางออกมีความที่ต่ำกว่าความดันบรรยากาศเนื่องมาจากแผ่นฟิล์มมีการเปลี่ยนแปลงรูปร่าง (Web deflection) ดังแสดงในรูป 2.9 (ก) สำหรับการกระจายความหนาของฟิล์มอากาศแสดงอยู่ในรูปที่ 2.9 (ข)

สำหรับรูปที่ 2.10 แสดงการกระจายความหนาฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง  $z=0$  ภายใต้การเปลี่ยนแปลงจำนวนกริต  $Nz$  เพื่อที่จะหาจำนวนกริตตามความกว้างของแผ่นฟิล์ม (แกน  $z$ ) ที่เหมาะสมในการคำนวณจากการคำนวณพบว่าเมื่อจำนวนกริตแกน  $z$  เพิ่มขึ้นฟิล์มอากาศที่คำนวณได้มีค่าลดลงและผลการคำนวณมีค่าเปลี่ยนแปลงน้อยลงจนไม่เกิดการเปลี่ยนแปลงที่  $Nz=60$

สำหรับโมเดลที่ทำนายความหนาของฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง  $x=0$  และ  $z=0$  ได้ถูกเขียนขึ้นโดย Prof. Hashimoto [27] ดังแสดงในสมการที่ 2.27 ดังนั้นเพื่อให้เกิดความน่าเชื่อถือในการคำนวณ ความหนาของฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง  $x=0$  และ  $z=0$  จึงถูกเปรียบเทียบกับโมเดลของ Prof. Hashimoto

$$h_0 = R \left( \frac{12\eta U}{T_w} \right)^{\frac{2}{3}} \left( 0.589 - \frac{1.614}{\lambda} + \frac{1.764}{\lambda^2} \right) \quad (2.27)$$

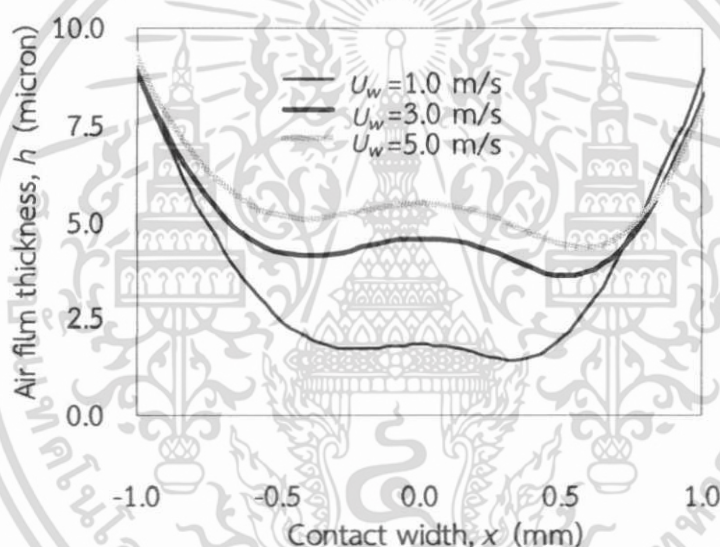


รูปที่ 2.11 การเปรียบเทียบผลการคำนวณเชิงตัวเลขกับโมเดลของ Prof. Hashimoto [21]

จากรูปที่ 2.11 ความหนาของฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง  $x=0$  และ  $z=0$  คำนวณภายใต้การเปลี่ยนแปลงความเร็วของแผ่นฟิล์ม รัศมีของลูกกลิ้ง  $R=0.055$  m ความกว้างของแผ่นฟิล์ม  $L=0.035$  m และแรงดึงของแผ่นฟิล์ม  $T_w = 80$  N/m โดยที่เส้นทึบแสดงการคำนวณจากโมเดลของ Prof. Hashimoto และเส้นที่เป็นจุดสี่เหลี่ยมเป็นค่าเฉลี่ยจากการคำนวณเชิงตัวเลขภายใต้การเปลี่ยนแปลง

จำนวนกริด (Number of grid) ระหว่าง 20 – 60 ในทิศทางแกน  $z$  จากรูปที่ความเร็วแผ่นฟิล์ม 1.0-5.0 m/s ค่าเฉลี่ยของความหนาฟิล์มที่กึ่งกลางที่คำนวณจากงานวิจัยนี้มีค่าใกล้เคียงกับโมเดลของ Prof.Hashimoto

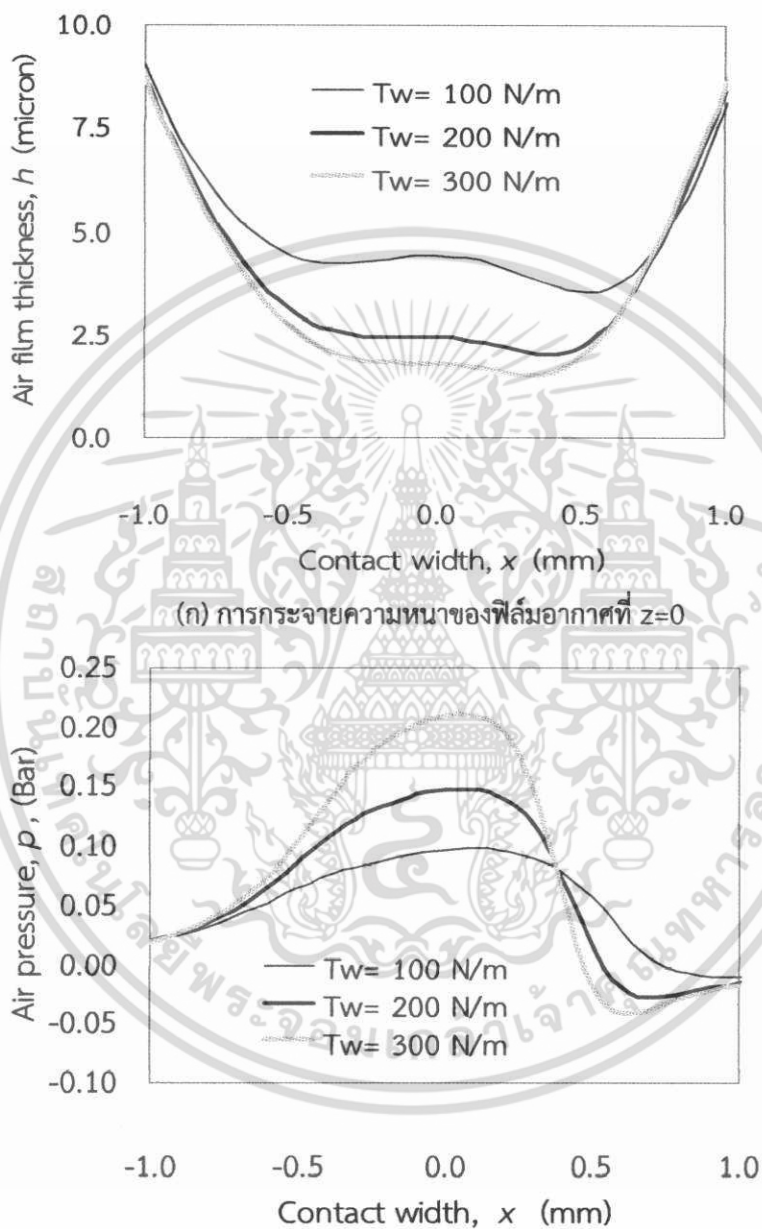
รูปที่ 2.12 แสดงการกระจายความหนาของฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มบางกับลูกกลิ้ง ที่  $z=0$  โดยใช้แรงดึง 80 N/m แผ่นฟิล์มบางมีความกว้าง  $L=0.035$  m และลูกกลิ้งมีรัศมี  $R=0.055$  m ตามลำดับ จากการคำนวณพบว่าการกระจายความหนาของฟิล์มอากาศที่ความเร็ว 5.0 m/s มีค่าสูงกว่ากรณีที่ใช้ความเร็ว 3.0 m/s และ 2.0 m/s ตามลำดับ ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่าเมื่อความเร็วของแผ่นฟิล์มเพิ่มขึ้นส่งผลทำให้อากาศแทรกตัวเข้ามาอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้งมากขึ้นได้และส่งผลทำให้มีโอกาสที่จะเกิดการสั่นโกลได้มากขึ้นเมื่อเครื่องจักรทำงานที่ความเร็วสูง



รูปที่ 2.12 การกระจายความหนาฟิล์มอากาศที่  $z=0$  ภายใต้การเปลี่ยนแปลงความเร็วของแผ่นฟิล์ม ( $T_w=80$  N/m,  $L=0.035$  m,  $R=0.055$  m)

รูปที่ 2.13 แสดงพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงดึงของแผ่นฟิล์ม ที่ความเร็วของแผ่นฟิล์ม  $U_w = 5.0$  m/s ความกว้างของแผ่นฟิล์ม  $L=0.035$  m และรัศมีของลูกกลิ้ง  $R=0.055$  m ตามลำดับ จากการคำนวณแสดงให้เห็นถึงการกระจายความหนาของแผ่นฟิล์มที่  $z=0$  มีค่าลดลงเมื่อเพิ่มแรงดึงของแผ่นฟิล์มดังแสดงในรูป 2.13 (ก) สำหรับการกระจายความดันอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มบางและลูกกลิ้ง ที่แรงดึง  $T_w=100$  N/m 200 N/m และ 300 N/m ตามลำดับ แสดงในรูป 2.13 (ข) ที่แรงดึงสูงขึ้นส่งผลทำให้ความดันอากาศสูงขึ้น ดังนั้นการเพิ่มแรงดึงจึงเป็นวิธีหนึ่งที่จะลดอากาศที่แทรกตัวเข้ามา

ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งทำให้เกิดการลื่นไถลลดลงที่เมื่อเครื่องจักรทำงานที่แรงดึงสูงขึ้นไปอย่างไรก็ตามที่แรงดึงสูงอาจนำไปสู่การเสียรูปของแผ่นฟิล์มและการสูญเสียพลังงานมากขึ้น



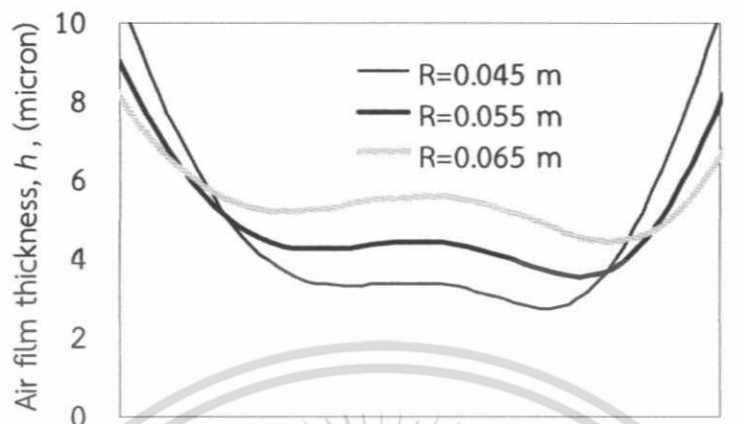
(ก) การกระจายความหนาของฟิล์มอากาศที่  $z=0$

(ข) การกระจายความดันอากาศที่  $z=0$

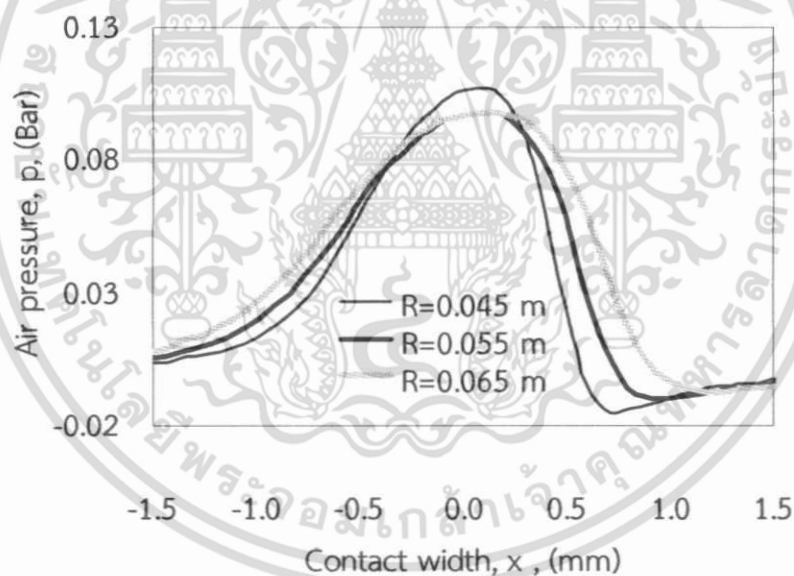
รูปที่ 2.13 พฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงดึงของแผ่นฟิล์ม

( $U_w=5.0 \text{ m/s}$ ,  $L=0.035 \text{ m}$ ,  $R=0.055 \text{ m}$ )

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



(ก) การกระจายความหนาของฟิล์มอากาศที่  $z=0$



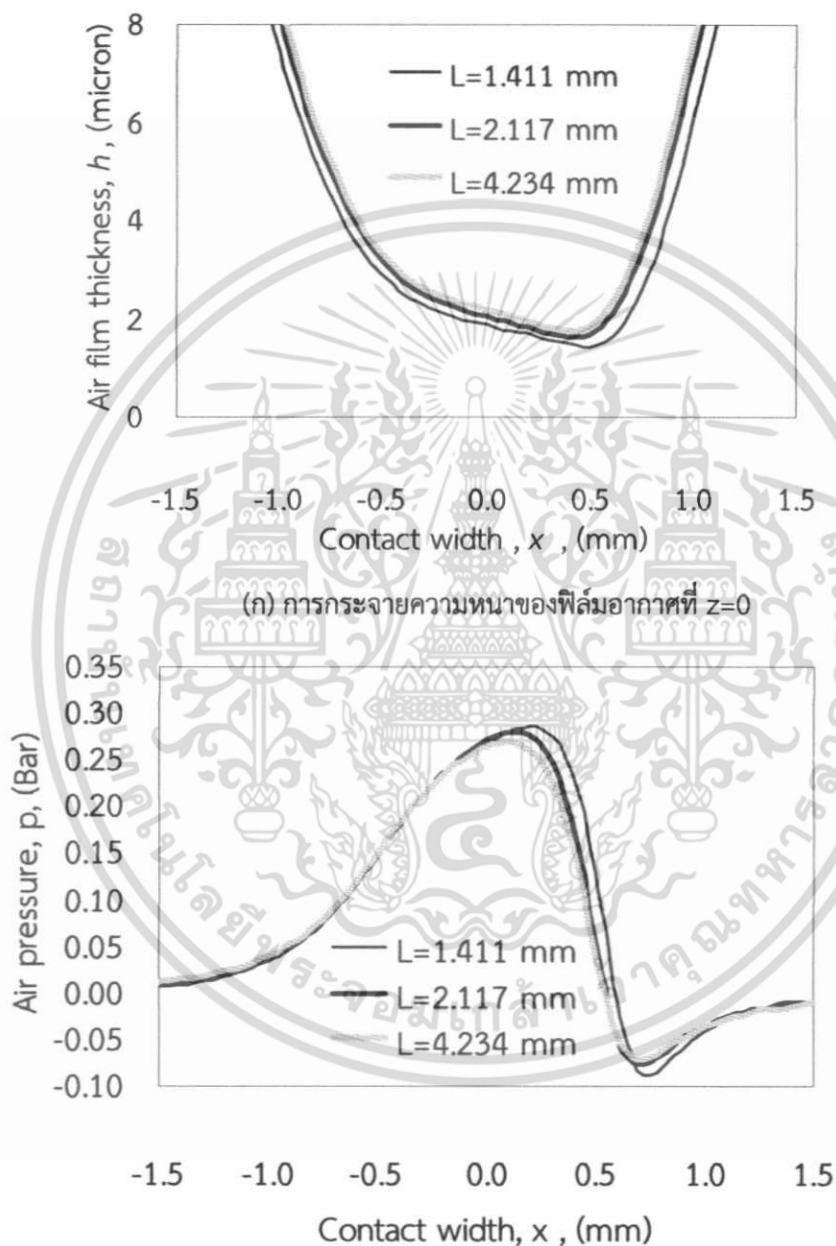
(ข) การกระจายความดันอากาศที่  $z=0$

รูปที่ 2.14 พฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงขนาดรัศมีของลูกกลิ้ง  
( $U_w=5.0$  m/s,  $L=0.035$  m,  $T_w=100$  N/m)

รูปที่ 2.14 แสดงพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงขนาดรัศมีของลูกกลิ้ง  $R=0.045$  m 0.055m และ 0.065 m ที่ความเร็วของแผ่นฟิล์ม  $U_w=5.0$  m/s ความกว้างของแผ่นฟิล์ม  $L=0.035$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

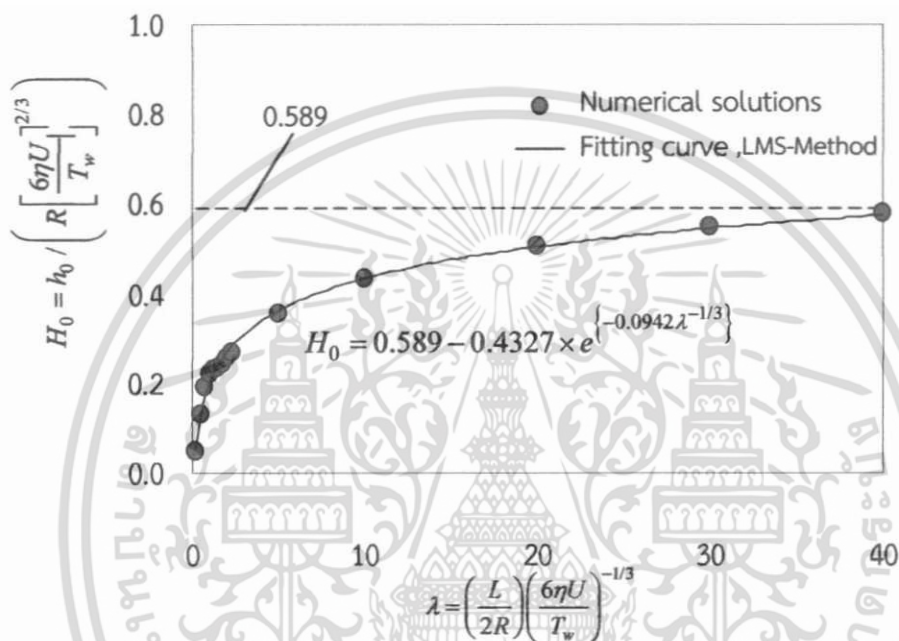
$m$  และแรงดึง  $T_w=100$  N/m เมื่อขนาดของลูกกลิ้งใหญ่ขึ้นทำให้พื้นที่ในการสัมผัสกว้างขึ้น (Contact area) ทำให้พื้นที่ในการรับภาระกว้างขึ้นส่งผลทำให้ความหนาของฟิล์มอากาศสูงขึ้นและความดันอากาศลดลงเล็กน้อยดังแสดงในรูปที่ 2.14 (ก) และ 2.14 (ข) ตามลำดับ



รูปที่ 2.15 พฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงขนาดความกว้างของแผ่นฟิล์มบาง  
( $U_w=10.0$  m/s,  $R=0.055$  m,  $T_w=500$  N/m)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

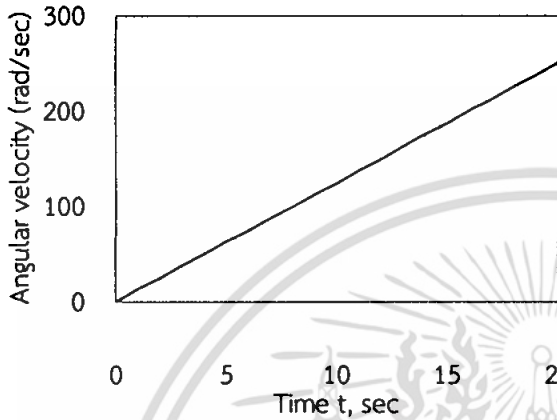
สำหรับพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงขนาดความกว้างของแผ่นฟิล์มบาง  $L=1.411$  mm 2.117 mm และ 4.234 mm ที่ความเร็วแผ่นฟิล์ม  $U_w=10.0$  m/s รัศมีของลูกกลิ้ง  $R=0.055$  m และ แรงดึงของแผ่นฟิล์มบาง  $T_w=500$  N/m แสดงอยู่ในรูปที่ 2.15 เมื่อแผ่นฟิล์มมีความกว้างเพิ่มขึ้นทำนองเดียวกันพื้นที่ที่รับภาระมีมากขึ้นส่งผลทำให้ฟิล์มอากาศหนาขึ้นและความดันอากาศลดลงดังแสดงในรูปที่ 2.15 (ก) และ 2.15 (ข) ตามลำดับ



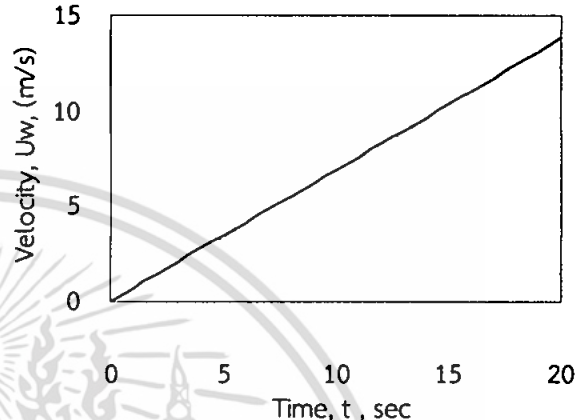
รูปที่ 2.16 โมเดลประมาณค่าความหนาฟิล์มอากาศที่จุดกึ่งกลาง  $x=0, z=0$

สำหรับการศึกษาการเกิดการลื่นไถลและการเกิดรอยยับเพื่อความสะดวกและลดเวลาในการคำนวณลงในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอโมเดลทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการประมาณค่าความหนาฟิล์มอากาศที่ตำแหน่งกึ่งกลางในบริเวณสัมผัส (Contact area)  $x=0, z=0$  สำหรับโมเดลทางคณิตศาสตร์ถูกสร้างขึ้นโดยใช้วิธี LMS (The least mean square method) ประมาณค่าจากผลการคำนวณเชิงตัวเลข (Numerical solutions) ดังแสดงในรูปที่ 2.16 โดยที่กราฟในแนวนอนแสดงกลุ่มตัวแปรไร้มิติ  $\lambda$  ซึ่งประกอบด้วยความกว้างของแผ่นฟิล์ม  $L$  รัศมีลูกกลิ้ง  $R$  ความเร็วเฉลี่ยระหว่างลูกกลิ้งและแผ่นฟิล์ม  $U$  แรงดึงแผ่นฟิล์ม  $T_w$  และความหนืดของอากาศ  $\eta$  ซึ่งกลุ่มตัวแปรดังกล่าวนี้มีอิทธิพลต่อความหนาฟิล์มอากาศดังที่อธิบายมาแล้วในรูปที่ 2.12-2.15 สำหรับกราฟในแนวตั้งแสดงค่าความหนาฟิล์มอากาศไร้มิติที่กึ่งกลางการสัมผัส ( $x=0, z=0$ ) ดังนั้นสมการสำหรับทำนายการเกิดฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง  $x=0, z=0$  สามารถเขียนได้ตามสมการที่ (2.33)

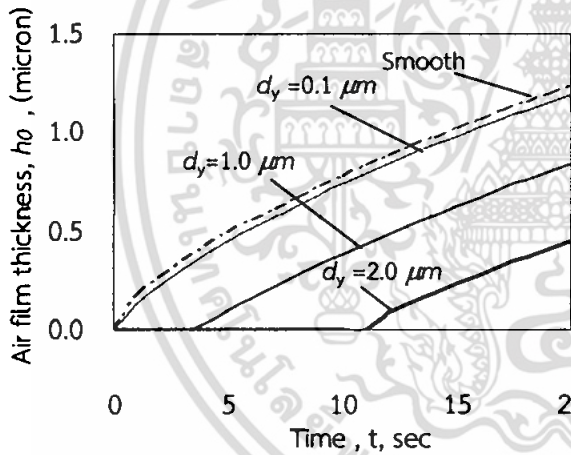
$$h_0 = R \left( \frac{6\eta U}{T_w} \right)^{2/3} \left[ 0.589 - 0.4327 \times e^{\left\{ -0.0942 \left( \frac{L}{2R} \right) \left( \frac{6\eta U}{T_w} \right)^{-1/3} \right\}} \right] \quad (2.33)$$



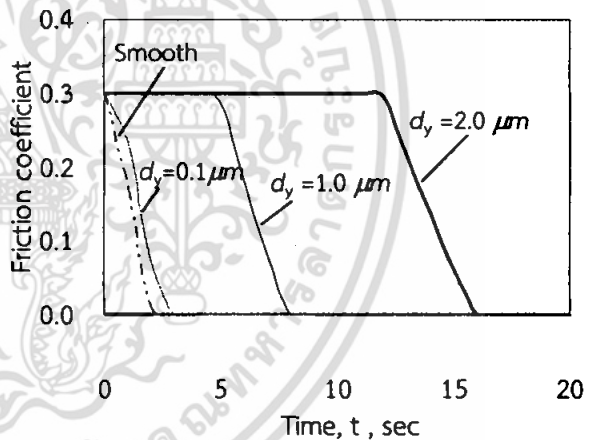
(ก) กราฟแสดงความเร็วเชิงมุมของลูกกลิ้ง



(ข) กราฟแสดงความเร็วแผ่นฟิล์ม



(ค) กราฟแสดงความหนาฟิล์มอากาศ

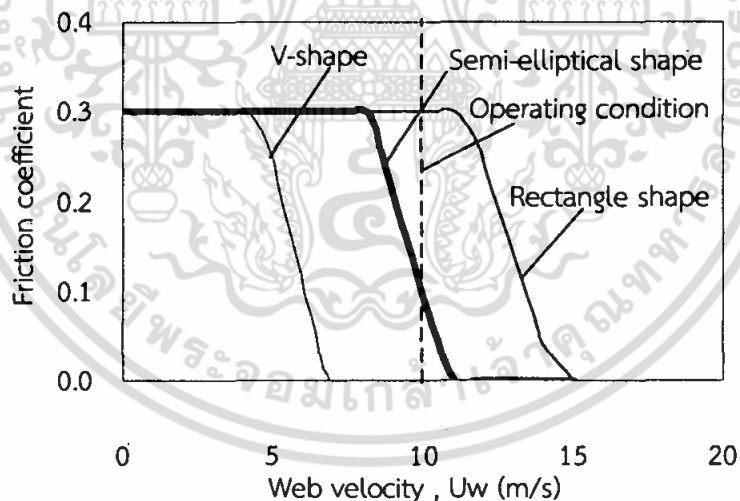


(ง) กราฟแสดงสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

รูปที่ 2.17 พฤติกรรมสั่นไถลแผ่นฟิล์มขณะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งบนผิวของลูกกลิ้งผิวเรียบและผิวเป็นร่อง ( $T_w=500 \text{ N/m}$ ,  $L=0.1 \text{ m}$ ,  $R=0.01 \text{ m}$ ,  $\theta=90^\circ$  Groove:  $n=10$  และ  $b/2=2.5 \text{ mm}$ )

รูปที่ 2.17 แสดงพฤติกรรมสั่นไถลแผ่นฟิล์มบางบนผิวของลูกกลิ้งผิวเรียบและผิวเป็นร่องรูปครึ่งวงรีขณะเคลื่อนที่ด้วยความเร่งหรือในช่วงขณะที่เครื่องจักรเริ่มทำงานจนถึงความเร็วที่ควบคุม (Velocity control) ภายใต้สภาวะการทำงานที่  $T_w=500 \text{ N/m}$ ,  $L=0.1 \text{ m}$ ,  $R=0.01 \text{ m}$ ,  $\theta=90^\circ$  สำหรับกรณีนี้ที่ลูกกลิ้งเป็นร่องกำหนดให้จำนวนร่อง  $n=10$  และความกว้างของร่อง  $b/2=2.5 \text{ mm}$  โดยทำการเปลี่ยนแปลงค่าความลึกของร่อง  $d_y=0.1 \mu\text{m}$ ,  $1.0 \mu\text{m}$  และ  $2.0 \mu\text{m}$  ตามลำดับ โดยรูป 2.17 (ก) แสดง

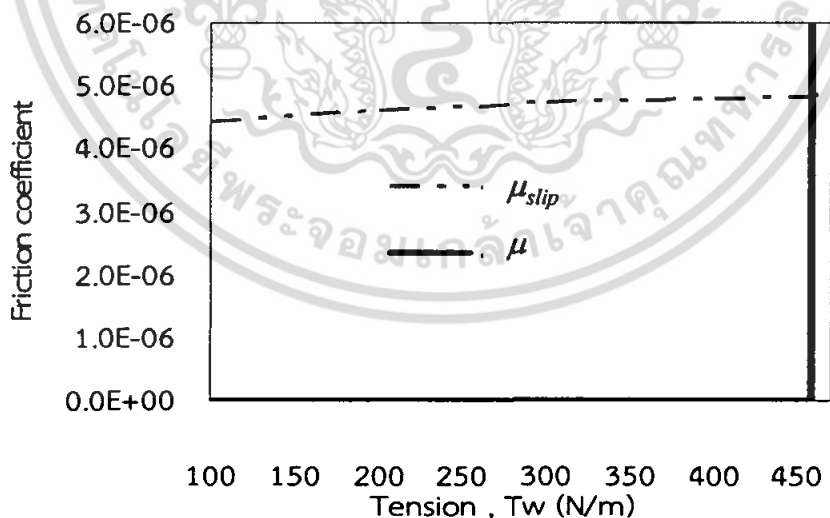
ความเร็วเชิงมุมของลูกกลิ้งเริ่มจากสถานะเริ่มต้น  $t=0$  sec และ  $\omega=0$  rad/s จนถึงสถานะเข้าสู่ความเร็วเชิงมุมสูงสุด  $\omega=251.2$  rad/s ที่  $t=20$  sec ซึ่งการทำงานในช่วงนี้ลูกกลิ้งมีความเร่งเชิงมุม  $\dot{\omega} 12.56$  rad/sec<sup>2</sup> ดังนั้นจากความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วเชิงมุมและความเร็วเชิงเส้น  $U = R\omega$  ความเร็วของแผ่นฟิล์มในช่วง  $t=0-20$  sec สามารถที่จะคำนวณได้ตามรูปที่ 2.17 (ข) จากความเร็วในรูปที่ 2.17 (ข) ความหนาฟิล์มอากาศ  $h_0$  ที่  $x=0, z=0$  กรณีผิวเรียบและกรณีที่มีผิวลูกกลิ้งเป็นร่องสามารถที่จะประมาณค่าได้ตามที่แสดงในรูปที่ 2.17 (ค) จากผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่าเมื่อความลึกของร่องลึกขึ้นอากาศที่แทรกตัวเข้ามาระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งมีน้อยลง โดยเฉพาะในกรณีที่มีความลึกของร่อง  $d_y = 2.0 \mu\text{m}$  ที่  $t=0 - 11$  sec ฟิล์มอากาศมีค่าน้อยมากเข้าใกล้ 0 อย่างไรก็ตามความหนาฟิล์มอากาศเพิ่มขึ้นตั้งแต่  $t=11 - 20$  เนื่องจากความเร็วที่เพิ่มขึ้น สำหรับสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของลูกกลิ้งผิวเรียบและลูกกลิ้งที่มีร่องในช่วง  $t=0-20$  sec แสดงในรูปที่ 2.17 (ง) จากผลการคำนวณยืนยันว่าลูกกลิ้งที่เป็นร่องมีศักยภาพในการช่วยไม่ให้เกิดการสั่นไถลได้ดีกว่าผิวเรียบ โดยผิวเรียบจะเกิดการสั่นไถลที่  $t \approx 2.5$  หรือตรงกับ  $Uw = 1.8$  m/s ในทางตรงกันข้าม ลูกกลิ้งที่เป็นร่องลึก  $d_y = 2.0 \mu\text{m}$  จะเกิดการสั่นไถลที่  $t \approx 16$  sec หรือตรงกับ  $Uw = 10.36$  m/s ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่าในขบวนการผลิตแผ่นฟิล์มบางที่สถานะการทำงานที่ความเร็วสูงการทำให้ลูกกลิ้งมีผิวเป็นร่องจะช่วยป้องกันไม่ให้เกิดการสั่นไถล



รูปที่ 2.18 การเปรียบเทียบลักษณะของร่องรูปตัววี รูปสี่เหลี่ยม และรูปครึ่งวงรีที่ความลึก  $d_y = 2.0 \mu\text{m}$  ( $T_w=500$  N/m,  $L=0.1$  m,  $R=0.01$  m,  $\theta=90^\circ$  Groove:  $n=10$  และ  $b/2=2.5$  mm)

สำหรับรูปที่ 2.18 แสดงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานภายใต้การเปลี่ยนแปลงความเร็วของแผ่นฟิล์มของร่องรูปตัววี รูปครึ่งวงกลมและรูปสี่เหลี่ยมตามเส้นรอบวงของลูกกลิ้งตามลำดับ โดยมีความ

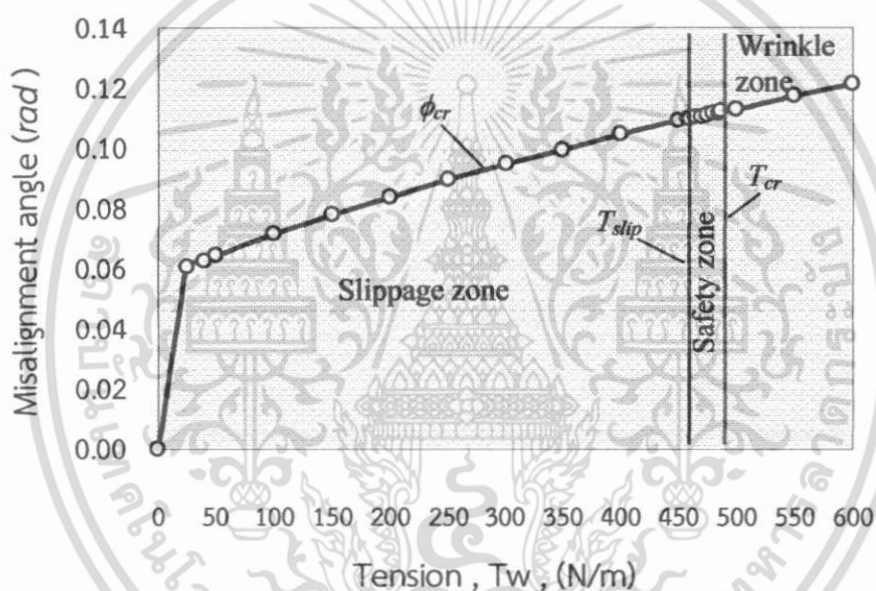
ลึกของร่อง  $d_y = 2.0 \mu\text{m}$  และความกว้างของร่อง  $b/2 = 2.5 \text{ mm}$  เท่ากัน สำหรับสภาวะการทำงาน กำหนดให้แผ่นฟิล์มเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูงสุดที่  $U_w = 10 \text{ m/s}$  ดังที่แสดงเป็นเส้นประในรูปที่ 2.18 จากการคำนวณพบว่าร่องรูปตัววี (V-shape) ให้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ไม่เพียงพอสภาวะการทำงาน ของแผ่นฟิล์มที่ความเร็วสูงสุดนั้นคือแผ่นฟิล์มจะเกิดการสั่นไถลก่อนที่แผ่นฟิล์มเคลื่อนที่เข้าสู่ความเร็ว สูงสุดในการผลิต สำหรับร่องรูปสี่เหลี่ยม (Rectangle shape) ให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่สูงเกินไป กล่าวคือที่ความเร็วแผ่นฟิล์มสูงสุดหรือความเร็วในการทำงานค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานยังคงมีค่า เท่ากับสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสถิต  $\mu = 0.3$  หรือไม่มีฟิล์มอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งซึ่งใน กรณีนี้แผ่นฟิล์มจะสัมผัสกับลูกกลิ้งและมีโอกาสนำไปสู่การขีดข่วน (Scratch) ระหว่างผิวทั้งสองซึ่งไม่เป็น ผลดีในการผลิต ดังนั้นรูปร่างของร่องควรที่จะให้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานไม่น้อยเกินไปและไม่มากเกินไป สำหรับร่องรูปครึ่งวงรี (Semi-elliptical shape) ให้ค่าสัมประสิทธิ์อยู่ระหว่างกลางคือมีค่าสัมประสิทธิ์ แรงเสียดทานมากกว่าร่องรูปตัววี แต่มีค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานต่ำกว่าร่องรูปสี่เหลี่ยม และเมื่อ พิจารณาที่ความเร็วที่สภาวะการทำงาน  $U_w = 10 \text{ m/s}$  ร่องรูปครึ่งวงรียังคงมีค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ซึ่งไม่ทำให้เกิดการสั่นไถลและสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานไม่สูงเกินไปกล่าวคือระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้ง ยังคงมีชั้นอากาศทำให้ลดโอกาสที่จะเกิดการขีดข่วน (Scratch) อย่างไรก็ตามสำหรับร่องทั้งสามแบบนี้ ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่เกิดขึ้นจะขึ้นอยู่กับขนาดความลึกและความกว้างของร่อง ดังนั้นเมื่อสภาวะ การทำงานเปลี่ยนไปการปรับเปลี่ยนขนาดของร่องให้เหมาะสมก็สามารถที่จะช่วยป้องกันไม่ให้เกิดการไถลได้ เช่นเดียวกัน



รูปที่ 2.19 ตำแหน่งแรงดึงที่ทำให้เกิดการสั่นไถล

( $L=0.1 \text{ m}$ ,  $R=0.01 \text{ m}$ ,  $U_w=10 \text{ m/s}$ ,  $\theta=90^\circ$  Groove:  $n=10$   $b/2=2.5 \text{ mm}$  และ  $d_y = 2.0 \mu\text{m}$ )

สำหรับรูปที่ 2.19 แสดงช่วงของแรงดึงที่ทำให้เกิดการลื่นไถลของแผ่นฟิล์มบนลูกกลิ้งที่เป็นร่องรูปครึ่งวงรี จากรูปเส้นประแสดงสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่เกิดการลื่นไถลซึ่งคำนวณจากสมการ (2.25) – (2.27) และเส้นทึบแสดงการประมาณค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานเมื่อมีร่องบนลูกกลิ้ง จากการคำนวณพบว่าที่ความกว้างแผ่นฟิล์ม  $L=0.1$  m รัศมีลูกกลิ้ง  $R=0.01$  m ความเร็วแผ่นฟิล์ม  $U_w=10$  m/s ร่องรูปครึ่งวงรีลึก  $d_y = 2.0 \mu\text{m}$  และร่องกว้าง  $b/2=2.5$  mm ผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่าแรงดึงแผ่นฟิล์มที่น้อยกว่า  $459$  N/m จะให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่เกิดการลื่นไถล ดังนั้นในสภาวะดังกล่าวควรหลีกเลี่ยงที่จะใช้ในการผลิต



รูปที่ 2.20 รอยย่นและลื่นไถลของแผ่นฟิล์มภายใต้การเปลี่ยนแปลงมุมบิดของลูกกลิ้งและแรงดึงแผ่นฟิล์ม ( $L=0.1$  m,  $R=0.01$  m,  $U_w=10$  m/s,  $\theta=90^\circ$ ,  $L_R=0.25$  m Groove:  $n=10$   $b/2=2.5$  mm  $d_y = 2.0 \mu\text{m}$ )

อย่างไรก็ตามการสนใจเพียงพฤติกรรมกลื่นไถลนั้นไม่เพียงพอเพราะอีกปัจจัยหนึ่งที่น่ามาสู่การเสียหายของแผ่นฟิล์มคือการเสียรูปหรือการเกิดรอยย่นบนแผ่นฟิล์มบาง กล่าวคือในขณะที่เราต้องการลดฟิล์มอากาศเพื่อไม่ให้เกิดการลื่นไถลการเพิ่มแรงดึงเป็นวิธีที่สะดวกเพราะไม่ต้องปรับปรุงชิ้นส่วนของเครื่องจักรแต่การเพิ่มแรงดึงมากขึ้นนั้นเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดรอยย่นบนแผ่นฟิล์มและอีกสาเหตุหนึ่งคือลูกกลิ้งมีการบิดตัวดังแสดงในรูปที่ 2.7 ดังนั้นรูปที่ 2.20 ได้แสดงให้เห็นถึงสภาวะการทำงานในช่วงแรงดึงที่ปลอดภัยจากการเกิดปรากฏการณ์การลื่นไถลและการเกิดรอยย่นภายใต้การบิดตัวของลูกกลิ้งที่สภาวะการทำงานที่ ความกว้างของแผ่นฟิล์ม  $L=0.1$  m รัศมีของลูกกลิ้ง  $R=0.01$  m, ความเร็วเชิงมุม  $\omega 12.56$

rad/sec<sup>2</sup> ความเร็วของแผ่นฟิล์มสูงสุด  $Uw=10$  m/s มุมที่แผ่นฟิล์มพบกับลูกกลิ้ง  $\theta=90^\circ$  ความยาวของลูกกลิ้ง  $L_R=0.25$  m จำนวนร่อง  $n=10$  ความกว้างของร่อง  $b=2.5$  mm และความลึกของร่อง  $d_y = 2.0$   $\mu\text{m}$  ตามลำดับ จากการคำนวณแสดงให้เห็นว่าที่แรงดึงน้อยกว่า 459 N/m แผ่นฟิล์มเกิดการสั่นไถล ในขณะที่แรงดึงมากกว่า 500 N/m และลูกกลิ้งมีมุมบิด  $\phi > 0.113$  rad จะเป็นสภาวะที่ทำให้เกิดรอยยับบนแผ่นฟิล์ม ดังนั้นเพื่อที่จะหลีกเลี่ยงการเกิดการสั่นไถลและการเกิดรอยยับจึงควรหลีกเลี่ยงสภาวะการทำงานที่แรงดึงและมุมบิดของลูกกลิ้งดังกล่าว

## 2.7 สรุป

ในบทนี้ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมการเกิดฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มโดยได้การศึกษาเชิงทฤษฎีโดยวิธีเชิงตัวเลขในการแก้ปัญหасวมการเรโนลด์ 2 มิติ (Reynolds-2Dimension equation) ซึ่งมีความไม่เป็นเชิงเส้นด้วยวิธีนิวตันราฟสัน (Newton-raphson iterative scheme) รวมถึงการเขียนสมการเพื่อที่จำทำนายฟิล์มอากาศที่ตำแหน่ง  $x=0$ ,  $z=0$  และการหาพฤติกรรมการเกิดการสั่นไถลและการเกิดรอยยับบนแผ่นฟิล์ม จากการศึกษาสามารถที่จะสรุปได้ดังนี้

- 1) อากาศจะแทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งมากขึ้นเมื่อความเร็วของแผ่นฟิล์มสูงขึ้น ขนาดของลูกกลิ้งใหญ่ขึ้น และแผ่นฟิล์มมีความกว้างมากขึ้น
- 2) อากาศจะแทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งน้อยลงเมื่อเพิ่มแรงดึงและการปรับปรุงผิวลูกกลิ้งโดยการทำให้เป็นร่องรูปครึ่งวงรี
- 3) ที่การทำงานที่ความเร็วสูงของเครื่องจักรในการผลิตแผ่นฟิล์มบางการเพิ่มผิวของลูกกลิ้งด้วยร่องรูปครึ่งวงรีจะเพิ่มประสิทธิภาพในการทำงานของเครื่องจักรโดยปราศจากการสั่นไถล
- 4) การเพิ่มแรงดึงที่มากเกินไปและการเกิดการบิดตัวของลูกกลิ้งในเวลาที่เหมาะสมที่มีผลทำให้แผ่นฟิล์มเกิดรอยยับดังนั้นจึงต้องหาสภาวะที่เหมาะสมที่ไม่ให้เกิดสภาวะทั้งการสั่นไถลและการเกิดรอยยับไปพร้อมกัน

### บทที่ 3

## พฤติกรรมทางทฤษฎีฟิล์มอากาศขณะแผ่นฟิล์มบางเคลื่อนที่อยู่ ระหว่างลูกกลิ้งและตัวประกอบ

โรงงานต่างๆที่เกี่ยวข้องกับการผลิตแผ่นฟิล์มบาง ไม่ว่าจะเป็นการผลิตแผ่นพลาสติก กระดาษ หรือแผ่นฟิล์มการพิมพ์อิเล็กทรอนิกส์และออปติคอล (Optical) ล้วนสามารถแบ่งกระบวนการต่างๆได้ เป็น การเคลือบ การยืด การพิมพ์ และการม้วนฟิล์ม เป็นต้น โดยในกระบวนการเหล่านี้แผ่นฟิล์มบางจะเคลื่อนตัวภายใต้แรงดึง พฤติกรรมเคลื่อนตัวของแผ่นฟิล์มบางบนพื้นผิววัสดุที่มีความยืดหยุ่นสูงนั้น จำเป็นที่จะต้องออกแบบให้มีแรงส่งแผ่นฟิล์มแต่ในขณะเดียวกันแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นจะต้องน้อยเพื่อให้สามารถเพิ่มอายุการใช้งานของแผ่นฟิล์มบาง สำหรับการสึกหล่อของแผ่นฟิล์มบางบนพื้นผิวที่ยืดหยุ่นจะลดลงได้ เมื่อมีการปรับปรุงการหล่อลื่นด้วยอากาศ สำหรับงานวิจัยที่เคยศึกษาเกี่ยวกับการหล่อลื่นในแผ่นฟิล์มบางดังกล่าว มีตัวอย่าง อาทิเช่น โมเดลของ Y.B. Chang ปี 1996 [23] ได้ประมาณค่าชั้นฟิล์มอากาศระหว่างลูกกลิ้งสองลูกต่อมา ในปีค.ศ. 2003 H. Lei และคณะ [11] ได้ใช้แบบโมเดลของ Y.B. Chang ทำการวิเคราะห์ปริมาณอากาศที่แทรกตัวระหว่างชั้นแผ่นฟิล์มบางขณะม้วนโดยมีแรงกดทับจากลูกกลิ้ง และได้ทำการวิเคราะห์หาค่าความเค้นของแผ่นฟิล์มที่ม้วนโดยพิจารณาอิทธิพลของอากาศที่แทรกตัวระหว่างแผ่นฟิล์ม ส่วนการศึกษาทางทฤษฎีของแรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มบางกับลูกกลิ้งผิวเรียบ S. Muffin และคณะ [18] ได้ศึกษาไว้ในปีค.ศ. 2004 และในปีค.ศ. 2006 M. Sasaki และคณะ [21] ได้ศึกษาแรงเสียดทานกับกระบวนการส่งผ่านแผ่นฟิล์มที่ใช้ลูกกลิ้งกดทับ สำหรับ B. S. Rice และคณะ [20] ได้นำเสนอการทดลองและการศึกษาทางทฤษฎีเพื่อการพัฒนาการดึงแผ่นฟิล์มบางผ่านลูกกลิ้งทรงกระบอกในกรณีที่ไม่มีฟิล์มอากาศระหว่างลูกกลิ้งกับแผ่นฟิล์ม

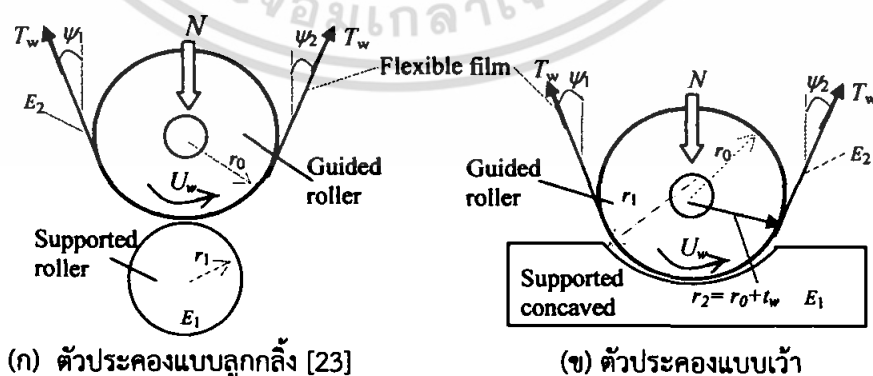
และในการศึกษาเพื่อพัฒนาพื้นผิวของลูกกลิ้งในกระบวนการส่งผ่านแผ่นฟิล์มโดยไม่ใช้ลูกกลิ้งกดทับ K. S. Ducotey และคณะ [24] และ B. S. Rice กับคณะ [25] ได้ศึกษาพฤติกรรมการดึงแผ่นฟิล์มบางบนลูกกลิ้งแบบที่มีร่อง ต่อมาในปีค.ศ. 2009 D. Y. Byun และคณะ [26] ได้นำเสนอการศึกษาของลูกกลิ้งแบบร่องเกลียว ซึ่งให้ค่าสัมประสิทธิ์ของแรงเสียดทานโดยเฉลี่ยต่ำกว่าลูกกลิ้งแบบที่มีร่องตามเส้นรอบวงของลูกกลิ้ง

H.Hashimoto และคณะ [27] ได้นำเสนอโมเดลทางคณิตศาสตร์เพื่อทำนายการเกิดย่นของแผ่นฟิล์มกระดาษสำหรับลูกกลิ้งแบบที่มีร่องตามเส้นรอบวงของลูกกลิ้ง ซึ่งต่อมา S. Hikita และคณะ [22] ได้นำเอาวิธีการหาค่าที่เหมาะสมมาใช้ในการหาขนาดของร่องบนลูกกลิ้งเพื่อป้องกันการเกิดรอยย่นบนแผ่นฟิล์มและการสั่นโกลของแผ่นฟิล์มบนลูกกลิ้ง

ส่วนการหล่อลื่นอากาศของแบร็งที่มีรูพรุนนั้น S. Muffu และคณะ [18]. และ H.Hashimoto และคณะ [14]ได้นำเสนอไว้โดยที่ S. Muffu ได้ปรับสมการของเรย์โนลด์ให้รวมการไหลทะลุของอากาศในขบวนการส่งผ่านแผ่นฟิล์มแบบไม่ใช้ลูกกลิ้งกดทับ ส่วน H.Hashimoto ได้ทดลองเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ของแผ่นฟิล์มบางบนลูกกลิ้งอลูมิเนียมพอยล์แบบมีรูพรุน ต่อมา J.K. Knudsen และคณะ [19] ได้ศึกษาค่าผลกระทบของความพรุนบนพื้นผิวของวัสดุ (Porous material) กับการเลื่อนไหลของขอบ (Boundary slip) ด้วยวิธีเชิงตัวเลข H.Hashimoto และคณะ [21] ได้เสนอโมเดลซึ่งผ่านการตรวจสอบด้วยผลการทดลองแล้วเพื่อนำมาใช้ประมาณค่าความหนาของแผ่นฟิล์มอากาศที่อยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มบางกับลูกกลิ้งซึ่งได้พิจารณาการไหลทะลุของอากาศ อย่างไรก็ตามมีนักวิจัยจำนวนน้อยเท่านั้นที่จะนำการไหลทะลุของอากาศในแบร็งและการเลื่อนไหลของขอบ (Boundary slip) มาพิจารณาในกระบวนการผลิตแผ่นฟิล์มบาง

ในบทนี้ จะนำเสนอการวิเคราะห์พฤติกรรมของแรงเสียดทานของแผ่นฟิล์มบางที่เคลื่อนตัวโดยมีตัวประกอบแผ่นฟิล์มที่มีรูปร่างเว้า (Concave)

สำหรับรูปที่ 3.1 แสดงแผนภาพของแผ่นฟิล์มที่มีความหนา  $t_w$  และมีค้ำยังมอดูลัส  $E_2$  ที่เคลื่อนที่ติดไปกับลูกกลิ้ง (Guided roller) ที่มีรัศมี  $r_0$  ภายใต้ความเร็ว  $U_w$  โดยมีตัวประกอบช่วยในการเคลื่อนที่โดยแผ่นฟิล์มจะเคลื่อนที่ภายใต้แรงดึง  $T_w$  ซึ่งทำมุมกับแนวตั้ง  $\psi_{1,2}$  และอยู่ภายใต้แรงกด  $N$  ที่กระทำกับลูกกลิ้ง (Guided roller) โดยที่ในรูปที่ 3.1(ก) เป็นโมเดลในงานวิจัยก่อนหน้านี้ซึ่งแผ่นฟิล์มบางเคลื่อนที่ติดไปกับลูกกลิ้ง (Guided roller) และมีตัวประกอบที่เป็นลูกกลิ้งรัศมี  $r_1$  และมีค้ำยังมอดูลัส  $E_1$  ช่วยในการประกอบ (Supported roller) ส่วนรูปที่ 3.1(ข) เป็นโมเดลที่ปรับปรุงใหม่โดยแผ่นฟิล์มบางเคลื่อนที่ติดไปกับลูกกลิ้ง (Guided roller) และมีตัวประกอบที่ปรับปรุงให้มีลักษณะเว้ามีรัศมี  $r_1$  และมีค้ำยังมอดูลัส  $E_1$  แทนตัวประกอบแบบลูกกลิ้งช่วยในการประกอบ (Supported concaved) โดยการคำนวณจะปรับปรุงสมการของ Reynolds โดยพิจารณาผลของกับการไหลทะลุของอากาศในวัสดุที่เป็นรูพรุน (Porous material) และการเลื่อนไหลของขอบ (Boundary slip) สำหรับการคำนวณจะสมมติให้แผ่นฟิล์มเคลื่อนที่ติดไปกับลูกกลิ้งเพื่อลดความยุ่งยากในการคำนวณและตัวประกอบอยู่กับที่



