

อัลกอริทึมการปรับตัวตามเกณฑ์ค่าเฟสผิดพลาด
สำหรับการประมาณค่าความถี่

PHASE ERROR CRITERION BASED ADAPTIVE ALGORITHM
FOR FREQUENCY ESTIMATION



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า
คณะวิศวกรรมศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง
พ.ศ.2568
KMITL-2025-EN-D-018-001

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

PHASE ERROR CRITERION BASED ADAPTIVE ALGORITHM
FOR FREQUENCY ESTIMATION



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT
OF THE REQUIREMENT FOR THE DEGREE OF
DOCTOR OF ENGINEERING IN ELECTRICAL ENGINEERING
SCHOOL OF ENGINEERING
KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG
2025

KMITL-2025-EN-D-018-001

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



COPYRIGHT 2025

SCHOOL OF ENGINEERING

KING MONGKUT'S INSTITUTE OF TECHNOLOGY LADKRABANG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

หัวข้อวิทยานิพนธ์	อัลกอริทึมการปรับตัวตามเกณฑ์ค่าเฟสผิดพลาด สำหรับการประมาณค่าความถี่
นักศึกษา	นายประยุทธ อินแบน
รหัสประจำตัว	64601084
ปริญญา	วิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต
สาขาวิชา	วิศวกรรมไฟฟ้า
พ.ศ.	2568
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	รองศาสตราจารย์ ดร.บุญยชนะ ภูระหงษ์

บทคัดย่อ

วิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนออัลกอริทึมและตัวกรองแบบใหม่สำหรับการประมาณค่าความถี่ เริ่มจากพัฒนาตัวกรองนอตช์ปรับตัวได้แบบแลตทิซตรง (Direct-Lattice Adaptive Notch Filter: DLANF) และเพื่อลดความซับซ้อนของอัลกอริทึม ได้นำเสนออัลกอริทึมการปรับตัวตามเกณฑ์ค่าเฟสผิดพลาดอย่างง่าย (Phase Error Criterion: PEC-based) ตามลำดับ อัลกอริทึมแบบ DLANF ใช้ตัวกรองโครงสร้างตรงที่มีเฉพาะโพลต่ออนุกรมกับตัวกรองโครงสร้างแลตทิซที่มีเฉพาะซีโร่ ในการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวกรองนั้น จะใช้อัลกอริทึมแบบ เกรเดียนต์นอร์มอลไลซ์ การใช้เทคนิคนี้ มีประสิทธิภาพที่ดีกว่าตัวกรองแบบปรับตัวได้ทั่วไป ในแง่ของการลู่เข้าของเวลาและให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองผิดพลาดที่น้อย และลำดับสุดท้ายได้นำเสนออัลกอริทึมการปรับตัวอย่างง่าย หรือ PEC สำหรับการประมาณค่าความถี่ของสัญญาณคลื่นไซน์เชิงซ้อน ในสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนขาวและแบบอิมพัลส์ เทคนิคนี้ใช้การตอบสนองเฟสแบบทันทีของตัวทำนายเชิงเส้นเชิงซ้อนในลำดับที่หนึ่ง (first-order Complex Linear Predictor: CLP) โดยใช้เป็นฟังก์ชันกระทำเพื่อปรับพารามิเตอร์ค่าความถี่ของ CLP ซึ่งวิธีการแบบ PEC นี้ มีความเรียบง่ายและมีความทนทานต่อสัญญาณรบกวนอิมพัลส์สูงได้ การวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยการประมาณค่าความถี่และค่า MSE จะได้มาในรูปแบบปิด โดยใช้คอมพิวเตอร์ในการจำลองการทำงาน เพื่อแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าความถี่ดังกล่าว

Thesis	Phase Error Criterion Based Adaptive Algorithm for Frequency Estimation
Student	Mr. Prayuth Inban
Student ID.	64601084
Degree	Doctor of Engineering
Program	Electrical Engineering
Year	2025
Thesis Advisor	Assoc. Prof. Dr. Boonchana Purahong

ABSTRACT

This thesis presents novel algorithms and filters for frequency estimation. A Direct-Lattice Adaptive Notch Filter (DLANF) is developed for frequency estimation and tracking. To reduce computational complexity, a simplified Phase Error Criterion (PEC)-based adaptive algorithm is proposed. The proposed DLANF algorithm is the cascade of an all-pole direct form structure filter with an all-zero lattice predictor. To adjust the filter parameters, a normalized gradient algorithm is employed. This technique outperforms conventional adaptive filters in terms of convergence speed and mean square error. Finally, a simplified adaptive algorithm, or PEC, is proposed for frequency estimation of complex sinusoids in both white Gaussian and impulsive noise. This technique exploits the instantaneous phase response of a first-order Complex Linear Predictor (CLP) as an objective function to adjust the frequency parameter of the CLP. The PEC method is simple and robust to impulsive noise. Closed-form expressions for the mean frequency estimate and mean square error (MSE) are derived. Computer simulations are conducted to demonstrate the performance of the proposed frequency estimator.

กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณทุกท่านที่มีส่วนร่วม ทั้งที่ได้ให้กำลังใจ ให้ความช่วยเหลือและให้ความรู้เพิ่มเติมในงานวิจัยนี้ จึงทำให้วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ขอขอบพระคุณอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.บุญยชนะ ภูระหงษ์ ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.ชวลิต เบญจางคประเสริฐ ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง และรองศาสตราจารย์ ดร.ราชู พันธุ์ฉลาด คณะเทคโนโลยีอุตสาหกรรมมหาวิทยาลัยราชภัฏราชชนครินทร์ ที่ให้ความเมตตาถ่ายทอดความรู้ ให้คำปรึกษาที่เป็นประโยชน์ต่อการทำวิจัยนี้ และตลอดจนขอขอบคุณต้นสังกัด มหาวิทยาลัยราชภัฏราชชนครินทร์ที่สนับสนุนเรื่องเวลาและทรัพยากรต่างๆ ที่ต้องใช้ในการศึกษาตลอดหลักสูตร และขอขอบคุณคณะกรรมการผู้คุมสอบวิทยานิพนธ์ทุกท่านที่ได้ให้คำแนะนำที่มีค่ายิ่งต่องานวิจัยในวิทยานิพนธ์นี้ สุดท้ายขอขอบคุณ พ่อ แม่ พี่ น้อง และหลาน ๆ ที่น่ารักทุกคน สำหรับกำลังใจตลอดจนครูบาอาจารย์ทุก ๆ ท่าน ตั้งแต่อดีตจนปัจจุบันที่ได้อบรมสั่งสอนมา

ประยูทธ อินแบน

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย	I
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	II
กิตติกรรมประกาศ	III
สารบัญ	IV
สารบัญตาราง	VI
สารบัญรูป	VII
สารบัญตัวย่อ	X
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์	2
1.3 สิ่งที่น่าสนใจใหม่	3
บทที่ 2 ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	5
2.1 การกำจัดสัญญาณแทรกสอดโดยใช้อัลกอริทึม iRLS	5
2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	5
2.3 ระบบที่นำเสนอ	6
2.4 ตัวประมาณค่าความถี่ (IFFE)	9
2.5 ตัวประมาณค่าสัญญาณแทรกสอด (IE)	10
2.6 ผลจำลองการทำงาน	11
2.7 สรุป	14
บทที่ 3 โครงสร้างและอัลกอริทึม	15
3.1 การพัฒนาตัวกรองนอตซ์ปรับตัวได้แบบแลตทิซตรงสำหรับการประมาณค่าความถี่และ การติดตาม (DLANF)	15
3.1.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	15
3.1.2 ตัวกรองที่นำเสนอ	16
3.2 อัลกอริทึมการปรับตัวตามเกณฑ์ค่าเฟสผิดพลาดสำหรับการประมาณค่าความถี่ (PEC) ...	19
3.2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	19

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญ (ต่อ)

หน้า

3.2.2 แนวทางการออกแบบ	21
3.2.3 การวิเคราะห์ค่าเฉลี่ย	25
3.2.4 การวิเคราะห์ MSE ในสภาวะคงตัว	27
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์	32
4.1 ผลการวิเคราะห์ของอัลกอริทึม DLANF	32
4.1.1 ผลจำลองการทำงาน	32
4.1.2 การประมาณค่าความถี่คั้งที่	32
4.1.3 การประมาณความถี่ที่เปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลัน	34
4.1.4 ผลจำลองการทำงานของ MSE	36
4.1.5 สรุป	38
4.2 ผลการวิเคราะห์ของอัลกอริทึม PEC	38
4.2.1 การจำลองการทำงาน MSE และการประมาณค่าความถี่	38
4.2.2 ความทนทานของสัญญาณรบกวนอิมพัลส์	43
4.2.3 ผลกระทบต่อขนาดของสัญญาณ	45
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย	49
บรรณานุกรม	51
ภาคผนวก	61
ภาคผนวก ก งานวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์ในระหว่างการศึกษา	62
ภาคผนวก ข ที่มาของสมการที่ (3.25)	85
ภาคผนวก ค ที่มาของสมการที่ (3.31)	87
ภาคผนวก ง ที่มาของสมการที่ (3.44)	89
ภาคผนวก จ ที่มาของสมการที่ (4.7)	91
ภาคผนวก ฉ Big-O	93
ภาคผนวก ช ประวัติผู้เขียน	95

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 4.1 ความซับซ้อนในการคำนวณและเวลาในการคำนวณ 42



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป

หน้า

รูปที่ 2.1 ระบบการกำจัดสัญญาณแทรกสอดโดยใช้อัลกอริทึม RLS แบบใหม่ (Improved Adaptive Sinusoidal Interference Cancellation: iASIC)	7
รูปที่ 2.2 (a) สัญญาณ ECG ที่วัดได้โดยมีสัญญาณแทรกสอด 1% (b) ความหนาแน่น สเปกตรัมกำลังงาน (c) สัญญาณ ECG ที่ถูกยกระดับแล้ว (d) ความหนาแน่นสเปกตรัม กำลังงาน สำหรับ $\rho = \lambda = 0.98$, $f_s = 1$ kHz.	9
รูปที่ 2.3 PDFs ของ $P(n)$ ที่ 0% และ 1% ของสัญญาณแทรกสอด	9
รูปที่ 2.4 ตัวประมาณค่าสัญญาณแทรกสอด	10
รูปที่ 2.5 สมรรถนะของ iASIC เมื่อไม่มีสัญญาณแทรกสอดสำหรับค่า $\lambda = \rho = 0.98$, $\gamma = 0.075$ (a) อินพุต (b) เอาต์พุต	11
รูปที่ 2.6 สมรรถนะของ iASIC เปรียบเทียบกับ [6] สำหรับ 1% ของสัญญาณแทรกสอด $\alpha = \lambda = \rho = 0.98$, $\gamma = 0.075$, $C(0)=0.001$, $D(0)=0.1$ (a) อินพุต (b) เอาต์พุต iASIC (c) เอาต์พุต RLS-ASIC [6]	12
รูปที่ 2.7 สมรรถนะของ iASIC เปรียบเทียบกับ [6] สำหรับ 10% ของสัญญาณแทรกสอด $\alpha = \lambda = \rho = 0.98$, $\gamma = 0.075$, $C(0)=0.001$, $D(0)=0.1$ (a) อินพุต (b) เอาต์พุต iASIC (c) เอาต์พุต RLS-ASIC [6]	12
รูปที่ 2.8 สมรรถนะของ iASIC เปรียบเทียบกับ [6] สำหรับ 10% ของสัญญาณแทรกสอดและ ความถี่เบี่ยงเบน 3% $\alpha = \lambda = \rho = 0.98$, $\gamma = 0.075$, $C(0)=0.001$, $D(0)=0.1$ (a) อินพุต (b) เอาต์พุต iASIC (c) เอาต์พุต RLS-ASIC [6]	13
รูปที่ 2.9 สมรรถนะของ iASIC เปรียบเทียบกับ [6] เมื่อแอมพลิจูดของสัญญาณแทรกสอด เปลี่ยนแปลงตามเวลาและความถี่เบี่ยงเบนร้อยละ 3 $\alpha = \lambda = \rho = 0.98$, $\gamma = 0.075$, $C(0)=0.001$, $D(0)=0.1$ (a) อินพุต (b) เอาต์พุต iASIC (c) เอาต์พุต RLS-ASIC [6]	14
รูปที่ 3.1 ค่าคาดหวังทางสถิติของฟังก์ชันขับเคลื่อนวิธีการแบบ PEC โดย D เป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ค่าความถี่สำหรับ (a) $SNR_i = 0$ dB และ (b) $SNR_i = 10$ dB	24
รูปที่ 3.2 บล็อกไดอะแกรมของเทคนิควิธีการแบบ PEC ที่นำเสนอ	24
รูปที่ 3.3 เส้นโค้งการเรียนรู้ของ $\hat{\omega}_0(0)$ สำหรับ (a) ที่ค่า $SNR_i = 0$ dB และ (b) ที่ค่า $SNR_i = 10$ dB	27
รูปที่ 3.4 ค่า MSE เป็นฟังก์ชันของค่าความถี่ สำหรับค่า $SNR_i = 0$ dB, $\mu = 0.01$, $L=10000$ และรัน 100 ครั้ง	30

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

หน้า

รูปที่ 3.5 ค่า MSE ที่เป็นฟังก์ชันของค่า SNR_i สำหรับค่า $\omega_0=0.5\pi$, $\mu=0.01$, $L=10000$ และรัน 100 ครั้ง	31
รูปที่ 3.6 ค่า MSE ซึ่งเป็นฟังก์ชันของสเต็ปไซส์สำหรับค่า $SNR_i=0$ dB, $\omega_0=0.5\pi$, $L=10000$ และรัน 100 ครั้ง	31
รูปที่ 4.1 การเปรียบเทียบการประมาณค่าความถี่คงที่ สำหรับที่ค่า SNR = 10 dB	33
รูปที่ 4.2 การเปรียบเทียบการประมาณค่าความถี่คงที่ สำหรับที่ค่า SNR = 0 dB	33
รูปที่ 4.3 การเปรียบเทียบการประมาณค่าความถี่คงที่ เมื่อกำหนดวิธีการที่ต้องการ ให้อยู่ห่างจากค่าเริ่มต้น	34
รูปที่ 4.4 การเปรียบเทียบการประมาณค่าความถี่ ที่เปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันและแบบสุ่ม	35
รูปที่ 4.5 การเปรียบเทียบการประมาณค่าความถี่ ของสัญญาณเสียงเซิร์พ (Chirp)	35
รูปที่ 4.6 การเปรียบเทียบค่า MSE ที่ได้จากการประมาณค่าความถี่ปรับเปลี่ยนความเร็ว การลู่เข้าของการลู่เข้าเดียวกัน	37
รูปที่ 4.7 ค่า MSE ของค่าความถี่โดยประมาณ สำหรับค่า $SNR_i=10$ dB, $\omega_0=0.5\pi$, $\mu_{pec}=0.05$, $\mu_{cdfe}=0.025$, $\mu_{mcpq}=0.0175$, $\mu_{cpq}=0.02$, $\mu_{regalia}=0.004$ ความยาวข้อมูล $L=1000$ และรัน 1,000 ครั้ง	39
รูปที่ 4.8 เส้นโค้งการเรียนรู้ความถี่โดยประมาณสำหรับค่า $SNR_i=10$ dB, $\omega_0=0.5\pi$, $\mu_{pec}=0.05$, $\mu_{cdfe}=0.025$, $\mu_{mcpq}=0.0175$, $\mu_{cpq}=0.02$, $\mu_{regalia}=0.004$ ความยาวของข้อมูล $L=1000$ และรันครั้งเดียว	40
รูปที่ 4.9 ค่า MSE ของค่าความถี่โดยประมาณสำหรับค่า $SNR_i=-5$ dB, $\omega_0=0.5\pi$, $\mu_{pec}=0.05$, $\mu_{cdfe}=0.032$, $\mu_{mcpq}=0.035$, $\mu_{cpq}=0.071$, $\mu_{regalia}=0.016$, ความยาวข้อมูล $L=1000$ และรัน 5,000 ครั้ง	41
รูปที่ 4.10 เส้นโค้งการเรียนรู้ของค่าความถี่โดยประมาณ $SNR_i=-5$ dB, $\omega_0=0.5\pi$, $\mu_{pec}=0.05$, $\mu_{cdfe}=0.032$, $\mu_{mcpq}=0.035$, $\mu_{cpq}=0.071$, $\mu_{regalia}=0.016$, ความยาวข้อมูล $L=1000$ และรัน 5,000 ครั้ง	42

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สารบัญรูป (ต่อ)

หน้า

รูปที่ 4.11 (a) ค่าความน่าจะเป็นที่มีค่าต่ำ โดยมาจากค่าความแปรปรวนของสัญญาณ รบกวนอิมพัลส์มีค่า $SINR$ มาก คือที่ $SINR = -20$ dB และ (b) แสดงลำดับขั้นพัฒนาการ ของการประมาณค่าความถี่ที่ได้รับ ด้วยเทคนิควิธีการแบบ PEC MCPG CPG และ Regalia สำหรับค่า $\omega_0 = 0.8\pi$, $\mu_{pec} = 0.05$ และ $\mu_{mcp} = 0.05$, $\mu_{cpg} = 0.35$ และ $\mu_{regalia} = 0.1$	46
รูปที่ 4.12 (a) ความน่าจะเป็นที่สูงที่มีความเป็นไปได้ที่ความแปรปรวนของสัญญาณ รบกวนอิมพัลส์ของ $SINR = -40$ dB (b) ลำดับขั้นตอนความก้าวหน้าของการประมาณค่า ความถี่ที่ได้รับ โดยเทคนิควิธีการแบบ PEC MCPG CPG และ Regalia สำหรับค่า $\omega_0 = 0.8\pi$, $\mu_{cdfe} = 0.05$ และ $\mu_{mcp} = 0.05$, $\mu_{cpg} = 0.35$ และ $\mu_{regalia} = 0.1$	47
รูปที่ 4.13 ความเร็วในการลู่เข้าที่มีค่าลดลง เนื่องจากขนาดของสัญญาณ ด้วยเทคนิค วิธีการแบบ (a) PEC (b) CDFE (c) MCPG (d) CPG และ (e) Regalia	48

สารบัญย่อ

ANF	Adaptive Notch Filter
BPF	Band Pass Filter
CANF	Complex Adaptive Notch Filter
CDFE	Complex Direct Frequency Estimation
CPG	Complex Plain Gradient
DLANF	Direct-Lattice Adaptive Notch Filter
ECG	Electrocardiogram
GNSS	Global Navigation Satellite Systems
iASIC	Improved Adaptive Sinusoidal Interference Cancellation
iRLS	Improved RLS-based Interference Cancellation
IIR	Infinite Impulse Response
IIR-ANF	Infinite Impulse Response Adaptive Notch Filter
LMS	Least-Mean-Square
MC	Modified Covariance
MCPG	Modified Complex Plain Gradient
ML	Maximum Likelihood
MUSIC	Multiple Signal Classification
PDF	Probability Distribution Function
PEC	Phase Error Criterion
PHD	Pisarenko Harmonic Decomposition
PMF	Probability Mass Function
PSD	Power Spectral Density
RDFE	Real Direct Frequency Estimation
RLS	Recursive Least-Squares
SNR	Signal to Noise Ratio

บทที่ 1

บทนำ

ในบทนี้เป็นกรกล่าวถึงที่มาและความสำคัญของปัญหา สิ่งที่น่าสนใจใหม่ จุดมุ่งหมาย และวัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

วิธีการที่อยู่บนพื้นฐานของการปรับเปลี่ยนการประมาณค่าความถี่ สามารถพบได้อย่างหลากหลาย ในการนำไปประยุกต์ใช้งานทางด้านการประมวลผลสัญญาณดิจิทัล [1–2] เช่น การประมาณค่าเอฟเฟกต์ดอปเปลอร์ของระบบเรดาร์และโซนาร์ [26–28] การชิงโครโนสสัญญาณนาฬิกา และสัญญาณคลื่นพาหะในระบบสื่อสาร มุมมองของการรับการประมาณค่าในระบบเสาอากาศอัจฉริยะ การประมาณค่าความถี่ในระบบดาวเทียมนำทางทั่วโลก (Global Navigation Satellite Systems: GNSS) [3] การประมาณค่ามุมและความถี่ในระบบไร้สายแบบรับรู้ [4–6] และอื่นๆ เป็นต้น โดยส่วนใหญ่จะขึ้นอยู่กับคุณสมบัติทางสถิติของค่าความถี่ของสัญญาณอินพุต เช่น แบบกำหนด หรือแบบสุ่ม โดยการประมาณค่าความถี่สามารถแบ่งได้เป็นสองประเภท คือ ประเภทเทคนิคการประมาณค่าแบบบล็อกและประเภทประมาณค่าแบบตามลำดับ

การจำแนกสัญญาณแบบหลายรายการ (Multiple Signal Classification: MUSIC) [6] ความแปรปรวนร่วมที่ปรับเปลี่ยน (Modified Covariance: MC) [7] การสลายตัวของฮาร์โมนิกแบบ Pisarenko (Pisarenko Harmonic Decomposition: PHD) [8] PHD ที่ได้ปรับปรุงขึ้นมาใหม่ [9] การประมาณค่าความน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood: ML) [10] คือ ตัวอย่างของการประมาณค่าบล็อกที่ใช้ในการประมาณค่าความถี่สัญญาณคลื่นไซน์คงที่แบบไม่ทราบค่า

อย่างไรก็ตาม เนื่องจากจะต้องเสียเวลาในการคำนวณที่สูง ของเทคนิคเหล่านั้นดังกล่าว จึงได้มีการนำเอาเทคนิควิธีการต่างๆ มากมายมาใช้เพื่อแก้ไขปัญหานี้ในข้อเสียนี้ [29–30] สำหรับการประมาณค่าความถี่สัญญาณคลื่นไซน์ที่แปรผันตามเวลาจำเป็นจะต้องใช้เทคนิคการประมาณค่าตามลำดับ เช่น อัลกอริทึมเทคนิควิธีการแบบกำลังสองน้อยที่สุดแบบเรียกซ้ำสามรอบ (Recursive Least-Squares: RLS) และอัลกอริทึมเทคนิควิธีการแบบตระกูลกำลังสองน้อยที่สุด (Least-Mean-Square: LMS) [12] ในงานวิจัยที่ [12] นั้น ผู้วิจัย So และ Ching ได้เสนออัลกอริทึมเทคนิควิธีการแบบการปรับตัวของ การประมาณค่าความถี่โดยตรงแบบจริง (Real Direct Frequency Estimation: RDFE) สำหรับโทนเสียงจริงในสัญญาณรบกวน ซึ่งการทำงานของเทคนิควิธีการแบบ RDFE นั้น จะขึ้นอยู่กับการทำงานเชิงเส้นของสัญญาณคลื่นไซน์จริง [13] โดย RDFE จะมีประสิทธิภาพในการคำนวณโดยตรงและให้การวัดค่าความถี่ที่เป็นกลาง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในกรณีของการประมาณค่าความถี่สัญญาณคลื่นไซน์เชิงซ้อน สามารถใช้การประมาณค่าแบบบล็อกใน [14-17] และอัลกอริทึมการปรับตัวที่ใช้ตัวกรองนอตช์แบบปรับตัวเชิงซ้อน CANF (Complex Adaptive Notch Filter: CANF) [18-21] ได้ ในงานวิจัยที่ [18] ได้มีการนำเอาอัลกอริทึมการตัดแปลงเกรเดียนต์ธรรมดาแบบปรับตัวเชิงซ้อน (Modified Complex Plain Gradient: MCPG) มาใช้งาน พบว่า เทคนิควิธีการแบบ MCPG สามารถปรับปรุงค่าความเร็วการลู่เข้าหากันเมื่อเปรียบเทียบกับเทคนิควิธีการแบบ Regalia (Regalia) [19] และอัลกอริทึมเกรเดียนต์ธรรมดาแบบเชิงซ้อน (Complex Plain Gradient: CPG) [21] โดยไม่ต้องมีเพิ่มการคำนวณใดๆ

อย่างไรก็ตาม เนื่องจากค่าแฟกเตอร์การหาค่าของโพลเทคนิควิธีการแบบ CANF รวมถึงประสิทธิภาพของอัลกอริทึมปรับตัวแบบตัวกรองนอตช์ ANF อาจไม่ดีหากค่าที่เลือกของโพลแฟกเตอร์ไม่เหมาะสม ในงานวิจัยที่ [22] อัลกอริทึมแบบปรับตัวตามการทำนายเชิงเส้น [12] ได้ถูกนำมาใช้สำหรับกรณีทั่วไปของสัญญาณคลื่นไซน์เชิงซ้อน กล่าวคือ การประมาณค่าความถี่โดยตรงที่เชิงซ้อน (Complex Direct Frequency Estimation: CDFE) เทคนิควิธีการแบบ CDFE เป็นอัลกอริทึมที่น่าสนใจ เนื่องจากมีความเรียบง่ายและมีประสิทธิภาพที่ดี อย่างไรก็ตามการให้ความเร็วการลู่เข้าที่ช้าเมื่อขนาดของสัญญาณต่ำและไม่ทนทานต่อสัญญาณรบกวนอิมพัลส์สูง

ในงานวิจัยนี้ ได้นำเสนออัลกอริทึมการปรับตัวตามเกณฑ์ข้อผิดพลาดลำดับเฟส (Phase Error Criterion: PEC) ที่เรียบง่ายเพื่อการประมาณค่าความถี่สัญญาณคลื่นไซน์เชิงซ้อน การเปลี่ยนเฟสทันทีของตัวทำนายเชิงเส้นเชิงซ้อนจะได้รับการประเมินในแต่ละครั้งทันที และเคยเป็นฟังก์ชันขั้วการทำงานของอัลกอริทึมเทคนิควิธีการแบบ PEC ที่นำเสนอ นั้น ไม่ต้องการสัญญาณภายนอกหรือภายในใดๆ ต้องใช้เฉพาะสัญญาณอินพุตและเอาต์พุตของระบบเท่านั้น ในเงื่อนไขบางสภาวะ เทคนิควิธีการแบบ PEC จะให้เวลาในการลู่เข้าที่คล้ายคลึงกันและค่า MSE เหล่านั้นของเทคนิควิธีการแบบ CDFE แต่จะมีแข็งแกร่งต่อสัญญาณรบกวนอิมพัลส์เพิ่มมากขึ้น ในรูปแบบปิดนั้น การวิเคราะห์การลู่เข้า สำหรับการลู่เข้าในค่าเฉลี่ยของค่าความถี่โดยประมาณและค่า MSE ในสภาวะคงตัวภายใต้สัญญาณรบกวนเกาส์เซียนขาวจะได้รับมา การจำลองการทำงานที่ครอบคลุม ภายใต้สถานการณ์สัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนและแบบอิมพัลส์ ได้รับการประเมินเพื่อแสดงให้เห็นถึงความเหนือกว่าของเทคนิควิธีการแบบ PEC ที่ได้นำเสนอ

1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์

วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์นี้ ได้กำหนดแนวทางการศึกษางานวิจัยเพื่อการพัฒนาและปรับปรุงอัลกอริทึมและตัวกรองแบบใหม่ โดยนำเสนอตามวัตถุประสงค์ คือ

1. เพื่อทำการศึกษ วิจัย พัฒนา ปรับปรุง และนำเสนอวิธีการกำจัดสัญญาณแทรกสอดโดยใช้อัลกอริทึม (An Improved RLS-based Interference Cancellation: iRLS) ได้ เป็นวิธีการที่ถูก

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ปรับปรุงสำหรับลดผลกระทบของสัญญาณแทรกสอดจากสัญญาณพาเวอริไลน์ที่เกิดขึ้นในระบบบันทึกสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ และตัวประมาณค่าสัญญาณแทรกสอด ตัวตรวจจับจะถูกใช้สำหรับประเมินค่าการมีอยู่ของสัญญาณแทรกสอดก่อนการบันทึก ส่วนตัวประมาณค่าความถี่สามารถติดตามการผันแปรของค่าความถี่ของสัญญาณแทรกสอดผลจำลองการทำงานสามารถแสดงสมรรถนะของระบบได้

2. เพื่อทำการศึกษา วิจัย พัฒนา ปรับปรุง และนำเสนอวิธีการพัฒนาตัวกรองนอตช์ปรับตัวได้แบบแลตทิซตรง (Direct-Lattice Adaptive Notch Filter: DLANF) สำหรับการประมาณค่าความถี่และการติดตาม โดยตัวกรองที่นำเสนอในการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวกรองนั้น จะใช้อัลกอริทึมแบบเกรเดียนต์นอร์มอลไลซ์ ในแง่ของการลู่เข้าของเวลาและให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองผิดพลาด (MSE) ที่น้อยและได้ใช้การจำลองด้วยคอมพิวเตอร์เพื่อแสดงความโดดเด่นของตัวกรองได้

3. เพื่อทำการศึกษา วิจัย พัฒนา ปรับปรุง และนำเสนออัลกอริทึมการปรับตัวตามเกณฑ์ค่าเฟสผิดพลาดอย่างง่าย (Phase Error Criterion: PEC-based) ได้ใช้วิธีการอัลกอริทึมเทคนิควิธีการแบบการปรับตัวตามเกณฑ์ข้อผิดพลาดของค่าเฟสสำหรับการประมาณค่าความถี่ที่ไม่ทราบค่าของสัญญาณคลื่นไซน์เชิงซ้อนเทคนิคที่นำเสนอมีข้อที่ได้เปรียบหลักสองประการ คือ มีความทนทานต่อสัญญาณรบกวนอิมพัลส์ และไม่ไวต่อการเปลี่ยนแปลงขนาดของสัญญาณ การลู่เข้าหาค่าเฉลี่ยของการประมาณค่าความถี่และการแสดงค่าของสถานะคงตัวสำหรับค่า MSE นั้น ใช้การจำลองการทำงานด้วยคอมพิวเตอร์เพื่อแสดงให้เห็นถึงความเหนือกว่าของอัลกอริทึมที่มีการปรับตัวได้

1.3 สิ่งที่น่าสนใจใหม่

ในวิทยานิพนธ์นี้ ได้นำเสนออัลกอริทึมและตัวกรองแบบใหม่ ซึ่งมีขอบเขตของงานวิจัยที่ครอบคลุมเนื้อหาของ การพัฒนาตัวกรองนอตช์ปรับตัวได้แบบแลตทิซตรงสำหรับการประมาณค่าความถี่และการติดตาม (Direct-Lattice Adaptive Notch Filter: DLANF) และเนื้อหาท้ายสุดได้นำเสนออัลกอริทึมการปรับตัวตามเกณฑ์ค่าเฟสผิดพลาดอย่างง่าย (Phase Error Criterion: PEC-based)

บทที่ 2 กล่าวถึงทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง นำเสนองานวิจัยที่เกี่ยวกับวิธีการกำจัดสัญญาณแทรกสอดโดยใช้อัลกอริทึม (An Improved RLS-based Interference Cancellation: iRLS) โดยการพัฒนาอัลกอริทึมนี้ ได้นำเสนอระเบียบวิธีที่ถูกปรับปรุงสำหรับลดผลกระทบของสัญญาณแทรกสอดจากสัญญาณพาเวอริไลน์ที่เกิดขึ้นในระบบบันทึกสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ ระเบียบวิธีที่นำเสนอประกอบด้วย ตัวตรวจจับสัญญาณแทรกสอด ตัวประมาณค่าความถี่หลักมูลสัญญาณแทรกสอด และตัวประมาณค่าสัญญาณแทรกสอด ตัวตรวจจับจะถูกใช้สำหรับประเมินค่าการมีอยู่ของสัญญาณแทรกสอดก่อนการบันทึก ถ้าหากตรวจพบ ตัวประมาณค่าความถี่และตัว

ประมาณค่าสัญญาณแทรกสอดจะถูกนำมาใช้ในขั้นตอนถัดไป แต่หากตรวจไม่พบสัญญาณแทรกสอด สัญญาณจะถูกส่งไปยังระบบบันทึกโดยตรงและแสดงผลต่อไป การนำระบบตรวจจับมาใช้จะช่วยเพิ่มสมรรถนะให้แก่ระบบในแง่ของประสิทธิภาพของการคำนวณและความเร็วในการทำงานของระบบ ส่วนตัวประมาณค่าความถี่สามารถติดตามการผันแปรของค่าความถี่ของสัญญาณแทรกสอดผลจำลองการทำงานสามารถแสดงสมรรถนะของระบบที่น่าเสนอ

บทที่ 3 ได้นำเสนอโครงสร้างและอัลกอริทึมในส่วนของวิธีการพัฒนาตัวกรองนอตช์ปรับตัวได้แบบแลตทิซตรง (Direct-Lattice Adaptive Notch Filter: DLANF) สำหรับการประมาณค่าความถี่และการติดตาม อัลกอริทึมที่น่าเสนอใช้ตัวกรองโครงสร้างตรงที่มีเฉพาะโพลต่ออนุกรมกับตัวกรองโครงสร้างแลตทิซที่มีเฉพาะซีโร่ ในการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวกรองนั้น จะใช้อัลกอริทึมแบบเกรเดียนต์นอร์มอลไลซ์ การใช้เทคนิคนี้ มีประสิทธิภาพที่ดีกว่าตัวกรองแบบปรับตัวได้ทั่วไป ในแง่ของการลู่เข้าของเวลาและให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองผิดพลาด ที่น้อยและได้ใช้การจำลองด้วยคอมพิวเตอร์เพื่อแสดงความโดดเด่นของตัวกรองที่น่าเสนอในงานวิจัยนี้ ตัวกรองนอตช์ปรับตัวได้สามารถนำไปใช้กับแอปพลิเคชันในการประมวลผลสัญญาณได้หลากหลาย เช่น เพื่อกำจัดส่วนประกอบแถบความถี่แคบ หรือ คลื่นไซน์ที่มีขนาด ความถี่ และเฟสที่ไม่ทราบค่า ไม่ว่าจะเป็นในระบบ เรดาร์ โซนาร์ และระบบการสื่อสาร เป็นต้น

และเพื่อลดความซับซ้อนของอัลกอริทึม ได้นำเสนออัลกอริทึมการปรับตัวตามเกณฑ์ค่าเฟสผิดพลาดอย่างง่าย (Phase Error Criterion: PEC-based) สำหรับการประมาณค่าความถี่ของสัญญาณคลื่นไซน์เชิงซ้อน ในสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนขาวและแบบอิมพัลส์ ซึ่งเทคนิควิธีการที่น่าเสนอในงานวิจัยนี้ คือ ใช้การตอบสนองเฟสแบบทันทีของตัวทำนายเชิงเส้นเชิงซ้อนในลำดับที่หนึ่ง ซึ่งใช้เป็นฟังก์ชันกระทำเพื่อปรับพารามิเตอร์ค่าความถี่ของ CLP วิธีการแบบ PEC ที่นำเสนอ นั้น มีความน่าสนใจเป็นอย่างมากเนื่องจากมีความเรียบง่ายและความทนทานต่อสัญญาณรบกวนอิมพัลส์สูงได้ รวมถึงผลการวิเคราะห์ในบทที่ 4 โดยการวิเคราะห์ทางทฤษฎีสำหรับ ค่าเฉลี่ยของการประมาณค่าความถี่และค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยในสถานะคงตัวของการประมาณค่าความถี่จะได้มาในรูปแบบปิด โดยใช้คอมพิวเตอร์ในการจำลองการทำงาน เพื่อให้เห็นประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าความถี่และสุดท้ายเป็นสรุปในบทที่ 5

บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในบทนี้จะกล่าวถึง งานวิจัยวิธีการกำจัดสัญญาณแทรกสอดโดยใช้อัลกอริทึม iRLS (An Improved RLS-based Interference Cancellation: iRLS) และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยมีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

2.1 การกำจัดสัญญาณแทรกสอดโดยใช้อัลกอริทึม iRLS

โดยการพัฒนาอัลกอริทึมนี้ ได้นำเสนอระเบียบวิธีที่ถูกปรับปรุงสำหรับลดผลกระทบของสัญญาณแทรกสอดจากสัญญาณพาเวอริไลน์ที่เกิดขึ้นในระบบบันทึกสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ ระเบียบวิธีที่นำเสนอประกอบด้วย ตัวตรวจจับสัญญาณแทรกสอด ตัวประมาณค่าความถี่หลักมูลสัญญาณแทรกสอด และตัวประมาณค่าสัญญาณแทรกสอด ตัวตรวจจับจะถูกใช้สำหรับประเมินค่าการมีอยู่ของสัญญาณแทรกสอดก่อนการบันทึก ถ้าหากตรวจพบ ตัวประมาณค่าความถี่และตัวประมาณค่าสัญญาณแทรกสอดจะถูกนำมาใช้ในขั้นตอนถัดไป แต่หากตรวจไม่พบสัญญาณแทรกสอด สัญญาณจะถูกส่งไปยังระบบบันทึกโดยตรงและแสดงผลต่อไป การนำระบบตรวจจับมาใช้จะช่วยเพิ่มสมรรถนะให้แก่ระบบในแง่ของประสิทธิภาพของการคำนวณและความเร็วในการทำงานของระบบ ส่วนตัวประมาณค่าความถี่สามารถติดตามการผันแปรของค่าความถี่ของสัญญาณแทรกสอดผลจำลองการทำงานสามารถแสดงสมรรถนะของระบบที่นำเสนอ

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

สัญญาณแทรกสอดจากพาเวอริไลน์อันเกิดจากการคับปลิง [1] เป็นหนึ่งในหลาย ๆ ปัญหาที่เกิดขึ้นในการบันทึกและแสดงผลสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ (Electrocardiogram: ECG) ซึ่งจะเป็นสาเหตุทำให้การตีความหมายของสัญญาณผิดพลาดไปจากความเป็นจริง เนื่องจากโดยปกติแล้วสัญญาณแทรกสอดเป็นกระบวนการสุ่มแบบ non-stationary โดยมีค่าแอมพลิจูด เฟส และความถี่ผันแปรตามเวลา อย่างไรก็ตาม การผันแปรทางความถี่จะมีค่าต่ำเมื่อเปรียบเทียบกับ การผันแปรทางแอมพลิจูดและเฟส [2] การผันแปรของพารามิเตอร์เหล่านี้จะส่งผลทำให้ค่าอัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (Signal to noise ratio: SNR) ของสัญญาณที่บันทึกมีค่าลดลง เพื่อบรรเทาปัญหาดังกล่าว จำเป็นต้องนำตัวกำจัดสัญญาณแทรกสอดแบบปรับตัวได้อัตโนมัตินำมาใช้และจะทำให้การวิเคราะห์สัญญาณมีความน่าเชื่อถือ โดยทั่วไป ค่าแอมพลิจูดสูงสุดของสัญญาณ ECG จะอยู่ที่ประมาณ 1 mV

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในขณะที่ขนาดของสัญญาณแทรกสอดที่จะส่งผลกระทบต่อสัญญาณ ECG จะต้องมามีค่าเท่ากับหรือมากกว่าร้อยละ 1 ($1\mu V$) ของค่าสูงสุดของสัญญาณ ECG [3] ในบางประเทศ จะยอมให้ค่าความถี่มีความผันแปรไม่เกินร้อยละ 1 (0.5 Hz) ของ 50 Hz [4] อย่างไรก็ตาม ในทางปฏิบัติอาจมีการแปรผันไปมากกว่าร้อยละ 1 โดยอาจสูงถึงร้อยละ 3 (1.5 Hz) [5]

จากการสืบค้นวรรณกรรมเปิดเผยให้เห็นว่ามีสามวิธีในการกำจัดสัญญาณแทรกสอด วิธีที่ง่ายที่สุดคือใช้ตัวกรองความถี่แบบนอตช์คงที่แบนด์แคบที่ความถี่ 50 Hz [4] อย่างไรก็ตามวิธีนี้จะลดทอนสมรรถนะในการกำจัดลงรวดเร็วถ้าหากหากว่าค่าความถี่ของสัญญาณแทรกสอดเกิดการผันแปรไปจาก 50 Hz ด้วยเหตุนี้ จึงมีการนำตัวกรองนอตช์แบบปรับตัว (Adaptive notch filter: ANF) ได้มาใช้แทนซึ่งสามารถติดตามการเปลี่ยนแปลงของความถี่ของสัญญาณแทรกสอดได้ [5] อย่างไรก็ตามแม้ว่า ANF จะเก่งในเรื่องของการติดตามการเปลี่ยนแปลงของความถี่ แต่ก็จะมีข้อด้อยที่ทำให้เกิดความผิดเพี้ยนทางสเปกตรัมของสัญญาณ ECG ทั้งนี้เนื่องจากความถี่ของสัญญาณแทรกสอดอยู่ในแบนด์เดียวกับสัญญาณ ECG อีกวิธีที่สามารถแก้ปัญหาได้ คือ การลบ โดยจะทำการประมาณค่าสัญญาณแทรกสอดและนำไปลบออกจากสัญญาณที่วัดได้ [6] แต่ข้อเสียหลักคือหากค่าความถี่ผันแปรไปจะทำให้ระบบไม่สามารถกำจัดสัญญาณแทรกสอดได้เลย จึงได้ทำการปรับปรุงงานวิจัยในบทความ [6] โดยการนำตัวตรวจจับสัญญาณแทรกสอดและตัวประมาณค่าความถี่มาใช้และตั้งชื่อใหม่ว่า การกำจัดสัญญาณแทรกสอดโดยใช้อัลกอริทึม RLS แบบใหม่ หรือ Improved Adaptive Sinusoidal Interference Cancellation (iASIC) โดยระบบ iASIC นี้จึงประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ คือ C1: ID ถูกใช้เพื่อตรวจจับการมีอยู่ของสัญญาณแทรกสอด C2: IFFE ถูกใช้เพื่อ ติดตามการเปลี่ยนแปลงทางความถี่ของสัญญาณแทรกสอด C3: couple oscillator และ ระเบียบวิธี recursive least square (RLS) ถูกใช้เพื่อสร้างสัญญาณแทรกสอด และ C4: ตัวบวก ถูกใช้เพื่อลบสัญญาณแทรกสอดออกจากสัญญาณที่บันทึกได้ และเนื่องจากใน [6] ไม่มี ID จึงทำให้ระบบทำงานตลอดเวลาแม้ว่าจะไม่มีสัญญาณแทรกสอดก็ตาม สิ่งนี้ทำให้ระบบต้องคำนวณโดยไม่ได้ประโยชน์ ยิ่งกว่านั้น สมรรถนะของระบบจะลดลงอย่างรวดเร็วเมื่อเกิดการผันแปรทางความถี่ของสัญญาณแทรกสอด

2.3 ระบบที่นำเสนอ

เมื่อกล่าวถึงระบบ การกำจัดสัญญาณแทรกสอดโดยใช้อัลกอริทึม RLS แบบใหม่ (Improved Adaptive Sinusoidal Interference Cancellation: iASIC) ซึ่งมีหลักการทำงานดังรูปที่ 2.1 หน้าทีของแต่ละส่วนสามารถอธิบายได้ดังนี้ คือ ตัวตรวจจับสัญญาณแทรกสอด (ID)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในทางปฏิบัติ สัญญาณแทรกสอดจะไม่เกิดขึ้นตลอดเวลา ดังนั้นจึงไม่มีความจำเป็นที่ต้องให้ระบบทำงานตลอดเวลา ดังนั้น ID จึงเป็นส่วนประกอบหลักที่สำคัญในงานวิจัยนี้ เพื่อการออกแบบทำได้ง่าย จะสมมติให้สัญญาณ ECG มีค่าแอมพลิจูดคงที่เป็น ในขณะที่แอมพลิจูดและเฟสของสัญญาณ 1 แทรกสอดไม่ทราบค่าที่แน่ชัด ส่วนค่าความถี่จะกำหนดให้มีการผันแปรไปไม่เกินร้อยละ 3 (1.5 Hz)

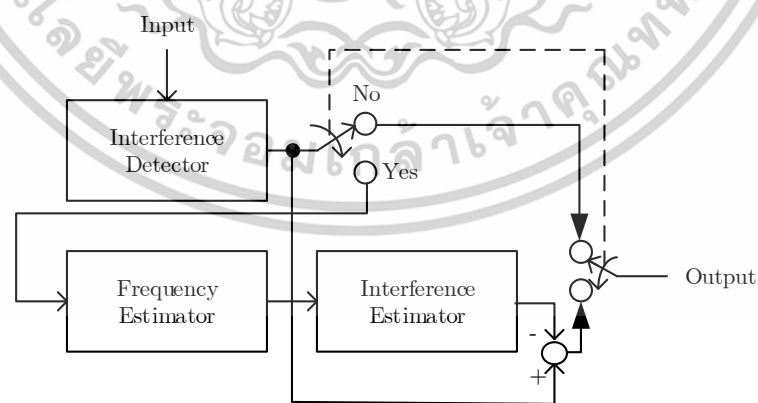
สมมติให้ $d(n)$ คือสัญญาณ ECG และ $p(n)$ คือ สัญญาณแทรกสอดซึ่งอยู่ในรูป

$$p(n) = A \cos(\Omega_0 n + \phi) \quad (2.1)$$

เมื่อ A คือ แอมพลิจูด Ω_0 คือความถี่ และ ϕ คือเฟส ในทางปฏิบัติ $p(n)$ อาจมีฮาร์โมนิกเกิดขึ้นมากมายแต่เราจะไม่สนใจในงานนี้ ดังนั้นสัญญาณที่วัดได้จะอยู่ในรูปของผลรวมระหว่าง $d(n)$ และ $p(n)$ กล่าวคือ

$$x(n) = d(n) + p(n) \quad (2.2)$$

ในส่วนของ ID นั้น สามารถทำได้หลายวิธี โดยในงานวิจัยนี้จะใช้ตัวกรองปรับแต่งสเปกตรัม (spectral shaping filter) เพื่อยกระดับสัญญาณ $p(n)$ ให้มีความโดดเด่น จากนั้นจะทำการประมาณค่ากำลังงานชั่วขณะและนำไปเปรียบเทียบกับค่าอ้างอิง γ ที่เหมาะสมค่าหนึ่ง โดยจะสมมติว่าถ้าค่ากำลังงานชั่วขณะมีค่ามากกว่า γ แสดงว่ามีสัญญาณแทรกสอดเกิดขึ้นในระบบ แต่หากมีค่าน้อยกว่า γ แสดงว่าไม่มีสัญญาณแทรกสอดปนเข้ามาในระบบ



รูปที่ 2.1 ระบบการกำจัดสัญญาณแทรกสอดโดยใช้อัลกอริทึม RLS แบบใหม่
(Improved Adaptive Sinusoidal Interference Cancellation: iASIC)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กระบวนการดังกล่าว สามารถทำได้โดยการป้อนสัญญาณที่วัดได้ $x(n)$ ไปยังตัวอนุพันธ์อันดับหนึ่งแบบไม่ต่อเนื่องทางเวลา (first-order discrete time derivative) และตามด้วยตัวกรองแถบผ่าน (band-pass filter) ที่มีค่าความถี่กลางที่ 50 Hz ฟังก์ชันระบบของกระบวนการนี้สามารถรวมกันได้และเขียนได้ว่า

$$H_d(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 + (1 + \rho)a_0z^{-1} + \rho z^{-2}} \quad (2.3)$$

เมื่อ $0 \leq \rho < 1$ คือรัศมีของโพลและเป็นตัวกำหนดค่าแบนด์วิธของตัวกรอง (ถ้า ρ มีค่ามากค่าแบนด์วิธจะแคบ) $-1 \leq a_0 \leq 1$ คือสัมประสิทธิ์ของระบบและเป็นตัวกำหนดค่าความถี่กลาง 50 Hz สำหรับค่าความถี่ดิจิทัล Ω_0 สามารถคำนวณ

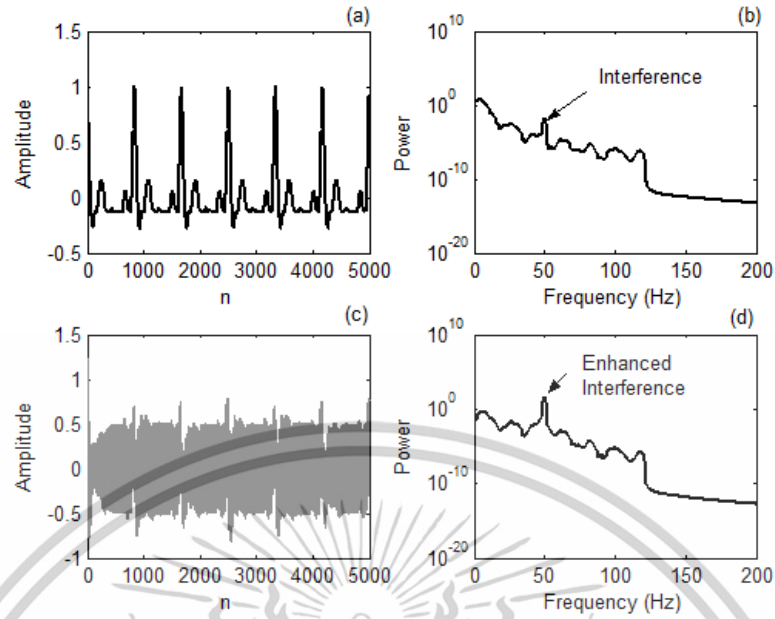
ได้โดย $\Omega_0 = 2\pi(50\text{Hz})/f_s$ เมื่อ f_s (Hz) คือความถี่สุ่มตัวอย่างของระบบ นอกจากนี้ความสัมพันธ์ระหว่าง a_0 และ Ω_0 คือ $a_0 = -\cos\Omega_0$ ต่อมาให้ $y(n)$ คือเอาต์พุตของ $H_d(z)$ เมื่อ $x(n)$ คืออินพุต แล้วค่ากำลังงานชั่วขณะจะสามารถประมาณในรูปแบบเวียนเกิดได้ว่า

$$P(n) = \lambda P(n-1) + (1-\lambda)y^2(n) \quad (2.4)$$

เมื่อ $0 << \lambda < 1$ คือ ค่าคงที่ รูปที่ 2.2 แสดงตัวอย่างของของสัญญาณแทรกสอดที่ถูกยกระดับขึ้นให้เห็นเด่นชัด (c) และความหนาแน่นสเปกตรัมกำลังงาน (power spectral density: PSD) ของ (d) ซึ่งปรากฏที่เอาต์พุตของ $H_d(z)$

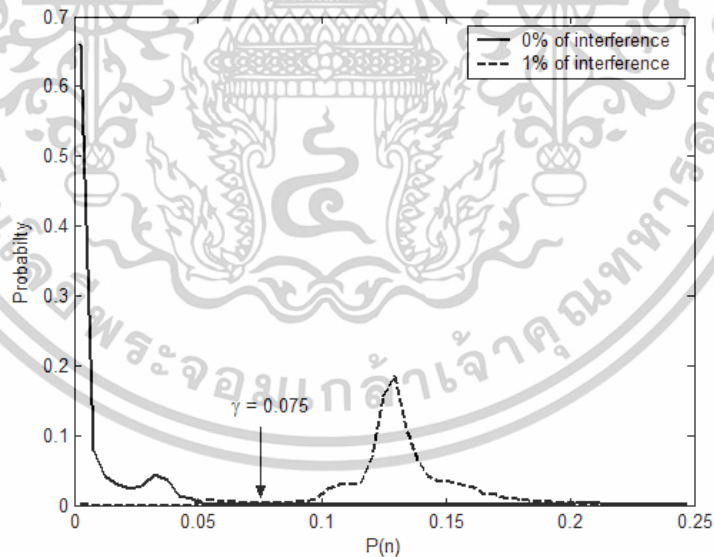
จากรูปที่ 2.2 (d) จะสังเกตเห็นว่าสัญญาณแทรกสอดจะมีความโดดเด่นเมื่อเปรียบเทียบกับรูปที่ 2.2 (b) ดังที่ได้กล่าวมาก่อนหน้านี้ว่า ผลของสัญญาณแทรกสอดจะสามารถสังเกตเห็นได้เมื่อขนาดของมันมีค่ามากกว่าร้อยละ 1 ของสัญญาณ ECG ดังนั้นจึงได้พยายามหาค่ากำลังงานอ้างอิง γ โดยการสังเกตค่าฟังก์ชันความหนาแน่นน่าจะเป็น (probability distribution function (PDF)) ของค่ากำลังงานชั่วขณะ $P(n)$ โดยพิจารณาขนาดของสัญญาณแทรกสอดร้อยละ 0 และร้อยละ 1 และกำหนดให้ค่าแอมพลิจูดสูงสุดของสัญญาณ ECG เป็นค่าคงที่เท่ากับ 1 ดังแสดงในรูปที่ 2.3 จากรูปจะพบว่าค่า $\gamma = 0.075$ คือ ค่าที่เหมาะสมที่สุดที่นำมาใช้เป็นค่ากำลังงานอ้างอิง ในทางปฏิบัติค่านี้ควรเป็นค่าที่ผู้ใช้สามารถปรับแต่งได้เพื่อให้ระบบมีความยืดหยุ่น

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีกรนำไปใช้



รูปที่ 2.2 (a) สัญญาณ ECG ที่วัดได้โดยมีสัญญาณแทรกสอด 1% (b) ความหนาแน่นสเปกตรัมกำลังงาน (c) สัญญาณ ECG ที่ถูกยกระดับแล้ว (d) ความหนาแน่นสเปกตรัมกำลังงาน สำหรับ

$$\rho = \lambda = 0.98, f_s = 1 \text{ kHz.}$$



รูปที่ 2.3 PDFs ของ $P(n)$ ที่ 0% และ 1% ของสัญญาณแทรกสอด

2.4 ตัวประมาณค่าความถี่ (IFFE)

เมื่อตรวจพบสัญญาณแทรกสอด ขั้นตอนต่อไปคือการประมาณค่าความถี่ของมัน ที่เวลาจริง เราต้องการระบบที่ทำงานเร็วที่สุดเท่าที่จะทำได้ ดังนั้นในงานวิจัยนี้ จึงได้เลือกตัวประมาณค่าความถี่ เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ในบทความ [7] มาใช้ ค่าความถี่ของสัญญาณแทรกสอด Ω_0 ในสมการที่ (2.1) สามารถประมาณได้ โดย $\Omega_0(n) = -\cos(\kappa(n))$ เมื่อ

$$\kappa(n) = \alpha\kappa(n-1) + (1-\alpha)\kappa_0(n) \quad (2.5)$$

$$\kappa_0(n) = -\frac{C(n)}{D(n)} \quad (2.6)$$

$$C(n) = \lambda C(n-1) + (1-\lambda)u(n-1)(u(n) + u(n-2)) \quad (2.7)$$

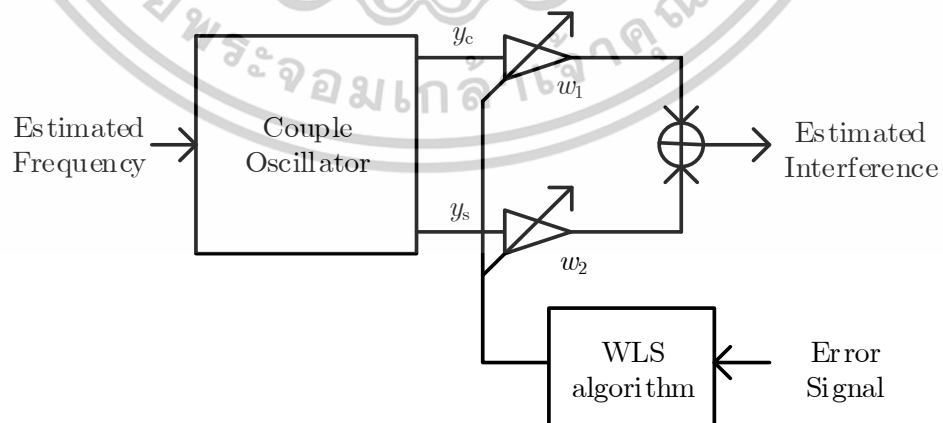
$$D(n) = \lambda D(n-1) + 2(1-\lambda)u^2(n-1) \quad (2.8)$$

$$u(n) = y(n) - \kappa(n)(1+\alpha)u(n-1) - \alpha^2 u(n-2) \quad (2.9)$$

เมื่อ $0 << \alpha < 1$ (อ้างอิงการกำหนดค่า α ตาม [7])

2.5 ตัวประมาณค่าสัญญาณแทรกสอด (IE)

ค่าความถี่ที่ประมาณได้จากหัวข้อที่ผ่านมาจะถูกป้อนให้แก่ IE โดยตัวประมาณค่าที่เราเลือกใช้คือจากบทความ [6] เพราะสามารถประมาณค่าสัญญาณแทรกสอดได้รวดเร็ว



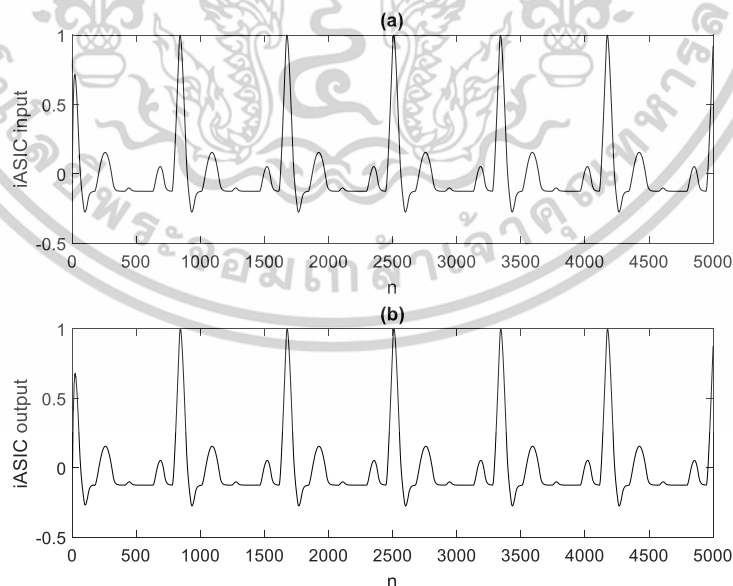
รูปที่ 2.4 ตัวประมาณค่าสัญญาณแทรกสอด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ตัว couple-oscillator จะใช้ค่าความถี่ที่ประมาณได้เพื่อสร้างสัญญาณไซน์และโคไซน์ที่มีขนาดเป็นหนึ่งและเฟสเป็นศูนย์ จากนั้นจะนำไปขยายด้วยค่าน้ำหนัก w_1 และ w_2 ดังแสดงในรูปที่ 2.4 เมื่อ $y_c = \cos \Omega_0$ และ $y_s = \sin \Omega_0$ หลังจากการรวมองค์ประกอบสัญญาณทั้งสองเข้าด้วยกันจะได้ค่าประมาณของสัญญาณแทรกสอด (อ้างอิงการกำหนดค่า w_1 , w_2 , y_c และ y_s ตาม [6])

2.6 ผลจำลองการทำงาน

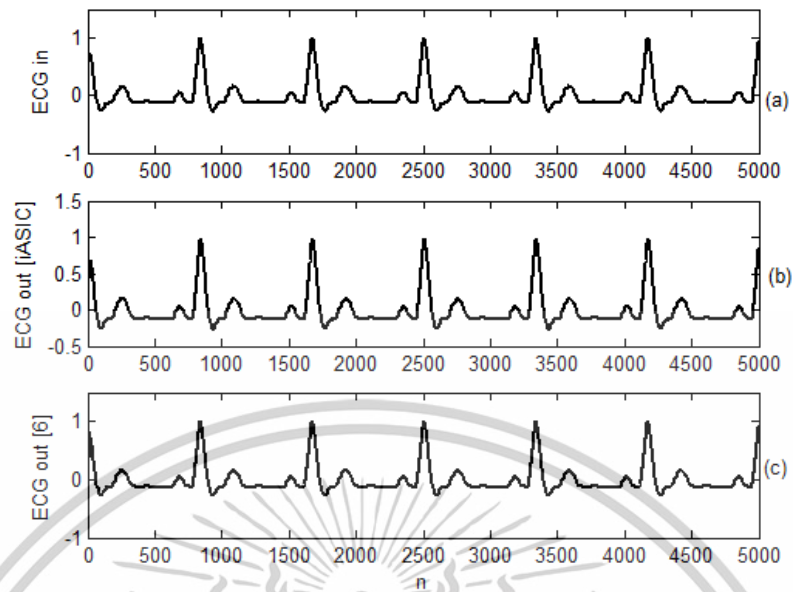
เพื่อแสดงสมรรถนะของ iASIC เรากำหนดสถานการณ์ดังต่อไปนี้ คือ ไม่มีสัญญาณแทรกสอด จากที่กล่าวไว้ก่อนหน้านี้ว่า ข้อดีหลักของ iASIC คือ มีตัว ID ดังนั้นถ้าตรวจไม่พบสัญญาณแทรกสอด สัญญาณที่วัดได้จะถูกส่งไปยังเครื่องบันทึกและแสดงผลโดยตรง ในสถานการณ์เช่นนี้ iASIC จะใช้กำลังงานต่ำและคำนวณต่ำ (ไม่จำเป็นต้องใช้ IFFE IE และ summer) รูปที่ 2.5 แสดงผลจำลองการทำงานของ iASIC ในสถานการณ์ดังกล่าว มีสัญญาณแทรกสอดร้อยละ 1 และ 10 โดยมีแอมพลิจูด เฟส และความถี่คงที่ ในหัวข้อนี้จะสมมติให้สัญญาณแทรกสอดมีความแรงแร้อยละ ของค่าสูงสุดของ 10 และ 1 สัญญาณ ECG (ในที่นี้ $= 1$) เพื่อแสดงสมรรถนะของ iASIC เราจะเปรียบเทียบผลกับวิธี RLS-ASIC [6] ดังแสดงในรูปที่ 2.6 และ 2.7 จากรูปจะเห็นว่า ความสามารถในการกำจัดสัญญาณแทรกสอดจะเหมือนกันแต่ iASIC จะใช้เวลาน้อยกว่า (ประมาณ 250 ตัวอย่าง) ในการตรวจจับสัญญาณแทรกสอด (ดูรูปที่ 2.7 (b))



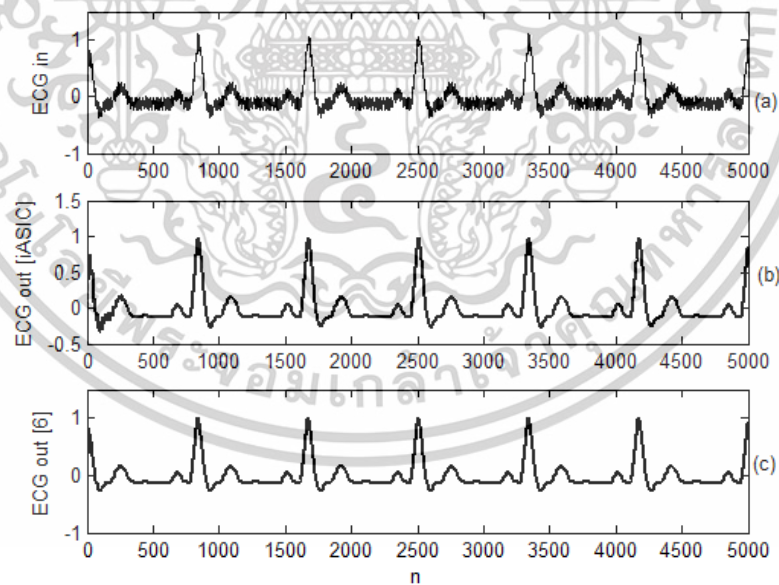
รูปที่ 2.5 สมรรถนะของ iASIC เมื่อไม่มีสัญญาณแทรกสอดสำหรับค่า $\lambda = \rho = 0.98$,

$\gamma = 0.075$ (a) อินพุต (b) เอาต์พุต

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.6 สมรรถนะของ iASIC เปรียบเทียบกับ [6] สำหรับ 1% ของสัญญาณแทรกสอด
 $\alpha = \lambda = \rho = 0.98$, $\gamma = 0.075$, $C(0) = 0.001$, $D(0) = 0.1$ (a) อินพุต (b) เอาต์พุต iASIC
 (c) เอาต์พุต RLS-ASIC [6]

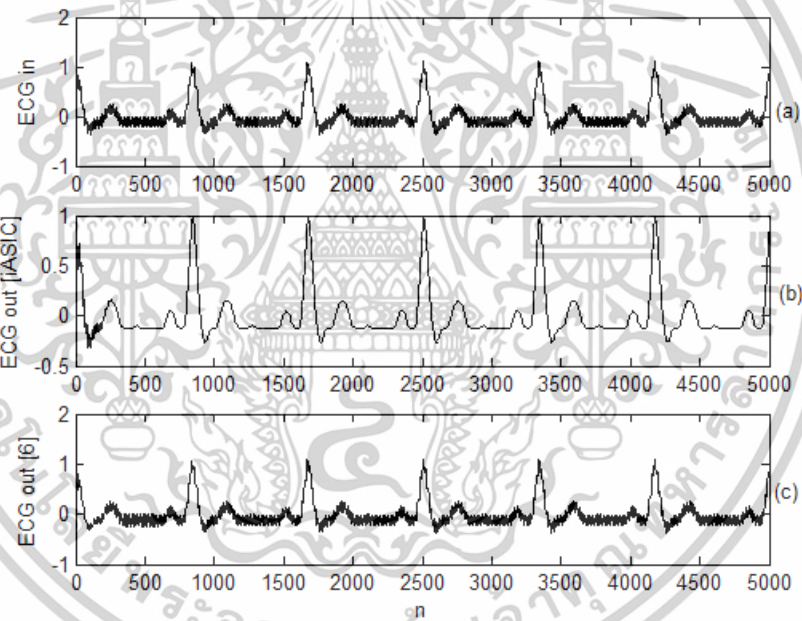


รูปที่ 2.7 สมรรถนะของ iASIC เปรียบเทียบกับ [6] สำหรับ 10% ของสัญญาณแทรกสอด
 $\alpha = \lambda = \rho = 0.98$, $\gamma = 0.075$, $C(0) = 0.001$, $D(0) = 0.1$ (a) อินพุต (b) เอาต์พุต iASIC
 (c) เอาต์พุต RLS-ASIC [6]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
 ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

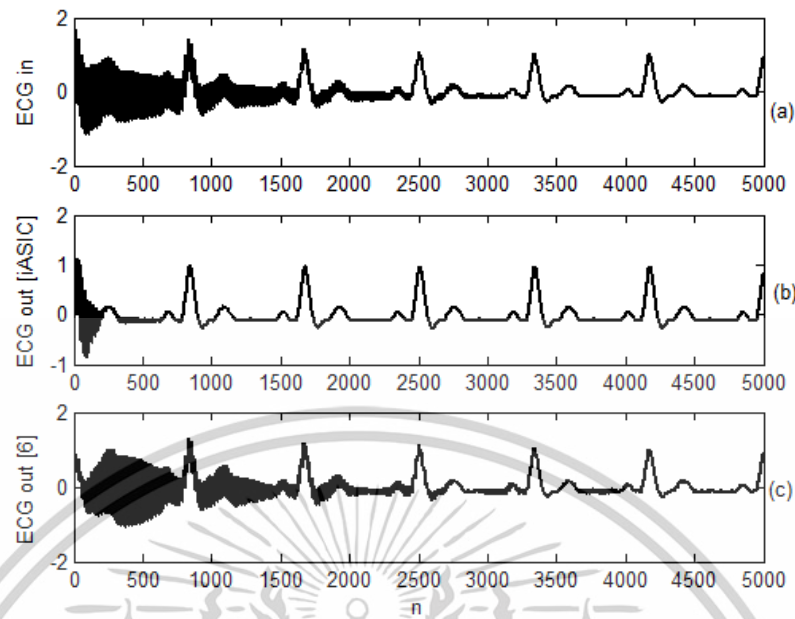
สัญญาณแทรกสอดร้อยละ 10 แอมพลิจูดและเฟสคงที่ และความถี่เบี่ยงเบนร้อยละ 3 จาก 50 Hz จะสมมุติให้สัญญาณแทรกสอดมีความถี่เบี่ยงเบนไปร้อยละ 3 จาก 50 Hz ดังนั้น ความถี่ของสัญญาณแทรกสอดจะมีค่าเป็น 51.5 Hz เนื่องจากไม่มี IFFE ใน [6] มันจึงถูกกำหนดให้ทำงานที่ความถี่ 50 Hz ตลอดเวลา จึงทำให้สมรรถนะในการกำจัดสัญญาณแทรกสอดลงอย่างมากดังแสดงในรูปที่ที่ 2.8 (c) ในขณะที่ iASIC ยังคงรักษาสมรรถนะที่ไว้ได้ ดังแสดงในรูปที่ที่ 2.8 (b)

สัญญาณแทรกสอดที่มีการผันแปรแอมพลิจูด เฟส และความถี่โดยมีค่าความถี่เบี่ยงเบนเป็น 1.5 Hz จะสมมุติให้สัญญาณแทรกสอดมีความถี่เบี่ยงเบนไปร้อยละ 3 และมีแอมพลิจูดเปลี่ยนแปลงตามเวลาดังแสดงในรูปที่ 2.9 (b) iASIC ยังคงรักษาสมรรถนะที่ไว้ได้เมื่อเปรียบเทียบกับวิธีการใน [6] ดังแสดงในรูปที่ 2.9 (c)



รูปที่ 2.8 สมรรถนะของ iASIC เปรียบเทียบกับ [6] สำหรับ 10% ของสัญญาณแทรกสอดและความถี่เบี่ยงเบน 3% $\alpha = \lambda = \rho = 0.98$, $\gamma = 0.075$, $C(0) = 0.001$, $D(0) = 0.1$ (a) อินพุต (b) เอาต์พุต iASIC (c) เอาต์พุต RLS-ASIC [6]

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 2.9 สมรรถนะของ iASIC เปรียบเทียบกับ [6] เมื่อแอมพลิจูดของสัญญาณแทรกสอดเปลี่ยนแปลงตามเวลาและความถี่เบี่ยงเบนเล็กร้อยละ 3 $\alpha = \lambda = \rho = 0.98$, $\gamma = 0.075$, $C(0) = 0.001$, $D(0) = 0.1$ (a) อินพุต (b) เอาต์พุต iASIC (c) เอาต์พุต RLS-ASIC [6]

2.7 สรุป

ในการพัฒนานี้ได้นำเสนอ iASIC ที่สามารถทำงานได้ทุกสิ่งแวดล้อม ตัวตรวจจับสัญญาณแทรกสอดถูกนำมาใช้เพื่อทำให้การใช้ค่าพลังงานและการคำนวณของระบบมีค่าน้อยที่สุด ส่วนตัวประมาณค่าความถี่ถูกนำมาใช้เพื่อติดตามค่าความถี่ของสัญญาณแทรกสอดที่อาจเกิดขึ้นได้ในทางปฏิบัติ นี่จึงเป็นสาเหตุทำให้ iASIC มีสมรรถนะที่เหนือกว่า RLS-ASIC

บทที่ 3

โครงสร้างและอัลกอริทึม

ในบทนี้กล่าวถึงวิธีการพัฒนาตัวกรองนอตช์ปรับตัวได้แบบแลตทิซตรง (Direct-Lattice Adaptive Notch Filter: DLANF) สำหรับการประมาณค่าความถี่และอัลกอริทึมการปรับตัวตามเกณฑ์ค่าเฟสผิดพลาดสำหรับการประมาณค่าความถี่ (Phase Error Criterion (PEC) Based) อันประกอบไปด้วย แนวทางการออกแบบ การวิเคราะห์ค่าเฉลี่ย และการวิเคราะห์ MSE ในสภาวะคงตัว โดยมีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

3.1 การพัฒนาตัวกรองนอตช์ปรับตัวได้แบบแลตทิซตรงสำหรับการประมาณค่าความถี่และการติดตาม (DLANF)

ในการพัฒนาตัวกรองนี้ ได้นำเสนอตัวกรองนอตช์ปรับตัวได้แบบแลตทิซตรงสำหรับการประมาณค่าความถี่และการติดตาม โดยใช้ตัวกรองโครงสร้างตรงที่มีเฉพาะโพลต่ออนุกรมกับตัวกรองโครงสร้างแลตทิซที่มีเฉพาะซีโร่ ในการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวกรองนั้น จะใช้อัลกอริทึมแบบ เกรเดียนต์นอร์มอลไลซ์ การใช้เทคนิคนี้ มีประสิทธิภาพที่ดีกว่าตัวกรองแบบปรับตัวได้ทั่วไป ในแง่ของการลู่เข้าของเวลาและให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองผิดพลาด (MSE) ที่น้อยและได้ใช้การจำลองด้วยคอมพิวเตอร์เพื่อแสดงความโดดเด่นของตัวกรองที่นำเสนอในงานวิจัยนี้ ตัวกรองแบบ Infinite Impulse Response (IIR) นอตช์ปรับตัวได้ หรือ Adaptive Notch Filter (ANF) สามารถนำไปใช้กับแอปพลิเคชันในการประมวลผลสัญญาณได้หลากหลาย เช่น เพื่อกำจัดส่วนประกอบแถบความถี่แคบ หรือ คลื่นไซน์ที่มีขนาด ความถี่ และเฟสที่ไม่ทราบค่า ไม่ว่าจะอยู่ในระบบ เรดาร์ โซนาร์ และระบบการสื่อสาร [1] ตลอดจนระบบการควบคุม ในงานวิศวกรรมชีวการแพทย์ และระบบไฟฟ้าแบบกริด เป็นต้น

3.1.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการสืบค้นวรรณกรรมจะให้เห็นว่า ตัวกรองนอตช์ปรับตัวได้ หรือ ANF ที่นิยมใช้งาน มีอยู่ด้วยกันสองประเภท ได้แก่ ANF แบบตรง [2] และ ANF แบบแลตทิซ [3] นอกจากนี้ ยังมีวิธีการที่ใช้ร่วมกันในการปรับค่าสัมประสิทธิ์ของตัวกรองทั้งสอง คือ ประเภทแบบเกรเดียนต์ [4-5] และยังมีในงานวิจัย [6] โดยมีความแตกต่างจากอัลกอริทึมประเภทอื่น ซึ่งมีชื่อเรียกว่า Modified Inverse

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Tangent หรือ MIT ที่ถูกนำมาดัดแปลง ปรับเปลี่ยนและประยุกต์ใช้งานกับ ANF แบบที่มีข้อจำกัด [2] เป้าหมายหลักของการทำงานในช่วงเริ่มต้น คือ การเร่งการลู่เข้าของอัลกอริทึมในขณะที่จะต้องรักษาค่า MSE ให้มีค่าน้อยของพารามิเตอร์ที่ประมาณไว้ นั่นเอง ในงานวิจัยที่ [4] และ [5] นั้น มีความเร็วในการลู่เข้าที่ช้ามาก เมื่อวิธีการที่เหมาะสมอยู่ห่างจากจุดค่าเริ่มต้น และความเร็วในการลู่เข้าของงานวิจัยที่ [6] จะดีกว่างานวิจัยที่ [4] และ [5] แต่คุณสมบัติการลู่เข้าจะยังคงจำเป็นต้องได้รับการปรับปรุง

ดังนั้นในงานวิจัยนี้ จึงได้นำเสนอตัวกรองนอตช์ปรับตัวได้แบบแลตทิซตรงแบบใหม่ ที่มีชื่อว่า DLANF ตัวกรองที่นำเสนอนี้ อัลกอริทึมที่นำเสนอใช้ตัวกรองโครงสร้างตรงที่มีเฉพาะโพลต่ออนุกรมกับตัวกรองโครงสร้างแลตทิซที่มีเฉพาะซีโร ใช้อัลกอริทึมแบบเกรเดียนต์นอร์มอลไลซ์ ในการปรับพารามิเตอร์ของตัวกรอง ด้วยการใช้เทคนิคดังที่กล่าวไปนั้น ทำให้ได้ตัวกรองนอตช์ปรับตัวได้ที่ให้อัตราการลู่เข้าที่รวดเร็ว และมีค่า MSE ที่น้อย สำหรับค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณได้ และผลการจำลองที่ครอบคลุมการทำงานของระบบ ได้แสดงให้เห็นถึงความโดดเด่นที่ดีกว่าของตัวกรองแบบใหม่ที่นำเสนอ

3.1.2 ตัวกรองที่นำเสนอ

ในหัวข้อนี้ จะกล่าวถึงโครงสร้างของตัวกรองที่นำเสนอและอัลกอริทึมแบบปรับตัวได้ ซึ่งเราจะพิจารณาสัญญาณอินพุต ที่เป็นสัญญาณรูปคลื่นไซน์จริง $x(n)$ ในรูปแบบของสมการที่ (3.1)

$$x(n) = A \cos(\Omega_0 n + \phi_0) + v(n), \quad (3.1)$$

เมื่อ $A > 0$ คือ ค่าขนาด $0 < \Omega_0 < \pi$ คือ ค่าความถี่ และ ϕ_0 คือ ค่าเฟสเริ่มต้น ซึ่งเป็นตัวแปรสุ่มอย่างสม่ำเสมอกระจายตัวไปทั่ว $[0, 2\pi)$ และ $v(n)$ สัญญาณรบกวนเกาส์เซียนขาวค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ที่มีค่าความแปรปรวน คือ σ_v^2 อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน (SNR) ของสมการที่ (3.1) คือ $\text{SNR} = A^2 / 2\sigma_v^2$ ในการประมาณค่า หรือ ติดตามความถี่ที่ไม่ทราบ Ω_0 โดยตัวกรองนอตช์ปรับตัวได้แบบแลตทิซอันดับสอง [3] สามารถกำหนดได้ ดังสมการที่ (3.2)

$$H(z) = \frac{1 + 2k_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 + (1 + \alpha)k_0 z^{-1} + \alpha z^{-2}}, \quad (3.2)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $0 << \alpha < 1$ ซึ่งเป็นค่าหรือส่วนที่ใช้กำหนดตำแหน่งของโพลและซีโรของตัวกรอง และ $-1 < k_0 < 1$ กำหนดค่าพารามิเตอร์นอตช์ของความถี่นอตช์ ซึ่งหากความถี่อินพุตตรงกันกับความถี่นอตช์แล้ว จะลู่เข้าสู่เป็นค่า $k_0 = -\cos \Omega_0$

แนวทางตัวอย่างสำหรับงานวิจัยนี้ได้มาจาก [7] แต่ ANF ที่แท้จริงนั้นจะถูกพิจารณาแทนที่ด้วย ANF ที่ซับซ้อนกว่า โดยจากสมการที่ (3.2) สามารถเขียนสมการใหม่ ได้เป็น

$$H(z) = H_d(z)H_l(z), \quad (3.3)$$

โดยที่

$$H_d(z) = \frac{1}{1 + (1 + \alpha)k_0z^{-1} + \alpha z^{-2}} \quad (3.4)$$

และ

$$H_l(z) = 1 + 2k_0z^{-1} + z^{-2}. \quad (3.5)$$

ตัวกรองที่นำเสนอ ได้รับการออกแบบมาโดยอาศัยหลักการใช้ตัวกรองโครงสร้างตรงที่มีเฉพาะโพลต่ออนุกรมกับตัวกรองโครงสร้างแลตทิซที่มีเฉพาะซีโร ในการปรับปรุงความเสถียรของระบบ $H_d(z)$ ซึ่งสามารถทราบลักษณะโดยใช้โครงสร้างรูปแบบตรง (ตัวห้อย d หมายถึง แบบตรง) กับตัวกรองแบบ all-zero $H_l(z)$ ซึ่งสามารถทราบลักษณะได้ว่าเป็นตัวทำนายเชิงเส้นแบบแลตทิซ (ตัวห้อย l หมายถึง แลตทิซ) และอินพุต $x(n)$ ไปยังเอาต์พุต $w(n)$ ของตัวกรอง all-pole จะถูกกำหนดให้เป็น ดังสมการที่ (3.6)

$$w(n) = x(n) - (1 + \alpha)k_0w(n-1) - \alpha w(n-2). \quad (3.6)$$

สัมประสิทธิ์ $w(n)$ และ $w(n-1)$ จะถูกป้อนเข้าสู่ตัวทำนายแบบแลตทิซ เพื่อสร้างสัมประสิทธิ์ตัวกรองส่วนป้อนไปหน้า $u(n)$ และสัมประสิทธิ์ตัวกรองส่วนป้อนกลับ $v(n)$ ดังสมการที่ (3.7) และสมการที่ (3.8) ดังนี้

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$u(n) = w(n) + k_0 w(n-1) \quad (3.7)$$

$$v(n) = k_0 w(n) + w(n-1). \quad (3.8)$$

และในขั้นตอนสุดท้าย จะได้สัมประสิทธิ์ตัวกรองป้อนไปหน้า $y(n)$ และสัมประสิทธิ์ตัวกรองส่วนป้อนกลับ ดังสมการที่ (3.9) และสมการที่ (3.10) ตามลำดับ

$$y(n) = u(n) + v(n-1) \quad (3.9)$$

$$z(n) = y(n). \quad (3.10)$$

ในการอัปเดตค่าพารามิเตอร์ของค่าของนอตซ์ k_0 นั้น สามารถระบุฟังก์ชันในข้อที่ผิดพลาดของอัลกอริทึมแบบ DLANF ได้ว่า

$$\xi = \frac{1}{2} E[y^2(n)]. \quad (3.11)$$

โดยที่ค่า $E[\cdot]$ คือ ตัวดำเนินการค่าความคาดหวัง ค่าชั่วขณะที่ได้จากสมการที่ (3.11) นั้น จะนำไปใช้ในการประยุกต์ใช้งานจริง ซึ่งสามารถเขียนสมการใหม่ ได้เป็น

$$\zeta(n) = \frac{1}{2} y^2(n). \quad (3.12)$$

เมื่อ $n = 0, 1, \dots$ คือ ดัชนีตัวชี้เวลาค่าอนุพันธ์ของ $\zeta(n)$ เมื่อเทียบกับค่า $k_0(n)$ โดยที่ $k_0(n)$ คือ ค่าการประมาณ ณ เวลาที่ n ของ k_0 ซึ่งจะได้ว่า

$$\nabla \zeta(n) \approx y(n)w(n-1). \quad (3.13)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เพื่อที่จะเร่งระยะเวลาในการปรับตัวของอัลกอริทึมแบบเกรเดียนต์นอร์มอลไลซ์ ซึ่งจะถูกนำมาใช้ในการณีอัลกอริทึมดังกล่าว โดยสามารถแสดงให้เห็นถึงลักษณะของฟังก์ชัน ดังสมการต่อไปนี้

$$k_0(n+1) = k_0(n) - \mu \frac{\nabla \xi(n)}{P(n)}. \quad (3.14)$$

เมื่อ μ คือ ค่าช่วงขนาด (step size) ของการเลื่อนค่าลำดับและการปรับค่าลำดับของ μ เพื่อให้เกิดความเหมาะสม $P(n)$ โดยสามารถที่จะทำการคำนวณแบบเรียกซ้ำ (Recursive function) ซึ่งจะได้เป็น

$$P(n) = \lambda P(n-1) + (1-\lambda)w^2(n). \quad (3.15)$$

เมื่อ $0 < \lambda < 1$ คือ ปัจจัยการปรับให้เรียบ ในช่วงแรกของการปรับตัว ความเร็วในการลู่เข้าของ DLANF นั้น จะเกิดขึ้นแบบรวดเร็ว เนื่องจากค่าของ $P(n)$ มีขนาดใหญ่และหลังจากนั้น เมื่อลู่เข้าแล้วค่า $P(n)$ จะมีขนาดเล็ก ซึ่งส่งผลให้ค่า MSE ของค่าพารามิเตอร์มีค่าน้อยโดยประมาณ