(ก) ตัวประกอบแบบลูกกลิ้ง [23]

(ข) ตัวประกอบแบบเว้า

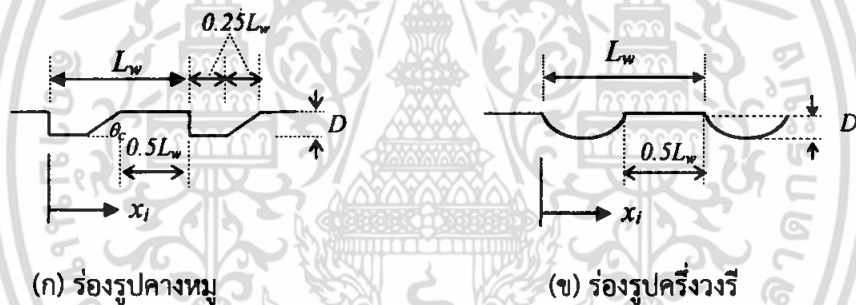
รูปที่.3.1 แผนภาพของแผ่นฟิล์มที่ผ่านตัวประกอบแบบลูกกลิ้งและแบบเว้า

### 3.1 สมการทางทฤษฎี

ในหมวดนี้ การวิเคราะห์พฤติกรรมการหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกที่วัสดุมีความยืดหยุ่นสูง (Soft EHL) ระหว่างแผ่นฟิล์มบางที่เคลื่อนตัวผ่านตัวประกอบ จะประยุกต์ใช้สมการของเรย์โนลด์ในการพิจารณาการไหลทะลุของอากาศของวัสดุที่มีรูพรุนและการเลื่อนไหลของขอบภายใต้สมมติฐานอุณหภูมิคงที่ที่อุณหภูมิห้อง  $25^{\circ}\text{C}$

#### 3.1.1 ลักษณะรูปร่างของร่องบนผิวตัวประกอบ

เมื่อพิจารณาพื้นผิวที่มีร่องบนตัวประกอบ ในบทนี้ได้ทำการศึกษาลักษณะร่องสองแบบ ได้แก่ ร่องแบบสี่เหลี่ยมคางหมู และ ร่องแบบครึ่งวงรี ดังแสดงในรูป 3.2(ก) และ (ข) ตามลำดับ รูปร่างพื้นผิวจะมีลักษณะต่อเนื่องที่มีความยาวคลื่น ( $L_w$ ) โดยโมเดลแบบสี่เหลี่ยมคางหมูสามารถแบ่งรูปร่างในหนึ่งช่วงความยาวคลื่นได้เป็นสามช่วงขณะที่โมเดลแบบครึ่งวงรีแบ่งได้สองช่วง ซึ่งเขียนเป็นสมการคณิตศาสตร์ที่อธิบายลักษณะกายภาพของร่องได้ดังแสดงใน สมการ (3.1) และ (3.2) ตามลำดับ ส่วนสมการ (3.3) เป็นสมการสำหรับพื้นผิวเรียบ



รูปที่ 3.2 รูปร่างร่องบนตัวประกอบรูปเว้า

$$S_i = \begin{cases} -D & ; x_i \leq (n-0.75)L_w \\ |x_i - (x_n + 0.25L_w)| \tan \theta_c - D & ; (n-0.75)L_w < x_i \leq (n-0.5)L_w \\ 0 & ; (n-0.5)L_w < x_i \leq nL_w \end{cases} \quad (3.1)$$

$$S_i = \begin{cases} - \left| D \left\{ 1 - \frac{|x_i - x_n|^2}{(L_w/4)^2} \right\}^{1/2} \right| & ; x_i \leq (n-0.5)L_w \\ 0 & ; (n-0.5)L_w < x_i \leq nL_w \end{cases} \quad (3.2)$$

$$S_i = 0 \quad (3.3)$$

โดย  $S_i$  เป็นรูปร่างของพื้นผิว

$D$  เป็นความลึกของร่อง

$L_w$  เป็นความยาวคลื่นของพื้นผิว

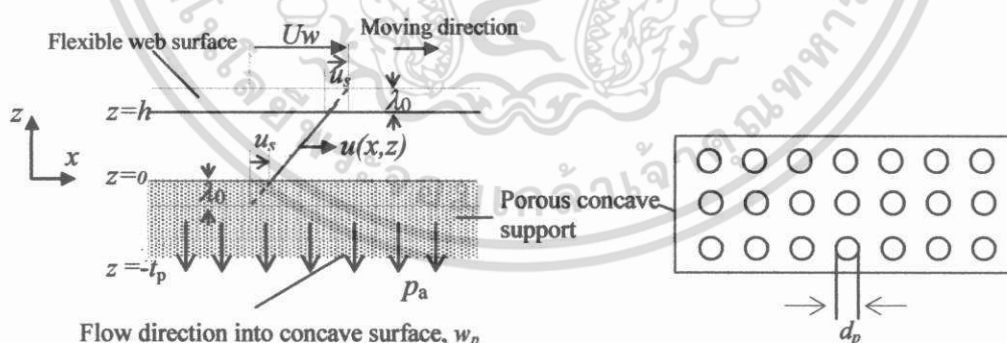
$x_i$  ระยะทางจากร่องที่ 1 ถึงระยะใดๆบนร่องที่  $n$  ในบริเวณพื้นที่สัมผัส (Contact region)

$n$  เป็นจำนวนร่อง

สำหรับ ความสัมพันธ์ของ  $\theta_c$  ที่แสดงในรูป 3.2 (ก) และ  $x_n$  ซึ่งเป็นระยะทางจากร่องที่ 1 ถึงร่องที่  $n-1$  แสดงได้ดังนี้

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{D}{0.25L_w} \right); \quad x_n = (n-1)L_w \quad (3.4)$$

### 3.1.2 การหล่อลื่นด้วยอากาศในวัสดุที่มีรูพรุนกับการเลื่อนไหลของขอบ (Boundary slip)



(ก) การกระจายความเร็ว

(ข) พื้นที่หน้าตัด  $A_p$  ตามขวางของวัสดุที่มีรูพรุน

รูปที่ 3.3 การกระจายความเร็วอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มและผิวของตัวประกอบเว้าที่เป็นรูพรุน

ในการหล่อลื่นด้วยอากาศ เมื่อฟิล์มอากาศบางลงมากๆอิทธิพลของการเลื่อนไหลของขอบ (Boundary slip) จำเป็นที่จะต้องนำมาพิจารณาด้วย และสำหรับวัสดุที่มีรูพรุน อย่างเช่น วัสดุยืดหยุ่นที่มี

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ความบาง หรือพอลิเมอร์ที่มีความบางที่มีรูเมื่ออยู่ภายใต้อิทธิพลภายนอก อาทิเช่น แรงจากภายนอกจะส่งผลทำให้รูของวัสดุมีโอกาสที่จะใหญ่กว่าขนาดโมเลกุลอากาศทำให้อากาศที่อยู่ภายใต้แรงดันมีโอกาสที่จะไหลทะลุผ่านวัสดุพรุนได้ ดังนั้นจึงต้องนำผลกระทบของการไหลทะลุของอากาศมาพิจารณารวมด้วยเช่นกัน รูปที่ 3.3 (ก) แสดงการกระจายของความเร็วอากาศระหว่างผิวของแผ่นฟิล์มบางซึ่งกำลังเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว  $U_w$  และพื้นผิวตัวประกอบเว้าที่ไม่มีเคลื่อนที่ภายใต้อิทธิพลของการเลื่อนไหลของขอบ (Boundary slip) ทั้งที่ผิวของแผ่นฟิล์มและผิวของตัวประกอบด้วยความเร็วเลื่อนไหล (Slip velocity)  $u_s$  และภายใต้อิทธิพลของการไหลทะลุของอากาศเนื่องจากตัวประกอบมีลักษณะเป็นรูพรุนและมีความหนา  $t_p$  โดยสมมติให้การไหลทะลุของอากาศผ่านผิวตัวประกอบนั้นมีการไหลเฉพาะในแนวแกน  $z$  เท่านั้นและมีความเร็วในการไหลทะลุแบบสม่ำเสมอเท่ากับ  $w_p$  (Uniform flow) กำหนดให้พื้นผิวพรุนอยู่ที่ระดับ  $z = 0$  และแผ่นฟิล์มบางอยู่ที่ระดับ  $z = h$  สำหรับการไหลทะลุผ่านรูพรุนนั้นในงานวิจัยนี้นั้นสมมติให้รูพรุนในวัสดุมีลักษณะเป็นแท่งทรงกระบอกมีเส้นผ่านศูนย์กลาง  $d_p$  ดังที่แสดงในรูปที่ 3.3(ข) เนื่องจากการกระจายของความเร็วของอากาศระหว่างผิวแผ่นฟิล์มบางที่เคลื่อนที่และผิวตัวประกอบเว้าภายใต้ความหนาฟิล์มอากาศที่บางมาก ดังนั้นการกระจายของความเร็วของอากาศตามแกน  $z$  สามารถที่จะสมมติให้มีลักษณะเป็นเชิงเส้นโดยเฉพาะความเร็วบริเวณที่ใกล้ผิวมาก ๆ แสดงในสมการที่ (3.5)

$$u_s = \lambda_0 \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} \quad (3.5)$$

เมื่อ  $\lambda_0$  (the molecular mean free path) เท่ากับ  $0.064 \mu m$  ที่  $25^\circ C$  และ  $1.0 \text{ atm}$  สำหรับวัสดุที่มีรูพรุนความเร็วของอากาศที่ไหลทะลุวัสดุที่มีความหนา  $t_p$  สามารถที่จะคำนวณโดยใช้กฎของ Darcy ดังแสดงในสมการที่ (3.6)

$$w_p = -\frac{k}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z}; \quad 0 < z \leq -t_p \quad (3.6)$$

ดังนั้น อัตราการไหลของปริมาณอากาศ (Volume flow rate) ในพื้นที่ตัดขวาง  $A_p$  แสดงได้ดังนี้

$$Q = \frac{kA_p}{\eta} \left( \frac{p - p_a}{t_p} \right) \quad (3.7)$$

ถ้าให้วัสดุมี  $m$  รูพรุนต่อพื้นที่ตัดขวาง  $A_p$  และมีลักษณะเป็นแท่งทรงกระบอกดังภาพ 3.2 (ข) โดยใช้กฎของ Hagen-Poiseuille ภายใต้เงื่อนไขของไหลที่อัดตัวไม่ได้และมีการไหลแบบสม่ำเสมอผ่านรูพรุนทรงกระบอกเส้นผ่าศูนย์กลาง  $d_p$  ดังภาพ 3.2(ข) จะสามารถเขียนสมการอัตราการไหลของปริมาณอากาศได้ดังแสดงในสมการที่ (3.8)

$$Q = \left( \frac{m\pi d_p^4 A}{128\eta} \right) \left( \frac{p - p_a}{t_p} \right) \quad (3.8)$$

เมื่อแทนค่าสมการที่ (3.7) เท่ากับสมการที่ (3.8) จะได้ค่าการไหลทะลุรูพรุน  $k$  ( $m^2$ ) (Permeability of porous) ดังนี้

$$k = \frac{m\pi d_p^4}{128} \quad (3.9)$$

เงื่อนไขขอบเขตของความเร็วของอากาศแสดงในสมการที่ (3.10) และ (3.11) และสมการ Navier-Stokes แสดงในสมการที่ (3.12)

$$u(h) = U_w - \lambda_0 \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=h} \quad (3.10)$$

$$u(0) = \lambda_0 \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3.12)$$

โดยการอินทิเกรตสมการของ Navier-Stokes และใช้สมการเงื่อนไขขอบเขตข้างต้นจะได้อัตราการเปลี่ยนแปลงของความเร็วตามแกน  $z$  และ อัตราเร็วตามลำดับ ดังนี้

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} z - \left\{ \frac{\frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2}{2} + \frac{\lambda_0}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} h - U_w}{(2\lambda_0 + h)} \right\} \quad (3.13)$$

$$u(z) = \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2}{2} - \left\{ \frac{\frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2}{2} + \frac{\lambda_0}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} h - U_w}{(2\lambda_0 + h)} \right\} z - \lambda_0 \left\{ \frac{\frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2}{2} + \frac{\lambda_0}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} h - U_w}{(2\lambda_0 + h)} \right\} \quad (3.14)$$

เมื่อแทนค่าความเร็วการไหลของอากาศตามแกน  $x$  และแกน  $z$  ในสมการกฎทรงมวล (Conservation of mass equation) ดังแสดงใน สมการที่ (3.15) จะได้สมการที่ปรับปรุงใหม่ของ Reynolds ภายใต้ อิทธิพลของการเลื่อนของขอบ (boundary slip) และการไหลทะลุของอากาศ ตามแกน  $z$  ดังแสดงใน สมการที่ (3.16)

$$\int_0^h \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \rho u dz \right\} + \int_{-t_p}^0 \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho \left\{ -\frac{k}{\eta} \frac{\partial p}{\partial z} \right\} \right) dz = 0 \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \left\{ h^3 + 6\lambda_0 h^2 \right\} p \frac{\partial p}{\partial x} \right] - 12\eta \left( \frac{m\pi d_p^4}{128\eta t_p} \right) p(p - p_a) = 6\eta U_w \frac{\partial(ph)}{\partial x}, \quad (3.16)$$

โดยที่  $h$  เป็นความหนาของแผ่นฟิล์มอากาศซึ่งความหนาของฟิล์มอากาศจะมีความสัมพันธ์กับลักษณะรูปร่างของการสัมผัส ( $x'/2R'$ ) การเสีรูปร่างของวัสดุ ( $\delta$ ) และลักษณะความหยาบผิวหรือร่องบนผิวของตัวประกอบ ( $S$ ) ซึ่งมีความสัมพันธ์ดังในสมการ(3.17)

$$h(x) = h_0 + \frac{x^2}{2R'} + \delta(x) + S(x) \quad (3.17)$$

สำหรับการเสีรูปร่างของวัสดุบริเวณพื้นที่สัมผัส  $\delta(x)$  นั้นจะขึ้นกับแรงดันอากาศ ( $p$ ) ค่าคุณสมบัติของวัสดุ ทั้งสองที่สัมผัสกันในที่นี้จะแทนด้วยค่าเสมือนของยังมอดูลัส (Equivalent Young's modulus,  $E_q$ ) ความสัมพันธ์ดังกล่าวสามารถที่จะอธิบายด้วยสมการ (3.18)

$$\delta(x) = -\frac{1}{\pi E_q} \int_{x_{in}}^{x_{out}} p(x) \ln(x-x')^2 dx' \quad (3.18)$$

สมการสมดุลของแรงเมื่อแรงดึงแผ่นฟิล์มทำมุม  $\psi_{1,2}$  ตามที่แสดงในรูป 3.1 รวมทั้งแรงกดทับ  $N$  แสดงอยู่ในสมการ (3.19)

$$F_n = L(N - \{T_w \cos \psi_1 + T_w \cos \psi_2\}) = L \int_{x_{in}}^{x_{out}} (p - p_a) dx \quad (3.19)$$

ความสัมพันธ์ระหว่างค่าขึงมอดูลัสของแผ่นฟิล์มบางกับแรงดึงบนแผ่นฟิล์มสามารถที่จะประมาณค่าได้โดยใช้หลักการที่ได้จากการทดลองของPfeiffer[6]ซึ่งแสดงให้เห็นถึงคุณสมบัติของแผ่นฟิล์มนั้นจะเปลี่ยนแปลงตามความเค้นในแนวตั้งฉากกับแผ่นฟิล์มตั้งนั้นจากการทดสอบค่าขึงมอดูลัสของแผ่นฟิล์มด้วยแรงกด  $F_w$  ที่ตั้งฉากกับแผ่นฟิล์มบนพื้นที่หน้าตัด  $A_w$  ความสัมพันธ์ระหว่างค่าขึงมอดูลัสแผ่นฟิล์ม  $E_2$  กับความเค้นของแผ่นฟิล์มในทิศทางตั้งฉากกับแผ่นฟิล์ม ( $\sigma_p = F_w / A_w$ ) แสดงในสมการ (3.20) โดยที่  $C_0$ ,  $C_1$  และ  $C_2$  เป็นค่าคงที่ที่ได้จากการทดลอง

$$E_2 = C_0 + C_1 |\sigma_p|^{C_2}, \quad (3.20)$$

ดังนั้นจากรูปที่ 3.1 ความเค้นที่ตั้งฉากกับแผ่นฟิล์ม  $\sigma_p$  สามารถที่จะประมาณค่าด้วยสมการที่ (3.21)

$$\sigma_p = \left( \frac{T_w \cos \psi_1 + T_w \cos \psi_2}{r_0} \right) \quad (3.21)$$

### 3.1.3 การวิเคราะห์สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานบนพื้นผิวสัมผัส

ความสัมพันธ์ของการกระจายของแรงเสียดทานที่พื้นผิวสัมผัสกับการเปลี่ยนแปลงความเร็วตามแกน  $z$  บนพื้นผิวดำประกองเว้าแสดงได้ในสมการ (3.22) แล้วเมื่ออินทิเกรตจะได้แรงเสียดทานรวมดังสมการ (3.23)

$$dF = \left( \eta \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} \right) dA \quad (3.22)$$

$$F_{total} = - \int_{x_{in}}^{x_{out}} \frac{\eta L}{(2\lambda_0 + h)} \left\{ \frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{h^2}{2} + \frac{\lambda_0}{\eta} \frac{\partial p}{\partial x} h - U_w \right\} dx \quad (3.23)$$

โดยนำแรงเสียดทานที่ได้นหารด้วยแรงในแนวตั้ง (Normal force,  $F_n$ ) จะได้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานดังสมการ (3.24)

$$\mu = \frac{F_{total}}{F_n} \quad (3.24)$$

### 3.2 การวิเคราะห์เชิงตัวเลข

สำหรับการแก้สมการเพื่อที่จะหาการกระจายแรงดันอากาศ( $p$ ) ความหนาฟิล์มอากาศ ( $h$ ) จำเป็นที่จะต้องจัดรูปแบบสมการให้อยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติ ดังนั้นสมการเรโนลด์ที่ปรับปรุงใหม่ในรูปแบบสมการไร้มิติ (Dimensionless form) แสดงในสมการ (3.25) การคำนวณเชิงตัวเลขจะคำนวณภายใต้คุณสมบัติทางกายภาพของวัสดุตัวประกอบที่มีรูพรุน และแผ่นฟิล์ม PP (Polypropylene) หนา  $20 \mu\text{m}$  ดังแสดงใน ตารางที่ 3.1

$$\frac{\partial}{\partial X} \left( Q \frac{\partial P}{\partial X} \right) = K \frac{\partial}{\partial X} (PH) + \hat{S}(P^2 - P) \quad (3.25)$$

$$\text{เมื่อ } P = p/p_a, H = h/(b^2/R'), X = x/b, b = R' \left( \frac{8F_n}{\pi E_q R'^2} \right)^{0.5}, R' = \left( \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2} \right),$$

$$E_q = \frac{1}{2} \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right), Q = PH^3 \left( 1 + \frac{6\lambda R'}{b^2 H} \right), K = \left( \frac{6\eta U_w R'^2}{b^3 p_a} \right), \hat{S} = \left( \frac{12\eta k_c R'^3}{b^4} \right), \text{ และ}$$

$$k_c = \left( \frac{m\pi d^4}{128\eta t_p} \right)$$

ตารางที่ 3.1 คุณสมบัติทางกายภาพของวัสดุ

Parameter	PP-20 $\mu\text{m}$
Flexible film thickness $t_w, \mu\text{m}$	20
Flexible film width $L, \text{m}$	0.3
Static friction coefficient between webs $\mu_s$	0.3
Radial Young's modulus of flexible film, $E_2 = C_0 + C_1  \sigma_r ^{C_2}, \text{Pa}$	$C_0 = 106.46, C_1 = 1.0193 \times 10^6$ $C_2 = 1.0$
Poisson's ratio of concave surface $\nu_1$	0.5
Poisson's ratio of flexible film $\nu_2$	0.3
Young's modulus of concave surface $E_1, \text{GPa}$	0.027
Radial of upper roller $r_0 (\text{m})$	0.0445
Tension angles of inlet position $\psi_1$ degree	60
Tension angles of inlet position $\psi_2$ degree	60
Molecular mean free path of air at room temperature and atmospheric pressure $\lambda_0 \mu\text{m}$	0.064

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เป็นที่รู้กันว่าสมการที่ประยุกต์จากสมการของ Reynolds ไม่เป็นสมการเชิงเส้น ดังนั้นสำหรับปัญหานี้จะใช้วิธีผลต่างสี่เหลี่ยม (Finite difference method) และเทคนิคของนิวตัน ราฟสัน (Newton Raphson) กับมัลติกริด (Multi-grid method) ในการแก้ปัญหา ดังนั้นค่าแรงดันอากาศ ค่าความหนาของแผ่นฟิล์มอากาศและการกระจายของแรงเสียดทานบนพื้นผิวสัมผัสจะสามารถคำนวณได้และมีประสิทธิภาพมากกว่าเทคนิคเดิมที่ไม่ได้ใช้มัลติกริด [23]

จากสมการที่ (3.25) เมื่อประมาณค่าอนุพันธ์อันดับหนึ่งและอนุพันธ์อันดับสองด้วยวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม (Finite difference) ดังนั้นสมการที่ (3.25) สามารถเขียนใหม่ดังแสดงในสมการที่ (3.26)

$$f_i = Q_{i+\frac{1}{2}}(P_{i+1} - P_i) - Q_{i-\frac{1}{2}}(P_i - P_{i-1}) - \Delta X K (P_i H_i - P_{i-1} H_{i-1}) - \Delta X^2 \hat{S} (P_i^2 - P_i) \quad (3.26)$$

โดยที่  $Q_{i+\frac{1}{2}} = \left( \frac{Q_{i+1} + Q_i}{2} \right)$  และ  $Q_{i-\frac{1}{2}} = \left( \frac{Q_i + Q_{i-1}}{2} \right)$

เนื่องจากสมการที่ (3.26) เป็นสมการไม่เชิงเส้น ดังนั้นวิธีของนิวตันราฟสัน (Newton-raphson iterative scheme) ถูกนำมาใช้เพื่อแก้ปัญหาค่าความไม่เชิงเส้น ดังนั้นสมการ (3.26)  $f_i$  นำมาหาอนุพันธ์เทียบกับตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (Unknown,  $P_{i,j}$ ) โดยที่  $i = 2, 3 \dots N-1$  ดังนั้นระบบสมการสามารถที่จะเขียนในรูปของเมทริกซ์ดังแสดงในสมการที่ (3.27)

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_2}{\partial P_2} & \frac{\partial f_2}{\partial P_3} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial P_{100}} & \frac{\partial f_2}{\partial P_{101}} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial P_{N-1}} \\ \frac{\partial f_3}{\partial P_2} & \frac{\partial f_3}{\partial P_3} & \dots & \frac{\partial f_3}{\partial P_{100}} & \frac{\partial f_3}{\partial P_{101}} & \dots & \frac{\partial f_3}{\partial P_{N-1}} \\ \vdots & & & & & & \\ \frac{\partial f_{N-1}}{\partial P_2} & \dots & \frac{\partial f_{N-1}}{\partial P_{100}} & \dots & \frac{\partial f_{N-1}}{\partial P_{N-1}} & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \vdots \\ \Delta P_{100} \\ \Delta P_{101} \\ \vdots \\ \Delta P_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f_{2,2} \\ -f_{3,2} \\ \vdots \\ -f_{100} \\ -f_{101} \\ \vdots \\ -f_{N-1} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

จากระบบสมการ (3.27) ตัวแปร  $\Delta P_i$  สามารถที่จะคำนวณหาได้โดยระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ (Gaussian elimination) และความดันปริมาตรในรอบคำนวณใหม่สามารถที่จะคำนวณได้จากสมการที่ (3.28) โดยที่ Re เป็นค่าการผ่อนปรนต่ำในการคำนวณเชิงตัวเลข (Under relaxation) มีค่าอยู่ระหว่าง 0 - 1.0

$$P_{new,i} = P_{old,i} + Re\Delta P_i \quad (3.28)$$

จากการคำนวณที่กล่าวมาแล้วข้างต้นการคำนวณจะวนซ้ำจนกระทั่งคำตอบที่เข้าข่ายคือค่าความผิดพลาดที่เกิดจากการคำนวณครั้งใหม่มีค่าอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ สำหรับค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้  $\xi_{1,2}$  ถูกแสดงในสมการที่ (3.29) โดยที่  $\xi_1$  เป็นค่าความผิดพลาดที่คำนวณจากค่าความดันเริ่มต้นและ  $\xi_2$  เป็นค่าความผิดพลาดที่ได้จากการคำนวณจากสมการสมดุลของแรง

$$\xi_1 = \frac{\sum_{i=1}^N |P_i - P_i^0|}{\sum_{i=1}^N |P_i|} \leq 1 \times 10^{-5} \quad ; \xi_2 = \left| \frac{F_n}{W_i b p_a} - \int_{x_{in}}^{x_{out}} (P-1) dX \right| \leq 1 \times 10^{-5} \quad (3.29)$$

เมื่อ  $P_i^0$  เป็นแรงดันอากาศเริ่มต้นที่ได้ค่ามาจากการคำนวณในรอบเก่า ส่วน  $P_i$  เป็นแรงดันอากาศเริ่มต้นที่ได้ค่ามาจากการคำนวณในรอบใหม่

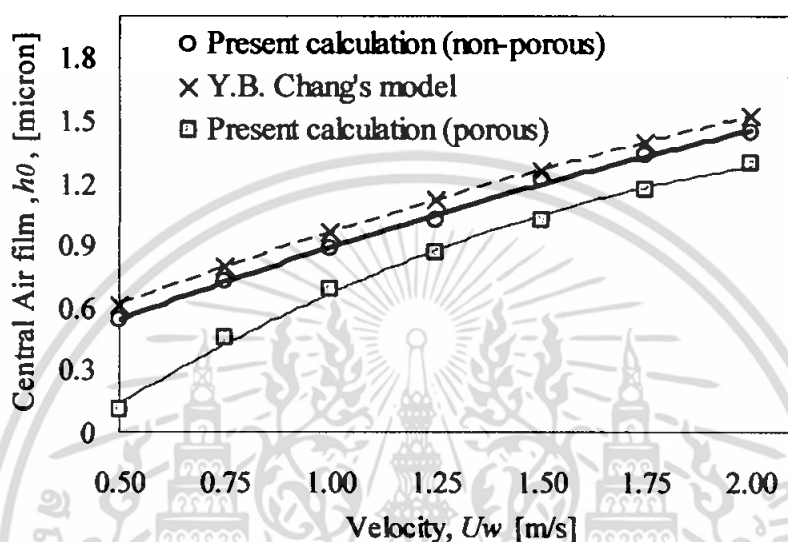
### 3.3 ผลการคำนวณ

ในหมวดนี้จะอธิบายผลลัพธ์ในเชิงตัวเลขและเพื่อความมั่นใจในกระบวนการวิธีเชิงตัวเลขของงานวิจัยนี้ความหนาของแผ่นฟิล์มอากาศที่จุดกึ่งกลาง  $h_0$  ( $x=0$ ) ภายใต้การเปลี่ยนแปลงความเร็วของแผ่นฟิล์มสำหรับตัวประกอบแบบลูกกลิ้งผิวเรียบและไม่มีรูพรุนจะถูกเปรียบเทียบและตรวจสอบกับโมเดลงานวิจัยก่อนหน้านี้ดังแสดงในรูปที่ 3.4 เส้นทึบเป็นการคำนวณสำหรับงานวิจัยนี้ของวัสดุที่ไม่มีรูพรุนส่วนเส้นประเป็นความหนาของฟิล์มอากาศที่ประมาณค่าจากโมเดลของ Y.B. Chang [23] การคำนวณสำหรับงานวิจัยนี้ให้ค่าความหนาของแผ่นฟิล์มอากาศต่ำกว่าโมเดลของ Y.B. Chang เล็กน้อย อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณาผลกระทบของความพรุนของวัสดุที่เป็นตัวประกอบค่าความหนาของแผ่นฟิล์มอากาศจะลดลงอย่างเห็นได้ชัดเจนดังแสดงในรูปเป็นเส้นบาง

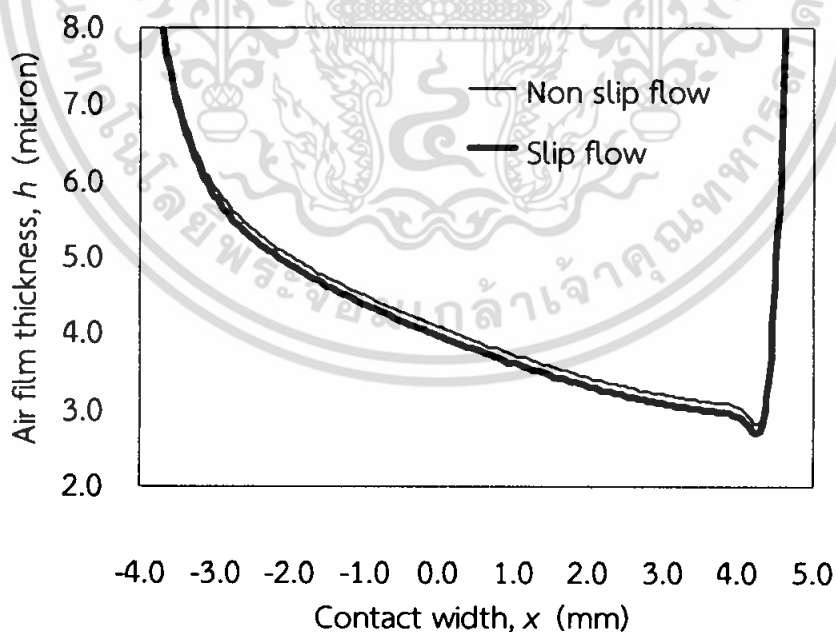
รูปที่ 3.5 แสดงอิทธิพลของการลื่นไถลที่ขอบ (Boundary slip) ที่ความเร็ว  $U_w=10$  m/s แรงดึง  $T_w=100$  N/m แรงแนวตั้ง (Normal load)  $F_n=25$  N และ ค่าตัวแปรการไหลทะลุของอากาศคือ  $k_c=0.2 \times 10^{-8}$  ในกรณีผิวเรียบ จากการคำนวณพบว่าอิทธิพลของการลื่นไถลที่ขอบส่งผลให้การกระจายตัวของความหนาฟิล์มอากาศมีค่าลดลงตลอดการระยะสัมผัส (Contact region)  $-4.0 \leq x \leq 4.0$  mm ดังนั้นผลของวัสดุพรุนและการลื่นไถลที่ขอบมีผลทำให้ความหนาฟิล์มอากาศลดลง

รูปที่ 3.6 แสดงการเปรียบเทียบพฤติกรรมผลการหล่อลื่นของอากาศของโมเดลเดิมที่แผ่นฟิล์มบางเคลื่อนที่ระหว่างลูกกลิ้งกับตัวประกอบที่เป็นลูกกลิ้งภายใต้พื้นผิวสัมผัสเรียบและไม่มีรูพรุน แรงดึงที่ใช้เป็น

200 N/m ที่ความเร็ว  $U_w = 10$  m/s แรงแนวตั้ง  $F_n = 25$  ค่าเสมือนของยังมอดูลัส  $E_q = 1.22$  MPa กับ โมเดลปรับปรุงใหม่ซึ่งแผ่นฟิล์มบางเคลื่อนที่ระหว่างลูกกลิ้งกับตัวประกอบเว้าดังแสดงไว้ในรูป 3.1(ก) และ 1(ข)

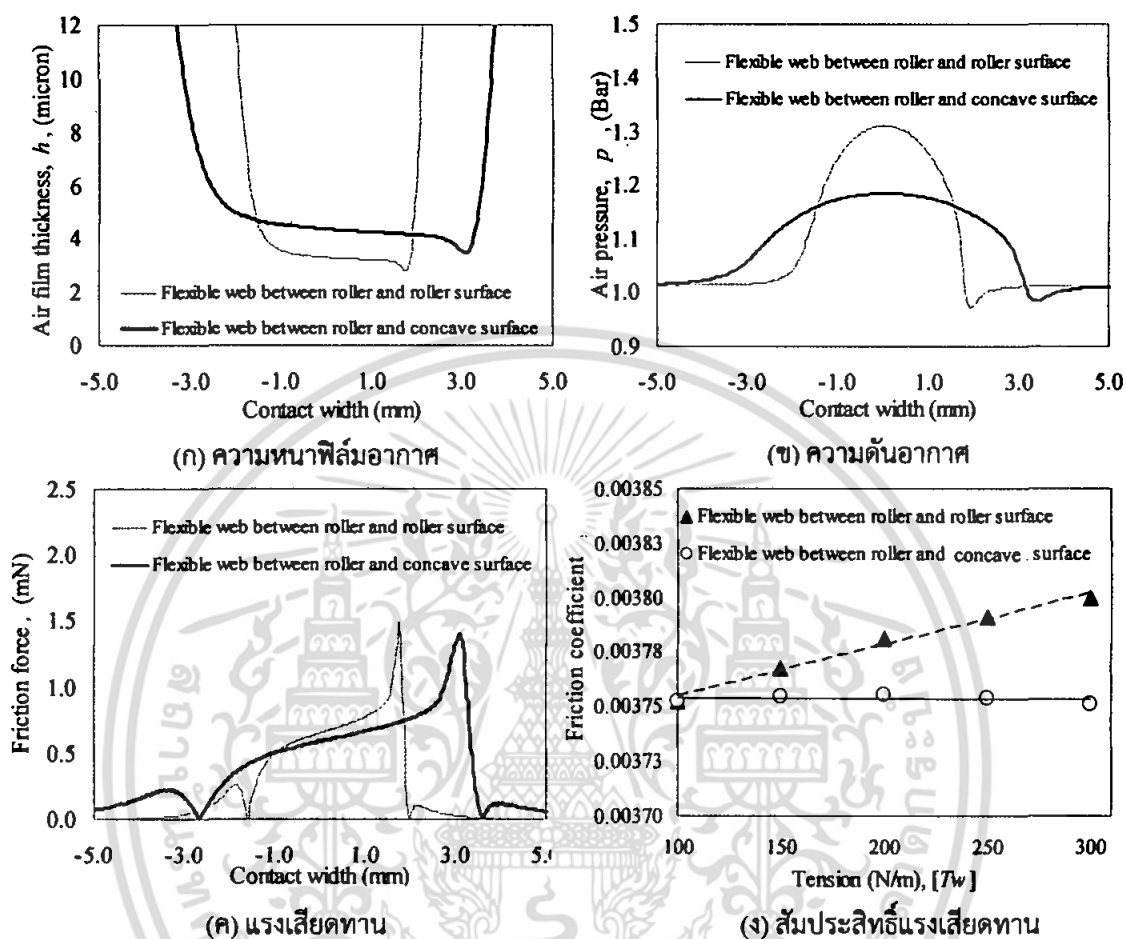


รูปที่ 3.4 การเปรียบเทียบความหนาของฟิล์มอากาศระหว่างงานปัจจุบันกับงานวิจัยก่อนหน้านี้



รูปที่ 3.5 อิทธิพลของการสไลด์ที่ขอบ Slip flow (Boundary slip)

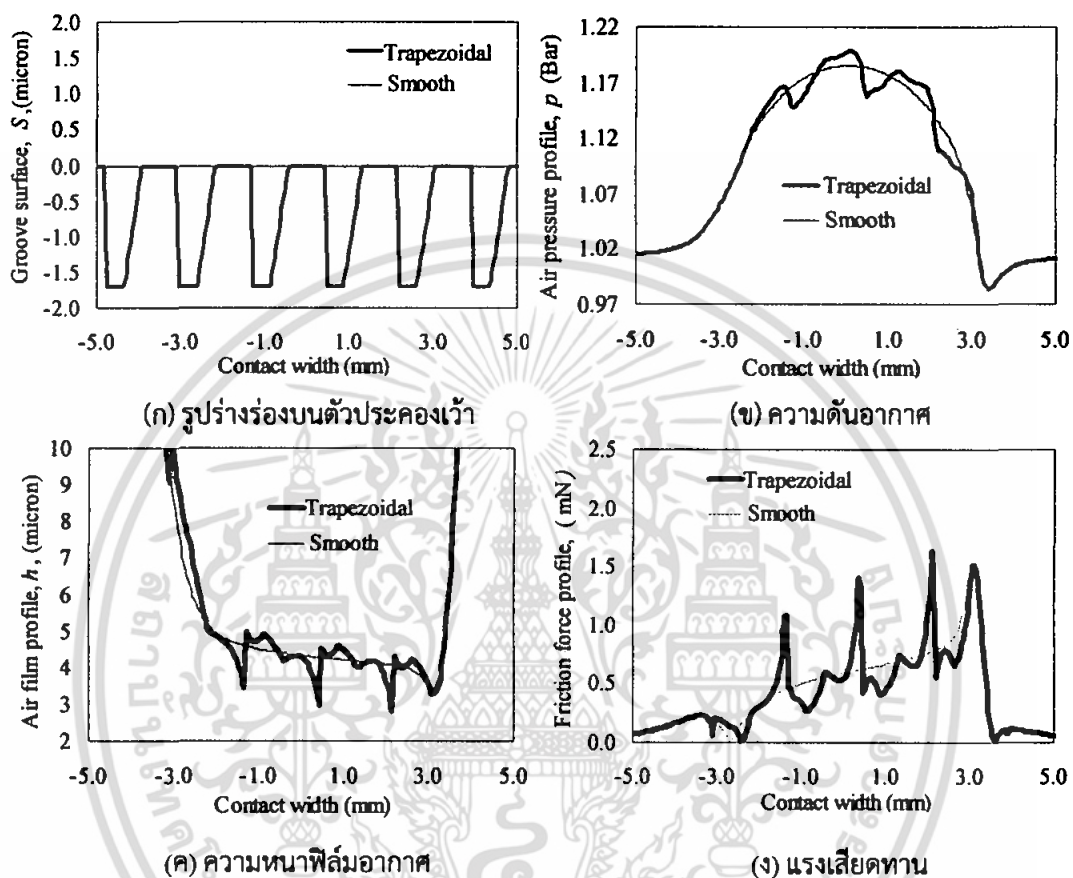
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.6 การเปรียบเทียบการกระจายความดันอากาศ ความหนาฟิล์มอากาศ แรงเสียดทาน และสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างตัวประกอบที่เป็นลูกกลิ้งและตัวประกอบที่เป็นแบบเว้า ( $T_w=200$  N/m,  $U_w=10$  m/s,  $F_n=25$  N,  $r_0=0.0445$  m,  $r_1=0.089$  m and  $E_q=1.22$  MPa)

สำหรับโมเดลที่ปรับปรุงด้วยตัวประกอบเว้า นั้น ความกว้างของพื้นผิวสัมผัสจะกว้างกว่าโมเดลเดิมที่เป็นตัวประกอบแบบลูกกลิ้ง ส่งผลให้ความหนาของแผ่นฟิล์มอากาศจะเพิ่มขึ้นเมื่อผ่านบริเวณพื้นผิวสัมผัส (ประมาณ -1.5 ถึง 1.5 มิลลิเมตร) และส่งผลให้แรงดันอากาศในบริเวณพื้นผิวสัมผัสจะต่ำกว่าแบบการใช้ลูกกลิ้งเป็นตัวประกอบดังแสดงด้วยเส้นทึบในรูปที่ 3.6 (ก) และ (ข) เนื่องจากโมเดลที่ปรับปรุงด้วยตัวประกอบเว้ามีฟิล์มอากาศที่หนากว่าและมีแรงดันที่ต่ำกว่าจึงทำให้ค่าแรงเสียดทานสูงสุดในบริเวณสัมผัสจะลดลงเล็กน้อยดังแสดงด้วยเส้นทึบใน รูปที่ 3.6 (ค) นอกจากนี้ ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานภายใต้แรงดึงที่เปลี่ยนไปของโมเดลที่ปรับปรุงจะมีค่าต่ำกว่าของโมเดลเดิมเล็กน้อยที่แรงดึง

$T_w=100\sim 150\text{N/m}$  อย่างไรก็ตามเมื่อแรงดึงเพิ่มขึ้นสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสำหรับโมเดลที่ปรับปรุงมีค่าต่ำกว่าโมเดลเดิมอย่างชัดเจนดังแสดงในรูปที่ 3.6 (ง) ดังนั้นการสึกหรอจะลดลงเมื่อใช้แบบพื้นผิวเว้า

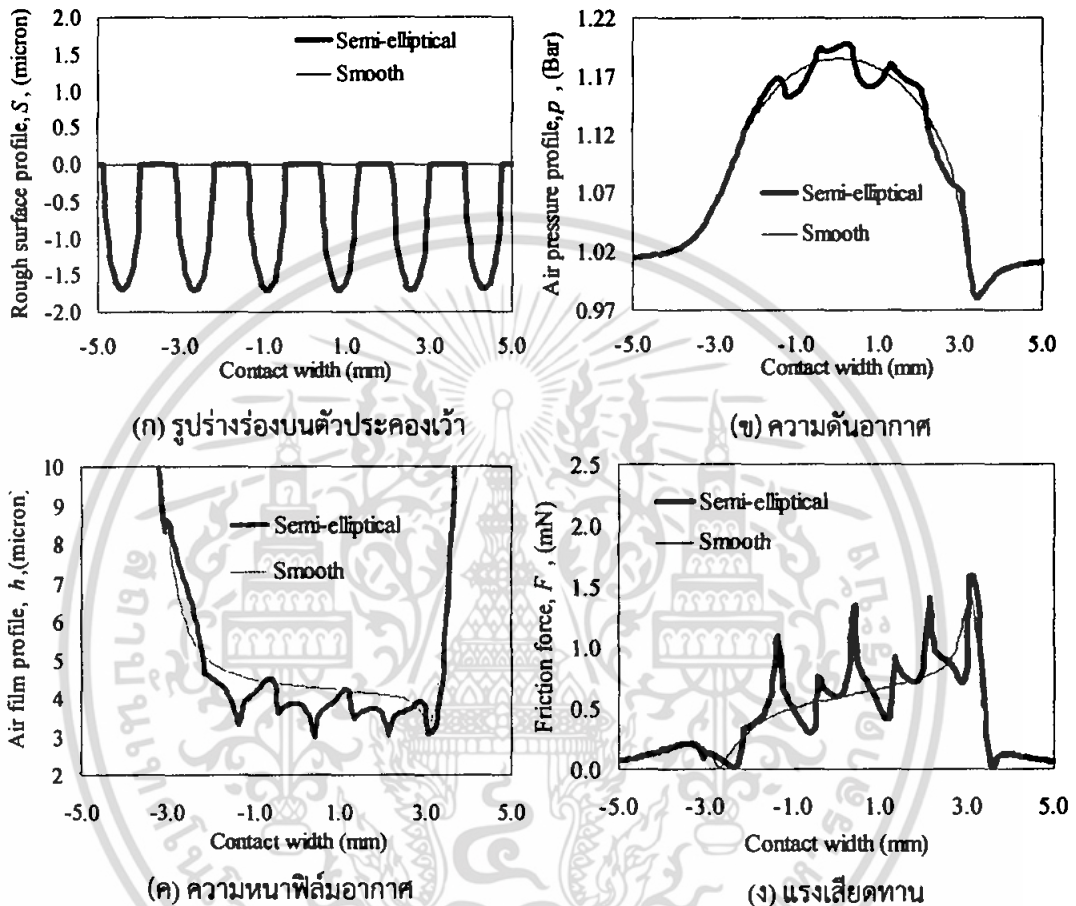


รูปที่ 3.7 พฤติกรรมการหล่อลื่นอากาศระหว่างผิวแผ่นฟิล์มบนลูกกลิ้งและผิวตัวประกอบเว้าที่ผิวเป็นร่องคางหมูและผิวเรียบ ( $Uw=10\text{ m/s}$   $T_w=200\text{ N/m}$ ,  $F_n=25\text{ N}$ ,  $E_q=1.44\text{ MPa}$  and  $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$  )

สำหรับในกรณีที่มีแผ่นฟิล์มบางเคลื่อนที่ด้วยความเร็วสูง แรงเสียดทานเป็นตัวแปรที่สำคัญที่จะช่วยป้องกันการเสียน้ำมัน เนื่องจากในปัจจุบันนั้นมีความต้องการผลิตแผ่นฟิล์มมากขึ้นดังนั้นเครื่องจักรจึงถูกปรับปรุงให้ผลิตแผ่นฟิล์มภายใต้ความเร็วที่สูงขึ้น ดังนั้นการพัฒนาเกี่ยวกับพื้นผิวของวัสดุจึงเป็นที่นิยม

พฤติกรรมการหล่อลื่นด้วยอากาศในวัสดุที่ไม่มีรูพรุน อย่างเช่น แรงดันอากาศ และ ความหนาของฟิล์มอากาศรวมทั้งแรงเสียดทานในพื้นที่ผิวสัมผัสระหว่างแผ่นฟิล์มที่เคลื่อนที่ติดกับลูกกลิ้งและตัวประกอบรูปเว้าที่มีร่องสี่เหลี่ยมคางหมูและแบบร่องครึ่งวงรีนั้นได้ทำการศึกษาโดยเปรียบเทียบกับกรณีตัวประกอบเว้าที่เป็นผิวเรียบแสดงในรูปที่ 3.7 และ 3.8 ตามลำดับ ผลลัพธ์ของทั้งแบบร่องสี่เหลี่ยมคางหมู

และเครื่องวัดให้ค่าความหนาของฟิล์มอากาศต่ำกว่ากรณีแบบพื้นผิวเรียบดังนั้นจึงส่งผลให้ค่าแรงดันอากาศสูงสุดและแรงเสียดทานสูงสุดมีค่ามากกว่าแบบพื้นผิวเรียบ

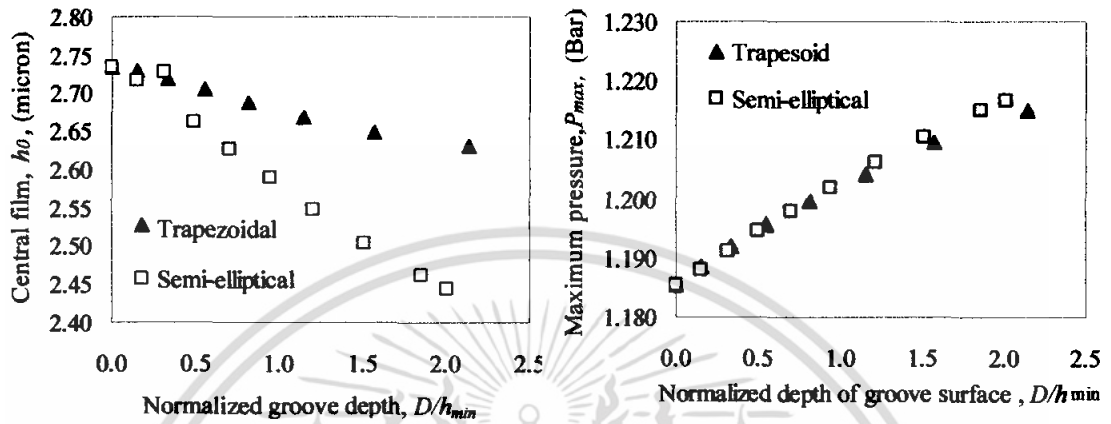


รูปที่ 3.8 พฤติกรรมการหล่อลื่นอากาศระหว่างผิวแผ่นฟิล์มบนลูกกลิ้งและผิวตัวประกอบเว้าที่ผิวเป็นร่อง เครื่องวัดและผิวเรียบ ( $Uw=10$  m/s  $Tw=200$  N/m,  $F_n=25$  N,  $Eq=1.44$  MPa and  $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$ )

รูปที่ 3.9 แสดงอิทธิพลของความลึกของร่องสี่เหลี่ยมคางหมูและแบบร่องเครื่องวัด ที่ความเร็ว  $Uw=10$  m/s แรงดึง  $Tw=200$  N/m ค่าแรงแนวตั้ง  $F_n=25$  N ค่า  $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$  ค่าเสมือนของยัง มอดูลัส  $Eq=1.22$  MPa และค่าตัวแปรการไหลทะลุของอากาศคือ  $k_c = 0.2 \times 10^{-8}$  ความหนาของฟิล์มอากาศทั้งแบบร่องสี่เหลี่ยมคางหมูและแบบเครื่องวัดลดลงเมื่อความลึกของร่องเพิ่มขึ้นดังแสดงในรูป 3.9 (ก) เนื่องจากแรงดันของอากาศในร่องจะลดลง ดังนั้นค่าความดันอากาศสูงสุดและค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจะเพิ่มขึ้นแบบไม่เป็นเส้นตรงเมื่อความลึกของร่องเพิ่มขึ้น ดังรูป 3.9 (ข) และ 3.9 (ค) และได้

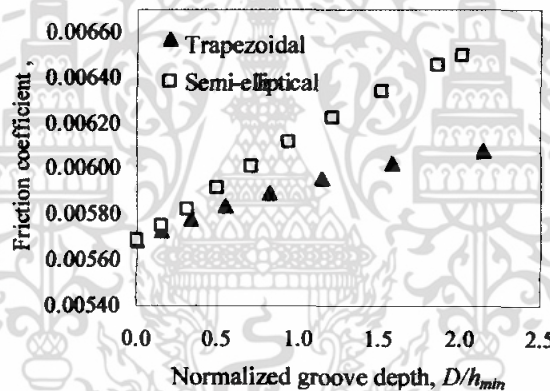
ผลลัพธ์ว่าร่องแบบสี่เหลี่ยมคางหมูจะให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานต่ำกว่าแบบร่องครึ่งวงรี ดังรูป 3.9

(ค)



(ก) ความหนาฟิล์มอากาศที่  $x=0$

(ข) ความดันอากาศสูงสุด



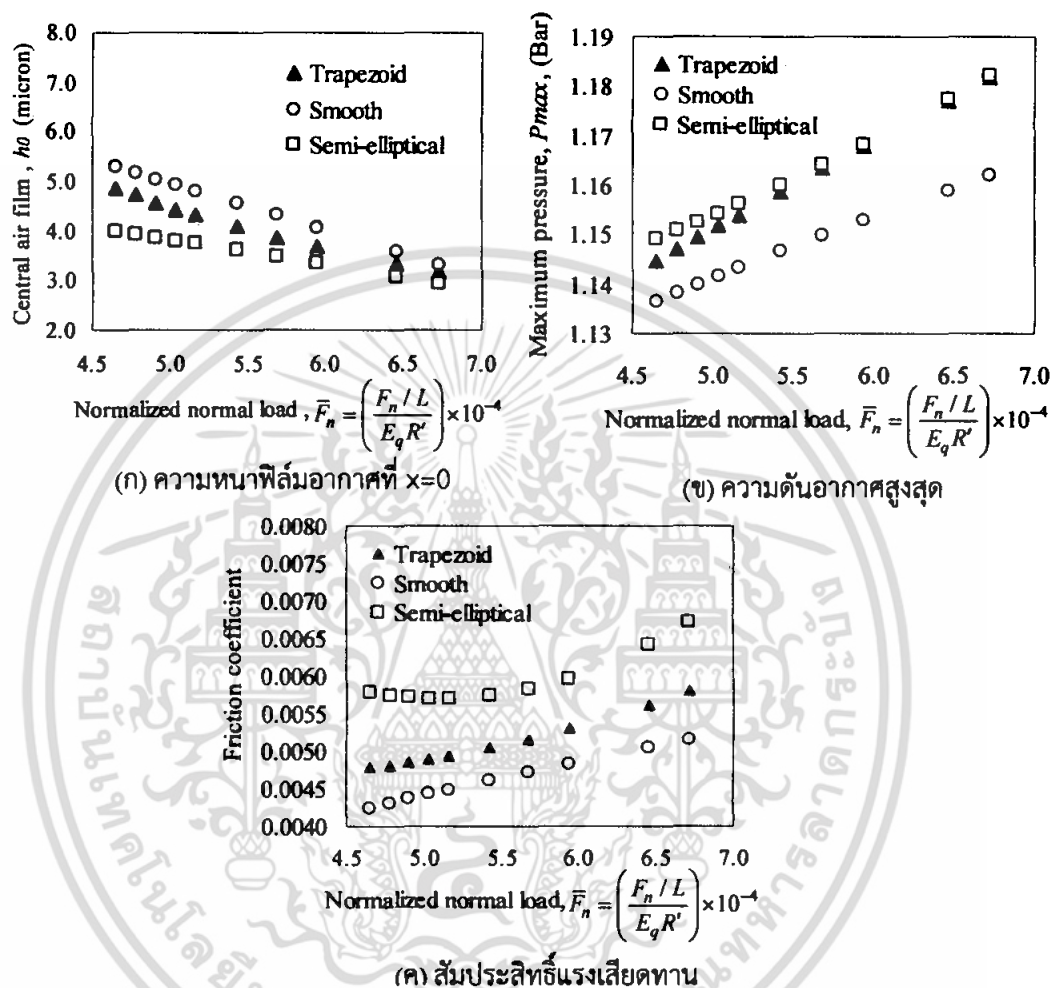
(ง) สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