3.2 อัลกอริทึมการปรับตัวตามเกณฑ์ค่าเฟสผิดพลาดสำหรับการประมาณค่าความถี่ (PEC)

การศึกษาอัลกอริทึมการปรับตัวตามเกณฑ์ค่าเฟส PEC ผิดพลาดอย่างง่าย (Phase Error Criterion: PEC-based) ใช้วิธีการอัลกอริทึมเทคนิควิธีการแบบการปรับตัวตามเกณฑ์ข้อผิดพลาดของค่าเฟสสำหรับการประมาณค่าความถี่ที่ไม่ทราบค่าของสัญญาณคลื่นไซน์เชิงซ้อนเทคนิคที่น่าเสนอนี้ มีข้อที่ได้เปรียบหลักสองประการ คือ มีความทนทานต่อสัญญาณรบกวนอิมพัลส์ และไม่ไวต่อการเปลี่ยนแปลงขนาดของสัญญาณการลู่เข้าในค่าเฉลี่ยของการประมาณค่าความถี่และการแสดงค่าของสถานะคงตัวสำหรับค่า MSE นั้น ใช้การจำลองการทำงานด้วยคอมพิวเตอร์เพื่อแสดงให้เห็นถึงความเหนือกว่าของอัลกอริทึมที่มีการปรับตัวได้ โดยมีรายละเอียดดังนี้

3.2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

เมื่อพิจารณาถึงสัญญาณแทรกสอดจากเพาเวอร์ไลน์อันเกิดจากการคับปลิง [1] เป็นหนึ่งในหลาย ๆ ปัญหาที่เกิดขึ้นในการบันทึกและแสดงผลสัญญาณคลื่นไฟฟ้าหัวใจ (ECG) ซึ่งจะเป็นสาเหตุ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทำให้การตีความหมายของสัญญาณผิดพลาด และรวมถึงการที่จะจำแนกสัญญาณแบบหลายรายการ (Multiple Signal Classification: MUSIC) [6] ความแปรปรวนร่วมที่ปรับเปลี่ยน (Modified Covariance: MC) [7] การสลายตัวของฮาร์โมนิกแบบ Pisarenko (Pisarenko Harmonic Decomposition: PHD) [8] PHD ที่ได้ปรับปรุงขึ้นมาใหม่ [9] การประมาณค่าความน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood: ML) [10] คือ ตัวอย่างของการประมาณค่าบล็อกที่ใช้ในการประมาณค่าความถี่สัญญาณคลื่นไซน์คงที่แบบไม่ทราบค่า ซึ่งจะต้องเสียเวลาในการคำนวณที่สูง ของเทคนิคเหล่านั้นดังกล่าว จึงได้มีการนำเอาเทคนิควิธีการต่าง ๆ มากมายมาใช้เพื่อแก้ไขปัญหาในข้อเสียนี้ [29-30] สำหรับการประมาณค่าความถี่สัญญาณคลื่นไซน์ที่แปรผันตามเวลาจำเป็นต้องใช้เทคนิคการประมาณค่าตามลำดับ เช่น อัลกอริทึมเทคนิควิธีการแบบกำลังสองน้อยที่สุดแบบเรียกซ้ำสามารถ (Recursive Least-Squares: RLS) และอัลกอริทึมเทคนิควิธีการแบบตระกูลกำลังสองน้อยที่สุด (Least-Mean-Square: LMS) [12] ในงานวิจัยที่ [12] นั้น ผู้วิจัย So และ Ching ได้เสนออัลกอริทึมเทคนิควิธีการแบบการปรับตัวของ การประมาณค่าความถี่โดยตรงแบบจริง (Real Direct Frequency Estimation: RDFE) สำหรับโทนเสียงจริงในสัญญาณรบกวน ซึ่งการทำงานของเทคนิควิธีการแบบ RDFE นั้น จะขึ้นอยู่กับการทำงานเชิงเส้นของสัญญาณคลื่นไซน์จริง [13] โดย RDFE จะมีประสิทธิภาพในการคำนวณโดยตรงและให้การวัดค่าความถี่ที่เป็นกลาง

และในกรณีของการประมาณค่าความถี่สัญญาณคลื่นไซน์เชิงซ้อน สามารถใช้การประมาณค่าแบบบล็อกใน [14-17] และอัลกอริทึมการปรับตัวที่ใช้ตัวกรองนอตช์แบบปรับตัวเชิงซ้อน CANF (Complex Adaptive Notch Filter: CANF) [18-21] ได้ ในงานวิจัยที่ [18] ได้มีการนำเอาอัลกอริทึมการตัดแปลงเกรเดียนต์ธรรมดาแบบปรับตัวเชิงซ้อน (Modified Complex Plain Gradient: MCPG) มาใช้งาน พบว่า เทคนิควิธีการแบบ MCPG สามารถปรับปรุงค่าความเร็วการลู่เข้าหากันเมื่อเปรียบเทียบกับเทคนิควิธีการแบบ Regalia (Regalia) [19] และอัลกอริทึมเกรเดียนต์ธรรมดาแบบเชิงซ้อน (Complex Plain Gradient: CPG) [21] โดยไม่ต้องมีเพิ่มการคำนวณใด ๆ อย่งไรก็ตาม เนื่องจากค่าแฟกเตอร์การหดตัวของโพลเทคนิควิธีการแบบ CANF รวมถึงประสิทธิภาพของอัลกอริทึมปรับตัวแบบตัวกรองนอตช์ ANF อาจไม่ดีหากค่าที่เลือกของโพลแฟกเตอร์ไม่เหมาะสม ในงานวิจัยที่ [22] อัลกอริทึมแบบปรับตัวตามการทำงานเชิงเส้น [12] ได้ถูกนำมาใช้สำหรับกรณีทั่วไปของสัญญาณคลื่นไซน์เชิงซ้อน กล่าวคือ การประมาณค่าความถี่โดยตรงที่เชิงซ้อน (Complex Direct Frequency Estimation: CDFE) เทคนิควิธีการแบบ CDFE เป็นอัลกอริทึมที่น่าสนใจ เนื่องจากมีความเรียบง่ายและมีประสิทธิภาพที่ดี อย่งไรก็ตามการให้ความเร็วการลู่เข้าที่ช้าเมื่อขนาดของสัญญาณต่ำและไม่ทนทานต่อสัญญาณรบกวนอิมพัลส์สูงนั่นเอง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.2 แนวทางการออกแบบ

จากการวิเคราะห์อัลกอริทึม สามารถตั้งข้อกำหนดได้ว่าสัญญาณของอัลกอริทึมที่นำเสนอ จะอยู่ในรูปแบบของ

$$x(n) = d(n) + v(n) \quad (3.16)$$

เมื่อกำหนดค่า $d(n) = Ae^{j(\omega_0 n + \varphi)}$, $A > 0$, $\omega_0 \in (-\pi, \pi)$ และ $\varphi \in [-\pi, \pi]$ คือ ค่าขนาดของสัญญาณที่ไม่ทราบค่า (Amplitude) ค่าของความถี่ (Frequency) ที่ไม่ทราบค่า และค่าของเฟส (Phase) ที่ไม่ทราบค่า ตามลำดับ โดย A และ ω_0 สามารถมีค่าคงที่ หรือ แปรผันตามเวลา โดยมี φ เป็นการกระจายแบบสม่ำเสมอ ค่า $v(n) = v_r(n) + jv_i(n)$ คือ สัญญาณรบกวนเกาส์เซียนขาวเชิงซ้อนที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ โดยมีความแปรปรวน σ^2 โดยที่ $v_r(n)$ และ $v_i(n)$ เป็นกระบวนการตามค่าความเป็นจริงที่ไม่สัมพันธ์กัน โดยมีค่าความแปรปรวนที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และค่าความแปรปรวนที่เหมือนกันของค่า $\sigma^2/2$ โดยค่าอัตราส่วนสัญญาณอินพุตต่อสัญญาณรบกวน (SNR_i) สามารถคำนวณได้โดย $SNR_i = A^2/\sigma^2$

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้ คือ การประมาณค่า ω_0 จากการสังเกตอนุกรมเวลา (Time series) ตามลำดับของค่า $x(n)$ โดยใช้เกณฑ์ในการปรับตัว (Adaptive criteria) ดังต่อไปนี้

$$\hat{\omega}_0(n+1) = \hat{\omega}_0(n) + \mu D(n) \quad (3.17)$$

โดยที่ $\hat{\omega}_0(n)$ คือ ค่าประมาณ ณ เวลา n ของ ω_0 ส่วนค่า $\mu > 0$ เป็นค่าพารามิเตอร์สแต็ปไซส์ (step-size) ที่ควบคุมความเร็วของการลู่เข้า และ $D(n)$ เป็นฟังก์ชันที่มีการกระทำในทันทีโดยต้องเป็นไปตามเกณฑ์ ดังนี้

$$D \equiv \begin{cases} E[D(n)] > 0, & \hat{\omega}_0(n) < \omega_0 \\ E[D(n)] < 0, & \hat{\omega}_0(n) > \omega_0 \\ E[D(n)] = 0, & \hat{\omega}_0(n) = \omega_0 \end{cases} \quad (3.18)$$

เมื่อ $E[\cdot]$ คือ ตัวดำเนินการค่าคาดหวังทางสถิติ เพื่อพิจารณาในประเด็นของค่า D ที่จะต้องเป็นไปตามสมการที่ (3.18) จะพิจารณาการทำนายเชิงเส้นของสัญญาณ [22]

$$s(n) = -e^{j\omega_0} s(n-1) \quad (3.19)$$

โดยที่ข้อผิดพลาดในการทำนาย จะถูกกำหนดโดย

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$e(n) = x(n) - \hat{s}(n) \quad (3.20)$$

และ

$$\hat{s}(n) = -e^{j\hat{\omega}_0} x(n-1) \quad (3.21)$$

เป็นการประมาณค่า $s(n)$ และค่า $\hat{\omega}_0$ คือ การปรับค่าความผิดพลาดจากการทำนาย โดยใช้สมการที่ (3.17) เป็นที่ทราบกันว่าสัญญาณ $s(n)$ ในสมการที่ (3.19) และเวอร์ชันโดยประมาณในสมการที่ (3.20) ถูกกำหนดให้เป็น ค่าลบ เพื่อรับสัญญาณข้อผิดพลาดการทำนายเฟสเชิงเส้น $e(n)$ ในตอนนี้ จะกำหนดเกณฑ์ข้อผิดพลาดของเฟส (PEC) ใหม่ ดังต่อไปนี้

$$D \equiv E[D(n)] = \angle E[x(n)e^*(n)] \quad (3.22)$$

เมื่อ

$$D(n) = \angle x(n)e^*(n) \quad (3.23)$$

โดยสัญลักษณ์ \angle คือ ตัวดำเนินการเฟส และเครื่องหมายดอกจัน (*) หมายถึง การคอนจูเกจเชิงซ้อน ในทางปฏิบัตินั้น เฟสเชิงเส้น $D(n)$ สามารถคำนวณได้จาก

$$D(n) = \arctan \frac{\text{Im}(x(n)e^*(n))}{\text{Re}(x(n)e^*(n))} \quad (3.24)$$

เมื่อกำหนด $\text{Im}(\cdot)$ คือ เป็นส่วนจินตภาพและ $\text{Re}(\cdot)$ เป็นส่วนจริง เพื่อศึกษาพฤติกรรมของ $D(n)$, โดยแทนค่า $x(n)$, $e(n)$ และ $\hat{s}(n)$ ในสมการที่ (3.22) จะได้สมการที่ (3.25) (ที่มาสามารถดูภาคผนวก ข ประกอบ)

$$\begin{aligned} D &= \angle (E[x(n)x^*(n) - x(n)\hat{s}^*(n)]) \\ &= -\arctan \frac{A^2 \sin \delta_\omega}{A^2 (1 + \cos \delta_\omega) + \sigma^2} \end{aligned} \quad (3.25)$$

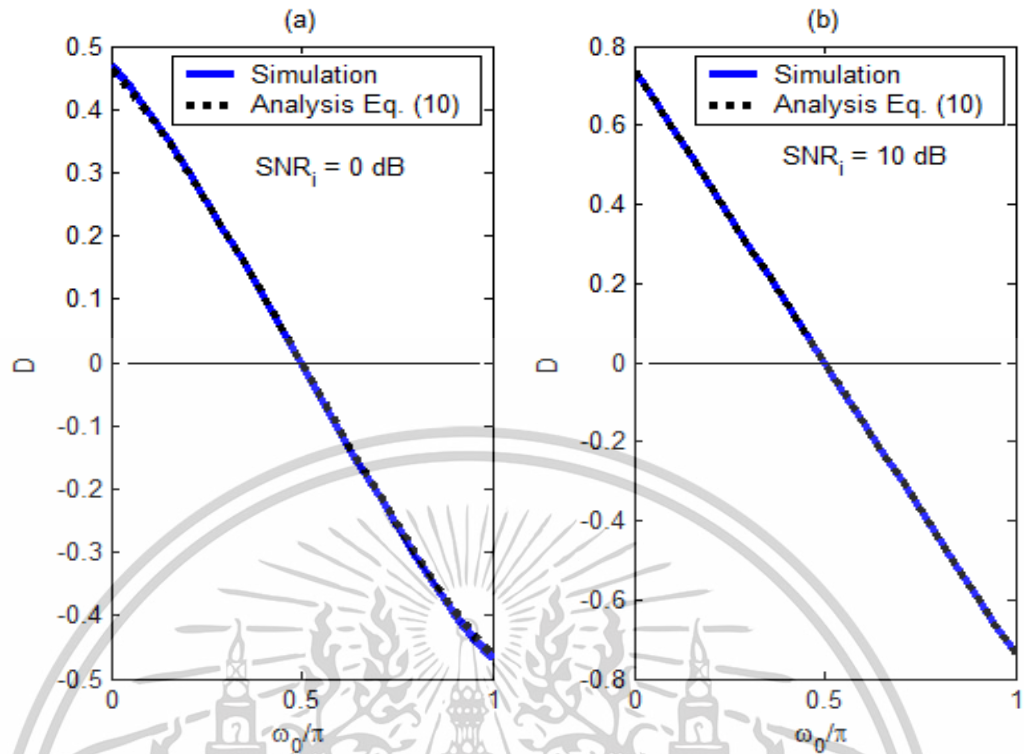
เมื่อ $\delta_\omega = \hat{\omega}_0 - \omega_0$ คือ การประมาณค่าความผิดพลาด เห็นได้ชัดว่า $\hat{\omega}_0 = \omega_0$ เป็น stationary point ของสมการที่ (3.25) เพื่อยืนยันความถูกต้องของสมการที่ (3.25) การศึกษาการประมาณค่าของ D ตามการจำลองการทำแบบมอนติคาร์โล โดยใช้การจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการเอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จำลอง ได้แก่ $\omega_0 = 0.5\pi$, $\phi = 0.2\pi$ และค่าความยาวของข้อมูล $L = 10^4$ พังก์ชันการขับ D เป็น พังก์ชันของพารามิเตอร์ค่าความถี่ $\hat{\omega}_0$ $SNR_i = 0$ dB และ (b) $SNR_i = 10$ dB ดังแสดงไว้ในรูปที่ 3.1 พบว่าผลการวิเคราะห์และการจำลองการทำงานนั้นมีความสอดคล้องกันเป็นอย่างดี ทั้งค่า SNR_i ที่มีค่าต่ำและมีค่าสูง และเป็นไปตามเกณฑ์ที่ต้องการในสมการที่ (3.18) ในท้ายที่สุด สามารถรับประกัน อัตราการลู่เข้าของสมการที่ (3.17) ได้ หากใช้สมการที่ (3.23) ทำงานร่วมกัน

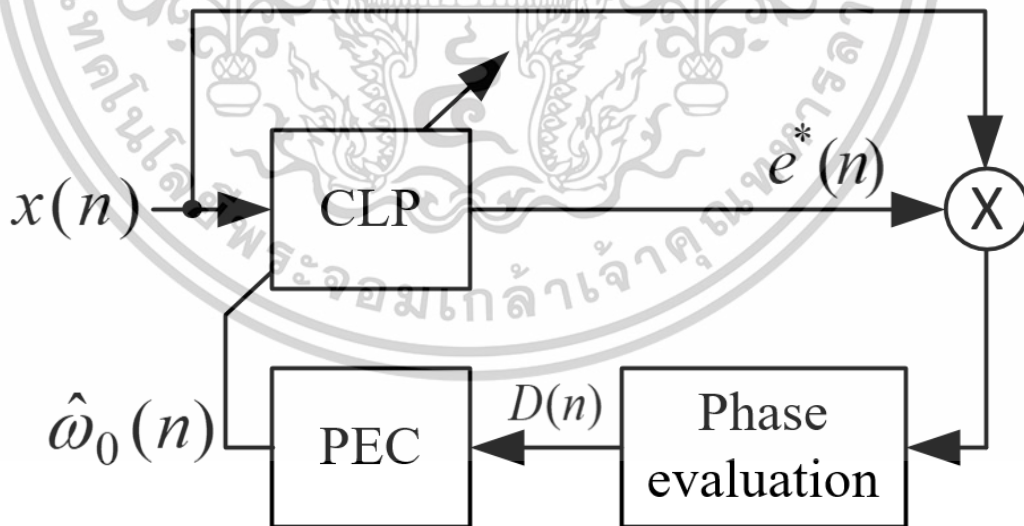
นอกจากนี้ นิพจน์ในรูปแบบปิดสำหรับค่า D ในสมการที่ (3.25) สามารถใช้ศึกษาพฤติกรรม การลู่เข้าของสมการที่ (3.17) เนื่องจากมีความสอดคล้องกับการจำลองการทำงาน สุดท้ายด้วยการ แทนสมการที่ (3.23) ในสมการที่ (3.17) อัลกอริทึมการปรับตัวของเทคนิควิธีการแบบ PEC ที่ได้นำเสนอนั้น จะได้สมการใหม่ของอัลกอริทึมดังกล่าวเป็น

$$\hat{\omega}_0(n+1) = \hat{\omega}_0(n) + \mu \angle x(n) e^*(n) \quad (3.26)$$

ตามที่ได้พิจารณาไปแล้วนั้น อัลกอริทึมเทคนิควิธีการแบบ PEC ที่ได้นำเสนอนั้น เรียบง่าย และน่าสนใจมาก เนื่องจากไม่จำเป็นต้องมีสัญญาณเพิ่มเติมภายในและภายนอก เพื่ออัปเดต พารามิเตอร์ค่าความถี่ $\hat{\omega}_0$ ของ CLP ต้องใช้เพียง $x(n)$, $e(n)$ และตัวประเมนเฟส \angle เท่านั้น ในรูป ที่ 3.2 ได้แสดงแผนภาพบล็อกของตัวประมาณที่ได้นำเสนอ โดยในส่วนถัดไปจะกล่าวถึงคุณสมบัติการ ลู่เข้าของเทคนิควิธีการแบบ PEC ที่เสนอ



รูปที่ 3.1 ค่าคาดหวังทางสถิติของฟังก์ชันซับซ้อนเทคนิควิธีการแบบ PEC โดย D เป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ค่าความถี่สำหรับ (a) $SNR_i = 0$ dB และ (b) $SNR_i = 10$ dB



รูปที่ 3.2 บล็อกไดอะแกรมของเทคนิควิธีการแบบ PEC ที่นำเสนอ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

3.2.3 การวิเคราะห์ค่าเฉลี่ย

ที่สภาวะคงตัว $\hat{\omega}_0 \approx \omega_0$ ในเงื่อนไขของ $\sin a|_{a \rightarrow 0} \approx a$ และ $\cos a|_{a \rightarrow 0} \approx 1$ โดยสมการที่ (3.25) สามารถประมาณค่าได้เป็น

$$D \approx -\arctan \frac{A^2 \delta_\omega}{2A^2 + \sigma^2} \quad (3.27)$$

ในกรณีที่เกิดเป็นค่าคงที่ (Stationary point) ของค่า $\delta_\omega \approx 0$ แล้ว ดังนั้นเพื่อให้ง่ายต่อการคำนวณหาค่าของ $\arctan u|_{u \rightarrow 0} \approx u$ ในสมการที่ (3.27) สามารถที่จะจัดรูปแบบสมการใหม่ ได้เป็น

$$D \approx -\frac{A^2 \delta_\omega}{2A^2 + \sigma^2} \quad (3.28)$$

และเมื่ออ้างอิงถึงการหาค่าเฉลี่ยจากสมการที่ (3.26) จะพบว่า ค่านิพจน์ที่สถานะคงตัวของค่า D ในสมการที่ (3.28) นั้น จะถูกแทนค่าด้วยสมการที่ (3.26) ซึ่งเป็นผลที่เกิดหลังจากการรับตัวดำเนินการ (Operator) ของค่าคาดหวังทางสถิติ (Statistical expectation) และจะกำหนดให้ค่า δ_ω เป็น $\delta_\omega = \hat{\omega}_0 - \omega_0$ ซึ่งจะได้เป็นสมการใหม่ดังสมการที่ (3.29) คือ

$$\bar{\omega}_0(n+1) = (1 - \mu\eta_0)\bar{\omega}_0(n) + \mu\eta_0\omega_0 \quad (3.29)$$

โดยที่ $\bar{\omega}_0(n) \equiv E[\hat{\omega}_0(n)]$ คือ ค่าคาดหวังทางสถิติของ $\hat{\omega}_0(n)$ และ

$$\eta_0 = \frac{A^2}{2A^2 + \sigma^2} \quad (3.30)$$

ในสมการที่ (3.29) อยู่ในรูปของสมการผลต่างไม่แปรผันตามเวลาอันดับหนึ่งในตัวแปร $\bar{\omega}_0(n)$ ซึ่งจะให้คำตอบได้ดังสมการที่ (3.31) (รายละเอียดดังภาคผนวก ค)

$$\bar{\omega}_0(n) = (\bar{\omega}_0(0) - \omega_0)(1 - \mu\eta_0)^n + \omega_0 \quad (3.31)$$

โดยที่ $\bar{\omega}_0(0) \equiv \hat{\omega}_0(0)$ คือ ค่าเริ่มต้นของพารามิเตอร์ค่าความถี่ $\hat{\omega}_0(n)$ เนื่องจาก $\mu\eta_0$ ต้องน้อยกว่าหนึ่งเสมอในส่วนของ $(1 - \mu\eta_0) \rightarrow 0$ เข้าใกล้ศูนย์ เมื่อ n เข้าสู่ค่าอนันต์ และสมการที่ (3.31) จะได้เป็น

$$\bar{\omega}_0(n)|_{n \rightarrow \infty} = \omega_0 \quad (3.32)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ (3.32) จะเห็นได้ว่าอัลกอริทึมแบบ PEC ที่นำเสนอ นั้น จะลู่เข้าหาคำตอบที่ต้องการและไม่มีค่าไบอัส (Unbiased) นอกจากนี้ เวลาในการลู่เข้าของสมการที่ (3.26) สามารถทำนายได้โดยใช้ข้อเท็จจริงที่ว่า ในเทอมขวา $(1 - \mu\eta_0)$ จะลดลงตามเวลาแบบทวีคูณ (Exponential) ซึ่งสามารถระบุได้ว่า

$$(1 - \mu\eta_0) = e^{-(1/\tau)} \quad (3.33)$$

โดยที่ τ ถูกกำหนดให้เป็นค่าคงที่ (เวลา) ทำการแก้สมการที่ (3.33) จะได้ค่า τ ดังสมการที่ (3.34)

$$\tau = -\frac{1}{\log_e(1 - \mu\eta_0)} \quad (3.34)$$

ตามสมการที่ (3.34) เวลาในการลู่เข้าโดยประมาณของเทคนิควิธีการแบบ PEC ที่นำเสนอจะเป็น

$$L_i \approx 5\tau \text{ (samples)} \quad (3.35)$$

นอกจากนี้ ความเสถียรภาพของค่าสแต็ปไซส์ (step-size) สามารถกำหนดได้จากสมการที่ (3.29) และจะได้สมการใหม่ดังสมการที่ (3.36) คือ

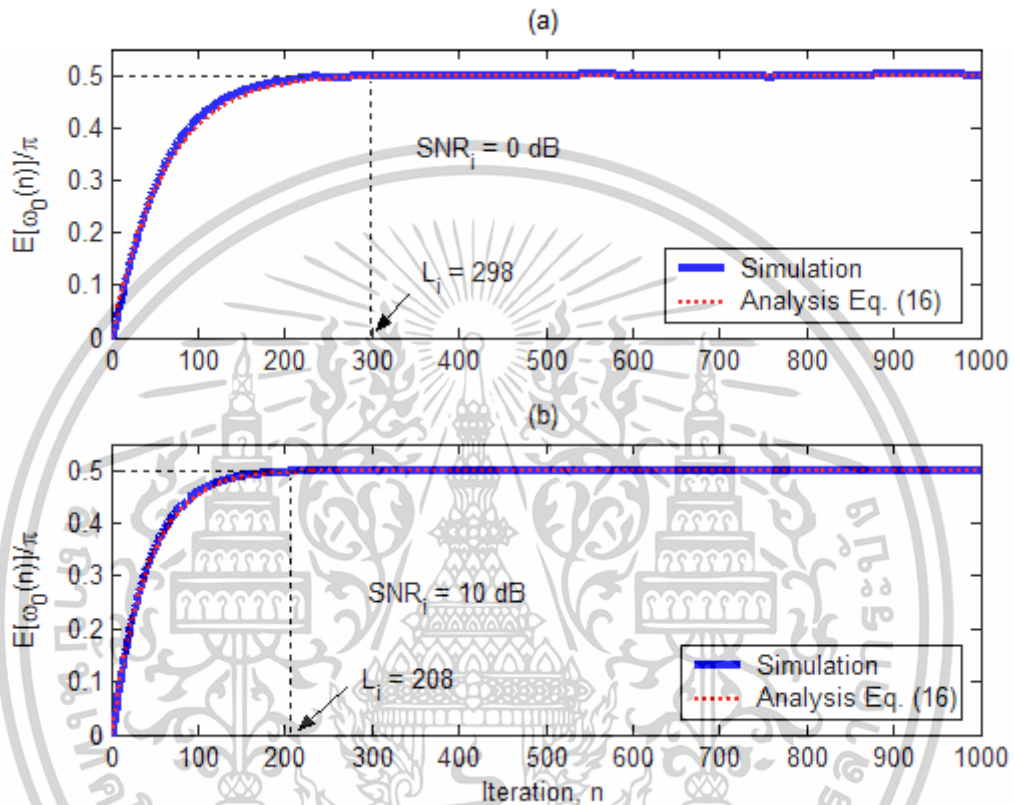
$$0 < \mu < \frac{2}{\eta_0} \quad (3.36)$$

โดยขอบเขตด้านบนของค่าสแต็ปไซส์ในสมการที่ (3.36) จะทำให้เกิดการลู่เข้าแบบโมนोटอนิก (Monotonic convergence) ในลักษณะของการหาค่าเฉลี่ย และความถูกต้องของสมการที่ (3.31) (3.32) และ (3.35) จะได้รับการทดสอบ โดยใช้เทคนิคการจำลองการทำงานแบบมอนติคาร์โล โดยได้มีการสุ่มทดลองการทำงานเป็นจำนวน 1,000 ครั้ง สำหรับสัญญาณค่าเฟสสุ่มและลำดับสัญญาณรบกวนแบบสุ่มที่มีค่าความแปรปรวนเฉพาะการประมาณค่าความถี่เป็นจำนวน 1,000 ความถี่ ที่ได้รับนั้น นำมารวมกันโดยเฉลี่ยเพื่อให้ได้ค่าความถี่โดยประมาณเฉลี่ย $\bar{\omega}_0(n)$

ในรูปที่ 3.3 ได้แสดงกราฟการเรียนรู้อของ $\bar{\omega}_0(n)$ ที่ได้จากสมการที่ (3.31) และการจำลองการทำงานสำหรับที่ค่า $SNR_i = 0$ และ 10 dB, $\omega_0 = 0.5\pi$ ค่าขนาดความยาวข้อมูล $L = 1000$ และค่าสแต็ปไซส์ $\mu = 0.05$ โดยค่าที่กำหนดให้กับพารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองการทำงานนั้น จะถูกกำหนดค่าด้วยเทคนิคแบบการลองผิดลองถูก (trial-and-error technique) เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด ซึ่งค่าสแต็ปไซส์ μ จะถูกจำกัดให้อยู่ภายในช่วงของสมการที่ (3.36)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จะเห็นได้ว่า ผลการวิเคราะห์ $\hat{\omega}_0(n)$ แสดงในสมการที่ (3.31) สามารถติดตามการจำลองการทำงานได้เป็นอย่างดี ทั้ง SNR_i ที่มีค่าต่ำ (0 dB) และที่มีค่าสูง (10 dB) และจะลู่เข้าหาฟังก์ชันที่กำหนดให้ตามต้องการ โดยใช้สมการที่ (3.35) เวลาในการลู่เข้า คือ $L_i \approx 298$ ที่ตัวอย่างค่า $SNR_i = 0$ dB และ $L_i \approx 208$ ที่ตัวอย่างค่า $SNR_i = 10$ dB โดยใกล้เคียงกับเวลาที่ได้จากการจำลองการทำงานนั่นเอง



รูปที่ 3.3 เส้นโค้งการเรียนรู้ของ $\hat{\omega}_0(n)$ สำหรับ (a) ที่ค่า $SNR_i = 0$ dB และ (b) ที่ค่า $SNR_i = 10$ dB

3.2.4 การวิเคราะห์ MSE ในสถานะคงตัว

ในหัวข้อของการวิเคราะห์ค่า MSE นี้ จะทำการประมาณค่าความถี่ของ $\hat{\omega}_0(n)$ ที่ต้องการเพื่อหาค่า MSE ดังนั้นจะต้องมีนิพจน์ของค่าสถานะคงตัวสำหรับค่าความผิดพลาดของ $e(n)$ ในการทำนาย ข้อมูลด้านอินพุตของค่า $x(n)$ ที่ป้อนเข้ามา เพื่อสังเกตดูข้อผิดพลาดในการทำนาย ซึ่งค่า $e(n)$ ดังกล่าว สามารถที่จะสร้างแบบจำลองการทำงานได้โดยใช้ฟังก์ชันการถ่ายโอน ดังต่อไปนี้

$$H(z) = 1 + e^{j\omega_0} z^{-1} \quad (3.37)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ทำการแทนค่า $z = e^{j\omega}$ และ $\omega \in [-\pi, \pi]$ ลงในสมการที่ (3.37) จะได้ผลเป็น

$$H(\omega) = 1 + e^{-j(\omega - \omega_0)} \quad (3.38)$$

ถ้าแทนที่ $\omega \Rightarrow \hat{\omega}_0$ ในสมการที่ (3.38) จะได้เป็น

$$\begin{aligned} H(\omega) &= 1 + e^{-j\delta_\omega} \\ &= 1 + \cos \delta_\omega - j \sin \delta_\omega \end{aligned} \quad (3.39)$$

ที่สภาวะคงตัว $\hat{\omega}_0 \approx \omega_0$ การตอบสนองขนาดของสัญญาณและค่าเฟสของ $H(z)$ สามารถประมาณได้ตามลำดับเป็น

$$B_H = |H(\omega)| \approx 2 \quad (3.40)$$

และ

$$\phi_H \approx -\frac{\delta_\omega}{2} \quad (3.41)$$

ดังนั้น นิพจน์ของค่าสถานะคงตัวสำหรับค่าความผิดพลาดของ $e(n)$ ในการทำนายข้อมูลด้านอินพุต จะได้ดังสมการที่ (3.42) คือ

$$e_s(n) = AB_H e^{j(\omega_0 n + \phi_H)} + v_1(n) \quad (3.42)$$

โดยที่ s หมายถึง สภาวะคงตัวและค่า $v_1(n)$ คือ ส่วนประกอบของสัญญาณรบกวนอันเนื่องมาจากสัญญาณรบกวนอินพุต $v(n)$ ในงานวิจัยนี้ใช้อัลกอริทึมการเรียนรู้เพิ่มขึ้น ดังสมการ

$$Q = E[x(n)e_s^*(n)] = A^2 B_H e^{-j\phi_H} + R_{v_1}^* \quad (3.43)$$

โดยที่

$$R_{v_1}^* = E[v(n)v_1^*(n)] = \sigma^2 \quad (3.44)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

จากสมการที่ (3.44) จะได้ความสัมพันธ์กันระหว่างค่า $v(n)$ และค่า $v_1^*(n)$ (สามารถดูเพิ่มเติมในภาคผนวก ง) โดยที่มาของสมการที่ (3.43) นั้น จะได้มาจากการกำหนดเงื่อนไขที่ว่า สัญญาณอินพุตคลื่นไซน์แบบเชิงซ้อนและในส่วนประกอบของสัญญาณรบกวนนั้นจะไม่มีความสัมพันธ์กัน [23] ซึ่งจะต้องพิจารณาถึงค่า SNR ของ Q เสมอ ซึ่งก็คือค่าของ SNR_Q ดังนี้

$$SNR_Q = B_H SNR_i \quad (3.45)$$

ในกรณีที่ค่า SNR_Q มีค่ามากสมการที่ (3.43) สามารถประมาณได้เป็นสมการที่ (3.46) [24]

$$Q(n) \approx A^2 B_H e^{-j(\varphi_H + v_2(n))} \quad (3.46)$$

เมื่อ $Q(n)$ คือ ค่าประมาณของ Q และ $v_2(n)$ คือ สัญญาณรบกวนค่าเฟสของ Q ที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และค่าความแปรปรวน สามารถกำหนดได้ดังสมการ

$$\sigma_2^2 \approx \frac{1}{2SNR_Q} = \frac{1}{2B_H SNR_i} \quad (3.47)$$

ค่าเฟสของ $Q(n)$ นั้น เทียบเท่ากับฟังก์ชันการขับในสมการที่ (3.28) สามารถกำหนดได้โดย

$$D_q(n) = \angle Q(n) = -(\varphi_H + v_2(n)) \quad (3.48)$$

แทนค่าสมการที่ (3.48) ลงในสมการที่ (3.26) จะได้สมการที่ (3.49)

$$\hat{\omega}_0(n+1) = \hat{\omega}_0(n) - \mu(\varphi_H + v_2(n)) \quad (3.49)$$

จากสมการที่ (3.49) ลบ ω_0 ออกทั้งสองข้าง และใช้สมการที่ (3.41) จะได้สมการ

$$\delta_\omega(n+1) = \delta_\omega(n) - \mu \left(\frac{\delta_\omega(n)}{2} + v_2(n) \right) \quad (3.50)$$

ยกกำลังสองทั้งสองข้างของสมการที่ (3.50) และทำการเฉลี่ยผลลัพธ์ที่ได้ จะได้

$$\bar{\delta}_\omega^2(n+1) = \left(1 - \mu + \frac{\mu^2}{4} \right) \bar{\delta}_\omega^2(n) + \mu^2 \sigma_2^2 \quad (3.51)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เมื่อ $\bar{\delta}_\omega^2(n) = E[\delta_\omega^2(n)]$ คือ ค่า MSE ประมาณ ณ เวลา n ใช้สมมุติฐาน

$$\bar{\delta}_\omega^2(n+1)|_{n \rightarrow \infty} = \bar{\delta}_\omega^2(n)|_{n \rightarrow \infty} = \bar{\delta}_\omega^2(\infty) \quad (3.52)$$

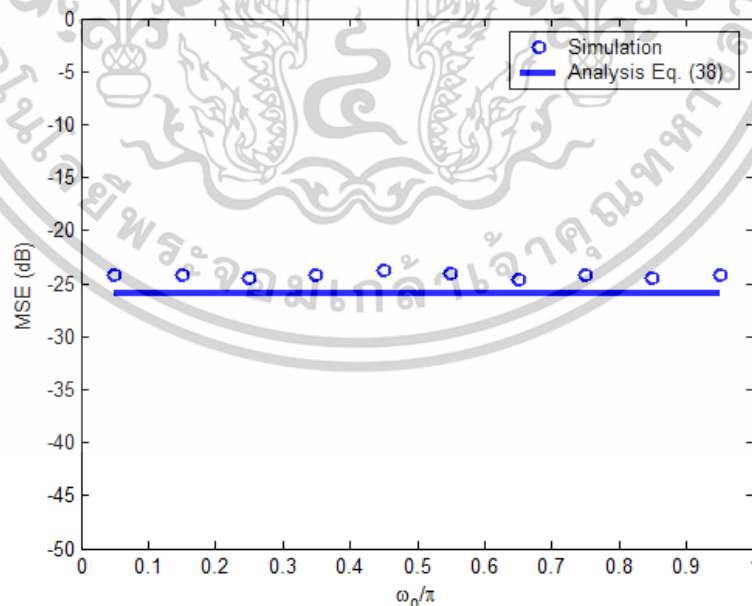
ดังจากสมการที่ (3.51) จะเขียนใหม่ได้เป็น

$$\bar{\delta}_\omega^2(\infty) = \frac{\mu\sigma_2^2}{1-(\mu/4)} = MSE \quad (3.53)$$

สำหรับในกรณีที่ความเร็วในการลู่เข้าช้า เมื่อ $\mu \rightarrow 0$ สมการที่ (3.53) สามารถจัดรูปใหม่ให้เป็นแบบง่าย จะได้

$$MSE \approx \mu\sigma_2^2 \quad (3.54)$$

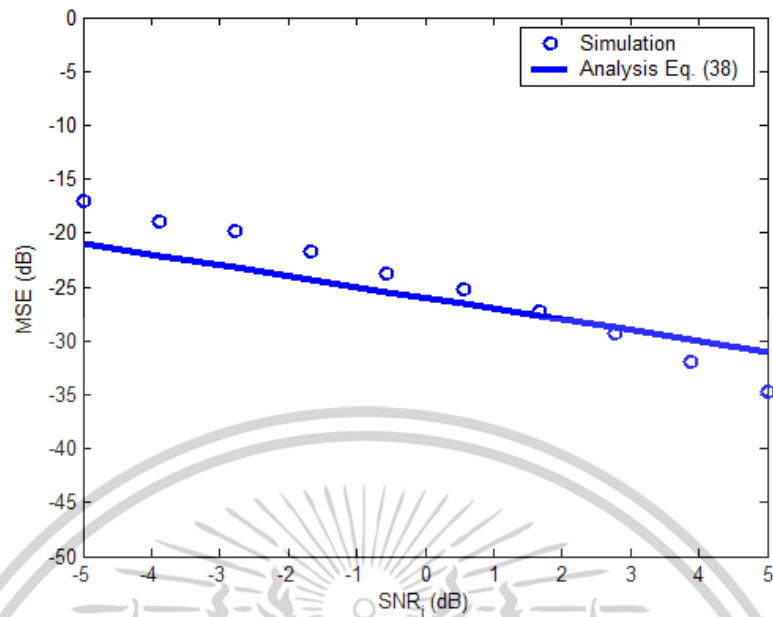
จะเห็นได้ชัดว่าค่า MSE ประมาณในสมการที่ (3.54) ใช้ได้กับค่าพารามิเตอร์ระบบที่หลากหลาย รวมถึงค่าความถี่อินพุต SNR_i และสเต็ปไซส์ ดังแสดงในรูปที่ 3.4, 3.5 และ 3.6 ตามลำดับ จะสังเกตได้ว่าค่า MSE เชิงวิเคราะห์ ที่แสดงในสมการที่ (3.54) นั้น สามารถทำนายค่า MSE จำลองการทำงานได้ดี จะสังเกตได้ว่า ค่า MSE จะไม่ขึ้นอยู่กับค่าความถี่ของสัญญาณ ดังแสดงในรูปที่ 3.4 โดยจะลดลงตามค่า SNR_i ที่เพิ่มขึ้น ดังแสดงในรูปที่ 3.5 และเพิ่มขึ้นตามสเต็ปไซส์ที่เพิ่มขึ้น ดังแสดงในรูปที่ 3.6



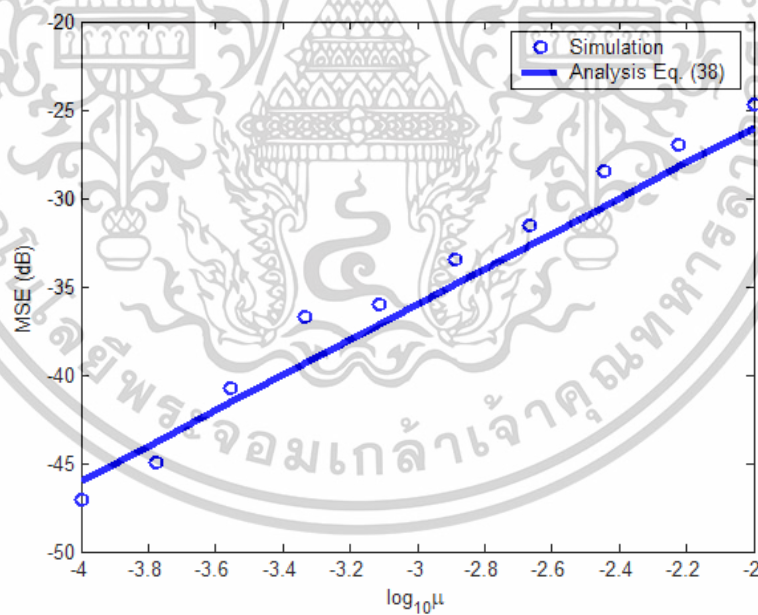
รูปที่ 3.4 ค่า MSE เป็นฟังก์ชันของค่าความถี่ สำหรับค่า $SNR_i = 0$ dB, $\mu = 0.01$,

$L = 10000$ และรัน 100 ครั้ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 3.5 ค่า MSE ที่เป็นฟังก์ชันของค่า SNR_i สำหรับค่า $\omega_0 = 0.5\pi$, $\mu = 0.01$, $L = 10000$ และรัน 100 ครั้ง



รูปที่ 3.6 ค่า MSE ซึ่งเป็นฟังก์ชันของสเต็ปไซส์สำหรับค่า $SNR_i = 0$ dB, $\omega_0 = 0.5\pi$, $L = 10000$ และรัน 100 ครั้ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์

ในบทนี้จะกล่าวถึง ผลการวิเคราะห์ของอัลกอริทึม DLANF และผลการวิเคราะห์ของอัลกอริทึม PEC โดยแยกเป็นผลการวิเคราะห์ตามหัวข้อต่างๆ ดังนี้

4.1 ผลการวิเคราะห์ของอัลกอริทึม DLANF

จากผลการวิเคราะห์ของอัลกอริทึม DLANF นั้น สามารถแยกเป็นหัวข้อย่อย ได้ดังนี้ คือ ผลจำลองการทำงาน การประมาณค่าความถี่คงที่ การประมาณความถี่ที่เปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลัน ผลจำลองการทำงานของ MSE และผลสรุป

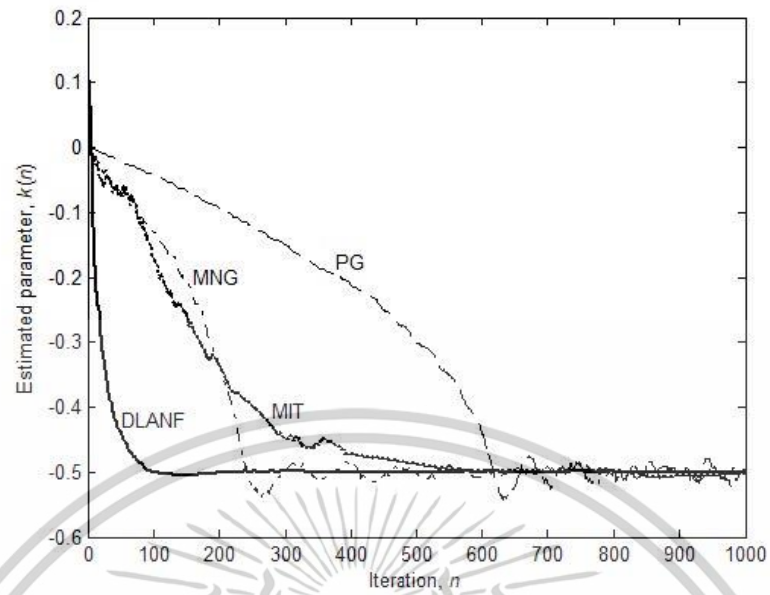
4.1.1 ผลจำลองการทำงาน

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงผลประสิทธิภาพของวิธีการแบบ DLANF โดยจะเปรียบเทียบกับประสิทธิภาพของอัลกอริทึมแบบเกรเดียนต์แบบธรรมดา (PG) [4] ซึ่งเป็นแบบไม่เชิงเส้นที่ไม่มีหน่วยความจำ [5] และ MIT [6] ในแง่ของความเร็วการลู่เข้าและการประมาณ MSE ของค่าพารามิเตอร์ที่ประมาณไว้ ในงานวิจัยนี้เทคนิควิธีการ ในการเปรียบเทียบทั้งหมดได้ถูกกำหนดให้ใช้ฟังก์ชันระบบ ANF เดียวกันในสมการที่ (3.2) โดยเพื่อความเป็นธรรมในการเปรียบเทียบ นั้นเอง

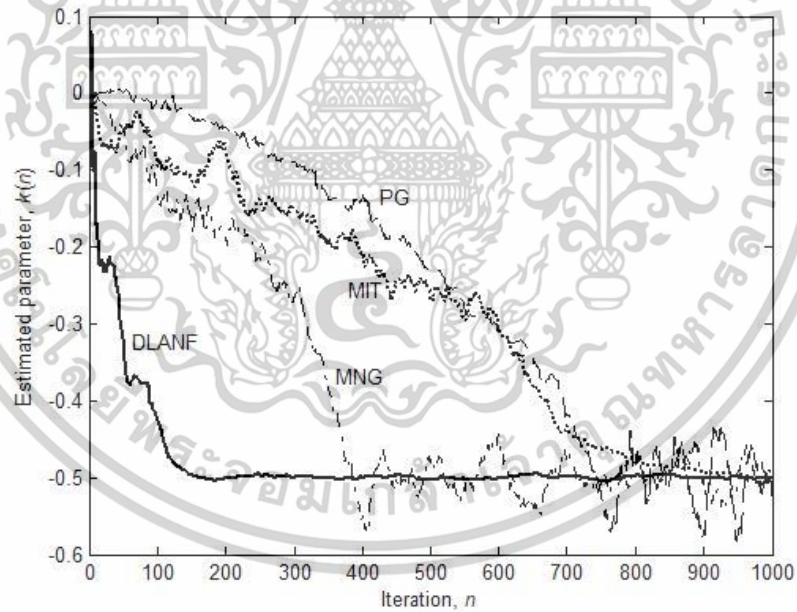
4.1.2 การประมาณค่าความถี่คงที่

เพื่อแสดงให้เห็นว่าอัลกอริทึม DLANF มีคุณสมบัติการลู่เข้าที่ดีกว่าอัลกอริทึมเชิงเปรียบเทียบอื่นๆ ในทั้งสองค่าของ SNR คือ สูงและต่ำ นั้น สามารถตั้งค่าพารามิเตอร์เพื่อการจำลองการทำงาน ได้ดังนี้ สำหรับสัญญาณอินพุตกำหนดให้ ค่า $SNR=10$ dB และ 0 dB ค่า $\Omega_0 = \pi/3$ ($k_0 = -\cos(\pi/3) = -0.5$) ค่า $\phi_0 = 0.1\pi$ สำหรับตัวกรอง กำหนดดังนี้ ค่า $\alpha = 0.95$ ค่า $k_0(0) = 0$ และสำหรับอัลกอริทึมแบบปรับตัวได้ กำหนดดังนี้ ค่า $\mu = 0.01$ ค่า $\lambda_{dlanf} = 0.95$ $\alpha_{mit} = 9/32$ ค่า $\alpha_{mit} = 9/32$ และค่า $\varepsilon_{mng} = 0.3$ จากผลการจำลองในรูปที่ 4.1 และรูปที่ 4.2 แสดงถึงการลู่เข้าหาฟังก์ชันที่กำหนดให้ตามต้องการ สำหรับค่าของ SNR ที่ 10 dB และ 0 dB ตามลำดับ จะเห็นได้ชัดว่าอัลกอริทึม DLANF ที่นำเสนอสามารถทำการลู่เข้าได้เร็วกว่าวิธีอื่นที่ใช้ร่วมเปรียบเทียบทั้งหมด ความเร็วการลู่เข้าของอัลกอริทึม MIT และ MNG นั้น จะให้ผลที่ไม่ดีเมื่อค่า SNR ที่ต่ำ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

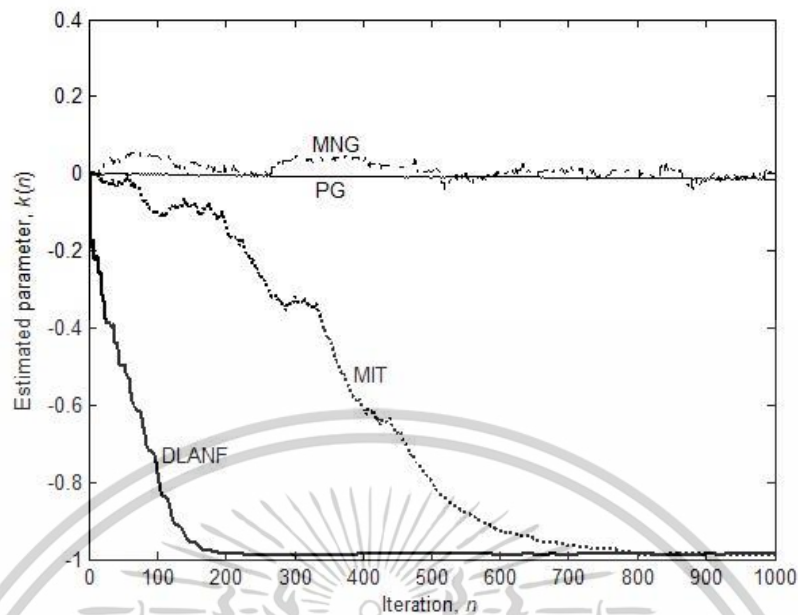


รูปที่ 4.1 การเปรียบเทียบการประมาณค่าความถี่สำหรับที่ค่า SNR = 10 dB



รูปที่ 4.2 การเปรียบเทียบการประมาณค่าความถี่สำหรับที่ค่า SNR = 0 dB

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



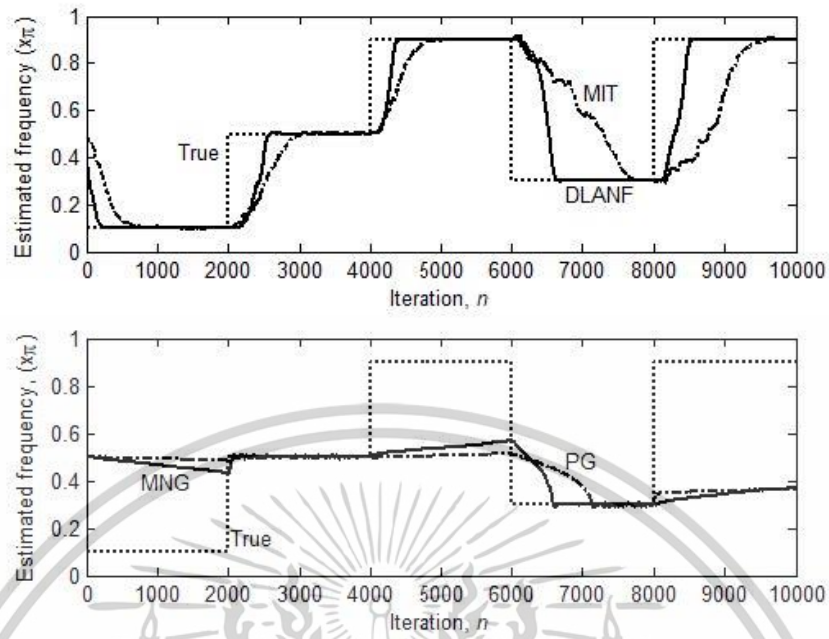
รูปที่ 4.3 การเปรียบเทียบการประมาณค่าความถี่ที่ เมื่อกำหนดวิธีการที่ต้องการ ให้อยู่ห่างจากค่าเริ่มต้น

สำหรับอัลกอริทึม PG ถึงแม้ว่าจะมีความเร็วในการลู่เข้าแต่จะไม่ไวต่อค่าของ SNR แต่โดยเนื้อแท้แล้วจะให้ความเร็วในการลู่เข้าที่ช้า นี่คือข้อเท็จจริงของวิธี PG นี้แสดงให้เห็นชัดเจนดังในรูปที่ 4.3 โดยที่ค่าเริ่มต้นของอัลกอริทึม $k_0(0) = 0$ นั้น อยู่ห่างจากฟังก์ชันที่กำหนดให้ตามต้องการ คือ ที่ $k_0 = -\cos(0.05\pi) \approx -0.9877$

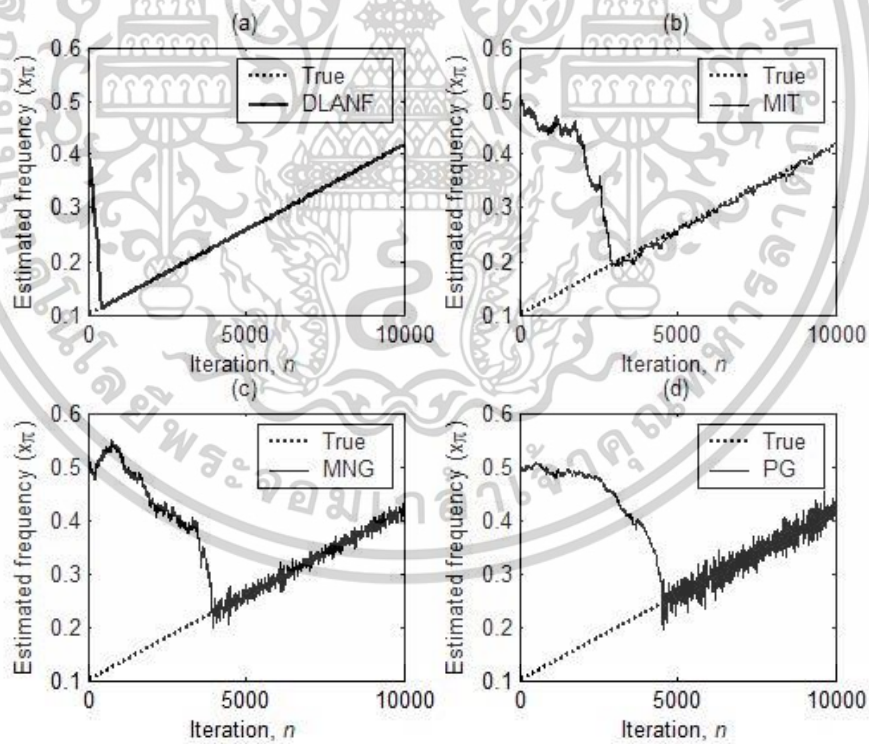
4.1.3 การประมาณความถี่ที่เปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลัน

หากอนุมานว่า สัญญาณอินพุตอาจมีการเปลี่ยนความถี่อย่างกะทันหัน หรือ อย่างฉับพลัน และเป็นแบบสุ่ม ทุกๆ 2,000 ตัวอย่าง [6] แล้วนั้น ค่าพารามิเตอร์อื่นๆ ที่ใช้ในส่วนนี้ จะเหมือนกับค่าในส่วนก่อนหน้านี้ โดยผลลัพธ์การประมาณ ดังแสดงไว้ในรูปที่ 4.4 หากสังเกตและทำการเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ในช่วงแรกนั้น อัลกอริทึมแบบ DLANF ที่นำเสนอสามารถติดตามสัญญาณรูปคลื่นไซน์ ที่มีค่าความถี่เปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลัน หรืออย่างกะทันหันได้อย่างรวดเร็ว โดยคุณสมบัติในการติดตามของอัลกอริทึมแบบ MIT นั้น จะอยู่ในระดับผลลัพธ์ที่ได้ คือ ปานกลาง ในขณะที่อัลกอริทึมแบบ MNG และแบบ PG นั้น จะอยู่ในระดับผลลัพธ์ที่ได้ คือ ไม่ดี ส่วนการติดตามสัญญาณเสียงเซิร์ฟเซิงเส้น (Chirp) สัญญาณ Chirp สามารถพบได้ในการใช้งานที่กว้างขวางและหลากหลาย อาทิเช่น ตัวตัด

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.4 การเปรียบเทียบการประมาณค่าความถี่ ที่เปลี่ยนแปลงอย่างฉับพลันและแบบสุ่ม



รูปที่ 4.5 การเปรียบเทียบการประมาณค่าความถี่ ของสัญญาณเสียงเชียร์ฟ (Chirp)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

เสียงสะท้อนอะคูสติกตัว Doppler effect ในระบบสื่อสารไร้สาย และอื่นๆ ในส่วนหัวข้อนี้ จะแสดงความสามารถในการติดตามของสัญญาณเสียงเชียร์ฟ (Chirp)

โดยสำหรับสัญญาณเสียงเชียร์ฟ นั้น จากสมการที่ (3.16) สามารถเขียนใหม่ ได้เป็น

$$x(n) = A \cos \psi(n) + v(n), \quad (4.1)$$

เมื่อ $\psi(n) = \Omega_0 n + (1/2) \kappa n^2 + \phi_0$ และ κ คือ ค่าคงที่ที่มีค่าน้อย ซึ่งควบคุมอัตราการเปลี่ยนแปลงของความถี่ โดยที่ความถี่ชั่วขณะของสมการที่ (4.1) คือ

$$\Omega(n) = \Omega_0 + \kappa n. \quad (4.2)$$

ในรูปที่ 4.5 ได้แสดงผลการติดตามค่าความถี่ของสมการที่ (4.1) ที่กำหนดค่าของ $\Omega_0 = 0.1\pi$ ค่า $\kappa = 1 \times 10^{-4}$ และค่าของ SNR = 0 dB ที่ได้รับมาจากอัลกอริทึมแบบ (a) DLANF (b) MIT (c) MNG และ (d) PG จะเห็นได้ว่า อัลกอริทึมแบบ DLANF จะให้ความเร็วในการลู่เข้าที่เร็วกว่า เทคนิควิธีการที่ใช้เปรียบเทียบทั้งสามแบบ และยิ่งไปกว่านั้น วิธีการแบบ DLANF ยังให้ความผันผวนต่ำในความถี่ของสัญญาณเสียงเชียร์ฟ (Chirp) ที่ประมาณค่าได้

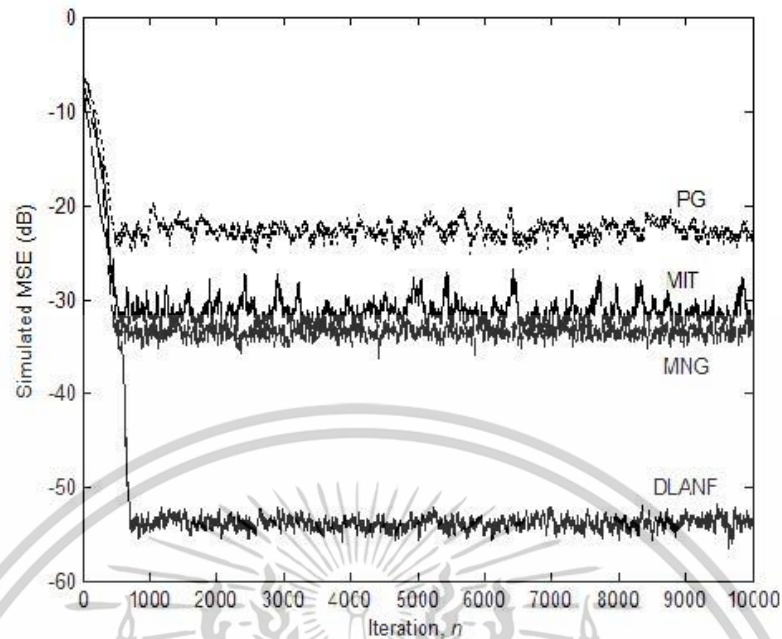
4.1.4 ผลจำลองการทำงานของ MSE

ในทางทฤษฎีค่า MSE ที่ได้จากการประมาณค่าความถี่นั้น มีความสำคัญมาก ในงานวิจัยจะทำการศึกษาปริมาณนี้ ด้วยวิธีการจำลองค่า MSE สามารถหาได้จากสมการที่ (4.3) ดังนี้

$$\text{MSE} = \text{Var} + \text{bias}^2. \quad (4.3)$$

เมื่อกำหนดให้ *Var* และ *bias* คือ ค่าความแปรปรวนและค่าไบอัสหรือค่าความเอนเอียง ของค่าพารามิเตอร์ หรือ ค่าความถี่ที่ประมาณได้ ตามลำดับ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.6 การเปรียบเทียบค่า MSE ที่ได้จากการประมาณค่าความถี่รับเปลี่ยนความเร็ว การลู่เข้าเดียวกัน

การกำหนดค่าของพารามิเตอร์อื่น ๆ ที่ใช้สำหรับการจำลองนี้ จะใช้เหมือนกันกับค่าที่กำหนดในหัวข้อที่ 4.1.2 ยกเว้นเฉพาะค่า $\mu_{dlanf} = \mu_{mng} = 0.01$ ค่า $\mu_{mit} = 0.045$ และค่า $\mu_{pg} = 0.02$ เท่านั้น

เพื่อให้ได้ค่าความแปรปรวนและค่าไบอัสในการประมาณค่า ใช้คอมพิวเตอร์จำลองการทำงาน กำหนดความยาวของข้อมูล 1,000 ตัวอย่าง และกำหนดค่า SNR คงที่ และค่าเฟสและสัญญาณรบกวนมีความแตกต่างกัน รันด้วยคอมพิวเตอร์ 1,000 ครั้ง และเพื่อที่จะทำการเปรียบเทียบความเร็วในการลู่เข้าอย่างยุติธรรมนั้น ด้วยการกำหนดค่า Step size (μ) ของในแต่ละเทคนิควิธีการเพื่อให้ได้ค่า MSE เดียวกัน

ผลลัพธ์การจำลองการทำงาน สำหรับการกำหนดค่า SNR = 0 dB ที่ได้นั้น ได้นำแสดงไว้ในรูปที่ 4.6 จะเห็นได้ชัดเจนว่า ณ เวลาที่ลู่เข้า (เมื่อ $n = 800$ ตัวอย่าง) วิธีการแบบ DLANF ค่า MSE ที่ได้มีค่าน้อยที่สุดประมาณ -55 dB ในขณะที่วิธีการแบบ PG นั้น ค่า MSE มีค่ามากที่สุดประมาณ -25 dB ค่า MSE ด้วยวิธีการแบบ MIT ประมาณ -30 dB และ MNG ประมาณ -32 dB จะอยู่ระหว่างวิธีการแบบ DLANF และ PG

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.1.5 สรุป

ในการพัฒนานี้ ได้นำเสนอตัวกรองนอตช์ Infinite Impulse Response (IIR) ปรับตัวได้ Adaptive Notch Filter (ANF) แบบอันดับที่สอง สำหรับการประมาณค่าความถี่และการติดตาม ซึ่งมีคุณสมบัติที่ให้ความเร็วสูงในการลู่เข้าและให้ค่า MSE ที่มีค่าน้อย โดยมีหลักการที่ใช้ คือ ใช้ อัลกอริทึมที่นำเสนอใช้ตัวกรองโครงสร้างตรงที่มีเฉพาะโพลต่ออนุกรมกับตัวกรองโครงสร้างแลตทิซที่มีเฉพาะซีโร่ และใช้อัลกอริทึมแบบเกรเดียนต์คอนจูเกตโมดูลัส ในการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวกรอง โดยผลลัพธ์การจำลองการทำงานด้วยคอมพิวเตอร์ ได้แสดงประสิทธิภาพของตัวกรอง ดังที่ได้นำเสนอ

4.2 ผลการวิเคราะห์ของอัลกอริทึม PEC

จากผลการวิเคราะห์ของอัลกอริทึม PEC นั้น สามารถแยกเป็นหัวข้อย่อย ได้ดังนี้ คือ การจำลองการทำงาน MSE และการประมาณค่าความถี่ ความหนาแน่นของสัญญาณรบกวนอิมพัลส์ ความน่าจะเป็นที่มีค่าทั้งต่ำและสูงที่จะเกิดขึ้นของค่าความแปรปรวนขนาดของสัญญาณรบกวนสูง และผลกระทบต่อขนาดของสัญญาณ โดยผลการวิเคราะห์ ในรูปแบบของตัวอย่างเชิงตัวเลข ค่าประสิทธิภาพของเทคนิควิธีการแบบ PEC ที่นำเสนอ โดยได้กำหนดการเปรียบเทียบกับเทคนิควิธีการแบบ MCPG [18] Regalia [19] CPG [21] และ CDFE [22] ตามลำดับ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

4.2.1 การจำลองการทำงาน MSE และการประมาณค่าความถี่

เพื่อเปรียบเทียบค่า MSE กับการประมาณค่าความถี่ โดยใช้คอมพิวเตอร์จำลองผลการ ทำงานด้วยความเท่าเทียมกันนั้น อัลกอริทึมที่ทดสอบทั้งหมดจะปรับให้มีการลู่เข้าในเวลาเดียวกัน ซึ่งทำได้โดยการปรับพารามิเตอร์ค่าสแต็ปไซส์ของแต่ละอัลกอริทึมที่ละรายการ

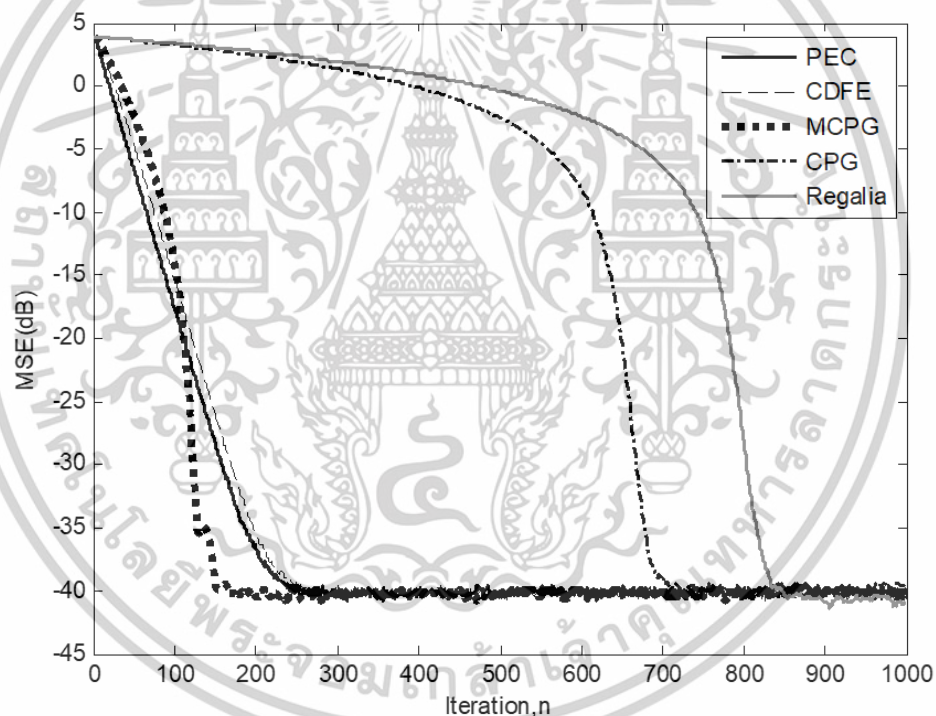
นอกจากนี้ สัญญาณคลื่นไซน์เชิงซ้อน 1,000 ตัว ที่มีค่าความถี่เฉพาะและค่าเฟสสุ่มบวก กับ ลำดับสัญญาณรบกวนที่มีความเหมือนกันนั้น ได้รับการประเมินโดยใช้ค่าเฉลี่ยทั้งหมด ผลลัพธ์แสดงไว้ ในรูปที่ 4.7 ถึงรูปที่ 4.10 โดยที่ รูปที่ 4.7 คือ การเปรียบเทียบค่า MSE โดยประมาณสำหรับ $SNR_r = 10$ dB (ค่า SNR_r สูง) สามารถบอกได้ว่าเทคนิควิธีการแบบ PEC ที่นำเสนอและ CDFE นั้น จะมีความเร็วของการลู่เข้าในเวลาเดียวกันและให้ค่า MSE ที่เหมือนกันของการประมาณค่าความถี่ ในขณะที่เทคนิควิธีการแบบ MCPG จะมาบรรจบเร็วที่สุดและ เทคนิควิธีการแบบ Regalia จะช้าที่สุด ค่าความเร็วของการลู่เข้าหากันของเทคนิควิธีการแบบ CPG นั้นดีกว่าเทคนิควิธีการแบบ Regalia เล็กน้อย แต่จะน้อยกว่าค่าความเร็วของการลู่เข้าของเทคนิควิธีการแบบ PEC CDFE และ MCPG โดย รูปที่ 4.8 ได้แสดงการประมาณค่าความถี่ที่ค่า MSE เดียวกัน

จากผลในรูปที่ 4.8 จะเห็นได้ว่าอัลกอริทึมแบบ PEC CDFE และ MCPG นั้น จะให้ค่า ความเร็วของการลู่เข้าเกือบเท่ากัน แต่ในขณะที่อัลกอริทึมแบบ CPG และ Regalia แสดงให้เห็นถึงค่า

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

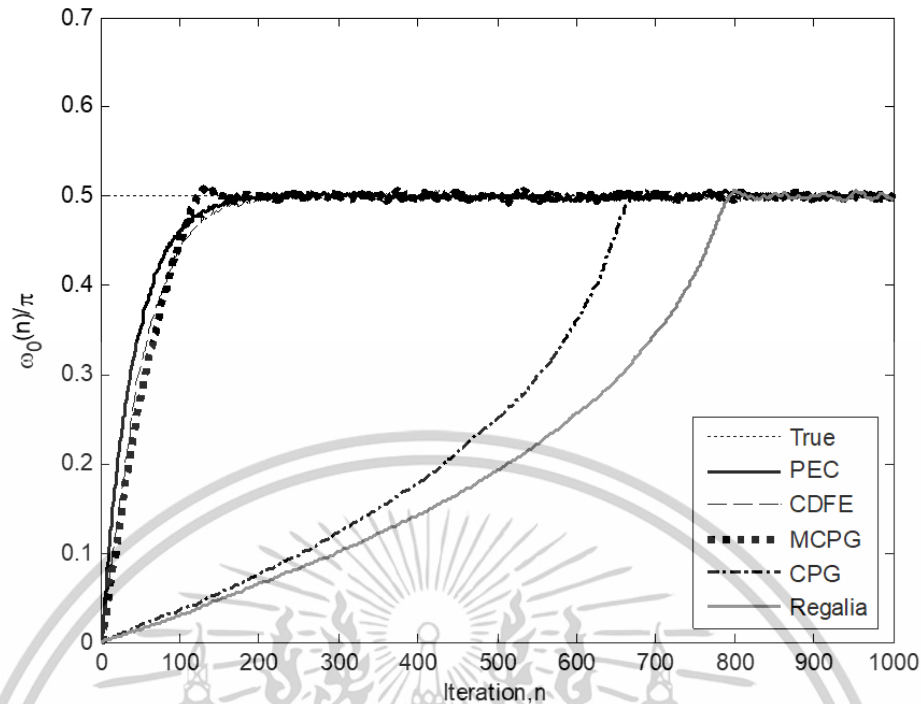
ความเร็วของการลู่เข้าที่ช้ากว่า โดยในรูปที่ 4.9 ได้แสดงการประมาณค่า MSE เปรียบเทียบกับค่า $SNR_i = -5$ dB (ค่า SNR_i ต่ำ) แสดงให้เห็นว่า ค่าความเร็วของการลู่เข้าในการมาบรรจบกันของเทคนิควิธีการแบบ PEC ที่นำเสนอ จะมีค่าความเร็วของการลู่เข้าอยู่ในช่วงระหว่างของเทคนิควิธีการแบบ CDFE MCPG CPG และ Regalia ซึ่งในรูปที่ 4.10 ได้แสดงการประมาณค่าความถี่ที่ค่า MSE เดียวกัน จากการสังเกตเทคนิควิธีการแบบ PEC ให้ความเร็วช้ากว่าเทคนิควิธีการแบบ CDFE และ MCPG แต่ให้ความเร็วของการลู่เข้าที่เร็วกว่าเทคนิควิธีการแบบ CPG และ Regalia นั้นเอง

หากจะกล่าวถึงเทคนิควิธีการแบบ MCPG CPG และ Regalia ที่ใช้กับตัวกรองค่าความถี่นอตช์แบบปรับตัวได้ (Infinite Impulse Response Adaptive Notch Filter: IIR-ANF) ลำดับหนึ่งเชิงซ้อน (Complex Adaptive Notch Filter: CANF) [21] ซึ่งจะเป็นปัจจัยให้ค่า α ในการปรับตัวของค่า zero-pole โดยในส่วนนี้จะกำหนดให้ค่า $\alpha = 0.9$



รูปที่ 4.7 ค่า MSE ของค่าความถี่โดยประมาณ สำหรับค่า $SNR_i = 10$ dB, $\omega_0 = 0.5\pi$, $\mu_{pec} = 0.05$, $\mu_{cdfe} = 0.025$, $\mu_{mcp} = 0.0175$, $\mu_{cp} = 0.02$, $\mu_{regalia} = 0.004$, ความยาวข้อมูล $L = 1000$ และรัน 1,000 ครั้ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.8 เส้นโค้งการเรียนรู้ความถี่โดยประมาณสำหรับค่า $SNR_i = 10$ dB, $\omega_0 = 0.5\pi$, $\mu_{pec} = 0.05$, $\mu_{cfe} = 0.025$, $\mu_{mcp} = 0.0175$, $\mu_{cp} = 0.02$, $\mu_{regalia} = 0.004$, ความยาวของข้อมูล $L=1000$ และรันครั้งเดียว

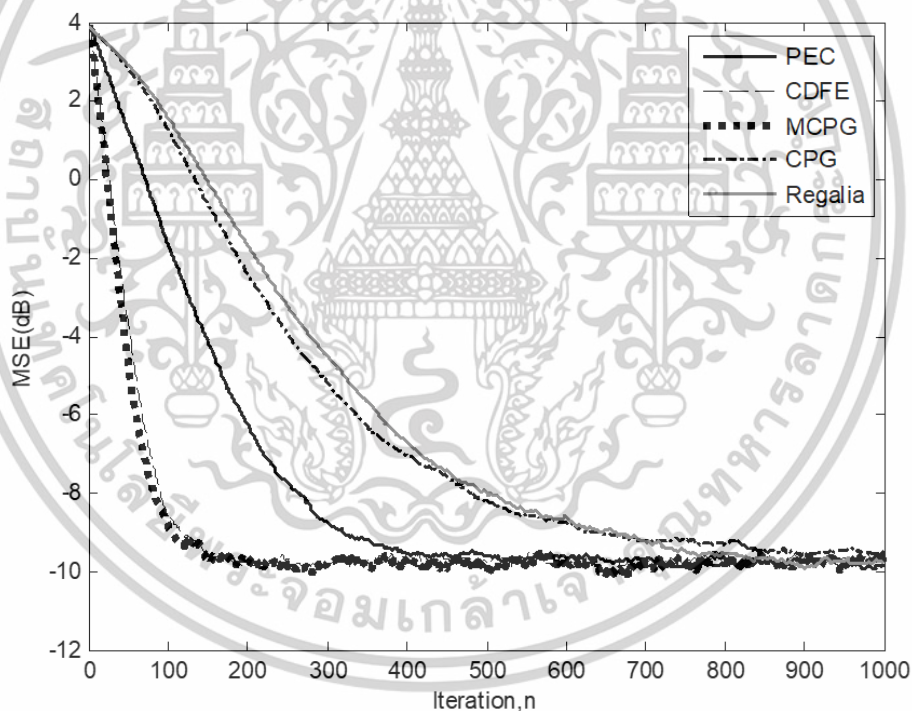
ถึงแม้ว่าค่าความเร็วของการลู่เข้าของเทคนิควิธีการแบบ PEC ในสถานการณ์ของสัญญาณรบกวนเกาส์เซียนขาวเชิงซ้อน จะช้ากว่ามากหากเมื่อเปรียบเทียบกับเทคนิควิธีการแบบ MCPG และ CDFE ดังแสดงในรูปที่ 4.9 หรือ รูปที่ 4.10 โดยจะทำงานได้ดีเมื่อสัมผัสกับสภาพแวดล้อมที่มีสัญญาณรบกวนอิมพัลส์สูง ดังที่แสดงไว้ในส่วนที่ 4.8 นอกจากนี้ การเสื่อมสภาพของค่าความเร็วลู่เข้าเนื่องจากขนาดของสัญญาณ A จะไม่ส่งผลกระทบต่อเทคนิควิธีการแบบ PEC ดังแสดงไว้ในส่วนที่ 4.9 นอกจากนี้ ในการเปรียบเทียบข้อกำหนดในการคำนวณของอัลกอริทึมทั้งหมดนั้น สามารถแสดงความซับซ้อนในการคำนวณ ดังได้สรุปไว้ในตารางที่ 4.1 จะพบได้ว่า เทคนิควิธีการแบบ PEC ที่นำเสนอ นั้น จะใช้การคำนวณเป็นแบบการคูณ 3L แบบการบวก 2L และแบบการประเมินค่าเฟส 1L เท่านั้น การคำนวณค่าเฟสเพิ่มเติมนั้นจะทำให้เทคนิควิธีการแบบ PEC สามารถทนทานต่อสัญญาณรบกวนอิมพัลส์และไม่ไวต่อขนาดของสัญญาณ A ซึ่งเหนือกว่าเทคนิควิธีการแบบ CDFE, MCPG, CPG และ Regalia นั้นเอง

ตอนนี้ จะพิจารณาเวลาในการคำนวณที่จำเป็นสำหรับการตรวจสอบอัลกอริทึมทั้งหมด เนื่องจากแต่ละอัลกอริทึมจะมีค่าพารามิเตอร์ (ค่าน้ำหนัก) เพียงตัวเดียวที่จะต้องปรับ สำหรับเทคนิค

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

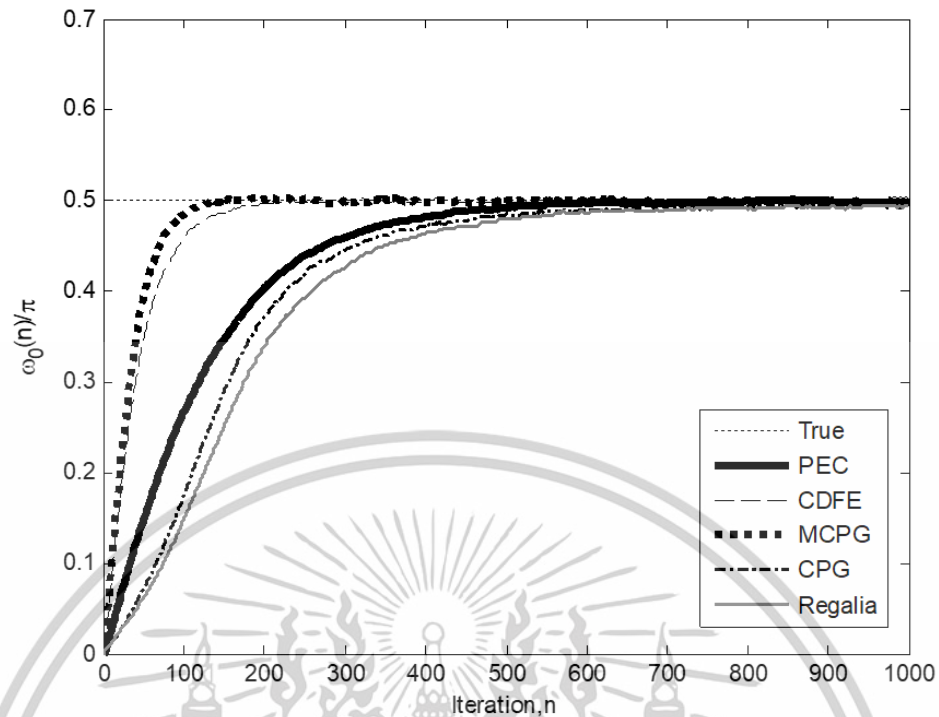
วิธีการแบบ PEC จึงต้องมีการดำเนินการ 6 ครั้ง ต่อการวนซ้ำ กรณีนี้บ่งชี้ได้ว่าเทคนิควิธีการแบบ PEC ได้รับการพิจารณาว่ามีความซับซ้อนของลำดับ $O(6L)$ เป็นแบบชั่วคราวเมื่อมีการทำวนซ้ำและค่าขนาดอินพุตเป็น L เนื่องจากระยะเวลาในการรันจะขึ้นอยู่กับค่าขนาดของอินพุต L จึงกล่าวได้ว่าความซับซ้อนของเวลาของเทคนิควิธีการแบบ PEC มีลำดับของ $O(L)$ ซึ่งหมายความว่ามิลักษณะเป็นแบบเชิงเส้น