รูปที่ 3.9 การเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ความดันอากาศสูงสุด ความหนาของฟิล์มอากาศ ภายใต้การเปลี่ยนแปลงความลึกของร่องครึ่งวงรีกับคางหมู

( $Uw=10$  m/s,  $T_w=200$  N/m,  $F_n=25$  N,  $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$ ,  $Eq=1.44$  MPa and  $k_c=0.2 \times 10^{-8}$ )

รูปที่ 3.10 แสดงอิทธิพลของแรงแนวตั้งต่อความหนาของฟิล์มอากาศกับ แรงดันอากาศสูงสุด และกับค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานภายใต้ความเร็วแผ่นฟิล์ม  $Uw=10$  m/s แรงดึง  $T_w=100$  N/m ความลึกของร่อง  $D = 2.0 \mu m$  ค่า  $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$  ค่าเสมือนยังมอดูลัส  $Eq = 1.16$  MPa และค่าตัวแปรการไหลทะลุของอากาศ  $k_c = 0.2 \times 10^{-8}$  เมื่อแรงแนวตั้งเพิ่มขึ้นจะให้ค่าความหนาของแผ่นฟิล์มอากาศลดลงทั้งแบบพื้นผิวเรียบ พื้นผิวร่องสี่เหลี่ยมคางหมู และพื้นผิวร่องครึ่งวงรี ส่งผลให้ค่าแรงดันสูงสุด และ สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสูงขึ้น ดังรูป 3.10 (ข) และ (ค) สำหรับค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน

ของแบบร่องสี่เหลี่ยมคางหมูจะน้อยกว่าแบบร่องครึ่งวงรีและกรณีผิวเรียบให้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานน้อยสุด

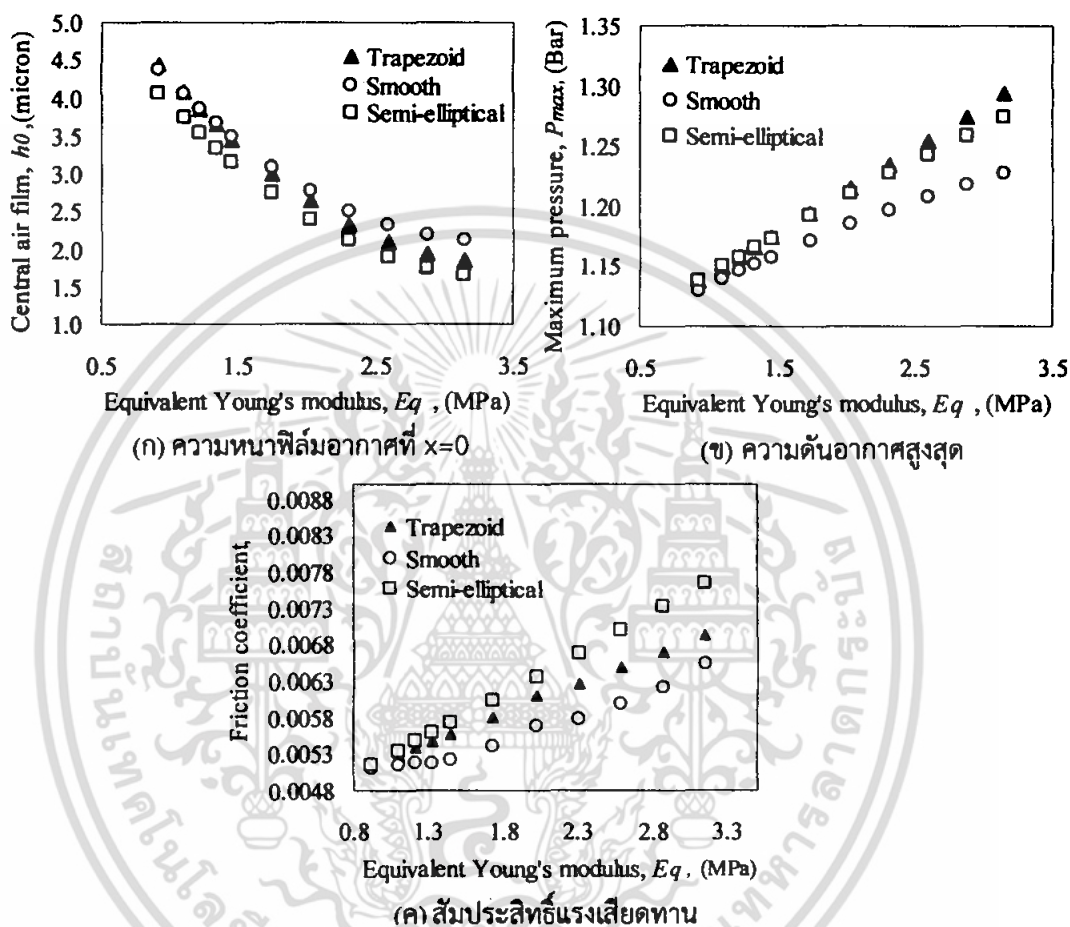


รูปที่ 3.10 การเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ความดันอากาศสูงสุด ความหนาของฟิล์มอากาศของร่องครึ่งวงรี คางหมู และผิวเรียบภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงในแนวตั้ง

( $Uw=10$  m/s,  $Tw=100$  N/m,  $D = 2.0 \mu\text{m}$ ,  $(\eta - r_2)/\eta = 1.0$ ,  $E_q=1.16$  MPa and  $k_c=0.2 \times 10^{-8}$ )

รูปที่ 3.11 แสดงอิทธิพลของค่าเสมือนยังมอดูลัส  $E_q$  ต่อความหนาของฟิล์มอากาศ แรงดันอากาศสูงสุด และต่อค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานภายใต้ความเร็ว  $Uw=10$  m/s ความลึกของร่อง  $D = 1.75 \mu\text{m}$  แรงแนวตั้ง  $F_n=25$  N ค่า  $(\eta - r_2)/\eta = 1.0$  และค่าตัวแปรการไหลทะลุของอากาศ  $k_c=0.2 \times 10^{-8}$  ผลการคำนวณแสดงค่าความหนาของฟิล์มอากาศลดลงทั้งแบบพื้นผิวเรียบ พื้นผิวร่องสี่เหลี่ยมคางหมู และพื้นผิวร่องครึ่งวงรีเมื่อค่าเสมือนยังมอดูลัส  $E_q$  เพิ่มขึ้นอันเนื่องมาจากการเสีรูปร่างของ

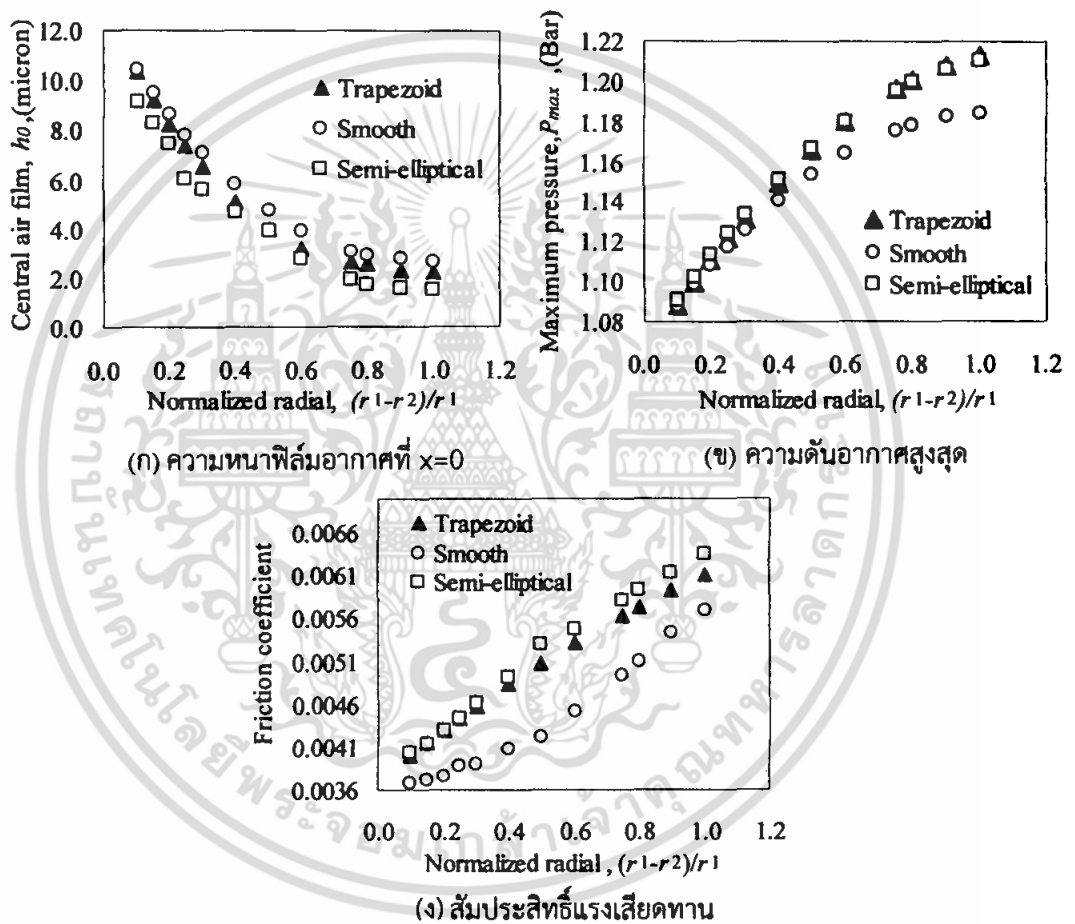
วัสดุภายในพื้นที่สัมผัสลดลง ส่วนค่าแรงดันสูงสุด และ สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจะสูงขึ้นเมื่อ  $E_q$  เพิ่มขึ้น ดังรูป 3.11 (ก) ถึง (ค) สำหรับค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของแบบร่องสี่เหลี่ยมคางหมูจะน้อยกว่าแบบ ร่องครึ่งวงรีและกรณีผิวเรียบให้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานน้อยสุด



รูปที่ 3.11 การเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ความดันอากาศสูงสุด ความหนาของฟิล์มอากาศ ของร่องครึ่งวงรี คางหมู และผิวเรียบภายใต้การเปลี่ยนแปลงค่าเสมือนยังมอดุลัส ( $Uw=10$  m/s,  $D = 1.75 \mu\text{m}$ ,  $Fn=25$  N,  $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$  and  $k_c=0.2 \times 10^{-8}$ )

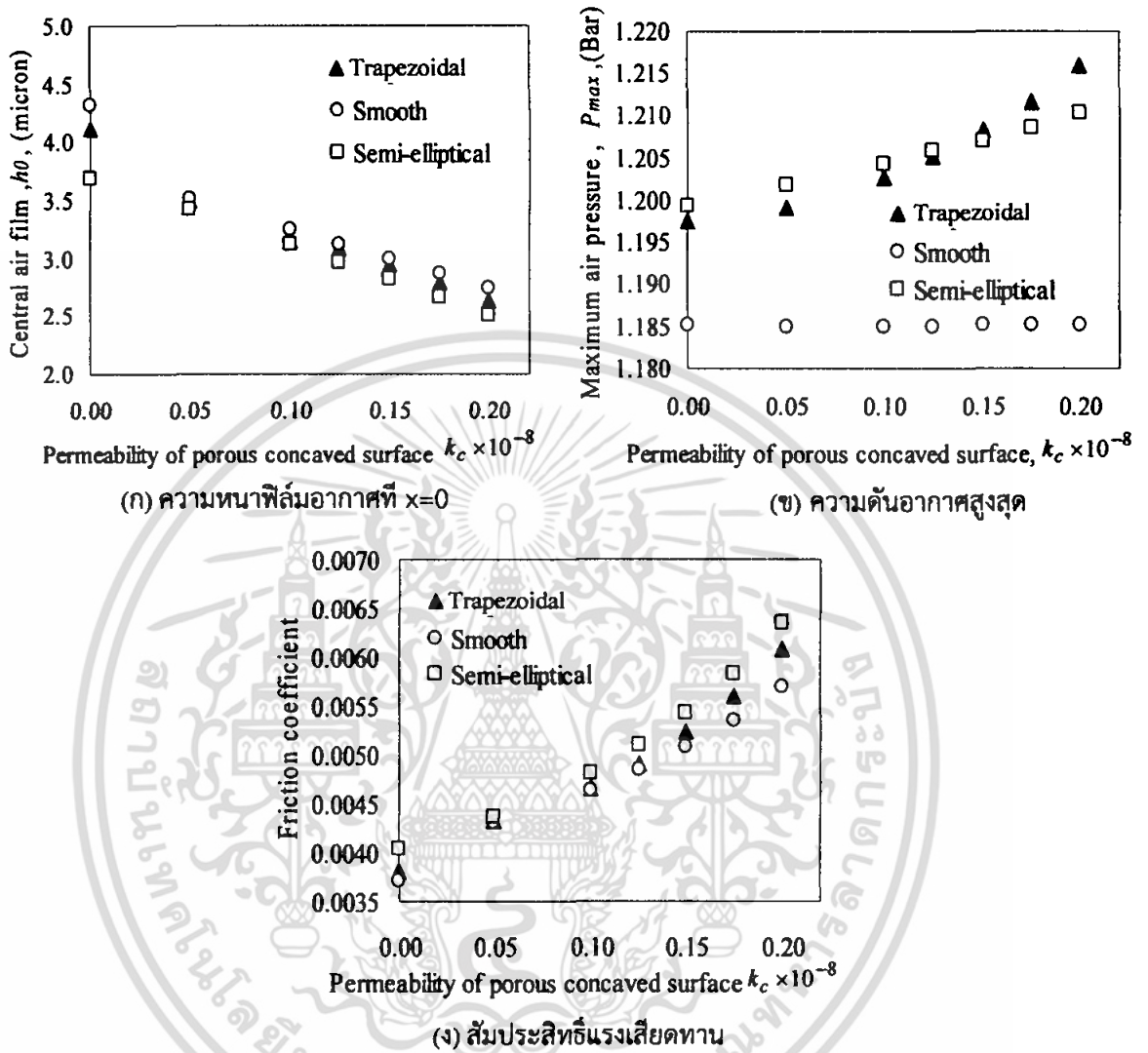
รูปที่ 3.12 อธิบายอิทธิพลของอัตราความแตกต่างของรัศมีของตัวประกอบเว้ากับรัศมีของลูกกลิ้ง  $((r_1 - r_2)/r_1)$  ต่อความหนาของฟิล์มอากาศ แรงดันอากาศสูงสุด และต่อค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ภายใต้ความเร็ว  $Uw=10$  m/s ความลึกของร่อง  $D = 1.75 \mu\text{m}$  แรงดึง  $Tw=200$  N/m แรงแนวตั้ง  $Fn=25$  N และค่าตัวแปรการไหลทะลุของอากาศ  $k_c = 0.2 \times 10^{-8}$  โดยอัตราความแตกต่างของรัศมีของตัวประกอบเทียบกับรัศมีของลูกกลิ้ง คือ  $(r_1 - r_2)/r_1$  เมื่ออัตราความแตกต่างของรัศมีของตัวประกอบกับรัศมีของลูกกลิ้งเพิ่มขึ้นความกว้างของพื้นที่สัมผัสจะเล็กลง จึงทำให้พื้นที่ที่ได้รับแรงแนวตั้งลดลงและส่งผลให้

ความหนาของแผ่นฟิล์มอากาศลดลง ค่าแรงดันสูงสุด และ สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจะสูงขึ้น เมื่ออัตราความแตกต่างของรัศมีของตัวประกอบกับรัศมีของลูกกลิ้งเพิ่มขึ้น จึงสรุปได้ว่าแผ่นฟิล์มที่เคลื่อนที่ติดกับลูกกลิ้งที่มีรัศมี  $r_2$  เข้าใกล้รัศมีความโค้งของตัวประกอบเว้า  $r_1$  ( $r_2 \rightarrow r_1$ ) จะมีแรงเสียดทานน้อยกว่าแบบแบนเรียบ  $[r_1 - r_2]/r_1 \rightarrow 1.0$  คือตัวประกอบมีรัศมีความโค้งมากจนพื้นที่สัมผัสมีลักษณะเข้าใกล้ในกรณีตัวประกอบแบบแบนเรียบ สำหรับค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของแบบร่องสี่เหลี่ยมคางหมูจะน้อยกว่าแบบร่องครึ่งวงรี และกรณีในแบบมีร่องจะให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสูงกว่าแบบพื้นผิวเรียบ



รูปที่ 3.12 การเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ความดันอากาศสูงสุด ความหนาของฟิล์มอากาศของร่องครึ่งวงรี คางหมู และผิวเรียบภายใต้การเปลี่ยนแปลง  $(r_1 - r_2)/r_1$

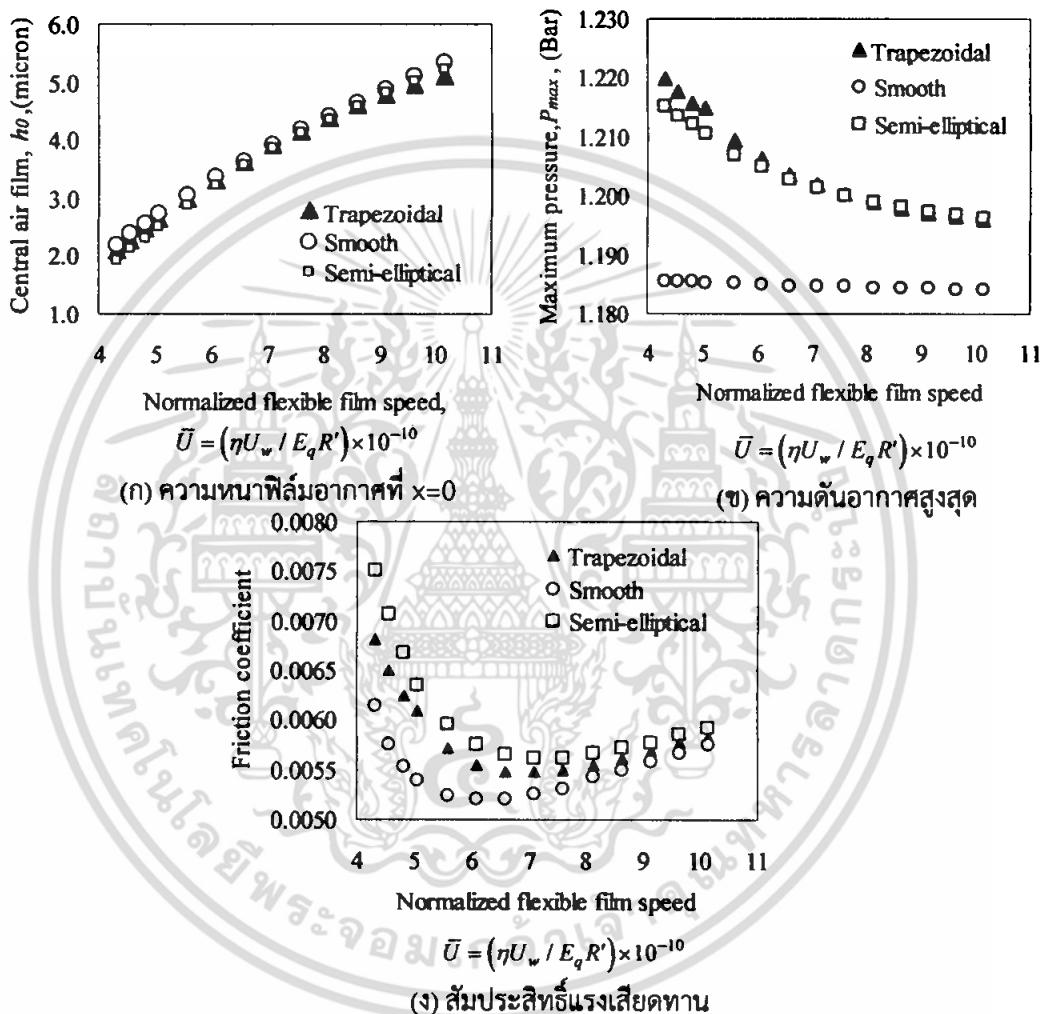
( $U_w=10$  m/s,  $F_n=25$  N,  $T_w=200$  N/m,  $D = 1.75 \mu\text{m}$ ,  $E_q=1.44$  MPa and  $k_c=0.2 \times 10^{-8}$ )



รูปที่ 3.13 การเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ความดันอากาศสูงสุด ความหนาของฟิล์มอากาศ ของร่องครึ่งวงรี คางหมู และผิวเรียบภายใต้การเปลี่ยนแปลงค่าการไหลทะลุผ่านวัสดุรูพรุน ( $Uw=10$  m/s,  $Fn=25$  N,  $Tw=200$  N/m,  $D = 1.75 \mu\text{m}$ ,  $Eq=1.44$  MPa and  $(\eta - r_2)/\eta = 1.0$ )

รูปที่ 3.13 แสดงอิทธิพลของรูพรุนต่อความหนาของฟิล์มอากาศ แรงดันอากาศสูงสุด และต่อค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของผิวของตัวประกอบแบบเรียบ แบบร่องสี่เหลี่ยมคางหมู และแบบครึ่งวงรี ภายใต้ความเร็ว  $Uw=10$  m/s ความลึกของร่อง  $D = 1.75 \mu\text{m}$  แรงดึง  $Tw=200$  N/m แรงแนวตั้ง  $Fn=25$  N และค่า  $(\eta - r_2)/\eta = 1.0$  เมื่อการไหลทะลุของอากาศเพิ่มขึ้น หรือ ปริมาณอากาศในพื้นที่

สัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ความหนาของฟิล์มอากาศจะลดลง และทำให้ทั้งความดันสูงสุดและสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของพื้นที่สัมผัสเพิ่มขึ้น ดังแสดงในรูป รูปที่ 3.13 (ก) ถึง (ค) สำหรับค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานของแบบร่องสี่เหลี่ยมคางหมูจะมีค่าน้อยกว่าแบบครึ่งวงรีและกรณีผิวเรียบให้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานน้อยสุด



รูปที่ 3.14 การเปรียบเทียบสัมประสิทธิ์แรงเสียดทาน ความดันอากาศสูงสุด ความหนาของฟิล์มอากาศของร่องครึ่งวงรี คางหมูและผิวเรียบภายใต้การเปลี่ยนแปลงความเร็วแผ่นฟิล์ม

( $F_n=25$  N,  $T_w=200$  N/m,  $D = 1.75 \mu\text{m}$  ,  $(\eta_1 - \eta_2)/\eta_1 = 1.0$  ,  $E_q=1.44$  MPa and  $k_c = 0.2 \times 10^{-8}$ )

รูปที่ 3.14 แสดงอิทธิพลของความเร็วต่อความหนาของฟิล์มอากาศ แรงดันอากาศสูงสุด และต่อค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานสำหรับพื้นผิวแบบเรียบ แบบร่องสี่เหลี่ยมคางหมู และแบบครึ่งวงรี ภายใต้

แรงแนวตั้ง  $F_n=25$  N แรงดึง  $T_w=200$  N/m ความลึกร่อง  $D = 1.75 \mu\text{m}$   $(r_1 - r_2)/r_1 = 1.0$  และค่าตัวแปรการไหลทะลุของอากาศ  $k_c = 0.2 \times 10^{-8}$  ผลลัพธ์แสดงให้เห็นว่า เมื่อความเร็วเพิ่ม จะทำให้ ความหนาของแผ่นฟิล์มอากาศเพิ่มขึ้น ดังรูป 3.14 (ก) แต่ความดันสูงสุดจะลดลงรวดเร็วทั้งแบบร่องสี่เหลี่ยมคางหมูและแบบร่องครึ่งวงรี ส่วนพื้นผิวเรียบเมื่อความเร็วเพิ่มขึ้นค่าความดันสูงสุดจะลดลงช้าๆ ทั้งสามรูปแบบคือแบบพื้นผิวเรียบ แบบร่องสี่เหลี่ยมคางหมู และแบบครึ่งวงรี เมื่อมีอัตราความเร็วเพิ่มขึ้น จะให้การเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานเป็นกราฟคล้ายพาราโบลา โดยพื้นผิวเรียบให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่น้อยที่สุดที่ 0.00525 ที่อัตราเร็วไร้มิติ  $\bar{U} = 6.0$  ส่วนพื้นผิวร่องสี่เหลี่ยมคางหมูให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่น้อยที่สุดที่ 0.0055 ที่อัตราเร็วไร้มิติ  $\bar{U} = 6.5$  และพื้นผิวร่องครึ่งวงรีให้ค่าสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่น้อยที่สุดที่ 0.00575 ที่อัตราเร็วไร้มิติ  $\bar{U} = 7.0$

### 3.4 สรุป

ในบทนี้ได้ศึกษาพฤติกรรมการหล่อลื่นของอากาศในแผ่นฟิล์มบางยึดหยุ่นในเชิงตัวเลข โดยพิจารณาพื้นผิวร่องสี่เหลี่ยมคางหมู และร่องครึ่งวงรีบนตัวประกอบเว้าจากการศึกษาสามารถที่จะสรุปได้ดังนี้

- 1) การใช้ตัวประกอบแบบพื้นผิวที่มีร่อง จะทำให้แรงเสียดทานสูงสุดลดลง เมื่อเทียบกับตัวประกอบที่เป็นลูกกลิ้งแบบเดิม ซึ่งทำให้โอกาสที่แผ่นฟิล์มบางจะเสียหายเพราะแรงเสียดทานสูงลดลง นอกจากนี้การเพิ่มพื้นที่ที่ประกอบในระหว่างการเคลื่อนตัวของแผ่นฟิล์มบางก็จะเพิ่มศักยภาพในการป้องกันไม่ให้แผ่นฟิล์มเลื่อนไหลด้วย
- 2) ตัวประกอบเว้าที่มีพื้นผิวแบบสี่เหลี่ยมคางหมูจะให้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานต่ำกว่าแบบครึ่งวงรี ซึ่งจะช่วยลดการสูญเสียพลังงานในขบวนการผลิตแผ่นฟิล์มบางลง อย่างไรก็ตามพื้นผิวเรียบอนุกรมก็อาจให้ค่าแรงเสียดทานและการสูญเสียพลังงานที่ต่ำกว่าได้

## บทที่ 4

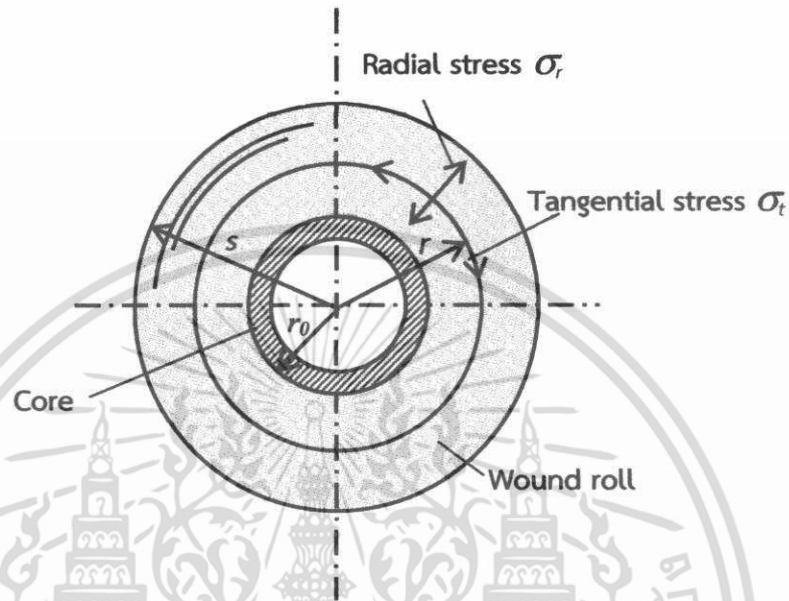
### พฤติกรรมขณะม้วนของแผ่นฟิล์มบาง

จากที่ได้กล่าวมาในขบวนการผลิตแผ่นฟิล์ม (Web handling processes) ได้ถูกใช้ในวงกว้างสำหรับอุปกรณ์เช่น จอ LCD (liquid crystal display monitors) โทรศัพท์มือถือ (mobile phones) โซลาร์เซลล์ (Solar cells) เซลล์เชื้อเพลิง (fuel cells) สำหรับในบทนี้ได้ศึกษาพฤติกรรมการม้วนเก็บของแผ่นฟิล์มบางในส่วนสุดท้ายของการผลิต ปัญหาส่วนใหญ่ที่พบมักจะเป็นการเลื่อนไถลของแผ่นฟิล์ม (Slippage phenomena) และการการรอยยับบนแผ่นฟิล์ม (Wrinkle phenomena) ซึ่งในการม้วนเก็บก็เช่นเดียวกันปัญหาดังกล่าวสามารถที่จะเกิดขึ้นได้เมื่อขณะม้วนแผ่นฟิล์มอยู่ในสภาวะที่ไม่เหมาะสม โดยทั่วไปการเกิดการเลื่อนไถล และ รอยยับเกี่ยวข้องกับความเค้นในแผ่นฟิล์มที่ม้วนเก็บ (Internal stresses of wound roll) ดังนั้นจำเป็นที่จะต้องเข้าใจพฤติกรรมดังกล่าว สำหรับงานวิจัยที่ผ่านมาได้ทำการวิเคราะห์หาค่าความเค้นทั้งการทดลองและทางทฤษฎี [2-8] สรุปว่าที่แรงดึงแผ่นฟิล์มสูงขณะที่ทำการม้วนแผ่นฟิล์มมีโอกาสที่จะเกิดรอยยับและที่ความเร็วของแผ่นฟิล์มสูงขณะที่ทำการม้วนส่งผลให้แผ่นฟิล์มเกิดการเลื่อนไถลได้ง่ายเนื่องจากอากาศที่แทรกตัวเข้าไปอยู่ระหว่างชั้นของแผ่นฟิล์ม สำหรับในบทนี้ได้ทำการศึกษาเชิงทฤษฎีในการคำนวณหาการกระจายความเค้นในแนวรัศมี (Radial stress distribution) ของแผ่นฟิล์มที่ถูกม้วนเก็บที่มีลักษณะเป็นทรงกระบอกและความเค้นในแนวเส้นรอบวง (Tangential stress distribution) รวมทั้งการหาค่าแรงเสียดทานระหว่างชั้นของแผ่นฟิล์ม โดยใช้สมการที่ปรับปรุงใหม่ของ Hakiel model ที่เพิ่มอิทธิพลของชั้นอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์ม สำหรับฟิล์มอากาศที่แทรกตัวสามารถที่จะคำนวณหาโดยใช้วิธีเชิงตัวเลข (Numerical method) และวิธีนิวตันราฟสัน (Newton rapsion) แก๊สมการเรโนลด์ (Reynolds equation) สำหรับบทนี้ได้นำเสนอวิธีการลดฟิล์มอากาศขณะม้วนแผ่นฟิล์มโดยวิธีการเพิ่มลูกกลิ้งกดทับ (Nip-roller) เพื่อรีดอากาศออกจากชั้นระหว่างแผ่นฟิล์ม สำหรับการกระจายความเค้นในแนวรัศมีที่คำนวณได้ในบทนี้ได้ถูกเปรียบเทียบกับผลการทดลองรวมทั้งการทดสอบการเลื่อนไถลโดยวิธีกระทบ (Impact test)

#### 4.1. การวิเคราะห์ความเค้นภายในของแผ่นฟิล์มที่ม้วนเป็นทรงกระบอก

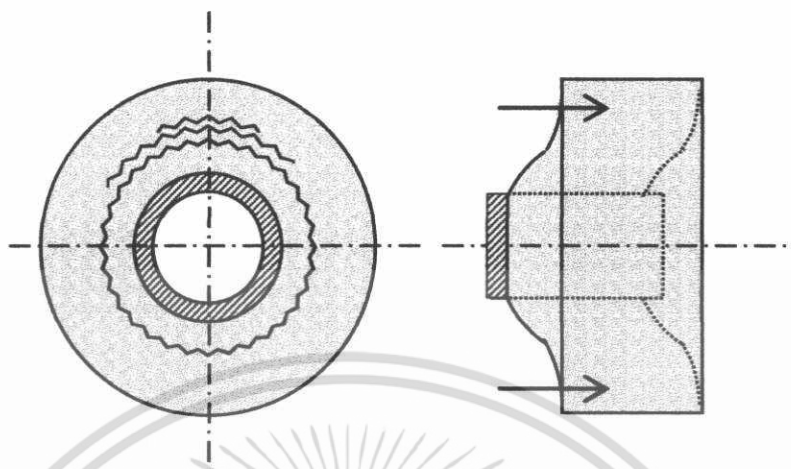
ภายใต้สมมุติฐานความเค้นตามความกว้างของแผ่นฟิล์มมีค่าน้อยมาก  $\sigma_z \approx 0$  ดังนั้นความเค้นภายในของแผ่นฟิล์มที่ถูกม้วนเป็นทรงกระบอก (Internal stresses) สามารถที่จะอธิบายโดยความเค้นใน

แนวรัศมี  $\sigma_r$  (Radial stress) และความเค้นในแนวเส้นรอบวง  $\sigma_t$  (Tangential stress) ซึ่งแสดงอยู่ในรูปที่ 4.1



รูปที่. 4.1 ความเค้นภายในแผ่นฟิล์มที่ถูกม้วน

พฤติกรรมของแผ่นฟิล์มที่ม้วนเก็บสามารถที่จะอธิบายโดยการหาค่าความเค้นดังกล่าวซึ่งมีความสัมพันธ์กับการเกิดรอยยับและการสั่นไถลของแผ่นฟิล์ม ตัวอย่างเช่นเมื่อแผ่นฟิล์มถูกม้วนภายใต้แรงดึงที่สูงหรือแรงของลูกกลิ้งที่กดทับมีค่าสูงรอยยับมีโอกาสที่จะเกิดขึ้นดังแสดงในรูปที่ 4.2 (ก) ในทางตรงกันข้ามถ้าแผ่นฟิล์มถูกม้วนภายใต้ความเร็วที่สูงหรือแรงดึงที่ต่ำการสั่นไถลดังรูปที่ 4.2 (ข) มีโอกาสที่จะเกิดขึ้นในขบวนการผลิต สำหรับการเกิดรอยยับของแผ่นฟิล์มโดยส่วยมากเกิดจากสภาวะที่แผ่นฟิล์มรับความเค้นอัด (Buckling phenomena) ซึ่งในที่นี้คือความเค้นในแนวเส้นรอบวง  $\sigma_t$  (Tangential stress) มีค่าเป็นลบซึ่งทำให้เกิดแรงอัดบนแผ่นฟิล์มที่ถูกม้วนตามแนวเส้นรอบวงดังนั้นแผ่นฟิล์มที่ม้วนอยู่ในสภาวะดังกล่าวเสี่ยงที่จะเกิดรอยยับเมื่อแรงอัดมีค่ามากขึ้น ดังนั้นเพื่อที่จะป้องกันการเกิดรอยยับค่าความเค้นในแนวเส้นรอบวง  $\sigma_t$  (Tangential stress) ไม่ควรที่จะมีค่าเป็นลบเพื่อเปลี่ยนแรงอัดเป็นแรงดึงซึ่งอยู่ในสภาพที่แผ่นฟิล์มถูกดึงและยืด อย่างไรก็ตามค่าความเค้นในแนวเส้นรอบวงก็ไม่ควรที่จะมีค่ามากเกินไปซึ่งควรจะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์  $\sigma_t \rightarrow 0^+$



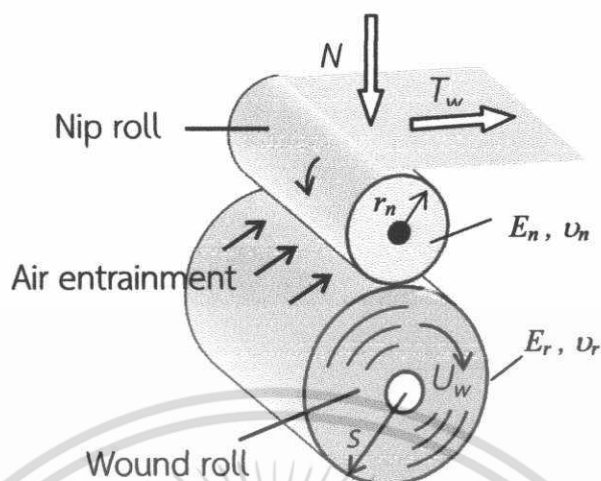
(ก) รอยย่น

(ข) การสั่นไถล

รูปที่ 4. 2 ประเภทของความเสียหายของแผ่นฟิล์มที่ม้วน

สำหรับการเกิดการสั่นไถลระหว่างแผ่นฟิล์มมีโอกาสที่จะเกิดขึ้นเนื่องจากแรงภายนอกในแนวแกนมีค่าเกินกว่าแรงเสียดทานที่จะรองรับได้เนื่องจากความเค้นในแนวรัศมีที่มีค่าต่ำเกินไปอันเนื่องมาจากชั้นของฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างชั้นของแผ่นฟิล์มทำให้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานลดลงดังนั้นเพื่อที่จะป้องกันการเกิดปรากฏการณ์ดังกล่าวการกำหนดคสภาวะการทำงานของเครื่องจักรขณะที่แผ่นฟิล์มม้วนตัวควรที่จะส่งผลให้ความเค้น แรงเสียดทานมีค่ามากพอที่จะรักษาสภาพไม่ให้เกิดการไถลได้ โดยเฉพาะความหนาชั้นฟิล์มอากาศควรที่จะลดลงมากเท่าที่จะเป็นไปได้

รูปที่ 4.3 แสดงแนวคิดพื้นฐานที่ใช้ลูกกลิ้งกดทับ (Nip-roller) ที่มีรัศมี  $r_n$  ค่ายังมอดูลัส  $E_n$  และค่าอัตราส่วนของปัวซอง (Poisson ratio)  $\nu_n$  เพื่อช่วยในการลดชั้นของอากาศที่แทรกตัวเข้ามาระหว่างแผ่นฟิล์มขณะทำการม้วนที่มีรัศมีจากวัสดุที่เป็นแกนในการม้วนถึงชั้นแผ่นฟิล์มบางนอกสุดเท่ากับ  $s$  โดยที่แผ่นฟิล์มบางที่ม้วนมีค่ายังมอดูลัสตามแกนรัศมี  $E_r$  และอัตราส่วนของปัวซอง (Poisson ratio)  $\nu_r$  สำหรับการวิเคราะห์ความเค้นภายในแผ่นฟิล์มที่ถูกม้วนจากงานวิจัยที่ผ่านมาได้นำเสนอโมเดลของ Hakiel [8] ซึ่งสามารถที่จะนำมาใช้ในการวิเคราะห์ได้แต่อย่างไรก็ตามโมเดลของ Hakiel ไม่ได้ทำการวิเคราะห์ผลกระทบจากการแทรกตัวของอากาศ (Air-entrainment) และผลกระทบของภาระเนื่องจากแรงจากลูกกลิ้งกดทับ (Nip-load) ดังนั้นสมการของ Hakiel จึงไม่สามารถนำมาใช้ได้โดยตรงสำหรับในงานวิจัยนี้ ด้วยเหตุนี้จึงทำการปรับปรุงสมการของ Hakiel (Modified Hakiel model) โดยเพิ่มเทอมของการแทรกตัวของอากาศและแรงเนื่องจากลูกกลิ้งกดทับ



รูปที่ 4.3 การม้วนแผ่นฟิล์มโดยใช้ลูกกลิ้งกดทับ (Nip-roller)

ในขณะที่ทำการม้วนแผ่นฟิล์มบางชั้นของแผ่นฟิล์มจะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆบนลูกกลิ้งที่ใช้ม้วน (Wound roll) ดังนั้นแผ่นฟิล์มแต่ละชั้นที่ถูกม้วนอยู่ก่อนหน้าแล้วจะมีค่าความเค้นในแนวรัศมี (Radial stress) เพิ่มขึ้นเนื่องจากชั้นของแผ่นฟิล์มใหม่ที่เพิ่มเข้ามาภายใต้แรงดึง  $T_w$  และแรงกดทับ  $N$  ดังนั้นความเค้นในแนวรัศมีของแผ่นฟิล์มที่ชั้นใดๆ  $\sigma_{r,i}$  สามารถที่จะคำนวณหาโดยการรวมกันของความเค้นที่เพิ่มขึ้น  $\delta\sigma_{r,i,j}$  ในแต่ละรอบของการม้วนจนถึงการม้วนในรอบสุดท้าย  $n$  ดังแสดงในสมการที่ (4.1)

$$\sigma_{r,i} = \sum_{j=i+1}^n \delta\sigma_{r,i,j} \quad (4.1)$$

โดยที่  $\delta\sigma_{r,i,j}$  เป็นค่าความเค้นที่เพิ่มขึ้นในชั้นที่  $i$  เมื่อแผ่นฟิล์มใหม่ที่ถูกลม้วนเข้ามาซึ่งเป็นชั้นที่  $j$  สำหรับความเค้นที่เพิ่มขึ้นสามารถที่จะคำนวณได้โดยสมการของ Hakiel ที่ปรับปรุง (Modified Hakiel model) ดังแสดงในสมการที่ (4.2)

$$r^2 \frac{d^2 \delta\sigma_r}{dr^2} + (3 - \nu_n) r \frac{d\delta\sigma_r}{dr} + \left( 1 + \nu_n - \frac{E_{req}}{E_{req}} \right) \delta\sigma_r = 0 \quad (4.2)$$

สมการที่ 4.2 สามารถที่จะคำนวณภายใต้เงื่อนไขขอบเขตภายนอกและภายในซึ่งได้รับอิทธิพลจากแรงกดทับ (Nip-load) และแรงดึงดังแสดงในสมการที่ (4.3) ตามลำดับ

$$\delta\sigma_r|_{r=s} = -\frac{T_w|_{r=s} + \mu N/L}{s}, \quad \frac{d\delta\sigma_r}{dr}\bigg|_{r=r_0} = \left(\frac{E_{req}}{E_c} - 1 + \nu_{rt}\right) \frac{\delta\sigma_{r=r_0}}{r_0} \quad (4.3)$$

โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (Stress) และความเครียด (Strain) ของระบบเสมือนที่รวมชั้นของแผ่นฟิล์มและชั้นของอากาศที่แทรกตัว ( $t_{w0} + h_0$ ) และกฎของบอยล์ (Boyle's law) ยังมอดูลัสเสมือนในแนวรัศมี  $E_{req}$  (Equivalent radial Young's modulus) และยังมอดูลัสเสมือนในแนวเส้นสัมผัส (Equivalent tangential Young's modulus)  $E_{teq}$  ภายใต้อิทธิพลของการแทรกตัวของอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มที่แสดงในสมการที่ (4.2) และ (4.3) สามารถที่จะคำนวณหาได้โดยสมการที่ (4.4)

$$E_{req} = \frac{t_{w0} + h_0}{t_{w0}/E_r + h_0/E_{ra}}, \quad E_{teq} = \left(\frac{t_{w0}}{t_{w0} + h_0}\right) E_t \quad (4.4)$$

โดยที่ยังมอดูลัสของชั้นฟิล์มอากาศ  $E_{ra}$  (Young's modulus of the air layer) สามารถที่จะคำนวณโดยสมการที่ (4.5)

$$E_{ra} = \frac{(|\sigma_r| + p_a)^2}{(T_w|_{r=s} + \mu N/L)/s + p_a} \quad (4.5)$$

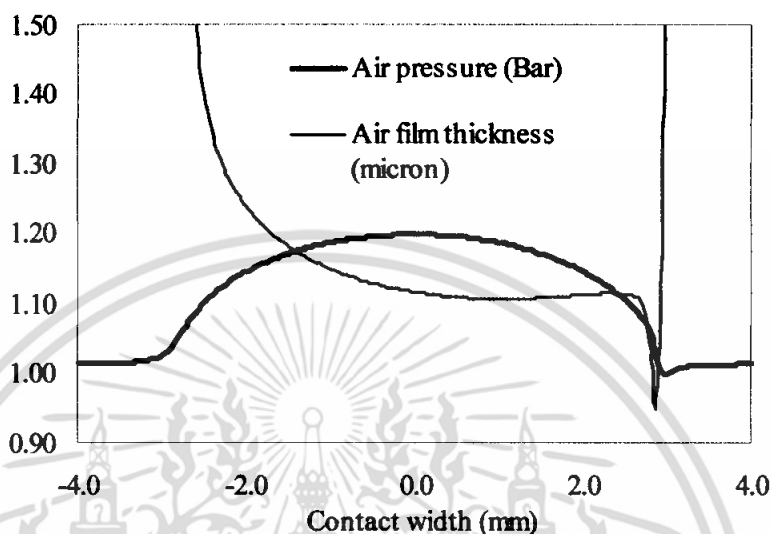
ในระหว่างขั้นตอนการม้วนแผ่นฟิล์มความหนาของแผ่นฟิล์มและชั้นของอากาศที่แทรกตัวจะอยู่ภายใต้การบีบอัดดังนั้นความหนาของแผ่นฟิล์มบาง  $t_w$  และ ความหนาของชั้นอากาศ  $h$  ภายใต้ความเค้นที่เพิ่มสามารถที่จะคำนวณโดยสมการที่ 4.6 ตามลำดับ

$$t_w = \left(1 - \frac{\delta\sigma_r}{E_r}\right) t_{w0}, \quad h = \left(\frac{(T_w|_{r=s} + \mu N/L) s + p_a}{|\sigma_r| + p_a}\right) h_0 \quad (4.6)$$

โดยที่  $h_0$  และ  $t_{w0}$  ที่แสดงในสมการที่ (4.4) และ (4.6) เป็นความหนาชั้นฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและความหนาของแผ่นฟิล์มที่เวลาเริ่มต้นของการม้วนแผ่นฟิล์ม

อากาศที่แทรกตัวในขณะที่ม้วนแผ่นฟิล์มส่งผลให้ความดันระหว่างชั้นแผ่นฟิล์มมีค่าค่อนข้างต่ำ ดังนั้นมีโอกาสที่จะเกิดการลื่นไถลขณะที่ม้วนดังนั้นจำเป็นที่จะต้องลดอากาศที่แทรกตัวมากที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ ซึ่งในงานวิจัยนี้ใช้ลูกกลิ้งกดทับเพื่อลดการแทรกตัวของอากาศ สำหรับฟิล์มอากาศที่แทรกตัวที่เวลาเริ่มต้นสามารถที่จะคำนวณโดยใช้ทฤษฎีการหล่อลื่นอากาศแบบฮิลาสโตรไฮโดรไดนามิก

(Elastohydrodynamic) ภายใต้สมมติฐานที่ลูกกลิ้งมีความยาวมากดังนั้นจึงสามารถใช้การสัมผัสที่เป็นเส้น (Line contact) สำหรับทฤษฎีการหล่อลื่นดังกล่าว (Air-EHL) สามารถที่จะดูในรายละเอียดในบทที่ 3



รูปที่ 4.4 การกระจายความดันและความหนาฟิล์มอากาศระหว่างลูกกลิ้งที่หมุนกับลูกกลิ้งกดทับ

รูปที่ 4.4 แสดงการกระจายความดันอากาศและการกระจายความหนาของฟิล์มอากาศระหว่างลูกกลิ้งที่หมุนและลูกกลิ้งกดทับ จากรูปที่บริเวณทางออกของการสัมผัสความดันอากาศลดลงต่ำกว่าความดันอากาศเนื่องจากวัสดุที่มีค่า Young's modulus ที่ต่ำ ดังนั้นที่ผิวของการสัมผัสจึงเกิดการเสียรูปทำให้รูปร่างการกระจายความหนาของฟิล์มอากาศไม่สมมาตรส่งผลให้เกิดความดันอากาศที่ทางออกดังกล่าว อย่างไรก็ตามเพื่อความสะดวกในการคำนวณชั้นอากาศที่แทรกตัวขณะมีแผ่นฟิล์มซึ่งมีจำนวนมากกว่า 1000 ชั้น จึงเสียเวลาในการคำนวณจากทฤษฎีการหล่อลื่นดังแสดงในบทที่ 3 ดังนั้นสมการของ Hamrock และ Dowson's formula ซึ่งประมาณค่าความหนาของฟิล์มอากาศที่กึ่งกลางการสัมผัส  $h_0$  ในกรณีวัสดุที่นิ่ม (Soft material) ได้ถูกนำมาใช้เพื่อประมาณค่าความหนาของชั้นอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มหมุนดังที่แสดงในสมการที่ (4.7)

$$h_0 = 7.32R' \left( \frac{\eta U_w}{E_q R'} \right)^{0.64} \left( \frac{N}{E_q R'^2} \right)^{-0.22} \quad (4.7)$$

โดยที่  $U_w$  เป็นความเร็วของแผ่นฟิล์มที่หมุน

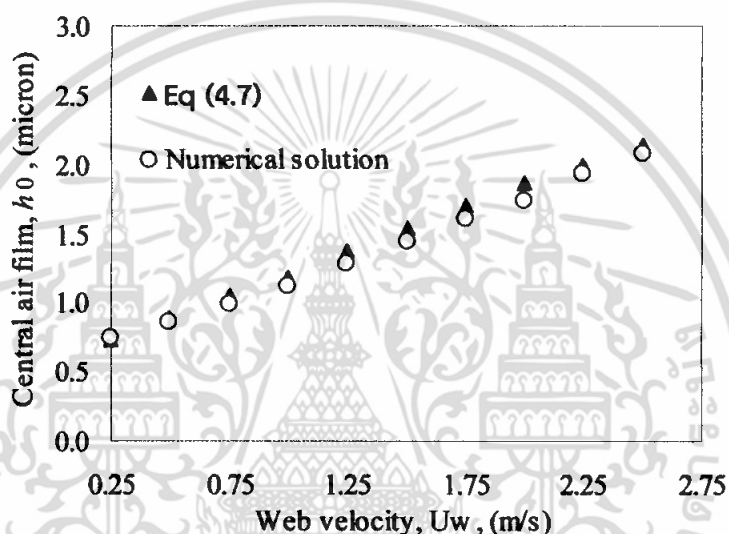
$R'$  เป็นค่ารัศมีเสมือน (Equivalent radial)  $R' = \left( \frac{r_n s}{r_n + s} \right)$  ดังแสดงในรูปที่ 4.3

$N$  เป็นแรงกดทับจากลูกกลิ้งกดทับ (Nip-load)

$$E_q \text{ เป็นค่ายังมอดูลัสเสมือน (Equivalent Young's modulus) } E_q = \frac{1}{2} \left( \frac{1-\nu_n^2}{E_n} + \frac{1-\nu_r^2}{E_r} \right)$$

$\eta$  เป็นค่าความหนืดของอากาศ

อย่างไรก็ตามเพื่อความแม่นยำในการคำนวณสมการของ Hamrock และ Dowson ที่แสดงในสมการที่ (4.7) ถูกเปรียบเทียบกับค่าคำนวณโดยตรงจากทฤษฎีการหล่อสไล่นิโบนที่ 3 ในช่วงความเร็วของการม้วนที่ใช้ในการศึกษาในงานวิจัยนี้ซึ่งผลการเปรียบเทียบดังกล่าวถูกแสดงในรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.5 การเปรียบเทียบฟิล์มอากาศที่กึ่งกลางการสัมผัส  $h_0$  ภายใต้การเปลี่ยนแปลงความเร็ว

จากรูปที่ 4.5 ในช่วงที่ความเร็วไม่สูงมาก 0.25- 2.0 m/s ความหนาของฟิล์มอากาศที่กึ่งกลางการสัมผัส  $h_0$  ทั้งจากสมการ (4.7) และจากการคำนวณโดยวิธีเชิงตัวเลขมีค่าที่ใกล้เคียงกัน ดังนั้นในงานวิจัยนี้การประมาณค่าชั้นอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มที่ถูกม้วนที่เวลาเริ่มต้นสามารถที่จะประมาณโดยสมการของ Hamrock and Dowson

เนื่องจากแต่ละชั้นของแผ่นฟิล์มอยู่ภายใต้ความเค้นในแนวรัศมี จากการทดลองของ Pfeiffer [1] พบว่าค่ายังมอดูลัสในแนวรัศมี  $E_r$  ของแผ่นฟิล์มที่ม้วนจะมีพฤติกรรมเป็นสมการไม่เชิงเส้นกับความเค้น  $\sigma_r$  ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างยังมอดูลัสในแนวรัศมีของแผ่นฟิล์มและความเค้นในแนวรัศมีสามารถที่จะหาได้โดยการทดลองและสามารถที่จะเขียนเป็นสมการดังแสดงสมการที่ (4.8)

$$E_r = C_0 + C_1 |\sigma_r|^{C_2} \quad (4.8)$$

โดยที่  $C_0-C_2$  ในสมการที่ (4.8) เป็นค่าคงที่ซึ่งสามารถที่จะหาโดยการทดลอง

ภายใต้เงื่อนไขสภาวะสมดุลของความเค้นในแผ่นฟิล์มที่ม้วนตัว ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นในแนวเส้นสัมผัส  $\sigma_t$  (Tangential stress) และความเค้นในแนวรัศมี  $\sigma_r$  (Radial stress) ในแต่ละชั้นของแผ่นฟิล์มที่ถูกม้วนสามารถที่จะอธิบายโดยสมการที่ (4.9) และสมการที่ (4.10) อธิบายแรงเสียดทาน  $F_i$  ที่เกิดขึ้นในแต่ละชั้นของแผ่นฟิล์มที่ม้วนซึ่งขึ้นกับความเค้นในแนวรัศมี ความกว้างของแผ่นฟิล์ม รัศมีของแผ่นฟิล์มที่ม้วน และขึ้นกับสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์ (Kinetic friction coefficient) สำหรับสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์นั้นสามารถที่จะประมาณค่าโดยการทราบความหนาของฟิล์มอากาศและค่าความหยาบของแผ่นฟิล์มเฉลี่ยกำลังสอง,  $R_{rms}$  (Root mean square roughness) ดังแสดงในสมการที่ (4.11)

$$\sigma_t = r \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r \quad (4.9)$$

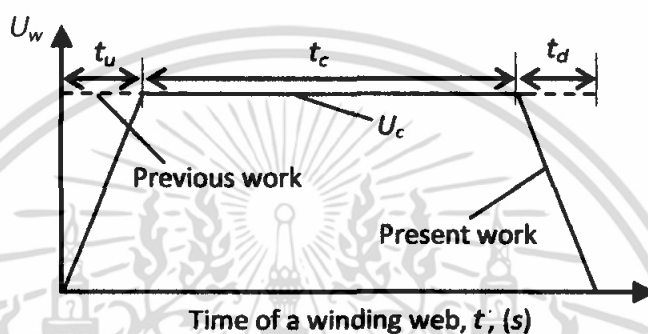
$$F_i = 2\pi r_i \mu |\sigma_r| L \quad (4.10)$$

$$\mu = \begin{cases} \mu_s & h < R_{rms} \\ \frac{\mu_s}{2} \left( 3 - \frac{h}{R_{rms}} \right) & R_{rms} \leq h \leq 3R_{rms} \\ 0 & h > 3R_{rms} \end{cases} \quad (4.11)$$

#### 4.2 อธิพหุการม้วนแผ่นฟิล์มด้วยความเร่งคงที่ช่วงเริ่มต้นและการม้วนแผ่นฟิล์มด้วยความหน่วงคงที่ในช่วงท้ายของขบวนการผลิต

ในงานวิจัยก่อนหน้านี้ส่วนใหญ่คำนวณหาค่าความเค้นโดยใช้ความเร็วที่คงที่โดยไม่คำนึงถึงปัจจัยของการเพิ่มความเร็วหรือการม้วนแผ่นฟิล์มด้วยความเร่งในช่วงเริ่มขบวนการผลิตและไม่ได้คำนึงถึงปัจจัยการลดความเร็วหรือการม้วนแผ่นฟิล์มด้วยความหน่วงในช่วงที่สุดท้ายของขบวนการผลิตดังนั้นในงานวิจัยฉบับนี้ได้เพิ่มปัจจัยดังกล่าวเข้ามาในการคำนวณหาความเค้นในแผ่นฟิล์มที่ม้วนเพื่อให้ผลที่ได้จากการคำนวณเข้าใกล้สภาพความเป็นจริงยิ่งขึ้นและเป็นอีกแนวทางหนึ่งที่ใช้ประกอบในการตัดสินใจในการออกแบบสภาวะการทำงานของเครื่องจักรที่ม้วนแผ่นฟิล์ม (Operating condition of winding machine) โดยปราศจากการสั่นไหวและรอยย่นบนแผ่นฟิล์ม สำหรับความเร็วของการม้วนแผ่นฟิล์มของงานวิจัยก่อนหน้าก็กับงานวิจัยในวิทยานิพนธ์นี้แสดงอยู่ในรูปที่ 4.6 เส้นปะในรูปแสดงถึงความเร็วที่ใช้

คำนวณในงานวิจัยก่อนหน้านี้ ส่วนเส้นทึบแสดงถึงความเร็วของการม้วนแผ่นฟิล์มที่ประกอบด้วยช่วงเพิ่มความเร็วในช่วงต้นของการม้วน ช่วงที่ความเร็วคงที่ และช่วงที่ความเร็วลดลงเนื่องจากเป็นช่วงท้ายของการผลิต โดยที่  $t_u$  เป็นเวลาที่ใช้ในการเพิ่มความเร็วซึ่งเป็นช่วงที่เครื่องจักรเริ่มทำงานจนถึงความเร็วที่ควบคุม  $U_c$  จากนั้นเครื่องจักรทำงานด้วยความเร็วคงที่เป็นเวลา  $t_c$  ส่วน  $t_d$  เป็นเวลาที่ใช้ในการลดความเร็ว จากแนวคิดข้างต้นโมเดลทางคณิตศาสตร์ที่อธิบายถึงความเร็วของการม้วนแผ่นฟิล์มที่แสดงในรูปที่ 4.6 สามารถที่จะแบ่งออกเป็นสามส่วนดังแสดงในสมการที่ (4.12)



รูปที่. 4.6 ความเร็วการม้วนแผ่นฟิล์มตลอดการผลิต

$$\begin{aligned}
 U_{w,i} &= (U_c/t_u) t_i && \text{(for } 0 \leq t_i < t_u); \\
 U_{w,i} &= U_c && \text{(for } t_u \leq t_i \leq t_u + t_c); \\
 U_{w,i} &= (U_c/t_d) (t_i - t_u - t_c) && \text{(for } t_i > t_u + t_c)
 \end{aligned}
 \tag{4.12}$$

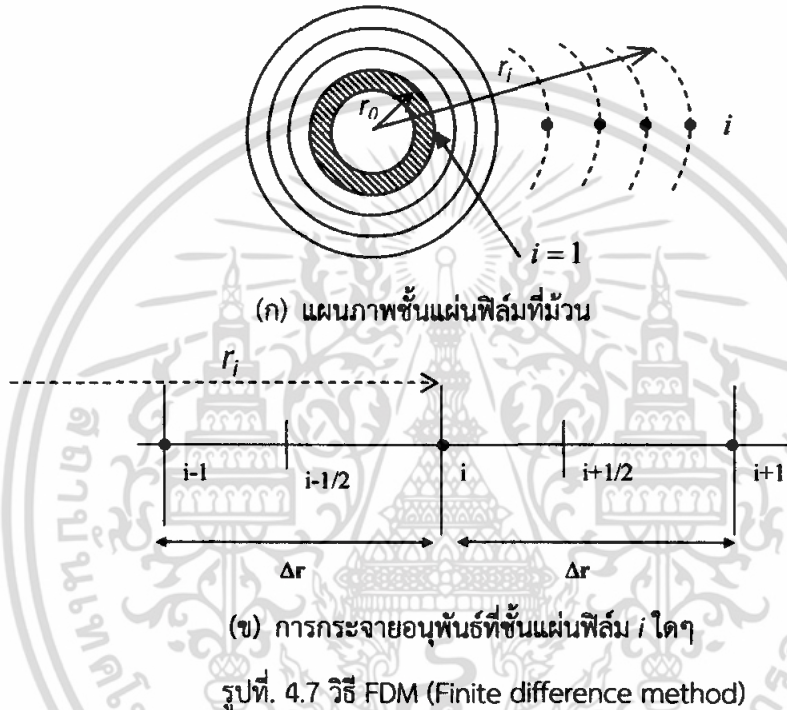
สำหรับความยาวของแผ่นฟิล์มที่ถูกม้วนสามารถที่จะคำนวณโดยการอินทิเกรตสมการที่ (4.12) ดังนั้นความสัมพันธ์ระหว่างความยาวแผ่นฟิล์ม เวลาการม้วนและรัศมีของชั้นแผ่นฟิล์มที่ม้วนสามารถที่จะอธิบายโดยสมการที่ (4.13)

$$L_{g,i} = \int_{T=0}^{T=T_i} U_w dT = \sum_{i=1}^n 2\pi r_i
 \tag{4.13}$$

โดยที่  $L_{g,i}$  ความยาวของแผ่นฟิล์มที่ม้วน  $t_i$  เป็นเวลาที่ใช้ม้วน  $r_i$  รัศมีชั้นของแผ่นฟิล์มที่ม้วน และ  $i$  แสดงถึงชั้นแผ่นฟิล์มปัจจุบันที่คำนวณ

### 4.3 การวิเคราะห์เชิงตัวเลข

โดยใช้วิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite different method) ดังที่แสดงในรูปที่ 4.7 โดยที่รูปที่ 4.7(ก) แสดงแผนภาพชั้นแผ่นฟิล์มที่ม้วน เมื่อพิจารณาแผ่นฟิล์มที่ชั้นใดๆ คือ  $i$  โดยการกระจายอนุพันธ์อันดับหนึ่งและอนุพันธ์อันดับสองในสมการที่ (4.2) ด้วยวิธี FDM ดังที่แสดงในรูปที่ 4.7 (ข) สมการ Hakiel ที่ปรับปรุงใหม่สามารถที่จะกระจายและเขียนใหม่ดังแสดงในสมการที่ (4.14)



$$\left(r^2/\Delta r^2 - 3r/2\Delta r\right)\Delta\sigma_r(i-1) + \left(-2r^2/\Delta r^2 + 1 - E_{req}/E_{req}\right)\Delta\sigma_r(i) + \left(r^2/\Delta r^2 + 3r/2\Delta r\right)\Delta\sigma_r(i+1) = 0 \quad (4.14)$$

สมการที่ (4.14) คำนวณภายใต้เงื่อนไขขอบในและขอบนอกดังแสดงในสมการที่ (4.15)

$$\Delta\sigma_{r=s} = -(T_w|_{r=s} + \mu Nip/L)/s ; \left(d\Delta\sigma_r/dr\right)|_{r=r_0} = \left((E_{req}/E_c) - 1 + \nu\right)\left(\Delta\sigma_r|_{r=r_0}/r_0\right) \quad (4.15)$$

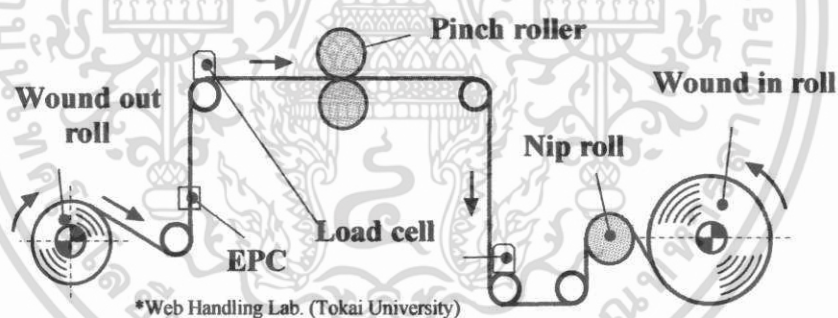
ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงของความเค้นในแนวรัศมี  $\Delta\sigma_r$  (Incremental radial stress) สามารถที่จะคำนวณได้โดยการจัดระบบสมการที่ (4.14) อยู่ในรูปแบบของเมตริก (tri-diagonal system) ดังแสดงในสมการที่ (4.16)

$$[A]\{\Delta\sigma_r\} = [B] \quad (4.16)$$

ระบบสมการตัวแปร N-1 ตัวแปรสามารถที่จะแก้ปัญหาได้โดยวิธีเกาส์เลียนต์ (Gaussian elimination) ซึ่งในที่นี้การคำนวณขณะที่แผ่นฟิล์มม้วนนั้นขนาดของเมตริกจะเริ่มที่ขนาด 3x3 จนถึงการม้วนในรอบสุดท้ายซึ่งขนาดเมตริกจะมีขนาด 1285x1285 สำหรับแผ่นฟิล์ม PP และ ขนาดเมตริกในรอบสุดท้ายของการม้วนเท่ากับ 1000x1000 สำหรับแผ่นฟิล์ม PET

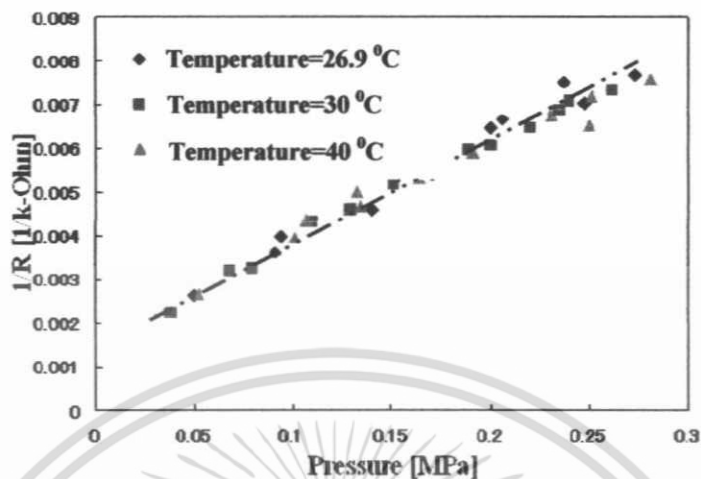
#### 4.4. การวัดความเค้นและการทดสอบการลื่นไถล

ในหัวข้อนี้ประกอบด้วยการวัดค่าความเค้นในแนวรัศมีและการทดสอบการลื่นไถลหลังการม้วน โดยวิธี การกระแทก รูปที่ 4.8 แสดงแผนภาพจำลองของเครื่องจักรที่ใช้ในการม้วนแผ่นฟิล์มซึ่งมีระบบควบคุมแรงดึงในการม้วนเช่น แรงดึงคงที่ และแรงดึงที่ไม่คงที่ ควบคุมขนาดแรงกดทับและความเร็วในการม้วน ในส่วนการทดลองในบ้นนี้แผ่นฟิล์มที่ใช้เป็นแผ่นพลาสติก (Plastic film, PET) จากรูป 4.8 แผ่นฟิล์มจะม้วนออกผ่านลูกกลิ้งและไปในส่วนสุดท้ายคือการม้วน ในขณะที่แผ่นฟิล์มม้วนอุปกรณ์ที่ใช้วัดแรงกดตั้ง (Force sensitive resistor) ประมาณ 5-7 ถูกใส่เข้าไประหว่างชั้นของแผ่นฟิล์มเพื่อวัดการกระจายตัวของความเค้นในแนวรัศมี เมื่ออุปกรณ์วัดแรงกดถูกกดด้วยแรงค่าความต้านทานจะเกิดการเปลี่ยนแปลงดังนั้นโดยการวัดค่าความต้านทานไฟฟ้าจึงสามารถที่จะวัดค่าความเค้นในแนวรัศมีของแผ่นฟิล์มที่ม้วนได้โดยการหาความสัมพันธ์ระหว่างความดันที่เกิดบนอุปกรณ์วัดและค่าความต้านทานไฟฟ้า

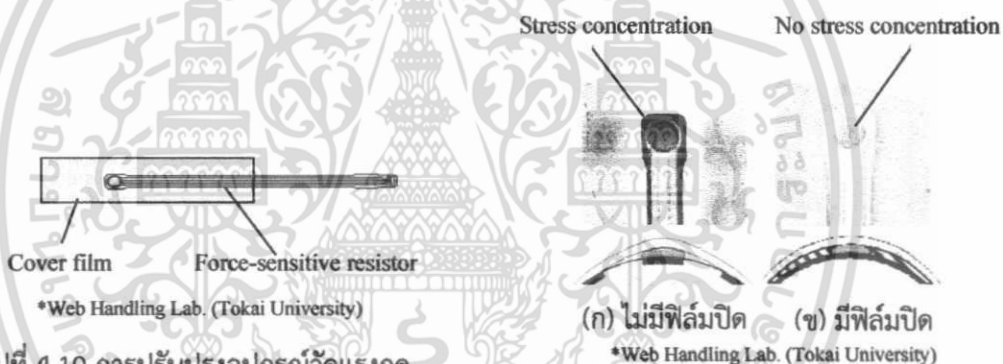


รูปที่ 4.8 แผนภาพเครื่องจักรที่ใช้ในการทดลอง

สำหรับตัวอย่างความสัมพันธ์ระหว่างความดันและส่วนกลับของความต้านทานไฟฟ้าแสดงอยู่ในรูปที่ 4.9 ซึ่งมีความสัมพันธ์ในลักษณะเป็นเชิงเส้น ในที่นี้ได้ทำการหาความสัมพันธ์ที่อุณหภูมิ 26.9 °C 30 °C และ 40 °C พบว่าอุปกรณ์ที่ใช้วัดแรงที่กดทับบนแผ่นฟิล์มมีความเสถียรภาพในช่วงอุณหภูมิดังกล่าว ในรูปที่ 4.10 แสดงการปรับปรุงอุปกรณ์การวัดแรงเพื่อให้ความเค้นบริเวณอุปกรณ์วัดมีการกระจายตัวที่สม่ำเสมอหรือไม่กระจายตัวอยู่ที่จุดใดจุดหนึ่งมากเกินไป จากการปรับปรุงพบว่าอุปกรณ์ที่ทำการปรับปรุงด้วยการเพิ่มแผ่นฟิล์มเข้าไปในอุปกรณ์การวัดแรงทำให้การกระจายตัวของความเค้นสม่ำเสมอกว่าอุปกรณ์ที่ไม่ได้ปรับปรุงดังแสดงในรูปที่ 4.11



รูปที่ 4.9 ความสัมพันธ์ระหว่างความดันและส่วนกลับของความต้านทาน



รูปที่ 4.10 การปรับปรุงอุปกรณ์วัดแรงกด

รูปที่ 4.11 ความเข้มของแสงบนอุปกรณ์วัด



(ก) การตกของแผ่นฟิล์มมันววน (ข) การวัดผิวที่ขอบของแผ่นฟิล์มมันววนหลังการตก  
\*Web Handling Lab. (Tokai University)

รูปที่ 4.12 การทดสอบการกระแทกเพื่อตรวจสอบการสั่นไหว

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

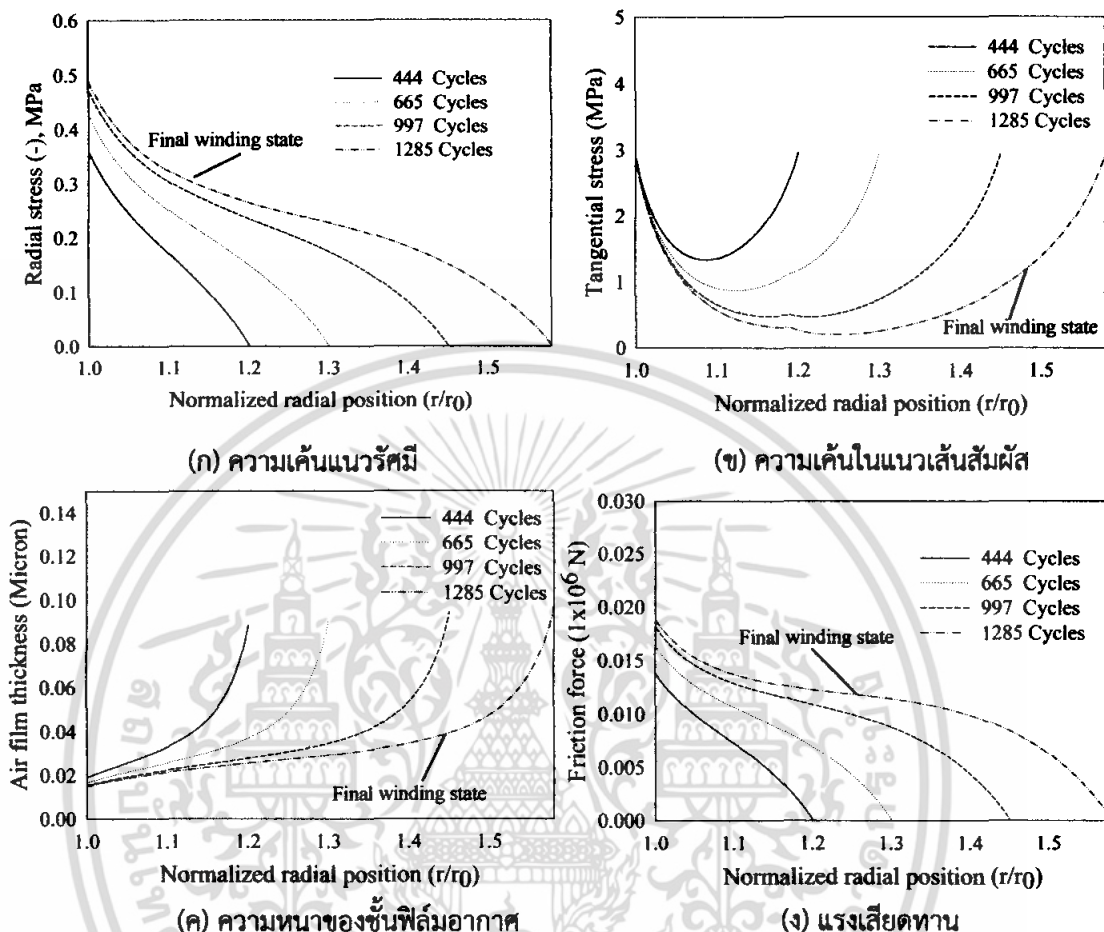
สำหรับการตรวจสอบการลื่นไถลของแผ่นฟิล์มหลังจากการม้วนจะทำการทดสอบด้วยการกระแทก (Impact test) เพื่อยืนยันความแข็งแรงนั้นแสดงอยู่ในรูปที่ 4.12 รูปที่ 4.12 (ก) แสดงการทดสอบการลื่นไถลโดยการปล่อยให้แผ่นฟิล์มม้วนตกลงกระแทกกับฐานซึ่งในที่นี่ระยะการตกเท่ากับ 10 cm หรือแผ่นฟิล์มม้วนที่กระแทกมีความเร็ว 50g หลังจากแผ่นฟิล์มม้วนกระแทกกับฐานแล้วระยะการเลื่อนของแต่ละชั้นของแผ่นฟิล์มจะทำการวัดด้วยเครื่องมือวัดระยะกระจัดด้วยแสง (Optical sensor) ดังแสดงในรูปที่ 4.12 (ข)

#### 4.5. ผลการคำนวณและการทดลอง

สำหรับในบทนี้แผ่นฟิล์มชนิด PET และ แผ่นฟิล์มชนิด PP ถูกใช้สำหรับการศึกษาพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มที่ม้วน สำหรับคุณสมบัติทางกายภาพของแผ่นฟิล์มดังกล่าวและอุปกรณ์อื่นเช่นลูกกลิ้งที่ใช้ม้วนแผ่นฟิล์ม ลูกกลิ้งที่กดทับเป็นต้นแสดงอยู่ในตารางที่ 4.1 ผลที่ได้ทั้งการคำนวณทางทฤษฎีและการวัดประกอบด้วยความเค้น แรงเสียดทานในแผ่นฟิล์มม้วน และความหนาของฟิล์มอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มที่ม้วนที่สภาวะต่างๆเช่นขณะที่ม้วนแผ่นฟิล์มที่จำนวนชั้นของแผ่นฟิล์มต่างๆ การเปลี่ยนแปลงแรงดึงที่ใช้ม้วน การเปลี่ยนแปลงแรงกดทับ และการศึกษาอิทธิพลของการเพิ่มความเร็วม้วนและการลดความเร็วม้วน

ตารางที่ 4.1 คุณสมบัติกายภาพของแผ่นฟิล์ม ลูกกลิ้งที่ใช้ม้วนและลูกกลิ้งกดทับ

		PET	PP
Composite roughness between web layers	$R_{rms}, \mu\text{m}$	0.066	0.09
Web thickness	$t_w, \mu\text{m}$	50	20
Web width	$L, \text{m}$	0.28	0.3
Tangential Young's modulus of wound roll	$E_t, \text{Pa}$	$4.8 \times 10^9$	$2.0184 \times 10^9$
Radial Young's modulus of wound roll	$E_r, \text{Pa}$	$E_r = C_0 + C_1  \sigma_r ^{C_2}$ $C_0 = 0, C_1 = 4.09 \times 10^4$ $C_2 = 0.65$	$E_r = C_0 + C_1  \sigma_r ^{C_2}$ $C_0 = 106.46, C_1 = 1.0193 \times 10^6$ $C_2 = 1.0$
Poisson's ratio of wound roll	$\nu_{r\theta}$	0.3	0.3
Young's modulus of core	$E_c, \text{Pa}$	$1.3 \times 10^9$	$209 \times 10^9$
Winding core radius	$r_0, \text{m}$	0.05	0.0445
Static friction coefficient between webs	$\mu_s$	0.3	0.3
Young's modulus of nip-roll	$E_{nr}, \text{Pa}$	$0.027 \times 10^9$	$0.027 \times 10^9$

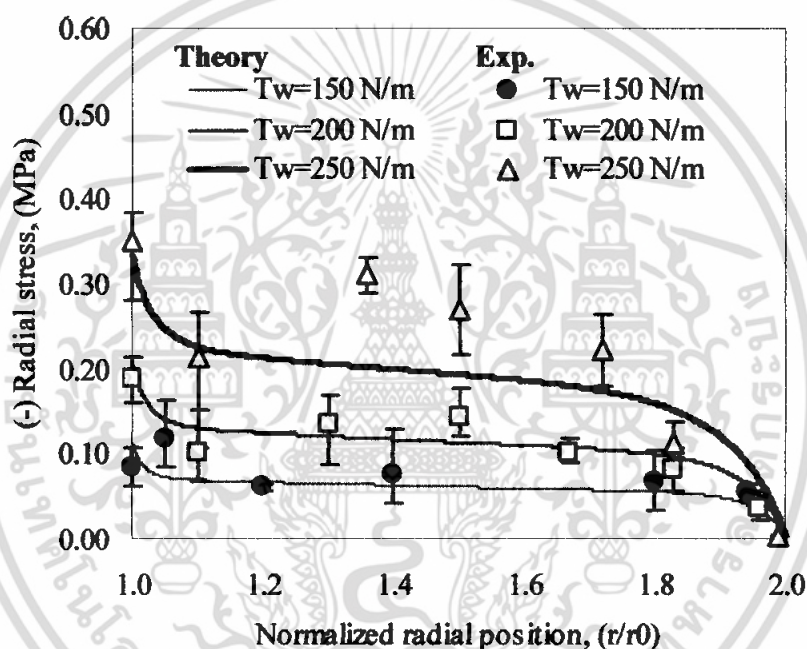


รูปที่ 4.13 พฤติกรรมของแผ่นฟิล์มม้วนขณะที่ทำการม้วนของแผ่นฟิล์ม

( $T_w=60$  N/m, Nip-load=50 N and  $U_w=0.25$  m/s)

รูปที่ 4.13 แสดงพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มม้วนขณะที่ทำการม้วนของแผ่นฟิล์ม PP ที่สภาวะแรงดึง  $T_w=60$  N/m แรงกดทับ  $N=50$  N และความเร็วของแผ่นฟิล์ม  $U_w=0.25$  m/s เมื่อแผ่นฟิล์มถูกม้วนจำนวนชั้นของแผ่นฟิล์มจะเพิ่มขึ้นเรื่อยๆจนถึงขั้นสุดท้าย สำหรับแผ่นฟิล์ม PP ที่ม้วนจะมีจำนวนชั้นทั้งหมด 1285 ชั้น หรือตรงกับอัตราส่วนรัศมีแผ่นฟิล์มที่ม้วนวงนอกต่อรัศมีของลูกกลิ้งที่เป็นแกนในการม้วน  $r/r_0=1.58$  ในขั้นตอนที่แผ่นฟิล์มถูกม้วน พฤติกรรมของของแผ่นฟิล์มที่ม้วนจะมีการเปลี่ยนแปลงไปในแต่ละรอบของการม้วนนั้นคือความเค้นของแผ่นฟิล์ม ความหนาของฟิล์มอากาศระหว่างชั้นของแผ่นฟิล์มและแรงเสียดทานมีการเปลี่ยนแปลง ผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่าการกระจายตัวของความเค้นในแนวรัศมีจะมีค่าเพิ่มสูงขึ้นตามจำนวนชั้นของแผ่นฟิล์มหรือความยาวของแผ่นฟิล์มมีความยาวมากขึ้น ดังแสดงในรูปที่ 4.13 (ก) ส่งผลให้ชั้นของฟิล์มอากาศถูกกดด้วยแรงที่สูงขึ้นทำให้ความหนาของชั้นฟิล์ม

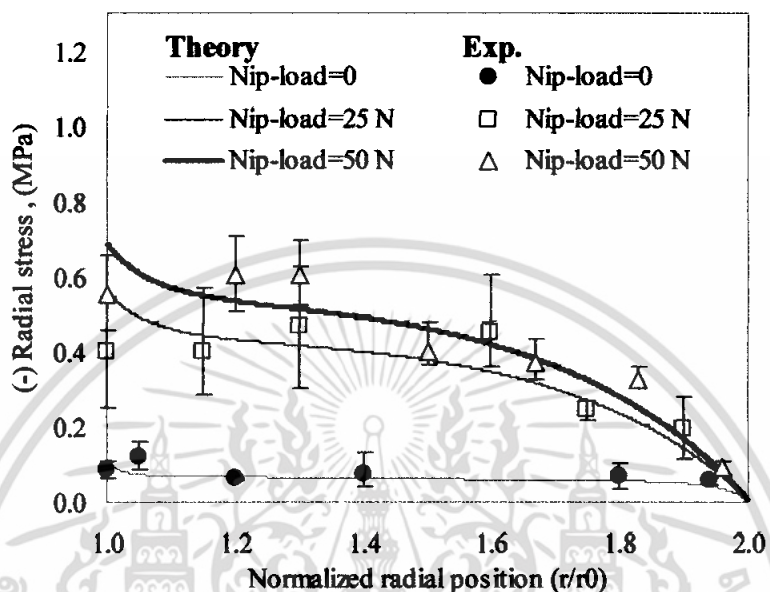
อากาศระหว่างแผ่นฟิล์มมีค่าลดลงเมื่อจำนวนชั้นแผ่นฟิล์มสูงขึ้นดังแสดงในรูปที่ 4.13 (ค) เมื่อความหนาของฟิล์มอากาศลดลงสัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจะเพิ่มสูงขึ้นประกอบกับความเค้นในแนวรัศมีมีค่าเพิ่มขึ้นจึงส่งผลให้แรงเสียดทานระหว่างชั้นแผ่นฟิล์มที่ถูกม้วนมีค่าสูงขึ้นด้วยดังแสดงในรูปที่ 4.13 (ง) อย่างไรก็ตามในรูปที่ 4.13 (ข) แสดงให้เห็นว่าเมื่อจำนวนชั้นแผ่นฟิล์มสูงขึ้นความเค้นในแนวสัมผัสจะมีค่าลดลง โดยเฉพาะบริเวณกึ่งกลางหรือ  $r/r_0 = 1.25$  ความเค้นในแนวสัมผัสมีค่าลดลงใกล้กับค่าที่จะเป็นลบ กล่าวคือความเค้นมีโอกาสที่จะเป็นความเค้นอัด (Compressive stress) ดังนั้นจึงกล่าวได้ว่าที่จำนวนชั้นแผ่นฟิล์มสูงขึ้นแผ่นฟิล์มมีโอกาสที่จะอยู่ในสภาวะความเค้นอัดในแนวเส้นสัมผัสและมีโอกาสที่จะเกิดรอยย่น



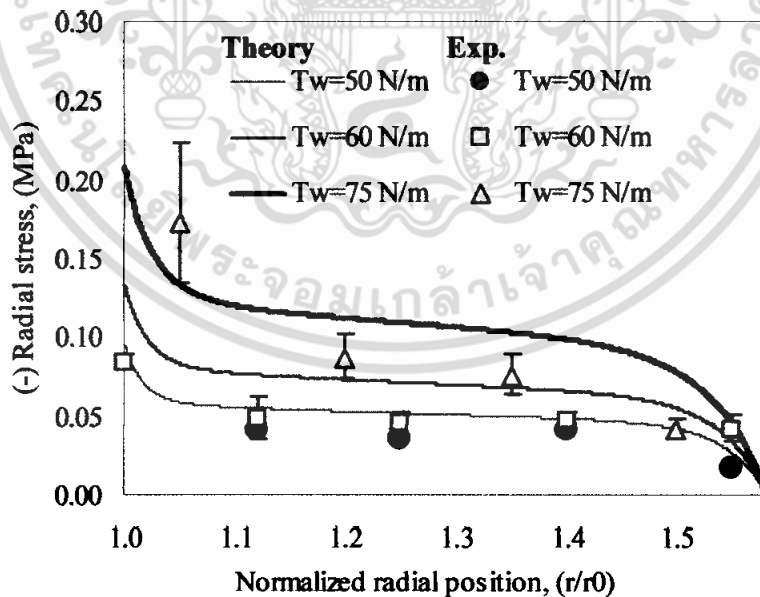
รูปที่.4.14 กระแจะจากความเค้นในแนวรัศมีภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงดึงของ PET-50  $\mu\text{m}$   
(Nip-load=0 , and  $U_w=0.5$  m/s)

รูปที่ 4.14 และ 4.15 แสดงผลการคำนวณทางทฤษฎีและผลการทดลองของความเค้นในแนวรัศมีหลังจากเสร็จสิ้นการม้วนของแผ่นฟิล์มบาง PET ภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงดึงขณะม้วน (Winding tension) และแรงกดทับ (Nip-load) โดยที่ความเร็วในการม้วนแผ่นฟิล์ม  $U_w=0.5$  m/s และลูกกลิ้งที่เป็นแกนในการม้วนเป็นไม้ (Wood core) ผลการศึกษาแสดงให้เห็นว่าเมื่อแผ่นฟิล์มถูกม้วนภายใต้แรงดึงที่สูงขึ้นความเค้นในแนวรัศมีทั้งทางทฤษฎีและการทดลองมีค่าเพิ่มขึ้นดังแสดงในรูปที่ 4.14 ในทำนองเดียวกันเมื่อแผ่นฟิล์มม้วนตัวโดยการเพิ่มลูกกลิ้งกดทับ (Nip-roll) ซึ่งเป็นการเพิ่มแรงกดในแนวรัศมีทั้งผลการคำนวณและการทดลองแสดงให้เห็นว่าความเค้นในแนวรัศมีเพิ่มขึ้นโดยเฉพาะกรณีที่มีแรงกดทับ

(Nip-load=25N-50N) และไม่มีแรงกดทับ (Nip-load=0) ความเค้นในแนวรัศมีมีค่าแตกต่างกันอย่างมาก โดยกรณีที่มีแรงกดทับจะมีค่าความเค้นในแนวรัศมีสูงกว่าดังแสดงในรูปที่ 4.15



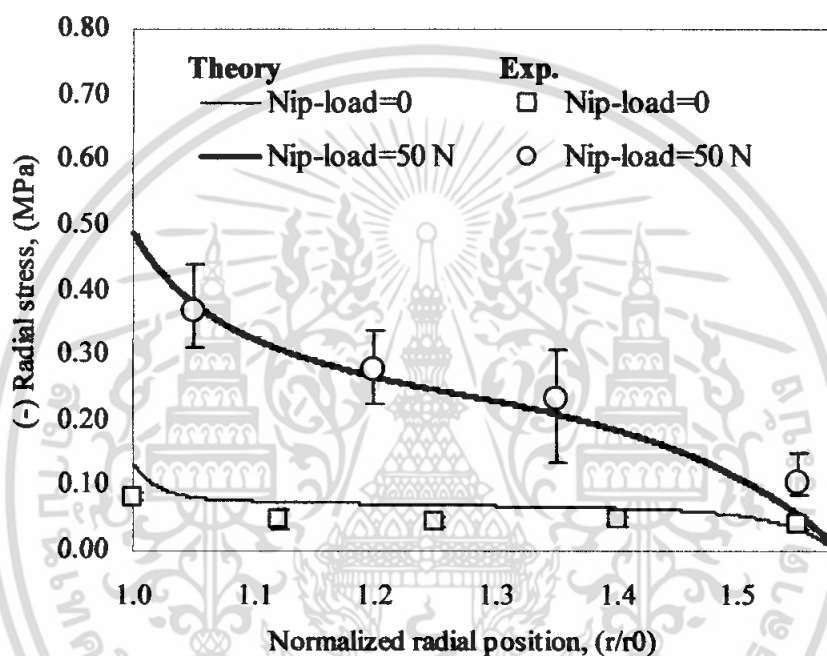
รูปที่.4.15 การกระจายตัวของความเค้นในแนวรัศมีภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงกดทับของ PET-50  $\mu\text{m}$  ( $T_w=150 \text{ N/m}$ , and  $U_w=0.5 \text{ m/s}$ )



รูปที่.4.16 กระกระจายความเค้นในแนวรัศมีภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงดึงของ PP-20  $\mu\text{m}$  (Nip-load=0,  $U_w = 0.25 \text{ m/s}$ )

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในลักษณะเดียวกันในกรณีของแผ่นฟิล์มบาง PP ภายใต้การม้วนตัวที่ความเร็ว  $U_w=0.25$  m/s โดยที่ลูกกลิ้งที่เป็นแกนในการม้วนเป็นเหล็ก (Steel core) ผลที่ได้แสดงให้เห็นถึงพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มที่ม้วนมีลักษณะเดียวกันกับกรณีแผ่นฟิล์ม PET กล่าวคือความเค้นในแนวรัศมีมีค่าเพิ่มสูงขึ้นเมื่อแรงดึงในการม้วนมีค่าสูงขึ้นและกรณีเพิ่มแรงกดทับความเค้นจะสูงกว่ากรณีไม่มีแรงกดทับมากดังแสดงในรูปที่ 4.16 และ 4.17 ตามลำดับ

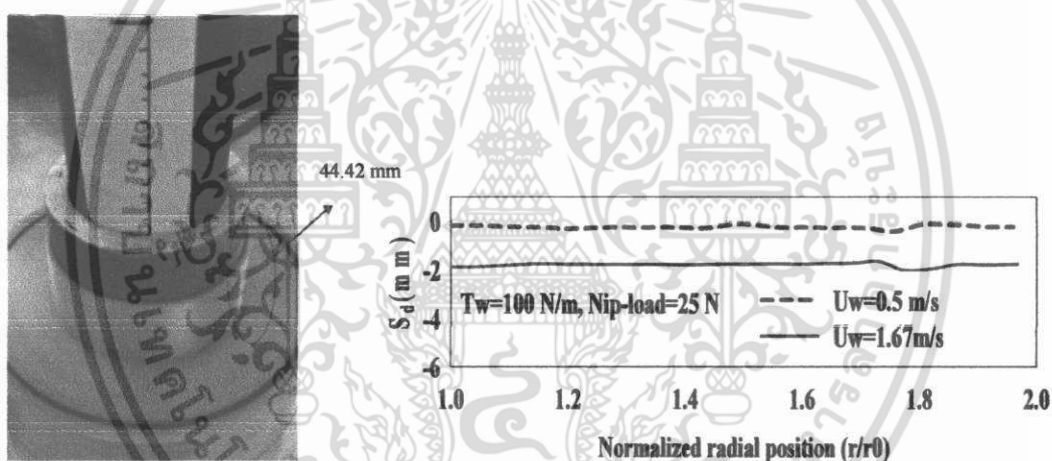


รูปที่.4.17 การกระจายตัวของความเค้นในแนวรัศมีภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงกดทับของ PP-20  $\mu\text{m}$  ( $T_w=60$  N/m,  $U_w=0.25$  m/s)

อย่างไรก็ตามเนื่องจากทฤษฎีในงานวิจัยนี้ไม่ได้คำนึงถึงอิทธิพลของการไหลออกด้านข้าง (Air-leakage) ตามความกว้างของแผ่นฟิล์ม ดังนั้นผลการคำนวณทางทฤษฎีและผลการทดลองในกรณีที่ไม่มีแรงกดทับ ( $N=0$ ) และภายใต้แรงดึงที่สูงขึ้น อาทิเช่น แผ่นฟิล์ม PET ที่แรงดึง  $T_w>200$  N/m และแผ่นฟิล์ม PP ที่แรงดึง  $T_w>60$  N/m นั้นมีค่าที่แตกต่างกันมากเนื่องจากสภาวะดังกล่าวคือกรณีที่ไม่มีแรงกดทับนั้นอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มที่ม้วนมีมากและในขณะเดียวกันอากาศที่แทรกตัวก็จะไหลออกด้านข้างเนื่องจากแรงกดที่เพิ่มขึ้นทุกๆรอบในการม้วน จากเหตุผลข้างต้นข้อสมมุติฐานเกี่ยวกับอิทธิพลการไหลออกด้านข้างทฤษฎีในบทนี้ควรที่จะปรับปรุงสำหรับงานวิจัยในอนาคต

รูปที่ 4.18 แสดงการทดสอบการลื่นไถลของแผ่นฟิล์มหลังจากการม้วนแผ่นฟิล์ม PET โดยวิธีการกระแทกภายใต้ความแรง 50g ซึ่งเป็นการเปรียบเทียบระหว่างกรณีที่ไม่มียูกกลิ้งกดทับกับกรณีที่มีลูกกลิ้ง

กดทับ สำหรับกรณีที่ไม่มียูกกลิ้งกดทับแผ่นฟิล์มหลังจากการม้วนภายใต้แรงดึง  $T_w = 150 \text{ N/m}$  และ ความเร็วแผ่นฟิล์ม  $U_w = 0.5 \text{ m/s}$  ถูกทดสอบโดยการกระทบผลปรากฏว่าแผ่นฟิล์มเกิดการลื่นไถล ประมาณ  $S_d = 44.42 \text{ mm}$  ในตำแหน่งที่ใกล้กับแกนดังที่แสดงในรูปที่ 4.18 (ก) อย่างไรก็ตามระยะการลื่นไถลลดลงเมื่อแผ่นฟิล์มม้วนภายใต้แรงกดทับจากลูกกลิ้งกดทับ Nip-load = 25 N ภายใต้แรงดึง  $T_w = 100 \text{ N/m}$  ดังแสดงในรูปที่ 4.18 (ข) โดยเฉพาะในกรณีที่มีความเร็วแผ่นฟิล์ม  $U_w = 0.5 \text{ m/s}$  แผ่นฟิล์มที่ม้วนไม่เกิดการลื่นไถลหลังจากทดสอบโดยการกระทบดังแสดงในเส้นประสีแดง ( $S_d = 0$ ) แต่เมื่อทำการเพิ่มความเร็วในการม้วนแผ่นฟิล์มจาก  $0.5 \text{ m/s}$  เป็น  $1.67 \text{ m/s}$  หลังจากการทดสอบการกระทบพบว่า เกิดระยะการลื่นไถลจากตำแหน่งแกนจนถึงขอบนอก  $S_d = 2.0 \text{ mm}$  เนื่องจากเมื่อความเร็วเพิ่มขึ้นอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มมีมากขึ้นทำให้แรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มน้อยลงมีผลทำให้ไม่สามารถ ทดต่อแรงกระทบที่เกิดขึ้นจากการทดสอบได้จึงเกิดการลื่นไถลดังที่แสดงโดยเส้นทึบสีเขียว



(ก) ไม่มีลูกกลิ้งกดทับ

(ข) มีลูกกลิ้งกดทับ

( $T_w = 150 \text{ N/m}$ ,  $U_w = 0.5 \text{ m/s}$ )

( $T_w = 100 \text{ N/m}$ , Nip-load = 25 N)

รูปที่ 4.18 การเปรียบเทียบระยะการลื่นไถลระหว่างการม้วนโดยปราศจากลูกกลิ้งกดทับและการม้วนแผ่นฟิล์มโดยใช้ลูกกลิ้งกดทับ

ในส่วนของอิทธิพลของการเพิ่มความเร็วและการลดความเร็วขณะเริ่มทำการม้วนแผ่นฟิล์มและ ขณะที่จะหยุดทำการม้วนแผ่นฟิล์ม พฤติกรรมของแผ่นฟิล์ม PET (Polyethylene terephthalate) ได้ ทำการศึกษาเชิงทฤษฎี ผลการคำนวณเช่นความเค้นในแนวรัศมี ความเค้นในแนวเส้นสัมผัสและแรงเสียดทานระหว่างชั้นแผ่นฟิล์มถูกคำนวณภายใต้แรงดึงเริ่มต้น  $T_s = 150 \text{ N/m}$  แรงดึงที่ลดลงแบบลาดเอียง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

(Taper winding tension) แรงกดทับ 50 N และความเร็วในการม้วนที่ควบคุมที่ 0.5 m/s สำหรับแรงดึงที่ลดลงแบบลาดเอียงสามารถที่จะคำนวณได้โดยสมการที่ (4.17)

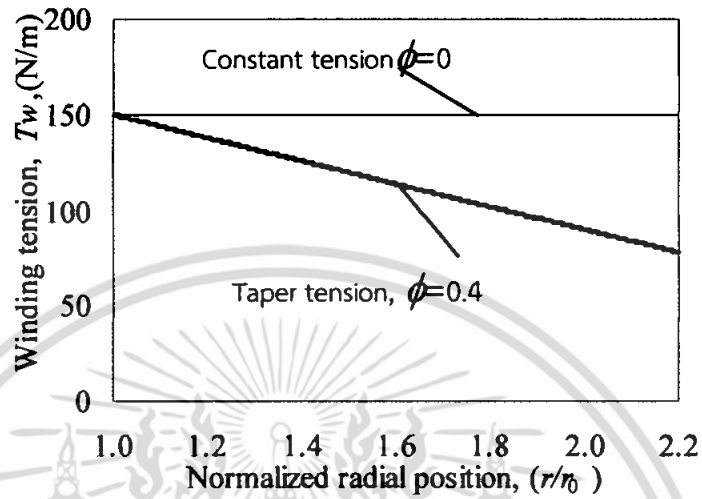
$$T_w = T_s - \phi(r - r_0) \quad (4.17)$$

โดยที่  $\phi$  เป็นอัตราส่วนการลาดเอียง (Taper ratio) สำหรับผลการคำนวณในรูปที่ 4.20 แรงดึงที่ใช้ตลอดการม้วนได้ทำการเปรียบเทียบระหว่างแรงดึงแบบคงที่ ( $\phi = 0$ ) และแรงดึงที่ลดลงแบบลาดเอียง ( $\phi = 0.4$ ) ดังแสดงในรูปที่ 4.19 รูปที่ 4.20 แสดงพฤติกรรมทางทฤษฎีของแผ่นฟิล์มม้วนโดยที่รูปที่ 4.20 (ก) แสดงความเร็วในการม้วนในกรณีที่ความเร็วคงที่และความเร็วในกรณีคำนึงถึงอิทธิพลการเพิ่มความเร็วมวลและการลดความเร็ว โดยที่ความเร็วเพิ่มขึ้นจากตำแหน่ง  $r/r_0 = 1.0$  ถึง  $r/r_0 = 1.1$  หรือคิดเป็นเวลาเวลา  $t_w = 130$  s และการลดความเร็วเริ่มต้นจาก  $r/r_0 = 1.65$  ถึง  $r/r_0 = 2.2$  หรือคิดเป็นเวลา  $t_w = 1,328$  s สำหรับรูปที่ 4.20 (ข) ถึง (ง) แสดงความเค้นแนวรัศมี ความเค้นในแนวสัมผัสและแรงเสียดทานภายใต้สภาวะดังที่อธิบายแล้วข้างต้น ผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่าภายใต้ความเร็วคงที่และแรงดึงคงที่ ( $\phi = 0$ ) ความเค้นในแนวรัศมีของแผ่นฟิล์มม้วนมีค่าสูงสุดดังแสดงในรูปที่ 4.20 (ข) ส่งผลให้แรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มมีค่าสูงและมากกว่าค่าแรงเสียดทานวิกฤติ  $F_c$  (Critical friction) ตลอดแนวรัศมี  $r/r_0 = 1.0$  ถึง  $r/r_0 = 2.1$  สำหรับค่าแรงเสียดทานวิกฤติ  $F_c$  เป็นค่าที่หาจากการทดสอบการลื่นไถลแบบกระแทกที่ 50g ดังนั้นแผ่นฟิล์มที่ม้วนจะไม่เกิดการลื่นไถลหลังจากการทดสอบการลื่นไถลจากการกระแทกดังแสดงในรูปที่ 4.20 (ง) อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณาที่ความเค้นในแนวสัมผัสกับพบว่าภายใต้สภาวะการม้วนดังกล่าวส่งผลให้เกิดความเค้นอัดในแนวเส้นสัมผัสหรือค่าความเค้นมีค่าติดลบดังนั้นแผ่นฟิล์มอยู่ในสภาวะที่รับแรงอัดและมีโอกาสที่รอยยับจะเกิดขึ้นบนแผ่นฟิล์มดังแสดงในรูปที่ 4.20 (ค)

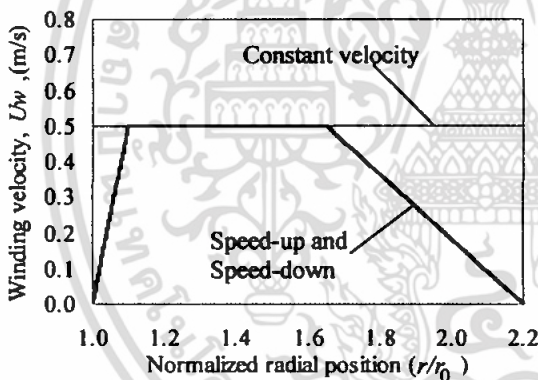
สำหรับการม้วนแผ่นฟิล์มภายใต้ความเร็วคงที่และแรงดึงลดลงแบบลาดเอียง ( $\phi = 0.4$ ) ผลการคำนวณแสดงให้เห็นว่าภายใต้สภาวะดังกล่าวสามารถที่จะป้องกันไม่ให้เกิดรอยยับได้เนื่องจากความเค้นในแนวเส้นสัมผัสมีค่าเป็นบวกซึ่งหมายถึงแผ่นฟิล์มอยู่ในสภาวะรับแรงดึงดังแสดงในรูปที่ 4.20 (ค) อย่างไรก็ตามความเค้นในแนวรัศมีมีค่าต่ำที่สุดดังแสดงในรูปที่ 4.20 (ข) ดังนั้นส่งผลให้แรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มที่ม้วนมีค่าลดลงและพบว่ามีความต่ำกว่าแรงเสียดทานวิกฤติที่  $r/r_0 = 2.0$  ถึง  $r/r_0 = 2.1$  ดังนั้นที่บริเวณดังกล่าวมีโอกาสที่จะเกิดการลื่นไถลดังแสดงในรูปที่ 4.20 (ง)

สำหรับการม้วนแผ่นฟิล์มภายใต้การเพิ่มความเร็วมวลและการลดความเร็วและแรงดึงลดลงแบบลาดเอียง ( $\phi = 0.4$ ) แผ่นฟิล์มที่ม้วนปราศจากการเกิดรอยยับและการลื่นไถลเนื่องจากการกระจายความเค้นในแนวสัมผัสไม่มีค่าติดลบนั่นคือแผ่นฟิล์มไม่อยู่ในสภาวะรับแรงอัดตามเส้นรอบวงและการกระจายแรง

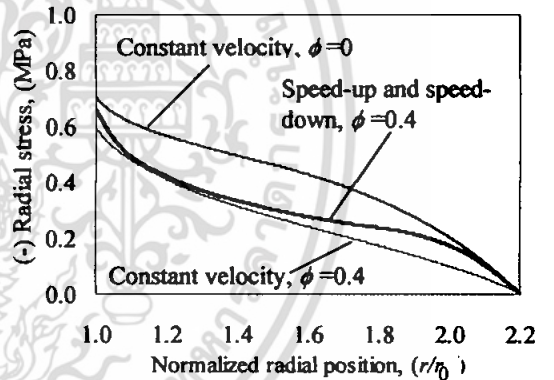
เสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มแต่ละชั้นมีค่าสูงกว่าแรงเสียดทานวิกฤติจาก  $r/r_0=1.0$  ถึง  $r/r_0= 2.1$  ซึ่งเป็นบริเวณที่ไม่ต้องการให้เกิดการลื่นไถลดังแสดงในรูปที่ 4.20 (ค) และ 4.20 (ง) ตามลำดับ