ในทำนองเดียวกันสำหรับเทคนิควิธีการแบบ CDFE MCPG CPG และ Regalia เวลาในการคำนวณจะเป็นแบบเชิงเส้น ดังแสดงไว้ในตารางที่ 4.1 ถึงแม้ว่าระยะเวลาในการรันของการเปรียบเทียบในแต่ละอัลกอริทึม จะมีลำดับเดียวกันกับเทคนิควิธีการแบบ PEC แต่ PEC ที่นำเสนอ นั้นจะมีประสิทธิภาพเหนือกว่าเทคนิคการเปรียบเทียบทั้งหมด ในแง่ของความทนทานต่อสัญญาณรบกวนอิมพัลส์และเวลาการบรรจบกันนั้น ไม่ได้ไวต่อค่าขนาดของสัญญาณอินพุต (ดังรายละเอียดในหัวข้อ 4.2.2 และรูปที่ 4.13)



รูปที่ 4.9 ค่า MSE ของค่าความถี่โดยประมาณสำหรับค่า $SNR_i = -5$ dB, $\omega_0 = 0.5\pi$, $\mu_{pec} = 0.05$, $\mu_{cdfe} = 0.032$, $\mu_{mcp} = 0.035$, $\mu_{cpg} = 0.071$, $\mu_{regalia} = 0.016$, ความยาวข้อมูล $L = 1000$ และรัน 5,000 ครั้ง

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.10 เส้นโค้งการเรียนรู้ของค่าความถี่โดยประมาณ $SNR_i = -5$ dB, $\omega_0 = 0.5\pi$, $\mu_{pec} = 0.05$, $\mu_{cdfe} = 0.032$, $\mu_{mcp} = 0.035$, $\mu_{cpg} = 0.071$, $\mu_{regalia} = 0.016$, ความยาวข้อมูล $L=1000$ และรัน 5,000 ครั้ง

ตารางที่ 4.1 ความซับซ้อนในการคำนวณและเวลาในการคำนวณ

อัลกอริทึม (วิธีการ)	ความซับซ้อนในการคำนวณ		การประเมินระยะ	เวลาในการคำนวณ
	การคูณ	การบวก		
PEC	$3L$	$2L$	L	$O(6L)$
CDFE	$4L$	$2L$	-	$O(6L)$
MCPG	$6L$	$3L$	-	$O(9L)$
CPG	$7L$	$4L$	-	$O(11L)$
Regalia	$10L$	$3L$	-	$O(13L)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

4.2.2 ความทนทานของสัญญาณรบกวนอิมพัลส์

ในส่วนนี้ จะกล่าวถึงเทคนิควิธีการอัลกอริทึมแบบ PEC ที่นำเสนอในประเด็นความทนทานต่อสัญญาณรบกวนอิมพัลส์

เป็นที่ทราบกันดีว่า คุณลักษณะหลักที่สำคัญ 2 ประการ ของสัญญาณรบกวนอิมพัลส์ คือ ขนาดของสัญญาณแบบสุ่มและตำแหน่งที่เกิดของสัญญาณ โดยเมื่อมีสัญญาณรบกวนอิมพัลส์ปรากฏขึ้น ค่ากำลังของสัญญาณดังกล่าวจะมีค่าเท่ากับค่าความแรงของสัญญาณอิมพัลส์ สิ่งนี้แสดงให้เห็นถึงความไม่เป็นคุณลักษณะแบบ non-stationary ของสัญญาณรบกวนอิมพัลส์ โดยดูจากค่าสเปกตรัมกำลังของสัญญาณรบกวน ที่มีค่าอิมพัลส์เพียงไม่กี่ครั้งต่อวินาที

สัญญาณรบกวนอิมพัลส์ นอกจากจะเป็นสัญญาณในกระบวนการที่มีสถานะเป็นแบบไบนารี และจะแปรผันตามเวลาแล้ว ด้วยเหตุนี้ จึงทำให้ค่าสเปกตรัมกำลังและค่าสหสัมพันธ์อัตโนมัติ (Autocorrelation) ยังเป็นกระบวนการที่มีสถานะเป็นแบบไบนารี อีกด้วย และนิพจน์ ที่เป็นลำดับสถานะแบบไบนารีโดยการมอดูเลตขนาดของสัญญาณนั้น ได้จำลองการทำงานลำดับของสัญญาณรบกวนอิมพัลส์ ดังกล่าว คือ (สามารถดูการอ้างอิงที่ [25] ประกอบได้)

$$I(n) = u(n)b(n) \quad (4.4)$$

โดยที่ค่า $u(n)$ คือ ขนาดของสัญญาณรบกวนแบบสุ่ม และ $b(n)$ เป็นลำดับสถานะแบบไบนารีของค่าหนึ่งและค่าศูนย์ เนื่องจาก ลำดับสถานะแบบไบนารี $b(n)$ จะปรับค่าสถานะเป็นค่า '1' ด้วยความน่าจะเป็นของค่า p และค่าสถานะเป็นค่า '0' ด้วยความน่าจะเป็นของฟังก์ชัน $1-p$ โดยค่าความน่าจะเป็น (Probability Mass Function: PMF) สามารถระบุได้ใหม่ จะได้เป็น

$$f(b) = \begin{cases} p, & b(n) = 1 \\ 1-p, & b(n) = 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

จากสมการที่ (4.5) จะอยู่ในรูปแบบของการแจกแจงเบอร์นูลลี ซึ่งมีค่าเฉลี่ย p และค่าความแปรปรวนเป็น $p(1-p)$ ในขณะที่ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็น (pdf) ของ $u(n)$ โดยสามารถจำลองการทำงานเป็นการแจกแจงแบบเกาส์เซียน ที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์และค่าความแปรปรวนของ σ_u^2 และอยู่ในรูปแบบของ

$$f(u) = \frac{1}{\sigma_u \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2(n)}{2\sigma_u^2}} \quad (4.6)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้าไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

แต่เนื่องจาก $u(n)$ และ $b(n)$ เป็นตัวแปรสุ่มอิสระค่าความแปรปรวนของ $I(n)$ จึงสามารถกำหนดได้ เป็น (ดูเพิ่มเติมในภาคผนวก D)

$$\sigma_I^2 = p\sigma_u^2 \quad (4.7)$$

จะสังเกตได้ว่า ค่าเฉลี่ยของ $I(n)$ จะมีค่าเท่ากับศูนย์ อันเนื่องมาจาก $u(n)$ มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์นั่นเอง ดังนั้น จากสมการที่ (4.7) ยังเป็นค่ากำลังงานของสัญญาณรบกวนอิมพัลส์ ดังนั้น ภายใต้สถานการณ์สัญญาณรบกวนแบบอิมพัลส์นี้ จากการสังเกตสัญญาณที่ได้จากสมการที่ (4.7) นั้น จะสามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$x(n) = d(n) + I(n) \quad (4.8)$$

อัตราส่วนสัญญาณต่อสัญญาณรบกวนอิมพัลส์ (SINR) จะถูกกำหนดโดย

$$\begin{aligned} \text{SINR} &= \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{impulse}}} \\ &= \frac{A^2}{p\sigma_u^2} \end{aligned} \quad (4.9)$$

และจากสมการที่ (4.9) จะเห็นว่ายังมีค่าของ p และ σ_u^2 อีกหลายคู่ ที่ให้ผลของค่า SINR เท่ากัน สำหรับค่าคงที่ของ σ_u^2 นั้น อธิบายได้ว่า หากยิ่งค่าความน่าจะเป็นยิ่งต่ำ ค่า SINR p ก็จะมีค่าสูงขึ้นเท่านั้น อันเนื่องมาจากค่าสัญญาณรบกวนอิมพัลส์นั้น เป็นสัญญาณแบบ non-stationary จึงเป็นเรื่องยากที่จะศึกษาอัลกอริทึมเทคนิควิธีการแบบ PEC ที่นำเสนอภายใต้สัญญาณรบกวนนี้ ในทางทฤษฎี ดังนั้น จึงใช้การทดลองด้วยการจำลองการทำงานด้วยคอมพิวเตอร์ เพื่อศึกษาถึงประสิทธิภาพของเทคนิควิธีการแบบ PEC ภายใต้สัญญาณรบกวนอิมพัลส์แทน ดังนั้น การจำลองแบบครอบคลุมของค่า p ทั้งที่มีค่าต่ำหรือมีค่าสูง และการกำหนดให้ค่าของ σ_u^2 มีค่าขนาดใหญ่ นั้น จะเป็นการดำเนินการเพื่อแสดงให้เห็นถึงความทนทานของสัญญาณรบกวนอิมพัลส์ของอัลกอริทึมการปรับตัวด้วยเทคนิควิธีการแบบ PEC ที่นำเสนอ

ในขั้นตอนการจำลองการทำงานได้รับการแก้ไขโดยการพิจารณาจากกรณี ดังต่อไปนี้ (กำหนดว่าค่าพารามิเตอร์สเต็ปไซส์ μ ของแต่ละอัลกอริทึมนั้น ได้รับการปรับแยกกันเพื่อให้ได้ความเร็วการลู่เข้าที่เท่ากัน)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

กรณี: ความน่าจะเป็นต่ำที่จะเกิดขึ้นและค่าความแปรปรวนขนาดของสัญญาณรบกวนสูง

ในกรณีนี้ จะกำหนดให้ค่า $p = 0.001$ และค่า $\sigma_u^2 = 10^5$ ($SINR = -20$ dB) ผลลัพธ์ของการประมาณค่า ได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.11 (a) ถึง 4.11 (b) รูปคลื่นสัญญาณรบกวนอิมพัลส์ ดังแสดงไว้ในรูปที่ 4.12 (a) การประมาณค่าความถี่ที่ได้รับจากเทคนิควิธีการแบบ PEC CDFE MCPG CPG และ Regalia ได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.12 (b)

จะเห็นได้ชัดว่า เทคนิควิธีการแบบ PEC ที่ได้นำเสนอนั้น มีความทนทานต่อสัญญาณรบกวนอิมพัลส์สูงมาก ในขณะที่เทคนิควิธีการแบบ CDFE MCPG CPG และ Regalia จะประสบปัญหาเรื่องสัญญาณรบกวนอิมพัลส์ กล่าวคือ ไม่มีคุณสมบัติความทนทาน นั่นเอง

กรณี: ค่าความน่าจะเป็นสูงและค่าความแปรปรวนของขนาดของสัญญาณรบกวนสูง

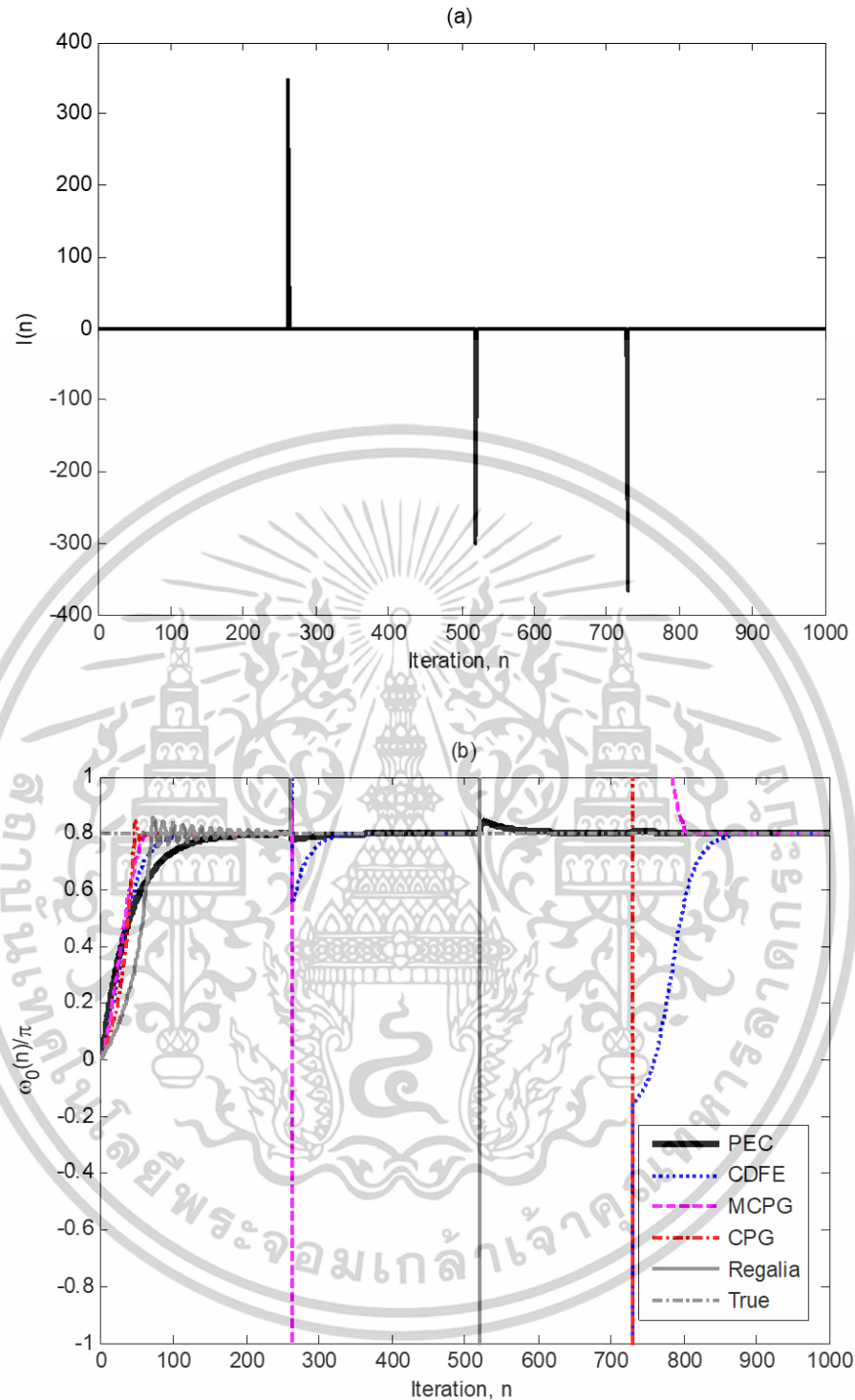
ในกรณีนี้ จะกำหนดให้ค่า $p = 0.1$ และค่า $\sigma_u^2 = 10^5$ ($SINR = -40$ dB) ผลลัพธ์ของการประมาณค่า ได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.12 (a) ถึง 4.12 (b) รูปคลื่นสัญญาณรบกวนอิมพัลส์ แสดงไว้ในรูปที่ 4.12 (a) การประมาณค่าความถี่ที่ได้รับจากเทคนิควิธีการแบบ PEC CDFE MCPG CPG และ Regalia แสดงไว้ในรูปที่ 4.12 (b)

จะเห็นได้ชัดว่า เทคนิควิธีการแบบ PEC ที่ได้นำเสนอนั้น มีความทนทานต่อสัญญาณรบกวนอิมพัลส์สูงมาก ในขณะที่เทคนิควิธีการแบบ CDFE MCPG CPG และ Regalia จะประสบปัญหาเรื่องสัญญาณรบกวนอิมพัลส์ กล่าวคือ วิธีการเหล่านี้ ไม่มีความเป็นเสถียรภาพ นั่นเอง

4.2.3 ผลกระทบต่อขนาดของสัญญาณ

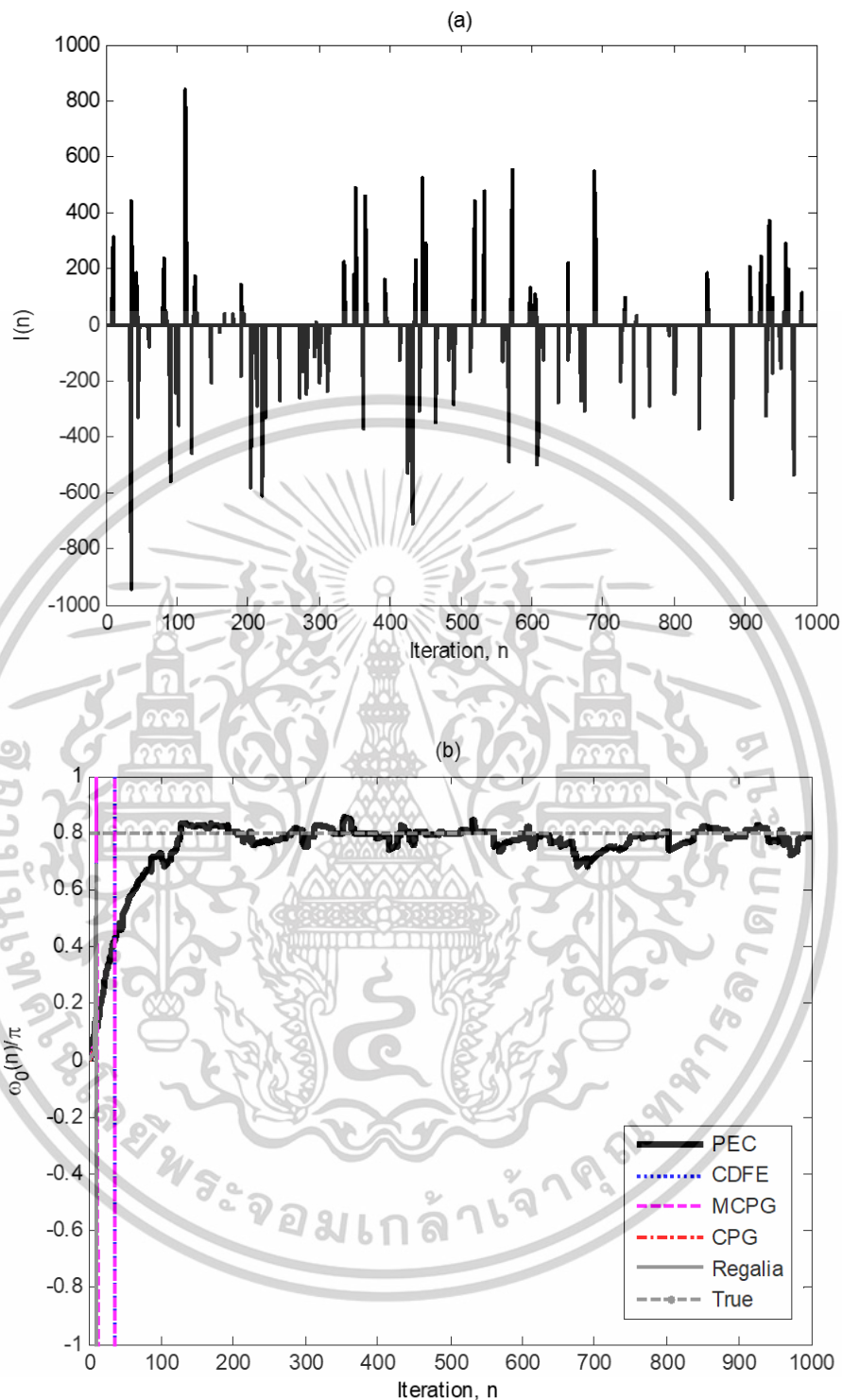
เพื่อศึกษาการเสื่อมสภาพของความเร็วในการลู่เข้าเนื่องจากขนาดของสัญญาณ โดยจะถือว่าสถานการณ์ที่กำหนดนั้นปราศจากสัญญาณรบกวน ค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการจำลองการทำงาน ได้กำหนดไว้ดังนี้ คือ $A = \{0.2, 1\}$, $\omega_0 = 0.5\pi$, $\varphi = 0.1\pi$, $\mu = 0.05$, $\alpha = 0.7$ (เทคนิควิธีการแบบ MCPG CPG และ Regalia) และกำหนดให้เป็นการรันในครั้งเดียวผลลัพธ์ดังแสดงในรูปที่ 4.13

ดังจะเห็นได้ว่า จากการลดลงของขนาดสัญญาณอินพุตไม่ได้ส่งผลต่อความเร็วในการลู่เข้าของเทคนิควิธีการแบบ PEC ที่ได้นำเสนอ (ดูในรูปที่ 4.13 (a)) แต่ในขณะที่การลดขนาดของสัญญาณอินพุตส่งผลให้ความเร็วในการลู่เข้าของเทคนิควิธีการแบบ CDFE MCPG CPG และ Regalia ลดลง (ดูในรูปที่ 4.13 (b) ถึง (e))



รูปที่ 4.11 (a) ค่าความน่าจะเป็นที่มีค่าต่ำ โดยมาจากค่าความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนอิมพัลส์ มีค่า $SINR$ มาก คือที่ $SINR = -20$ dB, และ (b) แสดงลำดับขั้นพัฒนาการของการประมาณค่าความถี่ที่ได้รับ ด้วยเทคนิควิธีการแบบ PEC MCPG CPG และ Regalia สำหรับค่า $\omega_0 = 0.8\pi$, $\mu_{pec} = 0.05$ และ $\mu_{mcp} = 0.05$, $\mu_{cp} = 0.35$ และ $\mu_{regalia} = 0.1$

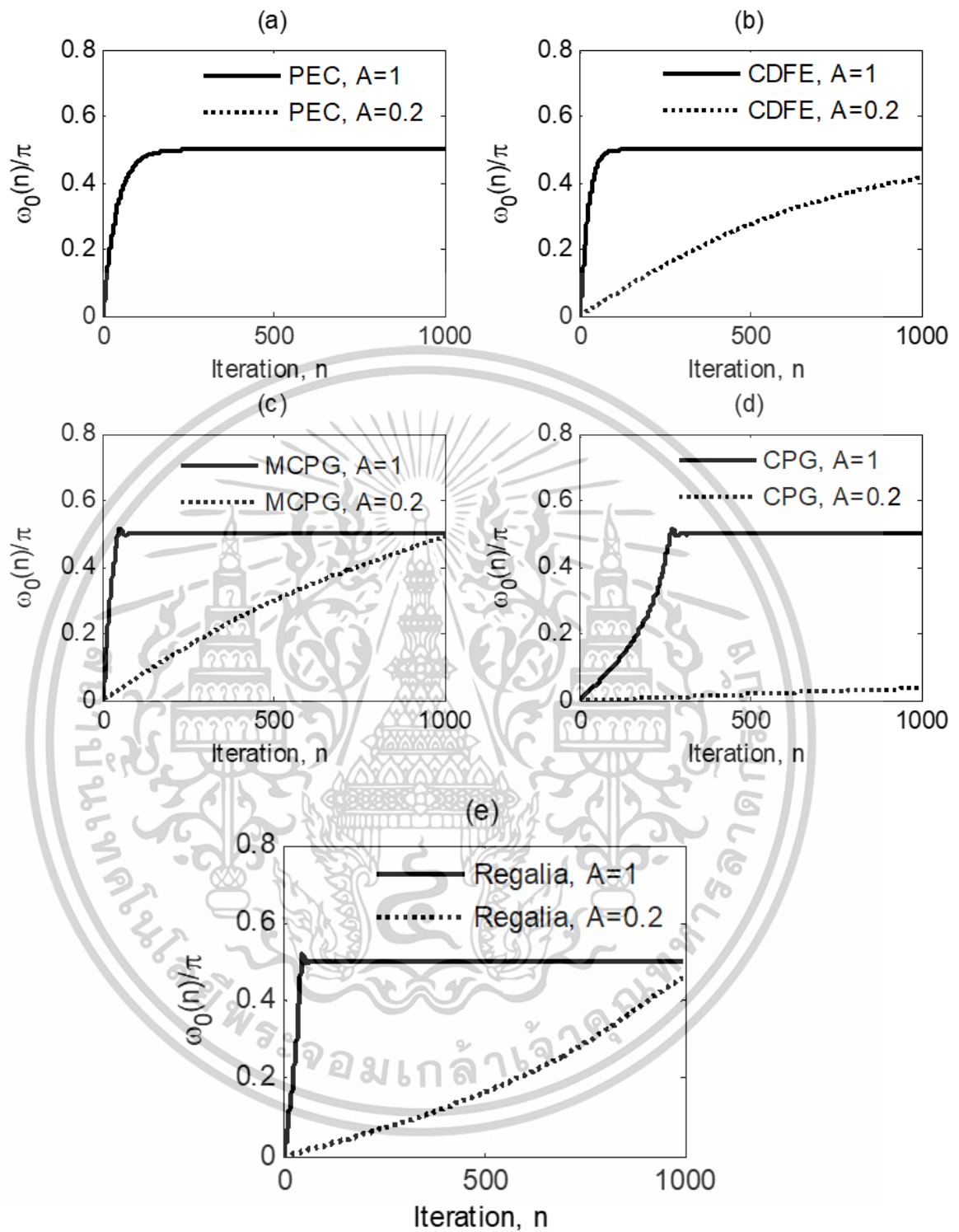
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.12 (a) ความน่าจะเป็นสูงที่มีความเป็นไปได้ที่ความแปรปรวนของสัญญาณรบกวนอิมพัลส์ของ $SINR = -40$ dB (b) ลำดับขั้นตอนความก้าวหน้าของการประมาณค่าความถี่ที่ได้รับ โดยเทคนิควิธีการแบบ PEC MCPG CPG และ Regalia สำหรับค่า $\omega_0 = 0.8\pi$, $\mu_{cdfs} = 0.05$ และ

$$\mu_{mcp} = 0.05, \mu_{cp} = 0.35 \text{ และ } \mu_{regalia} = 0.1$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



รูปที่ 4.13 ความเร็วในการลู่เข้าที่มีค่าลดลง เนื่องจากขนาดของสัญญาณ
ด้วยเทคนิควิธีการแบบ (a) PEC (b) CDFE (c) MCPG (d) CPG และ (e) Regalia

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย

วิทยานิพนธ์นี้ ได้นำเสนอวิธีการพัฒนาตัวกรองนอตซ์ปรับตัวได้แบบแลตทิซตรง (DLANF) สำหรับการประมาณค่าความถี่และการติดตาม และได้นำเสนออัลกอริทึมการปรับตัวตามเกณฑ์ค่าเฟสผิดพลาดอย่างง่าย (PEC-based) โดยอัลกอริทึมแบบ DLANF นี้ ใช้ตัวกรองโครงสร้างตรงที่มีเฉพาะโพลต่ออนุกรมกับตัวกรองโครงสร้างแลตทิซที่มีเฉพาะซีโร และในการปรับค่าพารามิเตอร์ของตัวกรองจะใช้อัลกอริทึมแบบ เกรเดียนต์นอร์มอลไลซ์ การใช้เทคนิคนี้มีประสิทธิภาพที่ดีกว่าตัวกรองแบบปรับตัวได้ทั่วไป ในแง่ของการลู่เข้าของเวลาและให้ค่าเฉลี่ยกำลังสองผิดพลาดที่น้อย

เพื่อลดความซับซ้อนของอัลกอริทึม ในวิทยานิพนธ์นี้ได้นำเสนออัลกอริทึมการปรับตัวอย่างง่าย หรือ PEC สำหรับการประมาณค่าความถี่ของสัญญาณคลื่นไซน์เชิงซ้อน ในสัญญาณรบกวนแบบเกาส์เซียนขาวและแบบอิมพัลส์ เทคนิคนี้ใช้การตอบสนองเฟสแบบทันทีของตัวทำนายเชิงเส้นเชิงซ้อนในลำดับที่หนึ่ง (CLP) โดยใช้เป็นฟังก์ชันกระทำเพื่อปรับพารามิเตอร์ค่าความถี่ของ CLP ซึ่งวิธีการแบบ PEC นี้มีความเรียบง่ายและมีความทนทานต่อสัญญาณรบกวนอิมพัลส์สูงได้ การวิเคราะห์ค่าเฉลี่ยการประมาณค่าความถี่และค่า MSE จะได้มาในรูปแบบปิด โดยใช้คอมพิวเตอร์ในการจำลองการทำงาน เพื่อแสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของตัวประมาณค่าความถี่ และที่สำคัญเทคนิควิธีการแบบการปรับตัวตามเกณฑ์ข้อผิดพลาดของค่าเฟสสำหรับการประมาณค่าความถี่ที่ไม่ทราบค่าของสัญญาณคลื่นไซน์เชิงซ้อนนี้ จะมีข้อที่ได้เปรียบหลักสองประการ คือ มีความทนทานต่อสัญญาณรบกวนและไม่ไวต่อการเปลี่ยนแปลงขนาดของสัญญาณ ซึ่งความเร็วในการลู่เข้าหาค่าเฉลี่ยของการประมาณค่าความถี่และการแสดงค่าของสถานะคงตัวสำหรับค่า MSE นั้น แสดงให้เห็นถึงความเหนือกว่าของอัลกอริทึมการปรับตัวที่ได้เสนอดังกล่าว

อนึ่ง อัลกอริทึมที่ได้นำเสนอนั้นจะเป็นอัลกอริทึมที่ได้ทำการพัฒนาขึ้นมาทั้งหมด โดยจะอยู่บนหลักการของการปรับปรุงฟังก์ชันค่าผิดพลาดของระบบ วัตถุประสงค์ของการปรับปรุงฟังก์ชันค่าผิดพลาด คือ ต้องการแก้ปัญหาในเรื่องค่าไบอัสสัญญาณรบกวนขาเข้า และความถี่ของสัญญาณคลื่นไซน์ หลังจากการปรับปรุงแล้วพบว่า จุดต่ำสุดของฟังก์ชันจะมีเพียงจุดเดียว และจุดต่ำสุดนี้จะสัมพันธ์กับความถี่ของสัญญาณคลื่นไซน์ ไม่ว่าจะมีความถี่หรือไม่มีสัญญาณรบกวนก็ตาม แต่ฟังก์ชันค่าผิดพลาดที่ถูกปรับปรุงนั้น กลับมีจุดสูงสุดเพิ่มขึ้นมา ดังนั้น เมื่อใช้วิธีการเกรเดียนต์เพื่อหาจุดที่ความชันของฟังก์ชันเป็นศูนย์จะพบค่าของจุดต่ำสุดและจุดสูงสุดของฟังก์ชัน ดังนั้น หากกำหนดค่าเริ่มต้นให้กับอัลกอริทึมปรับตัวได้แบบเกรเดียนต์ไม่เหมาะสมแล้ว จะทำให้คำตอบที่ได้ ไม่ใช่คำตอบที่เป็นจุดต่ำสุดของฟังก์ชันค่าผิดพลาด ซึ่งเป็นคำตอบที่ผิด ดังนั้นในการนำไปใช้งาน จะต้องมีการกำหนดเงื่อนไขเรื่องการตั้งค่าเริ่มไว้ก่อนล่วงหน้าเสมอ

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

สำหรับการนำไปประยุกต์ใช้งานนั้น สามารถทำได้หลากหลายงาน เช่น นำไปใช้กับแอปพลิเคชันในการประมวลผลสัญญาณ เพื่อกำจัดส่วนประกอบแถบความถี่แคบ หรือ คลื่นไซน์ที่มีขนาดความถี่ และเฟสที่ไม่ทราบค่า ไม่ว่าจะอยู่ในระบบ เรดาร์ โซนาร์ และระบบการสื่อสาร

อีกทั้งในงานด้านการประมาณค่าความถี่พิทช์ของสัญญาณเสียง โดยนำตัวกรองที่นำเสนอไปใช้งานโดยตรง ทั้งนี้จากการประยุกต์ใช้จะนำสัมประสิทธิ์ของตัวกรองที่ได้ไปเป็นคำตอบ และสุดท้ายการนำไปประยุกต์ใช้งานเพื่อการกำจัดเสียงรบกวนในระบบเสียงสาธารณะ พบว่าสามารถนำตัวกรองที่นำเสนอไปใช้งานได้โดยตรง หรือไปต่อเรียงกันกับตัวกรองแบบโพลทั้งหมดก็ได้ โดยถ้าหากไม่คำนึงถึงคุณภาพของเสียงมากนักก็สามารถใช้ได้โดยตรงนั่นเอง



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม

- [1] Stoica P, Moses R., Introduction to spectral analysis, Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall; 1997.
- [2] Kay SM., Fundamentals of statistical signal processing: estimation theory, Englewood Cliffs, NJ, USA: Prentice-Hall; 1993.
- [3] C. Wu, Y. Li, L. Luo, J. Xie, L. Wang, “Two-step frequency estimation of GNSS signal in high dynamic environment,” International Journal of Antennas and Propagation, vol. 2022, pp. 1-9, 2022.
- [4] Bongseok, K.; Sangdong, K.; Jonghun, L., “A novel DFT-based DOA estimation by a virtual array extension using simple multiplications for FMCW radar,” Sensors 18, 1560, 2018.
- [5] Lee, S.; Kim, S.C., “Logarithmic-domain array interpolation for improved direction of arrival estimation in automotive radars,” Sensors 19, 2410, 2019.
- [6] Stoica P, Eriksson A., “MUSIC estimation of real-valued sinusoidal wave frequencies,” Signal Process. vol. 42 issue 2, pp. 139-146, March, 1995.
- [7] Fertig LB, McClellan JH., “Instantaneous frequency estimation using linear prediction with comparisons to the DESAs,” IEEE Signal Process Lett, vol. 3, issue 2, pp. 54-56, February, 1996.
- [8] Pisarenko VF., “The retrieval of harmonics by linear prediction,” Geophys J R Astron Soc, vol.33, pp. 347–366, 1973.
- [9] So HC., “A close form frequency estimator for a noisy sinusoid,” Proceedings of 45th IEEE MWSC, pp. 160-163, 2002.
- [10] Kenefic RJ, Nuttall AH., “Maximum likelihood estimation of the parameters of tone using real discrete data,” IEEE J Ocean Eng, vol. 12, issue 1, pp. 279–280, 1987.
- [11] So HC., “A comparative study of three recursive least-squares algorithms for single-tone frequency tracking,” Signal Process vol. 83 issue 9, pp. 2059-2062, Sep., 2003.
- [12] So HC, Ching PC., “Adaptive algorithm for direct frequency estimation,” IEE Proc Radar Sonar Navig, vol. 151, issue 6, pp. 359–364, Dec., 2004.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม (ต่อ)

- [13] Prony R. Essa, “Experimentale et analytique,” J Ecole Poilytechn Paris, pp. 24–76, 1795.
- [14] Lank GW, Reed IS, Pollon GE, “A semicoherent detection and Doppler estimation statistic,” IEEE Trans Aerospace Electron Syst, vol. 9, issue 2, pp. 151-165, March, 1973.
- [15] Kay S., “A fast and accurate single frequency estimator,” IEEE Trans Acoust Speech Signal Process vol. 37, issue 12, pp. 1987-1989, Dec., 1989.
- [16] So HC, Chan FKW., “A generalized weighted linear predictor frequency estimation approach for a complex sinusoid,” IEEE Trans Signal Process, vol. 54, issue 4, pp. 1304-1315, April, 2006.
- [17] So HC, Chan KW, Sun W., “Subspace approach for fast and accurate single-tone frequency estimation,” IEEE Trans Signal Process, vol. 59, issue 2, pp. 827-831, Feb., 2011.
- [18] Nosan A, Punalchard R., “A complex adaptive notch filter using modified gradient algorithm,” Signal Process, vol. 92, issue 6, pp. 1508-1514, 2012.
- [19] Regalia PA., “A complex adaptive notch filter,” IEEE Signal Process Lett , vol. 17, issue 11, pp. 937–940, 2010.
- [20] Nishimura S, Jiang H-Y., “Gradient-based complex adaptive IIR notch filters for frequency estimation,” Proceedings of IEEE APCCAS, 1996.
- [21] Mvuma A, Hinamoto T, Nishimura S., “Gradient-based algorithm for a complex coefficient adaptive IIR notch filter: steady-state analysis and application,” Proceedings of the 47th IEEE MWSC, 2004.
- [22] R. Punalchard, P. Wardkein, “Linear prediction based adaptive algorithm for a complex sinusoidal frequency estimation,” Int. J. Electron. Commun. (AEU) vol. 67, issue. 6, pp. 521-527, June 2013.
- [23] Oppenheim AV, Scharfer RW., Digital signal processing. International (UK) Limited, London: Prentice-Hall; 1975.
- [24] M. P. Fitz, “Further results in the fast estimation of a single frequency,” IEEE Trans. on Communications, vol. 42, issue. 2/3/4, pp. 862-864, 1994.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม (ต่อ)

- [25] Saeed V. Vaseghi, *Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction*, Second Edition, John Wiley & Sons Ltd, 2000.
- [26] P. Pan, Y. Zhang, Z. Deng and G. Wu, "Complex-Valued Frequency Estimation Network and Its Applications to Superresolution of Radar Range Profiles," in *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 60, pp. 1-12, 2022.
- [27] J. Kim, H. Ko, S. Hong and C. Lee, "Fine Doppler Frequency Estimation of Windowed Complex Sinusoidal Signals for Radar Systems," in *IEEE Sensors Journal*, vol. 21, no. 3, pp. 3860-3870, 1 Feb.1, 2021.
- [28] H. Song, Y. Bai, H. Wu, J. Liu, L. Fan and J. Jin, "High-accuracy Frequency Estimation of Sinusoid based on DFT and DTFT," *2022 41st Chinese Control Conference (CCC)*, Hefei, China, pp. 3107-3111, 2022.
- [29] Yibing Liu et al, "An Efficient Algorithm for Frequency Estimation of Sinusoid Signal Based on Improved Quinn," *J. Phys.: Conf. Ser.* 1952 042094, 2021.
- [30] Grover, R., Sharma, A., Delcourt, T. et al., "Computationally Efficient Algorithm for Frequency Estimation of a Two-Dimensional Sinusoidal Model." *Circuits Syst Signal Process* 41, 346–371 2022.
- [31] B. Widrow et al., "Adaptive noise cancellation: Principles and applications," *Proc. IEEE*, vol. 63, Issue 12 pp. 1692-1716, Dec. 1975.
- [32] J. R. Treichler, "Transient convergent behavior of the adaptive line enhancer," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 27, pp. 53-62, Feb. 1979.
- [33] J. R. Zeidler, E. H. Satorious, D. M. Chabries, and H. T. Wexler, "Adaptive enhancement of multiple sinusoids in uncorrelated noise," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 26, pp. 240-254, June 1978.
- [34] J. T. Rickard and J. Zeidler, "Second order output statistics of the adaptive line enhancer," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 27, pp. 31-39, Feb. 1979.
- [35] S. W. Kay, "The effect of noise on the autoregressive spectral estimator," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 27, pp. 478-485, Oct. 1979.

บรรณานุกรม (ต่อ)

- [36] N. J. Bershad, P. L. Feintuch, F. A. Reed and B. Fisher, "Tracking characteristics of the LMS adaptive line enhancer response to a linear chirp signal in noise," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 28, no. 5, pp. 504-516, Oct. 1980.
- [37] B. Fisher and N. J. Bershad, "ALE behavior for two sinusoidal signal model," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 33, pp. 484-491, June 1985.
- [38] V. Reddy, B. Edgardt and T. Kailath, "Optimized lattice form adaptive line enhancer for a sinusoidal signal in broad-band noise," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 29, Issue 3, pp. 702-710, June 1981.
- [39] B. Friedlander and J. O. Smith, "Analysis and performance evaluation of an adaptive notch filter," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 30, pp. 283-295, Mar. 1984.
- [40] R. V. R. Kumar and R. N. Pal, "A gradient algorithm for center frequency adaptive recursive bandpass filter," *Proc. IEEE*, vol. 73, pp. 371-372, Feb. 1985.
- [41] D. Hush, A. Ahmed, R. David and S. D. Stearns, "An adaptive IIR structure for sinusoidal enhancement, frequency estimation and detection," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 34, no. 4, pp. 1380-1390, Dec. 1986.
- [42] K. Martin and M. T. Sun, "Adaptive filters suitable for real-time spectral analysis," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 33, no. 2, pp. 218-229, 1986.
- [43] T. Kwan and K. Martin, "Adaptive detection and enhancement of multiple sinusoids using a cascade IIR filter," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 36, no. 7, pp. 937-947, July 1989.
- [44] P. A. Thompson, "A constrained recursive filter for enhancing narrow band signals in white noise," Ph.D. dissertation, Stanford Univ., Stanford, CA, Feb. 1979.
- [45] D. V. Bhaskar Rao and S. Y. Kung, "Adaptive notch filtering for the retrieval of sinusoids in noise," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 32 no. 4, pp 791-802, Aug. 1984.