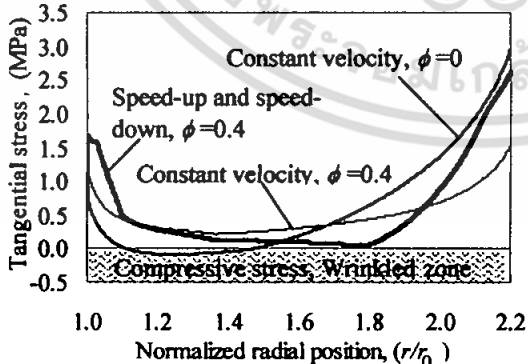
รูปที่ 4.19 แรงดึงขณะม้วน



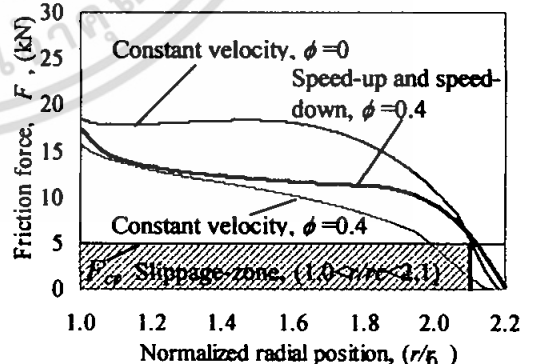
(ก) ความเร็วการม้วน



(ข) ความเค้นในแนวรัศมี



(ค) ความเค้นในแนวเส้นสัมผัส



(ง) แรงเสียดทาน

รูปที่ 4.20 การเปรียบเทียบพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มที่ม้วนระหว่างการม้วนภายใต้ความเร็วแผ่นฟิล์มคงที่ และการม้วนภายใต้ความเร็วไม่คงที่ (Nip-load=50 N)

#### 4.6. สรุป

ในบทนี้ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมกรรมม้วนของแผ่นฟิล์มทั้งทฤษฎีและการทดลองในสภาวะต่างๆ ผลการศึกษาสามารถที่จะสรุปได้ดังนี้

- 1) การเพิ่มแรงดึงและแรงกดทับมีผลให้ความเค้นในแนวรัศมีเพิ่มขึ้นโดยเฉพาะการเพิ่มลูกกลิ้งกดทับ ทำให้แผ่นฟิล์มม้วนมีความทนทานต่อการสั่นไถลมากกว่ากรณีที่ไม่มีลูกกลิ้งกดทับเนื่องจากเมื่อใช้ลูกกลิ้งกดทับอากาศที่แทรกตัวระหว่างแผ่นฟิล์มขณะม้วนมีน้อยลง
- 2) จากการทดสอบการสั่นไถลด้วยการกระแทกที่ความเร็วที่สูงขึ้นในการม้วนส่งผลให้เกิดการสั่นไถลได้ง่ายของแผ่นฟิล์ม
- 3) การเพิ่มความเร็วในตอนเริ่มต้นการม้วนและการลดลงของความเร็วตอนใกล้หยุดการม้วนมีผลต่อพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มม้วนกล่าวคือถ้ากำหนดช่วงการเพิ่มความเร็วและลดความเร็วที่เหมาะสมจะส่งผลให้แผ่นฟิล์มไม่เกิดรอยยับและการสั่นไถล



## บทที่ 5

### การวิเคราะห์ความเค้นตกค้างของแผ่นฟิล์มหลังจากการม้วน

ในขบวนการผลิตแผ่นฟิล์มส่วนมากแผ่นฟิล์มจะเป็นจำพวกพอลิเมอร์ (Polymer) ซึ่งมีลักษณะที่มีความยืดหยุ่นสูงกว่าวัสดุที่เป็นแผ่นเหล็กตั้งนั้นตั้งนั้นทฤษฎีทางอีลาสติก (Theory of elasticity) นั้นไม่เพียงพอที่จะอธิบายพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มที่เป็นพอลิเมอร์หลังจากการม้วนเก็บเนื่องจากในขั้นตอนขบวนการผลิตแผ่นฟิล์มแผ่นฟิล์มบางจะถูกม้วนเก็บในขั้นตอนสุดท้ายดังที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 4 หลังจากนั้นแผ่นฟิล์มบางที่ถูกม้วนเก็บเป็นชั้นๆถูกนำไปเก็บในคลังสินค้าเพื่อรอการขนส่งไปยังรายการผลิตในอุตสาหกรรมปลายทางต่อไปซึ่งในขั้นตอนนี้เองพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มที่ม้วนจำพวกพอลิเมอร์มีความเป็นไปได้ที่จะเกิดการเปลี่ยนแปลง อาทิเช่น ความเค้นภายในของแผ่นฟิล์มม้วน แรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มม้วน เป็นต้น ดังนั้นในบทนี้จึงนำเสนอการศึกษาเชิงทฤษฎีโดยการวิเคราะห์หาความเค้นที่ตกค้างของแผ่นฟิล์มหลังจากการม้วน และแรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มโดยใช้ทฤษฎีทางด้านวิสโคอีลาสติก (Theory of viscoelasticity) รวมถึงการทดลองหาค่าความเค้นที่ตกค้างในแนวนอน ในบทนี้ประกอบด้วยคำนำ ทฤษฎีทางวิสโคอีลาสติก อิทธิพลของชั้นอากาศระหว่างแผ่นฟิล์มม้วน การวิเคราะห์เชิงตัวเลข (Numerical analysis) การทดลอง ผลการคำนวณและผลการทดลอง และสรุปผลตามลำดับ

#### 5.1 ความสำคัญและงานวิจัยเกี่ยวกับวิสโคอีลาสติก

ในปัจจุบันแผ่นฟิล์มบางถูกใช้อย่างแพร่หลายในอุตสาหกรรมดังนั้นจำเป็นที่จะต้องมียุทธศาสตร์ความรู้เพื่อที่จะช่วยให้ขบวนการผลิตมีประสิทธิภาพสูงขึ้น อาทิเช่นลดการสูญเสียอันเนื่องมาจากการเกิดรอยยับ การลื่นไถลของแผ่นฟิล์ม รวมถึงการคำนึงถึงการลดพลังงานอันจะนำมาซึ่งต้นทุนที่เพิ่มขึ้น สำหรับแผ่นฟิล์มที่เป็นพอลิเมอร์นั้นมีความยืดหยุ่นสูงรวมทั้งแผ่นฟิล์มบางที่มีความหนาของแผ่นฟิล์มน้อยๆ แผ่นฟิล์มบางนั้นมีความเป็นไปได้ที่จะมีพฤติกรรมเป็นวิสโคอีลาสติก สำหรับงานวิจัยที่ได้ศึกษาทั้งในทางทฤษฎีและการทดลองสามารถที่จะอธิบายพอสังเขปดังนี้

ในปี 2002 และ 2004 K. Marynowski และ T. Kapitaniak [28-29] ได้ทำการศึกษาความเสถียรภาพและการสั่นสะเทือนของวัสดุแผ่นฟิล์มบางที่กำลังเคลื่อนที่ผ่านระหว่างลูกกลิ้ง โดยแผ่นฟิล์มบางถูกพิจารณาเป็นวิสโคอีลาสติก (Viscoelastic web) โดยได้ทำการเปรียบเทียบพฤติกรรมทางด้านวิสโคอีลาสติกโดยใช้ด้วยโมเดลของ Kelvin-Voigt และ B $\ddot{u}$ rgers ต่อมา ในปี 2005 J.O. Lif [30] ได้นำเสนอบทความเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความเค้นบนแผ่นฟิล์มบางที่เป็นกระดาษที่แทนพิมพ์โดยใช้โมเดล Convective hygro-viscoelastic ซึ่งทำการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ (FEM, Finite element method)

ในปี 2010 M.R. Brake และ J.A. Wickert [31] ได้ทำการศึกษาการสั่นสะเทือนของแผ่นฟิล์มบางที่กำลังเคลื่อนที่ของเทปแม่เหล็ก (Magnetic tape) โดยได้ทำการวิเคราะห์โดยใช้ทฤษฎีวิสโคอีลาสติกรวมกับทฤษฎีทางด้านคาน (Viscoelastic Euler-Bernoulli beam model) เพื่อทำการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนและได้ทำการทดลองวัดระยะกระจัด หลังจากนั้นในปี 2011 W. Wayne Chen และคณะ [32] ได้นำเสนอการวิเคราะห์หาพฤติกรรมทางทฤษฎีของการเสียรูปเนื่องจากการกดของลูกกลิ้งบนพื้นเรียบ (Contact deformation) โดยวัสดุที่ศึกษาถูกจำลองให้มีพฤติกรรมเป็นแบบวิสโคอีลาสติก (Viscoelastic material)

สำหรับการศึกษาวัสดุที่มีพฤติกรรมเป็นวิสโคอีลาสติกนั้นค่าคุณสมบัติทางกายภาพ (Physical properties) นั้นมีความสำคัญเป็นอย่างมากเพราะภายใต้แรงที่กระทำกับวัสดุค่าคุณสมบัติทางกายภาพนั้นจะแปรผันกับเวลา ดังนั้นบทความวิจัยที่ได้ค้นหาค่าคุณสมบัติทางกายภาพของแผ่นฟิล์มบางที่มีการเคลือบผิว อาทิเช่น แผ่นฟิล์ม GPU (Glassy Polyurethane Coating) หนา 1- $\mu\text{m}$  บนแผ่นฟิล์ม PET ถูกนำเสนอโดย L. Cheng และคณะในปี 1999 [33] จากนั้นในปี 2004 Y.W. Zhang และคณะ [34] ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับคุณสมบัติทางด้านวิสโคอีลาสติกของแผ่นฟิล์มบาง PMMA/Al (Polymethyl-methacrylate on an aluminum) และ GPU/PET โดยทำการศึกษาที่ระยะเวลาที่นานขึ้น นั่นคือ 0-2000 วินาที และได้ทำการเปรียบเทียบการคำนวณโดยใช้โมเดลที่จำลองพฤติกรรมทางด้านวิสโคอีลาสติกจำนวน 3 โมเดล

สำหรับพฤติกรรมการม้วนฟิล์มบางโดยพิจารณาพฤติกรรมทางด้านวิสโคอีลาสติกนั้น ในปี 1998 K.J. Good [35] และคณะ ได้นำเสนอสมการที่ใช้วิเคราะห์ความเค้นตกค้างในแผ่นฟิล์มที่ม้วน อย่างไรก็ตามอิทธิพลของชั้นอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มที่ม้วนไม่ได้ถูกพิจารณา

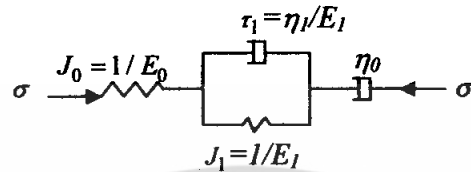
จากบทความที่กล่าวมาข้างต้นมีบทความจำนวนน้อยที่ศึกษาพฤติกรรมทางด้านวิสโคอีลาสติกของแผ่นฟิล์มบางหลังจากการม้วนรวมกับการศึกษาอิทธิพลของชั้นอากาศดังนั้นสำหรับงานวิจัยในบทนี้จึงเน้นที่จะอธิบายพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มบางหลังจากการม้วนโดยใช้โมเดลทางคณิตศาสตร์อธิบายพฤติกรรมทางด้านวิสโคอีลาสติกและอิทธิพลของชั้นอากาศระหว่างแผ่นฟิล์ม สำหรับผลการทดลองแผ่นฟิล์ม PP ที่มีความหนา 20  $\mu\text{m}$  ถูกใช้เพื่อที่จะศึกษาพฤติกรรมทางด้านวิสโคอีลาสติก ผลการศึกษาในบทนี้จะแสดงผลการคำนวณการกระจายความเค้นตกค้างในแผ่นฟิล์มในทิศทางรัศมีและตามเส้นสัมผัส รวมถึงแรงเสียดทานในแต่ละชั้นของแผ่นฟิล์ม

## 5.2 ทฤษฎี

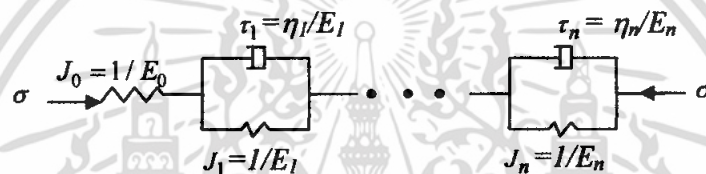
### 5.2.1 โมเดลวิสโคอีลาสติก

ในรูปที่ 5.1 แสดงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายพฤติกรรมทางด้านวิสโคอีลาสติกของแผ่นฟิล์ม โดยรูปที่ 5.1 ก แสดงโมเดลที่ใช้ในงานวิจัยก่อนหน้านี้ [34] และรูปที่ 5.1 ข แสดงโมเดลที่ใช้ใน

งานวิจัยนี้ซึ่งมีลักษณะเป็นชิ้นส่วนหลายชิ้นต่อกัน (multiple elements) ของโมเดล Maxwell และ Kelvin-voigt รวมกันโดยที่  $n=1,2,\dots$  แสดงจำนวนชิ้นส่วน สำหรับวัสดุที่เป็นของแข็ง (Solid) จำนวน  $n$  ควรจะมีค่ามากกว่า 2 ขึ้นไปเพื่อที่จะอธิบายพฤติกรรมวิสโคอีลาสติกได้แม่นยำมากยิ่งขึ้น



(ก) โมเดลในงานวิจัยก่อนหน้านี้ [34]



(ข) โมเดลสำหรับงานวิจัยนี้

รูปที่ 5.1 โมเดลสำหรับอธิบายพฤติกรรมทางวิสโคอีลาสติกของแผ่นฟิล์มบาง

สำหรับแผ่นฟิล์มที่อยู่ภายใต้ความเค้น โมเดลในรูปที่ 5.1 ก และ ข สามารถที่จะหาความสัมพันธ์ระหว่างความเค้น (Stress) และความเครียด (Strain) ดังแสดงในสมการที่ (5.1) และ (5.2) ตามลำดับ

$$\varepsilon(t) = \sigma(t) \left( \frac{1}{E_0} + \frac{t}{\eta_0} + \frac{1}{E_1} \{1 - \exp(-t / (\eta_1 / E_1))\} \right) \quad (5.1)$$

$$\varepsilon(t) = \sigma(t) \left( \frac{1}{E_0} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{E_i} \{1 - \exp(-t / (\eta_i / E_i))\} \right) \quad (5.2)$$

### 5.2.2 การวิเคราะห์ความเค้นตกค้าง

หลังจากที่แผ่นฟิล์มถูกม้วนความเค้นที่ตกค้างภายในทั้งความเค้นในแนวรัศมีและความเค้นในแนวเส้นสัมผัสนั้นมีความสัมพันธ์กันบนพื้นฐานสมการสมดุลแรงบนแผ่นฟิล์มดังแสดงในสมการที่ (5.3)

$$r \frac{\partial \sigma_r^*}{\partial r} + \sigma_r^* - \sigma_t^* = 0 \quad (5.3)$$

จากสมการที่ (5.3) ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดในแนวรัศมีและในแนวเส้นสัมผัสสามารถที่แสดงได้ในสมการที่ (5.4) (Strain compatibility)

$$r \frac{\partial \varepsilon_t}{\partial r} + \varepsilon_t - \varepsilon_r = 0 \quad (5.4)$$

โดยที่สมการความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและการขจัด (Strain-displacement relations) แสดงในสมการที่ (5.5)

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u^*}{\partial r} \quad \varepsilon_t = \frac{u^*}{r} \quad (5.5)$$

สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดทั้งในแนวรัศมีและในแนวเส้นสัมผัสในเทอมของเวลา คีบฟังก์ชันและความเค้น (Viscoelastic constitutive equations) แสดงอยู่ในสมการที่ (5.6) และ (5.7) ตามลำดับ [35]

$$\varepsilon_r = \int_0^t \left\{ J_r(t-t') \frac{\partial \sigma_r^*}{\partial t'} + J_n(t-t') \frac{\partial \sigma_t^*}{\partial t'} \right\} dt' \quad (5.6)$$

$$\varepsilon_t = \int_0^t \left\{ J_t(t-t') \frac{\partial \sigma_t^*}{\partial t'} + J_{rr}(t-t') \frac{\partial \sigma_r^*}{\partial t'} \right\} dt' \quad (5.7)$$

จากสมการที่ (5.6) และ (5.7) จะมีตัวแปรของความเค้นในแนวรัศมี  $\sigma_r^*$  และความเค้นในแนวสัมผัส  $\sigma_t^*$  ดังนั้นสมการที่ (5.6) และ (5.7) สามารถที่จะเขียนใหม่โดยการแทนสมการที่ (5.3) ดังแสดงในสมการที่ (5.8) และ (5.9)

$$\varepsilon_r = \int_0^t \left\{ J_r(t-t') \frac{\partial \sigma_r^*}{\partial t'} + J_n(t-t') \frac{\partial \left[ r \frac{\partial \sigma_r^*}{\partial r} + \sigma_r^* \right]}{\partial t'} \right\} dt' \quad (5.8)$$

$$\varepsilon_r = \int_0^t \left\{ J_r(t-t') \frac{\partial \left[ r \frac{\partial \sigma_r^*}{\partial r} + \sigma_r^* \right]}{\partial t'} + J_{rr}(t-t') \frac{\partial \sigma_r^*}{\partial t'} \right\} dt' \quad (5.9)$$

จากนั้นแทนสมการที่ (5.8) และ (5.9) ลงในสมการที่ (5.4) ซึ่งจะได้สมการอนุพันธ์อันดับสอง (Second order partial differential equation) ในเทอมของความเค้นในแนวรัศมี  $\sigma_r^*$  รัศมีแต่ละชั้นของแผ่นฟิล์ม ม้วน  $r$  ค่าคืบฟังก์ชัน และ เวลา  $t$  ซึ่งแสดงอยู่ในสมการที่ (5.10)

$$\int_0^t \left\{ J_t(t-t') \frac{\partial}{\partial t'} \left( r^2 \frac{\partial^2 \sigma_r^*}{\partial r^2} \right) + \left[ 3J_t(t-t') - J_{rr}(t-t') + J_{rr}(t-t') + r \frac{\partial J_t(t-t')}{\partial r} \right] \frac{\partial}{\partial t'} \left( r \frac{\partial \sigma_r^*}{\partial r} \right) + \left[ r \frac{\partial J_t(t-t')}{\partial r} + r \frac{\partial J_{rr}(t-t')}{\partial r} + \left[ J_t(t-t') + J_{rr}(t-t') - J_r(t-t') - J_{rr}(t-t') \right] \frac{\partial \sigma_r^*}{\partial t'} \right\} dt' = 0 \quad (5.10)$$

สำหรับค่าคืบฟังก์ชัน  $J(t)$  ในสมการที่ (5.10) ในงานวิจัยนี้ได้จำลองโดยใช้โมเดลในรูปที่ 5.1 ข ซึ่งสามารถที่จะเขียนสมการคืบฟังก์ชันได้ดังแสดงในสมการที่ (5.11)

$$J = J_0 + \sum_{i=1}^n J_i (1 - e^{-t/\tau_i}) \quad (5.11)$$

โดยที่  $t$  คือเวลามีหน่วยเป็นวินาที  $\tau_i$  คือเวลาคืนตัว (Relaxation time) ซึ่งมีค่าเท่ากับ อัตราส่วนความหนืดและค่ายังมอดูลัส ( $\tau_i = \eta_i / E_i$ )  $J_0$  เป็นค่าคืบฟังก์ชันที่เวลาเริ่มต้นซึ่งมีค่าเท่ากับส่วนกลับของค่ายังมอดูลัส ( $J_0 = 1/E_0$ ) และ  $n$  เป็นจำนวนชิ้นส่วน

จากสมการที่ (5.10) เมื่อกระจายเทอมอินทิเกรตเข้าไปรูปแบบการอินทิเกรตจะอยู่ในสองรูปแบบดังแสดงในสมการที่ (5.12) และ (5.13)

$$I = \int_0^t J(t-t') \frac{\partial f}{\partial t'} dt' \quad (5.12)$$

$$II = \int_0^i r \cdot \frac{\partial J(t-t')}{\partial r} \frac{\partial f}{\partial t'} dt' \quad (5.13)$$

โดยที่ในเทอมของฟังก์ชัน  $f$  แทนกลุ่มตัวแปร  $r^2 \frac{\partial^2 \sigma_r^*}{\partial r^2}$ ,  $r \frac{\partial \sigma_r^*}{\partial r}$  และ  $\sigma_r^*$  ตามลำดับ สำหรับรูปแบบการอินทิเกรตในรูปแบบ  $I$  สามารถที่จะประมาณค่าได้ดังสมการที่ (5.14)

$$\begin{aligned} I_{k,i} &\cong J(t_i - t_{i-1}) \left( \frac{\partial f(t)}{\partial t} \right)_{t_i} \Delta t_i + J(t_i - t_{i-2}) \left( \frac{\partial f(t)}{\partial t} \right)_{t_{i-1}} \Delta t_{i-1} + \dots + J(t_i - t_k) \left( \frac{\partial f(t)}{\partial t} \right)_{t_{k+1}} \Delta t_{k+1} \\ &= J(t_i - t_{i-1}) \Delta f_i + J(t_i - t_{i-2}) \Delta f_{i-1} + \dots + J(t_i - t_k) \Delta f_{k+1} \\ &= J(t_i - t_{i-1}) \Delta f_i + \sum_{n=k+1}^{i-1} J(t_i - t_{n-1}) \Delta f_n \end{aligned} \quad (5.14)$$

ในทำนองเดียวกันรูปแบบอินทิเกรตรูปแบบสอง  $II$  สามารถที่จะประมาณค่าได้ดังแสดงในสมการที่ (5.15)

$$II_{k,i} \cong r \frac{\partial J(t_i - t_{i-1})}{\partial r} \Delta f_i + \sum_{n=k+1}^{i-1} r \frac{\partial J(t_i - t_{n-1})}{\partial r} \Delta f_n \quad (5.15)$$

จากรูปแบบการประมาณค่าการอินทิเกรตทั้งสองรูปแบบข้างต้น สมการที่ (5.10) สามารถที่จะเขียนได้ใหม่เป็นสมการที่ (5.16)

$$\left\{ G_1 \left( r^2 \frac{\partial^2 \Delta \sigma_r^*}{\partial r^2} \right) + G_2 \left( r \frac{\partial \Delta \sigma_r^*}{\partial r} \right) + G_3 \Delta \sigma_r^* + G_4 \right\}_{t=t_i} = 0 \quad (5.16)$$

โดยที่  $G_1, G_2$  และ  $G_3$  เป็นค่าที่ขึ้นกับค่าคุณสมบัติของแผ่นฟิล์มบางที่เป็นวิสโคอีลาสติกที่เวลาปัจจุบัน ( $t = t_i$ ) ภายใต้สมมุติฐาน  $J_{rr} = J_{rr}$  ซึ่งแสดงอยู่ในสมการที่ (5.17) (5.18) และ (5.19) ตามลำดับ. สำหรับ  $G_4$  เป็นค่าที่ขึ้นกับคุณสมบัติของวิสโคอีลาสติกและค่าความเค้นที่เวลาก่อนหน้า ( $t < t_i$ ) ซึ่งแสดงอยู่ในสมการที่ (5.20)

$$G_1 = J_t(t_i - t_{i-1}) \quad (5.17)$$

$$G_2 = 3J_t(t_i - t_{i-1}) + r \frac{\partial J_t(t_i - t_{i-1})}{\partial r} \quad (5.18)$$

$$G_3 = r \frac{\partial J_t(t_i - t_{i-1})}{\partial r} + J_t(t_i - t_{i-1}) - J_r(t_i - t_{i-1}) \quad (5.19)$$

$$G_4 = \sum_{n=k+1}^{i-1} \left\{ \begin{aligned} & J_t(t_i - t_{n-1}) \left( r^2 \frac{\partial^2 \Delta \sigma_{r,k}^*(t_n)}{\partial r^2} \right) + \\ & \left\{ 3J_t(t_i - t_{n-1}) + r \frac{\partial J_t(t_i - t_{n-1})}{\partial r} \right\} \left( r \frac{\partial \Delta \sigma_{r,k}^*(t_n)}{\partial r} \right) \\ & + \left\{ r \frac{\partial J_t(t_i - t_{n-1})}{\partial r} + J_t(t_i - t_{n-1}) - J_r(t_i - t_{n-1}) \right\} \Delta \sigma_{r,k}^*(t_n) \end{aligned} \right\} \quad (5.20)$$

เนื่องจากในบทนี้สนใจพฤติกรรมของการเปลี่ยนแปลงความเค้นที่ตกค้างของแผ่นฟิล์มหลังจากการม้วนแผ่นฟิล์มบางเสร็จสิ้นแล้ว ดังนั้นแผ่นฟิล์มจึงไม่ได้อยู่ภายใต้การแรงดึงในการม้วนอีกต่อไป จากเหตุผลดังกล่าวสมการเงื่อนไขขอบเขตภายนอก (Outer boundary condition) ที่เวลาปัจจุบัน สามารถที่แทนด้วยสมการที่ (5.21)

$$\sigma_r^* \Big|_{r=r_{Out}} = 0 \quad (5.21)$$

สำหรับสมการเงื่อนไขขอบใน (Inner boundary condition) สามารถที่จะเขียนได้บนพื้นฐานความสัมพันธ์ความเค้นและความเครียดที่ลูกกลิ้งที่เป็นแกนม้วน (Core material) และใช้สมการความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและค่าคืบฟังก์ชันในสมการที่ (5.8) ดังแสดงในสมการที่ (5.22) และ (5.23) ตามลำดับ

$$\frac{(\sigma_r^*)_{t=t_i}}{E_c} = (\varepsilon_r)_{t=t_i} \quad (5.22)$$

$$\frac{(\sigma_r)_{t=t_{j-1}} + (\Delta \sigma_r)_{t=t_j}}{E_c} = \int_0^t \left[ \begin{aligned} & J_{rt}(t-t') \frac{\partial}{\partial t'} \left( r \frac{\partial \sigma_r^*}{\partial r} \right) + J_{rt}(t-t') \frac{\partial \sigma_r^*}{\partial t'} \\ & + J_r(t-t') \frac{\partial \sigma_r^*}{\partial t'} \end{aligned} \right] dt' \quad (5.23)$$

### 5.2.3 อิทธิพลของชั้นอากาศระหว่างชั้นแผ่นฟิล์มที่ม้วน

เนื่องจากขณะที่ม้วนแผ่นฟิล์มบางนั้นอากาศสามารถที่จะแทรกตัวเข้ามาอยู่ระหว่างชั้นของแผ่นฟิล์ม บางดังที่อธิบายมาแล้วในบทที่ 4 ดังนั้นหลังจากการม้วนเสร็จสิ้นชั้นของอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์ม บางนั้นยังคงตกค้างอยู่ภายในและเป็นสาเหตุหนึ่งที่มีผลต่อพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มหลังจากการม้วน สำหรับ สมการที่ปรับปรุงสำหรับค่าเสมือนคืบฟังก์ชัน (Equivalent creep function) ที่รวมชั้นของของอากาศ ระหว่างแผ่นฟิล์มสามารถที่จะเขียนอยู่ในรูปสมการที่ (5.24 และ (5.25) สำหรับค่าเสมือนคืบฟังก์ชันในแนว รัศมีและค่าเสมือนคืบฟังก์ชันในแนวสัมผัส

$$J_{req} = \frac{1}{E_{req}} + \sum_{i=1}^n J_{ri} (1 - e^{-t/\tau_i}) \quad (5.24)$$

$$J_{teq} = \frac{1}{E_{teq}} + \sum_{i=1}^n J_{ti} (1 - e^{-t/\tau_i}) \quad (5.25)$$

โดยที่  $E_{req}$  ยังมอดูลัสเสมือนในแนวรัศมี (Equivalent radial Young's modulus) และ  $E_{teq}$  ยังมอดูลัสเสมือนใน แนวเส้นสัมผัส (Equivalent tangential Young's modulus) ภายใต้อิทธิพลของการแทรกตัวของ อากาศระหว่างแผ่นฟิล์มที่แสดงในสมการที่ (5.24) และ (5.25) สามารถที่จะคำนวณหาได้โดยสมการที่ (5.26)

$$E_{req} = \frac{t_{w0} + h_0}{t_{w0}/E_r + h_0/E_{ra}}, E_{teq} = \left( \frac{t_{w0}}{t_{w0} + h_0} \right) E_t \quad (5.26)$$

โดยที่  $E_{ra}$  ยังมอดูลัสของชั้นฟิล์มอากาศ (Young's modulus of the air layer) สามารถที่จะคำนวณโดย สมการที่ (5.27)

$$E_{ra} = \frac{\left( |\sigma_r^*| + p_a \right)^2}{\left( T_w|_{r=s} + \mu N / L \right) / s + p_a} \quad (5.27)$$

ในระหว่างขั้นตอนการม้วนแผ่นฟิล์มความหนาของแผ่นฟิล์มและชั้นของอากาศที่แทรกตัวจะอยู่ ภายใต้การบีบอัดดังนั้นความหนาของแผ่นฟิล์มบาง  $t_w$  และ ความหนาของชั้นอากาศ  $h$  ภายใต้ความดันที่ เปลี่ยนแปลงสามารถที่จะคำนวณโดยสมการที่ (5.28) ตามลำดับ

$$t_w = \left(1 - \frac{\delta\sigma_r}{E_r}\right) t_{w0}, \quad h = \left(\frac{(T_w|_{r=s} + \mu N L) s + p_a}{|\sigma_r| + p_a}\right) h_0 \quad (5.28)$$

โดยที่  $h_0$  และ  $t_{w0}$  ที่แสดงในสมการที่ (5.26) และ (5.28) เป็นความหนาชั้นฟิล์มอากาศที่แทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและความหนาของแผ่นฟิล์มที่เวลาเริ่มต้นของการม้วนแผ่นฟิล์ม

### 5.3 วิธีการเชิงตัวเลข (Numerical method)

สำหรับการคำนวณในบทนี้ สมการ (5.16) เป็นสมการไม่เชิงเส้นดังนั้นจึงใช้วิธีเชิงตัวเลขโดยระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite difference method) ดังนั้นสมการที่ (5.16) ในเทอมอนุพันธ์กำลังสอง และกำลังหนึ่งสามารถที่จะเขียนอยู่ในสมการที่ (5.26) และ (5.27)

$$\left(\frac{\partial^2 \Delta\sigma_r^*}{\partial r^2}\right)_i = \left(\frac{\Delta\sigma_r^*(i+1) - 2\sigma_r^*(i) + \Delta\sigma_r^*(i-1)}{\Delta r^2}\right) \quad (5.26)$$

$$\left(\frac{\partial \Delta\sigma_r^*}{\partial r}\right)_i = \left(\frac{\Delta\sigma_r^*(i+1) - \Delta\sigma_r^*(i-1)}{2\Delta r}\right) \quad (5.27)$$

ด้วยวิธีดังกล่าวสมการที่ (5.16) จะสามารถที่จะเขียนอยู่ในรูประบบสมการดังแสดงในสมการที่ (5.28)

$$\left(\frac{G_1 r^2}{\Delta r^2} - \frac{G_2 r}{2\Delta r}\right)_i \Delta\sigma_r(i-1) + \left(-\frac{2r^2 G_1}{\Delta r^2} + 1 - G_2 r\right)_i \Delta\sigma_r(i) + \left(\frac{G_1 r^2}{\Delta r^2} + \frac{G_2 r}{2\Delta r}\right)_i \Delta\sigma_r(i+1) = -G_{4,i} \quad (5.28)$$

จากสมการที่ (5.28) การเปลี่ยนแปลงความเค้นในแนวรัศมีแต่ละชั้นของแผ่นฟิล์มม้วนสามารถที่จะคำนวณหาได้โดย Gaussian elimination ดังนั้นความเค้นตกค้างในแผ่นฟิล์มม้วนแต่ละชั้นสามารถที่จะคำนวณหาโดยการรวมค่าการเปลี่ยนแปลงความเค้นแต่ละช่วงเวลาเข้ากับความเค้นที่เวลาเริ่มต้น สำหรับที่เวลาเริ่มต้นนั้นความเค้นจะมีค่าเท่ากับความเค้นของแผ่นฟิล์มบางที่เพิ่งม้วนเสร็จซึ่งได้อธิบายมาแล้วในบทที่ 4 ดังนั้นสมการที่คำนวณหาความเค้นที่เวลาสุดท้ายแสดงในสมการที่ (5.29)

$$\sigma_{r,i}^*(t) = \sigma_{r,i}^*(t_0) + \sum_{k=1}^n \Delta\sigma_{r,i}^*(t_k) \quad (5.29)$$

#### 5.4 ผลการคำนวณและผลการทดลอง

สำหรับการศึกษาในบทนี้ได้ทำการศึกษาเชิงทฤษฎีทางด้านวิสโคอีลาสติกโดยทำการเปรียบเทียบกับผลการทดลองโดยใช้แผ่นฟิล์ม PP (Polypropylene film) สำหรับค่าคุณสมบัติของแผ่นฟิล์ม PP ที่อธิบายในรูปของคิปปิงก์ชันนั้นในงานวิจัยนี้ได้ใช้ค่าที่ได้จากการทดลองของ H.Hashimoto และคณะ [36] ดังที่แสดงในตารางที่ 5.1 และ 5.2

ตารางที่ 5.1 ค่าคิปปิงก์ชันในแนวรัศมี  $J_{r,i}$

Element	Creep, $J_{r,i}$ (1/Pa)	Relaxation time, $\tau_i$ (s)
$i=1$	$3.814 \times 10^{-10}$	$2.396 \times 10^{-3}$
$i=2$	$5.010 \times 10^{-10}$	$7.588 \times 10^{-1}$
$i=3$	$9.226 \times 10^{-10}$	$6.532 \times 10^1$
$i=4$	$1.753 \times 10^{-9}$	$3.907 \times 10^3$
$i=5$	$3.098 \times 10^{-9}$	$1.116 \times 10^5$

ตารางที่ 5.2 ค่าคิปปิงก์ชันในแนวสัมผัส  $J_{t,i}$

Element	Creep, $J_{t,i}$ (1/Pa)	Relaxation time, $\tau_i$ (s)
$i=1$	$5.507 \times 10^{-11}$	$2.567 \times 10^2$
$i=2$	$6.315 \times 10^{-11}$	$3.533 \times 10^3$
$i=3$	$7.536 \times 10^{-11}$	$3.478 \times 10^4$
$i=4$	$2.929 \times 10^{-11}$	$3.363 \times 10^5$
$i=5$	$1.331 \times 10^{-9}$	$6.111 \times 10^6$

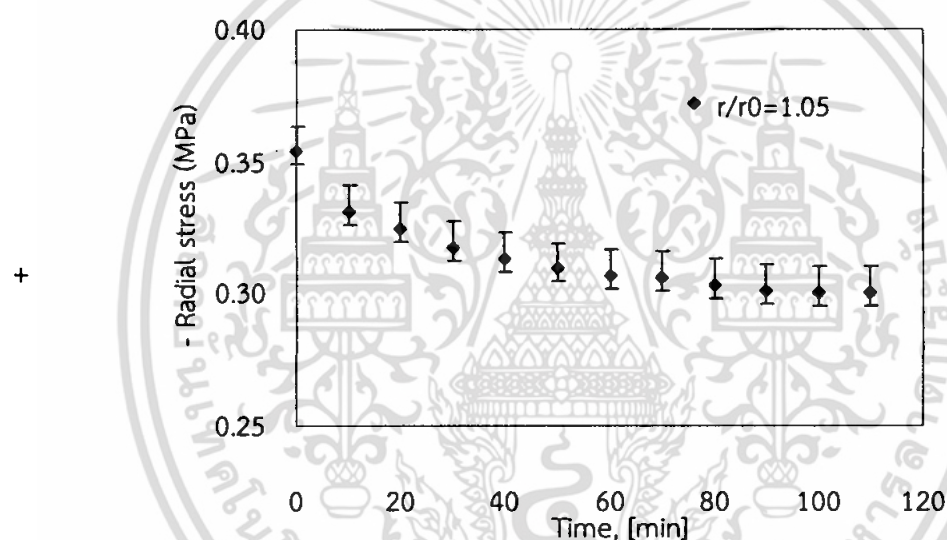
สำหรับค่าคิปปิงก์ชันในแนวรัศมีและในแนวสัมผัสที่  $i=0$  เป็นค่าส่วนกลับของยังมอดูลัสดังแสดงในสมการที่ (5.30) และ (5.31) ตามลำดับ

$$J_{r,0} = \frac{1}{E_r} = \frac{1}{C_0 + C_1 |\sigma_r|^{C_2}} \quad (5.30)$$

$$J_{t,0} = \frac{1}{E_t} = 4.296 \times 10^{-10} \quad (5.31)$$

สำหรับตัวแปร  $C_0$ ,  $C_1$  และ  $C_2$  เป็นค่าที่ได้จากการทดลองโดยการกดทับแผ่นฟิล์ม (Compression test)

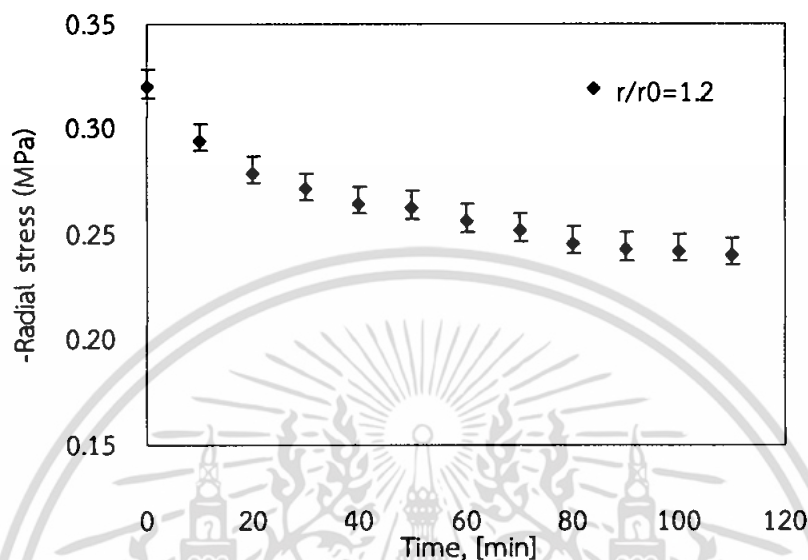
รูปที่ 5.2 แสดงค่าการเปลี่ยนแปลงความเค้นในแนวรัศมีกับเวลาหลังจากการม้วนที่ตำแหน่ง  $r/r_0 = 1.05$  ที่ได้จากการทดลองโดยที่แผ่นฟิล์ม PP ถูกม้วนภายใต้แรงดึงคงที่ตลอดการม้วน  $T_w = 100$  N/m หรือ  $\phi = 0$   $U_w = 0.5$  m/s และ แรงกดทับจากลูกกลิ้งกดทับ Nip-load = 0 จากการทดลองพบว่าภายใต้ อุณหภูมิห้อง ( 25 องศา) ความเค้นของแผ่นฟิล์มม้วน PP ในแนวรัศมีที่เวลาหลังจากการม้วน (Time=0) มีค่าประมาณ 0.35 MPa ค่าความเค้นจะลดลงตามเวลา โดยเฉพาะในช่วง 1 ชั่วโมงแรก หรือ เวลาตั้งแต่ 0 ถึง 60 นาทีแรกหลังจากการม้วนความเค้นจะลดลงอย่างรวดเร็ว หลังจากนั้นความเค้นในแนวรัศมีเริ่มมีการเปลี่ยนแปลงที่น้อยลงจนเข้าสู่ภาวะคงตัว (Steady state) ที่เวลาประมาณ 110 นาที หรือเข้าใกล้ที่เวลา 2 ชั่วโมงหลังจากการม้วน ค่าความเค้นลดลงเหลือประมาณ 0.3 MPa



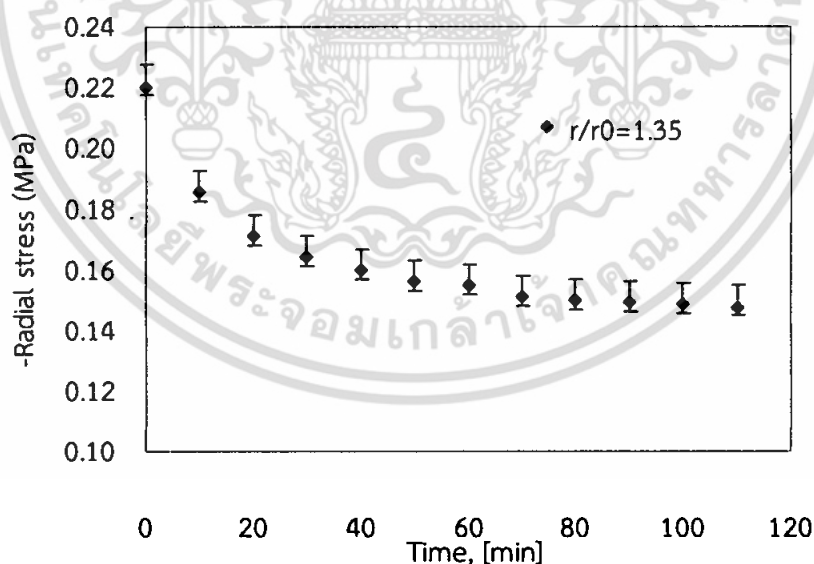
รูปที่ 5.2 พฤติกรรมความเค้นตกค้างในแนวรัศมีของแผ่นฟิล์มม้วนที่  $r/r_0 = 1.05$  ( $T_w = 100$  N/m,  $U_w = 0.5$  m/s, Nip-load = 0)

รูปที่ 5.3 แสดงค่าการเปลี่ยนแปลงความเค้นในแนวรัศมีกับเวลาหลังจากการม้วนที่ตำแหน่ง  $r/r_0 = 1.2$  ที่ได้จากการทดลองโดยที่แผ่นฟิล์ม PP ถูกม้วนภายใต้แรงดึงคงที่ตลอดการม้วน  $T_w = 100$  N/m หรือ  $\phi = 0$   $U_w = 0.5$  m/s และ แรงกดทับจากลูกกลิ้งกดทับ Nip-load = 0 จากการทดลองพบว่าภายใต้ อุณหภูมิห้อง ( 25 องศา) ความเค้นของแผ่นฟิล์มม้วน PP ในแนวรัศมีที่เวลาหลังจากการม้วน (Time=0) มีค่าประมาณ 0.325 MPa ค่าความเค้นจะลดลงตามเวลา โดยเฉพาะในช่วง 1 ชั่วโมงแรก หรือ เวลาตั้งแต่ 0 ถึง 60 นาทีแรกหลังจากการม้วนความเค้นจะลดลงอย่างรวดเร็ว หลังจากนั้นความเค้นในแนวรัศมีเริ่มมีการ

เปลี่ยนแปลงที่น้อยลงจนเข้าสู่ภาวะคงตัว (Steady state) ที่เวลาประมาณ 110 นาที หรือเข้าใกล้ที่เวลา 2 ชั่วโมงหลังจากการม้วน ค่าความเค้นลดลงเหลือประมาณ 0.25 MPa

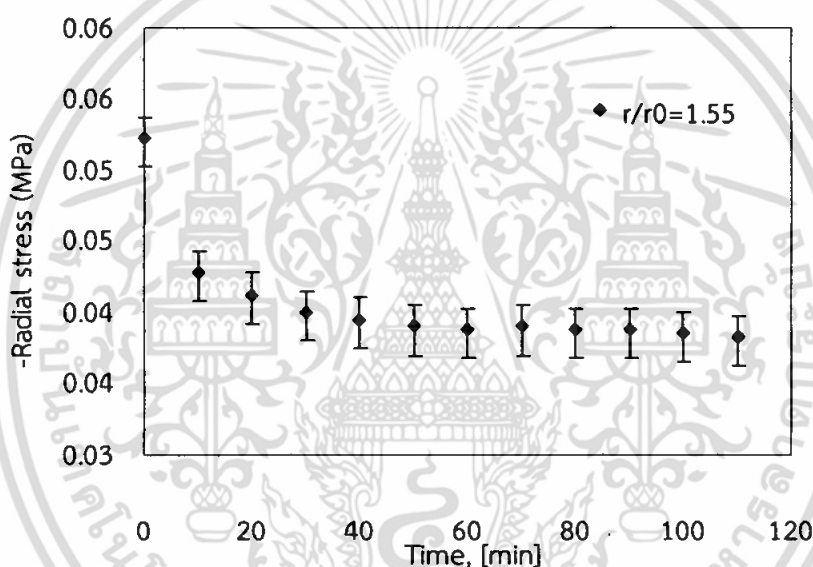


รูปที่ 5.3 พฤติกรรมความเค้นดกค้ำในแนวรัศมีของแผ่นฟิล์มม้วนที่  $r/r_0 = 1.2$   
( $T_w=100$  N/m,  $U_w=0.5$  m/s, Nip-load=0)



รูปที่ 5.4 พฤติกรรมความเค้นดกค้ำในแนวรัศมีของแผ่นฟิล์มม้วนที่  $r/r_0 = 1.35$   
( $T_w=100$  N/m,  $U_w=0.5$  m/s, Nip-load=0)

รูปที่ 5.4 แสดงค่าการเปลี่ยนแปลงความเค้นในแนวรัศมีกับเวลาหลังจากการม้วนที่ตำแหน่ง  $r/r_0 = 1.35$  ที่ได้จากการทดลองโดยที่แผ่นฟิล์ม PP ถูกม้วนภายใต้แรงดึงคงที่ตลอดการม้วน  $T_w = 100$  N/m หรือ  $\phi = 0$   $U_w = 0.5$  m/s และ แรงกดทับจากลูกกลิ้งกดทับ Nip-load = 0 จากการทดลองพบว่าภายใต้ อุณหภูมิห้อง ( 25 องศา) ความเค้นของแผ่นฟิล์มม้วน PP ในแนวรัศมีที่เวลาหลังจากการม้วน (Time=0) มีค่าประมาณ 0.22 MPa ค่าความเค้นจะลดลงตามเวลา โดยเฉพาะในช่วง 1 ชั่วโมงแรก หรือ เวลาตั้งแต่ 0 ถึง 60 นาทีแรกหลังจากการม้วนความเค้นจะลดลงอย่างรวดเร็ว หลังจากนั้นความเค้นในแนวรัศมีเริ่มมีการเปลี่ยนแปลงที่น้อยลงจนเข้าสู่ภาวะคงตัว (Steady state) ที่เวลาประมาณ 110 นาที หรือเข้าใกล้ที่เวลา 2 ชั่วโมงหลังจากการม้วน ค่าความเค้นลดลงเหลือประมาณ 0.155 MPa

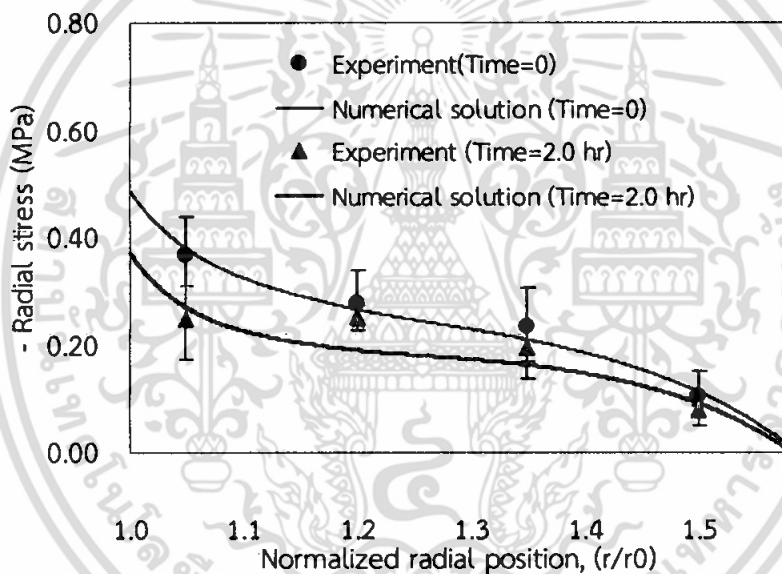


รูปที่ 5.5 พฤติกรรมความเค้นตกค้างในแนวรัศมีของแผ่นฟิล์มม้วนที่  $r/r_0 = 1.55$  ( $T_w = 100$  N/m,  $U_w = 0.5$  m/s, Nip-load=0)

รูปที่ 5.5 แสดงค่าการเปลี่ยนแปลงความเค้นในแนวรัศมีกับเวลาหลังจากการม้วนที่ตำแหน่ง  $r/r_0 = 1.55$  ที่ได้จากการทดลองโดยที่แผ่นฟิล์ม PP ถูกม้วนภายใต้แรงดึงคงที่ตลอดการม้วน  $T_w = 100$  N/m หรือ  $\phi = 0$   $U_w = 0.5$  m/s และ แรงกดทับจากลูกกลิ้งกดทับ Nip-load = 0 จากการทดลองพบว่าภายใต้ อุณหภูมิห้อง ( 25 องศา) ความเค้นของแผ่นฟิล์มม้วน PP ในแนวรัศมีที่เวลาหลังจากการม้วน (Time=0) มีค่าประมาณ 0.055 MPa ค่าความเค้นจะลดลงตามเวลา โดยเฉพาะในช่วง 1 ชั่วโมงแรก หรือ เวลาตั้งแต่ 0 ถึง 60 นาทีแรกหลังจากการม้วนความเค้นจะลดลงอย่างรวดเร็ว หลังจากนั้นความเค้นในแนวรัศมีเริ่มมีการ

เปลี่ยนแปลงที่น้อยลงจนเข้าสู่ภาวะคงตัว (Steady state) ที่เวลาประมาณ 110 นาที หรือเข้าใกล้ที่เวลา 2 ชั่วโมงหลังจากการม้วน ค่าความเค้นลดลงเหลือประมาณ 0.04 MPa

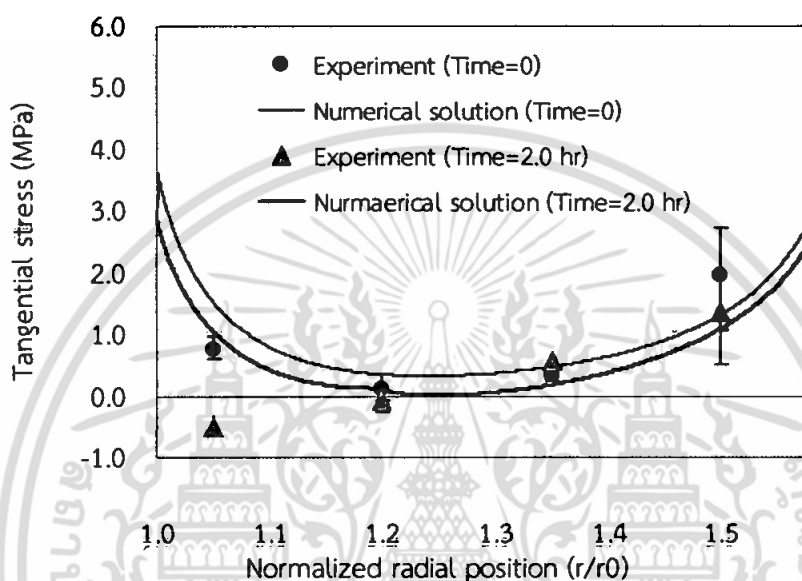
จากผลการทดลองข้างต้นทำให้ทราบว่าช่วงเวลาที่ความเค้นของแผ่นฟิล์มม้วน PP เกิดการเปลี่ยนแปลงภายใต้อุณหภูมิห้องอยู่ในช่วงเวลาประมาณ 2 ชั่วโมงแรกหลังจากการม้วน ดังนั้นจากข้อมูลดังกล่าวผลการคำนวณการกระจายตัวของแผ่นฟิล์ม PP จึงคำนวณอยู่ในช่วงเวลา 2 ชั่วโมงหลังจากการม้วนแผ่นฟิล์ม สำหรับการเปรียบเทียบผลการคำนวณทางทฤษฎีและการทดลองสำหรับการกระจายตัวของความเค้นตกค้างภายในแผ่นฟิล์มม้วน แรงเสียดทานระหว่างชั้นของแผ่นฟิล์มบางหลังจากการม้วน 2 ชั่วโมงภายใต้แรงดึงคงที่ตลอดการม้วน  $T_w=60$  N/m หรือ  $\phi=0$   $U_w=0.25$  m/s และ แรงกดทับจากลูกกลิ้งกดทับ Nip-load=50 N ถูกแสดงอยู่ในรูปที่ 5.6 ถึง 5.8 ตามลำดับ



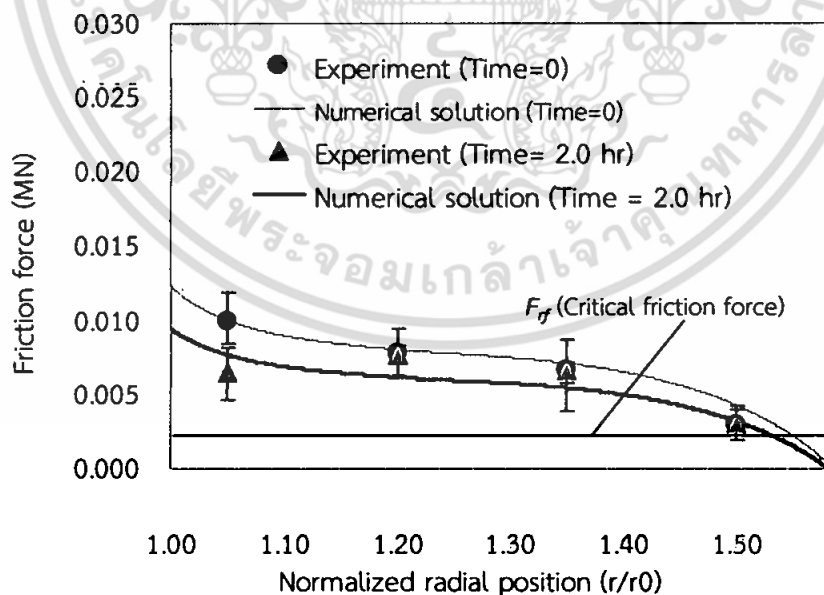
รูปที่ 5.6 การกระจายความเค้นตกค้างในแนวรัศมี ( $T_w=60$  N/m,  $U_w=0.25$  m/s, Nip-load=50 N)

สำหรับในรูปที่ 5.6 แสดงการกระจายความเค้นในแนวรัศมีของแผ่นฟิล์ม PP ที่ถูกม้วน ทั้งผลการทดลองและการคำนวณเชิงตัวเลขมีผลที่สอดคล้องกันกล่าวคือการกระจายตัวของความเค้นในแนวรัศมีของแผ่นฟิล์มมีค่าลดลงหลังจากการม้วนผ่านไปเป็นเวลา 2 ชั่วโมง ส่งผลทำให้ค่าความเค้นในแนวสัมผัส (Tangential stress) มีค่าลดลงหลังจากการม้วนที่เวลา 2 ชั่วโมง ซึ่งทำให้ความเค้นในแนวสัมผัสมีค่าเข้าใกล้ศูนย์และมีโอกาสที่จะเป็นลบหรือแผ่นฟิล์มอยู่ในสภาวะรับแรงอัดในแนวสัมผัส (Compressive force) โดยเฉพาะผลการทดลองค่าความเค้นในแนวสัมผัสมีค่าติดลบในช่วง  $r/r_0 = 1.0-1.2$  ดังนั้นแผ่นฟิล์มมีโอกาสที่จะเกิดรอยย่นที่ตำแหน่งดังกล่าวหลังจากม้วนแผ่นฟิล์มเสร็จที่เวลา 2 ชั่วโมงหลังการม้วนดังแสดงในรูปที่ 5.7

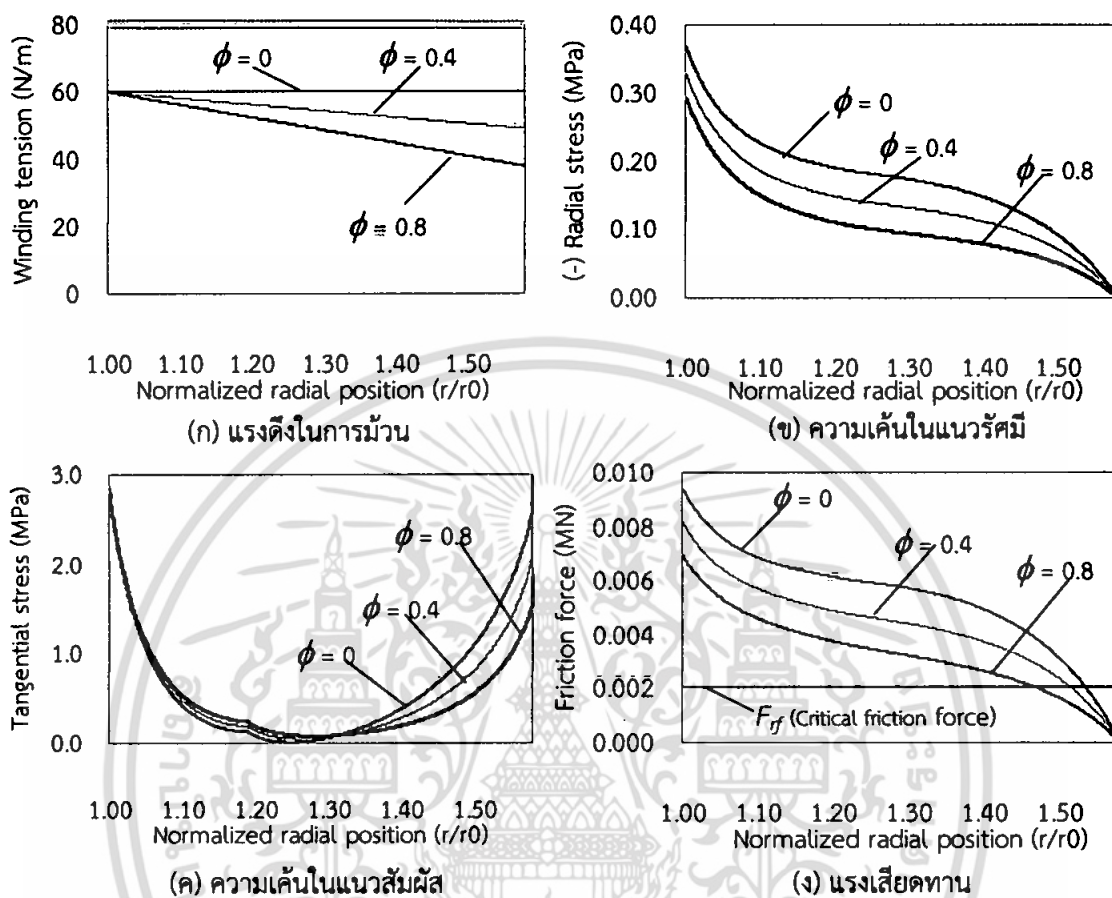
สำหรับการกระจายตัวของแรงเสียดทานระหว่างชั้นของแผ่นฟิล์มบางที่ถูกม้วนแสดงอยู่ในรูปที่ 5.8 ทั้งผลการคำนวณเชิงตัวเลขและผลการทดลองแสดงให้เห็นถึงการลดลงของแรงเสียดทานระหว่างชั้นของแผ่นฟิล์มหลังจากการม้วนผ่านไป 2 ชั่วโมงอันเนื่องมาจากค่าความเค้นในแนวรัศมีมีค่าลดลงส่งผลทำให้แผ่นฟิล์มมีโอกาสที่จะเกิดการลื่นไถลโดยเฉพาที่บริเวณชั้นแผ่นฟิล์มที่อยู่บริเวณขอบนอก



รูปที่ 5.7 การกระจายความเค้นตกค้างในแนวสัมผัส ( $T_w=60$  N/m,  $U_w=0.25$  m/s, Nip-load=50 N)



รูปที่ 5.8 การกระจายแรงเสียดทาน ( $T_w=60$  N/m,  $U_w=0.25$  m/s, Nip-load=50 N)



รูปที่ 5.9 พฤติกรรมของแผ่นฟิล์มม้วนหลักจากการม้วน 2 ชั่วโมงภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงดึงขณะม้วน ( $U_w=0.25$  m/s, Nip-load=50 N, Time=2 hr)

สำหรับในโรงงานอุตสาหกรรมการผลิตแผ่นฟิล์มมักนิยมใช้แรงดึงในการม้วนที่มีลักษณะลดลงเชิงเส้น (Taper tension) เพื่อที่จะหลีกเลี่ยงความเค้นที่สูงเกินไปซึ่งความเสียหายบนแผ่นฟิล์มดังนั้นในรูปที่ 5.9 แสดงให้เห็นถึงพฤติกรรมทางทฤษฎีของแผ่นฟิล์มม้วน PP หลังจากรม้วนเสร็จ 2 ชั่วโมง ภายใต้แรงดึงขณะม้วนคงที่  $\phi=0$  แรงดึงที่ลดลงแบบลาดเอียง  $\phi=0.4$  และ แรงดึงที่ลดลงแบบลาดเอียง  $\phi=0.8$  ดังแสดงในรูป 5.9 (ก) จากผลการคำนวณเชิงตัวเลขแสดงให้เห็นว่าความเค้นในแนวรัศมีหลังจากการม้วน 2 ชั่วโมงมีค่าลดลงเมื่อค่า  $\phi$  มีเพิ่มขึ้นซึ่งส่งผลให้ความเค้นหลังการม้วนในกรณี  $\phi=0.8$  มีค่าความเค้นต่ำที่สุดดังแสดงในรูปที่ 5.9 (ข) สำหรับความเค้นในแนวสัมผัสหลังจากการม้วน 2 ชั่วโมงถูกแสดงในรูปที่ 5.9 (ค) ในกรณีที่ใช้แรงดึงในการม้วนคงที่  $\phi=0$  โอกาสที่จะเกิดรอยยับมีมากกว่ากรณี  $\phi=0.4$  และ  $\phi=0.8$  เนื่องจากความเค้นในแนวรัศมีมีค่าเข้าใกล้ศูนย์หรือมีค่าเข้าใกล้ลบมากกว่ากรณีอื่นดังนั้นแนวโน้มที่จะหลีกเลี่ยงการเกิด

รอยย่นครวที่จะม้วนแผ่นฟิล์มภายใต้แรงดึงที่ลดลง อย่างไรก็ตามถ้าแรงดึงที่ใช้ลดลงมากเกินไปแผ่นฟิล์มบางที่ม้วนก็มีโอกาสที่จะเกิดการลื่นไถลระหว่างชั้นของแผ่นฟิล์มได้ง่ายขึ้นดังที่แสดงในรูปที่ 5.9 (ง) ในกรณีที่  $\phi$  มีค่ามากขึ้นแรงเสียดทานระหว่างชั้นแผ่นฟิล์มหลังการม้วน 2 ชั่วโมงจะมีค่าลดลงส่งผลให้จำนวนชั้นแผ่นฟิล์มบางที่ม้วนที่มีค่าแรงเสียดทานต่ำกว่าค่าแรงเสียดทานวิกฤติจะมีจำนวนมากขึ้นกล่าวคือจำนวนแผ่นฟิล์มที่ไถลมีมากขึ้นซึ่งเป็นข้อเสียของการลดแรงดึงขณะม้วนมากเกินไป

## 5.5 สรุป

ในบทนี้ได้ทำการวิเคราะห์ความเค้นตกค้างภายในของแผ่นฟิล์มบางหลังจากการม้วนโดยการคำนวณเชิงตัวเลขและทำการทดลองภายใต้อุณหภูมิต่างกันจากผลการศึกษาสามารถที่จะสรุปได้ดังนี้

- 1) แผ่นฟิล์มบาง PP (Polypropylene film) มีพฤติกรรมที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา กล่าวคือโมเดลทางด้านอีลาสติก (Elastic model) ไม่เพียงพอที่จะอธิบายพฤติกรรมดังกล่าว ดังนั้นโมเดลทางด้านวิสโคอีลาสติก (Viscoelastic model) จึงมีความจำเป็นที่จะต้องได้รับการพัฒนาเพื่อที่จะใช้ในการศึกษาพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มบางจำพวกพอลิเมอร์ (Polymer)
- 2) โมเดลทางด้านวิสโคอีลาสติกที่ใช้งานวิจัยนี้สามารถที่จะใช้ในการประมาณหาค่าความเค้นตกค้างภายในแผ่นฟิล์มบางหลังจากการม้วนได้ภายใต้อุณหภูมิต่างกันไม่มีการเปลี่ยนแปลงบนพื้นฐานการเปรียบเทียบกับผลการทดลอง
- 3) สำหรับแผ่นฟิล์มบาง PP (Polypropylene film) ค่าความเค้นภายในแผ่นฟิล์มจะลดลงและเข้าสู่สภาวะคงตัว (Steady state) ที่เวลาประมาณ 2 ชั่วโมงหลังจากการม้วนภายใต้อุณหภูมิต่างกันไม่มีการเปลี่ยนแปลง
- 4) สำหรับแผ่นฟิล์มบางภายใต้การม้วนด้วยแรงดึงลดลงเชิงเส้นมีข้อดีในการช่วยหลีกเลี่ยงการเกิดรอยย่นแต่มีข้อเสียถ้าลดลงมากเกินไปจะเกิดการลื่นไถลได้ง่าย
- 5) จากข้อดีและข้อเสียของการใช้แรงดึงขณะม้วนด้วยการลดแรงดึงนั้นควรที่จะหาค่าที่เหมาะสมที่สุดเพื่อที่จะช่วยหลีกเลี่ยงได้ทั้งการเกิดรอยย่นและการลื่นไถล

## บทที่ 6

### การออกแบบแรงดึงที่เหมาะสมที่สุด

จากในบทที่ผ่านมา ในบทที่ 4 และ 5 ตัวแปรที่มีความสำคัญต่อพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มม้วนทั้งขณะม้วนและหลังจากการม้วนคือค่าแรงดึงแผ่นฟิล์ม ซึ่งจะมีผลต่อค่าความเค้นภายในแผ่นฟิล์มและความเค้นตกค้างภายในแผ่นฟิล์มหลังจากการม้วน จากค่าความเค้นภายในแผ่นฟิล์มและความเค้นตกค้างภายในแผ่นฟิล์มนี้เองถ้ามีค่าที่ไม่เหมาะสมจะเป็นตัวแปรที่จะนำไปสู่การเกิดรอยยับหรือการเกิดการสั่นไถลได้ดังนั้นเพื่อที่จะหลีกเลี่ยงการปรากฏการณ์การสั่นไถลและรอยยับบนแผ่นฟิล์มในบทนี้จึงได้ทำการออกแบบแรงดึงที่เหมาะสมที่สุดเพื่อใช้ในการม้วนแผ่นฟิล์มบางโดยที่แผ่นฟิล์มม้วนปราศจากการสั่นไถลและรอยยับทั้งในขณะที่ม้วนและหลังจากการม้วนแผ่นฟิล์มบาง

#### 6.1 การประมาณค่าแรงดึงขณะม้วน

สำหรับในช่วงเวลาที่ผ่านมามีวิธีการลดแรงดึงแบบลาดเอียง (Tapered tension) นั้นช่วยในการป้องกันไม่ให้เกิดรอยยับอย่างไรก็ตามวิธีการนี้นั้นขึ้นกับประสบการณ์ของพนักงานและยังไม่มีทฤษฎีใดๆ เกี่ยวกับการหาค่าแรงดึงที่เหมาะสมที่ใช้ในการป้องกันไม่ให้เกิดรอยยับ

สำหรับการประมาณค่าฟังก์ชันแรงดึงขณะม้วนแผ่นฟิล์มนั้นสามารถที่จะประมาณค่าโดยใช้วิธีการประมาณค่าในช่วงกำลังสาม (Cubic spline) สำหรับแรงดึงในการม้วนในช่วงตำแหน่งต่างในการม้วนกำหนดให้ดังสมการที่ (6.1)

$$T_w(r) = \begin{cases} T_{w,1}(r) & (r_1 \leq r < r_2) \\ T_{w,2}(r) & (r_2 \leq r < r_1) \\ \vdots & \\ T_{w,n-1}(r) & (r_{n-1} \leq r < r_{n-2}) \end{cases} \quad (6.1)$$

โดยที่แรงดึงแต่ละช่วง  $T_{w,i}(r)$  สามารถที่จะเขียนอยู่ในรูปสมการโพลีโนเมียมอันดับสามและถูกกำหนดดังแสดงในสมการที่ (6.2)

$$T_{w,i}(r) = a_i(r-r_i)^3 + b_i(r-r_i)^2 + c_i(r-r_i) + d_i \quad (6.2)$$

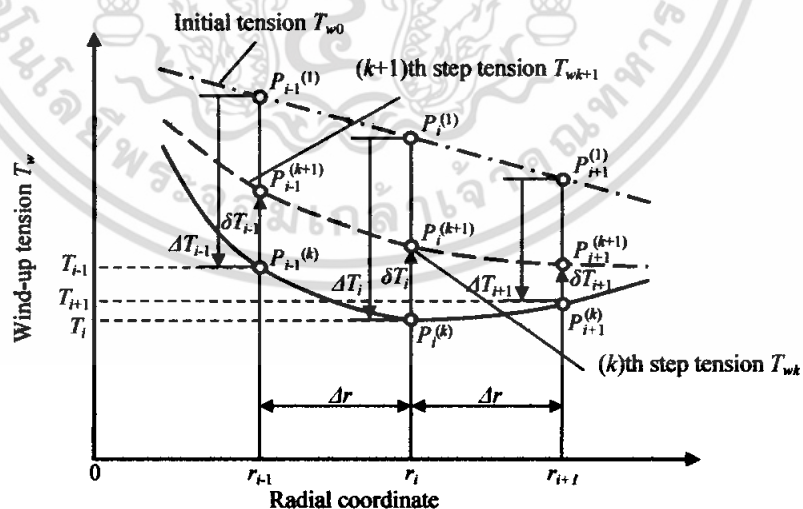
โดยที่สัญลักษณ์  $i = 1, 2, 3 \dots n-1$  ภายใต้คุณสมบัติความต่อเนื่องของฟังก์ชัน  $T_w(r)$ ,  $T_w'(r)$ ,  $T_w''(r)$  สัมประสิทธิ์  $a, b, c$ , และ  $d$ , สามารถที่จะหาความสัมพันธ์ได้และแทนลงในสมการที่ (6.2) จะได้สมการที่ใช้ในการประมาณค่าหาแรงดึงของแผ่นฟิล์มที่ตำแหน่ง  $r$  ใดๆ ดังแสดงในสมการที่ (6.3)

$$T_w(r) = \frac{M_i}{6\Delta r}(r_{i+1} - r)^3 + \frac{M_i}{6\Delta r}(r - r_i)^3 + \left(T_i - \frac{M_i\Delta r^2}{6}\right)\left(\frac{r_{i+1} - r}{\Delta r}\right) - \left(T_{i+1} - \frac{M_{i+1}\Delta r^2}{6}\right)\left(\frac{r - r_i}{\Delta r}\right) \quad (6.3)$$

โดยที่ตัวแปร  $M_i$  ในสมการที่ (6.3) สามารถที่จะคำนวณหาได้โดยคุณสมบัติความต่อเนื่องแต่ละจุดโดยการหาอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของสมการที่ (6.3)

### 6.2 วิธีการหาค่าที่เหมาะสมของแรงดึงในการม้วนแผ่นฟิล์ม

สำหรับงานวิจัยนี้รูปร่างแรงดึงขณะทำการม้วนแผ่นฟิล์ม  $T_w(r)$  สามารถที่จะประมาณค่าโดยวิธีข้างต้น ในขบวนการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแรงดึงในการม้วนจะถูกคำนวณใหม่จนกระทั่งค่าที่ได้เหมาะสมที่สุดกล่าวคือ ค่าความเค้นในแนวสัมผัสมีค่าน้อยที่สุดและไม่มีค่าเป็นลบนั่นคือไม่เป็นความเค้นอัดในแนวสัมผัสและค่าเฉลี่ยของความเค้นในแนวสัมผัสเข้าใกล้ศูนย์มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ และแรงเสียดทานที่ได้จะมีค่าเข้าใกล้แรงเสียดทานวิกฤตมากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้แต่อย่างไรก็ตามแรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มยังคงมีค่ามากกว่าแรงเสียดทานวิกฤตเพื่อไม่ให้เกิดการลื่นไถล



รูปที่ 6.1 ขั้นตอนการคำนวณหาแรงดึงขณะทำการม้วนภายใต้ขบวนการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด

จากรูปที่ 6.1 แสดงขั้นตอนการคำนวณหาแรงดึงขณะทำการม้วนภายใต้ขบวนการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยการสุ่มค่าแรงดึงเริ่มต้น (Initial tension,  $T_{w0}$ ) จากนั้นค่าแรงดึงจะถูกคำนวณใหม่ภายใต้สมการวัตถุประสงค์ (Objective function) ดังแสดงในสมการที่ (6.4)

$$f(X) = \sum_{i=1}^n \left\{ \left( \frac{F_i}{F_{cr}} - 1 \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{ii}}{\sigma_{i,ref}} \right)^2 \right\} \quad (6.4)$$

โดยที่ ตัวแปร  $F_i$  หมายถึงแรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์ม  $F_f$  เป็นค่าแรงเสียดทานวิกฤติ จากการทดลองแผ่นฟิล์ม PET และ PP จะมีค่าประมาณ 5 kN และ 2 kN ตามลำดับ และตัวแปร  $\sigma_{i,ref}$  เป็นค่าความเค้นในแนวสัมผัสอ้างอิง สำหรับแรงเสียดทานและค่าความเค้นในแนวสัมผัสอ้างอิงสามารถที่จะคำนวณหาได้โดยสมการที่ (6.5)

$$F_i = 2\pi r_i \mu |\sigma_{ri}| L, \quad \sigma_{i,ref} = T_{w0}/t_{w0} \quad (6.5)$$

โดยที่ค่าความเค้นในแนวรัศมีและความเค้นในแนวสัมผัสในสมการที่ (6.4) และ (6.5) นั้นสามารถที่จะคำนวณหาได้ดังที่กล่าวมาแล้วในบทที่ 4 สำหรับกรณีที่สนใจเฉพาะแผ่นฟิล์มที่ม้วนเสร็จและในบทที่ 5 สำหรับกรณีที่สนใจการหาค่าแรงดึงที่เหมาะสมสำหรับสภาวะหลังจากการม้วนแผ่นฟิล์ม สำหรับขบวนการหาแรงดึงที่เหมาะสม ค่าตัวแปรที่ออกแบบ (Design variable,  $X$ ) รอบใหม่จะถูกคำนวณหาภายใต้ขบวนการวิธีของ SQP (the successive quadratic programming method) [36] สำหรับตัวแปรที่ออกแบบในที่นี้คือค่าการเปลี่ยนแปลงแรงดึงของแผ่นฟิล์ม  $\Delta T$  และค่าแรงกดทับจากลูกกลิ้งกดทับ (Nip-load,  $N$ ) ดังที่แสดงในสมการที่ (6.6)

$$X = (\Delta T_1, \Delta T_2, \Delta T_3, \dots, \Delta T_n, N) \quad (6.6)$$

เมื่อทราบค่าของการเปลี่ยนแปลงแรงดึง  $X$  โดยการประมาณค่าโดยใช้วิธี Cubic spline ดังที่แสดงในสมการที่ (6.3) ฟังก์ชันของแรงดึงจะถูกคำนวณหาใหม่ สำหรับขั้นตอนการหาค่าที่เหมาะสมค่าตัวแปรที่ออกแบบ (Design variable) จะถูกรู้ค่าตอบเมื่อค่าสมการเป้าหมาย (Objective function) มีค่าต่ำสุด โดยที่ตัวแปรที่ออกแบบอยู่ภายใต้สมการบังคับ (Constraint equations) ดังแสดงในสมการที่ (6.7)

$$g_i(X) \leq 0 \quad (i=1 \sim 2n+4) \quad (6.7)$$

ในสมการที่ (6.7) ฟังก์ชันสมการบังคับ  $g_i(X)$  ( $i = 1 \sim 2n + 4$ ) สามารถที่จะกำหนดได้ดังสมการที่ (6.8)

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= \Delta T_{1\min} - \Delta T_1, g_2 = \Delta T_1 - \Delta T_{1\max} \\ g_3 &= \Delta T_{2\min} - \Delta T_2, g_4 = \Delta T_2 - \Delta T_{2\max} \\ &\vdots \\ g_{2n-1} &= \Delta T_{n\min} - \Delta T_n, g_{2n} = \Delta T_n - \Delta T_{n\max} \\ g_{2n+1} &= N_{\min} - N, g_{2n+2} = N - N_{\max} \\ g_{2n+3} &= -\sigma_{\min} \\ g_{2n+4} &= F_{cr} - \bar{F}_i \text{ (for } r \leq 0.95r_{\max} \text{)} \end{aligned} \right\} \leq 0 \quad (6.8)$$

ดังนั้นจากที่กล่าวมาในขั้นตอนการหาค่าแรงดึงที่เหมาะสมที่สุดสามารถที่จะสรุปได้ด้วยสมการที่ (6.9)

$$\begin{aligned} &\text{Find } X \text{ to minimize } f(X) \\ &\text{subject to } g_i(X) \leq 0 \quad (i=1 \sim 2n+4) \end{aligned} \quad (6.9)$$

### 6.3 ระเบียบวิธีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบ SQP

จากสมการที่ (6.9) สมการเป้าหมาย  $f(X)$  (Objective function) มีลักษณะเป็นสมการไม่เชิงเส้นภายใต้สมการบังคับที่เป็นแบบอสมการ (Inequality Constraint) ดังนั้นวิธีการแก้ปัญหาข้างต้นที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาแบบไม่เชิงเส้นที่ใช้อย่างแพร่หลายวิธีหนึ่งได้แก่ SQP (the successive quadratic programming) สำหรับขั้นตอนในการคำนวณจะแสดงดังต่อไปนี้พอสังเขป

ขั้นตอนที่ 1 กำหนดค่าเริ่มต้นของ  $X^0$  (Design variable) โดยที่  $X^0$  จะต้องเป็นค่าที่เป็นไปได้ในช่วงของสมการบังคับ (Feasible region) และเลือกวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาย่อยของ QP (Quadratic programming)

ขั้นตอนที่ 2 กำหนดปัญหาย่อย QP (Sub-problems)

$$\text{Minimize } \nabla f(X^t)^T d + \frac{1}{2} d^T \nabla^2 f(X^t) d$$

$$\text{Subject to } g_i(X') + \nabla g_i(X')^T d \leq 0 ; (i=1 \sim 2n+4)$$

ขั้นตอนที่ 3 ทำการแก้ปัญหา QP ซึ่งจะได้ค่า  $d$  (direction value) และกำหนดให้  $X'^{+1} = X' + d$

ขั้นตอนที่ 4 ทำการตรวจสอบการลู่เข้าคำตอบ ถ้าค่า  $d \approx 0$  และ  $X'^{+1}$  อยู่ในเงื่อนไขบังคับสมการ (6.8) แสดงว่าคำตอบลู่เข้าและสามารถที่จะหยุดการคำนวณได้ แต่ถ้าไม่ใช้การคำนวณจะต้องวนซ้ำจากขั้นตอนที่ 2 ใหม่

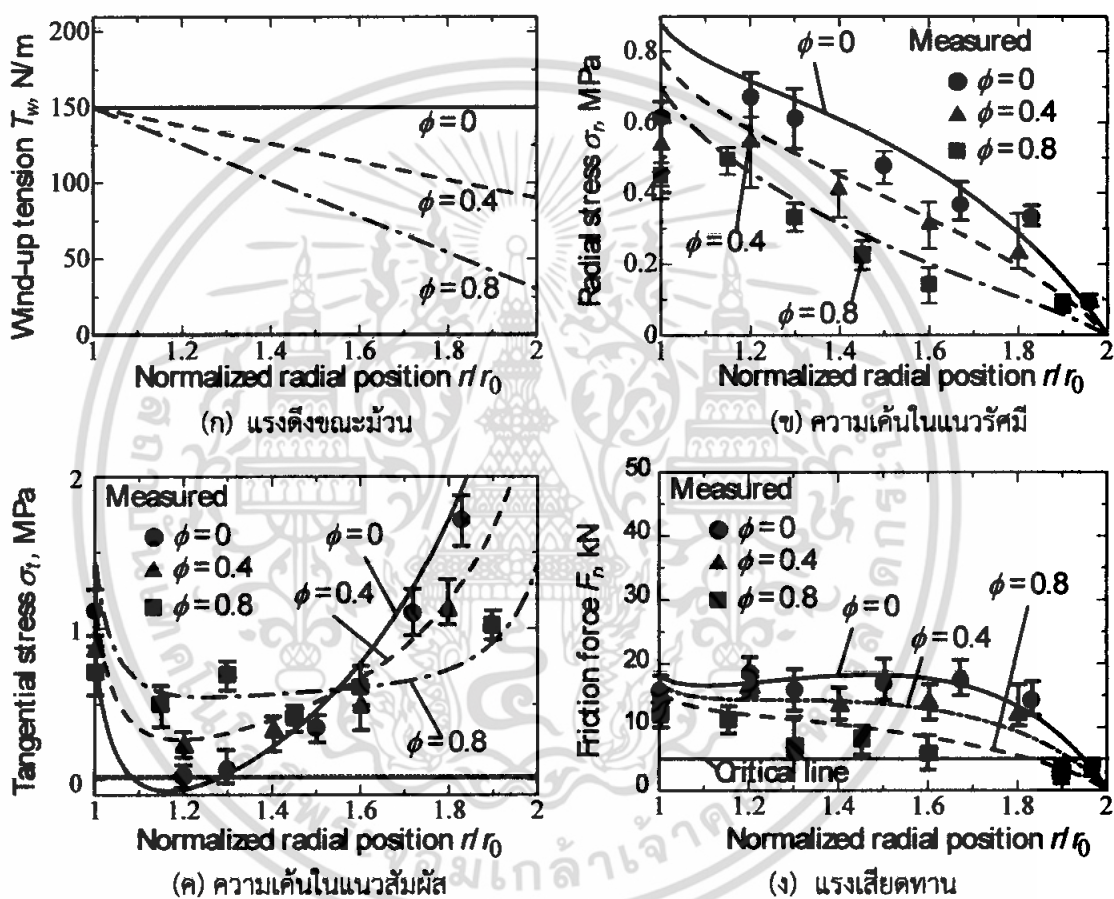
#### 6.4 ผลการคำนวณและผลการทดลอง

สำหรับในบทนี้ แผ่นฟิล์ม PET ถูกใช้เพื่อที่จะศึกษาการหาค่าที่เหมาะสมในกรณีแผ่นฟิล์มพืดม้วนเสร็จ สำหรับค่าคุณสมบัติทางกายภาพของแผ่นฟิล์ม PET ถูกใช้ที่เป็นแกนหมุน ลูกกลิ้งกดทับที่ใช้ในการคำนวณถูกแสดงในบทที่ 4 ในตารางที่ 4.1 สำหรับในกรณีนี้กระจายตัวของความเค้นภายในและแรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มของแผ่นฟิล์มม้วน PET ภายใต้แรงดึงคงที่ (Constant tension) แรงดึงลดลงแบบลาดเอียง (Tapered tension) และแรงดึงที่หาค่าเหมาะสม (Optimized tension) ถูกศึกษาโดยวิธีการเชิงตัวเลขและวิธีการทดลอง

สำหรับสภาวะหลังจากการม้วนแผ่นฟิล์ม แผ่นฟิล์ม PP มีการเปลี่ยนแปลงตามเวลาดังที่ได้อธิบายในบทที่ 5 ดังนั้นการหาค่าที่เหมาะสมในกรณีสนใจสภาวะหลังจากการม้วน แผ่นฟิล์ม PP ถูกใช้เป็นตัวอย่างเป็นการศึกษาทั้งในทางทฤษฎีและการทดลองที่จะหาค่าแรงดึงในการม้วนที่เหมาะสมที่สุดเพื่อไม่ให้แผ่นฟิล์มเกิดการไถลและไม่เกิดรอยย่น สำหรับค่าคุณสมบัติทางกายภาพของแผ่นฟิล์ม PP ที่อธิบายโดยค่าคืบฟังก์ชันที่ใช้ในการคำนวณในบทนี้นั้นจะใช้ค่าที่ได้แสดงในบทที่ 5 ในตารางที่ 5.1 และ 5.2

สำหรับในส่วนการทดสอบการลื่นไถลของแผ่นฟิล์มม้วนทั้งในสภาวะพืดม้วนเสร็จ และหลังจากการม้วนทั้งในกรณี แรงดึงทั่วไปกับแรงดึงที่หาค่าเหมาะสมจะถูกทดสอบด้วยวิธีการกระทบ (Impact test) ดังที่ได้อธิบายในบทที่ 4 ในรูปที่ 4.12 สำหรับรูปที่ 6.2 แสดงการกระจายความเค้นภายใน และการกระจายแรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มของแผ่นฟิล์มม้วน PET ในสภาวะพืดม้วนเสร็จ (Time=0) ภายใต้การเปลี่ยนแปลงแรงดึงแบบลาดเอียงโดยทำการเปลี่ยนแปลงค่า  $\phi = 0$   $\phi = 0.4$  และ  $\phi = 0.8$  ดังที่แสดงในรูป 6.2 (ก). ดังที่แสดงในรูปที่ 6.2 (ข) และ (ค) ในกรณีที่แรงดึงขณะม้วนมีความลาดเอียง  $\phi = 0.4$  และ 0.8 ค่าความเค้นในแนวรัศมีจะมีค่าต่ำกว่าในกรณีที่แรงดึงขณะม้วนคงที่ หรือ  $\phi = 0$  และค่าความเค้นในแนวสัมผัสมีค่าเป็นบวกดังนั้นจึงกล่าวได้ว่าโดยการใช้แรงดึงแบบลาดเอียงสามารถที่จะป้องกันการเกิดรอยย่นบนแผ่นฟิล์มที่ม้วน อย่างไรก็ตามค่าความเค้นในแนวสัมผัสมีค่าสูงขึ้นเมื่อแรงดึงมีความลาดเอียงมาก หรือ  $\phi$  มีค่าเพิ่มขึ้นซึ่งส่งผลให้แผ่นฟิล์มอยู่ในสภาวะที่ถูกยึดเนื่องจากความเค้นในแนวสัมผัสมี

ค่าสูง สำหรับในรูปที่ 6.2 (ง) แสดงให้เห็นข้อเสียอีกด้านหนึ่งของแผ่นฟิล์มที่ม้วนภายใต้แรงดึงแบบลาดเอียงจากผลการคำนวณและการทดลองแสดงให้เห็นถึงการลดลงของแรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์ม สำหรับ  $\phi = 0.4$  และ  $0.8$  โดยเฉพาะในกรณีที่มี  $\phi = 0.8$  แรงเสียดทานมีค่าต่ำกว่าแรงเสียดทานวิกฤติ (Critical line) ในช่วง  $r/r_0 = 1.8$  ถึง  $2.0$  จึงส่งผลให้แผ่นฟิล์มมีแนวโน้มที่จะเกิดการลื่นไถลได้ง่ายที่บริเวณดังกล่าว

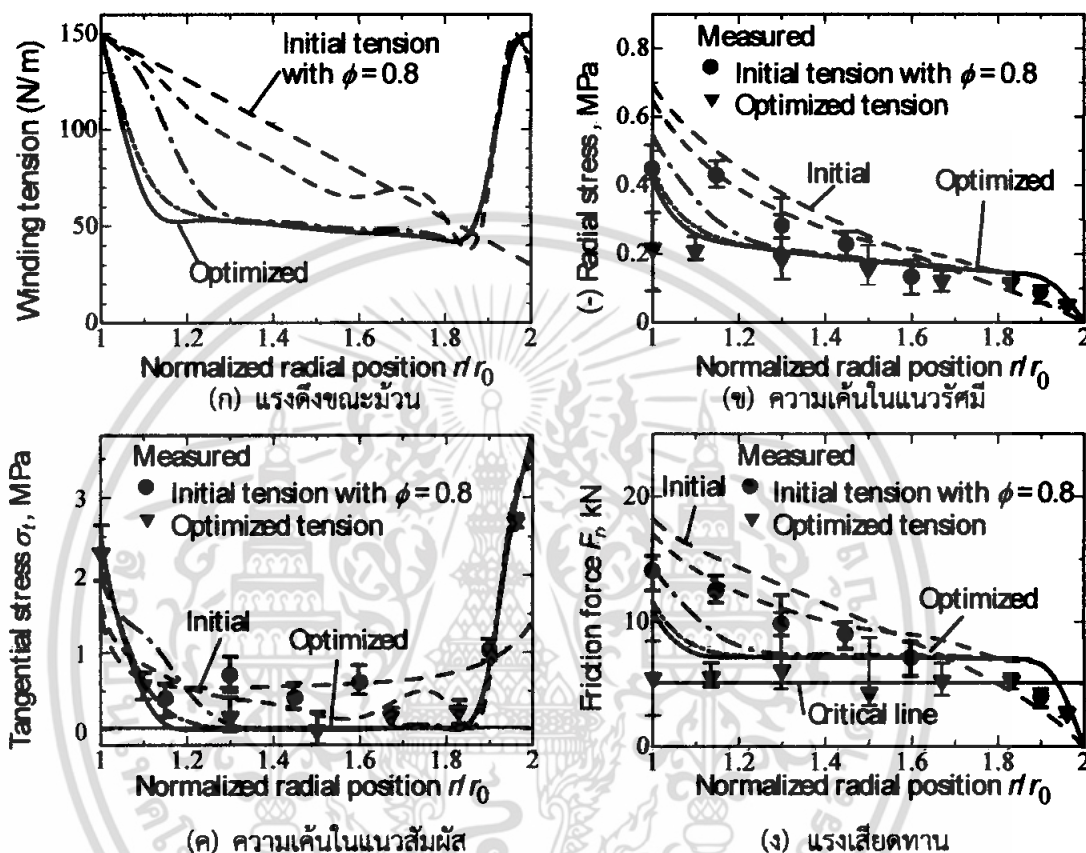


รูปที่ 6.2 พฤติกรรมของแผ่นฟิล์ม PET ภายใต้การเปลี่ยนแปลงความลาดเอียงของแรงดึงขณะม้วน

$$(U_w = 0.5\text{m/s}, N = 50\text{N}, \text{Time}=0)$$

จากผลที่ได้ดังที่ได้อธิบายในรูปที่ 6.2 ทั้งในกรณีแรงดึงคงที่และแรงดึงที่ลดลงแบบลาดเอียงพบว่าแรงดึงแบบลาดเอียงมีข้อดีคือสามารถที่จะป้องกันแผ่นฟิล์มจากการเกิดรอยย่นแต่มีข้อเสียคือแผ่นฟิล์มอยู่ในสภาพที่ยืดและง่ายที่จะเกิดการลื่นไถล ดังนั้นการพัฒนาโดยวิธีการหาค่าที่เหมาะสมของแรงดึงขณะม้วน

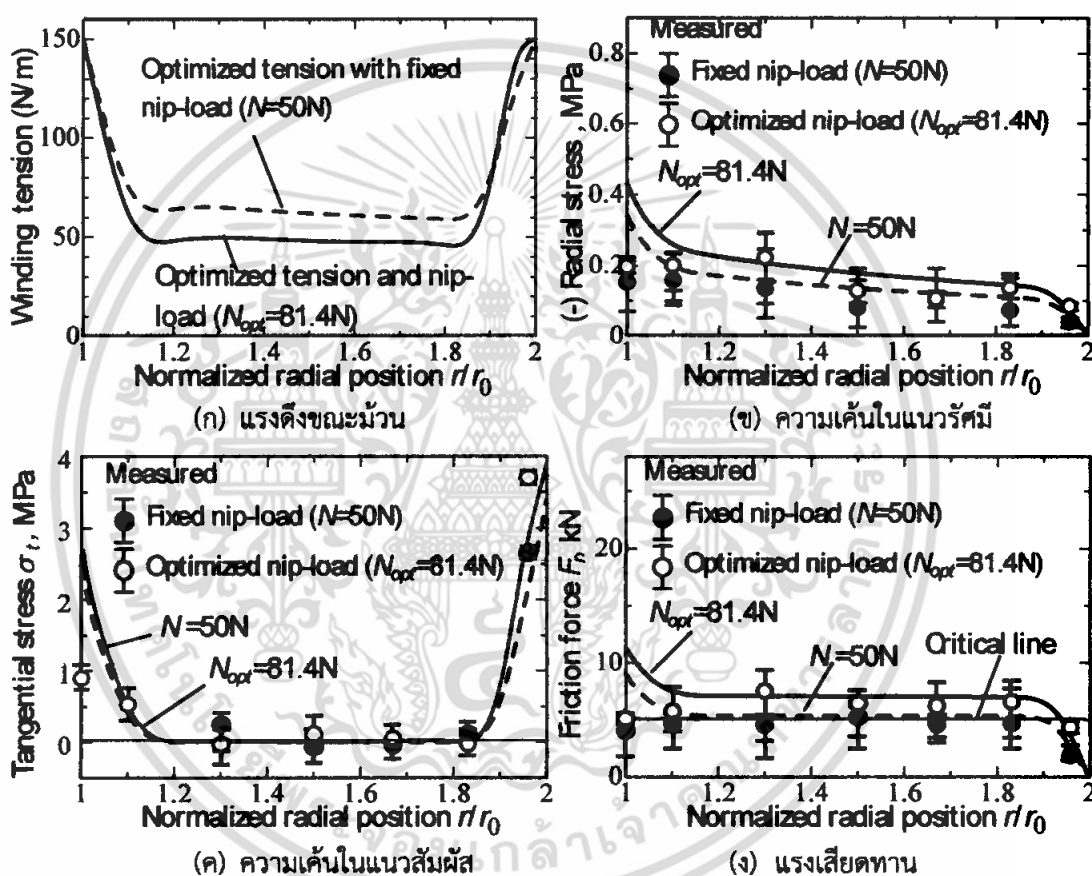
แทนที่จะใช้การม้วนภายใต้แรงดึงแบบลาดเอียงจึงมีความสำคัญเพื่อที่จะป้องกันไม่ให้เกิดทั้งรอยย่นและการลื่นไถลในเวลาเดียวกันได้อย่างมีประสิทธิภาพ



รูปที่ 6.3 การกระจายความเค้นภายในแผ่นฟิล์มม้วน PET และแรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มในระหว่างการหาค่าแรงดึงที่เหมาะสม ( $U_w = 0.5\text{m/s}$ ,  $N = 50\text{N}$ ,  $\text{Time}=0$ )

รูปที่ 6.3 แสดงตัวอย่างในขั้นตอนการคำนวณหาค่าแรงดึงขณะม้วนที่เหมาะสมที่สุด จากสถานะเริ่มต้นแรงดึงแบบลาดเอียง  $\phi = 0.8$  จนถึงขั้นตอนสุดท้ายคือค่าแรงดึงที่เหมาะสมสำหรับการม้วนภายใต้ความเร็ว  $U_w = 0.5\text{m/s}$  และให้แรงกดทับคงที่ที่  $N=50\text{N}$  ภายใต้เงื่อนไขของสมการบังคับ  $\Delta T_i$  ถูกกำหนดที่  $\Delta T_{i \min} = 0$  และ  $\Delta T_{i \max} = T_{w0}$ . ค่าแรงดึงที่เหมาะสมดังที่แสดงในรูปที่ 6.3 (ก) ถูกคำนวณหาอย่างสมบูรณ์โดยการคำนวณซ้ำไปซ้ำมาประมาณ 8 ถึง 10 รอบ ซึ่งจำนวนรอบในการคำนวณซ้ำนั้นค่อนข้างที่จะไม่แตกต่างกันมากสำหรับการให้ค่าแรงดึงเริ่มต้นที่มีค่าความลาดเอียงแตกต่างกัน (เปลี่ยนแปลงค่า  $\phi$ ) ดังที่แสดงในรูปที่ 6.3 (ข) และ (ค) ค่าความเค้นในแนวรัศมีภายใต้แรงดึงขณะม้วนที่

หาค่าเหมาะสมมีค่าลดลงเกือบจะมีค่าคงที่ตลอดช่วงรัศมีซึ่งมีค่าที่เหมาะสมส่งผลให้ค่าความเค้นในแนวสัมผัสมีค่าเข้าใกล้ศูนย์และไม่ต่ำกว่าศูนย์ ลักษณะการกระจายตัวของความเค้นในแนวสัมผัสลักษณะนี้สามารถที่ป้องกันการเกิดรอยย่นและแผ่นฟิล์มไม่อยู่ในสภาพที่รับแรงดึงมากเกินไป มากกว่านั้นในรูปที่ 6.3 (ง) แสดงให้เห็นถึงความเป็นไปได้ในกรณีที่ป้องกันการเกิดการลื่นไถลเนื่องจากค่าแรงเสียดทานอยู่ในระดับที่เหมาะสมกล่าวคือมีค่ามากกว่าค่าแรงเสียดทานวิกฤติ (Critical line)



รูปที่ 6.4 ความเค้นภายในแผ่นฟิล์มม้วนและแรงเสียดทานของแผ่นฟิล์ม PET ภายใต้แรงดึงที่เหมาะสม และแรงกดทับที่เหมาะสม ( $U_w = 1.0\text{m/s}$ ,  $\text{Time}=0$ )

รูปที่ 6.4 แสดงความเค้นภายในแผ่นฟิล์มม้วนและการกระจายตัวของแรงเสียดทานสำหรับกรณีที่ทำค่าแรงดึงที่เหมาะสมและแรงกดทับที่เหมาะสมภายใต้การม้วนที่ความเร็ว  $U_w = 1.0\text{m/s}$  ซึ่งผลที่ได้ได้ทำการเปรียบเทียบกรณีที่ใช้ค่าแรงดึงที่เหมาะสมอย่างเดียวและในกรณีที่ค่าแรงกดทับที่เหมาะสมภายใต้เงื่อนไขบังคับ  $N_{\min} = 0$  และ  $N_{\max}$  โดยค่าแรงกดทับที่เหมาะสมที่คำนวณได้เท่ากับ  $N_{\text{opt}} = 81.4\text{N}$

ในรูปที่ 6.4 (ก) แสดงแรงดึงในการม้วน ในกรณีที่ทำค่าเหมาะสมทั้งแรงดึงและค่าแรงกดทับ แรงดึงที่เหมาะสมใช้ในการม้วนจะมีค่าต่ำกว่ากรณีที่ทำค่าเหมาะสมเฉพาะแรงดึงอย่างเดียว

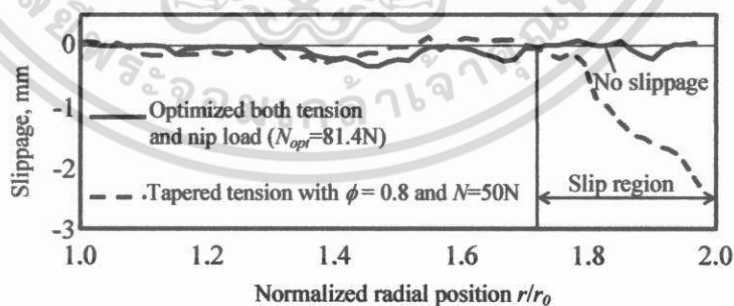
รูปที่ 6.4 (ข) และ (ง) แสดงการกระจายตัวของความเค้นในแนวรัศมีและแรงเสียดทานตามลำดับ ค่าความเค้นและแรงเสียดทานสำหรับการม้วนภายใต้แรงดึงที่เหมาะสมและแรงกดทับที่เหมาะสม ( $N_{opt}=81.4N$ ) มีค่ามากกว่าการม้วนภายใต้แรงดึงที่เหมาะสมเพียงอย่างเดียว อย่างไรก็ตามอิทธิพลของแรงกดทับต่อแรงเสียดทานมีผลเล็กน้อยเมื่อเปรียบเทียบกับอิทธิพลของแรงดึง

รูปที่ 6.5 แสดงผลหลังจากการทดสอบแผ่นฟิล์มที่ม้วนด้วยการกระแทกเพื่อหาความคงทนต่อการเกิดการลื่นไถล ในกรณีที่แผ่นฟิล์มที่ม้วนภายใต้แรงดึงแบบลาดเอียง  $\phi=0.8$  และแรงกดทับ  $N=50N$  แผ่นฟิล์มม้วน PET เกิดการลื่นไถลอย่างชัดเจนที่ขอบนอกของแผ่นฟิล์มม้วนดังที่แสดงในรูป 6.5 (ข) อย่างไรก็ตามสำหรับกรณีที่ใช้ค่าแรงดึงที่เหมาะสมและแรงกดทับที่เหมาะสมดังที่แสดงในรูปที่ 6.5 (ก) ไม่เกิดการลื่นไถลและไม่เกิดรอยยับบนแผ่นฟิล์มที่ม้วน



ก) ภายใต้ค่าที่เหมาะสม

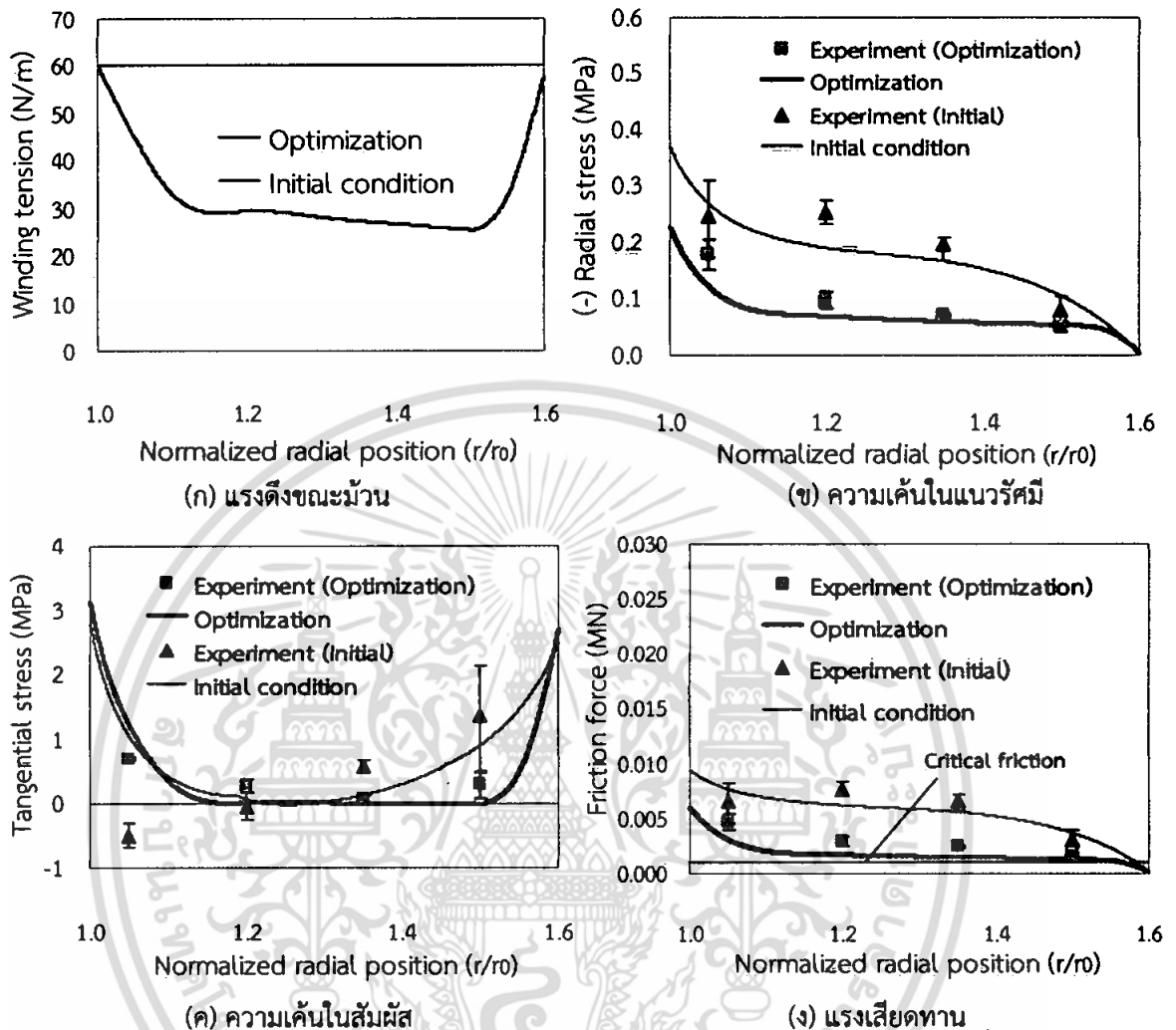
ข) ภายใต้แรงดึงแบบลาดเอียง ( $\phi=0.8$ )



(ค) ระยะการไถล

รูปที่ 6.5 กรลื่นไถลของแผ่นฟิล์มหลังจากทดสอบด้วยการกระแทก ( $U_w = 1.0m/s$ , Time=0)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 6.6 ความเค้นภายในแผ่นฟิล์มม้วนและแรงเสียดทานของแผ่นฟิล์ม PP ภายใต้แรงดึงที่เหมาะสม ( $U_w = 0.25$  m/s, Nip-load=50 N, Time=2.0 hr, Viscoelastic model)