บรรณานุกรม (ต่อ)

- [46] A. Nehorai, "A minimal parameter adaptive notch filter with constrained poles and zeros," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 33, no. 2, pp. 983-996, Feb. 1985.
- [47] T. S. Ng, "Some aspects of an adaptive digital notch filter with constrained poles and zeros," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 35, no. 2, pp. 158-161, Feb. 1987.
- [48] J. M. T-Romano and M. Bellanger, "Fast least square adaptive notch filtering," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 36, pp. 1536-1540, Sept. 1988.
- [49] N. I. Cho, C. H. Choi and S. U. Lee, "Adaptive line enhancement by using an IIR lattice notch filter," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 37, Apr. 1989.
- [50] N. I. Cho, "On the adaptive lattice notch filter for the detection of sinusoids," *IEEE Trans. Circuits Syst-II*, vol. 40, no. 7, pp. 405-416, July 1993.
- [51] J. F. Chicharo and t. S. Ng, "Gradient-based adaptive IIR notch filtering for frequency estimation," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 38, no. 5, pp. 769-777, Sept. 1990.
- [52] Y. Xiao, Y. Tadokoro, and Y. Kobayashi, "A new memoryless nonlinear gradient algorithm for a second-order adaptive IIR notch filter and its performance analysis," *IEEE Trans. Circuits Syst. II, Analog Digit. Signal Process.*, vol. 45, no. 4, pp. 462-472, Apr. 1998.
- [53] S. -C. Pei and C. -C. Tseng, "Adaptive IIR notch filter based on least mean p-power error criterion," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 40, no. 8, pp. 525-529, Aug. 1993.
- [54] J. Zhou and G. Li, "Plain gradient based direct frequency estimation using second-order constrained adaptive IIR notch filter," *Electron. Lett.* vol. 40, no. 5, 2004

บรรณานุกรม (ต่อ)

- [55] M. R. Petraglia, J. J. Shynk, and S. K. Mitra, "Stability bounds and steady-state coefficient variance for a second-order adaptive IIR notch filter," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 42, no. 7, pp. 1841-1845, Jul. 1994.
- [26] S. Nishimura, J. K. Kim, and K. Hirano, "Mean-squared error analysis of an adaptive notch filter," *Proc. IEEE Int.Symp. Circuits, Syst.*, Portland, OR, pp. 732-735, May 1989.
- [57] Y. Xiao, Y. Takeshita, and K. Shida, "Steady-state analysis of a plain gradient algorithm for a second-order adaptive IIR notch filter with constrained poles and zeros," *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, vol. 48, no. 7, pp. 733-740, Jul. 2001.
- [58] Y. Xiao, R. Kreidiet Ward, and A. Ikuta, "Performance analysis of the sign algorithm for a constrained adaptive IIR notch filter," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 51, no. 7, pp. 1846-1858, Jul. 2003.
- [59] Y. Xiao, L. Ma, K. Khorasani, and A. Ikuta, "Statistical performance of the memoryless nonlinear gradient algorithm for the constrained adaptive IIR notch filter," *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 52, no. 8, pp. 1691-1702, Aug. 2005.
- [60] M. Shadaydeh and M. Kawamata, "Performance analysis of adaptive IIR notch filters based on least mean p-power error criterion," *Proc. IEEE int. Symp. Circuits and Systems*, vol. 4, pp. 377-380, May 2003.
- [61] ราชู พันธุ์ฉลาด วุฒิพรเลิศวาสนา และ วรพงศ์ ศีลาพันธ์ "การกำจัดเสียงรบกวนโดยใช้วงจรกรองดิจิทัลแบบไอโออาร์นอตช์แบบปรับตัวได้" *การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้าครั้งที่ 27* 11-12 พ.ย. 2547 หน้า 121-124.
- [62] R. Punalard, W. Loetwassana, J. Koseeyaporn, and P. Wardkein, "Performance analysis of the equation error adaptive IIR notch filter with constrained poles and zeros," in *Proc. IEEE ISCIT*, Oct. 2006.
- [63] R. Punalard, W. Loetwassana, J. Koseeyaporn, and P. Wardkein, "Bias removal in equation error adaptive IIR notch filter with constrained poles and zeros," in *Proc. IEEE ISCIT*, Oct. 2006.

บรรณานุกรม (ต่อ)

- [64] R. Punalard, A. Lorsawatsiri, W. Loetwassana, J. Koseeyaporn, P. Wardkein, and A. Roeksabutr, "Unbiased equation error adaptive IIR notch filter," in *Proc. IEEE TENCON, Oct. 2007*.
- [65] R. Punalard, A. Lorsawatsiri, W. Loetwassana, J. Koseeyaporn, P. Wardkein, and A. Roeksabutr, "Steady-state analysis of an unbiased equation error adaptive IIR notch filter," in *Proc. IEEE APCC, Oct. 2007*.
- [66] H. C. So, "Adaptive algorithm for direct estimation of sinusoidal frequency," *Electron. Lett.* vol. 36, no. 8, pp. 759-760, April 2000.
- [67] H. C. So and P. C. Ching, "Adaptive algorithm for direct frequency estimation," *IEE Proc. -Radar Sonar Navig.*, vol. 151, no. 6, pp. 359-364, Dec. 2004.
- [68] M. Ferdjallah and R. E. Barr, "Adaptive digital notch filter design on the unit circle for the removal of powerline noise from biomedical signals," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 41, no. 6, pp. 529-536, June 1994.
- [69] John G. Proakis and Dimitris G. Manolakis, *Digital signal processing: principle, algorithm, and applications*, Second edition, Macmillan, 1992.
- [70] R. Punalard, A. Lorsawatsiri, W. Loetwassana, J. Koseeyaporn, P. Wardkein, and A. Roeksabutr, "Direct frequency estimation based adaptive algorithm for a second-order adaptive FIR notch filter," *Signal Processing*, vol. 88, Issue 2, pp. 315-325, Feb. 2008.
- [71] Simon Haykin, *Adaptive filter theory*, Fourth edition, Prentice Hall, 2002.
- [72] L. R. Rabiner et al., "A comparative performance study of several pitch detection algorithms," *IEEE Trans. Acoust., Speech and Signal Proc.*, vol. ASSP-24, no. 5, pp. 399-418, Oct. 1976.
- [73] J. -H. Chang, et al., "Pitch estimation of speech signal based on adaptive lattice notch filter," *Signal processing*, vol. 85, Issue 3, pp. 637-641, Mar. 2005.
- [74] S. M. Kay, *Fundamentals of statistical signal processing: estimation theory*, Prentice Hall, vol. 1, 1993.

บรรณานุกรม (ต่อ)

- [75] R. Punalard, A. Lorsawatsiri, W. Loetwassana, J. Koseeyaporn, P. Wardkein, and A. Roeksabutr, "Unbiased constrained adaptive IIR notch filter using direct frequency estimation algorithm," in *Proc. IEEE APCC*, pp. 453-456, Oct. 2007.
- [76] R. Punalard, A. Lorsawatsiri, W. Loetwassana, J. Koseeyaporn, P. Wardkein, and A. Roeksabutr, "Unbiased plain gradient algorithm for adaptive IIR notch filter with constrained poles and zeros," in *Proc. IEEE TENCON*, Oct. 2007.
- [77] E. Kreyszig, *Advanced engineering mathematics*, John Wiley & Sons, Inc., 1993.
- [78] Peyton Z. Peebles, JR., *Probability, Random variables, and Random signal principle*, Mc. Graw-Hill International Edition, 1985.
- [79] J. C. Huhta and J. G. Webster, "60-Hz interference in electrocardiography," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. BMF-20, no. 2, pp. 91-101, Mar. 1973.
- [80] C. Levkov *et al.*, "Removal of power-line interference from ECG: a review of the subtraction procedure," *BioMed. Eng.*, vol. 4, 2005.
- [81] N. Kumaravel *et al.*, "Integrating the ECG power-line interference removal methods with rule-based system," *Biomed Sci Instrum* vol. 31, pp. 115-120, 1995.
- [82] C. Levkov *et al.*, "Subtraction of 50 Hz interference from the electrocardiogram" *Med Biol Eng Comput*, vol. 22, pp. 371-373, Jul. 1984.
- [83] Christov II, Dotsinsky IA, "New approach to the digital elimination of 50 Hz interference from the electrocardiogram," *Med Biol Eng Comput.*, vol. 26, pp. 431-434, Jul. 1988.
- [84] B. Widrow *et al.* "Adaptive noise canceling: Principles and applications," *in Proc. IEEE*, vol. 63, no. 12, pp. 1692-1716, Dec. 1975.
- [85] S.-C. Pei and C.-C Tseng, "Elimination of AC interference in electrocardiogram using IIR notch filter with transient suppression," *IEEE Trans. Biomed.*, vol. 42, pp. 1128-1132, Nov. 1995.
- [86] W. K. Ma, Y. T. Zhang and F. S. Yang, "A fast recursive-least-squares adaptive notch filter and its application to biomedical signals," *Med Bio Eng Comput*, vol. 37, pp. 99-103, 1999.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม (ต่อ)

- [87] M. L. Ahlstrom and W. J. Tompkins, "Digital filters for real-time ECG signal processing using microprocessors," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. BMF-32, pp. 708-713, Sept. 1985.
- [88] R. E. Barr and E. K. Y. Chan, "Design and implementation of digital filters for biomedical signal processing," *J. Electrophysiol. Tech.*, vol. 13, pp. 73-83, 1986.
- [89] S. Poornachandra and N. Kumaravel, "A novel method for the elimination of power line frequency in ECG signal using hyper shrinkage function," *Digital Signal processing*, vol. 18, issue 2, pp. 116-126, Mar. 2008.
- [90] M. B. Velasco *et al.*, "ECG signal denoising and baseline wander correction based on the empirical mode decomposition," *Computers in biology and medicine*, vol. 38, issue 1, pp. 1-13, Jan. 2008.
- [91] L. R. Rabiner and R. W. Schafer, *Digital processing of speech signals*, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N.J., 1978.
- [92] J. R. Deller, J.G. Proakis, and J.H.L. Hansen, *Discrete-time Processing of speech signals*, Prentice-Hall, Inc., 1993.
- [93] J.J. dubnowski, R.W. Schafer, and L.R. Rabiner, "Real-Time digital hardware pitch detector," *IEEE Trans. Acoust. Speech and Signal Proc.*, vol. ASSP-24, no, 1, pp. 2-8, Feb. 1976.
- [94] R. Curtis, "The computer music tutorial," The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, England, 1996.
- [95] J. Lane, "Pitch detection using a tunable IIR filter," *Computer music Journal*, vol. 14, no. 3, pp. 46-59, 1990.
- [96] D. Hermes *et al.*, "Pitch analysis," *Visual representation of speech signals*, New York, John Wiley and Sons, 1992.
- [97] R. Cchafer and L. Rabiner, "System for automatic fromant analysis of voiced speech," *Journal of the acoustical society of America*, vol. 47. no. 2, pp. 634-644, 1970.
- [98] B. Boashash, "Estimation and interpreting the instantaneous frequency of a signal," *in IEEE Proc.*, vol. 80, no. 4, pp. 539-568, April 1992.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

บรรณานุกรม (ต่อ)

- [99] L. Jing and B. Changchun, "A pitch detector based on the dyadic wavelet transform and the autocorrelation function," in *IEEE Proc.*, vol. 1, pp. 414-417, Aug. 2002.
- [100] L. R. Rabiner *et al.*, "A comparative performance study of several pitch detection algorithms," *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, vol. ASSP-24, no. 5, pp. 399-418, Oct. 1976.
- [101] A. V. McCree and T. P. Barnwell III, "A mixed excitation LPC vocoder model for low bit rate speech coding," *IEEE Trans. speech and audio process.*, vol. 3, no. 4, pp. 242-250, Jul. 1995.
- [102] G. Rombouts *et al.*, "Acoustic feedback cancellation for long acoustic using a nonstationary source model," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 54, no. 9, pp. 3426-3434, Sept. 2006.
- [103] E. Hansler and G. Schmidt, *Acoustic echo and noise control a practice approach*, John Wiley & Sons, Inc., Publication, 2004.
- [104] M. P. Lewis, T. J. Tucker, and D. M. Oster, "Method and apparatus for adaptive audio resonance frequency filtering," *U.S. Patent 5 245665*, Sep. 1993
- [105] R. Porayath and D. J. Mapes-Riordan, "Acoustic feedback elimination using adaptive notch filter algorithm," *U.S. Patent 5 999 631*, Dec. 1999.
- [106] J. Chang and J. R. Glover, Jr., "The feedback adaptive line enhance: A constrained IIR adaptive filter," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 41, no. 11, pp. 3161-3166, Nov. 1993.
- [107] G. Schmidt and T. Haulick, "Signal processing for in-car communication systems," *Signal Processing*, vol. 86, pp. 1307-1326, Oct. 2005.
- [108] P. S. Hamilto, "A comparison of adaptive and nonadaptive filters for reduction of power line interference in the ECG," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. 43, no. 1, pp. 105-109, Jan. 1996.



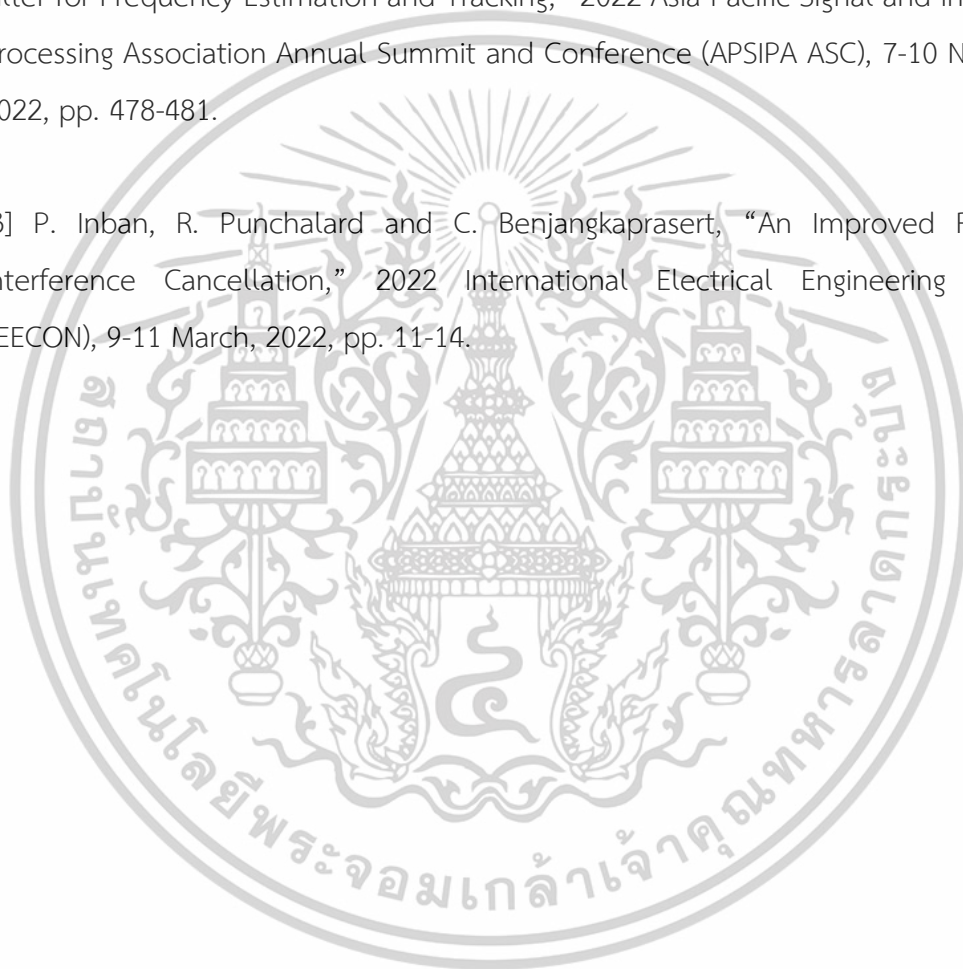
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

PUBLISHED RESEARCH ARTICLES

- [1] Prayuth Inban, Rachu Punchalard and Chawalit Benjangkprasert, "Phase Error Criterion Based Adaptive Algorithm for Frequency Estimation," Hindawi, International Journal of Antennas and Propagation, 2024.1 (2024): 9055869, vol. 2024.
- [2] P. Inban, R. Punchalard and C. Benjangkprasert, "Direct-Lattice Adaptive Notch Filter for Frequency Estimation and Tracking," 2022 Asia-Pacific Signal and Information Processing Association Annual Summit and Conference (APSIPA ASC), 7-10 November, 2022, pp. 478-481.
- [3] P. Inban, R. Punchalard and C. Benjangkprasert, "An Improved RLS-based Interference Cancellation," 2022 International Electrical Engineering Congress (iEECON), 9-11 March, 2022, pp. 11-14.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Research Article

Phase Error Criterion Based Adaptive Algorithm for Frequency Estimation

Prayuth Inban ¹, Rachu Punchalard ², and Chawalit Benjangkprasert ³

¹School of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand

²School of Electrical Engineering, Faculty of Industrial Technology, Rajabhat Rajanagarindra University, Chachoengsao, Thailand

³Department of Computer Engineering, School of Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand

Correspondence should be addressed to Prayuth Inban; prayuth@techno.rru.ac.th

Received 10 March 2023; Revised 17 February 2024; Accepted 8 March 2024; Published 18 March 2024

Academic Editor: Khaled Rouabah

Copyright © 2024 Prayuth Inban et al. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

A simple phase error criterion (PEC)-based adaptive algorithm for estimating the frequency of a complex sinusoidal signal in additive white Gaussian and impulsive noises is proposed. The proposed technique makes use of the instantaneous phase response of a first-order complex linear predictor (CLP) as a driving function to update the frequency parameter of the CLP. The proposed PEC is attractive due to its simplicity and high impulsive noise robustness. Theoretical analysis for the mean value of the estimated frequency and the steady-state mean square error (MSE) of the frequency estimate are derived in closed forms. Computer simulations are drawn to show the performance of the proposed frequency estimator.

1. Introduction

Adaptive method-based frequency estimation can be found in many areas of digital signal processing applications [1, 2], such as Doppler effect estimation of radar and sonar systems [3–5], clock and carrier synchronization in communication systems, angle of arrival estimation in smart antenna systems, frequency estimation in global navigation satellite systems (GNSS) [6], angle and frequency estimation in cognitive wireless systems [7–9], and so on. Depending on the statistical properties of the input signal frequency, say, deterministic or random, the frequency estimation can be classified into two categories: block-based and sequential-based estimation techniques. The multiple signal classification (MUSIC) [9], the modified covariance (MC) [10], the Pisarenko harmonic decomposition (PHD) [11], the reformed PHD [12], and the maximum likelihood estimation (ML) [13] are examples of block estimation that are used for estimating an unknown constant sinusoidal signal frequency. However, since the required computational cost of those techniques is high, many methods have been adopted

to overcome this drawback [14, 15]. For the time-varying sinusoidal signal frequency estimation, sequential-based estimation techniques such as the three recursive least-squares (RLS) algorithms [16] and the least-mean-square (LMS) family algorithm [17] is required. In [17], So and Ching proposed the real direct frequency estimation (RDFE) adaptive algorithm for a real tone in noise. The RDFE is based on the linear prediction of real sinusoidal signals [18]. The RDFE is computationally efficient, and it provides unbiased and direct frequency measurements on a sequential basis. In the case of a complex sinusoidal signal frequency estimation, the block-based estimations [19–22] and the complex adaptive notch filter (CANF)-based adaptive algorithms [23–26] can be applied. In [23], the modified complex plain gradient (MCPG) adaptive algorithm was adopted. It was found that the MCPG can improve convergence speed as compared with those of the Regalia method (Regalia) [24] and the complex plain gradient (CPG) algorithm [26] without increasing any computations. However, due to the pole contraction factor of the CANF, the performance of an adaptive algorithm-based adaptive

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนลิขสิทธิ์หรือการเข้าถึงที่ผิดกฎหมาย กรุณาติดต่อผู้ดูแลระบบเพื่อขอข้อมูลเพิ่มเติม

ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ANF may be poor if the selected value of the pole factor is inappropriate. In [27], the linear prediction-based adaptive algorithm [17] is adopted for the general case of a complex sinusoidal signal, namely, a complex direct frequency estimation (CDFE). The CDFE is an interesting algorithm because of its simplicity and efficiency. However, it provides slow convergence speeds when the signal amplitude is low and is not robust to high impulsive noise.

In this work, we propose a very simple sequential phase error criterion (PEC-)based adaptive algorithm to estimate the frequency of a complex sinusoid. An instantaneous phase of a complex linear predictor is evaluated at each time instant and used to be the driving function of the algorithm. The proposed PEC does not require any external or internal signals; only the input and output signals of the system are required. In some conditions, the PEC gives a similar convergence time and MSE to those of the CDFE but is more robust to impulsive noise. In close form, convergence analysis for convergence in the mean of the estimated frequency and steady-state MSE under white Gaussian noise is derived. Extensive simulations under Gaussian and impulsive noise scenarios are evaluated to demonstrate the superiority of the proposed PEC.

2. Algorithm Derivation

It is assumed that the observation signal of the proposed algorithm takes the form of the following equation:

$$x(n) = d(n) + v(n), \quad (1)$$

where $d(n) = Ae^{j(\omega_0 n + \varphi)}$, $A > 0$, $\omega_0 \in (-\pi, \pi)$, and $\varphi \in [-\pi, \pi]$ are, respectively, unknown amplitude, frequency, and phase. A and ω_0 can be constant or time varying whereas φ is uniformly distributed. $v(n) = v_r(n) + jv_i(n)$ is a zero-mean complex white Gaussian noise with variance σ^2 where $v_r(n)$ and $v_i(n)$ are uncorrelated real white processes with zero mean and identical variance of $\sigma^2/2$. The input signal to noise ratio (SNR_i) can be computed by $\text{SNR}_i = A^2/\sigma^2$.

The objective of this work is to estimate ω_0 from the observation time series $x(n)$, according to the following adaptive rule:

$$\hat{\omega}_0(n+1) = \hat{\omega}_0(n) + \mu D(n), \quad (2)$$

where $\hat{\omega}_0(n)$ is the estimate at time n of ω_0 , $\mu > 0$ is the step-size parameter controlling the speed of convergence; and $D(n)$ is an instantaneous driving function that must satisfy the following criteria:

$$D \equiv \begin{cases} E[D(n)] > 0, & \hat{\omega}_0(n) < \omega_0, \\ E[D(n)] < 0, & \hat{\omega}_0(n) > \omega_0, \\ E[D(n)] = 0, & \hat{\omega}_0(n) = \omega_0, \end{cases} \quad (3)$$

where $E[\cdot]$ is an expectation operator. To explore the aspect of D that satisfies equation (3), we consider the linear prediction of the signal [27]

$$s(n) = -e^{j\omega_0} s(n-1), \quad (4)$$

where the prediction error is defined by

$$e(n) = x(n) - \hat{s}(n), \quad (5)$$

and

$$\hat{s}(n) = -e^{j\hat{\omega}_0} x(n-1), \quad (6)$$

is the estimate of $s(n)$ and $\hat{\omega}_0$ is adjusted using equation (2). Note that the signal $s(n)$ in equation (4) and its estimated version $\hat{s}(n)$ in equation (6) are defined as a negative value to obtain a linear phase prediction error signal $e(n)$. Now let us define a new phase error criterion (PEC) as follows:

$$D \equiv E[D(n)] = \angle E[x(n)e^*(n)], \quad (7)$$

where

$$D(n) = \angle x(n)e^*(n), \quad (8)$$

the symbol \angle is the phase operator, and the asterisk (*) stands for the complex conjugation. In practice the instantaneous linear phase $D(n)$ can be calculated by

$$D(n) = \arctan \frac{\text{Im}(x(n)e^*(n))}{\text{Re}(x(n)e^*(n))}, \quad (9)$$

where $\text{Im}(\cdot)$ is the imaginary part and $\text{Re}(\cdot)$ is the real part. To study the behavior of $D(n)$, we put $x(n)$, $e(n)$, and $\hat{s}(n)$ into equation (7), yielding (see Appendix A)

$$\begin{aligned} D &= \angle \left(E[x(n)x^*(n) - x(n)\hat{s}^*(n)] \right) \\ &= -\arctan \frac{A^2 \sin \delta_\omega}{A^2 (1 + \cos \delta_\omega) + \sigma^2}, \end{aligned} \quad (10)$$

where $\delta_\omega = \hat{\omega}_0 - \omega_0$ is an estimation error. It is obvious that $\hat{\omega}_0 = \omega_0$ is a stationary point of equation (10). To assert the validity of equation (10), the estimate of D based on Monte Carlo simulation is studied by using computer simulations. The parameters used in simulations include $\omega_0 = 0.5\pi$, $\varphi = 0.2\pi$, and the data length of $L = 10^4$. The driving function D as a function of frequency parameter $\hat{\omega}_0$ for different values of SNR_i are depicted in Figure 1. It is observed that the analytical and simulated results are well consistent for both low and high values of SNR_i and they satisfy the desired criteria in equation (3). As a result, the convergence of equation (2) is ensured if the proposed driving function in equation (8) is employed. Moreover, the closed form expression for D in equation (10) can be used to study the convergence behaviour of equation (2) because it is consistent with the simulations. Finally, by substituting equation (8) into (2) the proposed PEC adaptive algorithm is ultimately derived as follows:

$$\hat{\omega}_0(n+1) = \hat{\omega}_0(n) + \mu \angle x(n)e^*(n). \quad (11)$$

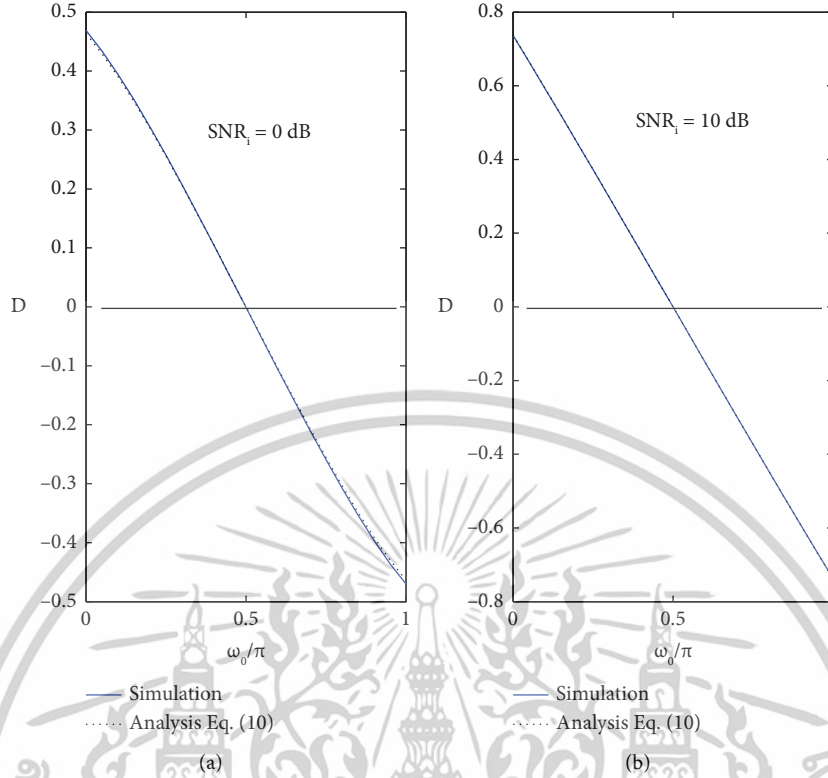


FIGURE 1: Expected value of the PEC driving function D as a function of frequency parameter for (a) $\text{SNR}_i = 0$ dB; (b) $\text{SNR}_i = 10$ dB.

As has been observed, the proposed PEC algorithm is very simple and attractive because no internal and external additional signals are required to update the frequency parameter $\hat{\omega}_0$ of the CLP; only $x(n)$, $e(n)$, and a phase evaluator \angle are required. Figure 2 shows the block diagram of the proposed estimator. In the next section, the convergence properties of the proposed PEC is addressed.

3. Mean Analysis

At steady-state $\hat{\omega}_0 \approx \omega_0$ the terms $\sin a|_{a \rightarrow 0} \approx a$ and $\cos a|_{a \rightarrow 0} \approx 1$, equation (10) can be approximated to be

$$D \approx -\arctan \frac{A^2 \delta_\omega}{2A^2 + \sigma^2}. \quad (12)$$

At a stationary point, the term $\delta_\omega \approx 0$, therefore, $\arctan u|_{u \rightarrow 0} \approx u$, equation (12) can be simplified to be

$$D \approx -\frac{A^2 \delta_\omega}{2A^2 + \sigma^2}. \quad (13)$$

In order to study the mean value of equation (11), the steady-state expression for D in equation (13) is substituted into equation (11). After taking the expectation operator and using $\delta_\omega = \hat{\omega}_0 - \omega_0$, then equation (11) becomes

$$\bar{\omega}_0(n+1) = (1 - \mu\eta_0)\bar{\omega}_0(n) + \mu\eta_0\omega_0, \quad (14)$$

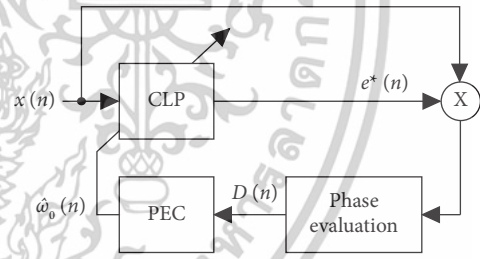


FIGURE 2: Block diagram of the proposed PEC.

where $\bar{\omega}_0(n) \equiv E[\hat{\omega}_0(n)]$ is an expected value of $\hat{\omega}_0(n)$ and

$$\eta_0 = \frac{A^2}{2A^2 + \sigma^2}. \quad (15)$$

Equation (14) is in the form of a first-order time-invariant difference equation in variable $\bar{\omega}_0(n)$ whose solution is given by (see Appendix B)

$$\bar{\omega}_0(n) = (\bar{\omega}_0(0) - \omega_0)(1 - \mu\eta_0)^n + \omega_0, \quad (16)$$

where $\bar{\omega}_0(0) \equiv \hat{\omega}_0(0)$ is an initial value of the frequency parameter $\hat{\omega}_0(n)$. Since $\mu\eta_0$ must be less than one, the term $(1 - \mu\eta_0) \rightarrow 0$ as $n \rightarrow \infty$, and equation (16) becomes

$$\bar{\omega}_0(n)|_{n \rightarrow \infty} = \omega_0. \quad (17)$$

It is revealed from equation (17) that the proposed PEC algorithm converges to the desired solution and is unbiased. In addition, the convergence time of equation (11) can be predicted by using the fact that the term $(1 - \mu\eta_0)$ will exponentially decrease in time, which can indicate that

$$(1 - \mu\eta_0) = e^{-(1/\tau)}, \quad (18)$$

where τ is defined as a time constant. Solving equation (18) for τ yields

$$\tau = -\frac{1}{\log_e(1 - \mu\eta_0)}. \quad (19)$$

According to equation (19), the approximate convergence time of the proposed PEC will be

$$L_i \approx 5\tau \text{ (samples)}. \quad (20)$$

Moreover, the stability bound of step-size in the mean sense can be easily obtained from equation (14) as follows:

$$0 < \mu < \frac{2}{\eta_0}. \quad (21)$$

The upper bound of step-size in equation (21) guarantees monotonic convergence in the mean sense. The validity of equations (16), (17), and (20) is tested by using the Monte Carlo simulation technique. A random experiment of 1000 trials for a random phase signal and a random noise sequence with a particular variance is carried out. The obtained 1000 frequency estimates are ensemble averaged to obtain the mean estimated frequency $\bar{\omega}_0(n)$. Figure 3 shows the learning curves of $\bar{\omega}_0(n)$ obtainable by equation (16) and simulations for $\text{SNR}_i = 0$ and 10 dB, $\omega_0 = 0.5\pi$, data length $L = 1000$, and $\mu = 0.05$. Note that all samples of the selected parameters used in simulating are defined based on the trial-and-error technique to obtain the best results. The step-size μ is confined within the range of equation (21). It is seen that the analytical result for $\bar{\omega}_0(n)$ shown in equation (16) can track those of the simulations very well in both low (0 dB) and high (10 dB) values of SNR_i and converge to solution as desired. By using equation (20), the convergence time is $L_i \approx 298$ samples at $\text{SNR}_i = 0$ dB and $L_i \approx 208$ samples at $\text{SNR}_i = 10$ dB which are close to those obtained from the simulations.

4. Steady-State MSE Analysis

In this section, MSE of the frequency estimate $\hat{\omega}_0(n)$ is analyzed. To do this task, the steady-state expression for the prediction error $e(n)$ is required. The input $x(n)$ to the prediction error $e(n)$ can be modelled by the following transfer function:

$$H(z) = 1 + e^{j\omega_0} z^{-1}. \quad (22)$$

Substituting $z = e^{j\omega}$, $\omega \in [-\pi, \pi]$ in equation (22) yields

$$H(\omega) = 1 + e^{-j(\omega - \omega_0)}. \quad (23)$$

If we replace $\omega \Rightarrow \hat{\omega}_0$, equation (23) becomes

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

$$\begin{aligned} H(\omega) &= 1 + e^{-j\delta_\omega} \\ &= 1 + \cos \delta_\omega - j \sin \delta_\omega. \end{aligned} \quad (24)$$

At steady-state $\hat{\omega}_0 \approx \omega_0$, the magnitude and phase responses of $H(z)$ can be, respectively, approximated to be

$$B_H = |H(\omega)| \approx 2, \quad (25)$$

and

$$\varphi_H \approx -\frac{\delta_\omega}{2}. \quad (26)$$

Therefore, the steady-state expression for the prediction error will be

$$e_s(n) = AB_H e^{j(\omega_0 n + \varphi_H)} + v_1(n), \quad (27)$$

where s means steady-state and $v_1(n)$ is the noise component due to the input noise $v(n)$. Now let us consider the learning increment

$$Q = E[x(n)e_s^*(n)] = A^2 B_H e^{-j\varphi_H} + R_{v_1^*}, \quad (28)$$

where

$$R_{v_1^*} = E[v(n)v_1^*(n)] = \sigma^2, \quad (29)$$

is the correlation between $v(n)$ and $v_1^*(n)$ (see Appendix C). Note that the derivation of equation (28) is obtained by assuming that the input complex sinusoids and noise components are uncorrelated with each other [28]. Now, let us consider the SNR of Q , which is

$$\text{SNR}_Q = B_H \text{SNR}_i. \quad (30)$$

For a high value of SNR_Q equation (28) can be approximated as [29]

$$Q(n) \approx A^2 B_H e^{-j(\varphi_H + v_2(n))}, \quad (31)$$

where $Q(n)$ is the estimate of Q and $v_2(n)$ is defined as a phase noise of Q with zero mean and variance of [29]

$$\sigma_2^2 \approx \frac{1}{2\text{SNR}_Q} = \frac{1}{2B_H \text{SNR}_i}. \quad (32)$$

The phase of $Q(n)$ that is equivalent to the driving function D in equation (13) can be defined by

$$D_q(n) = \angle Q(n) = -(\varphi_H + v_2(n)). \quad (33)$$

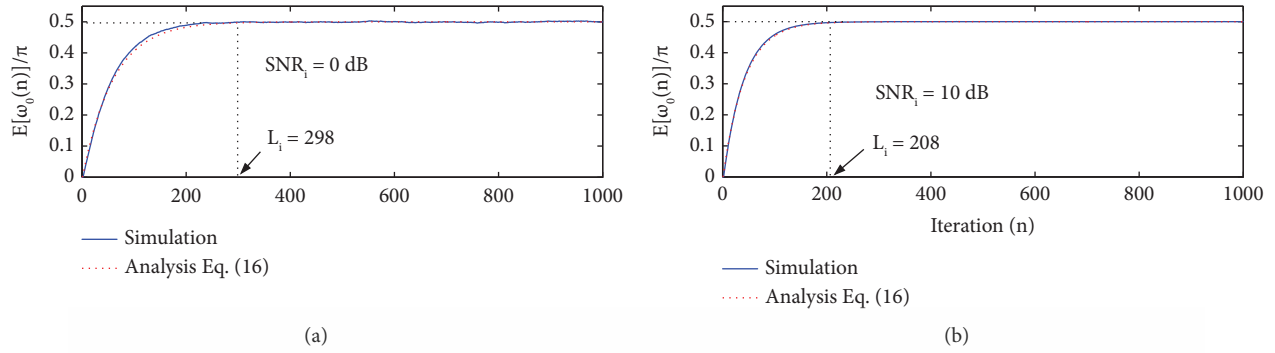
Using equations (33) in (11) results in

$$\hat{\omega}_0(n+1) = \hat{\omega}_0(n) - \mu(\varphi_H + v_2(n)). \quad (34)$$

Subtracting ω_0 from both sides of equation (34) and using equation (26) yields

$$\delta_\omega(n+1) = \delta_\omega(n) - \mu\left(\frac{\delta_\omega(n)}{2} + v_2(n)\right). \quad (35)$$

Squaring on both sides of equation (35) and averaging the result gives


 FIGURE 3: Leaning curves of $\bar{\omega}_0(0)$ for (a) $\text{SNR}_i = 0$ dB; (b) $\text{SNR}_i = 10$ dB.

$$\bar{\delta}_\omega^2(n+1) = \left(1 - \mu + \frac{\mu^2}{4}\right) \bar{\delta}_\omega^2(n) + \mu^2 \sigma_2^2, \quad (36)$$

where $\bar{\delta}_\omega^2(n) = E[\delta_\omega^2(n)]$ is the estimation MSE at time n . Assuming that

$$\bar{\delta}_\omega^2(n+1)|_{n \rightarrow \infty} = \bar{\delta}_\omega^2(n)|_{n \rightarrow \infty} = \bar{\delta}_\omega^2(\infty), \quad (37)$$

then equation (36) becomes

$$\bar{\delta}_\omega^2(\infty) = \frac{\mu \sigma_2^2}{1 - (\mu/4)} = \text{MSE}. \quad (38)$$

For slow convergence speed when $\mu \rightarrow 0$, equation (38) can be simplified to be

$$\text{MSE} \approx \mu \sigma_2^2. \quad (39)$$

It is apparent that the MSE approximation in equation (39) is valid for a wide range of system parameters, including input frequency, SNR_i and step-size as demonstrated in Figures 4–6, respectively. It is observed that the analytical MSE shown in equation (39) can well predict the simulated MSE. It is observed that the MSE is independent of the signal frequency, as shown Figure 4, decreased as SNR_i increased, as shown in Figure 5, and increased as step-size increased, as shown in Figure 6.

5. Numerical Examples

In this section, the performances of the proposed PEC have been revealed and compared with those of the MCPG [23], Regalia [24], CPG [26], and CDFE [27].

5.1. Simulation MSE and Estimated Frequency. To fairly compare the MSE and the estimated frequency by using computer simulation, all examined algorithms are forced to converge at the same time. This is done by individually tuning the step-size parameter of each algorithm. In addition, the 1000 complex sinusoids with a specific frequency and random phase plus noise sequences having the same SNR_i are evaluated by using an ensemble average. The results are shown in Figures 7–10. Figure 7 is an estimation MSE comparison for $\text{SNR}_i = 10$ dB (high SNR_i). It is revealed that the proposed PEC and CDFE converge at the same time, and

they provide an identical MSE of the estimated frequency, whereas the MCPG converges the fastest and the Regalia shows the slowest. The CPG speed of convergence is slightly better than that of the Regalia but worse than those of the PEC, CDFE, and MCPG. Figure 8 demonstrates the estimation frequency at the same MSE. As can be seen, the PEC, CDFE, and MCPG provide almost the same convergence speed, whereas the CPG and Regalia show slow convergence speeds. Figure 9 is an estimation MSE comparison for $\text{SNR}_i = -5$ dB (low SNR_i). It is shown that the convergence speed of the proposed PEC is between those of the CDFE and MCPG and the CPG and Regalia. Figure 10 shows the estimation frequency at the same MSE. As has been observed, the PEC provides slower speed than CDFE and MCPG but yields faster speed than the CPG and Regalia. Note that the MCPG, CPG, and Regalia are used with a complex first-order adaptive IIR notch filter (CANF) [26], which has a zero-pole contraction factor α . In this section, we let $\alpha = 0.9$. Although the convergence speed of the PEC in the additive complex white Gaussian noise scenario is slow as compared with the MCPG and CDFE, as shown in Figures 9 or 10, it performs well when exposed to a high-impulsive noise environment, as shown in Section 5.2. In addition, the deterioration of convergence speed due to the signal amplitude A does not affect the PEC, as shown in Section 5.3. Moreover, in the comparison of the calculation requirements of all algorithms, the computational complexity is concluded in Table 1. It is found that the proposed PEC requires only $3L$ multiplications, $2L$ additions, and L phase evaluations. The added phase calculation makes PEC tolerant to impulsive noise and insensitive to signal amplitude A , surpassing CDFE, MCPG, CPG, and Regalia. Now let us consider the computational time required for all examined algorithms. Since each algorithm has only one parameter (weight) to be adjusted, for the PEC, it requires six operations per iteration. This indicates that the PEC is considered to have a temporal complexity of order $O(6L)$ when its iteration has an input size of L . Because runtime is dependent on input size L , it is said that the time complexity of the PEC has an order of $O(L)$, meaning that it is linear. Similarly for the CDFE, MCPG, CPG, and Regalia, their computation times are also linear and are shown in Table 1. Although the runtime of each comparative algorithms has the same order as that of the PEC, the proposed PEC outperforms all

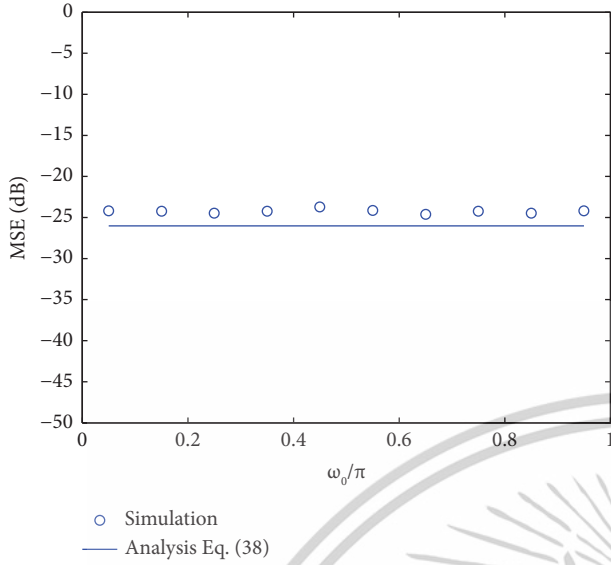


FIGURE 4: MSE as a function of frequency for $\text{SNR}_i = 0$ dB, $\mu = 0.01$, $L = 10000$ and 100 runs.