รูปที่ 6.6 แสดงค่าความเค้นตกค้าง และแรงเสียดทานของแผ่นฟิล์ม PP หลังจากการม้วนเป็นเวลา Time=2 ชั่วโมงภายใต้ขั้นตอนการหาค่าแรงดึงขณะม้วนที่เหมาะสมที่สุดโดยใช้ความเร็วในการม้วน 0.25 m/s แรงกดทับ (Nip-load) 50 N จากรูปที่ 6.6 (ก) แสดงให้เห็นถึงแรงดึงเริ่มต้นเป็นแรงดึงคงที่ จากนั้นแรงดึงจะลดลงเข้าสู่ค่าแรงดึงที่เหมาะสมที่สุด จากค่าแรงดึงดังกล่าวรูปที่ 6.6 (ข) แสดงค่าการกระจายความเค้นในแนวรัศมีที่ตกค้างหลังจากการม้วน 2 ชั่วโมงภายใต้แรงดึงเริ่มต้นและแรงดึงที่เหมาะสมที่สุดทั้งผลการคำนวณและการทดลองแสดงให้เห็นถึงความเค้นตกค้างในแนวรัศมีกรณีม้วนด้วยแรงดึงที่เหมาะสมมีค่าลดลงและค่อนข้างที่จะคงที่ในช่วง  $r/r_0 = 1.15-1.50$  ส่งผลให้ความเค้นตกค้างในแนวสัมผัสในช่วงดังกล่าวมีค่าที่เข้าใกล้ศูนย์และมีค่ามากกว่าศูนย์ซึ่งเป็นสภาวะที่ไม่ทำให้เกิดรอยย่นบนแผ่นฟิล์ม โดยเฉพาะผลการทดลองได้ยืนยันให้เห็นว่าความค่าความเค้นในแนวสัมผัสมีค่ามากกว่าศูนย์ใน

กรณีที่มีมันภายใต้แรงดึงที่เหมาะสมแต่สำหรับแรงดึงเริ่มต้นที่เป็นค่าคงที่ผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าความเค้นตกค้างในแนวสัมผัสในช่วง  $r/r_0 = 1.0-1.2$  มีค่าต่ำกว่าศูนย์ซึ่งแผ่นฟิล์มมีโอกาสที่จะเกิดรอยยับเนื่องจากความเค้นในแนวสัมผัสเป็นความเค้นอัดตั้งที่แสดงในรูปที่ 6.6 (ค) สำหรับแรงเสียดทานระหว่างแผ่นฟิล์มหลังจากการม้วน 2 ชั่วโมงแสดงอยู่ในรูปที่ 6.6 (ง) ทั้งผลการคำนวณและผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าแรงเสียดทานในกรณีม้วนด้วยแรงดึงที่เหมาะสมที่สุดนั้นมีค่าลดลงเข้าใกล้แรงเสียดทานวิกฤติ (Critical friction) แต่ยังคงมีค่ามากกว่าแรงเสียดทานวิกฤติในช่วงที่ต้องการไม่ให้เกิดการลื่นไถล ( $r \leq 0.95 r_{max}$ )

## 6.5 สรุป

การหาค่าแรงดึงและแรงกดทับที่เหมาะสมมีประสิทธิภาพในการช่วยในการป้องกันไม่ให้เกิดรอยยับและการลื่นไถลของแผ่นฟิล์ม กล่าวคือการม้วนภายใต้ค่าที่เหมาะสมเมื่อทดสอบด้วยการกระทบแผ่นฟิล์มม้วนไม่เกิดการลื่นไถลและไม่เกิดรอยยับบนแผ่นฟิล์มที่ม้วนทั้งในกรณีที่ม้วนเสร็จและหลังจากการม้วนแผ่นฟิล์มเป็นเวลา 2 ชั่วโมง

## บทที่ 7

### สรุปและข้อเสนอแนะ

สำหรับในงานวิจัยในวิทยานิพนธ์นี้ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมของขบวนการผลิตวัสดุที่เป็นแผ่นฟิล์มบางโดยได้ทำการศึกษาทั้งส่วนที่แผ่นฟิล์มเคลื่อนที่ผ่านลูกกลิ้งและผ่านตัวประกอบที่มีลักษณะเว้ารวมถึงการศึกษาพฤติกรรมการม้วนของแผ่นฟิล์มบางทั้งในขณะที่ทำการม้วนและหลังจากการม้วนจากการศึกษาสามารถที่จะสรุปผลการศึกษาและข้อเสนอแนะดังต่อไปนี้

#### 7.1 กรณีที่แผ่นฟิล์มบางเคลื่อนที่ผ่านลูกกลิ้ง

- 7.1.1 อากาศจะแทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งมากขึ้นเมื่อความเร็วของแผ่นฟิล์มสูงขึ้นขนาดของลูกกลิ้งใหญ่ขึ้น และแผ่นฟิล์มมีความกว้างมากขึ้น
- 7.1.2 อากาศจะแทรกตัวอยู่ระหว่างแผ่นฟิล์มและลูกกลิ้งน้อยลงเมื่อเพิ่มแรงดึงและการปรับปรุงผิวลูกกลิ้งโดยการทำให้เป็นร่องรูปครึ่งวงรี
- 7.1.3 ที่การทำงานที่ความเร็วสูงของเครื่องจักรในการผลิตแผ่นฟิล์มบางการเพิ่มผิวของลูกกลิ้งด้วยร่องรูปครึ่งวงรีจะเพิ่มประสิทธิภาพในการทำงานของเครื่องจักรโดยปราศจากการสั่นไถล
- 7.1.4 การเพิ่มแรงดึงที่มากเกินไปและการเกิดการบิดตัวของลูกกลิ้งในเวลาที่เหมาะสมมีผลทำให้แผ่นฟิล์มเกิดรอยยับย่นดังนั้นจึงต้องหาสภาวะที่เหมาะสมที่ไม่ให้เกิดสภาวะทั้งการสั่นไถลและการเกิดรอยยับย่นไปพร้อมกัน

#### 7.2 กรณีที่แผ่นฟิล์มบางเคลื่อนที่ผ่านตัวประกอบ

- 7.2.1 การใช้ตัวประกอบแบบพื้นผิวที่มีร่อง จะทำให้แรงเสียดทานสูงสุดลดลง เมื่อเทียบกับตัวประกอบที่เป็นลูกกลิ้งแบบเดิม ซึ่งทำให้โอกาสที่แผ่นฟิล์มบางจะเสียหายเพราะแรงเสียดทานสูงสุดลดลง นอกจากนี้การเพิ่มพื้นที่ที่ใช้ในการประกอบขณะการเคลื่อนตัวของแผ่นฟิล์มบางก็จะเพิ่มขึ้นเพิ่มทำให้ศักยภาพในการป้องกันไม่ให้แผ่นฟิล์มเลื่อนไถลเพิ่มขึ้นด้วย
- 7.2.2 ตัวประกอบเว้าที่มีพื้นผิวแบบสี่เหลี่ยมคางหมูจะให้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานต่ำกว่าแบบครึ่งวงรี ซึ่งจะช่วยลดการสูญเสียพลังงานในการผลิตแผ่นฟิล์มบางลง อย่างไรก็ตามพื้นผิวเรียบนูนก็อาจให้ค่าแรงเสียดทานและการสูญเสียพลังงานที่ต่ำกว่า

### 7.3 กรณีที่ขณะม้วนแผ่นฟิล์ม

- 7.3.1 การเพิ่มแรงดึงและแรงกดทับมีผลให้ความเค้นในแนวรัศมีเพิ่มขึ้นโดยเฉพาะการเพิ่มลูกกลิ้งกดทับทำให้แผ่นฟิล์มม้วนมีความทนทานต่อการสั่นไถลมากกว่ากรณีที่ไม่มีลูกกลิ้งกดทับเนื่องจากเมื่อใช้ลูกกลิ้งกดทับอากาศที่แทรกตัวระหว่างแผ่นฟิล์มขณะม้วนมีน้อยลง
- 7.3.2 จากการทดสอบการสั่นไถลด้วยการกระแทกที่ความเร็วที่สูงขึ้นในการม้วนส่งผลให้เกิดการสั่นไถลได้ง่ายของแผ่นฟิล์ม
- 7.3.3 การเพิ่มความเร็วในตอนเริ่มต้นการม้วนและการลดลงของความเร็วตอนใกล้หยุดการม้วนมีผลต่อพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มม้วนกล่าวคือถ้ากำหนดช่วงการเพิ่มความเร็วและลดความเร็วที่เหมาะสมจะส่งผลให้แผ่นฟิล์มไม่เกิดรอยยับและการสั่นไถล

### 7.4 กรณีที่หลังจากการม้วนแผ่นฟิล์ม

- 7.4.1 แผ่นฟิล์มบาง PP (Polypropylene film) มีพฤติกรรมที่เปลี่ยนแปลงตามเวลากล่าวคือโมเดลทางด้านอีลาสติก (Elastic model) ไม่เพียงพอที่จะอธิบายพฤติกรรมดังกล่าวดังนั้นโมเดลทางด้านวิสโคอีลาสติก (Viscoelastic model) จึงมีความจำเป็นที่จะต้องได้รับการพัฒนาเพื่อที่จะใช้ในการศึกษาพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มบางจำพวกพอลิเมอร์ (Polymer)
- 7.4.2 โมเดลทางด้านวิสโคอีลาสติกที่ใช้งานวิจัยนี้สามารถที่จะใช้ในการประมาณค่าความเค้นตกค้างภายในแผ่นฟิล์มบางหลังจากการม้วนได้ภายใต้อุณหภูมิสิ่งแวดล้อมไม่มีการเปลี่ยนแปลงบนพื้นฐานการเปรียบเทียบกับผลการทดลอง
- 7.4.3 สำหรับแผ่นฟิล์มบาง PP (Polypropylene film) ค่าความเค้นภายในแผ่นฟิล์มจะลดลงและเข้าสู่สภาวะคงตัว (Steady state) ที่เวลาประมาณ 2 ชั่วโมงหลังจากการม้วนภายใต้อุณหภูมิสิ่งแวดล้อมไม่มีการเปลี่ยนแปลง
- 7.4.4 สำหรับแผ่นฟิล์มบางภายใต้การม้วนด้วยแรงดึงลดลงเชิงเส้นมีข้อดีในการช่วยหลีกเลี่ยงการเกิดรอยยับแต่มีข้อเสียถ้าลดลงมากเกินไปจะเกิดการสั่นไถลได้ง่าย
- 7.4.5 จากข้อดีและข้อเสียของการใช้แรงดึงขณะม้วนด้วยการลดแรงดึงนั้นควรที่จะหาค่าที่เหมาะสมที่สุดเพื่อที่จะช่วยหลีกเลี่ยงได้ทั้งการเกิดรอยยับและการสั่นไถล

### 7.5 กรณีการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด

การหาค่าแรงดึงและแรงกดทับที่เหมาะสมมีประสิทธิภาพในการช่วยในการป้องกันไม่ให้เกิดรอยยับและการสั่นไถลของแผ่นฟิล์ม กล่าวคือการม้วนภายใต้ค่าที่เหมาะสมเมื่อทดสอบด้วยการกระแทก

แผ่นฟิล์มม้วนไม่เกิดการลื่นไถลและไม่เกิดรอยยับบนแผ่นฟิล์มที่ม้วนทั้งในกรณีที่ทิ้งม้วนเสร็จและหลังจากการม้วนแผ่นฟิล์มเป็นเวลา 2 ชั่วโมง

## 7.6 ข้อเสนอแนะ

- 7.6.1 สำหรับกรณีแผ่นฟิล์มเคลื่อนที่ผ่านลูกกลิ้งที่เป็นร่องและกรณีลูกกลิ้งผ่านตัวประกอบรูปเว้าที่เป็นร่องควรที่จะหาค่าความลึกของร่องที่เหมาะสม
- 7.6.2 สำหรับกรณีแผ่นฟิล์มม้วนโดยเฉพาะหลังจากการม้วนควรที่จะศึกษาอิทธิพลของการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิซึ่งโมเดลที่ใช้ในการอธิบายพฤติกรรมของแผ่นฟิล์มม้วนจะต้องปรับปรุงโดยการใช้ทฤษฎีทางด้าน เทอร์โม-วิสโคอีลาสติก (Thermo-viscoelastic)



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## เอกสารอ้างอิง

- [1] สุนทร ทองทิพย์., “อุปทานในตลาดแผ่นฟิล์ม” **Thailand Equity Research.**,2010
- [2] Raghu, D.,Peter., H.,. Printed. “Organic & Flexible Electronics Forecasts, Players & Opportunities 2009-2029.” **IDTechEX.**, 2009.
- [3] Fuchigami, S. “Challenges and Opportunities in Flat Panel Industry.” **Proceedings of The Eighth International Conference on Web Handling.**, 2005. pp.183-202.
- [4] Gutterman, R.P. “Theoretical and Practical Studies of Magnetic Tape Winding Tensions and Environment Roll Stability.” **U.S. Contact No.DA-18-119-sc-42.**
- [5] Catlow., M.G.,Walls., G.W. “A Stability of Stress Distribution in Pirns.” **J. Text. Inst.**, Vol.3,1962. pp.410-429.
- [6] Pfeiffer, J.D. “Internal Pressures in a Wound Roll.” **Tappi.J.**, Vol.49,1966.pp.342-343
- [7] Yogoda, H.P. “Integral Formulas for Wound Rolls.” **Mech. Res.Comm.**, Vol.7,1980. pp.103-113.
- [8] Hakiel, Z. “Nonlinear Model for Wound Roll Stresses.” **Tappi J.**, Vol.70, 1987. pp.113-117.
- [9] Good, J.K.,Covell, S.M. “Air Entrainment and Residual Stresses in Rolls Wound With a Rider Roll.” **Proceedings of the third International Conference on Web Handling.**, 1995. pp.95-112.
- [10] W.R.Qualls.,J.K. Good. “Thermal Analysis of a Round Roll.” **Journal of Applied Mechanics.**, Vol.64,December 1997.pp.10-15
- [11] Lin, P.M.,Wickert, J.A. “Corrugation and Buckling Defects in Wound Rolls.” **Journal of Manufacturing Science and Engineering ASME.**, Vol.128,2006. pp.56-64.
- [12] Sasaki, M., Tanimoto. K., Kohno, K., Takahashi, S., Kometani, H.,Hashimoto, H. “In Roll Stress Analysis Considering Air-Entrainment at the Roll-Inlet with the Effect of Grooves on Nip Roll Surface.” **Journal of Advanced Mechanical Design JSME.**,Vol.2, 2008. pp.133-145.
- [13] Hashimoto, H. “Optimization of Wind-up Tension of Webs Preventing Wrinkle and Slippage.” **Journal of Manufacturing Science and Engineering ASME.**, Vol.131, 2009. pp.1-4,

- [14] H. Hashimoto. "Experimental study of porous foil bearings for web-handling." **Tribology International**, Vol. 33,2000. pp. 191-196
- [15] K.S. Ducotey.,J.K. Good. "A Numerical Algorithm for Determining the Traction Between a Web and a Circumferentially Grooved Roller." **ASME Transaction**, Vol. 122, July 2000. pp. 578-584
- [16] H. Hashimoto. "Experimental study of porous foil bearings for web-handling." **Tribology International**, Vol. 33, 2001. pp. 191-196
- [17] S.M. Jämsä, J.J. Jagodnik. "Traction Between a Web and a Smooth Roller." **ASME Journal of Tribology**, Vol.126,2004,pp.177-184.
- [18] S.M. Jämsä, M.C. Altan. "Mechanics of a Porous Web Moving Over a Cylindrical Guide." **ASME Journal of Tribology**, Vol.122,2000,pp.418-426.
- [19] J.K. Knudsen.,K.E. Palmquist. "The Effect of Porosity on the Head-Media Interface." **ASME Journal of Tribology**, Vol.123,2001,pp.555-560.
- [20] B.S. Ric.,K.A.Cole.,S.M. Jämsä. "A Model for Determining the Asperity Engagement Height in Relation to Web Traction Over Non-Vented Rollers." **ASME Journal of Tribology**, Vol.124, 2002,pp.584-594.
- [21] H. Hashimoto.,M.Okajima. "Theoretical and Experimental Investigations Into Spacing Characteristics Between Roller and Three Types of Webs With Different Permeabilities." **ASME Journal of Tribology**, vol.128, 2006,pp.267-274.
- [22] S. Hikita.,H. Hashimoto. "Improvement of Slippage and Wrinkling of Transporting Webs Using Micro-Grooved Rollers." **JSME Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing**, Vol.4, 2010,pp.226-237.
- [23] Y.B. Chang., F.W.Chambers.,J.J. Shelton. "Elastohydrodynamic Lubrication of Air-Lubricated Rollers." **ASME Journal of Tribology**, Vol.118, 1996,pp.623-628.
- [24] K.S. Ducotey.,J.K.Good."A Numerical Algorithm for Determining the Traction Between a Web and a Circumferentially Grooved Roller." **ASME Journal of Tribology**, Vol.122, 2000,pp.578-584.
- [25] B.S. Rice.,R.F.Gans."Predictive Models of Web-to-Roller Traction." **ASME Journal of Tribology**, Vol.127, 2005,pp.180-189.

- [26] S.B. Quang Tran., Y.H. Yoo., J.H. Ko., J.Kim., D.Y. Byun., J.W.Lee., Y.H. Byun., K.H. Shin. "Experimental and Numerical Study of Air Entrainment Between Web and Spirally Grooved Roller." **ASME Journal of Tribology**, Vol.131, 2009, pp.1-8.
- [27] H. Hashimoto. "Prediction model of paper-web wrinkling and some numerical calculation examples with experimental verifications." **Microsystem Technologies**, Vol.13, 2007, pp.933-941.
- [28] K. Marynowski., T.Kapitaniak. "Kelvin-Voigt versus Burgers internal damping in modeling of axially moving viscoelastic web." **Non-Linear Mechanics**, Vol.37, 2002, pp.1147-1161.
- [29] K. Marynowski. "Non-linear vibrations of an axially moving viscoelastic web with time-dependent tension." **Chaos, Solitons and Fractals**, Vol.21, 2004. pp.481-490.
- [30] J.O.Lif. "Hygro-viscoelastic stress analysis in paper web offset printing." **Finite Elements in Analysis and Design**, Vol.42, 2006. pp.341-366.
- [31] M.R. Brake., J.A. Wickert. "Lateral Vibration and Read/Write Head Servo Dynamics in Magnetic Tape Transport." **ASME Trans. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, Vol. 132, 2010. pp.1-11.
- [32] W. Wayne Chen., Q.Jane Wang., Z.Huan., X.Luo. "Semi-Analytical Viscoelastic Contact Modeling of Polymer-Based Materials." **ASME Trans. Journal of Tribology**, Vol.133, 2011, pp.1-10.
- [33] L. Cheng., X.Xia., W.Yu., L.E.Scriven., W.W.Gerberich. "Flat-Punch Indentation of Viscoelastic Material." **Journal of Polymer Science: Part B: Polymer Physics**, Vol.38, 2000. pp.10-22.
- [34] C.Y. Zhang., Y.W.Zhang., K.Y.Zeng. "Extracting the mechanical properties of a viscoelastic polymeric film on a hard elastic substrate." **J.Mater.Res.**, Vol. 19, no.10, Oct.2004. pp.3053-3061.
- [35] W.R. Qualls., J.K. Good. "A Nonlinear Orthotropic Viscoelastic Winding Model." **ASME Trans. Journal of Applied Mechanics**, Vol.64, 1998, pp.201-208.
- [36] Toshimitsu KANDA., Hiromu HASHIMOTO. "A Winding Model for Thermal Stress Considering Viscoelastic Property of Plastic Film." **JSME Trans**. Vol.77, 2011, pp.4239-4253.

- [37] Bruce R.M., Donald F.Y.,Theodore H.O."Fundamentals of Fluid Mechanics."John Wiley & Sons,Inc, Fourth edition.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## Optimum Winding Tension and Nip-load into Wound Webs for Protecting Wrinkles and Slippage\*

Hiromu HASHIMOTO\*\*, Puttha JEENKOUR\*\*\*  
and Mongkol MONGKOLOWONGROJN\*\*\*

\*\*Department of Mechanical Engineering, Tokai University,  
1117 Kitakaname, Hiratsuka City, Kanagawa, 259-1292, Japan  
E-mail: hiromu@keyaki.cc.u-tokai.ac.jp

\*\*\*Department of Mechanical Engineering, ReCCIT, RGJ, Faculty of Engineering,  
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang,  
Bangkok, Thailand

### Abstract

This paper describes the novel optimization method of wind-up tension to prevent wound roll defects, mainly star defect (wrinkling) and telescoping (slippage), based on the optimum design technique. Modified Hakiel model with air entrainment effects is applied to analyze in-roll stress distributions in the radial and tangential directions. In the present optimization method, the wind-up tension is gradually changed in the radial direction to minimize the tangential stresses under the constraint of nonnegative tangential stresses. At the same time, we consider the friction conditions to prevent the slippage between web layers due to a decrease of radial stresses and friction force. Successive quadratic programming, which is a typical mathematical programming method, is used as the optimization technique. The optimized wind-up tensions are obtained for various winding conditions, and we confirmed theoretically and experimentally that the in-roll stress distributions are very much improved for preventing both wrinkling and slippage simultaneously by the optimization method being proposed.

**Key words:** Web Handling, Wind-up Tension, Slippage, Wrinkling, Optimum Design, Experimental Verification

### 1. Introduction

The web handling processes have been widely used for a lot of products, such as liquid crystal display monitors, mobile phones, solar and fuel cells, and other flexible thin materials related in the printed electronics fields. Most of web handling industries are often encountered with the problems of wrinkling and slippage in the wound roll. Since the winding process is a final stage of the production, these web defects had been a cause of losing a lot of materials and being very high production costs, and wasting a lot of time to restore the wound roll. The generation of wrinkling and slippage in the wound roll is strongly related with the in-roll stress distributions in the wound roll; therefore, it is necessary to understand well the background about stress distributions inside the wound roll. In the past, some researchers investigated theoretically or experimentally into the in-roll stress distributions in the wound roll<sup>(1-3)</sup>.

From these previous studies, it follows that the higher winding tension, higher nip load and higher winding speed become a cause of wrinkling and slippage. The higher winding tension and nip load lead to the wrinkling in the wound roll because of generating the higher radial stresses. On the other hand, the higher winding speed leads to the slippage because of air entrainment between web layers. Since the wrinkling and slippage is trade-off

\*Received 15 July, 2009 (No. 09-0334)  
[DOI: 10.1299/jamdsm.4.214]

Copyright © 2010 by JSME

relation, it is desired to find out the optimum winding tension for protecting both wrinkling and slippage simultaneously. However, as far as the authors know, there is no research work to find out the optimum wind-up tension for preventing both wrinkling and slippage. So, it is required to discover the novel optimization technique which is able to use for solving such kinds of problems in the wound roll. Regarding to optimization technique, Hashimoto et. al<sup>(9)</sup> has been developing the geometry optimization method based on the successive quadratic programming (SQP) for the optimum design of the groove geometry of the thrust air bearing. Then, in this paper, this type of optimization technique will be extended to determine the wind-up tension function for preventing both wrinkling and slippage effectively. The obtained results will be compared with the measured data to verify the applicability of the present optimization method.

## 2. Nomenclature

$C_0-C_2$	: coefficients in Eq. (5)
$E_c$	: Young's modulus of core [Pa]
$E_{nip}$	: Young's modulus of nip roll [Pa]
$E_r$	: radial Young's modulus of wound roll [Pa]
$E_{ri}$	: Young's modulus of air layer [Pa]
$E_{req}$	: equivalent radial Young's modulus of wound roll [Pa]
$E_t$	: tangential Young's modulus of wound roll [Pa]
$E_{teq}$	: equivalent tangential Young's modulus of wound roll [Pa]
$f(X)$	: objective function
$F_{cr}$	: critical friction force to start slippage [N]
$F_r$	: friction force between web layers in wound roll [N]
$\bar{F}_r$	: averaged values of friction force between web layers [N]
$g_i(X) (i = 1-2n+4)$	: constraint functions
$h$	: thickness of air layer under winding [m]
$h_0$	: thickness of air layer at the outermost radius [m]
$N$	: nip load [N]
$p_a$	: atmospheric pressure [Pa]
$r$	: arbitrary radius of wound web layer [m]
$r_c$	: radius of winding core [m]
$r_{max}$	: maximum radius of wound roll [m]
$s$	: outermost radius of wound roll [m]
$t_f$	: web thickness at arbitrary radius of wound roll [ $\mu\text{m}$ ]
$t_0$	: web thickness at the initial stage of winding [ $\mu\text{m}$ ]
$T_w(r)$	: wind-up tension function [N/m]
$T_{w0}(r)$	: initial wind-up tension function [N/m]
$\Delta T_i (i = 1-n)$	: tension variation from initial tension at the $i$ th node [N/m]
$U_w$	: winding-up velocity of web [m/s]
$W$	: web width [m]
$X$	: design variable vector
$\mu_{eff}$	: effective friction coefficient between web layers
$\mu_s$	: static friction coefficient between web layers
$\nu_{ri}$	: Poisson's ratio of wound roll
$\sigma_{ff}$	: composite surface roughness between web layers [ $\mu\text{m}$ ]
$\sigma_r$	: radial stress in wound roll [Pa]
$\delta\sigma_r$	: increment of radial stress [Pa]
$\sigma_t$	: tangential stress in wound roll [Pa]
$\phi$	: taper ratio of tapered wind-up tension

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

### 3. Analytical Model of In-Roll Stresses in Wound Roll

The radial and tangential in-roll stresses  $\sigma_r$  and  $\sigma_t$  as shown in Fig.1 are important factors to understand the physical situations inside the wound roll, because there is strong relation between the web defects and the in-roll stress distributions. For example, when the web is wound under high winding tension or high nip load, some wrinkles as shown in Fig. 2(a) (generally called star defect) will appear. On the other hand, when the web is wound under the high winding speed or low winding tension, the slippage as shown in Fig. 2 (b) (generally called telescoping) is easily generated near the outermost radius of wound roll. Among these roll defects, the star defect is thought to be a buckling phenomenon that occurs due to the fact that the tangential stress  $\sigma_t$  becomes negative and a compressive force acts along the tangential direction of wound web layers. Consequently, to prevent this kind of phenomenon, it is required that the tangential stress does not become negative. On the other hand, when the tangential stress is positive, there is the possibility that the web will be stretched and generated the creep phenomenon. Accordingly, to prevent both star defect and creep simultaneously it is necessary to set up the winding-up conditions before winding so that the tangential stresses of the wound roll are nonnegative, uniform and approaching zero in the radial direction as much as possible.

Some causes of telescoping, however, are a slippage that occurs between web layers because the external force in the axial direction is unable to be supported due to the lowering of the radial compressive stress between web layers or due to the entrainment of air in the wound roll. Consequently, to prevent telescoping, it is necessary to set up the winding-up conditions so that the friction forces and radial compressive stresses maintain a suitable level, and the thickness of the air layer becomes as thin as possible.

Figure 3 shows a conceptual diagram of the most basic center drive winding with a nip roll. It has been confirmed that the Hakiel model<sup>(5)</sup> is effective to analyze the in-roll stresses but the model does not include the effects of air entrainment and nip load and can not be applied directly to this kind of winding system. Therefore, in this research work, the modified Hakiel model considering the effects of air entrainment and nip load is used. The formulation of the modified Hakiel model is described briefly below.

The radial stress  $\sigma_r$  at the  $i$ th layer of a wound roll is found by adding all radial stress increments in each layer from the  $i+1$  layer up to the  $n$ th layer (final layer of winding) as follows:

$$\sigma_{r_i} = \sum_{j=i+1}^n \delta\sigma_{r_{ij}} \quad (1)$$

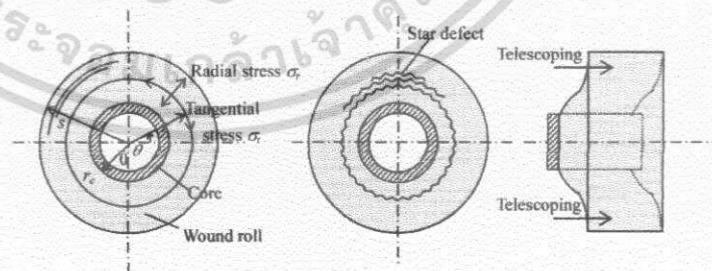
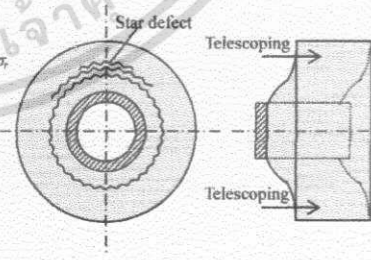


Fig. 1 In-roll stresses



(a) Wrinkling (b) Slippage  
Fig. 2 Typical web defect in wound roll

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

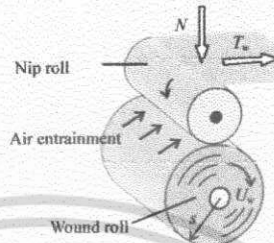


Fig.3 Center drive winding with a nip roll

where,  $\delta\sigma_{rj}$  represents the radial stress increment in the  $j$ th layer when the web is wound up to the  $i$ th layer, and the equation that controls  $\delta\sigma_{rj}$  (hereafter the subscripts  $i$  and  $j$  are omitted) is given as follows.

$$r^2 \frac{d^2 \delta\sigma_r}{dr^2} + (3 - \nu_n) r \frac{d\delta\sigma_r}{dr} + \left( 1 + \nu_n - \frac{E_{wq}}{E_{req}} \right) \delta\sigma_r = 0 \quad (2)$$

Considering the nip-induced tension, the boundary conditions at the outermost and innermost radii of the roll are set, respectively, as follows.

$$\delta\sigma_r \Big|_{r=r_s} = \frac{T_w \Big|_{r=r_s} + \mu_{eff} N/W}{s}, \quad \frac{d\delta\sigma_r}{dr} \Big|_{r=r_c} = \left( \frac{E_{wq}}{E_c} - 1 + \nu_n \right) \frac{\delta\sigma_r \Big|_{r=r_c}}{r_c} \quad (3)$$

Using the relationship between the stress and strain of the equivalent layer of the collective thickness ( $t_0 + h_0$ ) and Boyle's law, the equivalent radial and tangential Young's moduli  $E_{req}$  and  $E_{teq}$  considering the air entrainment, in Eqs. (2) and (3), can be found as follows:

$$E_{req} = \frac{t_{f0} + h_0}{t_{f0}/E_r + h_0/E_{ra}}, \quad E_{teq} = \frac{t_f}{t_f + h} E_t \quad (4)$$

where Young's modulus of the air layer  $E_{ra}$  can be given as follows.

$$E_{ra} = \frac{(|\sigma_r| + p_a)^2}{(T_w \Big|_{r=r_s} + \mu_{eff} N/W)/s + p_a} \quad (5)$$

Moreover, in the process of winding, the web thickness  $t_f$  and air film thickness  $h$  at arbitrary radius can be given, respectively, as follows.

$$t_f = \left( 1 - \frac{\delta\sigma_r}{E_r} \right) t_{f0}, \quad h = \left( \frac{(T_w \Big|_{r=r_s} + \mu_{eff} N/W) s + p_a}{|\sigma_r| + p_a} \right) h_0 \quad (6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

In the above Eqs.(4) and (6),  $h_0$  and  $t_0$  mean the entrained air film thickness and web thickness at the initial stage of winding.

When an air is entrained at the time of web winding, the pressure between the web layers of wound roll lowers and a slippage occurs easily. Accordingly, for the purpose of causing amount of entrained air to be decreased as much as possible and preventing slippage, the center drive winding is often carried out using a nip roll shown in Fig. 3. The initial entrained air film thickness  $h_0$  of this case can be evaluated by the elastohydrodynamic lubrication theory of the line contact between the wound roll and nip roll. In this work, the formula established by Hamrock and Dowson<sup>(10)</sup> is used to evaluate the entrained air film thickness  $h_0$ .

The relationship between the radial stress  $\sigma_r$  and Young's modulus  $E$ , becomes nonlinear, and it is represented by the following empirical equation:

$$E_r = C_0 + C_1 |\sigma_r|^{1/2} \quad (7)$$

provided that the coefficients  $C_0$ - $C_1$  in Eq.(7) are constants that can be found experimentally.

Based on the equilibrium condition of in-roll stresses, the tangential stress  $\sigma_t$  can be found from the following equation using the radial stress  $\sigma_r$  that can be obtained from the above mentioned Eqs. (1)-(7).

$$\sigma_t = r \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r \quad (8)$$

#### 4. Optimization Method of Wind-Up Tension

The wind-up tension is a very important parameter that exerts a large influence on the in-roll stresses of the wound roll, which is the main cause of roll defects. Accordingly, in this work, we challenge to discover the new optimization method of the wind-up tension and nip load, concerning an effective method of preventing both star defect (wrinkle) and telescoping (slippage) effectively that have a comparatively high frequency of occurrence in the web handling industries. The method is described below.

For a long time, the method of causing the tapered wind-up tension to decrease the tension in proportion to the radial position of wound roll has been used to prevent the occurrence of a star defect. However, this method was established depending on the experiences at the production lines of factories, and there is no theoretical guarantee that it gives the optimal wind-up condition to prevent the star defect.

Accordingly, in this work, the tension function  $T_w(r)$  will be determined by applying the geometry optimization method proposed by Hashimoto et al.<sup>(9)</sup> on the condition that the minimum value of the tangential stress in the wound roll  $\sigma_t$  becomes nonnegative and the averaged values of the tangential stresses approaches to zero level as much as possible.

In dealing with the expression of a common tension function  $T_w(r)$ , taking into consideration the flexibility and ease of handling of a function, the following cubic spline function is employed.

$$T_w(r) = \frac{M_{i+1}}{6\Delta r} (r_{i+1} - r)^3 + \frac{M_i}{6\Delta r} (r - r_i)^3 + \left( T_i - \frac{M_i \Delta r^2}{6} \right) \left( \frac{r_{i+1} - r}{\Delta r} \right) - \left( T_{i+1} - \frac{M_{i+1} \Delta r^2}{6} \right) \left( \frac{r - r_i}{\Delta r} \right) \quad (9)$$

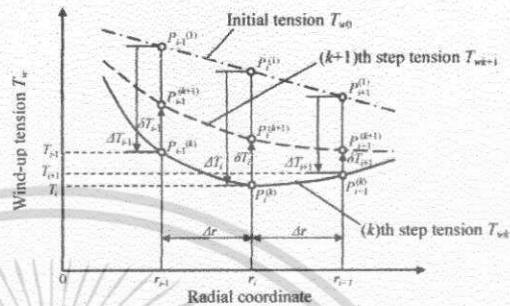


Fig. 4 Evolution of wind-up tension under optimization process

In Eq. (9) the symbol  $\Delta r$  is an equally divided section of the radial coordinate  $r$ , and  $M_i$  is the shape parameter determined from the condition in which the first derivative of Eq.(9) becomes continuous at each nodal point.

When the tension function  $T_w(r)$  is caused to evolve sequentially, the  $r$  coordinate of each nodal point  $P_i^{(k)}(r_i, T_i)$  is fixed with respect to the tension function of the previous stage ( $k$  step) in the evolutive process ( $(k+1)$  step), shown by the broken lines in Fig. 4, and the coordinate of  $T_w$  is caused to change only  $\delta T_i$  in the positive direction or the negative direction and to obtain a new nodal point  $P_i^{(k+1)}(r_i, T_i + \delta T_i)$ . The function form is updated via Eq. (9) using the new coordinate value that could be obtained in this way and is caused to sequentially evolve until the value of the objective function  $f(X)$  mentioned later becomes optimum.

Based on the above considerations, the design variable vector is set as follows:

$$X = (\Delta T_1, \Delta T_2, \Delta T_3, \dots, \Delta T_n, N) \quad (10)$$

where the feasible region of the optimization is divided into  $n$  regions in the  $r$  direction from the outer radius of core up to the outermost radius of wound roll, and  $\Delta T_i$  means the difference between the initial tension  $T_{w0}$  and the partially evolved ( $k$  step) tension at an arbitrary radius position  $r_i$ , and  $N$  means the nip load to be optimized simultaneously.

The objective function  $f(X)$  is defined by the following equation;

$$f(X) = \sum_{i=1}^n \left\{ \left( \frac{F_i}{F_{cr}} - 1 \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{t,i}}{\sigma_{t,ref}} \right)^2 \right\} \quad (11)$$

where  $F_i$  means the friction force between web layers,  $F_{cr}$  means the critical friction force to start the slippage, which was determined experimentally as  $F_{cr} = 5$  kN (equivalent to the impact acceleration of 50g), and  $\sigma_{t,ref}$  means the reference value of tangential stress respectively.  $F_i$  and  $\sigma_{t,ref}$  are determined, respectively, by Eq. (12).

$$F_i = 2\pi r_i \mu_{eff} \sigma_n |W| \quad \sigma_{t,ref} = T_{w0} / t_{w0} \quad (12)$$

On the other hand, the constraint conditions that can be imposed on the upper and lower

limits of the design variables  $\Delta T$ , nip load  $N$ , the minimum value of tangential stress  $\sigma_{\min}$  and the averaged value of friction forces between web layers  $\bar{F}_r$  are represented by the following inequality expressions.

$$g_i(X) \leq 0 \quad (i = 1 \sim 2n + 4) \quad (13)$$

In Eq. (13), the constraint functions  $g_i(X)$  ( $i = 1 \sim 2n + 4$ ) are defined as follows.

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= \Delta T_{1\min} - \Delta T_1, g_2 = \Delta T_1 - \Delta T_{1\max} \\ g_3 &= \Delta T_{2\min} - \Delta T_2, g_4 = \Delta T_2 - \Delta T_{2\max} \\ &\vdots \\ g_{2n-1} &= \Delta T_{n\min} - \Delta T_n, g_{2n} = \Delta T_n - \Delta T_{n\max} \\ g_{2n+1} &= N_{\min} - N, g_{2n+2} = N - N_{\max} \\ g_{2n+3} &= -\sigma_{\min} \\ g_{2n+4} &= F_{cr} - \bar{F}_r \quad (\text{for } r \leq 0.95r_{\max}) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Summarizing these equations, the optimization problem of wind-up tension is expressed as follows.

$$\begin{aligned} &\text{Find } X \text{ to minimize } f(X) \\ &\text{subject to } g_i(X) \leq 0 \quad (i = 1 \sim 2n + 4) \end{aligned} \quad (15)$$

### 5. Experiments

In this work, the experiments consist of measuring the in-roll radial stresses of wound roll and the impact load test to observe whether the slippage will occur or not after winding. Figure 5 shows the diagram of a winding machine, specially designed and manufactured for the present work, which has the control system to control the wind-up tension covering the constant, tapered and optimized tensions, nip load and web winding velocity. The thin plastic film (PET) is transferred from the wound out roll to the wound in roll through the pinch roller and nip roll, and reeled finally. During the operation of winding, five to seven force-sensitive resistors as shown in Fig.6 are inserted between the wound web layers for measuring the radial stress distributions. When the external force is applied to the sensor, the resistance would be changed, and then, by measuring the resistance the radial stresses can be known with the calibration results of the relation between the pressure and resistance. As can be seen in Fig. 6, the sensor is covered with film. In the previous experimental

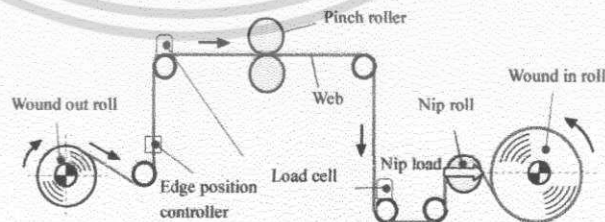


Fig. 5 Experimental apparatus

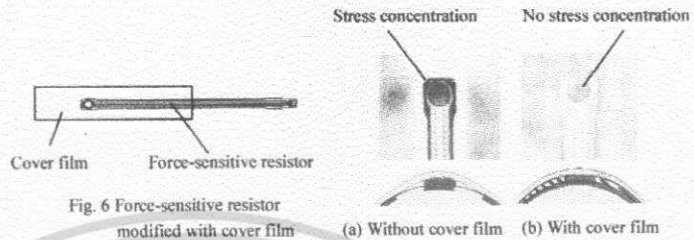


Fig. 6 Force-sensitive resistor modified with cover film

Fig. 7 Stress concentration at sensing part  
(a) Without cover film (b) With cover film

research works by several investigators, the force-sensitive resistor without cover film has been used directly for measuring the in-roll radial stresses of wound roll. In this case, however, the stress concentration occurs at the sensing part and it necessarily leads to higher radial stress in the sensing part as shown in Fig. 7(a). To avoid this serious problem, we propose to use the modified sensor with cover film as shown in Fig. 6. Using this type of modified sensor, the stress concentration can be avoided as shown in Fig. 7(b).

The impact load test procedure to confirm the occurrence of slippage in the wound roll is shown in Fig. 8. Figure 8 (a) shows the testing of slippage by falling the wound roll down to the base, in which the distance of falling was set at 10 cm (equivalent to the impact of 50g). After the wound roll was crashed against the base, the amount of slippage was observed and measured by scanning the optical sensor along the radial direction as shown in Fig. 8(b).

6. Results and Discussions

In this work, the PET film was used as a test web. The physical properties of PET film, core roll, and nip roll are listed in Table 1. The measured and predicted results concerning with the in-roll stress distributions and the friction forces under the constant, tapered, and optimized wind-up tensions will be presented in the following. The experimental results of the tangential stresses and friction forces in the wound roll were obtained indirectly via Eqs. (8) and (12) by using the appropriate curve fitting of the experimental data on the radial stress distributions.

Usually, in the web handling industries, the tapered tension has been widely used as wind-up tension to prevent the generation of wrinkling. Therefore, at first, we try to check

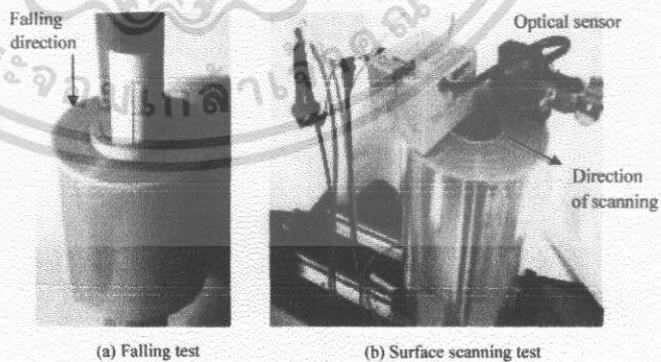


Fig. 8 Impact load test for observing slippage

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Table 1 Physical properties of PET film, core roll and nip-roll

Composite roughness between web layers	$\sigma_p, \mu\text{m}$	0.066
Web thickness	$t_f, \mu\text{m}$	50
Web width	$W, \text{m}$	0.28
Tangential Young's modulus of wound roll	$E_t, \text{Pa}$	$4.8 \times 10^9$
Radial Young's modulus of wound roll	$E_r, \text{Pa}$	$E_r = C_0 + C_1 \sigma_r ^{C_2}$ $C_0 = 0, C_1 = 4.09 \times 10^4$ $C_2 = 0.65$
Poisson's ratio of wound roll	$\nu_{rp}$	0.03
Young's modulus of core	$E_c, \text{Pa}$	$1.3 \times 10^9$
Winding core radius	$r_c, \text{m}$	0.05
Static friction coefficient between webs	$\mu_s$	0.3
Young's modulus of nip-roll	$E_{nip}, \text{Pa}$	$2.06 \times 10^{11}$

the effectiveness of tapered tension for preventing the wound roll defects. Figure 9 shows the in-roll stress and friction force distributions in the wound roll under the conventional tapered wind-up tensions with taper ratio of  $\phi=0, 0.4$  and  $0.8$  shown in Fig.9 (a). As can be seen in Figs. 9 (b) and 9 (c), in the cases of taper ratio of  $\phi=0.4$  and  $0.8$ , the radial stresses become lower than the case of constant winding tension with  $\phi=0$  and then the tangential stresses become positive that could prevent the wrinkling in the wound roll. However, the possibility of generating creep becomes higher as the taper ratio increases because the wound web will be stretched in the tangential direction due to the higher tangential stresses. On the other hand, Fig. 9 (d) shows a decrease of the friction force between the web layers when the taper ratio is set at  $\phi=0.4$  and  $0.8$ . Especially, in the case of the taper ratio of  $\phi=0.8$ , the friction force at the normalized radial range from  $r/r_c=1.8$  to  $2.0$  becomes smaller than the critical slippage line, and in such region the slippage is easy to occur.

From the above results obtained for both cases of constant and tapered tensions, it follows that the tapered tension has an advantage of preventing the wrinkling but has disadvantage of occurrence of creep and slippage. Therefore, the development of the optimization method of wind-up tension instead of the conventional tapered tension is strongly required to prevent both wrinkling and slippage effectively.

Figure 10 shows one of examples of the evolution process of the wind-up tension from the initial tapered tension with  $\phi=0.8$  to the optimized tension for the winding speed of  $U_w=0.5\text{m/s}$ . In this case, the nip load was fixed at  $N=50\text{N}$  and the upper and lower limits of  $\Delta T_i$  were set at  $\Delta T_{i,\min}=0$  and  $\Delta T_{i,\max}=T_{w0}$ . The optimized wind-up tension as shown in Fig. 10(a) was successfully obtained for eight to ten repetitions of numerical calculation, and it was confirmed that the quite same optimized tension was obtained for various initial wind-up tensions with different taper ratios. As can be seen in Figs. 10 (b) and 10(c), the radial stress under the optimized wind-up tension becomes lower and nearly constant for a wide range in the radial direction with a suitable level, and then the tangential stress becomes zero level but not below zero. This type of tangential stress distribution has an advantage to prevent both wrinkling and creep simultaneously in the wound roll. In addition, Fig. 10 (d) shows the possibility of preventing the slippage in the wound roll due to the suitable level of friction force more than the critical slippage line.

Figure 11 shows the tangential stress and friction force distributions for optimizing both wind-up tension and nip load simultaneously for relatively high winding velocity of  $U_w=1.0\text{m/s}$ , in which the results for optimizing the wind-up tension with a fixed nip load are also indicated. In this case, the upper and lower limits of a nip load were set at  $N_{\min}=0$  and  $N_{\max}=100\text{N}$ , and the optimized nip load was determined as  $N_{\text{opt}}=81.4\text{N}$ . As can be

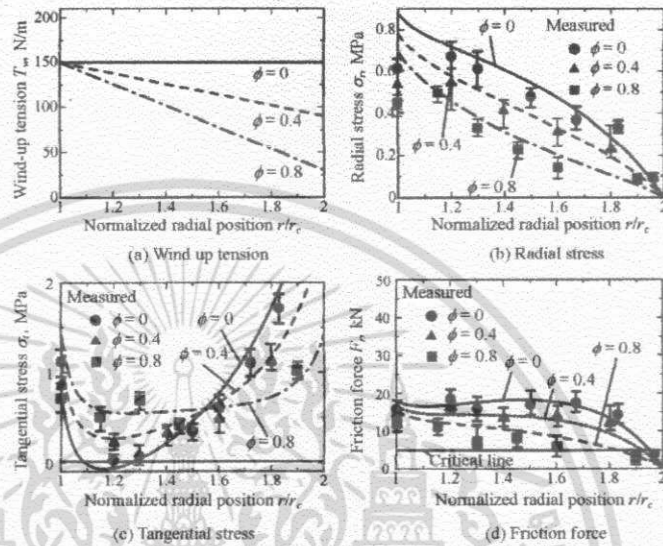


Fig.9 In-roll stress and friction force distributions under the conventional tapered tension force distributions ( $U_w = 0.5\text{m/s}$ ,  $N = 50\text{N}$ )

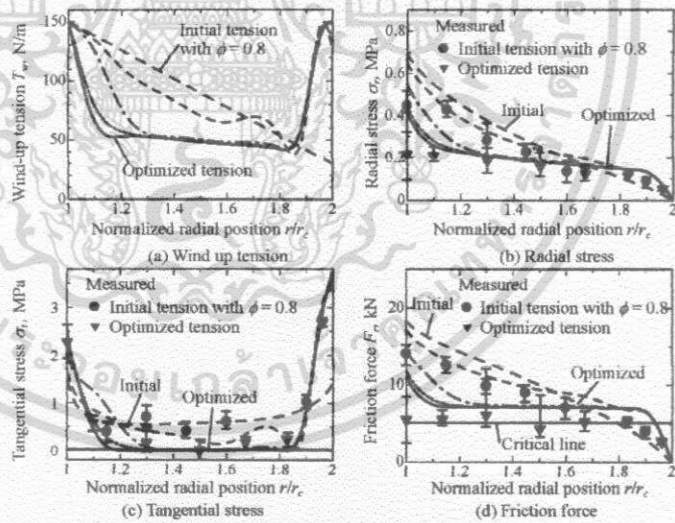


Fig.10 In-roll stress and friction force distributions in the process of optimization ( $U_w = 0.5\text{m/s}$ ,  $N = 50\text{N}$ )

seen in Fig.11 (a), the wind-up tension under the optimization of both wind-up tension and nip load becomes lower than that under the optimization of wind-up tension only. Fig.11 (d) shows the friction force distributions for both cases. The radial stress and friction force for

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

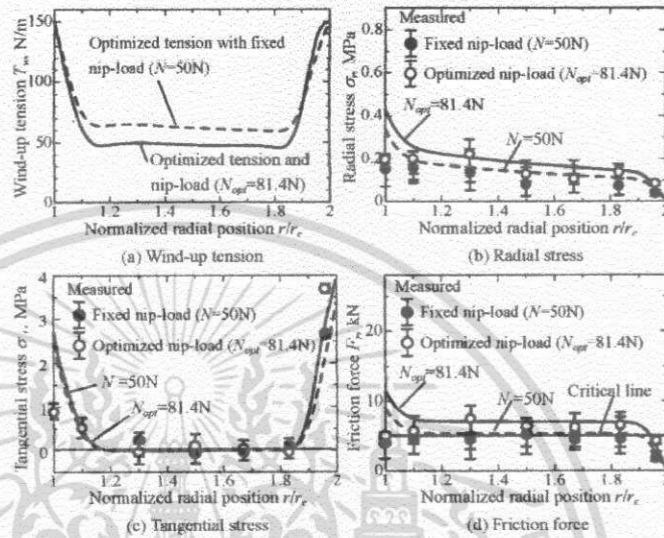


Fig.11 Tangential stress and friction force distributions under optimized tension and nip load ( $U_w = 1.0\text{m/s}$ )

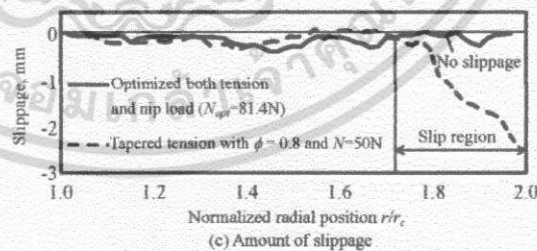
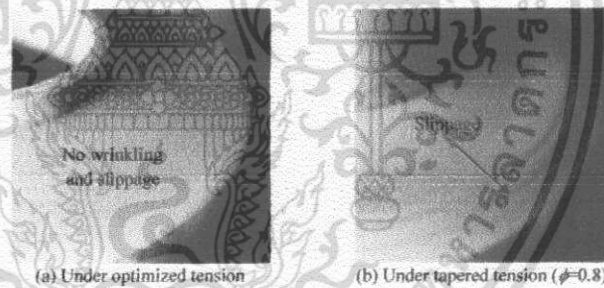


Fig.12 Slippage observation after impact load test ( $U_w = 1.0\text{m/s}$ )

optimizing both wind-up tension and nip load ( $N_{opt}=81.4\text{N}$ ) become larger than those for optimizing the wind-up tension only with the fixed nip load of  $N=50\text{N}$ , although the optimized wind-up tension in the former case becomes smaller than that in the later case as shown in Fig.11 (a). From this fact, it is considered that the effect of nip load on the friction

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

force is little more sensitive as compared with the effect of wind-up tension.

Figure 12 shows the results of impact load test to observe the occurrence of slippage after winding. In the case of the tapered tension with the fixed nip load,  $\phi=0.8$  and  $N=50N$ , the slippage was observed clearly in the outer radius region of wound roll. However, in the case of optimizing both wind-up tension and nip load simultaneously, which is presented in Fig.11(a), no slippage and wrinkling can be seen, and the effectiveness of optimization method newly developed in this work was verified experimentally.

### 7. Conclusions

- (1) The novel method of representing an arbitrary wind-up tension by a cubic spline function concerning with the radial coordinate and of evolving gradually the wind-up tension function based on the optimization technique to realize the in-roll stress distributions in which the wrinkling, creep and slippage do not occur was developed.
- (2) It was verified theoretically and experimentally that the in-roll stress and friction force distributions in the wound roll are very much improved and it is possible to prevent the wrinkling, creep and slippage effectively based on the present optimization method.