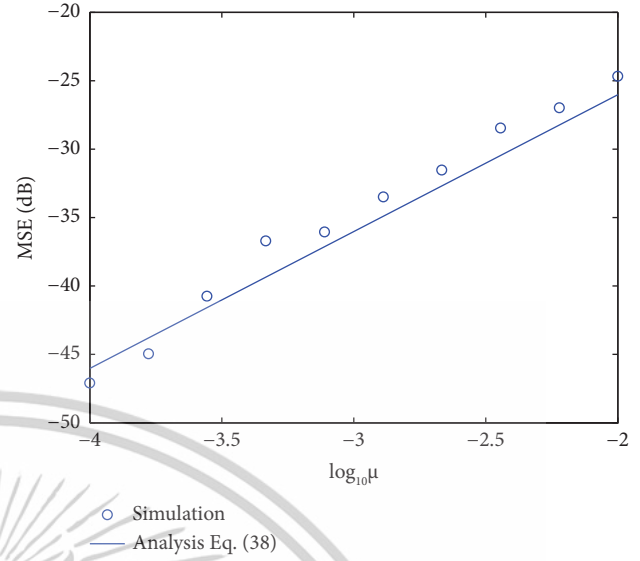


FIGURE 6: MSE as a function of step-size for $\text{SNR}_i = 0$ dB, $\omega_0 = 0.5\pi$, $L = 10000$ and 100 runs.

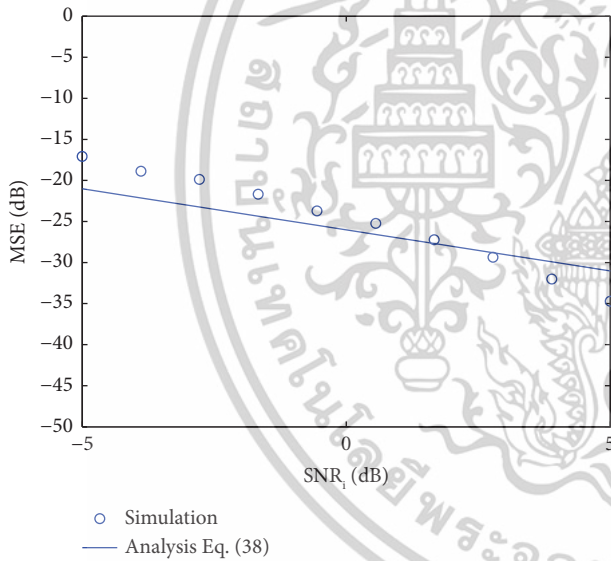


FIGURE 5: MSE as a function of SNR_i for $\omega_0 = 0.5\pi$, $\mu = 0.01$, $L = 10000$ and 100 runs.

comparative techniques in terms of impulsive noise robustness, and its convergence time is not sensitive to the input signal amplitude (see Figure 11).

5.2. Impulsive Noise Robustness. In this section, the impulsive noise robustness of the proposed PEC algorithm is addressed. It is well known that impulsive noise has two main characteristics: random amplitudes and places of occurrence. When impulsive noise is present, the noise power is equal to the strength of the impulse. This illustrates the nonstationary character of impulsive noise by looking at the

power spectrum of a noise process with a few impulses per second. Impulsive noise is therefore a binary-state, time-varying process, and as a result, its power spectrum and autocorrelation are also binary-state processes. The expression for an amplitude-modulated binary-state sequence that models an impulsive noise sequence is [30].

$$I(n) = u(n)b(n), \quad (40)$$

where $u(n)$ is a random noise amplitude and $b(n)$ is a binary-state sequence of ones and zeros. Since the binary-state sequence $b(n)$ takes a value of “1” with a probability of p and a value of “0” with a probability of $1 - p$, its probability mass function (PMF) can be expressed as follows:

$$f(b) = \begin{cases} p, & b(n) = 1, \\ 1 - p, & b(n) = 0, \end{cases} \quad (41)$$

which is in the form of a Bernoulli distribution whose mean is p and variance is $p(1 - p)$ whereas the probability density function (PDF) of $u(n)$ can be modelled as a Gaussian distribution with a zero mean and variance of σ_u^2 and is of the form

$$f(u) = \frac{1}{\sigma_u \sqrt{2\pi}} e^{-u^2(n)/2\sigma_u^2}. \quad (42)$$

Since $u(n)$ and $b(n)$ are independent random variables, the variance of $I(n)$ can then be defined by (see Appendix D)

$$\sigma_I^2 = p\sigma_u^2. \quad (43)$$

It is noted that the mean of $I(n)$ is equal to zero because $u(n)$ has a zero mean. Therefore, equation (43) is also the impulsive noise power. Under the impulsive noise scenario, the observation signal in equation (1) can then be rewritten as follows:

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

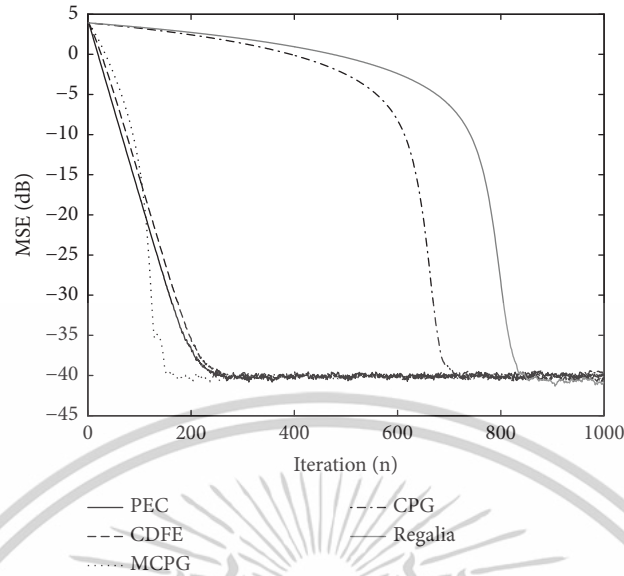


FIGURE 7: MSE of the estimated frequency for $SNR_i = 10$ dB, $\omega_0 = 0.5\pi$, $\mu_{pec} = 0.05$, $\mu_{cdfc} = 0.025$, $\mu_{mcpq} = 0.0175$, $\mu_{cpq} = 0.02$, $\mu_{regalia} = 0.004$ and data length $L = 1000$ and 1000 runs.

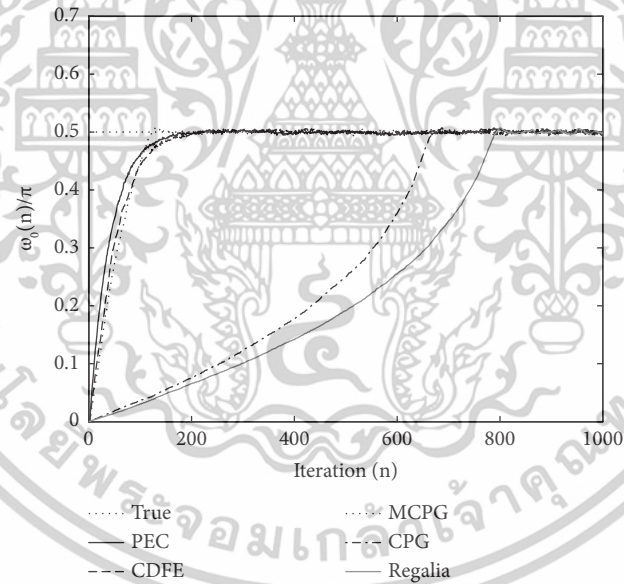


FIGURE 8: Learning curves of the estimated frequency for $SNR_i = 10$ dB, $\omega_0 = 0.5\pi$, $\mu_{pec} = 0.05$, $\mu_{cdfc} = 0.025$, $\mu_{mcpq} = 0.0175$, $\mu_{cpq} = 0.02$, $\mu_{regalia} = 0.004$ and data length $L = 1000$ and single run.

$$x(n) = d(n) + I(n). \tag{44}$$

The signal to impulsive noise ratio (SINR) is defined by

$$\begin{aligned} SINR &= \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{impulse}}} \\ &= \frac{A^2}{p\sigma_u^2}. \end{aligned} \tag{45}$$

From equation (45), there are many pairs of p and σ_u^2 that yield the same SINR. For a fixed value of σ_u^2 , the lower the probability p is, the higher the SINR is achieved. Since the impulsive noise is nonstationary, it is difficult to theoretically study the proposed PEC algorithm under this noise. Therefore, experimentation by means of computer simulation is used to study the PEC performance under impulsive noise instead. Extensive simulations for low/high p and large σ_u^2 will be carried out to demonstrate the impulsive noise robustness of the proposed PEC adaptive algorithm. The

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

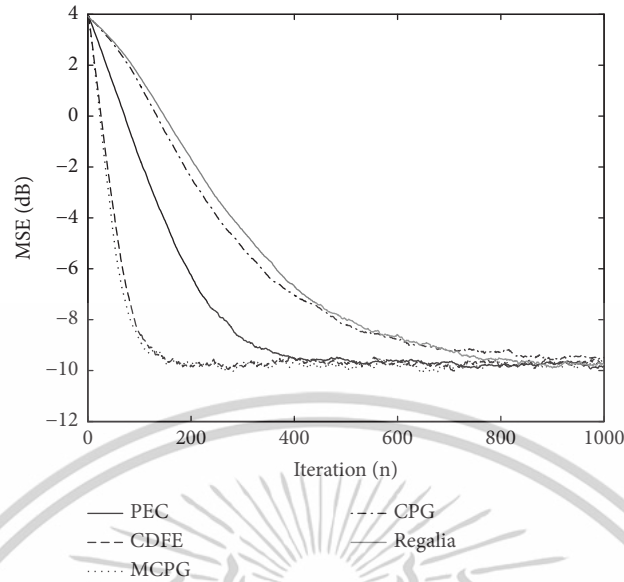


FIGURE 9: MSE of the estimated frequency for $\text{SNR}_i = -5$ dB, $\omega_0 = 0.5\pi$, $\mu_{\text{pec}} = 0.05$, $\mu_{\text{cdfc}} = 0.032$, $\mu_{\text{mcpG}} = 0.035$, $\mu_{\text{cpg}} = 0.071$, $\mu_{\text{regalia}} = 0.016$, data length $L = 1000$ and 5000 runs.

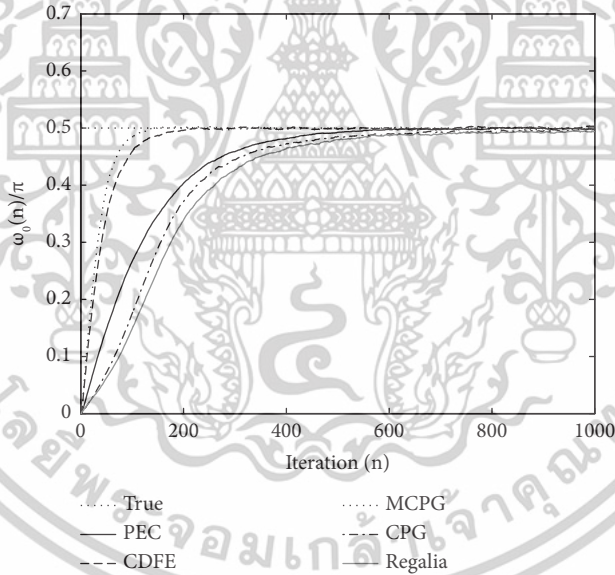


FIGURE 10: Learning curves of the estimated frequency $\text{SNR}_i = -5$ dB, $\omega_0 = 0.5\pi$, $\mu_{\text{pec}} = 0.05$, $\mu_{\text{cdfc}} = 0.032$, $\mu_{\text{mcpG}} = 0.035$, $\mu_{\text{cpg}} = 0.071$, $\mu_{\text{regalia}} = 0.016$, data length $L = 1000$ and 5000 runs.

TABLE 1: The computational complexity and computational time.

Algorithm	Computational complexity		Phase evaluation	Computational time
	Multiplication	Addition		
PEC	$3L$	$2L$	L	$O(6L)$
CDFE	$4L$	$2L$	—	$O(6L)$
MCPG	$6L$	$3L$	—	$O(9L)$
CPG	$7L$	$4L$	—	$O(11L)$
Regalia	$10L$	$3L$	—	$O(13L)$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

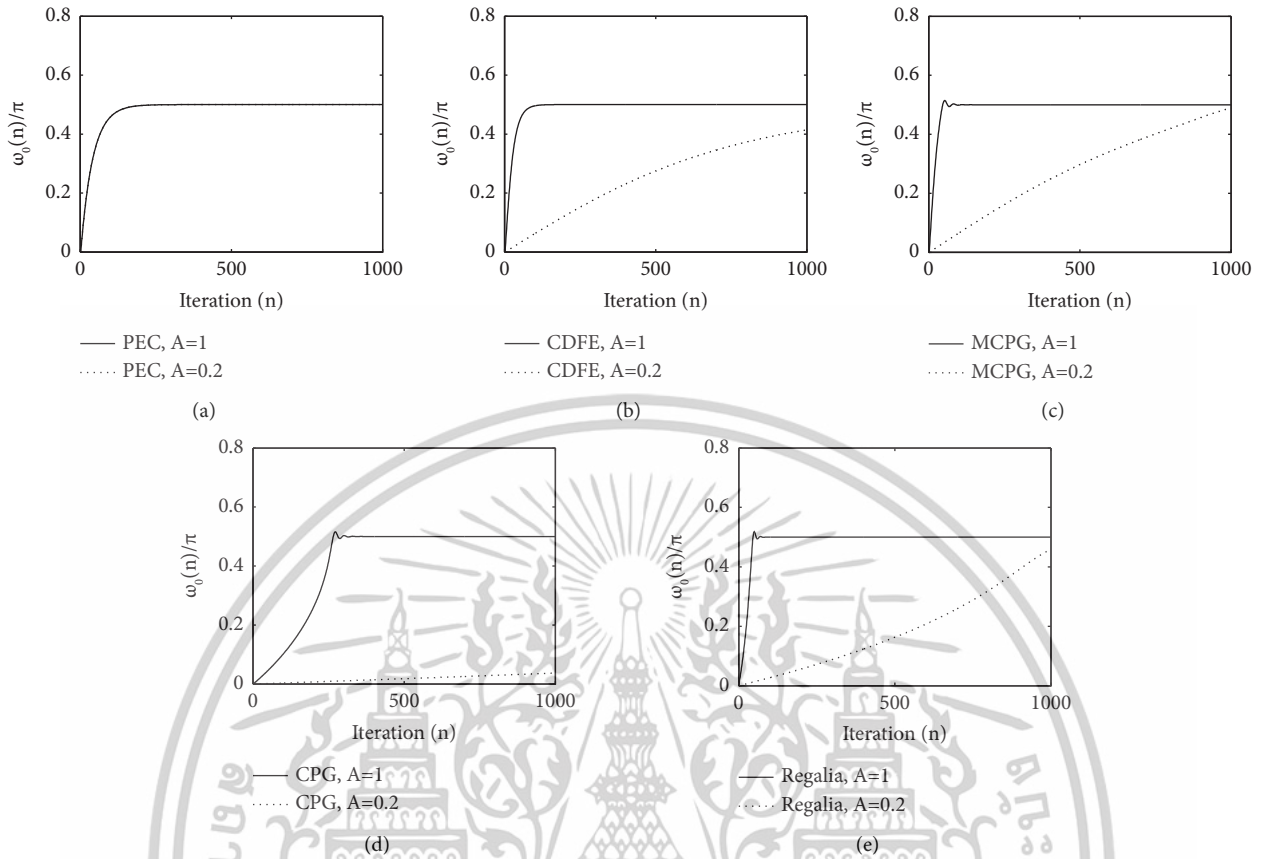


FIGURE 11: Deteriorating convergence speed due to the signal amplitude: (a) PEC; (b) CDFE; (c) MCPG; (d) CPG; and (e) Regalia.

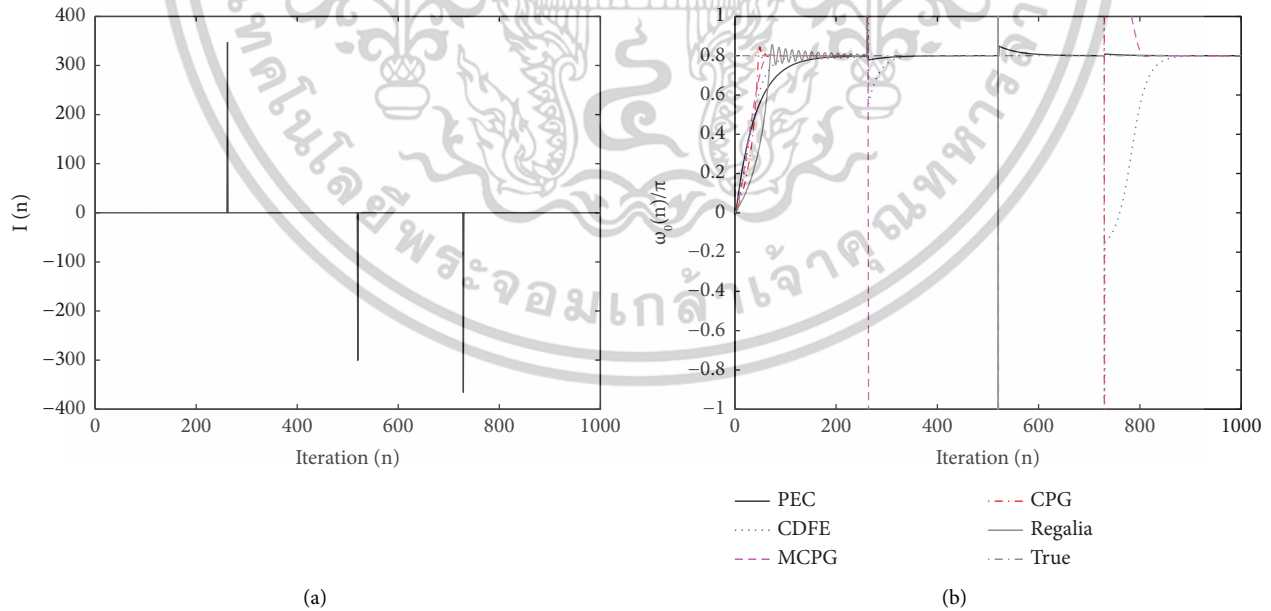


FIGURE 12: (a) Low probability large variance impulsive noise with $\text{SINR} = -20$ dB; (b) evolutions of the estimated frequency obtainable by the PEC, MCPG, CPG and Regalia for $\omega_0 = 0.8\pi$, $\mu_{\text{cdfe}} = 0.05$ and $\mu_{\text{mcpG}} = 0.05$, $\mu_{\text{cpG}} = 0.35$ and $\mu_{\text{regalia}} = 0.1$.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

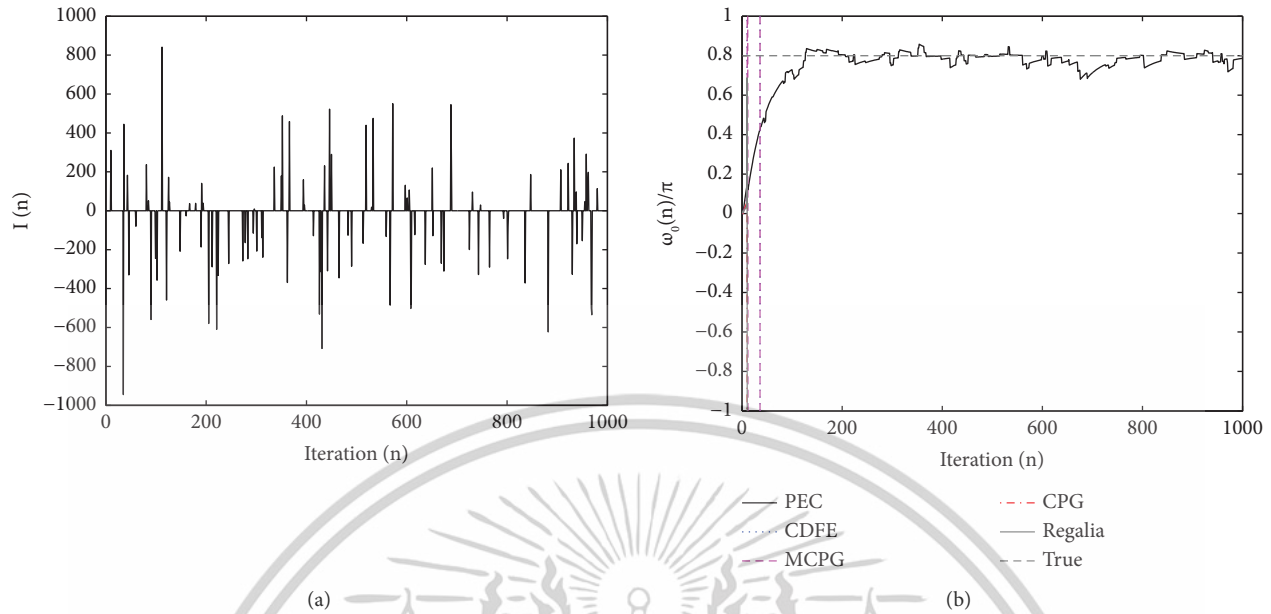


FIGURE 13: (a) High probability large variance impulsive noise of $\text{SINR} = -40$ dB; (b) evolutions of the estimated frequency obtainable by the PEC, MCPG, CPG, and Regalia for $\omega_0 = 0.8\pi$, $\mu_{\text{cdfc}} = 0.05$, and $\mu_{\text{mcpG}} = 0.05$ $\mu_{\text{cpg}} = 0.35$ and $\mu_{\text{regalia}} = 0.1$.

simulations are addressed by considering the following cases: (note that the step-size parameter μ of each algorithm is individually adjusted to obtain the same convergence speed).

5.2.1. C1 Low Probability of Occurrence and Large Noise Amplitude Variance. For this case, we let $p = 0.001$ and $\sigma_u^2 = 10^5$ ($\text{SINR} = -20$ dB). The results of the estimation are shown in Figures 12(a) and 12(b). An impulsive noise waveform is shown in Figure 12(a). The estimated frequency obtained from the PEC, CDFE, MCPG, CPG, and Regalia are shown in Figure 12(b). It is evident that the proposed PEC is robust to very high impulsive noise, whereas the CDFE, MCPG, CPG, and Regalia suffer from impulsive noise; namely, they are not robust.

5.2.2. C2 High Probability and Large Noise Amplitude Variance. For this case we let $p = 0.1$ and $\sigma_u^2 = 10^5$ ($\text{SINR} = -40$ dB). The results of the estimation are shown in Figure 13(a) and 13(b). An impulsive noise waveform is shown in Figure 13(a). The estimated frequency obtained from the PEC, CDFE, MCPG, CPG, and Regalia are shown in Figure 13(b). It is evident that the proposed PEC is robust

to very high impulsive noise, whereas the CDFE, MCPG, CPG, and Regalia suffer from impulsive noise; namely, they are unstable.

5.3. Effect of Signal Amplitude. To study the deterioration of convergence speed due to the signal amplitude A , a noise free scenario is assumed. The parameters used in simulation are $A = \{0.2, 1\}$, $\omega_0 = 0.5\pi$, $\varphi = 0.1\pi$, $\mu = 0.05$, $\alpha = 0.7$ (for MCPG, CPG, Regalia), and single run. The results are shown in Figure 11. As can be seen, the decrease in input signal amplitude does not affect the convergence speed of the proposed PEC (see Figure 11(a)), whereas the decrease in signal amplitude results in the deterioration of the convergence speed of the CDFE, MCPG, CPG, and Regalia (see Figures 11(b)–11(e)).

6. Conclusion

We have proposed a phase error criterion adaptive algorithm for estimating the unknown frequency of a complex sinusoidal signal. The proposed technique provides two main advantages: it is robust to impulsive noise and not very sensitive to the signal amplitude. The convergence in the mean of the estimated frequency and steady-state expression

for MSE are derived in closed form. Extensive studies using computer simulations have been conducted to show the superiority of the proposed adaptive algorithm.

Appendix

A. The derivation of equation (10)

Referring to equations (1) and (6)

$$\begin{aligned}
 & x(n)x^*(n) - x(n)s^*(n) \\
 &= (d(n) + v(n)) \times (d^*(n) + v^*(n)) \\
 &\quad + (d(n) + v(n)) \times \left(e^{-j\hat{\omega}_0} (d^*(n-1) + v^*(n-1)) \right) \\
 &= d(n)d^*(n) + v(n)v^*(n) + v(n)d^*(n) \\
 &\quad + v^*(n)d(n) + e^{-j\hat{\omega}_0} d(n)d^*(n-1) \\
 &\quad + e^{-j\hat{\omega}_0} d(n)v^*(n-1) + e^{-j\hat{\omega}_0} v(n)d^*(n-1) \\
 &\quad + e^{-j\hat{\omega}_0} v(n)v^*(n-1).
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Averaging equation (A.1) yields

$$\begin{aligned}
 & E[d(n)d^*(n)] + E[v(n)v^*(n)] + e^{-j\hat{\omega}_0} E[d(n)d^*(n-1)] \\
 &= A^2 + \sigma^2 + A^2 e^{-j\hat{\omega}_0} e^{j\omega_0} = A^2 + \sigma^2 + A^2 e^{-j(\hat{\omega}_0 - \omega_0)} \\
 &= A^2 (1 + \cos \delta_\omega) + \sigma^2 - jA^2 \sin \delta_\omega.
 \end{aligned} \tag{A.2}$$

Evaluating equation (A.2) for the phase yields equation (10). Note that equation (A.2) is obtained by assuming that $d(n)$ and $v(n)$ are uncorrelated with each other and $e^{j\omega_0}$ is a constant.

B. The derivation of equation (16)

The solution of equation (14) is given by

$$\bar{\omega}_0(n) = \bar{\omega}_{0c}(n) + \bar{\omega}_{0p}(n), \tag{A.3}$$

where $\bar{\omega}_{0c}(n)$ and $\bar{\omega}_{0p}(n)$ are, respectively, complementary and particular solutions. Assuming that the complementary solution takes the form of

$$\bar{\omega}_{0c}(n) = C\lambda^n, \quad n > 0, \tag{A.4}$$

where C is a constant determined by an initial condition. Letting the term on the right-hand side of equation (14) to be zeros and using equation (A.3) yields

$$\bar{\omega}_{0c}(n) = C(1 - \mu\eta_0)^n, \quad n > 0. \tag{A.5}$$

In addition, it can be assumed that

$$\bar{\omega}_{0p}(n) = K\mu\eta_0\omega_0, \tag{A.6}$$

where K is a constant. After substituting equations (A.6) into (14) and solving the result, we obtain

$$\bar{\omega}_{0p}(n) = \omega_0. \tag{A.7}$$

Using equations (A.6) and (A.7) in equation (A.5) and solving for C results in equation (16) where $\bar{\omega}_0(0)$ is an initial condition.

C. The derivation of equation (29)

Referring to the power spectral theorem [11], the correlation between the noise components $v(n)$ and $v_1(n)$ can be computed by

$$\begin{aligned}
 R_{vv_1} &= \frac{\sigma^2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H^*(\omega) d\omega, \\
 &= \frac{\sigma^2}{2\pi} (2\pi - 2 \sin(\pi) e^{-j\omega_0}) \\
 &= \sigma^2 = \text{Eq. (29)}.
 \end{aligned} \tag{A.8}$$

D. The derivation of equation (43)

Since the impulsive noise $I(n)$ is the multiplication of two independent noise processes $u(n)$ and $b(n)$, the variance of $I(n)$ can be calculated by

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(I) &= \text{Var}(ub) \\
 &= \text{Var}(u)\text{Var}(b) + \text{Var}(u)E^2[b] + \text{Var}(b)E^2[u] \\
 &= \sigma_u^2 p(1-p) + \sigma_u^2 p^2 \\
 &= p\sigma_u^2 = \text{Eq. (43)}.
 \end{aligned} \tag{A.9}$$

Note that the time index n is omitted for analytical simplicity.

Data Availability

Due to laboratory policies, the data cannot be made public.

Conflicts of Interest

The authors declare that there are no conflicts of interest.

Authors' Contributions

Prayuth Inban and Rachu Panchalard conceptualized the study. Prayuth Inban proposed the methodology. Prayuth Inban is responsible for the software. Prayuth Inban, Rachu Panchalard, and Chawalit Benjangkprasert validated the study. Prayuth Inban wrote the original draft. Prayuth Inban wrote, reviewed, and edited the study. Rachu Panchalard and Chawalit Benjangkprasert visualized the study. Chawalit Benjangkprasert supervised the study.

Acknowledgments

This study was supported by a student research grant (no contract) from school of engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand.

References

- [1] P. Stoica and R. Moses, *Introduction to Spectral Analysis*, Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, USA, 1997.
- [2] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1993.
- [3] P. Pan, Y. Zhang, Z. Deng, and G. Wu, "Complex-Valued frequency estimation network and its applications to super-resolution of radar range profiles," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 60, pp. 1–12, 2022.
- [4] J. Kim, H. Ko, S. Hong, and C. Lee, "Fine Doppler frequency estimation of windowed complex sinusoidal signals for radar systems," *IEEE Sensors Journal*, vol. 21, no. 3, pp. 3860–3870, 2021.
- [5] H. Song, Y. Bai, H. Wu, J. Liu, L. Fan, and J. Jin, "High-accuracy frequency estimation of sinusoid based on DFT and DTFT," in *Proceedings of the 2022 41st Chinese Control Conference (CCC)*, pp. 3107–3111, Hefei, China, July 2022.
- [6] C. Wu, Y. Li, L. Luo, J. Xie, and L. Wang, "Two-step frequency estimation of GNSS signal in high dynamic environment," *International Journal of Antennas and Propagation*, vol. 2022, Article ID 1017206, 9 pages, 2022.
- [7] B. Kim, S. Kim, and J. Lee, "A novel DFT-based DOA estimation by a virtual array extension using simple multiplications for FMCW radar," *Sensors*, vol. 18, no. 5, p. 1560, 2018.
- [8] S. Lee and S. C. Kim, "Logarithmic-domain array interpolation for improved direction of arrival estimation in automotive radars," *Sensors*, vol. 19, no. 10, p. 2410, 2019.
- [9] P. Stoica and A. Eriksson, "MUSIC estimation of real-valued sine-wave frequencies," *Signal Processing*, vol. 42, no. 2, pp. 139–146, 1995.
- [10] L. B. Fertig and J. H. McClellan, "Instantaneous frequency estimation using linear prediction with comparisons to the DESAs," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 3, no. 2, pp. 54–56, 1996.
- [11] V. F. Pisarenko, "The retrieval of harmonics from a covariance function," *Geophysical Journal International*, vol. 33, no. 3, pp. 347–366, 1973.
- [12] H. C. So, "A close form frequency estimator for a noisy sinusoid," *Proceedings of 45th IEEE MWSC*, vol. 39, pp. 160–163, 2002.
- [13] R. J. Kenefic and A. H. Nuttall, "Maximum likelihood estimation of the parameters of a tone using real discrete data," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 12, no. 1, pp. 279–280, 1987.
- [14] Y. Liu, Z. Xu, H. Zhou, and Y. Zhao, "An efficient algorithm for frequency estimation of sinusoid signal based on improved quinn," *Journal of Physics: Conf. Ser.*, vol. 1952, no. 4, Article ID 042094, 2021.
- [15] R. Grover, A. Sharma, T. Delcourt, and D. Kundu, "Computationally efficient algorithm for frequency estimation of a two-dimensional sinusoidal model," *Circuits, Systems, and Signal Processing*, vol. 41, no. 1, pp. 346–371, 2022.
- [16] H. C. So, "A comparative study of three recursive least-squares algorithms for single-tone frequency tracking," *Signal Processing*, vol. 83, no. 9, pp. 2059–2062, 2003.
- [17] H. C. So and P. C. Ching, "Adaptive algorithm for direct frequency estimation," *IEE Proceedings Radar, Sonar and Navigation*, vol. 151, no. 6, pp. 359–364, 2004.
- [18] R. Prony, "Experimentale et analytique," pp. 24–76, 1795, <https://users.polytech.unice.fr/%7Eleroux/PRONY.pdf>.
- [19] G. W. Lank, I. S. Reed, and G. E. Pollon, "A semicoherent detection and Doppler estimation statistic," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 9, no. 2, pp. 151–165, 1973.
- [20] S. Kay, "A fast and accurate single frequency estimator," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 37, no. 12, pp. 1987–1990, 1989.
- [21] H. C. So and F. K. W. Chan, "A generalized weighted linear predictor frequency estimation approach for a complex sinusoid," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 54, no. 4, pp. 1304–1315, 2006.
- [22] H. C. So, K. W. Chan, and W. Sun, "Subspace approach for fast and accurate single-tone frequency estimation," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, no. 2, pp. 827–831, 2011.
- [23] A. Nosan and R. Panchalard, "A complex adaptive notch filter using modified gradient algorithm," *Signal Processing*, vol. 92, no. 6, pp. 1508–1514, 2012.
- [24] P. A. Regalia, "A complex adaptive notch filter," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 17, no. 11, pp. 937–940, 2010.
- [25] S. Nishimura and H.-Y. Jiang, "Gradient-based complex adaptive IIR notch filters for frequency estimation," in *Proceedings of the IEEE APCCAS*, Seoul, Korea, November 1996.
- [26] A. Mvuma, T. Hinamoto, and S. Nishimura, "Gradient-based algorithm for a complex coefficient adaptive IIR notch filter: steady-state analysis and application," in *Proceedings of the 47th IEEE MWSC*, Hiroshima, Japan, July 2004.
- [27] R. Panchalard and P. Wardkein, "Linear prediction based adaptive algorithm for a complex sinusoidal frequency

- estimation," *AEU International Journal of Electronics and Communications*, vol. 67, no. 6, pp. 521–527, 2013.
- [28] A. V. Oppenheim and R. W. Scharfer, *Digital Signal Processing*, Prentice-Hall, London, UK, 1975.
- [29] M. P. Fitz, "Further results in the fast estimation of a single frequency," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 42, no. 2/3/4, pp. 862–864, 1994.
- [30] V. Saeed, *Vaseghi, Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction*, John Wiley and Sons Ltd, Hoboken, NJ, USA, 2000.



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Direct-Lattice Adaptive Notch Filter for Frequency Estimation and Tracking

P. Inban* R. Punchalard** and C. Benjangkprasert†

*School of Engineering, King Mongkut’s Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand

E-mail: prayuth@techno.rru.ac.th

**School of Electrical Engineering, Faculty of Industrial Technology, Rajabhat Rajanagarindra University, Chachoengsao province, Thailand

E-mail: rachu@techno.rru.ac.th

† Department of Computer Engineering, School of Engineering, King Mongkut’s Institute of Technology Ladkrabang, Bangkok, Thailand E-mail: chawalit.be@kmitl.ac.th

Abstract— This paper presents a direct-lattice adaptive notch filter (DLANF) for frequency estimation and tracking. The proposed filter is the cascade of an all-pole direct form structure filter with an all-zero lattice predictor. The normalized gradient algorithm is used to adjust the filter parameter. This technique outperforms some conventional adaptive filters in terms of convergence time and provides a small mean square error (MSE). Computer simulations are conducted to show the superiority of the proposed filter.

I. INTRODUCTION

An adaptive IIR notch filter (ANF) can be applied to many areas of signal processing applications, such as to eliminate narrow-band or sine wave components with unknown amplitude, frequency, and phase in radar, sonar, communications [1], control, biomedical engineering, power grid systems, and so on. A literature survey revealed that there are two types of ANF that are popular, including the direct ANF [2] and the lattice ANF [3]. In addition, the most common method for adjusting the coefficients of these two filters is the gradient type [4-5]. Also in [6], a different type of algorithm named a modified inverse tangent (MIT) was adopted and applied to the constrained ANF [2]. The primary goal of the early work is to accelerate the algorithm’s convergence while maintaining a small MSE value of the estimated parameter. In [4] and [5], they provide very slow convergence speed when the optimum solution is far away from the initial value. The convergence speed of [6] is better than that of [4] and [5], but its convergence properties still need to be improved.

In this paper, we propose a new adaptive notch filter named DLANF. The proposed filter is obtained by cascading the all-pole direct form structure filter with the lattice linear predictor and using the normalized gradient algorithm to adjust the filter parameter. By using these techniques, we obtain the adaptive notch filter that provides a fast convergence rate and a low MSE value for the estimated parameter. Extensive simulation results have shown the superiority of the proposed filter.

II. PROPOSED FILTER

In this section, the proposed filter structure and adaptive algorithm are introduced. Now let us consider a real sinusoidal input signal $x(n)$ of the form

$$x(n) = A \cos(\Omega_0 n + \phi_0) + v(n), \tag{1}$$

where $A > 0$ the amplitude, $0 < \Omega_0 < \pi$ the frequency, ϕ_0 the initial phase which is the random variable uniformly distributed over $[0, 2\pi)$ and $v(n)$ the zero-mean white Gaussian noise with variance σ_v^2 . The signal to noise ratio (SNR) of (1) is $\text{SNR} = A^2 / 2\sigma_v^2$. To estimate or track an unknown frequency Ω_0 , a second-order adaptive lattice notch filter [3] of the following system function is recalled

$$H(z) = \frac{1 + 2k_0 z^{-1} + z^{-2}}{1 + (1 + \alpha)k_0 z^{-1} + \alpha z^{-2}}, \tag{2}$$

where $0 \ll \alpha < 1$ the pole-zero constrained factor determines the 3-dB attenuation bandwidth and $-1 < k_0 < 1$ the notch parameter determines the notch frequency. If the input frequency matches the notch frequency, it should converge to $k_0 = -\cos \Omega_0$.

The motivation for this work is from [7], but real ANF is considered instead of the complex one. From (2), we can rewrite it as

$$H(z) = H_d(z)H_l(z), \tag{3}$$

where

$$H_d(z) = \frac{1}{1 + (1 + \alpha)k_0 z^{-1} + \alpha z^{-2}} \tag{4}$$

and

$$H_l(z) = 1 + 2k_0 z^{-1} + z^{-2}. \tag{5}$$

The proposed filter is designed by cascading and all-pole filter $H_d(z)$ which is realized by using a direct form structure (subscript d refers to as *direct*) with an all-zero filter $H_l(z)$ which is realized as a lattice linear predictor (subscript l means

lattice). The input $x(n)$ to the output $w(n)$ of an all-pole filter is defined by

$$w(n) = x(n) - (1 + \alpha)k_0w(n-1) - \alpha w(n-2). \quad (6)$$

Then $w(n)$ and $w(n-1)$ are fed into the first stage lattice linear predictor to generate the forward $u(n)$ and backward $v(n)$ prediction errors as follows:

$$u(n) = w(n) + k_0w(n-1) \quad (7)$$

$$v(n) = k_0w(n) + w(n-1). \quad (8)$$

Finally, the forward $y(n)$ and backward $z(n)$ of the second stage are, respectively, obtained as

$$y(n) = u(n) + v(n-1) \quad (9)$$

$$z(n) = y(n). \quad (10)$$

To update the notch parameter k_0 , we introduce a DLANF error function as follows:

$$\xi = \frac{1}{2}E[y^2(n)]. \quad (11)$$

where $E[\cdot]$ the expectation operator. An instantaneous value of (11), however, is used instead in real world application which can be written as

$$\xi(n) = \frac{1}{2}y^2(n). \quad (12)$$

where $n = 0, 1, \dots$ the time index. The derivative of $\xi(n)$ with respect to $k_0(n)$ ($k_0(n)$ the estimate at time n of k_0) will be

$$\nabla \xi(n) \approx y(n)w(n-1). \quad (13)$$

To accelerate the adaptation time, the normalized gradient algorithm is utilized in this work as follows:

$$k_0(n+1) = k_0(n) - \mu \frac{\nabla \xi(n)}{P(n)}. \quad (14)$$

where μ the stepsize and the normalized sequence $P(n)$ can be recursively computed as

$$P(n) = \lambda P(n-1) + (1-\lambda)w^2(n). \quad (15)$$

where $0 << \lambda < 1$ the smoothing factor. In the early stage of adaptation, the convergence speed of DLANF is fast because $P(n)$ is large, After converging, $P(n)$ is small, resulting in obtaining a small MSE value of the estimated parameter.

III. SIMULATION RESULTS

In this section, the performance of DLANF will be compared with that of plain gradient (PG) [4], memoryless nonlinear gradient [5], and MIT [6] in terms of convergence speed and estimation MSE of the estimated parameter. In this work, all comparative techniques are assigned to use the same ANF system function in (2) for fairness comparison.

A. Fixed frequency estimation

To demonstrate that the DLANF provides better convergence properties than all comparative algorithms in both high and low SNR values, we set the simulation parameters as follows: for the input signal are SNR = 10 and 0 dB, $\Omega_0 = \pi/3$ ($k_0 = -\cos(\pi/3) = -0.5$), $\phi_0 = 0.1\pi$, for the filter are $\alpha = 0.95$, $k_0(0) = 0$ and for adaptive algorithms are $\mu = 0.01$, $\lambda_{dlanf} = 0.95$, $\alpha_{mit} = 9/32$ and $\epsilon_{mng} = 0.3$.