### Acknowledgement

The authors wish to acknowledge the financial support of the Ministry of Education, Culture, Sports, Science and Technology of Japan under the Grant in Aid for Scientific Research A(No.19206021). This paper was also partially supported by RGJ in Thailand, which had been supported about the finance for student during conducting research in Tokai University, Japan.

### References

- (1) Gutterman, R.P., "Theoretical and Practical Studies of Magnetic Tape Winding Tensions and Environmental Roll Stability," US Contract No. DA-18-119-sc-42, 1959.
- (2) Catlow, M. G., and Walls, G. W., "A Stability of Stress Distribution in Pirns," Journal of Textile Institute, Part3., 1962, pp.410-429.
- (3) Yogoda, H.P., "Integral Formulas for Wound Rolls," Mechanic Research Communications, Vol.7, No.2, 1980, pp.103-112.
- (4) Pfeiffer, J.D., "Internal Pressures in a Wound Roll," Tappi Journal, Vol.49, No.8, 1966, pp.342-343.
- (5) Hakiel, Z., "Nonlinear Model for Wound Roll Stresses," Tappi Journal, Vol.70, No.5, 1987, pp.113-117.
- (6) Good, J.K., and Covell, S.M., "Air Entrainment and Residual Stresses in Rolls Wound with a Rider Roll," Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Conference on Web Handling, 1995, pp.95-112.
- (7) Sasaki, M., Tanimoto, K., Kohno, K., Takahashi, S., Kometani, H., and Hashimoto, H., "In-Roll Stress Analysis Considering Air-Entrainment at the Roll-Inlet with the Effect of Grooves on Nip Roll Surface," JSME J. Advanced Mechanical Design, Vol.2, 2008, pp.133-145.
- (8) Lin, P. M., and Wickert, J.A., "Corrugation and Buckling Defects in Wound Rolls," Journal of Manufacturing Science and Engineering ASME, Vol.128, 2006, pp.56-64.
- (9) Hashimoto, H., and Ochiai, M., "Optimization of Groove Geometry for Thrust Air Bearing to Maximize Bearing Stiffness," Journal of Tribology ASME, Vol.130, 2008, pp.1-11.
- (10) Hamrock, B. J., and Dowson, D., "Elastohydrodynamic Lubrication of Elliptical Contacts to Materials of Low Modulus I-Fully Flooded Conjunction," ASME J. Lubrication Technology, Vol.100, 1978, pp.236-245.

## Influence of Speed-up and Speed-down on Internal Stresses of Wound Rolls in Web handling Process

Mongkol Mongkolwongrojn<sup>1,a</sup> and Puttha Jøenkour<sup>2,b</sup>

<sup>1,2</sup>Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang (KMITL), Bangkok, Thailand 10520

<sup>a</sup>kmmongko@kmitl.ac.th, <sup>b</sup>s9060105@kmitl.ac.th

**Keywords:** Internal stresses, Wound roll, Speed-up, Speed-down, Web handling system, Wrinkle and Slippage

**Abstract.** In web winding process, the effects of speed-up and speed-down on internal stresses of wound roll have been investigated. The air-entrainment can be obtained theoretically using the modified nonlinear Hakiel model. In this research work, air-entrainment model established by Hamrock and Dowson was applied to estimate the initial air film layers into a wound roll in the winding system with a nip-roller. Moreover, the characteristics of a wound roll were examined under varying tension and varying speed conditions. The numerical results showed the radial stress, tangential stress, and friction force distributions at central inside a wound roll under the condition for a wound roll without wrinkle and slippage phenomena.

### Introduction

The web handling systems are the important part of thin film production processes such as optical film, paper sheet, printed electronic film and so on which operates under using continually transported by a roll-to-roll conveyance system. Each process in web handling can be mainly shown in Fig. 1 which consists of casting, stretching, and winding. The final process of web handling are well known and called the winding systems. The winding processes have been used for storage thin film web as multiple layers which normally called a wound roll. According to the prediction of IDTechEx report in 2009[1], the market for potentially printed electronics, including organics, inorganic and composites, will go up from \$1.92 billion in 2009 to \$37.16 billion in 2019. Therefore, in order to support the increasing of demand for the future, the web handling technology should be improved as soon as possible for saving energy, increasing the production efficiency, and so on. According to the history research work in flexible web technology can be found in references [2-7]. However, the previous works did not consider the effect of speed-up and speed-down in web handling process so the aim of this paper is to investigate the effect of time delay on a speed-up and a speed-down in condition that prevented a wound roll from wrinkle and slippage phenomena.

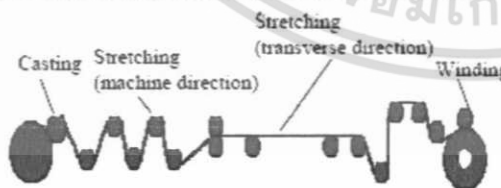


Fig. 1 Schematic of web handling process

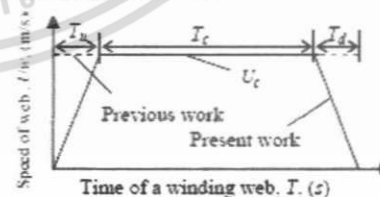


Fig. 2 Profile of winding velocity

### Speed-up and speed-down delay in winding system

The speed of web through winding both previous work and present work was shown in Fig.2. The dash line is the speed of web that used in previous works, and the solid line is the speed of web including the effect of a speed-up delay,  $T_u$ , and a speed-down delay,  $T_d$ , that considered in this paper. The speed-up delay occurs in web handling processes at the beginning of operation namely when machine operates, the speed of web will increase from non-moving status to the controlled speed or

constant speed status,  $U_c$ , so this period is called a speed-up delay. In the same way, the speed-down delay occurs in web handling processes near the end of operation namely the speed of web will decrease from constant speed to non-moving condition so this period is called a speed-down delay. The mathematical model for winding speed of web through winding operation as shown in Fig. 2 can be divided to three regions and can be expressed as

$$U_{w,i}=(U_c/T_0)T_i \text{ (for } 0 \leq T_i < T_0); U_{w,i}=U_c \text{ (for } T_0 \leq T_i \leq T_0+T_c); U_{w,i}=(U_c/T_c)(T_i-T_0-T_c) \text{ (for } T_i > T_0+T_c) \quad (1)$$

For the length of web that has been already reeled as a wound roll, we can evaluated by using integer of Eq. 1 so the relationship between the length of web reeled, time and the radius of a wound roll during winding can be expressed as:

$$L_i = \int_{T=0}^{T=T_i} U_{w,i} dT = \sum_{i=1}^n 2\pi r_i \quad (2)$$

Where  $L_i$  is the length of web reeled,  $T_i$  is time,  $r_i$  is the radius of a wound roll, and the subscript of  $i$  indicate the current of web layer.

#### Internal stresses of a wound roll with air-entrainment

The characteristics of wound rolls can be explained with the internal stresses that consist of at least two directions as shown in Fig. 3. The radial stress is defined as  $\sigma_r$  and the tangential stress is defined as  $\sigma_t$ . By using non-linear Hakiel model including the effect of air-film layers in-roll can be expressed in Eq. 3 [6], the incremental radial stress in each layers during winding can be evaluated. According to the effect of air-film layers in-roll can be explained by the equivalent Young's modulus in radial and tangential direction ( $E_{req}$ ,  $E_{req}$ ) as shown in Eq. 4 respectively.

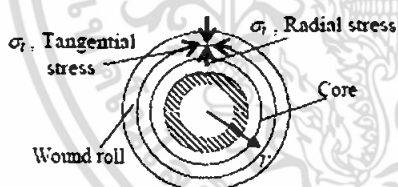


Fig. 3 Typical of internal stresses

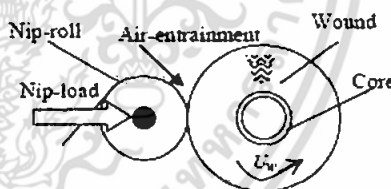


Fig. 4 Diagram of the simplest winding with nip-roll

$$r^2 (\partial^2 \Delta \sigma_r / \partial r^2) + (3-\nu) r (\partial \Delta \sigma_r / \partial r) + (1 - E_{req} / E_{req}) \Delta \sigma_r = 0 \quad (3)$$

$$E_{req} = (t_w / (t_w + h)) E_r, \quad E_{req} = (t_w + h) / (t_w / E_r + h / E_{ra}) \quad (4)$$

Where Young's modulus of air layer inside a wound roll with nip-load can be given as follows.

$$E_{ra} = (\sigma_r + p_a)^2 / \left( \left( T_w / r_w + \mu_k Nip / W \right) / t_{air} + p_a \right) \quad (5)$$

The simple winding process with nip-roll is presented in Fig. 4. Where  $W$  is the web width,  $t_w$  is the web thickness,  $T_w$  is a web tension,  $E_r$  is the radial Young's modulus,  $E_t$  is the tangential Young's modulus.  $\nu$  is a Poisson's ratio of wound roll,  $h$  is the air film layer that estimated by Hamrock et al. [7] in case of the winding system with nip-roller,  $p_a$  is the ambient pressure,  $R_q$  is the equivalent RMS roughness of web,  $\mu_s$  is static friction coefficient and  $\mu_k$  is defined as a kinetic friction coefficient that can be estimated by Hashimoto's formulation below [8].

$$\mu_k = \mu_s \text{ for } h < R_q; \mu_k = (\mu_s / 2) (3 - h / R_q) \text{ for } R_q \leq h \leq 3R_q; \mu_k = 0 \text{ for } h > 3R_q \quad (6)$$

Therefore, radial stress at the  $i$ th layer of a wound roll can be evaluated by summing all increment radial stresses in each layer from the  $i+1$  layer up to the  $n$ th layer (final layer of winding) as follows

$$\sigma_r = \sum_{j=i+1}^n \Delta\sigma_{r,j} \quad (7)$$

By using the force equilibrium in polar coordinate, the relationship between radial stress and tangential stress can be formulated as:

$$\sigma_t = r(\partial\sigma_r / \partial r) + \sigma_r \quad (8)$$

For friction force inside a wound roll,  $F_i$  can be written as.

$$F_i = 2\pi r_i \mu_{k,i} |\sigma_{r,i}| W \quad (9)$$

#### Wrinkle and slippage phenomena of wound rolls

Since unsuitable internal stresses of wound rolls, the wrinkle and the slippage phenomena can occur in wound rolls namely small radial stress or more air-entrainment lead to low friction force in-roll and slippage phenomenon, and the negative tangential stress in-roll (compressive stress) lead to the wrinkle phenomenon. In order to prevent problems as already mentioned, the tangential stress and friction force in-roll should be expressed as

$$\sigma_{t,i} > 0 \quad ; \quad F_i > F_{ref}, \text{ for } (1.0 < r/rc < 2.1) \quad (10)$$

Where  $F_{ref}$  is the critical friction force that web layers in roll performs as slipping each other. According to this value for a PET wound roll, we refer to the empirical proposed by Hashimoto [8] and it is 50 gravity force.

#### Numerical analysis

The governing equation in Eq. 3 is discretized to  $N$  number of locations along the roll radii by using the finite different method. Once the derivatives are replaced with central difference approximations, the governing equation can be rewritten as

$$(r^2 / \Delta r^2 - 3r / 2\Delta r) \Delta\sigma_r(i-1) + (-2r^2 / \Delta r^2 + 1 - E_{req} / E_{req}) \Delta\sigma_r(i) + (r^2 / \Delta r^2 + 3r / 2\Delta r) \Delta\sigma_r(i+1) = 0 \quad (11)$$

Considering nip-induced tension, the boundary conditions at outermost and innermost of the roll can be expressed as:

$$\Delta\sigma_{r_{out}} = -\left(T_w \Big|_{r_{out}} + \mu_k Nip / W\right) / r_{out} \quad ; \quad (d\sigma_r / dr) \Big|_{r=r_{in}} = \left((E_{req} / E_c) - 1 + \nu\right) \left(\Delta\sigma_r \Big|_{r=r_{in}} / r_{in}\right) \quad (12)$$

The incremental radial stress can be solved by written these equations in matrix form yields a tri-diagonal system as shown below.

$$[A]\{\Delta\sigma_r\} = [0] \quad (13)$$

The system of equation can be solved efficiently by a Gaussian elimination routine consisting of  $(N-1)$  forward and  $(N-1)$  backward substitutions.

#### Numerical results and discussions

In this section, the numerical results were obtained from the physical properties of materials as shown in Table 1. The web is a PET film (Polyethylene terephthalate), the core material is the wood, and the nip-roll is rubber. The results such as radial stress, tangential stress, and friction force in-roll were calculated under the beginning of winding tension is 150 N/m ( $T_2$ ), the taper winding tension, the nip-load of 50 N, and the winding velocity at control point is 0.5 m/s. The formulation that explained taper winding tension can be found in Eq. (14). Where  $\phi$  is defined as taper ratio. For this paper, winding tensions through radial position of a wound roll in the reel process such as constant tension ( $\phi$

=0), and taper winding tension ( $\phi=0.4$ ) are shown in Fig. 5. Figure 6 showed winding velocities through operating of reel process that consists of a constant winding velocity, and a winding velocity with a speed-up and a speed-down. Speed-up begin from  $r/r_c=1.0$  to  $r/r_c=1.1$  or accord with 130 second ( $T_u=130$  s) and speed-down begin from  $r/r_c=1.65$  to  $r/r_c=2.2$  or accord with 1.328 second ( $T_d=1.328$  s).

$$T_w = T_c - \phi(r - r_c) \tag{14}$$

Table 1. Material properties

Parameter	Value
Equivalent RMS roughness, $R_q$	0.066 ( $\mu\text{m}$ )
Web thickness, $t_w$	50 ( $\mu\text{m}$ )
Web width, $W$	0.28 (m)
Static friction coefficient, $\mu_s$	0.3
Tangential Young's modulus of wound roll, $E_t$	4.3205 (GPa)
Radial Young's modulus of wound roll, $E_r$	$E_r = a \sigma_r ^b$ (Pa) $a = 4.09E4, b=0.65$
Young's modulus of core, $E_c$	1.3 (GPa)
Winding core radius, $r_c$	0.05 (m)
Young's modulus of nip-roll, $E_{np}$	0.027 (GPa)
Poisson's ratio of wound roll, $\nu$	0.3

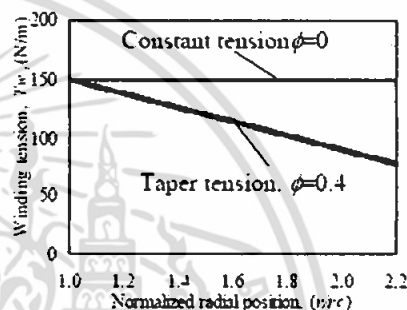


Figure 5 Winding tension

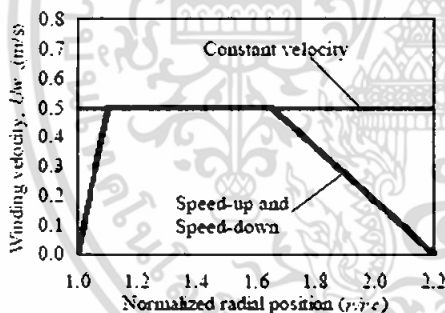


Fig. 6 Winding velocity

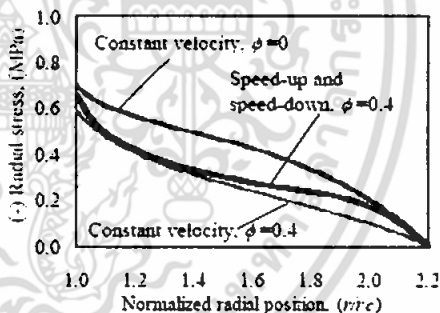


Fig. 7 Radial stress inside a wound roll

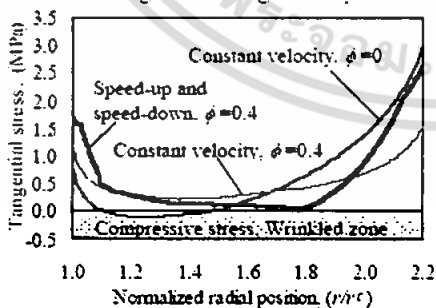


Fig. 8 Tangential stress inside a wound roll

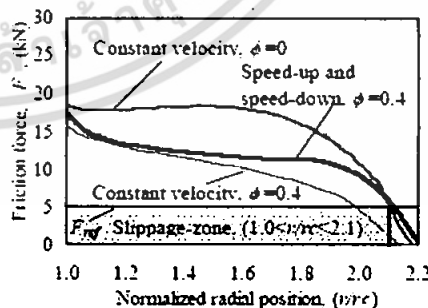


Fig. 9 Friction force inside a wound roll

Figures 7 to 9 showed the characteristics of a wound roll such as radial stress, tangential stress, and friction force in-roll under the winding conditions as mention above. The results showed that under a constant winding velocity, and a constant winding tension ( $\phi=0$ ) the radial stress in-roll become the highest value as shown in Fig. 7 and result in high friction force in-roll that become higher than the

critical friction through  $v/wc = 1.0$  to  $v/wc = 2.1$ . Therefore, a wound roll becomes no-slippage phenomenon as shown in Fig. 9. However, the tangential stress in-roll under this condition becomes negative value or compressive stress and wrinkle phenomenon occurs in a wound roll as shown in Fig. 8.

For a wound roll under a constant winding velocity, and a taper winding tension ( $\phi=0.4$ ), this condition can prevent the wrinkle phenomenon due to positive tangential stress as shown in Fig. 8. However, the radial stress in-roll becomes the lowest value and lead to low friction force that is lower than that the critical friction force from  $v/wc = 2.0$  to  $v/wc = 2.1$  result in slippage phenomenon for these radial positions as shown in Fig. 9.

For a wound roll under a winding velocity with a speed-up and a speed-down, and a taper winding tension ( $\phi=0.4$ ), a wound roll can be prevented from both of the wrinkle and the slippage phenomena due to through radial positions the tangential stress without negative value, and friction force in-roll from  $v/wc = 1.0$  to  $v/wc = 2.1$  become higher than that the critical friction force as shown in Figs. 8 and 9 respectively.

### Conclusions

In this paper, the winding conditions such as a constant winding velocity, a winding velocity with the effect of a speed-up and a speed-down, a constant winding tension, and a taper winding tension were theoretically investigated. The main conclusions can be summarized as follow:

- 1) The radial stress in-roll become significantly large in case of operating under a constant winding tension and can lead to wrinkle phenomenon.
- 2) The friction force in-roll become too small in the case of operating under a taper winding tension and lead to slippage phenomenon.
- 3) By using speed-down delay with taper winding tension, both wrinkle and slippage phenomena can be prevented efficiently and energy can be saved.

### Acknowledgement

Financial support from The Royal Golden Jubilee Ph.D. Program (RGJ) for this research is greatly acknowledged. The additional funding was received through Thailand Research Fund; Grant No. BRG-5180019.

### References

- [1] D. Raghu and H. Peter: *Printed, Organic & Flexible Electronics Forecasts, Players & Opportunities 2009-2029*, IDTechEX, (2009).
- [2] S. Fuchigami: *Challenges and Opportunities in Flat Panel Industry*. Proceedings of the Eighth International Conference on Web Handling, (2005). p.183.
- [3] M.G. Catlow and G.W. Walls: *A Stability of Stress Distribution in Pirms*. Journal of Textile Institute, (1962). p.410.
- [4] J.D. Pfeiffer: *Tappi Journal*, Vol.49 (1966), p.342.
- [5] H.P. Yogoda: *Mechanical Research Communications*, Vol.7 (1980). p.103.
- [6] Z. Hakiel: *Nonlinear Model for Wound roll Stresses*, *Tappi Journal*, Vol.70 (1997), p.113.
- [7] B.J. Hamrock and D. Dowson: *ASME J. Lubrication Technology*, Vol.100 (1978), p.236.
- [8] H. Hashimoto, P. Jeenkour, and M. Mongkolwongrojn: *Journal of Advanced Mechanical Design, System, and Manufacturing*, Vol.4 (2010), p.241.

No. 09-204

Proceedings of the 2009 JSME-IIP/ASME-ISPS Joint  
Conference on Micromechatronics for Information  
and Precision Equipment

## ***IIP/ISPS Joint MIPE2009***



June 17-20, 2009

Tsukuba International Congress Center, Ibaraki, Japan

Sponsored by

Information, Intelligence and Precision Equipment (IIP) Division of JSME  
Information Storage and Processing Systems (ISPS) Division of ASME



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## OPTIMUM WINDING TENSION AND NIP-LOAD INTO WOUND WEBS FOR PROTECTING WRINKLES AND SLIPPAGE

Hironu HASHIMOTO\*, Puttha JEENKOUR\*\*, Mangkol MONGKOLWONGROJN\*\*

\* Department of Mechanical Engineering, School of Engineering, Tokai University  
1117 Kitakaname, Hiratsuka City, Kanagawa, 259-1292, JAPAN  
E-mail: hiromu@keyaki.cc.u-tokai.ac.jp

\*\* Department of Mechanical Engineering, RoCCIT, RGJ, Faculty of Engineering,  
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand  
E-mail: s9060105@kmitl.ac.th

### ABSTRACT

This paper presented about the optimization technique (SQP) for wound roll in order to protect the problem of wrinkles and the slippage phenomena into wound roll. Regarding the optimum design, the objective function which includes tangential stresses and friction forces would be presented in this paper. Tangential stresses and radial stresses could be predicted by Hakiels nonlinear model<sup>(1)</sup>. The friction coefficients could be calculated from air entrainment which was approximated by Hamrock and Dowson model<sup>(2)</sup> as focusing on within nip-load. The design variables in this paper were winding tensions and were updated by the quadratic spline interpolation method. The optimum winding tension and nip-load condition from numerical results would be used for experimental. The study shows the results of the minimum air films between web layers, friction forces and the in-roll stress distributions in case of constant winding tensions, taper winding tension, and optimum winding tensions.

### 1. INTRODUCTION

The optimum design into wound roll has been a very important design for the thin film systems. The processes of thin film which well known in other word that is the web handling systems. They have been broadly used in the thin film industrials. Most of thin film industrials often concerned with the problem of wrinkles and the slippages phenomena into wound roll. Both of them have been a cause of losing the materials in other word the cost of products will be high, and they have been a cause of the wasting a lot of time to restore the wound roll.

### 2. OPTIMUM DESIGN

Successive quadratic programming method (SQP)<sup>(3)</sup> was applied for the solving of optimum problem. Figure.1 showed about a nonlinear winding tension for preventing the wrinkle in wound roll and the method of updating the design variable. The winding tension curve in fig.1 had been calculated by the quadratic spline interpolation method and the updated winding tension was calculated by equation (1).

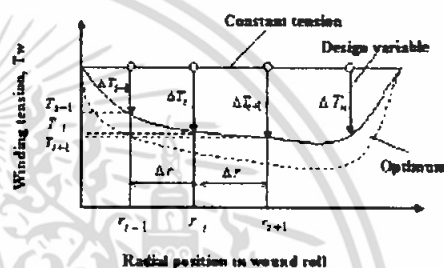


Fig. 1 Nonlinear winding tension and method for updating winding tension

$$T_w(r) = \frac{M_i}{6\Delta r} (r_{i+1} - r)^3 + \frac{M_i}{6\Delta r} (r - r_i)^3 + \left( T_i - \frac{M_i \Delta r^2}{6} \right) \left( \frac{r_{i+1} - r}{\Delta r} \right) + \left( T_{i+1} - \frac{M_{i+1} \Delta r^2}{6} \right) \left( \frac{r - r_i}{\Delta r} \right) \quad (1)$$

The objective function was as presented in equation (2) and the equation (3) showed the design variables. Where,  $F_i$  are the friction forces in wound roll,  $F_{ref}$  is the friction reference which was  $5 \times 10^3$  N, and  $\sigma_{\theta,ref}$  is the tangential reference which could be found with the relative of an initial winding tension and an initial web thickness as shown in equation (4). The friction force distribution in wound roll could be predicted by equation (5). The constraint equations had been explained by without the wrinkles and without the slippages phenomena into wound roll that tangential stresses in-roll were not less than zero and the friction forces in-roll must be more than the reference friction force which as shown in equation (6).

$$\text{Min } f(X) = \sum_{i=1}^n \left\{ \left( \frac{F_i}{F_{ref}} - 1 \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{\theta}}{\sigma_{\theta,ref}} \right)^2 \right\} \quad (2)$$

$$X = (\Delta T_1, \Delta T_2, \Delta T_3, \dots, \Delta T_n) \quad (3)$$

$$\sigma_{\theta,ref} = T_{w0} / t_{w0} \quad (4)$$

$$F_i = 2\pi r_i \mu_k |\sigma_{r,i}| W \quad (5)$$

$$g_i(X) \geq 0 \quad (i = 1 \sim 2n + 2) \quad (6)$$

### 3. EXPERIMENTAL

Regarding experimental, a force-sensitive resistor with film as shown in fig.2 was used for measuring the in-roll stresses and the slippage phenomena can be proved by the impact-load test method.

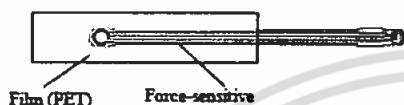


Fig. 2 Force-sensitive resistor with film

### 4. RESULTS AND DISCUSSIONS

As for the experimental and prediction results, thin film (PET) had been used in order to study about the slippage, wrinkle in wound roll, and the optimum design.

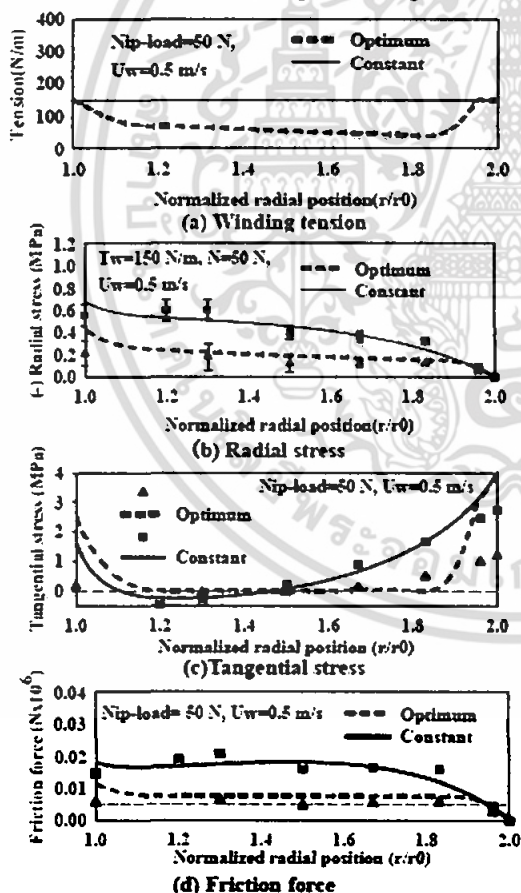


Fig. 3 The behavior of wound roll under optimum winding tension

In case of optimum winding-up tension in fig.3, the radial stress distribution both experiment and prediction results were lower than the case of constant winding tension because of the reducing tension as shown in figure 3(a) to 3(b). Therefore, tangential stress distributions were not become less than zero as shown in fig.3(c) that this condition was able to prevent the wrinkle in roll. In addition, fig.3(d) showed about the preventing slippage phenomena into wound roll due to the friction force in case of optimum design more than the reference line. Finally, fig.4 was clearly shown the slip distant in wound roll after testing impact load of optimum case and taper ration of 0.8. The normalized radial positions were about 1.8 to 2.0, the slip distant of taper tension became more longer than the optimum tension which was still stability.

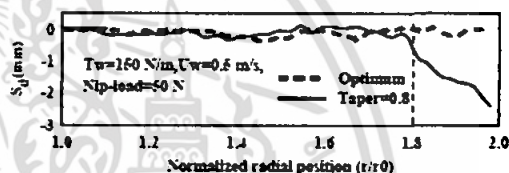


Fig. 4 Slippage distance into wound roll after testing impact load

### 5. CONCLUSIONS

As from investigation in this paper, there were three things that had been summarized in this section. First, the force sensitive resistance with film was able to be a well used for measuring the radial stress distributions in roll and impact load test was able to verify about different of slippage in roll in case of optimum design and without optimum design. Second, the SQP method could be well applied to obtain the excellent prediction results for the winding system. Finally, when the optimum results were verified by the experimental, the results showed that by optimum technique could apply in winding system and it was a good technique to obtain the protection of wrinkle and slippage phenomena into wound roll.

### REFERENCES

- [1] Hakiel, Z., Nonlinear Model for Wound Roll Stresses, *Tappi Journal*, Vol.70, 1997, pp. 113-117.
- [2] Hamrock, B.J. and Dowson, D., Elastohydrodynamic Lubrication of Elliptical contacts to Materials of Low Modulus I-Fully Flooded Conjunction, *ASME J. Lubrication Technology*, Vol.100, 1978, pp.236-245.
- [3] Hashimoto, M. and Ochiai, M., Optimization of Groove Geometry for Thrust Air Bearing to Maximize Bearing Stiffness, *Journal of Tribology ASME*, Vol. 130, 2008, pp. 1-11.



WTC IV IN KYOTO

# WORLD TRIBOLOGY CONGRESS 2009

KYOTO, JAPAN

PROCEEDINGS

Sunday 6th to Friday 11th, September, 2009

VENUE Kyoto International Conference Center



Organized by  
Japanese Society of Tribologists / Science Council of Japan

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## Experimental and Theoretical Investigations into Slippage Phenomena in Wound Webs

Hiromu Hashimoto<sup>1)</sup>, Puttha Jeenkour<sup>2)</sup>, Mongkol Mongkolwongrojn<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Department of Mechanical Engineering, School of Engineering, Tokai University,  
1117 Kitakaname, Hiratsuka City, Kanagawa, 259-1292, Japan

<sup>2)</sup> Department of Mechanical Engineering, ReCCIT, RGJ, Faculty of Engineering,  
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand

### 1. Introduction

In present, web handling systems have become to the hot issue because the demand of thin film such as optical films have been increasing. Therefore, the technologies of web handlings are still needed to develop to high efficiency such as protecting the slippage phenomena into wound roll during to be high speed of web. Due to slippage phenomena into wound roll is interesting and being still the problem in the manufacturing processes, this reaches would focus on the parameters which affect with the slippage into wound roll.

### 2. Theory and experimental

#### 2.1 Theory of winding web

The increasing of radial stresses in each web layers during winding web have been able to predict by the non-linear equation as shown in the Eq. 1 and written by Hakiels [1].

$$r^2 \frac{d^2 \delta \sigma_r}{dr^2} + (3-\nu)r \frac{d \delta \sigma_r}{dr} + \left(1 + \nu - \frac{E_g}{E_r}\right) \delta \sigma_r = 0 \quad (1)$$

Where  $\sigma_r$ ,  $E_r$ ,  $\nu$ , and  $r$  are in-roll stress, elastic modulus, Poisson's ratio, and radial position respectively which the subscript  $r$  is the radial direction and the subscript  $\theta$  is the tangential direction. When the web moving was wounded, there will be an air-entrainment into wound roll; therefore, the Eq. 2 and 3 have been used to approximate the minimum air film between the web for the winding systems in the case of without nip-roll and with nip-roll [2].

$$h_{a0} = 2.138 \times 10^{-3} \sqrt{\frac{U_w}{T_w}} \quad (2)$$

$$h_{a0} = 7.43 R_{eq} \left( \frac{\eta U_w}{F_{eq} R_{eq}} \right)^{0.65} \left( \frac{N}{F_{eq} R_{eq}^2} \right)^{-0.23} \quad (3)$$

Where  $h_{a0}$  is the minimum air film,  $U_w$  is the web velocity,  $T_w$  is the winding tension,  $N$  is the nip-load, and  $E_{eq}$ ,  $R_{eq}$  are equivalent elastic modulus and equivalent radial respectively.

#### 2.2 Experimental

Force sensitive resistance with film (PET) had been used for measuring the radial stresses based on changing resistance of sensor when force act on a sensor. In addition, pressure indicating film which operates based on color changing as the forces act on it, was used to

represent the advantage of force sensitive resistance with film because they obtain better results than only force sensitive resistance. As for slip distance in roll, they were verified by impact load test which wound roll was lifted above base roll at 10 cm and let it down to crash against the base roll.

### 3. Prediction and experiment results

The slippage phenomena in wound roll depend on web velocity; consequently, radial stress distributions and slip distance under varying web velocities were respectively presented in Fig. 1 and 2.

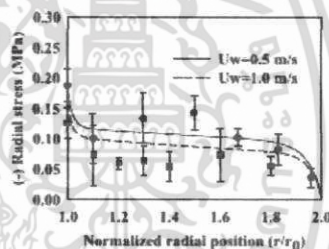
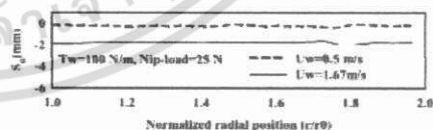


Fig. 1 Radial stress under  $T_w=200$  N/m,  $N=0$



(a) Slip distance under without nip-load

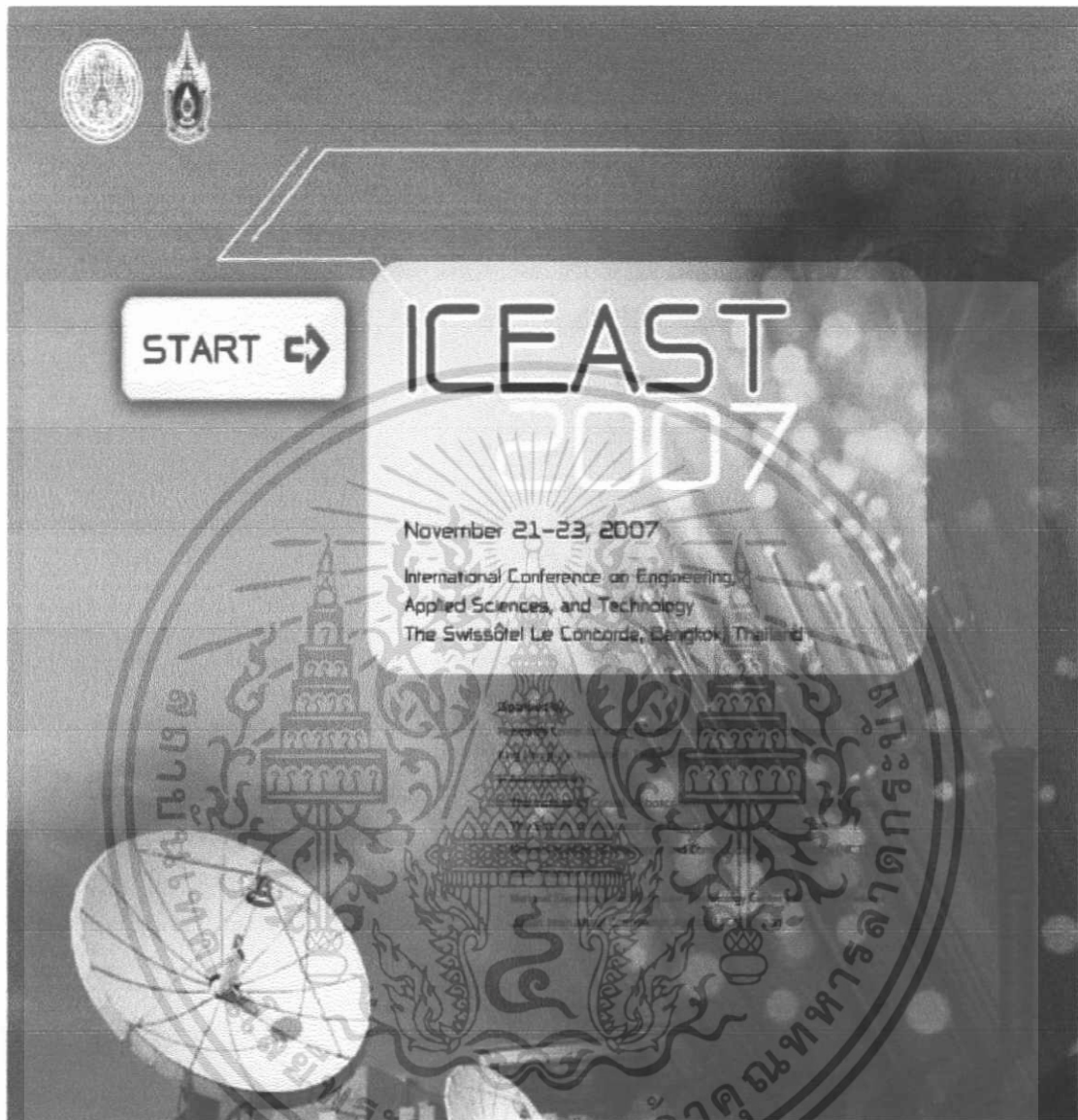


(b) Slip distance with nip-load

Fig. 2 Slip distance after testing impact load

### 4. References

- [1] Hakiel, Z., "Nonlinear Model for Wound Roll stresses," *Tappi J.* 70, 1987, 113-117
- [2] Hashimoto H., "Air film thickness estimation in web handling process," *ASME J. Tribology*, 121, 1999, 50-55.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## An Application of a Mathematical Programming Technique on optimal Spacing characteristic in Web Transport Systems

M. Mongkolwongroj<sup>1</sup>, P. Jeenkour<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Electro-Mechanical Engineering Lab, ReCCIT Faculty of Engineering,  
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Thailand

<sup>2</sup>Graduate Student, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Thailand

**Abstract**— Web is a thin flexible material such as paper textiles, plastic sheet etc. In the web transport system, the moving webs and the rollers being the surrounding air between a web and a roller behaves as a self-acting flexible bearing. In this paper, optimal web handling system is achieved the objective function is defined as minimized spacing characteristics between roller and web to obtain sufficient traction in web transport system. The mathematical model has been developed from the existing numerical results based on modified Reynold equation. The mathematical programming comprised of the Broyden-Fletcher-Goldfarb-shanno (BFGS) method and the line search method was utilized to minimize the air spacing between rollers and webs in web transport system under the constraint of boundary friction between web and roller. The implemented approach is more practical in design and relatively less time consuming in comparison with other approaches. Since the adopted optimization technique can update itself automatically. The results for PET web without permeability are presented and the expediency the method has been verified.

**Keywords**—Web transport system, modified Reynolds equation, Static characteristics, mathematical programming using BFGS method

### I. INTRODUCTION

In the recent developments [1] in paper transportation system as shown in Figure 1, the improvement of sheet and film properties can mean significant reductions in material consumption, great production rates for existing equipment, improved product quality and reduced energy consumption.

The most critical factor of the performance of web transport system is the air film must be thin enough to achieve high traction between the web and the roller. Block and Van Rosum [2] and Eshel and Elrod [3] solved the incompressible Reynolds equation combined with the equilibrium equation to obtain the air film thickness. In 2006, Theoretical model for web transport system in order to estimate the entrained air film thickness between the web and the roller was presented. The predicted results of air film thickness are compared with the experimental results. In this paper, the PET web was examined to obtain the optimum web transport system.

### II. THEORY

The modified Reynolds equation in steady state operating condition which governs the air film pressure in

the spacing between the web and the roller surface in the web transport system is expressed in dimensionless form as:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left( H^3 P \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \frac{1}{4\lambda^2} \frac{\partial}{\partial Z} \left( H^3 P \frac{\partial P}{\partial Z} \right) = 6 \frac{\partial(PH)}{\partial X} \quad (1)$$

Web equilibrium equation is:

$$1 - \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} = \int_{-b}^b P dZ \quad (2)$$

Air film thickness in the central region [4,5]

$$H_0 = \frac{h_0}{Re^{0.1}} = 0.589 - \frac{1.614}{\lambda} + \frac{1.764}{\lambda^2} \quad (3)$$



Fig 1. An industrial paper machine

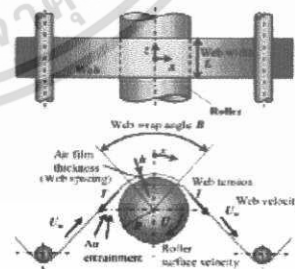


Fig 2. Flexible bearing model for web-roller interface

In web transportation system; it is very important to examine the spacing and friction characteristics between the web and the roller. The web-roller interface problem can be modeled as a self-acting flexible bearing model as shown in Figure 2. Finite difference method has been proposed for solving the modified Reynolds equation to obtain static characteristics of the air bearing between the web and the roller in the web transport system.

III. OPTIMIZATION TECHNIQUE

The optimum design of the web transport system in steady state can be formulated as:

The statement of problem is to minimize  $H_0$

$$H_0 = \frac{h_0}{R\epsilon^{2.5}} = 0.589 \frac{1.614}{L} (2R)\epsilon^{1/5} + \frac{1.764}{L^2} (2R)^2 \epsilon^{2/5} \quad (4)$$

Where  $R, \epsilon$  are the design variable.

The constraints are

$$h_0 \leq 3\sigma \quad (5)$$

$$U^L \leq U \leq U^U \quad (6)$$

$$R^L \leq R \leq R^U \quad (7)$$

In this problem, the design variables are roller radius  $R$  and parameter  $\epsilon$ . The constraint of equation (5) is to keep sufficient friction between the web and the roller. The constraints of equation (6) to equation (7) are impose to limit the value of web and roller system where lower and upper bounds are denoted by superscripts  $L$  and  $U$  respectively.

Initial roller radius  $R^0$  and web parameter  $\epsilon^0$  are assumed. At the starting point, a vector descent directions is determined. The objective function of equation (4) will be reduced. Then, a constrained line search is performed to find the scalar parameter  $\alpha^q$  which defined the distance of travel.

Where the objective function becomes minimum without violating the side constraints in directions.

In the paper, the Broyden-Fletcher-Goldfarb-shanno (BFGS) method for the determination of a descent direction due to its effective algorithm based on polynomial approximation method for line search under restriction of the side constraints.

$$x^{q+1} = x^q + \alpha^q S^q \quad (8)$$

Where  $q$  is the iteration number of optimization process and is a vector of design variable which are roller radius  $R$  and web parameter  $\epsilon$ . The convergence criteria are:

$$\left| \nabla f(x_i) \right| = \left| \frac{\partial H_0}{\partial x_i} \right| \leq 0.001, \quad i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

The Hessian matrix is:

$$B_{i+1} = B_i + \left( 1 + \frac{g_i^T B_i g_i}{d_i^T g_i} \right) \frac{d_i d_i^T}{d_i^T g_i} - \frac{d_i g_i^T B_i}{d_i^T g_i} - \frac{B_i g_i d_i^T}{d_i^T g_i} \quad (10)$$

Where  $d_i = x_{i+1} - x_i = \alpha_i^* S_i$   
 $g_i = \nabla f(x_{i+1}) - \nabla f(x_i)$  (11)

IV. COMPUTATIONAL RESULTS

The numerical results using finite difference technique to solve the modified Reynolds equation in equation (1) in this paper are shown in Figure 3 to Figure 5. The results for PET under different web tension of  $T=100$  N and 500 N for various roller velocity  $U$  as shown in Figure 3. The air film thickness becomes considerable small for low roller speed and for low web tension. The air film thickness increases highly with the decreasing of the roller width due to side leakage of entrained air as shown in Figure 4. Figure 5 shows the air film thickness increases considerable as the radius of the roller decreases.

The proposed optimization approach is developed based on the accuracy of the mathematical model described in the previous section and applied to the flexible web-roller system as shown in Figure 2. The relationship among the objective function and the design variables are shown in Figure 6, Figure 7, Figure 8 and Figure 9 respectively. For web width  $L=0.02$  m, the optimum film thickness and the optimum roller radius are 0.2198 and 0.19 m respectively as shown in Figure 6. The optimum dimensionless film thickness are 0.2198, 0.5282 and 0.5579 for web width  $L=0.03$  m, 0.5 m and 1 m respectively. The results also show that for web width equal to 0.03 m, 0.5 m and 1.0 m, the optimum roller radius are equal to 0.32, 0.4 and 0.4 m respectively as shown in Figure 7 to Figure 9.

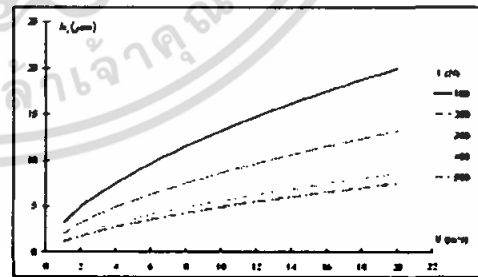


Fig 3. Variation of air film thickness  $h_0$  with roller velocity  $U$  and web tension  $T$

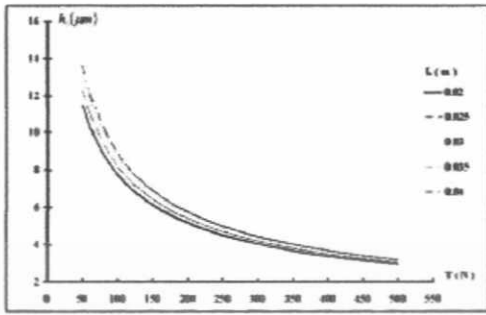


Fig 4. Variation of air film thickness  $h_0$  with web tension  $T$  and rollers width  $L$

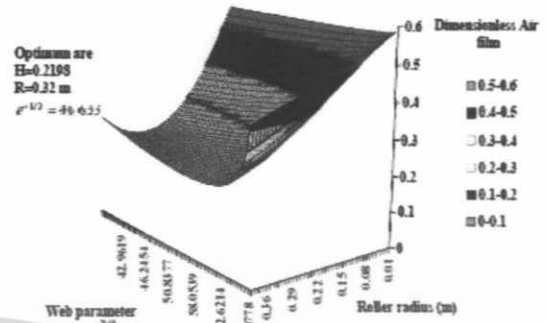


Fig 7. Simulation of objective function  $L=0.03$  m

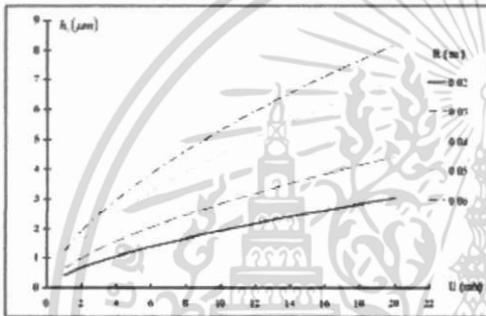


Fig 5. Variation of air film thickness  $h_0$  with roller velocity  $U$  and roller radius  $R$

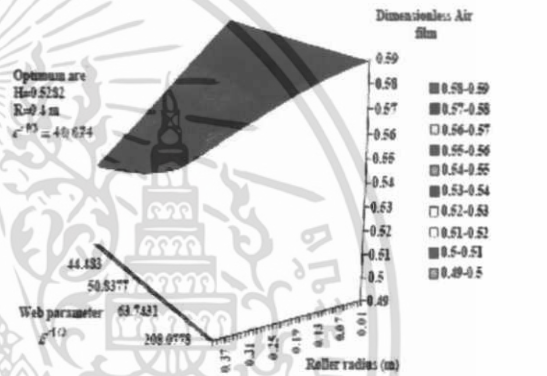


Fig 8. Simulation of objective function  $L=0.5$  m

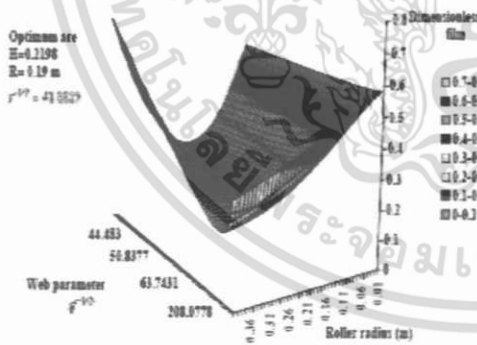


Fig 6. Simulation of objective function  $L=0.02$  m

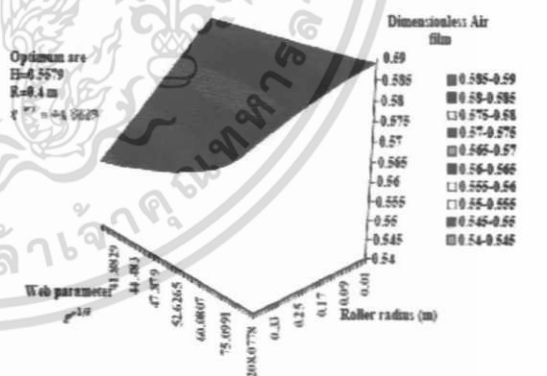


Fig 9. Simulation of objective function  $L=1.0$  m

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

## V. CONCLUSION

This paper has proposed the practical approaches to the prediction of optimum web transport system. The optimization technique employing the Broyden-Fletcher-Goldfarb-shanno method and constrained line search algorithm was used to obtain minimum air film spacing of the air bearing in web transport system in order to obtain the highest performance of web transport system.

## VI. NOMENCLATURE

$B$  = Hessian matrix  
 $f(x_i)$  = objective function  
 $h_0$  = minimum air film thickness at the central position web ( $\mu m$ )  
 $H_0$  = normalized minimum air film thickness at the central position ( $\equiv h_0 / (R\epsilon^{1/2})$ )  
 $L$  = web width (m)  
 $p$  = air film pressure (Pa)  
 $p_a$  = ambient pressure (Pa)  
 $P$  = normalized air film pressure ( $\equiv (p - p_a) / (T / R)$ )  
 $PET$  = materials of web (polyethylene terephthalate)  
 $R$  = roller radius (m)  
 $S$  = search direction  
 $T$  = web tension (N/m)  
 $U$  = transport velocity ( $\equiv U_r + U_w$ ) (m/s)  
 $U_r$  = roller velocity (m/s)  
 $U_w$  = web velocity (m/s)  
 $x_i$  = design variable  
 $X$  = normalized coordinate in the transport direction  
 $Z$  = normalized coordinate in the axial direction of roller  
 $\epsilon$  = web parameter ( $\equiv 6U\eta / L$ )  
 $\lambda$  = normalized web width ( $\equiv L / (2R\epsilon^{1/2})$ )  
 $\eta$  = air viscosity  
 $\sigma$  = composite rms roughness  $\sigma = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_w^2}$  ( $\mu m$ )  
 $\sigma_r$  = rms roughness on roller surface ( $\mu m$ )  
 $\sigma_w$  = rms roughness on web surface ( $\mu m$ )  
 $\alpha^*$  = optimal step length

## ACKNOWLEDGMENT

This research work was partly supported financially by ReCCIT, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang

## REFERENCES

- [1] Jeremy G. Andrew P. Richard D. and Babatunde A. "Cross-directional of sheet and film processes." *Automatica*, 2006, pp.191-211
- [2] Block, H. and Kossum, J.J. "The Foil Bearings: A New Departure in Hydrodynamic Lubrication." *Lubr. Eng.* 1953, pp. 310-320
- [3] Eichel, A. and Ehd, H.G. "The Theory of Infinitely Wide Perfectly Flexible Self-Acting Foil Bearings." *ASME J Basic Eng.* 1965, pp. 831-836.
- [4] H. Hashimoto, and H. Nakagawa. "Improvement of Web Spacing and Friction Characteristics by Two Types of Stationary Guides." *ASME*, 2001, pp.509-516
- [5] H. Hashimoto, and M. Okajima. "Theoretical and Experimental Investigation into Spacing Characteristic Between Roller and Three Types of Webs With Different Permeabilities." *ASME*, 2006, pp 267-274
- [6] Singiresu S. "Engineering Optimization," Wiley-Interscience, 1996
- [7] Mizoh Y, Yoshida H, Kamimaka N, Kotera H, and Kita H. "Analysis of Tape Floating Behavior on Magnetic Head and Grooved Drum in VCR." *Industrial and Environmental Application of Fluid Mechanics*, 1992, pp 151-156
- [8] Mufu S. and Cole K.A. "The Fluid-Structure Interaction of a Thin Flexible Cylindrical web Supported by an Air Cushion." *Fluids Struct*, 1999, pp 681-708
- [9] Good J.K. "Shear in Multispan Web System." *Proceeding of the Fourth International Conference on Web Handling*, 1997, pp 264-285

## ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-นามสกุล นายพุทธา จินครวั  
 วัน เดือน ปีเกิด 1 สิงหาคม 2523 ที่นครปฐม  
 ที่อยู่ 64 หมู่2 ตำบลโคกพระเจดีย์ อำเภอนครชัยศรี  
 จังหวัดนครปฐม  
 ประวัติการศึกษา 2545 วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาเครื่องกล  
 สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
 2548 วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาเครื่องกล  
 สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง  
 ความชำนาญเฉพาะด้าน 1.) การออกแบบเครื่องกล  
 2.) การหล่อลื่น  
 ประสบการณ์การทำงานและผลงานวิจัย  
 พ.ศ.2547-2548 ตำแหน่งผู้ช่วยวิจัย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า  
 ไม่ว่ากรณีใดๆ ทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้