Figs. 1 and 2 show the trajectories of the estimated parameter for 10 and 0 dB of SNR, respectively. It is evident that the proposed DLANF can converge to the desired solution faster than all comparative techniques. The convergence behaviors of MIT and MNG are poor when SNR is low. For PG, although its convergence speed is not sensitive to SNR value, it inherently provides slow convergence speed. This fact of the PG is evident as shown in Fig. 3 where the initial value of the algorithm $k_0(0) = 0$ is far away from the desired solution

$$k_0 = -\cos(0.05\pi) \approx -0.9877$$

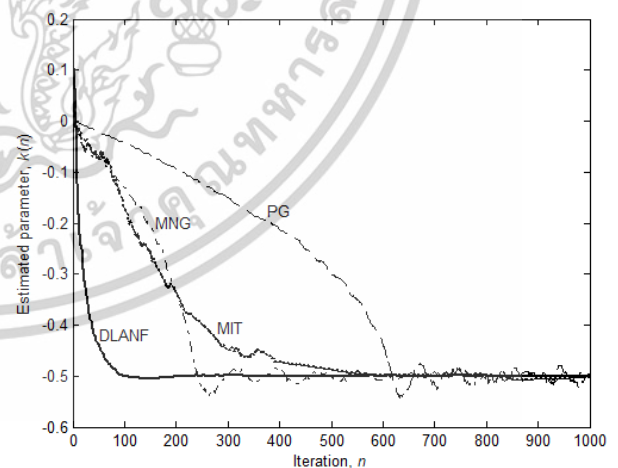


Fig. 1 Comparison of fixed frequency estimation for 10 dB of SNR.

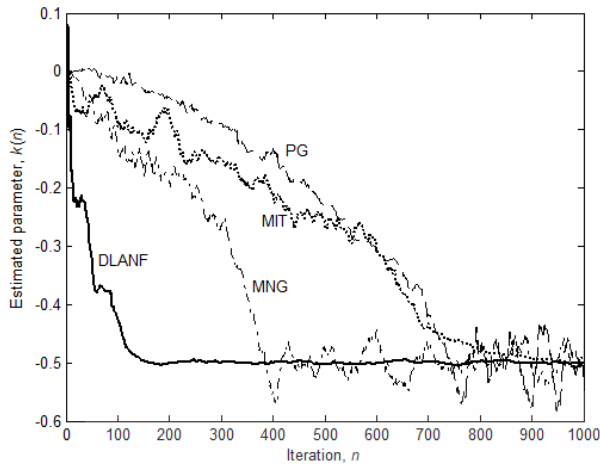


Fig. 2 Comparison of fixed frequency estimation for 0 dB of SNR.

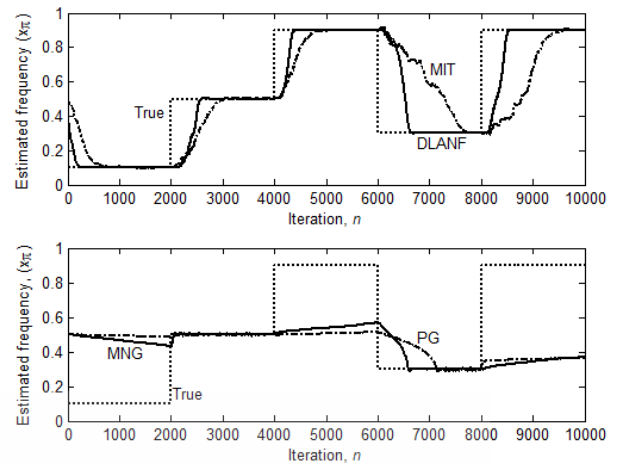


Fig. 4 Comparison of abruptly and randomly change frequency estimation.

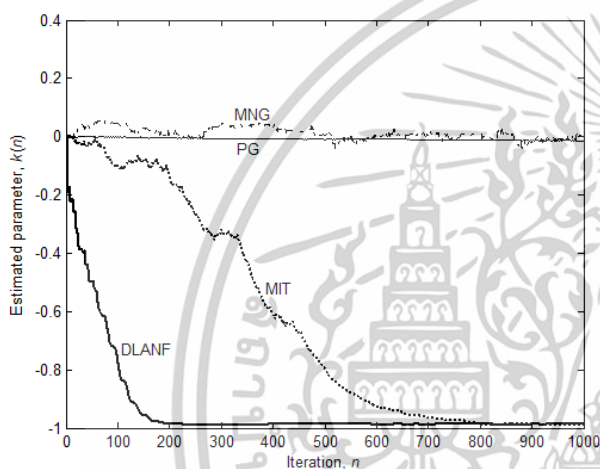


Fig. 3 Comparison of fixed frequency estimation where the desired solution is far away from the initial value.

B. Abruptly changed frequency estimation

It is assumed that the input signal abruptly and randomly changes its frequency every 2000 samples [6]. Other parameters used in this section are the same as the values in the previous section. The estimation results are shown in Fig. 4. As observed and compared with the early works, the proposed DLANF can rapidly track the sinusoidal signal having abruptly changed frequency. The tracking property of MIT is moderate whereas that of MNG and PG is poor.

C. Tracking of linear chirp signal

Chirp signals can be found in a wide variety of applications, such as acoustic echo cancellers, Doppler effect in wireless communication systems, and so on. In this section, the capability of tracking the chirp signal will be demonstrated. For the chirp signal, (1) can be rewritten as

$$x(n) = A \cos \psi(n) + v(n), \quad (16)$$

where $\psi(n) = \Omega_0 n + (1/2)\kappa n^2 + \phi_0$ and κ a small constant controlling the rate of frequency changing. The instantaneous frequency of (16) is

$$\Omega(n) = \Omega_0 + \kappa n. \quad (17)$$

Fig. 5 shows the results of tracking (16) for $\Omega_0 = 0.1\pi$, $\kappa = 1 \times 10^{-4}$ and 0 dB of SNR obtainable by (a) DLANF, (b) MIT, (c) MNG and (d) PG. It is seen that the DLANF provides faster convergence speed than that of the three comparative techniques. Moreover, the DLANF also yields a low fluctuation in the estimated chirp frequency.

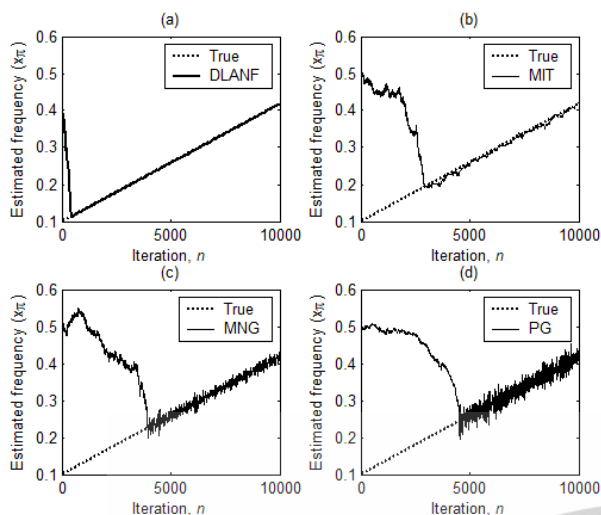


Fig. 5 Comparison of chirp frequency estimation.

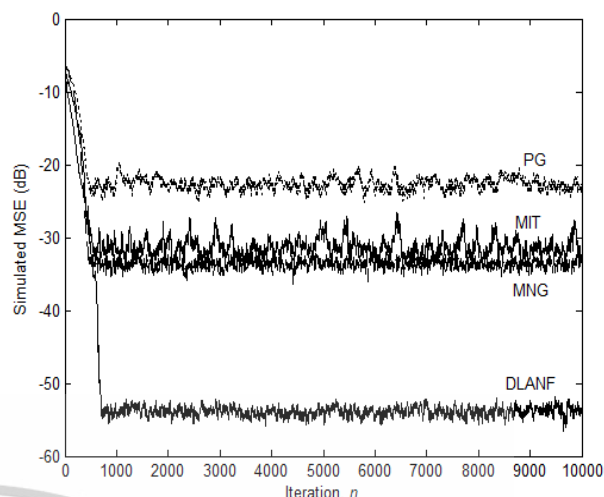


Fig. 6 Comparison of MSE at the same convergence speed.

D. Simulated MSE

Theoretically, the MSE of the estimated frequency is a very important quantity. In this work, however, we study this quantity by means of simulation. The MSE of the estimated parameter is defined by

$$\text{MSE} = \text{Var} + \text{bias}^2. \quad (18)$$

where Var and bias are, respectively, the variance and bias of the estimated parameter or frequency. To obtain the estimation variance and bias, a 1000 computer runs with a data length of 1000 samples, a fixed SNR value and different phase and noise sequence are ensemble averaged. To fairly compare the convergence speed, the stepsize μ of each technique is adjusted so as to obtain the same MSE value. The simulation results for 0 dB of SNR are shown in Fig. 6. It is evident that at the same convergence time ($n = 800$ samples), DLANF gives the smallest estimation MSE whereas that of PG is the largest. The estimation MSE of MIT and MNG is between DLANF and PG. Note that the values of other parameters used for this simulation are identical to those of section A except that $\mu_{dlanf} = \mu_{mng} = 0.01$, $\mu_{mit} = 0.045$, $\mu_{pg} = 0.02$.

IV. CONCLUSIONS

We have proposed a second-order adaptive IIR notch filter that provides high speed of convergence and a small MSE value. It is realized by cascading a direct form all-pole filter and a lattice linear predictor and by using a normalized gradient algorithm to adjust the filter parameter. Computer simulation results have shown the performance of the proposed filter.

REFERENCES

- [1] A. Mvuma, S. Nishimura and T. Hinamoto, "Adaptive narrow-band interference suppression in communication systems using IIR notch filter," *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E84-A, no. 2, pp. 449-456, Feb. 2001.
- [2] A. Nehorai, "A minimal parameter adaptive notch filter with constrained poles and zeros," *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, vol. ASSP-33, no. 8, pp. 983-996, Aug. 1985.
- [3] N. I. Cho, C.-H. Choi and S. U. Lee, "Adaptive line enhancement by using an IIR lattice notch filter," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 37, Apr. 1989.
- [4] Y. Xiao, Y. Takeshita and K. Shida, "Steady-state analysis of a plain gradient algorithm for a second-order adaptive IIR notch filter with constrained poles and zeros," *IEEE trans. Circuits & Syst. II*, vol. 48, no. 7, pp. 733-740, July 2001.
- [5] Y. Xiao, L. Ma, K. Khorasani and A. Ikuta, "Statistical performance of the memoryless nonlinear gradient algorithm for the constrained adaptive IIR notch filter," *IEEE Trans. Circuits & Syst. I*, vol. 52, no. 8, pp. 1691-1702, Aug. 2005.
- [6] R. Punchalard, "A modified inverse tangent based adaptive algorithm for a second-order constrained adaptive IIR notch filter," *Signal Processing*, vol. 94, pp. 350-358, Jan. 2014.
- [7] R. Zhu, F. Yang and J. Yang, "A gradient-adaptive lattice-based complex adaptive notch filter," *EURASIP J. Adv. signal process.* no. 79, pp. 1-11, July 2016.

An Improved RLS-based Interference Cancellation

P. Inban

School of Engineering, King
Mongkut's Institute of Technology
Ladkrabang,
Bangkok, Thailand
e-mail: prayuth-inban@hotmail.com

R. Puchalard

School of Industrial Technology,
Faculty of Science and Technology,
Pathumwan Institute of Technology,
Bangkok, Thailand
e-mail: rachu.p@pit.ac.th

C. Benjangkprasert

Department of Computer Engineering,
School of Engineering,
King Mongkut's Institute of
Technology Ladkrabang,
Bangkok, Thailand
e-mail: chawalit.be@kmitl.ac.th

Abstract— An improved algorithm for mitigating the effect of power line interference in electrocardiogram (ECG) recording systems is presented. The proposed algorithm includes an interference detector (ID), an interference fundamental frequency estimator (IFFE), and an interference estimator (IE). The ID is used to evaluate the existence of the interference before recording. If it is present, the IFFE and IE are employed in the next steps. In the absence of interference, the observed signal is directly sent to the recorder and monitor. The presence of the ID can improve the performance of the system in terms of computational efficiency and system speed. The IFFE can track the variation of the interference frequency. Extensive computer simulations were run to demonstrate the performance of the proposed system.

Keywords—adaptive signal processing, power line interference, neural recording, frequency estimation

I. INTRODUCTION

Power line interference due to capacitive coupling [1] is one of many problems in recording and monitoring the ECG signal, which can cause misinterpretation of data analysis. Since the interference is usually non-stationary, its frequency, amplitude, and phase are functions of time. However, the frequency variations are small as compared to those of amplitude and phase [2]. The variations in those three parameters may significantly decrease the signal-to-noise ratio (SNR) (the ratio of the clean ECG signal power to the power of interference) of the recorded signal. To mitigate the effects of non-stationary interference, adaptive interference cancellation is required and is useful for reliable signal analysis. Generally, the peak amplitude of the ECG signal is about 1 mV, whereas that of the interference that can affect the ECG must be 1% (1 μ V) of the ECG peak amplitude or greater [3]. In some countries, the frequency variation of power line frequency is allowed to not exceed 1% (0.5 Hz) of 50 Hz [4]. In practice, however, the variation may be higher than 1% or may be as high as 3% (1.5 Hz) [5].

From the literature survey, it is revealed that there are many different methods for eliminating interference. The simplest technique is to use a fixed 50 Hz narrow notch filter [4]. However, it will rapidly deteriorate in performance if the interference frequency is changed. As a result, an adaptive notch filter (ANF) capable of tracking frequency variation was later employed [5]. Although ANF is good at tracking changes in frequency, it comes at the cost of spectrum distortion because the interference frequency corresponds to a certain frequency of the ECG signal. Another solution to mitigate the interference effect is to use subtraction. In other words, the interference signal is estimated and then subtracted from the measured signal [6]. But the main drawback of this technique is that it will fail immediately when the interference frequency changes.

In this work, we have modified an adaptive sinusoidal interference cancellation (ASIC) in [6] by introducing the ID and IFFE and naming it an improved ASIC (iASIC). The proposed iASIC consists of four components, including C1: the ID used to detect the interference existence; C2: the IFFE used to track the interference frequency variation that may occur; C3: a couple oscillator and a recursive least square (RLS) adaptive algorithm used to regenerate the estimate of the interference; and C4: a summer used to subtract the interference from the recorded signal. Since no interference detector is used in [6], the system must work all the time, even without interference. This leads to computation inefficiency. Moreover, the system performance deteriorates rapidly if there is frequency variation.

II. THE PROPOSED ANC

This section introduces the proposed ASIC (iASIC) whose system block diagram is shown in Fig. 1. The functions of each part of the system are as follows:

A. Interference detector

In practice, interference does not occur all the time. Therefore, there is no need to keep the system running all the time. Therefore, an interference detector is essential and is used in this work. To simplify the design, we will assume that the ECG signal has a constant peak amplitude of one, whereas the interference amplitude and phase are unknown. For the interference frequency, it is assumed that the deviation from the main value (50 Hz) is specified by no more than 3% (1.5 Hz).

Assume that $d(n)$ is an ECG signal and $p(n)$ is an interference signal of the form

$$p(n) = A \cos(\Omega_0 n + \phi) \quad (1)$$

where A the amplitude, Ω_0 the fundamental frequency and ϕ the initial phase. In practice, $p(n)$ may also contain harmonics, but we will ignore them in this work. Therefore, the measured signal takes the form of the sum between $d(n)$ and $p(n)$, i.e.

$$x(n) = d(n) + p(n) \quad (2)$$

Interference detection can be performed in a variety of ways. In this work, we will use the spectral shaping filter to enhance $p(n)$ level more prominent. The instantaneous power is then estimated and compared with the appropriate reference value γ . It is then assumed that if the instantaneous power is greater than γ , there is interference in the system, but if it is

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

The 2022 International Electrical Engineering Congress (iEECON2022), March 9 - 11, 2022, Khon Kaen, THAILAND

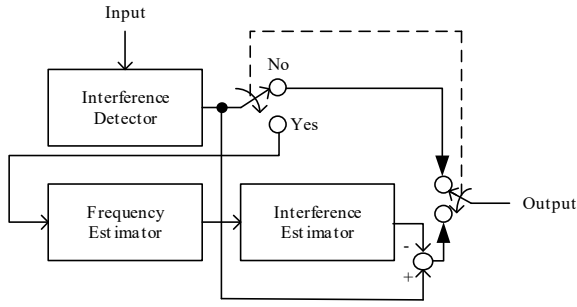


Fig. 1. The proposed ASIC.

below γ , there is no interference. This process is done by passing the measured signal $x(n)$ to the first-order discrete time derivative and followed by a band-pass filter with a center frequency of 50 Hz. The system function of these processes can be combined and written as

$$H_d(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 + (1 + \rho)a_0z^{-1} + \rho z^{-2}} \quad (3)$$

where $0 \leq \rho < 1$ the pole radius determined the band pass bandwidth (if ρ is large, the bandwidth is narrow), $-1 \leq a_0 \leq 1$ the system coefficient determined the center frequency of 50 Hz. The digital angular frequency Ω_0 can be determined by $\Omega_0 = 2\pi(50\text{Hz})/f_s$ where f_s (Hz) the sampling frequency of the systems. In addition, the relationship between a_0 and Ω_0 is $a_0 = -\cos \Omega_0$. Let $y(n)$ be the output of $H_d(z)$ where $x(n)$ is the input. The instantaneous power can be recursively estimated by

$$P(n) = \lambda P(n-1) + (1-\lambda)y^2(n) \quad (4)$$

where $0 << \lambda < 1$ is a constant. Fig. 2 shows an example of the enhanced interference signal (c) and its power spectral density (PSD) (d) appeared at the output of $H_d(z)$.

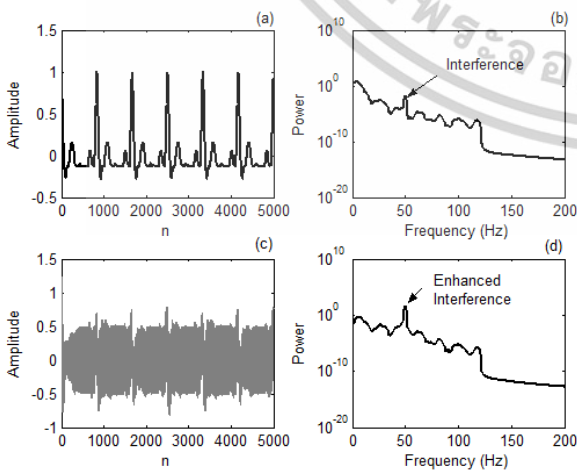
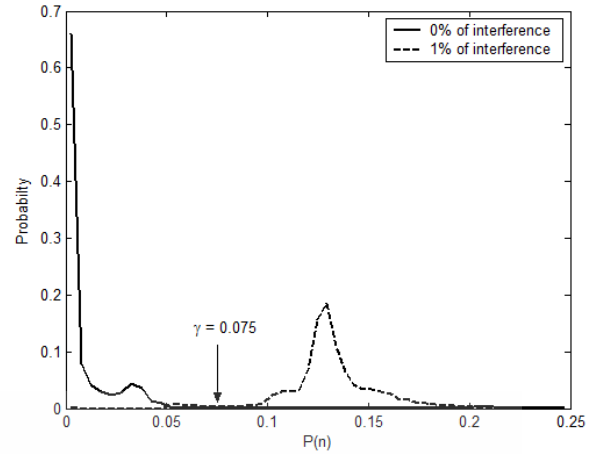


Fig. 2. (a) Measured ECG signal with 1% of interference (b) Measured ECG PSD (c) Enhanced ECG signal (d) Enhanced ECG PSD for $\rho = \lambda = 0.98$, $f_s = 1$ kHz.

Fig. 3. PDFs of $P(n)$ at 0% and 1% of interference.

It can be observed from Fig. 2d that the interference is dominant as compared with that in Fig. 2b. As mentioned earlier, the interference effect can be observed when its magnitude is less than 1% of the ECG signal. Therefore, we will find the reference power γ by observing the probability distribution function (PDF) of the instantaneous power $P(n)$ at the interference magnitude between 0% and 1% and setting the peak amplitude of the ECG be a constant equal to one as shown in Fig. 3. It is seen that the appropriate value of reference power $\gamma = 0.075$. In practice, this parameter should be defined as a tunable factor to make the system flexible.

B. Interference Fundamental Frequency estimator

When interference is detected, the next step is to estimate its frequency. In real time, we need a system that works as fast as possible. Therefore, in this research, we have chosen the frequency estimator in [7]. The interference frequency Ω_0 in (1) can be estimated by $\Omega_0(n) = -\cos(\kappa(n))$ where

$$\kappa(n) = \alpha\kappa(n-1) + (1-\alpha)\kappa_0(n) \quad (5)$$

$$\kappa_0(n) = \frac{C(n)}{D(n)} \quad (6)$$

$$C(n) = \lambda C(n-1) + (1-\lambda)u(n-1)(u(n) + u(n-2)) \quad (7)$$

$$D(n) = \lambda D(n-1) + 2(1-\lambda)u^2(n-1) \quad (8)$$

$$u(n) = y(n) - \kappa(n)(1 + \alpha)u(n-1) - \alpha^2 u(n-2) \quad (9)$$

where $0 << \alpha < 1$ (see [7] for detail).

C. Interference Estimator

The estimated frequency value from section A is fed to the IE in this section. The estimator that we chose to use was in [6] because it was able to quickly estimate the interference.

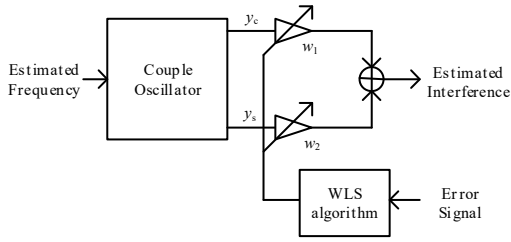


Fig. 4. Interference estimator.

The couple-oscillator uses the estimated frequency to generate sine and cosine signals with unit magnitude and zero phase, then multiplies them by two weighting factor w_1 and w_2 as shown in Fig. 4 where $y_c = \cos \Omega_0$ and $y_s = \sin \Omega_0$. After combining these two weighted components, the estimated interference is obtained. (see [6] for details)

III. SIMULATION RESULTS

To demonstrate the performance of iASIC, we define the following scenarios:

A. No interference

As mentioned earlier, the main advantage of iASIC is the presence of an interference detector. Therefore, if no interference signal is detected, the measurement signal is sent directly to the recorder and display. In such situations, iASIC consumes less power and calculates less (IFFE, IE, and summer are not required). Fig. 5 shows the simulated results of iASIC in this scenario.

B. 1% and 10% of interference with constant amplitude, phase, and frequency

In this section, it is assumed that the interference signal strengths are 1% and 10% of the peak amplitude (herein = 1) of the ECG signal. To show the performance of iASIC, the results are compared with those of RLS-ASIC in [6] as shown in Figs. 6 and 7. As can be seen, the ability to eliminate interference is identical, but iASIC takes a little time (about 250 samples) to detect the interference (see Fig. 7b).

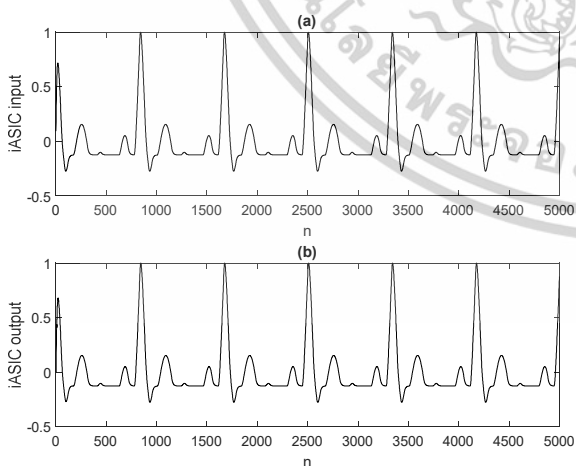


Fig. 5. iASIC performance in the absence of interference for $\lambda = \rho = 0.98$, $\gamma = 0.075$ (a) Input (b) Output

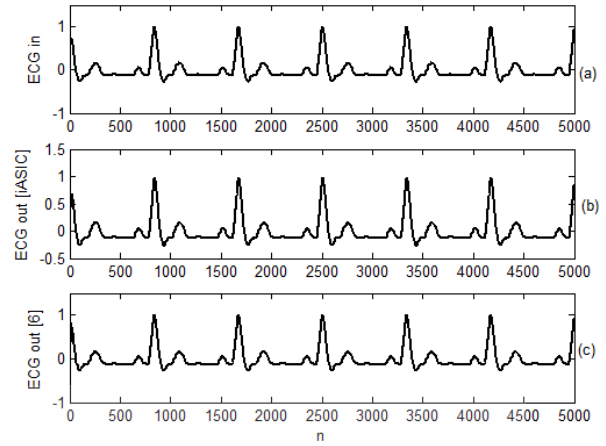


Fig. 6. iASIC performance compared with that of [6] for 1% of interference, $\alpha = \lambda = \rho = 0.98$, $\gamma = 0.075$, $C(0) = 0.001$, $D(0) = 0.1$ (a) Input (b) iASIC output (c) RLS-ASIC output [6]

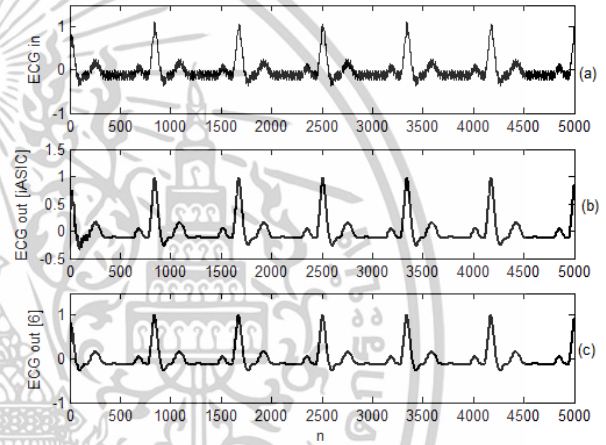


Fig. 7. iASIC performance compared with that of [6] for 10% of interference, $\alpha = \lambda = \rho = 0.98$, $\gamma = 0.075$, $C(0) = 0.001$, $D(0) = 0.1$ (a) Input (b) iASIC output (c) RLS-ASIC output [6]

C. 10% of interference with constant amplitude and phase, and 3% frequency variation of 50 Hz

In this section, it is assumed that the interference has a frequency variation of 3% of 50 Hz. Therefore, the interference frequency is 51.5 Hz. Since there is no IFFE in [6], it is therefore set to operate at a frequency of 50 Hz all the time, thereby significantly deteriorating its ability to eliminate interference as shown in Fig. 8c, while iASIC still maintains interference suppression performance as shown in Fig. 8b.

D. Interference with time varying amplitude, phase, and frequency with frequency deviation of 1.5 Hz

In this section, it is assumed that the interference has a frequency variation of 3% and a time-varying amplitude. As shown in Fig. 9b, iASIC still maintains interference suppression as compared with that of [6] as shown in Fig. 9c.

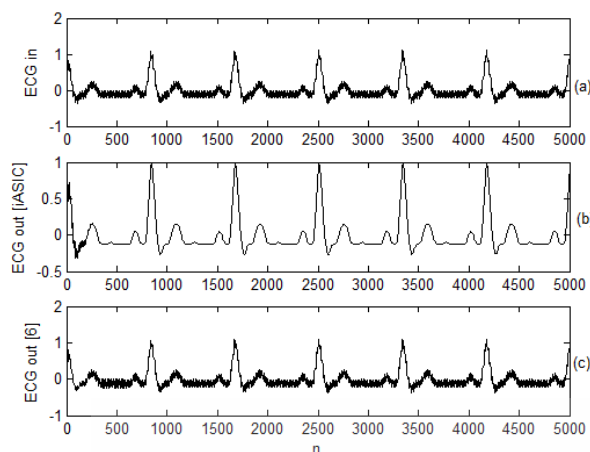


Fig. 8. iASIC performance compared with that of [6] for 10% of interference and 3% variation of frequency, $\alpha = \lambda = \rho = 0.98$, $\gamma = 0.075$, $C(0) = 0.001$, $D(0) = 0.1$ (a) Input (b) iASIC output (c) RLS-ASIC output [6]

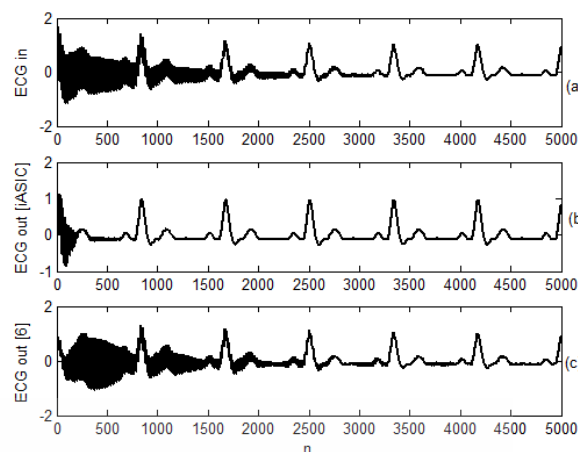


Fig. 9. iASIC performance compared with that of [6] for time varying amplitude of interference and 3% variation of frequency, $\alpha = \lambda = \rho = 0.98$, $\gamma = 0.075$, $C(0) = 0.001$, $D(0) = 0.1$ (a) Input (b) iASIC output (c) RLS-ASIC output [6]

IV. CONCLUSION

In this work, we have proposed an iASIC that can work in many situations. The interference detector is applied to optimize power consumption and computation. A frequency estimator is used to track interference frequency variation. This makes iASIC superior to RLS-ASIC.

REFERENCES

- [1] M. F. Chimene and R. Pallas-Areny, "A Comprehensive model for power line interference in biopotential measurements," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 49, pp. 535–540, 2000.
- [2] R. C. Dugan, M. F. McGranaghan, S. Santoso, G. J. Ojemann, *Electrical power systems quality*, New York: McGraw-Hill, 2012.
- [3] J. C. Huhta and J. G. Webster, "60-Hz interference in electrocardiography," *IEEE Trans. Biomed. Eng.*, vol. BMF-20, no.2 pp. 91-101, Mar 1973.
- [4] C. Levkov et al., "Removal of power-line interference from ECG: a review of the subtraction procedure," *Bio Med. Eng.*, vol. 4, 2005.
- [5] N. Kumaravel et al., "Integrating the ECG power-line interference removal methods with rule-based system," *Biomed Sci Instrum.*, vol. 31, pp.115-120, 1995.
- [6] R. Punalard et al., "RLS-based interference cancellation," In proceeding of ECTI-CON, 2020.
- [7] Cho N. and Lee S., "On the adaptive lattice notch filter for detection of sinusoids," *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, vol. 40, pp. 405-416, 1993.

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า

The 2022 International Electrical Engineering Congress (iEECON2022), March 9 - 11, 2022, Khon Kaen, THAILAND



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่มาของสมการที่ (3.25)

อ้างอิงสมการที่ (3.16) และสมการที่ (3.21) จะได้

$$\begin{aligned}
 & x(n)x^*(n) - x(n)\hat{s}^*(n) \\
 &= (d(n) + v(n)) \times (d^*(n) + v^*(n)) + \\
 & (d(n) + v(n)) \times (e^{-j\hat{\omega}_0} (d^*(n-1) + v^*(n-1))) \\
 &= d(n)d^*(n) + v(n)v^*(n) + v(n)d^*(n) + \\
 & v^*(n)d(n) + e^{-j\hat{\omega}_0} d(n)d^*(n-1) + \\
 & + e^{-j\hat{\omega}_0} d(n)v^*(n-1) + e^{-j\hat{\omega}_0} v(n)d^*(n-1) + \\
 & + e^{-j\hat{\omega}_0} v(n)v^*(n-1)
 \end{aligned} \tag{ข.1}$$

ซึ่งสมการที่ (ข.1) ดังกล่าว คือ สมการของค่าเฉลี่ยรวมที่มาจากผลของสมการที่ (3.16) และ (3.21) โดยจะให้ผลลัพธ์ดังสมการที่ (ข.2) ดังนี้

$$\begin{aligned}
 & E[d(n)d^*(n)] + E[v(n)v^*(n)] + e^{-j\hat{\omega}_0} E[d(n)d^*(n-1)] \\
 &= A^2 + \sigma^2 + A^2 e^{-j\hat{\omega}_0} e^{j\omega_0} = A^2 + \sigma^2 + A^2 e^{-j(\hat{\omega}_0 - \omega_0)} \\
 &= A^2(1 + \cos \delta_\omega) + \sigma^2 - jA^2 \sin \delta_\omega
 \end{aligned} \tag{ข.2}$$

จากสมการที่ (ข.2) ทำการประเมินค่าของเฟสจะได้สมการที่ (3.25) ซึ่งในสมการที่ (ข.2) นี้จะได้มาจากการกำหนดค่าสมมติฐานที่ไม่สัมพันธ์กันของค่าตัวแปร $d(n)$ และ $v(n)$ โดยที่ค่าของ $e^{j\hat{\omega}_0}$ จะถูกกำหนดให้เป็นค่าคงที่

$$\begin{aligned}
 \mathcal{D} &= \angle(E[x(n)x^*(n) - x(n)\hat{s}^*(n)]) \\
 &= -\arctan \frac{A^2 \sin \delta_\omega}{A^2(1 + \cos \delta_\omega) + \sigma^2}
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่มาของสมการที่ (3.31)

ผลลัพธ์ของสมการที่ (3.29) สามารถกำหนดได้ ดังสมการ

$$\bar{\omega}_0(n) = \bar{\omega}_{0c}(n) + \bar{\omega}_{0p}(n) \quad (\text{ค.1})$$

โดยที่ $\bar{\omega}_{0c}(n)$ คือ ผลเฉลยเติมเต็ม (Complementary solutions) และ $\bar{\omega}_{0p}(n)$ คือ ผลเฉลยเฉพาะ (Particular solutions) ผลเฉลยเติมเต็มสามารถเขียนในรูปแบบต่อไปนี้

$$\bar{\omega}_{0c}(n) = C\lambda^n, n > 0 \quad (\text{ค.2})$$

โดยที่ค่าของ C จะเป็นค่าคงที่ซึ่งถูกกำหนดภายใต้เงื่อนไขค่าเริ่มต้น โดยให้ค่าพจน์ที่อยู่ทางด้านขวามือของสมการที่ (3.29) มีค่าเป็นศูนย์และใช้สมการที่ (ค.1) ซึ่งจะได้ผลลัพธ์ออกมาเป็นสมการที่ (ค.3) ดังนี้

$$\bar{\omega}_{0c}(n) = C(1 - \mu\eta_0)^n, n > 0 \quad (\text{ค.3})$$

นอกจากนี้ ยังสามารถสันนิษฐานได้ว่า

$$\bar{\omega}_{0p}(n) = K\mu\eta_0\omega_0 \quad (\text{ค.4})$$

โดยที่ค่าของ K จะเป็นค่าคงที่ หลังจากแทนค่าในสมการที่ (ค.4) ลงในสมการที่ (3.29) และแก้สมการดังกล่าวแล้วนั้น จะทำให้ได้ผลลัพธ์ ดังนี้

$$\bar{\omega}_{0p}(n) = \omega_0 \quad (\text{ค.5})$$

และเมื่อนำสมการที่ (ค.4) และ (ค.5) มาแทนค่าในสมการที่ (ค.3) และแก้สมการเพื่อหาค่า C จะได้ผลลัพธ์ดังสมการที่ (3.31) โดยที่ค่า $\bar{\omega}_0(0)$ เป็นค่าเงื่อนไขเริ่มต้น

$$\bar{\omega}_0(n) = (\bar{\omega}_0(0) - \omega_0)(1 - \mu\eta_0)^n + \omega_0 \quad (3.31)$$

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ตัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



ภาคผนวก ง
ที่มาของสมการที่ (3.44)

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่มาของสมการที่ (3.44)

อ้างอิงถึงทฤษฎีบทสเปกตรัมกำลัง [8] ความสัมพันธ์ของสัญญาณรบกวนระหว่าง $v(n)$ และ $v_1(n)$ สามารถคำนวณได้ดังสมการ

$$\begin{aligned} R_{v_1^*} &= \frac{\sigma^2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H^*(\omega) d\omega \\ &= \frac{\sigma^2}{2\pi} (2\pi - 2\sin(\pi)e^{-j\omega_0}) \\ &= \sigma^2 = \text{Eq. (3.44)} \end{aligned} \tag{ง.1}$$



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ที่มาของสมการที่ (4.7)

เนื่องจากสัญญาณรบกวนอิมพัลส์ $I(n)$ ได้จากการคูณกันของสัญญาณรบกวนอิสระสองกระบวนการ $u(n)$ และ $b(n)$, ความแปรปรวนของ $I(n)$ สามารถคำนวณได้โดย

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(I) &= \text{Var}(ub) \\
 &= \text{Var}(u)\text{Var}(b) + \text{Var}(u)E^2[b] + \text{Var}(b)E^2[u] \\
 &= \sigma_u^2 p(1-p) + \sigma_u^2 p^2 \\
 &= p\sigma_u^2 = \text{Eq.(4.7)}
 \end{aligned}
 \tag{จ.1}$$

โดยกำหนดว่าดัชนีเวลา n จะถูกละไว้เพื่อความง่ายในการวิเคราะห์



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้



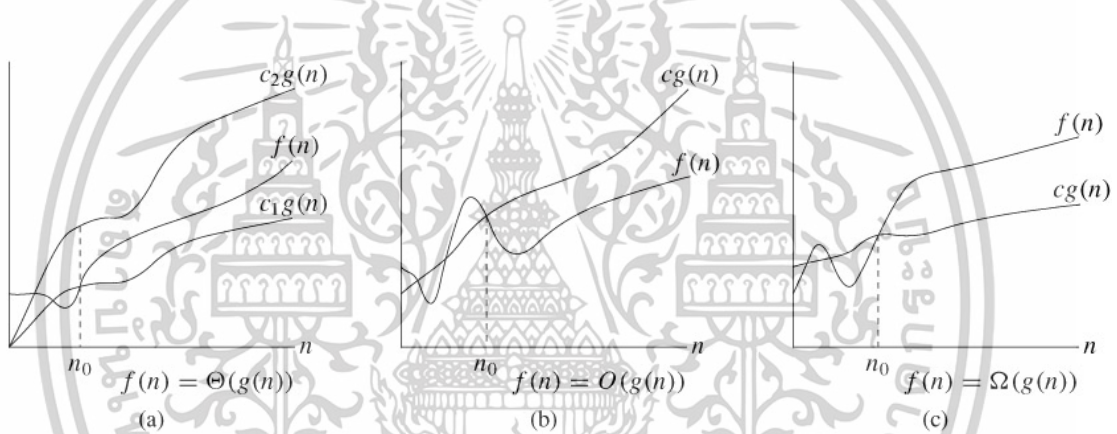
เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

Big-O

นิยาม

$O(g(n)) = \{ f(n): \text{there exist positive constants } c \text{ and } n_0 \text{ such that } 0 \leq f(n) \leq c g(n) \text{ for all } n \geq n_0 \}$

จากนิยาม คือ ถ้ามีฟังก์ชัน $g(n)$ ใด ๆ อยู่แล้วต้องการหาค่า Big-O ของเงื่อนไขนั้น ๆ จะต้องหาค่าคงที่ c ที่เป็นบวกและ n_0 แล้วนำค่าคงที่นั้น ไปแทนสมการ $0 \leq f(n) \leq c g(n)$ ถ้าสามารถหาฟังก์ชัน $f(n)$ ใด ๆ ที่ทำให้สมการนี้เป็นจริงได้ สำหรับ n ทุกตัวที่มีค่ามากกว่า n_0 แล้ว Big-O ของ $g(n)$ ก็คือ เซตของฟังก์ชัน $f(n)$ นั้น (ใช้คำว่าเซต หมายความว่า อาจจะหา $f(n)$ ได้หลายฟังก์ชันก็ได้)



รูปประกอบที่ 1

หากสังเกตพิจารณาจาก รูปประกอบที่ 1 แล้วนั้น ได้แสดงให้เห็นว่าฟังก์ชัน $f(n)$ จะมีค่าอยู่ต่ำกว่าฟังก์ชัน $c g(n)$ เสมอ ซึ่งจะเขียนสัญลักษณ์ว่า $f(n) = O(g(n))$ เพื่อแทนความหมายใน $f(n) \in O(g(n))$ นั่นเอง



ภาคผนวก ข
ประวัติผู้เขียน

เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า
ไม่ว่ากรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้

ประวัติผู้เขียน

นายประยุทธ์ อินแบน ที่อยู่ 26/28 หมู่ที่ 1 ตำบลคลองอุดมชลจร อำเภอเมือง จังหวัดฉะเชิงเทรา 24000 เบอร์โทรศัพท์มือถือ 0819822301

ระดับการศึกษา

ปริญญาตรี: คณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยศรีปทุม

ปริญญาโท: คณะวิศวกรรมศาสตร์ สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ปัจจุบันทำงานตำแหน่งอาจารย์ สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า มหาวิทยาลัยราชภัฏราชนครินทร์



เอกสารนี้เป็นเอกสารที่สงวนไว้สำหรับการใช้งานเพื่อการศึกษาเท่านั้น ไม่อนุญาตให้นำไปใช้ประโยชน์ด้านการค้า ไม่ว่าจะกรณีใดๆทั้งสิ้น อีกทั้งห้ามมิให้ดัดแปลงเนื้อหา และต้องอ้างอิงถึงเจ้าของเอกสารทุกครั้งที่มีการนำไปใช้